



SPIM

Thèse de Doctorat



école doctorale **sciences pour l'ingénieur et microtechniques**
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

ÉTUDES EXPÉRIMENTALES ET NUMÉRIQUES DES INSTABILITÉS NON-LINÉAIRES ET DES VAGUES SCÉLÉRATES OPTIQUES

■ BENJAMIN WETZEL

Thèse dirigée par John M. DUDLEY et Laurent LARGER

SPIM

Thèse de Doctorat



école doctorale **sciences pour l'ingénieur et microtechniques**
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

Thèse présentée par

BENJAMIN WETZEL

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Franche-Comté

Spécialité : **Optique et Photonique**

ÉTUDES EXPÉRIMENTALES ET NUMÉRIQUES DES INSTABILITÉS NON-LINÉAIRES ET DES VAGUES SCÉLÉRATES OPTIQUES

Thèse dirigée par John M. DUDLEY et Laurent LARGER

Soutenue le 6 décembre 2012 devant le Jury :

Hervé MAILLOTTE	Président	Directeur de Recherche, Université de Franche-Comté
Géraud BOUWMANS	Rapporteur	Professeur des Universités, Université de Lille 1
Goëry GENTY	Rapporteur	Associate Professor, Tampere University of Technology
John M. DUDLEY	Examineur	Professeur des Universités, Université de Franche-Comté
Laurent LARGER	Examineur	Professeur des Universités, Université de Franche-Comté
Guy MILLOT	Examineur	Professeur des Universités, Université de Bourgogne

A ma famille et mes amis

Table des matières

Table des matières	v
Introduction générale	1
1 Introduction à la fibre optique non-linéaire	5
1.1 Propagation linéaire	6
1.1.1 Notion de guidage optique dans les fibres	6
1.1.2 Atténuation	8
1.1.3 Dispersion	10
1.2 Fibres à cristaux photoniques	13
1.2.1 Principe	14
1.2.2 Fabrication	16
1.2.3 Avantages et spécificités des fibres de nouvelle génération	16
1.3 Propagation non-linéaire	17
1.3.1 Équation d'onde	18
1.4 Équation de propagation de l'enveloppe lentement variable	22
1.4.1 Équation de Schrödinger non-linéaire généralisée	22
1.4.2 Les types d'enveloppes d'impulsions	24
1.5 Effets non-linéaires	25
1.5.1 Non-linéarité quasi-instantanée : Effet Kerr	25
1.5.2 Non-linéarité retardée : Diffusions stimulées inélastiques	28
1.6 Régimes de propagation dans la fibre	31
1.6.1 Équation de Schrödinger non-linéaire standard	32
1.6.2 Importance de la dispersion et de la non-linéarité	32
1.6.3 Régime de dispersion anormale	33
1.7 Notes sur la modélisation numérique	39
2 Le supercontinuum optique	43
2.1 Génération du supercontinuum à partir d'impulsions courtes	45
2.1.1 La fission solitonique comme étape initiale	46
2.1.2 Dynamiques de l'élargissement spectral	49
2.2 Les instabilités du supercontinuum en régime d'impulsions longues	50
2.2.1 Instabilités spectrales et perte de cohérence	52
2.2.2 Les vagues scélérates optiques	53
2.2.3 Liens avec l'hydrodynamique	55

2.3	Influence de la modélisation du gain Raman par approximation linéaire . .	57
2.3.1	Approximation linéaire de la réponse Raman et décalage fréquentiel du soliton	58
2.3.2	Cas du supercontinuum en régime impulsif court	60
2.3.3	Cas du supercontinuum en régime d'impulsions longues	64
2.3.4	Exemple d'artefact numérique : Effondrement solitonique	66
2.4	Conclusions	68
3	Les événements extrêmes et les statistiques du supercontinuum	71
3.1	Description statistique des supercontinua	72
3.1.1	Moments centrés d'ordres supérieurs	74
3.1.2	Évolution longitudinale des fluctuations dans le supercontinuum . .	75
3.1.3	Stabilité et statistique des supercontinua selon la durée de l'impulsion	78
3.1.4	Application à l'identification d'événements extrêmes	78
3.2	Le supercontinuum comme source d'aléa	79
3.2.1	Transfert de bruit, perte de cohérence et fluctuations spectrales dans le supercontinuum	80
3.2.2	Génération de marches aléatoires	84
3.2.3	Génération de nombres aléatoires	90
3.3	Conclusions	94
4	Approche analytique de l'instabilité de modulation	97
4.1	Le breather d'Akhmediev : Description analytique de l'instabilité de mo- dulation	98
4.1.1	Évolution des breathers sous des conditions expérimentales réalistes	101
4.1.2	Dynamiques d'évolution spectrale des breathers et de l'instabilité de modulation	108
4.2	Les solutions analytiques de l'équation de Schrödinger non-linéaire	112
4.2.1	Les solitons sur fond continu	113
4.2.2	Observation expérimentale des dynamiques des solitons sur fond continu	118
4.3	La phase d'émergence de l'instabilité dans le supercontinuum	123
4.4	Conclusions	130
5	Caractérisation expérimentale de supercontinua bruités	131
5.1	Dispositif expérimental	132
5.2	Étirage dispersif du signal temporel et mesure des fluctuations en temps réel du spectre	133
5.3	Étude des dynamiques par simulations numériques	136
5.4	Résultats et comparaison avec la théorie	137
5.4.1	Fluctuations spectrales en temps réel	137
5.4.2	Caractérisation statistique : Moments centrés d'ordres supérieurs . .	139
5.4.3	Corrélations et dynamiques d'élargissement spectrale	141
5.5	Conclusions	145
	Conclusions et perspectives	147

Bibliographie	151
Remerciements	171
A Liste des abréviations	173
B Calculs analytiques	175
B.1 Approximation du breather d'Akhmediev loin de son point de compression maximale	175
B.2 Comparaison du formalisme du breather d'Akhmediev avec la méthode du mélange à quatre ondes dégénéré	176
B.3 Calcul de l'évolution analytique du spectre des breathers d'Akhmediev . .	178
B.4 Calcul du spectre analytique du soliton de KM	180
C Liste des publications	183

Introduction générale

Depuis plusieurs millénaires, l'homme a cherché avec intérêt à comprendre le monde qui l'entoure. Aussi, les phénomènes par le passé inexplicables par les limitations de la science furent généralement attribués à des manifestations mystiques ou divines. C'est notamment le cas des phénomènes dits "extrêmes" comme, par exemple, l'apparition d'éruptions volcaniques, de séismes, d'éclipses ou de vagues géantes à la surface des océans.

Aussi, on retrouve historiquement dans chaque civilisation, une divinité dont l'irascibilité est généralement associée à la formation de tels phénomènes. On citera, par exemple, les éclipses de lunes qui, dans la Grèce antique, signifiait la venue sur terre de la déesse Artémis ou même le mythe du triangle des Bermudes pour expliquer la disparition tragique de bateaux selon un aspect mystique plutôt que par la considération de conditions de mer difficiles ou l'apparition de vagues géantes destructrices aussi appelées "vagues scélérates".

Paradoxalement, nombre de ces manifestations a attiré l'attention des scientifiques depuis plus de 2000 ans afin d'expliquer rationnellement l'apparition de tels événements. On notera au passage qu'historiquement, l'optique a d'ailleurs été au centre des préoccupations des intellectuels et des chercheurs depuis les prémices de la science. De nos jours, la majorité de ces phénomènes extrêmes peut être aisément expliquée scientifiquement. Ainsi, la prévision d'une éclipse paraît aujourd'hui triviale étant donné les connaissances et les observations accumulées en astronomie au cours des derniers siècles.

Ce point met clairement en lumière la prédictibilité de nombreux phénomènes extrêmes dans la nature, sous réserve de la connaissance des mécanismes, ainsi que des conditions initiales menant à leur formation. D'un certain point de vue, la nature qui nous entoure est intrinsèquement instable et en perpétuelle mutation. Aussi, de telles manifestations reposent largement sur des dynamiques périodiques ou chaotiques et leur prédiction nécessiterait la connaissance de la globalité des conditions initiales dont la somme d'informations est, dans la plupart des cas, quasi-infinie et inaccessible pour l'observateur.

Un autre point d'intérêt consiste à la caractérisation de phénomènes extrêmes par ce même observateur. En effet, la notion d'*extrême* est particulièrement subjective. Dans l'inconscient collectif, un événement extrême fait généralement référence à l'apparition d'un phénomène de grande intensité. Néanmoins, si l'on considère l'étude de la météorologie, un ouragan de force trois frappant les côtes françaises s'avérerait être un événement particulièrement intense et extrême, alors que l'apparition d'un tel cyclone tropical aux abords des côtes de Floride est, bien que tout aussi intense, beaucoup moins rare dans un contexte où de tels événements climatiques se produisent annuellement dans cette région par le biais de dynamiques météorologiques et climatiques globales de mieux en mieux comprises.

On peut alors aisément comprendre que la notion d'instabilité et d'événements extrêmes est intimement lié aux paramètres du système considéré ainsi qu'à l'échelle de temps (pour un système continu) ou au nombre d'événements (dans un système discret) observé d'un point de vue statistique.

Dans le contexte de l'optique, de nombreuses avancées ont été faites au cours du dernier siècle à la fois d'un point de vue théorique mais aussi technologique. On peut notamment relever en 2010 l'anniversaire des 50 ans de l'invention du laser par Theodore H. Maiman qui a, dans les années 60, apporté un vent nouveau sur la recherche en optique fondamentale mais aussi donné lieu à de nombreuses inventions désormais utilisées quotidiennement. En effet, l'utilisation du laser en tant que source optique stable et cohérente conjointement à des guides d'onde fibrés ont permis l'obtention de nouveaux phénomènes. Reposant sur le fort confinement spatial de la lumière, et éventuellement temporel, par l'utilisation de sources optiques d'impulsions ultracourtes, l'interaction entre la lumière et la matière peut donner lieu à des effets dits non-linéaires car ne dépendant pas linéairement de l'amplitude du champ lumineux incident. C'est dans ce contexte que s'est développé l'étude de phénomènes liés à l'interaction complexe entre la lumière et la matière telle que la génération de supercontinuum optique dans les fibres.

Pendant plusieurs décennies, la communauté scientifique a étudié les instabilités dans les sources supercontinuum principalement dans le but de sa stabilisation pour des applications de métrologie. Nous noterons ainsi l'obtention en 2005 du prix Nobel de physique par John L. Hall et Theodor W. Hänsch pour leur contribution à la spectroscopie de précision reposant notamment sur la génération de peigne optique de fréquence, intimement liée à la génération de supercontinua. Néanmoins, au cours des dernières années, les instabilités non-linéaires dans le supercontinuum sont devenues un domaine d'étude à part entière étant donné leurs liens intrigants avec nombres d'autres systèmes physiques complexes tel que l'hydrodynamique en eau profonde.

Les travaux présentés dans cette thèse se situent à l'interface entre l'étude des instabilités non-linéaires complexes mises en jeu lors de la propagation d'une onde électromagnétique dans un guide d'onde, et l'aspect statistique des événements qui en découlent. Y sont rapportées les études effectuées au sein du département d'optique P.M. Duffieux de l'institut FEMTO-ST relatifs à l'étude expérimentale et numérique des instabilités non-linéaires et des événements extrêmes ayant lieu dans les fibres optiques.

Ces travaux résultent de collaborations académiques internationales dont les partenaires privilégiés sont l'université technologique de Tampere en Finlande (TUT), l'université nationale australienne située à Canberra (ANU), l'université technologique danoise (DTU), l'université d'Aston à Birmingham et l'université de Dublin (DCU). De plus, dans le cadre du rapprochement des universités visé par le PRES Bourgogne/Franche-Comté une large part des travaux de recherche présentés dans cette thèse s'inscrit dans une collaboration avec l'institut Carnot de Bourgogne (ICB) et certains de ses membres, notamment de l'équipe SLCO, tels que Bertrand Kibler et Guy Millot. On relèvera aussi, dans un contexte nationale, que certains travaux présentés sont menés en partenariat avec l'université Lille 1 et les laboratoires PhLAM/IRCICA.

La présentation de ce travail se compose de cinq chapitres. Le premier d'entre eux a pour but d'introduire les notions relatives à la propagation d'une onde lumineuse dans une fibre optique. On y discutera notamment des effets non-linéaires inhérents à l'évolution d'un champ lumineux intense fortement confiné spatialement et/ou temporellement qui pourront être observés dans les fibres optiques de nouvelle génération. Nous aborderons aussi la modélisation de ces effets d'un point de vue numérique ainsi que les approximations effectuées dans les approches analytiques visant à comprendre les mécanismes de propagation d'une onde lumineuse dans un guide onde.

Dans le second chapitre, nous traiterons de la génération de supercontinuum optique au sein des fibres, présentant comme caractéristique principale un spectre très étendu. Après avoir procédé à une déconstruction des mécanismes d'expansion spectrale du champ, nous verrons que sous certaines conditions, celui-ci peut receler d'importantes fluctuations provenant de l'interaction complexe des effets linéaires et non-linéaires lors de la propagation. Les résultats numériques qui y seront présentés s'inscrivent dans le cadre d'une étude commune menée avec TUT.

Dans le troisième chapitre, ces fluctuations stochastiques seront abordées selon plusieurs approches. Dans une première partie, relevant de travaux collaboratifs avec DTU à Copenhague, nous traiterons des propriétés statistiques des instabilités du supercontinuum ainsi que l'apparition d'événements dits extrêmes, par leur aspect statistiquement rare, en considérant une approche standard et universelle. Par la suite, nous verrons que ces fluctuations statistiques proviennent du transfert et de l'amplification du bruit initial à travers les mécanismes complexes ayant lieu au cours de la propagation. Ainsi, nous aborderons, dans une étude numérique menée en partenariat avec l'université d'Aston, la possibilité de traiter ces instabilités comme source d'aléa physique en considérant la génération de marches aléatoires et de nombres aléatoires à partir des fluctuations des supercontinua.

Le quatrième chapitre traitera du mécanisme d'instabilité de modulation sous deux aspects majeurs. Dans un premier temps, une approche analytique de l'instabilité de modulation sera mise en place à partir de solutions exactes de l'équation de propagation connues depuis plusieurs décennies et réinterprétées dans le contexte de l'optique fibrée. Après une approche numérique, visant à déterminer les conditions d'excitation de ces solutions sous des conditions expérimentales réalistes, nous verrons ainsi que des expériences menées à Dijon ont permis une meilleure compréhension de ce phénomène, mais aussi la première observation expérimentale de solutions analytiques, prédites il y a plus de 35 ans, mais jusqu'alors jamais observées dans la nature.

Dans un second temps, nous traiterons de la phase d'émergence de l'instabilité lors de la génération de supercontinuum au regard des résultats obtenus. Nous verrons ainsi que les conditions de bruit et son amplification dans la phase initiale d'expansion spectrale sont des facteurs clés dans l'apparition d'importantes fluctuations et d'événements extrêmes dans les supercontinua, mais que ceux-ci peuvent également être interprétés dans un contexte plus universel à travers d'autres systèmes physiques non-linéaires. Les

travaux de recherche présentés dans ce chapitre s'inscrivent d'une part dans un contexte internationale avec des études analytiques et numériques menés avec TUT , DCU et ANU, ainsi que dans une dimension nationale, via des études expérimentales mises en place et menées à l'ICB de Dijon sur la plate-forme de caractérisation PICASSO.

Enfin, dans le cinquième chapitre, les dynamiques d'évolution du supercontinuum ainsi que ses propriétés statistiques seront étudiées expérimentalement par des mesures spectrales effectuées en temps réel à l'institut FEMTO-ST. Dans ces travaux menés avec nos partenaires de PhLAM/IRCICA, TUT, et DCU, nous vérifierons que les mécanismes d'expansion spectrale étudiés dans les chapitres précédents sont validés expérimentalement et en bon accord avec les résultats issus du modèle numérique. Au-delà de la caractérisation statistique effectuée selon les méthodes détaillées dans le troisième chapitre, nous introduirons la notion de corrélations spectrales apportant de nouvelles informations dans l'étude des dynamiques clés à la base des importantes fluctuations du supercontinuum et notamment dans le contexte de la phase d'émergence de l'instabilité vu au chapitre 4.

Chapitre 1

Introduction à la fibre optique non-linéaire

Dans ce chapitre, nous allons effectuer un résumé succinct des phénomènes ayant lieu lors de la propagation d'une onde électromagnétique au sein d'une fibre optique. Nous détaillerons tout d'abord les effets linéaires propres aux interactions de la lumière avec la matière dans un régime d'intensité lumineuse faible ainsi que l'approximation de guidage monomode. Puis nous verrons que, depuis l'avènement de nouveaux types de fibres optiques dites de dernière génération, de nouveaux régimes de propagation ont pu être mis en jeu selon les propriétés de guidage souhaitées. Aussi, il est désormais relativement aisé de fortement confiner la lumière de manière temporelle et spatiale au sein de la matière, donnant ainsi lieu à de nouveaux effets.

Ces effets ont pour cause l'apparition de termes du champ électrique quadratique non négligeables, ainsi nommés non-linéaires, et qui seront explicités dans la troisième partie de ce chapitre. On y traitera notamment de l'apparition de solitons dans des conditions d'excitations particulières. Dans le chapitre 2 de ce manuscrit, nous étudierons la génération de supercontinuum optique dont la formation réside dans l'interaction complexe des différents mécanismes résumés dans ce chapitre. C'est pourquoi la compréhension conjointe de ces effets linéaires et non-linéaires s'exprimant lors de la propagation d'une onde électromagnétique dans une fibre optique, ainsi que ses formalismes propres, sont les prérequis essentiels pour appréhender la suite de ces travaux.

Introduction

La communication d'information par transmission lumineuse a depuis longtemps été utilisée par l'homme. En remontant à l'antiquité, le positionnement des étoiles et les phares côtiers guidaient les marins. Au XVI^e siècle, la construction de tours génoises permettaient la prévention d'actes de piraterie par la propagation rapide de signaux lumineux de proche en proche aux tours adjacentes. Plus récemment, Alexander G. Bell, connu pour l'invention du téléphone, mis au point le photophone en 1880 [1]. Ce système transmettait un signal sonore sous forme de signal lumineux par la vibration d'un miroir réfléchissant la lumière du soleil alors qu'un dispositif similaire situé jusqu'à 200 mètres plus loin per-

mettait la retranscription du signal sonore original. Bien que considéré comme précurseur, ce procédé aérien était très sensible aux perturbations atmosphériques et sa portée relativement faible condamna cette invention. Pour pallier ce problème, les premiers travaux de John L. Baird et Clarence W. Hansell dès 1927 menèrent à un brevet sur la transmission d'images de télévision par de fines fibres de verre dont le procédé ne sera jamais vraiment mis en oeuvre [2,3]. Puis, en 1930, Heinrich Lamm parvient à mettre au point la première image d'un filament transmise par un réseau de fibre de quartz [4]. Ce n'est que consécutivement à 1960 et l'invention du laser rubis par Theodore H. Maiman [5] que la transmission par fibre optique retrouve un nouvel essor. En effet, dès 1964 Charles K. Kao décrit et imagine un système de communication reposant sur l'utilisation conjointe du laser et de la fibre optique [6]. Ces travaux visionnaires sur les fibres en silice et la démonstration expérimentale de la preuve de principe de ce système pour des transmissions d'informations optiques longue distance lui vaudront le prix Nobel de physique en 2009.

Dès lors, une course technologique s'établit afin d'obtenir des fibres optiques à faible perte afin de permettre une transmission sur des distances plus importantes [7–9]. Typiquement en silice (SiO_2), ces fibres optiques possèdent des propriétés qui peuvent varier grandement selon leurs types et leurs procédés de fabrication. Dans ce chapitre, nous allons procéder à un résumé succinct des effets inhérents à la propagation d'ondes lumineuses au sein de fibres optiques, ainsi qu'aux nouvelles applications liées à l'apparition de fibres de nouvelle génération.

1.1 Propagation linéaire

1.1.1 Notion de guidage optique dans les fibres

La fibre optique consiste en un matériau diélectrique recouvert d'une gaine dont l'indice de réfraction $n_i = c/v_i$, rapport de la vitesse de la lumière dans le vide c et dans le matériau v_i , est inférieur à celui du coeur. Due à cette différence d'indice de réfraction, la lumière incidente dans le coeur reste piégée au sein de la fibre optique par le procédé bien connu de réflexion totale interne (TIR - *Total Internal Reflection*) mis en évidence par les physiciens franco-suisses Jean-Daniel Colladon et Jacques Babinet en 1840 [9]. Ce piégeage optique de l'onde électromagnétique permet alors une transmission d'information et une interaction avec le milieu propagatif sur de grandes distances.

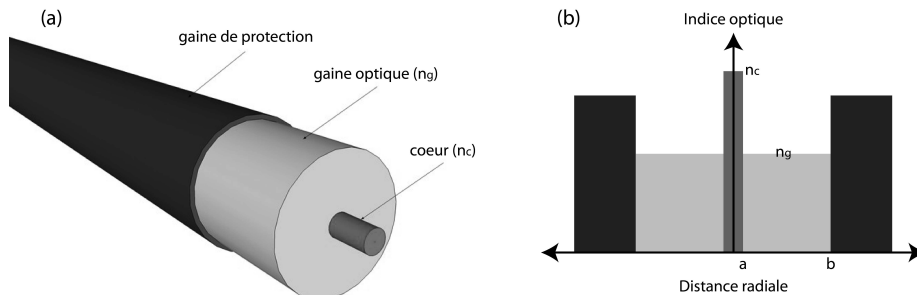


FIGURE 1.1 – Schéma d'une fibre optique classique selon une coupe transversale (a) et profil d'indice correspondant (b).

Dans la Fig. 1.1(a), nous présentons une vue classique d'une fibre optique. Le guidage est assuré par un saut d'indice optique suffisant entre le coeur et la gaine comme illustré dans la Fig. 1.1(b), où l'on présente une coupe transversale du profil d'indice de réfraction de la fibre.

L'onde ainsi piégée peut néanmoins se propager selon plusieurs modes transverses propres [10] présentés dans la Fig. 1.2. Aussi, il convient de distinguer deux catégories de fibres optiques : Les fibres optiques dites monomodes (SMF - *Single Mode Fiber*) qui ne supportent que la propagation du mode fondamental présenté en Fig. 1.2(a), et les fibres multimodes (MMF - *MultiMode Fiber*) dont le régime de propagation correspond à une superposition de plusieurs modes propres tels que vus dans la Fig. 1.2(b).

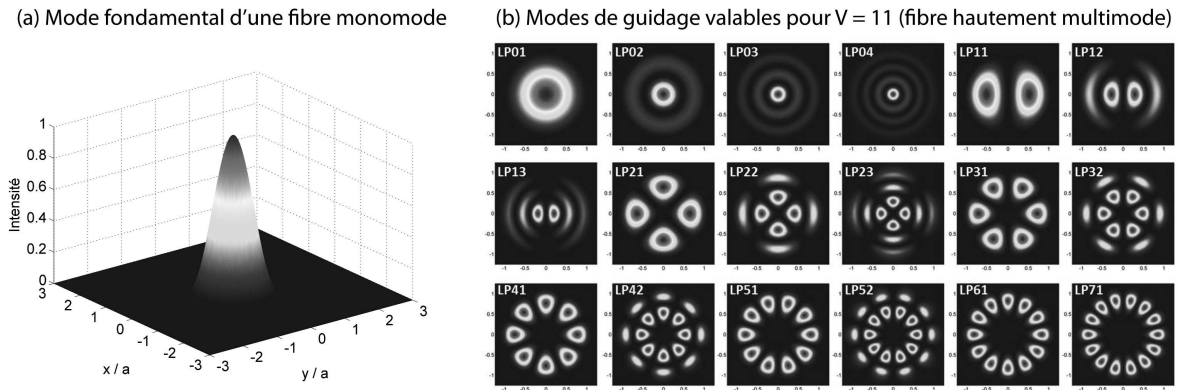


FIGURE 1.2 – *Profils spatiaux de guidages dans une fibre. (a) Mode de guidage fondamental (LP_{01}) obtenu dans une fibre purement monomode. (b) Modes de guidages d'ordres supérieurs obtenus dans une fibre possédant un paramètre de fréquence normalisée $V = 11$ (fibre hautement multimode)*

Le mode de guidage fondamental, généralement noté HE_{11} , est une solution hybride (non cylindrique symétrique) de l'équation d'onde vectorielle et possède un profil d'intensité radial quasi-gaussien [10]. Ce mode n'est en fait pas à strictement parler fondamental puisqu'il supporte deux modes de polarisations orthogonalement dégénérés. Néanmoins, lorsque la différence d'indice entre le coeur et la gaine est faible, une approximation valable consiste à considérer ce mode de guidage selon sa polarisation rectiligne selon un axe, noté LP_{01} (LP - *Linearly Polarized*). D'une manière plus générale, la distinction du type de guidage d'une fibre se fait par le calcul du paramètre de fréquence normalisé V donné par l'Eq. (1.1).

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_c^2 - n_g^2} \quad (1.1)$$

Ainsi, une fibre est considérée comme monomode lorsque la condition $V < 2.405$ est assurée [10]. La plupart des fibres optiques actuelles possèdent un coeur et une gaine qui sont tous les deux constitués de silice fondue (SiO_2) de haute pureté chimique. Aussi, la différence d'indice optique nécessaire au guidage de l'onde est obtenue par ajout de dopants à la Silice (tel que du Germanium, Titane...) ayant pour conséquence une différence d'indice relative faible $\Delta = (n_c - n_g)/n_c \sim 10^{-3}$.

Ainsi, le type de régime de guidage de la fibre est, pour une longueur d'onde donnée, intimement lié au diamètre de son cœur : Typiquement $8\ \mu\text{m}$ pour une fibre monomode silice standard (SMF-28) et $50\ \mu\text{m}$ pour une fibre multimode, en considérant une longueur d'onde $\lambda = 1550\ \text{nm}$. Il convient de noter que dans le cadre des applications télécoms, les fibres monomodes sont les plus couramment utilisées. Dans ce manuscrit, les fibres décrites et utilisées (bien que non destinées à des applications télécoms) seront considérées comme purement monomodes sauf exception explicitement spécifiée. D'une manière générale, le *profil transverse du mode de guidage* sera exprimé par la fonction $F(x, y)$ dont la largeur caractéristique varie en fonction de la longueur d'onde considérée [10].

1.1.2 Atténuation

Un facteur limitant à la transmission par fibre optique a pendant de nombreuses années été dû à de fortes pertes au sein de ces fibres. En effet, les premières fibres fabriquées par **Corning Glass Work** en 1970 [7] possédaient un coefficient d'atténuation de 20 dB/km. Depuis, de nombreux progrès ont été accomplis afin de réduire cet effet limitatif dont les causes principales sont présentées ci-dessous.

Diffusion Rayleigh

En dehors des régions spectrales présentant une forte absorption moléculaire, l'effet prédominant des pertes au sein d'une fibre optique correspond au phénomène de diffusion Rayleigh [11]. En effet, lorsqu'une onde électromagnétique se propage dans un milieu diélectrique, son interaction avec le nuage électronique des molécules provoque une polarisation de celui-ci (absorption partielle de son énergie) qui est réémise sous forme de rayonnement isotrope. On parle alors de diffusion dite *élastique* puisque l'énergie globale de l'onde est conservée. Néanmoins, le comportement isotrope du rayonnement diffusé introduit des pertes, notamment par rétrodiffusion, mais aussi parce qu'une partie du rayonnement réémis possède un angle trop important par rapport à l'axe de propagation de la fibre pour satisfaire à la condition de réflexion totale interne. Ainsi, une partie de la lumière n'est plus piégée et s'échappe dans la gaine de la fibre menant à une diminution globale de l'intensité lumineuse. Ce phénomène est relié linéairement à l'intensité incidente mais aussi à la longueur d'onde selon $I \sim I_0 \lambda^{-4}$. Ainsi, la proportion de lumière diffusée diminue fortement lorsque la longueur d'onde incidente augmente.

Absorption

D'autre part, un effet d'absorption moléculaire du milieu propagatif contribue aussi à l'atténuation de l'intensité lumineuse incidente. En effet, chaque matériau absorbe des rayonnements électromagnétiques qui sont propres aux fréquences d'excitation des molécules qui le constitue (spectre d'absorption). Ainsi, dans le cas des fibres optiques, on retrouvera principalement une forte absorption dans l'ultra-violet (UV) ainsi que dans l'infrarouge (IR) due à l'absorption *intrinsèque* de la silice. D'autre part, les impuretés présentes lors de la fabrication de la fibre ou les dopants ajoutés à la silice afin de modifier l'indice optique présentent eux aussi des pics d'absorption spécifiques dits *extrinsèques*. On peut ainsi noter la présence d'un important pic d'absorption vibrationnelle à 1383 nm

dû aux ions OH^- , inhérents à l'adsorption de la vapeur d'eau ambiante lors du procédé de fabrication.

Pertes globales

D'un point de vue global, les pertes sont généralement exprimées sous la la forme d'un coefficient d'atténuation α reliant la puissance transmise en sortie de fibre P_T à la puissance initiale d'entrée P_0 . Ainsi, les pertes étant uniformément réparties le long de la fibre, l'absorption est liée à la distance de propagation L et à α , donné en m^{-1} :

$$P_T = P_0 \exp(-\alpha L) \quad (1.2)$$

Dans la littérature ainsi que dans les références constructeur, ce coefficient d'atténuation est, la plupart du temps, donné en échelle logarithmique α_{dB} avec une unité en dB.km^{-1} :

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log \left(\frac{P_T}{P_0} \right) \quad (1.3)$$

Dans la Fig. 1.3, on présente la courbe d'atténuation d'une fibre standard en fonction de la longueur d'onde injectée.

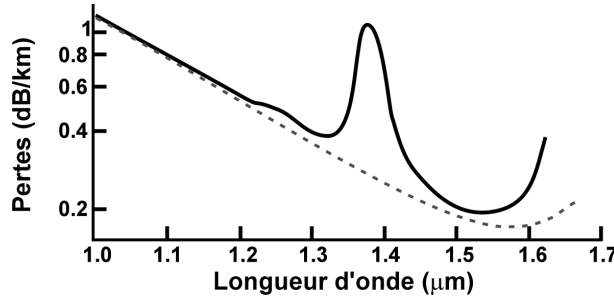


FIGURE 1.3 – Courbe d'atténuation d'une fibre silice monomode en fonction de la longueur d'onde. Les pertes totales sont données selon un ligne continue et les pertes par diffusion Rayleigh sont représentées par une ligne pointillée.

On voit alors très clairement que d'énormes avancées techniques durant les dernières décennies [9] ont permis de fortement réduire les pertes à seulement 0.2 dB.km^{-1} aux alentours de 1550 nm . On peut d'ailleurs noter que la fenêtre spectrale proche de ce minimum de pertes (Bande C : $1530 - 1565 \text{ nm}$) est à l'heure actuelle utilisée mondialement pour les transmissions télécoms.

On peut aussi remarquer, d'après la Fig. 1.3, que l'atténuation globale de la fibre varie de manière significative selon la longueur d'onde considérée. Néanmoins, et dans le cadre d'une onde quasi-monochromatique, on pourra s'affranchir de ce coefficient en effectuant une simple mise à l'échelle de la longueur d'interaction L sous la forme d'une longueur effective équivalente $L_{eff} = (1 - e^{-\alpha L}) / \alpha$ [12].

1.1.3 Dispersion

Lors de la propagation d'une onde lumineuse, un effet important provient de la dépendance de la réponse de cette onde en fonction du milieu de propagation. Il s'agit de la *dispersion* de l'onde électromagnétique. Cette propriété, due à une variation de l'indice optique (n), entraîne une variation de la vitesse relative de l'onde qui peut dépendre du mode de guidage considéré mais aussi et surtout de la réponse en fréquence de l'indice de réfraction de la fibre. On parle alors de dispersion *chromatique*. Nous détaillons ici succinctement les effets dispersifs inhérents à la propagation d'un champ dans une fibre optique.

Dispersion chromatique du matériau

Une contribution majeure au phénomène de dispersion au sein d'une fibre optique provient de la dépendance de la réponse du milieu en fonction de la fréquence d'excitation de l'onde lumineuse. Cette dispersion du matériau, dite chromatique, est due à l'interaction de l'onde électromagnétique avec les électrons liés du milieu propagatif diélectrique.

Dans le cas d'une fibre optique, la réponse de la silice dépend de la fréquence optique ν de l'onde qui s'y propage (généralement exprimée en terme de *pulsation* $\omega = 2\pi\nu = 2\pi c/\lambda$). En effet, une absorption partielle de l'onde électromagnétique sous forme d'excitation (oscillation) des électrons liés se produit par résonance de manière plus ou moins importante selon la fréquence de l'onde incidente [13]. L'indice de réfraction du milieu $n = c/v$ varie alors selon la fréquence de l'onde électromagnétique considérée selon l'équation de *Sellmeier* :

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2} \quad (1.4)$$

Dans ce cas, nous donnons dans le Tab. 1.1 les coefficients de ces résonances B_j ainsi que leurs longueurs d'onde propres $\lambda_j = 2\pi c / \omega_j$ [14].

$m = 3$	B_j	$\lambda_j [\mu m]$
j=1	0.6961663	0.0684043
j=2	0.4079426	0.1162414
j=3	0.8974794	9.896161

TABLE 1.1 – Coefficients de résonance de Sellmeier pour la silice valable dans la plage de longueurs d'onde 365 nm - 2.3 μm .

D'une manière générale, les effets de la dispersion chromatique sont pris en compte théoriquement par un développement en série de Taylor de la *constante propagation* $\beta(\omega) = \frac{\omega}{c}n(\omega)$ effectué autour de la fréquence centrale ω_0 tel que [12] :

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\beta_3}{6}(\omega - \omega_0)^3 + \dots + \frac{\beta_k}{k!}(\omega - \omega_0)^k \quad (1.5)$$

Dans ce cas, on pose alors $\beta_0 = \beta(\omega_0)$ et β_k décrit alors la dérivée d'ordre k de la constante de propagation par rapport à ω :

$$\beta_k = \left(\frac{\partial^k \beta}{\partial \omega^k} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (1.6)$$

Ainsi, le terme β_1 est équivalent à l'inverse de la *vitesse de groupe* v_g et relié à l'*indice de groupe* n_g tel que :

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{\partial n}{\partial \omega} \right) \quad (1.7)$$

De manière équivalente, la dispersion de la vitesse de groupe (GVD - *Group Velocity Dispersion*) est exprimée par la variable β_2 selon :

$$\beta_2 = \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} = \frac{1}{c} \left(2 \frac{\partial n}{\partial \omega} + \omega \frac{\partial^2 n}{\partial \omega^2} \right) \quad (1.8)$$

Ce paramètre s'annule ($\beta_2 = 0$) lorsque le champ incident possède une longueur d'onde λ_D dite de dispersion nulle (ZDW - *Zero Dispersion Wavelength*). D'un point de vue physique, la valeur de β_2 traduit la variation de la vitesse de groupe v_g entre deux longueurs d'onde différentes. Dans la littérature, on exprime souvent la dispersion du champ considéré selon le paramètre D :

$$D = \frac{\partial \beta_1}{\partial \lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (1.9)$$

Dans la Fig. 1.4, nous présentons l'indice de réfraction n et l'indice de groupe n_g ainsi que les paramètres de dispersion de la vitesse de groupe présentés en considérant une propagation dans la silice pure.

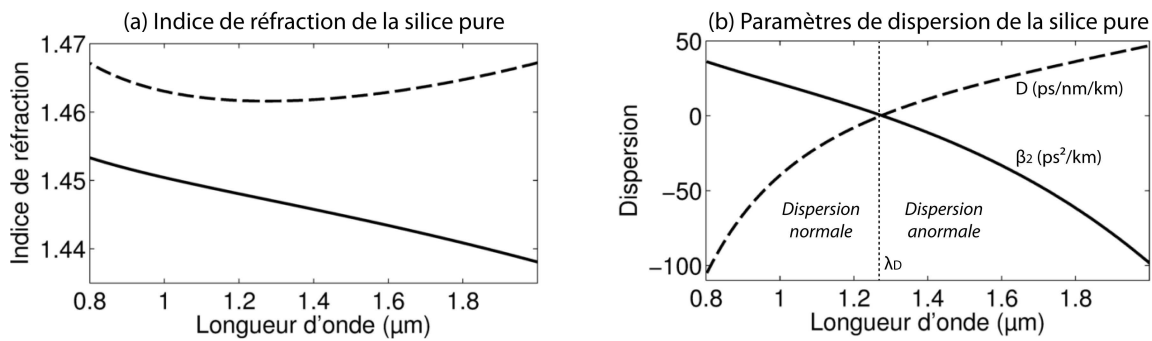


FIGURE 1.4 – (a) Courbe de variation d'indice optique n (ligne continue) et d'indice de groupe n_g (trait pointillé) de la silice. (b) Dispersion de la vitesse de groupe β_2 et paramètre de dispersion D correspondant.

On retrouve dans ce cas une longueur d'onde de dispersion nulle à $\lambda_D = 1270 \text{ nm}$. De plus, on peut identifier deux régimes de dispersion différents dépendant de la valeur de β_2 . Lorsque D est négatif ($\beta_2 > 0$), les hautes fréquences se déplacent plus lentement que les basses fréquences et on parle alors de régime de dispersion *normale*. D'autre part, lorsque

l'on retrouve une valeur de D positive ($\beta_2 < 0$), le phénomène contraire se produit et on observe les basses fréquences se propageant plus lentement que les hautes fréquences. On parle dans ce cas de dispersion *anormale*.

Dans la Fig. 1.4, nous avons présenté la dispersion chromatique due à la variation de l'indice de réfraction de la silice. Néanmoins, dans de nombreuses fibres optiques, le saut d'indice optique coeur-gaine est assuré par l'ajout de dopants dans le coeur de la fibre (Germanium...). Bien que le pourcentage global de ces dopants soit faible, on notera que les propriétés optiques de ceux-ci peuvent être très différents de ceux de la silice et ainsi induire d'importantes variations dans les caractéristiques de dispersion du matériau considéré et devront ainsi être pris en compte.

Dispersion du guide d'onde

Dans une fibre optique, une composante importante de la dépendance fréquentielle de l'indice optique provient d'une contribution du guide d'onde qui relève de la variation de la taille du mode de guidage selon la fréquence du champ considéré. En effet, les propriétés dispersives d'une fibre ne dépendent pas uniquement du matériau considéré mais aussi de la géométrie du guide d'onde introduisant une dispersion supplémentaire [10, 13].

Dans le cas d'une fibre optique à saut d'indice, l'onde électromagnétique est réfléchiée à l'interface coeur-gaine. Cependant, le diamètre du mode de guidage $F(x, y)$ dépend de la longueur d'onde considérée et toutes les longueurs d'onde ne sont pas réfléchies au même point de l'interface. Ce phénomène induit une dépendance en longueur d'onde du chemin optique parcouru par le champ et mène ainsi à un retard supplémentaire dû au guide d'onde.

Dans une fibre monomode standard, la contribution du guide à la dispersion est généralement largement inférieure à celle de la dispersion chromatique induite par le matériau. Néanmoins, la prise en compte de cet effet dispersif mène à un léger décalage de la longueur d'onde de dispersion nulle λ_D jusqu'à 1300 nm. En revanche, selon la conception de la fibre optique envisagée, la contribution du guide d'onde dans la dispersion totale peut devenir prédominante et ainsi permettre une ingénierie plus poussée de la dispersion totale. On peut notamment citer le décalage de la longueur d'onde de dispersion nulle vers 1550 nm obtenue pour une fibre à dispersion décalée (DSF - *Dispersion Shifted Fiber*) utilisée généralement pour la transmission de données dans la fenêtre télécom [9, 12]. On notera également les larges possibilités et la souplesse de l'ajustement de la dispersion obtenues lors de la conception des fibres à cristaux photoniques (PCF - *Photonic Cristal Fiber*) abordée dans la seconde partie de ce chapitre.

D'un point de vue mathématique, l'ajout de la contribution du guide d'onde se fait en remplaçant l'indice de réfraction n par un indice de réfraction effectif n_{eff} . Ainsi, l'approche en série de Taylor de la constante de propagation sera considérée de manière équivalente dans les Eqs. (1.5)-(1.9) en posant la constante de propagation totale $\beta(\omega)$ telle que :

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c} n_{eff}(\omega) \quad (1.10)$$

Dispersion des modes de guidage

On peut aussi noter que la vitesse de groupe de l'onde dépend du mode de guidage de la fibre (modes propres). Il existe alors une dispersion dite *intermodale*. Cette dispersion des modes de guidage a, dans notre cas, très peu d'intérêt étant donné que l'on considère des fibres optiques purement monomodes ne supportant que le mode de propagation fondamental. Néanmoins, on se doit de relever que même le mode fondamental possède deux modes de guidage orthogonaux et dégénérés. Aussi, une variation dans la symétrie cylindrique de la fibre ou une tension anisotropique exercée sur celle-ci peuvent avoir comme conséquence une levée de dégénérescence des modes, et donc une variation dans l'indice optique de chaque axe de polarisation propre de la fibre (on parle communément d'axes lents et rapides). Cette approche nécessite généralement une résolution vectorielle du système selon les deux axes propres de polarisations [10]. Cependant, dans le cas d'un faible degré de biréfringence modale $B_m = |n_x - n_y|$, les effets peuvent généralement être considérés comme négligeables car associés à des longueurs de battements de polarisation L_B relativement importantes.

Dans le cadre de fibres quasiment cylindriques, de faible longueurs, ou de fibres à maintien de polarisation (PMF - *Polarization Maintaining Fiber*), on peut globalement s'affranchir des effets de la biréfringence de la fibre [12] et considérer une approche purement scalaire pour modéliser la propagation d'une onde lumineuse dans une fibre monomode. C'est cette approche qui sera mise en oeuvre dans ce mémoire.

Dispersion globale

Dans le cas d'un champ se propageant dans une fibre monomode, on ne prendra en compte que la contribution du matériau et du guide d'onde en considérant l'indice effectif du guide n_{eff} avant l'expansion en série de Taylor de la constante de propagation donnée par l'Eq. (1.5). Dans la suite de ce manuscrit, nous considérerons ainsi systématiquement l'indice de réfraction effectif total dans les calculs de dispersion. Néanmoins, afin de simplifier le formalisme mathématique, l'indice effectif sera noté n de telle sorte que $n_{eff} \rightarrow n$.

1.2 Fibres à cristaux photoniques

Comme cela a été mentionné précédemment, la structure de la fibre optique utilisée pour la propagation d'un champ électromagnétique peut avoir une influence très importante sur le régime de guidage et les caractéristiques propagatives qui en découlent. Les *fibres à cristaux photoniques* en sont un parfait exemple. Celles-ci, aussi appelées fibres microstructurées, sont inspirées par les cristaux photoniques et basées sur l'arrangement périodique d'une structure particulière au sein même de la fibre. De cette manière, le contrôle de la structure permet d'aborder une multiplicité de régimes de guidage et notamment le développement de fibres monomodes sur une large plage de longueurs d'onde et possédant un mode fondamental plus confiné que les fibres classiques à saut d'indice [15].

1.2.1 Principe

L'idée initiale de structuration de fibres optiques fut abordée par Philip St. J. Russell en 1991 en proposant l'utilisation d'une fibre à coeur creux entouré d'une structure périodique de trous microscopiques. Dès 1996, cette approche fut vérifiée expérimentalement par cette même équipe avec la première fabrication d'une fibre microstructurée présentant une structure périodique mais comportant un coeur solide en silice en raison des limitations technologiques liées à la fabrication [16]. Depuis ces études pionnières, de nombreux travaux ont été menés afin de répondre aux besoins académiques mais aussi industriels. Aussi, une grande diversité des structures envisagées et de leurs conception a permis l'obtention d'un large éventail de PCF dont quelques exemples disponibles commercialement sont présentés dans la Fig. 1.5.

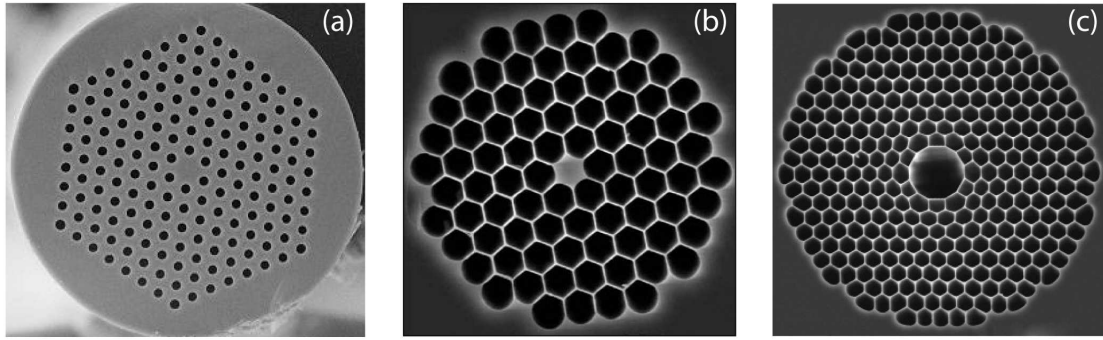


FIGURE 1.5 – Exemples de fibres à cristaux photoniques (PCF) disponibles commercialement et possédant une structure air-silice à arrangement périodique (vues selon une coupe transversale). (a) PCF à coeur solide de diamètre $10\ \mu\text{m}$ et de structure hexagonale classique. (b) PCF à coeur solide de diamètre $2\ \mu\text{m}$ et de structure hexagonale de type nid d'abeille. (c) PCF à coeur creux de $5\ \mu\text{m}$ pour un guidage par bandes interdites.

D'un point de vue général, il est possible de distinguer les PCF selon deux grandes catégories associées à des régimes de propagation distincts. Les fibres présentant un coeur creux au centre de la structure périodique tel qu'illustré dans la Fig. 1.5(c) possèdent un régime de guidage basé sur un effet de bandes interdites photoniques (PBG - *Photonic Band Gap*). Ce régime de guidage repose sur l'interférence des réflexions multiples ayant lieu aux différentes interfaces air-silice de la structure périodique de la fibre [17, 18]. Les applications de ces PCF sont nombreuses, notamment pour le piégeage de particules ou de nouvelles approches dans la détection optique et l'optique non-linéaire [19].

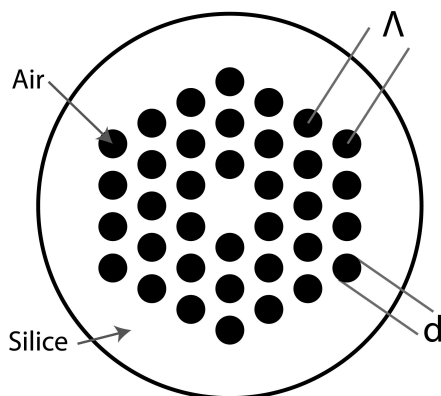
Dans le contexte de la génération de supercontinuum optique, nous nous intéressons plus particulièrement aux PCF présentant un coeur solide au centre de la structure périodique tels que présentés dans les Figs. 1.5(a-b). Dans ce cas, la région centrale en silice est entourée d'une structure périodique de trous d'airs qui assure un guidage optique par un phénomène de réflexion totale interne modifiée. D'une manière simpliste, on peut envisager cette fibre comme une structure à saut d'indice dont le coeur en silice possède un indice supérieur à l'indice "moyen" de la structure périodique alentour (constituée de trous d'airs au sein d'une matrice de silice).

Les PCF à coeur solide offrent de nombreux avantages par rapport aux fibres conventionnelles. En effet, bien que le régime de guidage repose globalement sur les mêmes mécanismes physiques, la structuration du guide d'onde propose de nouveaux degrés de libertés et donc la possibilité de concevoir des fibres avec des propriétés de guidage optique nouvelles [20].

Cette modification des propriétés de guidage peut alors être fortement liée à la forte différence d'indice optique entre la silice et l'air (comparativement à celui obtenu entre le coeur et la gaine d'une fibre optique conventionnelle). L'un des apports parmi les plus notables est de permettre un décalage de la longueur d'onde de dispersion nulle de manière beaucoup plus importante que pour une fibre conventionnelle à saut d'indice.

Afin d'illustrer notre propos, nous présentons dans la Fig. 1.6(a) un schéma de coupe transverse d'une PCF à coeur solide présentant une structure hexagonale typique de ce type de fibre [16].

(a) Schéma en coupe d'une PCF hexagonale



(b) Mode de guidage diffracté à la sortie d'une PCF

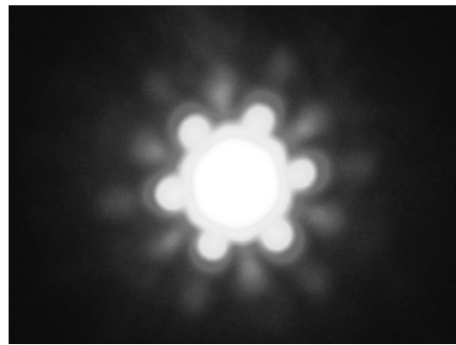


FIGURE 1.6 – (a) Schéma en coupe d'une PCF à coeur solide de structure hexagonale. Les paramètres de guidages sont déterminés par le type de structure ainsi que par l'arrangement périodique dépendant du diamètre des trous d'airs (d) ainsi que par la période spatiale de ces trous (Λ). (b) Photographie du mode de guidage en sortie d'une PCF à coeur solide. L'arrangement hexagonal diffracte le mode de guidage fondamental mettant en lumière la structure périodique hexagonale de la PCF.

Ainsi, on peut lors de la conception de la PCF fixer les paramètres principaux de la structure périodique (dans les limites technologiques de fabrication). Dans ce cas, les deux paramètres critiques sont en fait le diamètre des trous d'airs (noté d) et l'espacement entre ces trous déterminant la période spatiale de la structure (*pitch* - noté Λ). De cette manière, la modification appropriée des paramètres de la microstructure de la gaine permet ainsi de modifier les caractéristiques de dispersion et de confinement du mode de guidage présenté dans la Fig. 1.6(b).

1.2.2 Fabrication

Alors que les possibilités théoriques sont importantes pour ces PCF, la conception se heurte aux limites des procédés de fabrication disponible. La structure périodique de la PCF finale est en fait générée à l'échelle macroscopique en tant que préforme. Pour cela, une première méthode consiste au perçage d'une matrice de trous dans du verre de silice. Néanmoins, une technique couramment employée réside dans l'empilement de capillaires de verre afin d'obtenir la structure souhaitée puis son échauffement pour générer une préforme massive. Dans un second temps, la préforme est chauffée au-delà de son point de transition vitreuse et l'on procède à un étirage contrôlé de manière à obtenir la réduction d'échelle désirée de la structure [21]. Ce procédé, dit de *Stack and Draw* (empiler et étirer), est présenté schématiquement dans la Fig. 1.7.

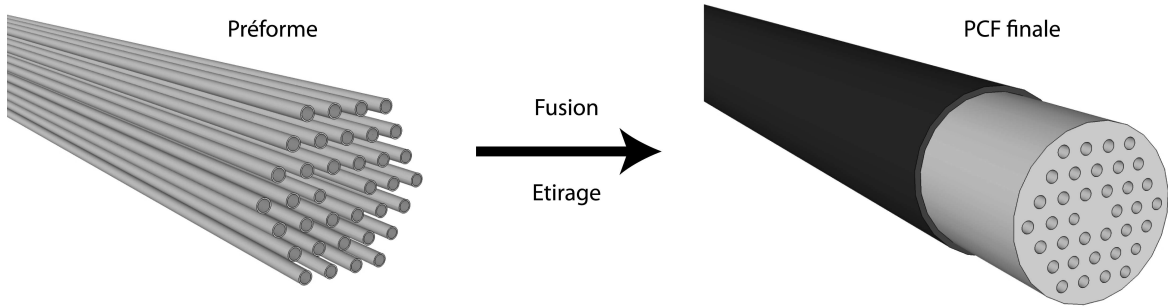


FIGURE 1.7 – Principe de fabrication d'une PCF selon le procédé *Stack and Draw*.

1.2.3 Avantages et spécificités des fibres de nouvelle génération

Même si les procédés de fabrication ont leurs limites technologiques, de nombreuses PCF peuvent ainsi être créées en jouant sur le type de structure et ses paramètres de périodicité [22, 23]. On remarquera notamment que l'augmentation du rapport d/Λ mène à une augmentation du paramètre de dispersion D . Selon cette approche, l'ajustement des paramètres de la structure a permis la conception de fibres possédant une longueur de dispersion nulle s'étendant sur la plage 500 - 1500 nm [20, 24]. Notons aussi la possibilité d'obtenir des PCF présentant une dispersion totale faible sur une large gamme spectrale ou plusieurs longueurs d'onde de dispersion nulle [25–28].

D'autre part, l'optimisation des paramètres de la structure peut permettre une diminution de la zone équivalente au cœur de la fibre. Il s'agit d'une caractéristique clé puisque l'aire effective du mode guidé peut alors être fortement diminuée et ainsi permettre un meilleur confinement spatial de la puissance optique au sein du matériau [24]. De cette manière, le confinement de l'onde électromagnétique sur une aire effective réduite augmente l'intensité lumineuse locale au sein du cœur et il est alors possible d'améliorer la non-linéarité Kerr des PCF de plusieurs ordres de grandeur par rapport à une fibre standard.

La modification conjointe de ces deux effets (décalage de la longueur d'onde de dispersion nulle et augmentation de la non-linéarité) font des PCF un candidat idéal pour l'étude de processus non-linéaires variés [29, 30] tels que la génération de spectres à large bande [31] (supercontinuum optique) qui sera abordé dans le chapitre 2. De plus, un avantage certain des PDF consiste en la possibilité d'obtenir un guidage monomode sur une large plage de longueurs d'onde.

Les autres types de fibres hautement non-linéaires

Dans la suite de ce mémoire, nous aborderons de manière plus poussée les différents effets non-linéaires prenant part à la propagation du champ électromagnétique dans une fibre optique. Ces effets sont clairement proportionnels à la puissance instantanée de l'onde incidente et peuvent être améliorés ou diminués par l'utilisation d'une source optique impulsionnelle appropriée de durée et/ou de puissance crête variable. Cependant, les effets non-linéaires restent en grande partie liés aux propriétés du guide d'onde. On retrouve alors plusieurs possibilités afin d'augmenter la non-linéarité de la fibre.

La première consiste à un meilleur confinement du mode de guidage de la fibre tel que présenté dans le cas des PCF. D'autres structures peuvent elles aussi connaître une diminution de l'aire effective du mode de guidage. On retrouve ainsi la possibilité d'effectuer une réduction longitudinale et progressive du diamètre de la fibre par étirage contrôlé [32, 33]. On parle alors de *taper* optiques. Dans cette lignée, on peut aussi noter l'apparition dès 2003 de nouveaux guides d'ondes sous la forme de nanofils de silice [34].

D'autre part, il est aussi possible d'améliorer la non-linéarité par l'utilisation de matériaux dopants qui mènent à une réduction de la largeur caractéristique du profil transverse du mode de guidage par un saut d'indice plus élevé entre le cœur et la gaine de la fibre [35, 36]. Ainsi, dans de nombreux cas, on utilisera des dopants afin d'augmenter l'indice du cœur (dérivés de Germanium, Phosphore...) et de diminuer conjointement l'indice de la gaine (dérivés de Bore, Fluor...). Ces fibres hautement non-linéaires (HNLF - *Highly NonLinear Fiber*) conventionnelles présentent alors une forte non-linéarité ainsi qu'une dispersion généralement nulle (et potentiellement plate) aux environs de 1550 nm [37].

1.3 Propagation non-linéaire

Comme nous l'avons vu précédemment, la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu impose une oscillation des électrons liés induisant ainsi une polarisation du milieu $\vec{P}(\vec{r}, t)$. Dans le contexte d'un champ de faible puissance, la polarisation induite est alors essentiellement proportionnelle au champ et l'interaction entre la lumière et la matière peut être considérée comme linéaire donnant alors lieu à des effets tels que la réfraction, l'absorption et la diffusion.

Lors de l'utilisation de fibres à modes confinés (PCF, HNLF...) ou de sources lasers possédant d'importantes puissances crêtes, le champ peut alors être considéré comme localement intense et la réponse du milieu n'est plus uniquement proportionnelle au champ. La polarisation induite est une fonction non-linéaire de l'excitation, résultant en une large variété de phénomènes optiques qui seront succinctement détaillés dans la partie 1.5.

1.3.1 Équation d'onde

Lorsque l'on considère un champ électrique $\vec{E}(\vec{r}, t)$ orienté selon $\vec{r}$, on peut utiliser les équations de Maxwell afin d'obtenir l'équation d'onde gouvernant l'évolution de ce champ dans un milieu sans charges ni courants libres [38] :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (1.11)$$

Dans l'Eq. (1.11), la constante μ_0 correspond alors à la perméabilité magnétique du vide et c est la vitesse de la lumière dans le vide (299 792 458 m/s).

Approche perturbative de la polarisation totale

D'un point de vue général, l'évaluation de $\vec{P}(\vec{r}, t)$ d'une manière rigoureuse devrait nécessiter une approche quantique. Néanmoins, dans des conditions d'excitations à des longueurs d'onde optiques loin des fréquences de résonances du milieu (0.4 - 2 μm), on peut généralement considérer une approche phénoménologique pour décrire la polarisation du milieu [12]. Ainsi, la polarisation induite $\vec{P}(\vec{r}, t)$ lors de la propagation du champ peut alors être obtenue sous la forme d'une expansion en série de puissance k du champ électrique $\vec{E}(\vec{r}, t)$:

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \sum_{k=1}^{\infty} \chi^{(k)} \vec{E}(\vec{r}, t)^k \quad (1.12)$$

$$= \vec{P}^{(1)}(\vec{r}, t) + (\vec{P}^{(2)}(\vec{r}, t) + \vec{P}^{(3)}(\vec{r}, t) + \dots) \quad (1.13)$$

$$= \vec{P}_L(\vec{r}, t) + \vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) \quad (1.14)$$

On retrouve alors la constante de permittivité diélectrique du vide ϵ_0 tel que $\mu_0 \epsilon_0 = c^{-2}$ ainsi que l'expression du tenseur de rang k de la susceptibilité diélectrique du milieu $\chi^{(k)}$ [38]. Par identification, il est alors aisé de décomposer cette expression de la polarisation selon une contribution linéaire $\vec{P}_L(\vec{r}, t)$ et non-linéaire $\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t)$. On notera néanmoins que cette expansion n'est possible qu'en considérant un régime dit *perturbatif* où l'intensité lumineuse est inférieure à 10^{13} W/cm^2 . Dans ce régime, le champ incident est largement inférieur au champ de Coulomb atomique et ne perturbe alors que faiblement les états atomiques [39].

Approche de champ scalaire selon une décomposition *enveloppe - porteuse*

Afin de simplifier les conditions d'évolution du champ dans une fibre monomode, on considère un champ électrique se propageant vers l'avant selon l'axe $\vec{z}$ et comportant une polarisation rectiligne selon l'axe $\vec{x}$:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \vec{x} \left\{ F(x, y) A(z, t) e^{i\beta_0 z - i\omega_0 t} + c.c. \right\} \quad (1.15)$$

Dans l'Eq. (1.15), on décompose le champ $\vec{E}(\vec{r}, t)$ selon une combinaison enveloppe-porteuse [12] telle que $F(x, y)$ corresponde à la distribution transverse du mode fondamental, β_0 à la constante de propagation à la fréquence de la porteuse ω_0 et *c.c.* fait alors référence au complexe conjugué. D'autre part, $A(z, t)$ décrit l'enveloppe temporelle lentement variable par rapport à la période optique et normalisée telle que $|A(z, t)|^2$ mène à la puissance instantanée en W. D'une manière équivalente, $\tilde{A}(z, \omega - \omega_0)$ correspond à l'enveloppe spectrale complexe obtenue par transformée de Fourier de $A(z, t)$. On notera aussi que l'enveloppe temporelle $A(z, t)$ pourra être associée avec un nombre important de composantes spectrales séparées. Ainsi, bien que le choix de la fréquence de référence ω_0 dans la décomposition du champ soit largement arbitraire, il est néanmoins judicieux de sélectionner celle-ci dans le voisinage des structures spectrales prédominantes. Cette approche scalaire n'est bien entendu valable que lors de propagation dans une fibre à maintien de polarisation avec un champ polarisé de manière rectiligne. Cependant, dans le contexte de la propagation d'un champ monomode dans une fibre présentant une symétrie de révolution, la distribution du mode transverse $F(x, y)$ présente une symétrie de révolution et le phénomène de biréfringence peut généralement être négligé.

Polarisation linéaire et non-linéaire

Compte tenu de cette approximation, on peut alors réécrire l'Eq. (1.14) décrivant la polarisation du milieu de manière simplifiée :

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \vec{x} \left\{ F(x, y) P(z, t) e^{i\beta_0 z - i\omega_0 t} + c.c. \right\} \quad (1.16)$$

En considérant l'évolution du champ dans un milieu centrosymétrique comme la silice amorphe, les tenseurs d'ordres pairs tels que $\chi^{(2)}$ possèdent une symétrie d'inversion et la polarisation résultante $\vec{P}^{(2)}(\vec{r}, t)$ est alors nulle [38]. De plus, l'importance de la contribution de chaque ordre de polarisation décroît fortement avec k de telle sorte que, dans la silice, on peut généralement restreindre la polarisation globale aux contributions des termes des tenseurs $\chi^{(1)}$ et $\chi^{(3)}$.

D'autre part, il convient de noter que pour un champ polarisé rectilignement selon $\vec{x}$, les produits vectoriels donnés par l'Eq. (1.14) ne concernent qu'un élément du tenseur tel que $\chi_{xxxx}^{(3)}$ soit la seule contribution de $\chi^{(3)}$. A partir des approximations précédentes, les polarisations linéaires et non-linéaires peuvent s'écrire :

$$P_L(z, t) = \epsilon_0 \chi_{xx}^{(1)} A(z, t) \quad (1.17)$$

$$P_{NL}(z, t) = \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} |A(z, t)|^2 A(z, t) \quad (1.18)$$

Concernant la polarisation non-linéaire P_{NL} , on notera que le terme inhérent à la génération de troisième harmonique de fréquence $3\omega_0$ est ici négligé étant donné que l'accord de phase avec l'onde pompe ω_0 est généralement négligeable lors de la propagation guidée dans des fibres optiques [12].

Indice de réfraction total

A partir de l'Eq. (1.18), on retrouve la polarisation scalaire totale $P(z, t)$ telle que :

$$P(z, t) = \epsilon_0 \chi_{xx}^{(1)} + \left(\frac{3}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} |A(z, t)|^2 \right) A(z, t) \quad (1.19)$$

On peut alors utiliser l'équation de Maxwell décrivant le déplacement électrique D en fonction d'un champ E et de sa polarisation induite P selon [38] :

$$D = \epsilon E = \epsilon_0 \epsilon_R E \quad (1.20)$$

$$D = \epsilon_0 E + P \quad (1.21)$$

Dans ce cas, on prend les Eqs. (1.18)-(1.19) afin d'identifier la permittivité relative ϵ_R :

$$n^2 = \epsilon_R = 1 + \chi_{xx}^{(1)} + \left(\frac{3}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} |A(z, t)|^2 \right) \quad (1.22)$$

$$= \epsilon_L + \epsilon_{NL} \quad (1.23)$$

Ainsi, on peut extraire la contribution linéaire ϵ_L et non-linéaire ϵ_{NL} dans la permittivité relative totale :

$$\epsilon_L = 1 + \chi_{xx}^{(1)} \quad (1.24)$$

$$\epsilon_{NL} = \frac{3}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} |A(z, t)|^2 \quad (1.25)$$

Aussi, en traitant le terme non-linéaire comme une faible perturbation comparée à la composante linéaire ϵ_L [12, 38, 40], on obtient, après expansion des parties imaginaires et réelles de ϵ_R :

$$n_{tot}(\omega, |A|^2) = n_L(\omega) + n_2 |A|^2 \quad (1.26)$$

$$\alpha_{tot}(\omega, |A|^2) = \alpha_L(\omega) + \alpha_2 |A|^2 \quad (1.27)$$

Selon ces équations, on retrouve à la fois une dépendance fréquentielle dans l'absorption α_{tot} et l'indice de réfraction n_{tot} mais aussi une variation de ces indices en fonction de l'intensité du champ $|A|^2$. Les contributions linéaires n_L et α_L correspondent respectivement aux indices de réfraction et d'absorption vues dans la partie précédente. Ceux-ci peuvent être identifiés par les relations de Kramers-Krönig [12] reliant les parties imaginaires et réelles de $\chi_{xx}^{(1)}$ selon :

$$n_L(\omega) = n_{eff}(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \text{Re} [\chi_{xx}^{(1)}] \quad (1.28)$$

$$\alpha_L(\omega) = \alpha = \frac{\omega}{n_{LC}} \text{Im} [\chi_{xx}^{(1)}] \quad (1.29)$$

D'une manière équivalente, les contributions non-linéaires peuvent être aussi identifiées dans les équations vues précédemment selon :

$$n_2 = \frac{3}{8n_L} \text{Re} [\chi_{xxxx}^{(3)}] \quad (1.30)$$

$$\alpha_2 = \frac{3\omega_0}{4n_L c} \text{Im} [\chi_{xxxx}^{(3)}] \quad (1.31)$$

La variation de l'indice optique totale n_{tot} selon l'intensité du champ proportionnel à n_2 décrit ici l'effet Kerr optique [41]. Il s'agit d'une auto-action d'une onde sur elle même et ne nécessite pas de condition d'accord de phase spécifique. D'autre part, le terme α_2 fait ici référence au coefficient d'absorption à deux photons. Ce dernier étant généralement faible dans la silice, il sera négligé dans la suite de cette étude [12].

Enfin, si l'on considère les valeurs caractéristiques des indices de la silice ($n_L = 1.46$ et $n_2 = 2.6 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$) ainsi qu'une intensité optique proche du seuil de dommage de la fibre ($I \sim 10^{17} \text{ W/m}^2$), on obtient une contribution non-linéaire relative $n_2 I / n_L \approx 10^{-3}$ [12]. Ce rapport de plusieurs ordres de grandeur vérifie la faible contribution de l'indice non-linéaire et souligne ainsi la validité d'une approche perturbative de la polarisation non-linéaire. Néanmoins, étant donné le fort confinement du champ dans le coeur de la fibre ainsi que d'importantes distances d'interactions potentielles, ce terme ne pourra pas être négligé dans une approche rigoureuse de la propagation d'un champ intense. D'autre part, on considérera que l'indice non-linéaire n_2 est indépendant de la fréquence, approximation qui se trouve être valide aux fréquences optiques considérées se trouvant généralement loin des fréquences de résonance de la silice [12].

Réponse non-linéaire totale

Dans l'approche précédente, nous avons par souci de simplicité considéré une polarisation non-linéaire induite de manière instantanée par l'interaction de la lumière avec la matière [41]. En fait, d'un point de vue rigoureux, il convient de considérer une réponse du milieu selon plusieurs échelles de temps [42]. En effet, lors de la propagation d'un champ, la formation de dipôles s'effectue d'une part par un déplacement des électrons liés, mais aussi par un déplacement des noyaux constitutifs du milieu de propagation [43, 44]. Cette vibration moléculaire induite par le déplacement des noyaux (aussi appelé *effet Raman*) s'effectue elle aussi de manière non-linéaire mais avec une réponse temporelle beaucoup plus lente ($\sim 60 \text{ fs}$) que celle des électrons [45]. Ce phénomène sera décrit plus en détail dans la suite de ce chapitre. Néanmoins, il convient de noter que la réponse non-linéaire du milieu sous l'action d'une onde électromagnétique se devra d'être intégrée dans le temps afin de prendre en compte toutes les contributions temporelles de la polarisation non-linéaire induite. Ainsi, l'indice non-linéaire n_2 pourra, selon les définitions et les méthodes de mesures expérimentales du $\chi^{(3)}$ employées, s'exprimer selon $n_2 = \frac{1}{2n_L} \text{Re} [\chi_{xxxx}^{(3)}]$. Dans ce cas, on retrouve dans la silice une valeur $n_2 \approx 2.6 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ et l'expression de l'indice non-linéaire globale est établie par l'Eq. (1.32) :

$$n_2 = n_{2(0)} + n_{2(R)} = n_2(1 - f_R) + n_2 f_R \quad (1.32)$$

D'après cette équation, on retrouve les contributions de l'effet Kerr instantané $n_{2(0)}$ et de l'effet Raman retardé $n_{2(R)}$ dans l'amplitude de réponse non-linéaire globale n_2 . La proportion respective de chacun de ces effets est donnée par la *fraction de réponse Raman* $f_R = 0.18$. D'un point de vue temporel, la réponse non-linéaire totale $R(t)$ sera intégrée en fonction du temps t selon :

$$R(t) = (1 - f_R) \delta(t) + f_R h_R(t), \quad (1.33)$$

Dans ce cas, on retrouve la contribution instantanée de l'effet Kerr modélisée par une fonction de Dirac $\delta(t)$ ainsi que la réponse Raman retardée $h_R(t)$ qui sera décrit dans la suite de ce manuscrit comme présentant une oscillation amortie sur plusieurs centaines de fs.

1.4 Équation de propagation de l'enveloppe lentement variable

Lorsque le champ initial peut être correctement approximé par une enveloppe lentement variable comparativement à la porteuse optique, on peut alors procéder à un développement complet de l'équation d'enveloppe non-linéaire. Alors qu'une approche dans le domaine fréquentiel peut être envisagée [46, 47], nous présentons ici un développement dans le domaine temporel communément employée dans la littérature [12, 48, 49].

Dans ce cas, nous procédons à un changement de variable temporelle $T = t - \beta_1 z$ afin que le champ se propage dans un référentiel temporel mobile retardé évoluant à la vitesse de groupe v_g de la fréquence de référence ω_0 .

1.4.1 Équation de Schrödinger non-linéaire généralisée

A partir de ces normalisations et changements de variables, l'équation non-linéaire d'enveloppe obtenue pour modéliser les effets vus précédemment est donnée par [12, 49, 50] :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A - \hat{D}' A = i\gamma_{NL} \left(1 + i\tau_{shock} \frac{\partial}{\partial T} \right) \left(A(z, T) \int_{-\infty}^{+\infty} R(T') \times |A(z, T - T')|^2 dT' \right) \quad (1.34)$$

L'Eq. (1.34) est communément appelée *Équation de Schrödinger Non-Linéaire (ESNL) généralisée* étant donné l'inclusion de termes correctifs à l'*Équation de Schrödinger Non-Linéaire standard*. Ainsi, on peut noter la modélisation des effets linéaires dans la partie gauche de l'équation où l'on identifie l'opérateur dispersion $\hat{D}'$ donné par l'Eq. (1.35) ainsi que le coefficient d'absorption linéaire α dont la dépendance en fréquence est ici négligée.

$$\hat{D}' = \sum_{k \geq 2} \frac{i^{k+1}}{k!} \beta^k \frac{\partial^k}{\partial T^k} \quad (1.35)$$

Dans l'Eq. (1.35), relative à la dispersion totale de la fibre, on retrouve ainsi $\beta_k = \left(\frac{\partial^k \beta}{\partial \omega^k} \right)_{\omega=\omega_0}$ décrivant la dérivée d'ordre k de la constante de propagation par rapport à ω vu dans l'Eq. (1.6).

Dans la partie droite de l'ESNL généralisée, on peut identifier les effets non-linéaires mis en jeu lors de la propagation dans une fibre. Dans ce cas, la magnitude de ces effets est déterminée par le *coefficient non-linéaire* γ_{NL} selon :

$$\gamma_{NL} = \gamma_{NL}(\omega_0) = \frac{\omega_0 n_2}{c A_{eff}(\omega_0)} \quad (1.36)$$

On voit alors que la non-linéarité intrinsèque du guide d'onde dépend, au-delà de l'indice non-linéaire du matériau n_2 , de la fréquence de porteuse optique ω_0 ainsi que de l'*aire effective du mode guidé* A_{eff} . L'aire effective du mode de propagation de la fibre peut être calculée selon l'Eq. (1.37) à partir de la distribution transverse du mode de guidage dans le domaine fréquentiel $\tilde{F}(x, y, \omega)$:

$$A_{eff}(\omega) = \frac{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{F}(x, y, \omega)|^2 dx dy \right)^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{F}(x, y, \omega)|^4 dx dy} \quad (1.37)$$

D'après l'Eq. (1.36), on peut noter que le coefficient non-linéaire γ_{NL} est constant et calculé à la fréquence de référence ω_0 . Néanmoins, ce paramètre possède clairement une dépendance en fréquence de même que la variable d'aire effective qui le constitue. Pour pallier cette approximation, l'ESNL généralisée prend en compte un développement en série de Taylor de γ_{NL} jusqu'au premier ordre autour de ω_0 . Le résultat de cette expansion mène à l'obtention d'un *terme de choc optique* τ_{shock} afin de prendre en considération la dispersion de la non-linéarité en fonction de ω :

$$\tau_{shock} = \tau_0 - \left\{ \frac{\partial [\ln A_{eff}(\omega)]}{\partial \omega} \right\}_{\omega=\omega_0} \quad (1.38)$$

Ce paramètre, donné dans l'Eq. (1.38), comporte un terme de choc optique simplifié $\tau_0 = 1/\omega_0$ ainsi que la dépendance fréquentielle de l'aire effective qui peut, dans certaines conditions, être négligée dans l'équation de propagation [44, 50, 51].

Finalement, on observe dans l'ESNL généralisée l'inclusion de la réponse non-linéaire totale $R(T')$ prenant en considération la réponse non-linéaire instantanée par effet Kerr ainsi que la réponse Raman retardée présentant une dépendance temporelle T' telle que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(T') \times |A(z, T - T')|^2 dT' = (1 - f_R) |A(z, T)|^2 + f_R \int_{-\infty}^{+\infty} h_R(T') |A(z, T - T')|^2 dT' \quad (1.39)$$

Dans l'Eq. (1.39), on fixe la fraction de réponse Raman $f_R = 0.18$ et la fonction de réponse Raman temporelle $h_R(T')$ sera explicitée plus en détail dans la partie 1.5.2. Notons que dans la littérature, le coefficient non-linéaire γ_{NL} est généralement noté γ . Dans ce manuscrit, nous n'utiliserons pas ce formalisme afin d'éviter une redondance dans les notations utilisées dans les chapitres suivants.

1.4.2 Les types d'enveloppes d'impulsions

D'un point de vue général, on utilise deux principales formes d'enveloppes d'impulsions initiales A comportant une puissance crête P_0 . On distingue ainsi les impulsions de type *gaussienne* et de type *sécante hyperbolique*.

Impulsion Gaussienne

Une impulsion gaussienne possède une enveloppe de la forme :

$$A_{Gauss}(z = 0, T) = \sqrt{P_0} \exp\left(\frac{-T^2}{2T_0^2}\right) \quad (1.40)$$

Dans ce cas, le paramètre T_0 correspond à la demi-largeur obtenue au point d'intensité $1/e$. Dans la littérature, ainsi que dans nombreux systèmes de mesures, on utilise plutôt une caractérisation de la durée de l'impulsion par sa largeur totale à mi-hauteur T_{FWHM} (FWHM - *Full Width at Half Maximum*). Pour une impulsion gaussienne, on obtient $T_{FWHM} = 2\sqrt{\ln 2} T_0 \approx 1.665 T_0$. Ce profil d'impulsion est obtenu dans un nombre importants de lasers à verrouillage de modes actifs.

Impulsion sécante hyperbolique

Dans le contexte de lasers à verrouillage de modes passifs (généralement basés sur l'utilisation d'un absorbant saturable) ou lorsque l'on considère des solitons (présentés plus loin dans ce chapitre), l'impulsion possède plutôt la forme d'une sécante hyperbolique dont l'équation d'enveloppe est donnée par l'Eq. (1.41) :

$$A_{Sech}(z = 0, T) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \quad (1.41)$$

Dans ce cas, la largeur totale à mi-hauteur est $T_{FWHM} = 2 \ln 2 (1 + \sqrt{2}) T_0 \approx 1.763 T_0$.

Notion de “Chirp” et de limite de Fourier

Un autre facteur clé utilisé dans la description de l'impulsion réside en la dépendance temporelle de l'écart entre la fréquence instantanée et la porteuse $\delta\omega(T)$ (*chirp* - dérive en fréquence) donnée par l'Eq. (1.42) :

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi}{\partial T} \quad (1.42)$$

où ϕ fait alors référence à la phase de l'impulsion telle que $A(z, T) = |A| \exp(i\phi)$. Afin de faire apparaître plus visuellement ce phénomène [12], on introduit généralement le *paramètre de chirp* C et on obtient alors pour chacun des profils d'impulsions vus précédemment :

$$A_{Gauss}(z = 0, T) = \sqrt{P_0} \exp\left(\frac{-T^2}{2T_0^2}\right) \exp\left(\frac{-iCT^2}{2T_0^2}\right) \quad (1.43)$$

$$A_{Sech}(z = 0, T) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \exp\left(\frac{-iCT^2}{2T_0^2}\right) \quad (1.44)$$

A partir de cette constatation, il est aisé de voir qu'une impulsion dont le paramètre de chirp est nul ($C = 0$) possède une phase spectrale constante pour chaque composante fréquentielle de l'impulsion. On parle alors d'impulsions aux *limites de Fourier* de telle sorte que la largeur spectrale d'une impulsion de durée fixée soit minimale. On évalue ainsi la "qualité de l'impulsion" par le produit de la largeur spectrale et temporelle. En considérant une largeur spectrale totale à mi-hauteur ν_{FWHM} , une impulsion sera aux limites de Fourier pour un produit $T_{FWHM} \times \nu_{FWHM} \approx 0.44$ pour une impulsion gaussienne et d'environ 0.315 pour une impulsion de type sécante hyperbolique.

1.5 Effets non-linéaires

Alors que nous avons précédemment procédé à une étude rapide des différents effets linéaires ayant lieu lors de la propagation d'un champ dans une fibre, il convient d'effectuer un résumé succinct des différents phénomènes non-linéaires excités lors de la propagation d'un champ intense dans cette même fibre. Ceux-ci peuvent avoir des effets concurrentiels ou au contraire renforcer les effets linéaires. Pour cela, nous isolons ici les différents mécanismes non-linéaires supportés par l'évolution d'une onde selon l'ESNL généralisée.

1.5.1 Non-linéarité quasi-instantanée : Effet Kerr

La contribution non-linéaire prédominante dans l'évolution d'une onde dans une fibre provient de l'effet Kerr quasi-instantané ($1 - f_R = 0.82$). Dans le contexte d'une impulsion supérieure à quelques dizaines de fs (plusieurs cycles optiques), cet effet peut être correctement modélisé par une réponse instantanée. En isolant uniquement cette contribution sur l'évolution de l'onde, on retrouve l'équation suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i\gamma_{NL}|A|^2 A \quad (1.45)$$

Dans ce contexte, l'effet Kerr donne lieu à trois importants effets : L'automodulation de phase (SPM - *Self Phase Modulation*), la modulation de phase croisée ou intermodulation de phase (XPM - *Cross Phase Modulation*) et le mélange à quatre ondes (FWM - *Four-Wave Mixing*).

Automodulation de phase

L'automodulation de phase consiste en l'application la plus directe de la dépendance en intensité de l'indice de réfraction totale [52]. Ainsi, en considérant une onde $A(z, T)$ s'étant propagée sur une distance z dans la fibre, on retrouve un terme de déphasage

non-linéaire apparaissant de manière proportionnelle à la distance de propagation tel que $A(z, T) = A(0, T) \exp(i\phi_{SPM}z)$. Dans ce cas, le terme de déphasage donné par ϕ_{SPM} résultant de l'auto-action d'une l'onde sur elle même est alors :

$$\phi_{SPM} = \gamma_{NL}|A(0, T)|^2 \quad (1.46)$$

Évidemment, le déphasage induit n'a pas d'influence sur le profil temporel de l'impulsion tel que $|A(z, T)|^2 = |A(0, T)|^2$ mais modifie, en revanche, la forme du spectre de l'impulsion étant donné que ce déphasage non-linéaire possède une dépendance temporelle. Bien que l'effet de la SPM dépende largement du chirp de l'impulsion initiale et de la forme de son enveloppe, une impulsion aux limites de Fourier subira systématiquement un élargissement spectral au cours de la propagation. On notera que dans ce cas, l'automodulation phase de l'impulsion mène à un élargissement symétrique du spectre de l'impulsion.

Modulation de phase croisée

D'une manière analogue, lorsque deux champs suffisamment intenses se propagent ensemble à deux fréquences différentes ω_1 et ω_2 , le champ à la fréquence ω_1 est susceptible de modifier l'indice de réfraction vue par le second champ à ω_2 et vice-versa [53]. Ce phénomène, communément appelé intermodulation de phase (XPM), induit alors un déphasage non-linéaire supplémentaire au champ incident ω_1 tel que :

$$\phi_{XPM}^{(1)} = 2\gamma_{NL}|A_2(0, T)|^2 \quad (1.47)$$

Ainsi, le déphasage non-linéaire total subi par le champ à ω_1 est alors donné par $A_1(z, T) = A_1(0, T) \exp(i\phi_{NL}z) = A_1(0, T) \exp[i(\phi_{SPM} + \phi_{XPM}^{(1)})z]$. La réciproque pour le champ A_2 est bien entendu valable puisque cette interaction croisée entre les deux champs est régie par un système de deux équation couplées. Il est intéressant de noter que pour deux champs de puissances initiales équivalentes, la contribution de l'intermodulation de phase sur le déphasage non-linéaire total est alors deux fois supérieure à celle de l'automodulation de phase. De plus, étant donné que les deux ondes se propagent généralement à des vitesses de groupes différentes, l'élargissement spectral induit par XPM est alors asymétrique.

Mélange à quatre ondes

D'autres phénomènes importants par le biais d'interactions non-linéaires concernent les processus paramétriques d'ordre 3 incluant la génération de troisième harmonique (THG - *Third Harmonic Generation*) et le mélange à quatre ondes (FWM) [38, 41]. Le processus d'accord de phase nécessaire à la THG étant généralement difficile à obtenir dans une fibre optique, nous ne traiterons pas de ce phénomène dans le cadre de cette thèse [12].

Néanmoins, lorsque trois ondes à des fréquences différentes interfèrent, respectivement ω_1 , ω_2 et ω_3 , celles-ci peuvent donner naissance à une composante de fréquence ω_4 satisfaisant le théorème de conservation de l'énergie telle que $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$. Afin que le processus soit efficace, les ondes doivent aussi satisfaire le phénomène d'accord de phase donnée par $\Delta k = \beta(\omega_1) + \beta(\omega_2) - \beta(\omega_3) - \beta(\omega_4)$.

Physiquement, ce phénomène provient d'une modulation périodique de l'indice de réfraction n via l'effet Kerr et les effets dispersifs, induisant un processus de transfert d'énergie entre ces multiples fréquences [54, 55]. Selon le même principe, la reconversion de l'onde à ω_4 pour engendrer une composante à ω_3 et ainsi de suite. Globalement, ce processus peut être assimilé à une annihilation de deux photons pompes relativement intenses (ω_1 et ω_2) afin de créer une composante de fréquence supérieure à la pompe ω_{AS} (ω_4), l'onde *anti-Stokes*, ainsi qu'une composante de fréquence inférieure à la pompe ω_S (ω_3), l'onde *Stokes* telle que présenté dans la Fig. 1.8(a).

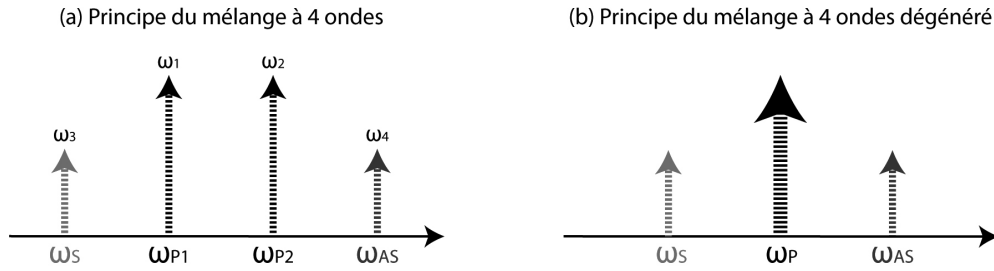


FIGURE 1.8 – Principe de conservation d'énergie du mélange à quatre ondes (a) et du mélange à quatre ondes dégénéré (b).

D'une manière similaire, lorsque les deux ondes d'intensités les plus importantes possèdent la même fréquence ($\omega_1 = \omega_2 = \omega_P$), l'onde pompe ω_P peut interagir deux fois dans le mélange à quatre ondes. On parle alors de *mélange à quatre ondes dégénéré*, parfois aussi nommé *mélange à trois ondes* (TWM - *Three-Wave Mixing*), dont le mécanisme est présenté dans la Fig. 1.8(b).

Il est aussi intéressant de noter que si les ondes Stokes et anti-Stokes ainsi créées atteignent une intensité suffisante (que l'on considère un mélange dégénéré ou non), celles-ci pourront alors agir en tant qu'ondes pompes et ainsi permettre une nouvelle série de conversion énergétique selon le même principe. De nouvelles composantes d'harmoniques supérieures peuvent ainsi être générées selon un phénomène de cascade du mélange à quatre ondes [56].

Influence du terme de choc optique

Un autre effet non-linéaire propre à la propagation d'un champ selon l'ESNL généralisée est dû à un terme d'ordre supérieur de la non-linéarité, représenté par le terme de choc optique τ_{shock} . En effet, ce paramètre permet de tenir en compte de la dépendance fréquentielle de la non-linéarité par un développement en série de Taylor de $\gamma_{NL}(\omega)$ et l'inclusion d'un terme de dérivée temporelle. Physiquement, ce terme est responsable du phénomène d'*autoraidissement* relié à la dispersion de la non-linéarité [57]. D'un point de vue spectral, on observe ainsi un élargissement asymétrique induit par l'automodulation de phase où les composantes de faibles longueurs d'onde sont plus étendues spectralement [12]. D'un point de vue temporel, on obtient une impulsion dont le pic d'intensité est légèrement ralenti par rapport à ses ailes et on peut alors observer un raidissement du front descendant de celle-ci.

1.5.2 Non-linéarité retardée : Diffusions stimulées inélastiques

Lorsqu'une onde se propage dans un milieu, une partie de son énergie peut être transférée au milieu propagatif selon un processus de diffusion. Dans le cadre d'un milieu non-linéaire, l'onde incidente peut interagir avec le milieu afin de produire, contrairement au cas de la diffusion Rayleigh, des photons décalés en fréquence. Dans ce cas, la diffusion est dite *inélastique* puisqu'une partie de l'énergie est absorbée par le milieu [38, 41, 58].

Lors de la propagation d'une onde dans une fibre, on distingue deux importants phénomènes de diffusions inélastiques reliés aux modes d'excitations vibrationnelles de la silice : la diffusion Raman stimulée (SRS - *Stimulated Raman Scattering*) et la diffusion Brillouin stimulée (SBS - *Stimulated Brillouin Scattering*) qui furent parmi les premiers phénomènes non-linéaires étudiés en optique fibrée [12, 59, 60].

Le premier (SRS) provient de la formation de phonons optique à haute fréquence (≈ 13 THz) alors que la diffusion Brillouin est liée à l'apparition de phonons acoustiques à plus basse fréquence (≈ 11 GHz). Dans ces deux cas, les mécanismes de diffusion apparaissent selon un effet de seuil dépendant de la puissance de l'onde pompe qui peut être aussi faible que 1 mW dans le cas de la SBS et quelques centaines de mW pour la SRS selon le régime de propagation considéré.

Dans le cadre des études menées dans cette thèse, les impulsions se propageant dans la fibre seront généralement inférieures à 1 ns si bien que la diffusion Brillouin stimulée cesse pratiquement d'avoir lieu. Expérimentalement, dans le cas d'une onde continue ou quasi-continue, le champ incident sera modulé en phase afin de provoquer un élargissement spectral de l'onde permettant d'augmenter dramatiquement le seuil de SBS. Dans ce contexte, il est alors possible de négliger l'influence de la diffusion Brillouin au cours de la propagation [12, 61]. On se limitera ainsi dans la suite de ce manuscrit à considérer la SRS comme l'unique processus de diffusion inélastique propre aux dynamiques de propagation fibrée.

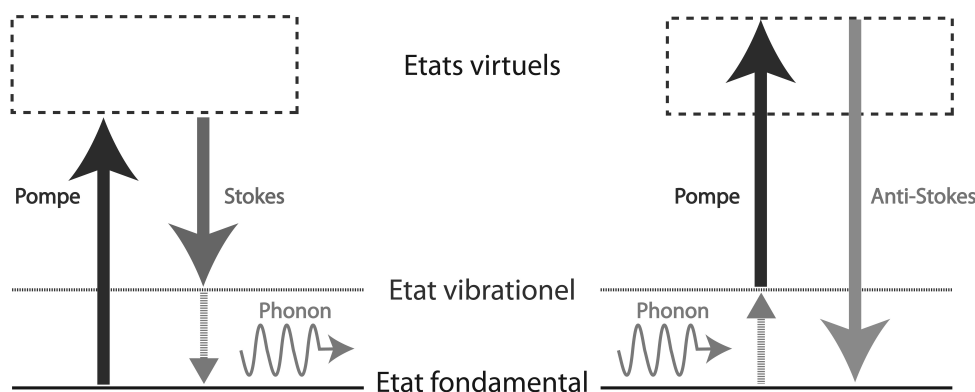


FIGURE 1.9 – Diagramme d'excitation de la diffusion Raman.

Diffusion Raman stimulée

Découvert dès 1928 [62], l'effet Raman a pour caractéristique de transférer une faible fraction de l'énergie d'un champ optique incident vers un milieu moléculaire créant ainsi, pour chaque onde pompe absorbée de fréquence ω_p , un phonon optique d'énergie $\hbar\Omega_R$ et une onde de fréquence plus faible (onde Stokes) tel que $\omega_S = \omega_P - \Omega_R$. D'une manière équivalente, le milieu excité dans son niveau vibrationnel par le phonon peut lui aussi absorber un photon pompe et la désexcitation totale réémettra alors un photon de fréquence supérieure $\omega_{AS} = \omega_P + \Omega_R$ caractéristique de l'onde anti-Stokes. Ce mécanisme est illustré schématiquement dans la Fig. 1.9 [38]. Il convient de noter que la génération d'un photon anti-Stokes, bien que tout à fait possible, est largement moins probable étant donné la durée de vie limitée du phonon optique [12].

Dans le contexte d'une excitation intense du milieu au dessus d'un certain seuil, la croissance de l'onde Stokes peut se faire de manière exponentielle et on parle alors de diffusion Raman stimulée par analogie au mécanisme d'émission stimulée [12, 63]. Dans ce cas, le gain de l'onde Stokes est déterminé en fonction de la différence de fréquence entre les ondes pompe et Stokes incidentes $\Omega_R = \omega_0 - \omega_S$ selon :

$$g_R(\Omega_R) = \frac{2n_2 f_R \omega_0}{c} \text{Im} [\tilde{h}_R(\Omega_R)] \quad (1.48)$$

Ce paramètre de gain permet ainsi de déterminer la fraction d'énergie transférée à l'onde Stokes qui est fondamentalement reliée à la section efficace de la diffusion Raman stimulée. D'après l'Eq. (1.48), le gain dépend ainsi de l'indice non-linéaire n_2 mais surtout de la différence de fréquence Ω_R à travers la partie imaginaire de la réponse fréquentielle Raman qui dépend largement du matériau utilisé. Dans le cas de la silice, le gain s'étend sur une large gamme de fréquence de plus de 40 THz avec un gain localisé à 13.2 THz tel que présenté avec une ligne continue dans la Fig. 1.10(a).

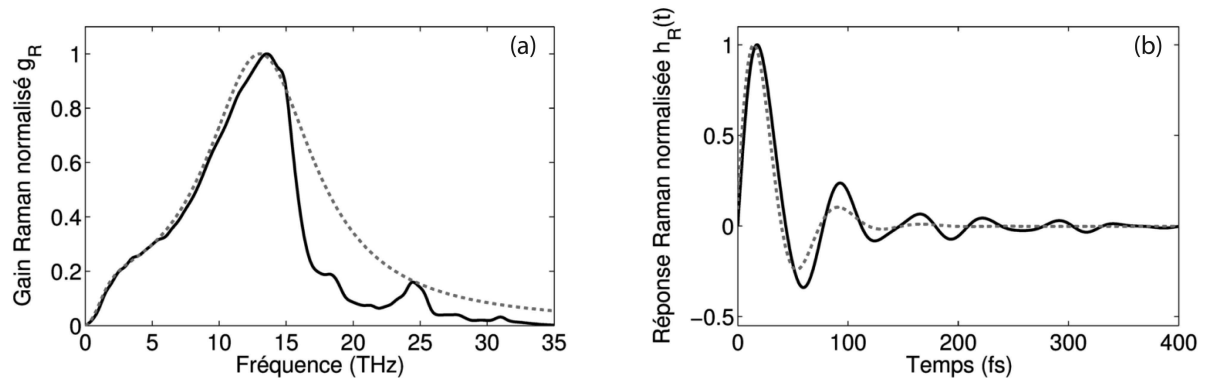


FIGURE 1.10 – Spectre de gain Raman $g_R(\Omega_R)$ obtenu à $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ pour des ondes pompe et Stokes copolarisées (a) et réponse temporelle Raman normalisée (b) calculés à partir de l'Eq. (1.50) (ligne pointillée) et comparés aux mesures expérimentales issues de [45] (ligne continue).

D'un point de vue fondamental, la partie imaginaire de la réponse fréquentielle Raman $\text{Im} [\tilde{h}_R(\Omega_R)]$ est calculée à partir de mesures expérimentales du gain $g_R(\Omega_R)$ [45]. La partie réelle de la réponse fréquentielle peut alors être retrouvée à partir des relations de Kramers-Krönig (avec $\text{Re} [\tilde{h}_R(\Omega_R = 0)] = 1$ et $\text{Im} [\tilde{h}_R(\Omega_R = 0)] = 0$). D'un point de vue numérique, la fonction réponse Raman temporelle $h_R(t)$ est obtenue par transformée de Fourier puis incluse dans les simulations après normalisation selon :

$$\int_0^{+\infty} h_R(t) dt = 1 \quad (1.49)$$

La réponse temporelle $h_R(t)$ calculée expérimentalement est présentée en unité arbitraire (ligne continue) dans la Fig. 1.10(b). On voit alors un régime oscillatoire majoritairement amorti après quelques centaines de femtosecondes. Depuis maintenant plusieurs décennies, de nombreuses études ont été menées afin de déterminer une forme analytique approximative de la fonction réponse Raman. Bien que par le passé, l'approche la plus utilisée fut celle adoptée par Keith J. Blow en 1989 [44], une amélioration a été apportée en 2006 pour reproduire de manière plus réaliste le pic de bosons selon :

$$h_R(t) = (f_a + f_c) \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2^2} \exp\left(\frac{-t}{\tau_2}\right) \sin\left(\frac{t}{\tau_1}\right) + f_b \frac{2\tau_b - t}{\tau_b^2} \exp\left(\frac{-t}{\tau_b}\right) \quad (1.50)$$

Dans cette étude [64], les auteurs proposèrent l'utilisation des constantes $\tau_1 = 12.2$ fs, $\tau_2 = 32$ fs, $\tau_b = 96$ fs, $f_a = 0.75$, $f_b = 0.21$ et $f_a + f_b + f_c = 1$ dans l'Eq. (1.50). On peut ainsi voir dans la Fig. 1.10(a), la fonction réponse temporelle issue de cette approximation analytique (ligne rouge pointillée) ainsi que, dans la Fig. 1.10(b), la réponse de gain Raman obtenue par transformée de Fourier. Bien que globalement, l'approche analytique propose un bon accord avec la réponse expérimentale, certaines structures ne sont pas parfaitement reproduites et on utilisera plutôt les données expérimentales pour reproduire la réponse Raman dans les modélisations numériques.

D'après l'Eq. (1.48), le gain Raman $g_R(\Omega_R)$, et notamment l'emplacement du pic de gain, dépend de la longueur d'onde pompe incidente. Aussi, cette dépendance est prise en compte par un facteur correctif λ_0^{-1} , inverse de la longueur pompe exprimée en μm [12]. Ce facteur correctif est appliqué au spectre de référence du gain Raman évalué, pour la silice à 10^{-13} m/W à une longueur d'onde de $1 \mu\text{m}$.

D'autre part, il conviendra de noter que la diffusion Raman stimulée peut s'appliquer dans deux contextes principaux : Le premier correspond à deux ondes se propageant dans une fibre et dont la séparation spectrale propose un recouvrement avec le spectre du gain Raman. On observe alors une amplification du signal reposant sur le principe classique d'amplification. Dans un second cas, l'effet Raman peut s'appliquer au sein même d'une impulsion unique suffisamment courte si son spectre propre atteint un recouvrement suffisant du spectre de gain Raman [65,66]. On parlera dans ce cas d'effet Raman *intrapulse* qui sera d'un intérêt tout particulier dans le cadre de la génération de supercontinuum optique abordé dans le chapitre 2 puisque celui-ci repose sur l'obtention d'un spectre large bande et d'impulsions ultra courtes.

Approximation de la réponse non-linéaire retardée

Un autre point important à souligner concerne l'approximation de la réponse non-linéaire retardée parfois effectuée dans la littérature [67–78]. En effet, on peut parfois retrouver l'emploi d'une expansion en série de Taylor du premier ordre afin de simplifier la fonction de réponse non-linéaire totale de telle façon que la partie retardée s'exprime [12] :

$$f_R \int_{-\infty}^{+\infty} h_R(t') |A(z, t - t')|^2 dt' \approx -T_R \frac{\partial |A(z, t)|^2}{\partial t} \quad (1.51)$$

Dans ce cas, le paramètre T_R définit alors le temps de réponse Raman [12, 79] qui est relié à la pente du gain Raman g_R obtenu à $\Omega_R = 0$ selon :

$$T_R \equiv \int_0^{+\infty} t R(t) dt \approx f_R \int_0^{+\infty} t h_R(t) dt = f_R \frac{d \operatorname{Im}(\tilde{h}_R)}{d(\Omega_R)} \Big|_{\Omega_R=0} \quad (1.52)$$

D'après l'Eq. (1.52), on obtient un temps de réponse Raman $T_R = 3$ fs. De plus, dans l'usage de cette approche, il est généralement admis que la contribution du terme de choc optique dans la dispersion de l'effet Raman peut être négligée. Dans ce cas, la contribution non-linéaire globale est simplifiée selon l'Eq. (1.54) :

$$i\gamma_{NL} \left(1 + i\tau_{shock} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(A \int_{-\infty}^{+\infty} R(t') \times |A(t - t')|^2 dt' \right) \quad (1.53)$$

$$\approx i\gamma_{NL} \left(A|A|^2 + i\tau_{shock} \frac{\partial}{\partial t} (A|A|^2) - T_R A \frac{\partial |A|^2}{\partial t} \right) \quad (1.54)$$

Bien que cette approche semble applicable dans des conditions où les impulsions sont suffisamment longues ($T_0 > 1$ ps), nous verrons dans le chapitre 2 les nombreuses limitations de cette approximation pourtant encore utilisée dans de nombreuses modélisations numériques. On notera aussi qu'excepté dans le chapitre 2 où il en sera fait mention, cette approximation ne sera pas mise en oeuvre dans nos intégrations numériques.

1.6 Régimes de propagation dans la fibre

Comme nous aurons l'occasion de le constater dans la suite de ce manuscrit, l'ESNL généralisée permet, conditionnellement aux approximations effectuées précédemment, une bonne modélisation de la plupart des effets linéaires et non-linéaires inhérents à la propagation d'un champ dans une fibre optique. Néanmoins, même si l'intégration de cette équation s'avère plutôt aisée à l'aide des outils numériques actuels, la complexité de celle-ci limite largement les approches purement analytiques des dynamiques de propagation d'une onde lumineuse dans la fibre. Dans certains cas, on peut négliger les termes d'ordres supérieurs de l'ESNL généralisée et ainsi obtenir une équation d'enveloppe simplifiée.

1.6.1 Équation de Schrödinger non-linéaire standard

Lorsque l'on considère une impulsion suffisamment longue ($T_0 > 5$ ps) et une propagation à une longueur d'onde suffisamment loin du zéro de dispersion, la dispersion du troisième ordre β_3 (TOD - *Third Order Dispersion*) et l'effet Raman joue un rôle relativement faible dans les dynamiques d'évolution. Ainsi, l'ESNL généralisée peut se simplifier à l'équation de Schrödinger standard (ESNL standard) donnée par l'Eq. (1.55) :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma_{NL} |A|^2 A = 0 \quad (1.55)$$

Dans ce cas, on ne prend en considération que la dispersion du second ordre ainsi que la non-linéarité instantanée relative à l'effet Kerr [12]. Aussi, l'absorption, la dispersion d'ordres supérieurs, la dispersion de la non-linéarité et l'effet Raman sont complètement négligés ($f_R = 0$, $\tau_{shock} = 0$). Bien que cette équation ne permette pas une résolution rigoureuse des dynamiques d'évolution, celle-ci dérive d'une généralisation non-linéaire de l'équation de Schrödinger classique (à l'exception d'un échange des variables temporelles et spatiales) utilisée dans la modélisation de nombreux systèmes physiques. Ainsi, au-delà de la simplification drastique de ses termes, cette équation est désormais relativement bien connue. Ceci permet, d'une part, une approche analytique autorisant une analyse de stabilité linéaire et l'identification de solutions exactes connues mais aussi un lien avec d'autres systèmes physiques basés sur cette même équation. On pourra ainsi noter que la physique des plasmas ou l'hydrodynamique en eau profonde utilise l'ESNL standard pour décrire, sous certaines conditions, leurs dynamiques d'évolution [80–83].

Ce point est particulièrement important dans le contexte de l'étude d'événements extrêmes dans les systèmes fibrés qui ont été largement analysés par leurs analogies avec les vagues scélérates géantes apparaissant à la surface des océans. Nous reviendrons plus en détails sur les liens intrinsèques entre l'optique fibrée avec d'autres systèmes physiques ainsi que sur les limites de l'approche universelle de cette équation tout au long de ce manuscrit.

1.6.2 Importance de la dispersion et de la non-linéarité

D'un point de vue général, il est souhaitable de connaître selon quelle(s) dynamique(s) une onde est susceptible d'évoluer dans la fibre. Pour cela, on utilise deux métriques afin de déterminer l'influence respective de la dispersion et de la non-linéarité lors de la propagation [12] : La *longueur de dispersion* L_D donnée par l'Eq. (1.56) et la *longueur non-linéaire* L_{NL} donnée par l'Eq. (1.57).

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (1.56)$$

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma_{NL} P_0} \quad (1.57)$$

Au-delà des paramètres intrinsèques de dispersion (β_2) et de non-linéarité (γ_{NL}) de la fibre, on retrouve une dépendance de la contribution de chacun de ces effets selon la

durée de l'impulsion T_0 et la puissance crête P_0 de celle-ci. De cette manière, les longueurs caractéristiques données précédemment permettent d'anticiper la contribution respective des effets linéaires et non-linéaires selon la distance de propagation totale L . On distingue ainsi quatre principaux régimes de propagations :

- $L \ll L_{NL}$ et $L \ll L_D$: Les effets non-linéaires et dispersifs jouent un rôle négligeable dans la propagation. Ce régime n'induit pas de changements significatifs dans l'évolution des impulsions dans la fibre et permet une utilisation dans des applications de transmissions télécoms.
- $L \ll L_{NL}$ et $L \sim L_D$: Le terme de dispersion est ici prédominant et l'influence de la non-linéarité peut alors être négligée tel que $\frac{L_D}{L_{NL}} \gg 1$. Ce régime est généralement associé à un élargissement temporel de l'impulsion.
- $L \sim L_{NL}$ et $L \ll L_D$: Le terme de non-linéarité est prédominant par rapport à la dispersion qui peut être négligée avec $\frac{L_D}{L_{NL}} \ll 1$. Dans ce cas, on retrouve généralement une évolution associée à un élargissement spectral de l'impulsion.
- $L \sim L_{NL}$ et $L \sim L_D$: Les termes de dispersion et de non-linéarité agissent de manière conjointe pouvant mener à des effets variés. Dans un régime de dispersion normale, on peut par exemple utiliser l'ensemble de ces effets afin de procéder à de la compression d'impulsions. Dans un régime de dispersion anormale ($\beta_2 < 0$), la fibre peut soutenir la propagation de solitons ainsi que le développement d'impulsions localisées par le biais du phénomène d'instabilité de modulation.

1.6.3 Régime de dispersion anormale

Lorsqu'un champ se propage dans une fibre proposant un régime de dispersion anormale, de nombreux effets complexes peuvent avoir lieu par l'action conjointe de la dispersion et de la non-linéarité. Nous présentons ici succinctement deux effets prédominants qui prendront toute leur importance lors de la génération de supercontinuum : La propagation de *solitons optiques* dans une fibre et l'amplification de perturbations par le biais de l'*instabilité de modulation* (IM).

Le soliton optique

Les effets dispersifs peuvent sous certaines conditions compenser les effets non-linéaires de manière à ce que l'impulsion se propage sans déformation dans la fibre [84, 85]. On parle alors de *soliton fondamental*. En considérant l'ESNL standard, ces conditions sont réunies lorsque le chirp induit par effet Kerr, et donné par l'Eq. (1.42), est en tout point compensé par le chirp induit linéairement par la dispersion de la vitesse de groupe [12]. D'une manière plus générale, plusieurs solitons d'ordres N (tel que N soit un entier naturel) sont des solutions exactes de l'ESNL standard et peuvent être observés dans un régime de dispersion anormale. Dans ce cas, l'ordre du soliton est donné par l'Eq. (1.58) :

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma_{NL} P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \quad (1.58)$$

Le soliton fondamental, dont l'ordre est $N = 1$, évolue sans déformation temporelle ni spectrale et possède ainsi des longueurs caractéristiques de dispersion et de non-linéarité égales. Son expression analytique exacte est alors donnée par l'Eq. (1.59) :

$$A_{Sol}(z = 0, T) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech} \left(\frac{T}{T_0} \right) \quad (1.59)$$

On retrouve alors le profil d'une impulsion sécante hyperbolique aux limites de Fourier dont la durée caractéristique T_0 est reliée à sa puissance crête P_0 par l'Eq. (1.58). Dans la Fig. 1.11(a), on montre l'évolution longitudinale de cette solution dans une fibre standard où, pour $T_{FWHM} = 1$ ps, on obtient $L_D = L_{NL} \approx 15$ m.

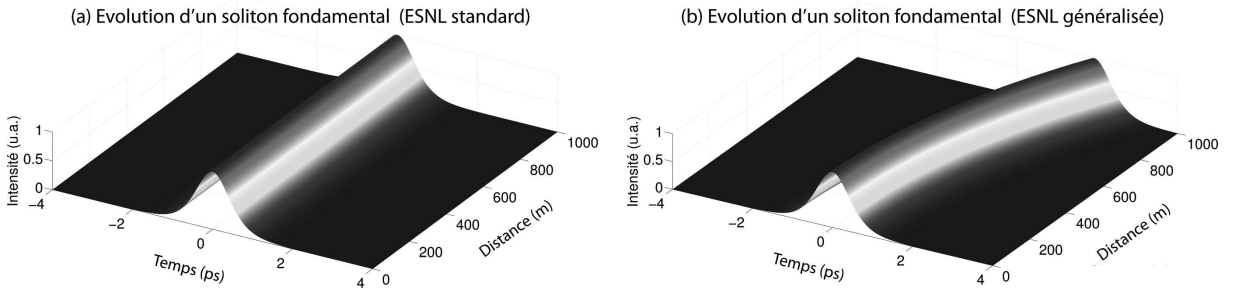


FIGURE 1.11 – *Soliton fondamental ($N=1$) de durée $T_{FWHM} = 1$ ps évoluant dans un 1 km de SMF standard en considérant l'ESNL standard (a) et l'ESNL généralisée (b). Paramètres : $T_{FWHM} = 1$ ps ; $P_0 = 52.1$ W ; $\beta_2 = -21.8$ ps² km⁻¹ ; $\beta_3 = 1.20 \times 10^{-2}$ ps³ km⁻¹ ; $\gamma_{NL} = 1.3$ W⁻¹ km⁻¹ ; $\lambda_0 = 1550$ nm*

Dans le cas présenté dans la Fig. 1.11(a), le soliton se propage sur 1 km ($L > 65 L_{NL}$) et on n'observe pas de déformation temporelle notable entre l'impulsion initiale et l'impulsion finale telle qu'elle peut être vue dans la Fig. 1.12. Néanmoins, lorsque l'on considère l'évolution de ce même soliton intégré par l'ESNL généralisé présenté dans la Fig. 1.11(b), on remarque un décalage progressif du soliton qui acquiert un retard temporel au cours de la propagation. Cet effet apparaît de manière plus visuelle si l'on observe en détail la Fig. 1.12(a) où le soliton après 1 km de propagation est décalé de presque 2 ps. Dans ce cas, on peut identifier le profil obtenu qui est très similaire au profil initial mettant en lumière une relative stabilité du soliton fondamental en présence de perturbation.

Physiquement, le retard acquis par le soliton au cours de la propagation provient en fait du phénomène d'*auto-décalage en fréquence du soliton* (SSFS - *Soliton Self-Frequency Shift*) dont l'origine réside dans la réponse retardée de diffusion Raman [65]. En effet, pour un soliton de durée suffisamment courte, une partie de son spectre subit un recouvrement avec sa propre bande de gain Raman. Dans ce contexte le décalage fréquentiel du soliton dépend de sa puissance crête et de sa durée. Généralement, une bonne approximation de ce décalage en fonction de la distance est donnée par l'Eq. (1.60) [12, 66] :

$$\Delta\omega_R(z) = -\frac{8\gamma_{NL}P_0T_R}{15T_0^2}z \quad (1.60)$$

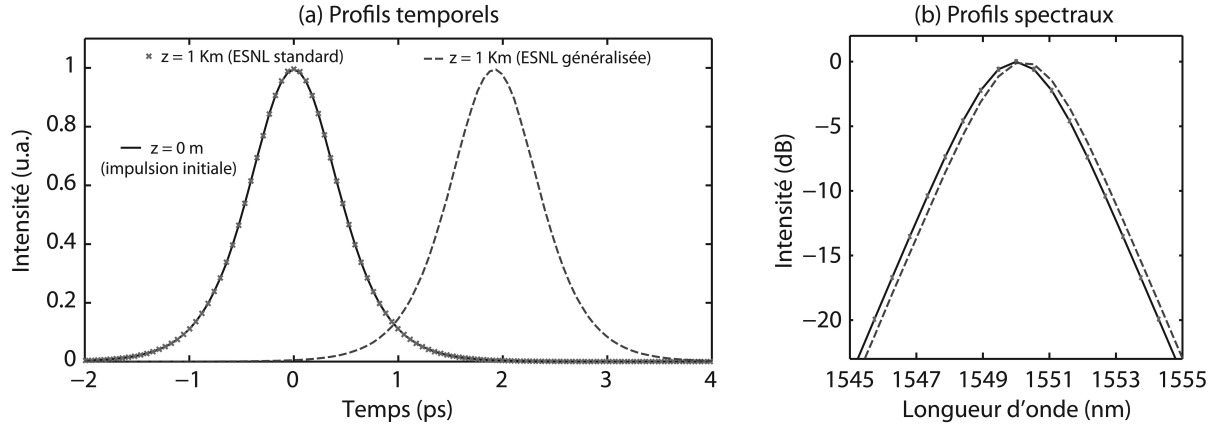


FIGURE 1.12 – Profil temporel (a) et spectral (b) initial d'un soliton fondamental (ligne noire) comparé aux profils obtenus après 1 km de propagation en considérant une intégration de l'ESNL standard (croix rouges) et de l'ESNL généralisée (ligne bleue pointillée).

Dans ce cas, $T_R = 3$ fs correspond à l'approximation de la pente de la réponse Raman donnée précédemment. Le décalage effectif est en fait plus complexe à déterminer lorsque l'on limite cette approximation et l'on inclut les termes d'ordres supérieurs tels que β_3 et l'autoraidissement τ_{shock} . Notons que pour un soliton fondamental où $N = 1$, on retrouve uniquement une dépendance temporelle selon $\Delta\omega_R(z) = -8|\beta_2|T_R z/15T_0^4$. Ce décalage Raman du soliton induit bien évidemment un retard temporel dans un régime de dispersion anormal puisque le décalage vers les plus grandes longueurs d'onde présenté dans la Fig. 1.12(b) induit alors une augmentation de l'indice de réfraction effectif vu par le soliton et donc une diminution de sa vitesse de propagation.

Il convient aussi de noter que des solitons d'ordres supérieurs $N \geq 2$ sont aussi des solutions exactes de l'ESNL standard qui évoluent de manière périodique dans la fibre au cours de la propagation [80,81,86]. Ces solutions ainsi que leur comportement en présence de perturbations seront abordées plus en détail dans le chapitre 2.

Instabilité de modulation

Un autre phénomène important peut aussi avoir lieu lors de la propagation d'une onde dans un régime de dispersion anormale. Il s'agit du phénomène d'*instabilité de modulation* (IM) décrivant la croissance d'une perturbation appliquée à une onde continue ou quasi-continue [87–96]. Pour illustrer notre propos, considérons une onde continue a_0 subissant une faible perturbation périodique décalée de l'onde pompe d'une fréquence ω_{mod} telle que le champ initial ait la forme suivante [12] :

$$A(z, T) = a_0(z, T) + a_1(z, T)e^{-i\omega_{mod}T} + a_2(z) e^{+i\omega_{mod}T} \quad (1.61)$$

Dans ce cas, on retrouve dans le domaine fréquentiel deux bandes latérales de modulation incluant une composante Stokes a_1 et anti-Stokes a_2 .

En considérant l'ESNL standard, on peut alors examiner l'évolution de la perturbation par une étude de stabilité linéaire. Aussi, dans le cas où la perturbation possède un décalage en fréquence inférieur à la fréquence de coupure ω_c donnée par l'Eq. (4.2), le nombre d'onde de la perturbation devient imaginaire de telle sorte que celle-ci subisse un gain au cours de la propagation.

$$\omega_c^2 = \frac{4\gamma_{NL}P_0}{|\beta_2|} \quad (1.62)$$

Cette analyse peut être aisément obtenue dans la littérature et est explicitée plus en détail dans l'annexe B.2, elle ne fera donc pas l'objet d'une étude spécifique dans cette partie. On pourra néanmoins noter que le gain en puissance de l'instabilité totale (onde Stokes et anti-Stokes) en fonction de la distance dépend de la fréquence de modulation ω_{mod} selon :

$$g(\omega_{mod}) = |\beta_2 \cdot \omega_{mod}| \sqrt{\omega_c^2 - \omega_{mod}^2} \quad (1.63)$$

On voit alors que dans ce cas, le gain maximal est obtenu pour une modulation $\omega_{mod} = \omega_{max}$ selon :

$$\omega_{max} = \frac{\omega_c}{\sqrt{2}} \quad (1.64)$$

Ainsi, le gain de l'instabilité, au-delà de la fréquence de la perturbation, dépend grandement des paramètres de fibre et de la puissance initiale de la pompe selon la fréquence de coupure. Dans la Fig. 1.13, on présente le gain en puissance d'une onde continue de puissance $P_0 = 10$ W en fonction de la fréquence de la perturbation périodique pour une fibre SMF standard (a) et une fibre HNLF (b) où il est intéressant de noter les différentes étendues spectrales et les valeurs de gain considérées.

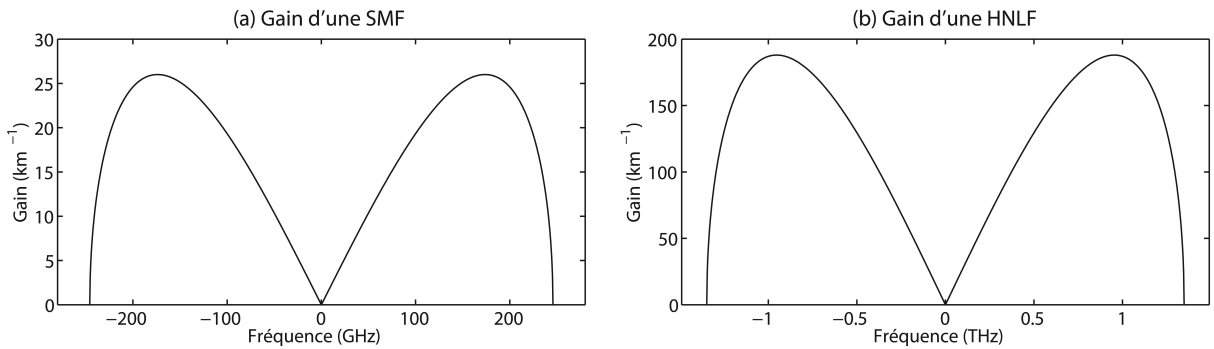


FIGURE 1.13 – Gain de l'instabilité de modulation pour une onde continue de puissance $P_0 = 10$ W injectée à $\lambda_0 = 1550$ nm. La dépendance en fréquence du gain sur l'axe des abscisses est $\omega_{mod}/2\pi$ exprimé en THz. (a) Cas d'une fibre SMF avec $\beta_2 = -21.8$ ps² km⁻¹ et $\gamma_{NL} = 1.3$ W⁻¹ km⁻¹ ($L_{NL} \approx 77$ m). (b) Cas d'une fibre HNLF avec $\beta_2 = -5.24$ ps² km⁻¹ et $\gamma_{NL} = 9.4$ W⁻¹ km⁻¹ ($L_{NL} \approx 10$ m).

D'après l'approche perturbative considérée précédemment, on néglige la déplétion de la pompe et l'instabilité subit alors une croissance exponentielle lors de la propagation [12].

Nous reviendrons plus en détail sur les limites de cette approche dans le chapitre 4 de ce manuscrit. Néanmoins, il est aisé de voir que celle-ci, bien que ne décrivant pas correctement les dynamiques d'évolution globales de la perturbation, permet une vision intuitive de l'instabilité de modulation. Afin d'illustrer ce phénomène, nous présentons dans la Fig. 1.14 l'évolution d'une onde continue de puissance 10 W dans l'HNLf considérée dans la Fig. 1.13(b). Dans ce cas, la perturbation initiale totale représente 5 % de l'amplitude de l'onde continue.

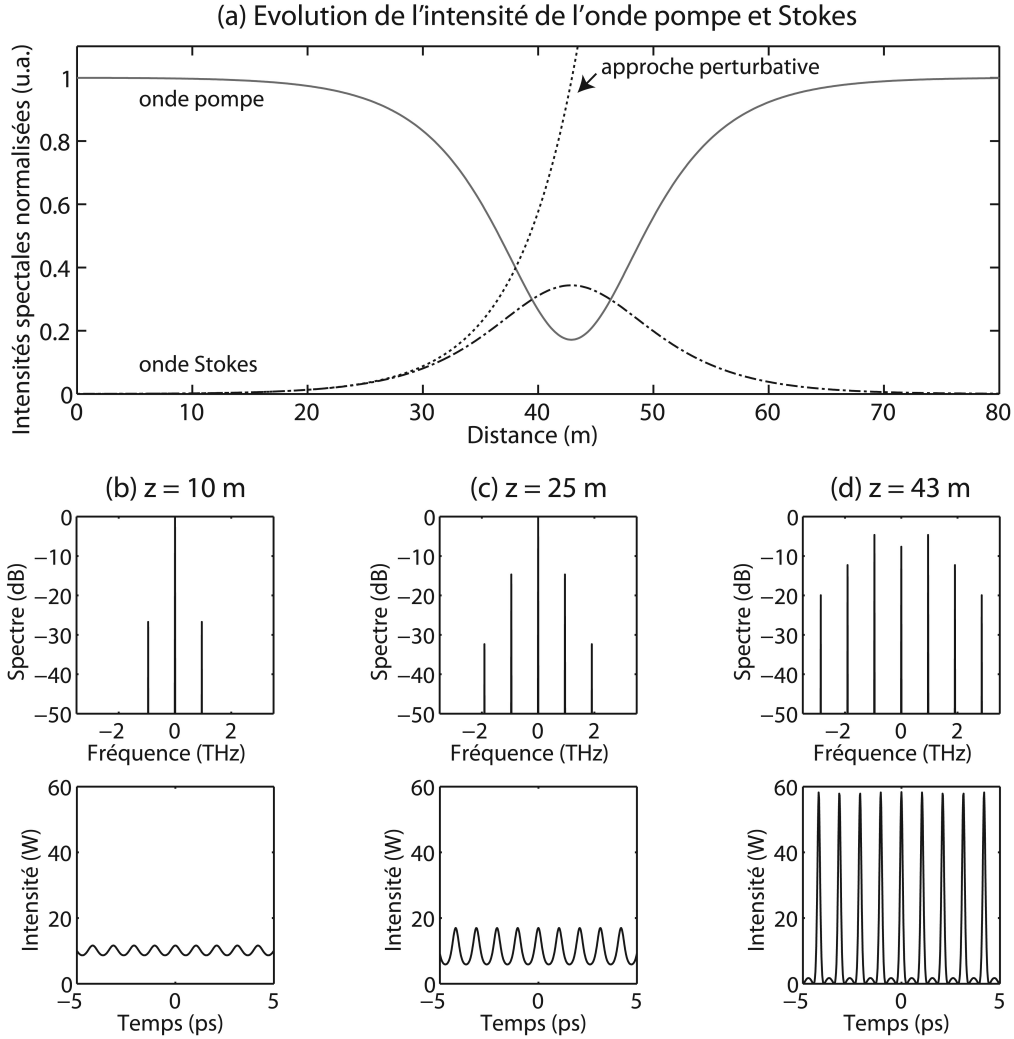


FIGURE 1.14 – Phénomène d'instabilité de modulation intégrée par l'ESNL standard et obtenue dans l'HNLf décrite précédemment avec une onde continue de puissance $P_0 = 10$ W et une modulation en amplitude de 5 % de la puissance pompe appliquée au maximum du gain de l'IM (953 MHz). (a) Évolution des intensités spectrales normalisée pour l'onde pompe (ligne continue rouge) et Stokes (ligne pointillée large) comparée à la croissance exponentielle prédite par l'approche perturbative d'une onde pompe non dépletée. (b-d) Profils spectraux et temporels extraits à différentes distances de propagation.

Dans la Fig. 1.14(a), on montre ainsi l'évolution de l'intensité spectrale de l'onde pompe (ligne continue rouge) et de la bande Stokes de la perturbation (ligne pointillée large) en fonction de la distance en considérant l'intégration de l'ESNL standard. En comparant ces résultats avec l'approche perturbative énoncée précédemment (ligne pointillée), il est clair que la croissance de l'instabilité n'est pas exponentielle mais présente plutôt un phénomène d'échange énergétique entre la pompe et la perturbation [94–97].

Dans les Figs. 1.14(b-d), nous présentons aussi les profils temporels et spectraux obtenus à différentes distances de propagation montrant clairement la croissance de l'instabilité qui s'effectue de manière symétrique pour la composante Stokes et anti-Stokes. De plus, après une croissance suffisante de la fréquence fondamentale de la perturbation, on observe aussi une croissance en cascade des harmoniques supérieures mettant en lumière l'aspect complexe du phénomène. Ceci montre clairement les limites d'une approche simpliste considérant seulement un mélange à quatre ondes dégénéré tel que souvent utilisé dans la littérature [98, 99].

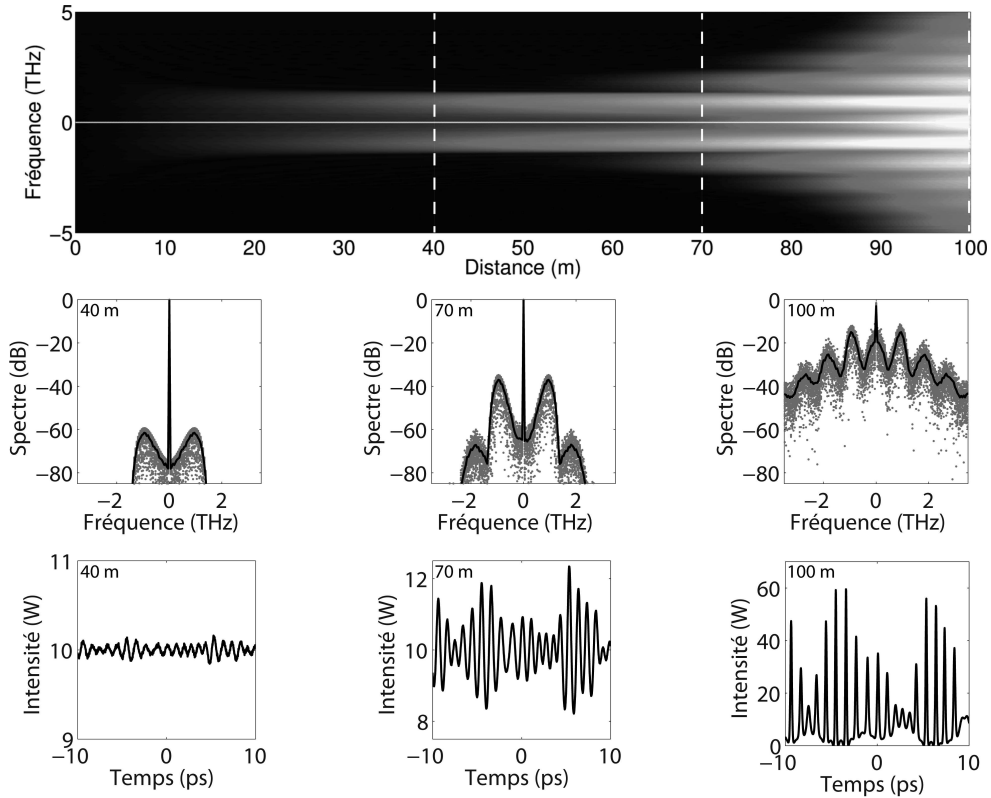


FIGURE 1.15 – Résultats numériques illustrant le phénomène d'instabilité de modulation spontanée obtenu à partir des conditions données dans la Fig. 1.14. Dans ce cas, chaque composante fréquentielle du bruit initial possède une amplitude constante correspondant à $5 \times 10^{-3} \%$ de l'onde pompe ainsi qu'une phase aléatoire. (Haut) Évolution longitudinale du spectre obtenue par moyennage pour 50 réalisations comportant un bruit stochastique. (Centre) Profils spectraux extraits à plusieurs distances de propagation pour chacune des réalisations (points gris) et moyenné sur les 50 simulations (ligne noire). (Bas) Profils temporels correspondants obtenus pour une réalisation unitaire.

Instabilité de modulation spontanée

Un autre aspect important du phénomène d'instabilité de modulation est sa capacité à amplifier n'importe quelle composante spectrale se trouvant dans sa bande de gain [100, 101]. Aussi, lorsqu'une onde continue est légèrement bruitée, les composantes fréquentielles du bruit présentant un recouvrement avec la bande de gain de l'instabilité de modulation sont alors amplifiées lors de la propagation selon un mécanisme complexe dépendant de l'amplitude et du déphasage initial de chaque composante. Une fois de plus ce phénomène sera traité plus en détail dans le chapitre 4 de ce manuscrit. Néanmoins, nous proposons dans la Fig. 1.15 une illustration de ce phénomène dit d'*instabilité de modulation spontanée*.

On observe ainsi d'après la Fig. 1.15 que bien qu'en moyenne [102], la croissance des composantes issues du bruit initial suit globalement la courbe de gain donnée par la Fig. 1.13(b), les simulations stochastiques proposent des propriétés largement différentes selon la réalisation considérée. Nous verrons dans le chapitre 2 que cet aspect complexe prend alors toute son importance dans la génération de supercontinuum optique large bande et notamment sur l'approche statistique des instabilités qui peuvent en découler.

1.7 Notes sur la modélisation numérique

L'équation d'enveloppe lentement variable donnée par l'Eq. (1.34) est une équation différentielle partielle non-linéaire dont la résolution nécessite généralement une approche numérique. On compte, dans la littérature [12], de nombreuses méthodes permettant la résolution numérique de cette équation y compris celle des *différences finies* notamment employée dans le domaine de la nano-optique. Bien que très précise, cette approche est très coûteuse d'un point de vue calculatoire et nous avons dans notre cas privilégié une méthode dite *pseudo-spectrale*.

Split-Step Fourier

Dans le contexte de simulations stochastiques, prenant en considération un ensemble relativement important de réalisations indépendantes, il est nécessaire d'obtenir une modélisation précise et rapide des effets mis en jeu lors de la propagation du champ dans une fibre optique. Pour cela, notre approche, consiste en l'implémentation d'une *méthode d'intégration de Fourier à pas divisés* (*Split-Step Fourier Method*) [103, 104]. Celle-ci est la plus couramment utilisée dans la littérature et nous verrons tout au long de ce manuscrit que les résultats obtenus numériquement sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux.

D'un point de vue pratique, cette approche considère que, pour une discrétisation spatiale longitudinale suffisante de la fibre, les effets dispersifs et non-linéaires agissent et modifient le champ $A(z, T)$ de manière indépendante. Ceux-ci peuvent alors être intégrés successivement et l'Eq. (1.34) peut alors se récrire :

$$\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = (\hat{D}' + \hat{N}) A(z, T) \quad (1.65)$$

Dans ce cadre, pour chaque pas spatial h choisi suffisamment petit, on intègre successivement les effets non-linéaires dans le domaine temporel via l'opérateur $\hat{N}$ puis les effets dispersifs dans le domaine spectral par l'opérateur $\hat{D}'$ [12]. Le choix de l'intégration spectrale des effets linéaires réside dans le fait que les ressources numériques utilisées sont plus faible à cause d'un développement en série de Taylor fréquentiel des effets dispersifs à travers les paramètres β_k . On notera que dans certaines approches alternatives de la littérature, les effets non-linéaires peuvent eux aussi être implémentés dans le domaine fréquentiel [46] permettant, par exemple, de prendre en compte la dépendance fréquentielle totale de la non-linéarité γ_{NL} .

Dans notre cas, on relèvera que l'intégration de l'Eq. (1.65) s'effectue selon une procédure de *Fourier à pas divisés symétriques* [49] induisant une amélioration de la précision du modèle numérique pour des temps de calculs équivalents. Selon cette approche, on introduit l'opérateur dispersion tous les demi-pas $h/2$ plutôt qu'après chaque segment d'intégration h .

A partir de cette méthode numérique pseudo-spectrale, il est aisé de considérer la totalité des effets pris en compte par l'ESNL généralisée ou, au contraire, de limiter la résolution de cette équation aux termes dispersifs et non-linéaires de base à travers l'ESNL standard donnée par l'Eq. (1.55). Ainsi, dans la suite de cette thèse, on utilisera dans certains cas cette approche (qui sera dûment explicitée) afin de mettre en lumière l'influence des perturbations sur la modification des dynamiques de propagation propres à l'ESNL standard.

Modélisation du bruit

Dans ce manuscrit, une place importante est donnée à l'approche stochastique des dynamiques de propagation d'une impulsion dans une fibre optique non-linéaire. Alors que dans certains cas le bruit n'a que très peu d'importance dans les mécanismes intrinsèques à la propagation du champ, sous certaines conditions, les variations du bruit initial peuvent avoir une influence drastique sur les résultats obtenus d'une réalisation à une autre. Dans ce contexte, la modélisation numérique du bruit prend alors une importance capitale.

Dans le cadre de notre approche numérique, on utilise délibérément un bruit blanc comportant une amplitude constante ajoutée sur l'intégralité du spectre initial. D'un point de vue pratique, on inclut, dans la transformée de Fourier du champ initial, un nombre n de photons d'énergie $E_\nu = h\nu$ sur chaque composante discrète ν de la fenêtre spectrale correspondante. La plupart du temps, on fixera l'amplitude de ce bruit initial à un photon par mode spectral discret ($n = 1$) et la stochasticité du bruit est assurée par l'implémentation d'une phase spectrale aléatoire ϕ_ν de distribution uniforme sur chaque photon ajouté [49]. Cette approche permet, dans une certaine mesure, de modéliser le bruit quantique intrinsèque aux fluctuations d'une impulsion à une autre ainsi que limiter le bruit initial à la valeur minimale que le système est susceptible de comporter.

Bien que mis en place dans la majorité de ce manuscrit, on modifiera parfois le nombre de photons ajoutés (n) afin de mieux correspondre aux conditions expérimentales. Dans d'autres cas, on limitera la largeur spectrale de ce même bruit afin de mieux mettre en lumière les dynamiques complexes de transfert de bruit lors de la propagation d'une impulsion.

Il convient de noter que de nombreuses autres méthodes ont été décrites dans la littérature pour modéliser le bruit initial, notamment dans le contexte d'une onde initiale continue ou quasi-continue [105–109]. On peut par exemple citer l'ajout d'un bruit selon une amplitude suivant une distribution spectrale gaussienne ou lorentzienne autour de la longueur d'onde pompe, l'ajout d'un bruit blanc en intensité ou même l'ajout d'un bruit à diffusion de phase. Dans les résultats présentés au long de ce manuscrit, nous avons parallèlement testé de nombreux modèles de bruit et vérifié que ceux-ci menaient à des résultats qualitativement similaires. Enfin, notons que nous avons ici négligé l'influence du bruit introduit par l'effet Raman au cours de la propagation afin de simplifier l'interprétation des dynamiques complexes d'évolution. Néanmoins, celui-ci pourrait aisément être ajouté numériquement dans la réponse non-linéaire de l'ESNL généralisée [49, 110].

Chapitre 2

Le supercontinuum optique

Dans ce chapitre, nous traiterons des mécanismes à la base de la génération de *supercontinuum* (SC) optique. Ce phénomène d'élargissement spectral est caractéristique de la création de nouvelles composantes fréquentielles lors de la propagation d'une impulsion ou d'une onde continue dans une fibre optique par l'action conjointe des phénomènes dispersifs et non-linéaires vus dans le chapitre précédent. Historiquement, l'obtention de spectres à large bande n'a pas été réservée à l'optique fibrée mais fut d'abord observée par Alfano et Shapiro dès les années 70 dans du verre possédant des propriétés non-linéaires [111]. Consécutivement à cette expérience pionnière, de nombreux milieux solides [112–114], liquides [115] ou gazeux [116, 117] ont fait l'objet de génération de supercontinua.

Parallèlement à ces observations, le premier supercontinuum obtenu dans un milieu fibré remonte à l'expérience de Lin et Stolen en 1976 [118]. Dans les décennies suivantes, d'autres expériences en milieu fibré ont donné lieu à des incréments divers dans l'étendue spectrale obtenue [31, 49, 119]. Néanmoins, c'est en 2000, avec les observations de Ranka *et al.* [120], qu'une nouvelle ère s'ouvre pour l'obtention de continua fibrés. Dans ces travaux, les auteurs parviennent à générer un supercontinuum à partir d'une impulsion de 100 fs injectée à 800 nm dont le spectre final s'étend sur près de deux octaves incluant le visible ainsi que des composantes dans l'infrarouge (400-1600 nm). La nouveauté de cette étude, au-delà de la largeur spectrale record obtenue, provient de l'utilisation d'une fibre PCF telles que celles décrites dans le chapitre précédent et permettant un décalage important de la ZDW de la fibre. La possibilité de générer un supercontinuum sur des courtes distances de propagation a alors été rendu possible par l'utilisation conjointe de fibres hautement non-linéaires (PCF, HNLF...) et de sources produisant des impulsions courtes avec de fortes puissances crêtes telles que les lasers Titane-Saphir (Ti : Sa). A titre illustratif, un exemple de la génération d'un supercontinuum au sein d'une PCF dans des conditions similaires à celles décrites dans la Ref. [120] est présenté dans la Fig. 2.1. On peut ainsi y observer la génération de nouvelles longueurs d'onde dans le spectre du visible au cours de la propagation.

Dans ce chapitre, nous n'avons pas l'intention de reproduire une analyse exhaustive de la génération de supercontinuum déjà largement balayée dans la littérature [31, 49, 119]. Notre objectif consiste plutôt à fournir une vue d'ensemble des mécanismes d'élargissement spectral inhérents au supercontinuum optique fibré. Ainsi, il convient de noter que des spectres à large bande peuvent être obtenus selon plusieurs processus distincts, dépendant

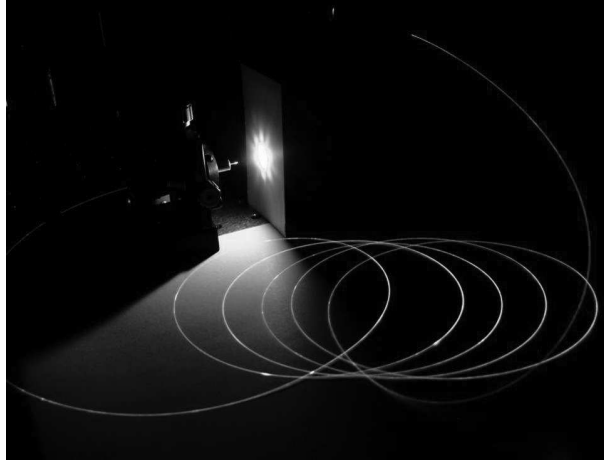


FIGURE 2.1 – Photographie d'un supercontinuum obtenu dans une fibre optique PCF. Pompage optique à 800 nm à partir d'un laser Titane-Saphir proche de la longueur d'onde de dispersion nulle de la PCF. (Source : F. Courvoisier)

principalement des régimes de propagation variables selon une dispersion normal/anormal, la longueur non-linéaire L_{NL} et la longueur de dispersion L_D considérés. Aussi, lors de l'injection d'une onde dans un régime de dispersion normal ($\beta_2 > 0$), les dynamiques d'élargissement du spectre sont dominées par la SPM, XPM et la génération d'ordres Raman en cascade pouvant mené à un continuum spectral [31, 119, 121]. Bien que d'un intérêt certain pour certaines applications, cette configuration ne permet pas le soutien de solitons au cours de la propagation et nous ne traiterons pas ce régime de SC dans ce manuscrit. Cependant, on peut constater que même dans le contexte d'un supercontinuum généré à partir d'un pompage dans une région de dispersion anormale ($\beta_2 < 0$), il est possible de distinguer deux régimes d'élargissement spectral dont les caractéristiques et les dynamiques sont, bien qu'intrinsèquement liées, largement différentes : Les supercontinua générés à partir d'impulsions “courtes” (quelques femtosecondes) et ceux obtenus à partir d'impulsions “longues” (pompage picoseconde ou quasi-continu) [49].

Dans ce chapitre, nous abordons tout d'abord les différents processus d'élargissement spectral utilisés dans un régime impulsif court dont les caractéristiques sont largement dominées par les dynamiques des solitons. Dans un second temps, nous étudierons plus principalement la formation du supercontinuum dans le cadre d'un régime impulsif long ou continu. Nous verrons ainsi que les dynamiques initiales de propagation sont dominées par le phénomène d'instabilité de modulation spontanée menant à une déstabilisation du supercontinuum. Dans ce contexte, nous traiterons de la notion d'instabilité dans le supercontinuum pouvant mener à la formation d'événements “extrêmes” parfois qualifiés de *vagues scélérates optiques*. L'analogie avec les vagues scélérates océaniques sera alors abordée succinctement à travers les aspects statistiques et les dynamiques communes à l'optique et l'hydrodynamique. Enfin, dans une troisième partie, nous présenterons par anticipation une étude mettant en lumière l'importance d'une inclusion correcte de l'effet Raman lors de la modélisation numérique du supercontinuum. On y discutera notamment des limitations de l'approximation linéaire présentée dans la partie 1.5.2.

2.1 Génération du supercontinuum à partir d'impulsions courtes

Pour étudier la génération de supercontinuum dans un régime impulsif court, nous considérons une fibre microstructurée proposant une longueur d'onde de dispersion nulle aux alentours de 780 nm et dont les paramètres sont donnés explicitement dans la Ref. [49].

Dans notre cas, on injecte une impulsion à $\lambda_0 = 835$ nm, dans un régime de dispersion anormale. Celle-ci présente un profil sech^2 donné par l'Eq. (1.41) avec une puissance crête $P_0 = 5$ kW et une durée $T_{FWHM} = 50$ fs. Dans ce cas, on retrouve des longueurs non-linéaire $L_{NL} = 1.8$ mm et de dispersion $L_D = 6.8$ cm de telle sorte que l'ordre du soliton décrit par l'Eq. (1.58) soit $N = 6.11$. L'évolution spectrale et temporelle de cette impulsion obtenue par intégration numérique de l'ESNL généralisée est ainsi présentée dans la Fig. 2.2.

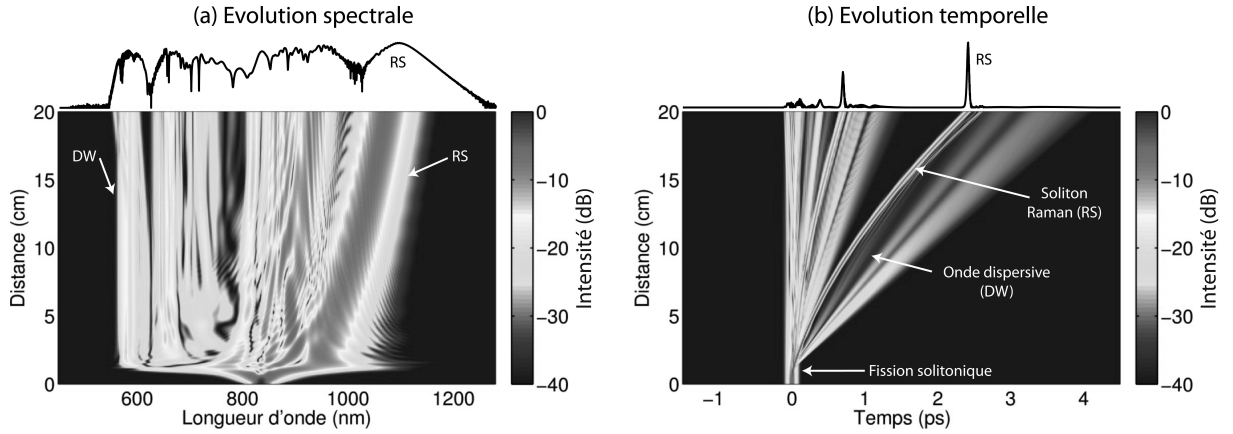


FIGURE 2.2 – *Simulations numériques d'un supercontinuum généré à partir d'une impulsion femtoseconde : Évolution spectrale (a) et temporelle (b) obtenue sur 20 cm de propagation dans une PCF dont les paramètres sont donnés dans la Ref. [49] ($Z_{DW} \sim 780$ nm). L'impulsion est injectée à 835 nm dans le régime de dispersion anormale avec une puissance crête $P_0 = 5$ kW et une durée $T_{FWHM} = 50$ fs. La partie haute de la figure présente le profil correspondant d'intensité spectrale (échelle logarithmique) et temporelle (échelle linéaire) après 20 cm de propagation.*

On observe alors clairement un phénomène d'élargissement spectral jusqu'à atteindre, après 20 cm de propagation, un spectre d'environ 600 nm associé, dans le domaine temporel, à des dynamiques complexes. Sans rentrer dans les détails, pour une impulsion initiale telle que $N > 1$, les caractéristiques de propagation sont ici dominées par les dynamiques des solitons à la base de l'élargissement du spectre.

Pour des impulsions suffisamment courtes telles qu'étudiées ici, la génération du supercontinuum se fait globalement en trois étapes [49] :

- La *fission solitonique* induisant la brisure de l'impulsion initiale en plusieurs solitons fondamentaux. Celle-ci a lieu lorsqu'une impulsion de puissance suffisante (telle que $N \gg 1$) se propage en présence de perturbations (effet Raman, dispersion d'ordres supérieurs).
- La génération d'*ondes dispersives* (DW - *Dispersive Wave*) associées à la stabilisation des solitons fondamentaux éjectés lors de la fission solitonique.
- L'élargissement spectral provenant de l'auto-décalage Raman des solitons (noté *RS* dans les figures) vers les grandes longueurs d'onde, couplé au décalage de la radiation dispersive vers les basses longueurs d'onde.

Ainsi, afin d'apporter une meilleure compréhension des dynamiques d'évolution énoncées ci-dessus, nous proposons ici d'étudier succinctement chacun de ces effets.

2.1.1 La fission solitonique comme étape initiale

La première étape de la génération d'un supercontinuum provient de la fission d'un soliton d'ordre supérieur ou d'une impulsion quelconque (telle que $N \gg 1$) en plusieurs solitons fondamentaux. Pour mieux comprendre ce phénomène, considérons l'exemple trivial d'un soliton d'ordre $N = 4$ se propageant dans une fibre SMF-28 standard. L'impulsion initiale est injectée à $\lambda_0 = 1550$ nm et présente un profil sech^2 de durée $T_{FWHM} = 500$ fs et de puissance crête $P_0 = 3.3$ kW

Solitons d'ordres supérieurs

Dans un premier temps, on considère uniquement l'ESNL standard de sorte à négliger les perturbations incluses dans l'ESNL généralisée. Dans ce cas les solitons d'ordres supérieurs (définie par un ordre N entier) sont des solutions exactes de l'ESNL standard auquel cas ces solutions présentent une dynamique d'évolution spatiale périodique [80, 122]. La période spatiale du soliton est indépendante de l'ordre de celui-ci et donnée par l'Eq. (2.1) :

$$Z_{sol} = \frac{\pi}{2} L_D = \frac{\pi T_0^2}{2 |\beta_2|} \quad (2.1)$$

Dans la Fig. 2.3, nous montrons l'évolution spectrale et temporelle d'un soliton d'ordre $N = 4$ intégrée par l'ESNL standard sur une distance de propagation équivalente à sa période. Dans le cas présenté ici, le soliton est injecté à 1550 nm dans une fibre SMF-28 standard avec une durée de 500 fs et une puissance crête de 3.33 kW. Dans ces conditions, la période spatiale du soliton est alors $Z_{sol} = 5.8$ m.

On peut alors observer dans les Figs. 2.3(a,c), un cycle de compression temporelle d'impulsions localisées sur l'enveloppe de l'impulsion. Dans le domaine spectral présenté dans la Fig. 2.3(b), ces dynamiques de compression sont en fait associées à des échanges énergétiques périodiques entre les différentes composantes spectrales du soliton. Néanmoins, en l'absence de perturbation, on peut voir dans la Fig. 2.3(d) que le profil temporel d'entrée est équivalent au profil obtenu après une propagation de celui-ci sur une période spatiale Z_{sol} .

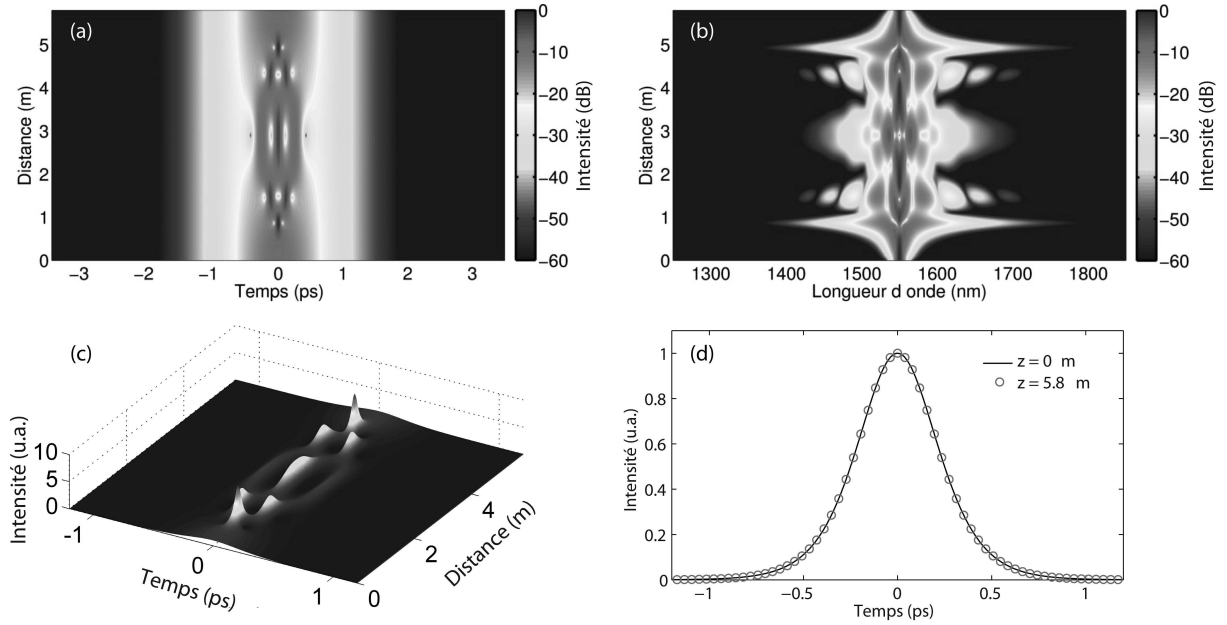


FIGURE 2.3 – *Simulations numériques de l'évolution sur une période d'un soliton d'ordre $N = 4$ injecté dans une fibre SMF standard à $\lambda_0 = 1550$ nm en considérant l'intégration de l'ESNL standard, sans perturbation, donnée par l'Eq. (4.1). (a) Évolution temporelle. (b) Évolution spectrale. Dans les deux cas, les intensités spectrale et temporelle sont présentées en échelle logarithmique. (c) Évolution temporelle vue en 3D montrant le cycle de compression d'impulsions localisées. (d) Profil temporel initial (ligne noire) et final (cercles rouges) soulignant le retour au profil initial après une période spatiale de propagation Z_{sol} .*

Fission solitonique en présence de perturbations

Lorsque l'on considère ce même soliton se propageant dans les mêmes conditions mais intégré par l'ESNL généralisée incluant tous les termes perturbatifs (Raman, dispersion d'ordres supérieurs, dispersion de la non-linéarité), on constate alors que les dynamiques associées ne sont plus périodiques. Cette évolution est ici représentée dans les domaines temporel et fréquentiel par la Fig. 2.4.

Dans ce cas, on observe qu'après une certaine distance de propagation, l'impulsion initiale se scinde en plusieurs impulsions plus courtes. On parle alors de *fission solitonique*. D'un point de vue physique, cette fission de l'impulsion initiale provient de la brisure de symétrie de l'ESNL induite par chacun des termes perturbatifs ajoutés dans l'ESNL généralisée. Il est clair que selon le régime de propagation, la contribution respective de chaque terme perturbatif sera différente. L'inclusion numérique ou non de chacun de ces effets permet, d'un point de vue pratique, d'isoler la prédominance éventuelle de la diffusion Raman ou des termes de dispersion d'ordres supérieurs dans ce processus.

Ainsi, bien que l'effet Raman influence toujours de manière importante l'évolution d'impulsions courtes vue ici, les termes dispersifs d'ordres supérieurs ont eux aussi une grande influence dans les dynamiques d'évolution lorsque l'impulsion est injectée à une longueur d'onde suffisamment proche du zéro de dispersion.

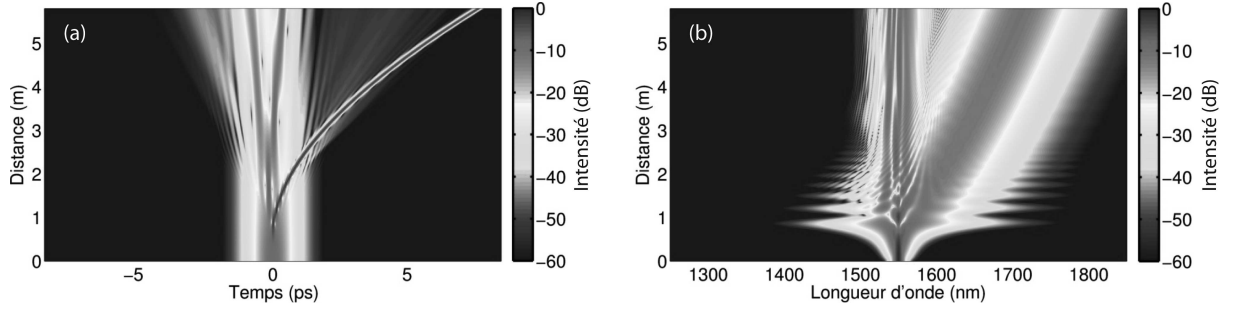


FIGURE 2.4 – *Simulations numériques de l'évolution du soliton décrit dans la Fig. 2.3 intégrée par l'ESNL généralisée donnée par l'Eq. (1.34) incluant les termes perturbatifs. (a) Évolution temporelle. (b) Évolution spectrale.*

En comparant l'évolution présentée dans les Fig. 2.3 et Fig. 2.4, il est intéressant de noter que la fission solitonique s'effectue au point de compression temporelle maximale (élargissement spectral maximum) de l'évolution périodique du soliton d'ordre supérieur [123, 124]. D'une manière générale, une bonne approximation pour déterminer la distance à laquelle s'effectue la fission de l'impulsion initiale est donnée par l'Eq. (2.2) [49] :

$$L_{Fission} \sim \frac{L_D}{N} \quad (2.2)$$

Dans le cas que nous présentons, l'Eq. (2.2) nous donne une distance de fission égale à 0.922 m ce qui est en bon accord avec les dynamiques observées dans la Fig. 2.4. En fait, l'impulsion initiale correspond à un ensemble de solitons fondamentaux qui évoluent de manière périodique avec la même vitesse de groupe, mais possédant des puissances et des durées différentes [80, 122]. En présence de perturbations, ces solitons fondamentaux se scindent et sont éjectés à partir de l'impulsion initiale.

Dans un régime où l'impulsion initiale est suffisamment courte, l'éjection des solitons se fait de manière déterministe. Dans ce cas, les premiers solitons fondamentaux éjectés sont les plus courts et ceux possédant l'amplitude la plus importante. Aussi, il est possible d'obtenir une expression analytique du $n^{\text{ième}}$ soliton éjecté [48] :

$$A_n(z, T) = \sqrt{P_n} \operatorname{sech} \left(\frac{T}{T_n} \right) \quad (2.3)$$

Dans l'Eq. (2.3), le premier soliton injecté sera ainsi donné par A_1 et le soliton injecté le dernier décrit par A_N . La durée T_n et la puissance crête P_n respectives à chaque $n^{\text{ième}}$ soliton sont alors données par :

$$P_n = P_0 \frac{(2N - 2n + 1)^2}{N^2} \quad (2.4)$$

$$T_n = \frac{T_0}{2N - 2n + 1} \quad (2.5)$$

D'autre part, une inspection détaillée des Fig. 2.2 et Fig. 2.4 met aussi en lumière le fait que chaque éjection de soliton est accompagnée de l'émission d'une radiation propre. On parle alors de génération d'*onde dispersive* (DW).

Génération d'ondes dispersives

En fait, lorsqu'un soliton se propage dans un régime où il convient de tenir compte des ordres supérieurs de la dispersion (proche de la longueur d'onde dispersion nulle), le soliton peut transférer une partie de son énergie par résonance à une composante spectrale située dans le régime de dispersion normale de la fibre [125]. Cette radiation est en fait émise pour conserver le caractère fondamental du soliton se propageant de manière instable en présence de perturbations. Dans ce cas, l'onde dispersive générée correspond à un socle de faible amplitude située, dans le domaine temporel, au pied du soliton [126]. Un point important est que la génération d'une telle radiation provient d'un phénomène de résonance et suppose donc un recouvrement partiel du spectre du soliton avec la fréquence de l'onde dispersive. Ainsi, l'énergie transférée à l'onde radiative dépend du recouvrement entre ces deux composantes dont les fréquences respectives sont données par la condition d'accord de phase suivante [49] :

$$\beta(\omega_{DW}) - \frac{\omega_{DW}}{v_{g(S)}} = \beta(\omega_S) - \frac{\omega_S}{v_{g(S)}} + (1 - f_R)\gamma_{NL}P_S \quad (2.6)$$

Dans l'Eq. (2.6), l'onde dispersive est alors générée à une fréquence ω_{DW} à partir d'un soliton se propageant à une fréquence centrale ω_S avec une vitesse de groupe $v_{g(S)}$ et une puissance crête P_S . À partir de ces constatations, il paraît clair qu'une génération efficace de l'onde dispersive s'effectuera lorsque le recouvrement spectral est maximal, de telle sorte que le soliton soit de courte durée et à une longueur d'onde proche du ZDW. Dans ce contexte, la majorité de l'énergie transférée aux ondes dispersives est générée au cours de la fission solitonique par le soliton éjecté le premier, possédant la durée la plus faible et la plus grande puissance crête.

2.1.2 Dynamiques de l'élargissement spectral

La génération de supercontinuum dans son ensemble repose sur la compétition d'un nombre important d'effets linéaires et non-linéaires agissant de manière conjointe. D'un point de vue général, une résolution analytique des dynamiques est hors de propos et une approche numérique est généralement mise en oeuvre. Dans l'évolution ultérieure à la fission solitonique, le processus d'élargissement spectral est majoritairement conditionné par la propagation des solitons fondamentaux éjectés et des ondes dispersives associées qui peuvent néanmoins être étudiées qualitativement.

En effet, l'élargissement du spectre vers les grandes longueurs d'onde est dû au phénomène d'auto-décalage en fréquence du soliton par effet Raman déjà mentionné dans la partie 1.6.3. En fait, nous verrons par la suite que le décalage fréquentiel des solitons décrit dans l'Eq. (1.60) ne consiste pas en une approximation valable lorsque l'on considère des impulsions courtes mais s'écrit en fait comme une intégrale de recouvrement du gain Raman avec le spectre du soliton considéré [66] :

$$\frac{d\omega_S}{dz} = -\frac{10^5 \lambda^2 D}{8cT_0^3} \int_0^{+\infty} \frac{\Omega^3 \operatorname{Im} [\tilde{h}_R(\Omega/2\pi T_0)]}{\sinh^2 3(\pi\Omega/2)} d\Omega \quad (2.7)$$

Dans ce cas, l'intégration se fait selon la variable Ω décrivant la différence de fréquence entre le soliton et la fréquence de référence selon $\Omega = \omega_S - \omega_0$. Dans ce contexte, on voit que le taux du décalage du soliton (en THz/km) est une grandeur dynamique variant au cours de la propagation en fonction de la dispersion D et de la durée du soliton T_0 . Ainsi, au cours de la propagation, le soliton se décale vers les grandes longueurs d'onde induisant une augmentation de la dispersion de vitesse de groupe β_2 . Aussi, afin de conserver sa forme fonctionnelle, le soliton doit augmenter sa durée et diminuer sa puissance ce qui peut donner lieu à une stabilisation de la fréquence du soliton. Néanmoins, si le soliton conserve un décalage fréquentiel, sa vitesse de groupe est réduite et mène, dans le domaine temporel, à une trajectoire quasi-parabolique au cours de sa propagation.

Un point important dans les dynamiques d'élargissement spectral provient du couplage entre chaque soliton éjecté et son onde dispersive correspondante. En effet, on peut tout d'abord noter la possibilité de générer de nouvelles composantes radiatives par le mélange non-linéaire du soliton et de son onde dispersive [127, 128]. D'autre part, il est possible de limiter la dispersion temporelle de la radiation émise par la stabilisation du soliton. En effet, lorsque l'onde dispersive se propage simultanément avec le soliton se décalant en fréquence par effet Raman, la radiation subit un décalage continu vers les courtes longueurs d'onde de telle sorte que sa vitesse de groupe reste égale à celle du soliton. On parle alors de "piégeage optique". Dans ce cas, l'effet de piégeage induit sur l'onde dispersive provient du phénomène d'intermodulation de phase entre le soliton et la radiation située dans le régime de dispersion normale de la fibre [129, 130]. D'un point de vue temporel, la co-propagation des deux ondes est assurée par la variation de l'indice de réfraction locale induite par le soliton (limitant la dispersion du front montant de la radiation) et par une force inertielle attractive induite par la décélération du soliton (limitant la dispersion du front descendant de la radiation) [75].

Dans ce contexte, l'élargissement des bords du spectre du supercontinuum est assuré par les solitons décalés par effet Raman vers les grandes longueurs d'onde et des ondes dispersives piégées se décalant conjointement vers les courtes longueurs d'onde [49, 131].

2.2 Les instabilités du supercontinuum en régime d'impulsions longues

Dans la partie précédente, nous avons étudié les principaux effets menant à l'élargissement spectral d'une impulsion femtoseconde vers un supercontinuum optique. Dans ce cas, les dynamiques sont majoritairement induites par la fission de l'impulsion initiale déterministe et l'évolution ultérieure des solitons éjectés. Ce type de supercontinuum a largement été étudié au cours de la dernière décennie pour son aspect très stable permettant de nombreuses applications en métrologie [31, 132, 133]. Dans cette partie, nous étudions plus en détail la génération d'un supercontinuum provenant de l'élargissement spectral d'une impulsion longue (T_{FWHM} de quelques picosecondes) ou quasi-continue ($T_{FWHM} > 1$ ns). Dans ce cas, une impulsion initiale plus longue ou quasi-continue suppose une largeur spectrale correspondante largement réduite. Aussi, lorsque l'impulsion est injectée dans un régime de dispersion anormale, le phénomène d'instabilité de modulation joue alors un rôle non négligeable dans les dynamique initiales de la propagation [72, 134].

En effet, le bruit initial présentant un recouvrement avec la bande de gain de l'instabilité de modulation est amplifié au cours de la propagation et donne lieu à la génération de bandes latérales de modulation. Dans le domaine temporel, cette amplification du bruit est associée à la formation de sous-impulsions localisées sur l'enveloppe de l'impulsion initiale telle que présentée dans la partie 1.6.3.

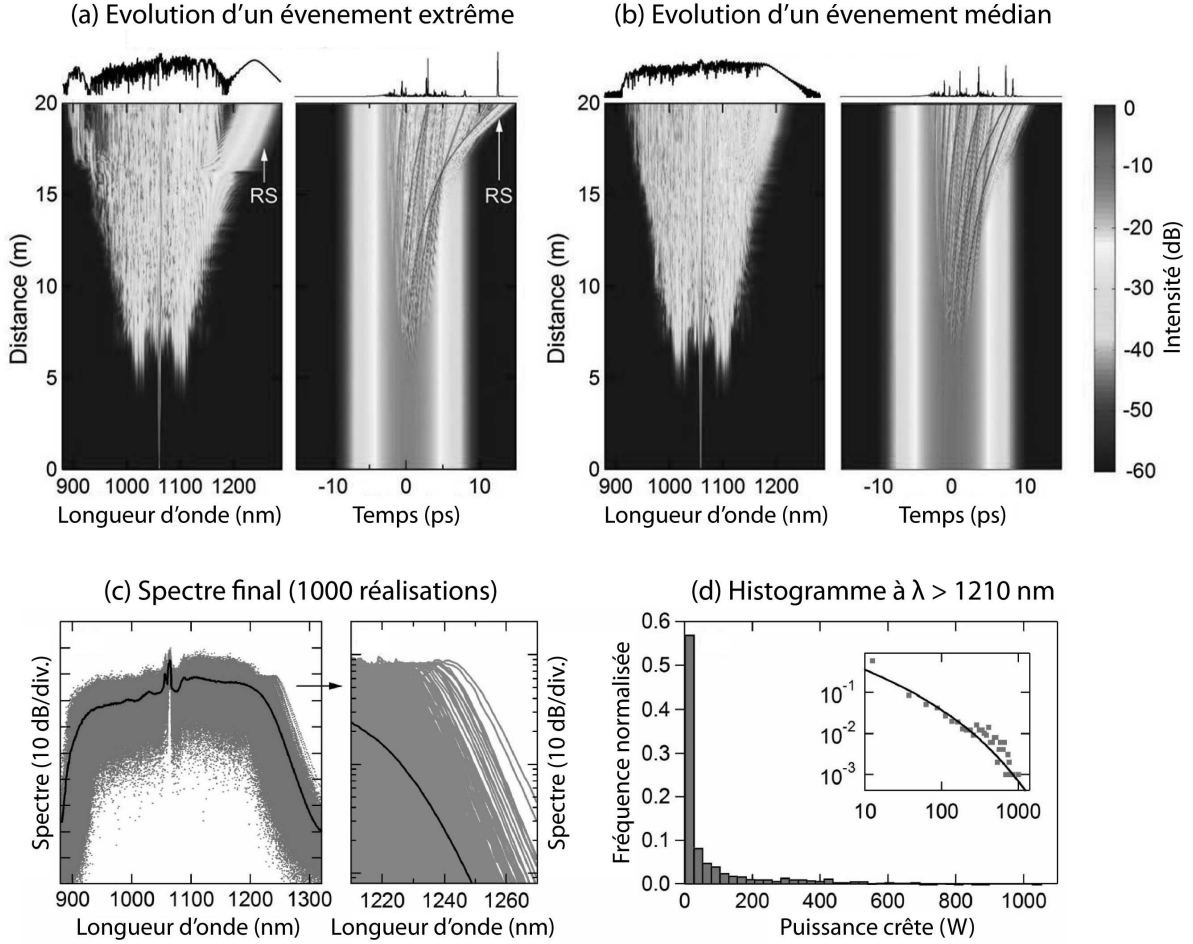


FIGURE 2.5 – (a-b) Évolution spectrale, temporelle et profils finaux de 2 réalisations stochastiques de génération d'un supercontinuum donnant lieu à un événement dit extrême (a), et à un événement médian (b). (c) Spectres issus de 1000 réalisations (gris) et spectre moyen (ligne noire) montrant de larges fluctuations spectrales d'une réalisation à l'autre. L'insert présente un zoom sur la région spectrale filtrée pour la reconstruction de l'histogramme (partie droite). (d) Histogramme des puissances crêtes reconstruit en filtrant les composantes spectrales supérieures à 1210 nm sur les 1000 réalisations de l'ensemble. L'insert présente la représentation logarithmique de l'histogramme (gris) ainsi que l'ajustement décrit dans le texte. Figure adaptée de Ref. [135]

Dans ce contexte, le bruit a un rôle capital dans les dynamiques de propagation et on peut observer des variations stochastiques dans l'évolution du supercontinuum correspondant qui peuvent être relativement importantes d'une impulsion à une autre.

En effet, selon le germe de bruit initial considéré, l'amplification du bruit se fera de manière légèrement différente et induira une localisation temporelle variable des sous-impulsions se formant sur l'enveloppe de l'impulsion initiale. Ainsi, bien que les perturbations de l'ESNL généralisée provoque de manière irrémédiable la fission de l'impulsion initiale, celle-ci ne s'effectue pas de manière déterministe comme pour une impulsion femtoseconde mais de manière stochastique selon le bruit considéré. De cette manière, les dynamiques de propagation propres à l'évolution ultérieure des solitons et des ondes dispersives correspondantes sont conditionnées par le bruit initial et peuvent mener à de larges fluctuations dans le spectre de sortie.

Cette propriété est illustrée dans les Figs. 2.5(a-b), adaptée de la Ref. [135], où l'on compare l'évolution dans le domaine spectral et temporel de deux réalisations numériques en considérant les mêmes paramètres de simulation mais deux germes de bruit différents. Dans ces simulations, on considère la fibre PCF décrite dans la partie précédente au sein de laquelle est injectée une impulsion gaussienne à $\lambda_0 = 1055$ nm d'une durée $T_{FWHM} = 5$ ps et de puissance crête $P_0 = 100$ W (tels que $L_D = 21.9$ km, $L_{NL} = 0.667$ m et le nombre de solitons équivalents $N = 181$). Dans les deux cas, on peut observer, dans le domaine spectral, la formation de lobes latéraux d'instabilité de modulation après environ 5 m de propagation, associée, dans le domaine temporel, à la formation de sous-impulsions localisées. Néanmoins, après 10 m de propagation, on peut constater une éjection des solitons issus de l'impulsion initiale menant à des dynamiques d'évolution spectrale et temporelle qualitativement différentes.

Cet aspect est tout à fait visible dans la partie haute des Figs. 2.5(a-b) où sont extraits les profils spectraux et temporels des deux réalisations correspondantes après 20 m de propagation. On peut alors constater la différence aussi bien quantitative que qualitative des champs obtenus à la sortie de la fibre. Dans une certaine mesure, ces fluctuations provenant du bruit initial modélise de manière équivalente les faibles variations obtenues entre chaque impulsion issue d'un laser impulsif.

2.2.1 Instabilités spectrales et perte de cohérence

À partir de ces observations, il paraît clair que de très faibles variations du bruit initial peuvent mener à de larges fluctuations du profil spectral et temporel du supercontinuum à la sortie de la fibre. D'un point de vue simpliste, cet aspect instable du supercontinuum provient des dynamiques complexes mises en jeu au cours de la propagation d'une impulsion "longue" possédant des caractéristiques chaotiques [136, 137]. Cette instabilité du spectre de sortie peut être observée plus en détail dans la Fig. 2.5(c). Dans ce cas, on superpose 1000 spectres issus de réalisations, et donc de germes de bruits différents (gris), comparés au spectre moyen (ligne noire) calculé à partir de cet ensemble de 1000 réalisations. Dans ce cas, il est aisé d'identifier d'importantes fluctuations dans l'intensité spectrale du supercontinuum présenté en échelle logarithmique.

Au cours des dernières années, de nombreuses études ont été menées afin de caractériser les fluctuations spectrales et/ou temporelles du supercontinuum [31, 49, 138, 139]. Une approche classique pour caractériser l'ampleur de ces fluctuations consiste à calculer le degré de cohérence spectral du supercontinuum $|g_{12}^{(1)}(\omega)|$ [140].

Celui-ci, calculé à partir d'une moyenne d'ensemble de spectres indépendants $\tilde{A}_i(\omega)$, est donné par l'Eq. (2.8) où l'astérisque $*$ fait référence au complexe conjugué :

$$|g_{12}^{(1)}(\omega)| = \left| \frac{\langle \tilde{A}_i^*(\omega) \tilde{A}_j(\omega) \rangle_{i \neq j}}{\sqrt{\langle |\tilde{A}_i(\omega)|^2 \rangle \langle |\tilde{A}_j(\omega)|^2 \rangle}} \right| \quad (2.8)$$

Nous reviendrons plus en détail sur cette notion dans le chapitre 3. Néanmoins, il convient de noter que dans le cas de supercontinua générés en régime impulsif long ou continu, les fluctuations de phase et d'intensité du spectre de sortie mènent généralement à un degré de cohérence proche de zéro si l'impulsion initiale possède une puissance crête suffisante telle que son ordre solitonique équivalent soit largement supérieur à l'unité ($N \gg 1$). On parle alors de *supercontinuum incohérent* par opposition au supercontinuum stable (et donc *cohérent*) obtenu en régime impulsif femtoseconde.

Bien évidemment, ces observations sont relativement aisées d'un point de vue numérique et furent d'ailleurs prédites depuis de nombreuses années par Islam et ses collaborateurs [68, 141]. Cependant, la caractérisation expérimentale de ces fluctuations s'avère être beaucoup plus complexe. En effet, lors de l'utilisation d'un analyseur de spectre optique (OSA - *Optical Spectrum Analyser*), le détecteur est relativement lent comparé au taux de répétition de la source laser et l'on obtient un spectre moyenné artificiellement sur plusieurs impulsions similaire à celui présenté dans la Fig. 2.5(c). Par le passé, l'étude de la stabilité des supercontinua était généralement effectuée de manière qualitative par une analyse radiofréquence [138, 139] mais ne permettait pas une analyse quantitative de ces fluctuations. C'est en 2007, dans l'étude pionnière de Solli *et al.* que les fluctuations du supercontinuum furent, pour la première fois, analysées expérimentalement en temps réel [142].

2.2.2 Les vagues scélérates optiques

Dans leurs travaux, Solli et ses collaborateurs parvinrent en effet à observer expérimentalement les fluctuations au coup par coup au sein des SC optiques [142]. La détection de ces fluctuations en temps réel fut effectuée par l'utilisation conjointe d'un filtre spectral couplé à une fibre hautement dispersive pour obtenir un étirage du signal temporel filtré [102, 142]. Nous décrirons plus en détail une adaptation de cette technique de mesure du spectre en temps-réel [143, 144] dans le chapitre 5. Dans leur approche, les auteurs utilisèrent un filtre spectral passe-bande afin d'identifier les fluctuations obtenues dans les grandes longueurs d'onde du supercontinuum. Selon cette méthode, les auteurs identifièrent des événements de très grandes intensités comparés à la valeur moyenne obtenue par filtrage. Néanmoins, l'occurrence de tels événements fut observée de manière beaucoup moins rare que cela aurait pu être attendu par la dispersion statistique d'une distribution aléatoire classique (loi de distribution Normale ou de Poisson par exemple). De cette manière, les auteurs qualifièrent ces événements extrêmes de "vagues scélérates optiques" (*Optical Rogue Waves*) par analogie aux vagues océaniques destructrices apparaissant parfois à la surface des océans et présentant une amplitude extrême par rapport aux conditions de houle moyenne.

L'aspect statistique de tels événements peut en fait être compris visuellement par le biais de la Fig. 2.5 extraite de la Ref. [135]. Dans ce cas, on considère les 1000 réalisations numériques présentées dans la Fig. 2.5(c) dont on filtre spectralement les composantes de longueurs d'onde supérieures à 1210 nm telles que présentées dans l'insert. De cette manière, on reconstruit dans la Fig. 2.5(d) l'histogramme correspondant à la puissance crête maximale de chaque événement filtré dans le bord du spectre. Dans ce cas, très similaire aux observations de la Ref. [142], on parvient à mettre en évidence un histogramme hautement asymétrique (en forme de "L") avec une queue lourde montrant l'apparition relativement fréquente d'événements filtrés de large puissance comparés à la puissance moyenne. Cet aspect est encore mieux mis en évidence dans l'insert présentant ce même histogramme selon une échelle logarithmique ainsi que l'ajustement correspondant avec une distribution de Weibull. Cette distribution asymétrique, tout comme les distributions de Fréchet ou de Gumbel, sont des modèles bien connus dans leurs applications dans *la théorie des valeurs extrêmes* [145, 146].

Du point de vue des dynamiques, on peut très nettement différencier l'évolution d'un supercontinuum menant à l'obtention d'un événement extrême représenté dans la Fig. 2.5(a) de celui menant à la détection d'un événement médian, typiquement obtenu dans la majorité des simulations, et présenté dans la Fig. 2.5(b). Dans ce dernier cas, on peut remarquer que l'éjection des solitons donne lieu à un décalage fréquentiel par effet Raman similaire pour tous les solitons. Finalement, on retrouve un spectre relativement "plat" avec peu d'énergie transférée vers les composantes spectrales supérieures à 1210 nm. Dans l'évolution présentée dans la Fig. 2.5(a), on constate au contraire qu'après environ 16 m de propagation, un soliton va subir une collision avec d'autres solitons se décalant plus lentement vers les grandes longueurs d'onde. Dans ce cas précis, la collision est constructive et ce dernier absorbe l'énergie des autres solitons. Par conséquent, l'énergie du soliton ayant subi une collision est très importante de telle sorte que celui-ci subisse un décalage fréquentiel extrême par effet Raman, en accord avec les Eqs. (1.60) et (2.7). Dans ce contexte, on retrouve un spectre de sortie avec des lobes d'intensité plus importante dans les bords du spectres (dû au décalage du soliton aux grandes longueurs d'onde et au piégeage de l'onde dispersive aux faibles longueurs d'onde) associé à un soliton de forte intensité (noté RS) largement retardé dans le domaine temporel.

D'après cette observation, il semble clair que la technique de filtrage spectral sélectif utilisée par Solli semble intéressante pour isoler des solitons de grande puissance subissant un décalage fréquentiel important par effet Raman. On notera ainsi que d'autres méthodes ont été proposées dans ce sens afin de mesurer l'énergie filtrée d'une réalisation à une autre [147]. Néanmoins de récentes études ont permis de montrer que les solitons les plus décalés en fréquence n'étaient pas forcément ceux présentant la plus forte énergie [148]. Ainsi, étant donné que les distributions reconstruites par ces méthodes dépendent non seulement de la longueur d'onde considérée, mais aussi de largeur du filtre utilisée, il paraît essentiel de considérer les fluctuations discrètes dans l'intégralité du spectre afin d'éviter les biais statistiques.

Nous reviendrons plus en détail sur la technique proposée dans le cadre de cette thèse au cours du chapitre 3, ainsi que sur la validation expérimentale de cette approche abordée dans le chapitre 5.

D'après les dynamiques d'évolution présentées précédemment ainsi que les divers travaux menés par d'autres groupes de recherche [49, 76, 135, 148–153], l'apparition d'événements extrêmes à la sortie du supercontinuum peut principalement être attribuée à deux facteurs :

- L'instabilité de modulation associée à une amplification du bruit dans un régime impulsif long et menant à l'apparition de structures localisées dans les premières étapes de la propagation et à une fission solitonique non déterministe de l'impulsion initiale.
- L'évolution des solitons éjectés après cette étape dont les dynamiques sont largement conditionnées par l'étape initiale d'amplification du bruit et pouvant donner lieu à une collision efficace de solitons responsable de la formation d'impulsion(s) possédant une importante puissance crête fortement décalée vers les grandes longueurs d'onde.

Alors que de récents travaux ont étudiés ces mécanismes de collision solitonique et leur rôle dans la formation de vagues scélérates optiques [148, 152, 154–158], nous nous concentrerons plus particulièrement sur l'émergence de l'instabilité dans le supercontinuum par un traitement plus poussé du phénomène d'instabilité de modulation qui sera abordé en détails dans le chapitre 4 de ce manuscrit.

2.2.3 Liens avec l'hydrodynamique

Un point important souligné par l'observation d'événements extrêmes dans le supercontinuum provient des liens plus ou moins évidents entre ce phénomène vu dans les fibres optiques et l'apparition de phénomènes similaires dans d'autres systèmes physiques non-linéaires [159]. L'exemple le plus frappant concerne le cas de l'hydrodynamique et l'observation de vagues géantes se formant à la surface des océans, ayant ainsi donné le nom initial de vagues scélérates optiques. Pendant de nombreuses années, l'apparition de vagues scélérates a été considéré comme un mythe rapporté par des marins ayant tendance à l'hyperbole ou à l'éthylisme. Cependant, la première preuve expérimentale de ce phénomène fut enregistrée le 1^{er} janvier 1995 par la plate-forme pétrolière **Draupner**, qui fut frappée par une vague solitaire de plus de 25 m, connue depuis comme “la vague du nouvel an”, alors que la hauteur moyenne des vagues enregistrées par la station de mesure était de 12 m. On recense ainsi l'observation de nombreux cas similaires rapportés au cours des dernières décennies tels que le naufrage du **MS Munchen** en 1978 qui fut attribué à une vague scélérate ou à l'enregistrement de plusieurs vagues de très grandes amplitudes (jusqu'à 29 m !) par des embarcations d'exploration scientifique. Historiquement, on peut aussi relever des traces de représentation de telles vagues géantes depuis plusieurs siècles avec notamment l'estampe bien connue de Katsushika Hokusai présentée en Fig. 2.6.

Plus récemment, des observations satellites de l'ESA (**European Spatial Agency**) ont confirmé la formation de vagues océaniques géantes comparativement aux conditions de mer décelées dans les environs [160]. En effet, une vague scélérate ne se définit pas uniquement par sa forte amplitude mais est relative aux statistiques du système environnant.



FIGURE 2.6 – **La grande vague de Kanagawa** (*Kanagawa-oki nami-ura*). Estampe japonaise représentant une vague géante d'environ 15 m par comparaison à la taille estimée des barques. (Katsushika Hokusai - 1830)

Dans le cas de l'hydrodynamique en eaux profondes, la hauteur des vagues suit en fait une distribution de Rayleigh [161]. Dans ce contexte, une vague sera généralement définie comme étant "scélérate" si sa hauteur est supérieure à plus de deux fois la *hauteur significative* H_S de la distribution (SWH - Significant Wave Height). La hauteur significative peut elle même être déterminée selon plusieurs approches mais une bonne approximation consiste à considérer celle-ci comme égale à quatre fois l'écart type de la distribution ($H_S = 4\sigma$) [146, 162, 163].

L'analogie effectuée de manière initiale pour l'attribution du terme de vagues scélérates optiques résidait en fait sur une distribution fortement asymétrique de l'histogramme des événements filtrés, qualitativement équivalent aux distributions statistiques observées pour les vagues océaniques [146, 162–164]. Néanmoins, d'autres points de similitude peuvent être soulevés entre l'optique fibrée et l'hydrodynamique. On peut par exemple relever que, sous certaines conditions, les vagues en eaux profondes pouvaient être modélisées selon l'ESNL standard évoluant dans un régime focalisant et dispersif [83]. De plus, l'instabilité de modulation, à laquelle on se réfère plutôt en hydrodynamique sous le terme d'*instabilité de Benjamin-Feir* [165], a été suggérée comme une piste d'explication pour la formation de vagues scélérates à la surface des océans [166–168]. Dans un contexte optique, nous avons vu que ce même phénomène est à la base de la phase initiale de la génération de SC incohérents [49, 134, 149]. On notera ainsi que, dans le cadre de cette thèse, ce phénomène et son aspect interdisciplinaire sera étudié plus en détail dans le chapitre 4. Enfin, on notera que l'existence de solitons (dans un cadre légèrement différent modélisé par l'équation de Korteweg-De Vries) fut tout d'abord observée expérimentalement dans un contexte hydrodynamique avec "la vague solitaire" observée sur le **Union Canal** et reportée dès 1844 par J. S. Russell [169].

En revanche, il convient aussi de relever certaines limitations à ces liens entre optique et hydrodynamique [159]. Tout d'abord, la propagation de l'onde se fait de manière unidimensionnelle dans une fibre optique alors que, à la surface des océans, les paquets d'ondes se propagent bidimensionnellement [83, 162]. De plus, les observations océaniques ont montrées que les vagues scélérates ne se propageaient pas sur d'importantes distances mais présentaient plutôt un caractère évanescent avec un vague apparaissant et disparaissant soudainement de manière localisée. Dans le contexte des vagues scélérates vus dans le supercontinuum, on constate qu'un tel événement est en fait relatif à un soliton de forte puissance se propageant sur d'importantes distances comparées aux longueurs d'onde considérées.

Ainsi, il semble préférable dans la suite de décrire ces vagues scélérates optiques comme des événements extrêmes afin d'éviter les raccourcis faciles entre deux phénomènes de natures intrinsèquement différentes, bien que similaires sur de nombreux aspects.

2.3 Influence de la modélisation du gain Raman par approximation linéaire

Nous avons pu voir dans la partie précédente que la génération de supercontinuum, et tout particulièrement l'apparition d'événements extrêmes en son sein, étaient fortement conditionnées par l'effet Raman et le décalage fréquentiel induit sur les solitons au cours de la propagation. Cependant, dans la littérature, il est parfois admis d'utiliser une approximation linéaire du gain Raman dans les études numériques visant à simuler les dynamiques d'évolution d'une impulsion dans une fibre optique non-linéaire.

Dans cette partie, nous présentons de manière anticipée des travaux visant à étudier sous quelles conditions cette approximation est valable lors de la modélisation numérique du supercontinuum [170]. Une des principales conclusions est que, pour des conditions typiques de nombreuses expériences, bien que les impulsions d'entrée soient susceptibles de satisfaire aux critères où l'approximation de gain linéaire est valide, l'évolution ultérieure et la fission de l'impulsion initiale peut rapidement conduire à de fortes inexactitudes lors de l'utilisation du modèle linéaire.

D'un point de vue général, l'effet de la diffusion Raman est inclus dans l'ESNL généralisée à travers la réponse non-linéaire totale donnée par l'Eq. (1.39). Ceci est particulièrement le cas lors de l'étude des supercontinua optiques où les effets induits par la diffusion Raman ont une forte influence sur l'évolution spectrale et temporelle du champ au cours de la propagation, ainsi que sur les caractéristiques de celui-ci à la sortie de la fibre [49]. Cette précision numérique est ainsi essentielle pour de nombreuses applications telles que dans des contextes de télécommunications [171].

Bien que de nombreuses études numériques relatives au supercontinuum utilisent effectivement la réponse expérimentale Raman [45] ou une approche analytique de celle-ci [44, 64, 172], une approximation linéaire du premier ordre de la réponse Raman a aussi souvent été utilisée dans des travaux aussi bien théoriques que numériques [12].

On recense ainsi de nombreuses études basées sur cette approximation ayant permis une meilleure compréhension d'effets variés mis en jeu lors de la propagation d'une impulsion dans la fibre. Au delà de l'étude originale du phénomène d'auto-décalage en fréquence du soliton [66], cette approximation linéaire a également été appliquée dans le cadre de la formation de quasi-solitons couplant un soliton idéal de l'ESNL à une "queue Raman" décrite par une fonction d'Airy [69], dans les interactions soliton-onde dispersive [75], dans l'étude de nouvelles formes de structures non-linéaires localisées [77] et des phénomènes de choc optique [173]. Le modèle linéaire de la réponse Raman a également été utilisé dans des simulations numériques pour fournir d'autres renseignements importants sur l'élargissement spectral non-linéaire dans les fibres. Ces travaux font aussi bien référence aux premières études des dynamiques de base de l'élargissement spectral fibré [67, 68], qu'à des études plus récentes relatives aux mécanismes détaillés de la génération de supercontinuum [70–74, 76, 78].

Alors que la simplicité d'une approche linéaire de la réponse Raman possède des avantages significatifs dans des études analytiques, l'objectif de cette partie est de montrer que son utilisation dans les simulations numériques de génération de SC doit être considérée avec le plus grand soin et que sa validité doit être examinée au cas par cas afin d'éviter de mauvaises interprétations.

2.3.1 Approximation linéaire de la réponse Raman et décalage fréquentiel du soliton

Dans un premier temps, il convient d'examiner les deux approches considérées pour l'inclusion de l'effet Raman dans l'ESNL généralisée.

La première et la plus réaliste consiste à utiliser les mesures expérimentales de la section efficace Raman afin de déterminer la forme fréquentielle de la réponse Raman. Cette méthode est détaillée dans la partie 1.5.2 et repose sur les données expérimentales de la Ref. [45] mais des résultats équivalents peuvent être obtenus par des approximations lorentziennes analytiques de cette réponse temporelle [44, 64, 172]. La réponse spectrale $\text{Im}[\tilde{h}_R(\omega)]$ obtenue selon cette approche est présentée dans la Fig. 2.7(a) sous la forme d'une ligne continue. On y retrouve un gain sur une largeur spectrale finie (~ 30 THz) et nous nous référerons par la suite à cette méthode comme *la réponse Raman totale*.

D'autre part, l'approximation linéaire de la réponse Raman dans le domaine fréquentiel peut être écrite selon $\tilde{h}_R(\omega) = 1 + i\omega B$ auquel cas B fait alors référence à la pente de la droite utilisée lors de l'ajustement à la courbe expérimentale. De cette manière, il est possible de déduire le temps de réponse Raman tel que $T_R = f_R B$ selon l'approche présentée dans la partie 1.5.2. Dans ce cas, la pente B est généralement déterminée à $\omega = 0$ afin que T_R corresponde au premier moment de $h_R(t)$ tel que calculé dans l'Eq. (1.52). Même s'il convient de noter que l'ajustement linéaire de la courbe expérimentale peut s'effectuer par d'autres moyens et présente une incertitude intrinsèque [79, 174–176], le résultat généralement admis est présenté dans la Fig. 2.7(a) sous la forme de traits pointillés. Dans ce cas, on obtient un temps de réponse $T_R = 3$ fs et on se référera par la suite à cette méthode selon *la réponse Raman linéaire*.

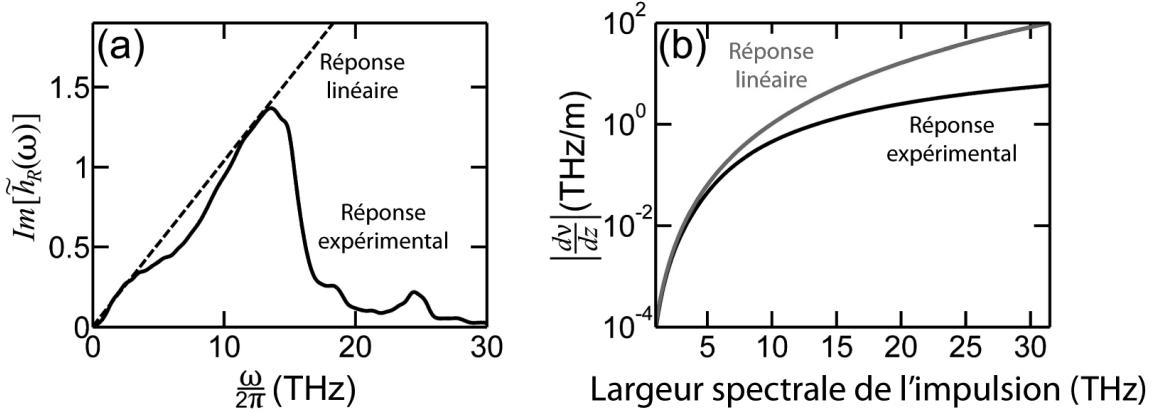


FIGURE 2.7 – (a) Comparaison des deux formes de la fonction de réponse Raman : la réponse expérimentale (ligne continue) est adaptée de [45] et la réponse linéaire (ligne pointillée) est calculée comme expliqué dans le texte. (b) Comparaison du taux de décalage fréquentiel d'un soliton fondamental ($N = 1$) en fonction de sa largeur spectrale selon les deux modèles correspondants : La réponse linéaire approximée (ligne rouge) et le modèle expérimental tel qu'utilisé classiquement dans l'ESNL généralisée (ligne noire).

A partir de ces deux approches, il est possible de comparer de quelle manière l'inclusion de l'effet Raman s'effectue dans l'ESNL généralisée. Dans le cas de la réponse Raman totale, l'opérateur non-linéaire est classiquement donné par l'Eq. (1.53) alors qu'en considérant la réponse Raman linéaire, ce même opérateur se simplifie sous la forme de l'Eq. (1.54).

Un point intéressant consiste à considérer les limitations de ce modèle linéaire du Raman lors de l'auto-décalage fréquentiel Raman d'un soliton en fonction de sa largeur spectrale lors de l'injection dans la fibre. Pour cela, on considère l'évolution d'un soliton fondamental ($N = 1$) en ne tenant en compte que d'un paramètre de dispersion constant $\beta_2 = -7.10 \times 10^{-1} \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$, un paramètre non-linéaire $\gamma_{NL} = 10.66 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ et en négligeant les ordres de dispersion supérieurs ainsi que le terme de choc optique. Ces paramètres sont typiques d'une fibre PCF hautement non-linéaire présentant une longueur d'onde de dispersion nulle aux alentours de $1 \mu\text{m}$. Dans ces conditions, la Fig. 2.7(b) présente le taux de décalage fréquentiel du soliton fondamental $|d\nu/dz|$ en fonction de sa largeur spectrale initiale. On peut alors voir que le décalage en fréquence prédit par l'approximation de la réponse Raman linéaire est en bon accord avec le modèle de réponse Raman total uniquement lorsque la largeur spectrale de l'impulsion est inférieure à 5 THz (correspondant à une impulsion de durée $T_{FWHM} > 60 \text{ fs}$). Lorsque la largeur spectrale de l'impulsion augmente au delà de ce point, on constate que la déviation entre les deux approches devient significative de telle manière que le taux de décalage fréquentiel soit surestimé par la réponse Raman linéaire. Nous verrons par la suite que ce facteur est déterminant et s'impose comme la restriction principale dans l'utilisation du modèle de réponse Raman linéaire pour l'étude numérique des supercontinua.

2.3.2 Cas du supercontinuum en régime impulsional court

A partir de ces observations, il paraît primordial de comparer en détail les résultats obtenus selon ces deux modèles lors de la génération numérique de SC. Dans ce contexte, nous portons notre attention sur les dynamiques de propagation dans un régime de dispersion anormale proche du ZDW où les effets de la diffusion Raman jouent un rôle clé aussi bien dans les étapes initiales de fission solitonique que dans lors de l'expansion spectrale ultérieure conditionnée par le décalage fréquentiel du soliton [31, 49].

Aussi, nous considérons dans nos simulations les paramètres expérimentaux typiques du pompage d'une fibre PCF disponible commercialement (SC-5.0-1040) telle que présentée ci-dessus et comportant une longueur d'onde de dispersion nulle à $\lambda_D = 1030$ nm. Les impulsions, présentant un profil sech^2 , sont injectées à une longueur d'onde pompe $\lambda_0 = 1035$ nm. A cette longueur d'onde, le paramètre non-linéaire est $\gamma_{NL} = 10.66 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ et le terme de choc optique est $\tau_{shock} = 0.55$ fs. De plus, les coefficients de dispersion sont inclus jusqu'à l'ordre 10 tels que : $\beta_2 = -7.10 \times 10^{-1} \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$, $\beta_3 = 6.90 \times 10^{-2} \text{ ps}^3 \text{ km}^{-1}$, $\beta_4 = -1.02 \times 10^{-4} \text{ ps}^4 \text{ km}^{-1}$, $\beta_5 = 2.7 \times 10^{-7} \text{ ps}^5 \text{ km}^{-1}$, $\beta_6 = -8.3 \times 10^{-10} \text{ ps}^6 \text{ km}^{-1}$, $\beta_7 = 3.0 \times 10^{-12} \text{ ps}^7 \text{ km}^{-1}$, $\beta_8 = -1.2 \times 10^{-14} \text{ ps}^8 \text{ km}^{-1}$, $\beta_9 = 6.5 \times 10^{-17} \text{ ps}^9 \text{ km}^{-1}$ et $\beta_{10} = -3.2 \times 10^{-20} \text{ ps}^{10} \text{ km}^{-1}$.

Pour discuter de la validité du modèle linéaire Raman, nous présentons dans la Fig. 2.8 les résultats de simulations en utilisant des impulsions d'entrée courtes avec des durées s'étendant sur la gamme $50 \text{ fs} \leq T_{FWHM} \leq 1 \text{ ps}$. Étant donné que la durée de l'impulsion varie, nous ajustons la puissance crête de façon à maintenir l'ordre du soliton N constant ($N = 5$ ou 10). Pour une comparaison significative des résultats à partir d'impulsions d'entrée différents, on compare les caractéristiques spectrales après une distance de propagation $z = 10 L_{Fission}$ où la distance caractéristique de fission du soliton $L_{Fission}$ est donnée dans l'Eq. (2.2).

Les résultats de la Fig. 2.8 comparent les spectres obtenus avec le modèle linéaire (rouge), avec le modèle complet (noir). Il est clair que dans tous les cas observés, nous voyons que le modèle linéaire prédit une largeur spectrale du supercontinuum plus importante que celle obtenue par le modèle complet et que cet écart augmente avec l'ordre du soliton N et/ou une durée d'impulsion plus faible. Il est cependant intéressant de noter que, pour les résultats obtenus avec $N = 5$, on constate un bon accord qualitatif entre les spectres prédits par les deux modèles, notamment pour une durée d'impulsion de 1 ps où l'on peut observer un très bon accord quantitatif. Au contraire, lorsque l'ordre du soliton augmente ($N = 10$), la correspondance spectrale diminue quantitativement pour une impulsion de durée 1 ps jusqu'à l'obtention, pour des impulsions plus courtes, d'importantes variations qualitatives.

Ces observations peuvent facilement s'expliquer par le fait que le modèle linéaire n'impose pas de limite à la largeur de la bande de gain Raman qui conduit à un taux surestimé de l'auto-décalage en fréquence des solitons dont la largeur spectrale est supérieure à 13 THz (pic de la bande de gain Raman). Plus spécifiquement, cette variation dans le spectre final entre les deux modèles est principalement due aux différentes dynamiques de propagation du premier soliton éjecté lors de la fission de l'impulsion initiale. D'après la Fig. 2.7(b), nous avons pu voir que le modèle de réponse Raman linéaire proposait une bonne approximation des dynamiques de décalage d'un soliton fondamental vers les

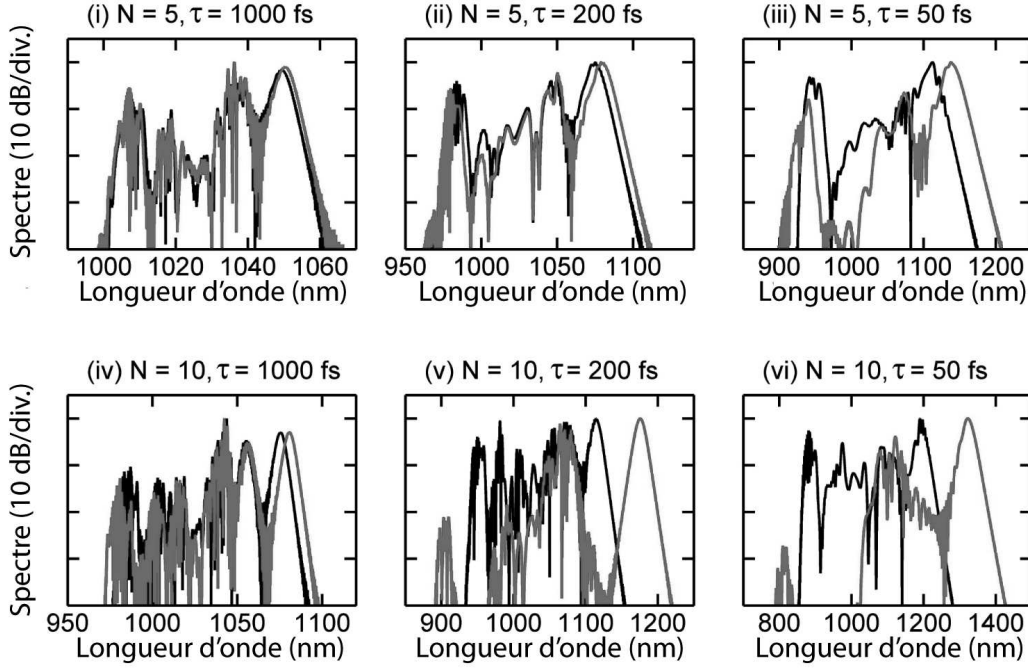


FIGURE 2.8 – Comparaison des spectres de sortie pour différents paramètres de l’impulsion d’entrée en utilisant le modèle de réponse Raman réaliste (noir) et le modèle linéaire (rouge) dans les simulations numériques. La distance de propagation dans chaque cas est $z = 10 L_{Fission}$. Les paramètres dimensionnels sont les suivants : (i) $P_0 = 5.2 \text{ W}$, $z = 900 \text{ m}$; (ii) $P_0 = 129.4 \text{ W}$, $z = 36 \text{ m}$; (iii) $P_0 = 2.07 \text{ kW}$, $z = 2,26 \text{ m}$; (iv) $P_0 = 20.7 \text{ W}$, $z = 450 \text{ m}$; (v) $P_0 = 517.5 \text{ W}$, $z = 18 \text{ m}$; (vi) $P_0 = 8.28 \text{ kW}$, $z = 1,13 \text{ m}$

basses fréquences si sa durée correspond à $T_{FWHM} > 60 \text{ fs}$. D’autre part, il est aisé de voir, en considérant les prédictions des Eqs. (2.4)-(2.5), que la durée du premier soliton éjecté après fission de l’impulsion initiale ($n = 1$) est égale à $T_1 = T_0/(2N - 1)$ [48]. Ainsi, en supposant une impulsion initiale possédant un profil de type sécante hyperbolique, les dynamiques de propagation du premier soliton éjecté seront reproduites convenablement par l’approximation de la réponse Raman linéaire si l’impulsion initiale satisfait à la condition :

$$\frac{T_{FWHM}}{2N - 1} > 60 \text{ fs} \quad (2.9)$$

L’Eq. (2.9) apporte ainsi un critère commode pour décrire le régime de validité de l’approche linéaire de la réponse Raman pour modéliser les dynamiques d’évolution de l’impulsion initiale en fonction de sa durée T_{FWHM} et de son ordre solitonique équivalent N . Toutefois, nous soulignons qu’une telle analyse n’est applicable que dans le régime dit “cohérent” correspondant à la génération d’un supercontinuum à partir d’impulsions *relativement* courtes où les solitons sont éjectées de manière ordonnée. Dans ce cas, le premier soliton éjecté possède la durée la plus faible ($T_1 < T_{n>1}$) et subit le plus important décalage fréquentiel vers les grandes longueurs d’onde.

Pour une meilleure compréhension du phénomène, il est instructif d'examiner plus en détail le cas où l'on observe un désaccord significatif entre les résultats du modèle Raman linéaire et total. Dans ce but, la Fig. 2.9 compare les simulations issues de ces deux modèles pour le cas d'une impulsion d'entrée de 50 fs possédant un ordre solitonique $N = 10$ tel que présenté dans la Fig. 2.8(vi). Dans ce cas, nous suivons dans les Figs. 2.9(a-b) l'évolution dynamique du spectre sur une distance de $z = 20 L_{\text{Fission}}$ ainsi que les profils temporels de sortie correspondant vus dans l'insert du haut.

Pour gagner en clarté dans l'interprétation des dynamiques, la Fig. 2.9(c) propose aussi une comparaison du *spectrogramme* de sortie du champ obtenu selon chacun des modèles étudiés. Celui-ci, aussi appelé "trace *FROG*" (*Frequency Resolved Optical Ga-ting*), présente en fait la dépendance temporelle du spectre de sortie $\tilde{I}(\omega, \tau)$ reconstruit dans une représentation en 2D selon [177–180] :

$$\tilde{I}(\omega, \tau) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} E(t)g(t - \tau)e^{i\omega t} dt \right|^2 \quad (2.10)$$

Dans l'Eq. (2.10), le champ de sortie étudié est donné par $E(t)$ et la reconstruction du spectrogramme est assurée en faisant varier le retard temporel τ d'une fonction porte $g(t)$ [180].

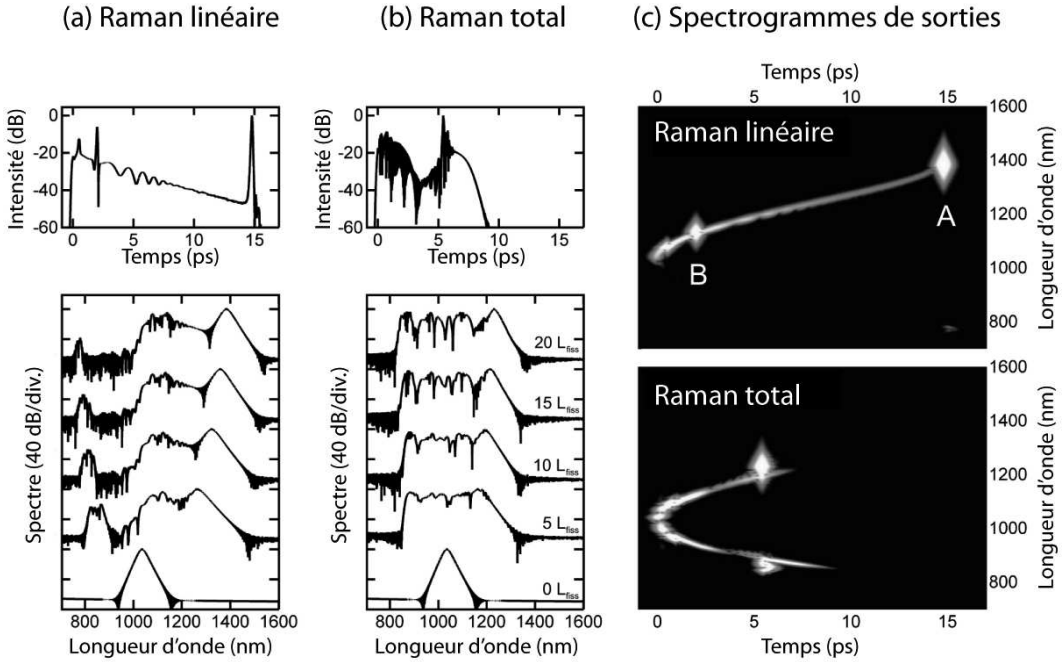


FIGURE 2.9 – *Dynamiques de propagation et caractéristiques de sortie obtenues par simulations numériques en utilisant le modèle linéaire du Raman (a) et la réponse Raman totale (b). L'impulsion d'entrée est injectée à $\lambda_0 = 1035$ nm avec une durée de 50 fs tel que $N = 10$. On retrouve dans la partie basse les dynamiques d'évolution spectrale (en bas) et le profil de sortie temporelle pour une distance de propagation de $z = 20 L_{\text{Fission}}$ (en haut). (c) Comparaison des spectrogrammes de sortie, calculés en utilisant une fonction porte de 200 fs, pour les deux approches de réponse Raman correspondantes.*

En considérant les résultats illustrés dans la Fig. 2.9, on peut observer de nettes différences physiques entre les caractéristiques du champ prédit à partir des différents modèles telles que l'obtention d'un spectre final plus large prévu par le modèle linéaire. Au delà de cette observation triviale, la différence la plus notable provient d'une variation qualitative du spectre final obtenu. En effet, tandis que le modèle Raman total prédit une étendue spectrale d'intensité équivalente des deux côtés de la ZDW pour le spectre de sortie, le spectre correspondant prévu par le modèle linéaire est presque entièrement localisé dans le régime de dispersion anormale ($\lambda > 1030$ nm).

Quand on inspecte l'évolution spectrale dans le cadre du modèle linéaire présenté en Fig. 2.9(a), on peut observer que l'énergie initialement présente dans la région spectrale de dispersion normale est significativement appauvrie au cours de la propagation. Nous attribuons ce comportement à deux effets principaux :

- Le phénomène d'intermodulation de phase agissant entre le soliton décalé en fréquence et l'onde dispersive et qui permet le chevauchement temporel de ces composantes sur la totalité de la propagation [172, 181].
- L'absence de limitation de la largeur spectrale du gain Raman dans le modèle linéaire permettant ainsi à l'onde dispersive (en régime de dispersion normale) d'agir comme une pompe Raman pour les composantes spectrales situées en régime de dispersion anormale et proposant un chevauchement temporel. Ce dernier résulte en une perte continue de l'énergie des composantes associées à l'onde dispersive.

Dans ce contexte, il convient de noter que, malgré la faible amplitude de l'onde dispersive, le gain Raman augmente linéairement et de manière significative sur un intervalle d'environ 170 THz entre les bords du spectre. De plus, le transfert d'énergie de l'onde dispersive vers le soliton augmente ainsi le taux d'auto-décalage en fréquence de celui-ci pour mener à une surestimation de l'étendue finale du spectre aux grandes longueurs d'onde.

D'autre part, on peut également remarquer la forme très particulière du profil temporel de la Fig. 2.9(a) prédit par le modèle linéaire. Comme on le voit dans le spectrogramme correspondant, le profil d'intensité est constitué de deux pics distincts (notés "A" et "B" dans la figure), dont chacun est associé à un socle étendu de faible amplitude sur son bord d'attaque. En fait, cette structure est une solution analytique bien connue de l'ESNL standard en y incluant un terme de gain Raman linéaire dans la contribution non-linéaire (Eq. (1.54) avec $\tau_{shock} = 0$). Cette solution se compose d'un état quasi-solitonique composé d'une impulsion sécante hyperbolique couplée à un socle étendu [69] qui n'est pas observée dans le profil temporel prédit par le modèle Raman total tel que vu dans la Fig. 2.9(b).

Il convient de noter que des simulations numériques effectuées sur une plus grande plage de paramètres confirment la condition d'acceptation du modèle Raman linéaire décrite précédemment comme une approximation suffisamment précise pour une modélisation numérique efficace des SC. A savoir que le soliton éjecté le premier lors de la fission de l'impulsion initiale doit présenter une bande passante inférieure à 5 THz. D'autre part, il est important de relever que les différences des dynamiques de propagation entre les

deux modèles influencent aussi dramatiquement le processus de fission solitonique lorsque celui-ci est principalement initié par l'effet Raman.

C'est notamment le cas lors d'un pompage optique situé suffisamment loin de la longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre. En effet, le fait que la modélisation linéaire du Raman admette des solutions quasi-solitoniques induit un nombre réduit de solitons éjectés à une distance de propagation donnée par comparaison au modèle Raman total.

2.3.3 Cas du supercontinuum en régime d'impulsions longues

Les résultats ci-dessus mettent clairement en lumière les différentes dynamiques observées par l'utilisation des deux modèles considérés pour décrire la réponse Raman. Dans ce cas, nous avons soigneusement vérifié que, pour les paramètres utilisés, l'effet du bruit était négligeable sur les résultats obtenus peu importe le modèle choisi. Néanmoins, lorsque la durée de l'impulsion initiale augmente, nous avons pu voir dans la partie 2.2 que le supercontinuum pouvait être considéré comme *incohérent* étant donné sa forte susceptibilité à l'obtention de larges fluctuations du spectre final selon le germe de bruit initial utilisé. Dans cette partie, nous étudions l'influence des modèles linéaire et totale de la réponse Raman dans la génération stochastique de SC dans un régime d'excitation basé sur des impulsions "longues".

Pour cela, nos simulations utilisent les paramètres de la fibre présentée ci-dessus, mais avec une impulsion de durée $T_{FWHM} = 4$ ps injectée à 1035 nm avec une puissance crête de 150 W. Dans ce cas, nous sommes dans un régime où l'ordre solitonique équivalent est élevé ($N \sim 107$) avec des dynamiques de propagation censées mener à d'importantes fluctuations spectrales et temporelles entre chaque réalisation. On notera que pour chaque réalisation, on utilisera un bruit discret possédant une amplitude spectrale constante d'un photon par mode et comportant une phase aléatoire (cf. partie 1.7).

Aussi, nous présentons dans la Fig. 2.10 une comparaison des résultats de simulations issues des deux modèles de gain Raman en superposant les résultats de 1000 réalisations provenant de bruits initiaux différents (gris) ainsi que le spectre moyen calculé sur cet ensemble (ligne noire). Afin de permettre une comparaison significative des spectres obtenus, nous calculons ceux-ci à une distance de propagation fixe de 15 m (a) et pour un élargissement du spectre moyen aux grandes longueurs d'onde d'environ 200 nm à un niveau de -20 dB par rapport à l'intensité résiduelle de la pompe (b). Étant donné que la bande passante du gain Raman n'est pas limitée dans le modèle linéaire, ce niveau d'élargissement spectral est obtenu à seulement 11 m alors que, en considérant le modèle Raman total, l'obtention d'une largeur spectrale similaire requiert une propagation de l'impulsion sur 25 m.

La Fig. 2.10 met en lumière plusieurs caractéristiques importantes. Tout d'abord, on peut remarquer que les deux modèles présentent d'importantes fluctuations stochastiques d'une réalisation à une autre. De plus, bien que non représenté dans cette figure, le degré de cohérence spectrale donné par l'Eq. (2.8) est, dans les deux cas, proche de zéro aux longueurs d'onde éloignées de la pompe [49,140,182–184]. Cette observation est importante car elle confirme notamment que les fluctuations du SC peuvent être observées quel que soit le modèle de réponse Raman utilisé.

D'autre part, les différences très importantes de la largeur spectrale du supercontinuum

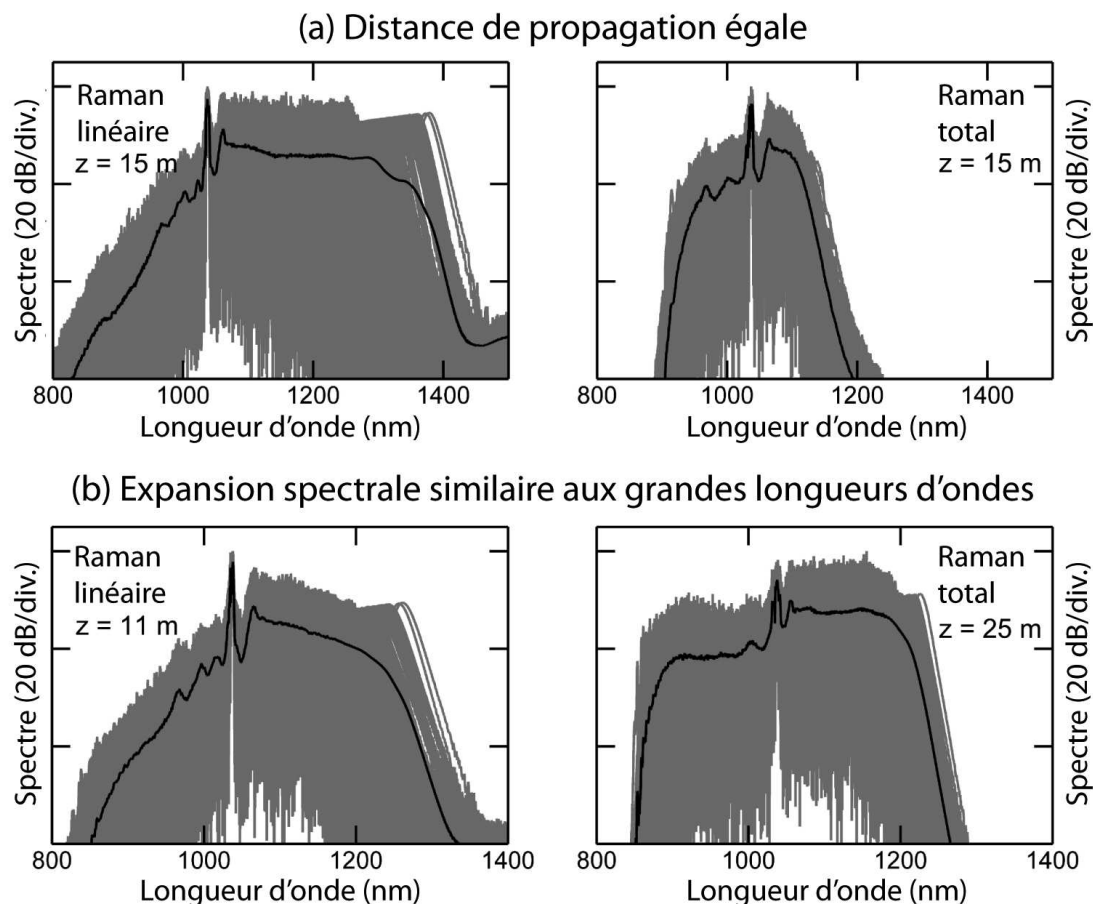


FIGURE 2.10 – Spectres de sortie issus de simulations stochastiques (gris) et moyennés (noir) pour une impulsion de 4 ps injectée à 1035 nm avec une puissance crête $P_0 = 150$ W tel que $N \sim 170$. Les résultats de simulations basées sur les modèles de gain Raman linéaire et de gain Raman réaliste (Raman total) sont comparés à distance de propagation fixe de 15 m (a) et pour un élargissement du spectre moyen aux grandes longueurs d'onde d'environ 200 nm à un niveau de -20 dB par rapport à l'intensité résiduelle de la pompe (b).

obtenu à distance de propagation fixe suggère que, pour un accord quantitatif avec les résultats expérimentaux, ce régime se devra d'être modélisé à partir de la réponse Raman totale étant donné la surestimation de l'élargissement spectral par l'approximation linéaire du Raman. Ce point se doit d'être relevé car il peut largement biaiser les observations faites numériquement, principalement lors de la comparaison d'expériences et de simulations numériques visant à quantifier les fluctuations d'un supercontinuum incohérent à une longueur d'onde particulière par filtrage spectral [142, 148, 185].

En s'intéressant plus particulièrement aux dynamiques d'évolution, il est important de relever que des différences significatives peuvent être observées même dans ce régime d'impulsion longue où l'ordre solitonique équivalent à l'impulsion initiale est élevé. Dans ce cas, la diffusion Raman a une influence importante sur les dynamiques des solitons dans l'émergence du supercontinuum qui est associé au phénomène d'instabilité de modulation

spontanée vu précédemment [149].

En effet, bien que l'on n'observe pas une fission solitonique déterministe dans ce régime d'impulsion longue, des impulsions localisées apparaissent sur l'enveloppe de l'impulsion par amplification du bruit initial et sont suffisamment courtes pour que l'on observe des différences notables entre les deux modèles de réponse Raman. Ces variations de dynamiques sont d'autant plus importantes que ces impulsions localisées évoluent par la suite en solitons subissant à leur tour un auto-décalage en fréquence.

De plus, lorsque l'on considère un tel régime menant à la formation de multiples solitons, la largeur spectrale infinie du gain Raman considéré dans l'approximation linéaire peut aussi faciliter des transferts d'énergie entre des composantes spectrales se chevauchant d'un point de vue temporel. Dans ce cas, on observe alors un plus faible nombre de solitons émergents possédant une énergie propre plus importante et subissant donc un décalage en fréquence plus important. Ceci résulte en un spectre possédant une étendue largement surestimée dans la région spectrale des grandes longueurs d'onde associé à une énergie sous-estimée dans la région spectrale des faibles longueurs d'onde tel que cela peut être vu dans la Fig. 2.10. Un tel échange artificiel d'énergie est typiquement observé dans des interactions soliton-soliton, soliton-onde dispersive et/ou soliton-pompe résiduelle.

D'autre part, il convient de noter que la cohérence moyenne du spectre résultant, et donc les fluctuations spectrales dans leur globalité, pâtissent elles aussi de cette approximation linéaire de la réponse Raman. En effet, bien que ces considérations ne soient pas explicitées en détail dans cette thèse, des simulations ont montré que l'utilisation de ce modèle Raman induisait une perte artificielle de la cohérence moyenne du supercontinuum dans un régime intermédiaire où celui-ci présentait un degré de cohérence partiel [49, 170].

Au regard de ces conclusions, il est clair qu'une telle approximation n'est pas adaptée pour une étude numérique précise des instabilités au sein des SC incohérents. Ainsi, dans les chapitres suivants de ce manuscrit, on utilisera systématiquement une approche de gain Raman complet afin d'éviter les désagréments décrits précédemment.

2.3.4 Exemple d'artefact numérique : Effondrement solitonique

Enfin, dans cette partie, nous décrivons une forme particulière d'artefact numérique pouvant conduire à un effondrement spectaculaire des impulsions lors de l'utilisation du modèle Raman linéaire dans les simulations. Dans notre cas, nous faisons référence à ce processus d'effondrement comme à un artefact étant donné que son apparition dans les simulations implique des paramètres de discrétisation numérique particulièrement pauvres. Néanmoins, il n'est pas impossible que certaines conditions physiques puissent aussi produire un comportement similaire menant à des phénomènes d'intermittence et d'instabilité [151].

Ce processus d'effondrement est lié à une perte importante de l'énergie des solitons éjectés lors de la fission de l'impulsion initiale. Aussi, on considère le cas d'un supercontinuum cohérent généré numériquement à partir des paramètres utilisés dans la Fig. 2.9(a) (impulsion de 50 fs injectée à 1035 nm avec $N = 10$), mais avec une résolution plus faible de la grille temporelle de calcul. Cet exemple est illustré dans la Fig. 2.11 où l'on présente les résultats obtenus en réduisant la résolution temporelle de moitié par rapport aux pa-

ramètres de simulation de la Fig. 2.9 tout en conservant la même étendue temporelle de la fenêtre temporelle (la résolution est alors de $\Delta\tau = 2.93$ fs/point au lieu de 1.46 fs/point).

Bien que selon cette approche, l'étendue de la fenêtre spectrale équivalente soit évidemment réduite de moitié ($\sim 650 - 2500$ nm), celle-ci s'étend néanmoins sur une largeur suffisante pour une modélisation correcte de toutes les composantes spectrales. Ce détail a toute son importance puisqu'il confirme que les limites de la fenêtre spectrale considérée ne jouent pas un rôle significatif dans cet artefact numérique qui est principalement dû à discrétisation inappropriée de la fenêtre temporelle.

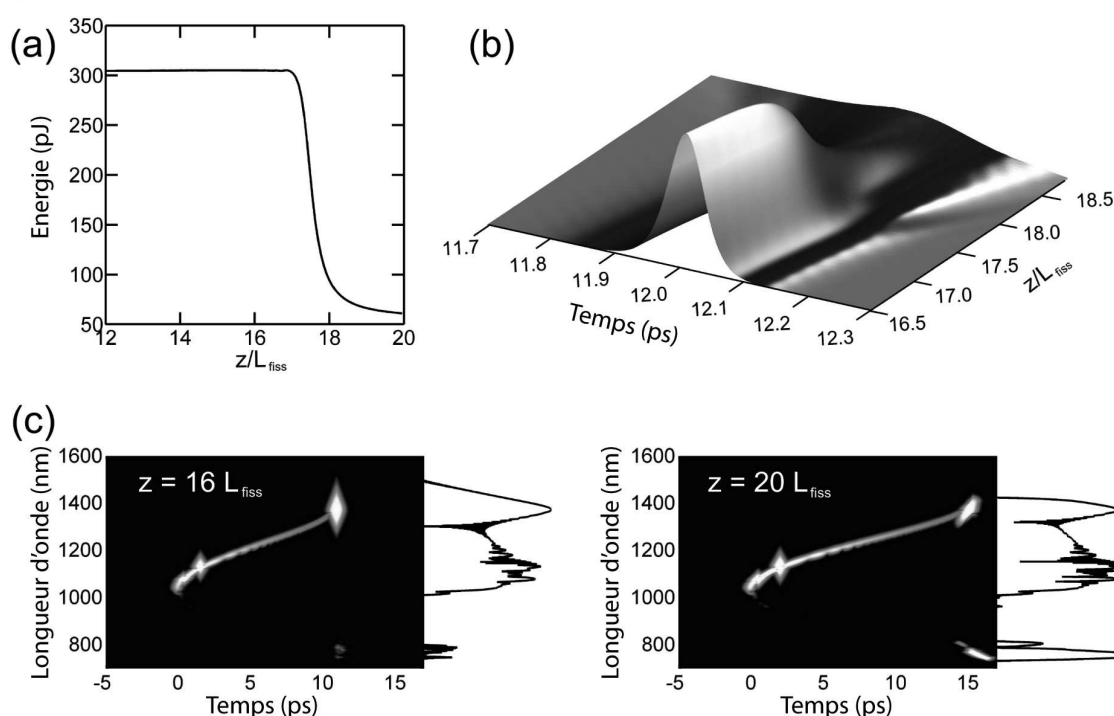


FIGURE 2.11 – Simulation des dynamiques de propagation présentant un effondrement du soliton observé avec le modèle de gain Raman linéaire. (a) Évolution de l'énergie du soliton en fonction de la distance. (b) Évolution du profil temporel du soliton dans un repère mobile se déplaçant à la vitesse du soliton. (c-d) Spectrogrammes de sortie calculés en utilisant une fonction porte de 200 fs avant (c) et après l'effondrement solitonique (d), correspondant respectivement à des distances $z = 16 L_{Fission}$ et $z = 20 L_{Fission}$. Les paramètres de l'impulsion initiale sont les mêmes que ceux présentés dans la Fig. 2.9

La Fig. 2.11(a) illustre l'évolution de l'énergie du soliton premier éjecté par la fission de l'impulsion initiale. L'énergie reste alors quasiment constante lors de la propagation jusqu'à une distance d'environ $z = 17 L_{Fission}$, en bon accord avec les prédictions théoriques. Cependant, au delà de ce point, le soliton subit une importante perte d'énergie associée à un effondrement soudain du soliton dans le domaine temporel tel que présenté dans la Fig. 2.11(b).

Lors de l'inspection détaillée des spectrogrammes vus dans la Fig. 2.11(c), il est intéressant de noter que, durant l'effondrement du soliton, l'énergie perdue par celui-ci est

en fait transférée au voisinage de l'onde dispersive correspondante située dans la région spectrale de dispersion normale.

D'après nos observations, il semblerait que cet effondrement du soliton soit associé à l'interaction entre la bande de gain Raman infinie obtenue par l'approximation linéaire et une résolution temporelle insuffisante dans la grille de calcul. Plus précisément, de vastes simulations numériques pour un large éventail de paramètres d'entrée montrent que l'effondrement se produit lorsque le profil d'intensité du soliton est associé avec des éléments du champ dont la séparation présente des caractéristiques spectrales supérieures à la fréquence de Nyquist ($\nu_{Nyquist} = 1/2\Delta\tau$) de la grille de simulation. Cette situation se produit généralement lorsque deux composantes spectrales, dont la fréquence de séparation est supérieure à la fréquence de Nyquist, se chevauchent temporellement.

Par exemple, dans le cas particulier représenté en Fig. 2.11, la séparation fréquentielle du soliton et de l'onde dispersive correspondante est d'environ 171 THz alors que la fréquence de Nyquist de la grille de simulation est de 170 THz. En effet, lorsque la largeur spectrale illimitée du gain Raman est utilisée dans des conditions violant ce "critère de Nyquist", on observe un phénomène de crénelage (*aliasing*) non négligeable de la réponse Raman pouvant mener à un tel artefact numérique. Ce phénomène n'a pas été observé en utilisant le modèle Raman total (possédant un gain limité en bande passante). Néanmoins, il est évident que d'autres types d'instabilités numériques peuvent être obtenus, dans ce cas, lors de l'utilisation de grilles de calcul numérique insuffisamment discrétisées [31, 49].

D'une manière générale, on retiendra que, lors d'une discrétisation correcte de la fenêtre temporelle de calcul, c'est lorsque les composantes spectrales du continuum en développement possèdent une largeur supérieure à la bande passante du gain Raman que des différences significatives apparaissent entre les deux modèles. Ainsi, il conviendra d'examiner attentivement chaque cas particulier bien qu'une règle générale consiste à interpréter les résultats numériques obtenus à partir du modèle Raman linéaire avec une très grande prudence.

2.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons abordé le processus de génération de supercontinuum dans les fibres optiques de manière succincte. Aussi, les différents mécanismes complexes mis en jeu lors de l'élargissement du spectre ont été traités et nous avons pu voir que la nature du SC dépendait fortement du régime d'excitation considéré. En effet, il convient de séparer les supercontinua générés à partir d'une impulsion courte, reposant sur des mécanismes déterministes et proposant une excellente stabilité, et le supercontinuum dit incohérent par l'aspect instable des mécanismes inhérents à l'élargissement spectral. Dans ce cas, le supercontinuum est généré à partir d'une impulsion longue ou en régime quasi-continu et mène généralement à de larges fluctuations d'une réalisation à une autre. Dans ce contexte, nous avons vu que de telles instabilités dans le spectre du supercontinuum pouvaient mener à la formation d'événements extrêmes, historiquement qualifiés de vagues scélérates optiques.

Cet aspect interdisciplinaire entre l'optique et l'hydrodynamique est toujours en débat dans la communauté scientifique. En effet, bien que les propriétés des vagues scélérates

optiques et hydrodynamiques soient qualitativement différentes, nous verrons dans le chapitre 4 que de nombreux liens restent à établir entre ces deux disciplines.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous avons également étudié les effets de l'approximation linéaire de la réponse Raman parfois utilisée dans la littérature lors de l'évolution d'une impulsion dans une fibre optique non-linéaire. Ainsi, nous avons pu mettre en évidence les limitations d'une telle approche pour la modélisation numérique du supercontinuum dont la validité expérimentale se doit d'être vérifiée au cas par cas.

Chapitre 3

Les événements extrêmes et les statistiques du supercontinuum

Dans le chapitre précédent, nous avons pu voir que les instabilités inhérentes à la génération de supercontinua incohérents pouvaient mener à de larges fluctuations au coup par coup dans le spectre de sortie. Depuis les travaux de Solli *et al.* [142], les propriétés du bruit dans le supercontinuum optique ont été au centre d'intenses recherches [31]. D'une part à travers les besoins croissants de sources optiques large bande pour des applications de métrologie, mais aussi dans le contexte fondamental d'une meilleure compréhension de ces instabilités et de leurs liens avec d'autres systèmes non-linéaires.

Les propriétés des fluctuations au sein du supercontinuum optique ont été initialement étudiées expérimentalement à travers des techniques basées sur des mesures de cohérence ou de radio-fréquence. Néanmoins, la mesure directe des histogrammes d'intensité spectrale à une longueur d'onde particulière s'est révélée être une technique puissante pour l'observation de statistiques extrêmes au niveau des larges longueurs d'onde. Ces observations ont permis une vérification statistique des observations pionnières d'Islam *et al.*, prédisant l'apparition de solitons de hautes intensités "statistiquement rares" dans les grandes longueurs d'onde du spectre du SC [141]. Depuis, de nombreuses études ont été menées sur ce sujet en considérant les liens intrigants entre ces événements extrêmes dans les supercontinua et les vagues scélérates observées dans le contexte de l'hydrodynamique [159]. Aussi, la description statistique de ce phénomène dans le contexte optique a été essentiellement abordé en considérant les outils utilisés pour la caractérisation d'événements extrêmes en hydrodynamique [162]. D'autre part, de récentes études ont mis en avant que l'analyse statistique de ces phénomènes était relativement subtile. En effet, Erkintalo *et al.* ont récemment montré que les événements d'intensités les plus importantes n'étaient pas systématiquement rencontrés dans l'épaule des larges longueurs d'onde du spectre et que le filtrage spectral pouvait modifier l'observation objective des statistiques extrêmes dans le supercontinuum [148]. Ainsi, l'utilisation d'histogrammes pour l'analyse du bruit dans le supercontinuum est certainement utile pour identifier des régimes où des statistiques similaires aux vagues scélérates peuvent être observées. Néanmoins, cette approche se révèle généralement purement qualitative. Dans ce contexte, il semble nécessaire d'introduire des éléments de mesure permettant une comparaison quantitative des résultats expérimentaux et numériques lorsque de larges ensembles de données sont mis

en cause.

Dans ce chapitre, nous proposons de décrire quantitativement les propriétés statistiques des fluctuations des sources supercontinuum par le biais des moments centrés d'ordres supérieurs (MCOS). Nous verrons qu'au-delà de l'aspect universel de cette description [146], l'utilisation des MCOS permet de mesurer qualitativement l'importance des fluctuations spectrales dans le supercontinuum ainsi que de définir des régions du spectre où la probabilité d'occurrence d'événements extrêmes est largement supérieure à celle attendue pour une distribution gaussienne [186]. Dans une seconde partie, nous verrons comment l'utilisation appropriée de ces fluctuations peut être à la base d'une source d'aléa polyvalente [187]. Ainsi, nous montrerons que le bruit spectral des supercontinua incohérents permet la génération d'une large variété de marches aléatoires (marche aléatoire idéale, gaussienne, vols de Lévy). De plus, nous apporterons une preuve de principe montrant que ces fluctuations peuvent aussi être utilisées pour générer des nombres aléatoires à une longueur d'onde quelconque dans le spectre du SC.

3.1 Description statistique des supercontinua

Afin d'apprécier l'utilité de la description statistique des SC via les moments centrés d'ordres supérieurs, nous utilisons des simulations numériques pour générer un ensemble de SC dans un contexte où l'on observe des fluctuations significatives entre chaque réalisation de cet ensemble. Nos simulations utilisent ici une intégration de l'ESNL généralisée initiée par un bruit spectral d'amplitude constante ayant montré par le passé une excellente correspondance avec les résultats expérimentaux [49, 188]. Le modèle de bruit utilise l'ajout, pour chaque mode spectral discret, d'un photon (amplitude constante) comportant une phase aléatoire. Il convient néanmoins de noter que, dans ce contexte, le modèle de bruit utilisé n'a pas une importance significative et que des résultats qualitativement équivalents pouvaient être obtenus à partir d'autres types de modélisation du bruit initial [109].

Dans nos simulations, nous modélisons la génération de SC via une fibre à cristaux photoniques (PCF) en silice comportant une structure hexagonale (pitch de $\Delta = 3.6 \mu\text{m}$ et taille relative des trous de 0.52) pour des paramètres expérimentaux typiques de génération de SC par pompage à 1064 nm. Dans ce cas, on retrouve une longueur d'onde de dispersion nulle à 1054 nm et, à la longueur d'onde injectée ($\lambda_0 = 1064 \text{ nm}$), la dispersion de vitesse de groupe est $\beta_2 = -1.1434 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$, et le coefficient de non-linéarité est donné par $\gamma_{NL} = 10 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$. D'autre part, nos simulations incluent les paramètres de dispersion d'ordres supérieurs directement par l'inclusion de la courbe de dispersion du profil de la fibre tels que les paramètres équivalents soient $\beta_3 = 7.03 \times 10^{-2} \text{ ps}^3 \text{ km}^{-1}$, $\beta_4 = -1.10 \times 10^{-4} \text{ ps}^4 \text{ km}^{-1}$, $\beta_5 = 3.07 \times 10^{-7} \text{ ps}^5 \text{ km}^{-1}$. L'impulsion injectée a un profil de type sécante hyperbolique d'une durée de 300 fs (FWHM) et de puissance crête 20 kW. Dans ce cas, l'expansion spectrale initiale et la brisure solitonique qui s'ensuit est alors dominée par le phénomène d'instabilité de modulation [49, 119, 189].

Nous générons alors un ensemble de 1000 réalisations en utilisant, pour chacune de celles-ci, les mêmes paramètres à l'exception de bruits initiaux différents dus à une fluctuation aléatoire de la phase initiale de chaque composante spectrale. Les résultats issus

de ces simulations sont présentés dans la Fig. 3.1.

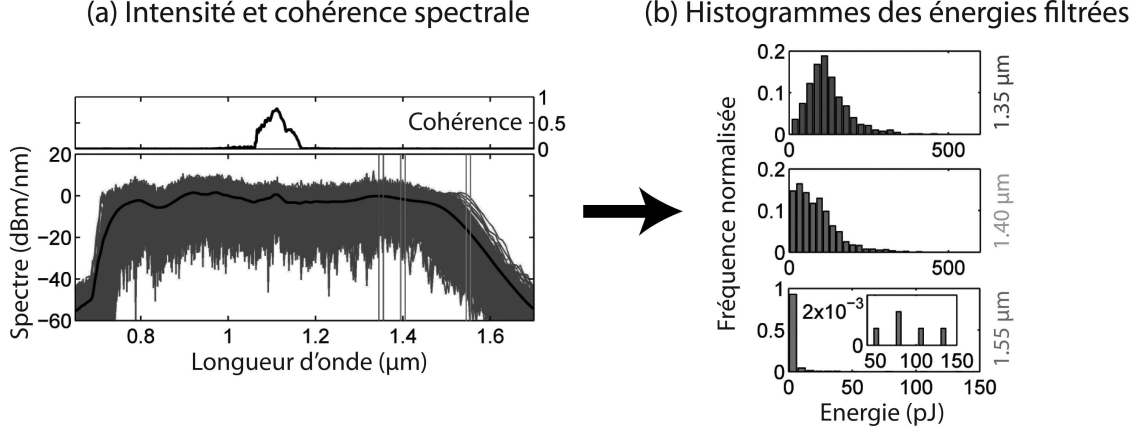


FIGURE 3.1 – (a) Intensités spectrales obtenues pour 1000 réalisations (lignes grises) et spectre moyen (ligne noire) montrant de larges fluctuations dans le supercontinuum obtenu après 50 cm de propagation. La partie supérieure montre la cohérence spectrale du premier ordre du SC calculée à partir de l’Eq. (2.8). (b) Histogrammes de la distribution des énergies obtenus par filtrage spectral considérant un filtre de largeur $\Delta\lambda = 10$ nm pour les 3 longueurs d’onde étudiées.

Nous pouvons alors noter dans la Fig. 3.1(a), de très larges fluctuations dans les spectres issus de chaque réalisation (lignes grises) comparés au spectre moyen (ligne noire). Une approche classique pour caractériser l’ampleur de ces fluctuations consiste à calculer le degré de cohérence spectrale du supercontinuum $|g_{12}^{(1)}(\omega)|$ pour un ensemble de réalisations tel que donné dans l’Eq. (2.8) [140]. Celui-ci est présenté dans la partie supérieure de la Fig. 3.1(a). On remarque que pour nos simulations, nous obtenons un spectre quasiment incohérent propre à la présence d’un bruit important ($|g_{12}^{(1)}(\omega)| \approx 0$) à l’exception des longueurs d’onde proches de la pompe. Étant donné que cette mesure est largement sensible à la phase, celle-ci ne permet pas l’accès à la distribution en intensité des composantes spectrales considérées. On notera également que de récentes études ont aussi montré l’utilisation du second ordre de cohérence comme indice de mesure des fluctuations spectrales [183, 184]. Bien que celui-ci permette l’obtention de nouvelles informations sur le bruit spectral, on ne retrouve pas d’apports notables quant à la distribution statistique des intensités spectrales.

Pour remédier à cela, une approche consiste généralement à filtrer le spectre à certaines longueurs d’onde d’intérêts afin de reconstituer les histogrammes de l’intensité (ou de l’énergie) filtrée pour chaque réalisation. Ces résultats sont présentés dans la Fig. 3.1(b) où l’on reconstitue les histogrammes des énergies filtrées, et intégrées sur toute l’étendue temporelle de chaque réalisation, à respectivement 1350 nm, 1400 nm et 1550 nm. Dans ce cas, on peut clairement observer une déstabilisation progressive de la statistique d’un faible bruit de distribution quasi-gaussienne vers une distribution asymétrique avec une longue queue, alors que l’on s’éloigne de la longueur d’onde de la pompe.

Cette approche met clairement en avant la dépendance fréquentielle de la distribution statistique des fluctuations d’intensité mais reste néanmoins une approche principalement

qualitative.

Ainsi, bien que l'on puisse voir une distribution hautement asymétrique et fortement étendue avec la présence d'événements extrêmes à 1550 nm (typique de la présence de solitons de fortes intensités décalés par effet Raman dans le bord du spectre), l'importance statistique de cette formation d'événements extrêmes est difficile à mettre en lumière de manière quantitative par le biais des histogrammes. De plus, la sélection des longueurs d'onde d'intérêts et de la largeur spectrale considérée pour le filtrage spectral s'avère être extrêmement subjective et peut mener à des observations biaisées. On notera que, dans le cadre des histogrammes présentés dans la Fig. 3.1(b), on utilise une largeur de filtre de $\Delta\lambda = 10$ nm. Cependant, des analyses effectuées pour des filtrages spectralement plus ou moins fins ont révélés des caractéristiques similaires.

D'après ces observations, il paraît alors nécessaire d'utiliser une approche statistique rigoureuse et interdisciplinaire en complément de la vision qualitative apportée par les histogrammes et le calcul du degré de cohérence.

3.1.1 Moments centrés d'ordres supérieurs

Pour cela, il convient d'introduire la notion de moments centrés d'ordres supérieurs utilisés dans l'étude de distributions probabilistes [190, 191] dont le calcul est donné dans l'Eq. (3.1). Aussi, dans le cadre d'une variable aléatoire réelle X , on obtient :

$$\mu_n = \langle (X - \langle X \rangle)^n \rangle \quad (3.1)$$

où n fait référence à l'ordre du moment centré. Ainsi, au-delà des descriptions classiques couramment utilisées pour définir une distribution (telles la moyenne $\langle X \rangle$ et l'étendue des fluctuations via la variance $\sigma^2 = \mu_2$), d'autres variables peuvent être utilisées pour déterminer la forme d'une distribution statistique de manière plus précise. Ainsi, pour définir la dispersion de la variable aléatoire, on peut normaliser sa variance par rapport à la valeur moyenne de celle-ci sous la forme du *coefficient de variation* C_v donné par l'Eq. (3.2) :

$$C_v = \frac{\sigma}{\langle X \rangle} \quad (3.2)$$

D'un point de vue physique, le coefficient de variation C_v correspond en fait à un équivalent du rapport signal sur bruit. D'une manière similaire, on introduit la notion de moments centrés réduits avec le *coefficient de dissymétrie* γ , défini selon l'Eq. (3.3) :

$$\gamma = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (3.3)$$

Aussi un coefficient de dissymétrie négatif tel que $\gamma < 0$ possède une queue étalée vers la gauche, alors qu'une valeur positive de ce coefficient mènera à une distribution dont la queue sera étalée vers la droite. Une distribution positivement dissymétrique ($\gamma > 0$) est typiquement celle attendue pour une distribution comportant des variables aléatoires "rares" de grandes amplitudes comparées à la valeur moyenne. Au contraire,

une distribution symétrique telle qu’une distribution normale s’accompagne d’une valeur de coefficient nul ($\gamma = 0$).

Finalement, et afin de définir la probabilité d’occurrence d’un événement extrême (extrêmement faible ou fort), on peut définir le *coefficient d’aplatissement* (ou “kurtosis”) κ de la distribution donnée par l’Eq. (3.4) :

$$\kappa = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 \quad (3.4)$$

Selon cette définition, le coefficient est normalisé de manière à ce qu’une distribution normale possède une valeur de κ nulle (dans ce cas, on parle aussi de coefficient d’excès) [192]. A partir de ces définitions, on peut reprendre les résultats présentés sous la forme d’histogrammes dans la Fig. 3.1(b) et calculer les valeurs des moments centrés d’ordres supérieurs pour les distributions extraites aux trois longueurs d’onde considérées. Ces résultats sont présentés dans le Tab. 3.1.

Longueur d’onde (nm)	C_v	γ	κ
1350	0.517	1.16	2.25
1450	0.754	1.35	2.55
1550	3.49	10.4	142
Distribution gaussienne	-	0	0

TABLE 3.1 – *Coefficient de variation (C_v), de dissymétrie (γ) et d’aplatissement (κ) calculés pour les histogrammes présentés dans la Fig. 3.1(b). Les valeurs obtenues pour une distribution gaussienne sont montrées à titre de comparaison (la valeur de C_v pour une distribution normale est dépendante du cas considéré et donc négligée).*

Ainsi, à mesure que l’on s’éloigne de la pompe pour s’approcher des grandes longueurs d’onde, on observe une augmentation progressive de la dissymétrie de la distribution (γ) accompagnée d’un fort aplatissement de celle-ci (κ). Cette augmentation conjointe de κ et γ est révélatrice d’une modification d’une statistique quasi-normale vers une distribution à large queue étendue vers la droite (forme de “L”) telle qu’observée expérimentalement dans les études des ondes scélérates optiques et océaniques [142, 159, 162, 193].

Une description statistique alternative de ces fluctuations peut aussi être envisagée par un ajustement avec des distributions statistiques connues (ex : Weibull, Fréchet...) [194]. Cependant, une comparaison des variations statistiques entre différentes longueurs d’onde peut s’avérer complexe étant donné que la qualité d’ajustement est sujette à d’importantes fluctuations selon la longueur d’onde considérée [195, 196].

3.1.2 Évolution longitudinale des fluctuations dans le supercontinuum

Afin de gagner dans la compréhension des dynamiques inhérentes à la génération de SC, il paraît alors logique d’étudier l’évolution longitudinale des fluctuations spectrales lors de l’expansion spectrale. Aussi, les résultats numériques obtenus dans la partie 3.1.1 sont analysés à nouveau pour plusieurs étapes de la propagation. Les spectres de chaque

réalisation (lignes grises) et le spectre moyen (ligne noire) sont alors présentés dans la Fig. 3.2 pour différentes distances de propagation.

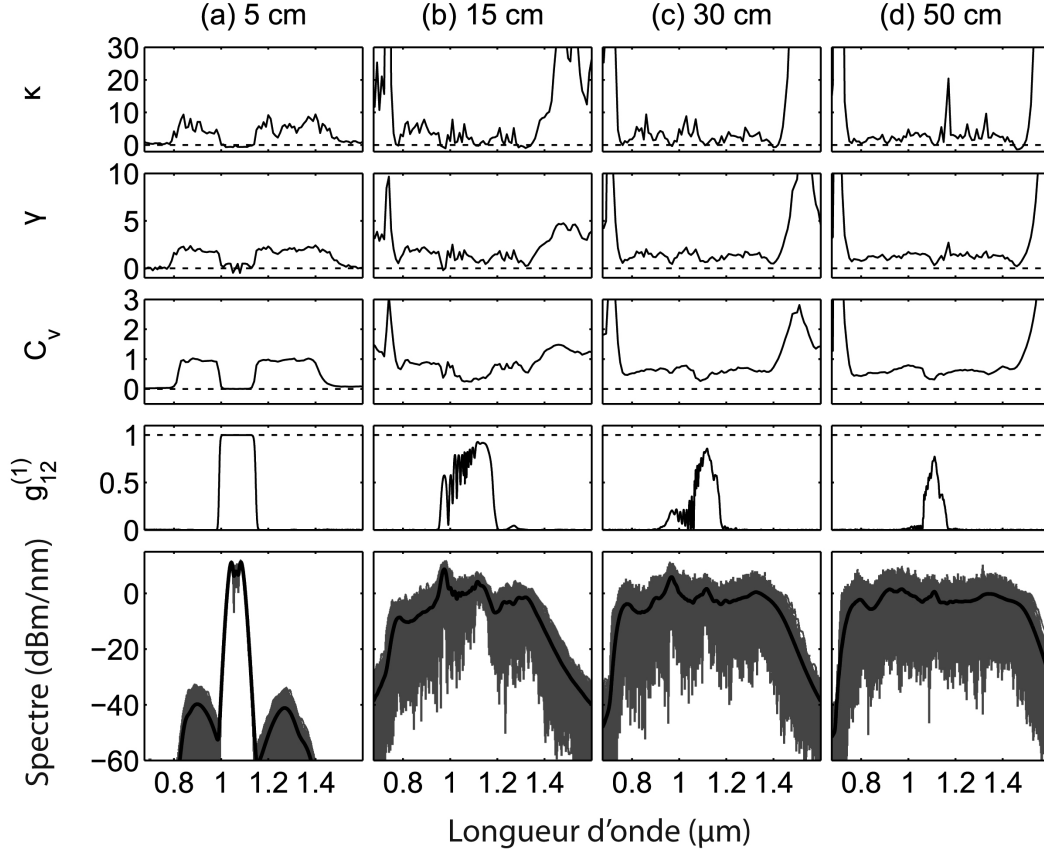


FIGURE 3.2 – Évolution du spectre, du degré de cohérence et des moments d'ordres supérieurs des distributions des intensités spectrales à plusieurs distances de propagation obtenus lors de la génération d'un ensemble de 1000 SC incohérents.

Dans cette figure, on calcule également le degré de cohérence donnée par l'Eq. (2.8) ainsi que les coefficients de variations (C_v), de dissymétrie (γ) et d'aplatissement (κ) des fluctuations d'intensité spectrale sur toute la largeur du spectre obtenus en utilisant, comme vu précédemment, un filtre de largeur constante ($\Delta\lambda = 10$ nm). On peut alors voir comment ces mesures aident à l'interprétation des dynamiques d'évolution longitudinale du spectre dans la fibre.

Par exemple, après 5 cm de propagation (Fig. 3.2(a)), l'impulsion n'a pas subi de fission solitonique ($L_{\text{Fission}} \approx 35.6$ cm) et le spectre correspondant est toujours relativement fin. À cette étape de propagation, la partie centrale du spectre de l'impulsion est encore parfaitement cohérente et les caractéristiques des fluctuations dans les ailes du spectre sont dominées par le processus d'instabilité de modulation initié par le bruit initial.

Les coefficients de variation, de dissymétrie et d'aplatissement sont nuls pour des longueurs d'onde proche de la pompe où les dynamiques sont principalement dominées par des effets d'automodulation de phase. Ces propriétés mettent en lumière un régime où les fluctuations sont faibles et quasi-symétrique, typique d'une distribution quasi-gaussienne.

Dans les lobes latéraux développés à partir du phénomène d'instabilité de modulation, on retrouve des moments centrés réduits dont les valeurs sont quasiment constantes. Ceci indique que la nature des fluctuations rencontrées est similaire sur l'ensemble des lobes de modulation.

Le fait que le coefficient de variation C_v soit largement supérieur dans les lobes latéraux que dans la région centrale de la pompe reflète la manière dont les bandes latérales se développent à partir d'un fond bruité. Cet aspect est aussi révélé par le degré de cohérence, hautement sensible à la phase, montrant des lobes latéraux de modulation incohérents ($|g_{12}^{(1)}| = 0$) dont les mécanismes de formation seront explorés plus en détail dans le chapitre 4.

À des distances de propagation au-delà de 15 cm (Figs. 3.2(b-d)), le niveau de bruit augmente de manière quasiment uniforme à travers le spectre avec des fluctuations d'intensité au voisinage de la pompe comportant des magnitudes et des asymétries de distribution comparables à chacune des distances étudiées.

Il convient de noter que les larges fluctuations d'intensité au voisinage de la pompe ne sont pas en contradiction avec un important degré de cohérence résiduel qui dépend plus largement des fluctuations de phase. Au contraire, un haut degré de cohérence spectrale implique de faibles fluctuations de phase mais, d'une manière générale dans les sources supercontinuum, de faibles fluctuations de phase sont aussi associées à de faibles fluctuations d'intensité qui mènent à l'obtention de faibles valeurs pour les moments centrés d'ordres supérieurs. Cette propriété est particulièrement visible dans la Fig. 3.2(d) où la partie cohérente du spectre est accompagnée de faibles valeurs de chacun de ces moments (C_v , γ et κ).

On peut aussi remarquer que la région cohérente du spectre est générée par automodulation de phase et seules les longueurs d'onde supérieures à celles de la pompe restent cohérentes au cours de la propagation. En effet, la cohérence des longueurs d'onde inférieures à la pompe diminue lors de la propagation, notamment lorsque l'on considère les longueurs d'onde inférieures à la longueur d'onde de dispersion nulle (1054 nm). Ces différences dans les propriétés de cohérence de part et d'autre de la longueur d'onde pompe proviennent de la différence du signe de la dispersion et ont déjà été observées par le biais de simulations numériques [49]. Ceci peut être interprété par la nature intrinsèquement différente des dynamiques d'évolution dans les régimes de dispersion normale et anormale. Dans le cas d'un régime de dispersion anormale ($\lambda > 1054$ nm), des structures résiduelles localisées peuvent se former même en présence de bruit ce qui peut expliquer la conservation d'un certain degré de cohérence dans une bande spectrale de largeur limitée. Au contraire, dans un régime de dispersion normale ($\lambda < 1054$ nm), on ne retrouve pas un tel phénomène de localisation non-linéaire et la nature dispersive de la propagation favorise cet effet de décohérence spectrale.

Dans la Fig. 3.2, on peut aussi constater le changement de la nature des fluctuations d'intensité dans les bords du spectre au cours de la propagation. En effet, lorsque la distance augmente, les dynamiques aux grandes longueurs d'onde deviennent principalement dominées par la sensibilité extrême aux variations de la puissance crête des solitons les plus décalés vers le rouge, obtenus par fission solitonique de la pompe et aux collisions qui s'ensuivent. Ce phénomène est accompagné de la génération d'ondes dispersives dont le décalage vers les faibles longueurs d'onde est corrélé au décalage Raman des solitons

par le phénomène de piégeage optique [75, 197, 198]. Ainsi, les moments d'ordres supérieurs atteignent des valeurs importantes dans les ailes du supercontinuum mettant en lumière des statistiques hautement bruitées, dont la distribution d'intensité comporte une queue lourde typique des distributions obtenues lors de l'observation de vagues scélérates optiques et océaniques. Ce point marque un contraste saisissant avec le calcul du degré de cohérence qui contient uniquement des informations sur la partie centrale du supercontinuum et qui, du fait, ne peut être utilisé pour analyser l'occurrence d'événements extrêmes dans les bords de celui-ci.

3.1.3 Stabilité et statistique des supercontinua selon la durée de l'impulsion

Dans le chapitre 2, nous avons vu que la durée de l'impulsion initiale à la source de la génération de supercontinuum avait une grande importance dans la cohérence obtenue dans le spectre final. Dans la Fig. 3.3, nous montrons comment l'utilisation des moments d'ordres supérieurs apportent des informations supplémentaires sur l'influence de la durée de l'impulsion initiale et sur les fluctuations spectrales du supercontinuum. Ainsi, nous comparons les résultats issus de simulations numériques en considérant des impulsions comportant une puissance crête de 20 kW mais avec des durées de 50, 150 et 300 fs.

Au regard de la Fig. 3.3, on peut noter une transition progressive de supercontinua cohérents à incohérents lorsque la durée de l'impulsion initiale augmente. L'utilisation des moments d'ordres supérieurs est alors particulièrement intéressante lorsque l'on regarde les résultats obtenus pour des impulsions de 150 et 300 fs. En effet, alors que l'on peut noter d'importantes fluctuations de l'intensité spectrale dans ces deux cas, c'est seulement pour une impulsion initiale de 300 fs que l'on observe des statistiques extrêmes dans les bords du spectre caractérisées par des valeurs importantes des coefficients de dissymétrie (γ) et d'aplatissement (κ). Ces résultats mettent clairement en lumière la transition d'un supercontinuum dont les dynamiques sont de plus en plus conduites par l'amplification du bruit initial via le phénomène d'instabilité de modulation.

3.1.4 Application à l'identification d'événements extrêmes

Dans le cadre de supercontinua générés à partir d'impulsions longues, on peut observer un degré extrême de dissymétrie et d'aplatissement des distributions d'intensité dans les bords du supercontinuum, généralement associé dans la littérature à la formation de vagues scélérates [146, 148, 150, 162]. Aussi, dans le cas présenté ici, il est possible de montrer que les dynamiques reliées à la formation d'événements extrêmes semblables aux vagues scélérates pourraient être associées à un produit du coefficient de dissymétrie et d'aplatissement supérieur à 10 ($\gamma \kappa > 10$).

Bien entendu, cette observation n'apporte pas d'informations qualitatives sur les dynamiques spectrales ou temporelles liées à la formation des événements extrêmes et ne doit donc pas être utilisé comme un critère strict de discrimination des vagues scélérates dans des conditions quelconques. Néanmoins, cette approche peut s'avérer utile par son aspect quantitatif pour identifier et comparer les régimes endogènes à la formation d'événements extrêmes dans des travaux futurs étudiant les propriétés du bruit dans le supercontinuum.

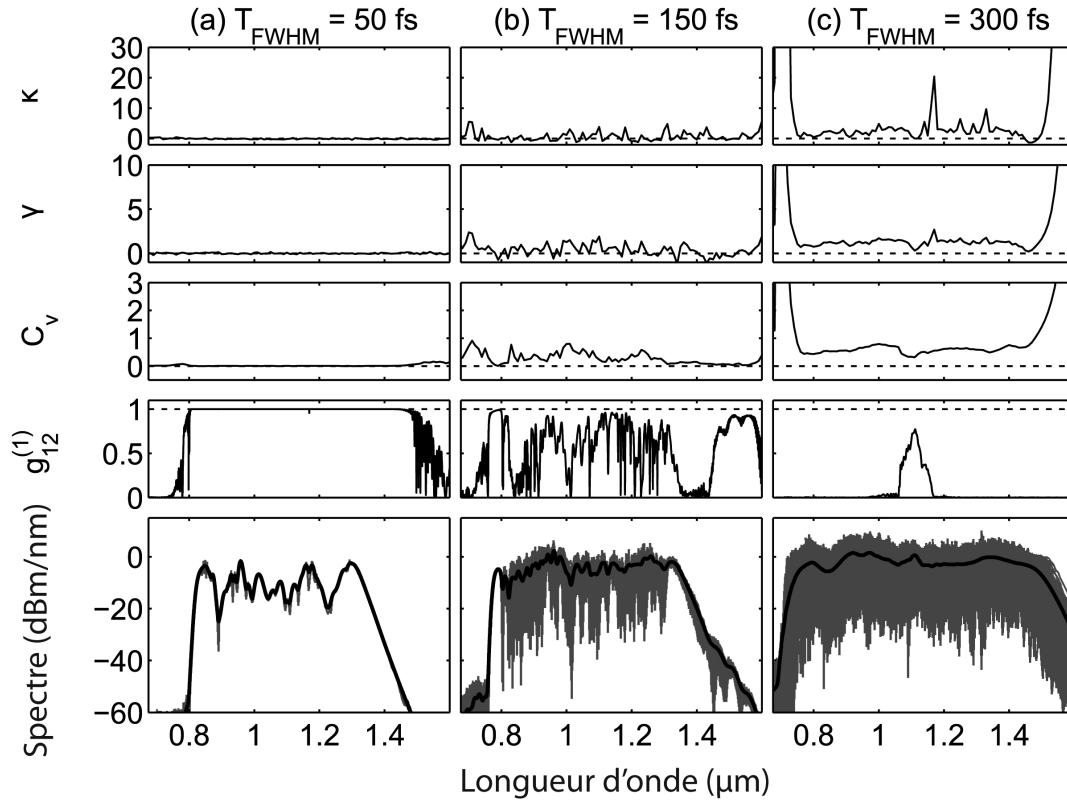


FIGURE 3.3 – Évolution du spectre, du degré de cohérence et des moments d'ordres supérieurs des intensités spectrales en fonction de la durée de l'impulsion initiale utilisée pour une propagation de 50 cm (Traitement d'un ensemble de 1000 SC obtenus par simulations numériques pour chacun des cas présentés).

De plus, on notera que l'aspect universel des moments centrés d'ordres supérieurs peut aussi permettre l'applicabilité de cet outil à d'autres systèmes complexes et ainsi mener à des comparaisons significatives entre différents domaines liés à l'étude des instabilités non-linéaires [159].

3.2 Le supercontinuum comme source d'aléa

Dans la partie précédente, nous avons vu que les fluctuations dans le supercontinuum optique pouvaient être quantifiées à l'aide de plusieurs outils [186]. Le calcul du degré de cohérence du premier ordre s'avère être une mesure intéressante de la stabilité des différentes composantes spectrales du SC mais néanmoins limité par sa sensibilité conjointe aux fluctuations de phase et d'intensité.

Nous avons aussi vu que les distributions des fluctuations d'intensité spectrale, extrêmement sensibles aux conditions initiales, peuvent être largement décrites statistiquement par l'utilisation des moments centrés d'ordres supérieurs. Cependant, ces coefficients ne permettent pas d'établir un lien de corrélation éventuel entre les fluctuations de phase et d'intensité dans les SC.

Dans cette partie, nous présentons l'étude d'une nouvelle série de simulations mettant en lumière la nature aléatoire du bruit dans le supercontinuum [187]. Après une rapide description qualitative du phénomène de transfert de bruit inhérente à la génération de supercontinua, nous procéderons à une analyse statistique des fluctuations de phase et d'intensité dans le spectre de sortie.

Nous verrons alors que l'utilisation conjointe de ces deux types de fluctuations peut permettre la génération d'une large variété de marches aléatoires telles que des vols de Lévy [199]. De plus, nous proposerons d'utiliser les fluctuations d'intensité dans le SC afin de générer des séquences de nombres binaires. Ainsi nous montrerons comme preuve de principe l'utilisation du bruit spectral du supercontinuum pour générer des nombres aléatoires à une longueur d'onde quelconque dans le spectre de sortie.

3.2.1 Transfert de bruit, perte de cohérence et fluctuations spectrales dans le supercontinuum

Pour illustrer nos propos, nous considérons ici la génération de SC avec une onde pompe à $\lambda_0 = 1064$ nm, dans un régime où les dynamiques de propagation sont bien connues pour mener à de larges fluctuations spectrales [49]. Dans ce cas, nous utilisons dans nos simulations les paramètres donnés dans le Tab. 3.2 dont les caractéristiques sont celles d'une fibre à cristaux photoniques réaliste avec une longueur d'onde de dispersion nulle à 1060 nm.

<i>Paramètre</i>	<i>Valeur à $\lambda_0 = 1064$ nm</i>
β_2	$-4.10 \times 10^{-1} \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$
β_3	$6.87 \times 10^{-2} \text{ ps}^3 \text{ km}^{-1}$
β_4	$-9.29 \times 10^{-5} \text{ ps}^4 \text{ km}^{-1}$
β_5	$2.45 \times 10^{-7} \text{ ps}^5 \text{ km}^{-1}$
β_6	$-9.79 \times 10^{-10} \text{ ps}^6 \text{ km}^{-1}$
β_7	$3.95 \times 10^{-12} \text{ ps}^7 \text{ km}^{-1}$
β_8	$-1.12 \times 10^{-14} \text{ ps}^8 \text{ km}^{-1}$
β_9	$1.90 \times 10^{-17} \text{ ps}^9 \text{ km}^{-1}$
β_{10}	$-1.51 \times 10^{-20} \text{ ps}^{10} \text{ km}^{-1}$
γ_{NL}	$11 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$
τ_{shock}	0.56 fs

TABLE 3.2 – *Paramètres de la fibre à $\lambda_0 = 1064$ nm utilisée pour les simulations numériques de la partie 3.2.*

Aussi, nous commençons d'abord par considérer l'évolution d'une impulsion de 3 ps possédant une puissance crête de 200 W injectée à 1064 nm dans 20 m de fibre. Il s'agit d'un régime de dispersion légèrement anormale dont les dynamiques d'expansion spectrale initiale sont dominées par l'instabilité de modulation spontanée.

D'un point de vue numérique, les simulations consistent en l'intégration numérique de l'ESNL et le bruit initial est implémenté spectralement par l'ajout d'un fond continu d'un photon par mode spectral avec une phase aléatoire. Un aspect important de cette étude provient du fait que le bruit initial n'est ajouté que dans une bande spectrale de

45 nm autour de la longueur d'onde pompe. En dehors de cette bande spectrale, le niveau de bruit est limité à celui de la précision numérique des simulations. L'utilisation d'une bande spectrale limitée pour l'ajout de bruit initial est telle que nous pouvons être sûrs que l'aléa étudié par la suite à une longueur d'onde quelconque n'est pas simplement une amplification du bruit initial mais plutôt dû à la nature intrinsèquement chaotique des dynamiques non-linéaires ayant lieu lors de la propagation des impulsions [136].

Dans nos simulations, nous générons un ensemble de 200 000 réalisations d'élargissement spectral obtenu sur 20 m de propagation. Chaque réalisation utilise des paramètres identiques à l'exception du germe de bruit initial. Dans la Fig. 3.4, nous présentons ce phénomène d'élargissement spectral et ses propriétés de cohérence calculées à partir de l'Eq. (2.8) pour un sous-ensemble de 1000 simulations.

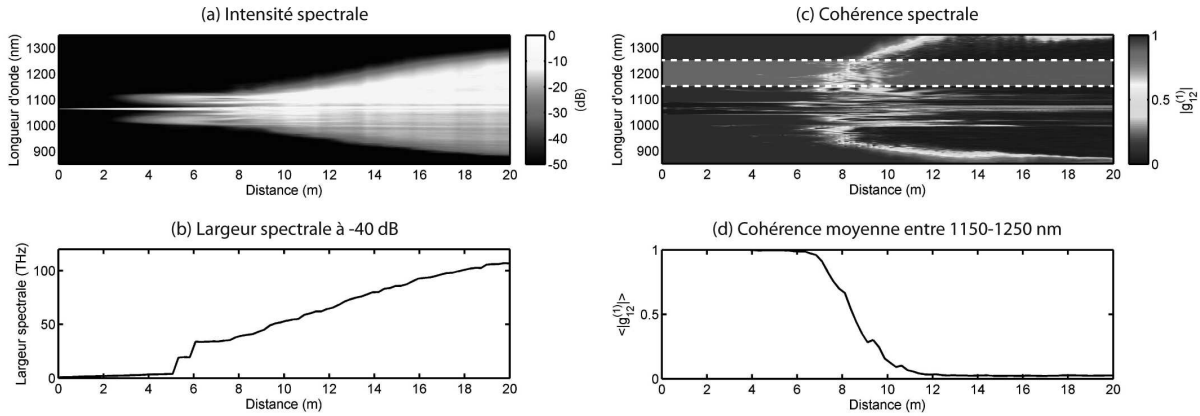


FIGURE 3.4 – Évolution longitudinale de l'intensité spectrale (a), de la largeur du spectre (b) ainsi que du degré de cohérence spectrale (c) pour une impulsion de 3 ps injectée dans la fibre. L'évolution de la cohérence moyenne d'une bande spectrale sans bruit initial ($1150 < \lambda < 1250$ nm) est présentée en (d).

Ainsi, dans les Fig. 3.4(a-c), on voit clairement l'apparition de lobes de modulation émergeant après environ 2 m de propagation puis un élargissement spectral progressif du spectre jusqu'à l'obtention d'un supercontinuum de plusieurs centaines de nanomètres de large après 20 m de propagation.

Un aspect intéressant provient du fait que cet élargissement spectral est en fait accompagné d'une perte progressive de la cohérence au cours de la propagation. Ce phénomène est représenté dans la Fig. 3.4(c). Au tout début de la propagation, on peut en effet noter la présence d'une cohérence parfaite (rouge) dans tout le spectre n'ayant pas reçu l'ajout d'un germe de bruit initial (partie centrale de $\Delta\lambda = 45$ nm en bleu). Au cours du premier stade de propagation associée à la formation des lobes d'instabilité de modulation (2-6 m), on ne note pas de perte significative de la cohérence globale du spectre, en revanche, au-delà de ce point, l'élargissement spectral associé avec des dynamiques non-linéaires complexes mène à une perte complète de la cohérence dans l'ensemble du spectre généré. Cette propriété apparaît de manière plus visuelle dans la Fig. 3.4(d) où l'on représente l'évolution longitudinale de la cohérence moyenne obtenue pour des longueurs d'onde comprises entre 1150 et 1250 nm (partie blanchie de la Fig. 3.4(c)). On voit alors clairement la déstabilisation progressive de cette bande spectrale jusqu'à une valeur

quasi-nulle du degré de cohérence ($\langle |g_{12}^{(1)}| \rangle \approx 0$) au-delà d'environ 14 m de propagation.

Cette figure souligne le procédé de transfert de bruit initié par des dynamiques non-linéaires complexes ayant lieu lors de la génération de SC. Des procédés similaires sont communs dans d'autres systèmes d'optique non-linéaire tels que les amplificateurs ou lors de conversion de longueurs d'onde [200, 201]. Néanmoins ce phénomène n'a, à notre connaissance, jamais été explicitement étudié dans le contexte de génération de supercontinua optiques.

Après 20 m de propagation, on obtient un supercontinuum s'étendant sur plus de 400 nm tel que présenté dans la Fig. 3.4(a) avec un degré de cohérence quasi-nulle pour des longueurs d'onde loin de la pompe ($g_{12}^{(1)} < 0.05$). On présente ici le spectre moyen obtenu à partir de 1000 simulations (noir) ainsi que la superposition de ces réalisations (gris) montrant de larges fluctuations spectrales.

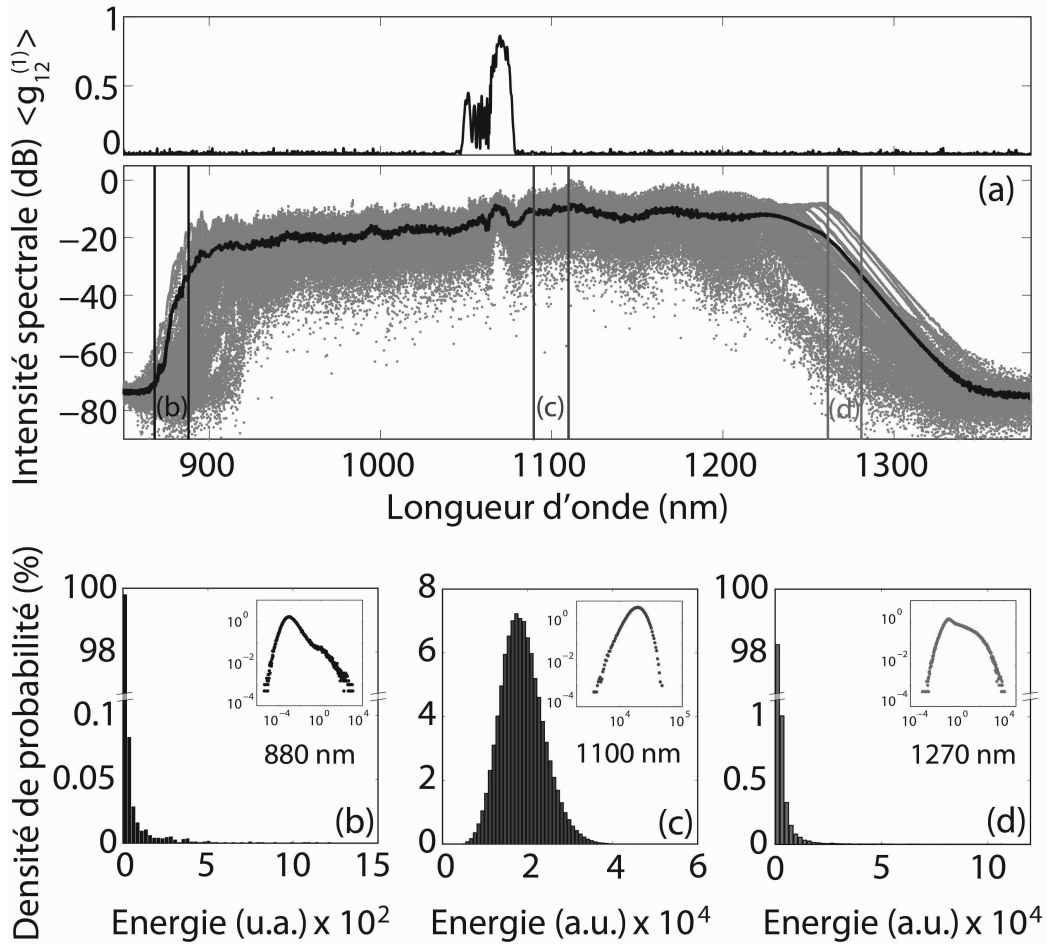


FIGURE 3.5 – (a) Superposition de 1000 spectres obtenus après 20 m de propagation (gris) et spectre moyen correspondant (noir). La partie supérieure représente le degré de cohérence associé à ce spectre. (b)-(d) Histogrammes des fluctuations d'énergies obtenues par filtrage spectral (avec un filtre de largeur 20 nm) pour des longueurs d'onde respectives de 880 nm, 1100 nm et 1270 nm. Les inserts montrent une représentation logarithmique de ces fluctuations.

Les propriétés statistiques des fluctuations au coup par coup sont présentées dans les Figs. 3.5(b-d) où le supercontinuum est filtré dans différentes régions du spectre en utilisant un filtre de largeur spectrale $\Delta\lambda = 20$ nm. On reconstitue alors les histogrammes basés sur la distribution de l'énergie des impulsions temporelles obtenues après filtrage [147]. Une fois de plus, ces résultats illustrent parfaitement les différentes natures des fluctuations selon les régions spectrales considérées.

Ainsi, dans les bords du spectre, les Figs. 3.5(b) et (d) montrent des distributions hautement dissymétriques avec de très larges queues alors que dans le corps du spectre (Fig. 3.5(b)), on retrouve une distribution moins étendue et quasiment symétrique. Les inserts de ces figures présentent aussi les histogrammes correspondants selon une échelle logarithmique qui montre la nature très différente de ces distributions.

La statistique de ces histogrammes pourrait être calculée de manière quantitative en considérant les moments centrés d'ordres supérieurs vus dans la partie 3.1. Dans un souci de complémentarité, ces histogrammes ont été étudiés en utilisant les tests standards pour l'ajustement de distributions statistiques [195, 202–204]. Ainsi, on retrouve par exemple que l'histogramme quasi-symétrique de la Fig. 3.5(b) pouvait être ajusté sur une distribution gaussienne avec un seuil de signification de 0,05 (test du χ^2) [205, 206]. En revanche, les distributions en forme de “L” obtenues dans les bords du spectre (très loin de correspondre à des distributions gaussiennes idéales) montrent un bon accord avec une distribution de Fréchet en utilisant les mêmes tests statistiques.

Alors que les fluctuations d'intensité sont largement dépendantes de la région spectrale considérée, le degré de cohérence quasi-nul dans l'ensemble du spectre (excepté dans la région proche de la pompe) suppose d'importantes fluctuations de phase en grande partie indépendantes de la région spectrale considérée. Pour étayer notre propos, nous avons testé les distributions de phase des trois longueurs d'onde considérées dans la Fig. 3.5. Dans ce cas, on considère la phase extraite à une longueur d'onde particulière avec une résolution spectrale déterminée par la discrétisation des simulations. À ces longueurs d'onde (respectivement 880 nm, 1100 nm, 1270 nm), on peut montrer que la statistique des phases du supercontinuum vérifie une distribution uniforme sur $[0 - 2\pi]$ avec un seuil de signification de 0.05. Bien que toutes les longueurs d'onde du spectre n'aient pas été testées indépendamment, des analyses complémentaires ont montré que l'uniformité de la phase pouvait en fait être étendue et généralisée à toutes les longueurs d'onde dont le degré de cohérence est suffisamment faible ($g_{12}^{(1)} < 0.02$).

Bien que, dans cette partie, les fluctuations de phase et d'intensité dans les spectres du supercontinuum soient étudiées numériquement, il est important de noter que des procédures expérimentales sont d'ores et déjà disponibles pour une implémentation pratique. Ainsi, les mesures d'intensité sont relativement triviales (photodiode rapide...) [147] et la mesure de phase optique est possible via une détection hétérodyne (avec l'utilisation d'un oscillateur local) [207].

Dans la suite de ce chapitre, nous considérons de quelle manière les fluctuations de phase et d'intensité au sein du supercontinuum peuvent être utilisées conjointement ou indépendamment pour la génération de différents processus aléatoires.

3.2.2 Génération de marches aléatoires

Le premier processus considéré dans cette partie consiste en la génération de marches aléatoires à partir des fluctuations de phase et d'intensité vues précédemment. Introduit depuis 1905 pour répondre à des problèmes de mathématiques appliquées [208], le processus de marche aléatoire a depuis été associé à la compréhension et à la modélisation de nombreux phénomènes physiques tels que le mouvement Brownien et la diffusion thermique [199], l'optique [209], la mécanique quantique [210], les simulations de Monte-Carlo [211] ou même l'astronomie [212]. Néanmoins, ce processus aléatoire dans une approche plus vaste à aussi été employé dans de nombreux autres domaines comprenant par exemple la biologie [213, 214], la chimie quantique [215], la génétique [216] et l'économie [217], montrant à quel point cette théorie est liée à de nombreux phénomènes rencontrés universellement.

Après un rappel succinct relatif au processus de marches aléatoires en deux dimensions, nous expliquerons de quelle manière le bruit dans le supercontinuum peut être représenté d'une manière alternative et innovante grâce à ce processus. De plus, nous verrons que la théorie des marches aléatoires permet une meilleure compréhension des fluctuations spectrales au sein des SC par la génération d'une grande variété de marches aléatoires dépendantes de la région spectrale utilisée. Ces résultats mettent ainsi en lumière un lien plus apparent avec d'autres processus physiques aléatoires.

Introduction aux marches aléatoires

Le cas des marches aléatoires à une dimension est à l'heure actuelle relativement bien connu et peut, dans un cas idéal, être lié mathématiquement avec la description d'un processus gaussien standard [218]. Dans cette étude, nous nous intéressons spécifiquement au cas des marches aléatoires en deux dimensions (2D) représenté classiquement dans le plan complexe. Selon cette approche, une marche aléatoire de n pas sera donnée par une trajectoire calculée selon l'Eq. (3.5) :

$$\mathbf{r}(n) = \sum_{k=1}^n \mathbf{r}_k \quad (3.5)$$

Dans ce cas, la trajectoire après n pas est composée de l'ajout successif de n vecteurs $\mathbf{r}_k$ en partant de l'origine et dont le point final est en fait $\mathbf{r}(n)$. Une marche sera alors dite aléatoire si la valeur de chaque coordonnée (x_k et y_k) suit en fait un processus aléatoire centré en 0 et indépendant tel que $\mathbf{r}_k = x_k + i y_k$. De manière à obtenir une approche plus visuelle et aisément interprétable dans le plan complexe, on utilisera dans notre cas une notation en coordonnées polaires tel que chaque $k^{\text{ième}}$ pas de la marche soit donné par :

$$\mathbf{r}_k = |\mathbf{r}_k| \exp(i \varphi_k) \quad (3.6)$$

Dans ce contexte, la direction de chaque pas est donnée par $\varphi_k \in [0, 2\pi]$ et la longueur du pas correspondant est $|\mathbf{r}_k|$. Pour illustrer nos propos, la Fig. 3.6 montre un schéma de la génération des premiers pas d'une marche quelconque. Il convient de noter que dans les représentations standards de marches aléatoires, on trace en fait l'ensemble des pas $\mathbf{r}_k$ de la trajectoire reliés par des segments afin de gagner en clarté dans la représentation visuelle.

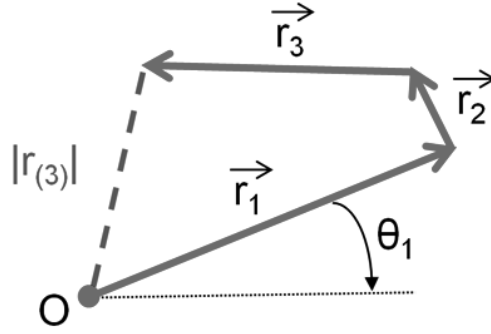


FIGURE 3.6 – Schéma du principe de génération de marches aléatoires.

Ainsi, il paraît clair qu'un mécanisme pourra être décrit à l'aide d'une marche aléatoire uniquement si la moyenne $\langle \mathbf{r}_k \rangle$ est en fait nulle avec une distribution de phase uniforme $\varphi_k = U(0, 2\pi)$. Ces facteurs sont en fait la clé pour assurer une distribution isotrope globale de l'ensemble des pas $\mathbf{r}_k$.

Une autre métrique couramment utilisée afin de déterminer les propriétés statistiques des marches aléatoires est donnée par le calcul du déplacement carré moyen (DCM - *Mean Squared Displacement*) après n pas tel que décrit par l'Eq. (3.7) :

$$\text{DCM}(n) = \langle |\mathbf{r}(n)|^2 \rangle \quad (3.7)$$

Dans ce contexte, les crochets $\langle \rangle$ font alors référence à une moyenne d'ensemble de la distance de l'origine au carré obtenue pour plusieurs marches (c.a.d. trajectoires) de n pas. Cette mesure est essentielle car elle permet d'obtenir un lien direct avec le mécanisme de "diffusion" à l'origine du processus aléatoire [199, 219]. Pour cela, le déplacement carré moyen est ajusté sur une loi de puissance dépendant du nombre de pas n , de la diffusivité du système D et d'un paramètre de diffusion α (Il convient de noter que dans cette partie, la diffusivité du système est notée D et présente une redondance avec la notation du paramètre de dispersion vu dans le chapitre 1. Étant donné l'utilisation historique de ces deux variables dans des domaines différents, nous avons ici décider de conserver cette double notation pour correspondre au plus près à la littérature) :

$$\text{DCM}(n) = D n^\alpha \quad (3.8)$$

Selon l'Eq. (3.8), on peut identifier différents mécanismes de diffusion selon la valeur du paramètre α :

$$\alpha \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \rightarrow & \text{Diffusion ballistique} \\ \alpha > 1 \rightarrow & \text{Super - diffusion} \\ \alpha = 1 \rightarrow & \text{Diffusion normale} \\ \alpha < 1 \rightarrow & \text{Sous - diffusion} \end{cases} \quad (3.9)$$

Nous pouvons noter qu'une valeur $\alpha = 2$ est alors associée à un processus de diffusion ballistique n'étant pas aléatoire puisque celui-ci suppose une direction constante du vecteur $\mathbf{r}_k$ tel que $\varphi_k = \text{cte}$.

Dans le cadre d'une marche obtenue à partir de **pas de longueur constante** tel que $|\mathbf{r}_k| = D$, on voit qu'une telle marche ne pourra être aléatoire que si on obtient un paramètre $\alpha = 1$. Dans le cas contraire où l'on retrouve un paramètre de diffusion supérieur $\alpha > 1$, il est évident que la marche ne sera pas isotropique ($\langle \mathbf{r}_k \rangle \neq 0$) et possédera une direction privilégiée équivalente à une distribution non uniforme de φ_k .

L'intérêt majeur de cet ajustement à une loi de diffusion donnée l'Eq. (3.8) réside dans son utilisation en considérant des trajectoires générées à partir de **pas $\mathbf{r}_k$ dont les longueurs suivent une loi de distribution quelconque**. Dans la limite où la direction des vecteurs φ_k suit une loi de distribution uniforme, on peut alors identifier des régimes, selon la valeur de α , où les marches aléatoires sont basées sur des mécanismes diffusifs connus.

Marches aléatoires à partir des fluctuations de phase

Dans un premier temps, nous considérons l'approche triviale de la génération de marches aléatoires en utilisant des pas de longueur unitaire tels que $|\mathbf{r}_k| = 1$. Dans ce cas, nous utilisons les fluctuations de phase issues des simulations de la Fig. 3.5 à une longueur d'onde où le degré de cohérence est quasiment nul (impliquant une distribution de phase quasi-uniforme). Aussi, la phase variant de manière aléatoire entre chaque réalisation k de l'ensemble des simulations est utilisée pour déterminer la direction d'une séquence de vecteurs complexes de longueur unitaire. En particulier, chaque simulation de génération de supercontinuum mène à la construction d'un vecteur $\mathbf{r}_k = \exp(i\varphi_k)$ dans le plan complexe, et la combinaison de différentes simulations permet la création d'une trajectoire à n pas selon le principe donné par l'Eq. (3.5).

Dans la Fig. 3.7(a), nous présentons les résultats obtenus en construisant une trajectoire à partir de 1000 réalisations (c'est-à-dire une marche composée de $n = 1000$ pas) où les propriétés de phase sont extraites du supercontinuum à $\lambda = 1100$ nm. Il convient de noter que dans cette figure, on superpose 20 marches de 1000 pas pour mettre en lumière l'isotropie directionnelle de plusieurs trajectoires distinctes due à l'uniformité de la distribution de phase dans le supercontinuum. L'évolution d'une trajectoire quelconque ressemble qualitativement à celle attendue pour une marche aléatoire. On peut notamment voir, dans l'insert, les directions aléatoires des différents pas près du point d'arrivée d'une trajectoire particulière.

Ces résultats peuvent facilement être testés quantitativement en calculant le déplacement carré moyen obtenu sur un ensemble de trajectoires. Ces résultats sont présentés dans la Fig. 3.7(b) où le DCM est calculé en fonction du nombre de pas n ($1 < n < 1000$) pour 200 trajectoires différentes. Dans ce cas, on utilise alors la totalité de l'ensemble des 200 000 simulations subdivisées pour construire 200 trajectoires de 1000 pas. Dans cette figure, nous présentons les résultats obtenus en utilisant la phase extraite aux trois différentes longueurs d'onde étudiées dans la Fig. 3.5 (respectivement 880, 1100 et 1270 nm). On voit alors que chacune de ces longueurs d'onde a globalement un comportement similaire. De plus, les DCM montrent un excellent accord avec l'évolution attendue pour une marche aléatoire idéale constituée de pas unitaires (ligne noire) tel que $\langle |\mathbf{r}(n)|^2 \rangle = n$ ($\alpha = 1$).

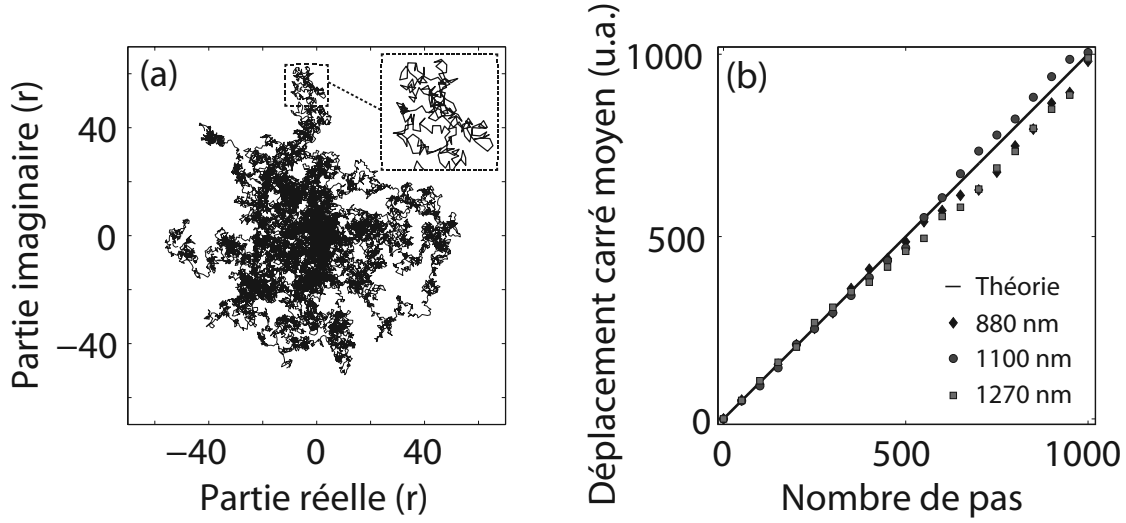


FIGURE 3.7 – (a) Représentation de 20 marches aléatoires de 1000 pas unitaires dont la direction de chaque pas φ_k est obtenue à partir des fluctuations de phase extraites à 1100 nm. L'insert montre un zoom sur les derniers pas d'une trajectoire ainsi générée. (b) Déplacement carré moyen équivalent calculé en fonction du nombre de pas n pour un ensemble de 200 marches aléatoires. On considère ici les résultats obtenus pour les 3 longueurs d'onde étudiées dans la Fig. 3.5 ainsi que le comportement attendu pour une marche aléatoire idéale (ligne continue).

Ce dernier point met clairement en avant l'indépendance entre les statistiques des fluctuations de phase et d'intensité dans le supercontinuum. On retrouve en effet une isotropie de la phase aux trois longueurs d'onde considérées dans la Fig. 3.5 alors que les distributions des fluctuations d'intensité sont très différentes à chacune de ces longueurs d'onde.

Marches aléatoires à partir des fluctuations de phase et d'intensité

Dans ce contexte, il est intéressant d'utiliser à la fois les fluctuations de phase et d'intensité dans le supercontinuum pour étudier une classe plus large de processus de marches aléatoires. Pour cela, on considère la génération de marches aléatoires dont la direction de chaque pas (φ_k) est toujours déterminée par la phase d'une réalisation à une longueur d'onde donnée λ_i mais la longueur de chaque pas $|\mathbf{r}_k|$ n'est cette fois-ci plus unitaire mais correspond à l'énergie de chaque réalisation filtrée à la longueur d'onde considérée. Il convient de noter que dans ce cas, l'intensité de la réalisation (longueur de chaque pas) est extraite en considérant un filtrage spectral de largeur $\Delta\lambda = 20$ nm centré sur la longueur d'onde sélectionnée. De manière équivalente, la direction de chaque pas est déterminée par la phase extraite à la longueur d'onde centrale de la bande spectrale étudiée. Ainsi, selon la longueur d'onde filtrée, on retrouve dans ces marches aléatoires des pas dont la longueur suit des distributions variables et indépendantes de sa direction telles que vues préalablement dans la Fig. 3.5. Les résultats issus de cette méthode de génération de marches aléatoires à partir des simulations précédentes sont présentés dans la Fig. 3.8.

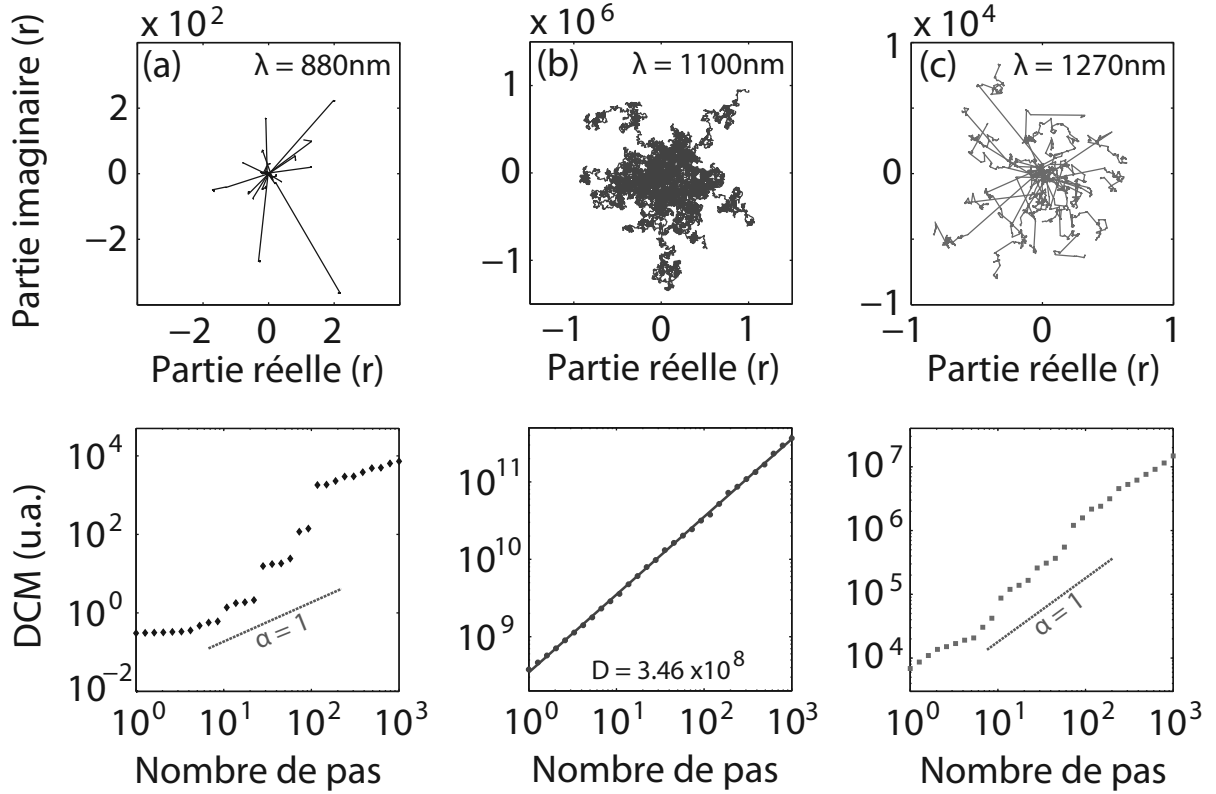


FIGURE 3.8 – (Haut) Représentation de 20 marches aléatoires de 1000 pas unitaires dont la direction φ_k et la longueur $|\mathbf{r}_k|$ de chaque pas sont respectivement obtenues à partir des fluctuations de phase et d'intensité extraites à 880 nm (a), 1100 nm (b) et 1270 nm (c). (Bas) Déplacements carré moyen équivalents calculés en fonction du nombre de pas n pour un ensemble de 200 marches aléatoires aux longueurs d'onde correspondantes.

Aux alentours de la pompe ($\lambda = 1100$ nm), la Fig. 3.8(b) montre des trajectoires reposant sur des pas dont la distribution des longueurs est approximativement symétrique et gaussienne. Aussi, on retrouve une isotropie globale des trajectoires avec de faibles fluctuations de la longueur de chaque pas. Dans ce cas, le DCM calculé à partir de 200 trajectoires évolue de manière linéaire avec le nombre de pas tels que $\langle |\mathbf{r}(n)|^2 \rangle = Dn$. On retrouve alors un comportement extrêmement proche de celui attendu pour une marche aléatoire idéale (ou gaussienne) propre à un mécanisme de diffusion normale où $\alpha = 1$ (ex : mouvement Brownien). On peut aussi noter que la valeur $D = 3.46 \times 10^8$, ici calculée par un ajustement de la pente du DCM, s'accorde correctement avec la moyenne du carré de la longueur des pas sur l'ensemble des réalisations : $\langle |\mathbf{r}_k|^2 \rangle = 3.68 \times 10^8 \sim D$.

Dans les bords du spectre où les distributions d'intensité sont hautement dissymétriques ($\lambda = 880$ nm et $\lambda = 1270$ nm), les Figs. 3.8(a) et (c) montrent des trajectoires associées avec de rares segments de grandes longueurs entre des agrégats de segments de longueurs plus faibles. Bien que ces résultats ne soient pas présentés ici, nous avons préalablement vérifié l'isotropie globale des trajectoires tel que $\langle \mathbf{r}(n) \rangle \approx 0$. Ce point montre dans un premier temps l'absence d'une direction de propagation privilégiée soulignant

l'absence de corrélation significative entre l'occurrence d'événements d'intensité extrême avec une phase prédominante. Alors que la statistique des fluctuations d'intensité spectrale dans les bords du spectre suit une distribution dissymétrique à large queue ($\gamma > 0$ et $\kappa > 0$), les trajectoires générées à ces longueurs d'onde présentent des déplacements carré moyen n'évoluant plus de manière linéaire avec le nombre de pas n mais suivant plutôt une loi de puissance donnée par l'Eq. (3.8) avec un paramètre $\alpha > 1$. Ce régime, typique d'un processus de super-diffusion, est présenté dans la partie inférieure des Figs. 3.8(a) et (c). Il convient de noter que, dû à la taille limitée de l'ensemble utilisé (200 trajectoires), l'ajustement du DCM sur l'Eq. (3.8) n'est pas significatif. Néanmoins, on présente, à titre comparatif, la pente attendu pour une évolution strictement linéaire ($\alpha = 1$) montrant clairement l'aspect superdiffusif du phénomène.

Ce comportement est largement similaire à celui attendu dans le cas de vols de Lévy où l'on observe une marche aléatoire dont la longueur de pas est gouvernée par une distribution à queue lourde, plus précisément une loi de probabilité décroissante en puissance telle que $P(x) = x^{-\nu}$ (où ν correspond ici à la dimension fractale de la distribution). Bien entendu, nous n'obtenons pas ici des trajectoires correspondant exactement à des vols de Lévy étant donné que la distribution des longueurs de pas (c.a.d. les intensités filtrées) est bornée par le théorème de conservation d'énergie lors de la génération du SC. Néanmoins, on observe des comportements similaires à ceux de vol de Lévy dont l'importance dans la communauté scientifique n'a cessé d'augmenter au cours des dernières années pour comprendre de nombreuses catégories de systèmes dans des contextes variés tels que la physique [220, 221] et la biologie [214, 222].

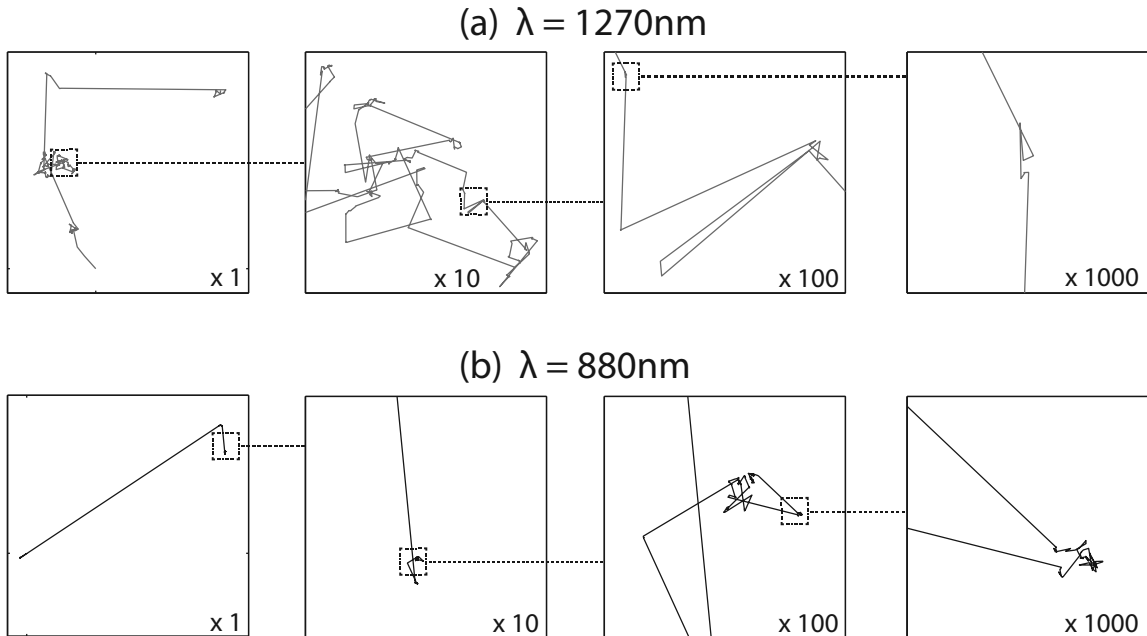


FIGURE 3.9 – Représentation de deux trajectoires de 1000 pas obtenues à partir des caractéristiques du spectre filtré à 880 nm (a) et 1270 nm (b). L'aspect qualitatif de l'invariance d'échelle est obtenu par zoom successifs sur des agrégats comportant des segments de longueurs de plus en plus faibles.

L'aspect qualitativement proche des vols de Lévy dans les marches aléatoires générées dans les ailes du spectre est présenté dans la Fig. 3.9. Pour cela, on sélectionne deux trajectoires respectivement extraites des Figs. 3.8(a) et (c), puis on effectue des zooms successifs sur des amas correspondant en fait à des agrégats de segments plus courts dans chacune des trajectoires sélectionnées. Cette approche permet de mettre en lumière le caractère auto-similaire de ces trajectoires, révélant ainsi qualitativement les propriétés d'invariance d'échelle fractale propres aux vols de Lévy [223, 224]. Au regard de ces résultats, il paraît important de noter que l'utilisation des fluctuations de phase et d'intensité dans les SC permettent ainsi la génération d'une large variété de marches aléatoires dont les propriétés sont largement dépendantes des longueurs d'onde sélectionnées dans le spectre final.

3.2.3 Génération de nombres aléatoires

Au cours des dernières années, le domaine de l'optique a reçu un intérêt grandissant de la communauté scientifique concernant l'aléa et le chaos intrinsèque des systèmes dynamiques non-linéaires [30, 137, 225, 226]. Dans ce contexte, un intérêt tout particulier a été porté sur la génération de nombres aléatoires utilisant des approches physiques plutôt qu'algorithmiques. En effet, la génération physique de nombres aléatoires possède de nombreuses applications, notamment dans des domaines tels que la théorie de l'information et la cryptographie [227] ou dans les simulations de Monte-Carlo [228]. L'avantage des techniques optiques tient dans le fait que celles-ci exploitent un processus aléatoire physique pour générer des nombres aléatoires à des taux de répétition importants et à des longueurs d'onde directement compatibles avec les demandes futures d'intégration tout optique. Ainsi, on recense de nombreuses approches pour la génération optique de nombres aléatoires avec notamment l'utilisation de lasers chaotiques couplés à des systèmes opto-électroniques [229–232], le comptage de photons [233], la détection homodyne des fluctuations du vide [234], l'émission spontanée [235] ou même l'usage de diodes super-luminescentes [236]. Bien que les résultats obtenus à partir de ces architectures soient prometteurs, de tels systèmes opèrent généralement sur une plage de longueurs d'onde limitée alors que les besoins futurs de génération optique de nombres aléatoires devraient nécessiter des générateurs physiques compatibles à une longueur d'onde optique quelconque.

Dans ce contexte, il est alors naturel de considérer de quelle manière les fluctuations dans les sources supercontinuum incohérentes peuvent être utilisées pour la génération physique de nombres aléatoires. Dans cette partie, nous utilisons des simulations pour mettre en évidence la possibilité d'utiliser le supercontinuum, un processus aux dynamiques non-linéaires complexes et chaotiques, pour être appliqué à la génération de nombres aléatoires sur une large plage de longueurs d'onde.

Fluctuation du supercontinuum : Génération de nombres binaires

Nous considérons dans nos simulations la fibre utilisée précédemment dont les paramètres sont résumés dans le Tab. 3.2. Dans ce cas, on utilise une impulsion de 3 ps comportant une puissance crête de 300 W injectée dans la fibre à 1064 nm et se propageant sur une distance de 10 m. Il convient de noter que l'utilisation d'une puissance crête supérieure

et d'une distance propagation inférieure à celles considérées dans la partie précédente est en fait nécessaire pour générer un supercontinuum large bande avec une durée de calcul manifestement réduite. En effet, cette optimisation numérique permet de générer un ensemble de 10^6 réalisations requises pour d'effectuer des tests statistiques dont les résultats sont significatifs [237, 238].

Le principe sous-jacent à la génération de nombres aléatoires à partir d'un supercontinuum bruité est de convertir l'intensité spectrale à une longueur d'onde particulière dans le spectre en un 0 ou un 1 selon sa valeur relative à un seuil prédéterminé. En exploitant les fluctuations au coup par coup entre plusieurs réalisations de l'ensemble, on peut ainsi générer une séquence de nombres binaires.

D'un point de vue expérimental, les différents supercontinua de l'ensemble seraient générés à partir d'un train d'impulsions incident provenant d'un laser à verrouillage de mode qui déterminerait alors le taux de répétition de chaque bit dans la séquence finale. Dans le cadre de notre preuve de principe numérique, nous utilisons la même approche en utilisant un bruit initial différent pour chaque réalisation ajouté uniquement sur une bande spectrale de largeur finie aux alentours de la pompe (45 nm) comme décrit dans la partie précédente. Aussi, l'échantillonnage des fluctuations du supercontinuum s'effectuera à des longueurs d'onde situées en dehors de cette zone spectrale ayant subi l'ajout de bruit initial. Comme pour la génération de marches aléatoires, ce choix permet de vérifier que les propriétés aléatoires de la séquence ainsi générée sont dues aux dynamiques non-linéaires ayant lieu au cours de la propagation plutôt qu'aux caractéristiques du bruit initial.

À partir de ces conditions, nous générons un ensemble d'un million de réalisations (10^6) dont nous présentons un échantillon de 5000 spectres (gris) accompagné du spectre moyen (noir) dans la Fig. 3.10(a). Le procédé numérique mis en place pour extraire une séquence binaire est, d'un point de vue global, présenté dans la Fig. 3.10.

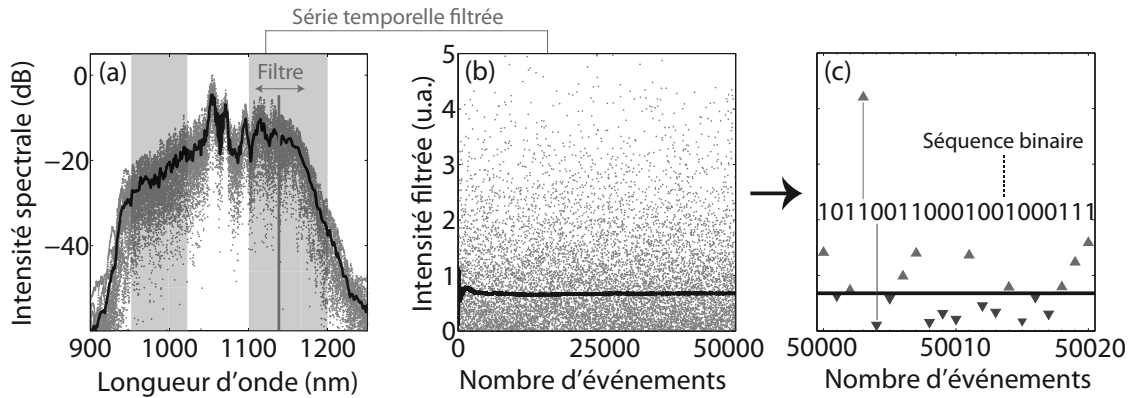


FIGURE 3.10 – Principe de génération de séquences binaires à partir des fluctuations d'intensité du SC : (a) Spectres obtenus pour un sous-ensemble de 5000 réalisations (gris) et spectre moyen (noir). La ligne rouge montre le filtrage tel qu'effectué à 1140 nm. (b) Série temporelle obtenue par filtrage spectral à cette longueur d'onde (gris) et intensité médiane correspondante calculée dynamiquement (noir). (c) Conversion binaire par comparaison au seuil déterminé (médiane après $k = 5000$ réalisations) pour les réalisations suivantes de l'ensemble ($5000 < k < 10^6$).

Pour chaque réalisation, on extrait l'intensité spectrale à une longueur d'onde particulière avec la résolution de la discrétisation des simulations. La première étape consiste alors à traiter un sous-ensemble de réalisations afin de déterminer une valeur médiane qui sera utilisée comme seuil de référence. Dans la Fig. 3.10(b), nous présentons une série temporelle (point gris) des intensités filtrées à 1140 nm pour 5000 réalisations. La médiane de la série temporelle (ligne noire) est calculée dynamiquement en fonction du nombre de réalisations analysées et l'on observe une stabilisation rapide de celle-ci. Il convient de noter que, dans l'analyse d'un ensemble de 10^6 simulations, la détermination du seuil est effectuée en utilisant seulement les 5000 premières réalisations (0.5% de l'ensemble) et mène à de bons résultats. Après cette étape initiale, les valeurs d'intensité obtenues pour les réalisations suivantes sont respectivement converties en 1 ou 0 selon si leurs valeurs sont supérieures ou inférieures au seuil de référence. Cette approche, illustrée dans la Fig. 3.10(c), permet ainsi d'obtenir une séquence d'un million de bits (en utilisant la totalité de l'ensemble des simulations) qui possède une distribution symétrique de 0 et 1.

Le degré d'aléa de la séquence binaire ainsi calculée peut être directement établi en utilisant différents bancs de tests communément utilisés dans la littérature [237, 238]. Notons que, dans notre cas, nous utilisons la suite de tests fournie par le **National Institute of Standards and Technology** (NIST) établit comme le standard actuel, notamment en termes d'applications cryptographiques [238]. Cependant, une longueur de séquence de 10^6 bits est insuffisante pour passer la batterie de tests NIST avec un degré de signification statistique suffisant. Néanmoins, les résultats obtenus pour une séquence brute de 10^6 bits s'avèrent similaires et consistants avec des séquences de même longueur produites par des générateurs de nombres pseudo-aléatoires reposant sur des algorithmes fiables et bien connus (Blum-Blum-Shub [239], SHA-1 [240]...).

Preuve de principe du supercontinuum comme générateur de nombres aléatoires à des longueurs d'onde arbitraires

La génération numérique d'une séquence de longueur suffisante pour des tests NIST significatifs ($> 10^8$) est hors de portée calculatoire si l'on considère des temps de calculs raisonnables (plus de 3 ans de calculs à raison d'une simulation par seconde). On peut cependant noter que la génération expérimentale d'une telle séquence peut en fait s'avérer triviale et extrêmement rapide par l'utilisation de sources à fort taux de répétition (MHz-GHz). En pratique, on peut générer une séquence de longueur suffisante à partir de nos résultats numériques par une étape de multiplexage spectral effectué par la concaténation de séquences de 10^6 bits générées à 200 longueurs d'onde différentes dans le spectre final. Pour cela, on utilise le processus décrit précédemment afin d'extraire 200 séquences à des longueurs d'onde uniformément réparties dans la région rouge du spectre présenté dans la Fig. 3.10(a), correspondant à des régions spectrales ne comportant pas de bruit initial.

Afin d'éliminer la présence éventuelle d'un biais statistique résiduel associé à la conversion binaire et aux corrélations spectrales, nous utilisons une étape de post-traitement consistant à l'application d'une opération logique sur la séquence binaire totale X selon le principe de la Fig. 3.11(a). On applique ainsi une porte "OU Exclusif" (XOR - *eXclusive OR*), dont la table de vérité est rappelée dans la Fig. 3.11(b), entre la séquence brute $X[k]$ et une copie retardée $X[k + \Delta k]$ de $\Delta k = 50$ bits.

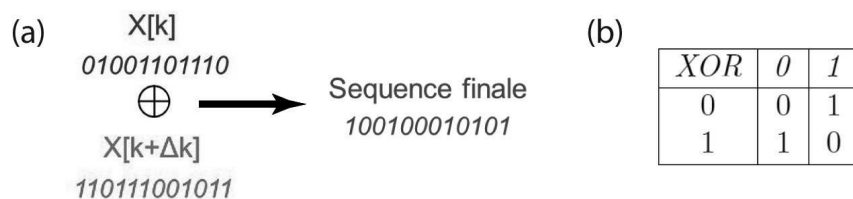


FIGURE 3.11 – (a) Principe de suppression du biais statistique par une porte OU Exclusif (XOR) appliquée avec une copie de la séquence auto-retardée. (b) Table de vérité de la fonction logique XOR .

Selon cette approche, les 200 séquences finales de 10^6 bits passent tous les tests d'aléas requis par le NIST pour un seuil de signification $\alpha = 0.01$ [238]. Ces résultats sont résumés dans le Tab. 3.3 listant les tests appliqués ainsi que la proportion de séquence passant chacun de ces tests et la *valeur P* composite (P-value). Afin de pouvoir rejeter l'hypothèse nulle de non-aléa des 200 séquences de 10^6 bits à 99 %, chaque test ne doit pas supporter plus de 7 échecs et les valeurs P composites doivent être supérieures à 10^{-4} (les tests de "Random excursions" ne doivent pas supporter plus de 4 échecs sur les 120 séquences sélectionnées) [238]. On peut alors voir que l'ensemble des tests est passé avec succès dans ces conditions.

Test statistique	Valeur P	Proportion	Résultat
Frequency	0.834308	198/200	Succès
Block frequency	0.564639	198/200	Succès
Cumulative sums	0.224821	197/200	Succès
Runs	0.825505	198/200	Succès
Longest run	0.554420	197/200	Succès
Rank	0.455937	199/200	Succès
FFT	0.068999	196/200	Succès
Non overlapping template	0.564639	194/200	Succès
Overlapping template	0.788728	199/200	Succès
Universal	0.524101	200/200	Succès
Approximate entropy	0.978072	199/200	Succès
Random excursions	0.074177	117/120	Succès
Random excursions variant	0.116519	118/120	Succès
Serial	0.816537	199/200	Succès
Linear complexity	0.890582	198/200	Succès

TABLE 3.3 – Résumé des résultats de la batterie de tests d'aléa fournis par NIST pour 200 séquences de 10^6 bits. Pour réussir, chaque test ne doit pas supporter plus de 7 échecs et les valeurs P composites doivent être supérieures à 0.0001 (les tests de Random excursions ne doivent pas supporter plus de 4 échecs sur les 120 séquences sélectionnées). Dans le cas de tests produisant des résultats multiples, on montre ici le plus mauvais résultat. Pour une comparaison viable des résultats avec la littérature, la description des tests est ici donnée en anglais.

Il convient aussi de noter que d'autres valeurs de retard dans l'application de la porte logique XOR ($\Delta k = 10, 20, 100\dots$) ou l'utilisation d'un nombre plus ou moins important de réalisations pour établir le seuil de discrimination binaire ($k = 1000, 10000$) ont montrés des résultats similaires à la batterie de tests présentée dans le Tab. 3.3.

La réussite de ces tests d'aléa pour l'ensemble des 200 séquences (correspondant aux 200 longueurs d'onde étudiées) permet ainsi de mettre en évidence le potentiel du bruit des supercontinua incohérents pour la génération de nombres aléatoires à une longueur d'onde quelconque incluse dans le spectre du SC. Ce point met en avant la compatibilité d'une telle architecture dans un système opto-électronique intégré dont les besoins n'ont cessé d'augmenter au cours des dernières décennies. D'autre part, ces résultats ouvrent aussi des perspectives intéressantes sur une implémentation expérimentale possible avec des hauts débits dépendant du taux de répétition de la source (ou de la fréquence d'échantillonnage pour une source continue) et des capacités de multiplexage en longueurs d'onde des séquences binaires générées. Cette étape suppose une très faible corrélation d'intensité spectrale entre les différentes longueurs d'onde qui sera étudié plus en détail dans le chapitre 5.

3.3 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons vu que les fluctuations au sein du supercontinuum pouvaient être caractérisées. On peut en effet étudier la statistique de ceux-ci à travers plusieurs outils complémentaires tel que sa cohérence spectrale, et déterminer différents régimes de bruits selon la forme des distributions d'intensité dans différentes régions spectrales du SC. Cette caractérisation des fluctuations à travers les moments d'ordres supérieurs s'avère être dans ce cas un moyen qualitatif et intéressant de mettre en évidence des régimes de propagation et/ou des régions spectrales susceptibles de mener à la formation d'événements extrêmes. De plus, cette approche permet une comparaison statistiquement objective de l'occurrence de tels événements dans différents systèmes non-linéaires étudiés à l'heure actuelle interdisciplinairement (hydrodynamique, optique, physique des plasmas...).

La connaissance exacte de l'ensemble des conditions initiales lors de la génération du supercontinuum pourrait théoriquement mener à la prédiction du spectre de sortie. Néanmoins, l'observateur ne peut généralement pas avoir accès à l'ensemble de ces conditions menant à des dynamiques chaotiques lors de la propagation des impulsions. Aussi, de très faibles variations de celles-ci peuvent mener à des fluctuations drastiques dans le spectre de sortie qui font de ce mécanisme un phénomène hautement imprévisible. Ainsi, nous avons vu que l'utilisation du bruit dans les SC pouvait, sous réserve d'un traitement adapté, être utilisé comme source d'aléa pour l'implémentation de processus aléatoires variés. La détection des fluctuations d'intensité, pouvant aisément être mis en place expérimentalement, pourrait ainsi permettre la génération de nombres aléatoires à une longueur d'onde quelconque, avec des débits équivalents ou supérieurs à l'état de l'art. D'autre part, l'utilisation conjointe des fluctuations de phase et d'intensité peut se révéler utile pour la génération d'une grande variété de marches aléatoires, y compris des marches similaires à des vols de Lévy.

Ces résultats mettent en lumière l'intérêt du supercontinuum comme source d'aléa polyvalente et, bien que cette étude ait été menée dans le contexte de supercontinua optiques, l'aspect universel des dynamiques mises en jeu laisse à supposer que nos résultats pourraient être applicables dans d'autres systèmes endogènes à la formation de "vagues scélérates".

Chapitre 4

Approche analytique de l'instabilité de modulation

Comme nous l'avons vu précédemment, une onde continue ou quasi-continue se propageant dans un régime de dispersion anormale peut devenir instable si on lui applique une faible modulation dans des conditions spécifiques. Dans ce cas, l'amplitude de l'instabilité croît exponentiellement lors de la propagation du champ dans la fibre sous les actions conjointes de la non-linéarité Kerr et de la dispersion. Dans le cadre de la génération de supercontinua incohérents, cette instabilité est en fait due au bruit optique dans le champ initial qui est amplifié le long de la fibre pour donner lieu à des dynamiques non-linéaires complexes. L'obtention de larges fluctuations dans les sources supercontinuum incohérentes prend alors son origine dans cette amplification du bruit lors de la phase initiale de la génération du supercontinuum.

Aussi, et afin d'obtenir une meilleure compréhension de ce phénomène, il est d'abord nécessaire de considérer l'instabilité résultante d'une modulation induite de manière externe. Ce phénomène est bien connu de la communauté scientifique par son aspect universel puisqu'il s'applique dans de nombreux systèmes non-linéaires tels que la physique des plasmas, l'optique non-linéaire ou l'hydrodynamique [165, 241, 242]. Dans le domaine de l'hydrodynamique, l'instabilité de modulation (communément appelée instabilité de Benjamin-Feir) est connue depuis plus de 25 ans [165, 243] et a depuis été proposée comme mécanisme menant à la formation de vagues scélérates océaniques [163, 166, 168].

Dans le contexte des fibres optiques, ce phénomène fut étudié dès les années 80 dans le contexte de génération de trains d'impulsions [87–89] avec la première observation expérimentale dès 1986 par Tai *et al.* [90]. Depuis, de nombreuses approches ont été proposées analytiquement et numériquement pour décrire ce phénomène [91–97, 244, 245]. Néanmoins, la plupart de ces études ont abordé l'instabilité de modulation comme un phénomène perturbatif dont l'onde pompe ne subissait aucune déplétion [12] ou en considérant un modèle de mélange à quatre ondes dégénéré avec des dynamiques d'évolution prenant en considération un nombre de modes limité [246]. Dans ce chapitre, nous proposons une approche analytique de l'instabilité de modulation en considérant des solutions exactes de l'ESNL connues depuis plusieurs décennies [122, 247–249] mais dont les liens avec l'instabilité de modulation n'ont été redécouverts que récemment dans le cadre de l'optique non-linéaire [149].

Dans une première partie, nous montrons que le formalisme introduit par Akhmediev et Korneev en 1986 [248] permet de décrire efficacement les dynamiques d'évolution de l'instabilité de modulation sans approximations notables [250] tout en considérant des applications expérimentales réalistes [251]. Dans un second temps, nous montrerons que des solutions analytiques de l'ESNL peuvent être unifiées selon une seule équation ayant permis les premières observations expérimentales des dynamiques de ces solutions en optique fibrée [252–254]. Enfin, dans une dernière partie, nous montrerons en quoi ces solutions analytiques nous permettent d'obtenir une meilleure compréhension de la phase d'émergence de l'instabilité et des dynamiques complexes qui s'ensuivent dans la génération d'un supercontinuum incohérent. Nous expliquons aussi en quoi cette phase d'émergence de l'instabilité est en fait la clé de voûte menant à l'apparition des événements extrêmes au sein des supercontinua optiques [149].

Il convient de noter que, dans ce chapitre, nous présentons certains travaux qui n'ont pas été explicitement étudiés dans le cadre de cette thèse mais faisant l'objet d'un intérêt particulier dans la compréhension globale de ce chapitre. C'est notamment le cas de l'observation expérimentale du soliton de Peregrine, l'étude des mécanismes de collisions solitoniques ainsi que des signatures spectrales des breathers d'Akhmediev dans les supercontinua optiques. Les emprunts effectués à d'autres auteurs seront alors explicitement mentionnés.

4.1 Le breather d'Akhmediev : Description analytique de l'instabilité de modulation

Dans cette approche analytique, on considère tout d'abord l'ESNL standard avec le champ $A(z, T)$ normalisé tel que $|A(z, T)|^2$ corresponde à la puissance instantanée en W :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma_{NL} |A|^2 A = 0 \quad (4.1)$$

Dans cette notation, la fréquence de coupure du gain de l'instabilité de modulation (IM) d'une onde continue dans un régime de dispersion anormal [12] est alors donnée par l'Eq. (4.2) :

$$\omega_c^2 = \frac{4\gamma_{NL}P_0}{|\beta_2|} \quad (4.2)$$

Dans le cadre du formalisme utilisé pour décrire les *Breathers d'Akhmediev* (BA), il est alors nécessaire d'introduire des paramètres normalisés pour plus de clarté. Aussi, la fréquence de modulation normalisée a est donnée par l'Eq. (4.3) :

$$a = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\omega_{mod}^2}{\omega_c^2} \right) \quad (4.3)$$

Alors que le gain normalisé de l'IM sera noté b et donné par l'Eq. (4.4) :

$$b = \sqrt{8a(1-2a)} \quad (4.4)$$

On peut alors constater que, selon cette normalisation, le gain de l'IM sera valable pour une modulation de pulsation propre ω_{mod} telle que $0 < \omega_{mod} < \omega_c$ correspondant à une fréquence normalisée $0 < a < \frac{1}{2}$. La Fig. 4.1 présente le gain normalisé b de l'IM en fonction de la fréquence de modulation. Pour une plus grande clarté, la fréquence de modulation communément donnée dans la littérature [12, 94, 246] est aussi représentée avec le paramètre $\omega = 2\omega_{mod}/\omega_c$.

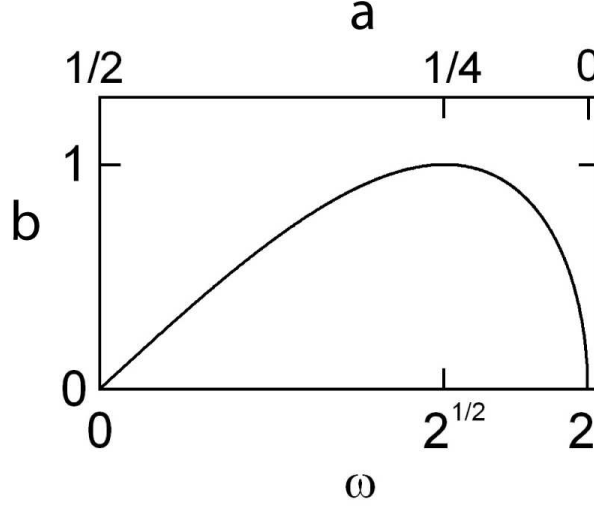


FIGURE 4.1 – Courbe de gain de l'instabilité de modulation normalisé en fonction de la fréquence de modulation.

D'après cette figure, le maximum de gain ($b = 1$) est obtenu pour une modulation de fréquence normalisée $a = \frac{1}{4}$ correspondant à la fréquence $\omega_{mod} = \omega_c/\sqrt{2}$ bien connue du formalisme de stabilité linéaire de l'instabilité de modulation.

Connu depuis plus de 25 ans, les solutions du type Breather d'Akhmediev décrivent un cycle unique de croissance-décroissance d'une onde plane faiblement modulée d'où la dénomination "breather" par analogie à la respiration de la solution. Analogue au principe de récurrence de Fermi-Pasta-Ulam découvert en 1955 [255], le breather d'Akhmediev est une solution exacte de l'ESNL donnée dans sa forme dimensionnelle par l'Eq. (4.1) qui fut découverte dès 1986 par Akhmediev et al. [248, 249]. La particularité de l'ansatz alors énoncé par les auteurs reposait sur le fait que la modulation de l'onde possédait un caractère complexe dont la partie réelle et imaginaire étaient reliées linéairement.

Aussi, pour une onde continue de puissance P_0 et une modulation de fréquence ω_{mod} , l'équation du breather d'Akhmediev dans sa forme dimensionnelle est la suivante :

$$A(z', T) = \sqrt{P_0} \left[\frac{(1 - 4a) \cosh(bz') + ib \sinh(bz') + \sqrt{2a} \cos(\omega_{mod}T)}{\sqrt{2a} \cos(\omega_{mod}T) - \cosh(bz')} \right] e^{iz'} \quad (4.5)$$

$$= \sqrt{P_0} \left[1 + \frac{2(1 - 2a) \cosh(bz') + ib \sinh(bz')}{\sqrt{2a} \cos(\omega_{mod}T) - \cosh(bz')} \right] e^{iz'} \quad (4.6)$$

Cette solution est valide pour une quelconque valeur de gain non nulle $b \neq 0$ tel que $0 < a < \frac{1}{2}$ et on voit que ce paramètre $b > 0$ définit le taux de croissance longitudinal de l'instabilité. On notera aussi l'introduction d'une distance de propagation normalisée $z' = z/L_{NL}$ où $L_{NL} = (\gamma_{NL}P_0)^{-1}$ correspond à la distance non-linéaire.

A partir de l'Eq. (4.6), il est clair que cette solution décrit une onde continue faiblement modulée dont la perturbation croît et décroît de manière symétrique de part et d'autre de l'axe z' (ou z de manière équivalente) en passant par un point où l'amplitude de la modulation atteint un maximum. Ce point, communément baptisé "point de compression maximale" est obtenu en $z' = 0$ et une expression analytique simple, donnée par l'Eq. (4.7), peut être obtenue pour décrire ce breather compressé temporellement :

$$A(z' = 0, T) = \sqrt{P_0} \frac{(1 - 4a) + \sqrt{2a} \cdot \cos(\omega_{mod}T)}{\sqrt{2a} \cdot \cos(\omega_{mod}T) - 1} \quad (4.7)$$

Aussi, afin d'illustrer notre propos, nous présentons dans la Fig. 4.2(a) l'évolution longitudinale du profil temporel d'intensité $|A(z', T)|^2$ de la solution analytique (4.5). Il convient de noter que, dans cette représentation, l'axe du temps est normalisé sur une période de modulation où l'on peut voir la croissance-décroissance exponentielle d'un train d'impulsions avec une séparation temporelle $T_{mod} = 2\pi/\omega_{mod}$. Le profil d'intensité temporelle de cette solution à $z' = 0$ est aussi présenté en Fig. 4.2(b) où l'on peut observer le train d'impulsions compressé sur un fond non-nul comprenant des piédestaux localisés en $T/T_{mod} = 1/2 + p$ (où p est un entier relatif).

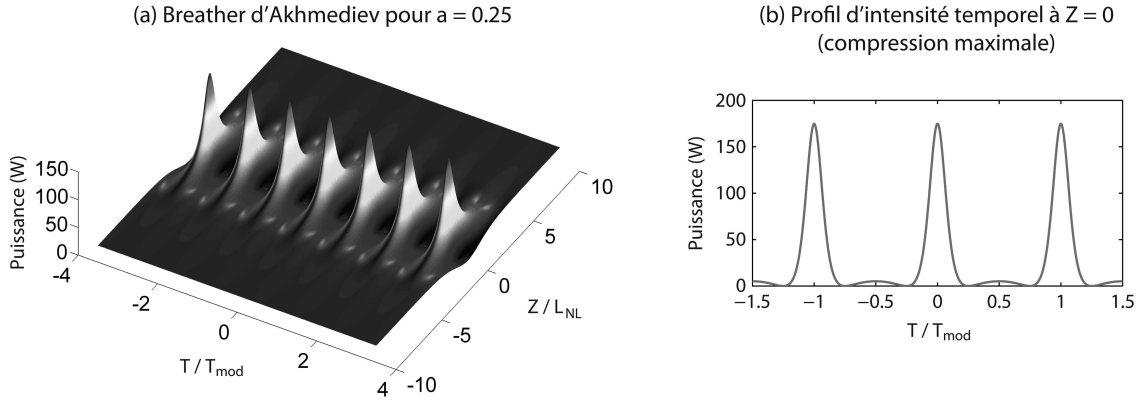


FIGURE 4.2 – *Simulations numériques de la solution analytique du breather d'Akhmediev obtenue pour $P_0 = 30$ W et $a = 0.25$. (a) Évolution longitudinale du breather d'Akhmediev prédite par l'Eq. (4.5). (b) Profil temporel d'intensité à $z' = 0$ (compression temporelle maximale) donné par l'Eq. (4.7)*

Vu de manière simpliste, cette solution montre un transfert progressif de l'énergie de l'onde continue vers la faible modulation (ou inversement selon le signe de z) sur $-\infty < z < +\infty$ pour obtenir des pics de modulations d'intensité maximale en $z = 0$. De plus, d'après l'Eq. (4.7), on peut voir que même si le gain, et donc le taux de croissance de l'instabilité, est maximum pour $a = 0.25$, l'amplitude maximale obtenue à $z = 0$ dépendra de a telle que $|A(z' = 0, T = 0)| = \sqrt{P_0}(1 + 2\sqrt{2a})$.

4.1.1 Évolution des breathers sous des conditions expérimentales réalistes

Par le passé, les dynamiques de récurrence de Fermi-Pasta-Ulam ont déjà été observées expérimentalement dans le régime d'instabilité de modulation induite [256, 257]. Dans l'approche proposée dans cette partie et menée en collaboration avec l'université technologique de Tampere (TUT) [251], nous proposons d'utiliser une approximation des breathers d'Akhmediev sous la forme d'une onde continue modulée permettant une excitation de cette solution exacte sous des conditions expérimentales réalistes. La déviation des dynamiques idéales obtenue par ces régimes d'excitation sera aussi abordée succinctement.

Approximation de l'expression analytique loin du maximum de compression

Alors que le breather d'Akhmediev atteint un degré de localisation maximale en $z' = 0$, il est intéressant de voir que le champ modulé tend asymptotiquement vers une onde plane lorsque $|z'| \rightarrow \pm\infty$. Ainsi, suffisamment loin de son point de compression maximale, il est possible d'exprimer l'Eq. (4.5) en conservant uniquement le terme dominant des fonctions trigonométriques hyperboliques. En utilisant une expansion en série de Taylor (en négligeant les ordres supérieurs à 1 et un terme de phase constant), on obtient une expression simple de la solution (4.5) lorsque $|z'| \rightarrow \pm\infty$:

$$A(z' \rightarrow \pm\infty, T) \approx \sqrt{P_0} [1 + 2be^{-b|z'|} \cos(\omega_{mod}T) e^{-i\psi_{\pm}}] \quad (4.8)$$

Il est alors clair que l'Eq. (4.8) a la forme d'un champ continu faiblement modulé donnée par l'Eq. (4.9). (Pour plus d'informations sur le détail de ces calculs, le lecteur pourra se reporter à l'annexe B.1 de ce manuscrit.)

$$A(z' \rightarrow \pm\infty, T) \approx \sqrt{P_0} [1 + a_{mod} \cos(\omega_{mod}T) e^{-i\psi_{\pm}}] \quad (4.9)$$

Par identification, on peut obtenir l'amplitude de modulation a_{mod} donnée par l'Eq. (4.10) ainsi qu'un terme de déphasage relatif entre l'onde pompe et les raies de modulation donné par l'Eq. (4.11) :

$$a_{mod} = 2be^{-b|z'|} \quad (4.10)$$

$$\psi_{\pm} = \pm \tan^{-1}(b/(2 - 4a)) = \pm \tan^{-1} \sqrt{2a/(1 - 2a)} \quad (4.11)$$

Dans ce cas, nous pouvons voir que l'amplitude de modulation a_{mod} est reliée au paramètre de fréquence normalisé a et décroît de manière exponentielle en fonction de la distance du point de compression maximale $|z'|$ si la déplétion de la pompe reste relativement faible. D'autre part, le déphasage relatif $\psi_{\pm}$ peut être considéré comme constant, peu importe la distance $|z'|$.

Excitation à partir d'une onde continue modulée

À partir de cette constatation, une application logique consiste à utiliser des simulations numériques de l'ESNL pour déterminer sous quelles conditions l'approximation des

conditions initiales décrite par l'Eq. (4.9) peut mener à l'évolution idéale de croissance-décroissance du breather d'Akhmediev vu dans la Fig. 4.2.

Cette étude est d'une importance toute particulière puisque la synthèse d'un champ initial décrit par l'Eq. (4.9) est particulièrement aisée expérimentalement. D'un point de vue pratique, l'injection dans une fibre optique de conditions initiales dérivées de l'Eq. (4.9) résulte en une évolution similaire à celle d'un breather d'Akhmediev idéal sur le premier cycle de croissance-décroissance. Évidemment, il faut ici noter que l'utilisation de conditions initiales approximatives mène à une déviation du comportement idéal de respiration unique du breather [255]. Dans ce cas, on observe plutôt à un phénomène périodique de récurrence [256, 257]. Bien que cette déviation du comportement idéal soit d'une importance capitale dans l'étude des instabilités du SC, ces imperfections sont généralement de faible importance pour la plupart des applications visant à utiliser l'instabilité de modulation pour la génération et la compression de trains d'impulsions [258]. En effet, dans de nombreux cas, l'intérêt est principalement porté sur l'obtention d'un train d'impulsion au premier point de compression temporelle. Nous reviendrons plus en détail sur ce phénomène de périodicité dans le cadre de l'étude des instabilités au sein de la génération de SC vue dans la partie 4.3 de ce chapitre.

Dans la Fig. 4.3(a) on représente les dynamiques d'évolution longitudinale obtenues par intégration numérique de l'ESNL d'un champ initial modulé décrit par l'Eq. (4.9) pour $a = 0.25$ et $a_{mod} = 0.2$. Notons que, dans ces simulations, nous utilisons une onde continue de puissance $P_0 = 30$ W injectée à 1550 nm dans une fibre standard monomode ($\beta_2 = -20$ ps² km⁻¹, $\gamma_{NL} = 1.1$ W⁻¹ km⁻¹).

Dans la partie inférieure de la Fig. 4.3(a), on peut clairement remarquer que l'extraction du profil temporel au point de compression maximale ($z' \sim 4.6$) montre un excellent agrément avec le breather idéal compressé donné par l'Eq. (4.7).

Les résultats issus de simulations numériques pour toute la plage de fréquence supportant un gain d'instabilité de modulation ($0 < a < \frac{1}{2}$) ont eux aussi montré un très bon accord avec les dynamiques d'évolution attendues pour un breather d'Akhmediev idéal si l'amplitude de modulation restait relativement faible ($a_{mod} < 0.2$). De manière équivalente, notons que nous avons vérifié un accord similaire du profil d'intensité au maximum de compression par usage de l'approximation avec la théorie sur toute la plage de fréquence de modulation a .

Dans la Fig. 4.4, l'échelle des distances est donnée telle que le point d'injection dans la fibre soit $z' = 0$. Néanmoins, d'après (4.10), on peut aisément retrouver la distance de compression du breather pour n'importe quelle amplitude de modulation initiale a_{mod} à travers une expression analytique remarquablement simple :

$$z_0 = -\frac{L_{NL}}{b} \ln \left(\frac{a_{mod}}{2b} \right). \quad (4.12)$$

Il convient de noter que d'autres auteurs ont déjà reporté une forme approximative de cette distance de compression z_0 en supposant une croissance purement exponentielle de l'instabilité [98, 99]. Cependant, le résultat proposé par l'Eq. (4.12) apporte une estimation largement plus précise en prenant en compte le facteur $2b$ dans l'argument de la fonction logarithmique.

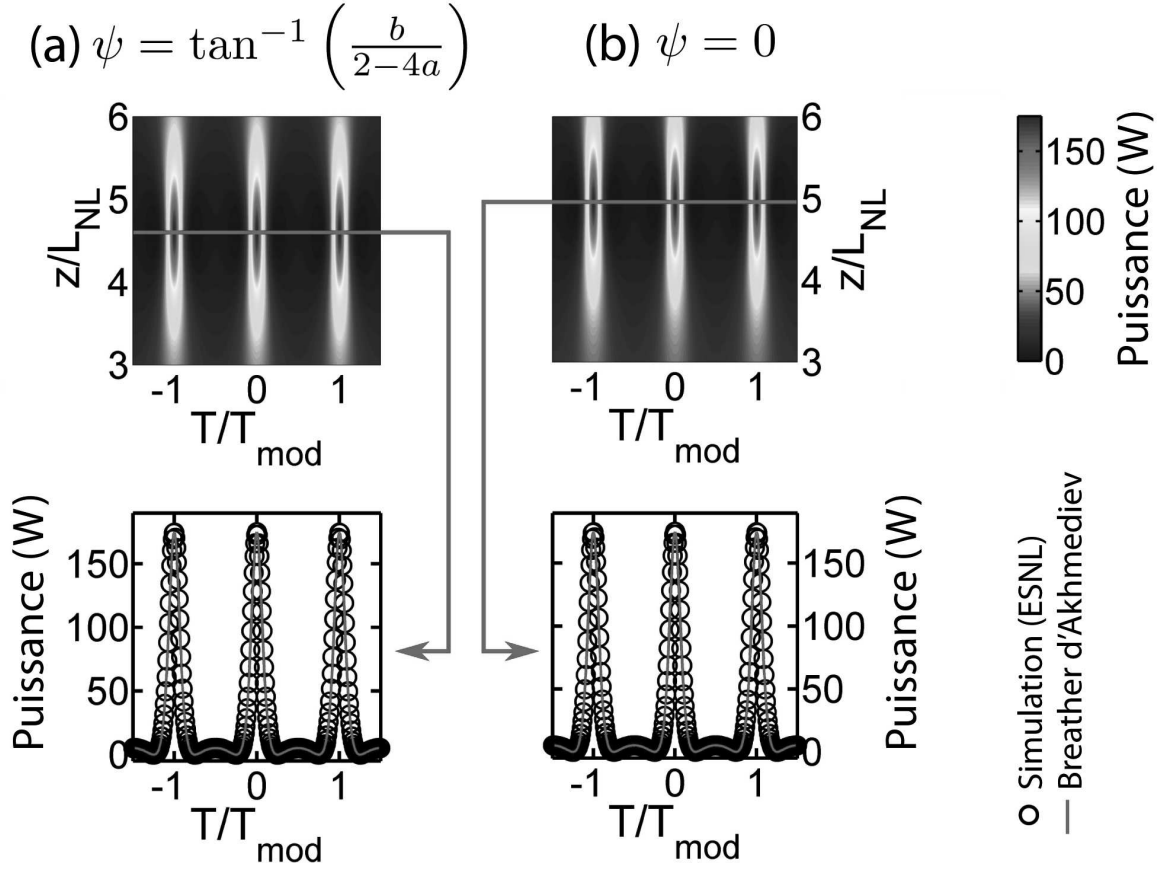


FIGURE 4.3 – (Haut) Évolution longitudinale d'une onde continue modulée obtenue par simulations numériques en utilisant l'Eq. (4.9) comme conditions initiales pour un déphasage idéal $\psi = \tan^{-1}(b/(2 - 4a))$ (a) et en considérant une modulation purement réelle avec $\psi = 0$ (b). (Bas) Profils temporels extraits des simulations numériques au point de compression maximale du train d'impulsion et comparés avec le profil temporel du breather d'Akhmediev à $z = 0$ donnée par l'Eq. (4.7). Paramètres de simulations : $a = 0.25$ et $a_{\text{mod}} = 0.02$.

A titre d'exemple, la Fig. 4.4 montre une estimation de cette distance de compression obtenue par l'Eq. (4.12) (ligne noire) et comparée avec les résultats issus de simulations numériques de l'ESNL (cercles rouges) en supposant $a_{\text{mod}} = 0.02$ sur toute l'étendue du paramètre de fréquence a . Dans un souci de clarté, nous avons ajouté dans la Fig. 4.4 les résultats obtenus en considérant une approche perturbative du mélange à quatre ondes (ligne rouge).

On peut alors très clairement voir un excellent agrément du formalisme du breather d'Akhmediev avec les simulations numériques et une amélioration significative de l'estimation de z_0 comparée à la méthode des références [98, 99] considérant une approche purement perturbative.

Le lecteur pourra se reporter à l'annexe B.2 pour de plus amples informations sur cette méthode.

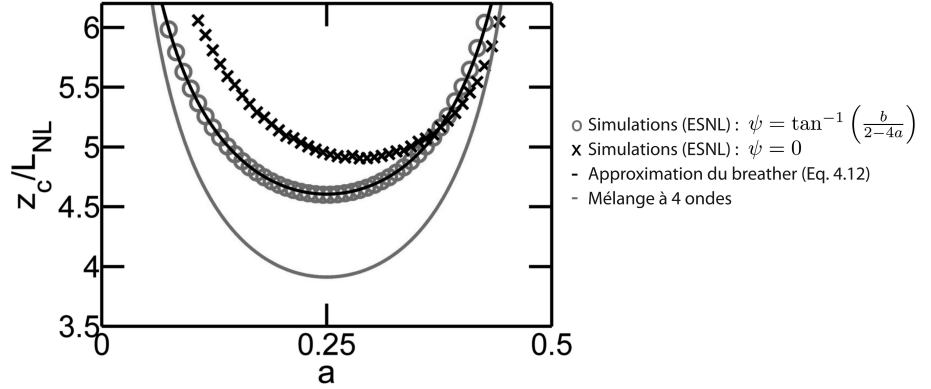


FIGURE 4.4 – Cas d’une onde continue modulée : Distances de compression maximale en fonction de la fréquence de modulation a prédites analytiquement à partir de Eq. (4.12) (ligne noire) et comparées aux simulations numériques avec $\psi = \tan^{-1}(b/(2 - 4a))$ (cercles rouge) et $\psi = 0$ (croix noires) ainsi qu’au modèle perturbatif du mélange à quatre ondes dégénéré (ligne rouge) [98, 99].

Un point important souligné par la forme de l’Eq. (4.9) est la présence d’un déphasage relatif déterminé entre la pompe et les bandes de modulation donnée par ψ dans l’Eq. (4.11). Cependant, en considérant une configuration expérimentale reposant sur un modulateur d’intensité, le contrôle de ce déphasage peut s’avérer relativement complexe et il peut être difficile d’obtenir une correspondance précise avec le résultat analytique du breather d’Akhmediev. Ainsi, il est intéressant, voir primordial dans certains cas, de s’intéresser aux changements de dynamiques lors de l’utilisation d’un champ initial purement réel donné par l’Eq. (4.13) (c.a.d. où le déphasage initial ψ de l’Eq. (4.11) est nul).

$$A(0, T) = \sqrt{P_0} [1 + a_{mod} \cos(\omega_{mod} T)] \quad (4.13)$$

C’est ce cas particulier qui est présenté dans la Fig. 4.3(b) montrant l’évolution de la solution idéale comportant un déphasage nul avec $\psi = 0$. Ainsi on peut remarquer que même si le profil extrait au maximum de compression coïncide avec l’équation de breather compressé (4.7), la distance à laquelle a lieu cette compression maximale est légèrement plus importante ($z' \sim 4.9$) qu’avec une phase idéale donnée par (4.11). Des simulations ont ainsi été menées pour déterminer la variation de la distance de compression d’une onde continue comportant une modulation purement réelle sur l’ensemble des fréquence a . Les résultats, présentés dans la Fig. 4.4 (croix noires) montrent en effet une légère variation comparativement à la distance prédite par l’Eq. (4.12). Néanmoins, une étude quantitative montre que cette variation est en tout point inférieure à 15% de la distance prédite et donne alors tout son sens à l’utilisation de cette équation pour estimer la distance de compression d’une onde continue avec une modulation réelle.

D’un point de vue plus qualitatif, ces variations des distances de compressions proviennent physiquement de la différence du taux de croissance de la modulation qui se trouve être sensible au déphasage relatif entre la pompe et les raies de modulation. Bien que ce résultat semble relativement peu important dans le cadre d’une instabilité de modulation induite, nous verrons dans la partie 4.3 que cette particularité acquiert une

dimension capitale dans le cadre d'une instabilité de modulation spontanée qui est à l'origine des fluctuations et des événements extrêmes dans le supercontinuum optique.

Excitation à partir d'une seule bande latérale de modulation

Nous avons vu précédemment que la synthèse d'un champ initial de modulation idéale donné par l'Eq. (4.9) pouvait nécessiter un système expérimental complexe tel qu'une technique de modulation d'amplitude ou l'utilisation d'une pompe continue avec deux bandes latérales de modulations contrôlées en phase.

Une approche alternative communément employée d'un point de vue expérimental repose sur l'utilisation de deux lasers continus d'amplitudes différentes dont la différence de fréquence et le déphasage relatif peuvent être aisément contrôlés. Cette approche, souvent mise en place dans les expériences d'instabilité de modulation induite pour la génération de trains d'impulsions ultra-rapides, correspond alors à une pompe continue avec une seule bande latérale de modulation dont le champ initial est alors donnée par l'Eq. (4.14).

$$A(0, T) = \sqrt{P_0} \left[1 + a_{mod} e^{i(\omega_{mod} T + \psi)} \right]. \quad (4.14)$$

Dans ce cas, nous avons pu vérifier que le champ évolue alors d'une manière très similaire à celle attendue pour le breather d'Akhmediev idéal (avec un paramètre de fréquence a déterminé par la séparation fréquentielle entre l'onde pompe et la bande de modulation).

On remarque ainsi que la bande de modulation complémentaire est générée dès le début de la propagation grâce au mélange à quatre ondes menant spontanément à un désaccord de phase linéaire $\theta = \psi/2 = -\pi/2$. Ainsi, contrairement à l'utilisation d'une modulation à deux bandes, l'évolution du champ est indépendante du déphasage relatif initial de telle sorte que, pour n'importe quelle fréquence de modulation a , on obtienne un déphasage équivalent $\psi = -\pi$. Cette propriété a deux conséquences principales : On notera tout d'abord que, d'un point de vue expérimental, une stabilisation de la différence de phase de la modulation initiale ψ n'est plus requise. D'autre part, en reprenant l'Eq. (4.11), on peut constater que cette condition d'accord de phase spontanée ($\psi = -\pi$) correspond à l'accord de phase théorique obtenu pour exciter un breather d'Akhmediev idéal avec un fréquence $a = 0.25$ (gain maximal).

Malgré une condition d'accord de phase non idéal pour d'autres fréquences de modulation a , on peut observer sur la Fig. 4.5 que la distance de compression théorique obtenue par l'approximation de l'Eq. (4.12) présente un accord tout à fait correct avec les simulations numériques obtenues. On peut aussi voir que cette approximation propose aussi, dans le cas d'une modulation à bande unique, un meilleur agrément que celui proposé par une approche purement perturbative.

D'une manière plus générale, il conviendra de noter que ces simulations ont aussi été menées en considérant une ESNL généralisée incluant les perturbations telles que la diffusion Raman et les ordres supérieurs de dispersion. Des résultats tout à fait similaires avaient alors été obtenus, montrant ainsi que les perturbations n'influaient pas de manière significative sur la première phase de croissance de l'instabilité.

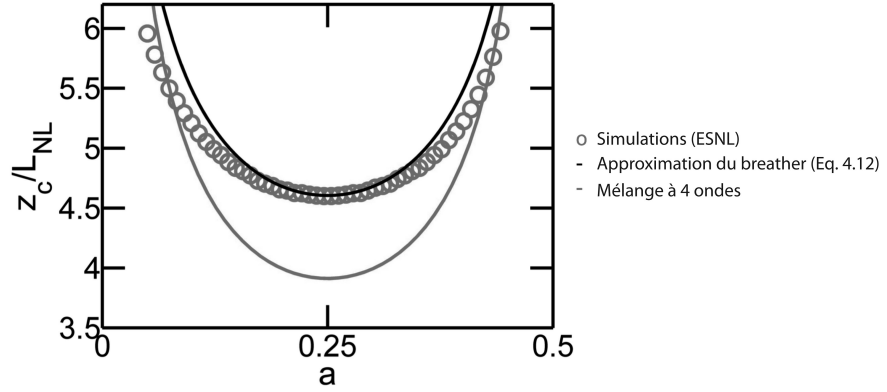


FIGURE 4.5 – Cas d'une onde continue modulée à partir d'une seule bande latérale de modulation : Distances de compression maximale en fonction de la fréquence de modulation a prédites analytiquement à partir de Eq. (4.12) (ligne noire) et comparées aux simulations numériques (cercles rouge) ainsi qu'au modèle perturbatif du mélange à quatre ondes dégénéré (ligne rouge) [98, 99].

Excitation en régime impulsionnel

Dans de nombreuses conditions expérimentales visant à étudier l'instabilité de modulation, les puissances requises pour exciter l'instabilité sont telles qu'il est parfois nécessaire d'utiliser des impulsions longues (c.a.d. une faible largeur de bande spectral) à haute puissance crête, issues notamment de laser à verrouillage de modes plutôt qu'un champ initial issu d'un laser continu [49, 72, 259, 260].

Dans ce cas, il est clair que les dynamiques mises en jeu ne sont pas exactement les mêmes que celles attendues par la théorie des breathers. Dans cette partie, nous considérons de quelle manière cette théorie analytique s'applique à ce régime non idéal mais néanmoins réaliste expérimentalement. Selon cette approche, les conditions initiales sont alors données par l'Eq. (4.15) présentant un champ pulsé avec une faible modulation :

$$A(0, T) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}(T/T_0) \left[1 + a_{\text{mod}} e^{i\psi} \cos(\omega_{\text{mod}} T) \right]. \quad (4.15)$$

Ici, P_0 et T_0 représentent respectivement la puissance crête et la durée de l'impulsion sans modulation. D'un point de vue expérimental, ces conditions correspondent à l'injection simultanée d'une impulsion de puissance importante ainsi que de répliques de plus faible intensité séparées fréquemment par ω_{mod} avec un déphasage relatif ψ entre l'impulsion pompe et les répliques de modulations.

La largeur totale à mi-hauteur τ (FWHM) des impulsions est alors reliée au paramètre T_0 tel que $\tau = 1.763T_0$ pour une impulsion de type sécante hyperbolique. Il est alors clair que des dynamiques inhérentes à l'instabilité de modulation impulsionnelle seront alors observées uniquement si la durée de l'impulsion est significativement supérieure à la période de modulation tel que $\tau \gg T_{\text{mod}}$.

Des résultats issus de simulations numériques présentent, dans la Fig. 4.6, l'évolution d'une impulsion de 4 ps (FWHM) de puissance crête 170 W faiblement modulée (avec $a_{\text{mod}} = 0.02$).

Dans ce cas, nous utilisons les paramètres réalistes d'une fibre à cristaux photoniques commerciale (Crystal Fiber NL-PM-750) pompée à 815 nm ($\beta_2 = -13.7 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ et $\gamma_{NL} = 0.1235 \text{ W}^{-1} \text{ m}^{-1}$).

La phase initiale ψ est choisie pour correspondre à la phase d'un breather d'Akhmediev idéal donné par l'Eq. (4.11) calculée à partir du paramètre a . La fréquence de modulation $\omega_{mod} = 55 \text{ THz}$ correspond au maximum de la courbe de gain de l'instabilité de modulation ($a = 0.25$) pour un niveau de puissance correspondant à la puissance crête de l'impulsion. A partir de ces paramètres, on obtient alors une modulation de période $T_{mod} = 114 \text{ fs}$.

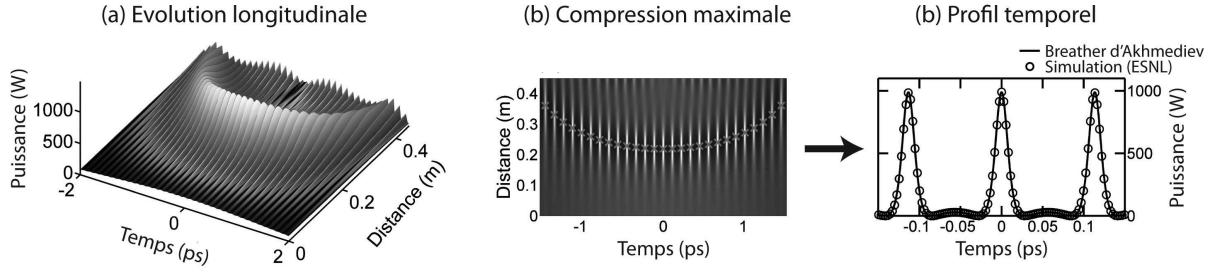


FIGURE 4.6 – Étude numérique d'une impulsion faiblement modulée. (a) Évolution longitudinale du profil temporel. (b) Même figure vue de dessus : Les points locaux de compression temporelle maximale sont comparés avec les prédictions issues de l'Eq. (4.12). (c) Le profil temporel au centre de l'impulsion au maximum de compression est comparée au breather d'Akhmediev compressé donnée par l'Eq. (4.7).

A partir d'une impulsion modulée, la Fig. 4.6(a) montre clairement que la croissance de la modulation n'a pas lieu de manière uniforme le long du profil de l'impulsion. En effet, bien que l'on observe une augmentation du contraste de la modulation et la formation d'impulsions locales au sein même de l'impulsion initiale, il apparaît que le point de compression maximale de ces impulsions locales (correspondant à l'amplitude locale maximale) ne s'effectue pas à la même distance de propagation pour différents points le long de l'enveloppe de l'impulsion.

Néanmoins, ce comportement peut être compris de manière simple en considérant la formation de breathers "localisés" où la puissance crête à un point quelconque de l'impulsion détermine alors les propriétés locales du breather d'Akhmediev. Autrement dit, en considérant un cycle de modulation à une position temporelle donnée le long de l'enveloppe de l'impulsion telle que $T_n = \pm nT_{mod}$ (avec $n = 0, 1, 2, \dots$), celui-ci évoluera alors selon les caractéristiques équivalentes d'un breather d'Akhmediev propre à une onde continue de puissance $P_n = P_0 \text{sech}^2(T_n/T_0)$.

Ce résultat est présenté de manière plus visuelle dans la Fig. 4.6(b) où le point de compression maximale de chaque breather localisé montre une bonne correspondance avec les prédictions issues de l'Eq. (4.12) lorsque l'on prend en compte la variation de la puissance le long de l'impulsion (croix rouges). Afin d'illustrer plus clairement notre propos, la Fig. 4.6(c) compare le profil temporel du pic local au centre de l'impulsion (cercles noirs) avec le breather compressé pour une puissance crête correspondant à celle de l'impulsion non modulée (ligne continue). On peut alors noter une excellente correspondance entre les deux profils.

D'autre part, l'observation des impulsions locales dans les ailes de l'impulsion non modulée (bien que non illustrées dans ce manuscrit) a elle aussi montré un très bon agrément avec le profil du breather idéal obtenu en considérant la puissance crête locale de l'impulsion P_n .

Notons aussi que, comme dans le cas d'une onde continue, les dynamiques impulsionnelles obtenues en considérant une seule bande de modulation sont similaires à celles obtenues ici et que les distances de compression locales étaient elles aussi correctement prédites par l'utilisation de l'Eq. (4.12).

4.1.2 Dynamiques d'évolution spectrale des breathers et de l'instabilité de modulation

Dans la partie précédente, nous avons principalement considéré l'évolution de l'instabilité de modulation d'un point de vue temporel. Néanmoins, à la lumière de récentes études relatives aux SC, il a été mis en avant que certaines signatures spectrales des breathers d'Akhmediev avaient été détectées dans la phase d'expansion spectrale initiale des SC [149, 261]. Nous reviendrons plus en détail sur ce point dans la partie 4.3 mais il convient d'introduire ces notions de dynamiques spectrales en considérant tout d'abord une instabilité de modulation induite à une fréquence arbitraire a .

En reprenant le formalisme des breathers d'Akhmediev donné dans l'Eq. (4.5), il est possible d'intégrer cette expression afin d'obtenir les amplitudes spectrales du spectre discret des breathers d'Akhmediev [262]. Après calcul et en négligeant les termes constants de phase et d'amplitude, on peut obtenir les dynamiques d'évolution des amplitudes spectrales de la pompe incidente $\tilde{A}_0$ et d'un nombre arbitraire de bandes latérales de modulation $\tilde{A}_n$ correspondant au $n^{\text{ième}}$ harmonique $\omega_n = n\omega_{mod}$ avec $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ (où ω_1 se réfère alors à la fréquence de modulation fondamentale) :

$$\tilde{A}_0(z) = 1 - \frac{2(1-2a)\cosh(bz) + ib\sinh(bz)}{\sqrt{\cosh^2(bz) - 2a}} \quad (4.16)$$

$$\tilde{A}_n(z) = \frac{2(1-2a)\cosh(bz) + ib\sinh(bz)}{\sqrt{\cosh^2(bz) - 2a}} \left[\frac{\cosh(bz) - \sqrt{\cosh^2(bz) - 2a}}{\sqrt{2a}} \right]^n \quad (4.17)$$

Les calculs de cette intégration sont explicités en détails dans l'annexe B.3. Ces résultats peuvent alors être comparés avec des simulations numériques et expérimentalement. Dans ce cas, nous considérons une instabilité de modulation induite à 1550 nm dont le montage expérimental, mis en place dans le groupe SLCO à Dijon [250], est ici détaillé dans la Fig. 4.7.

Une diode laser continue, émettant à 1550.08 nm, passe à travers un modulateur de phase (MP) afin d'augmenter la largeur spectrale de la pompe et ainsi supprimer l'effet de diffusion Brillouin. L'onde est alors injectée dans un modulateur d'intensité (MI) à 16 GHz afin de générer des bandes latérales de modulation à une amplitude relative de -15.6 dB par rapport à la pompe. Il s'agit typiquement d'une faible modulation donnée par l'Eq. (4.13) dans un régime où la théorie des breathers d'Akhmediev est censée décrire

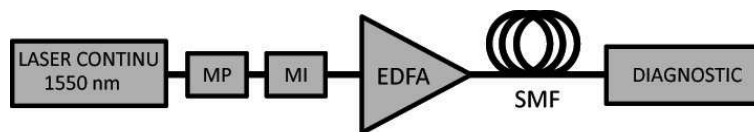


FIGURE 4.7 – Configuration expérimentale utilisée pour la mesure des dynamiques spectrales des breathers d'Akhmediev. Le diagnostic enregistre le spectre et la puissance de sortie. MP : Modulateur de phase; MI : Modulateur d'intensité; EDFA : Amplificateur fibré dopé Erbium.

correctement les dynamiques d'évolution. La puissance après modulation est ajustée en utilisant un amplificateur fibré dopé Erbium à faible bruit (EDFA - *Erbium Doped Fiber Amplifier*). L'onde modulée est alors injectée dans une fibre monomode standard (SMF-28) permettant des raccordements par fusion avec des pertes négligeables. Ceci permet alors d'étudier les dynamiques d'évolution spectrale par coupes successives de la fibre optique mais sous-entend aussi une bonne répétabilité de l'expérience pour un panel étendu de différentes conditions initiales.

A 1550 nm, la fibre standard utilisée possède des paramètres de dispersion $\beta_2 = -21.4 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$, $\beta_3 = 0.012 \text{ ps}^3 \text{ km}^{-1}$ et un coefficient non-linéaire $\gamma_{NL} = 1.2 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$. Dans notre cas, l'onde continue a une puissance crête $P_0 = 0.46 \text{ W}$ telle que la fréquence de modulation normalisée soit $a = 0.45$. Il convient ici de noter que cette fréquence de modulation se situe loin de maximum de gain de l'instabilité et l'on peut ainsi tester l'universalité des dynamiques spectrales données par les Eqs. (4.16)-(4.17).

Pour une longueur de fibre de 5 km, on peut aisément ajuster la puissance d'entrée afin d'obtenir un spectre de largeur maximale (c'est-à-dire une compression temporelle maximale) à la sortie de cette fibre. Les résultats obtenus sont alors présentés dans la Fig. 4.8.

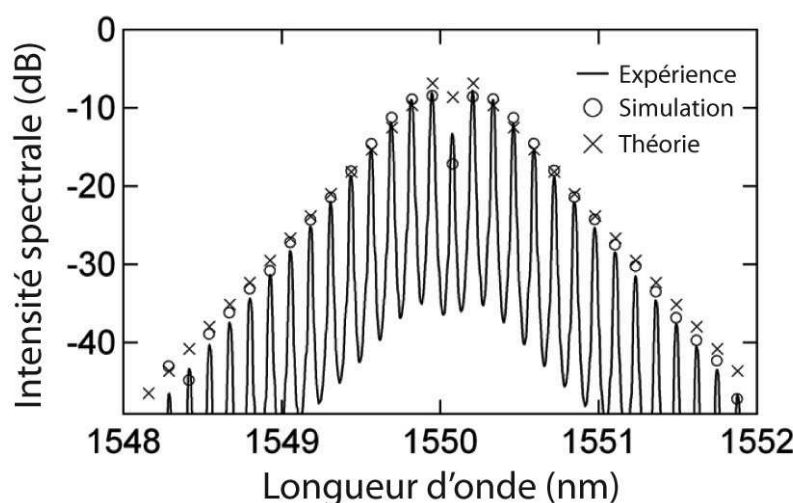


FIGURE 4.8 – Profil spectral au point de compression maximal obtenu expérimentalement à $z = 5 \text{ km}$ (ligne continue), numériquement (cercles) et comparé à la théorie des breathers (croix).

À partir du faible niveau de bruit de cette expérience, il est possible de résoudre plus de 14 bandes latérales de modulation de part et d'autre de la pompe. Ces résultats sont comparés avec les prédictions obtenues par les Eqs. (4.16)-(4.17), ici représentées avec des croix, et l'on peut voir un excellent agrément avec le spectre théorique sur plus de quatre ordres de magnitude. Les résultats obtenus à partir de simulations numériques prenant en compte l'ESNL généralisée sont eux aussi présentés dans la Fig. 4.8 sous la forme de cercles qui présentent un très bon agrément avec les prédictions théoriques.

Il convient de noter que ce spectre triangulaire en échelle logarithmique est typique du point maximum de compression temporelle donnée par l'Eq. (4.7). Néanmoins, il est tout particulièrement intéressant d'examiner l'évolution des dynamiques spectrales de manière plus complète. Dans ce cas, on utilise la même fibre dont la distance est modifiée dans l'intervalle 0-8.5 km en relevant le spectre expérimental tous les 250 m. Ces résultats sont présentés dans la Fig. 4.9(a) où nous montrons uniquement neuf bandes latérales de modulation avec un seuil de traçage à -30 dB afin d'améliorer la clarté visuelle.

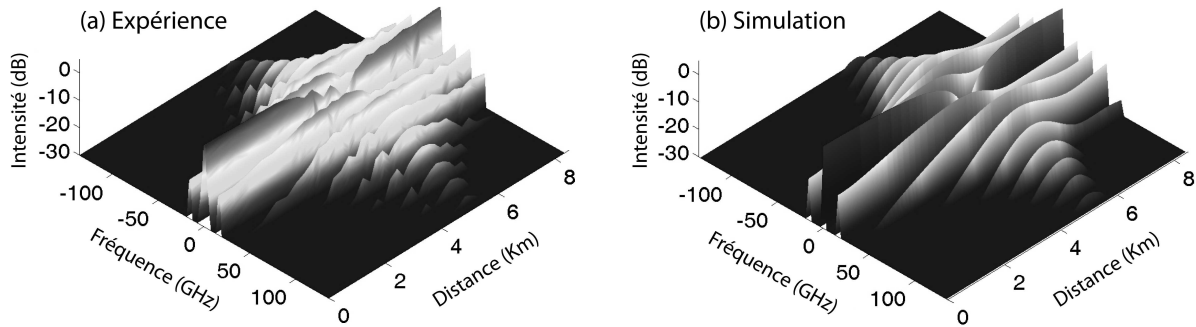


FIGURE 4.9 – *Dynamiques spectrales en fonction de la distance de propagation de d'instabilité de modulation induite expérimentalement (a) et comparées avec celles des prédictions issues de simulations numériques de l'ESNL généralisée (b). La phase de croissance de l'instabilité jusqu'au point de compression maximale est clairement visible jusqu'à 5 km, suivi d'un retour de l'énergie des bandes de modulations vers la pompe au-delà de ce point.*

Ces résultats sont particulièrement significatifs afin de montrer l'évolution globale des dynamiques spectrales des multiples harmoniques de modulations. En effet, on voit clairement un échange d'énergie de la pompe vers les différentes bandes de modulation jusqu'à un point d'expansion spectrale maximum (compression temporelle maximale) à 5 km. De plus, on peut noter qu'à partir de 5 km, la dynamique s'inverse et l'échange d'énergie se fait des bandes de modulation vers la pompe. Néanmoins, contrairement aux prédictions obtenues pour l'évolution d'un breather d'Akhmediev idéal, nous n'observons pas une récurrence parfaite de type Fermi-Pasta-Ulam.

En comparant ces résultats avec ceux obtenus à partir de simulations présentées en Fig. 4.9(b), on constate cependant un excellent agrément avec l'expérience. D'autres séries de simulations utilisant l'ESNL pure (pas de termes d'ordres supérieurs, ni diffusion Raman...) ont permis de montrer que les perturbations dans les simulations n'avaient pratiquement pas d'influence dans la déviation de ce phénomène de récurrence.

Une fois de plus, les dynamiques complexes ayant lieu après le point compression maximale proviennent principalement d'une excitation non idéale de la solution mathématique exacte, empêchant ainsi le retour de l'onde à son état initial après compression.

D'autre part, une comparaison quantitative des prédictions théoriques issues des Eqs. (4.16)-(4.17) avec l'expérience est aussi présenté dans la Fig. 4.10. Dans ce cas, les intensités spectrales de la pompe et des différentes bandes latérales d'ordre n sont extraites expérimentalement (cercles noirs) et comparées avec les résultats obtenus par simulation numérique de l'ESNL généralisée (ligne bleue pointillée) ainsi qu'à la théorie des breathers d'Akhmediev (ligne noire continue).

Dans cette figure, les intensités spectrales sont normalisées par rapport à l'énergie totale initiale. De plus, dans un souci de comparaison avec un modèle ne prenant pas en compte la déplétion de l'onde pompe, ces résultats sont aussi comparés avec les prédictions du mélange à quatre ondes dégénéré (ligne rouge pointillée) pour l'onde pompe et la fréquence de modulation fondamentale ($n = 1$) [96, 246].

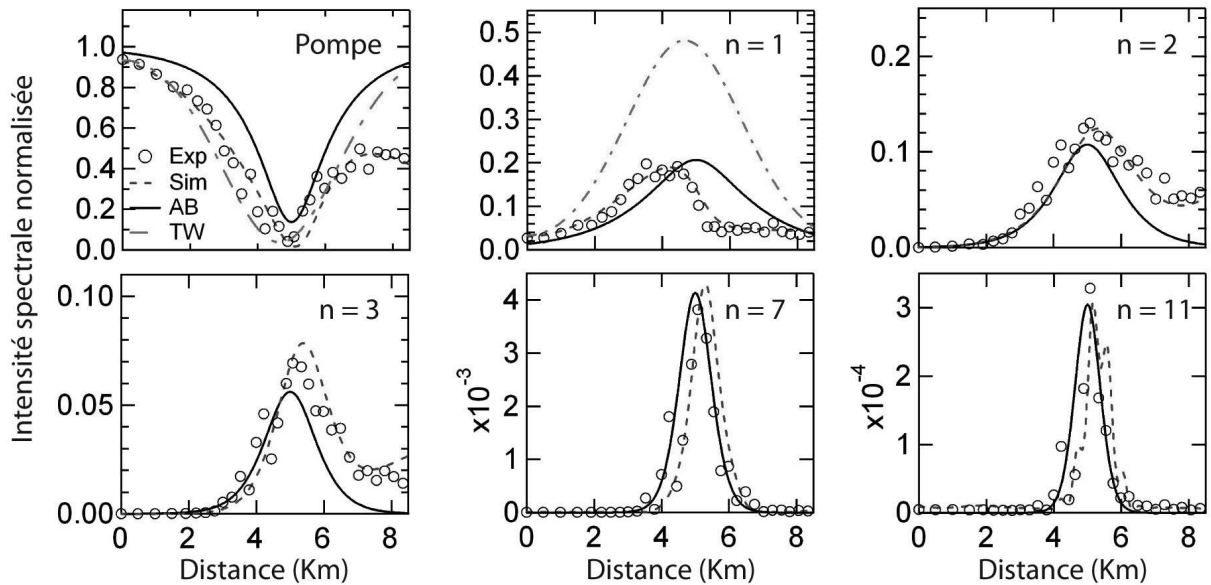


FIGURE 4.10 – Évolution longitudinale des intensités spectrales normalisées de la pompe et des bandes de modulation d'ordre $n = 1, 2, 3, 7, 11$ obtenues expérimentalement (cercles), numériquement (ligne bleue pointillée) et comparées à la théorie des breathers (ligne noire continue) ainsi qu'à la théorie du mélange à quatre ondes dégénéré (ligne rouge pointillée, noté TW - Truncated Wave) [96, 246].

Dans ce cadre, il est important de noter qu'aucun paramètre libre ni normalisations relatives des amplitudes spectrales n'ont été utilisés lors de la comparaison entre ces deux modèles, l'intégration numérique et les résultats expérimentaux. Il faut toutefois signaler que la distance initiale utilisée dans le cadre de la théorie des breathers Akhmediev a été ajustée pour correspondre à la position du maximum de déplétion de la pompe.

Dans la Fig. 4.10, on peut voir que l'accord entre simulation et expérience est tout à fait correct. Ceci paraît logique étant donné que les paramètres de simulation ont été choisis de manière à correspondre parfaitement à ceux utilisés expérimentalement.

D'autre part, on peut noter que la théorie du mélange à quatre ondes est relativement correcte pour prédire la distance de compression temporelle maximum ainsi que la déplétion de la pompe. Néanmoins, étant donné que cette théorie suppose que l'intégralité de l'énergie transférée se retrouve dans la bande de modulation fondamentale, l'amplitude de celle-ci est largement surestimée par cette méthode analytique.

Au contraire, il est particulièrement impressionnant de voir à quel point la théorie des breathers décrit correctement l'évolution longitudinale de manière qualitative, mais aussi et surtout quantitativement par l'importance de la déplétion de la pompe ainsi que la croissance des bandes latérales de modulation, et ceci même jusqu'à la 11^{ème} bande latérale de modulation.

En fait, notre capacité à étudier les dynamiques spectrales jusqu'à un ordre des bandes de modulation si élevé révèle des propriétés jusqu'à présent passées inaperçues dans un contexte optique et hydrodynamique [101, 263, 264]. En effet, contrairement aux dynamiques prédites par le modèle de mélange à quatre ondes dégénéré, on peut très clairement voir que le processus de compression temporelle est associé à un transfert d'énergie accru vers les harmoniques de modulation d'ordres supérieurs.

Ainsi, nous avons pu confirmer que la théorie des breathers décrivait de manière correcte l'évolution dynamique de croissance-décroissance d'un cycle d'instabilité de modulation. Même si cette étude n'a pas permis d'observer une récurrence parfaite de type FPU, on peut supposer qu'un contrôle du déphasage relatif entre la pompe injectée et les bandes de modulation permettrait l'excitation de la solution analytique du breather donné par Eq. (4.5).

4.2 Les solutions analytiques de l'équation de Schrödinger non-linéaire

Comme nous avons pu le voir précédemment, la description de l'instabilité de modulation par le biais de solutions analytiques de l'ESNL (breathers d'Akhmediev) a permis d'apporter une nouvelle vision sur les instabilités non-linéaires dans les fibres optiques mais aussi d'un point de vue plus universel dans d'autres systèmes complexes.

Aussi depuis les analyses pionnières de Zakharov et Shabat en 1971 [122], un intérêt continu a été porté sur les aspects mathématiques et physiques des solutions analytiques de l'équation de Schrödinger non-linéaire [88, 247, 249, 265–270]. En effet, cette équation est un modèle central de la science non-linéaire s'appliquant aussi bien à l'hydrodynamique, la physique des plasmas, l'optique ou même la biologie moléculaire [80–83]. Alors que cette équation possède une infinité de solutions d'ordres supérieurs, il n'existe, au-delà du soliton “standard” décrit dans le chapitre 1 et 2, que quelques solutions analytiques élémentaires dont une représentation schématique des cas limites est donnée en Fig. 4.11.

Dans cette partie, nous présentons tout d'abord une approche analytique unifiée permettant de relier mathématiquement ces solutions présentant à la fois des phénomènes de périodicité et de localisation temporelles ou/et spatiales. Dans un second temps, nous montrerons que les dynamiques de ces solutions périodiques peuvent être excitées expérimentalement à partir de conditions initiales judicieusement choisies.

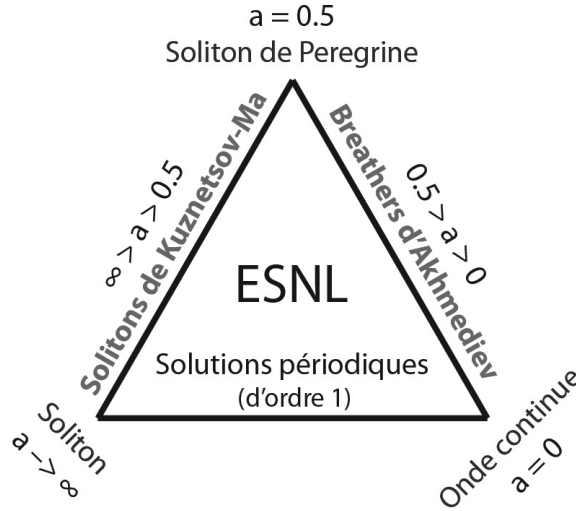


FIGURE 4.11 – *Diagramme schématisant les solutions périodiques du premier ordre de l'ESNL. Les arêtes du triangle correspondent à un ensemble de solutions continues alors que les sommets correspondent à des solutions uniques.*

4.2.1 Les solitons sur fond continu

Afin de mettre l'accent sur l'universalité de ces solutions, on peut d'abord récrire l'équation de Schrödinger non-linéaire sous sa forme adimensionnelle donnée par l'Eq. (4.18).

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} + |\psi|^2 \psi = 0 \quad (4.18)$$

Sous cette forme, l'Eq. (4.18) peut être reliée à l'ESNL standard vue précédemment selon un changement de variable dimensionnel. Ainsi, on retrouve le temps $T = \tau T_0$ (en seconde), où l'échelle de temps est $T_0 = (|\beta_2| L_{NL})^{1/2}$, la distance $z = \xi L_{NL}$ (exprimée en m) et une enveloppe du champ $E = \sqrt{P_0} \psi$ (en $W^{1/2}$).

Dans le cas d'une non-linéarité autofocalisante, Dysthe et Trulsen montrèrent que l'équation admettait une solution générale décrivant un *Soliton sur un Fond Continu* (SFC) [271]. Cette solution, adaptée en utilisant le formalisme utilisé pour les breathers d'Akhmediev dans la parie 4.1, est donnée par l'Eq. (4.19) et valide pour $0 < a < \infty$.

$$\psi(\xi, \tau) = e^{i\xi} \left[\frac{(1 - 4a) \cosh(b\xi) + ib \sinh(b\xi) + \sqrt{2a} \cos(\omega\tau)}{\sqrt{2a} \cos(\omega\tau) - \cosh(b\xi)} \right] \quad (4.19)$$

$$= e^{i\xi} \left[1 + \frac{2(1 - 2a) \cosh(b\xi) + ib \sinh(b\xi)}{\sqrt{2a} \cos(\omega\tau) - \cosh(b\xi)} \right] \quad (4.20)$$

Par factorisation, on peut aisément obtenir l'Eq. (4.20) montrant de manière très claire la présence d'une structure périodique et localisée sur une onde plane continue et non nulle.

Dans le cas où $0 < a < 0.5$, on retrouve bien évidemment l'expression du breather d'Akhmediev donnée dans sa forme adimensionnelle où le gain de l'instabilité b tout comme la pulsation propre de la modulation ω sont réels :

$$b = \sqrt{8a(1-2a)} \quad (4.21)$$

$$\omega = 2\sqrt{1-2a} \quad (4.22)$$

En revanche, lorsque la fréquence de modulation normalisée est fixée telle que $0.5 < a < \infty$, les paramètres b et ω deviennent alors imaginaires purs et on peut réécrire les Eqs. (4.21)-(4.22) en termes d'arguments réels :

$$b = i\sqrt{8a(2a-1)} = iB \quad (4.23)$$

$$\omega = i2\sqrt{2a-1} = i\Omega \quad (4.24)$$

Ainsi, en remplaçant (4.23-4.24) dans (4.20), on obtient une expression dont les arguments des fonctions trigonométriques périodiques et hyperboliques sont inversés :

$$\psi(\xi, \tau) = e^{i\xi} \left[1 + \frac{2(1-2a)\cos(B\xi) + iB\sin(B\xi)}{\sqrt{2a}\cosh(\Omega\tau) - \cos(B\xi)} \right] \quad (4.25)$$

Dans ce cas, l'Eq. (4.25) correspond en fait à la solution analytique exacte décrite pour la première fois par Kuznetsov en 1977 [265] puis généralisée par Ma en 1979 [267].

Comme suggéré plus récemment dans la littérature [272], nous nous référerons dans la suite de ce manuscrit au terme de *Soliton de Kuznetsov-Ma* (KM) pour décrire cette solution.

Un autre cas spécifique est obtenu pour la limite entre le régime de breather d'Akhmediev et celui du soliton de KM lorsque $a \rightarrow 1/2$. Dans cette limite asymptotique, le gain de l'instabilité de modulation b tend alors vers 0 et l'Eq. (4.20) devient alors :

$$\psi(\xi, \tau) = e^{i\xi} \left[1 - \frac{4(1+2i\xi)}{1+4\tau^2+4\xi^2} \right] \quad (4.26)$$

Cette solution, présentée ici sous sa forme normalisée, est rencontrée pour une modulation infiniment proche de la pompe et fut pour la première fois dérivée analytiquement par Peregrine en 1983 [247].

Ce cas limite, ainsi nommé *Soliton de Peregrine* (SP), est une solution rationnelle du premier ordre de l'ESNL. Cette dénomination provient en fait d'une structure basée sur le rapport de deux polynômes dans son expression.

Afin d'observer les différences entre ces 3 solutions analytiques de manière visuelle, nous présentons dans la Fig. 4.12 une comparaison de ces solutions sous leurs formes normalisées. Il apparaît alors très clairement que les régimes de ces solutions sont, bien que décrites par la même équation de base, qualitativement différentes :

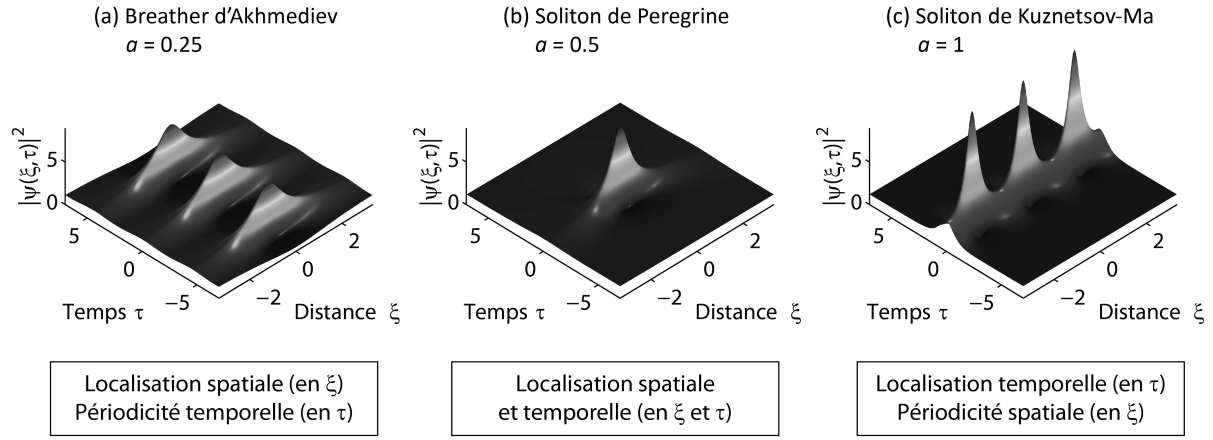


FIGURE 4.12 – *Simulations numériques des solutions de l'ESNL du type Solitons sur Fond Continu : (a) Breather d'Akhmediev (BA); (b) Soliton de Peregrine (SP); (c) Soliton de Kuznetsov-Ma (KM).*

- Dans le cas du breather d'Akhmediev, la solution (4.20) présente une périodicité temporelle $\Delta\tau = 2\pi/\omega = \pi/\sqrt{1-2a}$ ainsi qu'un mécanisme de croissance-décroissance selon ξ (récurrence FPU) associé à une localisation spatiale.
- Au contraire, le soliton de KM donnée par l'Eq. (4.25) présente une périodicité spatiale $\Delta\xi = 2\pi/B = \pi/\sqrt{2a(2a-1)}$ alors que la localisation maximale de la solution est obtenue temporellement à $\tau = 0$.
- Enfin, le soliton de Peregrine vu en Fig. 4.12(b) présente en fait une discontinuité par son aspect hybride entre ces deux solutions avec une localisation à la fois temporelle et spatiale.

Même si, à première vue, on peut avoir l'impression que le breather d'Akhmediev et le soliton de KM présentent uniquement une inversion des axes de localisation et de périodicité, un examen plus attentif permet de mettre en avant un aspect de localisation fondamentalement différent entre ces deux solutions. En effet, dans la Fig. 4.13(a-b), on compare les dynamiques de ces deux solutions et on extrait les profils $|\psi(\xi, \tau)|$ selon leurs axes de localisation respectifs.

Dans ce cas, nous voyons clairement une différence notable entre les deux classes de solutions. Le profil du breather d'Akhmediev selon son axe de localisation varie de manière monotone entre la crête obtenue en $\xi = 0$ jusqu'à un fond continu lorsque $|\xi| \rightarrow \infty$. Au contraire, selon sa dimension périodique, on peut retrouver des trous entre chaque pic.

Si on considère maintenant le soliton de KM, le passage du maximum de l'amplitude du champ au fond continu le long de la dimension de localisation (τ) s'effectue en passant par un minimum local d'intensité nulle. En revanche, le long de la dimension temporelle, on observe une variation périodique du profil du champ entre les différents pics en l'absence de points locaux d'intensité nulle.

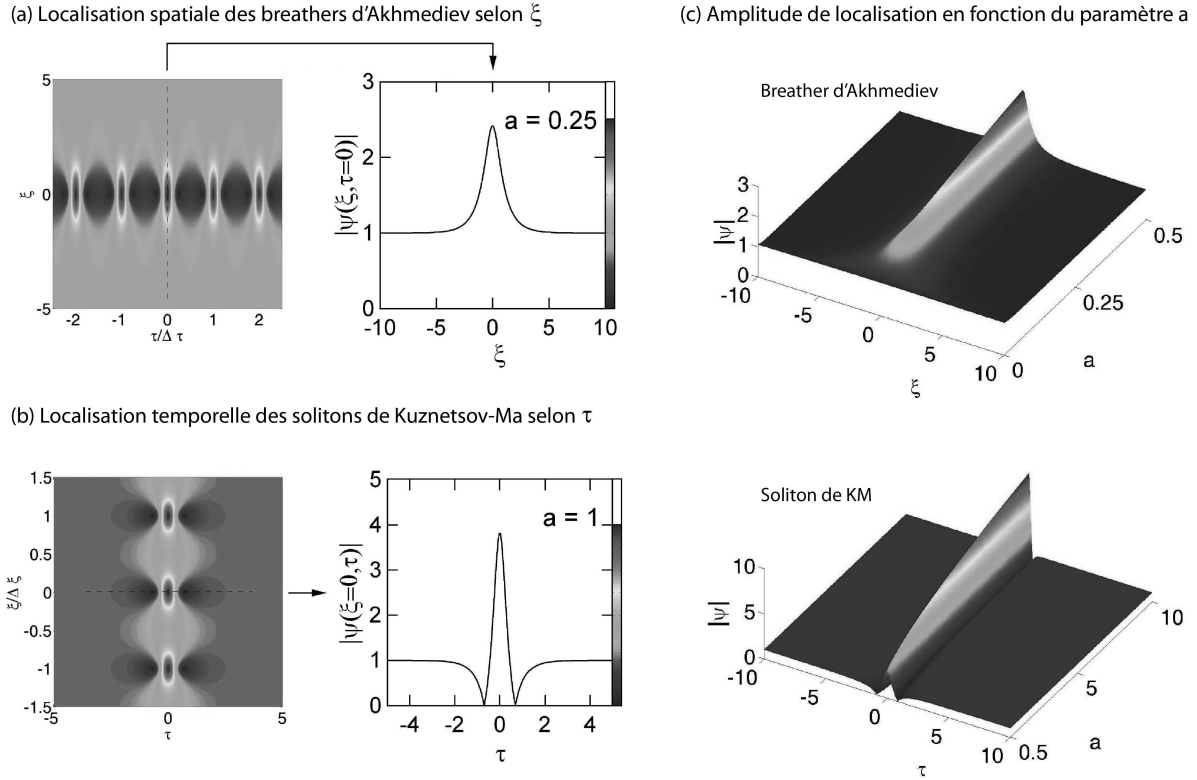


FIGURE 4.13 – Comparaison de la localisation des SFC dans le cas des breathers d'Akhmediev avec $a = 0.25$ (a) et des solitons de KM pour $a = 1$ (b). La dimension de localisation dont sont extraits les profils de $|\psi(\xi, \tau)|$ sont représentés en traits pointillés. (c) Profils de localisation maximale des SFC en fonction du paramètre de fréquence normalisée a .

Une manière différente d'appréhender qualitativement ce concept est de voir que l'énergie transférée du fond continu (onde pompe) sur le pic d'amplitude (bandes latérales) se fait de manière unique dans le cas du breather d'Akhmediev au cours d'un cycle de croissance-décroissance alors que l'échange est périodique lors de la propagation du soliton de KM. Dans ce cadre, il convient de noter que selon l'approche considérée, l'aspect intermittent des solitons de KM (cycle de croissance-décroissance selon l'axe temporel) pourrait être mis en avant et que l'on pourrait tout à fait qualifier ceux-ci de “*breather de Kuznetsov-Ma*” selon l'axe de localisation considéré.

Un autre point intéressant est présenté dans la Fig. 4.13(c) où l'on voit que l'amplitude maximale du pic de localisation varie de manière monotone avec le paramètre de fréquence a . Dans le cas limite du soliton de Peregrine où $a \rightarrow 1/2$, cette amplitude maximale est alors 3 fois supérieure à l'amplitude du fond continu (c.a.d. une intensité 9 fois supérieure).

En revanche, bien que l'amplitude crête soit localement plus importante pour une valeur de a croissante, il convient de pondérer cette appréciation en prenant en compte l'aspect périodique de ces solutions. Dans la Fig. 4.14, on montre l'évolution de la période (temporelle $\Delta\tau$ ou spatiale $\Delta\xi$ selon la classe de la solution) en fonction du paramètre a .

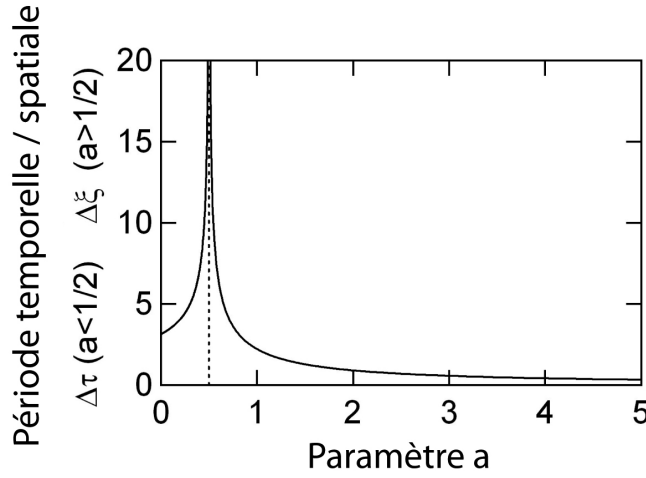


FIGURE 4.14 – Évolution de la périodicité des SFC en fonction de la fréquence de modulation normalisée a

Aussi, on peut noter que la période, qu'elle soit spatiale ou temporelle augmente de manière exponentielle dans la limite du soliton de Peregrine ou $a \rightarrow 1/2$. C'est à ce point précis que l'on obtient alors une localisation extrême du soliton sur son fond continu. Au contraire, dans le cas où $a \rightarrow \infty$, la période spatiale $\Delta\xi$ du soliton de KM devient infiniment faible et celui-ci se propage alors sans modification notable de son enveloppe avec un contraste du pic sur le fond continu tendant vers l'infini. Cette propriété est encore plus notable lorsque l'on étudie en détail les profils du soliton de KM aux distances de localisations minimales et maximales.

Lorsque $\xi = 0, \pm 2\pi/B, \pm 4\pi/B, \dots$, l'Eq. (4.20) est associée avec un pic d'intensité maximale dont l'amplitude s'écrit :

$$\psi_{\text{KM}_{\text{max}}}(\tau) = \left[1 + \frac{2(1-2a)}{\sqrt{2a} \cosh(\Omega\tau) - 1} \right] \quad (4.27)$$

D'autre part, lorsque $\xi = \pm\pi/B, \pm 3\pi/B, \dots$, le pic central a une intensité minimale et le profil d'amplitude temporel est alors :

$$\psi_{\text{KM}_{\text{min}}}(\tau) = \left[1 + \frac{2(2a-1)}{\sqrt{2a} \cosh(\Omega\tau) + 1} \right] \quad (4.28)$$

Ainsi, on peut voir que dans le cas d'une périodicité spatiale quasi-nulle obtenue lorsque $a \rightarrow \infty$, on peut clairement identifier un rapport de contraste $|\psi_{\text{KM}_{\text{max}}}(0)/\psi_{\text{KM}_{\text{min}}}(0)| \rightarrow 1$ avec une propagation stationnaire sur un fond continu négligeable. Dans ce cas, on se rapproche alors de la solution fondamentale du soliton donnée par l'Eq. (4.29) :

$$\psi_{\text{sol}}(\tau) = 2\sqrt{2a} \operatorname{sech}(\Omega\tau) \quad (4.29)$$

D'un point de vue plus global, nous avons donc vu que cette notation permettait une représentation unificatrice des solitons sur fond continu, solutions exactes du premier ordre de l'ESNL.

4.2.2 Observation expérimentale des dynamiques des solitons sur fond continu

Comme nous avons pu le voir dans la partie 4.1, l'approche des breathers d'Akhmediev a permis de gagner en clarté dans la description du phénomène d'instabilité de modulation. Il en est de même pour le soliton de Peregrine et pour le soliton de Kuznetsov-Ma qui, bien que prédits théoriquement il y a plus de 30 ans, n'avaient pas été observés expérimentalement jusqu'en 2010 [252–254]. Depuis, ces études ont attiré un intérêt grandissant de la communauté scientifique par l'approche interdisciplinaire de ces résultats mais aussi par l'aspect de localisation extrême de ces solutions, prototypes intéressants pour l'explication d'événements extrêmes dans de nombreux systèmes non-linéaires [83, 167, 272, 273].

Dans cette partie, nous effectuons un résumé des observations expérimentales effectuées en collaboration avec l'équipe SLCO de Dijon dans la continuité des études menées sur les breathers d'Akhmediev [254].

Le soliton de Peregrine

Comme nous l'avons vu précédemment, le soliton de Peregrine a, de par son existence pour une valeur limite de $a \rightarrow 1/2$ (c.a.d. $\omega \rightarrow 0$), une nature purement théorique. Néanmoins, en 2010, Kibler et ses collaborateurs [252] sont parvenus pour la première fois à observer expérimentalement les dynamiques propres au soliton de Peregrine telles qu'elles ont été succinctement décrites dans la partie précédente.

Pour cela, les auteurs ont utilisés deux lasers continus (tel que suggéré dans [251] et décrit dans la partie 4.1.1) afin d'induire une faible modulation à une pompe avec une fréquence très faible $A(0, T) = \sqrt{P_0} [1 + a_{mod} e^{i(\omega_{mod} T)}]$. Pour une description complète de la mise en place expérimentale et des résultats, le lecteur pourra se reporter à la Ref. [252]. Néanmoins, on peut noter qu'en utilisant une onde pompe injectée à 1554.5 nm dans une fibre hautement non-linéaire (HNLF) ainsi qu'une fréquence de modulation suffisamment faible ($\omega_{mod} = 241$ GHz) telle que $a = 0.42$, les auteurs ont pu montrer la formation d'un pic de forte intensité sur un fond continu non nul fortement localisé spatialement et temporellement.

Ces résultats ont été mesurés expérimentalement avec, notamment, l'utilisation d'un FROG permettant de reconstruire le pic localisé en amplitude et en phase [179]. Des simulations numériques reposant sur l'intégration de l'ESNL généralisée avec les paramètres de l'expérience ainsi que les prédictions analytiques données par l'Eq. (4.26) (adaptée dans sa forme dimensionnelle) ont ainsi été comparés aux résultats expérimentaux comme présentés dans la Fig. 4.15.

On retrouve dans la Fig. 4.15(a), le profil temporel de l'impulsion au point de localisation maximale présentant un très bon accord avec les prédictions analytiques ainsi qu'un rapport de contraste de l'intensité du pic sur le fond continu proche de 9. De plus, on peut constater un minimum local d'intensité nulle associé à un saut de phase encore une fois en excellent accord avec la théorie.

De manière analogue, le spectre obtenu au maximum de localisation est donné en Fig. 4.15(b). Étant donné que les conditions d'excitations ne sont pas idéales, le spectre obtenu est un peigne de fréquence correspondant aux harmoniques de modulation plutôt

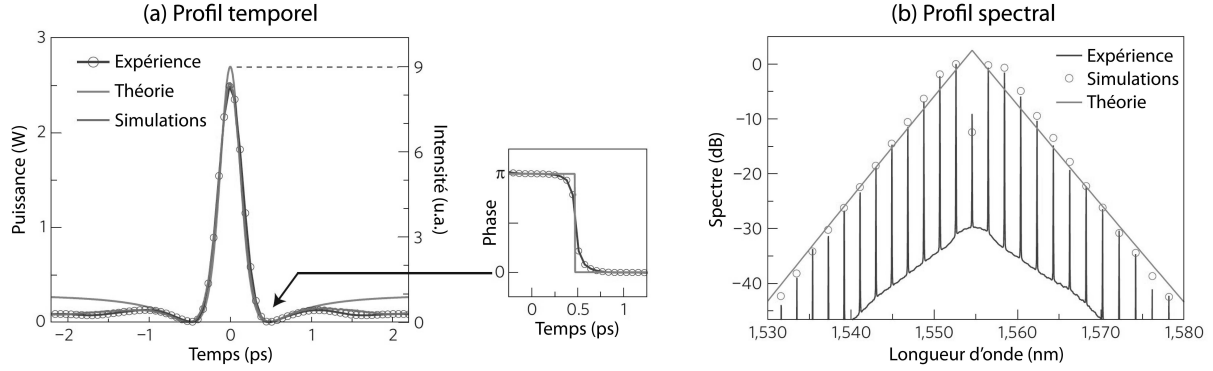


FIGURE 4.15 – Observation expérimentale (bleu) du profil temporel (a) et spectral (b) du soliton de Peregrine au point de localisation maximale comparés aux simulations numériques (rouge) et aux prédictions analytiques (gris). Adaptation de la Ref. [252].

qu'un spectre parfaitement continu tel que prédit analytiquement par l'Eq. (4.30). Cette solution correspond au spectre en intensité de l'Eq. (4.26), obtenue par transformée de Fourier en omettant la fonction de Dirac correspondant au fond continu :

$$|\tilde{\psi}(\xi, \nu)|^2 = 2\pi \exp(-2\pi |\nu| \sqrt{1 + 4\xi^2}) \quad (4.30)$$

Dans ce cas, la variable ν correspond à la fréquence réciproque à τ dans le domaine fréquentiel. Néanmoins, et même si le spectre expérimental ne présente pas une fonction continue, on observe un très bonne correspondance qualitative du spectre triangulaire du soliton de Peregrine (en échelle logarithmique) [261].

Depuis ces travaux, un intérêt croissant a été porté sur ce type de solutions [253] présentant les caractéristiques idéales pour la formation d'événements extrêmes. On peut notamment remarquer la première observation expérimentale du PS dans le domaine de l'hydrodynamique généré par un régime d'excitation similaire [274] mettant en avant les propriétés intrinsèquement universelles de ces solitons sur fond continu dans les systèmes non-linéaires.

Le soliton de Kuznetsov-Ma

Dans un souci de continuité de ces travaux, il a été alors parfaitement naturel de s'intéresser à l'observation des solitons de Kuznetsov-Ma dans le contexte de l'optique. Un certain nombre d'études concernant ces solutions a été mené durant les dernières décennies, notamment dans le contexte des dynamiques d'évolution d'un train d'ondes périodiques en hydrodynamique [243, 263, 264, 275]. Néanmoins, les résultats présentés se sont avérés être purement qualitatifs ou uniquement comparés à des simulations numériques de l'ESNL mais n'ont, à notre connaissance, jamais fait l'objet d'une observation expérimentale. Dans cette partie, nous présentons la première confirmation expérimentale des dynamiques caractéristiques du soliton de KM [254] telles que prédites théoriquement par les analyses pionnières des années 70 [265, 267]. Ces travaux s'inscrivent dans une collaboration avec l'ICB où fut mis en place l'expérience sur la plate-forme de caractérisation PICASSO.

Plusieurs protocoles peuvent être envisagés pour exciter un soliton de Kuznetsov-Ma. Aussi, une approche idéale consisterait à injecter dans une fibre de la solution analytique du KM donnée par la solution (4.25) pour $0.5 < a < \infty$.

On pourrait notamment penser à exciter celui-ci à son point de localisation minimale $\psi_{\text{KM}_{\min}}(\tau)$ tel que le propose l'Eq. (4.28). Dans ce cas, une implémentation expérimentale de cette solution consisterait en l'addition d'une impulsion $\psi_P(\tau)$ sur un fond non nul donné par un laser continu $\psi_0(\tau) = 1$ tel que $\psi_{\text{KM}_{\min}}(\tau) = \psi_0(\tau) + \psi_P(\tau)$. Cependant, comme cela a été suggéré pour l'excitation des breathers d'Akhmediev dans la partie 4.1, cette mise en place expérimentale suppose un très bon contrôle de la durée de cohérence et du déphasage relatif de l'impulsion par rapport à l'onde continue. De plus, l'équation de l'enveloppe de l'impulsion dépend du paramètre de fréquence normalisé tel que $\psi_P(\tau) = 2(2a - 1)/\sqrt{2a} \cosh(\Omega\tau) + 1$ et suppose ainsi le contrôle expérimental du profil et de la durée de l'impulsion pour l'excitation du soliton de KM.

Dans notre cas, on propose plutôt d'utiliser une onde continue avec une large modulation dont les dynamiques d'évolution longitudinale peuvent en fait être décrites et interprétées selon les dynamiques d'évolution du soliton de KM. Cette approche est illustrée dans la Fig. 4.16 où l'on compare numériquement l'évolution de la solution exacte du soliton de KM avec un champ fortement modulé calculé pour approcher au plus près la solution exacte dans la région centrale (ici, on choisit un paramètre de fréquence normalisée $a = 1$).

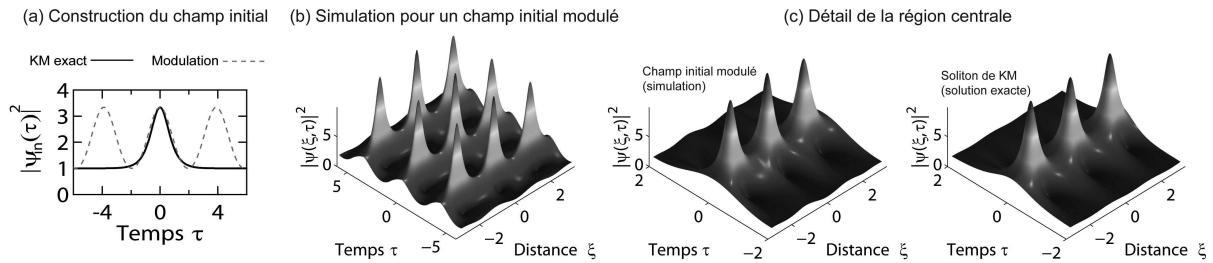


FIGURE 4.16 – *Simulations numériques comparant l'évolution d'un champ fortement modulé (ligne pointillée rouge) avec un soliton de KM analytique de paramètre $a = 1$. (a) Comparaison des conditions initiales pour une onde continue ajustée pour correspondre à la solution analytique. (b) Simulation de l'évolution longitudinale du champ modulé. (c) Comparaison de l'évolution locale de ce champ avec le soliton de KM analytique selon une période de modulation.*

Aussi, dans la Fig. 4.16(a), nous comparons la construction des deux champs et l'on peut voir une bonne correspondance du pic de la solution analytique (ligne continue) avec la période centrale de l'onde modulée (ligne pointillée). Dans la Fig. 4.16(b), on intègre numériquement l'ESNL en utilisant ces conditions initiales et on rencontre en fait une évolution longitudinale présentant une double périodicité (spatiale et temporelle). Néanmoins, lorsque l'on examine plus attentivement la région centrale de l'évolution du champ modulé (correspondant en fait à une période de modulation), on peut très clairement voir en Fig. 4.16(c) une excellente correspondance locale des dynamiques d'évolution de cette approximation avec la solution analytique de KM.

L'identification de cette équivalence est d'une importance capitale puisqu'elle souligne l'universalité des dynamiques du soliton de KM dans la propagation de l'ESNL et ceci même dans des conditions nettement différentes de celles considérées préalablement. De plus, ces résultats permettent l'implémentation d'un montage expérimental visant à tester la théorie du soliton de KM.

Cette configuration, mise en place à Dijon par l'équipe SLCO de l'ICB, est présentée dans la Fig. 4.17(a) où l'on utilise une diode laser continue à 1550 nm légèrement modulée en phase afin d'obtenir une largeur spectrale d'environ 43 MHz pour supprimer l'effet de diffusion Brillouin. La modulation de l'onde est assurée par un modulateur d'intensité à 30.5 GHz puis amplifiée à l'aide d'un amplificateur dopé Erbium à 30 dBm avant une injection dans une fibre monomode standard (SMF-28).

A la longueur d'onde pompe, la fibre standard utilisée possède des paramètres de dispersion $\beta_2 = -21.8 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$, $\beta_3 = 0.012 \text{ ps}^3 \text{ km}^{-1}$ et un coefficient non-linéaire $\gamma_{NL} = 1.3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ainsi que des pertes de 0.2 dB/km.

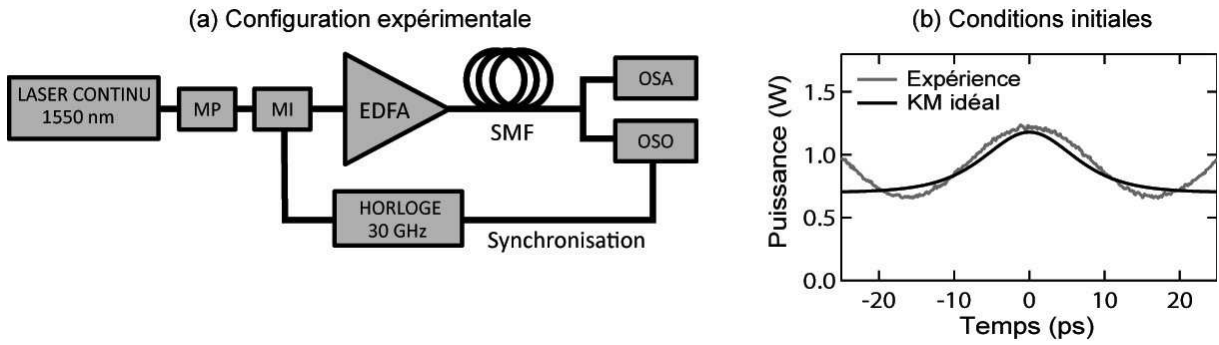


FIGURE 4.17 – (a) Configuration expérimentale d'excitation des dynamiques du KM dans une fibre standard monomode. (b) Soliton de KM idéal au point d'intensité/localisation minimale pour $a = 0.66$ (ligne noire) comparé au profil d'intensité du champ modulé synthétisé expérimentalement et utilisé comme conditions initiales à l'entrée de la fibre. MP : Modulateur de phase ; MI : Modulateur d'intensité ; EDFA : Amplificateur fibré dopé Erbium ; OSA : Analyseur de spectre optique ; OSO : Oscilloscope à échantillonnage optique (Optical Sampling Oscilloscope)

Nous cherchons alors à obtenir un champ initial à l'entrée de la fibre correspondant à celui donné par la Fig. 4.16(a). Dans ce cas, l'équation du champ dans sa forme dimensionnelle en $W^{1/2}$ est donnée par l'Eq. (4.31) :

$$A_{mod}(z = 0, T) = \sqrt{P_0} + \sqrt{P_0}(\sqrt{2a} - 1)(1 + \cos(\omega_{mod}T)) \quad (4.31)$$

On retrouve alors un champ dont le pic d'amplitude varie entre une valeur minimale $\sqrt{P_0}$ et maximale $\sqrt{P_0} + 2\sqrt{P_0}(\sqrt{2a} - 1)$. Dans notre montage expérimental, l'amplitude de modulation est ajustée afin d'obtenir une intensité minimale $P_0 = 0.7 \text{ W}$ et maximale de 1.2 W visant à exciter un soliton de KM de paramètre fréquentiel $a = 0.66$. Le profil d'intensité du champ initial ainsi généré est présenté dans la Fig. 4.17(b) avec une ligne rouge et comparé au soliton de KM visé (ligne noire).

En tenant compte de ces paramètres expérimentaux, on peut aisément calculer la distance non-linéaire $L_{NL} = (\gamma_{NL}P_0)^{-1} = 1.1$ km et l'échelle de temps $T_0 = (|\beta_2| L_{NL})^{1/2} = 4.9$ ps tels que l'on retrouve les paramètres dimensionnels de temps $T = \tau T_0$ et de distance $z = \xi L_{NL} + z_p/2$. Avec cette normalisation, la périodicité spatiale du soliton de KM est $z_p = \Delta\xi L_{NL} = \pi 2a(2a - 1)^{-1/2} L_{NL} = 5.3$ km et la distance z est alors choisie telle que l'injection initiale soit située à $z = 0$.

D'un point de vue expérimental, on injecte le champ décrit précédemment dans une fibre monomode de longueur 5.3 km correspondant à la période spatiale du soliton de KM. Par coupes successives de la fibre, on relève, tous les 200 m, l'évolution temporelle du champ avec un oscilloscope à échantillonnage optique comportant une résolution de 0.8 ps, ainsi que le spectre obtenu par un analyseur de spectre optique d'une résolution de 0.02 nm. Les relevés expérimentaux sont alors présentés dans la Fig. 4.18 et comparés aux résultats issus de simulations numériques de l'ESNL généralisée.

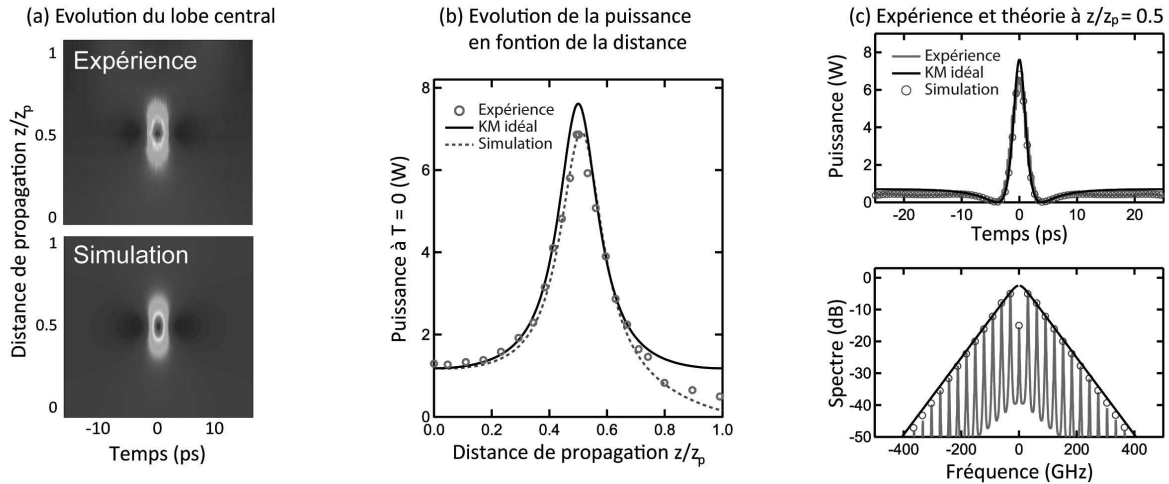


FIGURE 4.18 – Résultats expérimentaux (rouge) comparés à l'aide de simulations numériques (bleu) et analytiquement en considérant le soliton de KM idéal (noir) pour l'évolution des dynamiques du KM à partir d'une approximation de champ modulé. (a) Évolution longitudinale de l'intensité du lobe central. (b) Évolution de la puissance instantanée à $T = 0$. (c) Profils d'intensité spectrale et temporelle obtenus au point de compression maximale ($z/z_p = 0.5$)

Dans la Fig. 4.18(a), on présente l'évolution longitudinale sur une période z_p du profil temporel mesuré expérimentalement et comparé au soliton de KM idéal. On voit alors un très bon accord qualitatif qui peut aisément être confirmé quantitativement. Aussi, dans la Fig. 4.18(b), on retrouve l'évolution longitudinale de la puissance instantanée au centre du cycle de modulation ($T = 0$) obtenue expérimentalement (rouge) et comparée au soliton de KM idéal (noir). Une fois de plus, on observe un bon agrément entre l'expérience et la solution analytique attendue même si l'on observe une déviation croissante entre les deux cas au cours de la propagation.

Cette variation entre théorie et expérience a été identifiée comme étant principalement due aux pertes de la fibre. En effet, lorsque l'on utilise des simulations numériques pour reproduire l'évolution du champ initial utilisé dans l'expérience, on retrouve des

dynamiques en accord quasi-parfait avec les résultats expérimentaux (bleu).

Enfin, dans la Fig. 4.18(c), on trace une comparaison explicite des profils temporels et spectraux obtenus au point de compression maximale lorsque $z = z_p/2$. Pour cela, le spectre analytique du soliton de KM à cette distance est donné de manière adimensionnelle dans l'Eq. (4.32) et calculé dans l'annexe B.4.

$$\tilde{\psi}_{max}(\nu) = \delta(0) \frac{2\pi \sinh \left[2\pi\nu(2a-1)^{-1/2} \cos^{-1} \left(-(2a)^{-1/2} \right) \right]}{\sinh \left[\pi^2\nu(2a-1)^{-1/2} \right]} \quad (4.32)$$

A cette distance, l'accord entre expérience, simulations numériques et prédictions analytiques est excellent à la fois pour le profil d'intensité temporel et spectral.

Au regard de la Fig. 4.18, on peut conclure du fait que l'évolution longitudinale non-linéaire d'une onde continue fortement modulée est très similaire à celle attendue pour un soliton de KM idéal. Bien entendu, nous comparons ici uniquement l'évolution d'un cycle de modulation avec la solution analytique. Néanmoins, en considérant les conditions initiales utilisées, on peut en fait observer la génération d'un train d'impulsions à un fort taux de répétition (30 GHz) avec des caractéristiques de compression hautement similaires à celles du soliton de KM.

Ces résultats mettent en avant le fait que les dynamiques d'évolution du soliton de KM apparaissent de manière bien plus universelle que dans les conditions spécifiques initialement considérées par une approche analytique [83, 265, 267, 276]. De plus, ces observations apportent un nouveau lien entre les dynamiques des solitons sur fond continu et le phénomène de récurrence de Fermi-Pasta-Ulam au sein des systèmes non-linéaires. Cet aspect est fondamental puisque ces récentes études expérimentales relatives aux solitons sur fond continu [250, 252–254] montrent que les systèmes optiques permettent une approche pratique et contrôlée ouvrant la voie à l'étude expérimentale de dynamiques de vagues non-linéaires dans d'autres domaines [274, 277].

4.3 La phase d'émergence de l'instabilité dans le supercontinuum

Comme nous avons pu le voir précédemment, l'instabilité de modulation induite peut-être dans une large mesure décrite en utilisant le formalisme des breathers d'Akhmediev. Néanmoins, il est clair que pour une excitation non idéale (notamment sur le déphasage initial entre la pompe et les bandes latérales de modulation), les dynamiques du breather d'Akhmediev sont légèrement modifiées et l'on n'observe pas un retour idéal à l'état initial (c.a.d. un cycle unique d'évolution du breather) [248, 255] mais plutôt une série périodique de cycles de compression-décompression. Cette période est liée à la fois à la fréquence de la modulation induite (paramètre a) mais aussi à l'amplitude de modulation et au déphasage initial [251]. Un exemple de modulation induite proposant ce type d'oscillation cyclique est présentée dans la Fig. 4.19. Cette représentation de l'évolution longitudinale d'une onde continue modulée met clairement en lumière ce régime de périodicité au-delà du premier point de compression maximale.

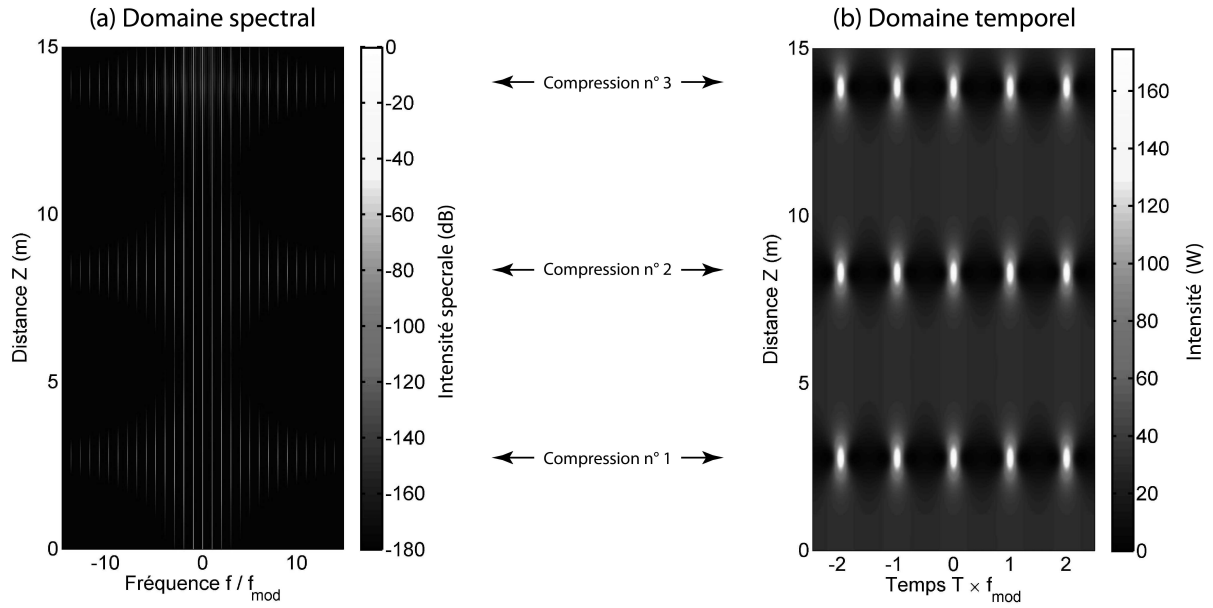


FIGURE 4.19 – Évolutions spectrale (a) et temporelle (b) d'une onde continue de puissance $P_0 = 30$ W faiblement modulée ($a_{\text{mod}} = 0.01$) au maximum de gain de l'instabilité de modulation ($a = 0.25$). L'excitation d'un breather d'Akhmediev non idéal mène à un phénomène de compressions spatiales périodiques plutôt qu'à une récurrence parfaite de l'instabilité. Résultats issus de simulations numériques prenant en compte l'ESNL standard.

Ce phénomène a déjà été largement étudié au cours des dernières décennies [256, 257] et peut, jusqu'à un certain point, être décrit en terme de fonctions elliptiques de Jacobi [94, 97, 98, 278, 279]. Dans le cadre de la génération de supercontinua incohérents (dispersion anormale et régime d'impulsions longues), la phase d'émergence de l'instabilité n'est cette fois plus induite par une modulation forcée mais provient d'une amplification du bruit initial situé dans la bande de gain de l'instabilité de modulation [31, 49, 149]. On parle alors d'*instabilité de modulation spontanée*.

Ce mécanisme est illustré dans la Fig. 4.20. Dans ce cas, on retrouve les différentes étapes de la phase d'émergence d'un supercontinuum incohérent obtenu à partir d'une impulsion ps. Aussi, au tout début de la propagation (1 m), on retrouve une impulsion dont l'enveloppe est légèrement bruitée puis, après 5 m de propagation, le bruit est amplifié grâce au gain de l'instabilité de modulation. Dans ce cas, le bruit initial étant présent dans l'intégralité de la bande de gain, une multiplicité de fréquence de modulation à très faible amplitude est amplifiée pour donner lieu à une figure de modulation complexe. Enfin, au bout de 10 m propagation, l'impulsion ps se scinde par fission solitonique [12, 49, 119] qui donnera lieu, après décalage Raman, à un supercontinuum large bande.

Dans ce type de régime, un point localisé avant la fission solitonique est tout particulièrement intéressant. En effet, en 2009, Dudley *et al.* [149] ont pu mettre en évidence la présence de signatures de breathers d'Akhmediev lors de la phase d'émergence d'un supercontinuum continu. Dans cet article, les auteurs ont ainsi montré qu'au-delà de l'instabilité de modulation induite, le formalisme des solutions analytiques du breather d'Akhmediev

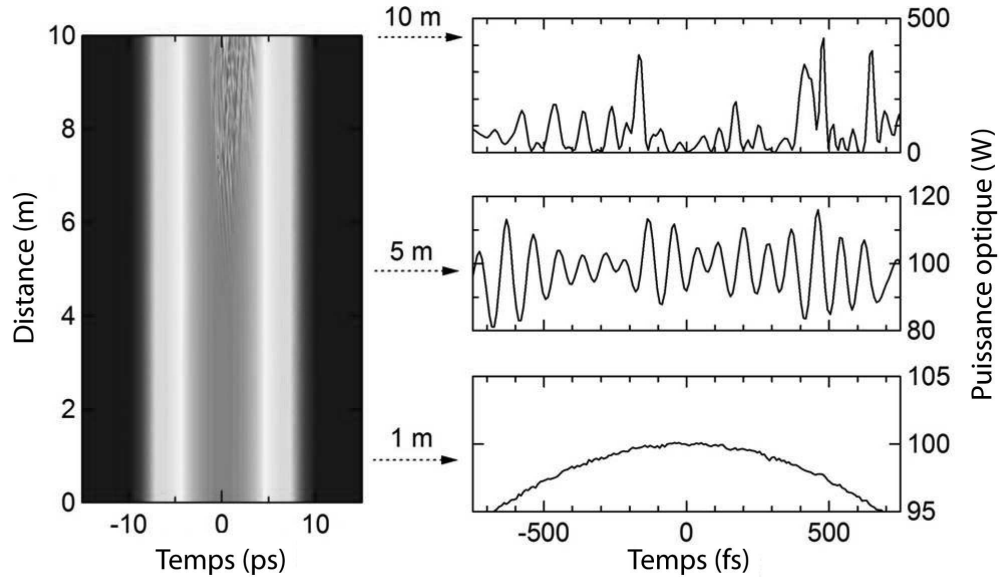


FIGURE 4.20 – *Simulation numérique montrant l'évolution longitudinale temporelle d'une impulsion ps dans la phase d'émergence d'un supercontinuum incohérent. (Droite) Profils temporels extraits aux distances clés de l'évolution de l'impulsion. Figure adaptée de Ref. [149] utilisant l'ESNL généralisée.*

pouvait se retrouver spontanément lors de la génération de supercontinua à partir d'une instabilité de modulation spontanée initiée par le bruit. La Fig. 4.21 présente les résultats adaptés de cette publication.

Dans ce cas, une onde continue bruitée évolue spontanément vers la génération d'impulsions localisées associées avec une expansion spectrale de l'onde continue. A un point précis d'expansion spectrale maximum (correspondant à une compression temporelle maximale), on peut extraire le spectre expérimental présentant une forme triangulaire bien connue [261] montré par une ligne continue dans la Fig. 4.21(a).

D'une manière tout à fait remarquable, des simulations numériques considérant l'intégration de l'ESNL standard (ligne pointillée rouge) et de l'ESNL généralisée (ligne pointillée bleue) montrent un très bon accord avec le spectre expérimental. On voit alors que dans ce régime initial d'amplification du bruit, les perturbations prises en compte dans le modèle généralisé (dispersion d'ordre supérieur, diffusion Raman....) ont peu d'influence sur les résultats obtenus à l'exception du pic spectral dû au gain Raman (1120 nm). Dans ce cas, les dynamiques principales de cette expansion spectrale initiale peuvent alors être modélisées de manière correcte en utilisant l'ESNL standard.

À partir de cette observation, il est alors tout à fait naturel de comparer ce spectre expérimental avec le spectre du breather d'Akhmediev tel que calculé analytiquement dans la partie 4.1.2. Pour cela, on considère le spectre du breather comprimé (lignes discrètes vertes) obtenu au maximum du gain de l'instabilité de modulation ($a = 0.25$). On voit alors que, même si le spectre expérimental a une nature continue plutôt que discrète, la forme triangulaire de celui-ci présente un très bon accord avec les résultats expérimentaux.

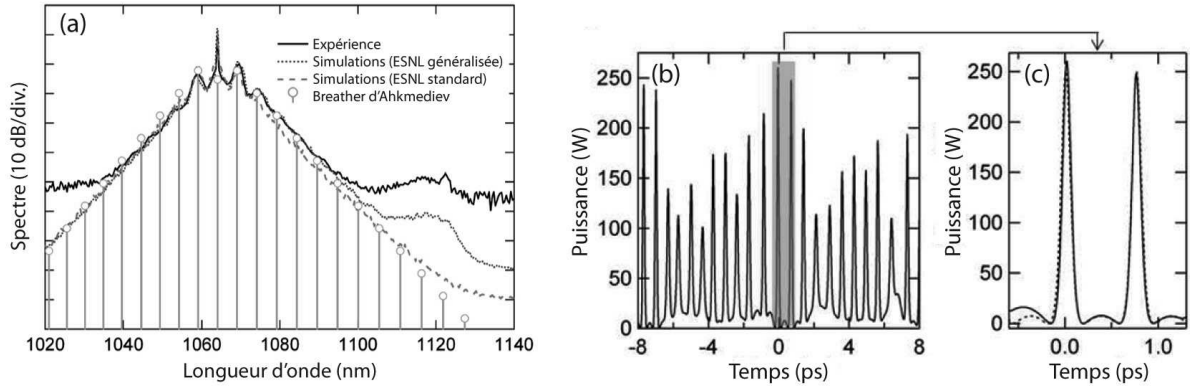


FIGURE 4.21 – Coupes spectrale (a) et temporelle (b) de la phase d'émergence du SC au maximum de l'expansion spectrale initiale mettant en évidence la présence de signatures spectrales (a) et temporelles (c) du breather d'Akhmediev compressé pour ($a = 0.25$). (c) Profil temporel des impulsions compressées obtenues numériquement par l'ESNL standard dans le cas d'une instabilité de modulation spontanée (ligne continue) comparé au profil analytique d'un breather compressé (ligne pointillée) au maximum de gain de l'IM ($a = 0.25$). Figure adaptée de Ref. [149] en considérant une onde continue $P_0 = 43$ W pour une fibre de paramètres $\beta_2 = -75$ ps² km⁻¹ et $\gamma_{NL} = 60$ W⁻¹ km⁻¹

Ceci s'explique en partie puisque, comme nous l'avons vu dans la partie 4.1.1, la distance de compression initiale d'une instabilité de modulation induite est minimale lorsque le gain de l'IM est maximal ($a = 0.25$). Aussi, quand on considère une instabilité de modulation spontanée provenant du bruit, l'ensemble de la bande de fréquences se superposant à la bande de gains de l'IM est amplifiée. Néanmoins, la fréquence correspondante au gain maximal est amplifiée plus rapidement pour être, dans une certaine mesure, le moteur des dynamiques de l'évolution initiale. Ainsi, il paraît normal de retrouver un spectre expérimental correspondant qualitativement à celui du breather compressé au maximum de gain.

Ce phénomène peut bien entendu être observé dans le domaine temporel. Aussi, les résultats issus de simulations au stade d'expansion spectrale initiale maximale (compression temporelle maximale) sont présentés dans la Fig. 4.21(b). On observe alors une multiplicité de pics de compression localisés d'amplitudes diverses correspondant à des modulations multiples issues du bruit initial amplifié.

Dans la Fig. 4.21(c), on présente plus en détail les pics de compression d'amplitude maximale obtenus numériquement (ligne continue). Dans ce cas, on retrouve une bonne correspondance entre ces pics et le profil analytique du breather d'Akhmediev compressé pour un gain maximal (ligne pointillée). Cet accord est à la fois quantitatif avec une bonne prédiction de l'amplitude maximale mais aussi qualitatif avec l'obtention de piédestaux localisés entre les pics de compression.

Ces résultats mettent clairement en avant la prédominance des dynamiques de compression du breather d'Akhmediev dans la phase d'émergence de l'instabilité ayant lieu lors de la génération de supercontinua issus d'une onde continue bruitée.

Même si les dynamiques d'expansion spectrale initiale sont largement dominées par

l'influence du bruit au maximum de gain de l'IM, l'instabilité de modulation spontanée est en fait un phénomène beaucoup plus complexe. Pour illustrer notre propos, nous présentons dans la Fig. 4.22, l'évolution spectrale obtenue numériquement, par intégration de l'ESNL standard, d'une onde continue pour trois réalisations issues de bruits initiaux différents (a), ainsi que cette évolution moyennée sur 50 réalisations (b).

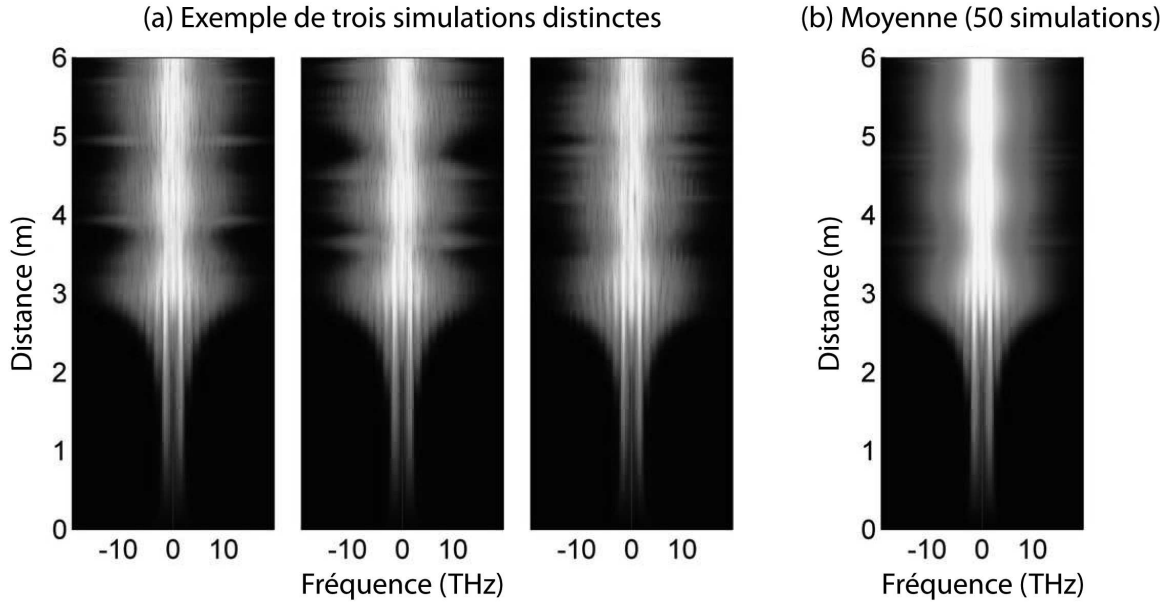


FIGURE 4.22 – Évolution spectrale d'un régime d'instabilité de modulation spontanée dans 3 réalisations comportant des bruits initiaux différents (a) et moyennée sur 50 réalisations (b). Simulations issues de l'ESNL standard considérant l'intégration d'une onde continue de puissance $P_0 = 50$ W avec un bruit d'amplitude constante d'un photon par mode spectral avec une phase aléatoire pour une fibre PCF de paramètres $\beta_2 = -68$ ps² km⁻¹ et $\gamma_{NL} = 68$ W⁻¹ km⁻¹

Dans ce cas, on peut voir que pour les trois réalisations, la phase d'expansion spectrale initiale (jusqu'à environ 3 m) ne présente pas de variations significatives. En revanche, au-delà de ce point, on retrouve des dynamiques de compression-décompression tout à fait différentes selon le bruit initial considéré alors qu'un régime d'évolution périodique peut être observé dans le cas d'une évolution moyennée sur 50 réalisations.

D'une manière analogue, on peut aisément comprendre que ces évolutions distinctes selon le bruit considéré peuvent mener à l'émergence de fluctuations importantes et d'événements statistiquement extrêmes lors de la génération de supercontinua incohérents. Au contraire, l'observation d'un supercontinuum à l'aide d'un analyseur de spectre optique nous donnera un spectre final artificiellement moyenné sur un nombre de réalisations dépendant du taux de répétition du laser et du temps d'intégration de l'analyseur de spectre optique [102].

Ces dynamiques complexes au-delà du point d'expansion spectrale maximale peuvent en partie s'expliquer en considérant l'instabilité de modulation spontanée comme un continuum de mélange à quatre ondes sur toute la bande de gain d'instabilité de modulation [100, 101].

Dans ce cas, chaque processus de mélange à quatre ondes est initié par le bruit dont la phase et/ou l'amplitude des bandes de modulations sont aléatoires. Un schéma de ce processus est donné dans la Fig 4.23.

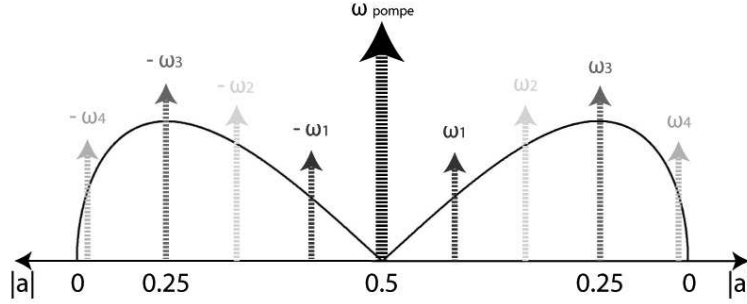


FIGURE 4.23 – Principe du processus d'instabilité de modulation spontanée provenant du bruit initial. On retrouve un continuum de processus de mélange à quatre ondes dans l'ensemble de la bande de gain de l'IM ($\omega_i < \omega_c$) où chaque composante fréquentielle du bruit interagit avec la pompe avec un gain propre b_i (ligne noire) tel que $\sum_{i=1}^n 2\omega_{pompe} = \omega_i - \omega_i$.

Sur ce principe, il est évident que la dynamique prédominante est gouvernée par le bruit dont la composante fréquentielle possède un gain d'instabilité de modulation maximale ($a = 0.25$). Néanmoins, chaque fréquence participe à la déplétion de la pompe dont l'énergie est transférée aux diverses bandes de modulations induites par le bruit ayant pour résultat l'obtention d'un spectre continu plutôt que discret. Dans ce cas, et au regard des conclusions obtenues dans la partie 4.1.1, il est clair que les compressions maximales relatives à chaque bande de modulation se feront à des distances différentes. Ainsi, au-delà du point d'expansion spectral initial, des dynamiques complexes de respiration se mettent alors en place.

Nous avons aussi vu que ces distances de compressions initiales ainsi que les phénomènes de périodicités qui s'ensuivent dépendent largement de l'amplitude initiale de chaque modulation mais aussi de l'accord de phase entre la pompe et chaque bande de modulations. Aussi, lorsque l'instabilité de modulation est initiée par un bruit dont la phase de chaque composante fréquentielle est aléatoire, on retrouve des dynamiques de compressions périodiques extrêmement complexes et dépendant fortement des conditions initiales [134].

Ces conclusions sont cruciales dans le cadre de l'explication des instabilités et de la formation d'événements extrêmes au sein du supercontinuum. En effet, les conditions initiales de bruit ont une influence drastique sur la formation de pics temporels localisés apparaissant de manière quasi-chaotique au-delà de l'expansion spectrale maximale. Il convient de noter que, dans l'étude précédente, nous considérions uniquement l'ESNL standard ne comportant aucun type de perturbations. Alors que l'inclusion de ces perturbations à travers l'ESNL généralisée (s'étant avérée être une très bonne modélisation des phénomènes expérimentaux) n'a pas une influence importante dans la première phase d'expansion spectrale, celles-ci peuvent être vues comme un facteur clé dans l'apparition d'événements statistiquement rares au sein du supercontinuum.

En effet, dans de récentes études [152, 158], il a été montré que l'apparition d'événements extrêmes dans les supercontinua résultait de collisions solitoniques efficaces lors de l'évolution dans la fibre. Aussi, les auteurs ont montré que la brisure de symétrie au sein de l'ESNL généralisée induite par les perturbations (dispersion d'ordres supérieurs, Raman...) pouvait mener à la collision de structures localisées.

Ce phénomène est présenté dans la Fig 4.24 adaptée de la Ref. [152]. En considérant une onde continue bruitée se propageant selon l'ESNL standard, (Fig. 4.24(a)), on constate l'apparition et la disparition de pics localisés sans interaction notable. Au contraire, dans la Fig. 4.24(b), les mêmes conditions initiales considérées selon l'ESNL généralisée mènent à une dérive temporelle dans l'émergence de ces structures provoquant la collision de ces pics localisés.

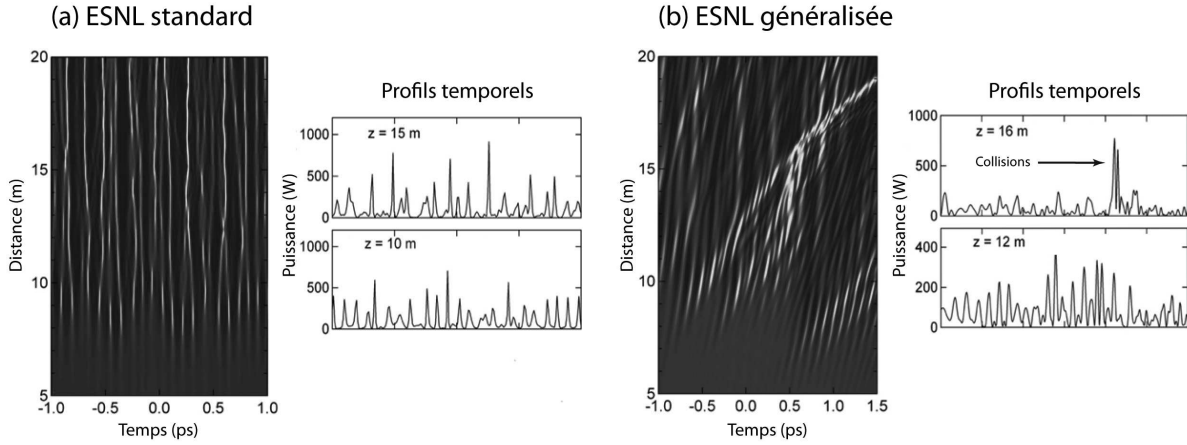


FIGURE 4.24 – Influence des perturbations de l'ESNL sur l'émergence de collision solitonique vue à travers l'évolution longitudinale d'une onde continue bruitée : (a) Dynamiques de breathers obtenues dans des simulations basées sur l'ESNL pure. (b) Dans le cas de l'ESNL généralisée incluant des perturbations, le caractère idéal de respiration des breathers est supprimé et peut donner lieu à des collisions solitoniques. Figure adaptée de Ref. [152]

Au regard de ces différentes observations, il est aisé de conclure que les larges fluctuations obtenues dans les supercontinua incohérents sont largement dues à l'amplification du bruit initial par l'instabilité de modulation. Au-delà du point d'expansion spectrale maximale, les conditions initiales de bruit ont une influence drastique dans les dynamiques complexes ayant lieu lors de la propagation de l'onde dans la fibre. Comme le suggère la Fig. 4.22, il semblerait que certaines distances dans l'évolution du champ soient privilégiées pour la formation d'impulsions localisées. Néanmoins, l'action conjointe de conditions initiales spécifiques "rares" dans les dynamiques d'évolution peut mener à la collision de plusieurs solitons et ainsi à l'obtention d'événements dits extrêmes dans le supercontinuum final.

Il convient aussi de noter que plusieurs études ont récemment montré la possibilité de stabiliser les fluctuations ou au contraire d'augmenter la probabilité d'occurrence d'événements extrêmes au sein des supercontinua [30, 135, 148, 153, 185, 280]. Pour cela, les auteurs proposaient l'ajout d'une modulation induite comme conditions initiales.

Étant donné les dynamiques observées précédemment, il est facile de comprendre qu'une modulation externe du champ initial pourra privilégier des distances et des périodes de compression permettant, selon les paramètres choisis, l'augmentation ou la raréfaction statistique des collisions solitoniques à la base de la formation d'événements extrêmes.

Pour illustrer nos propos, nous avons précédemment considéré une onde initiale continue. Bien entendu, ces résultats s'appliquent de manière similaire pour une impulsion quasi-continue ($T_0 > \text{ps}$). Dans ce cas, comme cela a été présenté dans la partie 4.1.1, l'instabilité de modulation spontanée s'appliquera alors localement sur l'enveloppe de l'impulsion. Néanmoins, l'interprétation qualitative des dynamiques chaotiques menant à des fluctuations importantes dans les supercontinua incohérents reste globalement valide.

4.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons pu voir que l'utilisation des solutions analytiques de l'ESNL menait à une meilleure compréhension des dynamiques d'évolution de l'instabilité de modulation.

Dans ce cadre, une solution unificatrice des solutions de type solitons sur fond continu a alors été apportée dans le contexte de l'optique. Cette approche a substantiellement contribué aux premières observations expérimentales des dynamiques de ces solitons sur fond continu dans les fibres optiques. Le caractère universel de ces solutions met alors en avant l'intérêt de l'optique fibrée pour l'observation des dynamiques inhérentes aux systèmes non-linéaires complexes dans un environnement expérimental contrôlé. De plus, l'approche analytique de l'instabilité de modulation a aussi permis de mettre en lumière les phénomènes menant à d'importantes fluctuations dans le supercontinuum et propre à engendrer l'apparition d'événements extrêmes.

Il est tout à fait clair que ce chapitre ne prétend pas résoudre complètement ce problème. En effet, on peut, par exemple, noter que le passage entre des structures localisées telles que les breathers d'Akhmediev et les solitons optiques se propageant sans déformation dans les fibres reste encore à clarifier. Néanmoins, l'approche présentée ici apporte une vision simple de l'instabilité de modulation dans la multitude et la richesse des phénomènes agissant de manières conjointes et chaotiques lors de la génération de supercontinua incohérents.

Chapitre 5

Caractérisation expérimentale de supercontinua bruités

Dans les chapitres précédents, plusieurs études principalement numériques ont été menées afin de mieux comprendre les dynamiques non-linéaires agissant lors de la génération de supercontinua incohérents. Dans ce cas, au-delà des considérations analytiques présentées notamment dans l'étude du phénomène d'instabilité de modulation, les fluctuations au coup par coup observées dans le supercontinuum ou lors de phases moins avancées d'expansion spectrale étaient généralement obtenues par des simulations numériques stochastiques.

Dans ce chapitre, nous procédons à une étude expérimentale détaillée des fluctuations en temps réel obtenues sur l'ensemble du spectre optique d'un supercontinuum incohérent. La mesure expérimentale des fluctuations en temps réel inhérentes aux sources supercontinuum fibrées présente en soi de nombreux défis. Par le passé, ces fluctuations ont été largement étudiées par des techniques d'analyse radio-fréquence [138, 139]. Néanmoins, dans les travaux pionniers de Solli et ses collaborateurs [142], les auteurs utilisent une technique temps réel pour la mesure de structures solitoniques extrêmes dans les bords du spectre du supercontinuum. Ceux-ci ont alors ouvert la voie à une technique permettant de mesurer directement les variations au coup par coup des caractéristiques spectrales [76, 281] : la transformée de Fourier par étirage temporel dispersif (TF-ETD).

Dans ce chapitre, il s'agit de cette approche qui sera considérée. Ainsi, après une description rapide du montage expérimental utilisé, nous expliquerons le principe et la mise en place de la technique de transformée de Fourier par étirage temporel dispersif [143]. Dans notre dispositif expérimental, nous générons un supercontinuum largement incohérent dont les dynamiques initiales d'élargissement spectral sont dominées par le phénomène d'instabilité de modulation spontanée initié par le bruit [49, 149].

Aussi, nous verrons que les données acquises expérimentalement permettent l'étude du bruit dans le supercontinuum à chaque longueur d'onde du spectre, d'une part selon l'approche des moments centrés d'ordres supérieurs vu au chapitre 3, ainsi que par l'étude des corrélations d'intensité entre différentes composantes spectrales du SC.

Cette étude expérimentale sera effectuée à deux longueurs de propagation dans la fibre dont les résultats correspondent respectivement à un supercontinuum large bande et un stade d'évolution moins avancée où l'on observe la formation de breathers d'Akhmediev apparaissant spontanément à partir du bruit initial [149, 282]. De plus, ces résultats seront comparés avec des simulations numériques proposant un très bon accord qualitatif et quantitatif et permettant ainsi une meilleure compréhension et une validation des dynamiques d'expansion spectrale abordées dans les chapitres précédents.

5.1 Dispositif expérimental

Dans ce chapitre, on considère une fois de plus la génération d'un supercontinuum dans un régime d'impulsions initiales picosecondes, dont les dynamiques sont largement dominées par l'instabilité de modulation spontanée et bien connues pour mener à de larges fluctuations. Le dispositif expérimental, mis en place à l'institut FEMTO-ST, est ici présenté dans la Fig. 5.1.

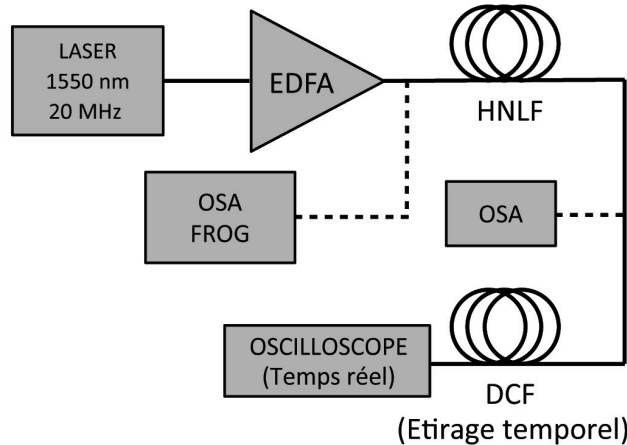


FIGURE 5.1 – *Dispositif expérimental utilisé pour la caractérisation du bruit du supercontinuum. EDFA : Amplificateur fibré dopé Erbium ; HNLF : Fibre hautement non-linéaire ; DCF : Fibre à compensation de dispersion ; OSA : Analyseur de spectre optique ; FROG : Autocorrélateur optique résolu en fréquence.*

Un laser (Pritel FFL) délivre des impulsions picosecondes à un taux de répétition de 20 MHz et à une longueur d'onde de 1550.6 nm qui sont amplifiées dans un amplificateur fibré dopé Erbium (Keopsys BT-Series) et caractérisées par un analyseur de spectre optique (Anritsu MS9710B) ainsi que par un autocorrélateur optique résolu en fréquence (FROG) [179]. Après amplification, les impulsions possèdent une largeur temporelle et spectrale de respectivement $T_{FWHM} = 3.5$ ps et $\nu_{FWHM} = 3$ nm (FWHM). Ces impulsions sont alors injectées dans une fibre hautement non-linéaire dopée Germanium (OFS-HNLF) avec une puissance crête de couplage de 70 W. La longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre se situe aux alentours de 1400 nm de telle manière que le régime de dispersion soit anormal dans l'intégralité du spectre du supercontinuum généré dans nos expériences.

A la sortie de la fibre HNLF, les larges fluctuations attendues pour des impulsions successives ne permettent pas une caractérisation correcte du champ final à l'aide du FROG [283]. On peut cependant mesurer le spectre à l'aide de l'analyseur de spectre. Néanmoins, cette mesure correspond à une moyenne de plusieurs spectres issus d'impulsions successives du laser, intégrées temporellement par le détecteur de l'OSA.

Dans notre approche, on mesure alors les variations spectrales du SC au coup par coup selon une méthode de transformée de Fourier dispersive à étirage temporel [76, 143, 281] reposant sur l'utilisation d'une fibre à compensation de dispersion (DCF- *Dispersion Compensating Fiber*) dont le principe est expliqué plus en détail dans la partie suivante. Finalement, la détection temps réel des fluctuations du SC est alors assurée par un oscilloscope temps réel ultrarapide (Tektronix TDS6124C) proposant une bande passante de 12 GHz et un échantillonnage à 40 GSamp./s. couplé à une photodiode (New Focus) à 20 GHz.

5.2 Étirage dispersif du signal temporel et mesure des fluctuations en temps réel du spectre

L'idée derrière la technique de transformée de Fourier dispersive à étirage temporel est relativement simple et repose sur le fait qu'une impulsion se propageant dans un milieu linéaire dispersif ressemble finalement à sa transformée de Fourier avec une phase spectrale quadratique suffisamment grande. En effet, il s'agit d'un résultat basique de l'optique de Fourier où, dans le domaine spatial, le motif de diffraction d'un masque spatial arbitraire dans le champ lointain produit finalement la transformée de Fourier spatiale du masque initial [284].

Pour expliquer succinctement ce phénomène, considérons un champ temporel initial $U(t)$ et sa transformée de Fourier $\tilde{U}(\omega)$, se propageant sur une longueur z dans une fibre à "étirage de signal" comportant une dispersion β_{2s} . Après une propagation suffisante dans une approximation de phase stationnaire (telle que $\beta_{2s}z$ puisse être considéré suffisamment grand selon les critères d'intégration établis dans Ref. [144]), on obtient une impulsion finale dispersée temporellement $U_z(t)$ de la forme [144] :

$$U_z(t) \approx \tilde{U}(t/\beta_{2s}z) \exp\left(\frac{-it^2}{2\beta_{2s}z}\right) \quad (5.1)$$

Ainsi, on retrouve une impulsion temporelle de sortie dont le profil d'intensité présente une forme équivalente (à un facteur près) au profil spectral initial :

$$|U_z(t)|^2 \approx |\tilde{U}(t/\beta_{2s}z)|^2 \quad (5.2)$$

Ce principe est présenté schématiquement dans la Fig. 5.2 où l'on retrouve les différentes étapes du processus de la transformée de Fourier dispersive à étirage temporel. Dans ce cadre, la cartographie fréquentielle du spectre initial obtenue temporellement à travers l'impulsion étirée s'effectue en retrouvant les fréquences du spectre initiale ν (en Hz) selon :

$$\omega = 2\pi\nu = t/\beta_{2s}z \quad (5.3)$$

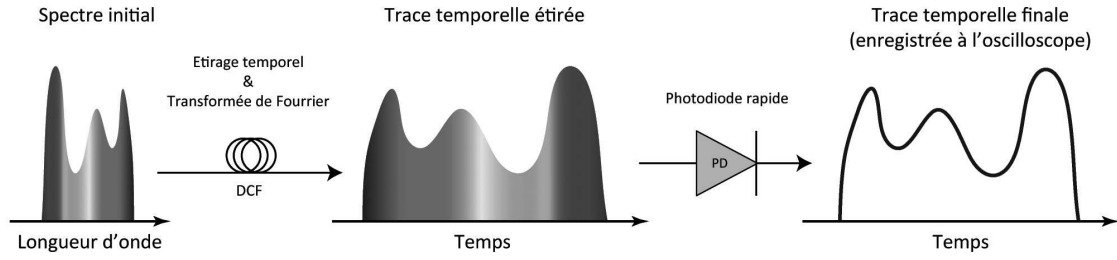


FIGURE 5.2 – *Principe schématique d'étirage temporel du spectre optique. Les fluctuations du spectre initial sont résolues en temps réel par un système opto-électronique de détection ultra-rapide (photodiode + oscilloscope).*

Il convient de noter qu'expérimentalement, on prendra soin d'atténuer le champ initial à l'entrée de DCF afin de s'assurer d'une propagation linéaire au sein de cette dernière. Dans notre dispositif expérimental, le système de détection temps réel est assuré par le couplage d'une photodiode et d'un oscilloscope ultrarapide comportant respectivement une bande passante de 20 GHz et 12 GHz.

De plus, on utilise dans notre montage une fibre à compensation de dispersion (Sumitomo Electric Industries) de 875 m comportant une dispersion normale totale de $\beta_{2s}z = +133 \text{ ps}^2$. De cette manière, la résolution spectrale équivalente obtenue par transformée de Fourier dispersive (limitée par la bande passante de 12 GHz de l'oscilloscope) est alors égale à 0.8 nm alors que le spectre mesuré par l'analyseur (OSA) est moyenné sur plusieurs impulsions avec une résolution spectrale de 0.07 nm.

La fidélité de cette technique de cartographie spectrale en temps réel est illustrée dans la Fig. 5.3 où l'on compare la reconstruction du spectre moyen "étiré" avec celui moyenné par l'analyseur de spectre optique après 20 m de propagation dans la fibre hautement non-linéaire.

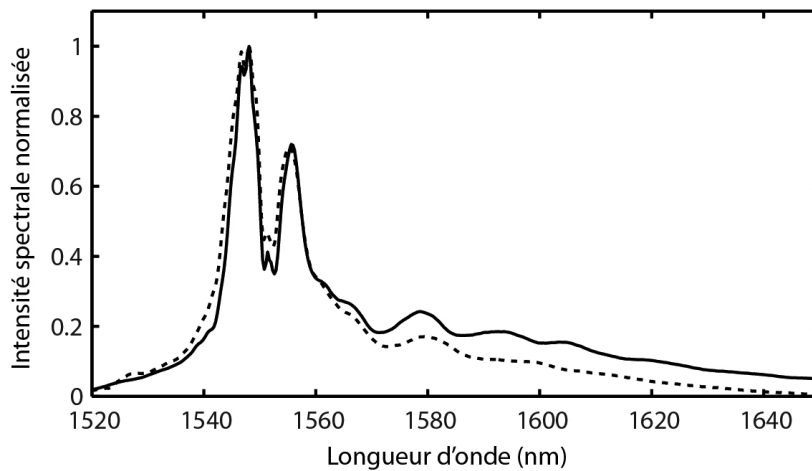


FIGURE 5.3 – *Comparaison du spectre en échelle linéaire après 20 m de propagation obtenu par l'analyseur de spectre optique (ligne continue) et reconstitué après post-traitement par étirage spectral dispersif (ligne pointillée).*

Dans ce cas, la durée typique de l'impulsion étirée est de ~ 10 ns à un niveau de -20 dB de telle sorte qu'avec la période de 50 ns de notre laser, on peut enregistrer une série temporelle de 8000 spectres consécutifs en utilisant la totalité de la capacité mémoire de l'oscilloscope à une résolution temporelle maximale.

Une approche alternative de cette méthode d'acquisition de données consiste en l'utilisation d'un déclenchement externe retardé (synchronisé avec le laser) pour acquérir et isoler la trace temporelle étirée sur une fenêtre temporelle restreinte, conservant ainsi une seule impulsion à la fois ou même une partie de l'impulsion sur une région spectrale équivalente limitée.

Cette approche présente un grand intérêt visuel pour mettre en lumière l'importance des fluctuations spectrales entre les SC issus d'impulsions successives. De plus, celle-ci permet de limiter l'influence du bruit instrumental sur les statistiques mesurées par un contrôle dynamique du gain en fonction du retard temporel du déclenchement (équivalent à une zone spectrale particulière). Cette technique permet ainsi de s'assurer que les fluctuations mesurées soient largement supérieures au seuil de bruit instrumental, et ceci quelle que soit la longueur d'onde considérée.

Un exemple de cette méthode est présentée dans la Fig. 5.4 où l'on montre l'accès direct et simultané du spectre par l'OSA (a-b) ainsi que le spectre temps réel reconstitué sur l'oscilloscope (c).

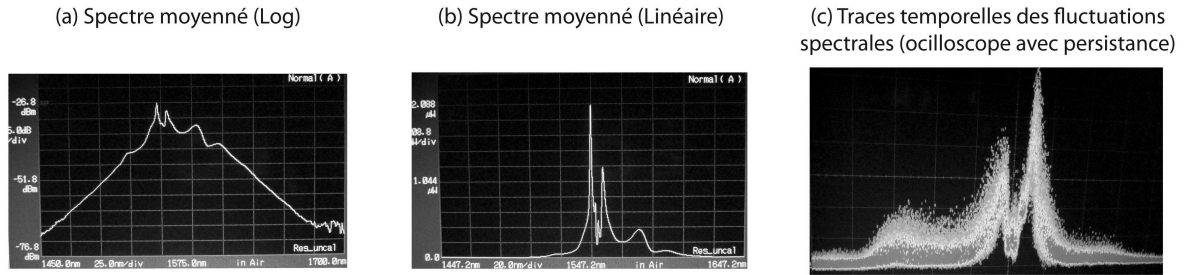


FIGURE 5.4 – Captures simultanées des affichages des appareils de mesures après 12 m de propagation dans la fibre HNLF : (a) Spectre obtenu par l'analyseur de spectre optique (échelle logarithmique). (b) Spectre équivalent en échelle linéaire. (c) Spectres issus d'impulsions successives reconstitués par étirage temporel sur l'oscilloscope. L'affichage persistant de l'oscilloscope superpose plusieurs milliers de spectres montrant de larges fluctuations d'intensité spectrale. La couleur du spectre révèle ici qualitativement la statistique des distributions des intensités spectrales dont la probabilité d'occurrence est rare (bleu) ou beaucoup plus fréquente (rouge). (N.B. L'axe du spectre est ici inversé par le régime de dispersion normale propre à la DCF.)

On notera ici que l'affichage persistant de l'oscilloscope superpose 10000 spectres sur la totalité de leurs bandes passantes obtenus après 12 m de propagation. Ceci souligne les larges fluctuations spectrales obtenues dans ce régime où l'on observe la forme triangulaire des ailes de l'instabilité de modulation étendue dans le spectre visualisé en échelle logarithmique dans la Fig. 5.4(a) [261].

Il convient de noter que, dans des travaux complémentaires, nous avons utilisé le même type de montage expérimental en considérant une DCF comportant une dispersion totale équivalente de $\beta_{2s}z = +570 \text{ ps}^2$. Bien que cette configuration ne soit pas adaptée à l'étude temps réel d'un SC très étendu à fort taux de répétition (étant donné le recouvrement temporel induit sur des impulsions successives), celui-ci peut se révéler d'un intérêt tout particulier lorsque l'on considère un spectre moins large, notamment dans la phase d'émergence de l'instabilité de modulation. Dans ce cas, les résultats montrent eux aussi un très bon accord avec le spectre obtenu par l'analyseur de spectre optique et on retrouve une excellente résolution spectrale équivalente inférieure à 0.2 nm à $\lambda = 1550 \text{ nm}$.

5.3 Étude des dynamiques par simulations numériques

Afin de mieux comprendre les dynamiques mises en jeu dans notre montage expérimental, il convient de comparer les résultats obtenus avec ceux issus de simulations numériques. Pour cela, nous utilisons à nouveau une intégration de l'ESNL généralisée vue précédemment (incluant les effets non-linéaires d'ordre supérieur : diffusion Raman, autoraidissement...). À la longueur d'onde pompe, la fibre HNLF possède des paramètres de dispersion $\beta_2 = -5.239 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$, $\beta_3 = 4.290 \times 10^{-2} \text{ ps}^3 \text{ km}^{-1}$ et un coefficient non-linéaire $\gamma_{NL} = 9.4 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ainsi que des pertes négligeables en considérant quelques dizaines de mètres de propagation. La puissance crête initiale de l'impulsion est fixée à 70 W dans nos simulations et correspond à la puissance moyenne mesurée expérimentalement à la sortie de la fibre.

L'utilisation d'un amplificateur fibré dopé Erbium à large bande imposerait théoriquement l'utilisation d'un modèle rigoureux de diffusion de phase pour l'implémentation du bruit initial dans les simulations [109]. Néanmoins, nous avons relevé une bonne correspondance entre les résultats numériques et expérimentaux en utilisant un bruit spectral possédant une phase aléatoire et une amplitude relative de -40 dB par rapport à l'impulsion initiale de la pompe (20 photons par mode spectral discret). Ce niveau de bruit correspond en fait à celui induit par l'EDFA qui a été mesuré expérimentalement.

Alors que les caractéristiques de propagation d'impulsions picosecondes dans une telle fibre soient soumises à des fluctuations importantes, des simulations unitaires peuvent être particulièrement intéressantes afin de révéler les principales dynamiques attendues dans ce régime. Un exemple typique des résultats obtenus pour une simulation unique de propagation est présenté dans la Fig. 5.5 où l'on montre l'évolution spectrale (a) et temporelle (b) du champ initial ainsi que les profils d'intensité extraits à 10 m (d) et 20 m (c). Dans ce cas, on peut alors identifier différents régimes de propagation :

- Une phase initiale (0 - 5 m) où la pompe subit une automodulation de phase accompagnée par des dynamiques d'instabilité de modulation spontanée mises en évidence par l'apparition de bandes latérales de modulation à une distance d'environ 5 m.
- Une seconde phase (5 - 10 m) où se forme une cascade des bandes de modulations d'harmoniques supérieures associée à la formation, à une distance d'environ 10 m, d'impulsions localisées (breathers) possédant un fort contraste d'intensité [72, 149] tel que présenté dans la Fig. 5.5(d).

- Une dernière phase (10 - 30 m) où apparaissent des solitons bien distincts, suivie d'une augmentation de l'asymétrie du spectre au cours de la propagation provenant de l'auto-décalage en fréquence des solitons par effet Raman vu en Fig. 5.5(c).

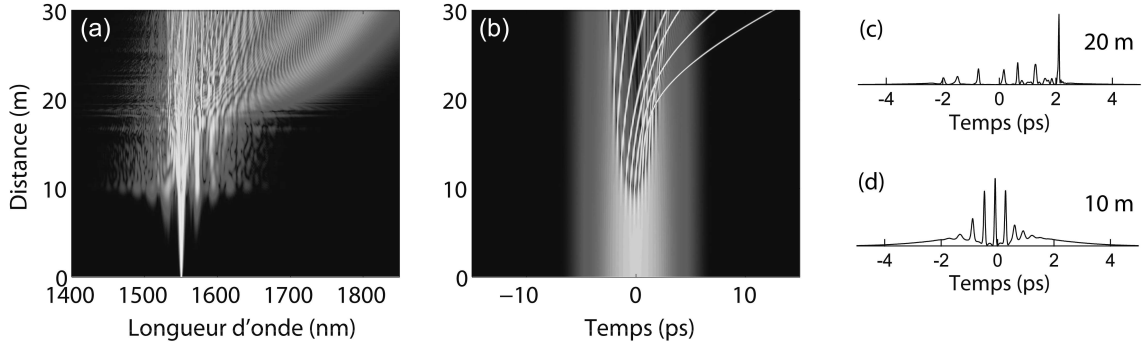


FIGURE 5.5 – Simulation numérique de l'évolution spectrale (a) et temporelle (b) d'une impulsion de 3.5 ps dans 30 m d'HNLF selon les conditions décrites dans le texte. Le profil d'intensité temporelle extrait à 10 m (d) montre un régime de forte localisation temporelle alors que le profil extrait à 20 m (c) montre une dynamique d'émergence de solitons.

5.4 Résultats et comparaison avec la théorie

Ces résultats numériques mettent en avant des régimes aux caractéristiques différentes selon la distance de propagation dans la fibre. On propose alors d'étudier expérimentalement ces dynamiques et les propriétés statistiques des fluctuations spectrales en temps réel aux distances de propagation présentées précédemment, respectivement 10 et 20 m.

Il convient de noter que pour une distance de propagation de 20 m, les dynamiques mises en jeu sont typiques de la phase d'émergence d'un supercontinuum large bande avec l'apparition de solitons et le début de l'auto-décalage Raman responsable de l'élargissement spectral obtenu à des distances de propagation plus importantes. À cette distance (20 m), le spectre s'étend au-delà de 1700 nm avec une largeur spectrale d'environ 200 nm à -20 dB. Dans ce contexte, il n'a pas été possible d'étudier l'évolution du supercontinuum pour une distance de propagation plus importante étant donné que notre montage expérimental ne permettait pas de mesures spectrales au-delà de 1750 nm (limitation de l'étendue de l'analyseur de spectre optique).

5.4.1 Fluctuations spectrales en temps réel

Dans nos expériences, nous enregistrons, pour chaque distance de propagation, 5000 spectres obtenus en temps réel par la méthode d'étirage temporelle décrite précédemment. Après calibration de la base de temps étiré de l'oscilloscope en terme de longueurs d'onde, il est aisé d'obtenir directement les fluctuations spectrales selon la réalisation considérée.

Aussi, dans la Fig. 5.6, nous présentons une approche visuelle pour illustrer ces fluctuations au coup par coup en traçant successivement (selon la direction verticale) les résultats de 500 spectres temps réels obtenus respectivement à 10 m (a) et 20 m (b).

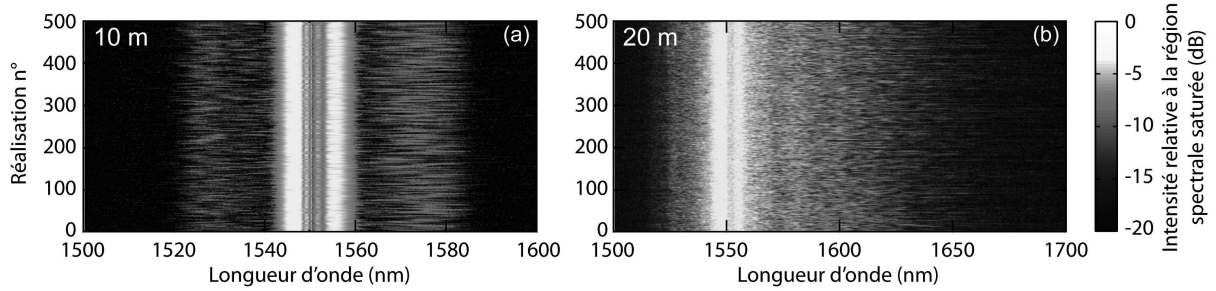


FIGURE 5.6 – Représentation en fausses couleurs des fluctuations spectrales obtenues expérimentalement pour 500 mesures temps réel successives après 10 m et 20 m de propagation. Les variations spectrales au coup par coup sont ici représentées par une échelle de couleurs logarithmique soulignant les fluctuations de faibles intensités autour de la région spectrale de la pompe saturée.

Les résultats à 10 m, présentés en Fig. 5.6(a), illustrent clairement ces variations au coup par coup avec un régime associé à une structure de bandes latérales quasi-symétrique de part et d'autre de la longueur d'onde de la pompe.

D'autre part, après 20 m de propagation, on retrouve dans la Fig. 5.6(b) une structure spectrale montrant une importante asymétrie due à l'effet de décalage Raman influant sur les dynamiques des solitons émergeant présentées dans la Fig. 5.5.

Cette analyse étant purement qualitative, on peut alors explorer les statistiques de ces fluctuations plus en détail. À titre d'exemple, on montre dans la Fig. 5.7 une analyse expérimentale temps réel du bruit spectral dans le supercontinuum obtenu après 20 m de propagation. Dans ce cas, la Fig. 5.7(a) présente les larges fluctuations d'intensité à chacune des longueurs d'onde du spectre (points gris) comparés au spectre moyen (ligne noire continue) avec une résolution de ~ 1 nm. Ces résultats sont tout à fait remarquables puisqu'ils mettent en évidence la capacité et l'utilité des mesures spectrales en temps réel apportées par la technique d'étirage temporel par transformation dispersive.

De plus, on présente dans les Figs. 5.7(b-d) trois histogrammes d'intensité spectrale extraits aux longueurs d'onde surlignées dans la Fig. 5.7(a), respectivement 1535 nm (b), 1548 nm (c) et 1625 nm (d). Ces histogrammes sont reconstitués à partir des données expérimentales des fluctuations du spectre en temps réel en considérant un filtrage équivalent de largeur spectrale $\Delta\lambda = 2$ nm.

Ces résultats mettent une fois de plus en avant la nature très différente des fluctuations statistiques dans différentes régions du spectre. On retrouve ainsi une distribution à “queue lourde” (forme de L) dans les bords du spectre alors que la région spectrale proche de la pompe révèle une statistique quasi-gaussienne.

Des histogrammes similaires ont déjà été obtenus précédemment dans la littérature, soit de manière numérique [148, 186], soit mesuré expérimentalement dans des régimes spécifiques en utilisant une méthode grossière de filtrage spectrale [142, 143, 285, 286].

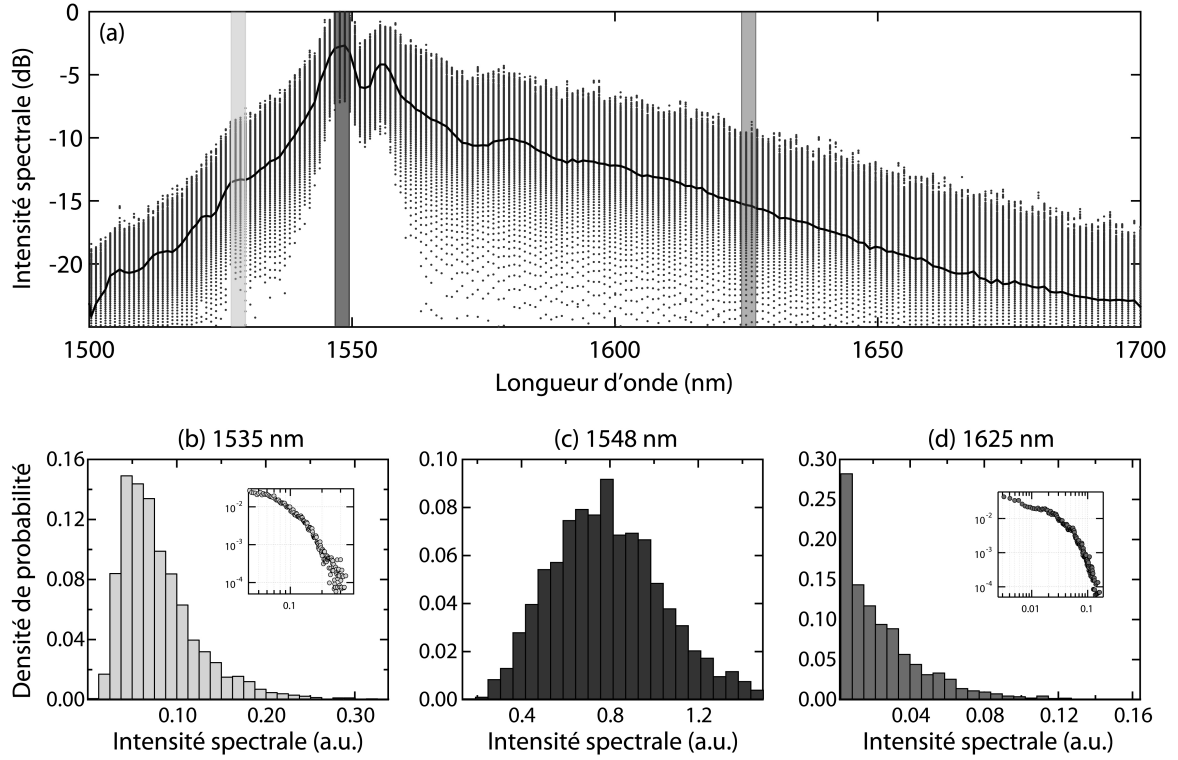


FIGURE 5.7 – (a) Résultats expérimentaux montrant les fluctuations d'intensité sur l'ensemble du spectre du supercontinuum après 20 m de propagation dans la fibre hautement non-linéaire (HNLf). Les fluctuations au coup par coup sont présentées en gris pour 200 réalisations ainsi que le spectre moyen (ligne noire continue). Histogrammes des intensités relevées respectivement à 1535 nm (b), 1548 nm (c) et 1625 nm (d) pour 5000 réalisations. Les histogrammes sont centrés aux longueurs d'onde citées et extraits en supposant un filtrage sur $\Delta\lambda = 2$ nm comme souligné par les régions colorisées en (a).

Dans notre cas, nous cherchons plutôt à quantifier ces fluctuations à haute résolution sur toute l'étendue du spectre de manière objective et ceci sans considérer de filtrage spectral large pouvant introduire un biais dans l'analyse statistique. Pour cela, une méthode aisée et universelle consiste alors à caractériser statistiquement le bruit spectral d'intensité du supercontinuum par le calcul des moments centrés d'ordres supérieurs vu dans la partie 3.1.

5.4.2 Caractérisation statistique : Moments centrés d'ordres supérieurs

Dans le contexte de cette étude, on considère l'intensité spectrale à une longueur d'onde particulière $I(\lambda)$ comme une variable aléatoire. De cette manière, on peut alors calculer le coefficient de variation (C_v), de dissymétrie (γ) et d'aplatissement (κ) pour chaque longueur d'onde du spectre à partir des fluctuations de l'intensité spectrale enregistrées expérimentalement pour un ensemble de 5000 réalisations.

Cette analyse qualitative est présentée dans la Fig. 5.8 où l'on trace le spectre moyen calculé à partir de cet ensemble ainsi que les moments statistiques [186] décrits dans la partie 3.1.

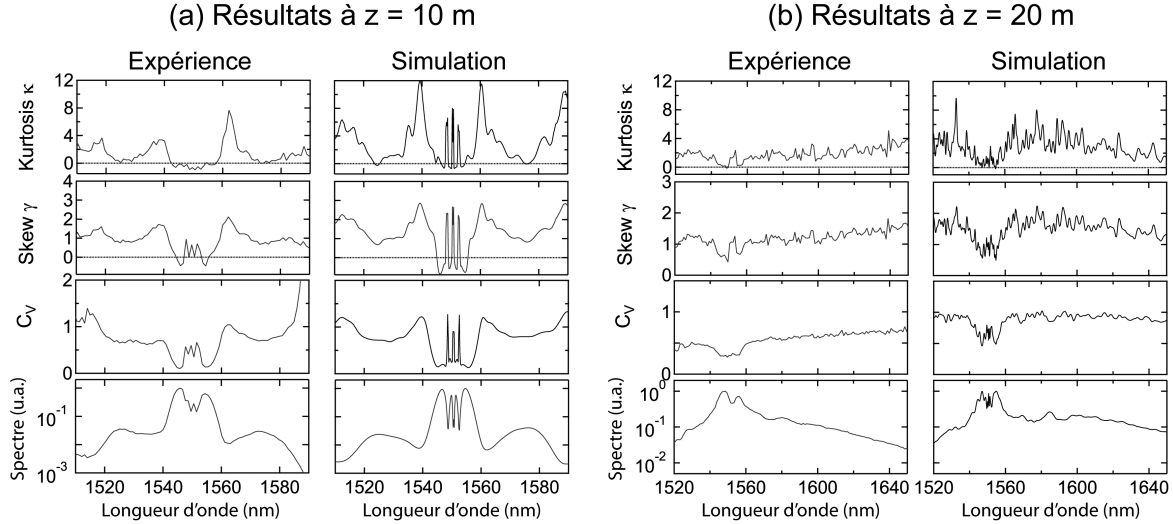


FIGURE 5.8 – Spectre et moments d'ordres supérieurs calculés expérimentalement et numériquement pour 5000 réalisations après respectivement 10 m (a) et 20 m (b) de propagation dans la fibre. Les moments d'ordres supérieurs font ici référence aux coefficients de variation (C_v), de dissymétrie ($Skew - \gamma$) et d'aplatissement (kurtosis - κ) tels que présentés dans le chapitre 2.

Cette figure montre les résultats obtenus pour deux distances de propagation distinctes (10 et 20 m) correspondant à des régimes dont les dynamiques sont différentes telles que nous avons pu le constater expérimentalement dans la Fig. 5.6 et numériquement dans la Fig. 5.5.

Dans la Fig. 5.8(a), on retrouve cette analyse à une distance de 10 m montrant de quelle manière des moments d'ordres supérieurs dans le voisinage de la pompe sont inférieurs à ceux de la région spectrale des bandes latérales de modulation. Ceci illustre le fait que l'évolution initiale de la pompe (dominée par le phénomène d'automodulation de phase) est significativement plus cohérente que le processus de croissance des bandes latérales de modulation provenant de l'amplification du bruit initial.

Notons néanmoins que pour une distance de propagation plus importante, on prévoit que les effets de bruit augmentent aussi dans le voisinage de la pompe. Cette observation est ici confirmée expérimentalement par les résultats obtenus à 20 m et présentés dans la Fig. 5.8(b). À cette distance, il est intéressant de relever une augmentation de l'asymétrie et de l'aplatissement des distributions des intensités spectrales lorsqu'on examine le bord du spectre aux grandes longueurs d'onde.

Cette propriété est en accord avec les études antérieures de la littérature associés aux phénomènes extrêmes dans les supercontinua optiques. De plus, des simulations complémentaires nous ont permis d'identifier ce phénomène comme étant dû au décalage spectral variable des solitons par effet Raman dépendant largement des énergies de ceux-ci.

Afin de confirmer ces résultats expérimentaux, nous comparons cette analyse dans la Fig. 5.8 avec les résultats obtenus à partir de simulations numériques ajustées aux paramètres expérimentaux. On observe alors un très bon accord qualitatif et quantitatif pour chacune des distances de propagation, confirmant ainsi la précision de la modélisation numérique utilisée afin de prédire le comportement stochastique détaillé du supercontinuum.

On notera malgré tout de légères différences quantitatives dans la comparaison statistique provenant d'une part des incertitudes intrinsèques aux mesures expérimentales (seuil de bruit et dynamique limitée de l'oscilloscope, discrétisation spectrale, gigue temporelle du signal...), mais aussi, d'autre part, de conditions initiales imparfaitement déterminées pour les simulations numériques (modèle de bruit, phase et amplitude du champ initial imparfait...).

5.4.3 Corrélations et dynamiques d'élargissement spectrale

Nous avons vu dans la partie précédente que l'utilisation des moments centrés d'ordres supérieurs s'avérait particulièrement utile pour identifier les régions spectrales du supercontinuum possédant des propriétés de bruit différentes. Cependant, un nombre important d'informations supplémentaires peut être obtenu par l'utilisation d'une métrique de corrélation révélant de quelle manière l'énergie est transférée entre les différentes composantes spectrales lors de l'expansion du supercontinuum.

La mesure des corrélations d'intensité dans le domaine de l'optique non-linéaire fibrée a une longue histoire et a été particulièrement étudiée dans le contexte de la génération de paires de photons corrélés [287–289]. Dans une étude des corrélations quantiques dans la propagation de solitons menée en 2000, une représentation dans le domaine fréquentiel fut introduite pour analyser les fluctuations d'intensité à travers une carte des corrélations spectrales en deux dimensions [290]. Plus récemment, cette approche a aussi été utilisée pour étudier les effets tels que la collision de solitons [291] et la réduction du bruit dans la filamentation optique aérienne provenant d'une source à faible taux de répétition [292, 293].

En 2012, Solli et ses collaborateurs ont eux aussi utilisé les mesures spectrales en temps réel afin de déterminer les corrélations inter-modales des bandes latérales d'instabilité de modulation dans la phase initiale d'élargissement spectral du SC [281]. Dans notre cas, les mesures expérimentales effectuées en temps réel permettent de résoudre des fluctuations d'intensité sur l'intégralité de la largeur du spectre du SC menant ainsi à une cartographie spectrale complète des fluctuations d'intensité. Ceci nous permet de ne pas seulement calculer les corrélations entre les composantes d'une bande de modulation particulière, mais aussi les corrélations entre les bandes Stokes et anti-Stokes de l'instabilité de modulation, entre la pompe et les lobes de modulation, ainsi que les corrélations de toutes les composantes spectrales générées dans le SC.

Dans ce cas, la corrélation spectrale ρ entre deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 est alors donnée suivant la définition de Bravais-Pearson [294] telle que :

$$\rho(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{\langle I(\lambda_1) I(\lambda_2) \rangle - \langle I(\lambda_1) \rangle \langle I(\lambda_2) \rangle}{\sqrt{(\langle I^2(\lambda_1) \rangle - \langle I(\lambda_1) \rangle^2) (\langle I^2(\lambda_2) \rangle - \langle I(\lambda_2) \rangle^2)}} \quad (5.4)$$

Nous présentons tout d'abord les résultats issus de simulations numériques dans la Fig. 5.9. Ici, pour des distances de propagation comprises entre 0 et 20 m, nous montrons les corrélations d'intensité spectrale calculées pour un ensemble de 500 réalisations.

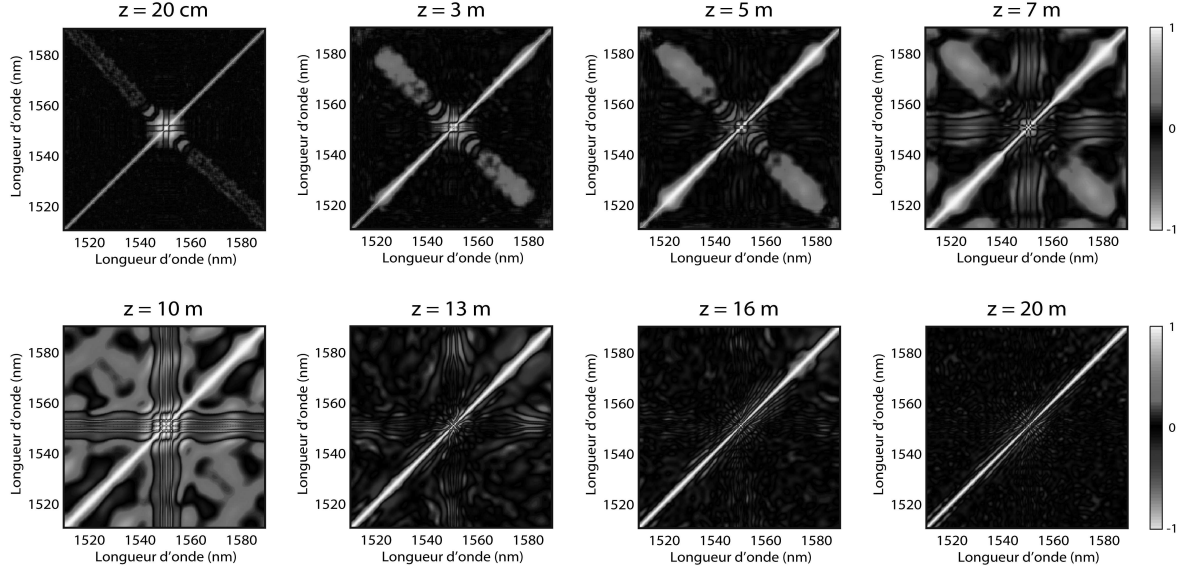


FIGURE 5.9 – Résultats de simulations numériques présentant l'évolution de la carte de corrélation d'intensité spectrale $\rho(\lambda_1, \lambda_2)$ en fonction de la distance de propagation. L'échelle des couleurs est donnée sur la partie droite telle que les corrélations positives soient présentées en jaune, les corrélations négatives en bleu et le noir représente une absence de corrélation. Les cartes sont ici centrées sur la longueur d'onde de la pompe (1550.6 nm).

Dans l'Eq. (5.4), on définit $I(\lambda)$ comme la matrice des intensités obtenue pour l'ensemble des réalisations à une longueur d'onde particulière λ dans le supercontinuum. De plus, les crochets $\langle \rangle$ représentent ici la moyenne calculée au sein de cet ensemble.

La corrélation spectrale varie ainsi sur la gamme $-1 < \rho < 1$ et l'échelle de couleur présentée dans la figure représente le degré de corrélation :

- Une corrélation positive $\rho(\lambda_1, \lambda_2) > 0$ (représentée en couleurs chaudes) indique que les intensités aux deux longueurs d'onde λ_1, λ_2 augmentent et diminuent ensemble et l'on observe évidemment une corrélation parfaite $\rho(\lambda_1, \lambda_2) = 1$ (en jaune) le long de la diagonale positive (Nord-Est) où $\lambda_1 = \lambda_2$.
- Une corrélation négative $\rho(\lambda_1, \lambda_2) < 0$, aussi appelée anti-corrélation (représentée en couleurs froides) indique au contraire que l'intensité d'une longueur d'onde (λ_1) augmente alors que l'intensité à λ_2 diminue et vice-versa.

La fonction de corrélation est alors symétrique le long des diagonales négatives (Sud-Est) telle que $\rho(\lambda_1, \lambda_2) = \rho(\lambda_2, \lambda_1)$.

Les résultats de la Fig. 5.9 nous permettent de voir clairement de quelle manière chaque processus physique influençant l'évolution du champ à différentes distances de propagation mène à des signatures différentes dans la carte des corrélations spectrales.

Ce phénomène est visible même après seulement 20 cm de propagation où l'on voit apparaître une diagonale négative rouge associée à une importante corrélation positive ($\rho > 0$) entre les longueurs d'onde conjuguées par instabilité de modulation de part et d'autre de la pompe. Ceci provient de la croissance simultanée de paires de bandes latérales au détriment de l'impulsion pompe par le phénomène d'instabilité de modulation spontanée initiée par le bruit. Cette carte de corrélations à 20 cm montre aussi une différente classe d'évolution associée à une corrélation négative ($\rho < 0$) représentée par une structure bleue en forme de croix autour de la pompe et située au centre de la carte. Cette signature indique que l'intensité spectrale à la longueur d'onde de la pompe est anti corrélée avec les intensités des régions spectrales adjacentes s'étendant entre 1540 - 1550 nm et 1551 - 1560 nm. Dans ce cas, les caractéristiques des corrélations mettent en avant les dynamiques d'échange d'énergie au sein même de l'impulsion, montrant une évolution de l'impulsion initiale similaire à celle d'un soliton d'ordre supérieur caractérisée par un élargissement spectral et un transfert d'énergie de la pompe vers de nouvelles composantes spectrales dans les ailes du spectre [290, 291].

D'une manière équivalente, on peut remarquer que les signatures propres à génération de lobes latéraux (corrélations positives) et les dynamiques similaires à la formation de solitons (corrélations négatives) continuent de se développer au fur et à mesure que la propagation augmente jusqu'à environ 10 m. On peut aussi noter, dans les cartes de corrélations, l'apparition d'une structure fine de modulation dans le voisinage de la pompe due au phénomène d'automodulation de phase [12, 290]. De plus, on pourra relever de manière triviale que les régions spectrales corrélées le long de chacune des diagonales s'élargissent avec la propagation soulignant l'augmentation de la largeur totale du spectre.

Au-delà de 10 m de propagation, les dynamiques commencent à changer et on retrouve une augmentation progressive du transfert de bruit entre les différentes régions spectrales lors du développement du supercontinuum. Cette propriété est particulièrement visible après environ 13 m de propagation : les effets de bruit deviennent prédominants sur n'importe quelles signatures de corrélations alors que le spectre devient de plus en plus incohérent. On observe alors une corrélation quasi-nulle (assombrissement de la carte de corrélations) pour toutes les régions spectrales à l'exception de la diagonale $\lambda_1 = \lambda_2$ et d'une zone limitée aux alentours de la pompe correspondant à la cohérence résiduelle du phénomène d'automodulation de phase. Cette perte de corrélation avec la distance peut être associée physiquement avec la dominance des effets de bruit spontanés initiés par l'instabilité de modulation ainsi qu'à l'émergence de solitons décalés vers le rouge soumis à une forte gigue spectrale entre chaque réalisation.

Ces résultats numériques peuvent ainsi être directement vérifiés expérimentalement à partir des données de fluctuations spectrales enregistrées en temps réel et vues précédemment.

Ainsi, dans la Fig. 5.10, nous comparons les cartes de corrélations obtenues numériquement et expérimentalement pour des distances respectives de 10 m (a) et 20 m (b) de propagation.

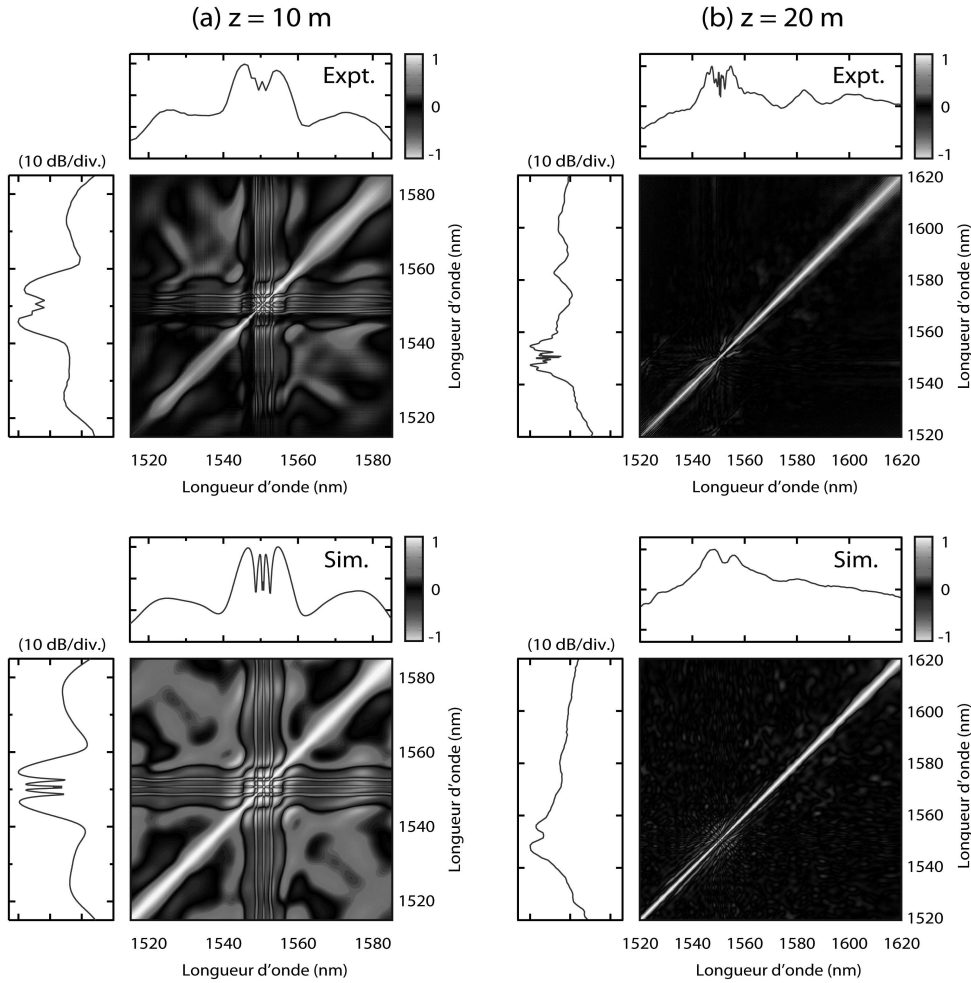


FIGURE 5.10 – Pour des distances de propagation de 10 m (a) et 20 m (b) dans la fibre, on compare les cartes de corrélations spectrales $\rho(\lambda_1, \lambda_2)$ obtenues expérimentalement (haut) et numériquement (bas). Afin d'aider à l'interprétation visuelle, les spectres moyens respectifs sont projetés sur les axes des cartes de corrélations.

Dans ce cas, le spectre moyen obtenu dans chacun des cas présentés est projeté sur chaque axe de la carte de corrélations afin d'aider à l'interprétation des caractéristiques spectrales. Il est alors particulièrement intéressant d'observer que les résultats expérimentaux obtenus à l'aide de notre montage sont en très bon accord avec les résultats numériques et mettent ainsi en lumière la complexité et la dépendance en longueur d'onde des corrélations spectrales obtenues. On pourra aussi noter la mise en évidence du phénomène de décohérence entre 10 m et 20 m de propagation de telle façon, qu'au final, on retrouve un degré de corrélation spectrale approchant zéro dans la totalité du spectre.

5.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons vu que la technique présentée de mesure temps réel du bruit par étirage temporel dispersif permettait de confirmer les méthodes numériques mises en oeuvre ainsi que les observations statistiques et les dynamiques non-linéaires complexes propres à l'émergence de supercontinua incohérents vus dans les chapitres précédents. Dans le cas particulier du régime d'impulsions initiales picosecondes, on retrouve une étape initiale d'instabilité de modulation initiée par le bruit suivie d'un développement de breathers ayant une structure temporelle hautement localisée puis, enfin, l'émergence de solitons qui, par décalage Raman, mènent à l'obtention d'un supercontinuum à large bande spectrale.

Ce procédé de mesure temps réel a déjà été exploité par le passé dans la génération de supercontinua pour permettre une meilleure compréhension du phénomène d'émergence de solitons extrêmes (et de leurs caractérisations statistique) ainsi que la mesure des corrélations à l'intérieur d'un lobe d'instabilité de modulation spontanée [76, 143, 281].

Dans notre approche, nous avons vu que cette méthode de mesure pouvait être appliquée pour déterminer la dépendance spectrale du bruit dans l'intégralité du spectre du supercontinuum. À notre connaissance, ces résultats représentent la première caractérisation expérimentale des fluctuations du supercontinuum sur toute l'étendue de son spectre ainsi que la première comparaison expérimentale des cartes de corrélations d'intensité pour caractériser et interpréter les dynamiques de propagation du supercontinuum.

On peut aussi noter que la mesure des moments d'ordres supérieurs et des cartes de corrélations intensités spectrales révèlent des informations détaillées sur les dynamiques particulières de la propagation non-linéaire des impulsions. Dans notre cas, on retrouve des résultats expérimentaux en temps réel en très bon accord avec les simulations numériques pour mesurer les effets de bruit dans le développement du supercontinuum. Ceux-ci n'étant pas apparents dans les mesures moyennées (ex : OSA), il paraît alors clair que le procédé expérimental utilisé (étirage temporel dispersif) tout comme les métriques proposées (moments d'ordres supérieurs et corrélations spectrales d'intensité) sont hautement complémentaires à d'autres techniques employées pour la caractérisation du bruit tels que l'analyse spectrale radiofréquence.

D'autre part, nous avons montré dans ce chapitre la simplicité de la technique d'étirage temporel dispersif permettant un calcul direct des métriques de corrélations et d'analyse statistique à partir des données expérimentales. On peut alors proposer que cette technique de caractérisation spectrale en temps réel devienne une approche standard pour analyser les effets de bruit lors de la propagation non-linéaire d'impulsions dans une fibre optique. En effet, celle-ci peut permettre une optimisation expérimentale rapide ainsi que l'obtention de larges ensembles de données expérimentales qui s'avèrent être de plusieurs ordres de magnitude plus rapide et efficace que les simulations numériques stochastiques. Ainsi, au-delà de l'étude détaillée du bruit spectral dans les supercontinua, il paraît envisageable que cette technique puisse s'appliquer dans un contexte optique beaucoup plus large tel que la caractérisation des corrélations d'intensité quantique dans les dynamiques de solitons ou l'étude des instabilités spectrales dans l'optique non-linéaire ultrarapide de manière plus générale.

Conclusions et perspectives

Conclusions

Les travaux de recherche présentés dans cette thèse ont traité des instabilités non-linéaires se développant lors de la propagation d'impulsions au sein de fibres optiques. Ce caractère instable a ainsi été abordé selon divers aspects propres à la génération de supercontinuum optique et aux différents mécanismes inhérents à sa formation.

Dans le premier chapitre, nous avons effectué un résumé succinct des différents effets linéaires propres à la propagation d'un champ électromagnétique dans une fibre optique. Au cours des dernières décennies, le développement de sources laser ultracourtes simultanément à la fabrication de fibres optiques proposant un fort confinement spatial et/ou une forte susceptibilité non-linéaire ont permis d'améliorer la réponse non-linéaire globale de celle-ci. Aussi, la propagation d'un champ intense au sein de ces guides d'ondes a donné lieu à de nouveaux effets, dits non-linéaires, pouvant s'avérer intéressants dans de nombreuses applications. Ainsi, nous avons introduit l'équation de Schrödinger non-linéaire permettant une modélisation numérique correcte de l'évolution d'un tel champ dans la fibre optique, et de l'ensemble des effets linéaires et non-linéaires agissant simultanément au cours de la propagation.

Au cours du chapitre deux, nous avons abordé le processus de génération de supercontinuum dans les fibres optiques. Ce phénomène, connu maintenant depuis de nombreuses années, repose sur l'élargissement spectral d'un champ par l'action conjointe des effets dispersifs et non-linéaires présentés dans le chapitre un. Aussi, après avoir procédé à une déconstruction rapide des différents mécanismes intrinsèques à ce processus d'élargissement du spectre, nous avons vu que celui-ci pouvait globalement être classifié en deux catégories. En effet, lors de l'injection d'une impulsion dans le régime de dispersion anormale de la fibre optique, il convient de séparer les supercontinua générés à partir d'une impulsion courte, reposant sur des mécanismes déterministes et proposant une excellente stabilité du spectre final pour des applications en métrologie, et le supercontinuum, dit incohérent par l'aspect instable des mécanismes inhérents à l'élargissement spectral. Dans ce cas, le supercontinuum est généré à partir d'une impulsion longue ou en régime quasi-continu et amène à de larges fluctuations d'une réalisation à une autre dans le spectre de sortie et dans le profil temporel correspondant. Dans ce contexte, nous avons vu que de telles instabilités dans le spectre du supercontinuum pouvaient mener à la formation d'événements extrêmes, historiquement qualifiés de vagues scélérates optiques par leurs fortes analogies à la formation de vagues géantes en hydrodynamique.

Cet aspect interdisciplinaire ainsi que les liens entre l'optique et l'hydrodynamique sont toujours, à l'heure actuelle, au sein des discussions de la communauté scientifique. En effet, bien que les propriétés des vagues scélérates optiques et hydrodynamiques ne soient pas les mêmes, notamment par l'aspect évanescent de ces dernières, l'optique a permis de mieux comprendre des phénomènes inhérents à ces deux domaines et difficilement observables à la surface des océans. On notera aussi qu'au cours de ce chapitre, nous avons étudié les effets d'une approximation linéaire de la réponse Raman lors de la propagation d'un champ dans une fibre optique non-linéaire. Ainsi, nous avons pu mettre en évidence les limitations d'une telle approche pour la modélisation numérique de la génération de supercontinuum.

Dans le troisième chapitre, nous avons abordé les instabilités du supercontinuum selon un aspect statistique. Ainsi, nous avons pu montrer qu'au-delà de la caractérisation classique des fluctuations spectrales par le calcul du degré de cohérence, l'utilisation des moments centrés d'ordres supérieurs permettait de mesurer quantitativement les variations d'intensité du spectre du supercontinuum. Cette approche statistique universelle a ainsi permis de mettre en lumière la forte dépendance en longueur d'onde des distributions d'intensité spectrale du supercontinuum. Nous avons alors pu montrer que ces variations statistiques s'étendaient sur une large plage allant d'une distribution quasi-gaussienne aux longueurs d'onde proches de la pompe, à des distributions hautement asymétriques où la formation d'événements extrêmement intenses n'était clairement pas aussi rare qu'attendue par une distribution normale, et ainsi proposé un critère permettant de distinguer les régions spectrales endogènes à la formation de tels événements. Dans un second temps, nous avons considéré de quelle manière ces fluctuations spectrales pouvaient être utilisées comme source d'aléa physique. Aussi, nous avons montré que l'utilisation conjointe des fluctuations spectrales d'intensité (dépendantes en longueurs d'onde) et de phase (quasi-indépendante de la longueur d'onde considérée) permettent la génération d'une grande variété de marches aléatoires incluant des marches aléatoires gaussiennes et des processus proches des vols de Lévy. Enfin, nous avons apporté la preuve de principe que l'utilisation des fluctuations d'intensité au sein du supercontinuum permettait, sous réserve d'un traitement approprié, la génération de nombres aléatoires à une longueur d'onde quelconque du spectre considéré.

Dans le chapitre quatre, nous avons étudié plus en détail le phénomène d'instabilité de modulation interprété de manière analytique par une classe de solutions exactes de l'ESNL standard : le breather d'Akhmediev. Ainsi, nous avons confirmé analytiquement et expérimentalement (avec la collaboration de l'ICB) que les dynamiques spectrales d'une onde faiblement modulée pouvaient être correctement décrites au cours de son premier cycle de compression temporelle par cette solution analytique. Nous avons ainsi pu observer que les échanges énergétiques entre la pompe et les bandes latérales de modulation s'effectuaient en cascade, avec la génération de nombreux harmoniques, et qu'une description analytique du phénomène d'instabilité de modulation comme un simple mélange à quatre ondes dégénéré selon un modèle perturbatif n'était généralement pas satisfaisante. De plus, nous avons étudié sous quelles conditions expérimentales une telle solution analytique pouvait être observée. Ces travaux reposent sur l'utilisation d'une approximation

de cette solution exacte loin de son point de compression maximale et a, notamment, permis d'obtenir une expression simple de la distance de compression d'une onde subissant une faible modulation d'amplitude et de fréquence quelconque. Ces observations ont ainsi jeté les bases nécessaires à l'excitation expérimentale d'autres solutions analytiques de l'ESNL standard en optique fibrée telles que le soliton de Peregrine, observé pour la première fois dans un système physique quelconque par l'équipe de Dijon, ainsi que les dynamiques du soliton de Kuznetsov-Ma, prédit lui aussi depuis plusieurs décennies. Ces solutions exactes proposant des propriétés importantes de localisation ont notamment été étudiées dans un contexte visant à expliquer la formation des événements extrêmes dans de nombreux systèmes non-linéaires basés sur l'ESNL. D'autre part, les résultats obtenus ont aussi permis une meilleure compréhension du phénomène d'instabilité de modulation spontanée responsable de l'amplification du bruit dans l'émergence du supercontinuum incohérent, et à l'origine des fluctuations spectrales de ce dernier.

Enfin, dans le dernier chapitre, nous avons caractérisé expérimentalement les fluctuations du supercontinuum par l'approche statistique adoptée dans le chapitre deux. Dans ce cas, l'utilisation d'une technique de détection spectrale en temps réel a permis de vérifier les résultats obtenus numériquement en proposant un accord à la fois qualitatif et quantitatif des statistiques expérimentales du supercontinuum. De plus, l'étude des fluctuations du spectre obtenues à plusieurs distances de propagation sur un large ensemble de réalisations a mené au calcul des corrélations spectrales dans le développement du supercontinuum. Ces résultats concordent avec les prévisions numériques et apportent ainsi des informations importantes sur les dynamiques d'évolution spectrale au cours de la propagation du champ dans la fibre.

Perspectives

Tout au long de ce manuscrit, nous n'avons cessé de répéter que la génération de supercontinuum et, d'un point de vue plus général, la propagation d'une impulsion dans une fibre optique non-linéaire, mettent en jeu des phénomènes complexes agissant conjointement au cours de la propagation. Il est alors clair que beaucoup reste à faire dans ce domaine, et notamment dans l'étude des instabilités de nature déterministe avec, par exemple, l'excitation de solutions analytiques localisées d'ordres supérieurs, ou de nature chaotique telles que les fluctuations du supercontinuum, la génération d'aléa et la formation de vagues scélérates optiques.

Dans la continuité de ces travaux, de nombreuses perspectives nous viennent néanmoins immédiatement à l'esprit. La première consisterait à la vérification expérimentale de certaines observations effectuées ici numériquement. On pense notamment à la génération de nombres aléatoires à partir du supercontinuum qui, bien qu'abordé succinctement au cours de cette thèse, n'a pas donné lieu à des résultats satisfaisants pour des raisons de stabilité des sources laser sur d'importants temps d'acquisition de données.

D'autre part, un défi important consisterait en la mesure expérimentale en temps réel de la phase des composantes spectrales du supercontinuum. Au-delà de l'application potentielle à la génération électro-optique de marches aléatoires, une telle caractérisation permettrait d'obtenir encore de nouvelles informations sur les dynamiques non-linéaires propres à la génération de supercontinua, et donc, une meilleure compréhension des phénomènes agissants au cours de la propagation d'une impulsion dans la fibre.

Enfin, d'un point de vue théorique, il est clair que la transition entre les impulsions intermittentes, apparaissant grâce au phénomène d'instabilité de modulation spontanée, vers des solitons localisés temporellement se propageant sur de longues distances lors de la génération de supercontinuum reste encore un point à clarifier. Cet aspect est fondamental puisqu'il permettrait de relier de manière plus probante l'optique fibrée à l'hydrodynamique étant donné que les vagues scélérates océaniques sont connues pour apparaître et disparaître spontanément, sans propagation notable à la surface des océans.

Finalement, il convient de noter que les travaux présentés dans cette thèse se sont déroulés dans un contexte où l'étude des instabilités non-linéaires s'est imposé, au cours des cinq dernières années, comme un sujet en pleine expansion et producteur d'intéressantes découvertes. Il reste à espérer que la décennie à venir se révélera tout aussi fructueuse pour un domaine ayant encore de beaux jours devant lui.

Bibliographie

- [1] A. G. Bell, *On the Production and Reproduction of Sound by Light* (American Journal of Sciences, 1880).
 - [2] J. L. Baird, « British patent 285 738, » (1928).
 - [3] C. W. Hansell, « Picture transmission, » (1930). US Patent 1,751,584.
 - [4] H. Lamm, « Biegsame optische gerate, » Z. Instrumentenk. **50**, 579 (1930).
 - [5] T. H. Maiman, « Stimulated optical radiation in Ruby, » Nature **187**, 493–494 (1960).
 - [6] K. C. Kao and G. A. Hockham, « Dielectric surface waveguides for optical communications, » P. I. Electr. Eng **113**, 1151–1158 (1966).
 - [7] F. P. Kapron, D. B. Keck, and R. D. Maurer, « Radiation losses in glass optical waveguides, » Appl. Phys. Lett. **17**, 423–425 (1970).
 - [8] W. G. French, J. B. MacChesney, P. B. O'Connor, and G. Tasker, « Optical wave guides with very low losses, » Bell Syst. Tech. J. **53**, 951–54 (1974).
 - [9] J. Hecht, *City of Light : The Story of Fiber Optics* (Oxford University Press, New York, 2004).
 - [10] A. W. Snyder and J. D. Love, *Optical Waveguide Theory* (Springer, 1983).
 - [11] C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (Wiley & Sons, New York, 1983).
 - [12] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics* (Academic Press, San Diego, 2006), 4th ed.
 - [13] D. Marcuse, *Light Transmission Optics* (Van Nostrand Reinhold Company, 1982).
 - [14] L. H. Malitson, « Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica, » J. Opt. Soc. Am. **55**, 1917–1983 (1965).
 - [15] T. A. Birks, J. C. Knight, and P. S. J. Russell, « Endlessly single-mode photonic crystal fiber, » Opt. Lett. **22**, 961–963 (1997).
 - [16] J. C. Knight, T. A. Birks, P. S. J. Russell, and D. M. Atkin, « All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding, » Opt. Lett. **21**, 1547–1549 (1996).
-

- [17] J. C. Knight, J. Broeng, T. A. Birks, and P. S. J. Russell, « Photonic band gap guidance in optical fibers, » *Science* **282**, 1476–1478 (1998).
 - [18] T. M. Monro, D. J. Richardson, N. G. R. Broderick, and P. J. Bennett, « Holey optical fibers : An efficient modal model, » *J. Lightwave Technol.* **17**, 1093 (1999).
 - [19] J. C. Knight, « Photonic crystal fibres, » *Nature* **424**, 847–851 (2003).
 - [20] P. S. J. Russell, « Photonic crystal fibers, » *Science* **299**, 358–362 (2003).
 - [21] P. S. J. Russell, « Photonic-crystal fibers, » *J. Lightwave Technol.* **24**, 4729–4749 (2006).
 - [22] A. Ferrando, E. Silvestre, P. Andres, J. Miret, and M. Andres, « Designing the properties of dispersion-flattened photonic crystal fibers, » *Opt. Express* **9**, 687–697 (2001).
 - [23] N. A. Mortensen, J. R. Folkenberg, M. D. Nielsen, and K. P. Hansen, « Modal cutoff and the V parameter in photonic crystal fibers, » *Opt. Lett.* **28**, 1879–1881 (2003).
 - [24] N. A. Mortensen, « Effective area of photonic crystal fibers, » *Opt. Express* **10**, 341–348 (2002).
 - [25] J. C. Knight, J. Arriaga, T. A. Birks, A. Ortigosa-Blanch, W. J. Wadsworth, and P. S. J. Russell, « Anomalous dispersion in photonic crystal fiber, » *IEEE Photon. Technol. Lett.* **12**, 807–809 (2000).
 - [26] D. V. Skryabin, F. Luan, J. C. Knight, and P. S. J. Russell, « Soliton self-frequency shift cancellation in photonic crystal fibers, » *Science* **301**, 1705–1708 (2003).
 - [27] W. H. Reeves, D. V. Skryabin, F. Biancalana, J. C. Knight, P. S. J. Russell, F. G. Omenetto, A. Efimov, and A. J. Taylor, « Transformation and control of ultra-short pulses in dispersion-engineered photonic crystal fibres, » *Nature* **424**, 511–515 (2003).
 - [28] S. P. Stark, F. Biancalana, A. Podlipensky, and P. S. J. Russell, « Nonlinear wavelength conversion in photonic crystal fibers with three zero-dispersion points, » *Phys. Rev. A* **83**, 023808 (2011).
 - [29] M. Soljacić and J. D. Joannopoulos, « Enhancement of nonlinear effects using photonic crystals. » *Nature Mater.* **3**, 211 (2004).
 - [30] J. M. Dudley and J. R. Taylor, « Ten years of nonlinear optics in photonic crystal fibre, » *Nature Photon.* **3**, 85–90 (2009).
 - [31] J. M. Dudley and J. R. Taylor, eds., *Supercontinuum Generation in Optical Fiber* (Cambridge University Press, New York, 2010).
 - [32] T. A. Birks and Y. W. Li, « The shape of fiber tapers, » *J. Lightwave Technol.* **10**, 432–438 (1992).
-

-
- [33] Y. K. Lizé, E. G. Mägi, V. G. Ta'eed, J. A. Bolger, P. Steinvurzel, and B. J. Eggleton, « Microstructured optical fiber photonic wires with subwavelength core diameter, » *Opt. Express* **12**, 3209–3217 (2004).
- [34] L. Tong, R. R. Gattass, J. B. Ashcom, S. He, J. Lou, M. Shen, I. Maxwell, and E. Mazur, « Subwavelength-diameter silica wires for low-loss optical wave guiding, » *Nature* **426**, 816–819 (2003).
- [35] S. Sudo, T. Hosaka, H. Itoh, and K. Okamoto, « High- δn , small-core single-mode fibres for efficient nonlinear optical effects, » *Electron. Lett.* **22**, 833–835 (1986).
- [36] M. Onishi, T. Okuno, T. Kashiwada, S. Ishikawa, N. Akasaka, and M. Nishimura, « Highly nonlinear dispersion-shifted fibers and their application to broadband wavelength converter, » *Opt. Fiber Technol.* **4**, 204–214 (1998).
- [37] T. Okuno, M. Hirano, T. Nakanishi, and M. Onishi, « Highly-nonlinear optical fibers and their applications, » *SEI Technical Review – Sumitomo Electric Industries* pp. 35–39 (2006).
- [38] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic Press, 2008).
- [39] T. Brabec and F. Krausz, « Intense few-cycle laser fields : Frontiers of nonlinear optics, » *Rev. Mod. Phys.* **72**, 545 (2000).
- [40] G. Genty, P. Kinsler, B. Kibler, and J. M. Dudley, « Nonlinear envelope equation modeling of sub-cycle dynamics and harmonic generation in nonlinear waveguides, » *Opt. Express* **15**, 5382–5387 (2007).
- [41] Y. R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics* (Wiley-Interscience, 1984).
- [42] R. Hellwarth, J. Cherlow, and T. T. Yang, « Origin and frequency dependence of nonlinear optical susceptibilities of glasses, » *Phys. Rev. B* **11**, 964 (1975).
- [43] E. P. Ippen, « Low-power quasi-CW Raman oscillator, » *Appl. Phys. Lett.* **16**, 303–305 (1970).
- [44] K. J. Blow and D. Wood, « Theoretical description of transient stimulated Raman scattering in optical fibers, » *IEEE J. Quantum Electron.* **25**, 2665–2673 (1989).
- [45] R. H. Stolen, J. P. Gordon, W. J. Tomlinson, and H. A. Haus, « Raman response function of silica-core fibers, » *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 1159–1166 (1989).
- [46] P. L. Francois, « Nonlinear propagation of ultrashort pulses in optical fibers : total field formulation in the frequency domain, » *J. Opt. Soc. Am. B* **8**, 276–293 (1991).
- [47] G. Genty, M. Lehtonen, H. Ludvigsen, J. Broeng, and M. Kaivola, « Spectral broadening of femtosecond pulses into continuum radiation in microstructured fibers, » *Opt. Express* **10**, 1083–1098 (2002).
-

-
- [48] Y. Kodama and A. Hasegawa, « Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectric guide, » *IEEE J. Quantum Electron.* **23**, 510–524 (1987).
 - [49] J. M. Dudley, G. Genty, and S. Coen, « Supercontinuum generation in photonic crystal fiber, » *Rev. Mod. Phys.* **78**, 1135–1184 (2006).
 - [50] P. V. Mamyshev and S. V. Chernikov, « Ultrashort-pulse propagation in optical fibers, » *Opt. Lett.* **15**, 1076–1078 (1990).
 - [51] B. Kibler, J. M. Dudley, and S. Coen, « Supercontinuum generation and nonlinear pulse propagation in photonic crystal fiber : Influence of the frequency-dependent effective mode area, » *Appl. Phys. B* **81**, 337–342 (2005).
 - [52] R. H. Stolen and C. Lin, « Self-phase-modulation in silica optical fibers, » *Phys. Rev. A* **17**, 1448 (1978).
 - [53] M. N. Islam, L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, J. R. Simpson, and H. T. Shang, « Cross-phase modulation in optical fibers, » *Opt. Lett.* **12**, 625–627 (1987).
 - [54] C. Lin, W. A. Reed, A. D. Pearson, and H. T. Shang, « Phase matching in the minimum-chromatic-dispersion region of single-mode fibers for stimulated four-photon mixing, » *Opt. Lett.* **6**, 493–495 (1981).
 - [55] R. H. Stolen and J. E. Bjorkholm, « Parametric amplification and frequency conversion in optical fibers, » *IEEE J. Quantum Electron.* **18**, 1062–1072 (1982).
 - [56] C. J. McKinstrie and M. G. Raymer, « Four-wave-mixing cascades near the zero-dispersion frequency, » *Opt. Express* **14**, 9600–9610 (2006).
 - [57] D. Anderson and M. Lisak, « Nonlinear asymmetric self-phase modulation and self-steepening of pulses in long optical waveguides, » *Phys. Rev. A* **27**, 1393 (1983).
 - [58] Y. R. Shen and N. Bloembergen, « Theory of stimulated Brillouin and Raman scattering, » *Phys. Rev.* **137**, A1787 (1965).
 - [59] E. P. Ippen and R. H. Stolen, « Stimulated Brillouin scattering in optical fibers, » *Appl. Phys. Lett.* **21**, 539–541 (1972).
 - [60] R. H. Stolen, E. P. Ippen, and A. R. Tynes, « Raman oscillation in glass optical waveguide, » *Appl. Phys. Lett.* **20**, 62–64 (1972).
 - [61] R. G. Smith, « Optical power handling capacity of low loss optical fibers as determined by stimulated Raman and Brillouin scattering, » *Appl. Optics* **11**, 2489–2494 (1972).
 - [62] C. V. Raman and K. S. Krishnan, « A new type of secondary radiation, » *Nature* **121**, 501–502 (1928).
 - [63] R. H. Stolen and E. P. Ippen, « Raman gain in glass optical waveguides, » *Appl. Phys. Lett.* **22**, 276–278 (1973).
-

-
- [64] Q. Lin and G. P. Agrawal, « Raman response function for silica fibers, » *Opt. Lett.* **31**, 3086–3088 (2006).
- [65] F. M. Mitschke and L. F. Mollenauer, « Discovery of the soliton self-frequency shift, » *Opt. Lett.* **11**, 659–661 (1986).
- [66] J. P. Gordon, « Theory of the soliton self-frequency shift, » *Opt. Lett.* **11**, 662–664 (1986).
- [67] W. Hodel and H. P. Weber, « Decay of femtosecond higher-order solitons in an optical fiber induced by Raman self-pumping, » *Opt. Lett.* **12**, 924–926 (1987).
- [68] M. N. Islam, G. Sucha, I. Bar-Joseph, M. Wegener, J. P. Gordon, and D. S. Chemla, « Broad bandwidths from frequency-shifting solitons in fibers, » *Opt. Lett.* **14**, 370–372 (1989).
- [69] N. N. Akhmediev, W. Królikowski, and A. J. Lowery, « Influence of the Raman-effect on solitons in optical fibers, » *Opt. Commun.* **131**, 260–266 (1996).
- [70] J. M. Harbold, F. O. Ilday, F. W. Wise, T. A. Birks, W. J. Wadsworth, and Z. Chen, « Long-wavelength continuum generation about the second dispersion zero of a tapered fiber, » *Opt. Lett.* **27**, 1558–1560 (2002).
- [71] K. Saitoh and M. Koshiba, « Highly nonlinear dispersion-flattened photonic crystal fibers for supercontinuum generation in a telecommunication window, » *Opt. Express* **12**, 2027–2032 (2004).
- [72] A. Demircan and U. Bandelow, « Supercontinuum generation by the modulation instability, » *Opt. Commun.* **244**, 181–185 (2005).
- [73] Y. Nan, J. Wang, C. Lou, and Y. Gao, « Performance analysis for a supercontinuum continuous-wave optical source for dense wavelength division multiplexed transmission, » *J. Opt. A* **7**, 129 (2005).
- [74] J. N. Kutz, C. Lyngå, and B. J. Eggleton, « Enhanced supercontinuum generation through dispersion-management, » *Opt. Express* **13**, 3989–3998 (2005).
- [75] A. V. Gorbach and D. V. Skryabin, « Light trapping in gravity-like potentials and expansion of supercontinuum spectra in photonic-crystal fibres, » *Nature Photon.* **1**, 653–657 (2007).
- [76] D. R. Solli, C. Ropers, and B. Jalali, « Active control of rogue waves for stimulated supercontinuum generation, » *Phys. Rev. Lett* **101**, 233902 (2008).
- [77] M. Facão, M. I. Carvalho, and D. F. Parker, « Soliton self-frequency shift : Self-similar solutions and their stability, » *Phys. Rev. E* **81**, 046604 (2010).
- [78] H. Lu, X. Liu, Y. Gong, X. Hu, and X. Li, « Optimization of supercontinuum generation in air–silica nanowires, » *J. Opt. Soc. Am. B* **27**, 904–908 (2010).
-

-
- [79] A. K. Atieh, P. Myslinski, J. Chrostowski, and P. Galko, « Measuring the Raman time constant (T_R) for soliton pulses in standard single-mode fiber, » J. Lightwave Technol. **17**, 216 (1999).
- [80] N. N. Akhmediev and A. Ankiewicz, *Solitons : Nonlinear pulses and beams* (Chapman & Hall, London, 1997).
- [81] T. Dauxois and M. Peyrard, *Physics of Solitons* (Cambridge University Press, 2006).
- [82] N. Karjanto and E. van Groesen, *Handbook of Solitons : Research, Technology and Applications* (Nova Science Publishers, Inc., New York, 2009), chap. Mathematical physics properties of waves on finite background, pp. 501–539.
- [83] A. R. Osborne, *Nonlinear Ocean Waves and the Inverse Scattering Transform* (Academic Press, 2010).
- [84] A. Hasegawa and F. Tappert, « Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion, » Appl. Phys. Lett. **23**, 142–144 (1973).
- [85] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, and J. P. Gordon, « Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers, » Phys. Rev. Lett. **45**, 1095–1098 (1980).
- [86] M. J. Ablowitz and H. Segur, *Solitons and the Inverse Scattering Transform* (Society for Industrial Mathematics, 2006).
- [87] A. Hasegawa and W. Brinkman, « Tunable coherent IR and FIR sources utilizing modulational instability, » IEEE J. Quantum Electron. **16**, 694–697 (1980).
- [88] A. Hasegawa and Y. Kodama, « Amplification and reshaping of optical solitons in a glass fiber, » Opt. Lett. **7**, 285–287 (1982).
- [89] A. Hasegawa, « Generation of a train of soliton pulses by induced modulational instability in optical fibers, » Opt. Lett. **9**, 288–290 (1984).
- [90] K. Tai, A. Tomita, J. L. Jewell, and A. Hasegawa, « Generation of subpicosecond solitonlike optical pulses at 0.3 THz repetition rate by induced modulational instability, » Appl. Phys. Lett. **49**, 236–238 (1986).
- [91] D. Mestdagh, « Induced amplitude-modulation instability in single-mode optical fibers, » Opt. Lett. **13**, 829–831 (1988).
- [92] E. M. Dianov, P. V. Mamyshev, A. M. Prokhorov, and S. V. Chernikov, « Generation of a train of fundamental solitons at a high repetition rate in optical fibers, » Opt. Lett. **14**, 1008–1010 (1989).
- [93] P. V. Mamyshev, S. V. Chernikov, E. M. Dianov, and A. M. Prokhorov, « Generation of a high-repetition-rate train of practically noninteracting solitons by using the induced modulational instability and Raman self-scattering effects, » Opt. Lett. **15**, 1365–1367 (1990).
-

-
- [94] S. Trillo and S. Wabnitz, « Dynamics of the nonlinear modulational instability in optical fibers, » *Opt. Lett.* **16**, 986–988 (1991).
- [95] S. V. Chernikov, E. M. Dianov, D. J. Richardson, R. I. Laming, and D. N. Payne, « 114 Gbit/s soliton train generation through Raman self-scattering of a dual frequency beat signal in dispersion decreasing optical fiber, » *Appl. Phys. Lett.* **63**, 293–295 (1993).
- [96] S. Trillo, S. Wabnitz, and T. A. B. Kennedy, « Nonlinear dynamics of dual-frequency-pumped multiwave mixing in optical fibers, » *Phys. Rev. A* **50**, 1732–1747 (1994).
- [97] Y. Chen and A. W. Snyder, « Four-photon parametric mixing in optical fibers : Effect of pump depletion, » *Opt. Lett.* **14**, 87–89 (1989).
- [98] E. R. Tracy and H. H. Chen, « Nonlinear self-modulation : An exactly solvable model, » *Phys. Rev. A* **37**, 815 (1988).
- [99] S. M. Kobtsev and S. V. Smirnov, « Influence of noise amplification on generation of regular short pulse trains in optical fibre pumped by intensity-modulated CW radiation, » *Opt. Express* **16**, 7428–7434 (2008).
- [100] J. R. Thompson and R. Roy, « Nonlinear dynamics of multiple four-wave mixing processes in a single-mode fiber, » *Phys. Rev. A* **43**, 4987 (1991).
- [101] D. L. Hart, A. F. Judy, R. Roy, and J. W. Beletic, « Dynamical evolution of multiple four-wave-mixing processes in an optical fiber, » *Phys. Rev. E* **57**, 4757 (1998).
- [102] Y. Han and B. Jalali, « Photonic time-stretched analog-to-digital converter : Fundamental concepts and practical considerations, » *J. Lightwave Technol.* **21**, 3085 (2003).
- [103] R. H. Hardin and F. D. Tappert, « Applications of the split-step fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coefficient wave equations, » *SIAM Rev.* **15**, 0–021 (1973).
- [104] R. A. Fisher and W. K. Bischel, « Numerical studies of the interplay between self-phase modulation and dispersion for intense plane-wave laser pulses, » *J. Appl. Phys.* **46**, 4921–4934 (1975).
- [105] A. Mussot, E. Lantz, H. Maillotte, T. Sylvestre, C. Finot, and S. Pitois, « Spectral broadening of a partially coherent CW laser beam in single-mode optical fibers, » *Opt. Express* **12**, 2838–2843 (2004).
- [106] F. Vanholsbeeck, S. Martin-Lopez, M. González-Herráez, and S. Coen, « The role of pump incoherence in continuous-wave supercontinuum generation, » *Opt. Express* **13**, 6615–6625 (2005).
-

-
- [107] B. Barviau, S. Randoux, and P. Suret, « Spectral broadening of a multimode continuous-wave optical field propagating in the normal dispersion regime of a fiber, » *Opt. Lett.* **31**, 1696–1698 (2006).
- [108] J. C. Travers, A. B. Rulkov, B. A. Cumberland, S. V. Popov, and J. R. Taylor, « Visible supercontinuum generation in photonic crystal fibers with a 400W continuous wave fiber laser, » *Opt. Express* **16**, 14435–14447 (2008).
- [109] M. H. Frosz, « Validation of input-noise model for simulations of supercontinuum generation and rogue waves, » *Opt. Express* **18**, 14778–14787 (2010).
- [110] P. D. Drummond and J. F. Corney, « Quantum noise in optical fibers. I. Stochastic equations, » *J. Opt. Soc. Am. B* **18**, 139–152 (2001).
- [111] R. R. Alfano and S. L. Shapiro, « Emission in the region 4000 to 7000 Å via four-photon coupling in glass, » *Phys. Rev. Lett.* **24**, 584–587 (1970).
- [112] R. R. Alfano and S. L. Shapiro, « Observation of self-phase modulation and small-scale filaments in crystals and glasses, » *Phys. Rev. Lett.* **24**, 592–594 (1970).
- [113] R. R. Alfano, Q. X. Li, T. Jimbo, J. T. Manassah, and P. P. Ho, « Induced spectral broadening of a weak picosecond pulse in glass produced by an intense picosecond pulse, » *Opt. Lett.* **11**, 626–628 (1986).
- [114] P. P. Ho, Q. Z. Wang, D. Ji, T. Jimbo, and R. R. Alfano, « Harmonic cross phase modulation in ZnSe, » *Appl. Phys. Lett.* **54**, 111–113 (1989).
- [115] R. L. Fork, C. V. Shank, C. Hirlimann, R. Yen, and W. J. Tomlinson, « Femtosecond white-light continuum pulses, » *Opt. Lett.* **8**, 1–3 (1983).
- [116] P. B. Corkum, P. P. Ho, R. R. Alfano, and J. T. Manassah, « Generation of infrared supercontinuum covering 3–14 μm in dielectrics and semiconductors, » *Opt. Lett.* **10**, 624–626 (1985).
- [117] P. B. Corkum, C. Rolland, and T. Srinivasan-Rao, « Supercontinuum generation in gases, » *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2268 (1986).
- [118] C. Lin and R. H. Stolen, « New nanosecond continuum for excited-state spectroscopy, » *Appl. Phys. Lett.* **28**, 216–218 (1976).
- [119] R. R. Alfano, ed., *The Supercontinuum Laser Source* (Springer, 2006).
- [120] J. K. Ranka, R. S. Windeler, and A. J. Stentz, « Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm, » *Opt. Lett.* **25**, 25–27 (2000).
- [121] R. Shuker and R. W. Gammon, « Raman-scattering selection-rule breaking and the density of states in amorphous materials, » *Phys. Rev. Lett.* **25**, 222–225 (1970).
-

-
- [122] V. E. Zakharov and A. B. Shabat, « Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media, » *Sov. Phys. JETP* **34**, 62–69 (1972).
- [123] E. M. Dianov, Z. S. Nikonova, A. M. Prokhorov, and V. N. Serkin, « Optimal compression of multisoliton pulses in fiber-optic waveguides, » *Tech. Phys. Lett.* **12**, 756–760 (1986).
- [124] C. M. Chen and P. L. Kelley, « Nonlinear pulse compression in optical fibers : Scaling laws and numerical analysis, » *J. Opt. Soc. Am. B* **19**, 1961–1967 (2002).
- [125] P. K. A. Wai, C. R. Menyuk, Y. C. Lee, and H. H. Chen, « Nonlinear pulse propagation in the neighborhood of the zero-dispersion wavelength of monomode optical fibers, » *Opt. Lett.* **11**, 464–466 (1986).
- [126] N. N. Akhmediev and M. Karlsson, « Cherenkov radiation emitted by solitons in optical fibers, » *Phys. Rev. A* **51**, 2602–2607 (1995).
- [127] A. V. Yulin, D. V. Skryabin, and P. S. J. Russell, « Four-wave mixing of linear waves and solitons in fibers with higher-order dispersion, » *Opt. Lett.* **29**, 2411–2413 (2004).
- [128] D. V. Skryabin and A. V. Yulin, « Theory of generation of new frequencies by mixing of solitons and dispersive waves in optical fibers, » *Phys. Rev. E* **72**, 016619 (2005).
- [129] N. Nishizawa and T. Goto, « Characteristics of pulse trapping by ultrashort soliton pulse in optical fibers across zerodispersion wavelength, » *Opt. Express* **10**, 1151–1160 (2002).
- [130] D. V. Skryabin and A. V. Gorbach, « Colloquium : Looking at a soliton through the prism of optical supercontinuum, » *Rev. Mod. Phys* **82**, 1287 (2010).
- [131] A. V. Gorbach and D. V. Skryabin, « Theory of radiation trapping by the accelerating solitons in optical fibers, » *Phys. Rev. A* **76**, 053803 (2007).
- [132] S. A. Kovalenko, A. L. Dobryakov, J. Ruthmann, and N. P. Ernsting, « Femtosecond spectroscopy of condensed phases with chirped supercontinuum probing, » *Phys. Rev. A* **59**, 2369 (1999).
- [133] R. Holzwarth, T. Udem, T. W. Hänsch, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, and P. S. J. Russell, « Optical frequency synthesizer for precision spectroscopy, » *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2264–2267 (2000).
- [134] J. R. Thompson and R. Roy, « Statistical fluctuations in multiple four-wave mixing in a single-mode optical fiber, » *Phys. Rev. A* **44**, 7605 (1991).
- [135] J. M. Dudley, G. Genty, and B. J. Eggleton, « Harnessing and control of optical rogue waves insupercontinuum generation, » *Opt. Express* **16**, 3644–3651 (2008).
-

- [136] B. M. Herbst and M. J. Ablowitz, « Numerically induced chaos in the Nonlinear Schrödinger Equation, » *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2065–2068 (1989).
 - [137] E. Infeld and G. Rowlands, *Nonlinear Waves, Solitons and Chaos* (Cambridge University Press, 2000).
 - [138] T. M. Fortier, J. Ye, S. T. Cundiff, and R. S. Windeler, « Nonlinear phase noise generated in air-silica microstructure fiber and its effect on carrier-envelope phase, » *Opt. Lett.* **27**, 445–447 (2002).
 - [139] K. L. Corwin, N. R. Newbury, J. M. Dudley, S. Coen, S. A. Diddams, K. Weber, and R. S. Windeler, « Fundamental noise limitations to supercontinuum generation in microstructure fiber, » *Phys. Rev. Lett.* **90**, 113904 (2003).
 - [140] J. M. Dudley and S. Coen, « Coherence properties of supercontinuum spectra generated in photonic crystal and tapered optical fibers, » *Opt. Lett.* **27**, 1180–1182 (2002).
 - [141] M. N. Islam, G. Sucha, I. Bar-Joseph, M. Wegener, J. P. Gordon, and D. S. Chemla, « Femtosecond distributed soliton spectrum in fibers, » *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 1149–1158 (1989).
 - [142] D. R. Solli, C. Ropers, P. Koonath, and B. Jalali, « Optical rogue waves, » *Nature* **450**, 1054–1058 (2007).
 - [143] P. V. Kelkar, F. Coppinger, A. S. Bhushan, and B. Jalali, « Time-domain optical sensing, » *Electron. Lett.* **35**, 1661–1662 (1999).
 - [144] G. V. Grigoryan, I. T. Lima Jr, T. Yu, V. S. Grigoryan, and C. R. Menyuk, « Using color to understand light transmission, » *Opt. Photonics News* **11**, 44–50 (2000).
 - [145] J. W. Goodman, *Statistical Optics* (Wiley-Interscience, 1985).
 - [146] E. J. Gumbel, *Statistics of Extremes* (Dover Pubns, 2004).
 - [147] C. Lafargue, J. Bolger, G. Genty, F. Dias, J. M. Dudley, and B. J. Eggleton, « Direct detection of optical rogue wave energy statistics in supercontinuum generation, » *Electron. Lett.* **45**, 217–219 (2009).
 - [148] M. Erkintalo, G. Genty, and J. M. Dudley, « On the statistical interpretation of optical rogue waves, » *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **185**, 135–144 (2010).
 - [149] J. M. Dudley, G. Genty, F. Dias, B. Kibler, and N. Akhmediev, « Modulation instability, Akhmediev Breathers and continuous wave supercontinuum generation, » *Opt. Express* **17**, 21497–21508 (2009).
 - [150] B. Kibler, C. Finot, and J. M. Dudley, « Soliton and rogue wave statistics in supercontinuum generation in photonic crystal fibre with two zero dispersion wavelengths, » *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **173**, 289–295 (2009).
-

-
- [151] K. Hammani, B. Kibler, C. Finot, and A. Picozzi, « Emergence of rogue waves from optical turbulence, » *Phys. Lett. A* **374**, 3585–3589 (2010).
- [152] G. Genty, C. M. de Sterke, O. Bang, F. Dias, N. Akhmediev, and J. M. Dudley, « Collisions and turbulence in optical rogue wave formation, » *Phys. Lett. A* **374**, 989–996 (2010).
- [153] C. N. Kumar, R. Gupta, A. Goyal, S. Loomba, T. S. Raju, and P. K. Panigrahi, « Controlled giant rogue waves in nonlinear fiber optics, » *Phys. Rev. A* **86**, 025802 (2012).
- [154] F. Luan, D. V. Skryabin, A. V. Yulin, and J. C. Knight, « Energy exchange between colliding solitons in photonic crystal fibers, » *Opt. Express* **14**, 9844–9853 (2006).
- [155] M. H. Frosz, O. Bang, and A. Bjarklev, « Soliton collision and Raman gain regimes in continuous-wave pumped supercontinuum generation, » *Opt. Express* **14**, 9391–9407 (2006).
- [156] A. Mussot, A. Kudlinski, M. Kolobov, E. Louvergneaux, M. Douay, and M. Taki, « Observation of extreme temporal events in CW-pumped supercontinuum, » *Opt. Express* **17**, 17010–17015 (2009).
- [157] M. Erkintalo, G. Genty, and J. M. Dudley, « Giant dispersive wave generation through soliton collision, » *Opt. Lett.* **35**, 658–660 (2010).
- [158] A. Antikainen, M. Erkintalo, J. M. Dudley, and G. Genty, « On the phase-dependent manifestation of optical rogue waves, » *Nonlinearity* **25**, R73 (2012).
- [159] N. Akhmediev and E. Pelinovsky, « Discussion & debate : Rogue waves - Towards a unifying concept ? » *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **185** (2010).
- [160] W. Rosenthal and S. Lehner, « Rogue waves : Results of the MaxWave project, » *J. Offshore Mech. Arct.* **130**, 020201–1 (2008).
- [161] S. R. Massel, *Ocean Surface Waves : Their Physics and Prediction* (World Scientific Publishing Company Incorporated, 1996).
- [162] E. Pelinovsky and C. Kharif, *Extreme Ocean Waves* (Springer, 2008).
- [163] C. Kharif, E. Pelinovsky, and A. Slunyaev, *Rogue Waves in the Ocean* (Springer, Berlin, 2009).
- [164] K. Dysthe, H. E. Krogstad, and P. Müller, « Oceanic rogue waves, » *Annu. Rev. Fluid Mech.* **40**, 287–310 (2008).
- [165] T. B. Benjamin and J. E. Feir, « The disintegration of wavetrains in deep water, Part 1, » *J. Fluid Mech.* **27**, 417–430 (1967).
- [166] M. Onorato, A. R. Osborne, M. Serio, and L. Cavaleri, « Modulational instability and non-Gaussian statistics in experimental random water-wave trains, » *Phys. Fluids* **17** (2005).
-

-
- [167] A. I. Dyachenko and V. E. Zakharov, « Modulation instability of Stokes wave implies a freak wave, » *JETP Lett.* **81**, 255–259 (2005).
- [168] M. Onorato, A. R. Osborne, and M. Serio, « Modulational instability in crossing sea states : A possible mechanism for the formation of freak waves, » *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006).
- [169] J. S. Russell, « Report on waves, » in « 14th meeting of the British Association for the Advancement of Science, » (1844), pp. 311–390.
- [170] M. Erkintalo, G. Genty, B. Wetzell, and J. M. Dudley, « Limitations of the linear Raman gain approximation in modeling broadband nonlinear propagation in optical fibers, » *Opt. Express* **18**, 25449–25460 (2010).
- [171] S. V. Smirnov, J. D. Ania-Castanon, T. J. Ellingham, S. M. Kobtsev, S. Kukarin, and S. K. Turitsyn, « Optical spectral broadening and supercontinuum generation in telecom applications, » *Opt. Fiber Technol.* **12**, 122–147 (2006).
- [172] D. Hollenbeck and C. D. Cantrell, « Multiple-vibrational-mode model for fiber-optic Raman gain spectrum and response function, » *J. Opt. Soc. Am. B* **19**, 2886–2892 (2002).
- [173] C. Conti, S. Stark, P. S. J. Russell, and F. Biancalana, « Multiple hydrodynamical shocks induced by the Raman effect in photonic crystal fibers, » *Phys. Rev. A* **82**, 013838 (2010).
- [174] D. J. Dougherty, F. X. Kärtner, H. A. Haus, and E. P. Ippen, « Measurement of the Raman gain spectrum of optical fibers, » *Opt. Lett.* **20**, 31–33 (1995).
- [175] A. Dogariu and D. Hagan, « Low frequency Raman gain measurements using chirped pulses, » *Opt. Express* **1**, 73–76 (1997).
- [176] G. Shaulov, V. J. Mazurczyk, and A. Golovchenko, « Measurement of Raman gain coefficient for small wavelength shifts, » in « Optical Fiber Communication Conference, 2000, » , vol. 1 (IEEE, 2000), vol. 1, pp. 12–14.
- [177] L. P. Barry, J. M. Dudley, P. G. Bollond, J. D. Harvey, and R. Leonhardt, « Complete characterisation of pulse propagation in optical fibres using frequency-resolved optical gating, » *Electron. Lett.* **32**, 2339–2340 (1996).
- [178] R. Trebino, K. W. DeLong, D. N. Fittinghoff, J. N. Sweetser, M. A. Krumbugel, B. A. Richman, and D. J. Kane, « Measuring ultrashort laser pulses in the time-frequency domain using frequency-resolved optical gating, » *Rev. Sci. Instrum.* **68**, 3277–3295 (1997).
- [179] J. M. Dudley, L. P. Barry, J. D. Harvey, M. D. Thomson, B. C. Thomsen, P. G. Bollond, and R. Leonhardt, « Complete characterization of ultrashort pulse sources at 1550 nm, » *IEEE J. Quantum Electron.* **35**, 441–450 (1999).
-

-
- [180] R. Trebino, *Frequency-Resolved Optical Gating : The Measurement of Ultrashort Laser Pulses* (Springer, 2000).
- [181] G. Genty, M. Lehtonen, and H. Ludvigsen, « Effect of cross-phase modulation on supercontinuum generated in microstructured fibers with sub-30 fs pulses, » *Opt. Express* **12**, 4614–4624 (2004).
- [182] X. Gu, M. Kimmel, A. P. Shreenath, R. Trebino, J. M. Dudley, S. Coen, and R. S. Windeler, « Experimental studies of the coherence of microstructure-fiber supercontinuum, » *Opt. Express* **11**, 2697–2703 (2003).
- [183] G. Genty, M. Surakka, J. Turunen, and A. T. Friberg, « Second-order coherence of supercontinuum light, » *Opt. Lett.* **35**, 3057–3059 (2010).
- [184] G. Genty, M. Surakka, J. Turunen, and A. T. Friberg, « Complete characterization of supercontinuum coherence, » *J. Opt. Soc. Am. B* **28**, 2301–2309 (2011).
- [185] G. Genty, J. M. Dudley, and B. J. Eggleton, « Modulation control and spectral shaping of optical fiber supercontinuum generation in the picosecond regime, » *Appl. Phys. B* **94**, 187–194 (2009).
- [186] S. T. Sørensen, O. Bang, B. Wetzel, and J. M. Dudley, « Describing supercontinuum noise and rogue wave statistics using higher-order moments, » *Opt. Commun.* **285**, 2451–2455 (2012).
- [187] B. Wetzel, K. J. Blow, S. K. Turitsyn, G. Millot, L. Larger, and J. M. Dudley, « Random walks and random numbers from supercontinuum generation, » *Opt. Express* **20**, 11143–1115 (2012).
- [188] J. Hult, « A fourth-order Runge–Kutta in the interaction picture method for simulating supercontinuum generation in optical fibers, » *J. Lightwave Technol.* **25**, 3770–3775 (2007).
- [189] S. Coen, A. H. L. Chau, R. Leonhardt, J. D. Harvey, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, and P. J. Russell, « Supercontinuum generation by stimulated Raman scattering and parametric four-wave mixing in photonic crystal fibers, » *J. Opt. Soc. Am. B* **19**, 753–764 (2002).
- [190] D. N. Joanes and C. A. Gill, « Comparing measures of sample skewness and kurtosis, » *J. Roy. Stat. Soc. D* **47**, 183–189 (1998).
- [191] H. Cramer, *Mathematical Methods of Statistics* (Princeton University Press, 1999).
- [192] R. A. Groeneveld and G. Meeden, « Measuring skewness and kurtosis, » *J. Roy. Stat. Soc. D* **33**, 391–399 (1984).
- [193] D. I. Yeom and B. J. Eggleton, « Photonics : Rogue waves surface in light, » *Nature* **450**, 953–954 (2007).
-

- [194] M. Evans, N. Hastings, and B. Peacock, *Statistical Distributions* (Wiley-Interscience, 2000).
 - [195] F. J. Massey Jr, « The Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit, » J. Am. Stat. Assoc. pp. 68–78 (1951).
 - [196] J. B. Kruskal, « Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a non-metric hypothesis, » Psychometrika **29**, 1–27 (1964).
 - [197] A. Kudlinski and A. Mussot, « Visible CW-pumped supercontinuum, » Opt. Lett. **33**, 2407–2409 (2008).
 - [198] J. C. Travers and J. R. Taylor, « Soliton trapping of dispersive waves in tapered optical fibers, » Opt. Lett. **34**, 115–117 (2009).
 - [199] M. F. Shlesinger, J. Klafter, and G. Zumofen, « Above, below and beyond Brownian motion, » Am. J. Phys. **67**, 1253–1259 (1999).
 - [200] M. N. Islam and O. Boyraz, « Fiber parametric amplifiers for wavelength band conversion, » IEEE J. Sel. Topics. Quantum. Electron. **8**, 527–537 (2002).
 - [201] K. Hammani, A. Picozzi, and C. Finot, « Extreme statistics in Raman fiber amplifiers : From analytical description to experiments, » Opt. Commun. **284**, 2594–2603 (2011).
 - [202] A. N. Kolmogorov, *Foundations of the Theory of Probability* (Chelsea Publishing Co., 1950).
 - [203] H. W. Lilliefors, « On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown, » J. Am. Stat. Assoc. pp. 399–402 (1967).
 - [204] R. B. D’Agostino and M. A. Stephens, *Goodness-of-Fit Techniques* (CRC, 1986).
 - [205] H. Chernoff and E. L. Lehmann, « The use of maximum likelihood estimates in χ^2 tests for goodness of fit, » Ann. Math. Stat. **25**, 579–586 (1954).
 - [206] R. L. Plackett, « Karl pearson and the chi-squared test, » Int. Stat. Rev. pp. 59–72 (1983).
 - [207] E. Ip, A. P. T. Lau, D. J. F. Barros, and J. M. Kahn, « Coherent detection in optical fiber systems, » Opt. Express **16**, 753–791 (2008).
 - [208] K. Pearson, « The problem of the random walk, » Nature **72**, 294 (1905).
 - [209] J. P. Gordon and H. A. Haus, « Random walk of coherently amplified solitons in optical fiber transmission, » Opt. Lett. **11**, 665–667 (1986).
 - [210] J. Kempe, « Quantum random walks : An introductory overview, » Contemp. Phys. **44**, 307–327 (2003).
-

-
- [211] F. Wang and D. P. Landau, « Efficient, multiple-range random walk algorithm to calculate the density of states, » *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2050–2053 (2001).
- [212] S. Chandrasekhar, « Stochastic problems in physics and astronomy, » *Rev. Mod. Phys.* **15**, 1–89 (1943).
- [213] G. L. Gerstein and B. Mandelbrot, « Random walk models for the spike activity of a single neuron, » *Biophys. J.* **4**, 41–68 (1964).
- [214] E. A. Codling, M. J. Plank, and S. Benhamou, « Random walk models in biology, » *J. R. Soc. Interface* **5**, 813–834 (2008).
- [215] J. B. Anderson, *Very Large Scale Computation in the 21st Century* (Society for Industrial & Applied Mathematics, U.S., 1991), chap. Quantum chemistry by random walk, p. 73.
- [216] G. R. Harik, F. G. Lobo, and D. E. Goldberg, « The compact genetic algorithm, » *IEEE Trans. Evol. Comput.* **3**, 287–297 (1999).
- [217] J. Y. Campbell, A. W. Lo, and A. C. MacKinlay, *the Econometrics of Financial Markets* (Princeton University Press, 1997).
- [218] F. Spitzer, *Principles of Random Walk* (Springer, 2001).
- [219] G. H. Weiss and R. J. Rubin, « Random-walks - Theory and selected applications, » *Adv. Chem. Phys.* **52**, 363–505 (1983).
- [220] P. Barthelemy, J. Bertolotti, and D. S. Wiersma, « A Lévy flight for light, » *Nature* **453**, 495–498 (2008).
- [221] N. Mercadier, W. Guerin, M. Chevrolier, and R. Kaiser, « Lévy flights of photons in hot atomic vapours, » *Nature Phys.* **5**, 602–605 (2009).
- [222] G. M. Viswanathan, V. Afanasyev, S. V. Buldyrev, E. J. Murphy, P. A. Prince, and H. E. Stanley, « Levy flight search patterns of wandering albatrosses, » *Nature* **381**, 413–415 (1996).
- [223] R. Rammal and G. Toulouse, « Random walks on fractal structures and percolation clusters, » *J Phys. Lett.* **44**, 13–22 (1983).
- [224] B. H. Kaye, *A Random Walk Through Fractal Dimensions* (VCH New York, 1989).
- [225] S. Wolfram, « Origins of randomness in physical systems, » *Phys. Rev. Lett.* **55**, 449–452 (1985).
- [226] A. Argyris, D. Syvridis, L. Larger, V. Annovazzi-Lodi, P. Colet, I. Fischer, J. García-Ojalvo, C. R. Mirasso, L. Pesquera, and K. A. Shore, « Chaos-based communications at high bit rates using commercial fibre-optic links, » *Nature* **438**, 343–346 (2005).
- [227] T. Cover and J. Thomas, *Elements of Information Theory* (Wiley & Sons, New York, 1991).
-

-
- [228] D. P. Kroese, T. Taimre, and Z. I. Botev, *Handbook of Monte Carlo Methods* (Wiley, 2011).
- [229] A. Uchida, K. Amano, M. Inoue, K. Hirano, S. Naito, H. Someya, I. Oowada, T. Kurashige, M. Shiki, S. Yoshimori, K. Yoshimura, and P. Davis, « Fast physical random bit generation with chaotic semiconductor lasers, » *Nature Photon.* **2**, 728–732 (2008).
- [230] H. Guo, W. Tang, Y. Liu, and W. Wei, « Truly random number generation based on measurement of phase noise of a laser, » *Phys. Rev. E* **81**, 051137 (2010).
- [231] I. Kanter, Y. Aviad, I. Reidler, E. Cohen, and M. Rosenbluh, « An optical ultrafast random bit generator, » *Nature Photon.* **4**, 58–61 (2010).
- [232] P. Li, Y. C. Wang, and J. Z. Zhang, « All-optical fast random number generator, » *Opt. Express* **18**, 20360–20369 (2010).
- [233] A. J. Martino and G. M. Morris, « Optical random number generator based on photoevent locations, » *Appl. Optics* **30**, 981–989 (1991).
- [234] C. Gabriel, C. Wittmann, D. Sych, R. Dong, W. Mauerner, U. L. Andersen, C. Marquardt, and G. Leuchs, « A generator for unique quantum random numbers based on vacuum states, » *Nature Photon.* **4**, 711–715 (2010).
- [235] C. R. S. Williams, J. C. Salevan, X. Li, R. Roy, and T. E. Murphy, « Fast physical random number generator using amplified spontaneous emission, » *Opt. Express* **18**, 23584–23597 (2010).
- [236] X. Li, A. B. Cohen, T. E. Murphy, and R. Roy, « Scalable parallel physical random number generator based on a superluminescent LED, » *Opt. Lett.* **36**, 1020–1022 (2011).
- [237] G. Marsaglia, « DIEHARD : A battery of tests of randomness, » En ligne : <http://stat.fsu.edu/geo/diehard.html> (1996).
- [238] A. Rukhin, J. Soto, J. Nechvatal, M. Smid, E. Barker, S. Leigh, M. Levenson, M. Vangel, D. Banks, A. Heckert, J. Dray, and S. Vo, « A statistical test suite for random and pseudorandom number generators for cryptographic applications, » National Institute of Standards and Technology (NIST) Special Publication 800-22 Revision 1a (2010).
- [239] L. Blum, M. Blum, and M. Shub, « A simple unpredictable pseudo-random number generator, » *SIAM J. Comput.* **15**, 364 (1986).
- [240] D. Eastlake and P. Jones, « US secure hash algorithm 1 (SHA1), » (2001).
- [241] V. I. Bespalov and V. I. Talanov, « About filamentation of beams of light in a nonlinear liquid, » *JETP Lett.* **3**, 307 (1966).
-

-
- [242] T. Taniuti and H. Washimi, « Self-trapping and instability of hydromagnetic waves along the magnetic field in a cold plasma, » *Phys. Rev. Lett.* **21**, 209–212 (1968).
- [243] B. M. Lake, H. C. Yuen, H. Rungaldier, and W. E. Ferguson, « Nonlinear deep-water waves : Theory and experiment. Part 2. Evolution of a continuous wave train, » *J. Fluid Mech.* **83**, 49–74 (1977).
- [244] J. M. Dudley, F. Guty, S. Pitois, and G. Millot, « Complete characterization of terahertz pulse trains generated from nonlinear processes in optical fibers, » *IEEE J. Quantum Electron.* **37**, 587–594 (2001).
- [245] J. Fatome, S. Pitois, and G. Millot, « 20-GHz-to-1-THz repetition rate pulse sources based on multiple four-wave mixing in optical fibers, » *IEEE J. Quantum Electron.* **42**, 1038–1046 (2006).
- [246] G. Cappellini and S. Trillo, « Third-order three-wave mixing in single-mode fibers : Exact solutions and spatial instability effects, » *J. Opt. Soc. Am. B* **8**, 824–838 (1991).
- [247] D. H. Peregrine, « Water waves, nonlinear Schrödinger equations and their solutions, » *J. Aust. Math. Soc. B* **25**, 16–43 (1983).
- [248] N. N. Akhmediev and V. I. Korneev, « Modulation instability and periodic solutions of the nonlinear Schrödinger equation, » *Theor. Math. Phys.* **69**, 189–194 (1986).
- [249] N. N. Akhmediev, V. M. Eleonskii, and N. E. Kulagin, « Exact first-order solutions of the nonlinear Schrödinger equation, » *Theor. Math. Phys.* **72**, 183–196 (1987).
- [250] K. Hammani, B. Wetzel, B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, N. Akhmediev, and J. M. Dudley, « Spectral dynamics of modulation instability described using Akhmediev breather theory, » *Opt. Lett.* **36**, 2140–2142 (2011).
- [251] M. Erkintalo, G. Genty, B. Wetzel, and J. M. Dudley, « Akhmediev breather evolution in optical fiber for realistic initial conditions, » *Phys. Lett. A* **375**, 2029–2034 (2011).
- [252] B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, F. Dias, G. Genty, N. Akhmediev, and J. M. Dudley, « The Peregrine soliton in nonlinear fibre optics, » *Nature Phys.* **6**, 790–795 (2010).
- [253] K. Hammani, B. Kibler, C. Finot, P. Morin, J. Fatome, J. M. Dudley, and G. Millot, « Peregrine soliton generation and breakup in standard telecommunications fiber, » *Opt. Lett.* **36**, 112–114 (2011).
- [254] B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, G. Genty, B. Wetzel, N. Akhmediev, F. Dias, and J. M. Dudley, « Observation of Kuznetsov-Ma soliton dynamics in optical fibre, » *Sci. Rep.* **2**, 463 (2012).
- [255] E. Fermi, J. Pasta, and S. Ulam, « Studies of nonlinear problems, » (1955).
-

-
- [256] G. Van Simaey, P. Emplit, and M. Haelterman, « Experimental demonstration of the Fermi-Pasta-Ulam recurrence in a modulationally unstable optical wave, » *Phys. Rev. Lett.* **87**, 033902 (2001).
- [257] G. Van Simaey, P. Emplit, and M. Haelterman, « Experimental study of the reversible behavior of modulational instability in optical fibers, » *J. Opt. Soc. Am. B* **19**, 477–486 (2002).
- [258] R. Maher, P. M. Anandarajah, L. P. Barry, B. Wetzel, and J. M. Dudley, « High repetition rate pulse train generation at GHz repetition rates from nonlinear breather reshaping in standard single mode fibre, » in « *Proceedings of SPIE*, » , vol. 7728 (2010), vol. 7728, p. 772805.
- [259] T. Schreiber, J. Limpert, H. Zellmer, A. Tünnermann, and K. P. Hansen, « High average power supercontinuum generation in photonic crystal fibers, » *Opt. Commun.* **228**, 71–78 (2003).
- [260] A. Mussot, A. Kudlinski, E. Louvergneaux, M. Kolobov, and M. Taki, « Impact of the third-order dispersion on the modulation instability gain of pulsed signals, » *Opt. Lett.* **35**, 1194–1196 (2010).
- [261] N. Akhmediev, A. Ankiewicz, J. M. Soto-Crespo, and J. M. Dudley, « Universal triangular spectra in parametrically-driven systems, » *Phys. Lett. A* **375**, 775–779 (2011).
- [262] B. Wetzel, M. Erkintalo, G. Genty, F. Dias, K. Hammani, B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, N. Akhmediev, and D. J. M., « Analytical studies of modulation instability and nonlinear compression dynamics in optical fiber propagation, » in « *Proceedings of SPIE*, » , vol. 8073 (2011), vol. 8073, p. 80732N.
- [263] M. P. Tulin and T. Waseda, « Laboratory observations of wave group evolution, including breaking effects, » *J. Fluid Mech.* **378**, 197–232 (1999).
- [264] N. Karjanto and E. Van Groesen, « Qualitative comparisons of experimental results on deterministic freak wave generation based on modulational instability, » *J. Hydro. Env. Res.* **3**, 186–192 (2010).
- [265] E. A. Kuznetsov, « Solitons in a parametrically unstable plasma, » *Sov. Phys. Dokl.* **22**, 507–508 (1977).
- [266] T. Kawata and H. Inoue, « Inverse scattering method for the nonlinear evolution equations under nonvanishing conditions. » *J. Phys. Soc. Japan* **44**, 1722–1729 (1978).
- [267] Y. C. Ma, « The perturbed plane-wave solutions of the cubic Schrödinger equation, » *Stud. Appl. Math.* **60**, 43–58 (1979).
- [268] A. Nakamura and R. Hirota, « A new example of explode-decay solitary waves in one dimension. » *J. Phys. Soc. Japan* **54**, 491–499 (1985).
-

-
- [269] N. Akhmediev and S. Wabnitz, « Phase detecting of solitons by mixing with a continuous-wave background in an optical fiber, » *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 236–242 (1992).
- [270] N. Bélanger and P. A. Bélanger, « Bright solitons on a CW background, » *Opt. Commun.* **124**, 301–308 (1996).
- [271] K. B. Dysthe and K. Trulsen, « Note on breather type solutions of the NLS as models for freak-waves, » *Phys. Scripta.* **T82**, 48–52 (1999).
- [272] V. I. Shrira and Y. V. Geogjaev, « What makes the Peregrine soliton so special as a prototype of freak waves, » *J. Eng. Math.* **67**, 11–22 (2010).
- [273] V. E. Zakharov, A. I. Dyachenko, and A. O. Prokofiev, « Freak waves as nonlinear stage of Stokes wave modulation instability, » *Eur. J. Mech. B* **25**, 677–692 (2006).
- [274] A. Chabchoub, N. P. Hoffmann, and N. Akhmediev, « Rogue wave observation in a water wave tank, » *Phys. Rev. Lett.* **106**, 204502 (2011).
- [275] G. F. Clauss, M. Klein, and M. Onorato, « Formation of extraordinarily high waves in space and time, » in « Proceedings of the ASME 2011 30th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering OMAE2011, » (2011).
- [276] U. Bandelow and N. Akhmediev, « Sasa-Satsuma equation : Soliton on a background and its limiting cases, » *Phys. Rev. E* **86**, 026606 (2012).
- [277] A. Chabchoub, N. Akhmediev, and N. P. Hoffmann, « Experimental study of spatio-temporally localized surface gravity water waves, » *Phys. Rev. E* **86**, 016311 (2012).
- [278] E. Infeld, « Quantitive theory of the Fermi-Pasta-Ulam recurrence in the nonlinear Schrödinger equation, » *Phys. Rev. Lett.* **47**, 717–718 (1981).
- [279] M. E. Marhic, K. K. Y. Wong, M. C. Ho, and L. G. Kazovsky, « 92% pump depletion in a continuous-wave one-pump fiber optical parametric amplifier, » *Opt. Lett.* **26**, 620–622 (2001).
- [280] G. Genty and J. M. Dudley, « Route to coherent supercontinuum generation in the long pulse regime, » *IEEE J. Quantum Electron.* **45**, 1331–1335 (2009).
- [281] D. R. Solli, G. Herink, B. Jalali, and C. Ropers, « Fluctuations and correlations in modulation instability, » *Nature Photon.* **6**, 463–468 (2012).
- [282] N. Akhmediev, A. Ankiewicz, and M. Taki, « Waves that appear from nowhere and disappear without a trace, » *Phys. Lett. A* **373**, 675–678 (2009).
- [283] X. Gu, L. Xu, M. Kimmel, E. Zeek, P. O Shea, A. P. Shreenath, R. Trebino, and R. S. Windeler, « Frequency-resolved optical gating and single-shot spectral measurements reveal fine structure in microstructure-fiber continuum, » *Opt. Lett.* **27**, 1174–1176 (2002).
-

- [284] P. M. Duffieux, *L'intégrale de Fourier et ses applications à l'optique* (Imprimeries Oberthur, 1946).
 - [285] M. Erkintalo, G. Genty, and J. M. Dudley, « Rogue-wave-like characteristics in femtosecond supercontinuum generation, » *Opt. Lett.* **34**, 2468–2470 (2009).
 - [286] A. Kudlinski, B. Barviau, A. Leray, C. Spriet, L. Hélot, and A. Mussot, « Control of pulse-to-pulse fluctuations in visible supercontinuum, » *Opt. Express* **18**, 27445–27454 (2010).
 - [287] N. Christensen, R. Leonhardt, and J. D. Harvey, « Noise characteristics of cross-phase modulation instability light, » *Opt. Commun.* **101**, 205–212 (1993).
 - [288] J. E. Sharping, J. Chen, X. Li, P. Kumar, and R. S. Windeler, « Quantum-correlated twin photons from microstructure fiber, » *Opt. Express* **12**, 3086–3094 (2004).
 - [289] J. G. Rarity, J. Fulconis, J. Duligall, W. J. Wadsworth, and P. S. J. Russell, « Photonic crystal fiber source of correlated photon pairs, » *Opt. Express* **13**, 534–544 (2005).
 - [290] E. Schmidt, L. Knöll, D. G. Welsch, M. Zielonka, F. König, and A. Sizmann, « Enhanced quantum correlations in bound higher-order solitons, » *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3801–3804 (2000).
 - [291] R. K. Lee, Y. Lai, and Y. S. Kivshar, « Quantum correlations in soliton collisions, » *Phys. Rev. A* **71**, 035801 (2005).
 - [292] P. Béjot, J. Kasparian, E. Salmon, R. Ackermann, N. Gisin, and J. P. Wolf, « Laser noise reduction in air, » *Appl. Phys. Lett.* **88**, 251112 (2006).
 - [293] P. Béjot, J. Kasparian, E. Salmon, R. Ackermann, and J. P. Wolf, « Spectral correlation and noise reduction in laser filaments, » *Appl. Phys. B* **87**, 1–4 (2007).
 - [294] J. L. Rodgers and W. A. Nicewander, « Thirteen ways to look at the correlation coefficient, » *Am. Stat.* **42**, 59–66 (1988).
 - [295] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products* (Academic Press, 1980).
-

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mes directeurs de thèse John Dudley et Laurent Larger sans qui ces travaux n'auraient pu être menés à bien. En particulier, je voudrais les saluer pour leur encadrement, leur aide ainsi que les conseils avisés qu'ils ont su m'apporter au cours de ces trois années. Une pensée toute particulière va ainsi à John qui a été mon principal encadrant et un formidable directeur de thèse avec qui j'ai énormément appris. Je le remercie chaleureusement pour la patience et la confiance qu'il m'a accordées durant cette période. Un remerciement spécial lui est adressé pour son expertise et son recul scientifique, ainsi que sa bonne humeur et son second degré, sans lesquels ces travaux n'auraient sans doute pas la même saveur.

J'adresse bien évidemment mes sincères remerciements aux membres du Jury pour avoir fait le déplacement à Besançon. Je tiens à remercier particulièrement mes rapporteurs Goery Genty et Geraud Bouwmans pour leurs lectures attentives de ce manuscrit et leurs remarques pertinentes. Je voudrais aussi saluer Hervé Maillotte, Président du Jury qui a eu l'occasion de me suivre de près en tant que directeur du Département d'Optique P. M. Duffieux, ainsi que Guy Millot pour sa venue en tant qu'examinateur avisé. Merci à vous tous pour ces riches discussions.

Bien entendu, les travaux présentés dans ce manuscrit sont le fruit de nombreux partenariats académiques et je me dois de saluer mes collaborateurs sur les divers sujets traités au cours de ces travaux. Je pense notamment à nos partenaires de Tampere (Miro Erkin-talo, Goery Genty), de Dijon (Kamal Hammani, Bertrand Kibler, etc.), de Birmingham (Keith Blow, Sergei Turitsyn), de Canberra (Nail Akhmediev) ainsi que les visiteurs de Besançon avec qui j'ai eu l'occasion de travailler pendant quelques mois (Simon Sørensen et Alessio Stefani). Je tenais aussi à mentionner une pensée pour mes encadrants et collaborateurs du Tyndall National Institute (Stephen O'Brien, Andreas Amann, Simon Osborne et David Bitauld) qui m'ont accueilli dans une superbe ambiance à Cork, durant mon Master 2.

D'un point de vue plus général, je souhaiterais adresser mes remerciements aux membres du laboratoire pour leur aide et l'excellente ambiance de travail. J'y inclus bien entendu les personnels administratifs et adresse une pensée toute particulière à mon équipe de tutelle (OPTO) au sein de laquelle j'ai passé les trois dernières années avec grand plaisir. Je voudrais ainsi saluer les nombreuses personnes qui m'ont aidé et/ou avec lesquelles j'ai passé de très bons moments au cours de cette période. Un grand merci à Thibaut, Pierre-Ambroise, Nadège, François, Max, Ludo, Kien, Remo, Yanne, Jean-Marc, Eric, Jean-

Charles, Luca et tous les autres. Je tiens aussi à remercier les thésards, non-permanents, étudiants à qui je souhaite un avenir professionnel et personnel radieux. Merci à vous pour les parties de Shadow-Hunter, de billards, aux soirées et pour le bout de chemin parcouru ensemble. Merci à Birgit, Caro, Clément, Hervé, Anne, Batiste, Romain, Paul-Antoine, Aude, Antonio, Jacques, Ismael, Amaury, Irina, Antoine, Benatou ainsi que tous ceux que j'oublie...

D'un point de vue plus personnel, je voudrais remercier chaleureusement mes amis pour tous les excellents moments passés ensemble. Une pensée particulière va à Mathieu et Antoine avec qui j'ai respectivement partagé bien plus que quelques années de colocs et pour qui les longs discours ne sont pas nécessaires. Mes colocataires furent nombreux au cours de ces années étudiantes et chacun d'entre eux m'a énormément apporté. Merci pour les grands moments passés avec Loïc, Hugues, Alban, Ana-Maria, Barry et Nuria. Un grand merci aussi à Meddy, ami et binome de choc au cours de ces années universitaires. Bien entendu, je n'oublie pas les amis de toujours (ou presque) avec qui je n'ai ni partagé de cuisine, ni de cours à la fac, mais de nombreux fous rires, vacances, sessions ski, apéros, barbecs, fondues, coinches, etc... bref, ce qui fait des amis. Merci (par ordre alphabétique) à Adrien, Alice, Anne, Benj, Benoit, Boris, Clemence, Ju, Lucie M, Lucie N, Matt, Melody, Morgane, Paul, Romain, Samira, Sarah, Steph, Tilman, Toto, Yohan ...

Mes dernières pensées vont bien entendu à ma famille, notamment ma soeur Audrey, et surtout mes parents. Au delà de leur présence et leur soutien permanent, ils n'ont eu de cesse de m'apporter la curiosité, l'ouverture d'esprit et, d'une manière plus générale, les clés qui m'amènent aujourd'hui à écrire ces quelques lignes. Pour cela, et pour tout le reste, les mots me manquent et je ne les remercierai jamais assez.

Annexe A

Liste des abréviations

Pour des raisons de lisibilité, la signification d'une abréviation ou d'un acronyme n'est souvent rappelée qu'à sa première apparition dans le texte du manuscrit. Par ailleurs, puisque nous utilisons généralement l'abréviation la plus usuelle, il est fréquent que ce soit le terme anglais qui soit employé, auquel cas nous présentons une traduction. Nous présenterons alors le terme traduit dans un format italique.

BA	<i>Breather d'Akhmediev</i>	Akhmediev Breather
DCF	<i>Fibre à compensation de dispersion</i>	<i>Dispersion Compensating Fiber</i>
DCM	<i>Déplacement Carré Moyen</i>	Mean Squared Displacement
DSF	Fibre à dispersion décalée	<i>Dispersion Shifted Fiber</i>
DW	Onde dispersive	<i>Dispersive Wave</i>
EDFA	Amplificateur fibré dopé Erbium	<i>Erbium Doped Fiber Amplifier</i>
ESNL	<i>Équation de Schrödinger Non-Linéaire</i>	Nonlinear Schrödinger Equation
FROG	Autocorrélation résolue en fréquence	<i>Frequency Resolved Optical Gating</i>
FWHM	Largeur totale à mi-hauteur	<i>Full Width at Half Maximum</i>
FWM	Mélange à quatre ondes	<i>Four-Wave Mixing</i>
GVD	Dispersion de la vitesse de groupe	<i>Group Velocity Dispersion</i>
HNLF	Fibres hautement non-linéaire	<i>Highly NonLinear Fiber</i>
IM	<i>Instabilité de Modulation</i>	Modulation Instability
KM	<i>Kuznetsov-Ma, Soliton de</i>	Kuznetsov-Ma (soliton)
LP	Polarisation rectiligne	<i>Linearly Polarized</i>
MI	<i>Modulateur d'Intensité</i>	Intensity Modulator
MMF	Fibre multimode	<i>MultiMode Fiber</i>
MP	<i>Modulateur de Phase</i>	Phase Modulator
OSA	Analyseur de spectre optique	<i>Optical Spectrum Analyser</i>
OSO	Oscilloscope à échantillonnage optique	<i>Optical Sampling Oscilloscope</i>
PBG	Bande interdite photonique	<i>Photonic Band Gap</i>
PCF	Fibre à cristaux photoniques	<i>Photonic Cristal Fiber</i>
PMF	Fibre à maintien de polarisation	<i>Polarization Maintaining Fiber</i>
RS	Soliton Raman	<i>Raman Soliton</i>
SBS	Diffusion Brillouin stimulée	<i>Stimulated Brillouin Scattering</i>
SC	Supercontinuum	<i>SuperContinuum</i>

SFC	<i>Soliton sur (un) Fond Continu</i>	Soliton on Finite Background
SMF	Fibre monomode	<i>Single Mode Fiber</i>
SP	<i>Soliton de Peregrine</i>	Peregrine Soliton
SPM	Automodulation de phase	<i>Self Phase Modulation</i>
SRS	Diffusion Raman stimulée	<i>Stimulated Raman Scattering</i>
SSFS	Auto-décalage en fréquence du soliton	<i>Soliton Self-Frequency Shift</i>
SWH	Hauteur significative	<i>Significative Wave Height</i>
TF-ETD	<i>Transformée de Fourier</i> <i>par Étirage Temporel Dispersif</i>	Time Stretch Dispersive Fourier Transform
THG	Génération de troisième harmonique	<i>Third Harmonic Generation</i>
TIR	Réflexion totale interne	<i>Total Internal Reflection</i>
TOD	Dispersion du troisième ordre	<i>Third Order Dispersion</i>
TWM	Mélange à trois ondes	<i>Three-Wave Mixing</i>
XOR	OU exclusif	<i>eXclusive OR</i>
XPM	Modulation de phase croisée (ou Intermodulation de phase)	<i>Cross Phase Modulation</i>
ZDW	Longueur d'onde de dispersion nulle	<i>Zero Dispersion Wavelength</i>

Annexe B

Calculs analytiques

Dans cette partie, nous détaillons de manière explicite certains calculs analytiques utilisés au cours de ce manuscrit.

B.1 Approximation du breather d'Akhmediev loin de son point de compression maximale

En reprenant l'équation généralisée du breather d'Akhmediev, nous avons :

$$A(z', T) = \sqrt{P_0} \left[\frac{(1 - 4a) \cosh(bz') + ib \sinh(bz') + \sqrt{2a} \cos(\omega_{mod} T)}{\sqrt{2a} \cos(\omega_{mod} T) - \cosh(bz')} \right] e^{iz'} \quad (\text{B.1})$$

Lorsque l'on se place suffisamment loin du maximum de compression tel que $|z| \rightarrow \pm\infty$, on peut conserver uniquement le terme dominant des fonctions trigonométriques hyperboliques :

$$\cosh(bz') \approx e^{b|z'|}/2 \quad (\text{B.2})$$

$$\sinh(bz') \approx \pm e^{b|z'|}/2 \quad (\text{B.3})$$

où les signes + et - correspondent respectivement à $z' = \infty$ and $z' = -\infty$. Ainsi, en factorisant l'Eq. (B.1) par $e^{b|z'|}$, la solution peut s'écrire :

$$AB(z' \rightarrow \pm\infty, T) \approx \sqrt{P_0} \left[\frac{(1 - 4a) \mp ib - 2\sqrt{2a}e^{b|z'|} \cos(\omega_{mod} T)}{1 - 2\sqrt{2a}e^{b|z'|} \cos(\omega_{mod} T)} \right] e^{iz'}, \quad (\text{B.4})$$

Par une expansion en série de Taylor, et en négligeant les termes d'ordres supérieurs, on obtient :

$$AB(z' \rightarrow \pm\infty, T) \approx \sqrt{P_0} \left[(4a - 1) \mp ib + (4a - 2 \mp ib) 2\sqrt{2a}e^{-b|z'|} \cos(\omega_{mod} T) \right] e^{iz'}. \quad (\text{B.5})$$

Ainsi, après simplification, la solution du breather d'Akhmediev peut s'écrire :

$$AB(z' \rightarrow \pm\infty, T) \approx \sqrt{P_0} \left[1 + 2be^{-b|z'|} e^{\mp i \tan^{-1}(\frac{b}{2-4a})} \cos(\omega_{mod} T) \right] e^{\mp i \tan^{-1}(\frac{b}{4a-1})} e^{i(z')} \quad (\text{B.6})$$

En négligeant le terme de phase s'appliquant de manière égale à tous les termes, nous retrouvons une expression simple :

$$AB(z' \rightarrow \pm\infty, T) \approx \sqrt{P_0} [1 + 2be^{-b|z'|} e^{-i\psi_{\pm}} \cos(\omega_{mod}T)] \quad (B.7)$$

où le déphasage relatif entre la composante continue et la composante de modulation est donnée par $\psi_{\pm} = \pm \tan^{-1}(b/(2 - 4a))$.

B.2 Comparaison du formalisme du breather d'Akhmediev avec la méthode du mélange à quatre ondes dégénéré

La connexion entre la théorie des breathers d'Akhmediev et le mélange à quatre ondes dégénéré dans l'approximation d'une pompe non dépletée (TW - *Truncated Wave*) peut être obtenue en considérant un processus de mélange à quatre ondes dégénéré entre une pompe et les bandes latérales d'un champ initial modulé [98, 99]. L'évolution dynamique du signal est alors résolu en utilisant un champ à 3 fréquences donné par l'Eq. (B.8) comme conditions initiales de l'ESNL :

$$A(z, T) = a_0(z) + a_1(z)e^{-j\omega_{mod}T} + a_2(z)e^{+j\omega_{mod}T} \quad (B.8)$$

où représente ω_{mod} la pulsation propre de la modulation appliquée et a_0 , a_1 , et a_2 représentent respectivement les amplitudes complexes des composantes fréquentielles de la pompe, de l'onde Stokes et de l'onde anti-Stokes. En séparant les termes de fréquences différentes, on obtient trois équations différentielles couplées qui, dans l'approximation d'une pompe non dépletée (soit $|a_1|^2, |a_2|^2 \ll |a_0|^2$), peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$j \frac{da_0}{dz} + \gamma |a_0|^2 a_0 = 0 \quad (B.9)$$

$$j \frac{da_1}{dz} + \frac{\beta_2}{2} \omega_{mod}^2 a_1 + 2\gamma |a_0|^2 a_1 + \gamma a_0^2 a_2^* = 0 \quad (B.10)$$

$$j \frac{da_2}{dz} + \frac{\beta_2}{2} \omega_{mod}^2 a_2 + 2\gamma |a_0|^2 a_2 + \gamma a_0^2 a_1^* = 0 \quad (B.11)$$

En réécrivant les amplitudes complexes $a_i(z) = b_i(z)e^{j\phi_i(z)}$ avec $\phi_i \in R \forall z$, on trouve que l'évolution de l'amplitude complexe de l'onde Stokes est gouvernée par :

$$\frac{db_1}{dt} + j \frac{d\phi}{dz} b_1 = j \left(\frac{\beta_2}{2} \omega_{mod}^2 + 2\gamma |a_0|^2 \right) b_1 + j\gamma b_0^2 b_2 e^{j(2\phi_0 - \phi_2 - \phi_1)}. \quad (B.12)$$

En introduisant le désaccord de phase linéaire entre la pompe et les bandes latérales $\theta = 2\phi_0 - \phi_2 - \phi_1$, on peut obtenir l'évolution de l'amplitude et du désaccord de phase en

séparant les parties réelle et imaginaire :

$$\frac{db_1}{dz} = -\gamma b_0^2 b_2 \sin(\theta) \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{d\phi_1}{dz} = \kappa + \gamma \frac{b_0^2 b_2}{b_1} \cos(\theta), \quad (\text{B.14})$$

Dans ce cas, $\kappa = \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + 2\gamma|a_0|^2$ représente le gain de l'instabilité de modulation sous sa forme dimensionnelle. D'une manière équivalente, l'évolution de l'onde anti-Stokes peut être obtenue en interchangeant les indices $1 \leftrightarrow 2$.

En prenant en compte la variation de phase de la pompe due au phénomène d'auto-modulation de phase telle que

$$\frac{d\phi_0}{dz} = \gamma b_0^2 \quad (\text{B.15})$$

et en remplaçant $b_i = \sqrt{P_i}$, l'évolution de la puissance et du désaccord de phase des ondes Stokes et anti-Stokes est donnée par :

$$\frac{dP_1}{dz} = \frac{dP_2}{dz} = -2\gamma P_0 \sqrt{P_1 P_2} \sin(\theta) \quad (\text{B.16})$$

$$\frac{d\theta}{dz} = |\beta_2| \omega_{mod}^2 - 2\gamma P_0 - \gamma \frac{P_0}{\sqrt{P_1 P_2}} (P_1 + P_2) \cos(\theta) \quad (\text{B.17})$$

dans le cas où l'on considère un régime de dispersion anormale tel que $\text{sgn}(\beta_2) = -1$. En supposant que le processus de mélange à quatre ondes est initié par une modulation cosinusoidale, les puissances des bandes Stokes et anti-Stokes sont égales tel que $P_1 = P_2$ et on peut alors réduire les équations d'évolution sous la forme suivante :

$$\frac{dP_1}{dz} = \frac{dP_2}{dz} = -2\gamma P_0 P_1 \sin(\theta) \quad (\text{B.18})$$

$$\frac{d\theta}{dz} = |\beta_2| \omega_{mod}^2 - 2\gamma P_0 - 2\gamma P_0 \cos(\theta) \quad (\text{B.19})$$

A partir de l'Eq. (B.19), on peut voir que le déphasage initial entre la pompe et les bandes latérales θ est obtenu pour $d\theta/dz = 0$ tel que

$$\theta = \pm \cos^{-1} \left(\frac{|\beta_2| \omega_{mod}^2 - 2\gamma P_0}{2\gamma P_0} \right). \quad (\text{B.20})$$

Cette valeur de déphasage provient du fait que pour les points fixes où $d\theta/dz = 0$, la valeur du déphasage reste constante au cours de la propagation (tant que l'approximation d'une pompe non dépletée est valide) et les bandes latérales de modulation subiront alors une amplification (ou une déplétion selon le signe de θ) avec un gain exponentiel constant. En remplaçant ω_{mod} sous sa forme normalisée avec le paramètre a tel que $\omega_{mod}^2 = 4\gamma P_0(1-2a)/|\beta_2|$, nous pouvons réécrire la condition d'accord de phase pour une évolution à déphasage constant :

$$\theta_{\pm} = \pm \cos^{-1} (1 - 4a) \quad (\text{B.21})$$

auquel cas $+$ et $-$ correspondent à $z = \pm\infty$. La condition de déphasage donnée par l'Eq. (B.21) est précisément égale à la différence de phase entre la pompe et les premiers

modes de Fourier (fréquence de modulation fondamentale) telle qu'elle est obtenue par une expansion en série de Taylor des breathers d'Akhmediev à $\pm\infty$: $A(z' \rightarrow \pm\infty, T) = \sqrt{P_0} \left[1 + 2be^{-j\psi_{\pm}} e^{-b|z'|} \cos(\omega_{mod}T) \right]$ avec

$$\psi_{\pm} = \pm \tan^{-1} \left(\frac{b}{2-4a} \right) = \pm \frac{1}{2} \cos^{-1} (1-4a) = \frac{1}{2} \theta_{\pm}, \quad (\text{B.22})$$

auquel cas $+$ et $-$ correspondent au breather d'Akhmediev obtenu analytiquement à $+\infty$ et $-\infty$ respectivement. Ainsi, on voit clairement que lorsque l'on se situe suffisamment loin du point de compression maximale, l'évolution du breather d'Akhmediev peut être interprétée comme un mélange à quatre ondes dégénéré avec un désaccord de phase constant.

B.3 Calcul de l'évolution analytique du spectre des breathers d'Akhmediev

En reprenant l'équation du breather d'Akhmediev donnée par l'Eq. (4.19) sous sa forme adimensionnelle et en posant $p = \sqrt{2(1-2a)}$, la solution prend alors la forme suivante pour $0 < a < 1/2$:

$$\psi(\xi, \tau) = \left[\frac{(1-4a) \cosh(b\xi) + ib \sinh(b\xi) + \sqrt{2a} \cos(\omega\tau)}{\sqrt{2a} \cos(\omega\tau) - \cosh(b\xi)} \right] e^{i\xi} \quad (\text{B.23})$$

Puisque la fréquence de modulation s'écrit $\omega = 2p$, on retrouve alors l'expression de la période de modulation telle que $\Delta\tau = 2\pi/(2p) = \pi/p$. Comme $0 < \sqrt{2a} < 1$, le dénominateur est toujours positif et on ne retrouve aucune singularité dans l'Eq. (B.23). Afin d'étudier les propriétés spectrales des breathers d'Akhmediev, on s'intéresse aux deux intégrales suivantes :

$$\widetilde{\psi}_0(\xi) = \frac{1}{\Delta\tau} \int_0^{\Delta\tau} \psi(\xi, \tau) d\tau \quad (\text{B.24})$$

$$\widetilde{\psi}_n(\xi) = \frac{1}{\Delta\tau} \int_0^{\Delta\tau} \psi(\xi, \tau) e^{in2p\tau} d\tau \quad (\text{B.25})$$

Celles-ci représentent une forme particulière d'une transformée de Fourier discrète d'une fonction périodique complexe qui n'est ni paire ni impaire selon τ . L'Eq. (B.23) peut aussi se réécrire dans la forme suivante :

$$\psi(\xi, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{p^2 \cosh(b\xi) + ib \sinh(b\xi)}{\sqrt{2a} \cos(2p\tau) - \cosh(b\xi)} \right] \exp(i\xi) \quad (\text{B.26})$$

Étant donné que les autres parties sont triviales, on s'intéresse plus particulièrement à l'intégrale suivante :

$$I = \int_0^{\Delta\tau} \frac{e^{in2p\tau}}{\sqrt{2a} \cos(2p\tau) - \cosh(bz)} d\tau \quad (\text{B.27})$$

En posant $y = 2p\tau$, on obtient :

$$I = \frac{1}{2p\sqrt{2a}} \int_0^{2\pi} \frac{e^{iny} dy}{\cos(y) - A} \quad (\text{B.28})$$

avec $A = \cosh(b\xi)/\sqrt{2a}$ qui est toujours strictement supérieur à 1. Ainsi, on pose $Z = e^{iy}$ tel que :

$$I = \frac{1}{ip\sqrt{2a}} \int_C \frac{Z^n dZ}{Z(Z + \frac{1}{Z} - 2A)} = \frac{1}{ip\sqrt{2a}} \int_C \frac{Z^n dZ}{Z^2 - 2AZ + 1} \quad (\text{B.29})$$

$$= \frac{1}{ip\sqrt{2a}} \int_C \frac{Z^n dZ}{(Z - Z_1)(Z - Z_2)} \quad (\text{B.30})$$

Dans ce cas, C est un contour de la forme d'un cercle unitaire autour du point zéro, et les racines du binôme au dénominateur sont alors :

$$Z_{1,2} = A \pm \sqrt{A^2 - 1} \quad (\text{B.31})$$

Puisque $Z_1 Z_2 = 1$, une des racines $Z_1 = A - \sqrt{A^2 - 1}$ se situe à l'intérieur du cercle unitaire alors que l'autre racine se trouve à l'extérieur de ce même cercle. En appliquant le théorème des résidus à l'intégrale, nous trouvons :

$$I = \frac{2\pi}{p\sqrt{2a}} \frac{Z_1^n}{Z_1 - Z_2} = \frac{2\pi}{p\sqrt{2a}} \frac{(A - \sqrt{A^2 - 1})^n}{2\sqrt{A^2 - 1}} \quad (\text{B.32})$$

$$= \frac{2\pi}{p(\sqrt{2a})^n} \frac{(\cosh(bz) - \sqrt{\cosh^2(bz) - 2a})^n}{2\sqrt{\cosh^2(bz) - 2a}}. \quad (\text{B.33})$$

Ainsi, on obtient finalement l'amplitude spectrale complexe de la pompe $\widetilde{\psi}_0$ et des bandes latérales d'ordre n avec $\widetilde{\psi}_n$:

$$\widetilde{\psi}_0(\xi) = \frac{e^{i\xi}}{\sqrt{2}} \left[1 - \frac{p^2 \cosh(b\xi) + ib \sinh(b\xi)}{\sqrt{\cosh^2(b\xi) - 2a}} \right] \quad (\text{B.34})$$

$$\widetilde{\psi}_n(\xi) = \frac{e^{i\xi}}{\sqrt{2}} \frac{(p^2 \cosh(b\xi) + ib \sinh(b\xi))}{\sqrt{\cosh^2(b\xi) - 2a}} \left[\frac{\cosh(b\xi) - \sqrt{\cosh^2(b\xi) - 2a}}{\sqrt{2a}} \right]^n \quad (\text{B.35})$$

Ces résultats sont des expressions théoriques valables pour une valeur arbitraire de fréquence de modulation $0 < a < 0.5$ permettant d'étudier l'évolution des dynamiques spectrales de l'onde pompe et des harmoniques de modulation associés avec le processus d'instabilité de modulation. Contrairement aux résultats présentés dans la littérature relative au mélange à quatre ondes dégénéré [96, 246], ces équations impliquent de manière implicite un nombre infini de bandes latérales n et ne suppose pas une onde pompe non dépletée.

B.4 Calcul du spectre analytique du soliton de KM

En utilisant l'extension du formalisme du breather d'Akhmediev dans sa forme adimensionnelle, la solution du soliton de KM valable pour $0.5 < a < \infty$ est la suivante :

$$\psi(\xi, \tau) = \left[1 + \frac{2(1-2a) \cos(B\xi) + iB \sin(B\xi)}{\sqrt{2a} \cosh(\tau/\Delta\tau) - \cos(B\xi)} \right] \exp(i\xi) \quad (\text{B.36})$$

Dans ce cadre, les arguments B et $\Delta\tau$ sont réels tels que :

$$b = i\sqrt{8a(2a-1)} = iB \quad (\text{B.37})$$

$$\omega = i2\sqrt{(2a-1)} = i\Delta\tau^{-1} \quad (\text{B.38})$$

Spectre du point de compression maximale du soliton de KM

En considérant le soliton de KM à son point de compression maximale, nous avons :

$$\psi_{max}(\tau) = \left[1 + \frac{2(1-2a)}{\sqrt{2a} \cosh(\tau/\Delta\tau) - 1} \right] \quad (\text{B.39})$$

A partir de l'Eq. (B.39), on peut calculer la transformée de Fourier telle que la solution dans le domaine fréquentiel s'écrit :

$$\tilde{\psi}_{max}(\nu) = \delta(0) + g(\nu) \quad (\text{B.40})$$

Dans ce cas, on a :

$$g(\nu) = TF[g(\tau)] = TF \left[\frac{2(1-2a)}{\sqrt{2a} \cosh(\tau/\Delta\tau) - 1} \right] \quad (\text{B.41})$$

Comme $g(\tau)$ est une fonction paire, nous avons :

$$g(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi\nu\tau) \frac{2(1-2a)}{\sqrt{2a} \cosh(\tau/\Delta\tau) - 1} d\tau \quad (\text{B.42})$$

$$= 2(1-2a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(2\pi\nu\tau)}{\sqrt{2a} \cosh(\tau/\Delta\tau) - 1} d\tau \quad (\text{B.43})$$

En utilisant la formule 3.983(b) du livre de Gradshteyn et Ryzhik [295], on obtient pour $\nu > 0$:

$$g'(\nu) = \int_0^{\infty} \frac{\cos(2\pi\nu\tau)}{\sqrt{2a} \cosh(\tau/\Delta\tau) - 1} d\tau \quad (\text{B.44})$$

$$= \frac{\pi\Delta\tau}{\sqrt{2a-1}} \frac{\sinh \left[2\pi\nu\Delta\tau \arccos \left(-1/\sqrt{2a} \right) \right]}{\sinh \left[2\pi^2 f \Delta\tau \right]} \quad (\text{B.45})$$

Étant donnée que $g(\tau)$ est une fonction symétrique, on a alors :

$$g(\nu) = 4(1 - 2a)g'(\nu) \quad (\text{B.46})$$

$$= 4(1 - 2a) \frac{\pi \Delta \tau}{\sqrt{2a - 1}} \frac{\sinh \left[2\pi \nu \Delta \tau \arccos \left(-1/\sqrt{2a} \right) \right]}{\sinh \left[2\pi^2 \nu \Delta \tau \right]} \quad (\text{B.47})$$

En remplaçant $2\sqrt{(2a - 1)} = \Delta \tau^{-1}$, nous obtenons après simplification :

$$g(\nu) = -2\pi \frac{\sinh \left[\frac{\pi \nu}{\sqrt{2a - 1}} \arccos \left(-1/\sqrt{2a} \right) \right]}{\sinh \left[\frac{\pi^2 \nu}{\sqrt{2a - 1}} \right]} \quad (\text{B.48})$$

Ainsi, le spectre adimensionnel au maximum de compression est donné par :

$$\tilde{\psi}_{max}(\nu) = \delta(0) - 2\pi \frac{\sinh \left[\frac{2\pi \nu}{\sqrt{2a - 1}} \arccos \left(-\frac{1}{\sqrt{2a}} \right) \right]}{\sinh \left[\frac{\pi^2 \nu}{\sqrt{2a - 1}} \right]} \quad (\text{B.49})$$

Spectre du point de compression minimale du soliton de KM

Nous considérons cette fois le soliton de KM à son point de compression minimale, tel que :

$$\psi_{min}(\tau) = \left[1 + \frac{2(2a - 1)}{\sqrt{2a} \cosh(\tau/\Delta \tau) + 1} \right] \quad (\text{B.50})$$

A partir de l'Eq. (B.50), on peut calculer la transformée de Fourier de la solution :

$$\tilde{\psi}_{min}(\nu) = \delta(0) + l(\nu) \quad (\text{B.51})$$

Auquel cas, nous avons :

$$l(\nu) = TF[l(\tau)] = TF \left[\frac{2(2a - 1)}{\sqrt{2a} \cosh(\tau/\Delta \tau) + 1} \right] \quad (\text{B.52})$$

De manière similaire, $l(\tau)$ est une fonction paire telle que :

$$l(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi \nu \tau) \frac{2(2a - 1)}{\sqrt{2a} \cosh(\tau/\Delta \tau) + 1} d\tau \quad (\text{B.53})$$

$$= 2(2a - 1) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(2\pi \nu \tau)}{\sqrt{2a} \cosh(\tau/\Delta \tau) + 1} d\tau \quad (\text{B.54})$$

L'intégration obtenue pour $\nu > 0$ est alors [295] :

$$l'(\nu) = \int_0^{\infty} \frac{\cos(2\pi\nu\tau)}{\sqrt{2a} \cosh(\tau/\Delta\tau) + 1} d\tau d\tau \quad (\text{B.55})$$

$$= \frac{\pi\Delta\tau}{\sqrt{2a}-1} \frac{\sinh\left[2\pi\nu\Delta\tau \arccos\left(1/\sqrt{2a}\right)\right]}{\sinh[2\pi^2\nu\Delta\tau]} \quad (\text{B.56})$$

Étant donné la symétrie de $l(\tau)$, on a :

$$l(\nu) = 4(2a-1)l'(\nu) \quad (\text{B.57})$$

$$= 4(2a-1) \frac{\pi\Delta\tau}{\sqrt{2a}-1} \frac{\sinh\left[2\pi\nu\Delta\tau \arccos\left(1/\sqrt{2a}\right)\right]}{\sinh[2\pi^2\nu\Delta\tau]} \quad (\text{B.58})$$

Après simplification, on obtient :

$$l(\nu) = 2\pi \frac{\sinh\left[\frac{\pi\nu}{\sqrt{2a}-1} \arccos\left(1/\sqrt{2a}\right)\right]}{\sinh\left[\frac{\pi^2\nu}{\sqrt{2a}-1}\right]} \quad (\text{B.59})$$

Le spectre final au point de compression minimale est donc :

$$\tilde{\psi}_{min}(\nu) = \delta(0) + 2\pi \frac{\sinh\left[\frac{2\pi\nu}{\sqrt{2a}-1} \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{2a}}\right)\right]}{\sinh\left[\frac{\pi^2\nu}{\sqrt{2a}-1}\right]} \quad (\text{B.60})$$

Annexe C

Liste des publications

1. R. Maher, P. M. Anandarajah, L.P. Barry, B. Wetzel, J. M. Dudley, “*High repetition rate pulse train generation at GHz repetition rates from nonlinear breather reshaping in standard single mode fibre,*” Proceedings of SPIE, Vol. **7728**, pp. 772805 (2010)
 2. M. Erkintalo, G. Genty, B. Wetzel, J. M. Dudley, “*Limitations of linear Raman gain approximation in modeling broadband nonlinear propagation in optical fibers,*” Optics Express, Vol. **18**, Issue 24, pp. 25449-25460 (2010)
 3. B. Kibler, M. Erkintalo, J. Fatome, C. Finot, K. Hammani, G. Millot, F. Dias, G. Genty, M. Erkintalo, N. Akhmediev, B. Wetzel, J. M. Dudley, “*Rediscovered dynamics of nonlinear fiber optics - from breathers to extreme localization,*” Proceedings of SPIE, Vol. **7917**, pp. 79170W (2011)
 4. M. Erkintalo, G. Genty, B. Wetzel, J. M. Dudley, “*Failure and limitations of linear Raman gain approximation for fiber supercontinuum generation modeling,*” Proceedings of SPIE, Vol. **7917**, 791710 (2011)
 5. M. Erkintalo, G. Genty, B. Wetzel, J. M. Dudley, “*Akhmediev breather evolution in optical fiber for realistic initial conditions,*” Physics Letters A, Vol. **375**, Issue 19, pp. 2029-2034 (2011)
 6. B. Wetzel, M. Erkintalo, G. Genty, F. Dias, K. Hammani, B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, N. Akhmediev, J. M. Dudley, “*Analytical studies of modulation instability and nonlinear compression dynamics in optical fiber propagation,*” Proceedings of SPIE, Vol. **8073**, pp. 80732N (2011)
 7. B. Wetzel, J. M. Dudley, M. Erkintalo, G. Genty, K. Hammani, B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, F. Dias, N. Akhmediev, “*New analysis of an old instability,*” SPIE Newsroom - Optoelectronics & Communications (2011)
 8. K. Hammani, B. Wetzel, B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, N. Akhmediev, J. M. Dudley, “*Spectral dynamics of modulation instability described using Akhmediev breather theory,*” Optics Letters, Vol. **36**, Issue 11, pp. 2140-2142 (2011)
-

9. P. Heinrich, B. Wetzol, S. O'Brien, A. Amann and S. Osborne, "*Bistability in an injection locked two color laser with dual injection*," Applied Physics Letters, Vol. **99**, Issue 1, pp. 011104 (2011)
 10. G. Genty, M. Erkintalo, B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, K. Hammani, G. Millot, F. Dias N. Akhmediev, B. Wetzol, J. M. Dudley, "*Optical rogue waves and localized structures in nonlinear fiber optics*," General Assembly and Scientific Symposium of the International Union of Radio Science, XXXth URSI, pp. 1-4 (2011)
 11. B. Kibler, K. Hammani, J. Fatome, G. Millot, C. Finot, G. Genty, M. Erkintalo, B. Wetzol, F. Dias, N. Akhmediev, J. M. Dudley, "*The Peregrine Soliton Observed At Last*," OPN Special Issue : Optics in 2011 (2011)
 12. S. T. Sørensen, O. Bang, B. Wetzol, J. M. Dudley, "*Describing supercontinuum noise and rogue wave statistics using higher-order moments*," Optics Communications, Vol. **285**, Issue 9, pp. 2451-2455 (2012)
 13. B. Wetzol, K. J. Blow, S. K. Turitsyn, G. Millot, L. Larger, J. M. Dudley, "*Random walks and random numbers from supercontinuum generation*," Optics Express, Vol. **20**, Issue 10, pp. 11143-11152 (2012)
 14. B. Kibler, J. Fatome, C. Finot, G. Millot, G. Genty, B. Wetzol, N. Akhmediev, F. Dias, J. M. Dudley, "*Observation of Kuznetsov-Ma soliton dynamics in optical fibre*," Scientific Reports, Vol. **2**, pp. 463 (2012)
 15. B. Wetzol, A. Stefani, L. Larger, P. A. Lacourt, J. M. Merolla, T. Sylvestre, A. Kudlinski, A. Mussot, G. Genty, F. Dias, J. M. Dudley, "*Full bandwidth real-time measurements of noise in optical supercontinuum generation*," Scientific Reports, Vol. **2**, pp. 882 (2012)
-

Résumé :

Ces travaux de thèse rapportent l'étude des instabilités non-linéaires et des événements extrêmes se développant lors de la propagation guidée d'un champ électromagnétique au sein de fibres optiques. Après un succinct rappel des divers processus linéaires et non-linéaires menant à la génération de supercontinuum optique, nous montrons que le spectre de celui-ci peut présenter de larges fluctuations, incluant la formation d'événements extrêmes, dont les propriétés statistiques et l'analogie avec les vagues scélérates hydrodynamiques sont abordées en détail. Nous présentons une preuve de principe de l'application de ces fluctuations spectrales à la génération de nombres et de marches aléatoires et identifions le phénomène d'instabilité de modulation, ayant lieu lors de la phase initiale d'expansion spectrale du supercontinuum, comme principale contribution à la formation d'événements extrêmes. Ce mécanisme est étudié numériquement et analytiquement, en considérant une catégorie de solutions exactes de l'équation de Schrödinger non-linéaire présentant des caractéristiques de localisations singulières. Les résultats obtenus sont vérifiés expérimentalement, notamment grâce à un système de caractérisation spectrale en temps réel et à l'utilisation conjointe de métriques statistiques innovantes (ex : cartographie de corrélations spectrales). L'excellent accord entre simulations et expériences a permis de valider les prédictions théoriques et d'accéder à une meilleure compréhension des dynamiques complexes inhérentes à la propagation non-linéaire d'impulsions optiques.

Mots-Clés : *Optique non-linéaire ultra-rapide, Optique fibrée, Génération de supercontinuum, Instabilité de modulation, Équation de Schrödinger non-linéaire, Solitons, Événements extrêmes, Caractérisation d'impulsion optique, Spectroscopie temps-réel, Processus aléatoires.*

Abstract :

This thesis reports the study of nonlinear instabilities and extreme events occurring during the guided propagation of an electromagnetic field into optical fibers. After a short overview of the various linear and nonlinear processes leading to optical supercontinuum generation, we show that its spectrum can exhibit large fluctuations, including the formation of extreme events, whose statistical properties as well as hydrodynamic rogue waves analogy are studied in detail. We provide a proof of principle of using these spectral fluctuations for random number and random walk generation and identify modulation instability, associated with the onset phase of supercontinuum spectral broadening, as the main phenomenon leading to extreme event formation. This mechanism is studied both numerically and analytically, considering a class of exact solutions of nonlinear Schrödinger equation which exhibit singular localization characteristics. The results are experimentally verified, especially through a real-time spectral characterization system along with the use of innovative statistical metrics (e.g. spectral correlation maps). The excellent agreement between simulations and experiments allowed us to validate the theoretical predictions and get further insight into the complex dynamics associated to nonlinear optical pulse propagation.

Keywords : *Ultrafast nonlinear optics, Fiber optics, Supercontinuum generation, Modulation instability, Nonlinear Schrödinger equation, , Solitons, Extreme events, Optical pulse characterization, Real-time spectroscopy, Random processes.*

