AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

Ecole Doctorale Energie Mécanique MAtériaux

Modélisation numérique du procédé de planage des bandes minces

THÈSE

pour l'obtention du grade de

Docteur de l'Université Paul Verlaine de Metz

Discipline : **Science des matériaux**

Spécialité : **Mécanique des matériaux**

présentée et soutenue publiquement le 5 décembre 2011

par

Norman Mathieu

Composition du jury

Pr. Jean-Louis Batoz	UTC, Compiègne	Président
Pr. Ali Limam	LGCIE, Lyon	Rapporteur
Pr. Jean-Philippe Ponthot	LTAS-MN²L, Liège	Rapporteur
M. Régis Dimitriou	Constellium, Voreppe	Examinateur
M. Tété Dossah	ArcelorMittal, Maizières-Lès-Metz	Examinateur
Pr. Karam Sab	UR Navier, Paris-Est	Invité
Pr. Michel Potier-Ferry	LEM3, Metz	Directeur de thèse
Pr. Hamid Zahrouni	LEM3, Metz	Co-directeur de thèse

Laboratoire d'Etude des Microstructures et de Mécanique des Matériaux - UMR CNRS 7239
UPV-M, Ile du Saulcy, 57045 Metz Cedex 01, France

Remerciements

Les travaux de thèse présentés dans ce mémoire ont été menés au *Laboratoire d'Etude des Microstructures et de Mécanique des Matériaux* de l'Université Paul Verlaine de Metz (anciennement *Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux*) sous la direction des professeurs Michel Potier-Ferry et Hamid Zahrouni. Je tiens à les remercier sincèrement pour leur encadrement et toutes les connaissances qu'ils m'ont transmises durant ces trois années.

J'exprime ensuite ma vive reconnaissance à Régis Dimitirou du Centre de Recherches de Voreppe de *Constellium* (anciennement *Alcan*, qui a financé cette thèse). Tu m'as permis de me familiariser avec le procédé industriel de planage en particulier, mais aussi avec le processus global de fabrication des bandes minces. Merci également pour tous les conseils prodigués et ta disponibilité.

Je remercie Anthony Parrico et Tété Dossah de *ArcelorMittal Research* qui ont participé activement au bon déroulement de ces travaux en amenant leur expertise industrielle.

J'exprime ma profonde gratitude aux membres du jury de la thèse : les professeurs Ali Limam et Jean-Philippe Ponthot qui ont rapporté mon travail, le professeur Jean-Louis Batoz qui m'a fait l'honneur de présider le jury de la soutenance ainsi que le professeur Karam Sab en tant qu'examinateur, qui m'a formé et donné le goût de la recherche durant mon stage de *Master Recherche*.

Je remercie enfin chaleureusement tous mes collègues du LEM3 pour leur soutien et les bons moments partagés au laboratoire. Merci en particulier à Hakim, Arnaud et Fabien (pour les débats sportifs de comptoir), Sébastien, Marion, Mahdia, Mohammad, Yannick et Cyprien (en particulier pour les conseils et l'aide apportés dans la dernière ligne droite).

Table des matières

Remerciements i

Table des matières iii

Liste des figures vii

Liste des tableaux xv

Introduction **1**

1 Etude bibliographique du procédé de planage **5**

1 Production des bandes minces d'aluminium 5

1.1 L'aluminium : du minerai au métal 5

1.2 Le laminage : du métal à la bande mince 7

2 Problématiques de planéité après le laminage 9

2.1 Génération des défauts 9

2.2 Mesure et caractérisation de la planéité 14

3 Le procédé de planage 20

3.1 Principe du planage 20

3.2 Technologies et outils 27

4 Revue de la littérature 37

4.1 Etude expérimentale 37

4.2 Modélisation (semi-)analytique 38

4.3 Simulation numérique 42

5 Conclusion 46

2 Modélisation analytique du planage multi-rouleaux **47**

1 Contraintes et déformations dans l'épaisseur 47

2 Courbure résiduelle 51

3 Notion de conformité 53

4 Application pratique à une planeuse multi-rouleaux 56

5 Comparaison avec la littérature 61

6 Conclusion 63

3 Modélisation numérique et application à la configuration du *bloc en S* **65**

1 Choix de modélisation 65

1.1 Discrétisation de la bande 65

1.2 Rouleaux de la planeuse 66

1.3 Formulations du logiciel *Abaqus* 67

1.4 Intégration numérique dans le plan et dans l'épaisseur de la tôle 70

1.5 Comportement du matériau 75

1.6 Contact bande / rouleau 77

1.7 Défilement de la bande 80

2 Application des choix au *bloc en S* 81

2.1 Vérification de la relation d'Euler pour la poulie 82

2.2 Etude du contact 84

2.3 *Abaqus/Standard* ou *Abaqus/Explicit* 86

3 Conclusion 106

4 Simulation d'une planeuse sous traction pure **109**

1 Détails du modèle *Eléments Finis* 110

1.1 Degré d'interpolation de l'élément coque 112

1.2 Rotations des rouleaux 114

1.3 Type de contact normal 117

1.4 Tolérance de glissement 119

1.5 Ajout d'une étape intermédiaire . . . 121
1.6 Taille longitudinale des éléments coques . . . 124
1.7 Augmentation des tractions amont et aval . . . 126
1.8 Comportement élasto-plastique de l'aluminium . . . 127
2 Résultats de la simulation . . . 131
3 Amélioration de la planéité d'une bande avec un défaut initial . . . 138
3.1 Correction d'un défaut initial manifeste . . . 138
3.2 Correction d'un défaut initial latent . . . 140
4 Conclusion . . . 143

5 Chaînage de modèles et transfert de champs 145

1 Détails du modèle chaîné et procédure de transfert de champs . . . 146
2 Comparaison des résultats avec le modèle complet . . . 148
2.1 Suivi de deux éléments au cours du défilement . . . 148
2.2 Résultats dans la zone de régime permanent . . . 152
3 Application à l'étude de l'influence des profils des rouleaux de l'étireuse . . . 156
4 Conclusion . . . 160

6 Etude du relâchement de la traction 161

1 Lien entre contraintes résiduelles et planéité . . . 162
2 Comparaison des déformées de la bande obtenues par le modèle complet et par le modèle chaîné . . . 167
2.1 Modèle complet . . . 167
2.2 Modèle chaîné . . . 171
3 Déformée de la bande après passage dans une étireuse avec des rouleaux profilés 175
3.1 Planeuse sous traction pure avec des rouleaux bombés . . . 175
3.2 Planeuse sous traction pure avec des rouleaux creusés . . . 178
4 Déformée finale après l'étireuse d'une bande avec un défaut initial . . . 182
5 Conclusion . . . 184

Conclusion générale et perspectives **187**

A Relation d'Euler pour la poulie avec frottement **191**

B Calcul de l'angle de contact entre la bande et un rouleau du *bloc en S* **193**

C Longueur d'un bloc tensionneur composé de deux rouleaux **197**

Bibliographie **199**

Liste des figures

1.1 Gamme de transformation de l'aluminium 9

1.2 Défauts de planéité non-développables et développables 12

1.3 Rouleau déflecteur pour la mesure de la planéité latente 15

1.4 Caractérisation du défaut de planéité par son amplitude et sa longueur 16

1.5 Approximations triangulaire et sinusoïdale du défaut de planéité 16

1.6 Mesures des défauts de courbure 18

1.7 *Test des bandelettes* pour la planéité latente 19

1.8 Représentation simplifiée d'un défaut manifeste de *bords longs* 21

1.9 Courbe ε - σ pour deux fibres, longue et courte, d'une bande 21

1.10 Zones de fonctionnement pour la correction des défauts de planéité 22

1.11 Abaque pour le réglage d'une planeuse 23

1.12 Loi d'écrouissage de l'aluminium étudié 24

1.13 Comparaison des déformées de la bande avant et après l'allongement-relâchement 25

1.14 Courbe ε - σ pour deux fibres, longue et courte (obtenue avec Abaqus/Standard) 26

1.15 Déformée du bord de la bande avant et après l'allongement-relâchement 26

1.16 Bande sur un rouleau soumise à deux tractions et au contact avec frottement . . 29

1.17 Angle de contact bande/rouleaux en fonction du bloc tensionneur 29

1.18 Planeuse multi-rouleaux 32

1.19 Influence du taux de plastification sur la correction d'un défaut de *bords longs* . 33

1.20 Influence du nombre de rouleaux sur la contrainte longitudinale dans l'épaisseur 33

1.21 Flexion élastique des rouleaux de travail 34

1.22 Ligne de planage sous tension 35
1.23 Exemples de configurations de planeuses sous tension 36
1.24 Planeuse sous tension utilisée à Rogerstone 36
1.25 Pilotage en allongement ou en traction 37
1.26 Caractérisation de la distribution de contraintes dans l'épaisseur 39
1.27 Transformation d'un défaut de *centre long* en défaut de *bords longs* 41
1.28 Distribution de la contrainte transversale dans la demi-largeur 44

2.1 Pliage sans traction d'une bande sur un rouleau 48
2.2 Déformation et contrainte longitudinales dans l'épaisseur (élasticité) 50
2.3 Déformation et contrainte longitudinales dans l'épaisseur (élasto-plasticité) . . . 51
2.4 Déformation et contrainte longitudinales après pliage et dépliage 53
2.5 Conformité et non conformité d'une bande sur un rouleau 54
2.6 Bande en conformité avec les rouleaux 54
2.7 Condition de « non laminage » de la tôle 55
2.8 Déformation et contrainte dans l'épaisseur après la planeuse multi-rouleaux industrielle 59
2.9 Correction de défauts initiaux de courbure par la planeuse multi-rouleaux industrielle 59
2.10 Correction d'un défaut initial de *bords longs* par la planeuse multi-rouleaux industrielle 61
2.11 Comparaison de nos résultats avec ceux obtenus par Gevers *et al.* (1995) 62

3.1 Types d'éléments d'Abaqus 66
3.2 Déformées du cylindre 70
3.3 Expérience numérique pour le choix de l'intégration dans l'épaiseur 73
3.4 Rayon de courbure utile de la bande 73
3.5 Rayon de la courbure résiduelle 74
3.6 Temps de calcul des méthodes d'intégration de Gauss et Simpson 75

3.7 Représentation dans l'espace des contraintes et en traction-compression de l'écrouissage isotrope et de l'écrouissage cinématique 76
3.8 Surfaces *maître* et *esclave* pour le contact 77
3.9 Contact *dur* 78
3.10 Contact *mou* exponentiel 79
3.11 Contact *mou* linéaire par morceaux 79
3.12 Schéma du bloc tensionneur à deux rouleaux étudié 82
3.13 Vérification de la relation d'Euler par une simulation *Eléments Finis* 83
3.14 Pression de contact pour un contact normal *dur* et un contact normal *mou* . . . 85
3.15 Tractions et rotations pour la configuration du *bloc en S* 87
3.16 Détermination de la région des résultats stabilisés (*Abaqus/Standard*) 89
3.17 Déformation plastique dans la largeur pour différents maillages longitudinaux (*Abaqus/Standard*) 90
3.18 Résultats de la déformation plastique pour différents maillages transversaux (*Abaqus/Standard*) 92
3.19 Détermination de la région des résultats stabilisés (*Abaqus/Explicit*) 94
3.20 Comparaison de la déformation plastique dans la largeur entre *Abaqus/Standard* et *Abaqus/Explicit* 95
3.21 Comparaison de la planéité entre *Abaqus/Standard* et *Abaqus/Explicit* 96
3.22 Evolution du rapport *Energie cinétique* / *Energie totale* au cours de la simulation 97
3.23 Déformation plastique pour d'autres maillages avec *Abaqus/Explicit* 98
3.24 Planéité pour d'autres maillages avec *Abaqus/Explicit* 99
3.25 Résultats de la déformation plastique pour différents maillages longitudinaux (coques quadratiques, *Abaqus/Standard*) 101
3.26 Résultats de la déformation plastique pour différents maillages transversaux (coques quadratiques, *Abaqus/Standard*) 102
3.27 Comparaison des résultats pour des éléments coques linéaires et quadratiques, pour un contact *mou* et *dur* 104

3.28 Influence du frottement sur la répartition de déformation plastique dans la largeur 105
3.29 Contrainte longitudinale dans la direction longitudinale 106

4.1 Schéma de la planeuse sous traction pure étudiée 109
4.2 Tractions et rotations pour la planeuse sous traction pure 111
4.3 Résultats en fonction de l'élément coque 113
4.4 Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse en fonction des rotations des rouleaux 116
4.5 Contrainte longitudinale et pression de contact en fonction du type de contact normal 118
4.6 Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse en fonction de la tolérance de glissement 120
4.7 Temps de simulation en fonction de la tolérance de glissement 121
4.8 Influence du déplacement des rouleaux 3 et 4 122
4.9 Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse en fonction du déplacement des rouleaux 123
4.10 Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse en fonction de la taille longitudinale des éléments coques 125
4.11 Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse en fonction de la traction σ_2 . . 127
4.12 Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse pour un comportement élasto-plastique avec écrouissage 128
4.13 Différence de contrainte longitudinale due à l'écrouissage 128
4.14 Description du module d'Young fictif E' 129
4.15 Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse en fonction du module d'Young fictif E' 131
4.16 Résultats de la simulation d'une planeuse sous traction pure 132
4.17 Détermination du *régime permanent* après l'étireuse 134
4.18 Résultats dans la largeur après l'étireuse 135
4.19 Déformation plastique longitudinale dans l'épaisseur après l'étireuse 137

4.20 Répartition de la déformation plastique longitudinale dans la largeur après l'étireuse, pour une bande plane et avec défaut initial géométrique 139
4.21 Planéité dans la largeur avant et après l'étireuse (bande avec défaut initial géométrique) 140
4.22 Déformées du centre et du bord de la bande, après application du champ de température 141
4.23 Répartition de la déformation plastique longitudinale dans la largeur après l'étireuse, pour une bande sans contrainte résiduelle et avec défaut initial latent . . . 142
4.24 Répartition de la contrainte longitudinale dans la largeur avant et après l'étireuse, pour une bande avec défaut initial latent 142

5.1 Procédure de transfert de champ pour l'élément *S8R* 147
5.2 Procédure globale de simulation d'une planeuse sous traction pure décomposée en deux *blocs en S* 149
5.3 Résultats de la simulation d'une planeuse sous traction pure décomposée en deux *blocs en S* 150
5.4 Comparaison des résultats entre le modèle complet et le modèle chaîné pour la planeuse sous traction pure 151
5.5 Résultats dans la partie de la bande après le *bloc en S* de sortie 153
5.6 Résultats dans la largeur pour le modèle chaîné 154
5.7 Planéité dans la largeur pour le modèle complet et pour le modèle chaîné 155
5.8 Déformation plastique longitudinale dans l'épaisseur pour le modèle complet et pour le modèle chaîné 155
5.9 Rouleau avec profil parabolique 156
5.10 Déformation plastique longitudinale dans la largeur après l'étireuse en fonction du profil des rouleaux 157
5.11 Planéité en *Unités Internationales* dans la largeur après l'étireuse en fonction du profil des rouleaux 158
5.12 Rouleaux gonflables 159

5.13 Contrainte longitudinale dans la largeur après l'étireuse en fonction du profil des rouleaux 159

6.1 Plis engendrés par des contraintes transversales compressives 163
6.2 Comparaison des contraintes transversales entre Friedl *et al.* (2000) et *Abaqus/Standard* 164
6.3 Conditions aux limites appliquées à la demi-largeur de tôle avant d'effectuer le relâchement de la traction 167
6.4 Déformées de la bande après relâchement de la traction avec *Abaqus/Standard* (modèle complet) 168
6.5 Déformation plastique transversale dans l'épaisseur après l'étireuse 169
6.6 Déformées de la bande après relâchement de la traction avec la *MAN* (modèle complet) 170
6.7 Interpolation des contraintes issues du modèle chaîné par des fonctions polynomiales 172
6.8 Déformées de la bande après relâchement de la traction en fonction de la méthode utilisée (*Abaqus/Standard* ou *MAN*) et des conditions aux limites appliquées . . 173
6.9 Schémas de distribution de contrainte longitudinale dans la largeur pouvant engendrer (à droite) ou non (à gauche) un défaut de *centre long* 174
6.10 Déformées après relâchement de la traction de la bande passée par une planeuse sous traction pure avec rouleaux bombés 176
6.11 Déformées du centre et du bord de la bande après l'étireuse avec des rouleaux bombés 177
6.12 Contrainte longitudinale dans la largeur pour des rouleaux bombés, avant et après relâchement de la traction 178
6.13 Déformées après relâchement de la traction de la bande passée par une planeuse sous traction pure avec rouleaux creusés 179
6.14 Déformées du centre et du bord de la bande après l'étireuse avec des rouleaux creusés (conditions aux limites 1) 180

6.15 Déformées du centre et du bord de la bande après l'étireuse avec des rouleaux creusés (conditions aux limites 2) . . . 181
6.16 Contrainte longitudinale dans la largeur pour des rouleaux creusés, avant et après relâchement de la traction . . . 182
6.17 Déformée après l'étireuse d'une bande avec un défaut initial géométrique de *bords longs* . . . 183
6.18 Déformée après l'étireuse d'une bande avec un défaut initial de *centre long* . . . 184
6.1 Déforamtion plastique longitudinale dans la largeur après une planeuse multi-rouleaux industrielle à 21 rouleaux . . . 190

A.1 Fil enroulé sur une poulie avec frottement . . . 191

B.1 Droite tangente à deux cercles . . . 193

C.1 Longueur de la bande sur les deux rouleaux . . . 197

Liste des tableaux

1.1 Principaux éléments chimiques présents sur Terre 5

1.2 Divers critères de planéité selon l'utilisation de la tôle 19

1.3 Coefficient de frottement en fonction du revêtement et de la lubrification 30

2.1 Avantages de la non conformité et de la conformité d'une bande sur un rouleau . 56

2.2 Calcul du rayon de courbure utile pour chaque rouleau de la planeuse multi-rouleaux industrielle 57

3.1 Points de Gauss et poids associés pour l'intégration numérique 71

3.2 Données géométriques du bloc tensionneur 82

3.3 Valeurs des contraintes et des rotations du *bloc en S* 88

3.4 Différents maillages longitudinaux de coques $S4R$ (*Abaqus/Standard*) 89

3.5 Ecart relatif des résultats par rapport au maillage convergent ($S4R$, *Abaqus / Standard*) 90

3.6 Différents maillages transversaux de coques $S4R$ (*Abaqus/Standard*) 91

3.7 Temps de simulation avec *Abaqus/Standard* et *Abaqus/Explicit* 99

3.8 Différents maillages longitudinaux de coques $S8R$ (*Abaqus/Standard*) 100

3.9 Ecart relatif des résultats par rapport au maillage convergent ($S8R$, *Abaqus / Standard*) 100

3.10 Différents maillages transversaux de coques $S8R$ (*Abaqus/Standard*) 103

3.11 Performances en temps de calcul des éléments coques $S4R$ et $S8R$ 103

4.1 Données géométriques de la planeuse sous traction pure 110

4.2 Valeurs des tractions et des rotations de l'étireuse (systèmes S_1 et S_2) 112
4.3 Valeurs des tractions et des rotations de l'étireuse (système S_3) 114
4.4 Premières valeurs numériques de la suite $(\omega_1^n)_{n\geq 0}$ 115
4.5 Valeurs des tractions et des rotations de l'étireuse (système S_4) 115
4.6 Temps de calcul en fonction des rotations des rouleaux et de l'élément coque . . 116
4.7 Réduction de la taille du modèle par un déplacement intermédiaire des rouleaux 3 et 4 124
4.8 Performances en temps de calcul et contrainte finale pour différents maillages . . 124
4.9 Nouvelles valeurs des tractions et des rotations de l'étireuse (système S_3) 126
4.10 Valeurs des tractions et des rotations de l'étireuse (système S_3') 130
4.11 Calcul analytique de la déformation plastique longitudinale dans l'épaisseur . . . 136

5.1 Comparaison des deux modèles de planeuse sous traction pure 160

Introduction

L'aluminium est le deuxième métal le plus utilisé au monde (derrière l'acier). Il est employé de manière croissante dans les moyens de transport (automobile, aéronautique, ...), la construction ainsi que les boîtes de boissons. Les bandes minces consommées par ces diverses industries sont produites par laminage, procédé qui concerne 90% de tout le métal fabriqué. Afin de satisfaire aux exigences des clients en termes de planéité et de qualité de surface, les produits plats issus du laminage à froid sont acheminés jusqu'à une étape de parachèvement comprenant le planage des tôles mais aussi des découpes dans la longueur ou la largeur (refente). Ces deux opérations, et particulièrement le planage, modifient de manière significative la planéité des bandes. Cependant, les mécanismes de la planéité intervenant lors du parachèvement sont très peu connus, par rapport aux procédés de laminage ou de bobinage. L'objectif de cette thèse est le développement d'un modèle numérique du planage des bandes minces. Celui-ci pourra être éventuellement chaîné avec d'autres modèles métier pour permettre une optimisation globale de la planéité.

Ce modèle devra fournir une connaissance en trois dimensions du comportement thermomécanique d'une planeuse industrielle, tout en tenant compte des spécificités de la bande et des outils, mais également du couplage entre les deux. Le résultat principal sera la distribution du tenseur des contraintes résiduelles au sein de la tôle, dans l'épaisseur et dans la largeur. Egalement, le caractère stationnaire du procédé sera à considérer (comme c'est le cas pour le laminage). Il existe plusieurs technologies de planeuse (décrites au cours du premier chapitre) et le modèle numérique sera compatible avec chacun des trois types. Le but du planage étant la correction des défauts de planéité et l'atténuation des contraintes résiduelles issues

des procédés de fabrication en amont, le modèle permettra de prendre en compte la planéité entrante de la bande (profil d'épaisseur, planéité latente, défauts manifestes développables et non-développables, ...). Ce cahier des charges est certes ambitieux mais on pourra procéder à une complexification croissante du modèle avec des validations intermédiaires sur des *cas usine*. Les compétences nécessaires à l'obtention d'un tel modèle sont les suivantes :

- mise en forme par traction et par flexion des bandes minces,
- méthodes numériques de modélisation de procédés thermo-mécaniques, couplés et stationnaires,
- description du phénomène de flambement de plaques soumises à un gradient de contraintes,
- maîtrise du retour élastique.

Le parallèle avec la modélisation du procédé de laminage permet d'avoir des pistes de réflexion pour prendre en considération les phénomènes de cédage par exemple. La validation de ce modèle de connaissance pourra se faire par la confrontation des résultats avec les données expérimentales mesurées sur un pilote ou sur les machines des sites industriels.

Afin de remplir l'objectif principal de la thèse, ce mémoire débute par une présentation de la production des bandes minces d'aluminium. On y évoque aussi la problématique de planéité après le laminage et le besoin d'ajouter une opération de planage pour corriger les défauts. Ce premier chapitre passe en revue la littérature traitant du planage et les propositions précédentes de modélisation de ce procédé, analytiquement ou par la méthode des *Eléments Finis*.

Ensuite, on s'attarde sur les détails d'un modèle analytique simplifié de planage, issu de références internes à Constellium, que l'on teste sur une configuration industrielle de planeuse multi-rouleaux. Des résultats de la littérature sont utilisés pour la validation de cette approche.

Après constatation des limites des modèles analytiques pour la description 3D du planage, le troisième chapitre détaille la stratégie numérique choisie, à savoir la simulation numérique du procédé en utilisant la méthode des *Eléments Finis* et le logiciel commercial *Abaqus*. La bande est discrétisée par des éléments coques, étant donné ses dimensions et l'intérêt porté au phénomène de flambement dans notre étude. La formulation du logiciel, le type de contact, la méthode d'intégration numérique, le comportement de l'aluminium sont ici discutés. Ces

premières orientations du modèle sont illustrées sur une géométrie élémentaire, constitutive des planeuses, appelée *bloc en S*.

Le quatrième chapitre s'intéresse à une configuration quasiment industrielle de machine : une planeuse sous traction pure constituée de quatre rouleaux. Le passage d'une bande (initialement plane) à travers cette planeuse est simulé afin de comprendre dans un premier temps comment l'allongement plastique nécessaire à l'atténuation des défauts de planéité est introduit au sein des produits plats. Ensuite, une tôle présentant un défaut de planéité manifeste ou latent est défilée entre les rouleaux pour vérifier la capacité correctrice de l'étireuse.

Comme la simulation d'une planeuse sous traction pure génère un modèle de taille très importante et demande un temps de calcul élevé, le cinquième chapitre propose une modélisation alternative en chaînant deux *blocs en S*, avec transfert des résultats (tenseur de contraintes et déformation plastique équivalente) du premier dans la bande entrant dans le second. Puis, on vérifie l'équivalence entre les deux approches. Les réductions de taille du problème et de temps de simulation sont évaluées. Enfin, on utilise cette approche pour étudier l'influence du profil des rouleaux, bombé ou creusé, sur la répartition de déformation plastique dans la largeur de la tôle.

Une fois la bande d'aluminium passée entre les différents rouleaux de la planeuse, on récupère le champ de contraintes sous traction. Puis on procède à son relâchement au sixième et dernier chapitre pour observer le retour élastique ainsi que le flambement éventuel. En particulier, on obtient la planéité finale de la tôle, à comparer avec celle initiale. Outre la possibilité de réaliser cette étape en continuité avec le logiciel *Abaqus*, on suggère également l'utilisation de la Méthode Asymptotique Numérique comme le fait Abdelkhalek (2010) pour atteindre ce but.

Pour terminer, une conclusion générale résume les principaux points développés durant la thèse et présente les travaux futurs envisageables pour améliorer encore la modélisation numérique du procédé de planage des bandes minces, mais aussi l'utilisation possible des outils déjà élaborés.

Chapitre 1

Etude bibliographique du procédé de planage

1 Production des bandes minces d'aluminium

1.1 L'aluminium : du minerai au métal (Barrand *et al.*, 1964)

Contrairement à la plupart des autres métaux industriels connus et utilisés depuis fort longtemps, l'histoire de l'aluminium ne remonte guère au-delà du XIX$^{\text{ème}}$ siècle. Il a été découvert en 1807 par Sir Humphrey Davy et isolé pour la première fois en 1825 par H.S. Oerstead. Malgré le fait qu'il soit le deuxième élément le plus répandu dans la nature, derrière le silicium (voir Tab. 1.1), on ne le rencontre jamais à l'état natif mais dans des roches qui ne retenaient pas l'attention des prospecteurs. De plus, le minerai le plus couramment utilisé de nos jours, la bauxite, a longtemps été recherché pour le fer et non pour l'aluminium. Autre point expliquant son exploitation tardive : l'aluminium présente une importante affinité avec l'oxygène de l'air de telle sorte que la réduction directe de son oxyde n'est pas réalisable par les procédés classiques.

Tab. 1.1 – *Principaux éléments chimiques présents sur Terre (l'aluminium étant la référence)*

Si	**Al**	**Fe**	**Ca**	**Na**	**K**	**Mg**	**Ti**	**Mn**	**Ni**	**Cu**
341	100	62	45	35	32	26	8	1.25	0.25	0.12

Après la « découverte » de l'aluminium, une première méthode de fabrication chimique a été mise au point mais elle s'est vite révélée peu efficace et dépassée par la méthode électrolytique développée parallèlement par Héroult et Hall à la fin du XIX^{ème} siècle, beaucoup moins onéreuse. En effet, au même moment (1886), mais sans se rencontrer, ni même se connaître, Charles Martin Hall aux Etats-Unis et Paul Louis Toussaint Héroult en France ont mis au point la fabrication électrolytique industrielle de l'aluminium à partir d'alumine et de cryolithe.

Procédé électrolytique pour la préparation de l'aluminium

[Il] consiste à décomposer de l'alumine en dissolution dans un bain de cryolithe en fusion, par un courant électrique aboutissant au bain, d'une part au moyen d'une électrode au contact avec le creuset en charbon aggloméré qui contient la cryolithe et, d'autre part, au moyen d'une électrode en charbon aggloméré comme la première, plongeant dans le bain. Cette combinaison produit la décomposition de l'alumine en employant un courant de faible tension ; l'oxygène se rend à l'anode et brûle avec elle ; l'aluminium se dépose sur les parois du creuset qui constitue la cathode et se précipite en culot dans le fond de ce creuset. Le bain reste constant et sert indéfiniment s'il est alimenté d'alumine. L'électrode positive, c'est-à-dire l'anode, est à remplacer après combustion, mais cette combustion empêche la polarisation [...]. Le courant électrique produit assez de chaleur pour maintenir l'alumine en fusion [...].

Paul Héroult, demande de brevet du 23 avril 1886

Depuis cette date, et jusqu'à nos jours, le procédé de fabrication en lui-même n'a pas changé. Grâce à son rapport *résistance / masse* élevé, son apparence, sa résistance à la corrosion et sa facilité de fabrication, l'aluminium s'est largement répandu dans bon nombre d'industries comme les moyens de transport, la construction et les boîtes de boissons pour devenir le deuxième métal le plus utilisé au monde, derrière l'acier. Après la phase de coulée, les plateaux épais d'aluminium produits sont envoyés directement au laminage afin d'être transformés en bobines de bande mince.

1.2 Le laminage : du métal à la bande mince

A partir des plaques de fonderie issues de la coulée, d'épaisseur $600mm$ environ, les bandes minces sont obtenues par le procédé de laminage à chaud puis par une étape de laminage à froid. Montmitonnet (2002) le définit comme une opération de mise en forme (forme géométrique, propriétés mécaniques et de surface) par déformation plastique, destinée à réduire la section d'un produit de grande longueur, par passage entre deux ou plusieurs outils axisymétriques tournant en sens inverse autour de leur axe. C'est la rotation des outils rugueux qui entraînent le produit dans l'emprise grâce au frottement. Cette technologie est connue depuis le XV$^{\text{ème}}$ siècle, (probablement) inventée par Léonard de Vinci (Alberny, 2007) pour la conception de machines destinées à la préparation des bandes de plomb pour les vitraux. Son principe réside dans le fait que l'effort appliqué par des cylindres de travail de grand diamètre (entre $700mm$ et $900mm$), est supérieur à la résistance du matériau. Les grains s'allongent, l'épaisseur diminue et le métal s'écrouit (la limite d'élasticité augmente). De plus, l'aluminium et ses alliages ne subissent pas de transformation allotropique, c'est-à-dire que l'effet des différentes passes de laminage est additif et qu'une réduction d'épaisseur engendre le même état métallurgique, qu'elle soit réalisée en une ou plusieurs fois (Jamet et Doremus, 1997). Aujourd'hui, le laminage est une opération fondamentale en métallurgie puisqu'elle concerne 90% de tout le métal produit (tous métaux et alliages confondus). Le laminage à chaud réduit l'épaisseur du produit jusqu'à quelques millimètres :

- soit par une cage quarto munie de quatre cylindres réversibles avec laquelle on produit des plaques épaisses de grandes dimensions utilisées pour la chaudronnerie, la construction navale, les tubes, ...
- soit par un train à bandes ou train continu à chaud avec lequel on obtient des bandes de métal d'épaisseur et largeur plus faibles mais de grande longueur. Le train à bande précède en général l'étape de laminage à froid indispensable à la fabrication des produits plus minces.

Chaque passe engendre une réduction d'épaisseur entre 10% et 70% selon les conditions.

Néanmoins, l'aluminium chaud colle aux cylindres du laminoir, ce qui peut créer des défauts de surface. Afin d'éviter ce phénomène, un lubrifiant est utilisé pour le contact bande / rouleau. Il est composé d'une huile de base (minérale ou synthétique), de matières grasses (naturelles ou synthétiques ou les deux), d'émulsifiants (tensio-actifs favorisant la stabilité), d'additifs (anti-oxydants, extrême pression, inhibiteurs de corrosion, anti-carbone, bactéricides, ...). De plus, l'épaisseur du film de lubrifiant entre le cylindre et le métal joue un rôle très important dans le procédé de laminage puisque :

- si le film est trop épais par rapport à la rugosité des cylindres alors le laminoir peut patiner, les efforts sont plus faibles et l'aspect de surface du métal plus mat du fait de la formation de poches de viscosité,
- si le film est trop mince alors il y a un risque de contact métal-cylindre avec des phénomènes de collages, le métal sort plus brillant et les efforts sont plus importants.

Ainsi, une grande part du savoir-faire du lamineur réside dans le choix des lubrifiants et des pressions, dans le réglage des débits et des orientations des arrosages pour obtenir la qualité finale du produit (aspect de surface et épaisseur désirés).

D'autre part, l'étape du laminage à chaud ne permet pas d'atteindre l'épaisseur finale des produits demandés par les clients à cause :

- des tolérances très strictes sur les épaisseurs,
- de la forme des bandes qui reste insatisfaisante,
- du fait que les faibles épaisseurs ne peuvent être obtenues sans risque de déchirure,
- des états de surfaces qui sont incompatibles avec les exigences de la clientèle,
- des caractéristiques demandées qui ne peuvent être obtenues à chaud.

Il est donc nécessaire de procéder à un laminage à froid (à température ambiante) qui réduit l'épaisseur de la bande jusqu'à sa valeur finale, donne un aspect plus brillant et améliore les propriétés métallurgiques (surtout en cas d'emboutissage ultérieur). Après cette étape, les bandes d'aluminium ont des épaisseurs très faibles et sont facilement sujettes au flambement de leurs fibres sous l'action de contraintes résiduelles, issues des procédés précédents de mise en forme. Une phase de planage permet alors de corriger ces phénomènes.

Enfin, la ligne de parachèvement conclut la production des bandes minces d'aluminium par une inspection de surface, une coupe de feuilles au format, un refendage des bobines et un conditionnement (voir Fig. 1.1).

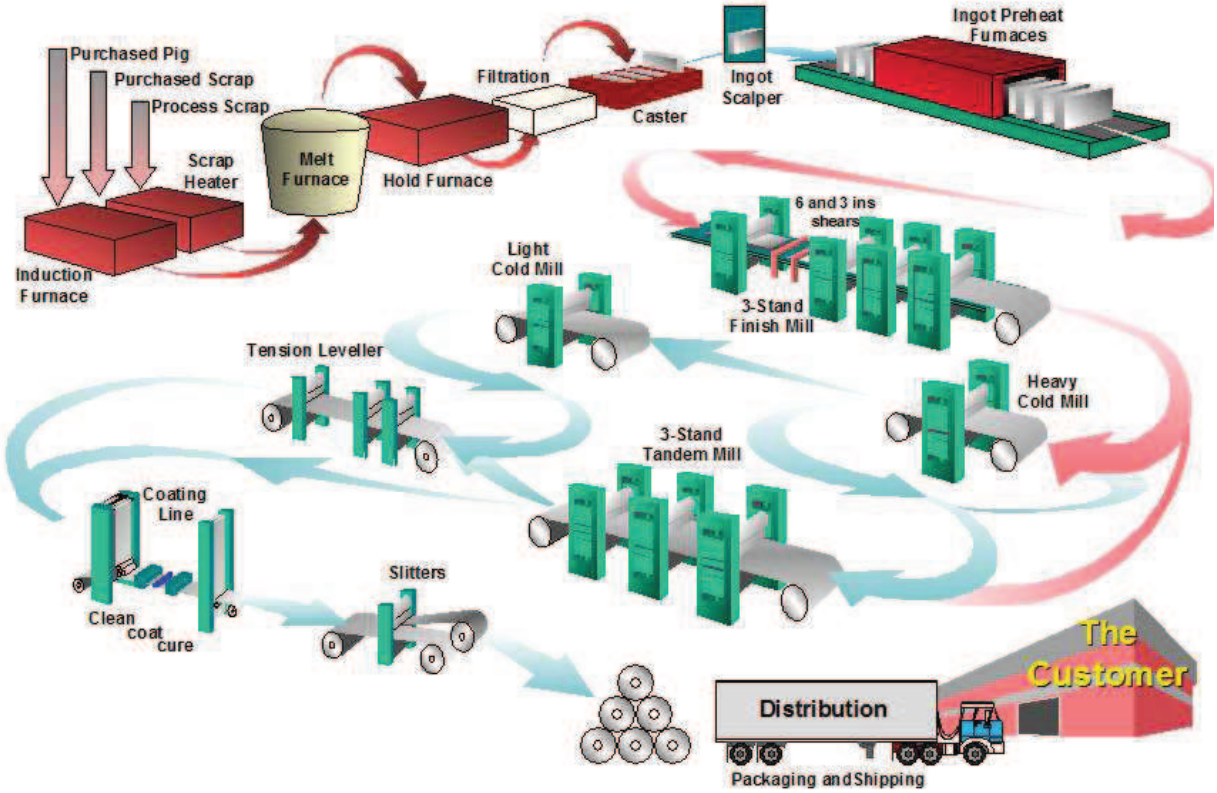


FIG. 1.1 – *Gamme de transformation de l'aluminium*

2 Problématiques de planéité après le laminage

2.1 Génération des défauts

Conditions réelles de laminage

Un laminoir est une structure élastique et sous l'action des forces de laminage, de la corrosion, des chocs et de l'usure des pièces, les conditions parfaites du procédé changent.

De plus, lors du laminage à chaud, les cylindres de travail sont échauffés par la puissance dissipée par le métal. Cela produit un bombé thermique, c'est-à-dire une dilatation hétérogène du cylindre selon la direction transversale, contribuant aux défauts de profil et de planéité.

Mais cela peut aussi devenir un actionneur en gérant le débit des buses de refroidissement ou de lubrification : les zones en sous-réduction sont moins refroidies pour que le cylindre se dilate à cet endroit, ce qui y augmente la réduction d'épaisseur.

Par ailleurs, les machines (cages) et les outils (cylindres, galets) ne sont pas infiniment rigides et cèdent élastiquement sous les forces de laminage, ce qui conduit à leur flexion ou à leur aplatissement (Hacquin *et al.*, 1998). La flexion des cylindres (déformation de leur axe dans le plan *transversal - normal*) peut être calculée par la théorie des poutres (Montmitonnet, 2003). Elle provoque un maximum d'épaisseur au centre, avec une diminution lente et régulière en allant vers les rives. L'aplatissement est en fait une diminution locale de la distance à l'axe par compression du métal constituant le cylindre. Il produit par conséquent un allongement du contact longitudinal et une augmentation de la force de laminage. Ainsi, l'épaisseur chute en rive sur quelques millimètres en chaque bord, offrant aux cylindres la possibilité d'entrer en contact (*roll kiss*).

Enfin, des problèmes de réglages des outils surviennent : défaut de parallélisme des cylindres, dissymétrie de diamètres, de vitesses ou de frottement entre les surfaces supérieure et inférieure de la bande laminée.

Les bandes issues du laminage à chaud présentant des profils d'épaisseur bombés ou creusés sont envoyées au laminage à froid pour subir une réduction à l'épaisseur finale. Il y a alors incompatibilité entre la forme de l'emprise du laminoir et le profil d'épaisseur de l'aluminium entrant. Comme le métal ne peut pas s'écouler transversalement à température ambiante, des défauts de planéité peuvent apparaître après le sur-laminage des zones bombées de l'épaisseur.

Ainsi, des critères de géométries et de planéité standards ont été définis par le *British Standard Specification N°1470* (pour les plaques), le *German DIN 1783* et *1784* (pour les bandes) et l'*Aluminium Association Standards and Data Handbook*, même si chaque client rajoute ses propres exigences en fonction de l'utilisation future de la tôle d'aluminium (Calderbank, 1985).

Différents défauts de planéité

Lors du laminage à froid de bandes avec un profil d'épaisseur bombé ou creusé, la déformation plastique introduite est hétérogène, dans la direction transversale mais également dans la direction normale. Cette hétérogénéité engendre des contraintes résiduelles au sein de la tôle, en plus de celles issues des effets thermoélastiques du refroidissement.

La présence de ces contraintes résiduelles est très importante, surtout pour l'utilisation ultérieure de l'aluminium chez le client (emboutissage, ...). En effet, la composante prépondérante est la contrainte résiduelle longitudinale. Celle-ci présente une certaine répartition dans la largeur de la bande. Comme la force longitudinale est nulle sur les bords amont et aval libres, il existe des zones en traction équilibrées par des zones en compression.

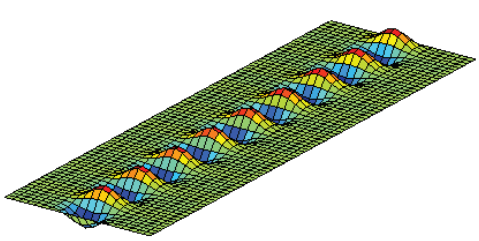
Si les contraintes compressives dépassent une valeur critique alors des phénomènes de flambement interviennent et des ondulations apparaissent sur la bande, c'est le défaut de planéité manifeste. Si les contraintes résiduelles présentes ne sont pas suffisantes pour faire flamber la tôle, on parle de planéité latente. Un seuil de contrainte a été établi par Wistreich (1968) pour la planéité latente en considérant la théorie du flambement des plaques minces :

$$\sigma^{crit} = K\pi^2 \frac{E}{12(1+\nu)} \left(\frac{e}{b}\right)^2 \quad , \tag{1.1}$$

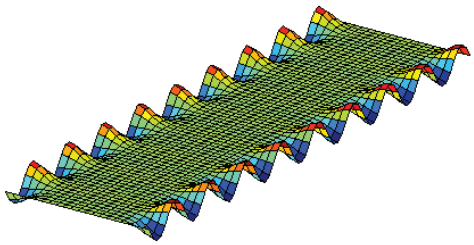
avec E et ν le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau, e et b l'épaisseur et la largeur de la bande. Le coefficient K dépend de la distribution des contraintes et des conditions imposées aux bords de la plaque. K prend une valeur minimale de $\frac{1}{2}$ pour une contrainte longitudinale compressive uniforme dans la largeur et des bords libres, tandis que sa valeur maximale est de 25 pour une moitié de largeur soumise à des contraintes de traction.

Les défauts de planéité sont répartis en deux catégories :

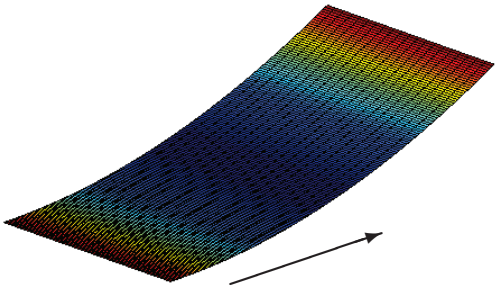
- les défauts de fibres non-développables tels que le défaut de *centre long* ou le défaut de *bords longs*. Ils sont dus à des différences de longueur des fibres longitudinales dans le sens transversal. Par exemple, si les fibres longitudinales de la zone centrale sont plus longues que celles des rives alors il existe des contraintes compressives au milieu tandis que les bords de la bande sont en traction pour assurer l'équilibre. Par conséquent, des phénomènes de flambement sont susceptibles de se produire au centre si la compression est suffisante et des ondulations apparaissent pour donner un défaut de *centre long*.
- les défauts de courbure développables comme la *cambrure* (aussi appelée *cintre*) ou la *tuile*. Ce type de défaut est dû à une différence de longueur de fibres à travers l'épaisseur soit entre les fibres longitudinales (pour la *cambrure*), soit entre les fibres transversales (pour la *tuile*) (voir Fig. 1.2).



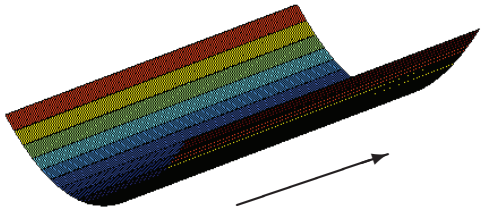
(a) *Centre long*



(b) *Bords longs*



(c) *Cambrure* ou *cintre*



(d) *Tuile*

FIG. 1.2 – *Défauts de planéité non-développables et développables*

En réalité, les défauts de courbure, *cambrure* et *tuile*, sont similaires et on illustre ce point en réalisant une expérience simple. On considère une bande d'aluminium présentant un défaut de *cambrure*. Si l'on force la génératrice longitudinale à épouser un marbre horizontal alors on obtiendra une *tuile*. La même manipulation en partant d'une *tuile* pour arriver à une *cambrure* est vraie également. Cette propriété est utilisée dans le procédé de planage (expliqué dans les paragraphes suivants) avec le redressement d'une *tuile* en *cambrure* sur un rouleau détuileur puis ce dernier défaut est corrigé avec un rouleau décambreur. La formule (1.2) donne la relation entre les rayons de ces défauts *interchangeables*.

$$R^{tuile} = \frac{1-\nu^2}{\nu}\, R^{cambrure} \quad . \tag{1.2}$$

De plus, Tanaka *et al.* (1963) proposent différentes formules de prédiction du rayon et du sens du défaut de *cambrure* produit durant le laminage à froid en fonction des paramètres géométriques et mécaniques du procédé (en tenant compte des conditions imparfaites de fonctionnement énoncées précédemment et de la distribution de contraintes dans l'épaisseur).

Lors du laminage, une différence de lubrification entres les surfaces supérieure et inférieure de la bande conduit à une *cambrure* (phénomène mis en évidence expérimentalement par Roberts (1970)). Egalement, une opération de bobinage sur un mandrin de rayon trop faible introduit une courbure résiduelle dans le sens longitudinal. Pour éviter cela, il est conseillé d'utiliser une bobine de rayon supérieur à 1 000 fois l'épaisseur de la bande à enrouler.

La *tuile*, quant à elle, est due à la flexion horizontale des cylindres, à cause d'un bombé excessif et des cylindres d'appui. Le défaut est minimisé en diminuant les forces de laminage grâce à des lubrifiants plus efficaces ou une tension de bande plus grande.

Ces défauts géométriques (planéité manifeste) sont observables sur des échantillons de bande. Par contre, les défauts latents ne sont pas visibles si on considère la bande dans son ensemble mais ils apparaissent lorsque celle-ci est coupée, d'où l'importance qu'il y ait des contraintes résiduelles faibles.

2.2 Mesure et caractérisation de la planéité

Le cahier des charges de la production des bandes minces d'aluminium est très strict en termes de qualité de surface (brillance, uniformité), de propriétés mécaniques (élasticité, écrouissage), tolérances d'épaisseur, résistance à la corrosion, mais surtout planéité. Afin de vérifier tous ces points, les laminoirs, et plus généralement la ligne complète, sont équipés de multiples capteurs vérifiant les valeurs des différentes grandeurs visées en sortie (Calmon et Cenac, 1994) :

- une source telle qu'un tube à rayons X produit un rayonnement ionisant dont le flux est absorbé par le métal permettant la mesure de l'épaisseur,
- des capteurs pyromètres optiques mesurent la température de l'aluminium,
- l'effort de laminage est mesuré par des capteurs utilisant l'effet Villari (à partir de la perméabilité magnétique du métal en fonction de ses contraintes internes), des cellules d'extensométrie (basées sur le principe de la piézorésistance) ou sur une cage équipée de serrage hydraulique.

La technologie des systèmes de mesure en ligne de la planéité dépend du caractère manifeste ou latent de celle-ci. Pour la planéité latente, le choix est restreint et la mesure se fait par contact direct à la sortie du laminoir grâce à un rouleau déflecteur de planéité (*Flatness Roll*, voir Fig. 1.3). Ce capteur détermine les écarts de traction dans le sens transversal de la bande, dus aux défauts de planéité et donne une mesure suffisamment précise pour être utilisé en régulation. Les produits plats concernés ont une largeur comprise entre $600mm$ et $2\,800mm$, une épaisseur comprise entre $0,2mm$ et $3mm$.

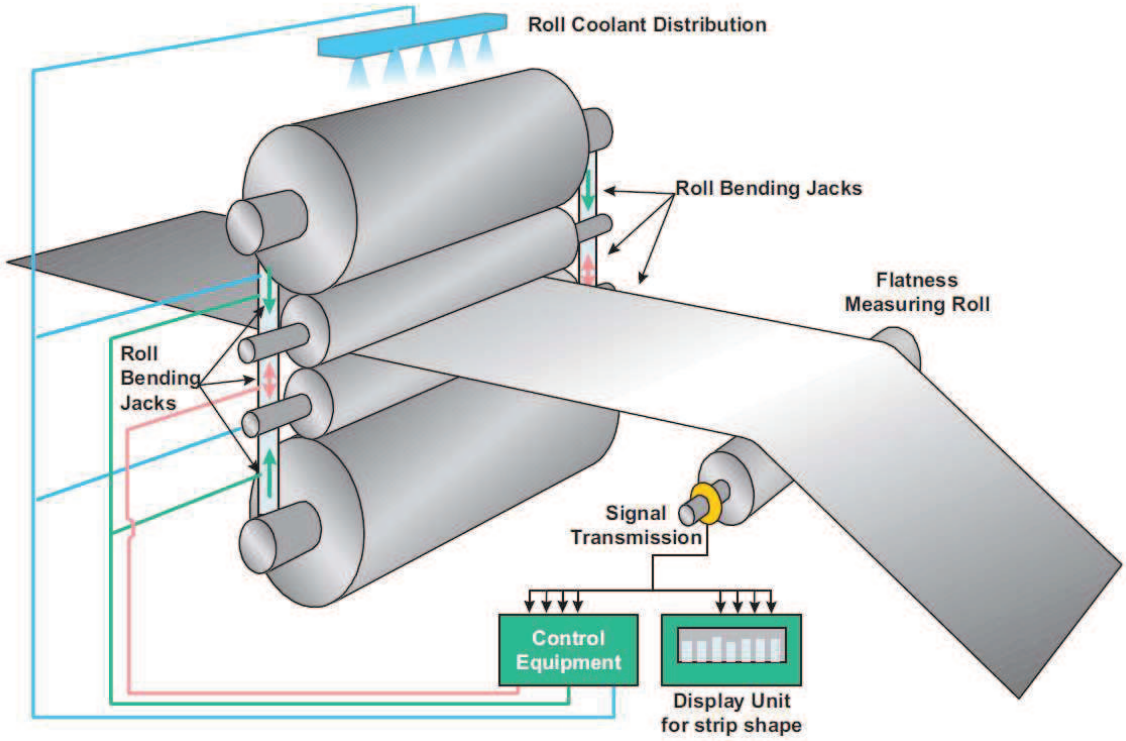


FIG. 1.3 – *Rouleau déflecteur pour la mesure de la planéité latente*

La planéité manifeste est évaluée hors-ligne sur la largeur de la bande d'aluminium (Dimitriou, 2003) par détermination des longueurs respectives des fibres du matériau à partir de :

- la hauteur de la bande au défilé, mesurée soit par :
  - des capteurs *Variable Distance Transducers* (LVDT) se déplaçant au-dessus de la tôle,
  - des capteurs à courants de Foucault,
- la distorsion d'un faisceau rectiligne projeté sur la bande :
  - mesure par triangulation laser (une ligne laser continue est projetée sur la surface et la ligne réfléchie est enregistrée par une caméra CCD), ce système installé en sortie de planeuse, de traitement de surface ou de recuit possède une bonne précision mais nécessite une calibration,
  - projection de franges sur la bande et enregistrement de la zone balayée par caméra CCD afin d'obtenir sa topologie 3D, utilisable en laminage à froid ou sur la ligne de parachèvement.

L'industrie des métaux (aluminium, acier, ...) dispose de plusieurs formules et techniques de mesure particulières pour caractériser la planéité de leur bande métallique.

L'échantillon de bande est posé sur une surface horizontale et on mesure la distance L entre deux défauts ainsi que leur hauteur h (voir Fig. 1.4). La planéité s'exprime alors en $mm.m^{-1}$ par le rapport $\frac{h}{L}$. Les exigences commerciales sont comprises entre $1mm.m^{-1}$ et $3mm.m^{-1}$.

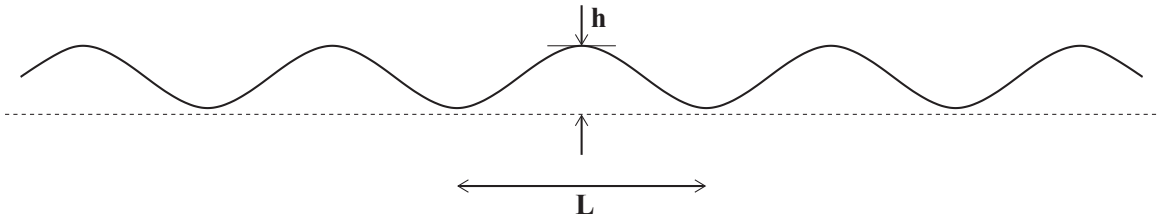
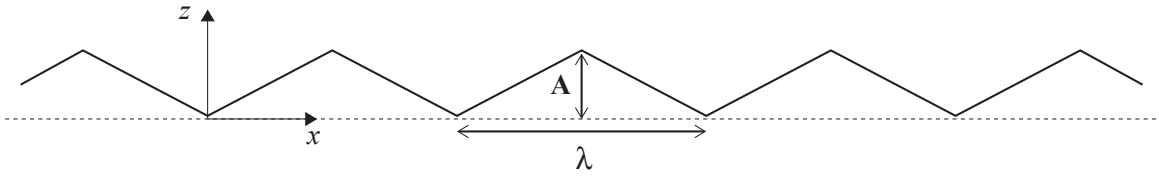


FIG. 1.4 – *Caractérisation du défaut de planéité par son amplitude et sa longueur*

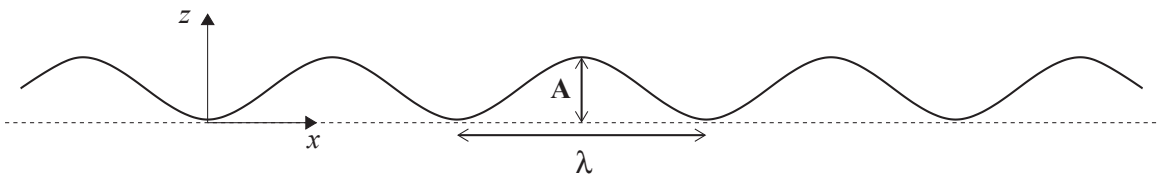
La planéité s'exprime également en *Unités Internationales* par la formule :

$$UI^{geom} = \frac{\Delta L}{L} \times 10^5 \quad , \tag{1.3}$$

avec ΔL la différence entre la longueur d'une fibre donnée et la longueur moyenne des fibres L. Il est recommandé que la planéité soit inférieure à $2UI$ pour une bande de moins de $1mm$ d'épaisseur. Pour appliquer cette formule pratiquement, on dépose la tôle sur un marbre et on mesure l'amplitude A et la longueur d'onde λ du défaut. Puis on approxime la forme de la bande soit par un triangle (voir Fig. 1.5(a)), soit par une sinusoïde (voir Fig. 1.5(b)).



(a) Approximation triangulaire



(b) Approximation sinusoïdale

FIG. 1.5 – *Approximations triangulaire et sinusoïdale du défaut de planéité*

En première approximation, si le défaut a une forme triangulaire alors la fibre longue a une longueur L' :

$$L' = 2 \times \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 + A^2} \quad . \tag{1.4}$$

On applique la formule de la planéité en *Unités Internationales* :

$$UI^{geom} = \frac{L' - \lambda}{\lambda} \times 10^5 = \left[\sqrt{1 + \left(\frac{2A}{\lambda}\right)^2} - 1\right] \times 10^5 \quad . \tag{1.5}$$

Comme $\frac{A}{\lambda} << 1$, on effectue un développement limité et on écrit :

$$UI^{geom} \approx \left[1 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2A}{\lambda}\right)^2 - 1\right] \times 10^5 = 2\left(\frac{A}{\lambda}\right)^2 \times 10^5 \quad . \tag{1.6}$$

En seconde approximation, on décrit le défaut de planéité comme une sinusoïde d'équation $z = \frac{A}{2}\left[1 - cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\right]$ et la fibre longue a une longueur L' sur une période :

$$L' = \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} \sqrt{1 + (z')^2}\, \mathrm{d}x = 2\int_0^{\lambda/2} \sqrt{1 + \left(\frac{A}{2}\frac{2\pi}{\lambda} sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\right)^2}\, \mathrm{d}x \quad . \tag{1.7}$$

$$L' \approx 2\int_0^{\lambda/2} \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{A\pi}{\lambda}\right)^2 sin^2\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\right] \mathrm{d}x \quad , \tag{1.8}$$

$$L' = \lambda + \left(\frac{A\pi}{\lambda}\right)^2 \int_0^{\lambda/2} \frac{1}{2}\left[1 - cos\left(4\pi\frac{x}{\lambda}\right)\right] \mathrm{d}x = \lambda + \frac{1}{2}\left(\frac{A\pi}{\lambda}\right)^2 \frac{\lambda}{2} \quad . \tag{1.9}$$

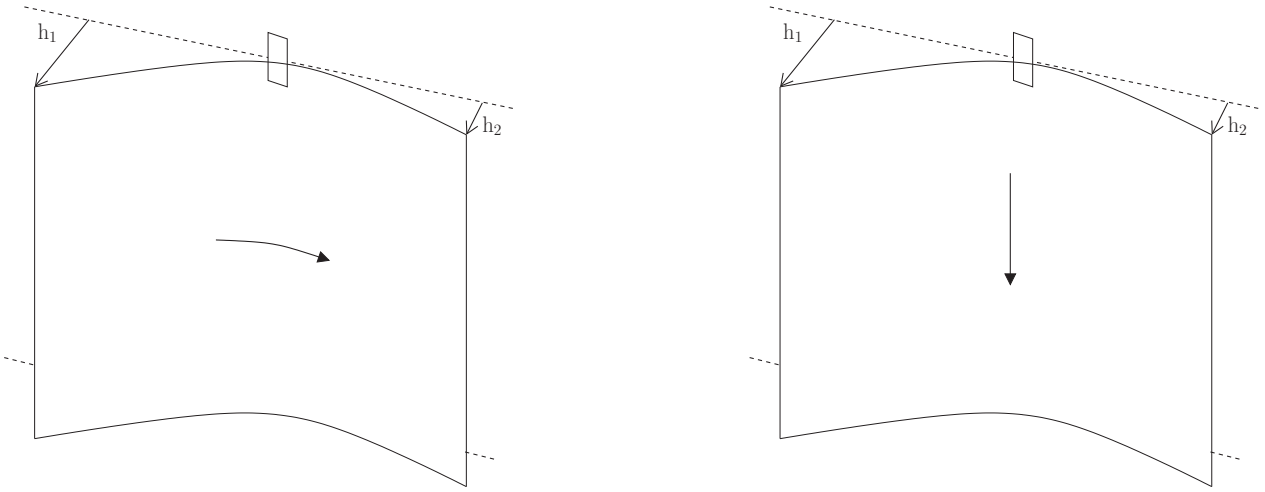
On applique la formule de la planéité en *Unités Internationales* :

$$UI^{geom} = \frac{L' - \lambda}{\lambda} \times 10^5 = \frac{\pi^2}{4}\left(\frac{A}{\lambda}\right)^2 \times 10^5 \quad . \tag{1.10}$$

On remarque que les deux types d'approximation donnent des résultats similaires : il y a $\left(1 - \frac{8}{\pi^2}\right) \approx 20\%$ d'écart relatif entre les deux valeurs proposées. Sachant que la forme sinusoïdale est plus proche de la réalité, nous choisirons cette dernière pour exprimer la planéité des bandes à partir de la mesure de l'amplitude et de la longueur d'onde des défauts.

Enfin, on caractérise les défauts développables de courbure en accrochant un échantillon de bande sur un plan vertical comme le montre la figure 1.6. Cette manipulation permet d'éliminer l'effet de la gravité qui aurait perturbé la mesure de la courbure et on calcule alors la valeur moyenne :

$$\frac{h_1 + h_2}{2} \quad . \tag{1.11}$$



(a) *Cambrure accrochée par un bord* (b) *Tuile accrochée par le centre*

FIG. 1.6 – *Mesures des défauts de courbure*

On peut alors diviser cette valeur par la longueur de l'échantillon afin d'obtenir une mesure exprimée en $mm.m^{-1}$ et éventuellement convertible en *Unités Internationales*.

Ces méthodes sont valables pour les défauts de planéité manifestes. Par contre, en cas de planéité latente, le champ de contraintes résiduelles n'est pas suffisant pour provoquer le flambement des fibres et rendre visible le défaut. Tout de même, on dispose d'un test appelé *test des bandelettes* qui consiste à découper la bande en plusieurs morceaux de largeur environ $100mm$ pour $1\,000mm$ de long (voir Fig. 1.7) pour voir les défauts créés par les contraintes résiduelles.

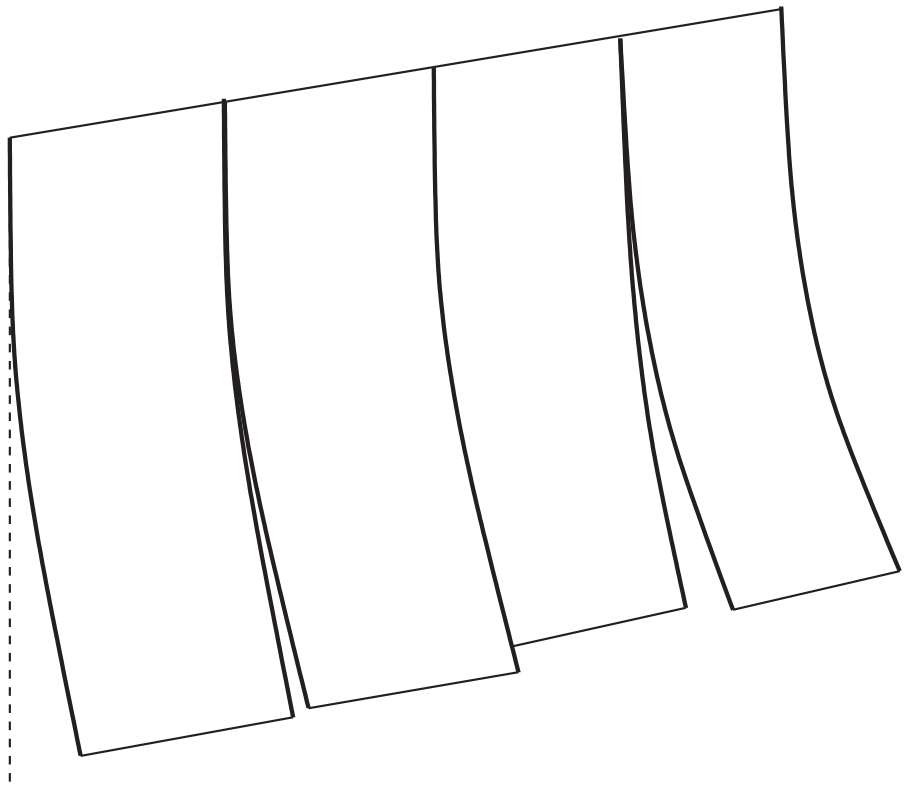


FIG. 1.7 – *Test des bandelettes pour la planéité latente*

Selon l'utilisation faite de la bande mince d'aluminium, les critères de planéité requis changent (voir Tab. 1.2).

TAB. 1.2 – *Divers critères de planéité selon l'utilisation de la tôle (Constellium, 2008)*

Produit	**Planéité (défauts de fibres)**	**Cambrure**
Boîte de boisson	$< 35UI$	positive
Automobile	$< 20UI$	positive
Tôle à peindre	$< 7,5UI$	positive
Tôle classique	$< 20UI$ (avant planage) $< 5UI$ (après planage)	$< 25mm$ sur $1\,200mm$ (cas non-critiques) $< 12mm$ sur $1\,200mm$ (cas critiques)
Plaque lithographique	$< 3UI$ $(A < 2mm\,;\, \lambda < 333mm)$	

3 Le procédé de planage

Pour certaines applications industrielles des bandes d'aluminium comme l'aéronautique, l'automobile, le boîtage ou l'impression (plaques lithographiques), les clients de Constellium ont des exigences très strictes en termes de planéité, de contraintes résiduelles et de qualité de surface. Constellium fournit en grande partie ses clients en aluminium sous forme de bobines. Si le client met en forme ou coupe le métal aux dimensions requises, il est important que les propriétés attendues et demandées perdurent, même après ces opérations. Par exemple, lorsqu'un fabricant automobile achète une bande plate et en coupe un morceau pour l'emboutir en capot, il s'attend à ce que celui-ci reste également plat. Les défauts énoncés précédemment ne sont donc pas acceptables et il convient de les corriger (si on ne peut pas les limiter suffisamment malgré tous les actionneurs introduits durant le laminage à froid). On utilise alors pour cela des planeuses. On ajoute très souvent une étape de planage à la fabrication des bobines ou des tôles d'aluminium. Ce procédé vise à produire des bandes métalliques planes et présentant de faibles contraintes résiduelles afin d'éviter les phénomènes de *cambrure* ou de *tuile*, même après la découpe au format.

3.1 Principe du planage

Pour corriger les défauts de planéité présentés au paragraphe précédent et dus à des différences de longueur de fibres, le procédé de planage consiste à amener toutes les fibres de la bande, longitudinales et transversales, dans la largeur et dans l'épaisseur, à une longueur sensiblement équivalente et réduire ainsi les instabilités de flambement. Pour cela, on allonge les différentes fibres au-delà de leur limite élastique. Ce principe avait déjà été énoncé il y a plus de 100 ans par Britton (1885). De même que pour le laminage, il existe un planage à chaud (surtout mis en place pour l'acier mais pas pour l'aluminium à cause de problèmes de collage), et un planage à froid.

Pour illustrer le principe du planage, on considère une bande d'aluminium présentant une différence de longueur entre ses fibres longitudinales et on la représente de manière très simple

par trois bandelettes dans la largeur (une de longueur L_1 et deux de longueur $L_2 > L_1$, voir Fig. 1.8). L'écart de déformation initial $\Delta\varepsilon_i = \frac{L_2 - L_1}{L_1}$ correspond au défaut de planéité manifeste de la bande. En *Unités Internationales*, il s'exprime par $\Delta\varepsilon_i \times 10^5$.

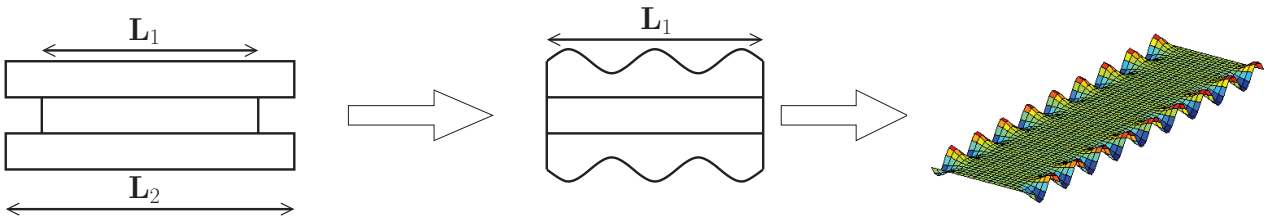


FIG. 1.8 – *Représentation simplifiée d'un défaut manifeste de bords longs*

On impose un allongement identique ε_T au deux types de bandelettes, longue et courte, de façon à ce qu'elles plastifient toutes les deux. La fibre courte F_1 entre dans le domaine plastique plus tôt que la fibre longue F_2. On exprime l'écart de contrainte finale $\Delta\sigma_f$ (voir Fig. 1.9) par :

$$\Delta\sigma_f = \sigma_f^1 - \sigma_f^2 = \left[\sigma_0 + E'\left(\varepsilon_T - \frac{\sigma_0}{E}\right)\right] - \left[\sigma_0 + E'\left(\varepsilon_T - \frac{\sigma_0}{E} - \Delta\varepsilon_i\right)\right] = E'.\Delta\varepsilon_i \quad . \qquad (1.12)$$

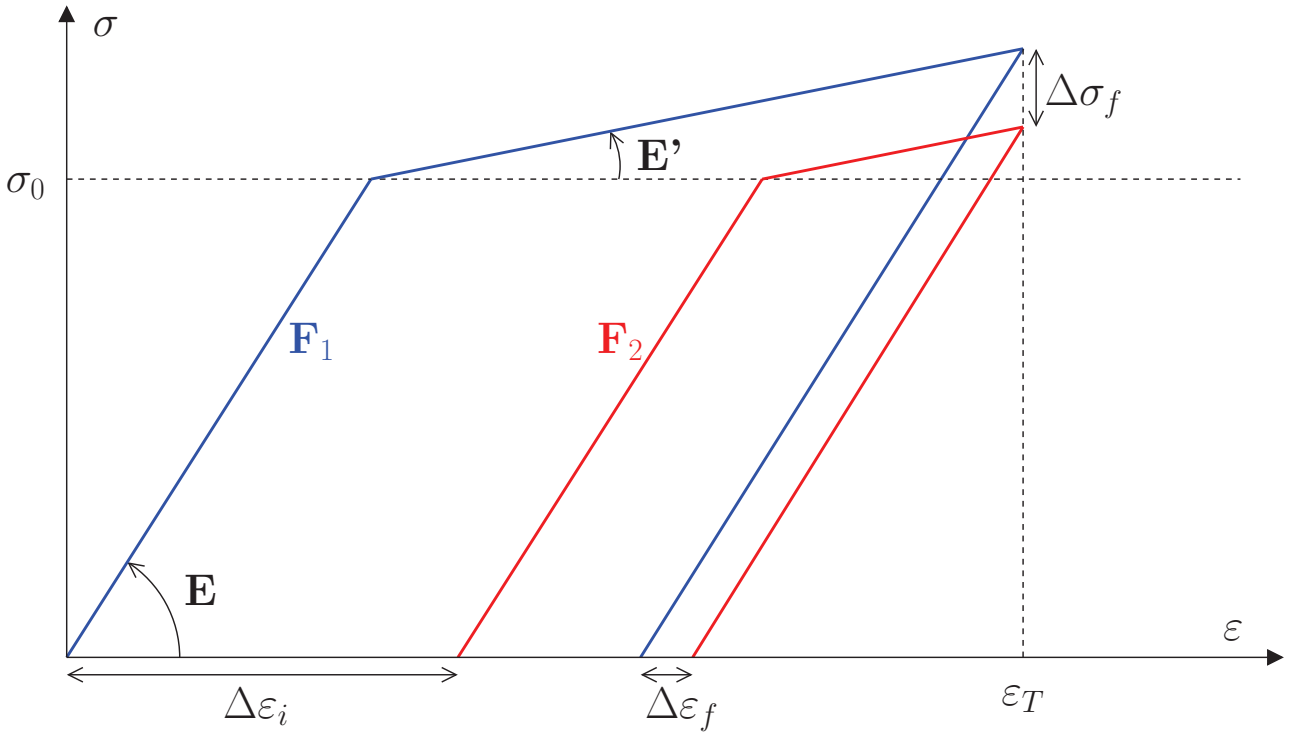


FIG. 1.9 – *Courbe ε - σ pour deux fibres, longue et courte, d'une bande*

Et on obtient :

$$\Delta\varepsilon_f = \frac{\Delta\sigma_f}{E} = \frac{E'}{E}.\Delta\varepsilon_i \quad . \tag{1.13}$$

Comme le coefficient d'écrouissage E' est très faible devant le module d'Young E du matériau, la différence de longueur finale a fortement diminué et le défaut initial de planéité est correctement corrigé.

Pour résumer, dans le cas d'une bande avec un défaut de planéité dû à un écart de longueur de fibres longitudinales, la résorption du défaut s'obtient par allongement plastique des fibres les plus courtes d'une quantité égale à cette différence selon :

$$(\text{défaut en UI}) \times 10^{-5} = \text{allongement plastique des fibres les plus courtes.} \tag{1.14}$$

Pour les fibres les plus longues, la déformation élastique et la potentielle élongation plastique sont précédées par la suppression des ondulations de flambement. On peut alors déterminer trois zones sur la figure 1.10.

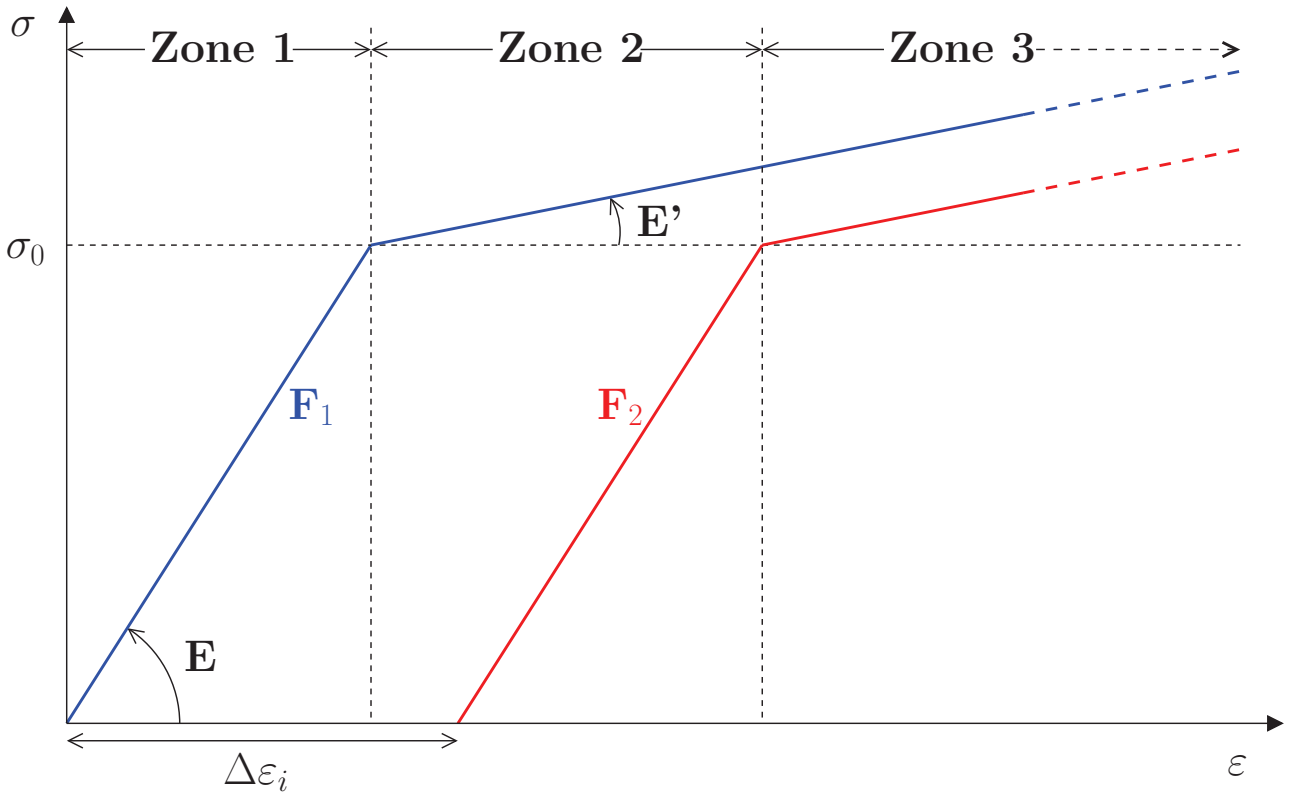


FIG. 1.10 – *Zones de fonctionnement pour la correction des défauts de planéité*

- la **zone 1** où $\varepsilon_T < \frac{\sigma_0}{E}$ dans laquelle les fibres courtes sont tendues élastiquement,
- la **zone 2** où $\frac{\sigma_0}{E} < \varepsilon_T < \frac{\sigma_0}{E} + \Delta\varepsilon_i$ dans laquelle les fibres courtes sont allongées plastiquement tandis que les fibres longues restent dans le domaine élastique, le défaut de planéité est atténué partiellement,
- la **zone 3** où $\varepsilon_T > \frac{\sigma_0}{E} + \Delta\varepsilon_i$ dans laquelle toutes les fibres de la bande sont allongées plastiquement et le défaut de planéité initial est corrigé au maximum (il existera toujours une différence de longueur de fibres, mais très faible).

On regroupe ces résultats dans un diagramme représentant le défaut de planéité (ou l'écart de déformation entre fibres longues et courtes) en fonction de l'allongement total imposé (voir Fig. 1.11), qui sert d'abaque pour le réglage d'une planeuse.

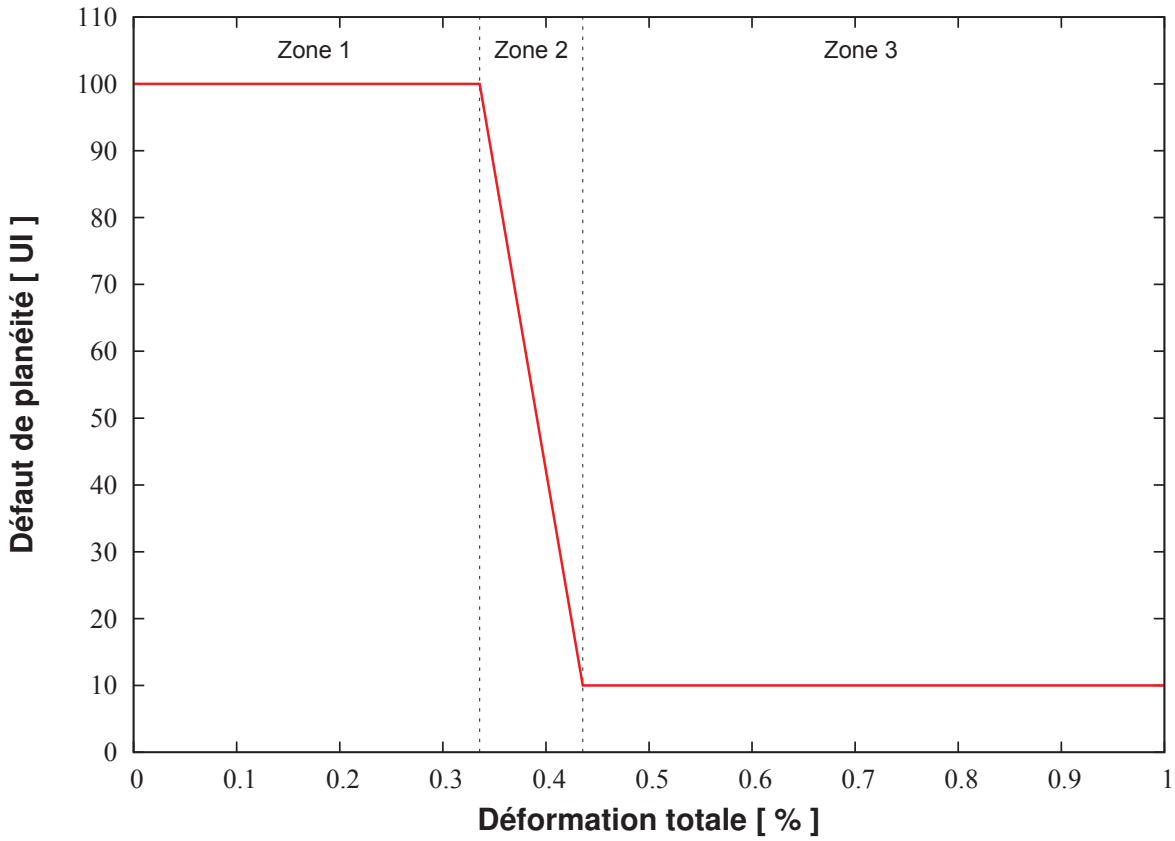


FIG. 1.11 – *Abaque pour le réglage d'une planeuse*

Mais surtout le nécessaire réglage efficace d'une planeuse est dû à l'expérience de l'opérateur. Egalement, des recettes de planage (tables de préréglage) sont disponibles, suite au contrôle en ligne de la planéité sur les produits précédemment traités.

On applique ces formules à une bande d'aluminium de module d'Young $E = 70\,000 MPa$, de limite élastique $\sigma_0 = 235 MPa$, de coefficient d'écrouissage $E' = 7\,000 MPa$ et présentant un défaut de planéité de fibres (*centre long* ou *bords longs*) de $100 UI$ (défaut très important, différence de longueur de $1mm$ pour une bande de $1m$ de long). Si on introduit un allongement total $\varepsilon_T > \Delta\varepsilon_i + \frac{\sigma_0}{E} = 0,44\%$ (c'est-à-dire au-delà de la limite élastique pour la fibre longue) alors on obtient un écart final de longueurs de fibres de $0,01\%$, c'est-à-dire une planéité finale de $10 UI$, ce qui est légèrement supérieur au niveau acceptable. Ainsi, comme le montre une expérience effectuée à l'*Imperial College* (Sheppard, 1979), une élongation totale de $0,5\%$ de la bande est suffisante pour corriger la très grande majorité des défauts de planéité indutriels.

Le comportement élasto-plastique des métaux est rarement décrit par un coefficient d'écrouissage unique E' mais plutôt par une courbe d'écrouissage linéaire par morceaux. Pour obtenir les données nécessaires au tracé de cette courbe, on effectue un test de traction sur un échantillon du matériau étudié et on obtient les résultats de la figure 1.12 pour l'aluminium qui sera utilisé dans toute la suite de notre étude.

Déformation plastique	**Contrainte [MPa]**
0,000 0	235,00
0,000 5	261,39
0,001	272,58
0,002	283,29
0,005	296,68
0,01	306,20
0,02	315,20
0,03	320,22
0,04	323,67
0,05	326,28
0,075	330,89
0,1	334,04
0,125	336,43
0,15	338,33
0,2	341,27
0,25	343,48
0,3	345,25
0,4	347,97
0,5	350,02

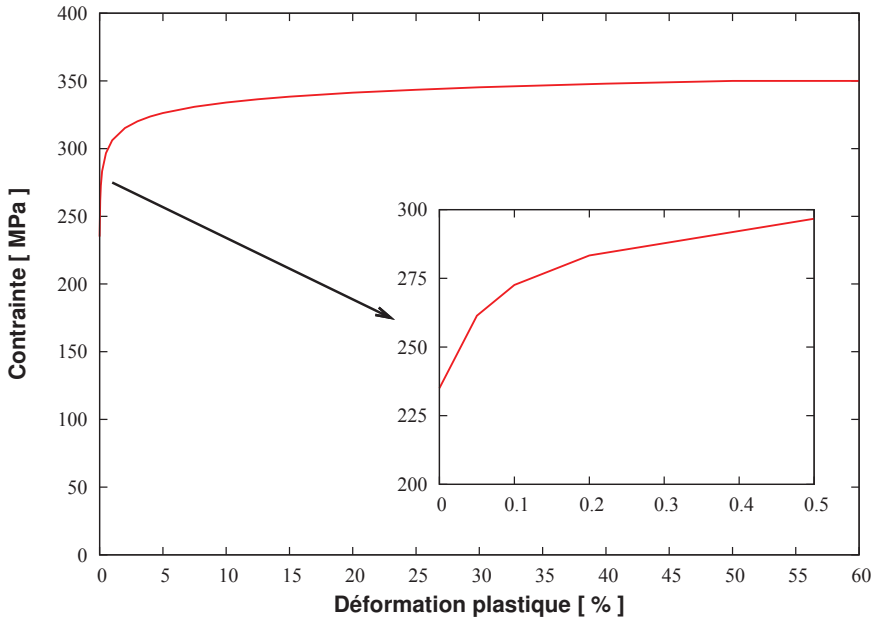


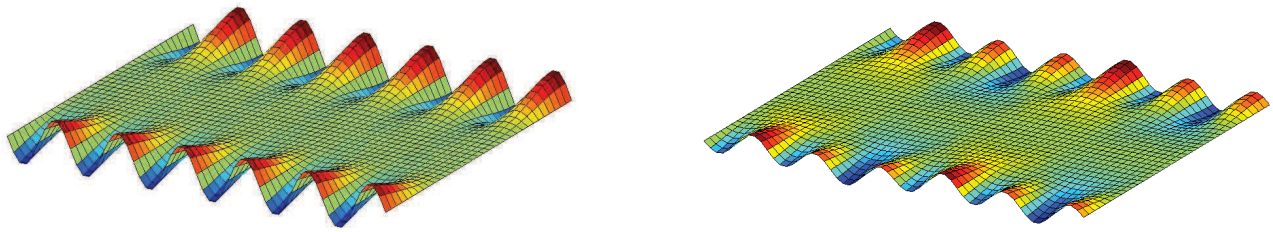
FIG. 1.12 – *Loi d'écrouissage de l'aluminium étudié*

On pourrait bien sûr refaire le calcul analytique précédent avec l'écrouissage décrit dans le tableau de la figure 1.12 mais on propose d'utiliser le logiciel d'éléments finis *Abaqus/Standard* pour vérifier le principe du planage énoncé ci-dessus. On considère alors une bande d'aluminium de longueur $L = 3\,000mm$, de largeur $b = 1\,800mm$, d'épaisseur $e = 0,224mm$, discrétisée par des éléments coques quadratiques. Le comportement du métal est considéré comme élasto-plastique avec un écrouissage linéaire par morceaux. La bande présente un défaut initial de planéité de *bords longs* de $50UI$. On introduit ce défaut géométrique (il n'y a pas de contrainte résiduelle au sein de la bande) sous la forme :

$$z(x,y) = \frac{A}{2} sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda} + \pi\right) \times \frac{1}{2}\left[1 + cos\left(\pi Y\right)\right] \times exp\left(-16Y^2\right) \quad , \tag{1.15}$$

avec $Y = 1 - \frac{2|y|}{b}$, $A = 7,118mm$ et $\lambda = 500mm$.

On soumet cette tôle à une déformation totale de $0,5\%$ dans le sens longitudinal puis on la relâche et on vérifie comment est corrigé le défaut initial de planéité (voir Fig. 1.13).



(a) Défaut initial (b) Défaut final

FIG. 1.13 – *Comparaison des déformées de la bande avant et après l'allongement-relâchement*

Dans un premier temps, on observe déjà que le défaut initial de *bords longs* semblent être atténué d'après la déformée de la bande après allongement plastique et relâchement élastique.

On se place dans un deuxième temps dans le plan *déformation - contrainte* et on s'intéresse aux chemins suivis par la fibre courte du centre et la fibre longue du bord durant cette expérience numérique. On retrouve le même graphique que celui établi analytiquement et il est possible de « mesurer » le défaut initial et le défaut final en % d'écart de déformation et de le traduire en *Unités Internationales*. Ainsi, le défaut initial de *bords longs* géométrique de $50UI$ est corrigé et réduit à $9,60UI$ (voir Fig. 1.14).

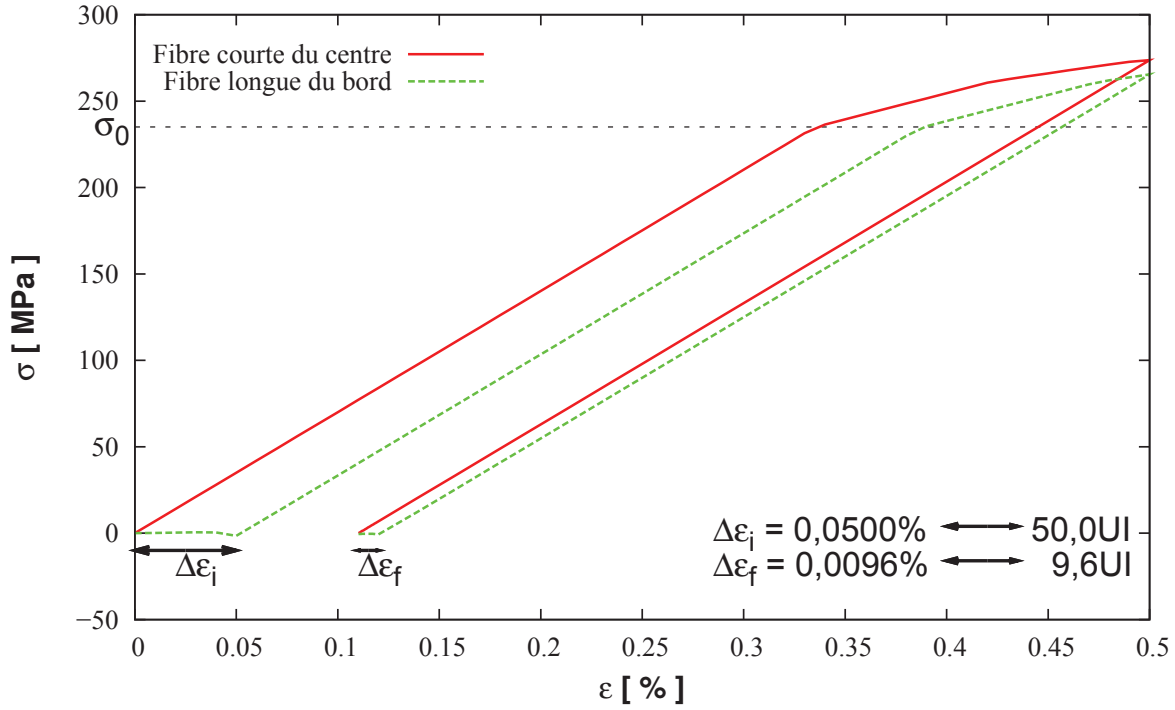


FIG. 1.14 – *Courbe ε - σ pour deux fibres, longue et courte (obtenue avec Abaqus/Standard)*

Dans un troisième temps, on se focalise sur le bord de la bande où se situe la fibre la plus longue. La figure 1.15 représente cette fibre initialement et après l'allongement-relâchement.

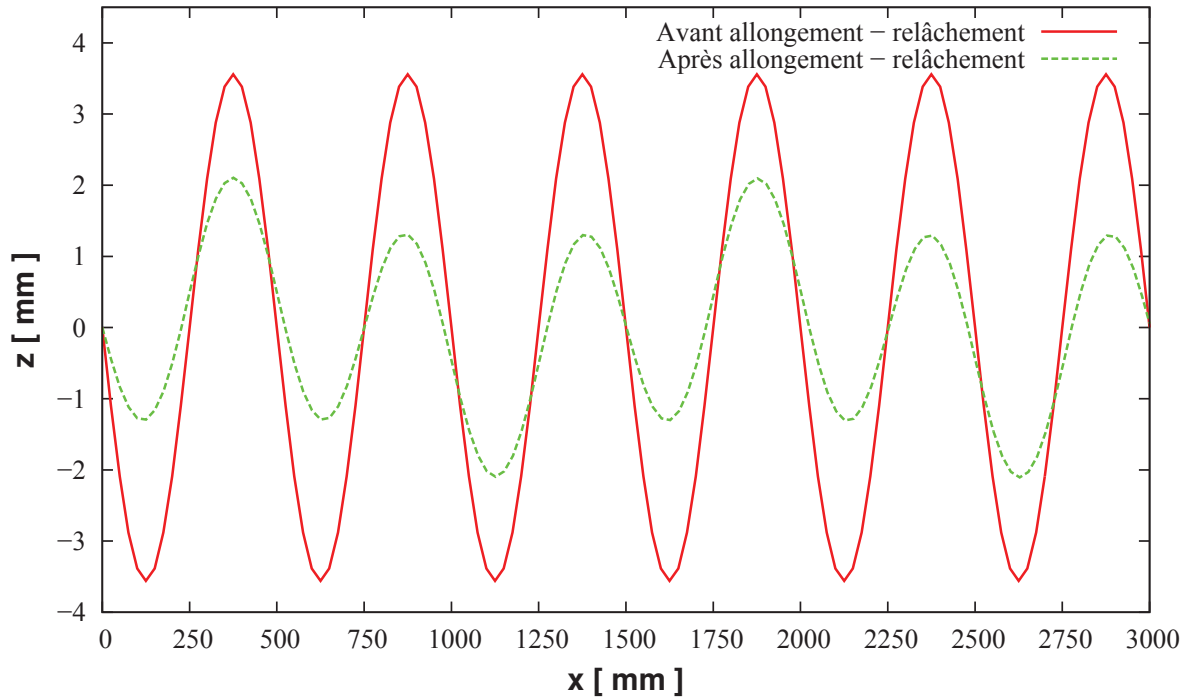


FIG. 1.15 – *Déformée du bord de la bande avant et après l'allongement-relâchement*

Initialement, la forme de la rive de la bande est une sinusoïde de la forme :

$$\frac{A}{2} sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \quad \text{avec} \quad A = -7,118mm \quad \text{et} \quad \lambda = 500mm \quad . \tag{1.16}$$

Après la simulation, on approxime la déformée du bord par la somme de deux sinusoïdes, une lente et une rapide :

$$\frac{A_1}{2} sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda_1}\right) + \frac{A_2}{2} sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda_2}\right) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} A_1 = -3,144mm \quad \text{et} \quad \lambda_1 = \ 500,593mm \\ A_2 = \ 1,097mm \quad \text{et} \quad \lambda_2 = 1\,501,122mm \end{cases} , \tag{1.17}$$

ce qui correspond à une planéité finale de $9,86UI$ et confirme le résultat issu de la courbe *contrainte - déformation*. Plus précisément, la fibre longue flambe toujours mais l'ondulation a une amplitude diminuée tant en conservant la même longueur d'onde. Ainsi, pour un comportement élasto-plastique avec écrouissage plus réel de l'aluminium, l'élongation totale de $0,5\%$ conseillée assure une réduction du défaut initial et une division par 5 de sa valeur.

Il existe plusieurs types de planeuses selon qu'elles introduisent l'allongement plastique par traction, par flexion ou par une combinaison des deux. Dans tous les cas, ces déformations permanentes se doivent tout de même de rester limitées pour éviter les risques de fissuration ou de déchirement du métal.

3.2 Technologies et outils

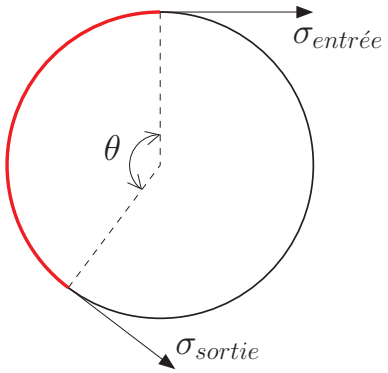
Après avoir décrit le principe général du procédé de planage qui permet de corriger les défauts de planéité et de réduire (si possible annuler) les contraintes résiduelles des bandes métalliques, nous présentons les trois grandes catégories de planeuses existantes et leur mode de fonctionnement. On n'abordera pas ici le planage par *laminage en skin pass* sur des laminoirs dits de skin pass ou défripeurs, qui ne sont pas l'objet de la thèse, mais qui permettent également de résorber les contraintes internes et les défauts de planéité (surtout pour l'acier).

Planeuse sous traction pure

Les défauts de planéité et les courbures sont corrigés en étirant plastiquement la bande afin que toutes les fibres soient à la même longueur. Pour des plaques individuelles, un système de mors de part et d'autre appliquant la traction voulue au matériau fonctionne efficacement. Cette technologie s'appelle un *banc de traction*. Elle est surtout utilisée pour des tôles épaisses destinées à l'aéronautique (entre $8mm$ et $185mm$ d'épaisseur). Cependant, cette solution est coûteuse en travail et en matériel. Il existe également des planeuses pour bobines qui fonctionnent selon le même système que les bancs de traction en appliquant localement une traction à un morceau de bande par l'intermédiaire de mors. Puis la partie corrigée est coupée et le processus se poursuit en déroulant la bobine de manière non continue. Mais cette technique n'est pas étudiée dans le cadre de cette thèse.

La planeuse sous traction pure, également appelée étireuse, a été développée vers 1960. Elle introduit un allongement plastique dans la bande grâce à deux séries de blocs de vitesses différentes. La première série accélère la bande qui passe d'une vitesse V_0 à une vitesse V_1 supérieure, provoquant l'allongement désiré. La seconde ralentit la tôle qui sort alors à une vitesse V_2 telle que $V_0 < V_2 < V_1$. La vitesse de défilement est comprise entre $100m.min^{-1}$ et $600m.min^{-1}$. Ceci permet de tendre toute l'épaisseur de la bande au-delà de la limite élastique du matériau. Ainsi, les contraintes résiduelles sont réduites mais l'aluminium durcit et sa capacité en allongement résiduel diminue. Le bon compromis du planage consiste à allonger suffisamment les fibres pour corriger les défauts de planéité $(0,5\%)$ mais pas trop pour maintenir un allongement résiduel utilisable par le client lors de la mise en forme finale.

Ne disposant que de la traction très faible des débobineuses et rebobineuses $(10-20MPa)$, des blocs tensionneurs sont alors utilisés pour augmenter (ou diminuer) fortement la tension de la bande par l'intermédiaire du frottement du produit plat sur les rouleaux. Le rapport maximal qu'il est possible d'obtenir entre les tractions de sortie et d'entrée de ces blocs, en supposant qu'il n'y a pas de glissement, est calculé par la formule de la poulie d'Euler (voir annexe A et Fig. 1.16) en fonction de l'angle de contact et du coefficient de frottement entre le métal et le rouleau.



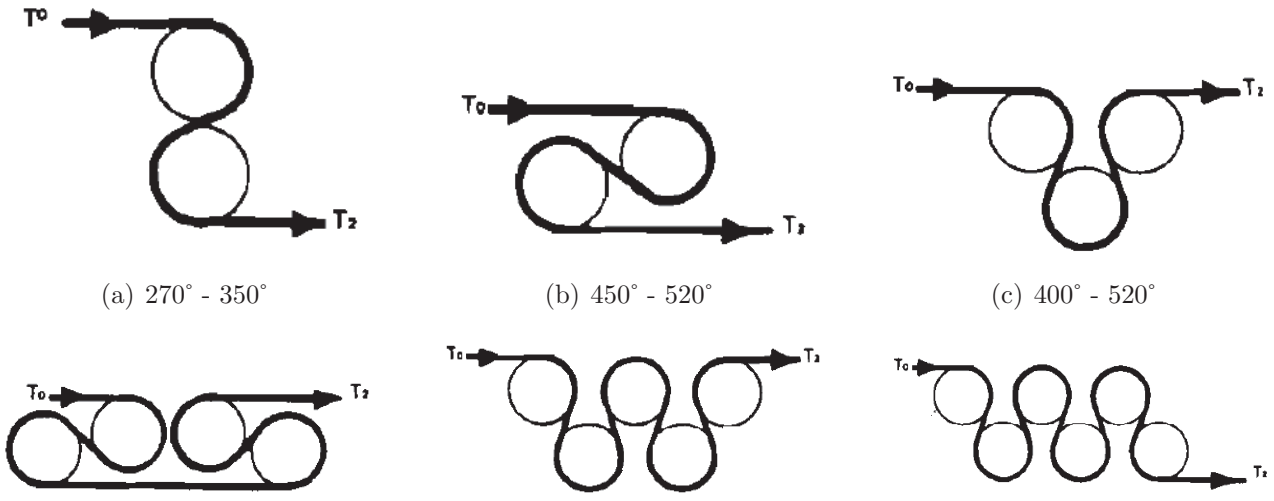
$$\frac{\sigma_{sortie}}{\sigma_{entrée}} = e^{f\theta} \quad , \tag{1.18}$$

FIG. 1.16 – *Bande sur un rouleau soumise à deux tractions et au contact avec frottement*

où f est le coefficient de frottement entre la bande et le rouleau, θ l'angle de contact. On itère cette formule en ajoutant plusieurs rouleaux à la suite pour augmenter la longueur totale de contact entre bande et rouleaux. Ainsi, pour un bloc tensionneur composé de n rouleaux, présentant chacun un angle de contact θ_i avec la bande, le rapport maximal qu'il est possible d'obtenir entre les tractions de sortie et d'entrée vaut :

$$\frac{\sigma_{sortie}}{\sigma_{entrée}} = e^{f(\theta_1+\theta_2+...+\theta_n)} \quad . \tag{1.19}$$

La figure 1.17 montre plusieurs configurations possibles de blocs tensionneurs avec un angle total de contact compris entre 270° et 1 170° et de 2 à 6 rouleaux.



(a) 270° - 350° (b) 450° - 520° (c) 400° - 520°

(d) 900° - 1 040° (e) 800° - 1 040° (f) 920° - 1 170°

FIG. 1.17 – *Angle de contact bande/rouleaux en fonction de la configuration du bloc tensionneur*

Les blocs tensionneurs sont constitués de rouleaux de grands diamètres (entre $500mm$ et $1\,000mm$, pour éviter la flexion) et parallèles. Les rouleaux sont tous de même diamètre et de même inertie donc interchangeables. Plus la bande d'aluminium est épaisse, plus ils sont grands. Ils sont recouverts d'une couche de revêtement en élastomère ($10 - 20mm$, dureté entre 75° et 90° *Shore A*) comme le néoprène ou le polyuréthane afin d'assurer le frottement adéquat entre les deux surfaces en contact. L'élastomère évite également la détérioration de la surface de la tôle car l'usure des cylindres de travail provoque des irrégularités dans le profil de la bande. Plus le revêtement est épais et mou, moins la surface sera endommagée par la poussière ou les particules d'aluminium. Mais trop épais ou trop mou, une déformation excessive causera une distribution non-uniforme dans la largeur de la bande. De plus, le contact est lubrifié pour diminuer légèrement le frottement, transférer la chaleur et protéger la surface de la corrosion et des saletés. Le lubrifiant ne doit pas être d'origine végétale ni animale pour prévenir sa détérioration suite à la formation d'acides organiques.

Le tableau 1.3 présente quelques valeurs du coefficient de frottement en fonction du matériau constituant le revêtement et des conditions de lubrification.

TAB. 1.3 – *Coefficient de frottement en fonction du revêtement et de la lubrification*

Revêtement	**Lubrification**	**Coefficient de frottement**
Acier nu	sec	$0,15$ - $0,18$
	huile (faible)	$0,10$ - $0,15$
Néoprène	sec	$0,17$ - $0,20$
	huile (faible)	$0,13$ - $0,17$
	huile (excès)	$0,10$ - $0,13$
Caoutchouc	sec	$0,25$ - $0,28$
	huile	non recommandé
Polyuréthane	sec	$0,22$ - $0,26$
	huile (faible)	$0,17$ - $0,22$
	huile (excès)	$0,13$ - $0,17$

Le réglage des vitesses dans les blocs tensionneurs peut se faire soit par deux moteurs séparés, soit par un moteur et un système mécanique d'engrenages. Néanmoins, lors du fonctionnement de l'étireuse, des phénomènes de vibrations ou de battements de la traction font apparaître des défauts d'ondulation sur toute la largeur de la bande. Des volants d'inertie sont alors mis en place pour stabiliser la vitesse de rotation.

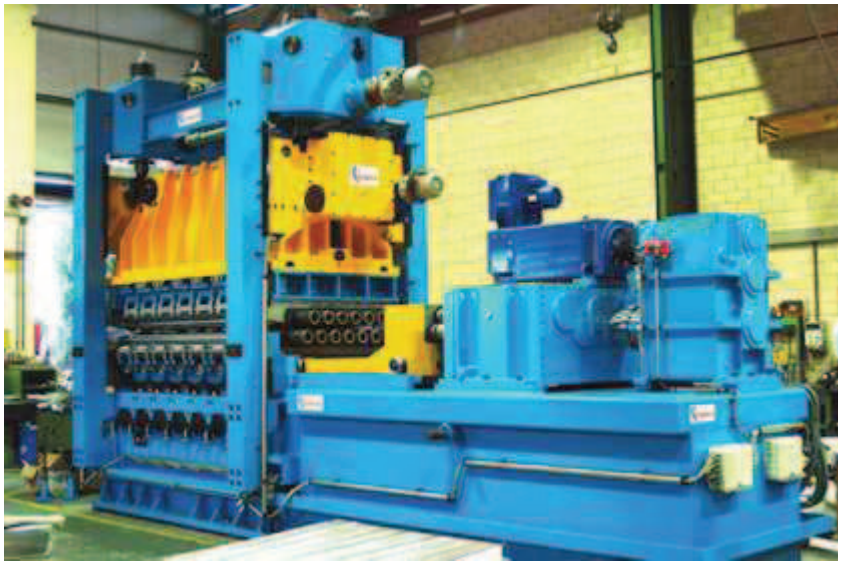
Ce système d'étirage en continu de la bande présente l'inconvénient de recourir à une traction élevée, supérieure à la limite élastique de l'aluminium, pour être efficace et corriger les défauts de longueur de fibres. C'est pourquoi ce type de planeuse est généralement utilisé pour les bandes minces malgré des risques de casses du produit. Cependant, cette technologie a tendance à produire des bandes avec un défaut final de *centre long*, sauf celles présentant un défaut de *bords longs* initial très prononcé.

Pour finir, il n'est parfois pas possible de planer sous traction pure certaines bandes métalliques car elles sont trop dures, trop épaisses ou ont des défauts de *cambrure* et *tuile* incorrigibles par une simple traction. Pour ces cas-là, on utilise des rouleaux plus petits sur lesquels la bande est sollicitée en flexion.

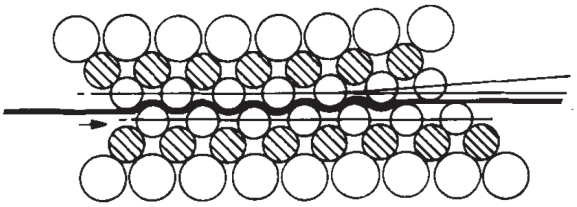
Planeuse multi-rouleaux

Une deuxième solution possible pour la correction des défauts de planéité est l'introduction d'allongement plastique dans la bande d'aluminium par des flexions alternées. On utilise alors une planeuse multi-rouleaux (voir Fig. 1.18).

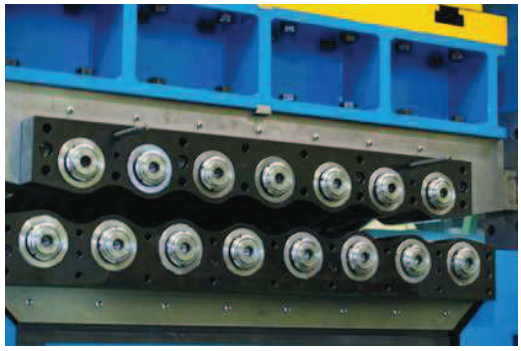
Ce type de machine est composé d'un équipement supérieur et d'un équipement inférieur contenant chacun des nappes de cylindres de travail et de cylindres d'appui. Le nombre de rouleaux est élevé et varie généralement entre 15 et 21 (toujours impair), ce qui engendre de 7 à 10 flexions alternées. Peu espacés (l'entraxe est égal au diamètre augmenté de 5 à 11%), ils sont plus petits que pour la planeuse sous traction pure, leur diamètre est compris entre 15 et $50mm$. L'équipement inférieur reste fixe tandis que l'équipement supérieur peut se déplacer verticalement et basculer autour d'un axe transversal à la bande afin de réaliser l'imbrication des rouleaux désirée. Les angles de contact entre la bande et les rouleaux sont alors relativement faibles (entre 0° et 15°). Quant aux rouleaux, ils sont constitués d'un alliage d'acier compatible avec les traitements thermiques et de dureté 90/95 *Shore C*. Comme il n'y a pas de traction dans la bande, les rouleaux sont motorisés et le planage multi-rouleaux est effectué à une vitesse de quelques dizaines de mètres par minute.



(a) Planeuse *Indeco*



(b) Schéma



(c) Rouleaux de planage

FIG. 1.18 – *Planeuse multi-rouleaux*

Gevers *et al.* (1995) divisent la planeuse en deux zones dont les fonctions sont très différentes mais tout de même complémentaires et interactives. La première zone a pour but d'éliminer les défauts de planéité non-développables tels que le *centre long*, *bords longs* ou toute répartition hétérogène dans la largeur des contraintes résiduelles longitudinales. Pour ce faire, les fibres atteignent un taux de plastification dans l'épaisseur suffisamment élevé et fonction de l'importance du défaut initial. La figure 1.19 montre l'influence du taux de plastification dans l'épaisseur sur la correction d'un défaut de planéité initial de $175UI$ dans une bande d'acier. Il apparaît que le planage multi-rouleaux est d'autant plus efficace que le taux de plastification est important. A travers la littérature, il est considéré qu'un taux de plastification de 85% dans l'épaisseur est suffisant pour réparer la plupart des défauts de planéité (Bland et Alters, 1967).

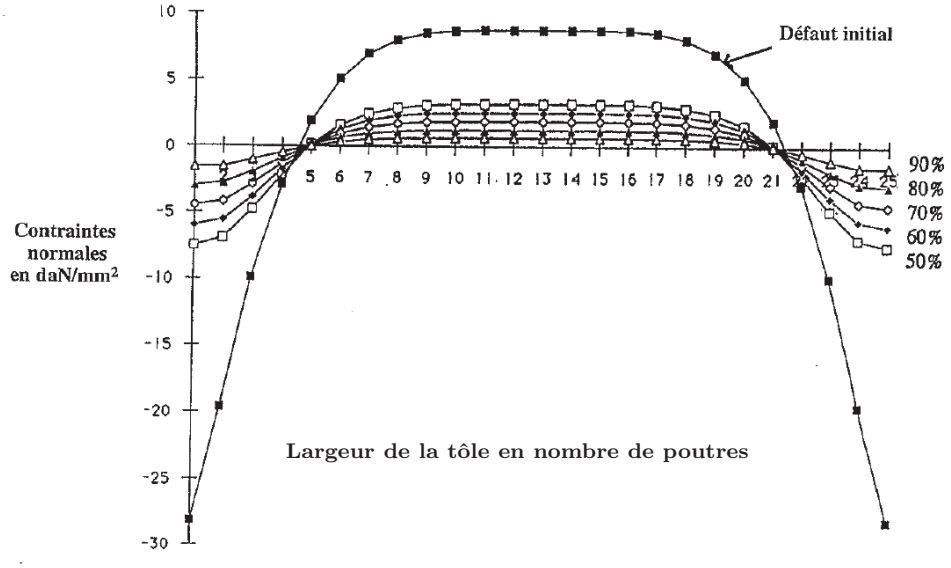


FIG. 1.19 – *Influence du taux de plastification sur la correction d'un défaut de bords longs (Gevers et al., 1995)*

La seconde zone permet de réduire les gradients de contraintes longitudinales et transversales dans l'épaisseur de la bande, assurant ainsi une *cambrure* et une *tuile* faibles. On atteint cet objectif par la décroissance progressive des imbrications des rouleaux suite au basculement de l'équipement supérieur de telle sorte que le rayon de courbure soit nul en sortie de la machine. D'autre part, il est prouvé que plus le nombre de pliages effectués est important, meilleure sera la planéité finale (voir Fig. 1.20).

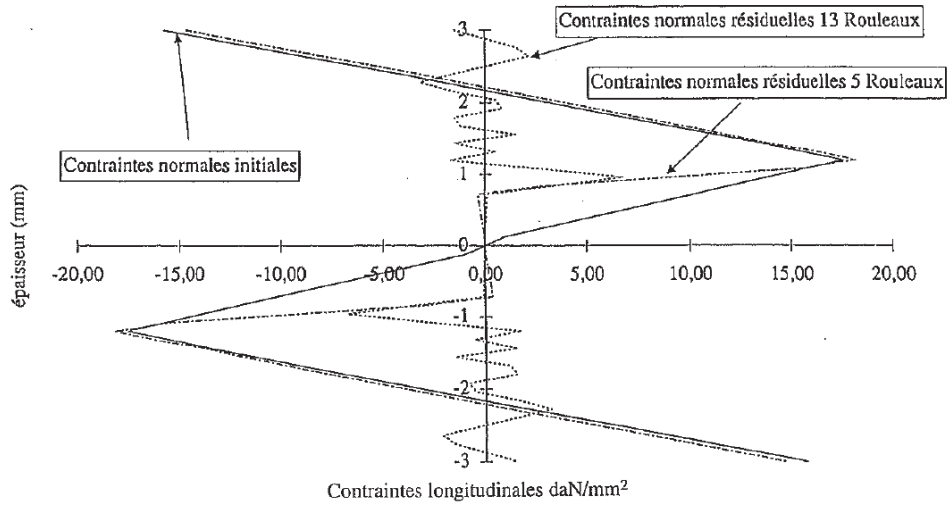


FIG. 1.20 – *Influence du nombre de rouleaux sur la contrainte longitudinale dans l'épaisseur (Gevers et al., 1995)*

Des rouleaux décambreurs et détuileurs peuvent être ajoutés après la planeuse multi-rouleaux afin d'aliminer les défauts de courbure résiduels. De plus, lorsque l'épaisseur de la bande diminue, la *cambrure* et la *tuile* deviennent particulièrement difficiles à maîtriser donc il conviendra alors d'augmenter le nombre de rouleaux.

Enfin, une amélioration de cette technologie consiste à autoriser les rouleaux de travail à se déformer élastiquement dans le sens transversal (voir Fig. 1.21) et mieux s'adapter ainsi aux défauts de la bande entrante, par l'action des rouleaux intermédiaires et des rouleaux d'appui.

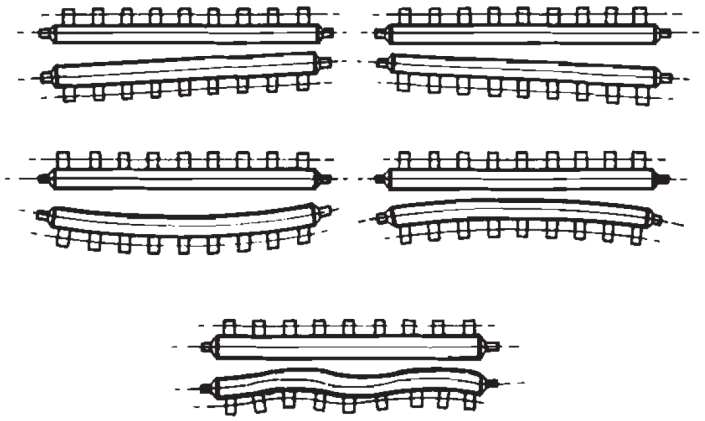
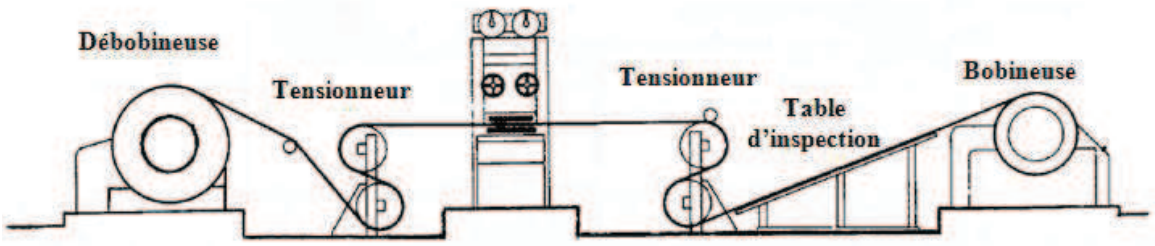


FIG. 1.21 – *Flexion élastique des rouleaux de travail*

Planeuse sous tension

Lors du planage sous traction pure, l'effort appliqué à la bande doit dépasser la limite élastique du matériau pour être efficace et corriger les défauts de planéité. Ce type de machine s'adresse donc à des tôles d'épaisseur relativement faible, sous peine de nécessiter une mécanique trop lourde pour pouvoir produire une telle traction. Une solution consiste à combiner les modes de fonctionnement des deux planeuses précédentes en introduisant des flexions alternées (par des aiguilles de planage) dans une bande tendue entre deux blocs tensionneurs. Cette technologie s'appelle planage sous tension (voir Fig. 1.22) et est très prisée dans l'industrie de l'acier.

Développé en 1938, et grâce aux progrès technologiques, ce système traite des bobines de $2m$ de large, à une vitesse moyenne de $300m.min^{-1}$ (avec des pointes à $900m.min^{-1}$). Il faut éviter une vitesse de planage trop grande car sinon les grains du métal n'ont pas le temps d'atteindre une position stable, ce qui peut conduire à des nouvelles contraintes après l'opération.



(a) Schéma

(b) Planeuse *Mirae Tech* (côté débobineuse)

(c) Planeuse *Mirae Tech* (côté bobineuse)

FIG. 1.22 – *Ligne de planage sous tension*

Lors du passage sur les rouleaux, la superposition d'une traction assure la plastification d'une section plus importante de la bande. De plus, la tension aide à atteindre la conformité de la tôle sur les rouleaux. Grâce aux flexions alternées, la force de traction à appliquer est plus faible que pour une étireuse (seulement un tiers de la limite élastique). Ainsi, une planeuse sous tension est très efficace et est capable d'éliminer des défauts incorrigibles avec une planeuse conventionnelle (Kusakabe et Hirasawa, 1966), à des coûts moindres.

L'architecture de la planeuse joue un grand rôle, en particulier la taille et la disposition des rouleaux. Il détermine la gamme des bandes à planer. Par rapport à une planeuse multi-rouleaux, la présence de la traction autorise à augmenter le diamètre des aiguilles de planage, également à diminuer leur nombre (moins d'une dizaine) (voir Fig. 1.23).

(a) Modèle Castelsarrasin (b) Modèle Rhénalu

FIG. 1.23 – *Exemples de configurations de planeuses sous tension*

D'autre part, on ajoute deux rouleaux supplémentaires en sortie de planeuse. On place un rouleau détuileur pour transformer la *tuile* en *cambrure* puis un rouleau décambreur pour supprimer ce défaut. La figure 1.24 décrit la ligne de planage sous tension de Rogerstone, mise en service en 1965. Cette ligne traite des bandes d'aluminium entre $0,15mm$ et $0,76mm$ d'épaisseur, entre $500mm$ et $1\,050mm$ de largeur et $250MPa$ au maximum de limite élastique. Le métal défile à la vitesse de $290m.min^{-1}$.

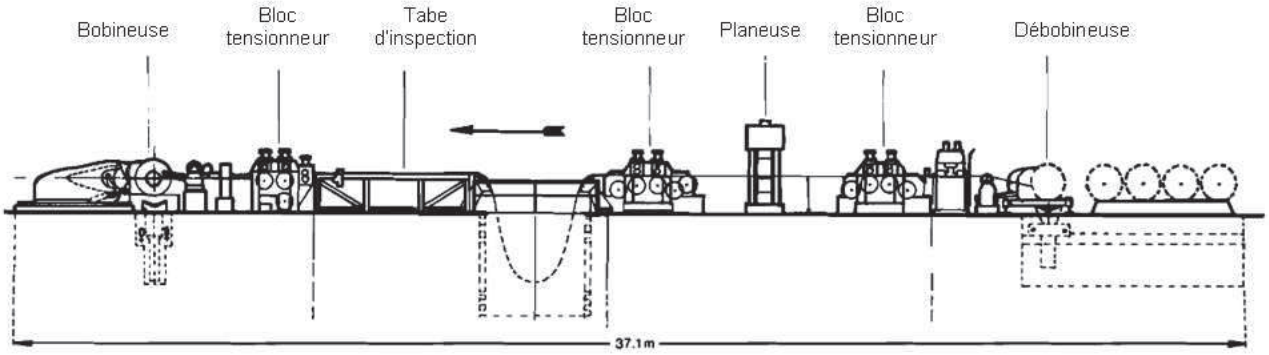


FIG. 1.24 – *Planeuse sous tension utilisée à Rogerstone*

Enfin, le pilotage d'une planeuse sous tension se fait par une consigne d'allongement, plutôt que par une consigne de traction. En effet, la seconde méthode est assez difficile à mettre en place, peu économique et des instabilités sont susceptibles d'apparaître. Alors que l'allongement est donné par l'application d'une différence de vitesse entre les deux blocs tensionneurs. Ce système est plus sensible, notamment avec des métaux ayant un faible coefficient d'écrouissage.

On voit sur la courbe *contrainte - déformation* de la figure 1.25 que pour une faible variation de la contrainte σ, on obtient de grands écarts de déformation ε. Ainsi, il est plus prudent de contrôler l'allongement dont les variations ont peu d'effets sur la traction de la bande.

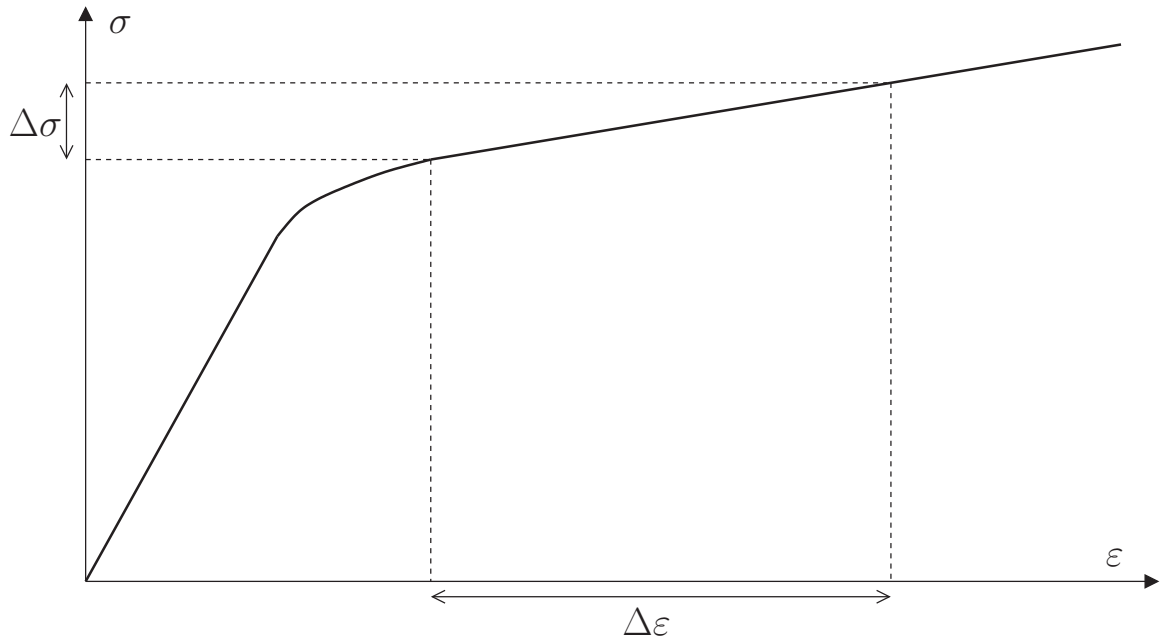


FIG. 1.25 – *Pilotage en allongement ou en traction*

4 Revue de la littérature

4.1 Etude expérimentale

Morris *et al.* (2000) ont étudié le planage sous tension afin de caractériser le comportement de la bande métallique durant le procédé. Ils ont effectué des séries de tests cycliques de fatigue sur des tôles en acier à faible teneur en carbone, issues du laminage à froid. Ils ont sollicité les échantillons pendant 10 cycles de traction - compression, à température ambiante et à une fréquence de $1Hz$. Les hystérésis observées sur les courbes *contrainte - déformation* et le calcul des coefficients de Bauschinger β et β_1 ont permis de mettre en évidence le comportement élasto-plastique du métal, avec un écrouissage combiné isotrope - cinématique dont la fraction cinématique augmente avec la déformation totale imposée, accompagné d'un effet Bauschinger.

Morris *et al.* (2002) ont également conduit des expériences numériques (sous *Abaqus / Standard*) dans le but de comprendre quels sont les paramètres du planage sous tension (5 rouleaux) qui influencent la planéité résiduelle d'une bande métallique. Pour cela, ils ont utilisé une méthodologie de *plan d'expériences* développée par Taguchi. Il est apparu que l'angle de contact avec le rouleau 4 a le plus d'impact sur les contraintes résiduelles et que pour minimiser les déviations hors-plan de la tôle, il faut :

- un angle de contact avec le rouleau 2 élevé,
- un angle de contact avec le rouleau 4 élevé,
- une vitesse de planage faible (pour le comportement élasto-visco-plastique du matériau),
- un allongement ou une tension de ligne faible,
- une limite élastique élevée.

4.2 Modélisation (semi-)analytique

Malgré des hypothèses simplificatrices, les modèles (semi-)analytiques fournissent les distributions de contraintes et de déformations dans l'épaisseur, les courbures résiduelles de la bande en un temps de calcul relativement court. Ils peuvent être suffisants pour comprendre les mécanismes importants du procédé et permettre un préréglage des machines de manière à optimiser la planéité sortante et limiter les contraintes résiduelles. Ce sont surtout les planeuses multi-rouleaux et les planeuses sous tension qui sont concernées par cette approche.

Swift (1948) a été le premier à s'intéresser au pliage sous tension suite à l'observation de différences d'épaisseur de tôles après élongation entre la théorie et la pratique. Ses travaux ont été repris puis appliqués aux flexions multiples et alternées par Kinnavy (1972) pour le design de planeuses à rouleaux, simples et performantes. Ensuite, à travers cette voie, Patula (1979) a cherché à comprendre les différents mécanismes régissant le procédé de planage afin d'optimiser la correction de la planéité. Il a déterminé 5 cas de figure de plastification (ou non) de la surface supérieure, médiane et inférieure d'une bande en fonction du rayon de pliage et de la tension appliquée (voir Fig. 1.26). Pour chaque cas, il a proposé des formules pour calculer l'allongement résiduel ainsi que les pertes de tension de la tôle dues à la plastification des fibres.

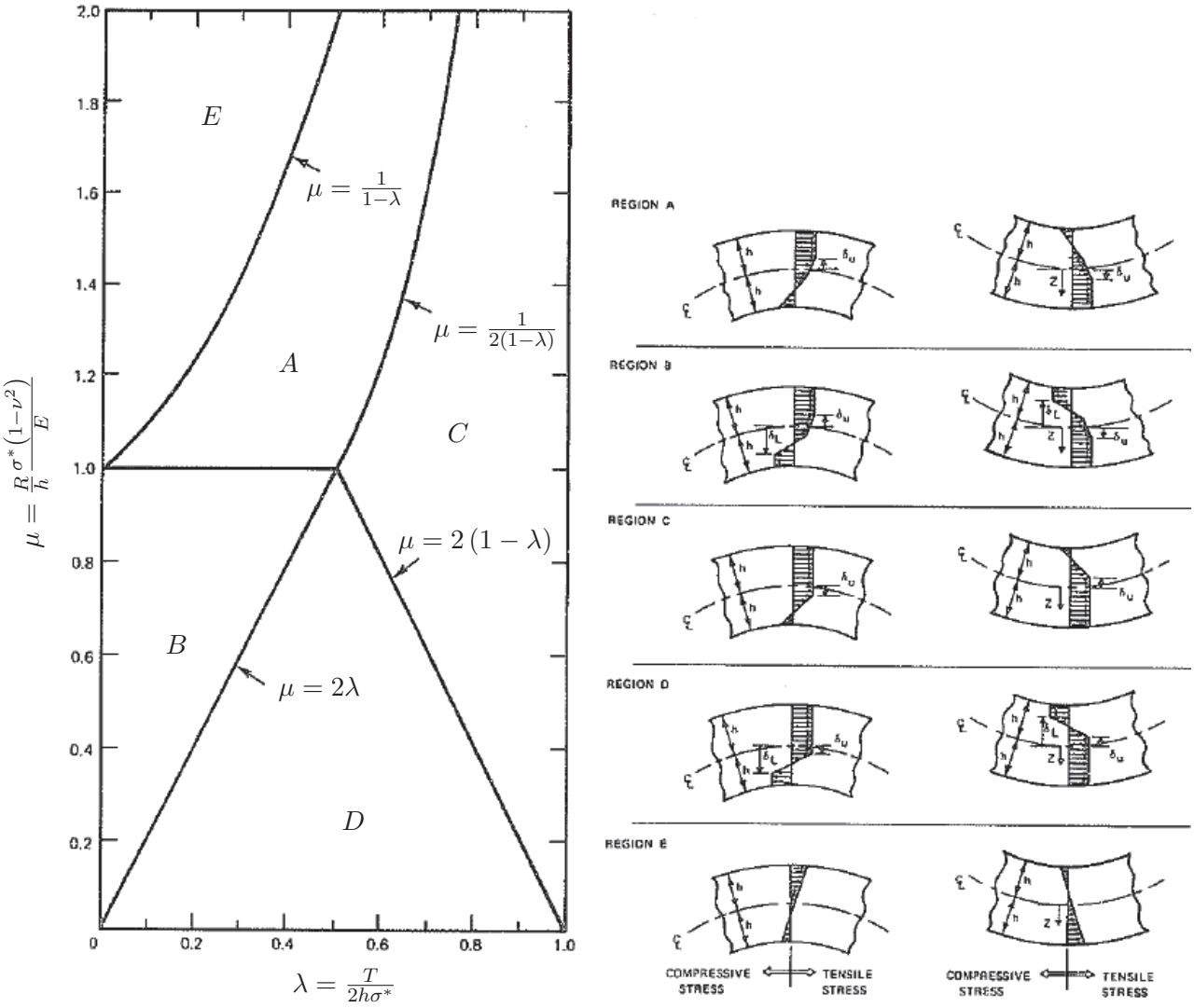


FIG. 1.26 – *Caractérisation de la distribution de contraintes dans l'épaisseur (Patula, 1979)*

Doege *et al.* (2002) ont proposé un modèle analytique de planage sous tension en deux dimensions fournissant les courbures résiduelles, en assimilant la bande à une poutre. En cas de comportement élastique, la déformée de cette poutre est un polynôme d'ordre 3 alors que pour un comportement plastique, celle-ci est décrite par un polynôme d'ordre 4. Il a fait l'hypothèse d'une élasticité linéaire ainsi que d'un écrouissage linéaire (l'écrouissage exponentiel plus proche du comportement réel nécessitait plus de temps de calcul pour des résultats quasiment identiques). Avec un temps de calcul très faible, ce modèle peut être utilisé directement dans une boucle de contrôle de la machine pour l'ajustement en temps réel des paramètres du procédé.

Plusieurs auteurs ont élaboré des modèles analytiques en trois dimensions tout en supposant quelques hypothèses simplificatrices comme le firent Cerles (1981) et Tirilly (1991). A savoir des déformations planes, une contrainte normale nulle, l'absence de cisaillement, l'hypothèse des sections droites de Bernoulli, la loi de Hooke en élasticité, les équations de plasticité de Prandtl-Reuss associées au critère de Von Mises, un écrouissage isotrope. Misaka et Masui (1976) ont ouvert la voie à ce type de modèles permettant le calcul de l'allongement, des contraintes, de la *cambrure* et de la *tuile* résiduelles à la sortie d'une planeuse sous tension. Ils ont établi expérimentalement une équation pour le rayon de pliage effectif ρ de la bande en cas de non conformité, en fonction de l'épaisseur e, du diamètre du rouleau D, de la tension σ_T, de l'angle de contact θ et de la limite élastique σ_0 :

$$\rho = \frac{D}{2} + e\left(a_1 \times \frac{2\sigma_0}{2\sigma_0 + \sigma_T} \times \frac{1}{\theta^{a_2}} - a_3\right) \quad , \tag{1.20}$$

où a_1, a_2 et a_3 sont des constantes. Par la suite, Hira *et al.* (1988) ont repris cette formule empirique du rayon de pliage et ont comparé leurs résultats avec des données expérimentales pour une adéquation plus précise. Ils ont remarqué que l'augmentation du nombre de rouleaux des planeuses assurait une réduction des contraintes résiduelles. Ils ont également corrigé un défaut de *bords longs* en divisant la largeur de la tôle en 5 morceaux et ont conclu que plus l'imbrication des rouleaux est importante, plus la différence de longueur entre les fibres longitudinales est diminuée. Les chercheurs de l'IRSID Bourgon *et al.* (1993) ont développé leur propre logiciel de planage avec cette approche. Ils ont ainsi accès à la courbure de la bande sur chaque rouleau, son taux de plastification dans l'épaisseur. La validation a été faite à partir de valeurs expérimentales pour les courbures et les forces (les erreurs relevées étaient dues surtout à l'incertitude sur la rhéologie du matériau). Grâce à un découpage numérique de la bande en une vingtaine de poutres dans la largeur et une cinquantaine de tranches dans l'épaisseur, les auteurs ont simulé le passage d'une tôle avec un défaut initial de *cambrure* ou de *bords longs*, ce dernier étant mieux corrigé avec des rouleaux concaves traduisant leur cambrage. Dans tous les cas, les défauts de planéité initiaux sont atténués et les contraintes résiduelles diminuées. Afin

d'améliorer cette méthodologie, Jamshidian *et al.* (2008) ont introduit un écrouissage combiné entre isotrope et cinématique linéaire de Prager. Ils ont validé leur modèle en le comparant avec une simulation par *Eléments Finis*. Une augmentation de l'épaisseur ou de la tension appliquée fait diminuer les courbures résiduelles. Très récemment, Behrens *et al.* (2011) ont considéré la bande métallique comme une poutre et ont supposé sa déformée comme étant deux arcs en contact avec les rouleaux reliés par une tangente afin de programmer dans le logiciel *Matlab* le calcul des contraintes résiduelles, validé par des résultats expérimentaux. Leur modèle offre la possibilité de fléchir les rouleaux pour s'adapter dans la direction transversale au défaut entrant (celui-ci est mesuré par relevé topographique puis est injecté dans la bande en entrée de la machine). En divisant numériquement la largeur en fibres longitudinales, les auteurs simulent la réduction des différences de longueur entre les fibres, aboutissant à l'atténuation (voire la suppression avec de meilleurs réglages) d'un défaut de *bords longs*, ainsi qu'à la transformation d'un défaut de *centre long* en *bords longs* (voir Fig. 1.27).

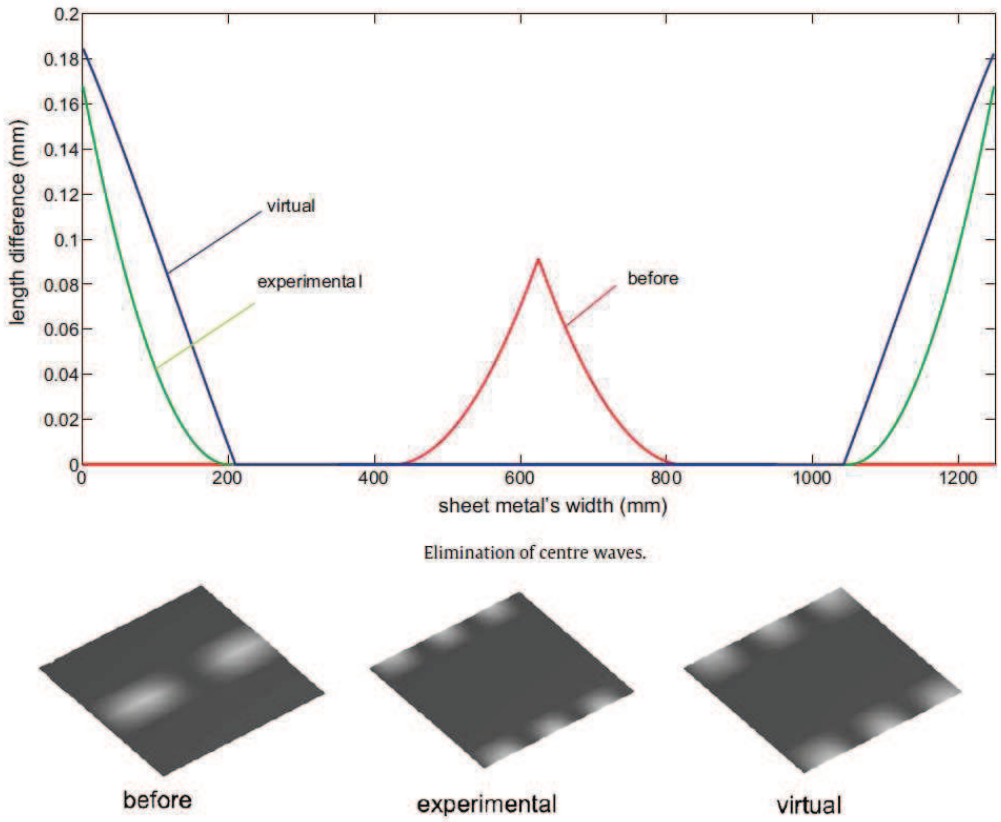


FIG. 1.27 – *Transformation d'un défaut de centre long en défaut de bords longs (Behrens et al., 2011)*

4.3 Simulation numérique

Les modèles numériques basés sur la méthode des *Eléments Finis* (FEM) sont plus précis et nécessitent moins d'hypothèses simplificatrices. Par contre, leur temps de calcul augmente de manière importante avec le degré de précision demandé pour les résultats et la complexité des conditions du procédé introduites dans le modèle. Ainsi, ils ne peuvent pas être utilisés directement en ligne, dans une boucle de contrôle par exemple, mais plutôt hors-ligne, lors de la compréhension des différents phénomènes intervenant lors du planage de bandes minces.

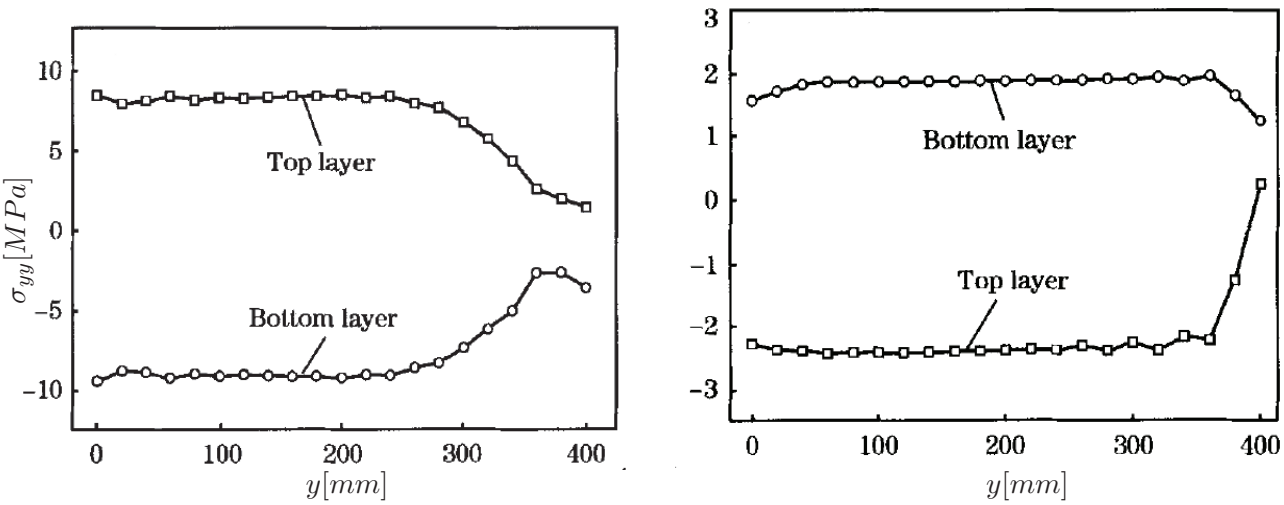
Huh *et al.* (2001) ont utilisé le logiciel commercial *Abaqus/Standard* pour élaborer un modèle *Eléments Finis* en deux dimensions pour un ensemble de 3 rouleaux et étudier l'influence des paramètres du procédé que sont la traction appliquée, l'imbrication, l'entraxe, le nombre et le diamètre des rouleaux. Une bande métallique de $0,7mm$ d'épaisseur est discrétisée par des éléments quadrangles à intégration réduite, soumise à une retenue de $50MPa$ et défilée sur $400mm$ afin d'atteindre un *régime permanent*. Il apparaît que le choix de la taille du maillage est primordial puisque pour une taille dans le sens longitudinal allant de $10mm$ à $1mm$, la valeur de la déformation plastique engendrée varie du simple ou double. D'autre part, ils ont établi que l'imbrication du rouleau central détermine le niveau maximal de la déformation plastique longitudinale.

Trull (2008) a également simulé le planage sous tension avec *Abaqus/Standard* mais en 3 dimensions avec des éléments coques à interpolation linéaire, avec une intégration réduite dans le plan et 11 points d'intégration dans l'épaisseur. La condition de symétrie centrale autorise la modélisation uniquement de la demi-largeur avec, par conséquent, un problème et un temps de calcul réduits. Les rouleaux sont quant à eux supposés indéformables et représentés par des surfaces analytiques rigides. L'auteur leur donne néanmoins un profil dans la direction transversale afin de tenir compte de leur cambrage, suite au cédage par exemple. Il considère ensuite un contact normal unilatéral et un contact tangentiel sans frottement. Un défaut de planéité géométrique initial de *bords longs* est introduit dans la bande virtuellement découpée en plusieurs bandelettes dans sa largeur pour illustrer les courbures résiduelles différentes après le retour élastique. La simulation nécessite 2 jours de calculs et est réalisée en 5 étapes :

- application d'une traction de retenue (25% de la limite élastique),
- imbrication des rouleaux,
- recul des rouleaux (ce qui est équivalent au défilement de la bande),
- désimbrication des rouleaux,
- relâchement de la traction.

Les résultats montrent que la déformation plastique longitudinale est quasiment constante dans toute la largeur de la bande avec une légère décroissance près du bord libre. Cet effet était impossible à prédire avec les modèles (analytiques ou numériques) en deux dimensions et cela montre l'importance des calculs prenant en compte la largeur malgré une homogénéité apparente du procédé dans cette direction (rouleaux plats, absence de frottement, traction uniformément appliquée, ...). Ensuite, le passage d'une bande avec un défaut initial dévoile une redistribution de la déformation plastique dans le sens transversal puisque cette grandeur est très élevée au centre mais beaucoup moins au niveau des rives, là où les fibres longitudinales sont déjà longues (*bords longs*). Ainsi, la planeuse sous tension corrige le défaut initial de planéité en atténuant les différences de longueur de fibres. Il est possible d'accentuer cet effet avec des rouleaux profilés adaptés au défaut entrant (profil bombé pour un défaut de *bords longs* et profil creusé pour un défaut de *centre long*) (technique aussi décrite par Noé (1999)).

Enfin, Li *et al.* (2007) ont préféré le logiciel *MSC. Marc* pour effectuer une modélisation par *Eléments Finis* du planage sous tension d'une bande de $0,2mm$ d'épaisseur et de $800mm$ de large. La demi-largeur est discrétisée à l'aide d'éléments coques linéaires. Par rapport à l'auteur précédent, il considère en plus le frottement entre la tôle métallique et les rouleaux selon la loi de Coulomb et avec un coefficient de $0,2$. « Seulement » 20 heures sont alors nécessaires pour ce calcul permettant d'accéder aux contraintes résiduelles longitudinale et transversale en fonction de l'imbrication du rouleau décambreur. Les auteurs remarquent que les contraintes sont hétérogènes dans la largeur de la bande (voir Fig. 1.28). L'écart entre les valeurs au centre par rapport à celles des rives évolue avec l'imbrication du rouleau décambreur. Ainsi, la simplification du modèle en 2D n'aurait pas permis de mettre en lumière ce point et ils recommandent une approche en 3D pour la simulation de ce type de procédé.



(a) Avant relâchement de la traction (b) Après relâchement de la traction

FIG. 1.28 – *Distribution de la contrainte transversale dans la demi-largeur (Li et al., 2007)*

Les modèles par *Eléments Finis* sont très gourmands en temps de calcul à cause de la longueur de défilement à assurer donc Steinwender *et al.* (2010) ont testé plusieurs types d'éléments pour la discrétisation de la tôle (2D structurel = poutres, 2D continu = quadrangles, 3D structurel = coques, 3D continu = hexaèdres) dans le logiciel *Abaqus/Explicit*. Pour des rouleaux non-motorisés, ils ont mis en évidence l'augmentation de la traction de la bande suite à la dissipation d'énergie par déformation plastique des fibres. Afin d'accélérer leur simulation, ils ont développé une approche basée sur le travail virtuel pour le calcul de la courbure de la bande avec un nombre de degrés de liberté bien inférieur à celui relevé dans la méthode des *Eléments Finis*.

Une alternative consiste à développer son propre code *Eléments Finis* spécialement dédié au planage sous tension comme l'ont fait Yoshida et Urabe (1999). Remarquant que les modèles empiriques ou analytiques ne tenaient pas compte de l'effet Bauschinger, ni du phénomène d'écrouissage-radoucissement, ils ont élaboré un programme personnel avec :

- une loi décrivant le comportement cyclique du matériau selon le modèle de Chaboche et Rousselier (1983) avec écrouissage combiné isotrope / cinématique non-linéaire dont les paramètres sont identifiés par un test cyclique de flexion (l'essai classique de traction-compression n'est pas réalisable à cause du flambement de la bande),

- un algorithme de détection du contact performant car la gestion de ce point est particulièrement longue dans les logiciels commerciaux,
- une discrétisation de la tôle par des éléments quadrangles 2D.

Ce code est validé avec le calcul des courbures lors d'une expérience et appliqué à une configuration industrielle pour laquelle la sensibilité des courbures résiduelles longitudinale et transversale à l'imbrication des rouleaux est étudiée. Le planage multi-rouleaux a été simulé dans un programme développé indépendamment d'un logiciel commercial par Park et Hwang (2002) avec des éléments coques pour une bonne description de la flexion et une intégration réduite afin d'éviter les phénomènes de verrouillage numérique. Il a été validé sur une configuration simple de 5 rouleaux en laboratoire avec de bonnes tendances mais 20% d'erreur lors du calcul de la courbure. Ensuite, le programme est appliqué à deux configurations à 13 et 15 rouleaux. Il apparaît que plus l'imbrication d'entrée de la machine est grande, mieux est corrigé le défaut de *cambrure* initiale. A imbrication égale, des rouleaux plus nombreux et plus petits sont plus efficaces.

Enfin, peu d'auteurs ont pris en compte le caractère stationnaire du procédé étudié. En effet, tout comme le laminage, le planage peut être simulé numériquement avec une formulation eulérienne ou mieux ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) de manière à limiter la bande considérée simplement à la longueur de la machine. Des sections eulériennes permettent de définir des flux de matière entrant et sortant (au lieu de prendre en compte un maillage très long à faire défiler afin d'atteindre un *régime permanent*). Cette méthode est par exemple proposée dans plusieurs codes commerciaux (*Abaqus*, *Ansys/LS-Dyna*, ...). Elle a le double avantage d'autoriser le modélisateur à ne représenter qu'une longueur de bande égale à la taille de la planeuse étudiée mais aussi de pouvoir mailler finement les zones de contact avec les outils, tout en se contentant d'un maillage grossier dans les régions libres où les grandeurs varient faiblement. Dans sa thèse, Boman (2010) a intégré une formulation ALE dans le programme *Metafor* pour simuler des procédés de mise en forme en régime stationnaire, en particulier le laminage et le planage sous tension, en deux et en trois dimensions. Le choix d'un schéma de convection très précis permet d'obtenir les mêmes résultats que ceux issus d'une approche

lagrangienne. Une diminution relativement significative du temps de simulation a été observée dans le cas d'un maillage optimisé. Par ailleurs, dans le cadre de l'ANR *Instabande*, un logiciel interne est développé au sein du LEM3 pour simuler le transport de bande métallique sur des rouleaux. A ce titre, une formulation ALE sera proposée et le programme pourra donc être utilisé pour la modélisation du procédé de planage qui sera assimilé à du « transport de bande avec plastification ».

5 Conclusion

La production de bandes minces d'aluminium est une opération longue, composée de multiples procédés successifs. La planéité (défaut de forme et contraintes résiduelles) est un point important de la qualité des produits plats fabriqués, surtout lorsque les clients ont des exigences très strictes du fait de l'utilisation ultérieure (découpage, emboutissage, ...). Afin de respecter les critères demandés, Constellium utilise des planeuses pour corriger la planéité de ses tôles. Plusieurs technologies existent selon que l'allongement plastique permettant la réduction de différences de longueur de fibres est introduite par traction pure, flexions alternées consécutives ou par une combinaison de ces deux phénomènes.

Le réglage de ces machines est complexe et dépend majoritairement du savoir-faire de l'opérateur aux commandes. Des modèles analytiques simplifiés ont aidé à la compréhension des mécanismes intervenant dans la correction des défauts de planéité et dans la réduction des contraintes résiduelles. Des tables de préréglages ont également été établies pour faciliter le pilotage des planeuses. Néanmoins, ces modèles sont basés sur des hypothèses peut-être réductrices et sont généralement en deux dimensions. Nous décidons de construire un modèle analytique du planage multi-rouleaux au chapitre suivant afin de tester les possibilités offertes par cette approche.

Chapitre 2

Modélisation analytique du planage multi-rouleaux

Nous exposons quelques considérations théoriques à propos du pliage et du dépliage sans traction d'une bande d'aluminium sur un rouleau, énoncées par Cerles (1981) ou Tirilly (1991). A l'aide d'hypothèses de modélisations simples, il est possible de calculer l'allongement et la courbure résiduels pour comprendre le fonctionnement d'une planeuse et obtenir les paramètres de réglage conduisant à une bonne efficacité du procédé de planage.

1 Contraintes et déformations dans l'épaisseur

On se place dans le repère orthonormé (xyz), d'origine O sur la fibre médiane de la bande tel que :

- (Ox) est la direction longitudinale,
- (Oy) est la direction transversale,
- (Oz) est la direction normale.

Dans la suite de ce paragraphe, on adopte les hypothèses suivantes :

- initialement, la bande est supposée plane et sans contrainte interne,
- le matériau est isotrope, son comportement est élastique, parfaitement plastique,
- on néglige les contraintes de cisaillement σ_{xy}, σ_{xz} et σ_{yz},

- les sections planes restent planes (hypothèse de Bernoulli),
- comme l'épaisseur de la bande e est faible devant les autres dimensions et que la surface qui n'est pas en contact avec le rouleau est libre, on suppose que $\sigma_{zz} = 0$,
- à cause du frottement de la face concave de la bande sur le cylindre, on considère qu'il n'y a pas de glissement transversal et donc $\varepsilon_{yy} = 0$.

On s'intéresse à une bande sans traction, en flexion sur un rouleau de rayon R comme le montre la figure 2.1.

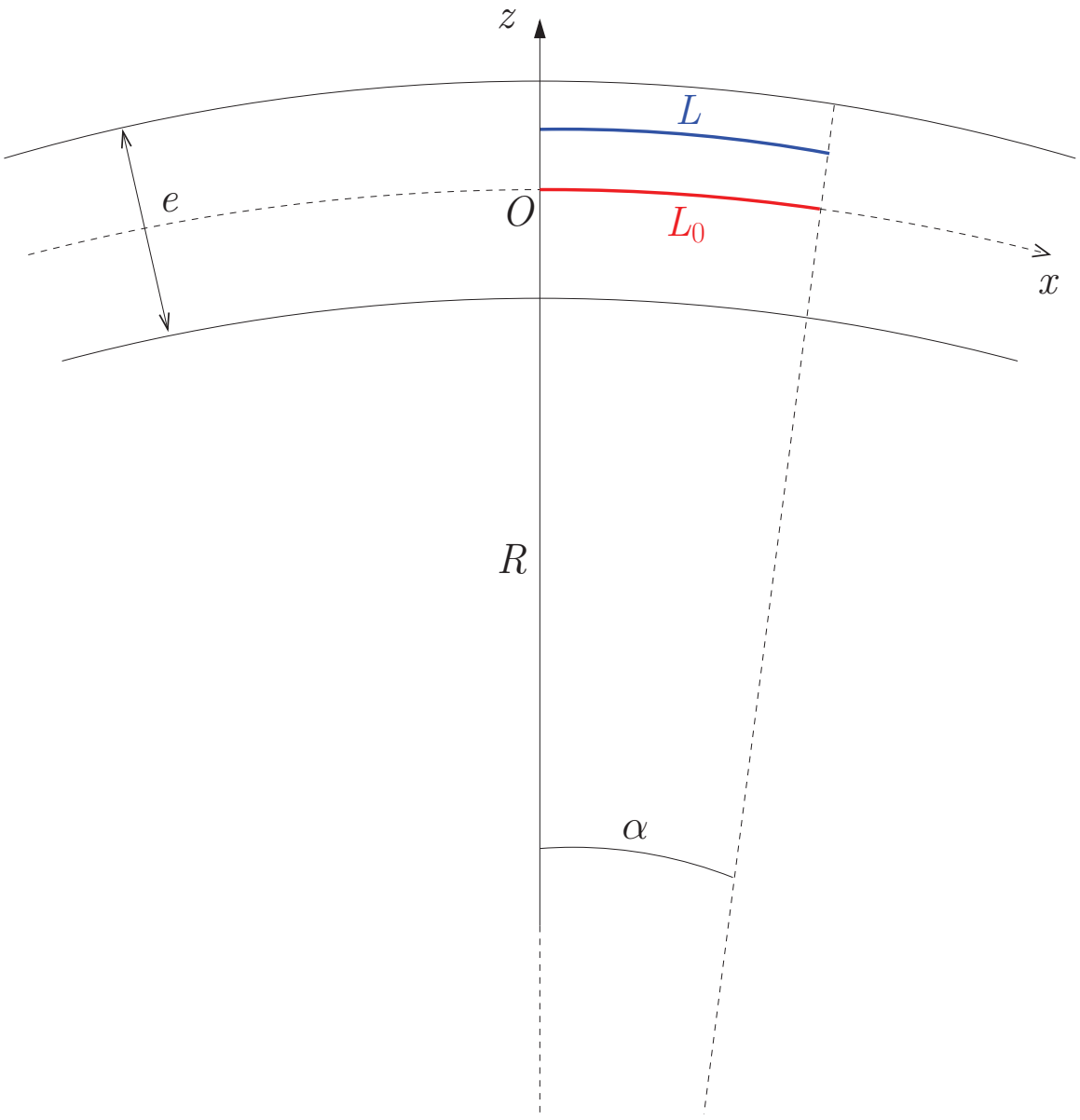


FIG. 2.1 – *Pliage sans traction d'une bande sur un rouleau*

1. Contraintes et déformations dans l'épaisseur

On détermine la déformation longitudinale d'une fibre de coordonnée z (par rapport à la fibre médiane) dans la direction normale :

$$L = \left(R + \frac{e}{2} + z\right)\alpha \qquad \text{et} \qquad L_0 = \left(R + \frac{e}{2}\right)\alpha \quad . \tag{2.1}$$

D'où :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{z}{R + \frac{e}{2}} \quad . \tag{2.2}$$

Comme $e << R$, on écrit $R + \frac{e}{2} \approx R$ et

$$\varepsilon_{xx} = \frac{z}{R} \quad . \tag{2.3}$$

Ensuite, on applique la loi de Hooke avec la formule suivante (en négligeant les composantes de cisaillement) :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad , \tag{2.4}$$

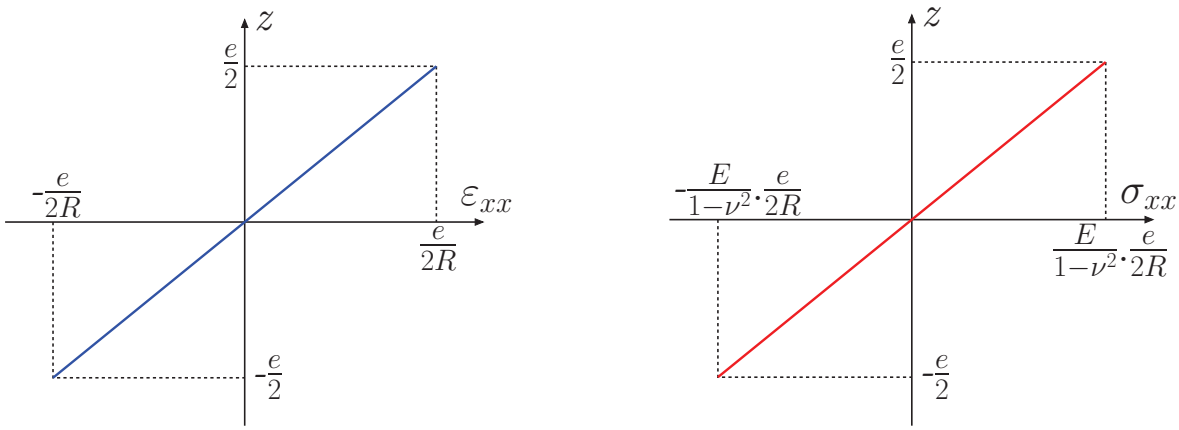
c'est-à-dire, en utilisant les hypothèses énoncées :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \dfrac{1}{E}\left[\sigma_{xx} - \nu\left(\sigma_{yy} + 0\right)\right] = \dfrac{z}{R} \\ \varepsilon_{yy} = \dfrac{1}{E}\left[\sigma_{yy} - \nu\left(\sigma_{xx} + 0\right)\right] = 0 \\ \varepsilon_{zz} = \dfrac{1}{E}\left[0 - \nu\left(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}\right)\right] \end{cases} . \tag{2.5}$$

On obtient alors les composantes des tenseurs de contraintes et de déformations :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \dfrac{E}{1-\nu^2}\dfrac{z}{R} \\ \sigma_{yy} = \dfrac{\nu E}{1-\nu^2}\dfrac{z}{R} \\ \sigma_{zz} = 0 \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} \varepsilon_{xx} = \dfrac{z}{R} \\ \varepsilon_{yy} = 0 \\ \varepsilon_{zz} = -\dfrac{\nu}{1-\nu}\dfrac{z}{R} \end{cases} . \tag{2.6}$$

On représente la déformation et la contrainte longitudinales (composantes prépondérantes de ces deux tenseurs) à travers l'épaisseur de la bande (voir Fig. 2.2).



(a) Déformation longitudinale (b) Contrainte longitudinale

FIG. 2.2 – *Déformation et contrainte longitudinales dans l'épaisseur (élasticité)*

Ceci est vrai tant que la bande se déforme élastiquement. On cherche donc à caractériser le comportement plastique. Le domaine d'élasticité est donné par le critère de *Von Mises* suivant :

$$f\left(\underline{\underline{\sigma}}\right) = \sqrt{\frac{3}{2}\underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}} - \sigma_0 \leq 0 \quad , \tag{2.7}$$

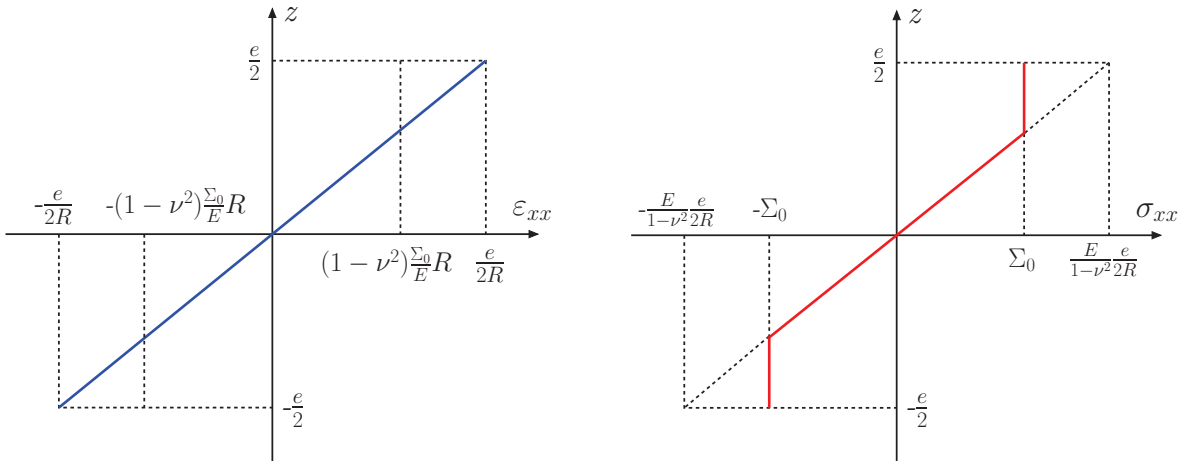
où $\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} tr\left(\underline{\underline{\sigma}}\right) \underline{\underline{1}}$ est le tenseur de contraintes déviatorique, ce qui donne dans notre cas :

$$f\left(\underline{\underline{\sigma}}\right) = \sqrt{1-\nu+\nu^2}\,|\sigma_{xx}| - \sigma_0 \quad . \tag{2.8}$$

On note alors $\Sigma_0 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{1-\nu+\nu^2}}$ et la bande reste dans le domaine élastique tant que $|\sigma_{xx}| - \Sigma_0 < 0$. Si une partie de l'épaisseur de la bande subit des déformations plastiques alors les graphiques précédents sont modifiés comme représenté sur la figure 2.3.

On calcule ainsi la valeur du rayon critique R_C correspondant au rayon du rouleau en-dessous duquel une fraction de l'épaisseur de la bande entre dans le domaine plastique :

$$\Sigma_0 = \frac{E}{1-\nu^2}\frac{e}{2R_C} \qquad \text{c'est-à-dire} \qquad R_C = \frac{1}{1-\nu^2}\frac{E}{\Sigma_0}\frac{e}{2} = \frac{\sqrt{1-\nu+\nu^2}}{1-\nu^2}\frac{E}{\sigma_0}\frac{e}{2} \quad . \tag{2.9}$$



(a) Déformation longitudinale

(b) Contrainte longitudinale

FIG. 2.3 – *Déformation et contrainte longitudinales dans l'épaisseur (élasto-plasticité)*

Par conséquent, si $R < R_C$ alors le métal plastifiera et une courbure résiduelle apparaîtra. De manière générale, si on désire plastifier une portion $p\%$ de l'épaisseur de la bande alors on utilisera un rouleau de rayon R tel que :

$$\Sigma_0 = \frac{E}{1-\nu^2}\frac{\frac{e}{2}(1-p)}{R} \quad , \tag{2.10}$$

$$R = \frac{1}{1-\nu^2}\frac{E}{\Sigma_0}\frac{e}{2}(1-p) = (1-p)\,R_C \quad . \tag{2.11}$$

2 Courbure résiduelle

Si le métal ne subit aucune déformation plastique durant le pliage, alors il reprendra sa forme originelle lorsque les forces extérieures seront relâchées. Par contre, si la tôle a subi une déformation plastique alors elle tendra à retourner vers son état initial mais cependant sans atteindre sa planéité d'origine. Elle conservera une courbure résiduelle de rayon R_{res}.

Après flexion de la bande sur un rouleau, le déchargement élastique se fait de façon à ce que le moment de relâchement élastique M_{rel} soit en équilibre avec le moment de flexion élasto-plastique M_{flex}.

$$M_{flex} = \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} \sigma_{xx}(z).z.dz = \int_{-\frac{e}{2}}^{-z_0} -\Sigma_0.z.dz + \int_{-z_0}^{z_0} \frac{E}{1-\nu^2}.\frac{z}{R}.z.dz + \int_{z_0}^{\frac{e}{2}} \Sigma_0.z.dz \quad , \tag{2.12}$$

avec $z_0 = (1-\nu^2).\frac{\Sigma_0}{E}.R = \frac{e}{2}.\frac{R}{R_C}$.

$$M_{flex} = -\frac{\Sigma_0}{2}.\left(z_0^2 - \frac{e^2}{4}\right) + \frac{E}{1-\nu^2}.\frac{1}{3R}.\left[z_0^3 - (-z_0)^3\right] + \frac{\Sigma_0}{2}.\left(\frac{e^2}{4} - z_0^2\right) \quad , \tag{2.13}$$

$$M_{flex} = \Sigma_0.\frac{e^2}{4} - \Sigma_0.z_0^2 + \frac{2}{3}.\frac{E}{1-\nu^2}.\frac{z_0^3}{R} \quad , \tag{2.14}$$

$$M_{flex} = \Sigma_0.\frac{e^2}{4} - \Sigma_0.\left(\frac{e^2}{4}.\frac{R^2}{R_C^2}\right) + \frac{2}{3}.\left(\frac{2}{e}.R_C.\Sigma_0\right).\frac{1}{R}.\left(\frac{e^3}{8}.\frac{R^3}{R_C^3}\right) \quad , \tag{2.15}$$

$$M_{flex} = \Sigma_0.\frac{e^2}{4}.\left[1 - \frac{1}{3}\left(\frac{R}{R_C}\right)^2\right] \quad . \tag{2.16}$$

Pour calculer le moment de relâchement élastique, on considère que la bande est pliée dans l'autre sens, autour d'un rouleau fictif de rayon R' :

$$M_{rel} = \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} \left(-\frac{E}{1-\nu^2}.\frac{z}{R'}\right).z.dz \quad , \tag{2.17}$$

$$M_{rel} = -\frac{E}{1-\nu^2}.\frac{1}{R'}.\frac{1}{3}.\left[\left(\frac{e}{2}\right)^3 - \left(-\frac{e}{2}\right)^3\right] \quad , \tag{2.18}$$

$$M_{rel} = -\frac{E}{1-\nu^2}.\frac{1}{R'}.\frac{e^3}{12} \quad . \tag{2.19}$$

Ainsi, l'équilibre de ces deux moments nous donne l'expression du rayon du rouleau fictif :

$$\frac{1}{R'} = \frac{3}{2}.\frac{1}{R_C}.\left[1 - \frac{1}{3}\left(\frac{R}{R_C}\right)^2\right] \quad . \tag{2.20}$$

Finalement, le rayon R_{res} de la cambrure résiduelle de la bande vaut :

$$\frac{1}{R_{res}} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \quad \text{, soit} \quad \boxed{\frac{1}{R_{res}} = \frac{1}{R} - \frac{3}{2}.\frac{1}{R_C}.\left[1 - \frac{1}{3}\left(\frac{R}{R_C}\right)^2\right]} \quad . \tag{2.21}$$

Comme la bande subit une flexion sans traction, l'allongement résiduel est nul après dépliage et seule subsiste une cambrure résiduelle. On transpose ces résultats sur la figure 2.4.

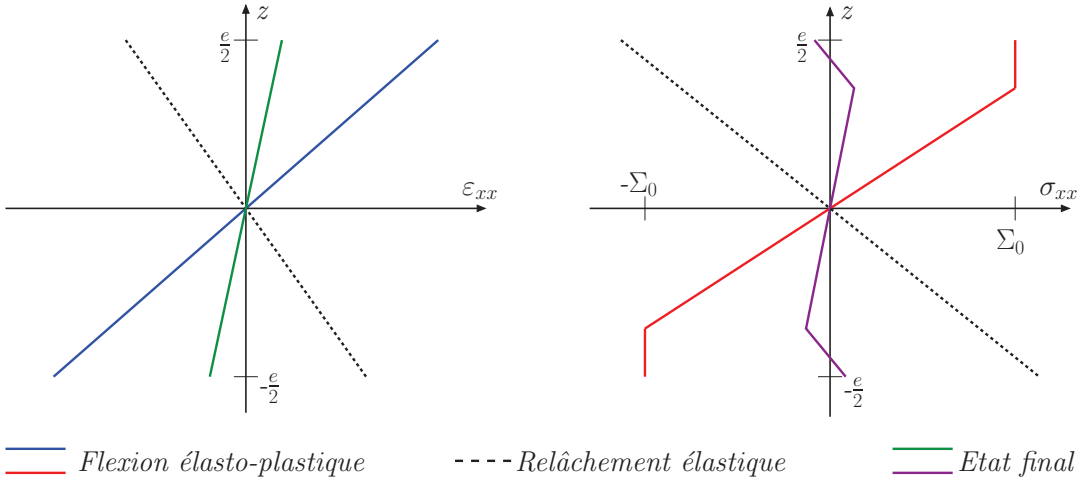


FIG. 2.4 – *Déformation et contrainte longitudinales après pliage et dépliage*

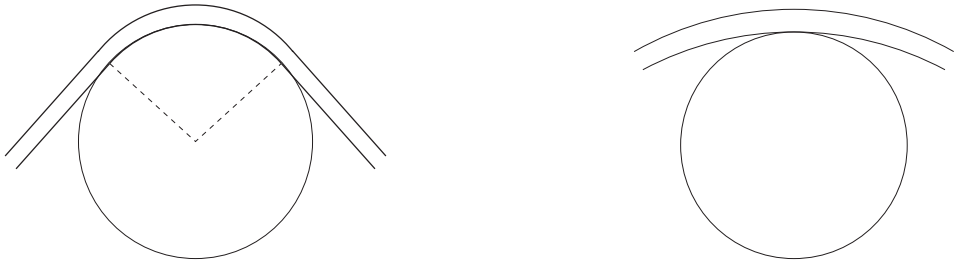
On vérifie qu'après dépliage de la tôle, on a bien :

$$\sigma_T = \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} \sigma_{xx}(z).dz = 0 \qquad \text{et} \qquad M_{tot} = \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} \sigma_{xx}(z).z.dz = 0.$$

On voit donc que pour plastifier 85% de l'épaisseur lors de la flexion sans traction, il est nécessaire de disposer de rouleaux $6,7$ fois plus petits que le rayon critique R_C. Pour planer correctement, il faut utiliser des rouleaux d'autant plus petits que l'épaisseur est faible et que la limite d'élasticité est élevée. Cependant, plus le rayon des cylindres est faible, plus le moment de flexion est important et il est difficile de faire se conformer la tôle sur le rouleau.

3 Notion de conformité

Dans les calculs précédents, on a supposé que la bande d'aluminium subissait un rayon de courbure égal à celui des rouleaux au cours de la flexion, c'est-à-dire que le métal était censé épouser la forme du cylindre sur un arc de longueur non nulle. Or cette hypothèse de conformité (pour laquelle le rayon de courbure utile de la bande est égal au rayon du rouleau) n'est pas toujours vérifiée. En effet, dans le cas où le matériau est très dur, on conçoit aisément que la bande prend un rayon de courbure supérieur à celui du rouleau (voir Fig. 2.5). D'autre part, la limite inférieure du rayon utile R_u ne peut être que R.



(a) Conformité (b) Non conformité

FIG. 2.5 – *Conformité et non conformité d'une bande sur un rouleau*

Cette notion de conformité est importante du point de vue du réglage des planeuses à rouleaux ainsi que des planeuses sous tension puisque les allongements introduits sont fonctions du rayon de courbure effectivement appliqué à la bande. Egalement, la non conformité peut être source de défauts d'ondulations ou de marques sur la surface de la bande métallique.

Lorsqu'il y a conformité, la bande est généralement représentée par deux arcs de cercle de rayon R, reliés par un segment tangent à ces deux rouleaux. Par contre, s'il n'y a pas conformité alors la bande a la forme d'une sinusoïde de période $2d$ et d'amplitude $c + e$ (en faisant l'hypothèse que la courbure maximale prise par la bande est atteinte au droit des rouleaux, voir Fig. 2.6). Celle-ci a pour équation $z(x) = \frac{c+e}{2}.\left[cos\left(2\pi\frac{x}{2d}\right)+1\right]$.

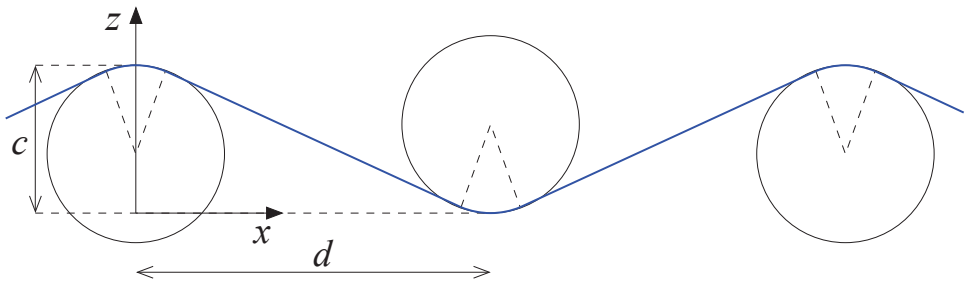


FIG. 2.6 – *Bande en conformité avec les rouleaux*

On calcule le rayon de courbure de la bande au contact du rouleau appelé rayon utile R_u par la formule :

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{R(x=0)} = \frac{z''(x=0)}{\left[1+z'(x=0)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad , \tag{2.22}$$

$$\frac{1}{R_u} = \frac{\frac{c+e}{2}.\left(\frac{\pi}{d}\right)^2.cos\left(\pi\frac{0}{d}\right)}{\left[1+\cancel{\left(\frac{c+e}{2}.\frac{\pi}{d}.sin\left(\pi\frac{0}{d}\right)\right)^2}\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{c+e}{2}.\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 \quad . \tag{2.23}$$

Ainsi, la condition de conformité s'écrit :

$$\boxed{R \geq R_u = \frac{2}{\pi^2}.\frac{d^2}{c+e}} \quad . \tag{2.24}$$

De plus, avec une planeuse multi-rouleaux, l'objectif est de viser une certaine plastification $p\%$ de l'épaisseur de la bande pour que le planage soit efficace. On rapproche cette condition avec la conformité et on obtient :

$$R_u \leq R \leq (1-p)\,.R_C \quad , \tag{2.25}$$

$$\boxed{\frac{2}{\pi^2}.\frac{d^2}{c+e} \leq \frac{1-p}{1-\nu^2}.\frac{E}{\Sigma_0}.\frac{e}{2}} \quad . \tag{2.26}$$

Enfin, on remarque qu'il faut également ajouter à cette condition une inéquation rendant compte de la possibilité géométrique d'atteindre la conformité sans que les rouleaux ne « laminent » la tôle, c'est-à-dire que la distance entre les centres de deux rouleaux consécutifs est suffisante au passage de l'épaisseur de tôle (voir Fig. 2.7).

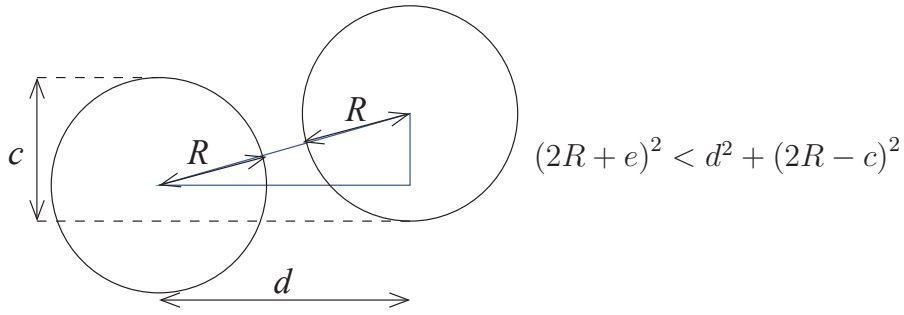


FIG. 2.7 – *Condition de « non laminage » de la tôle*

On résume les avantages de la conformité et de la non conformité dans le tableau 2.1.

Finalement, pour l'étude d'une planeuse multi-rouleaux réglée par déplacement vertical et basculement de l'équipement supérieur, on peut calculer l'imbrication c pour chaque rouleau et déterminer s'il y a conformité ou pas. Ensuite, on utilise les équations issues du pliage d'une bande sur un rouleau en itérant les résultats sur plusieurs rouleaux pour obtenir ainsi la déformation et la contrainte longitudinales dans l'épaisseur à la sortie de la machine, grandeurs importantes dans le cas d'une découpe ultérieure au format par le client.

TAB. 2.1 – *Avantages de la non conformité et de la conformité d'une bande sur un rouleau*

	Non conformité (faible imbrication, faible embarrage de la bande sur le rouleau)	**Conformité** (forte imbrication, fort embarrage de la bande sur le rouleau)
Rayon de pliage	Possibilité d'adapter le rayon de pliage en jouant sur le niveau d'imbrication	Rayon de pliage stable, égal au rayon du rouleau (évite les problèmes d'ondulations)
Efforts	Limite les efforts appliqués aux rouleaux et réduit leur cédage	Permet de réduire la tension nécessaire à l'allongement plastique de la bande
Surface de contact	Limite la pollution de la bande en réduisant la surface et les pressions de contact avec les rouleaux	Limite les risques de « ripage » de la bande en augmentant la surface de contact avec le rouleau

4 Application pratique à une planeuse multi-rouleaux

On illustre les différentes notions développées précédemment par l'étude d'une planeuse multi-rouleaux industrielle. Cette machine comporte 17 rouleaux planeurs (9 pour l'équipement inférieur fixe et 8 pour l'équipement supérieur mobile), de $56mm$ de diamètre, avec un entraxe de $59mm$. La bande entrante est en aluminium dont le comportement est considéré comme élastique, parfaitement plastique ($E = 70\,000MPa$, $\nu = 0,33$ et $\sigma_0 = 235MPa$), d'épaisseur $e = 1,0mm$ et de largeur $b = 1\,800mm$.

Dans un premier temps, pour cette bande, le rayon critique de pliage vaut :

$$R_C = \frac{\sqrt{1-\nu+\nu^2}}{1-\nu^2}.\frac{E}{\sigma_0}.\frac{e}{2} = 147,51mm \quad . \tag{2.27}$$

Comme $1 - \frac{R}{R_C} = 81,02\%$, on ne pourra pas atteindre les 85% de plastification recommandés et on se contente de plastifier 80% de l'épaisseur au niveau du rouleau $n^\circ 2$ (premier rouleau de l'équipement supérieur). Dans le cas d'une planeuse à rouleaux sans traction, le fait que la conformité soit atteinte ou non est sans importance. Ce qui est important est le pourcentage de plasticité imposé à la bande. Pour cela, il faut une imbrication c de ce rouleau telle que :

$$c \geq \frac{2}{\pi^2}.\frac{d^2}{(1-p)\,.R_C} - e = 4,98mm \quad . \tag{2.28}$$

On vérifie que la condition de « non laminage » de la tôle est bien respectée pour cette configuration :

$$d^2 + (2R - c)^2 - (2R + e)^2 = 224,53mm^2 > 0 \quad . \tag{2.29}$$

Tandis que l'équipement inférieur reste fixe, on déplace et bascule l'équipement supérieur pour que l'imbrication du rouleau $n^\circ 2$ vaille c (calculé ci-dessus) et que l'imbrication du rouleau $n^\circ 16$ (dernier rouleau supérieur) vaille $-e$ afin que la bande sorte horizontale de la machine.

Puis on détermine le rayon de pliage utile R_u^i pour chaque rouleau (voir Tab. 2.2) par la formule 2.24.

TAB. 2.2 – *Calcul du rayon de courbure utile pour chaque rouleau de la planeuse multi-rouleaux industrielle*

Rouleau	2	3	4	5	6	7	8	9
Imbrication [mm]	4,98	4,55	4,12	3,70	3,27	2,84	2,42	1,99
R_u **[mm]**	29,50	31,77	34,42	37,55	41,30	45,89	51,63	59,00

Rouleau	10	11	12	13	14	15	16
Imbrication [mm]	1,56	1,13	0,71	0,28	−0,15	−0,57	−1,00
R_u **[mm]**	68,84	82,60	103,26	137,67	206,51	413,02	∞

Dans un deuxième temps, on utilise la valeur du rayon utile pour établir les distributions de déformation et de contrainte longitudinales à travers l'épaisseur sur chaque rouleau. Tout d'abord, au niveau du rouleau $n^\circ 2$, la bande subit une flexion élasto-plastique de rayon de courbure R_u^2 et on obtient les expressions suivantes :

$$\varepsilon_{xx}^{2,flex}(z) = -\frac{z}{R_u^2} \quad , \tag{2.30}$$

$$\sigma_{xx}^{2,flex}(z) = \begin{cases} \Sigma_0 & \text{si} \quad -\dfrac{E}{1-\nu^2}.\dfrac{z}{R_u^2} > \Sigma_0 \\ -\Sigma_0 & \text{si} \quad -\dfrac{E}{1-\nu^2}.\dfrac{z}{R_u^2} < -\Sigma_0 \\ -\dfrac{E}{1-\nu^2}.\dfrac{z}{R_u^2} & \text{sinon} \end{cases} \quad . \tag{2.31}$$

Ensuite, la tôle est dépliée (relâchement élastique) autour d'un rouleau de rayon fictif R'_2 tel que :

$$M_{flex} - \frac{E}{1-\nu^2}.\frac{1}{R'_2}.\frac{e^3}{12} = 0 \quad , \tag{2.32}$$

$$R'_2 = \frac{\frac{E}{1-\nu^2}.\frac{e^3}{12}}{\int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} \sigma_{xx}^{2,flex}(z).z.dz} \quad . \tag{2.33}$$

Alors la déformation et la contrainte après relâchement valent :

$$\varepsilon_{xx}^{2,rel}(z) = \varepsilon_{xx}^{2,flex}(z) + \frac{z}{R'_2} \qquad \text{et} \qquad \sigma_{xx}^{2,rel}(z) = \sigma_{xx}^{2,flex}(z) + \frac{E}{1-\nu^2}.\frac{z}{R'_2} \quad . \tag{2.34}$$

Puis, la bande d'aluminium arrive sur le rouleau $n^\circ 3$ avec une déformation et une contrainte longitudinales non nulles issues du pliage - dépliage sur le rouleau $n^\circ 2$. Par conséquent, après le pliage élasto-plastique (de rayon de courbure R_u^3) sur le rouleau $n^\circ 3$, on a :

$$\varepsilon_{xx}^{3,flex}(z) = \varepsilon_{xx}^{2,rel}(z) + \frac{z}{R_u^3} \quad , \tag{2.35}$$

$$\sigma_{xx}^{3,flex}(z) = \begin{cases} \Sigma_0 & \text{si} \quad \sigma_{xx}^{2,rel}(z) + \dfrac{E}{1-\nu^2}.\dfrac{z}{R_u^3} > \Sigma_0 \\ -\Sigma_0 & \text{si} \quad \sigma_{xx}^{2,rel}(z) + \dfrac{E}{1-\nu^2}.\dfrac{z}{R_u^3} < -\Sigma_0 \\ \sigma_{xx}^{2,rel}(z) + \dfrac{E}{1-\nu^2}.\dfrac{z}{R_u^3} & \text{sinon} \end{cases} \quad . \tag{2.36}$$

De même que pour le rouleau $n^\circ 2$, on calcule le rayon de dépliage élastique R'_3 par la formule :

$$R'_3 = -\frac{\frac{E}{1-\nu^2}.\frac{e^3}{12}}{\int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} \sigma_{xx}^{3,flex}(z).z.dz} \quad . \tag{2.37}$$

Enfin, on obtient les grandeurs auxquelles on s'intéresse par :

$$\varepsilon_{xx}^{3,rel}(z) = \varepsilon_{xx}^{3,flex}(z) - \frac{z}{R'_3} \qquad \text{et} \qquad \sigma_{xx}^{3,rel}(z) = \sigma_{xx}^{3,flex}(z) - \frac{E}{1-\nu^2}.\frac{z}{R'_3} \quad . \tag{2.38}$$

Après, il suffit d'itérer cette approche jusqu'au dernier rouleau (avec le logiciel *Matlab*) et on obtient les répartitions finales de contrainte et de déformation longitudinales (voir fig. 2.8).

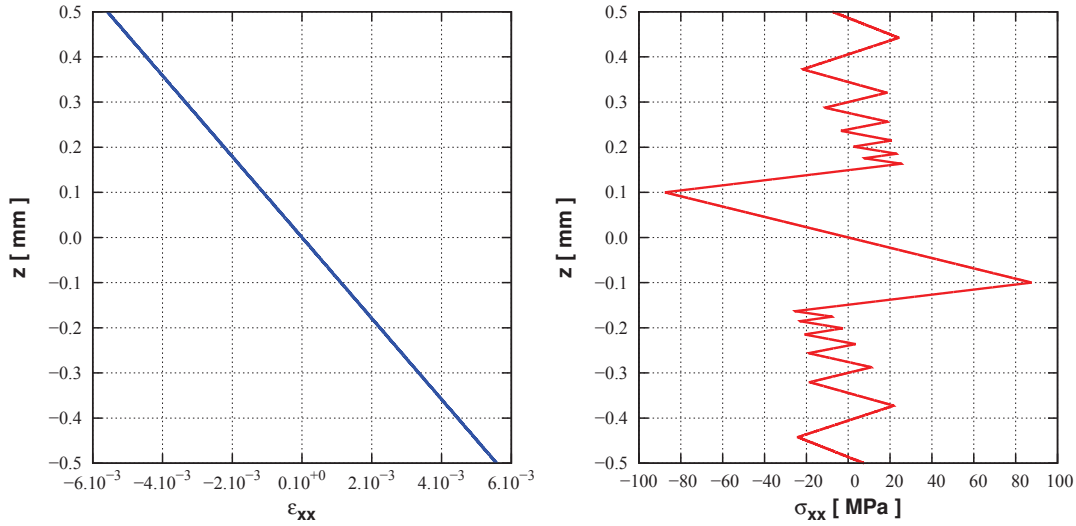


FIG. 2.8 – *Déformation et contrainte dans l'épaisseur après la planeuse multi-rouleaux industrielle*

Dans un troisième temps, on tient compte d'un défaut initial de planéité sous la forme d'une répartition de contrainte longitudinale selon l'épaisseur comme le font Gevers *et al.* (1995) sur la figure 1.20 et on regarde comment ce champ initial est modifié par le passage sur les 17 rouleaux de la planeuse (voir Fig. 2.9).

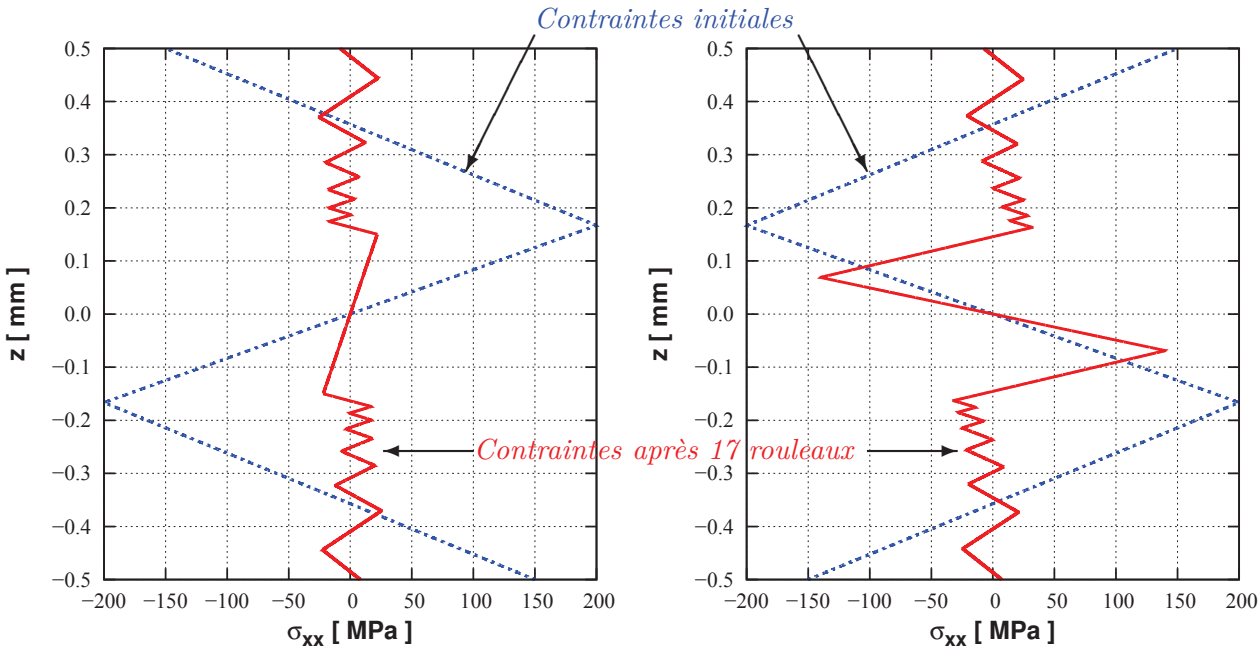


FIG. 2.9 – *Correction de défauts initiaux de courbure par la planeuse multi-rouleaux industrielle*

Les deux défauts initiaux sous forme de contraintes dans l'épaisseur sont effectivement corrigés par les flexions alternées sur les différents rouleaux de la planeuse industrielle. On observe une diminution des valeurs des contraintes dans toute l'épaisseur. On note simplement que pour le défaut $n^{\circ}2$, les contraintes résiduelles sont encore importantes (une centaine de *MégaPascals* environ) autour de la fibre médiane, zone qui est la moins plastifiée. Par conséquent, il faudrait vérifier la répartition du défaut dans l'épaisseur, avant l'opération de planage, et éventuellement retourner la bande de manière à optimiser la correction de la planéité de celle-ci.

Ce type de défaut initial avec une distribution de contrainte dans l'épaisseur de la bande peut être utilisé pour caractériser une cambrure (répartition de contraintes longitudinales) ou un cintre (répartition de contraintes transversales puisque $\sigma_{yy} = \nu.\sigma_{xx}$). Ainsi, il est possible de prendre en compte les défauts développables de courbure dans cette approche analytique.

Par ailleurs, on considère une bande présentant un défaut de planéité dans la direction transversale avec un défaut de *bords longs*. On « découpe » la largeur de la bande en plusieurs fibres longitudinales (avec chacune une contrainte initiale représentative du défaut) que l'on fait passer successivement entre les 17 rouleaux de la planeuse en supposant chaque fibre indépendante de ses voisines :

$$\sigma_{xx}^{BL}(y) = \sigma^{BL}\left[1 - (r+1)\,.\left(\frac{2y}{b}\right)^{r}\right] \quad , \tag{2.39}$$

avec $\sigma^{BL} = 100MPa$ et $r = 4$. La figure 2.10 montre l'influence du taux de plastification dans l'épaisseur sur la performance de la correction du défaut initial. Ce dernier est grandement atténué par la planeuse multi-rouleaux. Alors que la contrainte longitudinale était de $-400MPa$ en rives, elle n'est plus que de $-45MPa$ à la sortie de la machine.

Finalement, il est également possible de tenir compte de défauts initiaux non-développables de fibres avec cette méthode analytique. Quoique très simplifié, le modèle analytique peut être complexifié en considérant un comportement élasto-plastique de l'aluminium avec écrouissage et en introduisant l'effet Bauschinger dans celui-ci pour se rapprocher des caractéristiques réelles du matériau. Enfin, un cédage des rouleaux est possible par une imbrication variable dans la direction transversale.

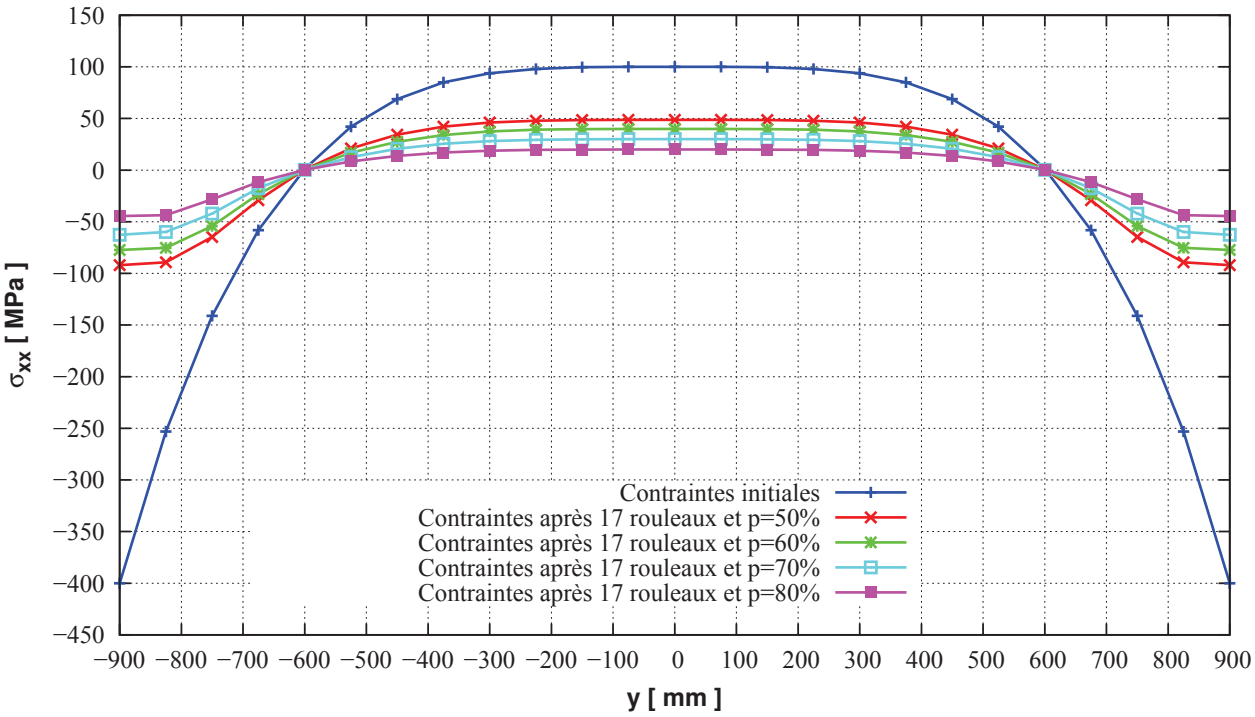
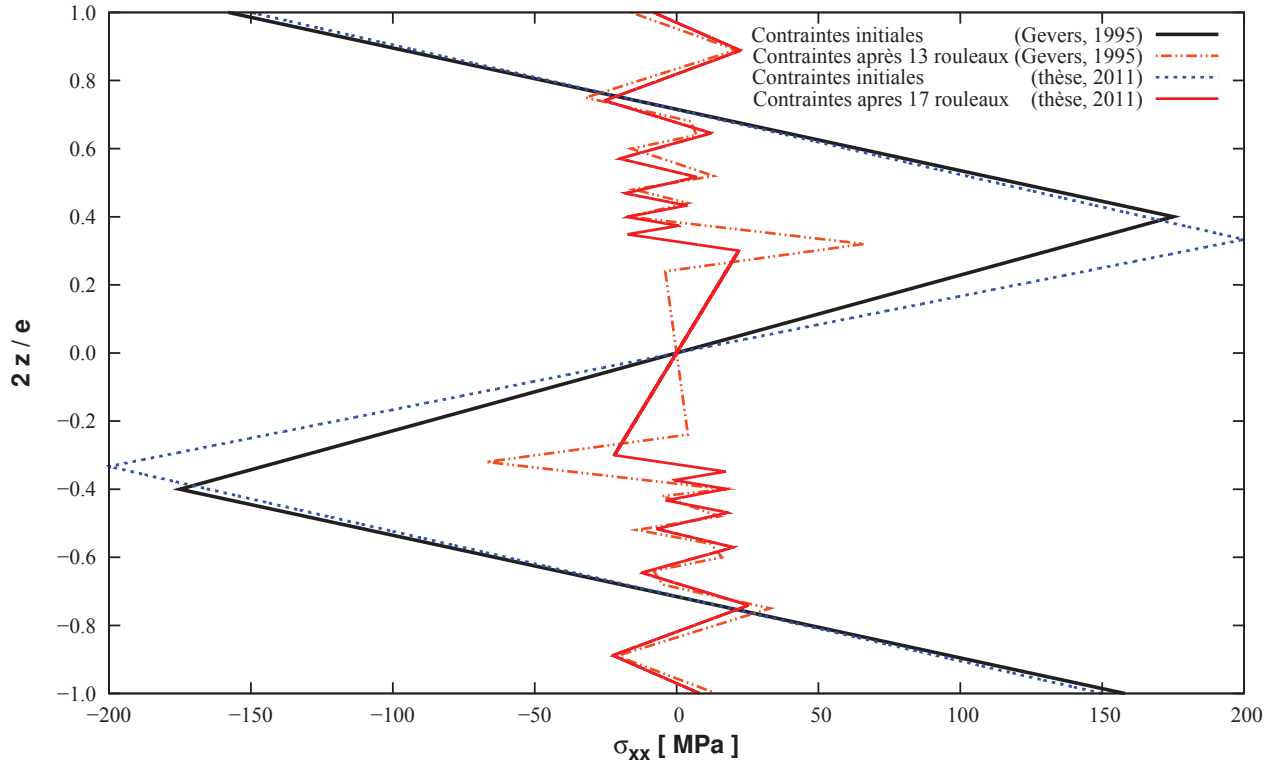


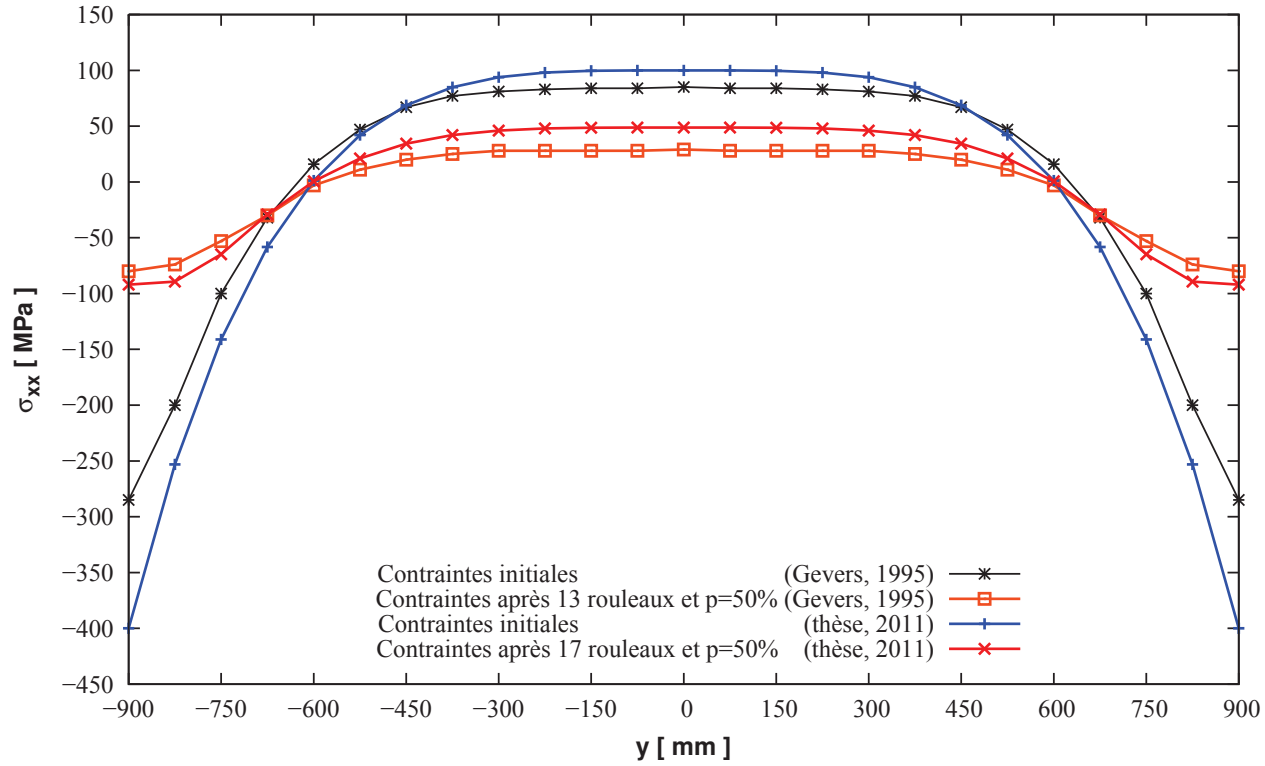
FIG. 2.10 – *Correction d'un défaut initial de bords longs par la planeuse multi-rouleaux industrielle*

5 Comparaison avec la littérature

Afin de valider notre modèle semi-analytique, on compare les résultats obtenus avec ceux de la littérature, cités au chapitre précédent. Bien que nous ne nous connaissons pas la configuration de planeuse multi-rouleaux étudiée par Gevers *et al.* (1995), nous superposons leurs courbes aux nôtres sur la figure 2.11. On observe une très bonne concordance des distributions de contrainte dans l'épaisseur puis dans la largeur entre l'article cité et notre étude. Ce qui permet de justifier notre approche.



(a) Contrainte longitudinale dans l'épaisseur



(b) Contrainte longitudinale dans la largeur

FIG. 2.11 – *Comparaison de nos résultats avec ceux obtenus par Gevers et al. (1995)*

6 Conclusion

A partir d'hypothèses et d'équations simplifiées issues de références de la littérature, nous avons pu établir un modèle semi-analytique du planage multi-rouleaux. Celui-ci a été programmé avec le logiciel *Matlab* et permet d'obtenir les distributions de contrainte et de déformation dans l'épaisseur de la bande. En discrétisant la largeur de la tôle en morceaux longitudinaux indépendants, il est possible d'étendre ce modèle *2D* en *3D*.

Des défauts de *cambrure* ou de *bords longs* ont été considérés en entrée de la machine, sous forme de champs de contrainte longitudinale, hétérogènes dans l'épaisseur ou dans la largeur. Le modèle prédit comment ces derniers sont modifiés à la sortie et comment la planéité finale est améliorée.

Néanmoins, ce type de modélisation aboutit des résultats homogènes dans la largeur (en cas de géométrie et de chargement homogènes). Or les simulations numériques en trois dimensions par la méthode des *Eléments Finis* ont montré des hétérogénéités dans la direction transversale alors que le procédé de planage paraissait uniforme dans ces conditions. Egalement, avec cette approche, il est possible d'introduire facilement des défauts initiaux de planéité non-développables ou de tuile dans la bande entrante.

Pour ces raisons, nous avons donc décidé de recourir à la simulation numérique par *Eléments Finis* en trois dimensions pour modéliser le procédé de planage des bandes minces. Plutôt que de s'atteler à des développements supplémentaires en utilisant un code propre au laboratoire, nous faisons le choix d'un logiciel commercial. En particulier, *Abaqus* (disponible au *LEM*3 et largement répandu dans les centres de recherche industriels). Egalement, ce logiciel offre de nombreuses possibilités pour la modélisation du contact et sa capacité à représenter des problèmes de transport de bandes ainsi que de formation de plis a été montrée par Jacques (2004). De plus, le logiciel propose deux types de formulations, implicite et explicite, qu'il est possible de combiner avec plusieurs *steps* de calcul.

Chapitre 3

Modélisation numérique et application à la configuration du *bloc en S*

Dans ce chapitre, nous discutons les différentes options de simulation qui s'offrent à nous. Nous illustrons par là même nos choix sur une configuration simple de bloc tensionneur composé de deux rouleaux et appelé *bloc en S*.

1 Choix de modélisation

1.1 Discrétisation de la bande

Notre but est de pouvoir prédire les distributions de contraintes résiduelles et de déformations plastiques, dans la largeur et dans l'épaisseur de la bande métallique. Pour cela, il faut que notre modèle soit en trois dimensions. *Abaqus* propose alors soit des éléments solides comme des tétraèdres ou des hexaèdres, soit des éléments structurels tels que des membranes ou des coques (voir Fig. 3.1). Les géométries des tôles considérées présentent une dimension (l'épaisseur e) très faible devant les autres (largeur b et longueur considérée comme infinie, $\frac{b}{e} \geq 1\,000$). Ajouté au fait que le phénomène de flambement tient une grande importance dans la problématique de planéité, nous nous tournons vers les éléments coques. De plus, ce type d'éléments est proposé soit avec une interpolation linéaire (nommé $S4$ ou $S4R$), soit avec une interpolation quadratique

(nommé $S8$ ou $S8R$). Intuitivement, il semble que ces derniers soient plus efficaces pour épouser les formes circulaires des différents rouleaux constituants les planeuses. Un maillage plus grossier est alors possible avec un gain en temps de calcul non négligeable. Un maillage fin est particulièrement bien adapté aux zones de fort gradient de contraintes et pour les changements de géométrie. Ainsi, lorsqu'un élément entre en contact avec un outil, il est conseillé d'utiliser un maillage tel que cet élément couvre un angle compris entre 5° et 10°. Mais nous testons tout de même les deux types d'interpolations dans la seconde partie du chapitre. Il est à noter que le logiciel dans sa formulation explicite (*Abaqus/Explicit*) ne propose que des éléments coques linéaires à 4 noeuds.

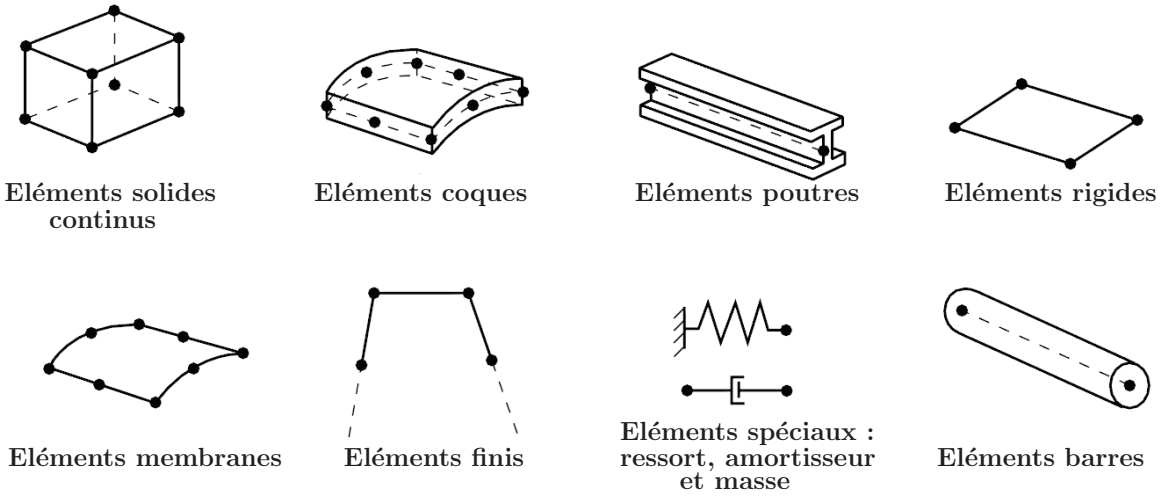


FIG. 3.1 – *Types d'éléments d'Abaqus*

1.2 Rouleaux de la planeuse

De même que pour le procédé de laminage des tôles, les planeuses sont des structures élastiques et les rouleaux de planage peuvent se déformer sous l'action des contre-appuis ou de la bande entrant dans la machine. Egalement, l'usure des différents composants dans le temps modifie la géométrie des rouleaux. Cependant, nous nous plaçons dans un premier temps dans un cadre idéalisé où les rouleaux sont considérés comme des surfaces analytiques rigides, donc indéformables, mais aussi plats. Par la suite, nous introduisons des profils paraboliques aux rouleaux dans la direction transversale, bombés ou creusés, pour tenir compte d'un change-

ment de géométrie au fil de leur utilisation. Par ailleurs, même si cela n'a pas été réalisé dans cette étude, une modélisation intermédiaire de rouleaux déformables peut être effectuée en plaçant numériquement un revêtement élastique de quelques millimètres d'épaisseur autour d'un cylindre intérieur rigide.

1.3 Formulations du logiciel *Abaqus*

Pour réaliser une modélisation par éléments finis du procédé de planage, nous utilisons le logiciel *Abaqus* disponible au $LEM3$. Cependant, il en existe deux versions qui fonctionnent selon des algorithmes différents :

- *Abaqus/Standard* se base sur une formulation implicite,
- *Abaqus/Explicit* résout les équations de la mécanique suivant une formulation explicite.

Le qualificatif implicite ou explicite se rapporte au schéma d'intégration par rapport au temps.

Abaqus/Standard

Dans la méthode de résolution implicite, on cherche à chaque incrément de temps une solution en déplacement et en vitesse vérifiant les équations de la mécanique. La présence de non-linéarités dans le problème impose de calculer cette solution de manière itérative avec l'algorithme de Newton-Raphson. En effet, on part d'un état d'équilibre connu u_0 et on calcule l'incrément de déplacement Δu_1 suite à un incrément de chargement ΔF en linéarisant le comportement de la structure :

$$\Delta u_1 = K_0^{-1}.\Delta F \quad , \tag{3.1}$$

avec K_0 la matrice de rigidité tangente du système étudié.

Cette étape de prédiction conduit à un état $u_0+\Delta u_1$ qui n'est généralement pas en équilibre, du fait du comportement non-linéaire. On calcule alors un résidu des forces R_1 :

$$R_1 = F - F^{int} \quad , \tag{3.2}$$

avec F le chargement total appliqué et F^{int} les forces internes dans la configuration $u_0 + \Delta u_1$.

On corrige ensuite le déplacement d'une quantité Δu_2 pour se rapprocher de l'équilibre :

$$\Delta u_2 = -K_0^{-1}.R_1 \quad . \tag{3.3}$$

On itère l'opération jusqu'à ce que le résidu soit inférieur à une tolérance prédéfinie.

L'algorithme possède l'avantage d'être inconditionnellement stable puisqu'il converge vers l'état d'équilibre à la fin des corrections. Malheureusement, le temps de calcul peut rapidement exploser. Chaque itération nécessite l'inversion de la matrice de rigidité tangente, opération dont la durée varie en fonction du carré du nombre de degrés de libertés de la structure.

Abaqus/Explicit

La méthode de résolution explicite s'appuie sur un schéma d'intégration explicite en temps. L'accélération à la fin de l'incrément de temps est exprimée en fonction de la solution (déplacements, vitesses et accélérations) à l'incrément précédent et de la matrice de masse M du système.

$$\ddot{u}\,(t) = M^{-1}.\,(F - I)\,(t) \quad . \tag{3.4}$$

Ainsi, la détermination de la solution est très simple puisque la méthode des masses réduites permet la diagonalisation de M qui s'inverse alors rapidement. Par conséquent, il n'y a pas de recherche d'équilibre et pas d'itération. L'accélération est ensuite intégrée suivant un schéma de différences centrées comme ci-dessous, en supposant un pas de temps Δt constant :

$$\dot{u}(t + \frac{\Delta t}{2}) = \dot{u}(t - \frac{\Delta t}{2}) + \Delta t.\ddot{u}(t) \quad , \tag{3.5}$$

$$u(t + \Delta t) = u(t) + \Delta t.\dot{u}(t + \Delta t) \quad . \tag{3.6}$$

La contrepartie de cette méthode est sa stabilité conditionnelle. En effet, les erreurs d'intégration s'accumulent à chaque incrément car il n'y a pas de correction. Pour obtenir une précision minimale de la solution, le logiciel choisit un pas de temps suffisamment petit, inférieur au temps nécessaire à une onde de compression pour se propager à travers le plus petit élément

de la structure discrétisée :

$$\Delta t \leq \min\left(\frac{L_e}{V_{prop}}\right) \quad . \tag{3.7}$$

On peut calculer cette vitesse de propagation V_{prop} par la formule :

$$V_{prop} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad , \tag{3.8}$$

avec λ et μ les coefficients de Lamé du matériau, ρ sa masse volumique.

Il est à noter que le nombre d'incréments de temps pour une simulation ne doit pas être trop important afin de ne pas arriver à une solution trop éloignée de la réalité. Sur ce point, la documentation d'*Abaqus* (Inc.ABAQUS, 2008) suggère de ne pas dépasser les 300000 pas.

La formulation explicite est particulièrement bien adaptée aux problèmes de crash ou de dynamique rapide, caractérisés par de grandes transformations et un nombre élevé de degrés de liberté.

Comparaison entre les deux logiciels

Vidal-Sallé *et al.* (2008) ont étudié une expérience couplée température-déplacement de mise en forme d'un cylindre de nickel par une presse. Pour cela, ils ont effectué des simulations numériques avec deux logiciels d'éléments finis, la première avec un schéma explicite dynamique et la seconde avec un schéma implicite quasi-statique, mais avec la même géométrie, les mêmes propriétés mécaniques des matériaux et des maillages identiques. Les calculs sont menés en déformations planes.

Avec le premier logiciel, on remarque que seule une fine couche du cylindre présente un transfert de chaleur par conduction au contact des outils de mise en forme. Après que les deux outils de part et d'autre de la barre se touchent, on observe une contrainte de Von Mises maximale égale à $5MPa$ et la déformation plastique équivalente atteint 250%.

Pour la seconde méthode, on constate que la distribution de la température au sein du cylindre est très proche de celle observée avec le schéma d'intégration explicite. Cependant, on remarque une nette différence dans la forme finale de l'échantillon testé puisque dans ce second

cas, il y a un écoulement horizontal de matière au niveau du plan de symétrie du cylindre (voir Fig. 3.2). La contrainte équivalente de Von Mises vaut seulement au maximum $1,5MPa$ et la valeur de la déformation plastique équivalente reste sous les 140%. On peut nuancer toutefois notre propos en ajoutant que la distribution de la déformation plastique n'est pas vraiment réaliste puisque aucun remaillage n'a été utilisé et les éléments localisés sur les bords sont extrêmement distordus.

(a) *Formulation implicite* (b) *Formulation explicite*

FIG. 3.2 – *Déformées du cylindre (Vidal-Sallé et al., 2008)*

L'étude de cet exemple simple montre que le choix entre des schémas d'intégration implicite ou explicite n'est pas facile à faire. Une même expérience avec le même matériau et des maillages identiques conduit à des résultats différents (contraintes, déformée).

Ainsi, nous simulons ultérieurement la configuration du *bloc en S* avec les deux versions du logiciel puis nous optons pour la plus efficace par rapport à nos critères.

1.4 Intégration numérique dans le plan et dans l'épaisseur de la tôle

Le calcul des déformations et des contraintes dans les éléments coques est effectué par une intégration numérique sur des points placés dans le plan de la coque mais également dans son épaisseur. Pour les points de Gauss dans le plan, les différentes références de la littérature conseille une intégration réduite pour éviter les problèmes de verrouillage numérique. C'est donc ce que nous ferons.

Ensuite, l'intégration numérique des grandeurs dans l'épaisseur peut être effectuée selon deux techniques différentes :

- la méthode de Gauss,
- la méthode Simpson.

Dans les deux cas, l'intégrale d'une fonction f dans un intervalle I est approximée par une somme discrète finie telle que :

$$\int_I f(x).dx \approx \sum_{i=0}^{n} \alpha_i f\left(x_i\right) \quad , \tag{3.9}$$

où n est le nombre de points d'intégration, x_i des points de l'intervalle I et α_i des poids associés aux points x_i. Pour la méthode de Simpson, il faut toujours un nombre impair de points $n = 2m + 1$ qui sont régulièrement espacés dans l'intervalle I tels que :

$$I = [a; b] \qquad \text{et} \qquad x_i = a + i \times \frac{b-a}{2m} \qquad \text{pour} \qquad i = 0, \ldots, 2m \quad . \tag{3.10}$$

On peut alors écrire [1] :

$$\int_I f(x).dx \approx \frac{1}{6}\frac{b-a}{m}\left[f\left(x_0\right) + 2\sum_{j=1}^{m-1} f\left(x_{2j}\right) + 4\sum_{k=0}^{m-1} f\left(x_{2k+1}\right) + f\left(x_{2m}\right)\right] \quad . \tag{3.11}$$

Avec la méthode de Gauss, les points x_i et leurs poids associés α_i sont calculés pour un nombre n donné de manière à intégrer exactement les polynômes de degré au plus $(2n-1)$. Avec le changement de variable $x = \frac{a+b}{2} + y\frac{b-a}{2}$, on se ramène au calcul de l'intégrale :

$$\int_{-1}^{1} f(y).dy \approx \sum_{i=0}^{n} \omega_i f\left(y_i\right) \quad , \tag{3.12}$$

avec les valeurs des points de Gauss y_i et de leurs poids ω_i définis dans le tableau 3.1.

TAB. 3.1 – *Points de Gauss et poids associés pour l'intégration numérique*

Nombre de points n	Poids ω_i	Points y_i
1	2	0
2	1, 1	$-\sqrt{1/3}$, $\sqrt{1/3}$
3	5/9, 8/9, 5/9	$-\sqrt{3/5}$, 0, $\sqrt{3/5}$

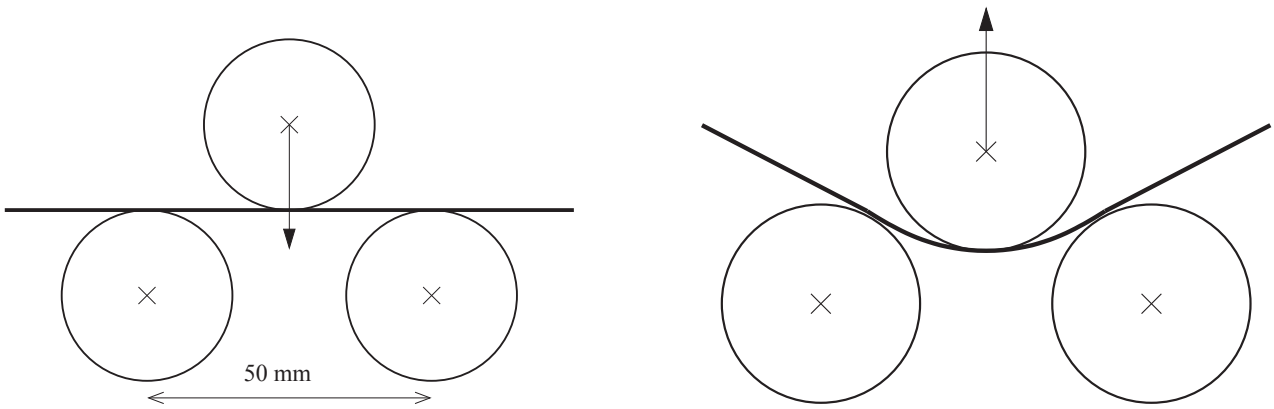
1. Si f est de classe C^4 sur I alors l'erreur de quadrature associée vaut :

$$-\frac{(b-a)^5}{2880m^4} f^{(4)}\left(\xi\right) \qquad \text{avec} \qquad \xi \in]a; b[\quad .$$

Lors de l'utilisation du logiciel commercial, il convient de choisir entre ces deux méthodes mais également le nombre de points d'intégration à placer dans l'épaisseur. Ce nombre influence grandement la précision des résultats mais aussi le temps de simulation. Pour une bande métallique subissant des flexions alternées d'amplitude décroissante, le profil des contraintes dans l'épaisseur présente alors de nombreuses variations (voir par exemple la figure 2.8). Meinders *et al.* (2008) ont proposé une amélioration de la prédiction du retour élastique à partir d'un nouveau schéma d'intégration dans l'épaisseur des éléments coques. Ils se sont inspirés de la stratégie d'intégration adaptative développée par Rice (1975) qui consiste à placer les points d'intégration dans l'épaisseur de l'élément au niveau des variations des contraintes puisqu'il est possible de déterminer l'emplacement de ces changements de directions par la théorie du pliage/dépliage pour un matériau élasto-plastique avec écrouissage. Cette technique permet d'optimiser le nombre de points à utiliser mais aussi leurs positions.

Wagoner et Li (2007) ont considéré une expérience simple de flexion de poutre sous traction sur un rouleau et comparé les résultats obtenus avec une intégration analytique exacte et des intégrations numériques approchées (trapèze, Gauss et Simpson). Leurs conclusions ont montré que l'erreur due à l'intégration numérique diminue lorsque le nombre de points dans l'épaisseur croît (ils ont recommandé un minimum de 25 points d'intégration pour simuler correctement le retour élastique, voire 51 points pour avoir une erreur inférieure à 1%). Enfin, la méthode de Gauss semble converger plus vite que celle de Simpson.

En s'inspirant des travaux de Wagoner et Li (2007), nous élaborons également une expérience numérique d'une bande d'aluminium entre 3 rouleaux avec imbrication puis désimbrication du rouleau du milieu sous *Abaqus/Standard* (voir Fig. 3.3) et comparons les résultats de la courbure résiduelle par rapport à la solution analytique en fonction du type d'intégration disponible dans le logiciel et du nombre de points dans l'épaisseur. La bande a une épaisseur de $0,224mm$, les rouleaux rigides ont un diamètre de $30mm$ et celui du milieu est imbriqué de manière à atteindre la conformité i.e $R_u = R$. On considère le matériau aluminium comme élastique, parfaitement plastique ($E = 70\,000MPa$, $\nu = 0,33$ et $\sigma_0 = 235MPa$). D'après les formules 2.9 et 2.21, le rayon critique vaut $R_C = 33,04mm$ et le rayon de la courbure résiduelle vaut $R_{res} = 41,00mm$.



(a) *Imbrication* (b) *Désimbrication*

FIG. 3.3 – *Expérience numérique pour le choix de l'intégration dans l'épaiseur*

Le logiciel *Abaqus* propose une intégration de Gauss de 3 à 15 points dans l'épaisseur ainsi qu'une intégration de Simpson avec un nombre impair de points à partir de 5. On teste donc ces deux méthodes sur l'expérience numérique définie ci-dessus et on observe tout d'abord, le rayon utile de la bande après l'étape d'imbrication du rouleau central sur la figure 3.4.

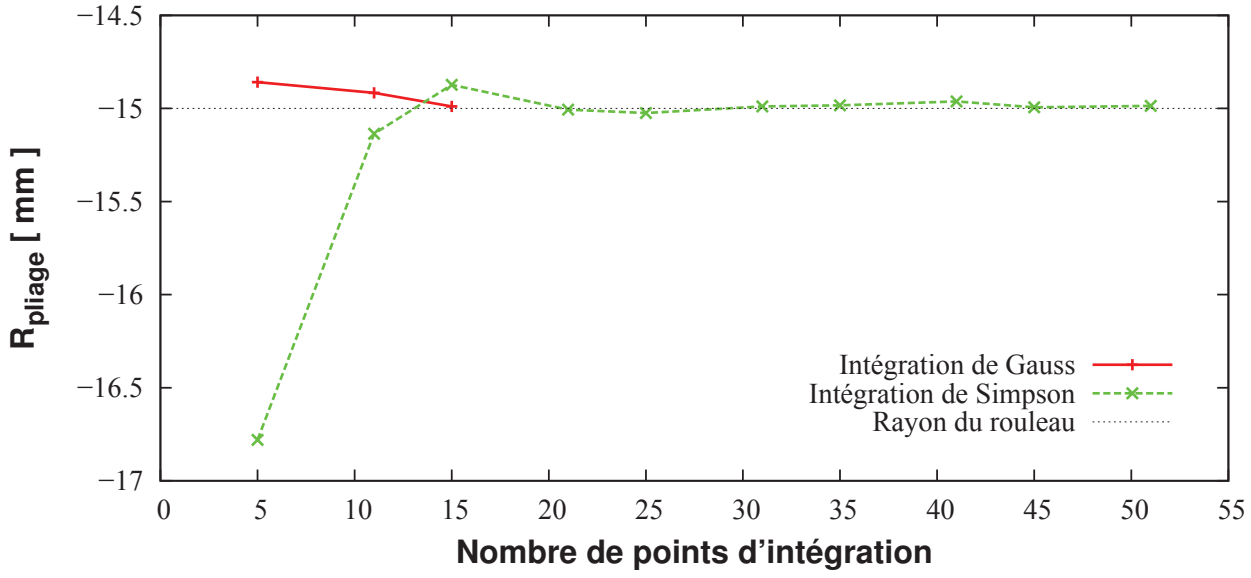


FIG. 3.4 – *Rayon de courbure utile de la bande*

La conformité étant atteinte, le rayon utile doit être égal au rayon du rouleau, ce qui est vrai pour 15 points d'intégration avec la méthode de Gauss et à partir de 21 points avec la méthode de Simpson.

Ensuite, on s'intéresse au rayon de la courbure résiduelle après désimbrication du rouleau central (voir Fig. 3.5). On compare les résultats donnés par Abaqus avec les deux types d'intégration (deux premières courbes), la valeur théorique (avec $R_u = R$ dans la formule 2.21), les calculs analytiques pour les intégrations de Gauss et Simpson (obtenus analytiquement avec R_u égal à la valeur numérique *Abaqus* du rayon de pliage après imbrication dans la formule 2.21).

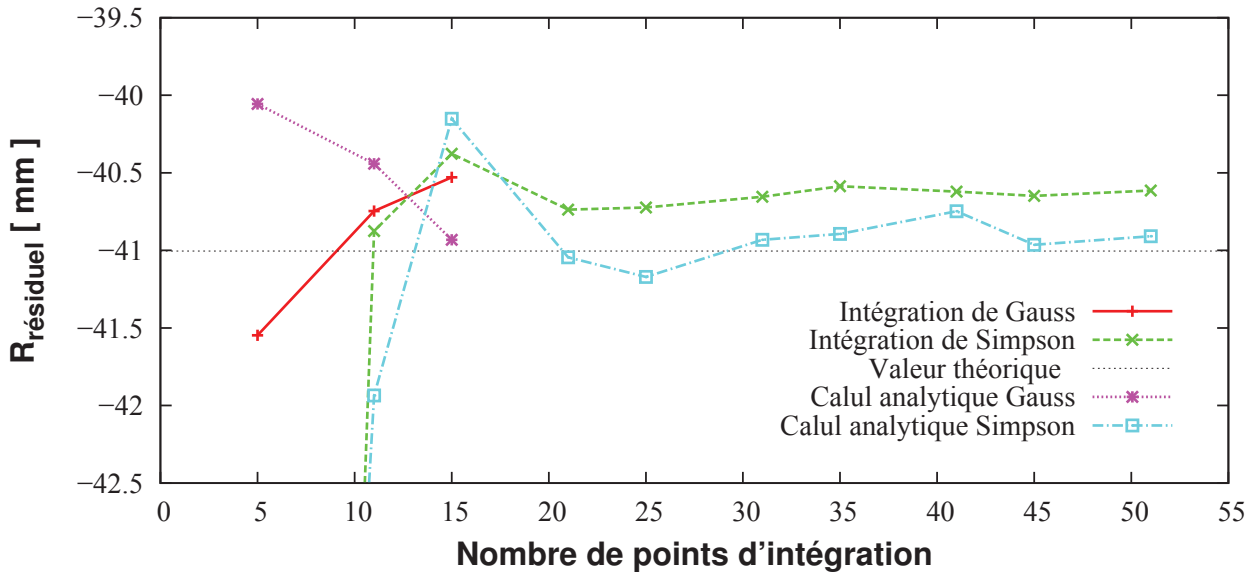


FIG. 3.5 – *Rayon de la courbure résiduelle*

On obtient les mêmes conclusions que précédemment en ce qui concerne le nombre minimal de points d'intégration dans l'épaisseur selon la méthode choisie, pour avoir un résultat numérique acceptable par rapport à celui analytique.

Enfin, plus le nombre de points d'intégration est élevé, plus le résultat final est précis mais le temps de calcul augmente parallèlement comme le montre la figure 3.6.

En effet, passer de 5 points d'intégration de Simpson dans l'épaisseur à 51 fait croître le temps de simulation de 35%, ce qui est loin d'être négligeable, surtout pour des calculs importants en taille. Cependant, nous verrons dans le paragraphe suivant que la prise en compte du contact est beaucoup plus consommatrice en temps que l'augmentation du nombre de points. Finalement, nous optons pour une méthode d'intégration de Simpson avec 51 points dans l'épaisseur de la bande. De plus, l'avantage de ce choix est la présence de points d'intégration sur les surfaces extrêmes de la tôle de manière à pouvoir comparer les résultats numériques des

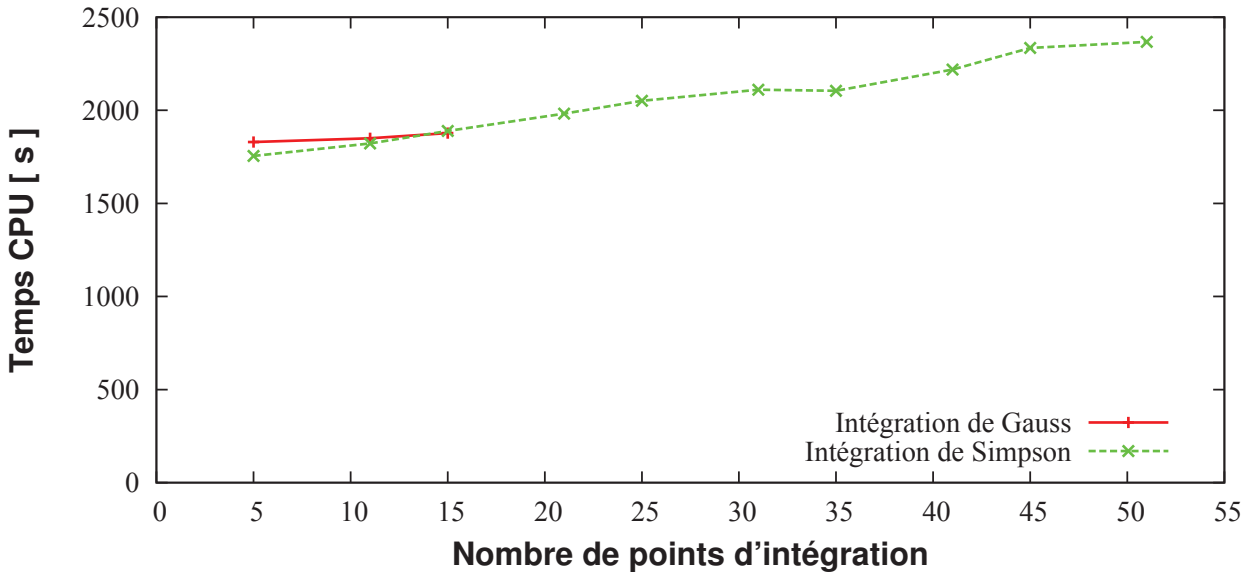


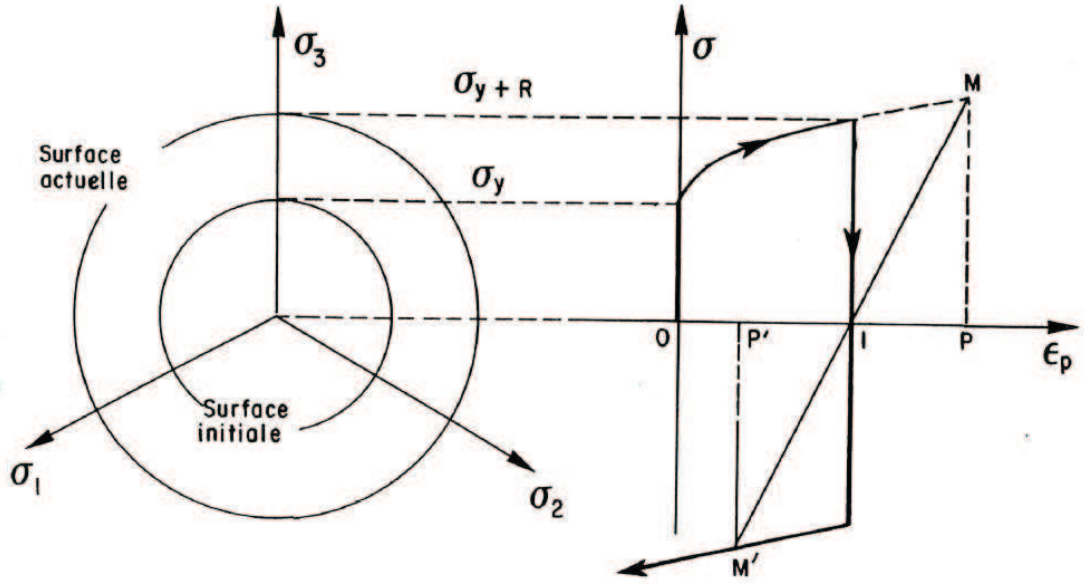
FIG. 3.6 – *Temps de calcul des méthodes d'intégration de Gauss et Simpson*

déformations avec les mesures obtenues expérimentalement par des capteurs disposés sur les peaux supérieure ou inférieure.

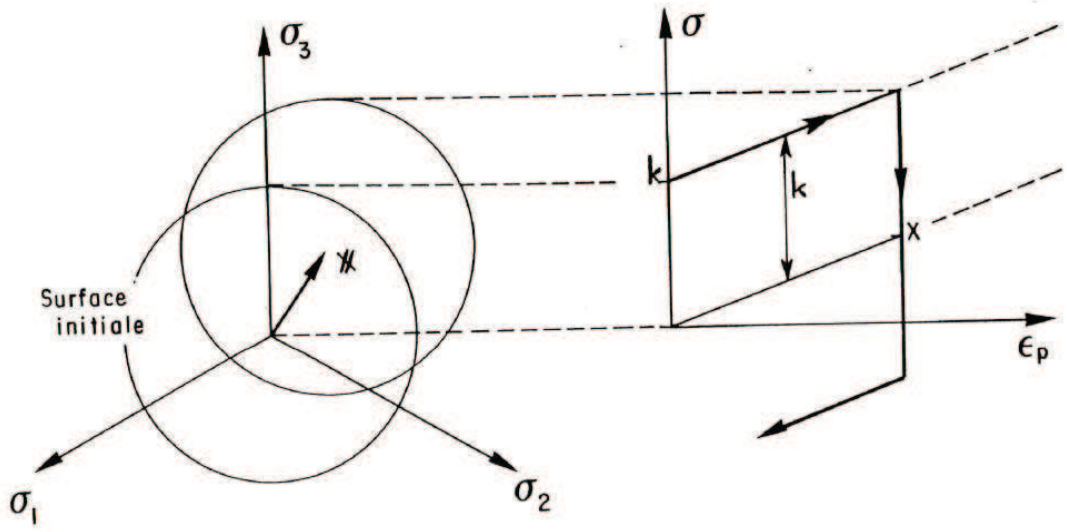
1.5 Comportement du matériau

Dans un premier temps, nous avons supposé un matériau métallique avec un comportement élastique, parfaitement plastique. Bien que cette hypothèse décrive assez mal la réalité, elle s'avère très utile pour la modélisation analytique et permet d'obtenir très facilement des résultats intéressants pour les contraintes dans l'épaisseur ou la courbure résiduelle. Il est possible d'améliorer cette approche en ajoutant un écrouissage linéaire ou linéaire par morceaux pour mieux correspondre au comportement réel du matériau, tout en conservant la résolution analytique du problème.

Ensuite, après avoir choisi de prendre en compte un écrouissage, il nous faut choisir son type : isotrope, cinématique linéaire, cinématique non-linéaire ou une combinaison de ceux-ci (Lemaitre et Chaboche, 1990). Un écrouissage isotrope consiste en une homothétie de la surface de charge (les limites d'élasticité en traction et en compression ont toujours la même valeur) alors qu'un écrouissage cinématique revient à une translation de celle-ci (l'écart entre la limite d'élasticité en traction et en compression a toujours la même valeur) (voir Fig. 3.7).



(a) *Ecrouissage isotrope*



(b) *Ecrouissage cinématique*

FIG. 3.7 – *Représentation dans l'espace des contraintes et en traction-compression de l'écrouissage isotrope et de l'écrouissage cinématique (Lemaitre et Chaboche, 1990)*

Zhao et Lee (2002) ont réalisé une expérience de flexion 3 points ainsi que la simulation numérique correspondante. Ils ont testé trois écrouissages différents : isotrope, cinématique et combiné afin de retrouver leurs données expérimentales. Ils ont remarqué que la première solution surestime l'écrouissage. Elle n'est pas non plus capable de prédire ni l'effet Bauschinger, ni l'accommodation. La deuxième solution sous-estime l'écrouissage et exagère l'effet Bauschinger.

Enfin, l'écrouissage combiné produit les meilleurs résultats. Ses paramètres sont identifiés par un test de pliage-dépliage cyclique et en traçant la courbe *moment de flexion - courbure* (Brunet *et al.*, 2001; Yoshida *et al.*, 1998). Afin de prédire correctement le retour élastique, Vladimirov *et al.* (2009) ont utilisé un écrouissage isotrope non-linéaire de Voce combiné à un écrouissage cinématique non-linéaire d'Armstrong-Frederik. Ils ont validé leur modèle par l'expérience du rail en S, extraite de NUMISHEET'96.

1.6 Contact bande / rouleau

Un point important de la modélisation par éléments finis du procédé de planage est la prise en compte du contact entre la bande métallique entrante et les rouleaux de planage sur lesquels celle-ci entre en flexion. Dans un premier temps, on suppose que les rouleaux sont des solides rigides indéformables, ce sont donc des surfaces *maîtres* dans la simulation du contact. La surface *esclave* est alors la bande représentée par sa fibre médiane.

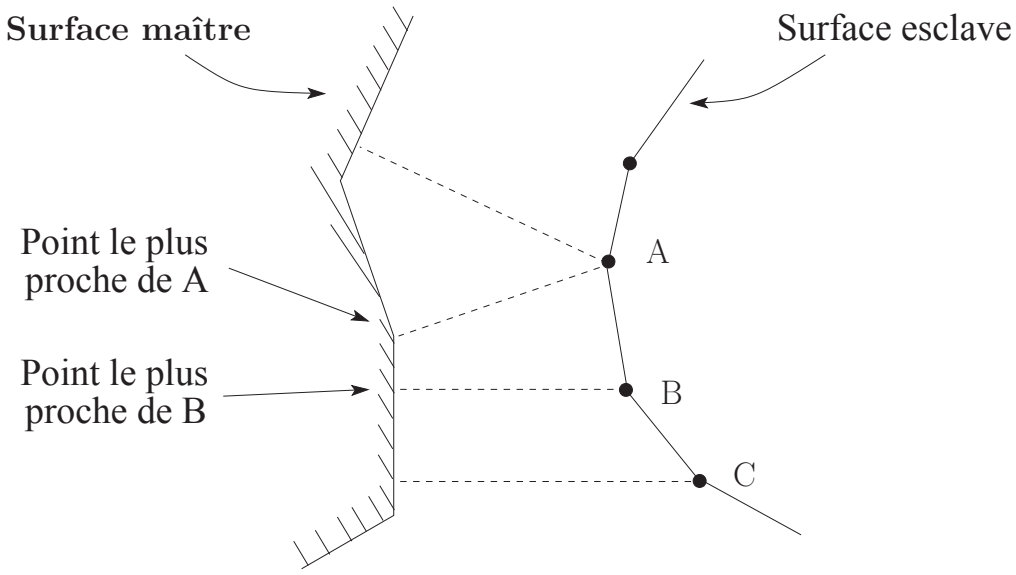


FIG. 3.8 – *Surfaces maître et esclave pour le contact*

Le logiciel *Abaqus* propose deux options pour la méthode de discrétisation du contact, *node-to-surface* et *surface-to-surface*. La documentation préconise la seconde possibilité qui permet d'éviter les oscillations de la pression de contact entre les deux solides.

Contact normal

On peut définir le contact normal entre deux solides de trois manières différentes :

- contact *dur*, ce type simule par défaut un contact *dur* entre les deux surfaces. Tant que les noeuds de la surface *esclave* sont à une distance positive de la surface *maître* alors la pression de contact est nulle. Par contre, si les noeuds *esclaves* rencontrent la surface *maître* alors la pression augmente afin d'empêcher toute pénétration des noeuds *esclaves*. Mais il peut arriver que les noeuds *maîtres* pénètrent dans la surface *esclave*.

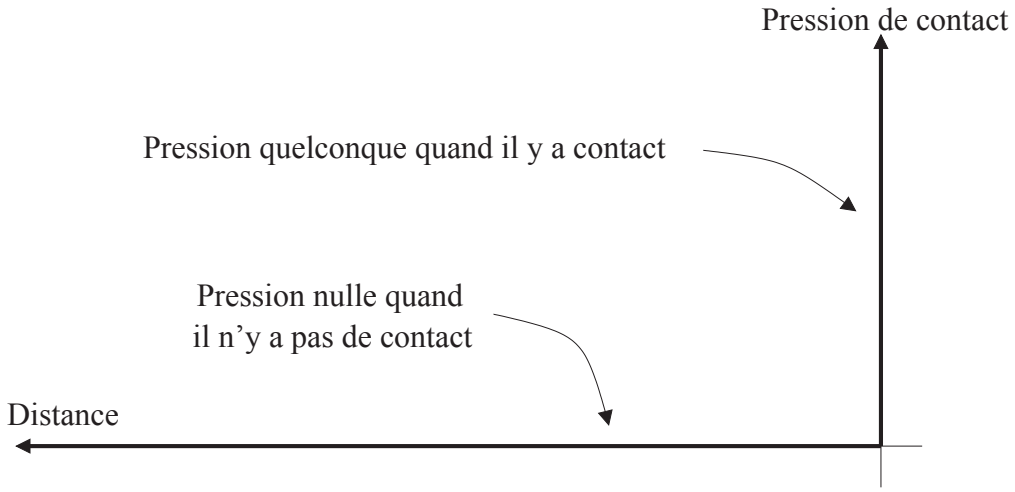


FIG. 3.9 – *Contact dur*

- contact *mou*, une relation analytique donne la valeur de la pression de contact P appliquée entre les deux solides en fonction de la pénétration h des noeuds *esclaves* dans la surface *maître*. Quand la relation est exponentielle (voir Fig. 3.10), l'interaction est fonction de deux paramètres :
  - c_0, la distance pour laquelle la pression est nulle,
  - p_0, la pression de contact lorsque la distance entre le noeud *esclave* et la surface *maître* est nulle.

$$P = \begin{cases} 0, & h \leq c_0 \\ \dfrac{p_0}{e-1}.\left(1-\dfrac{h}{c_0}\right).\left(e^{1-\frac{h}{c_0}}-1\right), & h \geq c_0 \end{cases} \tag{3.13}$$

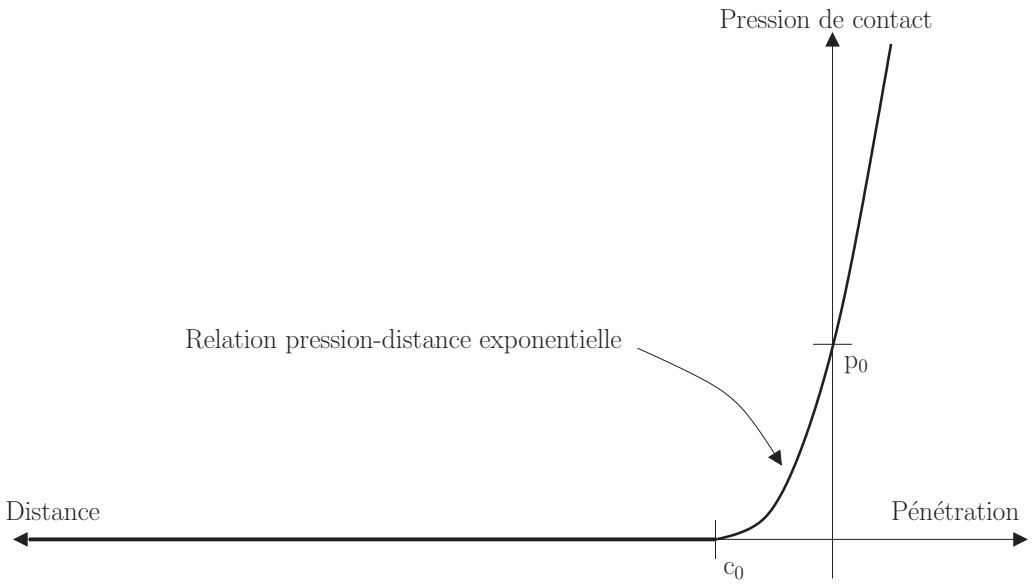


FIG. 3.10 – *Contact mou exponentiel*

- un second contact *mou* est défini par une succession de points dans l'espace *distance entre les solides - pression de contact* et la courbe est linéaire par morceaux (voir Fig. 3.11).

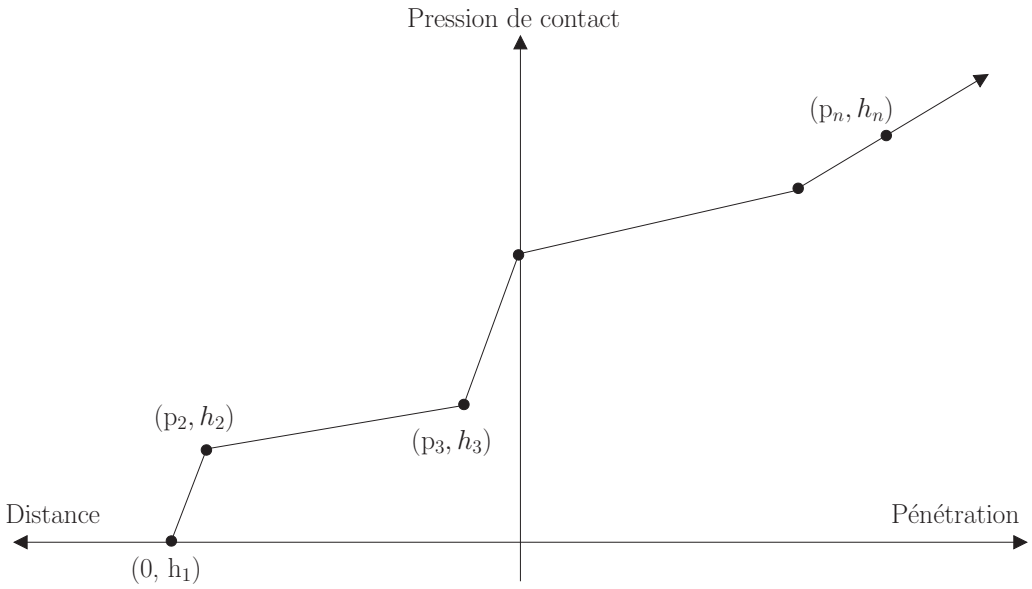


FIG. 3.11 – *Contact mou linéaire par morceaux*

Les avantages d'un contact dit *mou* sont une diminution des problèmes de convergence des calculs ainsi qu'une meilleure prévision des pressions de contact.

Contact tangentiel

C'est un contact avec frottement basé sur les relations de Coulomb.

$$\begin{cases} \tau < \mu.P, & \text{pas de glissement} \\ \tau = \mu.P, & \text{glissement} \end{cases} \tag{3.14}$$

avec τ la contrainte tangentielle, P la pression normale et μ le coefficient de frottement.

Abaqus peut traiter numériquement le frottement de façons différentes :

- à l'aide des multiplicateurs de Lagrange (on introduit des degrés de liberté supplémentaires d'où une augmentation du temps de calcul mais la condition de non-glissement est respectée parfaitement),
- avec une méthode de pénalisation (on introduit un facteur de pénalisation qui s'apparente à une rigidité tangentielle à l'origine d'un glissement élastique mais il n'y a pas de degré de liberté supplémentaire et la convergence est facilement obtenue).

1.7 Défilement de la bande

La méthode Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) permet la résolution des problèmes de mécanique en combinant l'utilisation des formulations lagrangienne (le maillage représente le matériau et ils se déforment conjointement) et eulérienne (le maillage est fixe et le matériau se déplace à l'intérieur). Son usage est très répandu en analyse des systèmes en interaction fluide-structure ou en mécanique des fluides par exemple. Plus généralement, elle convient parfaitement à l'étude de phénomènes stationnaires, comme l'est le planage.

En définissant des flux de matière en entrée et en sortie du maillage, l'équation de conservation de la masse est ajoutée aux équations de la mécanique à résoudre. Cette technique est un outil puissant pour avoir une bonne qualité de maillage durant une simulation, même en cas de grandes déformations ou de disparition de matière. Elle autorise pour cela le maillage à se déplacer indépendamment du matériau dans certaines directions tout en n'altérant pas la topologie du maillage.

Cependant, cette méthode n'est pas disponible dans le logiciel *Abaqus* avec les éléments coques choisis pour la discrétisation de la bande métallique. Par conséquent, il nous faut assurer un défilement de tôle minimal de manière à atteindre un régime stationnaire en sortie de la planeuse (zone dans laquelle les déformations et contraintes ne dépendent plus de la coordonnée longitudinale x).

Par contre, cette option est utilisable avec des éléments briques en 3D ou quadrangles en 2D. Il pourrait être intéressant de simuler le procédé de planage en discrétisant la bande métallique avec ce type d'éléments (plusieurs couches dans l'épaisseur) et des sections eulériennes pour les flux entrant et sortant. On s'affranchirait alors de l'étape de défilement ainsi que du raffinement longitudinal de la totalité de la bande, au profit des zones de contact avec les rouleaux uniquement. Cette approche pourrait être étudiée dans des travaux futurs et serait sans doute appropriée à la modélisation d'une planeuse multi-rouleaux étant donné le nombre important de contacts bande/rouleau.

2 Application des choix au *bloc en S*

Au paragraphe précédent, nous avons présenté les points importants de la simulation et les différentes possibilités de modélisation disponibles dans le logiciel *Abaqus*. Nous étudions donc une configuration simple d'un bloc tensionneur constitué de deux rouleaux, appelé *bloc en S* et nous appliquons nos choix. La figure 3.12 décrit la géométrie modélisée par éléments finis.

La bande est en aluminium. Son comportement est considéré comme élasto-plastique avec écrouissage linéaire par morceaux défini précédemment sur la figure 1.12. L'écrouissage est supposé isotrope pour simplifier les calculs (une inconnue scalaire) et l'identification des paramètres. Et parce que cette configuration ne présente pas de flexions alternées dans le domaine plastique. Ainsi chaque fibre plastifie soit en traction, soit en compression.

Le contact entre la bande métallique et les rouleaux est considéré avec frottement et un coefficient $\mu = 0,3$. En effet, cette configuration a pour objectif d'augmenter une tension d'entrée σ_{amont} grâce au frottement le long de l'arc de contact.

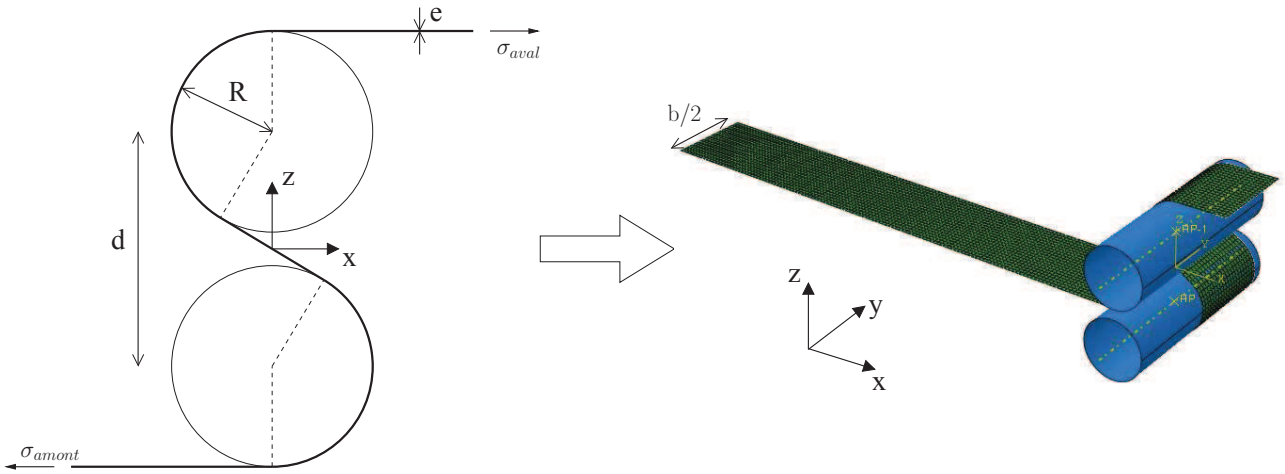


FIG. 3.12 – *Schéma du bloc tensionneur à deux rouleaux étudié*

TAB. 3.2 – *Données géométriques du bloc tensionneur*

R	d	b	e
$300mm$	$700mm$	$1\,800mm$	$0,224mm$

2.1 Vérification de la relation d'Euler pour la poulie

Dans un premier temps, on utilise le logiciel *Abaqus/Standard* pour vérifier la relation d'Euler pour la poulie sur le *bloc en S* décrit en Annexe A. Comme cette configuration peut être la première moitié d'une planeuse sous traction pure ou étireuse, les fibres longitudinales doivent plastifier et on doit avoir $\sigma_{aval} > \sigma_0$. On prend par exemple $\sigma_{aval} = 275MPa$, de manière à assurer $0,5\%$ de déformation totale comme recommandé pour la correction des défauts de planéité industriels. On applique alors cette traction au bord aval de la bande d'aluminium tout en bloquant le bord amont en translation longitudinale (les rouleaux étant encastrés). On représente la valeur de la contrainte longitudinale (en moyenne dans la largeur et dans l'épaisseur) en fonction de l'abscisse curviligne, que l'on compare avec les valeurs analytiques.

Avec les données géométriques, on calcule l'angle de contact (voir Annexe B) pour chacun des rouleaux :

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \alpha = \frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{2R+e}{d}\right) = 2,60rad = 149,03^\circ \quad . \tag{3.15}$$

Par conséquent, pour avoir une traction de sortie de $275MPa$, grâce au frottement, il suffit de

prendre une traction d'entrée :

$$\sigma_{amont} = e^{-2\mu\theta} \times \sigma_{aval} = 57,75MPa \quad . \tag{3.16}$$

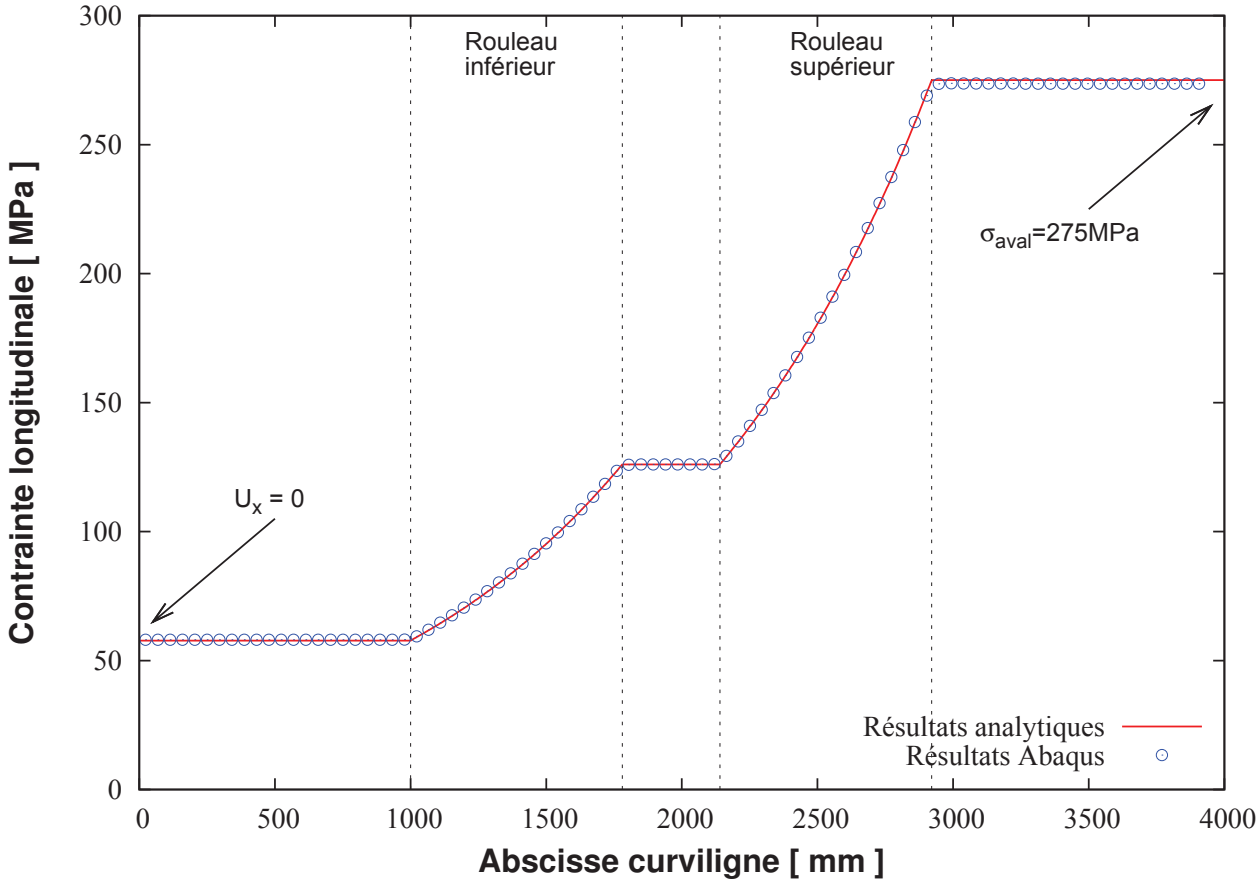


FIG. 3.13 – *Vérification de la relation d'Euler par une simulation Eléments Finis*

La figure 3.13 montre bien l'utilité du frottement dans le contact entre la bande et les rouleaux. En effet, la relation d'Euler pour la poulie est d'une part bien vérifiée par une simulation par *Eléments Finis* et d'autre part, nous étudions dans la suite le fonctionnement d'un bloc tensionneur composé de deux rouleaux, soumis à un différentiel de tractions amont et aval, compensé par le frottement.

2.2 Etude du contact

Nous considérons à présent la configuration du *bloc en S* soumise à deux tractions :

$$\sigma_{amont} = 58MPa \quad \text{et} \quad \sigma_{aval} = 275MPa \quad . \tag{3.17}$$

Toujours avec le logiciel *Abaqus/Standard*, on teste deux types de contact énoncés précédemment, le contact *dur* et le contact *mou* exponentiel. Pour ce dernier, il nous faut définir deux paramètres p_0 et c_0. Le paramètre p_0 est déterminé en calculant la moyenne de la pression le long de l'arc de contact. Lors de l'établissement de la relation d'Euler, on a vu que :

$$Td\phi = R_n \quad . \tag{3.18}$$

Or $T(\phi) = \sigma(\phi) \times e$ et $R_n = p(\phi) \times Rd\phi$. Ainsi,

$$p(\phi) = \frac{e}{R}\sigma(\phi) \quad . \tag{3.19}$$

On calcule ensuite la moyenne de la pression de contact sur tout l'angle pour le rouleau inférieur :

$$\langle p \rangle_{inf} = \frac{1}{\alpha + \frac{\pi}{2}} \int_{-\pi/2}^{\alpha} p(\phi)\, d\phi = \frac{e}{R\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)} \int_{-\pi/2}^{\alpha} \sigma(\phi)\, d\phi \quad , \tag{3.20}$$

$$\langle p \rangle_{inf} = \frac{e}{R\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)} \int_{-\pi/2}^{\alpha} \sigma_{aval} e^{-2\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} e^{\mu\left(\phi+\frac{\pi}{2}\right)} d\phi \quad , \tag{3.21}$$

$$\langle p \rangle_{inf} = \frac{e}{R\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)\mu} \sigma_{aval} e^{-\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} \left(1 - e^{-\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}\right) = 0,065MPa \quad . \tag{3.22}$$

De même, pour le rouleau supérieur, on obtient :

$$\langle p \rangle_{sup} = \frac{e}{R\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)\mu} \sigma_{aval} \left(1 - e^{-\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}\right) = \langle p \rangle_{inf} \times e^{\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} = 0,143MPa \quad . \tag{3.23}$$

Pour le paramètre c_0, on le relie à l'épaisseur de la bande en prenant $c_0 = \frac{e}{2} = 0,112mm$.

On représente les pressions de contact sur une ligne longitudinale de noeuds pour chacun des rouleaux constitutifs du bloc tensionneur (juste après l'application des deux tractions, amont et aval) sur la figure 3.14.

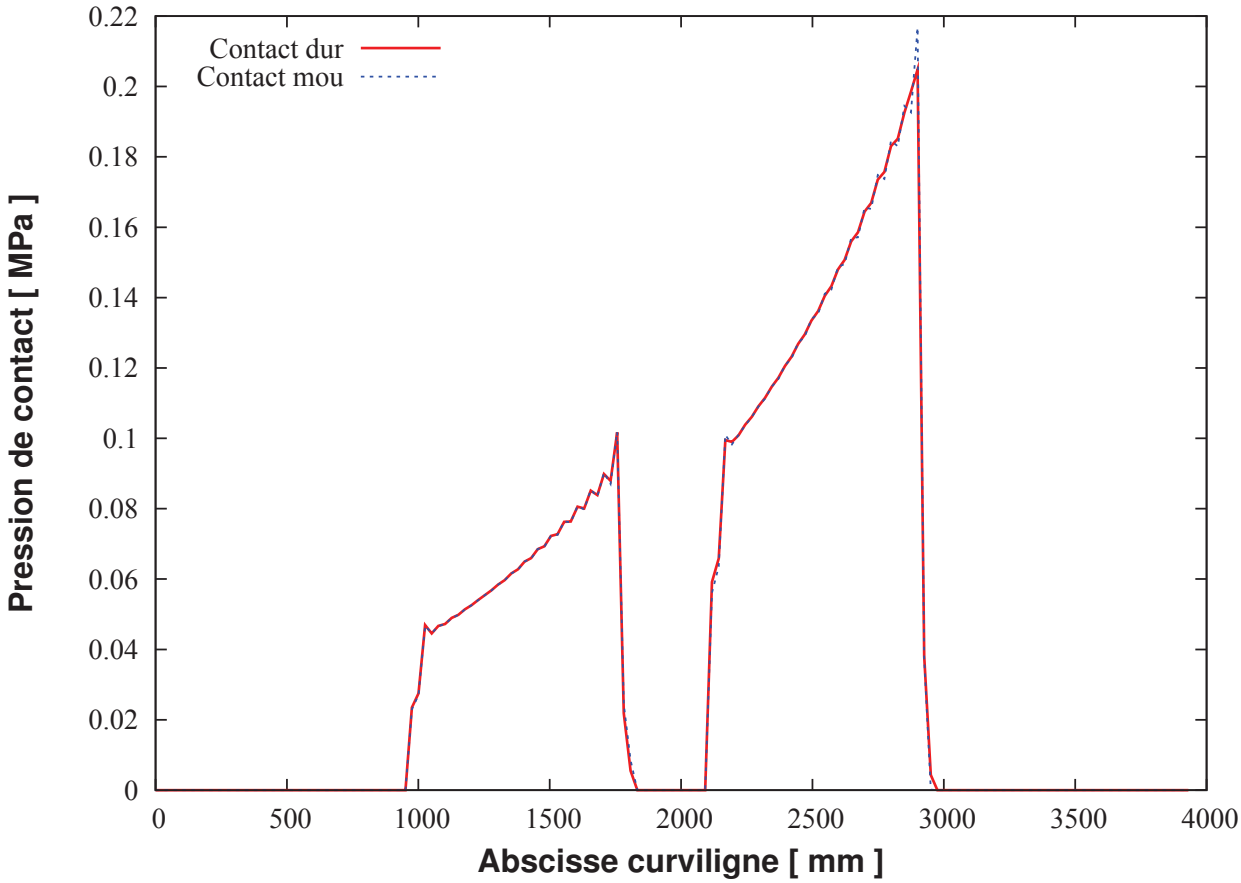


FIG. 3.14 – *Pression de contact pour un contact normal dur et un contact normal mou*

Les deux types de contact montrent des résultats quasiment identiques en termes de pression de contact entre la bande et les rouleaux : celle-ci augmente régulièrement le long de l'arc de contact. Cependant, le contact normal selon une loi exponentielle nécessite un temps de calcul de 20% inférieur à celui pour un contact *dur* ($1\,943,6s$ contre $2\,399,9s$). Même si le contact *dur* est un peu plus facile à manipuler (pas de paramètre à définir), nous utilisons dans les simulations suivantes le contact *mou* avec $p_0 = \int_{contact} p\,(\phi)\,d\phi$ et $c_0 = \frac{e}{2}$ pour des temps de calcul réduits.

2.3 *Abaqus/Standard* ou *Abaqus/Explicit*

Afin de comparer les deux formulations du logiciel de simulation par *Eléments Finis*, on ajoute une étape au calcul précédent. Après l'application des tractions amont et aval, les rouleaux inférieur et supérieur sont mis en rotation de telle sorte que la bande avance grâce au frottement. On assure un défilement de la tôle suffisant pour qu'une zone de bande métallique de longueur au moins égale à deux fois sa largeur ait subi toute l'histoire du bloc tensionneur, à savoir une traction initiale égale à la traction amont puis un passage sur les deux rouleaux et une traction finale égale à la traction aval.

Dans un *bloc en S* placé en entrée d'une étireuse, la traction de la bande augmente le long de l'arc de contact, tout comme l'élongation élastique. Ainsi, la bande a une vitesse plus importante à la sortie qu'à l'entrée des rouleaux. Cette différence de vitesse produit un *glissement vermiculaire* (phénomène normal non dû à un dysfonctionnement du système). Et la vitesse de la tôle sur les rouleaux doit être adaptée à cet allongement élastique. Il est possible de produire ce différentiel de vitesse :

- soit par un rouleau de diamètre plus grand et une vitesse angulaire constante,
- soit par un rouleau identique et une vitesse angulaire plus grande.

La seconde solution est privilégiée puisque dans ce cas, les différents rouleaux sont interchangeables. On détermine alors les valeurs des rotations des rouleaux supérieur et inférieur de manière à prendre en compte ce *glissement vermiculaire*.

Tout d'abord, on reprend les expressions des tensions issues de la relation d'Euler pour la poulie. On sait que, à la limite du glissement :

$$\sigma_3 = \sigma_2 \times e^{\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} \quad \text{et} \quad \sigma_2 = \sigma_1 \times e^{\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} \quad , \tag{3.24}$$

avec les inconnues définies sur la figure 3.15.

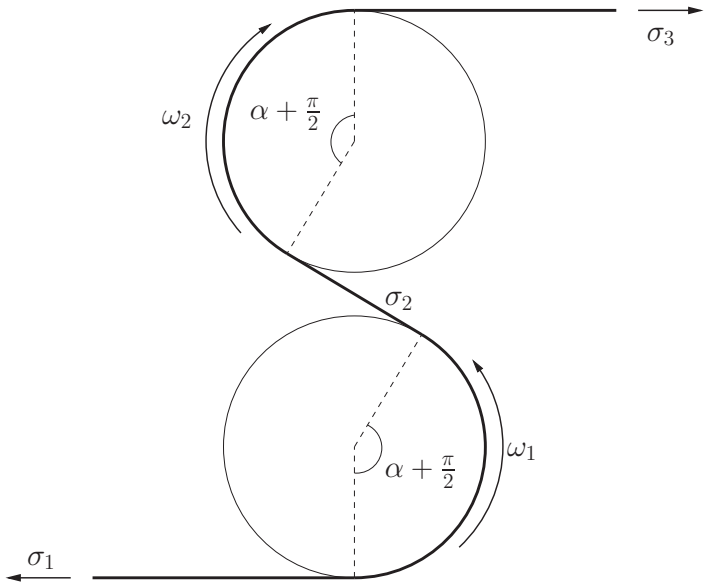


FIG. 3.15 – *Tractions et rotations pour la configuration du bloc en S*

Ensuite, on ajoute à ces deux premières équations une troisième communément utilisée dans l'étude du transport de bande (textile ou papier), et mentionnée entre autres par Boulter et Gao (1995); Boulter et Lockhart (1997); Hou *et al.* (2001) :

$$L_i \frac{dT_i}{dt} = EA\,(V_i - V_{i-1}) + V_{i-1}T_{i-1} - V_iT_i \quad , \tag{3.25}$$

avec L_i la longueur du brin, T_i sa traction, V_{i-1} et V_i les vitesses de rotation des rouleaux précédent et suivant, A la section de la bande. Cette relation est valable pour une bande élastique tout en négligeant l'effet Poisson (rétrécissement transversal suite à un allongement longitudinal). Ces hypothèses sont peut-être un peu restrictives par rapport à notre problème même si nous utilisons quand même cette équation pour le moment.

Dans le cas quasi-statique, cette équation s'écrit :

$$E\,(\omega_i - \omega_{i-1}) + \omega_{i-1}\sigma_{i-1} - \omega_i\sigma_i = 0 \quad . \tag{3.26}$$

Tandis que si on utilise la transformée de Laplace, on obtient :

$$E\,(\omega_{i-1} - \omega_i) + \omega_i\,(\sigma_i - \sigma_{i-1}) = 0 \quad . \tag{3.27}$$

Par conséquent, on dispose de 3 équations pour 5 inconnues (3 contraintes et 2 rotations). Nous en fixons donc deux :

$$\sigma_3 = 275MPa \quad \text{et} \quad \omega_2 = 20rad \ , \tag{3.28}$$

ce qui permet d'allonger de $0,5\%$ la bande après le rouleau supérieur et de défiler $6\,000mm$ de bande (correspondant environ à la longueur entre l'entrée et la sortie du bloc tensionneur, plus deux fois la largeur de la bande afin d'obtenir une zone acceptable d'observation à la fin de la simulation, voir Annexe C). On résout les équations pour déterminer les inconnues restantes.

TAB. 3.3 – *Valeurs des contraintes et des rotations du bloc en S : [(1)]hypothèse quasi-statique, [(2)]transformée de Laplace*

Inconnue	**Expression analytique**	**Valeur numérique**
σ_2	$\sigma_3.e^{-\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$	$126,02MPa$
σ_1	$\sigma_3.e^{-2\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$	$57,75MPa$
ω_1	$\frac{E-\sigma_2}{E-\sigma_1}.\omega_2$	$19,98048rad$ (1)
	$\left(1-\frac{\sigma_2-\sigma_1}{E}\right).\omega_2$	$19,98049rad$ (2)

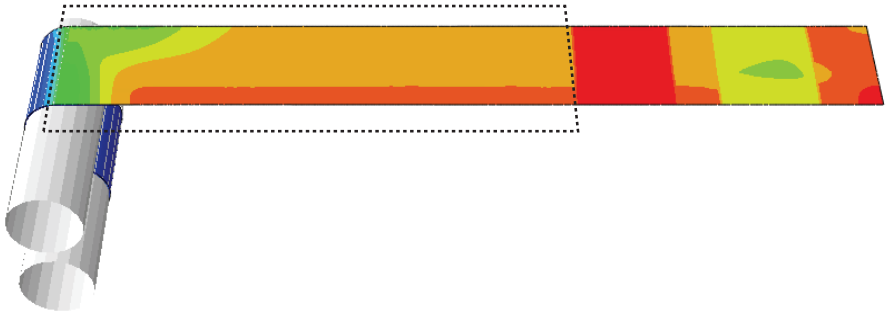
Le choix entre l'hypothèse quasi-statique ou l'utilisation de la transformée de Laplace n'a pas de grande influence sur la valeur de la rotation du rouleau inférieur et on peut ajouter la phase de rotation des rouleaux entraînant la tôle par frottement.

Dans un premier temps, on effectue la simulation des étapes de *traction* et *défilement* avec la formulation implicite. On détermine un maillage optimal de la bande par des éléments coques linéaires $S4R$ (car également disponibles dans *Abaqus/Explicit*). Comme conseillé au début du chapitre, la taille longitudinale maximale utilisée pour discrétiser la bande avec des éléments coques vaut $10^{\circ}\times 300mm = 52,36mm$. Les différents cas traités sont résumés dans le tableau 3.4.

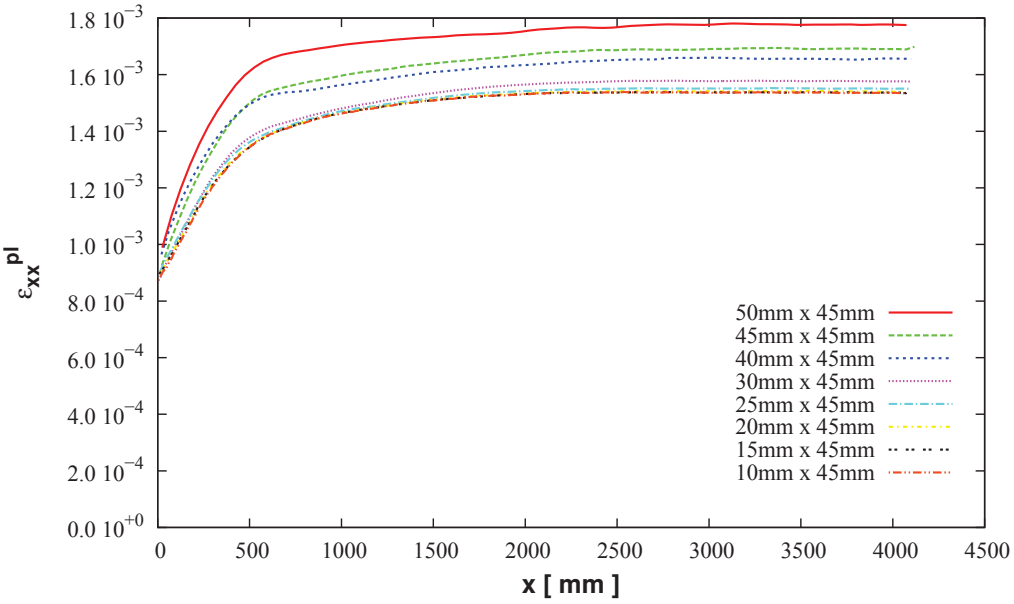
La figure 3.16 montre la déformation plastique longitudinale (au niveau de la fibre médiane) dans la portion de bande qui est entièrement passée dans la configuration à deux rouleaux (cadre pointillé sur la figure 3.16(a)). On voit que la partie amont de cette région est perturbée par la présence du rouleau supérieur et qu'elle n'affiche pas des résultats stabilisés. Le graphique 3.16(b) permet de limiter notre zone d'étude en enlevant les 1 500 premiers millimètres.

TAB. 3.4 – *Différents maillages longitudinaux de coques S4R (Abaqus/Standard)*

Taille longitudinale d'élément [mm]	Taille transversale d'élément [mm]	Nombre d'éléments	Nombre de noeuds	Temps de calcul [2] [s]
50	45	3 580	3 780	16 718
40	45	4 480	4 725	21 586
30	45	5 960	6 279	26 805
25	45	7 120	7 497	40 445
20	45	8 920	9 387	50 532
15	45	11 880	12 495	72 613
10	45	17 840	18 753	154 688



(a) *Portion complètement passée dans le bloc en S*



(b) *Déformation plastique longitudinale dans la zone d'étude*

FIG. 3.16 – *Détermination de la région des résultats stabilisés (Abaqus/Standard)*

2. Sauf mention contraire, tous les calculs sont effectués sur un ordinateur de bureau avec un seul processeur de $3,00GHz$ pour $3,8Go$ de mémoire RAM.

Afin de choisir le maillage à utiliser, on compare la répartition de la déformation plastique longitudinale dans la demi-largeur de la tôle (au niveau de la fibre médiane et en moyenne selon x dans la région stabilisée), à la fin du défilement (voir Fig. 3.17).

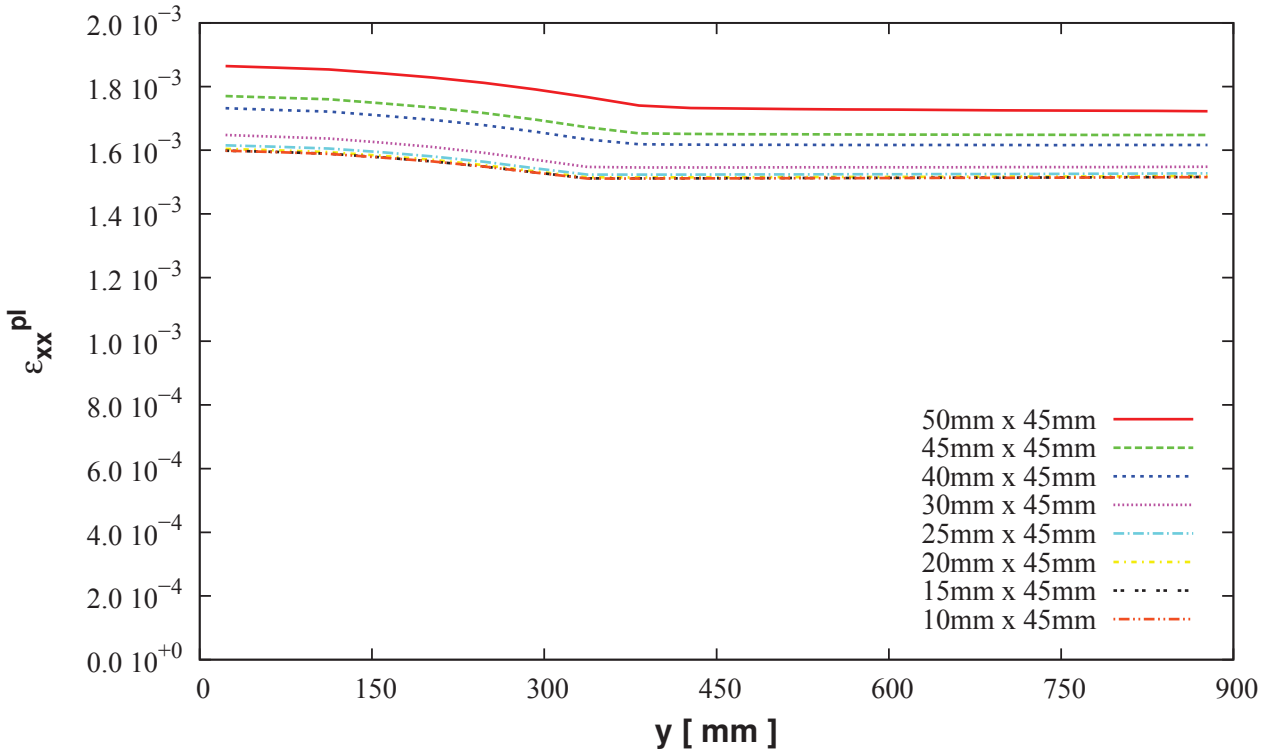


FIG. 3.17 – *Déformation plastique dans la largeur pour différents maillages longitudinaux (Abaqus/Standard)*

Et on évalue l'écart relatif pour la moyenne globale de la déformation plastique longitudinale sur chacun des maillages testés par rapport au maillage le plus fin pour lequel les résultats sont considérés comme ayant convergé (voir Tab. 3.5).

TAB. 3.5 – *Ecart relatif des résultats par rapport au maillage convergent (S4R, Abaqus / Standard)*

Maillage longitudinal	50mm	40mm	30mm	25mm	20mm	15mm	10mm
$\varepsilon^{pl}_{xx} \times 10^3$	$1,7676$	$1,6478$	$1,5715$	$1,5468$	$1,5375$	$1,5339$	$1,5335$
Ecart relatif	$15,25\%$	$7,45\%$	$2,48\%$	$0,87\%$	$0,27\%$	$0,03\%$	/

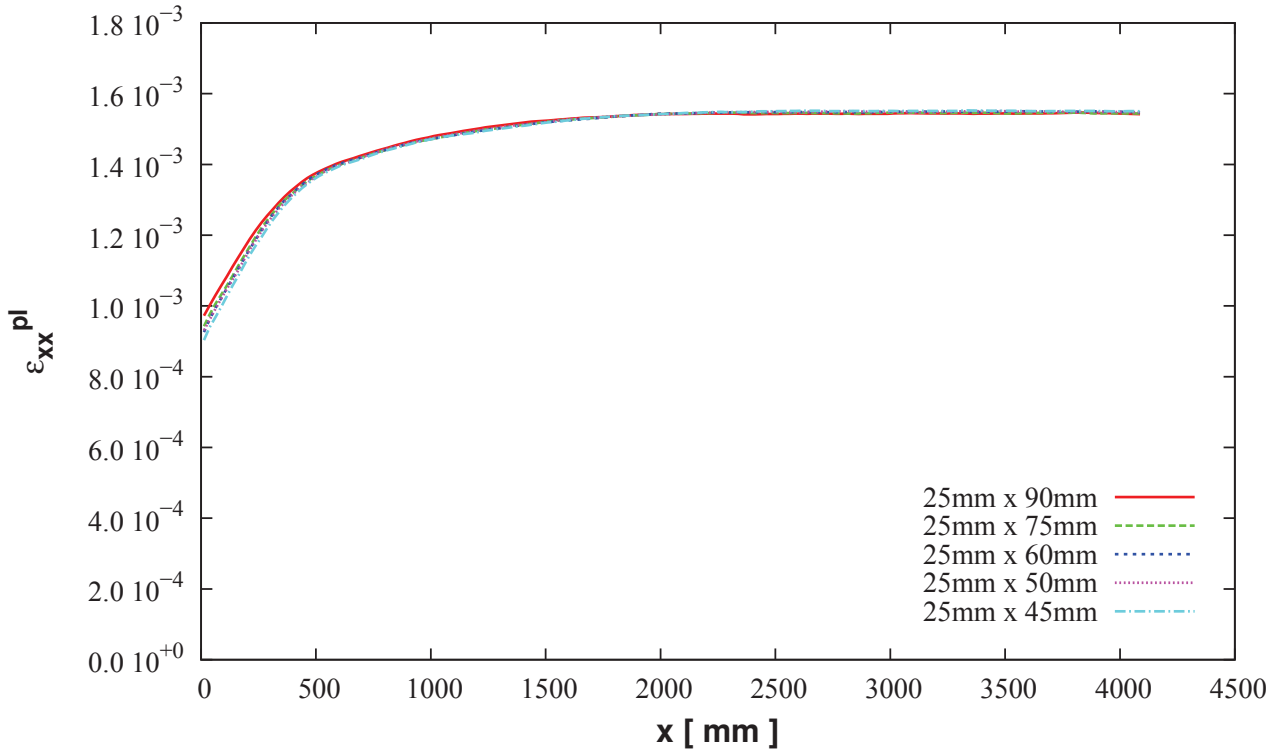
Ainsi, il apparaît que des éléments coques $S4R$ de taille longitudinale égale à $25mm$ donnent des résultats ayant convergé en terme de déformation plastique (écart relatif inférieur à 1%), ce qui correspond à un angle couvert par un élément de $4,77^{\circ}$. A présent, on détermine la taille transversale des éléments avec la simulation des cas recensés dans le tableau 3.6.

TAB. 3.6 – *Différents maillages transversaux de coques S4R (Abaqus/Standard)*

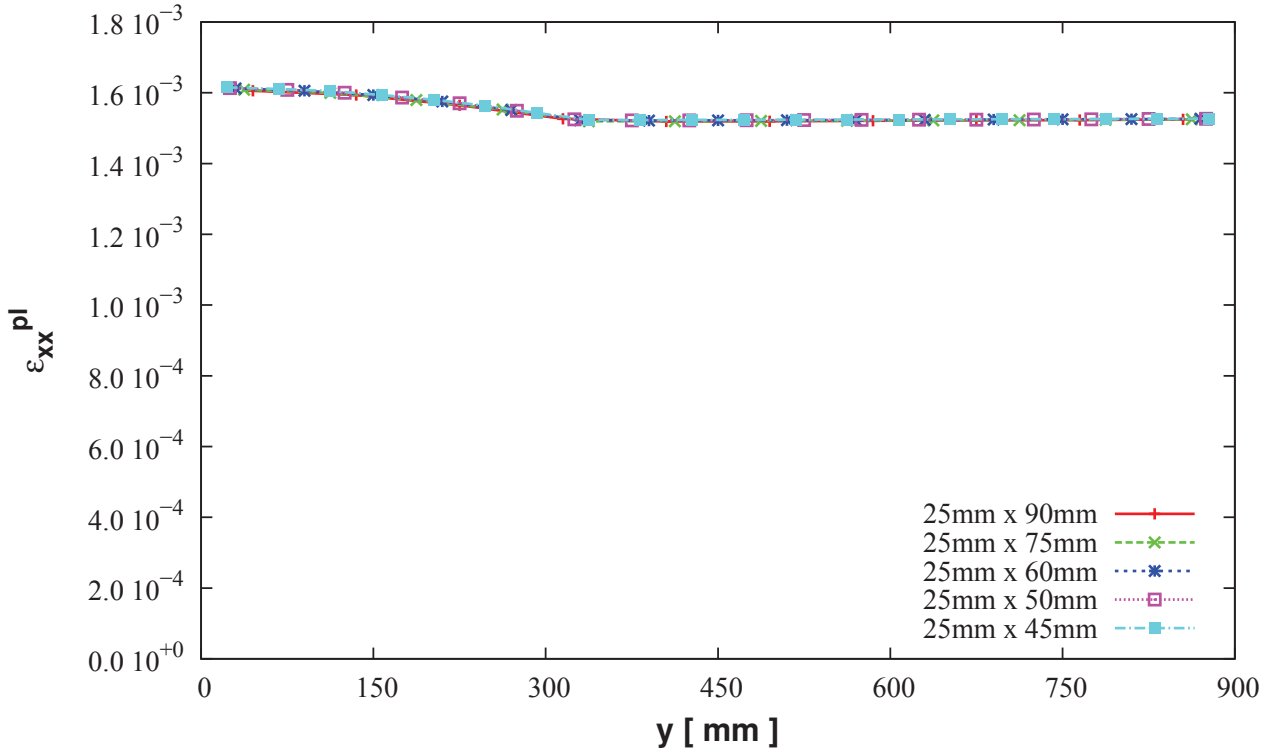
Taille longitudinale d'élément [mm]	**Taille transversale d'élément [mm]**	**Nombre d'éléments**	**Nombre de noeuds**	**Temps de calcul [s]**
25	90	3 560	3 927	22 348
25	75	4 272	4 641	23 811
25	60	5 340	5 712	29 942
25	50	6 408	6 783	36 248
25	45	7 120	7 497	40 445

On observe sur la figure 3.18 que l'on peut se contenter d'un faible nombre d'éléments coques dans la largeur de la bande, tout en conservant une bonne précision de résultats et une représentation suffisante de la répartition de la déformation plastique longitudinale dans la direction transversale avec 12 éléments dans ce sens, ce qui donne des éléments de $75mm$ de largeur (10 éléments donnent des résultats convenables mais on ne dispose pas alors de suffisamment de points dans la largeur de la bande pour décrire précisément la distribution de déformation).

Finalement, la simulation du bloc tensionneur à deux rouleaux sous*Abaqus/Standard* est effectuée avec une discrétisation de la bande d'aluminium par des éléments coques à interpolation linéaire de taille $25mm$ x $75mm$. Ce calcul constitue notre référence pour l'instant.



(a) *Déformation plastique dans la direction longitudinale*



(b) *Déformation plastique dans la direction transversale*

FIG. 3.18 – *Résultats de la déformation plastique pour différents maillages transversaux (Abaqus/Standard)*

Dans un second temps, pour la formulation explicite du logiciel *Abaqus*, il faut préciser la densité du matériau ainsi que la vitesse du défilement de la bande (car l'analyse est effectuée en dynamique alors qu'elle est quasi-statique pour la formulation implicite). On ajoute alors aux propriétés mécaniques de l'aluminium la valeur de sa masse volumique :

$$\rho = 2\,700 kg.m^{-3} \quad . \tag{3.29}$$

La vitesse de défilement de la bande est déterminée pour que le nombre d'incréments N_I ne dépasse pas 300 000, comme préconisé par la documentation du logiciel. D'après ce qui a été présenté précédemment, on a :

$$N_I = \frac{T}{L_e^{min}}\sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \frac{T}{L_e^{min}}\sqrt{\frac{E\,(1-\nu)}{\rho\,(1+\nu)\,(1-2\nu)}} \quad , \tag{3.30}$$

où T est la durée du step de rotation des rouleaux.

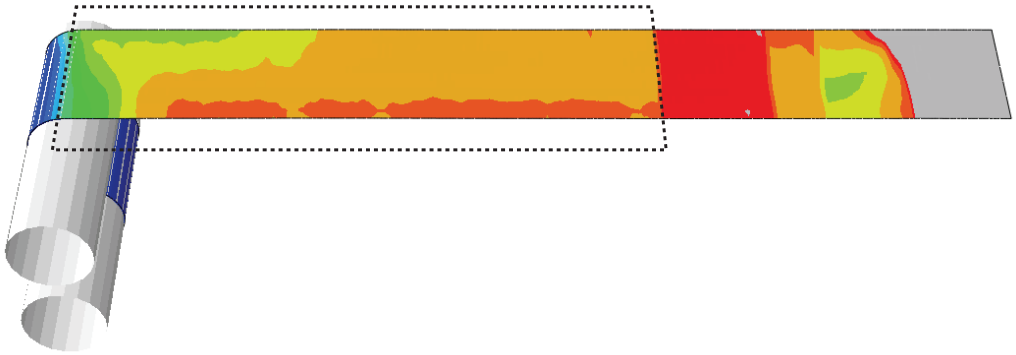
Pour $L_e^{min} = 25mm$, on obtient :

$$T \leq 1,21s \quad \text{ce qui correspond à une vitesse} \quad V \geq 297,50m.min^{-1} \quad . \tag{3.31}$$

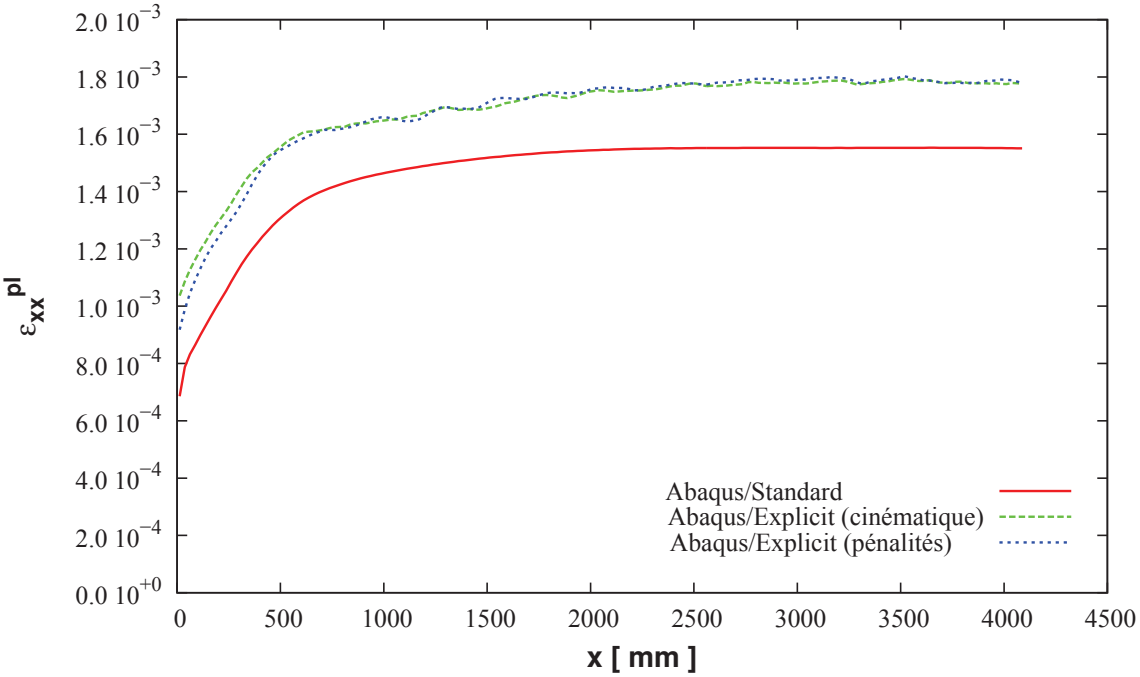
On effectue donc une simulation de la configuration élémentaire du *bloc en S* avec *Abaqus/Explicit*, une discrétisation de la bande d'aluminium par des éléments coques $S4R$ de taille $25mm$ x $75mm$ (aucun élément quadratique n'est proposé avec la formulation explicite) et en deux étapes :

- application des tensions amont et aval pendant $0,01s$,
- rotation des rouleaux inférieur et supérieur pendant $1,21s$.

Concernant le contact normal entre la bande et les rouleaux, le logiciel utilise par défaut un algorithme de prédiction-correction cinématique pour imposer strictement les contraintes de contact (aucune pénétration autorisée). Mais un algorithme alternatif de contact par pénalités est également proposé et permet de traiter des types de problèmes d'interaction plus généraux. On teste ces deux options.



(a) *Portion complètement passée dans le bloc en S*



(b) *Déformation plastique longitudinale dans la zone d'étude*

FIG. 3.19 – *Détermination de la région des résultats stabilisés (Abaqus/Explicit)*

La figure 3.19 représente la déformation plastique longitudinale dans la portion de bande qui est entièrement passée entre les deux rouleaux (cadre pointillé sur la figure 3.19(a)). Comme pour le calcul avec *Abaqus/Standard*, on voit ici que la partie amont de cette région est perturbée par la présence du rouleau supérieur et qu'elle n'affiche pas des résultats stabilisés. Même dans la partie suivante, les résultats apparaissent légèrement perturbés (sur la visualisation mais également sur le graphique) et les valeurs atteintes sont supérieures à celles obtenues avec la formulation implicite. Le graphique 3.19(b) permet de limiter notre zone d'étude en enlevant les 2 000 premiers millimètres.

Ensuite, on observe la répartition de la déformation plastique longitudinale (en moyenne dans la zone de stabilisation et au niveau de la fibre médiane) dans la demi-largeur sur la figure 3.20.

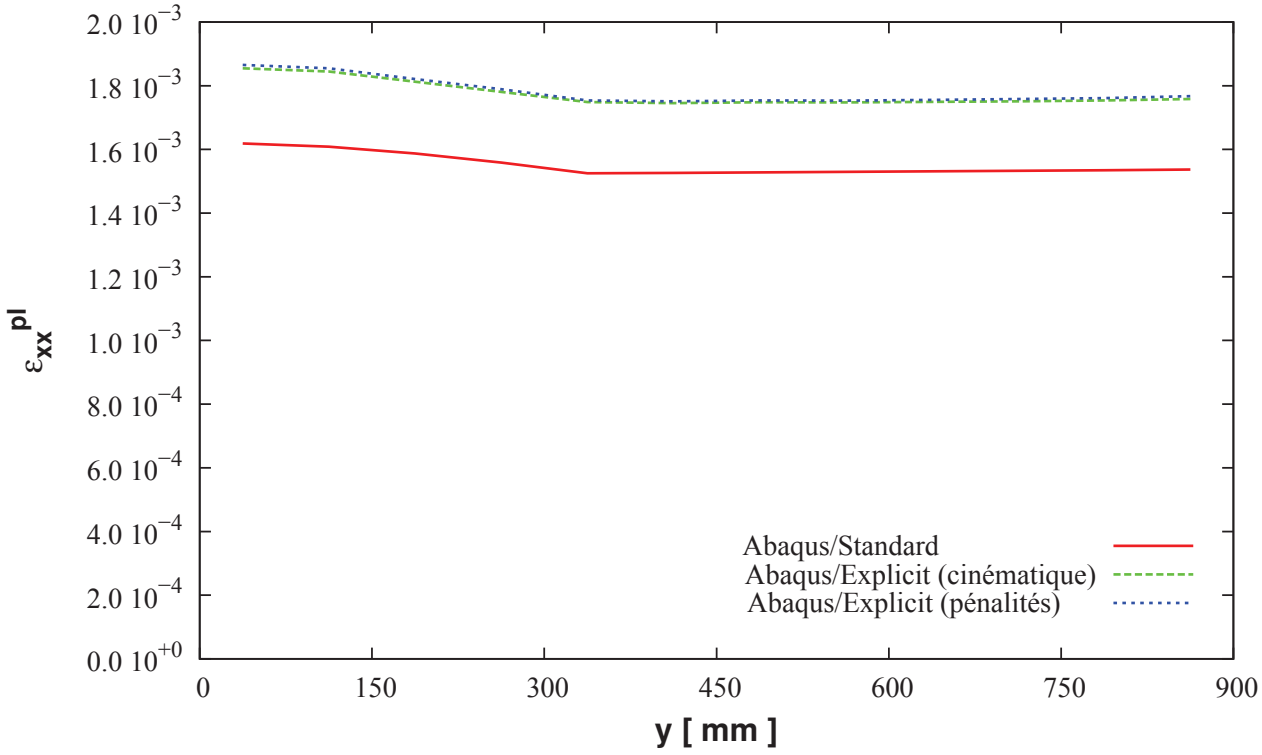


FIG. 3.20 – *Comparaison de la déformation plastique dans la largeur entre Abaqus/Standard et Abaqus/Explicit*

Le logiciel *Abaqus/Explicit* est capable de simuler le passage d'une bande d'aluminium dans une configuration de *bloc en S* et produit des résultats cohérents avec ceux obtenus avec la formulation implicite. Même si la moyenne de la déformation plastique longitudinale est surestimée ($1,8.10^{-3}$ au lieu de $1,6.10^{-3}$), la variation de ε_{xx}^{pl} en fonction de y est bien prédite (voir Fig. 3.21). De plus, le choix de l'algorithme de contact ne semble pas avoir d'influence sur le résultat final. On traduit cette variation en planéité exprimée en *Unités Internationales* selon la formule :

$$UI(y) = \left(\varepsilon_{xx}^{pl}(y) - \left\langle \varepsilon_{xx}^{pl} \right\rangle\right) \times 10^5 \quad \text{avec} \quad \left\langle \varepsilon_{xx}^{pl} \right\rangle = \frac{2}{b}\int_0^{\frac{b}{2}} \varepsilon_{xx}^{pl}(y)dy \quad , \tag{3.32}$$

$$UI = \max_{y\in[0;\frac{b}{2}]} UI(y) \quad . \tag{3.33}$$

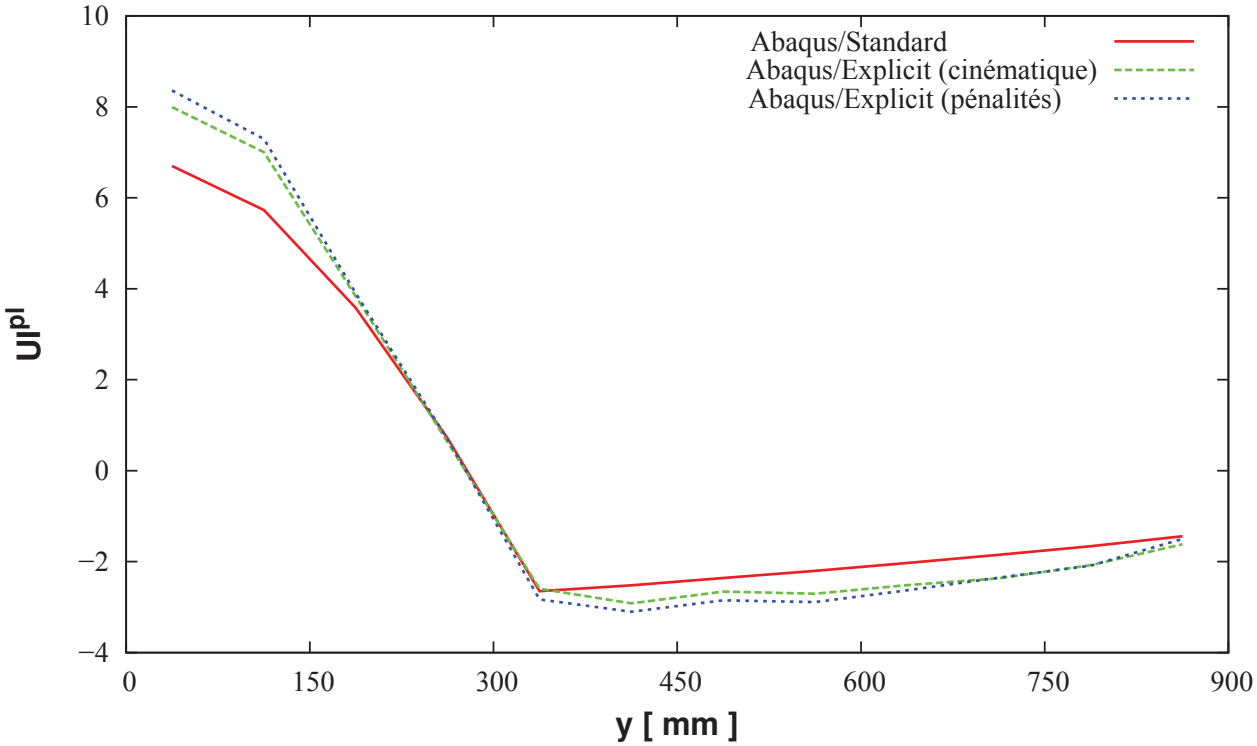


FIG. 3.21 – *Comparaison de la planéité entre Abaqus/Standard et Abaqus/Explicit*

Comme la simulation est effectuée en dynamique explicite, les forces d'inertie sont prises en compte et il nous faut vérifier que l'énergie cinétique du système ne dépasse pas 10% de son énergie totale afin de ne pas surestimer ces effets d'accélération.

On remarque que le calcul avec l'algorithme de contact cinématique ne respecte pas la condition sur le rapport *Energie cinétique - Energie totale*. Alors que cette dernière est bien vérifiée pour l'algorithme par pénalités (voir Fig. 3.22). Cependant, malgré cette différence de comportement énergétique, les deux approches donnent des résultats similaires pour ce qui est de la déformation plastique.

D'autre part, on s'intéresse aux performances de la formulation explicite en temps de simulation (principal avantage de cette méthode par rapport à l'implicite). Effectivement, les deux calculs effectués n'ont eu besoin que de $3\,998s$ et $4\,270s$ pour atteindre leur terme. Ce qui représente une division moyenne du temps de simulation par $5,8$ pour des résultats acceptables.

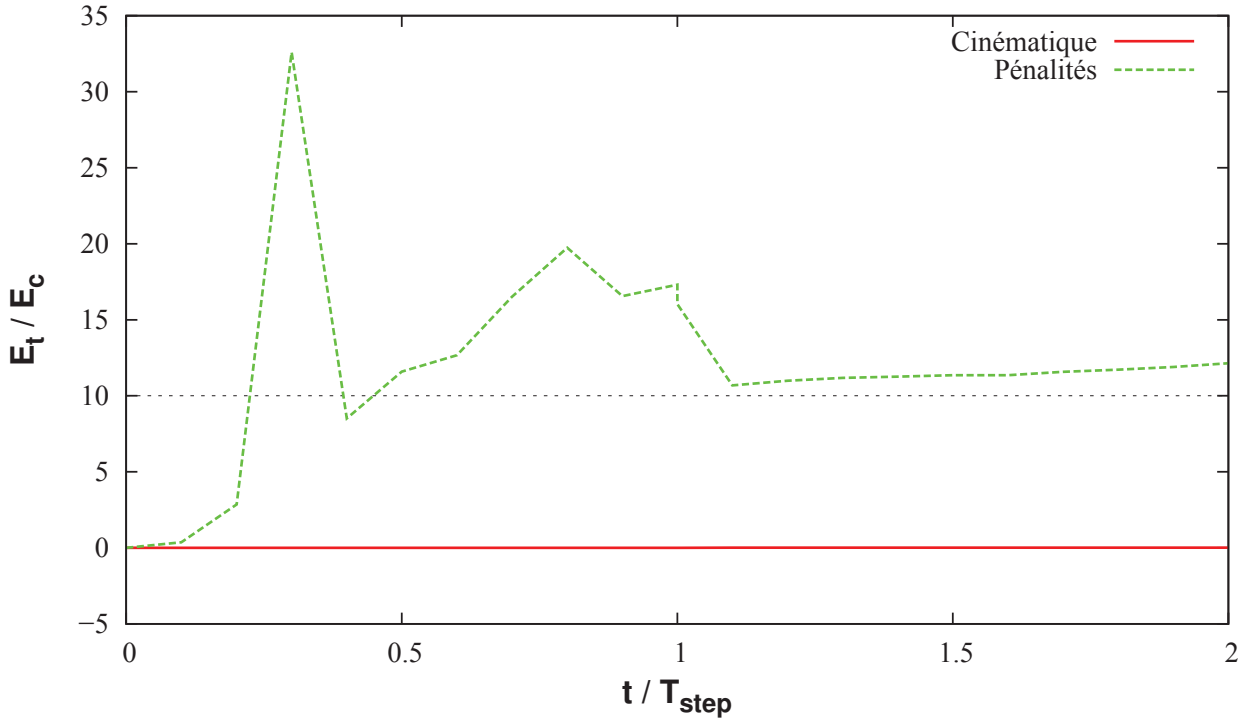
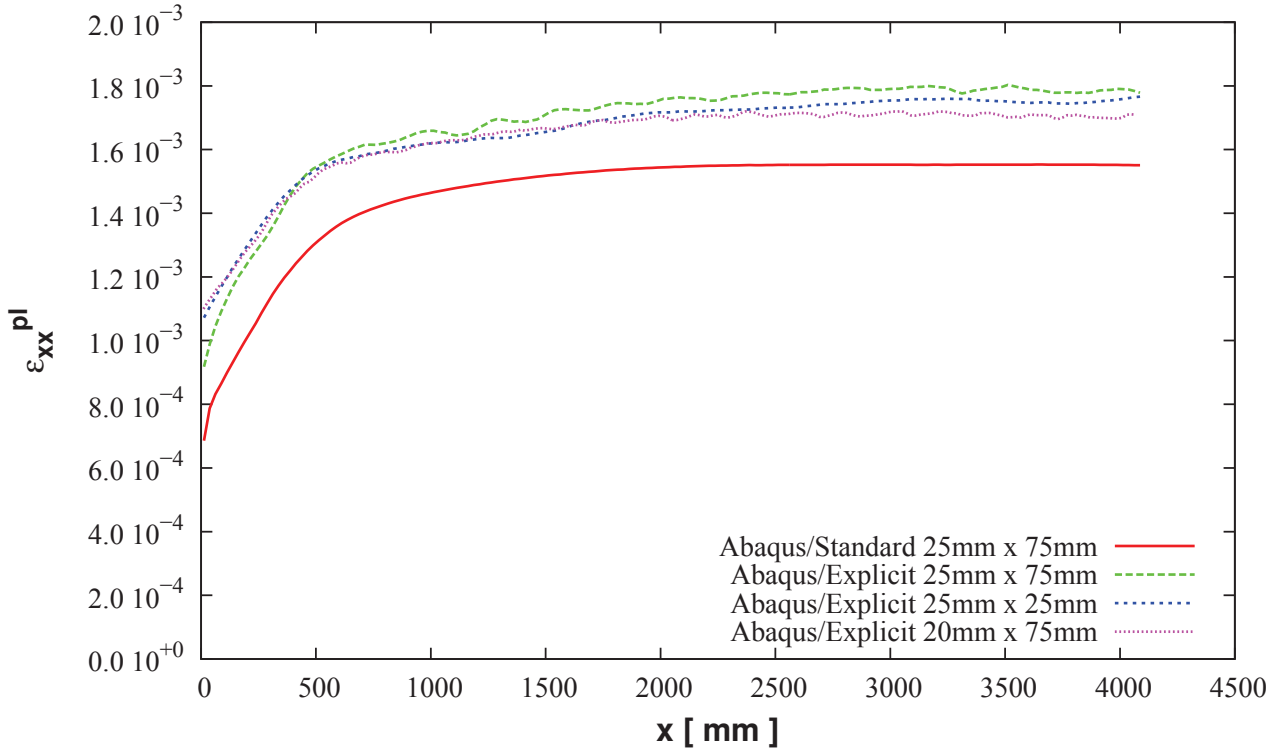


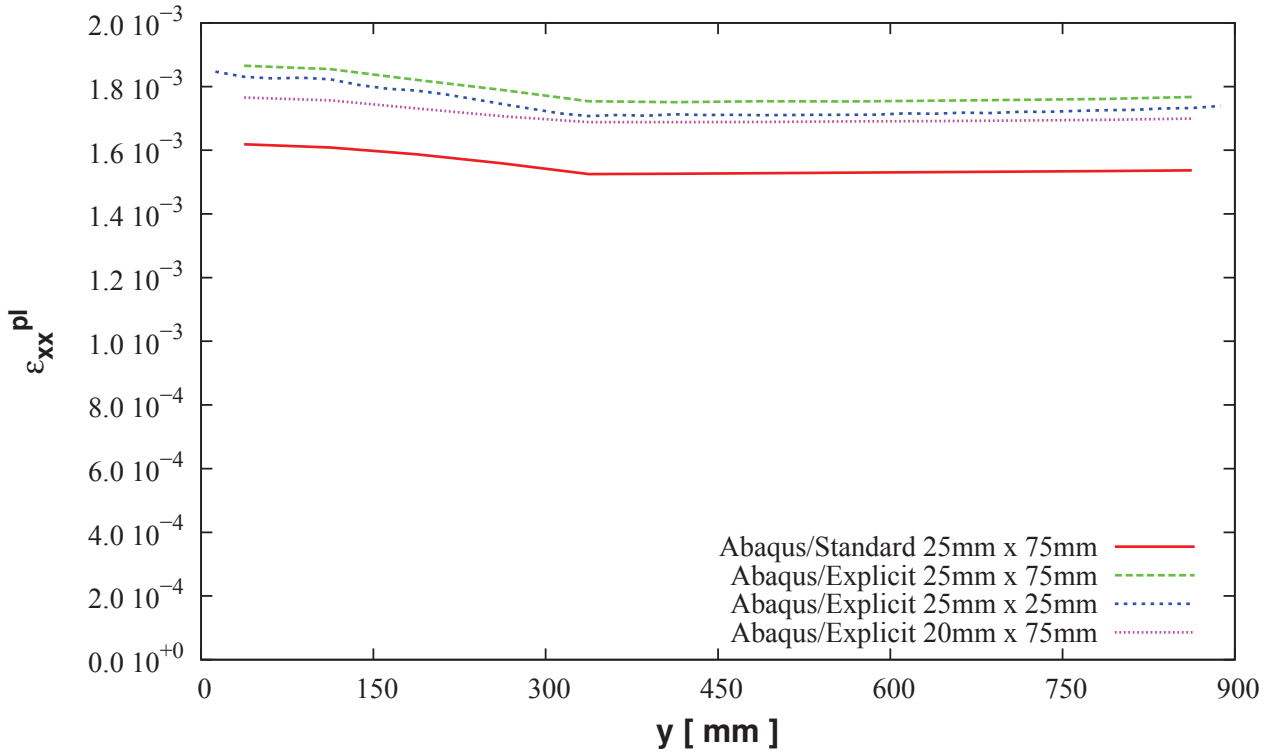
FIG. 3.22 – *Evolution du rapport Energie cinétique / Energie totale au cours de la simulation*

On essaie à présent de raffiner le maillage de la bande pour se rapprocher des résultats obtenus avec *Abaqus/Standard*. On propose deux nouvelles discrétisations : la première avec trois fois plus d'éléments dans la demi-largeur, la seconde avec des éléments de taille longitudinale $20mm$ (avec une étape de rotation durant $0,968s$ dans ce cas).

Le raffinement du maillage dans le sens transversal permet d'avoir plus de points dans la demi-largeur pour représenter les résultats mais introduit des oscillations de la déformation plastique longitudinale et multiplie le temps de simulation par $3,8$ (ce qui est toujours moins long qu'avec *Abaqus/Standard*). Cela se remarque plus aisément sur le graphique de la planéité (voir Fig. 3.24). De plus, pour un raffinement dans le sens longitudinal, on a rencontré plus de difficultés à obtenir un calcul correct. En effet, la tôle d'aluminium défilait bien plus vite que ne l'y autorisait la rotation des rouleaux. Pour résoudre ce problème, nous avons dû augmenter la tension amont appliquée à la bande jusqu'à $80MPa$.



(a) *Déformation plastique longitudinale dans le sens longitudinal*



(b) *Déformation plastique longitudinale dans le sens transversal*

FIG. 3.23 – *Déformation plastique pour d'autres maillages avec Abaqus/Explicit*

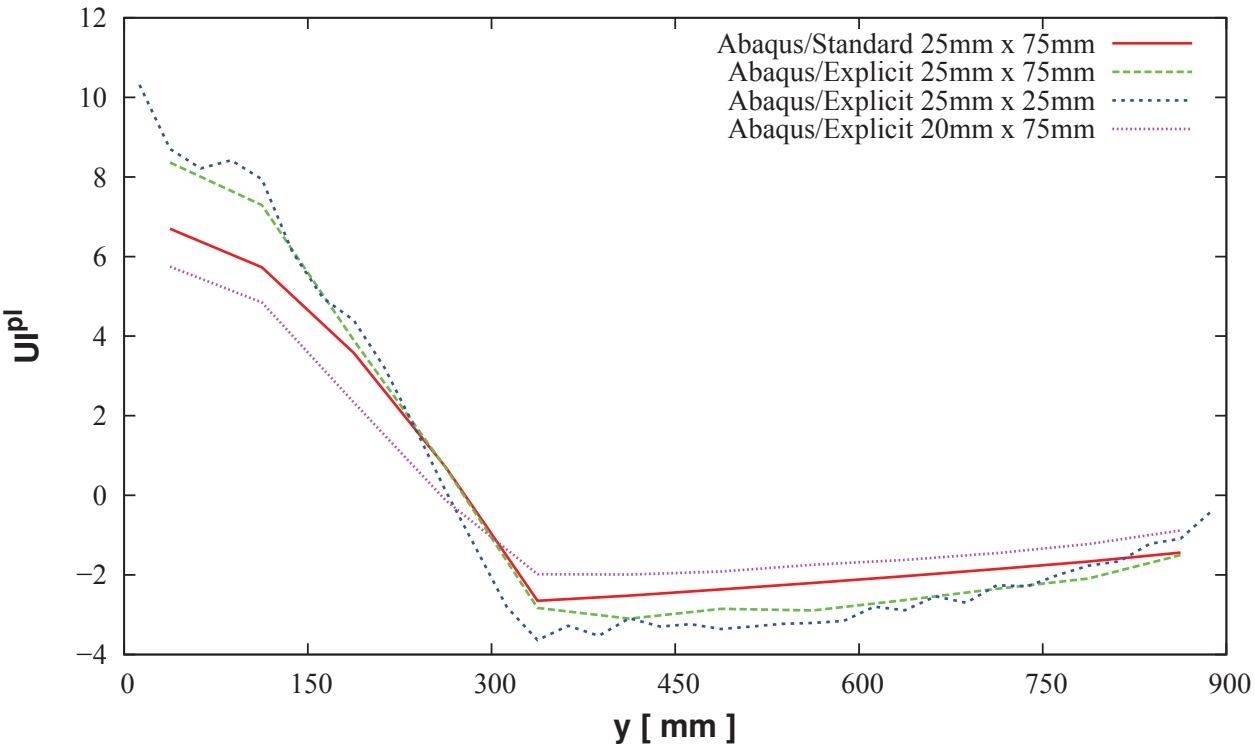


FIG. 3.24 – *Planéité pour d'autres maillages avec Abaqus/Explicit*

Ainsi, malgré le fait que la formulation implicite est attractive en termes de temps de calcul (voir Tab. 3.7), celle-ci semble plus instable et moins adaptée aux études de convergence de maillage. Ce qui entraîne une incertitude plus importante sur les résultats obtenus. On choisit pour cette raison de bâtir nos modèles de référence avec la formulation implicite pour se consacrer davantage sur la description physique du planage. Egalement, *Abaqus/Standard* propose des éléments coques à degré d'interpolation supérieur. On discrétise alors la bande d'aluminium avec des éléments coques quadratiques, à huit noeuds et à intégration réduite.

TAB. 3.7 – *Temps de simulation avec Abaqus/Standard et Abaqus/Explicit*

Formulation	**Taille longitudinale d'élément [mm]**	**Taille transversale d'élément [mm]**	**Temps de calcul [s]**
Abaqus/Standard	25	75	23 811
Abaqus/Explicit	25	75	4 270
Abaqus/Explicit	25	25	16 366
Abaqus/Explicit	20	75	5 051

De même que pour les éléments coques linéaires, on cherche le maillage optimal en terme de convergence des résultats. Le tableau 3.8 regroupe les maillages des différentes simulations.

TAB. 3.8 – *Différents maillages longitudinaux de coques S8R (Abaqus/Standard)*

Taille longitudinale d'élément [mm]	**Taille transversale d'élément [mm]**	**Nombre d'éléments**	**Nombre de noeuds**	**Temps de calcul [s]**
100	90	900	2 901	23 386
80	90	1 120	3 605	33 835
60	90	1 480	4 757	30 779
50	90	1 790	5 749	44 938
40	90	2 240	7 189	60 512
30	90	2 980	9 557	118 273
20	90	4 460	14 293	198 813

La figure 3.25 présente les résultats de la déformation plastique longitudinale (moyenne dans la largeur et au niveau de la fibre médiane) en fonction de la coordonnée longitudinale, dans la région complètement passée entre les deux rouleaux de la configuration *bloc en S*. On y ajoute un graphique avec la répartition de ε_{xx}^{pl} suivant la largeur de la bande.

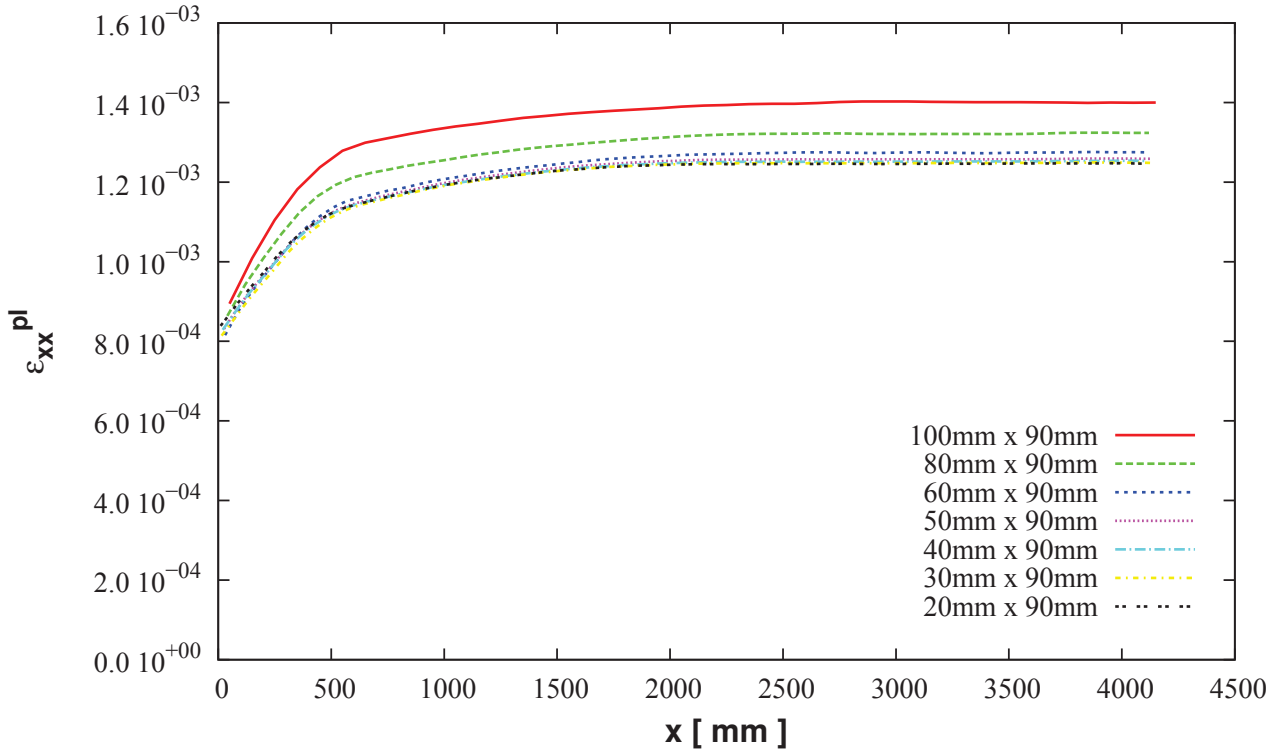
Comme pour les éléments coques à interpolation linéaire, on présente l'écart relatif pour la moyenne globale de la déformation plastique longitudinale par rapport au maillage $20mm$ x $90mm$ pour lequel les résultats ont convergé.

TAB. 3.9 – *Ecart relatif des résultats par rapport au maillage convergent (S8R, Abaqus / Standard)*

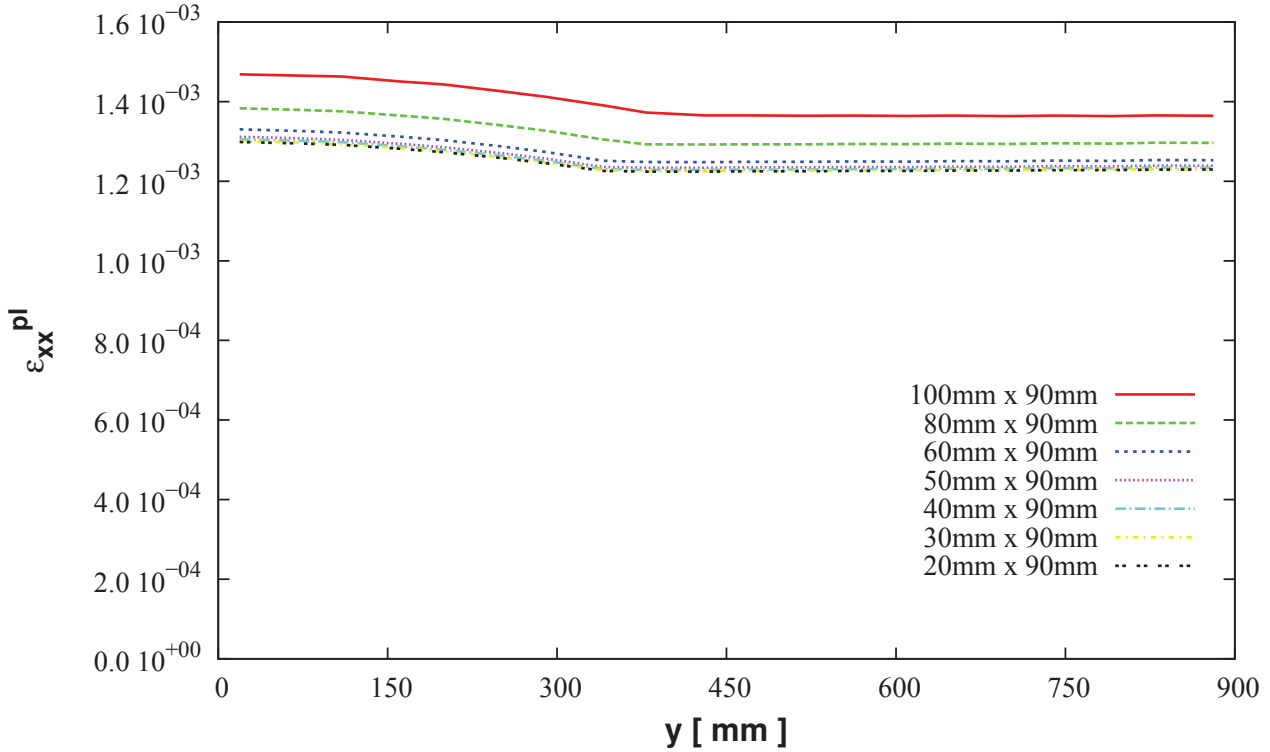
Maillage longitudinal	100mm	80mm	60mm	50mm	40mm	30mm	20mm
$\varepsilon_{xx}^{pl} \times 10^3$	$1,3953$	$1,3181$	$1,2705$	$1,2551$	$1,2497$	$1,2459$	$1,2444$
Ecart relatif	$12,12\%$	$5,92\%$	$2,09\%$	$0,86\%$	$0,42\%$	$0,12\%$	/

Si on conserve le même critère, à savoir un écart relatif inférieur à 1% alors on opte pour un maillage longitudinal de taille $50mm$, ce qui correpond à un angle de $9,55^{\circ}$ pour un élément (on reste bien dans les recommandations faites). On varie ensuite le nombre d'éléments dans le sens tranversal (voir Tab. 3.10).

On choisit alors un maillage d'éléments coques quadratiques de taille $50mm$ x $150mm$ car moins d'éléments transversaux ne permettent pas de disposer de suffisamment de points dans la demi-largeur, malgré des résultats tout à fait satisfaisants.

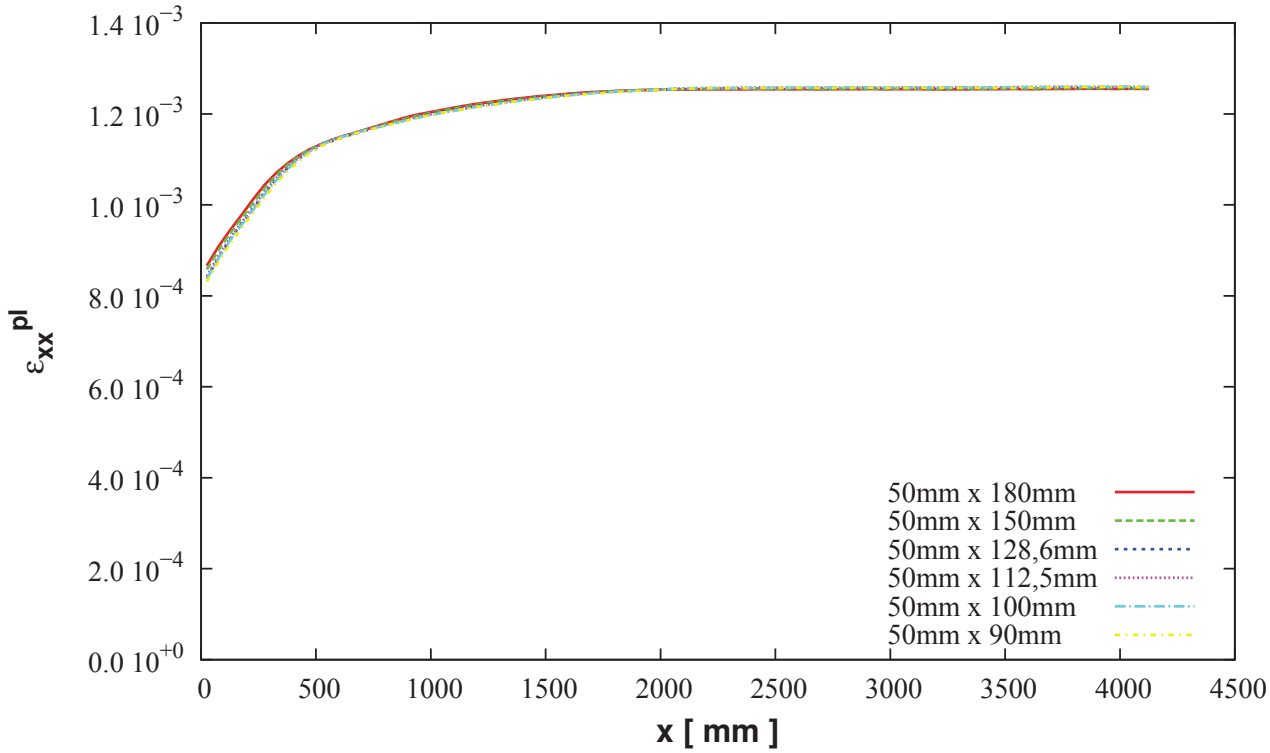


(a) *Déformation plastique dans la direction longitudinale*

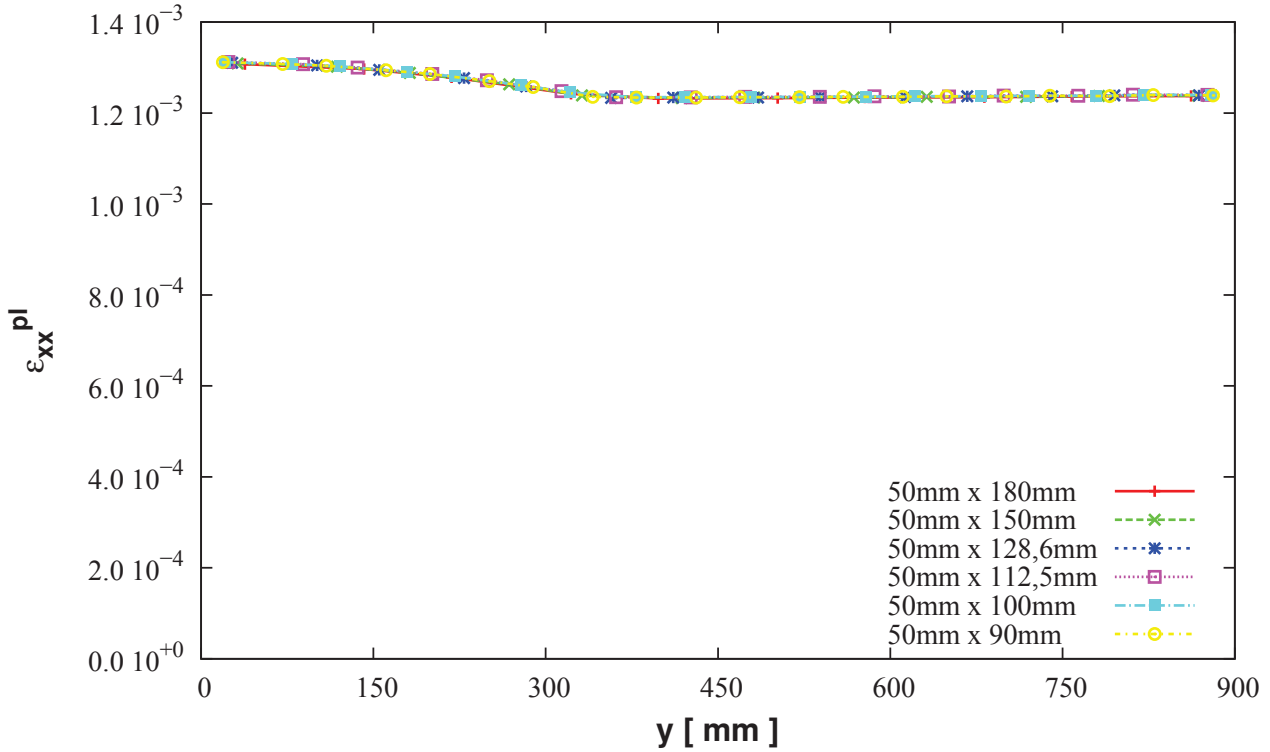


(b) *Déformation plastique dans la direction transversale*

FIG. 3.25 – *Résultats de la déformation plastique pour différents maillages longitudinaux (coques quadratiques, Abaqus/Standard)*



(a) *Déformation plastique dans la direction longitudinale*



(b) *Déformation plastique dans la direction transversale*

FIG. 3.26 – *Résultats de la déformation plastique pour différents maillages transversaux (coques quadratiques, Abaqus/Standard)*

TAB. 3.10 – *Différents maillages transversaux de coques S8R (Abaqus/Standard)*

Taille longitudinale d'élément [mm]	Taille transversale d'élément [mm]	Nombre d'éléments	Nombre de noeuds	Temps de calcul [s]
50	180	895	3 054	24 776
50	150	1 074	3 593	27 666
50	128, 6	1 253	4 132	33 896
50	112, 5	1 432	4 671	41 363
50	100	1 611	5 210	43 768
50	90	1 790	5 749	44 938

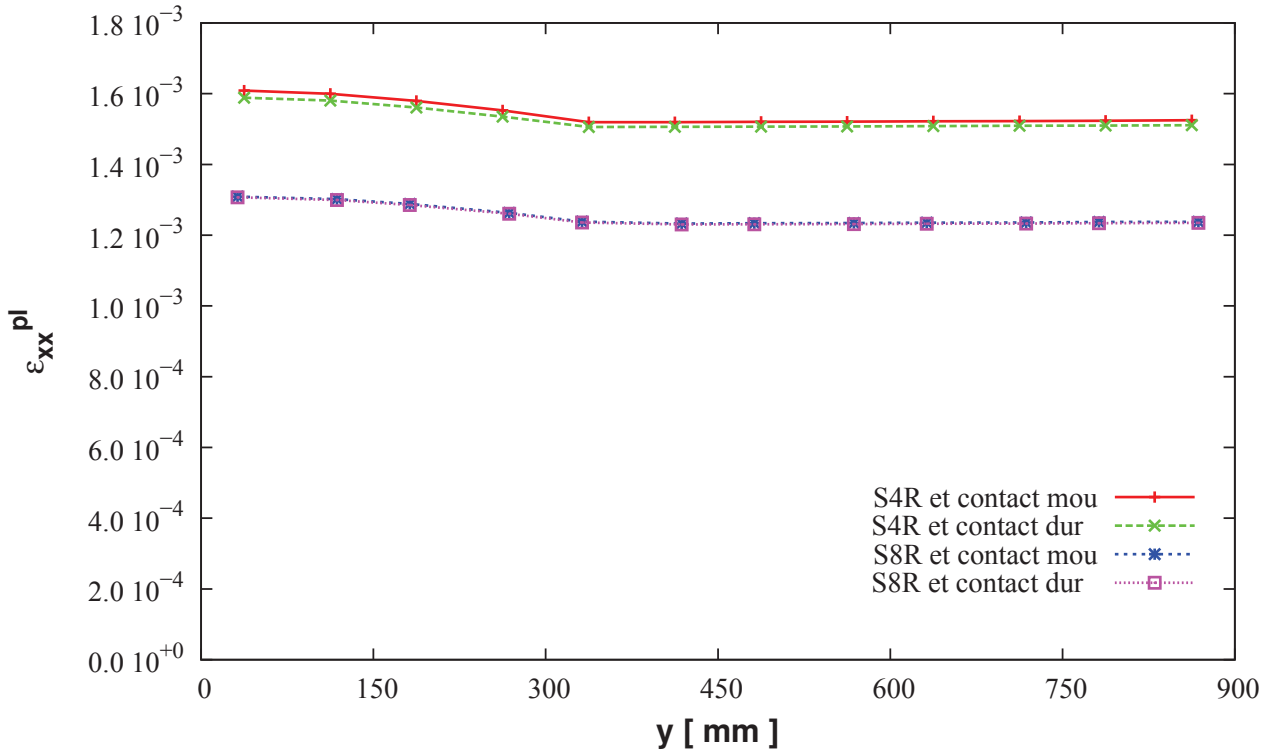
Finalement, on compare la répartition de la déformation plastique longitudinale dans la demi-largeur de la bande et également sa traduction en planéité exprimée en *Unités Internationales* pour des éléments coques linéaires ou quadratiques, avec un contact *dur* ou *mou* (voir Fig. 3.27).

D'une part, on observe que le choix du contact normal n'influence pas les résultats au sein de la bande. Par contre, le degré d'interpolation des éléments coques a un impact important sur la valeur de la déformation plastique longitudinale. En effet, pour des éléments $S4R$, la moyenne de la grandeur dans la largeur vaut $1,54.10^{-3}$ alors qu'elle est de seulement $1,25.10^{-3}$ pour les éléments $S8R$, donc un écart relatif de 23%. Pourtant, lorsque cette distribution est traduite en planéité en *Unités Internationales*, on s'aperçoit que les deux types d'éléments donnent des résultats similaires ($0,5UI$ d'écart).

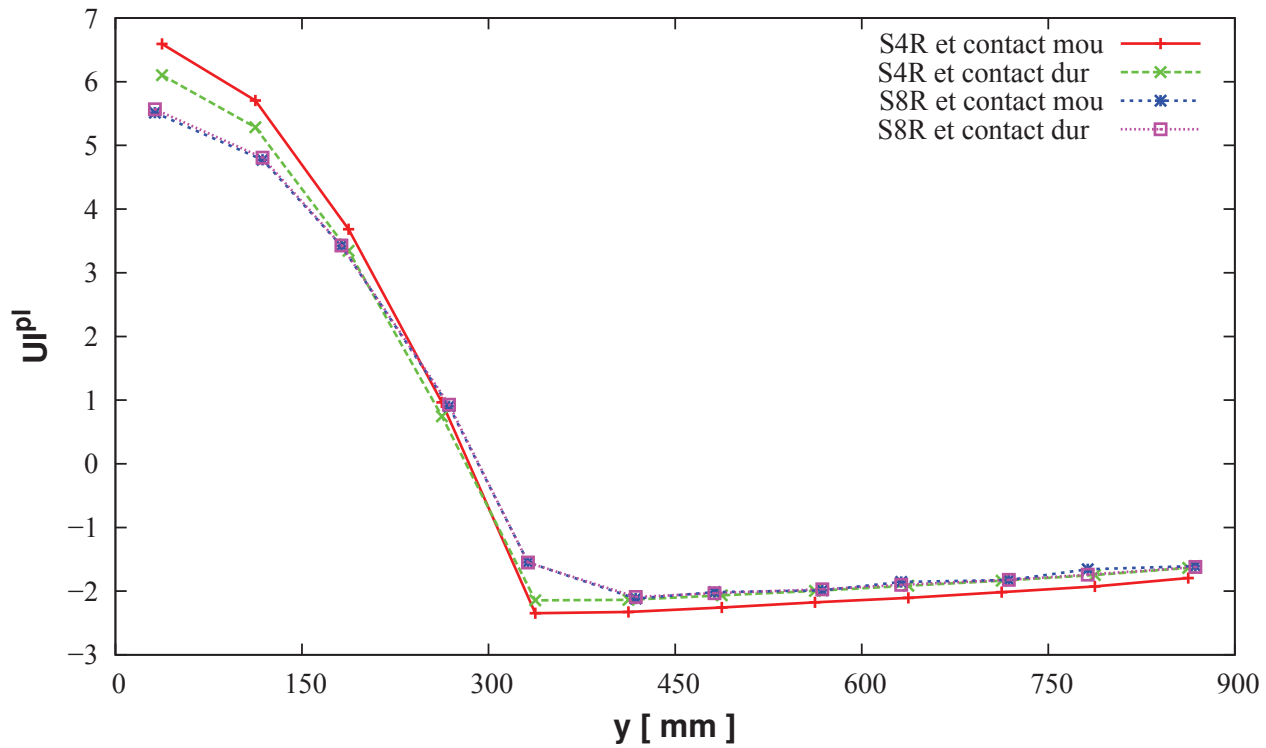
TAB. 3.11 – *Performances en temps de calcul des éléments coques S4R et S8R*

Type d'élément	Maillage	Contact	Temps de calcul [s]
$S4R$	$25mm \times 75mm$	*mou*	23 811
$S4R$	$25mm \times 75mm$	*dur*	21 352
$S8R$	$50mm \times 150mm$	*mou*	27 666
$S8R$	$50mm \times 150mm$	*dur*	14 940

D'autre part, on remarque que qualitativement, la déformation plastique longitudinale est plus importante au centre de la bande qu'au niveau des rives, c'est-à-dire que la configuration élémentaire du *bloc en S* introduit naturellement un défaut de *centre long* dans une bande initialement plate. Ce phénomène est dû au frottement de la bande sur les rouleaux. En effet, on voit que lorsque le coefficient de frottement diminue alors la différence de plastification des fibres longitudinales entre le milieu et le bord décroît (voir Fig. 3.28).

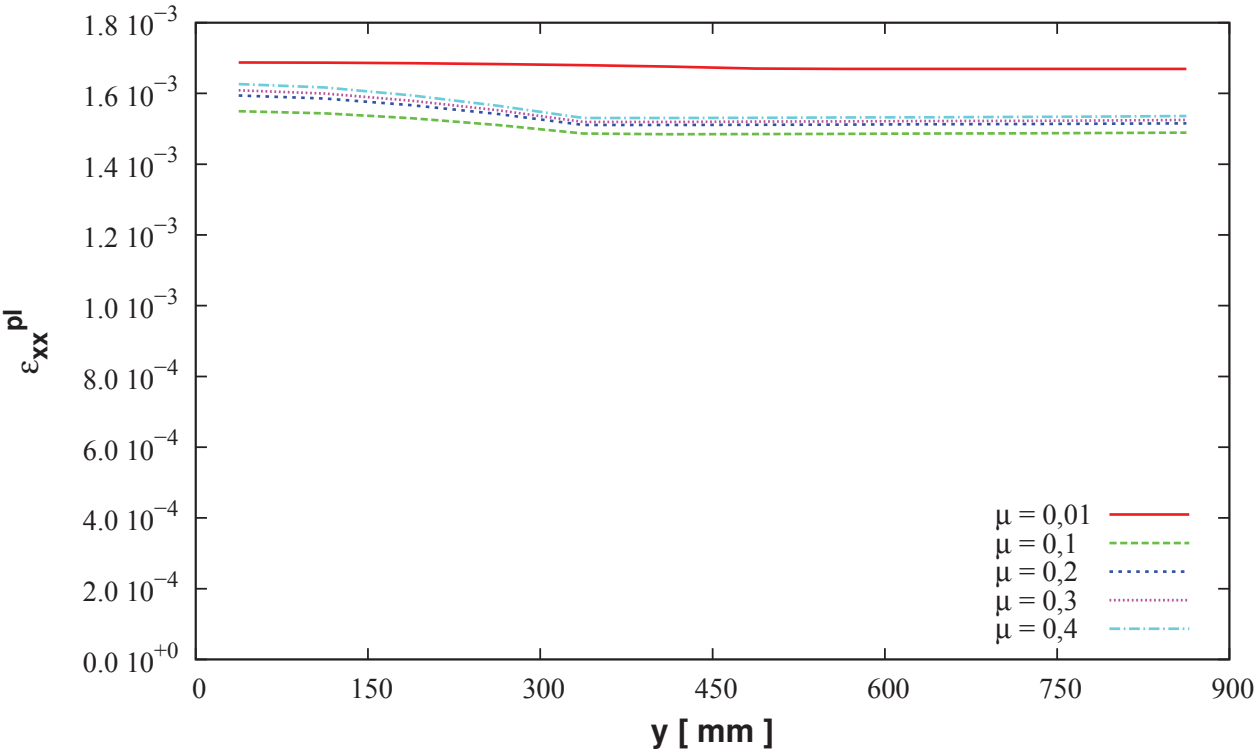


(a) *Déformation plastique longitudinale dans la largeur*

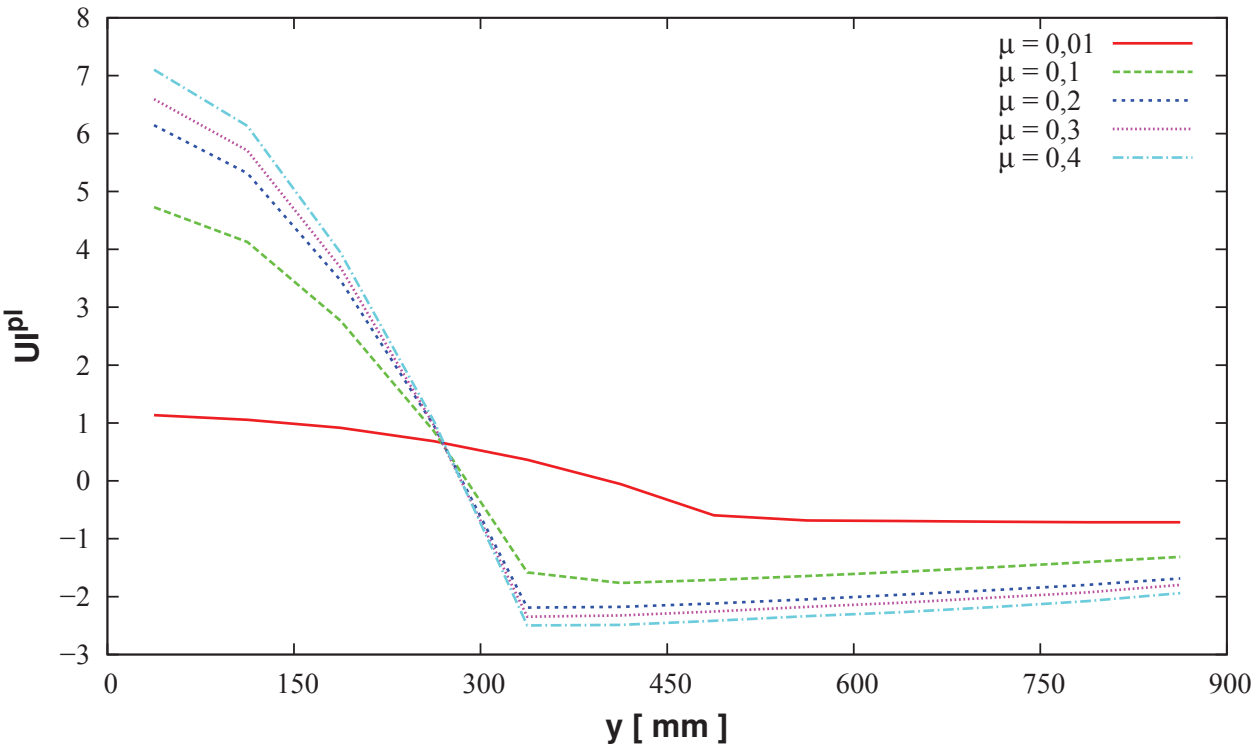


(b) *Planéité en Unités Internationales dans la largeur*

FIG. 3.27 – *Comparaison des résultats pour des éléments coques linéaires et quadratiques, pour un contact mou et dur*



(a) *Déformation plastique dans la largeur*



(b) *Planéité en UI dans la largeur*

FIG. 3.28 – *Influence du frottement sur la répartition de déformation plastique dans la largeur*

On s'intéresse enfin également à l'évolution de la contrainte longitudinale en fonction de la coordonnée longitudinale, à la fin du défilement, dans la zone complètement passée par les deux rouleaux du *bloc en S* (éléments coques $S8R$ et contact mou). On remarque sur la figure 3.29 qu'une région importante présente une grandeur stabilisée, que ce soit pour la fibre supérieure, médiane ou inférieure. On note en particulier que, malgré la contrainte de $275MPa$ appliquée au bord aval, la moyenne de σ_{xx} (dans la partie correspondant au régime permanent atteint) a une valeur légèrement inférieure, environ égale à $273,58MPa$.

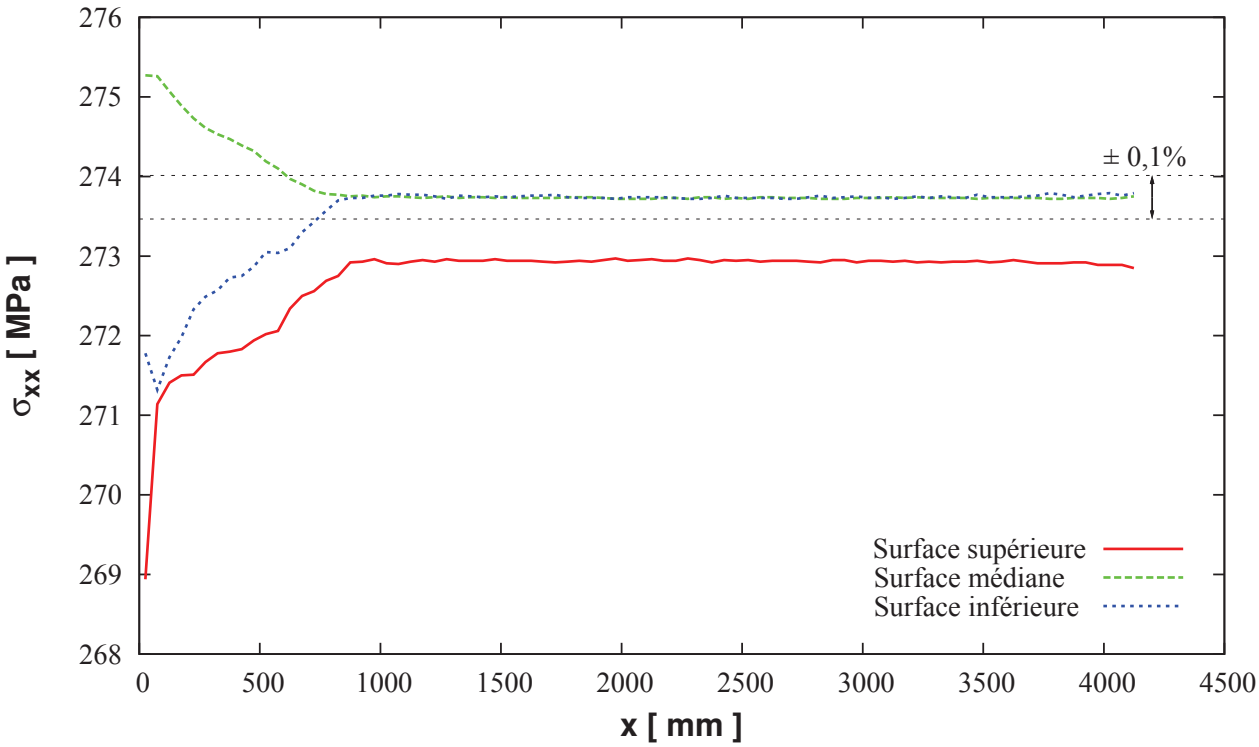


FIG. 3.29 – *Contrainte longitudinale dans la direction longitudinale*

3 Conclusion

Nous avons établi dans ce troisième chapitre les différents paramètres à prendre en compte dans la modélisation du procédé de planage des tôles minces et nous les avons illustrés par l'étude d'une configuration élémentaire de bloc tensionneur à deux rouleaux, appelé *bloc en S*. Ainsi, dans la suite, nous utiliserons le logiciel *Abaqus/Standard* (formulation implicite), pour simuler le passage d'une bande d'aluminium (discrétisée par des éléments coques) dans

une planeuse. En effet, avec la formulation explicite, malgré un temps de calcul relativement avantageux, on a éprouvé des difficultés à maîtriser la simulation dès que l'on a cherché à raffiner le maillage dans le sens longitudinal ou transversal. En observant la déformation plastique longitudinale, des oscillations sont apparues dans la demi-largeur lorsque le nombre d'éléments transversaux a augmenté. Egalement, une modification des conditions aux limites (croissance de la traction amont) a été nécessaire pour maintenir la convergence du calcul vers une solution physiquement acceptable. Toutefois, l'accélération du procédé (augmentation de la vitesse) ou le recours à l'option *mass scaling* n'ont pas été étudiés.

Ensuite, les éléments coques à interpolation linéaire $S4R$ et à interpolation quadratique $S8R$ ont donné des résultats satisfaisants, tout comme le contact *dur* et le contact exponentiel à deux paramètres p_0 et c_0. Donc ces possibilités seront testées en parallèle dans la suite.

L'intégration numérique dans l'épaisseur sera effectuée avec la méthode de Simpson et un nombre important de points (51), puisque c'est essentiellement la gestion du contact qui est consommatrice en temps de simulation.

Après ces premières observations sur une configuration élémentaire, on utilise cette simulation dans le quatrième chapitre pour construire un modèle *Eléments Finis* d'une planeuse sous traction pure, constituée de deux blocs tensionneurs, un *bloc en S* d'entrée pour augmenter la tension de la bande au-delà de sa limite élastique, associé à un *bloc en S* de sortie destiné à diminuer cette traction.

Chapitre 4

Simulation d'une planeuse sous traction pure

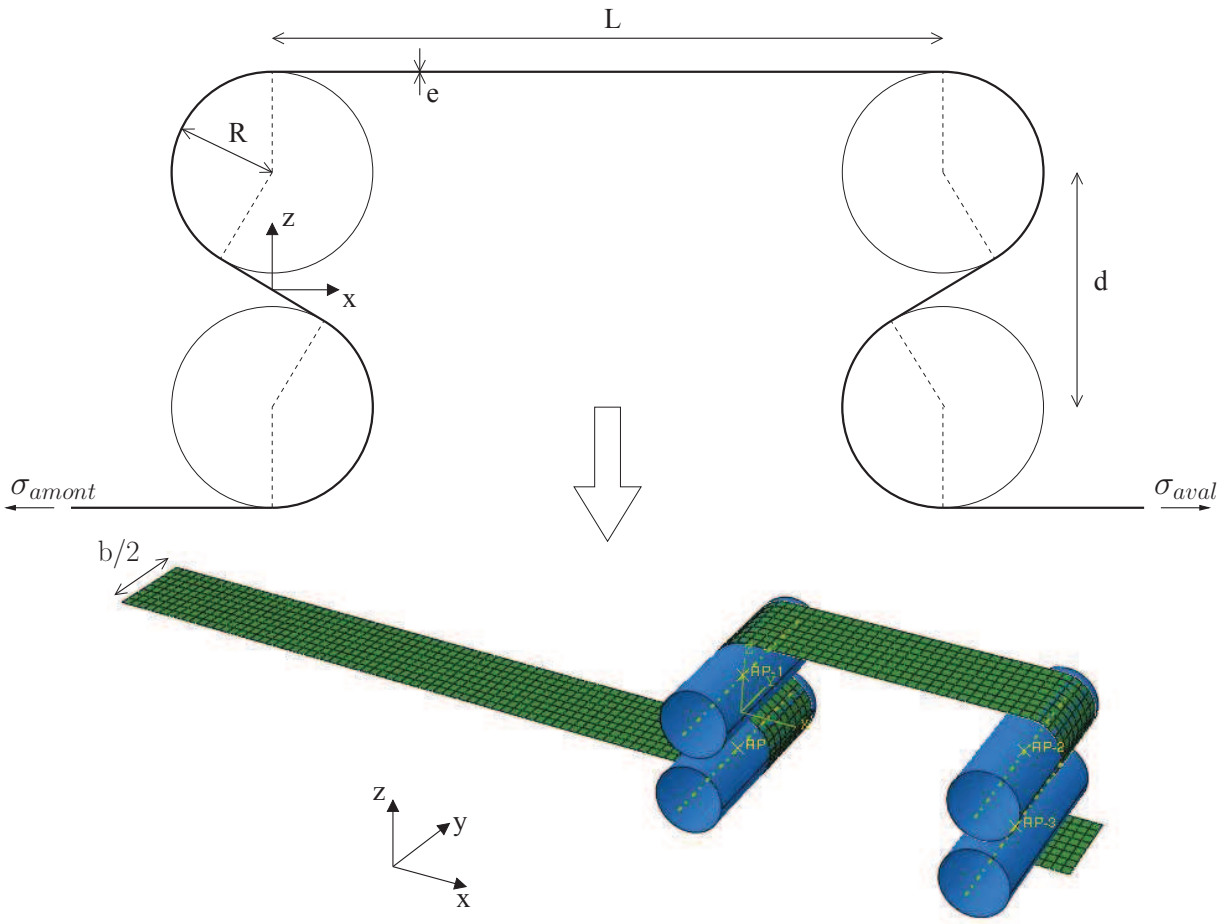


FIG. 4.1 – *Schéma de la planeuse sous traction pure étudiée*

Les planeuses sous traction pure, également appelées étireuses, corrigent les défauts de planéité des tôles entrantes en introduisant un allongement plastique dans les fibres uniquement par traction. Elles sont constituées de deux blocs tensionneurs, un en entrée et un en sortie. Nous étudions dans ce chapitre la configuration la plus simple pour ce type de machine, à savoir une étireuse composée seulement de 4 rouleaux (même s'il est plus courant de trouver cette machine avec 8 ou 10 rouleaux). Les caractéristiques géométriques de la machine et de la bande d'aluminium sont décrites sur la figure 4.1 et dans le tableau 4.1.

TAB. 4.1 – *Données géométriques de la planeuse sous traction pure*

R	**d**	**b**	**e**	**L**
$300mm$	$700mm$	$1\,800mm$	$0,224mm$	$2\,500mm$

1 Détails du modèle *Eléments Finis*

Pour établir le modèle *Eléments Finis* de la planeuse sous traction pure, on s'inspire de celui du *bloc en S* du chapitre précédent pour la discrétisation de la bande, le contact et l'intégration numérique. Par contre, les conditions aux limites sont à présent bien différentes. En effet, nous disposons de quatre rotations des rouleaux et de deux tractions à fixer. Pour le bloc tensionneur à deux rouleaux, dans le logiciel *Abaqus/Standard*, nous pouvions aisément imposer une traction au-delà de la limite élastique après le deuxième rouleau afin d'introduire une élongation plastique des fibres, alors que maintenant, on ne pilote que les tractions d'entrée et de sortie (relativement faibles). La tension de fonctionnement de $275MPa$ va être obtenue par le différentiel de rotation entre le deuxième et le troisième rouleau. Il nous faut donc déterminer les rotations des rouleaux de manière à assurer cette traction et un défilement de la bande. Pour ce faire, on procède comme au troisième chapitre en résolvant un système d'équations dont les inconnues, rotations et tensions, sont décrites sur le schéma 4.2.

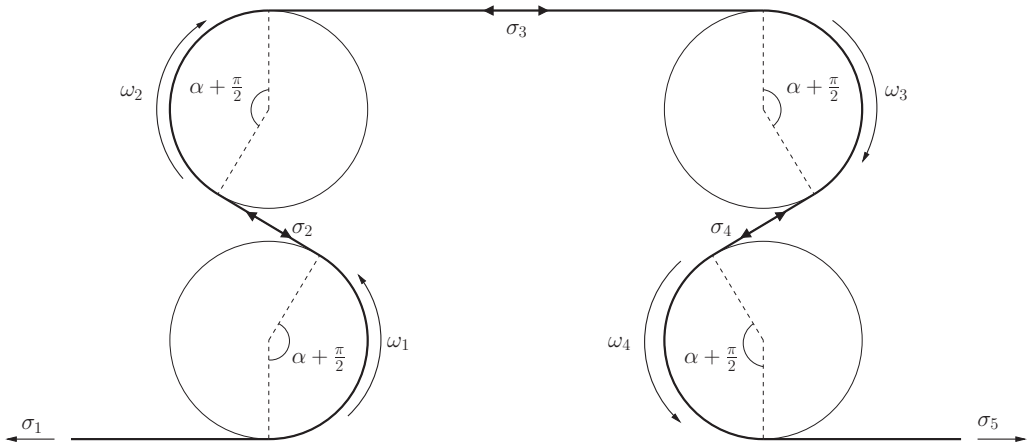


FIG. 4.2 – *Tractions et rotations pour la planeuse sous traction pure*

Le système d'équations à résoudre lorsqu'on est à la limite de glissement est (S_1) pour le cas quasi-statique et (S_2) en utilisant la transformée de Laplace :

$$(S_1): \begin{cases} \sigma_2 = \sigma_1 \times e^{\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} \\ \sigma_3 = \sigma_2 \times e^{\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} \\ \sigma_3 = \sigma_4 \times e^{\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} \\ \sigma_4 = \sigma_5 \times e^{\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} \\ E\left(\omega_2-\omega_1\right)+\omega_1\sigma_1-\omega_2\sigma_2=0 \\ E\left(\omega_3-\omega_2\right)+\omega_2\sigma_2-\omega_3\sigma_3=0 \\ E\left(\omega_4-\omega_3\right)+\omega_3\sigma_3-\omega_4\sigma_4=0 \end{cases} \quad \text{et} \quad (S_2): \begin{cases} \sigma_2 = \sigma_1 \times e^{\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} \\ \sigma_3 = \sigma_2 \times e^{\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} \\ \sigma_3 = \sigma_4 \times e^{\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} \\ \sigma_4 = \sigma_5 \times e^{\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} \\ E\left(\omega_1-\omega_2\right)+\omega_2\left(\sigma_2-\sigma_1\right)=0 \\ E\left(\omega_2-\omega_3\right)+\omega_3\left(\sigma_3-\sigma_2\right)=0 \\ E\left(\omega_3-\omega_4\right)+\omega_4\left(\sigma_4-\sigma_3\right)=0 \end{cases} .$$

Avec neuf inconnues (cinq tractions et quatre rotations) pour sept équations, il faut en fixer deux. On impose ainsi :

$$\sigma_3 = 275MPa \quad \text{et} \quad \omega_2 = 66,666\,66rad \quad . \tag{4.1}$$

Le choix de la rotation du deuxième rouleau sert dans un premier temps à se donner un défilement suffisant i.e. $20m$ pour vérifier que la traction entre les rouleaux 2 et 3 se stabilise et atteint bien la valeur voulue (surtout qu'initialement la tension au milieu est très faible, $\sigma_1 \times e^{-2\mu\theta}$). La résolution des deux systèmes donnent les valeurs du tableau 4.2.

TAB. 4.2 – *Valeurs des tractions et des rotations de l'étireuse (systèmes S_1 et S_2)*

Inconnue	Quasi-statique		Transformée de Laplace	
	Expression analytique	**Valeur numérique**	**Expression analytique**	**Valeur numérique**
σ_2	$\sigma_3 \times e^{-\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$	$126,02MPa$	$\sigma_3 \times e^{-\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$	$126,02MPa$
σ_1	$\sigma_3 \times e^{-2\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$	$57,75MPa$	$\sigma_3 \times e^{-2\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$	$57,75MPa$
σ_4	$\sigma_3 \times e^{-\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$	$126,02MPa$	$\sigma_3 \times e^{-\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$	$126,02MPa$
σ_5	$\sigma_3 \times e^{-2\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$	$57,75MPa$	$\sigma_3 \times e^{-2\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$	$57,75MPa$
ω_1	$\frac{E-\sigma_2}{E-\sigma_1}\omega_2$	$66,601\,59rad$	$\left(1-\frac{\sigma_2-\sigma_1}{E}\right)\omega_2$	$66,601\,65rad$
ω_3	$\frac{E-\sigma_2}{E-\sigma_3}\omega_2$	$66,809\,11rad$	$\frac{1}{\left(1-\frac{\sigma_3-\sigma_2}{E}\right)}\omega_2$	$66,808\,86rad$
ω_4	$\frac{E-\sigma_3}{E-\sigma_4}\omega_3$	$66,666\,66rad$	$\frac{1}{\left(1+\frac{\sigma_3-\sigma_4}{E}\right)}\omega_3$	$66,666\,97rad$

On effectue alors plusieurs simulations avec les valeurs obtenues pour les rotations dans l'approche quasi-statique, avec une bande étroite ($b = 100mm$ avec un ou deux élément(s) coque(s) dans la demi-largeur) et un comportement de l'aluminium considéré comme élastique de manière à réduire le temps de calcul nécessaire. On teste le type d'élément coque, la tolérance de glissement, le type de contact normal, la taille du maillage et on représente la contrainte longitudinale au niveau de la fibre médiane, au milieu de la planeuse sous traction pure, c'est-à-dire entre les rouleaux 2 et 3, afin de choisir la modélisation permettant d'atteindre la tension visée de $275MPa$.

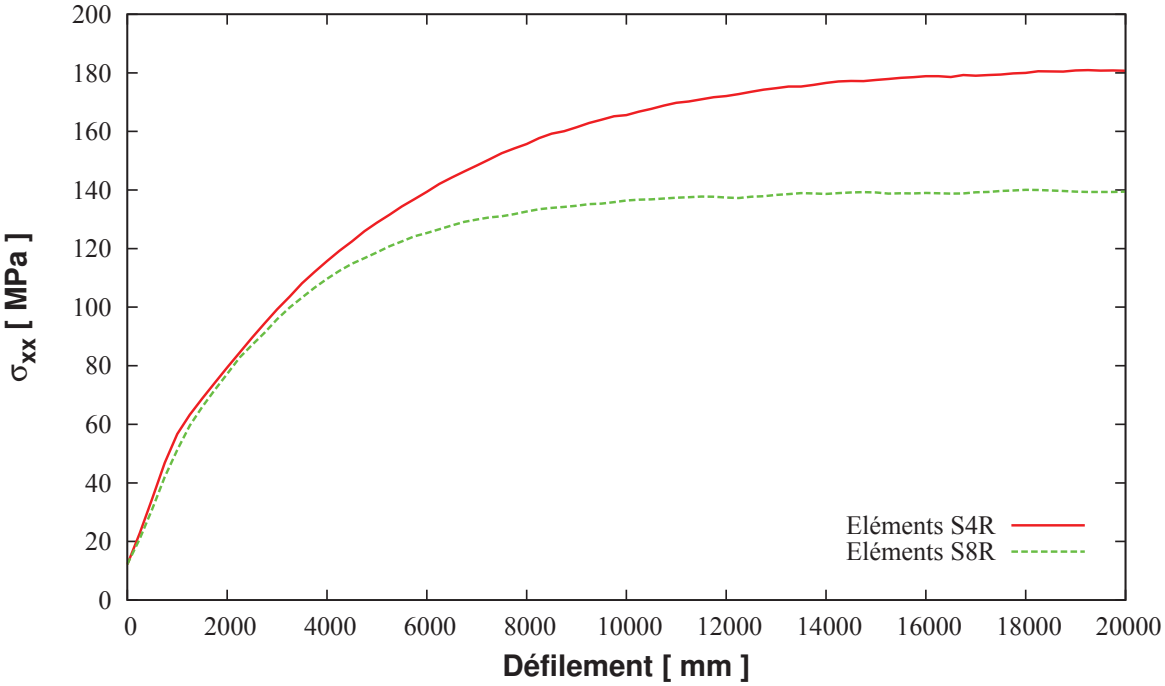
1.1 Degré d'interpolation de l'élément coque

On propose ici deux discrétisations de la bande étroite d'aluminium :

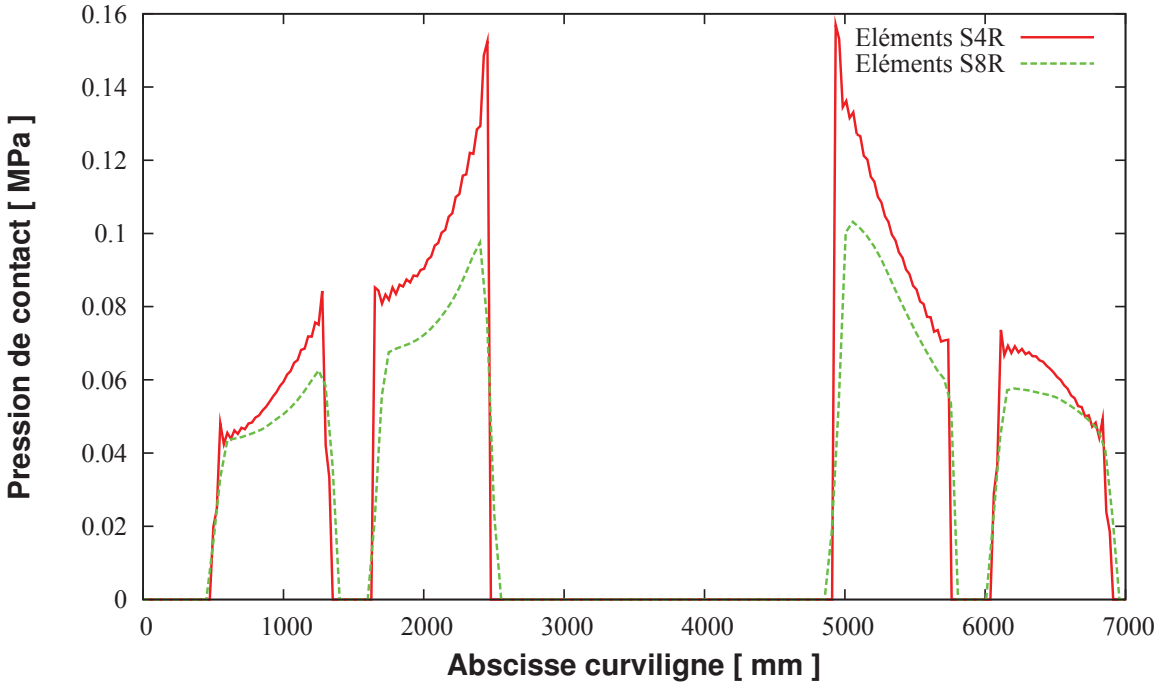
- un maillage avec des éléments coques quadratiques $S8R$ de taille $50mm \times 50mm$, i.e. un seul élément dans la demi-largeur,
- un maillage avec des éléments coques linéaires $S4R$ de taille $25mm \times 25mm$, i.e. deux éléments dans la demi-largeur afin de correspondre avec le maillage précédent.

Sur la figure 4.3(a), on observe que les éléments $S4R$ donnent une contrainte longitudinale plus importante que les éléments $S8R$ ($181MPa$ contre $139MPa$). On est encore loin des $275MPa$ attendus. D'autre part, les éléments coques à interpolation quadratique produisent

une pression de contact entre la bande et les rouleaux plus régulière que ceux à interpolation linéaire, sans oscillation d'un élément à l'autre (voir Fig. 4.3(b)). Egalement, ils nécessitent moitié moins de temps de simulation (10 965s contre 20 709s pour $S4R$).



(a) Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse



(b) Pression de contact entre la bande et les rouleaux

FIG. 4.3 – *Résultats en fonction de l'élément coque*

1.2 Rotations des rouleaux

Nous avons établi au début de cette section les expressions analytiques des rotations des quatre rouleaux composant la planeuse sous traction pure et utilisé les valeurs numériques issues de l'hypothèse du régime permanent atteint. On teste aussi les valeurs des rotations obtenues en utilisant la transformée de Laplace. Egalement, lors de l'établissement de la relation d'Euler pour la poulie, nous pouvons prendre en compte la force centrifuge (malgré le fait que nous effectuons nos simulations avec une approche quasi-statique) pour l'équilibre de l'élément angulaire $d\phi$ de fil. Dans ce cas, on obtient la relation :

$$\frac{T_{sortie} - \rho e R^2 \omega^2}{T_{entrée} - \rho e R^2 \omega^2} = e^{\mu\theta} \quad . \tag{4.2}$$

Avec la formule (4.2), on aboutit à deux nouveaux systèmes d'équations à résoudre S_3 et S_4.

$$(S_3) : \begin{cases} \sigma_2 = \left(\sigma_1 - \rho R^2 \omega_1^2\right) e^{\mu\theta} + \rho R^2 \omega_1^2 \\ \sigma_3 = \left(\sigma_2 - \rho R^2 \omega_2^2\right) e^{\mu\theta} + \rho R^2 \omega_2^2 \\ \sigma_3 = \left(\sigma_4 - \rho R^2 \omega_3^2\right) e^{\mu\theta} + \rho R^2 \omega_3^2 \\ \sigma_4 = \left(\sigma_5 - \rho R^2 \omega_4^2\right) e^{\mu\theta} + \rho R^2 \omega_4^2 \\ E\left(\omega_2 - \omega_1\right) + \omega_1\sigma_1 - \omega_2\sigma_2 = 0 \\ E\left(\omega_3 - \omega_2\right) + \omega_2\sigma_2 - \omega_3\sigma_3 = 0 \\ E\left(\omega_4 - \omega_3\right) + \omega_3\sigma_3 - \omega_4\sigma_4 = 0 \end{cases} \text{ et } (S_4) : \begin{cases} \sigma_2 = \left(\sigma_1 - \rho R^2 \omega_1^2\right) e^{\mu\theta} + \rho R^2 \omega_1^2 \\ \sigma_3 = \left(\sigma_2 - \rho R^2 \omega_2^2\right) e^{\mu\theta} + \rho R^2 \omega_2^2 \\ \sigma_3 = \left(\sigma_4 - \rho R^2 \omega_3^2\right) e^{\mu\theta} + \rho R^2 \omega_3^2 \\ \sigma_4 = \left(\sigma_5 - \rho R^2 \omega_4^2\right) e^{\mu\theta} + \rho R^2 \omega_4^2 \\ E\left(\omega_1 - \omega_2\right) + \omega_2\left(\sigma_2 - \sigma_1\right) = 0 \\ E\left(\omega_2 - \omega_3\right) + \omega_3\left(\sigma_3 - \sigma_2\right) = 0 \\ E\left(\omega_3 - \omega_4\right) + \omega_4\left(\sigma_4 - \sigma_3\right) = 0 \end{cases} .$$

TAB. 4.3 – *Valeurs des tractions et des rotations de l'étireuse (système S_3)*

Inconnue	Expression analytique	Valeur numérique
σ_2	$\left(\sigma_3 - \rho R^2 \omega_2^2\right) e^{-\mu\theta} + \rho R^2 \omega_2^2$	$126,60 MPa$
ω_3	$\frac{E-\sigma_2}{E-\sigma_3}\omega_2$	$66,808\,55 rad$
σ_4	$\left(\sigma_3 - \rho R^2 \omega_3^2\right) e^{-\mu\theta} + \rho R^2 \omega_3^2$	$126,61 MPa$
ω_4	$\frac{E-\sigma_3}{E-\sigma_4}\omega_3$	$66,666\,66 rad$
σ_5	$\left(\sigma_4 - \rho R^2 \omega_4^2\right) e^{-\mu\theta} + \rho R^2 \omega_4^2$	$58,60 MPa$

On impose σ_3 et ω_2 puis on résout ces deux systèmes dans les tableaux 4.3 et 4.5. On ne peut pas obtenir les expressions analytiques de σ_1 et de ω_1. Il faut résoudre une équation du troisième degré. On peut calculer par contre leurs valeurs numériques. L'équation en ω_1 est :

$$\underbrace{\left(1-e^{-\mu\theta}\right)\rho R^2}_{A}\,\omega_1^3+\underbrace{\left(\sigma_2 e^{-\mu\theta}-E\right)}_{B}\,\omega_1+\underbrace{\left(E-\sigma_2\right)\omega_2}_{C}=0\quad . \tag{4.3}$$

On considère alors la suite $\left(\omega_1^n\right)_{n\geq 0}$ définie par :

$$\omega_1^{n+1}=-\frac{1}{B}\left[A\left(\omega_1^n\right)^3+C\right]\qquad\text{et}\qquad\omega_1^0=\omega_2\quad . \tag{4.4}$$

Cette suite converge très rapidement vers la solution numérique recherchée (voir Tab. 4.4).

TAB. 4.4 – *Premières valeurs numériques de la suite* $\left(\omega_1^n\right)_{n\geq 0}$

Terme de la suite	**Valeur numérique**
$\omega_1^0=\omega_2$	$66,666\,66rad$
ω_1^1	$66,601\,848\,554rad$
ω_1^2	$66,601\,846\,929rad$
ω_1^3	$66,601\,846\,929rad$
ω_1^4	$66,601\,846\,929rad$

Ainsi, on obtient $\omega_1=66,601\,85rad$ et $\sigma_1=\left(\sigma_2-\rho R^2\omega_1^2\right)e^{-\mu\theta}+\rho R^2\omega_1^2=58,60MPa$.

TAB. 4.5 – *Valeurs des tractions et des rotations de l'étireuse (système* S_4*)*

Inconnue	**Expression analytique**	**Valeur numérique**
σ_2	$\left(\sigma_3-\rho R^2\omega_2^2\right)e^{-\mu\theta}+\rho R^2\omega_2^2$	$126,61MPa$
ω_3	$\frac{1}{\left(1-\frac{\sigma_3-\sigma_2}{E}\right)}\omega_2$	$66,808\,30rad$
σ_4	$\left(\sigma_3-\rho R^2\omega_3^2\right)e^{-\mu\theta}+\rho R^2\omega_3^2$	$126,61MPa$
ω_4	$\frac{1}{\left(1+\frac{\sigma_3-\sigma_4}{E}\right)}\omega_3$	$66,666\,97rad$
σ_5	$\left(\sigma_4-\rho R^2\omega_4^2\right)e^{-\mu\theta}+\rho R^2\omega_4^2$	$58,60MPa$
ω_1	$\frac{E-\sqrt{E^2-4\left(1-e^{-\mu\theta}\right)\left[E-\left(1-e^{-\mu\theta}\right)\sigma_2\right]\rho R^2\omega_2^2}}{2\left(1-e^{-\mu\theta}\right)\rho R^2\omega_2}$	$66,601\,90rad$ [1]
σ_1	$\left(\sigma_2-\rho R^2\omega_1^2\right)e^{-\mu\theta}+\rho R^2\omega_1^2$	$58,02MPa$

1. Pour arriver à l'expression de ω_1, on a résolu l'équation du second degré en ω_1 suivante :

$$\left(1-e^{-\mu\theta}\right)\rho R^2\omega_2\omega_1^2-E\omega_1+\left[E-\left(1-e^{-\mu\theta}\right)\sigma_2\right]\omega_2=0\quad . \tag{4.5}$$

On dispose donc de deux combinaisons de tractions et rotations supplémentaires pour simuler la planeuse sous traction pure et vérifier la montée de la contrainte longitudinale au milieu de la machine. On regroupe les différents résultats sur la figure 4.4.

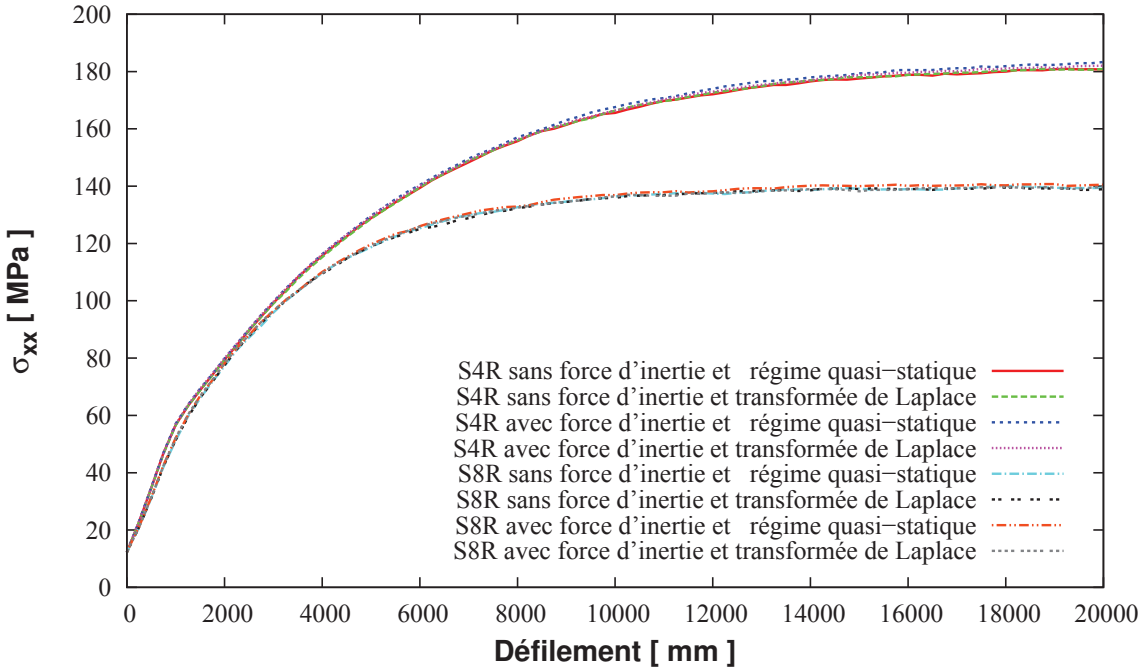


FIG. 4.4 – *Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse en fonction des rotations des rouleaux*

Pour chaque type d'élément coque, on remarque que toutes les approches proposées aboutissent quasiment à la même contrainte longitudinale finale entre les rouleaux 2 et 3, avec un léger avantage pour les valeurs des rotations issues de la prise en compte de la force d'inertie, sous l'hypothèse du régime permanent atteint. Ces valeurs sont donc utilisées dans les simulations suivantes. Enfin, le temps de calcul est identique, peu importe les valeurs des rotations des rouleaux (voir Tab. 4.6).

TAB. 4.6 – *Temps de calcul en fonction des rotations des rouleaux et de l'élément coque*

Cas	**Temps CPu**	
	$S4R$	$S8R$
Sans force d'inertie et régime permanent	20 709s	10 965s
Sans force d'inertie et transformée de Laplace	21 193s	11 688s
Avec force d'inertie et régime permanent	20 852s	11 318s
Avec force d'inertie et transformée de Laplace	21 088s	11 097s

1.3 Type de contact normal

Dans ce paragraphe, on se propose d'étudier l'influence d'une loi exponentielle de contact normal sur la valeur de stabilisation de la contrainte longitudinale au milieu de la planeuse sous traction pure, au cours du défilement de vingt mètres de bande. On doit pour cela définir les deux paramètres p_0 et c_0 de la loi.

Comme au chapitre précédent, on exprime la pression moyenne le long des arcs de contact entre bande et rouleau pour déterminer une valeur de p_0 pour chacun des quatre rouleaux de l'étireuse :

$$\langle p \rangle_{R_1} = \frac{e}{R\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)\mu}\sigma_3 e^{-\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}\left(1-e^{-\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}\right) = \frac{e}{R\ln\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)}\sigma_2\left(1-e^{-\mu\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}\right) \quad , \qquad (4.6)$$

$$\langle p \rangle_{R_1} = \frac{e}{R}.\frac{\sigma_2-\sigma_1}{\ln\sigma_2-\ln\sigma_1} = 0,065MPa \quad \text{et} \quad \langle p \rangle_{R_4} = \frac{e}{R}.\frac{\sigma_4-\sigma_5}{\ln\sigma_4-\ln\sigma_5} = 0,065MPa \quad , \quad (4.7)$$

$$\langle p \rangle_{R_2} = \frac{e}{R}.\frac{\sigma_3-\sigma_2}{\ln\sigma_3-\ln\sigma_2} = 0,143MPa \quad \text{et} \quad \langle p \rangle_{R_3} = \frac{e}{R}.\frac{\sigma_3-\sigma_4}{\ln\sigma_3-\ln\sigma_4} = 0,143MPa \quad . \quad (4.8)$$

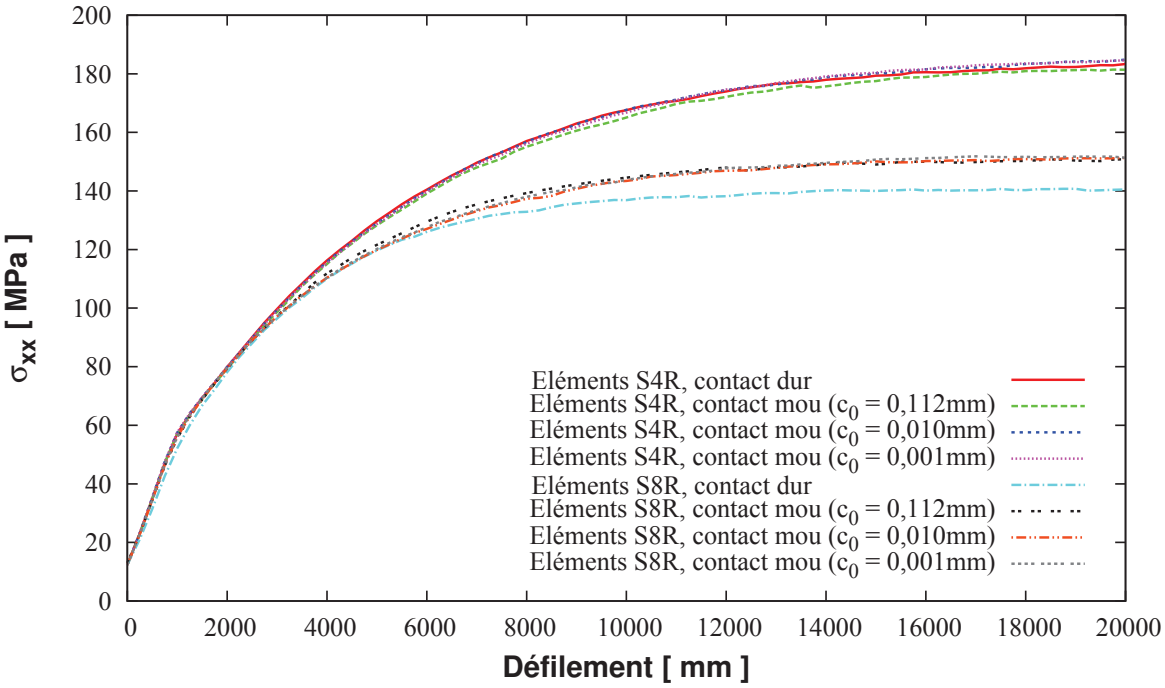
Ensuite, pour la valeur de c_0, on teste plusieurs valeurs :

$$c_0 = 0,112mm \text{ (demi-épaisseur)} ; \quad 0,010mm \quad \text{et} \quad 0,001mm \quad . \qquad (4.9)$$

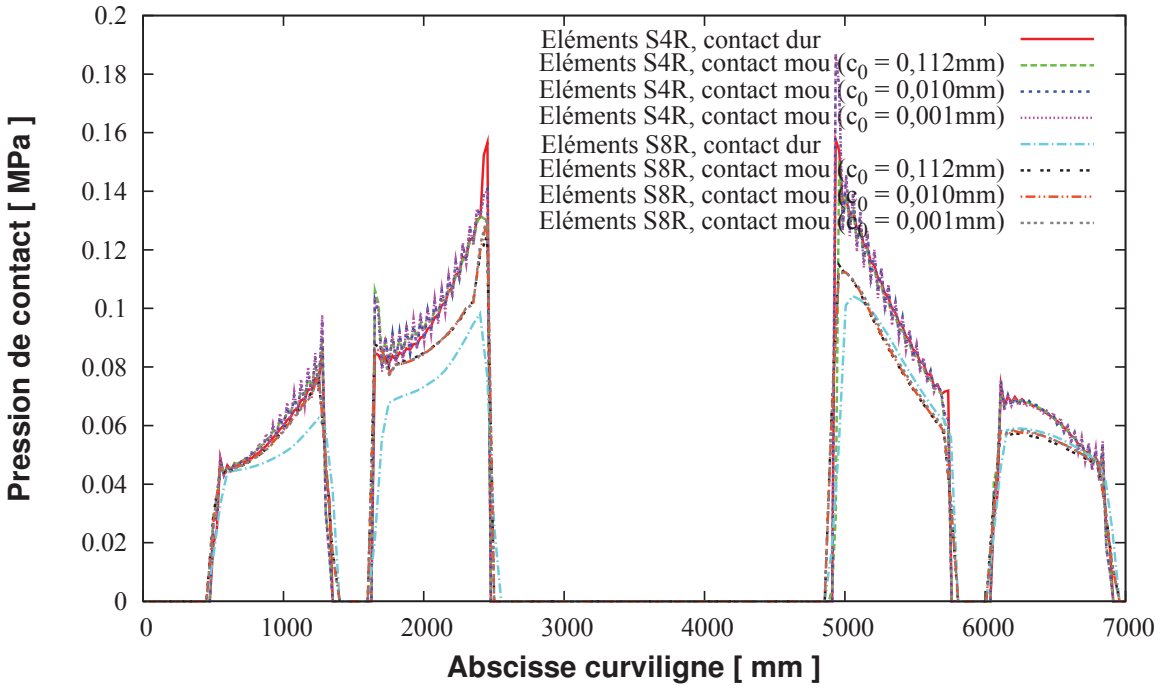
Les résultats pour la traction entre les rouleaux 2 et 3 ainsi que pour la pression de contact sur les rouleaux de la machine sont représentés sur les graphiques ci-après (Fig. 4.5).

Quel que soit le degré d'interpolation de l'élément coque utilisé pour la discrétisation de la bande d'aluminium, on remarque que globalement, le recours à un contact normal *mou* engendre une augmentation plus importante de la traction au milieu lors du défilement. Plus précisément, la contrainte longitudinale finale entre les rouleaux 2 et 3 passe de $183MPa$ à $185MPa$ pour les éléments $S4R$ et de $141MPa$ à $152MPa$ pour les éléments $S8R$. Malgré l'utilisation de la loi exponentielle, la pression de contact entre bande et rouleaux n'est toujours pas régulière avec les éléments coques $S4R$. Pour ce qui est du temps de simulation nécessaire, celui-ci se trouve augmenté par rapport au modèle initial avec un contact *dur* (entre +10% et +18%).

Dans la suite, le contact normal entre la bande et les rouleaux de l'étireuse suivra une loi exponentielle de paramètres p_0 calculé par les formules détaillées ci-dessus et $c_0 = 0,001mm$.



(a) Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse



(b) Pression de contact entre la bande et les rouleaux de l'étireuse

FIG. 4.5 – *Contrainte longitudinale et pression de contact en fonction du type de contact normal*

1.4 Tolérance de glissement

Le quatrième point que nous pouvons faire varier dans cette modélisation de la planeuse sous traction pure est la tolérance de glissement. En effet, la gestion du contact avec frottement est effectuée par *Abaqus/Standard* selon une méthode de pénalité autorisant un mouvement relatif des surfaces en contact (appelé *glissement élastique*, γ_i) alors qu'elles devraient rester solidaires. Tant que les surfaces adhèrent entre elles, le glissement est limité par la valeur de γ_i. A chaque incrément, le logiciel ajuste la contrainte de pénalité pour respecter cette condition. En acceptant un grand glissement élastique, on facilite la convergence de la solution au détriment de sa précision. Par contre, une faible valeur de γ_i permet un calcul précis mais des soucis de convergence peuvent apparaître (à la suite de problèmes numériques liés à un mauvais conditionnement de la matrice de rigidité). Dans ce cas-là, il est préférable d'employer la méthode des multiplicateurs de Lagrange afin de simuler le contact entre les surfaces des solides. Cette seconde méthode ajoute des degrés de liberté dans le modèle et a besoin de plus d'itérations pour converger vers la solution. Par conséquent, elle ne doit être utilisée que pour des problèmes où la différence de comportement adhérence/glissement est extrêmement importante [2].

Abaqus/Standard propose une valeur par défaut de glissement élastique, pour un bon compromis entre précision et facilité de convergence. Cette valeur est calculée comme une fraction de la longueur caractéristique de contact l_i selon la formule :

$$\gamma_i = F_f \times l_i \quad , \tag{4.10}$$

où F_f est la tolérance de glissement valant par défaut $0,005$.

On teste différentes valeurs de tolérance de glissement, plus faibles que celle utilisée par défaut, pour améliorer la précision du contact avec frottement entre la bande et les rouleaux, sans toutefois faire exploser le temps de la simulation (voir Fig. 4.6).

2. Dans notre cas, nous n'avons jamais pu obtenir la convergence du calcul en utilisant les multiplicateurs de Lagrange.

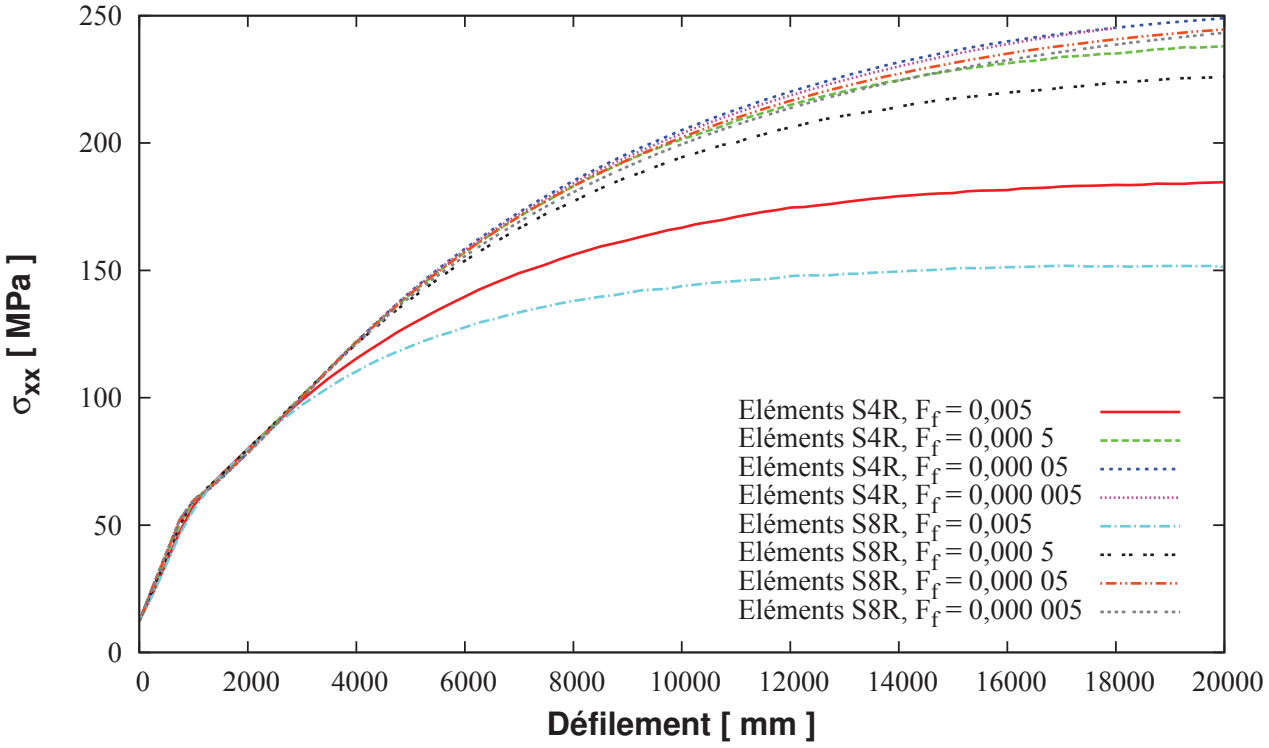


FIG. 4.6 – *Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse en fonction de la tolérance de glissement*

En utilisant des éléments coques linéaires ou quadratiques, on remarque que la diminution de la tolérance de glissement permet une croissance plus importante de la contrainte longitudinale entre les rouleaux 2 et 3. Au point que la différence de performance entre les éléments quant à la contrainte finale visée s'estompe fortement grâce au choix d'une tolérance de glissement plus faible. En outre, on semble tendre vers une valeur limite : malgré le fait que F_f continue à décroître, la tension de fonctionnement de la planeuse se stabilise vers $249MPa$ avec $S4R$ et $245MPa$ avec $S8R$ (voire décroît pour $F_f = 0,000\,005$). En contrepartie, le temps de simulation nécessaire augmente très rapidement (voir Fig. 4.7).

Finalement, afin de ne pas trop pénaliser la durée de notre simulation, nous optons pour une tolérance de glissement $F_f = 0,000\,05$ assurant une meilleure précision du contact avec frottement (et une contrainte longitudinale plus importante au milieu de la machine) tout en maintenant un temps de calcul relativement raisonnable.

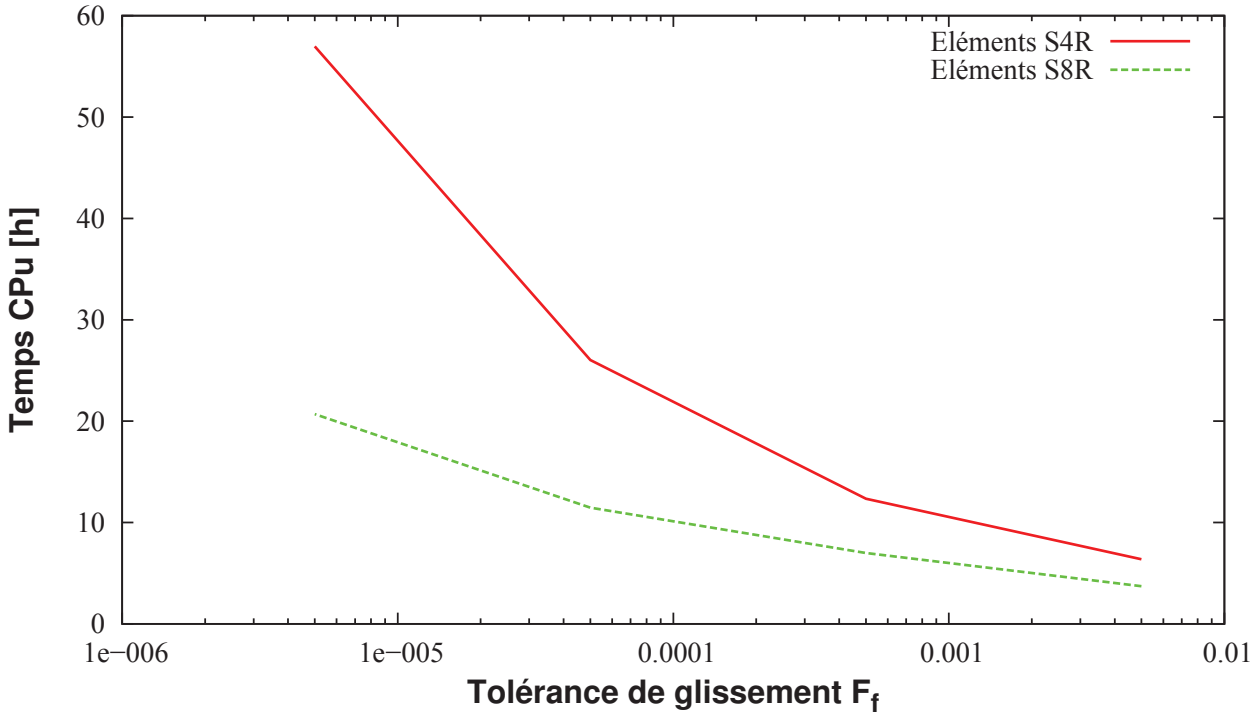


FIG. 4.7 – *Temps de simulation en fonction de la tolérance de glissement*

1.5 Ajout d'une étape intermédiaire

Après avoir testé les deux types d'interpolation pour la discrétisation de la bande, les rotations des rouleaux, la loi de contact normal et la tolérance de glissement, nous ne sommes pas encore parvenus à atteindre la contrainte longitudinale de $275MPa$ entre les rouleaux 2 et 3. Avec le choix de nouveaux paramètres, le temps de simulation a augmenté fortement. De plus, nous avions opté pour un défilement de vingt mètres de bande grâce à la rotation des rouleaux. Cela était initialement suffisant pour aboutir à une tension stabilisée. Ce qui n'est plus le cas avec les derniers modèles. Ceux-ci sont pénalisés par le fait qu'au début de l'étape de rotation des rouleaux, la contrainte longitudinale au milieu de la machine est très faible, $\sigma_1 \times e^{-2\mu\theta}$. Deux solutions se présentent à nous pour résoudre ce problème :

- soit augmenter la longueur de défilement,
- soit commencer le step de défilement avec une traction entre les rouleaux 2 et 3 plus importante.

Etant donnés le temps de calcul et la taille du modèle déjà élevés, on retient la seconde voie qui est moins dommageable concernant les besoins en mémoire et en temps de simulation. Pour ce faire, nous proposons d'introduire un déplacement longitudinal des rouleaux 3 et 4, avant la mise en rotation des quatre rouleaux. Un déplacement $U_x = 20mm$ provoque bien l'augmentation de la contrainte longitudinale au milieu (voir Fig. 4.8). D'autre part, on remarque qu'au-delà d'une certaine valeur limite de U_x, la contrainte longitudinale au milieu de la machine reste constante, égale à la valeur maximale accessible grâce au frottement et aux angles de contact donnés (voir formule A.6).

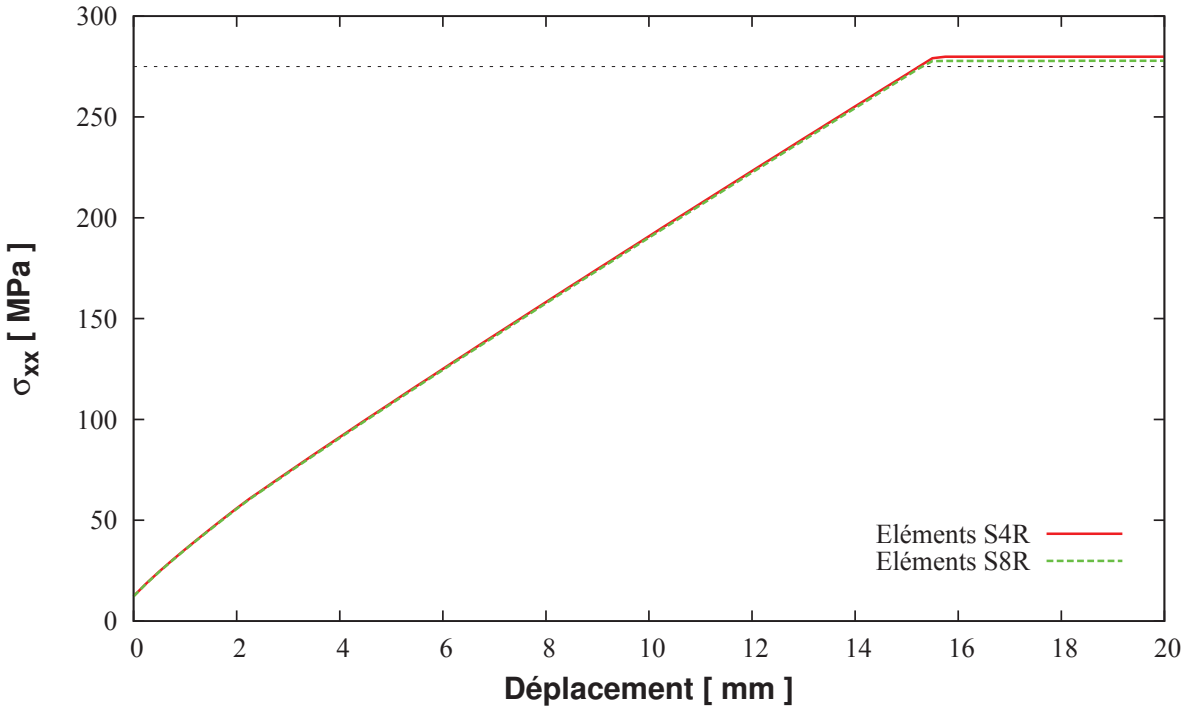


FIG. 4.8 – *Influence du déplacement des rouleaux* 3 *et* 4

En choisissant une valeur de U_x adéquate, on peut alors obtenir un défilement de bande conduisant à une contrainte au milieu de la planeuse sous traction pure quasiment constante. Il suffit donc de définir une rotation des quatre rouleaux suffisante pour faire passer une bande de longueur égale à deux fois sa largeur, au sein de la machine. Ainsi, la taille du modèle et par la même occasion le temps de la simulation sont considérablement réduits. D'après l'annexe C, on peut calculer le défilement nécessaire.

$$\begin{aligned} Défilement &= (2R+e)\left[\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{2R+e}{d}\right)\right] + \sqrt{d^2-(2R+e)^2} + L \\ &+ (2R+e)\left[\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{2R+e}{d}\right)\right] + \sqrt{d^2-(2R+e)^2} + 2\times b \\ &= 9\,942,87mm \approx 10\,000mm \quad . \end{aligned} \tag{4.11}$$

Par conséquent, nous réduisons la longueur de défilement de la bande de moitié et prenons comme rotation $\omega_2 = 33,333\,33rad$.

On regroupe sur la figure suivante les résultats de la contrainte longitudinale entre les rouleaux 2 et 3 en fonction du défilement pour des éléments coques linéaires et quadratiques, pour différentes valeurs du déplacement des deux derniers rouleaux. On observe que cette grandeur converge bien vers la même valeur finale ($251MPa$ avec $S4R$ et $249MPa$ avec $S8R$).

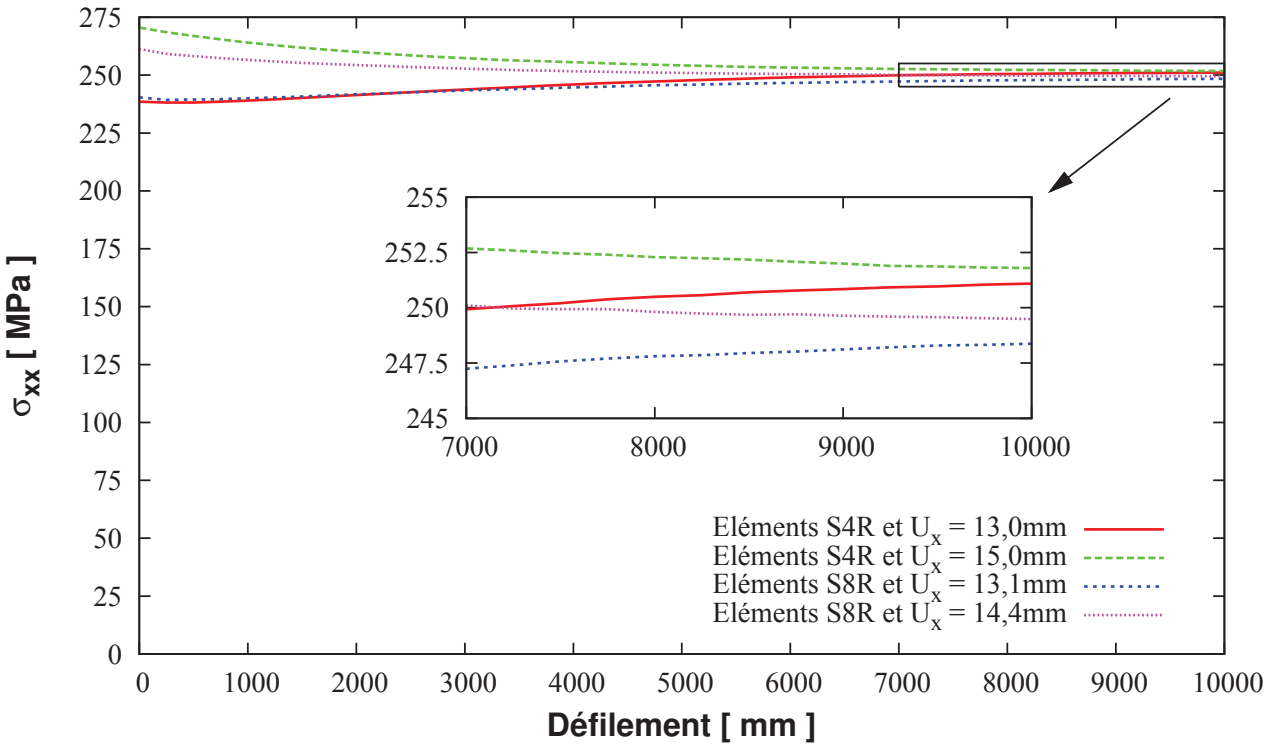


FIG. 4.9 – *Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse en fonction du déplacement des rouleaux*

Enfin, ces nouvelles simulations permettent bien de réduire le temps de calcul (-68% pour les coques linéaires et quadratiques) mais également de limiter la taille des modèles (voir Tab. 4.7).

TAB. 4.7 – *Réduction de la taille du modèle par un déplacement intermédiaire des rouleaux* 3 *et* 4

	S4R		**S8R**	
	Sans *step* déplacement	**Avec *step* déplacement**	**Sans *step* déplacement**	**Avec *step* déplacement**
Nombre d'éléments	2 184	1 384	548	348
Nombre de noeuds	3 285	2 085	2 749	1 749
Nombre de variables	124 532	78 932	69 092	43 892

1.6 Taille longitudinale des éléments coques

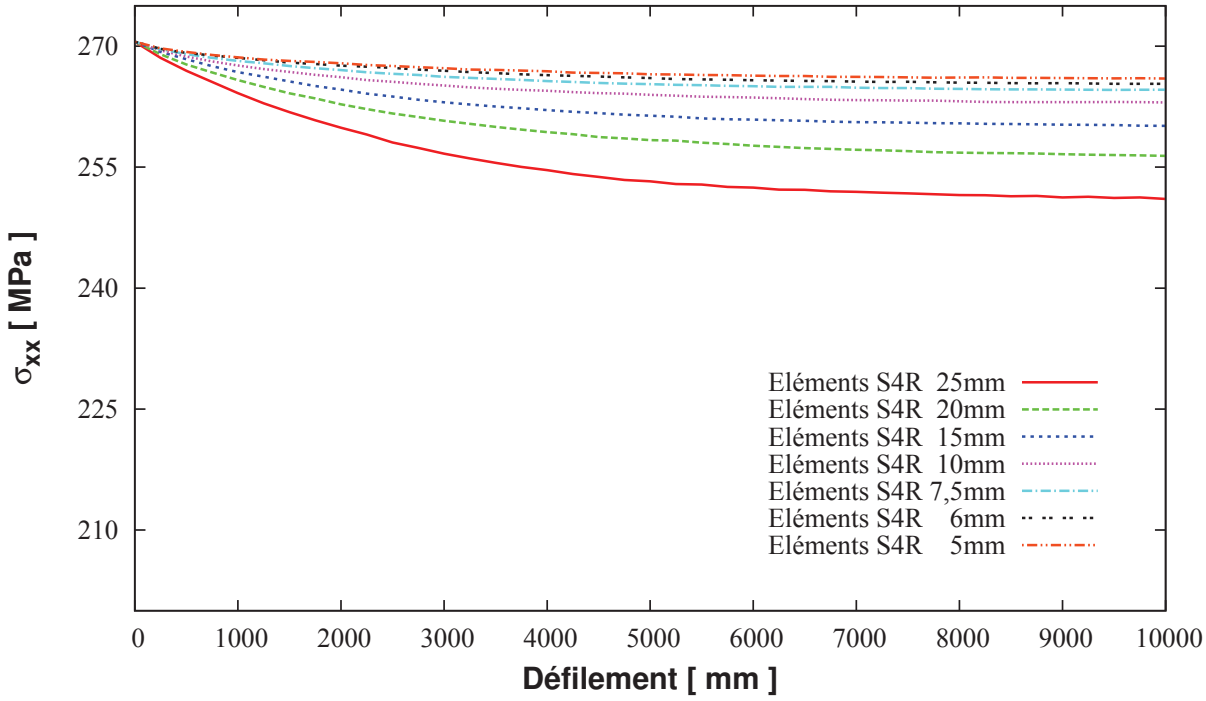
A présent, on décide de raffiner le maillage de la bande dans le sens longitudinal pour vérifier s'il est possible d'atteindre une contrainte longitudinale plus importante au milieu de la machine. Pour cela, on effectue des simulations supplémentaires avec les maillages du tableau 4.8.

TAB. 4.8 – *Performances en temps de calcul et contrainte finale pour différents maillages*

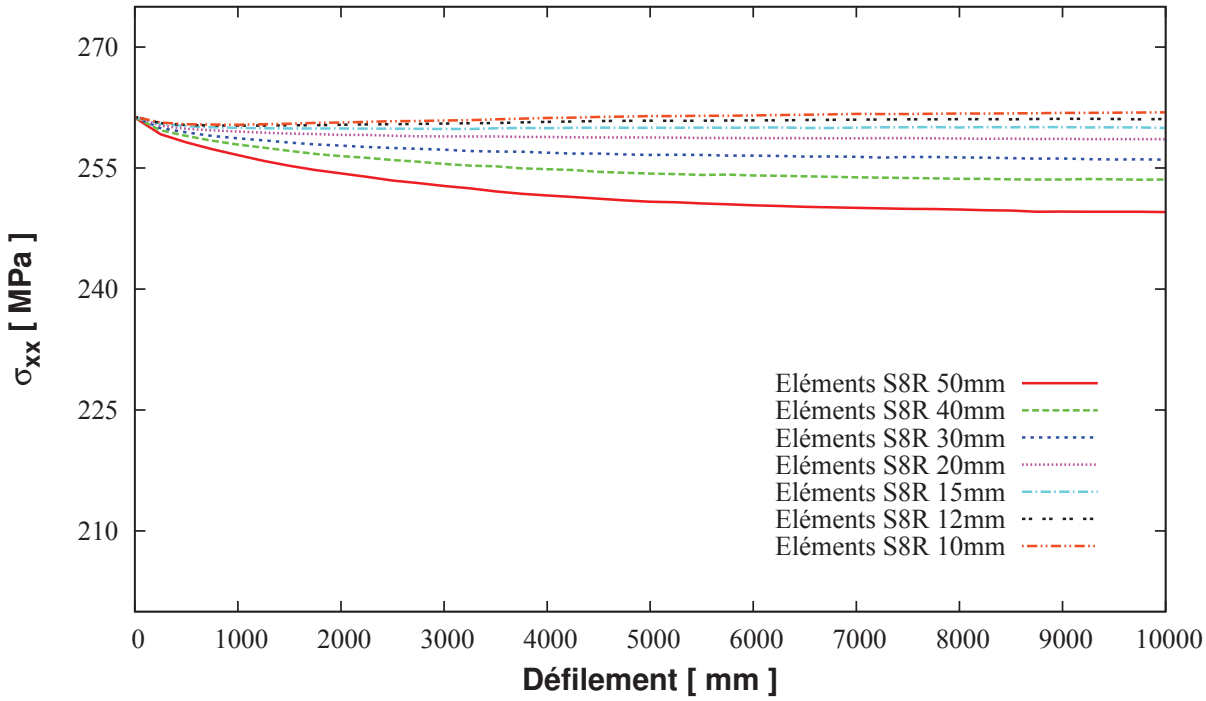
Type d'élément	**Taille longitudinale**	**Temps CPu**		**Contrainte finale**	
	$25mm$	$29\,263s$	/	$251,0MPa$	/
	$20mm$	$37\,353s$	$+28\%$	$256,4MPa$	$+2,15\%$
	$15mm$	$48\,876s$	$+31\%$	$260,1MPa$	$+1,44\%$
$S4R$	$10mm$	$78\,817s$	$+61\%$	$263,0MPa$	$+1,11\%$
	$7,5mm$	$113\,874s$	$+44\%$	$264,6MPa$	$+0,61\%$
	$6mm$	$147\,622s$	$+30\%$	$265,3MPa$	$+0,26\%$
	$5mm$	$195\,412s$	$+32\%$	$266,0MPa$	$+0,26\%$
	$50mm$	$13\,215s$	/	$249,5MPa$	/
	$40mm$	$16\,824s$	$+27\%$	$253,6MPa$	$+1,64\%$
	$30mm$	$24\,442s$	$+45\%$	$256,1MPa$	$+0,99\%$
$S8R$	$20mm$	$43\,520s$	$+78\%$	$258,6MPa$	$+0,98\%$
	$15mm$	$63\,120s$	$+45\%$	$260,0MPa$	$+0,54\%$
	$12mm$	$102\,365s$	$+62\%$	$261,1MPa$	$+0,42\%$
	$10mm$	$154\,213s$	$+51\%$	$261,9MPa$	$+0,31\%$

La figure 4.10 montre que la diminution de la taille longitudinale des éléments coques, linéaires ou quadratiques, donne une traction finale plus importante, mais pas encore égale à $275MPa$. On choisit donc des éléments $S4R$ de taille $7,5mm$ et des éléments $S8R$ de taille $15mm$ pour discrétiser la bande d'aluminium. En effet, le tableau 4.8 permet de voir qu'en-

dessous de cette longueur d'élément, le gain pour la contrainte finale est inférieur à $0,5\%$ donc faiblement rentable par rapport à l'augmentation du temps de simulation correspondante.



(a) Contrainte longitudinale en fonction de la taille longitudinale des éléments coques linéaires



(b) Contrainte longitudinale en fonction de la taille longitudinale des éléments coques quadratiques

FIG. 4.10 – *Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse en fonction de la taille longitudinale des éléments coques*

1.7 Augmentation des tractions amont et aval

Afin d'atteindre les $275MPa$ visés, on modifie les tractions appliquées en amont et en aval de la bande. Cela est possible uniquement avec les expressions des rotations et tractions issues de la prise en compte de la force centrifuge dans la relation d'Euler pour la poulie. En effet, on reprend la résolution du système S_3 en fixant cette fois σ_2 et σ_3. On augmente la valeur de σ_2, tout en se limitant à un plafond égal à $\sigma_3 \times e^{-\mu\theta} + 10\% = 138,62MPa$ pour ne pas trop *dévaloriser* la fonction de *levier* des *blocs en S* dans le processus d'augmentation de la traction de la bande par l'intermédiaire du frottement. Dans l'hypothèse d'un régime permanent atteint, on déduit les expressions des tractions et rotations (voir Tab. 4.9).

TAB. 4.9 – *Nouvelles valeurs des tractions et des rotations de l'étireuse (système S_3)*

Inconnue	**Expression analytique**	**Valeur numérique**		
σ_3		$275MPa$	$275MPa$	$275MPa$
σ_2	$\leq \sigma_3 \times e^{-\mu\theta} + 10\%$	$130MPa$	$134MPa$	$138MPa$
ω_2	$\sqrt{\frac{\sigma_2 e^{\mu\theta} - \sigma_3}{\rho R^2 \left(e^{\mu\theta} - 1\right)}}$	$33,333\,33rad$	$33,333\,33rad$	$33,333\,33rad$
ω_3	$\frac{E-\sigma_2}{E-\sigma_3}\omega_2$	$33,402\,65rad$	$33,400\,74rad$	$33,398\,83rad$
σ_4	$\left(\sigma_3 - \rho R^2\omega_3^2\right) e^{-\mu\theta} + \rho R^2\omega_3^2$	$130,02MPa$	$134,03MPa$	$138,05MPa$
ω_4	$\frac{E-\sigma_3}{E-\sigma_4}\omega_3$	$33,333\,34rad$	$33,333\,35rad$	$33,333\,36rad$
σ_5	$\left(\sigma_4 - \rho R^2\omega_4^2\right) e^{-\mu\theta} + \rho R^2\omega_4^2$	$63,56MPa$	$69,40MPa$	$75,24MPa$
ω_1		$33,301\,66rad$	$33,302\,53rad$	$33,303\,40rad$ [3]
σ_1	$\left(\sigma_2 - \rho R^2\omega_1^2\right) e^{-\mu\theta} + \rho R^2\omega_1^2$	$63,55MPa$	$69,37MPa$	$75,20MPa$

La figure 4.11 montre qu'une augmentation de σ_2 permet de se rapprocher de la contrainte longitudinale visée au milieu de la planeuse, mais toujours sans l'atteindre. En effet, elle tend vers la valeur $273MPa$ pour les éléments $S4R$ et $S8R$. Cette valeur correspond cependant à celle obtenue au chapitre 3, au milieu de la zone présentant des résultats stabilisés, malgré l'application d'une traction égale à $275MPa$ au niveau du bord aval. On considère donc que l'on a bien atteint l'objectif fixé. On utilisera dans la suite la relation $\sigma_2 = \sigma_3 \times e^{-\mu\theta} + 10\%$.

3. Pour déterminer les deux dernières inconnues (ω_1 et σ_1), on procède comme précédemment en résolvant l'équation du troisième degré en ω_1 à l'aide de la suite rapidement convergente $(\omega_1^n)_{n\geq 0}$.

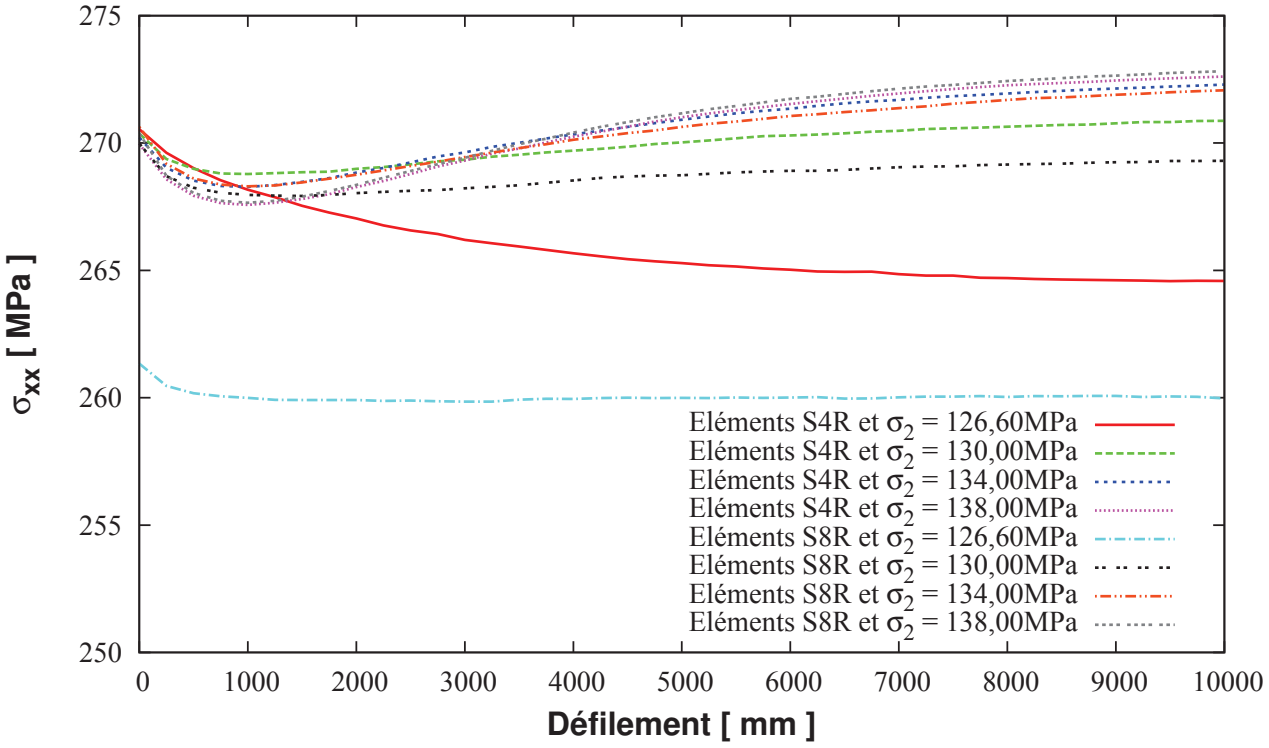


FIG. 4.11 – *Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse en fonction de la traction σ_2 entre les rouleaux* 1 *et* 2

1.8 Comportement élasto-plastique de l'aluminium

Lors de l'établissement des systèmes d'équations à résoudre, nous avons utilisé l'équation 3.25 issue de la problématique du transport de bande (papier, textile, ...). Cependant, cette relation est valable pour un matériau élastique. Ainsi, lorsque l'on considère une bande mince d'aluminium avec un comportement élasto-plastique avec écrouissage isotrope dans notre simulation, on s'aperçoit qu'à présent, la tension entre les rouleaux 2 et 3 chute et n'atteint pas les $275MPa$ visés, mais stagne à $246MPa$ (voir Fig. 4.12).

Cela s'explique par le fait que pour un comportement élastique, un allongement total de $0,39\%$ correspond à $275MPa$ alors qu'avec écrouissage, cette élongation équivaut à une tension de $263MPa$ (voir Fig 4.13).

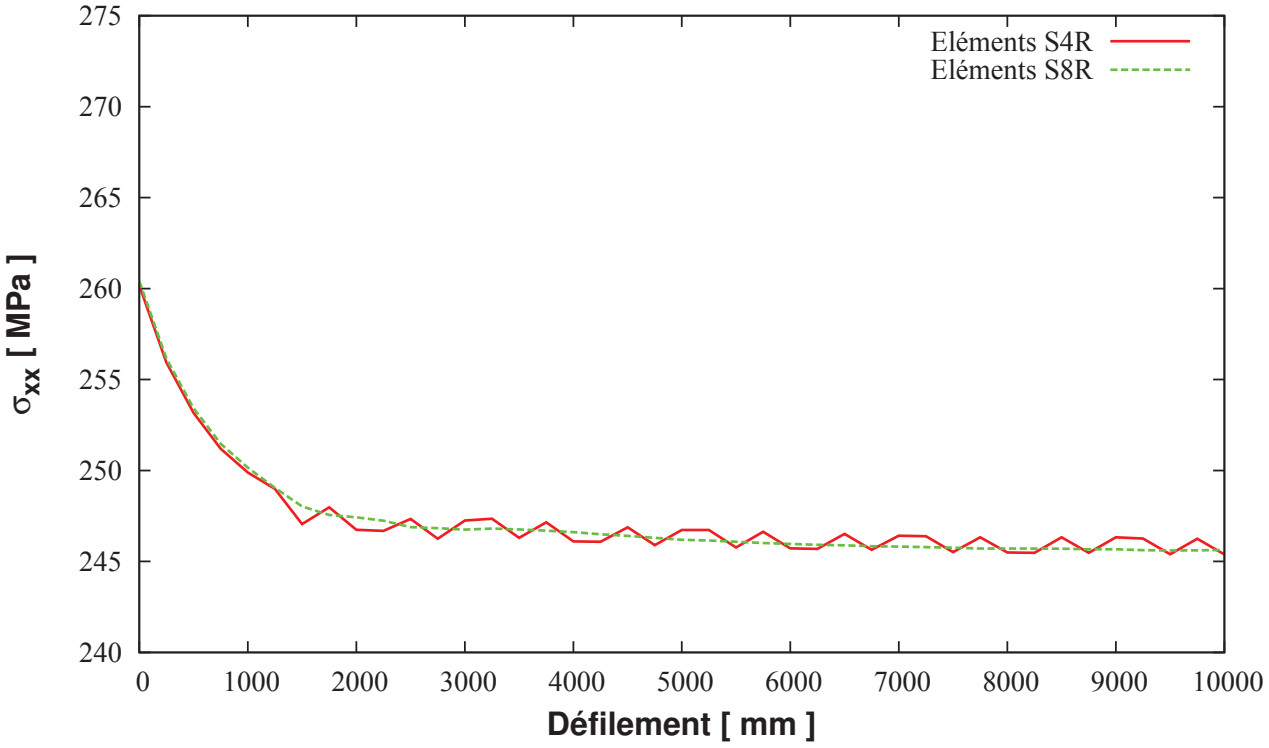


FIG. 4.12 – *Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse pour un comportement élasto-plastique avec écrouissage*

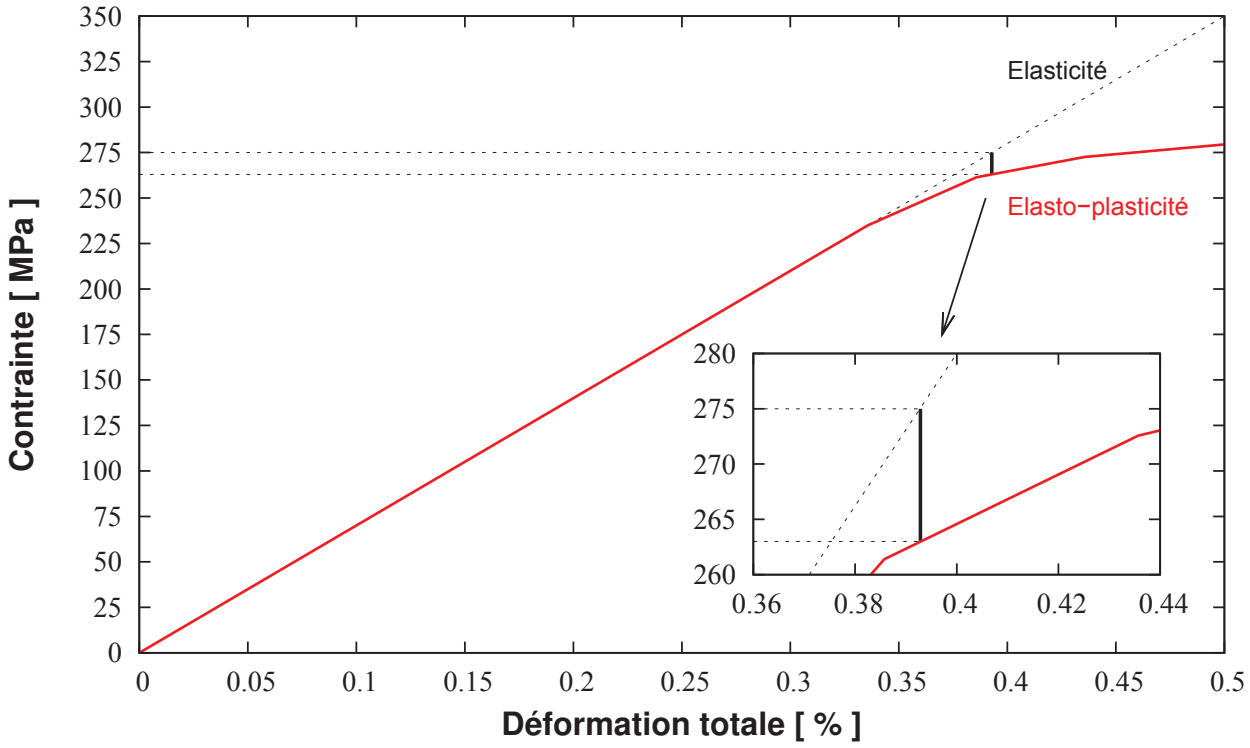


FIG. 4.13 – *Différence de contrainte longitudinale due à l'écrouissage*

Pour résoudre ce problème, on reprend la démonstration de l'équation 3.25. On remplace le module d'Young de l'aluminium E utilisé dans la loi de Hooke pour décrire le lien entre contrainte et déformation par un module d'Young fictif $E'(\sigma;\Sigma)$ (dépendant de la contrainte actuelle σ et de la contrainte maximale atteinte Σ), tenant compte de l'écrouissage[4] et défini sur la figure 4.14.

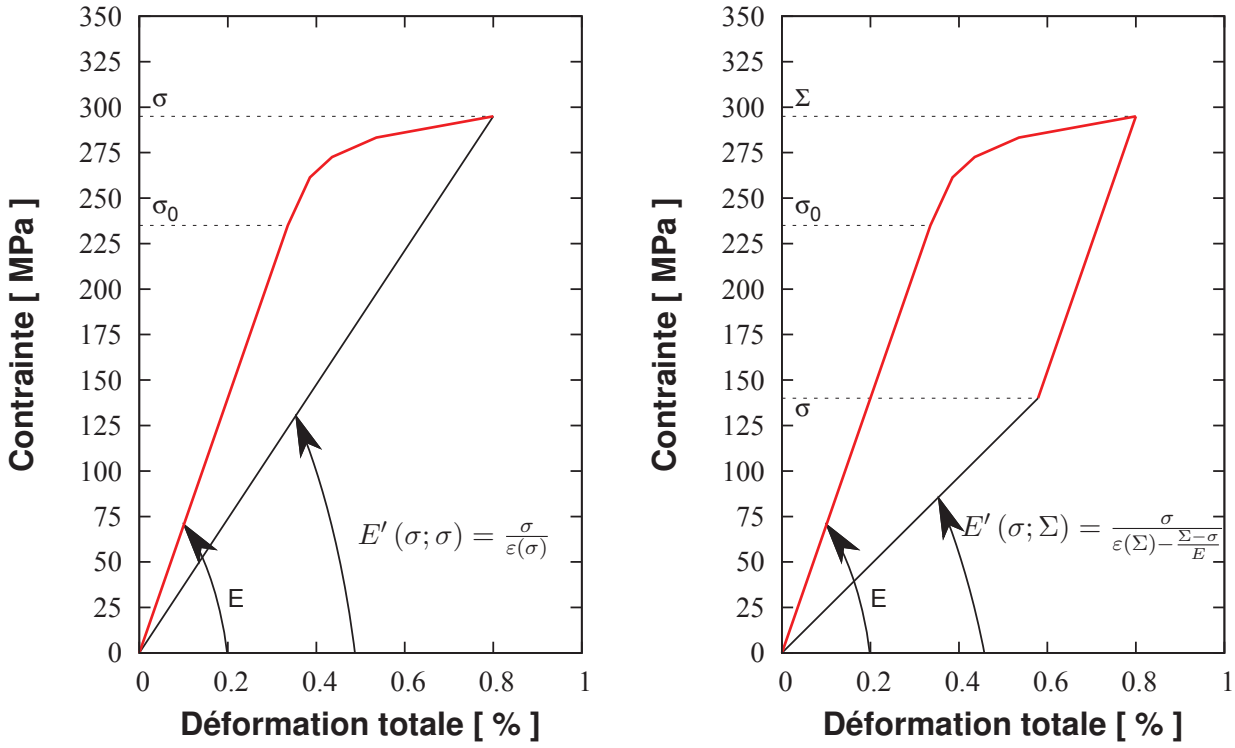


FIG. 4.14 – *Description du module d'Young fictif E'*

La nouvelle équation à prendre en compte a donc pour expression :

$$L_i \frac{d\sigma_i}{dt} = E'\left(\sigma_i; \max_{j\leq i} \sigma_j\right)(\omega_i - \omega_{i-1}) + \frac{E'(\sigma_i; \max_{j\leq i} \sigma_j)}{E'(\sigma_{i-1}; \max_{j\leq i-1} \sigma_j)}\omega_{i-1}\sigma_{i-1} - \omega_i\sigma_i \quad . \tag{4.13}$$

4. Si la contrainte est inférieure à la limite élastique du matériau, on retrouve :

$$E'(\sigma;\sigma) = \frac{\sigma}{\varepsilon(\sigma) - \frac{\sigma-\sigma}{E}} = E \tag{4.12}$$

En supposant le régime permanent atteint, on ajoute l'équation 4.13 dans le système S_3 à la place de 3.25 (nouveau système S_3') et les nouvelles solutions en tensions et en rotations sont regroupées dans le tableau 4.10.

TAB. 4.10 – *Valeurs des tractions et des rotations de l'étireuse (système S_3')*

Inconnue	**Expression analytique**	**Valeur numérique**
σ_3		$275MPa$
σ_2	$\sigma_3 \times e^{-\mu\theta} + 10\%$	$138,62MPa$
ω_2	$\sqrt{\frac{\sigma_2 e^{\mu\theta} - \sigma_3}{\rho R^2 \left(e^{\mu\theta} - 1\right)}}$	$33,333\,33rad$
ω_3	$\frac{E'(\sigma_3;\sigma_3) - \frac{E'(\sigma_3;\sigma_3)}{E'(\sigma_2;\sigma_2)}\sigma_2}{E'(\sigma_3;\sigma_3) - \sigma_3}\omega_2 = \frac{E'(\sigma_3;\sigma_3) - \frac{E'(\sigma_3;\sigma_3)}{E}\sigma_2}{E'(\sigma_3;\sigma_3) - \sigma_3}\omega_2$	$33,420\,49rad$
σ_4	$\left(\sigma_3 - \rho R^2 \omega_3^2\right) e^{-\mu\theta} + \rho R^2 \omega_3^2$	$138,69MPa$
ω_4	$\frac{E'(\sigma_4;\sigma_3) - \frac{E'(\sigma_4;\sigma_3)}{E'(\sigma_3;\sigma_3)}\sigma_3}{E'(\sigma_4;\sigma_3) - \sigma_4}\omega_3$	$33,355\,24rad$
σ_5	$\left(\sigma_4 - \rho R^2 \omega_4^2\right) e^{-\mu\theta} + \rho R^2 \omega_4^2$	$76,17MPa$
ω_1		$33,303\,53rad$
σ_1	$\left(\sigma_2 - \rho R^2 \omega_1^2\right) e^{-\mu\theta} + \rho R^2 \omega_1^2$	$76,10MPa$

Les valeurs des rotations et des tractions issues de la résolution du système S_3' produisent bien une contrainte finale plus élevée, mais pas encore suffisamment. C'est pourquoi, on diminue *artificiellement* la valeur de E' dans les équations pour atteindre notre objectif. Finalement, une réduction de 15% de E' conduit à une traction finale de $273MPa$ acceptable. Par ailleurs, les simulations avec des éléments $S4R$ présentent des oscillations intempestives pour la contrainte longitudinale. Ainsi, on regroupe sur la figure 4.15 uniquement les résultats pour une discrétisation de la bande avec des éléments coques $S8R$.

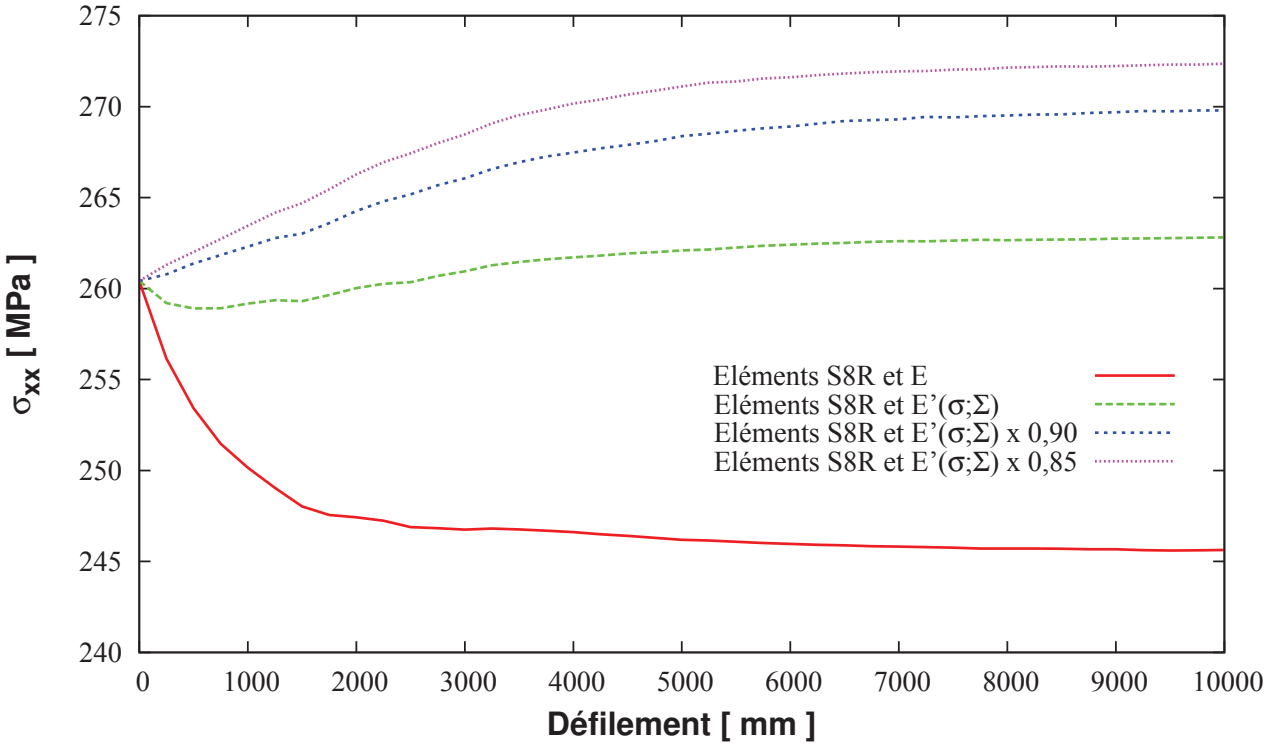


FIG. 4.15 – *Contrainte longitudinale au milieu de l'étireuse en fonction du module d'Young fictif E'*

2 Résultats de la simulation

On simule le passage d'une bande d'aluminium, discrétisée par des éléments coques à interpolation quadratique, dont le comportement est considéré comme élasto-plastique, de demi-largeur $900mm$, entre les rouleaux de la planeuse sous traction pure étudiée. Le calcul a nécessité $268\,516s$ pour se terminer [5] (soit plus de 3 jours).

On suit le défilement de deux éléments, un près du centre et un près du bord et on représente les résultats de la contrainte longitudinale et de la déformation plastique longitudinale sur la figure 4.16.

5. La simulation de la planeuse sous traction pure avec le modèle complet n'a pas pu être effectuée sur notre ordinateur de bureau, comme c'est le cas pour tous les autres calculs. En effet, la mémoire vive n'est pas suffisante pour traiter un modèle avec tant d'inconnues et nous avons dû passer par un serveur de calcul et plusieurs processeurs (8) pour obtenir notre solution.

(a) Contrainte longitudinale au centre

(b) Contrainte longitudinale au bord

(c) Déformation plastique longitudinale au centre

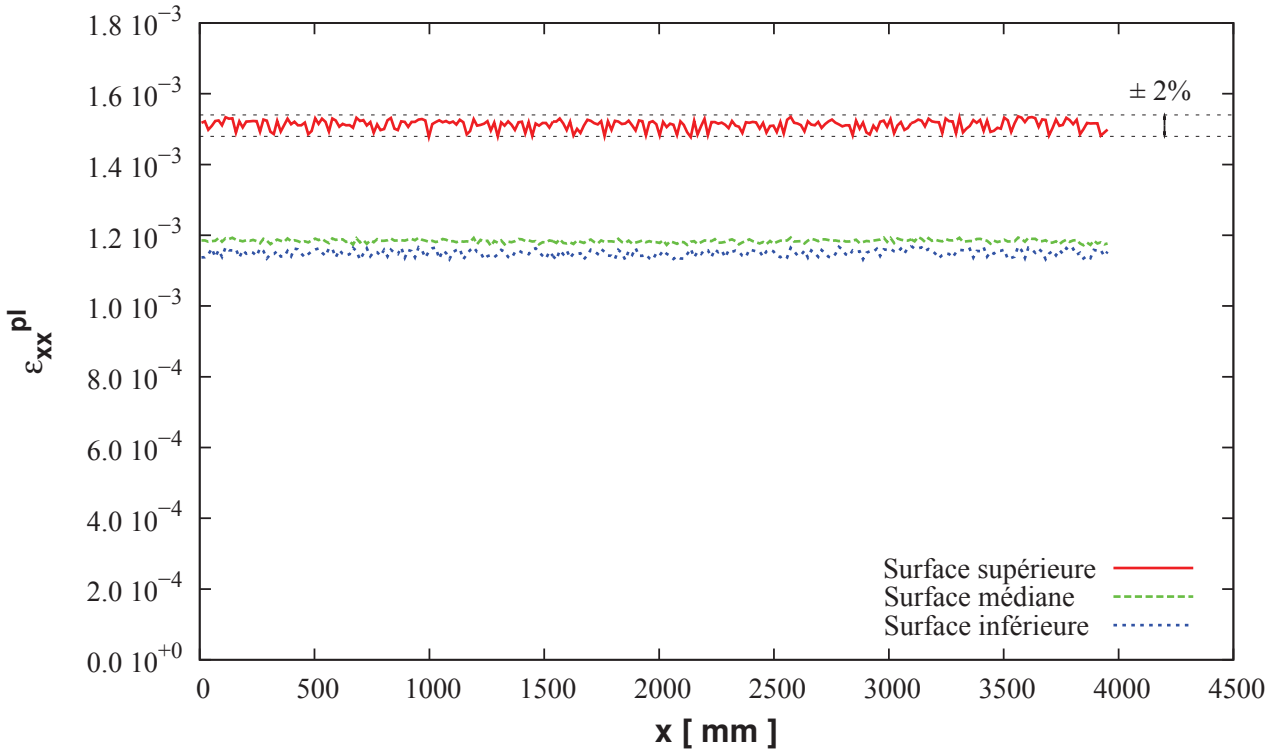
(d) Déformation plastique longitudinale au bord

FIG. 4.16 – *Résultats de la simulation d'une planeuse sous traction pure*

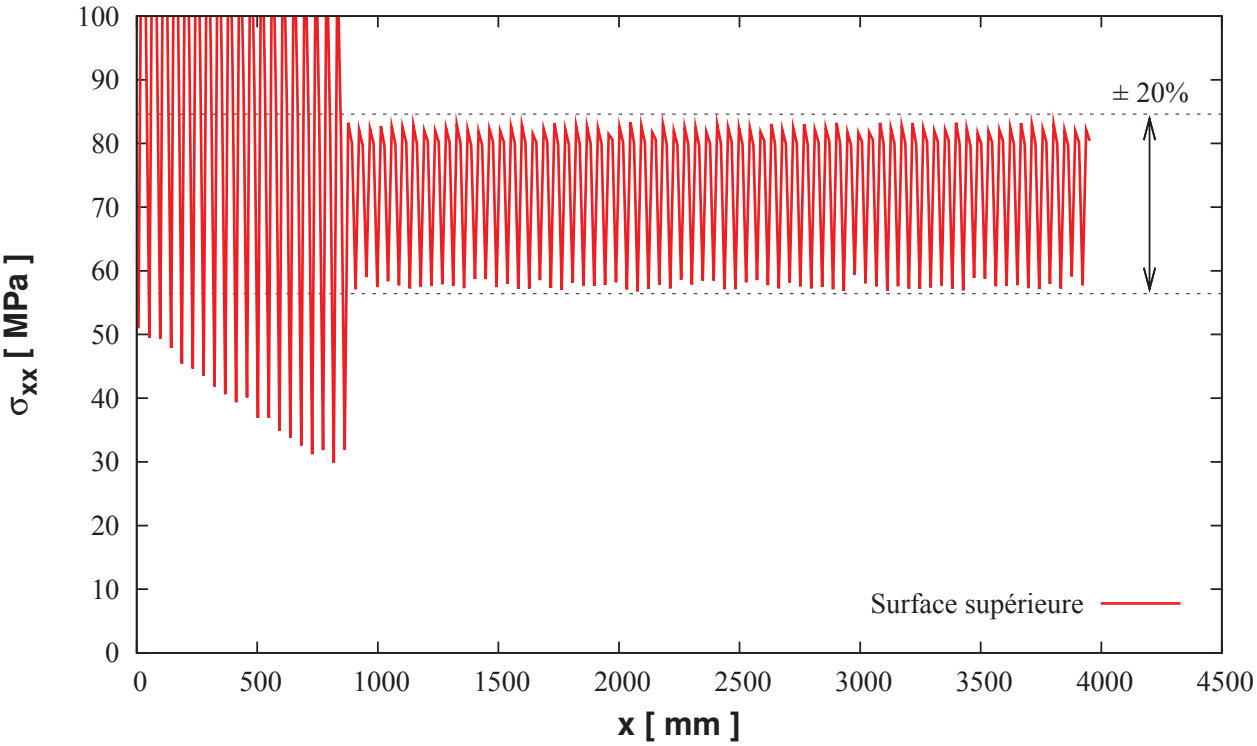
Le passage de la bande sur les différents rouleaux de la planeuse sous traction pure est aisément repérable par la séparation des différentes fibres dans l'épaisseur, ceci étant dû à la flexion. En comparant avec les courbes de $\varepsilon_{xx}^{pl}(y)$, on s'aperçoit que la plastification de la bande débute au milieu du rouleau 2, avec un léger décalage entre les surfaces, puis une stabilisation à des valeurs égales jusqu'au rouleau suivant (les fibres du centre se stabilisant plus rapidement que celles des rives). Ensuite, lorsque la tôle d'aluminium passe sur le rouleau 3, la moitié supérieure de l'épaisseur affiche une plastification supplémentaire par rapport à la partie inférieure, du fait du pliage. Cet écart d'allongement plastique a pour conséquence que la surface supérieure, plus longue que ses voisines dans l'épaisseur, est clairement moins tendue que les surfaces médiane et inférieure (voir Fig. 4.16(a) et Fig. 4.16(b) pour $U_x > 8\,000mm$).

L'observation des figures 4.16(c) et 4.16(d) montre que les fibres longitudinales du centre de la bande sont plus allongées que celles proches des bords, à l'instar de la configuration du *bloc en S*. Ainsi, il apparaît que la planeuse sous traction pure introduit un défaut de *centre long* dans la bande passée entre ses rouleaux. Pour confirmer cela, on établit tout d'abord la zone présentant des résultats stabilisés en déformation plastique et contrainte longitudinales sur la figure 4.17.

On remarque de faibles oscillations pour ε_{xx}^{pl} d'un élément à l'autre, mais en restant dans une tolérance de $\pm 2\%$. En parallèle, σ_{xx} varie fortement entre les éléments, ce qui peut s'expliquer par le pilotage de cette simulation. Le différentiel de rotation des rouleaux engendre la contrainte longitudinale au milieu de la machine contre auparavant, l'application directe de la traction voulue. On considère tout de même la zone de *régime permanent* à partir de $900mm$ après le dernier rouleau jusqu'au bout de la partie complètement passée dans la machine. On peut alors représenter la distribution de la déformation plastique et de la contrainte longitudinales dans la largeur de la bande, au niveau de différentes surfaces dans l'épaisseur, en moyenne selon x dans la région *stationnaire*, sur la figure 4.18.

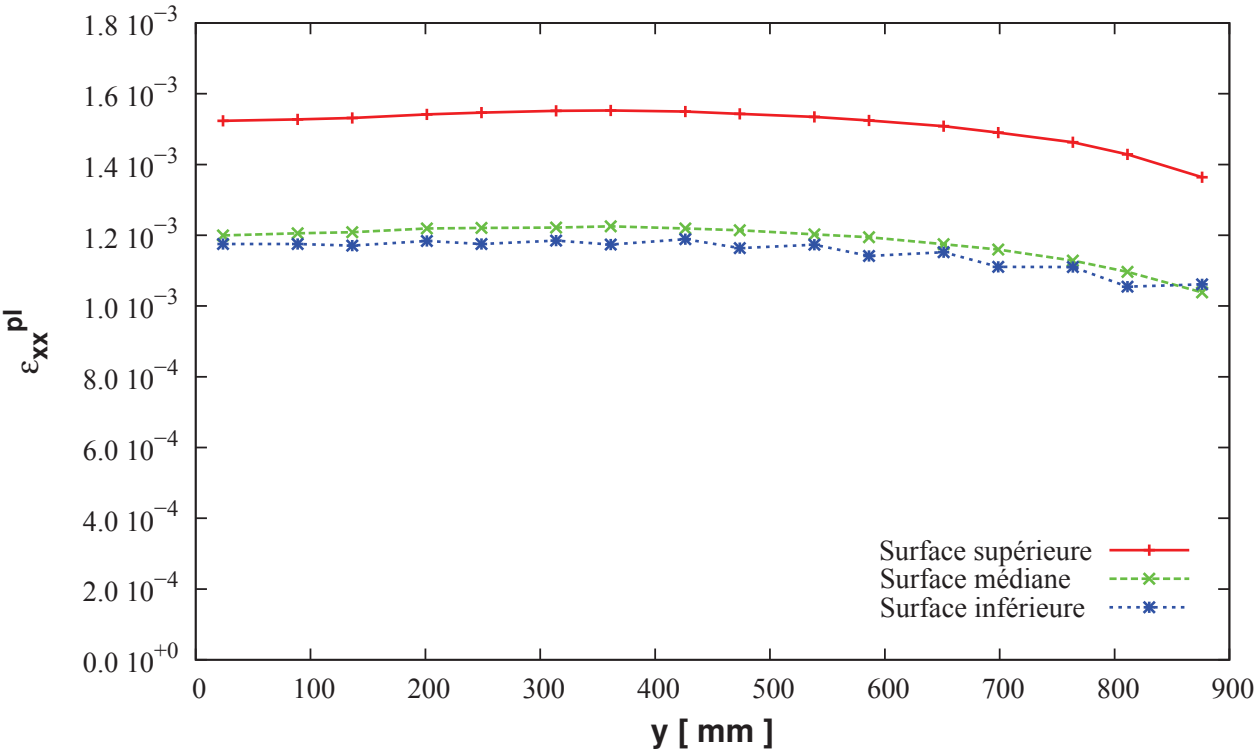


(a) Déformation plastique longitudinale dans la zone d'étude

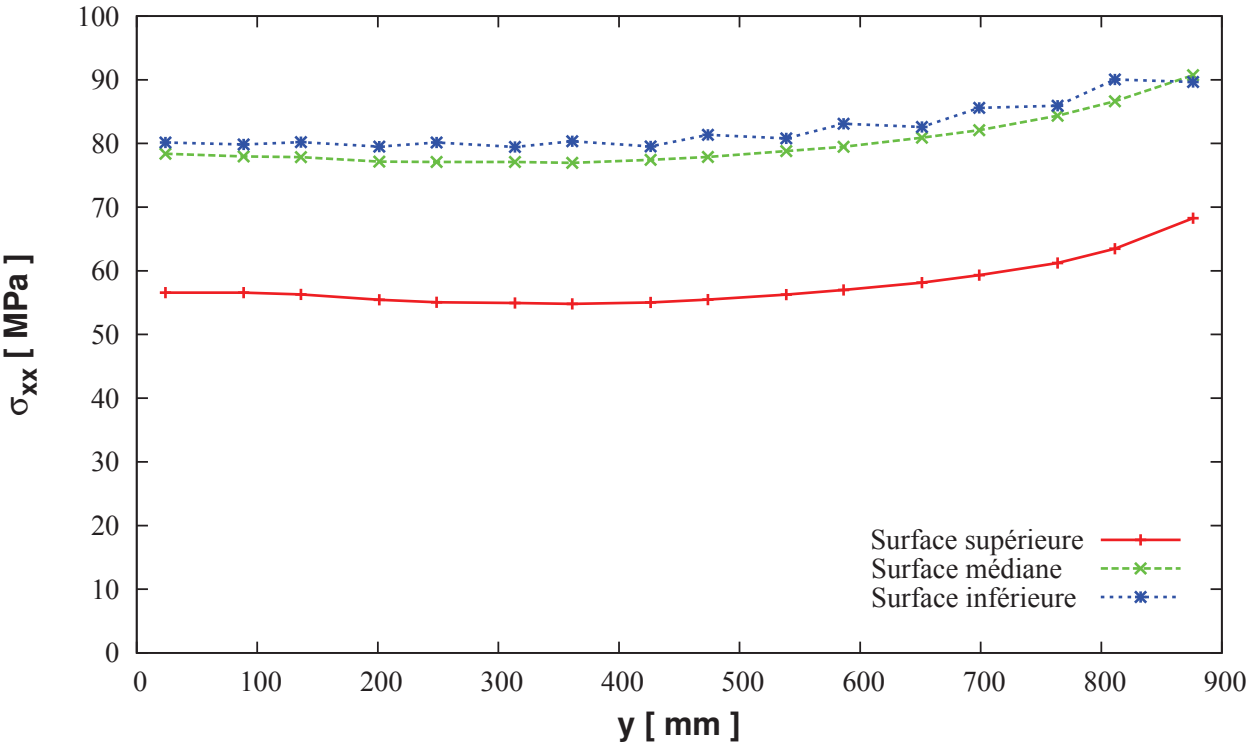


(b) Contrainte longitudinale dans la zone d'étude

FIG. 4.17 – *Détermination du régime permanent après l'étireuse*



(a) Déformation plastique longitudinale dans la largeur



(b) Contrainte longitudinale dans la largeur

FIG. 4.18 – *Résultats dans la largeur après l'étireuse*

Les premières conclusions sont confirmées et la planeuse sous traction pure semble bien introduire un défaut de *centre long* dans la bande. En effet, le milieu de la bande affiche une déformation plastique longitudinale plus importante que les bords. L'écart reste tout de même faible, inférieur à $4UI$ pour la planéité. De ce fait, cette région constituée de fibres longitudinales longues est soumise à une contrainte longitudinale plus faible que les rives. Après relâchement de la traction, cette zone deviendra le théâtre de contraintes compressives pouvant éventuellement déboucher sur des phénomènes de flambement.

A présent, on étudie la répartition de la déformation plastique longitudinale dans l'épaisseur (voir Fig. 4.19). On remarque des comportements différents pour les deux moitiés de l'épaisseur. Dans la moitié inférieure, entre $z = -\frac{e}{2}$ et $z = 0$, la déformation plastique longitudinale est quasiment homogène. Alors que dans la seconde partie, entre $z = 0$ et $z = \frac{e}{2}$, cette grandeur augmente linéairement en fonction de z. On calcule la pente de cette droite et on obtient $354mm$. On retrouve ainsi environ la valeur du rayon des rouleaux.

Par ailleurs, cette répartition de ε_{xx}^{pl} selon z peut être prédite analytiquement. En effet, on se place tout d'abord dans la zone entre les rouleaux 2 et 3 de la planeuse sous traction pure. La bande est dans ce cas uniquement soumise à une traction égale à $275MPa$ et $\varepsilon(z) = \varepsilon(275MPa)$ $\forall z \in [-\frac{e}{2}; \frac{e}{2}]$.

Ensuite, la tôle arrive sur le rouleau 3 où une flexion de rayon R s'ajoute à la traction. Etant donné le sens du pliage, la moitié inférieure subit un retour élastique alors que la moitié supérieure continue à s'allonger plastiquement (voir Tab. 4.11).

TAB. 4.11 – *Calcul analytique de la déformation plastique longitudinale dans l'épaisseur*

	$\varepsilon_{xx}(z)$	$\sigma_{xx}(z)$	$\varepsilon_{xx}^{pl}(z)$
$z \leq 0$	$\varepsilon(275MPa) + \frac{z}{R}$	$275MPa + E\frac{z}{R}$	$\varepsilon(275MPa) - \frac{\sigma_0}{E}$
$z \geq 0$	$\varepsilon(275MPa) + \frac{z}{R}$	$\sigma\left(\varepsilon(275MPa) + \frac{z}{R}\right)$	$\varepsilon\left(\sigma\left(\varepsilon(275MPa) + \frac{z}{R}\right)\right) - \frac{\sigma_0}{E}$

On intègre ces expressions analytiques à la figure 4.19 et on observe une bonne concordance avec les résultats numériques issus de la simulation avec *Abaqus/Standard*.

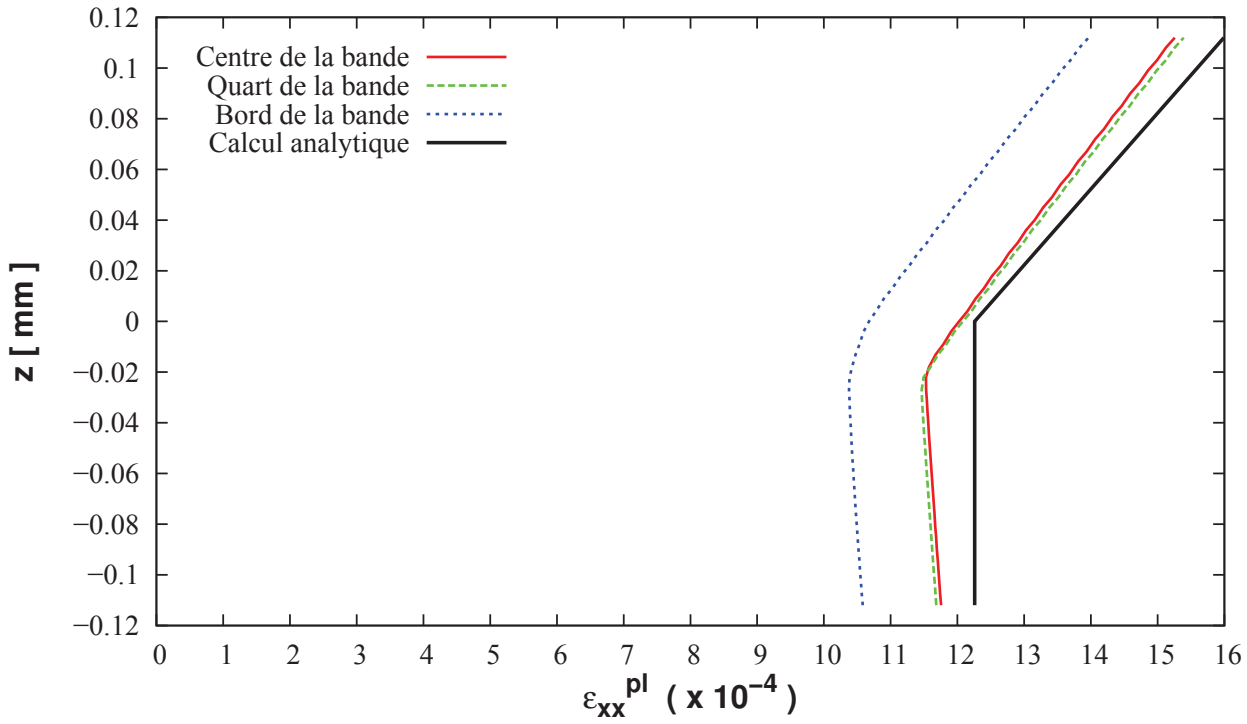


FIG. 4.19 – *Déformation plastique longitudinale dans l'épaisseur après l'étireuse*

Comme la surface supérieure est plus allongée plastiquement que les surfaces médiane et inférieure, la bande relâchée aura tendance à présenter un défaut de *cambrure* négative (vers le bas).

Finalement, au moment du relâchement de la traction, deux types d'instabilités seront en compétition :

- soit un défaut de fibres de *centre long* du fait que la partie centrale de la bande est plus longue que les rives,
- soit un défaut de courbure de *cambrure* négative, conséquence d'une surface inférieure plus courte que la surface supérieure.

Nous verrons au chapitre 6 lequel des deux défauts l'emporte sur l'autre.

3 Amélioration de la planéité d'une bande avec un défaut initial

Jusqu'à présent, nous avons étudié l'influence de différents paramètres comme le coefficient de frottement sur l'allongement plastique introduit dans la bande d'aluminium par le passage dans la planeuse sous traction pure. Egalement, nous nous sommes contentés de considérer une tôle entrante parfaitement plate et sans aucune contrainte résiduelle (contrainte qui serait issue de procédés antérieurs comme le laminage). Or, le planage a pour objectif d'améliorer la planéité des bandes entrant dans la machine : diminuer les défauts de forme (ondulations) et réduire les contraintes résiduelles.

Ainsi, on prend en compte dans cette section un défaut initial dans la tôle en entrée de la planeuse et on vérifie si la configuration étudiée est capable de corriger ce défaut. Pour cela, on choisit des défauts initiaux non-développables de deux types :

- un défaut de *bords longs* manifeste défini par une forme géométrique de la bande (amplitude et longueur d'onde), cette dernière restant vierge de contrainte,
- un défaut de *centre long* latent résultant d'une distribution hétérogène de contrainte longitudinale dans la largeur de la bande.

3.1 Correction d'un défaut initial manifeste

Dans ce paragraphe, on introduit un défaut géométrique au sein de la bande d'aluminium entrant dans la planeuse sous traction pure. Celui-ci a pour expression :

$$z(x,y) = -\left(\frac{d}{2} + R + \frac{e}{2}\right) + \frac{A}{2} sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda} + \pi\right) \times \frac{1}{2}\left[1 + cos\left(\pi Y\right)\right] \times exp\left(-16Y^2\right) \quad , \quad (4.14)$$

avec $Y = 1 - \frac{2|y|}{b}$, $A = 10,066mm$ et $\lambda = 500mm$.

Ce qui équivaut à un défaut de $100UI$.

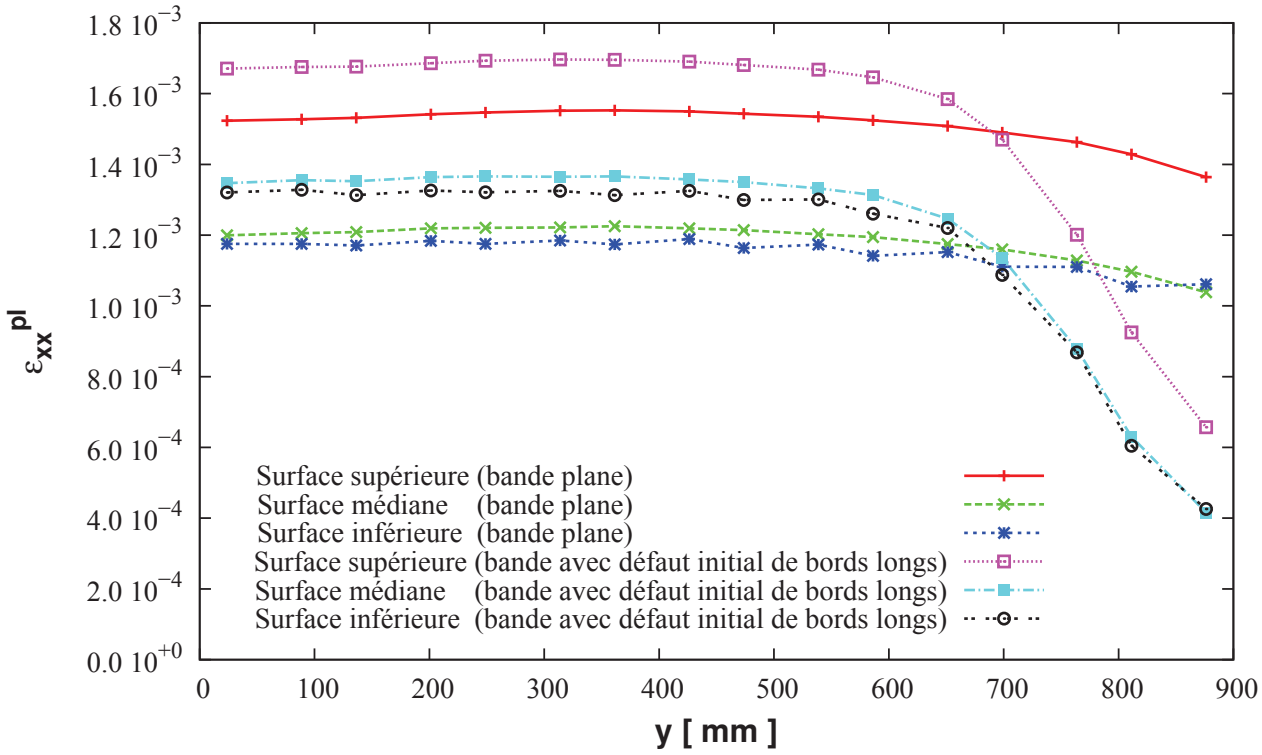


FIG. 4.20 – *Répartition de la déformation plastique longitudinale dans la largeur après l'étireuse, pour une bande plane et avec défaut initial géométrique*

On observe que la distribution de déformation plastique longitudinale dans la largeur tient effectivement compte du défaut initial. Par rapport à une bande initialement plane, $\varepsilon_{xx}^{pl}(y)$ présente des valeurs plus importantes au centre ($1,4.10^{-3}$ contre $1,2.10^{-3}$) et plus faibles au bord ($4,0.10^{-4}$ contre $1,0.10^{-3}$). Ainsi, il semble que la planeuse sous traction pure prenne en compte la planéité de la bande entrante en allongeant plastiquement de manière plus importante les fibres longitudinales courtes (ici, les fibres du centre) de façon à réduire l'écart de longueur entre les fibres courtes du centre et celles longues des bords. Le défaut initial de *bords longs* est alors corrigé comme le montre la figure 4.21 sur laquelle est représentée la planéité en *Unités Internationales* avec prise en considération de la longueur initiale $L(y)$ de chacune des fibres selon la formule (4.15).

$$L(y) = \int_0^{\lambda} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2}\, \mathrm{d}x = \lambda + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{A\pi}{4}\right)^2 \times \left[1 + \cos(\pi Y)\right]^2 \times \exp\left(-32Y^2\right) \quad . \qquad (4.15)$$

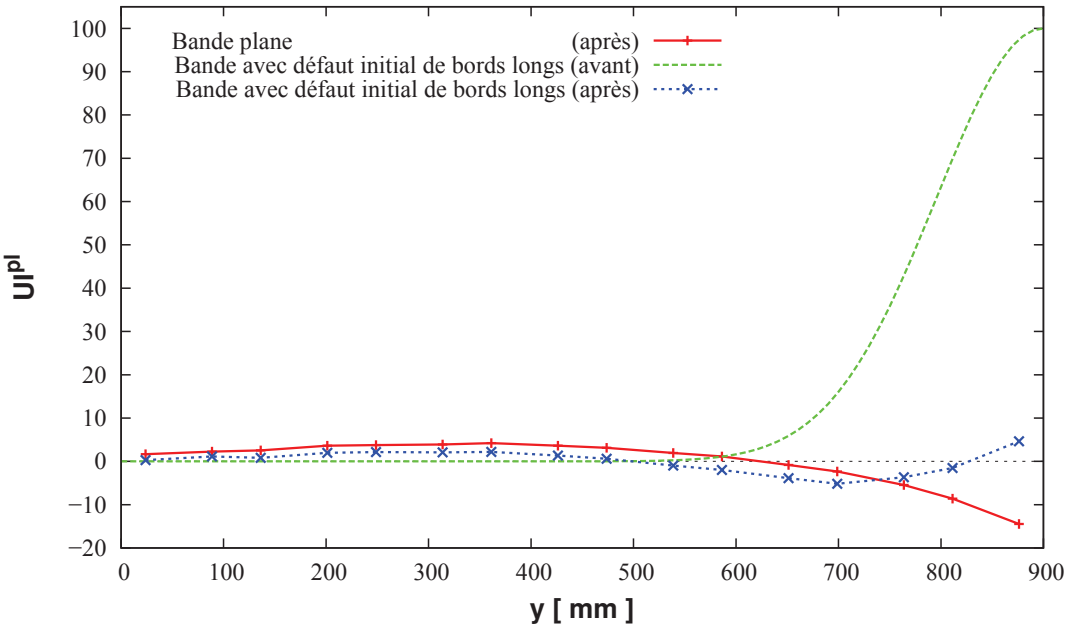


FIG. 4.21 – *Planéité dans la largeur avant et après l'étireuse (bande avec défaut initial géométrique)*

En définitive, la planeuse sous traction pure, avec un point de fonctionnement situé à $275MPa$, soit $0,5\%$ d'allongement total pour l'aluminium étudié, assure une diminution des défauts géométriques entrants. Plus précisément, le défaut initial de *bords longs* de $100UI$ est divisé par 10 pour obtenir un défaut final de $10UI$ (toujours en *bords longs*).

3.2 Correction d'un défaut initial latent

Pour obtenir une bande avec un défaut initial latent, on s'inspire des travaux de thèse de Jacques (2004) qui propose de distribuer un champ de température parabolique dans la largeur pour créer des contraintes longitudinales hétérogènes via un coefficient de dilatation thermique. Ce coefficient est arbitrairement choisi égal à $1,0.10^{-5°}C^{-1}$ pour simplifier les calculs et on impose le champ de température suivant au sein de bande :

$$T_x\left(y\right) = \Delta T\left[\frac{1}{2} - \left(\frac{2y}{b}\right)^2\right] \qquad \text{avec} \qquad \Delta T = 100^{\circ}C \quad , \tag{4.16}$$

ce qui correspond à un défaut initial latent de $1,0.10^{-5°}C^{-1} \times 100^{\circ}C \times 10^5 = 100UI$.

Ce défaut latent se manifeste au sein de la bande juste après application du champ de température par des ondulations dans la zone centrale (voir Fig. 4.22).

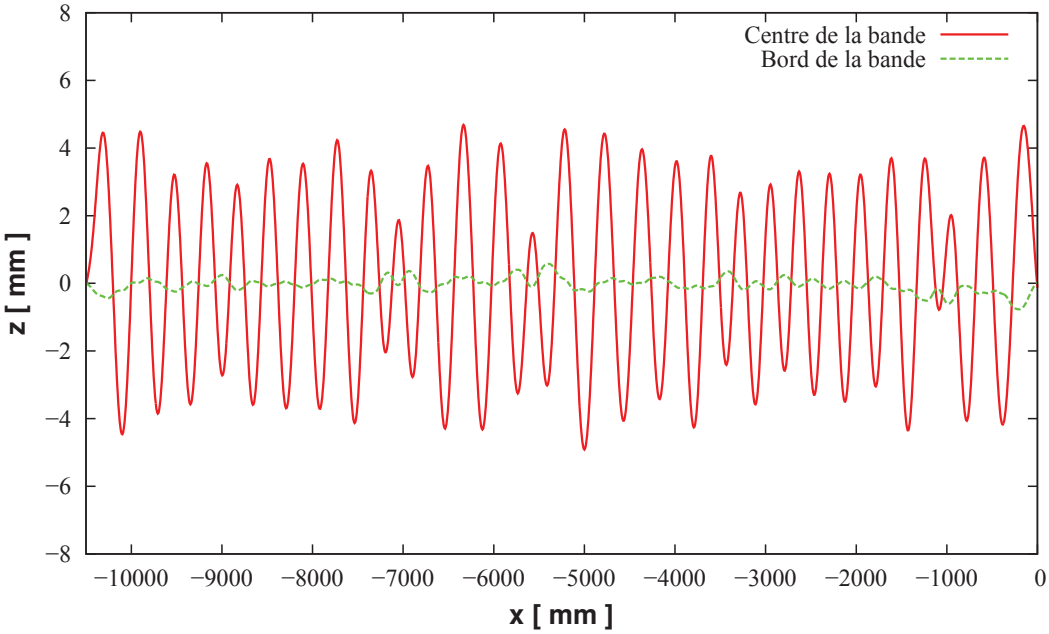


FIG. 4.22 – *Déformées du centre et du bord de la bande, après application du champ de température*

On note la présence de 28 sinusoïdes et demie, réparties sur la longueur de tôle en entrée de l'étireuse ($10\,500mm$). Celles-ci ont une amplitude moyenne de $7,03mm$. Ce qui aboutit à un défaut de planéité de :

$$\frac{\pi^2}{4}\left(\frac{7,03}{10\,500/28,5}\right)^2 \times 10^5 = 89,82UI \quad . \tag{4.17}$$

Ainsi, une fraction du défaut latent ne se manifeste pas dans la déformée de la tôle et reste sous forme de contrainte résiduelle. Il pourrait se déclarer complètement en cas de découpe à un format plus petit chez le client par exemple.

Une fois la bande « chauffée », la simulation se poursuit comme précédemment. On s'intéresse à la grandeur $\varepsilon_{xx}^{pl}(y)$ que l'on représente sur la figure 4.23. Comme dans le cas précédent d'une bande avec un défaut initial géométrique, on observe également que la machine assimile correctement le *centre long* initial en allongeant plus les fibres tendues des rives afin de résorber la différence de contrainte longitudinale entre fibres et réduire ainsi le défaut initial. Ce point est confirmé par la figure 4.24 qui compare la répartition de la contrainte longitudinale dans la demi-largeur avant et après la planeuse sous traction pure. En effet, l'écart initial de $66MPa$ entre le centre et le bord de la tôle est réduit par passage sur les quatre rouleaux de la machine

et tombe à $19MPa$, pour aboutir à une distribution très proche de celle obtenue avec une bande sans défaut, ni contrainte résiduelle initiaux.

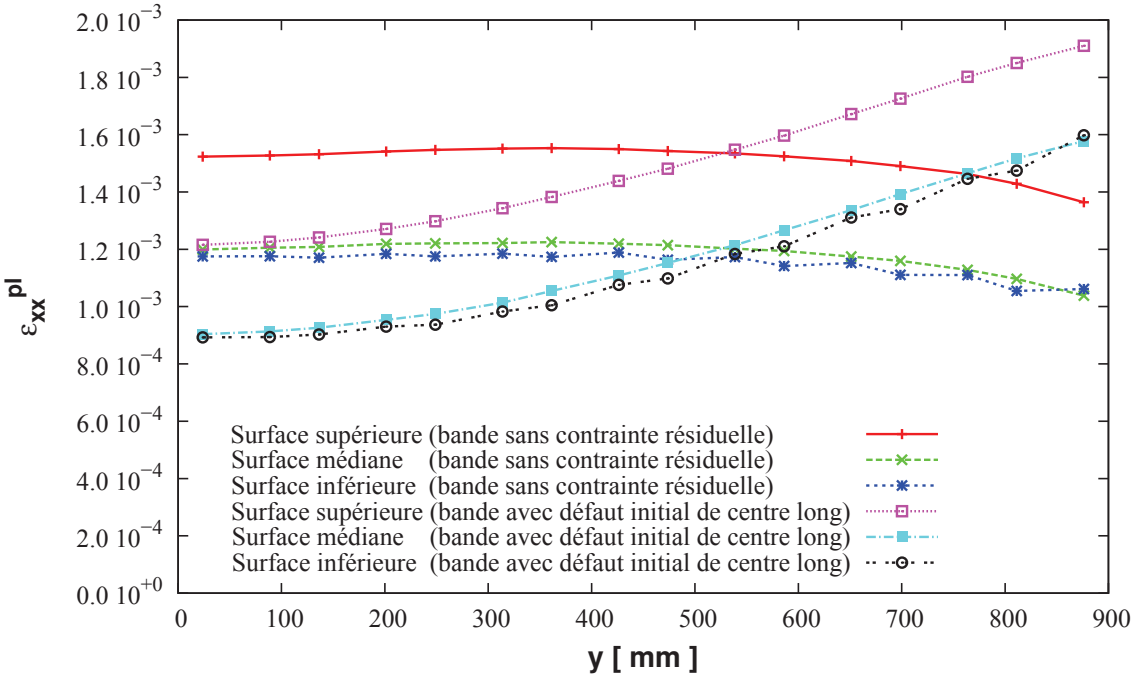


FIG. 4.23 – *Répartition de la déformation plastique longitudinale dans la largeur après l'étireuse, pour une bande sans contrainte résiduelle et avec défaut initial latent*

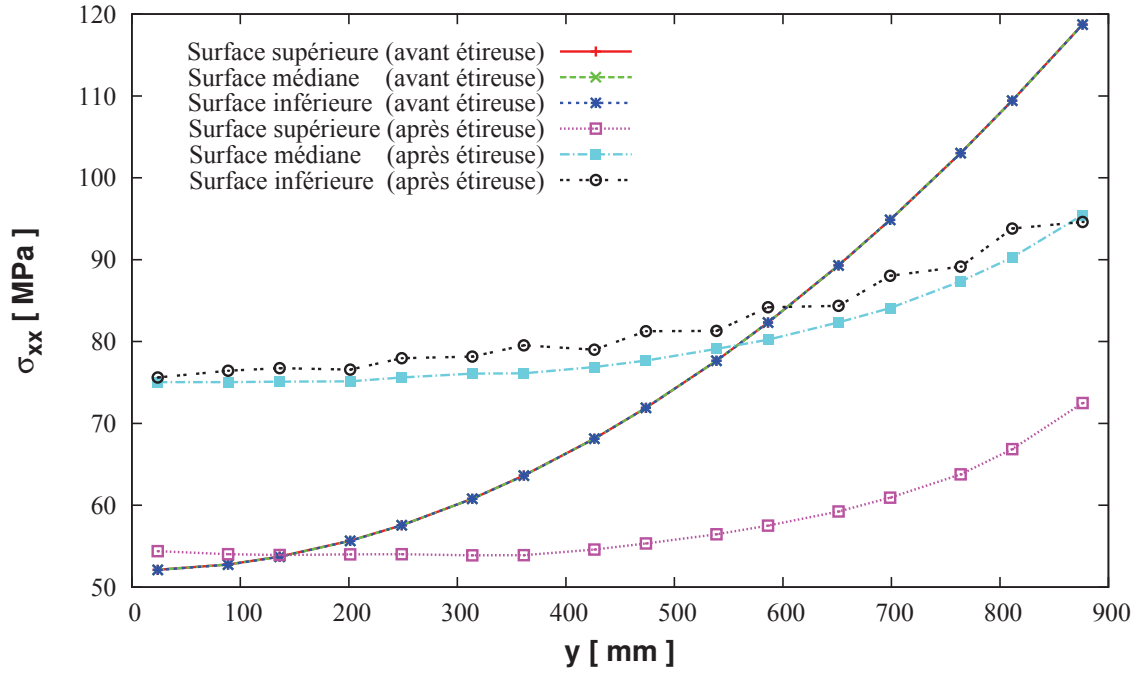


FIG. 4.24 – *Répartition de la contrainte longitudinale dans la largeur avant et après l'étireuse, pour une bande avec défaut initial latent*

4 Conclusion

Au cours de ce chapitre, un modèle *Eléments Finis* de planeuse sous traction pure a été construit après de nombreux tests pour résoudre les problèmes de détermination des bonnes conditions aux limites à appliquer. Le fonctionnement de la machine constituée de quatre rouleaux a été simulé avec un défilement de dix mètres de bande permettant d'observer les résultats (déformation et contrainte longitudinales) en *régime permanent*.

A l'instar de la configuration élémentaire du *bloc en S*, l'étireuse introduit un allongement plastique supplémentaire des fibres longitudinales au centre, par rapport au bord de la tôle. Ce qui conduit à un défaut de *centre long* dans la bande sortante. En parallèle, lors du pliage sur le troisième rouleau, la surface supérieure en sort plus plastifiée que la moitié basse de l'épaisseur. Ce qui équivaut à une *cambrure* négative. Il existe donc une compétition au sein de la bande entre le défaut de fibres non-développable de *centre long* et le défaut de courbure développable de *cambrure*.

Enfin, comme l'objectif du procédé de planage reste la correction des défauts de planéité, manifestes ou latents, nous avons considéré des tôles non-planes en entrée de l'étireuse. Il a été montré que la machine prend bien en compte ces défauts non-développables en allongeant plus les fibres courtes, réduisant par la même l'écart de longueur entre les différentes fibres longitudinales de la largeur. Par exemple, un défaut initial de *bords longs* a été divisé par plus de 10, passant de $100UI$ à moins de $10UI$.

Chapitre 5

Chaînage de modèles et transfert de champs

Au chapitre précédent, nous avons établi une simulation numérique d'une planeuse sous traction pure avec la méthode des éléments finis et le logiciel commercial *Abaqus/Standard*. Pour cela, la bande d'aluminium a été discrétisée à l'aide d'éléments coques à interpolation quadratique. Ils sont très nombreux dans le sens longitudinal afin d'atteindre la contrainte longitudinale de $275MPa$ visée au milieu de la machine, entre les rouleaux 2 et 3. Le modèle présente alors une taille très importante et la résolution du problème nécessite un temps de calcul élevé. Afin d'éviter ces deux points négatifs, on propose un modèle alternatif constitué de deux configurations élémentaires (le *bloc en S* étudié au chapitre 3), chaînées en transférant les résultats de la première simulation en tant que conditions initiales au sein de la bande d'aluminium entrant dans le second *bloc en S*. Ainsi, nous évaluons les gains en taille de modèle et en temps de calcul de cette autre approche après avoir vérifié la cohérence de ses résultats avec ceux issus du modèle complet.

1 Détails du modèle chaîné et procédure de transfert de champs

Pour réaliser ce modèle alternatif chaîné, nous avons besoin [1] de :

- la simulation du *bloc en S* du chapitre 3, à laquelle nous appliquons les choix faits lors de l'établissement du modèle complet d'étireuse, notamment en matière de type de contact (mou $c_0 = 0,001mm$ et p_0 calculé) et de tolérance de glissement ($F_f = 0,000\,05$),
- une procédure d'extraction des résultats (tenseur de contraintes et déformation plastique équivalente) du *bloc en S* n°1,
- l'application des grandeurs récupérées comme conditions initiales du *bloc en S* n°2.

Un script (en langage *Python*) permet d'effectuer le deuxième point de manière efficace et de regrouper les résultats dans un fichier texte. Ce fichier est ensuite considéré comme *input* dans le second modèle à l'aide des mots-clés *Abaqus* suivants :

- pour le tenseur des contraintes, **Initial conditions, type=stress, section points*,
- pour la déformation plastique équivalente, **Initial conditions, type=hardening, section points*.

Bien que cela ne soit pas requis pour la continuation du problème mécanique, nous transférons également le tenseur de déformation plastique (via **Initial conditions, type=plastic strain, section points*) dans le souci d'avoir les valeurs cumulées de cette grandeur au cours du second calcul (sinon le logiciel repart de zéro).

Cette procédure de transfert de champs est généralement utilisée pour simuler des procédés comme le soudage ou le laminage réalisé en plusieurs passes (Duranton *et al.*, 2004; Yuan *et al.*, 2009). Ces modélisations sont effectuées grâce à des techniques de remaillage par exemple afin que les éléments soient très petits uniquement dans les zones de fort gradient thermique, lorsque la source de chaleur se déplace. Le laminage en plusieurs passes se rapproche plus de notre problème, à savoir découper virtuellement la machine à simuler en briques élémentaires.

1. On pourrait profiter ici de la symétrie de notre configuration en nous contentant de faire « reculer » la bande d'aluminium, après son défilement (en imposant une seconde rotation des rouleaux dans le sens inverse). Mais nous désirons disposer d'une procédure générale qui serait applicable dans d'autres cas comme la décomposition d'une planeuse sous tension en *bloc en S* d'entrée + rouleaux de planage + *bloc en S* de sortie, par exemple.

Se pose alors la question du transfert d'une grandeur d'un maillage à l'autre, surtout quand ce dernier est plus fin ou plus grossier. Lors de l'application de conditions initiales, le logiciel *Abaqus/Standard* ne permet pas d'imposer des valeurs différentes aux quatre points de Gauss des éléments coques quadratiques à intégration réduite. Seule une unique valeur peut être renseignée. Par rapport à notre situation où l'on conserve la même densité de maillage d'un calcul à l'autre, on moyenne les résultats obtenus aux quatre points de Gauss d'un élément-parent pour ensuite imposer cette moyenne aux quatre points de Gauss de l'élément-enfant (voir Fig. 5.1).

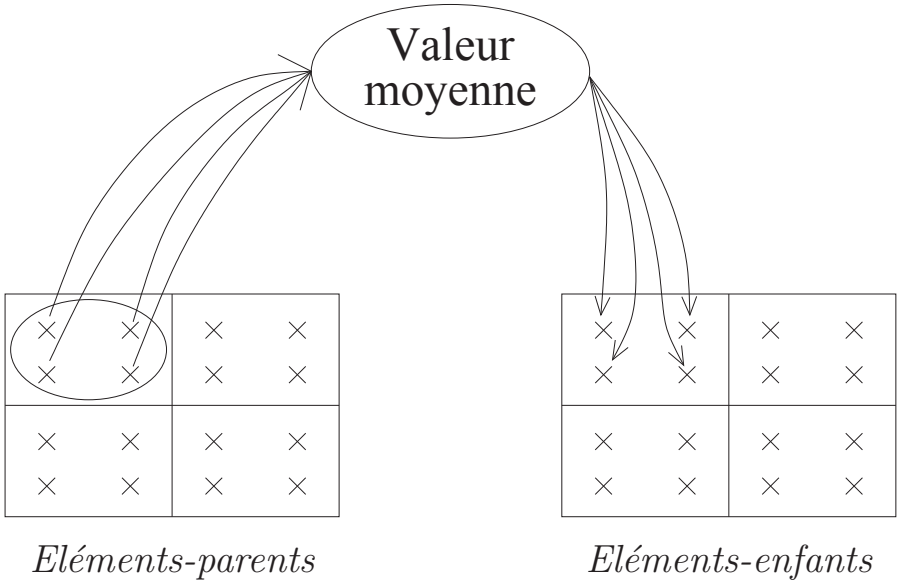


FIG. 5.1 – *Procédure de transfert de champ pour l'élément S8R*

Après la simulation du *bloc en S* effectuée au chapitre 3 (application des tractions amont et aval puis défilement de six mètres de bande par rotation des rouleaux), nous avons établi l'existence d'une zone Ω de *régime permanent*, c'est-à-dire dans laquelle les résultats dépendent essentiellement de y et z, mais très faiblement de la coordonnée longitudinale x. On peut donc écrire :

$$\forall\,(x;y;z)\in\Omega,\begin{cases}\underline{\underline{\varepsilon}}^{pl}\,(x;y;z)\approx\underline{\underline{\varepsilon}}^{pl}\,(y;z)=\dfrac{1}{l_\Omega}\displaystyle\int_\Omega\underline{\underline{\varepsilon}}^{pl}\,(x;y;z)\;\mathrm{d}x\\ \varepsilon_{eq}^{pl}\,(x;y;z)\approx\varepsilon_{eq}^{pl}\,(y;z)=\dfrac{1}{l_\Omega}\displaystyle\int_\Omega\varepsilon_{eq}^{pl}\,(x;y;z)\;\mathrm{d}x\\ \underline{\underline{\sigma}}\,(x;y;z)\approx\underline{\underline{\sigma}}\,(y;z)=\dfrac{1}{l_\Omega}\displaystyle\int_\Omega\underline{\underline{\sigma}}\,(x;y;z)\;\mathrm{d}x\end{cases}\tag{5.1}$$

Ces champs sont extraits lorsque la tôle d'aluminium est encore sous traction. Or le calcul du second *bloc en S* débute avec l'équilibre d'une bande sans traction. On choisit donc de retrancher la moyenne dans la largeur et dans l'épaisseur de la composante longitudinale du tenseur de contraintes selon :

$$\underline{\tilde{\sigma}}\,(y;z) = \underline{\sigma}\,(y;z) - \frac{1}{eb}\int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \underline{\sigma}\,(y;z)\ \mathrm{d}y\,\mathrm{d}z \tag{5.2}$$

On introduit alors ces différents tenseurs et scalaire *moyens* comme conditions initiales au sein de la partie de la bande située en amont du rouleau supérieur du *bloc en S* n°2. Ensuite, on procède comme précédemment avec l'application de tractions amont et aval, avant la rotation des rouleaux permettant le transport de la tôle d'aluminium grâce au frottement (voir Fig. 5.2).

2 Comparaison des résultats avec le modèle complet

On s'intéresse dans ce paragraphe aux résultats en contrainte et en déformation plastique longitudinales, pour le modèle alternatif proposé. On valide ce dernier en comparant les valeurs à celles obtenues avec le modèle complet.

2.1 Suivi de deux éléments au cours du défilement

Dans un premier temps, on représente sur la figure 5.3 ces grandeurs au niveau de deux éléments de la bande d'aluminium, un près du centre et un près du bord. On suit l'histoire de ces deux éléments au cours des deux défilements consécutifs ($6\,000mm$+$6\,000mm = 12\,000mm$).

La figure 5.4 nous permet de vérifier que les éléments considérés (au centre et au bord) suivent le même *chemin* lors du défilement de la bande (grandeurs au niveau de la fibre médiane), dans les deux modèles proposés. A noter simplement que la distance entre les rouleaux 2 et 3 sur les courbes du modèle complet représente la véritable longueur de la machine alors que le modèle chaîné ne propose pas de longueur caractéristique de planeuse du fait de la décomposition en configurations élémentaires.

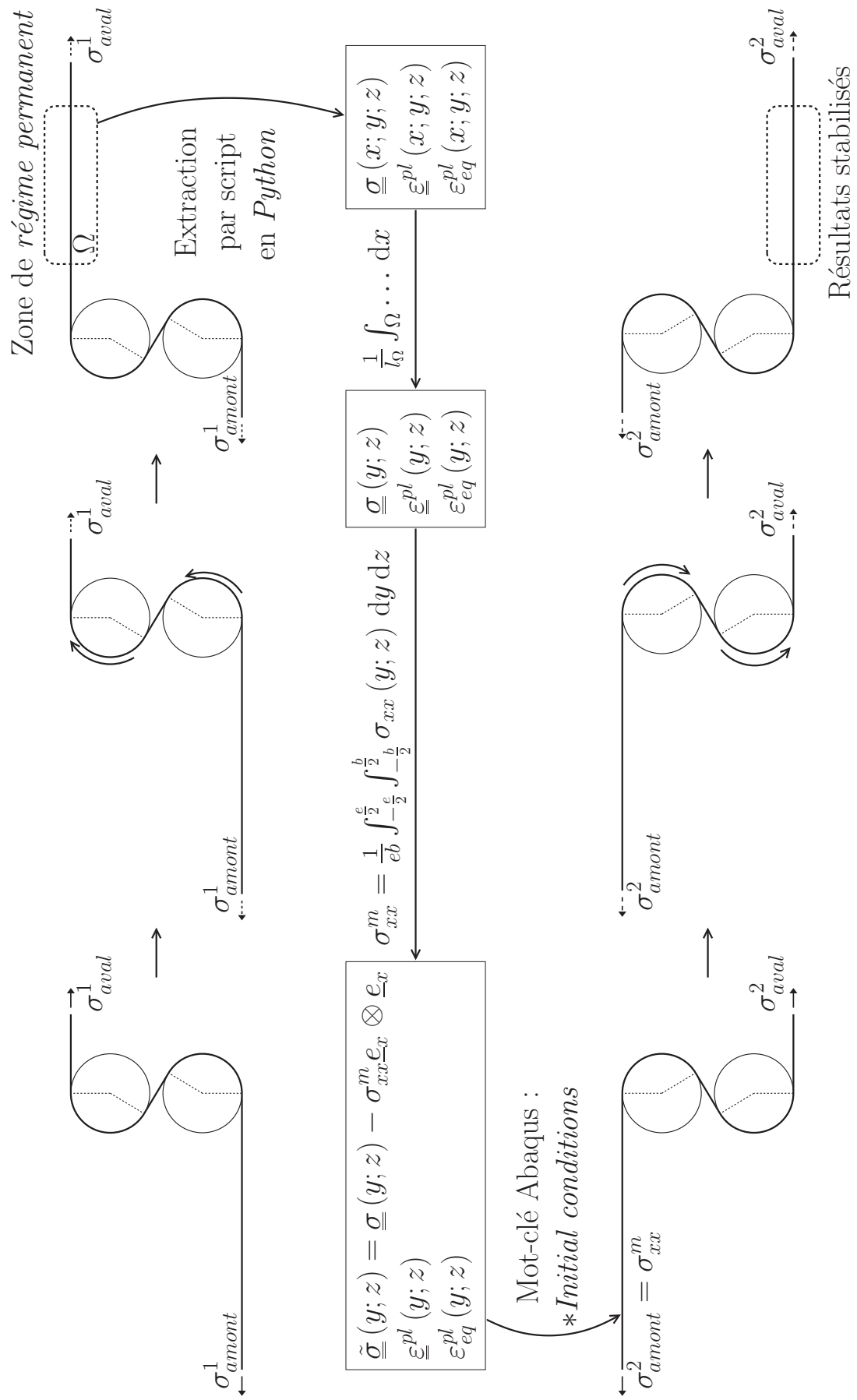


FIG. 5.2 – *Procédure globale de simulation d'une planeuse sous traction pure décomposée en deux blocs en S*

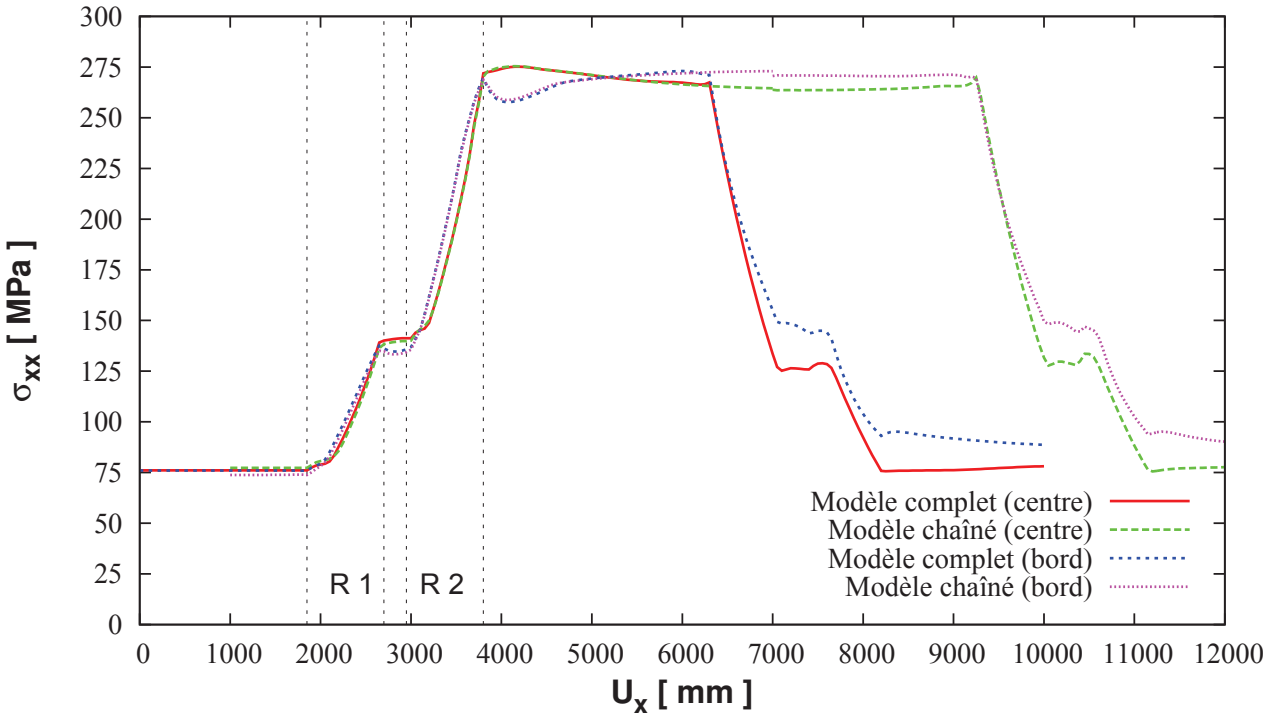
(a) Contrainte longitudinale au centre

(b) Contrainte longitudinale au bord

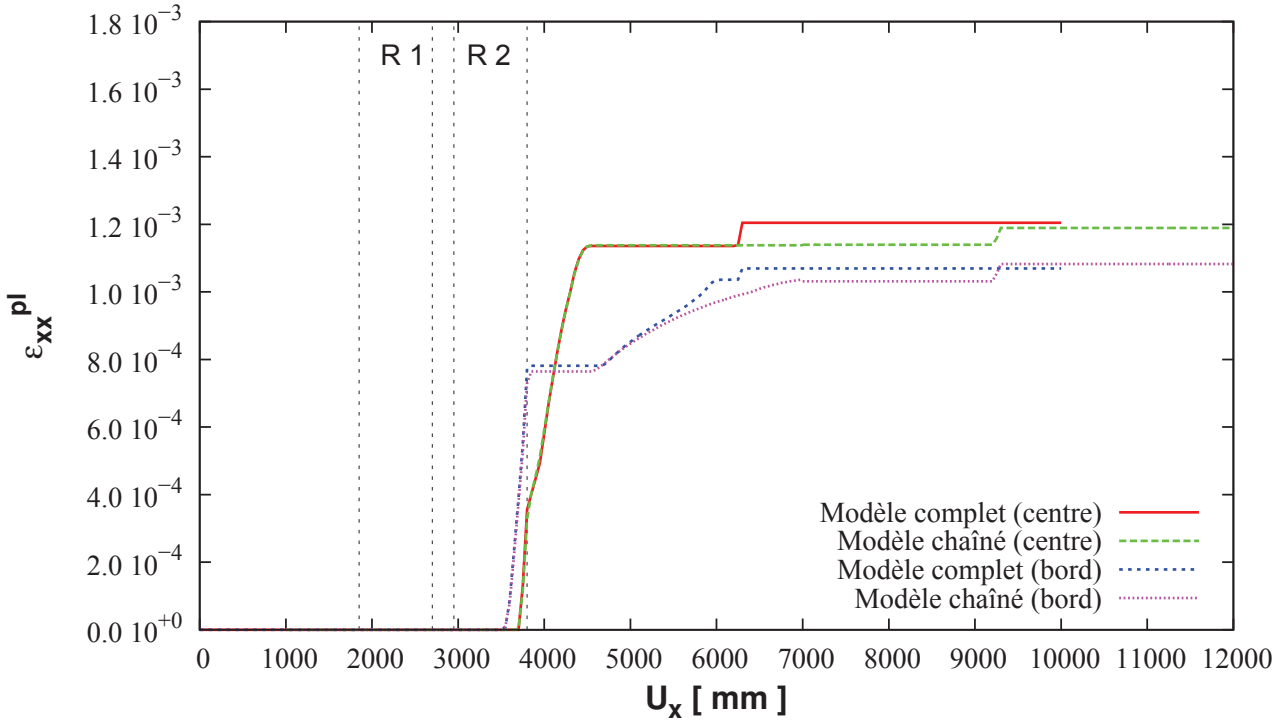
(c) Déformation plastique longitudinale au centre

(d) Déformation plastique longitudinale au bord

FIG. 5.3 – *Résultats de la simulation d'une planeuse sous traction pure décomposée en deux blocs en S*



(a) Contrainte longitudinale



(b) Déformation plastique longitudinale

FIG. 5.4 – *Comparaison des résultats entre le modèle complet et le modèle chaîné pour la planeuse sous traction pure*

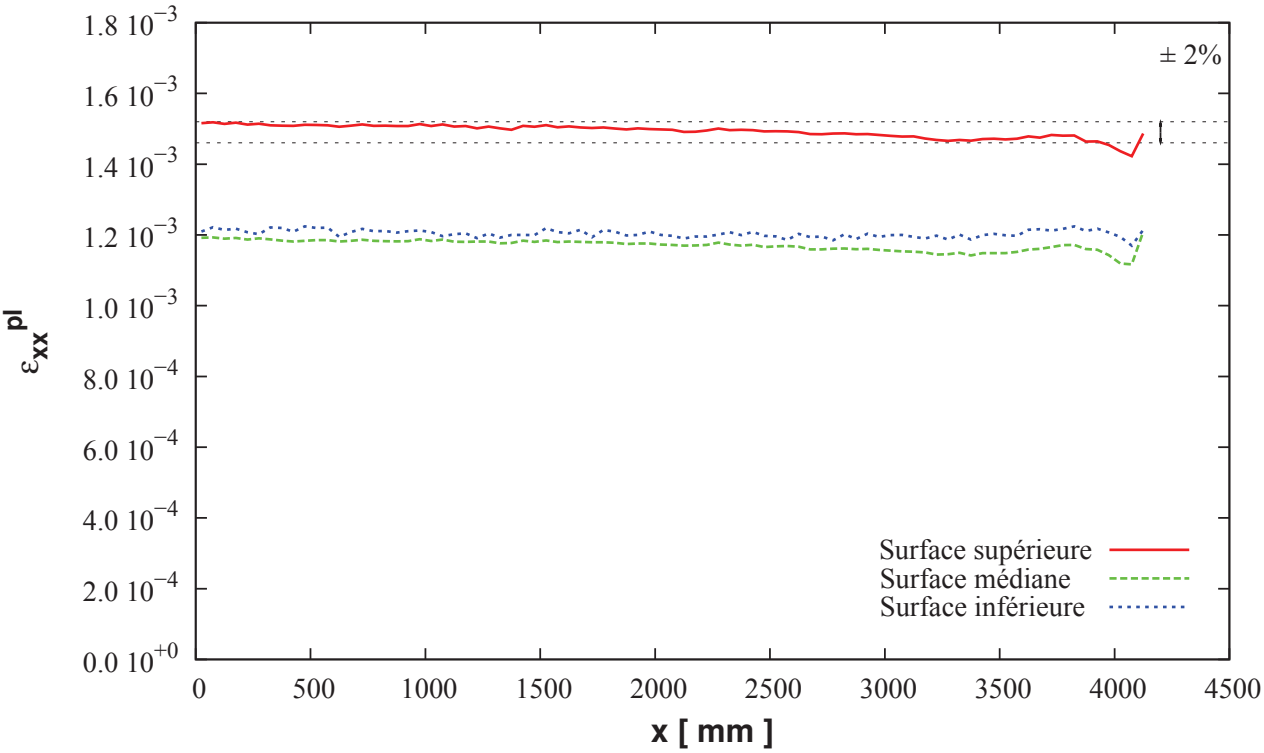
2.2 Résultats dans la zone de régime permanent

Dans un second temps, on observe la partie de la bande d'aluminium qui est entièrement passée sur les deux rouleaux du *bloc en S* de sortie. La figure 5.5 présente la déformation plastique longitudinale ε_{xx}^{pl} et la contrainte longitudinale σ_{xx} au niveau de la surface supérieure, médiane et inférieure, en moyenne dans la largeur ($x = 0$ correspondant à la sortie du rouleau inférieur du second *bloc en S*).

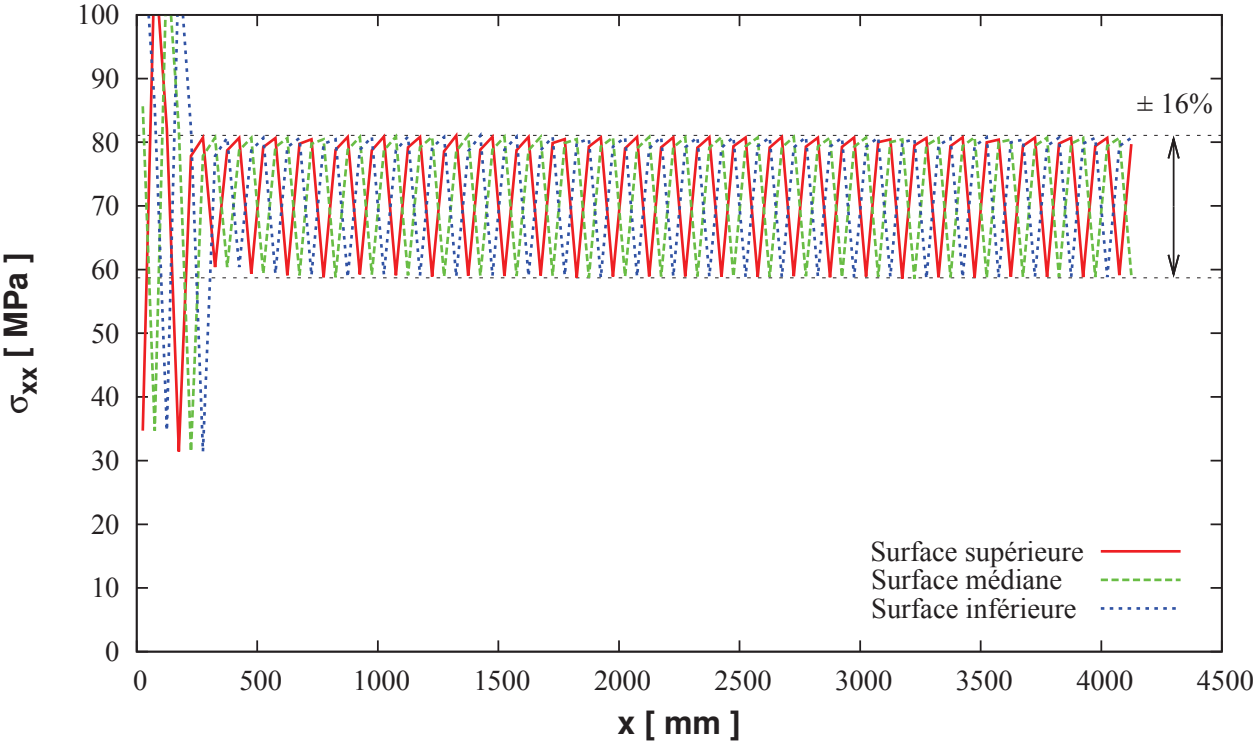
On remarque que le *régime permanent* est atteint à partir de $x = 400mm$ et jusque $x = 3\,800mm$ où les résultats sont stabilisés. On regroupe donc ces valeurs, en moyenne dans la direction longitudinale, sur la figure 5.6.

Qualitativement, on voit que le passage par les deux *blocs en S* chaînés introduit une déformation plastique importante dans la largeur et dans l'épaisseur de la bande. Dans la direction transversale, il apparaît que le centre de la tôle est plus allongé plastiquement que le bord. La même observation a été faite avec le modèle complet de la planeuse sous traction pure. A présent, les résultats oscillent plus dans le sens transversal que précédemment. Cela est sans doute dû à l'application des conditions initiales ($\underline{\underline{\sigma}}$ et ε_{eq}^{pl}) uniques aux quatre de points de Gauss dans le plan des éléments. On traduit alors cette répartition en planéité exprimée en *Unités Internationales* en lui retranchant sa moyenne et on conclut qu'un défaut de *centre long* est introduit (voir Fig. 5.7). L'amplitude du défaut reste cependant faible ($\max_{y\in[0;\frac{b}{2}]} UI\,(y) \leq 4$). Malgré les fortes oscillations des résultats du modèle chaîné, les deux approches conduisent aux mêmes conclusions.

On représente également la distribution de ε_{xx}^{pl} dans l'épaisseur de la bande au niveau du centre, du quart et du bord de la bande sur la figure 5.8 (on a ajouté également la courbe analytique obtenue au chapitre 4). On remarque une bonne concordance entre les deux modèles pour la distribution de la déformation plastique longitudinale dans l'épaisseur de la bande, mais également vis-à-vis des valeurs analytiques. Simplement, la surface inférieure présente un comportement particulier avec des résultats plus importants que ceux au niveau de la surface médiane, alors que le calcul analytique prévoit une valeur homogène dans la moitié basse de l'épaisseur (ce qui est bien le cas pour le modèle complet).

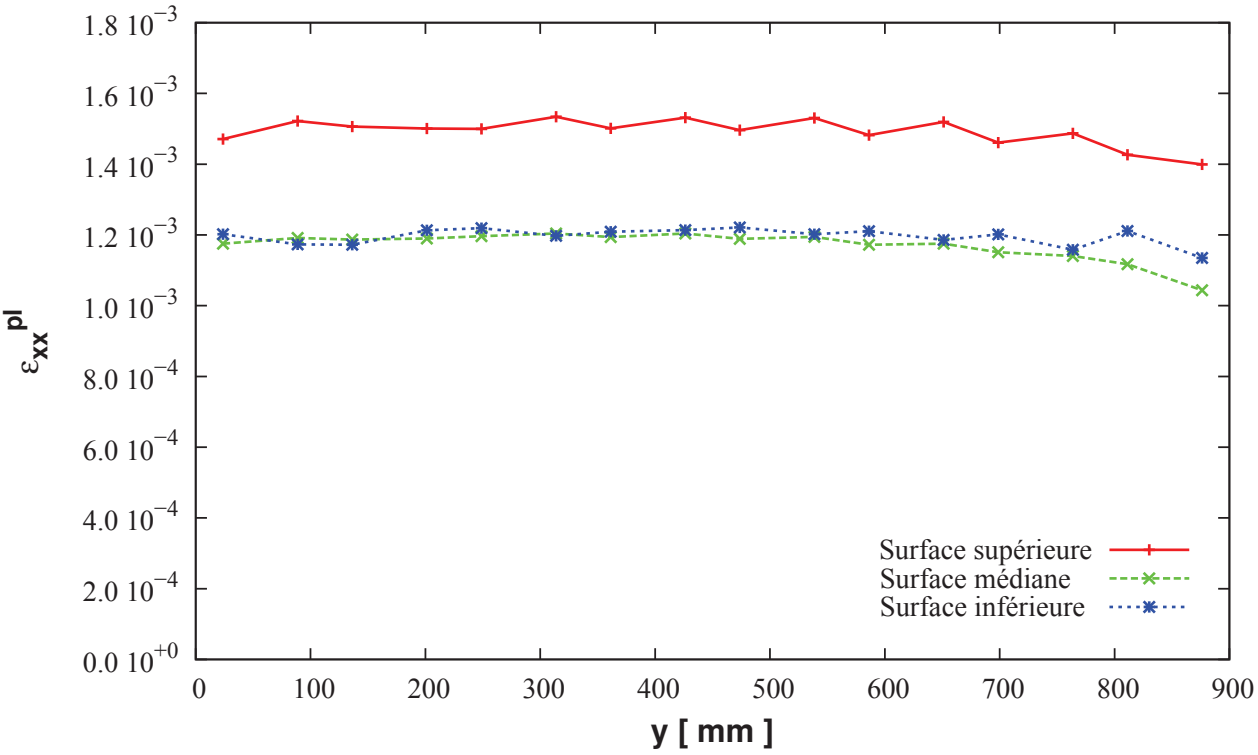


(a) Moyenne dans la largeur de la déformation plastique longitudinale

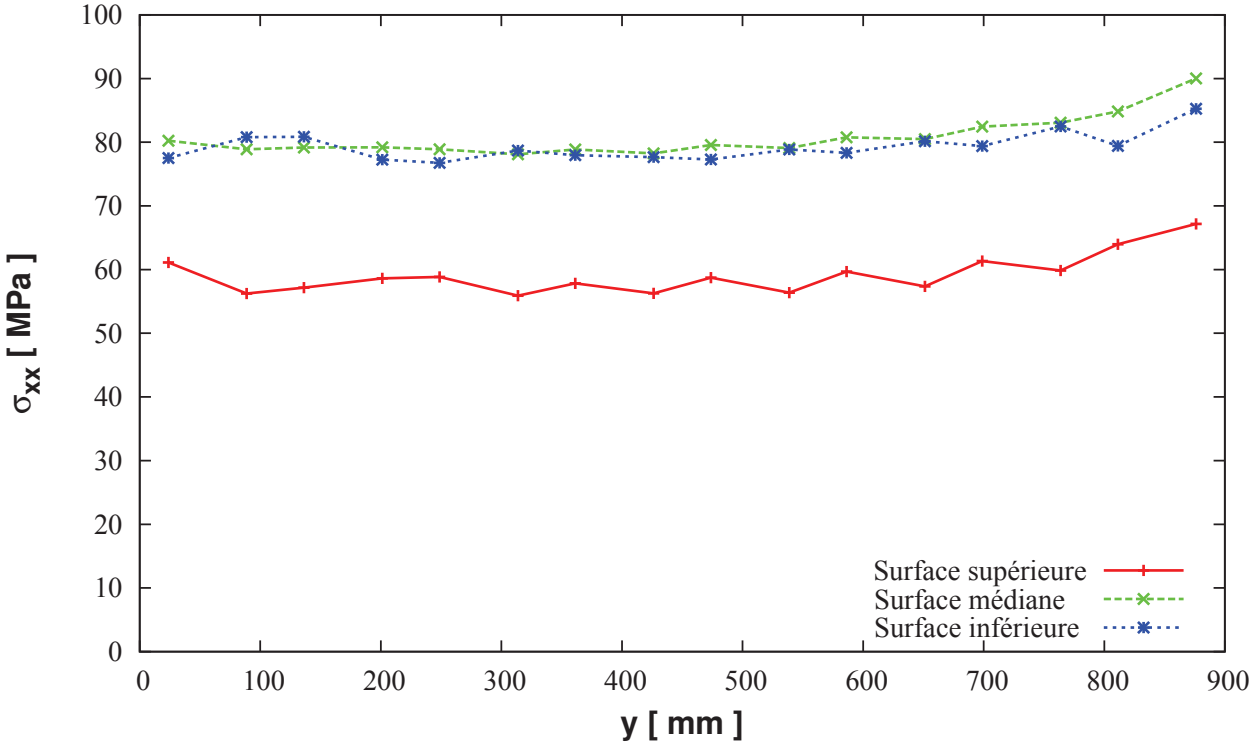


(b) Moyenne dans la largeur de la contrainte longitudinale

FIG. 5.5 – *Résultats dans la partie de la bande après le bloc en S de sortie*



(a) Moyenne entre $x = 400mm$ et $x = 3\,000mm$ de la déformation plastique longitudinale



(b) Moyenne entre $x = 400mm$ et $x = 3\,000mm$ de la contrainte longitudinale

FIG. 5.6 – *Résultats dans la largeur pour le modèle chaîné*

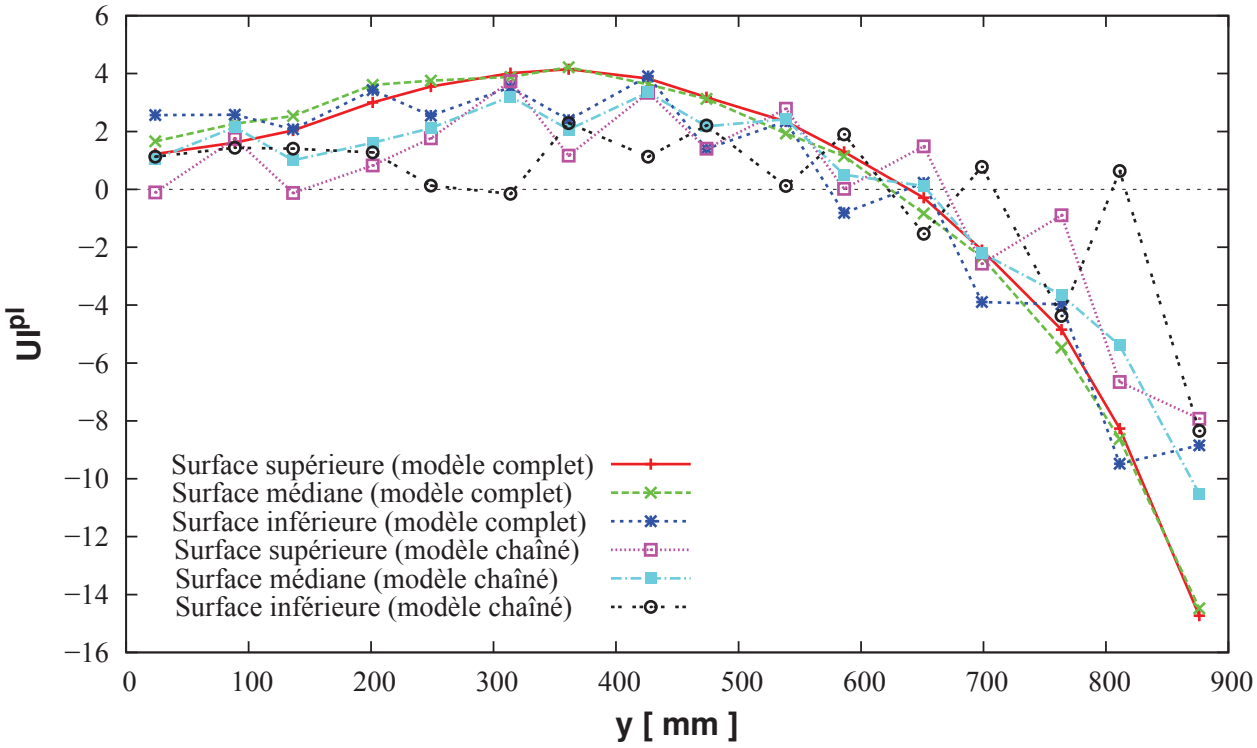


FIG. 5.7 – *Planéité dans la largeur pour le modèle complet et pour le modèle chaîné*

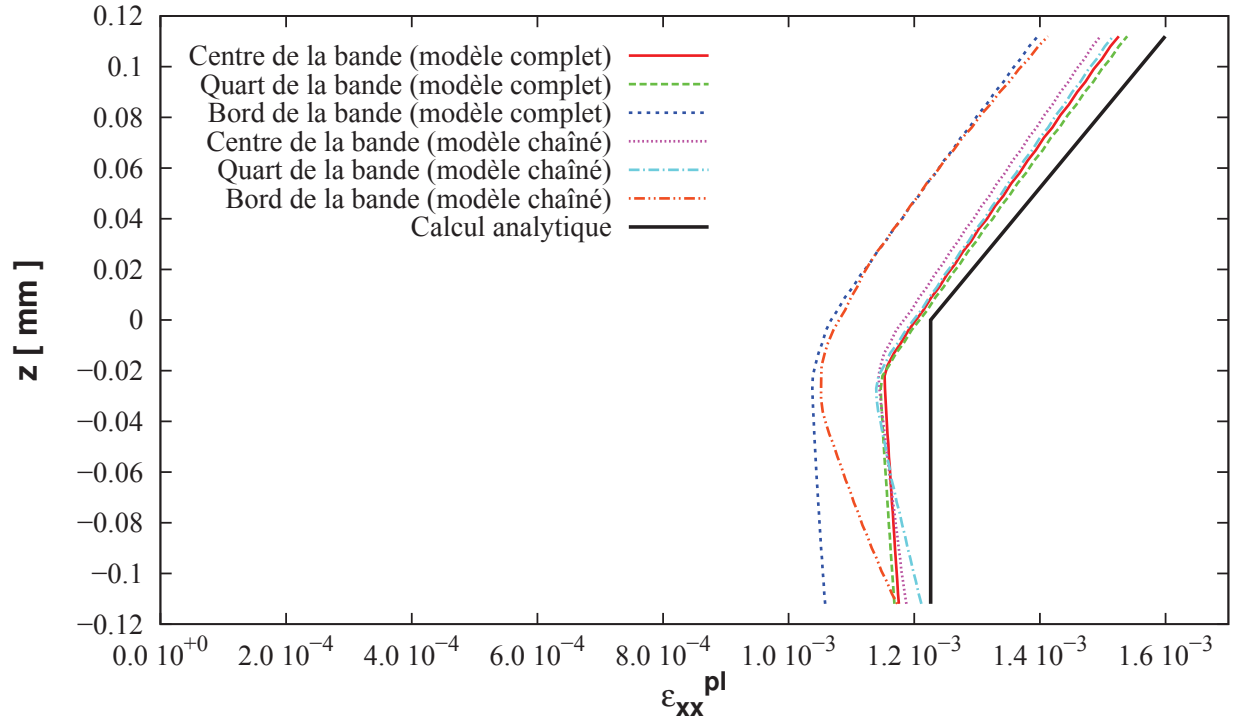


FIG. 5.8 – *Déformation plastique longitudinale dans l'épaisseur pour le modèle complet et pour le modèle chaîné*

3 Application à l'étude de l'influence des profils des rouleaux de l'étireuse

Pour les procédés de mise en forme tels que le laminage ou le planage, la déformation des rouleaux au cours du défilement est un paramètre important. Ceux-ci peuvent céder sous l'action des efforts extérieurs ou des rouleaux d'appui. Ils peuvent aussi prendre une forme bombée à la suite des effets thermiques. Même si notre modélisation est idéalisée avec des rouleaux infiniment rigides, donc indéformables (simplification du modèle), on se propose d'essayer de tenir compte de ces phénomènes dans le modèle chaîné et de mesurer leur influence sur la planéité de la bande en sortie par l'utilisation de rouleaux non plats. Pour cela, on considère des rouleaux présentant des profils paraboliques dans la direction transversale (voir Fig. 5.9). On définit le rayon des quatre rouleaux de la planeuse sous traction pure par l'expression (5.3).

$$R^{rouleau}(y) = R + \delta R\left[1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2\right] \tag{5.3}$$

Profil	R	δR
Bombé	$299mm$	$+1mm$
Plat	$300mm$	$0mm$
Creusé	$300mm$	$-1mm$

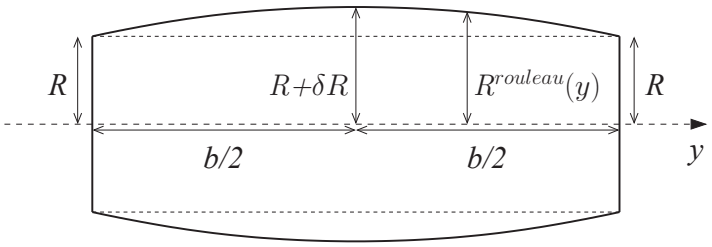


FIG. 5.9 – *Rouleau avec profil parabolique*

On effectue alors deux autres simulations d'étireuse avec des rouleaux bombés puis creusés, et une tôle plane, sans contrainte résiduelle. On regroupe les résultats ci-après. On représente la déformation plastique longitudinale stabilisée au niveau de la fibre supérieure, médiane et inférieure de la bande, et en particulier sa répartition dans la direction transversale (voir Fig. 5.10).

On observe que la prise en compte d'un profil transversal pour les rouleaux de la planeuse sous traction pure influence grandement l'allongement plastique de la tôle. En effet, nous avons remarqué au chapitre précédent que le passage d'une bande d'aluminium dans la machine

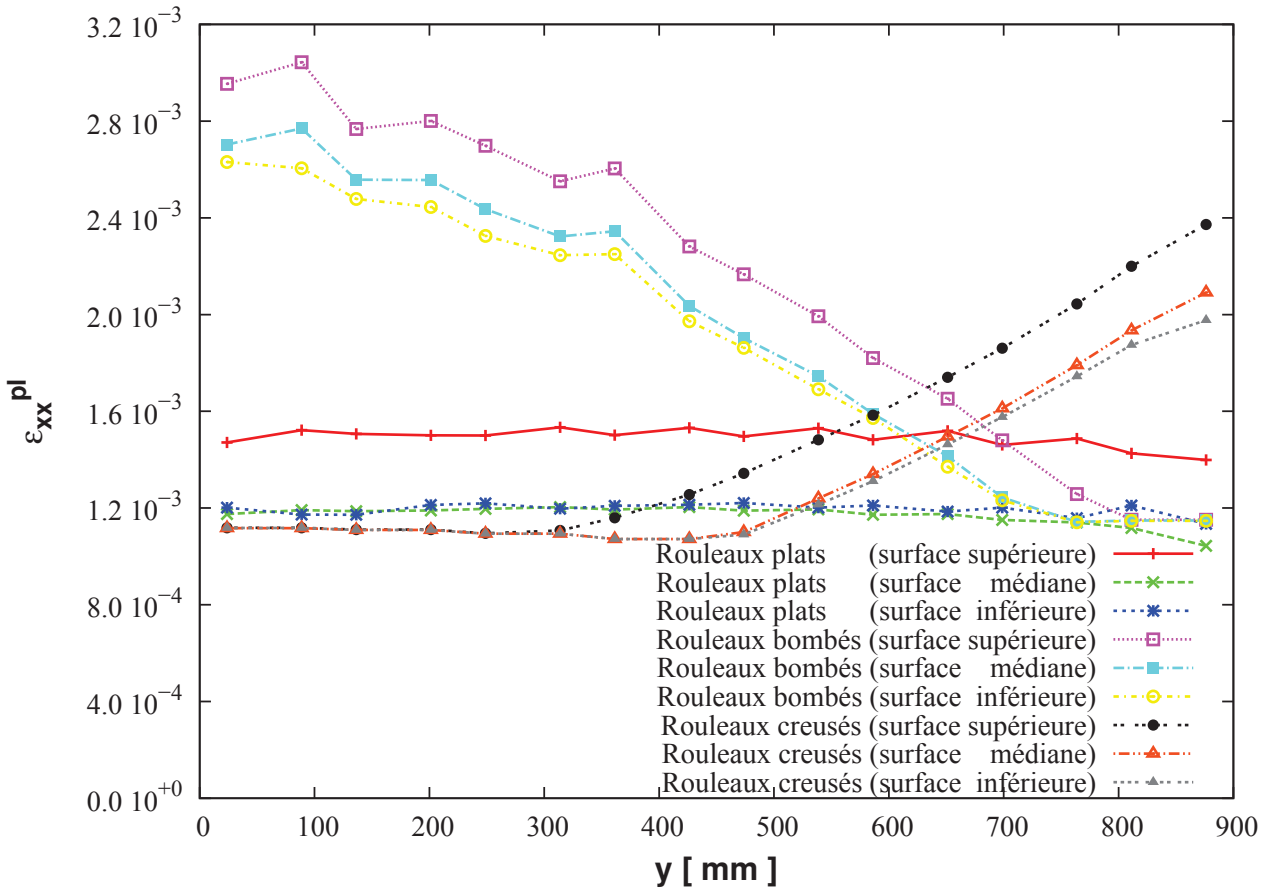


FIG. 5.10 – *Déformation plastique longitudinale dans la largeur après l'étireuse en fonction du profil des rouleaux*

constituée de rouleaux plats induit une plastification des fibres longitudinales plus importante au centre qu'au niveau des rives. Ainsi, cette configuration semble introduire un défaut de planéité de *centre long* dans le produit, mais très faible. La présence de rouleaux bombés augmente ce différentiel d'élongation entre milieu et bord de la bande avec comme conséquence le même type de défaut mais accentué, avec une amplitude bien plus élevée ($80UI$). Au contraire, l'utilisation de rouleaux creusés provoque l'effet inverse. Au fur et à mesure que δR diminue (et que les rouleaux se creusent de plus en plus), on remarque dans un premier temps que la déformation plastique longitudinale tend à s'homogénéiser dans la largeur. Puis dans un second temps, ce sont les fibres des rives qui affichent une valeur de ε_{xx}^{pl} plus importante que leurs voisines du centre. Ce phénomène se traduit par un défaut de planéité de *bords longs*. On illustre ces différentes répartitions de $\varepsilon_{xx}^{pl}\,(z=0)$ en fonction du profil des rouleaux, par la planéité exprimée en *Unités Internationales* sur la figure 5.11.

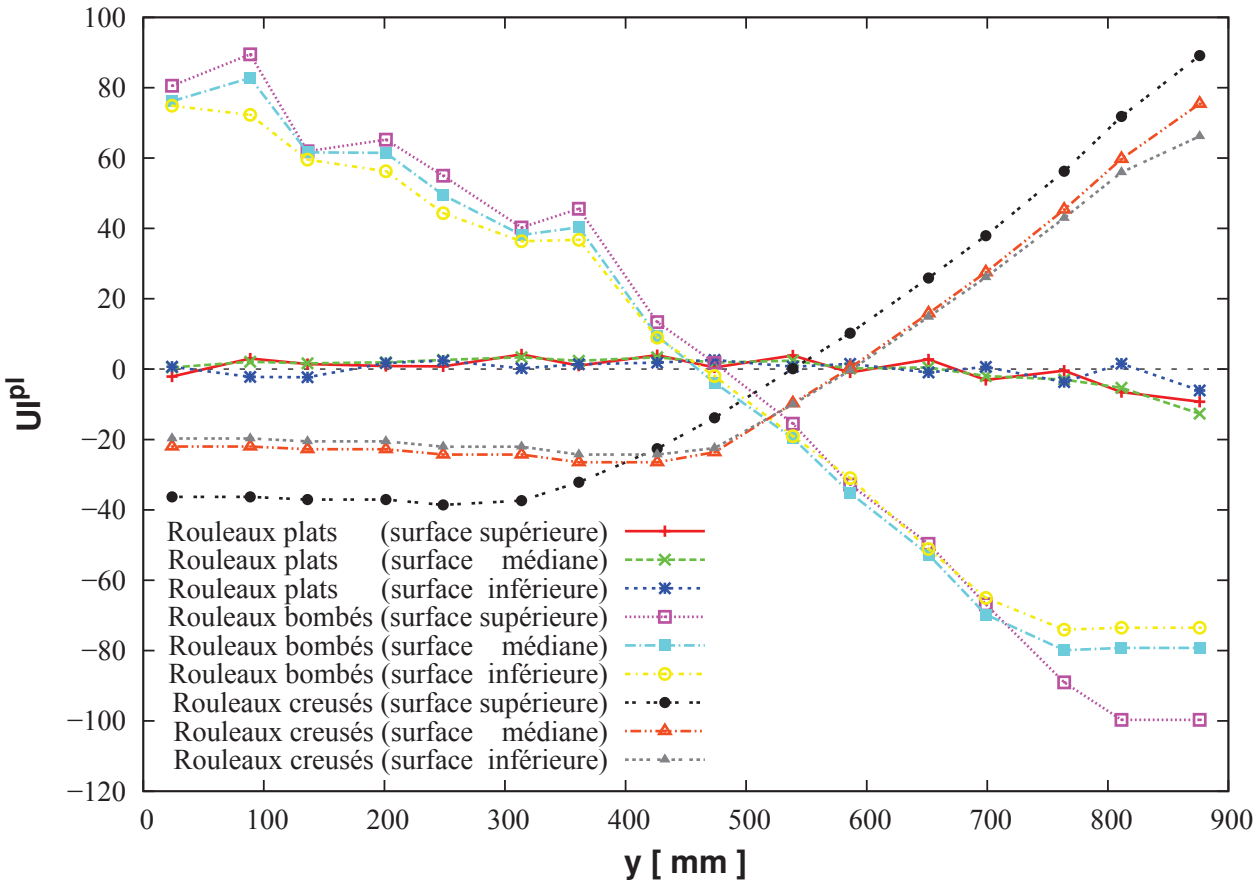
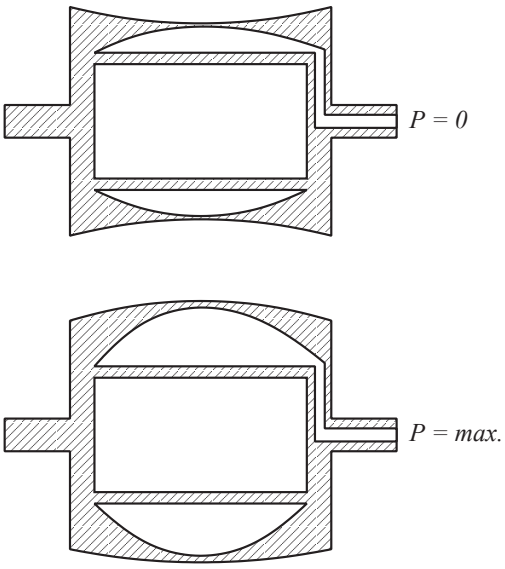


FIG. 5.11 – *Planéité en Unités Internationales dans la largeur après l'étireuse en fonction du profil des rouleaux*

Concrètement, la mise en évidence de ce point peut servir à la correction des défauts de planéité en adaptant la géométrie des rouleaux de l'étireuse au défaut entrant et en allongeant plastiquement les fibres longitudinales courtes appropriées. En pratique, des rouleaux gonflables sont utilisés (Noé, 1999). Grâce à une augmentation de la pression hydraulique, la forme des rouleaux peut être concave, cylindrique ou convexe (voir Fig. 5.12).

Enfin, on s'intéresse à la distribution de la contrainte longitudinale dans la largeur de la tôle en fonction du profil des rouleaux (voir Fig. 5.13). Cette grandeur confirme les premières conclusions quant aux défauts de planéité introduits par le bombé ou le creusé des rouleaux avec la présence de zones de contraintes longitudinales plus faibles. Lors du relâchement, ces régions sont le lieu de forces compressives (au centre avec les rouleaux bombés, près des bords pour les rouleaux creusés) et des phénomènes de flambement peuvent potentiellement y apparaître.



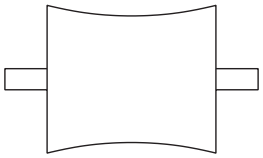
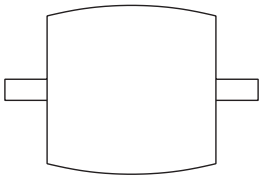
Profil du rouleau	Pression hydraulique	Influence sur la planéité
	0 - 50%	Correction du *centre long*
	50%	Sans effet
	50 - 100%	Correction des *bords longs*

FIG. 5.12 – *Rouleaux gonflables (Noé, 1999)*

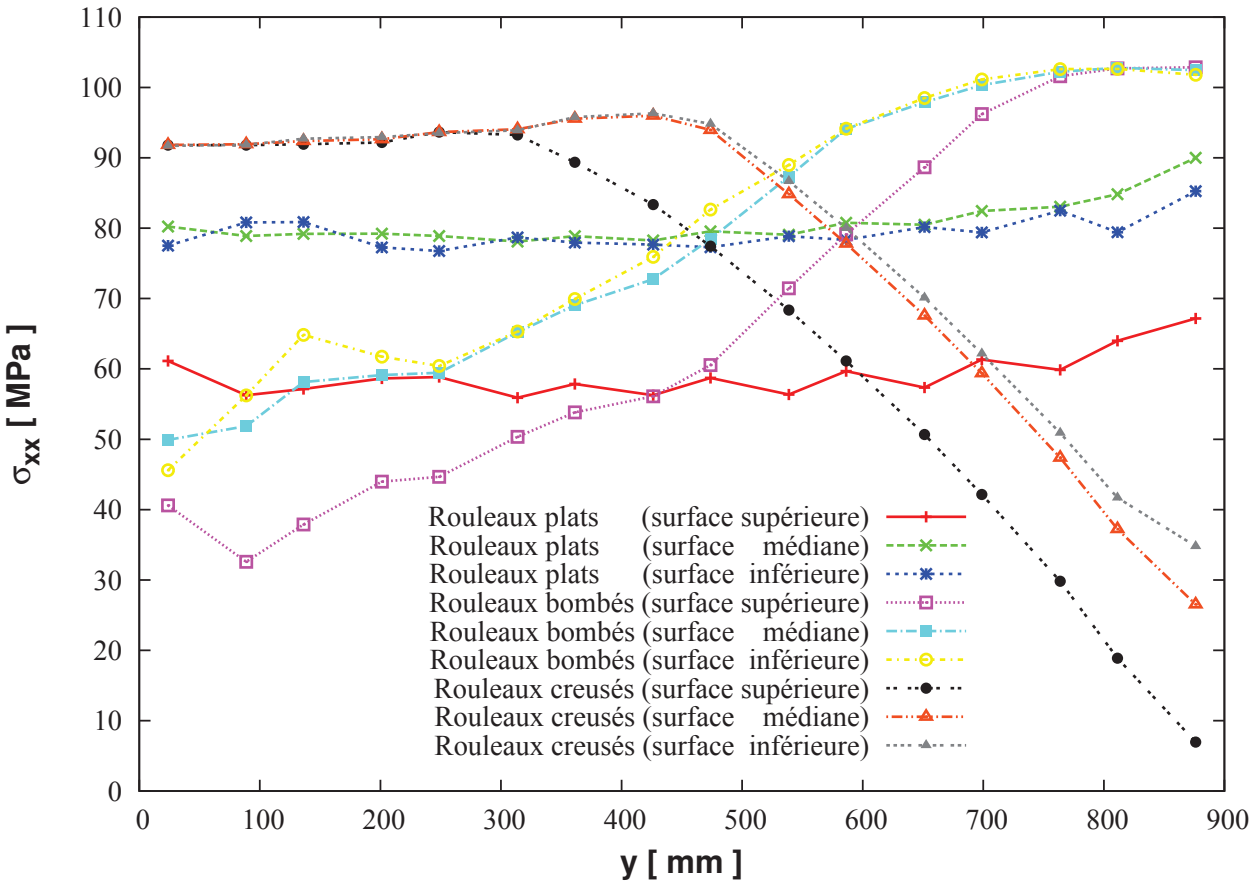


FIG. 5.13 – *Contrainte longitudinale dans la largeur après l'étireuse en fonction du profil des rouleaux*

4 Conclusion

Nous avons proposé une approche alternative pour la modélisation d'une planeuse sous traction pure en décomposant cette machine en deux configurations élémentaires (*bloc en S*). Ces deux parties sont reliées par un transfert des champs résultats de la première (tenseur des contraintes et déformation plastique équivalente) comme conditions initiales de la seconde.

La comparaison des résultats de ce modèle chaîné avec ceux issus de la simulation de l'étireuse complète (voir chapitre 4) a permis de valider cette seconde approche avec le suivi de deux éléments, un près du centre et un près de la rive de la tôle. Ceux-ci présentent des histoires similaires, tant pour la contrainte longitudinale affichée que pour la déformation plastique longitudinale subie. Egalement, les deux méthodes prédisent l'introduction dans la bande d'un défaut de planéité de *centre long* avec des amplitudes comparables, mais faibles ($4UI$ pour les modèles complet et chaîné). Toutefois, les résultats du modèle chaîné montrent des oscillations entre éléments dans la direction transversale et la distribution de $\varepsilon_{xx}^{pl}(z)$ n'est pas homogène dans la partie inférieure de l'épaisseur, comme le prédit un calcul analytique et comme c'est le cas avec le modèle complet. Par ailleurs, le principal avantage de cette simulation alternative réside dans la diminution de la taille du problème,la réduction du temps de calcul (voir Tab. 5.1) et le pilotage en traction, plus aisé que celui en différentiel de rotation des rouleaux.

Tab. 5.1 – *Comparaison des deux modèles de planeuse sous traction pure*

	Modèle complet	**Modèle chaîné**
Noeuds	30 079	$2 \times 4\,675$
Eléments	9 248	$2 \times 1\,432$
Variables	1 068 272	$2 \times 96\,776$
Défilement	$10\,000mm$	$2 \times 6\,000mm$
Temps de calcul	$268\,516s$	$38\,702s + 57\,524s$
Machine utilisée	Serveur de calcul (8 CPus)	Ordinateur de bureau (1 CPu)

Enfin, nous nous sommes intéressés à l'influence du profil des rouleaux de la machine sur la planéité de la bande sortante. Il apparaît que des rouleaux bombés accentuent fortement le *centre long* introduit par les rouleaux plats alors que les rouleaux creusés ont tendance à l'inverser en défaut de *bords longs*. Ce phénomène s'avère utile pour la correction de défauts entrants avec le recours à des rouleaux gonflables, s'adaptant ainsi à la planéité initiale.

Chapitre 6

Etude du relâchement de la traction

Lors des différentes étapes de fabrication des bandes minces d'aluminium telles que le laminage ou le planage, celles-ci sont soumises à des tractions faibles de transport de bande ou à des tractions plus importantes inhérentes à chaque procédé. Ainsi, ces produits apparaissent relativement plats grâce à cette traction, malgré des distributions de contraintes résiduelles dans la largeur et dans l'épaisseur. Comme défini précédemment, on parle alors de planéité latente. Un défaut de forme est susceptible de se manifester lors du relâchement de la traction appliquée à la bande ou bien lors d'une découpe au format par le client. C'est pourquoi, nous étudions dans ce chapitre, cette étape de relâchement des efforts appliqués à la bande, à la sortie de la planeuse sous traction pure. Nous désirons par conséquent vérifier si le champ de contraintes résiduelles présent dans la bande après l'opération de planage peut encore créer des défauts de planéité manifestes ou bien si la réduction de ce champ a été suffisante pour que le produit final reste parfaitement plat (respectant au moins les exigences commerciales).

Dans un premier temps, on présente quelques références de la littérature abordant la problématique de la relation entre planéité et contraintes résiduelles. Dans un second temps, on ajoute une phase de relâchement de la traction aux différents cas simulés au chapitre précédent (étireuse avec des rouleaux profilés, bande entrante avec un défaut initial). En particulier, on s'intéresse à l'évolution des défauts introduits initialement afin d'évaluer la performance de la planeuse sous traction pure en terme de correction de la planéité d'une bande mince.

1 Lien entre contraintes résiduelles et planéité

Tout d'abord, différentes études comme celle de Yuan et Jin (1998) s'intéressent au flambement élastique de plaques minces rectangulaires sous l'action de chargements dans le plan. La méthode de Kantorovich et Krylov (1958), étendue par Kerr (1968), est utilisée pour déterminer numériquement la charge critique de flambement avec une grande précision, en fonction des conditions aux limites appliquées ainsi que du nombre de termes dans la suite approximant le déplacement hors-plan des points de la plaque.

Ensuite, plusieurs travaux successifs ont proposé des modèles semi-analytiques pour prédire le flambement de structures minces soumises à des contraintes résiduelles (Fischer *et al.*, 2003, 2000; Rammerstorfer *et al.*, 2001). Les auteurs considèrent une bande mince chargée par une traction globale ajoutée à une distribution de contraintes longitudinales hétérogène dans la largeur, de moyenne nulle. Cette distribution a soit une expression sinusoïdale, soit une expression polynomiale. Des contraintes compressives sont localisées au niveau des rives ou au centre de la plaque. Ils utilisent l'approche de Ritz pour estimer la contrainte critique et le mode de flambage de la tôle en minimisant l'énergie potentielle totale ϕ du système :

$$\phi = \underbrace{\phi_B}_{flexion} + \underbrace{\phi_M}_{membrane} + \underbrace{\phi_{N_0}}_{traction} \tag{6.1}$$

avec :

$$\phi_B = \frac{K}{2}\int_\Omega \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 - 2\left(1-\nu\right)\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2\right]\right\} \mathrm{d}\Omega \tag{6.2}$$

$$\phi_M = \frac{1}{2}\int_\Omega \left[\left(n_{xx}+N_0\right)\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + n_{yy}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + 2n_{xy}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right] \mathrm{d}\Omega \tag{6.3}$$

$$\phi_{N_0} = -\frac{N_0^2 LB}{2Et} \tag{6.4}$$

Les résultats sont comparés avec une simulation par *Eléments Finis* pour la validation.

Dans un autre article, Friedl *et al.* (2000) étudient cette fois le flambement d'une bande sous l'action d'une tension globale et de conditions aux limites particulières (bords bloqués). En effet, les bords étroits d'une bande sous traction sont bloqués en translation transversale, s'opposant ainsi au rétrécissement latéral dû à l'effet Poisson. Cela engendre des contraintes transversales compressives pouvant déboucher sur la formation de plis. Peu importe le rapport *longueur / largeur*, les auteurs notent toujours la présence de trois ondulations latérales lors d'une modélisation par *Eléments Finis* (voir Fig. 6.1).

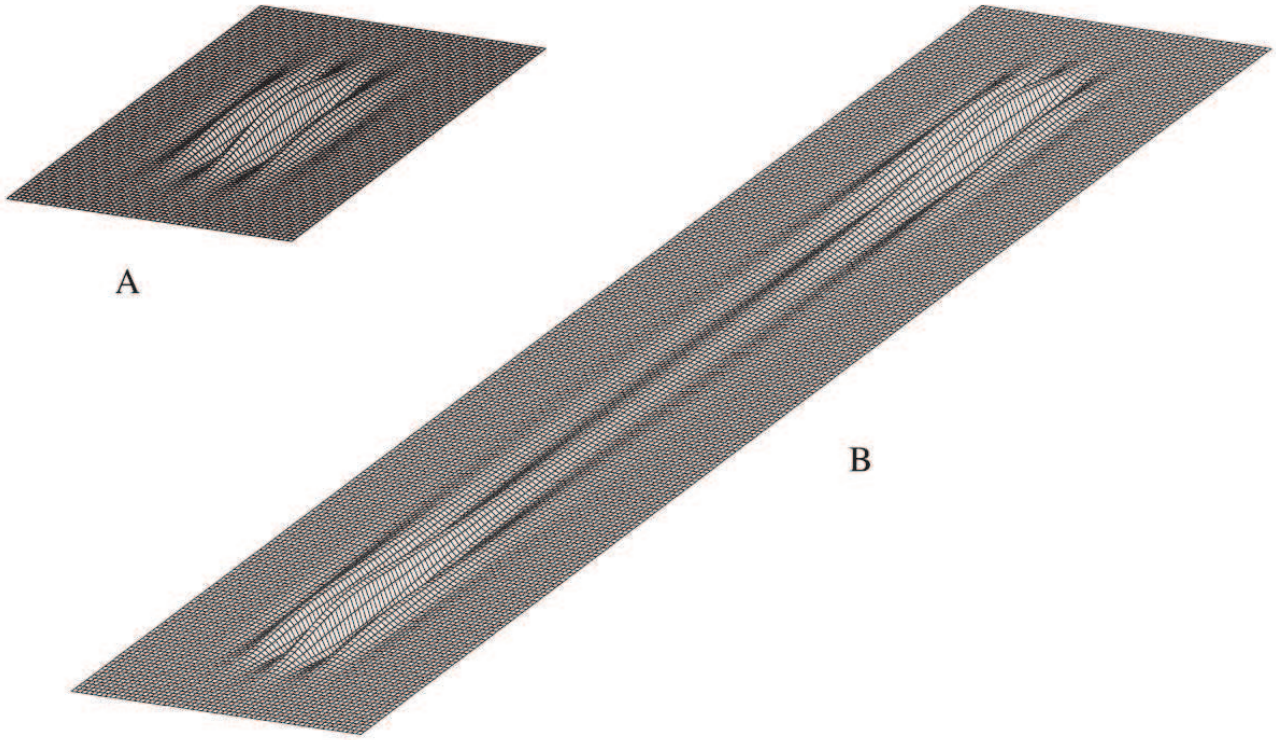
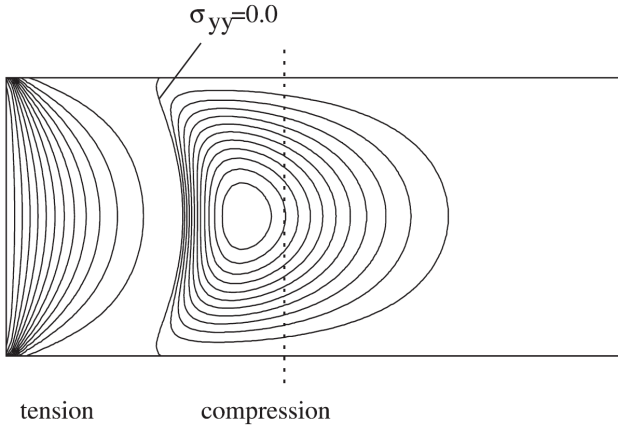
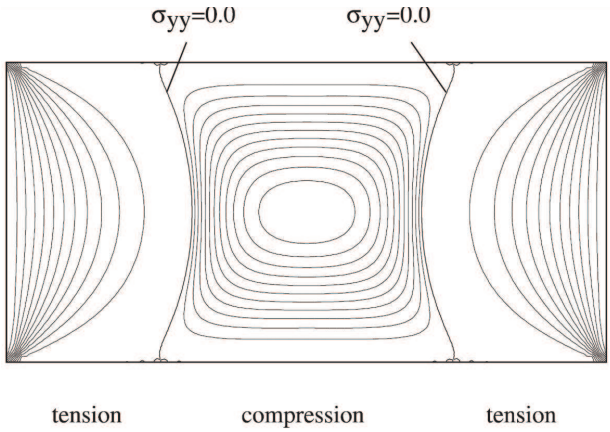


FIG. 6.1 – *Plis engendrés par des contraintes transversales compressives (Friedl et al., 2000)*

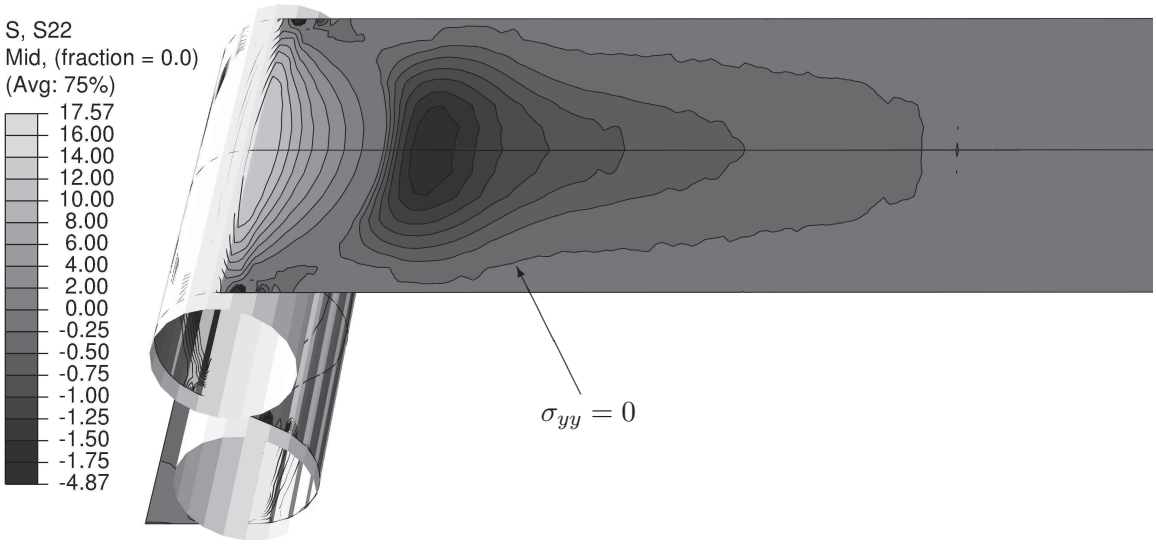
Le cas traité se rapproche de très près de nos simulations puisque, que ce soit pour la configuration élémentaire du *bloc en S* ou pour la planeuse sous traction pure industrielle, nous modélisons une bande mince soumise à une traction globale dont les bords amont (et aval) sont bloqués en translation transversale par le frottement sur les rouleaux. Pour illustrer ceci, on compare les schémas de l'article avec nos résultats numériques sur la figure 6.2 et on observe de grandes similitudes quant aux zones respectives en compression et en traction.



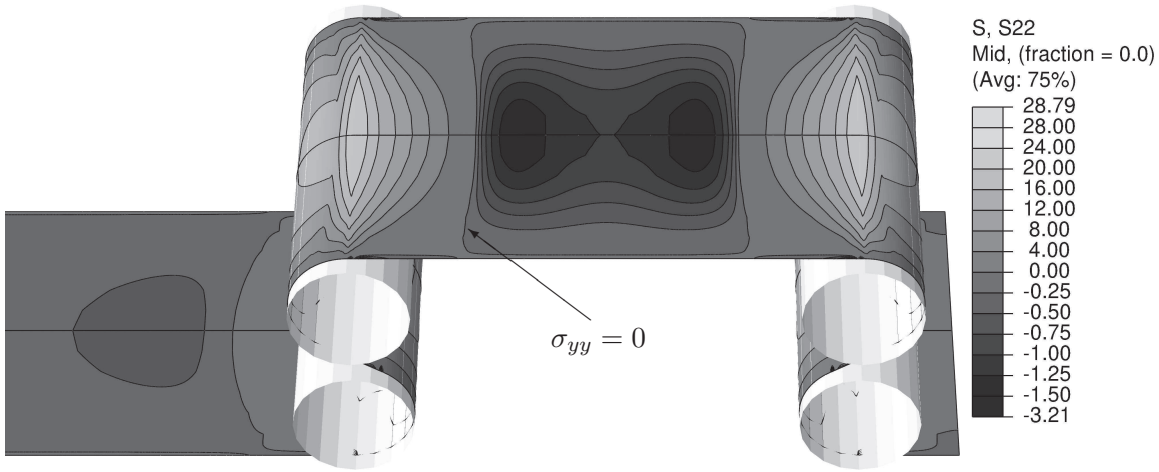
(a) Isovaleurs de σ_{yy} pour $\frac{L}{b} = 7$



(b) Isovaleurs de σ_{yy} pour $\frac{L}{b} = 2$



(c) σ_{yy} pour le *bloc en S*



(d) σ_{yy} pour la planeuse sous traction pure

FIG. 6.2 – *Comparaison des contraintes transversales entre Friedl et al. (2000) et Abaqus/Standard*

Une méthode équivalente consiste à résoudre l'équation linéarisée correspondant à la stationnarité de la fonctionnelle (6.1) :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{N_x}{D}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{6.5}$$

avec w le déplacement hors-plan, $N_x = -e\sigma_{xx}$ l'effort de traction longitudinal et $D = \frac{Ee^3}{12(1-\nu^2)}$ la rigidité en flexion de la plaque.

La solution de cette équation est supposée à variables séparées par Timoshenko et Gere (1961) et de la forme suivante :

$$w\left(x, y\right) = \sin\left(n\pi\frac{x}{l}\right) \times f\left(y\right) \tag{6.6}$$

où l est la longueur de la plaque et n le nombre d'ondes dans la direction longitudinale.

On injecte cette expression dans l'équation différentielle que l'on peut résoudre pour une distribution de contraintes N_x homogène dans la largeur. Lorsque cette distribution est hétérogène, Bush *et al.* (2001) proposent de discrétiser la largeur de la tôle en *bandelettes* sur lesquelles la traction est constante et de résoudre l'équation différentielle en w sur chacun de ces *sous-domaines*. Puis la continuité du déplacement et de ses dérivées (première, deuxième et troisième) entre les différentes zones ainsi que les conditions aux limites permettent de déterminer les constantes d'intégration ainsi que la charge critique et le mode de flambement.

Cependant, pour Fischer, Rammerstorfer, Friedl et Wieser ou Bush, Nicholls et Tunstall, les conditions aux limites sont imposées *a priori* de manière à coïncider avec le profil de contraintes longitudinales dans la largeur et la prévision du défaut qui est censé en résulter.

Pour s'affranchir de ce point, Abdelkhalek (2010) établit dans sa thèse le lien entre le champs seul de contraintes résiduelles au sein des tôles d'acier après laminage et la déformée

post-flambée, sans conditions aux limites particulières. Après un premier calcul avec le logiciel *Lam3/Tec3* fournissant une distribution de contraintes après laminage, il transfère ce champ depuis des éléments solides vers des éléments coques pour ensuite déterminer la charge critique, le mode de flambement ainsi que l'état post-flambé de la tôle en utilisant la Méthode Asymptotique Numérique (*MAN*) (Cochelin *et al.*, 2007). Cette dernière est un outil de calcul utile pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles non linéaires qui régissent de nombreux problèmes de mécanique. Les approximations tangentes classiques sont ici remplacées par des séries entières tronquées à un ordre relativement élevé. Un avantage de cette méthode est de permettre un pilotage automatique *a posteriori* de la longueur du pas de continuation. Ces méthodes génèrent également des gains importants en temps de calcul puisqu'une seule inversion de matrice permet de décrire un grand morceau de la branche de solution. Elles sont bien adaptées aux problèmes avec présence d'instabilités.

Pour notre étude, on décide de poursuivre les simulations effectuées au chapitre 4 sur la planeuse sous traction pure. Après le défilement d'une certaine longueur de bande, on récupère le champ de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}(x, y, z)$ dans la zone Ω considérée comme stabilisée où les grandeurs dépendent essentiellement de y et z, mais faiblement de x. On moyenne alors nos résultats dans la direction longitudinale de manière à obtenir une distribution $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(y, z)$ telle que :

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(y, z) = \frac{1}{\Omega} \int_{l_\Omega} \underline{\underline{\sigma}}(x, y, z) \, \mathrm{d}x \tag{6.7}$$

avec l_Ω la longueur de la zone Ω.

Pour effectuer cette étape de relâchement de la traction de la bande d'aluminium ($76MPa$), nous disposons de deux outils (logiciel commercial *Abaqus/Standard* et programme développé par Abdelkhalek (2010) basé sur la *MAN*) et nous comparons les prédictions de déformée en fonction des conditions aux limites imposées.

2 Comparaison des déformées de la bande obtenues par le modèle complet et par le modèle chaîné

La déformée de la bande obtenue après l'étape de relâchement dépend des conditions aux limites appliquées aux différents bords de la tôle considérée. C'est pourquoi on teste deux types de conditions, le second présentant plus de liberté que le premier (voir Fig. 6.3).

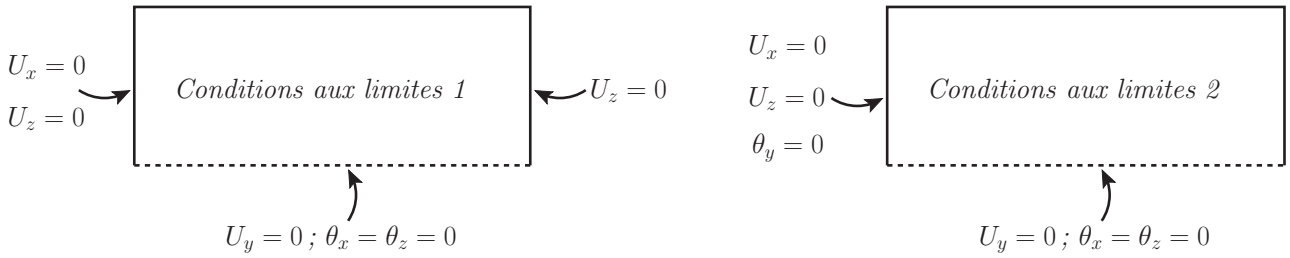


FIG. 6.3 – *Conditions aux limites appliquées à la demi-largeur de tôle avant d'effectuer le relâchement de la traction*

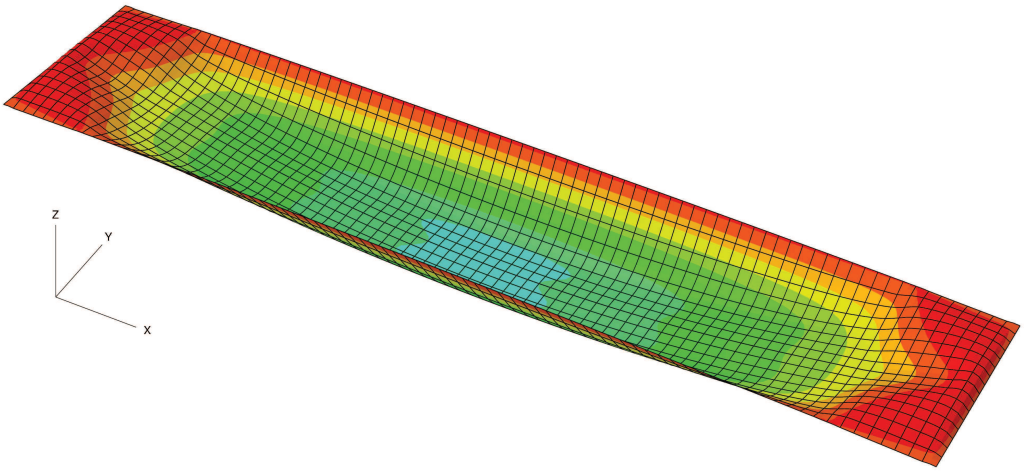
2.1 Modèle complet

Tout d'abord, avec le logiciel commercial *Abaqus/Standard*, on injecte le champ de contraintes $\underline{\tilde{\sigma}}(y,z)$ au sein d'une bande d'aluminium de largeur $b = 1\,800mm$ et de longueur égale à cinq fois sa largeur. On détermine ensuite le mode de flambement de la structure correspondant au relâchement de la traction appliquée. Une fraction de la géométrie obtenue est introduite dans la bande et la déformée post-flambée est déterminée en diminuant la traction par un pilotage en longueur d'arc.

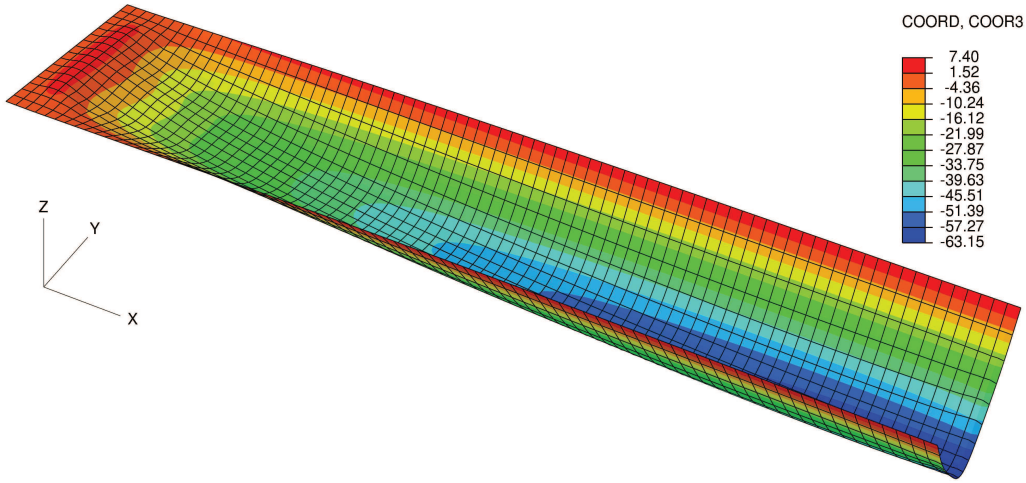
On regroupe sur la figure 6.4 les déformées de la demi-largeur [1] de bande correspondant à chacune des conditions aux limites. Un facteur d'échelle de 15 est utilisé sur l'axe (Oz) pour faciliter la visualisation de la déformée.

Tout d'abord, plus la tôle est contrainte au niveau de ses bords, plus il est aisé d'effectuer l'étape de relâchement, même si elle ne va pas à son terme $(99,6\%)$. Alors que pour des bords relativement libres, on n'a pas pu obtenir qu'un relâchement de $98,4\%$ des $76MPa$ appliqués.

1. Pour une meilleure visualisation, la bande est représentée dans son entière largeur mais la simulation est bien effectuée sur une demi-largeur, avec prise en compte de la symétrie comme condition aux limites sur la ligne du centre.



(a) Conditions aux limites 1 (relâchement à $99,6\%$)



(b) Conditions aux limites 2 (relâchement à $98,4\%$)

FIG. 6.4 – *Déformées de la bande après relâchement de la traction avec Abaqus/Standard (modèle complet, facteur d'échelle sur* $(Oz) = 15$*)*

Ensuite, contrairement aux prédictions de la fin du chapitre 4, on n'observe ni défaut de fibres non-développable de *centre long*, ni défaut développable de *cambrure* négative. Pour les deux types de conditions aux limites, les déformées de la bande présentent un défaut global. En effet, ce dernier ne dépend pas de la longueur de tôle choisie : il a la même forme pour une longueur égale à deux, trois ou cinq fois la largeur. Les déformées affichent plutôt une *tuile* (clairement visible sur la figure 6.4(b) mais un peu contrariée sur la figure 6.4(a) à cause des bords amont et aval bloqués en translation verticale). Pour expliquer cela, on représente la répartition de la déformation plastique transversale ε^{pl}_{yy} dans l'épaisseur sur la figure 6.5.

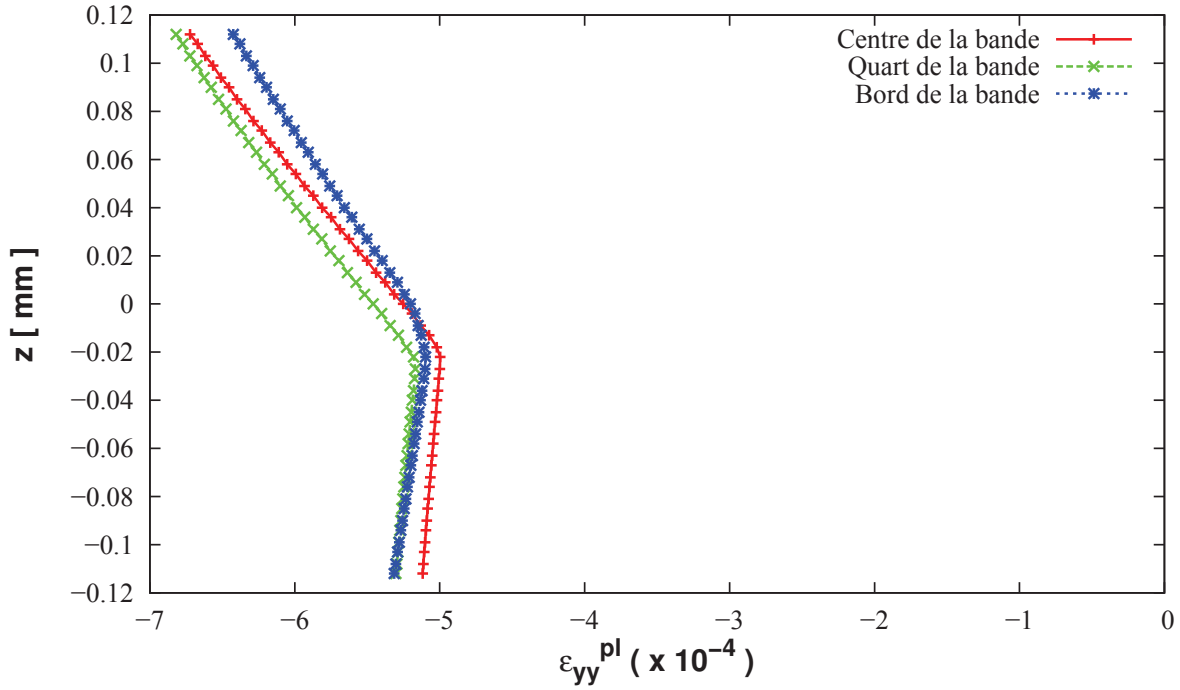


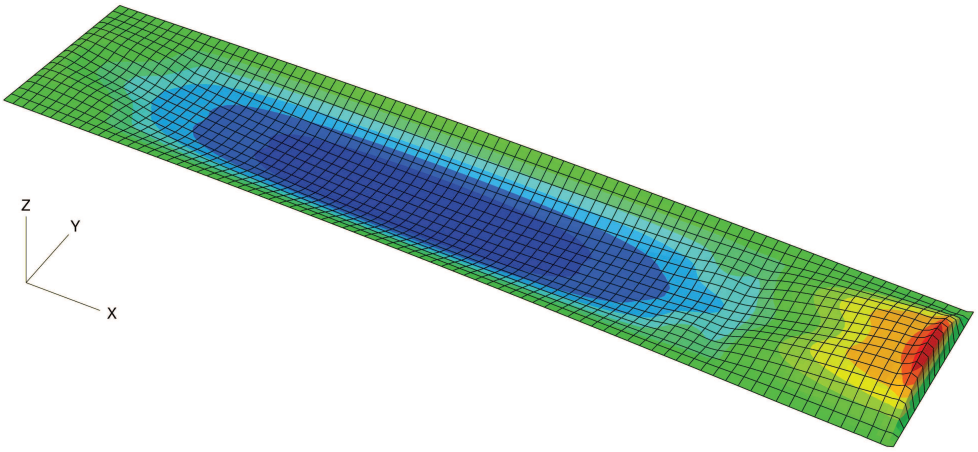
FIG. 6.5 – *Déformation plastique transversale dans l'épaisseur après l'étireuse*

On voit que les fibres transversales supérieures ont été plus rétrécies que celles de la moitié inférieure. Par conséquent, un défaut de *tuile* peut effectivement se manifester dans le sens décrit sur la figure 6.4. On relève une déflection de $70,45mm$ sur la demi-largeur de $1\,800mm$, ce qui représente une *tuile* de $39,14mm.m^{-1}$. C'est une valeur « usuelle »et on peut considérer que la bande finale est plane, en sortie de la planeuse sous traction pure.

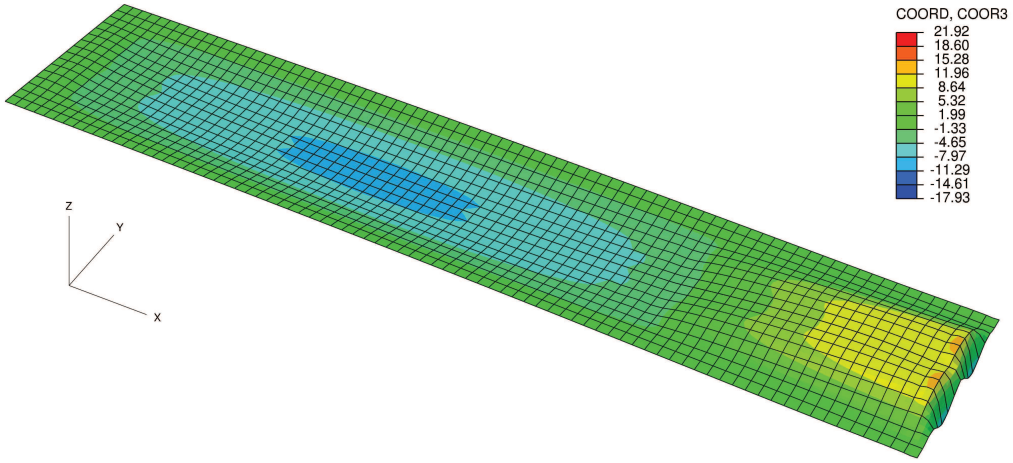
La seconde approche consiste à utiliser le modèle *Eléments Finis* de flambage sous contraintes résiduelles développé par Abdelkhalek (2010) dans sa thèse. La bande métallique y est discrétisée par des éléments coques, à interpolation quadratique, proposés par Büchter *et al.* (1994). Le calcul est effectué en quatre étapes :

- application d'une pré-tension à la bande, pour augmenter la rigidité mais surtout pour approcher les conditions réelles en sortie de laminage ou de planage,
- détermination des modes de flambage par introduction d'un champ de contraintes résiduelles (ce champ est multiplié par λ^{res} qui varie de 0 à λ_c avec λ_c la valeur critique correspondant au premier mode),

- calcul du post-flambement de la tôle pré-tendue (dans laquelle une fraction du mode de flambage établi précédemment est introduit comme défaut géométrique initial) sous l'effet du champ de contraintes résiduelles,
- relâchement de la traction appliquée à la structure pour obtenir l'état déformé ainsi que les contraintes. Cela correspond à l'état après découpe de la bande au format chez le client par exemple.



(a) Conditions aux limites 1 (relâchement à $98,0\%$)



(b) Conditions aux limites 2 (relâchement à $97,2\%$)

FIG. 6.6 – *Déformées de la bande après relâchement de la traction avec la MAN (modèle complet, facteur d'échelle sur $(Oz) = 15$)*

Lorsque nous avons introduit le champ de contraintes résiduelles issu de la simulation de l'étireuse, nous n'avons pas pu déterminer de mode de flambement au cours de l'étape 2. Ainsi, le défaut géométrique initial introduit à l'étape 3 dans la tôle est nul et cette dernière est plate.

Le défaut ne se manifeste alors qu'à la fin de l'étape 4. On étudie l'étape de relâchement avec les mêmes conditions aux limites que celles énoncées sur la figure 6.3 et les déformées obtenues avec cette méthode sont dessinées sur la figure 6.6.

La simulation de l'étape de relâchement de la traction avec la *MAN* permet de retrouver la même déformée que celle obtenue avec *Abaqus/Standard* pour les conditions aux limites 1. Simplement, la décroissance de la traction est allée moins loin que précédemment et l'amplitude de la poche centrale s'en ressent. Pour le second type de conditions aux limites, malgré la liberté complète du bord aval de la tôle, on ne retrouve pas la tuile de la figure 6.4(b).

2.2 Modèle chaîné

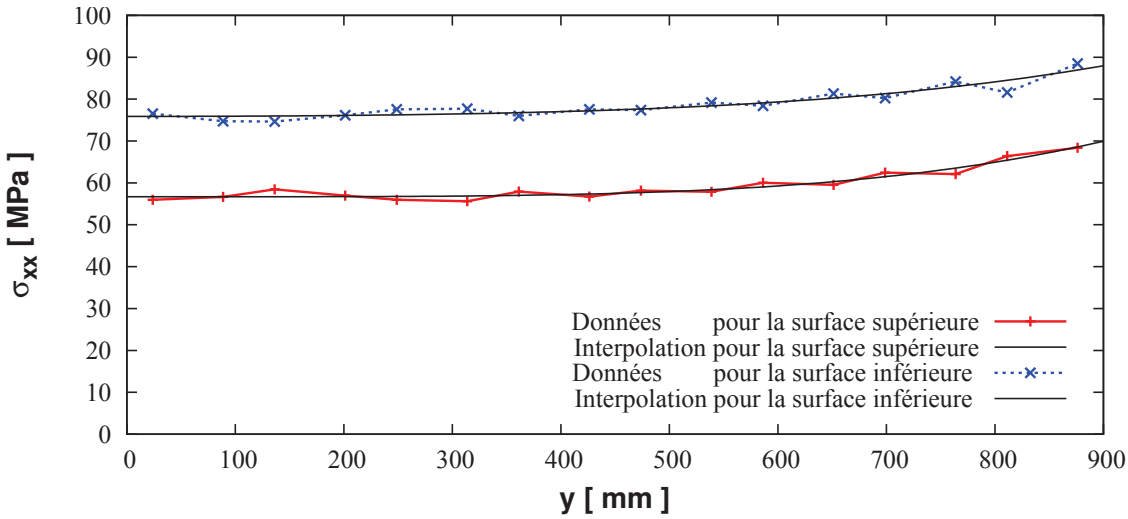
A présent, on s'intéresse au tenseur des contraintes issu de la simulation de la planeuse sous traction pure avec un modèle chaîné de deux *blocs en S*, reliés par un transfert de contraintes et déformation plastique équivalente. La figure 5.6(b) montrait la répartition de la composante longitudinale dans la demi-largeur de la bande. La grandeur oscille d'un élément à l'autre, par rapport aux courbes de la figure 4.18(b). On se propose donc d'interpoler les différentes composantes du tenseur de contraintes par des fonctions polynomiales en y au niveau de chaque surface dans l'épaisseur selon les formes suivantes qui tiennent compte de la parité :

$$\tilde{\sigma}_{xx}(y,z) = \sum_{i=0}^{n_{xx}} \alpha_i(z)\, y^{2i} \quad ; \quad \tilde{\sigma}_{yy}(y,z) = \sum_{i=0}^{n_{yy}} \beta_i(z)\, y^{2i} \quad ; \quad \tilde{\sigma}_{xy}(y,z) = \sum_{i=0}^{n_{xy}} \gamma_i(z)\, y^{2i+1} \tag{6.8}$$

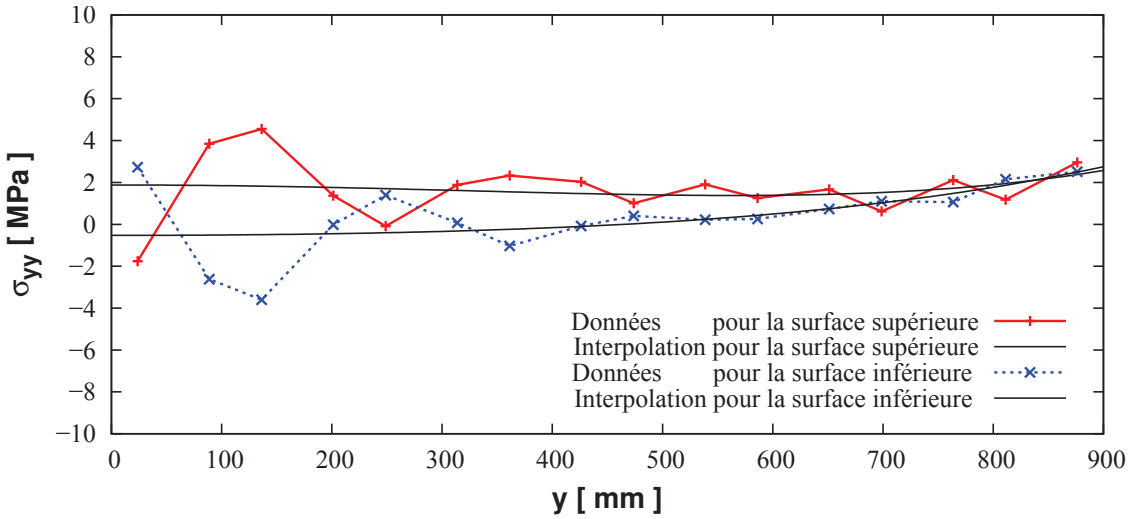
La procédure d'interpolation est effectuée avec *Matlab* et après quelques tests, on choisit :

$$n_{xx} = n_{yy} = n_{xy} = 2 \tag{6.9}$$

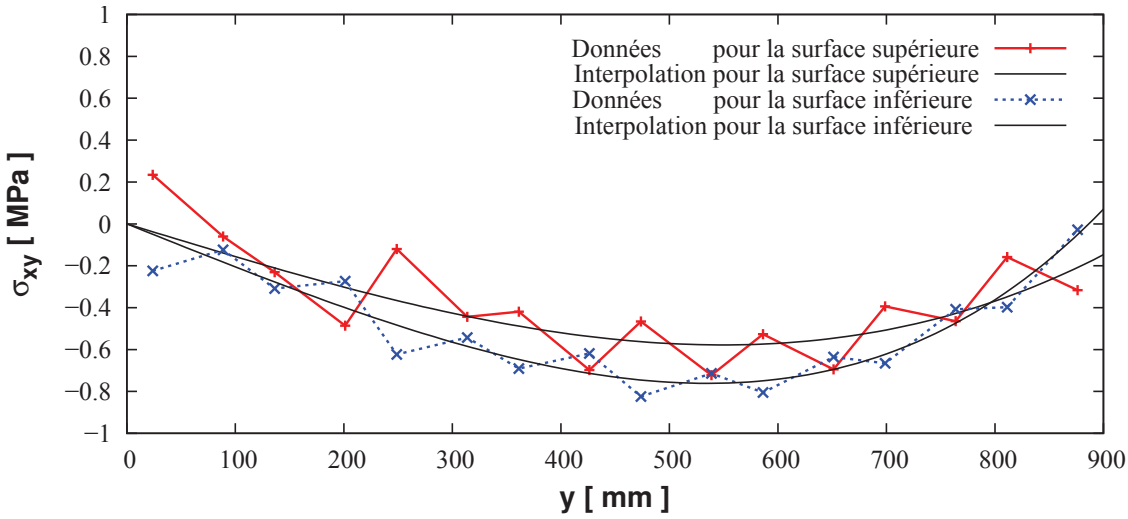
La figure 6.7 illustre comment le tenseur de contraintes résultat de la simulation numérique est interpolé par des fonctions polynomiales paires ou impaires. Seules les grandeurs aux niveaux de la surface inférieure et de la surface supérieure de l'épaisseur sont représentées pour ne pas surcharger la visualisation. On injecte ainsi ce tenseur « lissé » dans la bande d'aluminium avant de procéder au relâchement de la traction appliquée avec *Abaqus/Standard* et avec la *MAN*.



(a) Contrainte longitudinale

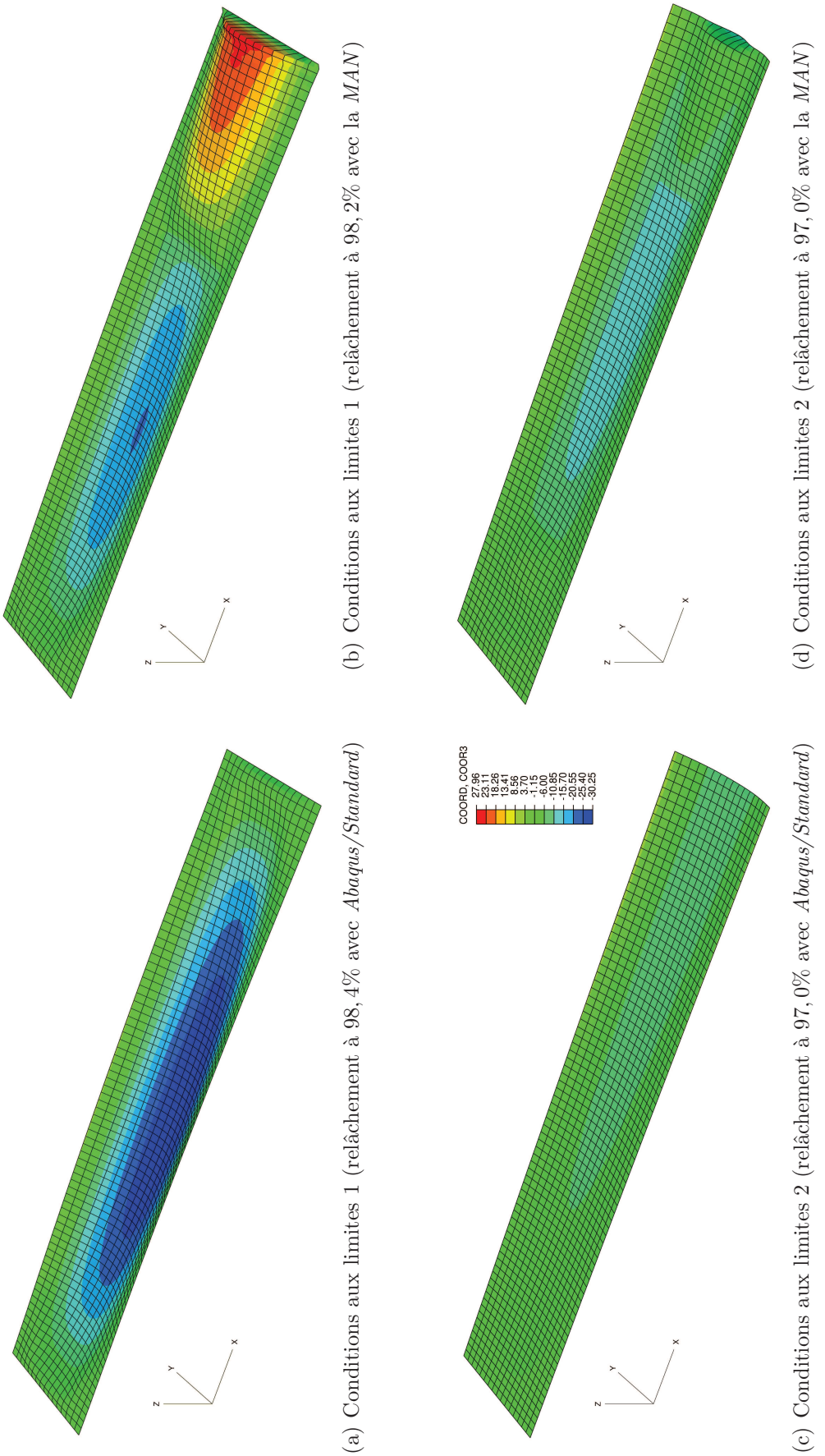


(b) Contrainte transversale



(c) Cisaillement longitudinal-transversal

FIG. 6.7 – *Interpolation des contraintes issues du modèle chaîné par des fonctions polynomiales*



(a) Conditions aux limites 1 (relâchement à $98,4\%$ avec *Abaqus/Standard*)

(b) Conditions aux limites 1 (relâchement à $98,2\%$ avec la *MAN*)

(c) Conditions aux limites 2 (relâchement à $97,0\%$ avec *Abaqus/Standard*)

(d) Conditions aux limites 2 (relâchement à $97,0\%$ avec la *MAN*)

FIG. 6.8 – *Déformées de la bande après relâchement de la traction en fonction de la méthode utilisée (Abaqus/Standard ou MAN) et des conditions aux limites appliquées (facteur d'échelle sur* $(Oz) = 15$*)*

On observe alors des déformées similaires entre les deux approches sur la figure 6.8, mais également avec celles déduites du modèle complet. Cependant, la tuile relevée sur la figure 6.8(c) est moins marquée que pour le modèle complet. Cela est sans doute dû au fait que le relâchement est allé un peu moins loin.

Finalement, nous n'avons vu ni défaut de fibres de *centre long*, ni défaut de courbure de *cambrure*. Seul un début de défaut global est visible. Cela s'explique par le fait que les écarts de contraintes résiduelles entre zones compressives et régions avec traction ne sont pas suffisamment importants. Mais également, comme le remarque Abdelkhalek (2010), le profil de la contrainte longitudinale dans la largeur est trop étalé pour manifester un défaut non-développable. Afin d'observer un *centre long*, il faudrait une répartition plus localisée au milieu de la tôle (voir Fig. 6.9).

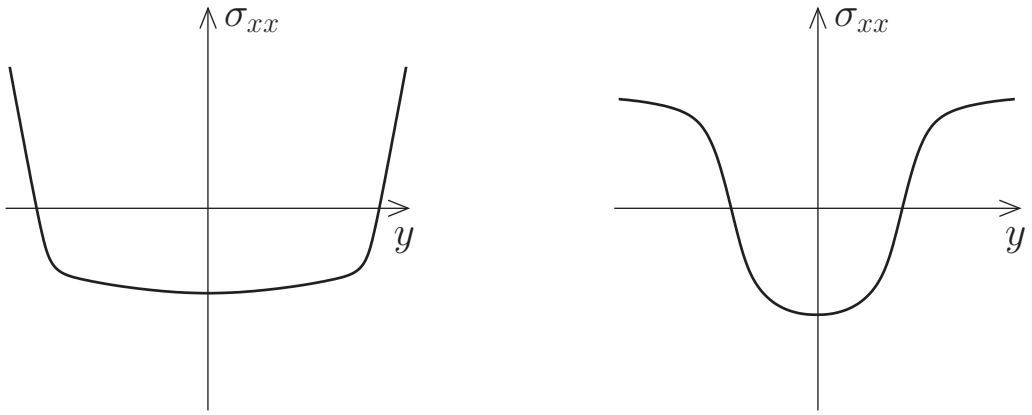


FIG. 6.9 – *Schémas de distribution de contrainte longitudinale dans la largeur pouvant engendrer (à droite) ou non (à gauche) un défaut de centre long (Abdelkhalek, 2010)*

3 Déformée de la bande après passage dans une étireuse avec des rouleaux profilés

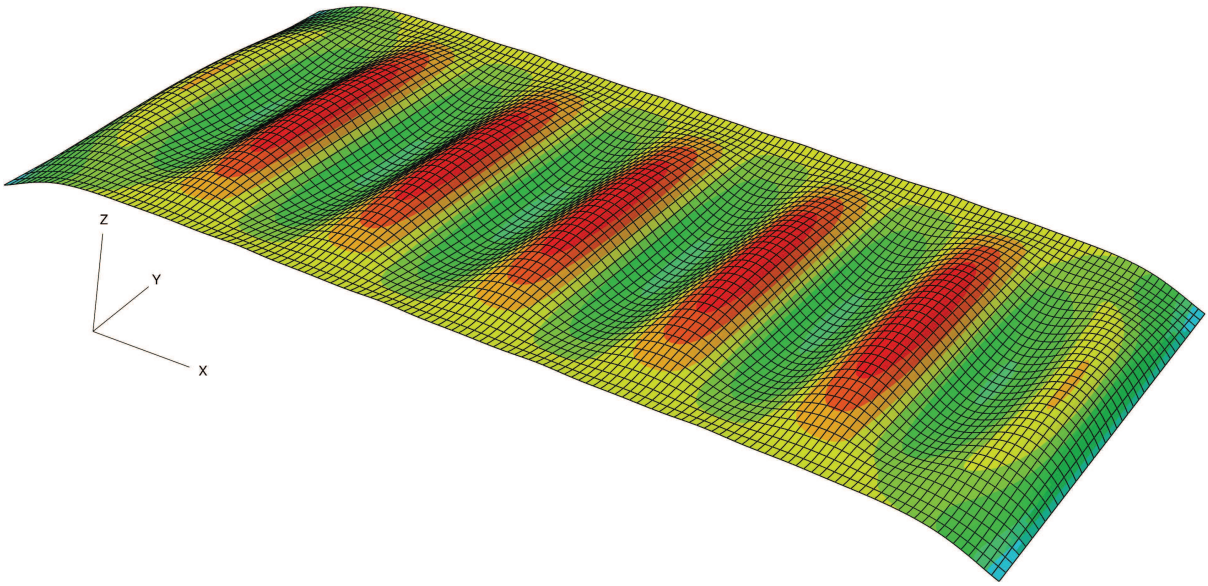
Après avoir considéré des rouleaux avec des profils paraboliques dans la direction transversale au chapitre 5, nous avons remarqué que la répartition de la déformation plastique dans la largeur est fortement influencée par ce paramètre. En effet, selon le caractère bombé ou creusé des rouleaux, la bande présente en sortie des défauts potentiels très importants, de *centre long* ou de *bords longs* selon le signe de δR. On considère donc à présent les tenseurs de contraintes issus de ces simulations et nous désirons vérifier si le défaut prédit à partir de $\varepsilon_{xx}^{pl}(y)$ se retrouve bien dans la déformée de la bande, après relâchement de la traction appliquée.

On se contente cette fois d'une longueur de la bande égale à deux fois sa largeur. Grâce à l'interpolation des contraintes par des fonctions polynomiales, on peut utiliser un maillage plus dense pour améliorer la description des ondulations de flambement. On utilise 144 éléments longitudinaux et 18 éléments transversaux.

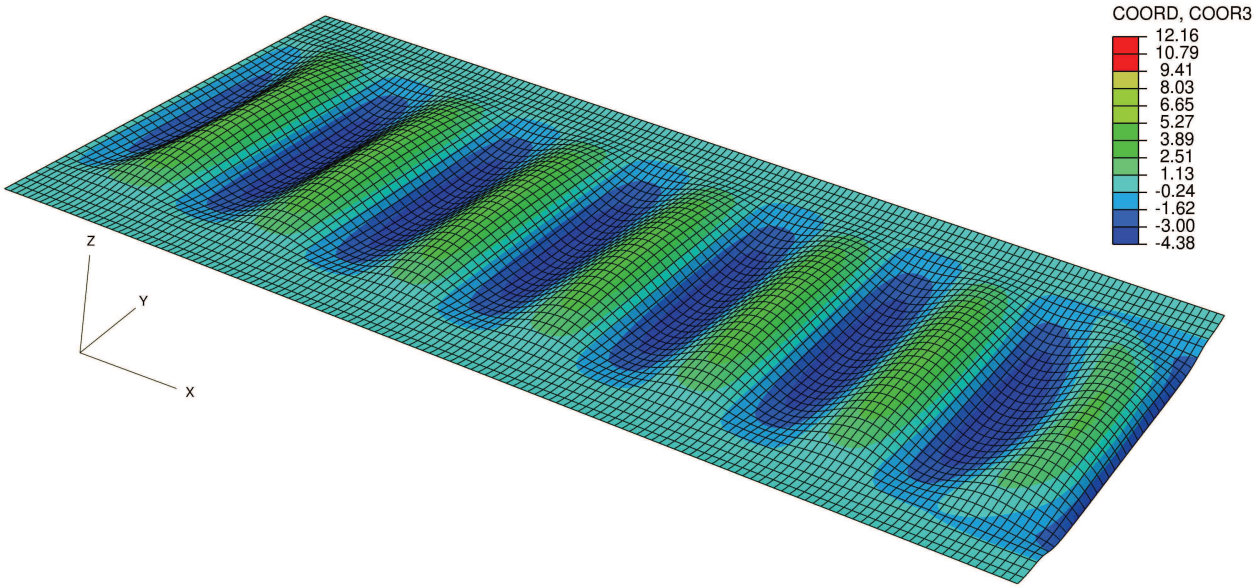
3.1 Planeuse sous traction pure avec des rouleaux bombés

De même que précédemment, on représente sur la figure 6.10 les déformées des bandes après le relâchement de la traction effectué uniquement avec *Abaqus/Standard* (on n'utilise pas la seconde approche basée sur la *MAN* dans ce paragraphe à cause de la perturbation au niveau du bord aval).

On a vu qu'une étireuse à rouleaux parfaitement cylindriques introduit un défaut de *centre long* de faible amplitude ($< 4UI$) dans la bande, à partir de la répartition de la déformation plastique longitudinale dans la largeur. Néanmoins, après suppression de la traction, la déformée de la tôle reste plate ou présente un défaut global de *tuile*. A présent, avec des rouleaux bombés, le défaut de fibres est plus important et les déformées montrent clairement des ondulations dans la zone centrale de la bande.



(a) Conditions aux limites 1 (relâchement à 100%)



(b) Conditions aux limites 2 (relâchement à $97,8\%$)

FIG. 6.10 – *Déformées après relâchement de la traction de la bande passée par une planeuse sous traction pure avec rouleaux bombés (facteur d'échelle sur $(Oz) = 15$)*

Du fait de la forte différence de plastification des fibres longitudinales du centre par rapport à celles des rives (*centre long* de $80UI$), le relâchement de la traction appliquée à la bande provoque facilement des instabilités de flambement au milieu de la tôle. Dans cette zone, on

note la présence de 7 ondulations réparties sur la longueur, d'amplitude environ égale à $9mm$. On s'intéresse plus précisément aux déformées des fibres du centre et du bord (voir Fig. 6.11).

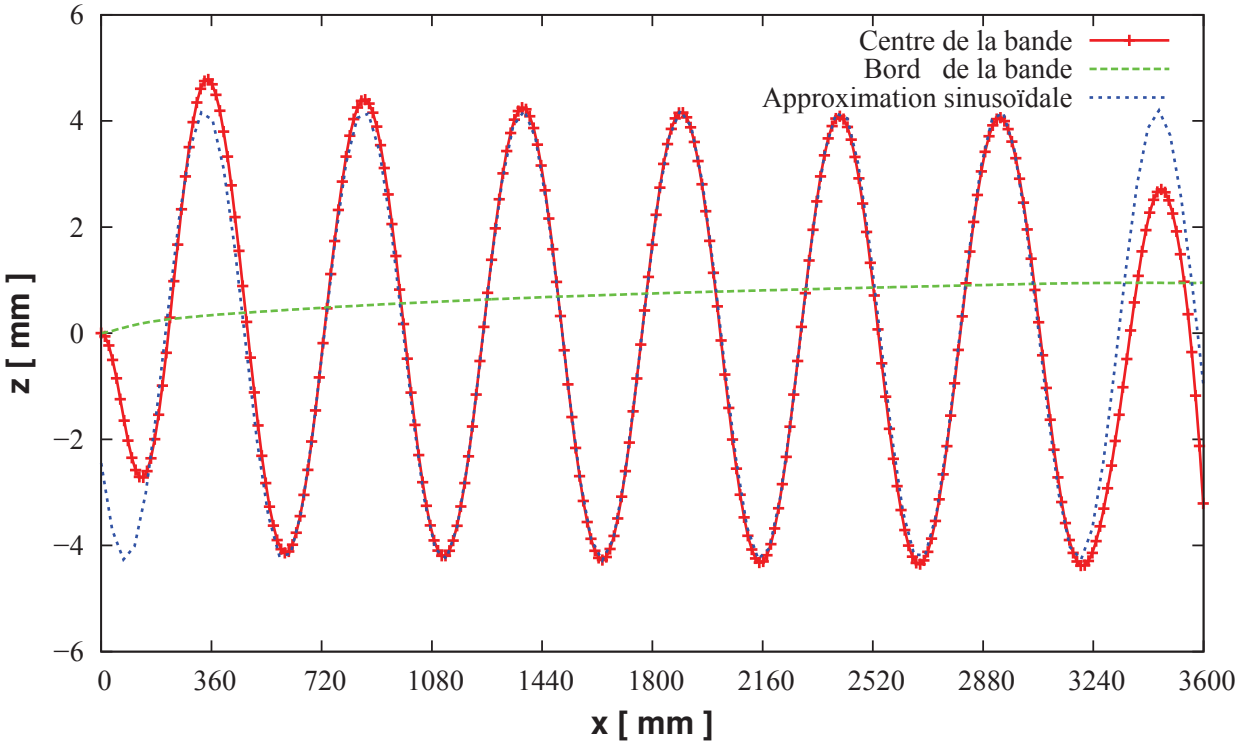


FIG. 6.11 – *Déformées du centre et du bord de la bande après l'étireuse avec des rouleaux bombés*

Entre $x = 610mm$ et $x = 3\,210mm$, on approxime la déformée de la fibre longitudinale du centre de la bande par une sinusoïde sous la forme suivante :

$$z_0 + \frac{A}{2}\ \sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda} + \varphi\right) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} A = -8,483mm \quad \text{et} \quad \lambda = 518,717mm \\ z_0 = -0,038mm \quad \text{et} \quad \varphi = \ 0,604 \end{cases}, \tag{6.10}$$

ce qui correspond à un défaut de planéité de $65,98UI$. On s'approche bien de la valeur calculée par la distribution $\varepsilon_{xx}^{pl}(y)$. L'écart entre les deux prédictions de planéité en *Unités Internationales* s'explique par la traction restante dans la bande (relâchement effectué à $97,8\%$).

On s'intéresse enfin à la distribution de la contrainte longitudinale dans la largeur de la bande. A la sortie de la planeuse, et avant l'étape de relâchement de la traction, on observe sur la figure 6.12 des écarts importants entre les zones de traction et celles de compression. Par exemple, au niveau de la surface médiane, $\Delta\sigma_{xx} = 52MPa$. La réduction quasiment totale de la traction aval et le flambement des fibres longitudinales du centre qui en découle diminue de manière significative cette différence de contrainte qui chute à $7MPa$.

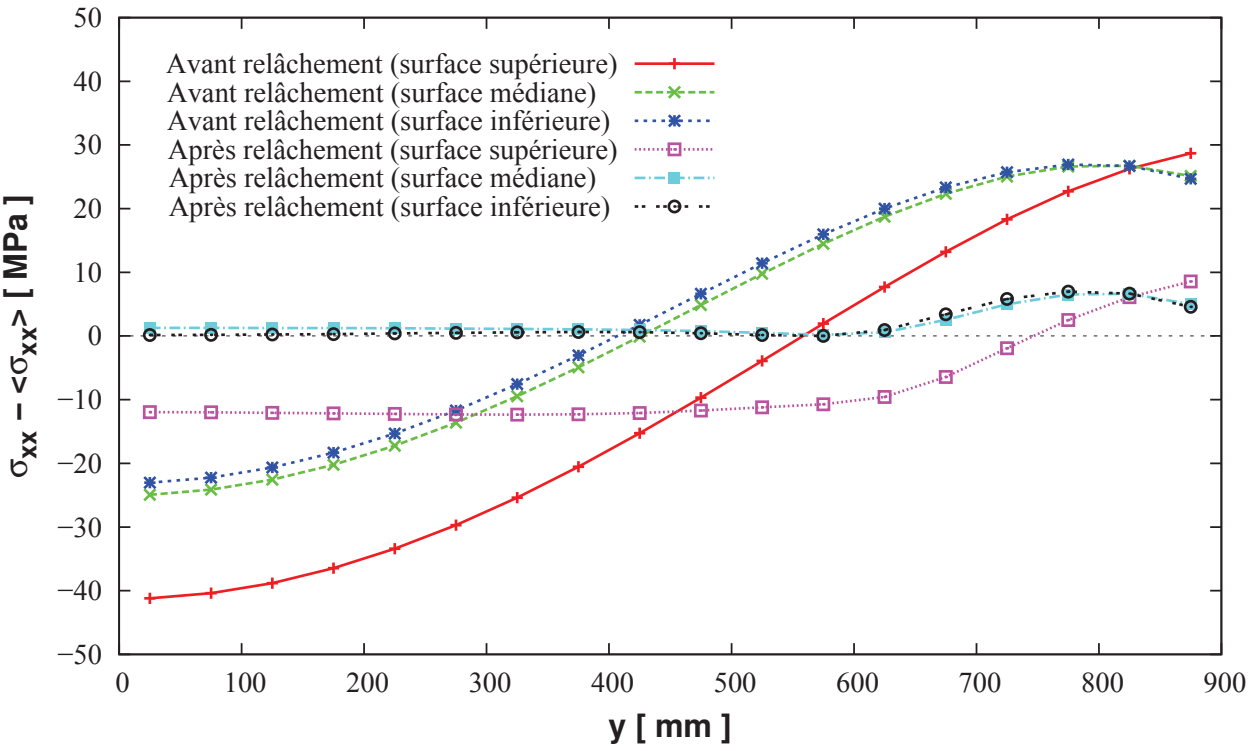
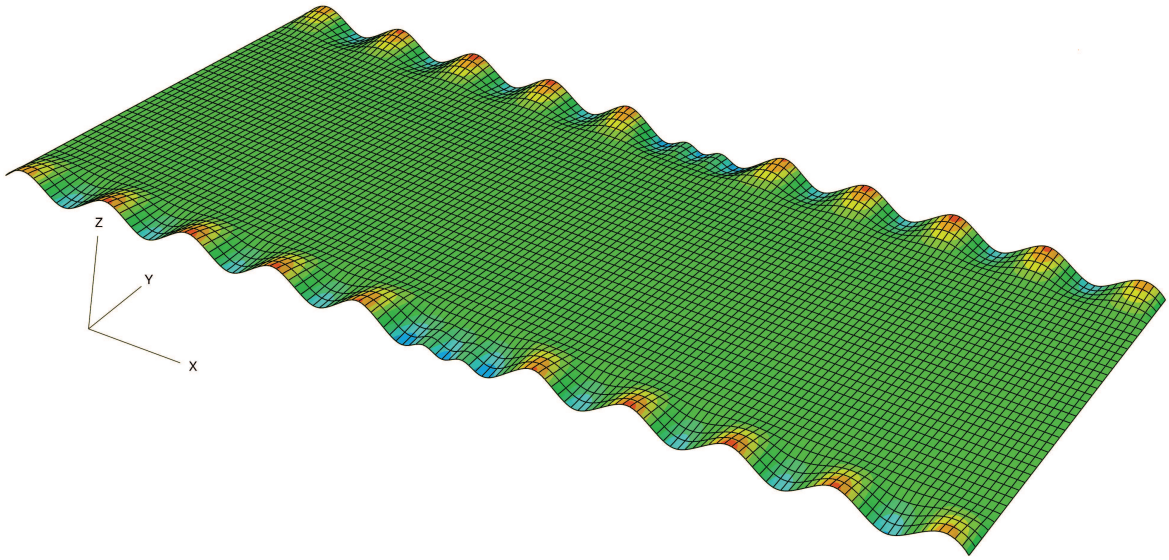


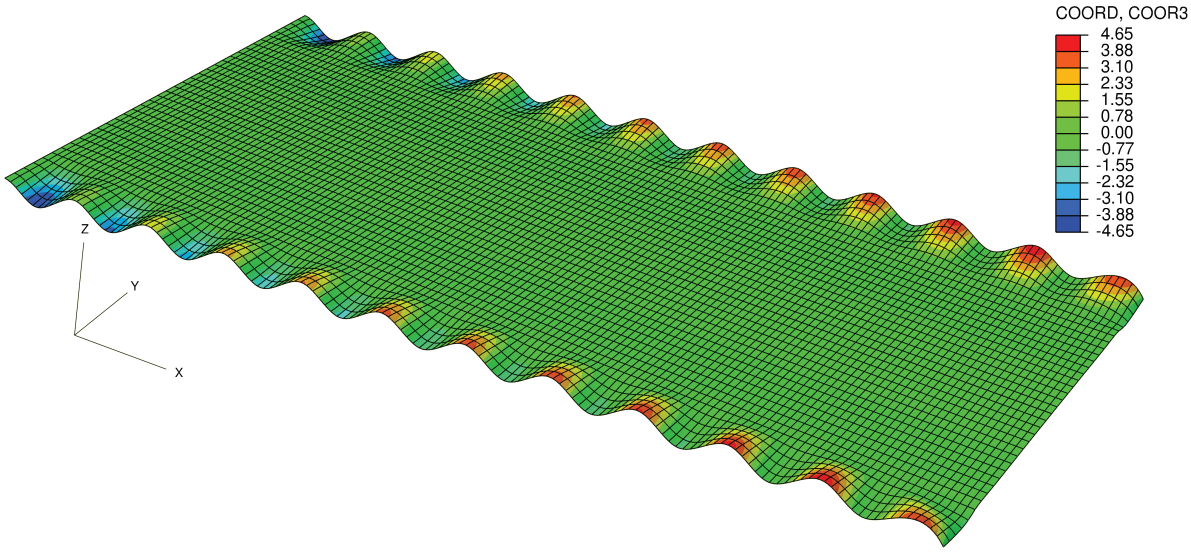
FIG. 6.12 – *Contrainte longitudinale dans la largeur pour des rouleaux bombés, avant et après relâchement de la traction*

3.2 Planeuse sous traction pure avec des rouleaux creusés

On effectue également le relâchement de la traction de la bande, après le passage dans l'étireuse avec des rouleaux creusés. Le champ de contraintes résiduelles est interpolé de la même manière que pour les rouleaux bombés, avec le même maillage raffiné. Les déformées sont dessinées sur la figure 6.13.



(a) Conditions aux limites 1 (relâchement à $84,5\%$)



(b) Conditions aux limites 2 (relâchement à $75,8\%$)

FIG. 6.13 – *Déformées après relâchement de la traction de la bande passée par une planeuse sous traction pure avec rouleaux creusés (facteur d'échelle sur $(Oz) = 15$)*

Les conditions aux limites de type 1 permettent de supprimer une grande partie de la traction de la bande. On observe alors des ondulations en rives caractéristiques du défaut de *bords longs*. Pour le second type de conditions aux limites, la simulation s'arrête un peu avant, à $75,6\%$. Ainsi, la déformée visualisée est plus tendue mais les instabilités de flambement sont tout de même déjà apparues au niveau des bords, et avec une amplitude du même ordre que celles de la figure 6.13(a).

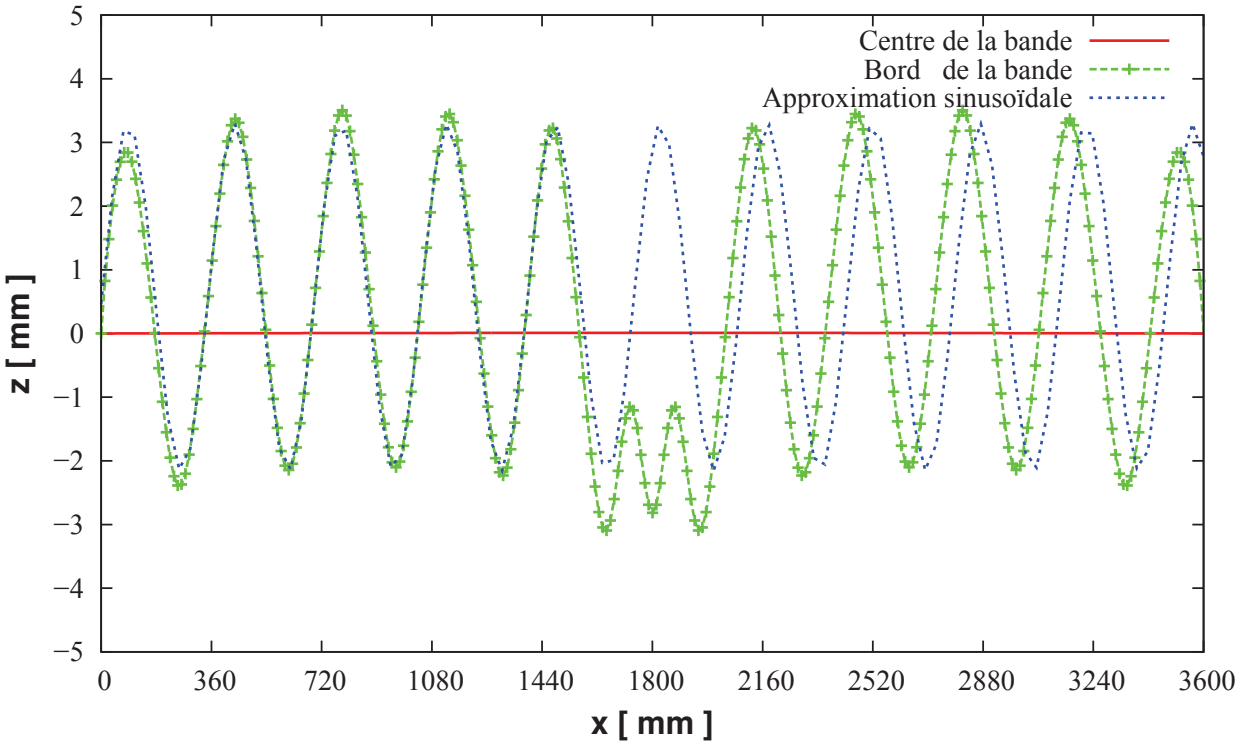


FIG. 6.14 – *Déformées du centre et du bord de la bande après l'étireuse avec des rouleaux creusés (conditions aux limites 1)*

Entre $x = 188mm$ et $x = 1\,562mm$, on approxime la déformée de la fibre longitudinale du bord de la bande par une sinusoïde sous la forme suivante :

$$z_0 + \frac{A}{2}\ \sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda} + \varphi\right) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} A = 5,452mm & \text{et} \quad \lambda = 347,639mm \\ z_0 = 0,569mm & \text{et} \quad \varphi = -0,037 \end{cases}, \tag{6.11}$$

ce qui correspond à un défaut de planéité de $60,69UI$.

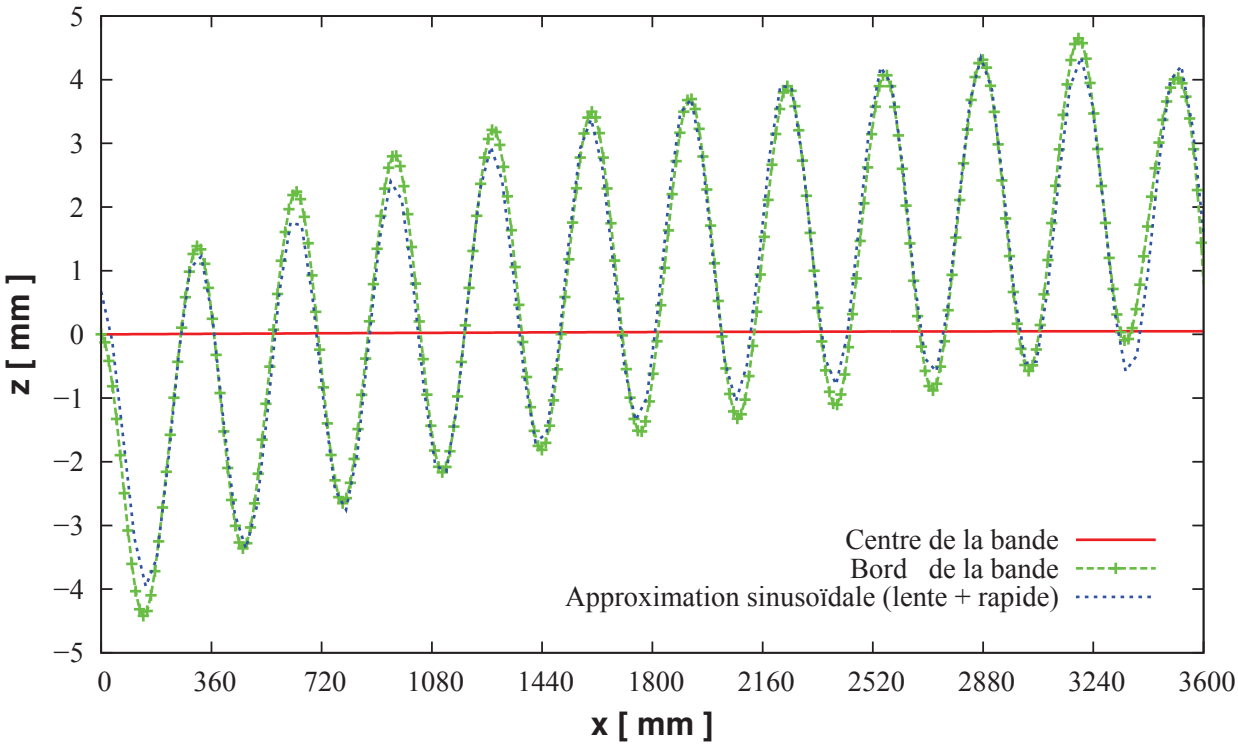


FIG. 6.15 – *Déformées du centre et du bord de la bande après l'étireuse avec des rouleaux creusés (conditions aux limites 2)*

Sur toute la longueur de la bande, on approxime la déformée de la fibre longitudinale de la rive par une sinusoïde sous la forme suivante :

$$z_0 + \frac{A_1}{2}\sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda_1}+\varphi_1\right) + \frac{A_2}{2}\sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda_2}+\varphi_2\right) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} A_1 = 8,033mm \quad \text{et} \quad \lambda_1 = 13\,000,002mm \\ A_2 = -4,962mm \quad \text{et} \quad \lambda_2 = 320,374mm \\ \varphi_1 = 0,087 \quad \text{et} \quad \varphi_2 = -1,418 \\ z_0 = -2,129mm \end{cases}, \tag{6.12}$$

ce qui correspond à un défaut de planéité de $59,28UI$.

Pour les deux types de conditions aux limites, on s'approche bien de la valeur prédite par la distribution $\varepsilon_{xx}^{pl}(y)$. L'écart entre les deux planéités en *Unités Internationales* s'explique par la traction restante dans la bande (relâchement effectué à $84,5\%$ et à $75,8\%$).

Comme précédemment, on représente la distribution de la contrainte longitudinale dans la largeur de la bande. A la sortie de la planeuse, et avant l'étape de relâchement de la traction, on observe sur la figure 6.16 des écarts importants entre les zones de traction et celles de compression. Par exemple, au niveau de la surface médiane, $\Delta\sigma_{xx} = 70MPa$. La diminution de la traction aval et le flambement des fibres longitudinales des rives qui en découle réduit considérablement cette différence de contrainte qui chute à $30MPa$.

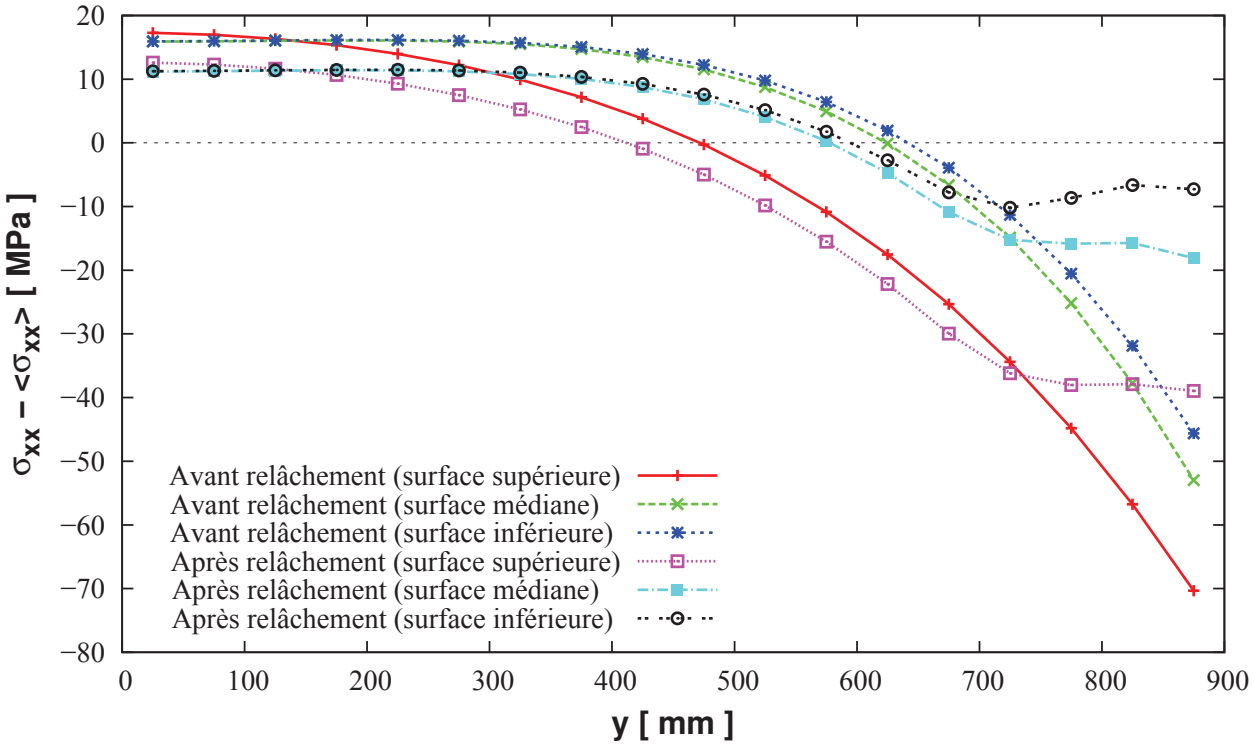


FIG. 6.16 – *Contrainte longitudinale dans la largeur pour des rouleaux creusés, avant et après relâchement de la traction*

4 Déformée finale après l'étireuse d'une bande avec un défaut initial

Au chapitre 4, nous avons simulé le passage d'une bande d'aluminium avec un défaut initial de planéité dans une planeuse sous traction pure. Il a été observé qu'à la sortie de la machine, les écarts initiaux de longueur de fibres ont été réduits, ainsi que les différences de contraintes. De manière générale, l'étireuse corrige la planéité de la bande entrante.

On évalue à présent l'amélioration de la planéité sur les déformées des tôles, après suppression de la traction. Tout d'abord, on s'intéresse à l'évolution du défaut initial géométrique de *bords longs*. La distribution de $\varepsilon_{xx}^{pl}(y)$ prédit une division par 10 du défaut pour une planéité en sortie inférieure à $10UI$.

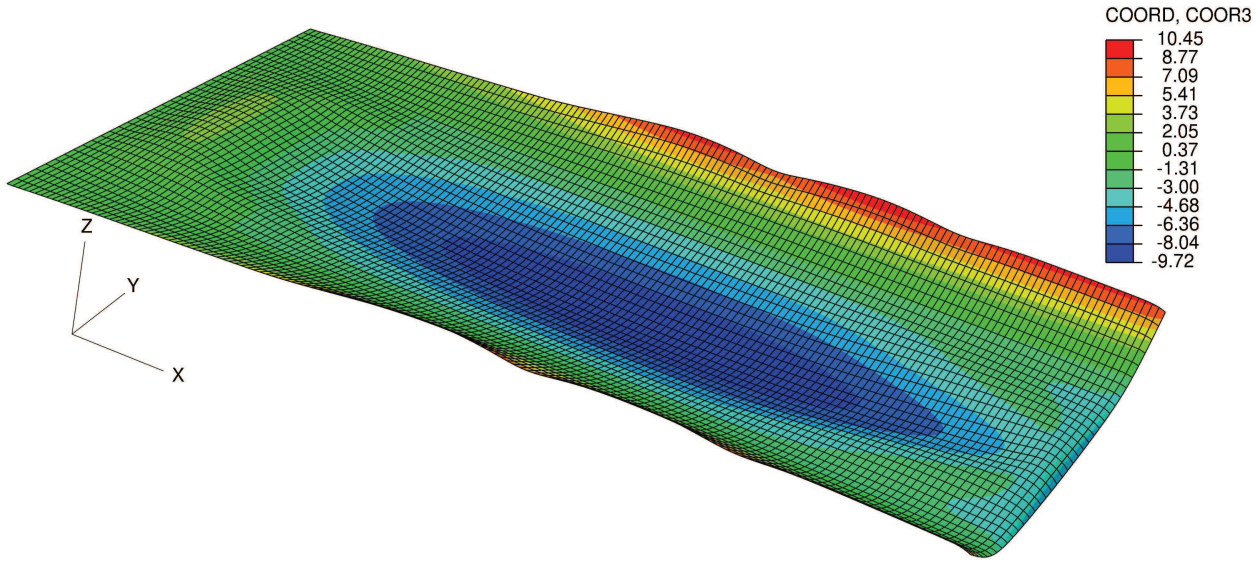


FIG. 6.17 – *Déformée après l'étireuse d'une bande avec un défaut initial géométrique de bords longs (relâchement à* $99,5\%$*, conditions aux limites 2, facteur d'échelle sur* $(Oz) = 15$*)*

Sur la figure 6.17, on observe surtout un défaut global faible de *tuile*, comme pour la bande initialement plane, passée par la planeuse sous traction pure à rouleaux cylindriques plats. Par contre, quelques ondulations faibles viennent s'ajouter en rives. Ce sont les traces du *bords longs* initial. On considère que le défaut initial de planéité a bien été corrigé.

Pour la prise en compte d'un défaut initial latent, nous avons introduit un champ de température parabolique au sein de la tôle entrante. Les contraintes hétérogènes qui en ont découlé ont bien été « homogénéisées » par le passage dans la machine et l'écart final est faible, du même ordre de grandeur que pour une bande vierge de contrainte initialement. On vérifie que cette distribution produit une déformée plane sur la figure 6.18.

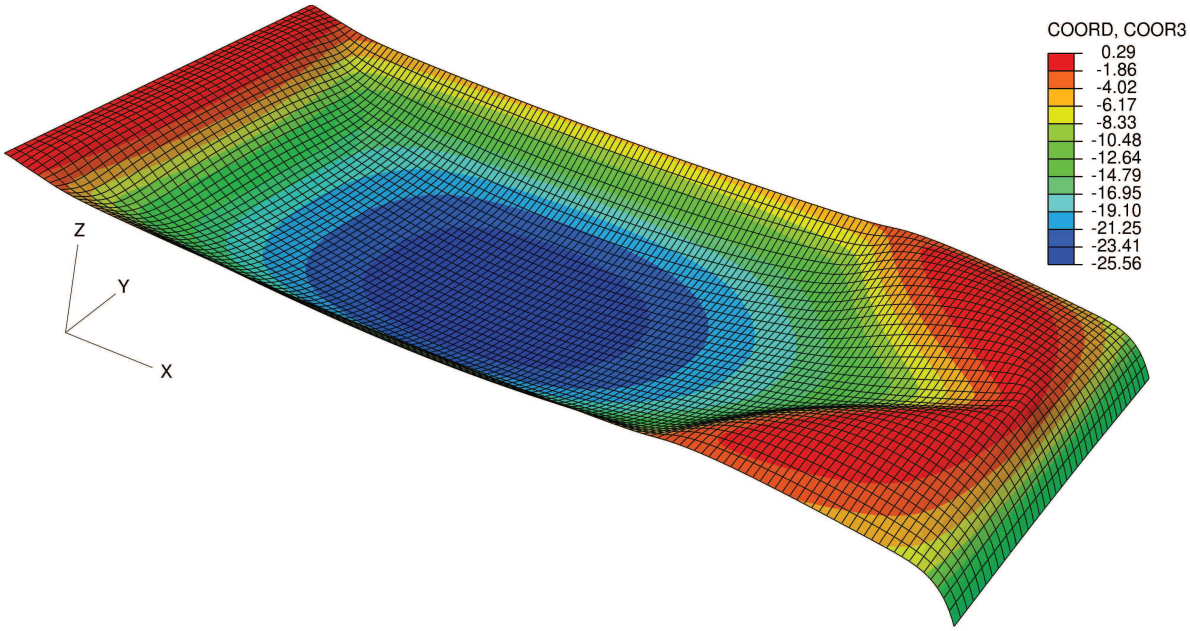


FIG. 6.18 – *Déformée après l'étireuse d'une bande avec un défaut initial de centre long (relâchement à* 100%*, conditions aux limites 2, facteur d'échelle sur* $(Oz) = 15$*)*

La déformée observée est très semblable à celles obtenues dans la première partie de ce chapitre (bande initialement plane, vierge de contrainte et rouleaux plats). Cela confirme notre interprétation de la distribution de contrainte longitudinale dans la largeur (voir Fig.4.24).

5 Conclusion

Après les opérations de parachèvement, la traction dans la bande est supprimée. Lors de l'utilisation par un client, la bande est découpée au format adéquat. Les contraintes résiduelles présentes dans la tôle peuvent se manifester par l'intermédiaire d'instabilités de flambement. Dans ce dernier chapitre, nous avons simulé l'étape de relâchement de la traction de la bande. Nous disposons de deux outils pour la réaliser : *Abaqus/Standard* et la *Méthode Asymptotique Numérique* utilisée dans sa thèse par Abdelkhalek (2010). Des modélisations avec deux types de conditions aux limites ont été effectuées.

Tout d'abord, il a été montré que le défaut de *centre long* naturellement produit par la planeuse sous traction pure à rouleaux plats, dans une bande initialement parfaite, ne se manifeste pas. Son amplitude étant très faible ($< 4UI$), c'est plutôt la *tuile* due au raccourcissement des

fibres transversales qui apparaît. Les déformées sont semblables pour le modèle complet et pour le modèle chaîné, ce qui valide à nouveau l'approche alternative proposée.

Ensuite, les rouleaux profilés, bombés ou creusés, créent des défauts de planéité bien plus importants en sortie de l'étireuse (environ $80UI$ pour les deux cas). En injectant le champ de contraintes résiduelles correspondant dans une tôle, le défaut attendu est clairement visible : on voit des ondulations caractéristiques du flambement au centre pour les rouleaux bombés et près des bords pour les rouleaux creusés. En approximant la déformée des fibres concernées par une sinusoïde, on retrouve quasiment les valeurs issues de la répartition $\varepsilon_{xx}^{pl}(y)$. L'écart est simplement dû au fait que le relâchement n'a pas été accompli à 100% et que la tôle est encore légèrement tendue.

Pour résumer, il semble qu'en-dessous d'un certain seuil (peut-être une dizaine d'*Unités Internationales*), les déformées de bande ne sont pas significatives. Au-delà de cette valeur, les déformées présentent alors des ondulations caractéristiques des défauts de planéité non-développables.

Enfin, les défauts non-développables de planéité initiaux introduits dans la bande au chapitre 4 sont bien corrigés au détriment de la création d'une tuile résiduelle d'amplitude usuelle.

Conclusion générale et perspectives

Lors de la fabrication des bandes minces d'aluminium, le procédé de planage est une étape importante au sein du parachèvement. Il permet de respecter les critères des clients en termes de planéité et de qualité de surface. Nous avons rappelé dans ce mémoire les trois technologies existantes utilisées dans les usines. Ces machines sont essentiellement réglées grâce à l'expertise de l'opérateur. Quelques recettes de planage existent. Les industriels ont donc un grand besoin de connaissance des mécanismes régissant la correction des défauts de planéité et la réduction des contraintes résiduelles. Pour ce faire, nous avons proposé plusieurs modélisations pour tenter de répondre à ces questions.

Après une illustration du principe du planage et une revue de la littérature existante présentant les différentes voies s'offrant à nous pour atteindre notre objectif, nous avons établi un modèle analytique du planage multi-rouleaux en deux dimensions, sous diverses hypothèses. En programmant la résolution des équations dans *Matlab*, on obtient la distribution de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur de la bande. Un défaut initial de *cambrure* est même pris en compte et on vérifie comment le passage entre les 17 rouleaux de la machine diminue les contraintes résiduelles. En discrétisant la largeur d'une tôle en plusieurs fibres longitudinales considérées comme indépendantes, on étend notre modèle en trois dimensions, avec introduction possible des défauts initiaux de fibres, comme le *centre long* ou les *bords longs*. En choisissant le taux de plastification induit par le basculement de l'équipement supérieur de la planeuse multi-rouleaux, le défaut initial est corrigé. Cependant, certains articles ont montré le caractère hétérogène de la déformation plastique longitudinale dans la largeur (sous des conditions de fonctionnement homogènes), ce qui est impossible à prédire avec le modèle analytique.

Afin de construire un « vrai » modèle en trois dimensions du procédé de planage, on a recours à la simulation numérique par *Eléments Finis*. On fait le choix d'un logiciel commercial pour son utilisation immédiate, sans nécessité de développement supplémentaire, et en l'occurrence *Abaqus* disponible au *LEM3*. Etant donné la géométrie des tôles considérées et le désir de prédire d'éventuels phénomènes de flambement, la bande est discrétisée par des éléments coques. Ce qui proscrit alors l'utilisation d'une formulation ALE et amène le besoin d'assurer un défilement suffisant de matière pour atteindre un *régime permanent*. Une fois le choix de la formulation implicite fait après étude de la configuration élémentaire du *bloc en S*, nous nous sommes attelés à la simulation d'une planeuse sous traction pure à quatre rouleaux. Les résultats stabilisés montrent une déformation plastique longitudinale plus importante au centre qu'aux bords, ce qui laisse penser que la machine introduit un défaut de *centre long* dans une tôle initialement plate et vierge de toute contrainte résiduelle. Toutefois, ce défaut a une amplitude inférieure à $4UI$ et est donc très faible comme le montre les déformées après relâchement de la traction. Ensuite, des défauts initiaux manifeste et latent ont été introduits dans la bande entrant dans l'étireuse afin d'évaluer sa capacité à améliorer la planéité. Il a été vu qu'à la sortie, les fibres initialement courtes ont été allongées de manière à diminuer l'écart de longueur entre les fibres longitudinales dans la largeur. De même, les écarts de contrainte entre le milieu et les rives ont été réduits. Ainsi, la planeuse sous traction pure remplit bien son rôle. Par exemple, un défaut initial géométrique de *bords longs* de $100UI$ a été divisé par 10.

Cependant, la simulation d'une planeuse sous traction pure conduit à un modèle très grand, requérant beaucoup d'espace mémoire et un temps de calcul conséquent. De plus, l'utilisation d'un serveur de calcul permettant la parallélisation du calcul sur 8 processeurs a été nécessaire. Une seconde approche a alors été construite en chaînant deux configurations élémentaires, un *bloc en S* d'entrée et un *bloc en S* de sortie, reliées entre elles par un transfert du tenseur de contraintes et de la déformation plastique équivalente, prises en compte comme conditions initiales dans le second calcul. Ce modèle alternatif chaîné produit des résultats comparables au modèle complet, tant en contrainte et déformation qu'en déformée après suppression de la traction, pour un temps de simulation et un nombre de variables réduits. Une application en

a été faite pour étudier l'influence du profil des rouleaux. On a ainsi démontré que des profils paraboliques bombés dans la direction transversale ont tendance à accentuer le défaut de *centre long*, naturellement produit par l'étireuse. Au contraire, des rouleaux creusés le diminuent, voire produisent une déformation plastique longitudinale plus importante aux niveaux des rives qu'au centre. Ce qui conduit par la même occasion à un défaut de *bords longs*. Ces défauts sont bien retrouvés en visualisant la déformée finale de la tôle.

Un type de planeuse sur les trois existants a été modélisé numériquement avec la méthode des *Eléments Finis*. Sa robustesse est à tester sur d'autres configurations (épaisseur de bande, diamètre et nombre de rouleaux, rhéologie, ...). Il reste à faire de même pour les deux autres types de machines. Une partie du travail a déjà été effectuée pour la planeuse multi-rouleaux (mais n'apparaît pas dans ce mémoire). Il en ressort que le nombre de variables du modèle devient vraiment très important, du fait du contact d'une vingtaine de rouleaux avec chaque élément de la bande. De plus, les zones de contact entre bande et rouleaux étant beaucoup plus restreintes que pour des bloc tensionneurs, la taille longitudinale des éléments coques doit être très petite. Tout cela pénalise fortement le temps de calcul. Les premiers résultats montrent que $\varepsilon_{xx}^{pl}(y)$ décroît légèrement lorsque y croît, avec également la présence claire d'un effet de bord avec la variation brutale de la déformation plastique longitudinale dans la région des 30 derniers millimètres, près des rives (voir Fig. 6.1). Il conviendra donc d'approfondir cette étude.

Les rouleaux ont ici été considérés comme des solides indéformables. Seul un profil parabolique dans la direction transversale a été pris en compte. Pour modéliser le phénomène de cédage élastique des rouleaux, on pourrait s'inspirer des travaux effectués pour les cylindres des laminoirs par l'intermédiaire du logiciel semi-analytique *Tec3*.

Ensuite, le procédé de planage étant stationnaire, on pourrait explorer la possibilité d'utiliser la formulation *ALE*. Seulement, appliquer celle proposée dans le logiciel *Abaqus/Standard* se ferait uniquement au prix d'une discrétisation de la bande d'aluminium par des éléments solides, avec donc plusieurs éléments dans l'épaisseur. Cela permettrait de s'affranchir du défilement d'une longueur conséquente de tôle pour ne représenter alors qu'une partie égale à la taille de la

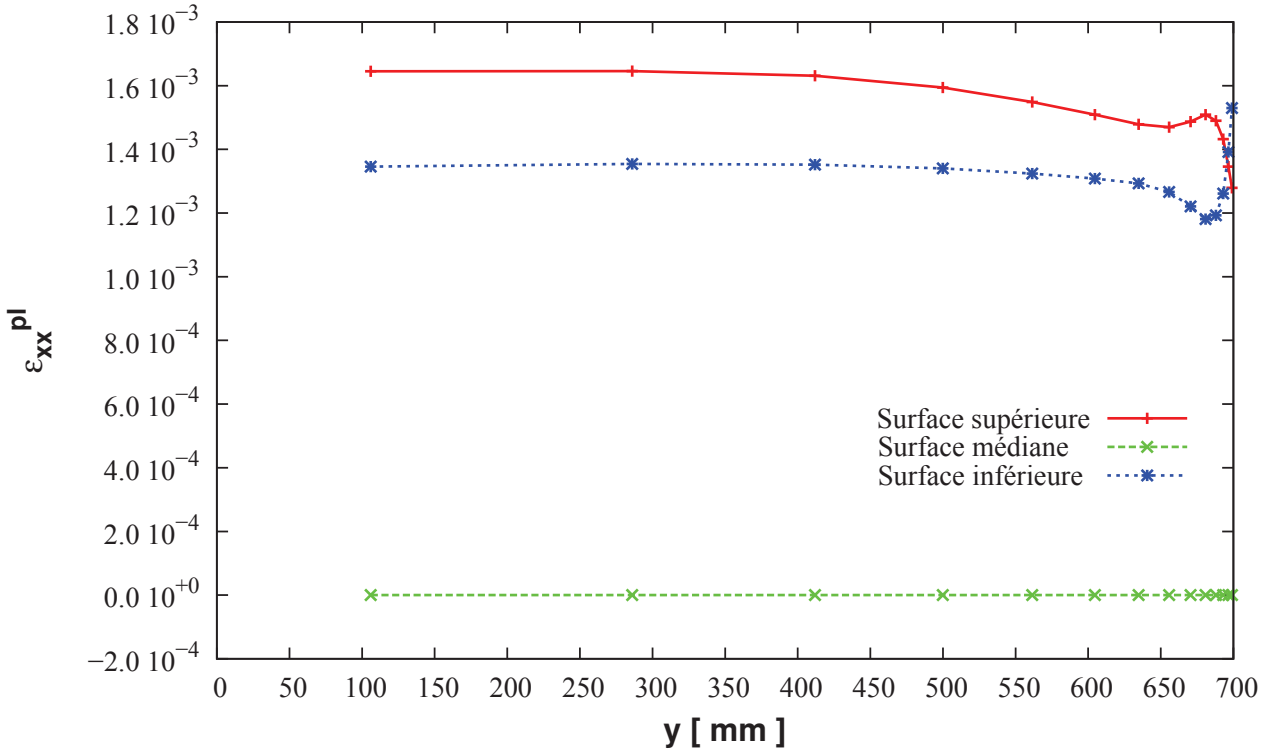


FIG. 6.1 – *Déforamtion plastique longitudinale dans la largeur après une planeuse multi-rouleaux industrielle à 21 rouleaux*

machine. De plus, le maillage pourrait être raffiné dans les zones de contact avec les rouleaux, où les grandeurs varient fortement tout en maintenant des éléments plus grands dans les régions libres. Malheureusement, les dimensions de notre problème (tôle mince et large) conduiraient à un nombre d'éléments (et de variables) rédhibitoire. Il semble alors plus raisonnable d'utiliser des codes où la formulation *ALE* est disponible avec les éléments coques (*Metafor* ou code propre développé au *LEM3*). Par ailleurs, une option *Periodic Media Transport* a été introduite dans la dernière version du logiciel *Abaqus*. Cette option peut s'avérer utile pour la simulation de procédés de transport de bande, comme le planage, et accélérer de manière significative le calcul.

Enfin, malgré l'étude d'un procédé industriel, nous n'avons pas pu comparé nos résultats numériques avec des données expérimentales pour le moment. A terme, nous pourrions comparer par exemple, les résultats du modèle analytique et de la simulation numérique d'une planeuse multi-rouleaux avec les valeurs expérimentales obtenues en usine ou sur des machines-pilotes.

Annexe A

Relation d'Euler pour la poulie avec frottement

On étudie un fil parfaitement flexible qui s'enroule sur une poulie sur un angle θ (voir Fig. A.1). Il est soumis à deux tractions à ses extrémités, $T_{entrée}$ et T_{sortie}. Le coefficient de frottement entre le fil et la poulie vaut μ.

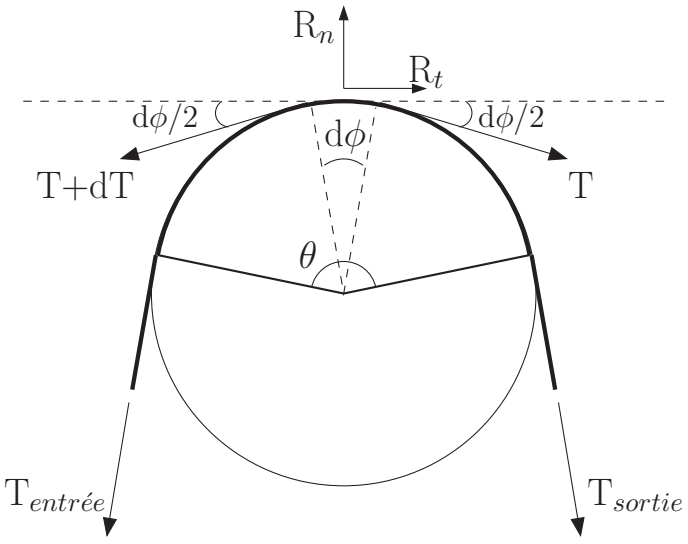


FIG. A.1 – *Fil enroulé sur une poulie avec frottement*

On suppose être à la limite du glissement et la relation de Coulomb donne :

$$R_t = \mu \times R_n \quad . \tag{A.1}$$

On s'intéresse à l'équilibre d'un élément angulaire $d\phi$ de fil. On projette l'équation d'équilibre sur les directions tangentielle et radiale :

$$\begin{cases} (T+dT)\cos\left(\dfrac{d\phi}{2}\right) - T\cos\left(\dfrac{d\phi}{2}\right) - R_t = 0 \\ -(T+dT)\sin\left(\dfrac{d\phi}{2}\right) - T\sin\left(\dfrac{d\phi}{2}\right) + R_n = 0 \end{cases} . \tag{A.2}$$

Comme $d\phi << 1$, on peut écrire $\cos\left(\frac{d\phi}{2}\right) \simeq 1$ et $\sin\left(\frac{d\phi}{2}\right) \simeq \frac{d\phi}{2}$. On néglige également le terme $dT\frac{d\phi}{2}$ d'ordre 2, d'où :

$$\begin{cases} dT = \mu \times R_n \\ T d\phi = R_n \end{cases} , \tag{A.3}$$

et on obtient l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{T} = \mu d\phi \quad , \tag{A.4}$$

dont la solution est :

$$\ln(T) = \mu\phi + cte \quad . \tag{A.5}$$

Or, on sait que $T(\phi = 0) = T_{entrée}$ et $T(\phi = \theta) = T_{sortie}$. Finalement,

$$\ln\left(\frac{T_{sortie}}{T_{entrée}}\right) = \mu\theta \qquad \text{ou} \qquad \boxed{\frac{T_{sortie}}{T_{entrée}} = e^{\mu\theta}} \quad . \tag{A.6}$$

Annexe B

Calcul de l'angle de contact entre la bande et un rouleau du *bloc en S*

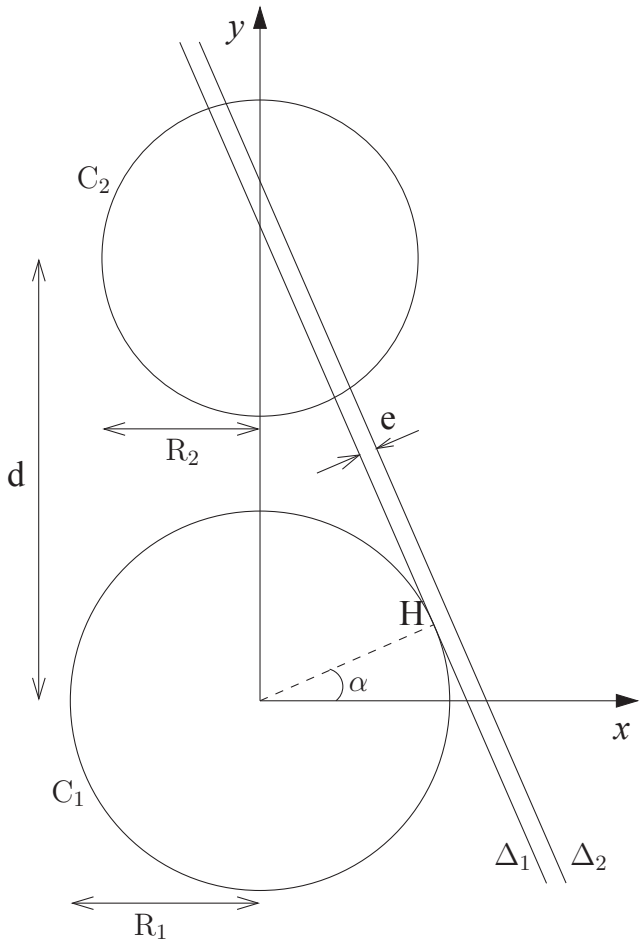


FIG. B.1 – *Droite tangente à deux cercles*

Annexe B: Calcul de l'angle de contact entre la bande et un rouleau du *bloc en S*

On considère deux cercles C^1 et C^2 de rayons respectifs R_1 et R_2 dont les centres sont distants de d (voir Fig. B.1). On place un repère de coordonnées cartésiennes (xOy) dont l'origine O coïncide avec le centre de C^1. On appelle H le point de C^1 tel que $(Ox, OH) = \alpha$. On trace alors la tangente (Δ_1) au cercle C^1 passant par H. On trace également la droite (Δ_2) parallèle à (Δ_1) et distante de e de celle-ci. On cherche les points d'intersection de la droite (Δ_2) avec le cercle C^2. Dans le repère (xOy), les deux cercles C^1 et C^2 ont pour équations :

$$\begin{cases} C^1 : & x^2 + y^2 = R_1^2 \\ C^2 : & x^2 + (y-d)^2 = R_2^2 \end{cases} . \tag{B.1}$$

Le point H appartient à C^1 donc a pour coordonnées $(R_1 \cos\alpha; R_1 \sin\alpha)$. Or la droite (Δ_1) est tangente à C^1 au point H d'où l'équation de (Δ_2) est de la forme :

$$(\Delta_2) : \qquad y = -\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\, x + cte \quad . \tag{B.2}$$

Comme (Δ_2) passe par le point de coordonnées $((R_1+e)\cos\alpha; (R_1+e)\sin\alpha)$, on a :

$$(R_1+e)\sin\alpha = -\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\,(R_1+e)\cos\alpha + cte \quad , \tag{B.3}$$

$$cte = \frac{R_1+e}{\sin\alpha} \tag{B.4}$$

et

$$(\Delta_2) : \qquad \cos\alpha\; x + \sin\alpha\; y = R_1 + e \quad . \tag{B.5}$$

Les coordonnées des points d'intersection de la droite (Δ_2) et du cercle C^2 vérifient le système suivant :

$$\begin{cases} x^2 + (y-d)^2 = R_2^2 \\ \cos\alpha\; x + \sin\alpha\; y = R_1 + e \end{cases} , \tag{B.6}$$

d'où

$$\left(\frac{R_1+e}{\cos\alpha} - \tan\alpha\; y\right)^2 + (y-d)^2 = R_2^2 \quad . \tag{B.7}$$

Ce qui donne, après développement, l'équation du second degré suivante :

$$y^2 - 2 \times \left[d\cos^2\alpha + (R_1 + e)\sin\alpha \right] y + d^2\cos^2\alpha + (R_1 + e)^2 - R_2^2\cos^2\alpha = 0 \quad . \tag{B.8}$$

Pour que la droite (Δ_2) soit une tangente au cercle C^2, cette équation du second degré doit avoir une racine double, c'est-à-dire que son discriminant est nul :

$$4 \times \left[\left(d\cos^2\alpha + (R_1 + e)\sin\alpha \right) \right]^2 - 4 \times 1 \times \left[d^2\cos^2\alpha + (R_1 + e)^2 - R_2^2\cos^2\alpha \right] = 0 \quad , \tag{B.9}$$

$$\cos^2\alpha \times \left[d^2 \left(\cos^2\alpha - 1 \right) + 2\,(R_1 + e)\,d\sin\alpha - (R_1 + e)^2 + R_2^2 \right] = 0 \quad , \tag{B.10}$$

$$\cos^2\alpha \times \left[d^2\sin^2\alpha - 2\,(R_1 + e)\,d\sin\alpha + (R_1 + e)^2 - R_2^2 \right] = 0 \quad . \tag{B.11}$$

Les valeurs de α telles que $\cos\alpha = 0$ ne correspondent pas à la solution recherchée et on résout cette équation du second degré en $\sin\alpha$:

$$4 \times (R_1 + e)^2\,d^2 - 4 \times d^2 \times \left[(R_1 + e)^2 - R_2^2 \right] = 4d^2R_2^2 = (2dR_2)^2 \tag{B.12}$$

et

$$\sin\alpha = \frac{2\,(R_1 + e)\,d \pm 2dR_2}{2d^2} = \frac{R_1 \pm R_2 + e}{d} \quad . \tag{B.13}$$

On ne conserve que la solution qui convient géométriquement à notre problème, c'est-à-dire :

$$\boxed{\alpha = \arcsin\left(\frac{R_1 + R_2 + e}{d} \right)} \quad . \tag{B.14}$$

Annexe B: Calcul de l'angle de contact entre la bande et un rouleau du *bloc en S*

Annexe C

Longueur d'un bloc tensionneur composé de deux rouleaux

On veut calculer la longueur de la bande entre l'entrée du premier rouleau et la sortie du second rouleau, tous deux de même rayon R, c'est-à-dire la longueur de la polyligne $ABCD$ de la figure C.1.

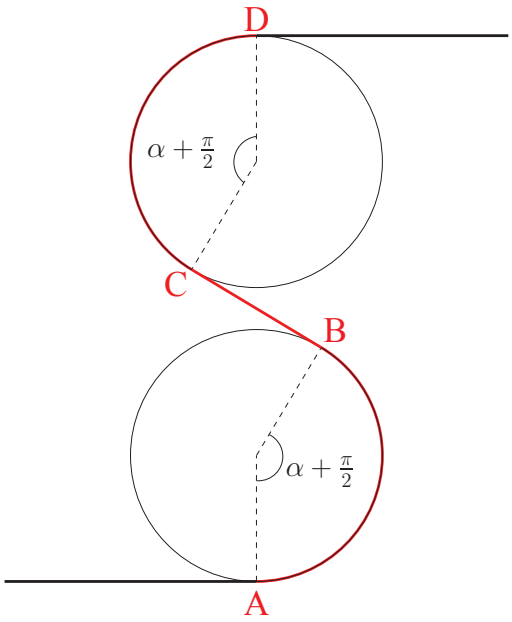


FIG. C.1 – *Longueur de la bande sur les deux rouleaux*

Tout d'abord, on sait d'après l'annexe précédente que :

$$AB = CD = \left(R + \frac{e}{2}\right) \times \left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \left(R + \frac{e}{2}\right) \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{2R+e}{d}\right)\right] \quad . \tag{C.1}$$

Ensuite, en se plaçant dans le même repère (xOy) dont l'origine O coïncide avec le centre du premier rouleau (représenté par le cercle C^1), les points B et C ont pour coordonnées respectives $\left(\left(R + \frac{e}{2}\right)\cos\alpha; \left(R + \frac{e}{2}\right)\sin\alpha\right)$ et $\left(-\left(R + \frac{e}{2}\right)\cos\alpha; d - \left(R + \frac{e}{2}\right)\sin\alpha\right)$.

Ainsi,

$$BC = \sqrt{\left[(2R+e)\cos\alpha\right]^2 + \left[(2R+e)\sin\alpha - d\right]^2} \quad , \tag{C.2}$$

$$BC = \sqrt{d^2 - (2R+e)^2} \quad . \tag{C.3}$$

Finalement, on a :

$$ABCD = (2R+e)\left[\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{2R+e}{d}\right)\right] + \sqrt{d^2 - (2R+e)^2} \quad . \tag{C.4}$$

Bibliographie

Abdelkhalek, S., 2010. Etude expérimentale et numérique des contraintes internes et du flambage au cours du laminage des tôles métalliques. Thèse de doctorat. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris. CEMEF.

Alberny, R., 2007. Laminage à chaud des produits plats sur train à bandes - Partie 1. Techniques de l'ingénieur. M 7940.

Barrand, P., Gadeau, R., Dumas, A., 1964. L'aluminium - Production, propriétés, alliages, fabrication des demi-produits, fabrications annexes. Paris : Eyrolles.

Büchter, N., Ramm, E., Roehl, D., 1994. Three-dimensional extension of non-linear shell formulation based on the enhanced assumed strain concept. International Journal for Numerical Methods Engineering 37, 2551–2568.

Behrens, B.A., Nadi, T.E., Krimm, R., 2011. Development of an analytical 3d-simulation model of the levelling process. Journal of Materials Processing Technology 211, 1060–1068.

Bland, R., Alters, M., 1967. Tension levelling of ferrous and non-ferrous strip. Iron and Steel Engineer 44, 95–105.

Boman, R., 2010. Développement d'un formalisme Arbitraire Lagrangien Eulérien tridimensionnel en dynamique implicite. Application aux opérations de mise en forme. Thèse de doctorat. Université de Liège. Laboratoire de Mécanique Numérique Non Linéaire.

Boulter, B., Gao, Z., 1995. Novel approach for on-line self-tuning web tension regulation, in : The 1995 IEEE Conference on Control Applications, Albany, NY, USA.

Boulter, B., Lockhart, R., 1997. Diameter sizing of rolls in bridles that utilize powder clutches. IEEE Transactions on Industry Applications 33, 797–800.

Bourgon, J.Y., Dreistadt, D., Guillard, O., Irastorza, L., 1993. Planage en tôlerie forte. Modélisation et applications industrielles. La Revue de Métallurgie - CIT , 537–544.

Britton, J., 1885. Method of removing swells in sheet and plate metal. U.S.Patent 312,608.

Brunet, M., Morestin, F., Godereaux, S., 2001. Nonlinear kinematic hardening identification for anisotropic sheet metals with bending-unbending tests. Journal of Engineering Materials and Technology 123, 378–383.

Bush, A., Nicholls, R., Tunstall, J., 2001. Stress levels for elastic buckling of rolled strip and plate. Ironmaking and Steelmaking 28, 481–484.

Calderbank, I., 1985. Tension levelling. Document interne Constellium CRV.

Calmon, J.C., Cenac, J., 1994. Laminage à froid des produits plats. Techniques de l'ingénieur. M 7950.

Cerles, J., 1981. Etude bibliographique du planage des tôles. Tension leveling modeling.

Chaboche, J.L., Rousselier, G., 1983. On the plastic and viscoplastic constitutive equations. Journal of Pressure Vessel Technology 105, 153–164.

Cochelin, B., Damil, N., Potier-Ferry, M., 2007. Méthode Asymptotique Numérique. Hermès - Lavoisier.

Constellium, 2008. Rolling course. Document interne Constellium CRV.

Dimitriou, R., 2003. Mesure de la planéité. Document interne Constellium CRV.

Doege, E., Menz, R., Juinink, S., 2002. Analysis of the leveling process based upon an analytic forming model. CIRP Annals - Manufacturing Technology 51, 191–194.

Duranton, P., Devaux, J., Robin, V., Gilles, P., Bergheau, J., 2004. 3d modelling of multipass welding of a 316l stainless steel pipe. Journal of Materials Processing Technology 153-154, 457–463.

Fischer, F., Rammerstorfer, F., Friedl, N., 2003. Residual stress-induced center wave buckling of rolled strip metal. Journal of Applied Mechanics 70, 84–90.

Fischer, F., Rammerstorfer, F., Friedl, N., Wieser, W., 2000. Buckling phenomena related to rolling and levelling of sheet metal. International Journal of Mechanical Sciences 42, 1887–1910.

Friedl, N., Rammerstorfer, F., Fischer, F., 2000. Buckling of stretched strips. Computers & Structures 78, 185–190.

Gevers, P., Bourgon, J.Y., Ferrauto, F., Guillard, O., Caut, P., Fradin, O., Garnier, H., Chapman, B., 1995. Optimisation de la réparation de planéité des bobines et des feuilles après train à bandes. La Revue de Métallurgie - CIT , 1235–1242.

Hacquin, A., Montmitonnet, P., Guillerault, J., 1998. A three-dimensional semi-analytical model of rolling stand deformation with finite element validation. European Journal of Mechanics - A/Solids 17, 79–106.

Hira, T., Abe, H., Azuma, S., 1988. Analysis of sheet metal bending deformation behavior in processing lines and its effectiveness. Rapport technique 19. Kawasaki steel technical report.

Hou, Y., Gao, Z., Jiang, F., Boulter, B., 2001. Active disturbance rejection control for web tension regulation, in : The 40th IEEE Conference on Decision and Control, Orlondo, FL, USA.

Huh, H., Lee, H., Park, S., Kim, G., Nam, S., 2001. The parametric process design of tension leveling with an elasto-plastic finite element method. Journal of Materials Processing Technology 113, 714–719.

Inc.ABAQUS, 2008. ABAQUS Documentation, Version 6.8. Dassaults Systems.

Jacques, N., 2004. Modélisation et étude du plissement des tôles lors de leur transport en continu dans les usines sidérurgiques. Thèse de doctorat. Université Paul Verlaine - Metz. Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux.

Jamet, M., Doremus, Y., 1997. Mise en forme de l'alumnium - Laminage. Techniques de l'ingénieur. M 650.

Jamshidian, M., Beheshti, A., Dolatabadi, A., Olfatnia, M., Salimi, M., 2008. Analysis of strip residual curvatures in anti-crossbow cassette during tension leveling, in : Metal Forming Conference, Verlag Stahleisen GmbH. pages 513–520.

Kantorovich, L., Krylov, V., 1958. Approximate methods of higher analysis. Interscience Publishers, New York. Translated from the fourth Russian edition by C.D. Benster.

Kerr, A., 1968. An extension of the kantorovich method. Quaterly Journal of Applied Mathematics 26, 219–229.

Kinnavy, M., 1972. Recent developments in tension leveling. Iron and Steel Engineer , 67–72.

Kusakabe, T., Hirasawa, T., 1966. Shape improvement of thin steel strip by tension leveller. Nippon Kokan Tech Rep 37, 48–56.

Lemaitre, J., Chaboche, J.L., 1990. Mechanics of Solid Materials. Cambridge University Press.

Li, S.Z., Yin, Y.D., Xu, J., Jou, J.M., Yoon, J., 2007. Numerical simulation of continuous tension leveling process of thin strip steel and its application. Journal of Iron and Steel Research, International 14, 08–13.

Meinders, T., Burchitz, I., Bonte, M., Lingbeek, R., 2008. Numerical product design : springback prediction, compensation and optimization. International Journal of Machine Tools & Manufacture 48, 499–514.

Misaka, Y., Masui, T., 1976. Shape correction of steel strip by tension leveller. Journal of Japan Society for Technology of Plasticity 17.

Montmitonnet, P., 2002. Laminage - Objectifs et modélisation. Techniques de l'ingénieur. M 3065.

Montmitonnet, P., 2003. Laminage - Analyse thermomécanique et applications. Techniques de l'ingénieur. M 3066.

Morris, J., Hardy, S., Lees, A., Thomas, J., 2000. Cyclic behaviour concerning the response of material subjected to tension levelling. International Journal of Fatigue 22, 93–100.

Morris, J., Hardy, S., Thomas, J., 2002. Some fundamental considerations for the control of residual flatness in tension leveling. Journal of Materials Processing Technology 120, 385–396.

Noé, A., 1999. On influencing of residual stresses after leveling by varying the leveling process parameters, in : Levelling conference, BWG Engineering Ltd, London.

Park, K.C., Hwang, S.M., 2002. Development of a finite element analysis programm for roller leveling and application for removing blanking bow defects of thin steel sheet. Iron and Steel Institute of Japan, International 42, 990–999.

Patula, E., 1979. The tension-roller-leveling process. Elongation and power loss. Journal of Engineering for Industry 101, 269–277.

Rammerstorfer, F., Fischer, F., Friedl, N., 2001. Buckling of free infinite strips under residual stress and global tension. Journal of Applied Mechanics 68, 399–404.

Rice, R., 1975. A metalgorithm for adaptive quadrature. Journal of the ACM 22, 61–82.

Roberts, W., 1970. The influence of the rolling lubricant on sheet and strip quality. Journal of Iron and Steel Institute .

Sheppard, T., 1979. Shape correction in metal strip by tension leveling. Sheet Metal Industries , 1149–1154.

Steinwender, L., Kainz, A., Krimpelstätter, K., Zeman, K., 2010. Computational analysis of the curvature distribution and power losses of metal strip in tension levellers, in : WCCM / APCOM 2010, Sidney.

Swift, H., 1948. Plastic bending under tension, in : Seventh International Congress for Applied Mechanics, London. pages 333–335.

Tanaka, E., Tsunokawa, K., Fukuda, T., 1963. Curling and bowing of rolled strips. Materials Transactions, the Japan Institute of Metals 4, 124–133.

Timoshenko, S., Gere, J., 1961. Theory of elastic stability. Mc Graw-Hill, New York.

Tirilly, L., 1991. Théorie du planage des tôles et bandes. Document interne Constellium.

Trull, M., 2008. Flatness and shape defects control in metal strip using the 3d finite element models of the tension leveling process, in : Metal Forming Conference, Verlag Stahleisen GmbH. pages 498–505.

Vidal-Sallé, E., Boutabba, S., Boyer, J.C., 2008. Quasi-static versus dynamic explicit scheme for the modeling of an energy-driven thermo-mechanical forming process. International Journal of Material Forming 1, 407–410.

Vladimirov, I., Pietryga, M., Reese, S., 2009. Prediction of springback in sheet forming by a new finite strain model with nonlinear kinematic and isotropic hardening. Journal of Materials Processing Technology 209, 4062–4075.

Wagoner, R., Li, M., 2007. Simulation of springback : through-thickness integration. International Journal of Plasticity 23, 345–360.

Wistreich, J., 1968. Control of strip shape during cold rolling. Journal of Iron and Steel Institute , 1203–1206.

Yoshida, F., Urabe, M., 1999. Computer-aided process design for the tension leveling of metallic strips. Journal of Materials Processing Technology 89-90, 218–223.

Yoshida, F., Urabe, M., Toropov, V., 1998. Identification of material parameters in constitutive model for sheet metals from cyclic bending tests. International Journal of Mechanical Sciences 40, 237–249.

Yuan, S., Jin, Y., 1998. Computation of elastic buckling loads of rectangular thin plates using the extended kantorovich method. Computers & Structures 66, 861–867.

Yuan, S., Zhang, L., Liao, S., Yu, Y., Qi, M., 2009. Simulation of deformation and temperature in multi-pass continuous rolling by three-dimensional fem. Journal of Materials Processing Technology 209, 2760–2766.

Zhao, K., Lee, J., 2002. Finite element analysis of the three-point bending of sheet metals. Journal of Materials Processing Technology 122, 6–11.

Résumé

Le planage est un procédé de mise en forme utilisé dans l'industrie de l'aluminium dans le but de corriger les défauts de planéité et de réduire les contraintes résiduelles dans les bandes minces par des flexions sous traction.

Après avoir étudié les possibilités pour modéliser analytiquement le passage d'une tôle dans une planeuse multi-rouleaux et établi les limites de cette approche, on propose dans ce travail de thèse un modèle *Eléments Finis* en trois dimensions pour simuler le fonctionnement d'une planeuse sous traction pure. Les distributions de déformations plastiques et de contraintes résiduelles, dans la largeur et dans l'épaisseur, sont calculées. Des défauts initiaux de planéité sont introduits dans la bande en entrée de la machine et on vérifie que ceux-ci sont bien corrigés à la sortie.

Ensuite, pour limiter la taille du modèle et diminuer le temps nécessaire à la simulation, une seconde approche avec un chaînage de configurations élémentaires et un transfert de données est comparée au modèle complet d'étireuse. Une application de ce modèle alternatif est effectuée en étudiant l'influence du profil des rouleaux.

Enfin, la déformée de la bande, après retour élastique et flambement éventuel, est prédite.

Mots-clés : procédé de planage, défauts de planéité, contraintes résiduelles, méthode des éléments finis, élément coque, flambement.

Abstract

Leveling is a forming process used in the aluminum industry in order to correct flatness defects and minimize residual stresses in thin metallic strips thanks to bending under tension.

After testing an analytical model of multiroll leveling and raising the limits of this approach, this thesis manuscript introduces a three-dimensionnal *Finite Element* model to simulate the sheet conveying in an industrial configuration of stretcher. It can compute plastic strains and residual stresses through width and thickness. Initial flatness defetcs are taken into account in the entering strip and we verify how they are corrected at the exit.

Then, to reduce model size and computation time, a second approach with two elementary configurations coupling and data transfer is compared to whole model of stretcher. This alternative model is applied to study the profiled rolls effect.

Finally, it predicts the deformed strip after springback and potential buckling phenomena.

Keywords : leveling process, flatness defects, residual stresses, 3D finite element method, shell element, buckling.