



Université de Bourgogne

École Doctorale CARNOT

# Thèse

présentée par

ZAMBO ABOU'OU Marcelle Nina

pour obtenir le titre de

DOCTEUR en PHYSIQUE

## INSTABILITÉ MODULATIONNELLE ET CONCEPT DE RÉSERVOIR DE PHOTONS DANS LES FIBRES OPTIQUES À TRÈS FORTE NON LINÉARITÉ

le 15 décembre 2011 à 14h30

devant la commission d'examen composée de :

<b>A. Kudlinski</b>	Maître de conférence - HDR (Université de Lille)	Rapporteur
<b>H. Maillotte</b>	Directeur de recherche (Université de Franche-Comté)	Rapporteur
<b>C. M. Ngabireng</b>	Maître de conférence (Université de Yaoundé I)	Directeur de thèse
<b>P. Tchofo Dinda</b>	Professeur (Université de Bourgogne)	Directeur de thèse
<b>T. C. Kofane</b>	Professeur (Université de Yaoundé I)	Examineur
<b>Guy Millot</b>	Professeur (Université de Bourgogne)	Examineur
<b>E. Seve</b>	Ingénieur R&D (Alcatel-Lucent Bell Labs France)	Examineur
<b>F. Smektala</b>	Professeur (Université de Bourgogne)	Invité

Equipe Solitons, Lasers et Communications Optiques (SLCO)

Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne, UMR 6303 CNRS

Faculté des Sciences, 9, avenue Alain Savary, BP 47870, 21078 Dijon, France

Je dédie ce travail

Au

***SEIGNEUR TOUT PUISSANT***

Pour toutes les grâces qu'il ne cesse de m'accorder.

À mon Papa

***FAUSTIN SALOMON NKOU ZAMBO***

Pour tout l'amour que tu m'as toujours donné, le sens du travail, la persévérance et la discipline que tu m'as inculqués. Papa, merci pour ton soutien moral, financier sans lequel ce parcours n'aurait pas eu lieu.

À mes futurs enfants

Afin qu'ils puissent suivre les pas de leur maman.

## Remerciements

Ce travail de thèse est le fruit d'une collaboration entre le Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne et le Laboratoire de Mécanique de l'Université de Yaoundé I. Ce travail, qui a démarré au Cameroun dans le cadre d'une convention de cotutelle internationale de thèse entre les universités de Bourgogne et de Yaoundé I, s'est poursuivi et finalisé au sein de l'équipe Solitons, Lasers et Communication Optique (SLCO) du Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne (ICB). Je tiens à remercier Mr Guy Millot responsable de l'équipe SLCO, Mr Gilles Bertrand Directeur de l'ICB, Mr Hans-Rudolf Jauslin Directeur de l'Ecole Doctorale Carnot, ainsi que l'ensemble des personnels de cette équipe pour leur accueil chaleureux à mon arrivée au laboratoire ICB, leur hospitalité, et pour les moyens matériels qui ont été mis à ma disposition pour mener à bien ce travail de thèse.

Je remercie très chaleureusement les différents membres du jury : Guy Millot pour avoir accepté de présider le jury, Alexandre Kudlinski et Hervé Maillotte pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, E. Seve pour ses précieux conseils et remarques.

Je remercie particulièrement mes directeurs de thèse, Patrice Tchofo Dinda et Ngabireng Claude Marie, qui m'ont encadré durant toute la durée de ma thèse et m'ont permis d'accroître mon bagage scientifique dans le domaine de l'optique non linéaire dans les fibres optiques.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Bertrand Kibler et Frédéric Smektala qui se sont associés à l'idée du concept de réservoir de photons et m'ont apporté de précieux conseils.

Je remercie V. Boudon, J. Fantome, et S. Pitois pour les corrections qu'ils ont apportées au manuscrit de thèse.

Je remercie le Gouvernement camerounais à travers le Ministère de l'Enseignement Supérieur pour m'avoir accordé une allocation de recherche.

Je remercie le Professeur Kofane pour avoir initié mes pas à la recherche et pour tout son soutien moral et intellectuel.

Je remercie tous les enseignants du Département de Physique de l'Université de Yaoundé I pour les enseignements qu'ils m'ont dispensés tout au long de mon cursus universitaire.

Je remercie tous mes aînés du laboratoire, en particulier Aladji, S. Fewo, Mohamadou, B. Nana avec qui les discussions scientifiques ont toujours été très enrichissantes et fructueuses.

Je remercie mon oncle Joseph Ngbwa Ela pour tout son appui et ses encouragements.

Je remercie mes différentes mamans : Thérèse Nna Evina, Ngonon Martine, Bengono Pauline pour l'amour, le soutien moral et financier qu'elles m'ont toujours donnés.

Je remercie Théo, Mimi, Claire, Camus, Aissatou, Armelle, Béatrice, Arsène, Alain, Emmanuel, Paul, Moussa, Justine, Francine, Marie, Samuel, Magda pour tous vos encouragements, la bonne humeur, l'attachement et l'amour que vous avez toujours manifestés à mon égard.

Je suis reconnaissante envers B. Cazet, qui a contribué à mon épanouissement pendant tout mon séjour à Dijon. Les mots me manquent pour signifier ce que tu représentes à mon cœur.

Je dis bravo à mon PC pour sa performance et sa fidélité.

Je remercie toute la communauté gabonaise de Dijon pour leur sympathie et tous les merveilleux moments passés en leur compagnie.

A tous ceux dont les noms ne figurent pas, recevez mes profonds remerciements.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>Chapitre 1 Généralités sur les phénomènes de propagation des ondes dans la fibre optique</b>	<b>17</b>
1.1 Description de la fibre optique . . . . .	17
1.2 Caractéristiques géométriques . . . . .	19
1.3 Caractéristiques de la silice . . . . .	20
1.3.1 La biréfringence . . . . .	20
1.3.2 La dispersion chromatique . . . . .	21
1.3.3 L'atténuation . . . . .	24
1.3.4 Les effets non linéaires . . . . .	26
1.3.4.1 Effet Kerr . . . . .	26
1.4 Equation de propagation d'une onde lumineuse dans une fibre optique monomode non biréfringente . . . . .	27
1.4.1 Equation de Maxwell . . . . .	27
1.4.2 Equation de propagation (équation de Schrödinger nonlinéaire)	28
1.5 Instabilité modulationnelle et mélange à quatre ondes . . . . .	34
1.5.1 Instabilité modulationnelle . . . . .	34
1.5.2 Mélange à quatre ondes . . . . .	35
<b>Chapitre 2 Analyse comparative des performances des fibres hautement non-linéaires</b>	<b>41</b>
2.1 Introduction . . . . .	41

2.2	Caractéristiques des fibres hautement non linéaires . . . . .	42
2.3	Etude de l'instabilité modulationnelle scalaire . . . . .	44
2.3.1	Modèle général . . . . .	44
2.3.2	Analyse de stabilité linéaire (ASL) . . . . .	45
2.3.2.1	Analyse de stabilité linéaire approximative (ASLA) . . . . .	46
2.3.2.2	Analyse de stabilité linéaire exacte (ASLE) . . . . .	51
2.4	Evaluation des performances des fibres hautement non-linéaires dans le processus d'IM . . . . .	54
2.5	Conclusion . . . . .	59
<b>Chapitre 3 Suppression de la dérive en fréquence des bandes latérales d'IM à l'aide d'un réservoir de photons : application aux fibres hautement non-linéaires</b>		<b>61</b>
3.1	Introduction . . . . .	61
3.2	Suppression de la dérive en fréquence des bandes latérales par la technique du réservoir de photons . . . . .	62
3.2.1	Concept du réservoir de photons . . . . .	62
3.2.2	Suppression de la dérive en fréquence des bandes latérales par la méthode du réservoir de photons . . . . .	67
3.2.2.1	Remplissage du réservoir de photons pour $\beta_4$ fixé ( $\beta_4 = \beta_{40}$ ) . . . . .	68
3.2.2.2	Remplissage du réservoir de photons pour $P_0$ fixée . . . . .	71
3.3	Phénomène d'étouffement de l'IM . . . . .	77
3.4	Conclusion . . . . .	79
<b>Chapitre 4 Impact de la dispersion d'ordre quatre dans les processus d'instabilité modulationnelle de polarisation dans des fibres faiblement biréfringentes</b>		<b>83</b>
4.1	Introduction . . . . .	83
4.2	Modèle général . . . . .	84
4.3	Analyse de stabilité linéaire . . . . .	85
4.4	Résultats et Discussion . . . . .	88

---

4.4.1	Détermination de la fréquence de modulation optimum (FMO)	88
4.4.2	Conditions d'existence des bandes latérales pour une onde polarisée sur l'axe orthogonal à la pompe . . . . .	90
4.4.2.1	Régime de dispersion normale ( $\sigma_2 = 1$ ) . . . . .	90
4.4.3	Faisabilité d'un réservoir de photons pour les processus d'IMP	106
4.5	Conclusion . . . . .	109
<b>Conclusion et perspectives</b>		<b>111</b>
<b>Annexe A Méthode de Fourier à pas divisé</b>		<b>115</b>
A.1	Précision de la méthode . . . . .	116
A.2	Méthode de Fourier à pas divisé symétrique . . . . .	117
A.3	Application aux équations de Schrödinger non-linéaires couplées (ESNLC)	117
A.4	Limitations de la méthode . . . . .	119
<b>Annexe B Articles relatifs à la thèse</b>		<b>120</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>135</b>



# Introduction

L'invention du laser dans les années soixante a permis d'observer dans certains matériaux semi-conducteurs et dans un grand nombre de matériaux diélectriques, une multitude de phénomènes de propagation particulièrement spectaculaires, tels que l'effet Raman, l'effet Kerr, l'effet Brillouin, le mélange à quatre onde, l'amplification optique (avec ou sans inversion de population), l'oscillation paramétrique optique, ou l'instabilité modulationnelle, pour ne citer que quelques uns [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Cette disponibilité d'une grande variété de phénomènes de génération de fréquences optiques, a constitué, au cours des trois dernières décennies, un terrain très fertile qui a produit une kyrielle d'applications innovantes particulièrement profitables à l'industrie des capteurs et des Télécommunications, avec notamment la fabrication d'une variété de nouveaux composants optiques en matières de verre, tels que les amplificateurs optiques à large bande, les réseaux de Bragg, multiplexeurs, démultiplexeurs, coupleurs, fibres optiques à gestion de dispersion, générateurs de trains d'impulsions ultra brèves (ps et fs), régénérateurs d'impulsions, etc. Ce développement industriel a aussi eu comme conséquence majeure de favoriser l'émergence de nouveaux outils de communications, dont le plus important est incontestablement le réseau Internet. En effet, depuis l'avènement de ce réseau, le nombre d'internautes et leurs temps de connexion n'ont cessé d'augmenter et les entreprises sont de plus en plus nombreuses à échanger des informations par l'intermédiaire d'Internet. La très grande partie de ces informations transitent désormais par des câbles de fibres optiques, qui se sont progressivement imposés comme le milieu le plus avantageux pour le transport de l'information, et qui offrent un débit d'informations nettement

supérieur à celui des câbles coaxiaux et supporte un réseau large bande par lequel peuvent transiter aussi bien la télévision, le téléphone, la visioconférence, que les données informatiques. Actuellement, plus de dix millions de kilomètres de câbles à fibres optiques forment le cœur du réseau mondial des communications à grande distance et relie la quasi-totalité de notre planète en temps réel. Dans la majorité de ces systèmes de communication, les informations sont transportées par des faisceaux laser à des longueurs d'onde situées dans la troisième fenêtre Télécom (autour de  $1.55 \mu m$ ). Elles sont codées sous forme numérique, et inscrites sur le faisceau laser par un procédé de modulation en intensité du faisceau laser, appelé code RZ (Retour à Zéro), où l'unité binaire d'information est représentée par une impulsion lumineuse.

Le développement spectaculaire du réseau Internet est dû à la très forte demande des usagers pour des hauts débits de transmission, que l'on enregistre depuis plus d'une décennie sur le marché des Télécoms, et qui pousse à développer des systèmes de transmission de plus en plus performants et à augmenter sans cesse les débits de transmission. C'est dans ce contexte que sont développés les lasers à impulsions ultra brèves, qui présentaient jusqu'à ces dernières années un vif intérêt pour les systèmes de communication à haut débit, car les procédés de production de trains d'impulsions ultra brèves à très haut taux de répétition ouvraient la voie à une montée rapide vers des très hauts débits (par canal de transmission), de plusieurs ordres de grandeur supérieurs à ceux atteignables avec les composants électroniques. Cependant, ces dernières années, l'industrie des Télécoms a opéré un changement de cap majeur en évoluant vers des transmissions cohérentes à très haut débit avec de nouveaux formats de modulation en phase et en polarisation. Malgré tout, les lasers à impulsions brèves demeurent encore actuellement un outil d'une grande utilité dans le domaine des Télécoms, notamment pour les activités de test, caractérisation et diagnostics des composants et systèmes de transmissions (par exemple, des mesures par temps de vol des longueurs de fibre, mesures des coefficients de dispersion, caractérisation et diagnostic de défauts des lignes de transmission par réflectométrie, etc).

De manière plus générale, actuellement, les applications des lasers à impulsions ultra brèves s'étendent bien au delà du domaine des Télécoms. Les applications qui se répandent le plus dans des domaines d'activités très différents sont incontestablement

celles qui utilisent des impulsions picosecondes et femto-secondes. En effet, ce type d'impulsions permet de réaliser une multitude de traitements de très haute précision sur des matériaux et systèmes complexes (guidage de signaux optiques, découpe, perçage, marquage des matériaux, micro-connectique des composants électroniques, micro-chirurgie, etc) dans des domaines très différents allant de l'optique à la chimie, en passant par la mécanique, l'aéronautique, la micro-électronique ou la médecine. Dans ce contexte de demande croissante de lasers à impulsions ultra-brèves pour des applications nécessitant un haut niveau de qualité et précision, il est nécessaire de disposer de procédés robustes, qui soient aptes à générer de telles impulsions de manière fiable et parfaitement contrôlée. Pour mettre au point de tels dispositifs, il est clair qu'il faut préalablement pouvoir contrôler de manière très fine les interactions laser-matière qui sous-tendent les processus de génération de ces impulsions ultra-brèves.

Ce mémoire présente des travaux de thèse qui s'inscrivent dans la perspective d'améliorer la qualité et la robustesse de la prochaine génération des sources d'impulsions lumineuses, qui auront la double contrainte de générer des trains d'impulsions ultra-brèves (ps et fs), à des taux de répétition hyper élevés (de l'ordre du  $THz$  et au delà). A l'heure actuelle, le taux de répétition des sources laser est en général limité par le temps de parcours de l'impulsion optique dans la cavité. Dans un laser à fibre optique, dont la longueur est en général supérieure à un mètre, le taux de répétition fondamental obtenu par blocage de modes passif est typiquement inférieur au Gigahertz. Il existe cependant des stratégies permettant d'augmenter ce taux de répétition, sans pour autant réduire la longueur de la cavité. L'instabilité modulationnelle est l'un des mécanismes les plus prometteurs pour réaliser en cavité laser fibrée des taux de répétition dépassant  $100 GHz$ .

L'IM a été théoriquement mise en évidence pour la première fois par Hasegawa [8], puis présentée par Hasegawa et Brinkman [9] comme un moyen permettant de générer des trains d'impulsions lumineuses ultra-brèves dans l'infrarouge lointain. C'est dans ce contexte que Tai, Hasegawa, et Tomita l'ont démontré expérimentalement pour la première fois en 1986 [10]. L'IM est un phénomène dans lequel une onde continue ou quasi-continue subit, sous l'influence d'une petite perturbation (même

infinitésimale), une modulation de son amplitude ou de sa phase, pouvant conduire à une brisure de l'onde en un train d'impulsions. Ce type d'IM, connue également sous le nom d'instabilité de Benjamin Feir, se manifeste dans des domaines de la physique aussi différents que les plasmas [11], la dynamique des fluides [12], les réseaux solides [13], les réseaux électriques [14], les sémi-conducteurs [15], ou l'optique non-linéaire [9]. Dans la fibre optique, l'IM résulte de l'interaction entre les effets dispersifs (dispersion chromatique) et les effets nonlinéaires (effet Kerr). Elle correspond à l'amplification de certaines composantes spectrales de la perturbation et éventuellement de ses harmoniques.

Lorsque l'IM est générée à des fins pratiques exigeant un haut niveau de qualité du train d'impulsions (en terme de niveau de bruit, de précision de réglage de la durée d'impulsion, et du taux de répétition) il devient alors crucial que les bandes latérales puissent être générées de manière parfaitement contrôlée. Or, il est bien connu que plusieurs types de facteurs peuvent perturber un processus d'IM, de même que son contrôle, de manière plus ou moins sévère selon les conditions d'injection de la pompe et les paramètres de la fibre. Un des facteurs pénalisants dans beaucoup de processus paramétriques est l'absorption matérielle [16]. Ainsi, l'utilisation des fibres de grande longueur dans le but d'accroître le gain cumulé d'IM, a comme inconvénient d'exacerber les effets de l'absorption matérielle. Aussi, l'emploi d'une pompe de fréquence située loin des fenêtres de transparence de la fibre peut accroître de plusieurs ordres de grandeur le coefficient d'absorption de la fibre. Un accroissement encore plus important du coefficient d'absorption de la fibre est observée dans les fibres de verre à très forte non linéarité, tels que les verres à dopage sémi-conducteur [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23], les verres sulfures ou les verres dopés aux oxydes de métaux lourds [24, 25, 26]. Plus généralement, toutes ces procédures qui permettent d'accroître la non linéarité des fibres optiques, ont l'énorme inconvénient d'accroître quasiment dans les mêmes proportions, le coefficient d'absorption du matériau. L'existence d'un fort coefficient d'absorption dans les verres à très haute non linéarité représente un obstacle à l'emploi généralisé de ces verres dans des applications pratiques. Dans ce contexte, il est naturel de poser la question suivante : Les verres à très haute non linéarité, qui connaissent actuellement un regain d'intérêt,

sont ils réellement les matériaux les plus efficaces pour la génération de nouvelles fréquences optiques ? En d'autres termes, les bénéfices pouvant résulter d'une élévation du coefficient de non linéarité de ces fibres, tels qu'un accroissement de gain dans les processus d'amplification ou une miniaturisation des longueurs de fibre, ne sont ils pas par ailleurs fortement contrariés par les effets indésirables d'une forte absorption dans ces matériaux ? Ce mémoire de thèse a précisément pour objet d'examiner cette question, qui se situe au cœur de la problématique du développement actuel des fibres à très forte non linéarité. Plus précisément, cette thèse examine les gains de performance que peuvent apporter les fibres à très forte non linéarité dans les processus de génération de fréquences optiques par instabilité modulationnelle, en les comparant aux performances des mêmes processus dans les fibres standard à base de silice. Plusieurs grandes classes de fibres optiques, incluant des fibres commercialement disponibles et des fibres en cours de développement, sont examinées dans ce mémoire, à savoir : les fibres Télécoms, les fibres micro structurées air-silice, les fibres effilées, et les fibres de verre non silice de types Chalcogénure et Télure. Pour faciliter la comparaison entre ces grandes classes de fibres, nous nous appuyons sur trois grands critères de performance incluant aussi bien des aspects quantitatifs que qualitatifs, à savoir :

- (i) le niveau puissance de la pompe à l'entrée de la fibre,
- (ii) la longueur de la fibre,

(iii) l'ampleur de la dérive en fréquence des bandes latérales. En effet, des travaux antérieurs réalisés par Labruyère et al [16] dans des fibres de silice standard de très grandes longueurs, ont montré que l'absorption matérielle provoque une dérive en fréquence des bandes latérales vers le bas du spectre d'IM. Cette dérive en fréquence interdit toute possibilité de générer des bandes latérales de manière parfaitement contrôlée.

Dans ce mémoire de thèse nous effectuons une analyse comparative des grandes classes de fibres suscitées sur la base de ces trois grands critères. La méthodologie que nous utilisons est basée sur une modélisation de la propagation des ondes dans la fibre optique par l'équation de Schrödinger Non linéaire (ESNL) incluant les termes de dispersion jusqu'à l'ordre quatre [4, 27]. Cette équation est traitée par deux techniques

complémentaires. La première est la méthode de Fourier à pas divisés, qui permet d'obtenir la solution exacte de l'ESNL, et de suivre l'évolution du champ électrique de l'onde au cours de la propagation. La deuxième technique utilisée dans ce mémoire est l'analyse de stabilité linéaire, qui permet d'obtenir une solution analytique approchée mais extrêmement précise de l'ESNL, de même que le gain en puissance et la fréquence des bandes latérales. Il ressort de notre analyse que les fibres les plus fortement non linéaires, sont aussi celles qui présentent des taux de dérive en fréquence les plus élevés, qui se révèlent être plusieurs milliers de fois supérieurs aux taux de dérive en fréquence dans des fibres de silice étudiées par Labruyère et al [16].

Par ailleurs, les inconvénients que peut engendrer une dérive en fréquence des bandes latérales d'IM dans des applications pratiques, avaient déjà été bien perçus par Labruyère et al [16], qui ont proposé une méthode de suppression de ces dérives en fréquence. Cette méthode, baptisée A3DMF (abréviation de " Average-dispersion decreasing dispersion-managed fibers ") par leurs auteurs, mais à laquelle nous ferons référence comme étant simplement la " méthode des fibres à gestion de dispersion ", consiste à concaténer des segments de fibres à dispersions positive et négative, de manière à baisser par paliers la dispersion le long de la fibre [16]. L'idée de Labruyère et al [16] consiste à baisser la dispersion d'une proportion équivalente à la baisse de la puissance de pompe, de manière à maintenir constant le rapport entre les poids respectifs de la dispersion et de la non linéarité au cours de la propagation de l'onde de pompe. Cette méthode, qui ne s'applique qu'à un processus d'IM dans une fibre de silice standard en régime de dispersion anormale, permet effectivement de verrouiller la fréquence des bandes latérales au cours de la propagation. Mais cette méthode des fibres à gestion de dispersion a deux inconvénients majeurs. Premièrement, elle requiert un équipement relativement lourd et très onéreux, car la gestion de la dispersion le long de la fibre est réalisée en juxtaposant un grand nombre de petits tronçons de fibres ayant des dispersions de signes opposés, et des longueurs minutieusement dimensionnées. Le second inconvénient est son manque de flexibilité. En effet, une fois que le système A3DMF est construit pour une puissance de pompe donnée, il devient difficile voire impossible de l'adapter à un autre niveau de puissance de pompe. Ces inconvénients rendent prohibitif l'exploitation pratique de la technique A3DMF pour

la gestion des effets de l'absorption matérielle dans les fibres à très forte non linéarité.

Dans cette thèse, nous mettons au point une nouvelle méthode de suppression des dérives en fréquence des bandes latérales dans les fibres à très forte non linéarité. Cette méthode consiste en la mise en place, au sein du système et via un ajustement des propriétés dispersives de la fibre, d'un réservoir de photons qui alimente in-situ le processus d'IM en fournissant au système des photons d'une quantité équivalente à celle absorbée par le matériau. La démonstration de la faisabilité pratique de notre méthode de réservoir de photons, constitue un résultat majeur de ce travail de thèse.

Ce mémoire de thèse est structuré de la manière suivante :

Le chapitre I présente différents rappels théoriques sur les principes physiques de base relatifs à la propagation des ondes électromagnétiques dans une fibre optique. Nous y introduisons l'ESNL qui modélise la propagation d'une onde lumineuse dans une fibre optique monomode.

Le chapitre II présente différents systèmes de génération de fréquences optiques par IM scalaire, qui ont pour particularité d'utiliser des fibres ayant à la fois une très forte non-linéarité, et des propriétés dispersives agissant jusqu'à l'ordre quatre. Nous procédons à une analyse minutieuse de l'aptitude de ces fibres à générer des bandes latérales d'IM avec un maximum de gain, sur la plus courte distance possible, et avec la plus petite dérive en fréquence possible. Nous dressons alors un tableau comparatif des performances des grandes classes de fibres non-linéaires sus citées, qui fait apparaître les fibres de verres non silice (Chalcogénure et Tellure) comme étant les plus performantes sur les critères de longueur de fibre et puissance de pompe. Mais ces fibres de verre non silice apparaissent en même temps comme les moins compétitives sur le critère lié à la dérive en fréquence des bandes latérales.

Dans le chapitre III, nous présentons le concept du réservoir de photons que nous avons mis au point dans cette thèse dans le but de supprimer la dérive en fréquence des bandes latérales dans des fibres soumises à une forte absorption matérielle. Nous démontrons l'efficacité de la méthode du réservoir de photons dans les processus d'IM scalaire.

Dans le chapitre IV, nous étudions l'influence de la dispersion d'ordre quatre dans les processus d'IM de polarisation, et nous montrons que la méthode du réservoir

de photons est également applicable aux processus d'IM vectorielle. Nous montrons en particulier qu'en régime de dispersion normale et lorsque le terme de dispersion d'ordre quatre est négatif, il est possible de mettre en place un réservoir de photons, qui verrouille la fréquence des bandes latérales au cours de la propagation.

Enfin, nous clôturons ce mémoire de thèse par une conclusion générale et des perspectives que ce travail permet d'envisager.

# Généralités sur les phénomènes de propagation des ondes dans la fibre optique

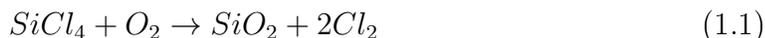
## 1.1 Description de la fibre optique

La fibre optique est un guide d'onde diélectrique, qui a la propriété de pouvoir véhiculer la lumière entre deux lieux distants de plusieurs centaines, voire plusieurs milliers de kilomètres. En permettant les communications à très longue distance et à des débits élevés, les fibres optiques ont été l'un des éléments clef de la révolution des télécommunications optiques. Dans ce domaine, le matériau privilégié est la silice très pure car elle présente des pertes optiques très faibles. La fabrication d'une fibre optique de silice passe par plusieurs étapes :

(i) La première étape est la réalisation d'un barreau de silice très pure, d'un diamètre de plusieurs centimètres. La composition du cœur du barreau est choisie de façon à modifier l'indice de refraction du verre. On utilise en particulier le germanium ( $GeO_2$ ) ou le phosphore ( $P_2O_5$ ) pour augmenter l'indice de refraction du cœur et le fluor ou le bore pour diminuer l'indice de réfraction de la gaine [4, 28]. Pour obtenir ce barreau, on utilise généralement le procédé MCVD (Modified Chemical Vapour Deposition), qui consiste à déposer des couches dans un tube de quartz. Le dépôt est interne et se fait par couches concentriques, obtenues par oxydation à l'intérieur d'un tube de quartz en rotation. Oxydation et vitrification se font à la chaleur d'un chalumeau externe. Après le dépôt, le tube est progressivement refermé sur lui même

par ramollissement à haute température. Ce procédé fait appel à des réactions en phase vapeur, ce qui permet d'obtenir un matériau très pur et une possibilité d'indices variés et très précis, en modifiant la composition de chaque couche par l'intermédiaire de la teneur en réactifs de l'oxygène envoyé dans le tube.

En effet, la réaction est la suivante :



Afin d'obtenir un verre transparent, le tube est chauffé à l'aide d'une torche alimentée à l'oxygène et à l'hydrogène et qui se déplace le long de celui-ci. La chaleur permet d'abord à la réaction d'avoir lieu et permet ensuite à la suie de se vitrifier afin de produire un film homogène de verre transparent d'excellente qualité. Les dopants sont injectés sous forme de chlorures (gazeux) dans le tube, oxydés au passage du chalumeau.

(ii) En deuxième étape, le barreau subit un étirage dans une tour de fibrage, en plaçant l'extrémité dans un four porté à une température voisine de 2000 °C. Il est alors transformé en une fibre de plusieurs centaines de kilomètres. La fibre est ensuite revêtue d'une double couche de résine protectrice avant d'être enroulée sur une bobine.

Cette description que nous venons de présenter sur la fabrication d'une fibre optique est plutôt sommaire. Le lecteur désireux d'obtenir plus amples informations pourra consulter les références suivantes [29, 30, 31, 32].

L'accès à de nouvelles fonctions optiques (inatteignables par des fibres à base de silice) a conduit à la conception de nouveaux types de fibres dans lesquelles l'atome d'oxygène est remplacé par un autre atome non métallique tel que le tellure, le chalcogène, le fluor, ou le sélénium. De telles fibres sont actuellement développées au plan international et constituent un domaine très actif de la recherche fondamentale, avec des applications très orientées vers le domaine des télécommunications. Des avancées notables ont été accomplies dans la réduction des pertes optiques, au moyen de techniques de purification chimiques, mais des améliorations sont encore nécessaires.

## 1.2 Caractéristiques géométriques

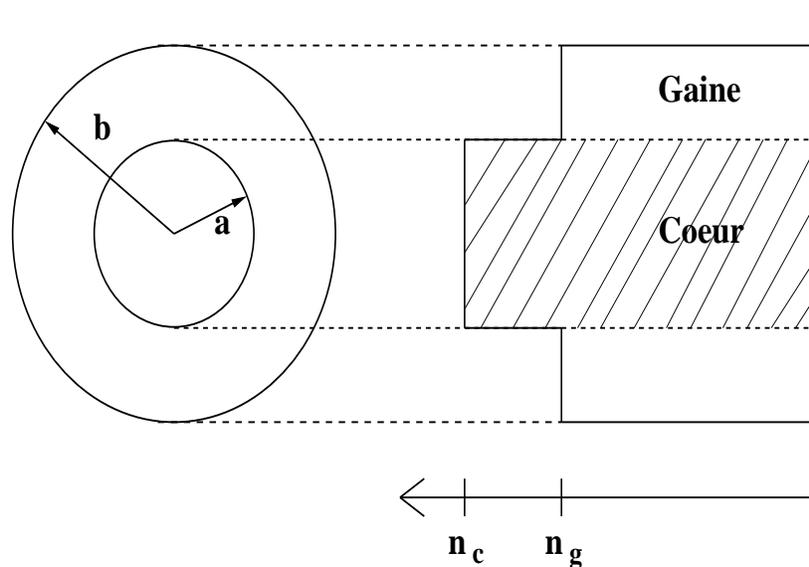


FIGURE 1.1 Illustration schématique de la section transverse d'une fibre à saut d'indice et du profil d'indice de réfraction (d'après la référence [4])

Les fibres optiques à saut d'indice, qui sont les plus couramment utilisées, sont constituées d'un cœur circulaire de quelques  $\mu m$  de diamètre entouré d'une gaine d'un diamètre beaucoup plus grand que le cœur (environ 100 fois plus). Une gaine de plastique vient ensuite protéger l'ensemble cœur-gaine. La figure 1.1 représente schématiquement une coupe transversale et le profil d'indice pour une fibre optique à saut d'indice [4]. Pour que la fibre puisse guider de la lumière, il faut que l'indice du cœur soit supérieur à celui de la gaine. En pratique, cette différence d'indice est très faible  $n_c - n_g \approx 0.01$  et le guidage est alors dit faible. En effet, comme le cœur et la gaine sont constitués d'un même matériau de base, à savoir la silice amorphe ( $SiO_2$ ), cette différence d'indice de réfraction ( $\Delta n = n_c - n_g$ ) résulte des dopants incorporés dans le cœur et la gaine. Les concentrations des dopants étant faibles (quelques pourcents),  $\Delta n$  est alors très faible par rapport à l'indice lui-même ( $\Delta n \ll n_c, n_g$ ). Le cœur est généralement dopé à l'oxyde de germanium ( $GeO_2$ ) ou au phosphore ( $P_2O_5$ ), ce qui permet d'augmenter son indice de réfraction alors que la gaine est dopée soit au fluor ou alors au bore, ce qui permet de diminuer son indice de réfraction [4, 28]. L'un des paramètres importants d'une fibre optique est la longueur

d'onde de coupure  $\lambda_c$  qui est définie par :

$$\lambda_c = \frac{2\pi a \sqrt{n_c^2 - n_g^2}}{2.405}, \quad (1.2)$$

où  $a$  représente le rayon du cœur de la fibre. Cette longueur d'onde de coupure  $\lambda_c$  détermine le nombre de modes pouvant se propager dans la fibre. Ainsi, une fibre à saut d'indice est monomode pour des longueurs d'onde  $\lambda$  supérieures à  $\lambda_c$  ( $\lambda > \lambda_c$ ). Par contre, pour des longueurs d'onde  $\lambda$  inférieures à  $\lambda_c$  ( $\lambda < \lambda_c$ ), la fibre sera alors multimode et le nombre de modes sera d'autant plus élevé que la longueur d'onde sera faible (par rapport à  $\lambda_c$ ). D'après l'équation (1.2), pour que la fibre soit monomode, il est nécessaire que son rayon soit petit (c'est-à-dire  $a \simeq 1.5\mu m$ ). A l'opposé, une fibre multimode aura nécessairement un diamètre beaucoup plus grand.

## 1.3 Caractéristiques de la silice

Les principaux paramètres qui caractérisent les fibres optiques pour les transmissions sont les suivants :

### 1.3.1 La biréfringence

Dans le cas idéal où le cœur est parfaitement circulaire et constitué de silice pure, la fibre optique est non biréfringente. En effet, la silice fondue étant un matériau amorphe, la fibre est alors complètement isotrope. Toutefois, l'adjonction de dopants et un écart à la circularité du cœur entraîne une biréfringence résiduelle faible et aléatoire. Il est important de noter qu'avec de telles fibres, une onde de polarisation rectiligne à l'entrée de la fibre ressort complètement dépolarisée à la sortie car en plus de la biréfringence aléatoire en amplitude, s'ajoute une variation aléatoire de la direction des axes principaux le long de la fibre. Pour certaines applications, il est nécessaire de travailler avec des fibres qui maintiennent l'état de polarisation au cours de la propagation. Il existe plusieurs méthodes pour augmenter la biréfringence [4, 33]. L'une d'elles consiste à fabriquer des fibres avec un cœur elliptique ; les axes principaux de la fibre sont alors dirigés selon le petit axe et le grand axe du cœur de la fibre. Toutefois, la biréfringence obtenue avec cette technique est de l'ordre de  $10^{-5}$ . Une

autre méthode couramment utilisée consiste à insérer, lors de la fabrication de la préforme de la fibre, deux barreaux de verre de silicate de bore de part et d'autre du cœur circulaire. La biréfringence ainsi obtenue est de l'ordre de  $10^{-4}$ . La valeur précise de cette biréfringence de contrainte dépend fortement de la taille et de la forme de ces barreaux. Ces fibres qui sont fortement biréfringentes maintiennent la polarisation car les perturbations extérieures ne modifient que très faiblement cette biréfringence.

### 1.3.2 La dispersion chromatique

Lorsqu'une onde électromagnétique se propage dans un milieu diélectrique, elle interagit avec les électrons liés du matériau. Une des conséquences de cette interaction est le phénomène de dispersion, qui traduit le fait que l'indice vu par cette onde dépend de sa fréquence ( $n = n(\omega)$ ). Cette dépendance est décrite avec une bonne approximation par la relation de Sellmeier [34]

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_j^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2}, \quad (1.3)$$

où les  $\omega_j$  désignent les fréquences de résonance des électrons, et  $B_j$  les forces correspondantes. La sommation dans l'équation (1.3) porte sur toutes les résonances du matériau. Il est important de noter que cette formule est uniquement valable pour des fréquences éloignées de ces résonances. Dans le cas des fibres optiques, les résonances principales sont au nombre de trois ( $m = 3$ ), et les valeurs de  $\omega_j$  et des coefficients  $B_j$  dépendent des différents constituants du cœur de la fibre. Pour la silice fondue, ces paramètres ont été calculés à partir de la courbe de dispersion obtenue expérimentalement [34] et sont regroupés dans le tableau 1.1.

Numéro de résonance	Longueur d'onde $\lambda_j$ ( $\mu m$ )	Force $B_j$
1	0.0684043	0.6961663
2	0.1162414	0.4079426
3	9.896161	0.8974794

TAB. 1.1 Coefficients de la relation de Sellmeier (1.3) pour la silice pure.

La dispersion chromatique joue un grand rôle dans la propagation d'une impulsion courte, puisque ses composantes spectrales se propagent à des vitesses de phase  $c/n(\omega)$  différentes. Dans le régime de propagation linéaire, les effets de dispersion chromatique sur une impulsion lumineuse peuvent être traités mathématiquement en développant en série de Taylor le nombre d'onde  $\beta(\omega)$  autour de la fréquence de l'onde porteuse  $\omega_0$  :

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots, \quad (1.4)$$

où

$$\beta_m = \left( \frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0}, \quad (m = 1, 2, \dots).$$

Grâce à la relation de Sellmeier (1.3),  $\beta_1$  et  $\beta_2$  peuvent s'exprimer en fonction des indices de réfraction  $n$  et de ses dérivées :

$$\beta_1 = \frac{1}{c} \left( n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{v_g} = \frac{\sqrt{1 + \theta_1} + \frac{\theta_2}{1 + \theta_1}}{c}, \quad (1.5)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left( 2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2 n}{d\omega^2} \right) = \frac{\lambda}{180\pi} \frac{\theta_2(3 - \frac{\theta_2}{1 + \theta_1}) + 4\theta_3}{\sqrt{1 + \theta_1}}, \quad (1.6)$$

avec

$$\theta_k = \sum_1^3 \frac{B_j \left( \frac{\lambda_j}{\lambda} \right)^{2(k-1)}}{1 - \left( \frac{\lambda_j}{\lambda} \right)^k}. \quad (1.7)$$

$n_g$  et  $v_g$  représentent respectivement l'indice et la vitesse de groupe. Généralement, on évalue  $\beta_2$  à partir d'un paramètre mesurable  $d$ , exprimé en  $ps\ nm^{-1}km^{-1}$ , qui traduit l'élargissement temporel induit par la dispersion d'une impulsion de largeur  $1\ nm$  lorsqu'elle se propage sur une distance de  $1\ km$  dans une fibre monomode. Ce paramètre est relié à  $\beta_2$  par la relation :

$$\beta_2 = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} d \quad (1.8)$$

La figure 1.2 représente la variation de la dispersion chromatique  $\beta_2$  en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  pour la silice pure. Une caractéristique importante de la silice pure est que sa dispersion s'annule pour une longueur d'onde d'environ  $1.27\ \mu m$ . Cette longueur d'onde est communément appelée longueur d'onde de dispersion

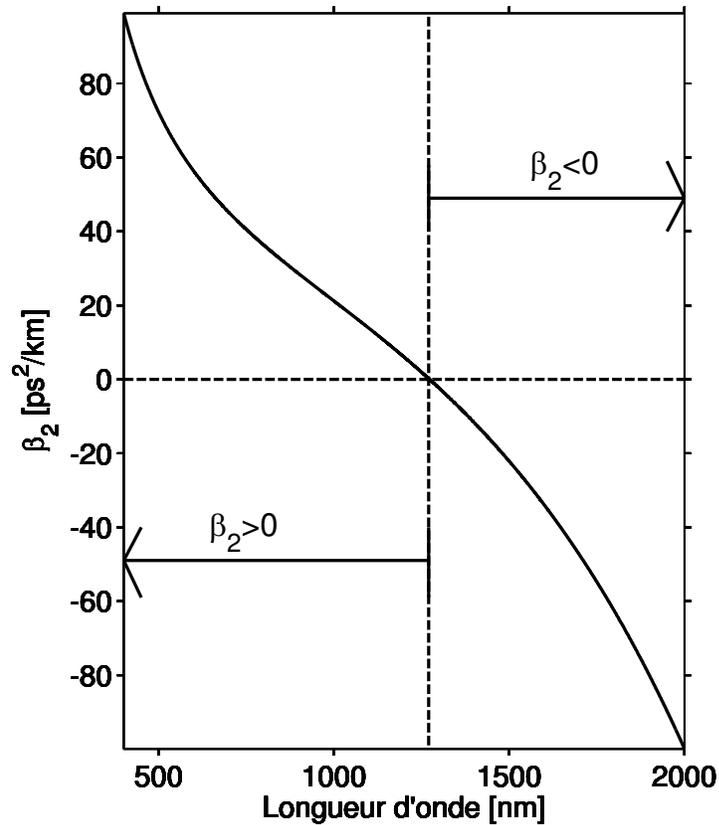


FIGURE 1.2 Evolution de la dispersion chromatique  $\beta_2$  en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$ .

nulle et est notée  $\lambda_D$ . Toutefois, pour une fibre à base de silice, la dispersion s'annule pour une longueur d'onde située aux alentours de  $1.32 \mu\text{m}$ . Ce décalage de  $\lambda_D$  résulte de la contribution du guide, c'est-à-dire, des caractéristiques géométriques de la fibre. Cette contribution du guide d'onde, qui est négligeable dans le domaine du visible, est néanmoins prépondérante lorsque la dispersion chromatique  $\beta_2$  est faible, c'est-à-

dire aux environs de la longueur d'onde de dispersion nulle [4]. De plus, ce décalage de  $\lambda_D$ , dû à la contribution du guide d'onde, peut être modifié par la nature et la quantité des dopants. Pour les longueurs d'ondes telles que  $\lambda \leq \lambda_D$ , la dispersion est dite normale ( $\beta_2 > 0$ ), alors que pour  $\lambda \geq \lambda_D$ , la dispersion est dite anormale ( $\beta_2 < 0$ ).

Comme nous le verrons dans la suite de ce rapport, les pertes de la fibre sont minimales aux environs de  $1.55 \mu m$  et, par conséquent, il est important de pouvoir construire des fibres dont la valeur de  $\lambda_D$  se situe aux alentours de cette valeur de  $1.55 \mu m$ . Un tel déplacement de  $\lambda_D$  peut se faire en modifiant à la fois le diamètre du cœur et la différence d'indice entre le cœur et la gaine. Ces fibres sont dites à dispersion décalée [4]. C'est d'ailleurs pour des raisons de faibles pertes, que cette longueur d'onde a été choisie pour les communications à grandes distances par fibres optiques. Cette valeur de la longueur d'onde ( $1.55 \mu m$ ) sera dorénavant appelée longueur d'onde des télécommunications.

Lorsque le spectre des signaux est suffisamment étendu et au voisinage de la longueur d'onde de dispersion nulle, il est nécessaire de considérer les ordres de dispersion supérieurs à deux.

### 1.3.3 L'atténuation

L'atténuation caractérise l'affaiblissement du signal au cours de la propagation. Une onde lumineuse se propageant dans la fibre optique est inévitablement soumise à des pertes d'énergie, qui résultent de l'absorption et de la diffusion de la lumière. Soient  $P_0$  et  $P_L$  les puissances à l'entrée et à la sortie d'une fibre de longueur  $L$ . L'atténuation linéaire se traduit alors par une décroissance exponentielle de la puissance en fonction de la longueur de fibre :

$$P_L = P_0 \exp(-\alpha L), \quad (1.9)$$

où  $\alpha$  est le coefficient d'atténuation linéaire. Dans la littérature, on utilise souvent le coefficient  $\alpha_{dB}$  exprimé en  $dB/km$  et relié à  $\alpha$  par la relation :

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log_{10}\left(\frac{P_L}{P_0}\right) = 4.343\alpha \quad (1.10)$$

Le coefficient de pertes varie suivant la longueur d'onde, comme le montre la figure 1.3. Pour les courtes longueurs d'onde ( $\lambda < 1.3 \mu m$ ), les pertes sont principalement liées à la diffusion Rayleigh. L'atténuation est alors très élevée et particulièrement sensible à la longueur d'onde (pertes en  $1/\lambda^4$ ). C'est pourquoi les communications optiques modernes utilisent la lumière infrarouge de longueur d'onde  $1.3 \mu m$  ou  $1.5 \mu m$ , plutôt que  $0.8 \mu m$  ou  $0.9 \mu m$  comme ce fut le cas des tous premiers systèmes de télécommunication. La plupart des fibres usuelles comportent un pic d'absorption entre  $1.35 \mu m$  et  $1.4 \mu m$ , dont l'origine est liée à la présence des ions  $OH^-$  piégés en très faible quantité au cœur de la fibre. Les technologies développées récemment permettent de minimiser ce pic d'absorption. Le minimum d'atténuation dans la fibre est situé à la longueur d'onde  $1.55 \mu m$ . Toutefois, il existe une bande de fréquence d'environ 25 THz au voisinage de cette longueur d'onde où l'atténuation est relativement faible ( entre  $0.2$  et  $0.3 \text{ dB/km}$ ). C'est la raison pour laquelle la région entourant cette longueur d'onde est privilégiée pour le transport de signaux lumineux à longue distance [4].

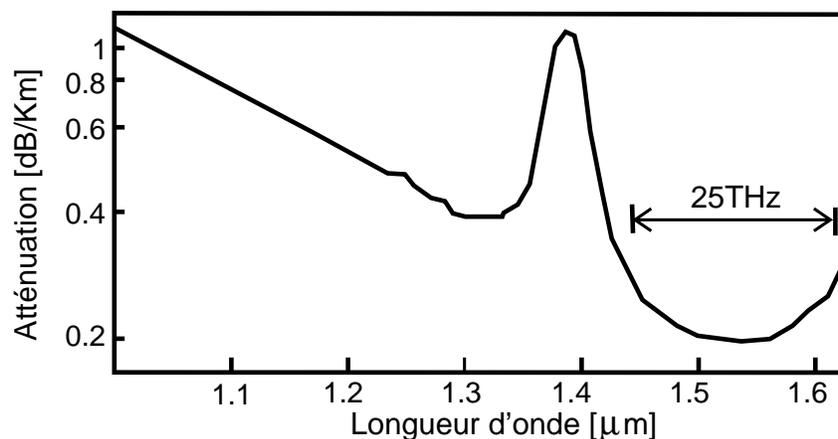


FIGURE 1.3 Evolution du coefficient de pertes optiques d'une fibre monomode en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$ .

### 1.3.4 Les effets non linéaires

Les effets non-linéaires traduisent l'interaction entre la matière constituant la fibre et l'intensité lumineuse. Ils donnent ainsi naissance à deux types d'effets :

(i) La variation de l'indice de réfraction en fonction de l'intensité lumineuse, appelée effet Kerr. Il s'agit d'un processus non-résonant, dans le sens où les transitions électroniques impliquent des états virtuels. La réponse Kerr du matériau au champ appliqué est quasi-instantanée (temps de relaxation  $\simeq 3 \text{ fs}$ ).

(ii) Le couplage photons-phonons entre le champ électro-magnétique et certaines vibrations de la structure de silice. On peut les classer en deux catégories :

- La diffusion Brillouin où l'interaction d'un photon lumineux se produit avec un phonon acoustique correspondant aux ondes sonores dans le milieu.

- La diffusion Raman où le photon lumineux interagit avec un phonon optique, correspondant à des vibrations internes aux édifices moléculaires dont le milieu est constitué.

#### 1.3.4.1 Effet Kerr

L'effet Kerr résulte de la susceptibilité du troisième ordre et se manifeste par la dépendance en intensité de l'indice de réfraction  $n$  sous la forme :

$$n(\omega, I) = n_0(\omega) + n_2(\omega)I, \quad (1.11)$$

où  $n_0$  et  $n_2$  représentent respectivement l'indice de réfraction de la fibre en absence et en présence de l'intensité lumineuse  $I$ . L'indice  $n_2$  est couramment appelé l'indice de Kerr, qui vaut  $\simeq 2.7 \times 10^{-20} \text{ m}^2\text{W}^{-1}$ , dans le cas de la silice au voisinage de  $1.55 \mu\text{m}$ . Avec l'avancée des technologies sur la fabrication des fibres optiques, il existe à l'heure actuelle, des fibres dont la valeur de l'indice de Kerr vaut plus de 100 fois celle de la silice.

La fibre optique constitue un milieu Kerr privilégié puisque des intensités de plusieurs dizaines de milliwatts sont confinées sur des distances pouvant atteindre plusieurs milliers de kilomètres au sein d'un cœur dont la surface effective est de l'ordre de  $25\text{-}80 \mu\text{m}^2$  seulement. La susceptibilité du troisième ordre est à l'origine

de plusieurs effets non-linéaires tels que l'auto-modulation de phase (SPM), l'inter-modulation de phase (XPM) ou encore la diffusion Raman stimulée (SRS).

## 1.4 Equation de propagation d'une onde lumineuse dans une fibre optique monomode non biréfringente

### 1.4.1 Equation de Maxwell

Le comportement des impulsions lumineuses dans une fibre optique est gouverné par les équations de Maxwell :

$$\vec{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.12)$$

$$\vec{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (1.13)$$

$$div \vec{D} = 0, \quad (1.14)$$

$$div \vec{B} = 0, \quad (1.15)$$

avec les relations constitutives  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$  et  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ . Les vecteurs  $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t)$ ,  $\vec{D} = \vec{D}(\vec{r}, t)$ ,  $\vec{B} = \vec{B}(\vec{r}, t)$ ,  $\vec{H} = \vec{H}(\vec{r}, t)$  et  $\vec{P} = \vec{P}(\vec{r}, t)$  représentent respectivement le champ électrique, l'induction électrique, l'induction magnétique, le champ magnétique, et la polarisation dans le matériau diélectrique homogène et isotrope constitué par la fibre optique.  $\mu_0$  et  $\varepsilon_0$  désignent respectivement la perméabilité et la permittivité du vide. La polarisation du matériau diélectrique est la somme de deux contributions :

$$\vec{P} = \vec{P}_L + \vec{P}_{NL}, \quad (1.16)$$

où  $\vec{P}_L$  et  $\vec{P}_{NL}$  désignent respectivement les contributions linéaire et non-linéaire. A partir des équations de Maxwell, on obtient l'équation de propagation du champ électrique :

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2}. \quad (1.17)$$

Par définition,

$$P_L = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+t} \chi^1(t-t')E(r,t')dt', \quad (1.18)$$

$$P_{NL} = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+t} dt_1 \int_{-\infty}^t dt_2 \int_{-\infty}^t dt_3 \chi^3(t-t_1, t-t_2, t-t_3) : \vec{E}(\vec{r}, t_1) \vec{E}(\vec{r}, t_2) \vec{E}(\vec{r}, t_3) + \dots, \quad (1.19)$$

où  $\chi^1$  et  $\chi^3$  représentent respectivement la susceptibilité d'ordre 1 et 3. La susceptibilité d'ordre 2 est absente dans la fibre optique car le matériau qui le constitue est centro-symétrique.

Comme nous l'avons signalé plus haut, l'effet Kerr optique résulte de la susceptibilité d'ordre 3 [4, 35], qui se manifeste par la dépendance en intensité de l'indice de réfraction  $n = n(\omega, |E|^2)$ . Cette dépendance en intensité peut être incluse en supposant la susceptibilité d'ordre 3 sous la forme :

$$\chi^3(t-t_1, t-t_2, t-t_3) = \chi_{xxxx}^3 R(t-t_1) \delta(t-t_2) \delta(t-t_3), \quad (1.20)$$

où  $R(t-t_1)$  représente la réponse de la fonction non linéaire et obéit à la condition de normalisation suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(t-t_1) dt_1 = 1. \quad (1.21)$$

Rappelons que pour  $t > t_1$ ,  $R(t-t_1) = 0$  (principe de la causalité).

### 1.4.2 Equation de propagation (équation de Schrödinger non-linéaire)

Dans le cadre de l'approximation de l'enveloppe faiblement variable, nous pouvons écrire le champ électrique sous la forme :

$$E = \frac{1}{2} \hat{x} [E_1(r, t) \exp(-i\omega_0 t) + c.c.], \quad (1.22)$$

où  $\hat{x}$  désigne le vecteur unité de polarisation,  $E_1(r, t)$  l'amplitude du champ électrique,  $\omega_0$  la fréquence de l'onde porteuse et c.c. le complexe conjugué.

En substituant les équations (1.20) et (1.22) dans (1.18) et (1.19), nous obtenons :

$$P_L = \frac{1}{2} \hat{x} [P_{1L} \exp(-i\omega_0 t) + c.c.], \quad (1.23a)$$

$$P_{NL} = \frac{1}{2} \hat{x} [P_{1NL} \exp(-i\omega_0 t) + c.c.], \quad (1.23b)$$

avec

$$P_{1L} = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+t} \chi^1(t-t') E_1(r, t') \exp[-i\omega_0(t'-t)] dt' + c.c., \quad (1.24a)$$

$$P_{1NL} = \frac{3}{4} \chi_{xxxx}^3 \varepsilon_0 E_1(r, t) \int_{-\infty}^{+t} R(t-t_1) |E_1(r, t_1)|^2 dt_1. \quad (1.24b)$$

En prenant la transformée de Fourier de l'équation (1.17), on obtient l'équation de propagation dans le domaine fréquentiel :

$$\Delta \tilde{E}_1 + k^2 \varepsilon(\omega) \tilde{E}_1 = 0, \quad (1.25)$$

où

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (1.26)$$

et

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \tilde{\chi}^1 + \frac{3}{4} \chi_{xxxx}^3 \int_{-\infty}^{+t} R(t-t_1) |E_1(r, t_1)|^2 dt_1. \quad (1.27)$$

$\varepsilon$  est la constante diélectrique et  $\tilde{E}_1$  représente la transformée de Fourier de  $E_1$  définie par :

$$\tilde{E}_1(r, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_1(r, t) \exp(i\omega t) dt. \quad (1.28)$$

$\tilde{\chi}^1$  représente la transformée de Fourier de  $\chi^1$ , qui est en général une quantité complexe. Cette propriété l'emporte sur  $\varepsilon$ , dont les parties réelle et imaginaire sont respectivement liées à l'indice de refraction et au coefficient d'absorption. On peut ainsi poser :

$$\varepsilon = (\tilde{n} + i\tilde{\alpha}/2k)^2. \quad (1.29)$$

Compte tenu de l'expression de  $\varepsilon$  donnée par l'équation (1.27), nous pouvons poser

$$\tilde{n} = n_0 + n_2 I, \quad (1.30a)$$

$$\tilde{\alpha} = \alpha + \alpha_2 I, \quad (1.30b)$$

$$I = \int_{-\infty}^{+t} R(t - t_1) |E_1(r, t_1)|^2 dt_1, \quad (1.30c)$$

où  $n_0, n_2$  représentent respectivement l'indice linéaire et non-linéaire, tandis que  $\alpha, \alpha_2$  représentent respectivement le coefficient d'absorption linéaire et non-linéaire. Après quelques manipulations algébriques et plusieurs simplifications, nous pouvons écrire les expressions suivantes :

$$n_0 = \sqrt{1 + \operatorname{Re}(\tilde{\chi}^1)}, \quad (1.31a)$$

$$n_2 = \frac{3}{8n_0} \operatorname{Re}(\chi_{xxxx}^3), \quad (1.31b)$$

$$\alpha = \frac{k}{n_0} \operatorname{Im}(\tilde{\chi}^1), \quad (1.31c)$$

$$\alpha_2 = \frac{3k}{4n_0} \operatorname{Im}(\chi_{xxxx}^3). \quad (1.31d)$$

On observe que l'indice linéaire  $n_0$  et le coefficient d'absorption linéaire  $\alpha$  sont respectivement reliés à la partie réelle et imaginaire de  $\tilde{\chi}^1$ .

L'équation (1.25) peut être résolue par la méthode de séparation des variables. En posant

$$\tilde{E}_1(r, \omega - \omega_0) = CF(x, y)\tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \exp(i\beta_0 z), \quad (1.32)$$

où  $C$  désigne le facteur de normalisation,  $F(x, y)$  la fonction de distribution transverse du champ électrique,  $\tilde{A}(z, \omega - \omega_0)$  l'enveloppe du champ électrique faiblement variable, et  $\beta_0$  le nombre d'onde. Le facteur de normalisation  $C$  est choisi de telle sorte que le carré du module de l'enveloppe du champ électrique corresponde à la puissance optique directement exprimée en Watts. Ainsi, nous pouvons poser  $C = 1/\sqrt{(\sigma N)}$ ,

avec

$$\sigma = \frac{\epsilon_0 c n_0}{2} \text{ et } N = \iint |F|^2 dx dy. \quad (1.33)$$

La fonction  $F(x, y)$  est solution de l'équation des modes propres dans la fibre. En remplaçant l'équation (1.32) dans (1.25), nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + (k^2 \varepsilon(\omega) - \tilde{\beta}^2)F = 0, \quad (1.34)$$

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = i(\tilde{\beta} - \beta_0)\tilde{A}, \quad (1.35)$$

où  $\tilde{\beta}$  représente le nombre d'onde, qui s'obtient en résolvant l'équation aux valeurs propres (1.34).

Lorsque la longueur d'onde porteuse est supérieure à la longueur d'onde de coupure  $\lambda_c$ , il n'existe plus qu'un seul mode propre susceptible de se propager dans la fibre, c'est le mode fondamental  $LP_{01}$ . La fonction de distribution transverse du champ électrique est alors proche du mode gaussien, et l'amplitude du champ est maximale sur l'axe de la fibre. Dans le cadre de l'approximation paraxiale, il vient :

$$k^2 \varepsilon(\omega) = \tilde{\beta}^2. \quad (1.36)$$

Compte tenu du fait que  $\varepsilon$  est proportionnel au carré de l'indice de réfraction du milieu, nous pouvons réécrire l'équation (1.29) sous la forme :

$$\varepsilon = (n_0 + \Delta n_1)^2 \approx n_0^2 + 2n_0 \Delta n_1, \quad (1.37)$$

où  $\Delta n_1$  représente une perturbation donnée par :

$$\Delta n_1 = \frac{i\tilde{\alpha}}{2k} + n_2 I. \quad (1.38)$$

Par analogie, l'équation (1.36) prend la forme :

$$\tilde{\beta} = \beta(\omega) + \Delta\beta(\omega), \quad (1.39)$$

où

$$\beta(\omega) = kn_0, \quad (1.40a)$$

$$\Delta\beta(\omega) = \frac{\iint k \Delta n_1 |F|^2 dx dy}{\iint |F|^2 dx dy}. \quad (1.40b)$$

Compte tenu de la dépendance intrinsèque en  $\beta$  vis-à-vis de  $\omega$ , et de sa forme difficilement accessible, nous pouvons l'approcher en faisant un développement en

série de Taylor autour de la fréquence porteuse  $\omega_0$  de la manière suivante :

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\beta_3 + \frac{1}{24}(\omega - \omega_0)^4\beta_4 + \dots, \quad (1.41)$$

où

$$\beta_0 \equiv \beta(\omega_0), \quad (1.42)$$

et

$$\beta_m = \left( \frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (m = 1, 2, \dots). \quad (1.43)$$

Nous pouvons faire un développement similaire pour  $\Delta\beta$ , soit :

$$\Delta\beta(\omega) = \Delta\beta_0 + (\omega - \omega_0)\Delta\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\Delta\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\Delta\beta_3 + \dots, \quad (1.44)$$

avec

$$\Delta\beta_0 \equiv \Delta\beta(\omega_0) \quad (1.45)$$

et

$$\Delta\beta_m = \left( \frac{d^m \Delta\beta}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (m = 1, 2, \dots). \quad (1.46)$$

En revenant dans le domaine temporel,  $A(z, t)$  est donné par :

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(z, \omega) \exp[-i(\omega - \omega_0)t] d\omega. \quad (1.47)$$

En utilisant la correspondance

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i(\omega - \omega_0), \quad (1.48)$$

en supposant que  $\Delta\beta(\omega) = \Delta\beta_0$ , et en intégrant l'équation (1.35) sur une section transverse, nous obtenons l'équation de propagation :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 A}{\partial t^4} + \frac{\alpha}{2} A = i(\gamma_r + i\gamma_i) \left( A \int_{-\infty}^t R(t - t_1) |A(z, t_1)|^2 dt_1 \right), \quad (1.49)$$

où

$$\gamma_r = \frac{kn_2}{A_{eff}}, \quad \gamma_i = \frac{\alpha_2}{2A_{eff}}, \quad \text{et} \quad A_{eff} = \frac{(\iint |F|^2 dx dy)^2}{\iint |F|^4 dx dy}, \quad (1.50)$$

Compte tenu également de la dépendance intrinsèque de  $\gamma_r$  et  $\alpha$  vis-à-vis de  $\omega$ , nous pouvons les approcher en effectuant un développement en série de Taylor autour de la porteuse  $\omega_0$ . Ainsi,

$$\gamma_r(\omega) = \gamma(\omega_0) + \gamma_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\gamma_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\gamma_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots, \quad (1.51)$$

$$\alpha(\omega) = \alpha(\omega_0) + \alpha_{10}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\alpha_{20}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\alpha_{30}(\omega - \omega_0)^3 + \dots, \quad (1.52)$$

avec

$$\gamma_m = \left( \frac{d^m \gamma}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0} \quad \text{et} \quad \alpha_{m0} = \left( \frac{d^m \alpha}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0}, \quad (m = 1, 2, \dots). \quad (1.53)$$

En se limitant aux deux termes linéaires en  $\gamma_r$  et  $\alpha$ , et en posant  $t' = t - t_1$ , nous obtenons l'équation de propagation :

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 A}{\partial t^4} + \frac{1}{2} \left( \alpha(\omega_0) + i\alpha_{10} \frac{\partial}{\partial t} \right) A = \\ i(\gamma(\omega_0) + i\gamma_1 \frac{\partial}{\partial t} + i\gamma_i) \left( A \int_{-\infty}^t R(t') |A(z, t - t')|^2 dt' \right). \end{aligned} \quad (1.54)$$

La réponse non-linéaire  $R(t)$  tient compte de la contribution nucléaire et électronique. En supposant que la contribution électronique est instantanée, la fonction  $R(t)$  peut s'écrire sous la forme suivante [4]

$$R(t) = (1 - f_R)\delta(t - t_e) + f_R h_R(t), \quad (1.55)$$

où  $t_e$  tient compte du retard de la réponse électronique et  $f_R$  représente la fraction retardée de la réponse Raman. La forme de la fonction  $h_R$  est déduite des vibrations des molécules de la silice induite par le champ optique. Il n'est pas aisé de calculer  $h_R$  à cause de la nature amorphe des fibres en silice. Cependant, on peut l'approcher par la fonction suivante :

$$h_R(t) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2^2} \exp(-t/\tau_2) \sin(t/\tau_1). \quad (1.56)$$

Les paramètres  $\tau_1$  et  $\tau_2$  sont choisis de manière à fournir une bonne représentation du gain Raman. Compte tenu de l'enveloppe faiblement variable, nous pouvons faire l'approximation suivante :

$$|A(z, t - t')|^2 \approx |A(z, t)|^2 - t' \frac{\partial}{\partial t} |A(z, t)|^2. \quad (1.57)$$

Sachant que

$$T_R \equiv \int_0^{\infty} tR(t)dt \approx f_R \int_0^{\infty} th_R(t)dt, \quad (1.58)$$

et

$$\int_0^{\infty} R(t)dt = 1, \quad (1.59)$$

nous obtenons l'équation de propagation d'une onde lumineuse dans la fibre optique, encore appelée Equation de Schrödinger Non-Linéaire Généralisée (ESNLG) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 A}{\partial t^4} + \frac{1}{2}\alpha(\omega_0)A = \\ i\bar{\gamma}|A|^2 A - \gamma_s \frac{\partial}{\partial t} (|A|^2 A) - \gamma_R A \frac{\partial |A|^2}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1.60)$$

où  $\bar{\gamma} = \gamma(\omega_0) + i\gamma_i$ ,  $\gamma_s = \frac{\gamma(\omega_0)}{\omega_0}$  représente le coefficient d'auto-raïdissement et  $\gamma_R = \gamma(\omega_0)T_R$  le coefficient Raman. Certains matériaux en verre peuvent présenter une saturation de la non-linéarité. Ce phénomène peut être pris en compte en mettant  $\bar{\gamma}$  sous la forme :  $\bar{\gamma} = \frac{\bar{\gamma}_0}{1+\Gamma|A|^2}$ , où  $\Gamma$  représente le paramètre de saturation. En négligeant les phénomènes de diffusion, nous retrouvons l'Equation de Schrödinger Non-Linéaire (ESNL) suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 A}{\partial t^4} + \frac{1}{2}\alpha A = \frac{i\bar{\gamma}_0 |A|^2 A}{1 + \Gamma |A|^2}. \quad (1.61)$$

## 1.5 Instabilité modulationnelle et mélange à quatre ondes

### 1.5.1 Instabilité modulationnelle

Les ondes continues ou quasi-continues, lors de leur propagation dans un milieu dispersif et non-linéaire, peuvent devenir instables sous l'effet de perturbations infinitésimales [36]. En général, l'instabilité modulationnelle (IM) se manifeste par l'auto-modulation de la phase d'une onde continue (ou quasi-continue) comme illustré sur la figure 1.4. Lorsque la perturbation résulte du bruit de photons, on parle d'instabilité modulationnelle spontanée, et lorsque le bruit est un signal injecté dans

la fibre, on parle d'IM induite. Pour étudier l'IM, nous allons utiliser deux méthodes à savoir : l'analyse de stabilité linéaire (ASL) et la résolution numérique de l'ESNL. La méthode de l'ASL sera détaillée dans le prochain chapitre, tandis que la méthode de résolution numérique (ou méthode de Fourier à pas divisé) sera présentée dans l'annexe.

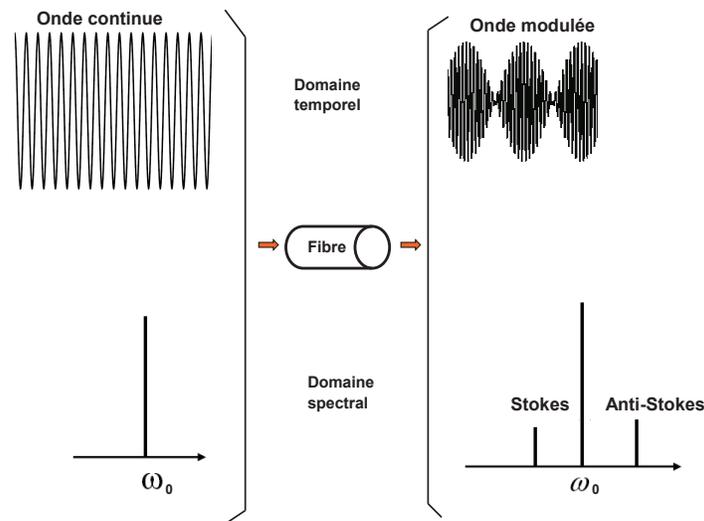


FIGURE 1.4 Représentation schématique du processus d'instabilité modulationnelle dans une fibre optique.

### 1.5.2 Mélange à quatre ondes

Dans la littérature, il existe une confusion entre l'IM et le mélange à quatre ondes. Les deux phénomènes sont bien évidemment liés et la distinction entre les deux phénomènes est plus reliée à un problème de terminologie qu'à des processus physiques différents. Dans les processus non-linéaires tels que la diffusion Raman ou la diffusion Brillouin, le milieu joue un rôle actif dans les échanges d'énergie de part la participation des vibrations moléculaires (diffusion Raman) ou des phonons acoustiques (diffusion Brillouin). Dans d'autres phénomènes non-linéaires, la fibre joue un rôle passif en ce sens qu'elle sert uniquement d'intermédiaire dans le processus d'échange d'énergie entre les différentes ondes. De tels processus sont dits paramétriques. Comme l'IM

se manifeste par l'émergence de bandes latérales de part et d'autre de la pompe, ce phénomène peut être vu comme un processus de mélange à quatre ondes dégénéré. A travers ce processus, deux photons pompe de même fréquence  $\omega_0$  et de même puissance  $P_0$  sont annihilés (détruits) pour créer simultanément deux autres photons aux fréquences Stokes ( $\omega - \Omega$ ) et anti-Stokes ( $\omega + \Omega$ ), et aux puissances Stokes et anti-Stokes ( $P_0 - \Delta P$ ). La condition d'accord de phase, qui est la conservation de la quantité de mouvement, s'écrit :

$$k_s + k_a = 2k_p. \quad (1.62)$$

Le désaccord de phase peut se mettre sous la forme :

$$\Delta k = k_s + k_a - 2k_p = \Delta k_L + \Delta k_{NL}. \quad (1.63)$$

La condition de conservation d'énergie s'écrit :

$$E_s + E_a = 2E_p, \quad (1.64)$$

où  $E_p$  désigne l'énergie d'un photon de pompe.

D'autre part, sachant que le vecteur d'onde  $k$  est une fonction de l'indice de réfraction  $n$ , qui est lui même fonction de la fréquence  $\omega$  et de l'intensité  $I$  de l'onde (effet Kerr), on peut écrire que :

$$k = \frac{n\omega}{c} = (n_0 + n_2 I) \frac{\omega}{c}, \quad (1.65)$$

En posant  $k_L = n_0 \frac{\omega}{c}$  et  $k_{NL} = n_2 I \frac{\omega}{c} = n_2 \frac{P}{A_{eff}} \frac{\omega}{c}$ , qui représentent respectivement les contributions linéaire et non-linéaire à la phase de l'onde, nous pouvons réécrire l'équation (1.65) sous la forme

$$k = k_L + k_{NL}. \quad (1.66)$$

Lorsque l'écart de fréquence  $\Omega$  est relativement faible par rapport à la fréquence de l'onde pompe  $\omega_0$ , la contribution linéaire s'écrit :

$$k_L(\omega_0 \pm \Omega) = k_L(\omega_0) \pm \Omega \frac{\partial k_L}{\partial \omega} + \frac{1}{2} \Omega^2 \frac{\partial^2 k_L}{\partial \omega^2} \pm \frac{1}{6} \Omega^3 \frac{\partial^3 k_L}{\partial \omega^3} + \frac{1}{24} \Omega^4 \frac{\partial^4 k_L}{\partial \omega^4} + \dots \quad (1.67)$$

Autrement dit, la contribution linéaire des nombres d'ondes  $k_s$  et  $k_a$  des ondes Stokes et anti-Stokes s'obtient par un développement en série de Taylor autour de la fréquence de l'onde pompe  $\omega_0$  et nous obtenons :

$$k_s^L(\omega_0 - \Omega) = k_p^L(\omega_0) - \beta_1\Omega + \frac{1}{2}\beta_2\Omega^2 - \frac{1}{6}\beta_3\Omega^3 + \frac{1}{24}\beta_4\Omega^4 + \dots, \quad (1.68)$$

$$k_a^L(\omega_0 + \Omega) = k_p^L(\omega_0) + \beta_1\Omega + \frac{1}{2}\beta_2\Omega^2 + \frac{1}{6}\beta_3\Omega^3 + \frac{1}{24}\beta_4\Omega^4 + \dots, \quad (1.69)$$

où  $\beta_m = \left(\frac{\partial k_L}{\partial \omega^m}\right)_{\omega=\omega_0}$ , ( $m = 1, 2, \dots$ ).

En se limitant au terme de dispersion d'ordre 4, la contribution linéaire au désaccord de phase s'écrit :

$$\Delta k_L = k_s^L + k_a^L - 2k_p^L = \beta_2\Omega^2 + \frac{1}{12}\beta_4\Omega^4. \quad (1.70)$$

Pour obtenir la contribution non-linéaire au désaccord de phase, il faut prendre en compte les phénomènes d'auto-modulation de phase et d'inter-modulation de phase (effet Kerr croisé) entre les trois ondes. Ainsi, la contribution non-linéaire aux différents vecteurs d'onde peut s'exprimer de la manière suivante :

$$k_s^{NL} = \gamma(P_s + 2P_0 + 2P_a), \quad (1.71)$$

$$k_a^{NL} = \gamma(P_a + 2P_0 + 2P_s), \quad (1.72)$$

$$k_p^{NL} = \gamma(P_0 + 2P_s + 2P_a), \quad (1.73)$$

où  $\gamma = \frac{n_2\omega}{A_{eff}}$ ,  $P_s$  et  $P_a$  représentent respectivement les puissances des bandes latérales Stokes et anti-Stokes. Dans l'expression (1.71), le premier terme du second membre représente le terme d'auto-modulation de phase alors que les autres termes correspondent à l'inter-modulation de phase. A partir des expressions (1.71), (1.72) et (1.73), on déduit facilement la contribution de la non-linéarité au désaccord de phase :

$$\Delta k_{NL} = k_s^{NL} + k_a^{NL} - 2k_p^{NL} = \gamma(2P_0 - P_a - P_s). \quad (1.74)$$

Dans les processus d'IM, les puissances des bandes latérales sont pratiquement toujours très inférieures à la puissance de pompe ( $P_a \ll P_0$ , et  $P_s \ll P_0$ ). On a donc en pratique,

$$\Delta k_{NL} \simeq 2\gamma P_0, \quad (1.75)$$

Ainsi, en tenant compte des effets linéaires et non-linéaires, la condition d'accord de phase s'écrit :

$$\Delta k_L + \Delta k_{NL} = \beta_2 \Omega^2 + \frac{1}{12} \beta_4 \Omega^4 + 2P_0 \gamma = 0. \quad (1.76)$$

On obtient ainsi une équation d'ordre 4 en  $\Omega$ , dont les solutions physiquement acceptables conduisent à la fréquence de modulation optimum (FMO), qui correspond à la fréquence pour laquelle les bandes latérales se développent. La recherche des solutions de l'équation (1.76) (condition d'accord de phase) dépend des signes des termes de dispersion d'ordre deux ( $\beta_2$ ) et quatre ( $\beta_4$ ). En posant  $\Omega_0 = \sqrt{\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|}}$  et  $P_c = \frac{3|\beta_2|^2}{2\gamma|\beta_4|}$ , nous obtenons dans le tableau 1.2, les différentes expressions de la FMO, notées  $\Omega_{opt}$ , obtenues en fonction des signes de dispersion d'ordre deux ( $\beta_2$ ) et quatre ( $\beta_4$ ).

Cas	FMO
$\beta_2 = 0, \beta_4 < 0$	$\Omega_{opt} = (\frac{24\gamma P_0}{ \beta_4 })^{1/4}$
$\beta_2 = 0, \beta_4 > 0$	pas d'accord de phase
$\beta_2 < 0, \beta_4 = 0$	$\Omega_{opt} = \sqrt{\frac{2\gamma P_0}{ \beta_2 }}$
$\beta_2 < 0, \beta_4 > 0$	si $P_0 < P_c$ , $\Omega_{opt} = \Omega_0 \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \frac{P_0}{P_c}}}$
$\beta_2 < 0, \beta_4 < 0$	$\Omega_{opt} = \Omega_0 \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \frac{P_0}{P_c}}}$
$\beta_2 > 0, \beta_4 = 0$	pas d'accord de phase
$\beta_2 > 0, \beta_4 > 0$	pas d'accord de phase
$\beta_2 > 0, \beta_4 < 0$	$\Omega_{opt} = \Omega_0 \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{P_0}{P_c}}}$

TAB. 1.2 Récapitulatif des différentes FMO obtenues à partir de la condition d'accord de phase.



# Chapitre 2

## Analyse comparative des performances des fibres hautement non-linéaires

### 2.1 Introduction

Avec l'essor des technologies de fabrication des fibres optiques, il est possible de nos jours de concevoir des fibres dont le coefficient de non linéarité peut atteindre une valeur mille fois supérieure à celle d'une fibre standard (fibre en silice). En raison de ce fort coefficient de non linéarité, ces fibres sont généralement appelées fibres hautement non-linéaires et l'industrie de fabrication de ces types de fibres est actuellement en plein essor. Cependant, il est bien connu que l'élévation du coefficient de non linéarité des fibres de verre s'accompagne toujours d'une élévation du coefficient d'absorption, quasiment dans la même proportion. La problématique des fibres à très forte non linéarité est donc nécessairement liée au rapport entre les poids respectifs des bénéfices induits par l'accroissement de la non linéarité et des inconvénients générés par l'absorption matérielle. Dans ce contexte, il est naturel de se demander si l'utilisation de ces fibres optiques hautement non-linéaires présente un réel avantage par rapport aux dispositifs existants, notamment pour la génération de nouvelles fréquences optiques. Ce chapitre examine minutieusement cette question. Dans un premier temps, nous présenterons les caractéristiques de quelques classes de fibres, regroupées en fonction de leurs propriétés. Parmi ces classes de fibres, nous pouvons citer : les Fibres Télécoms, les Fibres microstructurées air-silice, les Tapers de fibre,

et les Fibres à base de verres non silice. Ensuite, nous mettrons en place l'étude de l'instabilité modulationnelle, qui nous permettra de déterminer les critères de performance, et d'effectuer une analyse comparative des performances de ces fibres. Les critères que nous avons choisis sont : la puissance de pompe incidente ( $P_0$ ), la longueur de la fibre ( $L$ ), et la dérive en fréquence des bandes latérales ( $D$ ). Les valeurs quantitatives de ces paramètres nous permettront de déterminer la fibre la plus performante, que nous définissons comme étant la fibre qui réduit au mieux les valeurs des trois paramètres considérés.

## 2.2 Caractéristiques des fibres hautement non linéaires

Dans cette section, nous allons présenter les caractéristiques de quelques grandes classes de fibres en verres, auxquelles nous nous sommes intéressées au cours de cette étude.

### (i) Fibre télécom

La fibre DSF (Dispersion Shifted Fiber), est un exemple type de fibre Télécom. Elle se caractérise par un coefficient d'absorption extrêmement faible, qui justifie son utilisation comme fibre de ligne dans les systèmes de transmission à ultra-longue distance. De plus, elle possède un paramètre de dispersion d'ordre deux relativement faible, qui la rend propice à la réalisation des systèmes à haute densité de gestion de dispersion pour les transmissions sous marines. Elle se distingue également des autres types de fibre par son faible coût.

### (ii) Fibre microstructurée air-silice

Ce type de fibre, qui se situe dans la catégorie des fibres à cristaux photoniques (PCF "Photonic Crystal Fibers"), est disponible commercialement [notamment auprès de la société NKT Photonics (sous la référence NL-1550 - POS1)], et se destine à des applications telles que la génération de supercontinuum, l'amplification paramétrique optique ou la génération de large spectre autour de la longueur d'onde 1550 nm pour le codage optique. Elle est caractérisée par une petite aire effective, un fort coefficient non-linéaire, et un coefficient de dispersion (de second ordre) relativement plat dans la troisième fenêtre Télécom [37]. Son fort coefficient de non-linéarité (très

supérieur à celui des fibres conventionnelles) représente un atout majeur pour les processus de conversion de fréquence. La possibilité d'obtenir une dispersion plate et quasi nulle autour de 1550 nm offre un intérêt particulier pour les applications en télécommunications, notamment pour la génération de spectres larges autour de 1550 nm pour le codage optique.

### **(iii) Taper de fibre SMF28**

En général, ces fibres sont fabriquées à base de silice amorphe, effilée, et entourée d'une couche d'air. Leur profil effilé permet de focaliser la lumière sur une petite aire effective, et de modifier de manière spectaculaire les propriétés dispersives de la fibre. Ce type de fibres permet d'atteindre des coefficients de non-linéarité aussi élevés que ceux des fibres PCF non-linéaires, mais au moyen de procédés de fabrication bien moins onéreux que ceux des fibres PCF. Le Taper de fibre SMF28 est généralement utilisé pour ajuster les paramètres de dispersion et augmenter les effets non-linéaires, de manière à générer des sources super-continuum dans la gamme de longueur d'onde visible et proche infrarouge [38, 39]. La fibre considérée dans notre étude a un diamètre transversal de 474 nm.

### **(iv) Fibres à base de verres non silices**

En grande majorité, les fibres optiques actuelles sont réalisées à partir du verre de silice. Cependant, au cours de ces dernières années plusieurs équipes de recherche se sont penchées sur la réalisation de fibres optiques à base de verres non silices, comme le Tellure (Te) [40] ou le Chalcogénure [41]. L'intérêt porté à ce type de verres vient du fait qu'ils possèdent des propriétés très différentes de la silice. En effet, ces matériaux disposent de forts indices de réfraction, qui induisent des indices non linéaires ( $n_2$ ) élevés et permettent d'obtenir des coefficients non linéaires très supérieurs à celui de la silice. L'utilisation de ces verres devrait permettre la génération de supercontinua dans le domaine infrarouge, bien au dessus de  $2\mu m$ , pour des applications LIDAR (light detection and ranging) ou d'imagerie non linéaire. Abedin [42] a également montré que les fibres optiques en Tellure avaient un fort potentiel pour la diffusion Brillouin stimulée qui peut être appliquée à la réalisation de lasers et d'amplificateurs Brillouin. Les principaux inconvénients de ces fibres en verres non silice réside dans leur fabrication, qui demande un savoir-faire particulier, leurs pertes linéiques qui

restent encore très élevées, ainsi qu'une fragilité mécanique ne facilitant pas leur manipulation.

Dans la présente étude, notre choix de fibres de verre non silice s'est porté d'une part, sur une microfibre en Tellure [de 1320-nm de diamètre de cœur, de composition  $80TeO_2 - 20Na_2O$ , avec une gaine en verre de silice dopé au bore], et d'autre part, sur une fibre Chalcogénure [de 728-nm de diamètre de cœur, de composition  $As_2S_3$ , avec une gaine en verre de silice dopé au bore].

Dans la section suivante, nous examinons les conditions dans lesquelles des ondes continues injectées dans les fibres que nous venons de présenter, peuvent devenir modulationnellement instables.

## 2.3 Etude de l'instabilité modulationnelle scalaire

### 2.3.1 Modèle général

La propagation d'une onde lumineuse dans une fibre optique monomode en présence des termes de dispersion d'ordre supérieur et d'une forte non linéarité peut être décrite par l'équation de Schrödinger non-linéaire (ESNL) suivante [27, 43] :

$$A_z = \frac{-i\beta_2}{2} A_{tt} + \frac{\beta_3}{6} A_{ttt} + \frac{i\beta_4}{24} A_{tttt} + \frac{i\bar{\gamma} |A|^2 A}{1 + \Gamma |A|^2} - \frac{\alpha A}{2}, \quad (2.1)$$

où  $A(z, t)$  est l'enveloppe lentement variable du champ électrique,  $A_j$  la dérivée de  $A$  par rapport à la variable  $j$ ,  $\beta_m$  représente le terme de dispersion d'ordre  $m$ ,  $\alpha$  les pertes,  $\Gamma = 1/P_s$  le paramètre de saturation et  $P_s$  la puissance de saturation. Le paramètre  $\bar{\gamma}$  prend la forme suivante :  $\bar{\gamma} = \gamma_r + i\gamma_i$ , où  $\gamma_r$  représente le coefficient d'auto modulation (résultant de l'effet Kerr), et  $\gamma_i$  le coefficient d'absorption non-linéaire.

En effectuant le changement de variable suivant :

$$q(z, t) = A(z, t) \exp(-\alpha z/2), \quad (2.2)$$

l'Eq. (2.1) devient :

$$q_z = \frac{-i\beta_2}{2} q_{tt} + \frac{\beta_3}{6} q_{ttt} + \frac{i\beta_4}{24} q_{tttt} + \frac{i\bar{\gamma} \exp(-\alpha z) |q|^2 q}{1 + \Gamma |q|^2 \exp(-\alpha z)}. \quad (2.3)$$

### 2.3.2 Analyse de stabilité linéaire (ASL)

La solution stationnaire de l'Eq. (2.3) peut se mettre sous la forme :

$$q_s = \rho(z) \exp[i\Phi(z)], \quad (2.4)$$

où les équations d'évolution de  $\Phi$  et  $\rho$  sont données par :

$$d\rho/dz = -\gamma_i \rho^3 / [1 + \Gamma \rho^2 \exp(-\alpha z)], \quad (2.5)$$

$$d\Phi/dz = \gamma_r \rho^2 / [1 + \Gamma \rho^2 \exp(-\alpha z)]. \quad (2.6)$$

L'analyse de stabilité linéaire de l'Eq. (2.3) peut être effectuée en introduisant un champ de perturbation de la forme suivante :

$$q(z, t) = [\rho + \varepsilon(z, t)] \exp(i\Phi(z)), \quad (2.7)$$

où  $|\varepsilon(z, t)|^2 \ll |\rho(z, t)|^2$ . On choisit pour le champ de perturbation  $\varepsilon(z, t)$ , un ansatz ayant une fréquence de décalage  $\Omega$  par rapport à la pompe :

$$\varepsilon(z, t) = u_s(z, \Omega) \exp(i\Omega t) + u_a(z, -\Omega) \exp(-i\Omega t), \quad (2.8)$$

où  $u_s(z, \Omega)$  et  $u_a(z, -\Omega)$  sont les amplitudes complexes de la perturbation, correspondant respectivement aux bandes latérales Stokes et anti-Stokes. En substituant l'expression du champ perturbé [ Eq. (2.7)] dans l' Eq. (2.3), et en regroupant les termes linéaires proportionnels à  $u_s(z, \Omega)$  et  $u_a(z, -\Omega)$ , nous obtenons pour le champ perturbé, le système d'équations suivant :

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} u_s(z, \Omega) \\ u_a^*(z, -\Omega) \end{bmatrix} = iM \begin{bmatrix} u_s(z, \Omega) \\ u_a^*(z, -\Omega) \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

où  $u_a^*$  est le complexe conjugué de  $u_a$  et  $M$  la matrice de stabilité du système, donnée par :

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} D_s(\Omega) + \frac{i\gamma_i P}{\sqrt{Q}} + \frac{(\gamma_r + i\gamma_i)P}{Q} & \frac{(\gamma_r + i\gamma_i)P}{Q} \\ \frac{(-\gamma_r + i\gamma_i)P}{Q} & -D_a(\Omega) + \frac{i\gamma_i P}{\sqrt{Q}} + \frac{(-\gamma_r + i\gamma_i)P}{Q} \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

avec

$$D_s(\Omega) = \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 - \frac{\beta_3}{6}\Omega^3 + \frac{\beta_4}{24}\Omega^4, \quad (2.11a)$$

$$D_a(\Omega) = \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{\beta_3}{6}\Omega^3 + \frac{\beta_4}{24}\Omega^4, \quad (2.11b)$$

$$P = \rho^2 \exp(-\alpha z), \quad (2.11c)$$

$$Q = [1 + \Gamma \rho^2 \exp(-\alpha z)]^2. \quad (2.11d)$$

A ce stade, il est utile de rappeler qu’il existe au moins deux approches de calculs pour déterminer le gain en puissance des bandes latérales. La première approche, la plus facile et la plus aisée, consiste à négliger la variation spatiale de la puissance de pompe sur un pas élémentaire de propagation (en d’autres termes, à considérer que la matrice de stabilité  $M$  est constante sur un pas  $dz$ ). Dans la littérature, cette approximation est couramment appelée “approximation adiabatique”, et dans la suite de ce travail, nous allons la nommer “Analyse de Stabilité Linéaire Approximative” (ASLA). La relative simplicité de l’ASLA nous permet d’accéder facilement aux formules analytiques du gain d’IM et des fréquences de modulation optimale.

Par ailleurs, il a été montré que dans certains systèmes complexes, l’approximation adiabatique ne rend pas correctement compte du comportement dynamique du système [44, 45, 46]. En particulier, chaque fois que la puissance de pompe subit de grandes variations au cours de la propagation, il devient utile d’effectuer une ASL rigoureuse, sans aucune approximation sur l’évolution spatiale de la puissance de pompe. Dans la suite de ce travail, cette approximation rigoureuse sera qualifiée d’“Analyse de Stabilité Linéaire Exacte” (ASLE). Nous allons présenter successivement, ces deux approches.

### 2.3.2.1 Analyse de stabilité linéaire approximative (ASLA)

Pour résoudre le système différentiel (2.9) sur un pas élémentaire  $dz$ , nous supposons que la puissance de pompe reste constante sur la distance  $dz$ , avant de décroître de manière abrupte d’une proportion équivalente à la décroissance exponentielle de la puissance de pompe due aux pertes dans le pas  $dz$ . En d’autres termes, nous faisons l’approximation selon laquelle les éléments de la matrice de stabilité  $m_{ij}$  de l’équation (2.9) restent constants tout au long du pas  $dz$ , avant de changer de manière

abrupte lorsqu'on passe au pas suivant. En utilisant cette approximation, l'équation de dispersion issue du déterminant de la matrice de stabilité nous donne facilement le nombre d'onde de la perturbation  $K$ , qui s'exprime par :

$$K = -\frac{\beta_3}{6}\Omega^3 + i\gamma_i P \left( \frac{1}{Q} + \frac{1}{\sqrt{Q}} \right) \pm \sqrt{\frac{-\gamma_i^2 P^2}{Q^2} + \left( \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{\beta_4}{24}\Omega^4 + \frac{\gamma_r P}{Q} \right)^2 - \left( \frac{\gamma_r P}{Q} \right)^2}, \quad (2.12)$$

à partir duquel nous pouvons déduire le gain d'IM :

$$G = \pm 2 \sqrt{\gamma_i^2 P^2 Q^{-2} - \left( \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{\beta_4}{24}\Omega^4 + \frac{\gamma_r P}{Q} \right)^2 + \left( \frac{\gamma_r P}{Q} \right)^2} + 2\gamma_i P (Q^{-1} + Q^{-1/2}). \quad (2.13)$$

La majorité des verres développés récemment, comme ceux que nous considérons dans ce travail, ont plutôt un coefficient d'absorption non linéaire modéré [26] ( $\gamma_i \ll 1$ ), qui ne fournit qu'une contribution mineure dans le processus d'IM. Ainsi, en négligeant le coefficient d'absorption non-linéaire ( $\gamma_i$ ), la résolution de l'équation (2.5) conduit à :

$$\rho = cte = \sqrt{P_0}, \quad (2.14)$$

où  $P_0$  désigne la puissance de pompe initiale.

L'expression précédente du gain d'IM se réduit à :

$$G = 2 \sqrt{\left( \frac{\gamma_r P_1}{Q_1} \right)^2 - \left( \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{\beta_4}{24}\Omega^4 + \frac{\gamma_r P_1}{Q_1} \right)^2}, \quad (2.15)$$

où  $P_1 = P_0 \exp(-\alpha z)$  et  $Q_1 = (1 + \Gamma P_0 \exp(-\alpha z))^2$ .

Pour des raisons qui seront précisées dans le prochain chapitre, nous allons nous focaliser sur le cas où  $\beta_2 < 0$  et  $\beta_4 > 0$ . Sous ces conditions, le gain d'IM se met sous la forme suivante :

$$G = |\beta_2| \Omega^2 |Q_2| \sqrt{\Omega_c^2 \exp(-\alpha z) / (Q_1 Q_2 \Omega^2) - 1}, \quad (2.16)$$

où  $\Omega_c^2 = 4\gamma_r P_0 / |\beta_2|$ ,  $Y^2 = |\beta_4| / (12 |\beta_2|)$ , et  $Q_2 = 1 - Y^2 \Omega^2$ .

Le niveau de puissance des sources de lumière habituellement utilisées dans les processus d'IM varie de quelques dizaines de Watts à une centaine de Watts. De tels niveaux de puissance sont extrêmement petits par rapport à la puissance de saturation

des fibres en verres considérées dans notre étude (plusieurs centaines de watts). En pratique, les niveaux de puissance utilisés se situent donc loin de la saturation  $P_0 \ll P_s$  ( $\Rightarrow P_0\Gamma \ll 1, \Rightarrow Q_1 \approx 1$ ), et une bonne approximation de l'expression du gain local est alors donnée par :

$$G(\Omega, z) \approx |\beta_2| \Omega^2 |Q_2| \sqrt{\Omega_c^2 \exp(-\alpha z) / (Q_2 \Omega^2) - 1}. \quad (2.17)$$

L' Eq. (2.17) met en lumière deux points importants :

(i) En début de propagation ( $z \approx 0$ ), les pertes jouent un rôle négligeable [ $\exp(-\alpha z) \approx 1$ ], et le gain local est alors maximum. Mais à mesure que les ondes se propagent, les pertes entrent progressivement en jeu, et amoindrissent le gain local jusqu'à l'annuler à une distance critique

$$z_c = 2\alpha^{-1} \ln(\Omega_c/\Omega) - \alpha^{-1} \ln(1 - Y^2 \Omega^2). \quad (2.18)$$

Au delà de cette distance, la puissance de pompe n'est plus suffisante pour entretenir l'IM. En d'autres termes, le gain d'instabilité disponible n'est plus suffisant pour compenser les pertes linéaires.

(ii) Le second point important à souligner réside dans le fait que la puissance des bandes latérales générées à une fréquence donnée ne dépend pas directement du gain local, mais plutôt du gain cumulé. Le gain local relatif au champ effectif  $A$  s'obtient à partir du gain local relatif au champ  $q$  par l'ajout du terme  $-\alpha$  :

$$g = -\alpha + G(\Omega, z). \quad (2.19)$$

Ainsi, le gain cumulé s'obtient par intégration du gain local sur la distance de propagation  $L$  :

$$\tilde{G}(\Omega, L) = \int_0^L g(\Omega, z) dz = -\alpha L + \int_0^L |\beta_2| \Omega^2 |Q_2| \sqrt{\frac{\Omega_c^2}{\Omega^2 Q_2} \exp(-\alpha z) - 1} dz. \quad (2.20)$$

En posant  $\xi = \frac{\Omega_c^2}{\Omega^2 Q_2}$ , la résolution de l'équation (2.20) exige quelques manipulations algébriques. En particulier, on peut remarquer que

$$\int_0^L \sqrt{\xi \exp(-\alpha z) - 1} dz = \int_0^L \frac{\xi \exp(-\alpha z)}{\sqrt{\xi \exp(-\alpha z) - 1}} dz - \int_0^L \frac{1}{\sqrt{\xi \exp(-\alpha z) - 1}} dz. \quad (2.21)$$

En utilisant le changement de variable

$$x^2 = \xi \exp(-\alpha z) \Rightarrow dz = \frac{-2}{\alpha x} dx, \quad (2.22)$$

puis

$$y^2 = x^2 - 1 \Rightarrow dx = \frac{y}{\sqrt{y^2 + 1}} dy, \quad (2.23)$$

nous pouvons résoudre l'intégrale suivante :

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\sqrt{\xi \exp(-\alpha z) - 1}} dz &= \frac{-2}{\alpha} \int \frac{y}{y^2 + 1} dy = \frac{-2}{\alpha} \arctan(y) \\ &= \frac{-2}{\alpha} \arctan(\sqrt{\xi \exp(-\alpha z) - 1}). \end{aligned} \quad (2.24)$$

Alors, l'expression du gain cumulé s'écrit :

$$\begin{aligned} \tilde{G}(\Omega, L) &= -\alpha L + \frac{|\beta_2| |\Omega^2| |Q_2|}{\alpha} [\sqrt{\xi - 1} - \sqrt{\xi \exp(-\alpha L) - 1} + \\ &\quad \arctan(\sqrt{\xi \exp(-\alpha L) - 1}) - \arctan(\sqrt{\xi - 1})]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

En fait, les résultats diffèrent selon que  $L < z_c$  ou  $L > z_c$ .

(i) Pour  $L > z_c$ , l'intégrale ne s'étend que sur l'intervalle  $[0, z_c]$  et nous obtenons :

$$\tilde{G}(\Omega, L) = -\alpha L + \kappa [W(\Omega, 0) - \tan^{-1}(W(\Omega, 0))], \quad (2.26)$$

(ii) Pour  $L < z_c$ , l'intégrale s'étend sur toute la distance de propagation  $[0, L]$  et conduit à l'équation (2.25), que l'on peut mettre sous la forme suivante :

$$\tilde{G}(\Omega, L) = -\alpha L + \kappa [\eta_1 + \tan^{-1}(\eta_1/\eta_2)], \quad (2.27)$$

où

$$\kappa = \alpha^{-1} |\beta_2| |\Omega^2| |Q_2|, \quad (2.28a)$$

$$W(\Omega, x) = [\zeta \exp(-\alpha x) - 1]^{1/2}, \quad (2.28b)$$

$$\zeta = \Omega_c^2 / [\Omega^2 (1 - Y^2 \Omega^2)], \quad (2.28c)$$

$$\eta_1 = W(\Omega, 0) - W(\Omega, L), \quad (2.28d)$$

$$\eta_2 = 1 - W(\Omega, 0)W(\Omega, L). \quad (2.28e)$$

A partir des Eqs. (2.26) et (2.27), nous pouvons déterminer les expressions de la fréquence de modulation optimum (FMO), en dérivant simplement l'expression du gain cumulé ( $\tilde{G}(\Omega, L)$ ) en fonction de  $\Omega$ .

Ainsi,

a) Pour  $L > z_c$ , en résolvant l'équation :

$$\frac{\partial \tilde{G}(\Omega, L)}{\partial \Omega} = 0, \quad (2.29)$$

nous aboutissons aux équations :

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|}}, \quad (2.30)$$

$$\sqrt{\xi - 1} - 2 \arctan(\sqrt{\xi - 1}) = 0. \quad (2.31)$$

En posant  $\theta = \sqrt{\xi - 1}$ , l'équation (2.31) se met sous la forme :

$$\theta - 2 \arctan \theta = 0, \quad (2.32)$$

et admet une solution non triviale,  $\theta = 2.331122$ . En remplaçant donc  $\theta$  par son expression, nous pouvons tirer les expressions des FMO suivantes :

$$\Omega_{1,2} = \Omega_0 \left[ 1 \pm \sqrt{1 - P_0/P_{0c}} \right]^{1/2}, \quad (2.33)$$

où  $P_{0c} = \frac{3|\beta_2|^2(\theta^2+1)}{4\gamma_r|\beta_4|}$ .

b) Pour  $L < z_c$ , la résolution de l'équation (2.29) conduit, après quelques manipulations algébriques et plusieurs simplifications, aux expressions suivantes :

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|}}, \quad (2.34)$$

$$\exp(-\alpha L)(\xi - 1) - 1 = 0. \quad (2.35)$$

En remplaçant  $\xi$  par son expression, la résolution de l'Eq.(2.35) nous permet de tirer les expressions de FMO suivantes :

$$\Omega_{1,2} = \Omega_0 \left[ 1 \pm \sqrt{1 - P_0/P_{0cL}} \right]^{1/2}, \quad (2.36)$$

où  $P_{0cL} = \frac{3|\beta_2|^2(\exp(\alpha L)+1)}{4\gamma_r|\beta_4|}$ . Nous voyons clairement que l'équation (2.36) démontre explicitement la dépendance de la FMO vis-à-vis du paramètre de pertes  $\alpha$ . Cette

dépendance explicite de la FMO vis-à-vis de  $\alpha$  est à l'origine d'une dérive en fréquence des bandes latérales. Nous verrons également que les pertes provoquent une baisse considérable du gain d'IM. Ces phénomènes indésirables induits par les pertes feront l'objet d'une attention particulière dans le prochain chapitre.

### 2.3.2.2 Analyse de stabilité linéaire exacte (ASLE)

Pour obtenir un traitement exact de l'analyse de stabilité linéaire, nous adoptons ici une procédure de calcul similaire à celle existant dans la littérature [44, 45, 46]. En considérant la dérivée par rapport à la variable  $z$  de l'équation (2.9), et en remplaçant  $u_a^*$  par son expression donnée par (2.9), nous obtenons l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_s}{dz^2} - [i(m_{11} + m_{22}) + \frac{1}{m_{12}} \frac{dm_{12}}{dz}] \frac{du_s}{dz} - [i(\frac{dm_{11}}{dz} - \frac{m_{11}}{m_{12}} \frac{dm_{12}}{dz}) \\ + (m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21})] u_s = 0. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Dans le cas pratique que nous considérons, où  $\Gamma \rightarrow 0$ ,  $\gamma_i \approx 0$ ,  $\beta_2 < 0$ ,  $\beta_4 > 0$  et  $\beta_3 = 0$ , nous obtenons l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_s}{dz^2} + \alpha \frac{du_s}{dz} + [i\alpha(\frac{|\beta_2|}{2}\Omega^2 - \frac{|\beta_4|}{24}\Omega^4) + (\frac{|\beta_2|}{2}\Omega^2 - \frac{|\beta_4|}{24}\Omega^4)^2 \\ - 2\gamma_r P_0 \exp(-\alpha z)(\frac{|\beta_2|}{2}\Omega^2 - \frac{|\beta_4|}{24}\Omega^4)] u_s = 0, \end{aligned} \quad (2.38)$$

qui est une équation différentielle de second degré en  $u_s$ . En faisant le changement de variable suivant :

$$x = \eta \exp(-\alpha z/2), \quad (2.39)$$

avec  $\eta = \frac{\sqrt{8\gamma_r P_0 D_{10}}}{\alpha}$  et  $D_{10} = \frac{|\beta_2|\Omega^2}{2}(1 - \frac{|\beta_4|\Omega^2}{12|\beta_2|})$ , nous obtenons :

$$x^2 \frac{d^2 u_s}{dx^2} - x \frac{du_s}{dx} - (x^2 - \mu^2) u_s = 0, \quad (2.40)$$

où  $\mu^2 = \frac{4}{\alpha^2}(D_{10}^2 + i\alpha D_{10})$ .

Pour résoudre l'équation (2.40), nous pouvons utiliser la méthode de Frobenius [47]. On suppose donc que sa solution se met sous la forme :

$$u_s = x^r [C_0 + C_1x + C_2x^2 + \dots] = \sum_{k=0}^{\infty} C_k x^{k+r}. \quad (2.41)$$

En substituant l'équation (2.41) dans (2.40), on obtient le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} [r(r-1) - r + \mu^2]C_0 = 0 \\ [r(r+1) - (r+1) + \mu^2]C_1 = 0 \\ C_0 + [(r+1)(r+2) - (r+2) + \mu^2]C_2 = 0 \\ C_1 + [(r+2)(r+3) - (r+3) + \mu^2]C_3 = 0 \\ C_2 + [(r+3)(r+4) - (r+4) + \mu^2]C_4 = 0 \\ \vdots \end{array} \right. \quad (2.42)$$

La résolution de ce système conduit aux conditions suivantes :

$$C_0 = 0 \text{ ou } r(r-1) - r + \mu^2 = 0 \Rightarrow r_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 - \mu^2}.$$

Compte tenu des conditions physiques choisies, nous optons pour la condition :

$$r(r-1) - r + \mu^2 = 0.$$

Ainsi, en procédant de proche en proche, nous obtenons

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = 0, \\ C_2 = \frac{C_0}{r(r+2)+\mu^2}, \\ C_3 = 0, \\ C_4 = \frac{C_2}{(r+4)(r+2)+\mu^2}, \\ \vdots \end{array} \right. \quad (2.43)$$

On observe ainsi que les coefficients  $C_i$  d'indice impair sont nuls tandis que ceux d'indice pair sont donnés par :

$$C_{2k} = \frac{C_{2k-2}}{2k(2k + \vartheta)}, \quad (2.44)$$

avec  $\vartheta = \pm \sqrt{1 - \mu^2}$ .

De manière générale, on a :

$$C_{2k} = \frac{1}{2^k k!} \prod_{m=1}^k \frac{C_0}{(\vartheta + 2m)}. \quad (2.45)$$

Ainsi, nous pouvons récrire la solution de l'équation (2.40) sous la forme :

$$u_s = C_{01} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{2k+r_1}}{2^k k!} \prod_{m=1}^k \frac{1}{(\vartheta + 2m)} + C_{02} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{2k+r_2}}{2^k k!} \prod_{m=1}^k \frac{1}{(\vartheta + 2m)}, \quad (2.46)$$

où

$$r_1 = 1 - \vartheta, \quad r_2 = 1 + \vartheta, \quad (2.47)$$

avec  $\vartheta = \sqrt{1 - \mu^2}$ . Les constantes  $C_{01}$  et  $C_{02}$  de l'équation (2.46) peuvent être obtenues à partir des conditions initiales suivantes :

$$\begin{aligned} u_s(z=0) &= u_a^*(z=0) = u_0 \\ \left. \frac{du_s}{dz} \right|_{z=0} &= i(m_{11} + m_{12})u_0. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Nous obtenons alors le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \eta^{r_1} C_{01} \Sigma_1 + \eta^{r_2} C_{02} \Sigma_2 = u_0, \\ \eta^{r_1} C_{01} K_1 + \eta^{r_2} C_{02} K_2 = \delta u_0, \end{cases} \quad (2.49)$$

où

$$\begin{aligned} K_1 &= [r_1 + d_2^{(1)}(r_1 + 2)\eta^2 + d_4^{(1)}(r_1 + 4)\eta^4 + \dots], \\ K_2 &= [r_2 + d_2^{(2)}(r_2 + 2)\eta^2 + d_4^{(2)}(r_2 + 4)\eta^4 + \dots], \\ \Sigma_1 &= [1 + d_2^{(1)}\eta^2 + d_4^{(1)}\eta^4 + \dots], \\ \Sigma_2 &= [1 + d_2^{(2)}\eta^2 + d_4^{(2)}\eta^4 + \dots], \\ \delta &= -\frac{2i}{\alpha}(m_{11} + m_{12}) = \frac{2i}{\alpha}D_{10}, \\ d_{2k}^{(j)} &= \frac{1}{2^k k! C_{0j}} \prod_{m=1}^k \frac{1}{(\vartheta + 2m)}. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Nous en déduisons les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} C_{01} &= \frac{(\delta \Sigma_2 - K_2)u_0}{\eta^{r_1}(K_1 \Sigma_2 - K_2 \Sigma_1)}, \\ C_{02} &= \frac{(K_1 - \delta \Sigma_1)u_0}{\eta^{r_2}(K_1 \Sigma_2 - K_2 \Sigma_1)}. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Le gain en puissance du processus d'IM à la distance  $z = L$ , relatif au champ  $q$  est donné par :

$$g(\Omega, L) = \left| \frac{u_s(L)}{u_0} \right|^2, \quad (2.52)$$

tandis que celui relatif au champ  $A$  est donné par :

$$g_A(\Omega, L) = g(\Omega, L) - \alpha. \quad (2.53)$$

Comme nous l'avons déjà mentionné, dans la suite de notre étude, nous ferons référence à la procédure de calcul de  $g$  par les équations (2.52) - (2.53), comme étant l'analyse de stabilité linéaire exacte (ASLE).

## 2.4 Evaluation des performances des fibres hautement non-linéaires dans le processus d'IM

Nous allons à présent procéder à une évaluation des performances des grandes classes de fibres considérées dans cette thèse. Leurs caractéristiques sont détaillées dans le tableau (2.1) :

Pour que cette évaluation soit la plus pertinente possible, nous avons fixé le même objectif pour chaque fibre considérée, à savoir, la génération de bandes latérales d'IM à une fréquence égale ou voisine de 3 THz avec un gain de l'ordre de 30 dB. Pour faciliter la comparaison entre les différentes fibres, nous avons choisi trois critères de performances, à savoir :

- (i) la puissance de pompe incidente  $P_0$ , qui déterminera le coût du laser de pompe,
- (ii) la longueur de la fibre  $L$ , qui déterminera la possibilité d'une miniaturisation du système,
- (iii) la dérive en fréquence des bandes latérales, qui déterminera la stabilité du système, c'est-à-dire, le degré de sensibilité de la fréquence des bandes latérales vis-à-vis d'une évolution des paramètres physiques de la fibre. En effet, au cours de la vie d'un système optique, certains paramètres du système peuvent être sujets à

2.4. Evaluation des performances des fibres hautement non-linéaires dans le processus d'IM55

		Fibre Télécom	PCF silice	Microfibre en tellure $80TeO_2 - 20Na_2O$	Taper de SMF28 $\varnothing = 474nm$	SMF28 altéré	Fibre Chalco- génure $As_2S_3$
Paramètres de fibre	$\lambda [nm]$	1550	1550	1450	490	490	1420
	$\beta_2 [ps^2 m^{-1}]$	$-2.9 \times 10^{-5}$	$-1.7 \times 10^{-4}$	$-2.13 \times 10^{-3}$	$-1.22 \times 10^{-3}$	$-2.2 \times 10^{-2}$	$-2.6 \times 10^{-3}$
	$\beta_4 [ps^4 m^{-1}]$	$1.7 \times 10^{-10}$	$4 \times 10^{-7}$	$2.09 \times 10^{-6}$	$1.28 \times 10^{-7}$	$1.28 \times 10^{-7}$	$9 \times 10^{-6}$
	$n_2 [m^2 W^{-1}]$	$2.6 \times 10^{-20}$	$2.6 \times 10^{-20}$	$3.8 \times 10^{-19}$	$2.6 \times 10^{-20}$	$2.6 \times 10^{-20}$	$2.8 \times 10^{-18}$
	$\alpha [dB km^{-1}]$	0.22	25	1000	10000	10000	1000
	$\gamma_r [W^{-1} m^{-1}]$	0.0019	0.011	1.52	2.35	2.35	35
Critères de performance	$P_0 [W]$	5	5	0.86	5.5	5.5	0.035
	$L [m]$	400.5	98	8	0.6	0.7	6
	$D [GHz m^{-1}]$	1.5	3.5	199	9363	1837	187
	$P_0 \times L \times D [GHz W]$	<b>3004</b>	<b>1715</b>	<b>1371</b>	<b>30889</b>	<b>7072</b>	<b>39</b>

TAB. 2.1 Récapitulatif des paramètres des fibres et de leurs critères de performance.

une évolution liée au vieillissement du système, ou une évolution consécutive à un endommagement involontaire du système (exemple : une section de la fibre entraînant son raccourcissement). Pour quantifier l'importance de ce phénomène, nous avons choisi d'utiliser un paramètre  $D$ , qui s'exprime en  $GHz/m$ , qui donne le décalage (moyen) de fréquence des bandes latérales induit par les pertes sur un mètre de propagation dans la fibre. La fibre la plus performante sera celle qui minimise les trois

paramètres mentionnés ci-dessus. Autrement dit, la performance globale de chaque fibre peut s'évaluer au moyen d'un seul paramètre résultant du produit des paramètres  $L$ ,  $D$  et  $P_0$ . Par la suite nous ferons référence à ce produit comme étant le facteur  $PLD$ , qui est donc défini par :

$$PLD = P_0 \times L \times D. \quad (2.54)$$

Notons par ailleurs que pour chacune des fibres, le processus d'IM est obtenu en ajustant les paramètres  $P_0$  et  $L$ . La puissance de pompe  $P_0$  est fixée à une valeur permettant d'obtenir une fréquence de modulation de l'ordre de  $3.5 THz$ , et la longueur de la fibre est ajustée à une valeur permettant d'obtenir un gain cumulé de l'ordre de  $30 dB$ . Les résultats de nos simulations sont illustrés dans la figure 2.1.

On remarque que les spectres de gain cumulé présentent les mêmes caractéristiques générales, à savoir un profil avec deux maxima qui correspondent à deux paires de bandes latérales. Pour chaque fibre, nous avons représenté l'évolution de la fréquence des bandes latérales (FMO) en fonction de la distance de propagation.

Sur les courbes de la deuxième colonne de la figure 2.1, qui représentent la FMO de la paire de bandes latérales de basse fréquence, nous pouvons clairement observer deux régimes dans l'évolution de la FMO. Le premier correspond au régime transitoire au cours duquel la FMO varie fortement avec la distance de propagation. Dans ce régime, les résultats donnés par la résolution numérique de l'ESNL et l'étude de stabilité linéaire approximative sont clairement divergents, en raison de la nature approximative de l'ASLA. Par contre, les résultats obtenus à partir de l'ASLE sont en très bon accord avec ceux donnés par la résolution numérique de l'ESNL. Après ce régime transitoire, le système entre dans un état régulier dans lequel les bandes latérales subissent une dérive continue de leur fréquence. Dans cet état régulier, les résultats prédits par l'ASLA, et l'ASLE sont en bon accord avec le comportement décrit par la résolution numérique de l'ESNL, à savoir une dérive continue de la fréquence de la bande latérale basse (pendant que la bande latérale de haute fréquence, que nous n'avons pas représentée sur la figure 2.1, exécute une dérive en sens inverse).

Les valeurs des paramètres des fibres optiques utilisées pour obtenir le phénomène d'IM, et les valeurs des critères de performance sont reportées dans la Table 2.1. Une

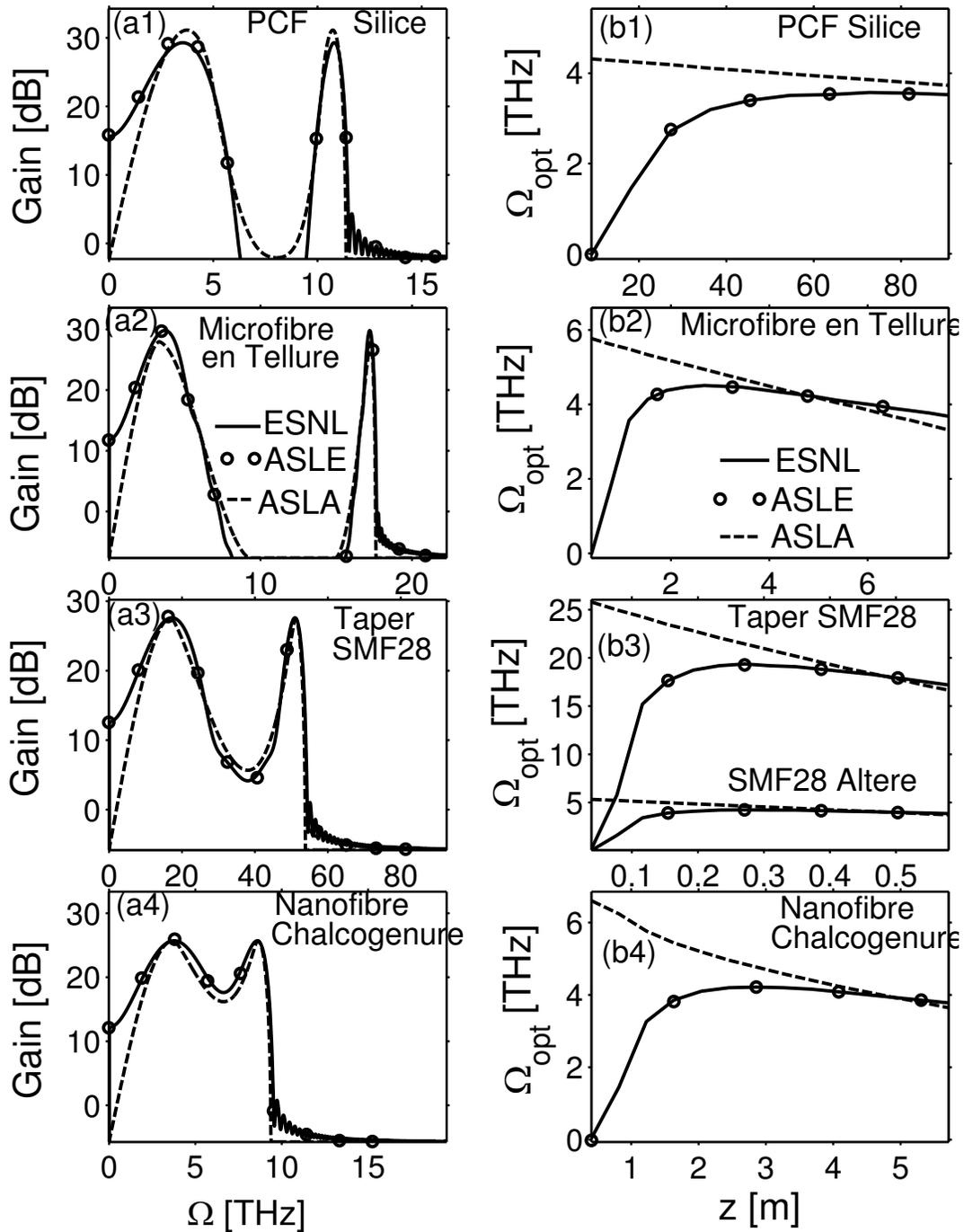


FIGURE 2.1 Gain cumulé d'IM, et FMO ( $\Omega_{opt}$ ) en fonction de la distance  $z$ .

analyse comparative de ces performances permet de dégager plusieurs points majeurs :

(i) Les fibres les plus fortement non-linéaires sont celles qui provoquent les dérives en fréquence les plus élevées. En fait, la dérive en fréquence des bandes latérales s'accroît avec le coefficient d'atténuation  $\alpha$ , qui, en général, s'accroît lui-même avec le coefficient de non-linéarité  $\gamma_r$ , comme le montre clairement la Table 2.1. La fibre silice standard n'occasionne essentiellement aucune dérive en fréquence, mais elle requiert une distance de propagation (400 m) qui est de plusieurs ordres de grandeur supérieure à la longueur des fibres non-linéaires que nous avons considérées. La fibre silice standard n'est donc pas compétitive pour la réalisation de sources de lumière compactes.

(ii) La fibre PCF (Photonic Crystal Fiber) offre, comme la fibre standard, l'avantage de ne pas provoquer de dérive en fréquence significative. De plus, elle requiert une distance de propagation (100 m) qui est considérablement plus faible que la longueur de la fibre standard. Mais cette longueur de fibre PCF demeure encore prohibitive pour la réalisation de dispositifs compacts.

(iii) La fibre SMF28 effilée est celle qui présente la plus petite longueur (60 cm) ; ce qui représente un atout majeur pour la réalisation de dispositifs compacts. Cependant, cette fibre est aussi celle qui présente le coefficient d'atténuation le plus élevé (parmi les fibres considérées) et la plus forte dérive en fréquence ( $D = 9363 \text{ GHz/m}$ ). A cet égard, il est important de noter que bien que l'amplitude de la dérive en fréquence soit très fortement liée à la valeur du coefficient d'atténuation, la dépendance de  $D$  vis-à-vis des paramètres de dispersion et de la puissance de pompe n'est pas négligeable. Pour illustrer ce point, nous avons refait une simulation avec une pseudo fibre SMF ayant les mêmes paramètres que celle de la Taper de SMF28, à l'exception du paramètre  $\beta_2$ , que nous avons supposé altéré. Nous avons remarqué que la pseudo fibre SMF flanquée d'un coefficient  $\beta_2$  rehaussé d'un ordre de grandeur ( $-2.2 \times 10^{-2} \text{ ps}^2 \text{ m}^{-1}$ ) présente une dérive ( $D = 1837 \text{ GHz/m}$ ) réduite d'un facteur 5 par rapport à celle du vrai Taper de fibre SMF28. En d'autres termes, l'existence d'une forte dérive en fréquence des bandes latérales dans la SMF28 rend le phénomène d'IM très sensible, pas uniquement vis-à-vis d'une modification du coefficient d'atténuation, mais aussi vis-à-vis d'une altération des paramètres de dispersion de

la fibre. Ainsi donc, la présence d'une énorme dérive en fréquence dans les fibres de types SMF28 et Taper de SMF28 dégrade considérablement leurs facteurs  $PLD$ , qui s'établissent respectivement à 7072 et 30889, contre 3004 pour la fibre Télécom et 1715 pour la PCF silice. Les deux types de fibres SMF se classent ainsi au rang des fibres les moins compétitives de toutes les fibres considérées dans la présente étude.

(iv) On peut clairement observer dans la Table 2.1 que les fibres de verres non silices (en Tellure et Chalcogénure), qui sont dotées d'un coefficient de pertes de  $1 \text{ dB/m}$ , sont celles qui réalisent le meilleur compromis entre les différents critères de performance. Elles présentent des longueurs réduites à quelques mètres, des taux de dérives en fréquence qui sont d'un ordre de grandeur inférieurs à celui de la SMF28, et requièrent des puissances de pompe qui sont parmi les plus basses. En particulier, la fibre Chalcogénure présente en plus l'avantage de requérir la plus faible puissance de pompe ( $35 \text{ mW}$ ), qui est réduite d'un ordre de grandeur par rapport à celle requise par la fibre en Tellure ( $860 \text{ mW}$ ) pour obtenir le même gain cumulé.

Il ressort de cette analyse que la fibre Chalcogénure (avec un facteur de pertes de  $1 \text{ dB/m}$ ) est celle qui présente le meilleur compromis entre les trois critères de performance que nous avons choisis. Elle affiche en effet le meilleur facteur  $PLD$ , 39, qui est de deux ordres de grandeur inférieur au facteur  $PLD$  de la microfibre en Tellure (1371). Cependant, cette fibre présente un taux de dérive en fréquence qui est suffisamment élevé pour provoquer d'importantes instabilités de la fréquence des bandes latérales, en cas d'altération des paramètres physiques de la fibre ou de fluctuation de la puissance de pompe.

Nous présenterons dans le prochain chapitre, une méthode permettant de supprimer totalement cette dérive en fréquence.

## 2.5 Conclusion

Un axe de recherche qui s'est révélé très actif et productif au cours de ces dernières années, est celui du développement des fibres à très haute non linéarité. Parmi les critères de performance les plus couramment utilisés pour évaluer ces nouvelles fibres, figurent la grandeur du coefficient de non linéarité, et un facteur de mérite que l'on

peut exprimer simplement comme étant le rapport entre les coefficients de gain et de perte. Les fibres ayant un facteur de mérite élevé (c'est-à-dire, qui ont un fort coefficient de non linéarité et un coefficient d'atténuation modéré) sont généralement perçues comme étant les plus performantes. Cependant, il est moins bien perçu que les gains de performance des dispositifs à fibres optiques n'augmentent pas simplement de manière linéaire (et sans limite) avec le facteur de mérite.

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude comparative des performances de plusieurs types de fibres non linéaires, en incluant le taux de dérive en fréquence dans les critères d'évaluation de performances. Nous avons trouvé que les fibres de type Chalcogénure ou Tellure, dotées d'un indice 100 fois supérieur à celui de la silice, deviennent les plus attractives pour les processus d'IM (au regard de leur longueur, de la puissance pompe requise, et de l'amplitude de la dérive en fréquence) lorsque leur coefficient d'atténuation se situe au voisinage de 1dB/m. Cependant, nous avons trouvé que ces fibres de verre non silice provoquent une dérive en fréquence des bandes latérales, dont l'ampleur dépend très fortement des paramètres de la fibre. La présence de cette dérive en fréquence rend prohibitif l'exploitation de ces fibres pour des opérations de génération de fréquences optiques par instabilité modulationnelle ou par mélange à quatre ondes. Cependant, nous montrerons dans les prochains travaux qu'il est possible de supprimer la dérive en fréquence des bandes latérales, et donc, de rendre ces fibres réellement attractives.

# Suppression de la dérive en fréquence des bandes latérales d'IM à l'aide d'un réservoir de photons : application aux fibres hautement non-linéaires

## 3.1 Introduction

Dans le chapitre 2, nous avons présenté des travaux portant sur l'IM dans des fibres optiques dotées à la fois d'une forte non linéarité et d'un fort coefficient d'absorption, ainsi qu'une analyse comparative des performances de plusieurs grandes classes de fibres (de verres silice et non silice) sur leur aptitude à générer des bandes latérales d'IM avec un minimum de puissance de pompe, et sur la plus courte distance possible. Les fibres de verres non silice de type Chalcogénure ou Tellure sont apparues à première vue comme étant les plus performantes, mais un examen attentif a révélé que leurs spectres sont altérés par un phénomène de dérive en fréquence des bandes latérales d'IM, qui est provoquée par une forte absorption du laser de pompe.

Dans ce chapitre nous développons une méthode qui permet de supprimer la dérive en fréquence des bandes latérales d'IM dans les fibres à fort coefficient d'absorption. Cette méthode, à laquelle nous ferons référence comme étant la "méthode du réservoir de photons", consiste à créer au sein de la fibre, par un ajustement approprié

des paramètres de dispersion d'ordre deux et quatre, un réservoir de photons qui alimente in situ le processus d'IM en lui fournissant continuellement l'équivalent de la quantité de photons détruits par l'absorption matérielle au cours de la propagation. L'efficacité de la méthode du réservoir de photons fera l'objet d'une démonstration sur des processus d'IM scalaire.

## 3.2 Suppression de la dérive en fréquence des bandes latérales par la technique du réservoir de photons

### 3.2.1 Concept du réservoir de photons

Pour supprimer la dérive en fréquence des bandes latérales, nous allons mettre en place un réservoir de photons qui alimentera continuellement le système en lui fournissant la quantité de photons qui compense intégralement les photons absorbés par la fibre. A cette fin, nous nous inspirerons des travaux réalisés par Tchofo et Porsezian [27], sur l'impact du terme de dispersion d'ordre quatre dans le processus d'IM scalaire. Pour mieux comprendre le concept du réservoir de photons, nous allons présenter brièvement les différentes étapes nécessaires à sa mise en place. Nous allons nous placer dans le cas le plus général d'une IM scalaire dans un système susceptible d'être le siège d'une saturation de la non linéarité. Nous supposerons en outre que les effets de dispersion se manifestent jusqu'à l'ordre quatre. Dans ces conditions, nous pouvons modéliser la propagation d'une onde dans un tel milieu par l'ESNL suivante :

$$A_z = \frac{-i\beta_2}{2} A_{tt} + \frac{\beta_3}{6} A_{ttt} + \frac{i\beta_4}{24} A_{tttt} + \frac{i\gamma |A|^2 A}{1 + \Gamma |A|^2}, \quad (3.1)$$

où  $A(z, t)$  est l'enveloppe lentement variable du champ électrique,  $\beta_m$  le terme de dispersion d'ordre  $m$ ,  $\Gamma = 1/P_s$  le paramètre de saturation de la non linéarité,  $P_s$  la puissance de saturation, et  $\gamma$  le coefficient d'auto modulation de phase (résultant de l'effet Kerr).

Nous pouvons étudier le processus d'IM dans le système précédent par l'analyse de

stabilité linéaire approximative (ASLA), qui a été largement détaillée dans le chapitre précédent. D'ailleurs, la majeure partie des résultats qui seront présentés dans cette sous-section ont été obtenus dans la référence [27]. Ainsi, en suivant les différentes étapes de calculs de la méthode de l'ASLA données dans le chapitre précédent [par les équations (2.4 - 2.12)], le gain d'IM prend la forme suivante :

$$G = 2\sqrt{\tilde{\gamma}^2 P_0^2 - \left(\frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{\beta_4}{24}\Omega^4 + \tilde{\gamma}P_0\right)^2}, \quad (3.2)$$

où  $P_0$  représente la puissance de pompe initiale,  $\tilde{\gamma} = \frac{\gamma}{Q}$  et  $Q = (1 + \Gamma P_0)^2$ .

La détermination de la FMO s'obtient en résolvant l'équation  $\frac{dG}{d\Omega} = 0$ , ce qui conduit au système d'équations suivant :

$$\frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{\beta_4}{24}\Omega^4 + \tilde{\gamma}P_0 = 0, \quad (3.3a)$$

$$\beta_2\Omega + \frac{\beta_4}{6}\Omega^3 = 0. \quad (3.3b)$$

Sur un plan purement mathématique, les solutions non nulles du système d'équations (3.3a) et (3.3b) sont données par :

$$\Omega_{1,2} = \sqrt{-\frac{6\beta_2}{\beta_4} \pm \frac{6}{\beta_4} \sqrt{\beta_2^2 - \frac{2}{3}\tilde{\gamma}\beta_4 P_0}}, \quad (3.4a)$$

$$\Omega_0 = \sqrt{-\frac{6\beta_2}{\beta_4}}, \quad (3.4b)$$

tandis que les solutions physiquement acceptables, qui dépendent des signes des coefficients de dispersion  $\beta_2$  et  $\beta_4$ , sont résumées dans le tableau 3.1.

Au regard de ce tableau (Tab 3.1), nous observons que le cas où les termes de dispersion d'ordre deux et quatre sont respectivement négatif et positif ( $\beta_2 < 0$  et  $\beta_4 > 0$ ) donne lieu à des comportements d'IM particulièrement intéressants. En effet, lorsque la puissance de pompe initiale est inférieure à la puissance critique  $P_{0c}$  ( $P_0 < P_{0c}$ ), le processus d'IM développe deux bandes latérales dont les FMO sont égales à  $\Omega_{opt\pm}$ . Dans le cas contraire, c'est-à-dire  $P_0 > P_{0c}$ , le processus d'IM ne génère qu'une seule bande latérale, dont la FMO  $\Omega_0$  dépend uniquement des paramètres de dispersion  $\beta_2$  et  $\beta_4$  de la fibre.

Cas	FMO
$\beta_2 = 0, \beta_4 < 0$	$\Omega_{opt} = \left(\frac{24\gamma P_0}{ \beta_4 }\right)^{1/4}$
$\beta_2 = 0, \beta_4 > 0$	pas d'IM
$\beta_2 < 0, \beta_4 = 0$	$\Omega_{opt} = \sqrt{\frac{2\gamma P_0}{ \beta_2 }}$
$\beta_2 < 0, \beta_4 > 0$	<i>si</i> $P_0 < P_{0c}$ , $\Omega_{opt\pm} = \Omega_0 \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \frac{P_0}{P_{0c}}}}$ ; <i>si</i> $P_0 > P_{0c}$ , $\Omega_{opt} = \Omega_0$
$\beta_2 < 0, \beta_4 < 0$	$\Omega_{opt} = \Omega_0 \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \frac{P_0}{P_{0c}}}}$
$\beta_2 > 0, \beta_4 = 0$	pas d'IM
$\beta_2 > 0, \beta_4 > 0$	pas d'IM
$\beta_2 > 0, \beta_4 < 0$	$\Omega_{opt} = \Omega_0 \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{P_0}{P_{0c}}}}$

TAB. 3.1 Récapitulatif des différentes FMO obtenues à partir des équations (3.4a) et (3.4b), où  $P_{0c} = (3|\beta_2|^2 Q^2)/(2\gamma|\beta_4|)$ .

En considérant particulièrement la situation pour laquelle on obtient une seule bande latérale ( $P_0 > P_{0c}$ ), on obtient une inéquation de second degré en  $P_0$ , donnée par :

$$\xi \Gamma^2 P_0^2 + (2\Gamma\xi - 1)P_0 + \xi < 0, \quad (3.5)$$

où  $\xi \equiv \frac{3|\beta_2|^2}{2\gamma|\beta_4|}$ .

La relation (3.5) est satisfaite uniquement pour les puissances de pompe situées entre deux valeurs critiques  $P_{c1}$  et  $P_{c2}$  ( $P_{c1} < P_0 < P_{c2}$ ) données par :

$$P_{c1} \equiv \frac{1 - 2\Gamma\xi - \sqrt{\Delta}}{2\xi\Gamma^2}, \quad (3.6a)$$

$$P_{c2} \equiv \frac{1 - 2\Gamma\xi + \sqrt{\Delta}}{2\xi\Gamma^2}, \quad (3.6b)$$

avec  $\Delta = 1 - 4\Gamma\xi$ . Pour que  $P_{c1}$  et  $P_{c2}$  soient réelles et positives, il faut que le discriminant  $\Delta$  soit positif ( $\Delta \geq 0$ ), ce qui conduit à imposer une condition sur  $|\beta_4|$ , à savoir :

$$|\beta_4| > \beta_{4c} \equiv \frac{6|\beta_2|^2 \Gamma}{\gamma}. \quad (3.7)$$

Nous pouvons donc dire que le processus d'IM développe une bande latérale unique, de FMO  $\Omega_0$  indépendante de la puissance de pompe initiale  $P_0$ , si et seulement si les conditions suivantes sont respectées :

$$P_{c1} < P_0 < P_{c2}, \quad (3.8)$$

et

$$|\beta_4| > \beta_{4c}. \quad (3.9)$$

Dans la référence [27], ce processus d'IM avait été qualifié de processus d'IM de type I, le chiffre romain I faisant référence au nombre de bandes latérales. Si la condition (3.8) n'est pas vérifiée, le processus d'IM développera deux bandes latérales, de FMO  $\Omega_{opt+}$  et  $\Omega_{opt-}$ , et sera alors qualifié de processus d'IM de type II. Nous verrons dans la suite de ce travail que ces différents résultats sont très importants pour la mise en place d'un réservoir de photons, car dans le processus d'IM de type II, la dynamique des bandes latérales est fortement influencée par la puissance de pompe initiale. Par contre, dans le processus d'IM de type I, la dynamique des bandes latérales est indépendante de la puissance de pompe initiale.

Par ailleurs, lorsque  $\beta_4 = \beta_{4c}$ ,  $P_{c1} = P_{c2} = P_s$ , et en cas de non saturation de la non linéarité ( $\Gamma \rightarrow 0$ ),  $P_{c1} \sim \xi \propto \frac{1}{\beta_4}$ ,  $P_{c2} \rightarrow \infty$  (la seconde branche des puissances critiques disparaît) et  $\beta_{4c} \rightarrow 0$ . Alors, la condition d'obtention d'une bande latérale se réduit à :

$$P_0 > \xi. \quad (3.10)$$

En outre, dans le chapitre précédent, nous avons montré que les effets de pertes provoquent non seulement un dépeuplement de la puissance de pompe, mais aussi une dérive continue de la fréquence des bandes latérales. Ces effets de pertes indésirables sont à l'origine de notre idée de réservoir de photons, qui permettra de contrecarrer les méfaits des pertes en restituant à la pompe les photons absorbés au cours de la propagation. Ce réservoir de photons est schématiquement représenté sur la figure 3.1.

Ce schéma montre que les deux branches représentant les puissances critiques  $P_{c1,c2}$  délimitent les domaines d'IM de type I et de type II, et se touchent au point de

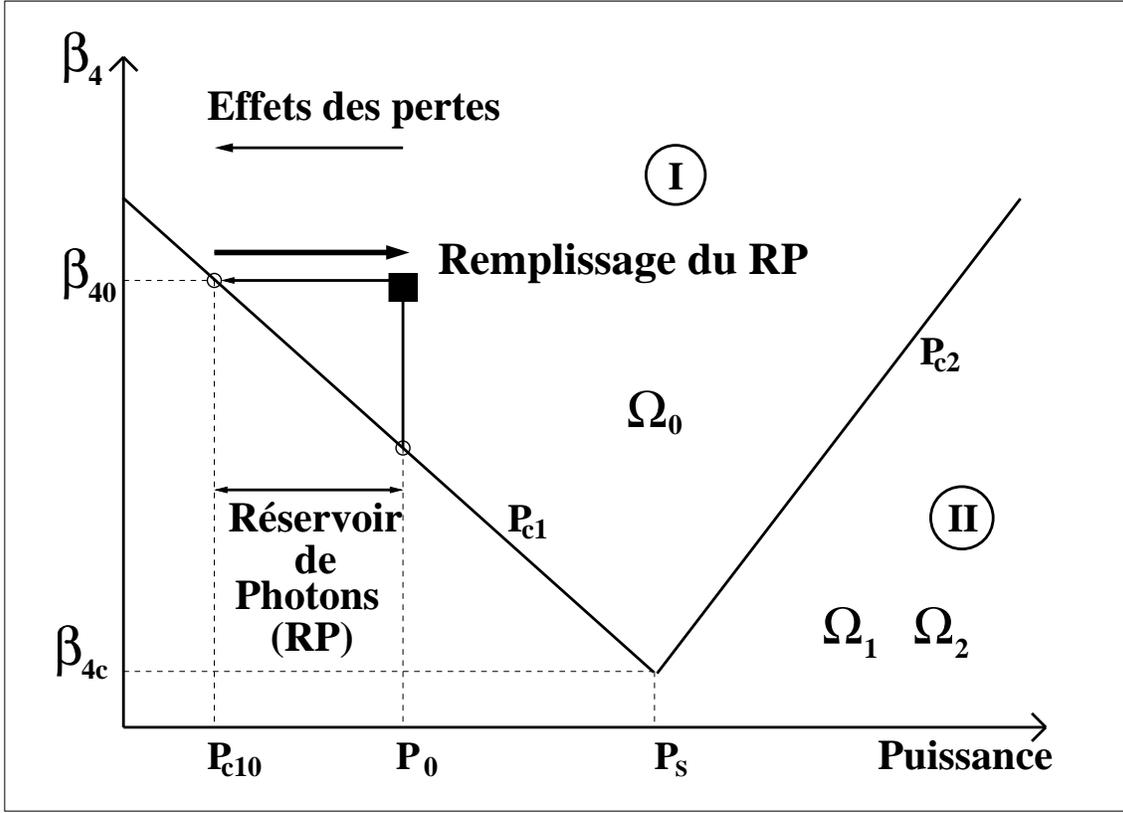


FIGURE 3.1 Représentation schématique des processus d'IM lorsque  $\beta_2 < 0$  et  $\beta_4 > 0$ , nécessaires pour la création d'un réservoir de photons via un ajustement de la puissance de pompe.

coordonnées  $(\beta_{4c}, P_S)$ .  $\beta_{4c}$  représente la valeur minimale de  $\beta_4$  qui permet au processus d'IM de basculer du domaine de type II vers le domaine de type I et vice versa. Cette valeur critique de  $\beta_4$  nécessite une puissance de pompe égale à la puissance de saturation.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, en présence des pertes et lorsque la puissance de pompe est suffisante pour générer le processus d'IM, les valeurs de la FMO sont données par les relations suivantes :

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|}}, \quad (3.11)$$

$$\Omega_{1,2} = \Omega_0 \left[ 1 \pm \sqrt{1 - P_0/P_{0cL}} \right]^{1/2}, \text{ si } L < z_c, \quad (3.12)$$

avec  $P_{0cL} = \frac{3|\beta_2|^2(\exp(\alpha L)+1)}{4\gamma_r|\beta_4|}$ . La dépendance de  $P_{0cL}$  vis-à-vis de  $L$ , induit une dépendance de  $\Omega_{1,2}$  vis-à-vis de  $L$ , c'est-à-dire une dérive en fréquence des bandes latérales au cours de la propagation, occasionnée par les pertes. Pour bloquer cette dérive en fréquence, nous proposons de mettre en place un réservoir de photons comme représenté sur la figure 3.1, afin d'alimenter continuellement le système en photons, en compensation de ceux qui ont été absorbés au cours de la propagation. Ce réservoir de photons correspond à une condition initiale située dans le domaine d'IM de type I, où la FMO ne dépend pas de la puissance de pompe.

Par ailleurs, comme nous l'avons déjà mentionné dans le chapitre précédent, les niveaux de puissance que nous utilisons se situent loin de la puissance de saturation ( $P_0 \ll P_S$ ). Le contrôle effectif des pertes consiste à se placer dans des conditions opérationnelles telles que la puissance de pompe reste contenue dans le domaine d'IM de type I tout au long de la propagation. En d'autres termes, nous devons convenablement choisir la valeur de  $\beta_4$  et celle de la puissance de pompe initiale ( $P_0 > P_{c1}$ ) afin de créer un réservoir de photons (comme le montre la figure 3.1), dont la capacité initiale, définie par :

$$R(z = 0) = P_0 - P_{0cL}, \quad (3.13)$$

est suffisante pour compenser les pertes totales de photons que subira la pompe au cours de la propagation.

### 3.2.2 **Suppression de la dérive en fréquence des bandes latérales par la méthode du réservoir de photons**

Notre procédure générale de suppression de la dérive en fréquence des bandes latérales consiste à se placer dans des conditions opérationnelles telles que le processus d'IM reste entièrement confinée dans le domaine d'IM de type I, dès l'entrée et jusqu'à la sortie de la fibre de longueur  $L$ . Dans de telles conditions, le choix judicieux d'une puissance de pompe initiale est nécessaire pour créer le réservoir de photons (comme nous l'avons décrit dans la section précédente) dont la capacité initiale  $R(z = 0) = P_0 - P_{c1}(\beta_2, \beta_4)(e^{\alpha L} + 1)/2$  est au moins équivalente à la baisse de puissance que les pertes linéaires infligeront à la pompe au cours de la propagation.

Or, les pertes linéaires provoquent une atténuation progressive et exponentielle de la puissance de pompe au cours de la propagation, mais qui n'a aucune conséquence sur la fréquence des bandes latérales, car les photons absorbés sont instantanément remplacés par ceux issus du réservoir de photons. Ainsi donc, l'absorption provoque un vidage progressif du réservoir de photons. Cependant, le réservoir se vide complètement si  $R(z) = P(z) - P_{0cL} = 0$ , ce qui peut provoquer le basculement du système dans la région où les fréquences des bandes latérales dépendent de la puissance de pompe. En d'autres termes, pour réaliser efficacement la suppression de la dérive en fréquence des bandes latérales, il est impératif de choisir la valeur de la puissance de pompe initiale de manière à ce que la capacité initiale du réservoir de photons soit suffisante pour compenser par avance le dépeuplement progressif et exponentiel que les pertes infligeront à la pompe. Un choix approprié de la puissance de pompe initiale conduit à :

$$P_0 = P_{c1}(\beta_2, \beta_4) \times (\exp(\alpha L) + 1)/2. \quad (3.14)$$

Au plan pratique, pour supprimer le phénomène de dérive en fréquence des bandes latérales, le choix de la condition initiale du système peut se faire selon des stratégies qui dépendent des contraintes qui pèsent sur les paramètres du système. Nous avons identifié deux stratégies possibles de choix des conditions opérationnelles :

### 3.2.2.1 Remplissage du réservoir de photons pour $\beta_4$ fixé ( $\beta_4 = \beta_{40}$ )

Cette stratégie est celle qu'il faut adopter lorsqu'on dispose d'une fibre standard dotée de paramètres de dispersion donnés  $\beta_2$  et  $\beta_{40}$ , et de longueur  $L$ . Dans ce cas, il faut impérativement disposer d'une source laser accordable en puissance, comme l'illustre schématiquement la figure 3.1. Ainsi, la puissance de pompe à l'entrée de la fibre doit être portée à un niveau approprié tel qu'indiqué par la relation (3.14), qui crée un réservoir de photons de capacité suffisante pour compenser par avance l'atténuation de la puissance de pompe que les pertes provoqueront sur la distance  $L$ .

Nous avons illustré cette procédure sur la figure 3.2, en considérant les paramètres de la fibre chalcogénure :  $L = 6 \text{ m}$ ,  $\alpha = 1 \text{ dB/m}$ ,  $\gamma_r = 35 \text{ W}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ,  $\beta_2 = -2.6 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,

$\beta_4 = 9 \times 10^{-3} \text{ ps}^4/\text{km}$ . La valeur de la puissance critique correspondant à ce jeu de paramètres s'élève à  $P_{c1} = 33 \text{ mW}$ .

Les courbes de la figure 3.2 (a1) et (a2) illustrent les spectres de gain cumulé des processus d'IM obtenus après une distance de propagation  $L = 6 \text{ m}$ , tandis que les courbes de la figure 3.2 (b1) et (b2) montrent l'évolution des fréquences de modulation optimale (FMO) correspondantes, en fonction de la distance de propagation  $z$ . Les résultats de la figure 3.2 font apparaître trois points majeurs :

(i) Une puissance de pompe initiale  $P_0 = 35 \text{ mW}$ , qui est approximativement égale à la puissance critique  $P_{c1}$ , ne crée pratiquement pas de réservoir de photons susceptible de compenser les pertes de puissance de pompe résultant de l'absorption matérielle. Conséquemment, au cours de la propagation, la pompe subit une baisse continue de puissance ; ce qui provoque une modification continue des conditions de croissance des bandes latérales d'IM. En particulier, la baisse continue et non compensée de la puissance de pompe provoque une dérive continue de la fréquence des bandes latérales, dès l'entrée et jusqu'à la sortie de la fibre [comme le montrent les courbes en pointillées et traits pleins des figures 3.2 (b1) et (b2)]. La bande latérale de haute fréquence (qui se situe aux environs de 8 THz) s'éloigne légèrement de la pompe (car sa fréquence augmente), alors que la bande latérale de basse fréquence (qui se situe aux environs de 4 THz) se rapproche de la pompe (car sa fréquence diminue).

(ii) La puissance de pompe initiale  $P_0 = 55 \text{ mW}$  est nettement supérieure à la puissance critique  $P_{c1}$ , mais pas suffisante pour remplir complètement le réservoir de photons. Autrement dit, cette puissance correspond à une situation où le réservoir de photons dont la pompe dispose initialement est insuffisant pour compenser complètement la baisse (sur toute la distance de propagation) de puissance de pompe liée à l'absorption matérielle. Conséquemment, dès le début de la propagation, l'IM génère une paire de bandes latérales dont les fréquences restent verrouillées à  $\pm 6.65 \text{ THz}$  jusqu'à la distance  $z \simeq 4.2 \text{ m}$ . Cette suppression de la dérive en fréquence des bandes latérales, qui se produit entre  $z = 0$  et  $z \sim 4.2 \text{ m}$  résulte de la compensation de l'absorption matérielle par le réservoir de photons. Mais le réservoir finit de se vider à  $z = 4.2 \text{ m}$ , et n'a plus d'effet sur le processus d'IM au delà de cette distance. Ainsi

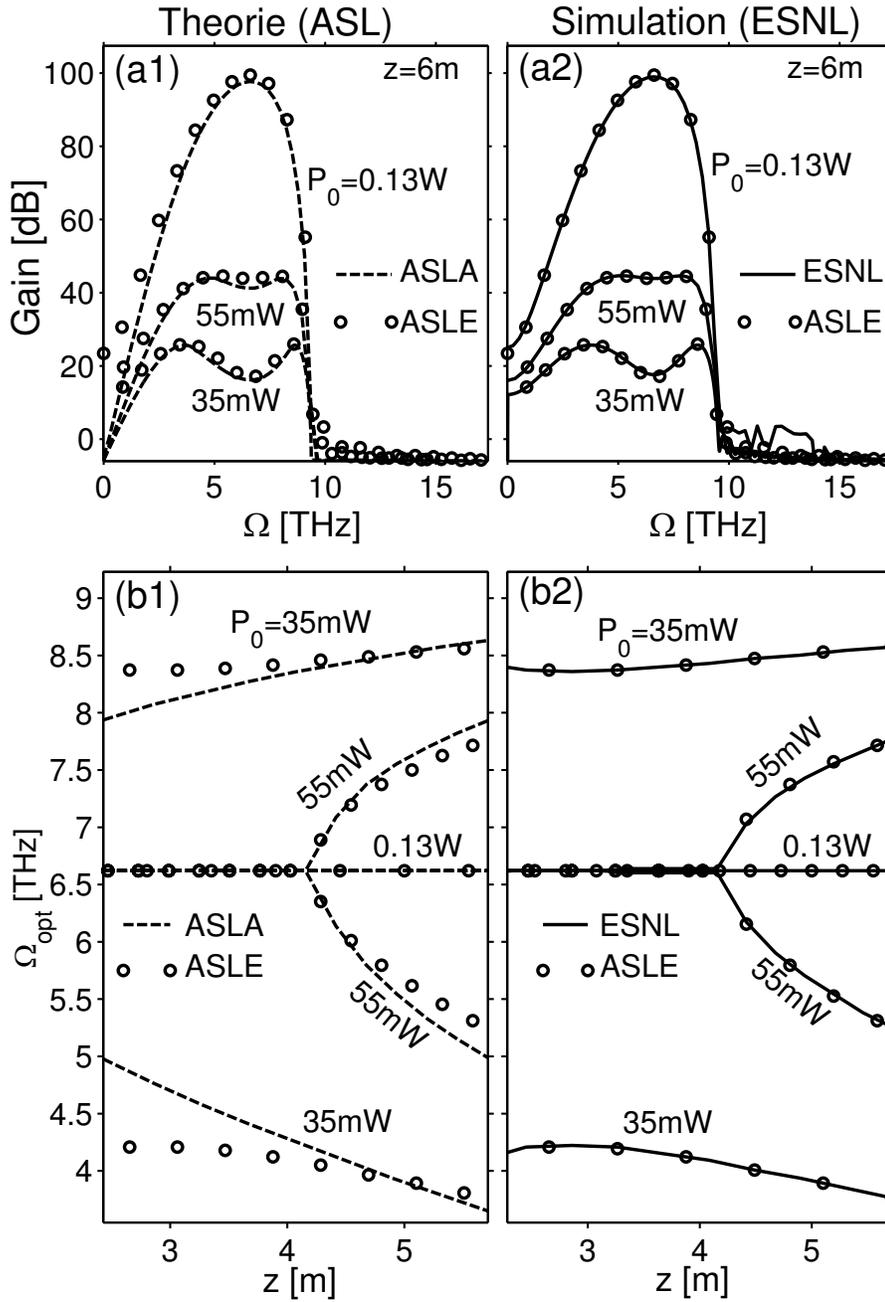


FIGURE 3.2 Courbes représentant les processus d'IM dans les conditions opérationnelles de dérive totale ( $P_0 = 35\text{ mW}$ ), de suppression partielle ( $P_0 = 55\text{ mW}$ ), et de suppression totale ( $P_0 = 130\text{ mW}$ ) de la dérive en fréquence des bandes latérales.

donc, dès que la distance de propagation excède  $4.2 m$ , l'absorption matérielle provoque le franchissement de la frontière entre le domaine d'IM de type I (une paire de bandes latérales) et le domaine d'IM de type II (deux paires de bandes latérales). La puissance de pompe devient inférieure à la puissance critique [ $P(z) < P_{c10}$ , comme l'illustre la fig. 3.1], et le système tombe dans le domaine d'IM de type II. La courbe de FMO se scinde alors en deux branches clairement visibles dans les figures 3.2 (b1) et (b2), qui sont associées aux deux paires de bandes latérales. La suite de la propagation au delà de  $z \sim 4.2 m$  est marquée par une forte dérive en fréquence des bandes latérales résultant d'une baisse continue et non compensée de la puissance de pompe.

(iii) Dans les figures 3.2, la puissance  $P_0 = 130 mW$  correspond à une situation où le réservoir initial de photons est largement suffisant pour compenser l'intégralité des pertes de puissance qui seront infligées à la pompe par l'absorption matérielle. Autrement dit, l'impact de l'absorption matérielle est totalement supprimé par le réservoir de photons. L'IM reste alors entièrement confinée dans le domaine d'IM de type I, et la FMO reste verrouillée à sa valeur initiale tout au long de la propagation, comme l'illustrent les courbes des figures 3.2 (b1) et (b2) pour  $P_0 = 0.13 W$ .

Les spectres de gain cumulé obtenus à la sortie de la fibre ( $z = L = 6 m$ ) illustrent l'état final des bandes latérales pour chacune des puissances de pompe considérées. On peut clairement remarquer que pour  $P_0 = 35 mW$  et  $P_0 = 55 mW$ , le spectre comporte deux bosses correspondant à deux paires de bandes latérales, et confirme ainsi que la propagation se termine dans le domaine d'IM de type II. En revanche, pour  $P_0 = 0.13 W$ , le spectre final ne comporte qu'une seule bosse, qui confirme que le système reste bien confiné dans le domaine d'IM de type I.

Par ailleurs, il est important de rappeler qu'après une phase transitoire initiale, l'évolution des bandes latérales décrite par l'ASLA est en très bon accord avec les résultats numériques de l'ESNL et ceux donnés par l'ASLE.

### 3.2.2.2 Remplissage du réservoir de photons pour $P_0$ fixée

Si l'on ne dispose pas d'une source laser accordable en puissance (dont la puissance soit suffisante pour créer un réservoir de photons), alors il faut pouvoir concevoir une

fibre ayant les paramètres de dispersion appropriés pour une puissance de pompe initiale connue et fixée. Par conséquent, la stratégie du remplissage du réservoir de photons par un ajustement de la valeur de  $\beta_4$  est celle qu'il faut adopter lorsqu'on dispose d'une source laser qui délivre une puissance de pompe fixée à une valeur  $P_0$  donnée. Dans cette situation, la procédure de suppression de la dérive en fréquence des bandes latérales est basée sur un rehaussement de la valeur de  $\beta_4$ , de manière à créer un réservoir de photons ayant une capacité suffisante pour compenser les pertes linéiques sur toute la longueur de la fibre. Nous avons schématiquement représenté cette technique sur la figure 3.3.

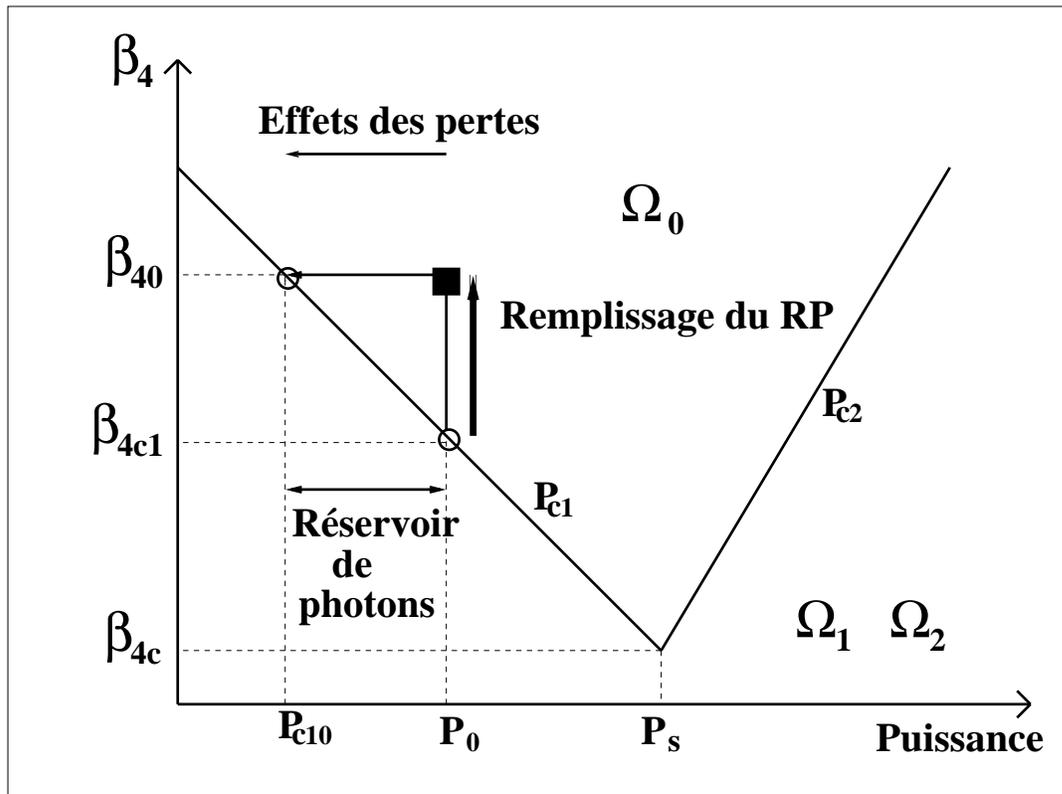


FIGURE 3.3 Représentation schématique du processus de création d'un réservoir de photons via un rehaussement de la valeur de  $\beta_4$ .

La mise au point du réservoir de photons pour cette stratégie nécessite de procéder en plusieurs étapes :

Ayant choisi une fibre de longueur ( $L$ ) adaptée à l'application visée par le processus

d'IM, nous pouvons facilement déterminer la capacité du réservoir de photons comme suit :

$$R = P_0[1 - \exp(-\alpha L)]. \quad (3.15)$$

Ensuite, nous déterminons la valeur critique du terme de dispersion d'ordre quatre,  $\beta_{4c1}$ , comme étant la valeur de  $\beta_4$  pour laquelle la puissance de pompe initiale  $P_0$  devient critique. Nous pouvons clairement observer sur la fig. 3.3 qu'en rehaussant  $\beta_4$  au delà de  $\beta_{4c1}$ , la puissance critique  $P_{c1}(\beta_4)$  décroît et s'éloigne de la puissance de pompe  $P_0$ . Ainsi, nous pouvons simplement choisir un terme de dispersion d'ordre quatre,  $\beta_{40}$ , tel que la différence entre  $P_0$  et  $P_{c1}$  corresponde à la capacité du réservoir de photons. Nous pouvons illustrer la démonstration précédente par la relation :

$$P_0 - P_{0cL}(\beta_{40}) = R. \quad (3.16)$$

En appliquant la procédure précédente à la fibre chalcogénure pour laquelle les paramètres de dispersion sont supposés réglables lors de la fabrication, nous obtenons les résultats suivants :

(i) Pour la valeur de  $\beta_4 = 5 \times 10^{-6} ps^4 m^{-1} \simeq \beta_{4c1} = 5.3 \times 10^{-6} ps^4 m^{-1}$ , le réservoir de photons est pratiquement vide, et ne peut donc pas compenser les pertes de photons liées à l'absorption matérielle. Par conséquent, on assiste à une dérive continue de la fréquence des bandes latérales, comme le montre la figure 3.4 (b). On observe ainsi une évolution de part et d'autre de la FMO des deux bandes latérales. Par ailleurs, le spectre de gain présente deux lobes qui prouvent l'existence de deux bandes latérales et d'un processus d'IM de type II.

(ii) En rehaussant la valeur de  $\beta_4$  au dessus de  $\beta_{4c1}$ , on crée un réservoir de photons. Mais pour  $\beta_4 = 9 \times 10^{-6} ps^4 m^{-1} > \beta_{4c1} = 5.3 \times 10^{-6} ps^4 m^{-1}$ , la capacité initiale du réservoir de photons n'est pas suffisante pour compenser intégralement les pertes par absorption matérielle sur la longueur  $L$ , ce qui conduit au comportement observé dans la figure 3.5 (b), où la dérive en fréquence des bandes latérales n'est supprimée que de façon partielle. En effet, du début de la propagation jusqu'à  $z \sim 4.2 m$ , le réservoir de photons a une capacité suffisante pour compenser les effets des pertes. On assiste alors à une suppression de la dérive en fréquence des bandes latérales, jusqu'à  $z = 4.2 m$ .

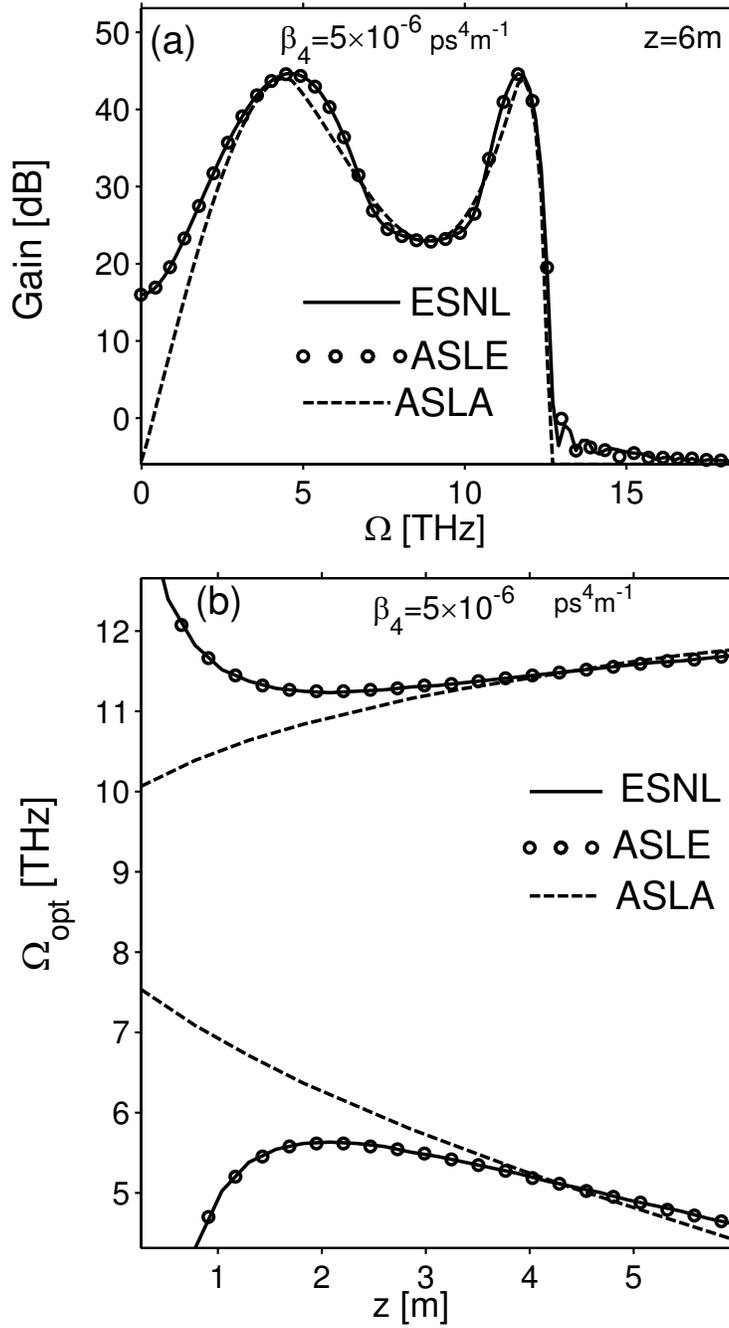


FIGURE 3.4 Courbes représentant le processus d'IM dans une situation opérationnelle de dérive en fréquence des bandes latérales ( $\beta_4 = 5 \times 10^{-6} \text{ ps}^4 \text{ m}^{-1}$ ).  $P_0 = 55 \text{ mW}$  et  $\beta_2 = -2.6 \times 10^{-3} \text{ ps}^2 \text{ m}^{-1}$ .

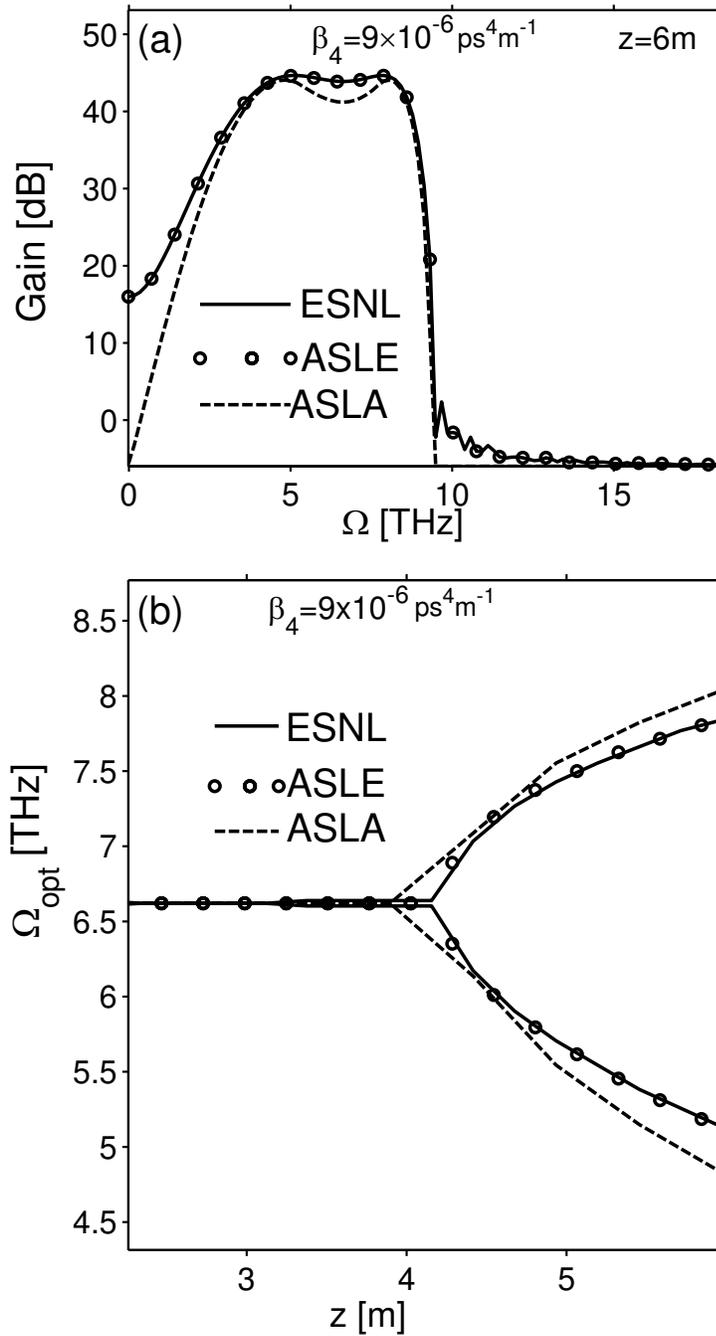


FIGURE 3.5 Courbes représentant le processus d'IM dans une situation opérationnelle de suppression partielle de la dérive en fréquence des bandes latérales ( $\beta_4 = 9 \times 10^{-6} \text{ps}^4 \text{m}^{-1}$ ).  $P_0 = 55 \text{mW}$  et  $\beta_2 = -2.6 \times 10^{-3} \text{ps}^2 \text{m}^{-1}$ .

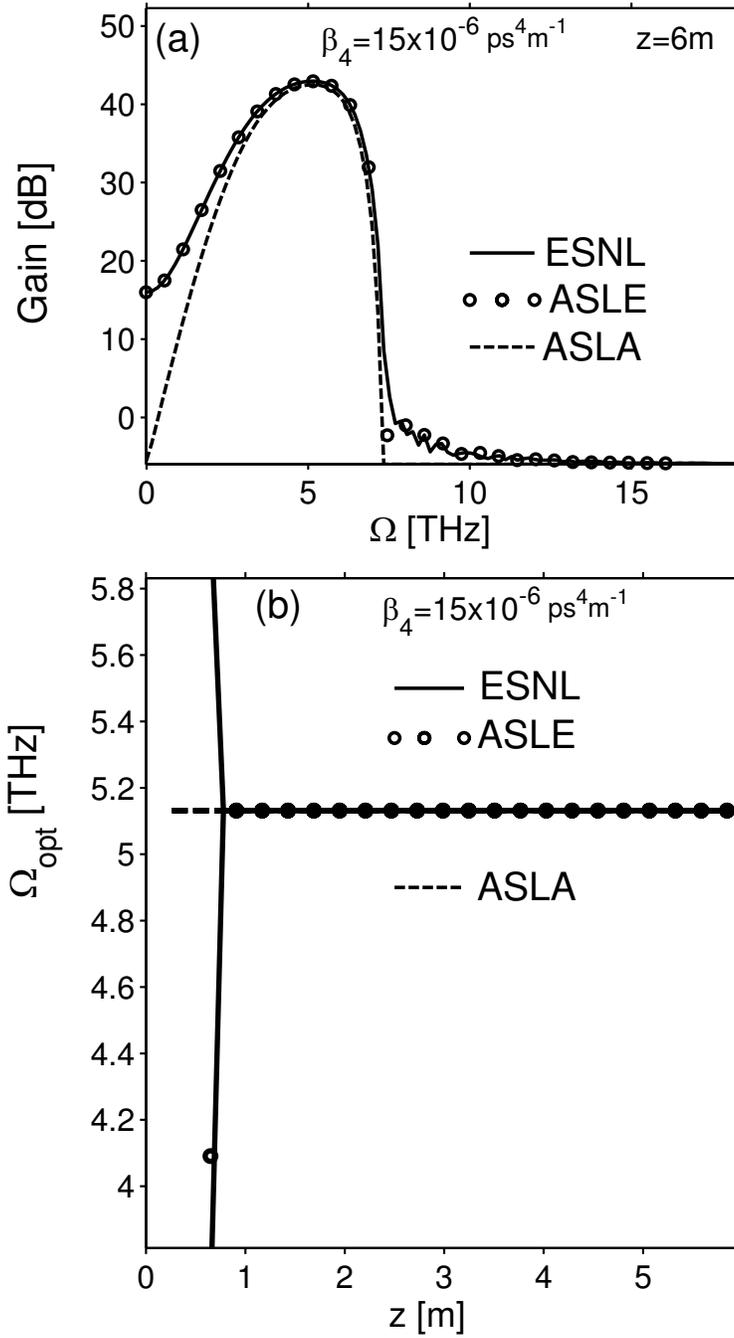


FIGURE 3.6 Courbes représentant le processus d'IM dans une situation opérationnelle de suppression totale de la dérive en fréquence des bandes latérales ( $\beta_4 = 15 \times 10^{-6} \text{ ps}^4 \text{ m}^{-1}$ ).  $P_0 = 55 \text{ mW}$  et  $\beta_2 = -2.6 \times 10^{-3} \text{ ps}^2 \text{ m}^{-1}$ .

Au delà de cette distance, le réservoir de photons est complètement vide, ce qui provoque un basculement du système dans le domaine des processus d'IM de type II. La bande latérale initiale (de fréquence  $\Omega_0$ ) se scinde alors en deux composantes qui poursuivent leur propagation en dérivant en sens inverses par rapport à  $\Omega_0$  [ $\Omega_0 + \delta\Omega(z)$  et  $\Omega_0 - \delta\Omega(z)$ ].

(iii) En rehaussant davantage la valeur de  $\beta_4$  au delà de  $\beta_{4c1}$ , avec  $\beta_4 = 15 \times 10^{-6} \text{ ps}^4 \text{ m}^{-1} > \beta_{4c1} = 5.3 \times 10^{-6} \text{ ps}^4 \text{ m}^{-1}$ , on obtient un réservoir de photons dont la capacité est suffisante pour compenser totalement les pertes sur la distance  $L = 6 \text{ m}$ , comme le montre la figure 3.6 (b). Ce réhaussement du terme de dispersion d'ordre quatre permet de stabiliser la fréquence des bandes latérales au cours de la propagation, en confinant le système dans le domaine d'IM de type I (figure 3.6 (a)).

Nous venons ainsi de développer deux techniques de suppression de la dérive en fréquence des bandes latérales, basées sur le concept du réservoir de photons. Nous montrons dans la suite de ce travail, l'impact direct d'une variation substantielle du coefficient d'atténuation sur le gain d'IM.

### 3.3 Phénomène d'étouffement de l'IM

De tous les paramètres physiques d'une fibre optique, le coefficient d'absorption est sans doute l'un des plus sensibles à la qualité du processus de fabrication de la fibre. En effet, une baisse spectaculaire de ce coefficient peut être obtenue en améliorant le processus de fabrication (par exemple, via une réduction de la quantité d'impuretés dans le verre, ou une optimisation de la quantité et de la nature des dopants). Les valeurs des coefficients d'absorption données dans le Tableau 2.1 se situent dans le bas des fourchettes des valeurs de ce coefficient pour les fibres considérées. Il est donc instructif d'examiner l'impact d'une variation substantielle du coefficient d'atténuation sur le processus d'IM. A cette fin, nous avons représenté dans la figure 3.7 (a) les courbes de gain obtenues avec la fibre chalcogénure, dont les paramètres de dispersion figurent sur le Tableau 2.1, pour différentes valeurs de  $\alpha$  et pour une puissance de pompe fixée à  $35 \text{ mW}$ . La comparaison des spectres de gain d'IM obtenus pour  $\alpha = 1 \text{ dB/m}$  et  $\alpha = 2.4 \text{ dB/m}$ , montre que l'accroissement du coefficient d'absorp-

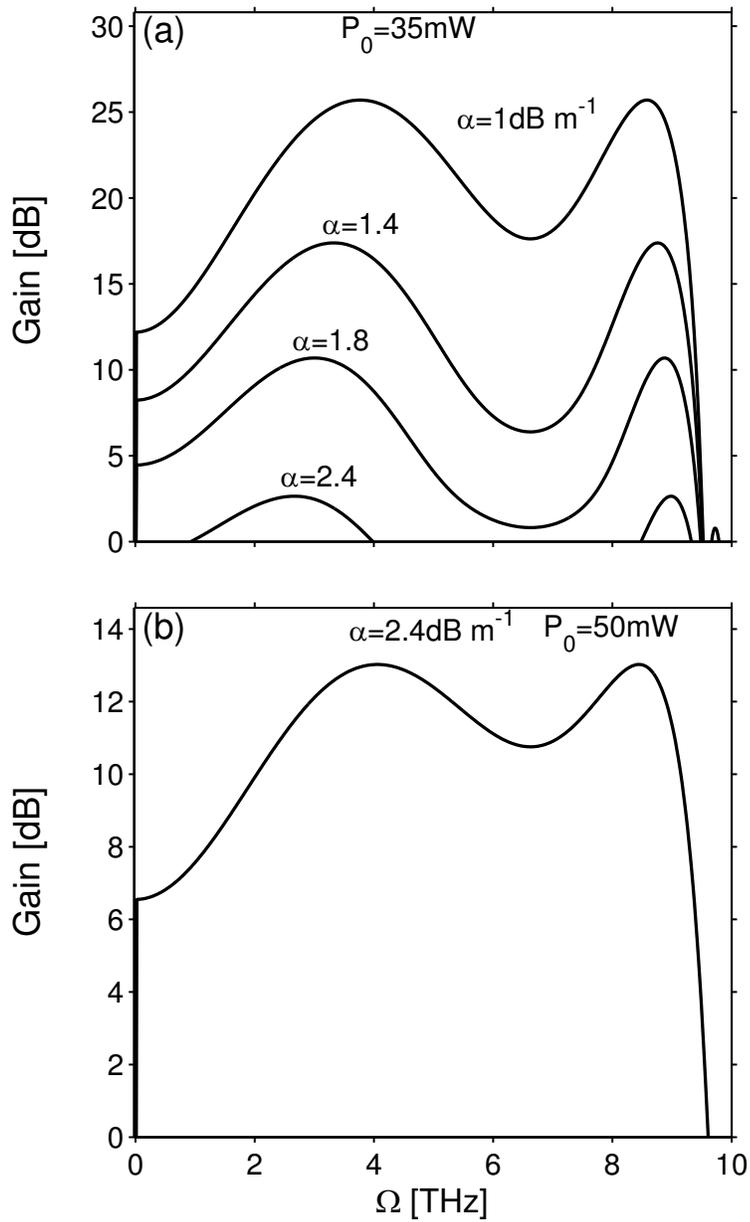


FIGURE 3.7 Evolution du gain d'IM en fonction des niveaux des pertes. Application à la fibre chalcogénure dont les paramètres de dispersion sont les suivants :  $\beta_2 = -2.6 \times 10^{-3} \text{ ps}^2/\text{m}$   $\beta_4 = 9 \times 10^{-6} \text{ ps}^4/\text{m}$ .

tion d'un facteur 2.4 provoque un effondrement du gain d'IM, d'un ordre de grandeur. Le gain passe d'environ 25 dB pour  $\alpha = 1 \text{ dB/m}$  à 2.5 dB pour  $\alpha = 2.4 \text{ dB/m}$ . Ce

résultat indique qu'au cours de la vie de ce type de dispositif, si des pertes additionnelles surviennent accidentellement [comme par exemple, les pertes dues à des micro-courbures de la fibre, des pertes dues à l'absorption d'humidité ou d'eau (qui est particulièrement pénalisante pour les fibres microstructurées)], elles provoqueront un dysfonctionnement du dispositif. Pour rendre le dispositif apte à faire face à ce type de situation, il est préférable de se doter d'une source de pompe accordable en puissance.

En effet, on peut observer dans la figure 3.7 (b), que le gain perdu suite à l'accroissement du coefficient de pertes de  $\alpha = 1 \text{ dB/m}$  à  $\alpha = 2.4 \text{ dB/m}$  (figure 3.7 (a)), est au moins en partie restauré par une élévation de la puissance de pompe (comme le montre la figure 3.7 (b)). Cependant, un réhaussement de la puissance de pompe ne supprime pas la dérive en fréquence, qui doit être traitée par la méthode du réservoir de photons présentée dans le paragraphe précédent, afin d'obtenir un dispositif plus performant. Ainsi, un dispositif pour générer l'IM à partir d'un réservoir de photons et une puissance de pompe accordable compensera toute perte accidentelle du gain d'IM (causée par la modification du coefficient d'atténuation), par une simple élévation de la puissance de pompe qui aura l'énorme avantage de ne pas causer un changement de la fréquence des bandes latérales. Cette propriété constitue une différence qualitative majeure et un avantage comparé aux dispositifs standards de génération de l'IM, qui sont généralement caractérisés par une dépendance en puissance de la fréquence des bandes latérales.

## 3.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons analysé les systèmes fibrés où les pertes linéaires jouent un rôle fortement perturbateur, qui se traduit par une dérive en fréquence des bandes latérales d'instabilité modulationnelle et une baisse considérable du gain d'IM. Nous avons présenté une technique basée sur le concept d'un réservoir de photons, qui permet de supprimer la dérive en fréquence des bandes latérales dans les processus d'IM. Ce réservoir alimente in situ le processus d'IM en lui fournissant continuellement les photons atténués par la fibre. Nous avons montré que lorsque

les fibres hautement non linéaires sont exploitées avec un réservoir de photons, elles prennent un avantage qui peut s'avérer décisif dans les processus de génération de fréquences optiques, et que l'utilisation d'une pompe accordable en puissance offre en plus la possibilité de régénérer les bandes latérales en cas d'altération accidentelle du coefficient d'atténuation de la fibre.

D'autre part, nous avons montré dans cette étude de l'IM dans des fibres à très haute non linéarité (qui sont aussi celles qui ont les coefficients d'absorption les plus élevés) que les effets d'absorption ne se limitent pas simplement à une réduction des gains de performance dans les processus de génération de fréquences optiques. Nous avons montré qu'au-delà d'un certain niveau du coefficient d'atténuation, des effets indésirables peuvent surgir, et dégrader qualitativement le processus d'IM. En particulier, les bandes latérales exécutent au cours de la propagation une dérive en fréquence dont l'ampleur dépend très sensiblement de la valeur du coefficient d'atténuation et de la longueur de la fibre. Ainsi, nous avons montré que le facteur de mérite (qui peut s'exprimer comme le rapport entre les coefficients de gain et de perte), et la valeur du coefficient de non linéarité, ne peuvent plus être systématiquement considérés comme les seuls critères majeurs de performance des fibres à très haute non linéarité. Les perturbations intrinsèquement liées à un fort coefficient d'atténuation doivent être prises en compte.

Ainsi, notre méthode du réservoir de photons, qui a la vertu de stabiliser la fréquence des bandes latérales d'IM, peut être utilisée pour renforcer la stabilité et la fiabilité des sources de lumière génératrices de trains d'impulsions optiques à fort taux de répétition (bien au delà des limites actuelles des systèmes électroniques). Les sources les plus compétitives qui ont été proposées jusqu'à présent dans la littérature, atteignent des taux de répétition qui peuvent s'étendre de quelques dizaines de  $GHz$  à plusieurs  $THz$ , dans la configuration d'une fibre déployée [9, 48, 49, 50], ou dans la configuration d'une cavité fibrée [51, 52, 53, 54, 55, 56, 57]. Toutefois, la plupart de ces systèmes génèrent les bandes latérales dont les fréquences dépendent de la puissance de pompe [9, 48, 52, 53]. Par conséquent, de tels systèmes, qui sont sensibles à toute fluctuation indésirable de la puissance de pompe, pourraient être stabilisés par la méthode du réservoir de photons. Par exemple, dans la référence [53], les auteurs

---

présentent une cavité laser qui utilise une fibre de longueur égale à 88  $m$  pour produire un train d'impulsions ayant un taux de répétition (de l'ordre de quelques  $THz$ ) qui dépend clairement de la puissance moyenne intra-cavité. Dans une telle cavité, l'utilisation d'une fibre hautement non linéaire associée à un réservoir de photons (obtenu en ajustant les propriétés dispersives de la fibre) permettra non seulement de réduire significativement la longueur de la fibre de cavité, mais aussi de permettre au système d'être insensible aux fluctuations indésirables de la puissance intra-cavité. Par ailleurs, bien que la réalisation du réservoir de photons nécessite un ajustement des propriétés dispersives de la fibre jusqu'au quatrième ordre, les technologies de fabrication de telles fibres sont actuellement disponibles. Dans notre analyse, bien que nous ayons explicitement minimisé le terme de saturation de la non-linéarité, la réalisation du réservoir de photons ne nécessite pas que le système opère dans un régime de saturation de la non-linéarité (c'est-à-dire, avec deux branches de puissances critiques). Le système peut parfaitement opérer avec la non-linéarité Kerr usuelle (c'est-à-dire, avec une seule branche de puissance critique). En définitif, la capacité de notre système à générer des ondes inaltérables et parfaitement contrôlées en fréquences, est la propriété principale exigée dans certaines applications pratiques telles que la génération des nouvelles fréquences optiques, ou la génération de trains d'impulsions ultra-rapides pour les communications optiques.



# Chapitre 4

## Impact de la dispersion d'ordre quatre dans les processus d'instabilité modulationnelle de polarisation dans des fibres faiblement biréfringentes

### 4.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons montré que dans certaines conditions opérationnelles (longueur d'onde de pompe éloignée du minimum d'atténuation de la fibre, utilisation des fibres à très haute non linéarité, etc), en se propageant, les ondes subissent des pertes d'une ampleur telle que les conditions d'accord de phase (qui sont à l'origine des phénomènes d'IM) évoluent considérablement en pleine phase de croissance des bandes latérales. Cette modification continue de la condition d'accord de phase provoque une dérive des fréquences des bandes latérales. Par ailleurs, nous avons mis au point une technique d'optimisation des systèmes de production d'IM, qui supprime totalement ces dérives en fréquence dans les systèmes fortement absorbants. Cette technique repose sur le concept novateur d'un réservoir de photons, qui alimente in-situ l'onde de pompe et compense de manière dynamique les photons absorbés par la fibre. Cependant, la technique du réservoir de photons requiert que la fibre soit dotée de certaines propriétés dispersives, et en particulier, que les coefficients

de dispersion d'ordre deux et quatre soient respectivement de signes négatif et positif ( $\beta_2 < 0$  et  $\beta_4 > 0$ ). Les compétences disponibles actuellement dans les technologies de fabrication des fibres permettent de satisfaire aisément cette condition.

Ainsi donc, les précédents chapitres ayant permis de mettre en lumière le rôle décisif du coefficient de dispersion d'ordre quatre (DO4) dans la technique du réservoir de photons pour l'IM scalaire, il est naturel de se demander si ce concept de réservoir de photons est applicable aux autres types de processus d'IM, et en particulier, au processus d'IM vectorielle. Aussi, dans ce chapitre, nous avons choisi d'examiner l'éventuelle possibilité de mise en place d'un réservoir de photons pour l'IMP (instabilité modulationnelle de polarisation), qui est un exemple bien connu de processus d'IM vectorielle [58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72]. Il est clair que le mode d'action de la DO4 déterminera la possibilité de mise en place d'un réservoir de photons. Ce chapitre a précisément pour objet d'examiner l'impact de la DO4 dans les processus d'IMP. Une telle étude est d'autant plus nécessaire qu'elle fait étonnamment défaut dans la littérature. Ce chapitre s'organise de la manière suivante. Dans la section 2, nous présentons le modèle d'équations qui gouvernent la propagation des ondes dans une fibre faiblement biréfringente soumise aux effets de dispersion d'ordre deux (DO2) et (DO4). Dans la section 3, nous présentons l'analyse de stabilité linéaire des équations de propagation. Dans la section 4, nous discutons des différentes possibilités d'obtention de l'IMP. Dans la section 5, nous achevons ce chapitre par une conclusion mettant l'accent sur les comportements les plus marquants de l'IMP.

## 4.2 Modèle général

Nous modélisons la propagation de deux ondes de même fréquence, de polarisations respectivement orthogonale et parallèle aux axes de biréfringence d'une fibre optique faiblement biréfringente supposée idéale (sans pertes), par un système de deux équations de Schrödinger non linéaires couplées (ESNLC) :

$$\frac{\partial A_x}{\partial z} + i \frac{\Delta B}{2} A_x + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A_x}{\partial t^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 A_x}{\partial t^4} = i\gamma [ (|A_x|^2 + \frac{2}{3}|A_y|^2) A_x + \frac{1}{3} A_y^2 A_x^* ], \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial A_y}{\partial z} - i\frac{\Delta B}{2}A_y + \frac{i\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A_y}{\partial t^3} - \frac{i\beta_4}{24}\frac{\partial^4 A_y}{\partial t^4} = i\gamma[(|A_y|^2 + \frac{2}{3}|A_x|^2)A_y + \frac{1}{3}A_x^2 A_y^*], \quad (4.2)$$

où les indices  $x$  et  $y$  désignent respectivement les axes rapide et lent de la fibre.  $\Delta B$  représente le désaccord de phase entre les deux ondes, qui dépend de la biréfringence intrinsèque de la fibre,  $B$ , par la relation  $\Delta B = 2\pi B/\lambda$ . La présence des termes de couplage cohérents (termes en  $A_y^2 A_x^*$  et  $A_x^2 A_y^*$ ) complique le traitement mathématique des ESNLC (4.1) et (4.2). Le passage dans la base circulaire permet de résoudre cette difficulté, en faisant le changement de variable suivant :

$$A_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_x \pm iA_y), \quad (4.3)$$

où  $A_+$  et  $A_-$  représentent respectivement les composantes circulaires droite et gauche du champ électrique. Dans la base circulaire, les ESNLC s'écrivent de la manière suivante :

$$\frac{\partial A_+}{\partial z} + i\frac{\Delta B}{2}A_- + \frac{i\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A_+}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A_+}{\partial t^3} - \frac{i\beta_4}{24}\frac{\partial^4 A_+}{\partial t^4} = \frac{2i\gamma}{3}(|A_+|^2 + 2|A_-|^2)A_+, \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial A_-}{\partial z} + i\frac{\Delta B}{2}A_+ + \frac{i\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A_-}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A_-}{\partial t^3} - \frac{i\beta_4}{24}\frac{\partial^4 A_-}{\partial t^4} = \frac{2i\gamma}{3}(|A_-|^2 + 2|A_+|^2)A_-. \quad (4.5)$$

### 4.3 Analyse de stabilité linéaire

Dans notre étude, l'onde de pompe est polarisée suivant l'un des axes de biréfringence de la fibre. Si nous considérons comme solution stationnaire des équations (4.1) et (4.2), une onde polarisée suivant l'un des axes, par exemple l'axe rapide, alors :

$$A_{x0} = \sqrt{P} \exp [i(\gamma P - \frac{\Delta B}{2})z], \quad A_{y0} = 0, \quad (4.6)$$

où  $P$  représente la puissance initiale de l'onde de pompe. Les résultats obtenus pourront être facilement transposés au cas d'une onde pompe polarisée suivant l'axe lent, en changeant simplement le signe de  $\Delta B$ . La solution perturbée s'écrit :

$$A_x = (\sqrt{P} + f) \exp\left[i\left(\gamma P - \frac{\Delta B}{2}\right)z\right] = (\sqrt{P} + f) \exp(i\phi), \quad (4.7)$$

$$A_y = g \exp\left[i\left(\gamma P - \frac{\Delta B}{2}\right)z\right] = g \exp(i\phi), \quad (4.8)$$

où  $\phi = \left(\gamma P - \frac{\Delta B}{2}\right)z$ .

Dans la base circulaire, cette solution stationnaire perturbée devient

$$A_{\pm} = \left[ \sqrt{\frac{P}{2}} + \frac{f \pm ig}{\sqrt{2}} \right] \exp(i\phi). \quad (4.9)$$

En insérant les équations (4.9) dans les ESNLC (4.4) et (4.5), et en identifiant les parties réelles et imaginaires, on obtient :

$$\frac{\partial f}{\partial z} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 f}{\partial t^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 f}{\partial t^4} - i\gamma P(f + f^*) = 0, \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial g}{\partial z} - i\Delta B g + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 g}{\partial t^3} - \frac{i\beta_4}{24} \frac{\partial^4 g}{\partial t^4} + \frac{i\gamma P}{3}(g - g^*) = 0. \quad (4.11)$$

Les équations (4.10) et (4.11) traduisent en fait l'évolution de deux perturbations qui seraient polarisées respectivement sur le même axe que la pompe ( $f$ ) ou sur l'axe orthogonal ( $g$ ). D'ailleurs, l'équation (4.10) est exactement celle que l'on obtiendrait pour l'IM scalaire dans une fibre optique non biréfringente en présence du terme de DO4 ( $\beta_4$ ) [43, 27].

Dans le cas d'une onde modulée en amplitude à une fréquence  $\Omega$ , les perturbations ( $f$ ) et ( $g$ ) s'écrivent :

$$f = v_s e^{i\Omega t} + v_a e^{-i\Omega t}, \quad (4.12)$$

$$g = u_s e^{i\Omega t} + u_a e^{-i\Omega t}, \quad (4.13)$$

où  $v_s$  et  $v_a$  représentent respectivement les amplitudes complexes de la perturbation, correspondant aux bandes latérales Stokes et anti-Stokes polarisées sur le même axe que la pompe tandis que  $u_s$  et  $u_a$  représentent respectivement les amplitudes des bandes latérales Stokes et anti-Stokes polarisées orthogonalement à l'onde

pompe incidente. En substituant les équations (4.12) et (4.13) dans (4.10) et (4.11), nous obtenons l'équation matricielle décrivant l'évolution de l'amplitude des bandes latérales :

$$\frac{\partial Y}{\partial z} = iMY, \quad (4.14)$$

où  $Y$  est défini par :

$$Y^T = [v_s, v_a^*, u_s, u_a^*], \quad (4.15)$$

et la matrice de stabilité  $M$  par :

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} & M_{34} \\ 0 & 0 & M_{43} & M_{44} \end{pmatrix}, \quad (4.16)$$

avec

$$M_{11} = \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 - \frac{\beta_3}{6}\Omega^3 + \frac{\beta_4}{24}\Omega^4 + \gamma P, \quad (4.17a)$$

$$M_{12} = -M_{21} = \gamma P, \quad (4.17b)$$

$$M_{22} = \frac{-\beta_2}{2}\Omega^2 - \frac{\beta_3}{6}\Omega^3 - \frac{\beta_4}{24}\Omega^4 - \gamma P, \quad (4.17c)$$

$$M_{33} = \Delta B + \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 - \frac{\beta_3}{6}\Omega^3 + \frac{\beta_4}{24}\Omega^4 - \frac{\gamma P}{3}, \quad (4.17d)$$

$$M_{34} = -M_{43} = \frac{\gamma P}{3}, \quad (4.17e)$$

$$M_{44} = -\Delta B - \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 - \frac{\beta_3}{6}\Omega^3 - \frac{\beta_4}{24}\Omega^4 + \frac{\gamma P}{3}. \quad (4.17f)$$

La matrice  $M$  peut être décomposée en deux sous matrices à savoir :

$$M = \begin{pmatrix} M_{//} & 0 \\ 0 & M_{\perp} \end{pmatrix}, \quad (4.18)$$

où

$$M_{//} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}, \text{ et } M_{\perp} = \begin{pmatrix} M_{33} & M_{34} \\ M_{43} & M_{44} \end{pmatrix}, \quad (4.19)$$

représentent respectivement la matrice de stabilité pour l'axe parallèle à la pompe et la matrice de stabilité pour l'axe orthogonal à la pompe.

Les perturbations  $v_s, v_a^*, u_s, u_a^*$  seront amplifiées exponentiellement au cours de la propagation uniquement si les valeurs propres des matrices de stabilité  $M_{//}$  et  $M_{\perp}$  sont complexes. Nous noterons respectivement  $K_{//}$  et  $K_{\perp}$  les valeurs propres des matrices  $M_{//}$  et  $M_{\perp}$ . Ainsi,

$$K_{//} = \frac{\beta_3 \Omega^3}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} + \gamma P\right)^2 - \gamma^2 P^2}, \quad (4.20)$$

et

$$K_{\perp} = \frac{\beta_3 \Omega^3}{6} \pm \sqrt{\left(\Delta B + \frac{\beta_2 \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - \frac{\gamma P}{3}\right)^2 - \left(\frac{\gamma P}{3}\right)^2}. \quad (4.21)$$

Le gain (local) en puissance de l'IMP est alors défini par :

$$G_{\perp} = 2Im(K_{\perp}) = 2\sqrt{\left(\frac{\gamma P}{3}\right)^2 - \left(\Delta B + \frac{\beta_2 \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - \frac{\gamma P}{3}\right)^2}, \quad (4.22)$$

et

$$G_{//} = 2Im(K_{//}) = 2\sqrt{\gamma^2 P^2 - \left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} + \gamma P\right)^2}, \quad (4.23)$$

où  $Im$  désigne la partie imaginaire,  $G_{//}$  et  $G_{\perp}$  désignent respectivement le gain suivant les axes parallèle et orthogonal à la pompe. Comme nous l'avons signalé précédemment, le cas d'une onde polarisée suivant l'axe lent ou rapide peut être traité en changeant simplement le signe de  $\Delta B$ , dans l'expression de  $G_{\perp}$ .

## 4.4 Résultats et Discussion

### 4.4.1 Détermination de la fréquence de modulation optimum (FMO)

La FMO est obtenue en résolvant l'équation :

$$\frac{\partial G}{\partial \Omega} = 0, \quad (4.24)$$

avec

$$G = \begin{cases} G_{//} = 2\sqrt{\gamma^2 P^2 - \left(\frac{\beta_2 \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} + \gamma P\right)^2}, \\ G_{\perp} = 2\sqrt{\left(\frac{\gamma P}{3}\right)^2 - \left(\Delta B + \frac{\beta_2 \Omega^2}{2} + \frac{\beta_4 \Omega^4}{24} - \frac{\gamma P}{3}\right)^2}. \end{cases} \quad (4.25)$$

La résolution mathématique de l'équation (4.24) conduit aux systèmes d'équations suivants :

- suivant l'axe parallèle à la pompe, on a :

$$\Omega_{//1} = \sqrt{\frac{-6\beta_2}{\beta_4}}, \quad \text{et/ou} \quad (4.26a)$$

$$\Omega_{//2} = \sqrt{\frac{-6\beta_2}{\beta_4} \pm \frac{6}{\beta_4} \sqrt{\beta_2^2 - \frac{2}{3}\gamma P\beta_4}}, \quad (4.26b)$$

- suivant l'axe orthogonal à la pompe, on a :

$$\Omega_{\perp 1} = \sqrt{\frac{-6\beta_2}{\beta_4}}, \quad \text{et/ou} \quad (4.27a)$$

$$\Omega_{\perp 2} = \sqrt{\frac{-6\beta_2}{\beta_4} \pm \frac{6}{\beta_4} \sqrt{\beta_2^2 - \frac{2}{3}\beta_4(\Delta B - \frac{\gamma P}{3})}}, \quad (4.27b)$$

où  $\Omega_{//}$  et  $\Omega_{\perp}$  tiennent compte des symboles adoptés dans les équations (4.25), pour les bandes latérales polarisées respectivement suivant les axes parallèle et orthogonal à la pompe. Les conditions de validité des formules (4.26a), (4.26b), (4.27a) et (4.27b) définissent les conditions d'existence d'un processus d'IMP.

Dans la suite de ce travail, nous allons restreindre notre domaine d'étude au cas où les bandes latérales sont polarisées suivant l'axe orthogonal à la pompe. A cette fin, nous nous placerons en régime de dispersion normale, afin de supprimer l'IM scalaire (considérée dans le chapitre précédent et représenté ici par le gain  $G_{//}$ ), c'est-à-dire, supprimer l'IM sur l'axe parallèle à la pompe. Ainsi, nous allons nous intéresser aux conditions de validité des expressions (4.27), qui traduisent l'évolution des bandes latérales au cours de la propagation. Les conditions d'existence des bandes latérales dépendent des signes des coefficients de dispersion  $\beta_2$ , et  $\beta_4$ , et de celui du désaccord de vitesse de groupe  $\Delta B$ . Cette dépendance du processus d'IMP vis-à-vis d'un grand nombre de paramètres conduit à un système très riche de comportements qualitativement différents. Cependant, la suite de la discussion ne portera que sur les cas qui nous semblent les plus intéressants. Par souci de simplicité, nous poserons dans la suite de ce travail,  $\sigma_2 \equiv \beta_2/|\beta_2|$  et  $\sigma_4 \equiv \beta_4/|\beta_4|$ .

Le premier point remarquable de l'effet de la DO4 réside dans la relation (4.27a), qui suggère la possibilité de croissance d'une bande latérale dont la fréquence ne dépend, ni de la puissance de pompe, ni de la biréfringence de la fibre. Cette relation suggère également que la génération de cette bande latérale n'est subordonnée à aucune condition autre que  $\sigma_2\sigma_4 < 0$ . Mais nous verrons qu'en réalité, plusieurs conditions sont nécessaires pour la génération de cette bande latérale. La relation (4.27b), quant à elle, suggère la possibilité de générer une bande latérale dont la fréquence dépend de la puissance de pompe et de la biréfringence de la fibre.

## 4.4.2 Conditions d'existence des bandes latérales pour une onde polarisée sur l'axe orthogonal à la pompe

### 4.4.2.1 Régime de dispersion normale ( $\sigma_2 = 1$ )

Dans le cas de l'IM scalaire, nous avons vu que le développement des bandes latérales en régime de dispersion normale s'opérait uniquement en présence d'une DO4 de signe négatif. Nous nous intéressons au cas de l'IMP pour discuter des éventuelles possibilités d'obtention de l'accord de phase pour la croissance des bandes latérales. Selon la valeur de  $\sigma_4$ , trois cas de figure peuvent se présenter.

A.  $\sigma_4 = 0$

Bien que ce cas de figure ait déjà été traité de manière détaillée dans des travaux antérieurs [73, 74], par souci d'exhaustivité il nous paraît néanmoins utile de rappeler brièvement les points essentiels des processus d'IM dans ce cas. A cet égard, un point très important à noter est que pour  $\beta_4 = 0$ , le système de relations (4.27a) et (4.27b) se réduit à une seule relation à savoir :  $\Omega_{opt} = \sqrt{\frac{2}{|\beta_2|}(\frac{\gamma P}{3} - \Delta B)}$ .

Ainsi, si l'onde de pompe est polarisée suivant l'axe rapide ( $\Delta B > 0$ ), on obtient la FMO donnée par l'expression suivante :

$$\Omega_{opt} = \sqrt{\frac{|\Delta B|(p-2)}{|\beta_2|}}, \quad (p > 2). \quad (4.28)$$

où  $p = \frac{P}{P_c}$  représente la puissance normalisée,  $P_c = \frac{3|\Delta B|}{2\gamma}$  la puissance critique, et  $P$  la puissance de pompe. La formule (4.28) montre qu'il existe une puissance limite  $p_l = 2$  en dessous de laquelle il n'y a pas d'accord de phase pour la génération

des bandes latérales, et par conséquent, il n'y a aucun processus d'IM. Un autre point très important à noter dans la formule (4.28) est que pour  $|\beta_2| \rightarrow 0$ ,  $|\Omega_{opt}| \rightarrow \infty$ . Ce qui prédit que l'IMP devrait disparaître au point de dispersion nulle. Nous verrons par la suite que cette prédiction est totalement inexacte, et que la FMO tend asymptotiquement vers une valeur finie qui dépend de la DO4.

Si l'onde de pompe est polarisée suivant l'axe lent ( $\Delta B < 0$ ), le terme de biréfringence agit en sens opposé aux termes de DO2 et d'auto modulation de phase. Il peut donc y avoir compensation des effets non-linéaires par les effets dispersifs, ce qui génère un processus d'IM quelque soit le niveau de puissance injecté dans la fibre. La FMO correspondante s'établit alors à :

$$\Omega_{opt} = \sqrt{\frac{|\Delta B|(p+2)}{|\beta_2|}}. \quad (4.29)$$

Toutefois, rappelons que les résultats précédents [Eqs. (4.28) et (4.29)] avaient déjà été obtenus dans le cadre de la thèse de Doctorat d'Ambomo [73], à l'exception de l'évolution de la FMO au voisinage du point de dispersion nulle ( $\beta_2 \simeq 0$ ), qui n'avait pas été précisée de manière explicite. Ainsi, on peut clairement observer dans la formule (4.29) que lorsque  $|\beta_2| \rightarrow 0$ , alors  $|\Omega_{opt}| \rightarrow \infty$ ; ce qui suggère que l'IMP devrait disparaître au point de dispersion nulle. Cette formule diffère néanmoins de la formule (4.28) [obtenue dans le cas de la pompe polarisée selon l'axe rapide] par le fait qu'ici il n'existe aucune condition limite sur le niveau de puissance nécessaire pour obtenir l'IMP. Les deux formules ont en revanche une similitude de comportement au voisinage du point de dispersion nulle, à savoir,  $|\Omega_{opt}| \rightarrow \infty$  lorsque  $|\beta_2| \rightarrow 0$ . Ainsi donc, que l'onde soit polarisée suivant l'axe rapide ou suivant l'axe lent, les expressions analytiques issues des travaux antérieurs [(4.28) - (4.29)] prédisent une disparition de l'IMP au point de dispersion nulle et dans son voisinage immédiat. Nous verrons dans les discussions à venir que cette prédiction devient inexacte en présence du terme de DO4. Nous allons maintenant examiner plus globalement l'impact de la DO4 dans le processus d'IMP. Cette étude relative à  $\beta_4$  constitue une nouveauté par rapport aux travaux apparus jusqu'à présent dans la littérature.

B.  $\sigma_4 = 1$

Lorsqu'on regarde attentivement la relation (4.27b), on remarque que les termes d'auto modulation de phase, de DO2 et DO4 sont de même signe et ne peuvent donc

se compenser. Dans ce cas, l'accord de phase pour la génération des photons de bandes latérales ne peut être obtenu sans le terme de biréfringence. Mais, selon la polarisation de l'onde de pompe par rapport aux axes neutres de la fibre, les conditions d'existence des bandes latérales d'IMP varient qualitativement selon que  $\Delta B > 0$  ou  $\Delta B < 0$ .

(i) Si la pompe est polarisée suivant l'axe rapide ( $\Delta B > 0$ ), les termes de biréfringence, d'auto modulation de phase, de DO2, et de DO4 sont tous de même signe. La relation (4.27b) se met alors sous la forme suivante :

$$\Omega = \sqrt{-\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|} + \frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|} \sqrt{1 + \frac{2}{3} \frac{|\beta_4|}{|\beta_2|^2} (\frac{\gamma P}{3} - \Delta B)}}. \quad (4.30)$$

En posant  $p = \frac{P}{P_c}$  avec  $P_c = \frac{3|\Delta B|}{2\gamma}$ , nous pouvons réécrire l'équation (4.30) sous la forme suivante :

$$\Omega = \sqrt{-\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|} + \frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|} \sqrt{1 + \frac{|\beta_4|\Delta B}{3|\beta_2|^2} (p - 2)}}. \quad (4.31)$$

Nous voyons clairement que l'expression (4.31) admet une solution positive si et seulement si  $p > 2$ , auquel cas, la FMO vaut :

$$\Omega_{opt} = \Omega_0 \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \frac{\Delta B |\beta_4| (p - 2)}{3|\beta_2|^2}}}, \quad (4.32)$$

où  $\Omega_0 = \sqrt{\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|}}$ .

Mais on peut facilement remarquer que lorsque  $|\beta_2| \rightarrow 0$ , l'expression (4.31) devient :

$$\Omega = \sqrt{-\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|} + \frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|} \sqrt{1 + \frac{|\beta_4|\Delta B}{3|\beta_2|^2} (p - 2)}} \simeq \left[ \frac{12\Delta B(p - 2)}{|\beta_4|} \right]^{1/4}. \quad (4.33)$$

Ainsi donc, contrairement aux prédictions issues des travaux antérieurs, la présence de la DO4 rend le système apte à générer un processus d'IMP, dont la FMO est la suivante :

$$\Omega_{opt} = \left[ \frac{12\Delta B(p - 2)}{|\beta_4|} \right]^{1/4}, \quad (p > 2). \quad (4.34)$$

Ici et par la suite, les bandes latérales dont l'existence est directement liée à la présence de la DO4, seront appelées “ bandes latérales non conventionnelles (BLNC) ”. Toutes les autres bandes latérales, c'est-à-dire, celles qui subsistent en l'absence de la DO4, seront qualifiées de “ bandes latérales conventionnelles (BLC) ”. Ainsi donc, l'expression (4.34) démontre l'existence d'une paire de BLNC pour une puissance de pompe suffisamment élevée ( $p > 2$ ).

Pour  $\beta_2 \neq 0$  et  $p > 2$ , le système génère une paire de BLC dont la FMO n'est quasiment pas sensible à la DO4 pour des valeurs de  $\beta_2$  suffisamment grandes, comme l'illustre la figure 4.1 (a). Dans cette figure, les courbes en traits continus représentent la FMO incluant l'action de la DO4, alors que les croix correspondent aux FMO excluant l'action de la DO4. Quantitativement, l'effet de la DO4 sur la FMO commence à devenir réellement perceptible pour des valeurs de  $\beta_2$  suffisamment petites ( $\beta_2 \simeq 5 \times 10^{-4} ps^2/m$ ). En dessous de cette valeur de  $\beta_2$ ,  $\Omega_{opt}(\beta_4 = 0)$  augmente violemment et sans limite à mesure que  $\beta_2 \rightarrow 0$ , alors que  $\Omega_{opt}(\beta_4 \neq 0)$  augmente de façon plus modérée jusqu'à la limite donnée par l'expression (4.34). Ainsi donc, la DO4 a deux effets majeurs :

- Elle provoque une baisse de la FMO, d'une ampleur d'autant plus importante que la valeur de  $\beta_2$  est faible.
- Elle impose une limite dans l'accroissement de la FMO lorsque  $\beta_2 \rightarrow 0$ . Cette limite correspond à une BLNC.

(ii) Si la pompe est polarisée suivant l'axe lent de la fibre ( $\Delta B < 0$ ), le terme de biréfringence et ceux d'auto modulation de phase, de DO2 et DO4, sont de signes différents. Dans cette situation, la relation (4.27b) se met sous la forme suivante :

$$\Omega = \sqrt{-\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|} + \frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|} \sqrt{1 + \frac{2}{3} \frac{|\beta_4|}{|\beta_2|^2} (\frac{\gamma P}{3} + |\Delta B|)}}. \quad (4.35)$$

En adoptant les notations précédentes, nous pouvons mettre l'équation (4.35) sous la forme suivante :

$$\Omega_{opt} = \Omega_0 \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \frac{|\Delta B| |\beta_4| (p+2)}{3 |\beta_2|^2}}}. \quad (4.36)$$

Ici aussi, il est important de souligner que l'analyse excluant la DO4 prédit la

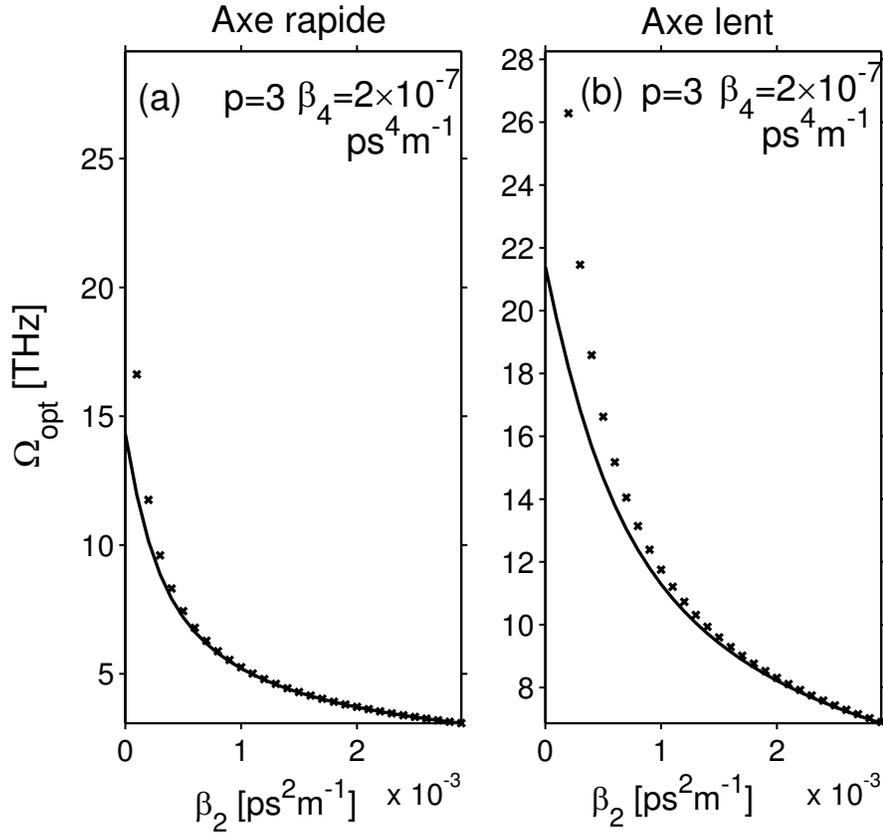


FIGURE 4.1 Evolution de la FMO ( $\Omega_{opt}$ ) au voisinage du point de dispersion nulle pour  $\beta_4 = 2 \times 10^{-7} \text{ ps}^4/\text{m}$ . Les courbes en traits continus [formules (4.32) et (4.36)] et en croix [formules (4.28) et (4.29)] sont respectivement obtenues en présence et en l'absence de la DO4.

disparition de l'IMP au point de dispersion nulle et dans son voisinage immédiat [comme le montre la formule (4.29)]. On peut facilement remarquer que pour  $\beta_2 \rightarrow 0$ , l'expression (4.36) tend vers la limite

$$\Omega_{opt} = \left[ \frac{12|\Delta B|(p+2)}{|\beta_4|} \right]^{1/4}, \quad (4.37)$$

qui démontre l'existence d'une paire de BLNC au point de dispersion nulle et dans son voisinage immédiat, quelque soit le niveau de puissance de pompe  $p$ .

Ainsi donc, notre découverte des BLNC, qui peuvent être générées aussi bien avec une pompe polarisée suivant l'axe rapide que suivant l'axe lent, constitue un effet qualitatif majeur de la DO4 sur l'IMP.

D'autre part, lorsque l'on s'éloigne du point de dispersion nulle, le système génère une paire de bandes latérales de type conventionnel, sur lesquels la DO4 a une influence de nature quantitative comme l'illustre la Fig. 4.1 (b). En effet, comme dans le cas où la pompe est polarisée suivant l'axe rapide, la DO4 provoque ici une baisse de la FMO d'une ampleur d'autant plus importante que  $\beta_2$  est petit.

C.  $\sigma_4 = -1$

Ici, le terme de DO4 est de signe opposé à ceux des termes de DO2 et d'auto modulation de phase. Dans le cas de l'IM scalaire, il est bien connu qu'en régime de dispersion normale, le développement des bandes latérales s'opère uniquement en présence d'une DO4 de signe négatif. Nous verrons ci-après que dans la configuration vectorielle, le désaccord de vitesse de groupe entre en jeu et induit des modifications qualitatives importantes par rapport au cas scalaire. Selon que la pompe est polarisée suivant l'axe rapide ou lent, le comportement des bandes latérales d'IMP se différencie, s'enrichit et se complexifie.

Ainsi,

(i) si l'onde de pompe est polarisée suivant l'axe rapide ( $\Delta B > 0$ ), les termes de biréfringence, de DO2 et d'auto modulation de phase sont de signe opposé à celui de la DO4. A première vue, on pourrait penser que seul le terme de DO4 est en mesure de compenser les effets non-linéaires, afin de générer les processus d'IM. Mais, en réalité, la contribution du désaccord de vitesse de groupe induit des modifications importantes sur le comportement des bandes latérales. Pour avoir un meilleur aperçu

de la situation, il convient de mettre les formules (4.27) sous la forme suivante :

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|}}, \quad (4.38a)$$

$$\Omega_{1,2} = \sqrt{\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|} \pm \frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|} \sqrt{1 + \frac{2}{3} \frac{|\beta_4|}{|\beta_2|^2} (|\Delta B| - \frac{\gamma P}{3})}}. \quad (4.38b)$$

Nous pouvons réécrire l'équation (4.38b) sous la forme suivante :

$$\Omega_{1,2} = \Omega_0 \sqrt{1 \pm \sqrt{1 + \frac{|\Delta B| |\beta_4| (2-p)}{3|\beta_2|^2}}}. \quad (4.39)$$

A ce niveau, il est important de discuter de l'existence des solutions physiquement acceptables de l'équation (4.39). Il est clair que la discussion portera sur le paramètre  $p$ . Rappelons que si  $p < 2$ , et que la valeur de la DO4 est supérieure ou égale à zéro ( $\beta_4 \geq 0$ ), il n'y aura aucun processus d'IMP. Mais, ici elle est négative ( $\beta_4 < 0$ ), et entre en jeu dans l'accord de phase du processus d'IMP, ce qui contribue à générer une paire de bandes latérales dont l'expression de la FMO est donnée par la valeur positive de l'équation (4.39).

D'où,

$$\Omega_3 = \Omega_0 \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{|\Delta B| |\beta_4| (2-p)}{3|\beta_2|^2}}}. \quad (4.40)$$

Si par contre  $p > 2$ , en posant  $|\beta_{41}| = \frac{3|\beta_2|^2}{|\Delta B|(p-2)}$ , nous pouvons réécrire l'équation (4.39) sous la forme suivante :

$$\Omega_{1,2} = \Omega_0 \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \frac{|\beta_4|}{|\beta_{41}|}}}. \quad (4.41)$$

Au regard de cette équation, plusieurs cas de figure peuvent se présenter.

Si  $|\beta_4| < |\beta_{41}|$ , l'équation (4.41) admet des valeurs toujours positives, et les FMO sont données par l'expression (4.41). L'IMP génère donc deux paires de bandes latérales, aux FMO  $\Omega_{1,2}$ .

Par contre, si  $|\beta_4| > |\beta_{41}|$ , il n'existe aucune solution acceptable de l'équation (4.41). L'IMP ne génère qu'une seule paire de bandes latérales, à la FMO  $\Omega_0$ , donnée

par (4.38a). Nous démontrons ainsi l'existence d'un domaine de paramètres où la FMO des bandes latérales est indépendante de la puissance de pompe. Cette observation est capitale dans la mise en place d'un réservoir de photons.

En somme, nous venons d'établir les expressions des FMO lorsque  $\beta_2 > 0$  et  $\beta_4 < 0$ . Nous avons obtenu plusieurs types de comportement des bandes latérales qui dépendent non seulement des niveaux de puissance injectés dans la fibre, mais aussi des paramètres de dispersion de la fibre. Dans le cas des faibles niveaux de puissance ( $p < 2$ ), l'accord de phase pour la génération des bandes latérales est satisfait grâce au signe négatif de la DO4. On assiste à la génération d'une paire de bandes latérales dont les FMO (données par  $\pm\Omega_3$ ), dépendent étroitement de la puissance de pompe et des paramètres de dispersion de la fibre. Nous rangeons cette paire de bandes latérales dans la catégorie des BLNC, car elle ne doit sa présence qu'à l'action de la DO4. Dans le cas des niveaux de puissance élevés ( $p > 2$ ), le comportement des bandes latérales est très riche et diversifiée. En particulier, selon que  $|\beta_4|$  est supérieur ou inférieur à  $|\beta_{41}|$ , le nombre de paires de bandes latérales est de un ou deux. Le paramètre  $\beta_{41}$  représente la valeur critique de  $\beta_4$ , c'est à dire la valeur de  $\beta_4$  qui permet au système de basculer d'un état à une paire de bandes latérales vers un état à deux paires de bandes latérales et vice versa. On note également que la FMO donnée par la formule (4.38a), dépend uniquement des paramètres de la fibre ( $\beta_2$  et  $\beta_4$ ).

(ii) si l'onde de pompe est polarisée suivant l'axe lent ( $\Delta B < 0$ ), le fait que le terme de biréfringence soit de même signe que le terme de DO4 va contribuer à renforcer les termes dispersifs et à compenser les termes non-linéaires. Les FMO se mettent sous la forme suivante :

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|}}, \quad (4.42a)$$

$$\Omega_{1,2} = \Omega_0 \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \frac{|\Delta B||\beta_4|(p+2)}{3|\beta_2|^2}}}. \quad (4.42b)$$

Ici, il est utile de discuter des solutions physiquement acceptables de l'expression (4.42b). En posant  $|\beta_{42}| = \frac{3|\beta_2|^2}{|\Delta B|(p+2)}$ , nous pouvons réécrire l'expression (4.42b) sous la forme suivante :

$$\Omega_{1,2} = \Omega_0 \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \frac{|\beta_4|}{|\beta_{42}|}}}. \quad (4.43)$$

A l'examen de cette expression, il devient clair que :

Si  $|\beta_4| < |\beta_{42}|$ , l'équation (4.43) admet des valeurs toujours positives. Les FMO correspondantes sont alors données par l'expression (4.43). Ainsi, le processus d'IMP génère deux paires de bandes latérales, aux FMO  $\Omega_{1,2}$ .

Par contre, si  $|\beta_4| > |\beta_{42}|$ , l'équation (4.43) n'admet aucune solution acceptable. L'IMP ne génère alors qu'une seule paire de bandes latérales, aux FMO  $\pm\Omega_0$ , données par (4.42a).

Les points majeurs des considérations qualitatives que nous venons de présenter sont quantitativement illustrés dans la figure 4.2, qui montre l'évolution des fréquences des bandes latérales en fonction de  $\beta_2$  pour une valeur de la DO4 fixée à  $\beta_4 = -4 \times 10^{-7} ps^4 m^{-1}$ . Rappelons que les courbes en traits continus résultent de l'ASL incluant l'action de la DO4, alors que les croix représentent les résultats que nous avons obtenus par la même ASL que celle réalisée dans les travaux antérieurs (où les effets de la DO4 avaient été totalement ignorés) [73, 75]. Les résultats diffèrent qualitativement selon que la pompe est polarisée sur l'axe rapide ou sur l'axe lent :

(i) Pour une pompe polarisée sur l'axe rapide, la Fig. 4.2 (a1) confirme bien que pour  $p = 1$  ( $p < p_l = 2$ ), la DO4 provoque la génération d'une paire de BLNC de fréquence  $\pm\Omega_3$ . Mais il est crucial de remarquer que la fréquence  $\Omega_3$  croît de manière monotone et sans limite à mesure que  $\beta_2$  croît. En d'autres termes, lorsque le poids de la DO2 (dispersion d'ordre deux) l'emporte nettement sur celui de la DO4, la fréquence  $\Omega_3$  est rejetée à l'infini, signifiant ainsi la disparition de cette BLNC (en accord avec les travaux antérieurs) [73, 75].

D'autre part, la figure 4.2 (b1) que nous avons obtenue pour  $p = 3$  confirme bien la présence de deux paires de bandes latérales  $\pm\Omega_1$  et  $\pm\Omega_2$ , lorsque le poids de la DO2 devient suffisamment important et  $p > p_l = 2$ . Cependant, on peut clairement remarquer que l'une des deux bandes latérales ( $\Omega_2$ ) augmente de manière monotone (et sans limite) à mesure que  $\beta_2$  augmente. Comme la BLNC  $\Omega_3$ , la bande latérale  $\Omega_2$  est rejetée à l'infini lorsque la DO2 domine nettement la DO4. Il ne subsiste plus alors dans le spectre que la bande latérale  $\Omega_1$ , qui est en réalité une BLC dont la fréquence

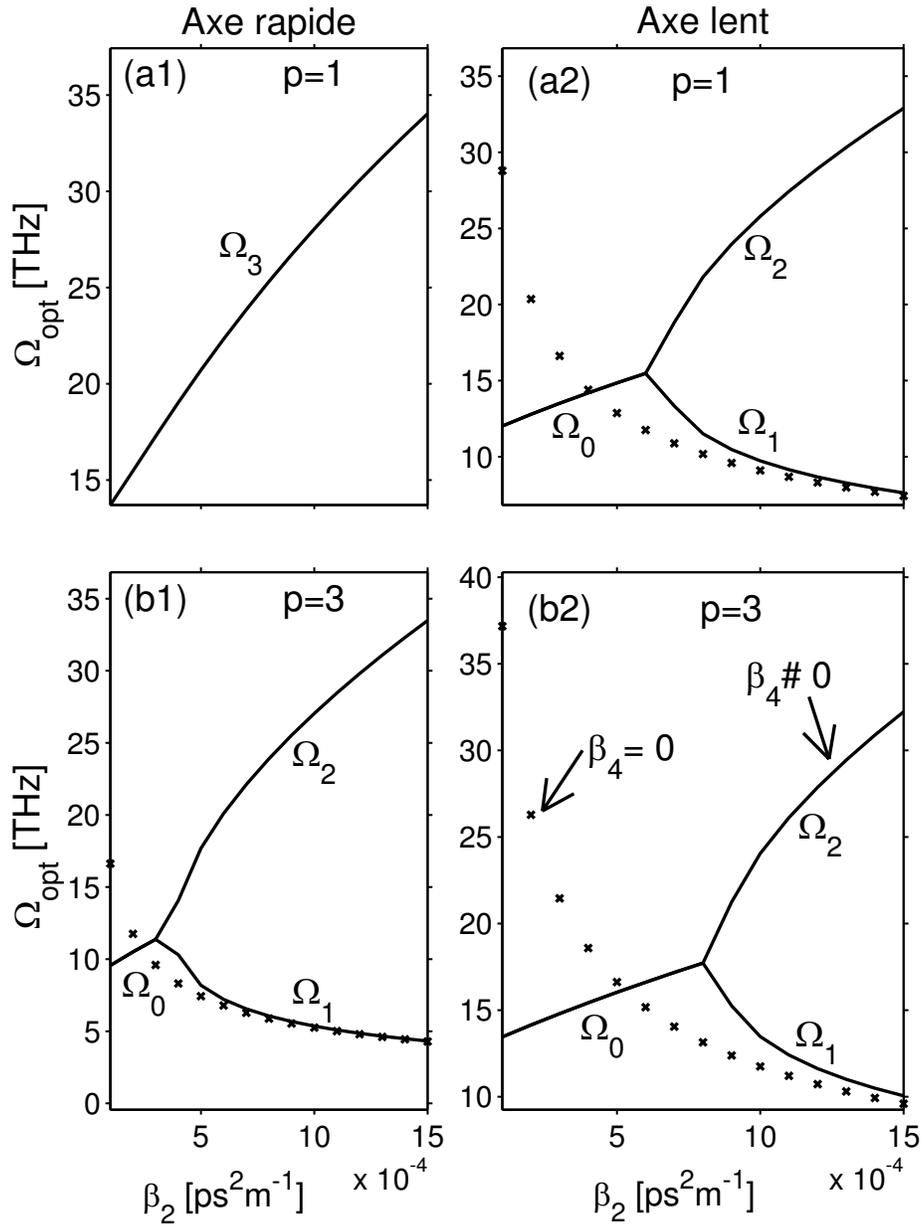


FIGURE 4.2 Evolution de la FMO ( $\Omega_{opt}$ ) au voisinage du point de dispersion nulle pour  $\beta_4 = -4 \times 10^{-7} ps^4/m$ . Les courbes en traits continus [formules (4.40), (4.41), (4.42) et (4.43)] et en croix [formules (4.28) et (4.29)] sont respectivement obtenues en présence et en l'absence de  $\beta_4$ .

est progressivement rehaussée par la DO4 à mesure que  $\beta_2$  diminue, jusqu'à la fusion complète avec la BLNC  $\Omega_2$ , en une nouvelle BLNC  $\Omega_0$ . La FMO de cette bande latérale ( $\Omega_0$ ) décroît jusqu'à s'annuler au point de dispersion nulle.

(ii) Pour une pompe polarisée sur l'axe lent, nous obtenons les résultats visibles dans les Figs. 4.2 (a2)-(b2), qui montrent, pour les deux niveaux de puissance considérés, un comportement spectral en tout point similaire à celui que nous avons décrit pour le cas de la pompe polarisée sur l'axe rapide avec  $p = 3$  [Figs. 4.2 (b1)].

L'ensemble des résultats des figures 4.2 démontrent de manière très claire que la DO4 modifie radicalement les spectres d'IMP à mesure que l'on approche le point de dispersion nulle. Les modifications les plus marquantes résultent dans la création de plusieurs types de BLNC, de fréquences  $\Omega_0$ ,  $\Omega_2$  et  $\Omega_3$ . Les BLNC  $\Omega_0$  ou  $\Omega_3$  existent dans la région voisine du point de dispersion nulle. En dehors de cette région, on trouve les BLNC  $\Omega_2$  ou  $\Omega_3$ .

Dans ce chapitre de thèse, bien que nous n'ayons pas explicitement pris en compte le phénomène d'absorption, il est tout de même possible d'avoir une première idée des effets que ce phénomène pourrait avoir sur les spectres d'IMP soumis par ailleurs à l'influence de la DO4. En effet, la puissance de pompe étant le paramètre qui sera le plus influencé par une forte absorption matérielle, il est donc important et instructif d'examiner les effets de la dépendance en puissance des bandes latérales dans le système idéal sans pertes. La figure 4.3 illustre les effets d'une variation de la puissance de pompe sur les spectres de gain, obtenus pour les paramètres suivants :  $\beta_2 = 1.5 ps^2 km^{-1}$ ,  $\gamma = 0.023 W^{-1} m^{-1}$ ,  $\lambda = 576 nm$ ,  $B = 10^{-7}$ . Ces spectres de gain confirment un des effets majeurs de la DO4 sur le spectre généré par une pompe polarisée selon l'axe rapide [Figs. 4.3 (a1)-(a2)], dans le domaine des faibles puissance ( $p < p_l = 2$ ), à savoir, la génération d'une paire de BLNC. Cette paire de bandes latérales, qui apparaît au voisinage de  $\pm 20 THz$ , est absente lorsque  $\beta_4 = 0$ . En présence de la DO4, son spectre de gain se déforme à mesure que la puissance augmente, jusqu'à la puissance limite  $p_l = 2$ . Au delà de cette puissance limite, le système bascule vers un état où coexistent deux paires de BLNC, comme le montrent les courbes obtenues pour  $p = 3$  et  $p = 5$  dans les figures 4.3 (a1)-(a2). Ces deux paires de bandes latérales sont très sensibles à la puissance de pompe incidente, car au fur et à mesure

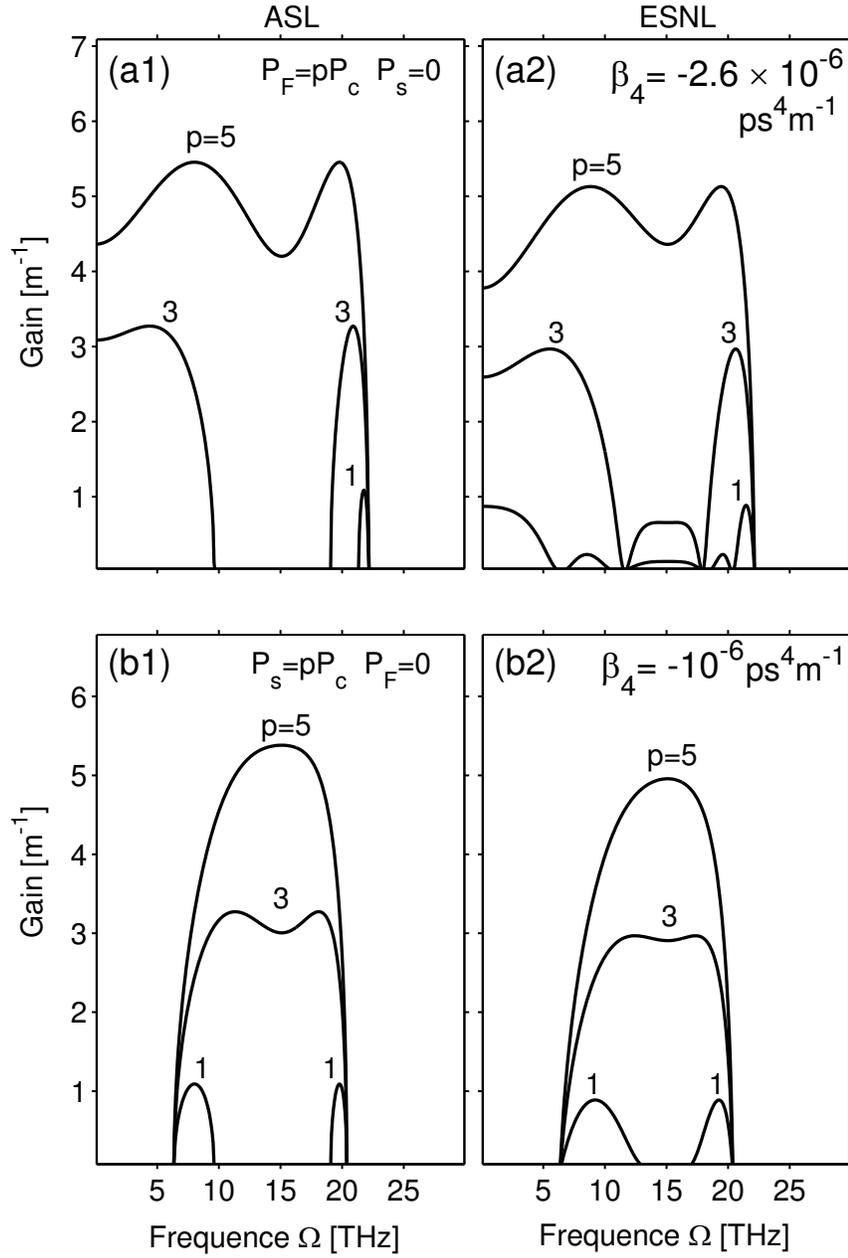


FIGURE 4.3 Spectres de gain pour une onde de pompe polarisée suivant l'axe rapide (a1)-(a2), et l'axe lent (b1)-(b2), pour différentes valeurs de puissance normalisées  $p$ .  $P_f$  et  $P_s$  désignent respectivement les puissances de pompe sur les axes rapide et lent. Ici :  $\beta_2 = 1.5 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 0.023 \text{ W}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ,  $\lambda = 576 \text{ nm}$ ,  $B = 10^{-7}$

que le niveau de puissance augmente, on assiste au rapprochement de leurs spectres de gain respectifs, jusqu'à la fusion des deux paires de bandes latérales, pour une puissance de fusion  $p_f \simeq 4.5$ . Au delà de cette puissance de fusion, le système bascule à nouveau vers un état à une seule paire de bandes latérales, dont le spectre n'est pas représenté dans les figures 4.3 (a1) et (a2).

Pour une pompe polarisée selon l'axe lent de la fibre [Figs. 4.3 (b1)-(b2)], nous retrouvons qualitativement les mêmes caractéristiques que celles que nous venons de décrire pour le cas d'une pompe sur l'axe rapide, à l'exception majeure qu'il n'existe pas de puissance limite. Le système génère deux paires de bandes latérales pour toute puissance située en dessous de la puissance critique, et une seule paire de bandes latérales au dessus de la puissance critique. Un autre point que nous pouvons souligner concerne la résolution numérique des ESNL [Figs. 4.3 (a2)-(b2)], qui est en bon accord avec les résultats de l'analyse de stabilité linéaire [Figs. 4.3 (a1)-(b1)].

On peut avoir un aperçu plus direct de la sensibilité du processus d'IMP vis-à-vis du niveau de puissance de pompe, en représentant le gain optimum et la FMO en fonction de la puissance de pompe, comme le montrent clairement les figures 4.4 (a1)-(b1) pour une onde de pompe polarisée suivant l'axe rapide, et les figures 4.4 (a2) et (b2) pour une pompe polarisée sur l'axe lent.

On peut clairement observer dans la figure 4.4 (b1), qui montre l'évolution des FMO générées par une pompe sur l'axe rapide, une bifurcation violente à  $p = p_l = 2$  et qui traduit le passage abrupte d'un état à une paire de bandes latérales ( $\pm\Omega_3$ ) vers un état à deux paires de bandes latérales ( $\pm\Omega_1, \pm\Omega_2$ ). A mesure que l'on augmente la puissance  $p$  au delà de  $p_l = 2$ , les FMO des deux paires de bandes ( $\pm\Omega_1$  et  $\pm\Omega_2$ ) se rapprochent jusqu'à fusionner en une seule paire de bandes latérales de FMO  $\pm\Omega_0$ .

Les considérations qualitatives et quantitatives que nous venons d'établir pour des ondes de pompe polarisées suivant les axes rapide et lent sont schématiquement synthétisées dans les figures 4.5 et 4.6, où nous avons représenté les domaines d'existence des différents processus d'IMP dans le plan  $(\beta_4, p)$ . Pour une onde de pompe polarisée suivant l'axe rapide, le diagramme des processus d'IMP est constitué de trois domaines.

- (i) Le premier domaine correspond aux processus d'IMP générant une seule paire

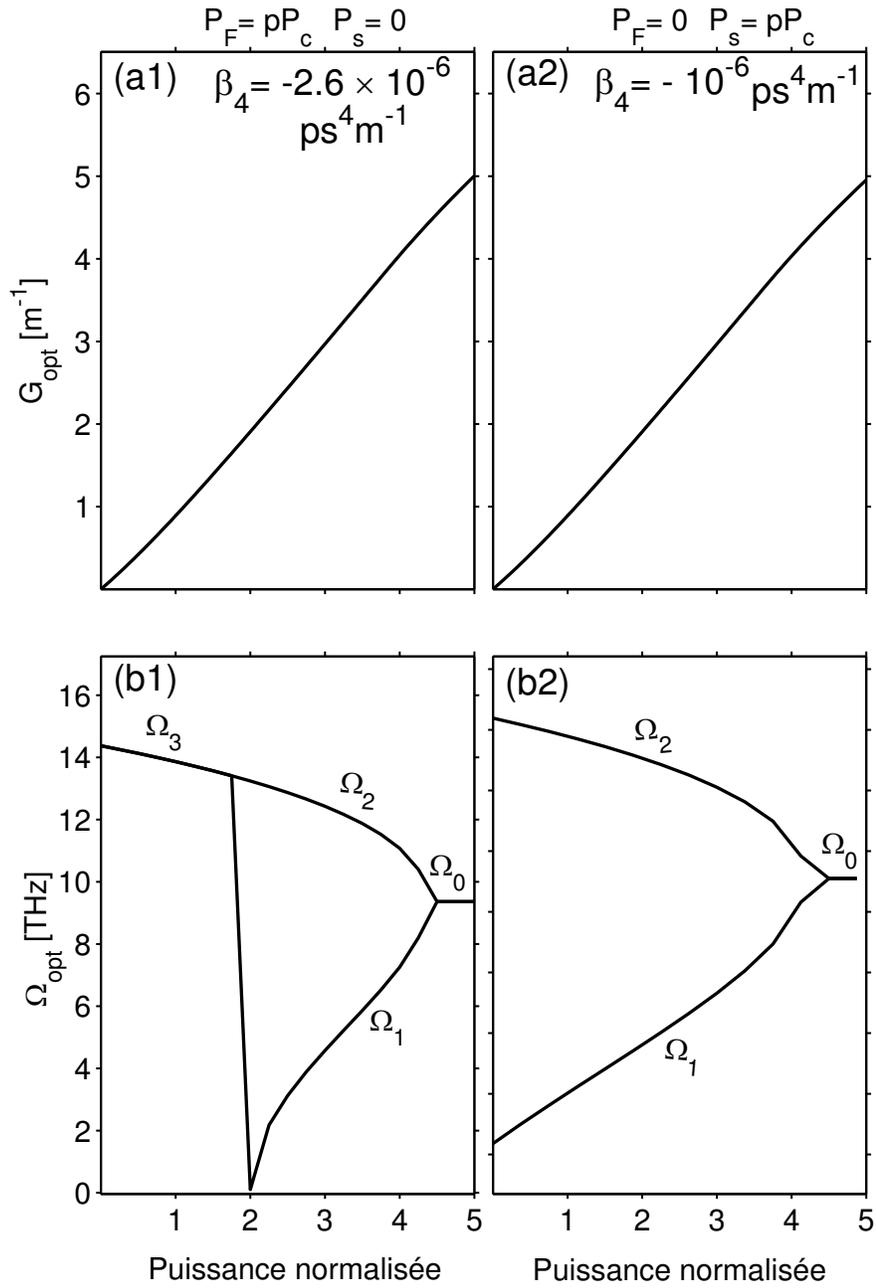


FIGURE 4.4 Gain optimum et FMO en fonction de la puissance normalisée pour une onde de pompe polarisée suivant l'axe rapide (a1)-(b1), et l'axe lent (a2)-(b2), obtenus par l'ASL.

de bandes latérales de FMO  $\pm\Omega_0$ , auxquels nous ferons référence comme étant les processus d'IMP de type I.

(ii) Le second domaine correspond aux processus d'IMP générant deux paires de bandes latérales, dont les fréquences  $\pm\Omega_1$  et  $\pm\Omega_2$  sont données par les expressions (4.43). Nous ferons référence à ce type de processus comme étant les processus de type II.

(iii) Le troisième domaine correspond aux processus d'IMP générant une paire de BLNC, dont les fréquences  $\pm\Omega_3$  sont données par (4.40). Ce domaine constitue une nouveauté par rapport aux résultats connus jusqu'à ce jour [27, 76, 77]

Les domaines correspondant aux processus d'IMP de types I et II sont séparés par une courbe qui peut s'exprimer indifféremment sous l'une des deux formes suivantes :

$$|\beta_{41}| = \frac{3|\beta_2|^2}{|\Delta B|(p-2)}, \quad (4.44)$$

ou

$$p_c = 2 + \frac{3|\beta_2|^2}{|\Delta B||\beta_4|}. \quad (4.45)$$

Nous ferons référence à la formule (4.44) comme étant la courbe des  $\beta_4$  critiques tandis que l'expression (4.45) sera qualifiée de courbe des puissances critiques. D'autre part, on peut clairement remarquer que le diagramme des processus d'IMP de la figure 4.5 présente à la fois des similitudes, et quelques différences par rapport au cas scalaire [27, 76, 77]. Les deux principaux points de similitude sont les suivants :

(i) Les processus d'IM de type I se situent majoritairement dans le domaine des hautes puissances de pompe, alors que les processus de type II se situent principalement dans le domaine des basses puissances.

(ii) Les processus de type I présentent comme caractéristique majeure une FMO ( $\Omega_0$ ) indépendante de la puissance de pompe. Cette caractéristique est d'une importance capitale, car elle est absolument indispensable pour créer un réservoir de photons capable de supprimer d'éventuelles dérives en fréquence dans un système fortement absorbant. Ainsi donc, le fait que les processus d'IMP qui conduisent à une FMO indépendante de la puissance de pompe se situent dans la partie haute des niveaux de puissance de pompe, constitue l'indice majeur qui nous permet de prédire dès à présent la possibilité de mise en place d'un réservoir de photons dans un processus d'IMP. Nous reviendrons sur ce point de manière plus détaillée.

D'autre part, il est aussi important de noter que le diagramme de la figure 4.5

### Pompe polarisée suivant l'axe rapide

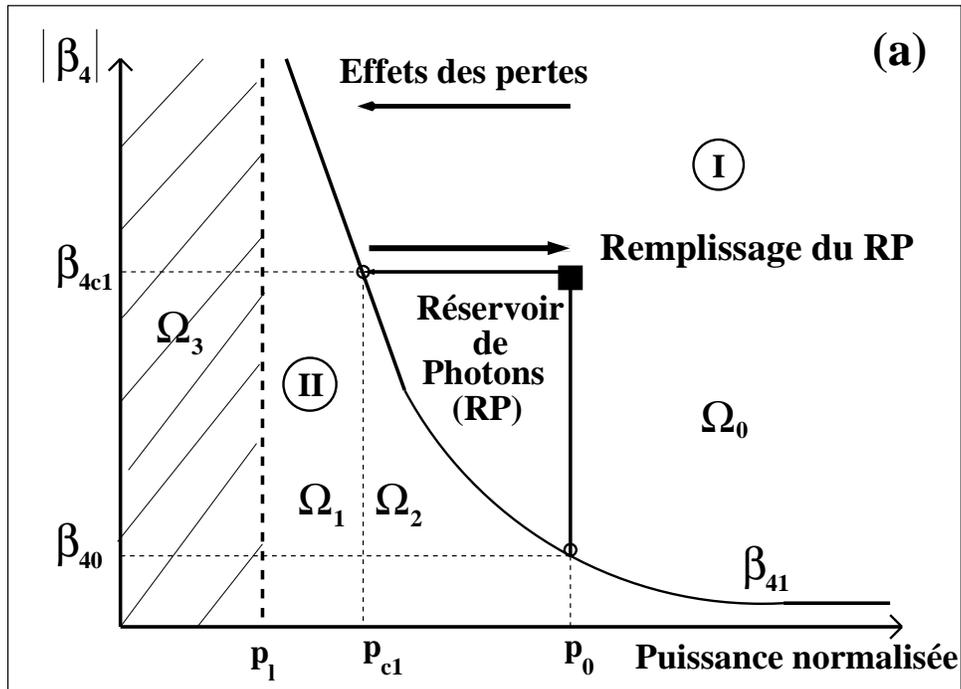


FIGURE 4.5 Représentation schématique des processus d'IMP lorsque  $\beta_2 > 0$  et  $\beta_4 < 0$ , nécessaires pour la création d'un réservoir de photons via un ajustement de la puissance de pompe, pour une pompe polarisée suivant l'axe rapide.

présente quelques différences par rapport au cas scalaire. La plus grosse différence qualitative est l'existence, dans les processus d'IMP de type II, d'une puissance limite ( $p_l = 2$ ) en dessous de laquelle l'IMP développe une seule paire de bandes latérales, à une FMO  $\Omega_3$  qui dépend de la puissance de pompe, à l'opposé des processus de type I dont la FMO  $\Omega_0$  est indépendante de  $p$ . La courbe des puissances critiques tend asymptotiquement vers la puissance limite lorsque  $|\beta_4|$  augmente, alors qu'elle se raccorde à cette puissance limite lorsque  $\beta_2 = 0$ . La présence de cette puissance limite impose une certaine contrainte dans les possibilités de mise en place d'un réservoir de photons dans les processus d'IMP, comme nous le verrons par la suite.

Des comportements similaires à ceux que nous venons de décrire s'observent aussi lorsque l'onde de pompe est polarisée suivant l'axe lent de la fibre, à la différence qu'il n'y a plus de puissance limite ni de processus d'IMP de FMO  $\Omega_3$ , comme l'illustre schématiquement le diagramme des processus d'IMP de la figure 4.6.

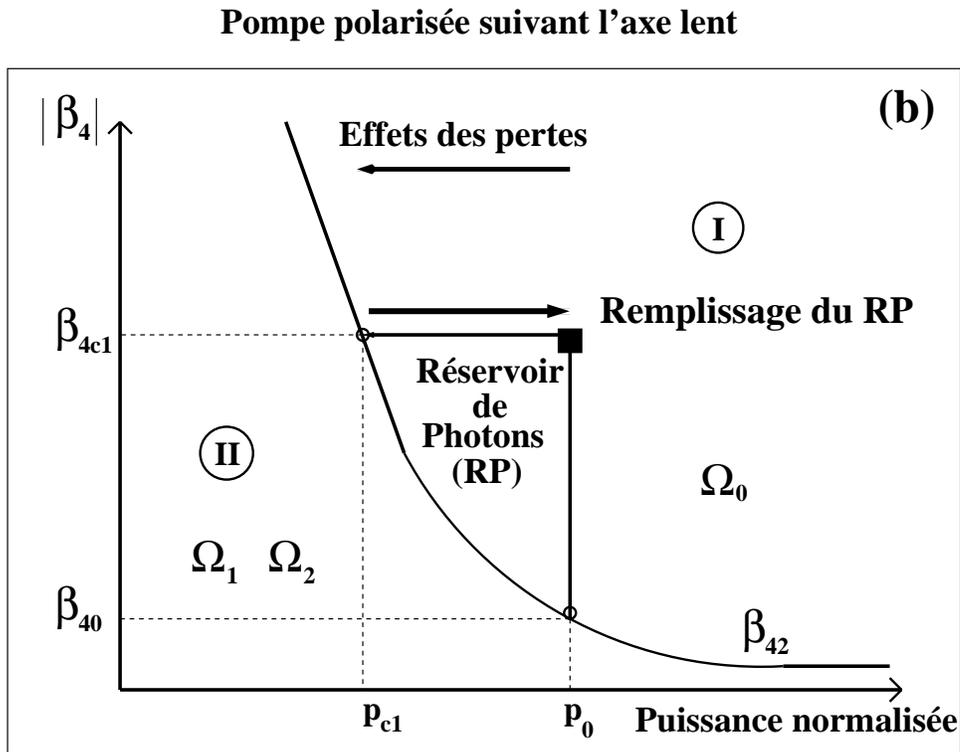


FIGURE 4.6 Représentation schématique des processus d'IMP lorsque  $\beta_2 > 0$  et  $\beta_4 < 0$ , nécessaires pour la création d'un réservoir de photons via un ajustement de la puissance de pompe.

Un tableau exhaustif des FMO des processus d'IMP dans une fibre optique faiblement biréfringente est reporté dans le tableau 4.1.

#### 4.4.3 Faisabilité d'un réservoir de photons pour les processus d'IMP

Bien que nous ayons considéré dans ce chapitre un système idéal sans pertes, nous ne pouvons pas perdre de vue que le système réel est toujours plus ou moins absorbant, et que l'absorption deviendra particulièrement pénalisante dans une fibre biréfringente à très forte non linéarité. Il est donc prévisible que l'absorption matérielle provoquera, comme dans le cas scalaire, une dérive en fréquence des bandes latérales dans les processus d'IMP. Un point remarquable du système sans pertes que nous considérons dans ce chapitre est qu'il permet de concevoir un réservoir de pho-

Cas	Régime de dispersion	Pompe sur l'axe rapide ( $\Delta B > 0$ )	Pompe sur l'axe lent ( $\Delta B < 0$ )
cas 1	$\beta_2 < 0,$ $\beta_4 = 0$	si $p < 2$ , $\Omega_{opt} = \sqrt{\frac{ \Delta B (2-p)}{ \beta_2 }}$ si $p > 2$ , pas d'IM	pas d'IM
cas 2	$\beta_2 < 0,$ $\beta_4 > 0$	si $p > 2$ , $\Omega_{opt} = \Omega_0 \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{ \Delta B  \beta_4 (p-2)}{3 \beta_2 ^2}}}$ si $p < 2$ et $ \beta_4  < \beta_{43}$ , $\Omega_{opt\pm} = \Omega_0 \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \frac{ \Delta B  \beta_4 (2-p)}{3 \beta_2 ^2}}}$ si $p < 2$ et $ \beta_4  > \beta_{43}$ , $\Omega_{opt} = \Omega_0$	$\Omega_{opt} = \Omega_0 \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{ \Delta B  \beta_4 (p+2)}{3 \beta_2 ^2}}}$
cas 3	$\beta_2 < 0,$ $\beta_4 < 0$	si $p < 2$ , $\Omega_{opt} = \Omega_0 \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \frac{ \Delta B  \beta_4 (2-p)}{3 \beta_2 ^2}}}$ si $p > 2$ , pas d'IM	pas d'IM
cas 4	$\beta_2 = 0,$ $\beta_4 < 0$	si $p < 2$ , $\Omega_{opt} = \left(\frac{12 \Delta B (2-p)}{ \beta_4 }\right)^{1/4}$ si $p > 2$ , pas d'IM	pas d'IM
cas 5	$\beta_2 = 0,$ $\beta_4 > 0$	si $p > 2$ , $\Omega_{opt} = \left(\frac{12 \Delta B (p-2)}{ \beta_4 }\right)^{1/4}$ si $p < 2$ , pas d'IM	$\Omega_{opt} = \left(\frac{12 \Delta B (p+2)}{ \beta_4 }\right)^{1/4}$
cas 6	$\beta_2 > 0,$ $\beta_4 = 0$	si $p > 2$ , $\Omega_{opt} = \sqrt{\frac{ \Delta B (p-2)}{ \beta_2 }}$ si $p < 2$ , pas d'IM	$\Omega_{opt} = \sqrt{\frac{ \Delta B (p+2)}{ \beta_2 }}$
cas 7	$\beta_2 > 0,$ $\beta_4 > 0$	si $p > 2$ , $\Omega_{opt} = \Omega_0 \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \frac{ \Delta B  \beta_4 (p-2)}{3 \beta_2 ^2}}}$ si $p < 2$ , pas d'IM	$\Omega_{opt} = \Omega_0 \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \frac{ \Delta B  \beta_4 (p+2)}{3 \beta_2 ^2}}}$
cas 8	$\beta_2 > 0,$ $\beta_4 < 0$	si $p < 2$ , $\Omega_3 = \Omega_0 \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{ \Delta B  \beta_4 (2-p)}{3 \beta_2 ^2}}}$ si $p > 2$ et $ \beta_4  < \beta_{41}$ , $\Omega_{1,2} = \Omega_0 \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \frac{ \Delta B  \beta_4 (p-2)}{3 \beta_2 ^2}}}$ si $p > 2$ et $ \beta_4  > \beta_{41}$ , $\Omega = \Omega_0$	si $ \beta_4  < \beta_{42}$ , $\Omega_{1,2} = \Omega_0 \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \frac{ \Delta B  \beta_4 (p+2)}{3 \beta_2 ^2}}}$ si $ \beta_4  > \beta_{42}$ , $\Omega = \Omega_0$

TAB. 4.1 FMO obtenues par l'ASL lorsqu'on polarise la pompe suivant les axes neutres de la fibre optique faiblement biréfringente, où  $|\beta_{41}| = 3|\beta_2|^2/(|\Delta B|(p-2))$ ,  $|\beta_{42}| = 3|\beta_2|^2/(|\Delta B|(p+2))$ ,  $|\beta_{43}| = 3|\beta_2|^2/(|\Delta B|(2-p))$ .

tons pour l'alimentation in-situ d'un processus d'IMP soumis à une forte absorption matérielle. Rappelons que l'intérêt d'un tel réservoir est d'éviter une déplétion de la

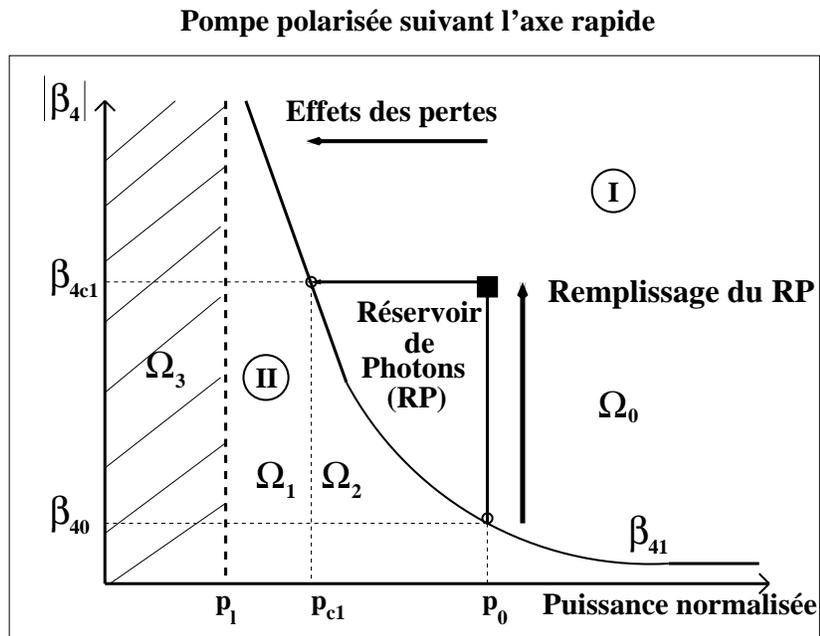


FIGURE 4.7 Représentation schématique du processus de création d'un réservoir de photons via un rehaussement de  $\beta_4$ .

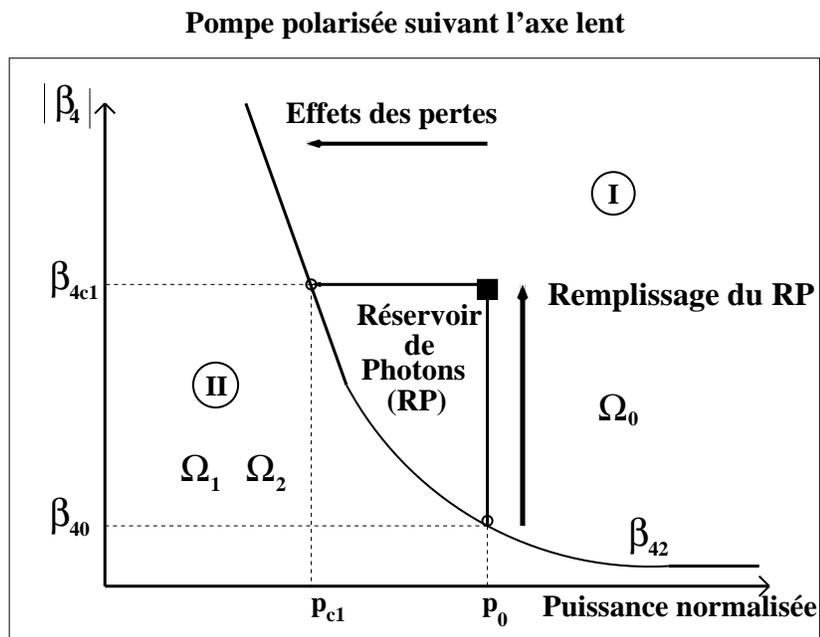


FIGURE 4.8 Représentation schématique du processus de création d'un réservoir de photons via un rehaussement de  $\beta_4$ .

pompe, et donc d'éviter toute dérive en fréquence des bandes latérales. La stratégie de mise en place du réservoir de photons dépend des contraintes qui pèsent sur le laser de pompe.

(i) Si le laser de pompe est accordable en puissance, la création du réservoir de photons doit se faire simplement en ajustant la puissance initiale de pompe  $p_0$  au dessus de la puissance critique  $p_{c1}$ , comme l'illustrent les figures 4.5 et 4.6. L'ajustement doit se faire de manière à ce que l'écart  $p_0 - p_{c1}$  soit au moins égal à la perte de puissance que subira la pompe au cours de la propagation. Le système reste alors confiné dans le domaine de type I, où la FMO est indépendante de la puissance de pompe.

(ii) Si le laser de pompe n'est pas accordable en puissance, alors la création du réservoir doit se faire en ajustant la valeur de  $|\beta_4|$ . En effet, en augmentant la valeur de  $|\beta_4|$ , la puissance critique correspondante diminue comme l'illustrent les courbes de puissance critique des figures 4.7 et 4.8. Il faut alors fixer  $|\beta_4|$  à une valeur pour laquelle l'écart  $p_0 - p_{c1}$  est au moins égal à la perte de puissance prévisible sur la longueur de fibre considérée. La comparaison entre les diagrammes correspondant respectivement à la pompe sur l'axe rapide [Fig. 4.7] et la pompe sur l'axe lent [Fig. 4.8] montre que la mise en place du réservoir de photons pour une pompe sur l'axe rapide risque d'être difficile à réaliser si la puissance initiale du laser de pompe  $p_0$  est proche de la puissance limite  $p_l = 2$ . Dans ce cas, l'écart de puissance  $p_0 - p_{c1} \simeq p_0 - p_l$  peut en effet s'avérer insuffisant pour compenser la perte de puissance infligée par l'absorption matérielle. Dans ce cas, le recours à la stratégie décrite en (i) devient incontournable.

## 4.5 Conclusion

Au cours de cette étude, nous avons examiné les possibilités de génération de bandes latérales dans des processus d'IMP dans une fibre optique biréfringente non dissipative, où les effets de dispersion agissent jusqu'à l'ordre quatre. Nous avons obtenu les expressions des FMO grâce à une méthode de calcul analytique basée sur l'analyse de stabilité linéaire.

Nous avons trouvé que les effets de la DO4 sur un processus d'IMP présente des points de similitude avec le cas des processus d'IM scalaire :

(i) Dans le domaine des hautes puissances, le diagramme des processus d'IMP favorise la génération d'une paire de bandes latérales dont la particularité est de ne pas dépendre de la puissance de pompe (tant que l'on reste à l'intérieur des frontières de son domaine d'existence).

(ii) Dans le domaine des basses puissances, le système génère deux paires de bandes latérales, qui ont pour particularité d'être très sensibles à la puissance de pompe. La frontière séparant les deux domaines est une courbe des puissances critiques, dont nous avons déterminé l'expression analytique.

D'autre part, nous avons également découvert que l'effet de la dispersion d'ordre quatre sur l'IMP présente une différence qualitative majeure par rapport au cas scalaire. En effet, lorsque la pompe est polarisée sur l'axe rapide, et lorsque  $\beta_4 = 0$ , il apparaît une puissance limite  $p_l$  en dessous de laquelle l'IMP disparaît. La dispersion d'ordre quatre provoque l'apparition d'une BLNC dans cette bande interdite des puissances (c'est-à-dire, le domaine  $0 < p < p_l$ ).

Nous avons enfin montré qu'il est possible de créer un réservoir de photons associé à un processus d'IMP. Ce réservoir de photons permettra de supprimer toute dérive en fréquence des bandes latérales dans des fibres biréfringentes dotées d'un fort coefficient d'absorption.

# Conclusion et perspectives

Ce travail de thèse réalisé au sein de l'équipe *Solitons, Lasers et Communications Optiques* (SLCO) du laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne (ICB), a porté sur l'étude théorique des effets de l'absorption matérielle sur les spectres d'instabilité modulationnelle (IM) dans des fibres optiques à très forte non linéarité. Les principaux objectifs de notre étude étaient d'identifier les effets majeurs de l'absorption, de quantifier les pénalités qu'elle inflige aux processus d'IM, et enfin proposer des solutions qui puissent réduire, ou même supprimer leur impact dans les processus d'IM. En exploitant de puissants outils de modélisation et simulations numériques basés sur l'équation de Schrödinger non linéaire et l'analyse de stabilité linéaire, nous avons dressé une carte générale des comportements de plusieurs grandes classes de fibres non linéaires dans des processus d'IM scalaire. Il en est ressorti que les fibres à base de verre non silice (Chalcogénure, Tellure) présentent des performances largement supérieures à celles des fibres à base de verre de silice (fibres microstructurées, fibres effilées, ou fibres Télécoms) par rapport à deux points majeurs des dispositifs de génération des fréquences optiques, à savoir :

- (i) Le niveau de puissance ( $P$ ) du laser de pompe ;
- (ii) La nature et la longueur ( $L$ ) de la fibre servant de support physique pour la génération des fréquences optiques.

Rappelons que dans de nombreux dispositifs, le niveau de puissance du laser de pompe détermine à lui seul l'essentiel du coût final du dispositif. Cependant, l'utilisation d'un support physique à base de fibre non standard, telle que les fibres Chalcogénure ou Tellure que nous avons considérées dans cette thèse, peut générer

un coût qui soit du même ordre que celui du laser de pompe. Ainsi donc, nous avons montré que les fibres de verres Chalcogénure ou Tellure conduisent à des valeurs des paramètres  $(P, L)$  qui sont inférieures à celles des fibres standards de plusieurs ordres de grandeur.

Cependant, nous avons découvert que cette supériorité des fibres de verre non silice s'accompagne d'un effet indésirable pratiquement inexistant dans les fibres standards de taille comparable, à savoir la dérive en fréquence des bandes latérales vers le bas du spectre. Cette dérive en fréquence est provoquée par une forte déplétion de la pompe infligée par l'énorme absorption matérielle de ces fibres de verre non silice. Le fait que l'ampleur de la dérive en fréquence dépende en (grande) partie de l'ampleur du coefficient d'absorption, et pour l'autre partie de la puissance de pompe, de la longueur de la fibre et du coefficient de dispersion d'ordre deux, conduit à un dispositif difficile à contrôler, et donc inapte à générer des bandes latérales de manière parfaitement contrôlée.

Un des résultats majeurs de cette thèse est la mise au point d'un procédé permettant de supprimer totalement la dérive en fréquence des bandes latérales d'IM dans les fibres hautement non linéaires. Ce procédé est basé sur le concept d'un réservoir de photons, que nous créons au sein de la fibre via un ajustement des coefficients de dispersion d'ordre deux et quatre. Ce réservoir alimente in-situ le processus d'IM en lui fournissant instantanément de nouveaux photons de pompe en remplacement de ceux qui sont détruits par absorption matérielle. Le processus d'IM devient ainsi insensible à la déplétion de la pompe. La condition d'accord de phase reste alors figée à la valeur initiale, ce qui a pour conséquences de verrouiller les fréquences des bandes latérales à leurs valeurs de début de propagation, et d'accroître le gain en puissance des bandes latérales.

Par ailleurs, nous avons montré que notre technique du réservoir de photons s'applique aux processus d'IM aussi bien en configuration scalaire (fibre non biréfringente) que vectorielle (fibre biréfringente). Nous avons notamment montré la faisabilité d'un réservoir de photons dans un processus d'IM de polarisation.

Ainsi donc, notre concept de réservoir de photons fait tomber un obstacle majeur à l'emploi généralisé des fibres à très fortes non-linéarité dans des dispositifs

de génération de fréquences optiques, et ouvre en même temps d'intéressantes perspectives. En particulier, la possibilité de générer des fréquences optiques de manière parfaitement contrôlée (à l'aide d'un réservoir de photons) est d'un intérêt majeur pour la stabilisation des lasers à fibre et des sources d'impulsions ultra-brèves à haute cadence.

Le prolongement naturel de ce travail de thèse sera l'étude du comportement et des performances des fibres à très haute non linéarité dotées d'un réservoir de photons, dans des dispositifs de génération de trains d'impulsions, en configuration de fibre déployée et en configuration de cavité laser.

Un autre prolongement utile de ce travail de thèse sera d'examiner la possibilité d'extension du concept du réservoir aux autres phénomènes de propagation ayant un intérêt pratique, tel que le mélange à quatre onde.

Parallèlement à ces perspectives d'ordre théorique, il est bien clair que la validation expérimentale de notre concept de réservoir de photons constituera un progrès décisif dans le développement des techniques de génération de fréquences optiques, ayant des qualités exceptionnelles de robustesse, de fiabilité et de précision.

Comme remarques finales, rappelons que depuis l'invention de la fibre optique, ses applications se sont rapidement développées dans plusieurs grandes disciplines scientifiques comme la médecine, l'électronique, et l'optique. De toutes ces disciplines l'optique constitue sans aucun doute le domaine où les applications pratiques de ce guide d'onde ont été les plus prolifiques. Actuellement le développement de ce composant en optique se poursuit à un rythme qui reste soutenu par des motivations très variées, telles que la recherche de gains significatifs de performance dans le domaine du traitement optique de l'information par des techniques non linéaires, dans l'amplification optique, ou encore, la génération de super continua pour des applications qui nécessitent des sources à large bande (telles que la spectroscopie pompe-sonde, la microscopie optique à champ proche, ou la grille d'émission des systèmes de transmission multiplexés en longueur d'onde). L'avancée des technologies de fabrication des fibres optiques a permis de mettre au point une nouvelle génération de fibres optiques à très haute non-linéarité, qui ont pour principale vertu de ne requérir que de très faibles niveaux de puissance pour réaliser des fonctions optiques à visée applicative. Cette

baisse du budget de puissance offre d'intéressantes perspectives tant dans le domaine de l'optique que de l'imagerie médicale. En particulier, nous avons montré dans ce travail de thèse que lorsque l'on réussit à contenir les effets indésirables de l'énorme absorption matérielle des fibres à très forte non linéarité, ces fibres redeviennent les plus compétitives dans les processus de génération de fréquences optiques. Elles se présentent alors comme des candidates incontournables pour générer des trains d'impulsions à haute cadence pour les communications optiques.

## Méthode de Fourier à pas divisé

Pour simuler numériquement les équations de Schrödinger non-linéaires, de nombreuses méthodes ont été proposées [78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86]. Ces méthodes peuvent être classées en deux catégories principales : les méthodes de différences finies et les méthodes pseudo-spectrales. De manière générale, ces dernières sont plus rapides d'un facteur 10 ou plus pour la même précision [87]. La méthode pseudo-spectrale qui a été la plus utilisée pour le cas de la propagation d'impulsions dans les milieux dispersifs et non-linéaires est la méthode dite de Fourier à pas divisé [78, 79, 80]. La relative rapidité de cette méthode comparée aux méthodes de différences finies peut être attribuée en partie à l'utilisation d'algorithmes de transformée de Fourier rapide (FFT).

### Principe de la méthode

Par soucis de clarté, nous allons décrire la méthode de Fourier à pas divisé dans le cas de l'équation de Schrödinger scalaire suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{\alpha A}{2} - i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\gamma |A|^2 A, \quad (\text{A.1})$$

où  $t$  représente le repère de temps se déplaçant à la vitesse de groupe  $v_g = 1/\beta_1$ . Cette équation décrit par exemple la propagation d'une onde dans une fibre standard non biréfringente dans laquelle les pertes ont été prises en compte. Pour comprendre la philosophie qui se cache derrière la méthode de Fourier à pas divisé, il est utile de réécrire cette équation A.1 sous la forme :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N}), \quad (\text{A.2})$$

où  $\hat{D}$  est un opérateur différentiel qui englobe la dispersion et l'absorption et  $\hat{N}$  est l'opérateur non-linéaire. Ces opérateurs sont donnés par :

$$\hat{D} = -i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\alpha}{2}, \quad \hat{N} = i\gamma|A|^2. \quad (\text{A.3})$$

La dispersion et la non-linéarité agissent simultanément le long de fibre. La méthode de Fourier à pas divisé, fait l'approximation que sur une faible distance  $h$ , les effets dispersifs et non-linéaires agissent indépendamment. La propagation entre  $z$  et  $z + h$  est réalisé en deux pas. Dans le premier pas, la nonlinéarité agit seule ( $\hat{D} = 0$ ). Dans le deuxième pas, c'est la dispersion qui agit seule et ( $\hat{N} = 0$ ). Lorsque l'on résoud l'équation (A.2) dans ces deux pas, on aboutit à :

$$A(z + h, t) \approx \exp(h\hat{D}) \exp(h\hat{N})A(z, t). \quad (\text{A.4})$$

Comme l'opérateur différentiel  $\partial/\partial t$  se transforme en  $i\omega$  dans l'espace des fréquences, l'opérateur  $\hat{D}$  sera calculé dans l'espace de Fourier. Ce calcul s'écrit :

$$\exp(h\hat{D})A(z, t) = F^{-1} \exp[h\hat{D}(i\omega)F]A(z, t), \quad (\text{A.5})$$

où  $F$  symbolise la transformée de Fourier,  $\hat{D}(i\omega)$  est obtenu en remplaçant  $\partial/\partial t$  par  $i\omega$  et  $\omega$  est la fréquence dans l'espace de Fourier. Comme  $\hat{D}(i\omega)$  est juste un nombre dans l'espace de Fourier, le calcul de (A.5) est alors direct. Quant à l'opérateur non-linéaire  $\hat{N}$ , il se calcule de la manière suivante :

$$\exp(h\hat{N})A(z, t) = \exp(ih|A(z, t)|^2)A(z, t). \quad (\text{A.6})$$

## A.1 Précision de la méthode

Pour estimer la précision de la méthode de Fourier à pas divisé, il faut d'abord noter que la solution exacte de l'équation (A.2) est donnée par :

$$A(z + h, t) \approx \exp[h(\hat{D} + \hat{N})]A(z, t), \quad (\text{A.7})$$

si  $\hat{N}$  est supposé indépendant de  $z$ . Rappelons la formule de Baker-Hausdorff [88] pour deux opérateurs  $(\hat{a})$  et  $(\hat{b})$  qui ne commutent pas :

$$\exp(\hat{a}) \exp(\hat{b}) = \exp \left\{ \hat{a} + \hat{b} + \frac{1}{2}[\hat{a}, \hat{b}] + \frac{1}{12}[\hat{a} - \hat{b}, [\hat{a}, \hat{b}]] + \dots \right\}, \quad (\text{A.8})$$

où  $[\hat{a}, \hat{b}] = \hat{a}\hat{b} - \hat{b}\hat{a}$  est le commutateur de  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$ . Une comparaison entre les équations A.4 et A.7 montrent que la méthode de Fourier à pas divisé suppose que les opérateurs  $\hat{D}$  et  $\hat{N}$  commutent. En utilisant la formule (A.8) avec  $\hat{a} = h\hat{D}$  et  $\hat{b} = h\hat{N}$ , on trouve que l'erreur principale vient du terme  $\frac{1}{2}h^2[\hat{D}, \hat{N}]$ . Ainsi, la méthode est précise au second ordre en  $h$ .

## A.2 Méthode de Fourier à pas divisé symétrique

La précision de la méthode de Fourier à pas divisé symétrique peut être augmentée en modifiant la procédure de calcul de (A.4) par :

$$A(z + h, t) \approx \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \exp(h\hat{N}) \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)A(z, t). \quad (\text{A.9})$$

Avec cette nouvelle procédure de calcul, l'erreur vient cette fois du double commutateur de l'équation (A.8), ce qui donne une précision en  $h^3$ . A cause de la symétrie des opérateurs dispersifs par rapport à l'opérateur non-linéaire, cette méthode est appelée méthode de Fourier à pas divisé symétrique.

## A.3 Application aux équations de Schrödinger non-linéaires couplées (ESNLC)

Nous allons nous limiter au cas de la fibre faiblement biréfringente qui a fait l'objet d'étude au cours de ce travail. Les équations de propagation dans une fibre faiblement biréfringente sont données dans la base linéaire par les équations (4.1) et (4.2). Dans cette base, la partie purement non-linéaire s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} A_p \\ A_q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} |A_p|^2 + \frac{2}{3}|A_q|^2 & \frac{1}{3}A_q A_p^* \\ \frac{1}{3}A_p A_q^* & |A_q|^2 + \frac{2}{3}|A_p|^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_p \\ A_q \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Contrairement au cas scalaire décrit plus haut, l'opérateur non-linéaire est cette fois donné par une matrice  $2 \times 2$ , ce qui va considérablement compliquer les choses. En effet, il faut se rappeler que  $A_p$  et  $A_q$  désignent l'amplitude du champ suivant les deux axes de la fibre et par conséquent ce sont des fonctions qui dépendent du temps. Puisque pour traiter numériquement ces amplitudes, on est obligé de les discrétiser, les amplitudes  $A_p$  et  $A_q$  sont alors des vecteurs.

Dans le cas scalaire traité plus haut, l'opérateur était simplement un nombre ( $\gamma|A|^2$ ), ce qui signifie que le calcul de l'expression (A.6) est rapide lorsque le champ  $A(z, t)$  est un vecteur. En effet, dans les langages de programmation utilisant le calcul vectoriel tels que Matlab, le Fortran ou le C, il est possible de calculer l'exponentielle de tous les termes d'un vecteur sans avoir à faire de boucle. Par contre, pour le calcul de l'expression (A.10), il est nécessaire de calculer l'exponentielle d'une matrice. Or, une telle opération n'est pas vectorisable et il faut alors une boucle à l'intérieur de laquelle on effectue le calcul de l'exponentielle matricielle pour chaque temps  $t$ . Ce calcul est beaucoup plus lent. Pour remédier à cela, il faut trouver une base dans laquelle chacun des termes non-linéaires soit uniquement proportionnel au champ correspondant. En d'autres termes, il faut chercher une base qui diagonalise la matrice de l'équation (A.10). La base circulaire permet de satisfaire cette condition optimale. En effet, si on regarde les équations de Schrödinger non-linéaires couplées (4.4) et (4.5), on remarque que les termes non-linéaires sont respectivement proportionnels à  $A_+$  et  $A_-$  pour les équations gouvernant l'évolution de  $A_+$  et  $A_-$ . Dans cette base, le terme non-linéaire pourra donc être facilement calculé puisque le calcul vectoriel est cette fois possible. Les opérateurs non-linéaires associés à la composante circulaire droite ( $A_+$ ) et gauche ( $A_-$ ) s'écrivent :

$$\hat{N}_+ = \frac{2}{3}\gamma(|A_+|^2 + 2|A_-|^2), \quad \hat{N}_- = \frac{2}{3}\gamma(|A_-|^2 + 2|A_+|^2). \quad (\text{A.11})$$

Toutefois, si on regarde la partie purement dispersive, on s'aperçoit que contrairement à la base linéaire, il y a des termes proportionnels à  $A_+$  et  $A_-$  dans chaque équation. Par conséquent, la base la plus adaptée au calcul des termes dispersifs, n'est pas la base circulaire mais la base linéaire. Dans cette base, les opérateurs dispersifs relatifs aux axes  $p$  et  $q$  s'écrivent :

$$\hat{D}_p = i(\omega\delta + \frac{\Delta\beta}{2} + \frac{\beta_2}{2}\omega^2), \hat{D}_q = i(-\omega\delta - \frac{\Delta\beta}{2} + \frac{\beta_2}{2}\omega^2). \quad (\text{A.12})$$

Sachant que les termes dispersifs et non-linéaires sont respectivement plus facile à calculer dans les bases linéaire et circulaire, il faudra donc changer à chaque fois de base entre le calcul de l'opérateur dispersif  $\hat{D}_{p,q}$  et  $\hat{N}_{\pm}$ .

## A.4 Limitations de la méthode

Bien qu'elle soit plus rapide que les méthodes de différence finie, il existe un domaine de fonction dans lequel la méthode de Fourier à pas divisé ne peut être utilisée. Ces fonctions particulières sont celles qui ont des valeurs différentes à leurs deux extrémités. De telles fonctions ne satisfont pas les conditions de périodicité nécessaires au calcul de la transformée de Fourier discrète. Par exemple, un soliton noir unique qui est décrit par la fonction  $\tanh$  appartient à cette catégorie de fonction puisque ses limites en  $+\infty$  et  $-\infty$  valent respectivement 1 et -1. Pour étudier la propagation d'un soliton noir unique, il faut donc soit l'inclure dans une gaussienne dont la largeur est bien plus grande que la largeur du soliton noir, soit utiliser la méthode de différence finie avec conditions aux bords.

## Articles relatifs à la thèse

1- Suppression of the frequency drift of modulational instability sidebands by means of a fiber system associated with a photon reservoir. M. N. Zambo Abou'ou, P. Tchofo Dinda, C. M. Ngabireng, B. Kibler, F. Smektala, and K. Porsezian. *Opt. Lett.*, 36 : 256-258, 2011.

2- Impact of the material absorption on the modulational instability spectra of wave propagation in high-index glass fibers. M. N. Zambo Abou'ou, P. Tchofo Dinda, C. M. Ngabireng, B. Kibler, and F. Smektala. *J. Opt. Soc. Am. B*, 28 : 1518-1528, 2011.

3- Effets de la dispersion d'ordre quatre (DO4) dans les processus d'IMP : Application à la suppression de la dérive en fréquence des bandes latérales d'IMP. M. N. Zambo Abou'ou, P. Tchofo Dinda, C. M. Ngabireng, B. Kibler, and F. Smektala. (en préparation)

# Suppression of the frequency drift of modulational instability sidebands by means of a fiber system associated with a photon reservoir

M. N. Zambo Abou'ou,<sup>1</sup> P. Tchofo Dinda,<sup>1,\*</sup> C. M. Ngabireng,<sup>1,3</sup> B. Kibler,<sup>1</sup> F. Smektala,<sup>1</sup> and K. Porsezian<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne, UMR CNRS No. 5027, 9 Avenue A. Savary, B.P. 47870, 21078 Dijon Cédex, France

<sup>2</sup>Department of Physics, Pondicherry University, Pondicherry 605 014, India

<sup>3</sup>Permanent address: Ecole Nationale Supérieure Polytechnique–University of Yaounde I, Yaounde, Cameroon

\*Corresponding author: Patrice.Tchofo-Dinda@u-bourgogne.fr

Received August 18, 2010; revised November 4, 2010; accepted November 22, 2010; posted December 14, 2010 (Doc. ID 133372); published January 13, 2011

We analyze fiber systems where the linear losses act as a strong perturbation, causing a frequency drift of the modulational instability sidebands. We achieve the total suppression of this frequency drift by means of a technique based on the concept of a photon reservoir, which feeds *in situ* the process of modulational instability by continually supplying it the amount of photons absorbed by the fiber. © 2011 Optical Society of America  
OCIS codes: 190.0190, 190.4380, 190.4410.

Modulational instability (MI) in dielectric media is a well-known phenomenon in which a cw or quasi-cw undergoes modulation of its amplitude or phase in the presence of noise or any other weak perturbation [1,2]. When MI is used in practical applications (e.g., generation of ultrashort light pulses [2]), it becomes rather crucial that the sideband frequencies can be generated in a perfectly controlled manner. Yet, the material absorption can become a strong detrimental factor in numerous MI processes. It is a well-known fact that the physical processes that allow the nonlinearity of glass materials to be increased also induce an increase in the material's absorption in almost the same proportion. This constitutes a serious obstacle for generalized use of such fibers in practical applications. In particular, in an MI process, the penalizing effect of the absorption includes not only the pump depletion but also undesirable phenomena such as the frequency drifts of the MI sidebands [3]. In [3], a technique called average-dispersion decreasing dispersion-managed fibers (A3DMF) was proposed for suppressing such frequency drifts in MI processes. This technique has two major drawbacks. First, it requires important equipment and heavy manufacturing (which must be achieved by juxtaposing sections of fibers of alternately positive and negative dispersion while carefully adjusting their lengths) [3]. The second drawback is its total lack of flexibility. Indeed, once the system of A3DMF is constructed for a given pump power, it is no longer possible to adapt it to another power level.

Considering the recent advances made in the development of fibers with very high nonlinearities [4–6], and the importance of such fibers in the development of light sources with compact size, we demonstrate in this Letter the suppression of the frequency drift of MI sidebands in a chalcogenide fiber with a nonlinear susceptibility 100 times larger than that of standard silica fiber [5,6]. The suppression of the frequency drift is achieved by means of a technique based on the concept of a photon reservoir, which feeds *in situ* the MI process by continually supplying it the amount of photons absorbed by the fiber.

Wave propagation in a single-mode fiber with higher-order dispersion and higher-order nonlinearities may be described by the following nonlinear Schrödinger equation (NLSE) [6–8]:

$$A_z = \frac{-i\beta_2}{2}A_u + \frac{\beta_3}{6}A_{uu} + \frac{i\beta_4}{24}A_{uuu} + \frac{i\bar{\gamma}|A|^2A}{1+\Gamma|A|^2} - \frac{\alpha A}{2}, \quad (1)$$

where  $A$  is the slowly varying amplitude of electrical-field envelope,  $\beta_m$  is the  $m$ th order of the dispersion parameter,  $\alpha$  is the linear-loss parameter,  $\Gamma = 1/P_s$  is the parameter of saturation of the nonlinearity, and  $P_s$  is the saturation power. In Eq. (1), the nonlinearity saturates in a way qualitatively similar to that of a two-level system. The parameter  $\bar{\gamma}$  takes the following form:  $\bar{\gamma} = \gamma_r + i\gamma_i$ , where  $\gamma_r$  designates the usual Kerr parameter and  $\gamma_i$  represents the nonlinear absorption. Using the transformation  $q(z, t) = A(z, t) \exp(-\alpha z/2)$ , Eq. (1) becomes

$$q_z = \frac{-i\beta_2}{2}q_u + \frac{\beta_3}{6}q_{uu} + \frac{i\beta_4}{24}q_{uuu} + \frac{i\bar{\gamma} \exp(-\alpha z)|q|^2q}{1+\Gamma|q|^2}. \quad (2)$$

The steady-state solution of Eq. (2) can be written as  $q_s = \rho(z) \exp[i\Phi(z)]$ , where the evolution of  $\rho$  and  $\Phi$  along the fiber is given by  $d\rho/dz = -\gamma_i\rho^3/[1+\Gamma\rho^2 \exp(-\alpha z)]$ ,  $d\Phi/dz = \gamma_r\rho^2/[1+\Gamma\rho^2 \exp(-\alpha z)]$ . The linear stability analysis (LSA) of Eq. (2) can be examined by introducing the ansatz  $q(z, t) = [\rho + p(z, t)] \exp(i\Phi(z))$ , where  $|p(z, t)|^2 \ll |\rho(z, t)|^2$ . We assume for the perturbation the following ansatz with frequency detuning from the pump  $\Omega$ :  $p(z, t) = a(z, \Omega) \exp(i\Omega t) + a(z, -\Omega) \exp(-i\Omega t)$ . By substituting this ansatz into Eq. (2), we obtain the following equation for the perturbed field:  $\partial \hat{V} / \partial z = iM\hat{V}$ , where  $\hat{V} = \begin{bmatrix} a(z, \Omega) \\ a^*(z, -\Omega) \end{bmatrix}$  and the elements of the stability matrix  $M$  are given by  $M_{11} = D_s(\Omega) + \frac{i\gamma_r P}{\sqrt{Q}} + (\gamma_r + \frac{i\gamma_i P}{Q})$ ,  $M_{12} = \frac{(\gamma_r + i\gamma_i)P}{Q}$ ,  $M_{21} = -M_{12}^*$ , and  $M_{22} = -D_a(\Omega) + \frac{i\gamma_r P}{\sqrt{Q}} + \frac{(-\gamma_r + i\gamma_i)P}{Q}$ , where  $D_s(\Omega) = \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 - \frac{\beta_3}{6}\Omega^3 + \frac{\beta_4}{24}\Omega^4$ ,  $D_a(\Omega) = \frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{\beta_3}{6}\Omega^3 + \frac{\beta_4}{24}\Omega^4$ ,  $P = \rho^2 \exp(-\alpha z)$ , and

$Q = [1 + \Gamma\rho^2 \exp(-\alpha z)]^2$ . The eigenvalues of the stability matrix  $M$  determine the wavenumber of the perturbation, which provides the gain spectrum:

$$G = \pm 2\sqrt{\gamma_i^2 P^2 Q^{-2} - \left(\frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{\beta_4}{24}\Omega^4 + \frac{\gamma_r P}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_r P}{Q}\right)^2} + 2\gamma_i P(Q^{-1} + Q^{-1/2}). \quad (3)$$

Most of the recently developed glasses, like the one we consider in the present work, have a rather moderate nonlinear absorption [4] ( $\gamma_i \ll 1$ ), which provides only a minor contribution to the MI process. Thus, an approximate but highly accurate qualitative description of the MI process can be obtained by neglecting  $\gamma_i$ . When this is done, the above expression of the MI gain reduces to  $G = 2\sqrt{(\frac{\gamma_r P_1}{Q_1})^2 - (\frac{\beta_2}{2}\Omega^2 + \frac{\beta_4}{24}\Omega^4 + \frac{\gamma_r P_1}{Q_1})^2}$ , where  $P_1 = P_0 \exp(-\alpha z)$  and  $Q_1 = (1 + \Gamma P_0 \exp(-\alpha z))^2$ .  $P_0$  is the input pump power. As we will see later, one of the conditions needed to create a photon reservoir in the MI process is that  $\beta_2 < 0$  and  $\beta_4 > 0$ . In this case, the MI gain can be rewritten as  $G = |\beta_2|\Omega^2|Q_2| \times \sqrt{\Omega_c^2 \exp(-\alpha z)/(Q_1 Q_2 \Omega^2) - 1}$ , where  $\Omega_c^2 = 4\gamma_r P_0/|\beta_2|$ ,  $Y^2 = |\beta_4|/(12|\beta_2|)$ , and  $Q_2 = 1 - Y^2\Omega^2$ . In practice,  $P_0 \ll P_s (\Rightarrow P_0\Gamma \ll 1, \Rightarrow Q_1 \approx 1)$ , and

$$G \approx |\beta_2|\Omega^2|Q_2|\sqrt{\Omega_c^2 \exp(-\alpha z)/(Q_2\Omega^2) - 1}. \quad (4)$$

Equation (4) brings to light two important points:

i. In the beginning of the propagation, the losses play a minor role, and the gain is then maximum. But during the propagation, the losses progressively come into play and reduce the local gain until its total cancellation at a critical distance, which is given by  $z_c = 2\alpha^{-1} \ln(\Omega_c/\Omega) - \alpha^{-1} \ln(Q_2)$ . Beyond this critical distance, the pump power is no longer sufficient for maintaining the MI process. In other words, after a critical distance of propagation, the available MI gain is no longer sufficient to compensate for the linear losses.

ii. The local gain related to the actual electric field  $A$  is given by  $g = -\alpha + G(\Omega, z)$ . The accumulated gain is obtained by integration of the local gain over the fiber length  $L$ :  $\tilde{G}(\Omega, z) = \int_0^L g(\Omega, z) dz$ . The result differs depending on whether  $L > z_c$  or  $L < z_c$ :

$$\tilde{G} = -\alpha L + \kappa[W(\Omega, 0) - \tan^{-1}(W(\Omega, 0))], \quad \text{for } L > z_c, \quad (5a)$$

$$\tilde{G} = -\alpha L + \kappa[\eta_1 + \tan^{-1}(\eta_1/\eta_2)], \quad \text{for } L < z_c, \quad (5b)$$

where  $\kappa = \alpha^{-1}|\beta_2|\Omega^2|Q_2|$ ,  $W(\Omega, x) = [\zeta \exp(-\alpha x) - 1]^{1/2}$ ,  $\zeta = \Omega_c^2/[\Omega^2 Q_2]$ ,  $\eta_1 = W(\Omega, 0) - W(\Omega, L)$ , and  $\eta_2 = 1 - W(\Omega, 0)W(\Omega, L)$ . From Eqs. (5a) and (5b) one can obtain the following expression of the optimum modulation frequency (OMF):

$$\Omega_{1,2} = \Omega_0 \left[ 1 \pm \sqrt{1 - P_0/P_{0cL}} \right]^{1/2}, \quad \text{for } L < z_c, \quad (6a)$$

$$\Omega_{1,2} = \Omega_0 \left[ 1 \pm \sqrt{1 - P_0/P_{0c}} \right]^{1/2}, \quad \text{for } L \geq z_c, \quad (6b)$$

where  $\Omega_0 = \sqrt{\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|}}$ ,  $P_{0cL} = \frac{3|\beta_2|^2(\exp(\alpha L)+1)}{4\gamma_r|\beta_4|}$ ,  $P_{0c} = \frac{3|\beta_2|^2(\theta^2+1)}{4\gamma_r|\beta_4|}$ , and  $\theta = 2.331$  is the nonzero solution of the equation  $\theta - 2\tan^{-1}\theta = 0$ , which is obtained in solving  $\partial \tilde{G}/\partial \Omega$  for  $L > z_c$ . Thus, Eq. (6a) demonstrates explicitly the functional dependence of the OMF on the loss parameter  $\alpha$  and the fiber length  $L$ . In other words, the sidebands execute a frequency drift which takes place as long as the pump power is sufficient for maintaining the MI process. At this juncture, an important fact reported recently [7] is that the interplay among the second-order dispersion with  $\beta_2 < 0$ , the fourth-order dispersion (FOD) with  $\beta_4 > 0$ , and the Kerr nonlinearity leads to a surprising diagram made of two domains corresponding to two main types of MI processes, namely, processes of type I (which generate a single pair of sidebands  $\pm\Omega_0$ ) and processes of type II (which generate two pairs of sidebands:  $\pm\Omega_1, \pm\Omega_2$ ), as schematically represented in Fig. 1. Now, it is crucial to notice that in the MI domain of type I, the sideband frequency is quasi-independent of the pump power. Then the fundamental idea of our procedure for suppressing the frequency drifts induced by the fiber losses lies in the choice of an operating condition such that the MI phenomenon remains entirely in the MI domain of type I from the beginning to the end of the propagation. Then, the question arises as to the conditions of access and operation in the MI domain of type I. Now, Fig. 1 shows that two branches of critical powers [given by [7]:  $P_{c1,c2} \equiv (1 - 2\Gamma\xi \pm \sqrt{\Delta})/(2\xi\Gamma^2)$ , where  $\Delta = 1 - 4\Gamma^2\xi$  and  $\xi \equiv 3|\beta_2|^2/(2\gamma|\beta_4|)$ ] encompass the MI domain of type I.

Therefore, to achieve the suppression of the frequency drifts of the MI sidebands, the input pump power  $P_0$  must be sufficiently larger than the lower branch of the critical powers ( $P_0 > P_{c1}$ ) that the final pump power is also

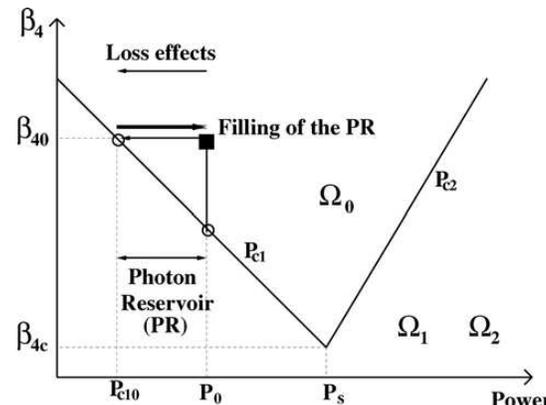


Fig. 1. Schematic representation of the MI map in the fiber system for  $\beta_2 < 0$  and  $\beta_4 > 0$ .

larger than  $P_{c1}[P(z=L) \geq P_{c1}]$ . The gap between  $P_0$  and the lower branch of the critical powers corresponds to a photon reservoir defined by  $R(z=0) = P_0 - P_{c1}(\beta_2, \beta_4)$ . In our procedure, we choose the initial pump power so that the initial capacity of the photon reservoir is just enough to compensate in advance for the total drop of power that the losses will inflict on the pump. Thus,

$$P_0 = P_{c1}(\beta_2, \beta_4) \times \exp(\alpha L). \quad (7)$$

In other words, the photon reservoir is sized so that it empties completely at the end of the propagation [ $P(z=L) = P_{c1}$ ]. In practice, our choice of the initial condition of the system can be made by means of a laser source with tunable power. The initial pump power is tuned to the appropriate level described by Eq. (7) and schematically illustrated in Fig. 1.

The above analysis is remarkably illustrated in Fig. 2, which shows the MI gain and the sideband frequencies that we have obtained for a typical example of fiber having both a high nonlinearity and a strong linear absorption, namely, a 728 nm diameter core  $\text{As}_2\text{S}_3$  nanofiber with borosilicate glass cladding [6], and with:  $\alpha = 1$  dB/m,  $\gamma_r = 35 \times 10^3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $\beta_2 = -2.6 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\beta_4 = 9 \times 10^{-3} \text{ ps}^4/\text{km}$  (at 1420 nm), and  $L = 6$  m. The dispersive and nonlinear characteristics are those of the fundamental mode HE11, calculated by use of the conventional theory of step-index fibers with a circular cross section [6]. The corresponding critical power is  $P_{c1} = 33$  mW. Figure 2 exhibits three major points: (i) The input power  $P_0 = 35$  mW ( $\approx P_{c1}$ ) falls in the immediate vicinity of the MI domain of type II, and there the sideband frequencies vary continually with the propagation distance  $z$  [as Figs. 2(b1) and 2(b2) show]. (ii) The power  $P_0 = 55$  mW is greater than  $P_{c1}$ , but not enough to fill the photon reservoir. Consequently, the frequency drift of the sidebands is suppressed, but only from the beginning of the propagation until the total emptying of the reservoir, which occurs at  $z \sim 4.2$  m [as shown by the circle symbols in Figs. 2(b1) and 2(b2)]. After this distance the fiber losses cause a continual frequency drift of the sidebands. (iii) The power  $P_0 = 0.13$  W is sufficiently large to completely fill the photon reservoir. Consequently, the frequency drift of the sidebands is completely suppressed [as shown by the cross symbols in Figs. 2(b1) and 2(b2)]. Our analytical approach of LSA is remarkably well confirmed by the direct resolution of the NLSE (1), as illustrated in Figs. 2(a1) and 2(b1) and Figs. 2(a2) and 2(b2).

To conclude, we have demonstrated an approach based on a fiber system associated with a photon reservoir, which permits suppression *in situ* of the loss-induced frequency drifts in MI spectra. However, if several physical effects participate in the pump depletion, the size of the photon reservoir must simply be adjusted to compensate for the total losses undergone by the pump. Our approach requires new optical components that are manufacturable with the current fiber technologies and is much easier to implement than the previous approach based on dispersion-managed fibers [3]. The ability of our system to generate waves at stable

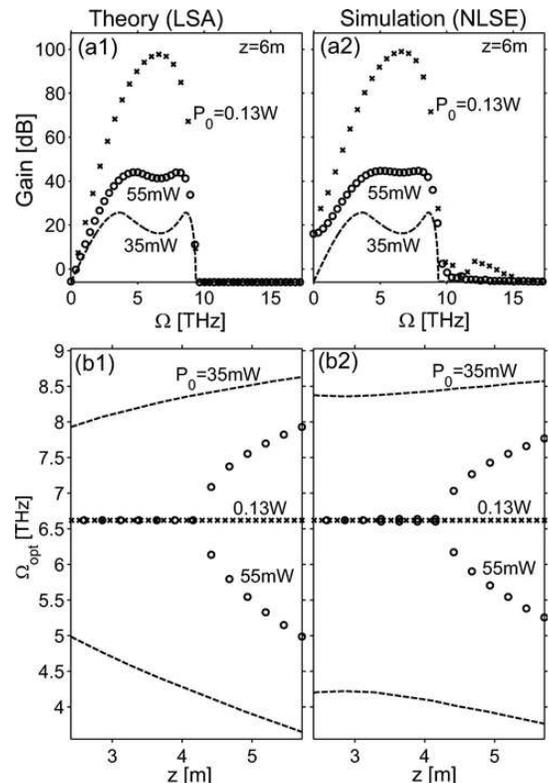


Fig. 2. Accumulated MI gain for  $L = 6$  m, and OMF  $\Omega_{\text{opt}}$  versus distance  $z$ .

and perfectly controlled frequencies is a highly demanded property for the development of stable light sources of ultrafast pulses.

This work has been carried under contract IFC/3504-F/2005/2064 between the Indo-French Center for the Promotion of Advanced Research and the University of Burgundy and the University of Pondicherry.

## References

1. G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, 4th ed. (Academic, 2008).
2. A. Hasegawa, *Opt. Lett.* **9**, 288 (1984).
3. A. Labruyere, S. Ambomo, C. M. Ngabireng, P. Tchofo Dinda, K. Nakkeeran, and K. Porsezian, *Opt. Lett.* **32**, 1287 (2007).
4. Y. F. Chen, K. Beckwith, F. K. Wise, B. G. Aitken, J. S. Sanghera, and I. D. Aggarwal, *J. Opt. Soc. Am. B* **23**, 347 (2006).
5. M. El-Amraoui, J. Fatome, J. C. Jules, B. Kibler, G. Gadret, C. Fortier, F. Smektala, I. Skripatchev, C. F. Polacchini, Y. Messaddeq, J. Troles, L. Brilland, M. Szpulak, and G. Renversez, *Opt. Express* **18**, 4547 (2010).
6. C. Chaudhari, T. Suzuki, and Y. Ohishi, *J. Lightwave Technol.* **27**, 2095 (2009).
7. P. Tchofo Dinda and K. Porsezian, *J. Opt. Soc. Am. B* **27**, 1143 (2010).
8. S. B. Cavalcanti, J. C. Cressoni, H. R. da Cruz, and A. S. Gouveia-Neto, *Phys. Rev. A* **43**, 6162 (1991).

# Impact of the material absorption on the modulational instability spectra of wave propagation in high-index glass fibers

M. N. Zambo Abou'ou, P. Tchofo Dinda,\* C. M. Ngabireng, B. Kibler, and F. Smektala

Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne, UMR CNRS No. 5027, 9 Avenue A. Savary,  
B.P. 47 870, 21078 Dijon Cédex, France

\*Corresponding author: Patrice.Tchofo-Dinda@u-bourgogne.fr

Received November 29, 2010; revised March 13, 2011; accepted April 19, 2011;  
posted April 19, 2011 (Doc. ID 138808); published May 24, 2011

We examine the behavior of modulational instability (MI) in several classes of high-index glass fibers that are being developed to obtain very high nonlinearities and soften the conditions of generation of highly efficient light sources, namely, telecommunication fibers, air-silica microstructured fibers, tapered fibers, and nonsilica glass fibers. We perform a comparative assessment of their respective performances in MI processes on the basis of three major performance criteria: the level of the input pump power, the fiber length, and the magnitude of the frequency drifts. Indeed, we show that the effectiveness of MI processes in such fibers is not merely influenced by the strength of the nonlinearity, but is also strongly determined by the linear attenuation of waves in the fiber material. In those high-index glass fibers, this attenuation acts as a strong perturbation, causing a frequency drift of the MI sidebands. However, we show that this frequency drift can be totally suppressed by means of a technique based on the concept of a photon reservoir, which feeds *in situ* the process of MI by continually supplying it the amount of photons absorbed by the fiber. © 2011 Optical Society of America

OCIS codes: 190.0190, 190.4380, 190.4410.

## 1. INTRODUCTION

The phenomena of linear or nonlinear absorption of electromagnetic waves in dielectric materials constitute a source of penalty for the performance of numerous optical devices. A well-known example of such devices is a long-haul transmission line, in which the linear absorption in the fiber imposes a systematic reamplification of signals with a period of the order of a few tens of kilometers [1], leading to a considerable enhancement of the cost of the system. Although the optical amplification enables one to resolve effectively the absorption phenomenon in telecommunication fibers, the absorption constitutes even at present one of the constraints of development of certain optical functions having practical applications. Many of these applications exploit propagation phenomena, such as the self-phase modulation, the stimulated Raman scattering, four-photon mixing, or the modulational instability (MI).

MI in dielectric media is a well-known phenomenon in which a cw or quasi-cw undergoes a modulation of its amplitude or phase in the presence of noise or any other weak perturbation [1,2]. In the spectral domain, MI generates sidebands on each side of the pump. Until now, MI has been examined in the literature in two distinct directions. Some work has been carried out from the viewpoint of its harmful effects in some optical devices, such as MI lasers [3,4], or optical communication lines using the non-return-to-zero code [5]. The main objective of those previous works was, naturally, to propose methods enabling a reduction of the harmful action of MI [3–5]. Parallel to this approach of MI, many other studies have examined this phenomenon in order to exploit it to achieve useful optical functions, such as optical amplification, frequency conversion, or generation of pulse trains at an

ultrahigh repetition rate [6–11]. In the present study, we examine the MI phenomenon from the viewpoint of its application to the generation of new optical frequencies. When MI is used in practical applications (e.g., generation of ultrashort light pulses [2]), it becomes rather crucial that the sideband frequencies can be generated in a perfectly controlled manner. However, several types of factors can disrupt a MI process, as well as its control, in a more or less severe manner depending on the conditions of injection of the pump into the system and the physical parameters of the fiber. One of the penalizing factors in many processes of MI is the material absorption [12]. Hence, the use of very long fibers (which have as advantage to increase the cumulative MI gain) exacerbates the effects of absorption. Also, the use of a pump frequency far from the transparency windows of the fiber system can increase, by several orders of magnitude, the absorption parameter of the fiber. An even more important enhancement of the absorption coefficient is observed in fibers having very high nonlinearities, such as semiconductor-doped glasses [13–19], sulphide glasses, or heavy-metal-doped oxide glasses [20–22]. More generally, the increase of the nonlinearity of glass materials induces also an increase of the linear absorption almost in the same proportion. This constitutes an obstacle for a generalized use of high-index fibers in practical applications. In this context, it is natural to ask the following question: Are high-index fibers (which are currently receiving much attention) really the most effective to generate new optical frequencies? In other words, are the benefits associated with the rise of the coefficient of nonlinearity of these fibers merely thwarted by the strong absorption in those materials?

In the present study, we give answers to these questions. We carry out a benchmarking of several major classes of glass

fibers in the processes of MI, namely, the telecommunication fibers, air-silica microstructured fibers, tapered fibers, and nonsilica glass fibers (chalcogenide and tellurite fibers). To facilitate comparison between these categories of fibers, we consider three major performance indicators: the level of the input pump power, the fiber length, and the magnitude of the frequency drifts. Indeed, the penalizing effect of a strong absorption includes not only the pump depletion but also an undesirable phenomenon that is the frequency drift of the MI sidebands, as was shown by Labruyere *et al.* [12]. In [12], a technique called average-dispersion decreasing dispersion-managed fibers (A3DMF) was proposed for suppressing the frequency drifts in MI processes. The A3DMF technique consists in lowering the dispersion parameter along the fiber, in the direction of propagation, in an equivalent proportion to the decrease induced by the losses on the pump power [12]. This technique has two major drawbacks: first, it requires important equipments and a heavy manufacturing (because the dispersion management along the fiber is achieved by juxtaposing sections of fibers of alternately positive and negative dispersion, while carefully adjusting their lengths). The second drawback is its total lack of flexibility. Indeed, once the A3DMF system is constructed for a given pump power, it is no longer possible to adapt it to another power level. These drawbacks prohibit the practical application of the A3DMF technique to the management of the loss effects in fibers with strong nonlinearities. To circumvent the drawbacks of the A3DMF technique, a new method for suppressing the frequency drifts has been proposed recently [23]. The suppression technique is based on the concept of a photon reservoir, which feeds *in situ* the MI process by continually supplying it the amount of photons absorbed by the fiber [23]. However, in [23], the photon reservoir is obtained by raising the pump power to a certain level, which depends on physical parameters of the fiber. This procedure thereby requires a pump source of tunable power. In the present study, we show that a photon reservoir can also be created with a pump source with fixed power, but through a procedure that requires a careful design of dispersion parameters of the fiber. Finally, we show that chalcogenide and tellurite fibers with moderate absorption coefficients ( $\leq 1$  dB/m), in operating conditions of suppression of the frequency drifts, appear to be the most efficient systems for producing MI processes.

The paper is organized as follows: In Section 2, we present the theoretical model. In Section 3, we present and discuss a comparative analysis of the performance of the above-mentioned highly nonlinear fibers (HNLFs). In Section 4, we present a method of suppression of the sideband frequency drifts. In Section 5, we discuss smothering processes and conclude in Section 6.

## 2. THEORETICAL MODEL AND GENERAL QUALITATIVE CONSIDERATIONS

The theoretical model of the fiber systems under consideration was recently presented in a preliminary report [23]. However, to facilitate the understanding of the present study and make it clear and complete, we consider it useful to remind the reader of this theoretical model. Wave propagation in a single-mode fiber with higher-order dispersion and higher-order nonlinearities may be described by the following nonlinear Schrödinger equation (NLSE) [23–25]:

$$A_z = \frac{-i\beta_2}{2} A_{tt} + \frac{\beta_3}{6} A_{ttt} + \frac{i\beta_4}{24} A_{tttt} + \frac{i\bar{\gamma}|A|^2 A}{1 + \Gamma|A|^2} - \frac{\alpha A}{2}, \quad (1)$$

where  $A$  is the slowly varying amplitude of electrical field envelope,  $\beta_m$  is the  $m$ th order of the dispersion parameter,  $\alpha$  is the linear-loss parameter,  $\Gamma = 1/P_s$  is the parameter of saturation of the nonlinearity, and  $P_s$  is the saturation power. In Eq. (1), the nonlinearity saturates in a way qualitatively similar to that of a two-level system. The parameter  $\bar{\gamma}$  takes the following form:  $\bar{\gamma} = \gamma_r + i\gamma_i$ , where  $\gamma_r$  designates the usual Kerr parameter and  $\gamma_i$  represents the nonlinear absorption. Using the transformation  $q(z, t) = A(z, t) \exp(-\alpha z/2)$ , Eq. (1) becomes

$$q_z = \frac{-i\beta_2}{2} q_{tt} + \frac{\beta_3}{6} q_{ttt} + \frac{i\beta_4}{24} q_{tttt} + \frac{i\bar{\gamma} \exp(-\alpha z)|q|^2 q}{1 + \Gamma|q|^2}. \quad (2)$$

The steady-state solution of Eq. (2) can be written as  $q_s = \rho(z) \exp[i\Phi(z)]$ , where the evolution of  $\rho$  and  $\Phi$  along the fiber is given by

$$d\rho/dz = -\gamma_i \rho^3 / [1 + \Gamma \rho^2 \exp(-\alpha z)], \quad (3)$$

$$d\Phi/dz = \gamma_r \rho^2 / [1 + \Gamma \rho^2 \exp(-\alpha z)]. \quad (4)$$

The linear stability analysis (LSA) of the propagation Eq. (2) can be examined by decomposing the field  $q$  as follows:

$$q(z, t) = [\rho + \varepsilon(z, t)] \exp(i\Phi(z)), \quad (5)$$

where  $\varepsilon$  is a perturbation field with  $|\varepsilon(z, t)|^2 \ll |\rho(z)|^2$ . By substituting Eq. (5) into Eq. (2), and linearizing the resulting equation, we obtain the following equation for the perturbation:

$$\varepsilon_z = i\Omega^2 \frac{\beta_2}{2} \varepsilon + i\Omega^3 \frac{\beta_3}{6} \varepsilon + i\Omega^4 \frac{\beta_4}{24} \varepsilon + i\gamma_r P_0 (\varepsilon + \varepsilon^*) \exp(-\alpha z). \quad (6)$$

Here, for the perturbation, we assume the following expression with frequency detuning from the pump  $\Omega$ :  $\varepsilon(z, t) = u_s(z, \Omega) \exp(i\Omega t) + u_a(z, -\Omega) \exp(-i\Omega t)$ , where  $u_s(z, \Omega)$  and  $u_a(z, -\Omega)$  are the complex perturbation amplitudes corresponding to the anti-Stokes and Stokes sidebands, respectively. By substituting the ansatz Eq. (5) into Eq. (2), we obtain the following equation for the perturbed field:

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} u_s \\ u_a^* \end{bmatrix} = iM \begin{bmatrix} u_s \\ u_a^* \end{bmatrix}, \quad (7)$$

where the stability matrix  $M$  is given by

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} D_s(\Omega) + \frac{i\gamma_r P}{\sqrt{Q}} + \frac{(\gamma_r + i\gamma_i)P}{Q} & \frac{(\gamma_r + i\gamma_i)P}{Q} \\ \frac{(-\gamma_r + i\gamma_i)P}{Q} & -D_a(\Omega) + \frac{i\gamma_r P}{\sqrt{Q}} + \frac{(-\gamma_r + i\gamma_i)P}{Q} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

with  $D_s(\Omega) = \frac{\beta_2}{2} \Omega^2 - \frac{\beta_3}{6} \Omega^3 + \frac{\beta_4}{24} \Omega^4$ ,  $D_a(\Omega) = \frac{\beta_2}{2} \Omega^2 + \frac{\beta_3}{6} \Omega^3 + \frac{\beta_4}{24} \Omega^4$ ,  $P = \rho(z)^2 \exp(-\alpha z)$ , and  $Q = [1 + \Gamma \rho(z)^2 \exp(-\alpha z)]^2$ .

At this stage, there are at least two ways to obtain the power gain of the sidebands. First, one can use the lowest-order approximation of the spatial evolution of the pump power, which is commonly called “adiabatic approximation.” In the present study, we refer to this approximation as the “approximate LSA” (ALSA). The main advantage of the ALSA lies in its relative simplicity, which enables one to proceed quite far in analytical formulas. However, it has been shown that, in some complex systems, one can not rely solely on the ALSA for having a clear insight into the system behavior [3–5]. In particular, whenever the pump power undergoes large variations during propagation, it becomes useful to carry out a more rigorous LSA without any approximation on the spatial evolution of the pump power. We refer to the rigorous LSA as the “exact LSA” (ELSA). In Subsections 2.A and 2.B, we present successively these two approaches.

### A. ALSA

To solve Eq. (7) over an elementary step  $dz$ , we make the approximation that the pump power remains constant over the distance  $dz$  before decreasing abruptly in a proportion that is equivalent to the exponential decrease of power due to the losses in the step  $dz$ . In other words, we make the approximation that the matrix elements  $m_{ij}$  in Eq. (7) remain constant throughout the step  $dz$  before changing in an abrupt fashion when passing to the next step. With this approximation, we can easily obtain the eigenvalues of the stability matrix  $M$ , which determine the wavenumber of the perturbation and provide the local-gain spectrum:

$$G(z, \Omega) = \pm 2 \sqrt{\gamma_i^2 P^2 Q^{-2} - \left( \frac{\beta_2}{2} \Omega^2 + \frac{\beta_4}{24} \Omega^4 + \frac{\gamma_r P}{Q} \right)^2 + \left( \frac{\gamma_r P}{Q} \right)^2} + 2\gamma_i P (Q^{-1} + Q^{-1/2}). \quad (9)$$

Most of the recently developed glasses, as the one we consider in the present work, have a rather moderate nonlinear absorption [22] ( $\gamma_i \ll 1$ ), which provides only a minor contribution to the MI process. So, an approximate but highly accurate qualitative description of the MI process can be obtained by neglecting  $\gamma_i$ . In doing so,  $\rho$  becomes constant [as Eq. (3) shows] and can be rewritten as  $\rho = \sqrt{P_0}$ , where  $P_0$  is the input pump power. Then, the above expression of the MI gain reduces to

$$G = 2 \sqrt{\left( \frac{\gamma_r P_1}{Q_1} \right)^2 - \left( \frac{\beta_2}{2} \Omega^2 + \frac{\beta_4}{24} \Omega^4 + \frac{\gamma_r P_1}{Q_1} \right)^2}, \quad (10)$$

where  $P_1 = P_0 \exp(-\alpha z)$  and  $Q_1 = (1 + \Gamma P_0 \exp(-\alpha z))^2$ . Certain conditions need to be fulfilled to create a photon reservoir in the MI process. One of these conditions is that  $\beta_2 < 0$  and  $\beta_4 > 0$ . Under this condition, the MI gain can be rewritten as

$$G = |\beta_2| \Omega^2 |Q_2| \sqrt{\Omega_c^2 \exp(-\alpha z) / (Q_1 Q_2 \Omega^2) - 1}, \quad (11)$$

where  $\Omega_c^2 = 4\gamma_r P_0 / |\beta_2|$ ,  $Y^2 = |\beta_4| / (12|\beta_2|)$ , and  $Q_2 = 1 - Y^2 \Omega^2$ . The power levels of the light sources that are usually used in the MI processes vary from a few milliwatts to a few tens of watts. Such power levels are extremely lower than the saturation power of the fiber glasses under consideration (several

hundreds of watts) so that, in practice,  $P_0 \ll P_s$  ( $\Rightarrow P_0 \Gamma \ll 1$ ,  $\Rightarrow Q_1 \approx 1$ ) and a fair estimate of the expression of the local gain is given by

$$G(\Omega, z) \approx |\beta_2| \Omega^2 |Q_2| \sqrt{\Omega_c^2 \exp(-\alpha z) / (Q_2 \Omega^2) - 1}. \quad (12)$$

Equation (12) brings to light two important points:

1. In the beginning of the propagation, the losses play a minor role, and the local MI gain is then maximum. However, during the propagation, the losses progressively come into play and reduce the local gain until its total cancellation at a critical distance given by  $z_c = 2\alpha^{-1} \ln(\Omega_c/\Omega) - \alpha^{-1} \ln(1 - Y^2 \Omega^2)$ . Beyond this critical distance, the pump power is no longer sufficient for maintaining the MI process. In other words, the available MI gain is no longer sufficient for compensating the linear losses.

2. The second important point lies in the fact that the sidebands' power at a given frequency does not depend directly on the local gain, but rather on the accumulated gain. The local gain related to the actual electric field  $A$  is given by  $g = -\alpha + G(\Omega, z)$ . The accumulated gain is obtained by integration of the local gain over the fiber length  $L$ :

$$\tilde{G}(\Omega, z) \equiv \int_0^L g(\Omega, z) dz. \quad (13)$$

The result differs depending on whether  $L > z_c$  or  $L < z_c$ :

$$\tilde{G} = -\alpha L + \kappa [W(\Omega, 0) - \tan^{-1}(W(\Omega, 0))], \quad \text{for } L > z_c, \quad (14a)$$

$$\tilde{G} = -\alpha L + \kappa [\eta_1 + \tan^{-1}(\eta_1/\eta_2)], \quad \text{for } L < z_c, \quad (14b)$$

where

$$\kappa = \alpha^{-1} |\beta_2| \Omega^2 |Q_2|, \quad (15a)$$

$$W(\Omega, x) = [\zeta \exp(-\alpha x) - 1]^{1/2}, \quad (15b)$$

$$\zeta = \Omega_c^2 / [\Omega^2 (1 - Y^2 \Omega^2)], \quad (15c)$$

$$\eta_1 = W(\Omega, 0) - W(\Omega, L), \quad (15d)$$

$$\eta_2 = 1 - W(\Omega, 0)W(\Omega, L). \quad (15e)$$

From Eqs. (14a) and (14b), one can obtain the following expression of the optimum modulation frequency (OMF):

$$\Omega_{1,2} = \Omega_0 \left[ 1 \pm \sqrt{1 - P_0/P_{0c}} \right]^{1/2}, \quad \text{for } L < z_c, \quad (16a)$$

$$\Omega_{1,2} = \Omega_0 \left[ 1 \pm \sqrt{1 - P_0/P_{0c}} \right]^{1/2}, \quad \text{for } L \geq z_c, \quad (16b)$$

where  $\Omega_0 = \sqrt{\frac{6|\beta_2|}{|\beta_4|}}$ ,  $P_{0c_L} = \frac{3|\beta_2|^2 \exp(\alpha L) + 1}{4\gamma_r |\beta_4|}$ ,  $P_{0c} = \frac{3|\beta_2|^2 (\theta^2 + 1)}{4\gamma_r |\beta_4|}$ , and  $\theta = 2.331$  is the nonzero solution of the equation  $\theta - 2 \tan^{-1} \theta = 0$ , which is obtained in solving  $\partial \tilde{G} / \partial \Omega$  for  $L > z_c$ . Thus, Eq. (16a) demonstrates explicitly the functional dependence of the OMF upon the loss parameter  $\alpha$ . In other words, the sidebands execute a frequency drift that takes place as long as the pump power is sufficient for maintaining the MI process.

### B. ELSA

To obtain the exact solutions of the LSA, we adopt a calculation procedure similar to those used in previous work [3–5]. First, we combine the matrix Eq. (7) into a single equation given by

$$\frac{d^2 u_s}{dz^2} - \left[ i(m_{11} + m_{22}) + \frac{1}{m_{12}} \frac{dm_{12}}{dz} \right] \frac{du_s}{dz} - \left[ i \left( \frac{dm_{11}}{dz} - \frac{m_{11}}{m_{12}} \frac{dm_{12}}{dz} \right) + (m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}) \right] u_s = 0. \quad (17)$$

In the practical situation under consideration, where  $\Gamma \rightarrow 0$ ,  $\gamma_i \approx 0$ ,  $\beta_2 < 0$ , and  $\beta_4 > 0$ , Eq. (17) can be rewritten as

$$\frac{d^2 u_s}{dz^2} + \left( \alpha + i \frac{\beta_3 \Omega^3}{3} \right) \frac{du_s}{dz} + \left[ 2\gamma_r P_0 \exp(-\alpha z) \left( \frac{\beta_2}{2} \Omega^2 + \frac{\beta_4}{24} \Omega^4 \right) + D_a D_s - i\alpha D_s \right] u_s = 0, \quad (18)$$

where  $D_a$  and  $D_s$  are defined in Eq. (8). If we make the following change of variable

$$x = \eta \exp(-\alpha z/2), \quad (19)$$

with  $\eta = \frac{\sqrt{8\gamma_r P_0 D_{10}}}{\alpha}$  and  $D_{10} = \frac{|\beta_2 \Omega^2}{2} (1 - \frac{|\beta_4 \Omega^2}{12|\beta_2|})$ , Eq. (18) reduces to

$$x^2 \frac{d^2 u_s}{dx^2} - \varpi x \frac{du_s}{dx} - (x^2 - \mu^2) u_s = 0, \quad (20)$$

where  $\varpi = 1 + 2i\beta_3 \Omega^3 / (3\alpha)$  and  $\mu^2 = 4(D_{10}^2 - i\alpha D_s - (\beta_3 \Omega^3 / 6)^2) / \alpha^2$ .

Then, solving Eq. (20) by means of the Frobenius technique [26], we obtain

$$u_s = C_{01} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{2k+r_1}}{2^k k!} \prod_{m=1}^k \frac{1}{(\vartheta + 2m)} + C_{02} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{2k+r_2}}{2^k k!} \prod_{m=1}^k \frac{1}{(\vartheta + 2m)}, \quad (21)$$

where

$$r_1 = \frac{1 + \varpi}{2} + \vartheta, \quad r_2 = \frac{1 + \varpi}{2} - \vartheta, \quad (22)$$

with  $\vartheta = \sqrt{1 - \mu^2}$ . In Eq. (21), the constants  $C_{01}$  and  $C_{02}$  can be obtained from the initial condition of the perturbed field. Hence, by choosing the following initial condition:

$$u_s(z=0) = u_a^*(z=0) = u_0, \quad \left. \frac{du_s}{dz} \right|_{z=0} = i(m_{11} + m_{12})u_0, \quad (23)$$

Eq. (21) leads to

$$\begin{cases} \eta^{r_1} C_{01} S_1 + \eta^{r_2} C_{02} S_2 = u_0, \\ \eta^{r_1} C_{01} K_1 + \eta^{r_2} C_{02} K_2 = \delta u_0, \end{cases} \quad (24)$$

where

$$\begin{aligned} K_1 &= [r_1 + d_2^{(1)}(r_1 + 2)\eta^2 + d_4^{(1)}(r_1 + 4)\eta^4 + \dots], \\ K_2 &= [r_2 + d_2^{(2)}(r_2 + 2)\eta^2 + d_4^{(2)}(r_2 + 4)\eta^4 + \dots], \\ S_1 &= [1 + d_2^{(1)}\eta^2 + d_4^{(1)}\eta^4 + \dots], \\ S_2 &= [1 + d_2^{(2)}\eta^2 + d_4^{(2)}\eta^4 + \dots], \\ \delta &= -\frac{2i}{\alpha}(m_{11} + m_{12}) = \frac{2i}{\alpha} D_{10}, \\ d_{2k}^{(j)} &= \frac{1}{2^k k!} \prod_{m=1}^k \frac{1}{(\vartheta + 2m)}. \end{aligned} \quad (25)$$

Then, solving Eq. (24), we obtain the following expressions for the constants  $C_{01}$  and  $C_{02}$ :

$$C_{01} = \frac{(\delta S_2 - K_2)u_0}{\eta^{r_1}(K_1 S_2 - K_2 S_1)}, \quad C_{02} = \frac{(K_1 - \delta S_1)u_0}{\eta^{r_2}(K_1 S_2 - K_2 S_1)}. \quad (26)$$

Thus, the power gain of the MI process at  $z = L$ , related to the field  $q$ , is given by

$$g(\Omega, L) = \left| \frac{u_s(L)}{u_0} \right|^2. \quad (27)$$

The gain related to the original field  $A$  is given by

$$g_A(\Omega, L) = g(\Omega, L) - \alpha. \quad (28)$$

### 3. COMPARATIVE ANALYSIS OF THE PERFORMANCE OF HNLF

Here, we perform a benchmarking of several major classes of glass fibers in the processes of MI. The fibers considered may be classified into the following categories.

1. **Telecommunication fiber:** we consider a dispersion shift fiber, as a typical example of telecommunication fibers. Such fibers are characterized by an extremely low absorption coefficient, which is a highly demanded property in long-distance transmission systems. Several types of telecommunication fibers with different dispersion parameters are commercially available. An appreciable advantage of telecommunication fibers is their low cost.

2. **Air-silica microstructured fiber:** this type of fiber, which falls in the category of photonic crystal fibers (PCFs), is commercially available and intended for applications such as supercontinuum generation, optical parametric amplification, or generation of broad spectra around 1.55  $\mu\text{m}$  for optical encoding. Such fibers are characterized by a small effective core area, a high nonlinear coefficient, and a SOD coefficient that is relatively flat in the third telecommunication window [27].

3. **Tapered fibers:** in general, those fibers are made of amorphous silica, tapered, and surrounded by a layer of

air. Its tapered profile enables one to focus light into a small effective area and to change dramatically the dispersive properties of the fiber. The fiber considered in this study is the tapered SMF28. Tapered fibers can have nonlinear coefficients as high as those of nonlinear PCFs while requiring much less expensive manufacturing processes than those of the PCFs. The tapered SMF28 is typically used to adjust the dispersion parameters and increase nonlinear effects so as to generate supercontinuum sources in the range of visible IR wavelength [28,29]. The fiber considered in our study has a cross-sectional diameter of 474 nm.

4. Nonsilica glass fibers: overwhelmingly, current optical fibers are made from silica glass. However, in recent years several research teams have focused on the realization of optical fibers with nonsilica glasses, such as tellurite [30] or chalcogenide glasses [31]. The interest for such glasses is that they have properties that differ considerably from those of the silica. Indeed, those glasses have high refractive indices, which induce high nonlinear indices, and thus allow to obtain nonlinear coefficients well above that of silica. The use of these special glasses should allow supercontinuum generation in the IR range well above  $2\ \mu\text{m}$ , for light detection and ranging (LIDAR) applications or nonlinear imaging. The main drawbacks of these nonsilica fibers lie in their manufacturing, which requires a special expertise; their high loss parameters; and a mechanical fragility that does not facilitate their manipulation. In this study, our choice focuses on two nonsilica glass fibers: a tellurite microfiber with a 1320 nm diameter core ( $80\text{TeO}_2\text{-}20\text{Na}_2\text{O}$ ) and a borosilicate glass cladding and a chalcogenide nanofiber with a 728 nm diameter core ( $\text{As}_2\text{S}_3$ ) with borosilicate glass cladding, which was proposed by Ohishi *et al.* [32]. Based on this fiber design [32], we calculated the dispersive and nonlinear characteristics of the fiber by using the fundamental HE11 mode. The value of the core diameter was chosen so as to pump in an anomalous dispersion regime with two close zero-dispersion wavelengths, and thus, to highlight the influence of fourth-order dispersion (FOD) in our approach. Our calculations are based on the theory of the conventional step-index fibers with circular cross section [32,33]. The fiber losses, including the confinement and material losses, were fixed at 1 dB/m, knowing that the confinement loss is negligible and the material losses of the  $\text{As}_2\text{S}_3$  and Te glasses are below 1 dB/m around  $1.5\ \mu\text{m}$  [34,35]. However, in practice, the overall optical losses may be higher than this value because of impurities and imperfections.

Thus, the major characteristics of all the fibers described above are displayed in Table 1. So that the benchmarking of the fibers considered be as relevant as possible, we have imposed the same requirement for each fiber: the generation of MI sidebands at a frequency around 3 THz with an accumulated gain of about 30 dB. To facilitate comparison between those fibers, we consider three major performance indicators: (1) the input power  $P_0$ , which determines the cost of the pump laser; (2) the fiber length  $L$ , which determines the possibility of miniaturization of the system; and (3) the frequency drift of the sidebands, which determines the stability of the system, i.e., the sensitivity of the sideband frequency with respect to an alteration of the fiber parameters. Indeed, during the life of an optical system, some system parameters may undergo alterations due to aging of the system or damages inflicted inadvertently to the system. Mechanical accidents may cause an increase in the absorption coefficient or even impose a shortening of the fiber. For fibers with a particularly high absorption parameter (such as those we consider in this study), it is useful to quantify the sensitivity of the MI phenomenon with respect to this parameter. To this end, in our analysis, we introduced a parameter  $D$ , which is expressed in gigahertz per meter and gives the average frequency drift induced by the losses over a length of 1 m of fiber. The most competitive fiber is the one that minimizes the three major parameters mentioned above (i.e.,  $P_0$ ,  $L$ ,  $D$ ). On the other hand, for each fiber, the MI process is obtained by adjusting the parameters  $P_0$  and  $L$ . The pump power  $P_0$  is fixed at a value that permits one to obtain a sideband frequency of about 3.5 THz. The fiber length is adjusted to a value that permits to obtain an accumulated gain of about 30 dB.

Figure 1 illustrates the MI processes for the different fibers that we have considered. The spectra of the accumulated gains exhibit the same general feature, namely a profile with two maxima that correspond to two pairs of sidebands. For each fiber, we have displayed the evolution (with the propagation distance) of the frequency of the sideband closest to the pump. One can clearly observe two regimes in the evolution of the OMF. The first is a transient regime, during which the OMF varies strongly with the propagation distance. In this transient regime, the NLSE and ALSA give divergent predictions, which we attribute to the approximate nature of the ALSA. After the transient regime, the system enters a steady state in which the sideband frequencies undergo a monotonic drift. In the steady state, the ALSA predicts quantitatively well

**Table 1. Fiber Parameters and Performance Indicators in the MI Process**

	Telecommunication Fiber	Silica PCF	Tellurite Microfiber $80\text{TeO}_2\text{-}20\text{Na}_2\text{O}$	Tapered SMF28 $\varnothing = 474\ \text{nm}$	Altered SMF28	Chalcogenide $\text{As}_2\text{S}_3$ Glass Nanofiber	
Fiber parameters	$\lambda$ (nm)	1550	1450	490	490	1420	
	$\beta_2$ ( $\text{ps}^2\text{m}^{-1}$ )	$-2.9 \times 10^{-5}$	$-1.7 \times 10^{-4}$	$-1.22 \times 10^{-3}$	$-2.2 \times 10^{-2}$	$-2.6 \times 10^{-3}$	
	$\beta_4$ ( $\text{ps}^4\text{m}^{-1}$ )	$1.7 \times 10^{-10}$	$4 \times 10^{-7}$	$2.09 \times 10^{-6}$	$1.28 \times 10^{-7}$	$9 \times 10^{-6}$	
	$n_2$ ( $\text{m}^2\text{W}^{-1}$ )	$2.6 \times 10^{-20}$	$2.6 \times 10^{-20}$	$3.8 \times 10^{-19}$	$2.6 \times 10^{-20}$	$2.8 \times 10^{-18}$	
	$\alpha$ (dB $\text{km}^{-1}$ )	0.22	25	1000	10,000	1000	
	$\gamma_r$ ( $\text{W}^{-1}\text{m}^{-1}$ )	0.0019	0.011	1.52	2.35	2.35	
Performance criteria	$P_0$ (W)	5	5	0.86	5.5	5.5	0.035
	$L$ (m)	400.5	98	8	0.6	0.7	6
	$D$ ( $\text{GHzm}^{-1}$ )	1.5	3.5	199.3	9363.3	1836.8	187

the behavior obtained from the numerical solution of the NLSE, namely, a monotonic drift (toward the pump) of the low-frequency sideband (while the high-frequency sideband, not represented in Fig. 1, executes a drift in the opposite direction). A quite remarkable point in Fig. 1 is that the ELSA is in excellent agreement with the solution of the NLSE, both in the transient regime and in the steady state. The values of parameters ( $P_0, L$ ) that enable us to obtain these MI phenomena are reported in Table 1, which shows the performance of each of the fibers considered. A comparative analysis of the performance criteria allow us to identify several major points.

1. The most strongly nonlinear fibers are those that generate the largest frequency drifts. In fact, the frequency drifts increase with the loss parameter  $\alpha$ , which, in general, increases with the nonlinearity coefficient  $\gamma_r$ . The telecommunication fiber generates almost no frequency drift, but requires a propagation distance (of 400 m) that is several orders of magnitude greater than the lengths of the nonlinear fibers under consideration. The standard silica fiber is therefore not competitive for the realization of compact light sources.

2. The PCF fiber has, as the standard fiber, the advantage of not causing a significant frequency drift. In addition, it requires a propagation distance (100 m) that is considerably smaller than the length of the telecommunication fiber, but that remains prohibitive for the realization of a compact device.

3. The tapered SMF28 is the fiber with the smallest length (60 cm). This clearly constitutes a major asset. However, this fiber is also the one that has the largest loss parameter (of all the fibers considered) and the highest frequency drift

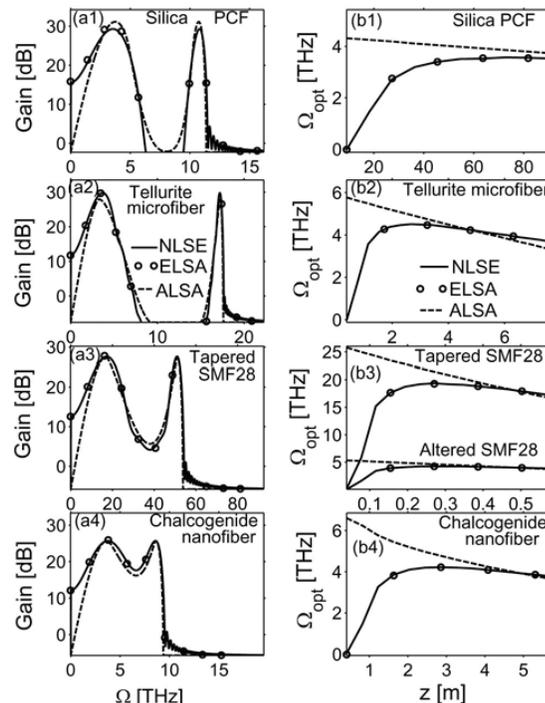


Fig. 1. Accumulated MI gain and OMF  $\Omega_{\text{opt}}$  versus distance  $z$ .

( $D = 9363$  GHz/m). In this regard, it is important to note that, although the amplitude of the frequency drift is closely related to the value of the loss parameter, the dependence of  $D$  with respect to the dispersion parameters and power pump is not negligible. To illustrate this point, we repeated a simulation with an altered SMF28, i.e., a fiber having the same parameters as the SMF28 (in Table 1), with the exception of the parameter  $\beta_2$ , which was altered and enhanced by an order of magnitude ( $-2.2 \times 10^{-2}$  ps<sup>2</sup>/m). We noticed that the altered SMF28 executed a drift ( $D = 1836$  GHz/m) that is reduced by a factor of 5 as compared to that of the true tapered fiber SMF28. In other words, the existence of a strong frequency drift in the tapered SMF28 makes the MI phenomenon very sensitive, not only to an alteration of the loss parameter but also to an alteration of the dispersion parameters of the fiber. The presence of such a frequency drift makes the tapered SMF28 less competitive than nonsilica glass fibers, which we consider below.

4. It can be clearly observed in Table 1 that the chalcogenide and tellurite fibers, with a loss level of 1 dB/m, are those that achieve the best compromise between the different performance criteria. They have lengths of only a few meters, frequency drift rates that are an order of magnitude lower than that of the tapered SMF28, and they require the lowest pump powers. In particular, the chalcogenide fiber has the advantage of requiring the lowest pump power (35 mW), which is one order of magnitude lower than the pump power required for the tellurite fiber (860 mW) to obtain the same accumulated gain.

It follows from this analysis that the chalcogenide fiber (with 1 dB/m loss level) seems to be the most competitive fiber, as it provides the best compromise between the three performance criteria that we have considered. However, this fiber generates a frequency drift rate that is still high enough to cause significant instabilities in the sideband frequency in case of alteration of the fiber parameters or fluctuation of the pump power. In Section 4, we present a method for completely suppressing the frequency drifts of MI sidebands.

#### 4. SUPPRESSION OF THE SIDEBAND FREQUENCY DRIFTS

At this juncture, we would like to emphasize an important fact reported recently [24]: the interplay between the second-order dispersion (SOD) with  $\beta_2 < 0$ , the FOD with  $\beta_4 > 0$ , and the Kerr nonlinearity leads to a surprising diagram made of two domains corresponding to two main types of MI processes, namely, processes of type I (which generate a single pair of sidebands  $\pm\Omega_0$ ) and processes of type II (which generate two pairs of sidebands:  $\pm\Omega_1, \pm\Omega_2$ ), as schematically represented in Fig. 2. Now, it is crucial to notice that, in the MI domain of type I, the sideband frequency is independent of the pump power. Then the fundamental idea of our procedure for suppressing the frequency drifts induced by the fiber losses lies in the choice of an operating condition such that the MI phenomenon remains entirely in the MI domain of type I from the beginning to the end of the propagation (over the entire distance  $L$ ). Then, the question arises as to the conditions of access and operation in the MI domain of type I. In this respect, one can observe in Fig. 2 that two branches of critical

powers (denoted as  $P_{c1}$ ,  $P_{c2}$ ) encompass the MI domain of type I.

The analytical expression of the critical powers is given by [24]

$$P_{c1} \equiv (1 - 2\Gamma\xi - \sqrt{\Delta}) / (2\xi\Gamma^2), \quad (29a)$$

$$P_{c2} \equiv (1 - 2\Gamma\xi + \sqrt{\Delta}) / (2\xi\Gamma^2), \quad (29b)$$

where  $\Delta = 1 - 4\Gamma\xi$  and  $\xi \equiv 3|\beta_2|^2 / (2\gamma|\beta_4|)$ . The linking point of these two branches of critical powers corresponds to a critical FOD given by  $\beta_{4c} \equiv 6|\beta_2|^2\Gamma/\gamma_r$ , which appears as the minimum amount of FOD needed to cross the border between the MI domains of type I and II. However, this minimum level of FOD requires the use of a pump power equal to the saturation power  $P_s$ . Our operating condition (far from the saturation power,  $P_0 \ll P_s$ ) requires an amount of FOD much larger than  $\beta_{4c}$  for crossing the border between the two types of MI domains.

Thus, to achieve the suppression of the frequency drifts of the MI sidebands, the input pump power  $P_0$  must be sufficiently larger than the lower branch of the critical powers ( $P_0 > P_{c1}$ ) so that the final pump power is also larger than  $P_{c1}$  [ $P(z=L) \geq P_{c1}$ ]. The gap between  $P_0$  and the lower branch of the critical powers corresponds to a photon reservoir defined by  $R(z=0) = P_0 - P_{c1}(\beta_2, \beta_4)$ . In our procedure, we choose the initial pump power so that the initial capacity of the photon reservoir is just enough to compensate in advance the total drop of power that the losses will inflict to the pump. Thus,

$$P_0 = P_{c1}(\beta_2, \beta_4) \times \exp(\alpha L). \quad (30)$$

Thus, the photon reservoir is sized so that it empties completely at the end of the propagation [ $P(z=L) = P_{c1}$ ]. In practice, our choice of the initial condition of the system can be made according to strategies that depend on the constraints lying on the system parameters. We have identified two possible strategies of choice of the operational conditions:

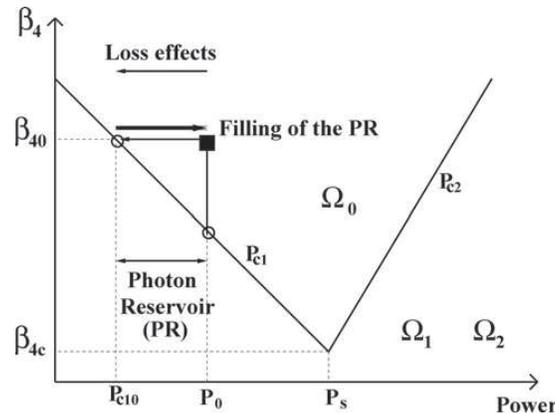


Fig. 2. Schematic representation of the MI map in the fiber system for  $\beta_2 < 0$  and  $\beta_4 > 0$ , in which the photon reservoir is created by raising the pump power.

**A. Filling of the Photon Reservoir for Fixed  $\beta_4$  ( $\beta_4 = \beta_{40}$ )**  
Although this strategy was recently presented in a brief report [23], we nevertheless consider it useful to make a reminder of its main lines for sake of completeness. This strategy is the one that should be adopted when one has a fiber with given dispersion parameters ( $\beta_2$  and  $\beta_{40}$ ) and length  $L$ . In that case, it is simply necessary to have a laser source with tunable power [23]. The initial pump power is tuned to the appropriate level described by the relation (30) and schematically illustrated in Fig. 2. This procedure is remarkably illustrated in Figs. 3, which we have obtained for the chalcogenide  $\text{As}_2\text{S}_3$  glass fiber ( $L = 6$  m,  $\alpha = 1$  dB/m,  $\gamma_r = 35$  W $^{-1}$  m $^{-1}$ ,  $\beta_2 = -2.6$  ps $^2$ /km,  $\beta_4 = 9 \times 10^{-3}$  ps $^4$ /km). The corresponding critical power is  $P_{c1} = 33$  mW. Figures 3(a1) and 3(a2) show the spectra of the accumulated MI gain for  $z = L = 6$  m. Figures 3(b1) and 3(b2) show the evolution of the sideband frequencies versus the system length. Figure 3 exhibits three major points.

1. The input power  $P_0 = 35$  mW ( $\approx P_{c1}$ ) falls in the immediate vicinity of the MI domain of type II, and, there, the sideband frequencies vary continually with the propagation distance.

2. The power  $P_0 = 55$  mW is greater than  $P_{c1}$ , but not enough for filling the photon reservoir. Consequently, the frequency drift of the sidebands is suppressed, but only from the

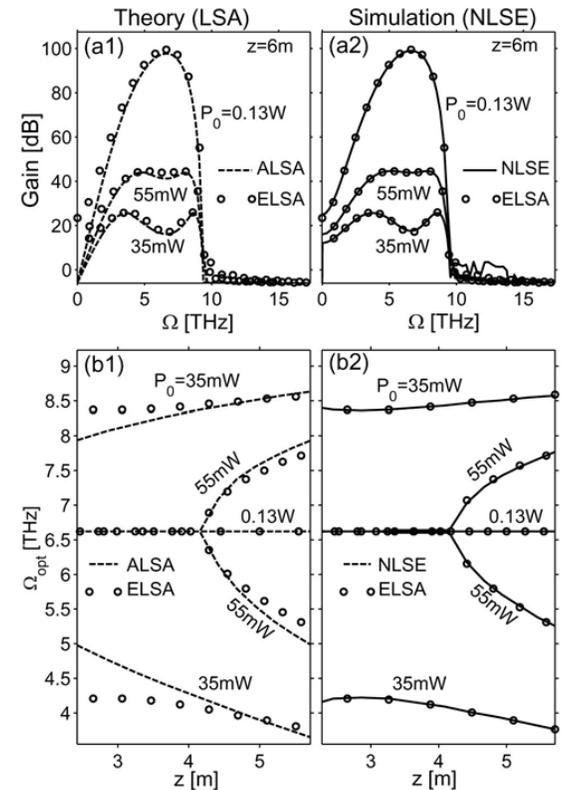


Fig. 3. Plots illustrating the MI processes in the operating conditions of nonsuppression of the frequency drifts ( $P_0 = 35$  mW), partial suppression of the frequency drifts ( $P_0 = 55$  mW), and total suppression of the frequency drifts ( $P_0 = 130$  mW) for the chalcogenide fiber.

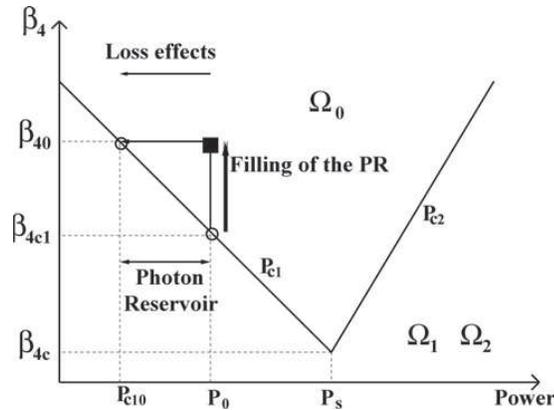


Fig. 4. Schematic representation of the MI map in the fiber system for  $\beta_2 < 0$  and  $\beta_4 > 0$ , in which the photon reservoir is created by raising the FOD coefficient  $\beta_4$ .

beginning of the propagation until the total emptying of the reservoir, which occurs at  $z \sim 4.2$  m [as can be seen in Figs. 3 (b1) and 3(b2)]. After this distance, the fiber losses cause a continual frequency drift of the sidebands.

3. The power  $P_0 = 0.13$  W is sufficiently large for completely filling the photon reservoir. Consequently, the frequency drift of the sidebands is completely suppressed [as Figs. 3(b1)

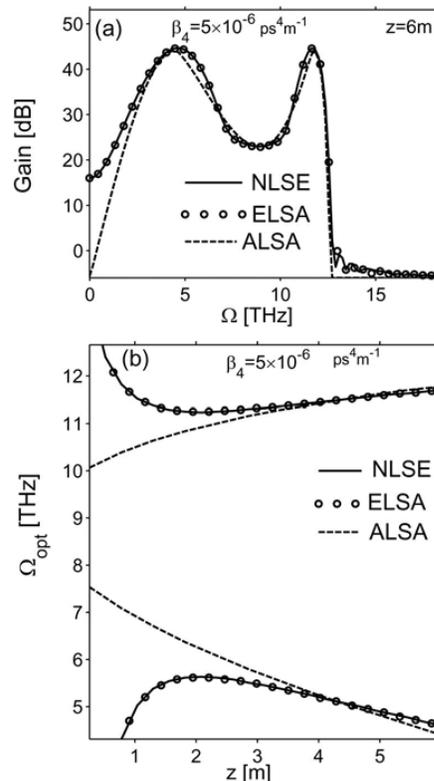


Fig. 5. Plots illustrating the MI process in the operating conditions of nonsuppression of the frequency drifts for a chalcogenide type of fiber with parameters  $\beta_2 = -2.6 \times 10^{-3}$  ps<sup>2</sup>/m,  $\beta_4 = 5 \times 10^{-6}$  ps<sup>4</sup>/m, and  $\alpha = 1$  dB/m.  $P_0 = 55$  mW.

and 3(b2) show]. Our analytical approaches of LSA (ALSA and ELSA) are remarkably well confirmed by the direct resolution of the NLSE (1), as illustrated in Fig. 3. However, the predictions given by the ALSA become consistent only after the initial transient regime, whereas the ELSA gives excellent predictions all along the propagation distance.

### B. Filling of the Photon Reservoir for Fixed $P_0$

This strategy, which is new and alternative to the one presented above, is the one that should be adopted when one does not have a laser source with tunable power. In this case, one can still achieve suppression of the frequency drifts in the MI spectra, but, there, it becomes necessary to design a fiber having the appropriate dispersion parameters for the given pump power  $P_0$ . Thus, another interesting version of a device for suppressing the frequency drifts can operate with a pump laser with fixed power, say  $P_0$ . In this case, the suppression procedure is achievable with a fiber for which the FOD coefficient is adjusted to create the photon reservoir. To this end, one can proceed in several steps.

1. Having chosen a fiber length  $L$  that matches the device that we wish to develop, we can then determine the capacity of the photon reservoir as follows:

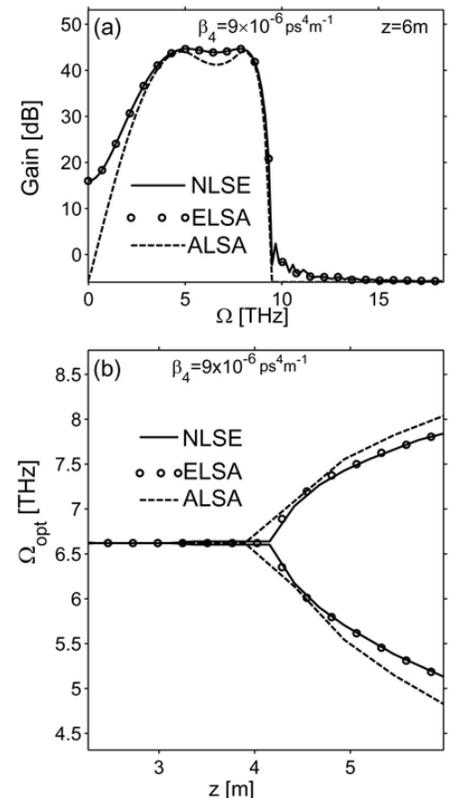


Fig. 6. Plots illustrating the MI process in the operating conditions of partial suppression of the frequency drifts for a chalcogenide type of fiber with parameters  $\beta_2 = -2.6 \times 10^{-3}$  ps<sup>2</sup>/m,  $\beta_4 = 9 \times 10^{-6}$  ps<sup>4</sup>/m, and  $\alpha = 1$  dB/m.  $P_0 = 55$  mW.

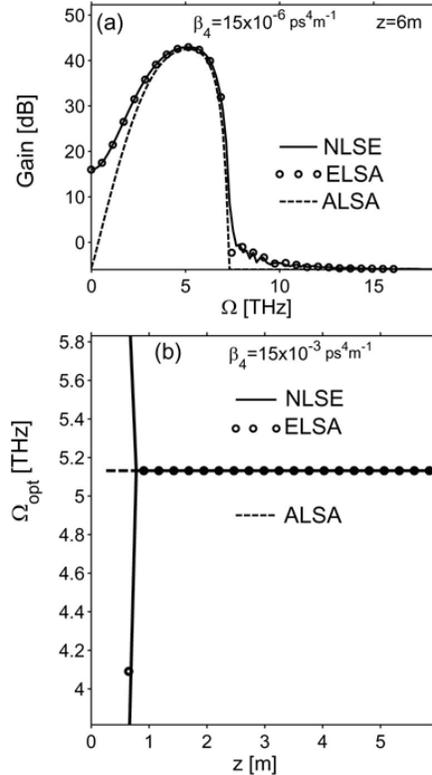


Fig. 7. Plots illustrating the MI process in the operating conditions of total suppression of the frequency drifts for a chalcogenide type of fiber with parameters  $\beta_2 = -2.6 \times 10^{-3} \text{ ps}^2/\text{m}$ ,  $\beta_4 = 15 \times 10^{-6} \text{ ps}^4/\text{m}$ , and  $\alpha = 1 \text{ dB/m}$ .  $P_0 = 55 \text{ mW}$ .

$$R = P_0[1 - \exp(-\alpha L)]. \quad (31)$$

2. Next, we determine the critical value of the FOD, which we denote as  $\beta_{4c1}$ , i.e., the value of  $\beta_4$  for which  $P_0$  becomes a critical power. One can clearly observe in Fig. 4 that, by raising  $\beta_4$  above  $\beta_{4c1}$ , the critical power  $P_{c1}(\beta_4)$  decreases and moves away from  $P_0$ . Then, one can simply choose a coefficient  $\beta_{40}$  such that the difference between  $P_0$  and  $P_{c1}$  corresponds to the capacity of the photon reservoir:

$$P_0 - P_{c1}(\beta_{40}) = R. \quad (32)$$

By applying this procedure to a chalcogenide type of fiber (for which the dispersion parameters are assumed adjustable in the manufacturing), we obtained the following results for an input power  $P_0 = 55 \text{ mW}$ .

Figures 5(a) and 5(b) correspond to a situation where  $\beta_4 = 5 \times 10^{-6} \text{ ps}^4/\text{m} < \beta_{4c1} = 5.3 \times 10^{-6} \text{ ps}^4/\text{m}$ . In this case, there is no available photon reservoir to compensate for the pump depletion caused by the losses. Consequently, the sidebands undergo a frequency drift, as shown in Fig. 5(b). The lower (higher)-frequency sidebands move toward (move away from) the pump.

Figures 6(a) and 6(b) correspond to a situation where  $\beta_4$  is greater than  $\beta_{4c1}$ , but not large enough to create a photon reservoir of sufficient capacity to fully compensate the pump

depletion caused by the losses. Consequently, the sideband frequency remains constant until the complete emptying of the photon reservoir, which occurs at around  $z = 4 \text{ m}$ . Then, the sidebands execute a frequency drift as shown in Fig. 6(b).

Figures 7(a) and 7(b) correspond to a situation where  $\beta_4$  is greater than  $\beta_{4c1}$  and sufficiently large to create a photon reservoir whose capacity is sufficient for fully compensating the pump depletion caused by the losses. Consequently, the frequency drift of the sidebands is completely suppressed in the MI process as shown in Fig. 7(b).

## 5. SMOTHERING PROCESS AND RESTORATION OF MI SIDEBANDS

Of all the physical parameters of an optical fiber, the attenuation coefficient is probably one of the most sensitive to the quality of the manufacturing of the fiber. Indeed, a dramatic reduction in this coefficient can be achieved by improving the manufacturing process (e.g., via a reduction of the amount of impurities in the glass or an optimization of the amount and nature of the dopants). In fact, the values of the attenuation coefficients given in Table 1 are situated rather in the lower ranges of values of those coefficients for the fibers considered. It is therefore instructive to examine the impact of a substantial variation of the attenuation coefficient on the MI processes. To this end, we have represented in Fig. 8(a) the gain curves obtained with the parameters of the chalcogenide fiber of Table 1, but for different values of  $\alpha$  and a pump power fixed at  $P_0 = 35 \text{ mW}$ . In particular, the comparison of the gain spectra obtained for  $\alpha = 1 \text{ dB/m}$  and  $\alpha = 2.4 \text{ dB/m}$  shows that

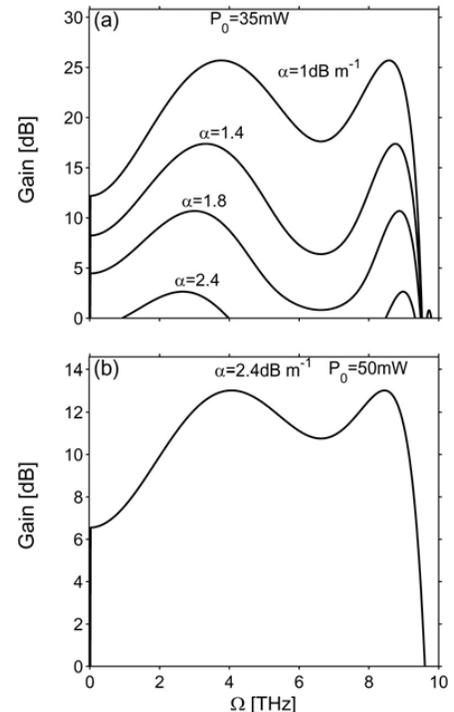


Fig. 8. Plots of the gain spectra for a chalcogenide type of fiber with dispersion parameters  $\beta_2 = -2.6 \times 10^{-3} \text{ ps}^2/\text{m}$ ,  $\beta_4 = 9 \times 10^{-6} \text{ ps}^4/\text{m}$ , and different values of the absorption parameter  $\alpha$ .

increasing the attenuation coefficient by a factor 2.4 causes a collapse of the gain of one order of magnitude. The gain passes from about 25 dB (for  $\alpha = 1$  dB/m) to 2.5 dB (for  $\alpha = 2.4$  dB/m). This result indicates that, during the lifetime of this type of device, if additional losses occur accidentally (e.g., losses due to microbending of the fiber), they will cause a malfunction of the device. To cope with such a situation, it is preferable that the device be endowed with a pump source of tunable power. Indeed, one can observe in Fig. 8 that the drop of the MI gain caused by the increase of the attenuation coefficient from  $\alpha = 1$  dB/m to  $\alpha = 2.4$  dB/m [Fig. 8(a)] is at least partially restored by an enhancement of the pump power [as shown in Fig. 8(b)]. However, this enhancement of the pump power does not suppress the frequency drift, which must be treated by the method of photon reservoir in order to obtain a more efficient device. Finally, a device for generating MI with a photon reservoir and a tunable pump power will compensate any accidental drop of MI gain (caused by an alteration of the attenuation parameter) via a simple increase of the power pump, which will have the enormous advantage of not causing an alteration of the sideband frequency. This property constitutes a major qualitative difference and an advantage compared to standard devices of generation of MI, which are generally characterized by a dependence of the sideband frequency upon the pump power.

## 6. CONCLUSION

The performance criteria most commonly used to evaluate the HNLF are the magnitude of the nonlinearity coefficient and a figure of merit that can be expressed simply as the ratio between the coefficients of gain and loss. Fibers with high figure of merit (i.e., that have a high coefficient of nonlinearity and a moderate attenuation coefficient) are generally perceived as the most efficient. However, it is less well perceived that the gains of performance of fiber optic devices do not increase simply in a linear fashion (and without limit) with the figure of merit. We have shown in this study of MI in HNLFs (which are also those having the highest absorption coefficients) that the loss effects are not restricted simply to a reduction the gain of performance in the processes of generation of optical frequencies. We have shown that beyond a certain level of the attenuation coefficient, side effects may occur and degrade the MI process qualitatively. In particular, during their propagation, the MI sidebands execute a frequency drift whose magnitude depends significantly on the value of the attenuation coefficient and the fiber length. Thus, we have shown that the factor of merit and the coefficient of nonlinearity can no longer be systematically considered the only major performance criteria of HNLFs. Perturbations produced intrinsically by a strong attenuation coefficient should be taken into account. We have presented a comparative study of performance of several types of nonlinear fibers, taking into account the rate of frequency drift in the performance criteria. We have found that chalcogenide and tellurite fibers with a nonlinear refractive index 100 times larger than that of silica are the most competitive in the MI processes (with respect to their length, pump power requirements, and the amplitude of the frequency drift) when their attenuation coefficients are of the order of or less than 1 dB/m.

Our method of photon reservoir, which has the virtue of stabilizing the frequency of MI sidebands, can be used to reinforce

the stability and reliability of light sources generating all optically pulse trains at ultrahigh repetition rates (well beyond the current limitations of electronic systems). The most competitive sources that have been proposed so far in the literature have achieved repetition rates that can range from a few tens of gigahertz to several terahertz, both in a configuration of deployed fiber [6,7,36,37] and in a fiber cavity configuration [8–11,38,39]. However, most of these systems generate sidebands whose frequencies depend on the pump power [6–9]. Consequently, such systems, which are inherently sensitive to any undesirable fluctuation of the pump power, could be stabilized by the method of photon reservoir. For example, in [9], the authors present a laser cavity that uses an 88 m fiber to produce a pulse train at a repetition rate (of the order of a few terahertz) that depends clearly on the average intracavity power. In such a cavity, the use of a fiber with very high nonlinearity associated with a reservoir of photons (obtained by fitting the dispersive properties of the fiber) would enable one not only to significantly reduce the length of the fiber cavity but also to make the system insensitive to undesirable fluctuations of the intracavity power. On the other hand, although realization of the photon reservoir requires an adjustment of the dispersive properties of the fiber up to order four, technologies for designing and manufacturing such fibers are currently available. In our analysis, although we have explicitly displayed the term of saturation of the nonlinearity, realization of the photon reservoir does not require that the system operates in the regime of saturation of the nonlinearity (i.e., with the two branches of the critical powers). The system can perfectly operate with the usual Kerr nonlinearity (i.e., with only one branch of the critical powers). Finally, we have shown that when HNLFs are exploited with a photon reservoir, they take a decisive advantage over the standard silica fibers and that, in addition, the use of a tunable pump power offers the possibility of regenerating the MI sidebands in case of accidental alterations of the attenuation coefficient of the fiber. Hence, the ability of our system for generating waves at stable and perfectly controlled frequencies is a key property in many practical applications, such as the generation of new optical frequencies or the generation of ultrafast pulse trains for optical communications.

## ACKNOWLEDGMENTS

M. N. Zambo and C. M. Ngabireng wish to thank the Laboratoire ICB for their hospitality. M. N. Zambo thanks the Cameroon government for financial assistance.

## REFERENCES

1. G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, 4th ed. (Academic, 2008).
2. A. Hasegawa, "Generation of a train of soliton pulses by induced modulational instability in optical fibers," *Opt. Lett.* **9**, 288–290 (1984).
3. S. K. Turitsyn, A. M. Rubenchik, and M. P. Fedoruk, "On the theory of the modulation instability in optical fiber amplifiers," *Opt. Lett.* **35**, 2684–2686 (2010).
4. A. M. Rubenchik, S. K. Turitsyn, and M. P. Fedoruk, "Modulation instability in high power laser amplifiers," *Opt. Express* **18**, 1380–1388 (2010).
5. M. Karlson, "Modulational instability in lossy optical fiber," *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 2071–2077 (1995).
6. A. Hasegawa and W. F. Brinkman, "Tunable coherent ir and fir sources utilizing modulational instability," *IEEE J. Quantum Electron.* **16**, 694–697 (1980).

7. M. J. Potasek and G. P. Agrawal, "Self-amplitude-modulation of optical pulses in nonlinear dispersive fibers," *Phys. Rev. A* **36**, 3862–3867 (1987).
8. M. Nakazawa, K. Suzuki, and H. A. Haus, "The modulational instability laser. I. Experiment," *IEEE J. Quantum Electron.* **25**, 2036–2044 (1989).
9. P. Franco, F. Fontana, I. Cristiani, M. Midrio, and M. Romagnoli, "Self-induced modulational-instability laser," *Opt. Lett.* **20**, 2009–2011 (1995).
10. S. Coen and M. Haelterman, "Continuous-wave ultrahigh-repetition-rate pulse-train generation through modulational instability in a passive fiber cavity," *Opt. Lett.* **26**, 39–41 (2001).
11. T. Sylvestre, S. Coen, P. Emplit, and M. Haelterman, "Self-induced modulational instability laser revisited: normal dispersion and dark-pulse train generation," *Opt. Lett.* **27**, 482–484 (2002).
12. A. Labruyere, S. Ambomo, C. Ngabireng, P. Tchofo Dinda, K. Nakkeeran, and K. Porsezian, "Suppression of sideband frequency shifts in the modulational instability spectra of wave propagation in optical fiber systems," *Opt. Lett.* **32**, 1287–1289 (2007).
13. R. K. Jain and R. C. Lind, "Degenerate four-wave mixing in semiconductor-doped glasses," *J. Opt. Soc. Am.* **73**, 647–653 (1983).
14. L. H. Acioli, A. S. L. Gomes, and J. R. R. Leite, "Measurement of high-order optical nonlinear susceptibilities in semiconductor-doped glasses," *Appl. Phys. Lett.* **53**, 1788–1790 (1988).
15. U. Langebein, F. Lederer, T. Peschel, and H. E. Ponath, "Nonlinear guided waves in saturable nonlinear media," *Opt. Lett.* **10**, 571–573 (1985).
16. P. Roussignol, D. Ricard, J. Lukasik, and C. Flytzanis, "New results on optical phase conjugation in semiconductor-doped glasses," *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 5–13 (1987).
17. C. N. Ironside, T. J. Cullen, B. S. Bhumbra, J. Bell, W. C. Banyai, N. Finlayson, C. T. Seaton, and G. I. Stegeman, "Nonlinear-optical effects in ion-exchanged semiconductor-doped glass waveguides," *J. Opt. Soc. Am. B* **5**, 492–495 (1988).
18. J. L. Coutaz and M. Kull, "Saturation of nonlinear index of refraction in semiconductor-doped glass," *J. Opt. Soc. Am. B* **8**, 95–98 (1991).
19. X. H. Wang and G. K. Cambrell, "Simulation of strong nonlinear effects in optical waveguides," *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 2048–2055 (1993).
20. D. W. Hall, M. A. Newhouse, N. F. Borrelli, W. H. Dumbaugh, and D. L. Weidman, "Nonlinear optical susceptibilities of high-index glasses," *Appl. Phys. Lett.* **54**, 1293–1295 (1989).
21. I. Kang, T. D. Krauss, F. W. Wise, B. G. Aitken, and N. F. Borrelli, "Femtosecond measurement of enhanced optical nonlinearities of sulphide glasses and heavy-metal-doped oxide glasses," *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 2053–2059 (1995).
22. Y. F. Chen, K. Beckwith, F. K. Wise, B. G. Aitken, J. S. Sanghera, and I. D. Aggarwal, "Measurement of fifth- and seventh-order nonlinearities of glasses," *J. Opt. Soc. Am. B* **23**, 347–352 (2006).
23. M. N. Zambo Abou'ou, P. Tchofo Dinda, C. M. Ngabireng, B. Kibler, F. Smektala, and K. Porsezian, "Suppression of the frequency drift of modulational instability sidebands by means of a fiber system associated with a photon reservoir," *Opt. Lett.* **36**, 256–258 (2011).
24. P. Tchofo Dinda, and K. Porsezian, "Impact of fourth-order dispersion in the modulational instability spectra of wave propagation in glass fibers with saturable nonlinearity," *J. Opt. Soc. Am. B* **27**, 1143–1152 (2010).
25. S. B. Cavalcanti, J. C. Cressoni, H. R. da Cruz, and A. S. Gouveia-Neto, "Modulation instability in the region of minimum group-velocity dispersion of single-mode optical fibers via an extended nonlinear Schrödinger equation," *Phys. Rev. A* **43**, 6162–6165 (1991).
26. J. H. Chou and R. Wu, "A generalization of the Frobenius method for ordinary differential equations with regular singular points," *J. Math. Stat.* **1**, 3–7 (2005).
27. A. Ferrando, E. Silvestre, J. J. Miret, and P. Andres, "Nearly zero ultraflattened dispersion in photonic crystal fibers," *Opt. Lett.* **25**, 790–792 (2000).
28. T. A. Birks, W. J. Wadsworth, and P. St. J. Russell, "Supercontinuum generation in tapered fibers," *Opt. Lett.* **25**, 1415–1417 (2000).
29. S. G. Leon-Saval, T. A. Birks, W. J. Wadsworth, and P. St. J. Russell, "Supercontinuum generation in submicron fibre waveguides," *Opt. Express* **12**, 2864–2869 (2004).
30. V. V. Ravi Kanth Kumar, A. George, and P. Russell, "Tellurite photonic crystal fiber," *Opt. Express* **11**, 2641–2645 (2003).
31. L. Brilland, F. Smektala, G. Renversez, T. Chartier, J. Troles, T. N. Nguyen, N. Traynor, and A. Monteville, "Fabrication of complex structures of holey fibers in chalcogenide glass," *Opt. Express* **14**, 1280–1285 (2006).
32. C. Chaudhari, T. Suzuki, and Y. Ohishi, "Design of zero chromatic dispersion chalcogenide As<sub>2</sub>S<sub>3</sub> glass nanofibers," *J. Lightwave Technol.* **27**, 2095–2099 (2009).
33. A. W. Snyder and J. D. Love, *Optical Waveguide Theory* (Chapman and Hall, 1983).
34. M. El-Amraoui, J. Fatome, J. C. Jules, B. Kibler, G. Gadret, C. Fortier, F. Smektala, I. Skripitchev, C. F. Polacchini, Y. Messaddeq, J. Troles, L. Brilland, M. Szipulak, and G. Renversez, "Strong infrared spectral broadening in low-loss As-S chalcogenide suspended core microstructured optical fibers," *Opt. Express* **18**, 4547–4556 (2010).
35. M. Liao, C. Chaudhari, G. Qin, X. Yan, C. Kito, T. Suzuki, Y. Ohishi, M. Matsumoto, and T. Misumi, "Fabrication and characterization of a chalcogenide-tellurite composite microstructure fiber with high nonlinearity," *Opt. Express* **17**, 21608–21614 (2009).
36. K. Tai, A. Tomita, J. L. Jewell, and A. Hasegawa, "Generation of subpicosecond solitonlike optical pulses at 0.3 THz repetition rate by induced modulational instability," *Appl. Phys. Lett.* **236**–238 (1986).
37. P. V. Mamyshv, S. V. Chernikov, E. M. Dianov, and A. M. Prokhorov, "Generation of a high-repetition-rate train of practically noninteracting solitons by using the induced modulational instability and Raman self scattering effects," *Opt. Lett.* **15**, 1365–1367 (1990).
38. C. J. S. Matos, D. A. Chestnut, and J. R. Taylor, "Low-threshold self-induced modulational instability ring laser in highly nonlinear fiber yielding a continuous-wave 262 GHz soliton train," *Opt. Lett.* **27**, 915–917 (2002).
39. Y. Gong, P. Shum, D. Tang, C. Lu, and X. Guo, "660 GHz solitons source based on modulation instability in short cavity," *Opt. Express* **11**, 2480–2485 (2003).

# Bibliographie

- [1] N. BLOEMBERGEN. Nonlinear Optics. W. A. Benjamin, INC., Publishers, 1965.
- [2] Y. R. SHEN. Principles of nonlinear optics. Wiley, New York, 1984.
- [3] R. BOYD. Nonlinear optics. Academic Press, San Diego, 1992.
- [4] G. P. AGRAWAL. Nonlinear Fiber Optics. 4th ed., Academic Press, San Diego, 2008.
- [5] T. SYLVESTRE, H. MAILLOTTE, E. LANTZ, and P. TCHOFO DINDA. Raman assisted parametric frequency conversion in a normally dispersive single mode fiber. Opt. Lett., 24 :1561–1563, 1999.
- [6] P. TCHOFO DINDA, S. WABNITZ, E. COQUET, T. SYLVESTRE, H. MAILLOTTE, and E. LANTZ. Demonstration of stimulated raman scattering suppression in optical fibers in a multifrequency pumping configuration. J. Opt. Soc. Am. B, 16 :1642–1650, 1999.
- [7] M. DROQUES, B. BARVIAU, A. KUDLINSKI, M. TAKI, A. BOUCON, T. SYLVESTRE, and A. MUSSOT. Symmetry breaking dynamics of the modulational instability spectrum. Opt. Lett., 36 :1359–1361, 2011.
- [8] A. HASEGAWA. Generation of a train of soliton pulses by induced modulational instability in optical fibers. Opt. Lett., 9 :288–290, 1984.
- [9] A. HASEGAWA, and W. F. BRINKMAN. Tunable coherent IR and FIR sources utilizing modulational instability. IEEE J. Quantum Electron., 16 :694–697, 1980.

- 
- [10] K. TAI, A. HASEGAWA, and A. TOMITA. Observation of modulational instability in optical fibers. Phys. Rev. Lett., 56 :135–138, 1986.
- [11] T. TANIUTI, and H. WASHIMI. Self-trapping and instability of hydrodynamic waves along the magnetic field in a cold plasma. Phys. Rev. Lett., 21 :209, 1968.
- [12] T.B. BENJAMIN, and J.E. FEIR. The disintegration of wave trains on deep water. J.Fluid. Mech., 27 :417, 1967.
- [13] Y.S. KIVSHAR, and M. PEYRARD. Modulational instabilities in discrete lattices. Phys. Rev. A, 46 :3198–3205, 1992.
- [14] J.M. BILBAULT, P. MARQUIE, and B. MICHAUX. Modulational instability of two counterpropagating waves in an experimental transmission line. Phys. Rev. E, 51 :817, 1995.
- [15] V. BEREZHIANI, V. SHARKA, and R. MIKLASZEWSKI. Modulational instability of electromagnetic radiation in narrow gap semiconductors. Phys. Rev. B, 57 :6251, 1998.
- [16] A. LABRUYERE, S.AMBOMO, C.NGABIRENG, P. TCHOFO DINDA, K. NAKKEERAN, and K. PORSEZIAN. Suppression of sideband frequency shifts in the modulational instability spectra of wave propagation in optical fiber systems. Opt. Lett., 32 :1287–1289, 2007.
- [17] R. K. JAIN, and R. C. LIND. Degenerate four-wave mixing in semiconductor-doped glasses. J. Opt. Soc. Am., 73 :647–653, 1983.
- [18] L. H. ACIOLI, A. S. L. GOMES, and J. R. RIOS LEITE. Measurement of high-order optical nonlinear susceptibilities in semiconductor-doped glasses. Appl. Phys. Lett., 53 :1788–1790, 1988.
- [19] U. LANGEBEIN, F. LEDERER, T. PESCHEL, and H. E. PONATH. Nonlinear guided waves in saturable nonlinear media. Optics Letters, 10 :571–573, 1985.
- [20] P. ROUSSIGNOL, D. RICARD, J. LUKASIK, and C. FLYTZANIS. New results on optical phase conjugation in semiconductor-doped glasses. J. Opt. Soc. Am. B, 4 :5–13, 1987.
- [21] C. N. IRONSIDE, T. J. CULLEN, B. S. BHUMBRA, J.BELL, W. C. BANYAI, N. FINLAYSON, C. T. SEATON, and G. I. STEGEMAN. Nonlinear-optical effects

- 
- in ion-exchanged semiconductor-doped glass waveguides. J. Opt. Soc. Am. B, 5 :492–495, 1988.
- [22] J. L. COUTAZ, and M. KULL. Saturation of nonlinear index of refraction in semiconductor-doped glass. J. Opt. Soc. Am. B, 8 :95–98, 1991.
- [23] X. H. WANG, and G. K. CAMBRELL. Simulation of strong nonlinear effects in optical waveguides. J. Opt. Soc. Am. B, 10 :2048–2055, 1993.
- [24] D. W. HALL, M. A. NEWHOUSE, N. F. BORRELLI, W. H. DUMBAUGH, and D. L. WEIDMAN. Nonlinear optical susceptibilities of high-index glasses. Appl. Phys. Lett., 54 :1293–1295, 1988.
- [25] I. KANG, T. D. KRAUSS, F. W. WISE, B. G. AITKEN, and N. F. BORRELLI. Femtosecond measurement of enhanced optical nonlinearities of sulphide glasses and heavy-metal-doped oxide glasses. J. Opt. Soc. Am. B, 12 :2053–2059, 1995.
- [26] Y. F. CHEN, K. BECKWITT, F. K. WISE, B. G. AITKEN, J. S. SANGHERA, and I. D. AGGARWAL. Measurement of fifth- and seventh-order nonlinearities of glasses. J. Opt. Soc. Am. B, 23 :347–352, 2006.
- [27] P. TCHOFO DINDA, and K. PORSEZIAN. Impact of fourth-order dispersion in the modulational instability spectra of wave propagation in glass fibers with saturable nonlinearity. J. Opt. Soc. Am. B, 27 :1143–1152, 2010.
- [28] J. P. POCHOLLE. L'optique guidee monomode et ses applications. Masson, 1984.
- [29] U. C. PAEK,. High-speed high-strength fiber drawing. J. Lightwave. Technol., 4 :1048–1060, 1986.
- [30] B. J. AINSLIE,. A review of the fabrication and properties of erbium-doped fibers for optical amplifiers. J. Lightwave. Technol, 9 :220–227, 1991.
- [31] T. LI. Ed. Optical Fiber Communications : Fiber Fabrication. Vol. 1, Academic Press, San Diego, 1985.
- [32] James BARTONL et Claude GUILLEMET. Le verre, Science et technologie. EDP Sciences, 2005.
- [33] D. N. PAYNE, A. J. BARLOW, and J. J. HANSEN . Development of low- and high birefringence optical fibers. IEEE. J. Quantum Electron., 18 :477, 1982.

- [34] D. MARCUSE. Light transmission optics. Van Nostrand Reinhold. New York, 1982.
- [35] R. HELLWARTH. Third-order optical susceptibilities of liquids and solids. Prog.Quantum. Electron., 5 :1, 1977.
- [36] T. B. BENJAMIN, and J. E. FEIR. The disintegration of wave trains on deep water. J.Fluid. Mech., 27 :417, 1967.
- [37] A. FERRANDO, E. SILVESTRE, J. J. MIRET, and P. ANDRES . Nearly zero ultraflattened dispersion in photonic crystal fibers. Opt. Lett., 25 :790, 2000.
- [38] T. A. BIRKS, W. J. WADSWORTH, and P. St. J. RUSSELL. Supercontinuum generation in tapered fibers. Opt. Lett., 25 :1415–1417, 2000.
- [39] S. G. LEON-SAVAL, T. A. BIRKS, W. J. WADSWORTH, P. St. J. RUSSELL. Supercontinuum generation in submicron fibre waveguides. Opt. Expr., 12 :2864–2869, 2004.
- [40] V. V. RAVI KANTH KUMAR, A. GEORGE, and P. RUSSEL. Tellurite photonic crystal fiber. Opt. Expr., 11 :2641, 2003.
- [41] L. BRILLAND, F. SMEKTALA, G. RENVERSEZ, T. CHARTIER, J. TROLES, T. N. NGUYEN, N. TRAYNOR, and A. MONTEVILLE. Fabrication of complex structures of holey fibers in chalcogenide glass. Opt. Expr., 14 :1280, 2006.
- [42] KAZI S, and ABEDIN . Stimulated Brillouin scattering in single-mode tellurite glass fiber. Opt. Expr., 14 :11766–11772, 2006.
- [43] S. B. CAVALCANTI, J. C. CRESSONI, H. R. DA CRUZ, and A. S. GOUVEIA-NETO. Modulation instability in the region of minimum group-velocity dispersion of single-mode optical fibers via an extended nonlinear schrodinger equation. Phys. Rev. A, 43 :6162–6165, 1991.
- [44] M. KARLSSON. Modulational instability in lossy optical fiber. J. Opt. Soc. Am. B, 12 :2071–2077, 1995.
- [45] S. K. TURITSYN, A. M. RUBENCHIK, and M. P. FEDORUK. On the theory of the modulation instability in optical fiber amplifiers. Opt. Lett., 35 :2684–2686, 2010.

- 
- [46] A. M. RUBENCHIK, S. K. TURITSYN, and M. P. FEDORUK. Modulation instability in high power laser amplifiers. Opt. Express, 18 :1380–1388, 2010.
- [47] J. H. CHOU, and R. WU. A generalization of the Frobenius method for ordinary differential equations with regular singular points. J. Mathematics and Statistics, 1 :3–7, 2005.
- [48] M. J. POTASEK, and G. P. AGRAWAL. Self-amplitude-modulation of optical pulses in nonlinear dispersive fibers. Phys. Rev. A, 36 :3862–3867, 1987.
- [49] K. TAI, A. TOMITA, J. L. JEWELL, and A. HASEGAWA. Generation of subpicosecond solitonlike optical pulses at 0.3 thz repetition rate by induced modulational instability. Appl. Phys. Lett., pages 236–238, 1986.
- [50] P. V. MAMYSHEV, S. V. CHERNIKOV, E. M. DIANOV, and A. M. PROKHOROV. Generation of a high-repetition-rate train of practically noninteracting solitons by using the induced modulational instability and raman self scattering effects. Opt. Lett., 15 :1365–1367, 1990.
- [51] Leo FRANCOIS. Etude des structures dissipatives dans les cavites optiques passives : theorie et experience. These, 2010.
- [52] M. NAKAZAWA, K. SUZUKI, and H. A. HAUS. The modulational instability laser. i. Experiment. IEEE J. Quantum Electron., 25 :2036–2044, 1989.
- [53] P. FRANCO, F. FONTANA, I. CRISTIANI, M. MIDRIO, and M. ROMAGNOLI. Self-induced modulational-instability laser. Opt. Lett., 20 :2009–2011, 1995.
- [54] S. COEN, and M. HAELTERMAN. Continuous-wave ultrahigh-repetition-rate pulse-train generation through modulational instability in a passive fiber cavity. Opt. Lett., 26 :39–41, 2001.
- [55] T. SYLVESTRE, S. COEN, P. EMPLIT, and M. HAELTERMAN. Self-induced modulational instability laser revisited : normal dispersion and dark-pulse train generation. Opt. Lett., 27 :482–484, 2002.
- [56] C. J. S. MATOS, D. A. CHESTNUT, and J. R. TAYLOR. Low-threshold self-induced modulational instability ring laser in highly nonlinear fiber yielding a continuous-wave 262-GHz soliton train. Opt. Lett., 27 :915–917, 2002.

- 
- [57] Y. GONG, P. SHUM, D. TANG, C. LU, and X. GUO. 660 GHz solitons source based on modulation instability in short cavity. Opt. Expr., 11 :2480–2485, 2003.
- [58] S. WABNITZ. Modulational polarization instability of light in a nonlinear birefringent dispersive medium. Phys. Rev. A, 38 :2018–2021, 1988.
- [59] S. TRILLO, and S. WABNITZ. Ultrashort pulse train generation through induced modulational polarization instability in a nonlinear birefringent Kerr-like medium. J. Opt. Soc. Am. B, 6 :238, 1989.
- [60] N. CHRISTENSEN, R. LEONHARDT, and J. D. HARVEY. Noise characteristics of cross phase modulation instability light. Opt. Commun., 101 :205–212, 1993.
- [61] S. G. MURDOCH, R. LEONHARDT, and J. D. HARVEY. Polarization modulation instability in weakly birefringent fibers. Opt. Lett., 20 :866, 1995.
- [62] S. G. MURDOCH, J. D. HARVEY and N. L. CHRISTENSEN,. The effect of resonant dispersion and gain on modulational instability. Opt. Commun., 121 :13–18, 1995.
- [63] S. G. MURDOCH, R. LEONHARDT, and J. D. HARVEY. Beat frequencies of up to 16 THz generated via modulational instability in birefringent fibers. J. Opt. Soc. Am. B, 115 :461–465, 1995.
- [64] R. LEONHARDT, S. G. MURDOCH, and J. D. HARVEY. Tuneable THz beat frequency generation in optical fibers. Opt. Commun., 130 :25–28, 1996.
- [65] S. G. MURDOCH, R. LEONHARDT, and J. D. HARVEY. Nonlinear dynamics of polarization modulation instability in optical fiber. J. Opt. Soc. Am. B, 14 :3403–3411, 1997.
- [66] G. MILLOT, E. SEVE, and S. WABNITZ. Polarization symmetry breaking and pulse train generation from the modulation of light waves. Phys. Rev. Lett., 59 :661–664, 1997.
- [67] G. MILLOT, E. SEVE, S. WABNITZ, and S. TRILLO. Observation of a novel large-signal four-photon instability in optical wave mixing. Phys. Rev. Lett., 80 :504–507, 1998.
- [68] G. MILLOT, E. SEVE, S. WABNITZ, and S. TRILLO. Observation of a novel large-signal four-photon instability in optical wave mixing. Phys. Rev. Lett.,

- 
- 80 :504–507, 1998.
- [69] G. MILLOT, E. SEVE, S. WABNITZ, and M. HAELTERMAN. Observation of induced modulational polarization instabilities and pulse-train generation in the normal-dispersion regime of a birefringent optical fiber. J. Opt. Soc. Am. B, 15 :1266–1277, 1998.
- [70] E. SEVE, S. WABNITZ, S. TRILLO and G. MILLOT. Failure of phase-matching concept in large-signal parametric frequency conversion. Appl. Phys. Lett., 72 :1–3, 1998.
- [71] G. MILLOT, E. SEVE, S. WABNITZ, and M. HAELTERMAN. Dark-soliton-like pulse train generation from induced modulational polarization instability in a birefringent fiber. Opt. Lett., 23 :511–513, 1998.
- [72] E. SEVE, G. MILLOT, S. TRILLO and S. WABNITZ. Large-signal enhanced frequency conversion in birefringent optical fibers : theory and experiments. J. Opt. Soc. Am. B, 15 :2537–2551, 1998.
- [73] S. AMBOMO. Optimisation des processus d’instabilité modulationnelle par la technique des fibres a gestion de dispersion. These, 2008.
- [74] E. SEVE. Instabilité modulationnelle dans les fibres optiques birefringentes. Application a la generation des solitons noirs et aux processus de conversion de frequence. These, 1999.
- [75] C.M. NGABIRENG, S. AMBOMO, P. TCHOFO DINDA, and A. B. MOUBISSI,. Loss effets in the spectra of polarization modulational instability in weakly birefringent optica bibers. J. Opt., 13 :1–10, 2011.
- [76] M. N. ZAMBO ABOU’OU, P. TCHOFO DINDA, C. M. NGABIRENG, B. KIBLER, F. SMEKTALA, and K. PORSEZIAN. Suppression of the frequency drift of modulational instability sidebands by means of a fiber system associated with a photon reservoir. Opt. Lett., 36 :256–258, 2011.
- [77] M. N. ZAMBO ABOU’OU, P. TCHOFO DINDA, C. M. NGABIRENG, B. KIBLER, and F. SMEKTALA,. Impact of the material absorption on the modulational instability spectra of wave propagation in high-index glass fibers. J. Opt. Soc. Am. B, 28 :1518–1528, 2011.

- [78] R. H. HARDIN, et F. D. TAPPERT . Applications of the split-step Fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coefficient wave equations. SIAM Rev. Chronicle, 15 :423, 1973.
- [79] R. A. FISHER, et W. K. BISCHEL . The role of linear dispersion in plane-wave self-phase modulation. Appl. Phys. Lett., 23 :661, 1973.
- [80] R. A. FISHER, et W. K. BISCHEL . Numerical studies of the interplay between self-phase modulation and dispersion for intense plane- wave laser pulses. J. Appl. Phys., 46 :4921, 1975.
- [81] V. I. KARPMAN, et E. M. KRUSKAL. Modulated waves in nonlinear dispersive media. Sov. Phys. JETP, 28 :277, 1969.
- [82] N. YAJIMA, et A. OUTI. A new example of stable solitary waves. Prog. Theor. Phys., 45 :1997–1998, 1971.
- [83] M. J. ABLOWITZ, et J. F. LADIK. A nonlinear difference scheme and inverse scattering. Stud. Appl. Math., 55 :213–229, 1976.
- [84] I. S. GREIG, et J. L. MORRIS. A Hopscotch method for the Korteweg-de Vries equation. J. Comp. Phys., 20 :60–80, 1976.
- [85] B. FORNBERG, et G. B. WHITHAM. A numerical and theoretical study of certain nonlinear wave phenomena. Phil. Trans. Roy. Soc., 289 :340–373, 1978.
- [86] M. DELFOUR, M. FORTIN, et G. PAYRE. Finite difference solutions of the NLS equation. J. Comp. Phys., 44 :277–288, 1981.
- [87] T. R. TAHA, et M. J. ABLOWITZ. Analytical and numerical aspects of certain nonlinear evolution equations. II Numerical. J. Comp. Phys., 55 :203–230, 1984.
- [88] G. H. WEISS, et A. A. MARADUDIN. The Baker-Hausdorff formula and a problem in crystal physics. J. Math. Phys., 3 :771, 1962.





# Instabilité modulationnelle et concept de réservoir de photons dans les fibres optiques à très forte non linéarité.

**Résumé :** Cette thèse présente des travaux portant sur l'instabilité modulationnelle (IM) dans des fibres optiques dotées à la fois d'une forte non linéarité et d'un fort coefficient d'absorption. Une analyse comparative des performances de plusieurs grandes classes de fibres (de verres silice et non silice) sur leur aptitude à générer des bandes latérales d'IM avec un minimum de puissance de pompe, et sur la plus courte distance possible, est effectuée. Les fibres de verres non silice de type Chalcogénure ou Tellure apparaissent à première vue comme étant les plus performantes, mais un examen attentif révèle que leurs spectres sont altérés par un phénomène de dérive en fréquence des bandes latérales d'IM, qui est provoquée par une forte absorption du laser de pompe.

Nous développons alors une méthode qui permet de supprimer la dérive en fréquence des bandes latérales d'IM dans les fibres à fort coefficient d'absorption. Cette méthode, que nous avons baptisé "méthode du réservoir de photons", consiste à créer au sein de la fibre, par un ajustement approprié des paramètres de dispersion d'ordre deux et quatre, un réservoir de photons qui alimente in situ le processus d'IM en lui fournissant continuellement l'équivalent de la quantité de photons détruits par l'absorption matérielle au cours de la propagation. L'efficacité de la méthode du réservoir de photons est démontrée sur des processus d'IM aussi bien en configuration scalaire que vectorielle. Cette démonstration marque un progrès décisif vers des dispositifs de génération de fréquences optiques qui seront extrêmement précis et stables.

**Mots-clefs :** Fibre optique hautement non-linéaire, Instabilité modulationnelle, Réservoir de photons, Dérive en fréquence des bandes latérales.

## Modulational instability and concept of photon reservoir in highly nonlinear optical fibers.

**Abstract :** This thesis considers modulational instability (MI) in optical fibers that have both a strong non-linearity and strong absorption coefficient. We carry out a comparative analysis of the performance of several major classes of silica- and non-silica glass fibers, on their ability to generate MI sidebands with a minimum of pump power, and over the shortest distance possible. Chalcogenide glass fibers appear at first sight as being the most competitive, but a careful examination reveals that their spectra are altered by a phenomenon of frequency drift of the MI sidebands, caused by a strong depletion of the pump.

We have then developed a method which allows to suppress frequency drifts in MI processes in fibers having strong absorption parameters. The fundamental idea of this method, that we called "the photon reservoir method", is to create in the fiber, by an appropriate adjustment of the second-order and fourth-order dispersion coefficients, a photon reservoir which supplies (in situ) the MI process by continually providing the equivalent of the amount of photons destroyed by absorption during the propagation. We have demonstrated the effectiveness of the method of photon reservoir on MI processes, in scalar- and vector configurations, using glass fibers endowed with extremely high nonlinear parameters. This method constitutes a decisive step forward in the development of highly competitive devices for optical frequency generation.

**Key-words :** Highly nonlinear fiber optics, modulational instability, photon reservoir, sideband frequency drifts.