

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :
Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :

Résaux, Télécommunications, Systèmes et Architecture (RTSA)

Présentée et soutenue par :
Henri BAUER

le : mardi 4 octobre 2011

Titre :

Analyse pire cas de flux hétérogènes
dans un réseau embarqué avion

Ecole doctorale :
Mathématiques Informatique Télécommunications (MITT)

Unité de recherche :
Institut de Recherche en Informatique de Toulouse (IRIT)

Directeur(s) de Thèse :
Christian Fraboul, IRIT/ ENSEEIHT (Toulouse)

Rapporteurs :
Laurent Georges, INRIA (Rocquencourt)
Françoise Simonot-Lion, LORIA (Nancy)

Membre(s) du jury :
Yvon Trinquet, ICCyN (Nantes), Président
Christian Fraboul, IRIT/ ENSEEIHT (Toulouse), Directeur de thèse
Laurent Georges, INRIA (Rocquencourt), Rapporteur
Lionel Loudet, Airbus Opération (Toulouse), Examinateur
Jean-Luc Scharbarg, IRIT/ ENSEEIHT (Toulouse), Examinateur
Françoise Simonot-Lion, LORIA (Nancy), Rapporteur

Sola Scriptura, Sola Fide, Sola Gratia, Solus Christus, Soli Deo Gloria

Remerciements

En préambule à ce mémoire, je souhaite adresser mes remerciements à toutes les personnes qui m'ont accompagné durant ces quelques années de vie, et qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire et à la réussite de ma thèse.

Je remercie en premier lieu mes encadrants qui m'ont accordé leur confiance dès le départ et qui ont su être présents à chaque étape de cette aventure. Un grand merci à Monsieur Christian Fraboul, qui a accepté de diriger mes travaux de recherche, en veillant à l'épanouissement mon sujet de thèse pour qu'il garde sa pertinence et sa cohérence au fil des mois et des nouvelles idées. Merci à Monsieur Jean-Luc Scharbarg, qui a coencadré mes travaux et n'a pas hésité à m'a accompagné dans mes explorations, jusque dans leurs extrémités les plus techniques. Merci à chacun d'eux pour leur patience et leurs encouragements qui ont permis la publication de nos travaux dans des conférences et des revues de référence durant cette thèse.

Je souhaite également exprimer toute ma gratitude à Airbus Operations qui a financé mon travail, et à toute l'équipe EYNR2 de Monsieur Bruno Pasquier qui m'a accueilli et accompagné pendant ma thèse. Merci à Monsieur Lionel Loudet qui a suivi mon travail, tout en sachant m'exposer les problématiques industrielles sous-jacentes. Merci à Juan, Olivier, Benoit, Nathalie, Jean-Paul et Christian qui ont toujours manifesté de l'intérêt pour mon travail et n'ont pas hésité à prendre du temps pour m'expliquer les tenants et aboutissants des réseaux avioniques. Ce séjour à Airbus a été très riche pour moi à la fois sur le plan intellectuel, professionnel, et surtout humain.

Un très grand merci à Madame Françoise Simonot-Lion et à Monsieur Laurent George qui ont accepté la lourde tâche d'être les rapporteurs de cette thèse. Je vous remercie pour tout l'intérêt que vous avez accordé à mes travaux de recherche. Mes profonds remerciements vont également à Yvon Trinquet qui accepté de présider mon jury de thèse.

Je nous voudrais pas oublier non plus tous mes collègues de l'équipe IRT à l'ENSEEIHT – professeurs, maîtres de conférence, chercheurs, doctorants – avec qui j'ai pris beaucoup de plaisir à travailler. Merci à Jérôme pour ses éclairages sur le Model Checking, et à Marc pour sa patience à m'expliquer les raffinements du calcul réseau.

Merci à tous mes collègues de bureau (et il y en a eu beaucoup, pardon si j'en oublie) : Rahim, Alexandra, Georges, Hussein, Mohamed, Wasimon, Jean-Rémy, Frédéric, Florent, Mahmoud, Bafing, Reza, Claire, Vincent, Assia, Riad et Katia ! Je pense qu'il me faudrait au moins un livre pour pouvoir raconter tout ce qu'ils m'ont appris et apporté. Merci à nos chères Sylvie(s), qui ont été d'un soutien sans faille et d'une efficacité redoutable pour venir à bout de toutes les embûches administratives. Vous êtes précieuses à toute l'équipe.

Et je ne pourrais terminer ces remerciements sans citer ceux qui m'ont soutenu jour après jour, en étant à mes côtés dans les bons comme dans les mauvais jours, mon épouse et très chère Véronique, mes deux enfants chéris et toute ma famille. Vous êtes ce que j'ai de plus cher sur cette

terre. Merci à tous mes amis de l'ACT et de l'EMT qui m'avez accueilli lorsque je débarquais à Toulouse. Vous avez été une véritable famille pour moi.

Sommaire

Remerciements i

Sommaire iii

Table des figures iv

Liste des tables vii

Liste des acronymes et des notations xi

1 Introduction 1

2 Analyse de délais de bout en bout et AFDX 7

3 Évolution vers un AFDX à différentiation de flux 25

4 Analyse par trajectoires d'un réseau AFDX FIFO 49

5 Analyse par trajectoires d'un réseau AFDX à priorités fixes 83

6 Analyse par trajectoires avec un ordonnancement équitable 113

7 Conclusion générale et perspectives 133

Annexes 139

A Preuves 139

B Exemples 147

C Avionique 153

D Liste des publications 155

Bibliographie 157

Glossaire 161

Table des matières 163

Table des figures

2.1 Architecture d'une configuration avionique redondante . . . 12
2.2 Configuration AFDX pour illustrer la variabilité du délai de bout en bout . . . 14
2.3 Trois scénarios possibles de séquence de trames . . . 15
2.4 Répartition des différents résultats en fonction de l'approche retenue pour évaluer le délai de bout en bout d'un VL . . . 17
2.5 Contrainte sur les flux et les éléments du réseau sous forme de courbe . . . 18
2.6 Calcul de bornes et propagation du calcul avec des courbes d'arrivée et de service 19
2.7 Prise en compte de la sérialisation des deux flux de débit γ_{r_1,b_1} et γ_{r_2,b_2} sur un lien 20
2.8 Exemple de configuration pour laquelle il n'est pas possible d'agréger simplement deux éléments réseau . . . 21
2.9 Modèles d'automates temporisés utilisé pour la vérification de modèle . . . 21
2.10 Automate associé à un port de sortie de commutateur . . . 22
2.11 Modélisation d'une architecture AFDX par *Model Checking* . . . 23
2.12 Scénario pire cas pour le VL $v1$ . . . 23
2.13 Charge des liens du réseau . . . 24

3.1 Flux hétérogènes avec des contraintes temporelles et des besoins en débits variés . 26
3.2 Rythme de génération des trames par une station source . . . 27
3.3 Configuration AFDX industrielle réduite permettant d'étudier le VL v_0 . . . 28
3.4 distribution des délais du VL v_0 et borne pire cas correspondante . . . 29
3.5 Impact de la charge additionnelle avec un BAG constant de 2 ms et une taille de trame variable sur le délai de bout en bout en ordonnancement FIFO . . . 30
3.6 Impact de la charge additionnelle à s_{max} constant sur le délai de bout en bout en ordonnancement FIFO . . . 31
3.7 Illustration de la politique *Static Priority Queueing* . . . 32
3.8 Impact de la charge additionnelle sur le délai de bout en bout du VL de référence v_0 en ordonnancement SPQ . . . 32
3.9 Impact de la charge additionnelle sur le délai de bout en bout du VL de charge v_{11} 33
3.10 Impact de la charge additionnelle sur le délai de bout en bout du VL de référence v_0 en ordonnancement WRR . . . 34
3.11 Illustration de la politique *Packet Generalized Processor Sharing* . . . 35
3.12 Impact d'une charge additionnelle à taille de trame variable et à BAG constant sur le délai de bout en bout du VL avionique v_0 . . . 36
3.13 Exemple d'architecture hybride sur le modèle de *DiffServ* . . . 37
3.14 Impact d'une charge additionnelle à taille de trame variable et à BAG constant (de 2 ms) sur le délai de bout en bout par simulation . . . 39
3.15 Exemple de réseau modélisé pour l'approche par trajectoire . . . 40
3.16 Illustration de $first_{i,j}$, $first_{j,i}$, $last_{i,j}$ et $last_{j,i}$ . . . 41

3.17 Exemple de configuration pour le calcul par trajectoires . . . 42
3.18 Un ordonnancement possible sur la trajectoire du paquet 2 . . . 43
3.19 Maximisation du retard sur la trajectoire du paquet 2 . . . 44
3.20 Période de génération de paquet pour un flux de même priorité que le paquet m . 45
3.21 Période de génération de paquet pour un flux de priorité supérieure à celle de m 46

4.1 Modélisation d'un réseau AFDX par trajectoires . . . 51
4.2 Configuration AFDX pour illustrer le calcul par trajectoires . . . 52
4.3 Ordonnancement arbitraire des trames . . . 53
4.4 Temps de départ au plus tard pour la trame 3 du VL v_3 . . . 54
4.5 Résolution graphique de l'équation (4.14) . . . 56
4.6 Temps de départ au plus tard pour la trame 5 du VL v_5 . . . 57
4.7 Un commutateur avec un port de sortie (OP) et les entrées (IP) correspondantes 58
4.8 Illustration du terme $\Delta_{i,t}^{h}$ . . . 59
4.9 Calcul de $\Delta_{5,t}^{S_3}$ sur le commutateur S_3 . . . 64
4.10 Évaluation du pessimisme d'une approche pire cas . . . 66
4.11 Synchronisation des files des ports en entrée d'un nœud . . . 67
4.12 Configuration AFDX d'exemple . . . 68
4.13 Délai de bout en bout du VL v_6 : exemple d'ordonnancement quelconque . . . 68
4.14 Délai de bout en bout du VL v_6 : ordonnancement suivant les tailles décroissantes 69
4.15 Délai de bout en bout du VL v_1 : ordonnancement prenant en compte le nombre de nœuds communs restant . . . 69
4.16 Délai de bout en bout du VL v_1 : ordonnancement suivant les deux critères . . . 70
4.17 Exemple de configuration qui montre les limites de l'heuristique . . . 70
4.18 Scénario défavorable généré par l'heuristique . . . 71
4.19 Scénario plus défavorable que celui généré par l'heuristique . . . 71
4.20 Configuration AFDX illustrant le pessimisme de l'approche par trajectoires . . . 72
4.21 Scénario pire cas pour le VL $v1$ . . . 72
4.22 Illustration du pessimisme de l'approche par calcul réseau . . . 73
4.23 Comparaison entre les bornes obtenues par trajectoire avec et sans sérialisation . 75
4.24 Comparaison entre les bornes obtenues par calcul réseau avec et sans sérialisation 76
4.25 Comparaison entre les bornes obtenues par trajectoires et par calcul réseau sans prise en compte de la sérialisation . . . 77
4.26 Comparaison entre les bornes obtenues par trajectoire et par calcul réseau avec prise en compte de la sérialisation . . . 78
4.27 Comparaison entre les bornes obtenues par calcul réseau et le délai du scénario généré par l'heuristique . . . 79
4.28 Comparaison entre les bornes obtenues par trajectoire et le délai du scénario généré par l'heuristique . . . 80
4.29 Impact de la charge additionnelle sur la borne pire cas du VL v_0 en ordonnancement FIFO . . . 81
4.30 Impact de la charge additionnelle sur la borne pire cas du VL v_{11} en ordonnancement FIFO . . . 81

5.1 Configuration AFDX mettant en évidence l'effet de non préemption . . . 84
5.2 L'effet de non préemption d'une trame de priorité inférieure sur deux nœuds consécutifs . . . 85
5.3 Configuration AFDX avec plusieurs niveaux de priorités . . . 86
5.4 Recherche du temps de départ au plus tard de la trame 1 sur son dernier nœud . 86
5.5 Configuration AFDX avec plusieurs niveaux de priorité . . . 86
5.6 Temps de départ au plus tard pour la trame 3 du VL v_3 . . . 87
5.7 Temps de départ au plus tard pour la trame 1 du VL v_1 . . . 88
5.8 Illustration du terme $\Delta_{i,t}^{h}$ . . . 89

5.9 Impact d'une trame de lp_i dans le calcul de $\Delta_{i,t}^{h}$ 90
5.10 Prise en compte des trames de hp_i dans le calcul de $\Delta_{i,t}^{h}$ 91
5.11 Configuration AFDX pour illustrer le calcul par trajectoires 95
5.12 Calcul de $\Delta_{5,t}^{S_3}$ dans le commutateur S_3 97
5.13 L'effet de sérialisation ne joue pas pour des VL plus prioritaires 99
5.14 Alignement des trames de même priorité en entrée d'un nœud 100
5.15 Espacement des trames après passage par un commutateur *Store and Forward* . . 100
5.16 Génération d'un scénario défavorable en ordonnancement FP/FIFO 101
5.17 Configuration AFDX d'exemple 101
5.18 Scénario défavorable pour la trame 1 conduisant à un délai de bout en bout important 102
5.19 Scénario défavorable pour la trame 3 conduisant à un délai de bout en bout important 103
5.20 Scénario défavorable pour la trame 2 conduisant à un délai de bout en bout important 104
5.21 Scénario défavorable pour la trame 5 conduisant à un délai de bout en bout important 105
5.22 Gain lié à la prise en compte de la sérialisation sur le délai de bout en bout pire cas du VL v_0 107
5.23 Comparaison entre les bornes obtenues par trajectoire et le délai du scénario généré par l'heuristique 108
5.24 Impact de la charge additionnelle sur la borne pire cas du *Virtual Link* (VL) avionique v_0 calculée par trajectoires 110
5.25 Impact de la charge additionnelle sur la borne pire cas du VL v_{11} calculée par trajectoires 111

6.1 Différences entre les méthodes A et B 116
6.2 Configuration AFDX en ordonnancement WFQ 120
6.3 Ordonnancement équitable paquet par paquet et équivalence en modèle fluide . . 120
6.4 Comptabilisation de la quantité de trafic à retrancher sur un nœud 122
6.5 Comptabilisation de la quantité de trafic à retrancher sur plusieurs nœuds 123
6.6 Configuration AFDX d'exemple 124
6.7 Trames d'un flux rejoignant m sur différent nœuds 125
6.8 Comptabilisation de la quantité de trafic à retrancher 129
6.9 Configuration AFDX montrant le pessimisme de de la méthode A comparée à une borne FPFIFO 130

B.1 Mise en œuvre de la politique de service PGPS 150

Liste des tableaux

2.1 BAG et tailles de paquets maximales des flux d'une application avionique réelle . 13
2.2 Longueur des chemins des flux d'une application avionique réelle 13

4.1 Correspondance avec les caractéristiques d'un AFDX 51
4.2 Délais de bout en bout pire cas par l'approche par trajectoires 56
4.3 Mise en évidence du pessimisme de l'approche par trajectoires 58
4.4 Réduction du pessimisme de l'approche par trajectoires 65
4.5 Comparaisons des délais calculés avec les différentes approches 65
4.6 Temps de transmission d'une trame d'un VL 67
4.7 Temps de transmission d'une trame d'un VL en μs 72
4.8 Extrait de fichier CVS généré par l'outil avec son interprétation 74

5.1 Niveau de priorité des VL 87
5.2 Bornes sur le délai de bout en bout calculé par trajectoires 88
5.3 Niveau de priorité des VL 95
5.4 Réduction du pessimisme de l'approche par trajectoires 98
5.5 Niveau de priorité des VL 98
5.6 Caractéristiques des VL de l'exemple 101
5.7 Récapitulatif des délais des scénarios défavorables sur la configuration d'exemple 104
5.8 Gain moyen de la sérialisation pour le délai de bout en bout pire cas du v_0 106
5.9 Gain moyen de la sérialisation pour le délai de bout en bout pire cas du VL $v_{Load1-1}$ 107
5.10 Pessimisme des approches pire cas 109

6.1 Longueur des trames pour chaque flux 116

B.1 Délais de transmission en GPS et en PGPS 151

C.1 Conséquences d'une défaillance en terme de sécurité 154

Liste des acronymes et des notations

Vocabulaire avioniques

ADCN *Aircraft Data Communication Network* (Réseau avionique)

AFDX *Avionics Full-duplex Switched Ethernet* (Ethernet commuté à liens bidirectionnels pour les réseaux avioniques)

BAG *Bandwidth Allocation Gap* (délai minimum entre deux paquets d'un VL à l'entrée du réseau)

ES *End System* (point de terminaison)

OACI Organisation de l'Aviation Civile Internationale

IFE *In-Flight Entertainment* (Divertissement des passagers)

IMA Avionique Modulaire Intégrée (de l'anglais *Integrated Modular Avionics*)

MTBF *Mean Time Between Failures* (Temps moyen entre défaillances)

S commutateur (*Switch*)

s_{max} plus grande taille de paquet acceptée pour un VL donné (*maximum packet Size*)

s_{min} plus petite taille de paquet acceptée pour un VL donné (*minimum packet Size*)

VL *Virtual Link* (lien virtuel)

Réseau et informatique

AF *Assured Forwarding* (Classe de trafic prioritaire dans le modèle *DiffServ*

CRC *Cyclic Redundancy Check* (contrôle de redondance cyclique)

CSMA/CD *Carrier Sense Multiple Access with Collision Detection* (accès multiple avec écoute de la porteuse avec détection des collisions)

CSMA/DCR *Carrier Sense Multiple Access with Deterministic Collision Resolution* (accès multiple avec écoute de la porte avec résolution détermioniste des collisions)

CSV *Comma separated values* (valeurs séparées par des virgules)

DiffServ *Differentiated Services* (services différentiés)

DRR *Deficit Round Robin* (service à tourniquet avec biais)

EDF *Earliest Deadline First*

EF *Expedited Forwarding* (Classe de trafic du modèle *DiffServ*

FCS *Frame Check Sequence* (champ de la trame Ethernet qui permet de contrôler l'intégrité des données convoyées)

FIFO *First In, First Out* (premier arrivé, premier servi)
FP *Fixed Priority* (priorités fixes)
FP/EDF *Fixed Priority/Earliest Deadline First* (voir FP et EDF)
FP/FIFO *Fixed Priority/First In, First Out* (voir FP et FIFO)
GPS *Generalized Processor Sharing* (partage de ressource équitable)
IntServ *Integrated Services* (services intégrés)
IP *Internet Protocol*
MC *Model Checking* (vérification de modèle)
PGPS *Packetized Generalized Processor Sharing* (partage de ressource équitable en mode paquet par paquet)
PHB *Per-Hop Behavior* (comportement assigné par saut)
QoS qualité de service (de l'anglais *Quality of Service*)
RSVP *ReSerVation Protocol* (protocole de réservation)
SDRR *Shaped Deficit Round Robin* (service à tourniquet lissé avec biais)
SPQ *Static Priority Queuing* (service à priorités fixes)
SWRR *Shaped Weighted Round Robin* (service à tourniquet pondéré lissé)
TDMA *Time Division Multiple Access* (Accès multiple par répartition temporelle)
TFTP *Trivial File Transfert Protocol* (protocole de transfert de fichier)
UIT-T Union Internationale des Télécommunications
VoD Vidéo à la demande *Video on Demand*
VoIP Voix sur IP *Voice over IP*
WFQ *Weighted Fair Queuing* (service équitable pondéré)
WF^{2}Q *Worst-case Fair Weighted Fair Queuing* (service équitable pondéré à retard borné)
WRR *Weighted Round Robin* (service à tourniquet pondéré)

L'approche par calcul réseau

α courbe d'arrivée d'un flux
β courbe de service d'un serveur
$\gamma_{r,b}$ courbe d'arrivée résultant d'un *seau percé* de débit r et de capacité b
NC *Network Calculus* (calcul réseau)
R trafic cumulé d'un flux
PBOO *Pay Burst Only Once*
r débit du lien (*Rate*)
RTC *Real Time Calculus* (calcul temps réel)

L'approche par trajectoire

$A_{i,j}$ Temps tel que : $t + A_{i,j}$ correspond à la durée pendant laquelle un flux $\tau_j \in sp_i$ peut émettre sur son nœud d'entrée dans le réseau des paquets qui sont susceptibles de retarder sur sa trajectoire un paquet m d'un flux τ_i généré à l'instant t
a_m^h Instant d'arrivée d'un paquet m dans un nœud h
$B_{i,j}$ Temps tel que : $W_{i,t}^{last_{j,i}} + B_{i,j}$ correspond à la durée pendant laquelle un flux $\tau_j \in hp_i$ peut émettre sur son nœud d'entrée dans le réseau des paquets qui sont susceptibles de retarder sur sa trajectoire un paquet m d'un flux τ_i généré à l'instant t

bp^h	Période active considérée dans un nœud h
C_i^h	Durée maximale de transmission d'un paquet du flux τ_i dans le nœud h
δ_i	Retard maximum pris par un paquet du flux τ_i directement dû à l'effet de non préemption des paquets de priorité inférieure
$\Delta_{i,h}$	Période durant laquelle des paquets qui rejoignent le paquet m d'un flux τ_i dans un nœud h sont traités sans retarder le départ de m dans ce nœud
D_i	*Deadline* (Délai de bout en bout maximal acceptable pour un paquet du flux τ_i)
$D_{i,j,t}^h$	Nombre de paquets d'un flux τ_j qui peuvent rejoindre au plus tôt un paquet d'un flux τ_i généré à l'instant t dans le nœud h
$first_i$	Le premier nœud visité par le flux τ_i sur son chemin $\mathcal{P}_i$
$first_{j,i}$	Le premier nœud visité par le flux τ_j sur le chemin $\mathcal{P}_i$, avec $\mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j \neq \emptyset$
$f(h)$	Le premier paquet de la période active bp^h
hp_i	*higher priority* (ensemble des flux ayant un niveau de priorité fixe supérieur à celui du flux τ_i)
J_i	*Jitter* (gigue maximale des paquets du flux τ_i à leur entrée dans le réseau)
$last_i$	Le dernier nœud visité par le flux τ_i sur son chemin $\mathcal{P}_i$
$last_{j,i}$	Le dernier nœud visité par le flux τ_j sur le chemin $\mathcal{P}_i$, avec $\mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j \neq \emptyset$
lp_i	*lower priority* (ensemble des flux ayant un niveau de priorité fixe inférieur à celui du flux τ_i)
l_x^h	Durée de la séquence seq_x^h sans son premier paquet
m	Désignation d'un paquet d'un flux τ_i généré à l'instant t
M_i^h	Instant de commencement au plutôt de la période active dans laquelle un paquet m du flux τ_i est servi dans le nœud h
$N_{i,j,t}^h$	Nombre de paquets d'un flux τ_j qui ont pu rejoindre au plus tôt un paquet d'un flux τ_i généré à l'instant t entre les nœuds $first_{j,i}$ et h.
$p(h-1)$	Le premier paquet de la période active bp^h provenant du nœud $h-1$
P_i	*Priority* (priorité fixe du flux τ_i)
$\mathcal{P}_i$	*Path* (liste ordonnée des nœuds que parcourt le flux τ_i dans le réseau : $[first_i, \ldots, last_i]$)
$\mid \mathcal{P}_i \mid$	La longueur du chemin $\mathcal{P}_i$
$pre_i(h)$	Le nœud visité par le flux τ_i sur le chemin $\mathcal{P}_i$ avant le nœud h
$\mathbf{seq}_x^h$	Séquence de paquets provenant du port IP_x^h du nœud h et appartenant à la période active bp^h
$slow_i$	le nœud le plus lent visité par le flux τ_i sur le chemin $\mathcal{P}_i$: $\forall h \in \mathcal{P}_i, C_i^{slow_i} \geq C_i^h$
$slow_{j,i}$	le nœud le plus lent visité par le flux τ_j sur le chemin $\mathcal{P}_i$: $\forall h \in \mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j, C_j^{slow_{j,i}} \geq C_j^h$
sp_i	*same priority* (ensemble des flux ayant un niveau de priorité fixe égal à celui du flux τ_i)
$suc_i(h)$	Le nœud visité par le flux τ_i sur le chemin $\mathcal{P}_i$ après le nœud h
${S_{min}}_i^h$	Temps minimum pris par un paquet du flux τ_i pour aller de sa source jusqu'au nœud h avec $h \in \mathcal{P}_i$
${S_{max}}_i^h$	Temps maximum pris par un paquet du flux τ_i pour aller de sa source jusqu'au nœud h avec $h \in \mathcal{P}_i$
$\tau(g)$	L'indice du flux auquel le paquet g appartient

τ_i	Flux de communication *unicast* (équivalent à un chemin d'un VL dans un réseau AFDX)
T_i	Même définition que le BAG pour un flux τ_i (abusivement appelé période)
$X_{i,t}$	Retard pris par un paquet m d'un flux τ_i sur sa trajectoire, dû aux paquets de priorité égale ou supérieure
$W_{i,t}^h$	Instant de départ au plus tard d'un paquet d'un flux τ_i généré à l'instant t sur le nœud h

Notations mathématiques

$(a)^+$	le maximum entre a et $0 : \max(a, 0), \forall a \in \mathbb{R}$
$[\![i, j]\!]$	l'ensemble des entiers relatifs compris entre i et $j : \mathbb{Z} \cap [i, j]$ avec $i \leq j$

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1 Présentation du sujet 1
1.1.1 Le déterminisme des communications avioniques 2
1.1.2 Analyse du délai de bout en bout 2
1.2 Position du problème 2
1.3 Démarche suivie 3
1.4 Principales contributions 4
1.5 Organisation du document 5

Nous présentons au paragraphe 1.1 le problème de déterminisme des communications avioniques et la notion de délai de bout en bout. Puis nous détaillons la problématique couverte par cette thèse (au paragraphe 1.2), ainsi que la démarche adoptée pour y répondre (au paragraphe 1.3). Nous résumons les contributions et les aspects novateurs de ce travail au paragraphe 1.4, avant de conclure en détaillant l'organisation de l'ensemble de ce document.

1.1. Présentation du sujet

La maîtrise des délais de communication dans les systèmes temps réel distribués constitue un problème difficile car les différents systèmes d'extrémité (*End Systems*) partagent des ressources de communication pour s'échanger des informations. Lorsque ces *End Sytems* ont des contraintes temporelles et des dépendances fortes, le temps de transmission des données dans le réseau est un paramètre important du bon fonctionnement du système.

Les avions civils récents comportent un nombre de plus en plus important de systèmes aux contraintes temps réel fortes. Cette augmentation s'accompagne d'un besoin croissant de communication entre ces systèmes. Pour répondre à ces besoins, les réseaux ont évolué avec l'introduction du multiplexage des données dans les bus avioniques [ARI99], puis la mise en œuvre de réseaux locaux de type Ethernet.

C'est dans ce contexte qu'a été proposé le standard ARINC 664 [ARI03], qu'implémente le réseau *Avionics Full-duplex Switched Ethernet* (AFDX). Il s'agit d'un réseau de type Ethernet commuté déstiné à prendre place au cœur des avions de nouvelle génération.

1.1.1. Le déterminisme des communications avioniques

La certification des avions de transport civil passe par l'établissement d'un ensemble de preuves qui garantissent la sécurité de l'appareil pour un domaine de vol donné. Ces exigences se déclinent au niveau de chaque système. Pour le système de communication, appelé *Aircraft Data Communication Network* (ADCN), le service fourni doit garantir le déterminisme des communications. Ceci permet de découpler la certification de l'ensemble des systèmes connectés à l'ADCN et de l'ADCN lui-même.

Un déterminisme absolu qui suppose que l'état complet d'un système est connu à chaque instant n'est pas envisageable pour un système complexe comme un réseau AFDX. Le déterminisme attendu s'entend comme une assurance du fonctionnement du système, vu des utilisateurs du réseau. Plus concrètement, l'exigence porte sur la garantie, pour l'utilisateur, du délai de transmission d'un message d'un bout à l'autre du réseau. Un délai maximal de transmission est ainsi associé à chaque flux transitant par le réseau. Le réseau est alors considéré comme déterministe s'il est possible de garantir que pour chaque flux, la borne fixée n'est jamais dépassée.

1.1.2. Analyse du délai de bout en bout

L'analyse pire cas du délai de bout en bout d'un flux est donc un élément central dans la preuve du déterminisme du réseau avionique. La notion de « bout en bout » indique que la transmission peut se faire en plusieurs sauts, à travers plusieurs nœuds de communication. Dans le cas de l'AFDX, ces nœuds correspondent à des commutateurs Ethernet. Le délai de bout en bout est alors la somme des délais de franchissement de chaque nœud et des délais de transmission sur les liens utilisés.

Lorsque plusieurs flux partagent un réseau AFDX, ce délai devient complexe à évaluer, car à la latence technologique (dépendant des équipement utilisés) et au temps de transmission proprement dit (variant en fonction du débit des liens) vient s'ajouter un temps d'attente dans les files de commutateurs qui dépend de la présence ou de l'absence d'autres flux utilisant le même support de transmission en sortie d'un commutateur.

Le délai de bout en bout pire cas doit donc tenir compte des circonstances les plus défavorables sur l'ensemble du parcours d'une trame dans un réseau. Différentes méthodes proposent de calculer une borne supérieure de ce délai pire cas. Dans le cas de l'AFDX, c'est l'approche par calcul réseau [Cru91] qui a permis de déterminer ces bornes pire cas, utilisées pour la certification du réseau. Cette approche a également servi à dimensionner tous les éléments du réseau, pour garantir que les files sont à même de stocker toutes les trames en attente, même dans le scénario le plus défavorable.

1.2. Position du problème

La problématique de cette thèse est donc la maîtrise des temps de communication dans des réseaux temps réel critiques. Il s'agit d'un problème récurrent, rencontré dans de nombreux domaines qui font appel à des systèmes embarqués. Longtemps, l'analyse des délais s'est focalisée sur l'ordonnancement de tâches sur des processeurs en ne tenant compte des temps de communication que sous forme de délai borné. Mais la multiplication des cœurs d'exécution dans les systèmes d'une part, et l'explosion des besoins de connectivité interne (capteurs, actionneurs, unités de stockage, ...) et externe (LAN, Internet, réseau de télécommunication sans fil, ...) ont fait émerger un nouveau champ d'étude, propre à ces réseaux de communication.

Les démarches pire cas, telles que le calcul réseau, sont indispensables à l'établissement des garanties de déterminisme. Mais le pessimisme introduit par ces approches pire cas conduisent à un surdimensionnement du réseau qui est, en moyenne, très peu chargé. Or, les besoins de

communication dans les avions continuent de croître, et de nouveaux types de flux, parfois très gourmands en ressources font leur apparition (par exemple multimédia).

L'ajout de ces nouveaux flux impliquerait un redimensionnement de tous les éléments du réseau et une augmentation significative de la taille de l'architecture pour tenir compte de ces nouveaux flux. Or, si les flux transmis actuellement sur l'AFDX sont des flux avioniques pour lesquels la transmission jusqu'à destination de toute trame doit être garantie, les flux additionnels n'ont pas forcément les mêmes contraintes.

En l'absence de différentiation de service au niveau des flux convoyés sur l'AFDX, ce trafic additionnel, potentiellement très gourmand en terme de débit pourrait avoir des conséquences en terme de délai pour le trafic existant. La solution existante ne permet donc pas de répondre à tous les besoins des prochaines générations d'avions. C'est pourquoi nous proposons d'examiner dans cette thèse, l'introduction de politiques de service à différentiation de flux dans le cadre de l'AFDX.

Un nombre important de familles de politiques de service ont été proposées et étudiées dans la littérature. Le but de cette thèse n'est pas d'en proposer de nouvelles, ou de démontrer des propriétés de politiques existantes, mais d'identifier celles qui sont le plus à même de répondre aux besoins du monde avionique énoncés précédemment. Au delà du choix d'une politique, la question principale demeure celle de la preuve de déterminisme, qui reste nécessaire, quelle que soit la politique de service retenue. En effet, les preuves de déterminisme utilisées actuellement pour la certification de l'AFDX font l'hypothèse que les commutateurs servent les trames dans leur ordre d'arrivée (politique de service *First In, First Out* (FIFO)). L'introduction de nouveaux mécanismes d'ordonnancement des trames permettant de différentier le service apporté à différentes classes de flux nécessite donc d'étendre ces méthodes de vérification du déterminisme. Une contribution importante de cette thèse porte sur l'établissement de bornes du délai de bout en bout pire cas d'un flux lorsque l'ordonnancement mis en œuvre dans les commutateurs permet de différentier plusieurs classes de trafic (politique de service basée sur une hiérarchie de priorités statiques ou politique de service équitable).

1.3. Démarche suivie

Cette étude part du constat que l'architecture AFDX utilisée par les avions civils actuels ne permet pas de faire face à tous les nouveaux besoins de communication. Dans un premier temps, l'objectif est d'identifier parmi les politiques de service existantes, lesquelles sont les plus à même de prendre en compte ces nouveaux types de flux, sans dégrader les performances du trafic avionique existant. Parmi ces différentes politiques de service, nous nous intéressons plus particulièrement à deux familles : une première à base de priorités fixes (*Static Priority Queuing* (SPQ) ou *Fixed Priority/First In, First Out* (FP/FIFO)), et une seconde à base de priorités dynamiques, qui cherche à distribuer le service équitablement entre différentes classes de trafic (de type *Weighted Fair Queuing* (WFQ)). Nous examinons également la possibilité d'utiliser une politique de service hybride, combinant des avantages de ces deux familles.

Après avoir illustré par simulation les avantages et les inconvénients de chacune de ces politiques de service sur les délais de bout en bout des flux sur une configuration représentative d'un réseau réel, nous reposons le problème du calcul de bornes de délai pire cas dans ce contexte de différentiation de flux. Pour cela, nous nous intéressons à l'approche par trajectoires, telle que présentée par Martin et Minet [Mar04] qui permet de déterminer de telles bornes pour des réseaux combinant différents niveaux de priorité fixes et dynamiques. Des résultats existent pour l'ordonnancement FIFO [MM06a] et l'ordonnancement FP/FIFO [MM06b] (qui permet d'attribuer des niveaux de priorité fixes a différentes classes de flux, les flux étant servis selon l'algorithme FIFO au sein d'une classe).

La première étape consiste à montrer comment cette méthode des trajectoires peut s'appliquer au cas des réseaux AFDX. L'approche par calcul réseau ayant été optimisée pour

prendre en compte la sérialisation des flux partageant un même lien de sortie (phénomène appelé « groupage » dans [Gri04]), nous voyons si une optimisation semblable est possible dans le contexte de l'approche par trajectoires. Cette optimisation est tout à fait déterminante, car le phénomène de sérialisation est très important dans les configurations avioniques réelles et impacte grandement le calcul des délais de bout en bout pire cas.

Nous comparons alors les performances de cette méthode optimisée avec l'approche existante (le calcul réseau), et lorsque c'est possible, nous évaluons le pessimisme de ces bornes en les comparant au délai pire cas identifié par vérification de modèle. Lorsque le délai pire cas est inconnu, nous proposons une heuristique qui permet de déterminer une borne du pessimisme, en comparant le délai calculé par chaque méthode avec le délai d'un scénario défavorable, proche du pire cas.

Puis, dans un second temps, nous étendons l'étude à un réseau AFDX à différentiation de services, implémentant une politique de service FP/FIFO ou WFQ. Pour le cas FP/FIFO, les résultats existants peuvent s'appliquer à un AFDX à différentiation de service de manière similaire à ce qui a été fait pour FIFO. Dans le cas de WFQ, nous proposons deux méthodes basées sur l'approche par trajectoires FP/FIFO pour calculer une borne pire cas du délai de bout en bout d'un flux appartenant à une classe de service disposant d'une portion de ressource définie par un système de pondération.

1.4. Principales contributions

Nous résumons ci-après les contributions apportées par ce travail de thèse :

1. **Analyse de plusieurs politiques de service à différentiation de flux adaptées aux cas des réseaux avioniques AFDX**
   Pour faire face à l'évolution des communications avioniques présentant une hétérogénéité croissante des trafics, nous proposons dans cette thèse d'appliquer des politiques de service permettant de différentier des flux par classes à l'aide de priorités fixes ou en partageant équitablement les ressources, voire en utilisant une stratégie hybride, combinant les deux solutions précédentes. Nous montrons qu'une méthode d'analyse de délais pire cas (l'approche par trajectoires) peut s'adapter à une telle évolution du réseau et lui fournir les garanties de déterminisme attendues.

2. **Application de l'approche par trajectoires aux réseaux AFDX**
   Les réseaux AFDX sont intimement liés aux méthodes d'analyse pire cas nécessaires pour garantir leur déterminisme. Historiquement, c'est l'approche par calcul réseau qui a été utilisée pour la certification des premiers réseaux AFDX embarqués à bord d'Airbus [Gri04]. Dans cette thèse, nous montrons comment l'approche par trajectoires peut être utilisée pour calculer un délai de bout en bout pire cas pour les flux avioniques.

3. **Prise en compte de la sérialisation des flux dans l'approche par trajectoires**
   L'AFDX a introduit le principe de multiplexage des flux dans les réseaux avioniques en partageant des ressources comme les ports de sortie des commutateurs. Dès lors que des trames de différents flux partagent un port de sortie, elles sont sérialisées suivant leur ordre de traitement dans le premier port. Dans les ports suivants, ils ne sont donc plus en concurrence. Ce phénomène a été pris en compte dans l'approche par calcul réseau et a permis d'obtenir des gains conséquents dans le calcul des délais de bout en bout pire cas [Gri04]. Dans cette thèse, nous montrons comment la prise en compte de la sérialisation permet d'améliorer les bornes calculées par l'approche par trajectoires pour des réseaux AFDX.

4. **Prise en compte de politiques de service à différentiation de flux dans l'approche par trajectoires**

L'approche par trajectoires a déjà été utilisée dans des contextes FIFO [MM06a] et FP/FIFO [MM06b]. Nous proposons d'adapter de deux manières différentes l'approche à des politiques de services offrant un partage équitable des ressources, comme WFQ. La première méthode utilise les résultats pire cas sur les différences entre le modèle théorique *Generalized Processor Sharing* (GPS) (fluide) et son implémentation de référence en mode paquet par paquet : *Packetized Generalized Processor Sharing* (PGPS) [PG93]. La seconde méthode déduit une borne minorant les résultats obtenus à partir d'un modèle où les classes se partageant les ressources ont des priorités fixes.

5. **Comparaison des bornes obtenues par la méthode des trajectoires avec celles obtenues par d'autres méthodes**
   Nous comparons dans le cadre des réseaux AFDX les performances de différentes approches déterministes pour l'évaluation pire cas des délais de communication de bout en bout. Lorsque les méthodes le permettent, nous présentons sur un même exemple les résultats obtenus avec l'approche par calcul réseau (utilisée pour la certification), l'approche par vérification de modèle (fournissant le pire cas exact) et l'approche par trajectoires (nouvellement utilisée dans ce contexte).

6. **Évaluation du pessimisme de l'approche par trajectoires**
   À l'exception de l'approche par vérification de modèle qui fournit des pire cas exacts, les bornes fournies par le calcul réseau ou par la méthode des trajectoires comportent une part de pessimisme. Nous proposons dans cette thèse une démarche qui permet d'évaluer le pessimisme de ces deux méthodes, non seulement l'une par rapport à l'autre, mais également par rapport à une borne inférieure du délai pire cas. Cette borne inférieure correspond à un scénario jouable (par exemple, par simulation) dont le délai est connu, obtenu par une approche heuristique. La connaissance d'une borne inférieure et d'une borne supérieure permet alors de borner le pessimisme des approches déterministes.

1.5. Organisation du document

Ce manuscrit de thèse comprend six chapitres.

Dans le premier chapitre, nous présentons la problématique dans son contexte : l'évaluation du délai de bout en bout pire cas dans des réseaux avioniques de type AFDX.

Le chapitre 2 comporte un rapide état de l'art de l'évaluation des délais pire cas dans les réseaux. Nous y présentons les réseaux avioniques de type AFDX et le contexte plus général des réseaux temps réel. Nous présentons différentes approches qui permettent d'évaluer des délais pire cas dans l'objectif de garantir le déterminisme d'un réseau.

Au chapitre 3, nous présentons différents types de politique de service permettant d'offrir un service différentié à plusieurs classes de trafic. Nous illustrons par simulation leurs apports potentiels en terme de distribution des délais. Puis, nous présentons une méthode d'analyse pire cas, l'approche par trajectoires, présentant l'avantage d'intégrer des politiques de service combinant les priorités fixes et dynamiques.

Dans le chapitre 4, nous montrons comment cette méthode peut s'appliquer à des réseaux Ethernet commutés de type AFDX en reprenant les résultats existant pour le cas d'un ordonnancement FIFO[MM06a].

Au chapitre 5, nous cherchons à obtenir les mêmes garanties déterministes pour des flux différenciés par des niveaux de priorité fixes. Nous proposons donc d'étendre les résultats obtenus au chapitre 4 au cas d'un réseau AFDX gérant des niveaux de priorité fixes en partant des résultats établis pour l'approche par trajectoires en ordonnancement FP/FIFO [MM06b].

Ces deux chapitres suivent une organisation similaire : dans un premier temps, nous étudions l'applicabilité de l'approche par trajectoires dans le cas de la politique de service retenue. Puis,

nous cherchons à améliorer le calcul de la borne en prenant en compte, le phénomène de sérialisation des flux qui a une importance tout à fait significative dans les réseaux AFDX. Ensuite, nous cherchons à évaluer le pessimisme de l'approche pire cas. Enfin, nous appliquons la solution proposée sur une configuration de taille industrielle.

Puis, au chapitre 6, nous poursuivons cette démarche de manière plus prospective dans le cas d'un ordonnancement à répartition équitable du service. Les politiques de service de la famille de WFQ n'étant actuellement pas prises en charge par l'approche par trajectoires, nous proposons deux méthodes pour obtenir une borne du délai de bout en bout pire cas, en nous appuyant sur des résultats obtenus pour d'autres politiques de service comme PGPS (méthode A) ou FP/FIFO (méthode B).

Ce manuscrit possède un certain nombre de documents annexes, parmi lesquels se trouve le détail de preuves et d'exemples cités dans la thèse, déplacés pour faciliter la lecture des chapitres correspondants. Les preuves sont en annexe A et les exemples en annexe B. Des notions propres au domaine avionique sont données en annexe C et l'annexe D contient la liste des publications qui ont accompagné ce travail de thèse.

Chapitre 2

Analyse de délais de bout en bout et AFDX

Sommaire

2.1 Introduction **7**
2.2 Contexte des réseaux avioniques de type AFDX **8**
2.2.1 Évolution des bus et réseaux temps réel 8
2.2.2 Le cas des réseaux avioniques 9
2.2.3 Le réseau AFDX 10
2.2.4 Le réseau AFDX de référence 12
2.3 La maîtrise des délais de communication **13**
2.3.1 Introduction 13
2.3.2 La variabilité du délai de bout en bout 14
2.3.3 Analyse des délais de transmission pire cas 15
2.4 Méthodes d'analyse pire cas d'un réseau AFDX **16**
2.4.1 Aperçu des différentes approches dans le cas d'un VL AFDX 16
2.4.2 L'approche par calcul réseau 17
2.4.3 L'approche par vérification de modèle 21
2.4.4 Impact de l'approche déterministe sur le dimensionnement du réseau . . . 23
2.5 Conclusion **24**

2.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons au paragraphe 2.2 le contexte et l'évolution des réseaux avioniques qui ont conduit à l'utilisation de l'AFDX comme réseau fédérateur au cœur des avions civils de nouvelle génération. Au paragraphe 2.3, nous présentons la problématique de la variabilité du délai de bout en bout dans ce type de réseau et ses conséquence en terme de déterminisme des communications. Nous détaillons les méthodes permettant de fournir une borne pire cas de ce délai sous certaines hypothèses, et au paragraphe 2.4, nous voyons comment deux d'entre elles, le calcul réseau et l'approche par vérification de modèle, ont été appliquées au cas particulier de l'AFDX.

2.2. Contexte des réseaux avioniques de type AFDX

2.2.1. Évolution des bus et réseaux temps réel

Les bus de terrain dans le domaine des transports

Dans le domaine des transports, l'utilisation de bus et de réseaux temps réel sont devenus incontournable en raison de la très forte demande de systèmes toujours plus connectés et communicants [SLN06]. Depuis les années 80, les liens dédiés entres les divers équipements ont été progressivement remplacés par des bus multiplexés, offrant au passage une réduction de coût, de masse, d'encombrement et de complexité d'installation. Dans le monde de l'automobile, c'est le standard CAN [ISO93] qui s'est imposé et qui reste aujourd'hui encore le réseau le plus utilisé. Il appartient à une famille de bus de terrain qui ont été conçus pour garantir un comportement déterministe, nécessaire pour les applications critiques auxquelles il se destine. Ce déterminisme est garanti par une méthode d'accès au médium qui prévient tout risque de collision. Le mécanisme utilisé pour CAN est de type *Carrier Sense Multiple Access with Collision Detection* (CSMA/CD), qui est de type *event-triggered* : un arbitrage non destructif, basé sur des priorités statiques, est effectué en fonction des trames présentes. Il n'y a pas d'allocation temporelle des ressources.

Les protocoles qui font une allocation temporelle font parti de la catégorie dite *time-triggered*. Parmi ces protocoles, on retrouve notamment TTP/C [KG94], dont la politique d'accès au médium est de type *Time Division Multiple Access* (TDMA). L'accès au bus est autorisé pendant des intervalles de temps réservés appelés *slots*. Cette architecture repose sur une base de temps stable et nécessite des équipements spécifiques qui garantissent la synchronisation tels qu'un contrôleur de communication ou des gardiens de bus.

Plus récemment, certaines initiatives ont vu le jour pour concilier les avantages des deux approches. Dans le domaine de CAN, deux extensions TTCAN [ISO00, MFH+02, HMFH02] et FTT-CAN [APF02] ont été proposées, et plus globalement, dans le domaine automobile, FlexRay [Fle04] a été soutenu par un large consortium de constructeurs et d'équipementiers. Ce dernier cherche à concurrencer directement les approches strictement synchrones, tout en gardant la flexibilité des approches guidées par les événements en offrant deux fenêtres de transmissions distinctes : l'une dont les *slots* sont alloués statiquement, et l'autre découpée en *mini-slots*, permettant aux nœuds de transmettre un message ou de laisser la parole au nœud suivant, dès la fin du *mini-slot*.

L'essor de l'Internet et des réseaux IP

À côté de ce monde des systèmes temps réel durs, s'est développé depuis plusieurs dizaines d'années, l'ARPANET, puis l'Internet, qui a connu un essor gigantesque [Kle10]. L'Internet n'avait pas à l'origine pour but de transporter des données critiques du points de vue temporel, puisqu'il se limitait à des groupes de discussion qui permettaient l'envoi de courriers et de fichiers. L'ampleur prise par ce réseau a rendu l'*Internet Protocol* (IP) incontournable dans de très nombreux domaines.

Le développement des contenus multimédia (notamment la Voix sur IP (VoIP) et le *streaming* audio/vidéo) se sont confronté à une limitation de l'architecture existante : le protocole IP n'a pas été conçu pour garantir des communications déterministes. Or, ces flux nécessitent des garanties temporelles pour être exploitables. C'est ainsi que le concept de qualité de service (QoS) a été introduit dans les réseaux IP [ORAG11]. Deux architectures ont émergé : d'une part, *IntServ* [BCS94] qui s'appuie sur le protocole de réservation de ressources *ReSerVation Protocol* (RSVP) [BZB+97], mais finalement peu utilisé à cause du besoin permanent de signalisation et de son manque d'extensibilité. *DiffServ* [NBBB98a], d'autre part, procède à un marquage des paquets en bordure de réseau, et la différentiation de service se fait au niveau de chaque saut, en s'appuyant

sur les informations du marqueur. Mais ces mécanismes ne rendent pas le réseau déterministe pour autant, et ces architectures envisagent la perte de paquets en cas de ressources insuffisantes.

Convergence des solutions avec l'Ethernet temps réel

En même temps que l'IP s'est imposé pour l'Internet, l'Ethernet (IEEE 802.3) s'est généralisé dans les communications en entreprise. Jusque dans les années 90, cette technologie a été ignorée par le monde du temps réel à cause de sa méthode d'accès CSMA/CD non déterministe [MT11, Fel05]. Cependant, sa très grande disponibilité (associée à un coût de déploiement très bas) l'a rendue attractive, moyennant un certain nombre d'adaptations, plus ou moins radicales. Ainsi, certaines solutions comme Modbus/TCP ou Profinet IO RT se sont contentées d'utiliser les standards existants pour l'attribution de priorités et pour l'établissement de VLAN (IEEE 802.1p et IEEE 802.1Q). Ces solutions ne fournissent que des garanties statistiques en l'absence de contrôle du débit des flux à l'entrée du réseau.

D'autres solutions comme Profinet IO IRT utilisent des composants spécifiques, tout en gardant une rétro-compatibilité avec l'Ethernet standard. Ces solutions reposent sur des solutions propriétaires de gestion du trafic au niveau de chaque commutateur, généralement à base de découpage temporel.

Certaines solutions, comme Ethernet Powerlink, abandonnent la compatibilité avec les stations Ethernet classiques en modifiant les couches supérieures de la pile protocolaire pour garantir le déterminisme des communications, tout en conservant des équipements standard. Ces solutions nécessitent généralement une passerelle pour être reliées à des réseaux Ethernet classiques.

Enfin, un certain nombre de solutions passent par la redéfinition de la couche MAC pour assurer le déterminisme des communications. Ce sont généralement les solutions les plus performantes, mais elles requièrent du matériel spécifique, incompatible avec des stations Ethernet classiques. Parmi ces solutions, on trouve EtherCat et SERCOS III, ou encore Factor, qui utilise une méthode d'accès à résolution de collisions déterministe *Carrier Sense Multiple Access with Deterministic Collision Resolution* (CSMA/DCR) [LLR93], en attribuant des priorités aux stations connectées au bus.

Il y a donc une convergence entre les solutions développées spécifiquement pour les environnement temps réel et les solutions plus généralistes, largement diffusées comme l'IP et Ethernet. C'est à cette confluence que se situe l'AFDX, réseau avionique de nouvelle génération, étudié dans cette thèse.

2.2.2. Le cas des réseaux avioniques

Dans les années 50, les fonctions avioniques étaient mises en œuvre par des systèmes très simples pouvant s'exécuter sur un seul calculateur. L'avionique moderne est apparue dans les années 60 avec le remplacement de composants analogiques par leurs équivalents numériques. Ce phénomène n'a cessé de s'amplifier avec, en outre, l'ajout régulier de nouvelles fonctions (nouveaux besoins, meilleure assistance au pilotage, etc). Cette augmentation du volume des systèmes avioniques peut être illustrée par les chiffres correspondant aux Airbus A310 (1983) et A340 (1993). Le nombre de systèmes avioniques embarqués a augmenté de près de 50% – de 77 à 115 – et la puissance de calcul totale a été multipliée par 4 – de 60 à 250 Mips. Ce développement des fonctions avioniques a amené un accroissement des besoins en communication.

Ces besoins ont d'abord été couverts par l'ARINC 429 [ARI01], qui est toujours en service dans la plupart des aéronefs civils de transport. Il s'agit d'un bus mono-émetteur permettant de transmettre des trames incluant 4 octets de données et un débit compris entre 12,5 et 100 kb/s. Un lien ARINC 429 est de type point à multipoint (avec au plus 20 destinataires) et unidirectionnel. Un bus dédié est donc nécessaire pour chaque flux de données à transmettre. L'accroissement

considérable du nombre de liens de communication rend donc l'utilisation de la seule technologie ARINC 429 inacceptable en terme de poids et de complexité de câblage.

Au début des années 90, le concept d'Avionique Modulaire Intégrée (IMA) [ARI91, ARI97] a introduit le principe du partage des ressources d'exécution et de communication. Chaque sous-système se voit alloué une ou plusieurs fenêtres temporelles sur une unité d'exécution partagée. Ces sous-systèmes échangent des messages via des ports de communication qui peuvent être de deux types : les ports en mode *sampling*, dans lesquels n'est stockée que la dernière valeur de la donnée et les ports en mode *queueing*, dans lesquels toutes les valeurs successives de la donnée sont enregistrées. On définit alors des canaux logiques qui sont des liens *multicast* (1 vers n) entre ces ports de communication. Ces canaux logiques sont indépendants de la technologie de communication sous-jacente. L'IMA a été utilisée pour la première fois par Boeing pour le B777, couplée à la technologie ARINC 629 [ARI99]. Airbus a de son côté introduit l'IMA pour l'A380, couplée à la technologie ARINC 664, également appelée AFDX [ARI05]. L'ARINC 629 est un bus de données multi-émetteur dont la mise en œuvre technologique s'est avéré coûteuse dans le contexte avionique. L'AFDX est devenu la technologie de communication de référence pour l'avionique civile, permettant le multiplexage de flux de communication sur un réseau Ethernet commuté *full duplex*.

L'architecture réseau avionique d'un avion de dernière génération, tel que l'A380, résulte d'un assemblage hétéroclite de systèmes développés à des époques différentes. Les bus de terrain embarqués sont de type :
- ARINC 429,
- CAN,
- liens dédiés numériques ou analogiques.

Nous n'entrons pas dans le détail des spécificités de ces bus mais nous précisons le fonctionnement de l'AFDX qui joue le rôle de réseau fédérateur entre toutes ces technologies. À noter que la perte AFDX est qualifiée de *hazardous* au niveau de l'avion et de *major* au niveau des systèmes, selon les termes définis par l'Organisation de l'Aviation Civile Internationale (OACI) (rappelées dans le tableau C.1 de l'annexe C). Ceci implique la mise en place de liens de secours pour assurer les fonctions critiques en cas de défaillance de l'AFDX. Ces liens sont par exemple de type CAN ou ARINC 429.

2.2.3. Le réseau AFDX

Le réseau AFDX est dérivé de l'Ethernet commuté. Il est composé principalement de commutateurs, qui sont les éléments clé de l'architecture, et de producteurs/consommateurs de données (les abonnés), appelés aussi éléments terminaux ou *End System* (ES), en anglais. Le réseau a pour objectifs de :
- fournir des données fiables, ce qui est accompli notamment grâce à l'utilisation du champ *Frame Check Sequence* (FCS) Ethernet et de codes correcteurs de type *Cyclic Redundancy Check* (CRC) au niveau Mac.
- offrir une disponibilité élevée. Sachant que de nombreux équipements sont reliés au réseau, sa disponibilité a une incidence directe sur celle de l'aéronef complet. Les commutateurs sont conçus pour offrir des *Mean Time Between Failures* (MTBF) très élevés, de l'ordre de 100 000 heures et l'architecture complète est doublée.
- garantir l'ordonnancement des paquets au sein d'un même flux, suivant un unique chemin de bout en bout (contrôle d'intégrité).
- fournir une isolation des erreurs (CRC Checking), entre éléments consécutifs ou entre flux.
- fournir un service déterministe de transfert de données. La latence maximale de bout en bout, ainsi que la gigue, doivent être bornés ; aucune perte de trame par congestion n'est tolérée.

Il faut souligner l'importance de ce dernier objectif, qui est directement relié à l'utilisation de moyens de communication partagés. En effet, dans le cas d'un réseau utilisant des bus avioniques dédiés, cet objectif est directement vérifié : les seules pertes sont dues à des erreurs physiques

sur le bus, et le temps de transmission d'une donnée n'est influencé que par le débit du bus. Par contre, dans le cas d'un réseau partagé comme l'AFDX, le risque de pertes de trames est bien présent. L'utilisation de liens *full-duplex* supprime le risque de collisions sur le lien physique ; par contre subsistent les pertes consécutives aux erreurs physiques, ou à la congestion dans les files d'attente des ports de sortie des commutateurs. En effet, ces files ont une capacité limitée ; des trafics confluents trop importants peuvent alors les faire déborder. L'absence de déterminisme intrinsèque aux mécanismes de files d'attente a pour autre conséquence une grande variabilité des délais et des gigues pour les flux transitant par ces ports. C'est pourquoi des méthodes de calcul de délai pire cas sont mises en œuvre pour garantir le déterminisme des échanges de données.

Prise en compte des contraintes de déterminisme

Une configuration statique La configuration du réseau est statique, et entièrement connue avant son entrée en service. De cette façon, tous les problèmes d'initialisation du réseau, ainsi que l'indéterminisme lié au temps de recherche des adresses ou des routes sont évités. Ceci implique entre autres que les tables de commutation (correspondance adresse MAC de destination / port(s) de sortie) sont configurées statiquement.

Un mécanisme d'isolation des erreurs De manière générale, le réseau doit assurer un confinement des erreurs, c'est-à-dire qu'une erreur locale ne doit pas se propager et détériorer le comportement d'autres éléments (exemple : *babbling idiot*, un composant défaillant monopolise l'utilsation d'un bus en émettant en permanence, empêchant ainsi toute communication entre les autres abonnés). Un filtrage des trames dans les éléments chargés de les relayer (commutateurs notamment) permet de supprimer les trames de longueur incorrecte, ou corrompues (vérification du champ FCS), ou dont la source ou la destination ne sont pas identifiées. Une des conséquences de ce filtrage est que les éléments formant le réseau ne doivent pas fonctionner en mode *cut through*, mais en *store and forward*, car les trames ne doivent être relayées que si elles sont valides. Elles doivent donc être entièrement enregistrées puis contrôlées avant d'être retransmises.

D'autre part, toujours dans un souci d'isolation des erreurs, le réseau doit également isoler les flux de données les uns des autres. Chaque trame contient un champ qui identifie de manière unique le flux auquel elle appartient et qui permet de réaliser des opérations de contrôle de la bande passante, de vérification de l'ordre des trames, ou de détecter des usurpations d'identité.

Un mécanisme de maîtrise du trafic La principale caractéristique de l'AFDX est sa politique de maîtrise du trafic, au travers du « contrat de trafic » que s'engage à respecter chaque source du réseau. De son côté le réseau doit mettre en place des dispositifs visant à surveiller que les sources ne dépassent pas leur quota d'émission. Ainsi, les émetteurs de données doivent utiliser des régulateurs de trafic (*traffic shaping*), alors que les commutateurs emploient des lisseurs (*traffic policing*), c'est-à-dire, des éléments qui rejettent les trames en excès. Le « contrat de trafic » est formalisé dans l'AFDX par le concept de *Virtual Link*.

La notion de Virtual Link

Cette notion est centrale dans le réseau AFDX. L'idée principale derrière cette notion est la volonté de fournir une ségrégation des flux : le mauvais comportement d'un flux ne doit pas nuire aux autres flux. La notion de VL permet de « virtualiser » un bus avionique classique pour chaque flux où il serait le seul flux à émettre. Un VL est défini par :

- un identifiant unique,
- une adresse de destination (unique ou *multicast*),
- la route empruntée pour rallier ces destinations,
- la taille maximale et minimale d'un paquet (en bits, notées s_{max} et s_{min}),

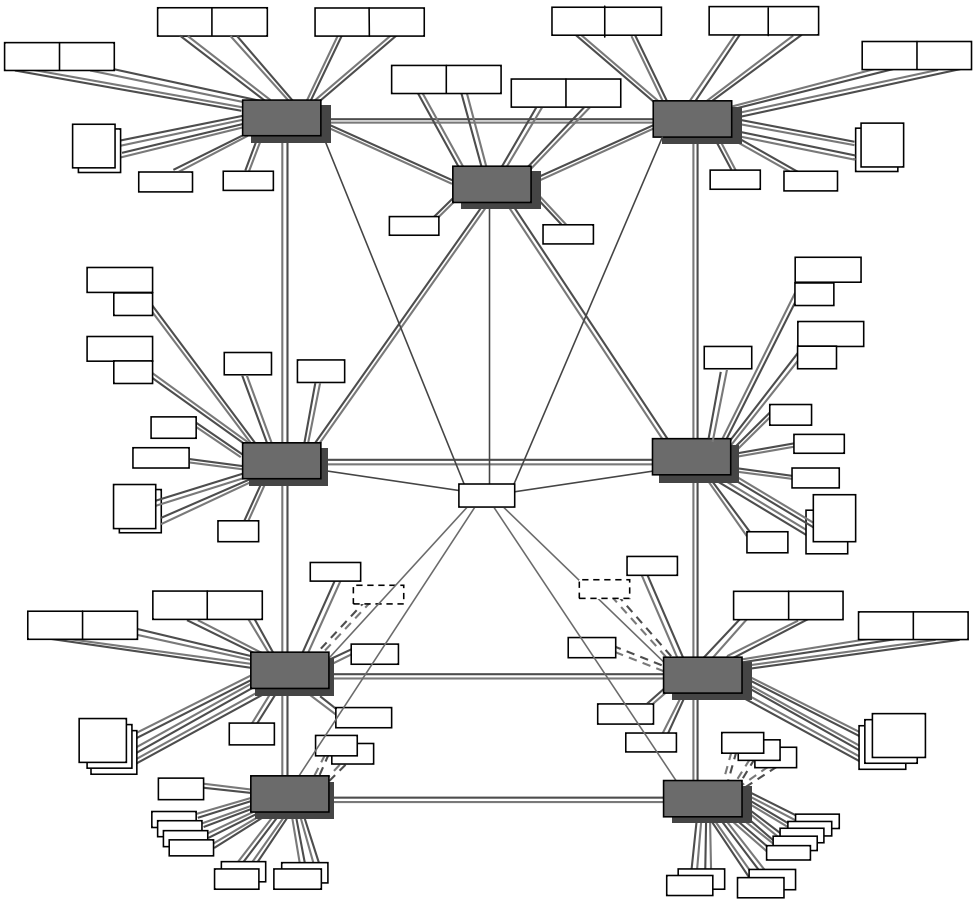


Fig. 2.1: *Architecture d'une configuration avionique redondante*

– un temps minimum entre l'émission deux trames consécutives, appelé *Bandwidth Allocation Gap* (BAG).

Un émetteur ne peut donc émettre sur un VL qu'au maximum un paquet de taille maximale tous les BAG. Le débit maximal à long terme d'un VL en bits par seconde, noté ρ, est donc :

$$\rho = \frac{s_{max}}{BAG}$$

2.2.4. Le réseau AFDX de référence

La figure 2.1 montre l'architecture générale d'un configuration avionique qui comprend une centaine d'ES interconnectés par deux sous-réseaux AFDX redondants. Cette redondance garantit une meilleure disponibilité de l'avion. Les paquets peuvent emprunter chacun de deux sous-réseaux (A et B) : à l'arrivée, le récepteur ne considère que le premier des deux paquets émis en parallèle.

Chaque sous-réseau comporte neuf commutateurs, représentés par les rectangles gris sur la figure 2.1. Environ un millier de VL sont transmis par les différents commutateurs sur l'un ou l'autre des réseaux du système pour un total de plus de 6000 chemins, du fait du caractère *multicast* des VL. Les valeurs de BAG des VL sont harmoniques : ce sont des puissances de 2 entre 1 et 128 ms. Dans la pratique, les BAG de 1 ms ne sont pas employés. La taille des paquets varie dans la limite de la norme Ethernet, à savoir, entre 64 et 1 518 octets, même si dans la pratique, la plupart des paquets ont une taille inférieure à 600 octets. Le tableau 2.1

BAG (ms)	Nombre de VL	Nombre de chemins
2	20	111
4	40	124
8	78	768
16	142	685
32	229	1545
64	220	1353
128	255	1826

Taille de paquet (octets)	Nombre de VL	Nombre de chemins
0-150	561	878
151-300	202	2658
301-600	114	2126
601-900	57	326
901-1200	12	184
1201-1500	35	195
> 1500	3	45

Tab. 2.1: *BAG et tailles de paquets maximales des flux d'une application avionique réelle*

Nombre de commutateurs traversés	Nombre de chemins
1	1797
2	2787
3	1537
4	291

Tab. 2.2: *Longueur des chemins des flux d'une application avionique réelle*

donne la répartition des VL de l'application de référence en terme de BAG et de taille maximale de paquet.

Le tableau 2.2 donne la répartition des chemins en fonction de leur longueur, exprimée en terme de nombre de commutateurs traversés. Dans les applications avioniques, cette longueur est limitée à quatre commutateurs, mais seule une minorité des chemins dépasse trois commutateurs. Cette limitation s'explique facilement par le retard supplémentaire qu'induit chaque nouveau saut (un temps de commutation constant plus une attente variable en fonction de la charge). De manière plus générale, les architectures commutées ont été développées pour réduire la longueur des chemins et ainsi accélérer les transmissions. Au niveau d'un réseau avionique, il s'agit de trouver un bon compromis entre le nombre de saut (réduction des délais) et le nombre de liens (réduction de la masse de l'avion).

Le nombre de liens, notamment de liens inter-commutateurs, a un rapport direct avec leur charge. Cette charge est définie comme un taux d'occupation, obtenu en sommant le taux d'occupation de tous les flux qui passent par ce lien. Le taux d'occupation maximal d'un lien de débit R par un VL est donné par le rapport entre le temps de transmission d'un paquet de taille maximale du VL et le BAG :

$$\frac{s_{max}}{R \times BAG}$$

2.3. La maîtrise des délais de communication

2.3.1. Introduction

La variabilité du délai de transmission d'un flux dans un réseau multiplexé est un problème classique, directement lié au stockage des messages dans des files d'attente. Dans le cas des réseaux commutés *full duplex*, toute la complexité liée au partage du réseau par les flux a été ramenée dans les ports de sortie des commutateurs. Le mécanisme de file d'attente ne permet pas d'avoir une

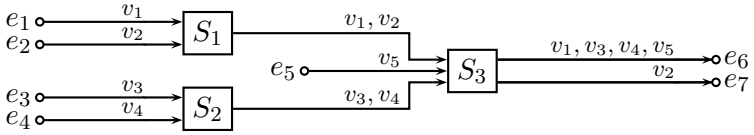


Fig. 2.2: *Configuration AFDX pour illustrer la variabilité du délai de bout en bout*

connaissance exacte de l'état du système complet à tout instant (indéterminisme des événements simultanés) : un tel système ne peut donc pas être qualifié de déterministe à l'échelle d'un port de sortie d'un commutateur. Le réseau doit tout de même fournir un comportement déterministe à l'échelle des applications qui envoient des données avec des échéances temporelles (systèmes asservis, contrôle-commande, etc). Ces garanties déterministes à un niveau macroscopique se traduisent au niveau du réseau par une borne supérieure sur le délai de bout en bout de tout flux traversant le réseau.

Pour s'assurer qu'aucun paquet ne soit perdu dans le réseau, il faut que les files d'attente soient dimensionnées de manière à pouvoir stocker tous les paquets en attente, même lorsque la congestion est maximale. Nous voyons dans le paragraphe suivant que ce problème de dimension des files d'attente est intimement lié à celui du délai de traversée pire cas.

2.3.2. La variabilité du délai de bout en bout

Le temps mis par un paquet pour traverser le réseau peut se décomposer en deux parties :
- un délai fixe (temps de propagation et latence technologique) qui dépend du nombre d'éléments traversés,
- un délai variable dans les files d'attente des ports de sortie traversés (fonction de la gestion et du taux d'occupation de ces files d'attente).

Le délai de traversée d'un port de sortie pour un paquet dépend donc directement de la quantité de données à transmettre avant qu'il soit servi. La recherche de la taille maximale de la file d'attente et la recherche d'un temps maximal de traversée sont donc deux problèmes liés. Ainsi, la taille maximum des files d'attente se déduit du temps maximal de traversée des flux du réseau.

L'obtention du délai de bout en bout maximal n'est cependant pas une tâche aisée en raison de la grande variabilité du temps d'attente dans les files des ports de sortie des commutateurs. Nous illustrons ce phénomène sur la configuration AFDX de taille réduite présentée dans la figure 2.2.

Celle-ci inclut cinq VL *unicast* v_1 à v_5 avec un BAG de 4 ms, une taille minimale de paquet s_{min} de 300 octets et une taille maximale s_{max} de 500 octets. Chaque lien a un débit de 100 Mb/s (le temps de transmission d'un octet est alors de 0,08 μs). La figure 2.3 montre trois scénarios possibles de transmission des trames sur le réseau avec un délai de commutation nul. Pour chacun des scénarios, un seul BAG est visualisé. On s'intéresse au délai de bout en bout de la trame 1 du VL v_1 qui suit le chemin $\mathcal{P}_1 = \{e_1, S_1, S_3\}$. Lorsque la longueur de cette trame vaut $s_{max} = 500$ octets, le délai de transmission sur les liens vaut $3 \times (0,08 \times 500) = 120\,\mu$s. Lorsque la longueur de cette trame vaut $s_{min} = 300$ octets, ce même délai vaut 72 μs.

Dans le scénario (a), chaque VL génère une trame de longueur maximale. Le délai de bout en bout de la trame du VL v_1 est donc 160 μs (120 μs de transmission sur les liens et 40 μs d'attente dans les ports de sortie). Dans le scénario (b), les instants de génération des trames sont les mêmes que dans le scénario (a), mais la longueur de la trame générée par le VL v_1 passe de 500 octets à 300 octets. Le délai de bout en bout de la trame de v_1 devient 107 μs (72 μs de transmission sur les liens et 35 μs d'attente dans les ports de sortie). La longueur de la trame émise peut donc influer sur son temps d'attente dans les ports de sortie. Dans le scénario (c), v_1, v_2, v_3 et v_4 génèrent une trame de longueur maximale, tandis que v_5 ne génère pas de trame. Par rapport aux deux scénarios précédents, les instants de génération des trames de v_1 et v_2 sont permutés. Dans ce scénario, la trame du VL v_1 n'attend pas dans les ports de sortie des

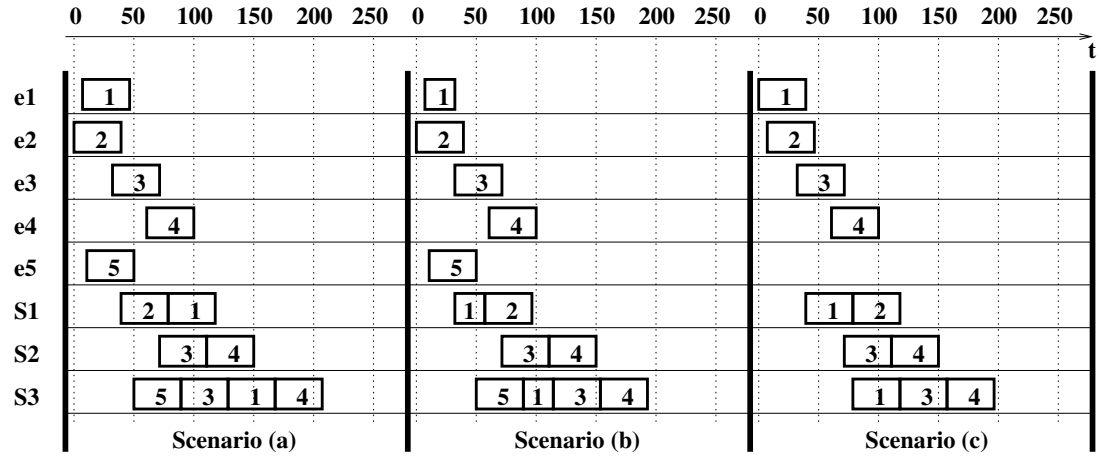


Fig. 2.3: *Trois scénarios possibles de séquence de trames*

commutateurs S_1 et S_3. Son délai de bout en bout est donc 120 μs (les temps de transmission sur les liens). Ce scénario montre que pour un VL donné, son phasage par rapport aux autres et le fait que ces autres VL émettent ou non des trames impacte le délai de bout en bout du VL considéré.

2.3.3. Analyse des délais de transmission pire cas

Le déterminisme des communications dans un réseau ne consiste pas à prévoir à chaque instant l'activité exacte de toutes les files de tous les ports de tous les commutateurs d'un réseau. Une garantie déterministe assure que les transmissions se font systématiquement dans un temps inférieur à une borne calculée, par opposition aux garanties stochastiques ou statistiques, qui s'entendent en terme de probabilité de perdre une trame ou de dépasser une échéance. La garantie recherchée dans le domaine des réseaux aéronautiques est de type déterministe. C'est pourquoi, nous n'abordons pas les travaux qui traitent des approches stochastiques, malgré leur intérêt indéniable [VLB02, SRF09].

L'approche déterministe s'intéresse au scénario pire cas, qui correspond à une congestion maximale sur l'ensemble du parcours d'un paquet dans le réseau. Ce scénario correspond à un événement rare, quasiment impossible à observer sur un réseau réel. Son identification passe donc par une analyse exhaustive de tous les scénarios jouables (approche par vérification de modèle) ou par le calcul d'une borne supérieure du délai correspondant en utilisant une méthode d'analyse pire cas du délai de bout en bout.

La vérification de modèle (ou *Model Checking*) est une famille de techniques de vérification automatique de propriétés de systèmes. Ces systèmes doivent pourvoir être modélisés (par exemple sous forme d'automates à états finis), afin de pouvoir leur appliquer des algorithmes de transformation, de simplification, et de vérification des propriétés recherchées [CE82, QS82]. Les automates temporisés ont été introduits par Alur et Dill [AD94] pour décrire le comportement de systèmes en incluant le temps. De tels automates ont été utilisés pour déterminer une borne pire cas du délai de bout en bout d'un paquet dans un réseau, en exhibant le scénario correspondant [CSEF06]. Cette technique s'expose tout de même à des limites concernant la taille des systèmes à modéliser. En effet, le nombre d'états à tester peut devenir très grand, et le problème de l'explosion combinatoire empêche de mener à terme les vérifications. Cette méthode est donc limitée à l'étude de configurations réseau de taille très réduite.

Le calcul réseau, appelé *Network Calculus* (NC) en anglais, est une théorie introduite par Cruz [Cru91] pour la mise en place de stratégies de QoS sur le réseau Internet. Les bornes fournies par le calcul réseau sont des bornes supérieures du délai pire cas d'un flux ou de la charge

maximale d'un système ou du réseau entier. Les calculs sont effectués par le biais de fonctions comme des courbes d'arrivée (fonction qui majore la quantité de données arrivant à travers un flux) ou des courbes de service (fonction qui donne la quantité minimale de données traitées à chaque instant par le serveur étudié). Certaines propriétés ont été établies quant à l'agrégation de plusieurs serveurs (*pay burst only once*) [LBT01] ou à la sérialisation de flux partageant des ressources [Gri04] qui améliorent grandement la qualité des bornes calculées. Une extension au calcul réseau utilisant un plus grand nombre d'hypothèses sur les flux traités (courbe d'arrivée maximale et minimale), et plus d'hypothèses sur les serveurs (serveur de capacité variable au lieu de simple courbe de service, et courbe de service maximal au lieu simplement de minimal) a été proposée sous le nom de *Real Time Calculus* (RTC) [WTVL06]. Le RTC propose des résultats intéressants sur le calcul de service résiduel, qui peut être vu comme le service offert à un flux indépendamment de la présence des autres flux dans un serveur [BJT09].

La recherche de temps pire temps de réponse (analyse WCRT) a fait l'objet de nombreux travaux qui ont été récemment portés dans le domaine des réseaux en faisant une équivalence entre le temps d'exécution d'une tâche sur un processeur et la durée de transmission d'un paquet dans un serveur. L'approche par trajectoires considère un système distribué composé de nœuds et de flux qui parcourent ces différents nœuds. Chaque paquet transitant à travers ce réseau est une tâche qui s'exécute sur les différents nœuds parcourus. Les nœuds exécutent les tâches en attente en respectant une stratégie d'ordonnancement. L'approche par trajectoires prend en considération le scénario pire cas pour un paquet tout au long de sa trajectoire.

Des résultats ont été proposés pour calculer des bornes sur le temps de réponse pire cas de tâches récurrentes [Mig99]. Dans ce contexte, la trajectoire correspond à un historique du système étudié. Ce modèle étant limité au contexte monoprocesseur, nous ne retenons pas cette approche dans notre étude, et nous adoptons la notion de trajectoire, au sens de l'ensemble des nœuds parcourus par un message, introduite par Martin et Minet. Des premiers résultats combinant des priorités statiques et des priorités dynamiques pour l'ordonnancement des paquets ont été établis dans [Mar04]. Ces résultats ont été étendus au modèles FIFO [MM06a] et FP/FIFO [MM06b] sur lesquels nous nous concentrons dans le cadre de la thèse.

Il y a donc une complémentarité entre ces approches dont les performances dépendent de la taille et du type de réseau à analyser. Le délai pire cas peut être obtenu par vérification de modèle sur des configuration très simples. Le calcul réseau donne une borne supérieure de ce délai pour des configurations complexes (méthode employée pour la certification du réseau avionique de l'A380). L'approche par trajectoires fournit également des bornes pire cas pour plusieurs politiques d'ordonnancement, combinant des priorités fixes et dynamiques. Dans le prochain paragraphe, nous décrivons plus en détail les méthodes qui ont été utilisées pour l'analyse des délais de bout en bout dans les réseaux AFDX.

2.4. Méthodes d'analyse pire cas d'un réseau AFDX

2.4.1. Aperçu des différentes approches dans le cas d'un VL AFDX

La figure 2.4 présente les informations sur le délai de bout en bout d'un VL obtenues avec les différentes approches évoquées précédemment. Le délai minimal se calcule trivialement en supposant que le temps d'attente se limite à la latence technologique et au temps de transmission dans chaque élément traversé. Le temps maximal est plus dur à cerner. Le scénario pire cas correspondant est un événement rare du point de vue de la simulation. Il peut être loin du pire cas observable, même avec des durées de simulation très longues. Il peut être exhibé dans des cas très simples (se limitant à quelques VL sur deux ou trois commutateurs) par vérification de modèle. Mais dans le cas général, ce délai pire cas ne peut qu'être approché par surapproximation à l'aide des méthodes d'analyse pire cas. Les hypothèses pessimistes faites par ce type d'approche conduisent à un écart plus ou moins important entre la borne calculée et le délai pire cas. Ces

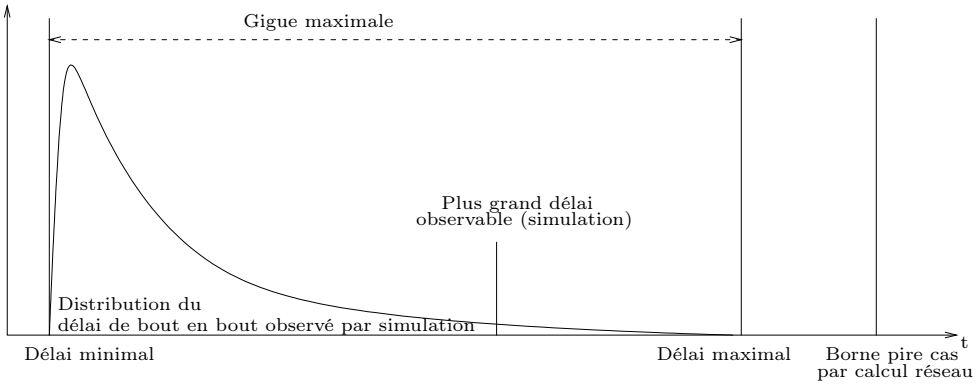


Fig. 2.4: *Répartition des différents résultats en fonction de l'approche retenue pour évaluer le délai de bout en bout d'un VL*

bornes restent cependant le seul moyen d'obtenir une garantie sur le délai de bout en bout pire cas d'un VL.

Pour la certification du réseau AFDX de l'Airbus A380, la méthode d'analyse pire cas qui a été retenue est le calcul réseau [Gri04]. Elle a permis de déterminer une borne supérieure du temps de transmission de tous les flux du réseau AFDX. Pour certaines configurations de taille réduite, cette borne a pu être améliorée avec une approche par vérification de modèle, qui permet d'exhiber le scénario pire cas et le délai correspondant [CSEF06].

Nous présentons dans les paragraphes suivants le fonctionnement de ces deux approches pire cas ainsi que leur application à la recherche d'une borne du délai pire cas d'un flux dans le contexte de l'AFDX.

2.4.2. L'approche par calcul réseau

Le calcul réseau est une théorie qui, étant donné des garanties sur le débit maximum d'un flux de données et des garanties sur le service offert par un élément réseau, fournit une borne sur le délai maximum passé par le flux dans l'élément, une borne sur l'occupation maximale mémoire dans l'élément ainsi qu'une garantie sur le débit maximum en sortie de l'élément.

Modélisation par des courbes d'arrivée et de service

Alors qu'on raisonne généralement sur les trafics engendrés par des flux en terme de débit (r), le paradigme de base du calcul réseau est le *trafic cumulé* (R), c'est à dire le nombre de bits émis par ce flux depuis l'instant initial.

Sous réserve que le débit soit exprimable, cette relation entre l'un et l'autre s'exprime par :

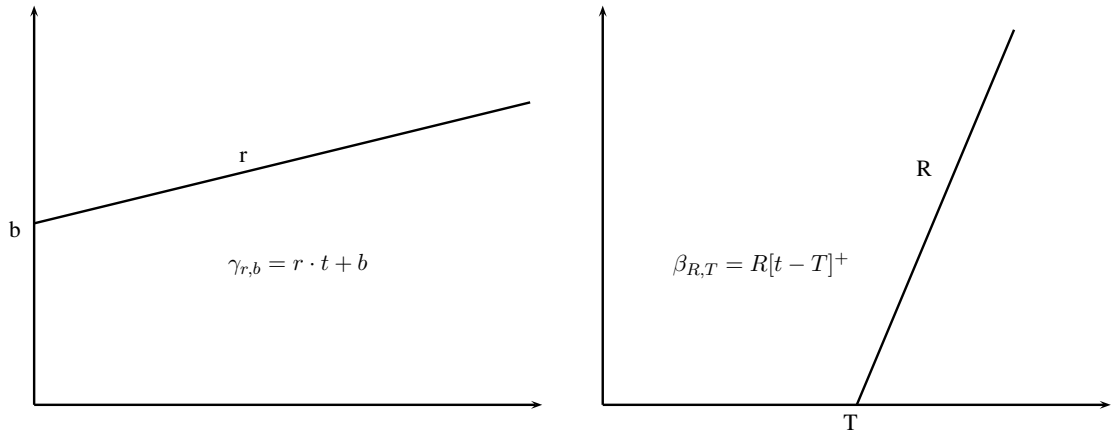
$$R(t) = \int_0^t r(x)dx$$

Les fonctions de trafic cumulé sont positives et croissantes.

Le calcul réseau manipule une seule forme de contrainte sur les flux : la *courbe d'arrivée*. On dit qu'un flux R est contraint par une courbée d'arrivée α si et seulement si :

$$R(t+\delta) - R(t) \leq \alpha(\delta)$$

ce qui signifie que, quel que soit le moment t où l'on considère le flux, on sait qu'en δ unités de temps, arriveront au plus $\alpha(\delta)$ nouveaux bits. Une courbe classique est celle de la figure 2.5a, qui



(a) courbe d'arrivée $\gamma_{r,b}$ de type "seau percé" (b) courbe de service $\beta_{R,T}$ de type "latence-débit"

FIG. 2.5: *Contrainte sur les flux et les éléments du réseau sous forme de courbe*

traduit qu'un flux pourra au pire générer une rafale de taille b, et ensuite un débit r : il s'agit du *seau percé*, de débit nominal r et ayant un *droit à rafale b*.

La modélisation des éléments du réseau se fait par une *courbe de service*. Ce concept complexe, peut être illustré par un exemple courant : considérons un élément réseau ayant pour courbe de service une courbe latence-débit $\beta_{R,T}$ qui vaut 0 sur $[0, T]$ et $R(t - T)$ sur $[T, \infty[$. Cela signifie que si un flux y entre, au pire, il sera retardé de T unité de temps puis se verra offrir un débit R. Une telle courbe de service est illustrée à la figure 2.5a.

Une fois connues une courbe d'arrivée α pour un flux et une courbe de service β pour un élément réseau, le calcul réseau permet de calculer une borne maximale du délai de chaque bit passé dans l'élément réseau d et une borne supérieure de la taille maximum de la file d'attente x à partir des distances horizontale et verticale maximales entre α et β :

$$x = v(\alpha, \beta) = \sup_{s \geq 0} \{\alpha(s) - \beta(s)\} \tag{2.1}$$

$$d = h(\alpha, \beta) = \sup_{t \geq 0} \{\inf \{d \mid \alpha(t) \geq \beta(t + d)\}\} \tag{2.2}$$

Dans le cas commun d'une courbe d'arrivée $\gamma_{r,b}$ et d'une courbe de service $\beta_{r,T}$, et sous réserve que $R > r$ (ce qui signifie que la capacité de l'élément est supérieure au débit du flux), on obtient :

$$h(\gamma_{r,b}, \beta_{R,T}) = T + b/R \tag{2.3}$$

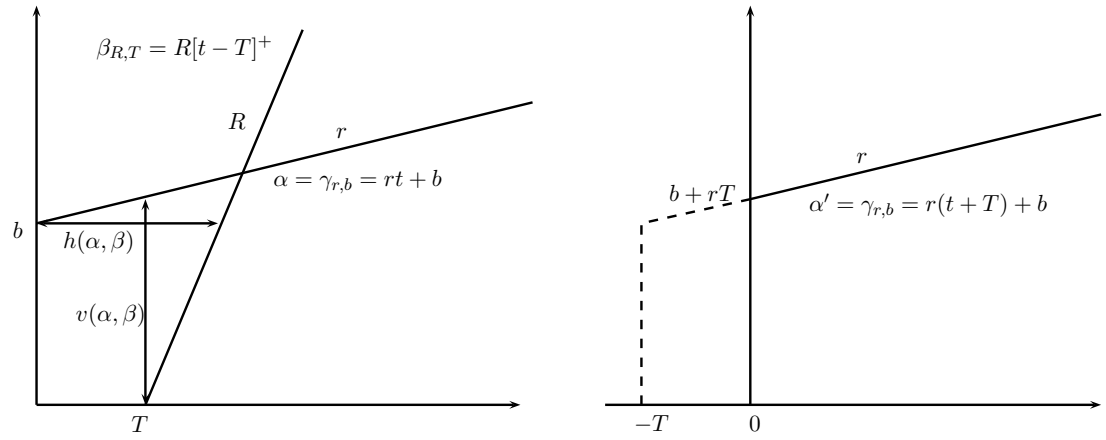
$$v(\gamma_{r,b}, \beta_{R,T}) = b + rT \tag{2.4}$$

Ces résultats sont illustrés par la figure 2.6a.

Un des grands avantages de l'approche par calcul réseau est la propagation des résultats de bout en bout. En effet, à partir d'une courbe d'arrivée α et d'une courbe de service β, il est possible de déterminer une courbe de sortie α' qui contraint le trafic à la sortie de l'élément de service β. Cela permet de propager les calculs jusqu'aux extrémités du réseau.

Des résultats ont été établis pour de nombreux types de courbe [LBT01]. Pour une courbe d'arrivée de type sceau percé $(\gamma_{r,b})$ et un élément qui offre un service de type latence-débit $(\beta_{R,T})$, le flux de données résultant est contraint par la courbe de sortie α', avec :

$$\alpha' = \gamma_{r,b+rT} \tag{2.5}$$



(a) Calcul graphique des bornes supérieures

(b) Courbe de sortie α' après propagation

Fig. 2.6: *Calcul de bornes et propagation du calcul avec des courbes d'arrivée et de service*

Comme l'illustre la figure 2.6b, le résultat est une simple translation horizontale de la courbe α. Ce résultat permet donc de calculer les délais de bout en bout avec une complexité très réduite. Il est possible de trouver d'autres courbes de sortie majorant le trafic d'un flux à la sortie d'un élément. La difficulté est de trouver la courbe la plus petite possible, calculable avec une complexité raisonnable et possédant de bonnes propriétés mathématiques (régularité, convexité, ...) pour propager le calcul.

Application à l'AFDX

Dans le cas de l'AFDX, la notion de VL rend possible la caractérisation des flux par une courbe d'arrivée : le BAG et la taille maximale de trame s_{max} assurent que le trafic engendré est borné par la courbe d'arrivée :

$$\gamma_{\frac{s_{max}}{BAG},s_{max}}(t) = s_{max} + \frac{s_{max}}{BAG} \times t$$

Ce type de courbe d'arrivée peut être utilisé pour caractériser les VL en n'importe quel point du réseau. Les trois éléments réseau de l'AFDX sont modélisés de la manière suivante :

- **le câble Ethernet** peut être modélisé comme un élément ne modifiant pas le trafic (le trafic sortant d'un câble Ethernet est exactement le même que celui qui y entre, seulement décalé dans le temps d'un délai de propagation électrique négligeable au regard des longueurs de câble considérées).
- **le End-System** est décomposé en un ensemble d'éléments réseau, suivant au plus près la spécification AFDX : chaque VL est mis en forme par un *Shaper* imposant le BAG entre deux trames, c'est donc la sortie de ce *Shaper* qui est considérée comme un flux entrant dans le réseau. Les différents VL ainsi mis en forme passent alors par un multiplexeur FIFO, avant leur émission sur le lien qui relie le ES au premier commutateur. En réception, le End-System AFDX est simplement modélisé par un *buffer* accumulant les bits reçus de la trame. Il ne fait pas parti du système modélisé.
- **le port de sortie** d'un commutateur est modélisé sous la forme d'un unique élément réseau à délai borné, qui regroupe les différents délais qu'une trame rencontre dans le commutateur : délai de réception, délai pour les différents traitements (vérification, policing, aiguillage, ...). Il est représenté par une courbe de service de type $\beta_{R,T}$, avec R le débit du lien de sortie et T la somme des temps de traitement.

Le temps d'attente maximal passé par une trame dans un élément du réseau se calcule à partir d'une courbe d'arrivée et d'une courbe de service. Lorsque plusieurs flux passent par un même élément, la courbe d'arrivée à considérer doit caractériser l'ensemble du trafic entrant.

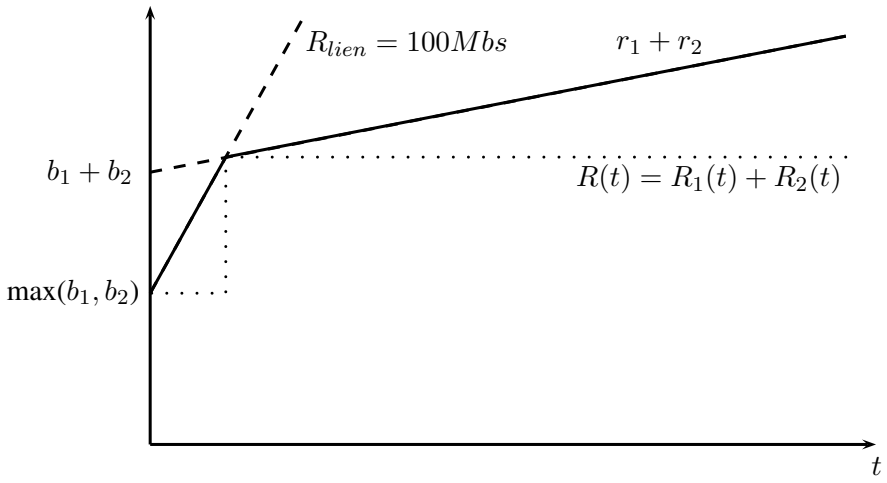


FIG. 2.7: *Prise en compte de la sérialisation des deux flux de débit γ_{r_1,b_1} et γ_{r_2,b_2} sur un lien*

La somme des courbes d'arrivée des flux entrants constitue une courbe d'arrivée pour le trafic agrégé. La plus grande distance horizontale entre cette courbe et la courbe de service donne le délai maximal subi par n'importe quel bit du trafic traversant l'élément. Dans la thèse de Jérôme Grieu, les courbes de sortie des flux sont obtenues par un simple décalage vers la gauche des courbes d'arrivée, d'une quantité égale à ce délai maximal : les courbes de sortie résultantes ne sont pas optimales mais sont simples à calculer.

Pour propager les calculs, sachant que la courbe d'arrivée d'un flux sortant d'un élément réseau ne peut être calculée que si les caractérisations de *tous* les flux y entrant sont connues, il est possible d'adopter une approche *dataflow* : les éléments réseau et les flux qui en sortent sont calculés par passes successives, en suivant les flux de trafic depuis leur entrée dans le réseau jusqu'à leur entrée dans les éléments les plus centraux, et ensuite dans le sens inverse depuis leur sortie de ces éléments centraux vers les éléments d'extrémité.

Une fois obtenues toutes les bornes sur les délais (pour tous les éléments réseau), la latence de bout en bout est simplement calculée comme la somme des délais rencontrés sur le chemin d'un VL. On notera que ce délai reste au niveau réseau, et ne tient pas compte du délai interne au système d'extrémité entre l'arrivée physique sur la carte réseau et la mise à disposition au niveau applicatif.

Prise en compte de la sérialisation des paquets

Dans la thèse de Jérôme Grieu, une notion de groupe a été introduite dans le calcul réseau. Les groupes correspondent à un ensemble de flux qui traversent les mêmes commutateurs. L'idée est la suivante : les paquets traités par un premier multiplexeur sont sérialisés à sa sortie. Dans les multiplexeurs en aval, ces paquets sont donc dans un train de paquets et ne se retardent plus entre eux. Concrètement, cela revient à écrêter la rafale d'un flux en la limitant à la capacité du lien comme le montre la figure 2.7. La courbe d'arrivée affine est coupée par la courbe linéaire de débit 100 Mb/s pour obtenir une courbe d'arrivée affine par morceaux (deux morceaux dans ce cas, à l'image des courbes *T-SPEC* [SW97] utilisées pour caractériser le trafic *IntServ* [BCS94]). Il faut noter que ce raffinage nécessite en fait de gérer des courbes affines par morceaux ayant un nombre quelconque de segments puisque le nombre de segments n'est pas stable par l'addition.

En notant $a \wedge b = \min(a, b)$, la courbe d'arrivée d'un flux sérialisé sur un lien de débit R s'écrit alors : $\lambda_R \wedge \gamma_{r,b}$, où λ_R est une courbe affine de pente R. La somme est de la forme $\bigwedge_{i=1}^{n} \gamma_{r_i,b_i}$. Il est possible de calculer un délai pire cas d avec une courbe de service $\beta_{R,T}$ en mesurant la distance horizontale maximale entre les deux courbes. Le flux ayant subit au pire un délai d dans

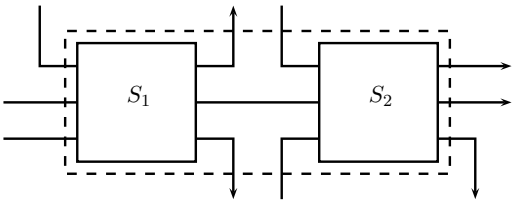
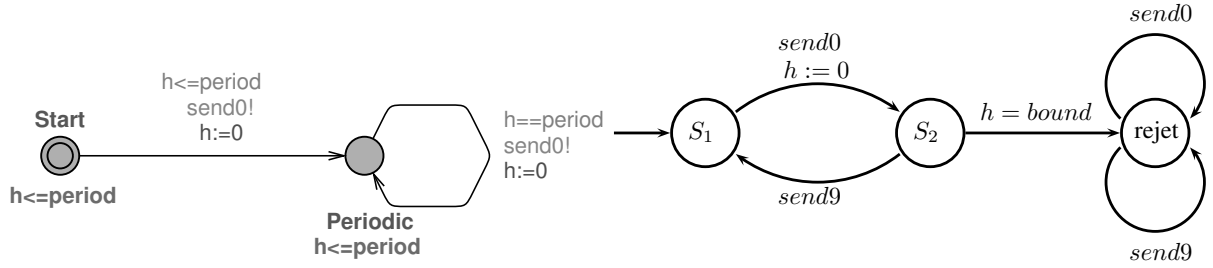


Fig. 2.8: *Exemple de configuration pour laquelle il n'est pas possible d'agréger simplement deux éléments réseau*



(a) *Automate associé à un émetteur* **(b)** *Automate de test du VL v*1

Fig. 2.9: *Modèles d'automates temporisés utilisé pour la vérification de modèle*

le commutateur, il est possible de propager le calcul en considérant que le flux a subi un retard pur, noté δ_d, tel que : $\delta_d(t) = 0$ pour $t < d$ et $\delta_d(t) = +\infty$ pour $t \geq d$. La courbe de sortie s'obtient alors par une translation horizontal de la courbe d'arrivée (comme pour la propagation d'une courbe $\alpha = \gamma_{r,b}$.)

L'utilisation d'une telle courbe d'arrivée permet de réduire la distance horizontale maximale avec la courbe de service d'un élément, et donc la borne supérieure du délai de bout en bout. Cette optimisation a permis des gains importants dans le calcul des bornes des flux AFDX [Gri04] et a été utilisée dans l'outil de calcul utilisé pour la certification du réseau AFDX de l'Airbus A380.

Remarque Un résultat connu et important du calcul réseau est le *Pay Burst Only Once* (PBOO) [LB98] : quand un flux traverse deux éléments réseau consécutifs, la rafale maximale ne peut se produire que dans l'un ou l'autre des éléments, mais pas dans les deux. En terme de délai, cela signifie que le délai maximal de bout en bout à travers les deux éléments est inférieur à la somme des délais pire cas passés dans chacun des éléments pris à part. Ce résultat est différent de celui de la sérialisation, puisque dans le cas du PBOO, ce ne sont pas des flux qui sont regroupés mais des éléments du réseau. Pour appliquer le PBOO, il faut pouvoir agréger les éléments du réseau, ce qui est souvent compliqué lorsque des flux se quittent et se rejoignent entre ces différents éléments (voir figure 2.8, page 21).

2.4.3. L'approche par vérification de modèle

La modélisation de l'AFDX

Les différents éléments d'un réseau AFDX peuvent être modélisés par des automates temporisés. Ce type d'automate a été introduit par Alur et Dill [AD94] pour décrire le comportement de systèmes en incluant le temps. Dans un tel modèle, un émetteur périodique peut se traduire très simplement par un automate comportant deux états :

- un état initial (*Start*),
- un état périodique (*Periodic*).

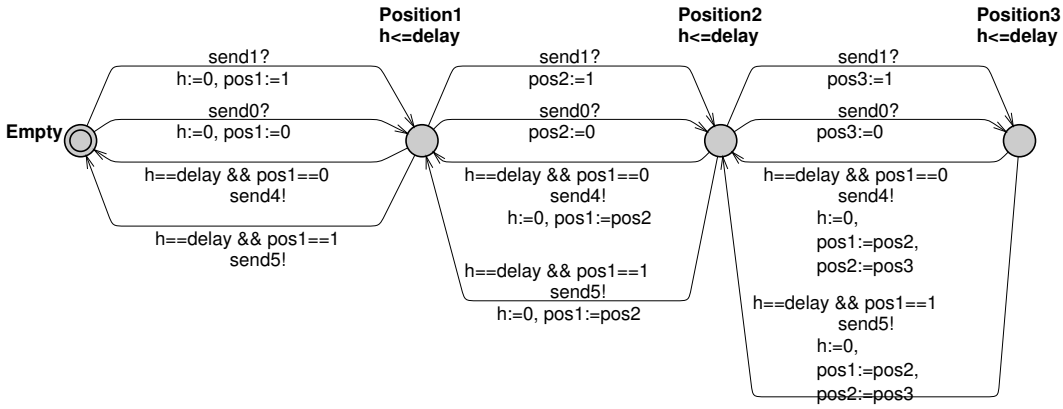


Fig. 2.10: *Automate associé à un port de sortie de commutateur*

Dans le mode périodique, une transition s'effectue lorsque l'horloge h atteint exactement la valeur *period*, la transition correspondante est franchie, et au passage, un nouveau message *send*0 est émis. Cette transition s'accompagne également d'une remise à zéro de l'horloge et le système se retrouve à nouveau dans le mode périodique.

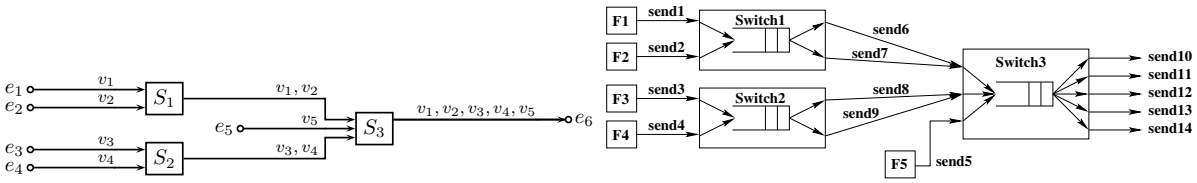
Les messages émis transitent par des commutateurs modélisés par des automates temporisés. Plus précisément, c'est la file d'attente du port de sortie (dans laquelle peut éventuellement se produire de la congestion) qui est représentée dans le modèle. La figure 2.10 montre un exemple de file d'attente à trois positions pouvant recevoir deux types de messages : *send0* et *send1*. Ces deux messages en réception correspondent respectivement aux messages *send4* et *send5* en émission à la sortie de l'élément.

Encore une fois, l'automate comporte une horloge h qui mesure le temps d'occupation du port de sortie par un message. Ce temps est noté *delay* et dépend directement de la taille des message à transmettre et du débit du port. En plus d'une temporisation, cet automate comporte également des variables entières partagées (*pos0*, *pos1* et *pos2*) qui retiennent le type de message stocké à chaque position de la file d'attente. Cette extensions des automates temporisés concernant les variables entières partagées qui sont consultées et mises à jour par n'importe quel automate modélisant l'application a été proposée dans [BnA98].

Un système modélisé par des automates temporisés peut être vérifié en utilisant l'analyse d'accessibilité. La propriété à vérifier est codée en terme d'accessibilité d'un nœud donné de l'un des automates. La propriété est vérifiée si le nœud est atteignable depuis la configuration initiale. Or, si l'accessibilité est décidable pour les automates temporisés de base (des algorithmes sont disponibles [LPY97]), elle ne l'est pas pour les automates temporisés avec variables entières partagées. Dans ce cas particulier, la méthode de dépliage permet de transformer ces variables en nœuds d'un automate temporisé. Dans cet exemple, un nœud correspondant à chaque remplissage possible de la file d'attente est créé pour se passer du stockage des états dans *pos0*, *pos1* et *pos2*. Ce dépliage peut être fait automatiquement par des outils tels que Uppaal [Upp] L'accessibilité est alors décidable.

Exemple d'application

Nous montrons sur un exemple simple la modélisation d'une configuration AFDX complète. La configuration retenue est illustrée à la figure 2.11a. Le système global est obtenu en composant les automates des VL et des ports de sortie des commutateurs. Les cinq VL et quatre ports de sortie se traduisent en neuf automates, comme l'illustre la figure 2.11b. À titre d'exemple, le VL v_2 est modélisé par l'automate $v2$, qui génère le signal *send*1. Celui-ci est reçu par l'automate *p1-1* qui



(a) *Architecture du réseau* **(b)** *Modèle correspondant*

Fig. 2.11: *Modélisation d'une architecture AFDX par* Model Checking

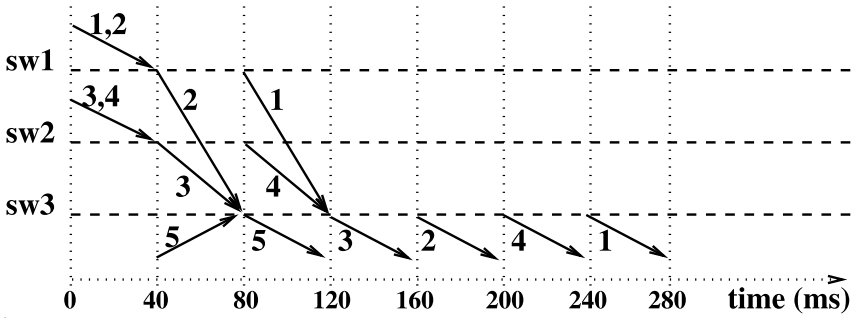


Fig. 2.12: *Scénario pire cas pour le VL* $v1$

modélise l'unique port de sortie du commutateur S_1. Le cheminement de $v2$ se poursuit via les signaux *send5* et *send10*.

Partant de ce modèle, le délai pire cas pour chaque VL est obtenu en utilisant la méthode de l'automate de test [BBF$^+$01, BnA98]. L'automate de test correspondant au VL v_1 est présenté sur la figure 2.9b. Il modélise la propriété « délai de $v1$ inférieur à *bound* ».

Lorsque le signal *send0* est reçu, on passe dans l'état *s2*. On attend alors le signal *send9* (transmission du VL v_1 en sortie du commutateur S_3). S'il n'est pas arrivé à l'issue d'une durée *bound*, on passe dans l'état *send5*. Cela signifie qu'il existe au moins un scénario où v_1 dépasse la borne *bound*. Le principe consiste donc à déterminer la plus petite valeur de *bound* pour laquelle l'état *rejet* est atteignable. On obtient en outre un scénario correspondant à cette valeur maximale de délai de bout en bout. Le scénario pire-cas pour le VL v_1 est présenté à la figure 2.12.

L'outil Uppaal permet d'effectuer cette vérification en moins d'une seconde sur une station Linux munie d'un processeur Pentium 4 et de 2 Go mémoire vive. Pour ce type de configuration réduite, l'approche par vérification de modèle offre donc la possibilité de connaître le scénario pire cas et le délai de bout en bout correspondant. Cependant, l'augmentation de la taille du réseau et du nombre de flux à considérer entraîne une explosion combinatoire pour l'outil de vérification qui se traduit par une explosion du temps de calcul et de la mémoire nécessaire.

2.4.4. Impact de l'approche déterministe sur le dimensionnement du réseau

Le délai pire cas pour un VL correspond à une conjonction d'événements ayant chacun une probabilité très faible de se produire. Cependant, dans une approche déterministe, c'est ce délai qui est pris comme référence pour la certification, et c'est ce même délai qui est garanti aux applications qui envoient et reçoivent des messages sur le réseau. Or, ce délai pire cas augmente rapidement avec la charge des liens. L'approche déterministe a donc eu des conséquences en terme de dimensionnement du réseau, pour que les délais garantis aux applications restent dans des limites raisonnables. La charge des liens dans un réseau commuté peut être maîtrisée en limitant la charge des flux (BAG, s_{max}) et en augmentant le nombre de liens inter-commutateurs.

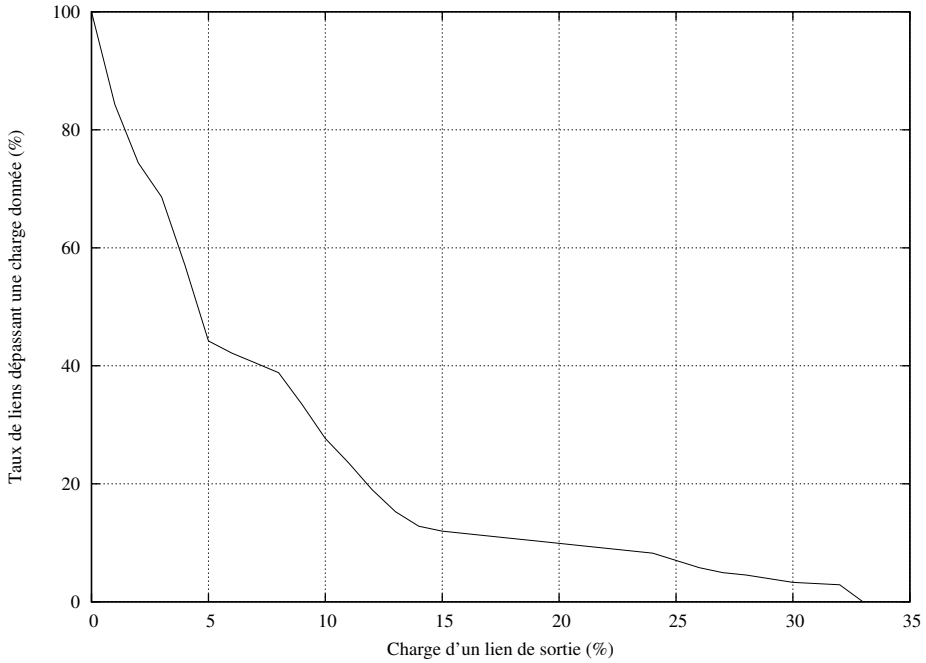


Fig. 2.13: *Charge des liens du réseau*

Un problème *dual* de la latence dans les ports de sortie des commutateurs est la taille des files d'attentes dans ces ports. Le déterminisme du réseau passe donc également par un dimensionnement approprié de ces files pour éviter toute perte de paquet par débordement.

Au final, l'approche déterministe produit des réseaux avec des taux d'occupation très faible sur l'ensemble des liens. Ce phénomène est accentué par le pessimisme des bornes utilisées lorsqu'il n'est pas possible de connaître le scénario pire cas. La configuration industrielle présentée au paragraphe 2.2.4 a été dimensionnée en considérant la borne supérieure du délai pire cas obtenue par calcul réseau. La figure 2.13 indique la proportion de liens qui dépasse une charge donnée. Il apparaît que les liens sont peu chargés dans l'ensemble. Cette charge varie entre 0% et 33%, mais seuls 10% des liens ont une charge qui dépasse 20% et pour plus de la moité des liens, cette charge est inférieure à 5%.

2.5. Conclusion

La maîtrise des délais de communication dans des architectures réseau complexes représente un défi. Lorsque le réseau ne dispose pas de méthode d'accès déterministe par conception, des garanties et un contrôle du trafic en entrée sont nécessaires. C'est le cas des réseaux AFDX pour lesquels des garanties déterministes ont pu être apportées en s'appuyant sur les propriétés des VL.

Les méthodes pire cas fournissant ces garanties conduisent toutefois à une sous-utilisation du réseau à cause des choix de dimensionnement conservateurs qu'elles entraînent. L'idée de cette thèse est d'utiliser une partie de ces ressources inexploitées pour faire passer du trafic additionnel sur le réseau. Cette démarche est présentée dans le prochain chapitre.

Chapitre 3

Évolution vers un AFDX à différentiation de flux

Sommaire

3.1 Introduction **25**
3.2 Différentiation de flux **26**
3.2.1 Évolution vers un AFDX à service différentié 26
3.2.2 De nouvelles politiques de service pour l'AFDX 27
3.2.3 Simulation d'un réseau AFDX avec des files d'attente 27
3.2.4 Application au cas d'un réseau AFDX industriel 27
3.2.5 Limites du réseau FIFO existant 29
3.2.6 Différentiation de flux avec FP/FIFO 31
3.2.7 Répartition équitable des ressources 34
3.2.8 Solution hybride FP/FIFO et WFQ 37
3.2.9 Bilan 38
3.3 Analyse du délai de bout en bout pire cas avec différentiation de flux **40**
3.3.1 Modèle 40
3.3.2 Définitions et notations 41
3.3.3 Étude de la trajectoire d'un paquet 42
3.4 Conclusion **47**

3.1. Introduction

Les garanties déterministes de l'AFDX ont un coût important en terme d'utilisation de réseau. Le surdimensionnement occasionné par l'emploi de bornes pire cas a été illustré dans le chapitre précédent. Nous proposons de tirer profit des ressources inutilisées d'un réseau AFDX pour y faire transiter du trafic additionnel. Ces nouveaux flux doivent être traités différemment des flux avioniques existants, ce qui sous-entend que des politiques de service à différentiation de flux soient employées dans les commutateurs AFDX. Or, ce n'est pas le cas des commutateurs existants qui utilisent des files FIFO.

Nous proposons donc d'observer comment un certain nombre de politiques de service proposant une différentiation de flux pourraient prendre en charge des classes de trafic se partageant le

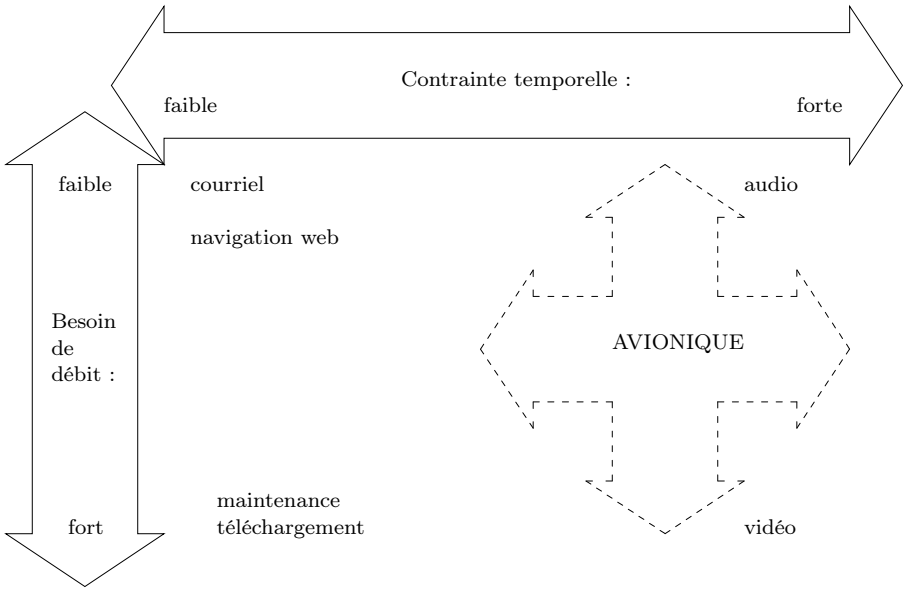


Fig. 3.1: *Flux hétérogènes avec des contraintes temporelles et des besoins en débits variés*

réseau AFDX. Le but n'est pas d'examiner l'ensemble des solutions existantes ou de déterminer quelle est la solution la plus adaptée pour un cas d'application donnée : les nouvelles catégories de trafic amenées à transiter par un réseau AFDX à différentiation de flux ne sont pas encore connues. Nous choisissons deux familles de politiques de service, l'une à niveaux de priorités fixes et l'autre à partage équitable de ressources. Nous illustrons sur une configuration AFDX les avantages et les limites de ces deux types d'ordonnancement.

Après cet exposé, nous présentons plus en détail l'approche par trajectoires qui permet de déterminer des bornes pire cas des délais de bout en bout dans des réseaux à différentiation de flux, notamment avec des niveaux de priorité fixes.

3.2. Différentiation de flux

3.2.1. Évolution vers un AFDX à service différentié

Le réseau AFDX actuellement déployé dans les avions est largement surdimensionné : les charges sur les différents liens sont très faibles. Cela est dû aux garanties déterministes qui assurent que toute trame émise par un VL arrive à destination dans un temps borné.

L'évolution des applications embarquées à bord des aéronefs génère de nouveaux besoins, sous la forme de flux qui n'ont pas forcément les mêmes contraintes temporelles ou les mêmes besoins en terme de débit que le trafic avionique existants. La figure 3.1 montre différents types de flux regroupés en fonction des ces contraintes.

Pour les futurs avions, l'AFDX est appelé à prendre le rôle de réseau fédérateur au cœur de l'aéronef, partagé entre les flux avioniques existant et d'autres flux n'appartenant pas à la sphère avionique, comme par exemple les flux de maintenance, les flux multimédia ou de téléchargement. L'ajout de nouveaux types de flux peut permettre de réduire la sous-utilisation du réseau, mais il ne peut en aucun cas remettre en cause les garanties de déterminisme des flux avioniques existants.

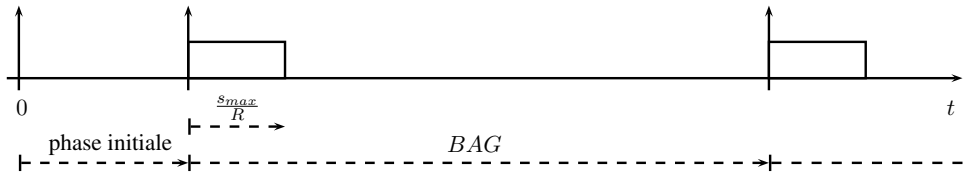


Fig. 3.2: *Rythme de génération des trames par une station source*

3.2.2. De nouvelles politiques de service pour l'AFDX

Un manière de différentier le trafic dans un réseau de type Ethernet commuté consiste à modifier l'ordre de traitement des trames au niveau des ports de sortie des commutateurs. Actuellement, la politique de service utilisée est FIFO. De nombreuses alternatives sont proposées dans la littérature, notamment dans le riche contexte du routage Internet. Il n'est pas possible de considérer l'ensemble des solutions existantes, mais nous choisissons d'étudier, en plus de la stratégie FIFO actuelle, deux types d'algorithmes largement répandus :

– une politique de service à niveaux de priorités statiques ;
– des politiques de service mettant en œuvre un partage équitable des ressources disponibles.

Nous illustrons le fonctionnement de ces deux politiques de service sur une une configuration AFDX de référence, en observant la distribution des délais de bout en bout obtenue par simulation en faisant varier la charge de trafic ajouté aux flux avioniques existants.

3.2.3. Simulation d'un réseau AFDX avec des files d'attente

La simulation d'un réseau AFDX nécessite la définition d'un ensemble de scénarios représentatifs du trafic général. Ces scénarios sont obtenus en faisant varier pour chaque VL les paramètres correspondant à la longueur de la trame, au BAG et à la phase. Pour chaque VL, le délai obtenu est mesuré et stocké. Chaque jeu de paramètres correspond à un scénario. La simulation d'un ensemble de scénarios représentatifs de la réalité permet alors d'obtenir la distribution du délai pour chaque flux.

Les abonnés du réseau sont modélisés par des stations sources qui génèrent des trames en prenant en considération l'enveloppe allouée à chaque VL. Ainsi, la taille des trames générées et leur espacement sont obtenus à partir des paramètres (BAG, s_{max}) du VL en question. Par ailleurs, pour faire varier les scénarios d'une simulation à l'autre, des phases arbitraires sont tirées au sort entre 0 et le BAG pour déterminer l'ordre initial d'émission des trames des différents VL. La figure 3.2 illustre le rythme de la production des trames par une source donnée.

Les files d'attente des ports de sortie des différents commutateurs sont considérées comme des serveur FIFO de capacité finie qui servent les trames selon leur ordre d'arrivée. Le temps passé dans un tel serveur dépend donc du temps de transmission de la trame (donné par $\frac{s_{max}}{R}$) et du temps de transmission des trames en attente lors de son arrivée dans le serveur. Lorsqu'une trame arrive dans son dernier port de sortie (le ES d'arrivée n'est pas pris en considération), son délai de traversée de bout en bout est enregistré.

Les simulations sont effectuées à l'aide du l'outil QNAP2 de Simulog [Sim] développé par CII, Honeywell, Bull et l'INRIA.

3.2.4. Application au cas d'un réseau AFDX industriel

Le nombre important de flux présents dans une application industrielle rend impossible la simulation d'un nombre représentatif de scénarios, même en fixant un certain nombre de paramètres (comme par exemple la période et la taille de trame). Nous proposons donc d'utiliser une méthode qui permet de réduire l'espace de simulation en ne simulant qu'un sous-ensemble du réseau dont les flux ont un impact sur les résultats de simulation d'un VL donné.

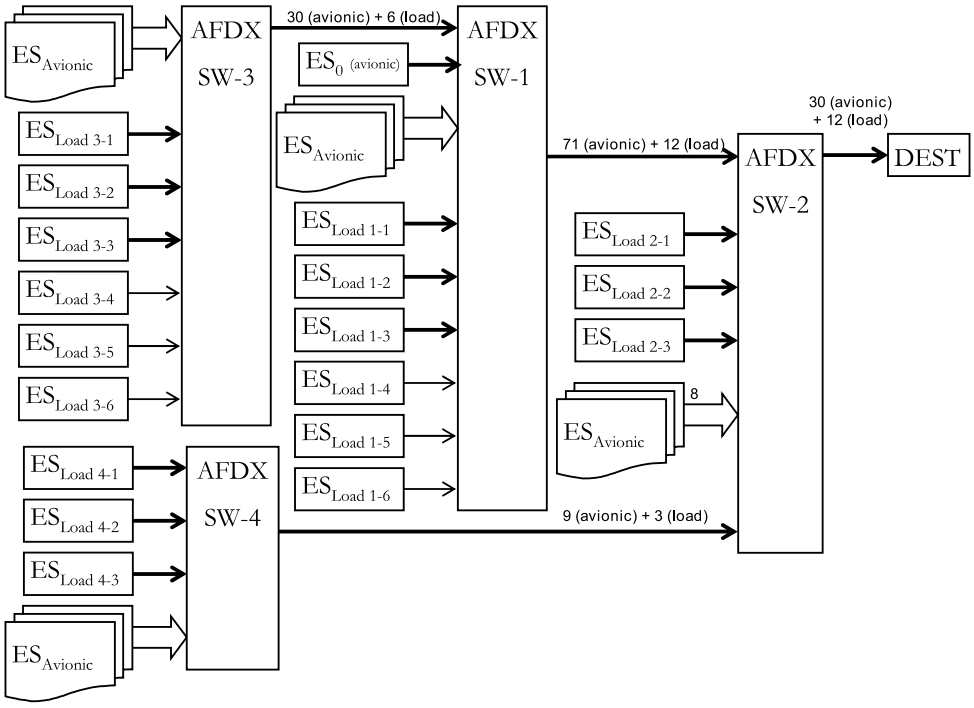


Fig. 3.3: *Configuration AFDX industrielle réduite permettant d'étudier le VL* v_0

La réduction de l'espace de simulation d'un réseau AFDX par élagage des flux qui n'ont pas d'incidence sur la distribution des délais pour un VL donné a été présentée dans [SRF09]. L'idée est d'identifier des groupes de flux suivant la relation qu'ils ont avec le flux étudié. Pour chaque chemin $\mathcal{P}_x$ de chaque VL, cette méthode est fondée sur une classification des autres VL. On y distingue :

- les flux influant directement sur $\mathcal{P}_x$ (trafic DI), i.e. ceux partageant au moins un port de sortie avec $\mathcal{P}_x$,
- les flux influant indirectement sur $\mathcal{P}_x$ (trafic II), i.e. ceux ne partageant pas de port de sortie avec $\mathcal{P}_x$, mais partageant au moins un port de sortie avec un flux DI ou II,
- les flux n'influant pas sur $\mathcal{P}_x$ (trafic NI), i.e. ceux ne partageant de port de sortie en commun, ni avec $\mathcal{P}_x$, ni avec un flux DI, ni avec un flux II.

Un des résultats de [SRF09] est que dans le cadre d'une simulation d'un réseau AFDX réaliste (8 commutateurs, 1000 VL, 6000 chemins), la distribution des délais n'est pas modifiée lorsque seul le VL étudié et les flux directement influant sont pris en considération. Le gain ainsi réalisé permet d'obtenir par simulation une répartition des délais de bout en bout des VL de la configuration AFDX.

Ce résultat nous permet donc de définir une configuration de référence, extraite d'un réseau avionique réel (présenté au paragraphe 2.2.4). Cette technique permet pour un flux donné de conserver uniquement l'ensemble des flux qui ont un impact sur la distribution des délais. La distribution obtenue sur cette configuration réduite est semblable à celle obtenue sur le réseau complet.

La figure 3.3 présente cette configuration réduite, centrée sur le VL v_0 émis par le *End System* avionique ES_0 et arrivant dans le *End System* de destination DEST.

Sur cet exemple, nous rajoutons un certain nombre de sources supplémentaires appelées $\mathrm{ES}_{\mathrm{Load\ x\text{-}y}}$. Elles correspondent à des nouveaux types de trafics amenés à transiter par le réseau AFDX. Les flèches représentent les liens entre les ES et les commutateurs. Les flèches sont surmontées du nombre de flux qui transitent par le lien, avec une distinction entre le nombre de flux avioniques et le nombre de flux additionnels. Les liens marqués en gras transportent des flux

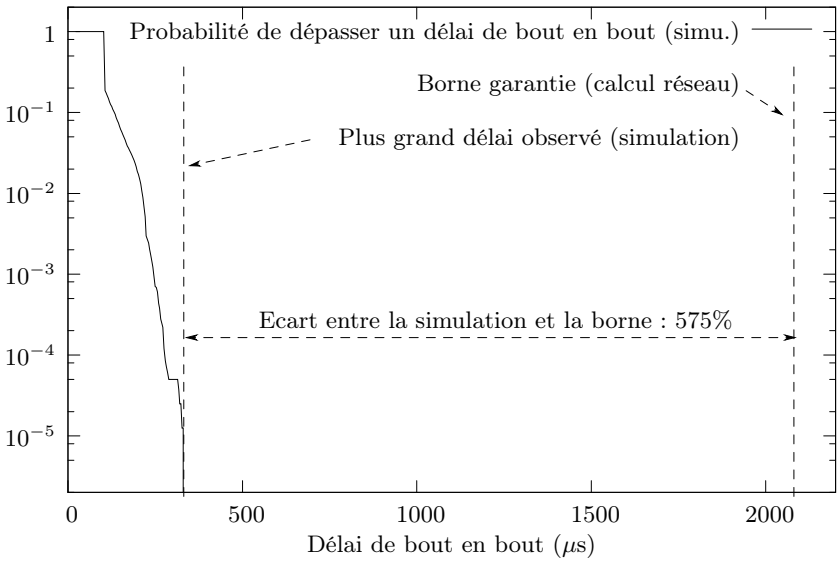


Fig. 3.4: *distribution des délais du VL v_0 et borne pire cas correspondante*

qui accompagne le VL v_0 jusqu'à sa destination. Les autres flux quittent le chemin du VL v_0 après un saut.

Simulation de l'architecture de référence non chargée

Nous présentons les résultats de simulation de l'architecture de référence de la figure 3.3, sans la présence d'aucune charge additionnelle. Ceci nous donne une distribution de référence du délai de bout en bout du VL v_0, dont le lien le plus chargé est à la sortie du commutateur SW-2, avec un taux d'occupation de 13%.

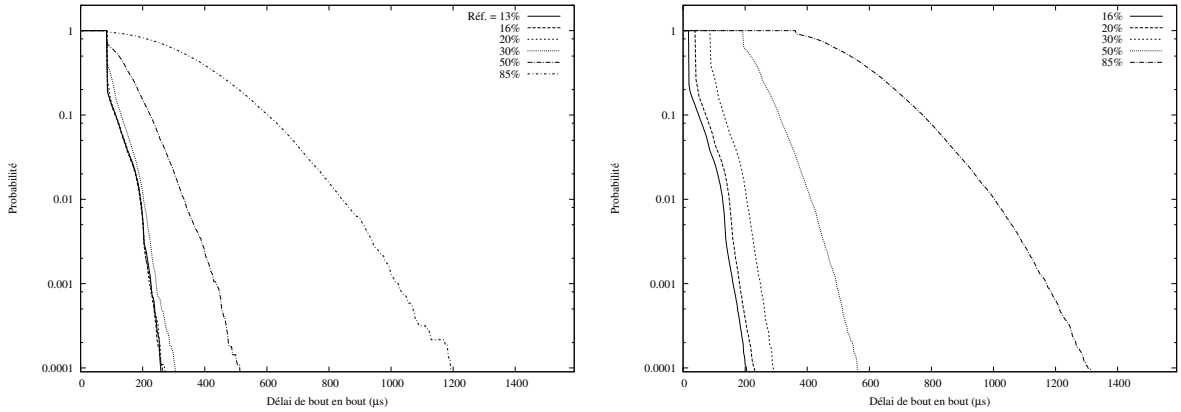
La figure 3.4 regroupe le résultat du calcul de la borne pire cas du délai de bout en bout du VL v_0 en utilisant l'approche par calcul réseau et la distribution des délais observés par simulation pour ce même VL. Nous constatons qu'entre le pire cas observable avec un nombre de simulations raisonnable (un million de scénarios testés) et la borne pire cas du calcul réseau il y a un écart de 575%. Ceci montre clairement la complémentarité des deux approches. La simulation donne un comportement moyen du réseau et reflète les délais qui pourraient être observés sur un réseau réel, alors que la borne pire cas, nécessaire pour garantir le déterminisme du réseau, est très loin de tout scénario courant, et même pessimiste par rapport au scénario pire cas réel.

3.2.5. Limites du réseau FIFO existant

Le réseau actuel ne bénéficie pas de mécanismes de différentiation des flux puisque les trames sont transmises dans les ports de sortie en respectant les ordres d'arrivées. Nous proposons de voir dans ces conditions quel serait l'impact d'une charge additionnelle.

Variation de la charge à BAG constant

Dans un premier temps, nous fixons le BAG des VL de charge à 2 ms. Cette valeur est choisie assez basse afin de pouvoir atteindre des charges globales élevées (la taille de trame étant limitée à 1 518 octets). La taille de trame pour les VL de charge varie entre 64 et 1 500 octets pour une charge résultante variant entre 16% et 85%.



(a) *pour le VL* v_0 **(b)** *pour le VL* v_{11}

FIG. 3.5: *Impact de la charge additionnelle avec un BAG constant de 2 ms et une taille de trame variable sur le délai de bout en bout en ordonnancement FIFO*

L'impact de la charge sur le délai de bout en bout du VL de référence v_0 est illustré dans la figure 3.5a. Nous constatons qu'il y a une valeur seuil qui correspond au délai minimum de transmission. Ce seuil ne varie pas avec la charge. En effet, il correspond au délai de traversée du réseau sans être retardé dans une file d'attente. C'est donc la somme des délais de commutation et de transmission sur chacun des liens. Par contre, si ce délai minimal est celui de 80% des trames lorsque la charge est inférieure à 20%, lorsque la charge augmente, de moins en moins de trames traversent le réseau sans être retardées. De même pour le scénario pire cas observable, si son délai varie peu pour des charge est inférieures à 20%, il double pour une charge globale de 50% et quadruple pour une charge globale de 85%. Ce phénomène s'explique par le fait que la taille des trames qui apportent une charge additionnelle augmente avec la charge. Ainsi, une trame du VL v_0 qui est retardée par exactement une trame de 150 octets (cas d'une charge globale de 20%) est retardé dix fois moins que lorsqu'elle est retardée par exactement une trame de 1 500 octets (cas d'une charge globale de 85%).

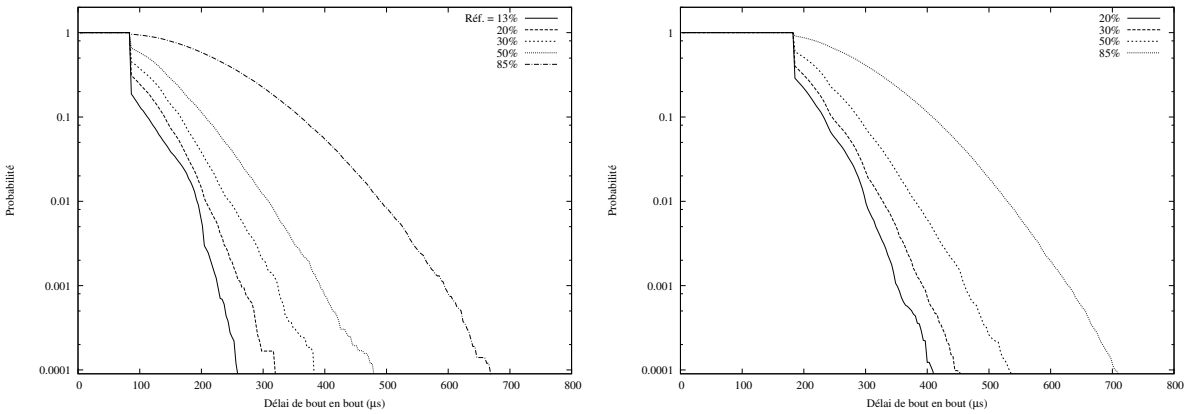
La figure 3.5b représente la distribution des délais du VL v_{11}. Ce VL de charge, émis par l'élément de terminaison $\mathrm{ES}_{\text{Load 2-1}}$ a des caractéristiques différentes pour chaque charge donnée. En effet, si son BAG est constant, sa taille de trame varie pour faire varier la charge globale du réseau. Pour chaque cas de simulation, il émet successivement des trames de : 64 octets, 150 octets, 350 octets, 800 octets, et 1 500 octets. Le temps de transmission d'une trame dépendant linéairement de sa taille, le seuil de délai minimum pour une trame du VL v_{11} varie pour chaque cas simulé. Cette variation correspond à la différence de durée de transmission d'une trame du VL v_{11} multiplié par le nombre de ports de sortie dans lesquels cette trame transite : ici, trois (un ES et deux commutateurs). Par exemple, entre le seuil correspondant à une charge de 50% et celui correspondant à une charge de 85%, nous mesurons une différence de 168 μs. Or, entre ces deux cas, la taille de trame a varié de 700 octets. Nous pouvons donc vérifier que la différence de temps correspond à trois fois le temps de transmission des 700 octets à 100 Mb/s :

$$3 \times 700 \times 8/100 = 168\,\mu\mathrm{s}$$

Variation de la charge à s_{max} constant

Dans un second temps, nous fixons le paramètre s_{max} des VL de charge à 750 octets. Les valeurs de BAG pour les VL de charge varient entre 1 et 8 ms (de manière harmonique) pour une charge résultante variant entre 20% et 85%.

L'impact de la charge sur le délai de bout en bout du VL de référence v_0 est illustré dans la figure 3.6a. Nous retrouvons la valeur seuil qui correspond au délai minimum de transmission. Ce



(a) *pour le VL* v_0 **(b)** *pour le VL* v_{11}

Fig. 3.6: *Impact de la charge additionnelle à* s_{max} *constant sur le délai de bout en bout en ordonnancement FIFO*

seuil est le même que précédemment. Par contre, l'impact de la charge sur le pire cas observable est bien moindre que dans le cas de la charge variant à BAG constant. En effet, quelque soit la charge, lorsqu'une trame du VL v_0 est retardée par une trame d'un flux additionnel, le retard est toujours le même, correspondant au temps de transmission d'une trame de 750 octets à 100 Mb/s. Cependant, lorsque la charge augmente, les trames de charge sont plus rapprochées les unes des autres, ainsi la probabilité d'en rencontrer une sur son parcours augmente de même. C'est pourquoi, l'augmentation du délai du pire cas observable est plus régulière mais moins forte en amplitude que dans l'étude à BAG constant.

La figure 3.6b représente la distribution des délais du VL v_{11}. La principale information de cette distribution, c'est sa très grande similitude avec celle du VL v_0. En effet, il s'agit principalement d'une translation vers la droite de quelques millisecondes qui correspond en terme de temps de transmission à la différence de taille de trame entre les trames du VL v_{11} (750 octets) et celles du VL v_0 (343 octets). Ceci confirme l'hypothèse énoncée plus haut : le réseau AFDX ne possède pas de moyen de différencier différentes classes de flux en raison de sa politique de service FIFO. C'est bien le cas ici, puisque la distribution des délais du VL additionnel est tout à fait semblable à celle du VL avionique. Les deux flux sont traités de la même manière par le réseau. C'est pourquoi nous proposons d'étudier d'autres politiques de services parmi celles que propose déjà la littérature permettant de différentier plusieurs classes de flux.

3.2.6. Différentiation de flux avec FP/FIFO

Une manière simple de classifier des trames avec des contraintes temporelles différentes est d'attribuer des niveaux de priorité fixes. Cette manière de différentier les flux est très rigide, mais permet une implémentation très simple du mécanisme dans les commutateurs.

L'ordonnancement à priorités fixes

La politique de service *Static Priority Queuing* est très largement répandue en raison de la simplicité de son implémentation. Elle présente l'avantage de bien limiter l'impact des flux les moins prioritaires sur les classes de flux le plus prioritaires. Cet impact est lié à l'effet de non préemption d'une trame en cours de transmission et se limite donc au temps de transmission d'une trame de taille maximale d'un flux moins prioritaire. Par contre, SPQ est très défavorable pour les flux les moins prioritaires dont le délai peut varier énormément et qui dans certains cas souffrent de famine, lorsque les débits de flux prioritaires sont trop importants. La figure 3.7

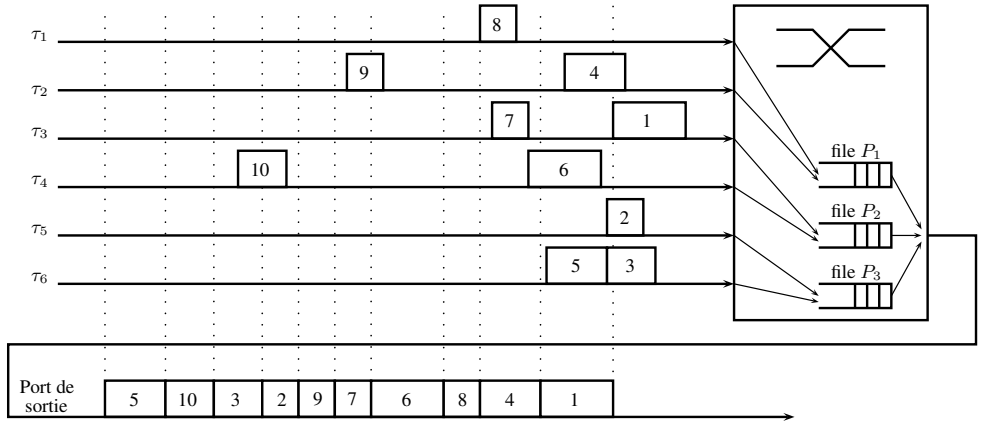
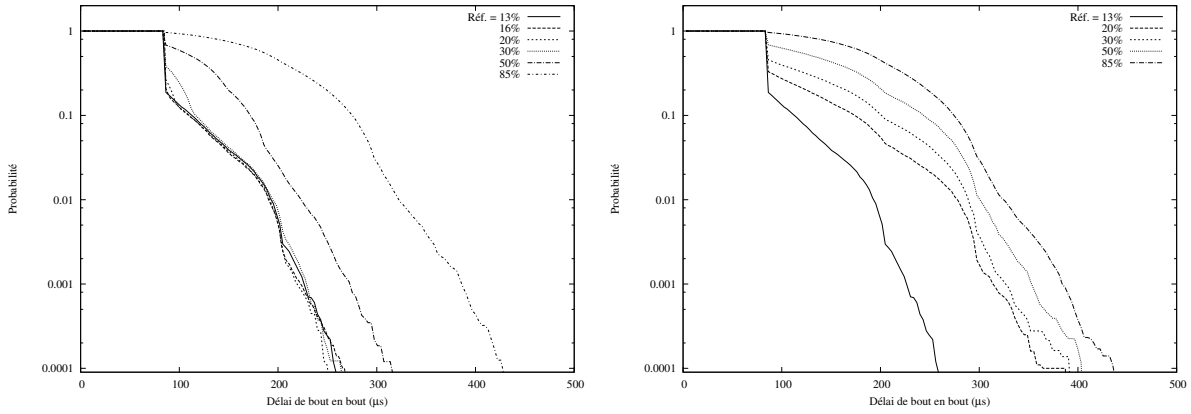


Fig. 3.7: *Illustration de la politique Static Priority Queueing*



(a) *avec un BAG fixé à 2 ms*

(b) *avec s_{max} fixé à 1 500 octets*

Fig. 3.8: *Impact de la charge additionnelle sur le délai de bout en bout du VL de référence v_0 en ordonnancement SPQ*

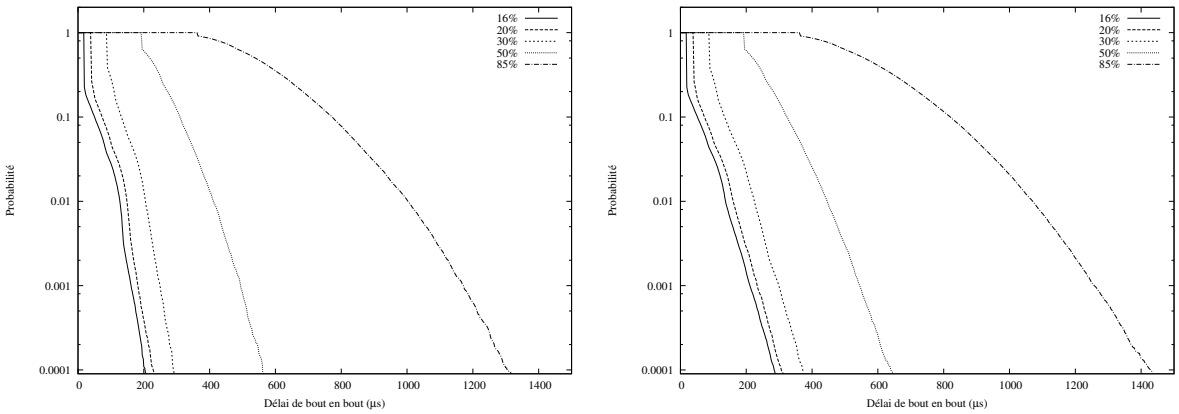
donne un exemple de traitement de six flux, répartis en trois classes de priorités décroissantes P_1, P_2 et P_3, par un port de sortie gérant trois niveaux de priorités fixes.

Le modèle de simulation présenté au paragraphe 3.2.5 est adapté pour prendre en compte l'ordonnancement avec plusieurs niveaux de priorités dans les ports de sortie des commutateurs. Les flux avioniques héritent d'une priorité strictement supérieure à celle du trafic additionnel. Nous voyons alors l'impact sur la distribution des délais de l'ajout d'un mécanisme de différentiation de flux à priorités fixes.

Conséquences sur les flux de haute priorité

Cette politique de service a pour avantage de préserver les flux de haute priorité dont le délai de bout en bout n'est retardé que par l'effet de non préemption des trames de priorité inférieure. L'ampleur de la non préemption dépend directement de la taille des trames des flux de basse priorité. C'est ce que nous illustrons en observant l'évolution du délai du VL v_0 sur l'exemple de la figure 3.3. L'impact de la charge à BAG constant et en faisant varier la taille des trames de basse priorité est bien plus visible que lorsque la charge varie à taille de trame constante.

Dans l'hypothèse d'une nouvelle classe de trafic très prioritaire (avec un niveau de priorité supérieur à celui du commun du trafic avionique), le système de priorité statique est donc le plus à même de garantir des performances moyennes optimales. En effet, il n'est pas possible



(a) *en ordonnancement FIFO (référence)* **(b)** *en ordonnancement SPQ*

Fig. 3.9: *Impact de la charge additionnelle sur le délai de bout en bout du VL de charge* v_{11}

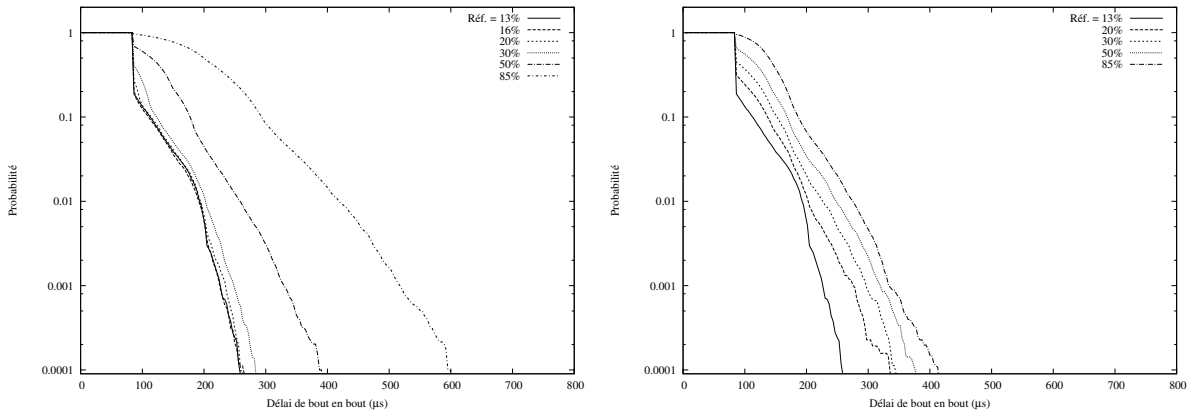
de diminuer davantage les temps d'attente à moins de changer considérablement l'architecture entière, avec par exemple l'utilisation du *cut through* ou en autorisant la préemption du port de sortie par les trames prioritaires. De telles modifications d'architecture ne sont pas considérées dans le cadre de cette thèse.

Conséquences sur les flux de basse priorité

La préservation des délais des flux de haute priorité se fait au prix d'une dégradation des délais de bout en bout pour les flux de plus basse priorité. Cependant, dans la mesure où la charge globale du trafic prioritaire (inférieure à 13% sur tous les ports de sortie de l'exemple de la figure 3.3) reste faible, la dégradation des délais des flux de basse priorité reste acceptable, comme le montre la figure 3.9. La différence avec la mesure de référence en FIFO n'est visible que pour des faibles probabilités et elle est plus ou moins identique pour tous les niveaux de charge. En effet, la quantité de trafic avionique est toujours la même. La charge additionnelle est créée par des flux qui ont la même (basse) priorité que le VL v_{11} observé.

Les limites de l'ordonnancement avec des priorités fixes apparaissent dès lors qu'un nombre important de priorités sont attribués. En effet, il faut nécessairement définir au moins autant de niveaux de priorité qu'il y a de classes à différentier. Une des conséquences bien connue de l'augmentation du nombre de niveaux de priorités est la difficulté d'accès aux ressources pour les flux les moins prioritaires. Dans le cas extrême, il y a risque de famine : certains flux n'accède jamais à la ressource car il existe toujours une classe de priorité supérieure qui a des données à transmettre. La famine se traduit par la perte de trames (des trames émises n'arrivent jamais à destination) ou par le débordement de files d'attentes (leur capacité étant limitée). Si la perte de trames est envisageable pour certains domaines d'application (par exemple sur le réseau Internet), elle n'est par contre pas permise dans les réseaux AFDX existants, pour lesquels, la taille des files d'attentes est déterminée en fonction du pire cas fourni par l'approche par calcul réseau.

Même sans aller jusqu'au risque de perte de trames, l'inconvénient de la hiérarchisation basée sur un niveau de priorité fixe est que la différentiation de deux classes se fait toujours en faveur de l'une (la plus prioritaire) et aux dépends de l'autre (la moins prioritaire). Nous considérons donc d'autres types de politiques de service qui permettent de répartir de manière plus équitable les ressources entre plusieurs classes de trafic.



(a) *avec le BAG fixé à 2 ms* **(b)** *avec s_{max} fixé à 750 octets*

FIG. 3.10: *Impact de la charge additionnelle sur le délai de bout en bout du VL de référence v_0 en ordonnancement WRR*

3.2.7. Répartition équitable des ressources

Le but des stratégies de partage de ressources équitable est de palier au risque de famine en garantissant un minimum de ressources à chaque classe de flux, indépendamment de l'activité des autres classes. Lorsque l'activité d'une classe s'interrompt (plus de paquet à servir), les ressources sont partagées entre le reste des classes actives.

La manière la plus simple de palier au risque de famine est d'introduire un système de tourniquet (*round robin*) dans lequel chaque classe accède aux ressources l'une après l'autre. C'est la base de l'algorithme d'ordonnancement *Weighted Round Robin* (WRR). Un certain nombre de paquets d'une classe sont servis, en fonction de la pondération associée à la classe, avant de passer la main à la classe suivante.

Si cette façon de faire à l'avantage d'être très simple et très peu coûteuse en terme d'implémentation (il suffit de compter les paquets émis par classe), elle est très rapidement limitée par son incapacité à prendre la taille des paquets en considération. Les flux avioniques sont relativement peu sensibles à l'augmentation de la charge lorsqu'ils rencontrent de petits paquets, comme dans l'exemple de la figure 3.10a. Dans ce cas, les flux additionnels ont une taille petite aux faibles charges et de plus en plus grande aux charges importantes. Jusqu'à une charge de 30% (correspondant à des paquets additionnels de 350 octets), le délai pire cas observé du VL v_0 n'augmente pas de manière sensible (moins de 8%). Par contre, au-delà, le délai augmente rapidement, jusqu'à doubler pour une charge de 85%.

Le délai de bout en bout des flux avioniques est très pénalisé lorsqu'ils rencontrent des flux d'autres classes avec des tailles de trame importantes, même à faible charge. La figure 3.10b représente la variation du délai de bout en bout du VL v_0 soumis à une charge additionnelle avec une taille de trame constante de 750 octets. Le délai pire cas observé du VL v_0 augmente de 70% alors pour une augmentation de charge d'à peine 7%.

Pour garantir une plus grande équité entre des flux qui envoient des paquets de tailles différentes, plusieurs politiques de service ont été proposées. Nombre d'entre elles proposent une approximation du modèle fluide ou bit par bit GPS dans lequel chaque flux bénéficie en permanence d'un débit minimum garantie en fonction de sa pondération. Chaque classe $\mathcal{C}_i$ est pondérée par un réel $\phi_i \geq 1$. Soit r l'ensemble des ressources disponibles, la portion de ressource r_i attribuée une classe est alors obtenue par :

$$r_i = \frac{\phi_i}{\sum_j \phi_j} \times r$$

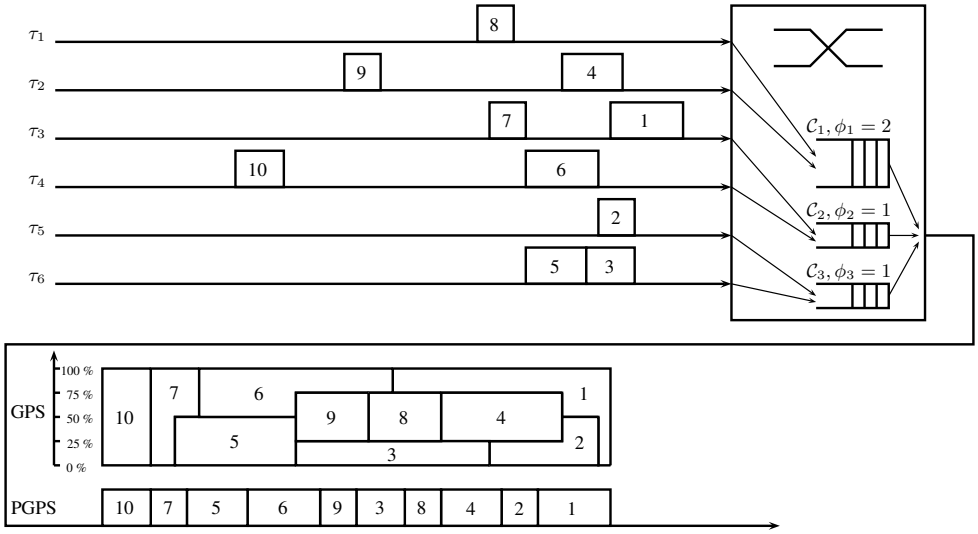


Fig. 3.11: *Illustration de la politique Packet Generalized Processor Sharing*

Dans un réseau, où les données sont envoyées sous forme de paquets, il n'est pas possible de mettre en œuvre de manière exacte un tel partage. La politique de service GPS qui correspond à ce type de partage n'est valide que pour un modèle fluide. Il existe cependant des implémentations qui approximent le comportement de GPS pour les réseaux en mode paquet. L'implémentation du PGPS proposée par Parekh et Gallager [PG93], également appelée WFQ, repose sur un mécanisme de temps virtuel dont la vitesse varie en fonction du nombre de classes actives. Un instant de départ dans le temps virtuel est calculé pour chaque paquet à transmettre. Les temps de départ virtuels calculés respectent le même ordre de transmission que le modèle fluide GPS. Il y a cependant un écart, puisque dans le modèle fluide, plusieurs paquets peuvent être transmis en parallèle à un débit réduit, alors qu'en mode paquet, ils sont transmis les uns à la suite des autres.

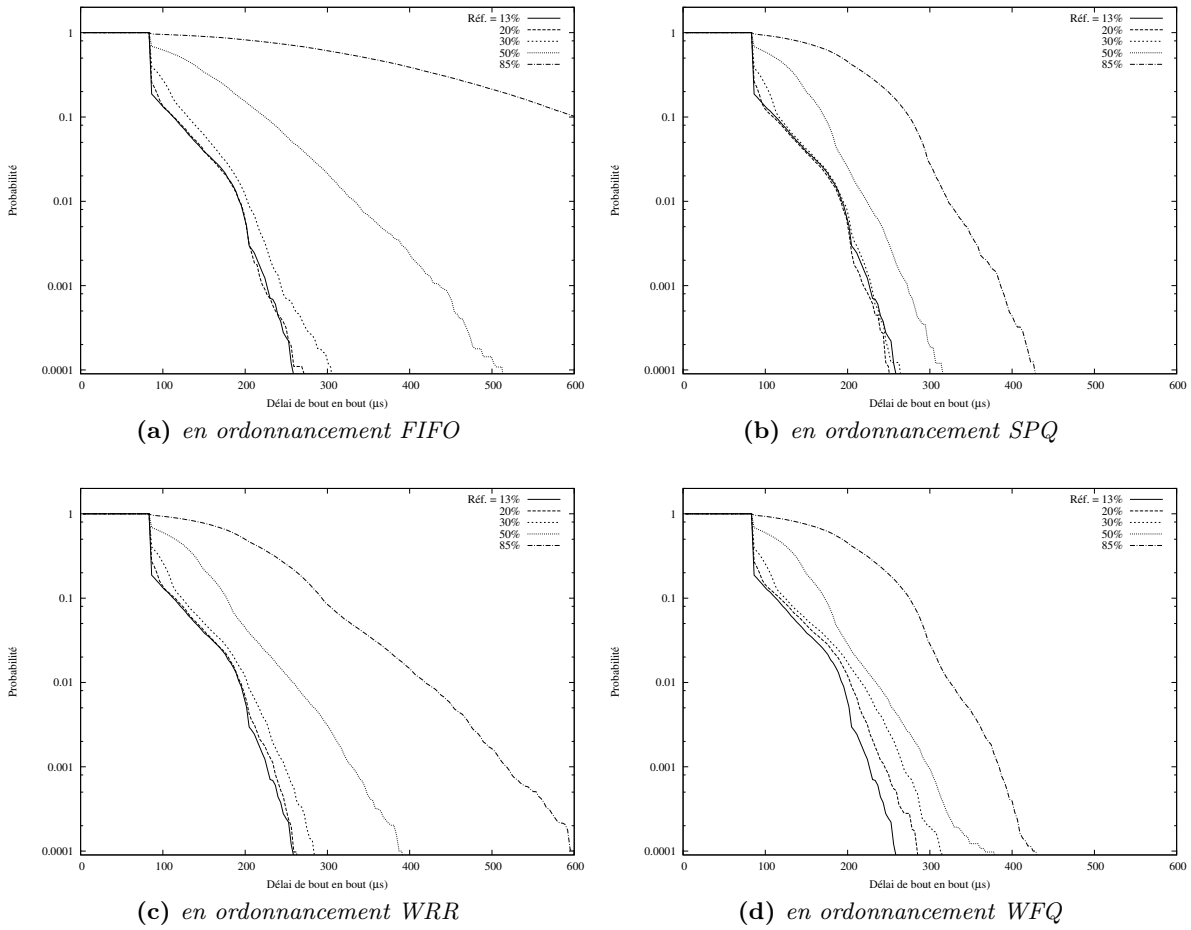
Un point crucial est donc de borner la différence entre GPS et PGPS. Dans [PG93], il est démontré que le retard induit par PGPS sur la fin de la transmission d'une trame donnée est bornée par le temps de transmission d'une trame de taille maximale L_{max}.

La figure 3.11 illustre la différence entre le GPS et le PGPS en reprenant l'exemple de la figure 3.7. Les niveaux de priorités sont remplacés par des pondérations, et nous avons la répartition suivante :

- la classe $\mathcal{C}_1$ de poids ϕ_1 inclue les flux τ_1 et τ_2 ;
- la classe $\mathcal{C}_2$ de poids ϕ_2 inclue les flux τ_3 et τ_4 ;
- la classe $\mathcal{C}_3$ de poids ϕ_3 inclue les flux τ_5 et τ_6.

En mode GPS, les paquets sont transmis de manière simultanée, et le temps de transmission augmente proportionnellement avec la diminution des ressources allouées. Lorsqu'une classe n'a aucun flux en attente, elle cède sa portion aux classes actives. C'est pourquoi, jusqu'à l'arrivée de la trame 2, la trame 1 bénéficie de 100% des ressources. Ensuite, elles se répartissent en parts égales entre les trames 1 et 2 qui appartiennent aux classes $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$ de même pondération ($\phi_2 = \phi_3 = 1$). Lorsque la trame 4 est prête à être transmise, elle débute immédiatement en s'accaparant 50% des ressources disponible, car sa pondération est égale à la somme des pondérations de $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$. L'ensemble des trames sont transmises selon ce principe, jusqu'à la dernière (10).

En mode trame par trame, l'ordre des instants de fin de transmission respecte celui de GPS, excepté pour le paquet 1. En effet, la politique de service WFQ est orientée travail (*work conserving*), ce qui implique qu'un paquet est transmis sans attendre s'il est le seul à être prêt dans la file.



(a) *en ordonnancement FIFO*

(b) *en ordonnancement SPQ*

(c) *en ordonnancement WRR*

(d) *en ordonnancement WFQ*

Fig. 3.12: *Impact d'une charge additionnelle à taille de trame variable et à BAG constant sur le délai de bout en bout du VL avionique* v_0

La politique de service WFQ est largement répandue et la littérature s'y rapportant est riche. Son principal avantage est d'offrir une garantie de service à l'ensemble des classes, sans discrimination, avec un retard borné par rapport au modèle fluide idéal. Cependant, plus le nombre de classes augmente, plus l'approximation de GPS (équité parfaite entre les flux) s'agrandit.

La figure 3.12d représente la distribution des délais du VL avionique v_0 influencé par une charge variable. L'ordonnancement se fait en WFQ avec deux classes de trafic : une pour les flux avioniques et une autre pour les flux additionnels. Pour comparaison, les distribution obtenues dans des conditions similaires avec un ordonnancement FIFO, SPQ et WRR sont rappelées.

Par rapport à l'ordonnancement WRR (c), la distribution des délais en WFQ affiche quelques différences. Nous constatons que le délai de bout en bout à forte charge est considérablement réduit (de l'ordre de 30% pour le pire cas observable). Par contre, pour les charges faibles, il y a une légère dégradation des performances par rapport à WRR. Ceci s'explique car les flux additionnel générant la charge varient à BAG constant, c'est-à-dire en modifiant la taille des trames émises. Donc, les fortes charges correspondent à des émissions de grandes trames, favorisés par l'ordonnanceur WRR qui ne tient pas compte de ce paramètre. Nous voyons donc sur cet exemple que l'ordonnancement WFQ en tient compte et le résultat est visible sur la distribution des délais. Réciproquement, pour des charges faibles, l'ordonnancement WRR a tendance à défavoriser les petits paquets des flux additionnels, au bénéfice des flux avioniques plus grands. Ce n'est plus le cas en WFQ et ceci explique la différence de délai observée pour les faibles charges.

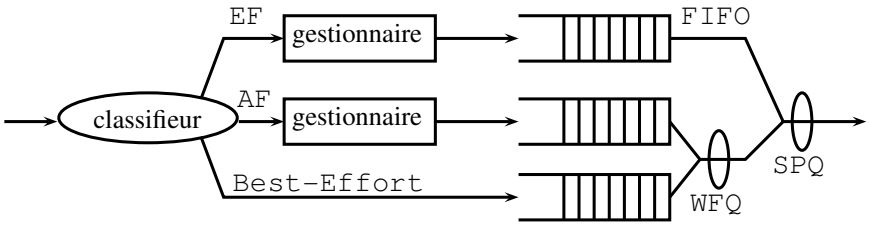


Fig. 3.13: *Exemple d'architecture hybride sur le modèle de DiffServ*

Par rapport à l'ordonnancement SPQ (b), la distribution des délais en WFQ est moins bonne pour les faibles charges alors que pour les charges plus importantes, cette différence est mieux contenue. En effet, lorsque la majorité de la charge est générée par les flux additionnels, les trames avioniques bien moins nombreuses ne sont pas retardées davantage que par l'effet de non préemption des trames moins prioritaires en SPQ. Nous constatons que dans tous les cas, quelle que soit la politique de service retenue, les résultats pour les flux avioniques sont meilleurs qu'avec la politique de service FIFO (a) originale.

3.2.8. Solution hybride FP/FIFO et WFQ

Chaque famille de politique de service a ses avantages et ses inconvénient. Il n'est pas rare de combiner plusieurs niveaux d'ordonnancement pour arriver à répondre de manière fine à des besoins parfois très variés. Nous souhaitons donc combiner une politique d'ordonnancement à priorités fixes avec une politique à partage de ressources équitable.

Un exemple d'une telle architecture existe dans le modèle *DiffServ* [NBBB98a, NBBB98b, BBC$^+$98] : les paquets marqués avec un code, appelé *Per-Hop Behavior* (comportement assigné par saut) (PHB), sont servis dans chaque nœud, en faisant appel à des fonctions de traitement pré-définies :

- *Best-Effort Forwarding* est le comportement par défaut qui assure une répartition équitable des ressources disponibles entre toutes les classes ayant ce PHB ;
- *Assured Forwarding* (AF) regroupant plusieurs PHB garantissant un acheminement de paquets IP avec une haute probabilité sans tenir compte des délais. Cette famille de PHB est scindée en 4 classes garantissant de fournir une bande passante et un délai minimum ainsi que des tailles de *buffer* suffisant à absorber les rafales de trafic, chaque classe comprenant 3 niveaux de priorité (*Drop Precedence*) ;
- *Expedited Forwarding* (EF) correspondant à la priorité maximale et a pour but de garantir une bande passante pour des débits relativement constants avec des taux de perte, de délai et de gigue très faibles en réalisant le transfert de flux à fortes contraintes temporelles comme la téléphonie sur IP par exemple.

L'architecture décrite à la figure 3.13 est celle d'un routeur conforme à la spécification *Differentiated Services* (DiffServ) qui implémente les classes EF, AF et *Best Effort*. Les paquets de la classe EF sont traités suivant une priorité fixe par rapport aux autres classes. Ainsi, la classe EF est servie tant qu'elle n'est pas épuisée. Les autres classes se partagent le service restant suivant une politique WFQ équitable.

Nous bâtissons à partir de l'architecture de référence une nouvelle configuration de simulation en regroupant les différents flux en plusieurs classes. Les VL avioniques constituent une classe $\mathcal{C}_0$ de priorité haute afin de garantir ses propriétés temporelles. Par contre, les flux additionnels générés par les ES de charge de type $\mathrm{ES}_{\text{Load x-y}}$ sont séparés en deux classes distinctes. La première classe $\mathcal{C}_1$ contient les VL v_{x1} et v_{x4} (pour tout $x \in [\![1, 4]\!]$) et la seconde classe $\mathcal{C}_2$ contient les VL v_{x2}, VL v_{x3}, VL v_{x5} et v_{x6} (pour tout $x \in [\![1, 4]\!]$). Ces deux classes ont une priorité fixe inférieure à celle des flux avioniques et se partagent équitablement les ressources disponibles suivant l'algorithme WFQ. Nous choisissons de figer la charge de la classe $\mathcal{C}_1$ (celle de la classe $\mathcal{C}_0$

étant déjà fixée) afin d'étudier l'impact d'une variation relative des charges entre deux classes de priorité différente (en l'occurrence la classe $\mathcal{C}_0$ et la classe $\mathcal{C}_2$ et entre deux classes de même priorité (la classe $\mathcal{C}_1$ et la classe $\mathcal{C}_2$). Les VL v_{x1} et v_{x4} (pour tout $x \in [\![1, 4]\!]$) émettent des trames de 100 octets à un intervalle de 2 ms.

Dans un premier temps, nous décidons de comparer la distribution des délais de bout en bout en fonction de la charge de la classe $\mathcal{C}_2$. Cette charge varie à BAG constant avec la taille des trames. La charge additionnelle par rapport au réseau initial varie entre 0 et 48%. La figure 3.14 permet de comparer la distribution des délais des différents VL par rapport à l'ordonnancement FIFO de référence. La réduction du délai pour le VL avionique v_0 entre (a) et (b) est semblable à celle observée avec un ordonnancement à priorités fixes à la figure 3.12 (b) et (a). En effet, l'ordonnancement à priorité fixe limite le retard dû aux classes de priorité inférieure à la durée de transmission d'une trame de priorité inférieure.

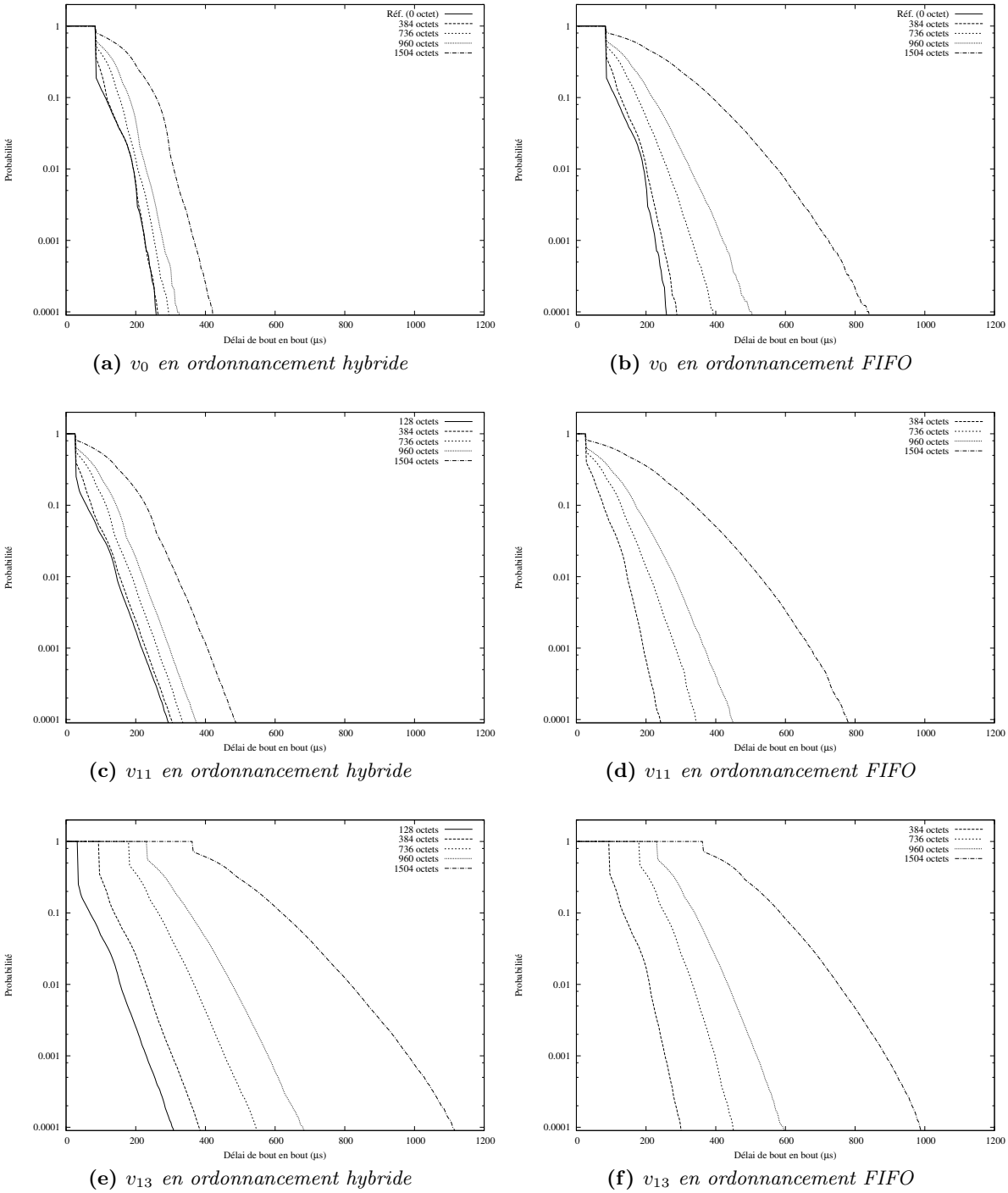
Le délai de bout en bout du VL v_{11} de la classe $\mathcal{C}_1$ est donné par les figures (c) et (d). Avec la politique de service hybride, les distributions sont beaucoup plus resserrées qu'en FIFO. Pour des charges faibles, les délais augmentent car les flux avioniques sont plus prioritaires et retardent les flux de la classe $\mathcal{C}_1$ de manière systématique, indépendamment de l'ordre d'arrivée des trames. Par contre, pour des charges plus élevées, les délais diminuent sensiblement, car la régulation WFQ s'opère et les trames des flux de la classe $\mathcal{C}_1$ deviennent plus prioritaires que ceux de la classe $\mathcal{C}_2$ lorsque leur quota s'épuise. Ceci illustre le fait que les classes en WFQ sont relativement protégées de l'augmentation de charge d'une autre classe. Le seul impact significatif est lié à l'effet de non préemption d'une trame en cours de transmission, dont l'effet est limité au temps de transmission d'une trame de taille maximale.

À l'inverse, la classe $\mathcal{C}_2$ voit le délai de bout en bout de ses flux augmenter globalement par rapport à la référence FIFO. C'est le prix à payer pour améliorer les délais de transmission des classes plus prioritaires ou moins chargées. D'un point de vue relatif, la dégradation du délai pire cas observé pour le VL v_{13} entre le FIFOet l'hybride n'est que de 13% pour une taille de trame de 1 504 octets, à comparer avec le gain de près de 40% du pire cas observé pour le VL v_{11} en passant de FIFOà l'hybride. La politique de service hybride protège donc assez efficacement les classes peu chargées, au détriment des classes plus chargées, comme le ferait une politique de service WFQ. L'approche hybride est donc à même de réserver une priorité haute à du trafic critique tout en garantissant une équité de service à différentes classes de plus faible priorité, en garantissant un service minimum, même en cas d'augmentation sensible de la charge d'une de ces classes.

3.2.9. Bilan

Les différentes simulations présentées dans ce chapitre mettent en évidence des propriétés bien connues de différentes politiques de service en terme de délai de bout en bout. Parmi ces politiques, nous retenons FP/FIFO, qui permet de différencier facilement des classes de flux tout en préservant les performances des flux avioniques. Nous apportons également un mention particulière à WFQ, qui préserve moins le trafic avionique, mais qui offre une bonne répartition des ressources entre plusieurs classes de flux. Nous voyons qu'il est également possible de regrouper ces deux types d'ordonnancement dans une solution hybride qui combine la préservation des délais pour un nombre restreint de flux, tout en offrant une répartition équitable aux autres classes de flux.

Ces résultats ont été établis sur des distributions de délais qui donnent des tendance en moyenne de l'évolution du comportement. Cependant, pour une certification d'un réseau avionique, des garanties de pire cas sont nécessaires. L'objet des prochains chapitres est donc de déterminer un moyen de calculer une borne supérieure du délai de bout en bout d'un VL avec ces différentes politiques de service, et de vérifier si les tendances observées en moyenne par simulation se retrouvent en terme de délai pire cas.



(a) v_0 *en ordonnancement hybride*

(b) v_0 *en ordonnancement FIFO*

(c) v_{11} *en ordonnancement hybride*

(d) v_{11} *en ordonnancement FIFO*

(e) v_{13} *en ordonnancement hybride*

(f) v_{13} *en ordonnancement FIFO*

Fig. 3.14: *Impact d'une charge additionnelle à taille de trame variable et à BAG constant (de 2 ms) sur le délai de bout en bout par simulation*

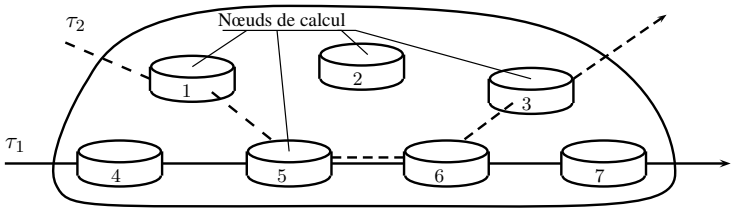


FIG. 3.15: *Exemple de réseau modélisé pour l'approche par trajectoire*

3.3. Analyse du délai de bout en bout pire cas avec différentiation de flux

L'introduction du multiplexage dans les communications avioniques avec l'arrivée de l'AFDX a nécessité l'introduction de méthodes de calcul permettant de garantir une borne pire cas du délai de bout en bout des flux avioniques. Cette garantie a été fournie par le calcul réseau dans un contexte FIFO sans différentiation de flux. De même, l'ajout de nouvelles catégories de trafic nécessite une méthodologie adaptée pour obtenir des bornes semblables dans un contexte de différentiation de flux. Pour cela, nous retenons l'approche par trajectoires proposée par Martin et Minet, car des bornes sur le temps de réponse de bout en bout pire cas ont été établies à l'aide de cette approche pour différentes politiques de services dont FIFO [MM06a] et FP/FIFO [MM06b]. Il s'agit là de politiques de service qui sont appropriées pour l'AFDX existant (FIFO) ou pour son évolution avec prise en compte de trafic différentié (FP/FIFO).

Le présent paragraphe a pour but de présenter le principe de l'approche par trajectoires, les notations associées, ainsi que les principaux résultats sur les temps de réponse pire cas dans un cadre général, d'après les travaux originaux de Martin et Minet [MM06a, MM06b].

3.3.1. Modèle

Le modèle comporte un réseau de nœuds interconnectés par des liens FIFO. Le délai L entre deux nœuds est borné par :

$$L_{min} \leq L \leq L_{max}$$

Le réseau ne connaît aucune défaillance et il n'y a pas de pertes de paquets. n flux sporadiques $\{\tau_1, \ldots, \tau_n\}$ sont transmis sur le réseau. Chaque flux τ_i suit un chemin $\mathcal{P}_i$ qui est une liste ordonnée de nœuds, dont le premier est le nœud d'entrée du flux dans le réseau. La figure 3.15 donne un exemple d'un tel réseau comportant sept nœuds et deux flux τ_1 et τ_2. Le flux τ_1 suit le chemin $\mathcal{P}_1 = \{4, 5, 6, 7\}$ et le flux τ_2 suit le chemin $\mathcal{P}_2 = \{1, 5, 6, 3\}$.

Chaque flux sporadique τ_i est défini par les paramètres suivants :

Ti **:** le temps minimum entre deux paquets successifs de τ_i à l'entrée du réseau,

C_i^h **:** le temps de traitement maximum sur un nœud h avec $h \in \mathcal{P}_i$ d'un paquet de τ_i,

J_i **:** la gigue maximale de τ_i à l'entrée du réseau,

P_i **:** le niveau de priorité statique de τ_i,

D_i **:** le temps de réponse de bout en bout maximal acceptable pour un paquet du flux τ_i : un paquet généré à l'instant t doit impérativement être arrivé à destination à l'instant $t + D_i$.

3.3.2. Définitions et notations

L'ordre de priorité des paquets dépend, en premier lieu des priorités fixes des flux correspondants, en second lieu de l'ordre chronologique d'arrivée des paquets.

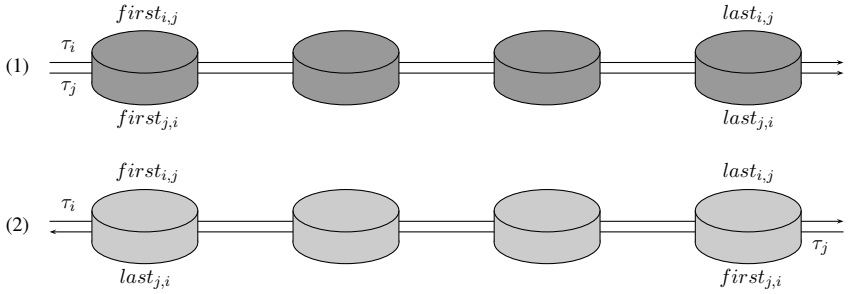


FIG. 3.16: *Illustration de $first_{i,j}$, $first_{j,i}$, $last_{i,j}$ et $last_{j,i}$*

Définition 3.3.1 (Ordre de priorité entre deux paquets) *Soit m le paquet du flux τ_i généré à l'instant t. Soit m' le paquet du flux τ_j généré à l'instant t'. Sur tout nœud $h \in \mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j$, la priorité du paquet m est supérieure à celle de m' si et seulement si : ($P_i > P_j$) ou ($P_i = P_j$ et m arrive avant m' dans le nœud h).*

La méthode des trajectoires est fondée sur la notion de période active – ou *busy periode* (*bp*) en anglais – qui s'appuie sur la définition d'un instant d'inactivité – ou *idle time* en anglais :

Définition 3.3.2 (Instant d'inactivité de niveau $\mathcal{L}$) *Un instant d'inactivité de niveau $\mathcal{L}$ est un instant t tel que tous les paquets avec un niveau de priorité supérieur ou égal à $\mathcal{L}$ générés avant t ont été traités à l'instant t.*

Définition 3.3.3 (Période active de niveau $\mathcal{L}$) *Une période active de niveau $\mathcal{L}$ est définie par un intervalle $[t, t')$ tel que t et t' sont tous deux des instants d'inactivité de niveau $\mathcal{L}$ et il n'y a aucun instant d'inactivité de niveau $\mathcal{L}$ dans l'intervalle $[t, t')$.*

Soit un flux τ_i avec $i \in [1, n]$, suivant un chemin $\mathcal{P}_i$. Les trois ensembles suivants sont définis :
- $hp_i = \{j \in [1, n], P_j > P_i\}$, l'ensemble des flux ayant une priorité fixe strictement supérieure à celle du flux τ_i ;
- $sp_i = \{j \in [1, n], j \neq i, P_j = P_i\}$, l'ensemble des flux ayant une priorité fixe égale à celle du flux τ_i ;
- $lp_i = \{j \in [1, n], P_j < P_i\}$, l'ensemble des flux ayant une priorité fixe strictement inférieure à celle du flux τ_i.

L'ensemble des notations adoptées dans [MM06a] et [MM06b] sont rappelée dans la liste des acronymes et des notations présente en début d'ouvrage.

Pour deux flux τ_i et τ_j partageant un ou plusieurs nœuds, $first_{i,j}$ est le nœud où le flux τ_j rejoint le flux τ_i, tandis que $last_{i,j}$ est le nœud où le flux τ_j quitte le flux τ_i. La figure 3.16 illustre $first_{i,j}$, $first_{j,i}$, $last_{i,j}$ et $last_{j,i}$ lorsque les flux τ_i et τ_j sont orientés (1) dans le même sens ou (2) en sens opposé.

L'hypothèse est faite que si un flux τ_i suit un chemin $\mathcal{P}_i$, alors tout flux τ_j tel que $j \in hp_i \cup sp_i$ suivant le chemin $\mathcal{P}_j$ avec $\mathcal{P}_j \neq \mathcal{P}_i$ et $\mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j \neq \emptyset$ ne visite jamais un nœud du chemin $\mathcal{P}_i$ après l'avoir quitté.

Hypothèse 3.3.1 *Pour tout flux τ_i suivant le chemin $\mathcal{P}_i$, pour tout flux τ_j, $j \in hp_i \cup sp_i$, suivant le chemin $\mathcal{P}_j$ tel que $\mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j \neq \emptyset$ on a $[first_{j,i}, last_{j,i}] \subseteq \mathcal{P}_i$ ou alors $[last_{j,i}, first_{j,i}] \subseteq \mathcal{P}_i$.*

Il est toujours possible de se ramener à cette hypothèse en considérant le flux τ_j croisant le chemin $\mathcal{P}_i$ comme un nouveau flux lorsqu'il a quitté $\mathcal{P}_i$ [MM06b].

3.3.3. Étude de la trajectoire d'un paquet

L'approche par trajectoires s'intéresse au temps de départ au plus tard d'un paquet m appartenant au flux τ_i et suivant le chemin $\mathcal{P}_i = \{1, \ldots, q\}$ dans son dernier nœud. Son temps de

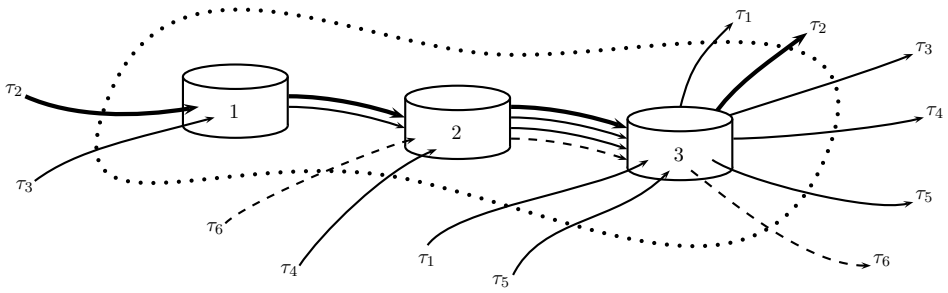


FIG. 3.17: *Exemple de configuration pour le calcul par trajectoires*

traversé se déduit de ce temps de départ au plus tard par soustraction avec son instant de génération, c'est-à-dire son instant d'arrivée sur son premier nœud. Le paquet m traverse q nœuds. La figure 3.17 montre un exemple de configuration avec trois nœuds ($q = 3$) et six flux ($n = 6$). Tous les nœunds travaillent à la même vitesse :

$$C_i^h = C_i, \forall i \in [\![1, 6]\!], \forall h \in [\![1, 3]\!]$$

Tous les flux émettent des paquets de même longueur et ont le même niveau de priorité, à l'exception du flux τ_6 :
- $C_1 = \ldots = C_5 = 2 \times C_6$;
- $P_1 = \ldots = P_5 > P_6$.

Chaque flux τ_i suit un chemin $\mathcal{P}_i$ avec :
- $\mathcal{P}_1 = \{3\}$;
- $\mathcal{P}_2 = \{1, 2, 3\}$;
- $\mathcal{P}_3 = \{1, 2, 3\}$;
- $\mathcal{P}_4 = \{2, 3\}$;
- $\mathcal{P}_5 = \{3\}$;
- $\mathcal{P}_6 = \{2, 3\}$.

Nous nous intéressons au délai de bout en bout du flux τ_2 qui traverse successivement les nœuds 1, 2 et 3. Soit t, l'instant de génération du paquet 2 du flux τ_2 dans son premier nœud : $t = a_2^1$, en notant $a_{m'}^h$ l'instant d'arrivée du paquet m' sur le nœud h. La figure 3.18 donne un exemple d'ordonnancement des paquets sur la trajectoire du paquet 2. Soit bp^3 la période active dans laquelle le paquet 2 est traité dans son dernier nœud. Dans cette période active bp^3, le premier paquet dont la priorité est supérieure ou égale à P_2 est appelé $f(3)$, tandis que le premier paquet provenant du même nœud précédent que le paquet 3, appelé $p(2)$. Pour le nœud 3 nous avons donc : $f(3) = 1$ et $p(2) = 4$. La démarche est poursuivie en considérant la période active bp^2 dans laquelle est traitée le paquet $p(2)$. De la même manière, $f(2) = 4$ est le premier paquet de priorité supérieure ou égale à celle de $p(2)$ traité dans la période active bp^2, et $p(1) = 3$ est le premier paquet provenant du nœud 1. Le calcul par trajectoires se poursuit ainsi jusqu'à arriver au nœud 1 dans lequel est identifié le premier paquet de la période active bp^1 dans laquelle est traité le paquet $p(1)$: dans notre exemple $f(1) = 3$.

Dans la suite : $\sum_{g=f(h)}^{p(h)} C_{\tau(g)}^h$ représente la somme des temps de transmission des paquets placés entre $f(h)$ et $p(h)$.

Le temps de départ sur son dernier nœud du paquet 2 s'obtient en sommant :
- le temps de traitement des paquets de $f(1)$ à $p(1)$ sur le nœud 1, *ie.* le temps de traitement du paquet 3 ;
- le délai subi par $p(1)$ entre les nœuds 1 et 2, *ie.* L_{max} ;

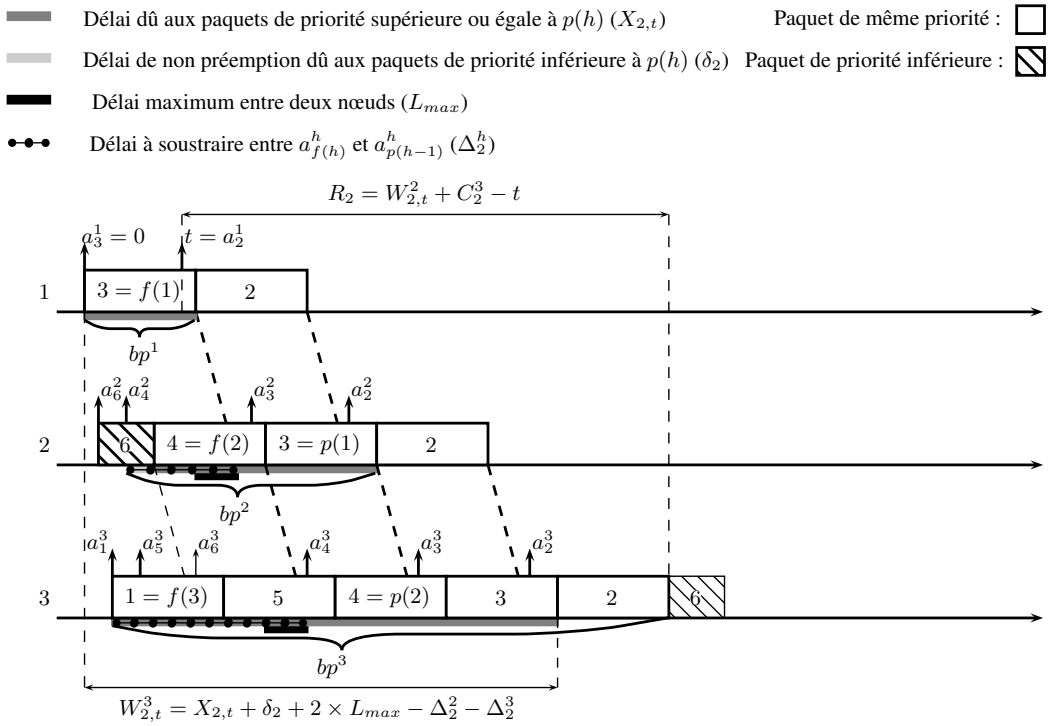


Fig. 3.18: *Un ordonnancement possible sur la trajectoire du paquet* 2

- le délai qui s'écoule entre l'arrivée de $p(1)$ sur le nœud 2 et la fin du traitement de $p(2)$. Ce délai est obtenu en prenant le temps écoulé entre le début de la période active bp^2 (a^2_4 sur l'exemple) et la fin du traitement de $p(2)$ et en lui retranchant le temps écoulé entre a^2_4 et l'arrivée de $p(1)$ sur le nœud 2 (a^2_3). Sur l'exemple, le temps écoulé entre a^2_4 et la fin du traitement de $p(2)$ comprend la fin du traitement du paquet 6 (effet de non préemption car le paquet 6 est moins prioritaire) et le traitement du paquet 4 ;
- le délai subi par $p(2)$ entre les nœuds 2 et 3 ;
- le délai qui s'écoule entre l'arrivée de $p(2)$ sur le nœud 3 et la fin du traitement du paquet 3. Le calcul est effectué de la même manière que sur le nœud 2

Ce temps de départ $W^3_{2,t}$ du paquet 2, généré à l'instant t, du nœud 3 s'écrit :

$$W^3_{2,t} = X_{2,t} + \sum_{h=1}^{3} \delta^h_2 + (3-1) \cdot L_{max} - \sum_{h=2}^{3} \Delta^h_2 \tag{3.1}$$

où :

- $X_{2,t} = \sum_{h=1}^{3} (\sum_{g=f(h)}^{p(h)} C^h_{\tau(g)}) - C^3_2$, correspond à l'ensemble des paquets (de priorité fixe supérieure à celle de m) des périodes actives à comptabiliser (le paquet 3 sur le nœud 1, le paquet 4 sur le nœud 2, les paquets 1, 5, 4 et 3 sur le nœud 3) ;
- $\Delta^h_2 = a^h_{p(h-1)} - a^h_{f(h)}$, correspond à l'avance dans le traitement prise par les paquets qui rejoignent le paquet 2 dans le nœud h, *ie.* aux portions en début de périodes actives à retrancher ;
- δ^h_2, correspond au délai dû à l'effet de non préemption sur le nœud h ;
- $(3-1) \cdot L_{max}$, correspond au délai maximum entre les différents nœuds.

Chacune de ces contributions est représentée par un soulignage différent dans la figure 3.18.

Les résultats existants sur les trajectoires font l'hypothèse que dans tous les nœuds, les paquets qui rejoignent le paquet 2 pour la première fois peuvent toujours être retardés de manière à avoir $f(h) = p(h-1)$ pour tout nœud h du chemin $\mathcal{P}_2$. L'ordonnancement correspondant à cette

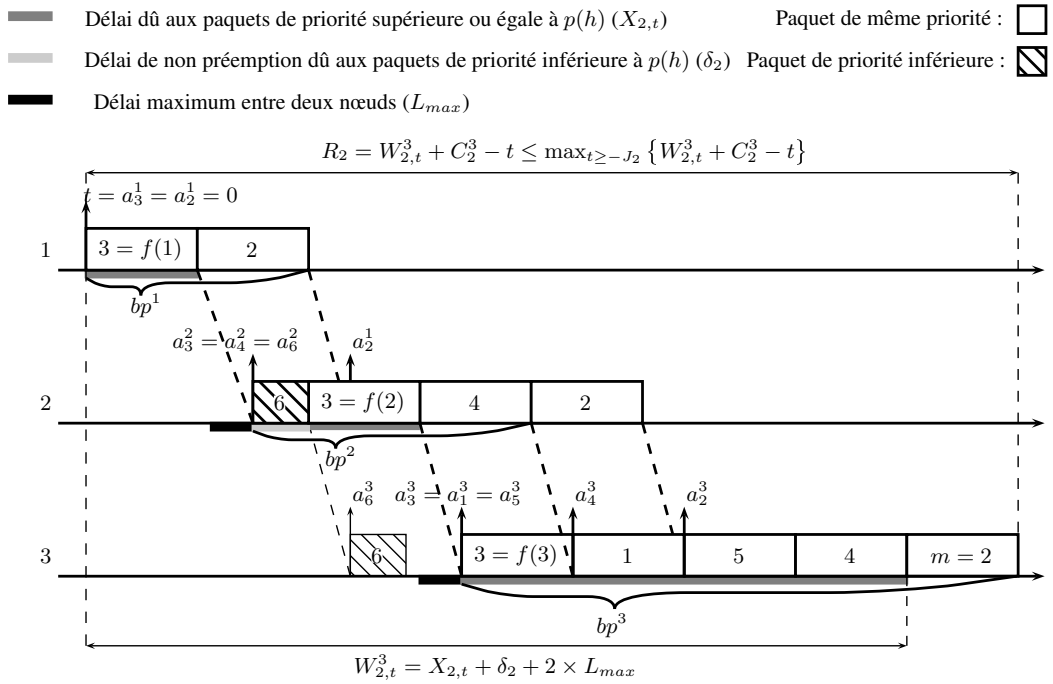


FIG. 3.19: *Maximisation du retard sur la trajectoire du paquet* 2

hypothèse est donné à la figure 3.19. Dans ce cas, pour tout nœud h du chemin $\mathcal{P}_2$, $\Delta^h_2 = 0$. Il est montré dans [MM06a] que cet ordonnancement maximise l'instant de départ du paquet étuidié dans son dernier nœud.

L'instant de départ au plus tard du paquet 2 dans son dernier nœud s'obtient donc en majorant les deux termes δ_2 et $X_{2,t}$. δ_2 est obtenu en considérant dans chaque nœud le temps de transmission du paquet de priorité inférieur qui peut retarder le plus le traitement des paquets de la période active (effet de non préemption). L'expression détaillée de δ_h pour un nœud h est donnée par la propriété 1 de [MM06a].

Les résultats du Lemme 1 de [MM06b] démontrent que dans la quantité $X_{i,t}$ pour un paquet m parcourant q nœuds, seul un paquet est commun à deux périodes actives consécutives. Le paquet commun à la période active bp^h et la période active bp^{h+1} est $f(h+1)$. Dans le pire cas, le paquet compté deux fois est le plus grand de la période active : $\max_{j \in hp_i \cup sp_i \cup \{i\}} C^h_j$.

$X_{i,t}$ comprend donc un premier terme qui comptabilise une fois chaque paquet pouvant retarder m un second terme qui prend en compte qu'un (et un seul) paquet apparaît systématiquement dans deux périodes actives consécutives. Un paquet est toujours compté sur dans le nœud sur lequel son temps de traitement est le plus grand. Ainsi :

$$X_{i,t} \leq \underbrace{\sum_{g=f(1)}^{m} C^{slow_{\tau(g),i}}_{\tau(g)} - C^q_i}_{\substack{\text{Paquets comptabilisés dans} \\ \text{une seule période active}}} + \underbrace{\sum_{\substack{h=1 \\ h \neq slow_i}}^{q} \max_{j \in hp_i \cup sp_i \cup \{i\}} C^h_j}_{\substack{\text{Paquets comptabilisés dans} \\ \text{deux périodes actives}}} \tag{3.2}$$

Dans le cas de notre exemple, le terme $X_{2,t}$ est donc majoré par :

$$\underbrace{(C^1_3 + C^3_1 + C^3_5 + C^3_4 + C^3_2) - C^3_2}_{\text{Paquets comptabilisés dans une seule période active}} + \underbrace{C^3_3 + C^3_3}_{\substack{\text{Paquets comptabilisés dans} \\ \text{deux périodes actives}}}$$

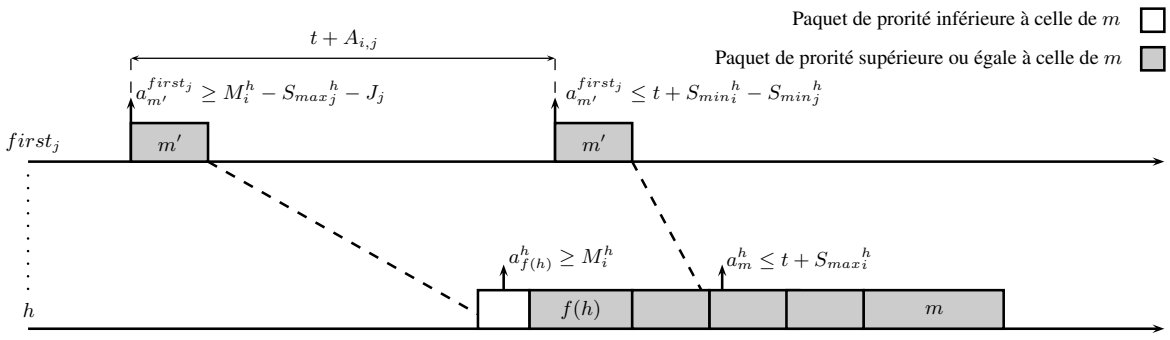


Fig. 3.20: *Période de génération de paquet pour un flux de même priorité que le paquet m*

Pour identifier l'ensemble des paquets à comptabiliser dans $X_{i,t}$, l'approche par trajectoires considère l'ensemble des flux dont le chemin croise celui de m. Le lemme 2 de [MM06b] permet alors de savoir sous quelle condition un paquet d'un flux peut retarder m sur sa trajectoire. La figure 3.20 illustre ce principe pour un flux τ_j de même priorité que le flux τ_i qui ne croise le paquet m que sur un seul nœud $h : \mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j = \{h\}$.

Dans ce cas, un paquet m' du flux τ_j ne peut retarder m dans le nœud h que s'il arrive au plus tôt en même temps que le premier paquet traité dans la période active bp^h ($a_{f(h)}^h$) et au plus tard en même temps que le paquet m (a_m^h). L'instant d'arrivée au plut tôt d'un paquet de la période active bp^h est minoré en cumulant le temps de parcours du paquet le plus petit dans chaque nœud de la trajectoire jusqu'au nœud h et en considérant le délai de lien minimum (L_{min}) :

$$a_{f(h)}^h \geq M_i^{first_{i,j}} = \sum_{h'=first_i}^{pre_i(h)} \left(\min_{\substack{j \in hp_i \cup sp_i \cup \{i\} \\ first_{j,i} = first_{i,j}}} \{C_j^{h'}\} + L_{min} \right)$$

L'instant d'arrivée au plus tard du paquet m dans le nœud h s'obtient en ajoutant à son instant de génération (t) son temps de parcours le plus long de son départ jusqu'au nœud h (${Smax_i}^h$).

Le temps pris par m' pour aller de son premier nœud jusqu'au nœud h est compris entre une valeur minimum (${Smin_j}^h$) et une valeur maximum (${Smax_j}^h$). Comme l'illustre la figure 3.20, pour que m' puisse retarder m, il ne faut pas qu'il s'écoule :

- plus de ${Smax_j}^h$ entre sa génération sur son premier nœud et le début de la période active sur le nœud h (minoré par $M_i^{first_{i,j}}$) ;
- moins de ${Smin_j}^h$ entre sa génération sur son premier nœud et l'instant d'arrivée au plus tard du paquet m sur le nœud h (majoré par $t + {Smax_i}^h$).

Dans le cas général où un flux τ_j avec $j \in sp_i$ suit un flux τ_i sur plusieurs nœuds, un paquet de τ_j ne peut retarder un paquet m de τ_i que s'il est servi avant m dans le premier nœud commun à $\mathcal{P}_i$ et $\mathcal{P}_j$. Ce nœud est noté $first_{j,i}$. En effet, si le paquet arrive après m, il ne pourra jamais le dépasser en raison de l'ordonnancement FIFO des paquets de même priorité. L'intervalle de génération de paquet du flux τ_j pouvant retarder un paquet m du flux τ_i généré à l'instant t dans son premier nœud a donc la durée : $t + A_{i,j}$, avec :

$$A_{i,j} = {Smax_i}^{first_{j,i}} - {Smin_j}^{first_{j,i}} + {Smax_j}^{first_{i,j}} - M_i^{first_{i,j}} + J_i \tag{3.3}$$

Nous reprenons le cas particulier où $\mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j = \{h\}$, en considérant que désormais le flux τ_j a une priorité strictement supérieure à celle du flux τ_i ($j \in hp_i$). Alors le paquet m' du τ_j peut retarder m de τ_i sur le nœud h jusqu'à l'instant de début de traitement de m qui correspond à : $W_{i,t}^h$. Un tel exemple est illustré par la figure 3.21.

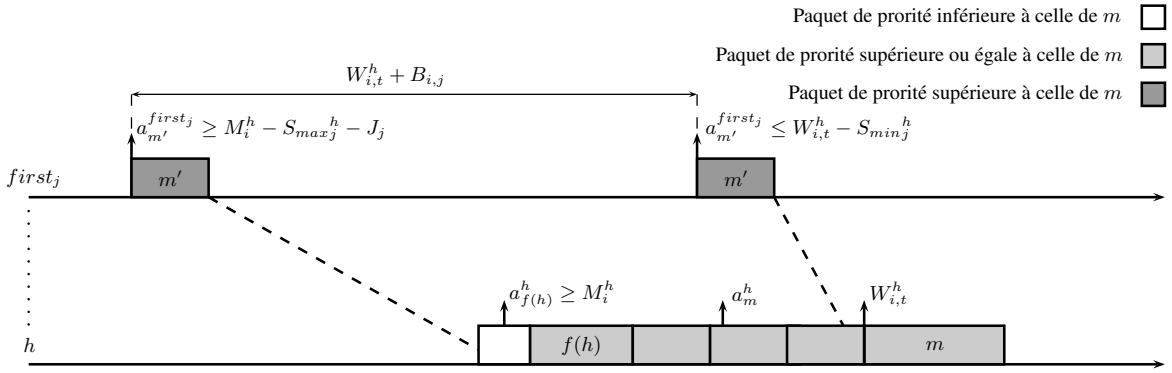


FIG. 3.21: *Période de génération de paquet pour un flux de priorité supérieure à celle de m*

Lorsque le flux τ_j suit le flux τ_i sur plusieurs nœuds, m' peut retarder m jusque sur le dernier commun $last_{i,j}$ (contrairement au cas de priorité fixes égales). Ainsi, si le début de la période à considérer est le même que précédemment, la fin de cette période est désormais : $W_{i,t}^{last_{i,j}} - {S_{min_j}}^{last_{i,j}}$.

Dans le cas général, pour un flux τ_j avec $j \in hp_i$, l'intervalle durant lequel un paquet pouvant retarder m sur sa trajectoire peut être généré a donc la durée : $W_{i,t}^{last_{i,j}} + B_{i,j}$, avec $W_{i,t}^{last_{i,j}}$ l'instant de départ de m dans son dernier nœud commun avec τ_j et :

$$B_{i,j} = -{S_{min_j}}^{last_{i,j}} + {S_{max_j}}^{first_{j,i}} - M_i^{first_{j,i}} + J_i \tag{3.4}$$

Or, la charge maximale pouvant être générée par un flux τ_j pendant un intervalle de temps $[a, b]$ sur un nœud h est égale à : $(1 + \lfloor (b-a)/T_j \rfloor)^+ \cdot C_j^h$. Nous arrivons alors à la majoration suivante :

$$\begin{aligned} X_{i,t} \leq & \sum_{j \in hp_i} \left(1 + \left\lfloor \frac{W_{i,t}^{last_{i,j}} + B_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j^{slow_{j,i}} + \sum_{j \in sp_i \cup \{i\}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j^{slow_{j,i}} \\ & + \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq slow_i}} \max_{j \in hp_i \cup sp_i \cup \{i\}} \left\{ C_j^h \right\} - C_i^{last_i} \end{aligned} \tag{3.5}$$

La majoration du temps de départ au plus tard d'un paquet m du flux τ_i dans son dernier nœud (propriété 2 de [MM06b]) se déduit donc de ce qui précède :

$$\begin{aligned} W_{i,t}^{last_i} \leq & \sum_{j \in hp_i} \left(1 + \left\lfloor \frac{W_{i,t}^{last_{i,j}} + B_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j^{slow_{j,i}} + \sum_{j \in sp_i \cup \{i\}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j^{slow_{j,i}} \\ & + \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq slow_i}} \max_{j \in hp_i \cup sp_i \cup \{i\}} \left\{ C_j^h \right\} - C_i^{last_i} + \delta_i + (|\mathcal{P}_i| - 1) \cdot L_{max} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Le temps de réponse de bout en bout d'un paquet du flux τ_i généré à l'instant t est égal à $W_{i,t}^{last_i} + C_i^{last_i} - t$. Le temps de réponse de bout en bout pire cas du flux τ_i est donc égal à :

$$\max_{t \geq -J_i} \left\{ W_{i,t}^{last_i} + C_i^{last_i} - t \right\} \tag{3.7}$$

Le lemme 3 de [MM06b] permet de réduire l'intervalle des valeurs de t à tester en le bornant à : $-J_i + \mathcal{B}_i^{slow}$, avec :

$$\mathcal{B}_i^{slow} = \sum_{j \in hp_i \cup sp_i \cup \{i\}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j} \right\rceil \cdot C_j^{slow_i j,i}$$

En effet, la valeur de $\mathcal{B}_i^{slow}$ ainsi calculée est telle que :

$$W_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^{last_i} \leq W_{i,t}^{last_i} + \mathcal{B}_i^{slow}$$

Ceci conduit au résultat de la propriété 3 de [MM06b] qui permet de borner le temps de réponse de bout en bout d'un flux τ_i par :

$$\max_{-J_i \leq t \leq -J_i + \mathcal{B}_i^{slow}} \left\{ W_{i,t}^{last_i} + C_i^{last_i} - t \right\} \tag{3.8}$$

3.4. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons illustré deux familles de politiques de service capables de fournir une différentiation de flux, soit sur un principe de niveaux de priorités fixes, soit par une répartition équitable du service entre différentes classes de trafic. La solution à priorités fixes offre l'avantage de préserver le trafic avionique (en lui donnant le niveau de priorité le plus grand), mais présente le risque de famine pour les flux les moins prioritaires. L'algorithme d'ordonnancement équitable permet d'éviter ce risque, mais préserve moins bien le trafic avionique. Une solution hybride, combinant ces deux types d'ordonnancement permet de profiter des avantages de ces deux solutions. Ces observations ont fait l'objet d'une publication dans le cadre de cette thèse [BSF08].

L'approche par trajectoires présentée dans ce chapitre permet de calculer des bornes pire cas du délai de bout en bout avec des politiques de service FIFO et FP/FIFO. Il reste alors à montrer que cette méthode s'applique bien au cas des réseaux AFDX, et à l'optimiser pour tenir compte des caractéristiques des réseaux AFDX.

Chapitre 4

Analyse par trajectoires d'un réseau AFDX FIFO

Sommaire

4.1 Introduction **49**
4.2 Modélisation de l'AFDX par l'approche par trajectoires **50**
4.3 Illustration du calcul en ordonnancement FIFO **52**
4.3.1 Calcul du délai d'une trame 52
4.3.2 Maximisation du délai de transmission de bout en bout 54
4.3.3 Formalisation du calcul 54
4.4 Prise en compte de la sérialisation des flux en ordonnancement FIFO **56**
4.4.1 Illustration de l'impact de la sérialisation sur un exemple 57
4.4.2 Optimisation du calcul par trajectoires pour des flux sérialisés 58
4.4.3 Exemple d'application du calcul par trajectoires intégrant l'effet de sérialisation 63
4.5 Analyse du pessimisme des bornes obtenues **65**
4.5.1 Recherche d'une borne sur le pessimisme 66
4.5.2 Génération d'un scénario défavorable en ordonnancement FIFO 66
4.5.3 Illustration sur un exemple 67
4.5.4 Quelques remarques sur l'analyse de pessimisme 70
4.6 Analyse d'une configuration industrielle **74**
4.6.1 Impact de la sérialisation à l'échelle d'une configuration industrielle 74
4.6.2 Comparaison avec les bornes de référence 76
4.6.3 Évaluation du pessimisme 78
4.6.4 Variation de la borne pire cas 79
4.7 Conclusion **80**

4.1. Introduction

La recherche des temps de traversée du réseau pire cas est un élément central dans le processus de certification d'un réseau AFDX. Au chapitre 2, nous avons vu que cette démarche conduit à une très faible utilisation du réseau, et au chapitre 3, nous avons proposé de l'améliorer en

ajoutant de nouveaux types de flux aux côtés du trafic avionique existant, ce qui ne peut pas se faire sans l'introduction de mécanismes de différentiation des flux. Dans ce contexte, nous avons choisi de nous orienter vers l'approche par trajectoires pour calculer des bornes pire cas des délais de bout en bout, à cause de sa capacité à prendre en compte des niveaux de priorité fixes.

Nous montrons au paragraphe 4.2 comment cette approche peut être adaptée au cas des réseaux avioniques, en l'illustrant sur un exemple AFDX paragraphe 4.3. Puis, au paragraphe 4.4, nous montrons comment la borne pire cas peut être optimisée dans le cas de réseaux multiplexés, en tenant compte de la sérialisation des flux. À partir de ces résultats, nous comparons au paragraphe 4.5 la performance de différentes approches en terme d'analyse pire cas pour mettre en évidence le pessimisme résiduel de ce type d'approches par rapport au scénario pire cas. Nous montrons ensuite au paragraphe 4.6 que l'approche est utilisable sur une configuration industrielle de taille significative en l'appliquant à une architecture réseau d'avion de type A380 pour laquelle des bornes obtenues par calcul réseau sont déjà connues. Enfin, nous concluons quant à cette approche dans le cadre de cette thèse au paragraphe 4.7.

4.2. Modélisation de l'AFDX par l'approche par trajectoires

L'approche par trajectoires a été présentée au paragraphe 3.3. Elle considère un ensemble de nœuds de calcul reliés entre eux par des liens FIFO, dont le délai est borné ($L_{min} \leq L \leq L_{max}$). Un flux traverse un ensemble de nœuds avec une durée d'exécution connue sur chacun d'eux. Chaque nœud traite les flux en fonction de leur priorité qui dépend, en premier lieu de leur priorité fixe, en second lieu de leur instant d'arrivée.

L'AFDX a été présenté au chapitre 2. Un tel réseau comprend un ensemble d'*End Systems* et de commutateurs interconnectés par des liens *full duplex*. Un flux (VL) est transmis d'un *End System* source vers un *End System* de destination via des commutateurs. Les temps de traversée d'un *End System* ou d'un commutateur incluent :

- un temps d'attente dans une file de sortie, en fonction de l'arriéré de travail lors de l'arrivée de la trame ;
- un délai de transmission sur le lien de sortie, directement lié à la taille de la trame et au débit du lien.

Chaque commutateur induit en plus un délai de commutation (ou latence technologique) qui est considéré constant ($16\,\mu$s).

La correspondance entre l'approche par trajectoires et le réseau AFDX s'effectue donc de la manière suivante :

- un nœud du modèle des trajectoires correspond à une file d'attente d'un *End System* ou d'un commutateur et au lien de sortie qui est associé ;
- un lien du modèle des trajectoires correspond à la traversée d'un commutateur (latence technologique).

Cette correspondance est illustrée sur la figure 4.1 qui considère un VL v_i traversant deux commutateurs. Les zones grises correspondent à des nœuds dans l'approche par trajectoires : ils représentent les périodes d'attente dans une file (gris clair) et le temps de transmission sur un lien (gris foncé). Les zones blanches correspondent aux liens dans le modèle des trajectoires : ils sont associés aux délais de commutation.

Le modèle de VL présenté au paragraphe 2.2 permet de caractériser le trafic à l'entrée du réseau. Ces caractéristiques peuvent être traduites dans un modèle de tâches qui s'exécutent sur un système distribué. Le tableau 4.1 donne la correspondance entre les caractéristiques d'un VL AFDX et un flux sporadique de tâches dans l'approche par trajectoires.

Lorsqu'une trame arrive sur un ES de destination, il sort du réseau et est pris en charge par la pile protocolaire du système auquel il est destiné. Ce mécanisme sur le ES de destination étant dépendant de l'application, il n'est pas pris en compte dans le calcul du délai de bout en bout d'une trame. La modélisation s'arrête au lien qui sort du dernier commutateur.

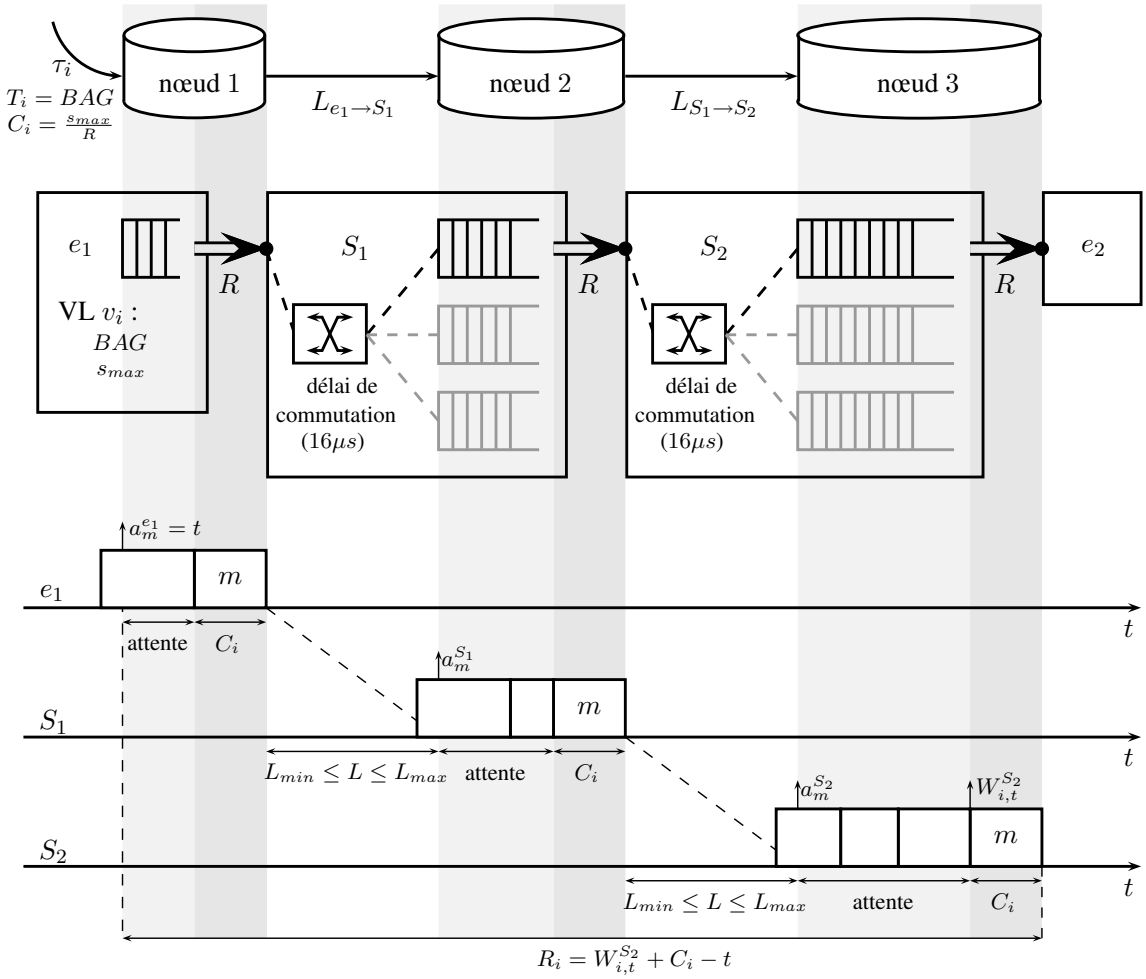


Fig. 4.1: *Modélisation d'un réseau AFDX par trajectoires*

Trajectoires	AFDX	Particularité
flux τ_i	chemin d'un VL	un VL *multicast* est décomposé en multiples flux *unicast*
délai L	$16\,\mu$s	supposé constant : $L = L_{min} = L_{max}$
délai T_i	BAG	période minimale des flux sporadiques ($\neq$ période)
durée C_i^h	s_{max}/R	$C_i^h = C_i$, si tous les liens ont le même débit
gigue J_i	$0\,\mu$s	la gigue initiale est garantie par l'application source

Tab. 4.1: *Correspondance avec les caractéristiques d'un AFDX*

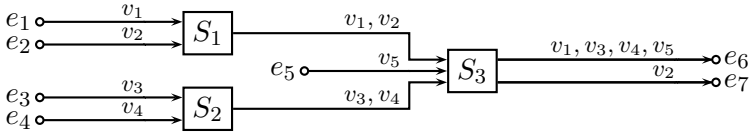


FIG. 4.2: *Configuration AFDX pour illustrer le calcul par trajectoires*

Un VL peut être de type *multicast*. Dans ce cas, chaque chemin de l'arbre *multicast* partant de la racine et allant à une extrémité différente est considéré comme un flux, à ceci près que les branches communes de l'arbre ne sont considérées qu'une seule fois. Pour ces portions communes, le résultat est propagé à tous les flux issus du même VL.

Il est à noter que dans le cadre de l'AFDX, un nœud représente un port de sortie et non un commutateur dans son ensemble. Les nœuds en question ne peuvent donc pas servir des flux allant dans des sens différents (voir figure 3.16, page 41). Un lien full-duplex (donc bi-directionnel) revient à avoir deux liens mono-directionnels qui sont reliés chacun à un port d'interface spécifique. Pour tout flux τ_i et τ_j transitant dans un réseau de type AFDX nous avons donc :

$$first_{i,j} = first_{j,i} \text{ et } last_{i,j} = last_{j,i}$$

4.3. Illustration du calcul en ordonnancement FIFO

Nous illustrons l'approche par trajectoires dans le contexte de l'AFDX sur la configuration de la figure 4.2. Cette configuration comporte sept ES (e_1 à e_7), trois commutateurs (S_1 à S_3) et cinq VL (v_1 à v_5). Tous les VL ont les mêmes paramètres s_{max} (4 000 bits) et BAG (4 000 μs). Donc :

$$T_i = 4000\,\mu\text{s}, \forall i \in [\![1, 5]\!]$$

Ces cinq VL correspondent à cinq flux τ_1 à τ_5 avec des chemins respectifs :
- $\mathcal{P}_1 = \{e_1 \rightarrow S_1, S_1 \rightarrow S_3, S_3 \rightarrow e_6\}$,
- $\mathcal{P}_2 = \{e_2 \rightarrow S_1, S_1 \rightarrow S_3, S_3 \rightarrow e_7\}$,
- $\mathcal{P}_3 = \{e_3 \rightarrow S_2, S_2 \rightarrow S_3, S_3 \rightarrow e_6\}$,
- $\mathcal{P}_4 = \{e_4 \rightarrow S_2, S_2 \rightarrow S_3, S_3 \rightarrow e_6\}$,
- $\mathcal{P}_5 = \{e_5 \rightarrow S_3, S_3 \rightarrow e_6\}$.

Le débit de tous les commutateurs est de $R = 100$ Mb/s. Ainsi, le temps de traitement de chaque trame dans un commutateur est de 40 μs, c'est le temps nécessaire pour transmettre une trame de 4 000 bits à 100 Mb/s.

$$C_i = \frac{s_{max}}{R} = \frac{4000}{100} = 40\,\mu\text{s}, \forall i \in [\![1, 5]\!]$$

Le délai entre la fin de la transmission d'une trame dans un nœud et son instant d'arrivée dans le nœud suivant correspond à la latence technologique qui est fixée à $L = 16\,\mu$s

4.3.1. Calcul du délai d'une trame

Nous nous intéressons dans un premier temps au délai de bout en bout d'une trame du VL v_3. L'exemple choisi est très semblable à celui utilisé au paragraphe 3.3 pour décrire la méthode des trajectoires. La figure 4.3 présente un ordonnancement arbitraire de trames sur trois nœuds du réseau : $e3 \rightarrow S_2$, $S_2 \rightarrow S_3$ et $S3 \rightarrow e_6$. Pour simplifier les notations, nous désignons par la suite ces trois nœuds uniquement par le composant source : e_3, S_2 et S_3. Les trames sont identifiées par leur numéro de VL. Ainsi, la trame 3 est issue du VL v_3 qui est de type *unicast*.

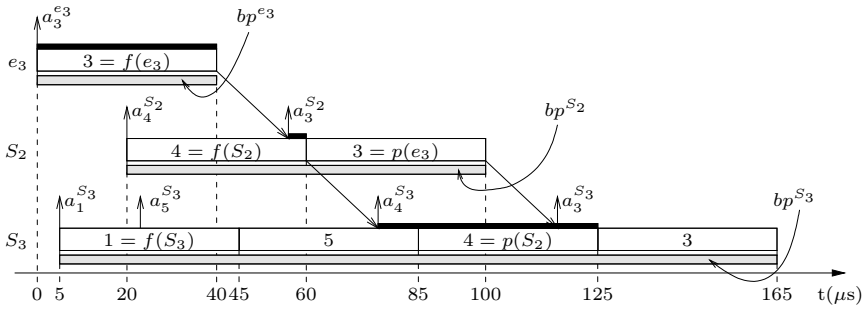


Fig. 4.3: *Ordonnancement arbitraire des trames*

L'origine des temps est fixée de manière arbitraire à l'instant d'arrivée de la trame 3 dans e_3, son nœud d'origine. Dans le nœud S_2, la trame 3 arrive après la trame 4 ($a_3^{S_2} > a_4^{S_2}$). Étant donnée la politique de service FIFO, la trame 3 est donc retardée par la trame 4. Sur le nœud S_3, la trame 5 est retardée par la trame 1 qui est arrivée avant lui ($a_5^{S_3} > a_1^{S_3}$). À cause de ce retard, le traitement de la trame 5 n'est pas terminé à l'instant d'arrivée de la trame 4 dans le nœud S_3. De ce fait, les trames 4 et 3 qui arrivent à la suite sont toutes deux retardées par la trame 5.

Nous cherchons à calculer le délai entre la génération de la trame 3 ($a_3^{e_3}$) et son départ sur le dernier nœud. Ce délai est composé, d'une part, du temps de transmission entre les nœuds :

$$L_{e_3-S_2} + L_{S_2-S_3} = 2 \times L = 32\,\mu\text{s} \tag{4.1}$$

et, d'autre part, de portions des périodes actives bp^{e_3}, bp^{S_2} et bp^{S_3}. Nous rappelons que la portion de période active bp^h à considérer dans le calcul est le temps de traitement des trames situées entre $f(h)$ et $p(h)$ moins l'intervalle de temps compris entre l'arrivée des trames $f(h)$ et $p(h-1)$ sur le nœud h, à savoir :

$$\Delta_{i,t}^h = a_{p(h-1)}^h - a_{f(h)}^h, \forall h \in \mathcal{P}_i \backslash \{first_i\}$$

Détaillons ce calcul pour chaque nœud. Pour le nœud e_3, nous avons : $f(e_3) = p(e_3) = 3$. Le temps à compter est donc le temps de traitement de la trame 3, à savoir :

$$C_3^{e_3} = 40\,\mu\text{s} \tag{4.2}$$

Pour le nœud S_2, nous avons : $f(S_2) = p(S_2) = 4$ et $p(e_3) = 3$. Il faut donc retrancher au temps de traitement de la trame 4 sur le nœud S_2 la différence entre les instants d'arrivée des trames 4 et 3 sur le nœud S_2. Le temps à compter est donc :

$$C_4^{S_2} - (a_{p(e_3)}^{S_2} - a_{f(S_2)}^{S_2}) = C_4^{S_2} - (a_3^{S_2} - a_4^{S_2}) = 40 - (56 - 20) = 4\,\mu\text{s} \tag{4.3}$$

Pour le nœud S_3, nous avons $f(S_3) = 1$, $p(S_3) = 3$ (par convention) et $p(S_2) = 4$. Nous comptabilisons donc le temps de traitement dans la période active bp^{S_3} de toutes les trames situées entre les trames 1 et 3, sans compter cette dernière. Il faut également soustraire la différence entre les instants d'arrivée des trames 1 et 4 sur le nœud S_2. Le temps à comptabiliser est donc :

$$C_1^{S_3} + C_5^{S_3} + C_4^{S_3} - (a_{p(S_2)}^{S_3} - a_{f(S_3)}^{S_3}) = 3 \times 40 - (76 - 5) = 49\,\mu\text{s} \tag{4.4}$$

Ainsi donc, l'instant de départ de la trame 3 dans le nœud S_3 s'obtient en ajoutant les termes (4.1) à (4.4) :

$$32 + 40 + 4 + 49 = 125\,\mu\text{s} \tag{4.5}$$

Ce délai est représenté sur la figure 4.3 par un trait fort au-dessus des trames à comptabiliser.

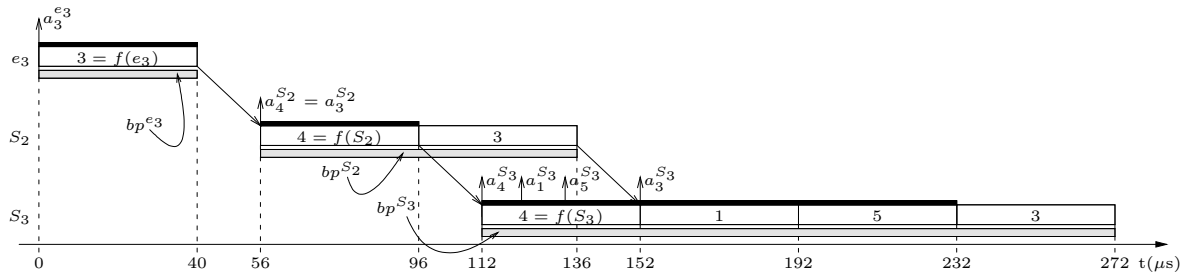


FIG. 4.4: *Temps de départ au plus tard pour la trame* 3 *du VL* v_3

4.3.2. Maximisation du délai de transmission de bout en bout

Dans l'approche par trajectoires le délai de bout en bout est maximisé en annulant le terme $\Delta_{i,t}^h$ dans le calcul précédent.

$$\Delta_{i,t}^h = a_{p(h-1)}^h - a_{f(h)}^h = 0, \forall h \in \mathcal{P}_i \backslash \{first_i\} \tag{4.6}$$

La figure 4.4 montre la conséquence de cette hypothèse sur l'ordonnancement du VL v_3. L'instant d'arrivée de la trame 4 sur le nœud S_2 est retardé pour qu'il coïncide avec l'instant d'arrivée de la trame 3 sur le nœud S_2 : $a_4^{S_2} = a_3^{S_2}$. De même sur le nœud S_3, les trames 1 et 5 ont été retardées de manière à les faire arriver entre les trames 4 et 3. La première trame de la période active bp^{S_3} est donc la trame 4, qui provient bien du même nœud précédent que la trame 3.

Le délai de bout en bout pire cas de la trame 3 dans le nœud S_3 s'obtient alors simplement en sommant le temps de traitement des trames $f(h)$ à $p(h)$ dans chaque nœud h, avec $h \in \mathcal{P}_3$ et les délais de lien entre les nœuds :

$$C_3^{e_3} + L + C_4^{S_2} + L + C_4^{S_3} + C_1^{S_3} + C_5^{S_3} + C_3^{S_3} = 6 \times 40 + 2 \times 16 = 272\,\mu\text{s}$$

Le détail de ce calcul est représenté par un trait fort au-dessus des trames comptabilisées dans la figure 4.4.

4.3.3. Formalisation du calcul

Les résultats pour un réseau avec une politique de service FIFO sont un cas particulier des résultats présenté dans un cadre FP/FIFO au chapitre 2. Nous les reprenons donc pour calculer le délai de bout en bout du VL v_3 de l'exemple précédent (voir figure 4.2 et figure 4.4). Nous rappelons que pour notre application, tous les nœuds travaillent à la même vitesse et la gigue à l'émission d'un flux est nulle. Ainsi, le terme (3.8) qui borne le temps de réponse de bout en bout d'un flux τ_i s'écrit :

$$R_i = \max_{0 \leq t \leq \mathcal{B}_i} \left(W_{i,t}^{last_i} + C_i - t \right)$$

$W_{i,t}^{last_i}$ est une borne supérieure du temps de départ au plus tard sur son dernier nœud de la trame m du VL v_i générée à l'instant t. Son expression est donnée par le terme (3.6), qui s'écrit

dans la cas de l'AFDX :

$$\begin{aligned} W_{i,t}^{last_i} &= \sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \emptyset}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right) \cdot C_j \\ &\quad + \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq last_i}} \left(\max_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ h \in \mathcal{P}_j}} \{C_j\} \right) \\ &\quad + (\mid \mathcal{P}_i \mid -1) \cdot L - C_i \end{aligned} \tag{4.7}$$

avec :

$$A_{i,j} = Smax_i^{first_{j,i}} - Smin_j^{first_{j,i}} - M_i^{first_{i,j}} + Smax_j^{first_{i,j}} \tag{4.8}$$

et avec :

$$M_i^h = \sum_{h' = first_i}^{pre_i(h)} \left(\min_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ h' \in \mathcal{P}_j}} \{C_j\} + L \right) \tag{4.9}$$

En appliquant la formule (4.7), l'instant de départ au plus tard de son dernier nœud d'une trame du VL v_3 générée à l'instant t est donc :

$$\begin{aligned} W_{3,t}^{S_3} &= \sum_{j \in \{1,4,5\}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{3,j}}{T_j} \right\rfloor\right) \cdot C_j + \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{T_3} \right\rfloor\right) \cdot C_3 \\ &\quad + \sum_{h \in [e_3, S_2]} \left(\max_{\substack{j \in [\![1,5]\!] \\ h \in \mathcal{P}_j}} \{C_j\} \right) + (\mid \mathcal{P}_3 \mid -1) \cdot L - C_3 \\ &= \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{3,1}}{4000} \right\rfloor\right) \cdot 40 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{3,4}}{4000} \right\rfloor\right) \cdot 40 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{3,5}}{4000} \right\rfloor\right) \cdot 40 \\ &\quad + \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{4000} \right\rfloor\right) \cdot 40 + (40 + 40) + (3 - 1) \cdot 16 - 40 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Les termes restant à calculer sont : $A_{3,1}$, $A_{3,3}$, $A_{3,4}$ et $A_{3,5}$. Le détail du calcul est donné en annexe B au paragraphe B.1. Les valeurs obtenues sont : $A_{3,1} = 80\,\mu$s, $A_{3,5} = 40\,\mu$s, $A_{3,3} = A_{3,4} = 0$. Le terme (4.10) devient alors :

$$\begin{aligned} W_{3,t}^{S_3} &= \left(1 + \left\lfloor \frac{t + 80}{4000} \right\rfloor\right) \cdot 40 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{4000} \right\rfloor\right) \cdot 40 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t + 40}{4000} \right\rfloor\right) \cdot 40 \\ &\quad + \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{4000} \right\rfloor\right) \cdot 40 + (40 + 40) + (3 - 1) \cdot 16 - 40 \\ &= 40 \left\lfloor \frac{t + 80}{4000} \right\rfloor + 40 \left\lfloor \frac{t + 40}{4000} \right\rfloor + 80 \left\lfloor \frac{t}{4000} \right\rfloor + 232 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Pour résoudre le terme (4.28) il ne manque plus que la borne $\mathcal{B}_i$. Le calcul de cette borne est un calcul de point fixe. Initialisons le calcul avec $\mathcal{B}_i^{(0)} = 1$, alors :

$$\mathcal{B}_i^{(1)} = \sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \emptyset}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{(0)}}{T_j} \right\rceil \cdot C_j = \sum_{j \in \{1,3,4,5\}} \left\lceil \frac{1}{4000} \right\rceil \cdot 40 = 4 \times 40 = 160\,\mu\text{s} \tag{4.12}$$

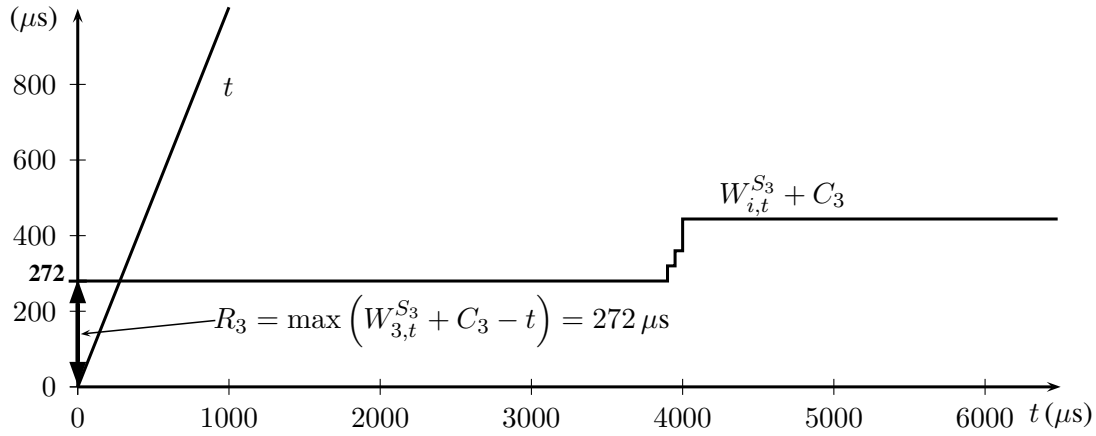


Fig. 4.5: *Résolution graphique de l'équation (4.14)*

VL	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
R_i (μs)	312	192	272	272	216

Tab. 4.2: *Délais de bout en bout pire cas par l'approche par trajectoires*

Nous vérifions que l'itération a convergé :

$$\mathcal{B}_i^{(2)} = \sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \emptyset}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{(1)}}{T_j} \right\rceil \cdot C_j = \sum_{j \in \{1,3,4,5\}} \left\lceil \frac{160}{4000} \right\rceil \cdot 40 = 4 \times 40 = 160\,\mu\text{s} \tag{4.13}$$

En utilisant la valeur calculée de $\mathcal{B}_i = 160\,\mu$s dans le terme (4.28) nous obtenons l'équation (4.14).

$$R_3 = \max_{0 \leq t \leq 160} \left(W_{3,t}^{S_3} + C_3 - t\right) \tag{4.14}$$

Résoudre cette équation revient à trouver sur l'intervalle $[0, 160]$ la déviation verticale maximum entre la courbe de la fonction $t \mapsto W_{i,t}^{last_i} + C_i$ celle de la fonction identité ($t \mapsto t$). Cette résolution est illustrée graphiquement par la figure 4.5. Le maximum s'obtient pour $t = 0$, d'où le résultat :

$$R_3 = 232 + 40 - 0 = 272\,\mu\text{s} \tag{4.15}$$

Le tableau 4.2 donne les résultats obtenus par trajectoires pour les cinq VL de la configuration de la figure 4.2. Les résultats ont été calculés de manière automatisée par l'outil qui a été développé à l'occasion de cette thèse.

4.4. Prise en compte de la sérialisation des flux en ordonnancement FIFO

Les trames transmises sur un lien donné d'un réseau AFDX sont sérialisées : deux trames ne sont jamais transmises simultanément sur un même lien. Les scénarios pire cas considérés dans l'approche par trajectoires sont parfois impossibles, car cette propriété n'est prise en compte que pour une parti des flux : ceux ayant déjà partagé un nœud commun avec le flux étudié. Les paragraphes suivants proposent une optimisation de l'approche par trajectoires pour prendre en compte le phénomène de sérialisation pour l'ensemble des flux d'une configuration.

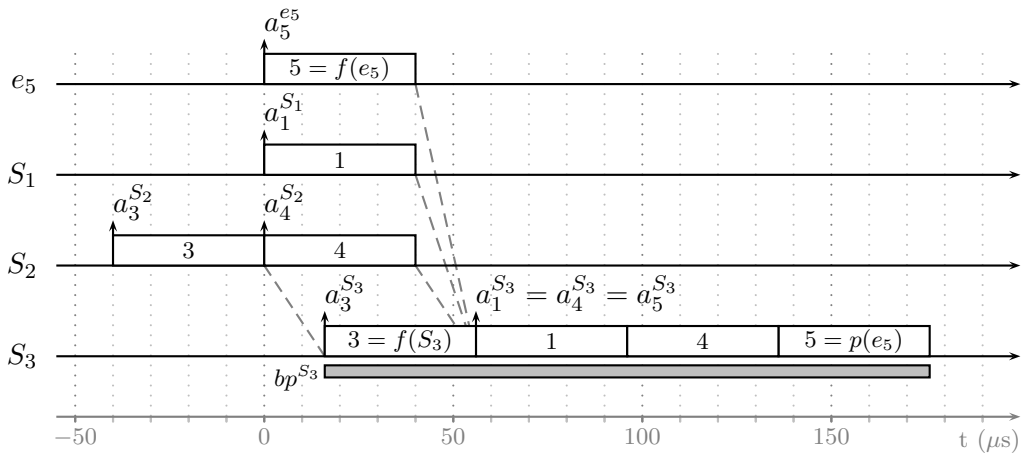


Fig. 4.6: *Temps de départ au plus tard pour la trame* 5 *du VL* v_5

4.4.1. Illustration de l'impact de la sérialisation sur un exemple

Considérons une trame du VL v_5 de la configuration de la figure 4.2. Un ordonnancement qui vise à retarder au maximum le départ de la trame 5 dans le nœud S_3 est proposé dans la figure 4.6.

Pour cela, les trames 1, 3 et 4 sont retardées au maximum pour que leur temps d'arrivée soit situé entre $a_{p(e_5)}^{S_3}$, l'instant d'arrivée de la première trame traitée dans la période active bp^{S_3}, et $a_5^{S_3}$, l'instant d'arrivée de la trame 5 dans son dernier nœud. Ceci signifie que pour que l'hypothèse exprimée par le terme (4.6) soit satisfaite, il faut que :

$$a_j^{S_3} \geq a_{p(e_5)}^{S_3}, \forall j \in \{1, 3, 4\} \tag{4.16}$$

Mais étant donné la politique de service FIFO, pour que les trames 1, 3 et 4 puissent retarder la trame 5, il faut aussi satisfaire la condition suivante :

$$a_j^{S_3} \leq a_5^{S_3}, \forall j \in \{1, 3, 4\} \tag{4.17}$$

Or, dans cet exemple, la trame 5 étant la seule à provenir du nœud e_5, nous avons : $p(e_5) = 5$, et donc :

$$a_{p(e_5)}^{S_3} = a_5^{S_3} \tag{4.18}$$

Ainsi, d'après les termes (4.16) à (4.18), nous obtenons la condition suivante :

$$a_j^{S_3} = a_5^{S_3}, \forall j \in \{1, 3, 4\} \tag{4.19}$$

Mais cette condition exprimée par le terme (4.19) ne peut pas être satisfaite à la fois par la trame 3 et par la trame 4. En effet, ces deux trames proviennent toutes deux du nœud S_2. Elles ont donc partagé un lien de sortie et arrivent l'une derrière l'autre. Dans le contexte de l'AFDX, nous appelons ce phénomène la sérialisation des trames. Ainsi donc :

$$\left| a_3^{S_3} - a_4^{S_3} \right| \geq C = 40\,\mu\text{s} \tag{4.20}$$

Sans restreindre la généralité, nous pouvons considérer que la trame 3 arrive avant la trame 4. À partir de l'équation (4.18), nous pouvons écrire :

$$a_4^{S_3} = a_5^{S_3} \tag{4.21}$$

VL	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
Pire cas (μs)	272	192	272	272	176
R_i (μs)	312	192	272	272	216
Pessimisme (μs)	40	0	0	0	40

Tab. 4.3: *Mise en évidence du pessimisme de l'approche par trajectoires*

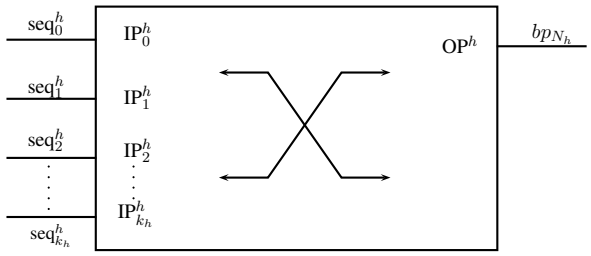


Fig. 4.7: *Un commutateur avec un port de sortie (OP) et les entrées (IP) correspondantes*

Et en combinant les termes (4.19) à (4.21), nous avons :

$$a_3^{S_3} = a_5^{S_3} - 40\,\mu\text{s} \tag{4.22}$$

Nous aboutissions bien à l'ordonnancement qui est décrit dans la figure 4.6. Dans la période active bp^{S_3}, $p(e_5)$ est la trame 5 et $f(S_3)$ est la trame 3. En considérant le terme (4.22), nous avons $\Delta_{i,t}^h = a_{p(h-1)}^h - a_{f(h)}^h \geq 40\,\mu$s quel que soit l'ordonnancement choisi. Ainsi, nous avons montré que le fait de considérer que pour tout nœud h, $\Delta_{i,t}^h = 0$ peut s'avérer pessimiste dans le cadre de l'AFDX. Ce pessimisme dans la recherche de l'instant de départ au plus tard d'une trame se répercute sur son délai de bout en bout, comme l'illustrent les résultats présentés dans le tableau 4.3. Pour les VL v_1 et v_5 dans le configuration de la figure 4.2, la borne obtenue par la méthode des trajectoires excède de 40 μs le pire cas exact. Ce dernier est obtenu en utilisant l'approche par vérification de modèle applicable à une configuration de cette taille. L'écart de 40 μs correspond à l'effet illustré plus haut. Dans le prochain paragraphe, nous montrons comment ce phénomène de sérialisation peut être pris en compte dans l'implémentation du calcul par trajectoire.

4.4.2. Optimisation du calcul par trajectoires pour des flux sérialisés

Caractérisation de $\Delta_{i,t}^h$

L'optimisation concerne les termes $\Delta_{i,t}^h$. Ces termes étant retranchés de l'instant de départ au plus tard d'une trame de son dernier nœud, ils sont considérés nuls pour maximiser cet instant de départ :

$$\Delta_{i,t}^h = a_{p(h-1)}^h - a_{f(h)}^h = 0, \forall h \in \mathcal{P}_i \backslash \{first_i\} \tag{4.23}$$

Comme illustré au paragraphe précédent, il existe des configurations pour lesquelles il est impossible de trouver un scénario tel que l'ensemble des $\Delta_{i,t}^h$ soient nuls. L'objectif est donc de déterminer un minorant positif ou nul de chacun des $\Delta_{i,t}^h$, pour la trame du flux étudié.

Soit le port de sortie OP^h du commutateur de la figure 4.7. Ce port de sortie reçoit des trames en provenance de $(k_h + 1)$ ports d'entrée IP_0^h à $IP_{k_h}^h$. La trame dont on calcule le délai de bout en

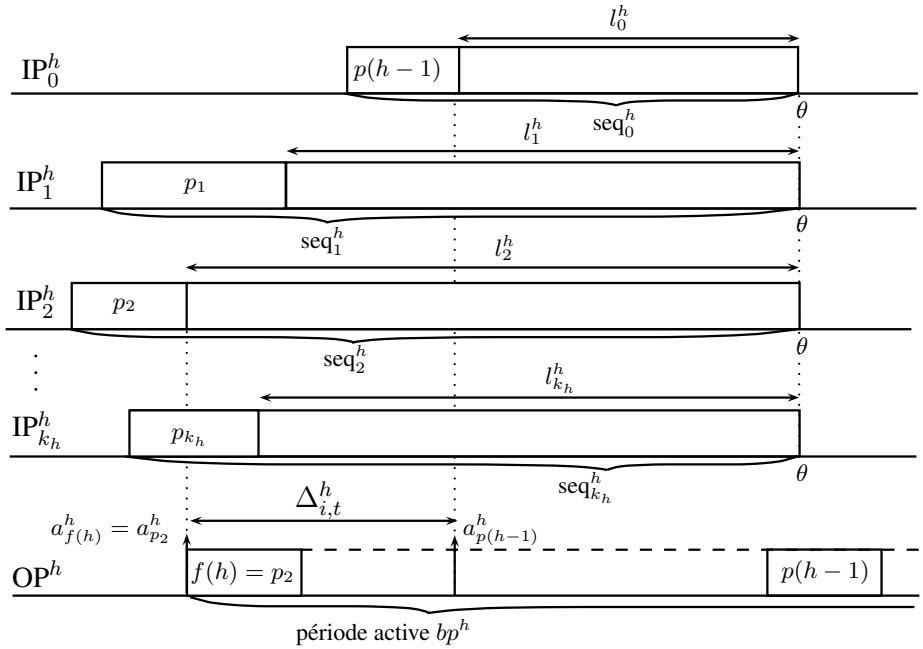


Fig. 4.8: *Illustration du terme* $\Delta_{i,t}^h$

bout provient du port IP_0^h. Les trames sont transmises sur le port OP^h dans leur ordre d'arrivée sur les ports d'entrée.

La figure 4.8 illustre la valeur de $\Delta_{i,t}^h$ au niveau du port de sortie OP^h. La période active dans laquelle est transmise la trame m étudiée est notée bp^h. Les trames transmises dans la période active bp^h sont regroupées par port d'entrée : la séquence seq_x^h contient l'ensemble des trames de bp^h provenant du port IP_x^h $(0 \leq x \leq k_h)$.

Pour maximiser le délai de la trame m dans le nœud h, chaque séquence seq_x^h (pour tout $x \in [\![1, k_h]\!]$) est retardée de manière à finir exactement au même instant que la séquence seq_0^h. Cet instant est noté θ sur la figure 4.8. Cette construction est une généralisation de l'approche par trajectoires telle que présentée dans [MM06a] et rappelée au paragraphe 4.3.1 : au lieu de retarder les trames une par une, ce sont des séquences entières de trames sérialisées qui sont retardées. $\Delta_{i,t}^h$ est le délai entre l'instant d'arrivée au plus tôt d'une trame de la période active bp^h (c'est-à-dire $f(h)$, la première trame de la période active bp^h) et l'instant d'arrivée de la première trame de la période active bp^h arrivant par le port IP_0^h (c'est par définition la trame $p(h-1)$). Sur la figure 4.8, $\Delta_{i,t}^h$ est donc la différence entre les instants d'arrivée des trames p_2 et $p(h-1)$. En réalité, ce terme prend en compte le fait que les trames qui arrivent avant l'instant $a_{p(h-1)}^h$ ne sont pas accumulées en attendant que la source IP_0^h reçoive sa première trame. Dès l'arrivée de la trame $f(h)$, le nœud h traite les trames à servir à la vitesse de son lien de sortie. Ce sont ces trames, qui sont déjà parties lorsque arrive la trame $p(h-1)$, qui sont comptabilisées par le terme $\Delta_{i,t}^h$.

Recherche d'un minorant pour $\Delta_{i,t}^h$

Soit l_x^h, la durée de la séquence seq_x^h sans sa première trame $(0 \leq x \leq k_h)$. Les instants d'arrivée des trames $f(h)$ et $p(h-1)$ sont définis par :

$$a_{f(h)}^h = \theta - \max_{x \in [\![1,k_h]\!]} \left(l_x^h \right) \tag{4.24}$$

et

$$a^h_{p(h-1)} = \theta - l^h_0 \tag{4.25}$$

avec :

$$l^h_x = \sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in \mathrm{IP}^h_x}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right) \cdot C_j - C_{y_x} \tag{4.26}$$

C_{y_x} est la durée de transmission de la première trame de la séquence seq^h_x.

$$y_x \in \left\{ z \in sp_i \mid \tau_z \in \mathrm{IP}^h_x \right\} \tag{4.27}$$

Pour minorer l'expression (4.23), il faut :
– minimiser $a^h_{p(h-1)}$, *ie.* l'avancer autant que possible,
– maximiser $a^h_{f(h)}$, *ie.* le retarder autant que possible.
Les deux lemmes suivants définissent la borne inférieure de $a^h_{p(h-1)}$ et la borne supérieure de $a^h_{p(h-1)}$.

Lemme 4.4.1 (Maximisation de $a^h_{f(h)}$) *Pour une trame m d'un flux τ_i arrivant sur le nœud h et traitée dans la période active bp^h, dans l'hypothèse où toutes les séquences de trames sérialisées sont retardées pour arriver à l'instant θ, le temps d'arrivée de la première trame traitée dans la période active bp^h est au plus tard :*

$$a^h_{f(h)} \leq \theta - \max_{x \in [\![1, k_h]\!]} \left[\sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in IP^h_x}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right) \cdot C_j - \max_{\substack{y \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_y \in IP^h_x}} C_y \right]$$

Démonstration. Reprenons l'écriture de $a^h_{f(h)}$ donnée par le terme (4.24). Pour maximiser $a^h_{f(h)}$, il faut minimiser chaque l^h_x (pour tout $x \in [\![1, k_h]\!]$). Étant donné que l^h_x est la durée d'une séquence amputée de sa première trame, le minimum de chaque l^h_x s'obtient lorsque la plus grande trame de chaque séquence seq^h_x est placée en tête (pour tout $x \in [\![1, k_h]\!]$).

$$\begin{aligned}
a^h_{f(h)} &\leq \max \left[\theta - \max_{x \in [\![1, k_h]\!]} \left(l^h_x \right) \right] \\
&\leq \theta - \max_{x \in [\![1, k_h]\!]} \left[\min_{\substack{y \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_y \in \mathrm{IP}^h_x}} \left(\sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in \mathrm{IP}^h_x}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right) \cdot C_j - C_y \right) \right] \\
&\leq \theta - \max_{x \in [\![1, k_h]\!]} \left[\sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in \mathrm{IP}^h_x}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right) \cdot C_j - \max_{\substack{y \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_y \in \mathrm{IP}^h_x}} C_y \right]
\end{aligned}$$

■

Lemme 4.4.2 (Minimisation de $a^h_{p(h-1)}$) *Pour une trame m d'un flux τ_i arrivant sur le nœud h et traitée dans la période active bp^h, dans l'hypothèse où toutes les séquences de trames sérialisés sont retardées pour arriver à l'instant θ, le temps d'arrivée de la première trame provenant du même nœud précédent que m et traitée dans la période active bp^h est au plus tôt :*

$$a^h_{p(h-1)} \geq \theta - \left(\sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in IP^0_x}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right) \cdot C_j - \min_{\substack{y \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_y \in IP^0_x}} C_y \right)$$

Démonstration. Reprenons l'écriture de $a^h_{p(h-1)}$ donnée par le terme (4.25). Pour minimiser $a^h_{p(h-1)}$, il faut minimiser l^h_0. Étant donné que l^h_0 est la durée de la séquence seq^h_0 amputée de sa première trame, le minimum s'obtient en plaçant la plus petite trame en tête de la séquence seq^h_0.

$$\begin{aligned} a^h_{p(h-1)} &\geq \theta - \max_{\substack{y \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_y \in \text{IP}^0_x}} \left(\sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in \text{IP}^0_x}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right) \cdot C_j \right) \\ &\geq \theta - \left(\sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ j \neq i \\ \tau_j \in \text{IP}^0_x}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right) \cdot C_j + \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{T_i} \right\rfloor \right) \cdot C_i - \min_{\substack{y \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_y \in \text{IP}^0_x}} C_y \right) \end{aligned}$$

■

Une borne inférieure de $\Delta^h_{i,t}$ s'obtient en remplaçant $a^h_{f(h)}$ par sa borne inférieure et $a^h_{p(h-1)}$ par sa borne supérieure dans le terme (4.23) :

Propriété 4.4.1 (Sérialisation de flux FIFO) *Pour une trame m d'un flux τ_i arrivant sur le nœud h et traitée dans la période active bp^h, dans l'hypothèse où toutes les séquences de trames sérialisées sont retardées pour arriver au même instant que celle de m, la durée $\Delta^h_{i,t}$ pendant laquelle des trames arrivent sur le nœud et y sont traitées sans retarder la trame m est supérieure ou égale à :*

$$\left[\max_{x \in [\![1, k_h]\!]} \left(\sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in IP^h_x}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right) \cdot C_j - \max_{\substack{y \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_y \in IP^h_x}} C_y \right) - \left(\sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in IP^0_x}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right) \cdot C_j - \min_{\substack{y \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_y \in IP^0_x}} C_y \right) \right]^+$$

Nous en déduisons une majoration plus fine de l'instant de départ au plus tard d'une trame m dans son dernier nœud en intégrant les bornes inférieures des $\Delta^h_{i,t}$ dans le calcul décrit au paragraphe 3.3 :

Propriété 4.4.2 (Temps de départ au plus tard en FIFO avec sérialisation) *Soit m une trame du flux τ_i générée à l'instant t. Lorsque les flux sont traités suivant l'algorithme FIFO, le temps de départ au plus tard $W_{i,t}^{last_i}$ de la trame m sur son dernier nœud est majoré par :*

$$\sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}} \left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)\cdot C_j + \sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i\\ h\neq last_i}} \left(\max_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ h\in\mathcal{P}_j}}\{C_j\}\right) + (\mid\mathcal{P}_i\mid -1)\cdot L - C_i - \sum_{h\in\mathcal{P}_i}\Delta_{i,t}^h$$

Le temps de traversée de bout en bout d'une trame du flux τ_i générée à l'instant t est égal à $W_{i,t}^{last_i} + C_i - t$. Pour ne pas avoir à tester tous les temps tels que $t \geq 0$, nous montrons que :

Lemme 4.4.3 *Soit un flux τ_i, suivant un chemin $\mathcal{P}_i$. Lorsque les flux sont traités dans l'ordre FIFO, nous avons pour tout temps $t \geq 0$:*

$$W_{i,t+\mathcal{B}_i}^{last_i} \leq W_{i,t}^{last_i} + \mathcal{B}_i \text{ avec : } \mathcal{B}_i = \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}} \left\lceil\frac{\mathcal{B}_i}{T_j}\right\rceil\cdot C_j + \sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i\\ h\neq first_i}} \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ pre_i(h)\in\mathcal{P}_j}} \left\lceil\frac{\mathcal{B}_i}{T_j}\right\rceil\cdot C_j$$

La preuve du lemme 5.4.3 est donnée en annexe A au paragraphe A.1. Nous avons alors la propriété suivante :

Propriété 4.4.3 (Temps de traversée de bout en bout pire cas en FIFO avec sérialisation) *Soit m une trame du flux τ_i générée à l'instant t. Lorsque les flux sont traités suivant l'algorithme FIFO, le temps de traversée de bout en bout pire cas de la trame m est majoré par :*

$$R_i = \max_{0\leq t\leq\mathcal{B}_i}\left(W_{i,t}^{last_i} + C_i - t\right) \tag{4.28}$$

avec :

$$\begin{aligned} W_{i,t}^{last_i} &= \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}} \left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)\cdot C_j + \sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i\\ h\neq last_i}} \left(\max_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ h\in\mathcal{P}_j}}\{C_j\}\right)\\ &\quad + (\mid\mathcal{P}_i\mid -1)\cdot L - C_i - \sum_{h\in\mathcal{P}_i}\Delta_{i,t}^h \end{aligned}$$

et :

$$\begin{aligned} \Delta_{i,t}^h &= \left[\max_{x\in[\![1,k_h]\!]}\left(\sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_j\in IP_x^h}}\left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)\cdot C_j - \max_{\substack{y\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_y\in IP_x^h}} C_y\right)\right.\\ &\quad \left. - \left(\sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_j\in IP_x^0}}\left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)\cdot C_j + - \min_{\substack{y\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_y\in IP_x^0}} C_y\right)\right]^+ \end{aligned}$$

4.4.3. Exemple d'application du calcul par trajectoires intégrant l'effet de sérialisation

Considérons le VL v_5 de l'exemple de la figure 4.2 décrit dans le paragraphe 4.3. D'après la formule (4.28), on a :

$$R_5 = \max_{0 \leq t \leq \mathcal{B}_5} \left(W_{5,t}^{S_3} + C_5 - t \right) \tag{4.29}$$

Nous calculons d'abord $\mathcal{B}_5$ en utilisant le lemme 4.4.3 :

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}_5^{(0)} &= 1 \\
\mathcal{B}_5^{(1)} &= \sum_{\substack{j \in sp_5 \cup \{5\} \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_5 \neq \emptyset}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_5^{(0)}}{T_j} \right\rceil \cdot C_j + \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_5 \\ h \neq first_5}} \sum_{\substack{j \in sp_5 \cup \{5\} \\ pre_5(h) \in \mathcal{P}_j}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_5^{(0)}}{T_j} \right\rceil \cdot C_j \\
&= \sum_{\substack{j \in sp_5 \cup \{5\} \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_5 \neq \emptyset}} \left\lceil \frac{1}{T_j} \right\rceil \cdot C_j + \sum_{\substack{j \in sp_5 \cup \{5\} \\ e_5 \in \mathcal{P}_j}} \left\lceil \frac{1}{T_j} \right\rceil \cdot C_j \\
&= \left\lceil \frac{1}{T_1} \right\rceil \cdot C_1 + \left\lceil \frac{1}{T_3} \right\rceil \cdot C_3 + \left\lceil \frac{1}{T_4} \right\rceil \cdot C_4 + \left\lceil \frac{1}{T_5} \right\rceil \cdot C_5 + \left\lceil \frac{1}{T_5} \right\rceil \cdot C_5 = 5 \times 40 \left\lceil \frac{1}{4000} \right\rceil = 200\,\mu\text{s} \\
\mathcal{B}_5^{(2)} &= \sum_{\substack{j \in sp_5 \cup \{5\} \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_5 \neq \emptyset}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_5^{(1)}}{T_j} \right\rceil \cdot C_j + \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_5 \\ h \neq first_5}} \sum_{\substack{j \in sp_5 \cup \{5\} \\ pre_5(h) \in \mathcal{P}_j}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_5^{(1)}}{T_j} \right\rceil \cdot C_j \\
&= \sum_{\substack{j \in sp_5 \cup \{5\} \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_5 \neq \emptyset}} \left\lceil \frac{200}{T_j} \right\rceil \cdot C_j + \sum_{\substack{j \in sp_5 \cup \{5\} \\ e_5 \in \mathcal{P}_j}} \left\lceil \frac{200}{T_j} \right\rceil \cdot C_j = 5 \times 40 \left\lceil \frac{200}{4000} \right\rceil = 200\,\mu\text{s}
\end{aligned}$$

Nous obtenons donc $\mathcal{B}_5 = 200\,\mu$s.

L'instant de départ au plus tard de la trame 5 du nœud S_3 s'exprime à l'aide de la propriété 4.4.2 :

$$\begin{aligned}
W_{5,t}^{S_3} &= \sum_{j \in \{1,3,4,5\}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{5,j}}{T_j} \right\rfloor \right) \cdot C_j \\
&\quad + \sum_{h \in \{e_5\}} \left(\max_{\substack{j \in [\![1,5]\!] \\ h \in \mathcal{P}_j}} \{C_j\} \right) + (\mid \mathcal{P}_5 \mid -1) \cdot L - C_5 - \sum_{h \in \{e_5, S_3\}} \Delta_{5,t}^h \\
&= \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{5,1}}{4000} \right\rfloor \right) \cdot 40 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{5,3}}{4000} \right\rfloor \right) \cdot 40 + \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{5,4}}{4000} \right\rfloor \right) \cdot 40 \\
&\quad + \left(1 + \left\lfloor \frac{t}{4000} \right\rfloor \right) \cdot 40 + (40) + (2-1) \cdot 16 - 40 - \Delta_{5,t}^{e_5} - \Delta_{5,t}^{S_3} \\
&= 40 \left(\left\lfloor \frac{t + A_{5,1}}{4000} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{t + A_{5,3}}{4000} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{t + A_{5,4}}{4000} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{t + A_{5,5}}{4000} \right\rfloor \right) + 176 - \Delta_{5,t}^{e_5} - \Delta_{5,t}^{S_3}
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Le terme $A_{5,1}$ est nul et les termes $A_{5,1}$, $A_{5,3}$, $A_{5,4}$ sont obtenus par calcul similaire à celui du paragraphe 4.3 :

$$A_{5,1} = A_{5,3} = A_{5,4} = 40\,\mu\text{s}$$

Nous avons trivialement $\Delta_{5,t}^{e_5} = 0$ et le calcul de $\Delta_{5,t}^{S_3}$ est illustré par la figure 4.9.

Les trois ports en entrée du commutateur S_3, *resp.* $\text{IP}_0^{S_3}$, $\text{IP}_1^{S_3}$ et $\text{IP}_2^{S_3}$, sont associés à trois ports sources, *resp.* e_5, S_1 et S_2.

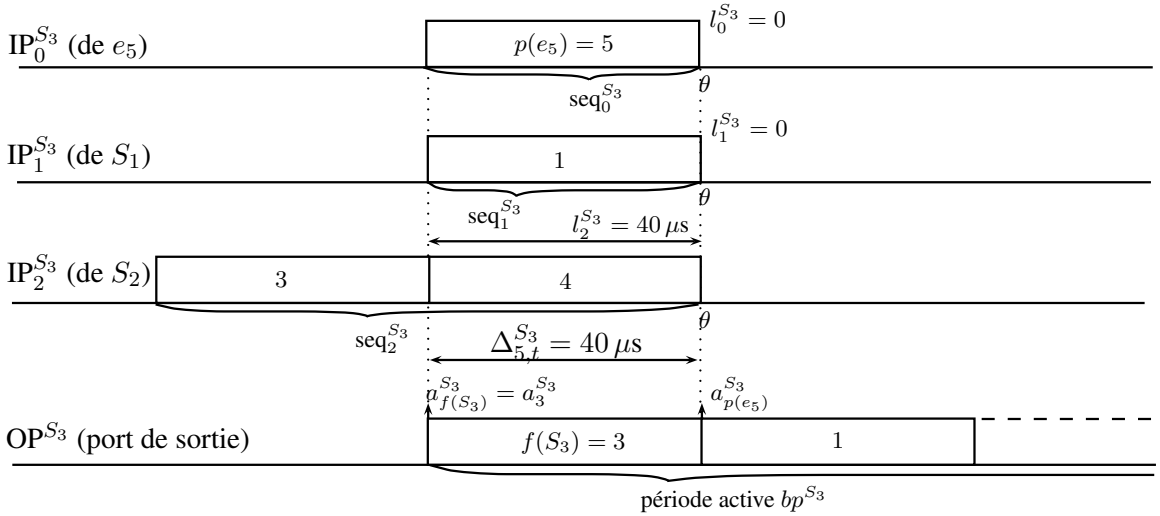


FIG. 4.9: *Calcul de $\Delta_{5,t}^{S_3}$ sur le commutateur S_3*

Par conséquent, la trame 5 arrive sur $IP_0^{S_3}$, la trame 1 arrive sur $IP_1^{S_3}$ et les trames 3 et 4 arrivent sur $IP_2^{S_3}$. Le nombre maximum de trames d'autres flux que croise la trame 5 étudiée (générée à l'instant t) est déterminé par :

$$\left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{5,j}}{T_j} \right\rfloor\right), \forall j \in \{1, 3, 4\} \tag{4.31}$$

Dans le cas présent, pour $0 \leq t \leq \mathcal{B}_5 = 200\,\mu s$, on trouve une occurrence de chaque trame des flux τ_j (pour $j \in \{1, 3, 4\}$). Le nombre de trames que peut croiser la trame 5 provenant de la même source qu'elle est donné par :

$$\left\lfloor \frac{t}{T_5} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{t}{4000} \right\rfloor = 0, \text{ pour } 0 \leq t \leq 200\,\mu s \tag{4.32}$$

Étant donné qu'il n'y a qu'une seule trame sur les ports $IP_0^{S_3}$ et $IP_1^{S_3}$, nous avons $l_0^{S_3} = l_1^{S_3} = 0$. Les deux trames sur $IP_2^{S_3}$ ont la même taille, nous pouvons donc retrancher l'une des deux au choix pour déterminer $l_0^{S_3} = C = 40\,\mu s$. De là, nous pouvons déduire une minoration pour $\Delta_{5,t}^{S_3}$:

$$\begin{aligned}
\Delta_{5,t}^{S_3} &\geq \left[\max_{x \in [\![1, k_{S_3}]\!]} \left(\min\left(l_x^{S_3}\right)\right) - \max\left(l_0^{S_3}\right)\right]^+ \\
&\geq \left[\max\left(l_1^{S_3}, l_2^{S_3}\right) - l_0^{S_3}\right]^+ \\
&\geq \left[\max(0, 40) - 0\right]^+ \\
&\geq 40\,\mu s
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Ainsi, pour $0 \leq t \leq 200\,\mu s$, nous pouvons donner une expression du terme (4.30) :

$$W_{5,t}^{S_3} = 120 \left\lfloor \frac{t + 40}{4000} \right\rfloor + 40 \left\lfloor \frac{t}{4000} \right\rfloor + 136 \tag{4.34}$$

VL	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
Pire cas (μs)	272	192	272	272	176
Trajectoire (μs)	312	192	272	272	216
après optimisation (μs)	272	192	272	272	176
Pessimisme (μs)	0	0	0	0	0

Tab. 4.4: *Réduction du pessimisme de l'approche par trajectoires*

VL	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
Pire cas (μs)	272	192	272	272	176
Calcul réseau sans sérialisation (μs)	313,2	192,4	313,2	313,2	217,2
Calcul réseau avec sérialisation (μs)	273,6	192,4	273,6	273,6	177,6
Trajectoire sans sérialisation (μs)	312	192	272	272	216
Trajectoire avec sérialisation (μs)	272	192	272	272	176

Tab. 4.5: *Comparaisons des délais calculés avec les différentes approches*

et trouver une borne pour le délai de bout en bout du VL v_5 :

$$\begin{aligned} R_5 &= \max_{0\leq t\leq \mathcal{B}_5} \left(W_{5,t}^{S_3} + C_5 - t \right) \\ &= \max_{0\leq t\leq 200} \left(120 \left\lfloor \frac{t+40}{4000} \right\rfloor + 40 \left\lfloor \frac{t}{4000} \right\rfloor + 136 + 40 - t \right) \\ &= 176\,\mu\text{s} \end{aligned} \tag{4.35}$$

Le maximum est atteint pour $t = 0$, et nous avons donc $R_5 = 176\,\mu$s. Ce résultat correspond à la valeur de pire cas déterminée au paragraphe 4.4.1 par l'approche par vérification de modèle. Dans le tableau 4.4, nous donnons le résultat du calcul optimisé pour tous les VL de la configuration. Sur cet exemple, il n'y a plus de différence entre la borne sur le délai de bout en bout et le pire cas exact obtenu par l'approche par vérification de modèle pour chacun des VL.

4.5. Analyse du pessimisme des bornes obtenues

Les approches d'analyse pire cas (calcul réseau, trajectoires) sont fondées sur une modélisation du réseau et des flux qui y sont transmis. Ces approches permettent de calculer une borne garantie du délai de bout en bout de chaque flux. Dans le cadre de l'approche par calcul réseau, les hypothèses de modélisation introduisent un pessimisme qui conduit à une borne garantie non atteignable. Ainsi, pour le VL v_1 de l'exemple de la figure 4.2, le plus grand délai possible est $272\,\mu$s et la borne garantie obtenue par calcul réseau est $273{,}6\,\mu$s (*cf.* tableau 4.5).

Concernant l'approche par trajectoires, la borne obtenue pour chacun des flux de l'exemple de la figure 4.2 est égale au plus grand délai de bout en bout du flux. Toutefois, nous verrons au paragraphe 4.6 que ce n'est pas le cas pour tous les flux d'une configuration industrielle : la borne pire cas est pessimiste pour certains flux. Les hypothèses de modélisation de l'approche par trajectoires introduisent donc du pessimisme. Dans les paragraphes qui suivent, nous proposons une approche permettant, pour chaque flux, de borner le pessimisme de la borne garantie.

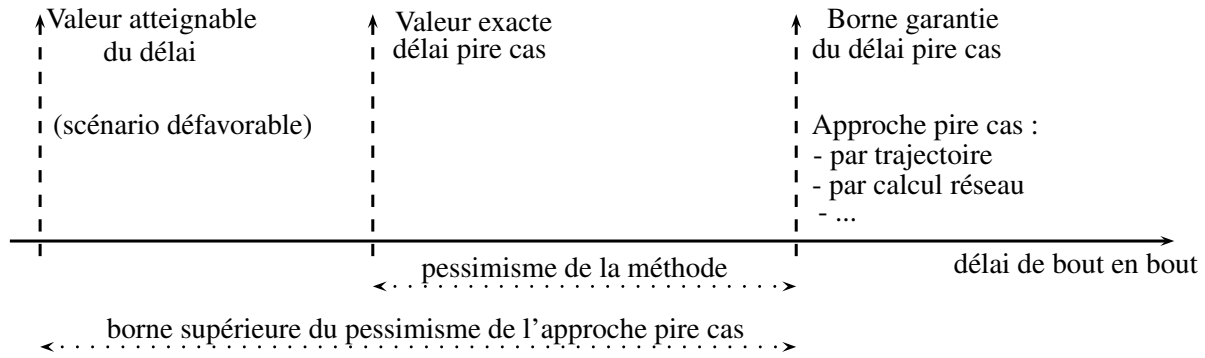


FIG. 4.10: *Évaluation du pessimisme d'une approche pire cas*

4.5.1. Recherche d'une borne sur le pessimisme

Pour un flux donné, le pessimisme est défini comme la différence entre le délai pire cas exact et la borne garantie calculée, par exemple, avec l'approche par trajectoires. Il est en général impossible de déterminer le délai de bout en bout pire cas (*cf.* les limitations de l'approche par vérification de modèle). L'idée est donc de majorer la différence entre la borne garantie et le pire cas exact. Pour cela, on calcule une valeur atteignable du délai, correspondant à un scénario jouable. La différence entre cette valeur atteignable et la borne garantie donne un majorant du pessimisme de la borne garantie pour un flux donné, comme l'illustre la figure 4.10. La valeur atteignable du délai est d'autant plus proche du pire cas que le scénario considéré est défavorable pour le flux.

Le point clé de cette approche est donc la génération d'un scénario aussi défavorable que possible. Nous proposons dans le prochain paragraphe une méthode qui permet de générer de tels scénarios.

4.5.2. Génération d'un scénario défavorable en ordonnancement FIFO

Un scénario est d'autant plus défavorable pour un flux que le retard d'une trame de ce flux dans les nœuds qu'elle traverse est grand. Un tel scénario est généré en attribuant un retard à l'émission (ou un décalage) à chacun des VL qui croise le VL v_i étudié le long de son parcours. Le délai est obtenu en jouant le scénario. Cette manière de procéder garantit que le délai obtenu est atteignable.

Nous présentons une heuristique qui permet de générer un scénario défavorable pour un flux donné d'une configuration AFDX. Le principe est inspiré de la figure 4.8. Les retards à l'émission sont calculés de façon à faire coïncider la fin des séquences des liens d'entrée sur chaque nœud.

Les séquences contiennent l'ensemble des trames qui rejoignent la trame m étudiée sur leur premier nœud commun. Nous faisons l'hypothèse que les VL qui croisent v_i n'émettent qu'une seule trame. Les VL qui ne le croisent jamais n'en émettent aucune. Cette hypothèse est valide dans le cadre de l'AFDX, puisque tous les flux sont considérés comme sporadiques.

Il faut ensuite déterminer l'ordre des trames dans les séquences. Le processus démarre par le premier nœud traversé par v_i. Il est possible d'influencer dans une certaines mesure l'ordre d'arrivée des trames qui croisent m pour la première fois. En effet, les flux étant sporadiques et asynchrones, il est possible de fixer l'instant de départ de ces trames dans leur nœud source de manière à produire l'ordonnancement voulu dans le premier nœud commun. Pour simplifier l'heuristique, nous ne remontons pas jusqu'au nœud d'origine de chaque VL v_j, mais nous fixons son instant d'arrivée directement dans le nœud $first_{j,i}$. En agissant ainsi, nous devons nous assurer que les instants d'arrivée choisis dans $first_{j,i}$ ne conduisent pas à des scénarios impossibles dans les nœuds en amont. Par exemple, il est impossible de placer bout à bout deux trames en

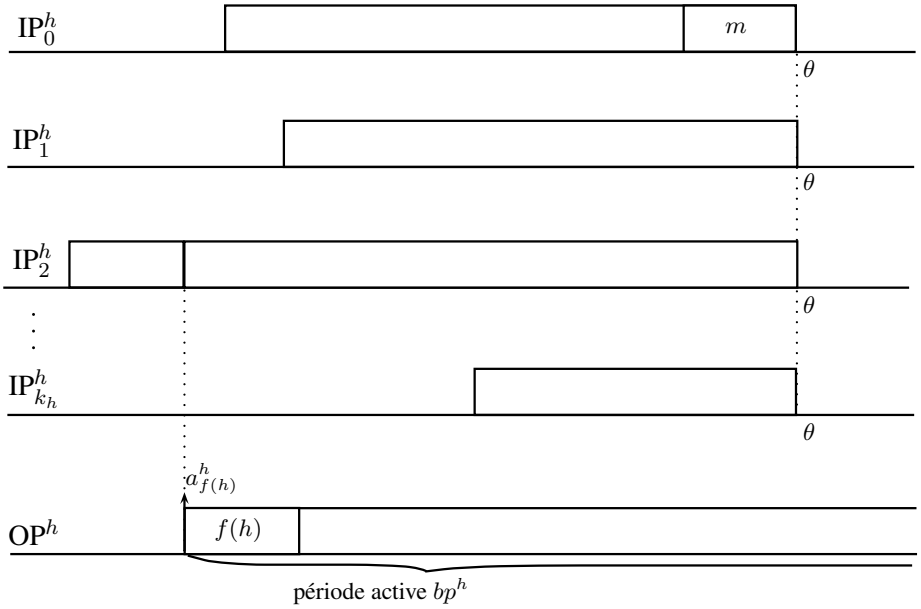


Fig. 4.11: *Synchronisation des files des ports en entrée d'un nœud*

VL	v1	v2	v3	v4	v5	v6
Durée () μs	40	80	160	40	80	40

Tab. 4.6: *Temps de transmission d'une trame d'un VL*

ordre de taille croissante si elles proviennent d'un même nœud amont à cause du fonctionnement *store-and-forward* des nœuds. Un tel ordonnancement se traduit par un trou dans la séquence résultante dans le nœud $first_{i,j}$. Pour construire des séquences continues de trames sans risque d'impossibilité d'ordonnancement, nous construisons donc les séquences en plaçant les trames par ordre de taille décroissante.

Enfin, l'ordre des trames sur le port de sortie (OP^h sur la figure 4.11) est déterminé en servant les files en entrée suivant la politique d'ordonnancement du port de sortie (ici FIFO). Les trames sont donc servies suivant leur ordre d'arrivée dans le nœud. Si plusieurs trames de plusieurs séquences ont le même instant d'arrivée dans le nœud, alors elles sont départagées en suivant deux critères :

- les trames servies en priorité sont celles qui quittent le chemin de la trame m au plus tôt,
- en cas d'égalité sur le premier critère, ce sont les trames les plus longues qui sont servies en priorité.

Ces deux critères ont pour objectif de minimiser les trous créés dans la séquence résultante : laissés soit par des trames qui ont quitté le chemin de m, soit à cause des tailles de trames ne respectant pas un ordre décroissant.

Le processus est alors répété pour tout nœud h du chemin $\mathcal{P}_i$ en prenant pour séquence d'entrée de la file IP_0^h la séquence obtenue sur le port de sortie du nœud h_i : $OP^{prec_i h}$.

4.5.3. Illustration sur un exemple

La génération du scénario défavorable est illustrée sur l'exemple de la figure 4.12. La durée maximum de transmission d'une trame de chacun des six VL de cet exemple est donnée dans le tableau 4.6.

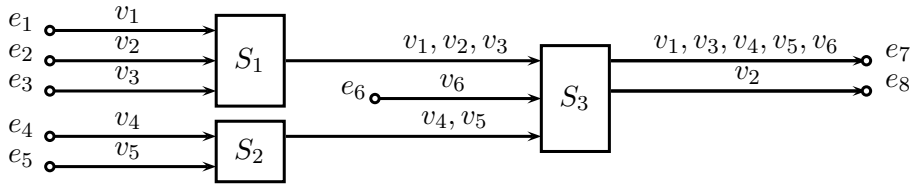


FIG. 4.12: *Configuration AFDX d'exemple*

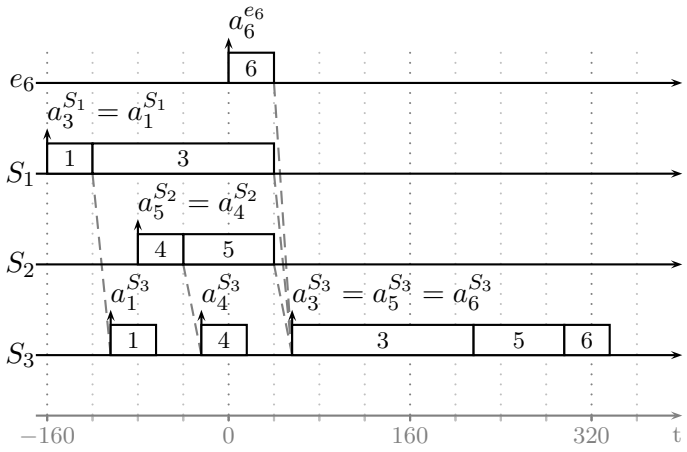


FIG. 4.13: *Délai de bout en bout du VL v_6 : exemple d'ordonnancement quelconque*

Nous étudions dans un premier temps le scénario défavorable correspondant au VL v_6. Ce VL traverse un seul commutateur S_3. Il partage le lien de sortie de ce commutateur avec des VL provenant de trois liens d'entrée. Tous les VL de la configuration génèrent donc une trame, sauf v_2 qui n'en génère pas. Les séquences de trames arrivant sur les trois liens d'entrée de S_3 sont présentées sur la figure 4.14. Les trames sont triées par tailles décroissantes dans chacune des séquences et les fins de séquences sont alignées. Avec ce scénario, le délai de bout en bout du VL v_6 est de :

$$40 + 16 + (160 - 40) + 80 + 3 \times 40 = 376\,\mu\text{s}$$

On peut remarquer qu'un ordre différent des trames dans les séquences conduit à un délai de bout en bout plus petit pour v_6. Ainsi, sur la figure 4.13 les trames sont triées par tailles croissantes et le délai de v_6 n'est plus que de $336\,\mu$s.

Ceci est dû au fait que lorsque les trames les plus grandes se trouvent au début des séquences $seq_1^{S_3}$ et $seq_2^{S_3}$, alors l'instant d'arrivée de la première trame de chaque séquence sur le port de sortie du commutateur S_3 est avancée. Par conséquent, les instants de départ des trames sur le port de sortie sont globalement avancées. Cette propriété se vérifie pour la plupart des configurations de VL.

Nous étudions dans un second temps le scénario défavorable correspondant au VL v_1. Ce VL traverse deux commutateurs S_1 et S_3 et croise tous les VL de la configuration. Exactement une trame de chacun des six VL est générée. Les trois trames en entrée de S_1 arrivent en même temps et sont transmises en sortie de S_1 dans l'ordre 2, 3, 1. La trame 2 est transmise avant 3 car 2 quitte la trajectoire de 1 avant 3. La trame 1 est la dernière car c'est la trame étudiée. L'ordre des trames sur les autres liens d'entrée et sur le lien de sortie de S_3 est obtenu en appliquant les mêmes critères que pour le scénario correspondant à v_6. On obtient alors le scénario défavorable de la figure 4.16, qui conduit à un délai de bout en bout de $672\,\mu$s pour la trame du VL v_1.

On peut remarquer que le fait de tenir compte du nombre de nœuds qu'une trame partage avec la trame étudiée est important. Ainsi, si on inverse les trames 2 et 3 en sortie de S_1, le délai

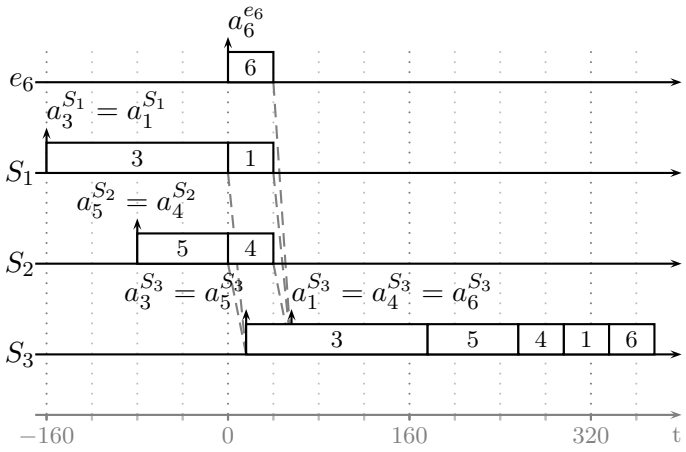


Fig. 4.14: *Délai de bout en bout du VL v_6 : ordonnancement suivant les tailles décroissantes*

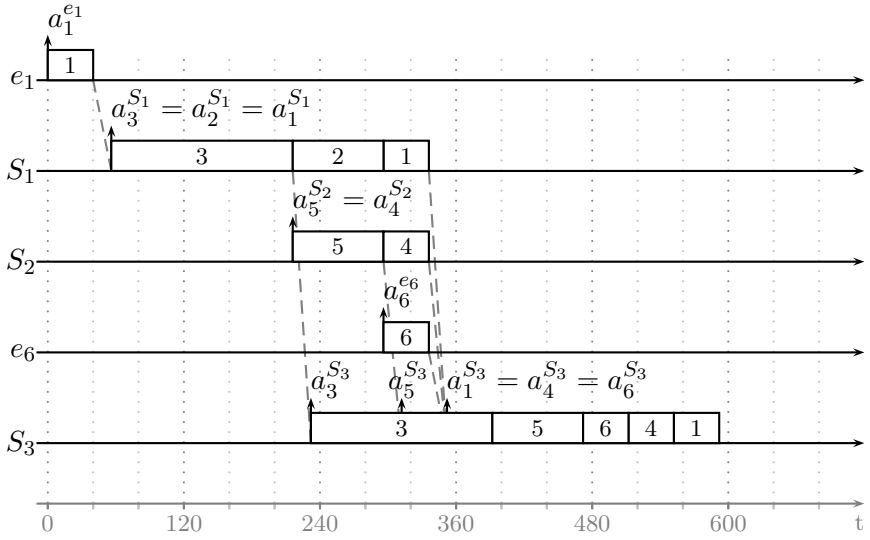


Fig. 4.15: *Délai de bout en bout du VL v_1 : ordonnancement prenant en compte le nombre de nœuds communs restant*

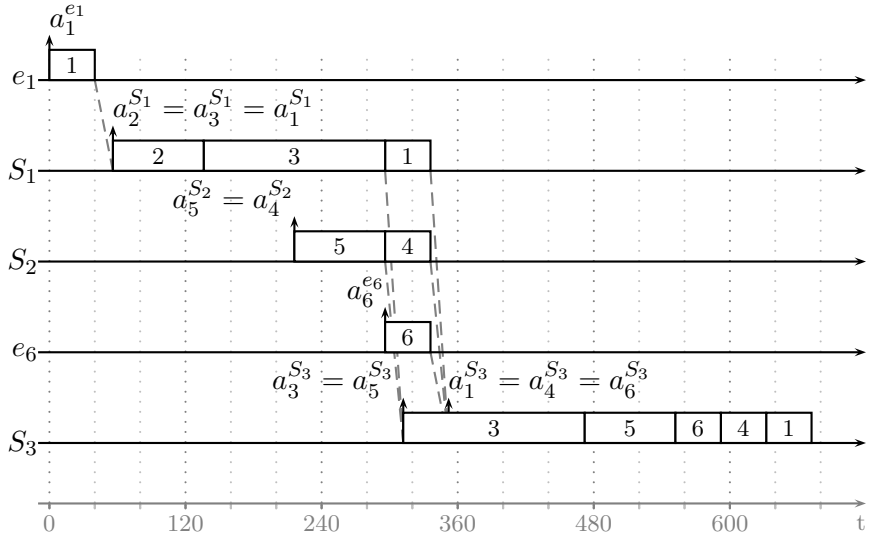


FIG. 4.16: *Délai de bout en bout du VL v_1 : ordonnancement suivant les deux critères*

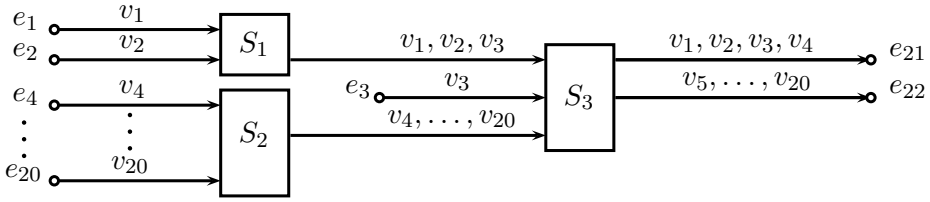


FIG. 4.17: *Exemple de configuration qui montre les limites de l'heuristique*

de v_1 devient 592 μs, comme l'illustre la figure 4.15. En effet, cela élimine complètement l'impact de la trame 2. Des observations similaires peuvent être faîtes pour la plupart des configurations de VL.

4.5.4. Quelques remarques sur l'analyse de pessimisme

Pour un flux, la différence entre la valeur atteignable du délai et la borne garantie peut être due :

– au fait que la valeur atteignable ne correspond pas au pire cas,
– au pessimisme de la borne garantie.

Nous illustrons ces cas de figure par des exemples.

Exemple où la valeur atteignable ne correspond pas au pire cas

Considérons la configuration de la figure 4.17. Le VL v_4 a une taille maximale de trame de 1 500 octets. et un BAG de 2 ms. Tous les autres VL ont une taille maximale de trame de 1 500 octets et un BAG de 32 ms.

Le scénario défavorable permettant le calcul de la borne atteignable pour v_1 est présenté sur la figure 4.18. La valeur obtenue est de 752 μs. Le scénario considère une seule trame par VL croisant v_1. Il n'y a donc aucune trame pour les VL v_5 à v_{20}.

La figure 4.19 présente un scénario dans lequel une trame de chacun des VL v_5 à v_{20} est transmise. En outre, toutes ces trames arrivent au même instant qu'une trame 4 de v_4 et la

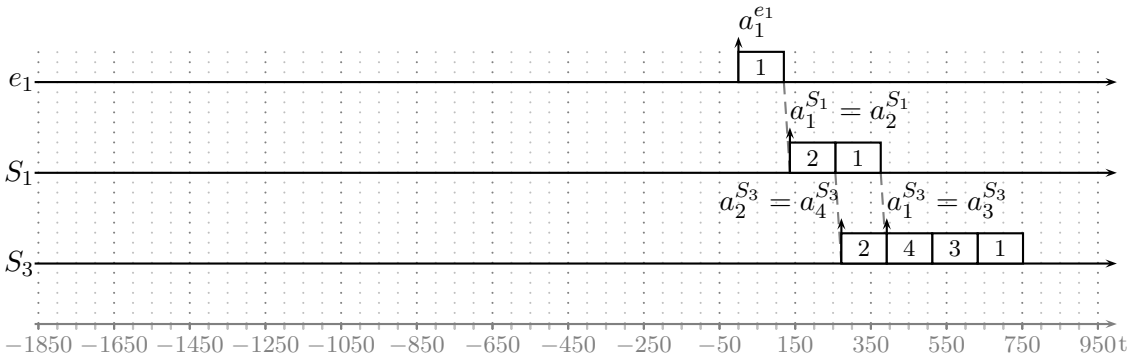


Fig. 4.18: *Scénario défavorable généré par l'heuristique*

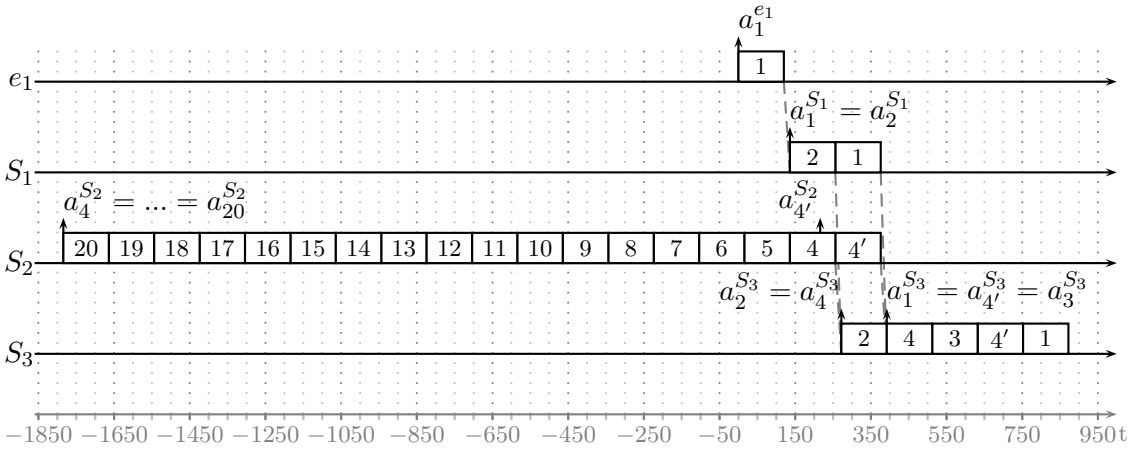


Fig. 4.19: *Scénario plus défavorable que celui généré par l'heuristique*

trame 4 est transmise en dernier. Il s'écoule donc plus de 2 ms (le BAG de v_4) entre l'arrivée de la trame 4 en sortie de S_2 et la fin de la transmission. Une deuxième trame $4'$ de v_4 peut donc arriver en sortie de S_2 avant la fin de la transmission de la trame 4. Dans la mesure où il n'y a pas d'autres trames en attente, cette trame $4'$ est transmise immédiatement après la trame 4. En conséquence, les trames 4 et $4'$ retardent toutes les deux la trame 1 en sortie de S_3. Le délai de bout en bout de la trame est alors de 872 μs, soit 120 μs (ou 14%) de plus que la valeur obtenue avec la séquence défavorable.

Ainsi, nous montrons que pour certaines configurations (BAG très différents, et/ou charges importantes), notre heuristique génère des scénarios dont les délais de bout en bout sont inférieurs au pire cas. En comparant ces délais avec les bornes pire cas, l'écart est donc à répartir entre l'optimisme de l'heuristique et le pessimisme de l'approche pire cas.

Exemple où la borne obtenue par trajectoires est pessimiste

Soit la configuration de la figure 4.20. Les temps de transmission des trames des cinq VL de cette configuration sont donnés par le tableau 4.7.

Nous nous intéressons au délai de bout en bout pire cas du VL v_1. Pour une configuration de taille réduite comme celle-ci, ce délai pire cas peut être déterminé en utilisant un outil de vérification de modèle. On obtient alors l'ordonnancement présenté à la figure 4.21. Le délai de bout en bout correspondant est de 752 μs pour le VL v_1. Avec cet ordonnancement, nous avons

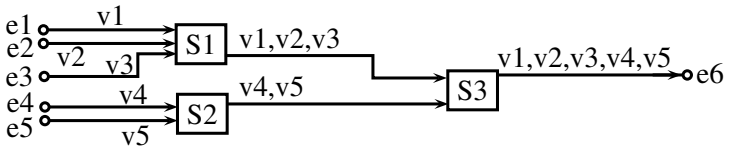


Fig. 4.20: *Configuration AFDX illustrant le pessimisme de l'approche par trajectoires*

VL	v1	v2	v3	v4	v5
Temps de transmission	80	40	120	160	160

Tab. 4.7: *Temps de transmission d'une trame d'un VL en μs*

par ailleurs :

$$\Delta_{5,t}^{S3} = a_3^{S3} - a_5^{S3} = 40\,\mu\text{s}$$

Le délai de bout en bout pire cas pour le VL v_1 calculé par l'approche par trajectoires est de $792\,\mu$s, ce qui correspond à un pessimisme de $40\,\mu$s. Le calcul de cette borne se décompose de la manière suivante :

- le temps de transmission de chaque trame est compté une fois,
- la trame 1 est comptée une seconde fois, étant la plus grande trame émise entre le nœud e_1 et le nœud S_1,
- la trame 3 est comptée une seconde fois, étant la plus grande trame émise entre le nœud S_1 et le nœud S_3,
- deux délais de $16\,\mu$s correspondant aux liens.

La différence de $40\,\mu$s provient du calcul de $\Delta_{1,t}^{S3}$. Pour le nœud S_3, il y a deux liens en entrée :

- IP_0^{S3} avec les trames 1, 2 et 3,
- IP_1^{S3} avec les trames 4 et 5.

La majoration de $\Delta_{1,t}^{S3}$ selon la propriété 4.4.1 s'écrit alors :

$$\begin{aligned}\Delta_{1,t}^{S3} &\geq [(160 + 160 - 160) - (40 + 80 + 120 - 40, 0]^+ \\ &\geq \max(160 - 200, 0) = 0\end{aligned}$$

En effet, la valeur maximale de l_0^{S3} est la somme des temps de transmission de toutes les trames de la séquence seq_0^{S3} (80+ 40+ 120 μs), à l'exception de la plus petite (la trame 2 avec $40\,\mu$s).

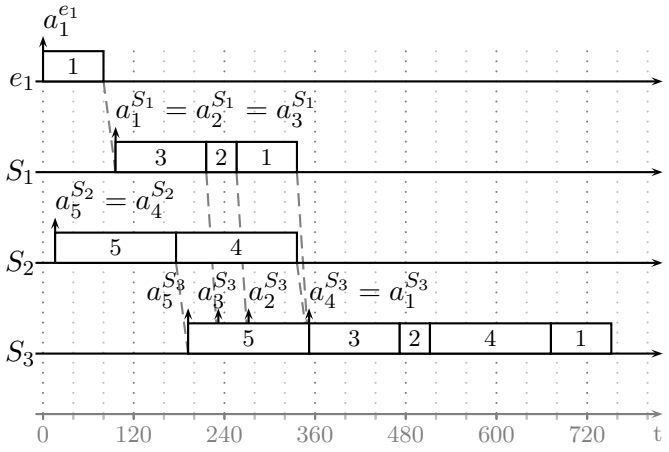


Fig. 4.21: *Scénario pire cas pour le VL $v1$*

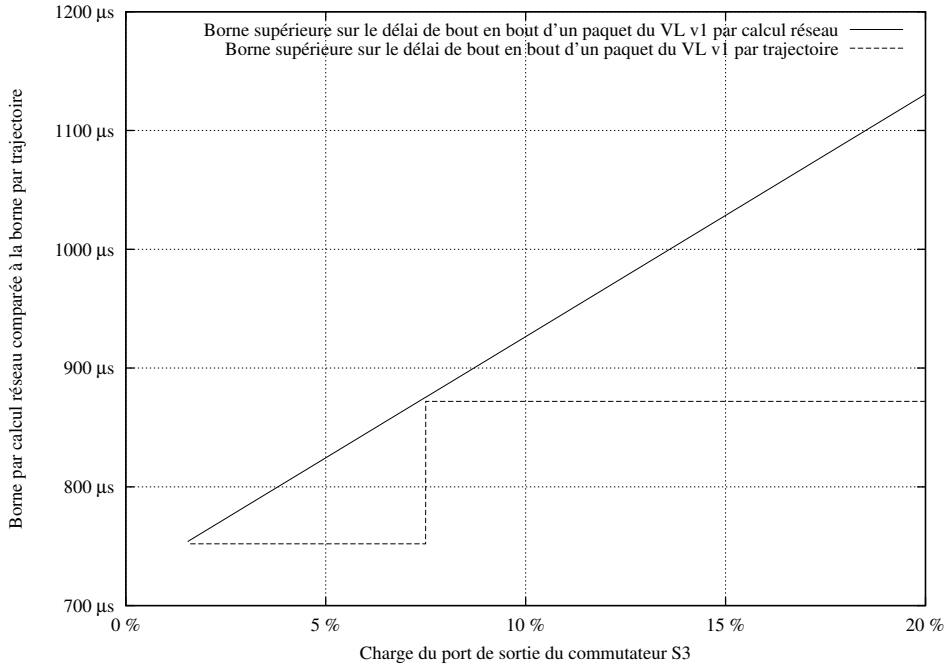


Fig. 4.22: *Illustration du pessimisme de l'approche par calcul réseau*

La valeur minimale de l_1^{S3} est la somme des temps de transmission de toutes les trames de la séquence seq_1^{S3} $(160 + 160\,\mu\text{s})$, à l'exception de la plus grande (la trame 4 avec $160\,\mu\text{s}$).

Pour cette configuration, l'implémentation du calcul pire cas par trajectoires est pessimiste, car elle considère que la première trame transmise dans la séquence $\text{seq}_0^{S_3}$ est la plus petite. Cependant, l'ordonnancement pire-cas de la figure 4.21 montre que la première trame de la séquence est la plus grande. De manière générale, ces grandes différences de tailles de trames sont une des causes du pessimisme sur la borne garantie obtenue par trajectoires.

Exemple où la borne obtenue par calcul réseau est pessimiste

Pour illustrer le pessimisme de l'approche par calcul réseau, nous étudions à nouveau la configuration décrite par la figure 4.17.

La figure 4.22 donne le résultat du calcul de bornes supérieures sur le délai de bout en bout du VL v_1 pour plusieurs niveaux de charge au niveau du port de sortie du commutateur S_3. Ces charges différentes sont obtenues en faisant varier le BAG du VL v_4. Les bornes sont calculées à la fois par approche par calcul réseau et par approche par trajectoires à titre de comparaison.

Sur cet exemple, la valeur de la borne par trajectoires est toujours inférieure à celle obtenue par calcul réseau. La différence entre les deux courbes traduit donc un pessimisme additionnel, propre au calcul réseau. Celui-ci augmente avec la charge jusqu'à un niveau de $7,5\%$, qui correspond à un BAG de 2 ms pour v_4. À ce point précis, la borne par trajectoires intègre le temps de transmission d'une trame supplémentaire de v_4 (voir la description détaillée au paragraphe 4.5.4). De son côté, l'approche par calcul réseau repose sur un modèle fluide qui n'intègre pas le concept de paquet. Par conséquent, la borne calculée par calcul réseau augmente graduellement alors que celle calculée par trajectoires suit une courbe en marches d'escalier.

VL - port destination	BAG	s_{max}	Délai	Gigue	Lg	Charge moy.	Charge max.	VL/port
VL3051-"AFDX_SW-1" 23	8000	1048	2105.36	2068.4	2	0.071492	0.141673	42
VL14-"AFDX_SW-1" 23	8000	640	2105.36	2076.56	2	0.071237	0.141673	42
VL8054-"AFDX_SW-2" 6	64000	1560	2738.72	2659.92	3	0.087689	0.141673	53.666667
VL9154-"AFDX_SW-2" 6	8000	3736	2738.72	2594.64	3	0.078911	0.141673	42.333333
VL5068-"AFDX_SW-1" 23	64000	4536	2105.36	1998.64	2	0.10501	0.141673	46

Tab. 4.8: *Extrait de fichier CVS généré par l'outil avec son interprétation*

4.6. Analyse d'une configuration industrielle

Dans cette section, nous analysons la configuration industrielle décrite au paragraphe 2.2.4. Cette configuration contient un millier de VL générés par un peu plus de 120 *End Systems*. Pour mener à bien cette analyse, nous avons développé un outil en utilisant le langage de programmation Python 2.6 [Fou10]. Cet outil met en œuvre :

- l'approche par trajectoires de base,
- l'approche par trajectoires prenant en compte la sérialisation des flux,
- l'approche par calcul réseau sans prise en compte de la sérialisation des flux,
- l'approche par calcul réseau avec prise en compte de la sérialisation des flux,
- le calcul d'une valeur atteignable du délai par génération d'un scénario défavorable, tel que décrit au paragraphe 4.5.

Quelle que soit l'approche considérée, l'analyse de la configuration est effectuée en moins de deux minutes sur un ordinateur disposant d'un processeur Pentium IV cadencé à 2,8 GHz et d'un gigaoctet de mémoire vive.

Le programme prend en entrée un fichier de configuration AFDX, composé d'une liste de composants (ES ou commutateurs) et d'une liste de VL caractérisés par leur numéro, leur BAG, leurs s_{min}, leur s_{max} et leur niveau de priorité (le cas échéant). Après le calcul, le programme sort un fichier de résultat au format *Comma separated values* (CSV). Ce fichier contient un tableau avec une ligne par chemin de VL (un numéro de VL et un port de destination) et différentes colonnes comportant, entre autres, la borne sur le délai de bout en bout pire-cas en microsecondes et diverses statistiques concernant le chemin (longueur, délais intermédiaires, charge des liens traversés, etc). Un extrait de fichier CSV obtenu pour une configuration de taille industrielle est donné en exemple, avec son interprétation dans le tableau 4.8.

4.6.1. Impact de la sérialisation à l'échelle d'une configuration industrielle

Afin de mesurer l'importance de la prise en compte du phénomène de sérialisation dans le calcul de bornes pire cas sur le délai de bout en bout, nous comparons la borne obtenue en utilisant l'approche par trajectoires sur la configuration industrielle. La figure 4.23 représente sur un même graphique la borne calculée par trajectoires avec et sans prise en compte de la sérialisation pour chaque chemin de VL. La borne sans prise en compte de la sérialisation est normalisée à 100, et la borne optimisée est exprimée par rapport à cette référence. Ainsi, si nous appelons :

$r_{tr}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout calculée par trajectoire sans prise en compte de la sérialisation pour le chemin x,

$r_{trS}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout calculée par trajectoires avec prise en compte de la sérialisation pour le chemin x,

$\mathcal{N}r_{tr}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout calculée par trajectoires sans prise en compte de la sérialisation normalisée à 100 pour le chemin x,

$\mathcal{N}r_{trS}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout calculée par trajectoires avec prise en compte de la sérialisation en valeur relative par rapport à $\mathcal{N}r_{tr}(x)$ pour le chemin x,

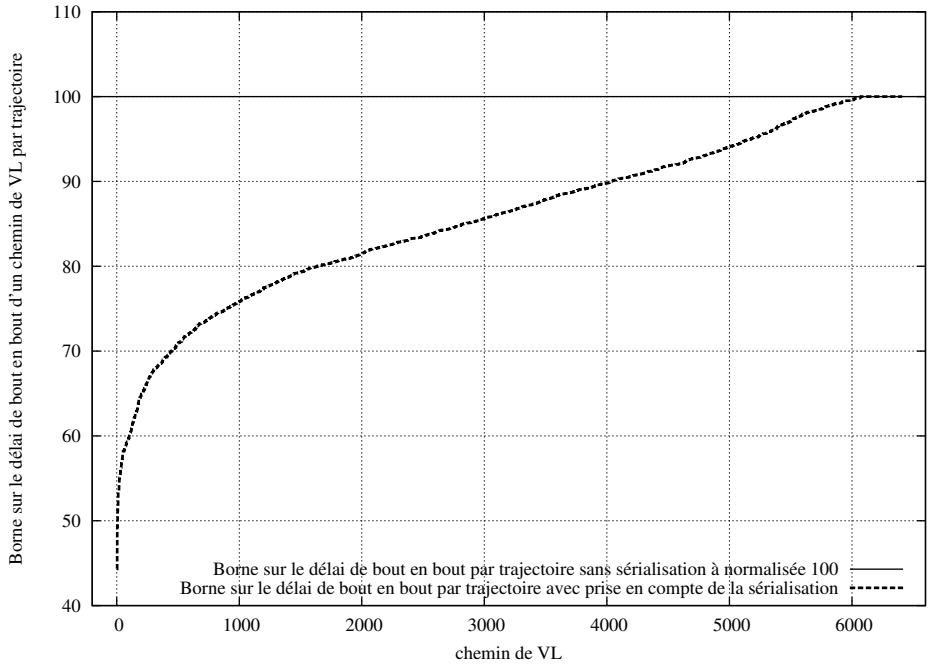


Fig. 4.23: *Comparaison entre les bornes obtenues par trajectoire avec et sans sérialisation*

alors $\mathcal{N}r_{trS}(x)$ est défini par :

$$\mathcal{N}r_{trS}(x) = 100 \times \left(1 + \frac{r_{trS}(x) - r_{tr}(x)}{r_{tr}(x)}\right)$$

Le gain moyen observé pour les bornes sur le délai de bout en bout est de 14% lorsque la sérialisation des flux est prise en compte. Le gain maximum observé dépasse les 55% pour quelques chemins. Par contre, il y a environ 5% des chemins pour lesquels la prise en compte de la sérialisation dans le calcul de la borne n'a aucun effet sur le résultat. Le phénomène de sérialisation est donc tout a fait significatif dans le cadre des réseaux AFDX, et sa prise en compte permet de raffiner le calcul des bornes pire cas. Nous proposons de comparer l'impact de la sérialisation pour les bornes par trajectoires avec le gain obtenu dans une approche par calcul réseau. La figure 4.24 représente sur un même graphique la borne calculée par calcul réseau avec et sans prise en compte de la sérialisation pour chaque chemin de VL. La borne sans la sérialisation est normalisée à 100 et la borne optimisée est exprimée en valeur relative par rapport à 100. Ainsi, si nous appelons :

$r_{nc}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout obtenue par calcul réseau sans prise en compte de la sérialisation pour le chemin x,

$r_{ncS}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout obtenue par calcul réseau avec prise en compte de la sérialisation pour le chemin x,

$\mathcal{N}r_{nc}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout obtenue par calcul réseau sans prise en compte de la sérialisation normalisée à 100 pour le chemin x,

$\mathcal{N}r_{ncS}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout calculée par calcul réseau avec prise en compte de la sérialisation en valeur relative par rapport à $\mathcal{N}r_{tr}(x)$ pour le chemin x,

alors $\mathcal{N}r_{ncS}(x)$ est défini par :

$$\mathcal{N}r_{ncS}(x) = 100 \times \left(1 + \frac{r_{ncS}(x) - r_{nc}(x)}{r_{nc}(x)}\right)$$

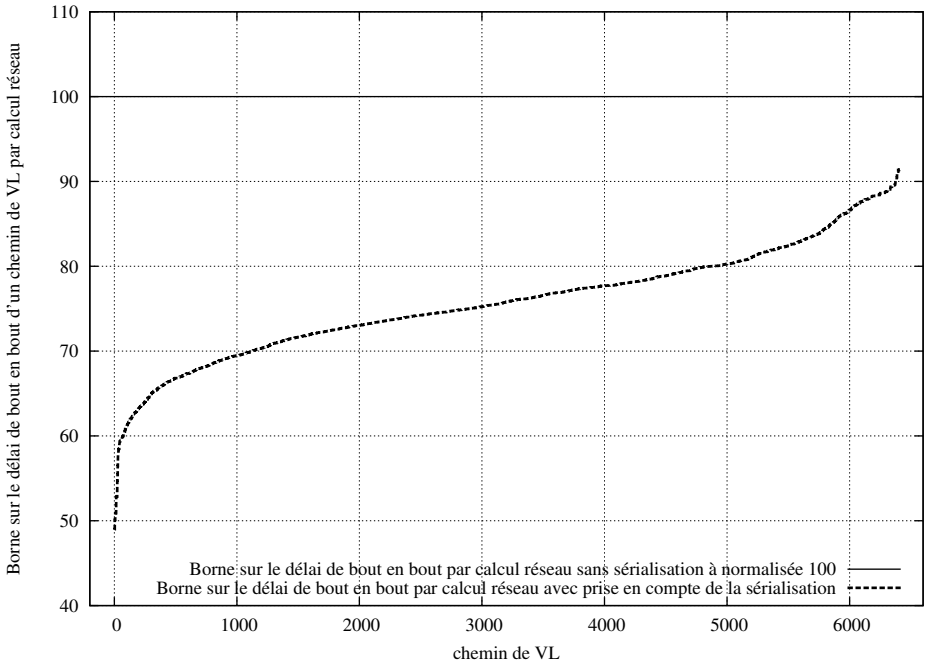


Fig. 4.24: *Comparaison entre les bornes obtenues par calcul réseau avec et sans sérialisation*

Nous constatons que pour l'approche par calcul réseau, le gain en moyenne lors de la prise en compte de la sérialisation est plus élevé qu'avec l'approche par trajectoires. Il est de 24%. Le gain maximal observé est un peu moins important qu'avec l'approche par trajectoires mais atteint tout de même 51%. En revanche, il n'y a pas de chemin de VL pour lequel le gain est nul. Le gain minimal observé est de 8%.

Si le bénéfice de la sérialisation semble moins important dans le cas de l'approche par trajectoires que dans l'approche par calcul réseau, c'est parce que la modélisation par trajectoires est plus proche du modèle par paquets, là où le calcul réseau considère un modèle fluide. L'effet de la sérialisation dans le calcul par trajectoires ne joue donc que pour un nombre restreint de configurations (lorsque des files de trames provenant d'autres liens sont plus chargées que la file par laquelle arrive la trame considérée dans un commutateur). Ceci explique pourquoi, pour certains flux, la prise en compte de la sérialisation est sans effet sur le calcul de la borne. Dans l'approche par calcul réseau le fait de prendre en compte la sérialisation des flux apporte un gain pour n'importe quel flux, à partir du moment où il partage un lien de sortie avec un ou plusieurs autres flux.

4.6.2. Comparaison avec les bornes de référence

Nous comparons donc les résultats de l'approche par trajectoires avec ceux obtenus par calcul réseau, qui sont à ce jour les bornes de référence. Pour effectuer cette comparaison, nous choisissons encore une fois de normaliser à 100 les résultats de référence. Ainsi, si nous appelons :

$\mathcal{N}r_{nc}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout obtenue par calcul réseau sans prise en compte de la sérialisation normalisée à 100 pour le chemin x,

$\mathcal{N}r_{tr}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout calculée par trajectoires sans prise en compte de la sérialisation en valeur relative par rapport à $\mathcal{N}r_{nc}(x)$ pour le chemin x,

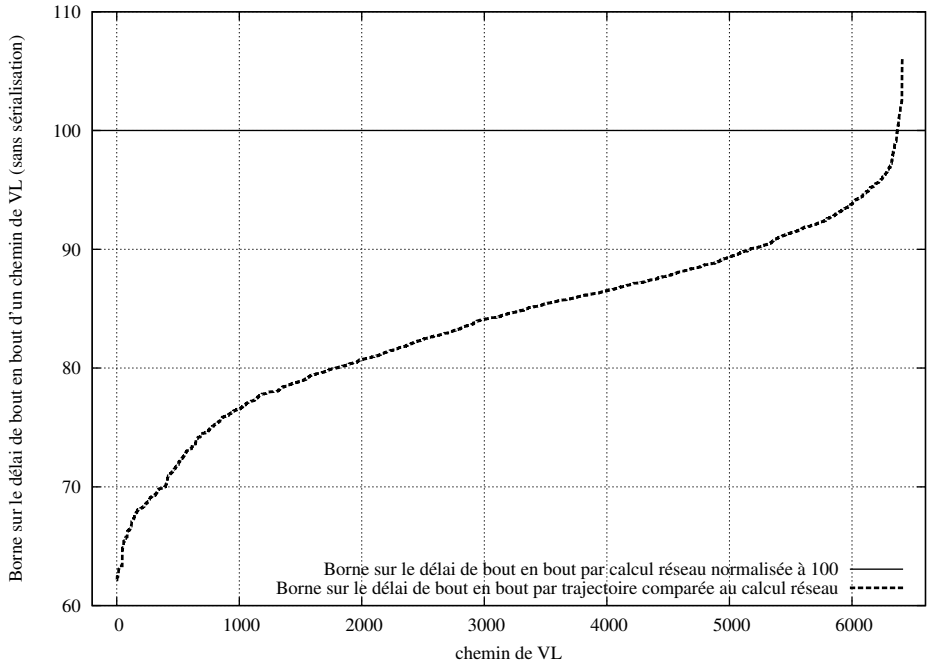


Fig. 4.25: *Comparaison entre les bornes obtenues par trajectoires et par calcul réseau sans prise en compte de la sérialisation*

alors $\mathcal{N}r_{tr}(x)$ est défini par :

$$\mathcal{N}r_{tr}(x) = 100 \times \left(1 + \frac{r_{tr}(x) - r_{nc}(x)}{r_{nc}(x)}\right)$$

D'après les résultats présentées à la figure 4.25, les bornes pire cas du délai de bout en bout obtenues par trajectoires sont en moyennes meilleur de 16% que celles obtenues par calcul réseau. Le gain varie assez fortement selon le chemin considéré puisque dans le meilleur cas, il peut atteindre 38%, et dans certains cas, il est négatif. Pour un peu moins de $0,6\%$ des chemins, la borne obtenue par calcul réseau est meilleure que celle obtenue par trajectoires (jusqu'à environ 6%).

Cependant, nous avons constaté au paragraphe précédent que le gain apporté par la prise en compte de l'effet de sérialisation n'est pas le même pour les deux approches. Nous proposons donc de comparer sur la figure 4.26 la performance des deux méthodes lorsque ce phénomène est pris en compte dans le calcul. Pour effectuer cette comparaison, nous normalisons à 100 les résultats de référence. Ainsi, si nous appelons :

$\mathcal{N}r_{ncS}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout obtenue par calcul réseau avec prise en compte de la sérialisation normalisée à 100 pour le chemin x,

$\mathcal{N}r_{trS}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout calculée par trajectoires avec prise en compte de la sérialisation en valeur relative par rapport à $\mathcal{N}r_{ncS}(x)$ pour le chemin x,

alors $\mathcal{N}r_{trS}(x)$ est défini par :

$$\mathcal{N}r_{trS}(x) = 100 \times \left(1 + \frac{r_{trS}(x) - r_{ncS}(x)}{r_{ncS}(x)}\right)$$

Lorsque l'effet de la sérialisation est pris en compte, les performances des deux méthodes se rapprochent : en effet, la relative faiblesse de approche par calcul réseau est en partie compensée

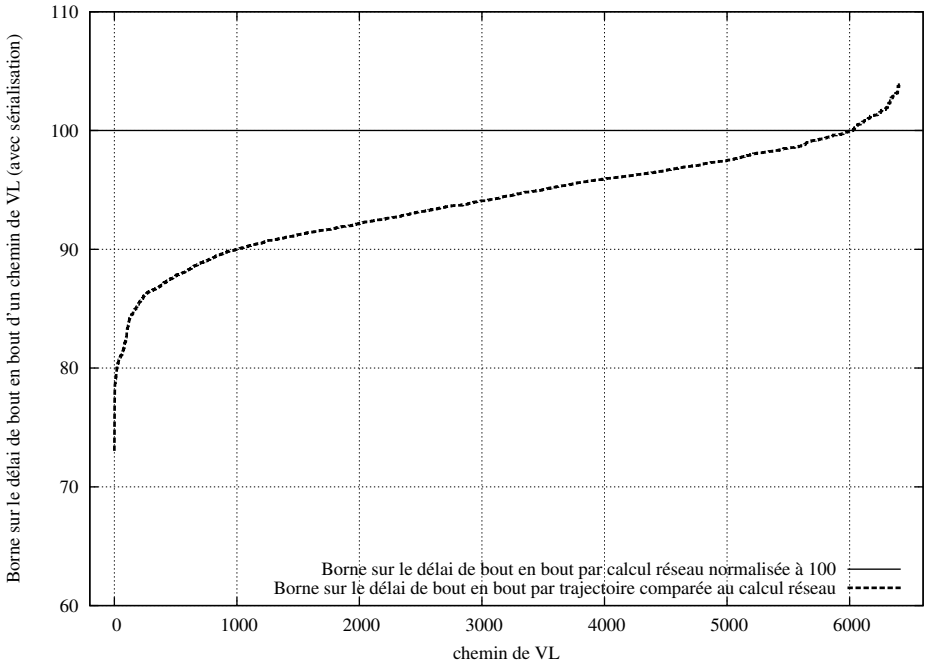


FIG. 4.26: *Comparaison entre les bornes obtenues par trajectoire et par calcul réseau avec prise en compte de la sérialisation*

par un groupage plus efficace. Le gain moyen en terme de borne pire cas n'est plus que de 6% en faveur de l'approche par trajectoires. Dans certains cas, ce gain s'élève jusqu'à 27%, mais pour 6% des chemins du réseau, le calcul réseau propose une borne jusqu'à 6% meilleure.

4.6.3. Évaluation du pessimisme

L'heuristique proposée au paragraphe 4.5.2 permet d'évaluer le pessimisme des deux approches sur l'exemple industriel. En effet, pour chaque chemin de VL, nous obtenons un délai qui correspond à un scénario défavorable mais jouable qui est forcément inférieur au délai de bout en bout pire cas. Pour mesurer l'écart entre cette borne inférieure et les bornes supérieures fournies par les approches pire cas, nous normalisons à 100 les délais de l'heuristique. Ainsi, si nous appelons :

$r_{hr}(x)$ le délai de bout en bout du scénario défavorable obtenu avec l'heuristique pour le chemin x,

$\mathcal{N}r_{hr}(x)$ le délai de bout en bout du scénario défavorable obtenu avec l'heuristique normalisé à 100 pour le chemin x,

$\mathcal{N}r_{ncS}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout obtenue par calcul réseau avec prise en compte de la sérialisation en valeur relative par rapport à $\mathcal{N}r_{hr}(x)$ pour le chemin x,

alors $\mathcal{N}r_{ncS}(x)$ est défini par :

$$\mathcal{N}r_{ncS}(x) = 100 \times \left(1 + \frac{r_{trS}(x) - r_{hr}(x)}{r_{hr}(x)}\right)$$

Sur la figure 4.27, nous constatons que la borne sur le pessimisme de l'approche par calcul réseau est de 15% en moyenne. Cette valeur atteint 39% dans les cas les moins favorables et dans le cas le plus favorables, le pessimisme est inférieur à $0,2\%$. Au paragraphe précédent, nous avons montré que les bornes sur le délai de bout en bout pire cas sont meilleures avec l'approche par trajectoires. Nous comparons donc dans la figure 4.28 les bornes obtenues par trajectoires

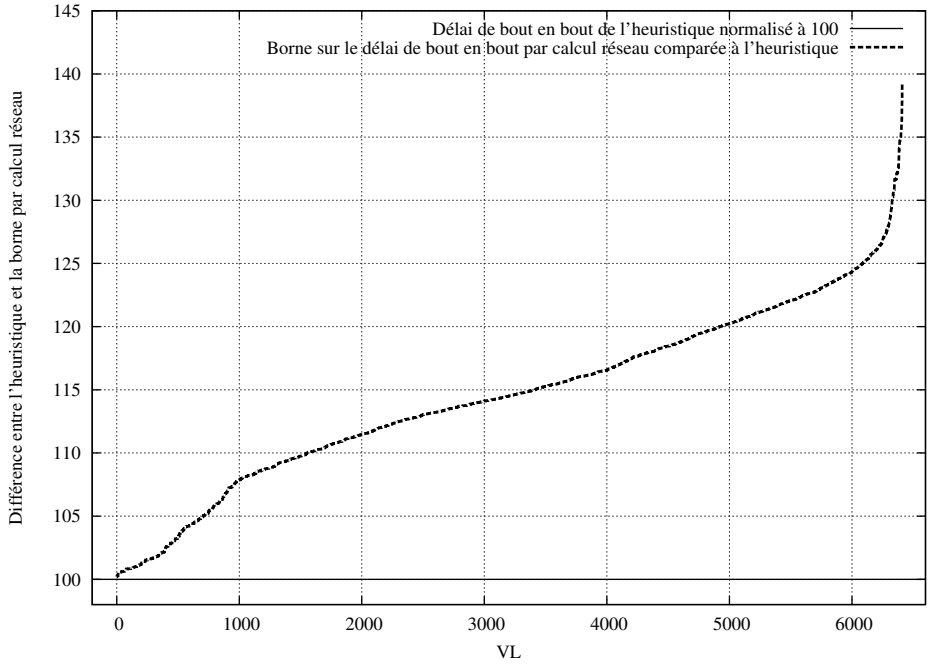


Fig. 4.27: *Comparaison entre les bornes obtenues par calcul réseau et le délai du scénario généré par l'heuristique*

avec les délais de l'heuristique. Pour faciliter cette comparaisons, nous normalisons encore une fois les valeurs de délais. Ainsi, si nous appelons :

$\mathcal{N}r_{trS}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout calculée par trajectoires avec prise en compte de la sérialisation en valeur relative par rapport à $\mathcal{N}r_{hr}(x)$ pour le chemin x,

alors $\mathcal{N}r_{trS}(x)$ est défini par :

$$\mathcal{N}r_{trS}(x) = 100 \times \left(1 + \frac{r_{trS}(x) - r_{hr}(x)}{r_{hr}(x)}\right)$$

Cette fois, la borne sur le pessimisme de l'approche pire cas (*ie.* l'approche par trajectoires) est moins grande en moyenne. Le pessimisme est en moyenne inférieur à $7,6\%$. Dans le cas le moins favorable, le pessimisme est inférieur à 31%. Il y a une différence notable avec l'approche par calcul réseau : pour près de 8% des chemins, la différence entre la borne sur le délai de bout en bout calculée par l'approche par trajectoires et le délai du scénario défavorable obtenue avec l'heuristique est nulle. C'est-à-dire que pour un peu plus de 500 chemins, l'approche par trajectoires avec prise en compte de la sérialisation permet d'obtenir le délai de bout en bout pire cas exact.

4.6.4. Variation de la borne pire cas

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution de la borne du délai de bout en bout pire cas lorsque la charge varie. Pour cela, nous reprenons le même exemple que précédemment, basé sur la configuration de la figure 3.3.

Dans un premier temps, nous observons la borne du délai pire cas du VL v_0. La figure 4.29 présente la variation de cette borne en fonction de la charge selon le résultat obtenu par deux méthodes d'analyse pire cas : l'approche par calcul réseau et l'approche par trajectoires. Les courbes relient des points qui correspondent à une même charge, obtenue avec différents couples

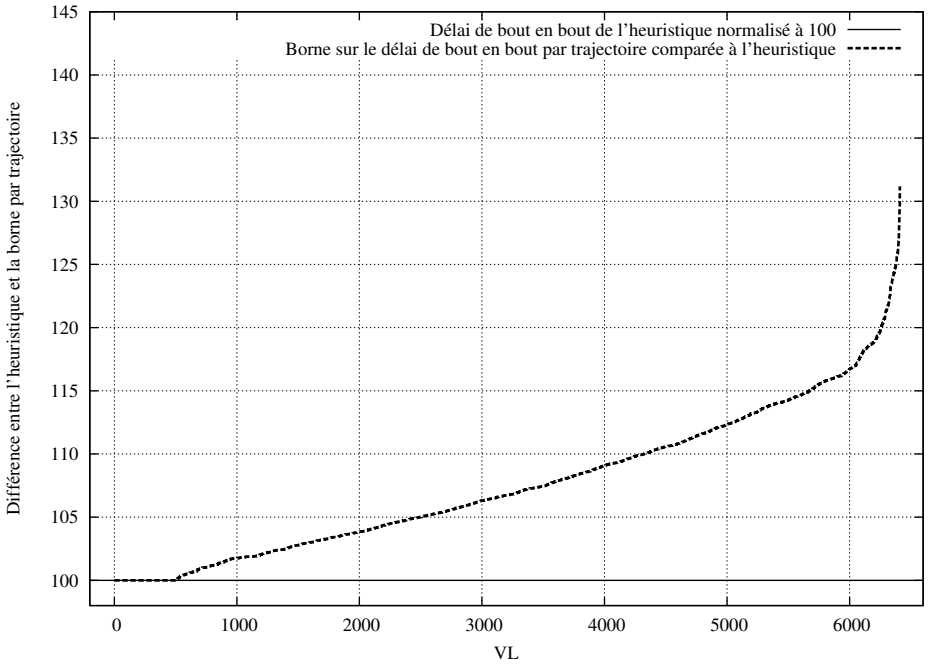


Fig. 4.28: *Comparaison entre les bornes obtenues par trajectoire et le délai du scénario généré par l'heuristique*

de valeurs (s_{max}, BAG). Pour chacune des approches étudiées, la valeur de référence représente la borne calculée sans charge additionnelle.

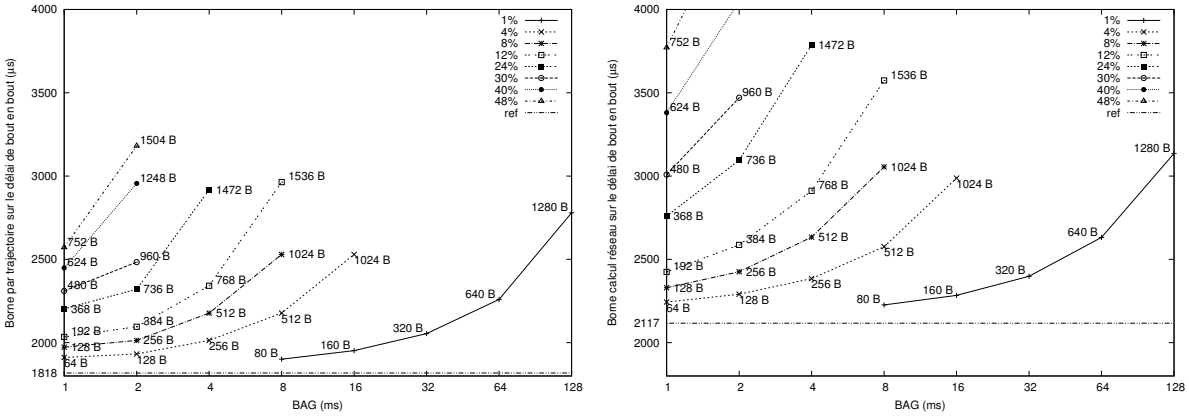
La tendance est la même pour les courbes (a) et (b). Pour une charge donnée, l'importance de la taille de trame est significative. Ainsi, l'impact subi par le trafic avionique est bien plus fort lorsqu'il partage le réseau avec des flux émettant des trames de grande taille. Par exemple, l'incidence d'une charge de 4% constituée de trames de 1 024 octets est supérieure sur la borne obtenue par trajectoires pour le VL v_0 qu'une charge de 40% avec des trames de 624 octets.

L'écart observé sur le réseau complet entre l'approche par trajectoires et l'approche par calcul réseau en terme de borne sur le délai de bout en bout se retrouve également dans le cas de cet exemple. Pour la valeur de référence, l'approche par trajectoires est ici meilleures que l'approche par calcul réseau, puisque la borne de référence est inférieure de 14%. Lorsque la charge augmente, les écarts entre les deux méthodes ne font que croître.

Lorsque nous observons la variation de la borne calculée pour le délai de bout en bout du VL v_{11} (voir figure 4.30, page 81), qui fait parti de la charge additionnelle, nous retrouvons les mêmes tendances que pour le VL avionique v_0. Toute fois, les performances des deux approches sont beaucoup plus proches pour les faibles charges. La différence ne se marque que pour les charges plus élevées.

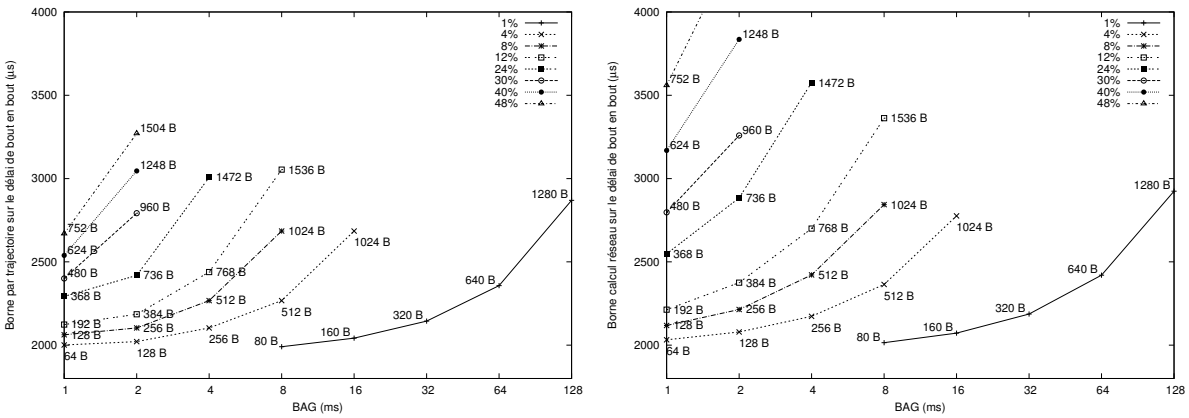
4.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que l'approche par trajectoires s'applique à l'AFDX et permet d'obtenir une borne pire cas sur le délai de bout en bout pour l'ensemble des flux du réseau. Dans le cas de l'AFDX, il est possible de prendre en compte la sérialisation des flux qui sont passés par un même port de sortie et d'ainsi réduire le pessimisme des bornes supérieures. Avec cette optimisation, les bornes calculées sont meilleurs que les bornes de référence obtenues par calcul réseau. Sur des exemples de taille réduite, nous montrons des cas pour lesquels l'approche par trajectoires conduit au délai pire cas. De plus, la réduction du pessimisme ne se



(a) *en approche par trajectoire* **(b)** *en calcul réseau*

FIG. 4.29: *Impact de la charge additionnelle sur la borne pire cas du VL v_0 en ordonnancement FIFO*



(a) *en approche par trajectoire* **(b)** *en calcul réseau*

FIG. 4.30: *Impact de la charge additionnelle sur la borne pire cas du VL v_{11} en ordonnancement FIFO*

fait pas au prix d'une trop forte complexité calculatoire : l'outil de calcul développé dans le cadre de cette thèse permet de traiter plusieurs milliers de flux en quelques minutes. L'approche par trajectoires peut donc être utilisée pour calculer des délais pire cas d'une configuration industrielle comme celle d'un avion de type A380.

Les résultats concernant l'application des trajectoires à l'AFDX ainsi que la prise en compte du phénomène de sérialisation ont donné lieu à publication [BSF09b, BSF09a, SEBF09]. L'ensemble de ces résultats ainsi que l'analyse comparative avec le calcul réseau sur une configuration industrielle [BSF10b] ont été publiés par la suite dans une revue internationale [BSF10a].

L'évolution des bornes pire cas des flux avioniques lors de l'ajout de nouveaux flux confirme que l'AFDX FIFO existant n'est pas adaptée à la différentiation de flux. Le besoin d'une politique de service plus évoluée se fait sentir. C'est pourquoi, nous reconduisons la démarche effectuée dans ce chapitre dans le chapitre 5 avec la mise en place de niveaux de priorités statiques pour les différentes classes de flux.

Chapitre 5

Analyse par trajectoires d'un réseau AFDX à priorités fixes

Sommaire

5.1 Introduction **83**
5.2 Modélisation d'un AFDX avec différents niveaux de priorité **84**
5.2.1 Les flux de priorité inférieure et l'effet de non préemption 84
5.2.2 Le cas des flux de priorité supérieure 85
5.3 Application à l'AFDX en ordonnancement FP/FIFO **85**
5.3.1 Illustration du calcul par trajectoires FP/FIFO 86
5.3.2 Les différences entre le calcul FIFO et FP/FIFO 88
5.4 Prise en compte de la sérialisation des flux en ordonnancement FP/FIFO **89**
5.4.1 Optimisation du calcul par trajectoires pour des flux sérialisés 89
5.4.2 Exemple d'application du calcul par trajectoires optimisé 95
5.5 Analyse de pessimisme **99**
5.5.1 Génération d'un scénario défavorable en ordonnancement FP/FIFO 99
5.5.2 Illustration sur un exemple 101
5.5.3 Limites de l'approche heuristique 104
5.5.4 Récapitulatif 105
5.6 Application à un exemple industriel **105**
5.6.1 Introduction 105
5.6.2 Gain de la sérialisation sur une configuration industrielle 106
5.6.3 Évaluation du pessimisme 107
5.6.4 Différentiation de flux 109
5.6.5 Récapitulatif 111
5.7 Conclusion **111**

5.1. Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que l'approche par trajectoires permet de calculer une borne pire cas du délai de bout en bout d'un flux traversant un réseau AFDX sans

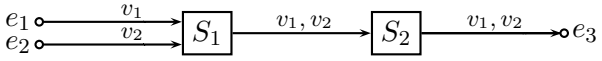


Fig. 5.1: *Configuration AFDX mettant en évidence l'effet de non préemption*

différentiation de flux. Dans le présent chapitre, nous nous appuyons sur les résultats de [MM06b] pour étendre ces résultats au cas d'un réseau AFDX à différentiation de flux, avec attribution de niveaux de priorité fixes aux différentes classes de trafic.

Le paragraphe 5.2 présente les caractéristiques d'un AFDX à priorités fixes ainsi que l'influence des niveaux de priorités relatifs sur les différents flux. Le paragraphe 5.3 illustre sur un exemple comment l'approche par trajectoires en ordonnancement FP/FIFO permet d'obtenir des bornes du délai de bout en bout pire cas des flux du réseau AFDX. Puis, au paragraphe 5.4, nous étudions la possibilité de prendre en compte le phénomène de sérialisation des flux en ordonnancement FP/FIFO (à l'image de ce qui a été fait en ordonnancement FIFO dans le chapitre 4). Au paragraphe 5.5, nous cherchons à mesurer le pessimisme résiduel des bornes calculées par la méthode des trajectoires lorsque la sérialisation des flux est prise en compte. Dans le paragraphe 5.6, nous étudions dans quelle mesure la solution proposée (*ie.* , les priorités fixes) permet de répondre au besoin de différentiation des flux sur une configuration AFDX industrielle. Enfin, dans le paragraphe 5.7, nous faisons le bilan de cette démarche en rappelant les avantages et les limitations de l'ordonnancement avec priorités fixes.

5.2. Modélisation d'un AFDX avec différents niveaux de priorité

Une priorité P_i est associée à chaque flux τ_i transmis sur le réseau AFDX. n niveaux de priorités sont considérés ($n \in \mathbb{N}^*$). On a donc : $1 \leq P_i \leq n$. Dès que le lien de sortie d'un port devient libre, la trame en attente du flux le plus prioritaire est transmise. Les trames de même priorité sont transmises dans l'ordre premier arrivé, premier servi (FIFO). Pour analyser le délai de bout en bout d'un flux, il faut donc ajouter au retard dû aux flux de même priorité l'impact des flux de priorité supérieure ou inférieure.

5.2.1. Les flux de priorité inférieure et l'effet de non préemption

L'effet de non préemption se produit lorsqu'une trame de priorité haute prête à être envoyée doit attendre la fin de transmission d'une trame de priorité inférieure. Cette attente doit être prise en compte dans le calcul du délai de bout en bout pire cas.

Nous illustrons l'effet de non préemption sur la configuration AFDX de la figure 5.1. Dans cet exemple, il n'y a que deux flux. Le VL v_1 a une priorité haute et génère des trames de 250 octets (d'une durée de transmission de 20 μs à 100 Mb/s). Le VL v_2 a une priorité basse et génère des trames de 625 octets (d'une durée de transmission de 50 μs à 100 Mb/s).

Les trames 1 et 2 issues des VL v_1 et v_2 partagent le lien de sortie du commutateur S_1. L'effet de non préemption est maximal dans S_1 lorsque la trame 2 arrive un court instant avant la trame 1 ($a_2^{S_1} = a_1^{S_1} - \varepsilon$, avec : $\epsilon > 0$). Le retard subi par la trame 1 dans le commutateur S_1 à cause de l'effet de non préemption est donc majoré par :

$$\delta_1^{S_1} = C_2^{S_1} - \varepsilon \leq 50\,\mu\text{s}$$

Les trames se suivent sur le nœud S_2, mais étant donné que la trame 2 est arrivée avant la trame 1, elle est encore une fois transmise en premier. La trame 1 peut alors subir une deuxième fois l'effet de non préemption. C'est le cas lorsque la trame de priorité basse a une taille supérieure à celle de priorité supérieure (comme dans notre exemple). En effet, la différence entre les instants

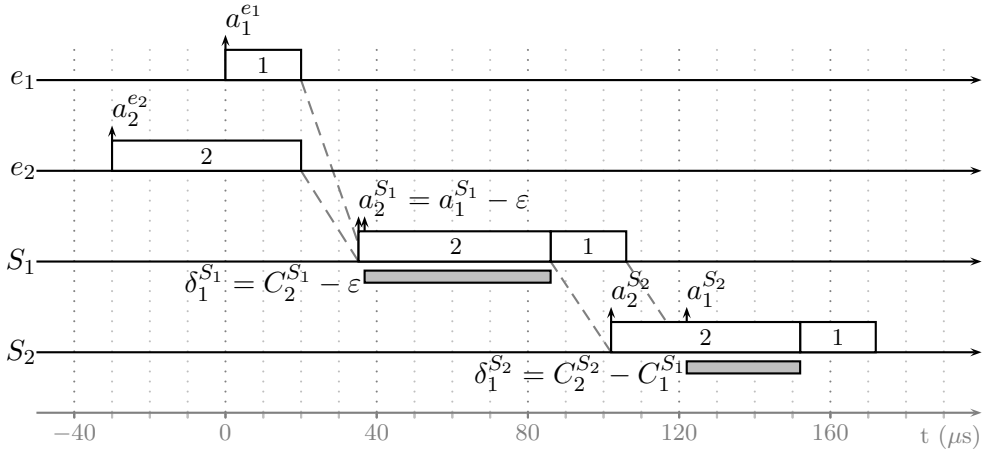


Fig. 5.2: *L'effet de non préemption d'une trame de priorité inférieure sur deux nœuds consécutifs*

d'arrivée des trames 1 et 2 sur le commutateur S_2 dépend du temps de transmission de 1 dans le commutateur S_1. Ainsi :

$$a_1^{S_2} - a_2^{S_2} = C_1^{S_1}$$

Le retard lié à l'effet de non préemption dans le commutateur S_2 pour la trame 1 est donc majoré par :

$$\delta_1^{S_2} = C_2^{S_2} - C_1^{S_1} \leq 30\,\mu\text{s}$$

5.2.2. Le cas des flux de priorité supérieure

Les flux de priorité supérieure ont un impact différent des flux de même priorité sur le délai de bout en bout pire cas d'un flux τ_i. En effet, une trame f_j d'un flux τ_j de même priorité que τ_i ne peut retarder une trame f_i du flux τ_i que si elle arrive sur le premier nœud commun à τ_i et τ_j au plus tard au même instant que f_i. Si ce n'est pas le cas, la politique premier arrivé, premier servi fait que f_j ne pourra jamais dépasser f_i (ni dans ce nœud ni dans les nœuds communs suivants). En revanche, une trame f_k d'un flux τ_k plus prioritaire que τ_i ($P_k > P_i$) peut retarder f_i, même si elle arrive sur le premier nœud commun à τ_i et τ_k après f_i. Il suffit que f_k arrive sur le dernier nœud commun à τ_i et τ_k avant le départ de f_i de ce nœud.

Une telle situation est illustrée sur le scénario de la figure 5.4 qui concerne la configuration de la figure 5.3. Cette configuration comporte quatre VL qui émettent des trames de 500 octets. Les VL v_1, v_3 et v_4 ont la même priorité, tandis que le VL v_2 a une priorité plus forte. Sur le scénario de la figure 5.4, la trame 2 de v_2 arrive dans le commutateur S_1 après la trame 1 de v_1 et 1 est transmise avant 2. Cependant, dans le commutateur S_3, la trame 1 est retardée par la trame 3 de v_3 et n'a pas débuté sa transmission à l'instant où la trame 2 arrive dans S_3. Cette dernière retarde donc la trame 1 dans S_3.

Pour borner l'impact des trames de plus forte priorité, il faut donc comptabiliser l'ensemble des trames de ces flux prioritaires servies avant la trame étudiée dans le dernier nœud commun avec le flux étudié. Ceci a pour conséquence d'agrandir la fenêtre temporelle durant laquelle un flux peut émettre des trames qui sont en mesure de retarder une trame donnée pour les flux de plus forte priorité : une nouvelle trame s'ajoute à chaque fois que la fenêtre dépasse un nombre entier de BAG. L'impact d'un flux ayant un niveau de priorité plus fort est donc potentiellement plus important que celui d'un flux identique ayant le même niveau de priorité que le flux étudié.

5.3. Application à l'AFDX en ordonnancement FP/FIFO

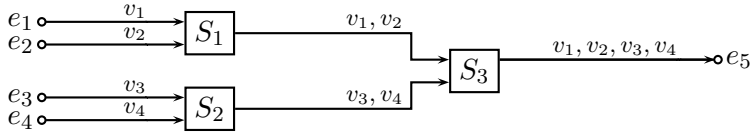


Fig. 5.3: *Configuration AFDX avec plusieurs niveaux de priorités*

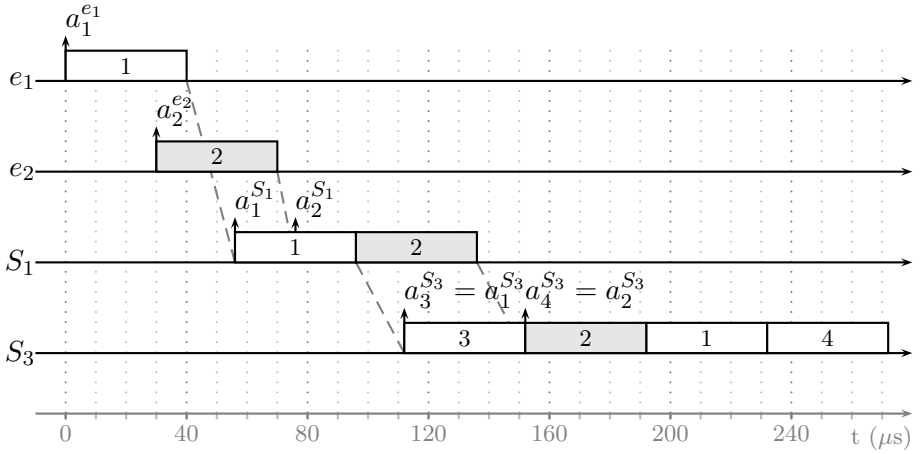


Fig. 5.4: *Recherche du temps de départ au plus tard de la trame* 1 *sur son dernier nœud*

5.3.1. Illustration du calcul par trajectoires FP/FIFO

Nous illustrons l'approche par trajectoires en ordonnancement FP/FIFO sur la configuration de la figure 5.5. Cette configuration est très similaire à celle décrite au paragraphe 4.3 et comporte sept ES (e_1 à e_7), trois commutateurs (S_1 à S_3) et cinq VL (v_1 à v_5). Tous les VL ont les mêmes paramètres s_{max} (4 000 bits) et BAG (4 000 μs).

La différence avec l'exemple proposé au paragraphe 4.3, c'est que tous les VL n'ont pas le même niveau de priorité : v_1 a un niveau de priorité strictement supérieur à tous les autres. Les priorités sont rappelées dans le tableau 5.1.

Nous détaillons maintenant les configurations pire cas obtenues par calcul par trajectoires pour v_3 et v_1. Pour v_3, la séquence conduisant au pire cas en FP/FIFO n'est pas différente de celle trouvée précédemment en FIFO. Elle est décrite dans la figure 5.6. La seule différence à noter est l'instant d'arrivée d'une trame 1 de v_1 : en FP/FIFO, cette trame peut arriver après $a_3^{S_3}$ car elle a une priorité haute. La condition à respecter pour qu'elle retarde la trame 3 du VL v_3 est :

$$a_3^{S_3} < W_3^{last_{3,1}} = W_3^{S_3} = 232\,\mu\text{s}$$

Étant donné la valeur du BAG ($4000\,\mu\text{s} \gg 232\,\mu\text{s}$) et considérant que les trames ont une gigue initiale nulle, il n'est pas possible qu'une seconde trame du VL v_1 retarde le départ de 3 sur son

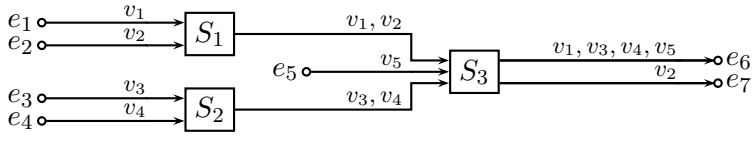


Fig. 5.5: *Configuration AFDX avec plusieurs niveaux de priorité*

VL	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
P_i	2	1	1	1	1

Tab. 5.1: *Niveau de priorité des VL*

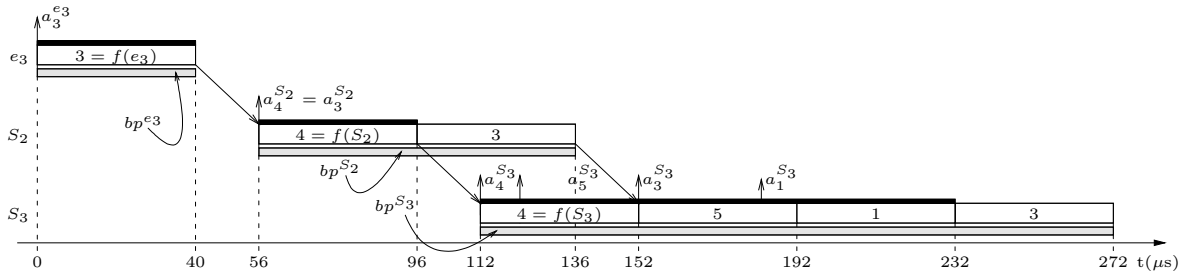


Fig. 5.6: *Temps de départ au plus tard pour la trame* 3 *du VL* v_3

dernier nœud. Le calcul du délai pire cas de la trame 3 est donc :

$$C_3^{e_3} + L + C_4^{S_2} + L + C_4^{S_3} + C_5^{S_3} + C_1^{S_3} + C_3^{S_3} = 6 \times 40 + 2 \times 16 = 272\,\mu\text{s}$$

Le détail de ce calcul est représenté par un trait noir sur la figure 5.6.

Nous cherchons maintenant le pire cas pour le VL v_1 dans le contexte FP/FIFO. À la différence de l'exemple présenté au paragraphe 4.3, v_1 a une priorité plus forte que tous les autres VL. Une trame de v_1 peut donc être retardée sur sa trajectoire uniquement par l'effet de non préemption de trames de priorité inférieure.

Dans le commutateur S_1, l'effet de non préemption vient de la trame 2 du VL v_2 que rencontre la trame 1 lors de son passage. Dans le pire cas, nous considérons que la trame 2 arrive dans S_1 un bref instant avant la trame 1. Nous avons alors :

$$a_2^{S_1} = a_1^{S_1} - \varepsilon, \text{ avec } \varepsilon > 0$$

Dans ce cas, le retard pris par la trame 1 dans le commutateur S_1 est majoré par :

$$C_2^{S_1} - \varepsilon < C_2 = 40\,\mu\text{s}$$

Nous notons alors $\delta_2^{S_1} = 40\,\mu$s.

De même, dans le commutateur S_3, nous supposons qu'une trame de priorité inférieure (par exemple, la trame 5 d v_5) est arrivée un court instant avant la trame 1 :

$$a_5^{S_3} = a_1^{S_3} - \varepsilon, \text{ avec } \varepsilon > 0$$

Dans ce cas, le retard pris par la trame 1 dans le commutateur S_1 est majoré par :

$$C_5^{S_3} - \varepsilon < C_5 = 40\,\mu\text{s}$$

Nous notons alors $\delta_2^{S_3} = 40\,\mu$s.

Le temps de transmission de bout en bout de la trame 1 est alors :

$$C_1^{e_1} + L + \delta_2^{S_1} + C_1^{S_1} + L + \delta_2^{S_3} + C_1^{S_3} = C_1^{e_1} + C_2^{S_1} + C_1^{S_1} + C_5^{S_3} + C_1^{S_3} + 2L = 5 \times 40 + 2 \times 16 = 232\,\mu\text{s}$$

Le détail de ce calcul est matérialisé par un soulignage gris sur la figure 5.7.

Dans le tableau 5.2, nous donnons le résultat du calcul pour tous les VL de la configuration.

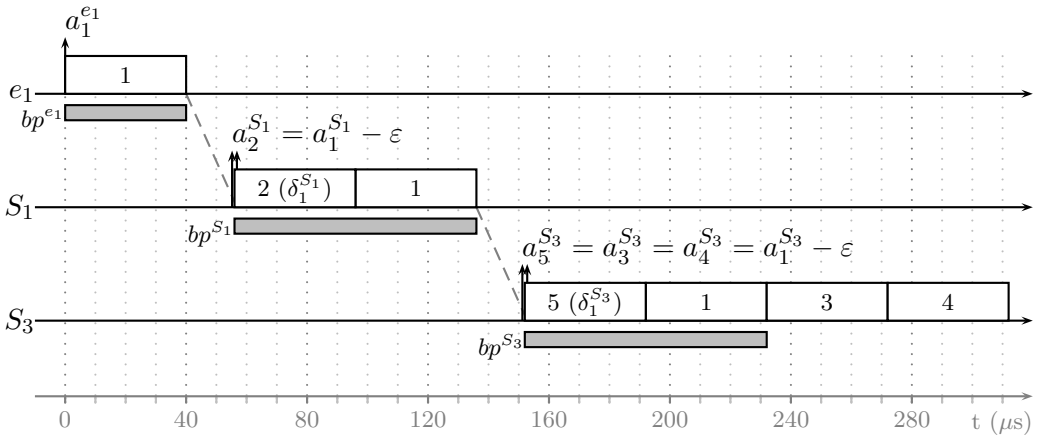


FIG. 5.7: *Temps de départ au plus tard pour la trame* 1 *du VL* v_1

VL	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
R_i (μs)	232	192	272	272	216

TAB. 5.2: *Bornes sur le délai de bout en bout calculé par trajectoires*

5.3.2. Les différences entre le calcul FIFO et FP/FIFO

La prise en compte des flux de plus forte et de plus faible priorité apparaît dans le calcul dans l'expression de l'instant de départ au plus tard de la trame étudiée dans son dernier commutateur. Nous rappelons son expression (formule (3.6) du paragraphe 3.3) en insistant sur les termes qui n'existent pas en ordonnancement FIFO :

$$W_{i,t}^{last_i} \leq \underbrace{\sum_{j \in hp_i} \left(1 + \left\lfloor \frac{W_{i,t}^{last_{i,j}} + B_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j^{slow_{j,i}}}_{(a)} + \sum_{j \in sp_i \cup \{i\}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j^{slow_{j,i}}$$
$$+ \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq slow_i}} \max_{j \in hp_i \cup sp_i \cup \{i\}} \left\{C_j^h\right\} - C_i^{last_i} + \underbrace{\delta_i}_{(b)} + (|\mathcal{P}_i| - 1) \cdot L_{max} - \underbrace{\sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq first_i}} \Delta_{i,t}^h}_{(c)}$$

Les principales différences sont énumérées ci-après :

(a) correspond au retard dû aux trames appartenant aux flux de plus forte priorité (hp). Ce terme se distingue de celui des flux de même priorité (sp) par le calcul de la fenêtre temporelle qui dépend de l'instant de départ de la trame observée sur son dernier nœud commun avec le flux de plus forte priorité ($W_{i,t}^{last_{i,j}}$). La présence de ce terme rend le calcul itératif.

(b) correspond à l'effet de non préemption d'au plus une trame d'un flux moins prioritaire dans chaque nœud traversé.

(c) est le délai à soustraire à cause de l'effet de sérialisation qui existe tant en ordonnancement FIFO que FP/FIFO. Sa définition ne change pas. Pour une trame m, c'est sur chaque nœud la différence entre l'instant d'arrivée de la première trame pouvant retarder m provenant d'un

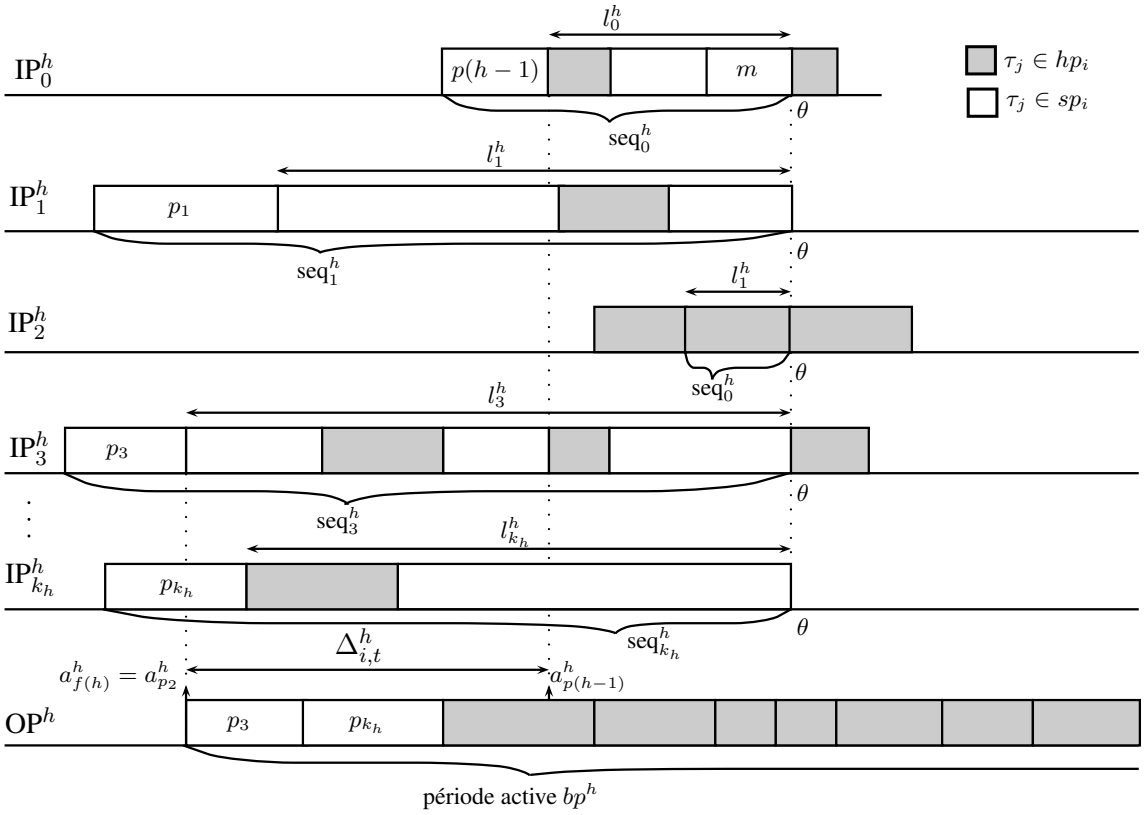


Fig. 5.8: *Illustration du terme* $\Delta_{i,t}^h$

autre lien que m et l'instant d'arrivée de la première trame pouvant retarder m provenant du même lien que m. Si l'expression de $\Delta_{i,t}^h$ ne change pas, sa minoration (pour maximiser le délai de bout en bout) change, pour prendre en compte l'impact des flux de priorité différente. Ceci est détaillé dans le prochain paragraphe.

5.4. Prise en compte de la sérialisation des flux en ordonnancement FP/FIFO

5.4.1. Optimisation du calcul par trajectoires pour des flux sérialisés

La démarche pour trouver une minoration de $\Delta_{i,t}^h$ est similaire à celle suivie en FIFO (voir chapitre 4). En plus des trames provenant des flux de même priorité, nous devons considérer les trames appartenant à des flux de priorité différente.

La valeur de $\Delta_{i,t}^h$ est décrite dans la figure 5.8. Cette figure représente les différents ports d'entrée (IP) et le port de sortie (OP) d'un nœud FP/FIFO. La trame m du flux τ_i étudié arrive toujours par le port d'entrée IP_0^h. Les trames sont placées sur le port de sortie OP^h dans la période active bp^h suivant la politique FP/FIFO, quelque soit le port d'entrée.

Dans l'étude du délai de bout en bout pire cas d'une trame du flux τ_i, dans un nœud h, $a_{f(h)}^h$ est l'instant d'arrivée de la première trame d'un flux de $sp_i \cup hp_i$ servie dans la période active bp^h et $a_{p(h-1)}^h$ est l'instant d'arrivée de la première trame d'un flux de $sp_i \cup hp_i$ servie dans la même période active, provenant du même lien que le flux τ_i. Comme dans le cas FIFO (voir paragraphe 4.4.2), les trames envoyées sur le lien de sortie du nœud h durant l'intervalle $[a_{f(h)}^h, a_{p(h-1)}^h]$ ne retardent pas la trame étudiée (ils n'engendrent pas d'arriéré de travail). La

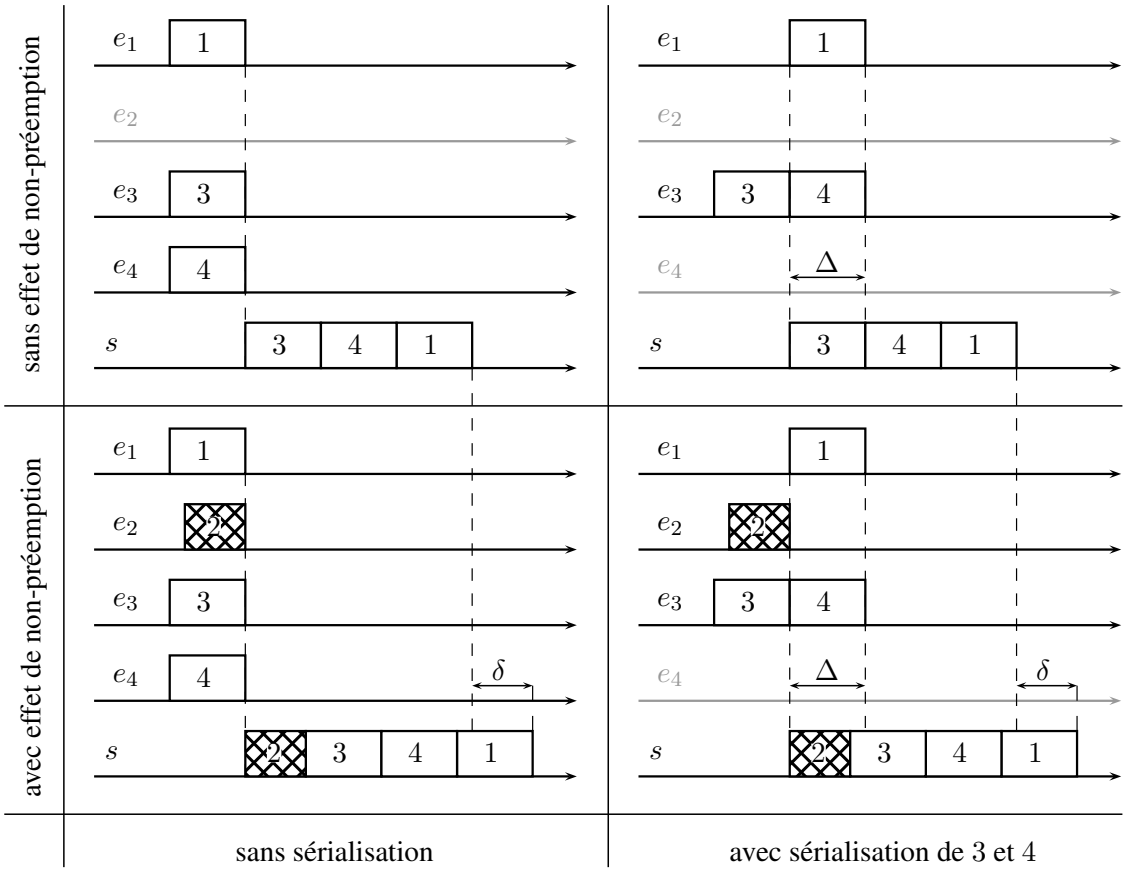


FIG. 5.9: *Impact d'une trame de lp_i dans le calcul de $\Delta^h_{i,t}$*

durée $\Delta^h_{i,t} = a^h_{p(h-1)} - a^h_{f(h)}$ correspondante n'est donc pas à comptabiliser dans le délai de bout en bout de la trame m.

Dans le prochain paragraphe, nous étudions l'impact des flux de plus haute et de plus basse priorité sur la durée de cet intervalle $\Delta^h_{i,t}$.

Cas des flux de plus faible priorité

L'impact des flux de priorité inférieure est limité à l'effet de non préemption d'au plus une trame par nœud traversé. Ce retard est compté dans le délai de bout en bout par le terme δ_i. Bien que la trame à l'origine de la non préemption soit comptabilisée dans le délai, elle n'a aucune influence sur les instants $a^h_{f(h)}$ et $a^h_{p(h-1)}$. Étant de priorité inférieure, si elle arrive sur un lien à l'instant $a^h_{f(h)} - \varepsilon$, elle est servie sans générer d'arriéré pendant une durée ε. C'est donc au plus tôt à l'instant $a^h_{f(h)}$ que cette trame peut retarder la trame étudiée.

Dans l'exemple de la figure 5.9, quatre VL v_1 à v_4 se rencontrent dans un commutateur s selon quatre scénarios différents (avec/sans sérialisation, avec/sans effet de non préemption). v_2 a une priorité inférieure à celle des autres VL. Lorsqu'elle est présente, la trame de v_2 (hachurée) s'insère en tête de période active et décale toutes les autres de sa durée de transmission moins ε :

$$\delta = C_2 - \varepsilon$$

L'effet de sérialisation se produit lorsque les trames 3 et 4 arrivent par le même lien (e_3). La durée pendant laquelle la trame 1 n'est pas retardée du fait de la sérialisation est égale au temps

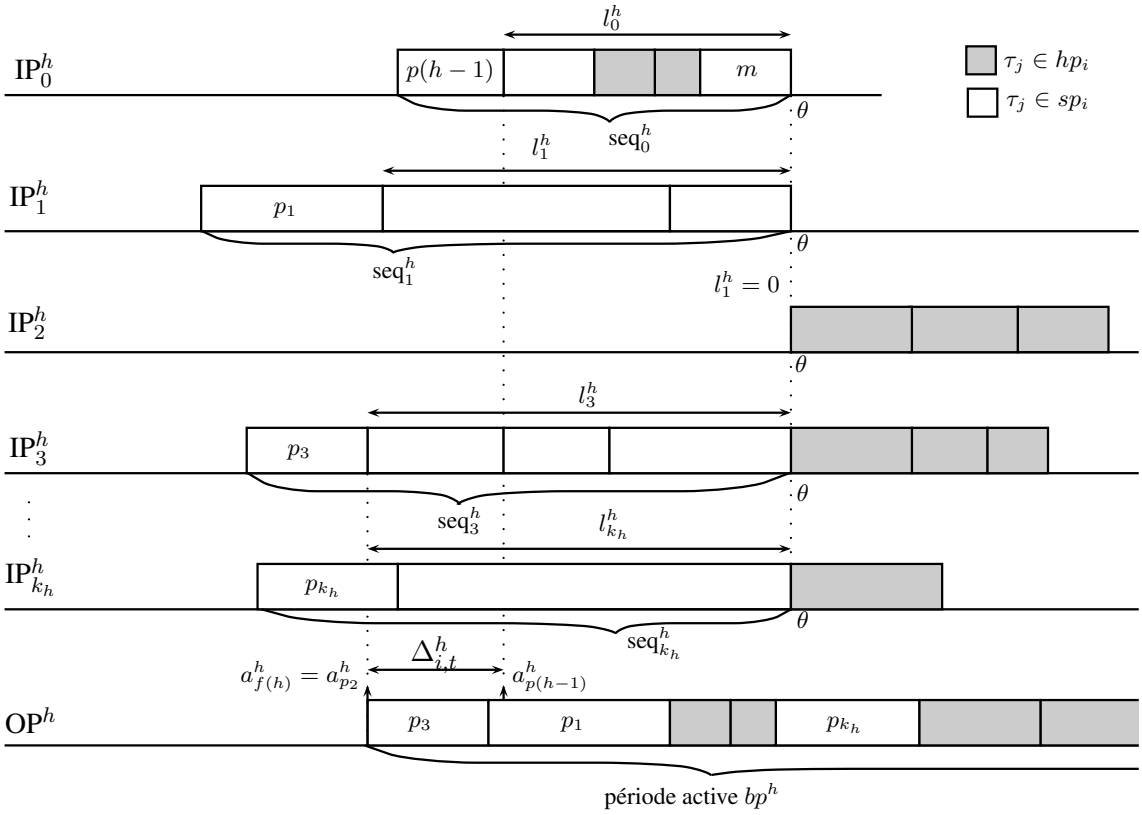


Fig. 5.10: *Prise en compte des trames de hp_i dans le calcul de $\Delta_{i,t}^h$*

de transmission de la trame 3 ou 4 :

$$\Delta = C_3 = C_4$$

Dans tous les cas, les deux effets sont indépendants l'un de l'autre. La présence d'une trame de priorité plus faible ne change pas l'effet de la sérialisation sur le délai de bout en bout de la trame 1 (et réciproquement, la sérialisation des trames 3 et 4 ne change pas l'impact de la trame 2 sur le délai de bout en bout de la trame 1).

De manière générale, les bornes de l'intervalle $\Delta_{i,t}^h$ ne dépendent que des instants d'arrivée dans le nœud h des trames $f(h)$ et $p(h-1)$ qui, par définition, ont une priorité supérieure ou égale à celle du flux étudié. La trame de plus faible priorité n'a pas d'impact sur l'instant d'arrivée de ces deux trames sur leur lien d'entée. Elle ne modifie donc pas le calcul de $\Delta_{i,t}^h$.

Cas des flux de plus forte priorité

Les périodes actives dans lesquelles une trame m d'un flux τ_i est traitée contiennent des trames de flux de plus forte priorité (hp_i). Dès lors, montrons comment ces trames viennent s'ajouter aux séquences constituées sur les différents liens en entrée d'un nœud h (seq_x^h, avec $0 \leq x \leq k_h$).

Le terme $\Delta_{i,t}^h$ est minimisé en retardant l'instant d'arrivée de la trame $f(h)$ et avançant l'instant d'arrivée de la trame $p(h-1)$. Dans le chapitre 4, $\Delta_{i,t}^h$ était minimisé en jouant sur la taille de la première trame de la séquence seq_0^h et de la plus longue des séquence seq_x^h.

La stratégie adoptée pour minimiser $\Delta_{i,t}^h$ en tenant compte des trames des flux de plus forte priorité est illustrée par la figure 5.10. Les trames représentées sont les mêmes que dans la figure 5.8, mais leur positionnement relatif a été modifié dans le but de minimiser $\Delta_{i,t}^h$. Les trames

de plus forte priorité ont la particularité de pouvoir retarder la trame m même en arrivant après m dans le nœud h (*cf.* la trame 2 dans l'exemple de la figure 5.4). Nous choisissons donc de les placer avant ou après l'instant θ pour faire varier la longueur des séquences en fonction de l'extremum recherché. Pour la séquence seq_0^h, nous les plaçons donc toutes avant θ, et pour les autres séquences seq_x^h (avec $1 \leq x \leq k_h$), nous plaçons les trames de hp_i après l'instant θ.

Au paragraphe 5.4, nous avons défini l_x^h comme la durée de la séquence seq_x^h sans sa première trame (pour $0 \leq x \leq k_h$), ce qui permet de donner une expression des bornes de l'intervalle $\Delta_{i,t}^h$:

$$a_{f(h)}^h = \theta - \max_{x \in [\![1,k_h]\!]} \left(l_x^h \right)$$

et

$$a_{p(h-1)}^h = \theta - l_0^h$$

Pour caractériser l_x^h, il faut compter l'ensemble des trames qui sont traitées dans la même période active que m dans le nœud h. D'après le lemme 2 de [MM06b], le nombre maximal de trames d'un flux τ_j tel que $h \in \mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j$ pouvant retarder m dans le nœud h est limité par :

$$\left(1 + \left\lfloor \frac{W_{i,t}^h + B_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right)^+, \text{ si } P_i < P_j$$

et par :

$$\left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right)^+, \text{ si } P_i = P_j$$

Connaissant le nombre maximum de trames qui retardent potentiellement la trame m dans le nœud h, nous cherchons donc à maximiser $a_{f(h)}^h$.

Lemme 5.4.1 (Maximisation de $a_{f(h)}^h$) *Pour une trame m d'un flux τ_i arrivant sur le nœud h et traitée dans la période active bp^h, dans l'hypothèse où toutes les séquences de trames sérialisées sont retardées pour arriver à l'instant θ, le temps d'arrivée de la première trame traitée dans la période active bp^h est au plus tard :*

$$a_{f(h)}^h \leq \theta - \max_{x \in [\![1,k_h]\!]} \left[\sum_{\substack{j \in sp_i \\ \tau_j \in IP_x^h}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right)^+ \cdot C_j - \max_{\substack{y \in sp_i \\ \tau_y \in IP_x^h}} C_y \right]$$

avec : $\max\limits_{\substack{y \in sp_i \\ \tau_y \in IP_x^h}} C_y = 0$ *si* $\{y \in sp_i, \tau_y \in IP_x^h\} = \emptyset$

Démonstration. Comme dans le cas FIFO, les trames de sp_i arrivant par un port d'entrée IP_x^h (avec $x \neq 0$) ne peuvent retarder m dans le nœud h que si elles sont servies avant l'instant d'arrivée θ de m dans ce nœud. Dans le pire cas, ces trames sont donc toutes comptabilisées dans la séquence seq_x^h.

Cependant, une trame d'un flux τ_j de hp_i arrivant dans les même conditions peut retarder m, même si elle arrive après l'instant θ. En fait, elle peut retarder m dans le nœud h jusqu'à l'instant d_m^h, qui correspond à l'instant où la trame m est effectivement servie dans le nœud h, et par définition : $\theta > d_m^h$. Même si elle arrive après cet instant d_m^h, elle garde la possibilité de retarder m sur un nœud suivant, si : $h \neq last_{i,j}$.

Il est donc possible de construire des scénarios dans lesquels des trames de flux de hp_i retardent m sans faire partie de la séquence seq_x^h (c'est-à-dire, arrivant après l'instant θ). C'est potentiellement le cas du scénario pire cas. Pour majorer son délai de bout en bout, il faut considérer la valeur minimum de $\Delta_{i,t}^h$ qui s'obtient donc en excluant les trames de plus haute priorité de la séquence seq_x^h (pour tout $x \in [\![1, k_h]\!]$).

La séquence seq_x^h ne comporte donc que des trames de flux de sp_i et l'expression de l_x^h (avec $x \neq 0$) est donc inchangée par rapport au cas FIFO. Le reste de la preuve est similaire à celle du lemme 4.4.1. ■

De même, nous cherchons à minimiser $a_{p(h-1)}^h$.

Lemme 5.4.2 (Minimisation de $a_{p(h-1)}^h$) *Pour une trame m d'un flux τ_i arrivant sur le nœud h et traité dans la période active bp^h, dans l'hypothèse où toutes les séquences de trames sérialisées sont retardées pour arriver à l'instant θ, le temps d'arrivée de la première trame provenant du même nœud précédent que m et traitée dans la période active bp^h est au plus tôt :*

$$a_{p(h-1)}^h \geq \theta - \left(\sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in IP_0^h}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j + \sum_{\substack{j \in hp_i \\ \tau_j \in IP_0^h}} \left(1 + \left\lfloor \frac{W_{i,t}^h + B_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j - \min_{\substack{j \in hp_i \cup sp_i \cup \{i\} \\ \tau_y \in IP_0^h}} C_y \right)$$

Démonstration. D'après le lemme 4.4.2, les trames de sp_i retardent m si elles sont placées avant l'instant θ. Ces trames sont donc toutes comptabilisées dans la séquence seq_0^h dans le but de la maximiser.

Les trames de flux de priorité supérieure peuvent également retarder m si elles arrivent avant l'instant θ. Elles sont donc toutes comptabilisées au même titre que celles des flux de sp_i dans la séquence seq_0^h. La longueur maximale de l_0^h est donc obtenue en y incluant tous les trames de $sp_i \cup hp_i \cup \{i\}$. Le reste de la preuve est similaire à celle du lemme 4.4.2. ■

La propriété 5.4.1 donne alors l'expression de $\Delta_{i,t}^h$ pour un ordonnancement FP/FIFO.

Propriété 5.4.1 (Sérialisation de flux FP/FIFO) *Pour une trame m d'un flux τ_i arrivant sur le nœud h et traitée dans la période active bp^h, dans l'hypothèse où toutes les séquences de trames sérialisées sont retardées pour arriver au même instant que celle de m, la durée $\Delta_{i,t}^h$ pendant laquelle des trames arrivent sur le nœud et y sont traitées sans retarder la trame m est supérieure ou égale à :*

$$\left[\max_{x \in [\![1,k_h]\!]} \left(\sum_{\substack{j \in sp_i \\ \tau_j \in IP_x^h}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j - \max_{\substack{y \in sp_i \\ \tau_y \in IP_x^h}} C_y \right) + \min_{\substack{j \in hp_i \cup sp_i \cup \{i\} \\ \tau_y \in IP_0^h}} C_y \right.$$
$$\left. - \sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in IP_0^h}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j - \sum_{\substack{j \in hp_i \\ \tau_j \in IP_0^h}} \left(1 + \left\lfloor \frac{W_{i,t}^h + B_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j \right]^+$$

Nous en déduisons une majoration plus fine de l'instant de départ d'une trame m dans son dernier nœud, en intégrant les bornes inférieures des $\Delta_{i,t}^h$ dans le calcul décrit au paragraphe 3.3 :

Propriété 5.4.2 (Temps de départ au plus tard en FP/FIFO avec sérialisation) *Soit m une trame du flux τ_i générée à l'instant t. Lorsque les flux sont traités suivant l'algorithme FP/FIFO, le temps de départ au plus tard $W_{i,t}^{last_i}$ d'une trame m sur son dernier nœud est majoré par :*

$$\sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}}\left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j+\sum_{\substack{j\in hp_i\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}}\left(1+\left\lfloor\frac{W_{i,t}^{last_{i,j}}+B_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j$$

$$+\sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i\\ h\neq last_i}}\left(\max_{\substack{j\in hp_i\cup sp_i\cup\{i\}\\ h\in\mathcal{P}_j}}\{C_j\}\right)+(\mid\mathcal{P}_i\mid-1)\cdot L-C_i+\sum_{h\in\mathcal{P}_i}\delta_i^h-\sum_{h\in\mathcal{P}_i}\Delta_{i,t}^h$$

Le temps de traversée de bout en bout d'une trame du flux τ_i générée à l'instant t est égal à $W_{i,t}^{last_i}+C_i-t$. Pour ne pas avoir à tester tous les temps tels que $t\geq 0$, nous montrons que :

Lemme 5.4.3 *Soit un flux τ_i, suivant un chemin $\mathcal{P}_i$. Lorsque les flux sont traités dans l'ordre FP/FIFO, nous avons pour tout temps $t\geq 0$:*

$$W_{i,t+\mathcal{B}_i}^{last_i}\leq W_{i,t}^{last_i}+\mathcal{B}_i \text{ avec : } \mathcal{B}_i=\sum_{\substack{j\in sp_i\cup hp_i\cup\{i\}\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}}\left\lceil\frac{\mathcal{B}_i}{T_j}\right\rceil\cdot C_j+\sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i\\ h\neq first_i}}\sum_{\substack{j\in sp_i\cup hp_i\cup\{i\}\\ pre_i(h)\in\mathcal{P}_j}}\left\lceil\frac{\mathcal{B}_i}{T_j}\right\rceil\cdot C_j$$

La preuve du lemme 5.4.3 est donnée en annexe A au paragraphe A.2. Nous avons alors :

Propriété 5.4.3 (Temps de traversée de bout en bout pire cas en FP/FIFO avec sérialisation) *Soit m une trame du flux τ_i générée à l'instant t. Lorsque les flux sont traités suivant l'algorithme FP/FIFO, le temps de traversée de bout en bout pire cas de la trame m est majoré par :*

$$R_i=\max_{0\leq t\leq\mathcal{B}_i}\left(W_{i,t}^{last_i}+C_i-t\right)$$

avec :

$$W_{i,t}^{last_i}=\sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}}\left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j+\sum_{\substack{j\in hp_i\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}}\left(1+\left\lfloor\frac{W_{i,t}^{last_{i,j}}+B_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j$$

$$+\sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i\\ h\neq last_i}}\left(\max_{\substack{j\in hp_i\cup sp_i\cup\{i\}\\ h\in\mathcal{P}_j}}\{C_j\}\right)+(\mid\mathcal{P}_i\mid-1)\cdot L-C_i+\sum_{h\in\mathcal{P}_i}\delta_i^h-\sum_{h\in\mathcal{P}_i}\Delta_{i,t}^h$$

et :

$$\Delta_{i,t}^h=\left[\max_{x\in[\![1,k_h]\!]}\left(\sum_{\substack{j\in sp_i\\ \tau_j\in IP_x^h}}\left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j-\max_{\substack{y\in sp_i\\ \tau_y\in IP_x^h}}C_y\right)+\min_{\substack{j\in hp_i\cup sp_i\cup\{i\}\\ \tau_y\in IP_0^h}}C_y\right.$$

$$\left.-\sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_j\in IP_0^h}}\left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j-\sum_{\substack{j\in hp_i\\ \tau_j\in IP_0^h}}\left(1+\left\lfloor\frac{W_{i,t}^h+B_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j\right]^+$$

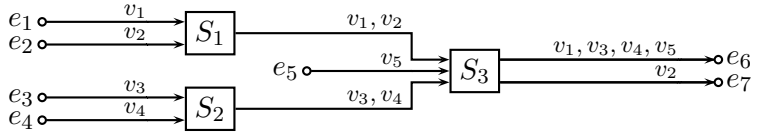


FIG. 5.11: *Configuration AFDX pour illustrer le calcul par trajectoires*

VL	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
P_i	2	1	1	1	1

TAB. 5.3: *Niveau de priorité des VL*

5.4.2. Exemple d'application du calcul par trajectoires optimisé

Nous examinons en détail le calcul d'une borne par trajectoires pour un VL qui rencontre des flux sérialisés à la sortie d'un commutateur. Pour cela, nous reprenons l'exemple présenté au paragraphe 5.3 dont l'architecture est rappelée dans la figure 5.11.

Sérialisation de VL non prioritaires

Dans un premier temps, nous reprenons la même distribution de niveaux de priorités qu'au paragraphe 5.3. Elle est rappelée dans le tableau 5.3.

Nous calculons une borne supérieure pour le délai de bout en bout du VL v_5 par l'approche par trajectoires optimisée présentée au paragraphe précédent :

$$R_5 = \max_{0 \leq t \leq \mathcal{B}_5} \left(W_{5,t}^{S_3} + C_5 - t \right) \tag{5.1}$$

Pour résoudre le terme (5.1) il faut connaître la borne $\mathcal{B}_5$. Le calcul de cette borne est itératif. Il se fait à l'aide du lemme 5.4.3. Initialisons donc le calcul avec $\mathcal{B}_5^{(0)} = 1$, alors :

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}_5^{(1)} &= \sum_{\substack{j \in sp_5 \cup hp_5 \cup \{5\} \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_5 \neq \emptyset}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_5^{(0)}}{T_j} \right\rceil \cdot C_j + \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_5 \\ h \neq first_5}} \sum_{\substack{j \in sp_5 \cup hp_5 \cup \{5\} \\ pre_5(h) \in \mathcal{P}_j}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_5^{(0)}}{T_j} \right\rceil \cdot C_j \\
&= \sum_{\substack{j \in sp_5 \cup hp_5 \cup \{5\} \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_5 \neq \emptyset}} \left\lceil \frac{1}{T_j} \right\rceil \cdot C_j + \sum_{\substack{j \in sp_5 \cup hp_5 \cup \{5\} \\ e_5 \in \mathcal{P}_j}} \left\lceil \frac{1}{T_j} \right\rceil \cdot C_j \\
&= \left\lceil \frac{1}{T_1} \right\rceil \cdot C_1 + \left\lceil \frac{1}{T_3} \right\rceil \cdot C_3 + \left\lceil \frac{1}{T_4} \right\rceil \cdot C_4 + \left\lceil \frac{1}{T_5} \right\rceil \cdot C_5 + \left\lceil \frac{1}{T_5} \right\rceil \cdot C_5 \\
&= 5 \times 40 \left\lceil \frac{1}{4000} \right\rceil = 200\,\mu\text{s}
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Nous vérifions que l'itération a convergé :

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}_5^{(2)} &= \left\lceil \frac{200}{T_1} \right\rceil \cdot C_1 + \left\lceil \frac{200}{T_3} \right\rceil \cdot C_3 + \left\lceil \frac{200}{T_4} \right\rceil \cdot C_4 + \left\lceil \frac{200}{T_5} \right\rceil \cdot C_5 + \left\lceil \frac{200}{T_5} \right\rceil \cdot C_5 \\
&= 5 \times 40 \left\lceil \frac{200}{4000} \right\rceil = 200\,\mu\text{s}
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Nous obtenons donc $\mathcal{B}_5 = 200\,\mu$s.

Nous faisons alors le calcul avec l'expression optimisée du temps de départ au plus tard de la trame 5 de v_5 dans son dernier nœud, (le commutateur S_3) à l'aide de la propriété 5.4.2 :

$$\begin{aligned}
W_{5,t}^{S_3} &= \sum_{j\in\{3,4,5\}} \left(1+\left\lfloor \frac{t+A_{5,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^+ \cdot C_j + \left(1+\left\lfloor \frac{W_{5,t}^{S_3}+B_{5,1}}{T_j}\right\rfloor\right)^+ \cdot C_1 \\
&\quad + \sum_{h\in\{e_5\}} \left(\max_{\substack{j\in hp_i\cup sp_i\cup\{i\}\\ h\in\mathcal{P}_j}} \{C_j\}\right) + (\mid \mathcal{P}_5 \mid -1)\cdot L - C_5 + \sum_{h\in\mathcal{P}_5}\delta_5^h - \sum_{h\in\{e_5,S_3\}}\Delta_{5,t}^h \\
&= \left(1+\left\lfloor \frac{t+A_{5,3}}{4000}\right\rfloor\right)^+ \cdot 40 + \left(1+\left\lfloor \frac{t+A_{5,4}}{4000}\right\rfloor\right)^+ \cdot 40 + \left(1+\left\lfloor \frac{t+A_{5,5}}{4000}\right\rfloor\right)^+ \cdot 40 \\
&\quad + \left(1+\left\lfloor \frac{W_{5,t}^{S_3}+B_{5,1}}{4000}\right\rfloor\right)^+ \cdot 40 + (40) + (2-1)\cdot 16 - 40 + 0 - \Delta_{5,t}^{e_5} - \Delta_{5,t}^{S_3} \\
&= 40\left(\left\lfloor \frac{t+A_{5,3}}{4000}\right\rfloor + \left\lfloor \frac{t+A_{5,4}}{4000}\right\rfloor + \left\lfloor \frac{t+A_{5,5}}{4000}\right\rfloor + \left\lfloor \frac{W_{5,t}^{S_3}+B_{5,1}}{4000}\right\rfloor\right) + 176 - \Delta_{5,t}^{S_3} \quad (5.4)
\end{aligned}$$

Étant donné que $A_{5,5} = 0$, il ne reste que quatre termes à calculer : $B_{5,1}$, $A_{5,3}$, $A_{5,4}$ et $\Delta_{5,t}^{S_3}$. Les termes $A_{5,3}$ et $A_{5,4}$ ont déjà été calculés au paragraphe 4.4.3 et :

$$A_{5,3} = A_{5,4} = 40\,\mu\text{s}$$

Le terme $B_{5,1}$ se calcule en reprenant la même démarche que pour le calcul de $A_{5,1}$ au paragraphe 4.4.3.

$$\begin{aligned}
B_{5,1} &= J_5 - {S_{min}}_1^{first_{1,5}} - M_5^{first_{5,1}} + {S_{max}}_1^{first_{5,1}} \\
&= J_5 - {S_{min}}_1^{S_3} - \sum_{h'=e_5}^{e_5} \left(\min_{\substack{j\in[\![1,5]\!]\\ h'\in\mathcal{P}_j}} \{C_j\} + L\right) + {S_{max}}_1^{S_3} \\
&= J_5 - (C_1^{e_1} + L + C_1^{S_1} + L) - \left(\min_{\substack{j\in[\![1,5]\!]\\ e_5\in\mathcal{P}_j}} \{C_j\} + L\right) + (C_1^{e_1} + L + C_1^{S_1} + C_2^{S_1} + L) \\
&= 0 - (40+16+40+16) - (40+16) + (40+16+40+40+16) \\
&= -16\,\mu\text{s} \quad (5.5)
\end{aligned}$$

Le calcul de $\Delta_{5,t}^{S_3}$ est détaillé dans la figure 5.12. Les trois ports en entrée du commutateur S_3, *resp.* $\text{IP}_0^{S_3}$, $\text{IP}_1^{S_3}$ et $\text{IP}_2^{S_3}$, sont associés à trois ports sources, *resp.* e_5, S_1 et S_2. Les trames des différents VL v_j (pour tout $j \in \{1,3,4,5\}$) sont placés sur ces ports en entrée selon leur provenance.

La trame 5 arrive sur $\text{IP}_0^{S_3}$, la trame 1 arrive sur $\text{IP}_1^{S_3}$ et les trames 3 et 4 arrivent sur $\text{IP}_2^{S_3}$. Le nombre maximum de trames de chaque VL qui croisent avec la trame 5 générée à l'instant t est déterminé par :

$$\left(1+\left\lfloor \frac{t+A_{5,j}}{T_j}\right\rfloor\right), \forall j \in \{3,4,5\}$$

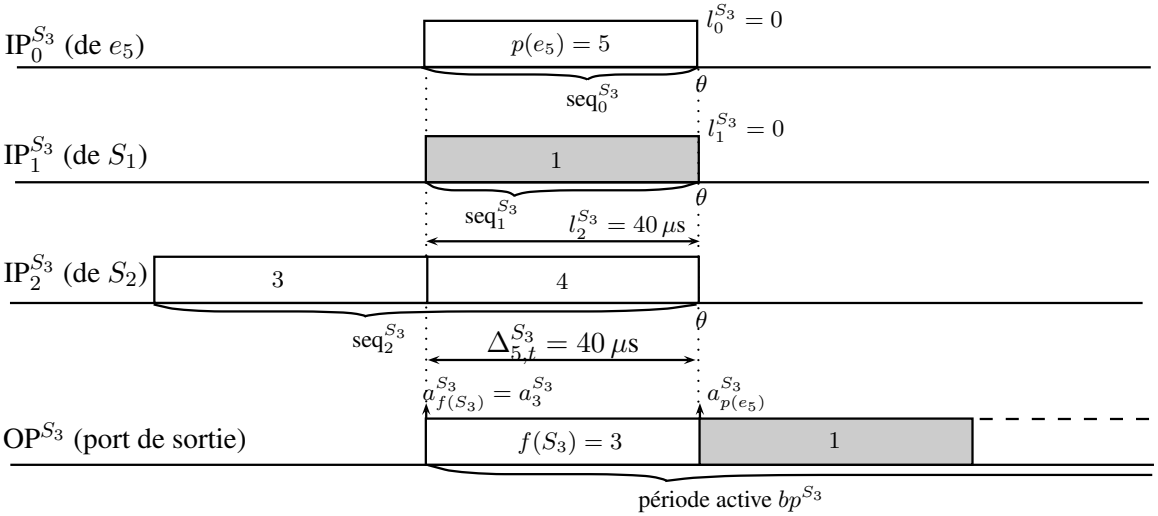


FIG. 5.12: *Calcul de $\Delta_{5,t}^{S_3}$ dans le commutateur S_3*

Dans le cas présent, pour $0 \leq t \leq \mathcal{B}_5 = 200\,\mu$s, on trouve une occurrence de trame pour chaque VL v_j (pour $j \in \{3, 4, 5\}$).

Pour connaître le nombre de trames de v_1 que peut rencontrer la trame 5, nous devons choisir une valeur d'initialisation pour $W_{5,t}^{last_{5,1}}$. Fixons donc : $W_{5,t}^{last_{5,1}} = 200\,\mu$s. Alors le nombre maximum de trames de v_1 que croise la trame 5 générée à l'instant t est déterminé par :

$$\left(1 + \left\lfloor \frac{W_{5,t}^{last_{5,1}} + B_{5,1}}{T_1} \right\rfloor\right) = \left(1 + \left\lfloor \frac{200 - 16}{4000} \right\rfloor\right) = 0$$

Étant donné qu'il n'y a qu'une seule trame sur les ports $IP_0^{S_3}$ et $IP_1^{S_3}$, nous avons $l_0^{S_3} = l_1^{S_3} = 0$. Les deux trames sur $IP_2^{S_3}$ ont la même taille, nous pouvons donc retrancher l'une des deux au choix pour déterminer $l_0^{S_3} = C = 40\,\mu$s. De là, nous pouvons déduire une minoration pour $\Delta_{5,t}^{S_3}$:

$$\begin{aligned}
\Delta_{5,t}^{S_3} &\geq \left[\max_{x \in [\![1, k_{S_3}]\!]} \left(\min\left(l_x^{S_3}\right)\right) - \max\left(l_0^{S_3}\right)\right]^+ \\
&\geq \left[\max\left(l_1^{S_3}, l_2^{S_3}\right) - l_0^{S_3}\right]^+ \\
&\geq [\max(0, 40) - 0]^+ \\
&\geq 40\,\mu s
\end{aligned} \tag{5.6}$$

Ainsi, pour $0 \leq t \leq 200\,\mu$s, nous pouvons donner une expression du terme (4.30) avec l'initialisation $W_{5,t}^{S_3(0)} = 200\,\mu$s :

$$\begin{aligned}
W_{5,t}^{S_3(1)} &= 80 \left\lfloor \frac{t + 40}{4000} \right\rfloor + 40 \left\lfloor \frac{t}{4000} \right\rfloor + 40 \left\lfloor \frac{W_{5,t}^{S_3(1)} - 16}{4000} \right\rfloor + 176 - 40 \\
&= 136\,\mu s, 0 \leq t \leq 200\,\mu s
\end{aligned}$$

VL	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
Trajectoire (μs)	232	192	272	272	216
après optimisation (μs)	232	192	272	272	176
Gain (μs)	0	0	0	0	40

Tab. 5.4: *Réduction du pessimisme de l'approche par trajectoires*

VL	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
P_i	1	1	2	2	1

Tab. 5.5: *Niveau de priorité des VL*

Avec la valeur de $W_{5,t}^{S_3(1)}$, nous itérons le calcul de $W_{5,t}^{S_3}$ pour vérifier sa convergence :

$$\begin{aligned} W_{5,t}^{S_3(2)} &= 80\left\lfloor\frac{t+40}{4000}\right\rfloor + 40\left\lfloor\frac{t}{4000}\right\rfloor + 40\left\lfloor\frac{W_{5,t}^{S_3(1)}-16}{4000}\right\rfloor + 136 \\ &= W_{5,t}^{S_3(1)} = 136\,\mu\text{s}, 0 \leq t \leq 200\,\mu\text{s} \end{aligned}$$

La valeur de $W_{5,t}^{S_3}$ est stable, nous pouvons donc calculer la borne pire cas du délai de bout en bout de v_5 :

$$\begin{aligned} R_5 &= \max_{0\leq t\leq \mathcal{B}_5}\left(W_{5,t}^{S_3} + C_5 - t\right) \\ &= \max_{0\leq t\leq 200}\left(120\left\lfloor\frac{t+40}{4000}\right\rfloor + 40\left\lfloor\frac{t}{4000}\right\rfloor + 136 + 40 - t\right) \\ &= 176\,\mu\text{s} \end{aligned}$$

Le maximum est atteint pour $t = 0$, et nous avons donc $R_5 = 176\,\mu$s. Ce résultat correspond à la valeur de pire cas déterminée en FIFO au paragraphe 4.4.3. Dans le tableau 5.4, nous donnons le résultat du calcul optimisé pour tous les VL de la configuration. Le gain apporté par la prise en compte de la sérialisation de flux est dans le cas du VL v_5 le même en ordonnancement FIFO et FP/FIFO. Par contre, le VL prioritaire v_1 ne bénéficie pas de l'optimisation dans le cas présent car son niveau de priorité le préserve de tout retard lié à des trames de plus basse priorité, même en cas de rafales, mis à part l'effet de non-préemption d'une seule trame.

Sérialisation de VL prioritaires

Nous montrons sur le même exemple, avec des affectations de priorités différentes (voir le tableau 5.5), que l'effet de sérialisation ne peut pas être comptabilisé de manière identique lorsqu'il concerne des flux de priorité supérieures. Dans cet exemple, les VL v_3 et v_4 proviennent du même port de sortie et sont tous deux de priorité supérieure à celle de v_5.

Étant donné qu'il n'y a qu'une seule trame sur les ports $\text{IP}_0^{S_3}$ et $\text{IP}_1^{S_3}$, nous avons toujours $l_0^{S_3} = l_1^{S_3} = 0$. Même cette fois-ci, nous avons aussi $l_2^{S_3} = 0$, car la séquence de trames provenant du port d'entrée $\text{IP}_2^{S_3}$ ne contient que des trames de priorité supérieure à celle de la trame 5. Dans ce cas, la seule majoration que nous pouvons donner pour $\Delta_{5,t}^{S_3}$ est zéro. Cela signifie que pour cette configuration, l'effet de sérialisation des trames 3 et 4 ne permet pas à la trame 5 d'être servie avant l'une d'elles. C'est ce que nous illustrons dans la figure 5.13.

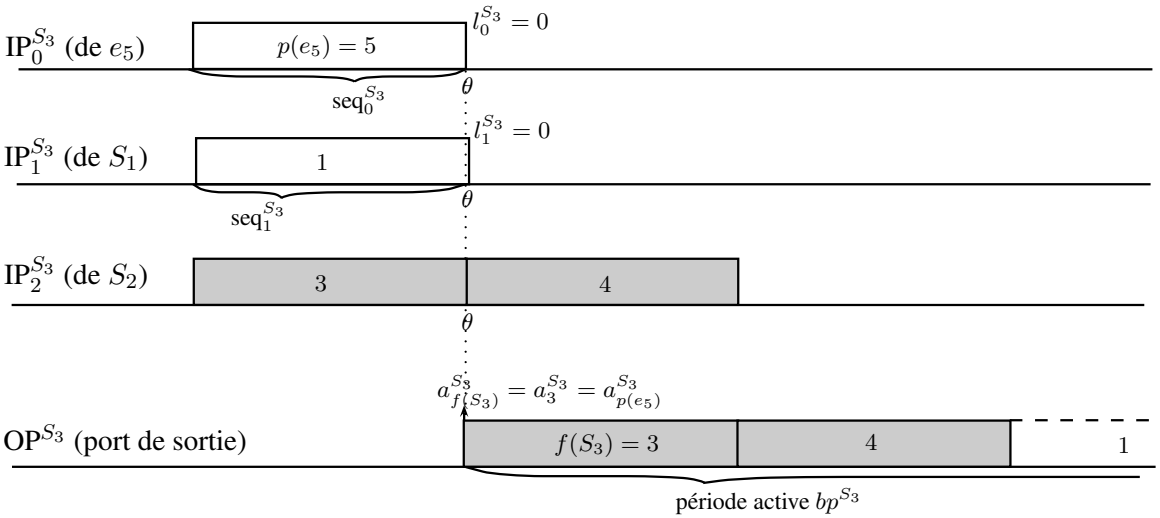


Fig. 5.13: *L'effet de sérialisation ne joue pas pour des VL plus prioritaires*

La propriété 5.4.2 conduit à un calcul plus fin d'une borne du délai de bout en bout pire cas d'une trame. Cependant, comme dans le cas FIFO, la méthode ne conduit pas systématiquement au scénario pire cas, mais à une sur-approximation. Nous cherchons donc à caractériser et à mesurer le pessimisme de la méthode des trajectoires améliorée en suivant une démarche similaire à celle du paragraphe 4.5 du chapitre 4.

5.5. Analyse de pessimisme

5.5.1. Génération d'un scénario défavorable en ordonnancement FP/FIFO

La génération d'un scénario défavorable que nous proposons en ordonnancement FP/FIFO reprend le principe de la démarche proposée pour le cas FIFO. Dans un premier temps, nous nous ramenons au cas FIFO en ne considérant que les trames qui ont la même priorité que m. Les séquences de trames en entrée d'un nœud sont identifiées et assemblées de la même manière qu'en FIFO : en plaçant les trames par ordre de durées de transmission décroissantes.

Les trames de sp_i ne peuvent retarder m que par effet de non préemption. Dans un nœud h,celui-ci est maximal lorsqu'une trame de sp_i de taille maximale débute sa transmission juste avant l'instant d'arrivée de la première trame de la période active appartenant à sp_i ou hp_i.

Cette trame est facilement identifiée, en comparant la taille des trames de sp_i provenant de n'importe que port source dans le nœud h. La figure 5.14 montre le positionnement résultant en prenant en compte les trames de sp_i et de lp_i.

Les séquences en entrée du nœud sont servies suivant une politique de service FP/FIFO et il en résulte un instant de départ au plus tard pour la trame m dans le nœud h noté θ_0.

Les trames de hp_i peuvent retarder m même si elles arrivent après l'instant θ. De plus, en fonctionnement *Store and Forward*, si les trames de hp_i sont triées en ordre décroissant de longueurs, il suffit que la première d'entre elles soit servie avant m pour que toutes puissent être servies avant m. Nous choisissons donc de trier ainsi toutes les trames de hp_i qui rejoignent m dans le nœud h.

Ces trames peuvent alors retarder m, sans modifier la position des trames déjà placées avant θ, s'il est possible de servir la plus longue d'entre elles – notée p_0 – avant l'instant θ_0. Cependant, nous devons considérer que si p_0 arrive immédiatement à la suite d'une séquence finissant à θ,

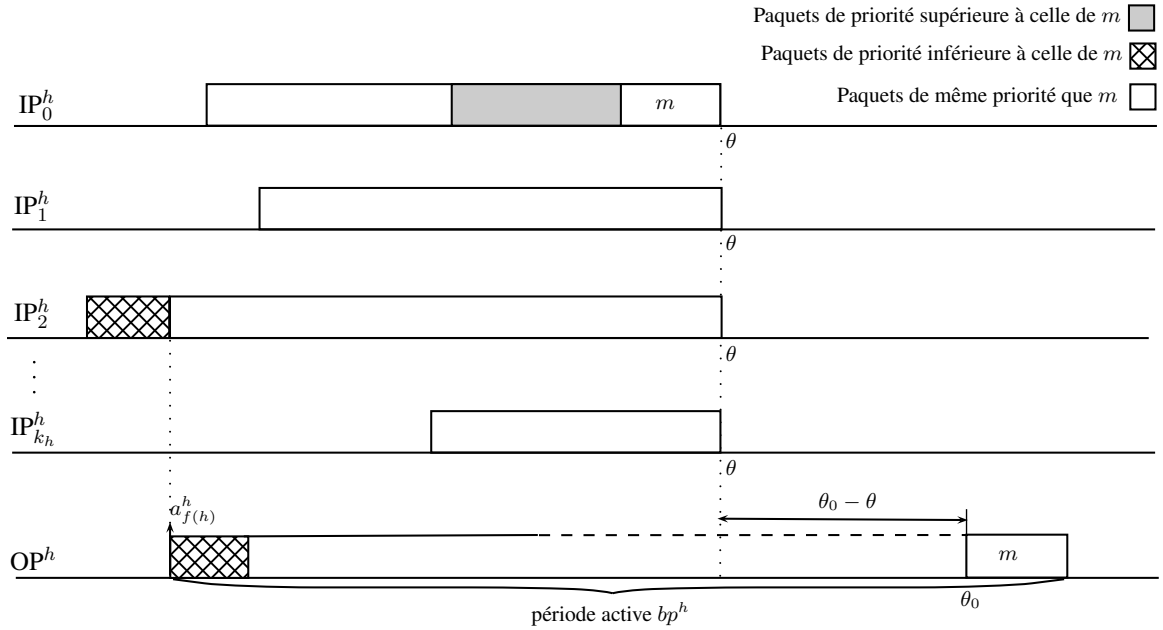


FIG. 5.14: *Alignement des trames de même priorité en entrée d'un nœud*

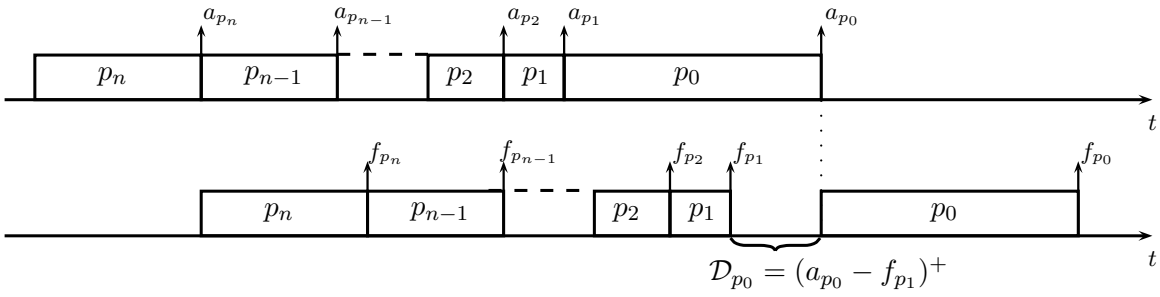


FIG. 5.15: *Espacement des trames après passage par un commutateur* Store and Forward

elle rompt très certainement l'ordre des tailles qui était décroissant jusqu'à ce point. En mode *Store and Forward*, cette rupture de l'ordre introduit un délai supplémentaire qui est minoré par le lemme 5.5.1.

Lemme 5.5.1 (Retard lié au fonctionnement en *Store and Forward*) *Soit, dans un nœud h, une période active de $n+1$ trames consécutives triées par ordre de tailles décroissantes, à l'exception de la dernière, dont la durée de transmission est quelconque. Nous notons ces trames p_n à p_0 dans l'ordre de la séquence. Soit C_i^h la durée de transmission d'une trame p_i dans le nœud h. L'instant d'arrivée de la trame p_i dans le nœud h (c'est-à-dire, l'instant ou le dernier bit de la trame est arrivé dans le nœud) est noté a_i^h, et l'instant de fin de transmission de cette trame est noté f_i^h. Alors, le délai entre la fin de la transmission de la dernière trame triée (p_1) et l'arrivée de la dernière trame de la séquence (p_0), noté $\mathcal{D}_{p_0}^h$ est tel que :*

$$\mathcal{D}_{p_0}^h \geq \left(C_0^h - C_n^h\right)^+$$

Le cas de figure exposé dans ce lemme est illustré par la figure 5.15. La preuve de ce lemme est donnée en annexe A au paragraphe A.3.

Si l'arriéré de travail à l'instant θ (donné par la différence $\theta_0 - \theta$) est suffisant pour placer la trame p_0 précédée d'un trou de durée $\mathcal{D}_{p_0}^h$, alors toutes les trames de hp_i peuvent retarder m

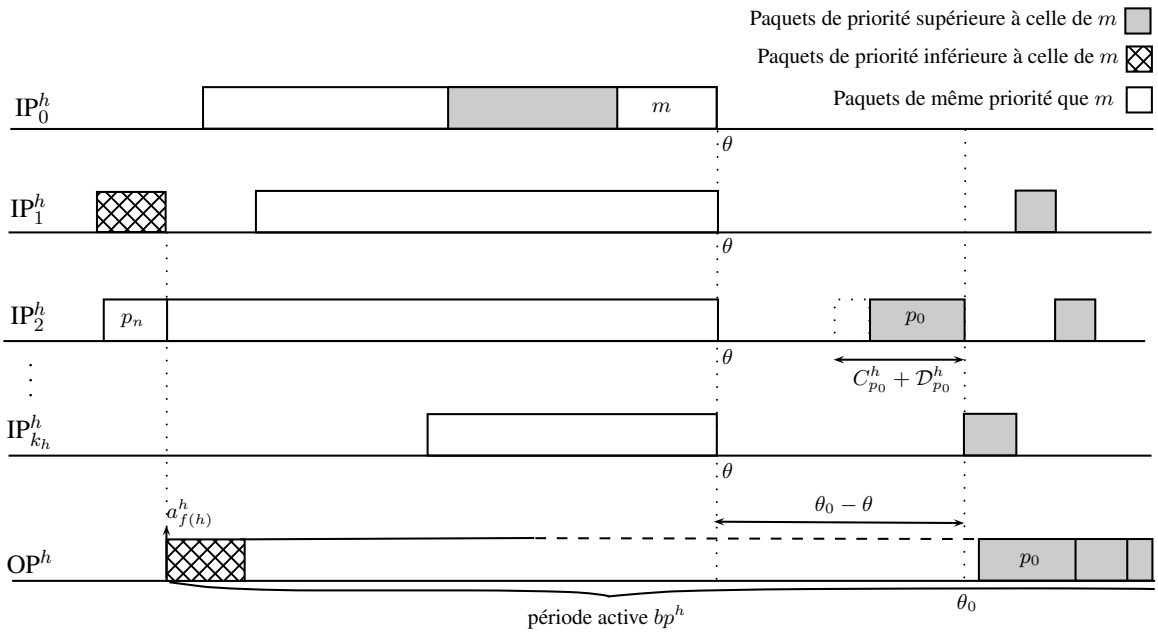


Fig. 5.16: *Génération d'un scénario défavorable en ordonnancement FP/FIFO*

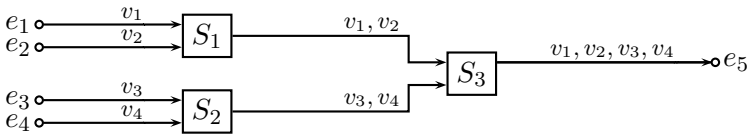


Fig. 5.17: *Configuration AFDX d'exemple*

en faisant débuter la séquence prioritaire juste avant θ_0. Lorsque l'arriéré de travail n'est pas suffisant, alors la trame p_0 et les autres trames de hp_i sont avancées à l'instant θ, en avançant par la même occasion les trames de sp_i provenant de la même source que p_0. Le placement de trames résultant est illustré par la figure 5.16.

5.5.2. Illustration sur un exemple

La configuration AFDX utilisée est donnée à la figure 5.17 et le tableau 5.6 rappelle les caractéristiques des différents VL de l'exemple.

VL	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
C_i (μs)	40	40	40	40	40
T_i (μs)	4000	4000	4000	4000	4000
P_i	2	1	1	1	1

Tab. 5.6: *Caractéristiques des VL de l'exemple*

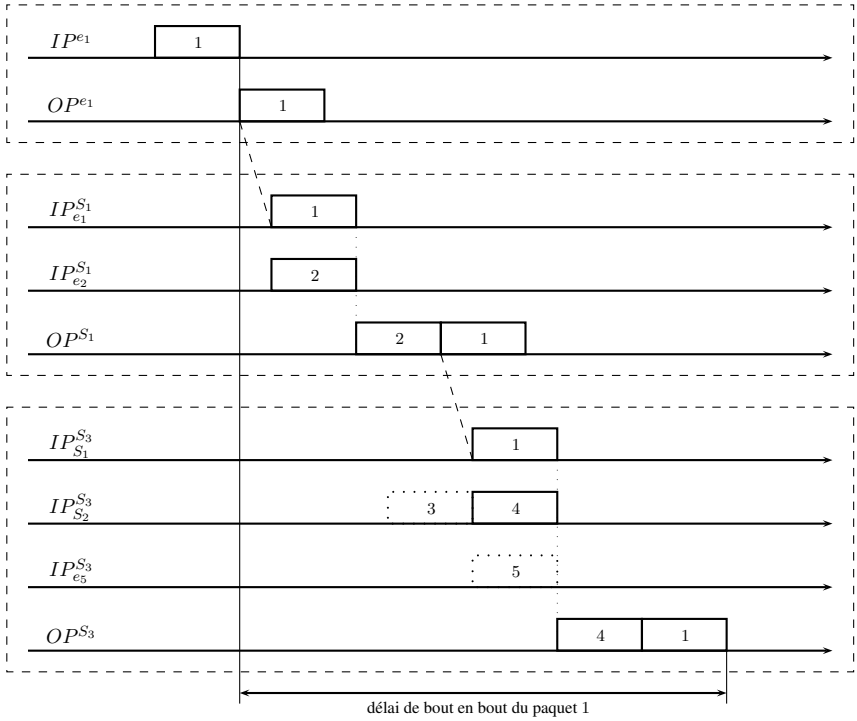


Fig. 5.18: *Scénario défavorable pour la trame* 1 *conduisant à un délai de bout en bout important*

Étude du VL v_1

Le VL v_1 provenant de e_1 a un niveau de priorité supérieur à celui des autres flux. Donc, c'est le seul flux concerné par l'effet de non préemption. Ce phénomène apparaît plus particulièrement dans les commutateurs S_1 et S_3(voir la figure 5.18). Dans le commutateur S_1, la trame 4 de v_4 est placée juste avant l'instant d'arrivée de la trame 1 de v_1 et est donc servi en premier. La trame 2 de $v_2$ne suit pas la trame 1 dans le commutateur suivant. Ainsi, la trame 1 se retrouve seule dans le port d'entrée $\mathrm{IP}^{S_3}_{S_1}$. L'effet de non préemption dû aux trames 3, 4 et 5 est identique. Elles peuvent toutes être placées un court instant avant la trame 1. Nous choisissons arbitrairement la trame 4 pour ce scénario. Elle est donc servie avant la trame 1. Il en résulte un délai de bout en bout pour la trame 1 comprenant trois fois son temps de transmission, plus deux délais sur les liens, plus le temps de transmission des trames 2 et 4 (moins ε, avec $\varepsilon > 0$). Ce qui donne un délai de bout en bout de :

$$3 \times 40 + 2 \times 16 + 2 \times (40 - \varepsilon) < 232\mu s$$

Étude du VL v_3

Le VL v_3 suit un chemin relativement symétrique par rapport à v_1,mais v_4 ne quitte pas v_3 après le commutateur S_2. (voir la figure 5.19). Les trames 3 et 4 ont la même priorité fixe, donc la trame 4 est placée de manière à partir au même moment que la trame 3 dans le commutateur S_2. Étant à la recherche d'un scénario défavorable, nous choisissons de servir d'abord la trame 4. Dans le nœud suivant, la séquence de trames dans le port d'entrée $\mathrm{IP}^{S_3}_{S2}$ est identique à la séquence en sortie du commutateur S_2. La trame 5 a le même niveau de priorité que les trames 3 et 4, donc, il est placé à l'instant d'arrivé de la trame 3. Les trames 4 et 5 provoquent un arriéré de travail suffisant pour que la trame 1 de haute priorité puisse être placée après l'instant d'arrivé de la trame 3 dans le commutateur S_3. Elle est servie avant 3 grâce à son niveau de

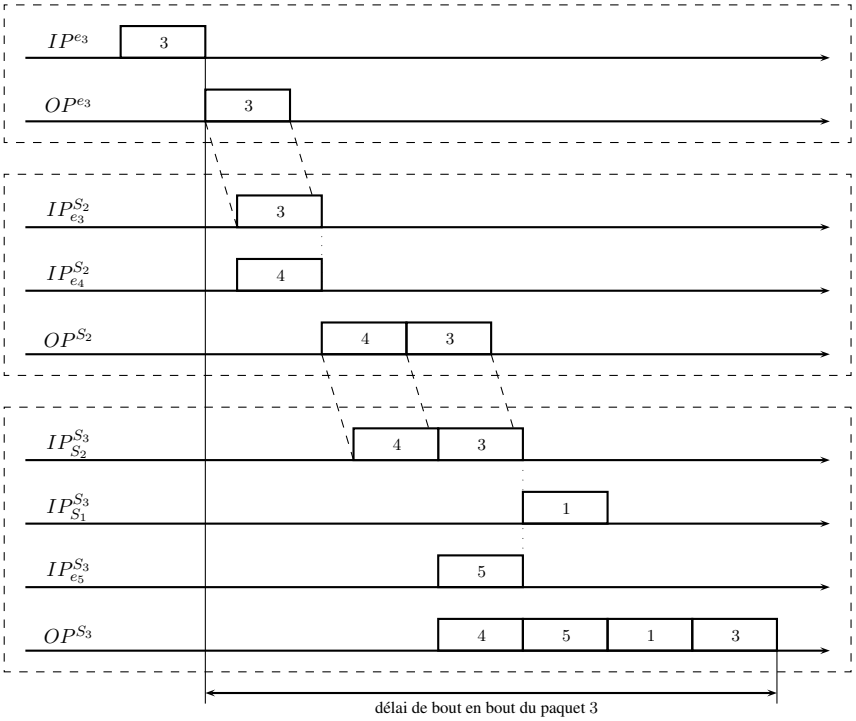


Fig. 5.19: *Scénario défavorable pour la trame* 3 *conduisant à un délai de bout en bout important*

priorité supérieure. Le délai de bout en bout de la trame 3 est donc composé de trois fois son temps de transmission, plus deux délais sur les liens, plus le temps de transmission des trames 4, 5 et 1. Ce qui donne un délai de bout en bout de :

$$3 \times 40 + 2 \times 16 + 3 \times 40 = 272\mu s$$

Étude du VL v_2

La génération d'un scénario défavorable pour le VL v_2 est illustré par la figure 5.20. Ce cas de figure montre qu'une trame de priorité supérieure ne peut pas toujours être placée après les trames de même priorité que celle du flux étudié. Ici, dans le commutateur S_1, la trame 2 est seule dans sa file d'attente. Pour qu'elle puisse être servie avant la trame 2, la trame 1 doit donc arriver au plus tard au même instant que 2. Encore une fois, la trame 2 se retrouve seule dans le dernier commutateur. Le délai de bout en bout correspondant à ce scénario pour la trame 2 est obtenu en sommant trois fois son temps de transmission, plus deux délais sur les liens, plus le temps de transmission de la trame 1 dans le commutateur S_1. Ceci donne un total de :

$$3 \times 40 + 2 \times 16 + 40 = 192\mu s$$

Étude du VL v_5

L'heuristique proposée génère des scénarios par construction. Par nature, elle prend donc en compte l'effet de sérialisation des trames sur les liens. Ceci est illustré par le scénario généré pour le VL v_5 dans la figure 5.21. Dans le commutateur S_3, la trame 5 rencontre une trame de priorité supérieure (1) provenant du commutateur S_1 et deux trames (3 et 4) de même priorité provenant du commutateur S_2. Les trames 3 et 4 sont dans une même séquence et sont donc sérialisées.

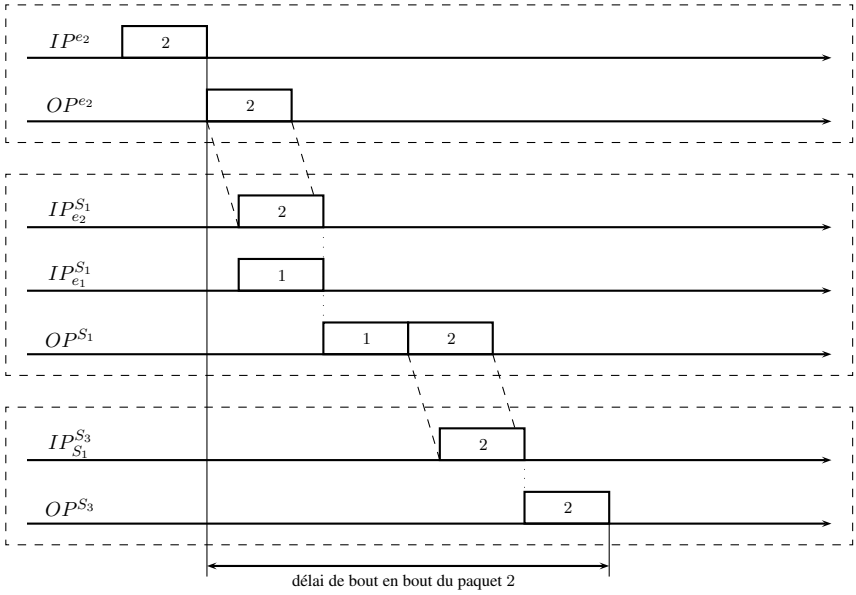


Fig. 5.20: *Scénario défavorable pour la trame* 2 *conduisant à un délai de bout en bout important*

VL	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
Trajectoire (μs)	232	192	272	272	216
après optimisation (μs)	232	192	272	272	176
Heuristique (μs)	232	192	272	272	216
Pessimisme (μs)	0	0	0	0	0

Tab. 5.7: *Récapitulatif des délais des scénarios défavorables sur la configuration d'exemple*

Cette séquence est placée de manière à ce que la dernière trame (ici la trame 3) arrive à l'instant d'arrivée de la trame 5. En conséquence, la trame 4 arrive trop tôt pour retarder la trame 5. Il y a tout de même assez d'arriéré de service pour pouvoir placer la trame 1 après les trames de plus basse priorité. Le délai de bout en bout résultant pour la trame 2 comprend donc deux fois son temps de transmission, plus un délai sur le lien entre e_5 et le commutateur S_3, plus le temps de transmission des trames 3 et 5 dans le S_3, ce qui donne un total de :

$$2 \times 40 + 16 + 2 \times 40 = 176\mu s$$

Tous les délais sont résumés dans le tableau 5.7. Sur cette configuration réduite, les délais obtenus pour les scénarios défavorables générés coïncident avec les bornes pire cas obtenus par approche par trajectoires optimisée. Ceci signifie que, pour un tel exemple simple, le pessimisme de l'approche pire cas est nul et qu'il fournit le délai pire cas exact.

5.5.3. Limites de l'approche heuristique

L'heuristique FP/FIFO connaît les mêmes limitations que sa version FIFO présentée au chapitre 4 (une seule trame considérée par flux). En plus, elle introduit d'autres simplifications concernant l'impact des flux plus prioritaires. En effet, lorsque l'arriéré de travail $(\theta_0 - \theta)$ n'est pas suffisant pour placer la trame prioritaire la plus grande, la séquence provenant du même port source est avancée de manière à pouvoir placer la trame prioritaire avant l'instant d'arrivé de la

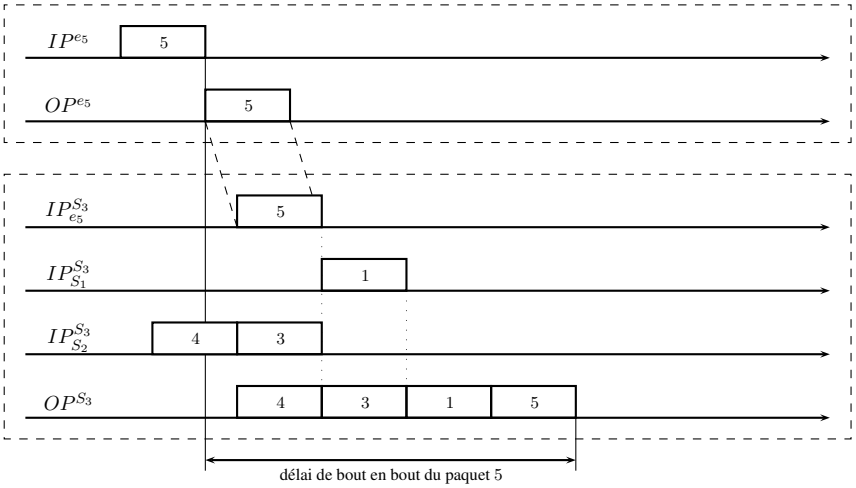


Fig. 5.21: *Scénario défavorable pour la trame* 5 *conduisant à un délai de bout en bout important*

trame étudiée. Si la séquence des trames avancées est plus longue que celles provenant des autres sources, ce déplacement va alors augmenter l'effet de sérialisation, et donc réduire le retard de la trame étudiée. Il est possible de décaler la séquence de manière progressive, jusqu'à placer toutes les trames prioritaires, mais cette manière de procéder nécessite un calcul itératif du θ_0 correspondant à chaque décalage. Cependant, les résultats de l'heuristique en l'état donnent des résultats convenables sur les exemples choisis.

5.5.4. Récapitulatif

Dans ce paragraphe, nous avons étendu la démarche d'analyse du pessimisme des approches pire cas (introduite au chapitre 4) pour un ordonnancement avec priorités fixes. L'heuristique permet de générer des scénarios défavorables correspondant au pire cas pour des exemples simples. Ceci nous permet de conclure que sur ces mêmes exemples, l'approche par trajectoires optimisée n'introduit pas de pessimisme et fournit le délai pire cas exact. Nous voyons dans le prochain paragraphe comment cette mesure du pessimisme évolue dans des cas plus compliqués, comme des configurations industrielles.

5.6. Application à un exemple industriel

5.6.1. Introduction

Jusqu'ici les calculs de délais ont été fait sur des exemples dont la complexité réduite permet de comprendre les mécanismes en jeu mais qui sont loin de la réalité des réseaux industriels déployés, par exemple, dans un avion tel que l'Airbus A380. L'outil développé en langage Python, présenté au paragraphe 4.6 a donc été étendu pour prendre en compte un niveau de priorité statique dans le module de calcul par trajectoires et dans celui de génération de scénarios défavorables.

Ainsi, il est possible d'évaluer la performance de l'approche par trajectoires et surtout de la prise en compte de la sérialisation sur des exemples de taille beaucoup plus grande. Dans les paragraphes suivants, nous mesurons le gain de la sérialisation sur une configuration industrielle comportant des flux avioniques et des flux moins prioritaires dont les caractéristiques peuvent varier, puis nous évaluons le pessimisme des mesures sur ces mêmes scénarios.

BAG	charge additionnelle						
	0%	1%	3%	6%	18%	37%	45%
1 ms	11.4%	-	-	11.1%	10.7%	10.0%	9.6%
2 ms		-	11.1%	10.9%	10.0%	8.7%	8.0%
4 ms		-	10.9%	10.4%	8.7%	6.2%	-
8 ms		11.1%	10.4%	9.5%	-	-	-
16 ms		10.8%	9.5%	7.8%	-	-	-
32 ms		10.2%	7.8%	-	-	-	-
64 ms		9.1%	-	-	-	-	-
128 ms		7.0%	-	-	-	-	-

Tab. 5.8: *Gain moyen de la sérialisation pour le délai de bout en bout pire cas du v_0*

5.6.2. Gain de la sérialisation sur une configuration industrielle

Nous illustrons le gain qu'apporte la prise en compte de la sérialisation des flux sur une configuration de taille industrielle. Pour cela, nous reprenons l'extrait de configuration présenté au chapitre 3 (voir figure 3.3, page 28).

Gain pour le VL v_0 de priorité haute

Dans un premier temps, nous nous intéressons au délai de bout en bout du VL avionique v_0. Le tableau 5.8 donne le gain relatif lié à l'optimisation pour différents niveaux de charge. La part variable de la charge est liée à la quantité de flux additionnels de basse priorité. Les cellules non renseignées correspondent à des couples de paramètres (BAG, s_{max}) non valides (hors des limites prévues par l'AFDX).

La colonne à 0% correspond à la configuration initiale sans trafic additionnel. Dans ce cas, le gain de la sérialisation est de $11,4\%$. Avec une charge additionnelle, le gain est toujours présent, mais a tendance à diminuer lors la charge augmente. En fait, nous montrons dans la figure 5.22 que l'évolution dépend directement du paramètre s_{max}. Ceci n'est pas bien visible dans le tableau, car les charges y sont présentées à BAG constant. Dans le calcul de $\Delta^h_{i,t}$, le seul impact des flux de basse priorité est la durée de transmission d'une seule trame de priorité basse, car l'ordonnancement est non préemptif.

Gain pour le VL $v_{Load1-1}$ de priorité basse

Le gain de l'optimisation pour une charge additionnelle donnée est présenté dans le tableau 5.9. Le gain est le plus grand pour les tailles de trames les plus grandes (dans chaque colonne, le gain est proportionnel au BAG). Le délai induit par les six flux sérialisés de basse priorité provenant du nœud S_3 qui croisent le VL $v_{Load1-1}$ dans le nœud S_1 est ramené à l'équivalent d'un seul grâce à l'optimisation. Ce gain de cinq trames est toujours constant, mais il augmente lorsque la taille des trames augmente. Si l'on considère le cas d'un BAG de 128 ms et d'une taille de trame maximale de 1 280 octets (dernière ligne de la première colonne), le gain de l'optimisation est de 631,76 μs. Ceci correspond au temps de transmission de cinq trames de 1 280 octets ($5 \times 1280 \times 8/100 = 512\,\mu$s) et à la transmission d'une trame de priorité supérieure de 1 497 octets (119,76 μs). Nous identifions cette trame grâce à ces caractéristiques comme provenant du VL v_{576}. Il ce trouve que ce VL a un BAG très faible de seulement 2 ms. Ainsi, plusieurs trames de ce flux peut retarder une trame de $v_{Load1-1}$ sur sa trajectoire. En fait, ce phénomène se produit lorsque les charges

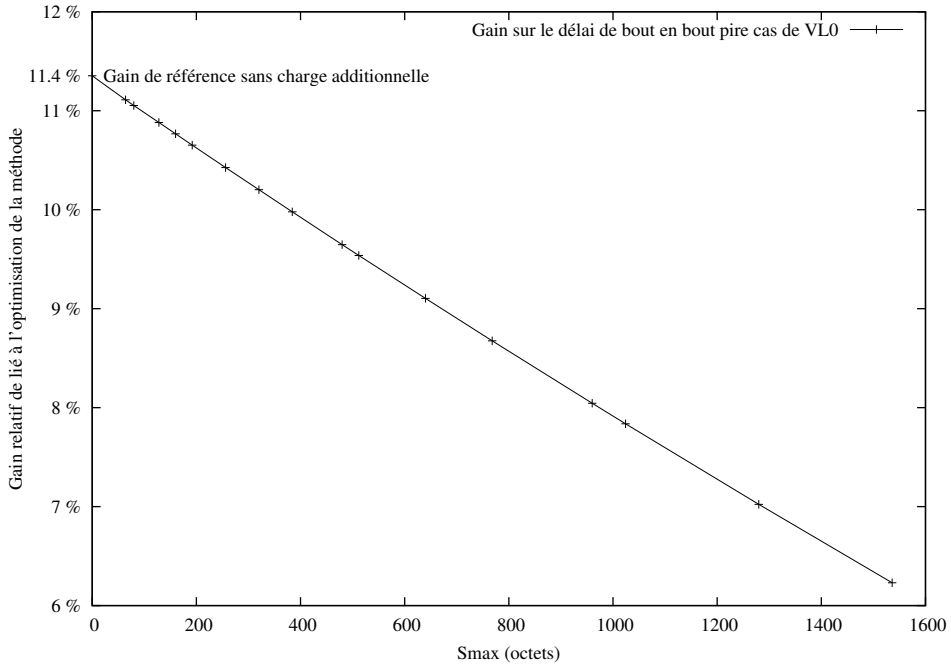


FIG. 5.22: *Gain lié à la prise en compte de la sérialisation sur le délai de bout en bout pire cas du VL* v_0

augmentent. Il est cependant retardé lorsque l'optimisation est appliquée. C'est ce qui explique le retournement de tendance dans les deux dernières colonnes du tableau 5.9.

5.6.3. Évaluation du pessimisme

Tout comme nous l'avons fait au paragraphe 4.6, nous souhaitons évaluer le pessimisme de l'approche par trajectoires en contexte FP/FIFO sur une configuration industrielle. Nous reprenons donc l'exemple d'application précédent. Nous faisons varier la charge en attribuant aux paramètres s_{max} et BAG de nombreuses valeurs comprises entre les bornes minimales et maximales prévues par les normes AFDX et Ethernet.

BAG	charge additionnelle					
	1%	3%	6%	18%	37%	45%
1	-	-	5.0%	6.1%	15.4%	16.8%
2	-	5.1%	5.7%	7.9%	10.0%	10.8%
4	-	5.8%	7.1%	12.6%	20.2%	-
8	5.3%	7.1%	9.3%	14.5%	-	-
16	6.2%	9.3%	12.3%	-	-	-
32	7.7%	12.3%	-	-	-	-
64	10.3%	-	-	-	-	-
128	13.5%	-	-	-	-	-

TAB. 5.9: *Gain moyen de la sérialisation pour le délai de bout en bout pire cas du VL* $v_{Load1-1}$

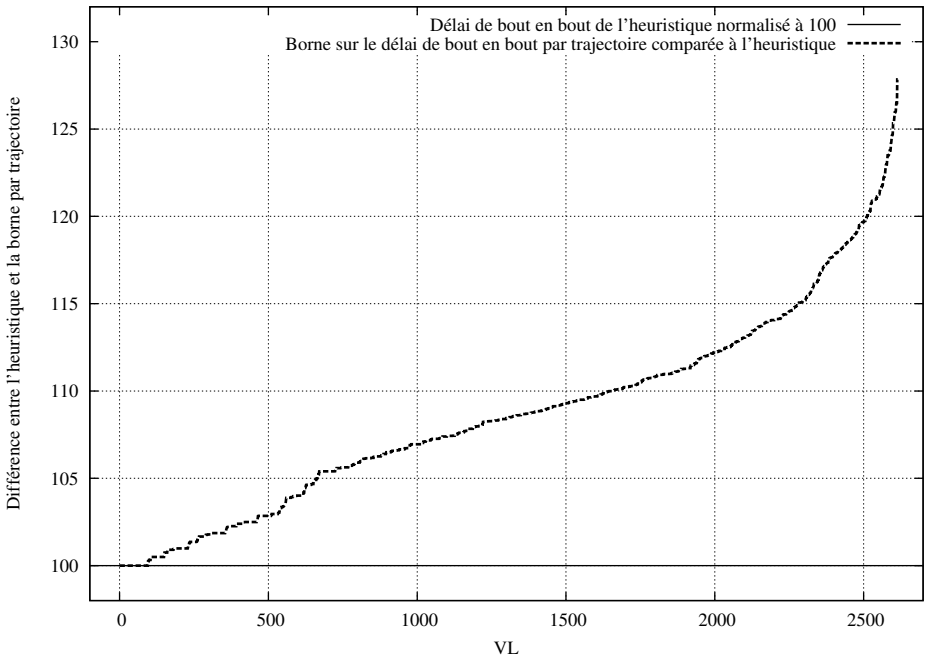


Fig. 5.23: *Comparaison entre les bornes obtenues par trajectoire et le délai du scénario généré par l'heuristique*

Nous analysons statistiquement les valeurs de borne supérieure du pessimisme mesuré sur l'ensemble des scénarios joués pour tous les VL de la configuration. Pour faciliter la lecture de ces bornes et pour faciliter la comparaison avec les résultats obtenus en FIFO, nous normalisons les valeurs de délais. Ainsi, si nous appelons :

$r_{trS}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout obtenue par calcul par trajectoires avec prise en compte de la sérialisation pour le chemin x,

$r_{hr}(x)$ le délai de bout en bout du scénario défavorable obtenu avec l'heuristique pour le chemin x,

$\mathcal{N}r_{hr}(x)$ le délai de bout en bout du scénario défavorable obtenu avec l'heuristique normalisé à 100 pour le chemin x,

$\mathcal{N}r_{trS}(x)$ la borne pire cas sur le délai de bout en bout obtenue par calcul par trajectoires avec prise en compte de la sérialisation en valeur relative par rapport à $\mathcal{N}r_{hr}(x)$ pour le chemin x,

alors $\mathcal{N}r_{trS}(x)$ est défini par :

$$\mathcal{N}r_{trS}(x) = 100 \times \left(1 + \frac{r_{trS}(x) - r_{hr}(x)}{r_{hr}(x)}\right)$$

Le pessimisme est en moyenne inférieur à $8,7\%$. Dans le cas le moins favorable, le pessimisme est inférieur à 28%. Pour un peu moins de 4% des chemins, la différence entre la borne sur le délai de bout en bout calculée par l'approche par trajectoires et le délai du scénario défavorable obtenue avec l'heuristique est nulle. C'est-à-dire que pour ces chemins, l'approche par trajectoires avec prise en compte de la sérialisation en ordonnancement FP/FIFO permet d'obtenir le délai de bout en bout pire cas exact.

Pour avoir des éléments de comparaisons, nous donnons également les valeurs obtenues sur cette même configuration en ordonnancement FIFO avec l'approche par calcul réseau et avec l'approche par trajectoires. Ces valeurs sont résumées dans le tableau 5.10

Approche	Service	Pire cas exact	Maximum	Moyenne
Calcul réseau	FIFO	2,8 %	42,6 %	13,2 %
Trajectoires	FIFO	17,4 %	27,6 %	6,2 %
Trajectoires	FP/FIFO	3,7 %	27,8 %	8,7 %

Tab. 5.10: *Pessimisme des approches pire cas*

La colonne « Pire cas exact » donne le pourcentage de flux pour lesquels la borne supérieure calculée correspond au scénario généré par l'heuristique. Ce sont les flux pour lesquels le pire cas est connu. Ce pourcentage est le plus élevé dans le cas de l'approche par trajectoires en contexte FIFO. Ceci confirme les bonnes performances de cette approche mesurées sur les exemples du chapitre 4. Ce nombre diminue fortement avec la même approche en ordonnancement FP/FIFO. Ceci s'explique par les hypothèses légèrement plus pessimistes adoptées tant par l'approche par trajectoires que par l'heuristique pour prendre en compte les niveaux de priorité statiques. L'approche par calcul réseau donne les moins bons résultats en considérant ce critère. Les rares cas où la borne correspond au pire cas correspondent à des flux qui ne traversent qu'un seul élément.

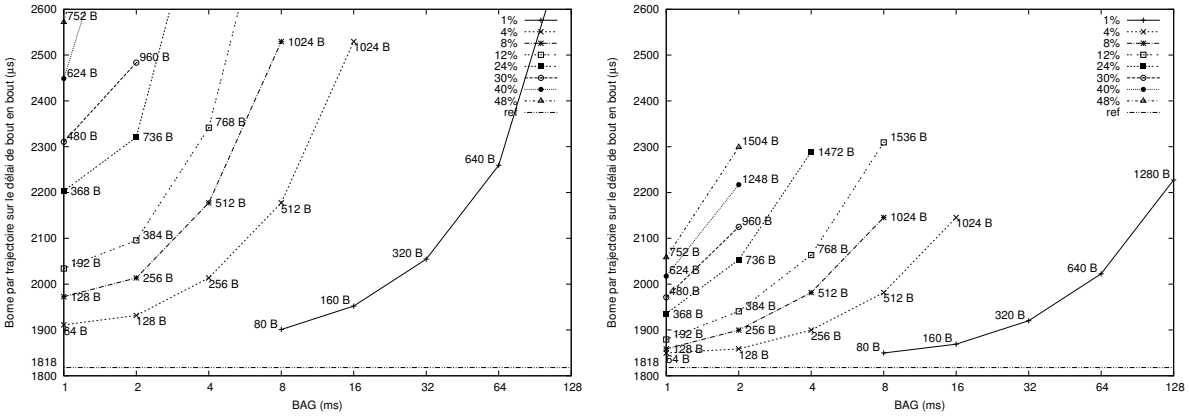
La colonne « Maximum » donne l'écart le plus grand trouvé sur l'exemple étudié entre la borne pire cas et le délai du scénario défavorable de l'heuristique. Le classement des approches selon ce critère est identique au précédent. Cependant, l'écart entre une politique de service FIFO et FP/FIFO est beaucoup plus réduit concernant l'approche par trajectoires. Il n'y a donc pas d'augmentation importante du pessimisme, même dans les cas les plus défavorables. Cette tendance s'observe également sur les résultats en moyenne qui correspondent à la dernière colonne. La borne sur le pessimisme passe ainsi de 6,2 % à 8,7 %, loin des 13,2 % du calcul réseau en contexte FIFO. Ceci renforce le sentiment que l'approche par trajectoires est plus adaptée que l'approche par calcul réseau pour la prise en compte de politiques de service plus évoluées que FIFO. En effet, il semble peu probable que la performance moyenne du calcul réseau soit meilleure en ordonnancement FP/FIFO qu'en ordonnancement FIFO.

5.6.4. Différentiation de flux

L'idée d'ajouter au trafic avionique existant des flux moins prioritaires pour optimiser l'utilisation des ressources réseau semble prometteuse, mais sans garantie sur les délais de bout en bout, elle ne peut pas être utilisée pour des réseaux avioniques. Le déterminisme des flux avioniques est lié directement à leur délai de bout en bout pire cas. C'est pourquoi, nous calculons les bornes correspondantes à l'aide de l'approche par trajectoires. Les bornes obtenues en ordonnancement FP/FIFO sont comparées aux bornes précédemment établies en ordonnancement FIFO afin d'évaluer la pertinence de ce modèle d'ordonnancement pour gérer des classes de flux aux caractéristiques différentes.

Mesure de l'impact sur le trafic existant

Nous reprenons la configuration de référence présentée au paragraphe 3.2.4 et illustrée par la figure 3.3. Pour mesurer la capacité de la politique FP/FIFO à préserver les délais des flux avioniques, nous choisissons de faire varier la charge des flux additionnels. Chaque flux génère une charge qui dépend de ses paramètres BAG et s_{max}. Une charge donnée peut correspondre à plusieurs combinaisons des paramètres (BAG, s_{max}). En faisant abstraction du coût des entêtes de chaque trame, la même quantité d'information peut être transmise avec des trames de 80 octets émises toutes les 8 ms, ou avec des trames de 160 octets émises toutes les 16 ms, ou avec des trames de 320 octets émises toutes les 32 ms, et ainsi de suite... Dans le cas de l'AFDX,



(a) *en ordonnancement FIFO* **(b)** *en ordonnancement FP/FIFO*

Fig. 5.24: *Impact de la charge additionnelle sur la borne pire cas du VL avionique v_0 calculée par trajectoires*

les valeurs de BAG sont harmoniques entre 1 ms et 128 ms. Le paramètre s_{max} est limité par la taille minimale et la taille maximale d'une trame Ethernet classique.

Les courbes de la figure 5.24 représentent des iso-charges, c'est à dire des couples de valeurs (BAG, s_{max}) résultant en une charge identique. La valeur du BAG est donnée en abscisse et la valeur de s_{max} correspondante est inscrite à côté de chaque point. La ligne de référence correspond au délai de bout en bout du VL avionique sans charge additionnelle.

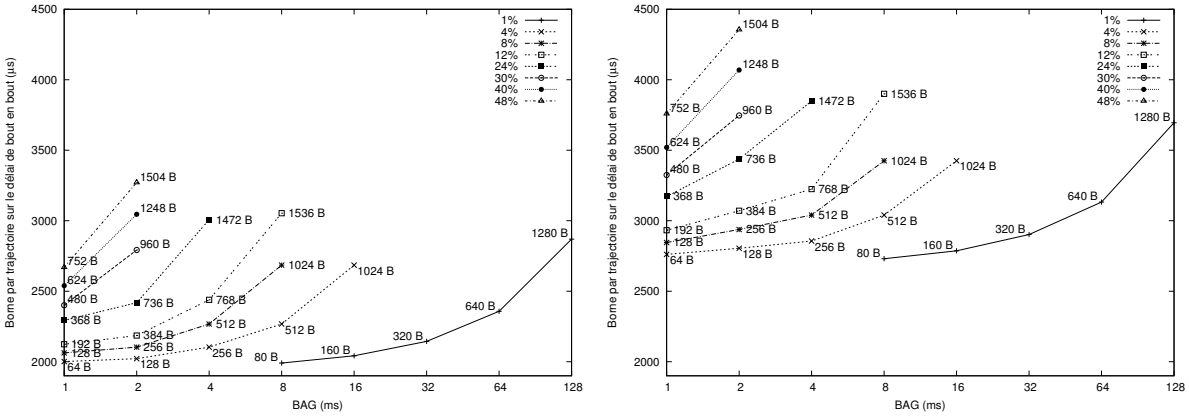
La figure 5.24b représente la borne sur le délai de bout en bout pire cas obtenue par la méthode des trajectoires en appliquant l'optimisation de la sérialisation des flux. La figure 5.24a est donnée à titre de comparaison. Elle correspond à la même architecture ordonnancée avec une politique de service FIFO.

Dans les deux cas, la référence à 1 818 μs est la même, puisque les flux avioniques entre eux sont toujours ordonnancés suivant la politique FIFO. Mais, avec les flux additionnels, les bornes en ordonnancement FP/FIFO sont clairement meilleurs pour le VL avionique v_0. Pour des charges élevées, le délai obtenue en FP/FIFO est jusqu'à 25% inférieur au délai FIFO.

En ordonnancement FP/FIFO, les flux de haute priorité ne sont retardés par des flux moins prioritaires que par l'effet de non préemption : lorsqu'une trame moins prioritaire est en cours d'émission, elle n'est pas interrompue par une autre trame, même si sa priorité statique est plus grande. Cependant, cet effet se limite à la durée de transmission d'une trame. Il est donc maximal lorsque la trame de priorité inférieure est la plus grande de sa classe. Ainsi, l'impact du trafic non prioritaire peut être borné simplement en fixant une limite supérieure au paramètre s_{max}. Sur la figure 5.24b nous retrouvons cette propriété : en effet, tous les points qui ont la même valeur de paramètre s_{max} sont alignés horizontalement.

Mesure de l'impact sur le trafic additionnel

La borne sur le délai de bout en bout du VL v_{11} est représentée pour les différents niveaux de charge à la figure 5.25. Au contraire des flux avioniques, dont la borne est préservée par l'ordonnancement FP/FIFO, les flux moins prioritaires paient le prix des bonnes performances observées pour les flux avioniques. Par rapport aux délais en FIFO, les résultats en FP/FIFO sont décalés globalement de 800 μs, comme le montre la figure 5.25a. Ce décalage est fixe, car la charge de trafic avionique est fixe.



(a) *en ordonnancement FIFO* **(b)** *en ordonnancement FP/FIFO*

Fig. 5.25: *Impact de la charge additionnelle sur la borne pire cas du VL v_{11} calculée par trajectoires*

5.6.5. Récapitulatif

La politique d'ordonnancement FP/FIFO permet de différentier de manière forte plusieurs classes de trafic. Les flux de haute priorité bénéficient d'un accès privilégié aux ressources et ne sont retardés que par une trame de priorité inférieure. En terme de pire cas, cela signifie qu'il est possible de limiter l'impact d'un trafic additionnel de faible priorité sur les bornes du trafic avionique en fixant une contrainte sur la taille de trame maximale des flux de faible priorité. Avec une règle aussi simple, il est donc possible de préserver le déterminisme du trafic avionique indépendamment du reste du réseau.

Ces bonnes performances se répercutent sur les bornes pire cas du trafic additionnel : il y a un décalage global de toutes les bornes. Cette augmentation des bornes pire cas traduit un phénomène bien connu en ordonnancement à priorités fixes : celui de la famine. C'est pourquoi, nous voulons chercher une manière alternative pour différentier les flux de priorité basse.

5.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré comme l'approche par trajectoires peut être employée pour déterminer une borne supérieure sur le délai de bout en bout d'un flux dans un réseau AFDX effectuant une différentiation de flux par attribution de niveaux de priorités fixes. Nous avons montré que la prise en compte de l'effet de sérialisation permet d'améliorer le calcul des bornes, comme dans le cas FIFO, sauf lorsque la sérialisation concerne des trames de priorité supérieure. La méthode s'étend facilement à des configurations de grande échelle (le calcul a pu être effectué sur une configuration avionique de taille réelle). La politique de service FP/FIFO montre une bonne capacité de différentiation des flux, en préservant les performances des classes les plus prioritaires en terme de délais pire cas.

Les résultats concernant l'application des trajectoires à l'AFDX ainsi que la prise en compte du phénomène de sérialisation dans un contexte FP/FIFO, ont donné lieu à publication dans le cadre de cette thèse [BSF11].

L'objectif du prochain chapitre est donc d'obtenir des garanties similaires avec une politique de différentiation de flux qui accorde un service équitable à l'ensemble des classes de trafic.

Chapitre 6

Analyse par trajectoires avec un ordonnancement équitable

Sommaire

6.1 Introduction **113**
6.2 Ordonnancement équitable de flux avec GPS **114**
6.2.1 Une politique de service équitable idéale 114
6.2.2 Le GPS en mode paquet par paquet 114
6.3 Stratégies pour borner le temps de traversée pire-cas dans le contexte PGPS . . . **115**
6.3.1 Méthode A 117
6.3.2 Méthode B 117
6.4 Méthode A : Borne pire cas par rapport à PGPS **118**
6.4.1 Illustration sur un exemple 120
6.5 Méthode B : Borne pire cas par rapport à FP/FIFO **121**
6.5.1 L'ordonnancement FP/FIFO comme majorant de WFQ 121
6.5.2 Une borne pire cas du délai en ordonnancement WFQ 122
6.5.3 Le cas des pondérations différentes 127
6.5.4 Illustration sur un exemple 128
6.6 Analyse du pessimisme des approches **130**
6.6.1 Comparaison sur la configuration d'exemple 130
6.6.2 Limites de la méthode A 130
6.6.3 Remarques sur la méthode B 131
6.7 Conclusion **131**

6.1. Introduction

Lorsque des flux de même importance doivent utiliser une ressource de manière équitable, il n'est pas possible de les départager en leur attribuant des niveaux de priorité statiques. Les politiques d'ordonnancement de la famille GPS ont été conçues pour répondre à ce type de scénarios.

En particulier, des versions paquet par paquet (PGPS, aussi appelé WFQ) sont largement utilisées dans les équipements réseau pour fournir ce type de service. Leur utilisation dans le monde avionique implique de pouvoir borner les délais des flux ordonnancés ainsi. Mais contrairement aux politiques étudiées précédemment (FIFO et FP/FIFO), il n'y a pas à notre connaissance de résultats existants concernant l'ordonnancement WFQ pour l'approche par trajectoires.

Après avoir rappelé le principe de cet ordonnancement et le modèle théorique sur lequel il repose au paragraphe 6.2, nous proposons au paragraphe 6.3 des stratégies pour calculer des bornes pire cas des délais de traversée dans un réseau AFDX à ordonnancement WFQ. La première approche (méthode A), présentée au paragraphe 6.4, s'appuie sur les résultats qui bornent l'écart entre un modèle fluide purement théorique et une approximation de ce modèle en mode paquet par paquet. La seconde proposition (méthode B) consiste à dériver une borne en WFQ à partir d'une borne pire cas obtenue en ordonnancement FP/FIFO. Au paragraphe 6.6, nous comparons les avantages et les limites de chacune des ces approches.

6.2. Ordonnancement équitable de flux avec GPS

6.2.1. Une politique de service équitable idéale

Un serveur GPS est un serveur de type non oisif qui opère à un débit r constant. Il est caractérisé par un ensemble de N réels positifs $\phi_1, \ldots, \phi_N$. Soit $S_i(\tau, t)$ la quantité de trafic d'une classe $\mathcal{C}_i$ servie dans l'intervalle $(\tau, t]$, alors un serveur GPS garantit, par définition, que :

$$\frac{S_i(\tau,t)}{S_j(\tau,t)} \geq \frac{\phi_i}{\phi_j}, j \in [\![1, N]\!] \tag{6.1}$$

pour toute classe $\mathcal{C}_i$ qui possède de l'arriéré de travail sur l'ensemble de l'intervalle $(\tau, t]$.

En sommant le terme (6.1) sur l'ensemble des classes :

$$S_i(\tau,t) \sum_j \phi_j \geq (t-\tau) r \phi_i$$

ce qui peut se traduire comme un débit garanti g_i pour chaque classe $\mathcal{C}_i$, avec :

$$g_i = \frac{\phi_i}{\sum_j \phi_j} r \tag{6.2}$$

Soit r_i le débit moyen de la classe $\mathcal{C}_i$, alors un serveur GPS garantit de toujours pouvoir écouler tout l'arriéré de service de la classe $\mathcal{C}_i$ à une vitesse supérieure ou égale à g_i.

En faisant varier les pondérations ϕ_i, il est possible de traiter différemment les flux avec une grande flexibilité. Par exemple, il est possible d'assigner à une classe très consommatrice en ressources un débit garanti g_i très inférieur à son débit moyen pour préserver la qualité du service apporté aux autres classes.

6.2.2. Le GPS en mode paquet par paquet

Principe et résultats généraux

Le principal problème de l'ordonnancement GPS est que le modèle sous-jacent ne s'applique pas à des paquets : un serveur GPS part de l'hypothèse que toutes les classes peuvent être servies simultanément et que le trafic est divisible en entités infinitésimales. Ce modèle fluide ne peut pas

s'appliquer directement aux réseaux classiques (comme l'AFDX) qui transmettent les données par paquets dont la taille minimale est fixée.

Parekh et Gallager ont proposé une politique d'ordonnancement paquet par paquet qui est approximation de GPS dans [PG93]. Elle est nommée PGPS (ou WFQ, dans des études antérieures). Voici l'idée directrice de leur solution : soit F_p l'instant auquel un paquet p quitte (finit son service) en GPS, alors une approximation possible de GPS est un algorithme non oisif servant les paquets dans l'ordre croissant des F_p. Cependant, il est impossible à un serveur de respecter à la fois la contrainte sur l'ordre des F_p et celle de non oisiveté Le prochain paquet à servir peut ne pas être arrivé. PGPS choisit donc parmi les paquets prêts celui ayant la date de fin de service la plus proche en GPS.

Certaines propriétés intéressantes de cette politiques de service ont été démontrées dans [PG93]. En particulier, pour un paquet p, le retard maximal entre l'instant de fin de service en GPS (F_p) et en PGPS ($\hat{F}_p$) est donné par :

$$\hat{F}_p - F_p \leq \frac{C_{max}}{r} \tag{6.3}$$

avec C_{max} la taille d'un paquet de longueur maximale et r le débit du serveur. De même, l'avance est bornée par :

$$F_p - \hat{F}_p \leq (N-1)\frac{C_{max}}{r} \tag{6.4}$$

Le facteur $(N-1)$ est dû au fait que N paquets de taille maximale prêts au même instant sont servis dans un ordre arbitraire.

La différence de service (en bits) reçu par une classe $\mathcal{C}_i$ entre l'instant 0 et l'instant τ en GPS et en PGPS :

$$S_i(0,\tau) - \hat{S}_i(0,\tau) \leq C_{max}, \forall t \geq 0$$

Un corollaire de ce résultat donne une relation similaire en terme d'arriéré de travail $Q_i(\tau)$ à l'instant τ :

$$\hat{Q}_i(\tau) - Q_i(\tau) \leq C_{max}, \forall t \geq 0$$

Ces résultats permettent de passer des bornes sur le délai de bout en bout pire cas et sur l'arriéré de travail en GPS aux bornes correspondantes en PGPS.

L'implémentation de PGPS avec des horloges virtuelles telle que proposé dans [PG93] est illustrée en annexe B au paragraphe B.2.

6.3. Stratégies pour borner le temps de traversée pire-cas dans le contexte PGPS

Nous proposons deux stratégies pour obtenir une borne supérieure du délai de bout en bout pire cas d'un flux qui traverse un réseau AFDX avec des nœuds ordonnancés selon PGPS ou WFQ.

Nous illustrons informellement les deux approches que nous proposons pour intégrer la politique de service PGPS dans la méthode des trajectoires sur l'exemple de la figure 6.1. Huit flux provenant de huit sources (e_1 à $e8$), répartis en trois classes ($\mathcal{C}_1$ à $\mathcal{C}_3$) se partagent le port de sortie d'un nœud ordonnancé suivant PGPS. Chaque classe $\mathcal{C}_i$ possède une pondération ϕ_i. La trame étudiée, notée f_1, provient du flux τ_1 de la classe $\mathcal{C}_1$. Nous supposons que la trame f_1, ainsi qu'une trame de chaque classe sont prêtes à être servies à l'instant $t = 0$. L'ordre des trames dans les files du commutateur est indiqué dans l'illustration. Par soucis de simplicité, nous faisons l'hypothèse qu'il n'y a qu'une trame émise par chaque flux. La longueur de chaque trame est donnée dans le tableau 6.1.

Trame	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8
Longueur	2	3	2	2	2	1.33	3	1.67

TAB. 6.1: *Longueur des trames pour chaque flux*

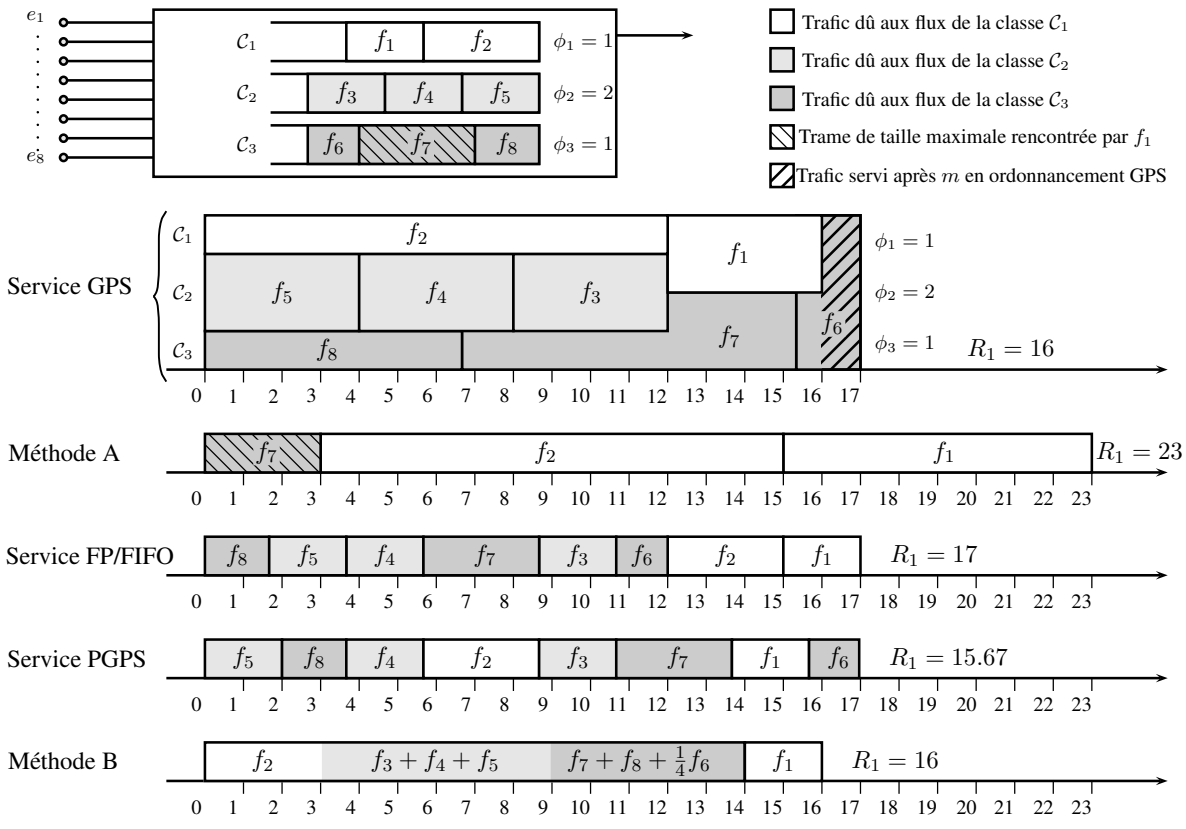


FIG. 6.1: *Différences entre les méthodes A et B*

L'ordonnancement GPS fait l'hypothèse que le trafic peut être divisé en entités infiniment petites. L'ordonnancement PGPS se base sur l'ordre de fin de transmission des trames du modèle GPS. Nous montrons comment les méthodes A et B permettent de donner une borne supérieure du délai de transmission pire cas de la trame f_1.

6.3.1. Méthode A

Nous partons des résultats rappelés au paragraphe 6.2 qui garantissent en GPS à toute classe $\mathcal{C}_i$ un débit minimum de :

$$g_i = \frac{\phi_i}{\sum_j \phi_j} r$$

Cette garantie reste valide en PGPS, en tenant compte d'un retard additionnel éventuel limité par la durée de transmission d'une trame de taille maximale (C_{max}). Sur la figure 6.1, cette trame de taille maximale est repérée par des hachures obliques fines.

L'idée est alors de considérer que la classe $\mathcal{C}_1$ de la trame f_1 est seule dans les nœuds qu'elle traverse, et en ne tenant compte de l'impact des autres classe actives qu'à travers le calcul de g_1 et de C_{max}. La classe $\mathcal{C}_1$ a donc un service garanti correspondant à 25% de la capacité du port. Les trames f_2 et f_1 sont donc transmises à un quart de la vitesse nominale après avoir été retardées de la durée de transmission de la trame f_7. La borne obtenue avec cette méthode est :

$$R_1 = 3 + 4 \times (3 + 2) = 23$$

Cette façon de faire introduit du pessimisme, si une classe n'a rien à transmettre. Dans l'exemple, c'est le cas de la classe $\mathcal{C}_2$ à partir de l'instant 12.

6.3.2. Méthode B

La seconde méthode cherche à palier les limitations de la première en analysant les séquences de trames effectivement transmises : le but étant de rendre une partie du débit à la classe $\mathcal{C}_1$ lorsqu'une des autres classes actives n'a plus rien à transmettre. Pour cela, il faut en premier lieu identifier l'ensemble des trames qui peuvent potentiellement retarder une trame f_1.

L'idée consiste à majorer l'ensemble de ces trames par l'ensemble des trames qui pourraient retarder f_1 en ordonnancement FP/FIFO si les flux de la classe $\mathcal{C}_1$ avaient un niveau priorité fixe inférieur à tous les autres.

Nous cherchons, dans un deuxième temps, quelle est la part de trafic pouvant retarder m en ordonnancement FP/FIFO mais qui ne peut pas le retarder en ordonnancement PGPS. Cette part est alors retranchée de la borne pire cas FP/FIFO pour en déduire une borne sur le délai de bout en bout en WFQ.

Dans le cas de l'exemple de la figure 6.1, nous donnons l'ordonnancement FP/FIFO avec une priorité basse pour la classe $\mathcal{C}_1$ et l'ordonnancement PGPS qui respecte l'ordre de fin de transmission GPS. La différence entre les deux ordonnancement est d'une trame. En effet, f_6 finit son service en GPS après f_1. Elle ne peut donc pas la retarder. Cependant, le délai obtenu en PGPS est légèrement inférieur au délai GPS. Ceci est dû au fait que seule une partie (les trois quarts) de la trame f_6 est servie après f_1 en GPS. Le découpage en trames fait qu'il n'est pas toujours possible d'approcher exactement GPS par PGPS. Trouver l'ordre de transmission des paquets qui maximise le délai de PGPS est un problème complexe. Dans la méthode B, nous choisissons donc une approche pessimiste en comptant la quantité de données servies parallèlement aux trames de la classe $\mathcal{C}_1$, même si une partie de ces données ne peut pas retarder f_1 en PGPS.

6.4. Méthode A : Borne pire cas par rapport à PGPS

Dans cette première approche, nous supposons que l'instant de départ au plus tard d'une trame d'une classe $\mathcal{C}_i$ est l'instant théorique calculé avec un modèle GPS fluide, augmenté de la durée de transmission d'une trame de taille maximale d'une autre classe. L'impact des autres classes actives est réduit au délai de transmission d'une trame de taille maximale en faisant l'hypothèse que la classe $\mathcal{C}_i$ n'a droit qu'au débit minimum g_i garanti par GPS.

Cette hypothèse est pessimiste lorsque la classe $\mathcal{C}_i$ est plus chargée que les autres, car son débit reste bridé alors même que les autres classes n'ont plus rien à transmettre. Cependant, elle permet de faire un calcul de borne pire cas en ne considérant plus qu'une seule classe de trafic dont le débit à travers le réseau est le minimum garanti en GPS. Les flux de cette classe sont traités en ordre FIFO les uns par rapport aux autres. Ainsi, cette classe peut même être intégrée dans un modèle hybride combinant l'ordonnancement FP/FIFO avec l'ordonnancement WFQ.

Nous considérons k classes de trafic ($\mathcal{C}_1$ à $\mathcal{C}_k$) avec des pondérations respectives ϕ_1 à ϕ_k. Pour le calcul de l'instant de départ au plus tard d'une trame d'un flux τ_i de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$, nous nous restreignons aux flux de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$. Les flux des autres classes WFQ sont ne sont comptabilisés que par le débit qui leur est réservé et par le retard d'une trame de taille maximale. Pour les flux de cette classe, nous appliquons alors la méthode du calcul par trajectoires valable en ordonnancement FP/FIFO, en tenant compte de l'impact des classes $\mathcal{C}_j$ ($j \neq i$) sur le débit (*ie.* la vitesse de chaque nœud).

Dans ce modèle, le temps de traitement d'une trame dans un nœud h dépend non seulement du débit du lien (R^h), mais également du ratio de débit disponible après avoir retranché les parts attribuées aux autres classes WFQ. Soit ϕ_{k_i} la pondération de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ du flux τ_j. Alors, le ratio alloué à la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ dans le nœud h est donné par :

$$\frac{\phi_{k_i}}{\sum_{x \in \mathcal{G}_h} \phi_x} \tag{6.5}$$

avec : $\mathcal{G}_h = \{y \mid \exists \tau_z \in \mathcal{C}_y, h \in \mathcal{P}_z\}$.

$\mathcal{G}_h$ est ici l'ensemble des indices des classes actives, c'est-à-dire dont au moins un flux passe par le nœud h. Une classe $\mathcal{C}_x$ avec $x \in \mathcal{G}_h$ occupe donc une partie des ressources disponibles au détriment de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$.

La durée de transmission $C_j^{slow_{i,j}}$ d'un paquet du flux τ_j de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ dans le nœud le plus lent commun à $\mathcal{P}_i$ et $\mathcal{P}_j$ est donc donné par :

$$C_j^{slow_{i,j}} = \max_{h \in \mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j} \left[\frac{s_{max,j}}{R^h} \times \frac{\sum_{x \in \mathcal{G}_h} \phi_x}{\phi_{k_i}} \right] \tag{6.6}$$

avec : $\mathcal{G}_h = \{y \mid \exists \tau_z \in \mathcal{C}_y, h \in \mathcal{P}_z\}$

La durée de transmission d'une trame de taille maximale d'un flux d'une classe $\mathcal{C}_x$ avec $x \neq k_i$ dans un nœud h est borné par :

$$\max_{\substack{z \in sp_i \\ z \notin \mathcal{C}_{k_i}}} C_z^h \tag{6.7}$$

La propriété 2 de [MM06b] exprimant l'instant de départ au plus tard d'une trame en ordonnancement FP/FIFO peut alors être adaptée pour prendre en charge des classes de trafic WFQ.

Propriété 6.4.1 (Temps de départ au plus tard en WFQ (méthode A)) *Soit une trame m d'un flux τ_i de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ de pondération ϕ_{k_i} générée à l'instant t et ordonnancée suivant la politique*

WFQ. En supposant que les flux ordonnancés selon WFQ ont le niveau de priorité fixe le plus bas, alors l'instant de départ au plus tard de la trame m dans son dernier nœud est majoré par :

$$\sum_{\substack{j\in\mathcal{C}_{k_i}\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}} \left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)\times \underbrace{\max_{h\in\mathcal{P}_i\cap\mathcal{P}_j}\left[\frac{s_{max,j}}{R^h}\times\frac{\sum_{x\in\mathcal{G}_h}\phi_x}{\phi_{k_i}}\right]}_{(6.6)} + \underbrace{\sum_{h\in\mathcal{P}_i}\left(\max_{\substack{z\in sp_i\\ z\notin\mathcal{C}_{k_i}}} C_z^h\right)}_{(6.7)} +\delta_i - C_i$$

$$+\sum_{\substack{j\in hp_i\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}}\left(1+\left\lfloor\frac{W_{i,t}^{last_i}+B_{i,j}}{T_i}\right\rfloor\right)\cdot C_j + \sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i\\ h\neq last_i}}\left(\max_{\substack{j\in hp_i\cup sp_i\cup\{i\}\\ h\in\mathcal{P}_j}}\{C_j\}\right)+(\mid\mathcal{P}_i\mid-1)\cdot L$$

Les seuls termes modifiés sont signalés par une accolade. Le terme (6.6) vient corriger la durée de transmission d'une trame en tenant compte de la répartition du débit entre les classes WFQ. Le terme (6.7) vient s'ajouter au délai total pour prendre en compte le retard supplémentaire de WFQ par rapport à GPS.

Pour les flux de niveau de priorité supérieur (qui ne sont pas ordonnancés suivant WFQ, mais uniquement suivant FP/FIFO), les équations sont inchangées.

Le temps de traversée de bout en bout d'une trame du flux τ_i générée à l'instant t est égal à $W_{i,t}^{last_i} + C_i - t$. Nous avons alors la propriété suivante :

Propriété 6.4.2 (Temps de traversée de bout en bout pire cas en WFQ (méthode A)) *Soit une trame m d'un flux τ_i de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ de pondération ϕ_{k_i} générée à l'instant t et ordonnancée suivant la politique WFQ. En supposant que les flux ordonnancés selon WFQ ont le niveau de priorité fixe le plus bas, alors le temps de traversée de bout en bout pire cas de la trame m est majoré par :*

$$R_i = \max_{t\geq 0}\left(W_{i,t}^{last_i}+C_i-t\right)$$

avec :

$$\begin{aligned} W_{i,t}^{last_i} \;=\; & \sum_{\substack{j\in\mathcal{C}_{k_i}\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}}\left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)\times\max_{h\in\mathcal{P}_i\cap\mathcal{P}_j}\left[\frac{s_{max,j}}{R^h}\times\frac{\sum_{x\in\mathcal{G}_h}\phi_x}{\phi_{k_i}}\right]\\ & +\sum_{\substack{j\in hp_i\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}}\left(1+\left\lfloor\frac{W_{i,t}^{last_i}+B_{i,j}}{T_i}\right\rfloor\right)\cdot C_j+\sum_{h\in\mathcal{P}_i}\left(\max_{\substack{z\in sp_i\\ z\notin\mathcal{C}_{k_i}}} C_z^h\right)\\ & +\sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i\\ h\neq last_i}}\left(\max_{\substack{j\in hp_i\cup sp_i\cup\{i\}\\ h\in\mathcal{P}_j}}\{C_j\}\right)+(\mid\mathcal{P}_i\mid-1)\cdot L-C_i+\delta_i \qquad (6.8)\end{aligned}$$

et : $\mathcal{G}_h=\{y\mid\exists\tau_z\in\mathcal{C}_y, h\in\mathcal{P}_z\}$

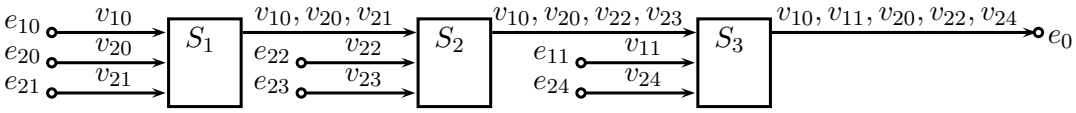


FIG. 6.2: *Configuration AFDX en ordonnancement WFQ*

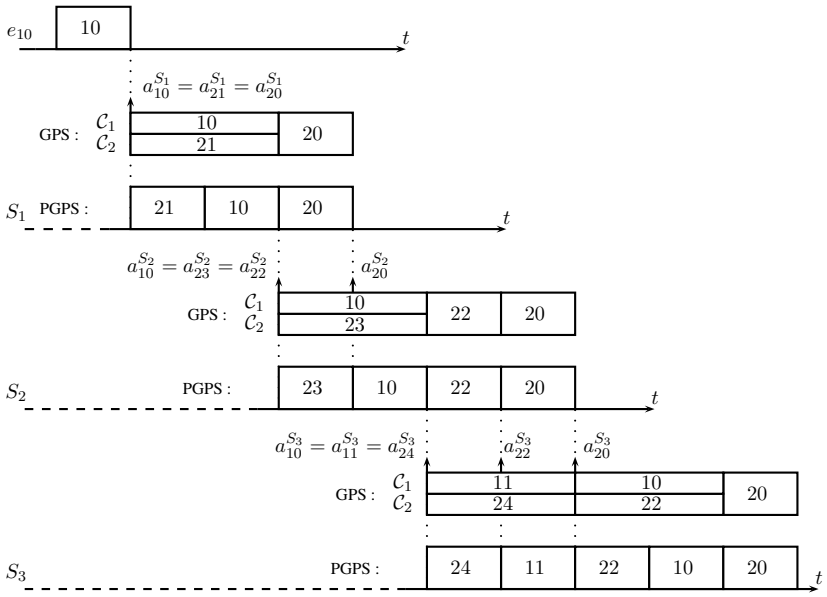


FIG. 6.3: *Ordonnancement équitable paquet par paquet et équivalence en modèle fluide*

6.4.1. Illustration sur un exemple

La configuration de la figure 6.3 comprend sept VL. Les VL ont tous une taille de trame fixée à 500 octets, ce qui correspond à une durée de transmission de 40 μs à 100 Mb/s. La latence entre les nœuds est fixée à 16 μs. Les VL sont répartis en deux classes :

- $\mathcal{C}_1 = \{v_{10}, v_{11}\}$
- $\mathcal{C}_2 = \{v_{20}, v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{24}\}$

Les deux classes ont la même pondération et les valeurs de BAG sont suffisamment grandes (par exemple 8 ms) pour qu'une trame ne rencontre jamais plus d'une seule trame par flux qui la croise sur sa trajectoire.

Nous montrons un exemple d'ordonnancement de la trame 10 en GPS puis en PGPS. Ensuite, nous cherchons une borne pire cas du délai de bout en bout de cette trame à l'aide de la méthode A.

Exemple d'ordonnancement GPS et PGPS

La figure 6.3 présente un exemple d'ordonnancementde la trame 10 du VL v_{10}. Pour chaque nœud, l'ordonnancement des trames se fait suivant les deux algorithmes GPS et PGPS. Sur cet exemple, l'ordre de transmission des trames en PGPS suit l'ordre des instants de fin de transmission de ces trames en GPS. Le délai de bout en bout de la trame 10 en ordonnancement PGPS est ici le même qu'en ordonnancement GPS : $9 \times 40 + 3 \times 16 = 408\,\mu$s

Recherche d'un borne avec la méthode A

Nous voulons maintenant appliquer la méthode exposée précédemment pour calculer une borne pire cas pour le délai de bout en bout de la trame 10 de la figure 6.2. Nous résumons ci-dessous les hypothèses que nous retenons pour le calcul :
- seules sont considérées les trames de la classe étudiée,
- ces trames disposent du service minimum garanti par GPS,
- elles prennent un retard par rapport à l'instant de service en GPS inférieur ou égal à la durée de transmission d'une trame de taille maximale sur chaque nœud.

Nous calculons alors un délai pire cas en comptant les éléments suivants :
- le délai de transmission de 10 dans le nœud le plus lent : nous pouvons choisir le nœud S_1, le nœud S_2 ou le nœud S_3, puisque le service garanti y est de 50%. Prenons donc le délai de transmission de la trame 10 dans le nœud S_1 soit : $40/0{,}5 = 80\,\mu$s,
- le délai de transmission de la trame 11 sur le nœud S_3, soit : $40/0{,}5 = 80\,\mu$s,
- le retard maximal par rapport au modèle GPS, soit le temps de transmission d'une trame de taille maximale dans les nœuds S_1, S_2 et S_3 : $3 \times 40 = 120\,\mu$s,
- la durée de transmission d'une trame de taille maximale dans les nœuds e_{10}, S_2 et S_3, soit : $40 + 80 + 80 = 200\,\mu$s,
- le délai de commutation dans S_1, S_2 et S_3 : $3 \times 16 = 48\,\mu$s.

Nous arrivons donc à un total de :

$$80 + 80 + 120 + 200 + 48 = 528\,\mu\text{s}$$

6.5. Méthode B : Borne pire cas par rapport à FP/FIFO

Dans cette seconde approche, nous souhaitons caractériser de manière plus fine le retard occasionné à une trame m d'une classe $\mathcal{C}_{k_i}$ par les flux des autres classes. Au lieu de considérer l'impact de ces classes à travers le débit qui leur est réservé dans le pire cas, nous souhaitons identifier les trames générées par les flux de ces classes pouvant effectivement retarder m sur sa trajectoire.

Il n'existe pas de méthode directe pour identifier ces trames. Nous proposons donc de trouver un sur-ensemble de ces trames. Un tel sur-ensemble peut être obtenu en considérant l'ensemble des trames qui retarderaient m en ordonnancement FP/FIFO, en considérant que les flux de la classe $\mathcal{C}_i$ ont une priorité inférieure à celle des flux des autres classes. Ceci est possible, car FP/FIFO peut être vu comme un majorant de l'ordonnancement WFQ. Ceci est montré dans le paragraphe suivant.

6.5.1. L'ordonnancement FP/FIFO comme majorant de WFQ

Si l'on considère un ensemble de classes de flux $\mathcal{C}_k$ affectées d'une pondération ϕ_k, le délai d'un flux τ_i de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ dépend du ratio : $\phi_{k_i} / \sum_k \phi_k$. Plus ce ratio diminue, plus le temps de transmission de bout en bout augmente. En effet, les trames sont servies dans l'ordre dans lequel elles finissent leur transmission dans le modèle fluide GPS équivalent. La diminution de ce ratio se fait donc au profit des autres classes (la somme des ratios étant toujours égale à 1), dont un nombre plus grand de trame peut retarder la transmission d'une trame de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$.

Ainsi, en choisissant des ϕ_k (avec $k \neq k_i$) suffisamment grand il est possible de faire passer toutes les trames des flux des classes $\mathcal{C}_k$ (avec $k \neq k_i$) avant celle des flux de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$. Les trames des flux de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ sont alors systématiquement moins prioritaires que les trames des autres classes. On se ramène donc à un ordonnancement de type FP/FIFO où la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ a la priorité la plus basse.

L'ensemble des trames qui retardent m en FP/FIFO sous les hypothèses précédentes correspond bien au sur-ensemble recherché. Pour aboutir à une borne sur le délai de bout en bout

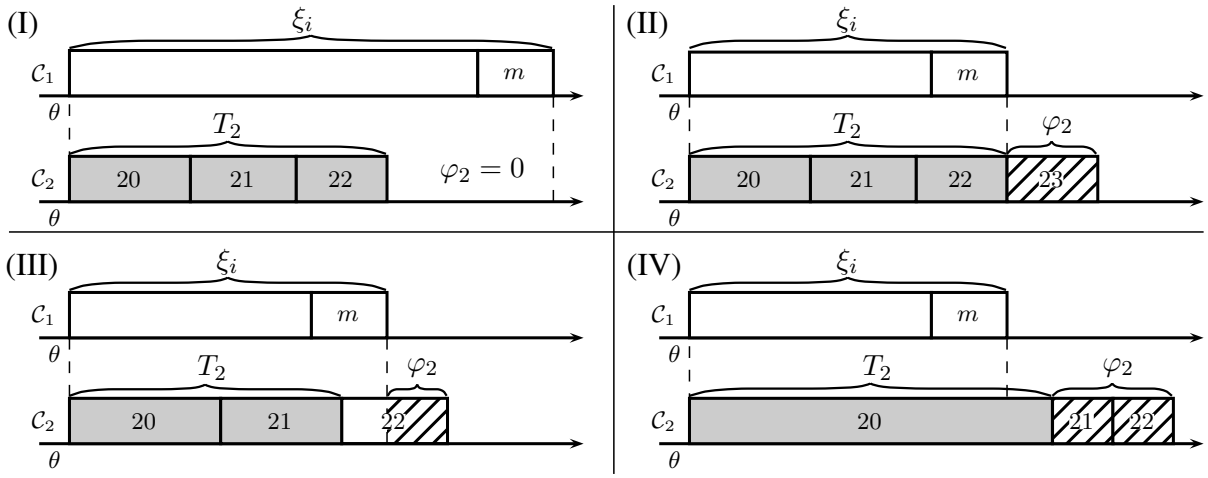


FIG. 6.4: *Comptabilisation de la quantité de trafic à retrancher sur un nœud*

pire cas en WFQ, il faut alors identifier dans ce sur-ensemble, les trames qui ne peuvent pas retarder m sur sa trajectoire, en raison des pondérations choisies. Ces trames doivent donc être retranchées du délai de bout en bout FP/FIFO. La prochaine section propose une solution pour identifier ces trames comptées en trop.

6.5.2. Une borne pire cas du délai en ordonnancement WFQ

Recherche du pire cas sur un nœud

Sur un nœud h GPS travaillant à la vitesse r^h, les trames qui partagent un port de sortie avec m maximisent son retard en arrivant au même instant $\theta = a_m^h$. Si des trames arrivent à l'instant τ, avec $\tau < \theta$, alors la quantité $(\theta - \tau)r^h$ ne retarde pas la trame m. Si des trames arrivent après θ, elles diminuent leur chance d'être transmises avant que m soit servie. Les trames d'une même classe sont traitées en ordre FIFO, et de manière arbitraire lorsqu'il y a égalité de l'instant d'arrivée. Toutes les trames arrivant à θ, elles forment donc des séquences, à raison d'une séquence par classe, débutant toutes à l'instant θ.

La figure 6.4 présente quatre scénarios dans lesquels les trames sont placées en séquences par classe de service. Les séquences débutent toutes à l'instant θ, sauf dans le cas (IV) qui sera traité à part. Cet exemple ne comporte que deux classes aux pondérations uniformes, mais les principes énoncés dans la suite s'étendent facilement à un nombre quelconque de classes.

En ordonnancement FP/FIFO, en attribuant à la classe $\mathcal{C}_1$ le niveau de priorité le plus faible, toutes les trames présentes à l'instant θ retardent la trame m du flux τ_i de la classe $\mathcal{C}_1$. En ordonnancement WFQ, si toutes les trames sont prêtes à l'instant θ, seules celles dont l'instant de fin de transmission en GPS est antérieur à celui de m peuvent la retarder.

Or, la fin de la transmission en GPS de la trame m dépend de la quantité de trafic de sa classe qu'elle rencontre dans le nœud. Nous posons alors la définition suivante :

Définition 6.5.1 (Retard dû aux trames de la classe de m) *$\xi_{i,t}^h$ est le retard subi dans le nœud h par la trame m du flux τ_i générée à l'instant t dû aux autres trames de sa classe.*

Sur la figure 6.4, ξ_i est la longueur de la séquence de la classe $\mathcal{C}_1$.

Nous identifions par T_2, l'ensemble des trames de la classe $\mathcal{C}_2$ qui seraient servies avant m en ordonnancement GPS. Ces trames sont signalées par un fond gris. Nous notons alors $\bar{T}_2$ l'ensemble complémentaire de T_2, c'est-à-dire, l'ensemble des trames qui ne peuvent pas retarder m sur ce

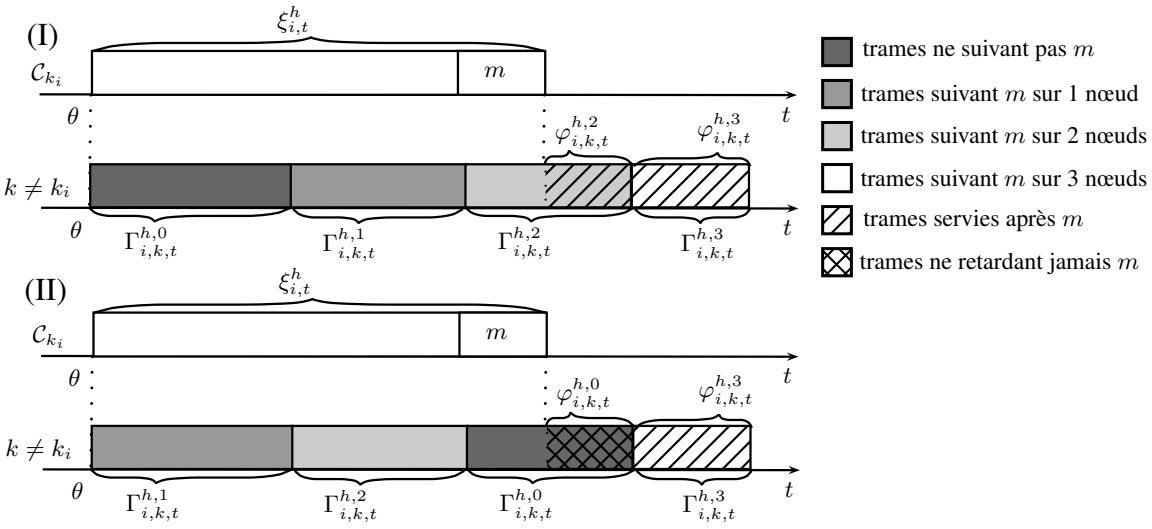


Fig. 6.5: *Comptabilisation de la quantité de trafic à retrancher sur plusieurs nœuds*

nœud. Les trames de $\bar{T}_2$, comptabilisées en FP/FIFO, ne doivent donc plus être comptées dans le délai de bout en bout de m en WFQ.

Pour obtenir le délai de bout en bout pire cas, il faut donc minimiser $\bar{T}_2$, ou encore maximiser T_2. T_2 étant limité par ξ_i, la longueur de la séquence de la classe du flux τ_i, il faut donc maximiser ξ_i. Cependant, la taille de T_2 dépend parfois de la manière dont les trames sont placées dans la séquence. Comparons les cas (I), (II) et (III) de la figure 6.4. Dans le premier cas, $\bar{T}_2 = 0$: toutes les trames de la classe $\mathcal{C}_2$ retardent m, quelque soit l'ordre. Dans le cas (II), il existe une combinaison de trames telle que $T_2 = \xi_i$, ce qui assure que la durée de T_2 est maximale. Mais dans le cas (III), une telle combinaison n'existe pas, et tous les placements de trames conduisent à $T_2 < \xi_i$.

Lorsqu'il n'est pas possible d'avoir $T_2 = \xi_i$, trouver la séquence de trames qui maximise T_2 s'avère être complexe. L'idée est alors de définir φ_2 comme la différence de longueur entre la séquence de $\mathcal{C}_2$ et celle de $\mathcal{C}_1$, lorsqu'elle est positive. Ainsi, nous avons toujours : $\bar{T}_2 \geq \varphi_2$. φ_2 est donc un minorant de $\bar{T}_2$ qui ne dépend pas de l'ordre des trames dans les séquences. Notons que φ_2 ne représente pas forcément un nombre entier de trames, comme dans le cas (III).

Il reste un cas particulier à considérer, correspondant au scénario (IV). Ici, il y a une trame dont la longueur excède celle de ξ_i. La longueur de cette trame n'a pas d'importance en GPS, car il s'agit d'un modèle fluide. Mais en WFQ, si cette trame débute sa transmission un court instant avant θ, alors cette trame de longueur C_{max} est servie dans sa totalité et retarde m. Dans ce cas $T_2 = C_{max} > \xi_i$. Ce phénomène correspond à un effet de non préemption, lié à la propriété de non oisiveté du serveur GPS qui traite immédiatement une trame qui arrive s'il n'y en a aucune autre en attente.

Dans le cas général, φ_2 est donc défini comme la différence entre la longueur de la séquence de la classe $\mathcal{C}_2$ et le maximum entre ξ_i et C_{max}.

Recherche du pire cas sur plusieurs nœuds

Lorsque la trame m parcourt plusieurs nœuds dans le réseau, elle peut être retardé tout au long de son parcours. Il faut donc considérer sur chaque nœud la quantité de trafic de chaque classe qui peut la retarder. La figure 6.5 permet d'identifier sur un nœud h les différents types de trames qui peuvent, ou non, retarder la trame m du flux τ_i appartenant à la classe $\mathcal{C}_{k_i}$.

S'agissant des autres classes, il est nécessaire de distinguer les trames en fonction du nombre de nœuds communs qu'il leur reste à parcourir avec m. Les groupes de trames sont signalés par

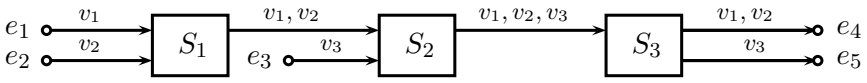


Fig. 6.6: *Configuration AFDX d'exemple*

des fond différents : les plus sombres quittent m le plus tôt. Nous caractérisons ces groupes en posant la définition suivante :

Définition 6.5.2 (Quantité de trafic $\Gamma^{h,l}_{i,k,t}$) *Pour une trame m d'un flux τ_i de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ générée à l'instant t passant par le nœud h, nous définissons $\Gamma^{h,l}_{i,k,t}$ comme la quantité de trafic de la classe $\mathcal{C}_k$ (avec $k \neq k_i$) qui n'a pas encore eu l'occasion de retarder m sur sa trajectoire et qui continue de suivre m sur les l prochain nœuds.*

Par ailleurs, pour chaque quantité $\Gamma^{h,l}_{i,k,t}$ de trafic, nous identifions la portion $\varphi^{h,l}_{i,k,t}$, défini comme suit :

Définition 6.5.3 (Quantité de trafic $\varphi^{h,l}_{i,k,t}$) *Pour une trame m d'un flux τ_i de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ générée à l'instant t passant par le nœud h, nous définissons $\varphi^{h,l}_{i,k,t}$ comme une portion minimale de $\Gamma^{h,l}_{i,k,t}$ qui ne peut pas retarder m sur le nœud h en raison des règles d'ordonnancement WFQ.*

Pour une classe $\mathcal{C}_k$ (avec $k \neq k_i$), la quantité φ_k identifiée dans l'exemple sur un seul nœud se décompose ici en autant d'entités qu'il y a de groupes dépassant la longueur $\xi^h_{i,t}$. Mais parmi ce trafic excédentaire, toutes les trames n'ont pas le même impact sur le délai de m. En effet, si les trames qui suivent m sur au moins un autre nœud ont encore une chance la retarder plus tard, les trames de $\varphi^{h,0}_{i,k,t}$ n'auront plus jamais l'occasion de la retarder. C'est ce qui se passe dans le scénario (II) de la figure 6.5. La partie doublement hachurée de $\Gamma^{h,0}_{i,k,t}$ n'a jamais l'occasion de retarder m.

En plus de minimiser globalement la quantité excédentaire de chaque classe, il faut donc également minimiser en priorité les quantités $\varphi^{h,l}_{i,k,t}$ avec les valeurs de l les plus petites. Ceci s'obtient en plaçant les groupes par ordre croissant de valeur de l, comme dans le scénario (I). Les trames qui quittent m au plus tôt sont donc placées en priorité pour maximiser leur chance de retarder m, et donc minimiser la quantité $\varphi^{h,0}_{i,k,t}$.

De la même manière, nous supposons que toute trame d'un flux τ_j qui croise le chemin du flux τ_i croise m au plus tôt. Lorsque le flux τ_j partage plusieurs nœuds avec τ_i, alors au moins une trame de tau_j croise m dans le nœud $first_{j,i}$. Mais il se peut que d'autres trames de τ_j, moins retardées sur leur parcours, rejoignent m dans le nœud $first_{j,i}$, ou sur n'importe quel autre nœud de $\mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j$. Pour distinguer dans un nœud h les trames d'un flux τ_j qui accompagnaient déjà m dans le nœud précédant de celles qui rejoignent m dans le nœud h, nous introduisons deux notations (voir les définitions 6.5.4 et 6.5.5). Nous les illustrons sur une configuration AFDX présentée à la figure 6.6.

Dans cette configuration à trois VL et trois commutateurs, nous nous intéressons aux trames qui retardent la trame 1 sur son parcours. Pour majorer le retard pris par 1, nous supposons que v_1 a un niveau de priorité inférieur à v_2 et v_3. Pour illustrer la différence entre plusieurs trames d'un même flux, nous supposons que le BAG du VL v_2 est particulièrement court.

Définition 6.5.4 (Nombre de trames total $N^h_{i,j,t}$) *Soit m une trame d'un flux τ_i généré à l'instant t. Nous définissons $N^h_{i,j,t}$, comme le nombre maximum de trames d'un flux τ_j qui sont susceptibles de retarder m entre son nœud d'origine et le nœud h (avec $h \in \mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j$).*

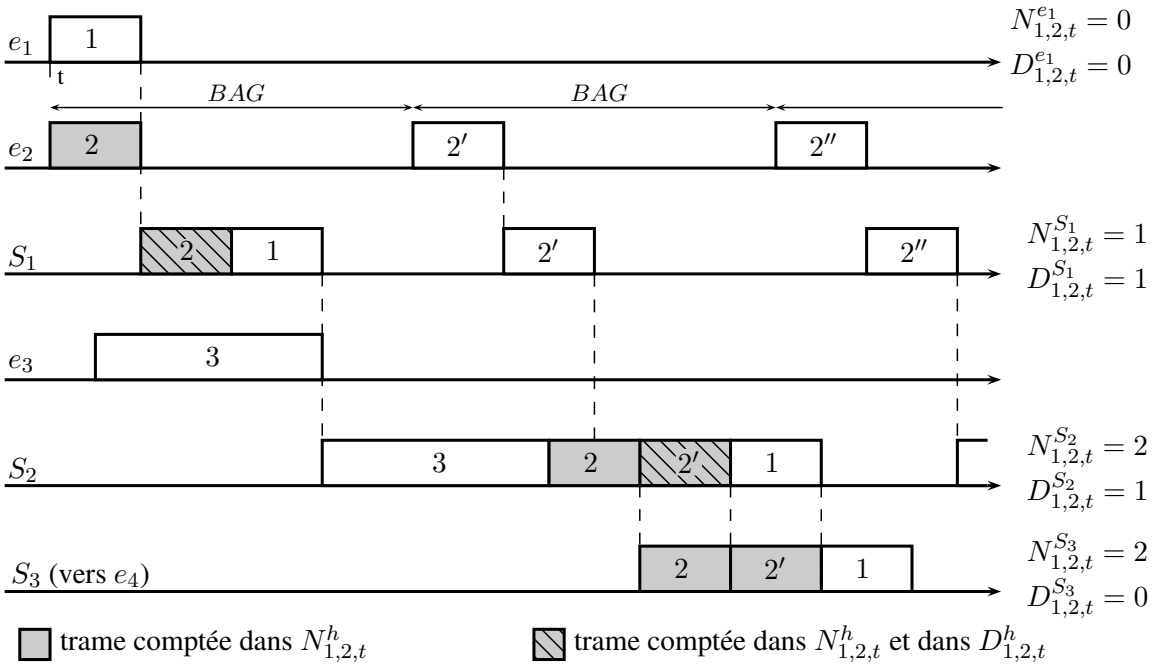


Fig. 6.7: *Trames d'un flux rejoignant m sur différent nœuds*

$N^h_{i,j,t}$ augmente au fur et à mesure que des trames de v_j rejoignent une trame du v_i. Dans l'exemple de la figure 6.7, les trames comptées dans $N^h_{1,2,t}$ sont teintées de gris. L'illustration distingue également les trames de v_2 qui rejoignent 1 pour la première fois. Ces trames sont marquées par des hachures obliques.

Définition 6.5.5 (Différentiel par nœud $D^h_{i,j,t}$) *Soit m une trame d'un flux τ_i généré à l'instant t. Nous définissons $D^h_{i,j,t}$, comme le nombre maximum de trames d'un flux τ_j qui rejoignent pour la première fois m dans le nœud h (avec $h \in \mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j$).*

Sur l'exemple, nous avons $D^{S_1}_{1,2,t} = D^{S_3}_{1,2,t} = 1$. $D^h_{i,j,t}$ peut donc être vu comme un taux d'accroissement de $N^h_{1,2,t}$ entre les nœuds $prec_i(h =$ et h.

En ordonnancement FP/FIFO, l'expression de $N^h_{i,j,t}$ découle directement de l'expression du temps de $W^h_{i,t}$. Pour $h \in \mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j$:

$$N^h_{i,j,t} = \begin{cases} \left(1 + \left\lfloor \frac{W^h_{i,t} + B_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ & \text{si } j \in hp_i \\ \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ & \text{si } j \in sp_i \end{cases}$$

Celle de $D^h_{i,j,t}$ se déduit de celle de $N^h_{i,j,t}$. Pour $h \in \mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j$:

$$D^h_{i,j,t} = \begin{cases} N^{first_{j,i}}_{i,j,t} & \text{si } h_{i,q} = first_{j,i} \\ N^{h_{i,q}}_{i,j,t} - N^{h_{i,q-1}}_{i,j,t} & \text{si } h_{i,q} \neq first_{j,i} \end{cases}$$

Pour minimiser $\varphi^{h,0}_{i,k,t}$, nous devons donc donner une expression minimale de chaque $\Gamma^{h,l}_{i,k,t}$ ainsi qu'une expression maximale de $\xi^h_{i,t}$.

Lemme 6.5.1 (Majoration de $\xi_{i,t}^h$) *Le retard subi dans le nœud h par la trame m du flux τ_i générée à l'instant t dû aux trames de la même classe $\mathcal{C}_{k_i}$ que m est majoré en ordonnancement WFQ par :*

$$\xi_{i,t}^h \leq \sum_{\substack{j \in \mathcal{C}_{k_i} \\ h \in \mathcal{P}_j}} N_{i,j,t} C_j$$

Démonstration. Dans le pire cas, dans un nœud h (avec $h \in \mathcal{P}_i$) toutes les trames susceptibles de retarder m la retardent. De plus, l'ordonnancement de ces trames d'une même classe est de type FIFO. Les résultats du lemme 2 de [MM06a] s'appliquent donc. D'où le résultat. ■

Lemme 6.5.2 (Majoration de $\Gamma_{i,k,t}^{h,l}$) *Soit une trame m d'un flux τ_i de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ générée à l'instant t passant par le nœud $h_{i,q}$, alors la quantité de trafic de la classe $\mathcal{C}_k$ (avec $k \neq k_i$) qui n'a pas encore eu l'occasion de retarder m sur sa trajectoire et qui continue de suivre m sur les l prochain nœuds est majorée par :*

$$\Gamma_{i,k,t}^{h,l} \leq \sum_{\substack{j \in \mathcal{C}_k \\ h_{i,q+l} = last_{j,i}}} D_{i,j,t}^h C_j + \varphi_{i,k,t}^{h_{i,q-1},l+1}$$

avec $\varphi_{i,k,t}^{h_{i,q},l} = 0$ si $q \leq 0$.

Démonstration. La quantité $\Gamma_{i,k,t}^{h,l}$ comprend le délai dû à deux catégories de trames :
- celles de la classe $\mathcal{C}_k$ qui rejoignent m pour la première fois dans le nœud h, par définition, la somme des $D_{i,j,t}^h C_j$ de tous les flux τ_j de $\mathcal{C}_k$;
- celles qui ont déjà suivi m sur le nœud précédent ($pre_i(h)$), sans avoir eu l'occasion de la retarder : $\varphi_{i,k,t}^{pre_i(h),l+1}$.

L'expression de $\varphi_{i,k,t}^{h,l}$ est donnée dans le lemme 6.5.3. ■

Lemme 6.5.3 (Minoration de $\varphi_{i,k,t}^{h,l}$) *Soit une trame m d'un flux τ_i de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ générée à l'instant t passant par le nœud h et servie selon une politique de service WFQ aux pondérations uniformes. Alors la quantité de trafic de la classe $\mathcal{C}_k$ (avec $k \neq k_i$) qui a pas l'occasion de retarder m sur sa trajectoire et qui continue de suivre m sur les l prochain nœuds, noté $\varphi_{i,k,t}^{h,l}$ est minoré par :*

$$\min \left\{ \left[\sum_{\lambda=0}^{l} \Gamma_{i,k,t}^{h,\lambda} - \left(\xi_{i,t}^h, \max_{\substack{j \in \mathcal{C}_k \\ h \in \mathcal{P}_j}} C_j \right)^+ \right]^+, \Gamma_{i,k,t}^{h,l} \right\}$$

Démonstration. Comme dans le cas à un seul nœud, la quantité maximal de trafic d'une classe $\mathcal{C}_k$ ($k \neq k_i$) pouvant passer avant la trame m est majorée par le maximum entre la longueur de la file de la classe de m $\xi_{i,t}^h$ et la durée de transmission d'une trame de taille maximale de la classe $\mathcal{C}_k$, soit :

$$\left(\xi_{i,t}^h, \max_{\tau_j \in \mathcal{C}_k} C_j^h \right)^+ \tag{6.9}$$

La quantité $\varphi_{i,k,t}^{h,l}$ dépend directement du placement relatif des groupes de trames par nombre de nœuds communs restants. Les trames sont placées en ordre croissant de nœuds communs l. D'après le terme (6.9), une condition pour que $\varphi_{i,k,t}^{h,l} \geq 0$ est donnée par :

$$\sum_{\lambda=0}^{l} \Gamma_{i,k,t}^{h,l} \geq \left(\xi_{i,t}^h, \max_{\tau_j \in \mathcal{C}_k} C_j^h \right)^+ \tag{6.10}$$

Une quantité $\varphi_{i,k,t}^{h,l}$ est une fraction de la quantité $\Gamma_{i,k,t}^{h,l}$. Nous avons donc :

$$0 \leq \varphi_{i,k,t}^{h,l} \leq \Gamma_{i,k,t}^{h,l} \tag{6.11}$$

D'après les termes (6.10) et (6.11), nous déduisons alors l'expression générale :

$$\varphi_{i,k,t}^{h,l} \geq \min \left\{ \left[\sum_{\lambda=0}^{l} \Gamma_{i,k,t}^{h,\lambda} - \left(\xi_{i,t}^{h}, \max_{\substack{j \in \mathcal{C}_k \\ h \in \mathcal{P}_j}} C_j \right)^{+} \right]^{+}, \Gamma_{i,k,t}^{h,l} \right\}$$

■

Nous en déduisons une majoration de l'instant de départ d'une trame m dans son dernier nœud en ordonnancement WFQ, en intégrant les bornes inférieures des $\varphi_{i,k,t}^{h,0}$ dans l'expression établie pour FP/FIFO :

Propriété 6.5.1 (Temps de départ au plus tard en WFQ) *Soit m une trame du flux τ_i de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ générée à l'instant t et servie selon une politique de service WFQ aux pondérations uniformes. En supposant que sp_i correspond aux flux de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$, que tous les flux d'une classe $\mathcal{C}_k$ avec $k \neq k_i$ appartiennent à hp_i, et que $lp_i = \emptyset$, alors le temps de départ au plus tard $W_{i,t}^{last_i}$ de la trame m sur son dernier nœud est majoré par :*

$$\sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \emptyset}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right)^{+} \cdot C_j + \sum_{\substack{j \in hp_i \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \emptyset}} \left(1 + \left\lfloor \frac{W_{i,t}^{last_{i_j}} + B_{i,j}}{T_j} \right\rfloor \right)^{+} \cdot C_j$$

$$+ \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq last_i}} \left(\max_{\substack{j \in hp_i \cup sp_i \cup \{i\} \\ h \in \mathcal{P}_j}} \{C_j\} \right) + (\mid \mathcal{P}_i \mid -1) \cdot L - C_i + \delta_i - \sum_{k \neq k_i} \sum_{h \in \mathcal{P}_i} \varphi_{i,k,t}^{h,0}$$

6.5.3. Le cas des pondérations différentes

Nous considérons maintenant que chaque classe $\mathcal{C}_k$ est associée à une pondération ϕ_k, avec $\phi_k \in \mathbb{R}^{+*}$.

Dans un nœud h donné, il est alors possible de passer du temps réel au temps virtuel d'une classe, tel qu'il est défini dans [PG93] en divisant les durées de transmission des trames d'une classe $\mathcal{C}_k$ par ϕ_k.En temps virtuelle, $\varphi_{i,k,t}^{h,l}$ est donc minoré par :

$$\min \left\{ \left[\sum_{\lambda=0}^{l} \frac{\Gamma_{i,k,t}^{h,\lambda}}{\phi_k} - \left(\frac{\xi_{i,t}^{h}}{\phi_{k_i}}, \max_{\substack{j \in \mathcal{C}_k \\ h \in \mathcal{P}_j}} \frac{C_j}{\phi_k} \right)^{+} \right]^{+}, \frac{\Gamma_{i,k,t}^{h,l}}{\phi_k} \right\}$$

En repassant l'expression dans la base de temps réelle, nous obtenons le lemme suivant :

Lemme 6.5.4 (Minoration de $\varphi_{i,k,t}^{h,l}$) *Soit une trame m d'un flux τ_i de la classe $\mathcal{C}_{k_i}$ de pondération ϕ_{k_i}, générée à l'instant t passant par le nœud h et servie selon une politique de service WFQ. Alors la quantité de trafic de la classe $\mathcal{C}_k$ (avec $k \neq k_i$) qui a pas l'occasion de retarder*

m sur sa trajectoire et qui continue de suivre m sur les l prochain nœuds, noté $\varphi_{i,k,t}^{h,l}$ *est minoré par :*

$$\min\left\{\left[\sum_{\lambda=0}^{l}\Gamma_{i,k,t}^{h,\lambda}-\left(\xi_{i,t}^{h}\times\frac{\phi_k}{\phi_{k_i}},\max_{\substack{j\in\mathcal{C}_k\\h\in\mathcal{P}_j}}C_j\right)^{+}\right]^{+},\Gamma_{i,k,t}^{h,l}\right\}$$

Le temps de traversée de bout en bout d'une trame du flux τ_i générée à l'instant t est égal à $W_{i,t}^{last_i}+C_i-t$. La propriété 6.5.1 demeure identique, et nous permet d'exprimer la propriété suivante :

Propriété 6.5.2 (Temps de traversée de bout en bout pire cas en WFQ (méthode B)) *Soit une trame m d'un flux* τ_i *de la classe* $\mathcal{C}_{k_i}$ *de pondération* ϕ_{k_i} *générée à l'instant t et ordonnancée suivant la politique WFQ. En supposant que les flux ordonnancés selon WFQ ont le niveau de priorité fixe le plus bas, alors le temps de traversée de bout en bout pire cas de la trame m est majoré par :*

$$R_i=\max_{t\geq 0}\left(W_{i,t}^{last_i}+C_i-t\right)$$

avec :

$$\begin{aligned}W_{i,t}^{last_i} &= \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}}\left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^{+}\cdot C_j+\sum_{\substack{j\in hp_i\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}}\left(1+\left\lfloor\frac{W_{i,t}^{last_{i_j}}+B_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^{+}\cdot C_j\\ &+\sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i\\ h\neq last_i}}\left(\max_{\substack{j\in hp_i\cup sp_i\cup\{i\}\\ h\in\mathcal{P}_j}}\{C_j\}\right)+(\mid\mathcal{P}_i\mid-1)\cdot L-C_i+\delta_i-\sum_{k\neq k_i}\sum_{h\in\mathcal{P}_i}\varphi_{i,k,t}^{h,0}\end{aligned}$$

et :

$$\varphi_{i,k,t}^{h,l}=\min\left\{\left[\sum_{\lambda=0}^{l}\Gamma_{i,k,t}^{h,\lambda}-\left(\xi_{i,t}^{h}\times\frac{\phi_k}{\phi_{k_i}},\max_{\substack{j\in\mathcal{C}_k\\h\in\mathcal{P}_j}}C_j\right)^{+}\right]^{+},\Gamma_{i,k,t}^{h,l}\right\}$$

6.5.4. Illustration sur un exemple

Nous reprenons l'exemple illustré par la figure 6.2 pour illustrer le calcul d'une borne sur le délai de bout en bout d'une trame ordonnancée avec un algorithme de partage équitable de ressource. Nous rappelons que les VL ont tous une taille de trame fixée à 500 octets, ce qui correspond à une durée de transmission de 40 μs à 100 Mb/s. La latence entre les nœuds est fixée à 16 μs. Les VL sont répartis en deux classes aux pondérations identiques :

- $\mathcal{C}_1=\{v_{10},v_{11}\}$
- $\mathcal{C}_2=\{v_{20},v_{21},v_{22},v_{23},v_{24}\}$

Dans le but de rendre le calcul plus compréhensible, nous gardons l'hypothèse que les BAG sont suffisamment grand (par exemple 8 ms) pour qu'une trame ne rencontre pas plus d'une seule trame par flux qui la croise sur sa trajectoire.

Dans le but de calculer le temps de départ au plus tard de la trame 10 sur son dernier nœud, nous devons donc comptabiliser dans un premier temps l'ensemble des trames qui pourraient retarder 10 à un moment ou un autre sur sa trajectoire. Pour n'en oublier aucun, quitte à en

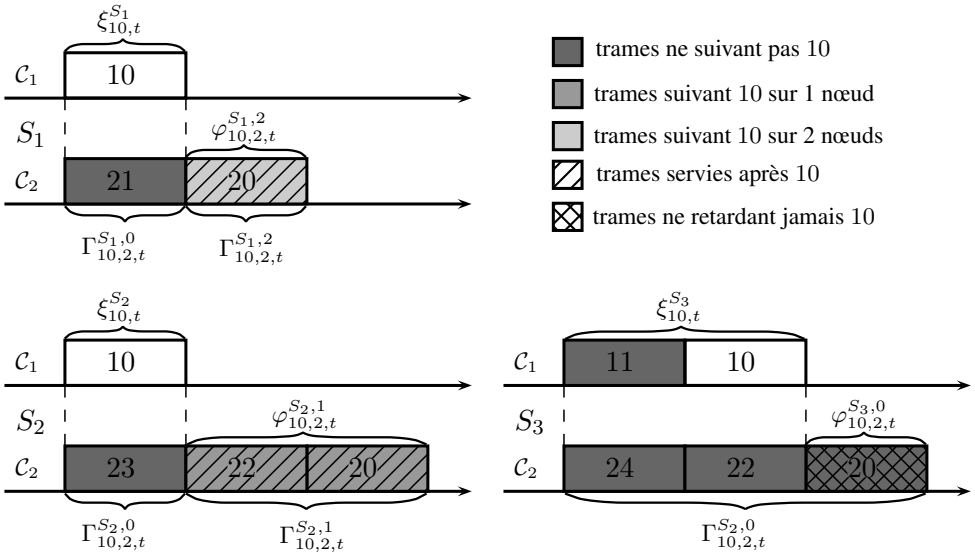


Fig. 6.8: *Comptabilisation de la quantité de trafic à retrancher*

compter plus qu'il n'en faut, nous supposons que les trames de la classe $\mathcal{C}_2$ ont une priorité fixe strictement supérieure aux trames de la classe $\mathcal{C}_1$. Ainsi, nous pouvons faire un premier comptage en nous ramenant aux hypothèses FP/FIFO.

Dans notre exemple, ce comptage est simplifié car les grandes valeurs de BAG et les gigues initiales nulles de tous les flux nous permettent de ne compter qu'une seule occurrence de trame par flux. Ceci est uniquement pour rendre le comptage plus compréhensible mais s'étend facilement aux cas d'occurrences multiples par itérations successives.

La trame 10 est donc potentiellement retardée par les trames 11, 20, 21, 22, 23 et 24. Ces trames sont alors regroupées par classe dans chaque port de sortie des commutateurs qu'elles traversent. La figure 6.8 illustre cette répartition, en distinguant les trames en fonction du nombre de nœuds qu'il leur reste à parcourir avec 10 par une couleur de fond différente. Les trames sombres quittent 10 au plus tôt. Ces trames sont donc placées en priorité, afin de maximiser leurs chance de retarder la trame 10.

Pour le nœud S_1, la séquence de la classe $\mathcal{C}_1$ ne comporte que la trame 10. Nous en déduisons la longueur de $\xi^{S_1}_{10,t}$. La séquence de la classe $\mathcal{C}_2$ comporte les trames 21 et 20 qui quittent 10 après respectivement 0 et 2 sauts. Nous identifions donc $\Gamma^{S_1,0}_{10,2,t}$ et $\Gamma^{S_1,2}_{10,2,t}$. Mais par rapport aux trames comptées en FP/FIFO, la portion de la séquence de la classe $\mathcal{C}_2$ qui dépasse $\xi^{S_1}_{10,t}$ ne peut pas retarder 10 dans ce nœud. Elle est donc hachurée. Mais, étant donné qu'elle suit 10 sur plus que 0 nœud, elle est conservée pour le prochain nœud.

Dans le nœud S_2, deux nouvelles trames de la classe $\mathcal{C}_2$ rejoignent 10 : il s'agit des trames 22 et 23. Elles sont donc comptabilisées dans la séquence de la classe $\mathcal{C}_2$ du nœud S_2. Mais à ces trames vient s'ajouter la trame 20 qui a été mise de côté dans le nœud S_1. La trame 23, qui quitte 10 au plus tôt, est placée en tête de séquence. Comme précédemment, nous évaluons successivement $\xi^{S_2}_{10,t}$, $\Gamma^{S_2,0}_{10,2,t}$ et $\Gamma^{S_2,1}_{10,2,t}$. La quantité dépassant $\xi^{S_2}_{10,t}$ correspond à $\varphi^{S_2,1}_{10,2,t}$, constituée des trames 22 et 20. Elles ne sont pas soustraites, car toutes deux suivent 10 sur le nœud S_3.

Les trames 11 de la classe $\mathcal{C}_1$ et 24 de la classe $\mathcal{C}_2$ rejoignent 10 dans le nœud S_3. Elles sont donc placées dans leurs séquences respectives, au côté des trames 20 et 22 qui n'ont pas eu l'occasion de retarder 10 dans le nœud S_2. Cette fois-ci, toutes les trames quittent 10 après ce nœud, il n'y a donc pas d'ordre de placement dans la séquence de la classe $\mathcal{C}_2$. Une des trames (20, sur l'exemple), ne peut pas retarder 10 et n'a plus jamais l'occasion de le faire. Elle est marquée d'une double hachure.

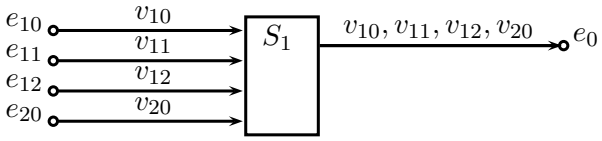


FIG. 6.9: *Configuration AFDX montrant le pessimisme de de la méthode A comparée à une borne FPFIFO*

Une borne pire cas du délai de bout en bout du VL v_{10} s'obtient alors en soustrayant cette quantité de la borne obtenue dans une configuration FP/FIFO équivalente. La borne FP/FIFO comprend :

– le temps de transmission des trames 10, 11, 20, 21, 22, 23 et 24,
– le temps de transmission de la plus grande trame dans tous les nœuds sauf le dernier,
– le temps de commutation dans les trois commutateurs ($L = 16\,\mu$s),

soit : $7 \times 40 + 3 \times 40 + 3 \times 16 = 280 + 120 + 48 = 448\,\mu$s.

La borne WFQ recherchée est inférieure de la valeur de $\varphi_{10,2,t}^{S_3,0} = C_{20}^{S_3} = 40\,\mu$s, soit :

$$448 - 40 = 408\,\mu\text{s}$$

6.6. Analyse du pessimisme des approches

6.6.1. Comparaison sur la configuration d'exemple

Sur l'exemple précédent, nous constatons pour le VL v_{10} un écart de 29% entre les bornes de la méthode A et la méthode B. La première méthode est handicapée par plusieurs facteurs. Le premier est son incapacité à augmenter la quantité de service reçue par une classe lorsque d'autres classes n'ont plus rien à transmettre. D'autre part, le retard d'une trame de taille maximale ajoutée à chaque saut est également très coûteux lorsque les trames ont des tailles similaires. En effet, le retard maximal d'une trame ne peut se produire que si cette trame de taille maximale est transmise un instant infiniment petit avant une trame de taille minimale (cas de l'inversion de priorité en PGPS à cause de la contrainte de non oisiveté). En dehors de ce cas, l'écart entre PGPS et GPS est beaucoup plus réduit.

6.6.2. Limites de la méthode A

Nous montrons sur un exemple que la borne obtenue par la méthode A peut être plus grande que la borne garantie pour un ordonnancement à priorités fixes, en supposant que la classe de la trame étudiée a la priorité la plus basse (hypothèse de départ de la méthode B).

Les VL v_{10}, v_{11}, v_{12} et v_{20} ont tous une taille de trame fixée à 250 octets, ce qui correspond à une durée de transmission de 20 μs à 100 Mb/s. La latence entre les nœuds est fixée à 16 μs. Les VL v_{10}, v_{11} et v_{12} font parti de la classe $\mathcal{C}_1$, alors que le VL v_{20} appartient à la classe $\mathcal{C}_2$. Par ailleurs, nous faisons l'hypothèse que les BAG sont suffisamment grand (par exemple 8 ms) pour qu'une trame ne rencontre pas plus d'une seule trame par flux qui le croise.

Nous calculons d'abord une borne maximale pour le délai de bout en bout de la trame 10 du VL v_{10} en considérant que les trames de la classe $\mathcal{C}_1$ ont une priorité statique inférieure à celles de la classe $\mathcal{C}_2$. Nous utilisons donc les résultats obtenus dans le cadre d'un ordonnancement FP/FIFO. Sur cet exemple, il n'y a pas de sérialisation qui entre en jeu. L'approche par trajectoires nous permet de calculer une borne pour la trame 10 en sommant différentes contributions :

– le délai de transmission de 10 dans le nœud le plus lent (supposons qu'il s'agisse du nœud S_1), soit : 20 μs,

– le délai de transmission des trames 11, 12 et 20 sur le nœud S_1, soit : $3 \times 20\,\mu$s,
– la durée de transmission d'une trame de taille maximale dans le nœud S_1, soit : $20\,\mu$s,
– le délai de transmission entre le nœud e_{10} et le nœud S_1, soit : $16\,\mu$s.

Nous arrivons donc à un total de :

$$20 + 3 \times 20 + 20 + 16 = 116\,\mu\text{s}$$

Nous faisons maintenant un calcul similaire, en supposant que les classes se partagent équitablement la bande passante avec des pondérations égales. Nous décomposons alors le même calcul que précédemment, mais en considérant nos proposition pour évaluer une borne avec les résultats pire cas du modèle GPS en mode paquet par paquet :
– seuls sont considérés les trames de la classe étudiée,
– ces trames disposent du service minimum garanti par GPS,
– elles prennent un retard par rapport à l'instant de service GPS inférieur ou égale à la durée de transmission d'une trame de taille maximale sur chaque nœud.

Nous calculons alors un délai pire cas en comptant les éléments suivants :
– le délai de transmission de 10 dans le nœud le plus lent (il s'agit clairement du nœud e_1, puisque le service garanti y est réduit de 50%), soit : $20/0{,}5 = 40\,\mu$s,
– le délai de transmission des trames 11 et 12 sur le nœud S_1, soit : $2 \times 40\,\mu$s,
– le retard maximal par rapport au modèle GPS, soit le temps de transmission d'une trame de taille maximale dans le nœud S_1 : $20\,\mu$s ;
– la durée de transmission d'une trame de taille maximale dans le nœud e_{10}, soit : $20\,\mu$s,
– le délai de transmission entre le nœud e_{10} et le nœud S_1, soit : $16\,\mu$s.

Nous arrivons donc à un total de :

$$40 + 2 \times 40 + 20 + 20 + 16 = 176\,\mu\text{s}$$

Le calcul d'une borne pire cas du délai de bout en bout d'une trame qui s'appuie uniquement sur les hypothèses pire cas de PGPS par rapport au modèle fluide GPS peut conduire à des bornes très grandes, au point de dépasser la borne obtenue en supposant que tous les autres trafics sont plus prioritaires en ordonnancement FP/FIFO.

6.6.3. Remarques sur la méthode B

Dans l'exemple considéré dans les paragraphe 6.4 et 6.5, le borne obtenue avec la méthode B correspond au délai du scénario donnée en exemple au paragraphe 6.4.1. Ce scénario étant jouable, la borne donnée par la méthode B correspond donc, sur ce cas précis, au délai pire cas. Ceci n'est pas toujours le cas, car la méthode B souffre de toutes les sources de pessimisme de l'approche par trajectoires en ordonnancement FP/FIFO, auxquelles viennent s'ajouter les sur-approximations faites dans le calcul des termes $\varphi_{i,k,t}^{h,l}$ pour s'affranchir de la recherche de l'ordre optimal des trames des classe $\mathcal{C}_k$ (avec $k \neq k_i$).

6.7. Conclusion

Nous avons donc proposé deux méthodes pour étendre l'approche par trajectoires existante à des réseaux ordonnancés suivant un algorithme WFQ. La qualité des bornes obtenues dépend des configurations et des charges. La méthode A a une complexité de calcul inférieure à la méthode B, mais ses résultats se dégradent lorsque un flux rencontre des classes très peu chargées par rapport à leur pondération. La méthode B semble bien plus intéressante en terme de bornes, et de par son fonctionnement, elle permet de combiner aisément des classes WFQ avec des niveaux de priorité fixes (à la FP/FIFO) pour traiter des configurations hybrides telles que proposées dans le paragraphe 3.2.8 du chapitre 3.

Chapitre 7

Conclusion générale et perspectives

Sommaire

7.1 Principaux résultats **133**
7.1.1 Rappel de la problématique 133
7.1.2 Résultats obtenus 133
7.2 Perspectives **134**
7.2.1 L'approche par trajectoires pour les réseaux AFDX 134
7.2.2 Les méthodes d'analyse du délai de bout en bout 135
7.2.3 Évolution du modèle 135
7.2.4 Autres domaines d'application 135

7.1. Principaux résultats

7.1.1. Rappel de la problématique

Le réseau AFDX utilisé dans les avions civils récents fait face au défi des nouveaux besoins de communication, toujours plus exigeants en terme de débit et de contraintes temporelles. L'introduction de politiques de différentiation de service est inéluctable pour répondre à tous ces besoins, mais elle ne peut pas se faire au détriment du déterminisme, dont la preuve est obligatoire pour la certification.

Le choix d'une politique de service doit donc tenir compte de la double problématique suivante : permettre une utilisation optimale des ressources dans un contexte de flux hétérogènes aux besoins variés, tout en présentant les propriétés nécessaires au calcul de bornes pire cas pour garantir le déterminisme du réseau.

7.1.2. Résultats obtenus

Nous avons considéré des politiques de service capable de répondre à ces deux contraintes, les politiques de service FP/FIFO d'une part et WFQ d'autre part. La preuve de déterminisme a nécessité l'utilisation de l'approche par trajectoires, dans le contexte de l'AFDX. Nous avons

montré sous quelles conditions cette approche se prête à l'étude de ce type de réseau et nous avons comparé la qualité des bornes sur le délai de bout en bout pire cas obtenues avec cette approche, en nous basant sur les bornes de référence obtenues par calcul réseau (chapitre 4). Nous avons montré que l'approche par trajectoires donne des résultats aussi bon que le calcul réseau, voire meilleurs dans certain cas, à condition de prendre en compte le phénomène de sérialisation des flux, tel qu'introduit pour le calcul réseau. Dans le cadre de cette comparaison, nous avons étudié en détail le pessimisme des différentes approches, et nous avons proposé une méthode heuristique permettant de donner une borne du pessimisme de ces approches.

Un résultat intéressant, est que le pessimisme de l'approche par trajectoires est parfois nul, ce qui signifie que, dans un certain nombre de cas, cette méthode permet de calculer le délai de bout en bout pire cas. Les résultats ont pu être appliqués au cas d'un réseau AFDX de taille industriel, grâce à un outil de calcul permettant de comparer les bornes obtenues par les différentes méthodes (trajectoires, calcul réseau ou heuristique) avec ou sans prise en compte de la sérialisation.

Nous avons ensuite montré que l'approche par trajectoires s'applique aux réseaux AFDX avec des niveaux de priorité fixes (chapitre 5), et comment dans ce contexte l'optimisation liée à la sérialisation des flux pouvait être intégrée. Nous avons conduit une analyse de pessimisme similaire à celle du cas FIFO. Les résultats ont pu être appliqués à une configuration industrielle, sur laquelle le gain lié à l'optimisation a été illustré. En terme de délais pire cas, les tendances observées ont été similaires aux tendances observées en terme de distribution ou de délai moyen par simulation. On peut ainsi vérifier que les flux avioniques sont bien protégés du trafic additionnel lorsqu'ils bénéficient du niveau de priorité le plus élevé, mais cette protection se fait au détriment des flux les moins prioritaires. Dans une telle architecture à priorités fixes, il y a un risque de famine pour les flux les moins prioritaires lorsque les charges sont élevées.

Ce problème de famine peut être évité avec des politiques à répartition de service équitable comme WFQ, que nous avons étudiée au chapitre 6. Cette politique de service utilise des priorités dynamiques pour allouer une proportion des ressources aux différentes classes de trafic en présence. Nous avons proposé deux méthodes pour intégrer l'ordonnancement WFQ dans le calcul par trajectoires. La première méthode permet de calculer une borne en tenant compte du service minimum garanti par l'ordonnancement équitable de référence (GPS), indépendamment de la présence d'autres classes, en y intégrant les délais supplémentaires, dûs aux écarts entre le modèle de référence (fluide) et l'ordonnancement WFQ (paquet par paquet). La seconde méthode tient compte du trafic maximal de chaque classe, en limitant l'impact des autres classes sur la classe étudiée à la quantité de trafic effectivement générée dans le pire cas. Cette méthode reprend les résultats de l'approche par trajectoires en ordonnancement FP/FIFO, en partant du constat que les priorités fixes sont un cas limite de la répartition équitable de service.

Nous avons donc vérifié que pour plusieurs stratégies de service permettant d'optimiser l'utilisation d'un réseau AFDX dans un contexte de flux à forte hétérogénéité, la garantie de déterminisme des communications avioniques peut être maintenue, grâce aux bornes calculées par la méthode des trajectoires.

7.2. Perspectives

7.2.1. L'approche par trajectoires pour les réseaux AFDX

À l'issu de cette thèse, les perspectives de recherche et les questions ouvertes sont nombreuses. Une partie d'entre elles concerne l'application de la méthode des trajectoires dans le contexte AFDX, comme la prise en compte de la sérialisation des flux, dont le gain en ordonnancement FP/FIFO est moins important qu'en FIFO. Il pourrait être intéressant d'étudier l'impact de ce phénomène avec d'autres politiques de service (comme WFQ par exemple). L'étude de pessimisme qui a été conduite en FIFO et en FP/FIFO se basant sur une heuristique pourrait également être

développée en ordonnancement WFQ. Enfin, il est possible d'envisager d'appliquer la méthode des trajectoires avec d'autre politiques de service, des résultats ayant été établis dans [Mar04] en ordonnancement FP/FIFO et *Fixed Priority/Earliest Deadline First* (FP/EDF).

7.2.2. Les méthodes d'analyse du délai de bout en bout

Dans cette thèse, nous nous sommes concentrés sur l'approche par trajectoires pour calculer des bornes du délai de bout en bout pire cas car cette méthode semblait bien adaptée pour intégrer des politiques de service évoluées. Nous avons comparé nos résultats avec des approches alternatives lorsque cela était possible (avec le calcul réseau, en ordonnancement FIFO). Mais ces autres approches font encore l'objet de recherche et de publications.

Par exemple, les évolutions récentes du calcul réseau laissent penser qu'il est possible d'obtenir des bornes pire cas en ordonnancement à priorités fixes [BJT09]. Une autre étude s'est porté sur l'application du calcul réseau à des commutateurs AFDX implémentant la politique de service *Deficit Round Robin* (DRR) [HX11].

De nouveaux travaux dans le domaine de la vérification de modèles permettent de rechercher des scénarios pire cas de manière plus guidée et permettent d'étendre les résultats à des configurations de complexité supérieure [ASEF10].

L'analyse déterministe est souvent opposée à l'approche stochastique. Dans le cas des réseaux avioniques, cette approche a été écartée, dans un premier temps, par l'industrie aéronautique, non pas par incompatibilité avec les exigences de certification, mais à cause de la complexité des théories sous-jacentes. Les garanties apportées par ce type d'approche portent sur le taux de perte de paquets par unités de temps. L'approche stochastique n'est pas spécifique à une méthode. Elle a été appliquée au calcul réseau [VLB02, CBL06], y compris dans le cadre des réseaux AFDX [SRF09]. D'autres travaux comparent les performances des méthodes déterministes et statistiques dans des cas plus généraux de réseaux à QoS [SAMM07].

7.2.3. Évolution du modèle

Une autre piste de travail potentielle est la modélisation des flux en entrée du réseau. En effet, avec une meilleure connaissance de l'ordre d'arrivée des flux, il est possible de tenir compte des décalages entre les paquets pour affiner le calcul des bornes pire cas du délai de bout en bout. Dans le cas de l'AFDX, les VL émis par un même abonné sont sérialisés (ils ne peuvent pas être émis simultanément). Mais, il est même envisageable de réduire les pics de charge en définissant des *offsets* (ou décalages) entre les instants de départ des différents flux périodiques émis dans un même *End-System*, sans nécessiter de mécanisme de synchronisation commun à tous les éléments du réseau. Cette solution implique tout de même des modifications au niveau des abonnés AFDX qui n'implémentent pas actuellement ce type de synchronisation. Cette idée a été présentée dans [LSF10].

7.2.4. Autres domaines d'application

Le domaine d'application de l'AFDX est assez restreint à cause des coûts conséquents des équipements spécifiques développés pour l'aéronautique. Mais les réseaux Ethernet commutés occupent une place centrale dans de nombreux domaines comme l'automatisation industrielle [Kap01] ou les transports [GDR03]. Il est tout à fait envisageable de porter une démarche similaire sur d'autres architectures, à base d'Ethernet commuté, ou plus généralement, à tout réseau proposant un contrôle à l'admission ou une mise en forme des flux à l'entrée du réseau.

De plus, l'AFDX s'inscrit dans un cadre de bus hétérogènes, et a pour vocation de devenir le réseau fédérateur des avions de nouvelle génération. L'interconnexion de bus hétérogènes autour

d'un cœur AFDX constitue un thème de recherche intéressant, dans le cadre de la différentiation de flux introduite dans cette thèse.

Cette thèse laisse donc la place à un champ de recherche très large et très prometteur, à l'heure où les systèmes embarqués communicants prennent une place toujours plus importante dans la sphère des nouvelles technologies.

Annexes

Annexe A

Preuves

Différentes preuves ont été rapportées en annexe pour alléger la lecture du manuscrit. Elles sont rapportées dans l'ordre où elles apparaissent dans les différents chapitres.

Sommaire

A.1 Preuve du lemme 4.4.3 (contexte FIFO) **139**
A.2 Preuve du lemme 5.4.3 (contexte FP/FIFO) **141**
A.3 Preuve du lemme 5.5.1 . . . . . **145**

A.1. Preuve du lemme 4.4.3 (contexte FIFO)

Cette preuve s'inspire de la preuve du lemme 3 de [MM06a]. Nous posons :

$$\mathcal{B}_i^{slow} = \sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \emptyset}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j} \right\rceil \cdot C_j + \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq first_i}} \sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ pre_i(h) \in \mathcal{P}_j}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j} \right\rceil \cdot C_j + \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_i} \right\rceil \cdot C_i \tag{A.1}$$

Démonstration. Nous reprenons la majoration de $W_{i,t}^{last_i}$ donnée par la propriété 4.4.2 :

$$\begin{aligned} W_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^{last_i} &= \sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ j \neq i \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i \neq \emptyset}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + \mathcal{B}_i^{slow} + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right) \cdot C_j + \left(1 + \left\lfloor \frac{t + \mathcal{B}_i^{slow}}{T_i} \right\rfloor\right) \cdot C_i \\ &\quad + \sum_{\substack{h \in \mathcal{P}_i \\ h \neq last_i}} \left(\max_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ h \in \mathcal{P}_j}} \{C_j\} \right) + (\mid \mathcal{P}_i \mid -1) \cdot L - C_i - \sum_{h \in \mathcal{P}_i} \Delta_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^h \end{aligned} \tag{A.2}$$

Sachant que : $\forall(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^{+^2}, \lfloor a+b\rfloor \leq \lfloor a\rfloor + \lceil b\rceil$, nous pouvons écrire la majoration suivante :

$$W_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^{last_i} \leq \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ j\neq i\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}} \left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)\cdot C_j + \left(1+\left\lfloor\frac{t}{T_i}\right\rfloor\right)\cdot C_i + \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}} \left\lceil\frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j}\right\rceil\cdot C_j$$
$$+ \sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i\\ h\neq last_i}} \left(\max_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ h\in\mathcal{P}_j}}\{C_j\}\right) + (\mid\mathcal{P}_i\mid -1)\cdot L - C_i - \sum_{h\in\mathcal{P}_i}\Delta_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^h \tag{A.3}$$

Nous reprenons donc l'expression détaillée de $\Delta_{i,t}^h$ donnée par la propriété 4.4.1. Pour un temps $t\geq 0$:

$$\Delta_{i,t}^h = [a(t)-b(t)]^+ \tag{A.4}$$

avec :

$$a(t) = \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_j\in \mathrm{IP}_X^h}} \left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)\cdot C_j - \max_{\substack{y\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_y\in\mathrm{IP}_X^h}} C_y \tag{A.5}$$

avec $X\in[\![1,k_h]\!]$ tel que $a(t)$ soit maximale, et :

$$b(t) = \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ j\neq i\\ \tau_j\in\mathrm{IP}_0^h}} \left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)\cdot C_j + \left(1+\left\lfloor\frac{t}{T_i}\right\rfloor\right)\cdot C_i - \min_{\substack{y\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_y\in\mathrm{IP}_0^h}} C_y \tag{A.6}$$

Par ailleurs, nous posons :

$$\Delta_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^h = \left[a'(t+\mathcal{B}_i^{slow}) - b(t+\mathcal{B}_i^{slow})\right]^+ \tag{A.7}$$

avec :

$$a'(t+\mathcal{B}_i^{slow}) = \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_j\in\mathrm{IP}_{X'}^h}} \left(1+\left\lfloor\frac{t+\mathcal{B}_i^{slow}+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)\cdot C_j - \max_{\substack{y\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_y\in\mathrm{IP}_{X'}^h}} C_y \tag{A.8}$$

avec $X'\in[\![1,k_h]\!]$ tel que $a'(t+\mathcal{B}_i^{slow})$ soit maximale.

Cas 1 $(a(t)\leq b(t))$ **:**
Sous cette hypothèse, nous avons $\Delta_{i,t}^h = 0$. Or, par définition, $\Delta_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^h \geq 0$, donc :

$$\Delta_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^h \geq \Delta_{i,t}^h \tag{A.9}$$

d'où ce premier résultat partiel.

Cas 2 $(a(t)>b(t))$ **:**
Étant donné que :
- par définition, $a'(t+\mathcal{B}_i^{slow})\geq a(t+\mathcal{B}_i^{slow})$
- $a(t+\mathcal{B}_i^{slow})\geq a(t)$ (la fonction a est croissante et $\mathcal{B}_i^{slow}\geq 0$)
- $\forall(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^{+^2}, \lfloor a+b\rfloor\leq\lfloor a\rfloor+\lceil b\rceil$
- $\forall(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^{+^2}, [a-b]^+\geq[a]^+-[b]^+$

nous pouvons minorer $\Delta^h_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}$ de la sorte :

$$
\begin{aligned}
\Delta^h_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}} &= \Big[a'(t+\mathcal{B}_i^{slow}) - b(t+\mathcal{B}_i^{slow})\Big]^+ \\
&\geq \Big[a(t+\mathcal{B}_i^{slow}) - b(t+\mathcal{B}_i^{slow})\Big]^+ \\
&\geq \Big[a(t) - b(t+\mathcal{B}_i^{slow})\Big]^+ \\
&\geq \left[a(t) - \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ j\neq i\\ \tau_j\in \mathrm{IP}_0^h}} \left(1+\left\lfloor \frac{t+\mathcal{B}_i^{slow}+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)\cdot C_j \right. \\
&\qquad \left. + \left(1+\left\lfloor \frac{t+\mathcal{B}_i^{slow}}{T_i}\right\rfloor\right)\cdot C_i - \min_{\substack{y\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_y\in \mathrm{IP}_0^h}} C_y \right]^+ \\
&\geq \left[a(t) - b(t) - \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_j\in \mathrm{IP}_0^h}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j}\right\rceil \cdot C_j \right]^+ \\
&\geq [a(t)-b(t)]^+ - \left[\sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_j\in \mathrm{IP}_0^h}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j}\right\rceil \cdot C_j \right]^+ \\
&\geq \Delta^h_{i,t} - \begin{cases} \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ pre_i(h)\in\mathcal{P}_j}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j}\right\rceil \cdot C_j & \text{si : } h\neq first_i \\ \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_i}\right\rceil \cdot C_i & \text{si : } h = first_i \end{cases}
\end{aligned}
\tag{A.10}
$$

En sommant le terme (A.10) sur l'ensemble des nœuds du chemin $\mathcal{P}_i$ et combinant cette somme avec le terme (A.9) dans le terme (A.3), nous obtenons le lemme 4.4.3 :

$$
\begin{aligned}
W^{last_i}_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}} &\leq W^{last_i}_{i,t} + \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j}\right\rceil \cdot C_j + \sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i\\ h\neq first_i}} \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ pre_i(h)\in\mathcal{P}_j}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j}\right\rceil \cdot C_j + \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_i}\right\rceil \cdot C_i \\
&\leq W^{last_i}_{i,t} + \mathcal{B}_i^{slow}
\end{aligned}
\tag{A.11}
$$

■

A.2. Preuve du lemme 5.4.3 (contexte FP/FIFO)

Cette preuve s'inspire de la preuve du lemme 3 de [MM06b]. L'expression de $W^{last_i}_{i,t}$ est récursive. Considérons alors la série suivante pour tout nœud $h \in \mathcal{P}_i$:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{W}_{i,t}^{h\ (0)} = & \sum_{\substack{j\in hp_i\cup sp_i\\ \mathcal{P}_j^h\cap\mathcal{P}_i^h\neq\emptyset}} C_j + \left(1+\left\lfloor\frac{t+J_i}{T_i}\right\rfloor\right)\cdot C_i + \sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i^h\\ h\neq last_i}}\left(\max_{\substack{j\in hp_i\cup sp_i\cup\{i\}\\ h\in\mathcal{P}_j^h}}\{C_j\}\right) + \Big(\mid\mathcal{P}_i^h\mid -1\Big)\cdot L \\
& -C_i + \sum_{h'\in\mathcal{P}_i^h}\delta_i^{h'} - \sum_{h'\in\mathcal{P}_i^h}\left[\max_{x\in[\![1,k_{h'}]\!]}\left(\sum_{\substack{j\in sp_i\\ \tau_j\in \mathrm{IP}_x^{h'}}} C_j - \max_{\substack{y\in sp_i\\ \tau_y\in\mathrm{IP}_x^{h'}}} C_y\right)\right. \\
& \left. + \min_{\substack{j\in\{i\}\cup sp_i\cup hp_i\\ \tau_y\in\mathrm{IP}_0^{h'}}} C_y - \sum_{\substack{j\in hp_i\cup sp_i\\ \tau_j\in\mathrm{IP}_0^{h'}}} C_j - \left(1+\left\lfloor\frac{t+J_i}{T_i}\right\rfloor\right)\cdot C_i\right]^+
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{W}_{i,t}^{h\ (p+1)} = & \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \mathcal{P}_j^h\cap\mathcal{P}_i^h\neq\emptyset}}\left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j + \sum_{\substack{j\in hp_i\\ last_{i,j}=h}}\left(1+\left\lfloor\frac{\mathcal{W}_{i,t}^{h\ (p)}+B_{i,j}^h}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j \\
& + \sum_{\substack{j\in hp_i\\ \mathcal{P}_j^h\cap\mathcal{P}_i^h\neq\emptyset\\ last_{i,j}\neq h}}\left(1+\left\lfloor\frac{\mathcal{W}_{i,t}^{last_{i,j}}+B_{i,j}^h}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j + \sum_{\substack{h'\in\mathcal{P}_i^h\\ h'\neq last_i}}\left(\max_{\substack{j\in hp_i\cup sp_i\cup\{i\}\\ h'\in\mathcal{P}_j}}\{C_j\}\right) \\
& + \Big(\mid\mathcal{P}_i^h\mid -1\Big)\cdot L - C_i + \sum_{h'\in\mathcal{P}_i^h}\delta_i^{h'} \\
& - \sum_{h'\in\mathcal{P}_i^h}\left[\max_{x\in[\![1,k_{h'}]\!]}\left(\sum_{\substack{j\in sp_i\\ \tau_j\in\mathrm{IP}_x^{h'}}}\left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j - \max_{\substack{y\in sp_i\\ \tau_y\in\mathrm{IP}_x^{h'}}} C_y\right) + \min_{\substack{j\in\{i\}\cup sp_i\cup hp_i\\ \tau_y\in\mathrm{IP}_0^{h'}}} C_y\right. \\
& \left. - \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \tau_j\in\mathrm{IP}_0^{h'}}}\left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j - \sum_{\substack{j\in hp_i\\ \tau_j\in\mathrm{IP}_0^{h'}}}\left(1+\left\lfloor\frac{\mathcal{W}_{i,t}^{h'(p)}+B_{i,j}^{h'}}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j\right]^+
\end{aligned}
$$

avec :
- $\mathcal{P}_i^h = [first_i, h] \subseteq \mathcal{P}_i$;
- $last_{i,j}^h$, le dernier nœud commun à $\mathcal{P}_i^h$ et $\mathcal{P}_j$;
- $B_{i,j}^h = -S_{min_j}^{last_{i,j}^h} + S_{max_j}^{first_{j,i}} - M_i^{first_{j,i}} + J_i$

Lorsque la série $\mathcal{W}_{i,t}^{last_i}$ converge, $W_{i,t}^{last_i}$ est sa limite.

Nous posons :

$$
\mathcal{B}_i^{slow} = \sum_{\substack{j\in\{i\}\cup sp_i\cup hp_i\\ \mathcal{P}_j\cap\mathcal{P}_i\neq\emptyset}}\left\lceil\frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j}\right\rceil\cdot C_j + \sum_{\substack{h\in\mathcal{P}_i\\ h\neq first_i}}\sum_{\substack{j\in\{i\}\cup sp_i\cup hp_i\\ pre_i(h)\in\mathcal{P}_j}}\left\lceil\frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j}\right\rceil\cdot C_j + \left\lceil\frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_i}\right\rceil\cdot C_i \quad \text{(A.12)}
$$

Démonstration. Nous considérons la série $\mathcal{W}_{i,t}^{last_i}$ pour établir le lemme par induction.

Étape 1 Nous prouvons le lemme sur le premier nœud $first_i$. En reprenant la démarche de la preuve du lemme 4.4.3 (voir paragraphe A.1, page 139), nous avons, pour tout $t \geq -J_i$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{W}_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^{first_i\,(0)} = & \sum_{\substack{j \in hp_i \cup sp_i \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i^h \neq \emptyset}} C_j + \left(1 + \left\lfloor \frac{t + \mathcal{B}_i^{slow} + J_i}{T_i} \right\rfloor\right) \cdot C_i - C_i + \sum_{h' \in \mathcal{P}_i^h} \delta_i^{h'} \\
& - \left[\max_{x \in [\![1, k_{first_i}]\!]} \left(\sum_{\substack{j \in sp_i \\ \tau_j \in \mathrm{IP}_x^{first_i}}} C_j - \max_{\substack{y \in sp_i \\ \tau_y \in \mathrm{IP}_x^{first_i}}} C_y \right) + \min_{\substack{j \in \{i\} \cup sp_i \cup hp_i \\ \tau_y \in \mathrm{IP}_0^{first_i}}} C_y \right. \\
& \left. - \sum_{\substack{j \in hp_i \cup sp_i \\ \tau_j \in \mathrm{IP}_0^{first_i}}} C_j - \left(1 + \left\lfloor \frac{t + \mathcal{B}_i^{slow} + J_i}{T_i} \right\rfloor\right) \cdot C_i \right]^+
\end{aligned}$$

Or, $\forall (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^{+^2}, \lfloor a + b \rfloor \leq \lfloor a \rfloor + \lceil b \rceil$, donc en particulier :

$$\left(1 + \left\lfloor \frac{t + \mathcal{B}_i^{slow} + J_i}{T_i} \right\rfloor\right) \cdot C_i \leq \left(1 + \left\lfloor \frac{t + J_i}{T_i} \right\rfloor\right) \cdot C_i + \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_i} \right\rceil \cdot C_i$$

Nous avons finalement la majoration recherché au rang (0) :

$$\begin{aligned}
\mathcal{W}_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^{first_i\,(0)} \leq & \sum_{\substack{j \in hp_i \cup sp_i \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i^h \neq \emptyset}} C_j + \left(1 + \left\lfloor \frac{t + J_i}{T_i} \right\rfloor\right) \cdot C_i + \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_i} \right\rceil \cdot C_i - C_i + \sum_{h' \in \mathcal{P}_i^h} \delta_i^{h'} \\
& - \Delta_{i,t}^{first_i} + \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_i} \right\rceil \cdot C_i \\
\leq & \mathcal{W}_{i,t}^{first_i\,(0)} + \mathcal{B}_i^{slow} \qquad \text{(A.13)}
\end{aligned}$$

La propriété étant démontrée au rang (0), nous la supposons vraie au rang (p), et nous la démontrons au rang $(p+1)$. Pour tout $t \geq -J_i$:

$$
\begin{aligned}
{\mathcal{W}_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^{first_i}}^{(p+1)} &= \sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \mathcal{P}_j \cap \mathcal{P}_i^h \neq \emptyset}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + \mathcal{B}_i^{slow} + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j \\
&+ \sum_{\substack{j \in hp_i \\ h \in \mathcal{P}_j^h}} \left(1 + \left\lfloor \frac{{\mathcal{W}_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^{first_i}}^{(p)} + B_{i,j}^{first_i}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j - C_i + \sum_{h' \in \mathcal{P}_i^h} \delta_i^{h'} \\
&- \left[\max_{x \in [\![1, k_{first_i}]\!]} \left(\sum_{\substack{j \in sp_i \\ \tau_j \in \mathrm{IP}_x^{first_i}}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + \mathcal{B}_i^{slow} + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j - \max_{\substack{y \in sp_i \\ \tau_y \in \mathrm{IP}_x^{first_i}}} C_y \right) \right. \\
&+ \min_{\substack{j \in \{i\} \cup sp_i \cup hp_i \\ \tau_y \in \mathrm{IP}_0^{first_i}}} C_y - \sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in \mathrm{IP}_0^{first_i}}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + \mathcal{B}_i^{slow} + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j \\
&\left. - \sum_{\substack{j \in hp_i \\ \tau_j \in \mathrm{IP}_0^{first_i}}} \left(1 + \left\lfloor \frac{{\mathcal{W}_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^{first_i}}^{(p)} + B_{i,j}^{first_i}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j \right]^+
\end{aligned}
$$

La preuve s'appuie sur une majoration similaire à celle de la preuve précédente (voir paragraphe A.1, page 139) pour les termes positifs de $\Delta_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^{first_i}$ qui s'ajoutent :

$$
\begin{aligned}
&\sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in \mathrm{IP}_0^{first_i}}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + \mathcal{B}_i^{slow} + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j + \sum_{\substack{j \in hp_i \\ \tau_j \in \mathrm{IP}_0^{first_i}}} \left(1 + \left\lfloor \frac{{\mathcal{W}_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^{first_i}}^{(p)} + B_{i,j}^{first_i}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j \\
\leq\ &\sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in \mathrm{IP}_0^{first_i}}} \left(1 + \left\lfloor \frac{t + A_{i,j}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j + \sum_{\substack{j \in sp_i \cup \{i\} \\ \tau_j \in \mathrm{IP}_0^{first_i}}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j} \right\rceil \cdot C_j \\
&+ \sum_{\substack{j \in hp_i \\ \tau_j \in \mathrm{IP}_0^{first_i}}} \left(1 + \left\lfloor \frac{{\mathcal{W}_{i,t}^{first_i}}^{(p)} + B_{i,j}^{first_i}}{T_j} \right\rfloor\right)^+ \cdot C_j + \sum_{\substack{j \in hp_i \\ \tau_j \in \mathrm{IP}_0^{first_i}}} \left\lceil \frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j} \right\rceil \cdot C_j \qquad \text{(A.14)}
\end{aligned}
$$

Nous obtenons alors le résultat attendu avec l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned}
\mathcal{W}_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^{first_i\ (p+1)} &\leq \sum_{\substack{j\in sp_i\cup\{i\}\\ \mathcal{P}_j^h\cap\mathcal{P}_i^h\neq\emptyset}} \left(1+\left\lfloor\frac{t+A_{i,j}}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j + \sum_{\substack{j\in hp_i\\ h\in\mathcal{P}_j^h}} \left(1+\left\lfloor\frac{\mathcal{W}_{i,t}^{first_i(p)}+B_{i,j}^{first_i}}{T_j}\right\rfloor\right)^+\cdot C_j \\
&\quad + \sum_{j\in hp_i\cup sp_i\cup\{i\}} \left\lceil\frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j}\right\rceil - C_i + \sum_{h'\in\mathcal{P}_i^h}\delta_i^{h'} - \Delta_{i,t}^{first_i} + \sum_{\substack{j\in\{i\}\cup hp_i\cup sp_i\\ \tau_j\in \mathrm{IP}_0^{first_i}}} \left\lceil\frac{\mathcal{B}_i^{slow}}{T_j}\right\rceil\cdot C_j \\
&\leq \mathcal{W}_{i,t}^{first_i(p)} + \mathcal{B}_i^{slow} \qquad \text{(A.15)}
\end{aligned}$$

Par récurrence sur p nous avons donc : $\mathcal{W}_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^{first_i} \leq \mathcal{W}_{i,t}^{first_i} + \mathcal{B}_i^{slow}$.

Étape 2 En supposant la propriété vraie sur tout nœud visité entre $first_i$ et $pre_i(h)$, avec $h \in \mathcal{P}_i$, nous montrons de la même manière que dans l'étape 1 que : $\mathcal{W}_{i,t+\mathcal{B}_i^{slow}}^{h} \leq \mathcal{W}_{i,t}^{h} + \mathcal{B}_i^{slow}$.

■

A.3. Preuve du lemme 5.5.1

La preuve suivant s'appuie sur la figure 5.15.

Démonstration. La durée $\mathcal{D}_{p_0}^h$ correspond au maximum entre 0 et la différence $a_{p_0} - f_{p_1}$. Nous cherchons donc à caractériser f_{p_1}.

Le paquet p_n étant le premier de la période active, nous avons :

$$f_{p_n} = a_{p_n} + C_n$$

Les paquets étant triés par durée de transmission décroissantes, nous avons alors :

$$\begin{aligned}
f_{p_{n-1}} &= f_{p_n} + C_{n-1} \geq a_{p_n} + C_n \\
&\vdots \\
f_{p_2} &= f_{p_3} + C_2 \geq a_{p_2} + C_{p_2} \\
f_{p_1} &= f_{p_2} + C_1 \geq a_{p_1} + C_{p_1}
\end{aligned}$$

Donc, en combinant les résultats précédents :

$$f_{p_1} = a_{p_n} + \sum_{i=1}^{n} C_i$$

Par ailleurs, les paquets p_n à p_1 étant placés de manière consécutive, nous avons :

$$a_{p_0} \geq a_{p_n} + \sum_{i=0}^{n-1} C_i$$

De là, nous déduisons la minoration de $\mathcal{D}^h_{p_0}$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}^h_{p_0} &= (a_{p_0} - f_{p_1})^+ \\
&\geq (a_{p_n} + \sum_{i=0}^{n-1} C_i - (a_{p_n} + \sum_{i=1}^{n} C_i))^+ \\
&\geq (a_{p_n} + \sum_{i=1}^{n-1} C_i + C_0 - (a_{p_n} + \sum_{i=1}^{n-1} C_i + C_n))^+ \\
&\geq (C_0 - C_n)^+
\end{aligned}$$

■

Annexe B

Exemples

Sommaire

B.1 Détail du calcul de la section 4.3.3 . . . . . **147**
B.2 Une implémentation de PGPS à base de temps virtuel **148**
B.2.1 Le principe 148
B.2.2 GPS et PGPS sur un exemple 149

B.1. Détail du calcul de la section 4.3.3

Nous donnons le détail du calcul par trajectoire pour calculer le délai de bout en bout pire cas d'une trame du VL v_3 générée à l'instant t de l'exemple du paragraphe 4.3.3, illustré par la figure 4.2.

Les termes restant à calculer sont : $A_{3,1}$, $A_{3,3}$, $A_{3,4}$ et $A_{3,5}$. Commençons par le premier d'entre eux :

$$
\begin{aligned}
A_{3,1} &= {S_{max}}_3^{first_{1,3}} - {S_{min}}_1^{first_{1,3}} - M_3^{first_{3,1}} + {S_{max}}_1^{first_{3,1}} \\
&= {S_{max}}_3^{S_3} - {S_{min}}_1^{S_3} - \sum_{h'=e_3}^{S_2} \left(\min_{\substack{j \in [\![1,5]\!] \\ h' \in \mathcal{P}_j}} \{C_j\} + L \right) + {S_{max}}_1^{S_3} \\
&= {S_{max}}_3^{S_3} - (C_1^{e_1} + L + C_1^{S_1} + L) - \left(\min_{\substack{j \in [\![1,5]\!] \\ e_3 \in \mathcal{P}_j}} \{C_j\} + L \right) - \left(\min_{\substack{j \in [\![1,5]\!] \\ S_2 \in \mathcal{P}_j}} \{C_j\} + L \right) + {S_{max}}_1^{S_3} \\
&= {S_{max}}_3^{S_3} - (40 + 16 + 40 + 16) - (40 + 16) - (40 + 16) + {S_{max}}_1^{S_3} \\
&= {S_{max}}_3^{S_3} + {S_{max}}_1^{S_3} - 224 \qquad \text{(B.1)}
\end{aligned}
$$

Les nouvelles inconnues sont alors ${S_{max}}_3^{S_3}$ et ${S_{max}}_1^{S_3}$. Elles se calculent de manière similaire. ${S_{max}}_3^{S_3}$ est la durée maximale qu'il faut à une trame du VL v_3 pour atteindre le nœud S_3. Il peut

donc se calculer de à l'aide de l'approche par trajectoires de manière récursive en considérant que le chemin du VL v_3 s'arrête avant le nœud S_3. Le détail du calcul récursif est laissé aux bons soins du lecteur. On a :

$$S_{max_3}^{S_3} = 40 + 16 + 2 \times 40 + 16 = 152\,\mu\text{s} \tag{B.2}$$

En utilisant le même procédé, on obtient :

$$S_{max_1}^{S_3} = 40 + 16 + 2 \times 40 + 16 = 152\,\mu\text{s} \tag{B.3}$$

D'où le résultat suivant :

$$A_{3,1} = 152 + 152 - 224 = 80\,\mu\text{s} \tag{B.4}$$

Nous pouvons alors calculer le terme $A_{3,4}$:

$$\begin{aligned}
A_{3,4} &= S_{max_3}^{first_{4,3}} - S_{min_4}^{first_{4,3}} - M_3^{first_{3,4}} + S_{max_4}^{first_{3,4}} \\
&= S_{max_3}^{S_2} - S_{min_4}^{S_2} - \sum_{h'=e_3}^{e_3} \left(\min_{\substack{j \in [\![1,5]\!] \\ h' \in \mathcal{P}_j}} \{C_j\} + L \right) + S_{max_4}^{S_2} \\
&= (C_3^{e_3} + L) - (C_4^{e_4} + L) - \left(\min_{\substack{j \in [\![1,5]\!] \\ e_3 \in \mathcal{P}_j}} \{C_j\} + L \right) + (C_4^{e_4} + L) \\
&= (40 + 16) - (40 + 16) - (40 + 16) + (40 + 16) \\
&= 0
\end{aligned} \tag{B.5}$$

Dans ce cas, nous avons $S_{min_3}^{S_2} = S_{max_3}^{S_2}$ et $S_{min_4}^{S_2} = S_{max_4}^{S_2}$, car les trames 3 et 4 sont seules sur leur chemin jusqu'au nœud S_2, et donc : $A_{3,4} = 0$. Nous avons aussi $A_{3,3} = J_3 = 0$. Il reste encore à calculer le troisième terme :

$$\begin{aligned}
A_{3,5} &= S_{max_3}^{first_{5,3}} - S_{min_5}^{first_{5,3}} - M_3^{first_{3,5}} + S_{max_5}^{first_{3,5}} \\
&= S_{max_3}^{S_3} - S_{min_5}^{S_3} - \sum_{h'=e_3}^{S_2} \left(\min_{\substack{j \in [\![1,5]\!] \\ h' \in \mathcal{P}_j}} \{C_j\} + L \right) + S_{max_1}^{S_3} \\
&= 152 - (C_5^{e_5} + L) - 2 \times (40 + 16) + (C_5^{e_5} + L) \\
&= 152 - (40 + 16) - 112 + (40 + 16) \\
&= 40\,\mu\text{s}
\end{aligned} \tag{B.6}$$

B.2. Une implémentation de PGPS à base de temps virtuel

B.2.1. Le principe

Parekh et Gallager proposent dans [PG93] une implémentation de la politique de service PGPS en utilisant le concept de temps virtuel pour mesurer l'évolution de GPS. Dans ce qui suit, l'hypothèse est faite que le serveur travail avec un débit $r = 1$.

Chaque instant d'arrivée ou de départ en GPS est considéré comme un événement. Le *j-ième* événement est noté t_j. Soit $t_1 = 0$ l'instant de début de la première période active, alors on

remarque que pour chaque $j = 2, 3, \ldots$, l'ensemble des classes actives dans l'intervalle (t_{j-1}, t_j) constant. Il est noté B_j. Le temps virtuel $V(t)$ est défini comme nul à chaque instant où le serveur n'a pas de travail. En considérant que pour chaque période active, le temps virtuel part de zéro, alors l'évolution de $V(t)$ est donnée par :

$$\begin{aligned} V(0) &= 0 \\ V(t_{j-1}+\tau) &= V(t_{j-1}) + \frac{\tau}{\sum_{i\in B_j}\phi_i}, \tau \leq t_j - t_{j-1}, j = 2, 3, \ldots \end{aligned} \tag{B.7}$$

En supposant que le *k-ième* paquet de la classe $\mathcal{C}_i$ arrive à l'instant a_i^k et a une longueur C_i^k et en notant S_i^k et F_i^k respectivement les temps virtuels correspondant au début du service et à la fin du service de ce paquet, en définissant $F_i^0 = 0$ pour tout i, nous avons :

$$S_i^k = \max\{S_i^{k-1}, V(a_i^k)\} \quad \text{et} \quad F_i^k = S_i^k + \frac{C_i^k}{\phi_i} \tag{B.8}$$

Cette façon de faire présente plusieurs avantages :
- le temps virtuel de départ peut être calculé dès lors que le paquet est arrivé ;
- les paquets sont servis dans l'ordre des temps virtuels de départ ;
- le temps virtuel n'a besoin d'être mis à jour que lors de l'arrivée ou du départ d'un paquet en GPS. Cependant, l'ensemble des classes actives B_j doit être maintenu à jour afin de pouvoir calculer l'évolution du temps virtuel.

B.2.2. GPS et PGPS sur un exemple

Pour montrer en détail comment se traduit dans un modèle paquet par paquet l'ordonnancement GPS défini dans le contexte d'un modèle fluide, nous proposons d'étudier l'exemple de configuration AFDX illustré par la figure B.1.

Dans cet exemple, cinq paquets de trois classes sont ordonnancés avec GPS, puis avec PGPS. Le nom de chaque paquet correspond à son numéro de classe i suivi de son rang k dans cette classe $\mathcal{C}_i$. La classe $\mathcal{C}_3$ a une pondération ϕ_3 quatre fois plus important que celle des classes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.

L'ordonnancement GPS suppose que les trois classes peuvent être servies en parallèle : elles se répartissent alors les ressources disponible au prorata de leur poids respectifs. Si on prend l'exemple du paquet 30, il dispose de deux tiers des ressources. Son temps de transmission est donc multiplié par 3/2 :

$$F_3^0 - S_3^0 = 3 \times \frac{3}{2} = 4.5$$

Le cas du paquet 11 est un peu plus compliqué. Il dispose de 100% des ressources pendant une unité de temps, puis partage la moitié avec le paquet 21 pendant une unité de temps. Ensuite, le paquet 30 réduit cette portion à un sixième pendant 4.5 unités de temps. Lorsqu'il a terminé sa transmission, le ratio remonte alors à 50% jusqu'à la fin du service du paquet 21. Enfin, 10 récupère les 100% et finit sa transmission pendant deux unités de temps.

La connaissance du nombre de classes actives à chaque instant permet de déterminer l'évolution du temps virtuel $V(t)$. Le taux d'accroissement du temps virtuel varie à chaque événement GPS. Son évolution n'est donc pas linéaire et il est remis à zéro au début de chaque période active.

Les instant de fin F_i^k peuvent alors êtres calculés dans la base de temps virtuelle. Par exemple, le paquet 30 arrive à l'instant 1.5. Il a une durée de 3 qui devient 0.75 lorsqu'elle est divisée par ϕ_3. Son instant de fin de transmission est donc : $1.5 + 0.75 = 2.25$ en temps virtuel. Sur la figure,

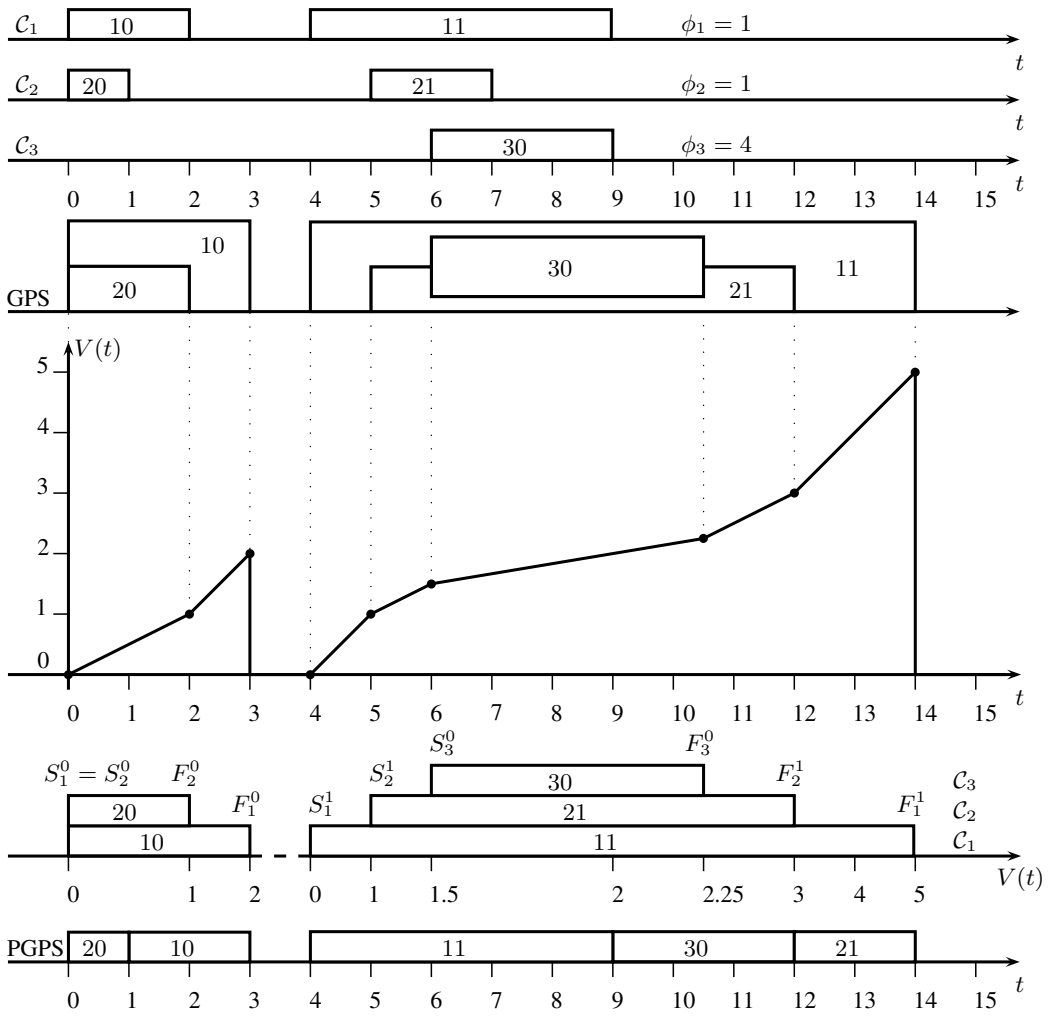


Fig. B.1: *Mise en œuvre de la politique de service PGPS*

Paquet i de la classe $\mathcal{C}_k$	(k,i)	$1,0$	$1,1$	$2,0$	$2,1$	$3,0$
Taille		2	5	1	2	3
Instant d'arrivée	(S_i^k)	0	4	0	5	6
Délai de transmission GPS	$(F_i^k - S_i^k)$	3	10	2	7	4.5
Délai de transmission PGPS	$(\hat{F}_i^k - \hat{S}_i^k)$	3	5	1	9	6
Retard de PGPS sur GPS	$(\hat{F}_i^k - F_i^k)$	0	-5	-1	2	1.5

Tab. B.1: *Délais de transmission en GPS et en PGPS*

l'échelle de temps virtuel est dilatée de manière à retrouver la correspondance avec le modèle GPS.

Le serveur PGPS transmet alors les paquets par ordre de F_i^k croissants, lorsque c'est possible : c'est-à-dire si le paquet en question est prêt à être transmis. On constate que l'ordre des F_i^k est toujours respecté, sauf pour le paquet 11, qui passe devant 21 et 30, car lorsqu'il arrive, il est le seul prêt à être transmis. Le serveur étant non oisif, il transmet donc immédiatement ce paquet.

Les délais de transmission en GPS et en PGPS, ainsi que le retard (ou l'avance) pris par un paquet entre les deux scénarios sont données dans le tableau B.1 pour l'ensemble des paquets de l'exemple.

On constate que les différences sont toujours inférieures aux bornes données par les termes (6.4) et (6.3). Le paquet qui prend le plus de retard par rapport au GPS est le paquet 21. Ce retard est de deux unités ($\leq C_{max} = 5$). Le paquet qui prend le plus d'avance est le paquet 11 avec une avance de 5 unités ($\leq (3-1) \times C_{max} = 10$). Cette grande avance est due à l'inversion dans l'ordre de transmission par rapport au GPS.

Annexe C

Avionique

Sommaire

C.1 Sûreté de fonctionnement **153**

C.1. Sûreté de fonctionnement

Catastrophic	Perte de l'avion Larges pertes humaines
Hazardous	Grande réduction des marges de sécurités Atteinte physique ou charge de travail tels que l'équipage ne peut pas accomplir ses tâches correctement ou complètement Blessures graves ou mort d'une proportion relativement faible des occupants
Major	Réduction significative des marges de sécurités Réduction de la capacité de l'équipage à faire face aux conditions défavorables du fait de l'augmentation de la charge de travail ou en raison de conditions altérant leur efficacité Blessures pour les occupants
Minor	Nuisances Limitations d'exploitation : application des procédures d'urgence
No effect	Pas de nuisance pour l'équipage ou les passagers

Tab. C.1: *Conséquences d'une défaillance en terme de sécurité*

Annexe D

Liste des publications

Sommaire

D.1 Conférences internationales avec comité de sélection **155**
D.2 Revues internationales avec comité de lecture **155**
D.3 Conférences francophones avec comité de sélection **156**
D.4 Rapports techniques **156**

D.1. Conférences internationales avec comité de sélection

- Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, et Christian Fraboul. Applying Trajectory approach with static priority queuing for improving the use of available AFDX resources. Dans *18th International Conference on Real-Time and Network Systems, à Toulouse 2010*, à Toulouse, 4–5/11/2010 (***best paper award***).
- Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, et Christian Fraboul. Worst-case end-to-end delay analysis of an avionics AFDX network. Dans *Proceedings of the Design Automation and Test in Europe Conference and Exhibition 2010 (DATE'10)*, à Dresde, 14–18/03/2010. IEEE.
- Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, et Christian Fraboul. Applying and optimizing Trajectory approach for performance evaluation of AFDX avionics network. Dans : *Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA 2009)*, Palma de Mallorca, 22–25/09/2009, IEEE.
- Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, et Christian Fraboul. Applying trajectory approach to AFDX avionics network. Dans : *Euromicro Conference on Real-Time Systems (session Work in Progress) (ECRTS 2009)*, Dublin, 01–03/07/2009.
- Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, et Christian Fraboul. Impact of QoS mechanisms on end-to-end delays for an avionics switched Ethernet. Dans : *Junior Researcher Workshop on Real-Time Computing*, p. 57-60, Rennes, 16–17/10/2008.

D.2. Revues internationales avec comité de lecture

- Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, et Christian Fraboul. Improving the worst-case delay analysis of an AFDX network using an optimized Trajectory approach. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2010.

D.3. Conférences francophones avec comité de sélection

– Jean-Luc Scharbarg, Jérôme Ermont, Henri Bauer et Christian Fraboul. Analyse des délais de bout en bout pire cas dans des réseaux avioniques. Dans *Journal européen des systèmes automatisés*, 7e colloque francophone sur la Modelisation des Systemes Reactifs à Nantes, 16/11/2009.

D.4. Rapports techniques

– Henri Bauer, Frédéric Boniol, Marc Boyer, Christian Fraboul, Jérôme Ermont, Jean-Luc Scharbarg. Preuve de déterminisme du réseau ADCN+ – Projet ADCN+ – Tache T5.2.6. Rapport de contrat, IRIT, septembre 2008.
– Anas Aboul El Kalam, Henri Bauer, Frédéric Boniol, Marc Boyer, Jérôme Ermont, Christian Fraboul, Jean-Luc Scharbarg. Étude de cas pour la validation des propositions de nouvelles couches 3 et 4 dans le réseau avionique ADCN – Projet ADCN+ – Tache T2.1.3. Rapport de contrat, IRIT, avril 2008.
– Anas Aboul El Kalam, Henri Bauer, Frédéric Boniol, Marc Boyer, Jérôme Ermont, Christian Fraboul, Jean-Luc Scharbarg. Analyse d'impact des propositions de nouvelles couches 3 et 4 dans le réseau avionique ADCN – Projet ADCN+ – Tache T2.1.2. Rapport de contrat, IRIT, mars 2008.
– Henri Bauer, Frédéric Boniol, Marc Boyer, Christian Fraboul, Jérôme Ermont, Jean-Luc Scharbarg. Preuve de d´eterminisme du réseau ADCN+ – Projet ADCN+ – Tache T5.2.4. Rapport de contrat, IRIT, mars 2008.
– Henri Bauer, Frédéric Boniol, Marc Boyer, Jérôme Ermont, Christian Fraboul, Jean-Luc Scharbarg. Définition de couches 3 et 4 dans le réseau avionique ADCN – Projet ADCN+ – Tache T2.1.1. Rapport de contrat, IRIT, février 2008.
– Henri Bauer, Marc Boyer, Jérôme Ermont, Christian Fraboul, Fabrice Frances, Frédéric Ridouard, Jean-Luc Scharbarg. Modélisations de différents éléments de l'architecture de référence en network calculus – Projet ADCN+ – Tache T3.3.2. Rapport de contrat, IRIT, décembre 2007.
– Henri Bauer, Marc Boyer, Jérôme Ermont, Christian Fraboul, Fabrice Frances, Frédéric Ridouard, Jean-Luc Scharbarg. Outils d'évaluation de borne maximale de délais des différents élément de l'architecture de référence – Projet ADCN+ – Tache T3.2.3. Rapport de contrat, IRIT, septembre 2007.
– Henri Bauer, Frédéric Boniol, Marc Boyer, Christian Fraboul, Jérôme Ermont, Claire Pagetti, Jean-Luc Scharbarg, Boris Sidoruk. Propositions d'architectures de référence ADCN+ – Vers un réseau à qualité de service – Projet ADCN+ – Tache T3.2.2.b. Rapport de contrat, IRIT, octobre 2007.
– Henri Bauer, Frédéric Boniol, Marc Boyer, Christian Fraboul, Jérôme Ermont, Claire Pagetti, Jean-Luc Scharbarg, Boris Sidoruk. Propositions d'architectures de référence ADCN+ – Vers une interconnexion maîtrisée – Projet ADCN+ – Tache T3.2.2.a. Rapport de contrat, IRIT, septembre 2007.
– Henri Bauer, Frédéric Boniol, Marc Boyer, Jean-Loup Bussenot, Christian Fraboul, Jérôme Ermont, Claire Pagetti, Jean-Luc Scharbarg, Boris Sidoruk. Premières réflexions sur une nouvelle architecture ADCN+ – Projet ADCN+ – Tache 3.2.2. Rapport de contrat, IRIT, juin 2007.
– Henri Bauer, Frédéric Boniol, Marc Boyer, Jean-Loup Bussenot, Christian Fraboul, Jérôme Ermont, Claire Pagetti, Jean-Luc Scharbarg, Boris Sidoruk. Etat de l'art sur l'architecture ADCN – Projet ADCN+ – Tache 3.2.1 – Rapport final. Rapport de contrat, IRIT, mai 2007.

Bibliographie

[AD94] Rajeev Alur and David L. Dill. Theory of Timed Automata. *Theoritical Computer Science*, 126(2) :183–235, 1994.

[APF02] Luis Almeida, Paulo Pedreiras, and José Alberto G. Fonseca. The ftt-can protocol : why and how. *IEEE transactions on industrial electronics*, 49(6) :1189–1201, December 2002.

[ARI91] *ARINC 651, Aeronautical Radio Inc. ARINC specification 651. Design Guidance for Integrated Modular Avionics.*, 1991.

[ARI97] *ARINC 653, Aeronautical Radio Inc. ARINC specification 653. Avionics application Software Standard Interface.*, 1997.

[ARI99] *ARINC 629, Aeronautical Radio Inc. ARINC specification 629. Multi-transmitter data Bus Part 1-Technical Description.*, 1999.

[ARI01] *ARINC 429, Aeronautical Radio Inc. ARINC specification 429. Digital Information Transfer System (DITS) parts 1,2,3.*, 2001.

[ARI03] *ARINC 664, Aircraft Data Network, Part 7 : Deterministic Networks.*, 2003.

[ARI05] ARINC Specification 664 : Aircraft Data Network, Parts 1,2,7. Technical report, Aeronotical Radio Inc., 2002-2005.

[ASEF10] Muhammad Adnan, Jean-Luc Scharbarg, Jérôme Ermont, and Christian Fraboul. Model for worst-case delay analysis of an AFDX network using timed automata (short paper). In *Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA), Bilbao, 13/09/2010-16/09/2010*, pages 1–4, http ://www.ieee.org/, septembre 2010. IEEE.

[BBC+98] S. Blake, D. Black, M. Carlson, E. Davies, Z. Wang, and W. Weiss. An Architecture for Differentiated Service. RFC 2475 (Informational), December 1998. Updated by RFC 3260.

[BBF+01] Béatrice Bérard, Michel Bidoit, Alain Finkel, François Laroussinie, Antoine Petit, Laure Petrucci, and Philippe Schnoebelen. *Systems and Software Verification. Model-Checking Techniques and Tools*. Springer, 2001.

[BCS94] R. Braden, D. Clark, and S. Shenker. Integrated Services in the Internet Architecture : an Overview. RFC 1633 (Informational), June 1994.

[BJT09] Anne Bouillard, Laurent Jouhet, and Eric Thierry. Service curves in Network Calculus : dos and don'ts. Research Report RR-7094, INRIA, 2009.

[BnA98] Augusto Burgueño Arjona. *Vérification et synthèse de systèmes temporisés par des méthodes d'obervation et d'analyse paramétrique*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace, Toulouse, France, 1998.

[BSF08] Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Impact of QoS mechanisms on end-to-end delays for an avionics switched Ethernet. In *Junior Researcher Workshop on Real-Time Computing, Rennes, 16/10/08-17/10/08*, pages 57–60, http ://www.irisa.fr/, october 2008. IRISA.

[BSF09a] Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Applying and optimizing trajectory approach for performance evaluation of AFDX avionics network. In *Proc. of the 14th International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, Mallorca, Spain, September 2009. IEEE.

[BSF09b] Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Applying trajectory approach to AFDX avionics network (short paper). In *Euromicro Conference on Real-Time Systems (session Work in Progress) (ECRTS09), Dublin, 01/07/2009-03/07/2009*, pages 57–60, http ://www.ieee.org/, juillet 2009. IEEE.

[BSF10a] Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Improving the worst-case delay analysis of an AFDX network using an optimized trajectory approach. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 6(4) :521–533, novembre 2010.

[BSF10b] Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Worst-case end-to-end delay analysis of an avionics AFDX network. In *Design Automation and Test in Europe Conference and Exhibition 2010, DATE'10*, Dresden, Germany, March 2010. IEEE.

[BSF11] Henri Bauer, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Applying trajectory approach with static priority queuing for improving the use of available AFDX resources (regular paper). In *International Conference on Real-Time and Network Systems (RTNS), Toulouse, 04/11/2010-05/11/2010*, pages 69–78, http ://hal.inria.fr, 2011. HAL-INRIA. (distinction décernée : Best paper award).

[BZB+97] R. Braden, L. Zhang, S. Berson, S. Herzog, and S. Jamin. Resource ReSerVation Protocol (RSVP) – Version 1 Functional Specification. RFC 2205 (Proposed Standard), September 1997. Updated by RFCs 2750, 3936, 4495.

[CBL06] Florin Ciucu, Almut Burchard, and Jörg Liebeherr. Scaling properties of statistical end-to-end bounds in the network calculus. *IEEE/ACM Trans. Netw.*, 14(SI) :2300–2312, 2006.

[CE82] Edmund M. Clarke and E. Allen Emerson. Design and synthesis of synchronization skeletons using branching-time temporal logic. In *Logic of Programs, Workshop*, pages 52–71, London, UK, 1982. Springer-Verlag.

[Cru91] R.L. Cruz. A calculus for network delay, part I & II. *IEEE Transactions on Information Theory*, 37(1) :114–131, January 1991.

[CSEF06] Hussein Charara, Jean-Luc Scharbarg, Jérôme Ermont, and Christian Fraboul. Methods for bounding end-to-end delays on an AFDX network. In *Proceedings of the 18th ECRTS*, Dresden, Germany, July 2006.

[Fel05] M. Felser. Real-time ethernet - industry prospective. *Proceedings of the IEEE*, 93(6) :1118 –1129, june 2005.

[Fle04] *Flexray Communications System - Protocol Specification - Version 2.0*, 2004.

[Fou10] Python Software Foundation. Python 2.7, 2010.

[GDR03] J.-P. Georges, T. Divoux, and E. Rondeau. Comparison of switched ethernet architectures models. In *Emerging Technologies and Factory Automation, 2003. Proceedings. ETFA '03. IEEE Conference*, volume 1, pages 375 – 382 vol.1, sept. 2003.

[Gri04] Jérôme Grieu. *Analyse et évaluation de techniques de commutation Ethernet pour l'interconnexion des systèmes avioniques.* PhD thesis, INP-ENSEEIHT, France, September 2004.

[HMFH02] Florian Hartwich, Bernd Müller, Thomas Führer, and Robert Hugel. Timing in ttcan networks. In *International CAN Conference*, Las Vegas, 2002.

[HX11] Y. Hua and L. Xue. Scheduling design and analysis for end-to-end heterogeneous flows in an avionics network. In *INFOCOM, 2011 Proceedings IEEE*, Shanghai, avril 2011.

[ISO93] Road vehicles – controller area network (can). ISO Standard 11898, International Organization for Standarization, 1993.

[ISO00] ISO. *ISO International Standard 11898-4 - Road vehicles - Controller Area Network - Part 4 : Time-Triggered Communication*, dec 2000.

[Kap01] G. Kaplan. Ethernet's winning ways. *Spectrum, IEEE*, 38(1) :113 –115, jan 2001.

[KG94] Hermann Kopetz and Günter Grünsteidl. Ttp - a protocol for fault-tolerant real-time systems. *Computer*, pages 14–23, January 1994.

[Kle10] L. Kleinrock. An early history of the internet [history of communications]. *Communications Magazine, IEEE*, 48(8) :26 –36, august 2010.

[LB98] J.Y. Le Boudec. Application of network calculus to guaranteed service networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44, May 1998.

[LBT01] Jean-Yves Le Boudec and Patrick Thiran. *Network Calculus : A Theory of Deterministic Queuing Systems for the Internet*, volume 2050 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer-Verlag, 2001. ISBN : 3-540-42184-X.

[LLR93] G. Le Lann and N Rivierre. Real-time communications over broadcast networks : the csma-dcr and the dod-csma-cd protocols. Report RR1863, INRIA, 1993.

[LPY97] Kim Guldstrand Larsen, Paul Pettersson, and Wang Yi. UPPAAL in a Nutshell. *International Journal on Software Tools for Technology Transfer*, 1(1–2) :134–152, 1997.

[LSF10] Xiaoting Li, Jean-Luc Scharbarg, and Christian Fraboul. Improving end-to-end delay upper bounds on an AFDX network by integrating offsets in worst-case analysis (regular paper). In *Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA), Bilbao, Spain, 13/09/2010-16/09/2010*, pages 1–8, http ://www.ieee.org/, septembre 2010. IEEE.

[Mar04] Steven Martin. *Maîtrise de la dimension temporelle de la qualité de service dans les réseaux*. PhD thesis, Université Paris XII, July 2004.

[MFH+02] Bernd Müller, Thomas Führer, Florian Hartwich, Robert Hugel, and H. Weiler. Fault tolerant ttcan networks. In *International CAN Conference*, Las Vegas, 2002.

[Mig99] Jörn Migge. *L'ordonnancement sous contraintes temps-réel : un modèle à base de trajectoires*. PhD thesis, INRIA, Sophia Antipolis France, November 1999.

[MM06a] S. Martin and P. Minet. Schedulability analysis of flows scheduled with FIFO : application to the Expedited Forwarding class. *Parallel and Distributed Processing Symposium, 2006. IPDPS 2006. 20th International*, pages 8 pp.–, April 2006.

[MM06b] Steven Martin and Pascale Minet. Worst case end-to-end response times of flows scheduled with FP/FIFO. In *ICNICONSMCL '06 : Proceedings of the International Conference on Networking, International Conference on Systems and International Conference on Mobile Communications and Learning Technologies*, page 54. IEEE Computer Society, 2006.

[MT11] G Marsal and D. Trognon. Industrial Ethernet. In Bogdan Wilamowski and J. David Irwin, editors, *The industrial electronics handbook : industrial communications systems*, chapter 37. CRC Press LLC, http ://www.crcpress.com/, 2 edition, février 2011.

[NBBB98a] K. Nichols, S. Blake, F. Baker, and D. Black. *Definition of the Differentiated Services Field (DS Field) in the IPv4 and IPv6 Headers*. United States, 1998.

[NBBB98b] K. Nichols, S. Blake, F. Baker, and D. Black. Definition of the Differentiated Services Field (DS Field) in the IPv4 and IPv6 Headers. RFC 2474 (Proposed Standard), December 1998. Updated by RFCs 3168, 3260.

[ORAG11] G. D. Orueta, E. S. C. Ruiz, N. O. Alonso, and M. C. Gil. Quality of Service. In Bogdan Wilamowski and J. David Irwin, editors, *The industrial electronics handbook : industrial communications systems*, chapter 19. CRC Press LLC, http ://www.crcpress.com/, 2 edition, février 2011.

[PG93] A. Parekh and R. Gallager. A generalised processor sharing approach to flow control in integrated services networks : the single-node case. *IEEE transactions on networking*, June 1993.

[QS82] J. Queille and J. Sifakis. Specification and verification of concurrent systems in cesar. In Mariangiola Dezani-Ciancaglini and Ugo Montanari, editors, *International Symposium on Programming*, volume 137 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 337–351. Springer Berlin / Heidelberg, 1982.

[SAMM07] L.A. Saidane, S. Azzaz, S. Martin, and P. Minet. Fp/fifo scheduling : Deterministic versus probabilistic qos guarantees and p-schedulability. In *Communications, 2007. ICC '07. IEEE International Conference on*, pages 518 –523, june 2007.

[SEBF09] Jean-Luc Scharbarg, Jérôme Ermont, Henri Bauer, and Christian Fraboul. Analyse des délais bout en bout pire cas dans les réseaux avioniques (regular paper). In *Colloque francophone sur la Modélisation des Systèmes Réactifs (MSR), Nantes, 16/11/2009-18/11/2009*, pages 953–967, http ://www.editions-hermes.fr/, novembre 2009. Hermès.

[Sim] Simulog. Qnap2. http ://www.simulog.fr.

[SLN06] Françoise Simonot Lion and Nicolas Navet. Les réseaux temps réel embarqués dans les véhicules. In Nicolas Navet, editor, *Systèmes temps réel 2 - Ordonnancement, réseaux et qualité de service*, Traité IC2, Information - Commande - Communication. Hermès - Lavoisier, 2006. J. : Computer Applications/J.7 : COMPUTERS IN OTHER SYSTEMS/J.7.6 : Real time.

[SRF09] Jean-Luc Scharbarg, Frédéric Ridouard, and Christian Fraboul. A probabilistic analysis of end-to-end delays on an AFDX avionic network. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2009.

[SW97] S. Shenker and J. Wroclawski. General Characterization Parameters for Integrated Service Network Elements. RFC 2215 (Proposed Standard), September 1997.

[Upp] http ://www.uppaal.com.

[VLB02] M Vojnovic and J.Y. Le Boudec. Stochastic analysis of some expediting forwarding networks. In *Proceedings of Infocom*, New York, June 2002.

[WTVL06] E. Wandeler, L. Thiele, M. Verhoef, and P. Lieverse. System architecture evaluation using modular performance analysis : a case study. *STTT*, 8(6) :649–667, 2006.

Glossaire

cut-through Mode de fonctionnement d'un commutateur dans lequel l'envoi d'un paquet sur un port de sortie dès le début de la réception du paquet sur un de ses ports d'entrées.

dioïde Un semi-anneau dans lequel le préordre définit par l'addition est une relation d'ordre.

format CVS Format de fichier de type tableur où les colonnes sont matérialisées par des virgules.

buffer Mémoire tampon.

event triggered Guidé par les événements.

latence technologique Délai minimum nécessaire à un élément du réseau pour traiter un paquet.

multicast Caractéristique d'un flux à destinataires multiples.

non-préemptif Caractéristique d'un ordonnanceur attendant la fin du traitement de la tâche en cours avant de considérer la prochaine tâche à traiter.

ordonnancement Algorithme décidant de la prochaine tâche à exécuter en fonction de la liste des tâches en attente.

streaming Diffusion d'un flux (généralement de type multimédia) de manière progressive et en continu.

store-and-forward Mode de fonctionnement d'un commutateur dans lequel la retransmission d'un paquet sur une ou plusieurs de ses interfaces de sortie ne peut débuter qu'après avoir complètement reçu et analysé le paquet reçu sur l'une de ses interfaces d'entrée.

time triggered Guidé par le temps.

Table des matières

Remerciements i

Sommaire iii

Table des figures iv

Liste des tables vii

Liste des acronymes et des notations xi

1 Introduction 1

1.1 Présentation du sujet . . . 1
1.1.1 Le déterminisme des communications avioniques . . . 2
1.1.2 Analyse du délai de bout en bout . . . 2
1.2 Position du problème . . . 2
1.3 Démarche suivie . . . 3
1.4 Principales contributions . . . 4
1.5 Organisation du document . . . 5

2 Analyse de délais de bout en bout et AFDX 7

2.1 Introduction . . . 7
2.2 Contexte des réseaux avioniques de type AFDX . . . 8
2.2.1 Évolution des bus et réseaux temps réel . . . 8
2.2.2 Le cas des réseaux avioniques . . . 9
2.2.3 Le réseau AFDX . . . 10
2.2.4 Le réseau AFDX de référence . . . 12
2.3 La maîtrise des délais de communication . . . 13
2.3.1 Introduction . . . 13
2.3.2 La variabilité du délai de bout en bout . . . 14
2.3.3 Analyse des délais de transmission pire cas . . . 15

2.4 Méthodes d'analyse pire cas d'un réseau AFDX 16
2.4.1 Aperçu des différentes approches dans le cas d'un VL AFDX 16
2.4.2 L'approche par calcul réseau 17
2.4.3 L'approche par vérification de modèle 21
2.4.4 Impact de l'approche déterministe sur le dimensionnement du réseau . . . 23
2.5 Conclusion 24

3 Évolution vers un AFDX à différentiation de flux 25

3.1 Introduction 25
3.2 Différentiation de flux 26
3.2.1 Évolution vers un AFDX à service différentié 26
3.2.2 De nouvelles politiques de service pour l'AFDX 27
3.2.3 Simulation d'un réseau AFDX avec des files d'attente 27
3.2.4 Application au cas d'un réseau AFDX industriel 27
3.2.5 Limites du réseau FIFO existant 29
3.2.6 Différentiation de flux avec FP/FIFO 31
3.2.7 Répartition équitable des ressources 34
3.2.8 Solution hybride FP/FIFO et WFQ 37
3.2.9 Bilan 38
3.3 Analyse du délai de bout en bout pire cas avec différentiation de flux 40
3.3.1 Modèle 40
3.3.2 Définitions et notations 41
3.3.3 Étude de la trajectoire d'un paquet 42
3.4 Conclusion 47

4 Analyse par trajectoires d'un réseau AFDX FIFO 49

4.1 Introduction 49
4.2 Modélisation de l'AFDX par l'approche par trajectoires 50
4.3 Illustration du calcul en ordonnancement FIFO 52
4.3.1 Calcul du délai d'une trame 52
4.3.2 Maximisation du délai de transmission de bout en bout 54
4.3.3 Formalisation du calcul 54
4.4 Prise en compte de la sérialisation des flux en ordonnancement FIFO 56
4.4.1 Illustration de l'impact de la sérialisation sur un exemple 57
4.4.2 Optimisation du calcul par trajectoires pour des flux sérialisés 58
4.4.3 Exemple d'application du calcul par trajectoires intégrant l'effet de sérialisation 63
4.5 Analyse du pessimisme des bornes obtenues 65
4.5.1 Recherche d'une borne sur le pessimisme 66
4.5.2 Génération d'un scénario défavorable en ordonnancement FIFO 66

4.5.3 Illustration sur un exemple . . . 67
4.5.4 Quelques remarques sur l'analyse de pessimisme . . . 70
4.6 Analyse d'une configuration industrielle . . . 74
4.6.1 Impact de la sérialisation à l'échelle d'une configuration industrielle . . . 74
4.6.2 Comparaison avec les bornes de référence . . . 76
4.6.3 Évaluation du pessimisme . . . 78
4.6.4 Variation de la borne pire cas . . . 79
4.7 Conclusion . . . 80

5 Analyse par trajectoires d'un réseau AFDX à priorités fixes 83

5.1 Introduction . . . 83
5.2 Modélisation d'un AFDX avec différents niveaux de priorité . . . 84
5.2.1 Les flux de priorité inférieure et l'effet de non préemption . . . 84
5.2.2 Le cas des flux de priorité supérieure . . . 85
5.3 Application à l'AFDX en ordonnancement FP/FIFO . . . 85
5.3.1 Illustration du calcul par trajectoires FP/FIFO . . . 86
5.3.2 Les différences entre le calcul FIFO et FP/FIFO . . . 88
5.4 Prise en compte de la sérialisation des flux en ordonnancement FP/FIFO . . . 89
5.4.1 Optimisation du calcul par trajectoires pour des flux sérialisés . . . 89
5.4.2 Exemple d'application du calcul par trajectoires optimisé . . . 95
5.5 Analyse de pessimisme . . . 99
5.5.1 Génération d'un scénario défavorable en ordonnancement FP/FIFO . . . 99
5.5.2 Illustration sur un exemple . . . 101
5.5.3 Limites de l'approche heuristique . . . 104
5.5.4 Récapitulatif . . . 105
5.6 Application à un exemple industriel . . . 105
5.6.1 Introduction . . . 105
5.6.2 Gain de la sérialisation sur une configuration industrielle . . . 106
5.6.3 Évaluation du pessimisme . . . 107
5.6.4 Différentiation de flux . . . 109
5.6.5 Récapitulatif . . . 111
5.7 Conclusion . . . 111

6 Analyse par trajectoires avec un ordonnancement équitable 113

6.1 Introduction . . . 113
6.2 Ordonnancement équitable de flux avec GPS . . . 114
6.2.1 Une politique de service équitable idéale . . . 114
6.2.2 Le GPS en mode paquet par paquet . . . 114
6.3 Stratégies pour borner le temps de traversée pire-cas dans le contexte PGPS . . . 115
6.3.1 Méthode A . . . 117

6.3.2 Méthode B . . . 117
6.4 Méthode A : Borne pire cas par rapport à PGPS . . . 118
6.4.1 Illustration sur un exemple . . . 120
6.5 Méthode B : Borne pire cas par rapport à FP/FIFO . . . 121
6.5.1 L'ordonnancement FP/FIFO comme majorant de WFQ . . . 121
6.5.2 Une borne pire cas du délai en ordonnancement WFQ . . . 122
6.5.3 Le cas des pondérations différentes . . . 127
6.5.4 Illustration sur un exemple . . . 128
6.6 Analyse du pessimisme des approches . . . 130
6.6.1 Comparaison sur la configuration d'exemple . . . 130
6.6.2 Limites de la méthode A . . . 130
6.6.3 Remarques sur la méthode B . . . 131
6.7 Conclusion . . . 131

7 Conclusion générale et perspectives 133
7.1 Principaux résultats . . . 133
7.1.1 Rappel de la problématique . . . 133
7.1.2 Résultats obtenus . . . 133
7.2 Perspectives . . . 134
7.2.1 L'approche par trajectoires pour les réseaux AFDX . . . 134
7.2.2 Les méthodes d'analyse du délai de bout en bout . . . 135
7.2.3 Évolution du modèle . . . 135
7.2.4 Autres domaines d'application . . . 135

Annexes 139

A Preuves 139
A.1 Preuve du lemme 4.4.3 (contexte FIFO) . . . 139
A.2 Preuve du lemme 5.4.3 (contexte FP/FIFO) . . . 141
A.3 Preuve du lemme 5.5.1 . . . 145

B Exemples 147
B.1 Détail du calcul de la section 4.3.3 . . . 147
B.2 Une implémentation de PGPS à base de temps virtuel . . . 148
B.2.1 Le principe . . . 148
B.2.2 GPS et PGPS sur un exemple . . . 149

C Avionique 153
C.1 Sûreté de fonctionnement . . . 153

D Liste des publications **155**

D.1 Conférences internationales avec comité de sélection 155

D.2 Revues internationales avec comité de lecture 155

D.3 Conférences francophones avec comité de sélection 156

D.4 Rapports techniques 156

Bibliographie **157**

Glossaire **161**

Table des matières **163**

Résumé La certification des réseaux avioniques requiert une maîtrise des délais de transmission des données. Cepednant, le multiplexage et le partage des ressource de communications dans des réseaux tels que l'AFDX (Avionics Full Duplex Switched Ethernet) rendent difficile le calcul d'un délai de bout en bout pire cas pour chaque flux. Des outils comme le calcul réseau fournissent une borne supérieure (pessimiste) de ce délai pire cas.

Les besoins de communication des avions civils modernes ne cessent d'augmenter et un nombre croissant de flux aux contraintes et aux caractéristiques différentes doivent partager les ressources existantes. Le réseau AFDX actuel ne permet pas de différentier plusieurs classes de trafic : les messages sont traités dans les files des commutateurs selon leur ordre d'arrivée (politique de service FIFO).

L'objet de cette thèse est de montrer qu'il est possible de calculer des bornes pire cas des délais de bout en bout avec des politiques de service plus évoluées, à base de priorités statiques (Priority Queueing) ou à répartition équitable de service (Fair Queueing). Nous montrons comment l'approche par trajectoires, issue de la théorie de l'ordonnancement dans des systèmes asynchrones distribués peut s'appliquer au domaine de l'AFDX actuel et futur (intégration de politiques de service plus évoluées permettant la différentiation de flux). Nous comparons les performances de cette approche avec les outils de référence lorsque cela est possible et étudions le pessimisme des bornes ainsi obtenues.

Abstract The certification process for avionics network requires guaranties on data transmission delays. However, calculating the worst case delay can be complex in the case of industrial AFDX (Avionics Full Duplex Switched Ethernet) networks. Tools such as Network Calculus provide a pessimistic upper bound of this worst case delay.

Communication needs of modern commercial aircraft are expanding and a growing number of flows with various constraints and characteristics must share already existing resources. Currently deployed AFDX networks do not differentiate multiple classes of traffic : messages are processed in their arrival order in the output ports of the switches (FIFO servicing policy).

The purpose of this thesis is to show that it is possible to provide upper bounds of end to end transmission delays in networks that implement more advanced servicing policies, based on static priorities (Priority Queuing) or on fairness (Fair Queuing). We show how the trajectory approach, based on scheduling theory in asynchronous distributed systems can be applied to current and future AFDX networks (supporting advanced servicing policies with flow differentiation capabilities). We compare the performance of this approach with the reference tools whenever it is possible and we study the pessimism of the computed upper bounds.