

# THÈSE

présentée devant l'  
**ECOLE CENTRALE DE LYON**

pour l'obtention du titre de  
**DOCTEUR**

Spécialité  
**Génie Civil**

par

**Yoann BAGAGLI**

## **MODÉLISATION CYCLIQUE DES SOLS ET INTERFACES SOL/STRUCTURE**

Soutenue le 14 Décembre 2011 devant la commission d'examen composée de :

|     |              |                    |                      |                       |
|-----|--------------|--------------------|----------------------|-----------------------|
| MM. | I. SHAHROUR  | Président de jury  | Professeur           | LML                   |
|     | M. BOULON    | Rapporteur         | Professeur           | 3S-R, INP Grenoble    |
|     | P.Y. HICHER  | Rapporteur         | Professeur           | GEM, EC Nantes        |
|     | C. DI PRISCO | Examineur          | Professeur           | Politecnico di Milano |
|     | J.J. FRY     | Examineur          | Ingénieur            | EDF, CIH Chambéry     |
|     | A. DANESCU   | Directeur de thèse | Maître de Conférence | INL, EC Lyon          |
|     | E. VINCENS   | Directeur de thèse | Maître de Conférence | LTDS, EC Lyon         |
|     | B. CAMBOU    | Invité             | Professeur           | LTDS, EC Lyon         |

**Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes**  
**Département de Mécanique des Solides, Génie Mécanique et Génie Civil**  
**Ecole Centrale de Lyon**  
36 Avenue Guy de Collongue 69134 Ecully Cedex



*A tous ceux qui me sont proches  
et qui me permettent d'avancer.*



# École Centrale de Lyon

Liste des personnes habilitées à diriger des recherches

|          |                          |                        |          |
|----------|--------------------------|------------------------|----------|
| Ampère   | BEROUAL Abderrahmane     | professeur             | ECL      |
|          | BURET François           | professeur             | ECL      |
|          | JAFFREZIC-RENAULT Nicole | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|          | KRAHENBUHL Laurent       | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|          | NICOLAS Alain            | professeur             | ECL      |
|          | NICOLAS LAURENT          | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|          | SCORLETTI Gérard         | professeur             | ECL      |
|          | SIMONET Pascal           | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|          | VOLLAIRE Christian       | professeur             | ECL      |
| DER EEA  | HELLOUIN Yves            | maître de conférences  | ECL      |
| DER STMS | GUIRALDENQ Pierre        | professeur émérite     | ECL      |
|          | VINCENT Léo              | professeur             | ECL      |
| ICJ      | LOHEAC Jean-Pierre       | maître de conférence   | ECL      |
|          | MAITRE Jean-François     | professeur émérite     | ECL      |
|          | MARION Martine           | professeur             | ECL      |
|          | MIRONESCU Elisabeth      | professeur             | ECL      |
|          | MOUSSAOUI Mohand         | professeur             | ECL      |
|          | MUSY François            | maître de conférence   | ECL      |
|          | ZINE Abdel-Malek         | maître de conférence   | ECL      |
| ICTT     | DAVID Bertrand           | professeur             | ECL      |
| INL      | CALLARD Anne-Ségolène    | professeur             | ECL      |
|          | CLOAREC Jean-Pierre      | maître de conférence   | ECL      |
|          | GAFFIOT Frédéric         | professeur             | ECL      |
|          | GAGNAIRE Alain           | maître de conférence   | ECL      |
|          | GARRIGUES Michel         | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|          | GENDRY Michel            | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|          | GRENET Geneviève         | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|          | HOLLINGER Guy            | directeur de recherche | ECL/CNRS |

|       |                         |                        |          |
|-------|-------------------------|------------------------|----------|
|       | KRAWCZYK Stanislas      | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|       | LETERTRE Xavier         | chargé de recherche    | ECL/CNRS |
|       | O'CONNORR Ian           | professeur             | ECL      |
|       | PHANER-GOUTORBE Magali  | professeur             | ECL      |
|       | ROBACH Yves             | professeur             | ECL      |
|       | SAINT-GIRONS Guillaume  | chargé de recherche    | ECL/CNRS |
|       | SEASSAL Christian       | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|       | SOUTYRAND Eliane        | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|       | TARDY Jacques           | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|       | VIKTOROVITCH Pierre     | directeur de recherche | ECL/CNRS |
| LIRIS | CHEN Liming             | professeur             | ECL      |
| LMFA  | BAILLY Christophe       | professeur             | ECL      |
|       | BERTOGLIO Jean-Pierre   | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|       | BLANC-BENON Philippe    | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|       | BOGEY Christophe        | chargé de recherche    | ECL/CNRS |
|       | CAMBON Claude           | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|       | CARRIERE Philippe       | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|       | CHAMPOUSSIN Jean-Claude | professeur émérite     | ECL      |
|       | COMPTE-BELLOT Geneviève | professeur émérite     | ECL      |
|       | FERRAND Pascal          | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|       | GALLAND Marie-Annick    | professeur             | ECL      |
|       | GODEFERD Fabien         | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|       | GOROKHOVSKI Mikhail     | professeur             | ECL      |
|       | HENRY Daniel            | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|       | JEANDEL Denis           | professeur             | ECL      |
|       | JUVE Daniel             | professeur             | ECL      |
|       | LE RIBAUT Catherine     | chargé de recherche    | ECL/CNRS |
|       | LEBOEUF Francis         | professeur             | ECL      |
|       | PERKINS Richard         | professeur             | ECL      |
|       | ROGER Michel            | professeur             | ECL      |
|       | SCOTT Julian            | professeur             | ECL      |
|       | SHAO Liang              | directeur de recherche | ECL/CNRS |
|       | SIMOENS Serge           | chargé de recherche    | ECL/CNRS |
|       | TREBINJAC Isabelle      | maître de conférence   | ECL      |
| LTDS  | BENAYOUN Stéphane       | professeur             | ECL      |
|       | CAMBOU Bernard          | professeur             | ECL      |
|       | COQUILLET Bernard       | maître de conférence   | ECL      |
|       | DANESCU Alexandre       | maître de conférence   | ECL      |
|       | FOUVRY Siegfried        | chargé de recherche    | ECL/CNRS |
|       | GEORGES Jean-Marie      | professeur émérite     | ECL      |

|                     |                        |          |
|---------------------|------------------------|----------|
| GUERRET Chrystelle  | chargé de recherche    | ECL/CNRS |
| HERTZ Dominique     | past                   | ECL      |
| ICHCHOU Mohamed     | professeur             | ECL      |
| JEZEQUEL Louis      | professeur             | ECL      |
| JUVZ Denyse         | ingénieur de recherche | ECL      |
| KAPSA Philippe      | directeur de recherche | ECL/CNRS |
| LE BOT Alain        | directeur de recherche | ECL/CNRS |
| LOUBET Jean-Luc     | directeur de recherche | ECL/CNRS |
| MARTIN Jean-Michel  | professeur             | ECL      |
| MATHIA Thomas       | directeur de recherche | ECL/CNRS |
| MAZUYER Denis       | professeur             | ECL      |
| PERRET-LIAUDET Joël | maître de conférence   | ECL      |
| SALVIA Michelle     | maître de conférence   | ECL      |
| SIDOROFF François   | professeur             | ECL      |
| SINOU Jean-Jacques  | professeur             | ECL      |
| STREMSDOERFER Guy   | professeur             | ECL      |
| THOUVREZ Fabrice    | professeur             | ECL      |
| TREHEUX Daniel      | professeur             | ECL      |
| VINCENS Eric        | maître de conférence   | ECL      |





# Remerciements

Je tenais tout d'abord à remercier profondément Eric Vincens pour son suivi et son guidage quotidien tout au long de ses trois années de thèse et sans qui ce travail n'aurait su voir le jour. Je salue tout particulièrement sa passion pour la compréhension de la matière et sa capacité à distiller la bonne humeur (parfois involontairement) tout autour de lui.

Un grand merci également à Alexandre Danescu pour avoir soutenu, au moins de manière administrative, le présent travail et grâce à qui j'ai découvert que l'on pouvait entamer une journée de travail à 7 heures et demi du matin en discutant de relativité restreinte autour d'un thé. Les kilomètres de footing passés à ses côtés laisseront une trace indélébile dans le bois de Serre.

Une pensée toute particulière me vient à l'esprit en ce qui concerne messieurs Bernard Cambou et Jean-Jacques Fry qui ont su apporter une certaine synergie au sein de ce travail en particulier et l'orientation de la recherche au laboratoire en général.

Je remercie également Pierre-Yves Hicher et Marc Boulon pour leurs rapports très précis et la pertinence de leurs remarques d'une part, ainsi que monsieur Boulon pour le rôle qu'il a joué au sien de ma thèse en qualité de responsable de groupe de travail pour le projet SOLCYP.

Il est également nécessaire de remercier chaleureusement chacun des acteurs scientifiques et financiers du projet SOLCYP sans qui cette thèse n'aurait su voir le jour.

De manière plus personnelle je tenais à saluer Hélène Magoariec pour sa complicité et ses chats rupestres ainsi que Cécile Nouguié dont l'accent du sud m'a permis de survivre trois ans dans cette jungle de lyonnais.

Mes remerciements vont également à Francesco Froiio, même si mes modèles ne vérifient toujours pas le second principe de la thermodynamique, ainsi qu'à Marie Chaze pour les heures passées à la hotline de Dell.

Un grand merci à Nadège Reboul pour ses conseils de vieux thésard à jeune doctorant, Jean-Patrick Plassiard pour les parties interminables de ping-pong ainsi que Son Nguyen dont je ne sais toujours pas s'il occupait un poste de défenseur ou de défonceur. Mon chemin à leurs côtés respectifs ne fut pas aussi long que ce que je l'aurais souhaité.

Merci également à Maxime Berot et Pierre-Jacques Liotier pour les moments de fou rire lors des repas, Magali Cruel avec qui j'ai passé de très bons moments ainsi que Laurianne pour m'avoir remis au sport après la rédaction de ce mémoire et tous les Mehdi qui se sont succédés.

Une pensée très particulière pour Jessica, James, Irma, Tegar, Yuhanis, Samia et

Samya deuxième du nom pour le brin d'exotisme qu'ils ont su amener au laboratoire.

Il faut également remercier Thierry Hoc et sa femme Catherine sans qui les peintures du laboratoire continueraient à tomber couche par couche.

Enfin un grand merci à Maryline, Stéphane, Bernard et Fouzia sans qui le G8 ne serait plus tout à fait le G8.

# Resumé

Le projet ANR SOLCYP dans lequel s'inscrit ce travail a pour objectif premier l'étude et la modélisation du comportement des pieux sous sollicitations cycliques à grand nombre de cycles, typiquement de l'ordre du million. Ce type de sollicitations engendre une forte évolution de l'état interne de l'interface pieu/sol et les modèles de comportement classiques ne sont alors pas adaptés pour traiter ce problème. La prise en compte plus fine de l'état interne dans les modèles de comportement semble être nécessaire pour ce genre d'application qui est celui des champs d'éoliennes, hydroliennes, fondations de plateforme offshore. Cette tâche a été envisagée ici dans le cadre d'un nombre de cycles modéré, plus simple à manipuler. .

Le problème de l'interface est en soi complexe car l'interface mécanique peut se dissocier singulièrement de l'interface géométrique en étant repoussée vers le matériau sol. Les deux cas de comportement extrêmes sont celui des pieux bétons, où l'interface suivra un comportement analogue à celui du sol et celui des pieux tubés en acier, qui s'apparentera à un comportement du type Coulomb.

Deux variables internes ont pu être identifiées : une variable qualifiée de non-orientée dont la mesure est facilement accessible et une variable orientée associée à l'anisotropie de comportement du matériau. Classiquement, seule la première variable est retenue comme explicative des propriétés du matériau ou de son comportement. Il s'agit bien sûr d'une approximation et la variable orientée dont l'influence est sous-jacente en général tout le long du chemin de contraintes doit apparaître plus explicitement dans certains cas. Les lois d'évolution des propriétés du matériau aux différents états repères ont été données tout comme l'évolution des paramètres de modèle en fonction de ces variables internes.

Ce travail a conduit à la mise au point de deux modèles : le premier destiné à la modélisation des éléments de volume de sol. Il compte un jeu unique de 20 paramètres identifiable sur quatre essais et permet de modéliser convenablement le comportement du sol sous des chemins de contraintes très variés (monotone, cyclique, drainé, non-drainé) et différents états internes initiaux (densités, pression de confinement). Le second modèle consiste en l'adaptation du premier à la structure des interfaces, il compte 14 paramètres et permet également de reproduire le comportement de ce type de système pour une large gamme d'états initiaux et différentes conditions aux limites. Chacun de ces modèles, validé sur quelques dizaines de cycles, pourra ultérieurement servir de base à une formulation du problème à grands nombres de cycles.

## Mots clés

Modélisation, sol, interface sol/structure, sollicitations cycliques



# Abstract

This work is include in the national project SOLCYP. This project, support by ANR, focus on the observation and modeling of behavior of pile under cyclic loading with large number of cycles (about one million). This type of solicitations leads to an important change in the internal state of the interface soil/pile and classic models aren't adapted to deal with this issue. Here, internal state of material is taken into account with a number of cycle limited (easier to study)

In geomaterial, interface issue is pretty difficult, mainly due to the fact that mechanical interface can be shifted from the geometrical contact to the mass of soil. In extreme ways, concrete pile will have a behavior mainly linked to the behavior of soil when steel pile behavior can be assessed with coulomb friction.

Two internal variables have been identified : the first one can be regarded as isotropic and can be easily assessed when the second one is considered as anisotropic harder to quantify. Generally, just the first variable is taken into the account to forecast the evolution of material properties and behavior. But this is no more than an approximation. In fact, anisotropic variable has an action as well as the isotropic one. But, depending to the type of solicitations, these actions can be strongly linked or really uncorrelated. Evolution of parameters set is given depending these variables.

This work has made possible the design of two models : the first one is a mass soil model. It needs 20 parameters, identified from four triaxial and isotropic tests, and is able to reproduce the soil behavior under numerous loading paths (monotonic, cyclic, drained, undrained) and different initial states (density, mean pressure...). The second one is an adaptation of the soil model for rough interface issues. It needs 14 parameters and is also able to forecast interface behavior under different initial state and limit conditions. Both, confirmed for some dozens of cycles, will be used in the large number of cycles issues formulation.

## Key words

Modeling, soil, interface soil/structure, cyclic loading



# Table des matières

|                                                                      |           |
|----------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Introduction générale</b>                                         | <b>1</b>  |
| <b>I Étude bibliographique</b>                                       | <b>5</b>  |
| <b>1 Comportement des sols</b>                                       | <b>7</b>  |
| 1.1 Introduction . . . . .                                           | 7         |
| 1.2 Comportement drainé sous sollicitation monotone . . . . .        | 7         |
| 1.2.1 Dualité densité/confinement . . . . .                          | 8         |
| 1.2.2 L'état critique . . . . .                                      | 11        |
| 1.2.3 L'état caractéristique . . . . .                               | 12        |
| 1.2.4 L'état de rupture . . . . .                                    | 13        |
| 1.2.5 Comportement sous sollicitation isotrope . . . . .             | 13        |
| 1.3 Comportement drainé sous sollicitation cyclique . . . . .        | 14        |
| 1.3.1 Hystérésis et amortissement . . . . .                          | 15        |
| 1.3.2 Comportement volumique . . . . .                               | 16        |
| 1.3.3 Évolution et effet de l'anisotropie . . . . .                  | 18        |
| 1.3.4 Cas des grands nombres de cycles . . . . .                     | 20        |
| 1.3.5 Comportement isotrope cyclique . . . . .                       | 22        |
| 1.4 Comportement non-drainé sous sollicitation monotone . . . . .    | 22        |
| 1.4.1 Relation de Terzaghi . . . . .                                 | 23        |
| 1.4.2 Les trois types de comportements . . . . .                     | 24        |
| 1.4.3 L'état à grandes déformations . . . . .                        | 25        |
| 1.4.4 Impact de l'état initial du sol sur son comportement . . . . . | 26        |
| <b>2 Comportement des interfaces type pieu/sol</b>                   | <b>29</b> |
| 2.1 Introduction . . . . .                                           | 29        |
| 2.2 Les différents types d'essais . . . . .                          | 29        |
| 2.2.1 Les essais sur piles . . . . .                                 | 29        |
| 2.2.2 La boîte de cisaillement . . . . .                             | 30        |
| 2.2.3 L'essai de cisaillement simple . . . . .                       | 32        |
| 2.2.4 Autres types d'essais . . . . .                                | 32        |
| 2.3 Définition des variables de l'interface . . . . .                | 33        |
| 2.3.1 Les variables relatives au comportement mécanique . . . . .    | 33        |
| 2.3.2 La rugosité . . . . .                                          | 33        |
| 2.3.3 Épaisseur et densité de l'interface . . . . .                  | 35        |
| 2.4 Le comportement mécanique des interfaces . . . . .               | 36        |
| 2.4.1 L'essai de référence . . . . .                                 | 36        |

|           |                                                                              |           |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.4.2     | Effets de la condition aux limites . . . . .                                 | 37        |
| 2.4.3     | Effets de la densité et du confinement . . . . .                             | 40        |
| 2.4.4     | Effets de la rugosité . . . . .                                              | 41        |
| <b>3</b>  | <b>Les modèles</b>                                                           | <b>43</b> |
| 3.1       | Introduction . . . . .                                                       | 43        |
| 3.2       | Le modèle CJS . . . . .                                                      | 43        |
| 3.2.1     | Mécanisme élastique . . . . .                                                | 44        |
| 3.2.2     | Mécanisme plastique isotrope . . . . .                                       | 45        |
| 3.2.3     | Mécanisme plastique déviatoire . . . . .                                     | 47        |
| 3.2.4     | Une modélisation hiérarchisée et un nombre de paramètres adaptable . . . . . | 53        |
| 3.3       | Les autres modèles . . . . .                                                 | 56        |
| 3.3.1     | Les autres modèles élastoplastiques . . . . .                                | 56        |
| 3.3.2     | Les modèles empiriques . . . . .                                             | 57        |
| 3.3.3     | Les modèles d'interfaces . . . . .                                           | 59        |
| <b>II</b> | <b>Modélisation</b>                                                          | <b>63</b> |
| <b>4</b>  | <b>Amélioration du modèle CJS</b>                                            | <b>65</b> |
| 4.1       | Introduction . . . . .                                                       | 65        |
| 4.2       | Essais expérimentaux retenus pour la validation du modèle . . . . .          | 65        |
| 4.2.1     | Essais isotropes . . . . .                                                   | 65        |
| 4.2.2     | Essais triaxiaux sur sable d'Hostun . . . . .                                | 66        |
| 4.2.3     | Essais triaxiaux sur sable de Toyoura . . . . .                              | 67        |
| 4.3       | Amélioration du mécanisme isotrope . . . . .                                 | 67        |
| 4.3.1     | Le module de compressibilité équivalent . . . . .                            | 67        |
| 4.3.2     | Domaine normalement consolidé . . . . .                                      | 68        |
| 4.3.3     | Domaine surconsolidé et décharge . . . . .                                   | 69        |
| 4.3.4     | Expression des modules et nombre de paramètres . . . . .                     | 71        |
| 4.4       | Prise en compte des états repères . . . . .                                  | 73        |
| 4.4.1     | État critique . . . . .                                                      | 73        |
| 4.4.2     | État de rupture . . . . .                                                    | 75        |
| 4.4.3     | Analyse de l'état caractéristique . . . . .                                  | 76        |
| 4.4.4     | Simulations monotones drainées . . . . .                                     | 76        |
| 4.5       | Amélioration de l'écrouissage cinématique . . . . .                          | 77        |
| 4.5.1     | Prise en compte de l'état interne isotrope . . . . .                         | 77        |
| 4.5.2     | Simulations monotones drainés . . . . .                                      | 79        |
| 4.6       | Amélioration de la loi de dilatance . . . . .                                | 81        |
| 4.6.1     | Prise en compte de l'état interne . . . . .                                  | 81        |
| 4.6.2     | Simulations cycliques alternées drainées . . . . .                           | 82        |
| 4.6.3     | Simulations monotones non-drainés . . . . .                                  | 82        |
| 4.7       | Prise en compte de l'anisotropie . . . . .                                   | 84        |
| 4.8       | Application aux essais cycliques non drainés . . . . .                       | 86        |
| 4.9       | Bilan paramétrique, calage et analyse critique des résultats . . . . .       | 90        |
| 4.9.1     | Bilan paramétrique . . . . .                                                 | 90        |
| 4.9.2     | Calage des paramètres . . . . .                                              | 91        |



|            |                                                                                 |            |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.9.3      | Analyse des résultats et limites du modèle . . . . .                            | 92         |
| <b>5</b>   | <b>Adaptation aux interfaces</b>                                                | <b>95</b>  |
| 5.1        | Introduction . . . . .                                                          | 95         |
| 5.2        | Essais expérimentaux retenus pour la validation du modèle . . . . .             | 95         |
| 5.2.1      | Choix des essais et caractéristiques du matériau granulaire . . . . .           | 95         |
| 5.2.2      | Rugosité et densité des interfaces . . . . .                                    | 96         |
| 5.2.3      | Détails des essais . . . . .                                                    | 96         |
| 5.3        | Équations du modèle d'interface . . . . .                                       | 97         |
| 5.3.1      | Procédés d'adaptation d'un modèle de sol à un modèle d'in-<br>terface . . . . . | 97         |
| 5.3.2      | Incrément de déplacement relatif . . . . .                                      | 98         |
| 5.3.3      | Mécanisme élastique . . . . .                                                   | 99         |
| 5.3.4      | Mécanisme plastique tangentiel . . . . .                                        | 99         |
| 5.4        | Prise en compte de l'état interne . . . . .                                     | 103        |
| 5.4.1      | Évolution de l'état interne du matériau au niveau de l'interface                | 103        |
| 5.4.2      | Mécanisme élastique . . . . .                                                   | 106        |
| 5.4.3      | États repères . . . . .                                                         | 107        |
| 5.4.4      | Écrouissage cinématique . . . . .                                               | 111        |
| 5.4.5      | Loi de dilatance . . . . .                                                      | 114        |
| 5.5        | Bilan paramétrique et analyse critique des résultats . . . . .                  | 117        |
| 5.5.1      | Bilan paramétrique . . . . .                                                    | 117        |
| 5.5.2      | Calage des paramètres . . . . .                                                 | 117        |
| 5.5.3      | Analyse des résultats . . . . .                                                 | 118        |
|            | <b>Conclusions et perspectives</b>                                              | <b>121</b> |
|            | <b>Bibliographie</b>                                                            | <b>125</b> |
| <b>III</b> | <b>Annexes</b>                                                                  | <b>131</b> |
| <b>A</b>   | <b>Détermination de l'incrément d'indice des vides <math>\dot{e}</math></b>     | <b>133</b> |
| A.1        | Pour un sol . . . . .                                                           | 133        |
| A.2        | Pour une interface . . . . .                                                    | 134        |
| <b>B</b>   | <b>Simplification des équations du CJS pour un essai triaxial</b>               | <b>137</b> |
| B.1        | Tenseur de contraintes et de déformations et leurs invariants . . . . .         | 137        |
| B.2        | Facteur de forme . . . . .                                                      | 137        |
| B.3        | Contraintes locales . . . . .                                                   | 138        |
| B.4        | Dérivées . . . . .                                                              | 138        |
| <b>C</b>   | <b>Démonstration de certaines équations du CJS</b>                              | <b>139</b> |
| C.1        | L'expression de $\mathbf{Q}$ . . . . .                                          | 139        |
| C.2        | L'expression de $\phi_0$ . . . . .                                              | 141        |
| C.3        | Justification de l'expression de $\mathbf{n}_{ij}$ . . . . .                    | 143        |
| C.3.1      | Norme de $\mathbf{n}$ . . . . .                                                 | 143        |
| C.3.2      | Orthogonalité de $\mathbf{n}$ et $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{dp}$ . . . . .   | 144        |
| C.3.3      | Respect de la loi de dilatance . . . . .                                        | 144        |

|          |                                                                                                                              |            |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| C.4      | Calcul des dérivées de la relation de consistance . . . . .                                                                  | 146        |
| C.4.1    | Calcul de la dérivée par rapport à $R$ . . . . .                                                                             | 146        |
| C.4.2    | Calcul de la dérivée par rapport à $\mathbf{X}$ . . . . .                                                                    | 146        |
| C.4.3    | Calcul de la dérivée par rapport à $\boldsymbol{\sigma}$ . . . . .                                                           | 147        |
| <b>D</b> | <b>Calage des paramètres du modèle de volume de sol CJS</b>                                                                  | <b>149</b> |
| D.1      | Paramètres physiques : $e_{min}$ et $e_{max}$ . . . . .                                                                      | 149        |
| D.2      | Paramètres des mécanismes isotropes : $K_0^{eq}$ , $n$ et $\Gamma_{e/p}$ . . . . .                                           | 149        |
| D.3      | Module de cisaillement élastique $G_0^e$ . . . . .                                                                           | 150        |
| D.4      | Courbe d'état critique dans le repère $(e, \ln p')$ . . . . .                                                                | 150        |
| D.5      | Facteur de forme . . . . .                                                                                                   | 151        |
| D.6      | Paramètres d'états critique, caractéristique et de rupture en contrainte :<br>$R_{crit}$ , $R_{car}$ et $R_{rupt}$ . . . . . | 151        |
| D.7      | Rayon élastique maximal : $R_m$ . . . . .                                                                                    | 152        |
| D.8      | Le paramètre de dilatance $\beta$ . . . . .                                                                                  | 152        |
| D.9      | Paramètre d'écrouissage cinématique : $\mathbf{a}$ . . . . .                                                                 | 153        |
| D.10     | Paramètre d'écrouissage isotrope : $\mathbf{A}$ . . . . .                                                                    | 155        |
| D.11     | Paramètres variationnels isotropes : $\alpha_{car}$ , $\alpha_{rupt}$ , $\alpha_a$ et $\alpha_\beta$ . . . . .               | 157        |
| D.12     | Paramètres variationnels anisotropes : $\kappa_A$ et $\kappa_a$ . . . . .                                                    | 157        |
| <b>E</b> | <b>Simulations d'essais triaxiaux</b>                                                                                        | <b>159</b> |
| E.1      | Essais sur sable de Hostun . . . . .                                                                                         | 159        |
| E.1.1    | Essai isotrope cyclique . . . . .                                                                                            | 160        |
| E.1.2    | Essais monotones drainés . . . . .                                                                                           | 161        |
| E.1.3    | Essais monotones non-drainés . . . . .                                                                                       | 165        |
| E.1.4    | Essais cycliques alternés . . . . .                                                                                          | 169        |
| E.1.5    | Essai cyclique répété . . . . .                                                                                              | 171        |
| E.2      | Essais sur sable de Toyoura . . . . .                                                                                        | 172        |
| E.2.1    | Essai cyclique isotrope . . . . .                                                                                            | 173        |
| E.2.2    | Essais monotones drainés . . . . .                                                                                           | 174        |
| E.2.3    | Essais monotones non-drainés . . . . .                                                                                       | 176        |
| <b>F</b> | <b>Calage des paramètres du modèle CJS d'interface</b>                                                                       | <b>179</b> |
| F.1      | Paramètres physiques . . . . .                                                                                               | 179        |
| F.1.1    | Indices des vides limites : $e_{min}$ et $e_{max}$ . . . . .                                                                 | 179        |
| F.1.2    | Épaisseur d'interface : $e_p$ . . . . .                                                                                      | 179        |
| F.2      | Paramètres élastiques . . . . .                                                                                              | 179        |
| F.2.1    | Raideur normale : $k_{n0}$ et $n$ . . . . .                                                                                  | 179        |
| F.2.2    | Raideur tangentielle : $k_{s0}$ . . . . .                                                                                    | 180        |
| F.3      | Paramètres d'état critique . . . . .                                                                                         | 180        |
| F.3.1    | Droite d'état critique : $e_{0crit}$ et $c_{crit}$ . . . . .                                                                 | 180        |
| F.3.2    | Angle de frottement critique : $\tan \phi_{crit}$ . . . . .                                                                  | 180        |
| F.4      | Identification des angles de frottement . . . . .                                                                            | 180        |
| F.4.1    | Angle de frottement caractéristique et de rupture : $\tan \phi_{car}$ et<br>$\tan \phi_{rupt}$ . . . . .                     | 180        |
| F.4.2    | Angle de frottement élastique maximal : $\tan \phi_m$ . . . . .                                                              | 181        |
| F.5      | Paramètre de dilatance : $\beta$ . . . . .                                                                                   | 181        |
| F.6      | Paramètre d'écrouissage . . . . .                                                                                            | 181        |

|          |                                                                                                      |            |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| F.6.1    | Paramètre d'écrouissage cinématique : $a$ . . . . .                                                  | 181        |
| F.6.2    | Paramètre d'écrouissage isotrope : $A$ . . . . .                                                     | 183        |
| F.7      | Paramètres variationnels : $\alpha_{car}$ , $\alpha_{rupt}$ , $\alpha_a$ et $\alpha_\beta$ . . . . . | 184        |
| <b>G</b> | <b>Simulations d'essais d'interface</b>                                                              | <b>185</b> |
| G.1      | Essais monotones . . . . .                                                                           | 185        |
| G.1.1    | Interfaces lisses-lâches . . . . .                                                                   | 185        |
| G.1.2    | Interfaces rugueuses-denses . . . . .                                                                | 193        |
| G.2      | Essais cycliques . . . . .                                                                           | 202        |



# Notations

## Alphabet latin

|              |                                                                                    |                                                                                     |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| $a$          | Variable d'écrouissage cinématique (CJS et CJSi)                                   |                                                                                     |
| $a_0$        | Paramètre d'écrouissage cinématique (CJS et CJSi)                                  |                                                                                     |
| $A$          | Paramètre d'écrouissage isotrope (CJS et CJSi)                                     |                                                                                     |
| $\mathbf{A}$ | Déviateur du tenseur d'ordre 4 de texture se normale au contact                    | $\mathbf{A} = \mathbf{H} - \frac{1}{3}tr(\mathbf{H})$                               |
| $c_{crit}$   | Paramètre d'état critique (CJS et CJSi)                                            |                                                                                     |
| $C_1$        | Paramètre de la loi de Byrne                                                       |                                                                                     |
| $C_2$        | Paramètre de la loi de Byrne                                                       |                                                                                     |
| $d$          | Taux de dilatançe                                                                  | $d = \varepsilon_v / \varepsilon_d$                                                 |
| $d_0$        | Paramètre de dilatançe [LD00]                                                      |                                                                                     |
| $D_{10}$     | Dimension du tamis ne laissant passer que 10% de la masse d'un matériau granulaire |                                                                                     |
| $D_{50}$     | Dimension du tamis ne laissant passer que 50% de la masse d'un matériau granulaire |                                                                                     |
| $D_{60}$     | Dimension du tamis ne laissant passer que 60% de la masse d'un matériau granulaire |                                                                                     |
| $D_r$        | Densité relative                                                                   | $D_r = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}}$                                       |
| $e$          | Indice des vides                                                                   | $e = V_{vide} / V_{solide}$                                                         |
| $\mathbf{e}$ | Déviateur du tenseur des déformations                                              | $\mathbf{e} = \boldsymbol{\varepsilon} - tr(\boldsymbol{\varepsilon})/3 \mathbf{I}$ |
| $e_{0crit}$  | Paramètre d'état critique (CJSi)                                                   |                                                                                     |
| $e_{crit}$   | Indice des vides à l'état critique                                                 |                                                                                     |
| $e_{max}$    | Indice des vides maximal                                                           |                                                                                     |
| $e_{min}$    | Indice des vides minimal                                                           |                                                                                     |
| $e_p$        | Épaisseur d'une interface                                                          |                                                                                     |
| $f^{car}$    | Surface caractéristique (CJS)                                                      | $f^{car} = s_{II}^{car} h(\theta_q) - R_{car} I_1$                                  |
| $f^{crit}$   | Surface critique (CJS)                                                             | $f^{crit} = s_{II} h(\theta_q) - R_{crit} I_1$                                      |
| $f^{rupt}$   | Surface de rupture (CJS)                                                           | $f^{rupt} = s_{II} h(\theta_q) - R_{rupt} I_1$                                      |
| $f^d$        | Surface de charge déviatoire (CJS)                                                 | $f^d = q_{II} h(\theta_q) - R I_1$                                                  |
| $f^i$        | Surface de charge isotrope (CJS)                                                   | $f^i = p' - Q$                                                                      |

|                |                                                                                                                      |                                                        |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| $f^{tp}$       | Surface de charge tangentiel (CJSi)                                                                                  |                                                        |
| $g^d$          | Potentiel plastique du mécanisme déviatoire (CJS)                                                                    |                                                        |
| $g^i$          | Potentiel plastique du mécanisme isotrope (CJS)                                                                      |                                                        |
| $g^{tp}$       | Potentiel plastique du mécanisme tangentiel (CJSi)                                                                   |                                                        |
| $\mathbf{G}$   | Dérivée de la fonction potentielle du mécanisme déviatoire (CJS)                                                     |                                                        |
| $G^e$          | Module de cisaillement élastique                                                                                     |                                                        |
| $G_0^e$        | Module de cisaillement élastique à la pression $p_a$                                                                 |                                                        |
| $h(\theta)$    | Facteur de forme (CJS)                                                                                               | $h(\theta) = (1 - \gamma \cos(3\theta))^{1/6}$         |
| $\mathbf{H}$   | Tenseur d'ordre 4 de texture de normale au contact                                                                   |                                                        |
| $H^d$          | Module plastique déviatoire (CJS)                                                                                    |                                                        |
| $H^{tp}$       | Module plastique tangentiel (CJSi)                                                                                   |                                                        |
| $\mathbf{I}$   | Tenseur de Kronecker                                                                                                 |                                                        |
| $I_1$          | Premier invariant                                                                                                    | $I_1(\sigma) = tr(\sigma)$                             |
| $I_2$          | Deuxième invariant                                                                                                   |                                                        |
| $I_3$          | Troisième invariant                                                                                                  | $I_3(\sigma) = det(\sigma)$                            |
| $k_n$          | Raideur normale (CJSi)                                                                                               |                                                        |
| $k_{n0}$       | Paramètre de raideur normale (CJSi)                                                                                  |                                                        |
| $k_s$          | Raideur tangentielle (CJSi)                                                                                          |                                                        |
| $k_{s0}$       | Paramètre de raideur tangentielle (CJSi)                                                                             |                                                        |
| $\mathbf{K}^e$ | Matrice de raideur élastique (CJSi)                                                                                  |                                                        |
| $K^e$          | Module de compressibilité élastique                                                                                  |                                                        |
| $K_0^e$        | Module de compressibilité élastique à la pression $p_a$ (modèle CJS)                                                 |                                                        |
| $K^p$          | Module de compressibilité plastique                                                                                  |                                                        |
| $K_0^p$        | Module de compressibilité plastique à la pression $p_a$                                                              |                                                        |
| $L_m$          | Longueur caractéristique d'interface                                                                                 |                                                        |
| $m$            | Paramètre de dilataance dans le modèle de Li [LD00]                                                                  |                                                        |
| $m$            | Variable de la loi de Ramberg-Osgood permettant la distinction entre un premier cycle de sollicitation et les autres |                                                        |
| $M_{cr}$       | Coefficient directeur de la droite d'état critique dans le repère $(q, p')$                                          | $M_{cr} = \frac{6 \sin \phi_{cr}}{3 - \sin \phi_{cr}}$ |
| $M$            | Module œdométrique                                                                                                   |                                                        |
| $n$            | Paramètre élastique (CJS et CJSi)                                                                                    |                                                        |
| $\mathbf{n}$   | Vecteur normale à la surface potentielle du mécanisme déviatoire (modèle CJS)                                        |                                                        |

|               |                                                                                                            |                                                                                                                 |
|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $p$           | Pression isotrope                                                                                          | $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$                                                                        |
| $p'$          | Contrainte isotrope effective                                                                              | $p = (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)/3$                                                                     |
| $p$           | Variable thermodynamique reliée à l'écrouissage isotrope du mécanisme déviatoire (CJS et CJSi)             |                                                                                                                 |
| $p_a$         | Pression de référence (CJS)                                                                                |                                                                                                                 |
| $p_{cr}$      | Projection horizontale de l'état courant sur la droite d'état critique dans le repère $(e, \ln(p'))$       |                                                                                                                 |
| $p_{c0}$      | Paramètre définissant la droite d'état critique dans le repère $(e, \ln(p'))$                              |                                                                                                                 |
| $q$           | Contrainte déviatoire (cas général)                                                                        | $q = \frac{\sqrt{(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_3 - \sigma'_1)^2}}{\sqrt{2}}$ |
| $q$           | Contrainte déviatoire (essai triaxial)                                                                     | $q = \sigma'_1 - \sigma'_3$                                                                                     |
| $q_{max}$     | Déviateur de contrainte maximal sous sollicitation répétée                                                 |                                                                                                                 |
| $q$           | Variable thermodynamique reliée à l'écrouissage du mécanisme isotrope (CJS)                                |                                                                                                                 |
| $\mathbf{q}$  | Tenseur des contraintes dévatoires locales (CJS)                                                           |                                                                                                                 |
| $q$           | Contrainte tangentielle locale (CJSi)                                                                      |                                                                                                                 |
| $Q$           | Variable d'écrouissage du mécanisme isotrope (CJS)                                                         |                                                                                                                 |
| $\mathbf{Q}$  | Tenseur déviateur de la dérivée de la fonction de charge déviatoire par rapport au tenseur des contraintes | $\mathbf{Q} = \text{dev}(\partial f^d / \partial \boldsymbol{\sigma})$                                          |
| $Q$           | Orientation de la surface de charge (CJSi)                                                                 |                                                                                                                 |
| $r$           | Paramètre de la loi de Ramberg-Osgood                                                                      |                                                                                                                 |
| $R$           | Rayon élastique (CJS)                                                                                      |                                                                                                                 |
| $R_{car}$     | Rayon caractéristique (CJS)                                                                                |                                                                                                                 |
| $R_{crit}$    | Rayon critique (CJS)                                                                                       |                                                                                                                 |
| $R_{rupt}$    | Rayon de rupture (CJS)                                                                                     |                                                                                                                 |
| $R_m$         | Valeur limite du rayon élastique (CJS)                                                                     |                                                                                                                 |
| $R_n$         | Rugosité normalisée d'interface                                                                            |                                                                                                                 |
| $R_{sol}$     | Rugosité d'un sol [KP79]                                                                                   |                                                                                                                 |
| $R_{surface}$ | Rugosité d'une surface rigide [KP79]                                                                       |                                                                                                                 |
| $R_t$         | Rugosité absolue d'une surface rigide                                                                      |                                                                                                                 |
| $\mathbf{s}$  | Tenseur des contraintes dévatoires                                                                         | $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})/3 \mathbf{I}$                                |
| $u$           | Pression interstitielle                                                                                    |                                                                                                                 |
| $\mathbf{U}$  | Vecteur déplacement d'une interface                                                                        |                                                                                                                 |
| $U_n$         | Déplacement normal                                                                                         |                                                                                                                 |
| $U_s$         | Déplacement tangentiel                                                                                     |                                                                                                                 |
| $V$           | Volume total                                                                                               |                                                                                                                 |
| $V_{vide}$    | Volume des vides dans un matériau granulaire                                                               |                                                                                                                 |

|              |                                                 |
|--------------|-------------------------------------------------|
| $V_{solide}$ | Volume solide au sein d'un matériau granulaire  |
| $\mathbf{X}$ | Centre de la surface de charge déviatoire (CJS) |

## Alphabet grec

|                                  |                                                                                   |                                                                                      |
|----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| $\alpha$                         | Tenseur thermodynamique relié à l'écrouissage cinématique du mécanisme déviatoire |                                                                                      |
| $\alpha$                         | Paramètre de la loi de Ramberg-Osgood                                             |                                                                                      |
| $\alpha_a$                       | Paramètre d'écrouissage cinématique (CJS et CJSi)                                 |                                                                                      |
| $\alpha_\beta$                   | Paramètre de dilataance (CJS et CJSi)                                             |                                                                                      |
| $\alpha_{car}$                   | Paramètre d'état caractéristique (CJS et CJSi)                                    |                                                                                      |
| $\alpha_{rupt}$                  | Paramètre d'état de rupture (CJS et CJSi)                                         |                                                                                      |
| $\beta$                          | Amplitude de la loi de dilataance (CJS et CJSi)                                   |                                                                                      |
| $\beta'$                         | Taux de dilataance (CJS)                                                          |                                                                                      |
| $\beta_0$                        | Paramètre de dilataance (CJS et CJSi)                                             |                                                                                      |
| $\gamma$                         | Paramètre de forme (CJS)                                                          |                                                                                      |
| $\gamma$                         | Amplitude d'un demi-cycle de déformations en cisaillement                         |                                                                                      |
| $\gamma_{max}$                   | Déformation déviatoire maximale sous sollicitation alternée                       |                                                                                      |
| $\delta_{ij}$                    | Symbole de Kronecker                                                              |                                                                                      |
| $\boldsymbol{\varepsilon}$       | Tenseur des déformations                                                          |                                                                                      |
| $\boldsymbol{\varepsilon}^e$     | Partie élastique du tenseur des déformations                                      |                                                                                      |
| $\boldsymbol{\varepsilon}^{dp}$  | tenseur des déformations générées par le mécanisme déviatoire (CJS)               |                                                                                      |
| $\boldsymbol{\varepsilon}^{ip}$  | tenseur des déformations générées par le mécanisme isotrope (CJS)                 |                                                                                      |
| $\boldsymbol{\varepsilon}^p$     | Partie plastique du tenseur des déformations                                      | $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_e + \boldsymbol{\varepsilon}_p$ |
| $\boldsymbol{\varepsilon}^{tot}$ | Tenseur des déformations totales                                                  |                                                                                      |
| $\varepsilon_v$                  | Déformations volumiques totale                                                    | $\varepsilon_v = tr(\boldsymbol{\varepsilon})$                                       |
| $\varepsilon^{vd}$               | Déformations volumiques déterminées par la loi de Byrne                           |                                                                                      |
| $\eta$                           | Rapport de contrainte courant                                                     | $\eta = q/p$                                                                         |
| $\eta_{car}$                     | Rapport de contrainte à l'état caractéristique                                    | $\eta_{crit} = (q/p')_{crit}$                                                        |
| $\eta_{crit}$                    | Rapport de contrainte à l'état critique                                           | $\eta_{crit} = (q/p')_{crit}$                                                        |
| $\eta_{rupt}$                    | Rapport de contrainte à l'état de résistance maximale                             | $\eta_{rupt} = (q/p')_{rupt}$                                                        |
| $\theta_q$                       | Angle de Lode dans le repère des contraintes locales                              |                                                                                      |



|                        |                                                            |                                                            |
|------------------------|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| $\theta_s$             | Angle de Lode dans le repère des contraintes totales       |                                                            |
| $\lambda^d$            | Multiplicateur plastique déviatoire (CJS)                  |                                                            |
| $\lambda^i$            | Multiplicateur plastique isotrope (CJS)                    |                                                            |
| $\lambda_{tp}$         | Multiplicateur plastique tangentiel (CJSi)                 |                                                            |
| $\mu$                  | Influence du rayon de rupture vis-à-vis de l'état interne  |                                                            |
| $\boldsymbol{\sigma}$  | Tenseur des contraintes totales                            |                                                            |
| $\boldsymbol{\sigma}'$ | Tenseur des contraintes effectives                         | $\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - u\mathbf{I}$ |
| $\boldsymbol{\sigma}$  | Vecteur de contrainte de l'interface                       |                                                            |
| $\sigma_0$             | Contrainte de référence (CJSi)                             |                                                            |
| $\sigma_{0crit}$       | Contrainte de référence (CJSi)                             |                                                            |
| $\sigma_a$             | Contrainte de référence (CJSi)                             |                                                            |
| $\sigma_n$             | Contrainte normale                                         |                                                            |
| $\sigma_s$             | Contrainte tangentielle                                    |                                                            |
| $\tau$                 | Contrainte de cisaillement                                 |                                                            |
| $\tau_c$               | Amplitude d'un demi-cycle de contraintes de cisaillement   |                                                            |
| $\tau_y$               | Contrainte de cisaillement maximale pour le matériau       |                                                            |
| $\phi$                 | Fonction limitant l'écrouissage cinématique (CJS et CJSi)  |                                                            |
| $\phi_0$               | Amplitude de la fonction $\phi$                            |                                                            |
| $\phi_{car}$           | Angle de frottement à l'état caractéristique (CJS et CJSi) |                                                            |
| $\phi_{crit}$          | Angle de frottement à l'état critique (CJS et CJSi)        |                                                            |
| $\phi_e$               | Angle de frottement élastique (CJSi)                       |                                                            |
| $\phi_m$               | Limite d'angle de frottement élastique (CJSi)              |                                                            |
| $\phi_{rupt}$          | Angle de frottement au pic de résistance (CJS et CJSi)     |                                                            |
| $\phi_X$               | Centre de la surface de charge tangentielle (CJSi)         |                                                            |
| $\psi$                 | Angle de dilatance (CJSi)                                  |                                                            |
| $\psi$                 | Variable d'état interne de Been [BJH91]                    | $\psi = e - e_{crit}$                                      |

## Acronymes

|     |                                                                          |
|-----|--------------------------------------------------------------------------|
| CJS | Cambou, Jafaries, Sidoroff                                               |
| CNL | Constant Normal Load (essai de cisaillement sous confinement constant)   |
| CNS | Constant Normal stiffness (essai de cisaillement sous raideur constante) |
| CV  | Constant Volume (essai de cisaillement sous volume constant)             |

## Opérateurs

|                                 |                                                                                          |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\dot{a}$                       | Incrément de la variable $a$                                                             |
| $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$ | Produit tensoriel $(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b})_{ijkl} = a_{ij}b_{kl}$                |
| $(\mathbf{a}.\mathbf{b})$       | Produit scalaire entre tenseur $(\mathbf{a}.\mathbf{b}) = a_{ij}b_{ij}$                  |
| $ \mathbf{a} $ ou $a_{II}$      | Norme du tenseur $\mathbf{a}$ : $ \mathbf{a}  = a_{II} = \sqrt{(\mathbf{a}.\mathbf{a})}$ |

# Introduction générale

Les matériaux granulaires ont la spécificité de porter en eux toutes les propriétés propres aux matériaux dits solides. Cependant, sous certaines conditions ceux-ci peuvent présenter un comportement les rapprochant des fluides. Par ailleurs, leur structure interne qui peut être très orientée rend leur comportement sensible au chemin de sollicitation.

On comprend alors qu'une modélisation fine du comportement des sols est difficile à obtenir à partir d'un modèle simple. Les modèles existants ont essayé néanmoins de prendre en compte les éléments majeurs propres à refléter l'évolution de l'état interne du matériau, on pense à la prise en compte de l'évolution de l'anisotropie induite ou des déformations volumiques irréversibles qui reflètent un durcissement général de comportement.

Pour mieux comprendre comment l'état interne influence le comportement du matériau, la communauté scientifique s'est intéressée à l'échelle microscopique à savoir celle du grain ou mésoscopique, échelle à laquelle transitent des efforts autour d'un pore. Le but avoué de ces études était de mieux cerner les variables internes susceptibles d'expliquer le comportement pour en retirer une modélisation, certes plus fine, mais aussi plus simple. Ce but n'est pas encore atteint mais on a pu ainsi comprendre que le comportement résulte de l'influence de deux types de phénomènes principaux : des phénomènes non orientés liés à l'enchevêtrement des grains (traduisibles par la valeur du nombre de coordinations moyen ou la valeur de l'indice des vides) et des phénomènes orientés (l'orientation des normales aux contacts mais aussi l'orientation des efforts normaux et tangentiels). On pourrait rajouter aussi sa capacité à mobiliser le frottement sans variation de l'anisotropie.

Le retour de cette analyse vers la modélisation est confronté au problème de la définition de variables moyennées accessibles et donc mesurables à l'échelle de l'échantillon. Certaines corrélations ont pu être dégagées, comme la forte corrélation entre anisotropie induite et tenseur d'anisotropie des orientations de normales au contact, mais le problème reste encore largement ouvert.

Cette prise en compte de l'état interne d'un matériau granulaire dans la modélisation de son comportement constitue sans nul doute la clé de la maîtrise de ce comportement sur des chemins de sollicitations plus complexes. Parmi ces derniers, on compte notamment les sollicitations sismiques (durant lesquelles il est possible d'avoir rotation des directions principales) et les actions cycliques, à nombre de cycles plus élevé, auxquelles sont soumis les ouvrages et leurs fondations. Cette préoccupation, largement introduite par la branche offshore du génie civil (principalement en raison de l'action de la houle sur les ouvrages maritimes) est également aujourd'hui prise en compte par le génie civil terrestre où les sollicitations répétées sont également très présentes (génie civil routier, action éolienne, machine vibrante).

Les enjeux d'une telle maîtrise sont suffisamment importants pour qu'un projet national, le projet SOLCYP, soit mis en place et soutenu par l'ANR. Ce projet a pour objectif la compréhension expérimentale et la simulation numérique des phénomènes régissant le comportement des sols et des interfaces sol/structure sous sollicitations cycliques à grand nombre de cycles ainsi que la rédaction de documents réglementaires concernant le dimensionnement des structures soumises à ce type de chargement. Il faut alors distinguer deux types de sollicitations cycliques. En effet, il n'est généralement pas possible de traiter de la même manière les sollicitations de grandes amplitudes à nombre de cycles modéré (type chargement sismique) et les sollicitations présentant une amplitude plus faible mais répétée des milliers voire des millions de fois.

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le projet SOLCYP au sein de la partie modélisation du comportement des sols et des interfaces. Cette simulation s'appuie sur le modèle de sols CJS développé au sein du Laboratoire de Tribologie et de Dynamique des Systèmes à l'École Centrale de Lyon. Il s'agit, plus précisément, d'un modèle élastoplastique à deux mécanismes plastiques et à écrouissements multiples permettant de rendre compte du caractère extrêmement irréversible des milieux granulaires même lors de déformations minimales. Ce modèle est, dans l'état, pertinent pour décrire le comportement des sols lors d'une sollicitation monotone ou à très faible nombre de cycles. Cependant, son incapacité à prendre en compte l'évolution de cet état interne fige la réponse du modèle sur le comportement initial du matériau. Le CJS rend alors difficilement compte du comportement du sol sous un nombre de cycles de sollicitation plus élevé.

L'objectif de ce travail est donc double. Dans un premier lieu, il sera question d'introduire la prise en compte de l'évolution de l'état interne du matériau au sein du modèle afin de le rendre opérant pour un nombre de cycles plus élevé (quelques dizaines voire centaines). Et dans un deuxième temps, l'adaptation de ce modèle au comportement des interfaces (justifiée par une similitude prononcée avec le comportement des sols sous certaines conditions) sera étudiée. L'objectif n'est pas ici de proposer un modèle utilisable à très grands nombres de cycles car l'emploi d'un modèle élastoplastique décrivant pas à pas le comportement du matériau requerrait un temps et une puissance de calculs prohibitifs. Ce type de problématique, également étudiée dans le cadre du projet SOLCYP, est généralement traitée à partir de modèles pseudo-viscoplastiques (basés sur une équivalence temps-nombre de cycles) ou par une méthode de saut de cycles. Ces modèles nécessitent néanmoins de prendre en compte certaines variables liées à l'état interne. Le travail présenté ici pourra alors servir de cadre à leur calibration.

Afin de présenter le travail réalisé dans le cadre de cette thèse, le présent mémoire se décompose en deux parties.

La première partie constitue un tour d'horizon critique en termes de résultats expérimentaux et de techniques de modélisation déjà existants. Dans un premier temps, l'étude du comportement de l'élément de volume de sol sous sollicitation monotone et cyclique sera traitée avec une attention particulière portée sur l'impact de l'état interne du matériau sur son comportement. Au cours d'un deuxième chapitre, un travail similaire sera effectué pour les interfaces de type sol/structure. Enfin, pour

clure cette partie, les équations du modèle CJS seront présentées et replacées dans le contexte de modélisation actuel.

La seconde partie de ce travail consistera à adapter de manière critique les constatations observées lors de la première partie à la modélisation des géomatériaux. Dans un premier temps, l'état interne du matériau sera introduit au sein du modèle CJS destiné aux sols sous la forme de lois d'évolution des paramètres. Le modèle sera alors calé puis validé sur une large batterie d'essais avec un jeu de paramètres propre au matériau et donc indépendant de son état initial. Enfin, le modèle de sols CJS, prenant en compte l'évolution de l'état interne du matériau, sera adapté à la simulation des interfaces. Ce modèle sera également calé et validé sur une batterie d'essais expérimentaux.



Première partie

Étude bibliographique





# Chapitre 1

## Comportement des sols

### 1.1 Introduction

Le comportement d'un sol comporte des notions complexes propres aux matériaux poreux. Ainsi, avant de se lancer dans la modélisation du comportement du sol, il est nécessaire de résumer brièvement les principaux éléments mécaniques à prendre en compte. Ce chapitre ambitionne ainsi de rassembler de manière critique les résultats expérimentaux présents dans la littérature afin de mieux appréhender les exigences qui seront par la suite demandées à un modèle de comportement de sol.

Afin de recouvrir un maximum de types d'essais, il est primordial de faire deux distinctions dans les conditions expérimentales :

**Drainé/Non-drainé** : Un échantillon de sol est principalement composé d'un squelette granulaire dont les vides interstitiels peuvent se remplir totalement ou partiellement d'eau. Une déformation volumique irréversible du matériau à l'échelle macroscopique conduit alors à la nécessité d'évacuer le fluide contenu entre les grains du sol. Dans ce cas de figure, la capacité d'un sol à pouvoir, ou non, évacuer l'eau qu'il contient sans augmentation de la pression interstitielle modifie profondément son comportement mécanique. Au sein d'un ouvrage, le distinguo entre ces deux cas est donné par la comparaison entre la vitesse de sollicitation et la perméabilité du sol.

**Monotone/Cyclique** : Bien qu'une partie du comportement cyclique d'un sol puisse être extrapolée de son comportement monotone, l'importance de l'évolution de l'état interne (resserrement des grains, anisotropie) du matériau lors de ce type de sollicitation conduit souvent à l'apparition de phénomènes spécifiques qu'il est essentiel de modéliser correctement.

### 1.2 Comportement drainé sous sollicitation monotone

La condition de drainage d'un sol assure la constance de la pression interstitielle ainsi que l'indépendance du comportement mécanique du matériau vis-à-vis de l'eau qu'il contient. Ce dernier est en contrepartie soumis à des variations volumiques et son comportement reste dépendant de nombreux autres paramètres.

### 1.2.1 Dualité densité/confinement

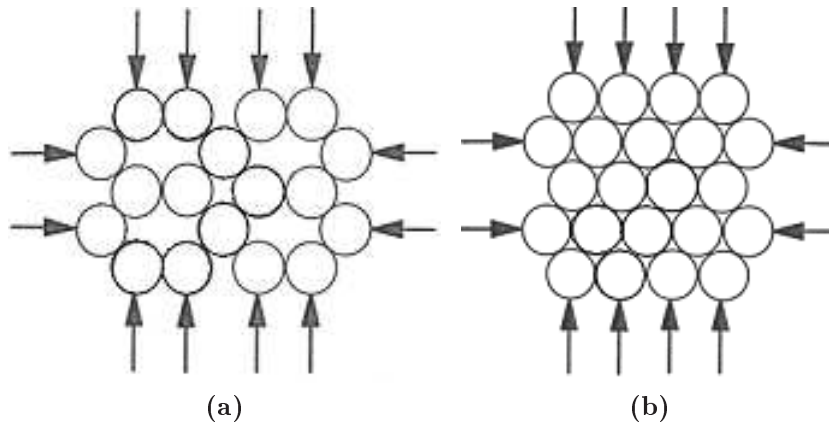
Bien que la plupart des phénomènes régissant le comportement mécanique des sols se produisent à l'échelle du contact ou d'un amas de quelques grains, la densité et le confinement sont des variables macroscopiques accessibles et quantifiables. Ils permettent, de fait, l'homogénéisation du matériau et leur intérêt dans cette étude réside dans l'impact direct qu'ils ont sur son comportement.

Dans un premier temps, la densité renseigne sur la quantité de vide présent au sein du matériau et la place que les grains ont à leur disposition pour se mouvoir les uns par rapport aux autres lors d'une déformation. Elle est communément quantifiée par la variable  $D_r$  (densité relative) définie par l'équation 1.1. La figure 1.1 extraite de [LD00] illustre, pour des assemblages de billes de même diamètre, l'effet de la densité sur un squelette granulaire.

$$D_r = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \quad (1.1)$$

Où :

- $e$  est l'indice des vides, défini comme le rapport entre le volume des vides dans un squelette granulaire et le volume du matériau solide :  $e = V_{vide}/V_{solide}$ ,
- $e_{max}$  est la valeur théorique maximale atteignable par l'indice de vides  $e$  pour un sol donné. Cette valeur est en pratique obtenue par un placement humide de hauteur de chute nulle (JSSMFE, ASTM D4254-00),
- $e_{min}$  est la valeur théorique minimale atteignable par l'indice des vides  $e$  pour un sol donné. Cette valeur est obtenue en pratique après une densification jusqu'à un confinement de 5 MPa (JSSMFE, ASTM D698-00).



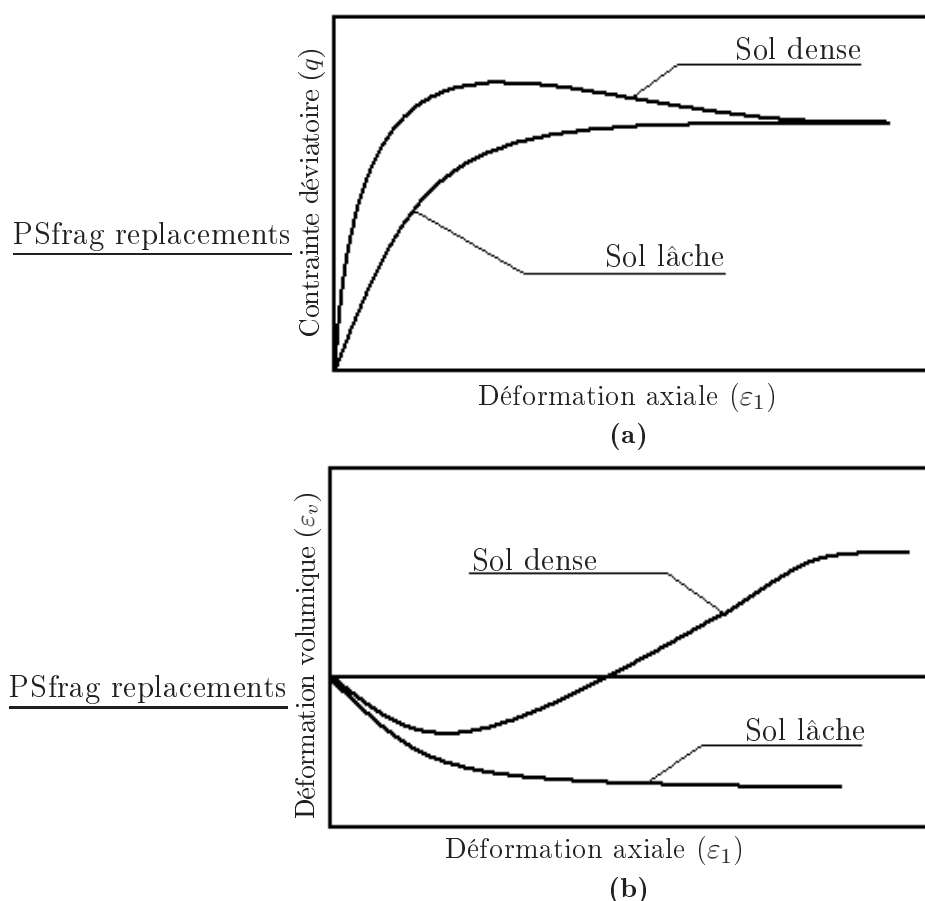
**FIGURE 1.1** – Structure granulaire pour un assemblage de billes lâche (a) dense (b) [LD00]

Concernant le confinement, il est plus adéquat de parler de pression isotrope  $p$  définie comme le premier invariant du tenseur des contraintes par l'équation 1.2.

$$p = \frac{I_1(\sigma)}{3} = \frac{tr(\sigma)}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (1.2)$$

La figure 1.2, issue de [BCC<sup>+</sup>06] représente schématiquement les évolutions du comportement mécanique en contrainte et en volume lors d’une sollicitation déviatoire perçue lors d’essais triaxiaux ou de cisaillement en fonction de la densité de sol. En termes de contraintes, bien que tous les sols présentent un comportement non-linéaire lié à une dégradation progressive du module de cisaillement du matériau, le comportement d’un sol dense diverge essentiellement de celui d’un sol lâche par une raideur initiale plus importante et la présence d’un pic de résistance. Ces deux observations seront d’autant plus marquées que la densité du sol sera importante.

En termes de déformations volumiques, on trouve également une divergence de comportement entre un sol lâche et un sol dense. Le matériau de faible densité présente un comportement uniquement contractant alors que pour un matériau plus dense, la phase de contractance est moins importante et est suivie par une phase de dilatance plus ou moins marquée en fonction de sa densité. Cependant, pour de plus grandes déformations, le comportement volumique se stabilise quelle que soit la densité initiale du matériau. Ainsi il est à remarquer que les matériaux denses passent par un maximum de dilatance quasiment concomitant à l’apparition du pic de contrainte.

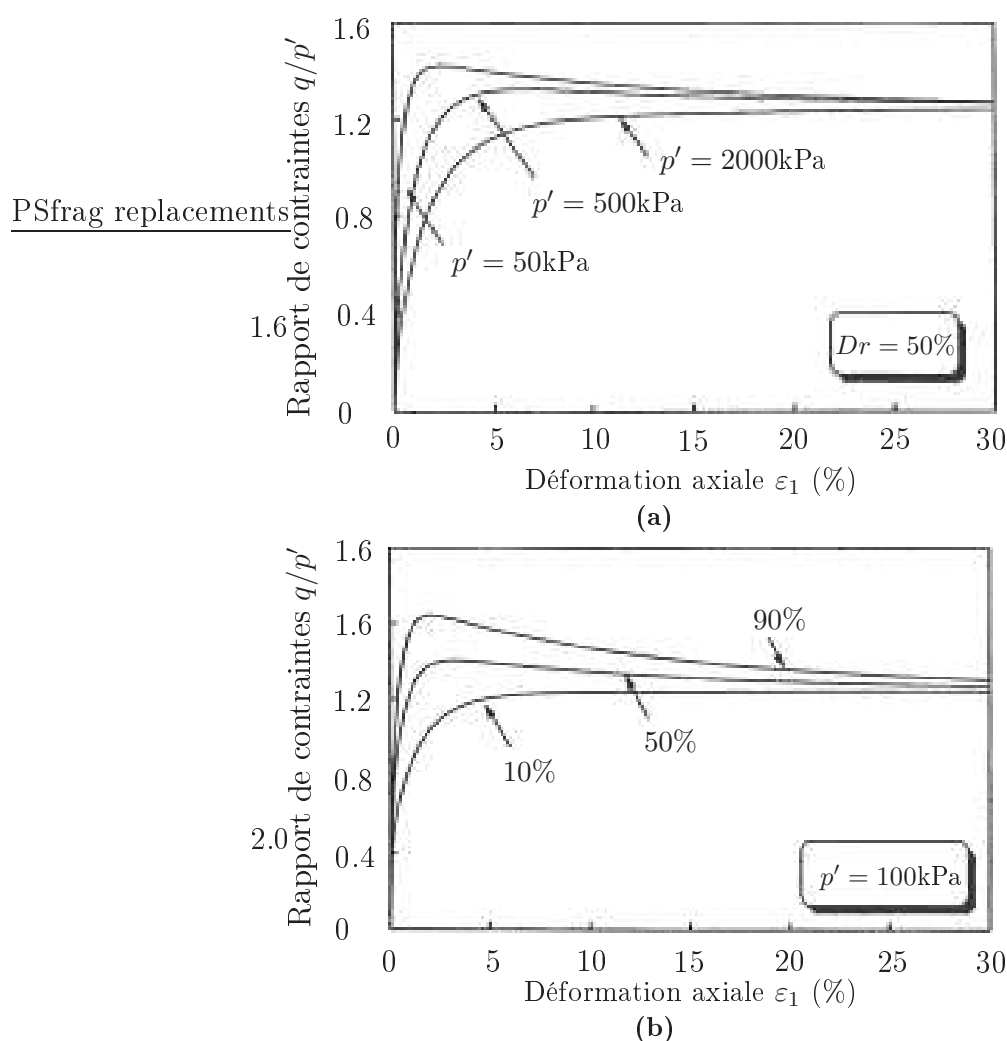


**FIGURE 1.2** – Allure générale des courbes en contraintes et en déformations volumiques lors d’un essai triaxial drainé pour deux densités distinctes [BCC<sup>+</sup>06]

A grandes déformations, la résistance résiduelle apparaît comme indépendante de la densité initiale du matériau et la déformation se fait à volume constant. Cet état ultime est plus couramment désigné par le terme d'état critique.

Au même titre que la densité relative, le confinement (ou la contrainte effective moyenne) joue un rôle sur le type de comportement du sol. En effet, la figure 1.3 (extraite de [YL04]) illustre la dualité entre ces deux variables lors d'essais triaxiaux PSfrag replacements sable de Toyoura. De fait, un sol lâche peut présenter un caractère dilatant et accuser un pic en contrainte déviatoire s'il est soumis à un confinement suffisamment faible. *A contrario*, un sol dense pourra être uniquement contractant si le confinement est suffisamment élevé pour cela.

Bien que ces courbes soient issues d'essais triaxiaux, des résultats similaires sont à constater sur tout chemin déviatoire en contraintes ([BM94]).



**FIGURE 1.3** – Comparaison de l'impact de la densité et du confinement sur le comportement des matériaux granulaires [YL04]

L'effet de l'imbrication des grains sur le comportement général du sol ne peut donc pas être déterminé sans se référer à la valeur de la pression de confinement du matériau. En effet, alors qu'un sol de faible densité aura rapidement tendance à

réorganiser son squelette granulaire en comblant les vides interstitiels, un sol plus dense se devra de créer un certain espace pour permettre aux grains de rouler les uns par rapport aux autres. Cependant, la création de cet espace sera d'autant plus coûteuse en énergie que la pression isotrope sera importante. De ce fait, pour une densité donnée, plus le confinement est faible, plus le matériau est susceptible de présenter une phase de dilatance importante. Dès lors, il n'est plus pertinent de parler de sols lâches ou denses mais uniquement de sols contractants ou dilatants.

Le confinement et la densité forment donc un couple indissociable dans la prévision du comportement du sol, c'est cette dualité qui devra être prise en compte au sein du modèle.

### 1.2.2 L'état critique

L'état critique correspond à l'état à grandes déformations d'un sol. Pour un sable, il constitue la dernière phase d'évolution du matériau granulaire et a été défini pour la première fois par Roscoe & *al.* ([RSW58]) comme étant une déformation à volume constant et à rapport de contrainte  $q/p'$  constant. Par ailleurs, il est couramment admis dans la littérature que cet état est intrinsèque au matériau et s'affranchit de toutes conditions initiales (densité, confinement, mise en place de l'échantillon, chemin de contraintes...) en ne dépendant que de la granulométrie et l'angularité du sol. Ainsi, l'atteinte de cet état semble s'effectuer dans un profond remaniement du matériau menant à l'effacement de son histoire.

Quantitativement, dans le repère des contraintes  $(q, p')$  l'état critique peut être représenté par une droite immuable passant par l'origine (voir figure 1.4). La pente  $\eta$  de cette droite peut être reliée à l'angle de frottement critique du matériau par l'équation 1.3.

$$\eta_{crit} = \frac{q_{crit}}{p_{crit}} = \frac{6 \sin \phi_{crit}}{3 - \sin \phi_{crit}} \quad (1.3)$$

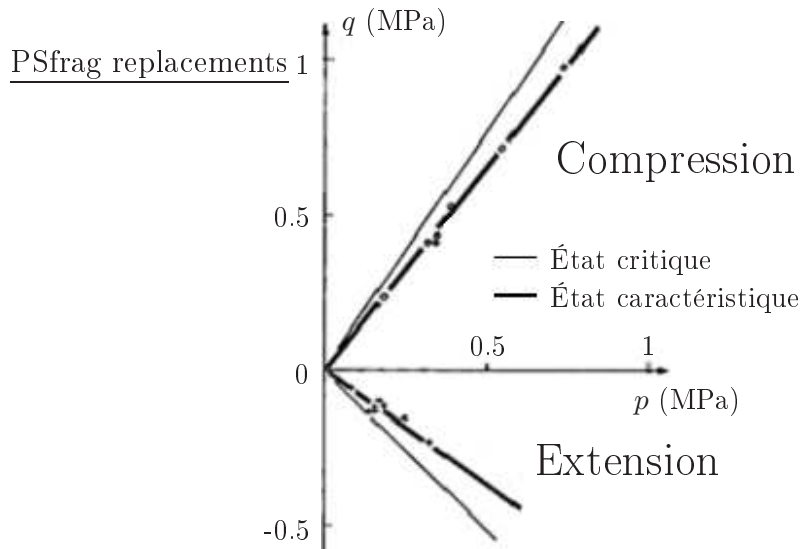
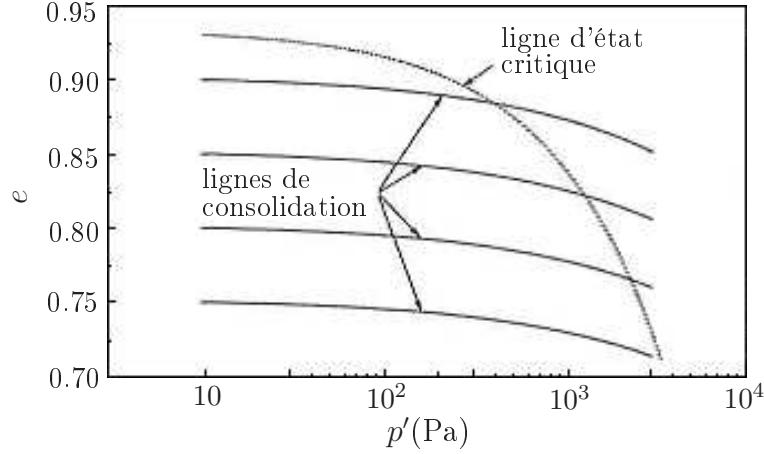


FIGURE 1.4 – États critique et caractéristique dans le repère  $(q, p')$ , [Luo80]



**FIGURE 1.5** – Ligne d'état critique et courbes de consolidation isotrope d'après [BJH91]

De plus, la déformation à volume constant impose au matériau de garder un indice des vides constant à l'atteinte de cet état. Il est alors admis par la communauté scientifique que cette densité critique ne dépend que de la pression isotrope  $p'$  et que l'état critique peut être représenté par une courbe dans le repère  $(e, p')$ . L'équation phénoménologique de cette ligne rencontre toutefois quelques divergences en fonction des sources et des domaines de contraintes pris en compte.

Been & *al.* dans [BJH91] concluent sur la possibilité de considérer cette courbe comme linéaire dans le repère  $(e, \log(p'))$  et parallèle aux droites de compressibilité isotrope pour des valeurs de  $p'$  restant inférieures à 1 MPa (figure 1.5). Au delà de cette valeur critique, une augmentation significative de la pente, liée à l'apparition de nombreuses ruptures de grains dans le matériau, est constatable. Been & *al.* utilisent alors une formulation bilinéaire.

Li & *al.* proposent de mettre en équation cette ligne d'état critique sous la forme d'une fonction puissance comme définie par l'équation 1.4.

$$e_{crit} = e_0 - c_{crit} \left( \frac{p'}{p_{crit}} \right)^\xi \quad (1.4)$$

Où :

- $e_0$ ,  $\xi$  et  $c_{crit}$  sont des paramètres
- $p_{crit}$  est une pression de référence dont dépend  $e_0$

### 1.2.3 L'état caractéristique

L'état caractéristique est un état transitoire défini comme le passage de la phase de contractance vers la phase de dilatance. De fait, il n'a de sens que pour un matériau présentant un caractère dilatant.

Luong fut le premier à mettre en évidence cet état (dans [Luo80]). Il proposa d'ailleurs un rapport de contrainte  $\eta_{car}$  qui permet de représenter cet état par une droite dans le repère  $(q, p')$  comme c'est le cas dans la figure 1.4. Cependant, bien que Luong proposait un état caractéristique intrinsèque au matériau (avec  $\eta_{car} \leq \eta_{crit}$ ), ce postulat a été infirmé par des expérimentations plus récentes ([Moh83]). De fait,

la valeur de  $\eta_{car}$  reste inférieure ou égale à  $\eta_{crit}$ , mais semble dépendre à la fois de la densité du matériau et de la pression isotrope.

Quantitativement, plus un sol sera dense et sous faible confinement, plus son caractère dilatant sera marqué et plus la valeur de  $\eta_{car}$  sera distincte de celle de  $\eta_{crit}$ . À l'inverse, la diminution de sa densité et l'augmentation de son confinement auront tendance à diminuer la phase de dilatance en rapprochant l'état caractéristique de l'état critique jusqu'à les confondre lorsque le sol ne présente plus de dilatance. Dans tous les cas, l'état caractéristique, s'il existe, est marqué par la relation :

$$\left( \frac{\dot{\epsilon}_v}{\dot{\epsilon}_d} \right)_{car} = 0 \quad (1.5)$$

Il est également possible de définir un angle caractéristique de la même façon que l'angle de frottement critique par l'équation 1.6.

$$\eta_{car} = \frac{q_{car}}{p_{car}} = \frac{6 \sin \phi_{car}}{3 - \sin \phi_{car}} \quad (1.6)$$

### 1.2.4 L'état de rupture

Bien que la rupture d'un matériau granulaire puisse être définie de différentes manières, l'état de rupture sera ici considéré comme l'état transitoire où le sol présente son maximum de résistance avant l'apparition d'un radoucissement à plus grandes déformations. À l'instar des états critique et caractéristique, cet état peut également être représenté par une droite dans le repère  $(q, p')$  dont la pente  $\eta_{rupt}$  définit un angle de frottement maximal (ou angle de frottement interne) :

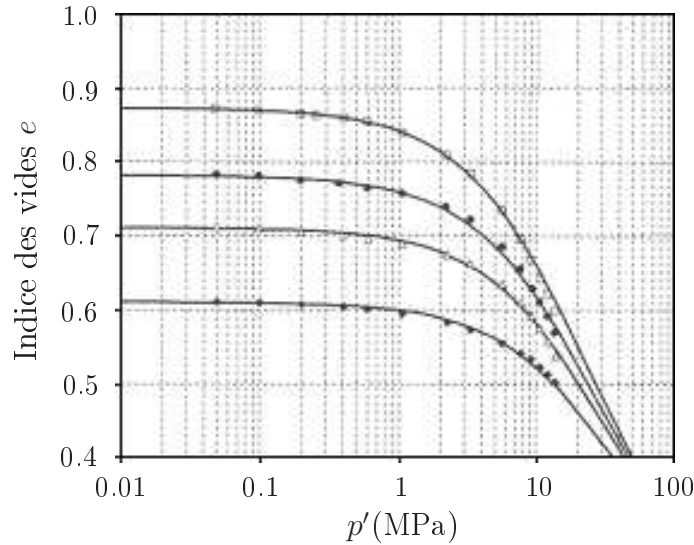
$$\eta_{rupt} = \frac{q_{rupt}}{p_{rupt}} = \frac{6 \sin \phi_{rupt}}{3 - \sin \phi_{rupt}} \quad (1.7)$$

L'état de rupture n'est pas intrinsèque au matériau et dépend, tout comme l'état caractéristique, de la dualité densité/pression isotrope. De fait, plus un sol présentera un caractère dilatant prononcé, plus l'état de rupture sera distinct de l'état critique avec  $\eta_{rupt} \geq \eta_{crit}$ .

En termes de déformations volumiques, il est également à noter qu'expérimentalement, le pic de contrainte correspond approximativement à l'atteinte du maximum de dilatance. Physiquement, cela s'explique par le surplus d'énergie à fournir au système pour permettre ce gain de volume. Ce surplus d'énergie se répercute alors par une capacité de reprise de charge supplémentaire.

### 1.2.5 Comportement sous sollicitation isotrope

La compression purement isotrope est une sollicitation qui est peu fréquente *in situ* (le chemin oedométrique est certes plus fréquent mais présente une faible composante déviatoire). Cependant, les chemins de contraintes appliqués à un sol accusent généralement des variations de pression isotrope  $p'$ . Une modélisation fine du comportement du sol requiert donc une analyse du comportement d'un matériau granulaire soumis à un chargement à contrainte déviatoire nulle.



**FIGURE 1.6** – Compression isotrope sur un sable de la rivière de Sacramento pour quatre densités initiales différentes [LS67]

Il existe un certain nombre de références dans la littérature traitant de ce type d'essais pour différents sables (sable de la rivière de Sacramento : [LS67], sable carbonaté : [CA94], sable du cambrien : [LB05]). De manière générale, il est possible de discerner deux types de comportements, à savoir : normalement consolidé et surconsolidé (voir figure 1.6). Ces deux domaines se distinguent expérimentalement par une différence de pente dans le repère  $(e, \ln(p'))$  et sont séparés par un régime transitoire progressif. Concrètement, la borne délimitant ces deux domaines est déterminée par la plus forte pression isotrope que le sol ait subi dans son histoire.

De fait, il est possible, dans une première approximation, de considérer une compression isotrope comme bilinéaire dont la partie normalement consolidée est parallèle à la courbe d'état critique.

### 1.3 Comportement drainé sous sollicitation cyclique

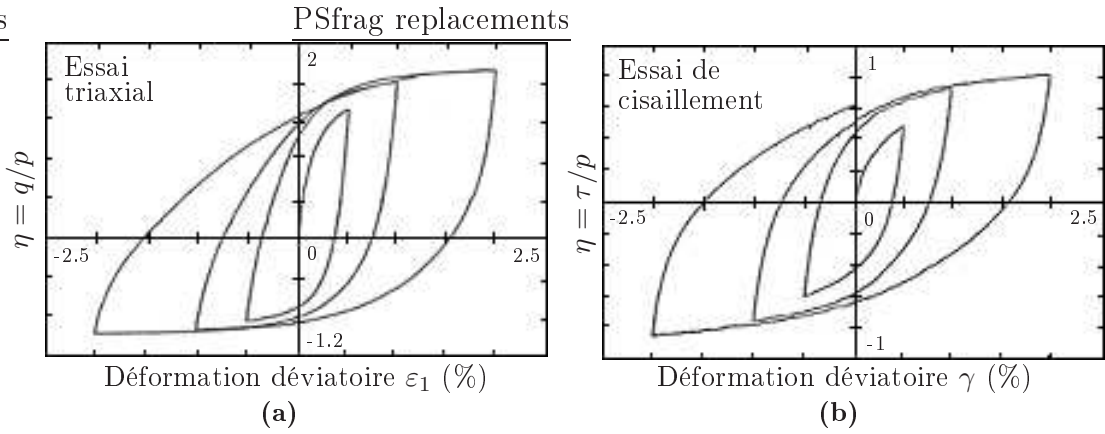
Il est possible de distinguer plusieurs sortes de sollicitations cycliques :

**Alternée** : Une sollicitation cyclique est dite 'alternée' si au cours de cette dernière, une inversion de la direction de charge est constatée. Ainsi, au cours d'une sollicitation triaxiale, le matériau granulaire subit successivement une action de compression et d'extension. Généralement, il s'agit d'essais pilotés en déformations jusqu'à un déviateur maximal  $\gamma_{max}$  qui admettent comme symétrie la position initiale au repos.

**Répétée** : Une sollicitation cyclique répétée consiste en une succession de charges et décharges totales. Au cours d'une sollicitation triaxiale, le matériau ne subit alors que des compressions ou que des extensions. Généralement, il s'agit d'essais pilotés en contraintes entre une position d'origine et un déviateur maximal  $q_{max}$ .

**Quelconque** : Une sollicitation d'exploitation ou accidentelle réelle n'est généra-





**FIGURE 1.7** – Comparaison des courbes de chargement pour des essais triaxiaux (a) et de cisaillement simple (b) alternés à amplitude croissante [PTS89]

lement pas aussi bien calibrée que les essais réalisés en laboratoire mais elle reste la finalité du travail de modélisation.

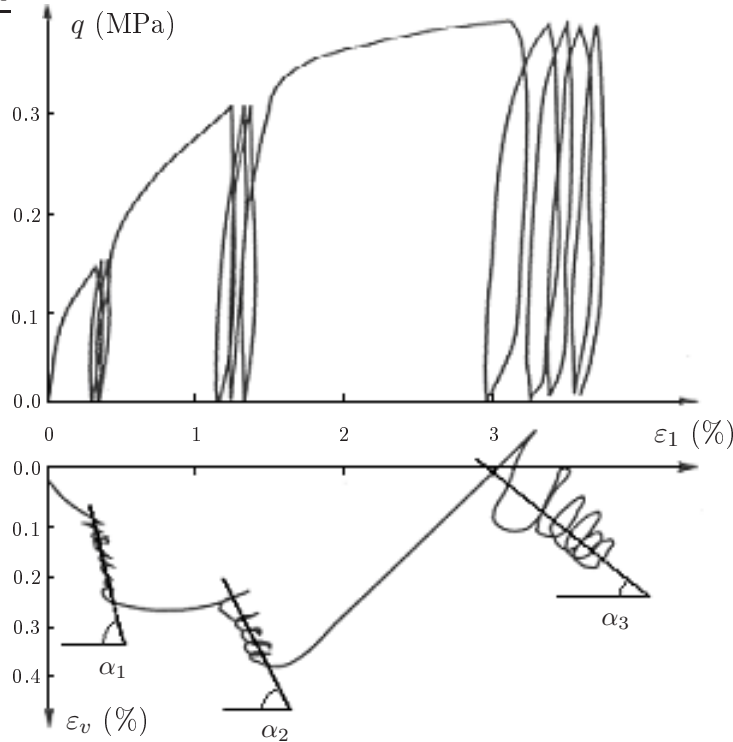
Lors de ce type de sollicitations, le comportement du matériau granulaire découle du comportement monotone. Il est ainsi possible d’observer un état caractéristique et une raideur présentant une dépendance similaire vis-à-vis de l’état interne isotrope du sol. Mais les phases de décharge dues au caractère cyclique de la sollicitation vont permettre de mettre en évidence à la fois le caractère fortement plastique du sol, mais également l’évolution et l’effet de l’anisotropie. En effet, alors que cette dernière oscille faiblement autour d’une valeur moyenne nulle lors d’une sollicitation alternée, elle présentera une évolution progressive lors d’une sollicitation répétée.

### 1.3.1 Hystérésis et amortissement

Bien que le module de cisaillement d’un sol soumis à une sollicitation déviatoire semble se dégrader au cours du chargement du matériau, il retrouve une valeur proche de celle d’origine dès le début de la décharge ([Yos96]). Ce comportement est connu depuis déjà bien longtemps et Masing fut le premier à proposer deux lois qui permettent de décrire le comportement d’un matériau granulaire sous une sollicitation alternée régulière dans [Mas26]. Pyke rajoutera bien plus tard (dans [Pyk79]) deux autres lois qui s’appliquent lors de sollicitations moins régulières.

Ce phénomène qui traduit le comportement extrêmement plastique du sol est à l’origine de la formation de boucles d’hystérésis lorsque des cycles de sollicitation sont complètement exécutés. Ces dernières permettent une forte dissipation d’énergie sous la forme d’un amortissement croissant avec l’amplitude de la sollicitation. Il est courant de considérer le comportement du sol comme linéaire pour des déformations déviatoires inférieures à  $10^{-5}$ . Cette frontière semble alors marquer la limite du comportement élastique du matériau même si cela reste théorique.

De plus, la forme des boucles d’hystérésis créées par une sollicitation déviatoire cyclique dépendra fortement de la nature de cette sollicitation. En effet, la figure



**FIGURE 1.8** – Essais triaxial répété, évolution du comportement du matériau dans le repère  $(\varepsilon_v, \varepsilon_d)$  avec l'augmentation du déviateur maximal ( $|\alpha_1| > |\alpha_2| > |\alpha_3|$ )

1.7 (issue de [PTS89]) présente les différentes boucles d'hystérésis qu'il est possible d'observer en fonction de la sollicitation. Ainsi, lors d'un essai cyclique alterné en cisaillement, le chemin de contraintes apparaît comme symétrique contrairement aux courbes issues des essais triaxiaux. Cette différence s'explique par la constance de la pression moyenne isotrope lors de l'essai en cisaillement qui n'est pas respectée lors d'essais triaxiaux. Cette pression impactant directement la raideur du matériau et la dimension du domaine élastique rend ainsi le comportement du matériau lors de la décharge complètement différent de celui de la charge.

La figure 1.8 montre le comportement du matériau granulaire soumis à une sollicitation triaxiale répétée. Des différences notables avec les figures précédentes sont constatées. On notera notamment l'évolution progressive de la déformation déviatoire moyenne qui tend à diminuer au sein d'une série de cycles. Cela se traduit par une augmentation du domaine élastique qui tend vers l'accommodation du matériau ([Moh83], [Yun08]).

### 1.3.2 Comportement volumique

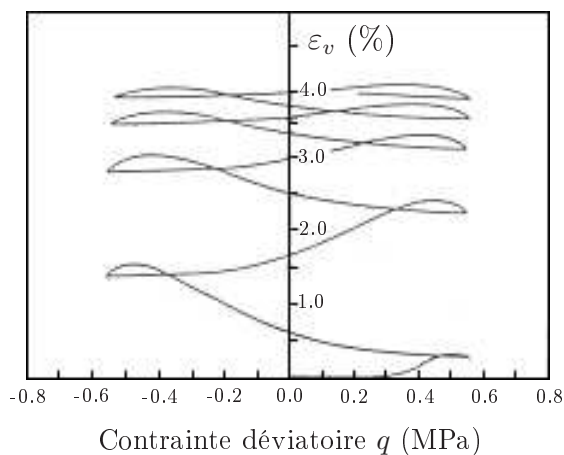
Au cours d'une sollicitation cyclique, chaque renversement du sens de sollicitation conduit à une nouvelle phase de contractance du matériau. Cette dernière, à l'instar du comportement volumique sous sollicitation monotone, est éventuellement suivie d'une phase de dilatance en fonction de l'état interne du matériau (voir figure 1.9).

Cependant, si l'analogie entre les comportements cycliques et monotones reste

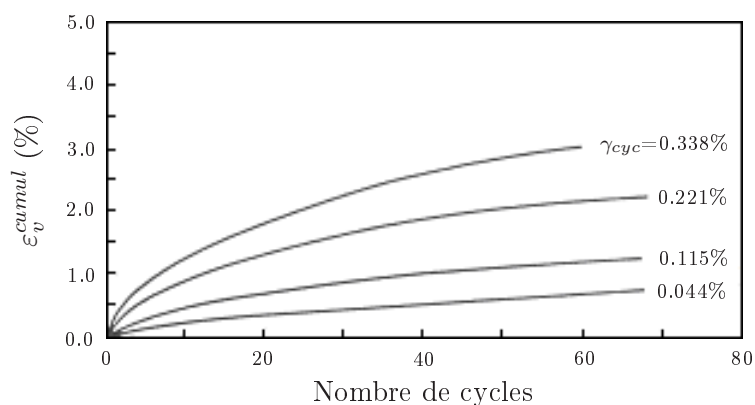
pertinente dans une première approche, il ne faut pas oublier qu'à chaque renversement du sens de sollicitation du matériau, celui-ci est susceptible de présenter un état interne différent de celui constaté au cycle précédent (cette évolution est due aux déformations volumiques cumulées lors de ce cycle ou à l'augmentation de l'anisotropie moyenne). Cela a pour principal effet de modifier sensiblement la position de l'état caractéristique et l'importance de chacune des phases de contractance et de dilatance.

De fait, si, lors d'un cycle, une de ces deux phases génèrait plus de déformations que l'autre, l'évolution volumique du matériau, en déplaçant l'état caractéristique en faveur de l'autre phase, tendrait vers l'équilibre volumique du matériau au cycle suivant. Cela se traduit par une diminution de la quantité de déformations volumiques générées par chaque cycle et conduit à une stabilisation progressive du matériau autour d'une densité moyenne correspondant à la densité maximale du matériau (figure 1.10).

PSfrag replacements

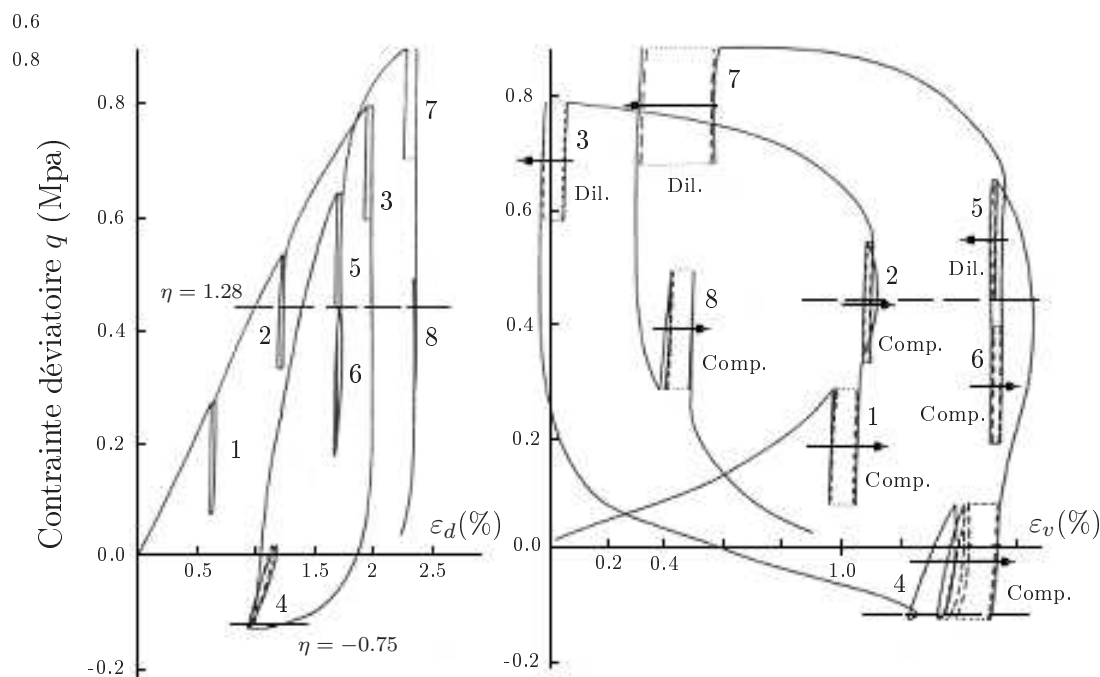


**FIGURE 1.9** – Détail de l'évolution du comportement volumique cycle par cycle lors d'un essai alterné



**FIGURE 1.10** – Évolution globale des déformations volumiques lors d'essais cyclique alternés

Cependant, si la position de l'état caractéristique est importante dans l'évolution volumique d'un matériau granulaire sous sollicitations cycliques, le chemin de



**FIGURE 1.11** – Évolution du comportement volumique lors d'essais répétés en fonction de la position du chemin de contrainte par rapport à l'état critique [Luo80]

contraintes qui lui est appliqué l'est tout autant. En effet, lors d'un essai alterné, plus la sollicitation sera importante, plus la quantité de déformations volumiques cumulées pour les premiers cycles sera importante. En contrepartie, plus la sollicitation sera élevée, plus rapidement l'état caractéristique rentrera dans le domaine de sollicitation. Ainsi, le matériau présentera une phase de dilatance de plus en plus importante ce qui permettra sa stabilisation pour un nombre de cycles plus élevé (figure 1.10).

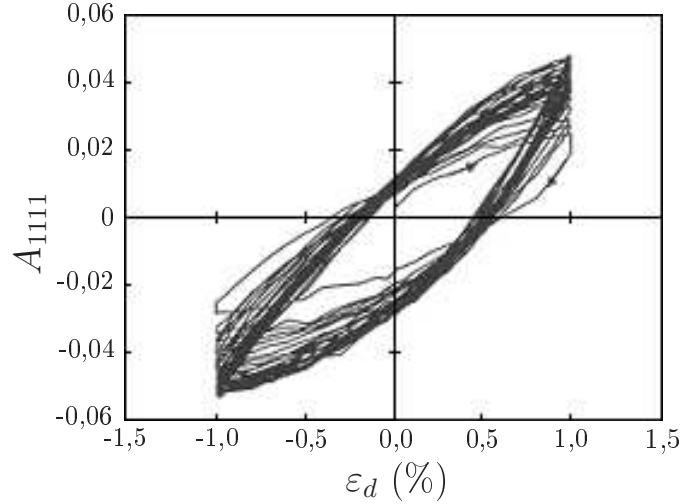
En ce qui concerne les essais répétés, la quantité de déformations déviatoires cumulée à chaque cycle augmente plus vite avec l'amplitude de sollicitation que le taux de dilatance. Cela conduit, dans le repère  $(\varepsilon_v, \varepsilon_d)$ , à une diminution de l'angle d'évolution moyenne du matériau (voir figure 1.8).

Mais l'effet du chemin de contrainte sur le comportement du matériau n'est pas observable uniquement lors d'essais répétés et alternés. La figure 1.11 (issue de [Luo80]) présente plusieurs séries de vingt cycles de chargement présentant une même variation de contrainte déviatoire  $\Delta q$  mais positionnés de manière différente par rapport à l'état caractéristique. Ainsi, certaines séries de cycles présentent un comportement plus ou moins contractant et d'autres un comportement plus ou moins dilatant suivant la position par rapport aux domaines de contractance et de dilatance.

### 1.3.3 Évolution et effet de l'anisotropie

L'anisotropie au sein d'un matériau granulaire comme un sol peut se définir de nombreuses manières (orientation des grains, orientation des normales aux contacts, orientation des efforts normaux ou tangents, [BW63], [Oda72], [CS85]). Dans sa

## 1.3. Comportement drainé sous sollicitation cyclique



**FIGURE 1.12** – Évolution de l'anisotropie d'un sol lors d'un essai alterné [Yun08]

thèse, Yunus ([Yun08]) quantifie cette notion au travers de la variable  $A_{1111}$  où  $\mathbf{A}$  est un tenseur du quatrième ordre défini comme le déviateur du tenseur des normales au contact  $\mathbf{H}$  (initialement défini par Sakate [Sat78] et étendu par Cambou & al. [CS84]) :

$$A_{1111} = H_{1111} - \frac{1}{3}tr(\mathbf{H}) \quad (1.8)$$

Avec :

$$H_{ijkl} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p(\vec{n}) n_i n_j n_k n_l d\theta \quad (1.9)$$

Où :

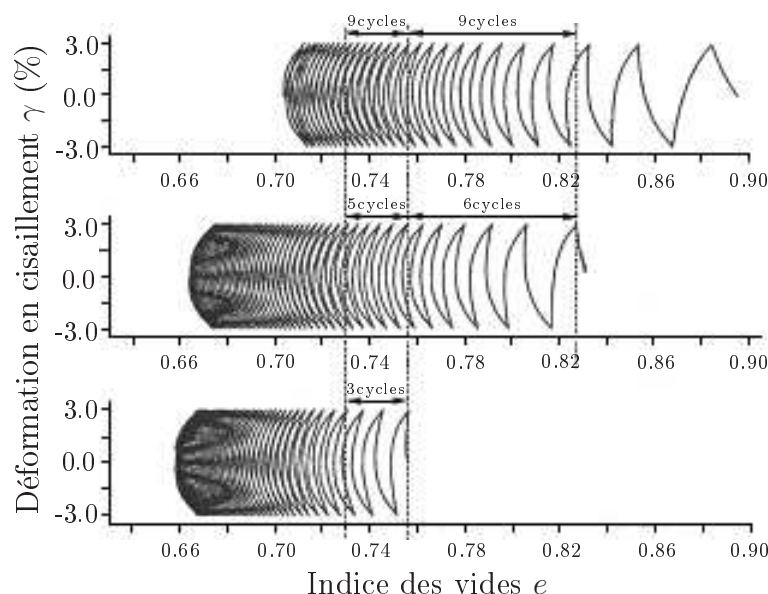
- $\mathbf{n}$  désigne la normale au contact
- $p(\mathbf{n})$  la distribution de contacts

Si cette variable ne peut être quantifiée lors d'essais à l'échelle macroscopique, elle peut être calculée et suivie sur des essais micromécaniques. De fait, il découle des essais triaxiaux cycliques de Yunus une différence notable de l'évolution de l'anisotropie entre des essais alternés et des essais répétés.

Quantitativement, lors d'essais alternés, le renversement de la direction de sollicitation provoque un remaniement du matériau suffisamment important pour inverser le signe de  $A_{1111}$ . Ainsi, l'anisotropie oscille avec une forte amplitude autour d'une moyenne nulle (voir figure 1.12).

La figure 1.13, quant à elle, montre l'impact que peut avoir l'anisotropie sur le comportement cyclique d'un matériau granulaire. Dans ce cas de figure, un essai de cisaillement simple alterné est effectué à partir de trois densités initiales différentes. Lors de la densification des échantillons les plus lâches, ces derniers passent par un état interne isotrope identique (même indice des vides de 0,755 et même pression isotrope). Malgré cette correspondance de l'état interne isotrope les trois échantillons requièrent un nombre différent de cycles pour cumuler les déformations volumiques menant à un indice des vides de 0,73. Ainsi pour ces échantillons, seule la

divergence de leur histoire (notamment le chemin d'anisotropie) permet d'expliquer PSfrag replacements de leur comportement.



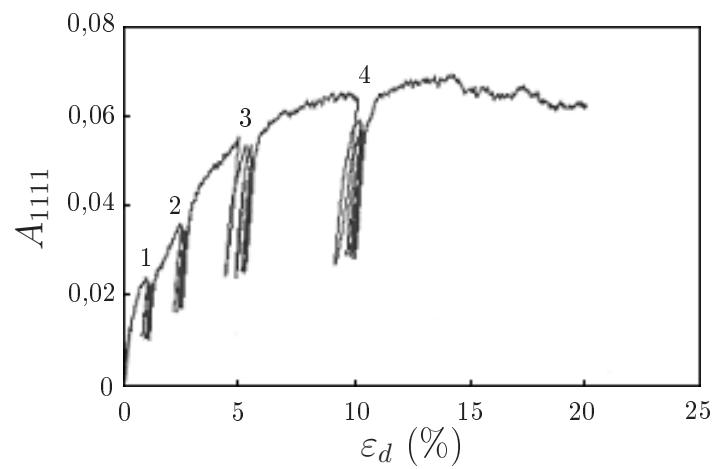
**FIGURE 1.13** – Impact de l'histoire du matériau sur le comportement volumique de celui-ci [ST02]

En ce qui concerne les essais répétés, la figure 1.14 montre que l'anisotropie créée lors du premier chargement n'est pas effacée par les décharges successives alors que chaque nouveau palier de chargement croissant tend à rendre le matériau encore plus anisotrope. La variable  $A_{1111}$  oscille alors autour d'une valeur non nulle et son impact sur le comportement du sol n'en est que plus important. L'évolution de l'anisotropie lors d'un essai répété peut également expliquer le phénomène d'accommodation évoqué précédemment sur ce type d'essais en accommodant le domaine élastique du matériau aux contraintes qui lui sont appliquées.

Cette dérive d'anisotropie est encore plus marquée lors d'essais répétés à décharge non totale. La figure 1.15 illustre les résultats d'un essai cyclique drainé piloté entre 40% et 60% du chargement maximal acceptable par le sol. On constate alors une évolution quasi monotone de l'anisotropie.

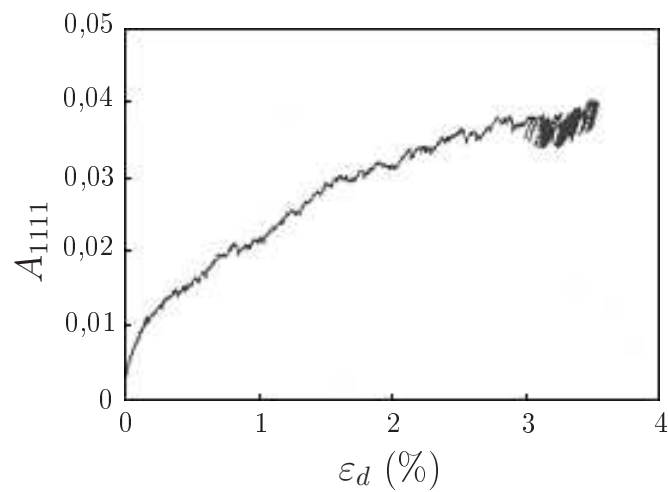
### 1.3.4 Cas des grands nombres de cycles

Les essais cycliques à grand nombre de cycles sont moins courants dans la littérature que ceux à nombre de cycles modéré. Pourtant, ils mettent en évidence des comportements spécifiques qui peuvent avoir une influence dans la tenue d'un ouvrage au cours d'une exploitation pouvant s'échelonner sur plusieurs décennies et des millions de cycles. En effet Wichtmann & *al.* ([WNT05], [NWT05]) ont mis en évidence, lors de leurs essais illustrés par la figure 1.16, une relation quasi linéaire entre la déformation déviatoire cyclique et le logarithme du nombre de cycles. Cette relation reste valable pour un nombre de cycles inférieur à 1000. Par la suite, la dégradation du matériau s'accélère, provoquant le vieillissement prématuré de l'ouvrage.



**FIGURE 1.14** – Évolution de l'anisotropie d'un sol lors d'un essai répété [Yun08]

PSfrag replacements



**FIGURE 1.15** – Évolution de l'anisotropie d'un sol lors d'un essai entre 40 et 60% de la charge maximale [Yun08]

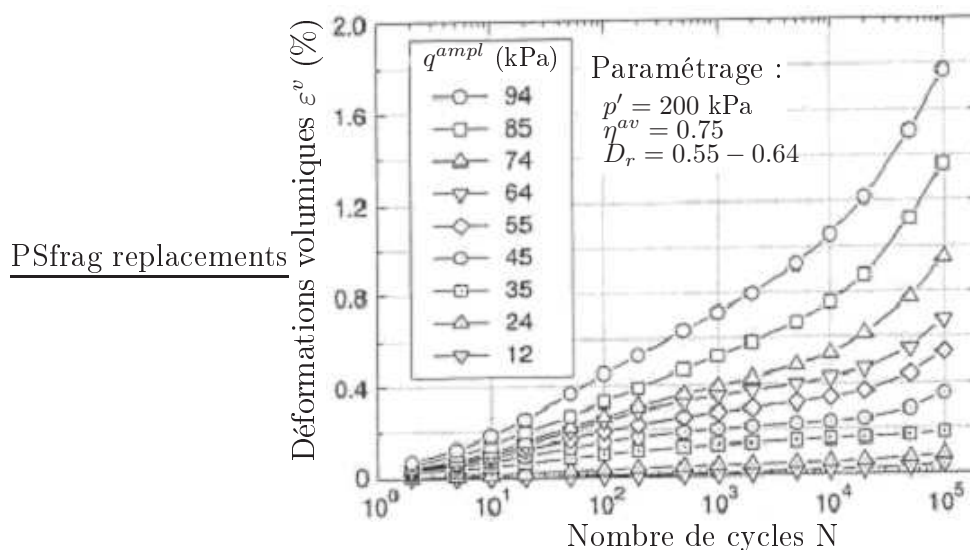


FIGURE 1.16 – Déformations volumiques cumulées sur un grand nombre de cycles [WNT05]

### 1.3.5 Comportement isotrope cyclique

Après une phase de compression isotrope suffisamment importante pour atteindre son comportement normalement consolidé, le sol se comportera, en décharge, comme un matériau granulaire surconsolidé. Ce comportement sera conservé lors de la phase de recharge et le matériau présentera un comportement quasi élastique (voir figure 1.17a issue de [Zit88]).

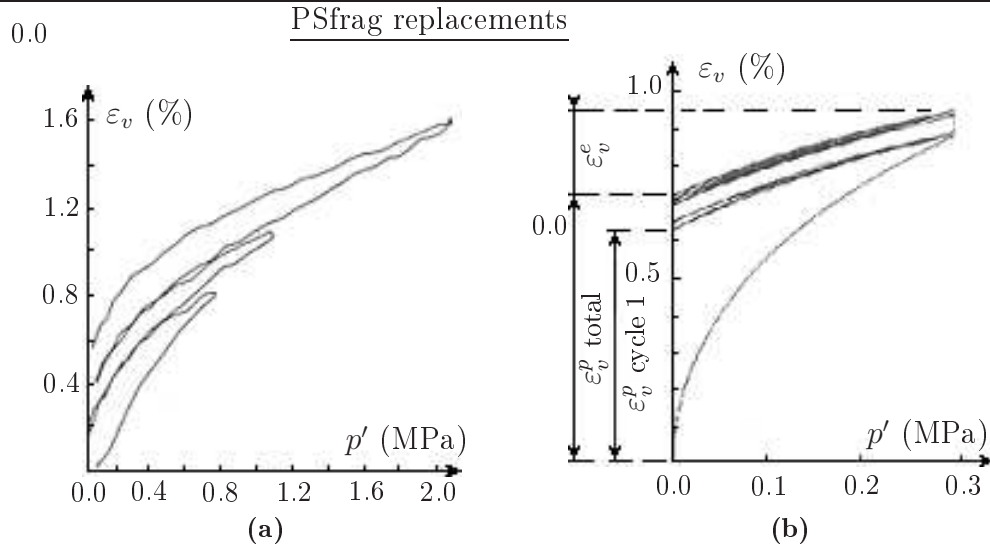
Dans les faits, ce comportement n'est pas tout à fait élastique. La figure 1.17b (issue de [Luo03]) montre les résultats obtenus lors d'un essai isotrope cyclique à charge maximale constante à partir d'un sol normalement consolidé. D'autres auteurs comme El Sohby ([ELS69]) présentent des résultats similaires. Il est possible d'y constater que chaque cycle apporte une nouvelle déformation volumique irréversible. Cependant, les déformations volumiques générées par chaque cycle décroissent rapidement et le comportement volumique du matériau se stabilise. Quantitativement, les déformations volumiques apportées par les cycles suivant le premier, ne représentent pas plus de 15 % des déformations volumiques totales avant la stabilisation du comportement volumique du sol.

## 1.4 Comportement non-drainé sous sollicitation monotone

Lorsqu'un matériau granulaire est partiellement ou totalement saturé en eau, cette dernière peut circuler, au moins à petite échelle, au travers de son squelette granulaire. Ainsi, si une sollicitation déviatoire devait amener des variations volumiques au sein du matériau, l'eau, contenue dans les espaces interstitiels, serait chassée (dans le cadre d'une contractance) ou aspirée (en cas de dilatance).

Cependant, la finesse de la granulométrie de certains matériaux génère souvent une très forte résistance au transit fluide à travers le matériau granulaire. Un temps





**FIGURE 1.17** – Compression isotrope cyclique à charge maximale  $p'_{max}$  croissante (a) [Zit88] et constante (b) [Luo03]

de réponse nécessaire au matériau pour évacuer le fluide interstitiel est ainsi créé. Ainsi, au sein d'un ouvrage soumis à une sollicitation suffisamment rapide, il est possible que l'eau n'ait pas le temps de s'évacuer. C'est ce que l'on qualifie de condition de non-drainage.

Cependant, dans le cas d'un matériau saturé en eau, le fluide, chassé (respectivement aspiré) par le squelette granulaire et retenu par la condition de non-drainage, verra sa pression augmenter (respectivement diminuer). Ce phénomène est alors à l'origine d'une modification du champ des contraintes au sein du matériau.

Enfin, il est essentiel de noter que lorsqu'un matériau granulaire saturé en eau est placé sous condition non-drainée, il est uniquement constitué de grains solides et d'eau. L'un comme l'autre étant considérés comme incompressibles dans le domaine de contraintes étudié, on pourra assimiler la condition de non-drainage à une condition de déformation à volume constant.

### 1.4.1 Relation de Terzaghi

Avec l'introduction d'un fluide interstitiel au sein du matériau, il est nécessaire de distinguer le comportement mécanique du squelette granulaire de l'action de l'eau. Pour ce faire, il est couramment admis d'utiliser l'hypothèse de Terzaghi qui stipule que la contrainte totale reprise par un sol correspond à la somme de la contrainte reprise par le squelette granulaire d'une part, et de celle reprise par l'eau d'autre part. L'équation 1.10 quantifie cette hypothèse sous réserve que les évolutions de  $p'$  et  $u$  répondent à la même convention de signe.

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + u\mathbf{I} \quad (1.10)$$

Où :

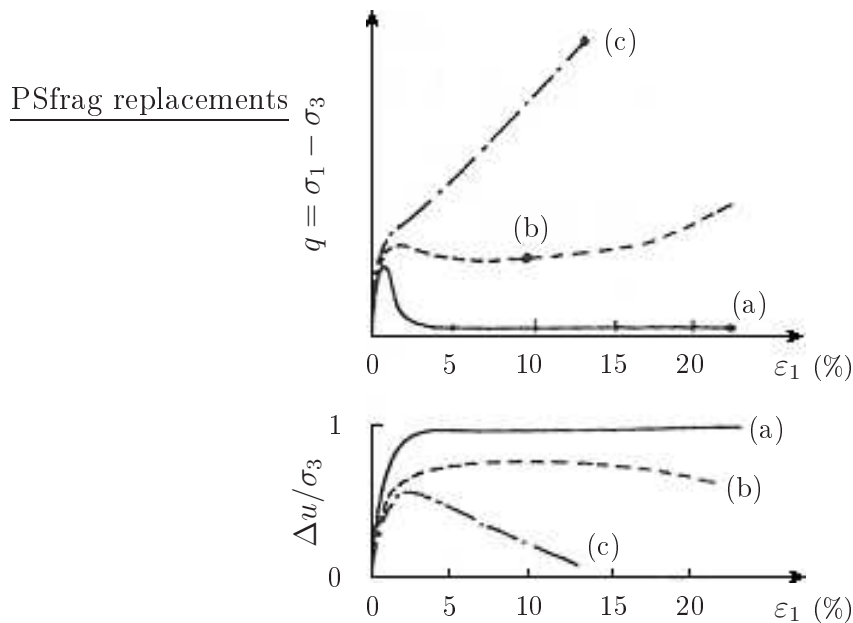
- $\boldsymbol{\sigma}$  est la contrainte totale
- $\boldsymbol{\sigma}'$  est la contrainte reprise par le squelette granulaire (contrainte effective)
- $u$  est la pression du fluide interstitiel (pression interstitielle)
- $\mathbf{I}$  est le tenseur de Kronecker

Au travers de cette relation, Terzaghi considère le fluide interstitiel comme non visqueux. La pression  $u$  de l'eau est ainsi uniquement portée par la diagonale de  $\sigma$ . De fait, les variations de pression interstitielle au sein du matériau n'impacteront pas directement la charge déviatoire reprise par le matériau mais agiront directement sur la pression isotrope rendant le sol plus ou moins résistant en fonction des cas.

Cependant, bien que la présence d'eau dans le sol soit à l'origine du comportement non drainée en condition *in situ*, il est possible de recréer totalement ce comportement en absence d'eau. En effet Talganov [Tal96] présente des essais secs à volume constant qui présentent l'intégralité des phénomènes constatés lors d'essais non-drainés. Au delà de l'augmentation de la pression interstitielle, la condition de non-drainage traduit donc principalement une condition de constance sur le volume de l'échantillon.

### 1.4.2 Les trois types de comportements

Dans [KFM91], Konrad & *al.* schématisent les essais de Castro ([Cas69]) en les regroupant en trois catégories en fonction de leurs comportements respectifs (figure 1.18). D'autres auteurs ([MD86], [Kon90], [VI96], [GS07]) arrivent à des conclusions similaires.



**FIGURE 1.18** – Comportement schématisé des sols sous condition non-drainée [KFM91]

Le comportement (a) sur la figure 1.18 correspond à celui qu'adopterait un sol exclusivement contractant sous condition drainée. Dans ce cas de figure, la diminution du volume du squelette granulaire pour un volume d'échantillon constant conduit à une réduction de la normale de l'effort au contact entre les grains engendrant une diminution de la pression moyenne effective. D'après la relation de Terzaghi, cette diminution passe par l'augmentation de la pression interstitielle et se fait au détriment de la capacité portante du matériau. Ainsi, alors que la contrainte déviatoire

reprise par le sol augmente avec la déformation déviatoire, la perte de résistance du matériau vient rapidement limiter cette évolution. Lors de la suite de l'essai, un pic de contraintes est alors formé entre 1 et 5% de déformations avant de diminuer jusqu'à une valeur très faible. L'état du sol ne se stabilise que lorsque le comportement contractant du squelette s'estompe ou la quasi annulation de la pression moyenne effective ne survienne (le fluide interstitiel reprend, dans ce cas de figure, l'intégralité du confinement). Le sol présente alors une résistance résiduelle et on considère que cet état stable apparaît entre 5 et 20% de déformations déviatoires ([VI96]). Le sol a alors atteint le stade de liquéfaction.

Le comportement (c) sur la figure 1.18 schématise le comportement d'un sol fortement dilatant sous condition drainée. Ainsi, le comportement dilatant du matériau se manifeste avant que la contrainte déviatoire n'ait pu atteindre la résistance maximale du matériau et ce malgré la diminution de cette dernière suite à une première phase de contractance. En présence d'eau, la tentative d'augmentation de la taille des pores entraîne une chute de la pression du fluide interstitiel qui joue le rôle de ventouse entre les grains. La capacité du sol à reprendre une contrainte déviatoire augmente alors avec l'effort normal au contact entre les grains. Ce comportement n'est limité que par l'arrêt du comportement dilatant du sol ou par le phénomène de cavitation du fluide intergranulaire. La contrainte déviatoire et la pression isotrope effective se stabilisent alors autour d'un état stable à grandes déformations.

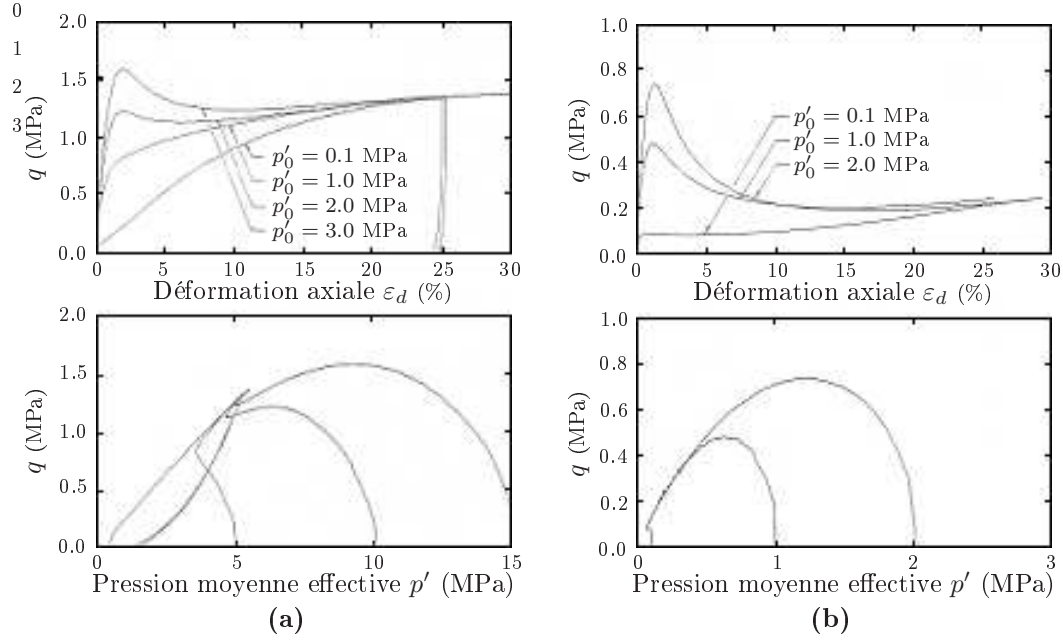
Entre ces deux extrêmes, il existe un comportement intermédiaire (b) dans lequel le sol commence par perdre suffisamment de sa résistance pour dégrader l'évolution de la contrainte déviatoire et marquer un pic de contrainte. Par la suite, contrairement au comportement des sols uniquement contractants, le squelette granulaire engendre une phase de dilatance qui permet au sol de retrouver une certaine résistance. Ce durcissement peut n'être que partiel par rapport à la résistance initiale, mais peut également l'excéder. Ce type de comportement atteint également un palier en contrainte à grandes déformations appelé état quasi stable.

### 1.4.3 L'état à grandes déformations

Tout comme en condition drainée, le sol semble atteindre un état stable à grandes déformations où il évolue à contrainte déviatoire constante sans changement de pression isotrope. Cet état stable s'apparente fortement à l'état critique déjà évoqué en condition drainée. Ainsi, il est inévitable de se poser la question de la similitude entre ces deux états. Deux points sont alors à vérifier : la présence d'un angle de frottement unique et la représentation de l'état stable dans le repère  $(e, \log(p'))$ .

Nombreux sont les auteurs ([AGLC88], [KFM91], [VI96]) à ne pas douter de l'existence d'un angle de frottement unique (très proche de l'angle de frottement critique) qui caractériserait l'état stable sous condition non-drainée.

Lors d'un essai non-drainé, la condition de déformation à volume constant de l'échantillon astreint le chemin de ce dernier dans le repère  $(e, \ln(p'))$  à rester sur une droite horizontale. Ainsi, dans l'hypothèse où l'état stationnaire du matériau puisse être représenté par une courbe unique dans ce repère, la valeur de la contrainte résiduelle est entièrement déterminée par l'indice des vides initial du matériau. La figure 1.19 (issue de [VI96]), présente dans le repère  $(q, \varepsilon_d)$ , le comportement d'un sable de Toyoura pour deux densités distinctes et pour plusieurs confinements. De fait,



**FIGURE 1.19** – Comparaison du comportement non-drainé d'un sable de Toyoura en fonction du confinement pour deux densités distinctes : 37% (a), 18% (b) [VI96]

quelle que soit la valeur du confinement, tous les essais se concluent sur des paliers à contrainte déviatoire constante. Ces paliers dépendent uniquement de la densité et restent indifférents au confinement initial. L'unicité de l'angle de frottement stable évoqué précédemment permet de faire le lien entre la contrainte déviatoire ultime et la pression moyenne effective à l'état stable et confirme la dépendance de cette dernière vis-à-vis de la densité initiale et non vis-à-vis du confinement.

Cependant, l'opinion de certains auteurs (dont [Cas69]) diverge sur la position de l'état stable pour des sols fortement dilatants. Dans cette étude, le point de vue de Verdugo & *al.* ([VI96]) sera privilégié car leurs expérimentations sont plus récentes et largement acceptées au sein de la communauté scientifique.

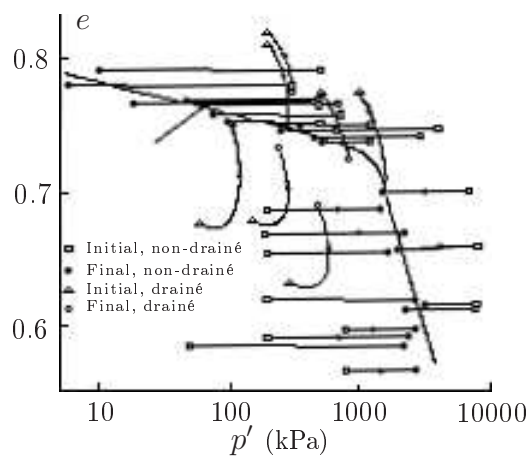
La figure 1.21, représente l'état stable dans le repère  $(e, p')$ . Bien que les résultats d'essais non-drainés soient toujours perturbés d'une incertitude, il semble ([AGLC88] et [KFM91]) qu'il soit possible d'assimiler cette courbe à une droite dans le repère  $(e, \log(p'))$  à l'instar de l'état critique. Been & *al.*, dans [BJH91] (figure 1.20), en comparant le chemin parcouru par des essais drainés et non-drainés vont jusqu'à considérer la similitude entre l'état critique et l'état stable obtenu sur un chemin non-drainé. Verdugo & *al.* arrivent aux mêmes conclusions.

#### 1.4.4 Impact de l'état initial du sol sur son comportement

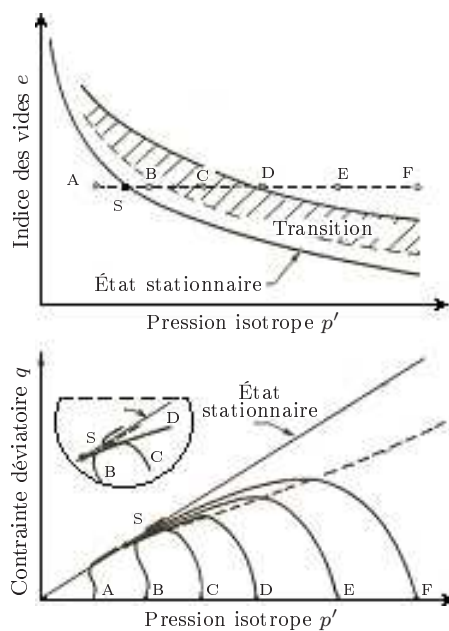
La figure 1.21 issue de [AGLC88] illustre l'évolution du comportement non-drainé du matériau en fonction de son état interne isotrope initial. Ils mettent en évidence trois zones dans l'espace  $(e, p')$ .

Il est ainsi possible de mettre en évidence une zone de transition délimitée par deux lignes parallèles à la courbe d'état stable et situées au-dessus de cette dernière.

PSfrag replacements



**FIGURE 1.20** – Similitude entre l'état critique drainé et l'état stable non-drainé dans le repère  $(e, p')$  [BJH91]  
PSfrag replacements



**FIGURE 1.21** – Types de comportement d'un sol en fonction de son état initial [AGLC88]

Les matériaux, dont la représentation de l'état initial se situe au-dessus de cette zone de transition dans le repère  $(e, p')$ , accusent, lors d'une sollicitation déviatoire, une perte de résistance sans récupération ultérieure liée à une restructuration purement contractante du squelette granulaire (cas des essais D, E et F de la figure 1.21).

À l'intérieur de la zone de transition, les sols présenteront une perte de résistance initiale suivie d'un regain au moins partiel (cas de l'essai C de la figure 1.21).

Au delà de cette zone de transition, le squelette granulaire sera suffisamment dense pour que sa phase de contractance n'impacte pas le comportement du matériau (les essais A et B de la figure 1.21 présenteront donc une hausse continue de la contrainte déviatoire au cours du chargement).

# Chapitre 2

## Comportement des interfaces type pieu/sol

### 2.1 Introduction

Lorsqu'un contact entre une surface rigide et un sol est soumis à un déplacement relatif, il est possible de définir un troisième corps qui sera le siège des phénomènes régissant le comportement de ce contact. Au travers de ce troisième corps, qui représente l'interface, les efforts sont transmis d'un matériau à l'autre et les déformations se cumulent. Le sol et la surface rigide ne demeurent alors que très peu perturbés.

Le comportement de cette interface, qui est distinct de ceux du matériau granulaire et de la surface rigide, est susceptible d'évoluer d'un système à un autre en fonction notamment de la nature du sol mais également de la rugosité de la surface rigide. En effet, alors que pour une surface lisse, les grains du sol auront tendance à glisser sur la surface suivant un angle de frottement inférieur à celui du matériau granulaire, pour une surface plus rugueuse, les grains, mieux imbriqués dans la surface rigide, ne permettront pas ce mode de déplacement. La rupture n'apparaîtra donc pas entre les grains et la surface mais bien au sein du matériau granulaire comme lors d'un phénomène de localisation. D'un point de vue mécanique, l'interface rugueuse aura alors un comportement très similaire à celui du sol alors que l'interface lisse s'apparentera plutôt à un frottement de Coulomb observable entre deux corps rigides.

Dans les deux cas, les grains composant l'interface, sous l'effet de fortes pressions et déformations, seront soumis à un important phénomène d'abrasion.

### 2.2 Les différents types d'essais

#### 2.2.1 Les essais sur piles

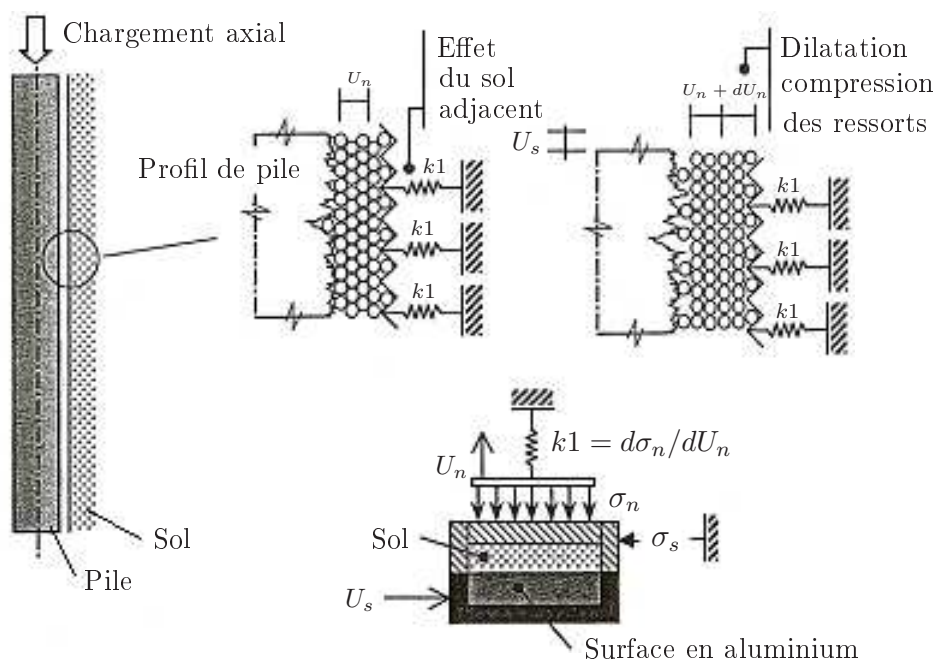
Afin d'appréhender le comportement mécanique d'un pieu sous sollicitations cycliques, la réalisation d'essais grandeur nature demeure la plus efficace d'un point de vue de l'ingénierie. En effet, il s'agit à l'heure actuelle du procédé expérimental le plus pertinent dans la prise en compte de la nature du terrain et le mode de mise en place. Cependant ce procédé est généralement limité par des questions budgétaires en faveur d'essais moins coûteux sur modèle réduit.

Cependant, même si la finalité des modèles développés dans ce travail est d'appréhender le comportement de telles structures, ce type d'essais présente tout de même l'inconvénient de ne fournir qu'un comportement empirique global du pieu. Il est donc impossible de remonter au comportement local de l'interface malgré les dispositifs d'instrumentation bien souvent très élaborés.

### 2.2.2 La boîte de cisaillement

La boîte de cisaillement est un essai relativement classique dont les résultats renseignent directement sur le comportement de l'interface ([SR97], [FE98], [Mor01], [HP04]). Son principe, illustré par la figure 2.1, consiste en une boîte de cisaillement conventionnelle dont l'une des demi-boîtes a été remplacée par une surface rigide et de rugosité connue. Le matériau granulaire contenu dans l'autre demi-boîte frotte directement sur cette surface lors de l'essai.

PSfrag replacements



**FIGURE 2.1** – Définition de l'interface d'après [Fio02] et protocole expérimental

La question se pose alors du confinement appliqué au sol lors d'une sollicitation. En effet, pour une interface réelle, le confinement du matériau granulaire et de l'interface est assuré par le sol autour du pieu. En laboratoire, il est impossible de reproduire de telles conditions expérimentales. En fonction de l'appareillage utilisé, trois différents types de conditions aux limites pourront être envisagés (voir figure 2.2). Elle définissent ainsi trois types d'essais différents se rapprochant plus ou moins des conditions réelles mais comportant chacun un intérêt dans la compréhension des phénomènes régissant le comportement de l'interface :

**L'essai CNL** (Constant Normal Load) consiste à exercer un confinement constant à la normale de l'interface. Ce confinement est généralement appliqué par un poids reposant sur la face supérieure de l'échantillon. Il s'agit donc de l'essai



## 2.2. Les différents types d'essais

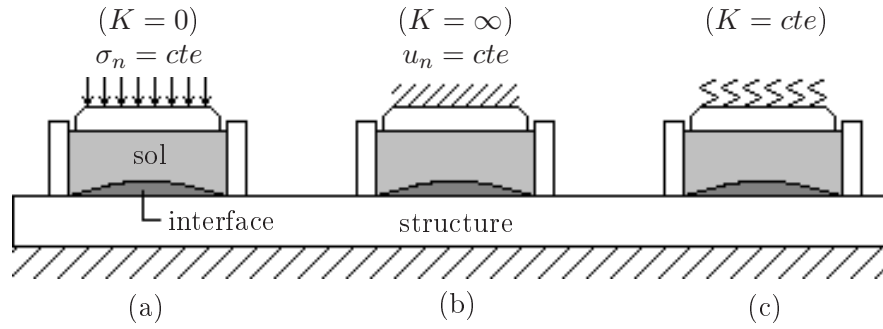


FIGURE 2.2 – Les trois différents types d'essais d'interface

permettant de constater l'évolution du comportement de l'interface en fonction du confinement. Il s'avère donc pertinent dans la mise au point de modèles numériques.

**L'essai CV** (Constant Volume) consiste à bloquer le déplacement normal de l'interface pour observer son comportement à volume constant. Il s'agit donc du comportement théorique d'un système sous condition non-drainé.

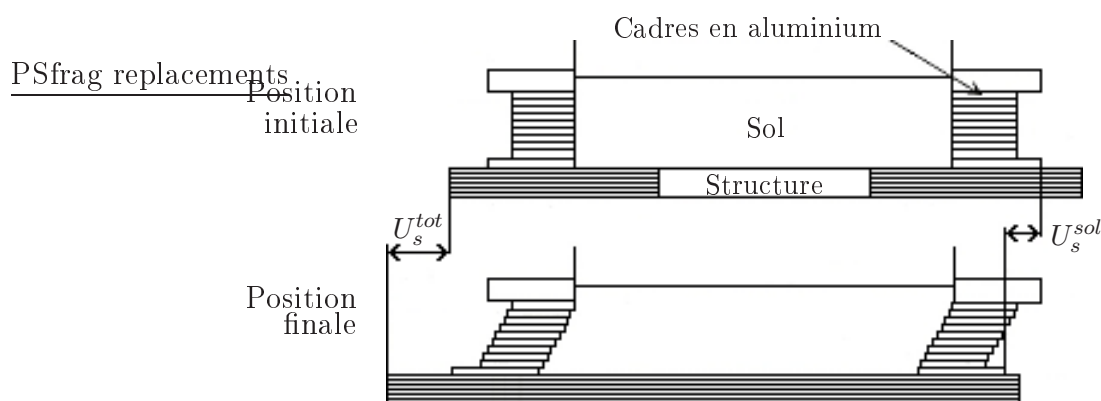
**L'essai CNS** (Constant Normal Stiffness) est l'essai qui se rapproche le plus des conditions *in situ*. La contrainte normale appliquée au matériau est incrémentée en fonction du déplacement normal du haut de l'échantillon suivant une raideur constante. C'est une procédure expérimentale plus lourde que les deux premières réalisée à l'aide d'un asservissement. En fonction de la valeur utilisée pour la raideur  $K$ , il est également possible de reproduire les essais CNL ( $K = 0$  kPa/mm) et CV ( $K = \infty$ )

Malgré des avantages certains, ce type d'essais accuse toutefois quelques inconvénients. Le principal d'entre eux, que l'on retrouve également dans l'essai à la boîte de cisaillement pratiqué sur un volume de sol, est l'hétérogénéité des champs de contraintes et de déformations au sein de l'échantillon. Les informations récupérées sont donc moyennées sur l'ensemble de la surface de contact. De plus, le déplacement normal, généralement mesuré au sommet de l'échantillon, tient compte du comportement volumique du sol présent en dehors de la zone d'interface qui vient parasiter les mesures. Pour éviter ce genre de phénomènes, il est nécessaire de prendre un échantillon le plus fin possible. Une épaisseur minimale est cependant nécessaire à la formation de l'interface.

Un autre inconvénient de cet essai réside dans la difficulté d'assurer « l'étanchéité » de l'échantillon entre la demi-boîte contenant le matériau granulaire et la surface rigide. Cette inétanchéité peut être source de perte de matériau et biaiser les mesures. Certaines campagnes d'essais compensent ce phénomène par la mesure en continu de la quantité de matériau s'échappant de la demi-boîte. Cependant, ce manque d'étanchéité rend impossible les essais en condition non-drainée. Ceux-ci sont donc réalisés sous la forme d'essais CV qui assurent la constance du volume de l'échantillon.

### 2.2.3 L'essai de cisaillement simple

L'essai de cisaillement simple est très similaire à l'essai à la boîte de cisaillement. La différence réside essentiellement dans le fait que la demi-boîte contenant le matériau granulaire n'est plus rigide mais constituée d'un empilement de cadres ou d'anneaux (en fonction de la forme de l'échantillon) entre lesquels le frottement est considéré comme négligeable devant celui du sol. La figure 2.3 schématise cet appareillage. Le matériau granulaire qui n'est pas compris dans l'interface peut, lui aussi, se déformer en cisaillement rendant ainsi les champs de contraintes et de déformations un peu plus homogènes. Uesugi & *al.* présentent un tel appareillage et les résultats obtenus dans [UK86]. Il est alors nécessaire de faire la différence entre la déformation en cisaillement du sol (qui est rapidement bornée) et le déplacement de l'interface qui entre en rupture et concentre rapidement l'intégralité des incréments de déformations.



**FIGURE 2.3** – Principe de fonctionnement d'un essai d'interface à cisaillement simple

Les mêmes conditions aux limites que l'essai à la boîte de cisaillement peuvent être appliquées ici. Le manque d'étanchéité de l'interface rend également impossible la réalisation de ce type d'essai sous condition non-drainée.

### 2.2.4 Autres types d'essais

Bien que les deux procédés expérimentaux en laboratoire décrits plus haut soient les plus exploités dans la littérature de par leur relative simplicité combinée à la qualité et au spectre des résultats qu'ils sont susceptibles de fournir, certains chemins de sollicitations pertinents ne sont pas réalisables avec ce type d'appareillage. Parmi ces chemins, il est possible de solliciter l'interface suivant plusieurs directions dans le plan [EF96], réaliser des compressions normales ou encore utiliser un cylindre creux jusqu'à la rupture [YK81]

Ces chemins n'étant pas pris en compte dans la partie modélisation du comportement de l'interface de ce travail, ils ne sont cités ici qu'à titre indicatif.

## 2.3 Définition des variables de l'interface

La description de l'état mécanique et géométrique de l'interface passe par la définition d'un certain nombre de variables. La mise au point d'un modèle de comportement passe alors par la définition de ces variables.

Cette partie ambitionne donc de définir ces dernières au travers des interfaces réalisées en boîte de cisaillement et sollicitées dans une direction tangente unique.

### 2.3.1 Les variables relatives au comportement mécanique

Alors que pour un volume de sol tridimensionnel, les informations mécaniques sont contenues dans les tenseurs de contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$  et de déformations  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , pour une interface unidirectionnelle, ces dernières pourront se résumer en un vecteur contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$  de composante normale et tangentielle et en un vecteur déplacement relatif  $\boldsymbol{U}$  lui aussi composé d'une partie normale et une autre tangentielle (figure 2.1).

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_s \\ \sigma_n \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{U} = \begin{pmatrix} U_s \\ U_n \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Il est toutefois possible de faire un lien qualitatif entre les composantes des tenseurs de contraintes et de déformations d'un élément de volume et les composantes normale et tangentielle des vecteurs contraintes et déplacements relatifs d'une interface en assimilant la partie isotrope des tenseurs à la direction normale des vecteurs et la partie déviatoire à la direction tangentielle (voir tableau 2.1).

| variables<br>volume 3D | variables<br>interface 1D |
|------------------------|---------------------------|
| $p'$                   | $\sigma_n$                |
| $q$                    | $\sigma_s$                |
| $\varepsilon_v$        | $U_n$                     |
| $\varepsilon_d$        | $U_s$                     |

**TABLE 2.1** – Correspondance entre les variables tridimensionnelles et unidimensionnelles

### 2.3.2 La rugosité

Comme cela sera possible de le constater dans la partie 2.4, la rugosité de la surface rigide influence fortement le comportement de l'interface. Cependant, même si la quantification de cette rugosité varie d'une source à l'autre, l'ensemble des auteurs s'accordent pour dire que cette dernière ne possède pas de sens physique si elle n'est pas comparée à la granulométrie du sol. C'est donc bien la rugosité normalisée qui pilote le comportement de l'interface et non la rugosité absolue.

La première manière de déterminer cette rugosité est donnée par Kulhawy & *al.* dans [KP79] par l'équation 2.2 :

$$R_n = \frac{R_{surface}}{R_{sol}} \quad (2.2)$$

Avec  $R_{surface}$  et  $R_{sol}$  les 'rugosités' respectives de la surface rigide et du sol définies par l'équation 2.3 :

$$R = \frac{D_{10}D_{60}}{D_{50}} \quad (2.3)$$

Où  $D_{10}$ ,  $D_{50}$  et  $D_{60}$  sont les dimensions pour lesquelles 10, 50 et 60% des particules ont un diamètre inférieur (pour le sol) et pour lesquelles 10, 50 et 60% des irrégularités de la surface rigide ont une dimension inférieure. Il est alors considéré que la valeur  $R_{lim} = 1$  est la limite entre le domaine des interfaces lisses ( $R_n < R_{lim}$ ) et celui des interfaces rugueuses ( $R_n > R_{lim}$ ).

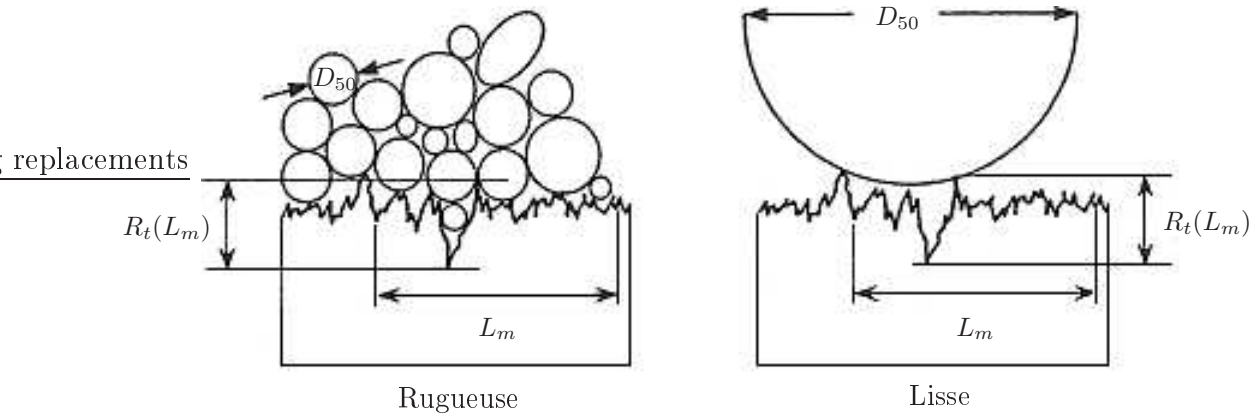
La deuxième méthode pour déterminer la rugosité normalisée est plus largement acceptée par la communauté scientifique actuelle. Elle est donnée par l'équation 2.4 :

$$R_n = \frac{R_t(L_m)}{D_{50}} \quad (2.4)$$

Où, comme l'indique la figure 2.4 :

- $R_t(L_m)$  désigne la plus grande différence de côte qu'il est possible de trouver au niveau de la surface rigide sur une longueur linéaire  $L_m$ ,
- $L_m$  est une longueur de référence,
- $D_{50}$  est le rayon moyen des particules du sol.

Cependant, si cette définition est couramment admise dans la littérature, la valeur de la longueur de référence  $L_m$  peut varier d'un auteur à l'autre : Uesugi & *al.* utilise  $L_m = D_{50}$  ([UK86]) alors que Fioravante préconise  $L_m \in [0.8\text{mm}, 2.5\text{mm}]$  ([Fio02])



**FIGURE 2.4** – Différence de structure pour une interface rugueuse et lisse avec une même surface rigide mais deux granulométries différentes [Fio02]

Fioravante définit alors les interfaces lisses comme présentant une rugosité normalisée inférieure à 0.02 et les interfaces rugueuses présentant une rugosité d'au moins 0.1. Le domaine entre ces deux valeurs est considéré comme une zone de transition.

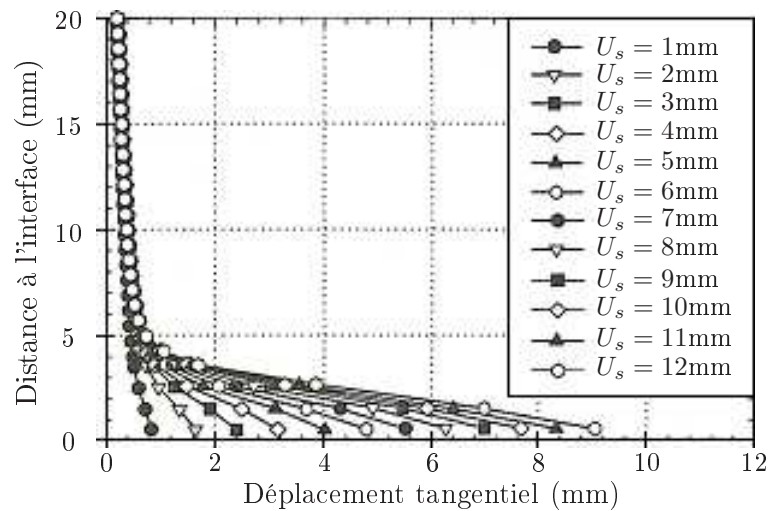
### 2.3.3 Épaisseur et densité de l'interface

Il n'est pas rare, en modélisation, de considérer l'épaisseur de l'interface comme nulle. Dans les faits, bien que peu épaisse devant les autres dimensions de l'appareillage, l'interface possède toutefois une épaisseur non nulle. Cela peut entraîner quelques difficultés conceptuelles notamment lorsqu'il s'agit de répercuter les déformations volumiques sur l'état interne du matériau.

Comme il a été constaté précédemment, le gain de volume du sol ne s'exprime plus en déformation volumique  $\varepsilon_v$  mais en déplacement relatif normal  $U_n$ . L'épaisseur  $e_p$  de l'interface intervient alors dans la détermination de l'incrément d'indice des vides  $\dot{e}$  lorsque celui-ci est déduit de l'incrément de déplacement normal  $\dot{U}_n$  comme PSfragreplacement relation 2.5 (démontrée en annexe A) :

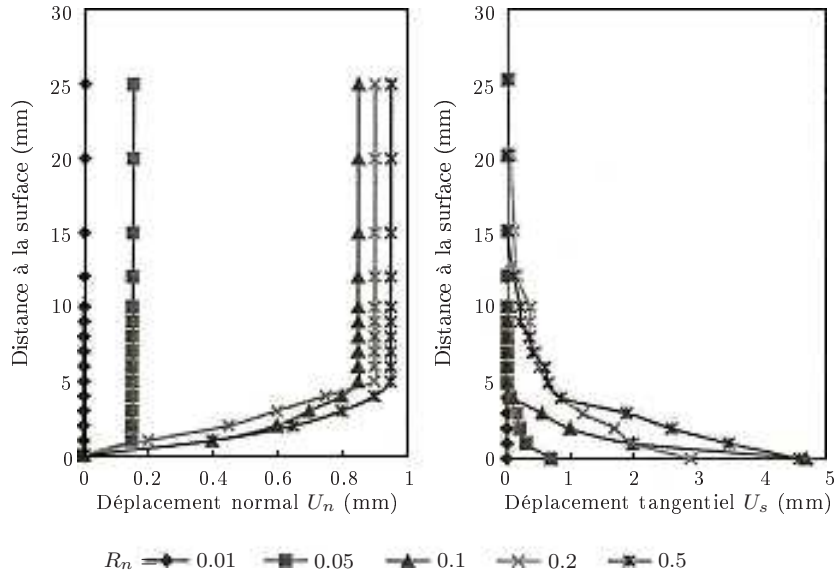
$$\dot{e} = \frac{\dot{U}_n}{e_p}(1 + e) \quad (2.5)$$

La définition de la densité pour une interface restant la même que celle d'un sol (équation 1.1), l'épaisseur de l'interface intervient également dans son évolution. Il est donc nécessaire de bien évaluer la valeur de  $e_p$  pour pouvoir suivre correctement l'évolution de l'état interne du matériau constituant l'interface. Pourtant, dans les faits, cette donnée est difficilement accessible car l'interface est cloisonnée entre la surface rigide d'un côté et le sol de l'autre. DeJong & *al.*, dans [DRW03], proposent une investigation assez complète sur le sujet en mesurant, au travers d'une face en plexiglas de la boîte de cisaillement, les déplacements tangentiels en fonction de la distance à la surface rigide (voir figure 2.5)



**FIGURE 2.5** – Déplacement horizontal du matériau granulaire à différentes distances de l'interface et différents déplacements de la surface rigide ( $d_{50} = 0,72$  mm) [DRW03]

Il résulte de cette étude que les déformations déviatoires se cumulent dans une zone proche de la surface rigide en formant une interface. Il est également possible de constater sur la figure 2.5 que l'épaisseur de cette interface ne dépend pas du déplacement de surface rigide et reste donc constante tout au long du chargement monotone. D'autre part, des essais supplémentaires non présentés ici permettent



**FIGURE 2.6** – Influence de la rugosité sur l'épaisseur de l'interface [HP03]

de conclure que l'épaisseur de l'interface reste également constante lors d'un essai cyclique. La figure 2.6, issue de [HP03], permet quant à elle de constater que l'accumulation de déformations volumiques est elle aussi restreinte à l'interface et que l'épaisseur de cette interface croît avec la rugosité normalisée de la surface rigide. De manière générale, une épaisseur  $e_p$  égale 2 à 5  $D_{50}$  est utilisée pour les interfaces lisses alors que dans le cas des interfaces rugueuses  $e_p$  égale 10 à 15  $D_{50}$ .

## 2.4 Le comportement mécanique des interfaces

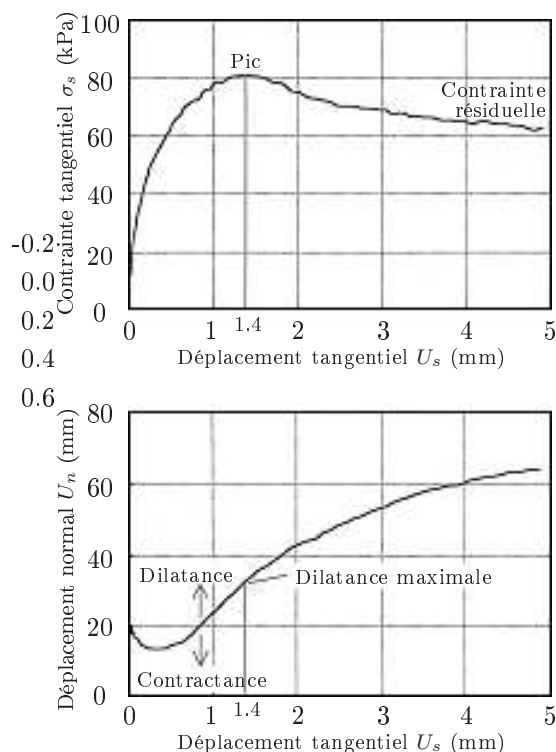
Comme cela a été constaté dans le chapitre 1.2, le comportement drainé d'un élément de volume de sol est dépendant à la fois de la densité du matériau et du confinement auquel il est soumis. Pour un élément d'interface, ces deux variables auront également un effet combiné sur le comportement. Néanmoins, la rugosité de la surface rigide et les conditions aux limites appliquées à l'essai auront également un rôle à jouer (voir partie 2.3.2). De fait, aucune source de la littérature ne présente une batterie d'essais suffisamment large pour couvrir l'influence de tous ces paramètres.

La présente partie ambitionne donc de résumer le comportement général des interfaces en quantifiant l'impact de chacun de ses facteurs. Pour ce faire, un essai à charge constante pour un sol dilatant et une interface rugueuse sera employé comme essai de référence et chaque paramètre sera modifié l'un après l'autre.

### 2.4.1 L'essai de référence

La figure 2.7 présente les résultats obtenus par Evgin et *al.* lors d'une campagne d'essais présentée dans [EF96]. Il s'agit d'un essai de cisaillement direct à charge constante effectué sur un sol dilatant en contact avec une surface rugueuse.

Un comportement très similaire aux essais triaxiaux réalisés sur sol dilatant est mis en évidence. En effet, en terme de contraintes, il est possible d'observer un



**FIGURE 2.7** – Essais CNL sur une interface rugueuse et un matériau dilatant [EF96]

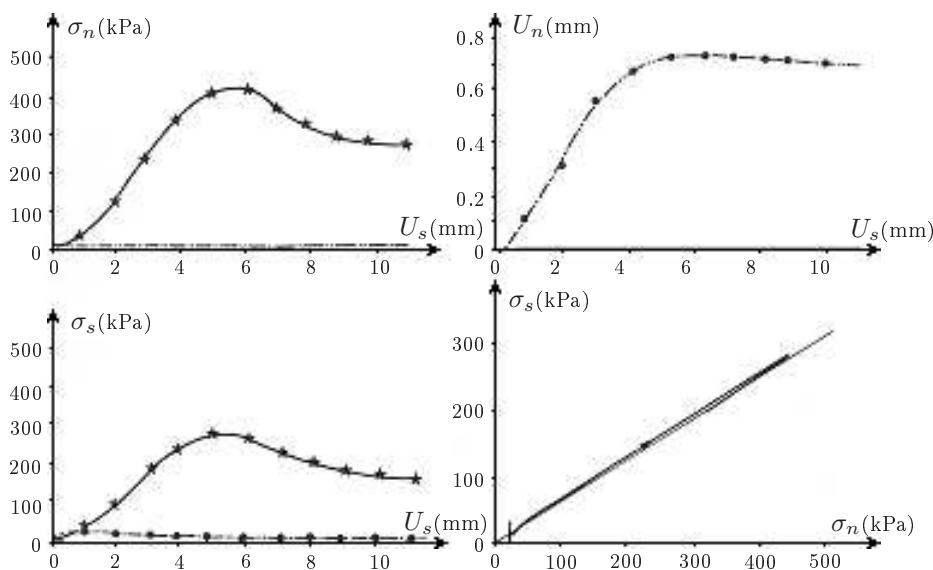
pic de résistance marqué avant une décroissance progressive jusqu’à un palier de grandes déformations à contraintes constantes. Du point de vue des déformations volumiques, là aussi la similitude est importante : le matériau subit une première phase de contractance modérée avant qu’un phénomène de dilatance ne s’installe. Cette dilatance passe par un maximum concomitant au pic de contrainte. Le comportement volumique se stabilise ensuite à plus grandes déformations comme pour un volume de sol.

Ainsi, une telle interface présente les trois états clés du comportement d’un sol dilatant (les états critique, caractéristique et de rupture). Cela s’explique aisément par le fait que dans ces conditions, l’interface (en tant que zone d’accumulation des déformations) se situe dans le matériau granulaire voisin de la surface rigide et en adopte donc le comportement.

### 2.4.2 Effets de la condition aux limites

La figure 2.8, issue de [BPF86], présente les résultats obtenus pour une même interface sous charge constante et sous volume constant. Le matériau est fortement dilatant et la surface est rugueuse.

Malgré l’échelle qui rend la perception délicate, il est possible de constater, pour l’essai CNL, un pic de contrainte à petites déformations, un palier de grandes déformations à contrainte tangentielle et volume constant ainsi que les phases de contractance et de dilatance mentionnées dans la partie précédente 2.4.1 caractérisant un tel essai. Il est également à noter une faible contractance du matériau à grandes défor-



**FIGURE 2.8** – Comparaison de comportement d’interface entre essais CNL et CV d’après [BPF86]

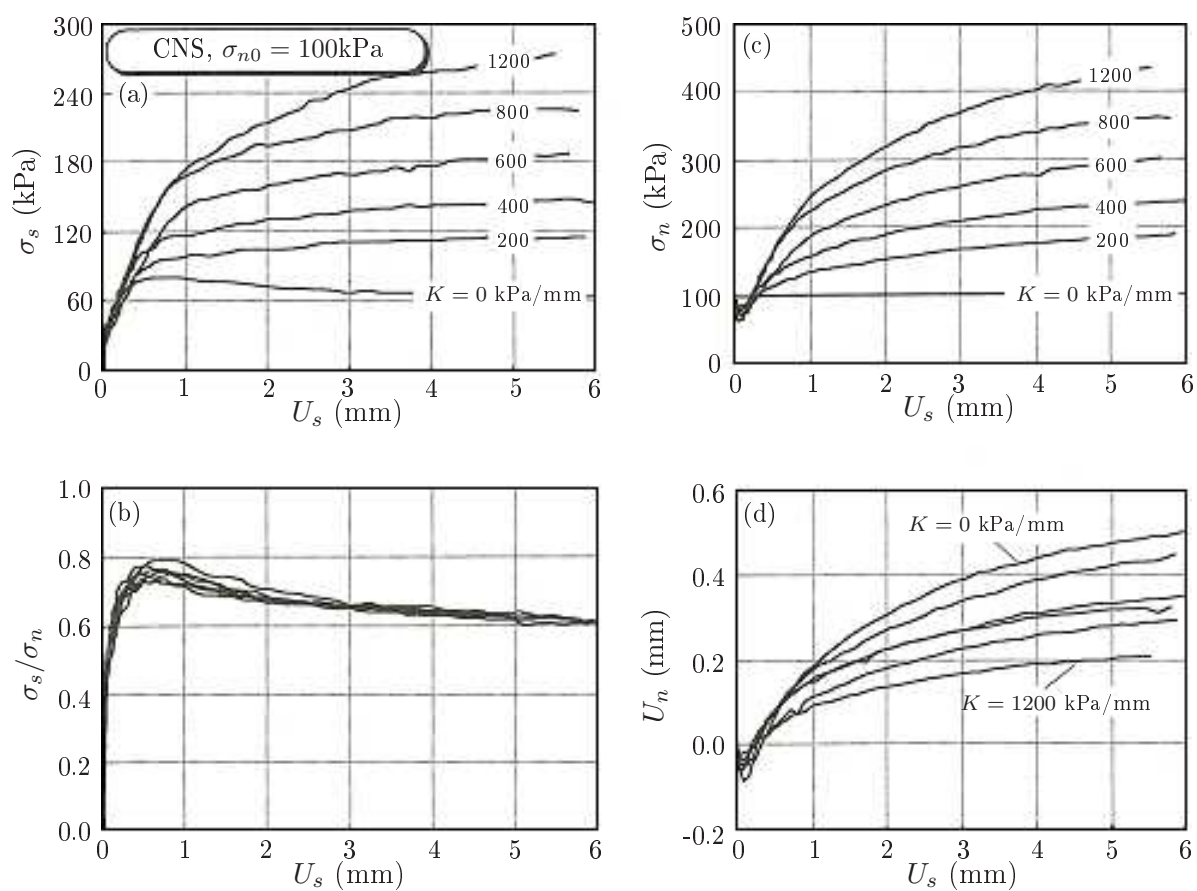
mations. Il ne s’agit pas là d’un phénomène physique mais plutôt d’un comportement imputable à un défaut d’étanchéité ayant conduit à une perte de matériau granulaire ou à un phénomène de rupture de grain conduisant à une évolution de la granulométrie du matériau. Ce type de perturbations est également présent chez d’autres auteurs, mais est de plus en plus pris en compte lors de l’analyse des résultats par une mesure en continu du volume de matériau sorti de la boîte de cisaillement au cours de la sollicitation.

En ce qui concerne l’essai à volume constant, le déplacement normal reste, par définition, nul, le réagencement du squelette granulaire se traduit alors par une faible diminution de la contrainte normale  $\sigma_n$  dans un premier temps avant une forte augmentation de cette dernière par la suite. Cette augmentation du confinement se traduit par un durcissement de l’interface qui est alors capable, par une augmentation du frottement, de reprendre une contrainte tangentielle  $\sigma_s$  plus importante. Une phase de radoucissement est également constatée à grandes déformations. Il s’agit encore une fois de l’effet d’une perte de matériau qui est d’autant plus importante que la pression est élevée au sein de l’échantillon.

D’autre part, le chemin dans le repère  $(\sigma_s, \sigma_n)$  permet de constater que l’évolution des contraintes lors de l’essai à volume constant se fait le long d’une droite passant par l’origine. Cela met en évidence l’existence d’un angle de frottement maximal qui limite l’évolution de la contrainte déviatoire pour un  $\sigma_n$  donné.

En ce qui concerne l’essai à raideur constante, si l’on considère que les essais CNL et CV en sont les deux extrêmes ( $k = 0$  pour le premier et  $k = +\infty$  pour le second), il peut être considéré comme une transition de l’un vers l’autre. Qualitativement, plus la raideur sera importante, plus les résultats obtenus seront proches de ceux de l’essai à volume constant. Inversement plus la raideur sera faible, plus les résultats seront proches de ceux d’un essai à contraintes constantes. La figure 2.9 issue de [EF96] montre les résultats d’essais CNS comparés à un essai à charge constante(CNL).

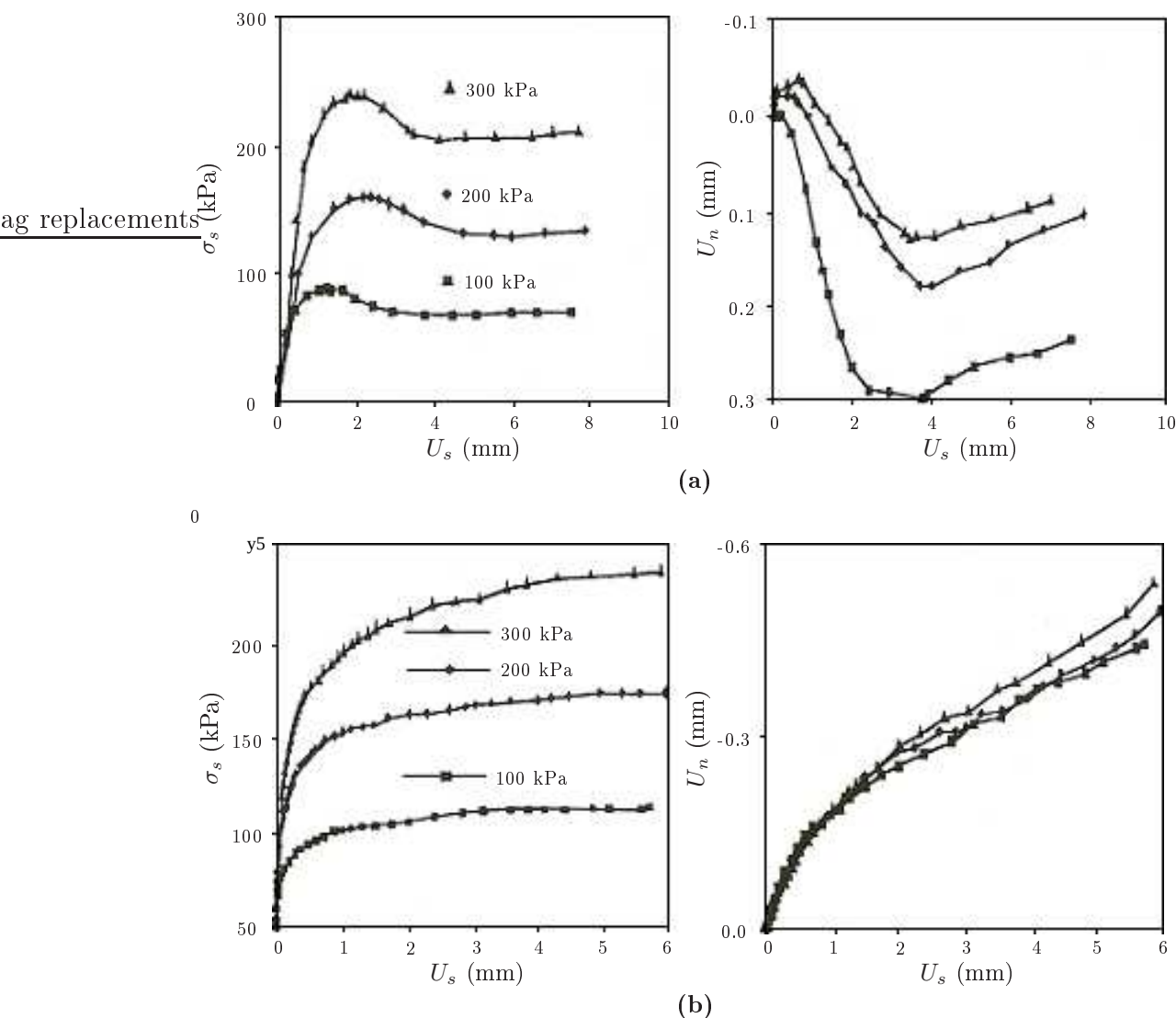




**FIGURE 2.9** – Comparaison de comportement d'interface entre essais CNL et CNS pour différentes raideurs normales d'après [EF96]

### 2.4.3 Effets de la densité et du confinement

La figure 2.10, issue de [SR97] présente les résultats obtenus pour une interface rugueuse avec deux densités de sol différentes. Pour chaque densité, trois confinements constants distincts sont étudiés



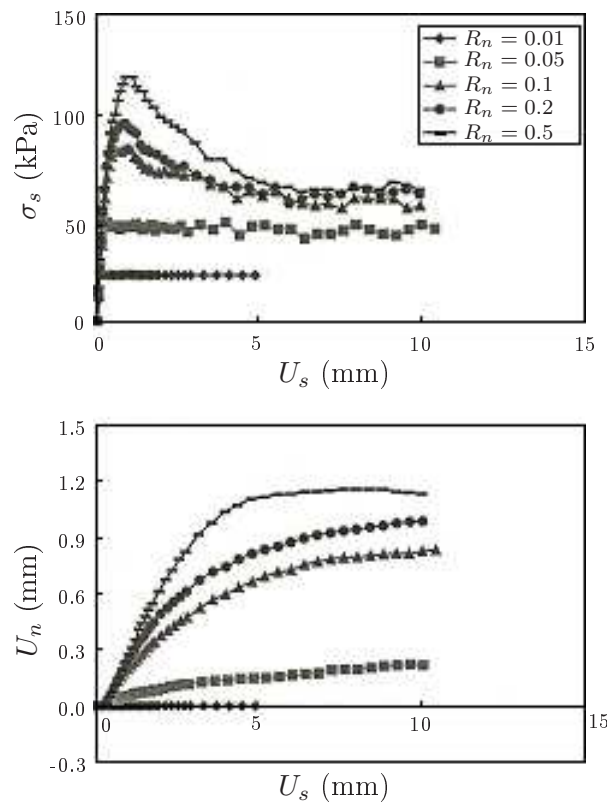
**FIGURE 2.10** – Comparaison de comportement d’interfaces entre sable dense et sable lâche d’après [SR97]

Il est à noter que le comportement volumique de l’interface suit le comportement du sol. En effet, plus la densité est importante, et plus le confinement est faible, plus la phase de contractance sera limitée et plus la dilatance sera importante. Réciproquement, pour les interfaces uniquement contractantes, les déformations volumiques seront d’autant plus importantes que le confinement sera grand et que la densité sera faible.

### 2.4.4 Effets de la rugosité

La rugosité de la surface rigide va permettre de quantifier l'imbrication du matériau granulaire dans l'interface. Comme cela a été vu précédemment, en fonction de la valeur de cette rugosité, deux modes de rupture pourront être envisagés.

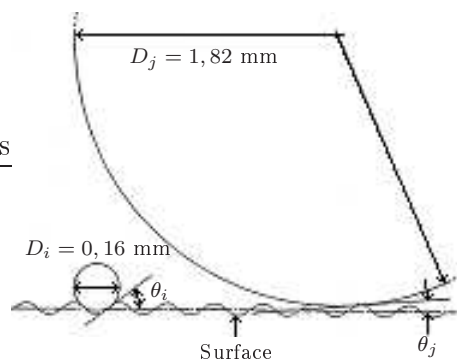
Cependant, si deux modes de rupture sont possibles, comme le montre la figure 2.11 issue de [HP04], deux types de comportements mécaniques sont également observables. Pour une interface lisse, la résistance mécanique s'apparente à un frottement de Coulomb (élastique parfaitement plastique). En effet, il s'agit de deux corps rigides (ou ne subissant que très peu de déformations) frottant l'un contre l'autre suivant un angle de frottement inférieur à la résistance de chacun des matériaux. Lorsque la rugosité augmente, l'angle de frottement à la rupture augmente également. La figure 2.12 ([UK86] corroborée par la suite par [LD05]) permet d'illustrer ce phénomène. On y remarque que si l'angle de frottement microscopique entre la surface rigide et le matériau granulaire reste constant, l'angle de normale au contact quant à lui augmente avec la rugosité normalisée  $R_n$  entraînant une augmentation de l'angle de frottement de l'interface à l'échelle macroscopique. En augmentant de la sorte, l'angle de frottement entre le sol et la surface devient supérieur à la résistance du matériau granulaire et un effet de saturation de l'amélioration des caractéristiques mécaniques avec la rugosité est observable.



**FIGURE 2.11** – Comparaison du comportement d'interface en fonction de la rugosité de la surface rigide d'après [HP04]

En terme de déformations volumiques, une différence importante est également observable entre les interfaces lisses qui ne présentent aucune variation de volume

PSfrag replacements



**FIGURE 2.12** – Structure microscopique d’une interface et angle de normale au contact en fonction de la rugosité normalisé ( $\theta_i > \theta_j$ ) d’après [UK86]

et les interfaces rugueuses qui, dans le cadre de matériau dense, étudié ici, génère une forte dilatance.

Il est également possible d’observer que la transition entre le comportement purement frottant et le comportement semblable à celui d’un matériau granulaire s’effectue pour des rugosités normalisées de l’ordre de  $R_n = 0.1$  ce qui corrobore les affirmations de Fioravante [Fio02] déjà mentionnées.

# Chapitre 3

## Les modèles

### 3.1 Introduction

Dans la littérature, il existe différents types de modèles ayant pour ambition de reproduire numériquement le comportement des matériaux granulaires. Parmi ces modèles, l'élastoplasticité est très certainement le type le plus couramment utilisé.

Le modèle CJS fait partie de cette catégorie. Il tire son nom des initiales de ses trois auteurs (Cambou, Jafari et Sidoroff) et fut initialement décrit dans la thèse de Jafari [CJE89] avant d'être repris dans les travaux de Elamrani ([Ela92]) et de Maleki ([Mal98]). Il constituera également le point de départ de ce travail et sera intégralement décrit dans cette partie.

Il existe d'ores et déjà de nombreux autres modèles élastoplastiques dans la littérature, dont certains seront mentionnés ici en parallèle du CJS (le détail des équations ne sera alors pas abordé). Il existe également d'autres types de modèles (modèles viscoplastiques, modèles empiriques ...) qui peuvent se révéler pertinents dans la modélisation cyclique des matériaux granulaires et de leurs interfaces. Ils seront également abordés dans cette partie. Enfin, dans ce chapitre seront également étudiés les travaux d'adaptation déjà réalisés de ces modèles aux interfaces ainsi que les modèles propres aux interfaces.

### 3.2 Le modèle CJS

La version du modèle CJS présentée ici est celle détaillée par Maléki ([Mal98]). Elle est hiérarchisée en différents niveaux de modélisation permettant d'adapter la précision de la simulation et le nombre de paramètres aux attentes du modèle et aux moyens à disposition. Le niveau 3 de cette hiérarchie constitue le point de départ des améliorations effectuées dans le chapitre 4. Ce niveau a été mis au point dans l'optique de pouvoir simuler le comportement global du sol sur un faible nombre de cycles. L'objectif est alors de remplacer le niveau 4 de modélisation pour accroître la finesse de la modélisation en tenant compte de l'évolution de l'état interne du matériau.

Le modèle CJS est un modèle élastoplastique à un mécanisme élastique et deux mécanismes plastiques (un isotrope, l'autre déviatoire). De fait, l'incrément de déformations totales qu'il engendre peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{tot} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{ip} + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{dp} \quad (3.1)$$

Où :

- $\boldsymbol{\epsilon}^{tot}$  est le tenseur de déformations totales,
- $\boldsymbol{\epsilon}^e$  est le tenseur de déformations lié au mécanisme élastique,
- $\boldsymbol{\epsilon}^{ip}$  est le tenseur de déformations lié au mécanisme plastique isotrope,
- $\boldsymbol{\epsilon}^{dp}$  est le tenseur de déformations lié au mécanisme plastique déviatoire.

### 3.2.1 Mécanisme élastique

Le mécanisme élastique du modèle CJS est constitué d'une loi de Hooke incrémentale et entièrement définie par la donnée de deux paramètres. Dans le cadre de cette étude, le couple module de compressibilité et module de cisaillement ( $K^e, G^e$ ) sera retenu par rapport aux constantes de Lamé ( $\lambda, \mu$ ) ou au couple module d'Young et module de Poisson ( $E, \mu$ ). L'incrément de déformation élastique peut donc s'écrire via l'inversion d'un tenseur d'élasticité  $\mathbf{A}$  d'ordre 4 (équation 3.2). Quantitativement, les composantes de l'incrément du tenseur de déformations élastiques peuvent s'exprimer à l'aide de l'équation 3.3.

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^e = \mathbf{A}^{-1}(K^e, G^e) \dot{\boldsymbol{\sigma}}' \quad (3.2)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{\dot{s}_{ij}}{2G^e} + \frac{\dot{I}_1}{9K^e} \delta_{ij} \quad (3.3)$$

Où :

- $\mathbf{A}$  est le tenseur d'élasticité d'ordre 4,
- $K^e$  est le module de compressibilité élastique,
- $G^e$  est le module de cisaillement élastique,
- $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma}' - I_1/3 \mathbf{I}$  est le déviateur du tenseur de contrainte,
- $I_1 = tr(\boldsymbol{\sigma}')$  est le premier invariant du tenseur de contrainte,
- $\mathbf{I}$  est le tenseur de Kronecker,
- $\delta_{ij}$  est le Symbole de Kronecker.

Le comportement élastique des sols n'étant pas linéaire, il est nécessaire d'introduire une variation des modules de compressibilité et de cisaillement en fonction de la pression isotrope effective du matériau :

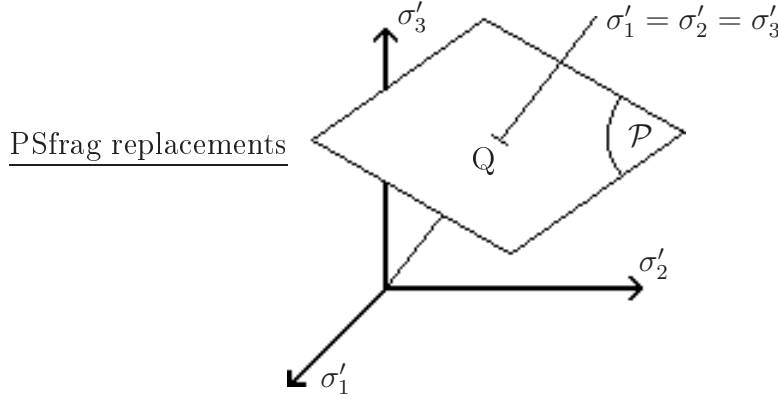
$$K^e = K_0^e \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^n \quad (3.4)$$

$$G^e = G_0^e \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^n \quad (3.5)$$

Où :

- $p_a$  est une pression de référence généralement prise à 100 kPa,
- $K_0^e$  est le module de compressibilité élastique du sol sous une pression isotrope  $p_a$ ,
- $G_0^e$  est le module de cisaillement élastique du sol sous une pression isotrope  $p_a$ ,
- $n$  définit l'influence du confinement sur le comportement élastique du matériau.

$K_0^e, G_0^e$  et  $n$  constituent les trois paramètres élastiques du matériau.



**FIGURE 3.1** – Représentation du critère plastique isotrope dans le repère des contraintes effectives

### 3.2.2 Mécanisme plastique isotrope

Le mécanisme plastique isotrope ne prend en compte que la contrainte effective isotrope. Au vu de l'équation de la surface de charge du mécanisme déviatoire, on constate que c'est le seul mécanisme plastique qui est utilisé lors d'une compression isotrope. De manière générale, il permet au modèle de mémoriser la plus forte valeur de pression isotrope que le matériau ait connu dans son histoire et de générer les déformations volumiques associées au franchissement de cette dernière. La valeur de  $Q$  positionne alors le passage du domaine normalement consolidé du sol (où le mécanisme plastique isotrope agit en parallèle du mécanisme plastique) du domaine sur consolidé (pour lequel seul le mécanisme élastique est actif). Ainsi, toute décharge du modèle est de nature purement élastique. Il s'agit donc là d'une approximation du comportement expérimental.

#### 3.2.2.1 Critère de plasticité

Le critère de plasticité isotrope est donné par l'équation 3.6. Il compare la pression isotrope effective  $p'$  à la plus forte valeur que le matériau ait connu dans son histoire pour cette variable :

$$f^i(p', Q) = p' - Q \leq 0 \quad (3.6)$$

Où :

- $p'$  est la pression effective isotrope subie par le matériau,
- $Q$  est la force thermodynamique associée à l'écrouissage du mécanisme.

Ainsi, la représentation du critère de plasticité isotrope dans le repère des contraintes principales est un plan orthogonal à la trisectrice de ce repère (figure 3.1).

#### 3.2.2.2 Loi d'écrouissage

L'évolution de  $Q$  est liée à l'évolution de la variable d'écrouissage  $q$  par l'intermédiaire d'un module de compressibilité plastique. L'effet de cet écrouissage, en

se combinant au mécanisme plastique, étant élaboré pour la simulation du comportement normalement consolidé du matériau, ce module plastique varie de manière similaire au module éponyme élastique :

$$\dot{Q} = K^p \dot{q} = K_0^p \left( \frac{Q}{p_a} \right)^n \dot{q} \quad (3.7)$$

L'incrément de la variable d'écrouissage  $q$  est alors relié au multiplicateur plastique  $\dot{\lambda}^i$  du mécanisme isotrope par la règle de normalité :

$$\dot{q} = -\dot{\lambda}^i \frac{\partial f^i}{\partial Q} = \dot{\lambda}^i \quad (3.8)$$

### 3.2.2.3 Potentiel plastique et loi d'écoulement

Le mécanisme plastique isotrope du modèle CJS est associé. La fonction potentielle plastique  $g^i$  est donc égale au critère de plasticité :

$$g^i = f^i = p' - Q \quad (3.9)$$

Il est donc possible d'écrire la loi d'écoulement en dérivant le potentiel plastique en fonction des contraintes :

$$\varepsilon_{ij}^{ip} = \dot{\lambda}^i \frac{\partial f^i}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\dot{\lambda}^i}{3.0} \delta_{ij} \quad \text{ou encore} \quad \varepsilon_v^{ip} = \dot{\lambda}^i \frac{\partial f^i}{\partial p'} = \dot{\lambda}^i = \dot{q} \quad (3.10)$$

### 3.2.2.4 Relation de consistance

Dans la théorie de l'élastoplasticité, la relation de consistance permet de déterminer la valeur du multiplicateur plastique lors de l'atteinte du critère plastique en imposant un incrément nul de ce dernier. Dans le cas présent, la relation de consistance s'exprime alors de la manière suivante :

$$\dot{f}^i = \frac{\partial f^i}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f^i}{\partial Q} \dot{Q} = 0 \quad (3.11)$$

En injectant les équations 3.7 et 3.10 dans la relation de consistance 3.11 et en effectuant les dérivées adéquates, il est alors possible d'exprimer le multiplicateur plastique en fonction de l'incrément de contrainte :

$$\dot{\lambda}^i = \frac{\dot{p}'}{K^p} \quad (3.12)$$

Ce qui, en utilisant la deuxième partie de l'équation 3.10 permet d'exprimer l'incrément de déformation lié au mécanisme plastique isotrope :

$$\varepsilon_{ij}^{ip} = \frac{\dot{p}'}{3K^p} \delta_{ij} \quad \text{soit} \quad \varepsilon_v^{ip} = \frac{\dot{p}'}{K^p} \quad (3.13)$$

L'équation 3.13 permet alors de justifier la dénomination de "module de compressibilité plastique" de la variable  $K^p$  et de faire son rapprochement avec le module de compressibilité élastique  $K^e$ .



### 3.2.3 Mécanisme plastique déviatoire

Le mécanisme plastique déviatoire compare la contrainte déviatoire subie par le matériau à la contrainte isotrope. Cette comparaison se fait, d'une part, au travers d'un facteur de forme permettant la prise en compte de l'influence de la contrainte intermédiaire et de la dissymétrie de comportement en compression et en extension, et d'autre part, d'un rayon moyen déterminant la taille du domaine élastique. Le mécanisme est écrouissable à la fois isotropiquement et cinématiquement, le domaine élastique peut donc évoluer au fur et à mesure du chemin de sollicitations pour mieux rendre compte du comportement du matériau granulaire sous sollicitations cycliques.

#### 3.2.3.1 Critère de plasticité

Le critère de plasticité du mécanisme déviatoire peut s'écrire de la manière suivante :

$$f^d(\boldsymbol{\sigma}_{ij}, R, \mathbf{X}_{kl}) = q_{II}h(\theta_q) - RI_1 \leq 0 \quad (3.14)$$

Où :

- $q_{II}$  est la distance en terme de contrainte déviatoire entre l'état de contraintes courant et le centre de la surface de charge,
- $h(\theta_q)$  est un facteur de forme qui permet de rendre compte de la dépendance du comportement vis-à-vis de la direction de sollicitation du matériau,
- $R$  est le rayon moyen de la surface de charge.

Quantitativement, le terme de contrainte déviatoire  $q_{II}$  est défini comme la norme du tenseur  $\mathbf{q}$ , tenseur déviateur dans le repère de contraintes locales attaché au centre de la surface de charge. Il est donc possible d'écrire :

$$q_{II} = \sqrt{\mathbf{q}_{ij}\mathbf{q}_{ij}} \quad \text{avec} \quad \mathbf{q}_{ij} = \mathbf{s}_{ij} - I_1\mathbf{X}_{ij} \quad (3.15)$$

Où :

- $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - p'\mathbf{I}$  est le tenseur des contraintes déviatoires globales,
- $\mathbf{X}$  est le tenseur définissant le centre de la surface de charge déviatoire.

Le facteur de forme  $h(\theta_q)$  est, quant à lui, défini en fonction de l'angle de Lode  $\theta_q$  dans le repère de contraintes locales et s'exprime de la manière suivante :

$$h(\theta_q) = (1 - \gamma \cos(3\theta_q))^{1/6} = \left(1 - \sqrt{54}\gamma \frac{\det(\mathbf{q}_{ij})}{q_{II}^3}\right)^{1/6} \quad (3.16)$$

Où :

- $\theta_q$  est l'angle de Lode dans le repère des contraintes locales attaché au centre de la surface de charge déviatoire,
- $\gamma$  est le paramètre qui détermine l'amplitude de la dissymétrie du critère.

Les figures 3.2 (a) et (b) permettent de visualiser la position et la forme du domaine élastique dans le repère des contraintes. La projection dans un plan orthogonal à la trisectrice du repère permet de constater l'effet du facteur de forme sur la dissymétrie du critère.

Il est à noter que les tenseurs  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{q}$  et  $\mathbf{X}$  sont des tenseurs déviatoires, leur trace est donc nulle.  $\gamma$  constitue, quant à lui, un paramètre du modèle.

replacements



replacements



replacements

replacements

### 3.2.3.2 Loi d'écrouissage isotrope

Le mécanisme plastique déviatoire est écrouissable isotropiquement. Le rayon élastique  $R$  est ainsi susceptible d'évoluer au fur et à mesure de la sollicitation en faisant ainsi croître le domaine élastique. Son évolution est pilotée par la loi d'écrouissage suivante :

$$\dot{R} = \frac{AR_m^2}{(R_m + Ap)^2} \dot{p} \quad (3.17)$$

Où :

- $p$  est la variable d'écrouissage associée à  $R$ ,
- $A$  est le paramètre du modèle qui pilote le taux d'écrouissage isotrope,
- $R_m$  est le paramètre du modèle qui limite l'évolution de  $R$ .

$A$  et  $R_m$  sont des paramètres du modèle.

L'évolution de la variable d'écrouissage  $p$  est, quant à elle, donnée par la relation de normalité :

$$\dot{p} = -\dot{\lambda}^d \frac{\partial f^d}{\partial R} \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^{-1.5} = \dot{\lambda}^d I_1 \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^{-1.5} \quad (3.18)$$

Où  $\dot{\lambda}^d$  est le multiplicateur plastique associé au mécanisme déviatoire.

Il est possible d'intégrer l'équation 3.17 pour exprimer directement le rayon élastique en fonction de la variable d'écrouissage :

$$R = \frac{AR_m}{Ap + R_m} p \quad (3.19)$$

Il est alors aisé de constater le rôle de limite du paramètre  $R_m$  en faisant tendre  $p$  vers l'infini. Tout au long de l'écrouissage, le rayon élastique converge donc vers sa valeur maximale qui est  $R_m$  :

$$\lim_{p \rightarrow +\infty} R(p) = R_m \quad (3.20)$$

### 3.2.3.3 Loi d'écrouissage cinématique

Le mécanisme plastique déviatoire est également écrouissable cinématiquement. De fait, le centre de la surface de charge, représenté par les composantes du tenseur  $X$ , est susceptible d'évoluer, permettant ainsi à la surface de charge de se déplacer dans le repère des contraintes. Cette évolution est donnée par la loi d'écrouissage suivante :

$$\dot{X}_{ij} = a \dot{\alpha}_{ij} \quad (3.21)$$

Où :

- $\alpha$  est un tenseur faisant office de variable d'écrouissage cinématique,
- $a$  est le paramètre du modèle qui pilote le taux d'écrouissage.

Dans cette relation, une liberté est prise par rapport à la version du CJS de Maleki ([Mal98]). En effet, dans cette dernière relation, Maleki préconisait l'utilisation

d'un paramètre  $b$  défini comme l'inverse du paramètre  $a$  de l'équation 3.21. Le paramètre  $b$ , exprimé en pascals, constituait donc une pression ayant un sens physique. Son inverse, le paramètre  $a$  perd un peu cette notion, mais reste, d'un point de vue mathématique, strictement équivalent. Le choix en faveur du paramètre  $a$  tient dans le fait que l'évolution de la raideur du matériau suit celle de la valeur de  $a$  et que par la suite (chapitre 4) l'amélioration du modèle CJS passera par l'évolution de certains de ses paramètres. Il sera alors plus aisé de faire varier le paramètre  $a$  plutôt que  $b$ .

La règle de normalité permet d'exprimer l'évolution de la variable d'écrouissage en fonction du multiplicateur plastique :

$$\dot{\alpha}_{ij} = \dot{\lambda}^d I_1(\mathbf{Q}_{ij} - \phi \mathbf{X}_{ij}) \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^{-1.5} \quad (3.22)$$

Où :

- $\mathbf{Q}_{ij}$  est la normale à la surface de charge,
- $\phi$  est une fonction qui limite l'évolution de l'écrouissage cinématique et qui permet son inversion dans le cas d'un radoucissement du sol.

Quantitativement, il est possible d'exprimer la normale à la surface de charge en dérivant cette dernière dans le repère des contraintes déviatoires :

$$\mathbf{Q} = \text{dev} \left( \frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} \right) \quad (3.23)$$

$$\mathbf{Q}_{ij} = \frac{1}{h^5(\theta_q)} \left[ \left( 1 - \frac{\gamma}{2} \cos(3\theta_q) \right) \frac{\mathbf{q}}{q_{II}} - \frac{\gamma}{6} q_{II} \cos(3\theta_q) (\mathbf{q}_{ij})^{-d} \right] \quad (3.24)$$

Avec  $\mathbf{q}^{-d}$  le déviateur de l'inverse du tenseur  $\mathbf{q}$  (détail du calcul donné en annexe C.1).

La fonction  $\phi$ , quant à elle, s'exprime de la manière suivante :

$$\phi = \phi_0 h(\theta_s) Q_{II} \quad (3.25)$$

Où :

- $Q_{II} = \sqrt{\mathbf{Q}_{ij} \mathbf{Q}_{ij}}$  est la norme du tenseur  $\mathbf{Q}$ ,
- $h(\theta_s)$  est le facteur de forme exprimé dans le repère de contraintes globales (d'où l'emploi d'un angle de Lode global  $\theta_s$ ),
- $\phi_0$  représente l'amplitude de la fonction  $\phi$  et sa valeur est déduite d'autres variables du modèle.

Le facteur de forme  $h$ , qu'il soit exprimé en contraintes locales ou globales, reste le même. Son expression dans le repère associé au tenseur  $\mathbf{s}$  est la suivante :

$$h(\theta_s) = (1 - \gamma \cos(3\theta_s))^{1/6} = \left( 1 - \sqrt{54} \gamma \frac{\det(\mathbf{s}_{ij})}{s_{II}^3} \right)^{1/6} \quad (3.26)$$

### 3.2.3.4 Surface de rupture

La variable  $\phi_0$  est définie de manière à limiter et inverser l'écrouissage cinématique lorsque le mécanisme de rupture est atteint. La définition de  $\phi_0$  passe donc par la définition d'une surface de rupture donnée par l'équation 3.27.

$$f^{rupt} = s_{II}h(\theta_s) - R_{rupt}I_1 = 0 \quad (3.27)$$

La surface de rupture présente donc une forme similaire à celle de la surface de charge, mais elle est exprimée en terme de contraintes totales et admet un rayon moyen de rupture propre :  $R_{rupt}$ . Lorsque le matériau entre en rupture, la surface de charge déviatoire vient tangenter la surface de rupture. Les relations qui en découlent permettent d'exprimer la valeur de  $\phi_0$  au travers de l'équation 3.28 (démontrée en annexe C.2)

$$\phi_0 = \frac{\cos(\alpha)}{R_{rupt} - R \cos(\theta_s - \theta_q) \frac{h(\theta_s)}{h(\theta_q)}} \quad (3.28)$$

Où  $\alpha$  est l'angle formé par le tenseur  $\mathbf{s}$  et le tenseur  $\mathbf{X}$  dans le repère des contraintes déviatoires.

Le radoucissement du matériau s'effectue ensuite par une dégradation du rayon de rupture  $R_{rupt}$  vers une valeur critique. Cet état critique est donné par la définition d'une surface critique paramétrée par un rayon critique  $R_{crit}$  (équation 3.29).

$$f^{crit} = s_{II}h(\theta_s) - R_{crit}I_1 = 0 \quad (3.29)$$

A l'instar de la surface de rupture, la surface critique est, elle aussi, définie en contraintes déviatoires totales et présente une forme similaire à celle de la surface de charge. Cependant, de manière générale, il est nécessaire de garder  $R_{rupt} = R_{crit}$  pour les sols contractants et  $R_{rupt} > R_{crit}$  pour les sols dilatants afin de satisfaire aux constatations expérimentales. Si le rayon critique est intrinsèque au matériau granulaire, le rayon à la rupture doit, lui, évoluer à la fois pour permettre le radoucissement du sol après le franchissement du pic de contrainte mais aussi pour rendre compte de la divergence du comportement des sols en fonction de leur état interne. Pour ce faire, la relation suivante est utilisée :

$$R_{rupt} = \begin{cases} R_{crit} & \text{si le sol est contractant} \\ R_{crit} + \mu \ln\left(\frac{p_{cr}}{p'}\right) & \text{si le sol est dilatant} \end{cases} \quad (3.30)$$

Dans laquelle  $p_{cr}$  est la pression qui correspond, dans le repère  $(e, \ln(p'))$ , à la projection horizontale de l'état courant sur la courbe d'état critique. Elle est déterminée par la relation suivante :

$$p_{cr} = p_{c0} \exp(c.e) \quad (3.31)$$

Où  $p_{c0}$  et  $c$  sont deux paramètres du modèle définissant la droite d'état critique dans le repère  $(e, \ln(p'))$

### 3.2.3.5 Potentiel plastique et loi d'écoulement

Le mécanisme plastique déviatoire est un mécanisme non associé. Il existe donc une fonction potentiel plastique notée  $g^d$  qui permet de déterminer l'incrément de déformation plastique lié au mécanisme déviatoire. Cette relation est définie grâce à la loi d'écoulement suivante :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{dp} = \dot{\lambda}^d \mathbf{G}_{ij}^d = \dot{\lambda}^d \frac{\partial g^d}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.32)$$

Où le tenseur  $\mathbf{G}^d$  est défini comme la dérivée de la fonction potentiel plastique  $g^d$  par rapport au tenseur des contraintes. Le tenseur  $\mathbf{G}^d$  sera, pour la suite, favorisé par rapport à la fonction  $g^d$  car il apparaît directement dans les équations du modèle et n'est pas défini à une constante près. De plus, afin de permettre au modèle de simuler la succession de phases de contractance et de dilatance, le tenseur  $\mathbf{G}^d$  devra être défini de manière à ce qu'il vérifie la loi de dilatance suivante :

$$\dot{\epsilon}_v^{dp} = \beta \left( \frac{s_{II}}{s_{II}^{car}} - 1 \right) \frac{|\mathbf{s}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^{dp}|}{s_{II}} \quad (3.33)$$

Où :

- $\beta$  constitue l'amplitude du taux de dilatance du mécanisme,
- $\mathbf{e}$  est le déviateur du tenseur des déformations  $\varepsilon$ ,
- $s_{II}^{car}$  est la norme de la contrainte déviatoire à l'état caractéristique pour le même angle de Lode global  $\theta_s$  que la sollicitation courante.

La définition de la contrainte caractéristique passe par l'introduction d'une surface caractéristique :

$$f^{car} = s_{II}^{car} h(\theta_s) - R_{car} I_1 = 0 \quad (3.34)$$

La surface caractéristique, tout comme les surfaces critique et de rupture, est définie en terme de contraintes dévatoires totales. Elle est de forme similaire à celle de la surface de charge et sa taille est pilotée par un rayon moyen, ici le rayon caractéristique  $R_{car}$ . Ce rayon, dans la version de CJS de Maleki, est considéré comme un paramètre constant identique au rayon critique.

En plus de la loi de dilatance, le tenseur  $\mathbf{G}^d$  doit également être défini de manière à ce que l'incrément de déformation plastique déviatoire soit orthogonal au vecteur tangent à la surface potentiel plastique  $\mathbf{n}$ . Autrement dit, la condition cinématique suivante doit être vérifiée :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{dp} \mathbf{n}_{ij} = 0 \quad (3.35)$$

Afin de vérifier la loi de dilatance, l'expression suivante sera retenue pour  $\mathbf{n}$  :

$$\mathbf{n}_{ij} = \frac{\beta' \frac{\mathbf{s}_{ij}}{s_{II}} - \delta_{ij}}{\sqrt{\beta'^2 + 3}} \quad \text{avec} \quad \beta' = \beta \left( \frac{s_{II}}{s_{II}^{car}} - 1 \right) \text{signe}(\mathbf{s}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^{dp}) \quad (3.36)$$

Le tenseur  $\mathbf{G}$  peut alors être exprimé en fonction de la surface de charge déviatoire  $f^d$  de la manière suivante :

$$\mathbf{G}_{ij} = \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{ij}} - \left( \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{kl}} \cdot \mathbf{n}_{kl} \right) \mathbf{n}_{ij} \quad (3.37)$$

Il vérifie alors l'équation 3.35 ; le détail du calcul et la justification de l'expression de  $\mathbf{n}$  (équation 3.36) sont donnés en annexe C.3.

### 3.2.3.6 Relation de consistance

La relation de consistance permet de déterminer la valeur du multiplicateur plastique déviatoire  $\lambda^d$  en fonction des incréments de contraintes. Elle s'exprime ici de la manière suivante :

$$\dot{f}^d = \frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{ij}} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} + \frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{X}_{ij}} \dot{\mathbf{X}}_{ij} + \frac{\partial f^d}{\partial R} \dot{R} = 0 \quad (3.38)$$

En effectuant les calculs requis (détails donnés en annexe C.4), il est possible de développer l'expression de chaque dérivée de la manière suivante :

$$\frac{\partial f^d}{\partial R} = -I_1 \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{X}_{ij}} = -I_1 \frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}_{ij}} \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{ij}} = \mathbf{Q}_{ij} - (\mathbf{Q}_{kl} \mathbf{X}_{kl} + R) \delta_{ij} \quad (3.41)$$

En injectant dans l'équation 3.38 les expressions des dérivées (équations 3.39, 3.40 et 3.41) ainsi que les expressions des incréments de  $R$  et  $\mathbf{X}$  (équations 3.17 et 3.21), il est possible de mettre en évidence un module plastique  $H^d$  de telle sorte que :

$$\dot{\lambda}^d = \frac{1}{H^d} \left( \frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{ij}} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} \right) \quad (3.42)$$

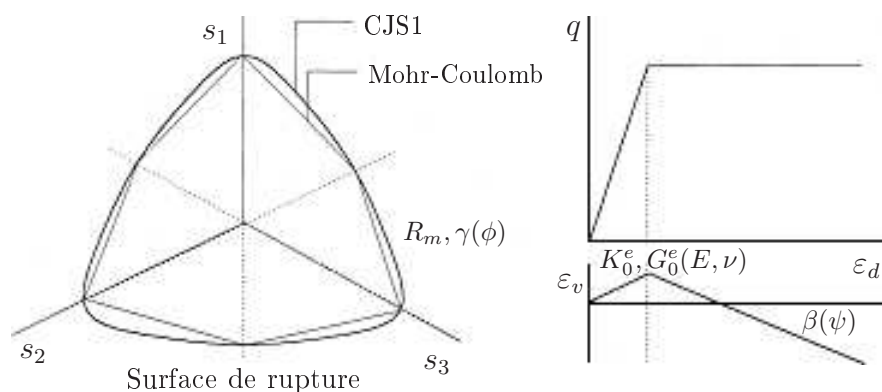
Où  $H^d$  est le module plastique déviatoire et peut s'exprimer de la manière suivante :

$$H = (I_1)^2 \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^{-1.5} \left[ \frac{AR_m^2}{(R_m + Ap)^2} + a \mathbf{Q}_{ij} (\mathbf{Q}_{ij} - \phi \mathbf{X}_{ij}) \right] \quad (3.43)$$

## 3.2.4 Une modélisation hiérarchisée et un nombre de paramètres adaptable

Comme cela a pu être constaté dans la partie précédente de ce chapitre, le modèle CJS est un modèle élastoplastique à plusieurs mécanismes plastiques écrouissables cinématiquement et/ou isotropiquement, associés ou non. Les équations qui en résultent sont suffisamment élaborées pour prendre en compte la majeure partie des types de sollicitations et modéliser convenablement la réponse du matériau granulaire.

La contrepartie de cette pertinence consiste essentiellement dans la puissance de calcul requise pour utiliser ce type de modèle et le nombre de paramètres importants à caler (d'autant que certains de ces paramètres peuvent être liés). Or, la complexité du modèle, bien que souvent nécessaire, peut s'avérer superflue dans certains types de sollicitations ou dans les cas où la connaissance du matériau granulaire est restreinte. Plusieurs niveaux de modélisation ont alors été définis au sein du même modèle afin de permettre, d'une part de restreindre le nombre d'équations mises en jeu dans la



**FIGURE 3.3** – Comparaison entre les modèles CJS1 et de Mohr-Coulomb

modélisation (et de fait le poids des calculs qui s'en suivent), et, d'autre part, de limiter le nombre de paramètres à identifier au strict nécessaire.

### 3.2.4.1 Le CJS1 : élastique parfaitement plastique

Le premier niveau de modélisation consiste à bloquer tous les types d'écrouissage du modèle. Ainsi il devient élastique parfaitement plastique. Le mécanisme élastique se limite à un comportement linéaire au travers d'une loi de Hooke à coefficients fixes. Il est restreint en contraintes déviatoires par le mécanisme plastique déviatoire qui admet  $R_m = R_{crit}$  comme rayon moyen. La surface de charge isotrope est, quant à elle, positionnée à l'infini.

Le mécanisme plastique assure cependant un phénomène de dilatance linéaire grâce à une modification de la loi de dilatance de sorte que le taux de dilatance reste constant et égal à  $\beta$  lorsque le critère déviatoire est atteint.

Le modèle ainsi construit est très similaire au modèle de Mohr-Coulomb (seule la forme du critère plastique change) et il existe une bijection entre les paramètres de l'un vers ceux de l'autre (voir figure 3.3). Il s'agit donc d'un niveau de modèle relativement simple qui n'est utilisable que lors de sollicitations monotones où la résistance à grandes déformations reste le principal intérêt de la simulation.

Le modèle CJS 1 présente également l'avantage de n'être défini que par 5 paramètres :

- 2 paramètres élastiques  $K_0^e$  et  $G_0^e$
- 2 paramètres plastiques  $R_m$  et  $\gamma$
- 1 paramètre de dilatance  $\beta$

### 3.2.4.2 Le CJS2 : l'introduction de la non-linéarité

Le deuxième niveau de modélisation est basé sur le premier. Cependant, la non-linéarité élastique est ajoutée de même que l'écrouissage isotrope du mécanisme déviatoire ainsi que l'écrouissage du mécanisme isotrope. Le rayon élastique  $R$  doit alors être initialisé et le paramètre d'écrouissage  $A$  permet de piloter la raideur du matériau une fois le critère déviatoire atteint. De plus, le rayon caractéristique est introduit ce qui permet de séparer la phase de contractance et la phase de dilatance



par une phase de transition progressive se produisant avant l'atteinte du pic de résistance.

Cependant, malgré l'apport considérable des mécanismes ajoutés dans le CJS2, ce modèle s'avère insuffisant dans la simulation de sollicitations cycliques car une fois l'état critique (défini à ce niveau par  $R_m$ ) atteint, le matériau demeure entièrement élastique en décharge et en recharge. Son utilisation est donc réservée pour une modélisation correcte du comportement des sols sous sollicitation monotone. Le modèle compte alors 11 paramètres et variables à initialiser :

- 3 paramètres élastiques  $K_0^e$ ,  $G_0^e$  et  $n$ ,
- 1 paramètre plastique isotrope  $K_0^p$  et 1 variable à initialiser  $Q_{initial}$ ,
- 1 paramètre plastique déviatoire  $\gamma$  et 1 variable à initialiser  $R_{initial}$ ,
- 2 paramètres d'écrouissages isotropes  $A$  et  $R_m$ ,
- 2 paramètres de dilatances  $\beta$  et  $R_{car}$ .

#### 3.2.4.3 Le CJS3 : la perspectives des faibles nombres de cycles

Le modèle CJS 3 abandonne l'écrouissage isotrope du mécanisme plastique déviatoire en faveur de l'écrouissage cinématique. Il introduit également la notion d'état de rupture piloté en fonction de la droite d'état critique dans le repère  $(e, \ln(p'))$ . La limitation de l'évolution du rayon élastique permet de modéliser sommairement le comportement des sols sous sollicitations cycliques dans la limite de 1 ou 2 cycles.

Il comporte 14 paramètres et variables internes à initialiser :

- 3 paramètres élastiques  $K_0^e$ ,  $G_0^e$  et  $n$ ,
- 1 paramètre plastique isotrope  $K_0^p$  et 1 variable à initialiser  $Q_{initial}$ ,
- 2 paramètres plastiques déviatoire  $\gamma$  et  $R_m$ ,
- 1 paramètre d'écrouissage déviatoire  $a$ ,
- 2 paramètres de dilatances  $\beta$  et  $R_{car}$ ,
- 3 paramètres pour définir l'état critique  $R_{crit}$ ,  $(e, p_{c0})$  et  $c$ ,
- 1 paramètre pour définir l'état de rupture  $\mu$ .

#### 3.2.4.4 Le CJS4 : augmentation du nombre de cycles

Le CJS4 est le modèle complet tel qu'il a été décrit précédemment. Il compte 16 paramètres et variables à initialiser :

- 3 paramètres élastiques  $K_0^e$ ,  $G_0^e$  et  $n$ ,
- 1 paramètre plastique isotrope  $K_0^p$  et 1 variable à initialiser  $Q_{initial}$ ,
- 1 paramètre plastique déviatoire  $\gamma$  et 1 variable à initialiser  $R_{initial}$ ,
- 2 paramètres d'écrouissages isotropes  $A$  et  $R_m$ ,
- 1 paramètre d'écrouissage déviatoire  $a$ ,
- 2 paramètres de dilatances  $\beta$  et  $R_{car}$ ,
- 3 paramètres pour définir l'état critique  $R_{crit}$ ,  $(e, p_{c0})$  et  $c$ ,
- 1 paramètre pour définir l'état de rupture  $\mu$ .

Le modèle ainsi défini permet de simuler le comportement sous sollicitation cyclique d'un sol de manière pertinente sur près d'une dizaines de cycles. Cependant, il requiert un jeu de paramètres différents en fonction de l'état interne du matériau. Ainsi, un jeu de paramètres pourra reproduire correctement le comportement d'un sol lâche mais ne sera pas adéquat pour modéliser le comportement d'un sol dense.

Pourtant, lors d'une sollicitation cyclique, un matériau granulaire est susceptible d'être soumis à une forte évolution de son état interne conduisant généralement à une profonde modification de sa densité. Lors de ce type de sollicitations, un jeu de paramètres initialement correct pourra s'avérer totalement obsolète au bout de quelques cycles. D'où la nécessité de prendre en compte l'évolution de l'état interne du matériau dans le modèle CJS4 afin de remettre continuellement à jour le jeu de paramètre utilisé.

### 3.3 Les autres modèles

#### 3.3.1 Les autres modèles élastoplastiques

Les modèles élastoplastiques de sols sont très nombreux et très variés. Ils sont plus ou moins complexes et comptent plus ou moins de paramètres, mais de manière générale, leur précision augmente avec leur poids en calcul et leur difficulté à caler leurs paramètres. Parmi tous ces modèles, le CJS occupe une place tout à fait pertinente grâce à la multitude de niveaux de modélisation qui permet d'adapter le modèle à la précision requise et aux moyens disponibles. Cependant, le CJS souffre d'une lacune consistant à une incapacité à prendre en compte l'évolution de l'état interne du matériau. D'autres modèles, comme celui de Li & *al.* ([LD00] présenté dans cette partie, permettent cette prise en compte.

Pour prendre en compte l'état interne du matériau dans leur modèle, Li & *al.* se basent sur les travaux de Been & *al.* ([BJH91]) et sur la variable d'état  $\psi$  proposée par ces auteurs. Cette dernière est définie comme la distance, en terme d'indice des vides entre l'état courant et l'état qu'aurait le sol à l'état critique en étant soumis à la même pression isotrope. Cette définition n'a cependant de sens qu'en admettant l'hypothèse que l'état critique peut être représenté par une courbe dans le repère  $(e, \ln(p'))$ . Cette représentation peut être une courbe quelconque et non nécessairement une droite :

$$\psi = e - e_{crit} \quad (3.44)$$

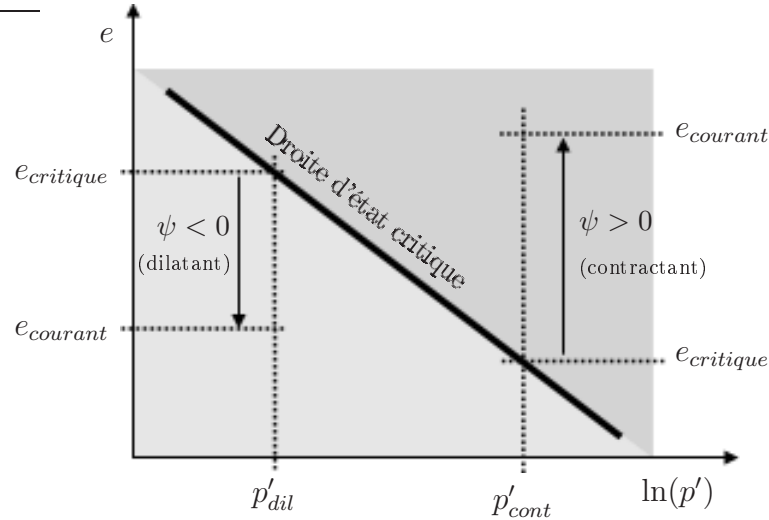
Comme le montre la figure 3.4, le signe de la variable d'état de Been ainsi définie permet de déterminer la nature du sol (dilatant ou uniquement contractant) alors que sa valeur absolue quantifie cette nature en mesurant l'écart avec l'état critique.

Cette variable est par la suite utilisée dans le modèle de Li & *al.* au sein de la loi de dilatance :

$$d = d_0 \left( e^{m\psi} - \frac{\eta}{M_{crit}} \right) \quad (3.45)$$

Où :

- $d = \varepsilon_v / \varepsilon_d$  est le taux de dilatance du modèle,
- $d_0$  est un paramètre pilotant l'amplitude du taux de dilatance,
- $m$  est un paramètre du modèle quantifiant sa sensibilité à l'état interne,
- $\eta = q/p'$  est le rapport de contraintes entre contrainte déviatoire et contrainte isotrope,
- $M_{crit}$  est un paramètre du modèle établissant la valeur du taux de contrainte à l'état critique.



**FIGURE 3.4** – Définition de la variable d'état isotrope dans le repère  $(e, \ln(p'))$   
[BJH91]

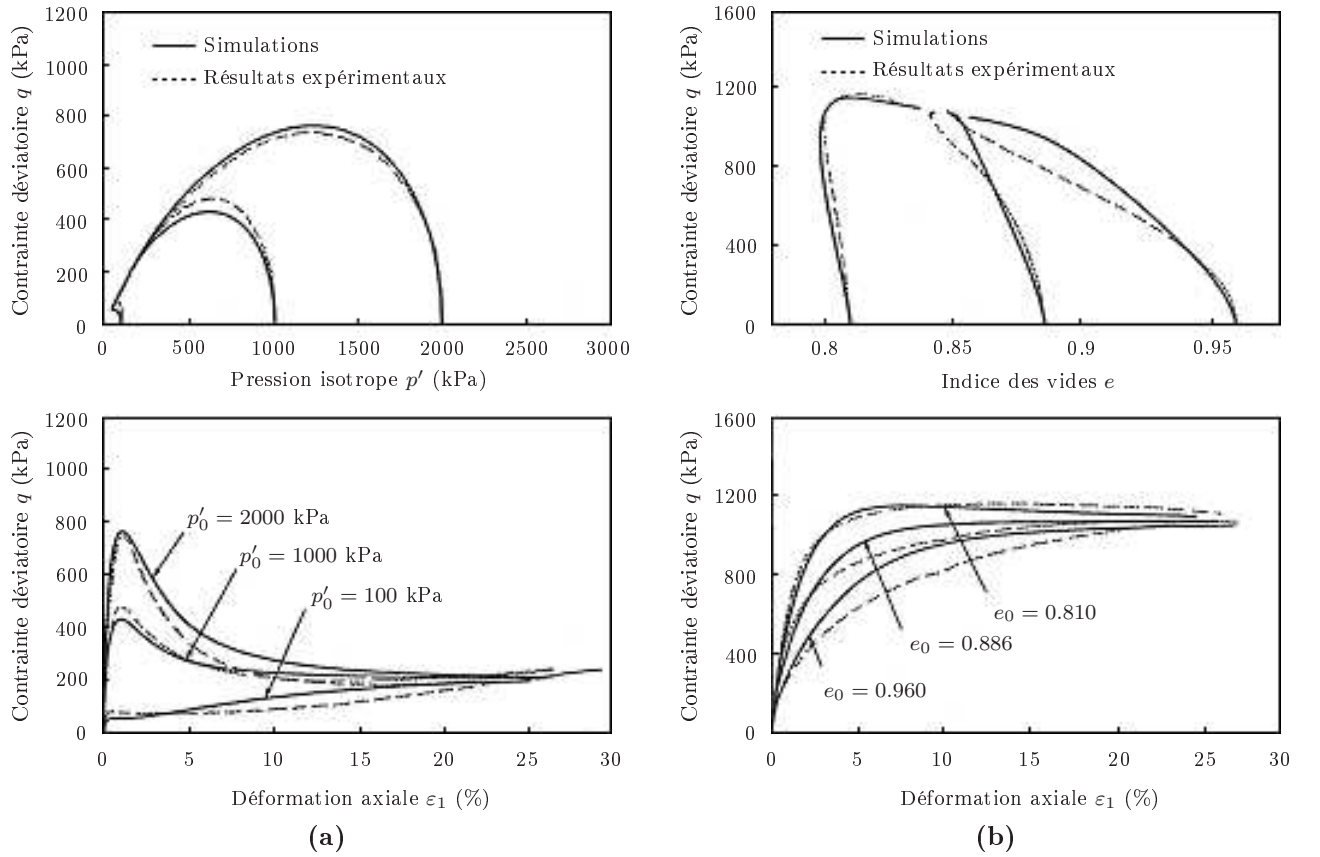
La loi de dilatance ainsi définie permet d'annuler l'évolution des déformations volumiques lors de l'atteinte de l'état critique en terme de contraintes ( $\eta = M$ ) et en terme d'état interne du matériau ( $\psi = 0$ ). Elle permet également de modifier, en fonction de l'état interne du matériau, la valeur du taux de contraintes permettant l'annulation des déformations volumiques et leur renversement en cas de dépassement de ce taux de contraintes. Un état caractéristique évolutif du sol est ainsi pris en compte dans le modèle.

La variable d'état isotrope  $\psi$  et l'état interne du matériau ne sont cependant pas pris en compte dans le reste du modèle. Malgré cela, ce dernier est capable de reproduire très correctement le comportement d'un sable de Toyoura en condition non-drainée (où la loi de dilatance occupe une importance particulière) avec un jeu de paramètres unique mais demeure moins performant sur des essais en condition drainée où les lois d'écrouissage viennent fortement impacter le comportement du sol. De plus, les essais de Li & *al.* n'intégrèrent pas non plus de simulations d'essais cycliques dans lesquels un durcissement volumique cyclique peut être constaté. Au cours de ce dernier, le taux de dilatance ( $d_0$ ) est détérioré par la densification du matériau alors que la pression isotrope effective moyenne sur chaque cycle reste inchangée.

### 3.3.2 Les modèles empiriques

Les modèles empiriques sont généralement composés d'un modèle élastoplastique simple qui est complété par une loi phénoménologique permettant de reproduire un point très particulier du comportement du sol.

Pour exemple : le modèle BRO, défini dans la thèse de Le ([Le04]), est un modèle empirique basé sur un critère de Mohr-Coulomb. Sa particularité réside dans l'utilisation d'une équation permettant la dégradation du module de cisaillement élastique élaborée par Ramberg-Osgood ([RO43]) et de l'ajout d'une loi volumique cyclique empirique proposée par Byrne ([BM94]).



**FIGURE 3.5** – Validation du modèle de Li pour des essais non-drainés (a) et des essais drainés (b) [LD00]

Quantitativement, l'incrément de déformations issu du modèle BRO peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\dot{\epsilon}^{tot} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p + \delta \dot{\epsilon}^{vd} I \quad (3.46)$$

Où :

- $\dot{\epsilon}^e$  représente l'incrément de déformations élastiques donné par la loi de Hooke à partir du module de cisaillement déduit de la règle de Ramberg-Osgood,
- $\dot{\epsilon}^p$  est l'incrément de déformation plastique issu du critère de Mohr-Coulomb,
- $\delta \dot{\epsilon}^{vd}$  est une fraction de la déformation volumique calculée par la loi de Byrne à rajouter au modèle. Cette déformation a été évaluée pour correspondre à la densification que le sol aurait subi au cours d'un demi-cycle de sollicitation.

Le module de cisaillement élastique est donné par la loi de Ramberg-Osgood de la manière suivante :

$$G^e = \frac{G_0^e \left( \frac{p'}{p_a} \right)^n}{1 + \alpha \left( \frac{|\tau - \tau_c|}{m\tau_y} \right)^{r-1}} \quad (3.47)$$

Où

- $G_0$ ,  $p_0$ ,  $n$ ,  $\alpha$  et  $r$  sont des paramètres du modèle,
- $|\tau - \tau_c|$  représente la distance en terme de contraintes déviatoires entre l'état courant et le dernier renversement de direction de sollicitation,
- $\tau_y$  correspond à la valeur de la contrainte déviatoire maximale que peut supporter le matériau et  $m$  est une variable qui vaut 1 lors du premier chargement et 2 le reste du temps.

La loi de Byrne, quant à elle, exprime une quantité de déformations volumiques à injecter dans le modèle qui correspond aux déformations que présenterait un matériau réel pour un demi-cycle de sollicitation et que le modèle de Mohr-Coulomb ne serait pas à même de reproduire :

$$\Delta \epsilon_{\frac{1}{2}cycle}^{vd} = \frac{1}{2} C_1 \gamma_c \exp \left( -\frac{C_2 \epsilon^{vd}}{\gamma_c} \right) \quad (3.48)$$

Où

- $C_1$  et  $C_2$  sont des paramètres du modèle,
- $\gamma_c$  représente l'amplitude du demi-cycle de déformation déviatoire,
- $\epsilon^{vd}$  est la quantité totale de déformations volumiques déjà injectées dans le modèle.

Le modèle ainsi composé comporte un nombre limité de paramètres (10 au total en rajoutant les trois paramètres de Mohr-Coulomb à ceux mentionnés précédemment) et permet de modéliser la densification moyenne d'un matériau granulaire sous sollicitations cycliques en condition drainée et le phénomène de mobilité cyclique en condition non-drainée ([BVF10]).

De manière générale, les modèles empiriques permettent un gain de temps par rapport à leurs équivalents élastoplastiques. En effet, les équations qui les composent sont relativement simples et peu nombreuses ce qui diminue le coût du modèle en termes de calculs. Par ailleurs, le nombre de paramètres à caler est modéré. Enfin, ces paramètres ont généralement un sens physique (comme les paramètres de Mohr-Coulomb dans le modèle BRO) ou sont accompagnés d'une procédure de calage empirique élaborée par leurs concepteurs.

En contrepartie, ces modèles sont généralement mis au point dans l'optique d'un type de sollicitation bien particulier à partir d'une batterie d'essais donnée. Ainsi ils présentent généralement un manque de robustesse probant dès lors qu'ils s'éloignent des conditions expérimentales pour lesquelles ils ont été éprouvés.

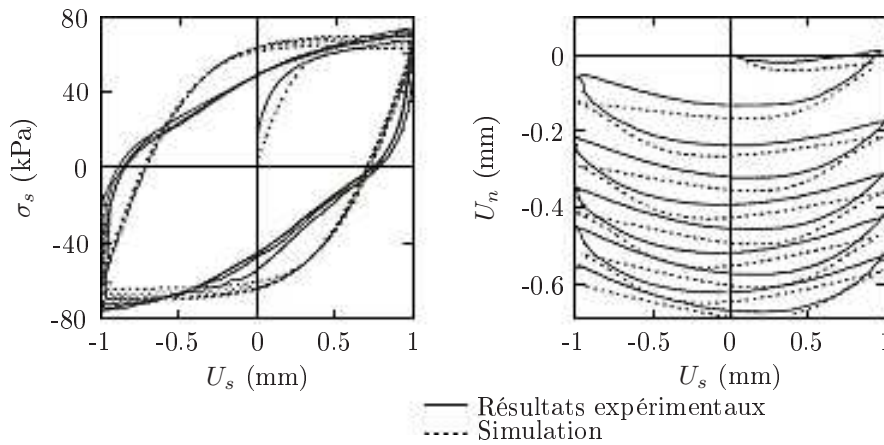
#### 3.3.3 Les modèles d'interfaces

De même que le parallèle a été fait dans la partie expérimentale 2.3.1 entre le comportement d'une interface et celui d'un sol, bon nombre de modèles d'interfaces découlent directement d'un modèle de sol.

La majeure partie des modèles d'interfaces sont donc des modèles élastoplastiques. Parmi ceux-ci, on trouve un modèle utilisé par Mortara & *al.* (dans [MBG02] et [BGM03] entre autres) qui permet de reproduire convenablement le comportement volumique d'une interface pour une batterie d'essais monotones très large recouvrant

plusieurs sables différents à plusieurs densités distinctes et sous des conditions à charge constante ou à raideur constante pour des interfaces globalement rugueuses.

Le modèle de Sharour & *al.* ([SR97]) est certainement l'un des premiers modèles à reproduire convenablement le comportement cyclique des interfaces (voir figure 3.6). Il présente également l'avantage d'un nombre de paramètres restreint et son utilisation s'étend des sables lâches aux sables denses pour des surfaces lisses comme rugueuses. Cependant, le jeu de paramètres n'est pas unique pour un matériau donné mais dépend à la fois de la densité du sol et de la rugosité de la surface. D'autres auteurs présentent également des modèles d'interfaces exploitables lors d'une sollicitation cyclique ([AM90], [TB08]).

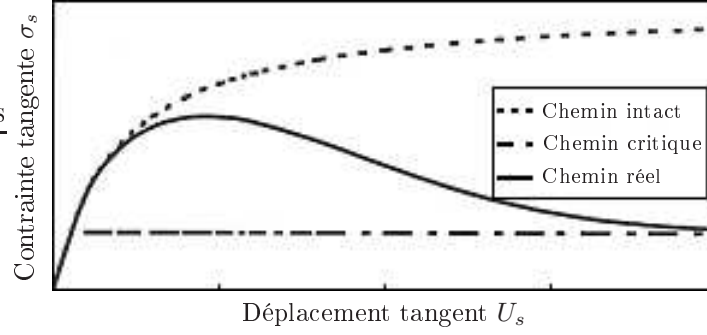


**FIGURE 3.6** – Validation de modèle de Shahrour & *al.* sur des essais cycliques [SR97]

Bien que peu utilisés dans le domaine de la modélisation des sols, il n'est pas rare de trouver dans la littérature des modèles d'interfaces basés sur le passage progressif d'un comportement dit "intact" à un comportement qualifié de "critique" par l'intermédiaire d'une fonction de dégradation (voir figure 3.7) basée sur l'anisotropie ([NDK], [DM92], [HP03]). Malgré un nombre de paramètres tout à fait modéré, la précision des résultats obtenus par ce type de modèles est bien similaire à celle obtenue lors de l'utilisation de modèles élastoplastiques. Cependant, de manière expérimentale, le renversement de sollicitation du matériau provoque un effacement partiel de l'anisotropie qui rend au matériau granulaire sa résistance originelle lors d'un changement de direction du chargement. Ce phénomène est difficilement reproductible à partir d'une fonction de dégradation ce qui limite l'emploi de ce type de modèles aux chargements monotones.

Toujours dans le domaine des modèles élastoplastiques, celui de Liu & *al.* ([LSL06]) fait partie des rares modèles d'interfaces qui prennent en compte l'état interne du matériau au travers de la variable d'état isotrope  $\psi$  telle qu'elle a été définie dans la partie 3.3.1. Cette prise en compte s'effectue tout d'abord au sein de la loi de dilatance mais également au niveau de l'écrouissage du matériau. Il devient alors possible de simuler, avec un jeu de paramètres unique pour un sol donné, une large gamme d'essais de toutes sortes. Cependant, la rugosité de la surface n'est pas prise en compte au sein du modèle et, de fait, tous les essais présentés sont réalisés avec une interface rugueuse. Par ailleurs, le nombre de paramètres modérés du modèle

PSfrag replacements



**FIGURE 3.7** – Représentation du fonctionnement d’un modèle d’interface par fonction de dégradation d’après Hu & *al.* [HP03]

borne également sa précision pour certaines simulations.

La rugosité, quant à elle, est prise en considération par certains auteurs tels que D’Aguiar & *al.* ([DMFRLCS08]) dont le modèle permet une modélisation correcte des interfaces lisses comme rugueuses, mais qui requiert des jeux de paramètres différents dans chacun des deux cas.

Tout comme les modèles de sol, les modèles d’interface peuvent également se présenter sous la forme de modèles empiriques. Un exemple est fourni par le travail d’Almanya ([Alm09]) qui a réalisé l’adaptation du modèle BRO (abordé dans la partie 3.3.2) à un modèle d’interface. Les modèles de ce type présentent généralement les mêmes avantages et inconvénients que leurs homologues dans le domaine des sols.





# Deuxième partie

## Modélisation



# Chapitre 4

## Amélioration du modèle CJS

### 4.1 Introduction

Le modèle CJS tel qu'il a été défini dans le chapitre 3 est un modèle élasto-plastique performant dans la modélisation du comportement monotone des sols. En effet, en fonction du jeu de paramètres, il est capable de reproduire les différents points clés du comportement des matériaux granulaires quel que soit l'état interne initial de ces derniers. Cependant, lors d'une sollicitation cyclique, la réorganisation du squelette granulaire conduit rapidement à une évolution marquée de cet état interne. Ainsi, un jeu de paramètres calé sur le comportement du matériau observé lors de son premier chargement devient inadéquat au bout de quelques cycles de sollicitation.

L'objectif de ce chapitre est donc de sélectionner certains paramètres du modèle CJS tel qu'il est défini par Maléki et de les faire évoluer en fonction de l'état interne du matériau. Les fonctions d'évolution de ces variables restent à définir, mais ceci passe inévitablement par l'introduction de nouveaux paramètres et la complexification du modèle.

L'apport de tels degrés de liberté sur l'évolution du comportement des matériaux sera axé uniquement sur les mécanismes qui dépendent de l'état interne du sol. Dans un premier temps, le comportement isotrope du matériau sera étudié pour pouvoir s'en affranchir par la suite lors d'essais déviatoires. On s'intéressera à l'évolution des états caractéristique et de rupture du matériau en fonction de l'état interne avant de s'intéresser aux écrouissements du mécanisme plastique déviatoire.

### 4.2 Essais expérimentaux retenus pour la validation du modèle

#### 4.2.1 Essais isotropes

Afin de valider les mécanismes de nature isotrope du modèle, il est nécessaire de confronter le modèle aux résultats expérimentaux obtenus lors de compressions isotropes. Ces sollicitations doivent être menées pour différentes densités initiales afin d'attester de la bonne prise en compte de l'état interne. L'évolution du confinement étant, quant à elle, assurée par la compression. De plus, dans l'optique d'attester du

bon fonctionnement du modèle CJS sous sollicitations cycliques, des essais isotropes cycliques pratiqués sur différents sables seront utilisés.

Les essais suivants ont ainsi été retenus :

- Lee & *al.* [LS67] présentent des résultats d’essais de compression monotones isotropes pour un sable de la rivière de Sacramento réalisés à partir de différentes densités initiales,
- Les essais du workshop de Cleveland (1987) présentent également des essais isotropes cycliques pratiqués sur les sables d’Hostun et Reid-Bedford,
- Zitouni [Zit88] présente des essais cycliques pratiqués sur des sables d’Hostun, Reid-Bedford et Monterey. Lors de ces essais, les échantillons de sol sont comprimés jusqu’à un confinement maximal  $p_{max}$  avant d’être déchargés jusqu’à l’état initial. Par la suite, l’échantillon est à nouveau comprimé jusqu’à une pression isotrope supérieure à  $p_{max}$  et ainsi de suite,
- Shahnazari & *al.* [ST02] présentent également un essai cyclique sur le sable de Toyoura. Tout comme les essais de Zitouni, le confinement maximal  $p_{max}$  atteint à chaque cycle augmente par rapport au précédent,
- Lade & *al.* [LB05] ont réalisé plus récemment une batterie d’essais très similaires à ceux de Lee & *al.*. En effet, des compressions monotones ont été réalisées sur des sols présentant différentes densités initiales. Cependant, le matériau retenu dans cette étude est un sable du cambrien.

Parmi ces essais, seul le domaine de sollicitation présentant des contraintes isotropes inférieures à 4 MPa est pertinent pour cette étude. En effet, au delà de cette limite, les mécanismes de compressibilité se complexifient à cause de l’attrition et de la rupture des grains. De plus, ce type de confinement n’est atteint ni durant les essais triaxiaux présentés ci-dessous ni lors des essais d’interface présentés au cours du chapitre 5.

## 4.2.2 Essais triaxiaux sur sable d’Hostun

Pour étudier le comportement du sable d’Hostun, la thèse de Mokham [Moh83] est prise comme référence. Elle présente en effet l’avantage de regrouper suffisamment d’essais pour déterminer l’évolution du comportement en fonction de l’état interne du matériau. De plus, différents types de sollicitations et de conditions expérimentales initiales sont présentées. Ce panel est constitué de :

- 11 essais monotones drainés en compression menés à 20% de déformations axiales pour trois densités ( $e_0 = 0,73, 0,64$  et  $0,55$ ) et quatre confinements distincts ( $p'_0 = 100, 200, 400$  et  $600$  kPa),
- 11 essais monotones drainés en extension correspondant à chacun des essais en compression,
- 11 essais monotones non-drainés en compression menés à 20% de déformations axiales pour les mêmes densités et les mêmes confinements utilisés pour les essais drainés,
- 2 essais alternés drainés (à 1 et 3% de déformations axiales maximales),
- 1 essai répété drainé comportant plusieurs séries de 5 cycles pour des valeurs de déviateur maximal croissante :  $q_{max} = 160, 230, 305$  et  $380$  kPa.

D'autres essais sont également présentés dans [Moh83] mais ne présentent pas d'intérêt majeur pour ce travail.

Malgré la diversité des essais, l'intégralité des états internes utilisés lors de cette thèse présentent des caractères dilatants ( $\psi$  négatif ou très légèrement positif). De plus, pour chaque essai de chargement monotone la phase de décharge est également présentée.

La procédure de détermination des indices des vides minimal et maximal a été pratiquée et les valeurs de ces deux paramètres sont données dans le tableau 4.1.

#### 4.2.3 Essais triaxiaux sur sable de Toyoura

La plupart des essais pratiqués sur le sable de Toyoura utilisés dans le cadre de ce travail sont ceux présentés par Verdugo & *al.* dans [VI96]. À l'inverse des essais de Mohkam, ces essais présentent souvent un état initial contractant ou très faiblement dilatant. Cependant, cette batterie d'essais ne présente pas d'essais cycliques. Pour compléter cette base de données, les essais de Tatsuoka & *al.* [TMSK03] également réalisés sur un sable de Toyoura ont été pris en compte dans l'étude. Quantitativement, les essais triaxiaux menés sur le sable de Toyoura à disposition pour cette étude sont donc :

- 6 essais monotones drainés en compression pour deux confinements distincts (100 et 500 kPa) et trois densités différentes (s'échelonnant de  $e_0 = 0,810$  à  $0,996$ ) pour chacun des confinements. Les essais sont menés jusqu'à 25% de déformations axiales,
- 12 essais monotones non-drainés en compression pour quatre confinements (100, 1000, 2000 et 3000 kPa) et trois densités différentes ( $e_0 = 0,735, 0,833$  et  $0,907$ ) également menés jusqu'à 25% de déformations axiales,
- 1 essai cyclique alterné à amplitude croissante jusqu'à 1% de déformation axiale.

De plus, bien que le nombre d'essais monotones menés jusqu'à l'état critique présentés par Verdugo & *al.* dans [VI96] soit modéré ces mêmes auteurs présentent une étude de la position de l'état critique dans le repère  $(e, \ln(p'))$  menée sur plus 60 essais.

En plus de cela, les procédures de détermination des indices des vides minimal et maximal ont également été menées à bien et les résultats sont donnés dans le tableau 4.1.

## 4.3 Amélioration du mécanisme isotrope

### 4.3.1 Le module de compressibilité équivalent

Lors d'une sollicitation triaxiale simulée par le CJS, les trois mécanismes du modèle sont mis à contribution. Il est donc difficile de quantifier précisément l'action de chacun de ces mécanismes à partir du comportement global du sol. Lors d'une sollicitation isotrope en revanche, le mécanisme plastique déviatoire n'est jamais activé et seuls le mécanisme plastique isotrope et la partie isotrope du mécanisme élastique sont mis à contribution. L'expression 3.1 de l'incrément de déformation du modèle CJS peut alors s'écrire ici :

$$\dot{\varepsilon}_v = \dot{\varepsilon}_v^e + \dot{\varepsilon}_v^{ip} \quad (4.1)$$

Lors d'une charge ou d'une décharge isotrope dans le domaine surconsolidé du sol, les irréversibilités constatées expérimentalement sont assez faibles pour être considérées comme négligeables. Dans ce cas là, on suppose que le matériau est purement élastique. On écrit directement l'expression de l'incrément de déformations en fonction de l'incrément de pression isotrope et du module de compressibilité élastique sous la forme suivante :

$$\dot{\varepsilon}_v = \frac{\dot{p}'}{K^e} \quad (4.2)$$

Lors d'un chargement isotrope dans le domaine normalement consolidé du matériau, le terme plastique de l'équation 4.1 n'est plus nul. Les deux mécanismes isotropes ont alors des actions parallèles pilotées par les modules de compressibilité élastique et plastique. L'expression de chacun des deux incréments de déformation volumique (données par les équations 3.3 et 3.13), met en évidence le rôle d'un module de compressibilité équivalent défini par les modules éponymes élastique et plastique :

$$\dot{\varepsilon}_v = \frac{\dot{p}'}{K^{eq}} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{K^{eq}} = \frac{1}{K^e} + \frac{1}{K^p} \quad (4.3)$$

Où :

- $K^{eq}$  est le module de compressibilité équivalent directement accessible lors d'un essai isotrope de compression isotrope dans le domaine normalement consolidé du sol
- $K^e$  est le module de compressibilité du mécanisme élastique
- $K^p$  est le module de compressibilité du mécanisme plastique isotrope

### 4.3.2 Domaine normalement consolidé

Dans la littérature, la prise en compte de la pression isotrope  $p'$  dans l'évolution du module de compressibilité vis à vis est incontournable. En effet, lors de la simulation d'un essai de chargement isotrope le modèle est confronté à une large plage de contraintes de confinement. Ainsi, une modélisation correcte de ce type de sollicitation passe alors par la prise en compte de cette pression. A l'instar du modèle CJS, la plupart des auteurs préconise alors une loi d'évolution de type Hertz.

En contrepartie, la prise en compte de la densité, bien que présente dans certains travaux reste moins fréquente. En effet, lors d'un essai isotrope, la densité ne varie que dans des proportions modérées (voir figure 4.1). Les variations de densité se font alors principalement entre différents états initiaux où l'évolution du jeu de paramètres permet d'adapter le modèle au nouvel état interne du matériau. L'objectif ici est donc de permettre la simulation du comportement isotrope du sol quelle que soit la densité initiale de ce dernier.

Pour inclure l'état interne isotrope du matériau, la loi de Hertz utilisée dans le CJS présentée dans le chapitre 3 est d'abord conservée. Le module équivalent vaut alors :

$$\left. \begin{aligned} K^e &= K_0^e \left( \frac{p'}{p_a} \right)^n \\ K^p &= K_0^p \left( \frac{p'}{p_a} \right)^n \end{aligned} \right\} \Rightarrow K^{eq} = K_0^{eq} \left( \frac{p'}{p_a} \right)^n \quad (4.4)$$

Mais comme cela a pu être constaté, une prise en compte pertinente de l'état interne isotrope requiert la considération à la fois de la pression moyenne isotrope et de la densité du matériau. Pour prendre en compte cette dernière au sein du modèle CJS, une fonction dépendance vis-à-vis de la densité, est ajoutée :

$$K^{eq} = K_0^{eq} f(D_r) \left( \frac{p'}{p_a} \right)^n \quad (4.5)$$

D'autres auteurs ([HD98], [ElH84]) ont réalisé un travail similaire en utilisant une fonction dépendante de l'indice des vides. Ici la densité relative a été retenue car, en plus de prendre en compte l'état interne du matériau, elle permet également de quantifier sa capacité à se densifier jusqu'à l'atteinte de l'indice des vides minimal  $e_{min}$ . Cette information, qui lors d'un essai triaxial mené jusqu'à l'état critique demeure peu porteuse, apparaît, dans le cadre d'une compression hydrostatique, primordiale.

Plusieurs expressions de la fonction  $f(D_r)$  ont été testées. La version qui donne la meilleure concordance entre les simulations et les essais expérimentaux monotones et cycliques quel que soit le sol étudié est donnée par l'équation 4.6.

$$f(D_r) = 1 + 10D_r \quad (4.6)$$

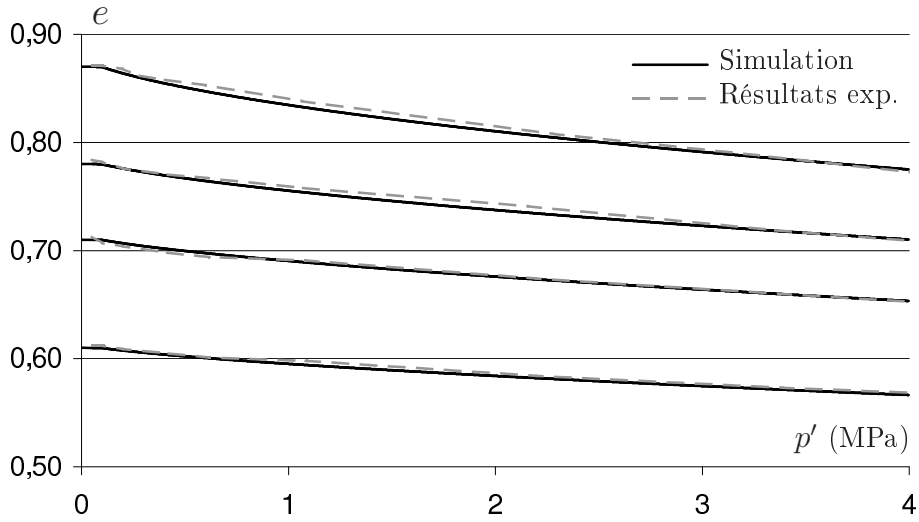
Où  $D_r$  est la densité relative.

La figure 4.1 atteste de la pertinence de cette expression pour les différentes densités initiales pour le sable de la rivière de Sacramento [LS67]. Des résultats très similaires sont également obtenus pour le sable Cambrien [LB05]. Les paramètres utilisés pour ces simulations sont fournis par le tableau 4.1.

### 4.3.3 Domaine surconsolidé et décharge

Comme cela a été mentionné précédemment, lors d'un chargement monotone dans le domaine normalement consolidé du sol, les mécanismes élastique et plastique isotropes sont actifs. Cependant, pour implémenter correctement le modèle CJS, il est nécessaire de faire la distinction entre la partie élastique et la partie plastique de ce comportement. Pour ce faire, des essais de compression cycliques sont utilisés [Zit88]. Ceux-ci présentent en effet des phases de décharge et de recharge dans le domaine surconsolidé du matériau pour lesquels le mécanisme plastique isotrope n'est pas activé. À la fin d'une décharge totale du matériau, on mesure la quantité de déformations volumiques générées par chacun des deux mécanismes.

La figure 4.2 présente l'évolution du rapport entre les modules de compressibilité élastique et plastique en fonction de la densité moyenne du matériau sur un cycle de sollicitation. On constate une évolution légèrement décroissante de ce rapport avec



**FIGURE 4.1** – Comparaison entre les simulations et les résultats expérimentaux pour des essais isotropes réalisés sur un sable de la rivière de Sacramento à différentes densités initiales [LS67]

l'augmentation de la densité. Un point de la batterie d'essais expérimentaux n'est cependant pas en concordance avec les autres. Toutefois on peut relativiser cet écart en constatant qu'il s'agit du premier cycle de sollicitation sur le sable Reid-Bedford. De fait, il est probable que, lors de cet essai, l'état interne du matériau n'ait pas été correctement maîtrisé. Ainsi, un premier chargement partiellement surconsolidé expliquerait cette divergence qui n'est pas reproduit lors des cycles suivants.

La meilleure régression linéaire pour l'ensemble de ces essais est donnée par l'équation 4.7.

$$\frac{K^e}{K^p} = 3,5(1 - D_r) \quad (4.7)$$

Où  $D_r$  est exprimée en %.

Cette équation, déduite de l'ensemble des essais de Zitouni, ne présente qu'un faible coefficient de corrélation (principalement dû au point représentant le premier cycle de l'essai pratiqué sur le sable de Reid-Bedford). Afin d'obtenir une meilleure concordance entre les simulations et les essais expérimentaux, il est alors intéressant de ne plus considérer les essais dans leur ensemble, mais de faire la distinction entre chaque matériau. En effet, pour un sol donné, le rapport  $K^e/K^p$  ne présente que peu d'évolution en fonction de la densité et peut être considéré comme constant.

La figure 4.3 confirme cette hypothèse. en effet, elle présente les simulations d'un essai de Zitouni pratiqué sur le sable de Hostun pour ces deux versions de l'évolution du rapport des modules de compressibilité. Il en ressort que garder ce rapport constant convient parfaitement à la simulation de l'essai. Cette constatation est d'autant plus pertinente qu'expérimentalement l'essai sur le sable de Hostun est celui qui présente les plus fortes variations du rapport  $K^e/K^p$ . La fonction de dépendance donnée par l'équation 4.7 complexifie donc le modèle sans apporter de contre partie. Un nouveau paramètre est ainsi créé dans le modèle pour quantifier les effets respectifs des parties élastique et plastique lors de sollicitations isotropes :



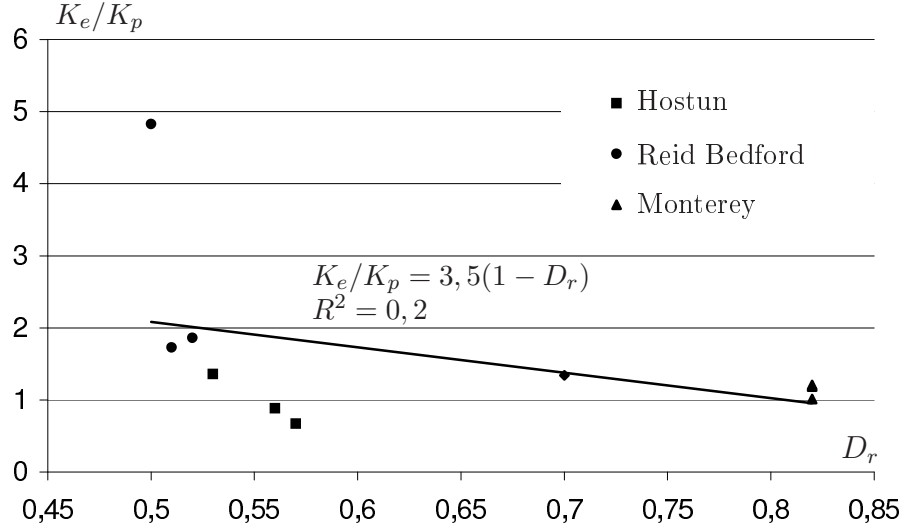


FIGURE 4.2 – Rapport entre les modules de compressibilité élastique et plastique moyen pour différents cycle de sollicitation isotrope en fonction de la densité

$$\frac{K^e}{K^p} = \Gamma_{e/p} \quad (4.8)$$

#### 4.3.4 Expression des modules et nombre de paramètres

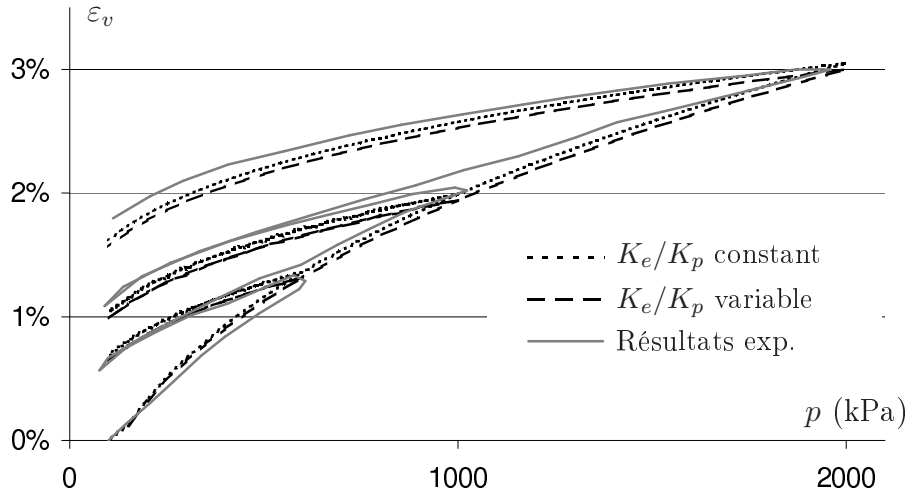
Pour prendre en compte l'état interne du matériau et faciliter le calage du modèle à partir des essais isotropes de la littérature, les paramètres  $K_0^{eq}$  et  $\Gamma_{e/p}$  ont été rajoutés au modèle. Cependant, les variables utilisées par le modèle restent les modules de compressibilité élastique et plastique. Le lien entre les paramètres et les variables est donné par les équations 4.9 et 4.10.

$$K_0^e = (1 + \Gamma_{e/p}) K_0^{eq} \quad (4.9)$$

$$K_0^p = \frac{1 + \Gamma_{e/p}}{\Gamma_{e/p}} K_0^{eq} \quad (4.10)$$

Par ailleurs, on impose classiquement de conserver un module de Poisson constant quelle que soit la densité du matériau. L'expression de la loi de Hooke en fonction des couples  $(K^e, G^e)$  et  $(E, \nu)$  permet de constater que la constance du module de Poisson est assurée par la constance du rapport  $G^e/K^e$ . Ainsi, pour garder fixe ce rapport, le module de cisaillement  $G^e$  doit alors suivre les mêmes évolutions que le module de compressibilité élastique  $K^e$ . La nouvelle expression du module de cisaillement sera donc donnée par l'équation 4.11. Elle fait apparaître le paramètre  $G_0^e$  qui diffère en valeur du paramètre éponyme de la version du CJS de Maléki.

$$G^e = G_0^e (1 + 10D_r) \left( \frac{p'}{p_a} \right)^n \quad (4.11)$$



**FIGURE 4.3** – Pertinence de la loi dévolution du rapport  $K^e/K^p$  en fonction de la densité. Les résultats expérimentaux sont obtenus sur un sable de Hostun [Zit88]

Les mécanismes élastique et plastique isotrope comptent donc dans cette nouvelle version un total de 4 paramètres :  $K_0^{eq}$ ,  $\Gamma_{e/p}$ ,  $n$  et  $G_0^e$ . La variable  $Q$  définissant la plus forte contrainte isotrope que le matériau ait connu reste à initialiser avant chaque simulation.

En plus de cela, l'introduction de la densité relative dans le modèle requiert la connaissance des indices des vides  $e_{min}$  et  $e_{max}$  ainsi que l'indice des vides  $e$  à initialiser. Ces paramètres, qui sont porteurs d'une information physique sont bien renseignés par la littérature. L'intégralité des paramètres utilisés dans la simulation des essais isotropes est donnée dans le tableau 4.1.

|                | Sable Sacramento | Sable Cambrien | Sable Hostun | Sable Toyoura |
|----------------|------------------|----------------|--------------|---------------|
| $e_{max}$      | 1,03             | 1,0            | 0,82         | 0,977         |
| $e_{min}$      | 0,61             | 0,5            | 0,529        | 0,597         |
| $n$            | 0,3              | 0,3            | 0,6          | 0,45          |
| $K_0^{eq}$     | 6 MPa            | 10 MPa         | 17 MPa       | 10 MPa        |
| $p_a$          | 100 kPa          | 100 kPa        | 100 kPa      | 100 kPa       |
| $\Gamma_{e/p}$ | 2,0              | 2,0            | 0,75         | 1,0           |

**TABLE 4.1** – Paramètres utilisés pour les simulations des essais isotropes monotones et cycliques

## 4.4 Prise en compte des états repères

### 4.4.1 État critique

L'état critique d'un sol, que ce soit en termes de contraintes ou de comportement volumique, est considéré comme intrinsèque au matériau. Au sein du modèle CJS, ce dernier est pris en compte au travers de la surface critique (paramétrée par le rayon moyen critique  $R_{crit}$ ) ainsi qu'au travers de la courbe d'état critique dans le repère  $(e, \ln p')$ . Ici les essais de Mohkam [Moh83] sur le sable d'Hostun et Verdugo [VI96] sur le sable de Toyoura sont pris en compte.

#### 4.4.1.1 En termes de contraintes

Afin de calibrer le rayon moyen critique, il est nécessaire de déterminer la valeur du coefficient de dissymétrie  $\gamma$  de la surface de charge du mécanisme déviatoire présent dans le facteur de forme  $h(\theta)$ . Ce dernier a été initialement mis au point pour rendre compte des différences d'angle de frottement à la rupture du matériau en fonction de la direction de sollicitation. Cette forme a, par la suite, été étendue au mécanisme plastique déviatoire ainsi qu'aux surfaces caractéristique et critique. De manière générale, la répétabilité et la précision de l'état critique en contrainte permettent un calage précis de ce mécanisme.

En ce qui concerne les essais de Mohkam, la réalisation systématique d'un essai en extension pour chaque essai triaxial drainé en compression permet de caler le paramètre  $\gamma$  sur une large plage de données. En effet, la comparaison de l'état critique en compression et en traction permet d'extrapoler la valeur de ce paramètre de la manière suivante (détail du calage des paramètres du modèle CJS donné en annexe D) :

$$\gamma = \frac{1 - A^6}{1 + A^6} \quad \text{avec} \quad A = \frac{I_1^c q^e}{I_1^e q^c} \quad (4.12)$$

Où :

- $q$  est la différence entre les contraintes axiale et radiale  $q = \sigma_1 - \sigma_3$ ,
- l'index  $c$  désigne l'état critique en compression,
- l'index  $e$  désigne l'état critique en extension.

Il est ainsi possible d'établir un facteur de forme  $\gamma$  à 0,86 avec un écart type de 0,042 pour le sable d'Hostun.

Pour le sable de Toyoura, les essais cycliques présentés par Tatsuoka [TMSK03] permettent également d'évaluer une valeur du paramètre  $\gamma$  sur une plage expérimentale plus restreinte. Il en résulte  $\gamma = 0,86$  pour les deux matériaux.

Le rayon moyen de la surface critique  $R_{crit}$  est déterminé par l'équation suivante :

$$R_{crit} = \sqrt{\frac{2}{3}} (1 - \gamma)^{1/6} \frac{q}{I_1} \quad (4.13)$$

L'étude des résultats expérimentaux de Mohkam et Verdugo permet alors d'établir une valeur pour ce paramètre à :  $R_{crit} = 0,28$  pour le sable de Hostun et  $R_{crit} = 0.245$  en ce qui concerne le sable de Toyoura.

#### 4.4.1.2 En termes de comportement volumique

La courbe d'état critique du modèle dans le repère  $(e, \ln p')$  était initialement prise en compte sous la forme d'une droite. Les résultats ainsi obtenus par le modèle présentaient une divergence par rapport aux résultats expérimentaux en ce qui concerne la quantité de déformations volumiques cumulées lors de l'atteinte de l'état critique en volume. Il a donc été introduit dans le modèle une fonction puissance présentant un degré de liberté supplémentaire par rapport à la version linéaire :

$$\begin{aligned} \text{Loi linéaire} \quad e_{crit} &= e_0 - c_{crit} \ln \left( \frac{p'}{p_{crit}} \right) \\ \text{Loi puissance} \quad e_{crit} &= e_0 - c_{crit} \left( \frac{p'}{p_{crit}} \right)^\zeta \end{aligned} \quad (4.14)$$

Où

- $e_0$ ,  $c_{crit}$  et  $\zeta$  sont des paramètres du modèle,
- $p_{crit}$  est une pression de référence qui forme un couple de paramètre avec  $e_0$ .

La figure 4.4 montre l'apport de la loi puissance sur la version linéaire en ce qui concerne la position de l'état critique dans le repère  $(e, \ln p')$  pour le sable de Hostun. Cet apport se fait par l'introduction d'un paramètre supplémentaire. Cependant, l'importance du rôle de la courbe d'état critique est suffisamment grande pour justifier l'introduction de ce paramètre malgré l'alourdissement de la procédure de calage. D'après Verdugo [VI96] la version puissance de la loi décrivant la position de l'état critique dans le repère  $(e, \ln p')$  permet une meilleure conformité aux constatations expérimentales pour une plus grande gamme de pressions isotropes notamment supérieures à 1 MPa.

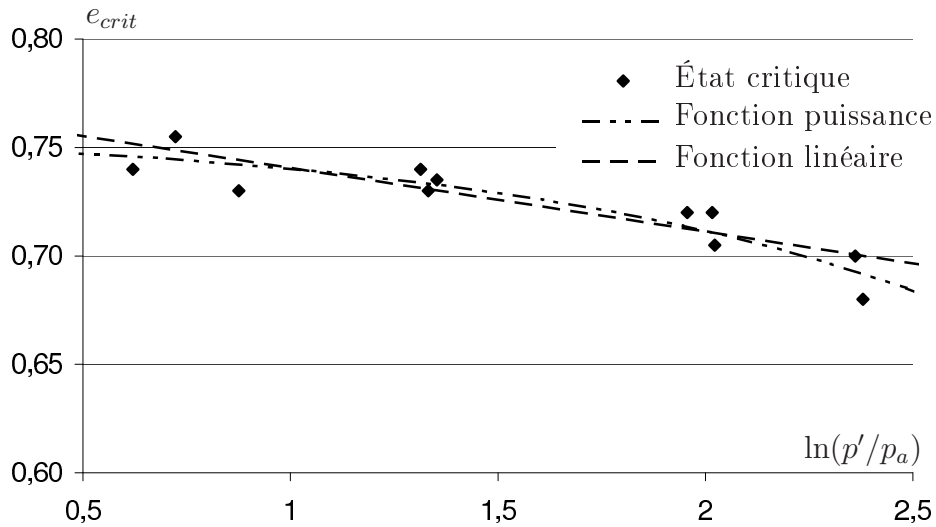


FIGURE 4.4 – Position de l'état critique du sable d'Hostun dans le repère  $(e, \ln(p'))$  et modélisation par une loi linéaire et puissance ( $p_a = 100$  kPa)

Les paramètres retenus pour ces deux lois sont donnés par le tableau 4.2.

|                      |            | Sable d'Hostun | Sable de Toyoura |
|----------------------|------------|----------------|------------------|
| Version<br>linéaire  | $e_0$      | 0,77           | 0,92             |
|                      | $p_{crit}$ | 100 kPa        | 100 kPa          |
|                      | $c_{crit}$ | 0,0294         | 0,0352           |
| Version<br>puissance | $e_0$      | 0,76           | 0,93             |
|                      | $p_{crit}$ | 100 kPa        | 100 kPa          |
|                      | $c_{crit}$ | 0,008          | 0,019            |
|                      | $\zeta$    | 0,9            | 0,7              |

**TABLE 4.2** – Paramètres définissant l'état critique dans le repère  $(e, \ln(p'))$

#### 4.4.2 État de rupture

Pour un sol purement contractant, l'état de rupture est confondu avec l'état critique. Pour un sol présentant un caractère dilatatant, on observe une évolution de cet état de rupture avec l'état interne.

Au sein du modèle, l'état de rupture est pris en compte au travers d'une surface de rupture (paramétrée par  $R_{rupt}$ ). L'approche de cette surface par le chemin de contraintes permet de limiter l'écrouissage cinématique. Lors du franchissement de cette surface par le chemin de contraintes, le modèle est alors capable de générer un radoucissement vers l'état critique. Un pic de contrainte est ainsi formé.

Afin de suivre l'évolution du rayon de rupture en fonction de l'état interne isotrope du matériau, on détermine la valeur de celui-ci lors d'essais pratiqués sur des sables dilatants. La figure 4.5 quantifie cette évolution sur les essais drainés de Mohkam.

La meilleure régression permettant de suivre l'évolution du rayon de rupture rapporté au rayon critique pour les sols dilatants ne coupe pas l'axe des ordonnées ( $\psi = 0$ ) pour une valeur de 1. Ce phénomène sera également constaté lors de l'étude de l'évolution de l'état caractéristique (voir partie 4.4.3). En effet, il semble que certains essais de Mokham puissent présenter à la fois un comportement dilatatant et une valeur de  $\psi$  initiale légèrement positive. Afin de limiter le nombre de paramètres dans le modèle cet aspect du comportement sera éludé et une fonction bilinéaire sera retenue. Cette dernière, présentant un point anguleux aux coordonnées  $(1, 0)$  dans le repère  $(R_{rupt}/R_{crit}, \psi)$ , est définie par la donnée du rayon critique  $R_{crit}$  et d'un paramètre de variation  $\alpha_{rupt}$  :

$$R_{rupt} = \begin{cases} R_{crit}(1 - \alpha_{rupt} \psi) & \text{si } \psi < 0 \\ R_{crit} & \text{si } \psi \geq 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

Avec  $\alpha_{rupt} > 0$ .

Les valeurs de  $\alpha_{rupt}$  retenues pour les sables de Hostun et Toyoura sont respectivement 2,0 et 1,0.

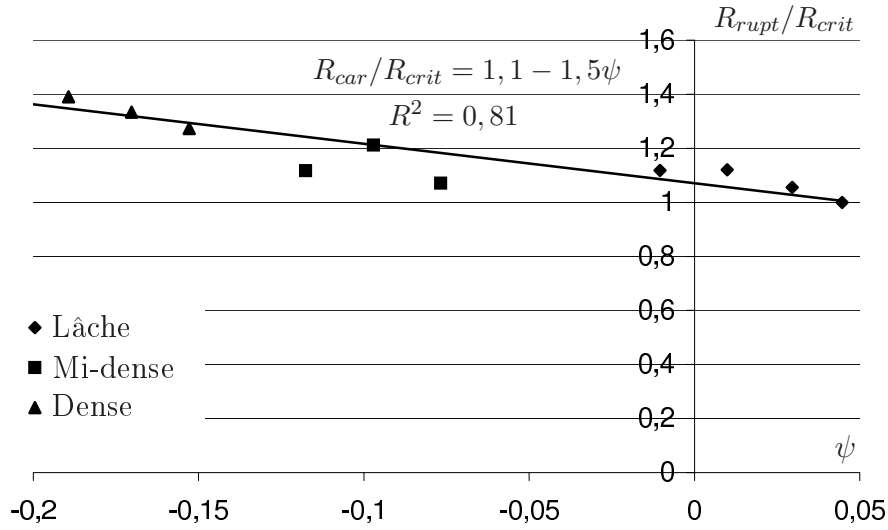


FIGURE 4.5 – Évolution du rapport  $R_{rupt}/R_{crit}$  en fonction de l'état interne du matériau

#### 4.4.3 Analyse de l'état caractéristique

L'état caractéristique est un état transitoire qui ne se manifeste que pour des sols dilatants. Il permet de passer de la phase de contractance à la phase de dilatance du matériau granulaire. Au sein du modèle, ce procédé est pris en compte en inversant le signe de la loi de dilatance lors du franchissement de la surface caractéristique paramétrée par  $R_{car}$ .

À l'instar de l'état de rupture, on peut évaluer l'évolution du rayon caractéristique en fonction de l'état interne du matériau sur les essais de Mohkam et de Verdugo. La figure 4.6 quantifie cette évolution sur les essais de Mohkam.

En ce qui concerne les sols présentant un caractère uniquement contractant, on ne peut pas suivre le même raisonnement que celui utilisé dans le cadre du rayon de rupture. En effet, garder l'égalité  $R_{car} = R_{crit}$  pour les valeurs de  $\psi$  positives bloquerait l'évolution volumique lors de l'atteinte de l'état critique en contrainte. Cette dernière ne correspondant pas nécessairement à l'atteinte de la courbe d'état critique dans le repère  $(e, \ln p')$ , le comportement volumique à l'état critique est alors mal reproduit par le modèle. Ainsi, pour permettre à l'état interne de converger vers la courbe critique le rayon caractéristique n'est donc pas borné par le rayon critique :

$$R_{car} = R_{crit}(1 + \alpha_{car} \psi) \quad (4.16)$$

Où  $\alpha_{car}$  est un paramètre positif du modèle pris égal à 2,5 pour le sable d'Hostun et 0,45 pour le sable de Toyoura.

#### 4.4.4 Simulations monotones drainées

La figure 4.7 présente la comparaison entre les résultats expérimentaux de Mohkam et les simulations correspondantes. Il s'agit des essais triaxiaux monotones drainés soumis à un confinement de 400 kPa pour trois densités distinctes.

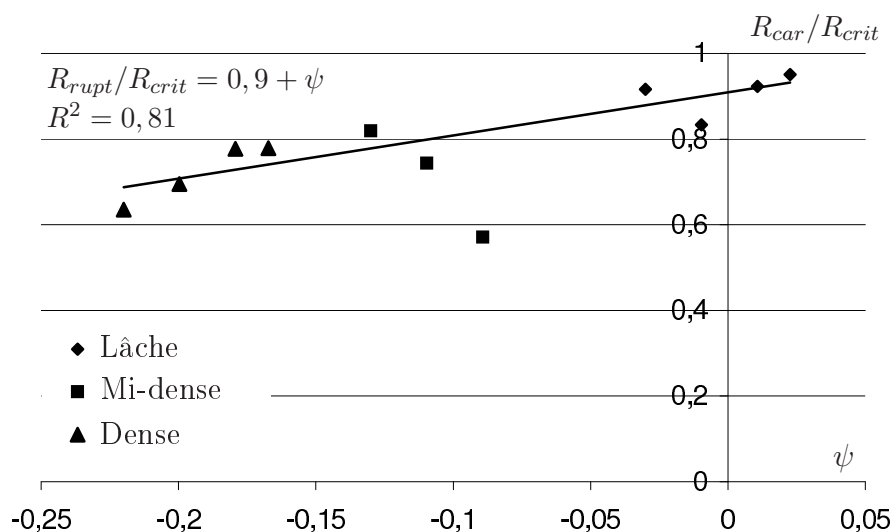


FIGURE 4.6 – Évolution du rapport  $R_{car}/R_{crit}$  en fonction de la variable d'état de Been  $\psi$

En ce qui concerne l'état critique, les constatations expérimentales montrent qu'au bout de 20% de déformation axiale, le comportement du matériau n'est stabilisé ni en termes de contraintes ni en termes de déformations volumiques. Ce phénomène est retrouvé numériquement. De plus, les tendances des courbes expérimentales à grandes déformations sont également bien reproduites : la convergence des courbes de contraintes vers un rapport  $q/p'$  unique d'une part et l'atténuation de la pente de courbes de déformations volumiques attestant de la stabilisation progressive du comportement du matériau.

Le comportement volumique du matériau le plus lâche est mal traduit. En effet, il s'agit d'un matériau dont l'état interne est caractérisé par une variable  $\psi$  positive mais qui présente un comportement expérimental dilatant.

Le pic de contrainte est également bien reproduit numériquement. Cela permet d'attester du bon fonctionnement du mécanisme de radoucissement et du calage de l'évolution de l'état de rupture.

L'état caractéristique est également bien reproduit. Cela permet aux matériaux les plus denses de présenter une phase de dilatance pour des déformations suffisamment importantes.

## 4.5 Amélioration de l'écouissage cinématique

### 4.5.1 Prise en compte de l'état interne isotrope

Comme cela a été remarqué dans la partie 1.2, la rigidité d'un matériau granulaire (caractérisée par la pente de la courbe de chargement dans le repère  $(q, \varepsilon_1)$ ) dépend de son état interne. A travers le modèle CJS, cette rigidité est pilotée, dans un premier temps, par le mécanisme élastique puis principalement par les effets combinés des écouissements isotrope et cinématique. Le mécanisme élastique ayant déjà été traité, il est donc nécessaire de se pencher sur l'évolution des écouissements du

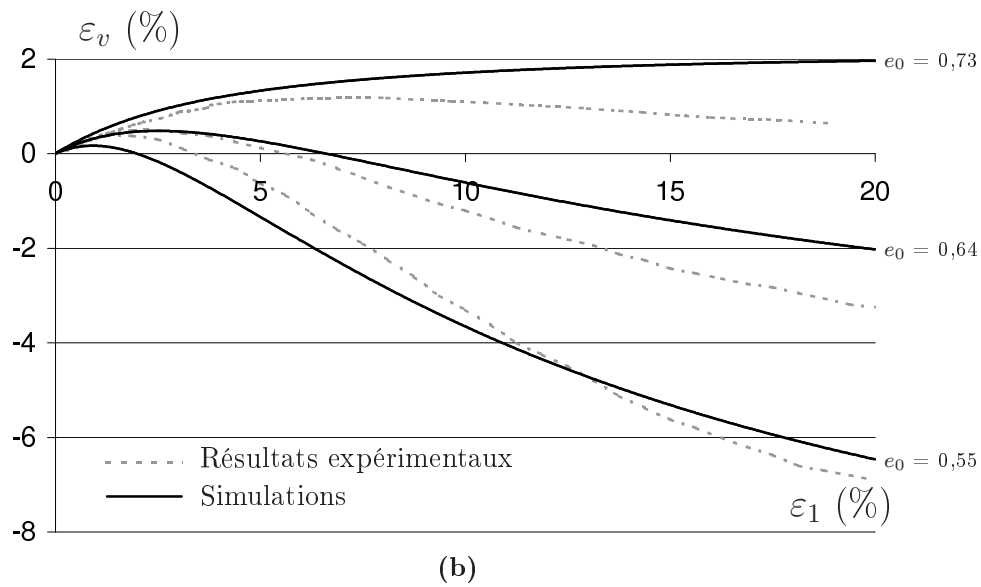
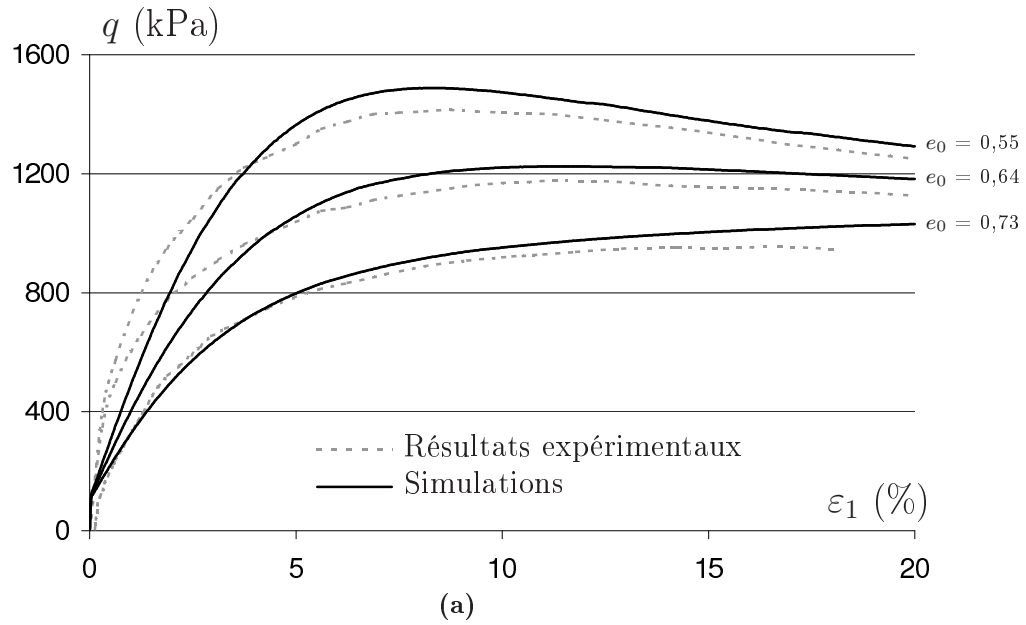


FIGURE 4.7 – Comparaison entre simulations et essais expérimentaux pour un sable de Hostun [Moh83] sous un confinement de 400 kPa pour trois densités initiales différentes



mécanisme plastique déviatoire.

Dans cette étude, l'écouissage isotrope présente l'inconvénient d'avoir des répercussions à la fois sur la rigidité du comportement du matériau dans le repère  $(q, \varepsilon_1)$ , mais également sur l'augmentation de la taille du domaine élastique. L'écouissage cinématique quant à lui présente l'avantage de n'affecter que la rigidité du comportement du matériau lorsque celui-ci est dans le domaine plastique. Ainsi, il est préconisé de caler dans un premier temps les paramètres  $A$  et  $R_m$  de l'écouissage isotrope du modèle à partir d'essais cycliques ou de décharges d'essais monotones. Une fois ce calage effectué, on peut alors étudier la dépendance du paramètre  $a$  pilotant l'écouissage cinématique vis-à-vis de l'état interne du matériau.

À partir d'une première analyse des essais sur le sable de Hostun au travers des essais de Mohkam [Moh83] une loi d'évolution linéaire décroissante avec la variable  $\psi$  est proposée. Cette évolution est minorée par un paramètre  $a_{min}$  qui définit la raideur des matériaux contractants. Quantitativement, la fonction suivante est implémentée :

$$a = \max(-\alpha_a \psi, a_{min}) \quad (4.17)$$

Avec  $\alpha_a$  et  $a_{min}$  des paramètres du modèle.

Cette forme analytique souffre toutefois de l'incapacité à prendre en compte le comportement des sols à caractère uniquement contractant. De ce fait, la modélisation des essais de Verdugo sur le sable de Toyoura [VI96] a conduit à retenir une loi exponentielle décroissante plutôt qu'une loi bilinéaire. Cette dernière est alors approchée par la loi exponentielle pour des valeurs de  $\psi$  négatives et permet de prolonger la dégradation de la raideur du matériau avec l'état interne pour les sols contractants. La loi d'évolution retenue pour le paramètre  $a$  est alors sous la forme suivante :

$$a = a_0 \exp(-\alpha_a \psi) \quad (4.18)$$

Avec  $a_0$  et  $\alpha_a$  les deux paramètres pilotant la loi d'évolution.

Les deux versions de la loi d'évolution conduisent à un calage distinct pour chacun des matériaux. Le tableau 4.3 donne alors les jeux de paramètres utilisés dans la simulation des essais de Mohkam et de Verdugo. Seule la seconde loi d'évolution est retenue car plus proche de la réalité sur l'ensemble des états internes.

|            | Sable d'Hostun                      | Sable de Toyoura                    |
|------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| $\alpha_a$ | 3                                   | 15                                  |
| $a_0$      | $5.0 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$ | $5.0 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$ |

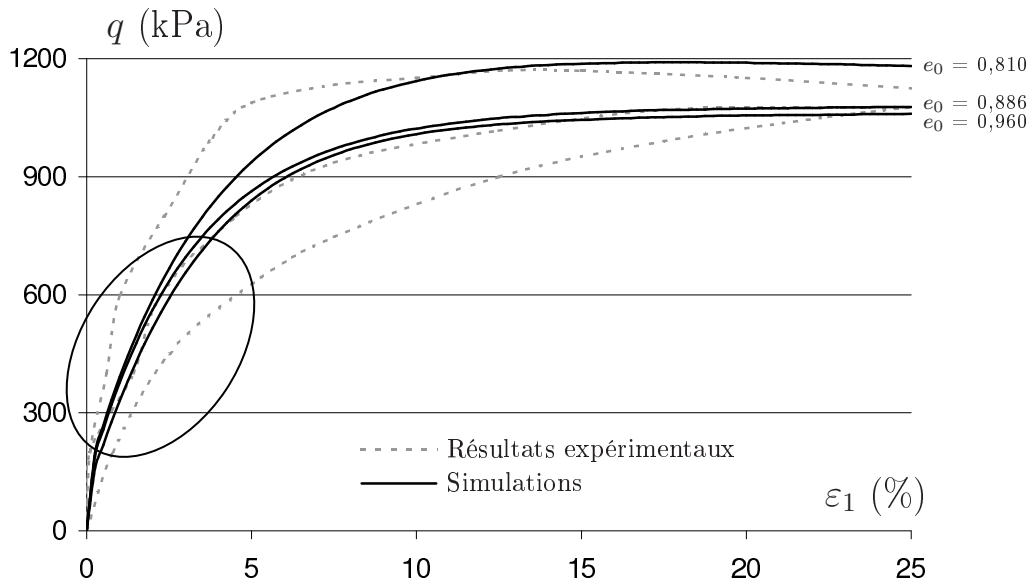
**TABLE 4.3** – Paramètres décrivant l'évolution du paramètre  $a$  avec l'état interne isotrope

## 4.5.2 Simulations monotones drainés

Les figures 4.8 à 4.9 permettent de constater l'effet de la loi d'évolution de l'écouissage cinématique sur la qualité des prédictions. Cet impact concerne prin-

cipalement le début de la phase de charge au niveau de l'atteinte du critère de plasticité.

Dans le cas de la figure 4.8 le paramètre  $a$  est considéré comme indépendant de l'état interne du matériau et est pris identique pour les trois densités initiales. Les trois simulations correspondantes présentent alors une courbe de chargement très similaire pour des déformations axiales inférieures à 4 %. À partir de ce seuil, les deux matériaux les plus lâches qui présentent une variable d'état interne  $\psi$  positive sont limités par un rayon de rupture égal au rayon critique. Le matériau le plus dense, de rayon de rupture sensiblement supérieur, se détache alors pour présenter un pic de contraintes suivi par un faible radoucissement vers l'état critique.

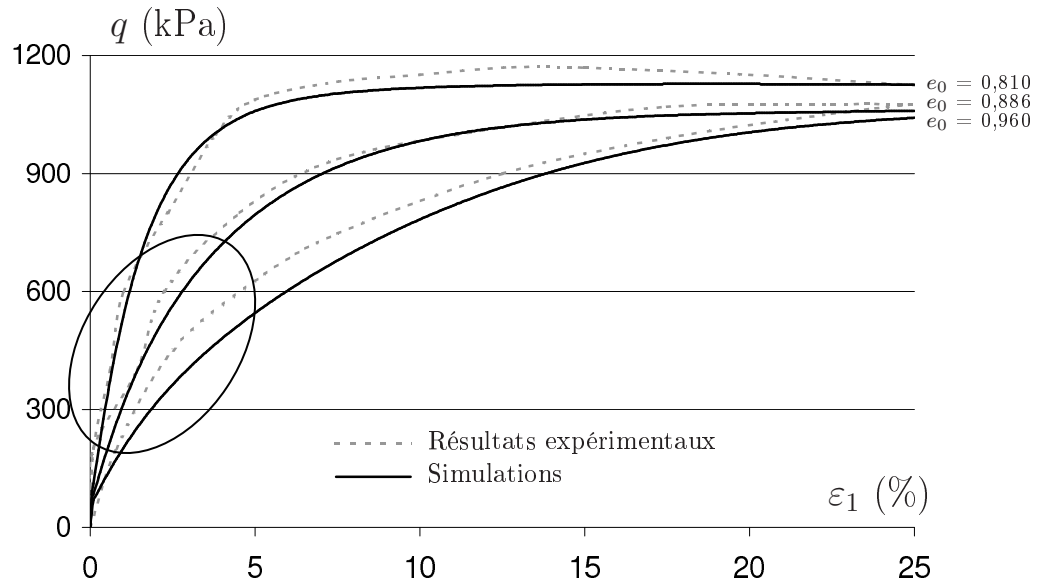


**FIGURE 4.8** – Simulations du comportement d'un sable de Toyoura sous sollicitation monotone drainée pour un confinement de 500 kPa, paramètre  $a$  constant

La figure 4.9 présente les résultats des simulations obtenus en utilisant la loi d'évolution exponentielle pour le paramètre  $a$ . Cette version permet de faire la part entre les différents états internes isotropes du matériau et de présenter les rigidités adaptées. Les simulations convergent alors rapidement vers les courbes expérimentales et les simulations reproduisent convenablement le comportement expérimental.

La concordance est d'autant plus probante que le matériau est contractant. En effet, lorsque le sol commence à présenter un comportement dilatant (essais de Mohkam) la rigidité initiale prédite par le modèle est moins importante que celle constatée expérimentalement (voir annexe E). Cette rigidité diminue alors plus vite pour les simulations que pour les essais expérimentaux. Le modèle rend alors compte d'un comportement moyen. Afin de mieux correspondre aux constatations expérimentales, il serait nécessaire de reformuler la loi d'écrouissage cinématique. Cette option n'a pas été retenue à cause de la complexification du modèle et l'augmentation du nombre de paramètres qu'elle occasionnerait. Malgré cela, le modèle en l'état

reproduit de manière satisfaisante le comportement des deux matériaux étudiés pour des états internes isotropes (non orientés) variés.



**FIGURE 4.9** – Simulations du comportement d’un sable de Toyoura sous sollicitation monotone drainée pour un confinement de 500 kPa, paramètre  $a$  exponentielle [VI96]

## 4.6 Amélioration de la loi de dilatance

### 4.6.1 Prise en compte de l’état interne

Au sein du modèle, la loi de dilatance quantifie le comportement volumique du sol et permet de faire apparaître un comportement dilatant sous sollicitation déviatoire lorsque l’état caractéristique est franchi. Elle pilote donc la quantité de déformations volumiques cumulées à chaque cycle de sollicitation lors d’un essai alterné. Or, comme cela a été constaté au cours de la partie 1.2, cette quantité est vouée à diminuer au fur et à mesure de la densification du matériau.

Cette diminution est par ailleurs déjà en partie prise en compte à travers la diminution de la valeur du rayon caractéristique conduisant à l’apparition de plus en plus précoce de la phase de dilatance. Mais ceci ne permet pas de traduire correctement le durcissement volumique qui apparaît lors d’une sollicitation cyclique alternée. Il est donc également nécessaire d’agir au niveau de la loi de dilatance et d’imposer une dépendance du paramètre  $\beta$  avec l’enchevêtrement du matériau. Ceci est obtenu par l’intermédiaire d’une dépendance vis-à-vis de la variable interne  $\psi$ . Pour ce faire, une loi exponentielle a été retenue :

$$\beta = \beta_0 \exp(\alpha_\beta \psi) \quad (4.19)$$

Où

- $\beta_0$  est un paramètre d'amplitude devant être négatif pour répondre convenablement aux attentes expérimentales,
- $\alpha_\beta$  quantifie l'impact de la variable interne  $\psi$  du matériau sur la loi de dilatance.  $\alpha_\beta$  est positif.

Cependant, pour les matériaux présentant un caractère essentiellement contractant le taux de contractance est sur estimé par rapport au taux de dilatance. Ce déséquilibre, peu effectif lors de sollicitations sous condition drainée, se répercute fortement en condition non-drainée. En effet, la contractance, trop importante, conduit à un phénomène de liquéfaction prématuré dès l'atteinte du critère de plasticité pour les sols lâches. Ce phénomène est principalement dû à la difficulté d'identifier la droite de dilatance pour des rapports de contraintes  $q/p$  trop faibles et à l'intégrer au sein du modèle en tenant compte du mécanisme élastique.

Ainsi, une borne du taux de contractance a été introduite sous la forme d'une valeur limite. Cette limitation est alors effective uniquement pour de faibles taux de contraintes déviatoires :

$$\beta^{lim} = -\Gamma_\beta \beta_0 \exp(\alpha_\beta \psi) \quad (4.20)$$

Avec  $\Gamma_\beta$  paramètre du modèle.

Le taux de contractance est alors considéré comme le minimum entre l'expression 4.19 et la valeur de  $\beta^{lim}$ . Ainsi, cette limitation n'est donc effective que lorsque le rapport de contrainte  $s_{II}/s_{II}^{car}$  est inférieur à la valeur de  $1 - \Gamma_\beta$  :

#### 4.6.2 Simulations cycliques alternées drainées

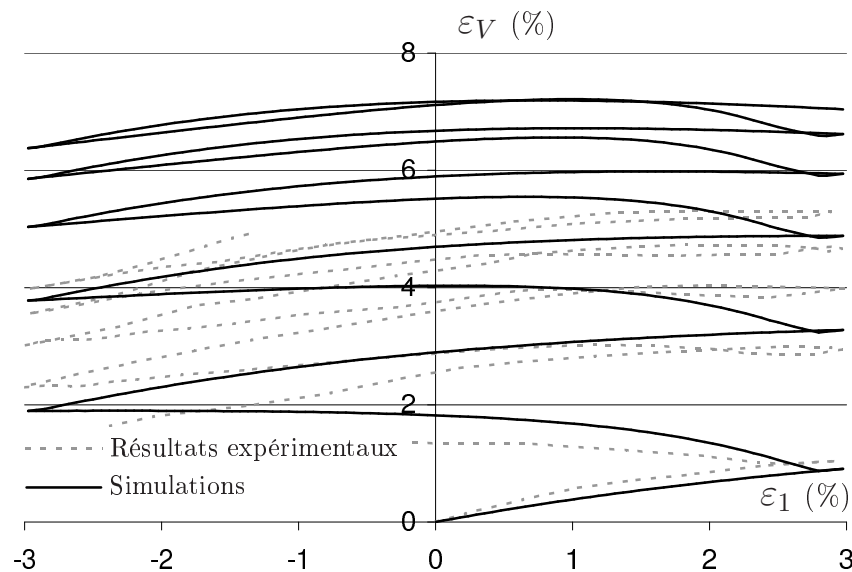
Les figures 4.10 et 4.11, permettent de constater l'effet de l'introduction de la dépendance de  $\beta$  vis-à-vis de  $\psi$  sur le comportement volumique du modèle. Les simulations sont comparées à un essai cyclique alterné issue de la thèse de Mohkam. Cet essai est réalisé pour un indice des vides initial de  $e = 0,715$  et un confinement de 400 kPa. Sous ces conditions, le matériau peut présenter un comportement dilatant pour des taux de contraintes suffisants.

On constate le durcissement de comportement volumique au cours des cycles dû au caractère évolutif de l'état caractéristique engendrant la diminution du domaine de contractance au cours des cycles de sollicitation. Ainsi la constance du paramètre  $\beta$  permet bien la diminution progressive de la quantité de déformations volumiques cumulées à chaque cycle de sollicitation. Cependant, cette diminution, n'est pas suffisamment marquée pour suivre le comportement expérimental. Cela se traduit par une sur évaluation des déformations volumiques cumulées au bout de cinq cycles de sollicitation.

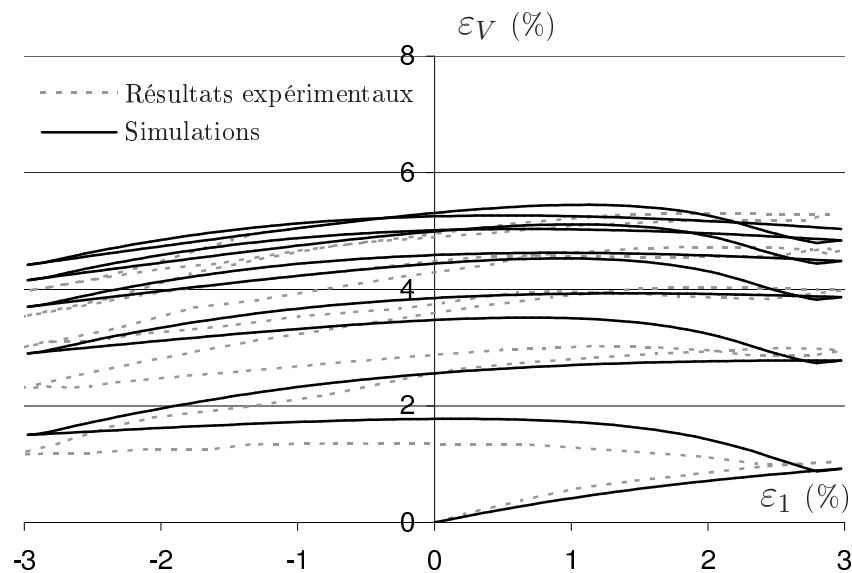
L'introduction de la dépendance vis-à-vis de  $\psi$  permet quant à elle d'accélérer ce phénomène. Elle traduit alors la difficulté du matériau à se densifier lorsque son état interne devient de plus en plus dense. La figure 4.11 permet alors de constater une meilleure concordance entre les essais expérimentaux et les simulations.

#### 4.6.3 Simulations monotones non-drainés

Si la loi de dilatance possède un effet non négligeable sur le comportement volumique d'un sol sous condition drainée, elle a également un impact très appuyé sur



**FIGURE 4.10** – Simulation du comportement volumique du sable de Hostun lors d’une sollicitation cyclique alternée [Moh83]. Paramètre  $\beta$  constant.



**FIGURE 4.11** – Simulation du comportement volumique du sable de Hostun lors d’une sollicitation cyclique alternée [Moh83]. Paramètre  $\beta$  dépendance de  $\psi$ .

le comportement du sol sous condition non-drainée. Ainsi, comme le montre la figure 4.12 (a) un trop fort taux de contractance pour de faibles valeurs de contrainte déviatoire conduit à la liquéfaction rapide du matériau. Cet effet est accentué pour les matériaux présentant un état interne très contractant. Dans ce cas de figure, un point anguleux est alors marqué à l'atteinte du critère en plasticité.

La figure 4.12 (b) présente les mêmes simulations pour une version du modèle CJS tenant compte de la variable  $\beta^{lim}$ . La perte de résistance initiale du matériau est alors limitée et les simulations sont plus fidèles aux constatations expérimentales.

## 4.7 Prise en compte de l'anisotropie

La prise en compte de l'état interne isotrope au travers d'un certain nombre de mécanismes du modèle a permis la modélisation d'un large éventail d'essais avec un jeu de paramètres unique. Malgré cela, le CJS simule difficilement le comportement d'un matériau granulaire soumis à une sollicitation répétée.

La thèse de Mohkam [Moh83] présente un essai triaxial de ce type dans lequel plusieurs séries de cinq cycles de sollicitation à déviateur maximal  $q_{max}$  fixé. Ce déviateur augmente alors pour chaque nouvelle série. Le sol répond à cette sollicitation par un phénomène d'accommodation sur chaque série de cycles de sollicitation. Ce phénomène est principalement piloté au sein du modèle par les écrouissages isotrope et cinématique du mécanisme plastique déviatoire. En effet, en jouant sur les paramètres  $a$  et  $A$  on peut augmenter la taille du rayon élastique et générer la courbe de charge désirée. Ainsi, le phénomène d'accommodation est intégralement maîtrisé.

En utilisant des paramètres d'écrouissage uniquement basés sur l'état interne isotrope du matériau, on peut donc caler le modèle pour qu'il reproduise de manière pertinente le comportement expérimental du sol lors d'une série de cycles à déviateur maximal fixé. Cependant, le passage à une nouvelle série (de déviateur maximal différent) rend le calage du modèle obsolète.

Il est alors nécessaire d'introduire une dépendance des propriétés du sols et des paramètres du modèle vis-à-vis des phénomènes orientés se produisant au sein du modèle. L'observation des essais micromécaniques de Yunus [Yun08] ont alors permis de retenir  $X_{II}$  (définie comme la norme du tenseur  $\mathbf{X}$  centre de la surface de charge, voir équation 4.21) comme variable rendant compte de ces phénomènes au sein du modèle CJS. La figure 4.13 permet alors de constater l'évolution des paramètres d'écrouissage en fonction de  $X_{II}$ .

$$X_{II} = \sqrt{X_{ij}X_{ij}} \quad (4.21)$$

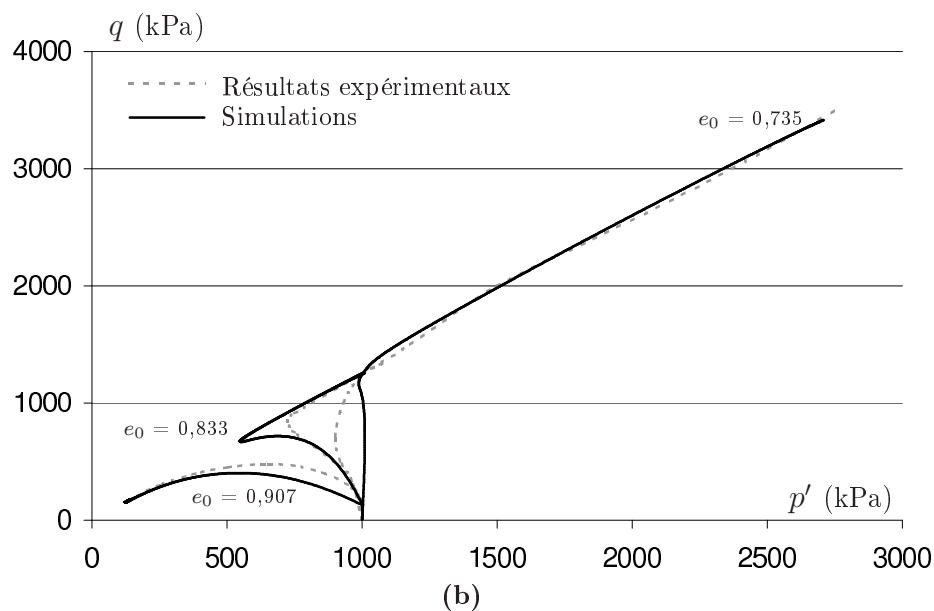
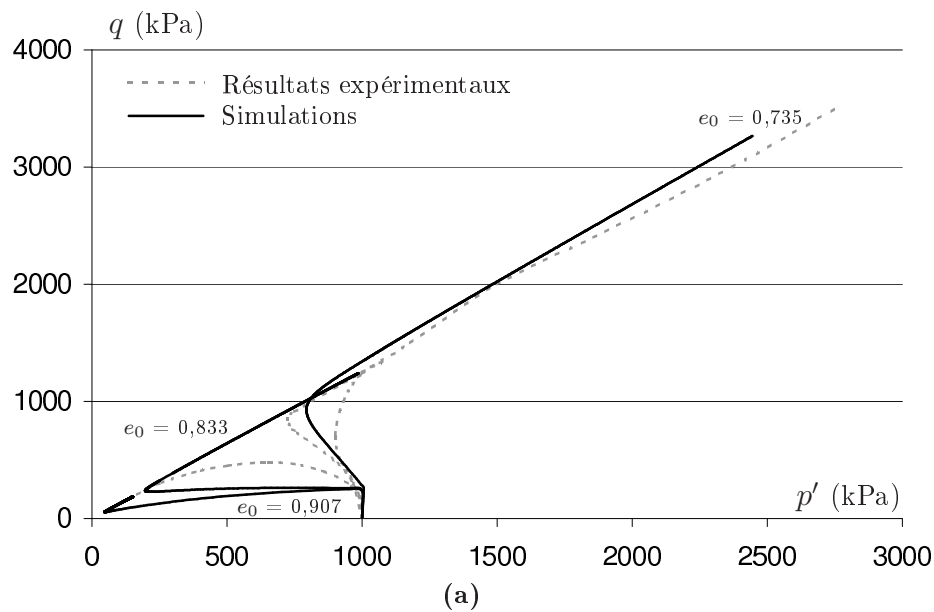
Les lois d'évolution ainsi mises en relief sont introduites dans le modèle sous la forme d'une fonction modulante (voir équation 4.22).

$$A = A_0 + \kappa_A X_{II} \quad (4.22)$$

$$a = (a_0 + \kappa_a X_{II}) \exp(-\alpha_a \psi)$$

Avec  $\kappa_a$  et  $\kappa_A$  des paramètres du modèle et  $\mathbf{X} : \mathbf{q}$  la projection du tenseur  $\mathbf{X}$  sur le tenseur  $\mathbf{q}$ .

$$\mathbf{X} : \mathbf{q} = X_{ij}q_{ij} \quad (4.23)$$



**FIGURE 4.12** – Simulation du comportement non-drainé d'un sable de Toyoura sans limitation du paramètre  $\beta$  (a), avec limitation du paramètre  $\beta$  (b)

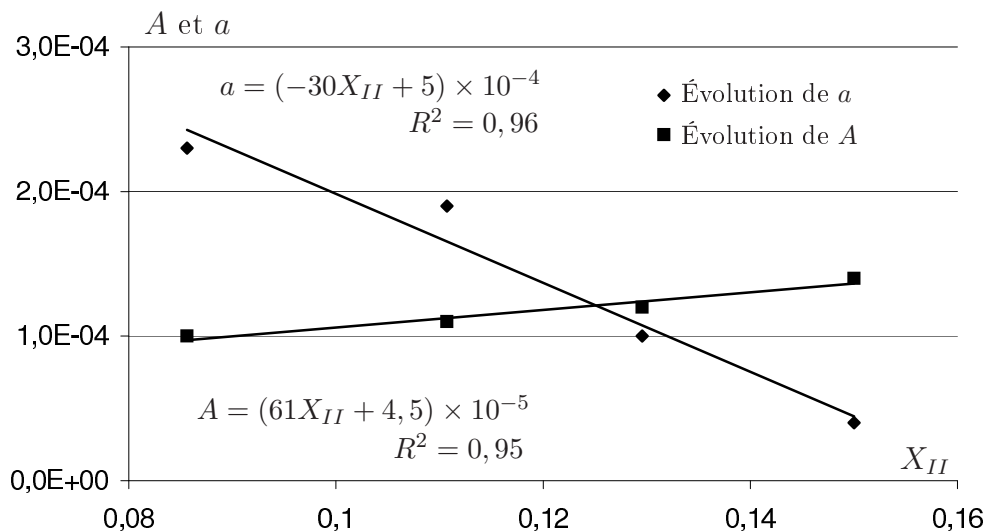


FIGURE 4.13 – Évolution des paramètres d'écrouissage en fonction de la variable d'anisotropie du modèle CJS

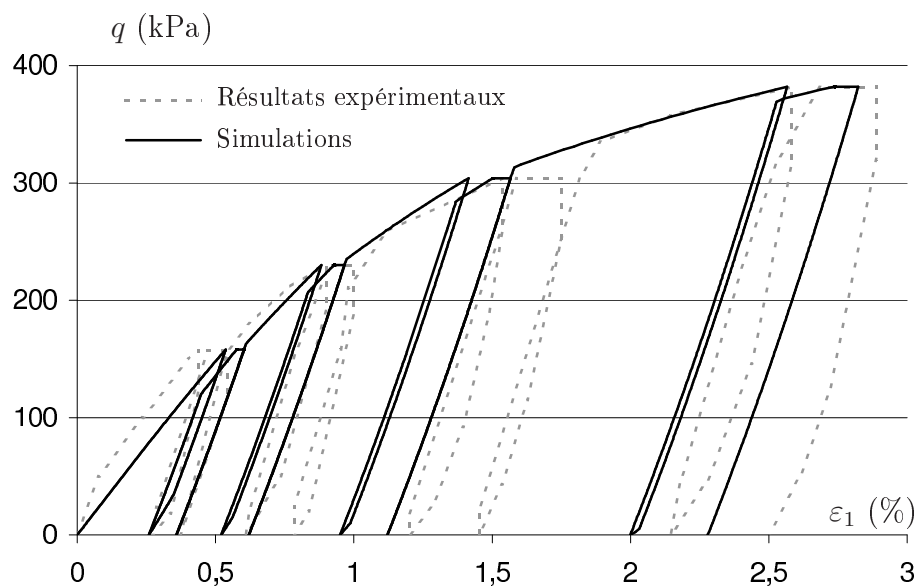
L'anisotropie ainsi prise en compte permet de rigidifier le comportement du matériau lors d'une inversion du sens de sollicitation. La figure 4.14 représente le premier et le dernier cycle de chaque série de sollicitation. On constate que la prise en compte de l'anisotropie du matériau au sein du modèle permet de reproduire correctement la courbe de charge globale de l'essai. De plus, la bonne évaluation de la quantité de déformations axiales cumulées à chaque série de cycles atteste de la capacité du modèle à reproduire le phénomène d'accommodation. Cette amélioration se fait cependant par l'ajout de deux paramètres de variation supplémentaires.

Le modèle est alors capable de simuler le comportement de l'essai alterné sur lequel il a été calé. Cependant, le manque d'essais de ce type dans la littérature écarte la possibilité de conclure sur la validation du modèle.

## 4.8 Application aux essais cycliques non drainés

Dans le domaine des milieux granulaires, on décompose généralement un essai cyclique non drainé en deux phases. La première d'entre elles consiste en une diminution progressive de la pression effective moyenne au cours des cycles de sollicitation. Cette phase a un chemin de contrainte dans le domaine de contractance du matériau. La deuxième phase de l'essai commence lors de l'atteinte du critère de rupture. À partir de cette phase, la dégradation du matériau lors des décharges successives semble s'accroître à chaque cycle. La pression effective moyenne chute alors à chaque cycle avant d'augmenter à nouveau au franchissement de l'état caractéristique. Ce phénomène, classiquement appelé mobilité cyclique se traduit dans le repère de contrainte  $(q, p')$  par une structure de courbes symétriques en forme d'ailes de papillon. Dans le repère  $(q, \varepsilon_{11})$  les boucles d'hystérésis, initialement convexes commencent, dans un premier temps, par tourner les unes par rapport aux autres au fur et à mesure





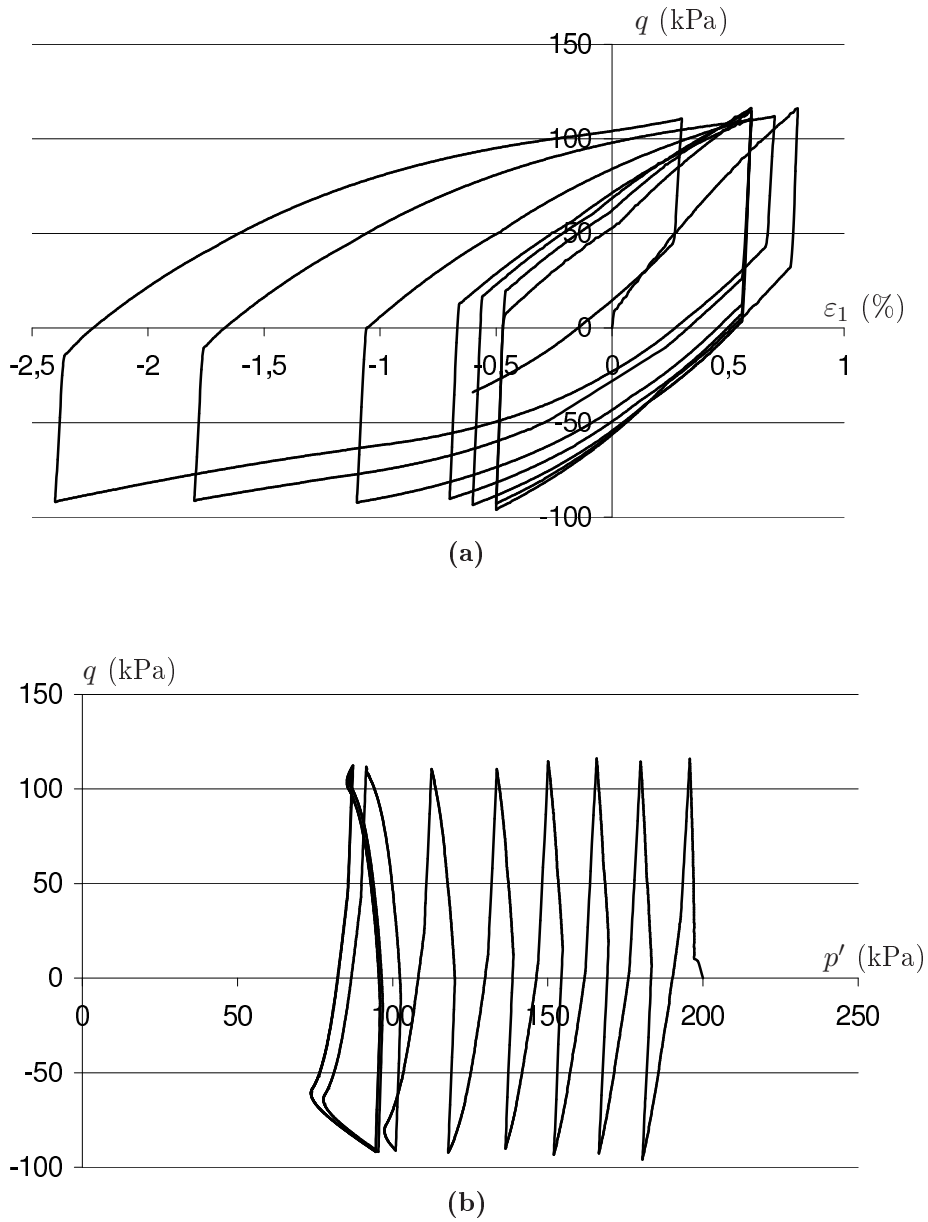
**FIGURE 4.14** – Simulation du comportement du sable d'Hostun sous sollicitation répétée [Moh83]

de la diminution de la pression effective moyenne, avant de s'allonger et perdre leur convexité. Les déformations déviatoires peuvent dépasser les 5 % pic à pic, seuil de déformations qui est couramment admis comme critère de liquéfaction par la communauté scientifique. Cette forme d'hystérésis témoigne de la capacité du matériau à recouvrer une partie de sa résistance à chaque cycle lors du franchissement de l'état caractéristique.

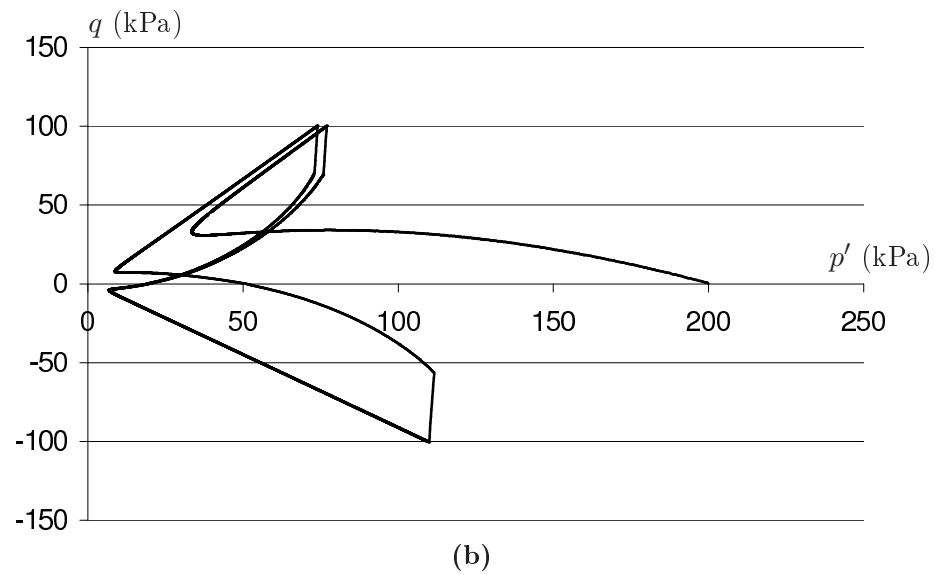
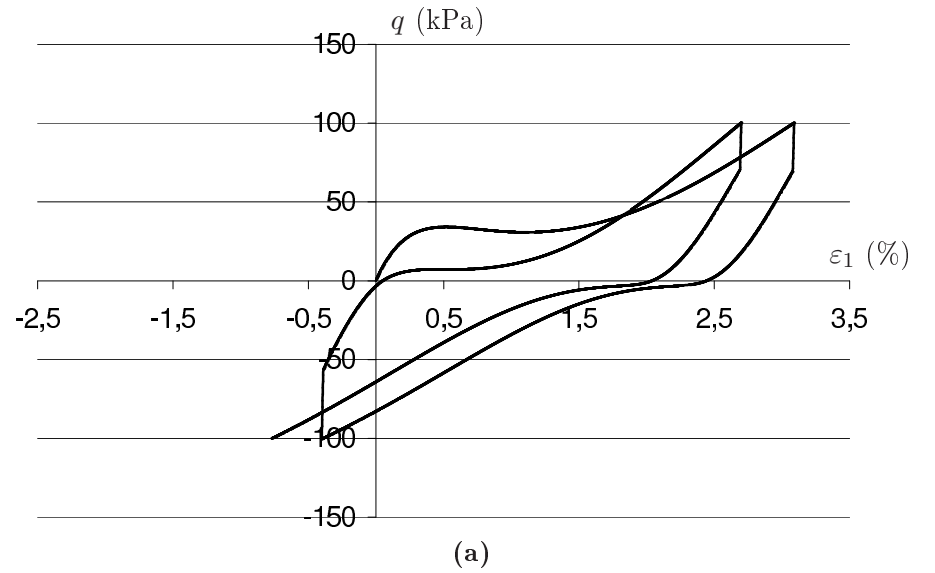
La modélisation de ce type d'essai à partir du jeu de paramètres obtenus par la procédure de calage détaillée en annexe D permet uniquement de rendre compte de la première phase de l'essai cyclique. La simulation de la seconde phase de l'essai à partir de ce même jeu de paramètres ne permet pas de générer la dégradation du matériau attendue lors du renversement du sens de sollicitation. La structure du chemin de contraintes dans le repère  $(q, p')$  ne présente que très peu de variation de la pression isotrope et les boucles d'hystérésis dans le repère  $(q, \varepsilon_1)$  ne présentent pas assez de déformations axiales (voir figure 4.15).

Il semble donc que la prise en compte de l'état interne isotope du matériau ne soit pas suffisamment adaptée pour ce domaine de sollicitations. Il est cependant possible de générer une mobilité cyclique correcte en adaptant le jeu de paramètres du modèle. En effet, en réduisant le taux d'écrouissage cinématique et en augmentant le taux de contractance, il est possible d'augmenter la quantité de déformations déviatoires requise à la récupération de la résistance du matériau et dégrader plus rapidement le matériau lors d'un renversement du sens de sollicitation (voir figure 4.16). En contrepartie, ce calage génère une liquéfaction du matériau lors du premier chargement qui n'est pas en accord avec les constatations expérimentales.

Afin de modéliser correctement le comportement de l'ensemble de l'essai cyclique non-drainé il serait nécessaire de réévaluer l'évolution des paramètres du modèle pour des confinements faibles.



**FIGURE 4.15** – Simulation d'essai cyclique non-drainé avec le jeu de paramètres conventionnel et adapté à la première phase de l'essai



**FIGURE 4.16** – Simulation d'essai cyclique non-drainé avec le jeu de paramètres adapté à la seconde phase de l'essai

## 4.9 Bilan paramétrique, calage et analyse critique des résultats

### 4.9.1 Bilan paramétrique

Comme mentionné dans la partie 3.2.4 la version du CJS décrite par Maléki comptait 14 paramètres de modèle et 2 variables à initialiser. La version prenant en compte les états internes orienté et non orienté compte quant à elle 6 paramètres de plus soit un total de 20 paramètres de modèle :

- 6 paramètres élastiques et isotropes  $K_0^{eq}$ ,  $\Gamma_{e/p}$ ,  $G_0^e$  et  $n$ ,
- 1 paramètre plastique déviatoire  $\gamma$ ,
- 3 paramètres d'écrouissage isotrope  $A_0$ ,  $\kappa_A$  et  $R_m$ ,
- 3 paramètres d'écrouissage déviatoire  $a_0$ ,  $\kappa_a$  et  $\alpha_a$ ,
- 3 paramètres de dilatance  $\beta_0$ ,  $\alpha_\beta$  et  $\Gamma_\beta$ ,
- 1 paramètre d'état caractéristique  $\alpha_{car}$ ,
- 4 paramètres pour définir l'état critique  $R_{crit}$ ,  $e_0$ ,  $c_{crit}$  et  $\zeta$ ,
- 1 paramètre pour définir l'état de rupture  $\alpha_{rupt}$ ,

Certains de ces paramètres sont définis en fonction d'une des pressions isotropes de référence suivantes :  $p_0$ ,  $p_a$  et  $p_{crit}$ . Dans le cadre de la simulation des essais sur les sables de Hostun et de Toyoura, toutes ces pressions sont prises égales à 100 kPa. Les paramètres suivants sont alors retenus :

|                 | Sable de Hostun | Sable de Toyoura |
|-----------------|-----------------|------------------|
| $K_0^{eq}$      | 17 MPa          | 10 MPa           |
| $\Gamma_{e/p}$  | 0,75            | 1,0              |
| $G_0^e$         | 15,5 MPa        | 12,6 MPa         |
| $n$             | 0,6             | 0,45             |
| $R_{crit}$      | 0,280           | 0,245            |
| $e_0$           | 0,76            | 0,934            |
| $c_{crit}$      | 0,008           | 0,019            |
| $\zeta$         | 0,9             | 0,7              |
| $\alpha_{rupt}$ | 2,0             | 1,0              |
| $\alpha_{car}$  | 2,5             | 0,45             |

|                | Sable de Hostun               | Sable de Toyoura             |
|----------------|-------------------------------|------------------------------|
| $R_m$          | 0.120                         | 0,118                        |
| $A_0$          | $2.10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$   | $4.10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$  |
| $\kappa_A$     | $20.10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$  | $55.10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$ |
| $a_0$          | $5.10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$   | $5.10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$  |
| $\kappa_a$     | $-35.10^{-4} \text{ Pa}^{-1}$ | $0,0 \text{ Pa}^{-1}$        |
| $\alpha_a$     | 3                             | 15                           |
| $\beta_0$      | -0,6                          | -1,0                         |
| $\alpha_\beta$ | 1,0                           | 15                           |
| $\Gamma_\beta$ | 1,0                           | 0,05                         |
| $\gamma$       | 0.86                          | 0,86                         |

**TABLE 4.4** – Tableau récapitulatif des paramètres de modèle utilisés pour les simulations des sables de Hostun et de Toyoura

À ces paramètres de modèle viennent également s'ajouter 2 paramètres physiques :  $e_{min}$  et  $e_{max}$ . Dans le cadre de la modélisation du comportement des sables de Hostun et de Toyoura, les valeurs retenues pour ces paramètres sont synthétisées dans le tableau 4.5.

Deux variables sont également à identifier pour utiliser le modèle convenablement, à savoir le rayon élastique initial  $R^{ini}$  et la valeur de la plus forte pression

|           | Sable de Hostun | Sable de Toyoura |
|-----------|-----------------|------------------|
| $e_{min}$ | 0,529           | 0,597            |
| $e_{max}$ | 0,820           | 0,977            |

**TABLE 4.5** – Paramètres physiques utilisés dans la simulation du comportement des sables de Hostun et de Toyoura

isotrope que le matériau ait connu dans son histoire  $Q^{ini}$ .

### 4.9.2 Calage des paramètres

L'annexe D fournit une procédure de calage des paramètres du modèle CJS. Cette procédure s'appuie sur quatre essais : un essai isotrope cyclique pour différents niveaux de contraintes maximales, deux essais triaxiaux monotones présentant des états internes initiaux distincts ainsi qu'un essai triaxial répété. Les essais triaxiaux monotones devront être menés jusqu'à l'état critique avant d'être déchargés. Il s'agit de la plus petite batterie d'essais requise pour caler l'intégralité des paramètres du modèle. Cependant, se baser sur si peu d'informations peut introduire des imprécisions dans le calage de certains paramètres. Par exemple la position de l'état critique dans le repère  $(e, \ln p')$  ainsi que les paramètres variationnels des lois d'évolution des mécanismes du modèle, étant soumis à une forte dispersion lors des essais expérimentaux, requièrent généralement une base de données plus étendue pour produire un comportement moyen du matériau granulaire.

D'autre part, si cette procédure de calage a l'avantage de présenter un caractère systématique, ce n'est pas forcément la plus pertinente dans la détermination de certains paramètres. Par exemple, les paramètres pilotant le comportement volumique du matériau granulaire n'ont qu'un effet modéré sur la réponse du modèle en condition drainée. Lors du passage à une sollicitation non-drainée, la sensibilité du modèle vis-à-vis de ces paramètres est alors accrue et le calage s'avère plus précis.

En contrepartie, le manque d'effet de certains paramètres sur certains types de sollicitation permet de s'affranchir partiellement de la précision concernant leur calage si le modèle n'est pas destiné à ce type de sollicitations. Par exemple, les paramètres de prise en compte de la variable d'état interne orientée du matériau ont la particularité de ne pouvoir être calés qu'à partir d'un essai cyclique répété durant lequel leur influence est maximale. En dehors de ce type de sollicitations le calage de ces paramètres n'est ni précis ni rigoureusement nécessaire.

Les paramètres physiques  $e_{min}$  et  $e_{max}$  ont également une utilisation limitée au sein du modèle. Ils ne sont en effet nécessaires qu'au travers du calcul de la densité requise dans la prise en compte de l'état interne du sol au sein du comportement isotrope du matériau. Cependant, pour tous les autres mécanismes du modèle, la prise en compte de l'état interne non orienté passe par l'utilisation de la variable  $\psi$  tenant compte de l'effet combiné de la densité et du confinement. Le choix de garder ces deux variables distinctes dans le mécanisme plastique isotrope ou élastique s'appuie

principalement sur une origine historique. En effet, l'impact de la pression isotrope ayant déjà largement été étudiée et acceptée sous la forme d'une loi puissance de type Hertz, l'effet de la densité relative  $y$  a été superposée. Ainsi, une réécriture de ces deux mécanismes à partir de la variable  $\psi$  (nécessaire pour d'autres lois d'évolution) permettrait de diminuer le nombre de paramètres du modèle.

### 4.9.3 Analyse des résultats et limites du modèle

L'ensemble des simulations des essais de Mohkam et Verdugo est présenté en annexe E.

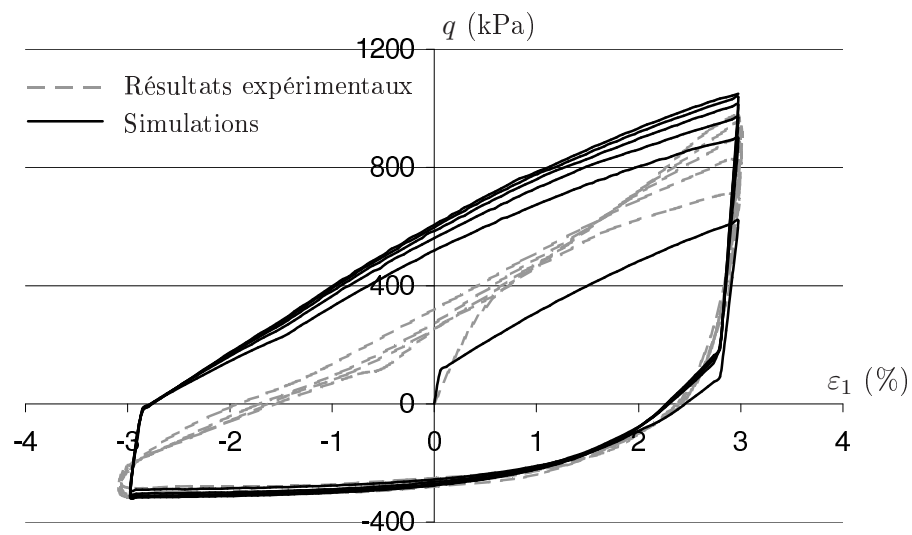
En ce qui concerne les essais triaxiaux monotones sous condition drainée, l'évolution de l'état interne du matériau est partiellement prise en compte implicitement au travers des équations du modèle de CJS proposé par Maléki [Mal98]. Le jeu de paramètres proposé était cependant différent pour des états initiaux de densité et de confinement différentes.

Dans le détail, pour les essais monotones drainés, le modèle reproduit correctement les états repères du comportement. L'évolution de la raideur du matériau en fonction de sa densité est également bien reproduite tout comme le comportement volumique.

En ce qui concerne les essais cycliques drainés, le chemin de déformations volumiques est bien reproduit par le modèle. En effet, la quantité de déformations générées à chaque cycle de sollicitation est correctement évaluée et le durcissement volumique du matériau pour un nombre de cycles suffisamment élevé est également bien reproduite. Le principal défaut du modèle sous sollicitation cyclique drainée réside dans une sur-estimation du domaine élastique en début de recharge du matériau (voir figure 4.17). Cette constatation semble témoigner de la nécessité de permettre au modèle de présenter un écrouissage isotrope négatif lors d'un reversement du sens de sollicitation ce qui permettrait au modèle de réduire la dimension de la surface de charge.

Les essais non-drainés monotones sont dans l'ensemble bien reproduits par le modèle même si ce dernier présente quelques lacunes dans l'estimation de l'évolution de la raideur pour certains d'entre eux.

Enfin, les essais cycliques non-drainés ne peuvent pas être reproduits correctement par le modèle CJS. En effet, s'il est possible de caler le modèle convenablement sur la première ou la seconde phase d'un tel essai, il est impossible de rendre compte de l'intégralité de l'essai. Ceci est peut-être dû à une mauvaise évaluation des paramètres et de leur dépendance vis-à-vis de l'état interne à faibles pressions moyennes.



**FIGURE 4.17** – Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations sous sollicitations cycliques drainées [Moh83]





# Chapitre 5

## Adaptation aux interfaces

### 5.1 Introduction

Comme cela a déjà été mentionné dans la partie bibliographique concernant les interfaces (chapitre 2), il existe une corrélation très forte entre le comportement mécanique des interfaces sol/structure et celui des sols. L'objectif de ce chapitre consiste donc dans la mise au point d'un nouveau modèle d'interface, désigné par l'appellation CJSi, à partir des équations du modèle CJS destiné à un élément de volume de sol. Cette adaptation se base principalement sur les similitudes qualitatives des rôles respectifs des variables mécaniques dans chacun de ces deux cas.

Une fois le modèle mis au point, il est validé sur une batterie d'essais CNL et CNS pratiqués sur un sable de Toyoura pour différentes densités relatives. Cela permet de constater la concordance entre les courbes expérimentales et les simulations sur des essais monotone et cyclique. L'objectif affiché reste de pouvoir simuler le comportement de l'interface sur différents chemins de sollicitation avec un jeu de paramètres unique.

### 5.2 Essais expérimentaux retenus pour la validation du modèle

#### 5.2.1 Choix des essais et caractéristiques du matériau granulaire

La thèse de Mortara [Mor01] contient un grand nombre d'essais d'interface de différentes natures pratiqués sur les sables de Toyoura, Ticino et FF. Dans la continuité du travail réalisé sur les sols et présenté dans le chapitre 4 ; le matériau de Toyoura est principalement retenu. En effet, la connaissance de son comportement et la capacité du modèle CJS à le reproduire permet de s'affranchir des perturbations que peut induire une mauvaise description du comportement du volume de sol adjacent à l'interface.

Les essais d'interface pratiqués sur un sable de Toyoura présentés dans la thèse de Mortara sont issus des travaux de Ferrero [Fer96] pour les essais monotones et de Vita [Vit98] pour les essais cycliques. Les informations granulométriques concernant ce sable sont synthétisées dans le tableau 5.1.

| Sable de Toyoura |         |
|------------------|---------|
| $e_{min}$        | 0,62    |
| $e_{max}$        | 0,92    |
| $D_{10}$         | 0,19 mm |
| $D_{50}$         | 0,24 mm |
| $D_{60}$         | 0,26 mm |

**TABLE 5.1** – Propriétés physiques du sable de Toyoura

### 5.2.2 Rugosité et densité des interfaces

Les surfaces utilisées lors de ces essais présentent deux valeurs de rugosité maximale différentes :  $30\ \mu m$  pour certaines et  $60\ \mu m$  pour les autres. Quelle que soit la méthode utilisée pour déterminer la rugosité normalisée (voir partie 2.3.2) le coefficient  $R_m$  présente des valeurs proches de 0,12 pour la première surface et 0,25 pour la seconde. La figure 2.11 permet de prévoir que ces deux types d'interface présenteront un comportement rugueux. Cependant, la surface la moins rugueuse des deux se situe à la limite du domaine des interfaces lisses. Par abus de langage, l'interface la moins rugueuse sera qualifiée de lisse dans la suite de ce chapitre, bien que son comportement expérimental s'apparente, à première vue, à celui d'une interface rugueuse.

En ce qui concerne le matériau granulaire, deux densités relatives distinctes sont utilisées lors des essais : 35 % et 85 %. Cela correspond, d'après le tableau 5.1, à des indices des vides initiaux de 0,815 et 0,665.

### 5.2.3 Détails des essais

La batterie d'essais utilisée pour cette étude comporte donc des séries de chargements monotones et cycliques pour différentes rugosités de surface et densités de sol. Dans le détail, les essais monotones sont regroupés en deux catégories :

- 9 essais pratiqués sur un matériau lâche et une surface présentant une rugosité de  $30\ \mu m$ . On désigne ce type d'interface par LL (lisse-lâche). Ces essais sont pratiqués jusqu'à un déplacement maximal de 10 mm pour des confinements initiaux de 50, 150 ou 300 kPa. Chaque confinement est alors testé pour les trois valeurs de raideur suivantes : 0, 100 et 1000 kPa/mm.
- 12 essais pratiqués sur un matériau dense et une surface rigide plus rugueuse ( $60\ \mu m$ ). On désigne ce type d'interface par RD (rugueuse-dense). Les essais sont également réalisés jusqu'à un déplacement maximal de 10 mm pour des confinement initiaux de 100, 200 et 300 kPa et des raideurs égales à 0, 500, 1000 et 2000 kPa/mm.

Les essais cycliques, quant à eux, sont pratiqués uniquement sur les surfaces rigides les plus lisses avec un confinement initial de 150 kPa. On peut toutefois les regrouper en deux catégories :

- 3 essais pratiqués sur un matériau granulaire lâche avec des raideurs constantes

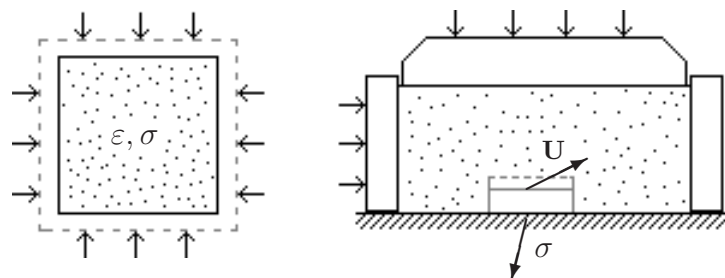
- successivement égales à 0, 500 et 1000 kPa/mm. Le nombre de cycles réalisé pour chacun de ces essais est, respectivement, 25, 10 et 4 cycles.
- 3 essais réalisés sur un sable dense avec les mêmes raideurs constantes 0, 500 et 1000 kPa/mm et nombre de cycles respectifs de 30, 10 et 10 cycles.

## 5.3 Équations du modèle d'interface

### 5.3.1 Procédés d'adaptation d'un modèle de sol à un modèle d'interface

Au niveau d'un contact sol/structure rugueux, l'imbrication du squelette granulaire dans les infractuosités de la surface rigide est telle que la zone d'accumulation des déformations de cisaillement que l'on nomme interface est repoussée loin de l'interface géométrique du contact et se retrouve exclusivement constituée de géomatériau. Ainsi, comme cela a été constaté dans le chapitre 2 de fortes similitudes subsistent entre les comportements mécaniques de l'interface et du sol qui la constitue. L'objectif de ce chapitre est donc d'employer les équations du CJS (pertinentes dans la modélisation des sols) lors de simulations du comportement des interfaces rugueuses.

Cette utilisation requiert toutefois un travail d'adaptation. En effet, il est classique, lors d'une modélisation, d'assimiler l'interface à une surface d'épaisseur négligeable. La représentation des efforts internes et des déplacements se fait alors par le biais de vecteurs. On définit ainsi un vecteur de contraintes  $\sigma$  et un vecteur de déplacements relatifs  $U$ . Pour l'élément de volume de sol, les informations mécaniques sont décrites au travers de variables tensorielles. Il en découle l'utilisation des tenseurs de contraintes  $\sigma$  et de déformations  $\varepsilon$ .



**FIGURE 5.1** – Définition des variables mécaniques pour un volume de sol et une interface

Malgré la différence de nature de ces variables, des similitudes entre les rôles de leurs composantes respectives sont constatées. Ainsi, les parties isotropes et déviatoires des tenseurs  $\sigma$  et  $\varepsilon$  pourront respectivement être représentées par les composantes normales et tangentielles des vecteurs  $\sigma$  et  $U$ . Le tableau 5.2 résume ces équivalences.

Dans le cadre d'une problématique tridimensionnelle, les vecteurs de contraintes et de déplacements relatifs décrivant l'état mécanique de l'interface sont constitués

|                                           | Contraintes                   | Déplacements<br>relatifs            |
|-------------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|
| Isotrope $\leftrightarrow$ normale        | $p' \leftrightarrow \sigma_n$ | $\varepsilon_v \leftrightarrow U_n$ |
| Déviatoire $\leftrightarrow$ tangentielle | $q \leftrightarrow \sigma_s$  | $\varepsilon_d \leftrightarrow U_s$ |

**TABLE 5.2** – Correspondance entre les variables mécaniques des modèles constitutifs de volume de sol et d'interface

d'une composante normale et de deux composantes tangentielles. Ici nous nous limiterons à l'étude d'un problème plan. Ainsi, une seule composante tangentielle suffit à décrire le comportement de l'interface. Par convention, les vecteurs  $\boldsymbol{\sigma}$  et  $\boldsymbol{U}$  seront notés de la manière suivante et le vecteur  $\boldsymbol{U}$  sera appelé vecteur de déplacement relatif :

$$\boldsymbol{U} = \begin{pmatrix} U_n \\ U_s \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_n \\ \sigma_s \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

### 5.3.2 Incrément de déplacement relatif

L'adaptation du modèle CJS aux interfaces de type sol/structure ne comporte pas de mécanisme plastique isotrope. En effet, lors de la modélisation du volume de sol, ce mécanisme tire son intérêt de deux situations : la simulation de compressions isotropes d'une part et la première charge d'une sollicitation triaxiale d'autre part. Or le premier cas correspond, dans le cadre des interfaces, à une compression normale à déplacement relatif tangentiel  $U_s$  nul. Ce cas est élué de cette étude. Et lors du second cas, l'action du mécanisme plastique isotrope sur le comportement volumique du sol reste très modérée comparée à celle de la loi de dilatance. Par souci de simplification, on ne retiendra donc pas dans cette étude la contribution de l'augmentation de la contrainte normale  $\sigma_n$  sur le déplacement relatif irréversible de l'interface.

Ainsi, les deux mécanismes restants sont le mécanisme élastique et le mécanisme plastique tangentiel (équivalent du mécanisme plastique déviatoire du CJS). L'incrément de déplacement relatif du modèle CJSi est alors décomposable en deux termes :

$$\dot{\boldsymbol{U}}^{tot} = \dot{\boldsymbol{U}}^e + \dot{\boldsymbol{U}}^{tp} \quad (5.2)$$

Où :

- $\boldsymbol{U}^{tot}$  est le vecteur de déplacement total,
- $\boldsymbol{U}^e$  est le vecteur de déplacement élastique,
- $\boldsymbol{U}^{tp}$  est le vecteur de déplacement plastique tangentiel.

Les équations des différents mécanismes du modèle permettent alors d'exprimer chacun de ces termes.

### 5.3.3 Mécanisme élastique

Le mécanisme élastique est un mécanisme incrémental classique et est entièrement défini par une matrice de raideur  $\mathbf{K}^e$  :

$$\mathbf{U}^e = -\mathbf{K}^{e-1} \boldsymbol{\sigma} \quad \text{avec} \quad \mathbf{K}^e = \begin{pmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_s \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Où :

- $k_n$  est la raideur élastique normale de l'interface,
- $k_s$  est la raideur élastique tangentielle de l'interface,

### 5.3.4 Mécanisme plastique tangentiel

#### 5.3.4.1 Critère de plasticité

Le critère de plasticité du modèle d'interface est très similaire à son homologue déviatoire pour l'élément de volume. Cependant, dans le cadre de sollicitations unidirectionnelles, le facteur de forme  $h(\theta)$  perd tout son sens. Ce dernier est donc retiré du critère.

Le rayon élastique conserve quant à lui son intérêt en donnant une mesure de l'étendue du domaine pseudo-élastique. La notation  $R_e$  est cependant remplacée par la tangente d'un angle de frottement correspondant au rapport de contrainte requis pour atteindre le critère plastique. La surface de charge s'écrit alors sous la forme suivante :

$$f^{tp}(\boldsymbol{\sigma}, \tan \phi_X, \tan \phi_e) = |q| - \sigma_n \tan(\phi_e) \quad (5.4)$$

Où

- $\phi_e$  est l'angle de frottement du domaine élastique
- $q$  est la contrainte tangentielle exprimée dans le repère mobile défini par le centre de la surface de charge

La contrainte tangentielle locale  $q$  est alors définie comme suit :

$$q = \sigma_s - \sigma_n \tan(\phi_X) \quad (5.5)$$

Où  $\phi_X$  est l'angle définissant le centre de la surface de charge.

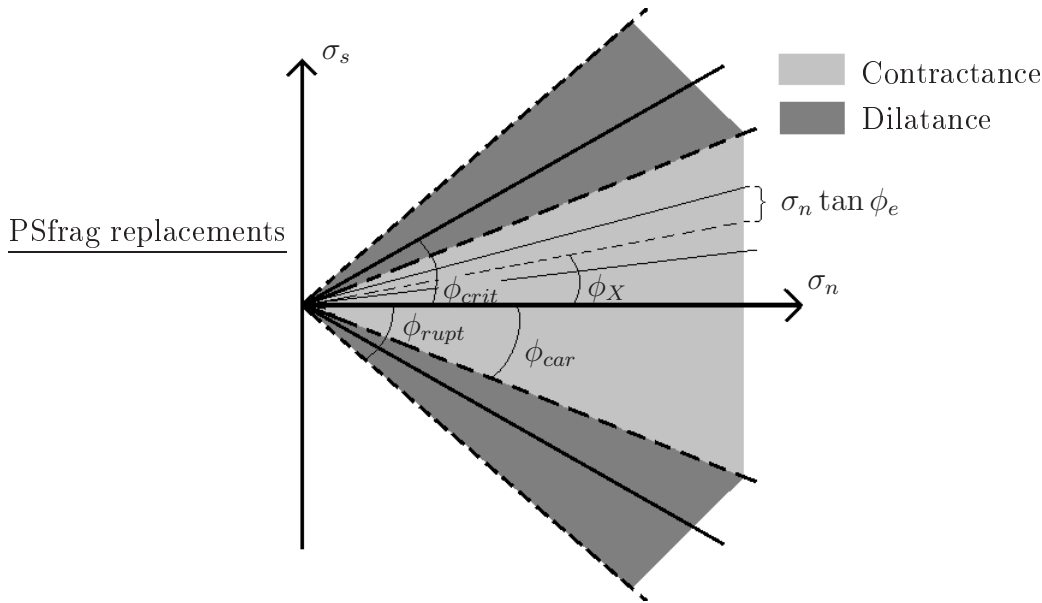
La valeur absolue appliquée à la contrainte locale  $q$  permet de remplacer la norme basée sur le second invariant appliquée au tenseur de l'équation 3.15. Cette valeur absolue symétrise ainsi le critère plastique de l'interface.

La figure 5.2 représente schématiquement le domaine élastique ainsi que les états repères du comportement de l'interface dans le repère des contraintes  $(\sigma_s, \sigma_n)$ .

#### 5.3.4.2 Écrouissage isotrope

La dimension du domaine élastique, définie par la surface de charge, est susceptible d'évoluer au cours du chargement. Le mécanisme plastique doit donc être écrouissable isotropiquement.

Dans les faits, cet écrouissage passe par l'évolution de l'angle de frottement  $\phi_e$ . Pour simplifier les équations et se rapprocher au plus près du modèle CJS destiné au



**FIGURE 5.2** – Représentation du modèle CJSi dans le repère des contraintes  $(\sigma_s, \sigma_n)$

sol, la force thermodynamique retenue dans ce mécanisme n'est pas l'angle  $\phi_e$  lui-même mais sa tangente. Son évolution est alors pilotée par la variable d'écroissance  $p$  :

$$\tan \phi_e = \frac{A \tan^2 \phi_m}{(\tan \phi_m + Ap)^2} \dot{p} \quad (5.6)$$

Où :

- $\phi_m$  est la valeur limite de l'angle de frottement associé au domaine élastique
- $A$  définit le taux d'écroissance isotrope

$A$  et  $\phi_m$  constituent tout deux des paramètres du modèle CJSi.

L'évolution de la variable d'écroissance est quant à elle pilotée par la relation de normalité :

$$\dot{p} = -\dot{\lambda}^{tp} \frac{\partial f}{\partial \tan \phi_e} \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_a} \right)^{-1.5} = \dot{\lambda}^{tp} \sigma_n \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_a} \right)^{-1.5} \quad (5.7)$$

Où  $\lambda^{tp}$  est le multiplicateur plastique.

L'écroissance isotrope ainsi défini est un écroissance unilatéral. En effet, si le rayon élastique du modèle peut croître, au cours d'une sollicitation, la taille du domaine élastique ne peut en aucun cas se réduire.

Il est également possible d'intégrer l'équation 5.6 et d'exprimer  $\tan \phi_e$  en fonction de  $p$  de la manière suivante :

$$\tan \phi_e = \frac{A \tan \phi_m}{\tan \phi_m + Ap} \quad \text{ou encore} \quad p = \frac{\tan \phi_e \tan \phi_m}{A(\tan \phi_m - \tan \phi_e)} \quad (5.8)$$

### 5.3.4.3 Écrouissage cinématique

La surface de charge est également écrouissable cinématiquement. En effet, lors de la décharge d'une interface, on constate, en plus de l'agrandissement du domaine élastique, un déplacement de celui-ci. Au sein du modèle CJSi, cet écrouissage est introduit au travers de l'évolution du centre de la surface de charge de la manière suivante :

$$\dot{\tan \phi_X} = a \dot{\alpha} \quad (5.9)$$

Où :

- $a$  est le paramètre du modèle CJSi pilotant le taux d'écrouissage cinématique,
- $\alpha$  est la variable d'écrouissage cinématique associée à ce mécanisme.

La loi d'évolution de la variable  $\alpha$  est alors similaire à celle du modèle CJS et s'exprime :

$$\dot{\alpha} = \dot{\lambda}^{tp} \sigma_n (Q - \phi \tan \phi_X) \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_a} \right)^{-1,5} \quad (5.10)$$

Où :

- $\lambda^{tp}$  est le multiplicateur plastique,
- $Q$  est la direction pointant de l'intérieur vers l'extérieur de la surface de charge,
- $\phi$  est une variable pouvant limiter et inverser l'écrouissage cinématique à l'approche et au franchissement de l'état de rupture.

Quantitativement, la variable  $Q$  est définie comme la dérivée du critère plastique par rapport à la contrainte locale  $q$  :

$$Q = \frac{\partial f^{tp}}{\partial q} = \frac{q}{|q|} \quad (5.11)$$

Ainsi défini,  $Q$  ne peut valoir que 1 ou -1 en fonction de la direction de sollicitation et de la convention de signe.

La variable  $\phi$  quant à elle est définie de telle sorte à annuler l'écrouissage cinématique lorsque le critère de rupture est atteint. Cette relation s'exprime de la manière suivante :

$$Q - \phi \tan \phi_X = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \tan \phi_X + \tan \phi_e = \tan \phi_{rupt} \quad (5.12)$$

Il est alors aisé d'exprimer la variable  $\phi$  en fonction des angles de frottement associés au domaine élastique et au mécanisme de rupture :

$$\phi = \frac{1}{\tan \phi_{rupt} - \tan \phi_e} \quad (5.13)$$

Où  $\phi_{rupt}$  désigne l'angle de frottement à la rupture du matériau et est défini par une surface de rupture à l'image de la surface de charge :

$$\sigma_s^{rupt} - \sigma_n \tan \phi_{rupt} = 0 \quad (5.14)$$

A noter que contrairement à la surface de charge du mécanisme plastique, la surface de rupture est exprimée dans le repère des contraintes globales.

#### 5.3.4.4 Loi de dilatance

Le mécanisme plastique tangentiel du modèle CJSi est non associé. Il existe donc une fonction potentielle plastique  $g^{tp}$  définie de telle sorte que :

$$\dot{U}^p = \dot{\lambda}^{tp} \frac{\partial g^{tp}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (5.15)$$

D'autre part, le taux de dilatance du modèle est susceptible d'évoluer au cours de la sollicitation en fonction, entre autres, de la position de l'état caractéristique. Le potentiel  $g^{tp}$  sera alors défini de telle sorte que la loi de dilatance suivante soit vérifiée :

$$\dot{U}_n^p = \beta \left( \frac{|\boldsymbol{\sigma}_s|}{\sigma_s^{car}} - 1 \right) |\dot{U}_s^p| \quad (5.16)$$

Où :

- $\beta$  est le paramètre du modèle CJSi qui pilote l'amplitude de la loi de dilatance,
- $\sigma_s^{car}$  représente la contrainte tangentielle qu'aurait le matériau à l'état caractéristique.

La contrainte caractéristique, quant à elle, est définie quantitativement par une surface caractéristique similaire à la surface de rupture mais définie à partir d'un angle de frottement caractéristique :

$$\sigma_s^{car} - \sigma_n \tan \phi_{car} = 0 \quad (5.17)$$

Ainsi, pour satisfaire aux relations 5.15 et 5.16, l'expression suivante est retenue pour le potentiel plastique :

$$g^{tp} = |q| - \sigma_n \tan \psi \quad \text{avec} \quad \tan \psi = \beta \left( \frac{|\boldsymbol{\sigma}_s|}{\sigma_s^{car}} - 1 \right) \quad (5.18)$$

A noter que la convention de signe implicitement utilisée fait correspondre  $\dot{U}_n > 0$  à un comportement contractant du matériau. Lors des simulations, cette convention sera inversée pour correspondre aux essais expérimentaux.

#### 5.3.4.5 Relation de consistance

La relation de consistance du modèle CJSi permet de déterminer la valeur du multiplicateur plastique  $\lambda^{tp}$  en imposant une évolution de la fonction  $f^{tp}$  nulle lors de l'atteinte du critère plastique :

$$\dot{f}^{tp}(\boldsymbol{\sigma}, \tan \phi_X, \tan \phi_e) = \frac{\partial f^{tp}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial f^{tp}}{\partial \tan \phi_X} \dot{\tan \phi_X} + \frac{\partial f^{tp}}{\partial \tan \phi_e} \dot{\tan \phi_e} = 0 \quad (5.19)$$

En effectuant les calculs requis, chacune des dérivées de la relation de consistance s'exprime par :

$$\frac{\partial f^{tp}}{\partial \tan \phi_e} = -\sigma_n \quad (5.20)$$



$$\frac{\partial f^{tp}}{\partial \tan \phi_X} = -\sigma_n Q \quad (5.21)$$

$$\frac{\partial f^{tp}}{\partial \sigma} = \begin{pmatrix} Q \tan \phi_X - \tan \phi_e \\ Q \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

En injectant les expressions de ces dérivées (équations 5.20, 5.21 et 5.22) et des incréments des variables d'écroissage (équations 5.7 et 5.10) dans la relation de consistance 5.19, on obtient alors :

$$\dot{\lambda}^{tp} = \frac{1}{H^{tp}} \cdot \frac{\partial f^{tp}}{\partial \sigma} : \sigma \quad (5.23)$$

Où  $H^{tp}$  est le module plastique du mécanisme qui s'exprime :

$$H^{tp} = \sigma_n \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_a} \right)^{-1,5} \left[ aQ(Q - \phi \tan \phi_X) + \frac{A \tan^2 \phi_m}{(Ap + \tan \phi_m)^2} \right] \quad (5.24)$$

## 5.4 Prise en compte de l'état interne

Afin d'être en mesure de simuler correctement le comportement mécanique d'une interface lors d'une sollicitation cyclique, il est nécessaire de rendre compte au sein du modèle de l'évolution de son état interne. Cette considération qui dans le cadre d'un élément de volume de sol est sans ambiguïté, se heurte ici à plusieurs difficultés. En outre, les lois d'évolution du comportement mécanique du matériau reste à identifier et à valider à partir des essais expérimentaux.

### 5.4.1 Évolution de l'état interne du matériau au niveau de l'interface

Contrairement à l'élément de volumes de sol, il est impossible de parler *stricto sensu* d'état interne isotrope dans le cadre des interfaces. En effet, la direction de la normale de l'interface oriente naturellement le système sol-structure. La première variable retenue pour la description de l'état interne au sein du modèle CJSi est alors reliée aux phénomènes orientés dans cette direction à savoir la contrainte normale  $\sigma_n$  et le déplacement relatif normal  $U_n$ . Cette variable est toutefois notée  $\psi$  en concordance avec le modèle de sols CJS. Pour une description totale de l'état interne de l'interface, à l'influence  $\psi$  devrait correspondre l'influence d'une autre variable qui rendrait compte des phénomènes orientés dans les directions autres que celle de la normale à l'interface. Cette influence n'apparaît, au sein du modèle, qu'au travers de la variable d'écroissage cinématique  $\tan \phi_X$  du mécanisme plastique tangentiel. Cette variable est reliée à la texture de l'interface.

La définition de la variable  $\psi$  pour les interfaces, à l'instar, de son homologue pour les sols est basée sur l'unicité de la position de l'état critique dans le repère  $(e, \ln \sigma_n)$ . Elle est alors également définie comme la distance en termes d'indice des vides entre l'état courant et la courbe d'état critique.

Si la définition de l'état interne normal à l'interface est équivalente à celle de l'état interne isotrope des sols, la prise en compte de son évolution est plus complexe. En effet, alors que pour les sols, l'évolution de l'indice des vides  $e$  peut être directement reliée à l'incrément de déformations volumiques  $\dot{\varepsilon}_v$ , cette même évolution, pour l'interface, requiert une évaluation de l'épaisseur de cette dernière (voir annexe A). Dans le cadre des interfaces rugueuses, la communauté scientifique préconise de fixer l'épaisseur de l'interface égale à 10 ou 15 fois le diamètre  $D_{50}$  du matériau granulaire. Dans le cadre du sable de Toyoura, une épaisseur  $e_p$  de 2,4 mm est retenue.

En ce qui concerne la position de l'état critique des interfaces dans le repère  $(e, \ln \sigma_n)$ , des éléments supplémentaires sont à prendre en compte par rapport à l'élément de volume de sols. En effet, si pour une interface rugueuse, la rupture mécanique de l'interface se produit au sein même du matériau granulaire, la diminution de la rugosité de la surface rigide tend à rapprocher cette rupture de l'interface géométrique du système. Dans le premier cas, on observe une courbe d'état critique dans le repère  $(e, \ln \sigma_n)$  similaire à celle obtenue pour des éléments de volume de sol. Cependant, pour une interface moins rugueuse, le système sol/structure tendra vers un frottement de deux corps rigides sans remaniement profond de l'état interne. Il est donc probable qu'une variation de la rugosité de l'interface conduise à un déplacement relatif de la courbe d'état critique.

La figure 5.3 illustre cette évolution en présentant la position des états critiques pour l'ensemble des essais monotones d'interface Toyoura LL et RD de Ferrero [Fer96]. Cette figure présente une forte disparité des résultats dans leur ensemble. Cette disparité est alors réduite si on considère séparément les deux catégories d'interfaces (LL d'une part et RD d'autre part) qui ont été utilisées dans cette étude. Ne disposant pas d'essais à diverses densités initiales pour un même type d'interface de Toyoura, il est impossible de conclure, à ce point de l'étude, sur le caractère intrinsèque de l'état critique pour des interfaces présentant une rugosité donnée.

La thèse de Trony [Tro97] présente des essais très similaires à ceux de Ferrero mais pratiqués sur un sable FF. La rugosité normalisée de ces interfaces est supérieure à 0,4. Il s'agit donc bien d'interfaces rugueuses pour lesquelles des essais ont été menés à 35 et 85 % de densité relative initiale. La figure 5.4 montre que les courbes d'état critique dans le repère  $(e, \ln \sigma_n)$  sont plus proches que dans le cas du sable de Toyoura. On déduit de ces essais que la densité initiale, au même titre que pour l'élément de volume de sol, n'influence pas les propriétés obtenues à l'état critique. L'extrapolation de ce résultat aux expérimentations pratiquées sur le sable de Toyoura permet de conclure sur la dépendance de la courbe d'état critique de l'interface vis-à-vis de la rugosité de la surface rigide.

La dispersion des points représentatifs de l'état critique dans le repère  $(e, \ln p')$  autour d'une courbe moyennée dont rend compte le modèle nous incite à choisir une loi linéaire, moins coûteuse en terme de paramètres. Le tableau 5.3 dresse la liste des paramètres utilisés pour modéliser la position des états critiques en fonction du type d'interface pour les essais sur le sable de Toyoura.

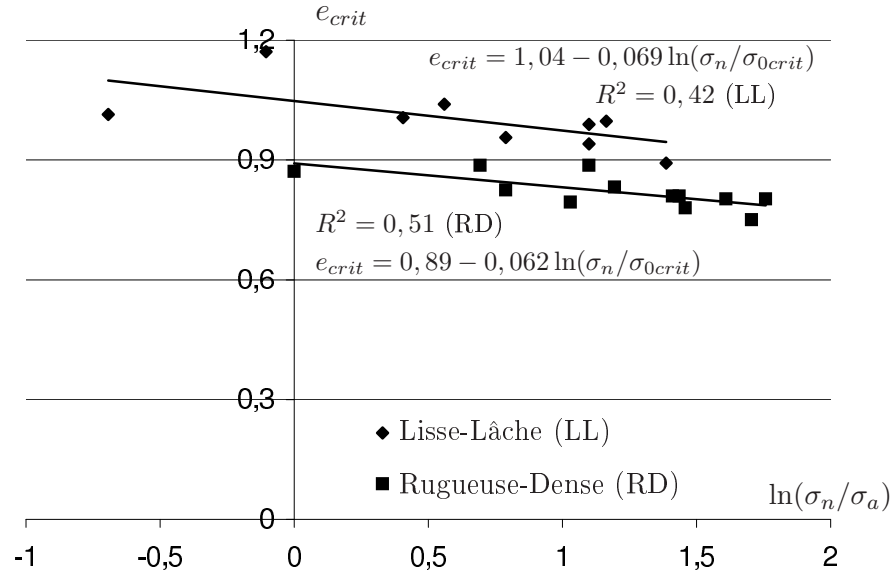


FIGURE 5.3 – Position de l'état critique avec le sable de Toyoura pour des interfaces LL et RD

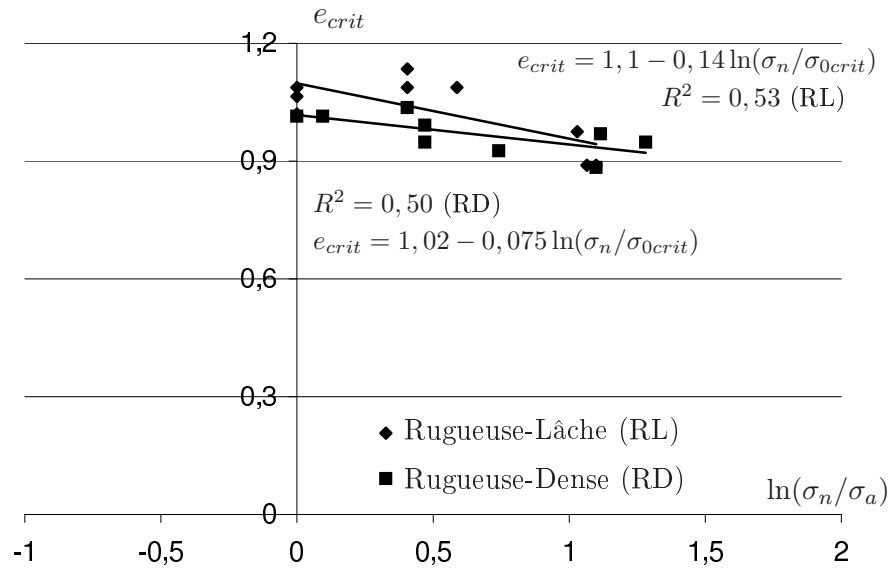


FIGURE 5.4 – Position de l'état critique avec le sable FF pour des interfaces RL et RD

|                  | Rugueuse | Lisse   |
|------------------|----------|---------|
| $e_{0crit}$      | 0,89     | 1,04    |
| $\sigma_{0crit}$ | 100 kPa  | 100 kPa |
| $c_{crit}$       | 0,062    | 0,069   |

**TABLE 5.3** – Tableau récapitulatif des paramètres définissant la position de l'état critique dans le repère  $(e, \ln p')$  en fonction du type d'interface

### 5.4.2 Mécanisme élastique

Le comportement élastique du modèle CJSi est piloté par les paramètres de raideurs normale et tangentielle  $k_n$  et  $k_s$ .

En ce qui concerne l'étude de la raideur normale, on constate que lors d'une compression purement normale de l'interface, le matériau granulaire est soumis à une sollicitation œdométrique classique. La raideur normale du matériau s'exprime alors comme le rapport entre le module œdométrique  $M_{\text{œ}}$  du sol et l'épaisseur de l'interface  $e_p$ .

En effet, lors d'une telle sollicitation, la déformation volumique du matériau est restreinte à la seule composante non nulle du tenseur des déformations notée  $\varepsilon_{11}$ . Par définition, cette dernière est égale au rapport entre la variation de la longueur de l'échantillon dans la direction normale à la surface rigide et cette même longueur. Dans le cadre des interfaces, ces variables sont respectivement l'incrément de déplacement relatif normal et l'épaisseur de l'interface :

$$\dot{\varepsilon}_{11} = -\frac{\dot{\Delta L}}{L} = -\frac{\dot{U}_n}{e_p} = -\frac{\dot{\sigma}_{11}}{M_{\text{œ}}} \quad (5.25)$$

La définition de la raideur normale permet alors de conclure que :

$$k_n = \frac{M_{\text{œ}}}{e_p} \quad (5.26)$$

En utilisant la loi de Hooke, on peut exprimer le module œdométrique en fonction des modules de compressibilité et de cisaillement du sol de la manière suivante :

$$M_{\text{œ}} = K - \frac{2}{3}G \quad (5.27)$$

Afin d'assurer ces relations il est alors nécessaire d'employer une loi d'évolution de  $k_n$  similaire à celle des modules de compressibilité et de cisaillement. La forme suivante est donc retenue :

$$k_n = k_{n0}(1 + 10 D_r) \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_0} \right)^n \quad (5.28)$$

Où :

- $\sigma_0$  est une contrainte de référence généralement prise égale à 100 kPa,
- $k_{n0}$  est un paramètre correspondant à la raideur normale du modèle pour une densité nulle et une contrainte normale égale à  $\sigma_0$ ,

- $n$  est un paramètre du modèle quantifiant l'effet de la contrainte normale sur le comportement élastique du matériau.

La raideur tangentielle est quant à elle évaluée sur les phases de décharge des essais cycliques. Sa loi d'évolution est considérée comme similaire à celle de la raideur normale, soit quantitativement :

$$k_s = k_{s0}(1 + 10 D_r) \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_0} \right)^n \quad (5.29)$$

Où  $k_{s0}$  est un paramètre du modèle. Pour les interfaces composées d'un sable de Toyoura, la valeur 500 MPa/m a été retenue pour les raideurs normale et tangentielle  $k_{n0}$  et  $k_{s0}$ . Ce résultat est en accord avec le calage du modèle de Mortara [Mor01] qui utilise un paramètre  $C_K$ , défini comme le rapport des raideurs normale et tangentielle, égal à 1.

### 5.4.3 États repères

Tout comme pour les sols, les états critique, caractéristique et de rupture constituent des états repères pour le comportement des interfaces. Les deux derniers sont référencés par rapport au premier par le biais de l'état interne normal, et leur loi d'évolution reste à exprimer.

#### 5.4.3.1 État critique

La question de l'unicité de la courbe d'état critique dans le repère  $(e, \ln p')$  a déjà été traitée dans la partie 5.4.1.

La figure 5.5 représente l'état critique de l'interface dans le repère  $(\sigma_s, \sigma_n)$  en distinguant les deux types d'interfaces pour le sable de Toyoura. Les résultats obtenus sont donc en accord avec la figure 2.11 qui stipule que pour des interfaces présentant une rugosité normale  $R_m > 0,1$ , l'angle de frottement critique ne dépend plus de la rugosité de l'interface.

Dans le cadre des interfaces Toyoura, la valeur du coefficient de frottement critique  $\tan \phi_{crit}$  est alors égale à 0,65.

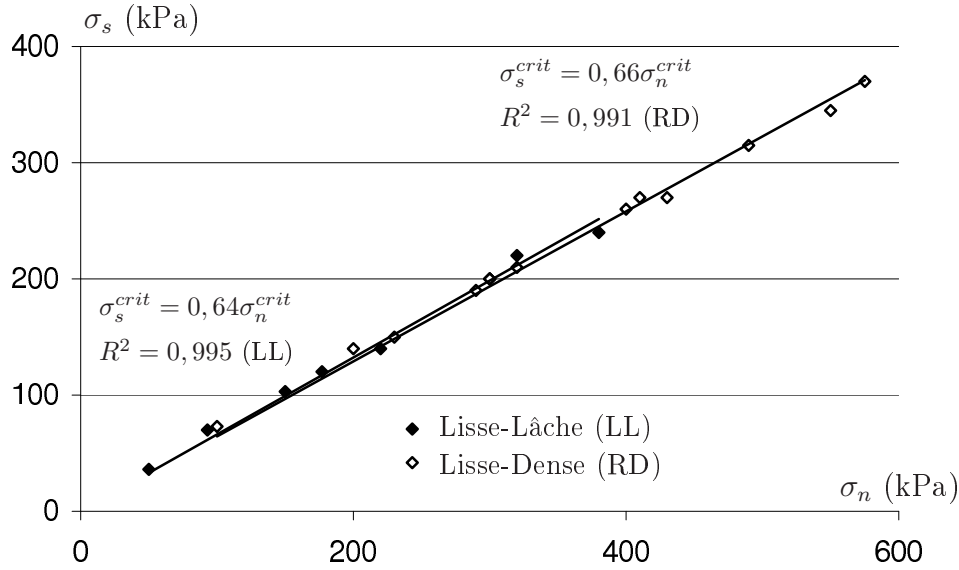
#### 5.4.3.2 État de rupture

L'état de rupture, contrairement à l'état critique, dépend de l'état interne du matériau. La loi d'évolution retenue pour rendre compte de cette dépendance est :

$$\tan \phi_{rupt} = \begin{cases} \tan \phi_{crit}(1 - \alpha_{rupt} \psi) & \text{si } \psi < 0 \\ \tan \phi_{crit} & \text{si } \psi \geq 0 \end{cases} \quad (5.30)$$

Où  $\alpha_{rupt}$  est un paramètre du modèle permettant de définir l'influence de l'état interne normal de l'interface du matériau sur l'angle de frottement à la rupture.  $\alpha_{rupt}$  doit alors être positif pour convenir aux exigences expérimentales.

La figure 5.6 permet de constater l'évolution de l'angle de frottement à la rupture rapporté à l'état critique en fonction de l'état interne du matériau pour les deux rugosités d'interface. Comme pour les sols, on constate, pour chacune des rugosités, que la meilleure régression linéaire des deux séries ne passe pas par le point



**FIGURE 5.5** – Mise en évidence de l'unicité de l'angle de frottement critique pour les interfaces

(0,1) contrairement à ce qu'impose la loi d'évolution 5.30. En effet, il semblerait que pour les interfaces, comme pour les sols, l'anisotropie prenne également part à l'évolution de la valeur de l'angle de frottement maximal. Cependant, pour ne pas trop complexifier le modèle, seule la prise en compte de l'état interne normal est ici retenue.

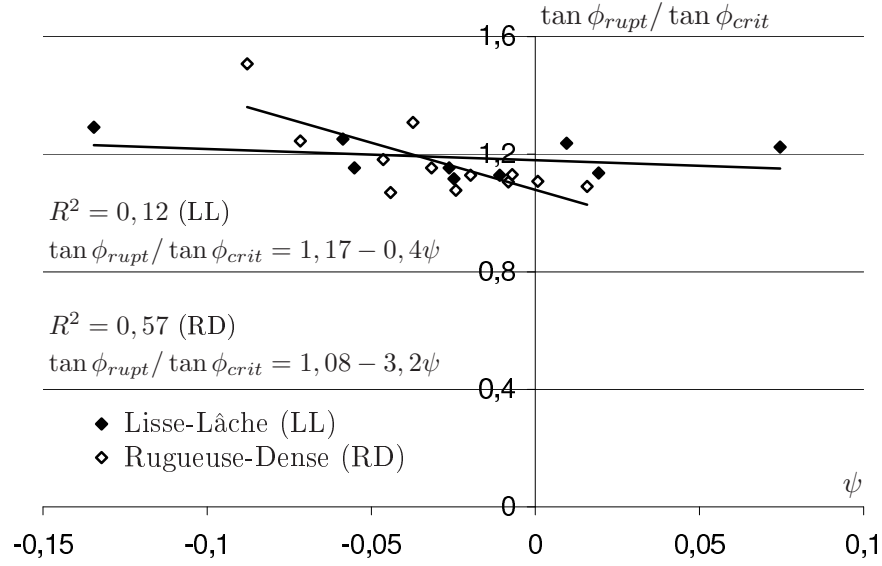
L'influence de l'état interne sur le comportement de l'interface est plus important pour les interfaces présentant une rugosité élevée. En effet, lorsque la rugosité de la surface rigide diminue, la rupture du système tend à se rapprocher de l'interface géométrique du contact sol/structure. Ainsi, l'impact du sol sur le comportement mécanique de l'interface semble réduit et l'angle de frottement mobilisé à la rupture de l'interface paraît quasiment indépendant de l'état interne normal de l'interface.

À partir des résultats expérimentaux, les valeurs de 3,0 et 2,0 sont retenues pour le paramètre  $\alpha_{rupt}$ . Ces valeurs correspondent respectivement aux interfaces rugueuses et lisses.

#### 5.4.3.3 État caractéristique

La prise en compte de l'état interne normal au travers de l'état caractéristique est similaire à celle de l'état de rupture. Cependant, comme pour les sols, afin d'assurer une convergence vers la courbe d'état critique dans le repère  $(e, \ln p')$  pour les interfaces contractantes, la loi d'évolution de l'angle de frottement caractéristique ne doit pas s'arrêter à l'angle de frottement critique pour les sols caractérisés par une variable interne  $\psi > 0$ . Quantitativement, l'évolution de la variable  $\tan \phi_{car}$  peut donc s'écrire sous la forme suivante :

$$\tan \phi_{car} = \tan \phi_{crit}(1 + \alpha_{car} \psi) \quad (5.31)$$



**FIGURE 5.6** – Évolution du rapport entre les angles de frottement critique et à la rupture pour les interfaces Toyoura en fonction de l'état interne du matériau

Où  $\alpha_{car}$  est le paramètre positif du modèle CJSi pilotant l'influence de l'état interne normal sur l'état caractéristique.

Une procédure de calage similaire à celle du paramètre  $\alpha_{rupt}$  peut être envisagée pour l'état caractéristique. Cependant, dans le cadre des essais expérimentaux de Ferrero [Fer96], le début très prématuré de la phase de dilatance au cours du chargement induit une forte imprécision dans le calage de ce paramètre. Dans le cadre de ces essais, une telle procédure conduit à un paramètre  $\alpha_{car}$  de 2,0 pour les interfaces rugueuses et 1,0 pour les essais pratiqués sur des interfaces plus lisses.

Ces valeurs, bien qu'approximatives suffisent à une modélisation correcte du comportement de l'interface sous sollicitation monotone. Cependant, on constate que la réponse volumique du modèle est assez souple vis-à-vis de ce paramètre et que, bien qu'une valeur unique ait été déduite de la procédure de calage, une plage de valeurs relativement large donne des résultats tout aussi satisfaisants.

À partir de ces constatations, la dépendance de l'état caractéristique vis-à-vis de l'état interne normal peut être remise en question. Cependant, le passage au cyclique permet alors d'affiner le calage du paramètre  $\tan \phi_{car}$ . En effet, lors d'une sollicitation cyclique, ce paramètre influence la forme des cycles de réponse volumique dans le repère  $(U_n, U_s)$  d'une part et la limite de densification du modèle d'autre part. Les figures 5.7 et 5.8 illustrent ces deux effets entre le paramétrage obtenu à partir des essais monotones et le calage plus précis réalisé à partir des essais cycliques.

Le calage à partir des essais cycliques donne, pour les interfaces les moins rugueuses, une valeur de 0,3 pour le paramètre  $\alpha_{car}$ . Cette valeur, donnant des résultats très concluants sur des essais monotones, est retenue. En ce qui concerne les interfaces plus rugueuses, l'absence d'essais cycliques ne permet pas d'affiner le calage du paramètre  $\alpha_{car}$ . La valeur de ce dernier est alors maintenue à 2,0.

On remarque alors que les interfaces les plus lisses présentent pour l'état ca-

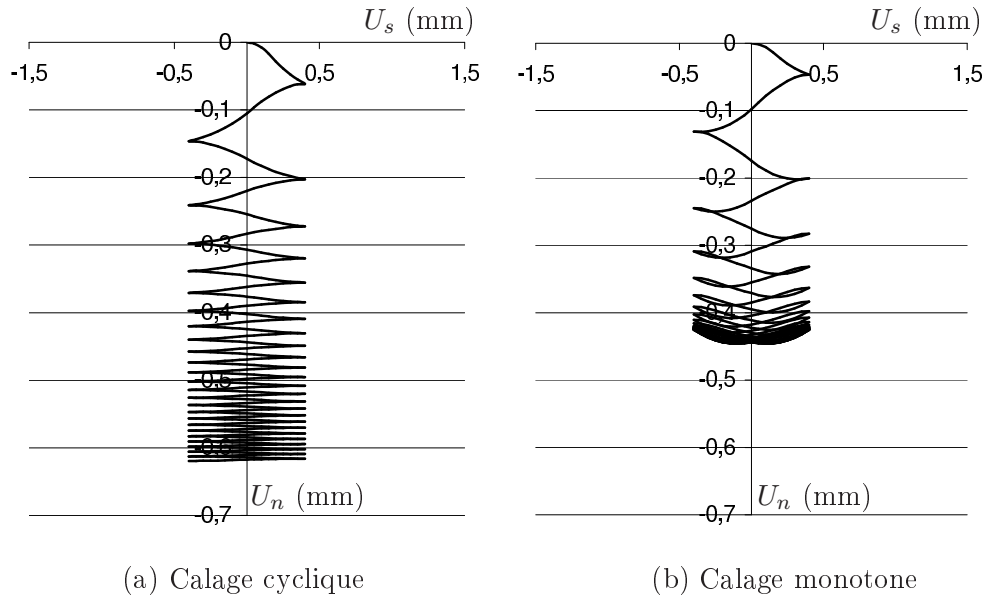


FIGURE 5.7 – Impact du paramètre  $\alpha_{rupt}$  sur la structure des cycles en déplacement relatif normal

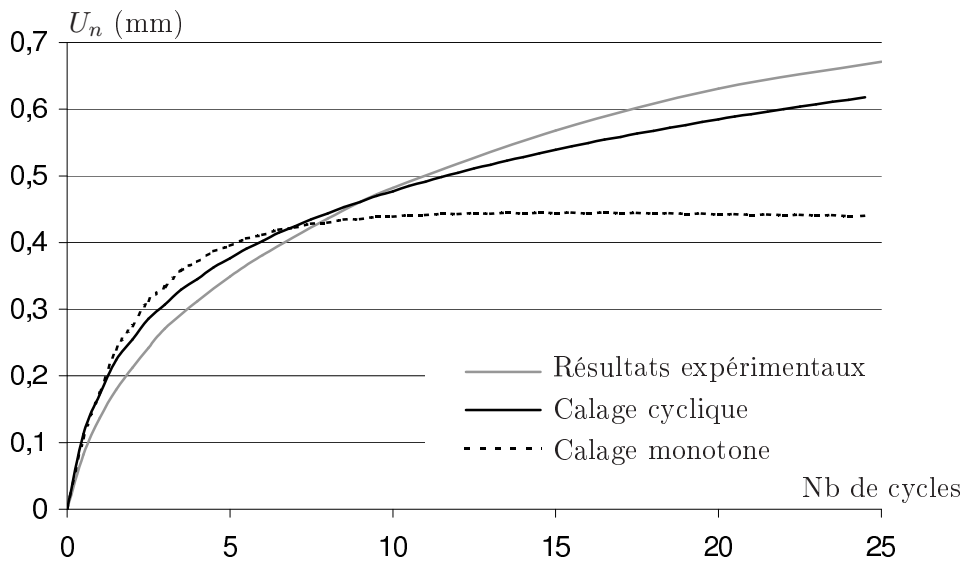


FIGURE 5.8 – Impact du paramètre  $\alpha_{rupt}$  sur la limitation du comportement volumique



ractéristique, tout comme pour l'état à la rupture, une dépendance par rapport à l'état interne normal moins marquée que pour les interfaces les plus rugueuses. Cela semble encore une fois témoigner de la dépendance du comportement de l'interface vis-à-vis de la rugosité de la surface rigide.

### 5.4.3.4 Simulations d'essais d'interface CNL monotones

La simulation d'essais monotones suffit à constater la pertinence du calage des états repères. Les figures 5.9 (a) et (b) et 5.10 (a) et (b) présentent donc la comparaison entre les simulations et les résultats expérimentaux pour les essais CNL de Ferrero pratiqués sur des interfaces LL et RD.

On constate que l'état critique est bien reproduit en termes de contraintes à grandes déformations. En ce qui concerne le comportement normal, la dispersion des résultats expérimentaux (voir figure 5.3) rend impossible la modélisation fine de cette état. Le modèle reproduit alors un comportement moyen qui approxime convenablement ce comportement normal (l'ensemble des simulations est donné en annexe G).

Le pic de résistance maximale est bien évalué par le modèle sur l'ensemble des essais. La principale lacune de ce mécanisme réside en l'apparition précoce du pic de résistance par rapport aux essais expérimentaux. Ce phénomène est plus imputable à la loi d'érouissage cinématique qu'à l'évaluation de l'angle de frottement à la rupture et sera traité dans la partie 5.4.4.2.

Enfin, l'état caractéristique semble être reproduit correctement pour la majorité des essais CNL. Seul l'essai à contrainte normale de 300 kPa pour l'interface lisse (voir figure 5.9 (b)) semble générer une phase de dilatance tardive par rapport aux résultats expérimentaux. Cette erreur est également due à un manque de raideur initiale par rapport à l'essai qui retarde l'atteinte de la contrainte caractéristique.

## 5.4.4 Écrouissage cinématique

### 5.4.4.1 Loi d'évolution du paramètre $a$

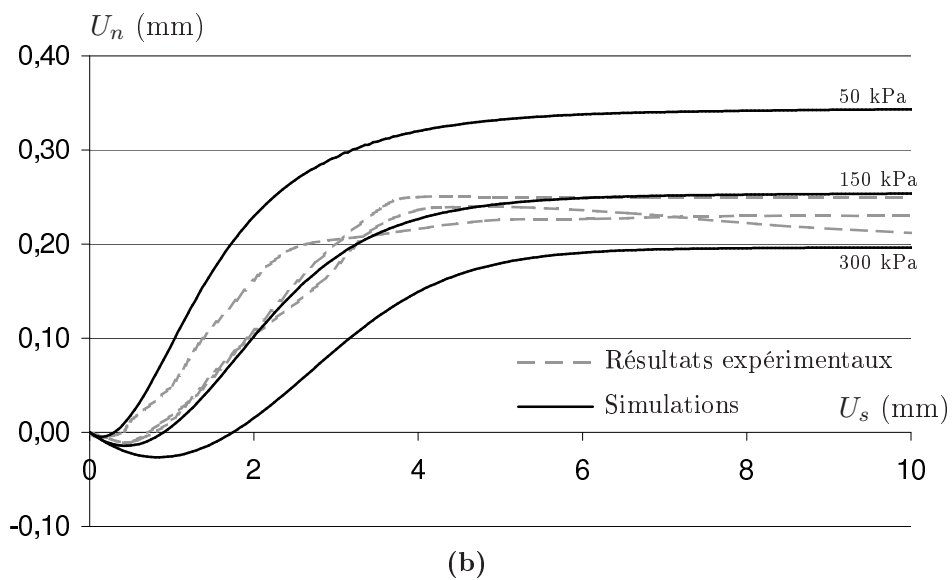
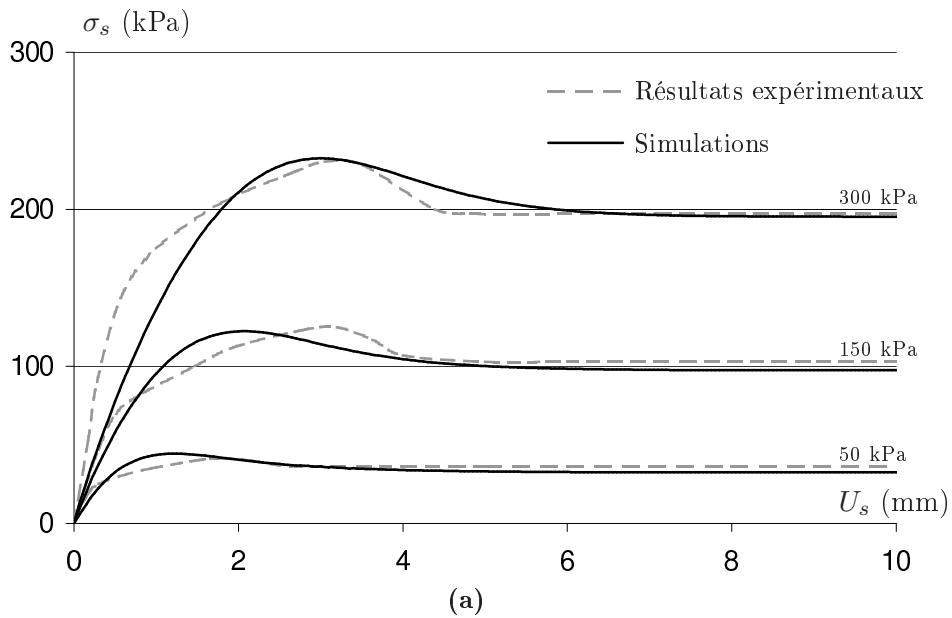
L'érouissage cinématique, en concomitance avec l'érouissage isotrope, pilote en grande partie la raideur du matériau lors de l'atteinte du critère de plasticité. Cependant, l'état interne normal du matériau n'étant pas pris en compte au travers des paramètres  $A$  et  $\tan \phi_m$ , seul l'érouissage cinématique permet de moduler la raideur du matériau en fonction de l'état interne.

Quantitativement, plus une interface présentera un comportement dilatant, plus sa raideur devra être importante. Afin de générer cet effet avec un minimum de paramètres et sans présenter de point singulier, la loi d'évolution exponentielle suivante est retenue :

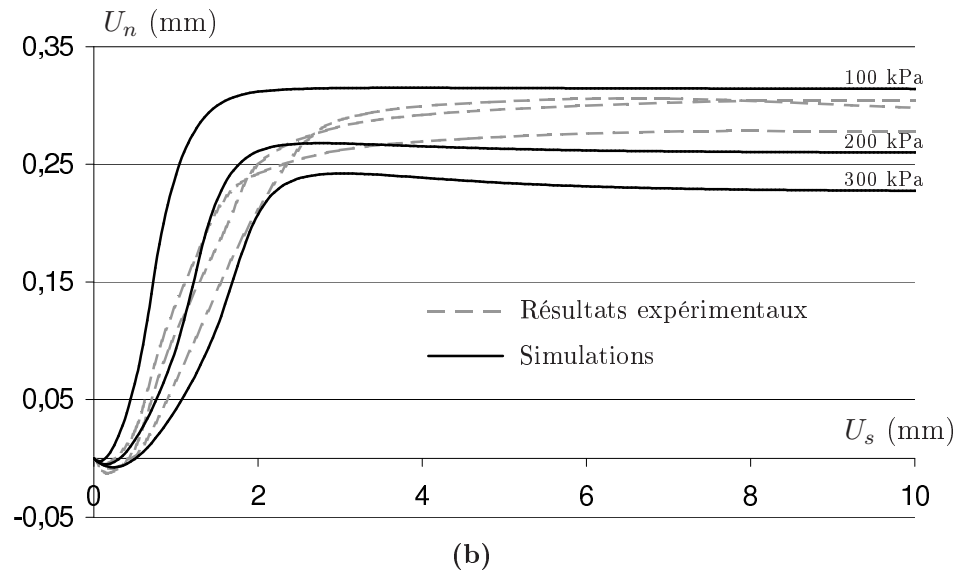
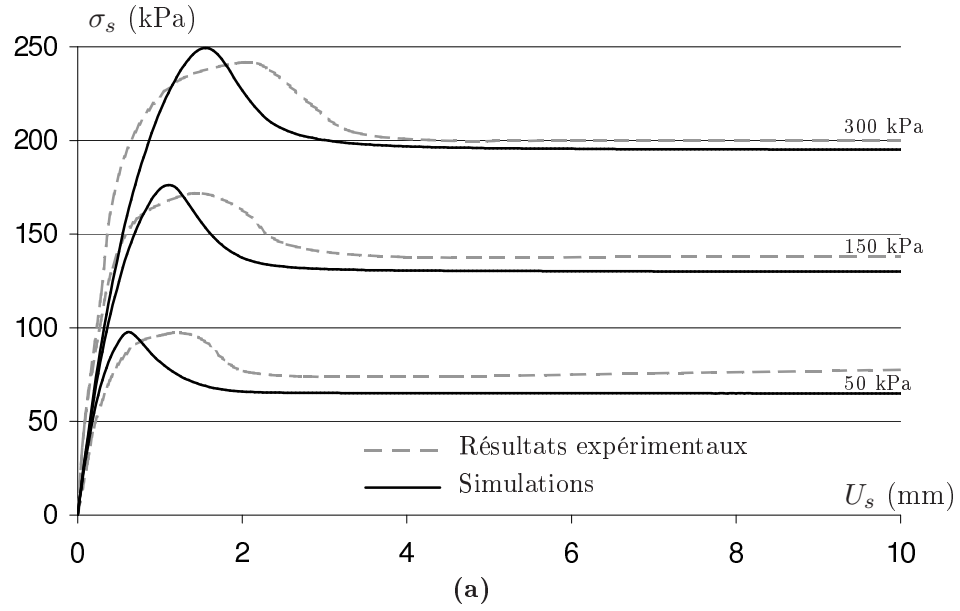
$$a = a_0 \exp(-\alpha_a \psi) \quad (5.32)$$

Où :

- $a_0$  est le paramètre du modèle CJSi qui permet de moduler l'amplitude générale de l'érouissage cinématique,
- $\alpha_a$  est le paramètre traduisant l'effet de l'état interne normal sur l'érouissage cinématique du modèle.  $\alpha_a$  est positif.



**FIGURE 5.9** – Comparaison des simulations et essais expérimentaux pour l'interface LL avec un sable de Toyoura. Essais CNL pour  $\sigma_{n0} = 50$ , 150 et 300 kPa.



**FIGURE 5.10** – Comparaison des simulations et essais expérimentaux pour l'interface RD avec un sable de Toyoura. Essais CNL pour  $\sigma_{n0} = 100, 200$  et  $300$  kPa.

#### 5.4.4.2 Effet de la prise en compte de l'état interne normal au sein de l'écrouissage cinématique

Pour un type d'interface donné parmi la batterie d'essais étudiée, l'état interne normal initial ne varie que très peu. La loi d'évolution de l'écrouissage cinématique n'a ainsi qu'un effet modéré sur la raideur initiale du matériau. Cependant, au cours du chargement, la convergence vers 0 de la variable d'état  $\psi$  permet de constater la nécessité de cette prise en compte. Pour illustrer ce propos, les figures 5.11 (a) et (b) comparent ces deux versions du modèle sur les essais où cette convergence est la plus rapide et a le plus d'impact (essais CNS de raideur 2000 kPa/mm). Dans ce cas là, la non prise en compte de l'évolution du taux d'écrouissage cinématique au cours de la charge ne permet pas la génération d'un pic de contraintes marqué d'un radoucissement.

#### 5.4.5 Loi de dilatance

##### 5.4.5.1 Loi d'évolution du paramètre $\beta$

Pour le modèle CJSi, le paramètre  $\beta$  pilote l'intensité des déplacements relatifs plastiques normaux. Comme pour les sols, il est nécessaire de réduire la valeur du paramètre  $\beta$  lors de la densification progressive du matériau. Pour ce faire, la loi d'évolution exponentielle suivante est retenue :

$$\beta = \beta_0 \exp(\alpha_\beta \psi) \quad (5.33)$$

Où :

- $\beta_0$  est le paramètre du modèle CJSi qui régit l'intensité de la dilatance dans l'interface,
- $\alpha_\beta$  est le paramètre traduisant l'effet de la variable interne normale.  $\alpha_\beta$  est positif.

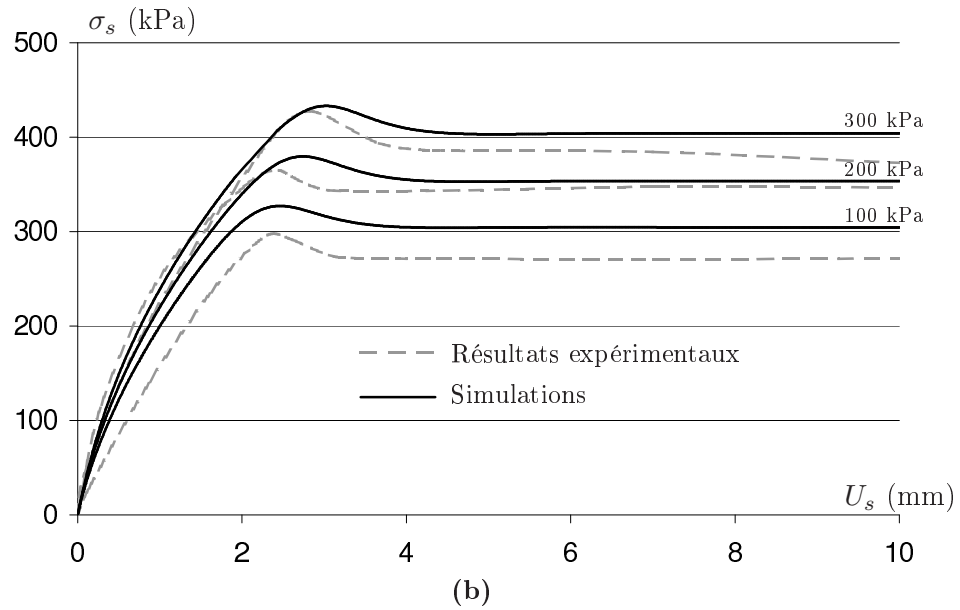
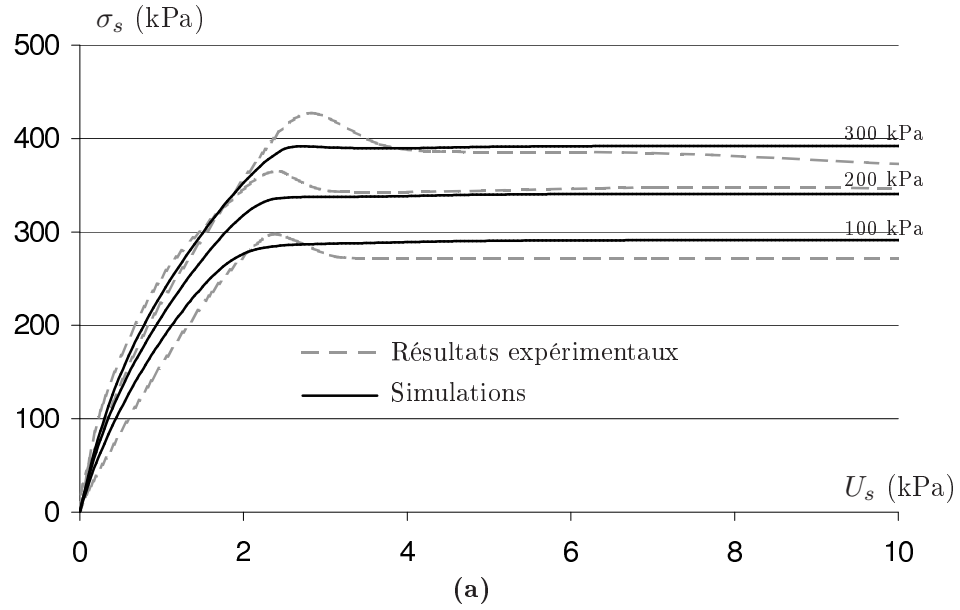
##### 5.4.5.2 Effet de la prise en compte de l'état interne du matériau au sein de la loi de dilatance

La prise en compte de l'état interne normal au sein de la loi de dilatance du modèle CJSi a un effet direct sur le comportement normal de l'interface. Un effet indirect est également constaté sur le comportement en contrainte du matériau.

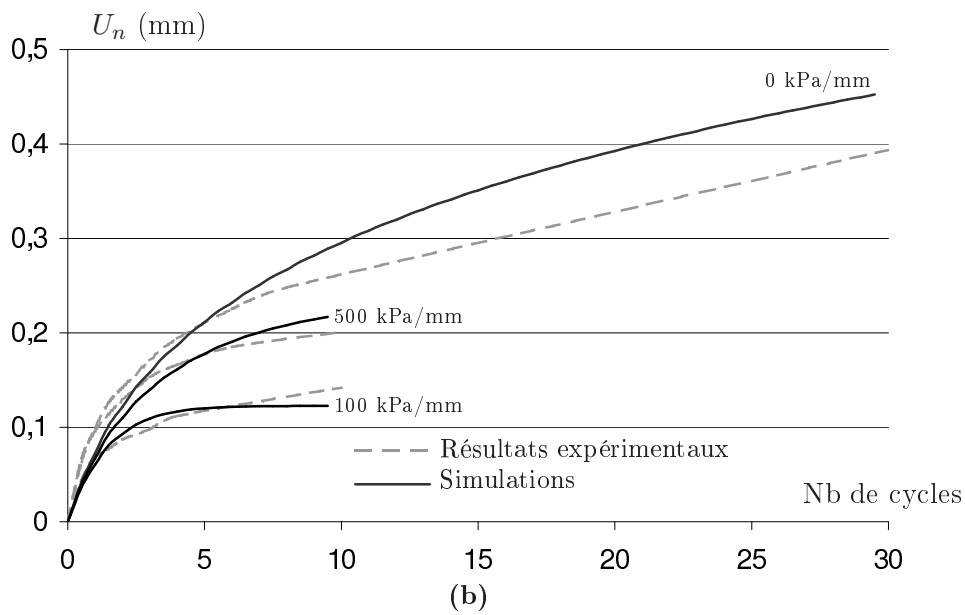
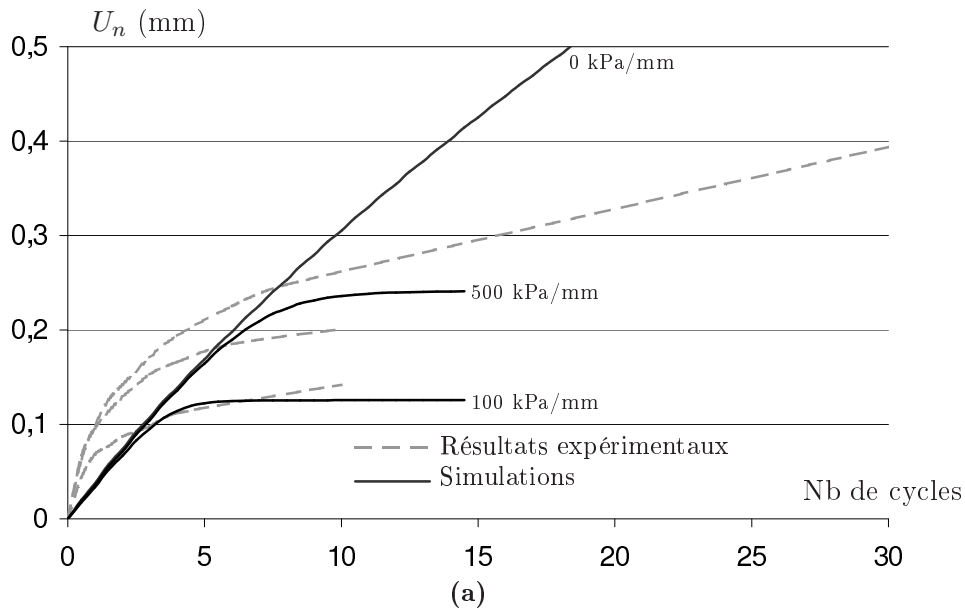
La loi d'évolution a alors un effet à la fois sur les essais monotones et cycliques. Pour un chargement unidirectionnel, la prise en compte de la variable  $\psi$  dans la détermination du paramètre  $\beta$  permet de séparer les courbes de dilatance dans le repère  $(U_n, U_s)$  pour chacun des essais. L'effet est alors modéré mais permet d'affiner le chemin en déplacement relatif afin qu'il reproduise les essais expérimentaux avec plus de précision.

En ce qui concerne les essais cycliques, la figure 5.12 rend compte de la capacité de la loi d'évolution du paramètre  $\beta$  à piloter le durcissement de l'interface au cours des cycles de sollicitations.

Comme pour le modèle de volume de sol, il est à noter que l'ensemble des essais d'interface cycliques (pratiqués sur des interfaces LL et LD) ont été simulés avec un jeu de paramètre unique.



**FIGURE 5.11** – Mise en évidence de l'effet de la prise en compte de l'état interne du matériau au sein de la loi d'écroutissage cinématique. Essais d'interface Toyoura RD CNS avec  $K = 2000$  kPa/mm et  $\sigma_{n0} = 100, 200$  et  $300$  kPa. (a) - sans prise en compte de l'état interne normal, (b) - avec prise en compte de l'état interne normal



**FIGURE 5.12** – Mise en évidence de l'effet de la prise en compte de l'état interne du matériau au sein de la loi de dilatance. Calage sans prise en compte de l'état interne (a) et avec prise en compte de l'état interne (b). Essais d'interface Toyoura lisse-dense CNS avec  $K = 0, 500$  et  $1000$  kPa/mm pour  $\sigma_{n0} = 150$  kPa.

## 5.5 Bilan paramétrique et analyse critique des résultats

### 5.5.1 Bilan paramétrique

Le modèle CJSi ainsi constitué comporte 14 paramètres :

- 3 paramètres élastiques :  $k_{n0}$ ,  $k_{s0}$  et  $n$
- 3 paramètres définissant l'état critique :  $\phi_{crit}$ ,  $e_{0crit}$  et  $c_{crit}$
- 2 paramètres définissant certains états repères :  $\alpha_{car}$  et  $\alpha_{rupt}$
- 2 paramètres de dilatance  $\beta_0$  et  $\alpha_\beta$
- 2 paramètres d'écrouissage isotrope :  $A$  et  $\phi_m$
- 2 paramètres d'écrouissage cinématique :  $a_0$  et  $\alpha_a$

À ces paramètres de modèle viennent également se rajouter :

- 3 paramètres physiques que sont  $e_{min}$ ,  $e_{min}$  et  $e_p$
- 2 variables à initialiser :  $e^{ini}$  et  $\phi_e^{ini}$
- 3 contraintes de référence :  $\sigma_0$ ,  $\sigma_a$  et  $\sigma_{0crit}$

Le tableau 5.4 récapitule l'ensemble des paramètres utilisés dans les simulations d'essais d'interface monotones et cycliques pour des contraintes de référence prises égales à 100 kPa.

|                | Lisse-<br>Lâche | Rugueuse-<br>Dense |
|----------------|-----------------|--------------------|
| $k_{n0}$       | 50 MPa          | 50 MPa             |
| $k_{s0}$       | 50 MPa          | 50 MPa             |
| $n$            | 0,45            | 0,45               |
| $e_{0crit}$    | 1,04            | 0,89               |
| $c_{crit}$     | 0,069           | 0,062              |
| $\beta_0$      | 0,2             | 0,5                |
| $\alpha_\beta$ | 2,0             | 2,0                |

|                    | Lisse-<br>Lâche        | Rugueuse-<br>Dense    |
|--------------------|------------------------|-----------------------|
| $\tan \phi_{crit}$ | 0,65                   | 0,65                  |
| $\alpha_{rupt}$    | 2,0                    | 3,0                   |
| $\alpha_{car}$     | 0,3                    | 2,0                   |
| $\tan \phi_m$      | 0,3                    | 0,3                   |
| $A$                | 0,01 Pa <sup>-1</sup>  | 0,01 Pa <sup>-1</sup> |
| $a_0$              | 0,012 Pa <sup>-1</sup> | 0,02 Pa <sup>-1</sup> |
| $\alpha_a$         | 0,3                    | 10,0                  |

**TABLE 5.4** – Paramètres de modélisation des interfaces Toyoura Lisse et rugueuse. Pressions de référence :  $\sigma_0 = \sigma_a = \sigma_{0crit} = 100$  kPa.

### 5.5.2 Calage des paramètres

La procédure complète de calage des paramètres est détaillée en annexe F. Cette procédure s'appuie sur trois essais expérimentaux : un essai œdométrique pratiqué sur le matériau granulaire et deux essais d'interface monotones présentant des états internes normaux initiaux distincts.

Cependant, comme cela a pu être constaté au cours de ce chapitre, la disparité des résultats expérimentaux sur certains mécanismes du modèle (tels que la position

de l'état critique dans le repère  $(e, \ln \sigma_n)$ ) rend souvent nécessaire l'élargissement de la batterie d'essais pour affiner le calage. De plus, l'imprécision de la lecture de certaines parties des courbes expérimentales se répercute sur le calage des paramètres correspondants. Il résulte alors du calage de ces derniers non pas une valeur précise mais une plage de valeurs numériques convenables pour la simulation des essais monotones. Le passage à un chemin de sollicitation plus complexe (comme les essais cycliques) permet d'affiner l'identification de ces paramètres. Il est alors judicieux d'intégrer ces essais dans la procédure de calage.

### 5.5.3 Analyse des résultats

L'ensemble des simulations d'essais d'interface sont présentés en annexe G. De manière générale, le modèle CJSi, une fois calé, semble adéquat pour modéliser le comportement des interfaces de type sol/structure.

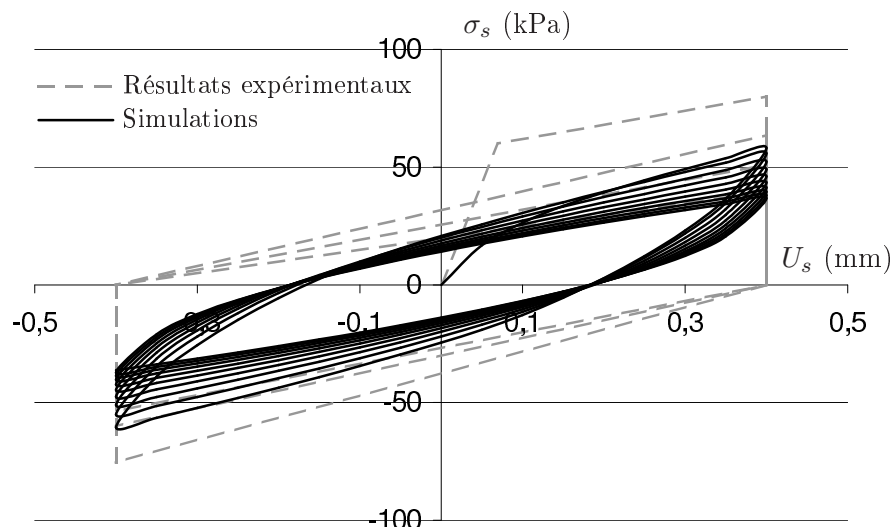
En ce qui concerne les essais monotones, la prise en compte de l'état interne du matériau au sein des différents mécanismes du modèle permet de reproduire les états repères du comportement des interfaces de manière pertinente. Le jeu de paramètres utilisé reste unique pour un même matériau granulaire et une même rugosité.

De manière générale, même si le lien qualitatif entre le jeu de paramètres et la rugosité des surfaces rigides n'est pas clairement établi dans ce travail, il apparaît que les paramètres variationnels, permettant la prise en compte de l'état interne normal de l'interface, soient d'autant plus importants que la rugosité est élevée. Physiquement cela s'explique par un rapprochement de l'interface mécanique vers l'interface géométrique lors de la diminution de la rugosité. Ce déplacement tend alors à orienter le comportement général de l'interface vers celui d'un système constitué de deux corps rigides qui est indépendant de l'état interne du matériau granulaire. Au contraire, l'augmentation de la rugosité, en rigidifiant le contact direct sol/structure, force le matériau granulaire à être le lieu de la rupture du système. Son comportement est alors fortement lié à son état interne.

On remarquera que de manière générale, le modèle semble mieux reproduire le comportement des interfaces très rugueuses que celui des interfaces dont la rugosité normalisée se rapproche de 0,1. Cette lacune que présente le CJSi pour les interfaces 'quasi-lisses' n'est cependant pas exclusivement imputable au modèle. En effet, les courbes de charge expérimentales des interfaces présentant une rugosité normalisée de 0,12 sont caractérisées par une rupture de pente semblant témoigner d'un comportement à cheval entre les interfaces lisses et rugueuses. Les résultats sont alors plus dispersés et le modèle, qui présente un comportement moyen de l'ensemble des essais, accuse des écarts avec les essais expérimentaux. Cela permet de constater les limites du modèle pour ce type d'interfaces.

Une autre lacune du modèle réside dans la loi d'écrouissage cinématique qui pilote la raideur du matériau et l'évolution de cette raideur au cours de la charge. En effet, alors que les essais semblent présenter une forte raideur initiale qui s'amenuise fortement à l'approche du pic de contrainte, le modèle reflète un comportement moyen sur l'ensemble du chargement. Cela a pour principal effet de rendre l'apparition du pic de contraintes plus précoce et d'induire un écart important entre le modèle et le chemin de contraintes réel au cours des quelques premiers millimètres





**FIGURE 5.13** – Sous estimation de la contrainte tangentielle lors d’un essai cyclique CNS de raideur 500 kPa/mm. Sable de Toyoura, interface LD.

de déplacement relatif tangentiel. La description du déplacement relatif normal de l’interface est également perturbée par ce phénomène car le manque de raideur initial tend à retarder le franchissement de l’état caractéristique et à sur évaluer le déplacement relatif plastique normal dans le sens de la densification du matériau.

Lors d’essais cycliques à petites déformations, le chemin de contraintes est astreint à rester dans le domaine où le modèle présente les écarts les plus importants par rapport aux constatations expérimentales. La contrainte tangentielle est d’ailleurs systématiquement sous estimée par le modèle lors de la première charge (l’écart est alors compris entre 5% et 20% suivant les essais). La figure 5.13 illustre ce propos. Lors d’essais à raideur constante non nulle, l’évolution de cette contrainte maximale semble cependant mieux correspondre aux constatations expérimentales que lors du premier chargement.

En parallèle du chemin de contraintes, le comportement en déplacement relatif normal semble être bien reproduit par le modèle et paraît s’adapter convenablement aux variations de l’état interne normal que ce soit au cours de l’essai et de la densification du matériau granulaire ou au passage d’un essai à l’autre. On observe également que le même jeu de paramètres permet de modéliser le comportement de l’interface (dont la rugosité normalisée est fixée à 0,12) quelle que soit la densité du matériau granulaire. Cela permet de conforter l’hypothèse suivant laquelle le jeu de paramètres, une fois le modèle calé correctement, est propre à l’interface.

Enfin, on remarque que tous les essais cycliques ont été conduits sur des surfaces rigides à la limite du domaine des interfaces lisses. Or comme cela a été constaté lors des essais monotones, il semble que le modèle CJSi approche de ses limites pour ce type d’interfaces. Il est donc probable que pour des interfaces plus rugueuses, le modèle aurait été plus performant pour décrire les phénomènes en jeu lors de ce type de sollicitation.



# Conclusions et perspectives

L'observation des matériaux granulaires et des interfaces de type pieu/sols montre que leur état interne respectif occupe un rôle majeur dans le comportement de chacun de ces deux systèmes. Les variables décrivant la structure du squelette granulaire ont été regroupées en deux catégories en fonction de leur nature respective. Cette nature dépend également de l'objet de la modélisation. Pour l'élément de volume de sol, le tenseur  $\mathbf{X}$  du modèle CJS a été introduit au sein du modèle afin de rendre compte des phénomènes orientés pouvant avoir un effet sur le comportement du matériau granulaire. En parallèle, la variable  $\psi$  permet de prendre en compte l'évolution des phénomènes non orientés (isotropes). Des lois d'évolution paramétriques ont donc été mises au point en fonction de ces variables :

- variable d'état non orientée : mécanisme élastique, mécanisme plastique isotrope, écrouissage cinématique, loi de dilatance et états repères,
- variable d'état orientée : écrouissage isotrope et cinématique.

Le modèle CJS, tenant compte de l'état interne du matériau compte alors 20 paramètres au lieu de 14 initiaux. Cette complexification paramétrique alourdit la procédure de calage du modèle mais permet d'aboutir à un jeu de paramètres unique quel que soit l'état interne initial du matériau granulaire. Cette polyvalence permet alors d'élargir le champ d'action du modèle à des chemins de contraintes plus complexes une fois celui-ci calé convenablement. En effet, bien que le calage soit principalement effectué à partir de deux sollicitations déviatoires monotones drainées pratiquées sur des sols présentant des états internes initiaux différents, le modèle permet également de reproduire le comportement du sol lors de sollicitations triaxiales cycliques alternées et répétées. Cependant, les écarts constatés entre les courbes expérimentales et la modélisation numérique semblent toutefois appuyer la nécessité d'introduire un écrouissage isotrope négatif au sein du mécanisme plastique déviatoire et d'introduire une non linéarité plus explicite dans la loi d'écrouissage cinématique.

Le modèle a également été employé pour la simulation d'essais monotones non-drainés. Ce type d'essais présente une sensibilité de certains mécanismes du modèle que les essais drainés n'ont pas. Cela permet alors de compléter la procédure de calage du modèle en affinant le jeu de paramètres.

Le modèle est moins performant dans la description du comportement cyclique non drainé que pour les autres types de sollicitations. En effet, le décalage de l'état interne du matériaux vers de très faibles pressions isotropes rend caduque les lois d'évolution paramétrique qui ont été mises au point pour des confinements de l'ordre du bar. Cependant, le modèle peut être calé de manière à reproduire correctement soit la phase de diminution progressive de la pression effective moyenne soit la phase

de mobilité cyclique mais pas l'intégralité de l'essai.

En ce qui concerne les interfaces, la notion de variable non orientée (isotrope) est remise en question par l'orientation naturelle de l'interface sol/structure. L'influence de la densité et du confinement sur le comportement de l'interface sont alors retranscrites par des phénomènes orientés suivant la normale à cette surface. La variable  $\psi$  rend alors compte de ces phénomènes. Elle est introduite au sein du mécanisme élastique, des états repères, de la loi d'écrouissage cinématique et de la loi de dilatance.

Le modèle CJSi, directement adapté des équations de son équivalent pour l'élément de volume de sol permet de rendre compte du comportement des interfaces sous charge constante ou raideur constante. Ainsi, il présente une pertinence tout à fait similaire à celle du CJS, ainsi que le même défaut de loi d'écrouissage cinématique. Cependant, il reproduit convenablement le comportement des interfaces pour une large gamme d'états internes initiaux. Il prédit aussi convenablement le comportement de l'interface sous sollicitation cyclique.

Le jeu de paramètres alors utilisé est composé de 14 paramètres identifiables à partir d'un essai œdométrique de sol et de deux essais d'interface. Bien que le jeu de paramètres soit indépendant de la densité et de la contrainte normale appliquée à l'interface, il dépend cependant de la rugosité de la surface rigide. En effet, pour une interface rugueuse, l'imbrication entre la surface rigide et le matériau granulaire est assez forte pour forcer la rupture du système à se produire dans le sol. Pour une interface plus lisse, le manque de résistance du contact entre les grains du sol et la surface rigide tend à décaler cette même rupture vers l'interface géométrique du contact. Ainsi, les interfaces les plus rugueuses nécessitent, comme pour les sols, des paramètres de prise en compte de l'état interne importants. Les interfaces plus lisses s'apparentent quant à elles à des contacts entre de solides rigides dont le comportement n'est pas influencé par l'état interne. La zone de transition entre les interfaces lisses et rugueuses (fixée à  $R_m = 0,1$  par la communauté scientifique) représente une limite pour le modèle CJSi dont les prédictions du comportement mécanique, pour ce type de système, sont moins précises que pour les interfaces plus rugueuses.

Les observations constatées au cours de ce travail constituent une avancée en termes de modélisation par rapport à la base scientifique sur laquelle il s'appuie. Cependant, les écarts qui subsistent entre le modèle et les résultats expérimentaux laissent un certain nombre de problématiques en suspens. Parmi ces dernières, le remaniement de la loi d'écrouissage cinématique ainsi que l'introduction d'une variable d'état interne non normal au sein du modèle d'interface représentent des axes de recherche majeurs.

Enfin une étape de validation supplémentaire pour le modèle CJSi résiderait dans la modélisation des essais de pieux réalisés dans le cadre du projet national SOLCYP. En effet, ces essais rendent compte d'un comportement global de l'interface sol/structure sur l'ensemble du pieu et constituent la finalité du modèle CJSi. Mais au delà de la variation de l'état interne de l'interface tout au long du pieu, la principale difficulté réside dans la détermination de cet état interne en fonction de la nature du terrain, la profondeur de l'interface et par dessus tout la méthode de mise en place du pieu.





# Bibliographie

- [AGLC88] A. Alarcon-Guzman, G.A. Leonards, and J.L. Chameau. Undrained monotonic and cyclic strength of sand. *Journal of Geotechnic Division Engineernig division of American Socity of Civil Enginiers*, 10(114) :1089–1109, 1988.
- [Alm09] I. Almanyà. Modélisation de l'interface sol-pieux lors d'une sollicitation monotone et cyclique. Rapport de travail de fin d'Études, École Centrale de Lyon, dec. 2009.
- [AM90] D. Aubry and A. Modaressi. A constitutive model for cyclic behaviour of interfaces with variable dilatancy. *Computers and Geotechnics*, (9) :47–58, 1990.
- [BCC<sup>+</sup>06] S. Bretelle, B. Cambou, J. Canou, J. Garnier, P.Y. Hycher, J.P. Lorio, A. Le Kouby, P. Le Tirant, C. Prumelle, A. Puech, and P. Vezole. *Etude de Faisabilité en vue du Montage d'un Projet de Recherche sur la Thématique " Sollicitation cyclique en Géotechnique "*. 2006.
- [BGM03] M. Boulon, V.N. Ghionna, and G. Mortara. A strain-hardening elastoplastic model for sand-structure interface under monotonic and cyclic loading. *Mathematical and Computer Modelling*, 37 :623–630, 2003.
- [BJH91] K. Been, M.G. Jefferies, and J. Hachey. The critical state of sand. *Geotechnique*, 41(3) :365–381, 1991.
- [BM94] P.M. Byrne and J. McIntyre. Deformations in granular soils due to cyclic loading. *Vertical and Horizontal Deformations of Foundations and Embankments, Geotechnical SSpecial Publication*, 2(iss 40), 1994.
- [BPF86] M. Boulon, C. Plytas, and P. Foray. Comportement d'interface et prévision du frottement latéral le long des pieux et tirants d'ancrage. *Revue Française de Géotechnique*, (35) :31–48, 1986.
- [BVF10] Y. Bagagli, E. Vincens, and J.J. Fry. A model for the computation of engineering earth structures to a seismic motion. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, Vol. 14(No. 5) :599–616, 2010.

- [BW63] J. Biarez and K. Wiendieck. La comparaison qualitative entre l'anisotropie mécanique et l'anisotropie en milieux pulvérulent. *C.R. Académie des sciences*, 256 :1217–1220, 1963.
- [CA94] J.P. Carter and D.W. Airey. The engineering behaviour of cemented marine carbonate soils. In K.R. Saxena. Oxford & IBH Publishing, editor, *Geotechnical Engineering - Emerging Trends in Design and Practice*, pages 65–102, 1994.
- [Cas69] G. Castro. Liquefaction of sands. In *Harvard Soil Mechanics Series*, number No. 81, 1969.
- [CJE89] B. Cambou, K. Jafari, and K. Elamrani. An elastoplastic model for granular material using three mechanisms. In Pande-Elsevier Pietruszczak, editor, *Numerical Model in Geomechanics, NUMOG III*, pages 1–8, 1989.
- [CS84] B. Cambou and F. Sidoroff. Distribution orientée dans un milieu granulaire et leur représentations. In LCPC, editor, *Journées de mécanique aléatoire appliquée à la construction*, pages 199–204, 1984.
- [CS85] B. Cambou and F. Sidoroff. Description de l'État d'un matériau granulaire par variables internes statiques à partir d'une approche discrète. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 4(2) :223–242, 1985.
- [DM92] C.S. Desai and Y. Ma. Modelling of joints and interfaces using the disturbed-state concept. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 9 :623–653, 1992.
- [DMFRLCS08] S. D'Aguiar, A. Modaressi-Farahmand-Razavi, F. Lopez-Caballero, and J.A. Santos. Soil-structure interface modeling : Application to pile axial loading. In *The 12<sup>th</sup> International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG)*, pages 957–965, 2008.
- [DRW03] J.T. DeJong, M.F. Randolph, and D.J. White. Interface load transfer degradation during cyclic loading : a microscale investigation. *Soils and Foundations*, Vol. 43(No. 4) :81–93, 2003.
- [EF96] E. Evgin and K. Fakharian. Effect of stress paths on the behaviour of sand-steel interface. *Canadian Geotechnical Journal*, 33 :853–865, 1996.
- [Ela92] K. Elamrani. *Contribution à la Validation du Modèle CJS pour les Matériaux granulaire*. Phd thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1992.
- [ElH84] M.S. ElHosri. *Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des matériaux*. Phd thesis, université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 1984.



- [ELS69] M.A. ElSohby. Deformations of sands under constant stress ratios. In *7th ICSMFE*, pages 111–119, 1969.
- [FE98] K. Fakharian and E. Evgin. Stress-controlled cyclic interface test. In *18th International Offshore And Polar Engineering Conference*, pages 111–119, 1998.
- [Fer96] M. Ferrero. *Comportamento all’Interfaccia dei Terreni Attraverso prove di Taglio Diretto a Rigidità Normale Imposta*. Phd theisis, Dipartimento di Georisorse e Ambiente, 1996.
- [Fio02] V. Fioravante. On the shaft friction modelling of non-displacement piles in sand. *Soils and Foundations*, 42(2) :23–33, apr 2002.
- [GS07] P. Guo and X. Su. Effect of dilatancy on instability, pre-instability strain softening of sand along proportional strain paths. *Japanese Geotechnical Society*, 47(No. 4), 2007.
- [HD98] B.O Hardin and V.P. Drnevich. Shear modulus and damping in soil. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, Vol. 98(No. 7), 1998.
- [HP03] L. Hu and J.L. Pu. Application of damage model for soil-structure interface. *Computers and Geotechnics*, 30 :165–182, 2003.
- [HP04] L. Hu and J.L. Pu. Testing and modeling of soil-structure. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 130(iss 8), 2004.
- [KFM91] J.M. Konrad, E. Flavigny, and M. Meghachou. Comportement non drainé du sable d’hostun lâche. *Revue Française de Géotechnique*, (No 54), 1991.
- [Kon90] J.M. Konrad. The minimum undrained strength of two sands. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, GT6, 1990.
- [KP79] F.H. Kulhawy and M.S. Peterson. Behavior of sand-concret interfaces. In *6th Panamerican Conference on Soils Mechanics and Foundation Engineering*, pages 226–236, 1979.
- [LB05] P.V. Lade and P.A. Bopp. Relative density effects on drained sand behavior at high pressures. *Soils and Foundations*, 45 :1–13, 2005.
- [LD00] X.S. Li and Y.F. Dafalias. Dilatancy for cohesionless soils. *Géotechnique*, 50(iss 4), 2000.
- [LD05] M.L. Lings and M.S. Dietz. The peak strength of sand-steel interface and the role of dilation. *Soils and Foundations*, Vol. 45(No. 6), 2005.
- [Le04] T.N. Le. *Modélisation du Comportement des Barrage en Terre sous Séisme*. Phd theisis, Ecole Centrale de Lyon, 2004.

- [LS67] K.L. Lee and H.B. Seed. Drained strength characteristics of sands. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 93(SM6), 1967.
- [LSL06] H. Liu, E. Song, and H.I. Ling. Constitutive modeling of soil-structure interface through the concept of critical state soil mechanics. *Mechanics Research Communications*, 33 :515–531, 2006.
- [Luo80] M.P. Luong. Phénomènes cycliques dans les sols pulvérulents. *Revue Française de Géotechnique*, 10, 1980.
- [Luo03] M.P. Luong. Génie parasismique - aspects dynamiques et vibratoires en génie civil. In *actes du 6ème colloque national de l'AFPS*, 2003.
- [Mal98] M. Maleki. *Modélisation hiérarchisée du comportement des sols*. Phd thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1998.
- [Mas26] G. Masing. Eigenspannungen und verfestigung beim messing. In *Second International Congress of Applied Mechanics*, editor, *Proceedings*, pages 332–335, 1926.
- [MBG02] G. Mortara, M. Boulon, and V.N. Ghionna. A 2-d constitutive model for cyclics interface behaviour. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, (26) :1071–1096, 2002.
- [MD86] R. Mohamad and R. Dobry. Undrained monotonic and cyclic triaxial strength of sand. *Journal of geotechnical Engineering*, Vol. 112(No. 10) :941–958, 1986.
- [Moh83] M. Mohkam. *Contribution à l'Étude Expérimentale et Théorique du Comportement des Sables sous Chargement Cycliques*. Phd thesis, Université Scientifique et Médicale & Institut National Polytechnique de Grenoble, 1983.
- [Mor01] G. Mortara. *An Elastoplastic Model for Sand-Structure Interface Behaviour Under Monotonic and Cyclic Loading*. Phd thesis, Politecnico di Torino, Politecnico de Milano, Università degli Studi di Genova, Università degli Studi di Padova, 2001.
- [NDK] N. Navayogarajah, C.S. Desai, and P.D. Kioussis. Hierarchical single-surface model for static and cyclic behavior of interfaces. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 118.
- [NWT05] A. Niemunis, T. Wichtmann, and T. Triantafyllidis. A high-cycle accumulation model for sand. *Computers and Geotechnics*, (No. 32) :245–263, 2005.
- [Oda72] M. Oda. The mechanism of fabric change during compressional deformation of sands. *Soil and Foundations*, 42 :6356–6375, 1972.

- [PTS89] T.B.S. Pradhan, F. Tatsuoka, and Y. Sato. Experimental stress-dilatancy relations of sand subjected to cyclic loading. *Soils and Foundations*, 29(1) :45–64, 1989.
- [Pyk79] R. Pyke. Nonlinear soil models for irregular cyclic loading. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, (6) :715–726, 179.
- [RO43] W. Ramberg and W.T. Osgood. Description of stress-strain curves by three parameters. *National Advisory Committee of Aeronautics*, (Technical note 902), 1943.
- [RSW58] K.H. Roscoe, A.N. Schofield, and C.P. Wroth. On the yielding of soils. *Geotechnique*, 1(8) :22–53, 1958.
- [Sat78] M. Satake. Constitution of mechanics of granular materials throught the graph theory in proc. of us-japan seminar on continuum mechanics and statistical approaches in the mechanics of granular materials. 1978.
- [SR97] I. Shahrour and F. Rezaie. An elastoplastic constitutive relation for the soil-structure interface under cyclic loading. *Computers and Geotechnics*, Vol. 21(No. 1) :21–39, 1997.
- [ST02] H. Shahnazari and I. Towhata. Torsion shear tests on cyclic stress-dilatancy relationship of sand. *Soils and Foundations*, Vol. 42(No. 1) :105–199, 2002.
- [Tal96] K.V. Talaganov. Stress strain transformations and liquefaction od sand. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 15 :411–418, 1996.
- [TB08] J. Tejchman and E. Bauer. Fe-modeling of shear resistance degradation in a sand body during cyclic shearing under cns condition. In *The 12<sup>th</sup> International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG)*, 2008.
- [TMSK03] F. Tatsuoka, T. Masuda, M.S.A Siddiquee, and J. Koseki. Modeling the stress-strain relation of sand in cyclic plane strain loading. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 129(No. 6) :450–467, 2003.
- [Tro97] M. Trony. *Studio Sperimentale sulla Mobilitazione dell’Attrito Laterale al Contatto tra Terreni Sabbiosi ed Inclusioni*. Phd theisis, Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Politecnico di Torino, 1997.
- [UK86] M. Uesugi and H. Kishida. Frictional resistance at yield between dry sand and mild steel. *Soils and Foundations*, 26(4) :139–149, 1986.
- [VI96] R. Verdugo and K. Ishihara. The steady state of sandy soils. *Soils and Foundations*, 36(2) :81–91, 1996.

- [Vit98] G.P. Vita. *Comportamento delle Interfacce tra Terreni Sabbiosi ed Inclusioni Solide in Campo Dinamico*. Phd theisis, Dipartimento di Meccanica e Materiali, Università di Reggio Calabria, 1998.
- [WNT05] T. Wichtmann, A. Niemunis, and T. Triantafyllidis. Strain accumulation in sand due to cyclic loading : Drained triaxial test. *Soil Dynamics & Earthquake Engineering*, 25(iss 12) :967–979, 2005.
- [YK81] Y. Yoshimi and T. Kishida. A ring torsion apparatus for evaluating friction between soil and metal surface. *Géotechnical TEST. J.*, Vol. 4(No. 4), 1981.
- [YL04] J. Yang and X.S. Li. State-dependent strength of sands from the perspective of unified modeling. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, pages 186–198, 2004.
- [Yos96] N. Yoshida. Initial stress effect on response of level ground. In Elsevier Science Ltd, editor, *Eleventh World Conference on Earthquake Engineering*, volume 1024, 1996.
- [Yun08] Y. Yunus. *Modélisation discrète du Comportement Cyclique des Matériaux Granulaires*. Phd theisis, École Centrale de Lyon, 2008.
- [Zit88] Z. Zitouni. *Comportement Tridimensionnel des Sables*. Phd theisis, Institut national Polytechnique de Grenoble, 1988.

## Troisième partie

### Annexes



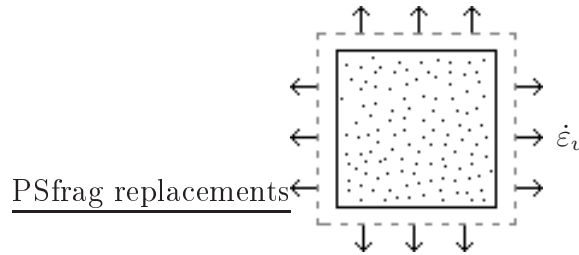
# Annexe A

## Détermination de l'incrément d'indice des vides $e$

Les variations de volume d'un échantillon sont données en terme d'incrément de déformations volumiques  $\dot{\epsilon}_v$  pour un volume de sol et en terme d'incrément de déplacement normal  $\dot{U}_n$  pour un élément d'interface. Pourtant, dans les deux cas, le suivi de l'état interne du matériau se fait au travers de l'indice des vides  $e$ . Cette annexe ambitionne donc de démontrer rapidement le lien entre l'évolution de l'indice des vides du matériau granulaire et les variables mécaniques.

### A.1 Pour un sol

En ce qui concerne les éléments de volumes de sol, il est nécessaire de rappeler la définition de l'indice des vides :



**FIGURE A.1** – Incrément de déformation volumique d'un élément de volume

$$e = V_V/V_s \quad (\text{A.1})$$

Où :

- $V_V$  est le volume des vides au sein du matériau
- $V_s$  est le volume des grains (volume solide) au sein du matériau

Pour déterminer l'incrément d'indice des vides, il est alors nécessaire de se rappeler que les grains du squelette granulaire sont incompressibles et que le volume total  $V$  de l'échantillon est la somme des volumes des vides et du volume solide.

$$\left. \begin{array}{l} \dot{V}_s = 0 \\ V = V_V + V_s \\ \dot{V} = \dot{V}_V \end{array} \right\} \Rightarrow \dot{e} = \frac{\dot{V}}{V_s} \quad (\text{A.2})$$

Par définition, l'incrément de déformation volumique est également exprimé en fonction de la variation de volume de l'échantillon :

$$\dot{\epsilon}_v = \frac{\dot{V}}{V} \Rightarrow \dot{V} = \dot{\epsilon}_v V \quad (\text{A.3})$$

En injectant l'expression de  $\dot{V}$  de l'équation A.3 dans l'équation A.2 il est possible d'écrire l'incrément d'indice des vides de la manière suivante :

$$\dot{e} = \frac{\dot{\epsilon}_v V}{V_s} = \dot{\epsilon}_v \left( \frac{V_s + V_v}{V_s} \right) \quad (\text{A.4})$$

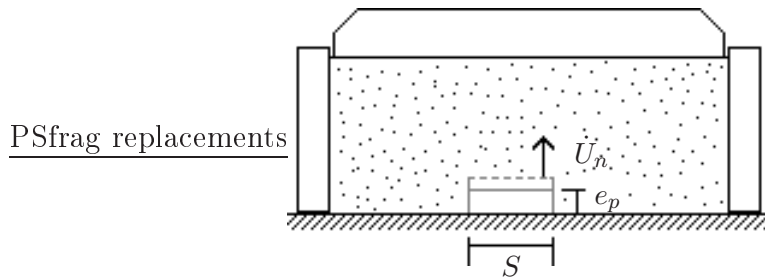
Soit en utilisant la définition de l'indice des vides :

$$\dot{e} = \dot{\epsilon}_v (1 + e) \quad (\text{A.5})$$

Il est à remarquer que dans cet exemple la convention de signe  $\dot{\epsilon}_v > 0$  dans le cas d'une augmentation de volume a été retenue. En mécanique des sols, bien souvent la convention inverse est utilisée. La formulation de l'équation A.5 reste alors valide si un signe moins est rajouté.

## A.2 Pour une interface

En ce qui concerne les interfaces, le lien entre l'incrément de déplacement relatif normal  $\dot{U}_n$  et l'incrément d'indice des vides se fait en faisant intervenir l'épaisseur de l'interface.



**FIGURE A.2** – Incrément de déformation volumique d'un élément d'interface

En utilisant les notations de la figure A.2 il est possible d'exprimer le volume de l'élément d'interface et son incrément de la manière suivante :

$$\left. \begin{array}{l} V = Ae_p \\ \dot{V} = A\dot{U}_n \end{array} \right\} \Rightarrow \dot{V} = \dot{U}_n \frac{V}{e_p} \quad (\text{A.6})$$

Ainsi, l'expression de l'incrément d'indice des vides (équation A.2) peut se transformer de la manière suivante :



$$\dot{e} = \frac{\dot{U}_n}{e_p} \frac{V}{V_s} \quad (\text{A.7})$$

Soit finalement en utilisant la définition de l'indice des vides :

$$\dot{e} = \frac{\dot{U}_n}{e_p} (1 + e) \quad (\text{A.8})$$

Ici également, la convention de signe est choisie de tel sorte que  $\dot{U}_n$  soit positif lors d'une augmentation de volume. L'utilisation de la convention de signe inverse engendrerait l'apparition d'un signe moins dans l'équation A.8.



## Annexe B

# Simplification des équations du CJS pour un essai triaxial

L'essai triaxial consiste à confiner isotropiquement un échantillon de sol généralement cylindrique par une contrainte  $\sigma_3$ . Cet échantillon est par la suite surchargé dans une direction privilégiée sous une contrainte  $\sigma_1$ . La réduction du tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$  à ces deux variables permet alors de simplifier certaines équations du modèle CJS.

### B.1 Tenseur de contraintes et de déformations et leurs invariants

Dans un repère défini par la direction de chargement de l'essai, il est possible d'écrire les tenseurs de contraintes et de déformations sous la forme de tenseurs diagonaux. Les expressions suivantes sont retenues :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_3 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_3 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Les premiers invariants de ces deux tenseurs peuvent alors s'exprimer aisément :

$$I_1 = \sigma_1 + 2\sigma_3 \quad \text{et} \quad \varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3 \quad (\text{B.2})$$

Ainsi que leurs parties déviatoires respectives :

$$\boldsymbol{s} = (\sigma_1 - \sigma_3) \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{e} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

### B.2 Facteur de forme

Le facteur de forme  $h(\theta)$  permet de rendre compte des différences de résistance du matériau granulaire en fonction de la direction de sollicitation. Dans le cadre d'une sollicitation triaxiale, il prend alors sa valeur minimale ou maximale suivant

si la sollicitation se fait en compression ou en traction. Quantitativement, lors d'une compression, l'angle de de Lode vaut 0 et lors d'une sollicitation en extension, ce dernier vaut  $\pi$ . Ainsi, il est possible d'exprimer le facteur de forme (local comme globale) de la manière suivante :

$$\begin{aligned} h(\theta_{q/s}) &= (1 - \gamma)^{\frac{1}{6}} & \text{en compression} \\ h(\theta_{q/s}) &= (1 + \gamma)^{\frac{1}{6}} & \text{en extension} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

### B.3 Contraintes locales

L'expression de la contrainte déviatoire  $\mathbf{q}$  dans le repère local associé au centre de la surface de charge  $\mathbf{X}$  peut également être simplifiée. Tout d'abord, le tenseur  $\mathbf{X}$  est, sous sollicitation triaxiale, un tenseur déviateur diagonal :

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} -2X_3 & 0 & 0 \\ 0 & X_3 & 0 \\ 0 & 0 & X_3 \end{pmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Le tenseur  $\mathbf{q}$  pourra alors se mettre sous la même forme :

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} -2q_3 & 0 & 0 \\ 0 & q_3 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad q_3 = s_3 - X_3 I_1 \quad (\text{B.6})$$

Il est alors possible d'exprimer le tenseur inverse de  $\mathbf{q}$  ainsi que son déviateur en fonction de  $q_3$  :

$$\mathbf{q}^{-1} = \frac{1}{q_3} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.7})$$

$$\mathbf{q}^{-d} = \frac{1}{q_3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{B.8})$$

### B.4 Dérivées

À partir du tenseur  $\mathbf{q}$  et des tenseurs qui en découlent, il est également possible d'exprimer le tenseur  $\mathbf{Q}$ , dérivée de la surface de charge par rapport aux tenseurs de contraintes locales, de la manière suivante :

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} -2Q_3 & 0 & 0 \\ 0 & Q_3 & 0 \\ 0 & 0 & Q_3 \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} Q_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}(1 - \gamma)^{\frac{1}{6}} & \text{en charge} \\ Q_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}(1 + \gamma)^{\frac{1}{6}} & \text{en décharge} \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

La norme  $Q_{II}$  se déduit alors à partir des expressions des composantes du tenseur  $\mathbf{Q}$  :

$$Q_{II} = (1 + \gamma)^{1/6} \quad (\text{B.10})$$

## Annexe C

# Démonstration de certaines équations du CJS

Dans le chapitre 3.2 certaines démonstrations ont volontairement été éludées pour faciliter la lecture des équations du modèle et l'appréhension de leur sens physique. Il est donc question dans cette annexe de revenir sur certaines d'entre elles pour mieux les expliquer.

### C.1 L'expression de $\mathbf{Q}$

Le tenseur  $\mathbf{Q}$  apparaît dans le modèle CJS au sein de l'écrouissage cinématique du mécanisme plastique déviatoire. Il est défini comme le déviateur de la dérivée de la fonction de charge déviatoire  $f^d$  par rapport au tenseur de contrainte déviatoire local  $\mathbf{q}$ . Son expression, donnée par l'équation 3.24, est rappelé ci après.

$$\mathbf{Q} = \text{dev} \left( \frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} \right) = \frac{1}{h^5(\theta_q)} \left[ \left( 1 - \frac{\gamma}{2} \cos(3\theta_q) \right) \frac{\mathbf{q}}{q_{II}} - \frac{\gamma}{6} q_{II} \cos(3\theta_q) (\mathbf{q}_{ij})^{-d} \right] \quad (\text{C.1})$$

L'objectif de cette partie est donc de démontrer cette égalité. Pour ce faire, le calcul de la dérivée de  $f^d$  par rapport à  $\mathbf{q}$  sera effectué puis la partie déviatoire seule sera retenue. Pour ce faire il est nécessaire de rappeler l'expression de la surface de charge déviatoire :

$$f^d(\boldsymbol{\sigma}, R, \mathbf{X}) = q_{II} h(\theta_q) - R I_1 \quad (\text{C.2})$$

Étant donné, d'après la définition de chacun des termes, que seuls  $q_{II}$  et  $h(\theta_q)$  dépendent du tenseur de contrainte déviatoire local  $\mathbf{q}$ , il est possible de décomposer la dérivée de  $f^d$  de la manière suivante :

$$\frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial q_{II}}{\partial \mathbf{q}} h(\theta_q) + \frac{\partial h(\theta_q)}{\partial \mathbf{q}} q_{II} \quad (\text{C.3})$$

De fait, le calcul de la dérivée de  $f^d$  par rapport à  $\mathbf{q}$  passe par la détermination de deux dérivées, toujours par rapport à  $\mathbf{q}$ , plus aisées à déterminer. La première, la dérivée de  $q_{II}$ , est un résultat trivial car  $q_{II}$  définit une norme pour le tenseur  $\mathbf{q}$ . Sa dérivée s'exprime donc par :

$$\frac{\partial q_{II}}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\mathbf{q}}{q_{II}} \quad (\text{C.4})$$

La seconde dérivée (de  $h(\theta_q)$  par rapport à  $\mathbf{q}$ ) est un peu plus complexe et requiert l'utilisation de  $\cos(3\theta)$  pour faciliter le calcul. Ainsi :

$$\frac{\partial h(\theta_q)}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial h(\theta_q)}{\partial \cos(3\theta_q)} \cdot \frac{\partial \cos(3\theta_q)}{\partial \mathbf{q}} \quad (\text{C.5})$$

Ce qui permet encore une fois de décomposer le calcul de la dérivée en deux dérivées plus explicites. La première, la dérivée de  $h$  par rapport à  $\cos(3\theta)$ , est triviale si l'on utilise la définition du facteur de forme  $h(\theta_q) = (1 - \gamma \cos(3\theta))^{1/6}$  :

$$\frac{\partial h(\theta_q)}{\partial \cos(3\theta_q)} = -\frac{\gamma}{6} (1 - \gamma \cos(3\theta_q))^{-5/6} = -\frac{\gamma}{6h^5(\theta_q)} \quad (\text{C.6})$$

La seconde dérivée ( $\cos(3\theta_q)$  en fonction de  $\mathbf{q}$ ) requière l'expression du cosinus donnée par l'équation 3.16 :

$$\cos(3\theta) = \sqrt{54} \frac{\det \mathbf{q}}{q_{II}^3} \quad (\text{C.7})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \cos(3\theta_q)}{\partial \mathbf{q}} = \sqrt{54} \frac{\frac{\partial \det \mathbf{q}}{\partial \mathbf{q}} q_{II}^3 - \frac{\partial q_{II}^3}{\partial \mathbf{q}} \det \mathbf{q}}{q_{II}^6} \quad (\text{C.8})$$

Sachant que la dérivée de  $\det \mathbf{q}$  donne  $\mathbf{q}^{-1} \det \mathbf{q}$  il est possible d'exprimer entièrement la dérivée de  $\cos(3\theta)$  par rapport à  $\mathbf{q}$  d'une part et de  $h$  par rapport à  $\mathbf{q}$  d'autre part :

$$\frac{\partial \cos(3\theta_q)}{\partial \mathbf{q}} = \sqrt{54} \frac{\mathbf{q}^{-1} \det(\mathbf{q}) q_{II}^3 - 3q q_{II} \det(\mathbf{q})}{q_{II}^6} \quad (\text{C.9})$$

D'où :

$$\frac{\partial h(\theta_q)}{\partial \mathbf{q}} = \sqrt{54} \frac{\gamma}{6h^5(\theta_q)} \frac{\det(\mathbf{q})}{q_{II}^6} [3q q_{II} - \mathbf{q}^{-1} q_{II}^3] \quad (\text{C.10})$$

Il est donc à présent possible d'exprimer intégralement la dérivée de la surface de charge  $f^d$  par rapport à  $\mathbf{q}$  en injectant dans l'expression C.3 les résultats obtenus par les équations C.5 et C.10. Ce qui donne :

$$\frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\gamma \cos(3\theta_q)}{h^5(\theta_q)} \left[ 0.5 \frac{\mathbf{q}}{q_{II}} - \frac{\mathbf{q}^{-1}}{6} q_{II} \right] + \frac{\mathbf{q}}{q_{II}} h(\theta_q) \quad (\text{C.11})$$

En développant partiellement cette expression on obtient la forme suivante :

$$\frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} = \frac{1}{h^5(\theta_q)} \left[ 0.5 \frac{\mathbf{q}}{q_{II}} \gamma \cos(3\theta_q) - \frac{\mathbf{q}^{-1}}{6} q_{II} \gamma \cos(3\theta_q) \right] + \frac{\mathbf{q}}{q_{II}} \frac{1}{h^5(\theta_q)} (1 - \gamma \cos(3\theta_q)) \quad (\text{C.12})$$

Qui permet d'écrire en factorisant :

$$\frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} = \frac{1}{h^5(\theta_q)} \left[ (1 - 0.5\gamma \cos(3\theta_q)) \frac{\mathbf{q}}{q_{II}} - \frac{\gamma}{6} \mathbf{q}^{-1} q_{II} \cos(3\theta_q) \right] \quad (\text{C.13})$$

Le passage à la partie déviatoire permet alors de retrouver l'expression escomptée (équation C.1) :

$$\mathbf{Q} = \text{dev} \left( \frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} \right) = \frac{1}{h^5(\theta_q)} \left[ (1 - \frac{\gamma}{2} \cos(3\theta_q)) \frac{\mathbf{q}}{q_{II}} - \frac{\gamma}{6} q_{II} \cos(3\theta_q) (\mathbf{q}_{ij})^{-1} \right] \quad (\text{C.14})$$

## C.2 L'expression de $\phi_0$

La variable  $\phi_0$  constitue l'amplitude et l'orientation de la fonction  $\phi$  utilisée dans l'équation 3.22 pour limiter et renverser le sens de l'écrouissage cinématique du mécanisme déviatoire. Mais  $\phi_0$  ne constitue pas un paramètre car sa valeur dépend de la position de la surface de rupture (définie par  $R_{rupt}$ ) la taille de la surface de charge (définie par  $R$ ) et de la position relative de ces deux surfaces (au travers des angles  $\theta_q$  et  $\theta_s$ ).

Tout d'abord, il est à constater que lorsque la surface de charge déviatoire vient tangenter la surface de rupture, l'écrouissage cinématique doit s'arrêter. Au vue des équations 3.21 et 3.22 cela se traduit mathématiquement par :

$$\mathbf{Q}_{ij} = \phi \mathbf{X}_{ij} = \phi_0 h(\theta_s) Q_{II} \quad (\text{C.15})$$

Le passage à la norme de l'équation C.15 permet de simplifier par  $Q_{II}$  et d'exprimer la norme de  $\mathbf{X}$  de la manière suivante :

$$X_{II} = \frac{1}{h(\theta_s) \phi_0} \quad (\text{C.16})$$

D'autre part, pour le reste de la démonstration, il est nécessaire d'exprimer la norme de  $q_{II}$  en fonction des normes  $s_{II}$  et  $X_{II}$ . En se basant sur les notations de la figure C.1, il est possible d'exprimer les cosinus des angles  $\alpha$  et  $\beta$  de la manière suivante :

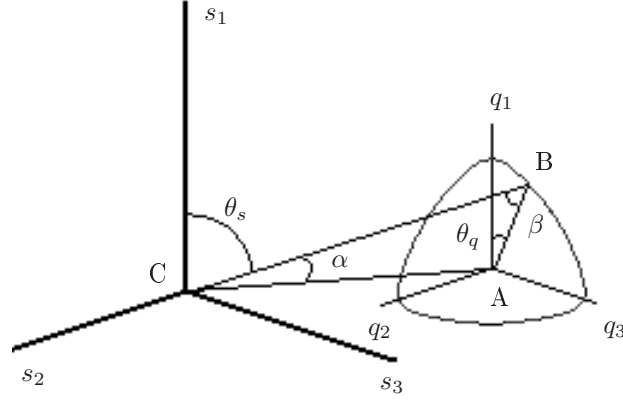
$$\cos(\alpha) = \frac{CH}{CA} = \frac{CH}{X_{II} I_1} \quad (\text{C.17})$$

$$\cos(\beta) = \frac{HB}{AB} = \frac{s_{II} - CH}{q_{II}} \quad (\text{C.18})$$

De plus, en traçant la droite  $d$  parallèle à  $(AB)$  et passant par l'origine  $C$  du repère des contraintes déviatoires cette droite forme un angle  $\theta_q$  avec l'axe  $s_1$  (qui est parallèle à l'axe  $q_1$ ) et un angle  $\beta$  avec la droite BC. Il est ainsi possible d'exprimer l'angle  $\theta_s$  comme la somme des angles  $\theta_q$  et  $\beta$ . Ou encore :

$$\beta = \theta_s - \theta_q \quad (\text{C.19})$$

En injectant l'expression de CH des équations C.17 et C.18 et en utilisant la relation C.19 pour remplacer l'expression de  $\beta$ , il est possible d'écrire :



**FIGURE C.1** – Représentation du point courant de contrainte B dans le repère de contraintes déviatoires globales (centré en C) et locales (centré en A)

$$q_{II} = \frac{s_{II} - I_1 X_{II} \cos(\alpha)}{\cos(\theta_s - \theta_q)} \quad (\text{C.20})$$

L'expression de l'angle  $\alpha$  est quant à elle donnée par le théorème d'Al-Kashi :

$$\cos(\alpha) = \frac{s_{II}^2 + (X_{II} I_1)^2 - q_{II}^2}{2 s_{II} I_1 X_{II}} \quad (\text{C.21})$$

Une fois les normes  $X_{II}$  et  $q_{II}$  exprimées en fonction des angles  $\theta_s$  et  $\theta_q$  il est nécessaire de revenir aux hypothèses de départ pour continuer la démonstration. En effet, l'état de contrainte se situe à la fois sur la surface de rupture et sur la surface de charge. Ces deux conditions permettent d'écrire les deux équations suivantes :

$$s_{II} h(\theta_s) - R_{rupt} I_1 = 0 \quad (\text{C.22})$$

$$q_{II} h(\theta_q) - R I_1 = 0 \quad (\text{C.23})$$

L'équation C.22 permet d'exprimer la norme des contraintes déviatoires globales de la manière suivante :

$$s_{II} = \frac{R_{rupt} I_1}{h(\theta_s)} \quad (\text{C.24})$$

En injectant cette expression dans l'expression de  $q_{II}$  (équation C.21) elle-même injectée dans l'équation C.23 il est désormais possible de simplifier par  $I_1$  et d'écrire :

$$\left( R_{rupt} - \frac{\cos(\alpha)}{\phi_0} \right) \frac{h(\theta_q)}{h(\theta_s)} = R \cos(\theta_s - \theta_q) \quad (\text{C.25})$$

Il est alors possible de déduire l'expression de  $\phi_0$  sous la forme suivante :

$$\phi_0 = \frac{\cos(\alpha)}{R_{rupt} - R \cos(\theta_s - \theta_q) \frac{h(\theta_q)}{h(\theta_s)}} \quad (\text{C.26})$$



### C.3 Justification de l'expression de $\mathbf{n}_{ij}$

Le tenseur  $\mathbf{n}$  est un tenseur unitaire tangent à la surface potentiel plastique du mécanisme plastique déviatoire. Son orientation permet de piloter la direction des déformations plastiques associées à ce mécanisme afin qu'elles vérifient la loi de dilataance imposée (voir section 3.2.3.5). L'expression de  $\mathbf{n}$  est donnée dans cette partie avec peu de justifications mathématiques, il est question ici de combler ce manque.

Pour ce faire, les points suivants seront vérifiés un par un :

- La norme de  $\mathbf{n}$  :  $|\mathbf{n}| = 1$
- L'orthogonalité avec l'incrément de déformation plastique :  $\boldsymbol{\varepsilon}_{dp}^{ij} \mathbf{n}_{ij} = 0$
- La loi de dilataance :  $\boldsymbol{\varepsilon}_v^{dp} = \beta \left( \frac{s_{II}}{s_{II}^{car}} - 1 \right) \frac{|\mathbf{s}_{ij} \mathbf{e}_{ij}^{dp}|}{s_{II}}$

#### C.3.1 Norme de $\mathbf{n}$

Pour ce faire, il suffit de rappeler l'expression de  $\mathbf{n}$  et de ses composantes. En effet après l'équation 3.36 :

$$\mathbf{n}_{ij} = \frac{\beta' \frac{\mathbf{s}_{ij}}{s_{II}} - \delta_{ij}}{\sqrt{\beta'^2 + 3}} \quad \text{avec} \quad \beta' = \beta \left( \frac{\mathbf{s}_{ij}}{s_{II}} - 1 \right) \text{signe}(\mathbf{s}_{ij} \dot{\mathbf{e}}_{ij}^{dp}) \quad (\text{C.27})$$

Soit encore :

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{\beta'^2 + 3}} \left( \frac{\beta'}{s_{II}} \mathbf{s} - \mathbf{I} \right) \quad (\text{C.28})$$

Le carré de la norme est alors déduit en effectuant le produit scalaire des deux tenseurs :

$$|\mathbf{n}|^2 = (\mathbf{n}, \mathbf{n}) \quad (\text{C.29})$$

En injectant l'expression du tenseur  $\mathbf{n}$  (équation C.28) dans le produit scalaire précédant et en développant l'expression :

$$|\mathbf{n}|^2 = \frac{1}{\beta'^2 + 3} \left( \frac{\beta'^2}{s_{II}^2} (\mathbf{s}, \mathbf{s}) - 2 \frac{\beta'^2}{s_{II}^2} (\mathbf{s}, \mathbf{I}) + (\mathbf{I}, \mathbf{I}) \right) \quad (\text{C.30})$$

Or, les trois produits scalaires ainsi formés donnent des résultats triviaux, à savoir :

$$\begin{aligned} (\mathbf{s}, \mathbf{s}) &= s_{II}^2 && \text{car il s'agit du carré de la norme du tenseur } \mathbf{s} \\ (\mathbf{s}, \mathbf{I}) &= \text{tr}(\mathbf{s}) = 0 && \text{car le tenseur } \mathbf{s} \text{ est un déviateur} \\ (\mathbf{I}, \mathbf{I}) &= \text{tr}(\mathbf{I}) = 3 && \text{résultat trivial} \end{aligned} \quad (\text{C.31})$$

De fait, il est possible de simplifier l'expression C.30 et de retrouver le résultat escompté :

$$|\mathbf{n}|^2 = \frac{\beta'^2 + 3}{\beta'^2 + 3} \frac{s_{II}^2}{s_{II}^2} = 1 \quad (\text{C.32})$$

Soit :

$$|\mathbf{n}| = 1 \quad (\text{C.33})$$

### C.3.2 Orthogonalité de $\mathbf{n}$ et $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{dp}$

Il s'agit là encore d'un résultat assez simple à obtenir pour peu que l'on se souvienne du lien entre l'incrément de déformation plastique déviatoire et le tenseur  $\mathbf{G}^d$  d'une part et l'expression du tenseur  $\mathbf{G}$  à partir de ses composantes d'autre part :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{dp} = \dot{\lambda}^d \mathbf{G}^d \quad (\text{C.34})$$

$$\mathbf{G}_{ij}^d = \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{ij}} - \left( \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{kl}} \cdot \mathbf{n}_{kl} \right) \mathbf{n}_{ij} \quad (\text{C.35})$$

Soit :

$$\mathbf{G}^d = \frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} - \left( \frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} \right) \mathbf{n} \quad (\text{C.36})$$

L'orthogonalité entre l'incrément de déformations plastiques et le tenseur  $\mathbf{n}$  s'obtient alors en posant et développant le produit scalaire :

$$(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{dp} \cdot \mathbf{n}) = \dot{\lambda}^d (\mathbf{G}^d \cdot \mathbf{n}) = \left( \frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} \right) - \left( \frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}) \quad (\text{C.37})$$

Or, le double produit scalaire  $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n})$  correspond au carré de la norme de  $\mathbf{n}$  qui est un tenseur unitaire. Cette norme est donc égale à 1 et la nullité du produit  $(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{dp} \cdot \mathbf{n})$  en est déduite :

$$(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{dp} \cdot \mathbf{n}) = 0 \quad (\text{C.38})$$

### C.3.3 Respect de la loi de dilataance

La vérification du respect de la loi de dilataance utilisée pour le mécanisme plastique déviatoire passe par la vérification de l'égalité des deux termes de l'équation 3.33 rappelée ici. Cependant, pour alléger les équations, les notations suivantes seront utilisées :

$$\text{sig} = \text{signe}(\mathbf{s} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{dp}) \quad \text{et} \quad d = \beta \left( \frac{s_{II}}{s_{II}^{car}} - 1 \right) \quad (\text{C.39})$$

Il est ainsi possible d'écrire la loi de dilataance et d'exprimer le tenseur  $\mathbf{n}$  en fonction de ces nouvelles notations :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v^{dp} = d \text{sig} \frac{\mathbf{s} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{dp}}{s_{II}} \quad \text{et} \quad \mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{d^2 + 3}} \left( d \frac{\text{sig}}{s_{II}} \mathbf{s} - \mathbf{I} \right) \quad (\text{C.40})$$

En sachant que le tenseur  $\mathbf{e}$  est le déviateur du tenseur de déformations  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , il est possible de simplifier l'expression du terme de droite :

$$dsig \frac{(\mathbf{s} \cdot \dot{\mathbf{e}}^{dp})}{s_{II}} = \dot{\lambda}^d dsig \frac{(\mathbf{s} \cdot (\mathbf{G}^d - \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{G}^d) \mathbf{I}))}{s_{II}} = \dot{\lambda}^d dsig \frac{(\mathbf{s} \cdot \mathbf{G}^d) - \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{G}^d)(\mathbf{s} \cdot \mathbf{I})}{s_{II}} \quad (\text{C.41})$$

Or, le produit scalaire  $(\mathbf{s} \cdot \mathbf{I})$  est égal à la trace de  $\mathbf{s}$  qui est nulle. Il est donc possible de simplifier l'équation précédente pour obtenir :

$$dsig \frac{(\mathbf{s} \cdot \dot{\mathbf{e}})}{s_{II}} = \dot{\lambda}^d dsig \frac{(\mathbf{s} \cdot \mathbf{G}^d)}{s_{II}} \quad (\text{C.42})$$

En injectant dans cette relation l'expression de  $\mathbf{G}^d$  donnée par l'équation C.36 on obtient :

$$dsig \frac{(\mathbf{s} \cdot \dot{\mathbf{e}})}{s_{II}} = \dot{\lambda}^d dsig \frac{(\mathbf{s} \cdot \frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}}) - (\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{s})}{s_{II}} \quad (\text{C.43})$$

Il est également possible de développer les produits scalaires  $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{s})$  et  $(\partial f^d / \partial \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})$  de la manière suivante :

$$(\mathbf{n} \cdot \mathbf{s}) = dsig \frac{s_{II}}{\sqrt{d^2 + 3}} \quad \text{et} \quad (\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}) = \frac{1}{\sqrt{d^2 + 3}} \left( d \frac{dsig}{s_{II}} (\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{s}) - (\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{I}) \right) \quad (\text{C.44})$$

En injectant ce développement dans l'équation C.43 on obtient l'expression du terme de droite de la loi de dilatance en fonction de deux produits scalaires :

$$dsig \frac{(\mathbf{s} \cdot \dot{\mathbf{e}})}{s_{II}} = \dot{\lambda}^d dsig \frac{3}{s_{II} d^2 + 3} (\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{s}) + \dot{\lambda}^d \frac{d^2}{d^2 + 3} (\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{I}) \quad (\text{C.45})$$

Il est alors possible de factoriser et regrouper autrement les termes de ce développement. Notamment cette façon :

$$dsig \frac{(\mathbf{s} \cdot \dot{\mathbf{e}})}{s_{II}} = \dot{\lambda}^d dsig \frac{3}{s_{II} d^2 + 3} (\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{s}) + \dot{\lambda}^d \left( 1 - \frac{3}{d^2 + 3} \right) (\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{I}) \quad (\text{C.46})$$

$$= \dot{\lambda}^d (\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{I}) - \frac{\dot{\lambda}^d}{\sqrt{d^2 + 3}} \left( -\frac{3}{\sqrt{d^2 + 3}} \right) \left( dsig \frac{\partial f^d}{s_{II} \partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{s} - (\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{I}) \right) \quad (\text{C.47})$$

Une fois l'expression factorisée de cette manière, il est possible de faire apparaître certain produits scalaires :

$$-\frac{3}{\sqrt{d^2 + 3}} = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{I}) \quad (\text{C.48})$$

$$\frac{1}{\sqrt{d^2 + 3}} \left( dsig \frac{\partial f^d}{s_{II} \partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{s} - (\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{I}) \right) = (\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}) \quad (\text{C.49})$$

Soit, en injectant dans l'équation C.47 :

$$d\text{sig} \frac{(\mathbf{s} \cdot \dot{\mathbf{e}})}{s_{II}} = \dot{\lambda}^d \left( \frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{I} \right) - \dot{\lambda}^d \left( \frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{I}) \quad (\text{C.50})$$

Il est alors possible de factoriser par  $\mathbf{I}$  et faire ainsi apparaître l'expression de  $\mathbf{G}^d$  :

$$d\text{sig} \frac{(\mathbf{s} \cdot \dot{\mathbf{e}})}{s_{II}} = \dot{\lambda}^d \left( \frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} - \left( \frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} \right) \mathbf{n} \right) \cdot \mathbf{I} = \dot{\lambda}^d (\mathbf{G}^d \cdot \mathbf{I}) = \text{tr}(\dot{\lambda}^d \mathbf{G}^d) \quad (\text{C.51})$$

D'où finalement, grâce à l'équation C.34 qui donne la relation entre l'incrément de déformations plastiques et le tenseur  $\mathbf{G}^d$  :

$$\beta \left( \frac{s_{II}}{s_{II}^{car}} - 1 \right) \frac{|(\mathbf{s} \cdot \dot{\mathbf{e}})|}{s_{II}} = \epsilon_v^{dp} \quad (\text{C.52})$$

## C.4 Calcul des dérivées de la relation de consistance

La relation de consistance du mécanisme plastique déviatoire passe par la détermination de trois dérivées de la surface de charge  $f^d$  par rapport au rayon élastique  $R$ , au centre de la surface de charge  $\mathbf{X}$  et au tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$  dont les résultats sont donnés par les équations 3.39, 3.40 et 3.41. La présente partie ambitionne de détailler le calcul de chacune de ces dérivées à partir de l'expression de  $f^d$  :

$$f^d(\boldsymbol{\sigma}, R, \mathbf{X}) = q_{II} h(\theta_q) - RI_1 \quad (\text{C.53})$$

### C.4.1 Calcul de la dérivée par rapport à $R$

Sachant que les termes  $q_{II}$ ,  $h$  et  $I_1$  sont totalement indépendants de  $R$  cette dérivée est triviale et son résultat est :

$$\frac{\partial f^d}{\partial R} = -I_1 \quad (\text{C.54})$$

### C.4.2 Calcul de la dérivée par rapport à $\mathbf{X}$

Pour calculer la dérivée de la surface de charge par rapport à son centre  $\mathbf{X}$  il est préférable de décomposer la dérivée en faisant intervenir la contrainte déviatoire locale  $\mathbf{q}$  :

$$\frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} : \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{X}} \quad (\text{C.55})$$

Le calcul de la dérivée de  $f^d$  par rapport à  $\mathbf{q}$  a déjà été détaillé dans la partie C.1. Le calcul de la seconde dérivée ( $f^d$  par rapport à  $\mathbf{X}$ ) passe quant à lui par la définition de  $\mathbf{q}$ . À savoir :  $\mathbf{q} = \mathbf{s} - I_1 \mathbf{X}$ .

Comme  $I_1$  et le tenseur  $\mathbf{s}$  sont tous deux indépendants de  $\mathbf{X}$ , la dérivée s'exprime donc de la manière suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{X}} = -I_1 \mathbb{I}_4 \quad (\text{C.56})$$

Où  $\mathbb{I}_4$  désigne le tenseur identité d'ordre 4. De fait, la dérivée de  $f^d$  par rapport à  $\mathbf{X}$  peut donc s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{X}} = -I_1 \frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} \quad (\text{C.57})$$

### C.4.3 Calcul de la dérivée par rapport à $\boldsymbol{\sigma}$

Pour déterminer la dérivée de  $f^d$  par rapport à  $\boldsymbol{\sigma}$ , au vu de l'expression de la surface de charge, il est préférable de décomposer celle-ci en partie isotrope et déviatoire :

$$\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} : \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial f^d}{\partial I_1} \cdot \frac{\partial I_1}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (\text{C.58})$$

Cela décompose le calcul en quatre dérivées parmi lesquelles la dérivée de  $f^d$  par rapport à  $\mathbf{q}$  a déjà été déterminée partie C.1 et les dérivées de  $f^d$  par rapport à  $I_1$  d'une part et de  $I_1$  par rapport à  $\boldsymbol{\sigma}$  sont triviales :

$$\frac{\partial f^d}{\partial I_1} = -R \quad \text{et} \quad \frac{\partial I_1}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{I} \quad (\text{C.59})$$

De fait, il ne reste plus qu'à exprimer la dérivée du tenseur  $\mathbf{q}$  par rapport à  $\boldsymbol{\sigma}$ . Pour cela, il faut utiliser la définition de la contrainte déviatoire locale :  $\mathbf{q} = \mathbf{s} - I_1 \mathbf{X}$  dont la dérivée recherchée peut être déduite :

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} - \frac{\partial I_1}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \mathbf{X} = \frac{\partial \text{dev}(\boldsymbol{\sigma})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} - \frac{\partial I_1}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \mathbf{X} = \mathbb{P}_{dev} - \mathbf{I} \otimes \mathbf{X} \quad (\text{C.60})$$

Où  $\mathbb{P}_{dev}$  est le tenseur d'ordre 4 désigné par le terme de partie déviatoire qui, à tout tenseur d'ordre 2 associe son déviateur :

$$\mathbb{P}_{dev} : \mathbf{A} = \mathbf{A} : \mathbb{P}_{dev} = \text{dev}(\mathbf{A}) \quad (\text{C.61})$$

De fait, il est possible de remplacer dans l'équation C.58 toutes les dérivées par leur expression respective :

$$\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} : (\mathbb{P}_{dev} - \mathbf{I} \otimes \mathbf{X}) - R \mathbf{I} \quad (\text{C.62})$$

$$\frac{\partial f^d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \text{dev} \left( \frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} \right) - \left( \left( \frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} \cdot \mathbf{X} \right) + R \right) \mathbf{I} \quad (\text{C.63})$$

En utilisant la définition de  $\mathbf{Q}$  et en remarquant que  $\mathbf{X}$  soit un tenseur déviatoire, d'où :

$$\left( \frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} \cdot \mathbf{X} \right) = \left( \text{dev} \left( \frac{\partial f^d}{\partial \mathbf{q}} \right) \cdot \mathbf{X} \right) \quad (\text{C.64})$$

il est donc possible d'écrire l'expression recherchée :

$$\frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{ij}} = Q_{ij} - (Q_{kl} X_{kl} + R) \delta_{ij} \quad (\text{C.65})$$

## Annexe D

# Calage des paramètres du modèle de volume de sol CJS

L'objet de cette annexe est de fournir une procédure de calage systématique du modèle de sol CJS à partir d'un nombre d'essais le plus restreint possible. Cependant, afin d'affiner le calage du modèle il peut être fortement recommandé de multiplier le nombre d'essais et la diversité de l'état interne initial du matériau. De plus, les essais déviatoires utilisés sont des essais triaxiaux, mais une procédure de calage peut également être envisageable à partir d'essais de cisaillement.

### D.1 Paramètres physiques : $e_{min}$ et $e_{max}$

Les paramètres physiques  $e_{min}$  et  $e_{max}$  sont déterminés à partir d'une procédure donnée par les normes JSSMFE, ASTM D698-00 et ASTM D4254-00. Leur identification requiert une compression isotrope à 5 MPa pour  $e_{min}$  et un dépôt humide de hauteur de chute nulle pour  $e_{max}$ .

Cependant, pour bon nombre de sables, ces valeurs sont bien renseignées dans la littérature.

### D.2 Paramètres des mécanismes isotropes : $K_0^{eq}$ , $n$ et $\Gamma_{e/p}$

Les paramètres définissant le comportement isotrope du modèle CJS sont  $K_0^{eq}$ ,  $n$  et  $\Gamma_{e/p}$ . Ils sont identifiables à partir d'un essai de compression isotrope pratiqué sur un sable présentant un état normalement consolidé et d'une décharge isotrope. Le module de compressibilité équivalent est alors donné par l'inverse de la pente dans le repère  $(\varepsilon_v, p')$ . En effet, d'après les équations des mécanismes élastique et plastique isotrope, on a :

$$K^{eq} = \frac{\dot{p}'}{\dot{\varepsilon}_v} \quad (D.1)$$

La connaissance de la densité du matériau et la pression isotrope qu'il subit permet de remonter, via l'expression de  $K^{eq}$ , au paramètre  $K_0^{eq}$  :

$$K^{eq} = K_0^{eq}(1 + 10D_r) \left( \frac{p'}{p_a} \right)^n \quad (D.2)$$

Afin de s'affranchir du paramètre  $n$  qui n'est pas déterminé à ce stade de la procédure, il est nécessaire de mesurer cette pente pour  $p' = p_a$ . Un fois le paramètre  $K_0^{eq}$  calé, il est possible de déterminer le paramètre  $n$  en réitérant l'identification du module de compressibilité équivalent  $K^{eq}$  pour une autre valeur de  $p'$ . En annotant 1 et 2 les deux points de mesure, on a :

$$n = \exp \left( \frac{\ln \left( \frac{K_1^{eq}}{K_2^{eq}} \frac{1 + 10D_r^2}{1 + 10D_r^1} \right)}{\ln \left( \frac{p_1}{p_2} \right)} \right) \quad (D.3)$$

Le paramètre  $\Gamma_{e/p}$  faisant la part entre les différents mécanismes est alors identifiable à partir de la décharge isotrope en comparant les déformations élastiques et plastiques. Ce calage requiert de supposer l'évolution de la densité relative comme faible au cours de la charge. Dans les faits, il s'agit d'une très bonne approximation :

$$\Gamma_{e/p} = \frac{\varepsilon_v^{ip}}{\varepsilon_v^e} \quad (D.4)$$

### D.3 Module de cisaillement élastique $G_0^e$

Le module de cisaillement du mécanisme élastique est identifiable sur la pente de décharge d'un essai triaxial. Sous ces conditions, il est possible d'exprimer le module d'Young du matériau de la manière suivante :

$$E = \frac{\dot{\sigma}_{11}}{\dot{\varepsilon}_{11}} \quad (D.5)$$

Connaissant la valeur du module de compressibilité élastique à partir du calage de paramètre de la partie D.2 il est alors possible d'exprimer le module de cisaillement élastique :

$$G^e = \frac{3KE}{9K - E} \quad (D.6)$$

La valeur du paramètre  $G_0^e$  se déduit alors de l'expression du module de cisaillement :

$$G^e = G_0^e(1 + 10D_r) \left( \frac{p'}{p_a} \right)^n \quad (D.7)$$

### D.4 Courbe d'état critique dans le repère $(e, \ln p')$

En terme de volume, l'état critique d'un matériau granulaire est caractérisé par une courbe dans le repère  $(e, \ln p')$ . En fonction des versions du modèle CJS cette courbe pourra être définie comme linéaire ou à partir d'une loi puissance :



$$\begin{aligned} \text{Loi linéaire} \quad e_{crit} &= e_0 - c_{crit} \ln \left( \frac{p'}{p_{crit}} \right) \\ \text{Loi puissance} \quad e_{crit} &= e_0 - c_{crit} \left( \frac{p'}{p_{crit}} \right)^\zeta \end{aligned} \tag{D.8}$$

La loi linéaire compte alors deux paramètres contre trois pour la loi puissance. Autant d'essais sont requis pour le calage de chacune de ces versions, cependant, l'élargissement de la base de données sur la position de l'état critique dans le repère  $(e, \ln p')$  permet d'affiner le calage de chacune de ces lois.

## D.5 Facteur de forme

Le facteur de forme  $h(\theta)$ , présent dans les différentes surfaces du mécanisme déviatoire du modèle CJS, est modulable par un paramètre de forme  $\gamma$ . Ce dernier peut être calé à partir de la comparaison des états de contraintes en traction et en compression à l'état critique. Le paramètre  $\gamma$  s'exprime alors de la manière suivante :

$$\gamma = \frac{1 - A^6}{1 + A^6} \quad \text{avec} \quad A = \frac{I_1^c q^e}{I_1^e q^c} \tag{D.9}$$

Où :

- L'indice  $e$  correspond à un état critique en extension
- L'indice  $c$  correspond à un état critique en compression

## D.6 Paramètres d'états critique, caractéristique et de rupture en contrainte : $R_{crit}$ , $R_{car}$ et $R_{rupt}$

Une fois le facteur de forme déterminé, il est possible de déterminer le taux de contraintes et le rayon associé à l'atteinte de chacun des états critique, caractéristique et de rupture à partir de l'expression de leurs surfaces respectives dans le repère des contraintes :

$$R_{crit} = \sqrt{\frac{2}{3}} (1 - \gamma)^{1/6} \frac{q^{crit}}{I_1^{crit}} \tag{D.10}$$

$$R_{car} = \sqrt{\frac{2}{3}} (1 - \gamma)^{1/6} \frac{q^{car}}{I_1^{car}} \tag{D.11}$$

$$R_{rupt} = \sqrt{\frac{2}{3}} (1 - \gamma)^{1/6} \frac{q^{rupt}}{I_1^{rupt}} \tag{D.12}$$

## D.7 Rayon élastique maximal : $R_m$

La détermination du rayon élastique maximal diffère de celles des rayons des états repères car la surface de charge  $f^{dp}$  est exprimée en termes de contraintes locales et non globales. L'évaluation de ce paramètre se fait alors à partir de la décharge d'un essai triaxial après une phase de chargement suffisamment longue pour que le rayon élastique soit très proche de sa valeur maximale (à partir d'une déformation axiale d'au moins 15 %). En notant par un indice  $c$  la fin de la phase de charge et par un indice  $d$  l'atteinte du critère plastique lors de la décharge, il est possible de relier les contraintes de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \text{En charge} \quad q_{II}^c(1 - \gamma)^{1/6} - R_m I_1^c &= 0 \\ \text{En décharge} \quad q_{II}^d(1 - \gamma)^{1/6} - R_m I_1^d &= 0 \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

Les inconnues de ce système de deux équations sont alors  $R_m$  et le tenseur  $\mathbf{X}$ . La nature triaxiale de l'essai impose cependant une structure diagonale au tenseur  $\mathbf{X}$  et l'égalité des termes  $X_2$  et  $X_3$ . La nature déviatoire de ce tenseur permet alors de réduire son expression à une seule de ses composantes, ici  $X_1$  (voir annexe B).

Sachant que lors d'un essai triaxial :

$$q_{II} = \sqrt{\frac{3}{2}}|q_1| = \sqrt{\frac{3}{2}}\left|\frac{2}{3}q - X_1 I_1\right| \quad \text{avec} \quad q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (\text{D.14})$$

L'expression de  $X_1$  se déduit de l'unicité de  $R_m$  à partir du système D.13. Il est alors possible d'exprimer  $X_1$  de la manière suivante :

$$X_1 = \frac{2}{3} \frac{q^c + A q^d}{I_1^c + I_1^d} \quad \text{avec} \quad A = \left(\frac{1 + \gamma}{1 - \gamma}\right)^{1/6} \frac{I_1^c}{I_1^d} \quad (\text{D.15})$$

En injectant l'expression de  $X_1$  dans l'une des équations du système D.13 il est alors possible de remonter à la valeur du paramètre  $R_m$ .

## D.8 Le paramètre de dilataance $\beta$

Le taux de dilataance pilote en partie la pente de la courbe de déformation dans le repère  $(\varepsilon_v, \varepsilon_1)$ . Cette pente est également influencée par les mécanismes élastique et plastique isotrope qui sont susceptibles de générer des déformations volumiques. Même si cette quantité de déformation volumique est généralement négligeable devant le taux de dilataance du mécanisme plastique déviatoire, il est possible de s'en affranchir totalement lors de l'atteinte du pic de rupture. En effet, à l'état de résistance maximale, l'incrément de contrainte déviatoire (et donc également de contrainte isotrope) est nul. L'incrément de déformations volumiques élastiques est donc également nul tout comme l'incrément de déformations volumiques plastiques isotropes. Le choix de l'état de rupture comme point de mesure du taux de dilataance est alors d'autant plus pertinent qu'il présente la pente la plus marquée de l'histoire du chargement. La précision de la mesure en est donc accrue.

$$\dot{\varepsilon}_v = \beta \left( \frac{s_{II}^{rupt}}{s_{II}^{car}} - 1 \right) \frac{|\mathbf{s}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}|}{s_{II}} \quad (\text{D.16})$$

La simplification des expressions des tenseurs mécaniques sous condition triaxiale qui est donnée en annexe B permet d'écrire le produit scalaire de la relation D.16 de la manière suivante :

$$|\mathbf{s}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}| = \frac{6}{9}(\sigma_1 - \sigma_3)(\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_3) \quad \text{avec} \quad \dot{\epsilon}_3 = \frac{\dot{\epsilon}_v - \dot{\epsilon}_1}{2} \quad (\text{D.17})$$

En injectant cette expression dans l'équation D.16 il est possible d'exprimer le taux de dilataance de la manière suivante :

$$\beta \left( \frac{s_{II}^{rupt}}{s_{II}^{car}} - 1 \right) \sqrt{\frac{6}{9}} = \frac{2g_v}{3 - g_v} \quad \text{avec} \quad g_v = \frac{\dot{\epsilon}_v}{\dot{\epsilon}_1} \quad (\text{D.18})$$

La variable  $\beta$  s'exprime alors de la manière suivante :

$$\beta = \frac{\sqrt{6} g_v}{\left( \frac{s_{II}^{rupt}}{s_{II}^{car}} - 1 \right) (3 - g_v)} \quad (\text{D.19})$$

En remarquant que :

$$\frac{s_{II}^{rupt}}{s_{II}^{car}} - 1 = \frac{t^{rupt} - t^{car}}{t^{car} - 1} \quad \text{avec} \quad t = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} \quad (\text{D.20})$$

Il est possible d'exprimer  $\beta$  uniquement à partir de variables mécaniques directement lisibles sur les courbes de contraintes et de déformations de l'essai :

$$\beta = \frac{\sqrt{6} g_v}{\left( \frac{t^{rupt} - t^{car}}{t^{car} - 1} \right) (3 - g_v)} \quad (\text{D.21})$$

## D.9 Paramètre d'écrouissage cinématique : $\alpha$

Les variables  $a$  et  $A$ , pilotant respectivement les écrouissages isotrope et cinématique du modèle, ont une action combinée sur la pente du chemin de contrainte dans le repère  $(q, \epsilon_1)$ . Il est alors difficile de déterminer la valeur de chacun de ces paramètres. Lorsque la charge est suffisamment longue (déformation axiale d'au moins 15 %), le rayon élastique atteint sa valeur maximale  $R_m$  et l'écrouissage isotrope n'a plus d'effet. Ainsi, lors de la décharge après une telle sollicitation, il est possible d'évaluer la valeur du paramètre  $a$  à partir de l'étude de la pente du chemin de contrainte.

Pour simplifier les calculs, on se placera à la fin de la décharge. Dans ce cadre, la contrainte déviatoire  $\mathbf{s}$  est nulle et le mécanisme plastique isotrope n'est pas activé. l'incrément de déformation s'écrit alors :

$$\dot{\epsilon}_1^{tot} = \dot{\epsilon}_1^e + \dot{\epsilon}_1^{dp} \quad (\text{D.22})$$

Il est possible de s'affranchir de la partie élastique du tenseur des déformations grâce au calage des paramètres élastiques :

$$\dot{\varepsilon}_1^e = \frac{\dot{\sigma}_1}{3} \left( \frac{1}{3K^e} + \frac{1}{G^e} \right) \quad (\text{D.23})$$

Les modules élastiques sont alors déduits des paramètres  $K_0^{eq}$ ,  $\Gamma_{e/p}$ ,  $n$  et  $G_0^e$ .

Il est alors possible de relier l'incrément de déformations plastiques à la pente de la courbe dans le repère  $(q, \varepsilon_1)$  :

$$g_p = \frac{\dot{\sigma}_1}{\dot{\varepsilon}_1} \longrightarrow \varepsilon_1^{dp} = \dot{\sigma}_1 \left( \frac{1}{g_p} - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3K} + \frac{1}{G} \right) \right) \quad (\text{D.24})$$

D'autre part, il est possible d'exprimer l'incrément de déformations plastiques à partir de la loi d'écoulement de ce mécanisme :

$$\varepsilon_1^{dp} = \dot{\lambda}^d G_1^d = \dot{\lambda}^d \left( \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_1} - \left( \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_1} \cdot n_1 + 2 \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_3} \cdot n_3 \right) \right) \quad (\text{D.25})$$

Avec :

$$\frac{\partial f^d}{\partial \sigma_i} = Q_i - (Q_k X_k + R_m) \quad (\text{D.26})$$

L'annexe B traitant de la simplification des équations du modèle CJS sous condition triaxiale permet de simplifier l'expression D.25. Tout d'abord, le tenseur  $\mathbf{n}$  peut se mettre sous la suivante :

$$n_1 = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}\beta - 1}{\sqrt{3 + \beta^2}} \quad \text{et} \quad n_3 = \frac{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}\beta - 1}{\sqrt{3 + \beta^2}} \quad (\text{D.27})$$

Le tenseur  $\mathbf{Q}$  peut également être exprimé de manière simplifiée :

$$Q_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}(1 + \gamma)^{1/6} \quad \text{et} \quad Q_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}(1 + \gamma)^{1/6} \quad (\text{D.28})$$

L'expression du tenseur  $\mathbf{X}$  peut également être simplifiée. Cette expression s'exprime à partir de la surface de charge déviatoire et de la nullité des contraintes déviatoires :

$$X_1 = \frac{2R_m}{\sqrt{6}(1 + \gamma)^{1/6}} \quad \text{et} \quad X_3 = \frac{-R_m}{\sqrt{6}(1 + \gamma)^{1/6}} \quad (\text{D.29})$$

En injectant les équations D.28 et D.29 dans D.26, il est alors possible de simplifier l'expression de la dérivée de la surface de charge :

$$\frac{\partial f^d}{\partial \sigma_i} = Q_i \quad (\text{D.30})$$

En injectant les équations D.27 et D.30 dans l'équation D.25 on obtient l'expression suivante de l'incrément de déformations plastiques :

$$\varepsilon_1^{dp} = -2\dot{\lambda}^d Q_3 \left( 1 - \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}\beta \left( \sqrt{\frac{2}{3}}\beta - 1 \right)}{3 + \beta^2} \right) \quad (\text{D.31})$$

L'expression du multiplicateur plastique va permettre d'introduire à la fois la pente de la courbe de contraintes et le paramètre d'écrouissage cinématique. Cette dernière, dans le cas d'une sollicitation triaxiale s'exprime de la manière suivante :

$$\dot{\lambda}^d = \frac{1}{H} \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_1} \cdot \dot{\sigma}_1 \quad (\text{D.32})$$

Avec le module plastique suivant :

$$H = I_1^2 \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^{-1,5} \left( \frac{AR_m^2}{(R_m + Ap)^2} + a Q_i(Q_i - \phi X_i) \right) \quad (\text{D.33})$$

Si la phase de charge précédente à été suffisamment longue, il est possible de passer à la limite en faisant tendre  $p$  vers l'infini :

$$\lim_{p \rightarrow +\infty} H = a I_1^2 \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^{-1,5} Q_i(Q_i - \phi X_i) \quad (\text{D.34})$$

Le développement des calculs permet alors d'exprimer le multiplicateur plastique de la manière suivante :

$$\lambda^d = \frac{-2Q_3\dot{\sigma}_1}{a I_1^2 \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^{-1,5} Q_3(Q_3 - \phi X_3)} \quad (\text{D.35})$$

Avec  $\phi$ , dans cadre d'un essai triaxial, pouvant s'exprimer de la manière suivante :

$$\phi = \frac{(1 + \gamma)^{1/6}(1 - \gamma)^{1/6}}{R_{rupt} + \frac{(1 - \gamma)^{1/6}}{(1 + \gamma)^{1/6}} R_m} \quad (\text{D.36})$$

En injectant l'expression D.35 dans l'équation D.31 tout en identifiant à l'expression D.25 il est alors possible de déterminer le paramètre d'écrouissage cinématique  $a$  :

$$a = \frac{4 \left( 1 - \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}\beta \left( \sqrt{\frac{2}{3}}\beta - 1 \right)}{3 + \beta^2} \right)}{I_1^2 \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^{-1,5} \left( 1 + \frac{R_m(1 - \gamma)^{1/6}}{R_{rupt}(1 + \gamma)^{1/6} + R_m(1 - \gamma)^{1/6}} \right) \left( \frac{1}{g_p} - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3K} + \frac{1}{G} \right) \right)} \quad (\text{D.37})$$

## D.10 Paramètre d'écrouissage isotrope : $A$

Le paramètre d'écrouissage isotrope  $A$  peut être calé à partir de la pente initiale de la courbe de charge dans le repère  $(q, \varepsilon_1)$ . Si le rayon élastique initial est suffisamment petit les trois mécanismes du CJS sont activés et l'incrément de déformation axial peut s'écrire :

$$\dot{\varepsilon}_1 = \dot{\varepsilon}_1^e + \dot{\varepsilon}_1^{ip} + \dot{\varepsilon}_1^{dp} \quad (\text{D.38})$$

Les incréments de déformations élastique et plastique peuvent être exprimés aisément en fonction de l'incrément de contrainte à partir des équations du modèle :

$$\dot{\varepsilon}_1^e = \frac{\dot{\sigma}_1}{3} \left( \frac{1}{3K^e} + \frac{1}{G^e} \right) \quad (\text{D.39})$$

$$\dot{\varepsilon}_1^{ip} = \frac{\dot{\sigma}_1}{9K^p} \quad (\text{D.40})$$

L'expression de la pente initiale  $g_i$  de la courbe de charge dans le repère  $(q, \varepsilon_1)$  permet alors d'écrire :

$$\dot{\varepsilon}_1^{dp} = \dot{\sigma}_1 \left( \frac{1}{g_i} - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3K^{eq}} + \frac{1}{G^e} \right) \right) \quad (\text{D.41})$$

D'autre part, il est possible d'exprimer l'incrément de déformations plastiques déviatoires à partir de la loi d'écoulement du mécanisme :

$$\dot{\varepsilon}_1^{dp} = \dot{\lambda}^d G_1 \quad \text{avec} \quad \dot{\lambda}^d = \frac{1}{H} \left( \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_1} \dot{\sigma}_1 \right) \quad (\text{D.42})$$

La nullité du tenseur  $\mathbf{X}$  et du rayon élastique lors de la première atteinte du critère plastique déviatoire permet de simplifier l'expression de la dérivée de la surface de charge :

$$\frac{\partial f^d}{\partial \sigma_1} = Q_1 - (Q_1 X_1 + 2Q_3 X_3 + R) = Q_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}(1 - \gamma)^{1/6} \quad (\text{D.43})$$

L'expression du module plastique  $H$  peut également être simplifiée si l'on prend en compte la structure du tenseur  $\mathbf{Q}$  et le fait que  $p = 0$  :

$$H = I_1^2 \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^{-1,5} \left( A + \frac{3}{2} a Q_1^2 \right) \quad (\text{D.44})$$

Enfin, l'expression de  $G_1$  est, sous condition triaxiale, la suivante :

$$G_1 = \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_1} - \left( \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_1} n_1 + 2 \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_3} n_3 \right) n_1 \quad (\text{D.45})$$

Le tenseur normal  $n$  peut alors être mis sous la forme suivante :

$$n_1 = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}\beta} - 1}{\sqrt{3 + \beta^2}} \quad \text{et} \quad n_3 = \frac{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}\beta} - 1}{\sqrt{3 + \beta^2}} \quad (\text{D.46})$$

D'où :

$$G_1 = Q_1 \left( 1 - \frac{\sqrt{\frac{3}{2}\beta} \left( \sqrt{\frac{2}{3}\beta} - 1 \right)}{3 + \beta^2} \right) \quad (\text{D.47})$$

En injectant les expressions D.43, D.44 et D.47 dans l'équation D.42, il est possible, en identifiant à l'équation D.41, d'exprimer le paramètre  $A$  de la manière suivante :

$$A = \frac{\frac{2}{3}(1-\gamma)^{1/3} \left( 3 + \sqrt{\frac{3}{2}}\beta \right)}{I_1^2 \left( \frac{I_1}{3p_a} \right)^{-1,5} \left( \frac{1}{g_i} - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3K^{eq}} + \frac{1}{G^e} \right) \right) (3 + \beta^2)} - a(1-\gamma)^{1/3} \quad (D.48)$$

## D.11 Paramètres variationnels isotropes : $\alpha_{car}$ , $\alpha_{rupt}$ , $\alpha_a$ et $\alpha_\beta$

Ces paramètres variationnels s'identifient au travers de l'évolution des paramètres  $R_{car}$ ,  $R_{car}$ ,  $a$  et  $\beta$ . Pour les caler, il est donc nécessaire d'identifier ces variables pour aux moins deux valeurs distinctes de  $\psi$  et d'identifier les paramètres variationnels correspondants. Le calage sera d'autant plus pertinent que le nombre d'essais sera important.

## D.12 Paramètres variationnels anisotropes : $\kappa_A$ et $\kappa_a$

Ces paramètres variationnels sont identifiables à partir d'un essai cyclique répété à plusieurs paliers de contraintes déviatoires maximales. Les variables  $a$  et  $A_0$  seront alors identifiées pour chaque palier et les paramètres variationnels en seront déduits.





# Annexe E

## Simulations d'essais triaxiaux

### E.1 Essais sur sable de Hostun

Les essais simulés dans cette partie sont essentiellement tirés de la thèse de Mohkam [Moh83]. Ils sont tous pratiqués sur un sable de Hostun sollicité sous divers chemins de sollicitations. Les paramètres physiques de ce matériau sont synthétisés dans le tableau E.1 et les paramètres utilisés dans la modélisation dans le tableau E.2.

|           | Sable de Hostun |
|-----------|-----------------|
| $e_{min}$ | 0,529           |
| $e_{max}$ | 0,820           |

**TABLE E.1** – Paramètres physiques pour le sable de Hostun

|                 | Sable de Hostun |                | Sable de Hostun               |
|-----------------|-----------------|----------------|-------------------------------|
| $K_0^{eq}$      | 17 MPa          | $R_m$          | 0.120                         |
| $\Gamma_{e/p}$  | 0,75            | $A_0$          | $2.10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$   |
| $G_0^e$         | 15,5 MPa        | $\kappa_A$     | $20.10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$  |
| $n$             | 0,6             | $a_0$          | $5.10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$   |
| $R_{crit}$      | 0,280           | $\kappa_a$     | $-35.10^{-4} \text{ Pa}^{-1}$ |
| $e_0$           | 0,76            | $\alpha_a$     | 3                             |
| $c_{crit}$      | 0,008           | $\beta_0$      | -0,6                          |
| $\zeta$         | 0,9             | $\alpha_\beta$ | 1,0                           |
| $\alpha_{rupt}$ | 2,0             | $\Gamma_\beta$ | 1,0                           |
| $\alpha_{car}$  | 2,5             | $\gamma$       | 0.86                          |

**TABLE E.2** – Paramètres de modèle pour le sable de Hostun

### E.1.1 Essai isotrope cyclique

L'essai cyclique isotrope présenté ici est issu de la thèse de Zitouni [Zit88]. Il est constitué d'une succession de charge et de décharge isotrope pour des contraintes moyennes croissantes à chaque cycle (600, 1000 et 2000 kPa).

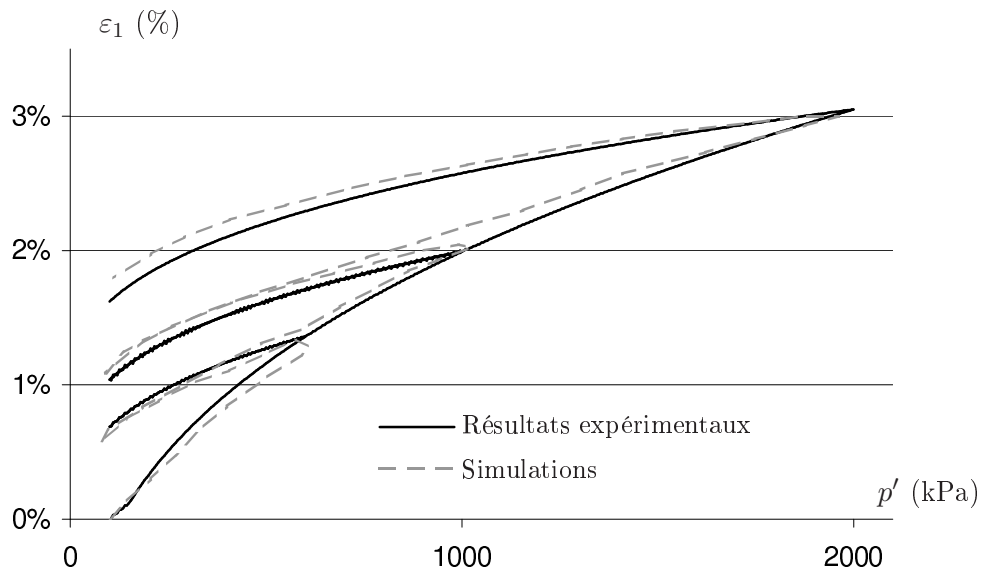
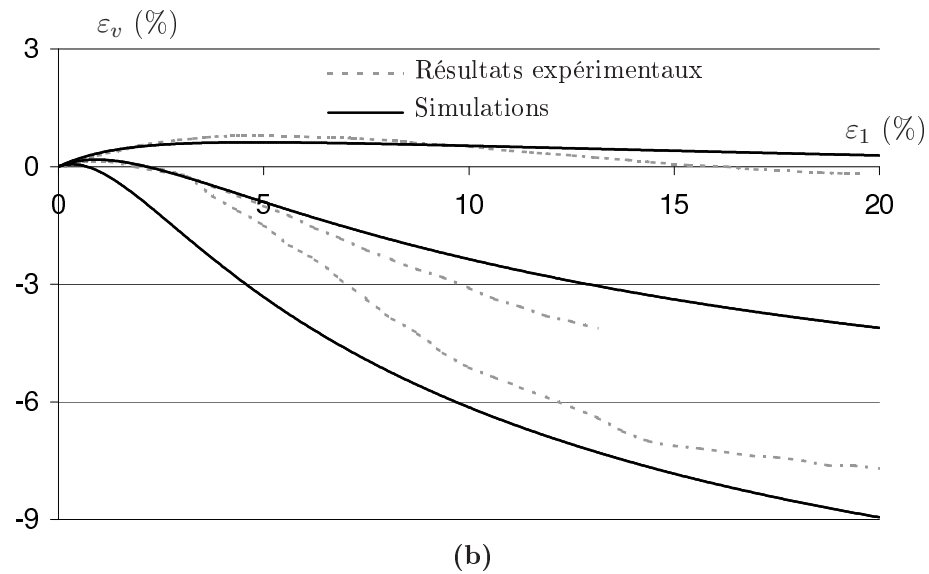
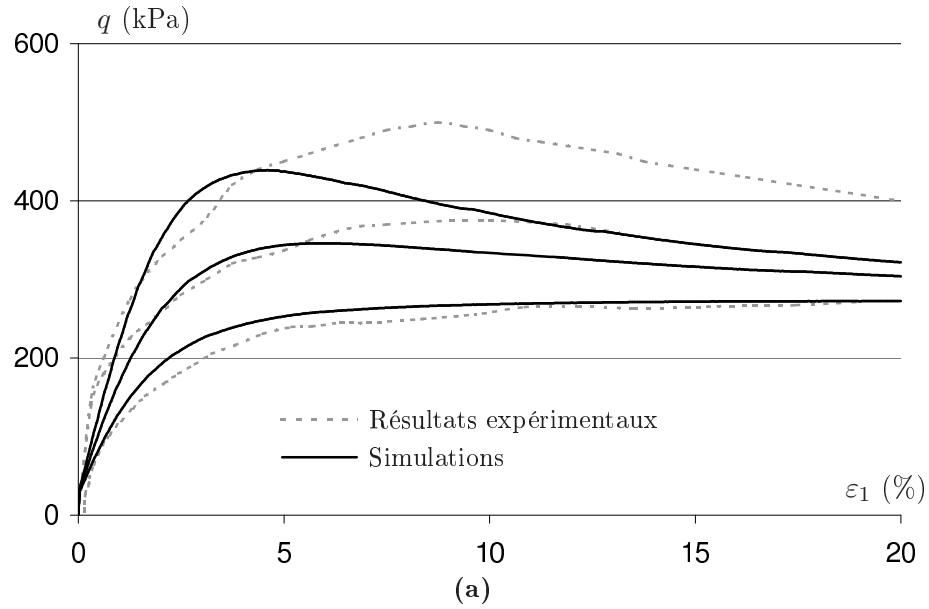


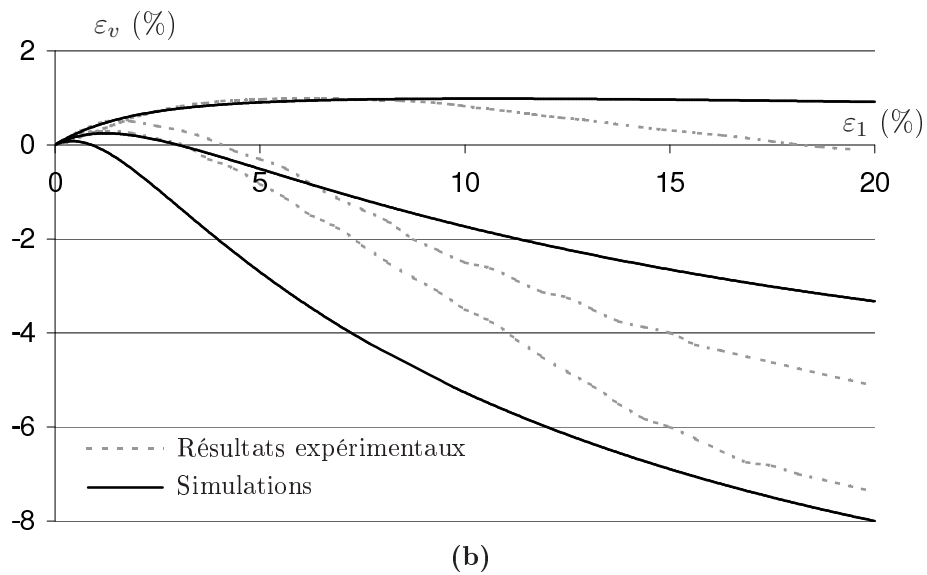
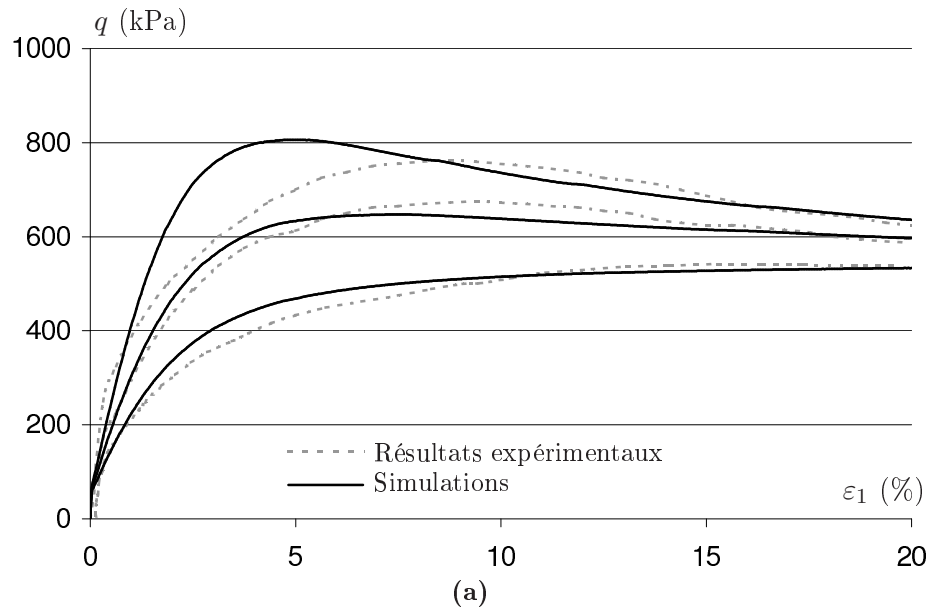
FIGURE E.1 – Comparaison entre simulation et courbes expérimentale pour un essai isotrope cyclique pratiqué sur un sable de Hostun

### E.1.2 Essais monotones drainés

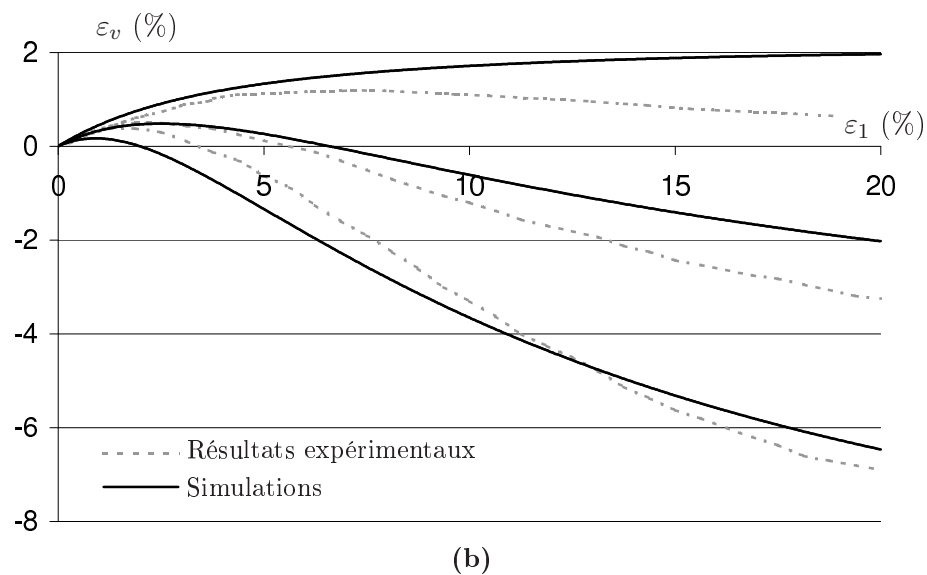
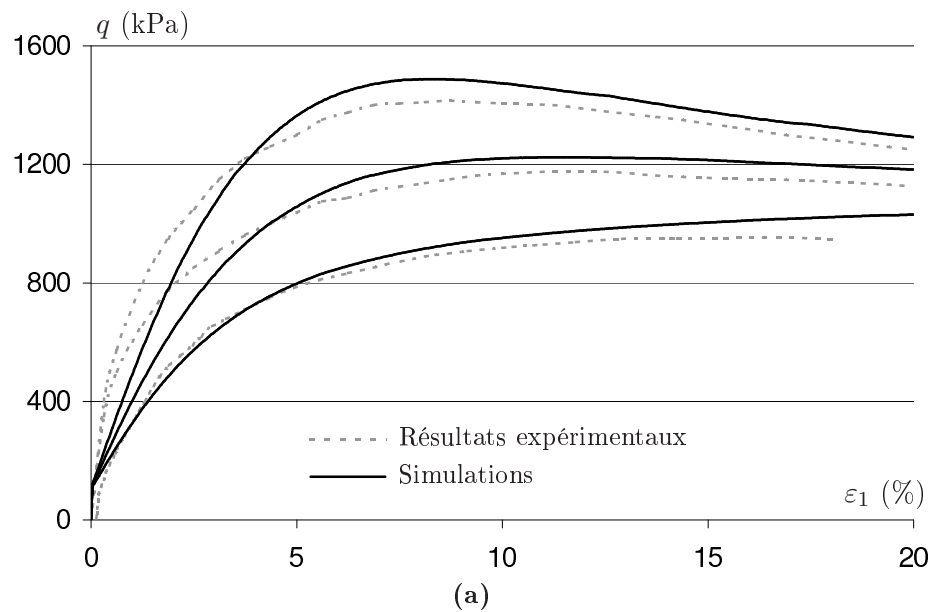
Les essais triaxiaux monotones sont regroupés ici par confinement (100, 200, 400 et 600 kPa). Pour chacun de ces confinements, 3 densités initiales sont utilisées :  $e^{ini} = 0,55, 0,64$  et  $0,74$ .



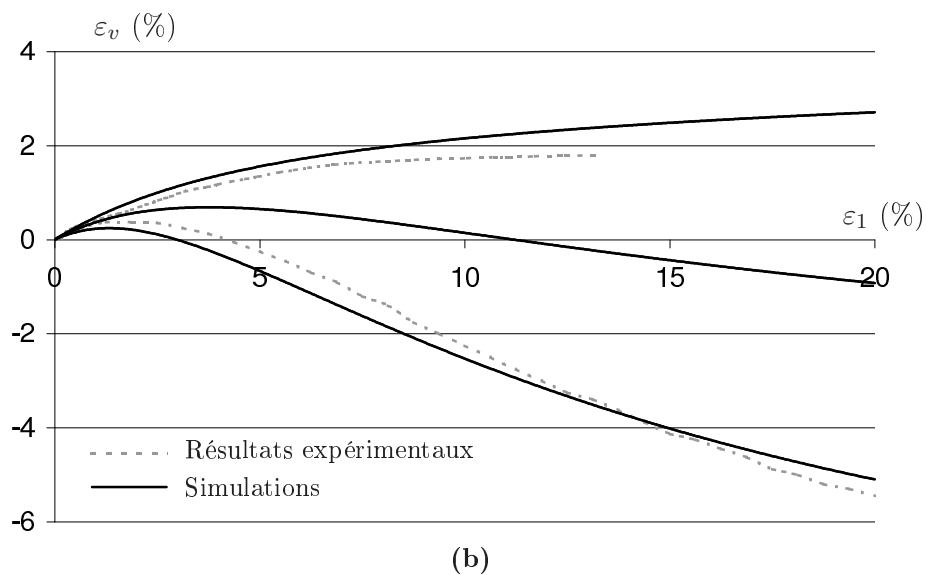
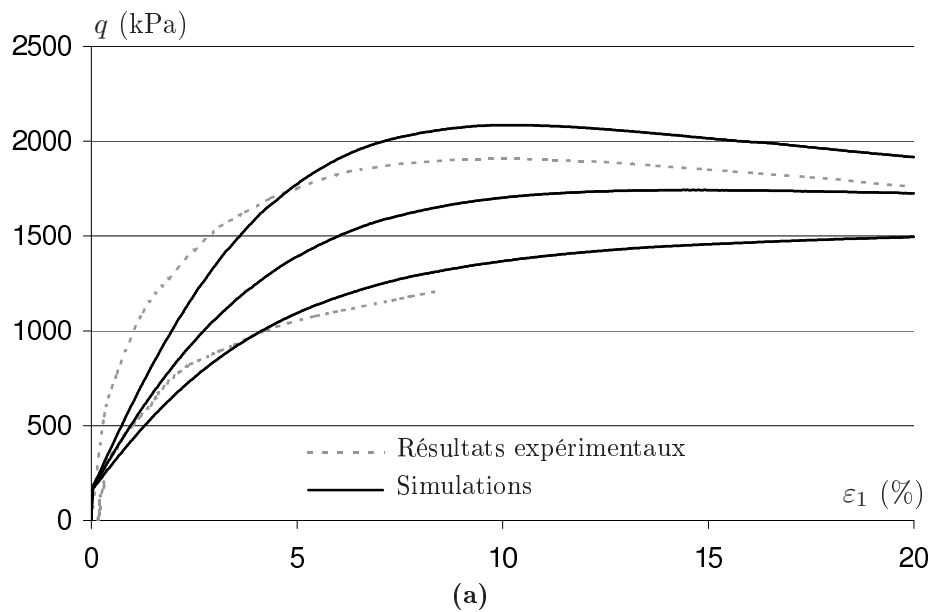
**FIGURE E.2** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(\varepsilon_v, \varepsilon_1)$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'essais monotones sur le sable de Hostun. Confinement 100 kPa,  $e^{ini} = 0,55, 0,64$  et  $0,74$



**FIGURE E.3** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(\varepsilon_v, \varepsilon_1)$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'essais monotones sur le sable de Hostun. Confinement 200 kPa,  $e^{ini} = 0,55, 0,64$  et  $0,74$



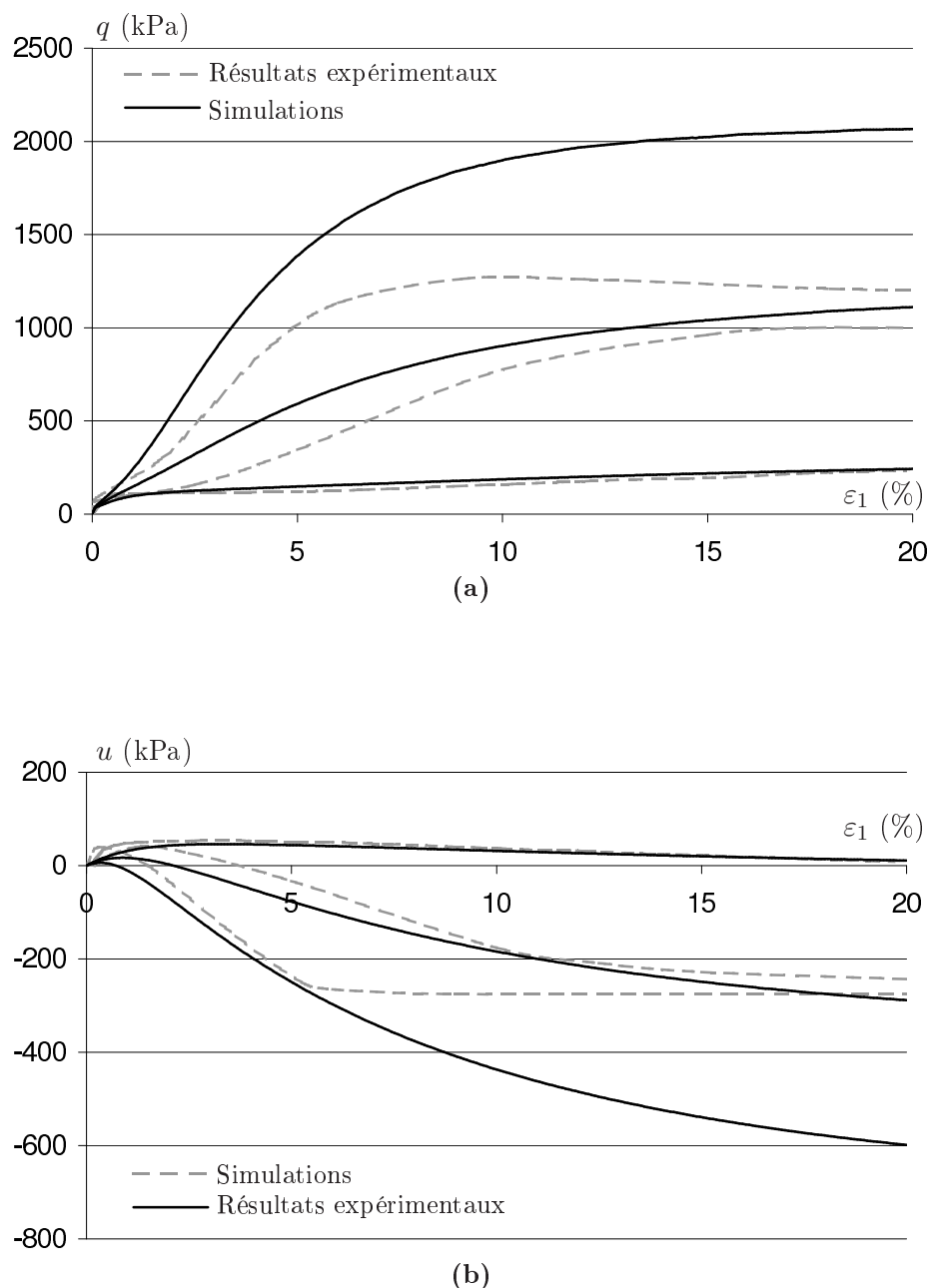
**FIGURE E.4** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(\varepsilon_v, \varepsilon_1)$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'essais monotones sur le sable de Hostun. Confinement 400 kPa,  $e^{ini} = 0,55, 0,64$  et  $0,74$



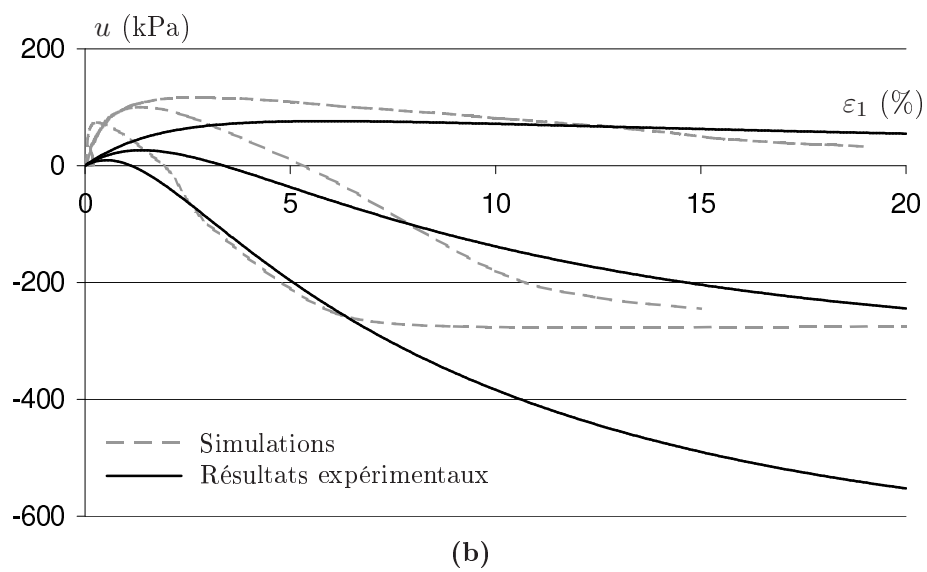
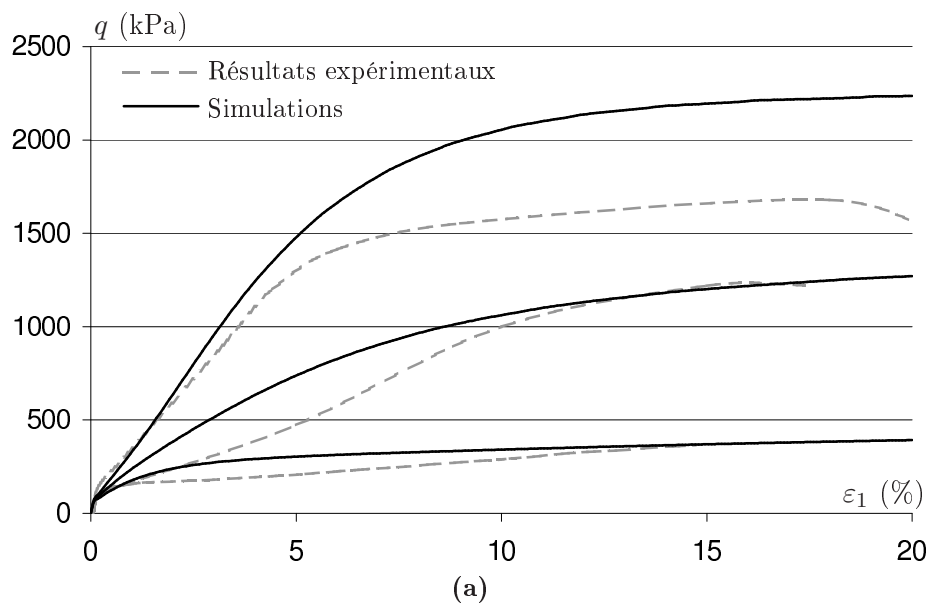
**FIGURE E.5** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(\varepsilon_v, \varepsilon_1)$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'essais monotones sur le sable de Hostun. Confinement 600 kPa,  $e^{ini} = 0,55, 0,64$  et  $0,74$

### E.1.3 Essais monotones non-drainés

Les essais triaxiaux monotones non-drainés présentés ici sont regroupés par confinement (100, 200, 400 et 600 kPa). Pour chacun de ces confinements, trois densités initiales sont utilisées :  $e^{ini} = 0,55, 0,64$  et  $0,74$ .

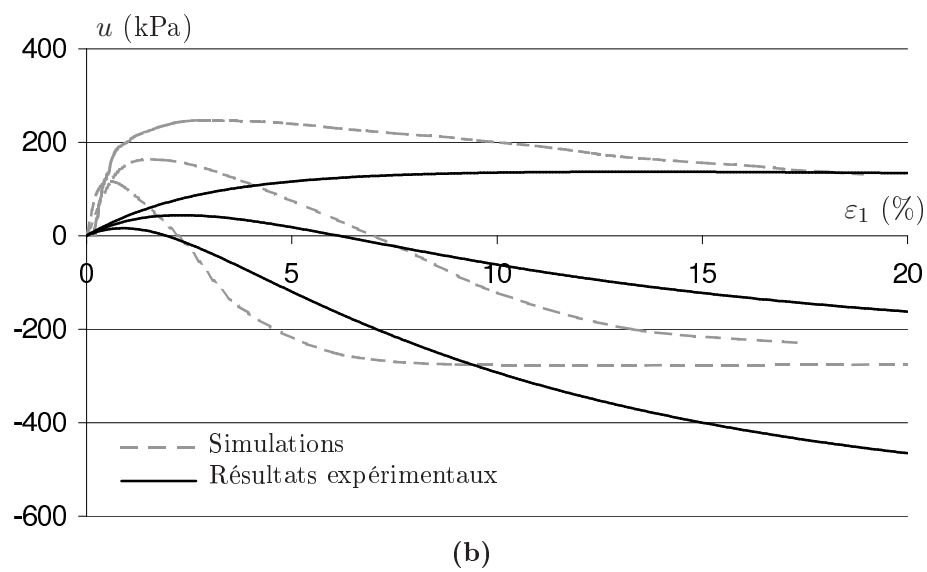
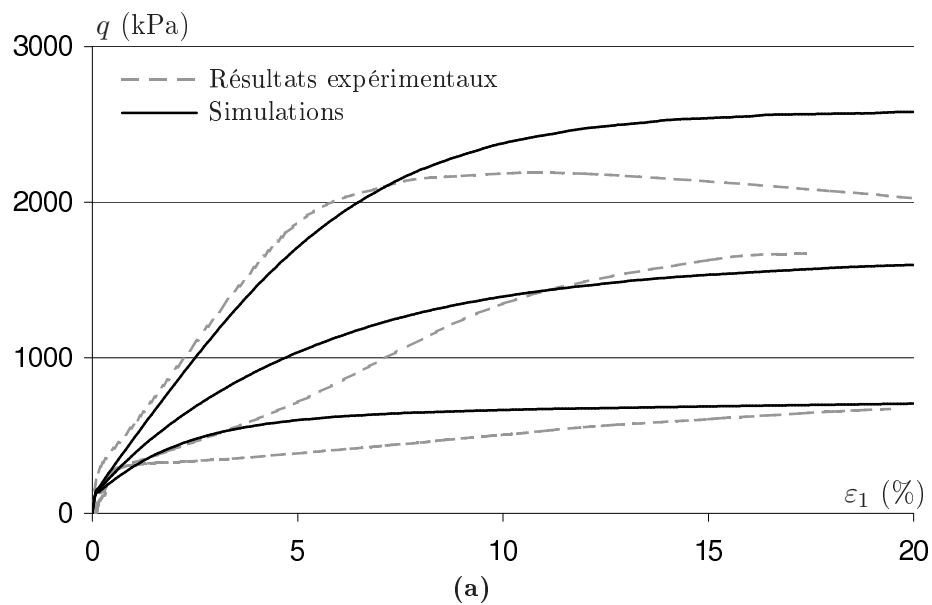


**FIGURE E.6** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(u, \varepsilon_1)$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'essais monotones sur le sable de Hostun sous condition non-drainée. Confinement 100 kPa,  $e^{ini} = 0,55, 0,64$  et  $0,74$

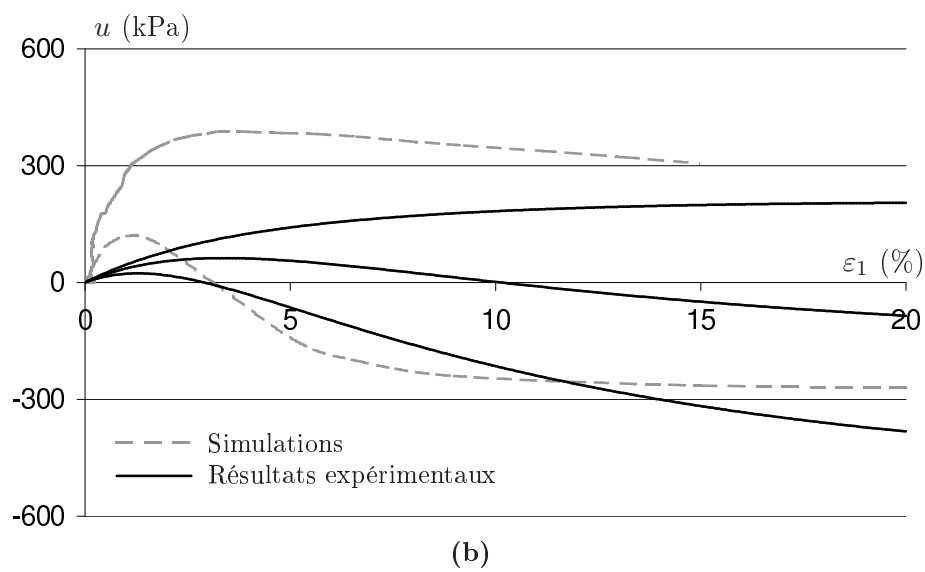
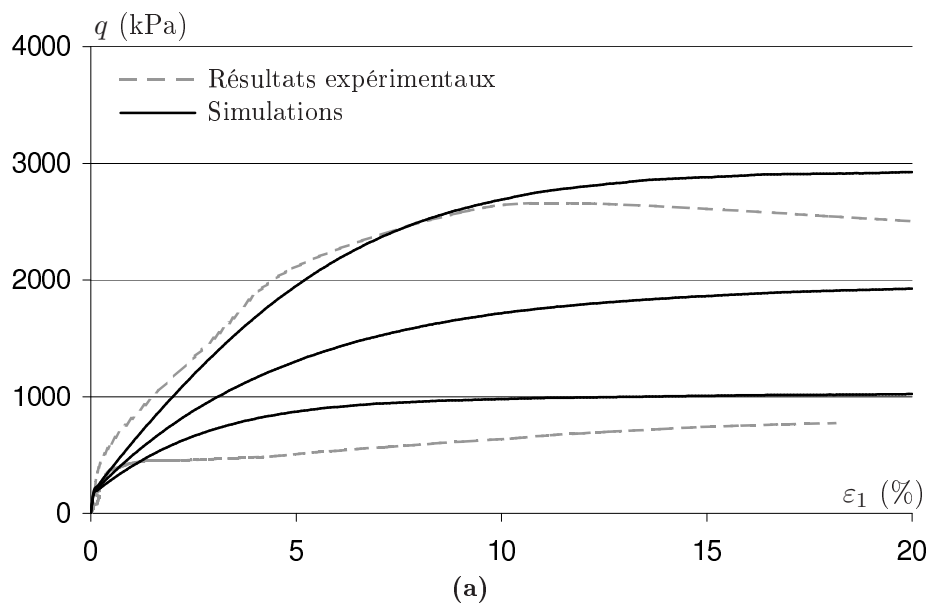


**FIGURE E.7** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(u, \varepsilon_1)$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'essais monotones sur le sable de Hostun sous condition non-drainée. Confinement 200 kPa,  $e^{ini} = 0,55, 0,64 \text{ et } 0,74$





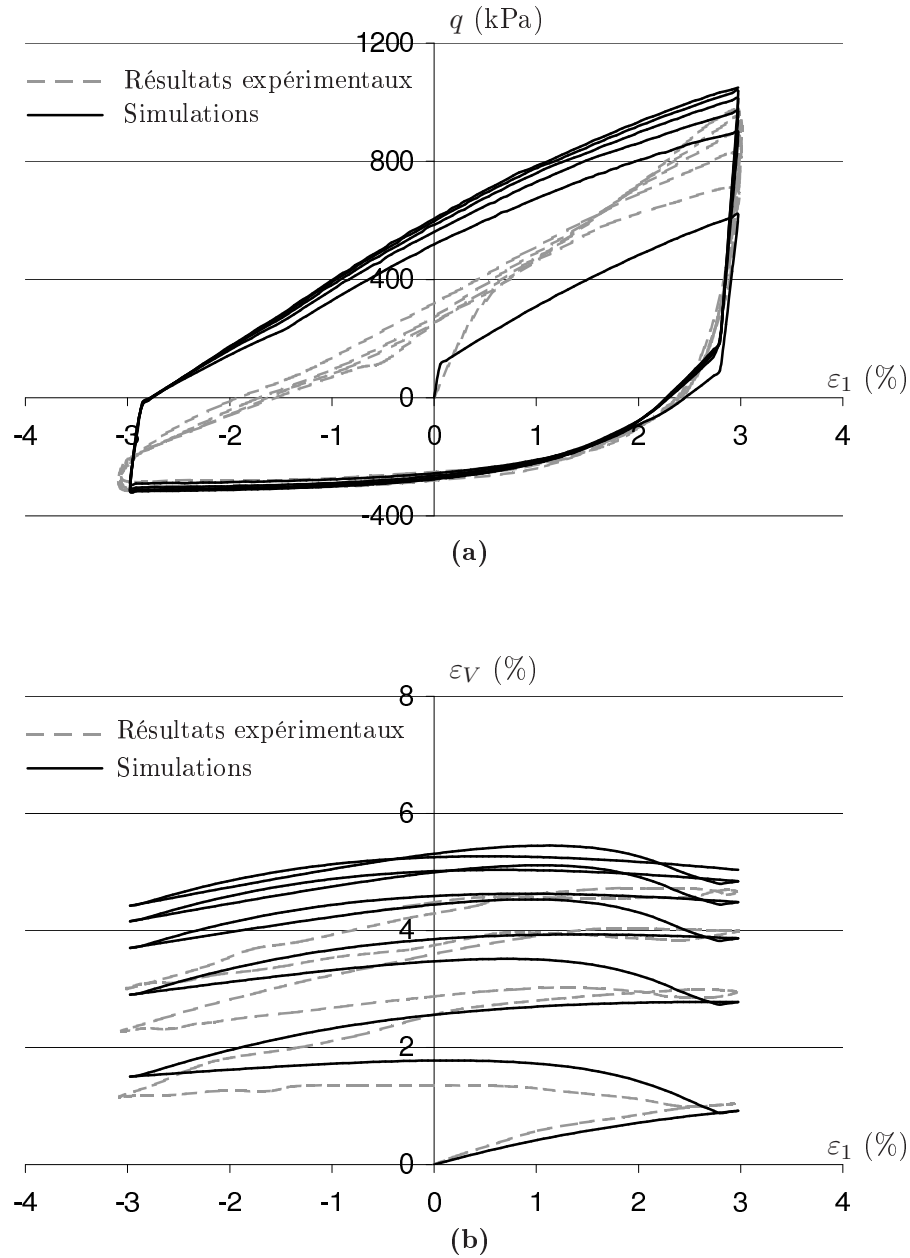
**FIGURE E.8** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(u, \varepsilon_1)$ , des simulations et essais expérimentaux lors d’essais monotones sur le sable de Hostun sous condition non-drainée. Confinement 400 kPa,  $e^{ini} = 0,55, 0,64$  et  $0,74$



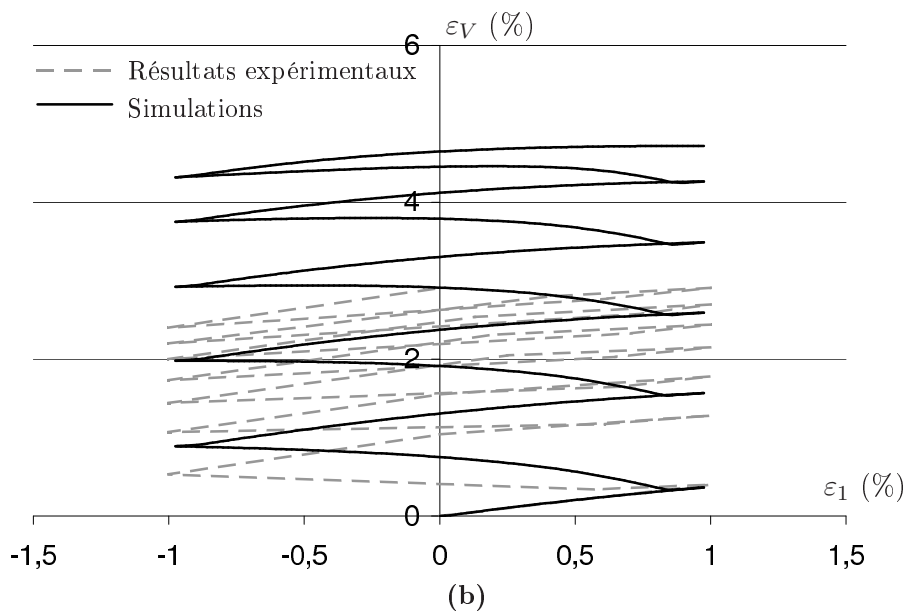
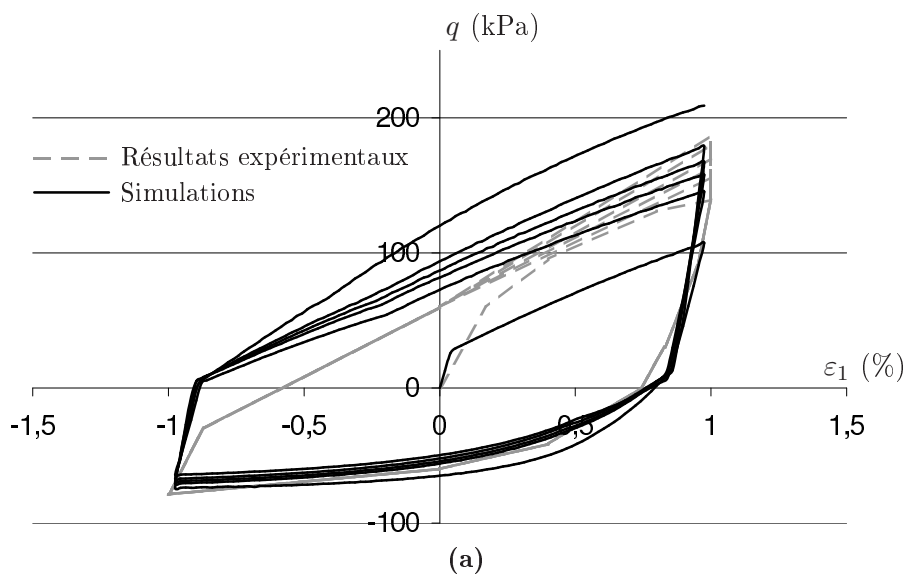
**FIGURE E.9** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(u, \varepsilon_1)$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'essais monotones sur le sable de Hostun sous condition non-drainée. Confinement 600 kPa,  $e^{ini} = 0,55, 0,64$  et  $0,74$

### E.1.4 Essais cycliques alternés

Le premier essai cyclique alterné est pratiqué sous un confinement de 400 kPa et une sollicitation maximale de 3 %. L'indice des vides initial étant de 0,715. Le second essai cyclique est pratiqué à 100 kPa avec une sollicitation n'excédant pas les 1 % de déformations axiales. L'indice des vides initial est alors de 0,764. Une série de cinq cycles est pratiquée dans les deux cas



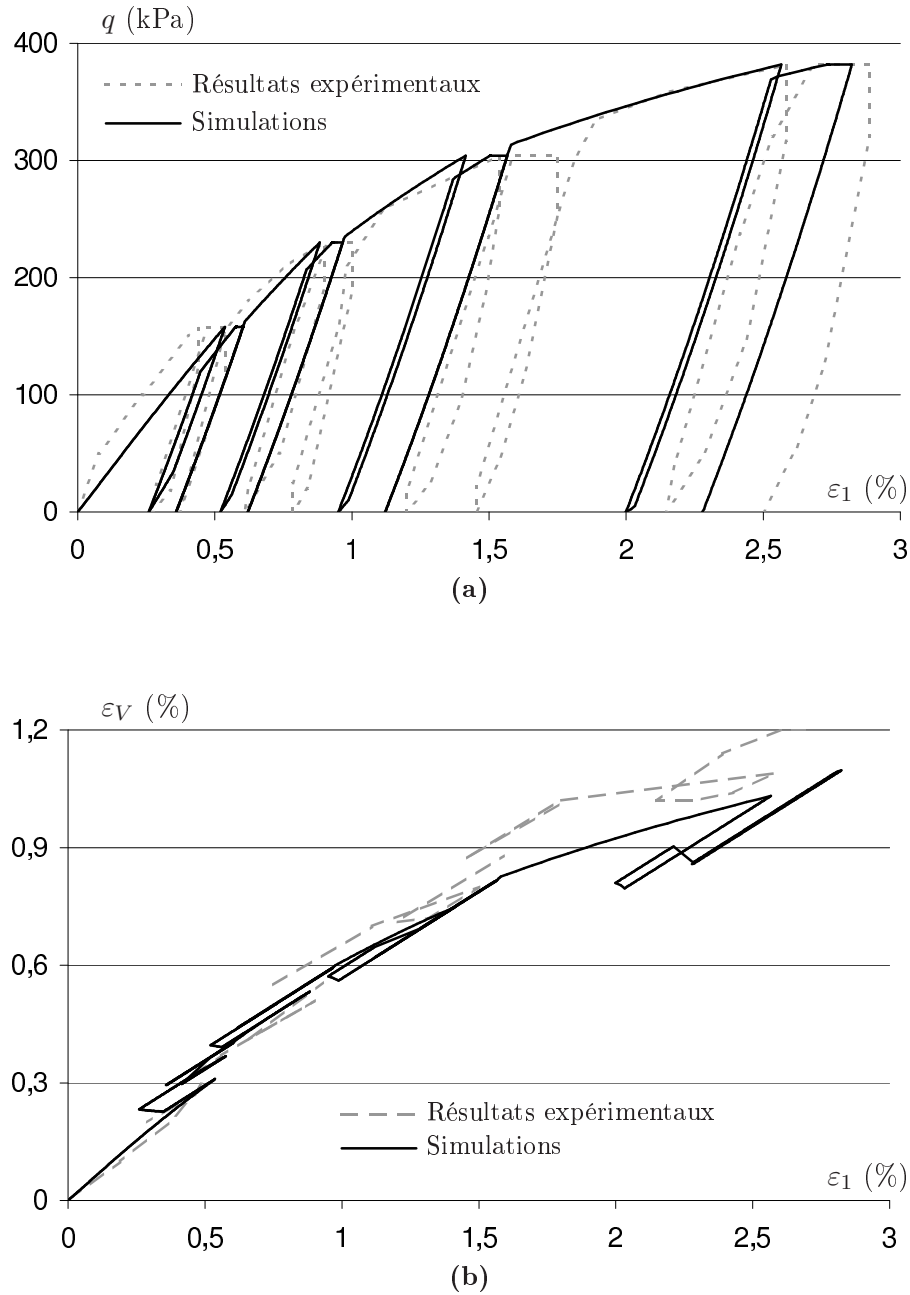
**FIGURE E.10** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(\varepsilon_v, \varepsilon_1)$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'un essai cyclique sur le sable de Hostun sous condition drainée. Confinement 400 kPa,  $e^{ini} = 0,715$ , déformation à  $\pm 3\%$



**FIGURE E.11** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(\varepsilon_v, \varepsilon_1)$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'un essai cyclique sur le sable de Hostun sous condition drainée. Confinement 100 kPa,  $e^{ini} = 0,764$ , déformation à  $\pm 1\%$

### E.1.5 Essai cyclique répété

L'essai cyclique répété présenté ici est constitué de séries de cinq cycles présentant des déviateurs de contraintes croissants ( $q_{max} = 160, 230, 305$  et  $380$  kPa). Seuls les premiers et derniers cycles de chaque série sont représentés.



**FIGURE E.12** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(\varepsilon_v, \varepsilon_1)$ , des simulations et des essais expérimentaux lors d'un essai cyclique répété drainé sur un sable de Hostun. Seuls les premiers et derniers cycles de chaque série de 5 cycles sont représentés. Confinement 200 kPa,  $e^{ini} = 0,753$ .

## E.2 Essais sur sable de Toyoura

Les essais pratiqués sur le sable de Toyoura sont principalement tirés des essais de Verdugo [VI96]. Les paramètres physiques de ce sable sont synthétisés dans le tableau E.3 et les paramètres de modèle sont rappelés dans le tableau E.4.

|           | Sable de Toyoura |
|-----------|------------------|
| $e_{min}$ | 0,597            |
| $e_{max}$ | 0,977            |

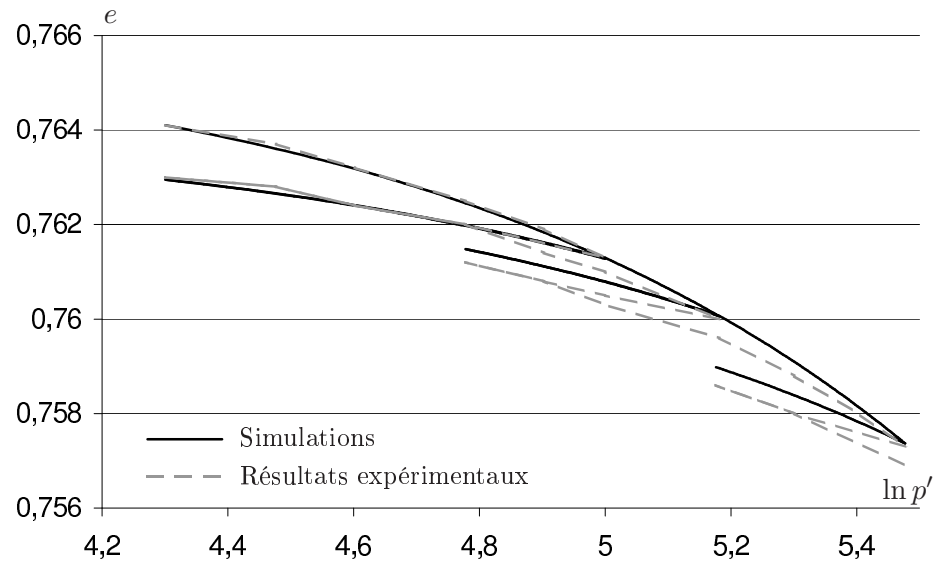
**TABLE E.3** – Paramètres physiques pour le sable de Toyoura

|                 | Sable de Toyoura |                | Sable de Toyoura             |
|-----------------|------------------|----------------|------------------------------|
| $K_0^{eq}$      | 10 MPa           | $R_m$          | 0,118                        |
| $\Gamma_{e/p}$  | 1,0              | $A_0$          | $4.10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$  |
| $G_0^e$         | 12,6 MPa         | $\kappa_A$     | $55.10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$ |
| $n$             | 0,45             | $a_0$          | $5.10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$  |
| $R_{crit}$      | 0,245            | $\kappa_a$     | $0,0 \text{ Pa}^{-1}$        |
| $e_0$           | 0,934            | $\alpha_a$     | 15                           |
| $c_{crit}$      | 0,019            | $\beta_0$      | -1,0                         |
| $\zeta$         | 0,7              | $\alpha_\beta$ | 15                           |
| $\alpha_{rupt}$ | 1,0              | $\Gamma_\beta$ | 0,05                         |
| $\alpha_{car}$  | 0,45             | $\gamma$       | 0,86                         |

**TABLE E.4** – Paramètre de modèle pour le sable de Toyoura

### E.2.1 Essai cyclique isotrope

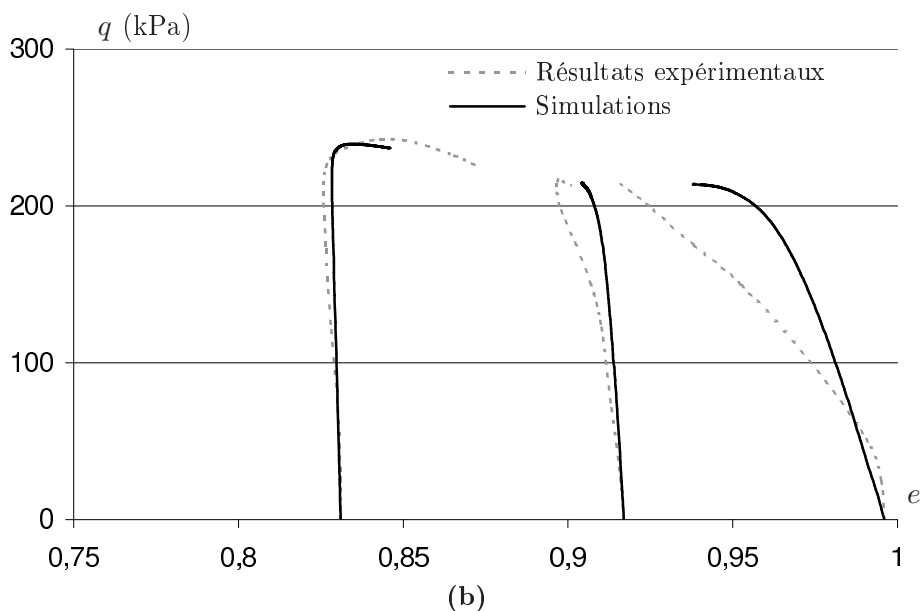
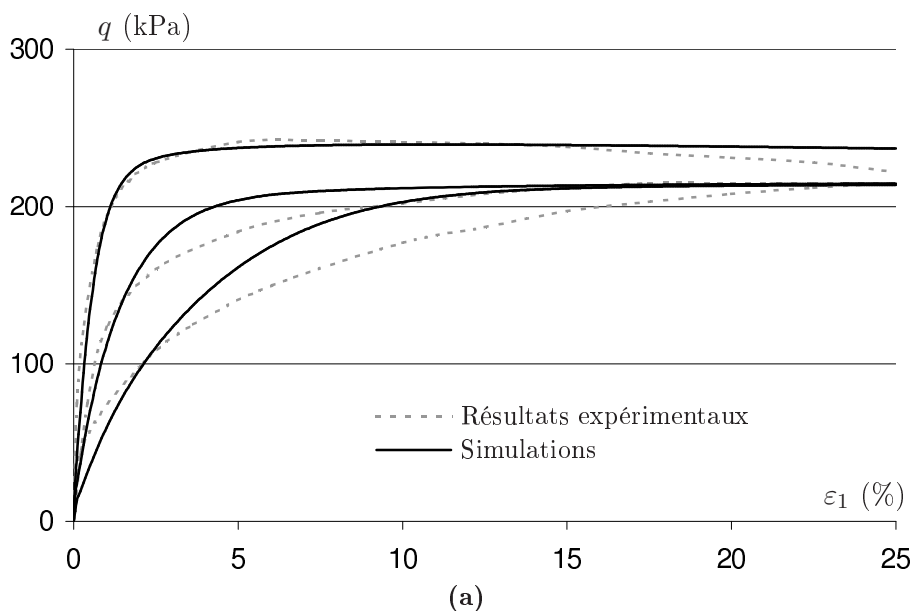
L'essai isotrope présenté ici est constitué d'une série de charge et de décharge à pression moyenne croissante :  $p_{max} = 150, 180$  et  $240$  kPa.



**FIGURE E.13** – Comparaison entre simulation et courbes expérimentales pour un essai isotrope cyclique pratiqué sur un sable de Toyoura

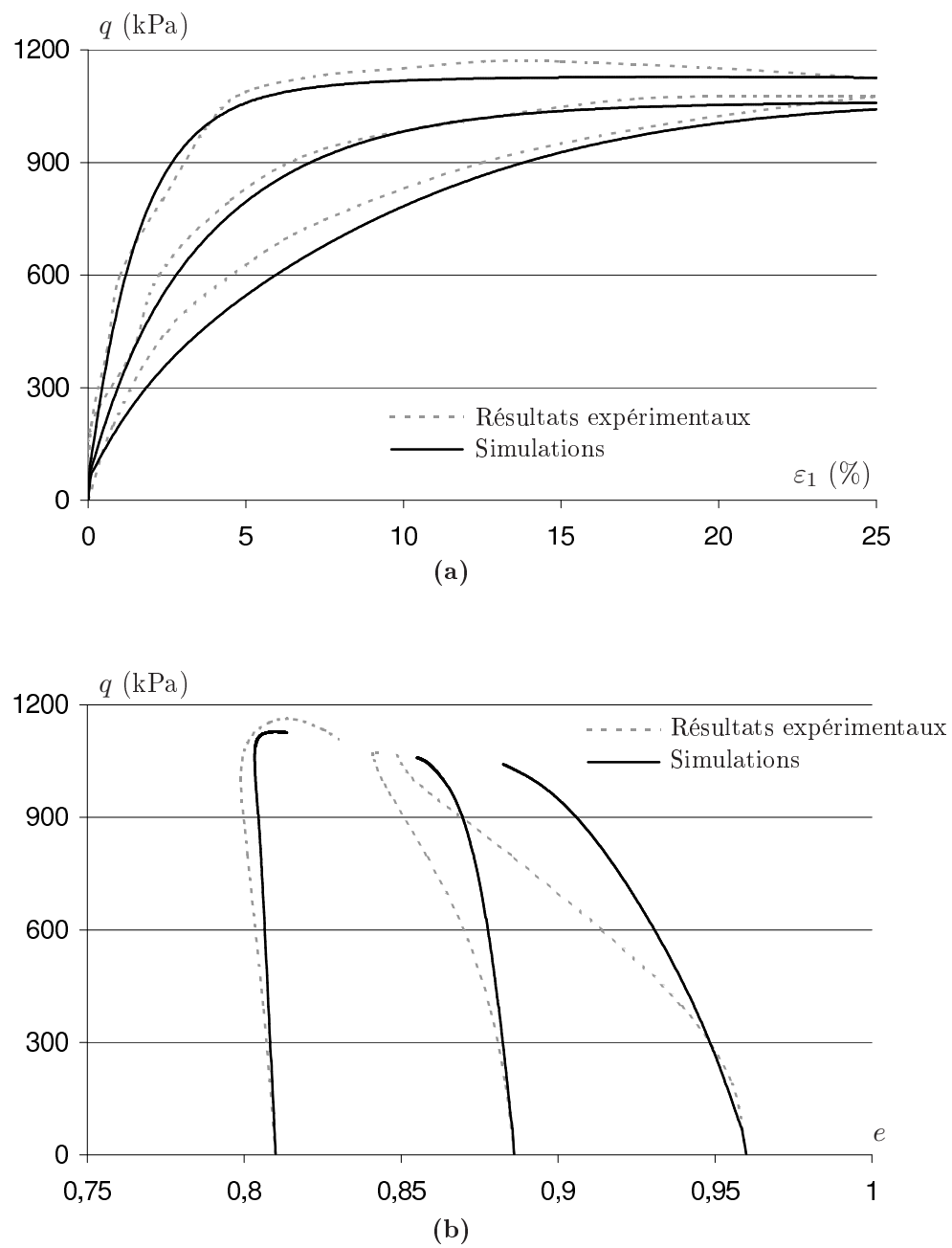
## E.2.2 Essais monotones drainés

Les essais triaxiaux monotones drainés pratiqués sur le sable de Toyoura sont regroupés ici par confinement (100 et 500 kPa). Les densités initiales varient alors de  $e^{ini} = 0,810$  à  $0,996$ . Les essais sont réalisés jusqu'à une déformation axiale de 25 %.



**FIGURE E.14** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(\varepsilon_v, \varepsilon_1)$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'essais monotones drainés sur le sable de Toyoura. Confinement 100 kPa,  $e^{ini} = 0,831, 0,917$  et  $0,996$

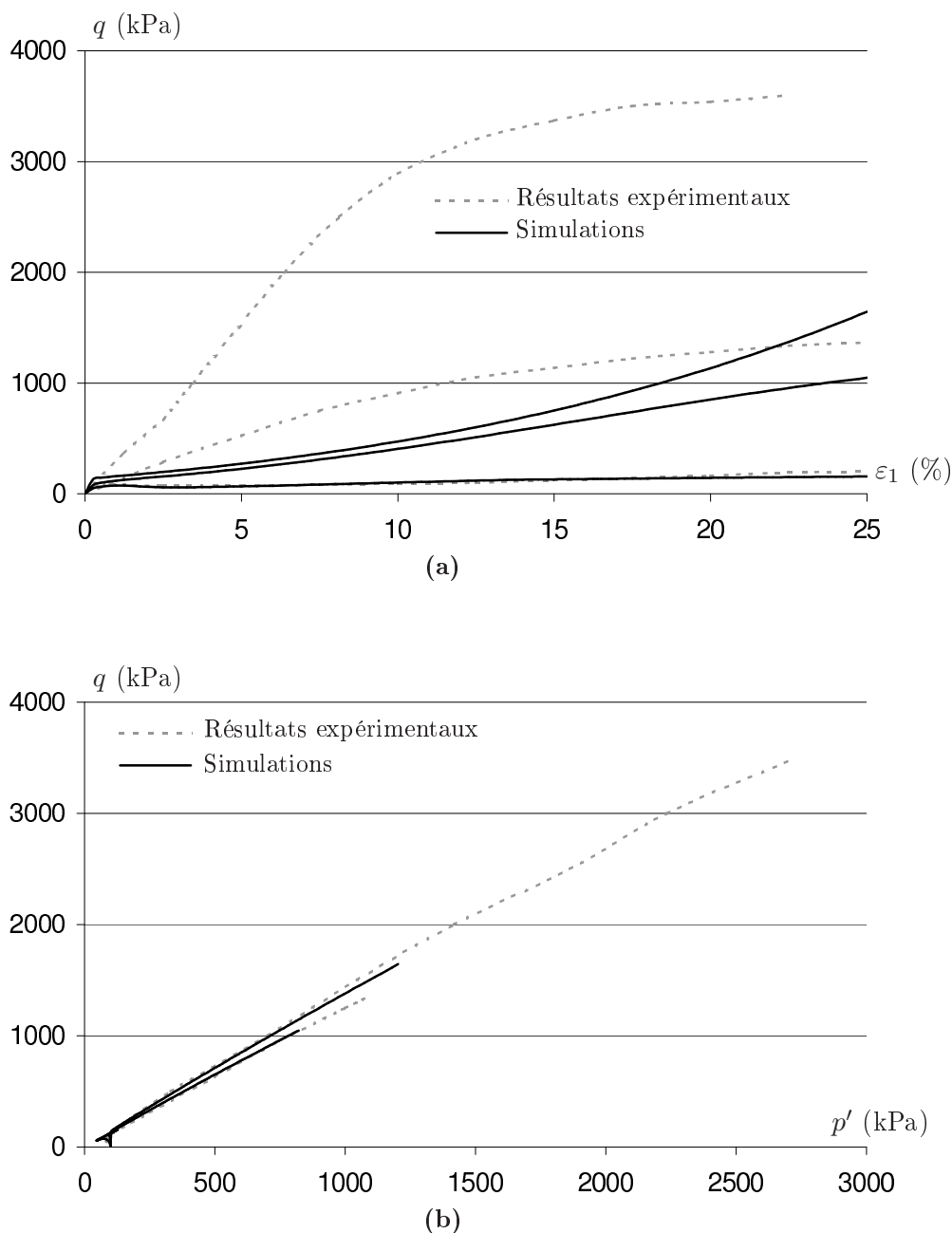




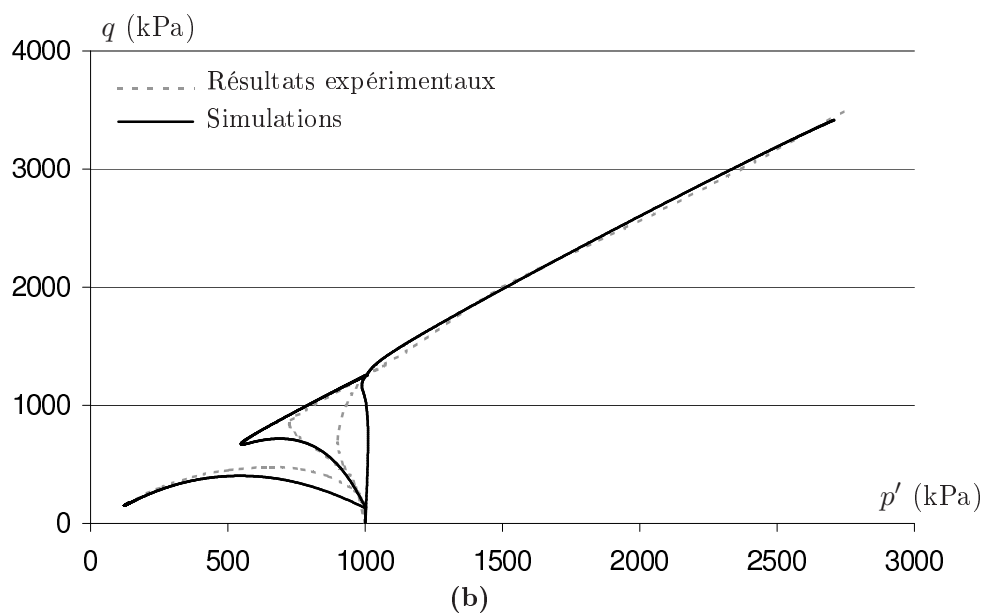
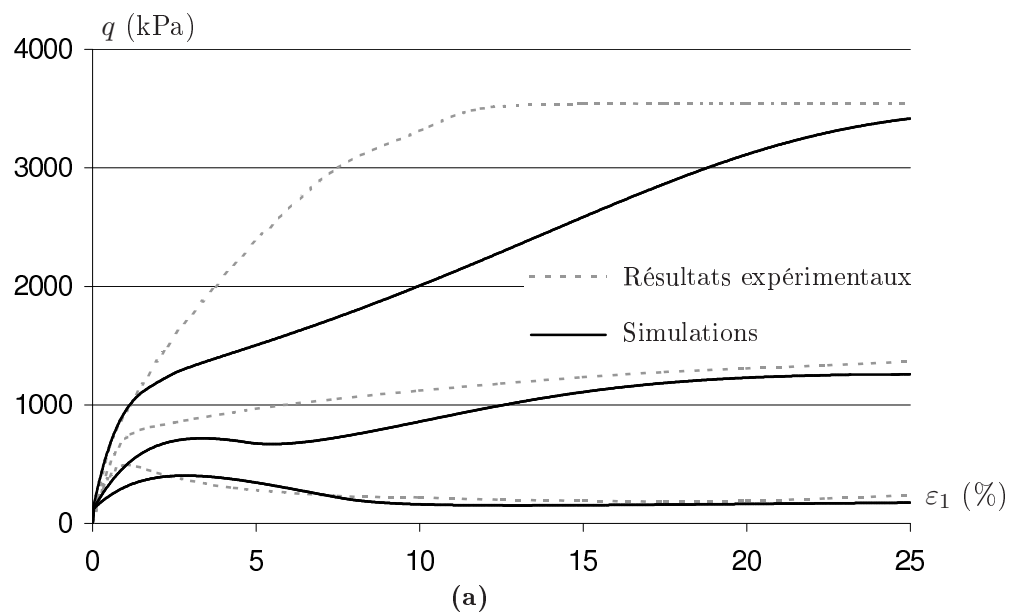
**FIGURE E.15** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(\varepsilon_v, \varepsilon_1)$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'essais monotones drainés sur le sable de Toyoura. Confinement 500 kPa,  $e^{ini} = 0,810, 0,886$  et  $0,960$

### E.2.3 Essais monotones non-drainés

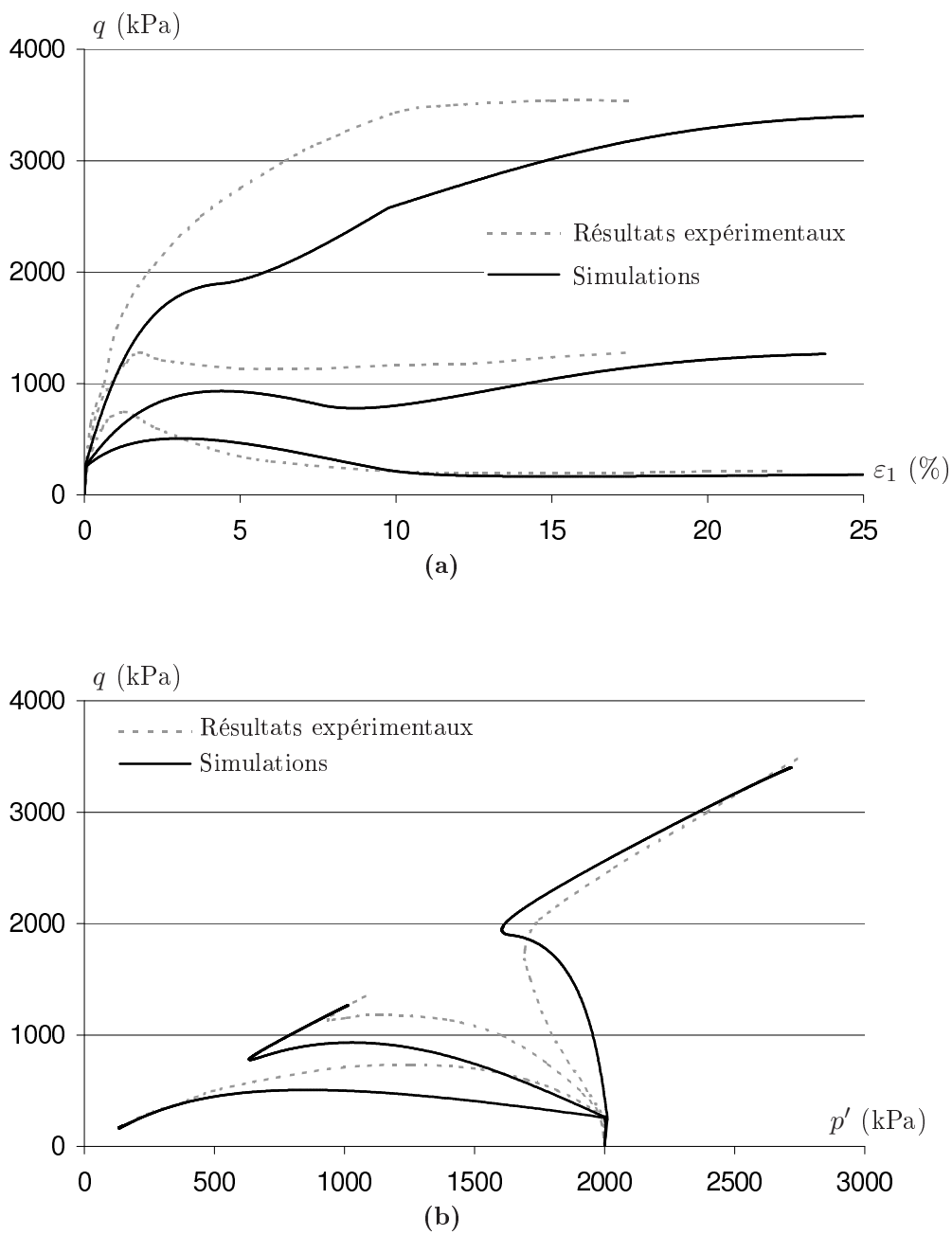
Les essais triaxiaux monotones non-drainés pratiqués sur le sable de Toyoura sont regroupés ici par confinement (100, 1000 et 2000 kPa). Trois densités initiales sont alors testées  $e^{ini} = 0,735$ , 0,833 et 0,907. Les essais sont réalisés jusqu'à une déformation axiale de 25 %.



**FIGURE E.16** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(q, p')$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'essais monotones non-drainés sur le sable de Toyoura. Confinement 100 kPa,  $e^{ini} = 0,735, 0,833$  et  $0,907$



**FIGURE E.17** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(q, p')$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'essais monotones non-drainés sur le sable de Toyoura. Confinement 1000 kPa,  $e^{ini} = 0,735, 0,833$  et  $0,907$



**FIGURE E.18** – Comparaison, dans les repères  $(q, \varepsilon_1)$  et  $(q, p')$ , des simulations et essais expérimentaux lors d'essais monotones non-drainés sur le sable de Toyoura. Confinement 2000 kPa,  $e^{ini} = 0,735, 0,833$  et 0,907

## Annexe F

# Calage des paramètres du modèle CJS d'interface

Le calage des paramètres du modèle CJS d'interface s'effectue principalement à partir de deux essais à contrainte normale constante présentant des états internes normaux distincts. La procédure qui suit permet de traiter de tous les paramètres, hormis les paramètres variationnels, à partir de chaque essai. Ces paramètres variationnels seront alors identifiés en quantifiant l'évolution des variables qu'ils concernent en fonction de la variable  $\psi$ .

### F.1 Paramètres physiques

#### F.1.1 Indices des vides limites : $e_{min}$ et $e_{max}$

Les paramètres physiques  $e_{min}$  et  $e_{max}$  sont déterminés à partir d'une procédure donnée par les normes JSSMFE, ASTM D698-00 et ASTM D4254-00. Leur identification requiert une compression isotrope à 5 MPa pour  $e_{min}$  et un dépôt humide de hauteur de chute nulle pour  $e_{max}$ .

Pour bon nombre de sables, ces valeurs sont bien renseignées dans la littérature.

#### F.1.2 Épaisseur d'interface : $e_p$

$e_p$  est un paramètre qui désigne l'épaisseur de la couche de matériau dans laquelle s'accumulent les déformations au cours d'un essai d'interface. Dans le cadre des interfaces rugueuses, il est conseillé de prendre cette valeur égale au décuple du diamètre moyen du sol :

$$e_p = 10D_{50} \quad (\text{F.1})$$

### F.2 Paramètres élastiques

#### F.2.1 Raideur normale : $k_{n0}$ et $n$

La raideur normale du modèle CJSi pilote le comportement volumique de l'interface sous sollicitation normale. Lors d'un tel type d'essai, le matériau granulaire

constituant l'interface est soumis à une compression œdométrique. Il est donc possible de faire le lien entre  $k_n$  et le module œdométrique :

$$k_n = \frac{M_{\text{œ}}}{e_p} = \frac{1}{e_p} \left( K^{eq} - \frac{2}{3} G^e \right) \quad (\text{F.2})$$

Les paramètres  $k_{n0}$  et  $n$  sont alors identifiés à partir de l'expression de  $k_n$  :

$$k_n = k_{n0} (1 + 10 D_r) \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_0} \right)^n \quad (\text{F.3})$$

### F.2.2 Raideur tangentielle : $k_{s0}$

La raideur tangentielle est directement lisible sur une courbe de décharge. En effet, elle est définie comme la pente initiale de cette décharge :

$$k_s = g_d = - \frac{\dot{\sigma}_s}{\dot{U}_s^e} \quad (\text{F.4})$$

L'identification du paramètre  $k_{s0}$  se fait à partir de l'expression de  $k_s$  :

$$k_s = k_{s0} (1 + 10 D_r) \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_0} \right)^n \quad (\text{F.5})$$

## F.3 Paramètres d'état critique

### F.3.1 Droite d'état critique : $e_{0crit}$ et $c_{crit}$

L'identification de la droite d'état critique se fait à partir d'au moins 2 essais portés jusqu'à l'état critique. Cependant, la multiplication des essais permet d'affiner le calage des paramètres  $e_{0crit}$  et  $c_{crit}$ .

### F.3.2 Angle de frottement critique : $\tan \phi_{crit}$

D'après l'expression de la surface critique, la tangente de l'angle de frottement critique est définie comme le rapport entre les contraintes tangentielle et normale une fois l'état critique atteint :

$$\tan \phi_{crit} = \frac{\sigma_s^{crit}}{\sigma_n} \quad (\text{F.6})$$

## F.4 Identification des angles de frottement

### F.4.1 Angle de frottement caractéristique et de rupture :

$\tan \phi_{car}$  et  $\tan \phi_{rupt}$

Les angles de frottement caractéristique et de rupture sont définis, à l'instar de l'angle de frottement critique, à partir des contraintes globales :

$$\tan \phi_{car} = \frac{\sigma_s^{car}}{\sigma_n} \quad (\text{F.7})$$

$$\tan \phi_{rupt} = \frac{\sigma_s^{rupt}}{\sigma_n} \quad (\text{F.8})$$

#### F.4.2 Angle de frottement élastique maximal : $\tan \phi_m$

La lecture de l'angle de frottement maximal élastique se fait au moment de la décharge après une phase de chargement suffisamment longue. En exprimant la nullité de la fonction de charge à l'état critique et à l'atteinte du critère plastique en décharge, on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \sigma_s^{crit} - \tan \phi_X \sigma_n - \tan \phi_m \sigma_n & \text{à l'état critique} \\ \tan \phi_X \sigma_n - \sigma_s^d - \tan \phi_m \sigma_n & \text{à l'atteinte du critère} \end{cases} \quad (\text{F.9})$$

La résolution de ce système dont les inconnues sont  $\tan \phi_X$  et  $\tan \phi_m$  permet de caler ce paramètre :

$$\tan \phi_m = \frac{\sigma_s^{crit} - \sigma_s^d}{2\sigma_n} \quad (\text{F.10})$$

### F.5 Paramètre de dilataance : $\beta$

Tout comme pour les volumes de sol, l'identification du paramètre  $\beta$  se fait à partir de la pente dans le repère  $(U_n, U_s)$  au moment de l'atteinte du pic de contrainte. En effet, la nullité de l'incrément de contraintes lors de cet état transitoire annule également la partie élastique de l'incrément de déformation. Il est alors possible d'identifier la pente  $g_v$  au taux de dilataance plastique :

$$g_v = \frac{\dot{U}_s}{\dot{U}_n} = \frac{\dot{U}_s^{tp}}{\dot{U}_n^{tp}} = \tan \psi = \beta \left( \frac{\sigma_s^{rupt}}{\sigma_s^{car}} - 1 \right) \quad (\text{F.11})$$

d'où l'expression du paramètre  $\beta$  :

$$\beta = \frac{g_v}{\frac{\sigma_s^{rupt}}{\sigma_s^{car}} - 1} \quad (\text{F.12})$$

### F.6 Paramètre d'écrouissage

#### F.6.1 Paramètre d'écrouissage cinématique : $a$

Les paramètres d'écrouissage cinématique et isotrope ont une action combinée sur la raideur du matériau. Cependant, l'écrouissage isotrope, unilatéral s'estompe après une phase de charge suffisamment longue. Ainsi lors de la décharge, seul l'écrouissage cinématique est actif. Il est donc possible d'identifier le paramètre  $a$  à partir de la pente d'une telle décharge. Pour simplifier les équations on se placera à la fin de la décharge lorsque la contrainte tangentielle s'annule.

L'incrément de déplacement s'exprime alors de la manière suivante :

$$\dot{U}_s = \dot{U}_s^e + \dot{U}_s^{tp} \quad (\text{F.13})$$

La définition de la raideur tangentielle permet alors d'exprimer l'incrément de déplacement plastique de la manière suivante :

$$k_s = -\frac{\dot{\sigma}_s}{\dot{U}_s^e} \longrightarrow \dot{U}_s^{tp} = \left( \frac{1}{g_p} + \frac{1}{k_s} \right) \dot{\sigma}_s \quad (\text{F.14})$$

D'autre part, cet incrément de déplacement peut également être exprimé à partir de la loi d'écoulement :

$$\dot{U}_s^{tp} = \dot{\lambda}^{tp} G_s \quad \text{avec} \quad \dot{\lambda}^{tp} = \frac{1}{H^{tp}} \frac{\partial f^{tp}}{\partial \sigma_s} \dot{\sigma}_s \quad (\text{F.15})$$

L'expression du module plastique  $H^{tp}$  est alors la suivante :

$$H^{tp} = \sigma^2 \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_a} \right)^{-1,5} \left[ aQ(Q - \phi \tan \phi_X) + \frac{A \tan^2 \phi_m}{(Ap + \tan \phi_m)^2} \right] \quad (\text{F.16})$$

Cependant, un certain nombre de simplifications sont possibles. Tout d'abord, l'atteinte de l'angle de frottement élastique maximal permet de considérer  $p$  suffisamment grand pour négliger le terme de l'écrouissage isotrope dans l'expression de  $H^{tp}$ .

$$\lim_{p \rightarrow +\infty} \frac{A \tan^2 \phi_m}{(Ap + \tan \phi_m)^2} = 0 \quad (\text{F.17})$$

D'autre part, en décharge, la dérivée de la surface de charge ainsi que  $G_s$  sont égaux à -1 en décharge.

$$\frac{\partial f^{tp}}{\partial \sigma_s} = -1 \quad \text{et} \quad G_s = -1 \quad (\text{F.18})$$

De plus, l'expression de la fonction de charge, sachant que la contrainte tangentielle est nulle et que le rayon élastique a atteint sa valeur maximale, permet d'exprimer  $\tan \phi_X$  :

$$\left. \begin{array}{l} |q| - \tan \phi_e \sigma_n = 0 \\ \sigma_s = 0 \\ \phi_e = \phi_m \end{array} \right\} \Rightarrow \tan \phi_X = \tan \phi_m \quad (\text{F.19})$$

Enfin, l'expression de la fonction  $\phi$  est la suivante :

$$\phi = \frac{1}{\tan \phi_{rupt} - \tan \phi_m} \quad (\text{F.20})$$

En injectant les relations F.17, F.19 et F.20 dans l'équation F.16 il est alors possible de simplifier l'expression du module plastique :

$$H^{tp} = a\sigma^2 \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_a} \right)^{-1,5} \frac{\tan \phi_{rupt}}{\tan \phi_{rupt} - \tan \phi_m} \quad (\text{F.21})$$



En injectant cette expression dans l'équation F.15 en tenant compte des simplifications F.18 tout en identifiant à l'expression F.14 il est alors possible d'exprimer le paramètre  $a$  :

$$a = \frac{1}{\sigma^2 \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_a} \right)^{-1,5} \frac{\tan \phi_{rupt}}{\tan \phi_{rupt} - \tan \phi_m} \left( \frac{1}{g_p} + \frac{1}{k_s} \right)} \quad (\text{F.22})$$

### F.6.2 Paramètre d'écrouissage isotrope : $A$

Une fois le paramètre d'écrouissage cinématique identifié, il est possible de caler le paramètre d'écrouissage isotrope  $A$ . Pour ce faire, il faudra considérer la pente initiale de la phase de charge de l'essai lors de l'atteinte du critère plastique en supposant que le rayon élastique ne soit pas trop grand.

Tout comme pour le calage de  $a$ , il est possible d'exprimer l'incrément de déplacement plastique de la manière suivante :

$$\dot{U}_s^{tp} = \left( \frac{1}{g_p} + \frac{1}{k_s} \right) \dot{\sigma}_s \quad (\text{F.23})$$

Ainsi qu'à partir de la loi d'écoulement :

$$\dot{U}_s^{tp} = \dot{\lambda}^{tp} G_s \quad \text{avec} \quad \dot{\lambda}^{tp} = \frac{1}{H^{tp}} \frac{\partial f^{tp}}{\partial \sigma_s} \dot{\sigma}_s \quad (\text{F.24})$$

Les simplifications possibles sont alors les suivantes :

$$\begin{aligned} Q &= 1 \\ \tan \phi_X &= 0 \\ G_s &= 1 \\ \frac{\partial f^{tp}}{\partial \sigma_s} &= 1 \end{aligned} \quad (\text{F.25})$$

Il est donc possible d'exprimer le module plastique de la manière suivante :

$$H^{tp} = \sigma_n^2 \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_a} \right)^{-1,5} (a + A) \quad (\text{F.26})$$

En identifiant les deux expressions de  $\dot{U}_s^{tp}$  il est donc possible d'exprimer le paramètre d'écrouissage isotrope :

$$A = \frac{1}{\sigma_n^2 \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_a} \right)^{-1,5} \left( \frac{1}{g_i} + \frac{1}{k_s} \right)} - a \quad (\text{F.27})$$

## F.7 Paramètres variationnels : $\alpha_{car}$ , $\alpha_{rupt}$ , $\alpha_a$ et $\alpha_\beta$

Tout comme pour le modèle CJS pour les volumes de sols, les paramètres variationnels du CJSi s'identifient à partir de l'évolution des variables sur lesquelles ils agissent en fonction de l'état interne de l'interface.

# Annexe G

## Simulations d'essais d'interface

### G.1 Essais monotones

#### G.1.1 Interfaces lisses-lâches

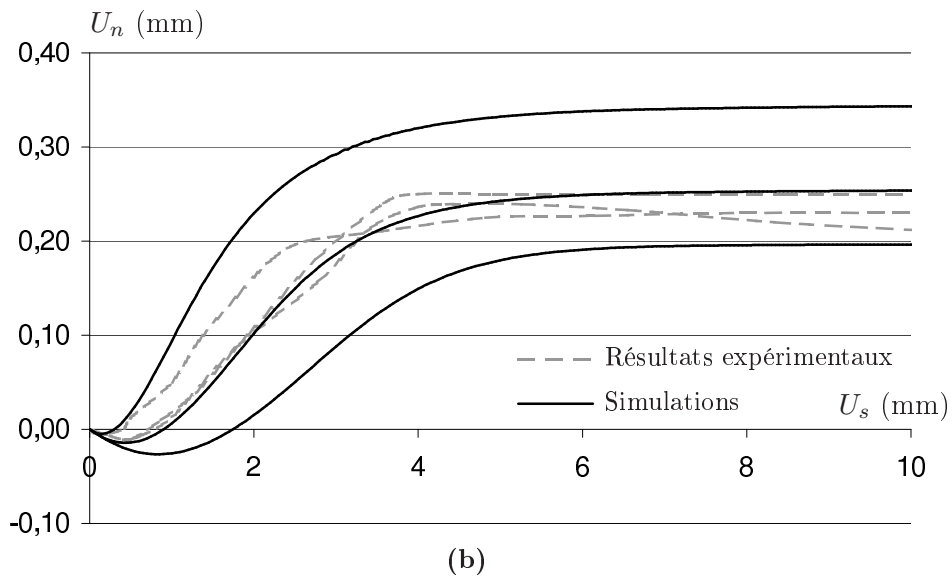
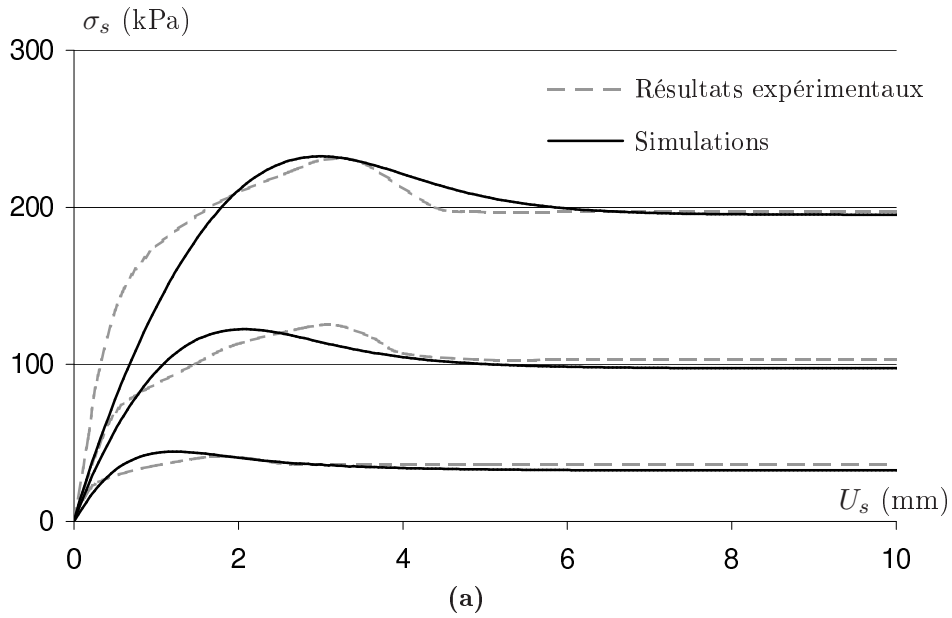
Les essais présentés dans cette partie sont pratiqués avec un sable de Toyoura lâche sur une surface rigide présentant une rugosité maximale de  $30 \mu m$ . Les essais sont alors pratiqués pour des raideurs constantes  $K = 0, 100$  et  $1000$  kPa/mm et pour des confinements initiaux de  $\sigma_{n0} = 50, 150$  et  $300$  kPa. Les tableaux G.1 et G.2 récapitulent le jeu de paramètres physiques et de modélisation employés.

| Interface Toyoura lisse-lâche |        |
|-------------------------------|--------|
| $e_{min}$                     | 0,62   |
| $e_{max}$                     | 0,92   |
| $e_p$                         | 2,4 mm |
| $D_r$                         | 35 %   |

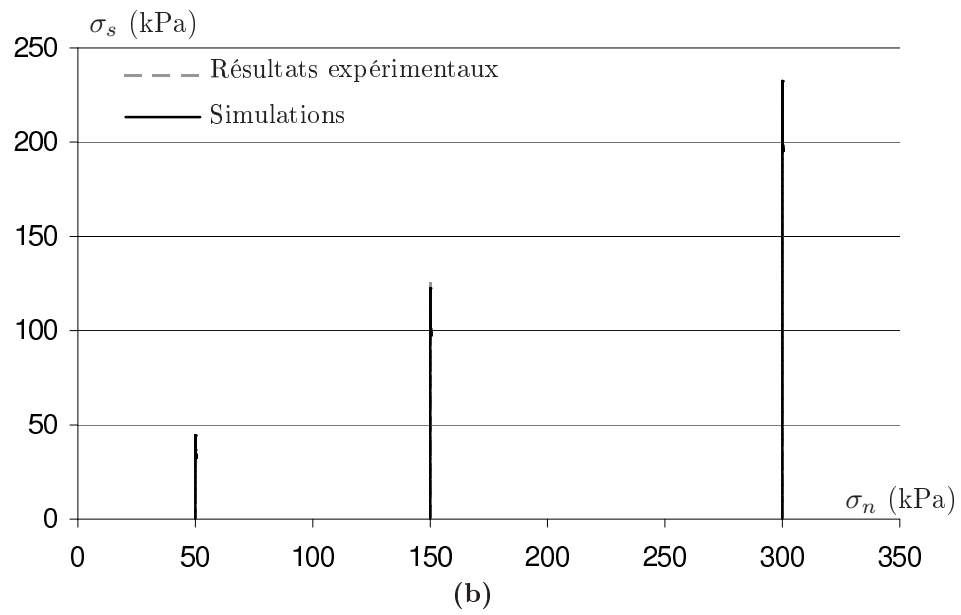
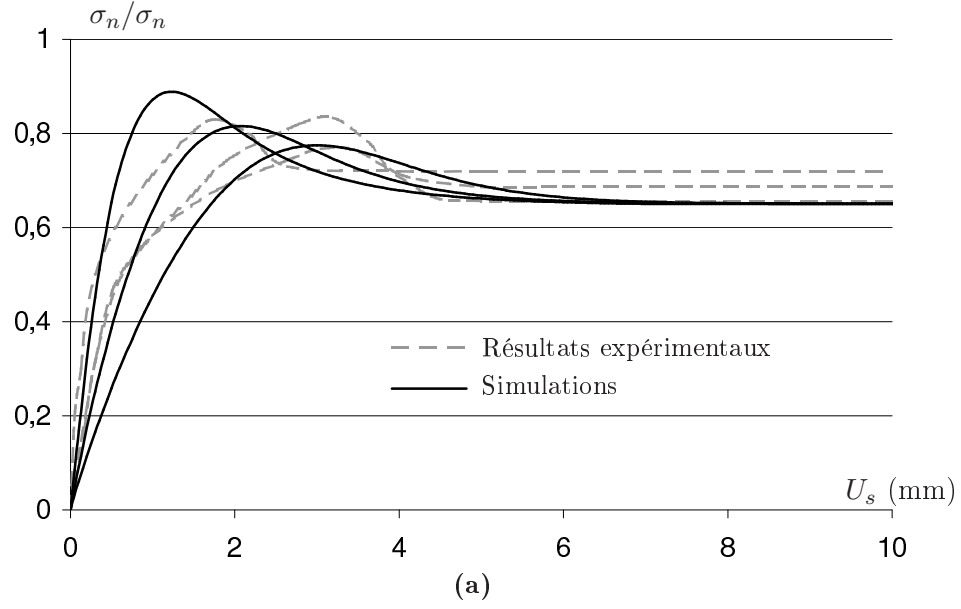
**TABLE G.1** – Paramètres physiques des interfaces Toyoura Lisse-Lâche

|                |        |                    |       |
|----------------|--------|--------------------|-------|
| $k_{n0}$       | 50 MPa | $\tan \phi_{crit}$ | 0,65  |
| $k_{s0}$       | 50 MPa | $\alpha_{rupt}$    | 2,0   |
| $n$            | 0,45   | $\alpha_{car}$     | 0,3   |
| $e_{0crit}$    | 1,04   | $\tan \phi_m$      | 0,3   |
| $c_{crit}$     | 0,069  | $A$                | 0,01  |
| $\beta_0$      | 0,2    | $a_0$              | 0,012 |
| $\alpha_\beta$ | 2,0    | $\alpha_a$         | 0,3   |

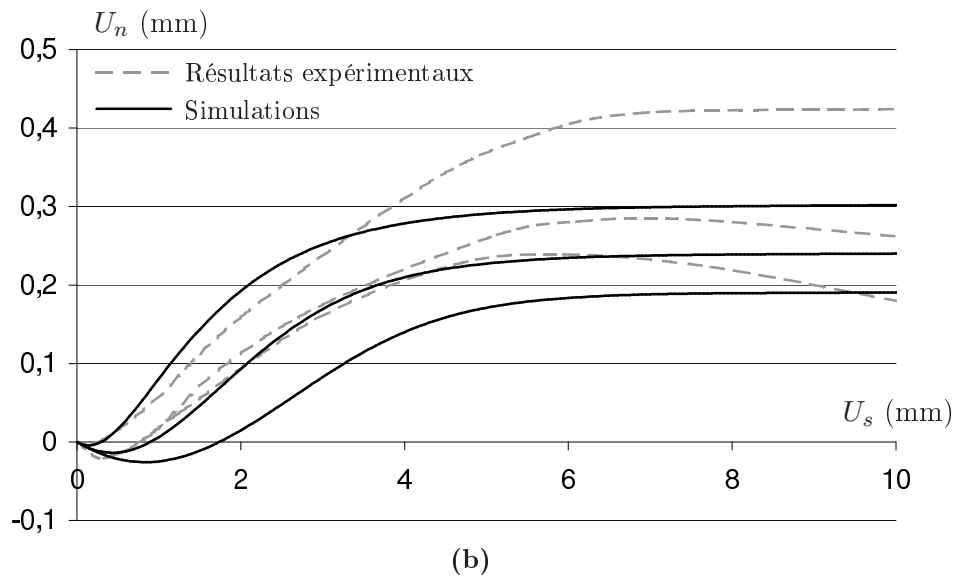
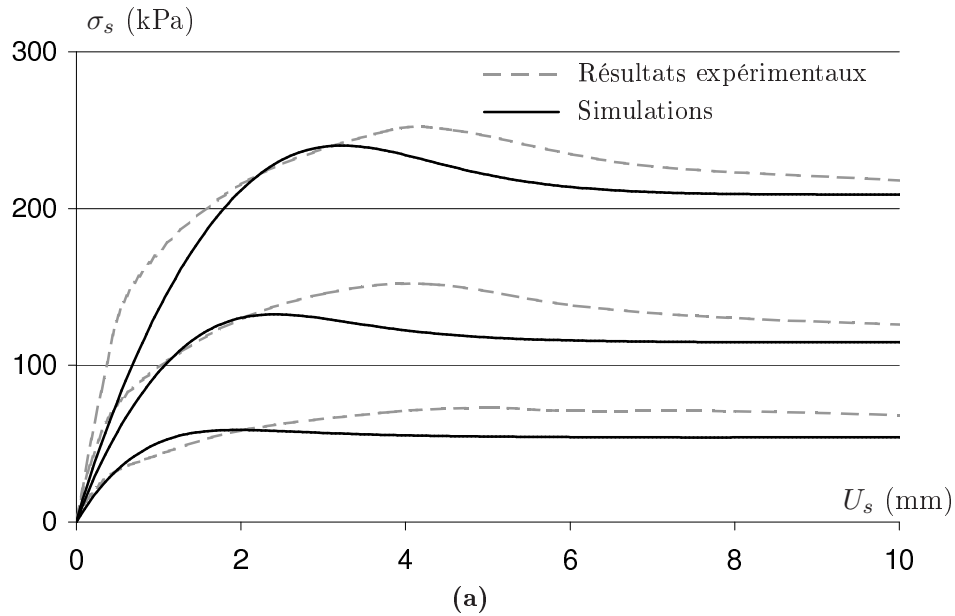
**TABLE G.2** – Paramètres de modélisation des interfaces Toyoura Lisse-Lâche.  
Pressions de référence :  $\sigma_0 = \sigma_a = \sigma_{0crit} = 100$  kPa.



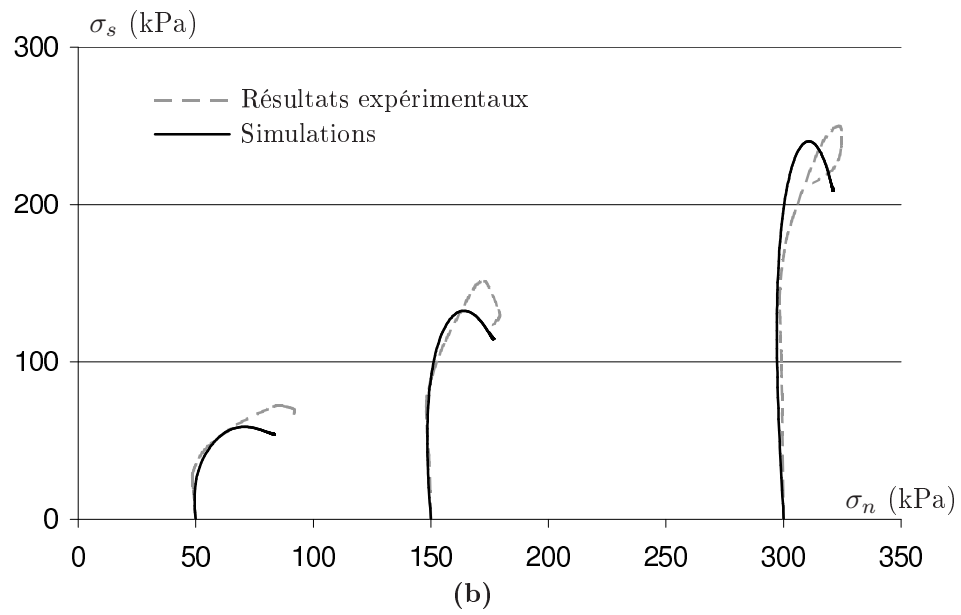
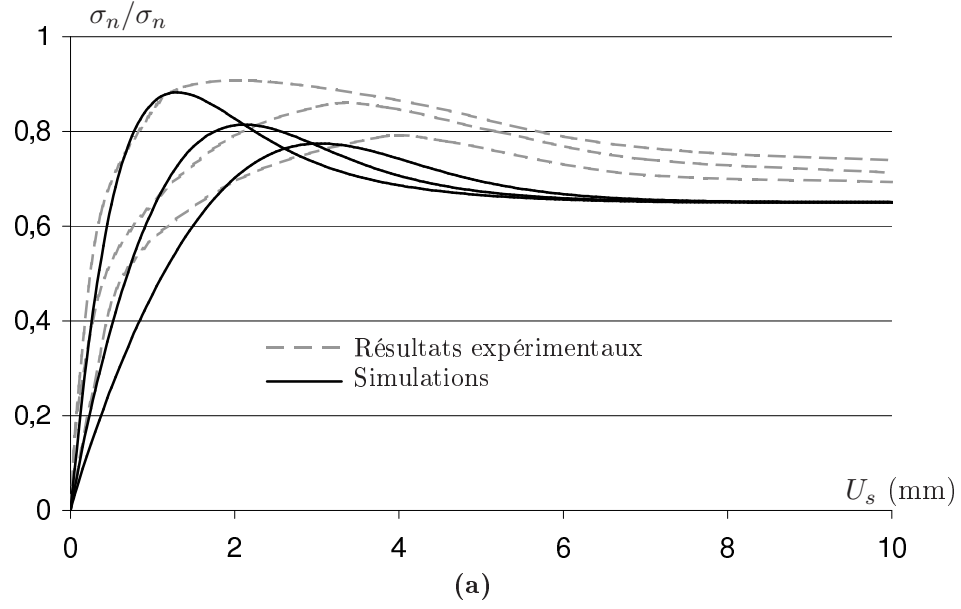
**FIGURE G.1** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s, U_s)$  et  $(U_n, U_s)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Lisse-Lâche sur un sable de Toyoura. Essais CNL pour  $\sigma_{n0} = 50, 150$  et  $300$  kPa.



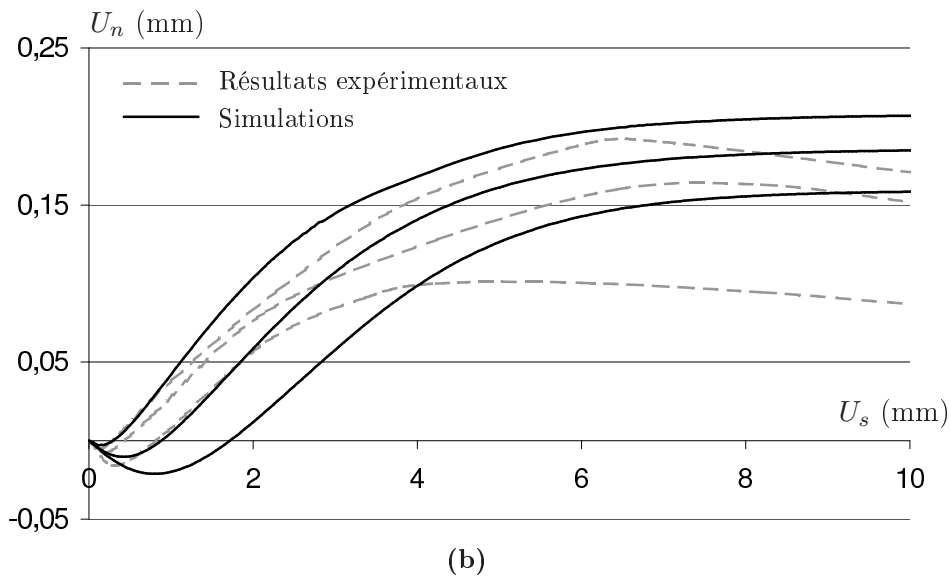
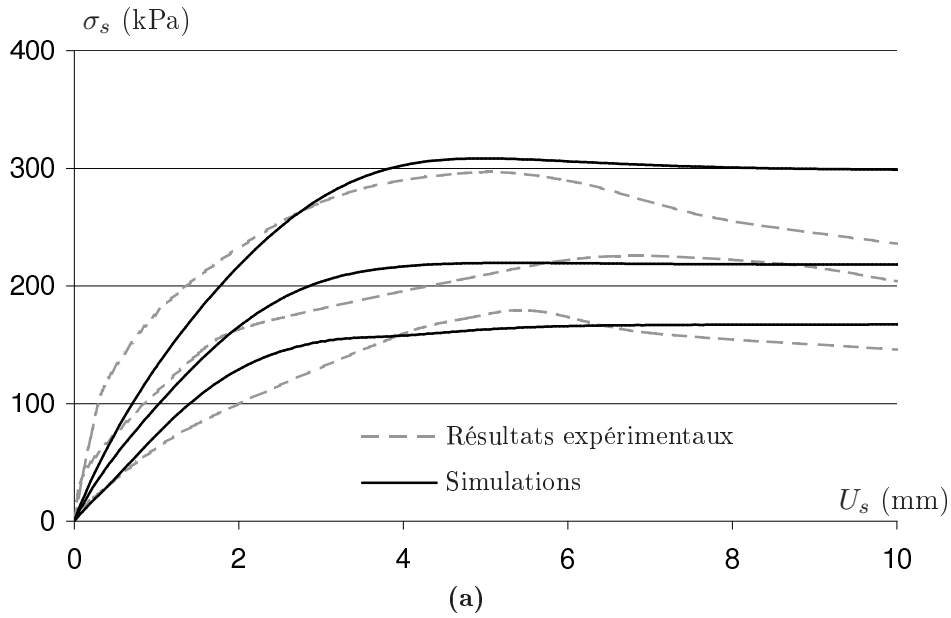
**FIGURE G.2** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s/\sigma_n, U_s)$  et  $(\sigma_s, \sigma_n)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Lisse-Lâche sur un sable de Toyoura. Essais CNL pour  $\sigma_{n0} = 50, 150$  et  $300$  kPa.



**FIGURE G.3** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s, U_s)$  et  $(U_n, U_s)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Lisse-Lâche sur un sable de Toyoura. Essais CNS avec  $K = 100$  kPa/mm pour  $\sigma_{n0} = 50, 150$  et  $300$  kPa.

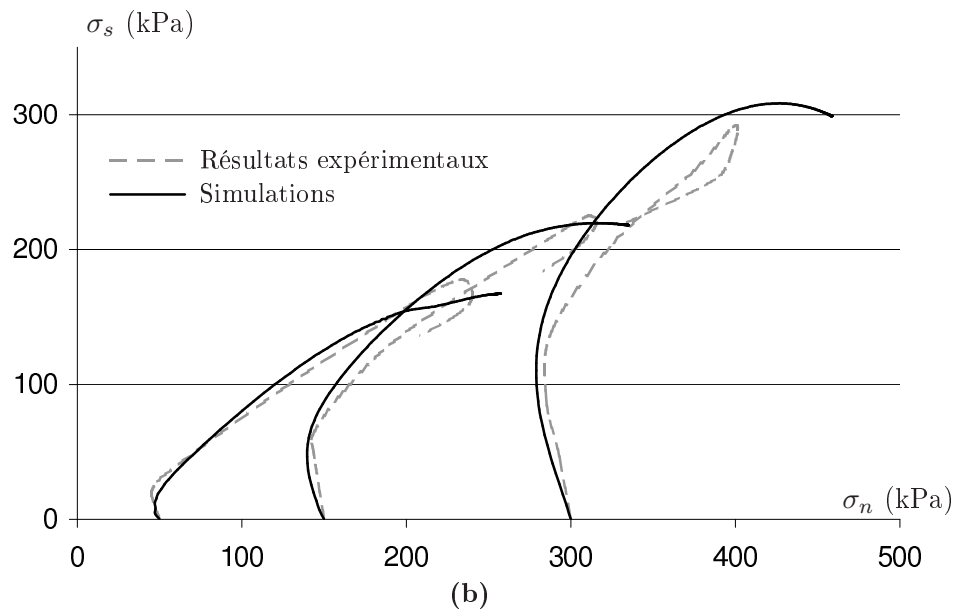
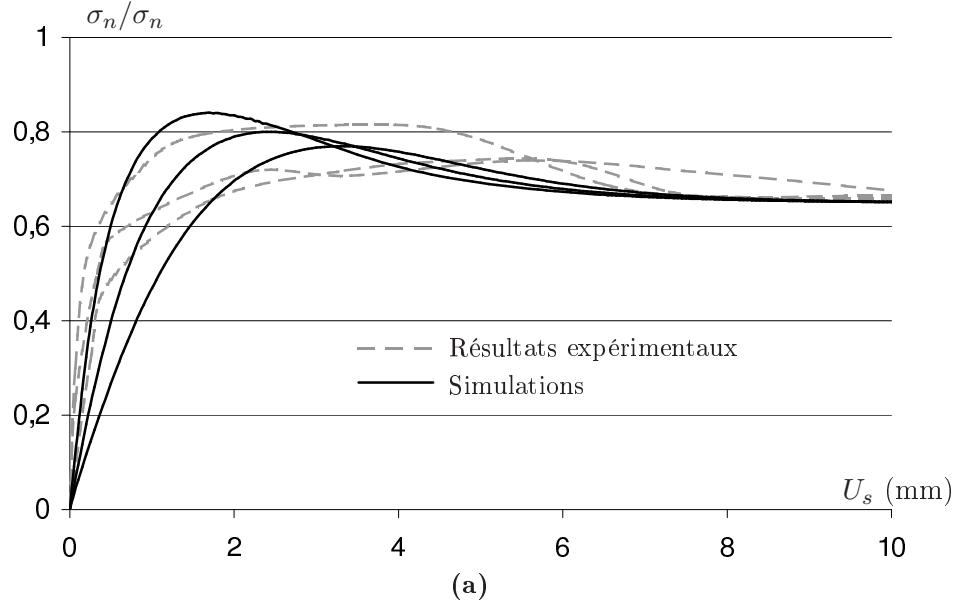


**FIGURE G.4** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s/\sigma_n, U_s)$  et  $(\sigma_s, \sigma_n)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Lisse-Lâche sur un sable de Toyoura. Essais CNS avec  $K = 100$  kPa/mm pour  $\sigma_{n0} = 50, 150$  et  $300$  kPa.



**FIGURE G.5** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s, U_s)$  et  $(U_n, U_s)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Lisse-Lâche sur un sable de Toyoura. Essais CNS avec  $K = 1000$  kPa/mm pour  $\sigma_{n0} = 50, 150$  et  $300$  kPa.





**FIGURE G.6** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s/\sigma_n, U_s)$  et  $(\sigma_s, \sigma_n)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Lisse-Lâche sur un sable de Toyoura. Essais CNS avec  $K = 1000$  kPa/mm pour  $\sigma_{n0} = 50, 150$  et  $300$  kPa.



### G.1.2 Interfaces rugueuses-denses

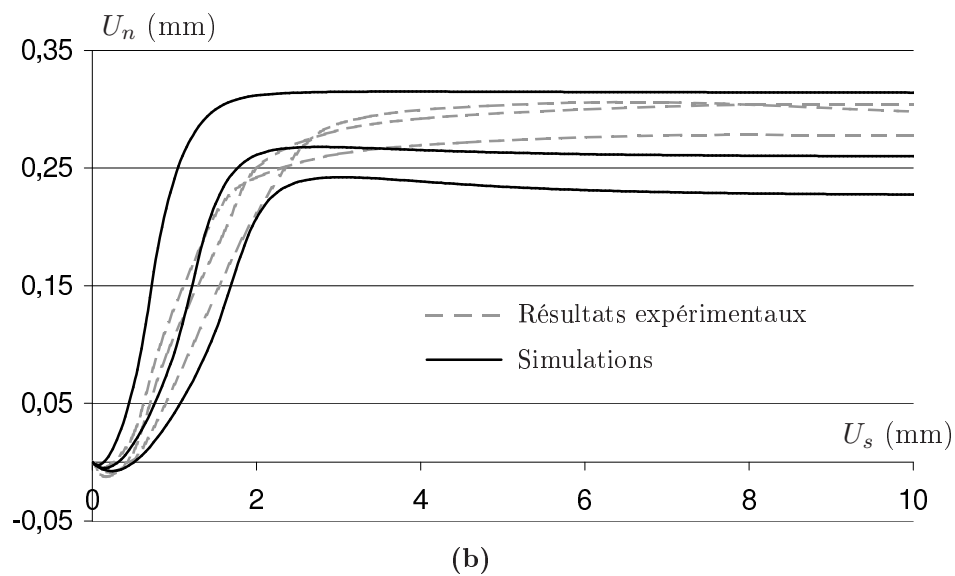
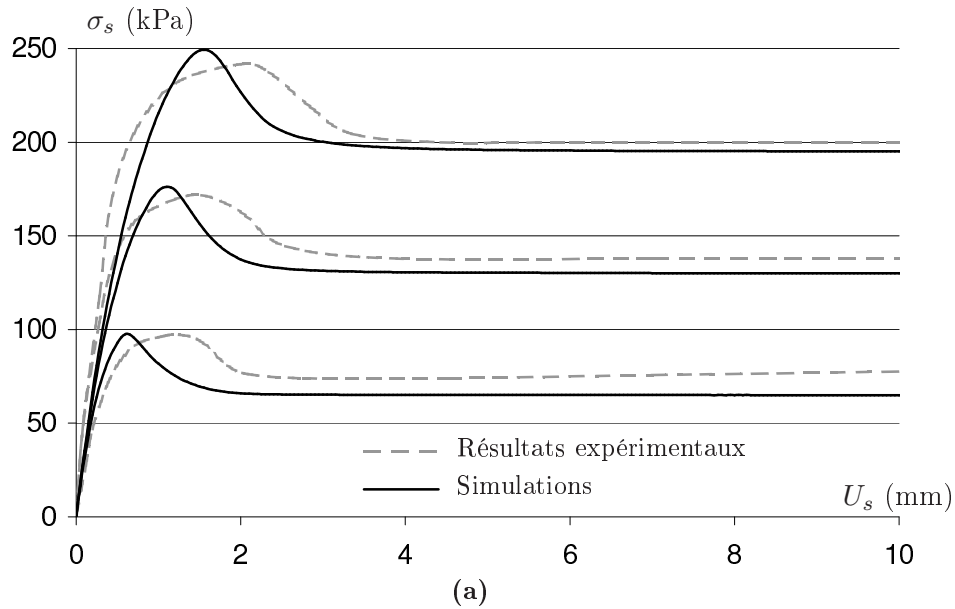
Les essais modélisés dans cette partie ont la même structure que les précédents à cette différence près qu'ils sont pratiqués avec une surface de rugosité maximale de  $60 \mu m$ . Les essais étant pratiqués sur un sable de Toyoura sont donc considérés comme rugueux et la densité du matériaux granulaires s'élève à 85 %. Les essais sont alors pratiqués pour des raideurs constantes  $K = 0, 500, 1000$  et  $2000$  kPa/mm et pour des confinements initiaux de  $\sigma_n^{ini} = 100, 200$  et  $300$  kPa. Les tableaux G.3 et G.4 récapitulent le jeu de paramètres physiques et de modélisation employés.

| Interface Toyoura Rugueuse-Dense |        |
|----------------------------------|--------|
| $e_{min}$                        | 0,62   |
| $e_{max}$                        | 0,92   |
| $e_p$                            | 2,4 mm |
| $D_r$                            | 85 %   |

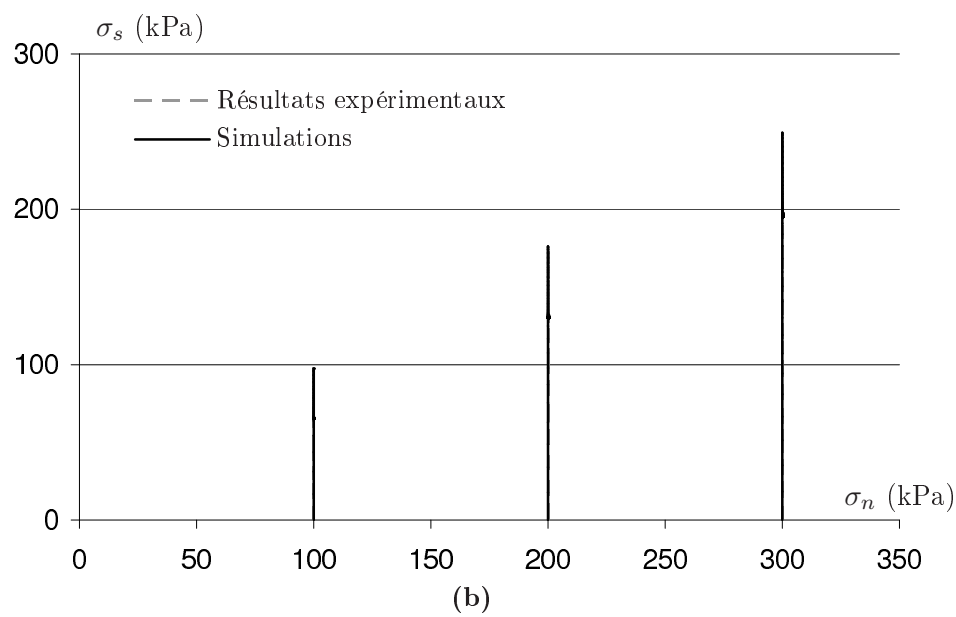
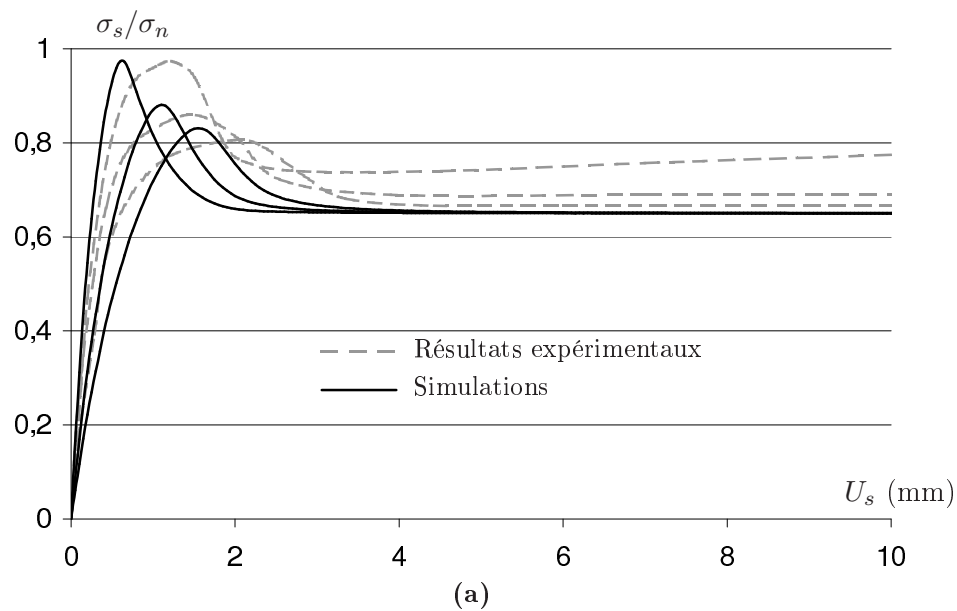
**TABLE G.3** – Paramètres physiques des interfaces Toyoura Rugueuse-Dense

|                |        |                    |      |
|----------------|--------|--------------------|------|
| $k_{n0}$       | 50 MPa | $\tan \phi_{crit}$ | 0,65 |
| $k_{s0}$       | 50 MPa | $\alpha_{rupt}$    | 3,0  |
| $n$            | 0,45   | $\alpha_{car}$     | 2,0  |
| $e_{0crit}$    | 0,89   | $\tan \phi_m$      | 0,3  |
| $c_{crit}$     | 0,062  | $A$                | 0,01 |
| $\beta_0$      | 0,5    | $a_0$              | 0,02 |
| $\alpha_\beta$ | 2,0    | $\alpha_a$         | 10,0 |

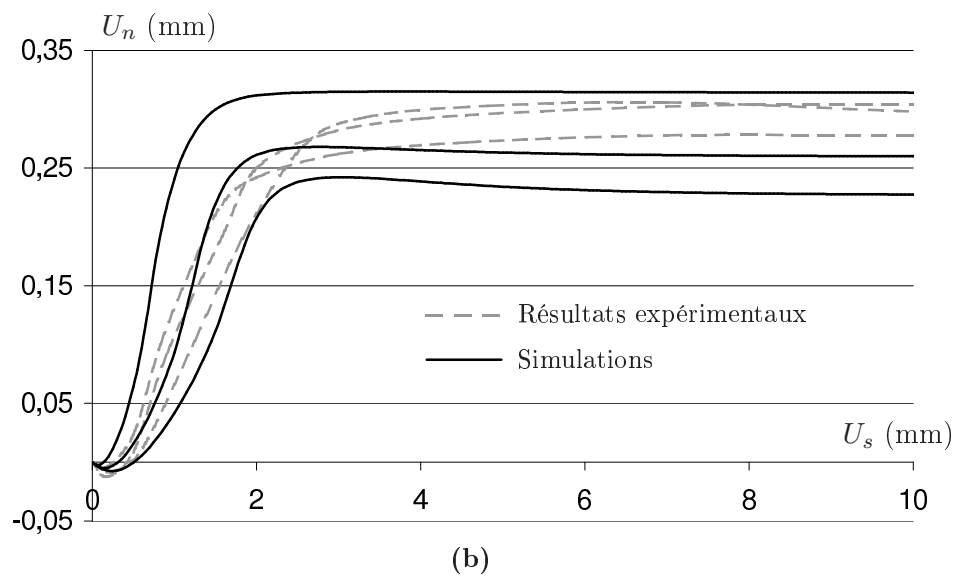
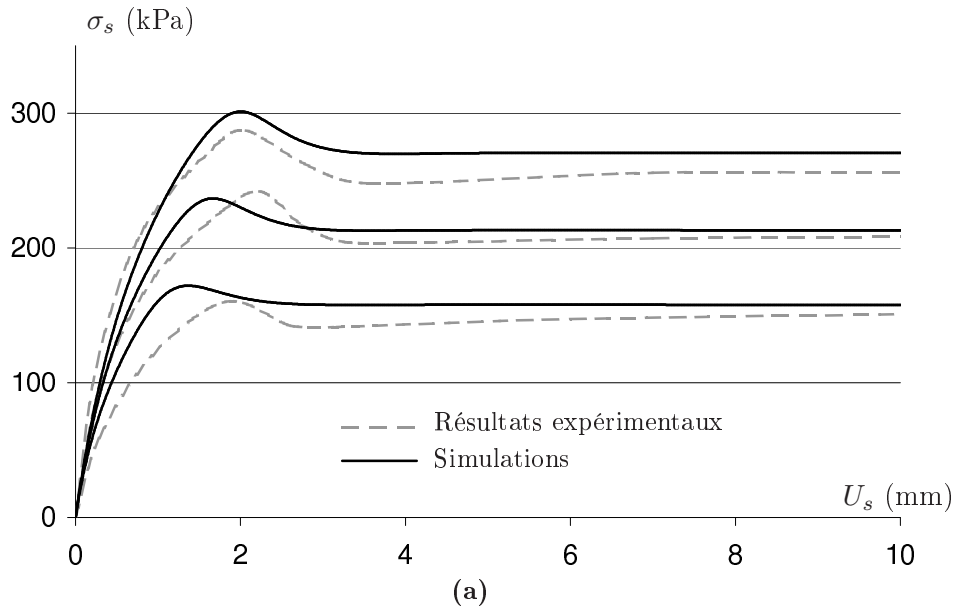
**TABLE G.4** – Paramètres de modélisation des interfaces Toyoura Rugueuse-Dense. Pressions de référence :  $\sigma_0 = \sigma_a = \sigma_{0crit} = 100$  kPa.



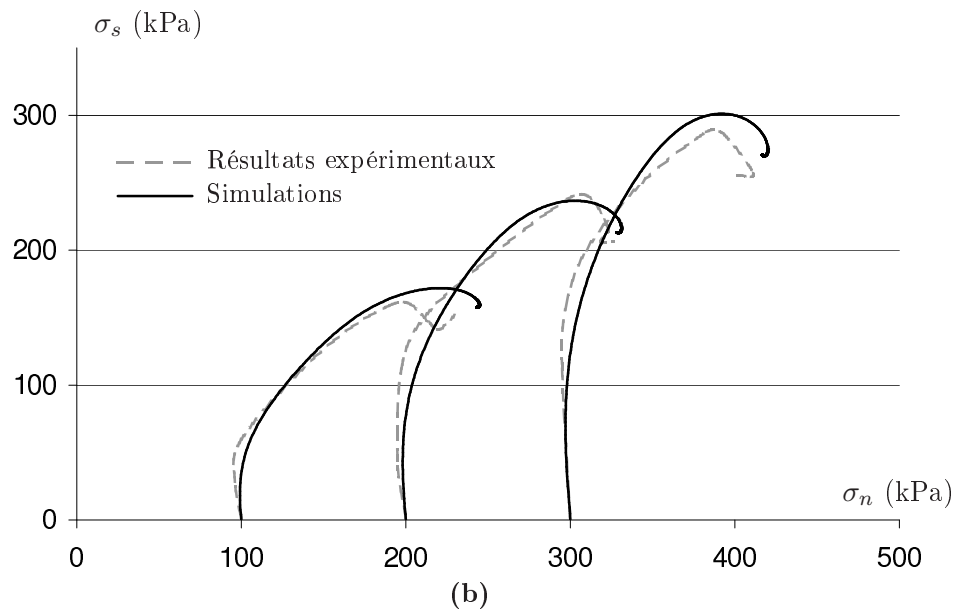
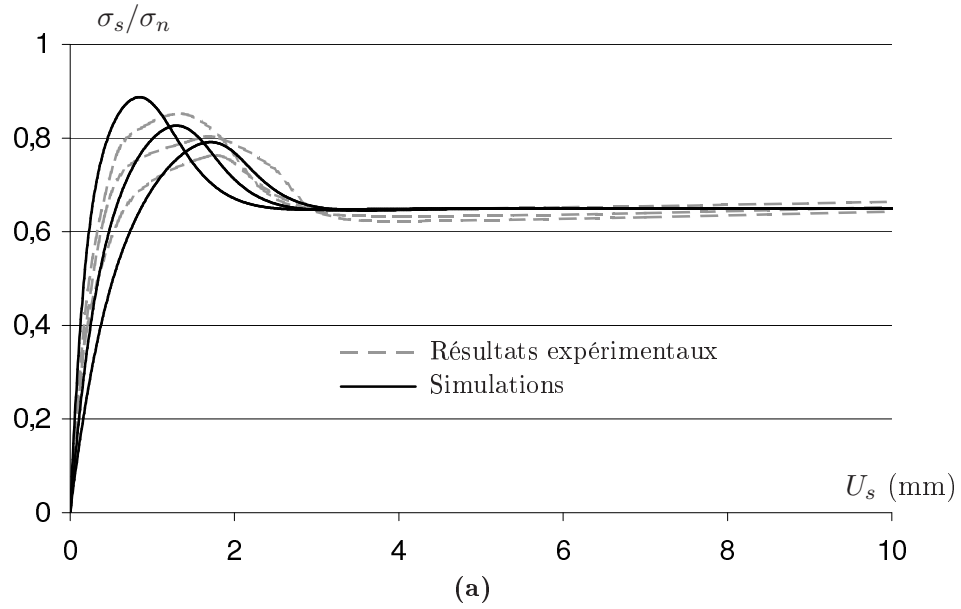
**FIGURE G.7** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s, U_s)$  et  $(U_n, U_s)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Rugueuse-Dense sur un sable de Toyoura. Essais CNL pour  $\sigma_{n0} = 100, 200$  et  $300$  kPa.



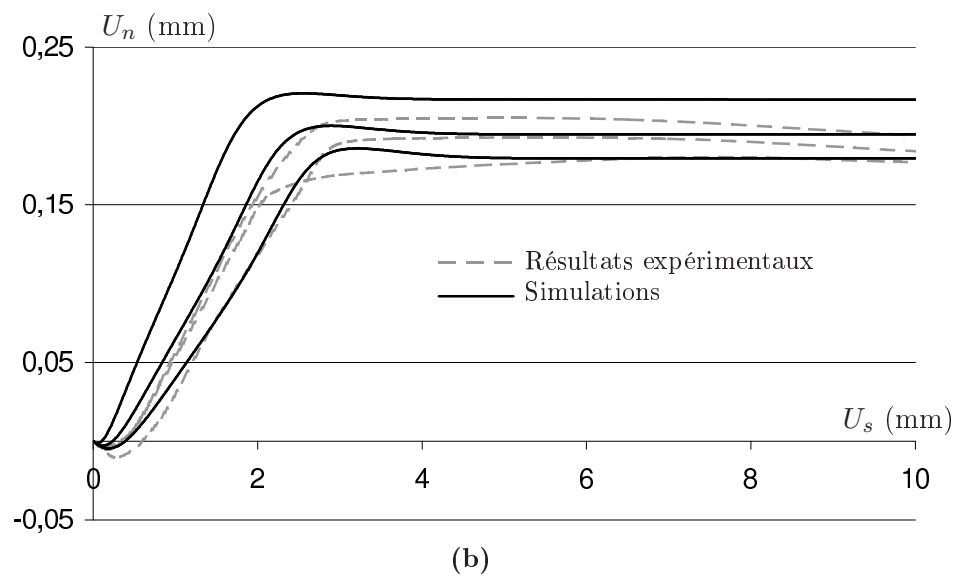
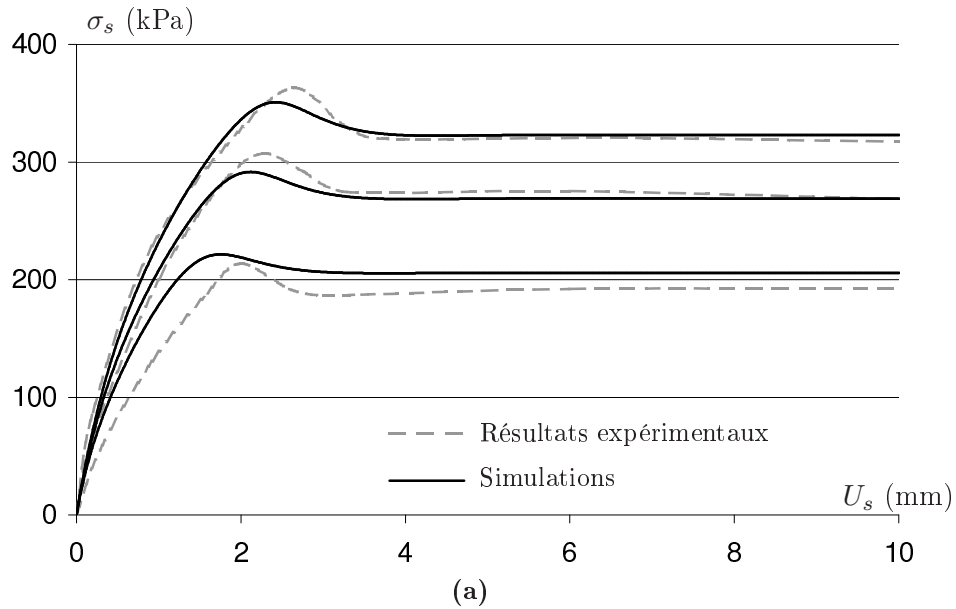
**FIGURE G.8** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s/\sigma_n, U_s)$  et  $(\sigma_s, \sigma_n)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Rugueuse-dense sur un sable de Toyoura. Essais CNL pour  $\sigma_{n0} = 100, 200$  et  $300$  kPa.



**FIGURE G.9** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s, U_s)$  et  $(U_n, U_s)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Rugueuse-Dense sur un sable de Toyoura. Essais CNS avec  $K = 500$  kPa/mm pour  $\sigma_{n0} = 100, 200$  et  $300$  kPa.

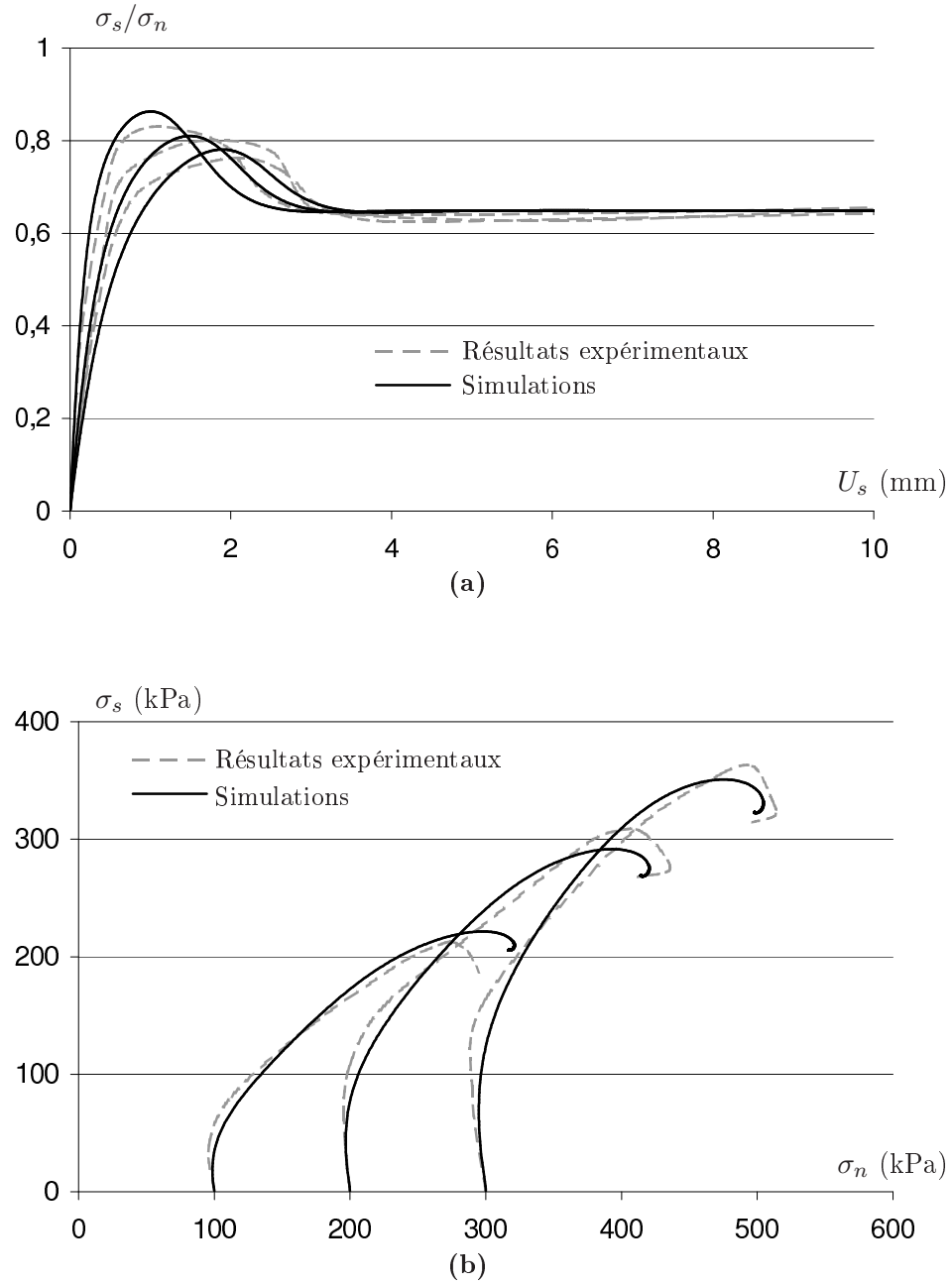


**FIGURE G.10** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s/\sigma_n, U_s)$  et  $(\sigma_s, \sigma_n)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Rugueuse-dense sur un sable de Toyoura. Essais CNS avec  $K = 500$  kPa/mm pour  $\sigma_{n0} = 100, 200$  et  $300$  kPa.

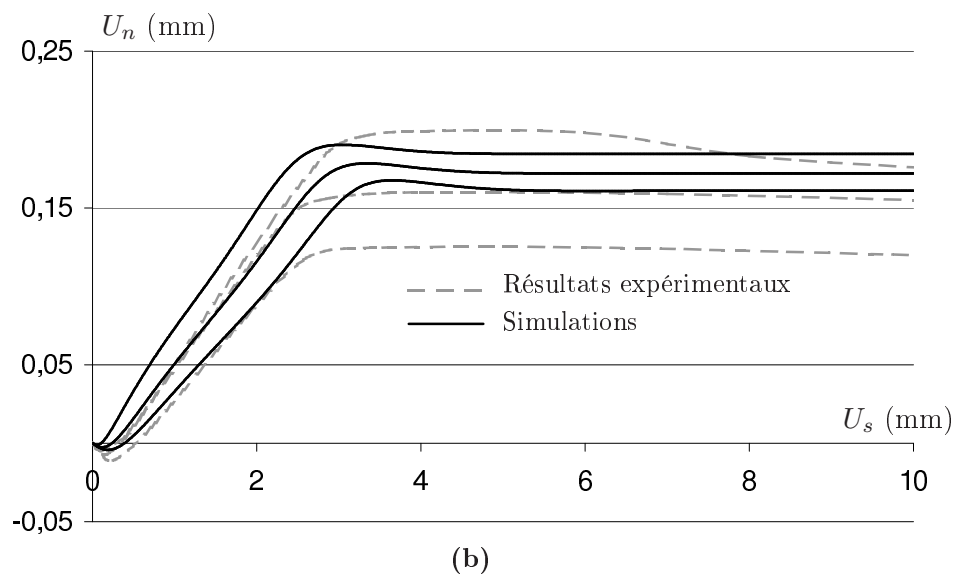
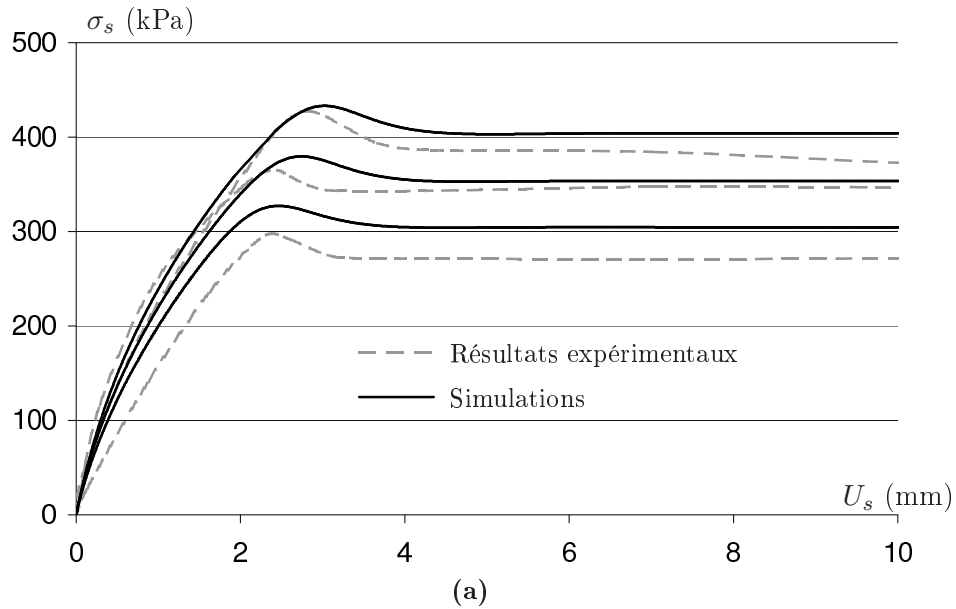


**FIGURE G.11** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s, U_s)$  et  $(U_n, U_s)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Rugueuse-Dense sur un sable de Toyoura. Essais CNS avec  $K = 1000$  kPa/mm pour  $\sigma_{n0} = 100, 200$  et  $300$  kPa.

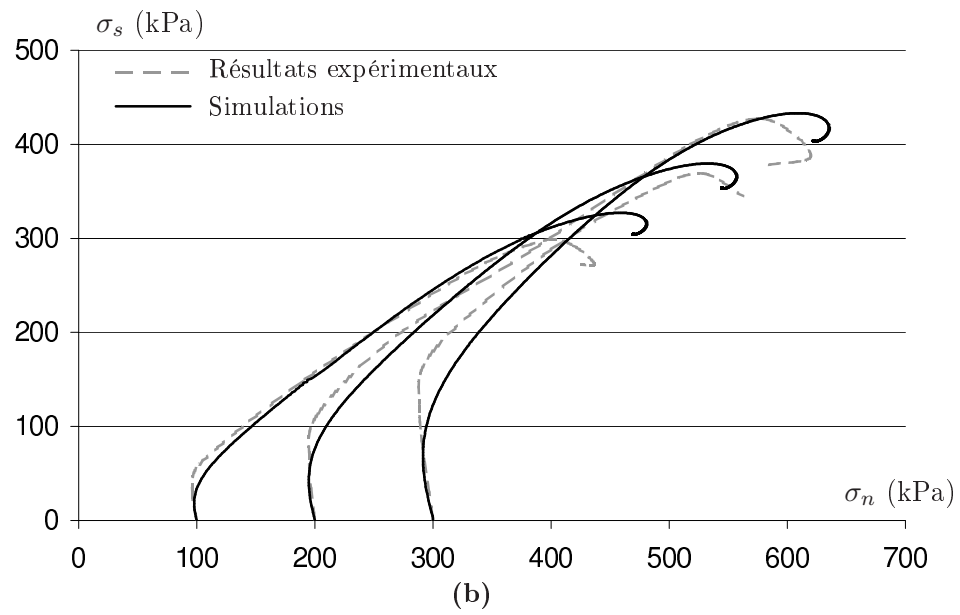
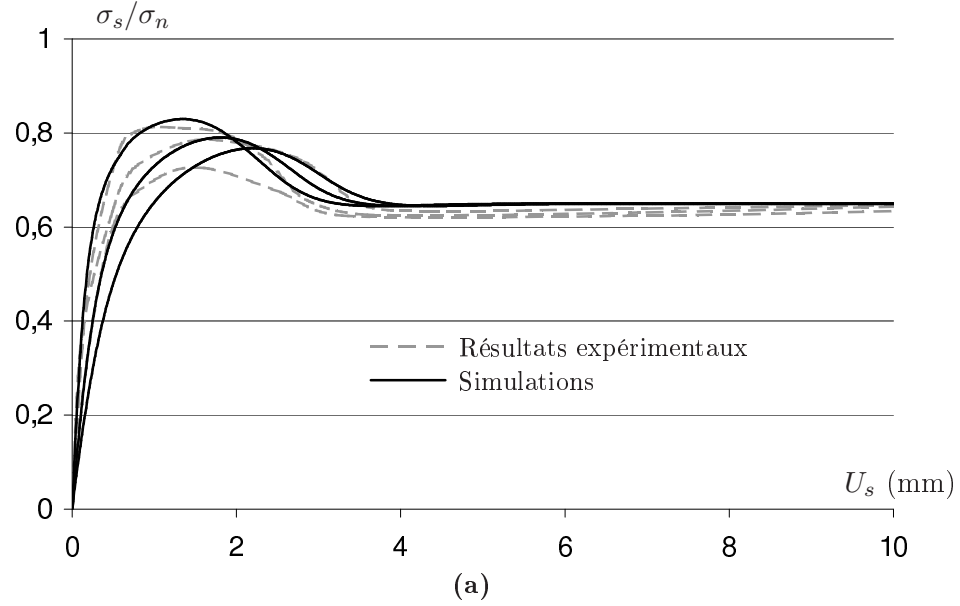




**FIGURE G.12** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s/\sigma_n, U_s)$  et  $(\sigma_s, \sigma_n)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Rugueuse-dense sur un sable de Toyoura. Essais CNS avec  $K = 1000$  kPa/mm pour  $\sigma_{n0} = 100, 200$  et  $300$  kPa.



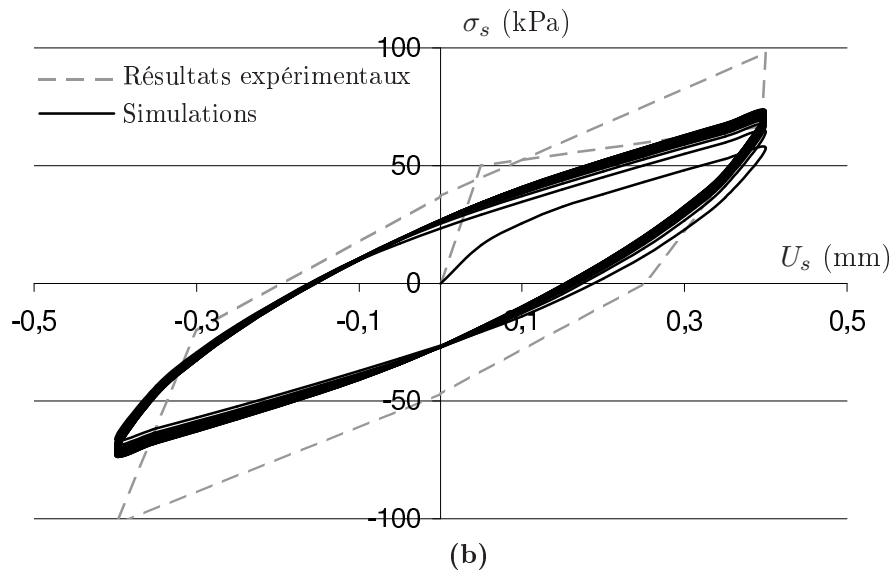
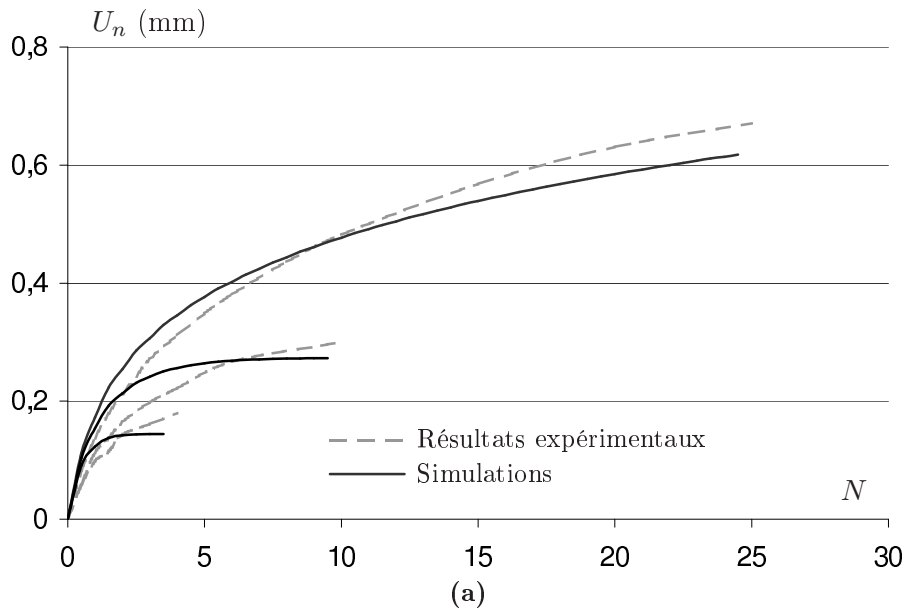
**FIGURE G.13** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s, U_s)$  et  $(U_n, U_s)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Rugueuse-Dense sur un sable de Toyoura. Essais CNS avec  $K = 2000$  kPa/mm pour  $\sigma_{n0} = 100, 200$  et  $300$  kPa.



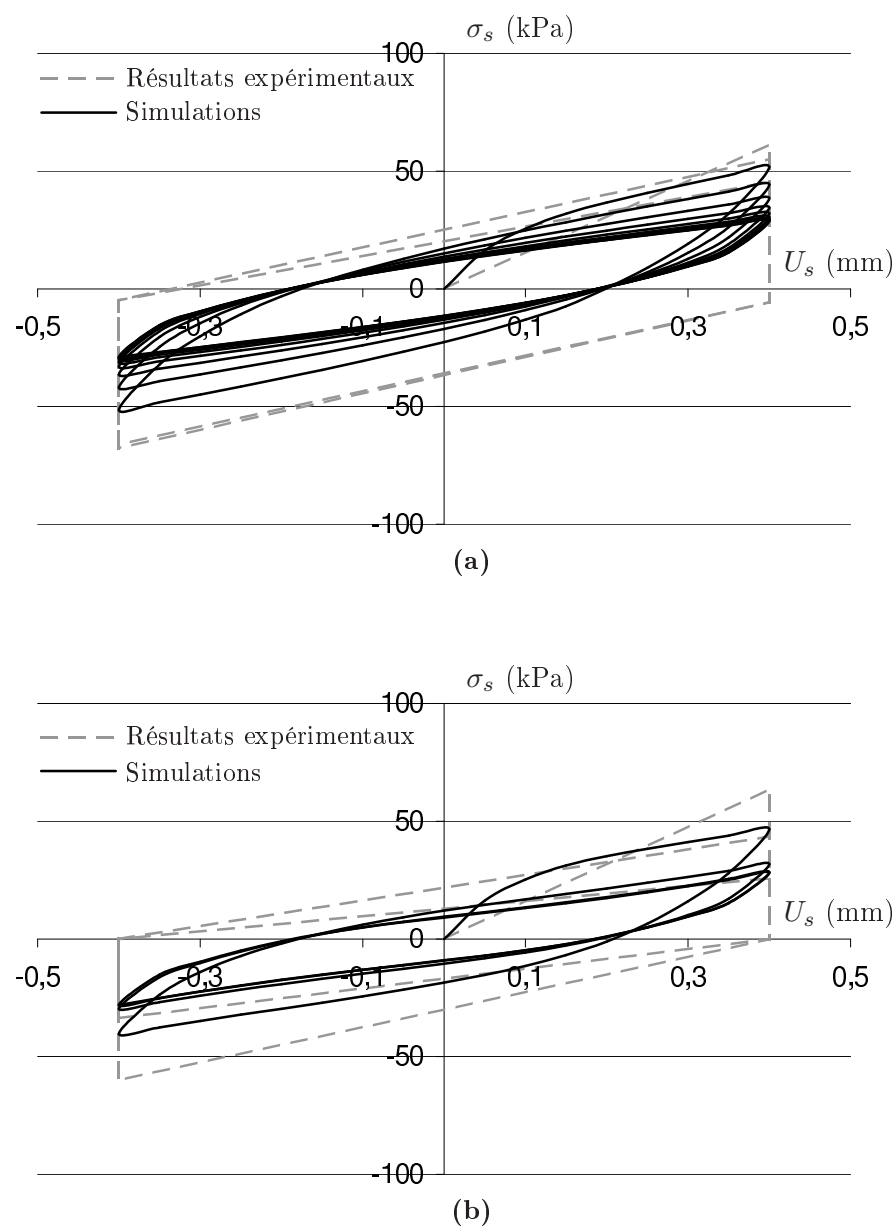
**FIGURE G.14** – Comparaison, dans les repères  $(\sigma_s/\sigma_n, U_s)$  et  $(\sigma_s, \sigma_n)$ , des simulations et essais expérimentaux pour des interfaces Rugueuse-dense sur un sable de Toyoura. Essais CNS avec  $K = 2000$  kPa/mm pour  $\sigma_{n0} = 100, 200$  et  $300$  kPa.

## G.2 Essais cycliques

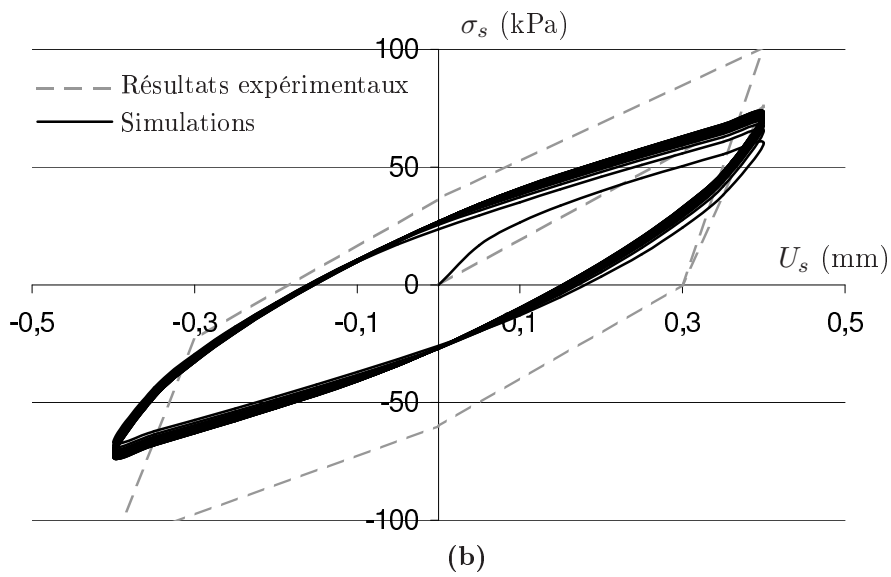
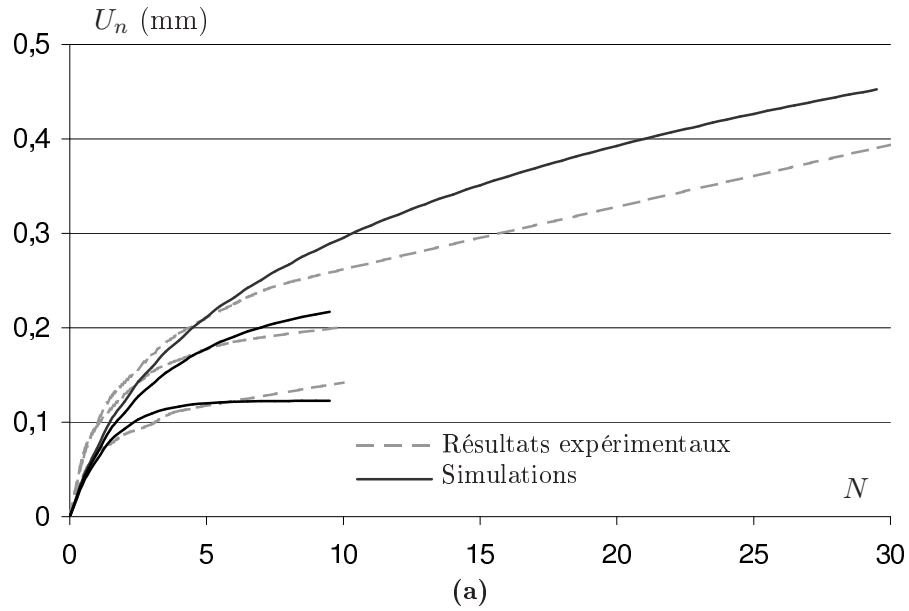
Les essais cycliques d'interface sont pratiqués uniquement pour des interfaces présentant une rugosité de  $30\ \mu\text{m}$ . Les essais sont alors regroupés par densités initiales (35 et 85 %) pour différentes valeurs de raideurs (0, 500 et 1000 kPa/mm).



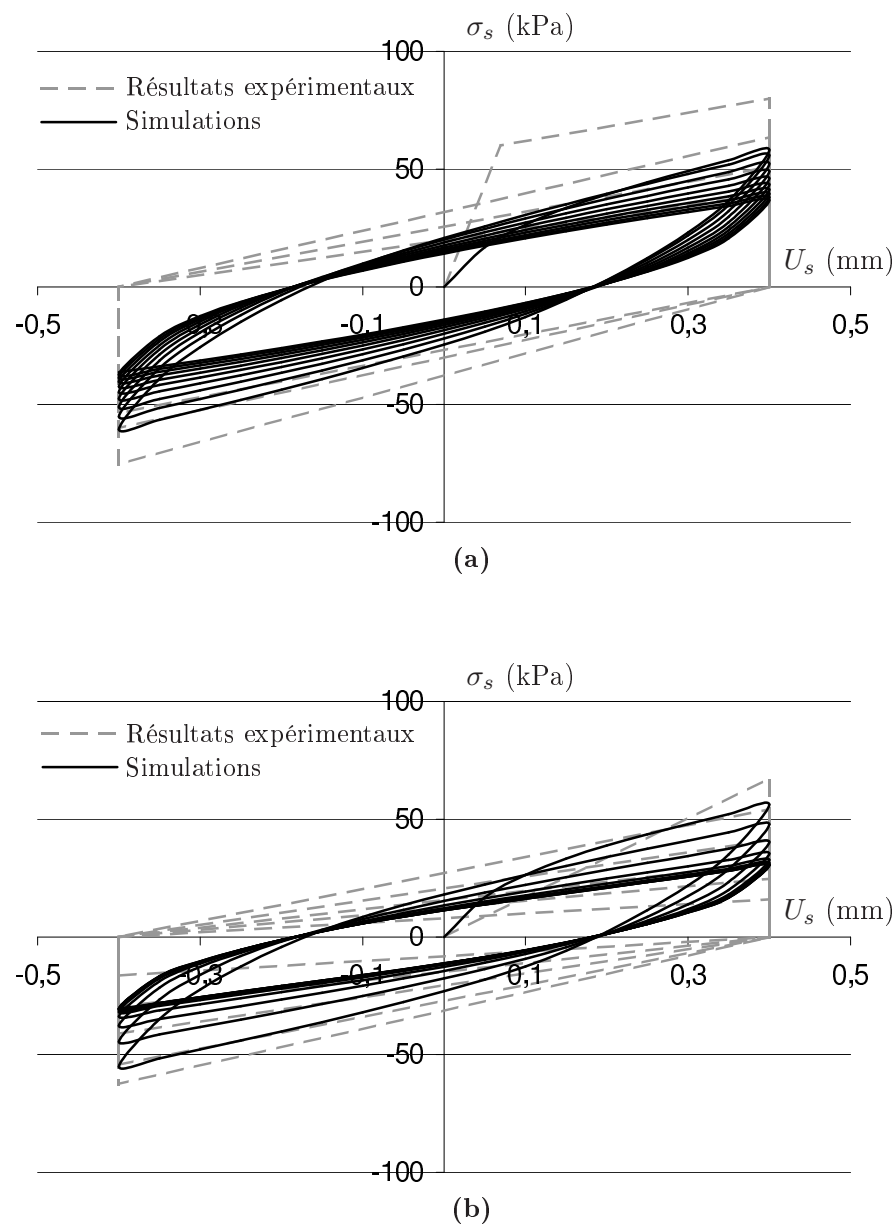
**FIGURE G.15** – Comparaison simulations et courbes expérimentales pour les essais d'interface Toyoura lisse-lâche cycliques.  $D_r = 35\ \%$ . Cumul des déplacements normaux en fonction du nombre de cycles (a), chemin de contrainte de l'essai CNL (b)



**FIGURE G.16** – Comparaison simulations et courbes expérimentales pour les essais d'interface Toyoura lisse-lâche cycliques.  $D_r = 35$  %. Chemin de contraintes des essais CNS  $K = 500$  kPa/mm (a) et  $K = 1000$  kPa/mm (b).



**FIGURE G.17** – Comparaison simulations et courbes expérimentales pour les essais d'interface Toyoura lisse-lâche cycliques.  $D_r = 85\%$ . Cumul des déplacements normaux en fonction du nombre de cycles (a), chemin de contrainte de l'essai CNL (b).



**FIGURE G.18** – Comparaison simulations et courbes expérimentales pour les essais d’interface Toyoura lisse-dense cycliques.  $D_r = 85$  %. Chemin de contraintes des essais CNS  $K = 500$  kPa/mm (a) et  $K = 1000$  kPa/mm (b).

