

**THÈSE**

*présentée par*

**Rindra RANTOSON**

*pour obtenir le grade de*

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ**

*discipline Instrumentation et Informatique de l'Image*

---

**NUMÉRISATION 3D D'OBJETS TRANSPARENTS  
PAR POLARISATION DANS L'IR &  
PAR TRIANGULATION DANS L'UV**

---

*Soutenue le 3 novembre 2011 devant la commission d'examen*

**JURY**

Joaquim SALVI

Laurent BIGUÉ

Abdelaziz BENSRAIR

Fabrice MÉRIAUDEAU

David FOFI

Christophe STOLZ

Professeur

Professeur

Professeur

Professeur

Professeur

Maître de conférences

Président du jury

Rapporteur de thèse

Rapporteur de thèse

Directeur de thèse

Co-directeur de thèse

Co-directeur de thèse



## Remerciements

Mes études supérieures ne me prédestinaient pas à faire une thèse, aussi, je suis particulièrement reconnaissante à Steeve Augoula de m'avoir donné l'opportunité de m'initier à la recherche en mettant en place un contrat CIFRE et de m'avoir accordé du temps à la réalisation de la thèse dans de bonnes conditions. J'exprime également ma reconnaissance à Florent Moures sans lequel je n'aurais pas pu connaître cette enrichissante expérience scientifique et humaine vécue au sein du laboratoire LE2I du Creusot. Par ailleurs, je voudrais remercier Matthieu Voiry pour son encadrement et François Loret pour m'avoir inculqué la rigueur.

Je remercie Jean-Marie Bilbault de m'avoir accueillie au sein du laboratoire LE2I, David Fofi de m'avoir intégrée à l'équipe creusotine et Patrick Gorria de m'avoir admise dans les locaux de l'IUT.

Je remercie Monsieur Joaquim Salvi, Messieurs Laurent Bigué et Abdelaziz Benshair pour l'honneur qu'ils me font en acceptant d'être respectivement président du jury de soutenance et rapporteurs de ce mémoire.

J'exprime toute ma gratitude et ma reconnaissance à mon directeur de thèse, Fabrice Mériaudeau, pour ses pertinentes remarques, ses judicieuses directives, sa disponibilité et son soutien. Je remercie mon co-directeur de thèse, David Fofi, pour la qualité de ses conseils, ses encouragements et la confiance qu'il m'a accordée. Je remercie mon autre co-directeur de thèse, Christophe Stolz, pour son écoute, son encadrement et l'aspect convivial de nos rapports.

De plus, je tiens vivement à remercier les trois pour la patience, la grande liberté, la considération qu'ils m'ont accordées et les qualités humaines dont ils ont fait preuve.

Je tiens à saluer toutes les personnes que j'ai côtoyées durant ma thèse, aussi bien les enseignant-chercheurs, les doctorants que les personnels qui m'ont permis d'évoluer dans un environnement plaisant. En particulier, j'ai pris énormément plaisir à échanger avec Bernard Lamalle, Olivier Laligant, Lew-fock-chong Lew-yan-voon, Eric Fauvet, Dominique Laurent, Désiré Dro Sidibe et Mr Thomas Ferrell. Je souligne la précieuse aide de Kedir Adal Mohammed. J'ai beaucoup apprécié la convivialité d'Iqbal, Bushra, Intuon, Adhiguna, Shabayek, Alban, Satya, Ahlem, Ouadi et Kassem ; mes amitiés pour Jhimli et Soumya.

Une pensée affectueuse à mes amis proches et à ma famille pour m'avoir toujours encouragée durant ces années de thèse.

Je ne remercierais jamais assez mes Parents, particulièrement pour les sacrifices qui m'ont permis d'effectuer mes études seule en France.

Enfin, je ne puis oublier mon Mari, qui a partagé mes moments de doute et de satisfaction à travers la réalisation de ce travail, et qui a grandement participé à son accomplissement.

## Résumé

Les travaux présentés dans ce mémoire portent sur l'étude, la conception et le développement de deux nouveaux prototypes de reconstruction tridimensionnelle, spécifique aux objets transparents.

La numérisation 3D d'objets opaques est abondamment traitée dans la littérature et de nombreux systèmes sont d'ailleurs commercialisés. Cependant, lorsqu'il s'agit de la numérisation 3D d'objets transparents, les publications se font rares et aucun système de scanning n'existe sur le marché. La technique de numérisation de surfaces transparentes demeure compliquée et non maîtrisée à l'heure actuelle. L'opacification de la surface avant le scanning s'avère être la solution retenue dans le domaine du contrôle qualité. Néanmoins, cette alternative n'est pas optimale en raison du coût de traitements et du manque de précision éventuellement engendré.

Afin de solutionner les problèmes de la numérisation d'objets transparents, nous avons développé deux approches dites non conventionnelles en étendant les méthodes existantes (dans le visible) aux longueurs d'onde dans lesquelles les sujets apparaissent opaques (IR et UV). Les deux méthodes de mesure sans contact retenues sont :

- la reconstruction par polarisation dans l'IR, en vue de s'affranchir des problèmes d'inter-réflexions ;
- le scanning par laser UV, pour satisfaire les contraintes industrielles (précision, rapidité et coût) tout en résolvant de manière efficace le problème de réfraction.

La première approche est fondée sur la réflexion spéculaire de l'objet dans l'IR tandis que la seconde exploite la propriété de l'objet à fluorescer sous l'irradiation UV.

L'inexistence des lentilles télécentriques dans l'IR nous a conduits à adapter la reconstruction par polarisation dans l'IR à l'aide d'une lentille non télécentrique. Pour ce faire, une méthode d'approximation du modèle orthographique a été développée et une méthode de validation visant à améliorer la précision des résultats a été en outre intégrée dans le processus de reconstruction après l'étape d'estimation des paramètres de Stokes. Nos résultats sont très satisfaisants et attestent la faisabilité de la reconstruction par polarisation dans l'IR.

Quatre configurations de système de scanning par triangulation ont été déployées afin d'exploiter la propriété de fluorescence des objets transparents irradiés sous un rayonnement UV. Des expérimentations visant à caractériser la fluorescence induite à la surface des objets considérés et à vérifier l'éligibilité de notre approche ont été menées. Les mesures spectroscopiques nous ont permis d'élaborer des critères de "tracking" (détection et localisation) des points fluorescents en présence des bruits inhérents à l'acquisition. Nous avons également mis au point des méthodes de validation des paramètres du modèle de reconstruction 3D estimés lors de la calibration, permettant ainsi d'optimiser la configuration du système de scanning. Les méthodes de "tracking" et de validation ont contribué considérablement à l'amélioration de la précision des résultats. Par ailleurs, la précision obtenue n'a jamais été atteinte au regard de ce que l'on trouve dans la littérature. **Mots clés** : numérisation 3D, objets transparents, reconstruction par polarisation dans l'IR, lentille non télécentrique, approximation du modèle orthographique, méthode de validation des paramètres de Stokes, scanning par laser UV, "tracking" et caractérisation de la fluorescence, méthode de validation pour une configuration optimale du système, industrialisable (en terme de précision, coût).

# Abstract

Two non-conventional methods for the 3D digitization of transparent objects via non-contact measurement are reported in this thesis.

3D digitization is a well acknowledged technique for opaque objects and various commercial solutions based on different measurement approaches are available in the market offering different types of resolution at different prices. Since these techniques require a diffused or lambertian surface, their application to transparent surfaces fails. Indeed, rays reflected by the transparent surface are perturbed by diverse inter-reflections induced by the refractive properties of the object. Therefore, in industrial applications like quality control, the transparent objects are powder coated followed by their digitization. However, this method is expensive and can also produce inaccuracies. Among the rare methods suggested in the literature, shape from polarization provides reliable results even though their accuracy had to be improved by coping with the inter-reflections.

The two proposed solutions handle the extension of the existing methods to wavelengths beyond visible ranges :

- shape from polarization in Infra Red (IR) range to deal with the above-mentioned inter-reflections ;

- scanning by Ultra Violet (UV) laser (based on triangulation scheme) to overcome the refraction problem that can be feasibly applied in industrial applications.

The characteristic physical properties of transparent objects led us to explore the IR and UV ranges ; since, transparent glass has strong absorption bands in the IR and UV ranges and therefore has opaque appearance. The first approach exploits the specular reflection of the considered object surface in IR and the second one exploits the fluorescence property of the object when irradiated with UV rays.

Shape from polarization traditionally based on telecentric lenses had to be adapted with non-telecentric lenses to be used in the IR range. Thus, an approximation of the orthographic model is developed in this thesis while a validation method is implemented and integrated in the reconstruction process after Stokes parameters estimation, in order to improve the accuracy of the results. Some results of digitized objects are presented, which prove the feasibility of the shape from polarization method in the IR range to be used for transparent objects.

A total of four configurations of the triangulation system are implemented in this thesis to exploit fluorescence produced by the UV laser scanning of the second approach. Experimental investigations aimed at characterizing the fluorescence are done. A specific fluorescence tracking method is carried out to deal with the inherent noise in the acquisitions. The uniqueness of the method relies on the criteria that are derived from the analysis of spectroscopic results. A validation method is made to optimize the configuration system while reducing the accuracy of reconstruction error. The results of some object digitization are presented with accuracies better than previously reported works.

**Keywords** : 3D digitization, transparent objects, shape from polarization in IR, non telecentric lense, orthographic approximation approach, Stokes parameters validation method, scanning from UV laser, fluorescence tracking and characterization, validation method for optimal configuration setup, low cost system, excellent accuracy, industrial applications.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
1.1	Contexte et motivations . . . . .	3
1.2	Objectifs et performances à atteindre . . . . .	4
1.3	Contributions . . . . .	4
1.4	Structure du manuscrit . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Analyse bibliographique</b>	<b>8</b>
2.1	Introduction . . . . .	9
2.2	Caractérisation physique d'une surface . . . . .	9
2.2.1	Surface opaque . . . . .	9
2.2.1.1	Surface de réflexion spéculaire . . . . .	9
2.2.1.2	Surface de réflexion diffuse . . . . .	10
2.2.1.3	Introduction à la modélisation . . . . .	11
2.2.2	Surface transparente . . . . .	12
2.3	Les techniques de mesure 3D existants et leurs limites . . . . .	13
2.3.1	Méthodes de numérisation 3D d'objets opaques . . . . .	14
2.3.1.1	Systèmes de mesure passifs . . . . .	14
2.3.1.2	Systèmes de mesure actifs . . . . .	16
2.3.2	Méthodes de reconstruction 3D d'objets transparents . . . . .	18
2.3.2.1	Reconstruction par utilisation d'un algorithme génétique . . . . .	18
2.3.2.2	Reconstruction reposant sur le mouvement . . . . .	19
2.3.2.3	Reconstruction par utilisation du flux optique . . . . .	20
2.3.2.4	Reconstruction par mesure direct du rayon réfracté . . . . .	21
2.3.2.5	Reconstruction basée sur la réflectance . . . . .	22
2.3.2.6	Reconstruction par immersion dans un liquide fluorescent . . . . .	23
2.3.2.7	Scanning à partir de l'échauffement de la surface . . . . .	23
2.3.2.8	Reconstruction par polarisation . . . . .	24
2.3.2.9	Exemple de deux types de scanner commercialisé . . . . .	25
2.4	Conclusion . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Reconstruction par polarisation dans l'IR</b>	<b>28</b>
3.1	Introduction . . . . .	29
3.2	La polarisation . . . . .	29
3.2.1	Équation d'onde . . . . .	30
3.2.2	Caractérisation de la polarisation . . . . .	32

3.2.2.1	Polarisation totale . . . . .	32
3.2.2.2	Les paramètres de Stokes . . . . .	35
3.2.2.3	Polarisation partielle . . . . .	35
3.2.3	Matrice de Mueller . . . . .	37
3.2.3.1	Polariseur . . . . .	37
3.2.3.2	Retardateur . . . . .	39
3.2.3.3	Rotateur . . . . .	40
3.2.3.4	Surface réfléchissante . . . . .	41
3.2.4	Capteurs polarimétriques . . . . .	42
3.2.4.1	Polarimètres de Stokes . . . . .	42
3.2.4.2	Polarimètres simplifiés . . . . .	43
3.2.5	Applications . . . . .	47
3.2.5.1	Application usuelle . . . . .	47
3.2.5.2	Application à l'imagerie médicale . . . . .	48
3.2.5.3	Application en vision artificielle . . . . .	49
3.3	Reconstruction 3D par polarimétrie classique . . . . .	52
3.3.1	Hypothèses . . . . .	52
3.3.2	Les étapes de la reconstruction . . . . .	56
3.3.3	Lever de l'ambigüité sur l'angle zénithal et sur l'angle azimutal . . . . .	61
3.3.3.1	Méthode de Ferraton . . . . .	61
3.3.3.2	Méthode de Morel . . . . .	62
3.3.3.3	Méthode de Miyazaki . . . . .	63
3.3.4	Calcul de la surface 3D à partir de champs de gradients . . . . .	65
3.3.4.1	Méthodes locales . . . . .	66
3.3.4.2	Méthodes reposant sur la relaxation . . . . .	67
3.3.4.3	Méthodes globales . . . . .	69
3.4	Mise en œuvre . . . . .	71
3.4.1	Problématique . . . . .	71
3.4.1.1	Liée à l'inexistence des lentilles télécentriques dans l'IR . . . . .	71
3.4.1.2	Liée aux erreurs de reconstruction . . . . .	74
3.4.2	Solutions proposées . . . . .	75
3.4.2.1	Reconstruction basée sur le modèle perspectif . . . . .	75
3.4.2.2	Méthode de validation . . . . .	77
3.4.2.3	Esquisse du système à concevoir . . . . .	79
3.4.3	Implémentation & Résultats . . . . .	81
3.4.3.1	Dans le visible . . . . .	81
3.4.3.2	Dans l'IR . . . . .	97
3.5	Conclusion . . . . .	112
3.6	Perspectives . . . . .	114
<b>4</b>	<b>Scanning par laser UV</b> . . . . .	<b>118</b>
4.1	Introduction . . . . .	119
4.2	La fluorescence . . . . .	119
4.2.1	Mécanisme d'absorption . . . . .	120
4.2.2	Mécanismes d'émission . . . . .	122

4.2.3	Applications . . . . .	123
4.2.4	Fluorescence du verre . . . . .	126
4.2.4.1	Bref rappel sur la composition du verre . . . . .	126
4.2.4.2	Bref état de l'art sur la fluorescence du verre . . . . .	127
4.2.5	Le cadre applicatif . . . . .	130
4.3	Analyse expérimentale de la faisabilité et de l'applicabilité de l'approche	131
4.3.1	Analyse de la fluorescence par spectrométrie . . . . .	132
4.3.1.1	Analyse de l'absorbance . . . . .	132
4.3.1.2	Analyse du spectre d'émission . . . . .	137
4.3.2	Analyse de la fluorescence par vision . . . . .	140
4.3.2.1	Analyse de la fluorescence sur différents types de matériaux	140
4.3.2.2	Analyse de la diffusion de la fluorescence dans le volume	141
4.3.3	Conclusion . . . . .	144
4.4	Mise en œuvre de l'approche . . . . .	144
4.4.1	Triangulation active par stéréovision . . . . .	146
4.4.1.1	Objet stationnaire . . . . .	146
4.4.1.2	Objet non stationnaire . . . . .	163
4.4.2	Triangulation par vision monoculaire . . . . .	169
4.4.2.1	Utilisation d'un laser UV point . . . . .	169
4.4.2.2	Utilisation d'un laser UV ligne . . . . .	187
4.4.3	Conclusion . . . . .	201
4.5	Conclusion . . . . .	202
4.6	Perspectives . . . . .	205
<b>5</b>	<b>Conclusion générale et perspectives - Publications</b>	<b>207</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>211</b>
<b>A</b>	<b>Modèle d'éclairement d'une surface - Propagation d'une onde</b>	<b>221</b>
<b>B</b>	<b>Calculs relatifs à la polarisation</b>	<b>226</b>
<b>C</b>	<b>Equations de Maxwell - Equations de Fresnel</b>	<b>232</b>
<b>D</b>	<b>Estimation de la matrice fondamentale</b>	<b>237</b>
	<b>Liste des figures</b>	<b>242</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>250</b>

# 1

## Introduction

Le projet de recherche présenté dans ce manuscrit est le fruit de la collaboration entre le LE2I (Laboratoire Electronique et Informatique de l'Image, UMR-CNRS 5158) et Glaizer Group (une agence en innovation) dans le cadre d'une thèse CIFRE (numéro : 195/2008). La finalité des travaux de recherche organisés autour de cette thèse consiste à élaborer un prototype de recherche sur les techniques de numérisation tridimensionnelle (3D) sans contact d'objets transparents.

## 1.1 Contexte et motivations

Les techniques de numérisation 3D couvrent un large spectre d'applications qui s'étendent de la conception virtuelle d'une cellule dans le domaine médical à la reconnaissance 3D d'objets dans le domaine de la robotique en passant par l'archivage numérique pour l'accès universel aux objets archéologiques.

Les mesures tridimensionnelles représentent également une solution incontournable dans le domaine du contrôle qualité, qui de par leur fort potentiel informatif, sont exploitées généralement suivant deux axes :

- détection de défauts, par contrôle de conformité (contrôle dimensionnel, morphologique, d'état de surface, d'aspérité et d'impuretés, etc.) en fonction des normes établies préalablement par l'industriel ;
- identification de la nature des défauts détectés (caractérisation dimensionnelle ou autre) en fonction de la nature de l'application considérée.

Cependant, les moyens développés en vision artificielle et en métrologie, visant à extraire les informations 3D des objets non opaques (i.e. les objets transparents, translucides tels que les objets en verre, en plastique) ne sont pas satisfaisants. En effet, les techniques utilisées sont fondées sur les rayons réfléchis par l'objet à numériser et requièrent le caractère diffus, lambertien de la surface sous un éclairage ou un rayonnement visible. Ainsi, elles ne sont pas applicables directement sur les surfaces transparentes en raison de la part importante, voire majoritaire de la lumière réfractée. De ce fait, la numérisation d'objets transparents par le biais des moyens conventionnels nécessite un traitement préalable d'opacification de la surface à l'aide d'une poudre matifiante. Ce procédé est non seulement coûteux vis-à-vis de la production (temps de préparation de la surface relative à la pré/post numérisation et coût des ressources humaines/matérielles nécessaires à l'exécution de l'opération) mais peut également ne pas convenir à cause du manque de fiabilité des mesures obtenues (manque de précision, atténuation de certains défauts). Bien qu'aucune solution commerciale automatisée de numérisation 3D sans contact d'objets transparents n'existe encore sur le marché, des techniques expérimentales de mesure sont suggérées dans la littérature scientifique. Elles demeurent cependant des techniques inadaptées à des applications industrielles de par les contraintes de temps et/ou de coût d'exécution du procédé. En particulier, elles traitent difficilement la problématique de réfraction et d'inter-réflexion. Dans ce contexte, nous nous projetons de fournir une solution de contrôle qualité satisfaisante pour les industries verrière et optique. A cette fin, les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse ont porté sur l'étude, la conception et le développement de plusieurs dispositifs de mesure tridimensionnelle des objets transparents utilisant des méthodes non conventionnelles telles que la reconstruction par

polarisation dans l'infrarouge (IR) et le scanning par laser ultra violet (UV). Cofinancés par Glaizer Group les travaux se sont déroulés au sein du LE2I du Creusot, ce dernier étant spécialisé dans le contrôle qualité par vision artificielle des objets atypiques tel que les objets transparents, les objets spéculaires, etc. Leur mesure sans contact constitue un défi qui s'inscrit dans le cadre des thématiques d'imagerie non conventionnelle de plus en plus explorées dans ce laboratoire.

## 1.2 Objectifs et performances à atteindre

A travers cette thèse, nous nous fixons comme objectif de concevoir un prototype de recherche sur les techniques de numérisation 3D d'objets transparents répondant aux exigences suivantes :

- affranchissement des problèmes de réfraction et d'inter-réflexion ;
- numérisation par mesure sans contact ;
- automatisation du système d'acquisition ;
- précision et fiabilité de la mesure ;
- limitation du temps d'acquisition et de traitement ;
- robustesse de la méthode quelque soit la forme de l'objet mesuré ;
- applicabilité de l'approche sur une large gamme de matériaux transparents.

## 1.3 Contributions

Deux approches non conventionnelles ont été mises en œuvre pour pallier aux problèmes de réfraction et d'inter-réflexion des objets transparents rencontrés lors de leur numérisation dans le visible : la reconstruction par polarisation dans l'IR et la triangulation par lumière fluorescente structurée induite sous irradiation UV, concept appelé : "scanning par laser UV" ou "scanning by UV light" ou "shape from visible fluorescence UV-induced" ou encore "shape from fluorescent structured light". La majorité des objets transparents s'avérant opaques dans le domaine infrarouge et ultra violet, l'idée était d'étendre l'environnement de travail de la numérisation des objets transparents dans ces longueurs d'onde et d'adapter les méthodes de reconstruction existantes telles que la reconstruction par polarisation (traditionnellement appelée "shape from polarization") et les méthodes classiques de reconstruction par triangulation, dans ces longueurs d'ondes différentes du visible ; d'où la dénomination "méthodes non conventionnelles", outre la méthode "shape from polarization" qui, de par le principe de reconstruction basé sur l'exploitation des paramètres polarimétriques des rayons réfléchis par l'objet, est qualifiée elle-même d'approche non conventionnelle.

Du fait que les objets transparents réfléchissent de manière spéculaire dans le domaine IR, la première approche consiste à étendre la technique du "shape from polarization" dans l'IR à l'aide d'un système polarimétrique IR composé d'une caméra, d'un polariseur et d'un dôme d'éclairage. Le procédé de reconstruction effectué généralement dans

le visible pour des matériaux diélectriques ou métalliques traite difficilement les problèmes d'inter-réflexion des objets transparents ; les résultats souffrent par conséquent d'un manque de précision. Dans ce contexte, nous souhaitons concevoir un système de mesure sans contact en exploitant l'apport de l'infrarouge dans la reconstruction 3D des objets transparents par polarimétrie.

Cependant, l'inexistence des lentilles télécentriques dans l'IR nous a conduits à adopter la méthode de reconstruction classique par polarisation avec les lentilles non télécentriques. Méthode à laquelle une approche de validation des paramètres de Stokes a été intégrée afin d'améliorer la précision des résultats.

La seconde approche s'appuie sur l'utilisation d'un laser point UV au cœur de différents dispositifs de scanning traditionnel, et sur l'exploitation des images de fluorescence acquises par une méthode de triangulation classique adéquate. En effet, le rayonnement UV projeté par le laser, induit une fluorescence visible à la surface transparente au contact de cette dernière. Cette propriété de la surface transparente à réagir par fluorescence sous l'irradiation UV permet de résoudre le problème de réfraction évoqué plus haut. Les points fluorescents apparents à la surface irradiée de l'objet à numériser sont ensuite imagés par un capteur visible (constitué d'une ou plusieurs caméra(s)) et caractérisent ainsi la lumière "additionnelle" sur la quelle repose la reconstruction 3D par triangulation active classique. Quatre dispositifs expérimentaux d'acquisition ont été mis en œuvre avec le laser point UV.

- Un dispositif de stéréovision comprenant deux caméras où l'objet est balayé par le faisceau laser UV piloté par un miroir UV pivotant.
- Trois dispositifs de triangulation où l'objet non stationnaire durant le scanning, est placé sur un support à déplacements programmables : un dispositif de stéréovision utilisant deux caméras, et deux dispositifs de triangulation par éclairage fluorescent structuré, utilisant une caméra. L'éclairage fluorescent structuré est induit respectivement par le laser point UV et par un faisceau ligne UV pour ces deux derniers. Le faisceau ligne UV est généré en équipant le laser point UV d'une lentille cylindrique UV additionnelle.

L'implémentation du système de stéréovision associé au scanning par le déplacement de l'objet, a nécessité la mise en place d'un repère commun dans lequel s'effectue et est présentée la reconstruction finale. Celui-ci est défini par un plan rectangulaire formé par quatre diodes lumineuses de couleurs différentes, fixé derrière l'objet à numériser de manière à couvrir la taille de ce dernier. Une méthode de localisation automatique du plan de repère dans chaque image analysée a été développée afin d'obtenir la reconstruction finale.

Des études expérimentales et spectrales visant à caractériser la fluorescence observée sur différents types de matériaux ont également été menées. L'analyse des courbes d'absorption du matériau a orienté sur le choix de la longueur d'onde UV excitatrice, indispensable pour l'induction et l'exploitabilité de la fluorescence à la surface de chaque matériau analysé ; tandis que le spectre d'émission contribue à l'élaboration des critères de "tracking" (détection et localisation) de la fluorescence imagée en présence des bruits inhérents à l'acquisition. Une procédure expérimentale ayant pour objectif de détermi-

ner les facteurs d'influence éventuels de la fluorescence observée a été effectuée. Elle met ainsi en évidence une corrélation et respectivement une indépendance entre la nature du matériau et l'épaisseur de l'objet vis à vis du point fluorescent représentatif extrait pour la reconstruction à une position donnée.

Une méthode de validation basée sur une approche statistique, est conjuguée à chaque procédure de reconstruction par triangulation correspondant aux deux derniers dispositifs expérimentaux mentionnés ci-dessus. Elle participe à l'amélioration de la précision de la reconstruction finale obtenue, de par, le contrôle des erreurs de modélisation durant la calibration, et la mise au point de la configuration du système d'acquisition.

Voici l'énumération des contributions associées à leurs finalités respectives :

1 - reconstruction par polarisation dans l'IR pour s'affranchir des problèmes d'inter-réflexion rencontrés lors de la numérisation par polarisation des objets transparents dans le visible ;

2 - adaptation de la reconstruction par polarisation avec le modèle perspectif utilisé par les lentilles non télécentriques, permettant non seulement l'extension de la reconstruction par polarisation dans l'IR mais également la réduction du coût relatif à l'utilisation de la lentille télécentrique dans le visible ;

3 - implémentation d'une approche de validation des paramètres de Stokes assurant la vérification des conditions environnementales dans lesquelles se déroulent les acquisitions, et contribuant à l'amélioration de la précision des résultats finaux. Le principe de la méthode est valable et applicable indépendamment de l'environnement de travail et de la nature de la lentille utilisée ;

4 - scanning par laser UV pour pallier au problème de réfraction lors de la numérisation sans contact des objets transparents avec les scanners conventionnels ; L'éligibilité ainsi que l'applicabilité de l'approche aux objets considérés ont été vérifiées au travers des investigations expérimentales par spectrophotométrie et par vision.

5 - mise en place d'un plan de référence particulier pour la reconstruction par stéréovision adaptée au scanning par le déplacement de l'objet assurant l'automatisation de la reconstruction finale de l'objet ;

6 - mise en œuvre de la méthode de "tracking" (détection et de localisation) de la tache de fluorescence en présence de bruits inhérents à l'acquisition contribuant à l'amélioration de la précision des résultats obtenus ; La spécificité de la méthode réside en l'exploitation des résultats spectroscopiques.

7 - implémentation d'une méthode de validation des paramètres des modèles utilisés dans le processus de la triangulation par éclairage structuré associé aux deux derniers dispositifs mentionnés. Celle-ci permet de réduire les erreurs de reconstruction au travers d'une optimisation de la configuration du dispositif.

## 1.4 Structure du manuscrit

Le manuscrit présenté s'articule autour de trois chapitres principaux (2-3-4) où les trois premières contributions seront décrites dans le chapitre 3 et les quatre dernières dans le chapitre 4 :

- une analyse bibliographique permettra de faire brièvement le point sur les différentes techniques de numérisation 3D générales dans le chapitre 2 pour se focaliser ensuite sur les méthodes de reconstruction 3D d'objets transparents proposées dans la littérature ;

- le chapitre 3 décrira la méthode par polarimétrie dans l'IR développée dans cette thèse. La polarisation ainsi que le principe général de la méthode de reconstruction par polarisation seront rappelés au début du chapitre. La problématique liée à l'extension de la reconstruction par polarimétrie dans l'IR sera ensuite évoquée avant la description de la solution d'adaptation suggérée et de la méthode de validation des paramètres de Stokes ;

- le concept de scanning par laser UV sera exploité à travers les quatre approches de triangulation dans le chapitre 4 où le phénomène physique de la fluorescence ainsi que quelques investigations expérimentales assurant l'éligibilité et l'applicabilité du concept aux objets transparents, seront abordés. La méthode spécifique de "tracking" de la fluorescence ainsi que la méthode de validation des paramètres des modèles associés aux méthodes de triangulation par éclairage structuré basées sur l'utilisation d'une caméra, seront décrites également dans ce chapitre sans oublier d'y mentionner la contribution 5.

Le manuscrit sera clos par une conclusion générale qui résume les deux solutions développées dans cette thèse pour la numérisation sans contact d'objets transparents tout en soulignant les progrès scientifiques et technologiques apportés par nos travaux. Elle comportera également une synthèse des axes de recherche proposés pour la poursuite des travaux et la liste des publications nationales/internationales de nos travaux.

# 2

## Analyse bibliographique

## 2.1 Introduction

Une large variété de systèmes de mesure 3D dédiés aux objets opaques, est à présent disponible sur le marché afin de répondre aux besoins identifiés dans différents domaines : l'industrie (le contrôle qualité, la rétro-conception), l'archéologie (l'étude d'objets délicats), la médecine (l'analyse et la caractérisation des lésions), etc. Elle atteste la maîtrise des techniques de la numérisation 3D des objets de surface opaque de réflexion diffuse ou lambertienne, de par la diversité des applications visées et les performances avérées. Cependant, lorsqu'il s'agit de la numérisation 3D d'objets spéculaires ou transparents, les moyens de mesure commercialisés sont rares, voire inexistantes pour la plupart des objets transparents. L'objectif de ce chapitre est d'exposer, au travers d'une analyse bibliographique des méthodes de mesure 3D, les limites des techniques de numérisation conventionnelles dès leur application aux objets de surface non diffuse et les inconvénients des approches de reconstruction d'objets transparents suggérées dans la littérature. Commençons tout d'abord par une brève caractérisation physique d'une surface opaque (de réflexion diffuse et spéculaire) puis d'une surface transparente.

## 2.2 Caractérisation physique d'une surface

L'apparence d'une surface résulte de son interaction avec la lumière incidente pour un environnement considéré. A l'issue de cette interaction, différents comportements de la lumière réfléchiée et/ou réfractée (transmise) sont observés en fonction de la nature de la surface lui conférant ainsi le caractère opaque (diffus, lambertien, spéculaire, absorbant) ou transparent (plus ou moins translucide).

### 2.2.1 Surface opaque

Se dit d'une surface qui ne laisse pas passer la lumière comme les surfaces mates, réfléchissantes ou/et encore métalliques dans l'environnement du visible. La réflexion de la lumière à la surface peut varier de l'état diffus à l'état spéculaire. L'apparence visuelle d'une surface est généralement caractérisée à l'aide de la fonction de réflectance spectrale bidirectionnelle BRDF (Bidirectional Reflectance Distribution Function) autour de laquelle la modélisation physique d'une surface s'articule. Introduite initialement par [Nicodemus et al., 1977], cette fonction de réflectance est une fonction définie comme étant le rapport entre la luminance réfléchiée par la surface et l'éclairement. Une brève introduction à la modélisation physique d'une surface opaque est présentée après une caractérisation générale d'une surface de réflexion diffuse et spéculaire.

#### 2.2.1.1 Surface de réflexion spéculaire

Une surface est dite de réflexion spéculaire lorsqu'elle est fortement réfléchissante. La réflexion spéculaire peut être étudiée à partir de deux approches différentes : soit par l'optique physique ou par l'optique géométrique. La plus simple, issue de l'optique géométrique, part de l'hypothèse que la longueur d'onde de la lumière incidente est plus petite que les dimensions des irrégularités de la surface réfléchissante. Ceci permet de

considérer des rayons lumineux qui ne sont déterminés que par la géométrie du milieu qu'ils traversent. Néanmoins, Cette dernière hypothèse n'est plus vérifiée dans le cas d'une surface lisse où les irrégularités sont comparables à la longueur d'onde de la lumière incidente. Dans ce cas, seul le modèle physique utilisant la théorie électromagnétique pour analyser la réflexion de la lumière, est applicable.

Dans le cas d'un miroir lisse parfait (encore appelé surface de Fresnel), c'est-à-dire d'un matériau qui n'est sujet qu'à la réflexion spéculaire, les lois de Snell - Descartes définissent le comportement de la lumière : elle est réfléchi dans une direction qui forme un angle à la normale à la surface égal à l'angle entre la direction incidente et la normale, ces trois directions étant coplanaires, Voir Chapitre 3 Section 3.91. La lumière ne peut être aperçue que dans cette direction de réflexion. Dans le cas d'un matériau spéculaire réel, l'essentiel de la lumière est réfléchi dans la direction théorique définie par les lois de Snell - Descartes, mais une partie de celle-ci est également réfléchi à l'intérieur d'un cône centré sur cette direction. Plus l'angle entre la direction d'observation et la direction théorique augmente et plus la quantité de lumière observée diminue.

Par conséquent, nous distinguons deux cas principaux :

- réflexion spéculaire dans le cas d'une surface lisse, Voir Figure 2.1(a) ;
- lobe spéculaire (décroissance plus lente de l'intensité lumineuse en fonction de l'angle à l'axe du cône) dans le cas d'une surface moins lisse, Voir 2.1(b).

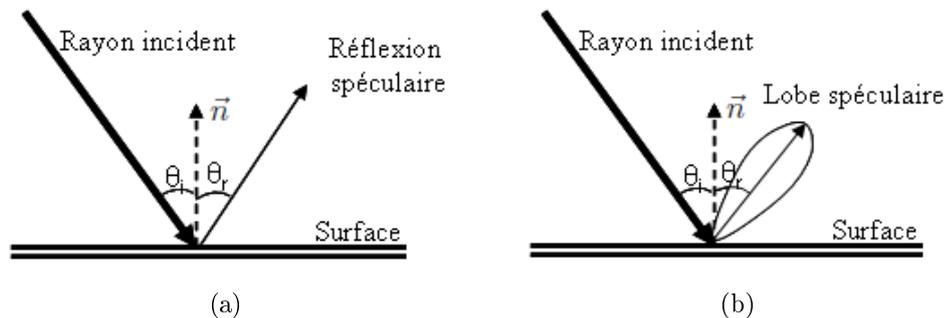


FIGURE 2.1: Modélisation de la réflexion sur une surface (a) lisse ; (b) moins lisse.

### 2.2.1.2 Surface de réflexion diffuse

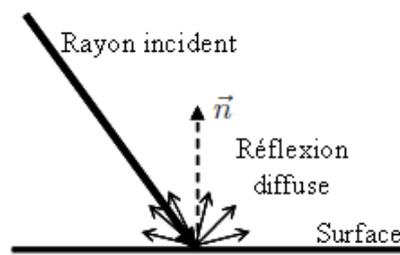


FIGURE 2.2: Modélisation de la réflexion sur une surface rugueuse.

Lorsque les surfaces sont rugueuses, qu'elles présentent des aspérités dont la taille est inférieure à la longueur d'onde du rayonnement incident, la réflexion est diffuse. Le rayonnement est réfléchi dans toutes les directions à cause des hétérogénéités du milieu. Dans le cas où l'intensité du rayonnement réfléchi est la même dans toutes les directions, on parle de réflexion lambertienne, où la luminance est indépendante de la direction d'observation, Voir Figure 2.2. La réflexion diffuse s'applique à la majorité des objets de la vie courante, à l'apparence mate.

### 2.2.1.3 Introduction à la modélisation

Deux approches statistiques sont couramment utilisées afin de décrire les irrégularités d'une surface rugueuse et d'obtenir une modélisation précise de la BRDF d'une surface. Il s'agit d'un processus aléatoire fondé sur la distribution gaussienne :

- soit de la hauteur des points de la surface, Equation 2.1 et Figure 2.3. L'approche relève des lois de l'optique physique et modélise la hauteur des points de la surface par rapport au niveau moyen, en utilisant une variable aléatoire  $h$  centrée d'écart type  $\sigma$  lié à la rugosité.

$$D(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{h^2}{2\sigma^2}} \quad (2.1)$$

Une variable d'auto-corrélation  $\tau$ , Equation 2.2, est également introduite pour déterminer le relief de la surface en paramétrant la distance entre les bosses et les creux de la surface [Beckmann & Spizzichino, 1963].

$$C(\tau) = e^{-\frac{\tau^2}{T^2}} \quad (2.2)$$

où  $T$  est la distance de corrélation.

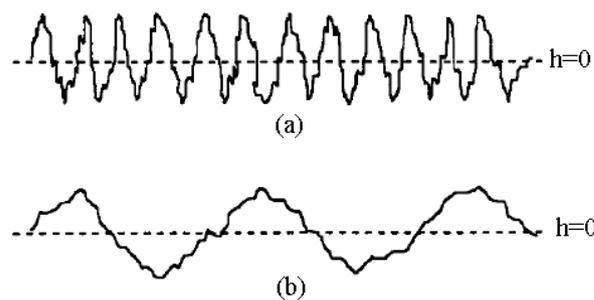


FIGURE 2.3: Surface aléatoire avec même écart type mais avec une distance de corrélation forte (a) et faible (b).

- soit de la pente des micro-facettes planes (de normale  $\vec{n}$ ) constituant la surface rugueuse (de normale  $\vec{N}$ ). L'approche s'appuie ainsi sur une propriété de l'optique géométrique de la surface modélisée par un ensemble de micro-facettes, ces

dernières étant réparties selon un modèle de distribution gaussienne de pente représentée par la variable centrée  $\alpha$  comme illustrée à l'Equation 2.3 et à la Figure 2.4, [Torrance & Sparrow, 1967].

$$f(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}} \quad (2.3)$$

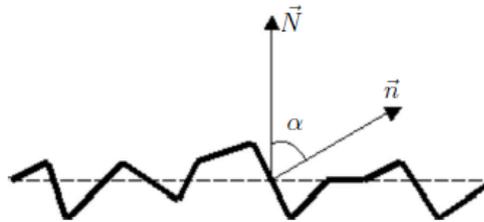


FIGURE 2.4: Modèle de surface de [Torrance & Sparrow, 1967].

Un modèle de surface unifié proposé plus tard par [Nayar et al., 1991], résulte de la synthèse des deux approches. En faisant intervenir le pic spéculaire, le lobe spéculaire et la réflexion diffuse, il permet de décrire les surfaces diffusantes aussi bien lisses que rugueuses.

Par ailleurs, parmi les modèles d'éclairage proposés dans la littérature<sup>1</sup>, le modèle Lambert [Lambert, 1760] est le plus vieux modèle connu appliqué à la réflexion diffuse et le plus couramment utilisé de par sa simplicité, avec une expression réduite de la BRDF traduisant l'indépendance de la luminance pour quelconque direction d'observation.

### 2.2.2 Surface transparente

Une surface est transparente lorsqu'elle se laisse traverser par la lumière. La part de lumière réfractée est plus ou moins importante et peut être diffuse et/ou spéculaire et/ou semi-spéculaire (lobe spéculaire) sans ou avec une part de lumière réfléchie de manière diffuse et/ou spéculaire et/ou semi-spéculaire selon la nature de la surface, Voir Figure 2.5. Par conséquent, les objets qualifiés de transparents ou semi-transparents ou encore translucides dans le visible sont représentés sous diverses apparences telles que les objets en verre, en plastique, certains organes ou tissus biologiques, etc. Une approche électromagnétique décrivant la trajectoire de la lumière transmise en fonction de la réfractivité du milieu est développée dans [Heavens, 1995] et conduit en partie à la loi de Beer-Lambert abordée dans le Chapitre 4 Section 4.2.1.

1. Quelques uns sont fournis à l'Annexe A.

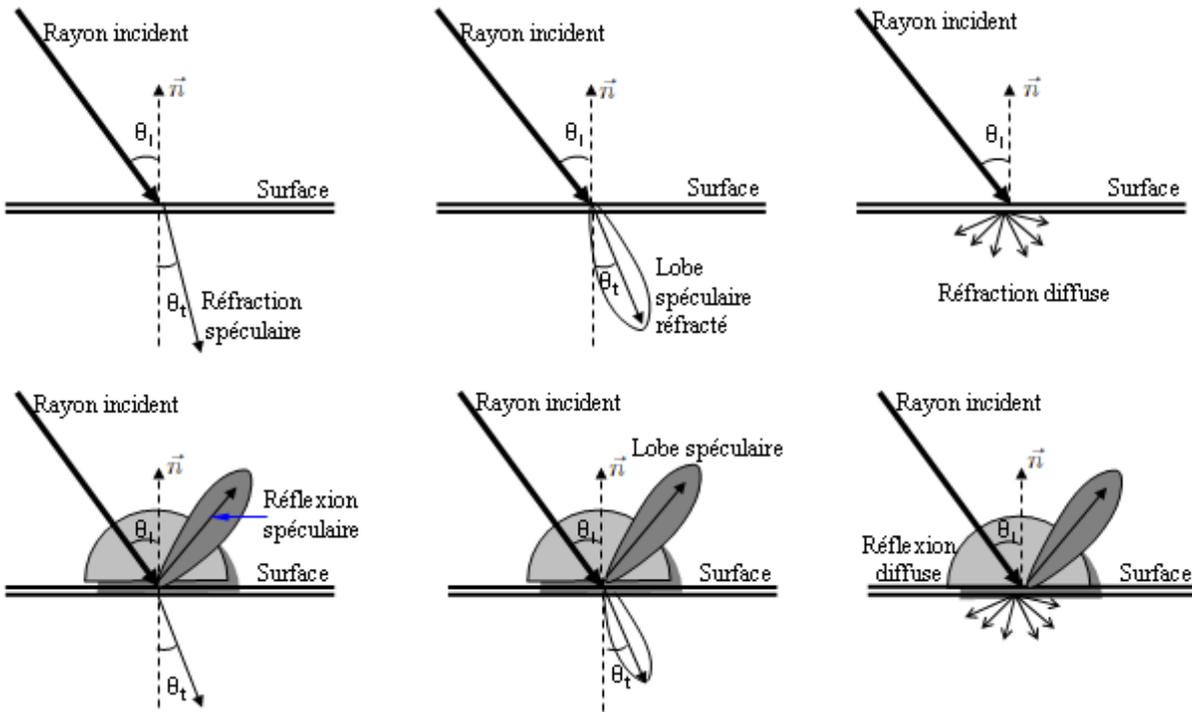


FIGURE 2.5: Exemples de flux de lumières possibles pour une surface qualifiée de transparente ou semi-transparente ou translucide.

## Remarque

Dans la suite<sup>2</sup> :

- l'application de la polarisation s'effectue sur des objets transparents qui réfléchissent de manière spéculaire dans l'IR ;
- l'application de l'approche "scanning par laser UV" repose sur la lumière diffuse émise à la surface de l'objet transparent mesuré sous l'irradiation UV.

## 2.3 Les techniques de mesure 3D existants et leurs limites

Cette section sera structurée en deux parties. Nous balayerons rapidement les techniques et systèmes classiques de la numérisation 3D d'objets opaques et relèverons leurs inconvénients respectifs ainsi que leur limite dès leur application aux objets transparents, dans un premier temps. Dans un second temps, nous donnerons un aperçu des méthodes de reconstruction 3D d'objets transparents suggérées dans la littérature et relèverons par ailleurs que ces techniques ne sont pas encore au point.

2. Aux chapitres suivants décrivant les systèmes que nous avons implémentés.

### 2.3.1 Méthodes de numérisation 3D d'objets opaques

Ces méthodes [Davis et al., 2005], [Beraldin, 2004] se divisent en deux catégories distinctes, selon la nature du système de mesure utilisé :

- les systèmes de mesure passifs [Remondino & El-Hakim, 2006] : ils sont uniquement constitués de capteurs assurant l'acquisition de la scène ; aucune source de lumière spécifique additionnelle n'est nécessaire.

*Exemple* : la stéréovision utilisant deux caméras : [Kanatani et al., 2008], [Prakash et al., 2006], [Mathieu & Devernay, 1995], [Gluckman & Nayar, 1998].

- les systèmes de mesure actifs [Blais, 2004] : ils sont constitués d'un (ou de plusieurs) capteur(s) et d'une source lumineuse spécifique (illumination par un rayon laser ou illumination par un motif lumineux particulier).

*Exemple* : Système stéréoscopique formé par une caméra et un projecteur laser [Chen & Kak, 1987] [Marzani et al., 2002] ou un projecteur de motifs lumineux codés ou non codés [Fofi, 2001].

#### 2.3.1.1 Systèmes de mesure passifs

Deux classes de méthodes ont été recensées parmi les systèmes de mesure passifs, en fonction du nombre de capteurs utilisés :

- les méthodes de reconstruction par vision monoculaire, fondées sur l'utilisation d'un seul capteur.
- les méthodes de reconstruction par vision binoculaire, basées sur l'analyse d'une paire ou de plusieurs images acquises simultanément par deux capteurs, ou éventuellement  $n$  capteurs.

**2.3.1.1.1 Reconstruction par vision monoculaire** Ces méthodes peuvent être répertoriées en deux sous-classes :

- les méthodes reposant sur l'extraction d'informations de forme : shape from texture [Clerc & Mallat, 2002], shape from focus [Nayar & Nakagawa, 1990] [Favaro & Soatto, 2002] [Xiong & Shafer, 1993], shape from motion [Boukir, 1993] [Marchand & Chaumette, 2003] ;
- les méthodes de reconstruction volumétriques : voxel coloring [Seitz & Dyer, 1997], space carving [Kiriakos et al., 1998], shape from silhouette [Chien & Aggarwal, 1986] [Mercier & Meneveaux, ].

Les méthodes basées sur l'extraction des informations de forme sont structurées en trois groupes dont les différents principes sont décrits ci-dessous :

- Les méthodes **shape from texture** sont basées sur l'estimation de la normale à la surface d'un objet à partir de sa texture. Elles consistent à interpréter, par analogie avec la vision humaine, la texture d'un objet de façon à estimer sa forme [Clerc & Mallat, 2002].

Les algorithmes utilisés sont complexes et la méthode ne s'applique qu'à des objets texturés.

- Les méthodes **shape from focus** s'appuient sur des variations de la focale ou de la distance du capteur à l'objet pour estimer la profondeur des points dans l'image. Un nombre fini d'images sont acquises pour différentes valeurs de la focale. La connaissance des propriétés optiques relatives au processus de formation de l'image au sein de la caméra permet alors de caractériser une fonction de flou pour chacun des points, fonction qui est liée à leur profondeur [Nayar & Nakagawa, 1990] [Favaro & Soatto, 2002] [Xiong & Shafer, 1993]. Ces techniques sont seulement applicables à des objets de petite taille.
- Les méthodes **shape from motion** travaillent à partir d'une séquence d'images acquises par une caméra en déplacement ; elles sont basées sur l'interprétation de la scène par le biais du mouvement de l'observateur [Boukir, 1993] [Marchand & Chaumette, 2003]. Le mouvement doit être adapté à la conformation des objets à reconstruire, certaines trajectoires étant plus appropriées que d'autres [Aloimonos, 1993] [Ballard, 1991] [Eltoft & de Figueiredo, 1995] [Urquhart et al., 1993].

Les méthodes de reconstruction volumétriques, **shape from silhouette** [Chien & Aggarwal, 1986] [Mercier & Meneveaux, ] [Kampel et al., 2002], **voxel coloring**, [Seitz & Dyer, 1997] ou **space carving** [Kiriakos et al., 1998] nécessitent l'estimation de la forme initiale de l'objet.

Elles s'avèrent onéreuses en termes de temps de calcul et de mémoire<sup>3</sup> à cause de l'utilisation d'un algorithme récursif. De plus, elles ne respectent pas la texture de l'objet et souffrent d'un manque de précision. Leur application est par ailleurs limitée aux objets simples (ce qui exclut les objets de formes complexes tels que les objets à concavité [Yiu et al., 2005]).

**2.3.1.1.2 Reconstruction par vision binoculaire** Les techniques regroupées sous cette appellation correspondent à une reconstruction par triangulation basée sur un système stéréoscopique passif. Le principe est d'utiliser simultanément deux caméras lors de l'acquisition et de mettre en correspondance des points de repère extraits des deux images différentes de l'objet étudié. Une fois les couples de points obtenus et connaissant les caractéristiques du système ayant permis l'acquisition, on peut calculer par triangulation les coordonnées de points appartenant à l'objet mesuré [Kanatani et al., 2008]. Cette méthode échoue lorsque l'objet présente une texture homogène car les points de repère sont difficilement identifiables dans les images obtenues [Prakash et al., 2006].

---

3. Espace de stockage de données des calculateurs utilisés.

### 2.3.1.2 Systèmes de mesure actifs

Le principe de la reconstruction est le même que celui décrit dans le paragraphe précédent. Cependant, les systèmes de mesure actifs tirent parti d'une mise en correspondance de points de repère générés de manière artificielle. Ceci permet de simplifier l'appariement et de fournir une bonne précision de mesure sur la structure 3D de l'objet [Joaquim Salvi, ] [J Battle & Salvi, ] [Fofi, 2001] [Huang & Zhang, 2004] [Spagnolo et al., 2000] [Forest, 2004] quelque soit la complexité de sa forme, sa texture ou sa couleur.

Cette technique est utilisée dans la plupart des systèmes de mesure disponibles sur le marché illustrés à la Figure 2.6. Elle fonctionne dans la gamme spectrale du visible et son application est limitée aux objets opaques (i.e. de surface diffuse); la caméra image en effet la lumière diffusée par la surface étudiée.

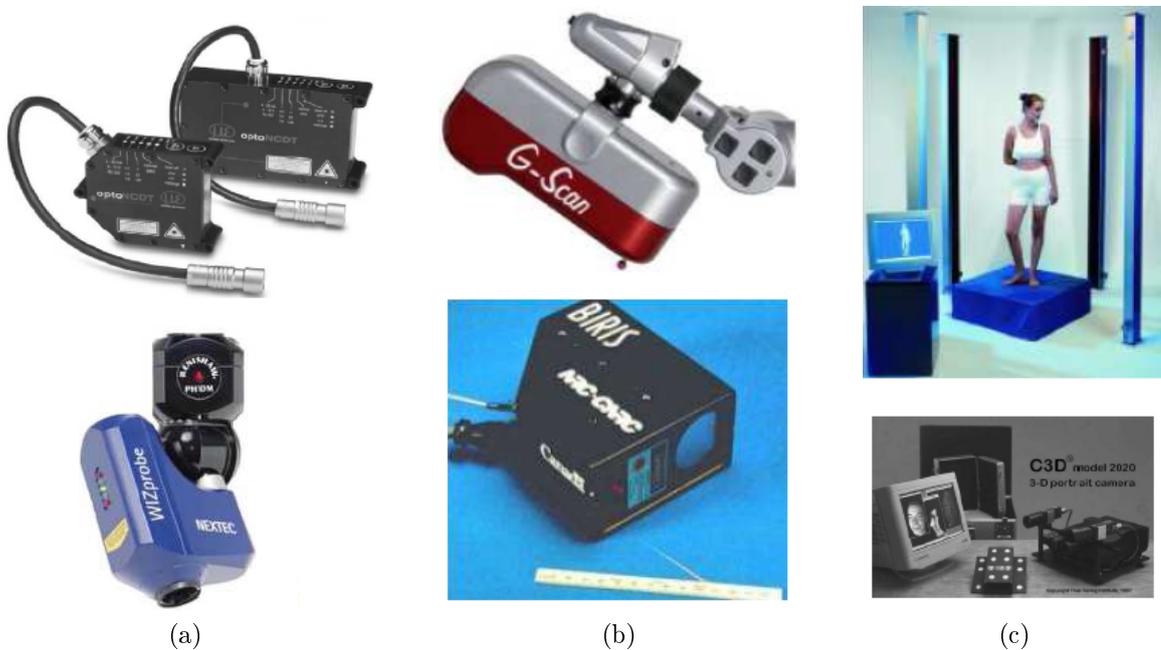


FIGURE 2.6: (a) Scanners à laser point :  $\mu$ Epsilon et WizProbe de Nextec ; (b) Scanners à laser ligne : Tête laser de GScan de Romer et Biris 3D du CNRC ; (c) Système de body-scanning [Dapuzzo, 2007] et système commercial de stéréovision avec projection d'éclairage texturé, C3D de tuninginstitute.

Cependant, lors de la mesure d'objets transparents (tels que les objets en verre), la lumière traverse l'objet et subit diverses réflexions et transmissions, appelées inter-réflexions. L'image formée par la caméra résulte de ces inter-réflexions et de l'environnement dans lequel se déroule l'acquisition. Par conséquent, les données fournies par le capteur deviennent inexploitable.

Une technique permettant de solutionner ce problème consiste à opacifier la surface de l'objet grâce à une poudre matifiante, de manière à se ramener à une acquisition

sur une surface diffuse. Néanmoins, cette préparation rend l'acquisition et le traitement non optimaux. Les mesures peuvent être imprécises et le coût de cette opération est important.

### Remarque

- Les méthodes évoquées précédemment sont des approches par vision traditionnellement appliquées aux surfaces opaques diffuses auxquelles nous pouvons rajouter les systèmes de scanning :
  - par temps de vol illustré à la Figure 2.7(a) et utilisé par [Bokhabrine et al., 2010] ;
  - par interférométrie : technique de Moiré d'ombre [Paakkari, 1998] [D'Acquisto et al., 2002] [Wang & Hassell, 1997], méthodes basées sur le décalage de phase [Huang & Zhang, 2004] [Spagnolo et al., 2000], Défectométrie [Surrel, 2004] ; un exemple d'interféromètre est illustré à la Figure 2.7(b) ;
  - par utilisation des zones d'ombres ou la méthode de "shape from shading" [Horn & Brooks, 1986, Zhang et al., 1999] [Courteille et al., 2004].
- Il existe d'autres techniques et systèmes de mesure 3D adoptés aux objets opaques spéculaires dont un scanner est illustré à la Figure 2.7(c) :
  - les méthodes d'éclairages actifs : système SHINY [Sanderson et al., 1988] [Nayar et al., 1990], système à éclairage annulaire [Yun et al., 1997] ;
  - les méthodes d'éclairage structurés : vidéokératographie [Halstead et al., 1996] [Richard et al., 2003], étude locale de surface [Savarese & Perona, 2002], reconstruction par projection de franges colorés [Tarini et al., 2005] ;
  - les systèmes reposant sur le mouvement : suivi du reflet spéculaire [Zheng & Murata, 2000], estimation de la réflectance [Saito et al., 2003] ;
  - "shape from distortion" [Tarini et al., 2005] [Saito et al., 2003] ;
  - les méthodes photométriques [Ikeuchi, 1981] ;
  - "shape from polarization" [Morel et al., 2005].

Toutefois, l'application de ces méthodes aux objets transparents conduit aux mêmes limites décrites auparavant à l'exception de la méthode de "shape from polarization" que nous retrouverons également à la section suivante.

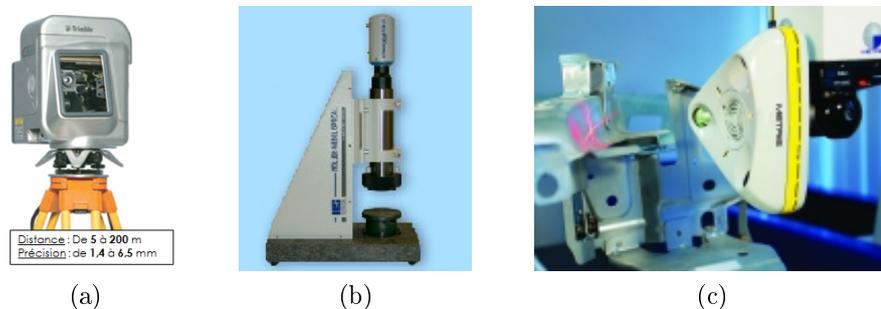


FIGURE 2.7: (a) Scanner par temps de vol, Mensi GS101 ; (b) Interféromètre optique, Moller-Wedel ; (c) Scanner adapté aux objets brillants, scanner multi-laser XC65D.

### 2.3.2 Méthodes de reconstruction 3D d'objets transparents

Nous avons relevé les principales méthodes de numérisation 3D d'objets opaques existantes dans la section précédente. Les nombreuses publications et les divers systèmes de scanning 3D commercialisés qui y sont présentés attestent la maîtrise de la technique de mesure 3D d'objets opaques depuis des décennies. Toutefois, nous y avons également constaté leurs limites dès leur application sur des objets transparents. En effet les techniques requérant le caractère diffus de la surface mesurée échouent dès qu'il s'agit de surfaces transparentes. La lumière réfractée perturbe l'acquisition des éventuels rayons réfléchis par la surface et fausse le modèle 3D numérique obtenu. La difficulté à numériser les objets transparents constitue ainsi une véritable problématique et conduit les chercheurs à développer des approches plus élaborées voire non conventionnelles. Dans cette section, nous aborderons les quelques méthodes principales de numérisation 3D d'objets transparents proposées dans la littérature. Nous découvrirons les tentatives d'approche visant à s'affranchir du problème de réfraction des surfaces transparentes évoqué et introduirons les deux types mesure d'épaisseur d'objet transparents valables sur le marché, uniquement applicables sur des verres plats de petite taille et de faible épaisseur.

#### 2.3.2.1 Reconstruction par utilisation d'un algorithme génétique

Nous avons évoqué la difficulté d'exploiter le retour de la lumière projetée sur un objet transparent pour remonter à ses informations de forme 3D. Afin de remédier au problème de réfraction dans le visible, [Hata et al., 1996] sont parmi ceux qui ont tenté d'adopter l'approche de reconstruction 3D d'objets transparents par lumière structurée en renforçant l'algorithme d'extraction de forme par une méthode spécifique. Ce dernier consiste en un algorithme génétique et l'approche n'est applicable que sur des objets transparents dotés au moins d'une face plate. Le système d'acquisition comprend une caméra et un projecteur de motif. Les conditions d'acquisitions étant illustrées à la Figure 2.8, le principe de reconstruction peut être résumé en cinq étapes principales :

- Etape 1 : détection des contours de l'objet en analysant la déformation du motif projeté à partir des images 2D acquises par la caméra ;
- Etape 2 : génération de différentes formes 3D initiales de l'objet à partir des points 2D de l'objet<sup>4</sup>. Pour un modèle initial généré, un point 2D est sélectionné de manière aléatoire. La profondeur de celui-ci est aléatoirement définie. Un cône généralisé est généré à partir du point 3D obtenu et les points des contours de l'objet détectés à l'étape 1. La profondeur de chaque point de l'objet est déterminée à partir du cône et un filtre de lissage est appliqué au final de manière à réduire le caractère saillant du sommet du cône ;
- Etape 3 : modification des modèles 3D générés à l'étape 2 en utilisant un algorithme génétique (par "cross over" et "mutation") décrit dans [Saito & Usami, 1993] ;
- Etape 4 : simulation de la déformation du motif à l'aide d'une approche de "backtracing" où la profondeur de chaque point de l'objet est déterminée en tenant compte du dispositif caméra-projecteur et du point réfracté observé ;

---

4. Ceux qui sont à l'intérieur des contours de l'objet.

- Etape 5 : sélection des modèles qui sont les plus proches de la simulation effectuée en se basant sur un seuil d'erreur fixé au préalable.

En itérant plusieurs fois les étapes 3, 4, 5 les erreurs d'approximation à l'étape 5 sont réduites de manière à se ramener à un seul et unique modèle vérifiant le critère de seuillage.

Non seulement la méthode est alambiquée en raison des différentes approximations utilisées mais elle ne s'applique qu'aux objets transparents dotés au moins d'une face plate et de forme simple, ce qui rend l'application restrictive.

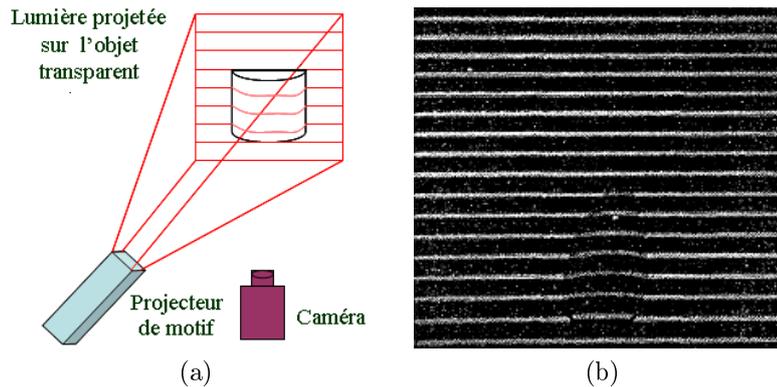


FIGURE 2.8: Illustration relative au principe de la méthode de [Hata et al., 1996] : (a) Dispositif expérimental ; (b) Lumière projetée sur un objet transparent réel.

### 2.3.2.2 Reconstruction reposant sur le mouvement

Une approche de numérisation 3D par modélisation de l'objet à reconstruire est proposée par [Ben-Ezra & Nayar, 2003]. Un modèle général connu est établi au préalable et sera paramétré en fonction de la forme de l'objet, connaissant son indice de réfraction. Les auteurs supposent que l'arrière-plan de l'objet demeure inconnu et assez éloigné<sup>5</sup> de l'objet mesuré. A l'aide d'une seule caméra, les points caractéristiques de la scène réfractée sont traqués à travers une séquence de mouvement (une approche également utilisée par [Murase, 1990] [Murase, 1992]) de la caméra, connaissant les paramètres intrinsèques et les déplacements de celle-ci. La pose de l'objet ainsi que sa forme sont déterminées en minimisant la somme des variances de toutes les directions de chaque rayon inversé associées à tous les points caractéristiques de l'arrière-plan illustré à la Figure 2.9. Le problème d'optimisation est résolu par la descente de gradient.

Contrairement à la méthode décrite auparavant, la méthode assure la reconstruction totale de toute la surface de l'objet. Néanmoins, la capture de la scène réfractée s'avère parfois compliquée dû à la réfraction qui résulte du grossissement ou de la réduction considérable de l'arrière-plan. De plus, si l'objet n'est pas complètement transparent l'absorption modifie l'intensité des caractéristiques observées compliquant ainsi leur extraction. Une solution à ce problème a été proposée par [Agarwal et al., 2004] en utilisant des formulations classiques du flux optique que nous aborderons à la prochaine section.

5. La notion de loin ici est relative à la taille de l'objet et à sa distance par rapport à l'observateur.

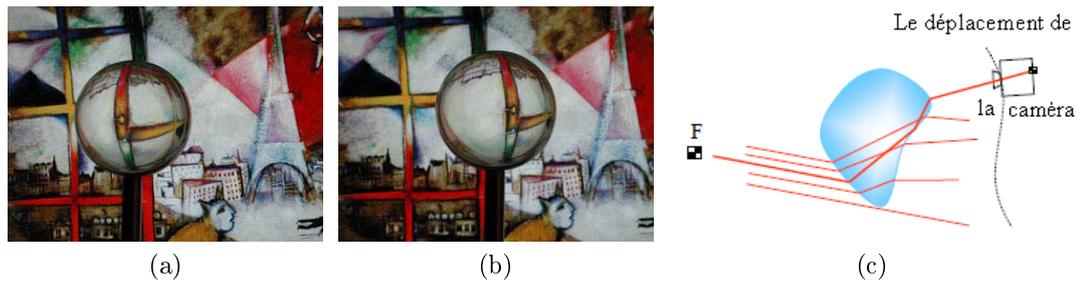


FIGURE 2.9: Illustration relative au principe de reconstruction de [Ben-Ezra & Nayar, 2003] : (a)(b) Deux images d'une boule transparente placée devant une peinture prises à partir de différents points de vue d'une caméra ; Les points caractéristiques de l'arrière-plan sont localisés à deux endroits différents selon le point de vue de la caméra. (c) En rouge sont les rayons incidents en provenance d'un point caractéristique de l'arrière-plan de l'objet (en bleu) ; Quelques uns de ces rayons passant par le centre optique de la caméra sont capturés par la caméra. Ainsi, la localisation de ces rayons capturés est déterminée à partir de la connaissance des paramètres intrinsèques et le déplacement de la caméra.

### 2.3.2.3 Reconstruction par utilisation du flux optique

Deux cas de modélisation par le flux optique sont abordés ici selon la nature de la surface transparente considérée, le verre pour [Agarwal et al., 2004] et le gaz pour [Atcheson et al., 2008a].

[Agarwal et al., 2004] a généralisé l'équation du flux optique pour modéliser la réfraction obtenue à travers un verre. Pour ce faire, il a développé une méthode visant à caractériser les différents cas possibles de réfraction à partir de plusieurs séquences d'images. Ceux-ci consistent en une représentation de comment l'objet déforme, atténue ou amplifie la lumière qui le traverse, cette dernière provenant de l'arrière-plan de l'objet réfractant considéré. L'objet transparent est placé devant la caméra et l'arrière-plan de l'objet est contrôlé en utilisant un projecteur, Voir Figure 2.11. La méthode fournit des résultats satisfaisants. Cependant, elle ne s'applique qu'aux objets transparents homogènes de forme simple (sphérique ou cylindrique) et nécessite la connaissance de l'indice de réfraction de l'objet réfractant considéré ainsi que de son arrière-plan.

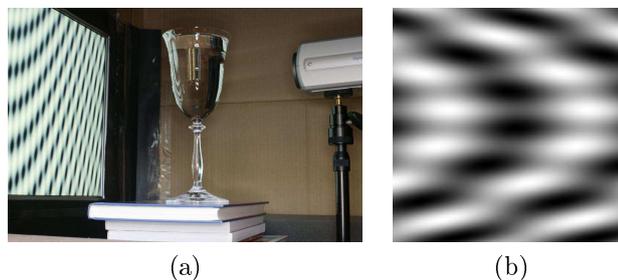


FIGURE 2.10: Illustration relative au principe de la méthode de [Agarwal et al., 2004] : (a) Dispositif expérimental utilisé ; (b) Le motif de l'arrière-plan utilisé.

[Atcheson et al., 2008a] se sont lancés le défi de mesurer tridimensionnellement les flux de gaz. Les auteurs se focalisent sur la reconstruction des variations de l'indice de réfraction en raison des changements de température dans de tels flux. Ces dernières étant faibles, les rayons issus du gaz réfractant présentent de changements mineurs quelque soit la direction(position) de l'observateur, ce qui permet de déterminer la déviation apparente imagée, à l'aide des méthodes du flux optique. Le choix du motif de l'arrière-plan ainsi que de l'algorithme du flux optique est discuté dans [Atcheson et al., 2009]. Les déviations calculées sont ensuite converties en mesure de rayons en les concentrant en un point central du flux de gaz, la région occupée par celui-ci étant suffisamment réduite comparée à sa distance par rapport l'arrière-plan. En utilisant les mesures de rayon conventionnelles, les auteurs élaborent un système linéaire qui décrit le changement différentiel des directions de rayon relatif au gradient d'indice de réfraction. Le système linéaire est alors inversé au sens des moindres carrés de manière à se ramener à une description volumétrique des gradients d'indice de réfraction, qui est ensuite intégrée pour obtenir des mesures d'indice de réfraction volumétriques. La méthode repose sur l'utilisation d'un dispositif de multiple vues et est dédiée à la reconstruction de distributions d'indice de réfraction inhomogène variant dans le temps. Un exemple de la distribution d'indice de réfraction au-dessus d'un brûleur au gaz est fourni à la Figure 2.11.

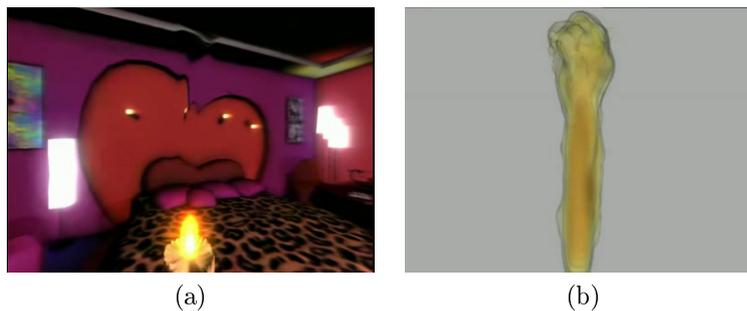


FIGURE 2.11: Illustration relative au principe de reconstruction de [Atcheson et al., 2009] : (a) Acquisition d'un gaz émis par un brûleur; (b) Reconstruction 3D obtenue à un instant donné.

#### 2.3.2.4 Reconstruction par mesure direct du rayon réfracté

L'approche consiste à mesurer les rayons ayant traversé l'objet réfractant. Il existe deux manières d'y procéder. La mesure de ces rayons est, soit basée sur la mesure d'une cible plate (calibrée) imagée pour différentes positions par rapport à l'objet [Kutulakos & Steger, 2005], soit approximée par le flux optique [Atcheson et al., 2008a], auquel cas nous renvoyons le lecteur au type d'approche décrite à la Section 2.3.2.3. [Kutulakos & Steger, 2005] suppose qu'à un rayon réfléchi est associé uniquement un rayon observé. Connaissant les deux rayons, une position de surface et de la direction de la normale correspondante sont déterminées de manière indépendante pour chaque pixel. Le dispositif expérimental ainsi que les résultats obtenus sont illustrés à la Figure 2.12.

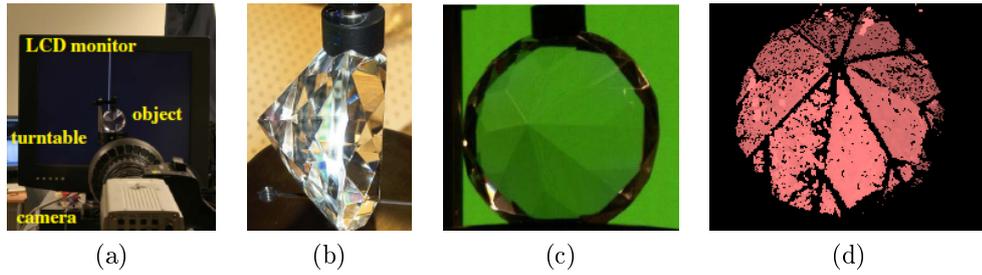


FIGURE 2.12: Illustration relative à la méthode de [Kutulakos & Steger, 2005] : (a) Le dispositif expérimental ; L'objet transparent considéré vue de face (b) et de profil (c) ; (d) Résultats de la reconstruction obtenus.

### 2.3.2.5 Reconstruction basée sur la réflectance

Récemment introduite par [Morris & Kutulakos, 2007], l'approche consiste à remonter aux informations de forme 3D de l'objet à partir du calcul de sa réflectance. Le système d'acquisition utilisé comprend une caméra stationnaire associée à une source lumineuse à déplacement contrôlable. Plusieurs images de l'objet éclairé par la source lumineuse sont acquises pour différentes positions de celle-ci qui décrivent une grille régulière. Un ensemble de mesures de réflectance est ainsi collecté pour chaque pixel. Ces mesures résultent de la réflexion directe de la surface et des lumières additionnelles environnantes de l'objet dues aux inter-réflexions diverses. Le capteur et l'objet étant statiques, la réponse de réflectance demeure statique selon une orientation considérée de la source lumineuse. Ce qui permet aux auteurs de mesurer la BRDF de la section 2D de la surface correspondante. Les auteurs séparent ensuite la composante "réflexion directe de la surface" de la réflectance mesurée, à partir de l'analyse des effets des lumières additionnelles, leurs propriétés physiques étant connues. Les auteurs parviennent ainsi à identifier les rayons incidents corrompus par ces lumières extras. Deux hypothèses sont émises pour remonter au calcul de la normale et de la profondeur 3D en un point de la surface : les rayons incidents convergent en un point précis de la surface qui réfléchit à son tour la lumière vers la caméra, et, le point qui réfléchit la lumière doit se trouver sur la direction d'observation de la caméra.

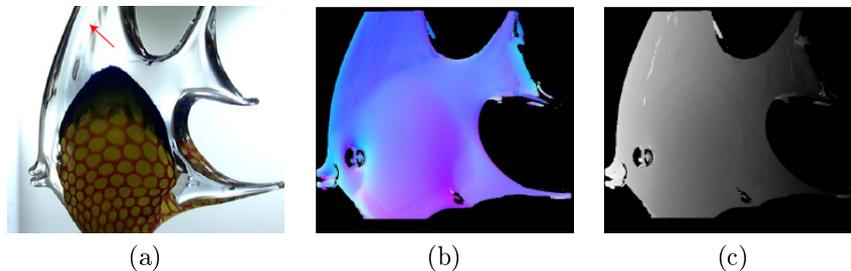


FIGURE 2.13: Illustration relative à la méthode de [Morris & Kutulakos, 2007] : (a) Un objet transparent doté d'un intérieur inhomogène complexe ; (b) Lumière projetée sur un objet transparent réel.

En respectant ces contraintes, les auteurs ont pu reconstruire tridimensionnellement des objets transparents d'intérieur complexe et inhomogène et avoir des détails sur les normales et profondeurs des points des surfaces numérisées, Voir Figure 2.13.

### 2.3.2.6 Reconstruction par immersion dans un liquide fluorescent

Une technique originale de scanning d'objets transparents a été récemment proposée par [Hullin et al., 2008]. L'objet est immergé dans un liquide fluorescent durant le scanning et illuminé par des plans lasers conventionnels. La lumière projetée par le laser fait fluorescer le liquide. La fluorescence s'arrête aux contours de l'objet, ce dernier apparaissant sombre tout au long de l'acquisition. L'intersection du plan laser et de l'objet peut être ainsi détecté et les points 3D correspondant sont calculés par triangulation. Le système de scanning proposé ainsi que les résultats obtenus sont illustrés à la Figure 2.14.

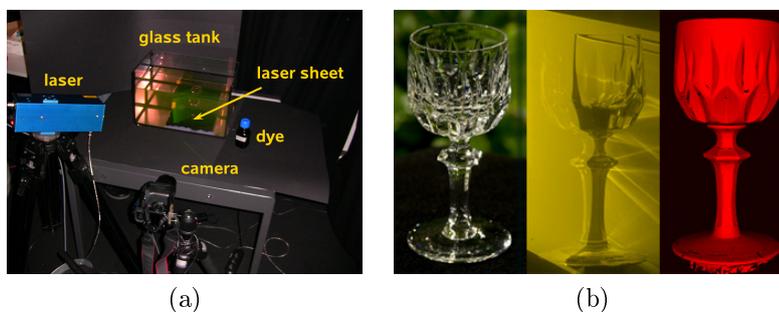


FIGURE 2.14: (a) Système de scanner de [Hullin et al., 2008]; (b) Les résultats obtenus.

La méthode fournit de résultats satisfaisants. Néanmoins, elle requiert une contrainte particulière. Le liquide fluorescent doit avoir exactement le même indice de réfraction que l'objet considéré afin d'éviter l'induction des extra inter-réflexions à l'intérieur de l'objet. Ces dernières risqueraient de perturber l'extraction de l'intersection entre le liquide fluorescent illuminé et l'objet. Par ailleurs, la nécessité d'immerger l'objet à numériser dans un liquide fluorescent rend l'application restrictive et inefficace pour des applications industrielles.

### 2.3.2.7 Scanning à partir de l'échauffement de la surface

La technique de scanning à partir de l'échauffement de la surface encore appelée Scanning From Heating (SFH) est une approche dernièrement proposée par [Eren et al., 2009] [Meriaudeau et al., 2010] pour la numérisation 3D d'objets transparents. Les objets transparents étant opaques dans l'IR, les auteurs ont mis en place un système de triangulation basique dans l'IR pour leur numérisation. Le système d'acquisition comprend au moins une caméra IR et un laser IR. Le laser projeté à la surface de l'objet chauffe localement cette dernière. Cette radiation locale est ensuite imagée par la caméra IR puis interprétée par un algorithme de reconstruction par triangulation classique afin de remonter aux informations de forme 3D de la surface. Le principe de triangulation

adopté par [Eren et al., 2009] ainsi que les résultats obtenus sont illustrés à la Figure 2.15.

La méthode s'avère efficace de par la simplicité de sa mise en œuvre et la précision obtenue pour une numérisation sans contact d'objets transparents. Toutefois, le système requis est non seulement coûteux mais la technique nécessite une certaine maîtrise de l'échauffement induit par le laser IR utilisé au risque de dégrader la surface considérée.

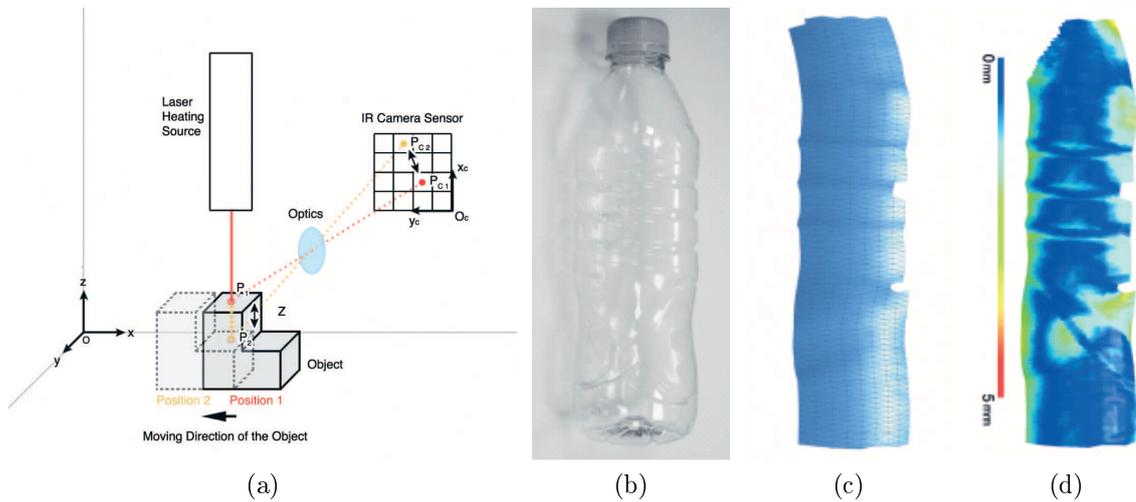


FIGURE 2.15: Illustration relative à la méthode SFH : (a) Le dispositif et le principe triangulation utilisés [Forsyth & Ponce, 2003]; (b) Photo de l'objet transparent à numériser par SFH; (c) Le modèle 3D obtenu; (d) La carte de déviation correspondante.

### 2.3.2.8 Reconstruction par polarisation

Hormis la méthode énoncée précédemment, le système le plus abouti pour la reconstruction 3D d'objets transparents sans contact est celui qui a été développé par [Miyazaki et al., 2004]. Les auteurs exploitent la propriété de la lumière spéculaire réfléchie par l'objet transparent à numériser pour remonter à sa surface 3D. L'approche est fondée sur l'hypothèse suivante : sous un éclairage non polarisé, la lumière réfléchie par l'objet est partiellement linéairement polarisée. Les réflexions spéculaires de la surface transparente sont ainsi analysées de manière à extraire les paramètres polarimétriques qui y sont véhiculés. Pour ce faire, un système polarimétrique comprenant une caméra, un polariseur rotatif linéaire et un éclairage non polarisé a été implémenté. La connaissance des paramètres polarimétriques permet de déterminer les normales à la surface, qui par une méthode d'intégration numérique mènent à la surface 3D de l'objet. Toutefois, deux ambiguïtés liées à la détermination de l'angle zénithal et de l'angle azimutal sont rencontrées généralement lors du processus de reconstruction. Nous détaillerons ultérieurement l'approche élaborée par [Miyazaki et al., 2004] pour lever ces ambiguïtés. De même pour [Ferraton et al., 2009] qui a également exploré la piste de la reconstruction par polarisation, nous expliciterons la technique multispectrale qu'il a mise en place afin de s'affranchir de ces verrous techniques.

Les résultats pourraient être améliorés sans les diverses inter-réflexions qui se produisent à l'intérieur de l'objet et perturbent l'analyse des rayons réfléchis.

Pour optimiser son système, [Miyazaki & Ikeuchi, 2005] a utilisé une méthode de "inverse ray-tracing" en développant un algorithme itératif permettant de minimiser l'erreur du modèle 3D obtenu par polarisation et un modèle de référence connu au préalable. La Figure 2.16 illustre le dispositif expérimental implémenté et les résultats obtenus.

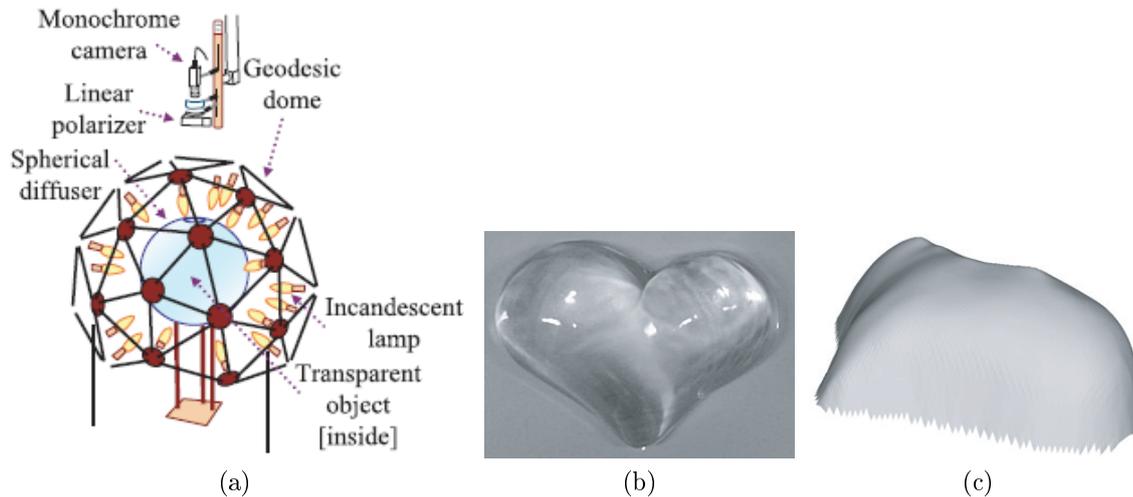


FIGURE 2.16: (a) Dispositif expérimental proposé dans [Miyazaki & Ikeuchi, 2005]; (b) L'objet transparent à numériser; (c) Le modèle 3D obtenu.

### 2.3.2.9 Exemple de deux types de scanner commercialisé

Nous avons recensé deux types de systèmes commercialisés mesurant l'épaisseur de matériaux transparents : les capteurs de mesure confocale et les microscopes interférométriques.

#### 2.3.2.9.1 Mesure confocale

**Principe** Une lumière polychromatique (lumière blanche) est diffusée sur la surface de l'objet à mesurer via une optique à plusieurs lentilles. Les lentilles sont agencées de telle manière qu'une aberration chromatique contrôlée divise la lumière en longueurs d'onde monochromatiques, Figure 2.17(c). Grâce à un calibrage en usine, chaque longueur d'onde se voit attribuer un certain point de distance par rapport à l'objet à mesurer. Pour la mesure, le système du capteur reconnaît la longueur d'onde de lumière qui se focalise exactement sur l'objet à mesurer. La lumière réfléchie par ce point est reproduite à travers une structure optique sur un spectromètre qui reconnaît et interprète la couleur spectrale reçue.

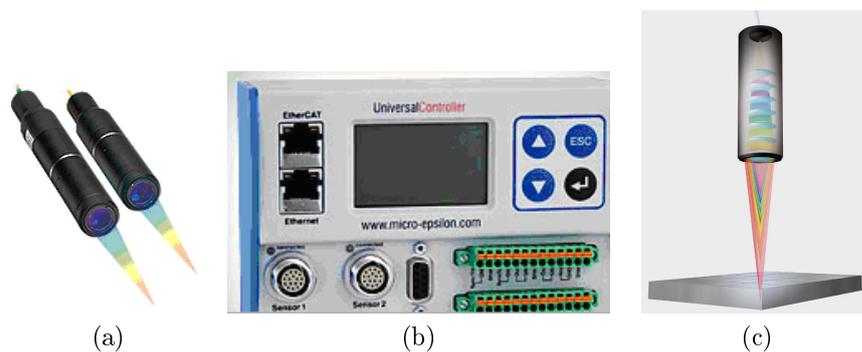


FIGURE 2.17: (a) Exemple de capteurs confocaux, PLu 4300 de Sensofar ; (b) Exemple de contrôleur dans lequel est enregistré la calibration de chaque capteur confocal qui lui est affecté ; (c) Principe de mesure confocale : l'assemblage de lentilles, spot de mesure et le matériau transparent mesuré.

**Application** Mesure d'épaisseur unilatérale de matériaux transparents avec optoNCDT 2401 de Micro-epsilon, Voir Figure 2.17 et Figure 2.18. L'épaisseur est détectée avec une précision de l'ordre du micromètre à l'aide d'un seul capteur.

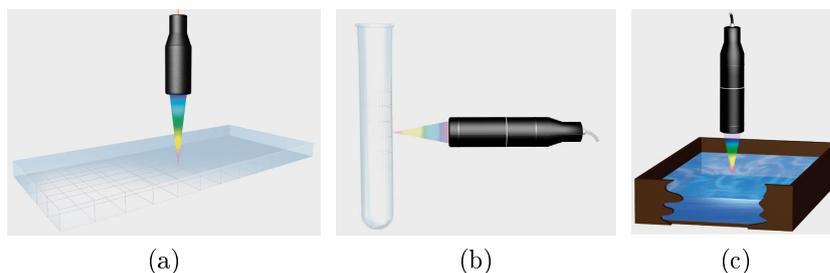


FIGURE 2.18: (a) Mesure de l'épaisseur d'un verre depuis un côté ; (b) Mesure en une seule fois depuis un seul côté de l'épaisseur de parois d'une éprouvette ; (c) Mesure de distance et d'épaisseur de liquide.

**Limite du système** La mesure confocale nécessite non seulement une distance de travail très faible mais ne convient qu'aux mesures de matériaux transparents généralement plats et de faible épaisseur. Le scanning s'effectuant point par point conduit à une mesure non optimale (en raison de la vitesse de scanning qui est non optimale).

### 2.3.2.9.2 Microscopie interférométrique

**Principe** Son principe est basé sur la démodulation de phase en lumière monochromatique et la démodulation d'amplitude en lumière blanche. L'approche repose généralement sur la mesure du relief de l'échantillon par l'intermédiaire de la détermination de la position, selon l'axe vertical Z, du maximum d'intensité des franges d'interférence.

**Application** La microscopie interférométrique est une technique largement utilisée dans le domaine des microtechnologies pour la caractérisation. Exemple : mesure du profil 3D, de la rugosité et de l'épaisseur des matériaux transparents avec PLu 4300 de Sensofar (0.1 nm de résolution pour une épaisseur de 10nm), Voir Figure 2.19.



FIGURE 2.19: Un exemple de microscopie interférométrique, PLu 4300 de Sensofar utilisant une diode bleue de 460nm et une diode de lumière blanche.

**Limite du système** L'interférométrie ne s'applique qu'aux objets transparents microscopiques avec une épaisseur variant 500 nm à 10mm.

## 2.4 Conclusion

La numérisation 3D d'objets opaques est abondamment traitée dans la littérature et de nombreux systèmes sont commercialisés.

Cependant, lorsqu'il s'agit de la numérisation 3D d'objets transparents, les publications se font rares et aucun système de scanning n'existe sur le marché. La synthèse et brève analyse que nous avons menée dans ce chapitre révèle que la technique de numérisation de surfaces transparentes demeure compliquée et s'avère être une technique non maîtrisée à l'heure actuelle. En raison de la nature expérimentale de la plupart des techniques, celles-ci sont inexploitable dans l'industrie (procédure de scanning compliquée [Hata et al., 1996] [Morris & Kutulakos, 2007], processus de reconstruction non optimal en temps de calcul ou en stockage de données [Agarwal et al., 2004] [Atcheson et al., 2008a], système contraignant [Ben-Ezra & Nayar, 2003] [Kutulakos & Steger, 2005], application restrictive [Hullin et al., 2008], système onéreux [Eren et al., 2009] [Meriaudeau et al., 2010]).

Notre objectif est de proposer un système précis et industrialisable ce que permet le scanning par laser UV. En outre, parmi les solutions existantes, la reconstruction par polarisation fournit des résultats satisfaisants et prometteurs [Miyazaki et al., 2004] [Ferraton et al., 2009]. Ainsi, nous avons également voulu étendre cette application dans l'IR afin de s'affranchir des inter-réflexions dans le visible et gagner en précision.

Nous décrirons donc deux techniques de numérisation sans contact d'objets transparents dans cette thèse :

- reconstruction par polarisation dans l'IR ;
- scanning par laser UV.

# 3

## Reconstruction par polarisation dans l'IR

## 3.1 Introduction

L'approche de numérisation développée dans ce chapitre est fondée sur une propriété particulière de la lumière réfléchiée par l'objet : son état de polarisation. Il s'agit d'une approche non conventionnelle du fait qu'elle ne s'appuie pas sur les paramètres traditionnellement exploités en vision artificielle telles que l'intensité et la longueur d'onde. Une caméra standard limitée au modèle de luminosité et de teinte ne suffit pas pour mesurer les paramètres de polarisation. Pour ce faire, un capteur polarimétrique (Voir section 3.2.4.1) est utilisé. L'applicabilité de la mesure polarimétrique dépend fortement du caractère lisse de la surface et de l'angle d'incidence de la lumière source. Nous avons satisfait la première contrainte en se basant sur le critère de Nayar,  $\sigma_h/\lambda < 0.025$  où  $\sigma_h$  est la rugosité de l'objet et  $\lambda$  est la longueur d'onde de l'environnement utilisé. Nous avons utilisé deux sources de lumière, une source visible de  $\lambda = 670nm$ , et respectivement une source IR de  $\lambda < 8.7\mu m$ , pour laquelle la rugosité  $\sigma_h$  de l'objet doit être inférieure à  $16.75nm$  et à  $0.21\mu m$  de manière à pouvoir exploiter aisément les rayons réfléchis par la surface. Les paramètres de polarisation extraits des rayons réfléchis permettent de remonter aux orientations des points de la surface desquelles le modèle 3D sera calculé par une méthode d'intégration numérique.

La méthode polarimétrique fréquemment explorée en vision artificielle pour mesurer les surfaces réfléchissantes et semi-réfléchissantes, donnait récemment des résultats acceptables pouvant être améliorés pour la reconstruction d'objets transparents dans le visible [Miyazaki et al., 2004], [Ferraton et al., 2009]. Néanmoins les inter-réflexions rencontrées dans cette gamme demeurent une source d'imprécision des résultats, et c'est la raison pour laquelle nous souhaitons étendre l'application dans l'IR.

Nous débuterons ce chapitre par de brefs rappels sur la polarisation dans le cadre de notre application. Dans la deuxième partie, nous décrirons le principe de la reconstruction 3D par polarimétrie et soulignerons les ambiguïtés classiques de la méthode lors de l'estimation des angles zénithal et azimutal caractérisant la normale à la surface. Nous dresserons également dans cette deuxième partie deux états de l'art, l'un recensant les différentes méthodes qui permettent de lever ces ambiguïtés et l'autre sur les méthodes de calcul de la surface 3D de l'objet à partir de la normale à la surface. Nous montrerons dans la troisième partie comment étendre la méthode à l'IR. Nous concluons le chapitre par un bilan sur la performance du système de mesure 3D que nous avons mis en œuvre et par des perspectives d'évolution.

## 3.2 La polarisation

L'objectif de cette section est de rappeler l'essence des paramètres de polarisation exploités dans le cadre de l'approche de numérisation développée. Nous commencerons par exposer l'équation générale vérifiée par les composantes transversales de l'onde lors de sa propagation. Nous nous pencherons ensuite sur les différents états de polarisation d'une onde décrits mathématiquement par ces composantes transversales. Nous montrerons que certaines combinaisons particulières de celles-ci aboutissent au formalisme de Stokes, des paramètres de polarisation que nous manipulerons par la suite pour caracté-

riser les rayons réfléchis par l'objet numérisé. Nous aborderons également le formalisme de Mueller caractérisant les composants optiques des polarimètres usuels et les surfaces lisses mesurables par notre approche de numérisation. Nous finirons par donner quelques exemples de capteurs et d'applications de la polarisation.

### 3.2.1 Équation d'onde

L'équation générale décrivant la propagation d'une onde - en une dimension, dans une direction  $x$  donnée et un temps  $t$  donné, peut être représentée par :

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

- en dimension 3, s'écrit :

$$\nabla^2 u(r,t) = \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \quad (3.2)$$

avec  $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$  et  $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ .

$\nu$  est la vitesse de propagation de l'onde ou encore la vélocité de propagation et  $u$  est une variable physique décrivant à la fois l'amplitude de l'onde et sa polarisation que nous expliciterons plus tard.

#### Onde plane : une solution

Soit  $r(x,y,z)$  un vecteur position d'un point  $P$  dans l'espace, et  $s(s_x, s_y, s_z)$  un vecteur unité selon une direction fixe considérée. Toute solution de l'Equation 3.2, de la forme :

$$u = u(s.r, t) \quad (3.3)$$

représente une onde plane, si à chaque instant  $t$ ,  $u$  est constant sur chacun des plans, Figure 3.1 :

$$s.r = \text{constant} \quad (3.4)$$

En choisissant un nouveau set d'axes cartésiens  $\{O\xi, O\zeta, O\eta\}$  avec une direction  $s.r = \xi$ , Voir Figure 3.1, nous avons  $\partial/\partial x = (\partial\xi/\partial x) \cdot \partial/\partial \xi$ , etc.

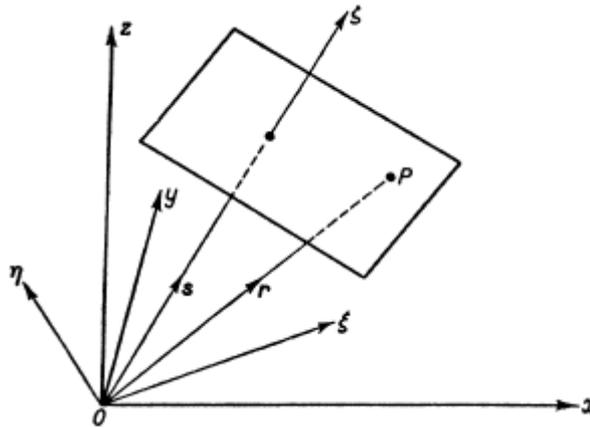


FIGURE 3.1: Propagation des ondes planes.

Ainsi, nous pouvons écrire :

$$s_x x + s_y y + s_z z = \xi \quad (3.5)$$

et

$$\frac{\partial}{\partial x} = s_x \frac{\partial}{\partial \xi} \quad \frac{\partial}{\partial y} = s_y \frac{\partial}{\partial \xi} \quad \frac{\partial}{\partial z} = s_z \frac{\partial}{\partial \xi} \quad (3.6)$$

Comme  $s_x^2 + s_y^2 + s_z^2 = 1$ , nous trouvons aisément que :

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \quad (3.7)$$

Ainsi, l'Equation 3.2 devient :

$$\frac{\partial^2 u(\xi, t)}{\partial \xi^2} - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 u(\xi, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.8)$$

La transformation à travers les Equations 3.5 et 3.6 simplifie la résolution de l'Equation 3.2 en réduisant la dimension de 3 à 1. Deux méthodes de résolution de l'Equation 3.8 sont proposées et détaillées à l'Annexe A :

1 - méthode directe ;

2 - application de la transformée de Fourier, un outil fort puissant permettant de résoudre les Equations à Dérivées Partielles (EDP).

Une solution de l'Equation 3.8 issue de la première méthode est donnée par :

$$u(s.r, t) = u_1(s.r + \nu t) + u_2(s.r - \nu t) \quad (3.9)$$

où  $u_1$  et  $u_2$  sont des fonctions arbitraires et  $t$  un temps arbitraire.

Ainsi  $u_1(\xi + \nu t)$  représente une onde propagée selon une vitesse  $\nu$  suivant la direction  $\xi$  négative. De même,  $u_1(\xi - \nu t)$  représente une onde propagée selon une vitesse  $\nu$  suivant la direction  $\xi$  positive.

Une solution issue de la deuxième méthode :

$$u(\xi, t) = u_1\left(t + \frac{\xi}{\nu}\right) + u_2\left(t - \frac{\xi}{\nu}\right) \quad (3.10)$$

reste équivalente à la solution obtenue par la première méthode, Equation 3.9. De la transformée inverse de Fourier, une solution complexe incluant le facteur temps  $e^{i\omega t}$  et vérifiant l'Equation 3.8 pourrait s'écrire :

$$u(\xi, t) = A e^{i\omega(t + \xi/\nu)} + B e^{i\omega(t - \xi/\nu)} \quad (3.11)$$

avec A, B constantes et  $\omega$  variable fréquence de Fourier.

Dans la suite, nous nous intéresserons à la propagation de l'onde dans la direction positive  $\xi$  avec  $A = 0$ , et nous focaliserons sur la partie réelle de la solution restante, Equation 3.11, de la forme <sup>1</sup> :

$$u = B \cos(\omega t - \xi/\nu) \quad (3.12)$$

---

1. L'objectif, ici, est d'explicitier la forme générale d'une solution sans nécessairement connaître les conditions initiales du problème de l'edp traitée. Cela permet de comprendre l'origine de l'expression que nous utiliserons dans la suite.

### 3.2.2 Caractérisation de la polarisation

Trois équations indépendantes sont généralement requises pour décrire la propagation d'une onde optique :

$$\nabla^2 u_i(r, t) = \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 u_i(r, t)}{\partial t^2} \quad i = x, y, z \quad (3.13)$$

où  $\nu$  est la vélocité de propagation d'oscillation et  $r = r(x, y, z)$ .

Dans le système cartésien, les composantes  $u_x(r, t)$  et  $u_y(r, t)$  sont les composantes transversales et  $u_z(r, t)$  est la composante longitudinale lorsque la propagation s'effectue selon la direction  $z$ . Ainsi, selon l'Equation 3.13, les composantes du champ optique seraient :

$$u_x(r, t) = u_{0x} \cos(\omega t - k \cdot r + \delta_x) \quad (3.14)$$

$$u_y(r, t) = u_{0y} \cos(\omega t - k \cdot r + \delta_y) \quad (3.15)$$

$$u_z(r, t) = u_{0z} \cos(\omega t - k \cdot r + \delta_z) \quad (3.16)$$

Cependant, la composante longitudinale ayant été prouvée inexistante [Goldstein, 1993], le champ optique est uniquement décrit par :

$$u_x(z, t) = u_{0x} \cos(\omega t - k \cdot z + \delta_x) \quad (3.17)$$

$$u_y(z, t) = u_{0y} \cos(\omega t - k \cdot z + \delta_y) \quad (3.18)$$

si on choisit la direction  $z$  comme direction de propagation.

### Polarisation elliptique

Par la suite, nous considérons la direction  $z$  comme direction de propagation et représentons les composantes transversales par :

$$\begin{cases} E_x = E_{0x} \cos(\tau + \delta_x) \\ E_y = E_{0y} \cos(\tau + \delta_y) \end{cases} \quad (3.19)$$

où  $\tau = \omega t - k \cdot z$  est le propagateur pour une onde monochromatique<sup>2</sup>. Les indices  $x$  et  $y$  réfèrent à la direction des composantes  $x$  et  $y$ ,  $E_{0x}$  et  $E_{0y}$  sont respectivement les amplitudes maximum, de même  $\delta_x$  et  $\delta_y$  sont les phases.

Nous notons par la suite  $\delta = \delta_y - \delta_x$  le paramètre de déphasage de l'onde.

Remarque

Dans le cas d'une onde non polarisée,  $\delta$  est aléatoire et dépend du temps  $t$  :  $\delta(t)$ .

#### 3.2.2.1 Polarisation totale

Lorsqu'une onde est polarisée,  $\delta$  est constante :  $\frac{d\delta}{dt} = 0$ . De plus, de l'Equation 3.19, les composantes transversales de l'onde vérifient (les calculs sont détaillés à l'Annexe B) :

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} \cos(\delta) = \sin^2(\delta) \quad (3.20)$$

---

2.  $\tau = \omega t$  pour une onde non monochromatique.

une équation décrivant une ellipse inscrite dans un rectangle dont les côtés sont parallèles aux axes du repère de la coupe transversale et sont de longueur  $2E_{0x}$  et  $2E_{0y}$ , Voir Figure 3.2(a) et Figure 3.2(b).

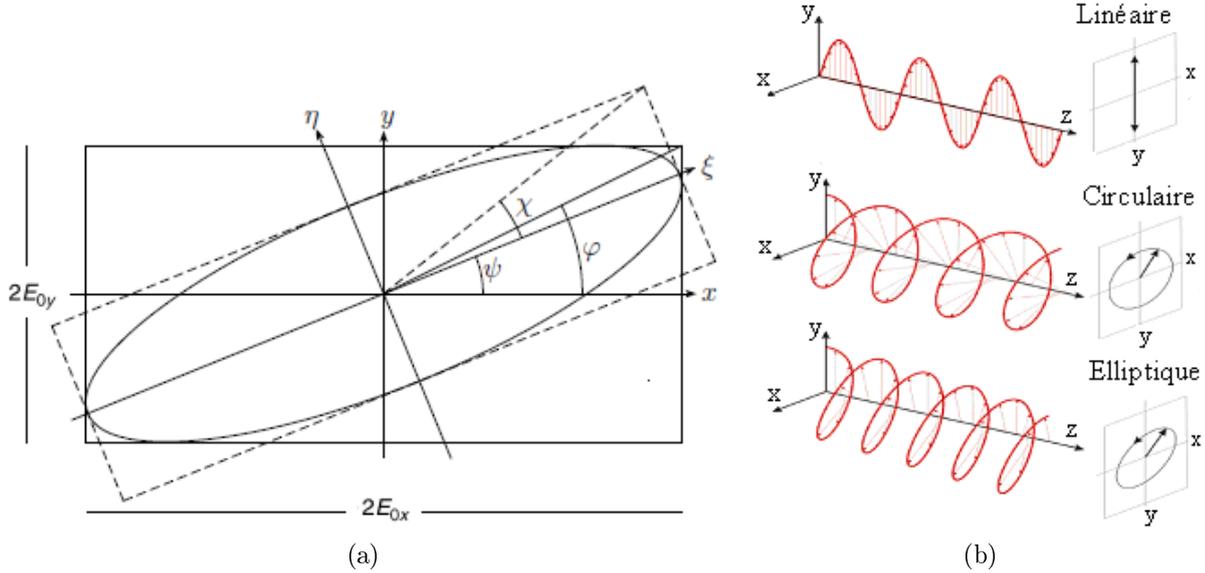


FIGURE 3.2: (a) Onde plane elliptiquement polarisée ; (b) Représentation des trois états de polarisation principaux.

Ainsi, l'état de polarisation d'une onde est caractérisée par les paramètres suivants :

- $\varphi$ , défini sur  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ , est l'angle formé par la diagonale du rectangle avec l'axe  $[ox)$  :

$$\tan\varphi = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \tag{3.21}$$

Appelé également "angle de polarisation",  $\varphi$  est un des paramètres de polarisation qui sera exploité ultérieurement par l'approche reconstruction 3D par polarimétrie à la Section 3.3.2.

- $\Psi$ , défini sur  $[0; \pi]$ , est l'angle formé par l'axe  $[ox)$  du rectangle et le grand axe de l'ellipse nous informant sur l'inclinaison de l'ellipse dans le rectangle :

$$\tan 2\Psi = \tan(2\varphi)\cos\delta \tag{3.22}$$

- $\chi$ , défini sur  $[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}]$ , appelé angle d'ellipticité, est l'angle formé par les axes de l'ellipse traduisant le gonflement de l'ellipse :

$$\sin 2\chi = -\sin 2\varphi \sin\delta \tag{3.23}$$

De l'équation principale 3.20, nous constatons que le type de polarisation est conditionné par les différentes valeurs du déphasage  $\delta$  et des amplitudes  $E_{0x}$  et  $E_{0y}$ .

Pour des valeurs particulières de ces derniers, nous distinguons les cas suivants :

- $\delta = 0$  ou  $\delta = \pi$  -> polarisation linéaire  
En effet, pour  $\delta = 0$ , l'Equation 3.20 devient :

$$\begin{aligned} \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\frac{E_x}{E_{0x}}\frac{E_y}{E_{0y}} &= 0 \\ \Leftrightarrow \left(\frac{E_x}{E_{0x}} - \frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 &= 0 \Leftrightarrow \left(\frac{E_x}{E_{0x}} - \frac{E_y}{E_{0y}}\right) = 0 \\ \Leftrightarrow E_y &= \left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}}\right) E_x \end{aligned} \quad (3.24)$$

Et pour  $\delta = \pi$ , l'Equation 3.20 devient :

$$\begin{aligned} \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + 2\frac{E_x}{E_{0x}}\frac{E_y}{E_{0y}} &= 0 \\ \Leftrightarrow \left(\frac{E_x}{E_{0x}} + \frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 &= 0 \Leftrightarrow \left(\frac{E_x}{E_{0x}} + \frac{E_y}{E_{0y}}\right) = 0 \\ \Leftrightarrow E_y &= -\left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}}\right) E_x \end{aligned} \quad (3.25)$$

Pour la polarisation linéaire illustrée à la Figure 3.3 nous dissocions trois cas particuliers suivant les valeurs des amplitudes :

- Si  $E_{0y} = E_{0x} \Rightarrow E_y = E_x$ , il s'agira de la polarisation orientée suivant la première bissectrice.
  - Si  $E_{0y} = 0 \Rightarrow E_y = 0$ , il s'agira de la polarisation horizontale illustrée à la Figure 3.8(c).
  - Si  $E_{0x} = 0 \Rightarrow E_x = 0$ , il s'agira de la polarisation verticale illustrée à 3.2(b) et à la Figure 3.8(c).
- $\delta = \frac{\pi}{2}$  ou  $\delta = -\frac{\pi}{2}$  -> polarisation elliptique particulière.

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 1 \quad (3.26)$$

Les axes de l'ellipse sont confondus avec les axes du rectangle englobant.

- Un sous-cas particulier si  $E_{0y} = E_{0x}$  -> polarisation circulaire (Figure 3.2(b)).

La propagation de l'onde selon la nature de la polarisation est illustrée à la Figure 3.2(b) et un récapitulatif schématisé des états de polarisation obtenus en fonction des différentes valeurs du déphasage  $\delta$  est fourni à la Figure 3.3.

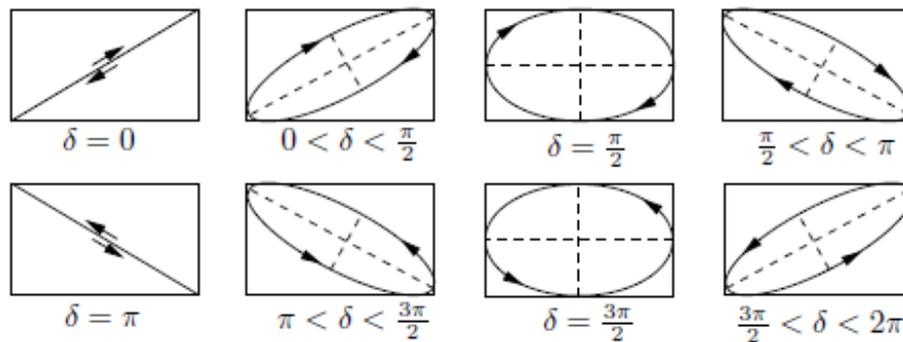


FIGURE 3.3: Polarisations elliptiques selon différentes valeurs du déphasage  $\delta$ .

### 3.2.2.2 Les paramètres de Stokes

Les amplitudes et les phases étant constantes avec le temps, pour une radiation monochromatique (le cas étudié), l'équation générale 3.20 associée à une polarisation à un instant  $t$  s'écrit :

$$\left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y(t)}{E_{0y}}\right)^2 - 2\frac{E_x}{E_{0x}}\frac{E_y}{E_{0y}}\cos(\delta) = \sin^2(\delta) \quad (3.27)$$

En moyennant  $E_x(t)$ ,  $E_y(t)$  et  $E_x(t)E_y(t)$  sur une longue période  $T$  relative à une durée d'oscillation tendant vers l'infini (Cf Annexe B) dans l'Equation 3.27, nous obtenons l'égalité suivante :

$$(E_{0x}^2 + E_{0y}^2)^2 - (E_{0x}^2 - E_{0y}^2)^2 - (2E_{0x}E_{0y}\cos\delta)^2 = (2E_{0x}E_{0y}\sin\delta)^2 \quad (3.28)$$

Les quantités entre parenthèses ne sont rien d'autres que les paramètres de Stokes vérifiant l'égalité suivante :

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (3.29)$$

où :

–  $S_0$  quantifie l'intensité totale mesurée :

$$S_0 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \quad (3.30)$$

–  $S_1$  quantifie l'intensité de la lumière horizontalement ou verticalement polarisée :

$$S_1 = E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \quad (3.31)$$

–  $S_2$  quantifie l'intensité de la lumière linéairement polarisée (+ 45 ou - 45 degré) :

$$S_2 = 2E_{0x}E_{0y}\cos\delta \quad (3.32)$$

–  $S_3$  quantifie l'intensité de la lumière circulairement polarisée (sens gauche ou droite) :

$$S_3 = 2E_{0x}E_{0y}\sin\delta \quad (3.33)$$

### 3.2.2.3 Polarisation partielle

Lorsqu'une onde est polarisée, ses paramètres de Stokes ne satisfont pas toujours l'égalité 3.29. On parle alors de la polarisation partielle.

$$S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (3.34)$$

Son degré de polarisation est défini par :

$$\rho = \frac{I_{pol}}{I_{tot}} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \quad (3.35)$$

$I_{pol}$  et  $I_{tot}$  représentent respectivement l'intensité polarisée et l'intensité totale. Le degré de polarisation de l'onde varie entre 0 et 1, et indique la proportion de lumière complètement polarisée. Le degré de polarisation vaut 0 pour une onde aléatoire, et 1 pour une onde parfaitement polarisée linéairement, circulairement ou elliptiquement. Afin de retrouver les paramètres de l'ellipse de la composante polarisée, l'expression des paramètres du vecteur de Stokes peut s'écrire sous les différentes formes suivantes :

$$\begin{cases} S_0 = I_{tot} \\ S_1 = I_{pol} \cos 2\varphi \\ S_2 = I_{pol} \sin 2\varphi \cos \delta \\ S_3 = I_{pol} \sin 2\varphi \sin \delta \end{cases} \quad \begin{cases} S_0 = I_{tot} \\ S_1 = I_{pol} \cos 2\chi \cos 2\psi \\ S_2 = I_{pol} \cos 2\chi \sin 2\psi \\ S_3 = I_{pol} \sin 2\chi \end{cases} \quad (3.36)$$

Nous en déduisons les valeurs du déphasage  $\delta$ , et de l'angle  $\varphi$  de la composante polarisée :

$$\delta = \arctan \frac{S_3}{S_2} \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{1}{2} \arccos \frac{S_1}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}} \quad (3.37)$$

De la même manière, nous pouvons déterminer l'ellipticité  $\chi$  et l'angle  $\psi$  du grand axe de l'ellipse :

$$\chi = \frac{1}{2} \arcsin \frac{S_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}} \quad \text{et} \quad \psi = \frac{1}{2} \arctan \frac{S_2}{S_1} \quad (3.38)$$

#### Remarque importante

Lors de la reconstruction 3D par polarimétrie, les paramètres polarimétriques exploités sont essentiellement le degré de polarisation  $\rho$  (Equation 3.35) et l'angle de polarisation  $\varphi = \psi$  (Equation 3.38) du fait qu'il s'agit d'une polarisation partielle linéaire, Voir Section 3.3.2.

#### Remarques

- Dans la suite, l'état de polarisation d'une onde sera caractérisé par les paramètres de Stokes représentés sous forme vectorielle  $S$ , Equation 3.39.

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow S = \begin{pmatrix} E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\ E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ 2E_{0x}E_{0y}\cos\delta \\ 2E_{0x}E_{0y}\sin\delta \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

Nous manipulerons également le vecteur de Stokes sous sa forme complexe (Equation 3.40) pour l'établissement des formalismes de Mueller explicité à la prochaine section.

$$S = \begin{pmatrix} E_x E_x^* + E_y E_y^* \\ E_x E_x^* - E_y E_y^* \\ E_x E_y^* + E_y E_x^* \\ i(E_x E_y^* - E_y E_x^*) \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

La formulation de  $S$  à l'Equation 3.40 est issue de la forme complète des composantes transversales (dont la partie réelle est exprimée à l'Equation 3.19) :

$$\begin{cases} E_x &= E_{0x}e^{i(\tau+\delta x)} \\ E_y &= E_{0y}e^{i(\tau+\delta y)} \end{cases} \quad (3.41)$$

- Les formes particulières du vecteur de Stokes associé à une onde non polarisée et des ondes linéairement, circulairement, polarisée sont fournies à l'Annexe B.
- Nous verrons à la Section 3.3.1 l'expression du vecteur de Stokes d'une onde partiellement linéairement polarisée associée à une position particulière donnée de l'onde. Nous nous intéresserons à l'expression générale de celui-ci lors de la reconstruction 3D.

### 3.2.3 Matrice de Mueller

A une onde est associée un vecteur de Stokes  $S$  traduisant l'état de polarisation de l'onde. Il est évident que lorsque l'onde considérée rencontre un obstacle, l'état de polarisation de l'onde sortante (ou transmise) caractérisée par un autre vecteur de Stokes  $\hat{S}$ , est différent de celui de l'onde incidente. Les deux vecteurs de Stokes  $S$  et  $\hat{S}$  sont reliés entre eux par une matrice carrée de taille 4x4 dénommée la matrice de Mueller, qui caractérise l'obstacle en question.

Nous allons établir les matrices de Mueller de certains "obstacles connus", c'est-à-dire des composants optiques tels que le polariseur, le retardateur et le rotateur à partir des vecteurs de Stokes sous sa forme complexe de l'onde incidente et de l'onde transmise. Elles permettent de comprendre l'origine des expressions des matrices de Mueller et des vecteurs de Stokes utilisées dans la suite. Nous énoncerons également la matrice de Mueller d'une surface réfléchissante en montrant que celle-ci se comporte à la fois comme un polariseur partiel et un retardateur, l'objectif final étant de prouver qu'une onde non polarisée incidente à une surface réfléchissante est réfléchie partiellement linéairement polarisée (hypothèse utilisée (3.3.1) pour la reconstruction par polarisation à la Section 3.3.2).

#### 3.2.3.1 Polariseur

L'intensité de la lumière transmise varie en fonction des caractéristiques intrinsèques du polariseur. Elle est toujours moindre que l'intensité de la lumière incidente ( $\leq 50\%$  de la lumière incidente). Si  $E_x$  et  $E_y$  sont les composants du champ électrique de l'onde incidente, les composants électriques de l'onde transmise  $\hat{E}_x$  et  $\hat{E}_y$  ont la forme suivante :

$$\begin{cases} \hat{E}_x &= p_x E_x \\ \hat{E}_y &= p_y E_y \end{cases} \quad (3.42)$$

où

$p_x$  : est le coefficient d'atténuation d'amplitude suivant l'axe horizontal ;

$p_y$  : est le coefficient d'atténuation d'amplitude suivant l'axe vertical .

Si  $S$  est le vecteur de Stokes associé à la lumière incidente de la forme :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x E_x^* + E_y E_y^* \\ E_x E_x^* - E_y E_y^* \\ E_x E_y^* + E_y E_x^* \\ i(E_x E_y^* - E_y E_x^*) \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

le vecteur de Stokes  $\hat{S}$  associé à la lumière transmise s'écrit sous la forme suivante :

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} \hat{S}_0 \\ \hat{S}_1 \\ \hat{S}_2 \\ \hat{S}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{E}_x \hat{E}_x^* + \hat{E}_y \hat{E}_y^* \\ \hat{E}_x \hat{E}_x^* - \hat{E}_y \hat{E}_y^* \\ \hat{E}_x \hat{E}_y^* + \hat{E}_y \hat{E}_x^* \\ i(\hat{E}_x \hat{E}_y^* - \hat{E}_y \hat{E}_x^*) \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

En substituant  $\hat{E}_x$  et  $\hat{E}_y$  de l'Equation 3.44 par son expression à l'Equation 3.42, nous obtenons (Voir Annexe B pour plus de détails) :

$$\begin{pmatrix} \hat{S}_0 \\ \hat{S}_1 \\ \hat{S}_2 \\ \hat{S}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(p_x^2 + p_y^2)S_0 + \frac{1}{2}(p_x^2 - p_y^2)S_1 \\ \frac{1}{2}(p_x^2 - p_y^2)S_0 + \frac{1}{2}(p_x^2 + p_y^2)S_1 \\ p_x p_y S_2 \\ p_x p_y S_3 \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{pmatrix} \hat{S}_0 \\ \hat{S}_1 \\ \hat{S}_2 \\ \hat{S}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} p_x^2 + p_y^2 & p_x^2 - p_y^2 & 0 & 0 \\ p_x^2 - p_y^2 & p_x^2 + p_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2p_x p_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2p_x p_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

Ainsi la matrice de Mueller associée à un polariseur est de la forme :

$$M_{pol} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} p_x^2 + p_y^2 & p_x^2 - p_y^2 & 0 & 0 \\ p_x^2 - p_y^2 & p_x^2 + p_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2p_x p_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2p_x p_y \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

Sous sa forme angulaire elle est exprimée par :

$$M_{pol} = \frac{p^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\gamma & 0 & 0 \\ \cos 2\gamma & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin 2\gamma \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

avec

$$\begin{aligned} p_x &= p \cos \gamma \\ p_y &= p \sin \gamma \end{aligned} \quad (3.49)$$

où  $\gamma$  est l'angle orienté considéré en terme de fonctions trigonométriques.

La matrice de Mueller d'un polariseur partiel que nous utiliserons à la Section 3.2.3.4

pour définir la matrice de Mueller d'une surface réfléchissante est l'expression de l'Equation 3.47 avec des coefficients d'atténuations horizontale et respectivement verticale  $\sqrt{p_x}$  et  $\sqrt{p_y}$ . Nous la noterons  $M_{pp}(p_x, p_y)$ , Voir Equation 3.50.

$$M_{pp}(p_x, p_y) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} p_x + p_y & p_x - p_y & 0 & 0 \\ p_x - p_y & p_x + p_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{p_x p_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{p_x p_y} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

**Polariseur linéaire rotatif** Pour un polariseur tournant(ou rotatif) d'angle  $\theta$  (Voir Section 3.2.3.3), la matrice de Mueller correspondante s'obtient :

$$M_{pol}(\theta, \gamma) = M_{ret}(-2\theta)M_{pola}(\gamma)M_{ret}(2\theta) = \frac{p^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\gamma \cos 2\theta & \cos 2\gamma \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\gamma \cos 2\theta & \cos^2 2\theta + \sin 2\gamma \sin^2 2\theta & (1 - \sin 2\gamma) \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \cos 2\gamma \sin 2\theta & (1 - \sin 2\gamma) \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta + \sin 2\gamma \cos^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin 2\gamma \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

Le polariseur idéal s'obtient avec  $\gamma = 0^\circ$  et  $p = 1$  :

$$M_{pola}(\theta) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

C'est la forme du polariseur linéaire tournant qui sera exploitée pour la reconstruction par polarisation détaillée à la Section 3.3.

### 3.2.3.2 Retardateur

Le retardateur, comme son nom l'indique, agit au niveau de la phase du champ électrique de l'onde. Ainsi, si  $E_x$  et  $E_y$  sont les composants du champ électrique de l'onde incidente, le champ électrique de l'onde transmise issue du retardateur se décompose en  $\hat{E}_x$  et  $\hat{E}_y$  où :

$$\begin{cases} \hat{E}_x &= e^{i\frac{\delta}{2}} E_x \\ \hat{E}_y &= e^{-i\frac{\delta}{2}} E_y \end{cases} \quad (3.53)$$

avec  $\delta$  est le déphasage du retardateur.

Le même principe de substitution qu'à la Section 3.2.3.1 est appliqué afin d'obtenir au final :

$$\begin{pmatrix} \hat{S}_0 \\ \hat{S}_1 \\ \hat{S}_2 \\ \hat{S}_3 \end{pmatrix} = M_{ret}(\delta) \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (3.54)$$

où

$$M_{ret}(\delta) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\delta & \sin\delta \\ 0 & 0 & -\sin\delta & \cos\delta \end{pmatrix} \quad (3.55)$$

est la matrice de Mueller du retardateur de déphasage  $\delta$ .

#### Remarques

- Pour des valeurs particulières du déphasage  $\delta$ , nous distinguons deux composants à finalité différente.
  - Pour  $\delta = 90^\circ$ , nous avons une lame quart d'onde. Une lumière incidente linéairement polarisée ressort circulairement polarisée de la lame quart d'onde (Cf Annexe B); il s'agit d'une manière de générer un éclairage circulairement polarisé utilisé par Koshikawa dans son approche développée dans [Koshikawa, 1979] que nous aborderons à la Section 3.3.3.
  - Pour  $\delta = 180^\circ$ , nous avons une lame demi-onde.
- Les cristaux liquides jouent également le rôle d'un retardateur, Voir la thèse de Stolz [Stolz, 2000] et les quelques capteurs polarimétriques exposés à la Section 3.2.4.

**Retardateur rotatif** Un retardateur de déphasage  $\delta$  et orienté avec un angle  $\theta$  est caractérisé par la matrice de Mueller suivante (selon la Section 3.2.3.3) :

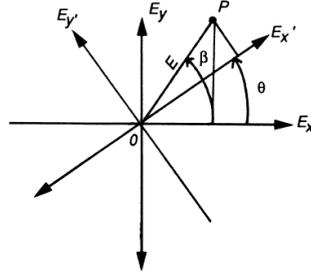
$$M_{ret}(\delta, \theta) = M_{rot}(-2\theta)M_{ret}(\delta)M_{rot}(2\theta) \quad \Leftrightarrow \quad (3.56)$$

$$M_{ret}(\delta, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c^2 + s^2 \cos \delta & sc(1 - \cos \delta) & -s \sin \delta \\ 0 & sc(1 - \cos \delta) & s^2 + c^2 \cos \delta & c \sin \delta \\ 0 & s \sin \delta & -c \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

avec  $c = \cos 2\theta$  et  $s = \sin 2\theta$ . Elle sera utilisée ultérieurement à la Section 3.2.3.4 afin de définir la matrice de Mueller d'une surface réfléchissante.

#### 3.2.3.3 Rotateur

Le rotateur permet de changer l'angle de polarisation tout en basculant d'un repère(axes) à un autre (les deux repères ayant la même origine). Soient deux repères de même origine  $[O, E_x, E_y]$  et respectivement  $[O, E'_x, E'_y]$ . Si  $\theta$  est l'angle formé par les deux axes des abscisses des deux repères (Voir Figure 3.4), alors nous avons :

FIGURE 3.4: Un rotateur d'angle  $\theta$ .

$$\begin{cases} E'_x = E_x \cos\theta + E_y \sin\theta \\ E'_y = -E_x \sin\theta + E_y \cos\theta \end{cases} \quad (3.58)$$

Le même principe de substitution qu'à la Section 3.2.3.1 est appliqué afin d'obtenir au final la matrice de Mueller associée à un rotateur d'angle  $\theta$  :

$$M_{rot}(2\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

La matrice de Mueller d'un composant optique caractérisé par  $M_{comp}(\cdot)$  et équipé d'un rotateur d'angle  $\theta$  caractérisé par  $M_{rot}(\theta)$  est obtenue par l'expression suivante :

$$M_{comp}(\cdot, \theta) = M_{rot}(-2\theta) \cdot M_{comp}(\cdot) \cdot M_{rot}(2\theta) \quad (3.60)$$

Formulation utilisée pour déterminer l'expression d'un polariseur linéaire rotatif à la Section 3.2.3.1 et d'un retardateur rotatif à la Section 3.2.3.2.

### 3.2.3.4 Surface réfléchissante

La matrice de Mueller d'une surface réfléchissante est donnée par le produit des matrices de Mueller d'un polariseur partiel et d'un retardateur.

$$M_{refl} = M_{pp}(F_{\perp}, F_{\parallel}) \cdot M_{ret}(\delta, 0) \quad (3.61)$$

où  $F_{\perp}$ ,  $F_{\parallel}$ , et  $\delta$  sont déterminés à partir des coefficients de Fresnel issus des Equations C.26 et respectivement C.31) établies à l'Annexe C :

$$F_{\perp} = \left| \frac{R_{\perp}}{E_{\perp}} \right|^2 \quad F_{\parallel} = \left| \frac{R_{\parallel}}{E_{\parallel}} \right|^2 \quad \delta = \arg \left( \frac{R_{\parallel}}{E_{\parallel}} - \frac{R_{\perp}}{E_{\perp}} \right) \quad (3.62)$$

Le résultat du produit explicité à l'Equation 3.61 est :

$$M_{refl} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} F_{\perp} + F_{\parallel} & F_{\perp} - F_{\parallel} & 0 & 0 \\ F_{\perp} - F_{\parallel} & F_{\perp} + F_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{F_{\perp}F_{\parallel}} \cos \delta & 2\sqrt{F_{\perp}F_{\parallel}} \sin \delta \\ 0 & 0 & -2\sqrt{F_{\perp}F_{\parallel}} \sin \delta & 2\sqrt{F_{\perp}F_{\parallel}} \cos \delta \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

L'expression de la matrice d'une surface réfléchissante permet de justifier l'hypothèse 3.3.1 utilisée pour la reconstruction 3D par polarimétrie à la Section 3.3.2.

### 3.2.4 Capteurs polarimétriques

Un capteur polarimétrique est un dispositif permettant de mesurer la polarisation de la lumière incidente à celui-ci. Un capteur polarimétrique comprend au minimum une caméra et un analyseur (un composant ou un ensemble de composants optiques tels qu'un filtre polariseur, une lame quart d'onde, un retardateur à cristaux liquides, etc). Il existe deux classes de capteurs polarimétriques en fonction de leur capacité de mesure : les polarimètres de Stokes permettant de calculer tous les paramètres de Stokes  $s_0, s_1, s_2, s_3$  et les polarimètres simplifiés souvent dédiés à l'analyse d'une réflexion (partiellement) linéairement polarisée en quantifiant uniquement les trois premiers paramètres de Stokes  $s_0, s_1, s_2$ . Par la suite, nous nous intéresserons davantage aux polarimètres simplifiés et en donnerons deux exemples. Mais avant cela, nous illustrerons les polarimètres de Stokes en décrivant le principe de l'ellipsométrie traditionnellement vouée à la mesure d'épaisseur des couches minces (appelés polarimètres au montage statique). Par ailleurs, nous résumerons le principe de mesure des polarimètres de Stokes au montage dynamique.

#### 3.2.4.1 Polarimètres de Stokes

**3.2.4.1.1 Montage statique** Plusieurs types de polarimètres de Stokes sont disponibles sur le marché dont l'ellipsométrie au montage statique utilisant une caméra et des éléments optiques passifs composés d'un filtre polariseur et une lame quart d'onde. Six mesures d'intensité lumineuse sont nécessaires pour déterminer en tout point les paramètres de Stokes de la lumière reçue. Les mesures se déroulent en deux temps.

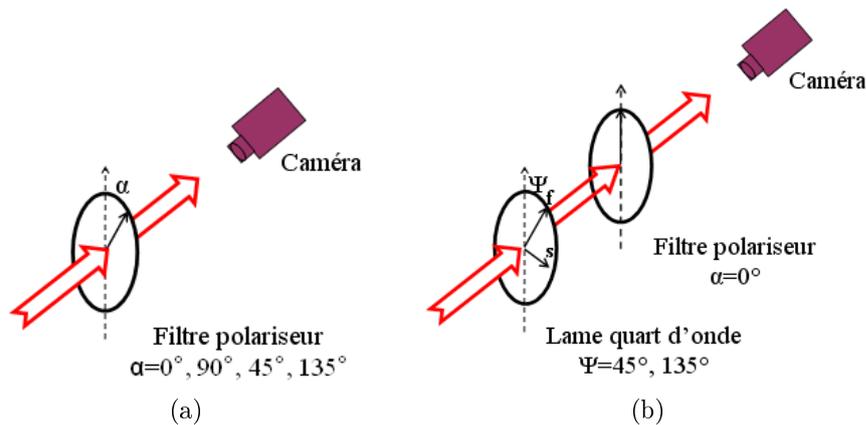


FIGURE 3.5: Montage statique pour déterminer les paramètres de Stokes : (a) étape n°1, (b) étape n°2.

Comme le montre la Figure 3.5(a), on acquiert dans un premier temps des images d'intensité  $I_{0^\circ}, I_{90^\circ}, I_{45^\circ}$ , et  $I_{135^\circ}$  correspondant aux orientations  $\alpha$  du filtre polariseur

suivantes :  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ , et  $135^\circ$ . Puis dans un deuxième temps, en utilisant une lame quart d'onde (retard de  $\pi/2$ ) orientée à  $45^\circ$  et  $135^\circ$ , et un filtre polariseur orienté à  $0^\circ$ , on acquiert les images d'intensité :  $I_{45^\circ, \pi/2}$  et  $I_{135^\circ, \pi/2}$  (Figure 3.5(b)). La lame quart d'onde permet de déterminer le paramètre  $s_3$  qui décrit la composante elliptique de l'onde. À l'aide des matrices de Mueller précédemment rappelées (pour le filtre de polariseur rotatif  $M_{pola}(\alpha)$  de l'Equation 3.52 et pour la lame quart d'onde rotatif  $M_{ret}(\delta = 90^\circ, \theta)$  de l'Equation 3.57), on montre facilement que les paramètres de Stokes d'une onde quelconque s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} s_0 = I_{0^\circ} + I_{90^\circ} \\ s_1 = I_{0^\circ} - I_{90^\circ} \\ s_2 = I_{45^\circ} - I_{135^\circ} \\ s_3 = I_{45^\circ, \pi/2} - I_{135^\circ, \pi/2} \end{cases} \quad (3.64)$$

**3.2.4.1.2 Montage dynamique** Parmi les polarimètres de Stokes, des capteurs à montage dynamique constitué d'une caméra, d'un polariseur rotatif d'angle  $\alpha$  et de deux retardateurs variables à cristaux liquides (éléments optiques actifs) de phase  $\delta_1$  et  $\delta_2$ , sont également très utilisés [De Martino & Laude-Boulesteix, 2004] [Tyo, 2000]. L'expression de l'intensité  $I$  mesurée par la caméra<sup>3</sup> est obtenue en multipliant la première ligne du formalisme de Mueller du système (polariseur + deux retardateurs) par le vecteur de Stokes de la réflexion considérée. Ainsi, paramétrée par  $(s_0, s_1, s_2, s_3)$  de la réflexion analysée, l'intensité mesurée par la caméra varie en fonction des deux phases respectives des retardateurs,  $I(\delta_1, \delta_2)$ . Un système linéaire de quatre inconnus sera par la suite résolu par la méthode des moindres carrés en collectant différentes valeurs d'intensité pour différentes valeurs des deux phases.

L'utilisation de ces polarimètres est moins contraignante contrairement à ceux au montage statique décrits précédemment pour lesquels les mesures d'intensité se passent en deux temps pour des angles bien précis du polariseur rotatif et de la lame quart d'onde rotatif. Voir également les montages dynamiques présentés par [Bigué & Cheney, 2007] et [Goudail et al., 2004].

### 3.2.4.2 Polarimètres simplifiés

Dans le cadre d'une polarisation partielle linéaire, l'ellipticité  $\chi = 0$ , Voir hypothèse 2 3.3.1. Selon le formalisme donné par l'Equation 3.36, et d'après l'expression 3.35 du degré de polarisation  $\rho$ , le vecteur de Stokes d'une onde partiellement linéairement polarisée peut s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{cases} s_0 = \mathbf{I} \\ s_1 = \rho \mathbf{I} \cos 2\varphi \\ s_2 = \rho \mathbf{I} \sin 2\varphi \\ s_3 = 0 \end{cases} \quad (3.65)$$

3.  $I = s'_0$  si l'on considère  $(s'_0, s'_1, s'_2, s'_3)^T$  le vecteur de Stokes du rayon émergeant du système analyseur, Voir Section 3.2.2.2.

où  $\mathbf{I} = I_{tot}$  est l'intensité totale du rayon réfléchi.

La formulation établie à l'Equation 3.65 révèle que la détermination des paramètres de polarisation d'une onde partiellement linéairement polarisée peut se faire par la mesure soit du triplet  $(s_0, s_1, s_2)$ , soit du triplet  $(\mathbf{I}, \rho, \varphi)$  à partir de trois couples de données d'apprentissage au minimum,  $(\alpha_i, I_i)^4$ ,  $i = 1, \dots, n$  avec  $n \geq 3$ . Voyons maintenant les types de montage permettant de calculer ces paramètres de polarisation.

**3.2.4.2.1 Montage avec un filtre polariseur** Le polarimètre comprend une caméra et un filtre polariseur rotatif d'orientation  $\alpha$ . D'après le formalisme du polariseur linéaire rotatif et le vecteur de Stokes du rayon réfléchi analysé, l'intensité mesurée par le capteur peut s'écrire de la manière suivante (Voir Etape 1 de la Section 3.3.2) :

$$I(\alpha) = \frac{1}{2} (s_0 + s_1 \cos 2\alpha + s_2 \sin 2\alpha) \quad (3.66)$$

ou encore :

$$I(\alpha) = \mathbf{I} \cdot \frac{1}{2} (1 + \rho \cos(2\alpha - 2\varphi)) \quad (3.67)$$

en substituant  $(s_0, s_1, s_2)$  de l'Equation 3.66 par leur expression à l'Equation 3.65).

En fonction des expressions de l'intensité mesurée par le capteur utilisée, Equation 3.66 ou Equation 3.67, deux méthodes de mesure sont envisageables.

#### Méthode 1

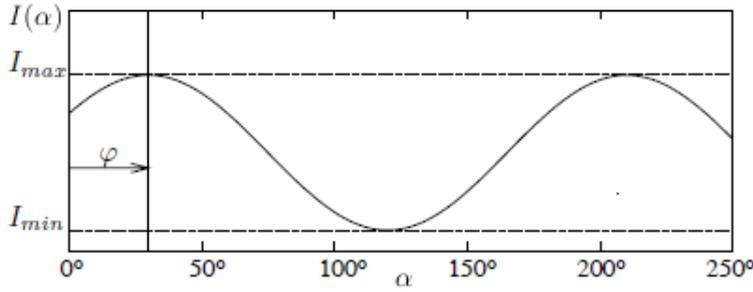
En se basant sur l'expression de  $I(\alpha)$  à l'Equation 3.66, nous pouvons résoudre un système linéaire :

- de trois équations établies à partir de trois couples de données d'apprentissage considérées  $(\alpha_i, I_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$ , ce qui s'avère être le cas pour [Wolff & Andreou, 1995] en prenant les couples  $(0^\circ, I_{0^\circ}), (45^\circ, I_{45^\circ}), (90^\circ, I_{90^\circ})$ .
- de  $n$  equations correspondant à  $n$  couples de données d'apprentissage  $(\alpha_i, I_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $n \geq 3$ , par la méthode des moindres carrés. Ce sera la méthode de résolution que nous appliquerons lors de la reconstruction 3D, de manière à réduire l'erreur d'estimation de  $(s_0, s_1, s_2)$ , Voir Section 3.3.2.

Méthode 2 Nous remarquons par l'expression de l'Equation 3.67 (ou de l'Equation 3.66) que l'intensité varie sinusoïdalement en fonction de  $\alpha$ . La sinusoïde obtenue est caractérisée par un déphasage  $\varphi$ , l'angle de polarisation, et est délimitée par les intensités minimale et maximale,  $I_{min}$  et  $I_{max}$ , vues au travers du filtre, Voir Figure 3.6.

---

4. Il s'agit bien naturellement de l'image d'intensité acquise pour une orientation considérée du polariseur.

FIGURE 3.6: Variation de l'intensité  $I$  en fonction de l'angle  $\alpha$ .

Ainsi, l'expression de  $I(\alpha)$  de l'Equation 3.67 peut s'écrire sous la forme suivante :

$$I(\alpha) = \frac{I_{max} + I_{min}}{2} + \frac{I_{max} - I_{min}}{2} \cos(2\alpha - 2\varphi). \quad (3.68)$$

De la formulation de  $I(\alpha)$  à l'Equation 3.67 et à l'Equation 3.68, nous déduisons une autre forme d'expression de l'intensité lumineuse totale  $\mathbf{I}$  et du degré de polarisation  $\rho$  en fonction de  $I_{min}$  et  $I_{max}$  :

$$\mathbf{I} = I_{max} + I_{min} \quad \rho = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (3.69)$$

Ainsi, une autre manière de calculer les paramètres de polarisation consiste à collecter plusieurs images d'intensités acquises pour différentes valeurs de  $\alpha$  et en déterminer les images d'intensité minimale  $I_{min}$  et maximale  $I_{max}$ . La connaissance de  $I_{min}$  et  $I_{max}$  permet ensuite d'accéder directement au triplet  $(\mathbf{I}, \rho, \varphi)$ , à l'aide des Equations 3.69 pour  $\mathbf{I}$  et  $\rho$  tandis que  $\varphi$  est obtenu en conservant l'angle  $\alpha$  du polariseur correspondant au maximum d'intensité.

[Saito et al., 2003] a appliqué cette approche en collectant 36 images,  $n = 36$ , acquises sous 36 rotations du filtre polariseur,  $\alpha = 0^\circ$  à  $175^\circ$  par pas de  $5^\circ$ .

Malgré la facilité du calcul des paramètres de polarisation, la méthode demeure très sensible au bruit.

**3.2.4.2.2 Montage avec retardateur à cristaux liquides nématiques** La mesure des paramètres de polarisation est assurée par un polarimètre composé d'une caméra et un analyseur comprenant une lame quart d'onde orientée à  $0^\circ$ , un retardateur variable à cristaux liquides orienté à  $45^\circ$  et un filtre polariseur linéaire orienté à  $0^\circ$ , Voir Figure 3.7. Comme précédemment, l'intensité mesurée  $I$  par le capteur est exprimée par le produit de la première ligne du formalisme de Mueller du système analyseur  $M_s = M_{pola}(\alpha = 0^\circ) \cdot M_{ret}(\delta, \theta = 45^\circ) \cdot M_{ret}(\delta = 90^\circ, \theta = 0^\circ)$  (Voir Equations 3.52 et 3.57) avec le vecteur de Stokes  $(s_0, s_1, s_2)$  de l'onde réfléchie analysée, Equation 3.70.

$$\begin{cases} I_m(\delta) = \frac{1}{2}(s_0 + s_1 \cos \delta + s_2 \sin \delta), \\ I_m(\delta) = \frac{1}{2}(1 + \rho \cdot \cos(\delta - 2\varphi)) \end{cases} \quad (3.70)$$

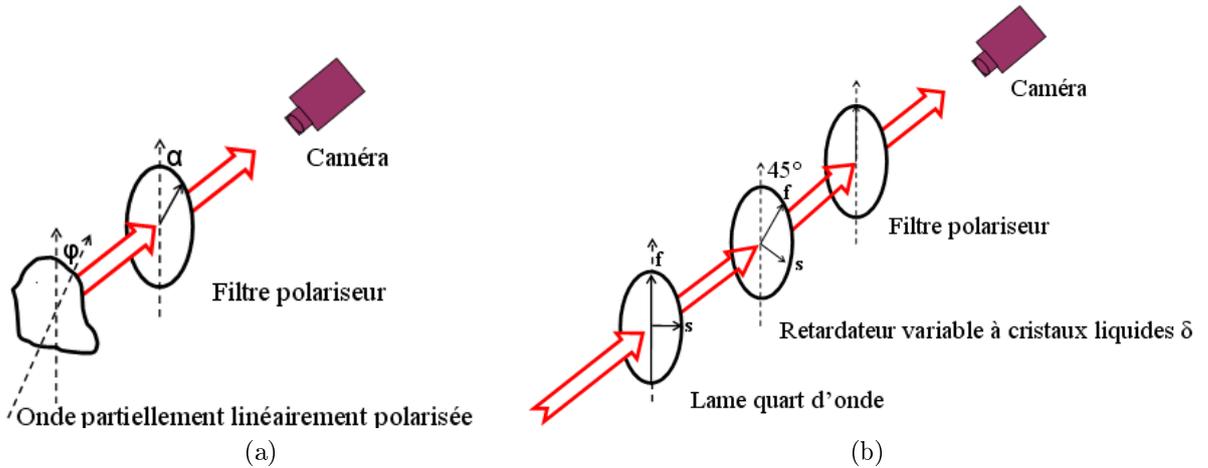


FIGURE 3.7: Montage équivalent au filtre polariseur tournant à l'aide d'un retardateur variable à cristaux liquides.

Nous retrouvons bien une expression identique aux expressions 3.66 et 3.67 obtenues avec le filtre polariseur en prenant  $\delta = 2\alpha$ . Ce montage est donc équivalent au montage utilisant un filtre polariseur tournant. Le contrôle et le pilotage électrique du dispositif cependant le diffèrent du filtre à polariseur tournant, lui constituant ainsi un avantage majeur.

[Morel et al., 2005] et [Ferraton et al., 2009] ont adopté ce montage et ont estimé le triplet  $s_0, s_1, s_2$  par la méthode des moindres carrés à partir de plusieurs images d'intensité acquises pour différentes valeurs de  $\delta$ .

**3.2.4.2.3 Autres montages possibles** Parmi les polarimètres simplifiés, nous distinguons également ceux à montage avec des cristaux liquides nématiques en hélice [Wolff et al., 1997] puis ceux à montage stéréo [Terrier & Devlaminck, 2001], pour lesquels nous renvoyons le lecteur aux références correspondantes.

### Remarques

- Pour plus d'informations, les différentes familles de capteurs polarimétriques passifs sont discutées et comparées dans un article récent de [Tyo et al., 2006], le principe de la mesure étant généralement d'exprimer l'intensité mesurée par le capteur en fonction des paramètres de Stokes du rayon réfléchi analysé et des éléments de la première ligne de la matrice de Mueller caractérisant le système analyseur.
- Lors de la numérisation 3D par polarimétrie décrite à la Section 3.3.2, nous utiliserons un polarimètre simplifié monté à l'aide d'un filtre polariseur manuel. Le choix de ce dernier a été motivé par sa simplicité de mise en œuvre et son coût dans l'IR. Nous estimerons les paramètres de polarisation ( $s_0, s_1, s_2$ ) des rayons réfléchis par l'objet en appliquant la méthode des moindres carrés.

### 3.2.5 Applications

Nous évoquerons trois types d'application de la polarisation parmi de nombreuses et diverses techniques développées dans différents domaines pour différents usages. La section est ainsi structurée en trois parties selon le type d'applications de la polarisation présentées. Nous commencerons par présenter quelques exemples d'applications courantes de la polarisation. Nous donnerons ensuite des applications de la polarisation dans l'imagerie médicale pour terminer par quelques applications de la polarisation en vision artificielle incluant notre application "shape from polarization".

#### 3.2.5.1 Application usuelle

**Filtre anti-reflet** Lorsque la lumière se réfléchit sur une surface lisse, elle devient polarisée. On peut donc éliminer un reflet avec un filtre polarisant de direction perpendiculaire à la polarisation du reflet, Voir Figure 3.8(a). Les lunettes de glacier ou de pêcheur fonctionnent également sur le même principe : les verres contiennent un filtre polarisant permettant d'atténuer les reflets éblouissants sur la glace ou l'eau 3.8(b)(c).

**En photographie** La lumière diffusée par un ciel bleu est aussi polarisée. Cet effet bien connu des photographes permet, en plaçant un filtre polarisant contre l'objectif de l'appareil photo, d'obtenir un ciel bien contrasté, d'un bleu plus profond (Figure 3.8(d)).

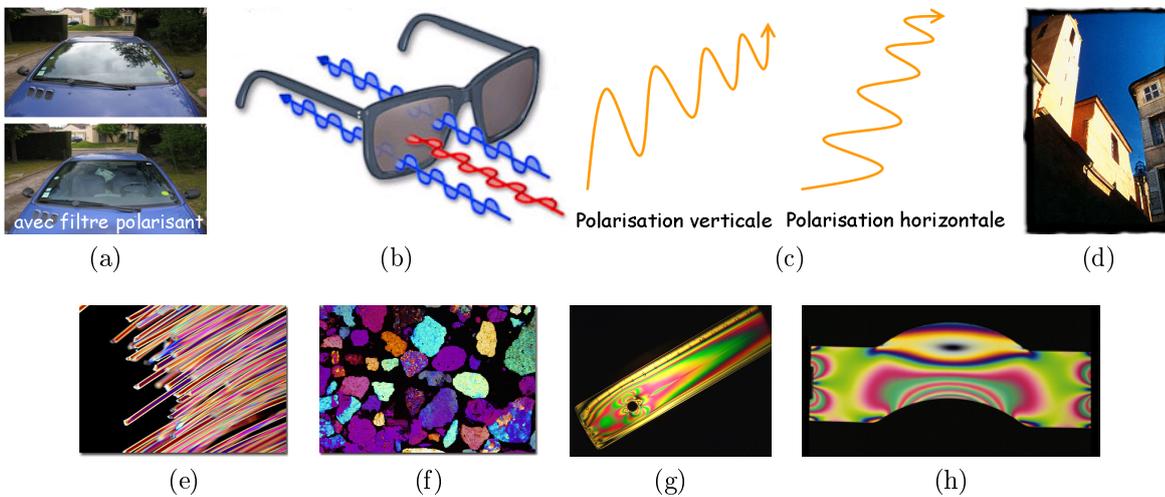


FIGURE 3.8: (a) Illustration sur l'utilisation d'un filtre polarisant : images acquises respectivement sans filtre polarisant (en haut) et avec filtre polarisant (en bas); (b) Illustration relative au principe de filtrage des lunettes à filtre polarisant; (c) Rappel schématique de la polarisation verticale et horizontale; (d) Photo du ciel bleu prise en équipant l'objectif d'un filtre polarisant; (e)(f) et (g)(h) Illustration relative à l'utilisation de la polarisation pour faire apparaître de la couleur dans l'image respectivement des fibres textiles, de conglomérat de quartz et des plexiglas.

**Projection de films ou d'images en 3D** Deux images différentes sont projetées l'une sur l'autre, et polarisées dans deux directions perpendiculaires ; le spectateur est équipé de lunettes à filtres polarisants de façon à ce que ses yeux voient chacun une projection, d'où l'impression de relief. Exemple : Futuroscope, Technovision de l'IUT Le Creusot, etc.

**En microscopie** On utilise la polarisation pour faire apparaître des couleurs dans l'image d'objets transparents (cristaux, fibres, etc), Voir Figure 3.8(e)(f). Cette couleur interférentielle dépend à la fois du type de matériau, de son épaisseur et de son orientation. Cette technique de polarisation est également utilisée en photoélasticimétrie pour la visualisation de contraintes dans des matériaux (plexiglas), Voir Figure 3.8(g)(h).

### 3.2.5.2 Application à l'imagerie médicale

Des expérimentations en imagerie médicale ont été faites à l'aide de polarimètre imageant allant de la simple mesure de contraste à la mesure de Mueller. Ces mesures servent à la caractérisation de tissus *in vitro* pour la détection de pathologies. Parfois aussi des expériences *in vivo* peuvent être menées ; Exemple : l'utilisation de l'imagerie de Mueller de l'œil humain [Bueno, 2000], [Bueno & Vohnsen, 2005]. Deux exemples d'applications sont également exposés dans [Anastasiadou, 2007] : la détection du syndrome d'irradiation cutanée aiguë et la détection de lésions en coloscopie (col de l'utérus) par analyse du DOP (Degree Of Polarization) et de Mueller. Dans les mêmes développements, nous trouvons des essais sur l'imagerie du colon [Wang et al., 2003] pour l'identification de pathologies liées aux polypes.

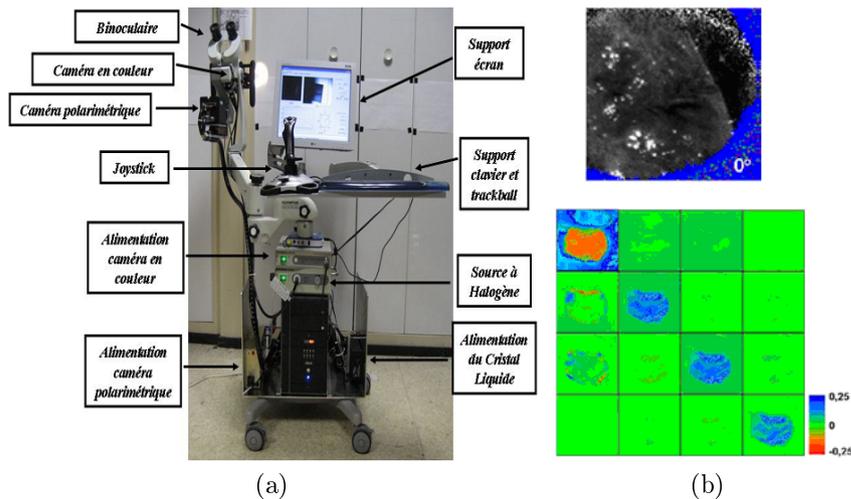


FIGURE 3.9: (a) Exemple de colposcope. b) Degré de polarisation *in vivo* (en haut) et matrice de Mueller d'une pièce de conisation *in vitro* (en bas) [Anastasiadou, 2007].

### 3.2.5.3 Application en vision artificielle

Un aperçu des applications de la polarisation en vision artificielle est présentée ici sous forme de deux groupes selon la nature de la lumière source utilisée : éclairage passif lorsqu'il s'agit d'une lumière source non polarisée et éclairage actif lorsqu'il s'agit d'une lumière source polarisée. Les polarimètres simplifiés suffisent souvent dans le cas d'un éclairage passif. L'utilisation d'un éclairage actif est beaucoup plus contraignante. Non seulement elle nécessite la maîtrise de l'état de polarisation de la lumière source générée mais requiert souvent la mise en place d'un dispositif polarimétrique plus compliqué.

#### 3.2.5.3.1 Eclairage passif

**Etude de surfaces semi-réfléchissantes** [Schechner et al., 1999a], [Schechner et al., 1999b], [Schechner et al., 2000] ont utilisé un filtre polariseur tournant afin de reconstruire les scènes réfléchies et transmises par une surface semi-réfléchissante (Figure 3.10). L'estimation de l'orientation du plan semi-réfléchissant permet de déterminer les angles d'incidence de la scène réfléchie. La méthode développée a été appliquée sur une vitre, en supposant que son axe de rotation est connu (horizontal dans le cas d'une fenêtre), et que la lumière réfléchie par les deux scènes n'est pratiquement pas polarisée.

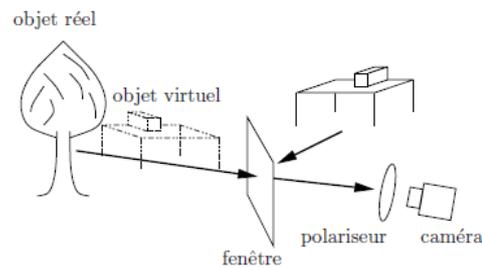


FIGURE 3.10: Application de l'étude de la polarisation : séparation des scènes virtuelle et réfléchie sur un plan transparent.

**Reconnaissance d'objets métalliques ou diélectriques** Pour discriminer les matériaux diélectriques des matériaux métalliques, [Wolff, 1990] utilise le rapport de polarisation de Fresnel  $R_F$  défini et vérifiant :

$$R_F = \frac{F_{\perp}}{F_{\parallel}} = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}, \quad (3.71)$$

Le rapport de polarisation de Fresnel des matériaux métalliques est inférieur au rapport des matériaux diélectriques. Le rapport est obtenu à partir du degré de polarisation avec un capteur de type "capteurs polarimétriques" et la discrimination s'effectue par rapport à un seuil respectif des deux matériaux défini préalablement. L'efficacité de la méthode repose sur la nature réfléchissante de la surface et de l'emplacement de l'éclairage de manière à obtenir des angles d'incidence compris entre  $30^\circ$  et  $80^\circ$ .

### Séparation des composantes diffuses et spéculaires

[Wolff & Boulton, 1991] ont également développé une méthode reposant sur l'étude de la polarisation pour séparer les composantes diffuse  $I_d$  et spéculaire  $I_s$  des objets. Ils y sont parvenus en établissant une relation linéaire entre les intensités  $I_{max}$  et  $I_{min}$  vue au travers d'un filtre polariseur pour la composante spéculaire  $I_s$  au travers d'une expression exprimée en fonction de l'intensité diffuse  $I_d$  et du rapport de polarisation de Fresnel  $R_F$  :

$$I_{max} = R_F I_{min} + \frac{1 - R_F}{2} I_d. \quad (3.72)$$

La finalité de l'approche consiste ainsi à déterminer le rapport de polarisation de Fresnel  $R_F$  et l'intensité diffuse  $I_d$ .

#### 3.2.5.3.2 Eclairage actif

**Polarisation croisée** L'application de polarisation la plus répandue en vision industrielle vise à supprimer des réflexions spéculaires. Celles-ci génèrent des reflets, qui empêchent non seulement une segmentation efficace des images, mais également une mauvaise évaluation de la couleur de l'objet [Bolle et al., 1996]. Le montage couramment employé utilise un éclairage polarisé, et un filtre polariseur devant la caméra orienté orthogonalement. La Figure 3.11(a)(b) illustre l'effet de l'utilisation d'un éclairage polarisé et d'un filtre polariseur croisé devant la caméra.

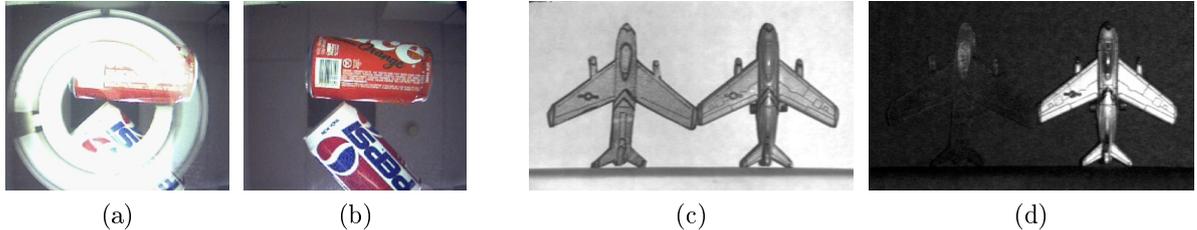


FIGURE 3.11: Éclairage polarisé avec un filtre polariseur devant la caméra : (a) polarisation parallèle; (b) polarisation croisée [Bolle et al., 1996].

Exemple de discrimination entre un objet diffusant (à gauche) et un objet métallique (à droite) : (c) image d'intensité; (d) image du degré de polarisation  $D_p$  [Alouini et al., 2004].

**Dépolarisation** Les techniques de dépolarisation sont surtout utilisées dans le domaine de la télédétection infrarouge [Alouini et al., 2004]. Une onde polarisée linéairement est émise en direction d'un objet. L'onde rétro-diffusée est analysée suivant deux directions : une direction parallèle à la polarisation de l'onde incidente, et une direction orthogonale. Un degré de polarisation simplifié est calculé à partir des intensités  $I_{\parallel}$  et  $I_{\perp}$  correspondant aux deux directions :

$$D_p = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}}. \quad (3.73)$$

Quand  $D_p = 0$ , le matériau est totalement dépolarisant (objets naturels, lambertiens), et lorsque  $D_p = 1$ , le matériau est complètement polarisant (surfaces métalliques, verres). La Figure 3.11(c)(d) montre une application de l'étude de la dépolarisation pour la discrimination entre des objets métalliques et diffusants.

**Amélioration de la triangulation active** Afin d'améliorer leur système de triangulation par projection de trait laser, [Clark et al., 1997] ont recours à la mesure de la polarisation de la lumière réfléchi. Cette dernière permet de lever l'ambiguïté sur les lignes qui proviendraient des inter-réflexions. Le trait laser est polarisé, et un système d'analyse de polarisation est placé devant la caméra. L'état de polarisation de la lumière réfléchi dépend non seulement de l'angle d'incidence de la source lumineuse, mais également du nombre d'inter-réflexions. [Wallace et al., 1999] ont amélioré la technique en utilisant un polarimètre de Stokes : celui-ci autorise le calcul de tous les paramètres de la lumière réfléchi. Cette nouvelle technique discrimine les réflexions primaires des réflexions secondaires, en étudiant la forme de l'ellipse de la lumière réfléchi. Les matériaux doivent également être suffisamment diffusants, pour que la triangulation soit possible.

### Reconnaissance d'objets métalliques ou diélectriques

[Chen & Wolff, 1998] ont employé une lumière linéairement polarisée afin d'améliorer le système proposé par [Wolff, 1990] (abordé à la Section 3.2.5.3.1) qui, utilisant un éclairage non polarisé souffre de deux limitations : l'angle d'incidence doit être nécessairement compris entre  $30^\circ$  et  $80^\circ$  et les réflexions diffuses doivent être négligeables. La lumière linéairement polarisée est réfléchi polarisée elliptiquement sur un métal, alors qu'elle reste polarisée linéairement, après réflexion sur un matériau diélectrique. Pour distinguer la nature des objets, le système doit être sensible au déphasage  $\delta$  de la composante polarisée.

**3.2.5.3.3 Numérisation 3D par polarimétrie** Il s'agit d'une application que nous utilisons dans cette thèse afin de remonter à la forme 3D des objets de surfaces réfléchissantes considérées à partir des paramètres polarimétriques des rayons réfléchis.

[Miyazaki et al., 2004], [Ferraton et al., 2009] et respectivement [Morel et al., 2005] ont implémenté la même approche pour la reconstruction 3D d'objets transparents (Voir Figure 3.12(a)(b)) et d'objets métalliques (Voir Figure 3.12(c), dans le visible. Les trois auteurs utilisent un éclairage passif tandis que [Koshikawa, 1979] qui a introduit la notion de "shape from polarization" a exploré l'approche en utilisant un éclairage actif et une source circulairement polarisée. Les résultats de nos prédécesseurs [Miyazaki et al., 2004], [Ferraton et al., 2009] étant imprécis en raison des inter-réflexions, nous avons décidé d'étendre l'application dans l'IR pour laquelle les objets transparents sont opaques et demeurent réfléchissants.

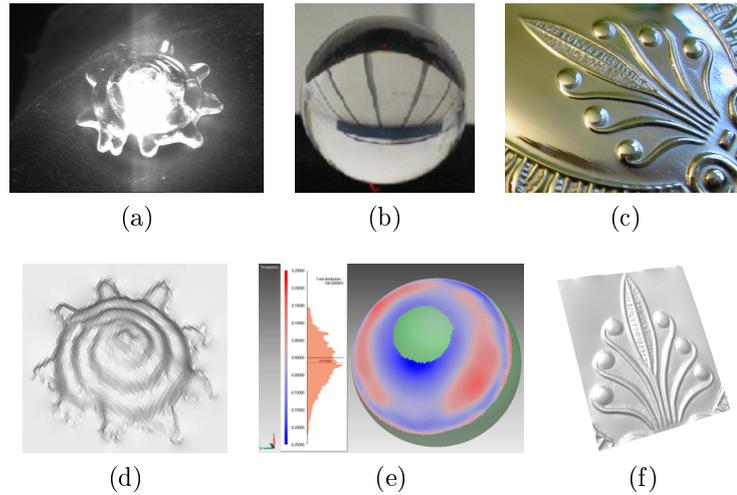


FIGURE 3.12: Résultats obtenus respectivement par [Miyazaki et al., 2004], [Ferraton et al., 2009] et [Morel et al., 2005] : (a)(b)(c) Les photos 2D ; (d)(e)(f) Les modèle 3D obtenus correspondants.

### 3.3 Reconstruction 3D par polarimétrie classique

Le processus de reconstruction peut être résumé en deux étapes principales :

- 1- estimation de toutes les normales à la surface par exploitation des paramètres polarimétriques extraits des rayons réfléchis par l'objet ;
- 2- calcul de la surface 3D par intégration numérique des champs de normales obtenus à l'étape 1.

Deux problématiques classiques sont associées à certaines étapes de la reconstruction, lors de la détermination des angles caractérisants la normale à la surface (l'angle zénithal et l'angle azimutal). Leur résolution a fait l'objet de plusieurs publications que nous synthétiserons dans cette section.

Néanmoins, tout type de surface d'objet n'est pas tridimensionnellement mesurable par polarimétrie et l'extraction des paramètres polarimétriques ne s'applique qu'à des réflexions convenablement sélectionnées. Quel type de surface est donc adapté aux mesures ? Quelle est la nature de la réflexion exploitée ? Et quelles sont les autres hypothèses requises à l'applicabilité de l'approche reconstruction 3D par polarimétrie ? Telles sont les questions relevant des fondements de la méthode auxquelles nous commencerons par répondre.

#### 3.3.1 Hypothèses

Nous allons traiter point par point les hypothèses requises au fondement et à l'applicabilité de l'approche.

**Hypothèse 1** La reconstruction par polarimétrie est convenable essentiellement pour les surfaces très lisses selon l'environnement considéré, de manière à exploiter la réflexion

spéculaire de l'objet étudié. Un moyen de vérifier cette propriété est d'utiliser le critère de Nayar. Une surface est parfaitement lisse lorsque le rapport :

$$\sigma_h/\lambda < 0.025 \quad (3.74)$$

où  $\sigma_h$  est la hauteur moyenne des irrégularités de la surface et  $\lambda$  est la longueur d'onde de l'environnement adopté.

Cette propriété a été vérifiée pour les objets numérisés dans cette thèse comme évoqué à la Section 4.1.

**Hypothèse 2** Sous un éclairage non polarisé les rayons réfléchis par l'objet sont partiellement linéairement polarisés, hypothèse traditionnellement appliquée dans le cadre de la reconstruction par polarimétrie. Nous nous appuyons sur cette hypothèse lors de la mise en œuvre de l'approche avec l'utilisation d'un polariseur linéaire rotatif manuel servant d'analyseur pour les rayons réfléchis, illustré à la Figure 3.14. Néanmoins, vérifions cette hypothèse.

Nous commençons d'abord par vérifier que la réflexion est *partiellement polarisée* puis, qu'il s'agit d'une polarisation partielle *linéaire*.

Soient  $S^{(i)}$  le vecteur de Stokes d'une onde non polarisée et  $M_{refl}$  la matrice de Mueller d'une surface réfléchissante définie selon l'Equation 3.63, le vecteur de Stokes  $S^{(r)}$  de l'onde réfléchie par la surface réfléchissante sous un éclairage non polarisé est formulé par l'expression suivante :

$$S^{(r)} = M_{refl} \cdot S^{(i)} = M_{refl} \cdot \begin{bmatrix} I_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{I_0}{2} \cdot \begin{bmatrix} F_{\perp} + F_{\parallel} \\ F_{\perp} - F_{\parallel} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

Nous pouvons constater que le vecteur de Stokes de l'onde réfléchie est défini par les coefficients de Fresnel qui, eux, dépendent de l'angle d'incidence  $\theta_i$  et de l'indice de réfraction  $n_2$  de la surface réfléchissante, Voir Equation 3.62 et Annexe C.

L'onde est *partiellement polarisée*

L'onde réfléchie est bien partiellement polarisée puisque son vecteur de Stokes  $S^{(r)}$  est de la forme  $(S_0, S_1, 0, 0)^T$  vérifiant  $S_0^2 \geq S_1^2 + 0 + 0$ , sachant que :

$$F_{\perp} \geq F_{\parallel} \quad (3.76)$$

pour tout angle incident  $\theta_i$  et indice de réfraction  $n_2$ .

De plus l'inégalité 3.76 nous permet d'exprimer le degré de polarisation  $\rho$  :

$$\rho = \left| \frac{F_{\perp} - F_{\parallel}}{F_{\perp} + F_{\parallel}} \right| = \frac{F_{\perp} - F_{\parallel}}{F_{\perp} + F_{\parallel}} \leq 1 \quad (3.77)$$

Nous pouvons également exprimer l'intensité lumineuse  $I$  de l'onde réfléchie qui correspond à la composante  $S_0$  de  $S^{(r)}$  comme évoqué à l'Equation 3.30 de la Section 3.2.2.2.

$$I = \frac{I_0}{2} \cdot (F_{\perp} + F_{\parallel}) \quad (3.78)$$

L'onde est partiellement *linéairement* polarisée

Nous pouvons affirmer que l'onde est partiellement linéairement polarisée puisque l'ellipticité  $\xi$  définie par l'Equation 3.38 est nulle, la composante  $S_3$  de  $S^{(r)}$  étant nulle.

Remarque

L'onde réfléchie est orthogonale au plan d'incidence.

Pour le cas considéré traduit par l'inégalité 3.76, l'angle de polarisation  $\varphi$  donné par l'Equation 3.37 devient nul :

$$\varphi = \frac{1}{2} \arccos \frac{F_{\perp} - F_{\parallel}}{|F_{\perp} - F_{\parallel}|} = \frac{1}{2} \arccos \pm 1 = 0 \tag{3.79}$$

Nous en déduisons que l'onde réfléchie est partiellement linéairement polarisée, orthogonalement au plan d'incidence Figure 3.13.

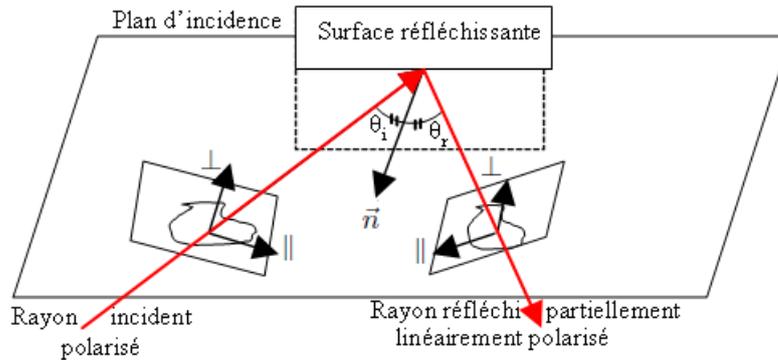


FIGURE 3.13: Réflexion d'une onde non polarisée sur une surface réfléchissante.

**Hypothèse 3** La connaissance de la normale à la surface requiert l'utilisation d'une lentille télécentrique. La normale à la surface  $\vec{n}$  géométriquement décrite à la Figure 3.14 est définie par deux angles : l'angle zénithal  $\theta_r$  ( $= \theta_i$  évoquée à l'hypothèse 2) formé par le rayon réfléchi et la normale à la surface puis l'angle azimutal  $\phi$  formé par le plan d'incidence à la normale et le plan tangent au point à reconstruire. Nous soulignons que la normale à la surface est fondée par rapport au rayon réfléchi frappant perpendiculairement la surface du capteur, par ailleurs, grâce à l'utilisation d'un objectif télécentrique, l'image du capteur n'est formée que par tous les rayons réfléchis frappant perpendiculairement la surface du capteur. Il s'agit d'une projection orthographique comme illustrée à la Figure 3.24(b) et à la Figure 3.28(b). L'utilisation d'une lentille télécentrique filtrant uniquement les rayons percutant perpendiculairement sa surface (à partir desquels toutes les normales de l'objet sont fondées) permet l'exploitabilité des paramètres polarimétriques véhiculés par ces rayons et qui sont contenus dans les pixels, projetés orthogonaux des points à reconstruire. Cela assure ainsi l'éligibilité de la reconstruction par polarimétrie.

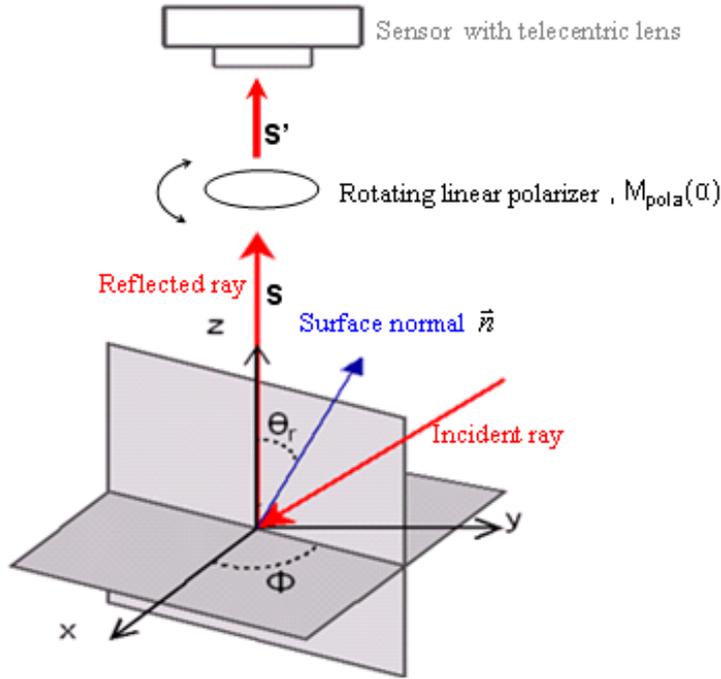


FIGURE 3.14: Illustration relative au fondement de la reconstruction par polarimétrie .

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} \tan \theta_r \cos \phi \\ \tan \theta_r \sin \phi \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.80)$$

**Hypothèse 4** La connaissance de l'indice de réfraction de l'objet. En effet l'applicabilité de l'approche nécessite la connaissance au préalable de l'indice de réfraction de l'objet, (ce qui constitue un inconvénient majeur de l'approche). Nous pouvons le constater à la formulation générale du degré de polarisation de  $S^{(r)}$  à l'Equation 3.77 (issu de l'Equation 3.75) et explicitement à l'Equation 3.92 lors de la détermination de l'angle zénithal à la Section 3.3.2 pour un diélectrique et à l'Equation 3.136 pour un métal.

**Hypothèse 5** Compte tenu du fondement de la reconstruction par polarimétrie décrit à l'hypothèse 3, la mesurabilité d'un point de la surface de l'objet analysé dépend de l'angle d'incidence (i.e. aussi bien de l'éclairage que de la forme de l'objet). Par conséquent, pour le cas adopté, l'utilisation d'un dôme générant l'éclairage non polarisé, (Voir 3.4.3), limite la surface polarisée à reconstruire aux angles d'incidence supérieurs à  $\theta_{min}$  de la Figure 3.15, dû à l'orifice du dôme prévu pour placer la caméra.

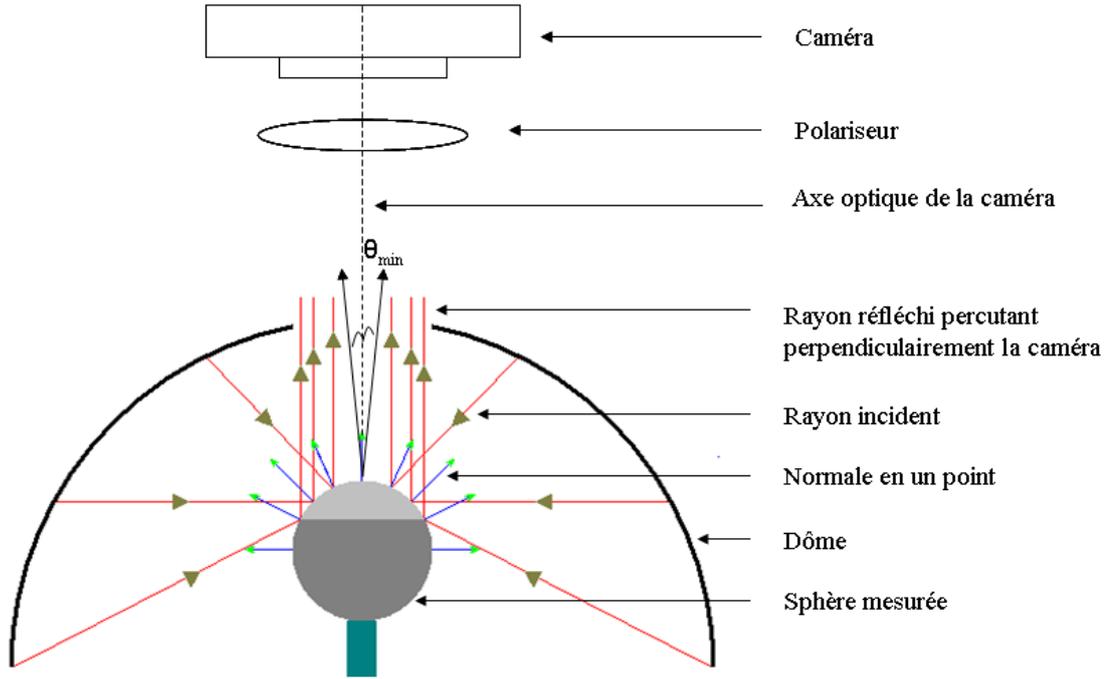


FIGURE 3.15: Limitation induite par la géométrie du dôme.

### 3.3.2 Les étapes de la reconstruction

Après s'être assuré du respect des hypothèses énoncées ci-dessus, la reconstruction 3D par polarimétrie d'un point s'opère en quatre étapes principales :

**Etape 1** Calcul du vecteur de Stokes  $\mathbf{S} = (\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \mathbf{S}_3)^T$  du rayon réfléchi par le point de la surface de l'objet.

Soit  $\mathbf{S}' = (\mathbf{S}'_0, \mathbf{S}'_1, \mathbf{S}'_2, \mathbf{S}'_3)^T$  le vecteur de Stokes du rayon percutant le capteur illustré par la Figure 3.14. La matrice de Mueller du polariseur linéaire rotatif d'angle  $\alpha$ ,  $M_{pola}(\alpha)$  définie dans 3.52 permet d'établir une relation entre  $\mathbf{S}'$  et  $\mathbf{S}$  :

$$\mathbf{S}' = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ \cos 2\alpha & \cos^2 2\alpha & \sin 2\alpha \cos 2\alpha & 0 \\ \sin 2\alpha & \sin 2\alpha \cos 2\alpha & \sin^2 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{S} \quad (3.81)$$

Nous nous intéressons à l'expression de  $\mathbf{S}'_0 = I(\alpha)$ , l'intensité mesurée par le capteur d'après la définition à la Section 3.2.2.2.

$$\mathbf{S}'_0 = I(\alpha) = \frac{1}{2} (\mathbf{S}_0 + \mathbf{S}_1 \cos 2\alpha + \mathbf{S}_2 \sin 2\alpha), \quad (3.82)$$

Paramétrée par  $(\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2)^T$ , l'intensité mesurée par le capteur  $I(\alpha)$  varie selon l'angle de rotation du polariseur  $\alpha$ . Le système 3.82 étant linéaire par rapport aux paramètres  $(\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2)^T$  à estimer, sa résolution s'effectue généralement par la méthode

des moindres carrées à partir de  $n$  couples de données  $(\alpha_i, I_i)$ ,  $n \geq 3$ , le problème de minimisation étant formulé par :

$$\min_{\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2} \left( \sum_{i=1}^n d^2(I_i, \tilde{I}_i(\alpha_i)) \right) \Leftrightarrow \min_{\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2} \|\vec{y} - A\vec{x}\|_2^2 \quad (3.83)$$

où  $I_i$  est l'intensité mesurée par le capteur pour un angle  $\alpha_i$  donné du polariseur et  $\tilde{I}_i$  est l'intensité prédite correspondante. Explicités au système 3.84, l'ensemble des  $I_i$  constitue le vecteur  $\vec{y}$  et l'ensemble des  $\tilde{I}_i$  constitue le vecteur produit de  $A\vec{x}$ .

$$\underbrace{\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix}}_{\vec{y}} = \frac{1}{2} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & \cos 2\alpha_1 & \sin 2\alpha_1 \\ 1 & \cos 2\alpha_2 & \sin 2\alpha_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos 2\alpha_n & \sin 2\alpha_n \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{S}_0 \\ \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \end{pmatrix}}_{\vec{x}} \quad (3.84)$$

La solution issue de la résolution par la méthode des moindres carrés s'exprime ainsi :

$$\vec{x} = (A^T A)^{-1} A^T \vec{y} \quad (3.85)$$

Numériquement, l'algorithme de résolution se construit en évitant le stockage des  $n$  images d'intensité d'apprentissage dans une même matrice. Par conséquent, la solution  $\vec{x}$  est réactualisée au fur et à mesure de la lecture d'une image d'intensité donnée  $I_i$ , la matrice des données  $Q = (A^T A)^{-1} A^T$  étant calculée au préalable, Voir Tableau 3.1.

$\mathbf{S}_0 = 0$
$\mathbf{S}_1 = 0$
$\mathbf{S}_2 = 0$
pour $i$ de 1 à $n$
$\mathbf{S}_0 = \mathbf{S}_0 + Q(1, i) * I_i$
$\mathbf{S}_1 = \mathbf{S}_1 + Q(2, i) * I_i$
$\mathbf{S}_2 = \mathbf{S}_2 + Q(3, i) * I_i$
fin

TABLE 3.1: Algorithme de la résolution par la méthode des moindres carrés appliqué aux images polarimétriques.

**Étape 2** Calcul du degré de polarisation  $\rho$  et de l'angle de polarisation  $\varphi$ .

$$\rho = \frac{\sqrt{\mathbf{S}_1^2 + \mathbf{S}_2^2}}{\mathbf{S}_0} \quad \varphi = \frac{1}{2} \arctan \frac{\mathbf{S}_2}{\mathbf{S}_1} \quad (3.86)$$

Remarque relative à l'expression de  $\varphi$

Dans le cadre d'une polarisation linéaire partielle, l'ellipticité vérifie l'expression  $\chi = 0$ . Selon l'expression de  $S_1$  de l'Equation 3.36, nous obtenons :

$$\left. \begin{array}{l} S_1 = I_{pol} \cos 2\varphi \\ S_1 = I_{pol} \cos 2\psi \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi = \psi \quad (3.87)$$

En effet, l'axe principal de l'ellipse particulière est une droite orientée selon l'angle  $\varphi = \psi$  justifiant l'expression de  $\varphi$  à l'Equation 3.86 basée sur l'expression de  $\psi$  de l'Equation 3.36.

**Etape 3** Détermination de l'angle zénithal  $\theta_r$  et de l'angle azimutal  $\phi$  de  $\vec{n}$ .

$$\theta_r = \rho^{-1}(\theta_r) \quad \phi = \varphi \pm \frac{\pi}{2} \quad (3.88)$$

La connaissance de ces deux angles en un point permet de calculer la normale à la surface en ce point définie à l'Equation 3.80,  $\vec{n} = (\tan\theta_r \cos\phi, \tan\theta_r \sin\phi, 1)^T$ .

La relation entre  $\theta_r$  et  $\rho$

Nous avons vu l'expression du degré de polarisation du rayon partiellement linéairement polarisé réfléchi par une surface réfléchissante (Voir Equation 3.62 et Equation 3.77 de l'hypothèse 2) que nous rappelons ci-dessous :

$$\rho = \frac{F_{\perp} - F_{\parallel}}{F_{\perp} + F_{\parallel}} \quad (3.89)$$

avec

$$\begin{cases} F_{\perp} = \left| \frac{R_{\perp}}{E_{\perp}} \right|^2 = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} \\ F_{\parallel} = \left| \frac{R_{\parallel}}{E_{\parallel}} \right|^2 = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} \end{cases} \quad (3.90)$$

D'après l'équation de Snell-Descartes, nous avons :

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t \Rightarrow \sin\theta_r = n \sin\theta_t \quad (3.91)$$

où  $\theta_i$  est l'angle d'incidence, égal à l'angle de réflexion encore appelé l'angle zénithal  $\theta_r$ ,  $\theta_t$  est l'angle de transmission,  $n_1 = 1$  est l'indice de réfraction de l'air et  $n_2$  est l'indice de réfraction de la surface réfléchissante que nous noterons par la suite  $n$ .

En substituant les coefficients de Fresnel de l'Equation 3.90 à l'Equation 3.89 et en se servant de la relation entre l'angle de transmission et l'angle zénithal donnée à l'Equation 3.91, le degré de polarisation  $\rho$  s'écrit explicitement en fonction de l'angle zénithal  $\theta_r$  :

$$\rho(\theta_r) = \frac{2 \sin\theta_r \tan\theta_r \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_r}}{n^2 - 2 \sin^2\theta_r + \tan^2\theta_r} \quad (3.92)$$

Ambiguïté liée à la détermination de  $\theta_r$  à partir de  $\rho$

Comme nous pouvons le constater le degré de polarisation exprimée à l'Equation 3.92 est une fonction non bijective illustrée à la Figure 3.16 pour un indice de réfraction réel donné  $n$ .

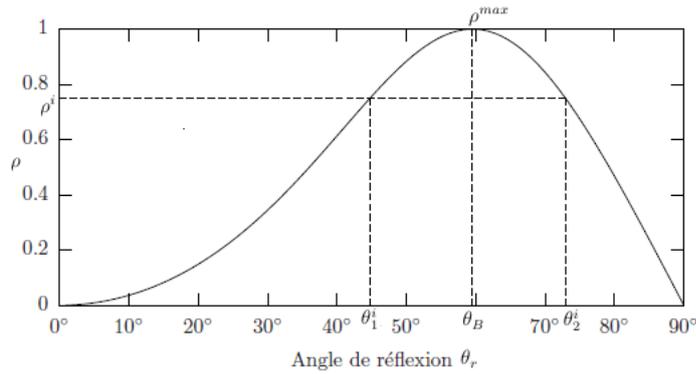


FIGURE 3.16: Degré de polarisation en fonction de l'angle zénithal pour une surface de type diélectrique tel le verre ( $n = 1,5$ ).

Pour une valeur du degré de polarisation donnée  $\rho^i$ , il existe deux antécédents possibles de l'angle zénithal :  $\theta_1^i$  et  $\theta_2^i$  à l'exception de la valeur de  $\rho^{max}$  la valeur maximale de la courbe du degré de polarisation obtenue pour un angle zénithal unique, l'angle de Brewster  $\theta_B$ . Par conséquent, l'identification de l'angle zénithal correct parmi les deux possibilités constitue une ambiguïté classique de la reconstruction 3D par polarimétrie. Pour s'affranchir de cette ambiguïté, différentes méthodes sont proposées dans la littérature et seront abordées à la Section 3.3.3.

Remarque

Dans la suite l'angle zénithal  $\theta_r$  sera également dénoté par  $\theta$ .

La relation entre  $\phi$  et  $\varphi$

Cette relation découle de l'hypothèse 2 décrite à la Section 3.3.1. Nous y avons montré que l'onde réfléchie était partiellement linéairement polarisée, orthogonalement au plan d'incidence. La relation entre l'angle de polarisation  $\varphi$  et l'angle du plan d'incidence  $\phi$  est donc :

$$\phi = \varphi \pm \frac{\pi}{2} \tag{3.93}$$

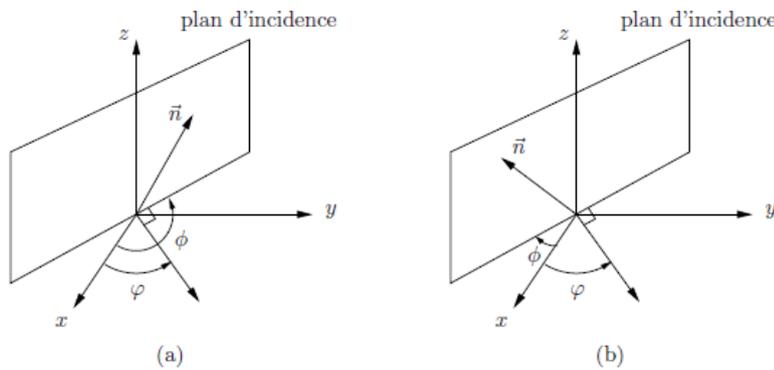


FIGURE 3.17: Ambiguïté sur la détermination de l'angle azimutal  $\phi$  à partir de l'angle de polarisation  $\varphi$  : (a)  $\phi = \varphi + \pi/2$  et (b)  $\phi = \varphi - \pi/2$ .

Ambiguïté liée à la détermination de  $\phi$  à partir de  $\varphi$

L'angle de polarisation  $\varphi$  étant défini modulo  $\pi$ , afin de caractériser correctement la normale  $\vec{n}$  avec ses angles lui correspondant, une ambiguïté liée à la détermination de l'angle  $\phi$  subsiste, car ce dernier est défini modulo  $2\pi$ , Voir Equation 3.93 et Figure 3.17. Nous exposerons à la Section 3.3.3 un bref état de l'art sur les méthodes développées visant à résoudre cette problématique.

**Etape 4** Calcul de la surface 3D à partir de champs de normales.

La surface 3D est calculée par une méthode d'intégration numérique à partir de champs de normales, l'ensemble de toutes les normales  $\vec{n}$  issues de l'étape précédente, sachant que la normale  $\vec{n}$  au point  $(x, y, z)$  est définie mathématiquement à partir des gradients de la fonction surface  $f$  (Voir Equation 3.94) que nous allons expliciter mathématiquement plus tard.

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ -\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.94)$$

Ainsi de l'Equation 3.80 et de l'Equation 3.94, nous avons l'expression suivante qui définit les nouvelles notations :

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ -\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tan \theta_r \cos \phi \\ \tan \theta_r \sin \phi \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.95)$$

Différentes méthodes numériques permettant de remonter à  $f$  sont mathématiquement envisageables en se basant sur l'expression 3.95. Nous les découvrirons à la Section 3.3.4.

Définition mathématique de  $f$  et de  $\vec{n}$  en un point

Soit  $f$  une fonction de classe  $C^2$  représentant la surface définie sur  $\Omega$ , un ensemble de dimension deux :

$$\begin{aligned} f : \quad \Omega &\longmapsto \mathbb{R} \\ (x, y) &\longmapsto z = f(x, y) \end{aligned} \quad (3.96)$$

La fonction  $h$  représentant la surface dans un espace tridimensionnel  $E$ , est définie comme suit :

$$\begin{aligned} h : \quad \Omega &\longmapsto \mathbf{E} \\ (x, y) &\longmapsto (x, y, f(x, y)) \end{aligned} \quad (3.97)$$

Soient  $U$  et  $V$  deux vecteurs directeurs qui définissent le plan tangent de  $h$  :

$$U = \frac{\partial h(x, y)}{\partial x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \end{pmatrix} \quad V = \frac{\partial h(x, y)}{\partial y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (3.98)$$

La normale  $\vec{n}$  au point  $(x, y, z)$  est définie par le produit vectoriel des vecteurs directeurs au plan tangent de  $h$  :

$$\vec{n} = U \wedge V \quad \Leftrightarrow \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \\ -\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.99)$$

### 3.3.3 Lever de l'ambigüité sur l'angle zénithal et sur l'angle azimutal

Différentes méthodes permettant de s'affranchir de l'ambigüité sur l'angle zénithal et sur l'angle azimutal sont suggérées dans la littérature. Nous décrirons quelques unes de ces méthodes, notamment celles qui ont été récemment développées telles que la méthode de Ferraton [Ferraton et al., 2009] et de Morel [Morel et al., 2005] visant respectivement à résoudre l'ambigüité sur l'angle zénithal et l'angle azimutal puis l'approche de Miyazaki [Miyazaki et al., 2004] permettant de s'affranchir des ambigüités liées à la détermination de ces deux angles. Nous aborderons également les méthodes initialement ou anciennement développées pour résoudre les problèmes d'ambigüités. Nous les regrouperons dans la dernière section de cette partie en tant que remarque.

#### 3.3.3.1 Méthode de Ferraton

[Ferraton et al., 2009] a dernièrement mis en place une technique multispectrale permettant de déterminer l'angle zénithal  $\theta_r$ . L'approche consiste à utiliser trois éclairages de longueurs d'onde différentes R, V et B, aboutissant ainsi à trois courbes de degré de polarisation différentes décalées les unes des autres, Voir Figure 3.18.

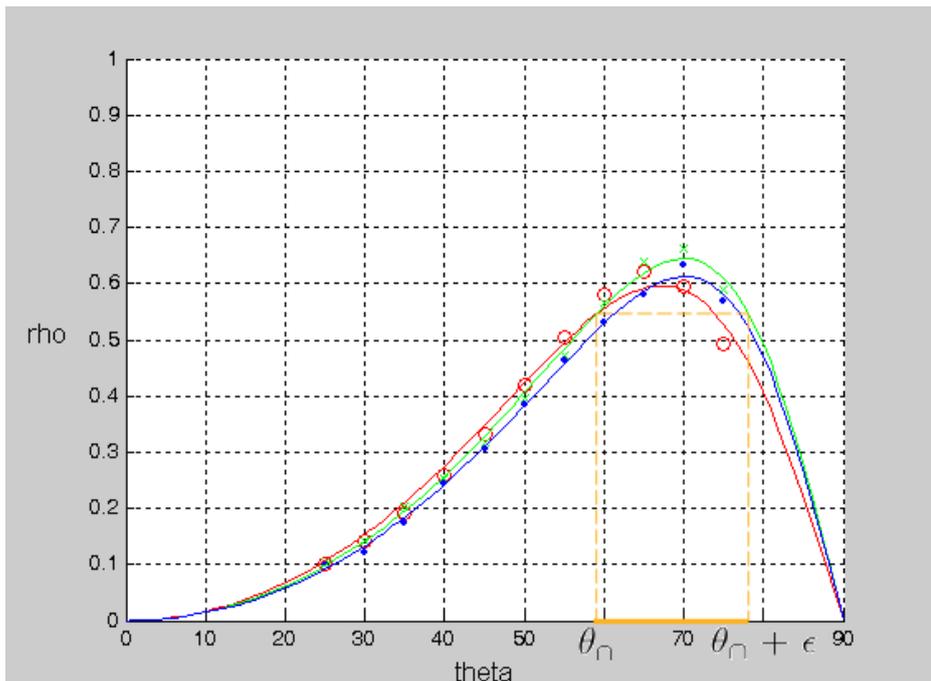


FIGURE 3.18: Valeur limite de l'angle de réflexion  $\theta_{min}$ .

L'approche est fondée sur l'interprétation de deux courbes de décalage bien décelable sur tout  $\theta$  et dont le point d'intersection  $\theta_0$  est le plus proche de l'angle de Brewster. Afin d'expliquer l'idée principale de l'approche, nous illustrons les deux courbes en choisissant la courbe rouge et la courbe bleue dénotées respectivement  $\rho_R$  et  $\rho_B$ .

Soit  $\theta_\cap$  l'angle correspondant au point d'intersection des deux courbes. Nous avons :  $\rho_R(\theta) > \rho_B(\theta)$  pour  $0^\circ < \theta < \theta_\cap$  et  $\rho_R(\theta) < \rho_B(\theta)$  pour  $\theta_\cap < \theta < 90^\circ$ .

Le principe de l'algorithme basé sur les propriétés mathématiques des courbes évoquées précédemment est le suivant : en prenant  $\rho_R$ , deux  $\theta$  sont obtenus  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Pour tout  $\theta_1 \leq \theta_\cap$ ,  $\rho_B(\theta_1)$  est calculé :

- si  $\rho_B(\theta_1) \leq \rho_R(\theta_1)$ ,  $\theta_r = \theta_1$  ;
- sinon,  $\theta_r = \theta_2$ .

Cependant, on ne peut pas lever l'ambigüité pour les angles  $\theta$  vérifiant  $\theta_\cap < \theta < \theta_\cap + \epsilon$ . Il s'agit d'un intervalle couvrant les angles de Brewster respectifs des deux courbes considérées, comme illustré en orange à la Figure 3.18 où pour les courbes verte  $\rho_V$  et rouge, nous avons :  $\rho_R(\theta_1) < \rho_V(\theta_1)$  et  $\rho_R(\theta_2) < \rho_V(\theta_2)$ .

Cela relève du fait que plus  $\theta_\cap$  est éloigné de l'angle de Brewster plus l'intervalle où l'ambigüité persiste est important. La raison pour laquelle différentes longueurs d'ondes sont souvent nécessaires et l'interprétation choisie est basée sur les courbes dont le point d'intersection  $\theta_\cap$  est le plus proche des angles de Brewster respectifs, afin de réduire cet intervalle d'ambigüité.

La méthode est plus simple à mettre en œuvre que celle proposée par [Miyazaki et al., 2004] décrite prochainement. Toutefois, elle nécessite la connaissance de trois indices de réfraction de l'objet correspondant aux trois longueurs d'ondes d'éclairage utilisées. De plus, l'indice de réfraction variant très faiblement conduit souvent à un très léger décalage des courbes difficilement interprétable.

### 3.3.3.2 Méthode de Morel

[Morel et al., 2005] a déployé récemment un procédé visant à s'affranchir de l'ambigüité sur la détermination de l'angle azimutal  $\phi$  à partir de l'angle azimutal  $\varphi$ . Il s'agit d'utiliser un éclairage actif, plus particulièrement d'un dôme d'éclairage dont l'allumage peut être réalisé par quadrant (quatre sections peuvent être éclairées simultanément ou indépendamment). Cet éclairage permet de réaliser une segmentation de l'image de polarisation, simplement en comparant les différentes images d'intensité obtenues sous chaque éclairage. L'algorithme utilisé s'explique de la manière suivante :

- une image  $I_{quad}$  est obtenue à l'issue de l'intersection des différentes images d'intensités acquises par quadrant selon l'algorithme schématiquement explicité à la Figure 3.19 ;
- l'image  $\phi$  est ensuite calculée selon :  $\phi = \varphi - \pi/2$  en supposant que l'axe principal du dôme est orienté selon un angle  $\alpha$  avec  $\alpha \in ]0, \pi/2[$  ;
- puis, l'information sur les images  $I_{quad}$  et  $\phi$  sont combinées et interprétées afin de calculer l'image des angles  $\phi$  finale, le principe de l'algorithme étant illustré schématiquement à la Figure 3.20.

La simplicité de la mise en œuvre de l'approche et son efficacité constituent un atout majeur du système proposé. Néanmoins, l'utilisation d'un dôme doté d'un orifice prévu pour placer la caméra fausse la reconstruction d'une partie de l'objet dont les angles zénithaux sont proches de l'axe optique de la caméra, Voir l'hypothèse 5 de la Section 3.3.1.

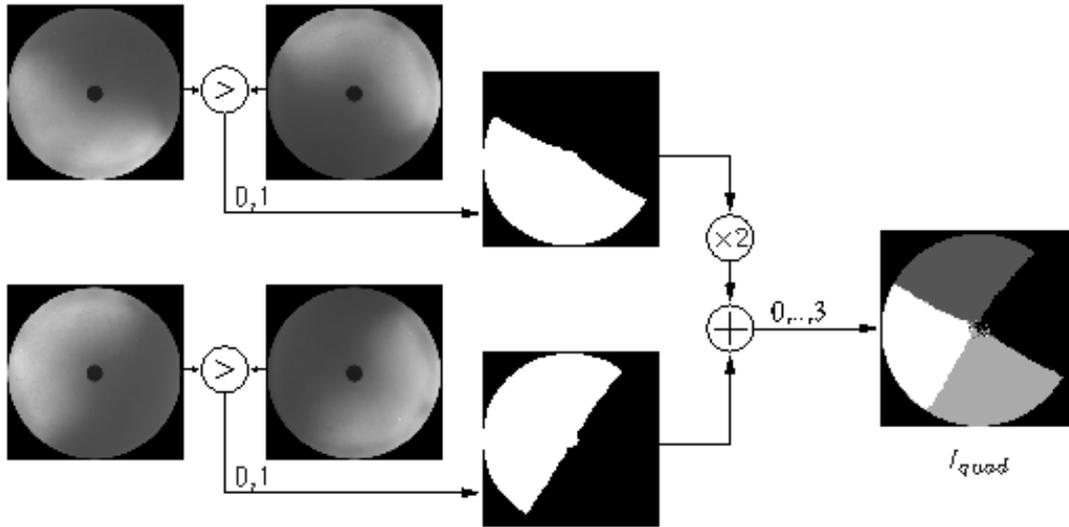


FIGURE 3.19: Création de l'image contenant l'information sur l'orientation des normales selon les quatre quadrants : l'image  $I_{quad}$  possède uniquement quatre niveaux de gris.

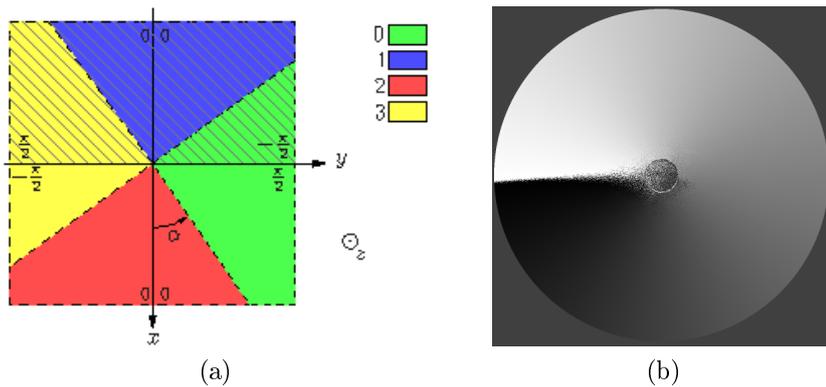


FIGURE 3.20: (a) Principe de l'algorithme utilisant les quatre quadrants : la valeur des angles est celle donnée par  $\phi = \varphi - \pi/2$ , et la partie hachurée représente les valeurs à changer  $\phi = \phi + \pi$ . (b) Image résultat de l'angle azimutal  $\phi$  ( $\phi \in [-\pi/2, 3\pi/2]$ ) d'une sphère.

### 3.3.3.3 Méthode de Miyazaki

Afin de lever l'ambiguïté sur l'angle zénithal et azimutal, [Miyazaki et al., 2004] a mis au point un système particulier permettant de tourner l'objet mesuré avec un certain angle bien précis. Deux vues consécutives sont prises pour deux orientations différentes de l'objet concernant l'angle zénithal. En étudiant les variations locales du degré de polarisation, et en fonction du sens de rotation, il parvient à lever l'ambiguïté liée à la détermination de l'angle  $\theta_r$ . L'ambiguïté concernant la valeur de l'angle  $\phi$  est levée en propageant l'information de l'orientation de la normale du bord vers l'intérieur de

l'objet. En effet, comme le montre la silhouette sur la Figure 3.21(a), au bord de l'objet  $\theta_r = 0$  et donc, l'angle  $\phi$  est uniquement déterminé par la normale au contour.

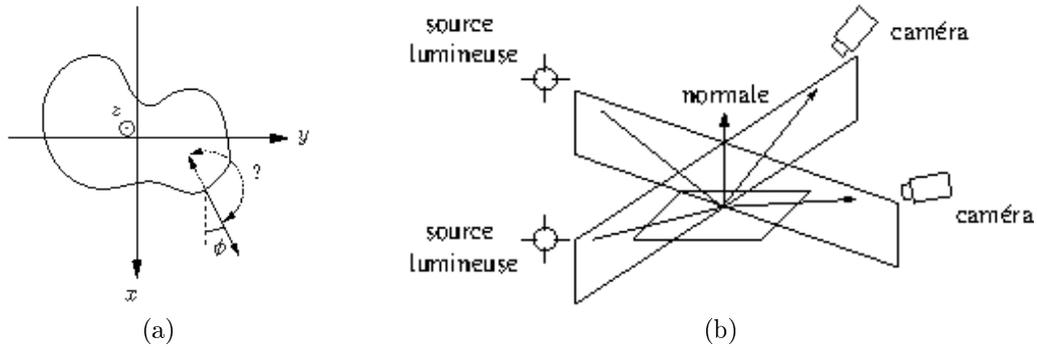


FIGURE 3.21: (a) Levée de l'ambiguïté grâce à l'information au bord, [Miyazaki et al., 2004]; (b) Intersection de deux plans spéculaires d'incidence, [Wolff & Boulton, 1991].

Cette technique impose d'avoir une vue complète de l'objet, et impose également la propagation de l'information à l'intérieur de l'objet s'effectue correctement.

### Remarques

- Plusieurs autres approches ont été également élaborées afin de lever l'ambiguïté sur la détermination de l'angle zénithal et azimutal dont une majorité est référencée ci-dessous.
  - L'une des plus anciennes méthodes de "shape from polarization" évite tout calcul de l'angle zénithal et l'angle azimutal en utilisant plusieurs points de vue : [Wolff & Boulton, 1991](les précurseurs qui traitent uniquement la reconstruction des objets de surface plane) [Joubert et al., 1995](reconstruction d'une sphère et pyramide), [Rahmann & Canterakis, 2001] (reconstruction d'objets complexes nécessitant l'utilisation de trois vues), [Rahmann, 2003] (reconstruction des objets de surface plus ou moins quadratiques nécessitant deux vues). L'idée initialement exploitée était qu'à chaque point de vue est établi le plan d'incidence en un point à partir de l'angle de polarisation correspondant. La normale en ce dernier est ensuite directement calculé par l'intersection des plans d'incidence des différents points de vue, Figure 3.21(b).
  - L'utilisation d'un éclairage polarisée circulairement a été également mis au point par [Koshikawa, 1979](qui fut le premier à introduire la polarisation en vision artificielle) permettant ainsi de déterminer sans ambiguïté l'angle zénithal. En effet, les rayons réfléchis obtenus sont parfaitement polarisés elliptiquement conduisant à une expression de l'ellipticité  $\chi$  qui, paramétrée par l'indice de réfraction, varie de manière monotone sur tout l'angle zénithal. L'implémentation du système assurant la génération d'un éclairage polarisé circulairement est cependant complexe et constitue un inconvénient majeur de l'approche.
  - [Miyazaki et al., 2002] a tenté également d'obtenir une courbe du degré de polarisation bijective de la radiation émise par l'objet dans l'IR afin de déterminer l'angle zénithal

sans ambiguïté. Il a couplé ainsi les informations du degré de polarisation dans l'IR avec ses acquisitions de polarisation obtenues dans le visible pour parvenir à la reconstruction des objets diélectriques considérés. La mise en correspondance des points demeurent cependant inexpliquée, d'autant plus que les caméras visibles et IR utilisées n'ont pas nécessairement la même résolution et qu'il aurait fallu un parfait contrôle et une parfaite superposition des axes optiques respectifs des deux caméras avec une dérivée en temps constante ...

- Dans le cadre de notre application décrite à la Section 3.3.2 l'éclairage par quadrant développé par Morel décrite à la Section 3.3.3.2 a été utilisé pour lever l'ambiguïté sur la détermination de l'angle azimutal. Ce choix a été motivé par la simplicité de la mise en œuvre de la méthode.
- L'application du "shape from polarization" à un métal dans le visible et l'extension de l'approche dans l'IR sur les objets transparents nous affranchissent de la problématique liée à la détermination de l'angle zénithal car nous verrons (Section 3.4.3) que les courbes du degré de polarisation dans les deux cas sont bijectives sur l'intervalle de  $\theta$  qui nous intéresse.

### 3.3.4 Calcul de la surface 3D à partir de champs de gradients

Les méthodes d'intégration permettant de reconstituer la surface 3D d'un objet à partir des champs de gradients (champs de normales) se répartissent en trois catégories distinctes :

- méthodes locales ;
- méthodes reposant sur la relaxation ;
- méthodes globales.

Dans la suite, nous synthétiserons les principales caractéristiques de ces approches que nous référencerons et illustrerons par quelques exemples de schémas numériques classiques avec aussi bien leurs avantages que leurs inconvénients majeurs. Pour les schémas numériques exhibés, nous convenons d'employer la discrétisation spatiale verticale  $i$  et horizontale  $j$  explicitée à la Figure 3.22 d'une image de même pas constant  $\epsilon$ .

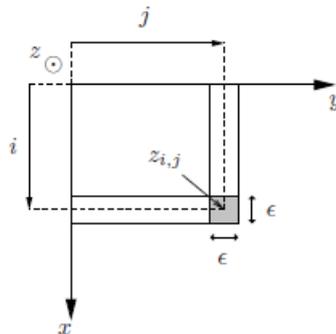


FIGURE 3.22: Convention de la discrétisation spatiale utilisée.

Les notations utilisées par la suite sont :

- $z_{i,j}$  : discrétisation de la surface  $f(x, y)$  sur une image indiquée par  $i, j$  ;
- $z_{i,j}^n$  : discrétisation de la surface  $f(x, y)$  sur une image indiquée par  $i, j$  à un instant donné  $n$  ;
- $\epsilon$  : distance inter-pixel qui est généralement constante et identique aussi bien le long des lignes que le long des colonnes de l'image ; Mais qui ne sera pas le cas dans notre approche développée à la Section 3.4.2.2.3 ;
- $p_{i,j}$  : discrétisation de la dérivée partielle de la surface selon  $x$  sur une image indiquée par  $i, j$  ;
- $q_{i,j}$  : discrétisation de la dérivée partielle de la surface selon  $y$  sur une image indiquée par  $i, j$  ;
- $p'_{i,j}$  : dérivée partielle de  $p_{i,j}$  selon  $x$  ;
- $q'_{i,j}$  : dérivée partielle de  $q_{i,j}$  selon  $y$ .

### 3.3.4.1 Méthodes locales

Les méthodes locales consistent à intégrer les composantes de la normale afin de remonter à la surface (décrite par la fonction  $f(x, y)$ ), approximée par le développement de Taylor :

$$\begin{cases} f(x+h, y) = f(x, y) + h \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \dots + o(h^n) \\ f(x, y+k) = f(x, y) + k \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} + \frac{k^2}{2} \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} + \dots + o(k^n) \end{cases} \quad (3.100)$$

En fonction de l'ordre du développement de  $f$  choisi, nous distinguons différents types de schémas numériques tels que la méthode des rectangles qui correspond au développement de Taylor d'ordre 1 de  $f$ , la méthode des trapèzes et schéma de Simpson qui sont issues du développement de Taylor d'ordre 2 de  $f$ . Ces schémas sont formulés avec un pas de discrétisation spatiale  $h_i = k_j = \epsilon$  dans le cadre usuel de l'application.

#### La méthode des rectangles

La discrétisation de  $f$  correspondante est :

$$\begin{cases} z_{i,j} = z_{i-1,j} - \epsilon \cdot p_{i-1,j} \\ z_{i,j} = z_{i,j-1} - \epsilon \cdot q_{i,j-1} \end{cases} \quad (3.101)$$

Ce qui nous donne au final :

$$z_{i,j} = \frac{z_{i-1,j} + z_{i,j-1}}{2} - \epsilon \frac{p_{i-1,j} + q_{i,j-1}}{2} \quad (3.102)$$

#### La méthode des trapèzes

La discrétisation de  $f$  correspondante est :

$$\begin{cases} z_{i,j} = z_{i-1,j} - \epsilon \cdot p_{i-1,j} - \frac{\epsilon^2}{2} \cdot p'_{i-1,j} \\ z_{i,j} = z_{i,j-1} - \epsilon \cdot q_{i,j-1} - \frac{\epsilon^2}{2} \cdot q'_{i,j-1} \end{cases} \quad (3.103)$$

En approximant les dérivées partielle  $p'_{i,j}$  selon  $x$  et  $q'_{i,j}$  selon  $y$  respectivement par :

$$\begin{cases} p'_{i-1,j} = \frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{\epsilon} \\ q'_{i,j-1} = \frac{q_{i,j} - q_{i,j-1}}{\epsilon} \end{cases} \quad (3.104)$$

Nous obtenons au final :

$$z_{i,j} = \frac{z_{i-1,j} + z_{i,j-1}}{2} - \epsilon \frac{p_{i,j} + p_{i-1,j} + q_{i,j} + q_{i,j-1}}{4} \quad (3.105)$$

#### Remarques

- Les schémas numériques énoncés ci-dessus sont très rapides et simples à implémenter mais souffrent tout de même de la sensibilité au bruit. En effet, ces méthodes reposent traditionnellement sur l'initialisation de  $z_{1,1}$  à 0 et sur le calcul de  $z_{1,j}$  et  $z_{i,1}$  s'effectuant à partir du cas mono-dimensionnel. Par conséquent, l'erreur s'accumule sur toute l'image suivant le sens du balayage adopté, ce qui aura pour effet d'introduire une erreur importante au dernier pixel opposé,  $z_{l,c}$ .

[Coleman & Jain, 1982] et Rodehorst (repris par [Klette & Schluns, 1996]) ont mis en place des techniques d'initialisation particulières ayant pour but de limiter ces effets. Afin de réduire les erreurs de propagation, [Coleman & Jain, 1982] ont appliqué la méthode des rectangles en partant du centre de l'image  $z_{l/2,c/2} = 0$  de manière à subdiviser l'image sous forme de quadrants et Rodehorst [Klette & Schluns, 1996] a moyenné quatre images de profondeur obtenues respectivement à partir d'une initialisation des quatre coins de l'image,  $z_{1,1} = 0$ ,  $z_{l,1} = 0$ ,  $z_{l,c} = 0$  puis  $z_{1,c} = 0$ .

- La méthode par estimation de hauteurs [Smith & Bors, 2002],[Bors & Hancock, 2002] fait également partie des méthodes locales que nous n'explicitons pas ici. A la différence des précédents schémas, la normale n'est pas associée à tout point de la surface mais à chaque micro-facette de trois points de l'image. L'image est ainsi discrétisée en plusieurs petits triangles. L'algorithme appliqué est différent des méthodes précédentes et nécessite un nombre d'itérations important pour reconstituer proprement la surface.

#### 3.3.4.2 Méthodes reposant sur la relaxation

L'approche est fondée sur la détermination de la fonction surface  $f(x, y)$  en minimisant la double intégration de l'écart entre la normale estimée (dérivées de la surface estimée)  $(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}, -\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}, 1)^T$  et la normale mesurée (dérivées obtenues par les champs de gradients)  $(p, q, 1)^T$  [Horn & Brooks, 1986], [Ikeuchi, 1983]. La fonctionnelle correspondante est exprimée de la manière suivante :

$$W = \int \int \left( \left( -\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \right) - p \right)^2 + \left( \left( -\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right) - q \right)^2 dx dy \quad (3.106)$$

La solution de ce calcul de problème variationnel est donné par l'équation différentielle de Euler :

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} \quad (3.107)$$

Cette équation conduit à un schéma itératif simple de la forme :

$$f(x, y)^{n+1} = \bar{f}(x, y)^n - \rho \left( \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} \right) \quad (3.108)$$

où  $\bar{f}$  est la moyenne locale de la surface  $f$ , et  $\rho$  est une constante dépendant de la manière dont est calculée la moyenne. La discrétisation de l'Equation (3.108) conduit au schéma itératif de Jacobi permettant de calculer de manière itérative l'image de profondeur  $z^{n+1}$  en fonction de l'image de profondeur obtenue à l'itération précédente  $z^n$ . Plusieurs variantes de la méthodes de Jacobi ayant pour but d'accélérer la convergence, tel que la méthode de Gauss-Seidel [Terzopoulos, 1982], [Terzopoulos, 1985], [Horovitz & Kiryati, 2004] et la méthode SOR (Successive Over-Relaxation) [Press et al., 2002] dont les schémas correspondants sont ci-dessous explicités, existent. L'initialisation de  $z^0$  influe également sur la convergence et la vitesse de la convergence.

#### Schéma itératif de Jacobi

$$z_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{4} \left( z_{i-1,j}^n + z_{i+1,j}^n + z_{i,j-1}^n + z_{i,j+1}^n \right) - \frac{\epsilon}{4} (p_{i+1,j} - p_{i,j} + q_{i,j+1} - q_{i,j}) \quad (3.109)$$

#### Schéma itératif de Gauss-Seidel

$$z_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{4} \left( z_{i-1,j}^{n+1} + z_{i+1,j}^n + z_{i,j-1}^{n+1} + z_{i,j+1}^n \right) - \frac{\epsilon}{4} (p_{i+1,j} - p_{i,j} + q_{i,j+1} - q_{i,j}) \quad (3.110)$$

Cet algorithme est très proche de l'algorithme de Jacobi (3.109), à la seule différence que le calcul de la valeur moyenne est effectué avec les dernières valeurs déjà mises à jour :  $z_{i-1,j}^{n+1}$  et  $z_{i,j-1}^{n+1}$  réduisant ainsi de facteur de deux le nombre d'itérations nécessaire à la convergence comparé à Jacobi.

#### Schéma itératif SOR

$$z_{i,j}^{n+1} = (1 - \omega)z_{i,j}^n + \frac{\omega}{4} \left( z_{i-1,j}^{n+1} + z_{i+1,j}^n + z_{i,j-1}^{n+1} + z_{i,j+1}^n \right) - \frac{\omega\epsilon}{4} (p_{i+1,j} - p_{i,j} + q_{i,j+1} - q_{i,j}) \quad (3.111)$$

où  $\omega$  est un coefficient compris entre 1 et 2 pondéré au schéma de Gauss-Seidel de manière à accélérer grandement la convergence. Pour  $\omega = 1$ , nous retrouvons le schéma de Gauss-Seidel.

#### Remarques

- Toutes formes de surface peuvent être reconstruites par les méthode reposant sur la relaxation, il suffit de définir un  $\omega$  optimal pour l'Equation 3.111. Néanmoins, la détermination de  $\omega$  dépendant du type de la surface à reconstruire se déroule de manière empirique [Press et al., 2002], ce qui constitue un inconvénient majeur de la méthode.
- Les filtres moyennés [Morel, 2005] et les méthodes multi-grilles [Horovitz & Kiryati, 2004] sont classés également parmi les méthodes itératives reposant sur la relaxation. La méthode des filtres moyennés conduisent à une généralisation du schéma itératif de Jacobi couplé avec un filtre moyenné dont la taille accroît la convergence de la méthode. Les méthodes multi-grilles sont plus performantes comparées aux méthodes reposant sur la relaxation en terme de convergence. Néanmoins, leur implémentation demeure spécifique pour chaque cas considéré nécessitant le contrôle de nombreux paramètres requis lors de la reconstruction.

### 3.3.4.3 Méthodes globales

Contrairement aux deux classes de méthodes abordées précédemment, les méthodes globales assurent la reconstruction de la surface en traitant directement les images de gradients dans sa globalité. Deux grandes familles de méthodes globales ont été recensées : les méthodes utilisant la transformée de Fourier que nous expliciterons par la suite et les méthodes utilisant des projections sur des bases que nous ne développerons pas dans cette thèse, néanmoins voici quelques références : [Kovesi, 2003] et [Karaçali & Snyder, 2002] [Karaçali & Snyder, 2003].

La modélisation du problème demeure identique à celle mentionnée dans la classe de méthode précédente dont la fonctionnelle à minimiser est rappelée ci-dessous :

$$W = \int \int \left( \left( -\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right) - p \right)^2 + \left( \left( -\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right) - q \right)^2 dx dy \quad (3.112)$$

A la différence des méthodes reposant sur la relaxation, la résolution de 3.112 n'est pas directe. Elle s'effectue par la minimisation de la transformée de Fourier de la fonctionnelle  $W$ , Equation 3.116. On rappelle que la transformée de Fourier d'une fonction  $f(x, y)$  ainsi que sa transformée de Fourier inverse est respectivement définie par :

$$\tilde{f}(u, v) = \int \int f(x, y) e^{-j(ux+vy)} dx dy \quad (3.113)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int \int \tilde{f}(u, v) e^{j(ux+vy)} du dv \quad (3.114)$$

En appliquant le théorème de Parseval :

$$\int \int |f(x, y)|^2 dx dy = \frac{1}{2\pi} \int \int |\tilde{f}(u, v)|^2 du dv \quad (3.115)$$

nous avons :

$$W = \frac{1}{2\pi} \int \int \left| -ju\tilde{f}(u, v) - \tilde{p} \right|^2 + \left| -jv\tilde{f}(u, v) - \tilde{q} \right|^2 du dv \quad (3.116)$$

où  $\tilde{p}$ , et  $\tilde{q}$  sont les transformées de Fourier du champ de gradients  $\{p, q\}$ .

En développant l'expression 3.116 nous avons :

$$W = \frac{1}{2\pi} \int \int (u^2 + v^2) \tilde{f} \tilde{f}^* + ju\tilde{p}^* \tilde{f} - ju\tilde{p} \tilde{f}^* + jv\tilde{q}^* \tilde{f} - jv\tilde{q} \tilde{f}^* + \tilde{p} \tilde{p}^* + \tilde{q} \tilde{q}^* du dv \quad (3.117)$$

Afin de minimiser la fonctionnelle (3.117), l'expression est dérivée par rapport à  $\tilde{f}$  et  $\tilde{f}^*$ , puis égalisée à 0 :

$$\begin{cases} (u^2 + v^2) \tilde{f}^* + ju\tilde{p}^* + jv\tilde{q}^* = 0, \\ (u^2 + v^2) \tilde{f} - ju\tilde{p} - jv\tilde{q} = 0 \end{cases} \quad (3.118)$$

En additionnant et en soustrayant les deux expressions, nous obtenons un nouveau système :

$$\begin{cases} (u^2 + v^2)(\tilde{f} + \tilde{f}^*) + ju(\tilde{p}^* - \tilde{p}) + jv(\tilde{q}^* - \tilde{q}) = 0 \\ (u^2 + v^2)(\tilde{f} - \tilde{f}^*) + ju(\tilde{p}^* + \tilde{p}) + jv(\tilde{q}^* + \tilde{q}) = 0 \end{cases} \quad (3.119)$$

La somme des deux expressions nous permet de déterminer une relation<sup>5</sup> entre la transformée de Fourier de la surface et les transformées de Fourier de ses gradients pour  $(u, v) \neq (0, 0)$  :

$$\tilde{f}(u, v) = \frac{-ju\tilde{p}^* - jv\tilde{q}^*}{u^2 + v^2} \quad (3.120)$$

Il s'agit de la méthode de [Frankot & Chellappa, 1988].

[Morel, 2005] et [Wei & Klette, 2001], [Wei & Klette, 2002] ont améliorée la méthode de [Frankot & Chellappa, 1988] respectivement en introduisant un plan moyen permettant de prendre en compte  $(u, v) = (0, 0)$  pour [Morel, 2005] et en introduisant des contraintes supplémentaires dans la fonctionnelle à minimiser pour [Wei & Klette, 2001], [Wei & Klette, 2002] afin d'augmenter la précision et la robustesse de l'algorithme. Ainsi nous avons, respectivement :

méthode de Frankot-Chellappa

$$\tilde{f}(u, v) = \frac{-ju\tilde{p}^* - jv\tilde{q}^*}{u^2 + v^2} \quad (3.121)$$

Amélioration de Morel

$$f(x, y) = f_0(x, y) + g(x, y) \quad (3.122)$$

où  $f_0$  est la surface reconstruite grâce à la méthode de Frankot-Chellappa (Equation 3.121), et où  $g$  représente le plan moyen. L'équation du plan s'écrit sous la forme :

$$g(x, y) = x\bar{p} + y\bar{q} + Cste = x\tilde{p}(0, 0) + y\tilde{q}(0, 0) + Cste, \quad (3.123)$$

où  $Cste$  est une constante pouvant être prise à 0 puisque la surface reconstruite est toujours définie à une constante près.

Amélioration de Wei-Klette

$$\tilde{f}(u, v) = \frac{-ju\tilde{p}^* - jv\tilde{q}^*}{(1 + \lambda)(u^2 + v^2) + \mu(u^2 + v^2)^2} \quad (3.124)$$

En prenant  $(\lambda, \mu) = (0, 0)$ , nous retrouvons l'algorithme de Frankot-Chellappa (Equation 3.121). [Wei & Klette, 2001], [Wei & Klette, 2002] ont démontré que cette nouvelle relation permettait de reconstruire de manière plus précise des surfaces à partir de champs de gradients bruités. Malheureusement, cette technique souffre du fait que la surface reconstruite n'est pas seulement définie à une constante additive près, mais également à une constante multiplicative près.

---

5. La relation trouvée diffère légèrement de celle donnée par [Frankot & Chellappa, 1988], en raison de la convention concernant le signe du champ de gradients.  $\tilde{f}^*(u, v) = \tilde{f}(u, v)$  dans la mesure où nous travaillons sur des images, donc sur des réels.

## Remarques

- Dans le cadre de notre application, nous utiliserons principalement l'algorithme SOR de par les avantages mentionnés précédemment mais également la possibilité d'un échantillonnage irrégulier (discrétisation spatiale paramétrable par des pas irréguliers), Voir Section 3.4.2.2.3.
- Par ailleurs, quelques reconstructions sont présentées à la Figure 3.46 illustrant les différents résultats issus des méthodes basiques des trois classes évoquées ci-dessus dont la méthode des trapèzes (Catégorie 1), la méthode des SOR (Catégorie 2), la méthode de Chellapa et de Morel (Catégorie 3).

## 3.4 Mise en œuvre

Comme il a été déjà évoqué, l'objectif final de la mise en œuvre consiste à étendre la reconstruction par polarimétrie dans l'IR pour la mesure des objets transparents, de manière à s'affranchir des problèmes d'inter-réflexion affectant leur analyse dans le visible. Une problématique majeure liée à la manipulation dans l'IR cependant se présente et une problématique générale indépendante de l'environnement considéré a été également identifiée. Nous les décrirons séparément dans un premier temps, puis nous proposerons une solution respective à chacune dans un deuxième temps. La validation de nos approches se décompose en deux étapes. D'abord nous les validerons dans le visible sur des objets métalliques puis les appliquerons aux objets transparents dans l'IR.

### 3.4.1 Problématique

#### 3.4.1.1 Liée à l'inexistence des lentilles télécentriques dans l'IR

En voulant étendre la reconstruction par polarimétrie dans l'IR, nous sommes confrontés à une problématique liée au manque d'un matériel optique, la lentille télécentrique, sur laquelle repose toute la méthode (comme décrit à l'hypothèse 2 3.3.1). Par conséquent, nous sommes contraints d'utiliser des lentilles non télécentriques, le type de lentille équipant usuellement les dispositifs optiques courants tels que les appareils photos, les caméras vidéos, etc. Avant de relever la différence majeure des deux types de lentilles et en quoi l'utilisation d'une lentille non télécentrique remet en cause le fondement de la méthode de reconstruction, nous rappelons brièvement le modèle de projection perspectif ou modèle "pinhole" engendré par les lentilles non télécentriques puis la différence entre le modèle perspectif et le modèle orthographique (utilisé par les lentilles télécentriques).

**3.4.1.1.1 Modèle de projection d'une lentille non télécentrique** Pour une projection perspective, Figure 3.23, la position du point  $M'$  projetée de  $M$  sur le plan image résulte principalement de l'intersection de deux rayons :

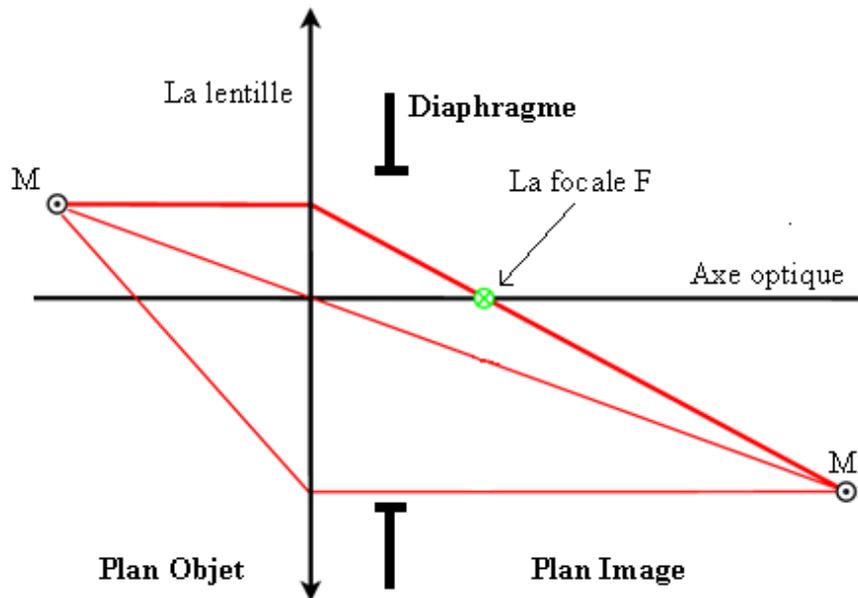


FIGURE 3.23: Modèle perspectif.

celui traversant le centre optique et celui arrivant perpendiculairement à la lentille, passant par la focale. Par conséquent, l'information contenue dans le pixel  $M'$ , résulte de tous les rayons (arrivant perpendiculairement ou non au capteur) filtrés selon l'ouverture du diaphragme.

**3.4.1.1.2 Différence entre une lentille non télécentrique et télécentrique** La localisation du point projeté d'un point objet étant conditionné par le rayon traversant l'axe optique, les projetés respectifs  $M'_1$  et  $M'_2$  de deux points objet  $M_1$  et  $M_2$  à profondeur différente par rapport à la lentille non télécentrique sont de localisation différente sur le plan image, Figure 3.24(a).

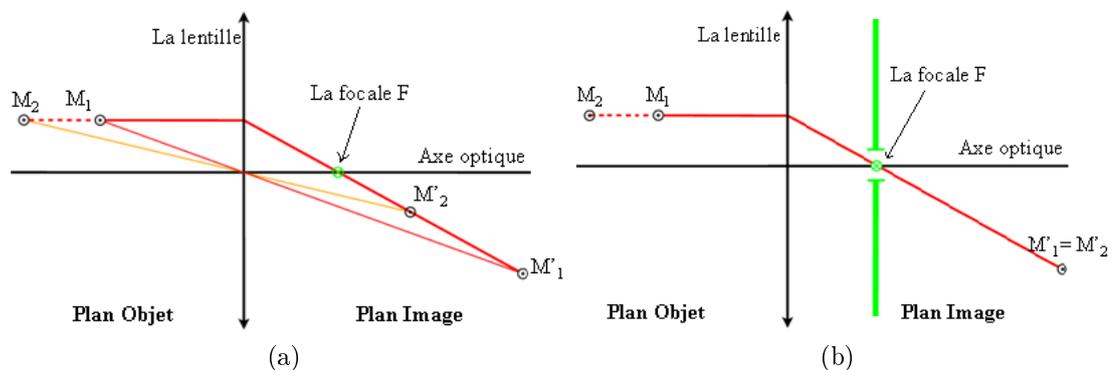


FIGURE 3.24: Illustration de la différence entre un modèle perspectif (a) et un modèle orthographique (b).

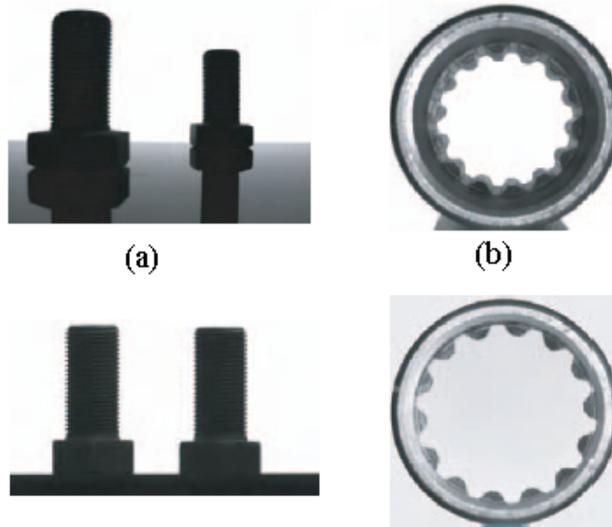


FIGURE 3.25: Acquisition avec un objectif respectivement non télécentrique en haut et télécentrique en bas : (a) Deux vis identiques séparés de 100mm de profondeur par rapport à l'objectif. (b) Intérieur d'un objet cylindrique.

Lorsqu'il s'agit de projection orthographique générée par une lentille télécentrique, quelque soit la localisation en profondeur de deux points objet  $M_1$  et  $M_2$  par rapport à la lentille télécentrique, les points image projetés respectifs demeurent inchangés  $M'_1 = M'_2$ , Figure 3.24(b). En effet, la formation du point image résulte uniquement du rayon percutant perpendiculairement la lentille.

La projection de tous les points de l'objet sur le plan image selon les deux modèles respectifs sont illustrés géométriquement aux Figures 3.28(a)(b) et physiquement aux Figures 3.25(a)(b).

**3.4.1.1.3 Description de la problématique** Compte tenu de l'hypothèse 2 3.3.1, l'utilisation de la lentille non télécentrique remettrait en cause le fondement de la méthode de reconstruction pour deux raisons principales :

- l'information polarimétrique contenue dans un pixel résulte non seulement des rayons arrivant perpendiculairement à la lentille mais également de plusieurs autres rayons de différentes provenances filtrés selon l'ouverture du diaphragme. Les paramètres de polarisation extraits d'un pixel ne pourraient pas être exploités proprement dans la mesure où la normale à la surface en un point est fondée sur le rayon percutant perpendiculairement le capteur et est par conséquent estimée à partir des paramètres de polarisation de ce rayon.

- la profondeur étant prise en compte dans la projection image 2D de l'objet, comme nous avons vu précédemment, le plan de reconstruction final qui définit les coordonnées  $(x, y)$  de chaque point, et sur lequel les différentes profondeurs de ce dernier devraient être dressées, demeure inconnu et s'avèrerait être différent pour ce dernier<sup>6</sup>, d'ailleurs il ne s'agit plus de plan dans ce cas là.

6. La connaissance du "plan" implique la connaissance de la profondeur  $z$  de chaque point.

Lors de la reconstruction basée sur le modèle orthographique, ce plan est homogène pour tous les points, la projection 2D étant indépendante de la profondeur. Par ailleurs, ce plan correspond au plan image.

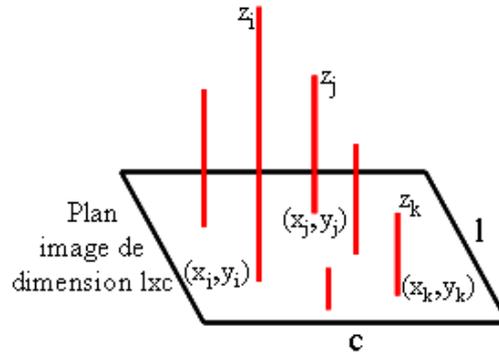


FIGURE 3.26: Estimation de la profondeur  $z$  par polarimétrie sur le plan image de  $l$  lignes et  $c$  colonnes, selon le modèle orthographique.

Le calcul de la surface 3D correspond ainsi à l'estimation de la profondeur  $z$  de chaque point de l'image, les coordonnées  $(x, y)$  de l'objet étant définies par la position du pixel dans l'image, Voir Figure 3.26 ou encore Figure 3.28(c).

Les constats évoqués précédemment nous conduisent à nous interroger sur plusieurs points :

- Comment exploiter les images polarimétriques dans ces conditions ?
- Sur quel plan construirait-on la profondeur de chaque point ?
- Devrait-on changer la formulation de la normale en tenant compte de la projection perspective ?
- Serait-il tout simplement infaisable d'appliquer la numérisation par polarisation au moyen d'une lentille non télécentrique ?

### 3.4.1.2 Liée aux erreurs de reconstruction

Lors d'une modélisation numérique tridimensionnelle, la précision obtenue atteste la performance de l'approche utilisée. De ce fait, l'erreur de reconstruction s'avère être un point crucial à optimiser et peut être considéré comme une problématique qui constitue le cœur des préoccupations à la mise en œuvre numérique. Différentes sont les sources de l'erreur de reconstruction dont l'erreur de mesure due aux conditions et moyens d'acquisition ou des approximations faites sur certaines propriétés de l'objet tel que son indice de réfraction, l'erreur d'estimation des paramètres de Stokes due à l'inexactitude des données acquises et du modèle d'intensité utilisé, l'erreur générée par le schéma numérique choisi pour le calcul de la surface 3D à partir des champs de normale, etc. Nous nous focaliserons davantage sur l'erreur d'estimation des paramètres de Stokes.

### 3.4.2 Solutions proposées

#### 3.4.2.1 Reconstruction basée sur le modèle perspectif

Nous avons choisi de garder la formulation de la normale à la surface en un point, qui pour une projection orthographique demeure néanmoins une approximation en raison des rayons filtrés n'arrivant pas parfaitement perpendiculairement au capteur (en fonction du fabricant on décèle une erreur  $<5\%$ ). Par conséquent, une augmentation de la distance d'acquisition visant à réduire l'effet perspectif dans l'image acquise est nécessaire de manière à approximer les conditions d'acquisition de la mesure 3D par polarisation classique. En effet, à partir d'une certaine distance assez éloignée du capteur, le rayon traversant l'axe principal influe à peine sur la définition et la localisation du point image projeté. Les informations polarimétriques contenues dans les pixels sont ainsi des données de polarisation qui ont été essentiellement véhiculées par les rayons percutant perpendiculairement le capteur.

La reconstruction finale consiste à déterminer la profondeur  $z$  des points objets sur un plan moyen dénommé  $Z0$  illustré à la Figure 3.27, localisé selon l'épaisseur de l'objet numérisé. Les coordonnées  $(x, y)$  finales d'un point objet sont les coordonnées du projeté du pixel correspondant sur  $Z0$  connaissant les paramètres intrinsèques de la caméra et la distance en profondeur du plan  $Z0$  au capteur dénotée  $z_0$ .

Voici un récapitulatif de la solution proposée visant à adapter la reconstruction par polarimétrie à l'aide d'une lentille non télécentrique :

- Augmentation de la distance d'acquisition ayant pour but de réduire l'effet perspectif induit par la lentille non télécentrique.
- Définition d'un plan moyen  $Z0$  sur lequel se déroule l'estimation de la profondeur de chaque point dont les coordonnées  $(x, y)$  finales sont déterminées par le calcul suivant :

$$\begin{cases} x &= \frac{u-u_0}{\alpha_u} z_0 \\ y &= \frac{v-v_0}{\alpha_v} z_0 \end{cases} \quad (3.125)$$

sachant que la relation entre les coordonnées  $(u, v)$  d'un pixel et ses coordonnées 3D  $(x, y, z)$  dans le repère caméra est exprimée par l'expression suivante :

$$s \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.126)$$

où  $[\alpha_u \ \alpha_v]$  et  $[u_0 \ v_0]$  sont les paramètres intrinsèques de la caméra caractérisant la projection perspective d'un point 3D du repère caméra sur le plan 2D image. Ces paramètres intrinsèques sont estimés durant la calibration (Voir Chapitre 3 Section 4.4.1.1.2 pour plus de détails sur la méthodologie de calibration d'une caméra) et correspondent respectivement à  $fc$  et à  $cc$  des résultats issus de la `toolbox` de Bouguet [Bouguet, 2010].

Estimation de  $z_0$ 

Nous proposons deux manières d'estimer  $z_0$  en fonction de l'épaisseur de l'objet considéré :

- Si l'objet est de faible épaisseur,  $z_0$  est la distance en profondeur du support de l'objet au capteur. En revanche, elle sera estimée durant la calibration et donnée ainsi par le composant  $t_3$  des paramètres extrinsèques de la caméra, associés à la mire positionnée au niveau du support, Voir Chapitre 3 Section 4.4.1.1.2.
- Si l'objet est d'épaisseur moyenne, l'estimation de  $z_0$  s'opère de la manière suivante :
  - Un point  $M$  de l'objet visible par le capteur et de profondeur connue  $z^M$  sera choisi et marqué de manière à repérer une profondeur donnée.
  - Une première reconstruction sera effectuée sur un plan provisoire  $Z0'$  de localisation  $z'_0$  distance en profondeur entre le support et le capteur ( $z'_0$  est égale à  $z_0$  associé à un objet de faible profondeur).
  - Le facteur d'échelle  $k$  entre la profondeur estimée de  $M$  dénotée  $z'^M$  sur le plan  $Z0'$  et sa profondeur réelle  $z^M$  sera ensuite calculée puis multipliée par  $z'_0$  afin de déterminer  $z_0$  finale<sup>7</sup>. Le calcul de  $z_0$  se traduit ainsi par :

$$z_0 = z'_0 k \quad \text{avec} \quad k = z^M / z'^M \quad (3.127)$$

La caractérisation de l'épaisseur d'un objet dépend éventuellement de la distance d'acquisition adoptée et de la focale employée.

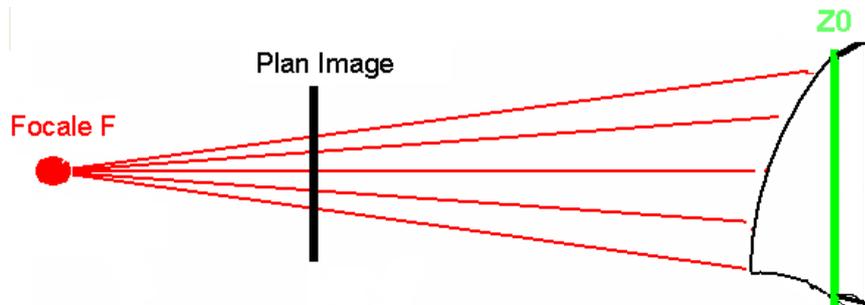


FIGURE 3.27: Adaptation de la reconstruction par polarisation basée sur le modèle perspectif avec l'établissement d'un plan  $Z0$ .

La Figure 3.28(a)(b) rappelle respectivement la différence entre une projection perspective et orthographique. La Figure 3.28(c) illustre le principe de la reconstruction par polarisation classique transposé avec  $Z0$  évoqué précédemment, qui n'est rien d'autre que le plan image dans ce cas.

<sup>7</sup>. En émettant l'hypothèse que l'évolution de la profondeur en fonction du plan est linéaire, schématiquement illustré à la Figure 3.40(a).

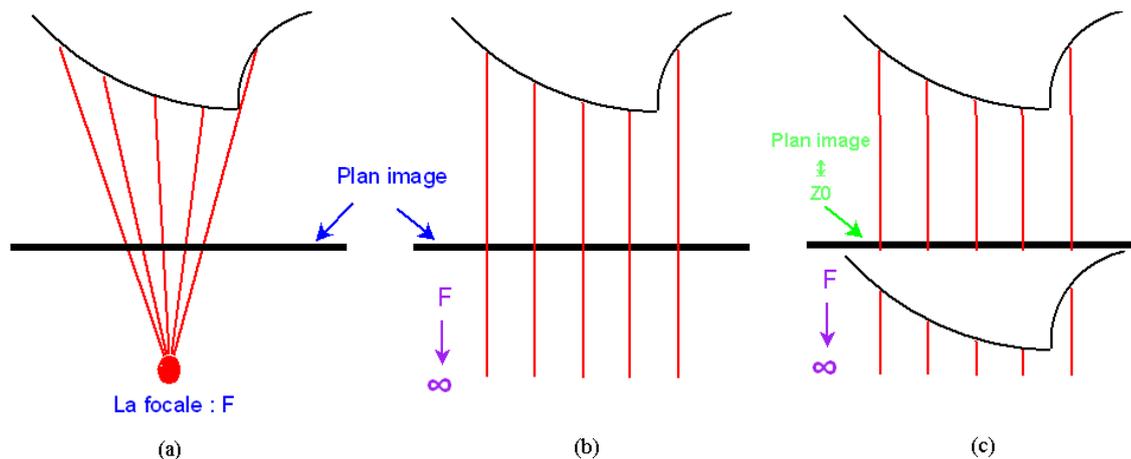


FIGURE 3.28: (a) Projection perspective des points objet sur le plan image ; (b) Projection orthographique des points objets sur le plan image ; (c) Reconstruction par polarisation classique, complémentaire à la Figure 3.26, où  $Z_0$  est égal au plan image.

### 3.4.2.2 Méthode de validation

**3.4.2.2.1 Principe** La méthode de validation intégrée dans le processus de reconstruction consiste à valider les paramètres de Stokes estimés en fonction des critères adoptés. Elle permet ainsi de vérifier la justesse des mesures d'intensité ainsi que la fiabilité des conditions dans lesquelles les mesures se sont déroulées .

**3.4.2.2.2 Critères adoptés** Pour ce faire plusieurs critères sont appliqués à chaque pixel de l'image. Ceux-ci s'enchaînent l'un après l'autre si le précédent est respecté.

- critère 1 Il s'agit du critère physique fondamental que doivent vérifier les paramètres de Stokes :

$$\mathbf{S}_0^2 \geq \mathbf{S}_1^2 + \mathbf{S}_2^2 \quad (3.128)$$

- critère 2 L'écart entre l'intensité mesurée  $I$  et l'intensité prédite  $\tilde{I}$  doit rester acceptable. Ainsi, l'erreur relative des deux intensités doit être inférieure à un seuil  $T_1$  fixé :

$$\left| \frac{I - \tilde{I}}{\tilde{I}} \right| \leq T_1 \quad (3.129)$$

- critère 3 La dérivée de l'erreur mesurée  $I'$  et de l'erreur prédite  $\tilde{I}'$  doit être de même signe :

$$I' \cdot \tilde{I}' \geq 0, \quad \text{avec} \quad I' = \frac{I(\alpha_i) - I(\alpha_{i-1})}{\alpha_i - \alpha_{i-1}}, \quad \tilde{I}' = \frac{\tilde{I}(\alpha_i) - \tilde{I}(\alpha_{i-1})}{\alpha_i - \alpha_{i-1}} \quad (3.130)$$

pour une acquisition correspondant à une orientation  $\alpha_i$  considérée du polariseur parmi une série de  $n$  acquisitions collectées.

- critère 4 L'écart entre la dérivée de l'intensité mesurée  $I'$  et la dérivée de l'intensité prédite  $\tilde{I}'$  doit rester acceptable. Ainsi, l'erreur relative des deux dérivées d'intensités doit être inférieure à un seuil  $T_2$  fixé :

$$\left| \frac{I' - \tilde{I}'}{\tilde{I}'} \right| \leq T_2 \quad (3.131)$$

Un seuil général est défini pour les trois derniers critères en fonction du nombre de discrétisation de l'intensité, c-à-d en fonction du nombre de  $\alpha$  considéré. Ainsi, si 80% des intensités considérées vérifie un critère donné, nous considérons que le pixel satisfait ce dernier et peut être testé avec le critère suivant.

Au final une carte binaire résultant de l'application de tous ces critères est obtenue :

- Un pixel noir correspond au point ayant satisfait tous les critères. Il s'agit d'un point bien mesuré ou bien polarisé dont une courbe d'intensité correspondante est illustrée à la Figure 3.34(b).
- Un pixel blanc correspond au point n'ayant pas respecté un des critères. Il s'agit d'un point bruité ou pas du tout polarisé dont une courbe correspondante d'intensité est illustrée à la Figure 3.34(c) .

La carte binaire offre une vision globale sur la localisation et l'identification des pixels polarisés correctement mesurés (acceptables ou moins bruités) et ceux qui sont bruités (ou non polarisés). Celle-ci est illustrée à la Figure 3.34(a) et à la Figure 3.43(b).

Nous décidons de poursuivre ou pas le processus de reconstruction en fonction du nombre de points bien mesurés dans la région d'intérêt ROI<sup>8</sup> sélectionnée au préalable. Si le nombre de points polarisés bien mesurés constitue plus de 80 % de la ROI nous poursuivons le processus de reconstruction, sinon les conditions d'acquisition seront à vérifier, à optimiser et les mesures seront à refaire.

**3.4.2.2.3 Objectif final** A travers l'intégration de la méthode de validation des paramètres de Stokes, nous visons à réduire l'erreur de reconstruction finale. Les conditions d'acquisition sont améliorées et nous gagnons en précision grâce au principe de l'approche de validation décrit ci-dessus. Si les paramètres de Stokes estimés sont validés, la reconstruction finale s'effectuera à partir des points polarisés bien mesurés détectés en appliquant un schéma numérique d'intégration de pas de discrétisation spatiale variable aussi bien en horizontale,  $h_i$ , qu'en verticale,  $k_j$ , tel que le SOR formulé ci-dessous :

$$z_{i,j}^{n+1} = (1-\omega)z_{i,j}^n + \frac{\omega}{4} (z_{i-1,j}^{n+1} + z_{i+1,j}^n + z_{i,j-1}^{n+1} + z_{i,j+1}^n) - \frac{\omega}{4} [h_i(p_{i+1,j} - p_{i,j}) + k_j(q_{i,j+1} - q_{i,j})] \quad (3.132)$$

Les résultats sont illustrés à la Figure 3.41 et à la Figure 3.43.

8. ROI correspond à l'image de l'objet à numériser.

### 3.4.2.3 Esquisse du système à concevoir

Le processus de reconstruction que nous proposons est schématiquement décrit à la Figure 3.29.

#### Remarques

- L'approximation du modèle orthographique proposée permet de conserver le principe de la reconstruction de la surface par polarimétrie classique à l'exception de l'étape relative au calcul de la surface 3D à partir des champs de normales où une estimation du plan de reconstruction  $Z_0$  est nécessaire. En revanche, la profondeur de chaque point est estimée à partir du plan  $Z_0$  en appliquant une méthode d'intégration traditionnelle. Une étape de calibration précède ainsi le processus de reconstruction contribuant à l'élaboration du plan  $Z_0$ . **Voir Figure 3.29.**
- La méthode de validation est intégrable dans le processus de reconstruction par polarisation quelque soit le modèle de projection utilisé. Elle se situe après l'étape relative à l'estimation des paramètres de Stokes. Pour notre cas, **Voir Figure 3.29**

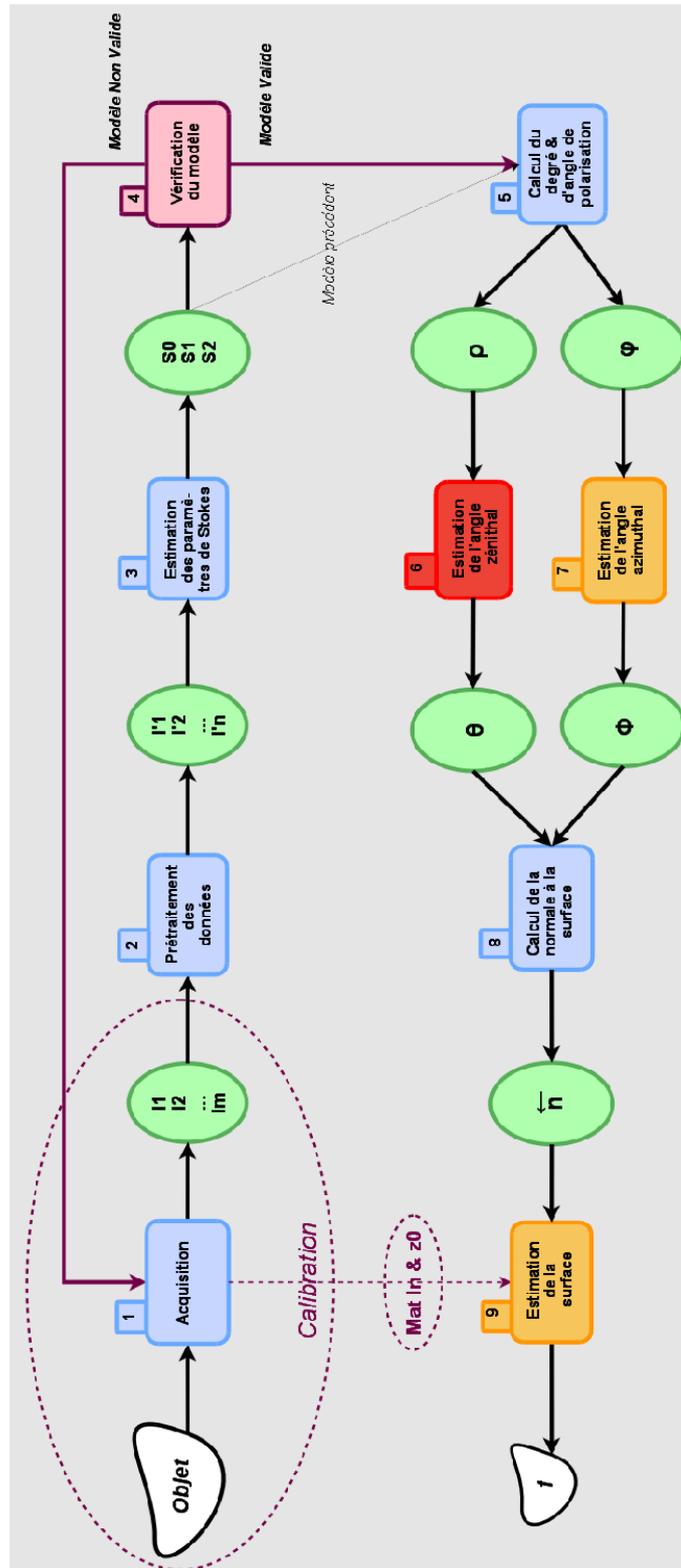


FIGURE 3.29: Synthèse schématique du processus de reconstruction proposé.

### 3.4.3 Implémentation & Résultats

Nous validons notre approche de reconstruction, Figure 3.29, dans le domaine du visible sur des objets métalliques puis dans l'IR sur des objets transparents.

#### 3.4.3.1 Dans le visible

**3.4.3.1.1 Descriptif du dispositif** Le système (Figure 3.30) qui a été mis en œuvre visant à valider notre approche de reconstruction par polarisation comprend :

- une CCD SonyXCD50 BW de résolution 640x480, équipée d'un objectif non télécentrique de 9mm de focale et placée de telle sorte à ce que la distance de travail soit égale approximativement à 210mm ;
- un polariseur linéaire rotatif manuel d'angle  $\alpha$  ;
- un dôme d'éclairage diffus complet et réglable par quadrant, de longueur d'onde  $\lambda = 670nm$  ;
- une bille métallique de calibrage avec un diamètre de 41.179 mm ;
- un PC (2.49GHz, 3.5Go de RAM).

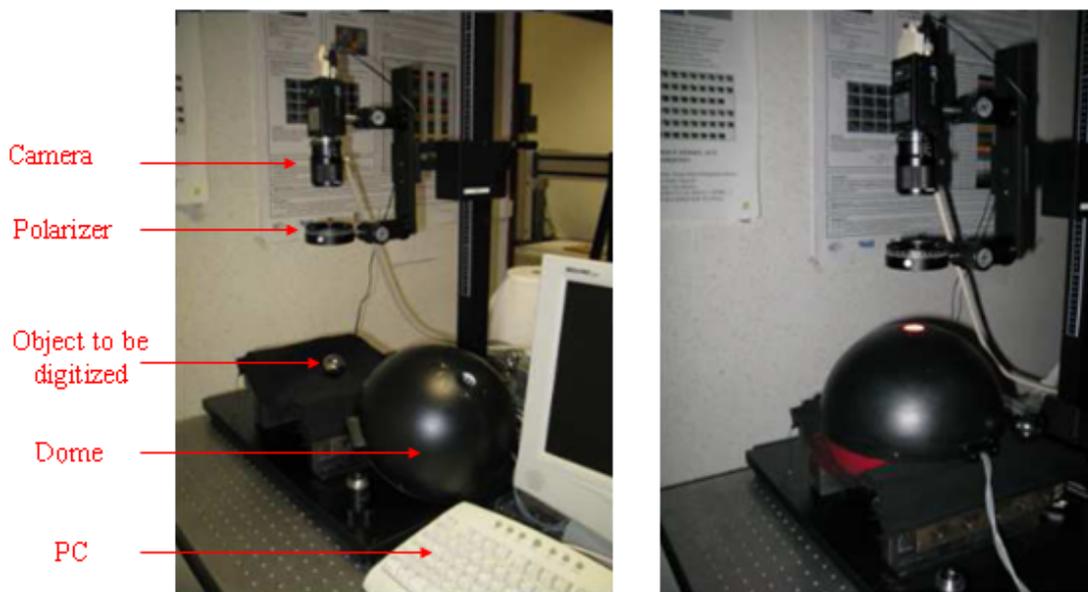


FIGURE 3.30: Montage du dispositif de numérisation par polarisation dans le visible.

**3.4.3.1.2 Motivation** Nous avons choisi de valider notre approche dans un premier temps dans le visible sur une bille métallique pour deux raisons principales :

- Le choix du métal pour la reconstruction dans le visible permet de s'affranchir des verrous techniques liés à la détermination de l'angle zénithal et de l'angle azimutal

(explicités à la Section 3.3.2). En effet, l'indice complexe du métal conduit à une fonction monotone du degré de polarisation sur l'intervalle de l'angle zénithal qui nous intéresse, Voir l'expression du degré de polarisation plus bas à l'Equation 3.136 et la courbe obtenue à la Figure 3.37(a). L'utilisation de l'éclairage par quadrant permet de lever l'ambiguïté sur la détermination de l'angle azimutal en appliquant la méthode de Morel décrite à la Section 3.3.3.2. Par ailleurs nos résultats correspondants sont illustrés aux Figures 3.36 et 3.37(b).

- La sphéricité de la bille métallique permet de valider notre approche pour tous les angles zénithaux et azimutaux possibles.

### Expression du degré de polarisation pour une surface métallique

Pour les matériaux métalliques, l'expression 3.92 de la relation entre le degré de polarisation et l'angle de réflexion n'est plus valide, puisque l'indice de réfraction est complexe. L'indice complexe  $\hat{n}$  des matériaux métalliques s'écrit généralement sous la forme :

$$\hat{n} = n(1 + i\kappa) \quad (3.133)$$

où  $\kappa$  est le coefficient d'extinction.

Dans ce cas, l'équation de Snell-Descartes (3.91) implique que l'angle de réfraction  $\theta_t$  soit complexe. Les coefficients de Fresnel ont alors pour expression :

$$\begin{cases} F_{\perp} = \left| \frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \right|^2 \\ F_{\parallel} = \left| \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \right|^2 \end{cases} \quad (3.134)$$

Afin de simplifier les expressions, nous avons appliqué l'approximation généralement utilisée pour déterminer les coefficients d'indices complexes dans le domaine du visible [Born & Wolf, 1999] :

$$|\hat{n}|^2 = n^2(1 + \kappa^2) \gg 1 \quad (3.135)$$

En appliquant le même raisonnement que nous avons utilisé pour les surfaces diélectriques nous trouvons une relation inversible entre le degré de polarisation  $\rho$ , et l'angle de réflexion  $\theta$  :

$$\rho(\theta) = \frac{2n \tan \theta \sin \theta}{\tan^2 \theta \sin^2 \theta + |\hat{n}|^2} \quad (3.136)$$

En se basant sur la courbe du degré de polarisation obtenue pour  $\hat{n}$  à la Figure 3.37(a), nous remarquons que l'angle de Brewster  $\theta_B$  est beaucoup plus grand pour les matériaux métalliques. Aussi l'ensemble des points dont l'angle  $\theta$  est supérieur à  $\theta_B$ , ont des pentes très élevées. Cette propriété permet de traiter un grand nombre d'objets sans avoir à lever l'ambiguïté sur la détermination de l'angle  $\theta$ .

**3.4.3.1.3 Calibration de la caméra** Nous avons calibré la caméra en utilisant la `toolbox` de Bouguet [Bouguet, 2010] à l'aide d'une mire positionnée à divers endroits de manière à couvrir l'espace de travail. Quelques images de la mire acquises à certaines

localisations sont reportées à la Figure 3.31 et les résultats de la calibration sont fournis à la Figure 3.32.

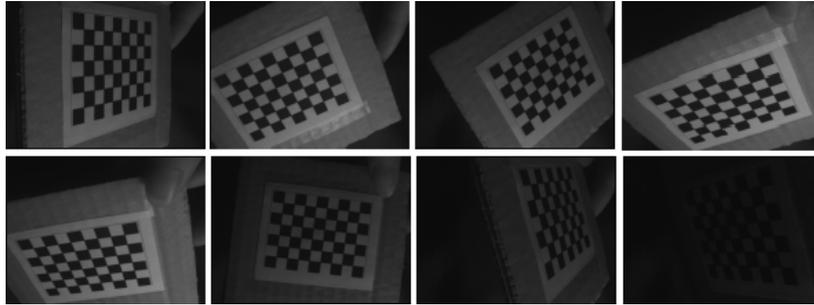
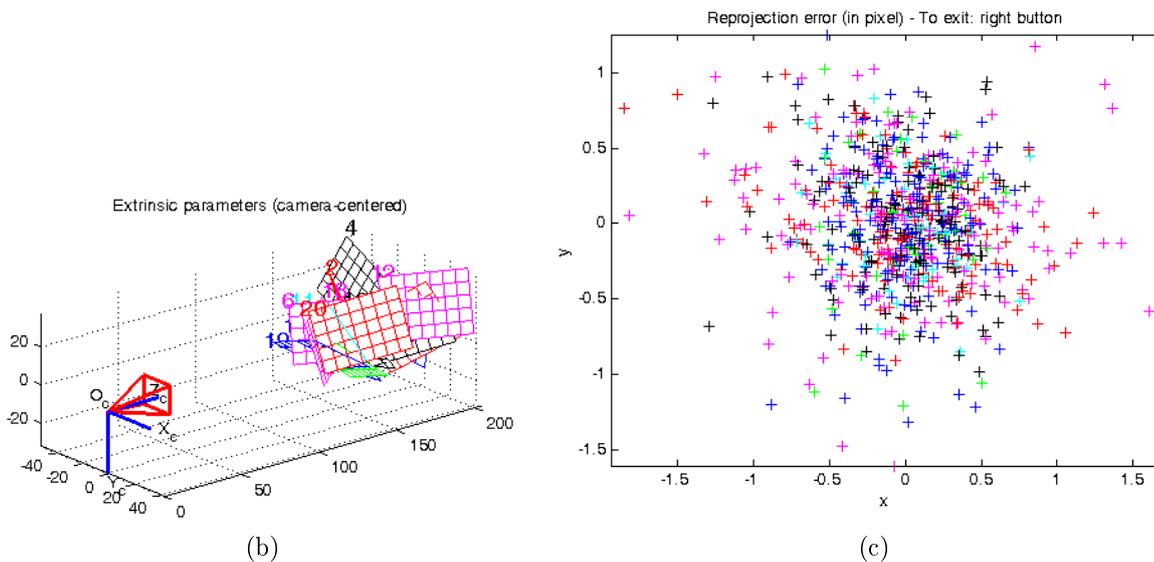


FIGURE 3.31: Quelques images de la mire ayant servi à calibrer la caméra.

Calibration results after optimization (with uncertainties):

```
Focal Length:      fc = [ 1019.72596  1014.23273 ] ± [ 12.79791  12.26630 ]
Principal point:   cc = [ 368.44072  265.84368 ] ± [ 24.79696  19.67293 ]
Skew:             alpha_c = [ 0.00000 ] ± [ 0.00000 ]
Distortion:       kc = [ -0.16985  -0.00000  0.01025  0.01323  0.00000 ]
Pixel error:      err = [ 0.44228  0.41594 ]
```

(a)



(b)

(c)

FIGURE 3.32: Résultats de la calibration : (a) Paramètres intrinsèques ; (b) Paramètres extrinsèques ; (c) Répartition de l'erreur (résidu) associée à l'estimation de chaque point  $j$  de chaque mire  $i$ .

**3.4.3.1.4 Reconstruction de la bille métallique** La bille métallique, Figure 3.33(a), a été reconstruite selon les étapes de reconstructions schématiquement explicitées à la Figure 3.29.

Etape 1 : Acquisition.

37 images d'intensité sont acquises pour différentes valeurs de l'orientation du polariseur  $\alpha$  variant de  $0^\circ$  à  $180^\circ$  par pas de  $5^\circ$ . Cinq images d'intensité sont prises pour un angle du polariseur  $\alpha$  considéré.

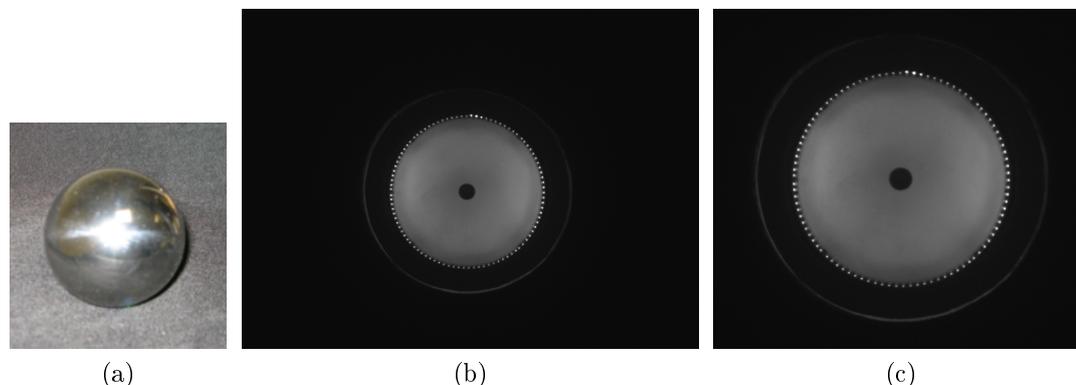


FIGURE 3.33: (a) Bille métallique; (b) Photo polarimétrique acquise pour  $\alpha = 0$ . (c) Zoom de (b).

Etape 2 : Prétraitement des données.

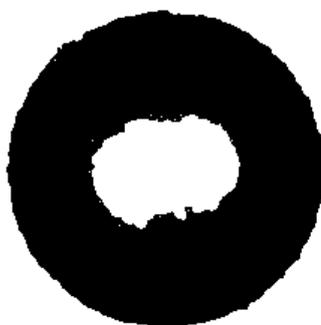
La moyenne des cinq images d'intensité est calculée pour représenter l'image d'intensité acquise à chaque angle  $\alpha$  considéré. Le choix de la moyenne permet de lutter contre les bruits de mesure des images acquises.

Etape 3 : Estimation des paramètres de Stokes.

Les paramètres de Stokes sont estimés selon l'approche décrite à 3.3.2.

Etape 4 : Vérification du modèle.

L'approche développée dans cette étape correspond à la méthode de validation suggérée à la Section 3.4.2.2. La carte binaire résultante est reportée à la Figure 3.34(a) où un pixel noir correspond à un point polarisé bien mesuré détecté et un pixel blanc correspond à un point bruité (ou non polarisé) détecté. La courbe d'intensité associée à un pixel noir et respectivement à un pixel blanc est fournie à la Figure 3.34(b) et 3.34(c).



(a)

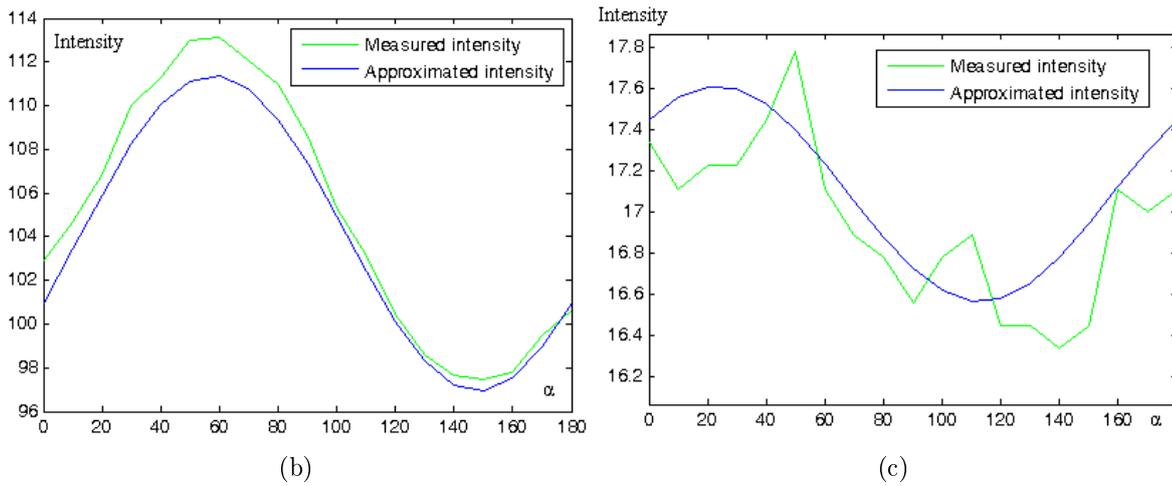


FIGURE 3.34: (a) Carte binaire issue de la méthode de validation; (b) Courbes d'intensités (variant en fonction de  $\alpha$ ) associées à un pixel noir; (c) Courbes d'intensités (variant en fonction de  $\alpha$ ) associées à un pixel blanc.

Etape 5 : Calcul du degré et d'angle de polarisation.

Le degré et l'angle de polarisation sont calculés selon les expressions mentionnées dans 3.3.2. Les images résultantes sont reportée à la Figure 3.35.

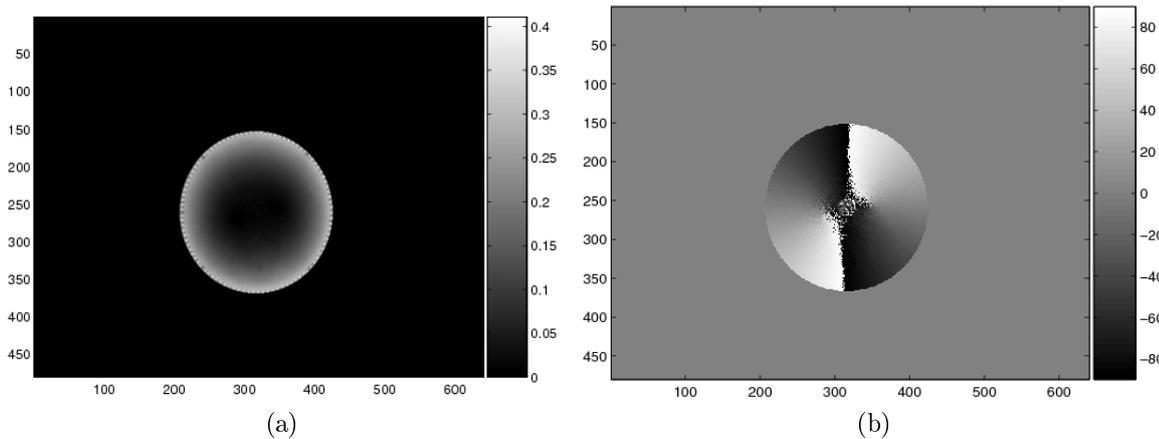


FIGURE 3.35: (a) Degré de polarisation; (b) Angle de polarisation.

Etape 6 : Estimation de l'angle zénithal.

L'angle zénithal est calculé à partir de l'expression du degré de polarisation à l'Equation 3.136. La fonction correspondant à ce dernier étant bijective sur l'intervalle de l'angle zénithal qui nous intéresse, Voir Figure 3.37(a), nous nous affranchissons de la problématique liée à la détermination de l'angle zénithal décrite à la Section 3.3.2. L'image obtenue pour la mesure de l'angle zénithal est reportée à la Figure 3.38(a).

Etape 7 : Estimation de l'angle azimutal.

Nous avons appliqué la méthode de Morel 3.3.3.2 pour lever l'ambiguïté décrite à la Section 3.3.2 sur la détermination de l'angle azimutal en utilisant un éclairage par quadrant illustré à la Figure 3.36. L' $I_{quad}$  obtenue est fournie à la Figure 3.37(b). L'image obtenue pour la mesure de l'angle azimutal est reportée à la Figure 3.38(b).

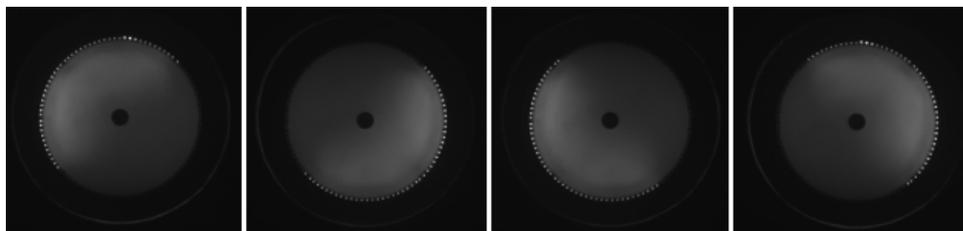


FIGURE 3.36: Acquisition par éclairage par quadrant, ouest, est, nord puis sud.

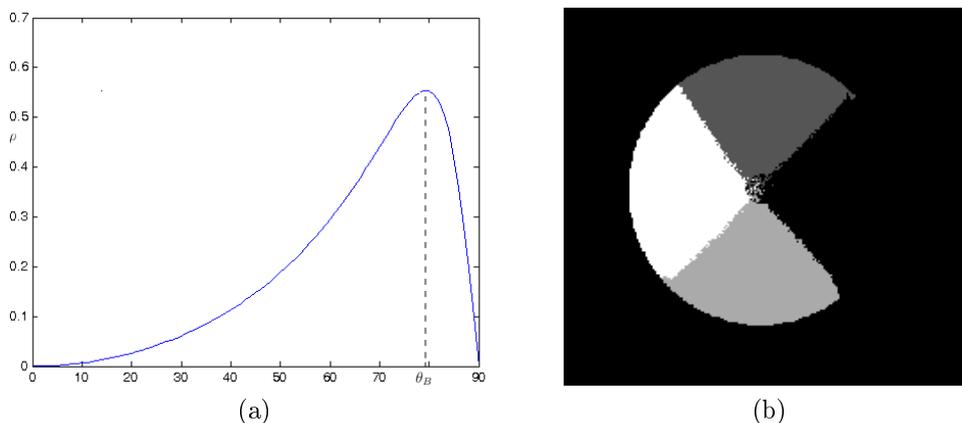


FIGURE 3.37: (a) Courbe du degré de polarisation pour  $\hat{n} = 0.52 + 4.35i$ ; (b)  $I_{quad}$ .

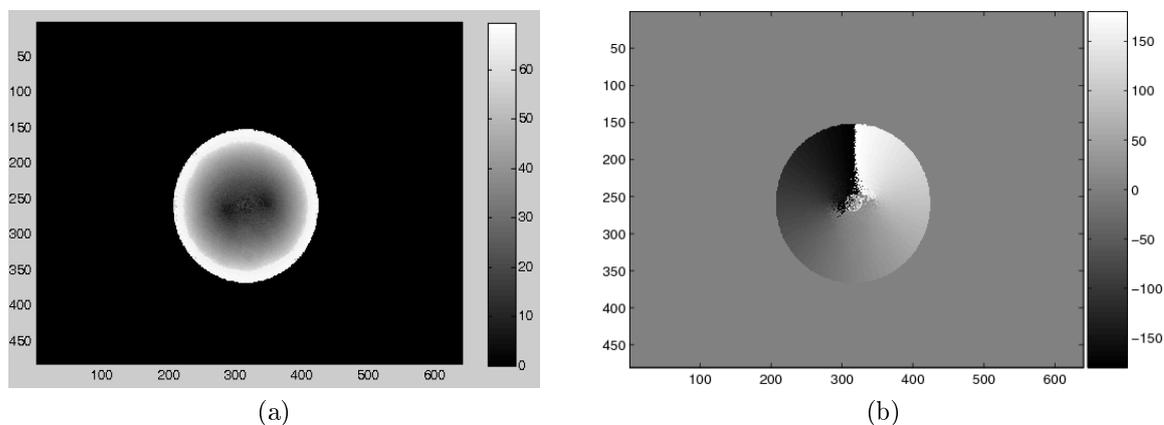


FIGURE 3.38: (a) Angle zénithal; (b) Angle azimutal.

Etape 8 : Calcul de la normale à la surface.

L'expression de la normale à la surface est établie selon l'Equation 3.80 établie à la Section 3.3.1. Les champs de normales obtenus sont illustrés à la Figure 3.39(a).

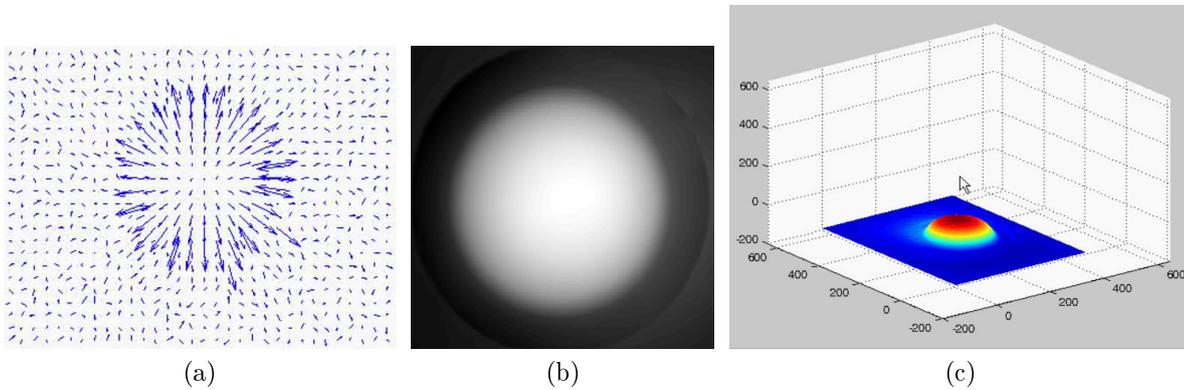


FIGURE 3.39: (a) Champs de normales, (b) Image de profondeur, (c) Modèle 3D obtenu à  $z_0 = 197mm$ , représentés sous matlab.

Etape 9 : Estimation de la surface.

Nous avons calculé la surface 3D en appliquant notre approche décrite à la Section 3.4.2.1 avec  $z_0$  estimée selon la deuxième méthode destinée aux objets non fins. Nos conditions d'acquisitions et calculs donnent une approximation égale à 197mm pour  $z_0$ . La carte de la profondeur ainsi que le modèle 3D de la calotte sphérique et la carte de déviation correspondante obtenus sont reportés à la Figure 3.39(b)(c) et à la Figure 3.41(a)(b).

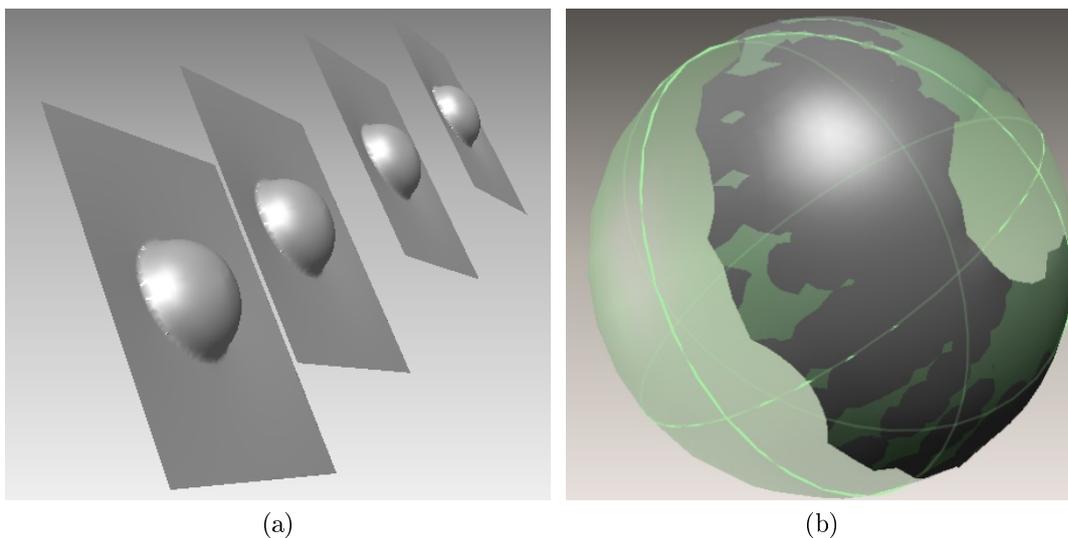


FIGURE 3.40: (a) Différentes calottes sphériques obtenues pour différents  $Z_0$  localisés en mm à  $z_0 = 250, 210, 170, 120$ ; (b) Fitting de la calotte sphérique obtenue (en gris) par notre approche avec une sphère de référence(en vert), Voir ensuite Figure 3.41(d).

La carte de déviation est calculée par ICP (Iterative Closest Point évoquée également au Chapitre 4 Section 4.4) de **Rapidform** à partir du modèle 3D obtenu et du modèle de référence. Ce dernier a été conçu dans **Rapidform** à partir de la connaissance du diamètre réel de la bille métallique et est illustré par la sphère verte de la Figure 3.40(b).

Nous remarquons que le volume de la calotte sphérique reconstruit varie de manière linéaire en fonction de la localisation du plan  $Z_0$ , Figure 3.40(a). Il serait intéressant de mener une étude plus poussée de cette variation dans les tâches à venir. En appliquant le calcul de la surface 3D finale décrite à la Section 3.4.2.2, nous obtenons une calotte sphérique de précision nettement améliorée. En effet la moyenne et l'écart type de la carte de déviation du modèle reconstruit excluant les points bruités, Figure 3.41(c)(d), sont nettement inférieurs à ceux obtenus par le modèle reconstruits considérant tous les points acquis, Figure 3.41(a)(b). Nous avons approximativement  $\mu = 0.21mm$ ,  $\sigma = 0.32mm$  contre  $\mu = 0.37mm$ ,  $\sigma = 0.46mm$  avec respectivement un nombre de points de 1139 et de 307200 (640x480).

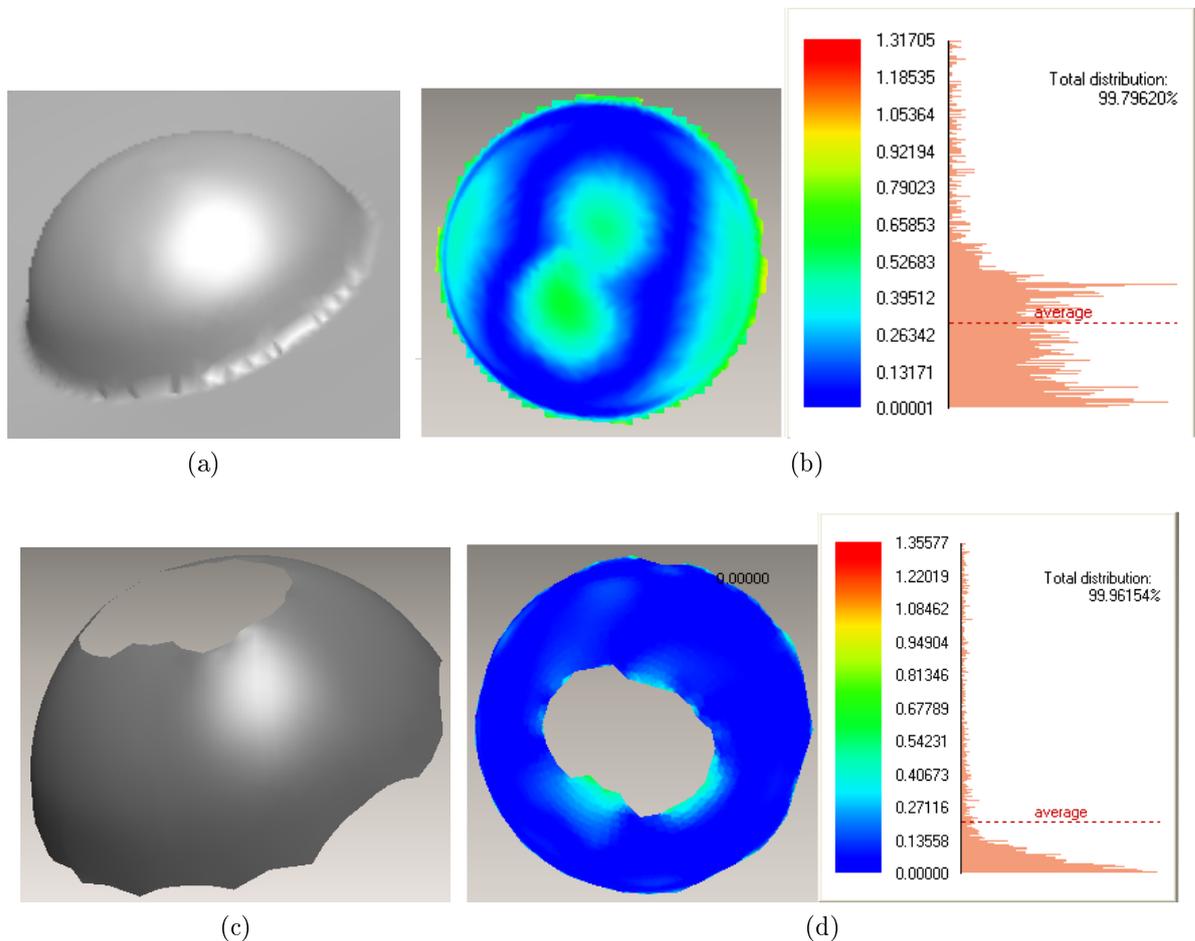


FIGURE 3.41: (a) Modèle 3D obtenu considérant tous les points ; (b) La carte de déviation correspondante,  $\mu = 0.37mm$ ,  $\sigma = 0.46mm$ . (c) Modèle 3D obtenu excluant les points bruités détectés ; (d) Carte de déviation correspondante,  $\mu = 0.21mm$ ,  $\sigma = 0.32mm$ .

Nous observons un réhaussement de la calotte sphérique reconstruite à partir uniquement des points bien mesurés détectés Figure 3.41(c) par rapport à celle obtenue de manière classique, 3.41(a). Nous avons quantifié la différence des deux modèles en calculant la carte de déviation obtenue par ICP de ceux-ci, Figure 3.42. Nous avons trouvé une moyenne de  $\mu = 1.78mm$  et un écart type de  $\sigma = 1.79mm$ .

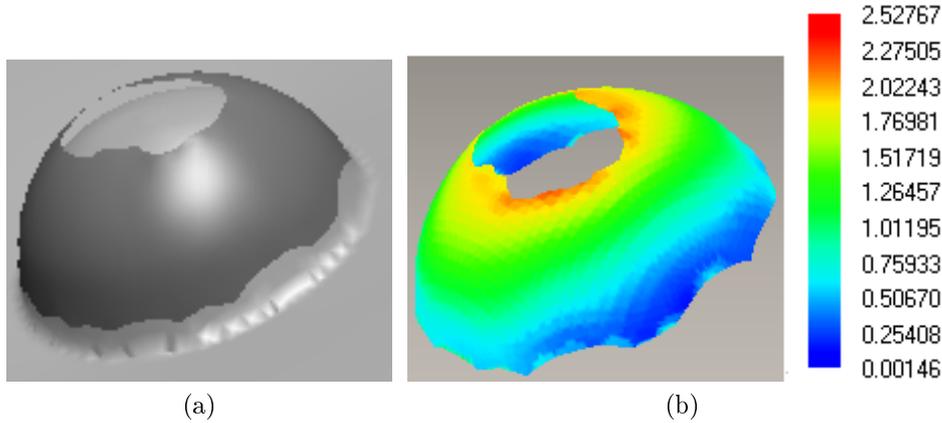


FIGURE 3.42: (a) Comparaison des modèles 3D obtenus à la Figure 3.41(a) et à la Figure 3.41(c); (b) Carte de déviation correspondante  $\mu = 1.78mm$  et  $\sigma = 1.79mm$ .

La calotte sphérique obtenue en utilisant notre approche de reconstruction schématiquement résumée à la Figure 3.29 est dotée d'un trou au centre. Ce dernier correspond à l'orifice du dôme (Figure 3.15 de l'hypothèse 5 3.3.1) prévu pour placer la caméra. Il est détecté de manière automatique par notre algorithme de validation. Nous renvoyons le lecteur à la Figure 3.33(b)(c) pour l'image de l'objectif sur la bille métallique, à la Figure 3.34 pour la détection automatique de l'objectif non polarisé et à la Figure 3.41(c) pour la reconstruction finale correspondante obtenue .

Cependant, la forme du trou (n'étant pas un cercle) atteste l'influence de l'effet perspectif de la lentille non télécentrique utilisée malgré la distance d'acquisition adoptée. Malgré tout, le modèle 3D final obtenu est une calotte sphérique prometteuse avec une précision satisfaisante, Figures 3.40(b) et 3.41(c)(d).

#### Remarque important sur les critères adoptés

La carte binaire obtenue initialement est dotée d'une petite marque circulaire de l'objectif au centre, le critère 3 de la méthode de validation, Section 3.4.2.2, n'ayant pas encore été élaboré, Voir Figure 3.45(a). Les fausses détections (Figure 3.45(b)) nous avaient conduits à renforcer les critères de l'approche de validation en modifiant la valeur des seuils et en élaborant le critère 3 mis en place dernièrement.

**3.4.3.1.5 Extension de l'application sur un autre objet métallique** Nous avons appliqué notre approche sur une cuillère métallique d'indice de réfraction connu,  $\hat{n} = 1.34 + 5.35i$ . Nous avons gardé les mêmes conditions d'acquisitions que précédemment. La cuillère étant d'épaisseur moins importante, nous avons estimé  $z_0$  par la pre-

mière méthode décrite à la Section 3.4.2.1 dédiée aux objets fins.  $z_0$  a été ainsi déterminée pendant le calibrage et vaut approximativement  $192mm$ . Les illustrations relatives à la reconstruction de la cuillère sont fournies à la Figure 3.43.

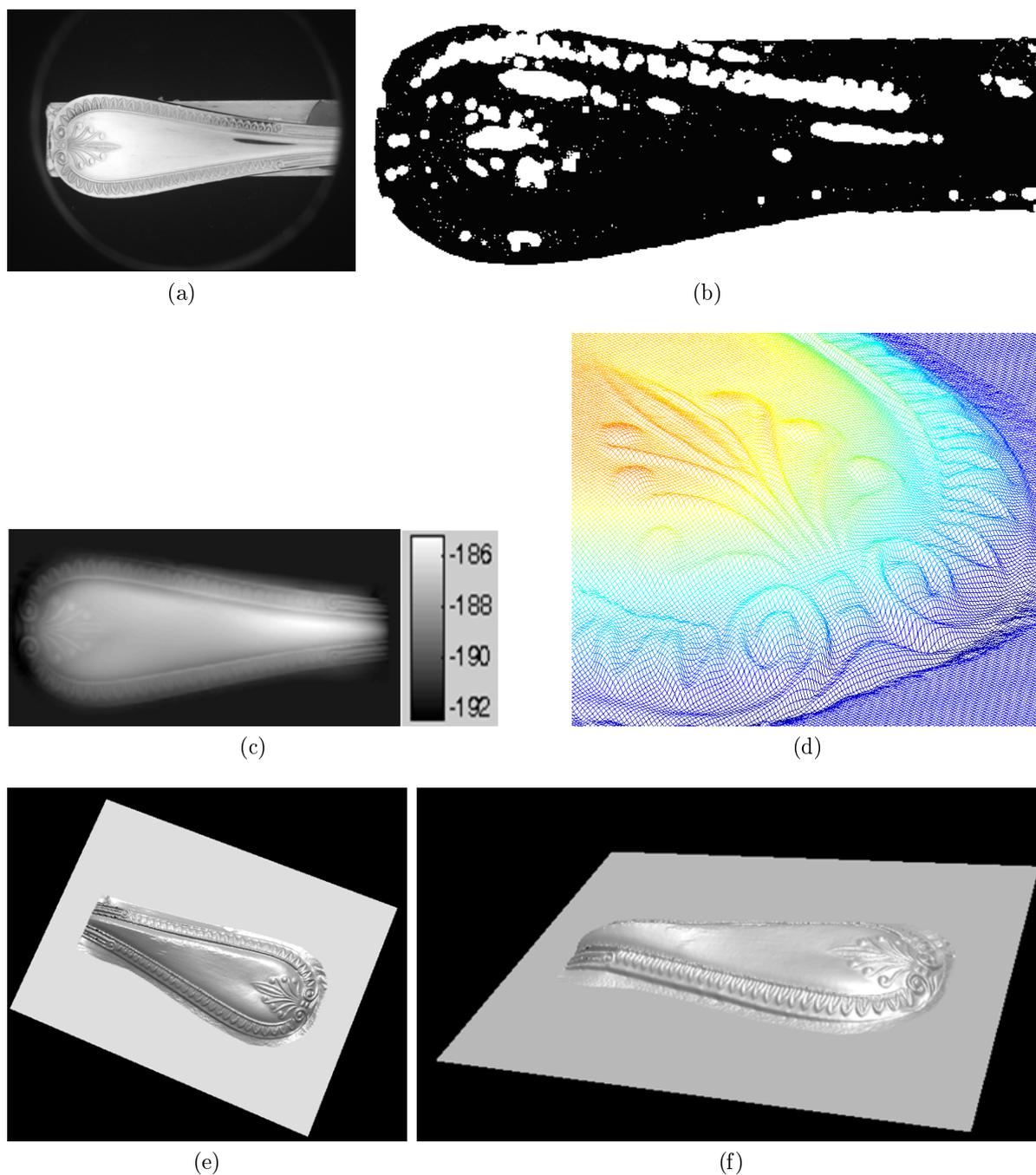


FIGURE 3.43: Illustration associée à la reconstruction de la cuillère métallique : (a) Photo ;(b) carte binaire ;(c) Image de profondeur ; (d) Maillage 3D ; (e)(f) Modèles 3D sous différents angles de vue.

La carte binaire nous a permis de valider les conditions d'acquisitions. En revanche la reconstruction a été effectuée en utilisant un masque fabriqué manuellement, Figure 3.51(a). Le modèle 3D classique est reporté à la Figure 3.50 et une comparaison entre une image 2D et le modèle 3D obtenu est illustrée à la Figure 3.51(b)(c) des illustrations supplémentaires attestant la performance (décelée visuellement) de notre méthode.

**3.4.3.1.6 Illustrations supplémentaires** Voici quelques figures supplémentaires illustrant nos manipulations et les résultats

- relatifs à la bille métallique :

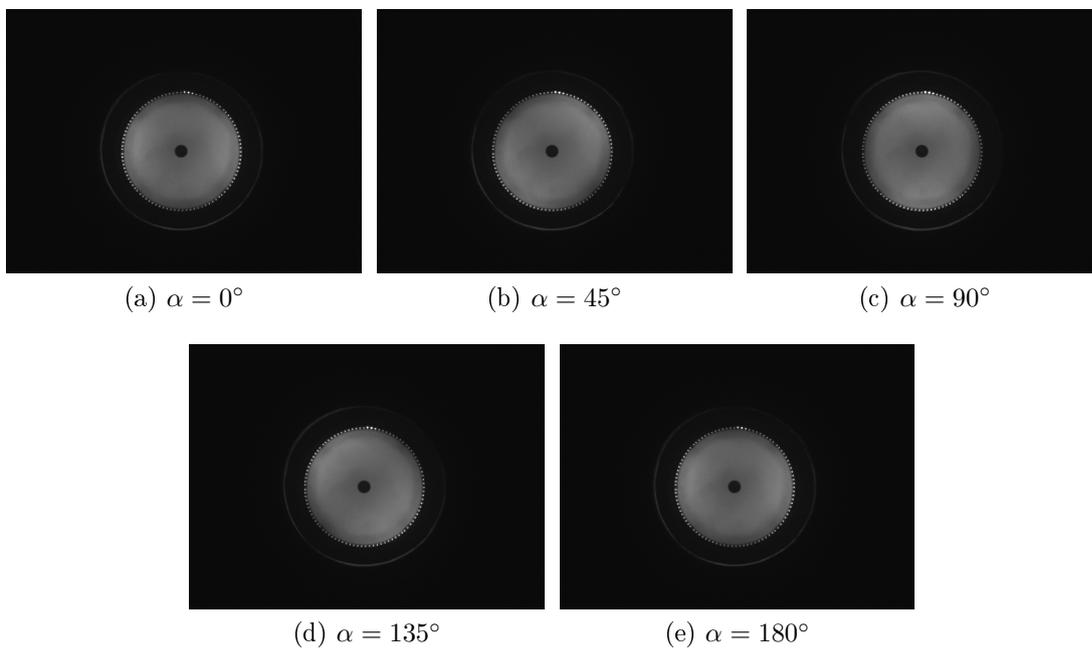
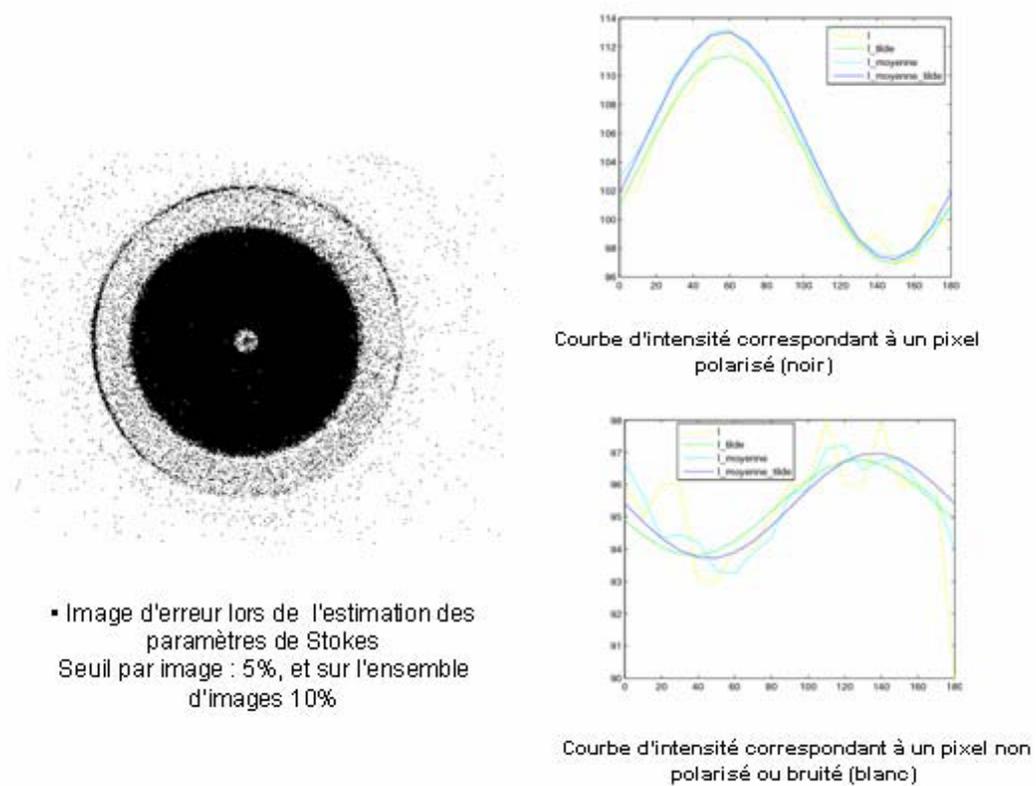
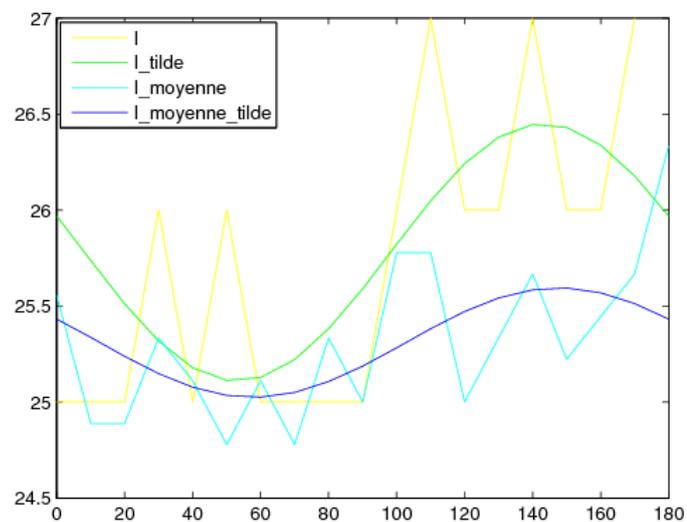


FIGURE 3.44: Images polarimétriques acquises pour certains  $\alpha$ .



(a)



(b)

FIGURE 3.45: (a) Carte binaire initiale résultant de l'algorithme associé à la méthode de validation, Section 3.4.2.2, le critère 3 n'ayant pas encore été élaboré ; (b) Illustration d'une fausse détection due à la non prise en compte des dérivées des intensités : Courbes d'intensité obtenues associées à un pixel noir, pixel classifié bien mesuré.

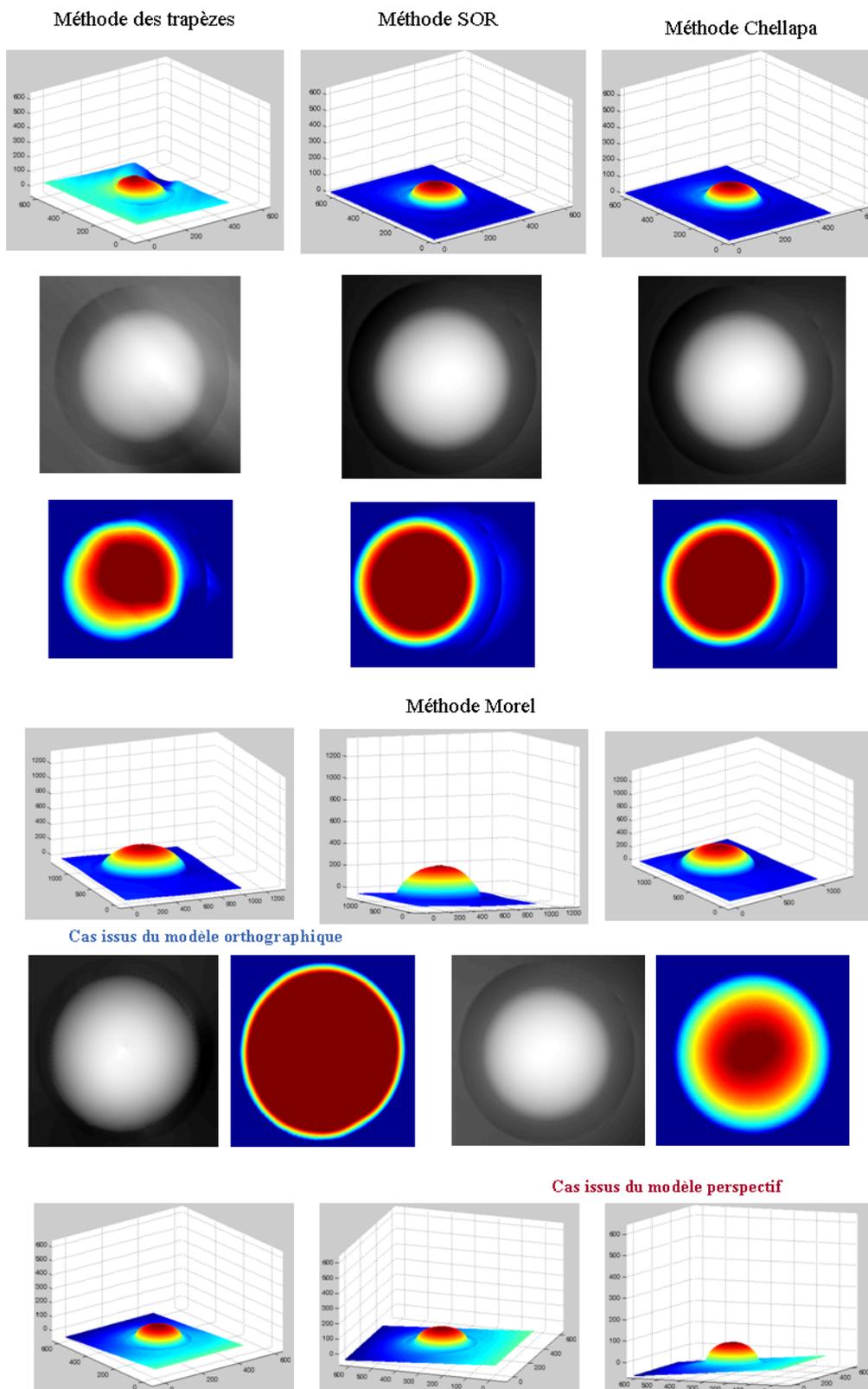


FIGURE 3.46: Comparaison des modèles 3D obtenus selon le schéma numérique utilisé. Ordre d'apparition : modèle 3D, carte de profondeur, modèle 3D vu de dessus.

Nous avons également tenté de numériser deux billes métalliques placées d'une contre l'autre de manière à mettre en évidence les inter-réflexions induites. Les résultats sont reportés à la Figure 3.47.

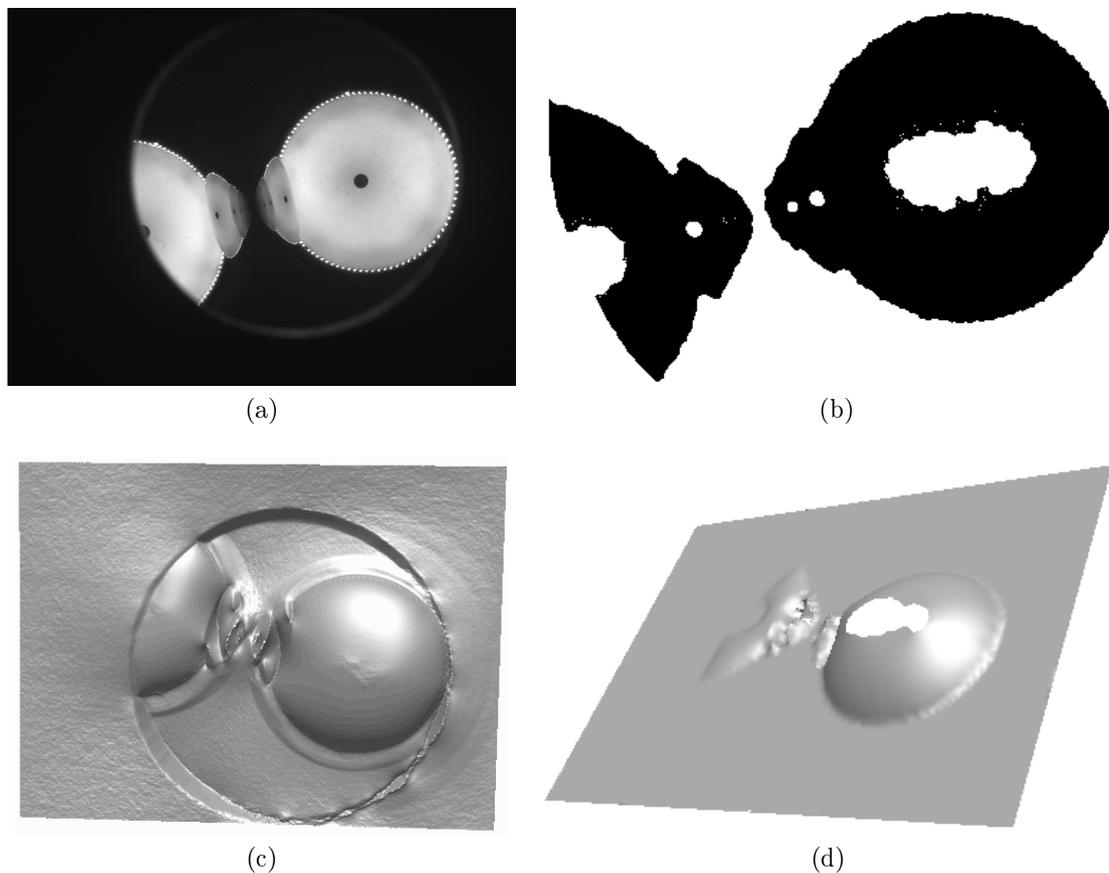
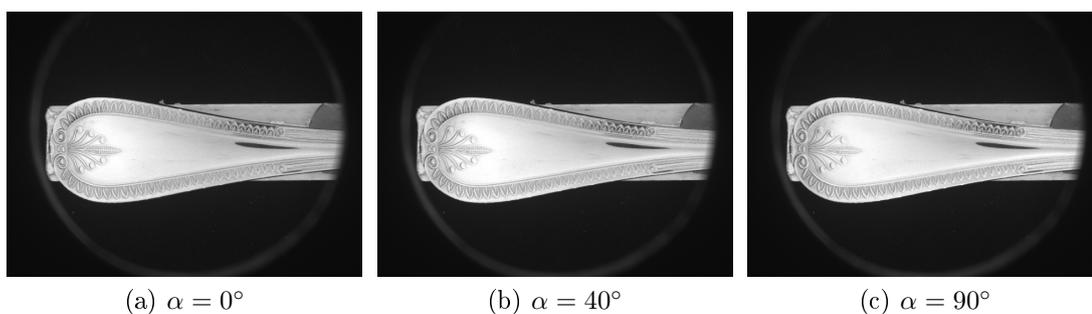


FIGURE 3.47: Illustration relative aux inter-réflexions produites par deux billes métalliques : (a) Image 2D ; (b) Carte binaire issue de la méthode de validation ; (c) Reconstruction 3D classique ; (d) Reconstruction 3D considérant uniquement les points polarisés bien mesurés.

- relatifs à la cuillère métallique :

(a)  $\alpha = 0^\circ$ (b)  $\alpha = 40^\circ$ (c)  $\alpha = 90^\circ$

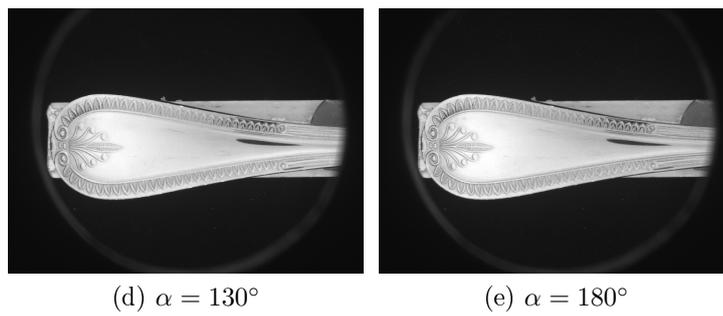


FIGURE 3.48: Images polarimétriques acquises pour certains  $\alpha$ .

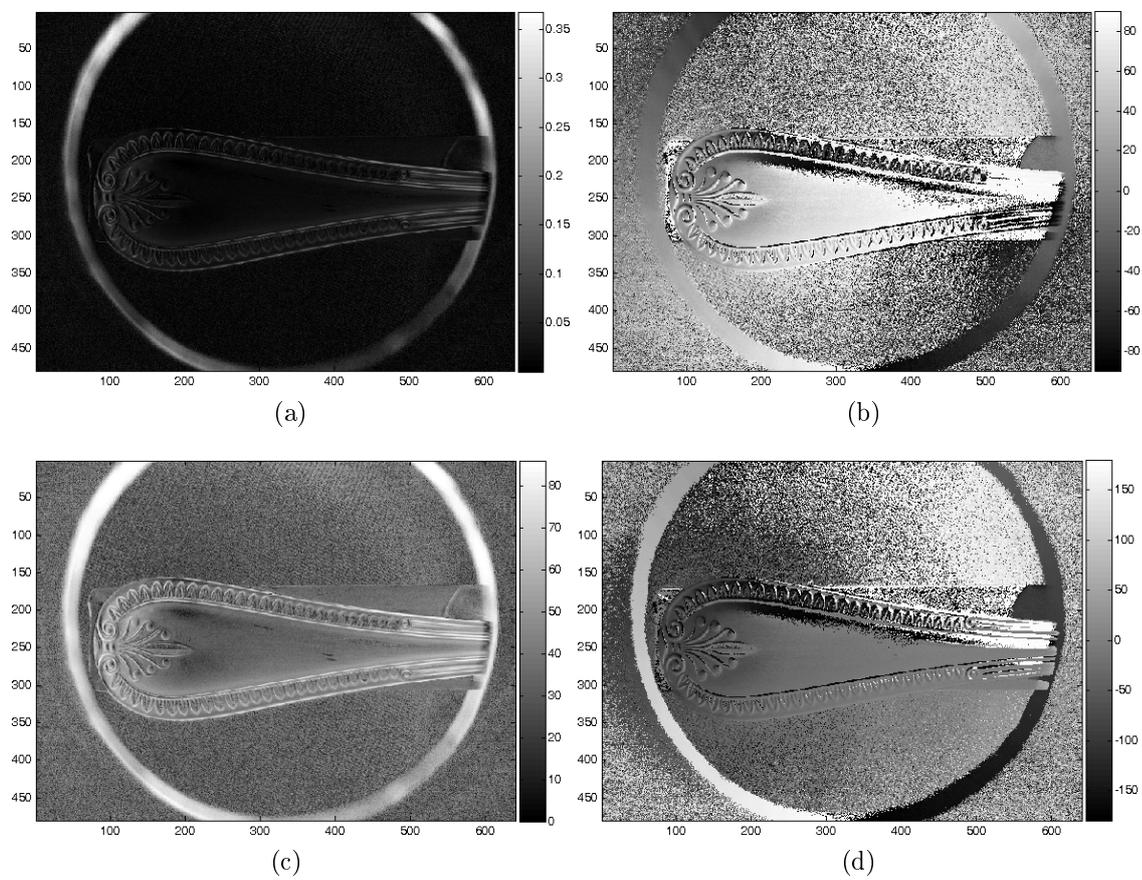


FIGURE 3.49: (a) Le degré de polarisation; (b) L'angle de polarisation; (c) L'angle zénithal; (d) L'angle azimutal.

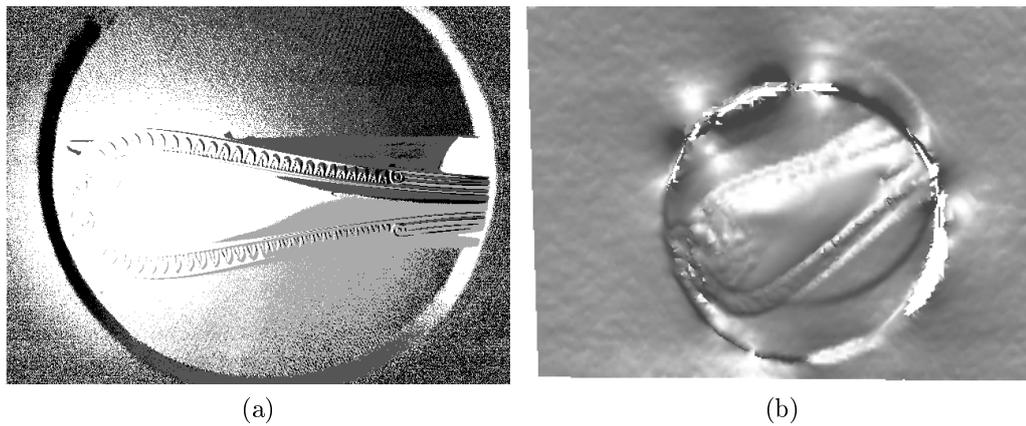


FIGURE 3.50: (a) Iquad ; (b) Reconstruction 3D par polarimétrie classique à partir de tous les points.

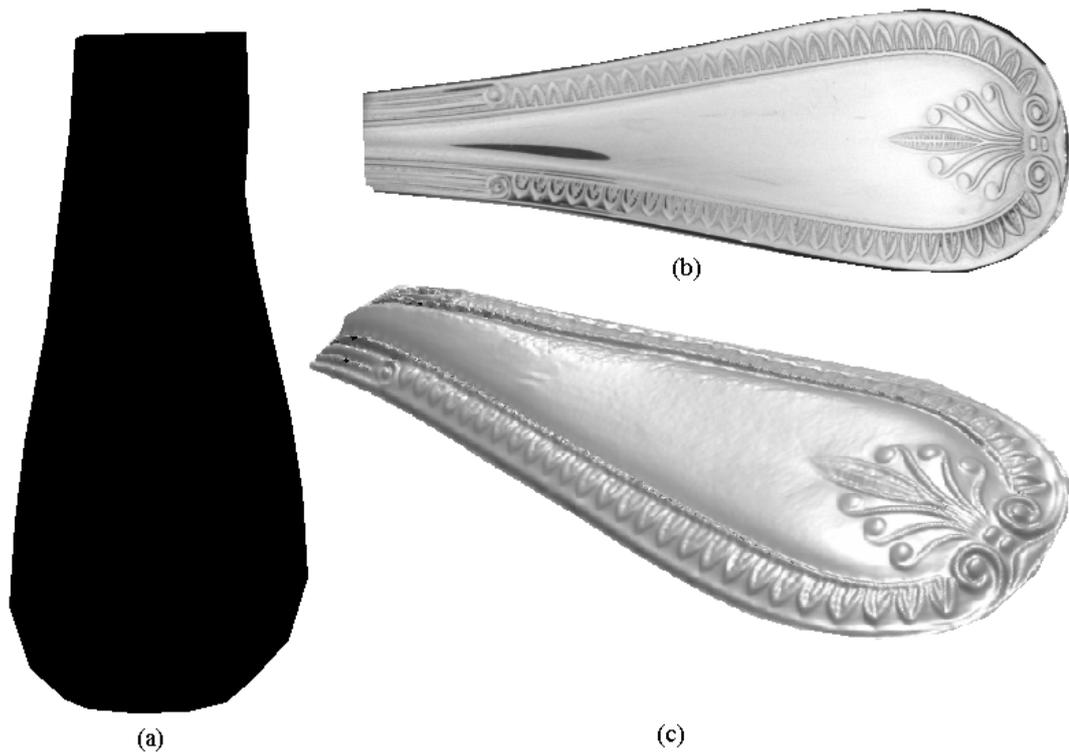


FIGURE 3.51: (a) Le masque utilisé ; (b) Image 2D ; (c) Modèle 3D complémentaire à la Figure 3.43(e)(f), obtenue en utilisant notre approche, c-à-d reconstruction basée sur le masque.

### 3.4.3.2 Dans l'IR

**3.4.3.2.1 Descriptif du dispositif** Le système (Figure 3.52(a) et Figure 3.54(d)) qui a été mis en œuvre visant à valider notre approche de reconstruction par polarisation comprend :

- une caméra thermique Flir sensible de  $3\mu\text{m}$  à  $5\mu\text{m}$ , de résolution 640x480, équipée d'un objectif non télécentrique de 24.5mm de focale et montée avec 300mm de distance de travail, Voir Figure 3.54(a) ;
- un polariseur  $ZnSe$  IR linéaire rotatif manuel d'angle  $\alpha$ , de plage variant de  $1\mu\text{m}$  à  $15\mu\text{m}$ , Voir Figure 3.54(a) ;
- un dôme IR d'émission diffuse complète et réglable par quadrant que nous avons construit, Voir Figure 3.53. Il est défini par deux éléments indépendamment maniables dont le montage est illustré à la Figure 3.52 et à la Figure 3.54(b)(c)(d). Il est constitué ainsi d' :
  - une plaque de 56 résistances de même nature ( $12\Omega$  et  $0.25W$ ) alimentée par un générateur de  $12V$ , Voir Figure 3.53(c)(d). Le montage par quadrant<sup>9</sup> étant indépendant<sup>10</sup>, la tension d'alimentation du dôme utilisée ( $9V$ ) doit être inférieure à  $12V$ , la tension limite maximale d'un quadrant si une résistance qui la compose est caractérisée par une tension maximale de  $1.7V$  ( $P = U^2/R$ , si l'on dénote  $P$  la puissance en *Watt*( $W$ ) d'une résistance,  $U$  la tension en *Volt*( $V$ ) et  $R$  la résistance en *Ohm*( $\Omega$ )) avec une intensité maximale de  $0.45A$  ( $P = R.I^2$ , si l'on dénote  $I$  l'intensité du courant en *Ampèremètre*( $A$ )) ;  
Durant les acquisitions, la température d'une résistance mesurée est de  $60^\circ$ , ce qui correspond approximativement à une radiation maximale atteinte à  $8.7\mu\text{m}$  selon la loi de Wien [Planck, 1900] ;
  - une pièce couvrante dotée d'un orifice prévu pour placer la caméra. La paroi intérieure de la pièce est recouverte de papier aluminium pour une bonne répartition et diffusion des ondes IR générées par les résistances, Voir Figure 3.53(a)(b) ;
- Un bout de verre de forme complexe, Voir Figure 3.55(a). Les Figure 3.52(b) et 3.54(c) illustrent l'emplacement des objets à reconstruire durant les mesures associées au montage polarimétrique proposé ;
- Un PC (2.49GHz, 3.5Go de RAM).

9. Un quadrant est composé de 14 ( $56/4$ ) résistances.

10. Chaque quadrant est alimenté par la tension source du générateur.

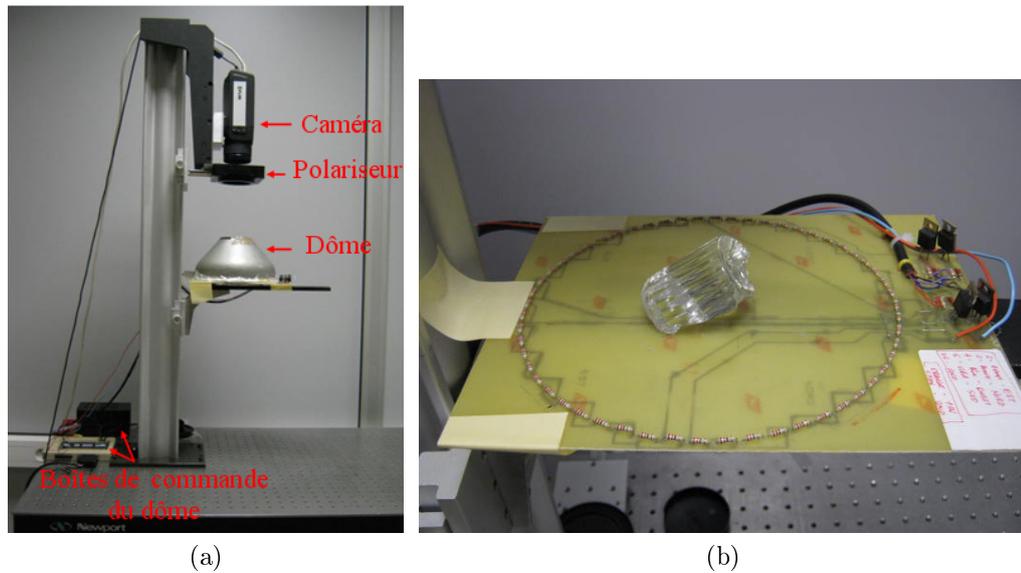


FIGURE 3.52: (a) Le dispositif polarimétrique IR utilisé ; (b) Illustration des conditions d'acquisition liées à l'emplacement de l'objet mesuré par le système.

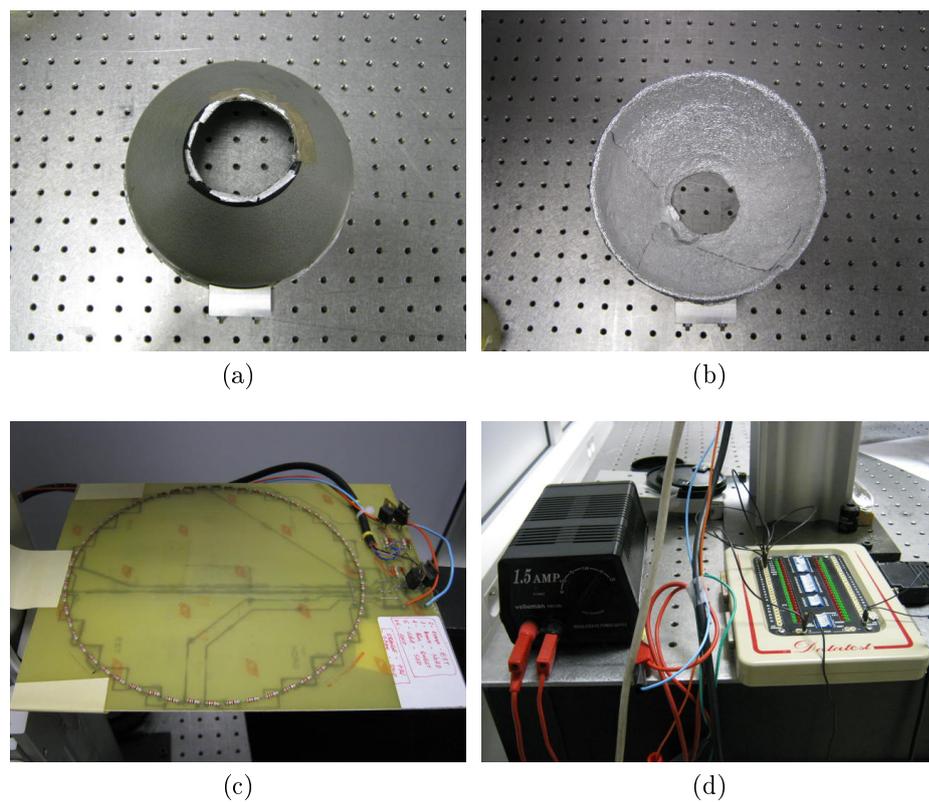


FIGURE 3.53: Le dôme IR utilisé : (a)(b) La pièce couvrante vue respectivement de l'extérieur et de l'intérieur. (c) La plaque de résistance ; (d) La source d'alimentation des résistances et la boîte de commande assurant la génération par quadrant d'IR.

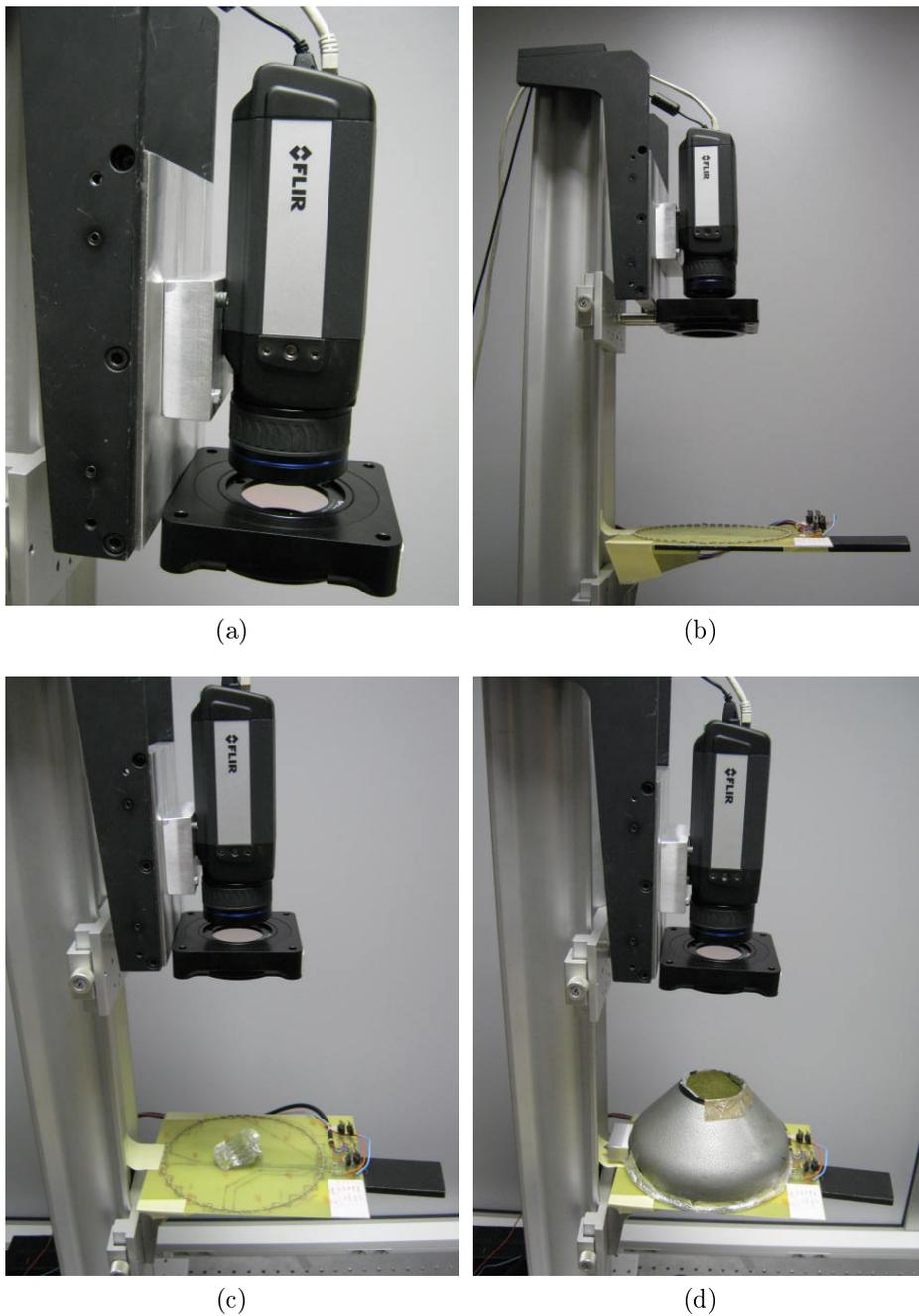


FIGURE 3.54: Le déroulement du montage polarimétrique : (a) Un zoom sur la caméra IR et le polariseur IR ; (b) Illustration de la distance de travail adoptée ; (c) Placement de l'objet à mesurer au centre du dôme ; (d) Le dispositif final monté.

**3.4.3.2.2 Calibration de la caméra** Nous avons calibré la caméra à l'aide de la toolbox de Bouguet [Bouguet, 2010] comme précédemment dans le visible. La mire utilisée est une mire thermique construite à partir de deux matériaux d'émissivité différente. Son fond est en plastique et les carrés de calibration sont en cuivre (Figure 3.55(b)).

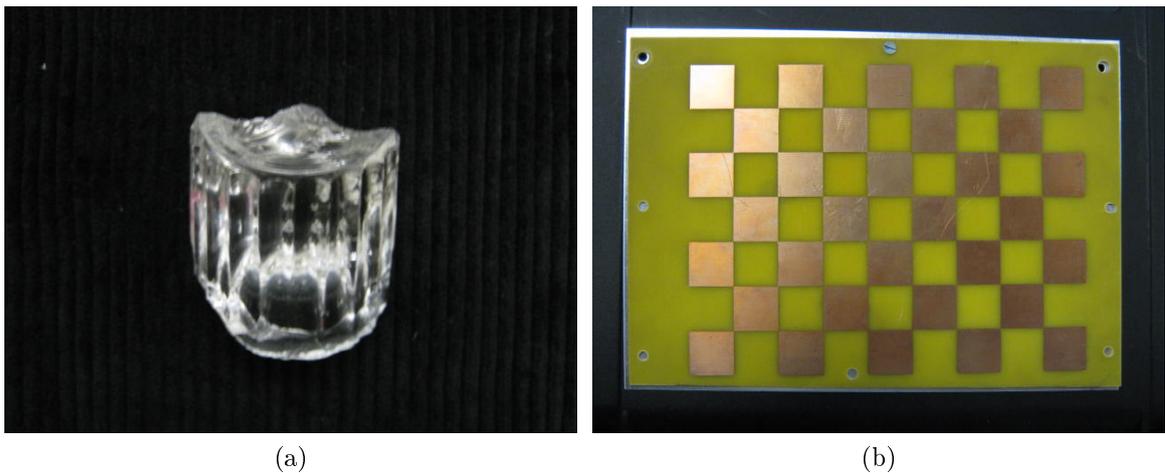


FIGURE 3.55: (a) Le verre considéré dans l'IR ; (b) La mire thermique.

Les différentes acquisitions de la mire par la caméra thermique sont illustrées à la Figure 3.56. Les images brutes sont acquises puis traitées à l'aide du logiciel de la caméra (Voir Figure 3.68) en fixant certains paramètres afin d'obtenir un rendu d'images d'intensité en niveau de gris (blanc et noir comme constatées à la Figure 3.56(d)(e)(f)). Toutes les images polarimétriques acquises sont reformatées de la même manière avant d'appliquer la procédure de reconstruction. D'ailleurs les images polarimétriques IR présentées par la suite sont celles reformatées et exploitables par l'algorithme de reconstruction. La Figure 3.57 relate les résultats de la calibration qui sont acceptables. La distance caméra-support  $z_0$  estimée vaut 300mm.

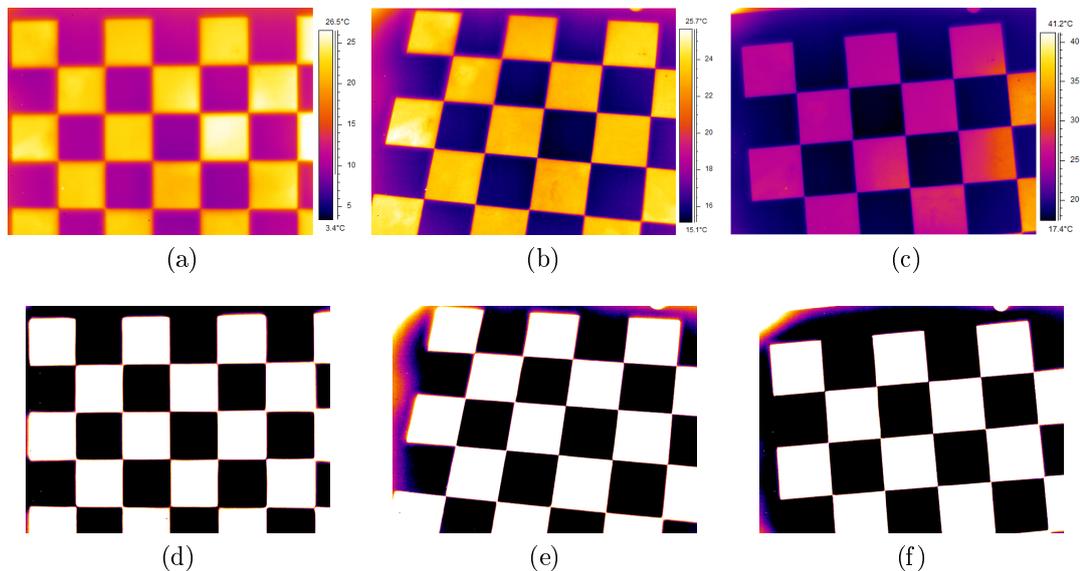
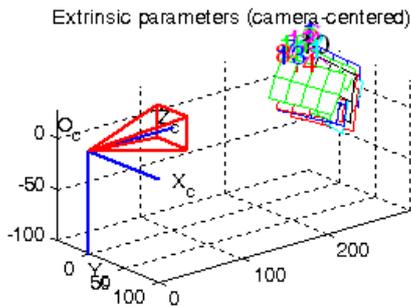


FIGURE 3.56: Illustration de certaines images de la mire thermique utilisées pour le calibrage de la caméra IR : (a)(b)(c) Les images brutes et (d)(e)(f) Les images traitées correspondantes.

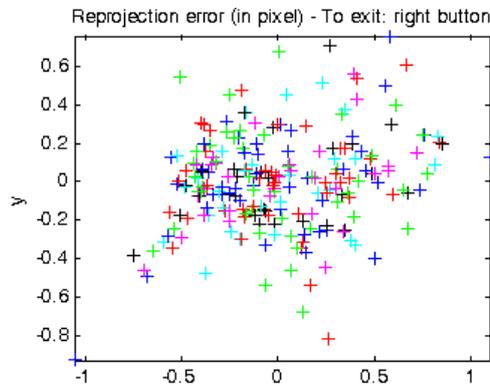
```

Focal Length:      fc = [ 1481.29895   1484.49548 ] ± [ 64.92924   62.86531 ]
Principal point:   cc = [ 327.51582   242.82443 ] ± [ 10.75941   34.74665 ]
Skew:             alpha_c = [ 0.00000 ] ± [ 0.00000 ]
Distortion:       kc = [ -0.03559   0   -0   -0   0 ] ± [ 0.04359   0   0   0   0 ]
Pixel error:      err = [ 0.37432   0.25998 ]
    
```

(a)



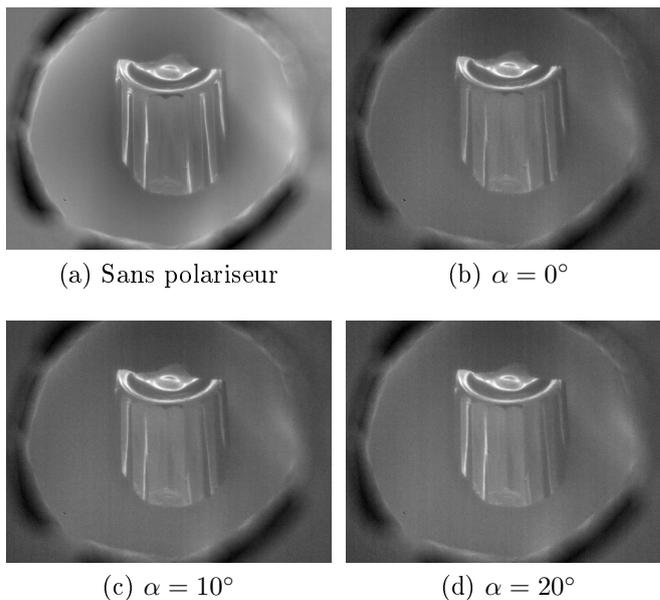
(b)

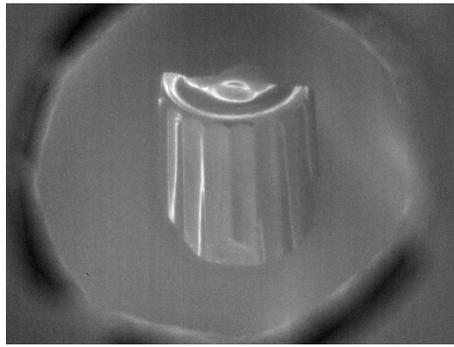


(c)

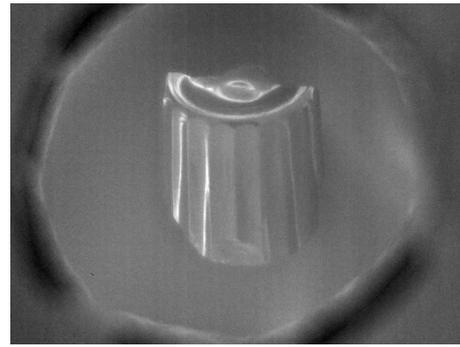
FIGURE 3.57: Résultats de la calibration : (a) Paramètres intrinsèques ; (b) Paramètres extrinsèques ; (c) Répartition de l'erreur associée à l'estimation des paramètres.

**3.4.3.2.3 Reconstruction du verre considéré** Le verre présenté à la Figure 3.55(a), a été reconstruit de la même manière que la cuillère métallique, Voir Section 3.4.3.1. 19 images polarimétriques sont acquises pour  $\alpha$  variant de  $0^\circ$  à  $180^\circ$  par pas de  $10^\circ$  et sont reportées à la Figure 3.58 de (b) à (l), la (a) correspondant à l'acquisition du verre sans le polariseur. Des images brutes pour  $\alpha = 0^\circ$  et  $\alpha = 90^\circ$  sont illustrées plus bas à la Figure 3.67.

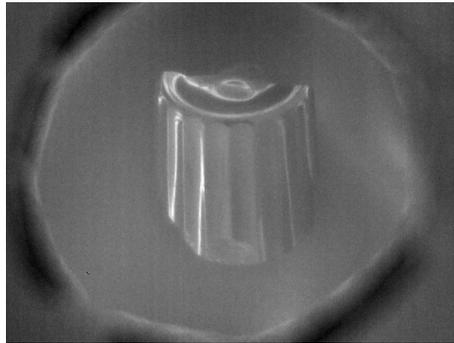




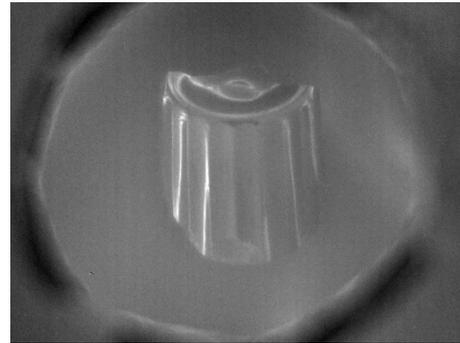
(e)  $\alpha = 30^\circ$



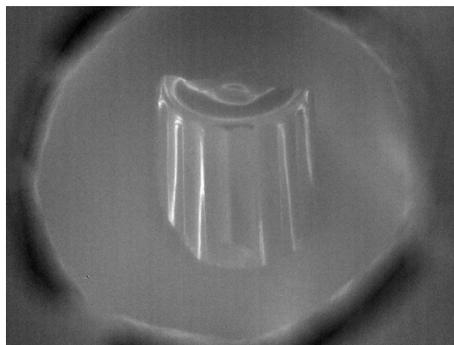
(f)  $\alpha = 40^\circ$



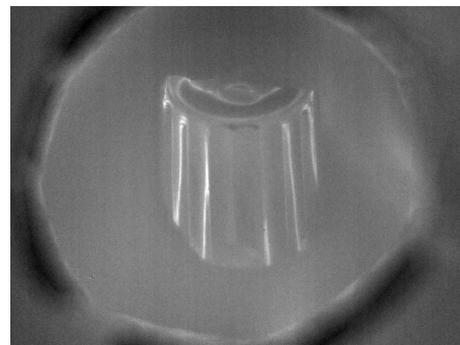
(g)  $\alpha = 50^\circ$



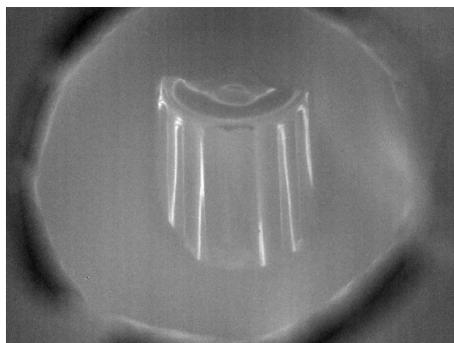
(h)  $\alpha = 60^\circ$



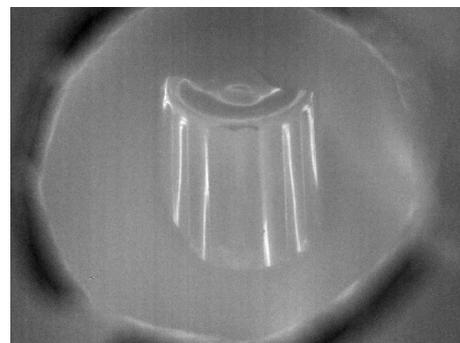
(i)  $\alpha = 70^\circ$



(j)  $\alpha = 80^\circ$



(k)  $\alpha = 90^\circ$



(l)  $\alpha = 100^\circ$

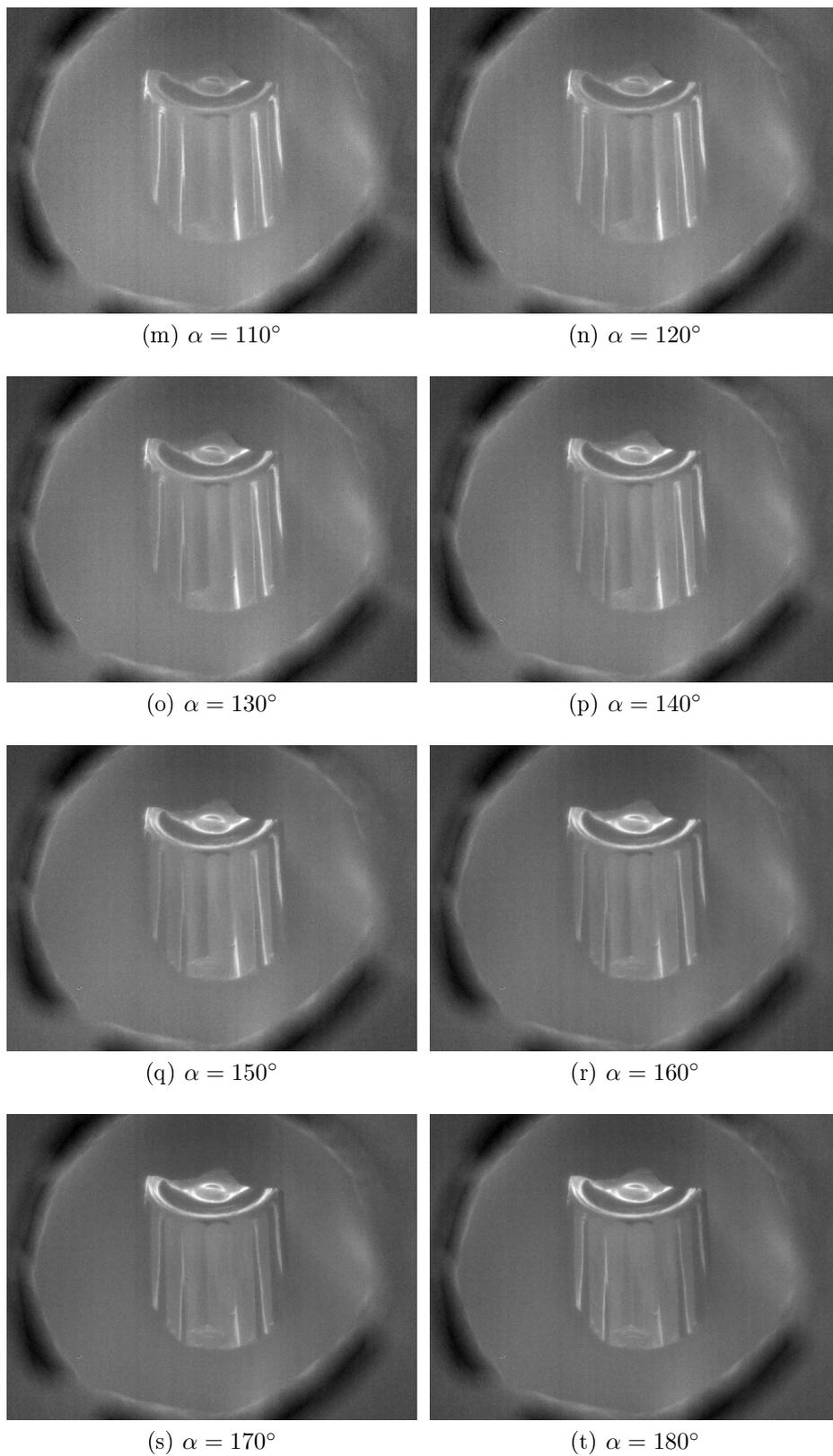


FIGURE 3.58: (a) Image thermique du verre acquise sans le polariseur ; (b) à (t) Images polarimétriques IR du verre pour une orientation  $\alpha$  considérée du polariseur.

La carte de validation est reportée à la Figure 3.59. Nous précisons de nouveau qu'elle nous sert à valider les conditions expérimentales dans lesquelles se sont déroulées les acquisitions des images polarimétriques sans avoir à connaître l'indice de réfraction de l'objet considéré en question. Nous constatons qu'un bon pourcentage de notre objet d'intérêt (70% environ) est polarisé et bien mesuré. Ainsi, la procédure de reconstruction se poursuit et la reconstruction complète de la section du verre détectée par la caméra s'effectue en utilisant le masque présenté à la Figure 3.69(c). Des points en dehors du verre considéré sont détectés également polarisés. Hormis les quelques fausses détections, ces points correspondent à une partie de la pièce couvrante dont l'extérieur est fait en métal. Une perspective de notre approche pourrait être l'extension de l'application sur des métaux émettant une réflexion spéculaire dans l'IR.

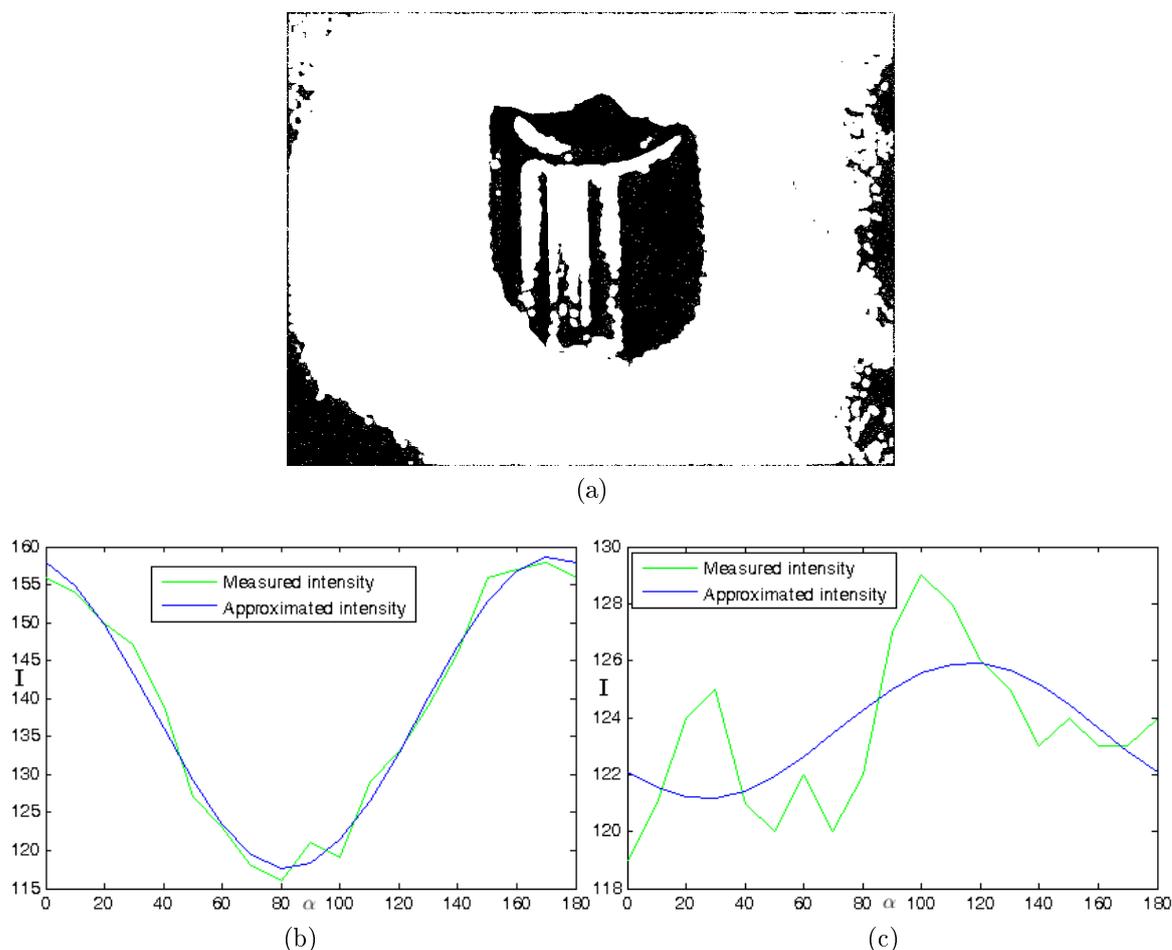


FIGURE 3.59: Illustrations relatives à la méthode de validation : (a) La carte binaire où les pixels noirs correspondent aux points polarisés bien mesurés détectés et les pixels blancs aux points non polarisés ou polarisés bruités détectés ; (b) Courbes d'intensités  $I$  (variant en fonction de  $\alpha$ ) associées à un pixel noir de coordonnées image (110, 325) ; (c) Courbes d'intensités  $I$  (variant en fonction de  $\alpha$ ) associées à un pixel blanc de coordonnées image (322, 292).

Les images du degré et de l'angle de polarisation sont respectivement reportées à la Figure 3.60(a) et à la Figure 3.60(b). Bien que le degré de polarisation s'avère faible comparé (un maximum de 0.25, confirmé par la Figure 3.62) à celui de la bille métallique dans le visible (Voir Figure 3.35(a) et 3.37(a)), celui-ci demeure exploitable pour l'application.

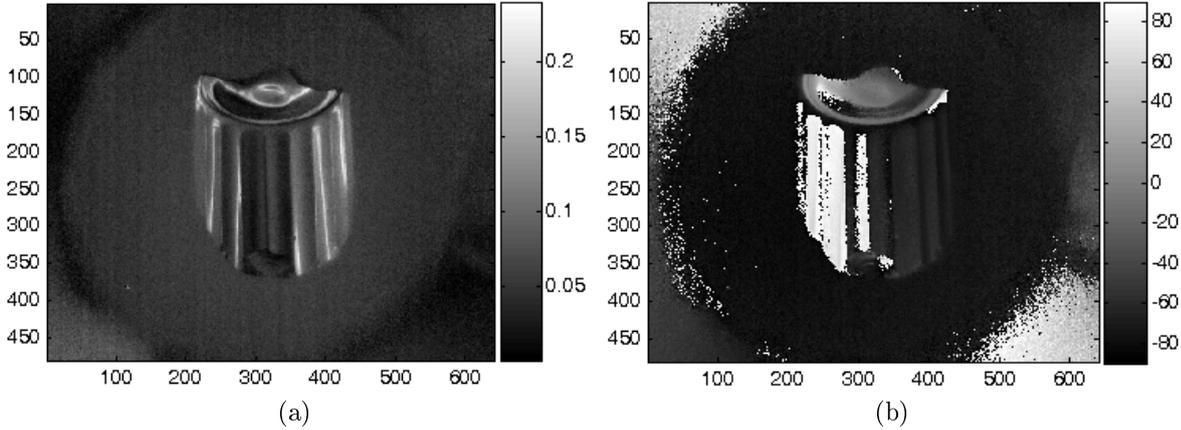


FIGURE 3.60: (a) Degré de polarisation ; (b) Angle de polarisation.

**Le lever d'ambiguïté de l'angle zénithal** a été effectué en utilisant un indice de réfraction complexe du verre. Ainsi le raisonnement demeure identique à celui vu précédemment pour les métaux spéculaires dans le visible à la Section 3.4.3.1.

#### Explication

La dispersion et l'absorption de la lumière IR incidente par le verre est dû aux impuretés et aux imperfections qui le constituent (Voir Chapitre 4 Section 4.2 pour la composition et les impuretés des verres). Ces phénomènes physiques se traduisent par la nature complexe de l'indice de réfraction du verre dans l'IR [Tropf et al., ]. Dans le cadre de notre application cet indice de réfraction a été déterminé de manière empirique dans la mesure où nous disposons d'aucune connaissance des composants du verre considéré. Par la suite l'indice de réfraction<sup>11</sup> adopté est  $\hat{n} = 1.6 + 3.5i$ .

#### Validation de l'indice de réfraction déterminé

En utilisant l'indice de réfraction  $\hat{n} = 1.6 + 3.5i$ , nous constatons une cohérence d'information entre l'image du degré de polarisation reportée à la Figure 3.60(a) et la courbe du degré de polarisation définie pour  $\hat{n} = 1.6 + 3.5i$  présentée à la Figure 3.62(a). L'étendue des valeurs du degré de polarisation dans l'image du degré de polarisation (Figure 3.60(a)) est de 0 à 0.24 environ et le maximum du degré de polarisation pour  $\hat{n} = 1.6 + 3.5i$  est de 0.27 théoriquement (Figure 3.62(a)).

**Le lever d'ambiguïté de l'angle azimutal** est effectué en utilisant la méthode de Morel décrite à la Section 3.3.3.2. **Les images par quadrant** acquises sont présentées à la Figure 3.61 et  $L/I_{\text{quad}}$  résultant est relatée à la Figure 3.62(b).

11. Les résultats obtenus pour  $\hat{n} = 1.6 + 3.35i$  donnent également la même précision.

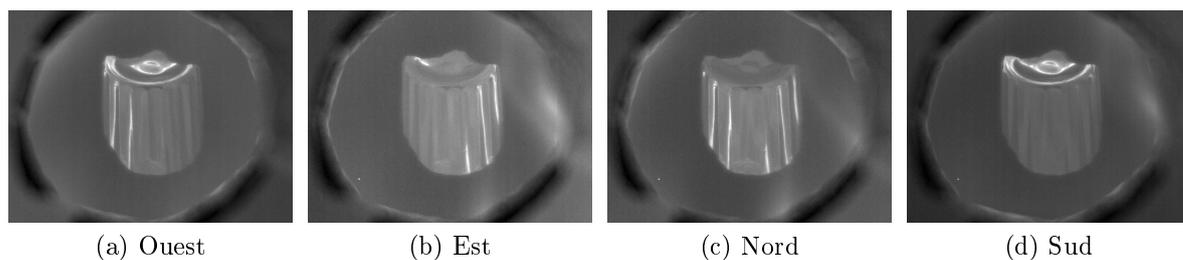
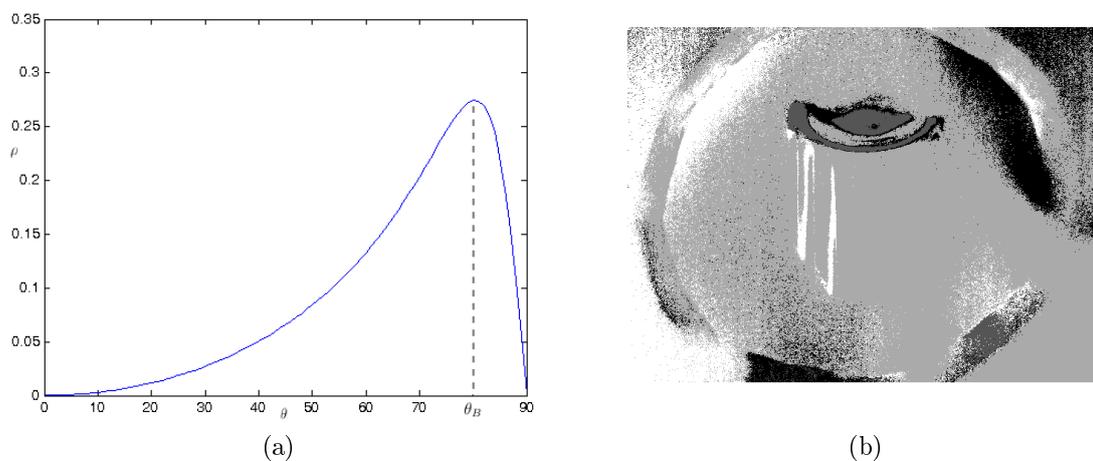


FIGURE 3.61: Acquisition par quadrant dans l'IR.

FIGURE 3.62: (a) Courbe du degré de polarisation du verre à numériser, d'indice de réfraction complexe  $\hat{n} = 1.6 + 3.5i$  dans l'IR considéré ; (b)  $I_{quad}$ .

**Les images de l'angle zénithal** ainsi que de **l'angle azimutal** sont reliées respectivement à la Figure 3.63(a) et à la Figure 3.63(b).

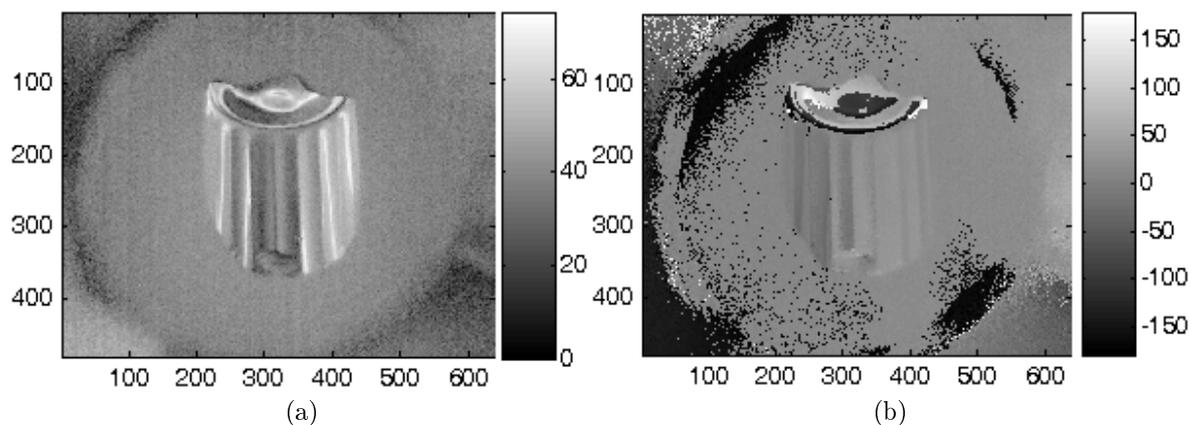


FIGURE 3.63: (a) L'angle zénithal ; (b) L'angle azimutal.

Le modèle 3D obtenu est présenté sous différentes formes à la Figure 3.64.

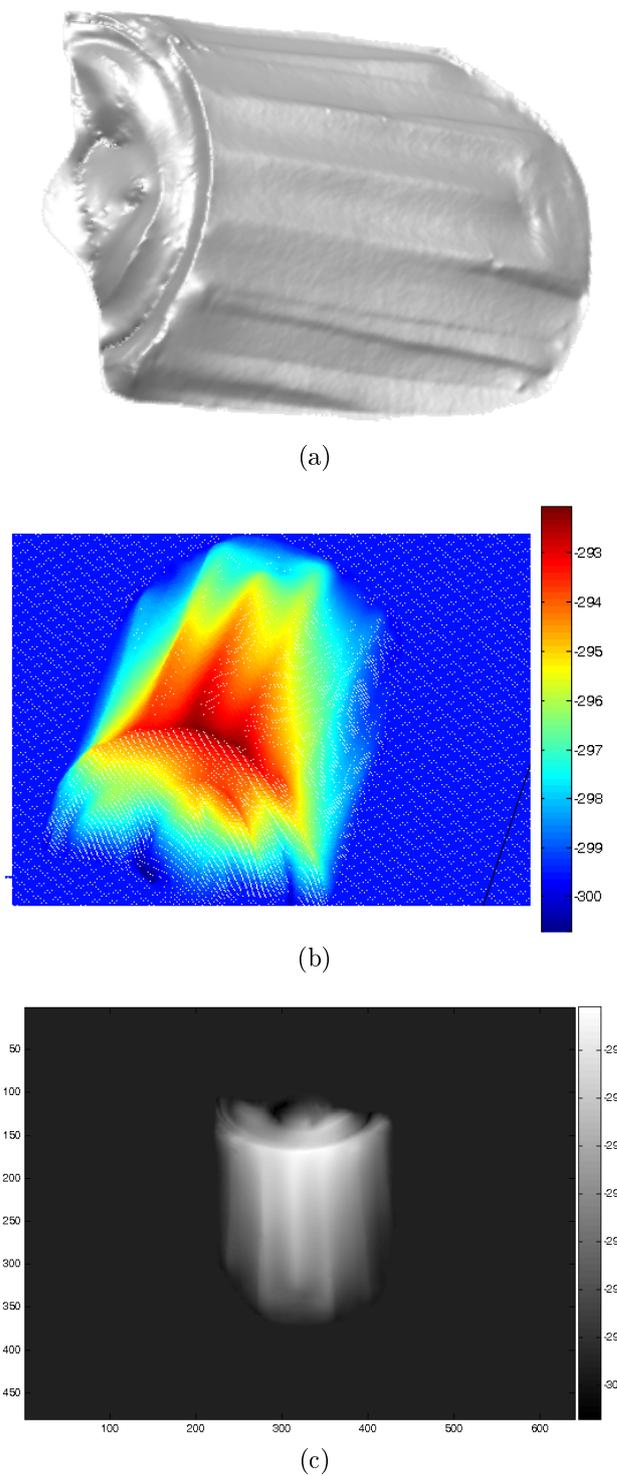


FIGURE 3.64: Différentes représentations du modèle 3D obtenu du verre considéré (3.55(a)) : (a) Sous @Rapidform; (b) Sous matlab. (c) La carte de profondeur correspondante sous matlab.

Les résultats préliminaires obtenus sont très prometteurs et peuvent être améliorés. Il s'agit des premiers résultats que nous avons obtenus dans l'IR (au moment de la finalisation de ce manuscrit). La quantification de la précision n'a pas été menée et sera à faire ultérieurement.

**3.4.3.2.4 Extension de l'application sur certains objets en plastique** Des tentatives de reconstruction d'autres matériaux transparents (en plastique) ont été menées, Voir Figure 3.65 et Figure 3.66.

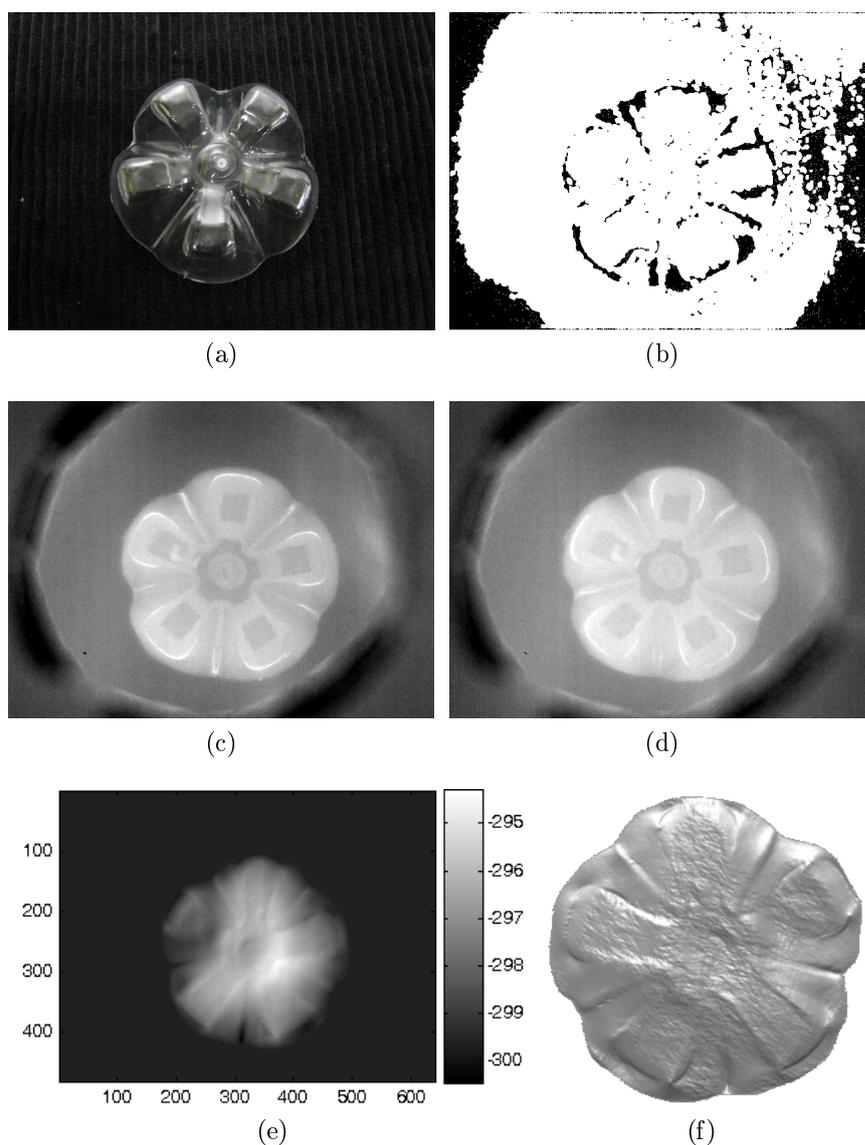


FIGURE 3.65: Illustration relative à la reconstruction d'un fond de bouteille d'eau minérale en plastique (BPEau); (a) Sa photo; (b) La carte binaire; (c)(d) Images polarimétriques acquises respectivement pour  $\alpha = 0^\circ$  et  $\alpha = 90^\circ$ ; (e) Le modèle 3D obtenu.

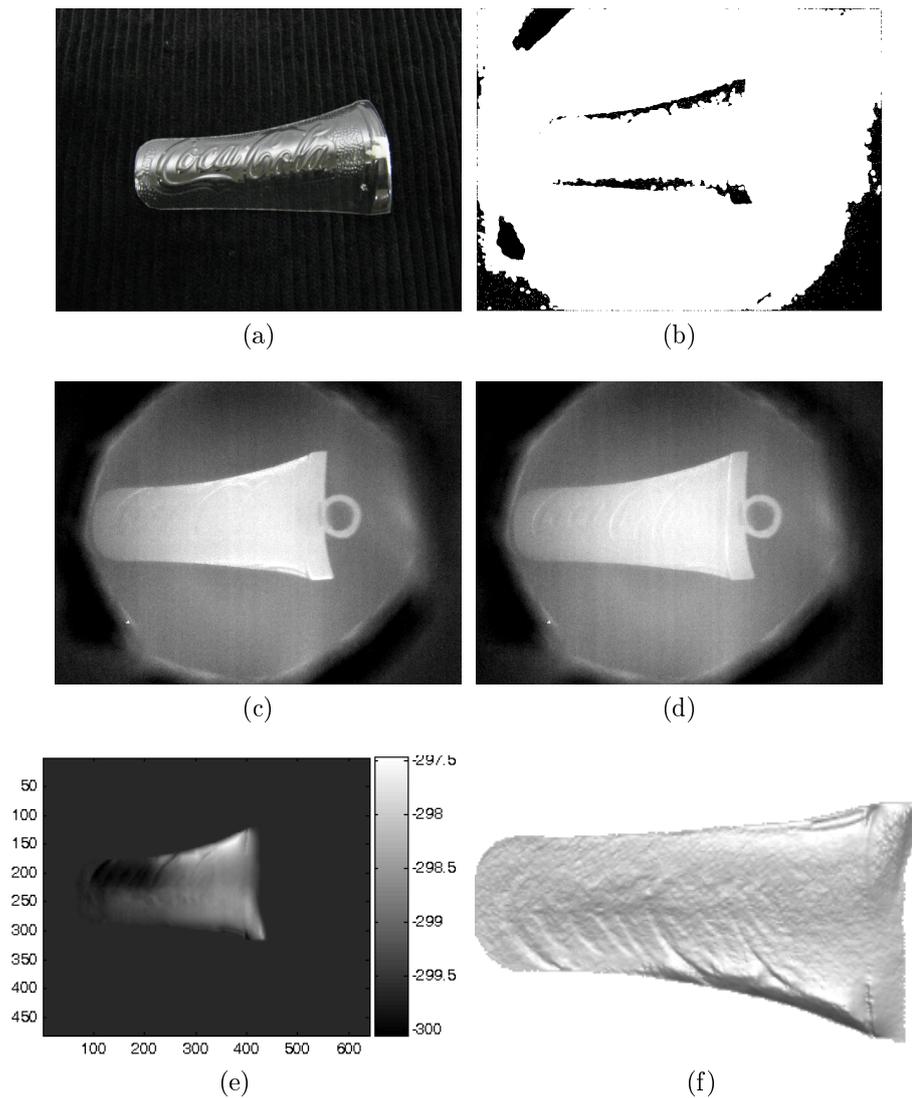


FIGURE 3.66: Illustration relative à la reconstruction d'un motif de bouteille de coca en plastique (BPCoca); (a) Sa photo; (b) La carte binaire; (c)(d) Images polarimétriques acquises respectivement pour  $\alpha = 0^\circ$  et  $\alpha = 90^\circ$ ; (e) Le modèle 3D obtenu.

Grâce à la méthode de validation, nous pouvons vérifier le caractère spéculaire de l'objet et l'exploitabilité des images polarimétriques acquises sans avoir à connaître son indice de réfraction. En se basant sur les cartes binaires résultant de la méthode de validation, les images polarimétriques acquises des matériaux en plastique considérés ne sont pas exploitables, Voir Figure 3.65(b) et Figure 3.66(b). Deux cas peuvent se poser :

- soit les conditions d'acquisition ne sont pas bonnes et restent à améliorer.
- soit les matériaux n'émettent pas de réflexion spéculaire dans l'IR adopté.

Nous avons tout de même voulu mener la reconstruction jusqu'à l'obtention des modèles 3D correspondants avec une recherche empirique des indices de réfraction correspondants. Les reconstructions obtenues confirment bien la mauvaise qualité des images polarimétriques, Voir Figure 3.65(e)(f) et Figure 3.66(e)(f).

### 3.4.3.2.5 Illustrations supplémentaires relatives à la reconstruction du verre.

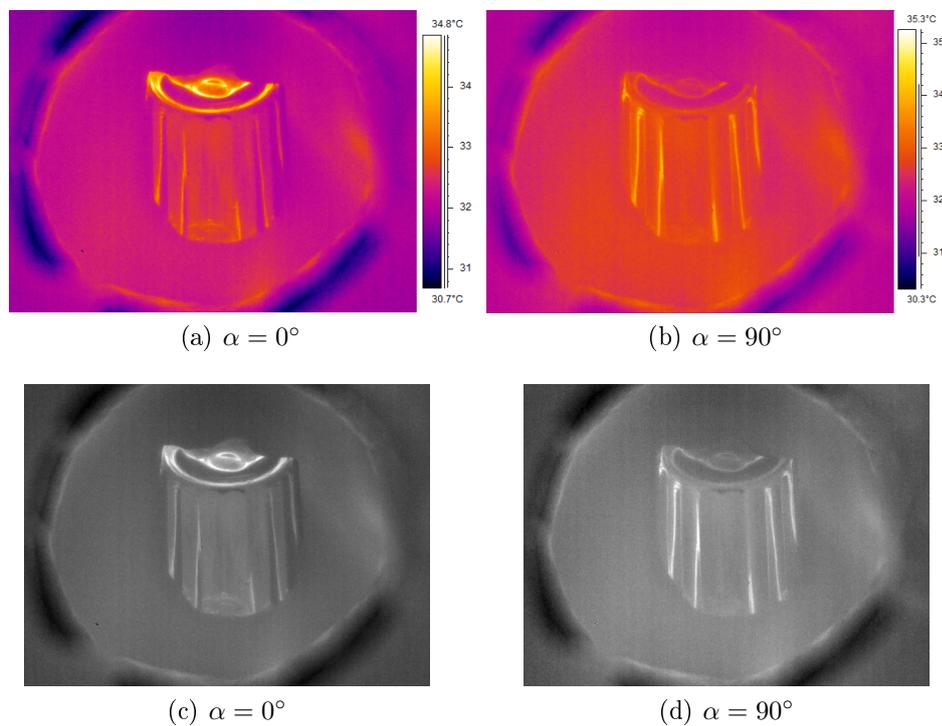


FIGURE 3.67: (a)(b) Images polarimétriques brutes du verre et leurs images traitées respectives (c)(d).

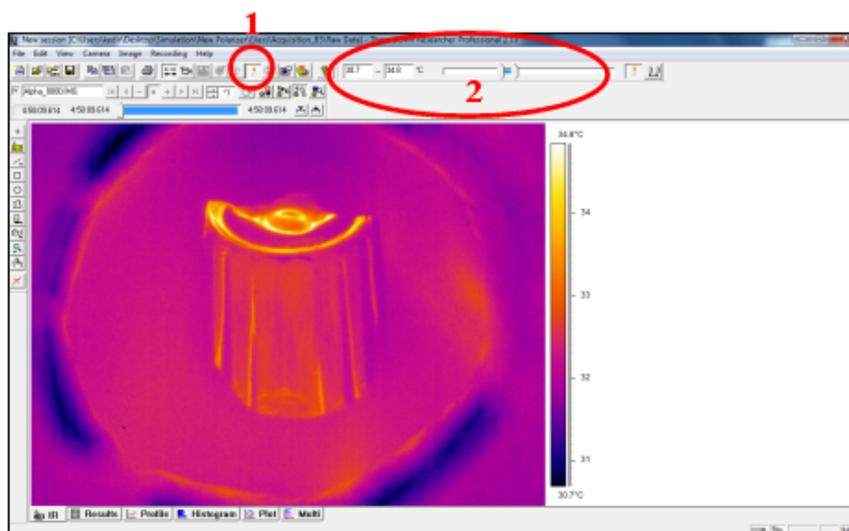


FIGURE 3.68: Le logiciel de visualisation et de traitement des images polarimétriques brutes avec les paramètres de réglage automatique (1) ou manuel (2) pour la conversion d'une image de température (en fausses couleurs) en image d'intensité.



FIGURE 3.69: Le masque utilisé pour la reconstruction 3D.

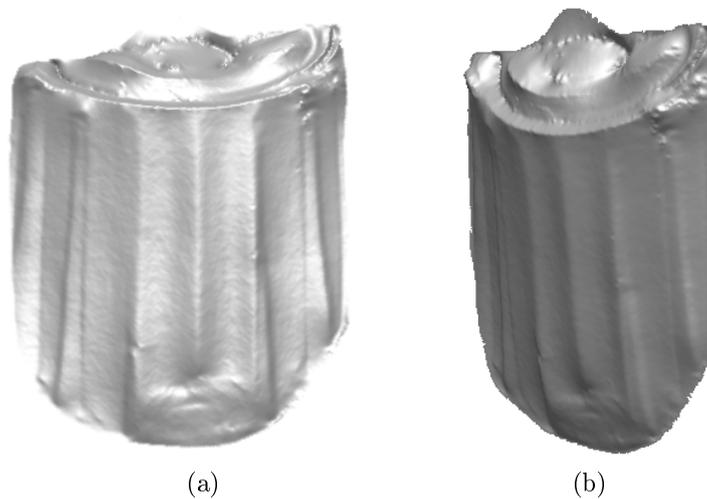
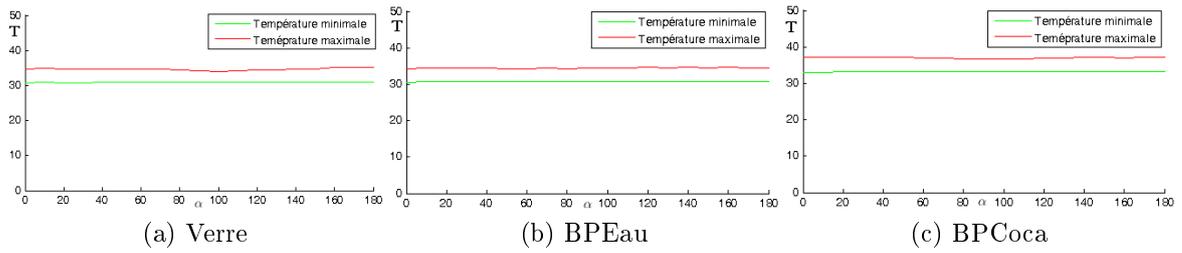


FIGURE 3.70: Modèle 3D du verre présenté sous différents points de vue (a)(b) en supplément à la Figure 3.64.

**3.4.3.2.6 Remarque** Des courbes d'évolution de la température émise par les objets ont été établies durant les acquisitions d'images polarimétriques, Voir Figure 3.71(a)(b)(c) et un tableau récapitulatif des valeurs correspondantes est fourni à la Figure 3.71(d). Nous constatons que la température demeure constante durant les acquisitions, ce qui conforte l'éligibilité des mesures polarimétriques de notre application. La température d'une résistance a été également relevée. Elle est égale à  $60^\circ$  qui par la loi de Wien [Planck, 1900] correspond à une radiation approximative maximale<sup>12</sup> à  $8.7 \mu\text{m}$ . De même, la radiation maximale émise par les objets considérés est atteinte à  $9.54 \mu\text{m}$  pour le verre et BPeau, et  $9.41 \mu\text{m}$  pour BPCoca.

<sup>12</sup>. Ce qui nous a permis de définir la longueur d'onde mentionnée dans le dispositif expérimental plus haut.



	Température (T en degré Celsius)				Longueur d'onde ( $\lambda$ en $\mu\text{m}$ )			
	Min	Max	$\mu$	$\sigma$	Max	Min	$\mu$	$\sigma$
Verre	30.7	35.3	33	3.25	9.54	9.39	9.47	0.1
BPEau	30.5	34.6	32.55	2.8	9.54	9.41	9.48	0.09
BPCoca	33	37.2	35.1	2.96	9.46	9.34	9.4	0.09

(d)

FIGURE 3.71: (a)(b)(c) Les courbes d'évolution des températures (T en degré celsius) minimales et maximales mesurées en fonction de  $\alpha$  ; (d) Tableau récapitulatif des valeurs de température et de longueurs d'onde correspondantes.

### 3.5 Conclusion

Nous avons étendu l'application de la reconstruction d'objets transparents par polarisation dans l'IR et avons obtenu des résultats préliminaires très satisfaisants. L'implémentation de l'approche a nécessité une adaptation de la procédure classique de reconstruction avec l'utilisation d'une lentille non télécentrique à la place d'une lentille télécentrique, en raison de l'indisponibilité de cette dernière dans l'IR. La projection orthographique générée par la lentille télécentrique étant le fondement de la reconstruction par polarisation, nous avons développé une méthode permettant d'approximer le modèle orthographique avec une lentille non télécentrique de manière à pouvoir exploiter les images polarimétriques à l'aide de la procédure de reconstruction conventionnelle. L'approche consiste uniquement à modifier les conditions d'acquisition et l'étape de la reconstruction finale relative au calcul de la surface 3D à partir des normales. Pour ce faire, nous suggérons d'augmenter la distance d'acquisition de manière à réduire l'effet perspectif de la lentille et de calibrer la caméra afin de déterminer le plan de reconstruction finale sur laquelle la profondeur de chaque point sera estimée. Cette approximation du modèle orthographique permet de conserver le principe de la reconstruction de la surface par polarimétrie classique tout en ayant une précision en X et Y.

En outre, nous avons mis en place une méthode de validation visant à vérifier la qualité des images polarimétriques acquises. Nous l'avons intégrée dans le processus de reconstruction juste après l'estimation des paramètres de Stokes. Elle repose sur quatre critères de nature différente dont un critère physiques que doit vérifier les paramètres de Stokes, un critère mathématique sur l'allure des courbes de l'intensité prédite et de celle mesurée, et deux critères liés au calcul de l'erreur d'estimation des paramètres de Stokes. La performance de l'approche réside dans son efficacité à valider les conditions expérimentales et à améliorer la précision des résultats obtenus. En effet, les conditions

expérimentales peuvent être optimisées en fonction des exigences souhaitées et la reconstruction de la surface 3D finale est assurée à partir uniquement des points polarisés bien mesurés détectés par l'approche de validation. En discriminant les points bruités détectés, l'erreur de reconstruction est considérablement réduite. En revanche, pour une reconstruction classique effectuée à partir de tous les points de l'image, un point bruité influe sur l'estimation de la profondeur de ses voisins dû au schéma numérique utilisé. L'erreur de reconstruction est ainsi propagée et peut augmenter au fur et à mesure des itérations. Par conséquent, l'impact sur la précision du résultat obtenu est non négligeable.

Notre approche permet d'exclure les points bruités au travers d'un algorithme de SOR paramétré à l'aide des pas irréguliers et différents aussi bien pour la discrétisation spatiale horizontale que pour la discrétisation spatiale verticale.

Voici un récapitulatif soulignant l'utilité de la méthode de validation que nous avons mise en place :

- elle permet de vérifier les conditions expérimentales dans lesquelles se sont déroulées les acquisitions (voire les optimiser selon ses exigences et contraintes) ;
- elle permet de vérifier le caractère spéculaire d'un objet **sans avoir à connaître son indice de réfraction** et sans avoir à mener entièrement le processus de reconstruction (gain en temps et en coût de calcul) ;
- elle permet de définir de manière automatique la région d'intérêt à numériser par la localisation et la détection automatique des points bruités et des points non bruités ;
- elle permet de réduire les erreurs de reconstruction grâce à l'utilisation d'un masque (créé ou issu du tracking automatique évoqué précédemment) et à l'adaptation d'un schéma numérique de type SOR lors de l'estimation de la surface 3D.

Nous avons d'abord validé notre approche sur des objets métalliques dans le visible puis sur des objets transparents dans l'IR. Dans les deux cas, nous avons utilisé la méthode de l'éclairage par quadrant pour lever l'ambiguïté sur la détermination de l'angle azimutal et exploité le caractère bijectif de la courbe du degré de polarisation pour lever l'ambiguïté sur la détermination de l'angle zénithal. En effet, l'indice de réfraction du métal est complexe dans le visible ; Celui du verre (du type de verre considéré) est également complexe dans l'IR dû aux impuretés et aux imperfections qui le compose. Les résultats obtenus aussi bien dans le visible que dans l'IR sont très encourageants pour la poursuite et le perfectionnement des manipulations. La reconstruction par polarimétrie d'objets transparents dans l'IR fournit des résultats très prometteurs pour des objets transparents émettant une réflexion spéculaire dans l'environnement considéré. Nous avons montré, grâce à notre méthode de validation, que les réflexions de certains types de plastique ne sont pas polarisées ou bruitées. Par conséquent, ces derniers ne peuvent pas être reconstruits correctement dans la longueur d'onde de travail utilisé. Il nous reste à optimiser nos conditions d'acquisition et de traitement pour :

- la faisabilité de la reconstruction de certains objets avec la génération d'autres longueurs d'onde IR éventuelles ;
- et pour une meilleure reconstruction des objets mesurables par la configuration de notre système actuel.

D'ailleurs, nous nous proposons de découvrir dans la section suivante les pistes d'amé-

lioration que nous envisagerons de mettre en place dans un futur proche. Mais avant cela, nous concluons en relevant les deux points suivants :

- la méthode de validation proposée ici est applicable indépendamment de la nature du modèle de projection de la caméra utilisée ;
- l'approche d'adaptation proposée assure non seulement la faisabilité de la reconstruction d'objets transparents par polarisation dans l'IR mais permet, si l'on souhaite, de réduire le coût du dispositif polarimétrique dans le visible en utilisant une lentille non télécentrique à la place d'une lentille télécentrique.

## 3.6 Perspectives

Les pistes d'amélioration que nous proposons de mener sont orientées sur deux axes principaux qui correspondent à l'approfondissement des deux approches développées dans ce chapitre :

- renforcement de la méthode de validation par une analyse plus poussée des données selon les méthodes d'estimation des paramètres de Stokes adoptées ;
- optimisation de la reconstruction "shape from polarization" avec l'utilisation d'une lentille non télécentrique par quantification approfondie de l'erreur générée lors de l'approximation du modèle orthographique.

### Renforcement de la méthode de validation

L'estimation des paramètres de Stokes est une étape cruciale de la reconstruction par polarisation car la suite du calcul repose sur ces derniers. Par conséquent, l'incertitude et l'imprécision générées lors de l'estimation de ces paramètres constituent une source de l'erreur de reconstruction finale avérée. La raison pour laquelle, il faut s'assurer de la justesse des données disposées à partir desquelles ces paramètres sont estimés. Deux approches sont éventuellement envisageables :

- L'identification de la nature du bruit des données couplée avec la pertinence du choix de la méthode d'estimation. En effet, certaines méthodes sont plus appropriées que d'autres pour la résolution du système défini par ces paramètres, en fonction de la nature du bruit identifiée ou présumée. Par exemple, il serait plus judicieux d'utiliser des méthodes robustes (tel que la méthode de Ransac, M-estimator, etc) pour un jeu de données où certaines valeurs sont aberrantes (i.e. existence des outliers) ; en revanche, utiliser des méthodes des moindres carrés suffiraient lorsqu'on a affaire à un bruit gaussien. Nous pourrions nous baser sur l'étude théorique, élaborée par [Goudail & Bénére, 2010] et [Aïnouz et al., 2006], à l'issue de laquelle une approche statistique et respectivement probabiliste sont proposées pour l'analyse des données polarimétriques et des contraintes liées à l'estimation des paramètres de Stokes. Néanmoins, notre défi serait de se confronter aux données réelles obtenues que ce soit dans l'IR ou dans le visible avec l'utilisation d'une lentille télécentrique ou non télécentrique.

- L'analyse de données plus poussée pour tout type de bruit, associée à la résolution par la méthode des moindres carrés du système défini par les paramètres de Stokes. En effet,
  - nous constatons qu'un gain en précision peut être obtenue selon les données disposées, en contrôlant la matrice des données  $Q(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$  du système quelque soit la nature du bruit. En reprenant le système linéaire défini par des paramètres de Stokes, le système matriciel obtenu en fonction du nombre de données utilisé pour l'estimation de ces derniers et la formulation de la solution correspondante, ci-dessous rappelés :

$$I(\alpha) = \frac{1}{2} (\mathbf{S}_0 + \mathbf{S}_1 \cos 2\alpha + \mathbf{S}_2 \sin 2\alpha) \quad (3.137)$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} I(\alpha_1) \\ I(\alpha_2) \\ \vdots \\ I(\alpha_n) \end{pmatrix}}_Y = \frac{1}{2} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & \cos 2\alpha_1 & \sin 2\alpha_1 \\ 1 & \cos 2\alpha_2 & \sin 2\alpha_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos 2\alpha_n & \sin 2\alpha_n \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{S}_0 \\ \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \end{pmatrix}}_X \quad (3.138)$$

$$X = (A^T A)^{-1} A^T Y \Leftrightarrow X = QY \text{ avec } Q = (A^T A)^{-1} A^T \quad (3.139)$$

la modélisation de l'intensité à l'aide d'un bruit additionnel dénoté  $\eta$  conduit au système suivant :

$$\tilde{Y} = AX + \eta \quad (3.140)$$

La solution correspondante est par conséquent donnée par :

$$\tilde{X} = Q\tilde{Y} \Leftrightarrow \tilde{X} = QAX + Q\eta \quad (3.141)$$

Nous pouvons en déduire ainsi l'inégalité suivante :

$$\|\tilde{X} - X\|_2 \leq \|Q\|_{op} \|\eta\|_2 \quad (3.142)$$

L'inégalité 3.142 montre que l'erreur entre la solution parfaite et la solution bruitée peut être réduite en sélectionnant une combinaison de données qui minimise la norme de  $Q$ . En considérant la norme  $L^p$  avec  $p = 2$  dans un souci de convenance liée au calcul du produit scalaire dans  $L^2$ , nous avons par définition :

$$\|Q\|_{op} = \sqrt{\rho(Q^T Q)} \text{ avec } \rho(M) = \max_{i=1..n} \lambda_i \quad (3.143)$$

où  $\lambda$  sont les valeurs propres d'une matrice carrées quelconque  $M$  et  $\rho$  est le rayon spectral d'une matrice carrée.

Ainsi, la meilleure combinaison d'angles optimisant l'erreur d'approximation du modèle est constituée par les données qui fournissent la racine carrée minimale du rayon spectral de la matrice  $Q^T Q$ .

- nous pourrions nous focaliser également sur l'analyse du conditionnement de la matrice  $H = A^T A$ , lors du calcul du pseudo-inverse basé sur l'inversion de cette dernière, Equation 3.139. Le calcul d'une inversion d'une matrice quelconque carrée  $M$  génère une erreur numérique qui peut être analysée à l'aide de son conditionnement  $K$  défini par :

$$K(M) = \|M^{-1}\| \|M\| \quad (3.144)$$

Ainsi, l'erreur numérique liée au calcul de  $H^{-1}$  est particulièrement élevée si la matrice  $H$  est mal conditionnée. D'ailleurs, dans notre cas, comme nous complétons  $A$  avec sa transposée  $A^T$  pour obtenir la matrice carrée  $H$ , plus le nombre de données  $n$  utilisé est important plus le système est instable.

En perspective, un compromis entre le nombre de données  $n$  nécessaires pour un bon conditionnement de la matrice  $H$  et un calcul de la meilleure combinaison des  $n$  données parmi  $m$  combinaisons sur un jeu de données collectées  $> n$  serait intéressant à expliciter analytiquement pour une meilleure précision des paramètres de Stokes estimés.

La Figure 3.72 illustre les deux points que nous avons relevés précédemment par rapport à nos données acquises pour la sphère métallique dans le visible. Nous pouvons constater que la valeur propre optimale décroît rapidement en fonction du nombre de données  $n$  considérées jusqu'à un certain point d'inflexion. A partir de ce point le gradient devient faible bien que cette première décroisse toujours avec le nombre de points utilisé. Le point d'inflexion correspond approximativement à  $n = 36$ , le nombre de données considéré lors de l'estimation des paramètres de Stokes. Néanmoins une analyse approfondie sera à mener.

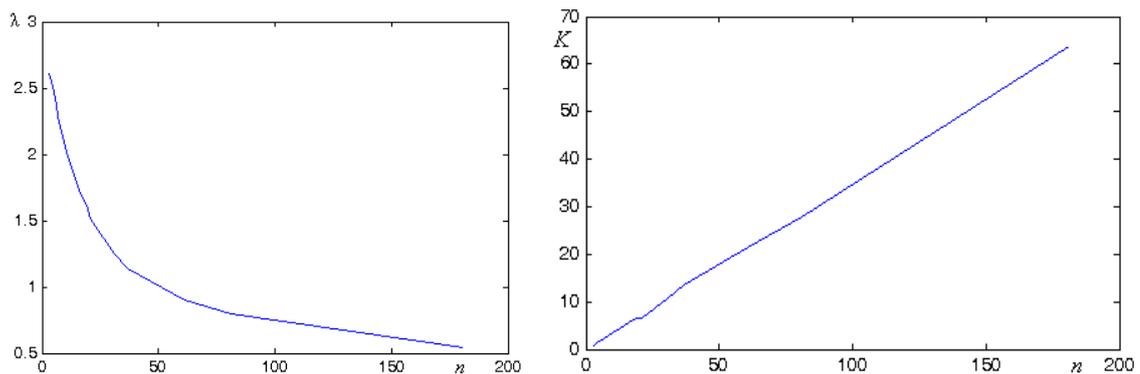


FIGURE 3.72: (a) La courbe des valeurs propres issues de la combinaison optimale parmi  $m$  possibilités en fonction du nombre de données  $n$  considéré ; (b) Graphe du conditionnement de  $H = A^T A$  associé à chaque combinaison optimale choisie en fonction du nombre de données  $n$ .

## Optimisation de la reconstruction 3D par polarimétrie dans l'IR

Nous avons observé quelques traces de l'effet perspectif sur les objets reconstruits obtenus. Nous souhaitons par la suite quantifier les erreurs générées par notre approximation de manière à pouvoir maîtriser l'application. Dans cette suite logique, notre objectif principal consiste à modéliser mathématiquement le système en tenant compte des conditions d'acquisition (distance de travail), des paramètres optiques de la caméra et des caractéristiques de l'objet considéré, ce qui permettrait de définir le périmètre de l'application et de déterminer ses limites. Une première approche contribuant à la modélisation envisagée serait de relever et analyser les erreurs des résultats issus de notre méthode de reconstruction par rapport aux résultats obtenus en utilisant la méthode classique. L'étude devrait être abordée dans un premier temps avec des objets simples de forme connue telle qu'une sphère calibrée de manière à faciliter l'apprentissage du modèle. En collectant plusieurs données d'apprentissage, des simulations numériques visant à établir le modèle pourraient être mises en place. Bien naturellement, cela nécessiterait un bon choix de l'algorithme d'apprentissages tel que les réseaux de neurones, la méthode des SVM, etc.

### Remarques

- Nous avons vu par la méthode de validation que la partie couvrante du dôme est polarisée ; nous pourrions ainsi appliquer la reconstruction par polarimétrie dans l'IR en perspective sur les objets métalliques spéculaires dans le visible (dont la numérisation dans le visible pose également problème) à condition que leur spécularité soit maintenue et exploitable dans l'IR considéré.
- L'inconvénient majeur de l'approche par polarimétrie de manière générale est la connaissance au préalable de l'indice de réfraction. L'extension de l'approche dans l'IR n'échappe pas à cette contrainte. Nous avons procédé de manière empirique afin de déterminer l'indice de réfraction du verre que nous avons numérisé, dans la longueur d'onde de travail. Il serait intéressant d'étudier la possibilité d'élaborer une méthode efficace de détermination de l'indice de réfraction d'un objet dans l'IR. On pourrait automatiser éventuellement le pilotage de la source du générateur des résistances avec la méthode de validation ...

# 4

## Scanning par laser UV

## 4.1 Introduction

L'approche de numérisation que nous décrirons dans ce chapitre repose sur la capacité du verre à fluorescer sous l'irradiation UV. Cette propriété a été vérifiée et étudiée pour tous les objets transparents qui seront présentés dans ce chapitre. Nous nous affranchissons ainsi du problème de réfraction des objets transparents lors de leur numérisation dans le visible en remplaçant le laser visible des systèmes conventionnels par un laser UV. Ce qui caractérise d'ailleurs la spécificité de l'approche proposée. Le faisceau UV sera projeté sur l'objet induisant la fluorescence à la surface de ce dernier. La déformation de la fluorescence par rapport à la source structurée UV utilisée sera ensuite imagée par un capteur puis interprétée par un algorithme de reconstruction 3D par triangulation afin de remonter au modèle 3D numérique de l'objet étudié. Quatre configurations de système de scanning ont été déployées afin d'exploiter cette propriété de fluorescence. Nous les exposerons dans la troisième partie du chapitre après avoir retracé les investigations expérimentales menées, visant à étudier la faisabilité et l'applicabilité de l'approche sur les objets transparents considérés. La fluorescence étant le fondement de la méthode, la fluorescence se trouvant au cœur de nos travaux, il nous semble important d'aborder, comprendre et connaître davantage le phénomène, ce par quoi nous allons introduire le chapitre.

## 4.2 La fluorescence

La fluorescence est un phénomène de luminescence ou plus précisément un phénomène de photoluminescence, qui résulte de l'interaction lumière-matière durant laquelle la matière (la molécule appelée fluorophore) absorbe la lumière (un photon) à une certaine longueur d'onde et instantanément radie la lumière à une longueur d'onde plus longue et donc d'énergie plus faible. Le phénomène de luminescence caractérise l'émission de lumière issue de l'excitation électronique de la matière, par opposition au phénomène d'incandescence qui découle d'une augmentation de la température. Différents types de luminescence peuvent être observés suivant le mode d'excitation de la matière. Ainsi, lorsque l'excitation se fait par absorption de photons, on parle de photoluminescence. La photoluminescence englobe également la phosphorescence. A la différence de la phosphorescence (de l'ordre de la milliseconde à la seconde), la manifestation lumineuse transitoire caractérisant la fluorescence est brève et spontanée (de la nanoseconde à la milliseconde). Ces phénomènes facilement observables dans la nature sont connus et utilisés depuis des siècles. Le terme phosphorescent (qui transporte de la lumière) désignait au moyen-âge les objets brillants dans l'obscurité après exposition à la lumière. En ce qui concerne la fluorescence, bien que le phénomène soit connu depuis le 16<sup>ème</sup> siècle, le terme ne fut introduit qu'en 1852 par le physicien George Gabriel Stokes, à l'occasion d'un célèbre article [Stokes, 1852]. Stokes y démontrait expérimentalement que le phénomène consistait en une émission de lumière résultant de l'absorption de lumière. Il postula également que la lumière est émise à une longueur d'onde supérieure à celle de la lumière absorbée. Cette conjecture, caractéristique des phénomènes de photoluminescence, est toujours connue sous le nom de loi de Stokes, bien qu'elle fut formulée pour la

première fois par [Becquere, 1842] dix ans auparavant. Le phénomène de la fluorescence met donc en jeu deux mécanismes successifs : l'excitation de la molécule fluorescente, qui s'effectue par absorption d'un photon par la molécule, suivie de l'émission d'un photon de plus basse énergie par cette même molécule. Nous allons nous focaliser sur ces deux procédés dans les deux premières sections. Nous fournirons ensuite quelques exemples d'applications techniques et scientifiques de la fluorescence afin de se ramener progressivement à notre application dans la troisième section. Pour clore cette partie sur la fluorescence, nous discuterons de l'origine de la fluorescence du verre sur laquelle repose entièrement notre application. Nous nous basons sur les explications relatives à l'origine de la fluorescence du verre pour comprendre la propriété de fluorescence de la plupart des objets transparents qui nous entourent, pour lesquels notre application est dédiée.

### 4.2.1 Mécanisme d'absorption

Rappelons que la lumière est une onde électromagnétique caractérisée par sa longueur d'onde  $\lambda$  (en  $m$ ) et par sa fréquence  $\nu = c/\lambda$  (en  $Hz$ ), où  $c$  est la célérité de la lumière ( $c = 3.10^8 m.s^{-1}$ ). Elle est également considérée, en mécanique quantique, comme étant constituée de "grains de lumière", les photons, de masse nulle et se déplaçant à la vitesse  $c$ . Chaque photon a pour énergie  $E = h\nu = hc/\lambda$  où  $h$  est la constante de Planck ( $h = 6.626.10^{-34} J.s$ ). La matière, elle, est formée de molécules plus ou moins complexes. Une molécule est constituée de plusieurs atomes liés entre eux par des liaisons chimiques telles que les liaisons électroniques [Xavier, 2007]. Nous retiendrons simplement qu'à la température ambiante, deux niveaux d'énergie sont accessibles par une molécule : l'état fondamental stable  $S_0$  et l'état excité instable  $S_1$ . Sans apport d'énergie extérieure, la molécule se trouve dans l'état fondamental stable  $S_0$ . Elle quitte cet état lorsqu'elle reçoit une énergie suffisante. La molécule passe de l'état  $S_0$  à l'état  $S_1$  plus élevé lorsque l'énergie du photon absorbé est égale à la différence d'énergie entre  $S_1$  et  $S_0$  (Figure 4.2). Des niveaux d'énergie intermédiaires, liés aux mouvements relatifs des noyaux des atomes existent également et s'intercalent entre les différents niveaux d'énergie. Il s'agit de niveau d'énergie vibrationnelle et rotationnelle. Nous les associons à chaque niveau d'énergie électronique considéré  $S_0$  et  $S_1$ , Voir Figure 4.2(a). L'accès de la molécule à un de ces niveaux dénotés  $S_{i-k}$ ,  $i = \{0\} \cup \{1\}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , nécessite l'absorption des photons transportant une quantité d'énergie bien précise qui est égale à l'écart entre  $S_{i-k}$  et le niveau fondamental  $S_0$ . Les ordres de grandeur des transitions entre deux niveaux successifs varient selon la nature de ces derniers : 1 à quelques eV pour une transition électronique,  $10^{-2}$  à 0.1 eV pour une transition vibrationnelle et  $10^{-3}$  eV pour une transition rotationnelle. En revanche, l'écart énergétique entre deux niveaux intermédiaires de même nature est constant. En résumé, la différence entre les états  $S_{i-k}$  et  $S_0$  d'une molécule est égale à l'énergie du photon absorbé et la probabilité pour un photon d'être absorbé dépend fortement de sa longueur d'onde  $\lambda$ . Comme à chaque valeur d'énergie correspond une longueur d'onde, le mécanisme d'absorption conduit à une notion d'étalement du spectre d'absorption. En effet, une continuité ou une quasi-continuité du spectre de raie est assurée selon l'hypothèse émise sur l'inaccessibilité ou l'accessibilité des niveaux d'énergie intermédiaires par la molécule. Si la

molécule possède uniquement deux états,  $S_0$  et  $S_1$ , son spectre d'absorption sera formé que d'une seule raie correspondant à cette énergie. Si, seuls les niveaux électroniques intermédiaires lui sont accessibles, un spectre de raies discontinu est obtenu du fait de l'écart énergétique important entre les deux niveaux. Néanmoins, les niveaux d'énergie intermédiaires étant proches les uns des autres, une quasi-continuité du spectre de raie est assurée. Le paramètre physique pour décrire le phénomène d'absorption est le coefficient d'absorption  $\alpha(\lambda)$ , qui représente la probabilité pour le photon d'être absorbé par unité de longueur, souvent exprimé en  $mm^{-1}$ . Le coefficient d'absorption est décrit par la loi d'atténuation de Beer-Lambert, rappelée ci-dessous.

### Loi de Beer-Lambert

La fraction de radiation absorbée par un matériau transparent considéré, ne dépend pas de l'intensité de la radiation incidente. Chaque couche d'épaisseur  $dz$  absorbe une fraction  $-\frac{dI_z}{I_z}$  de l'intensité de la radiation.  $I_z$  étant l'intensité lumineuse, nous pouvons donc écrire :

$$-\frac{dI_z}{I_z} = \alpha(\lambda) dz \quad \Leftrightarrow \quad \int_{I_0}^{I_T} \frac{dI_z}{I_z} = -\alpha(\lambda) \int_0^l dz \quad \Leftrightarrow \quad I_T = I_0 e^{-\alpha(\lambda)l} \quad (4.1)$$

où  $I_0$  est l'intensité de la radiation incidente et  $I_T$  l'intensité transmise à travers un matériau d'épaisseur  $l$ , Voir Figure 4.1.

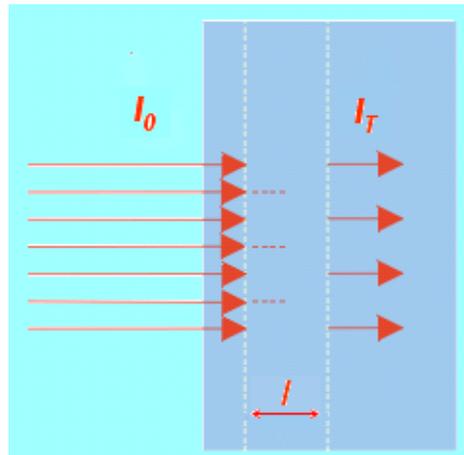


FIGURE 4.1: Illustration relative à la loi de Beer-Lambert.

La transmittance  $T$  du matériau pour une épaisseur donnée est ainsi formulée par :

$$T \equiv \frac{I_T}{I_0} \quad (4.2)$$

Et l'intensité absorbée  $I_A$  est donnée par :

$$I_A = I_0 - I_T \Leftrightarrow I_A = I_0 (1 - e^{-\alpha(\lambda)l}) \quad (4.3)$$

avec

$$I_A \xrightarrow{\alpha(\lambda) \rightarrow +\infty} I_0 \quad \text{ou encore} \quad I_A \xrightarrow{l \rightarrow +\infty} I_0 \quad (4.4)$$

Le coefficient d'absorption  $\alpha(\lambda)$  d'un matériau considéré peut être déterminé à partir de la connaissance de son absorbance  $A(\lambda)$  (Equation 4.5), qui se mesure expérimentalement à l'aide d'un spectrophotomètre.

$$A(\lambda) = \log_{10} \frac{1}{T} \quad (4.5)$$

L'absorbance (ou l'amplitude du spectre d'absorption) de différents matériaux transparents a été mesurée et reportée à la Section 4.3.1.1.

Le gain d'énergie dû à l'absorption de la lumière est impliqué dans différents processus. L'énergie peut être réémise par fluorescence, contribuant à des réactions photochimiques, ou redistribuée aux molécules sous forme de chaleur induisant une hausse de température. Dans le cadre de notre application, nous nous intéresserons à la réémission par fluorescence qui sera développée dans la section suivante.

## 4.2.2 Mécanismes d'émission

Après l'absorption d'un photon d'une certaine longueur d'onde  $\lambda_a$ , la molécule se trouve dans un état énergétique excité instable  $S_1$ . Le retour spontané à l'état fondamental peut se faire selon différents processus de désactivation dont la réémission d'un ou plusieurs photons de fluorescence avec une ou plusieurs longueurs d'onde d'émission  $\lambda_f$ . Due à la perte d'énergie induite par le processus de fluorescence, l'énergie du photon d'émission est plus faible (ou  $\lambda_f$  est plus élevée) que celle du photon incident (ou photon d'excitation)[Stokes, 1852]. Une relaxation radiative d'une durée de l'ordre de nanosecondes précède le retour définitif à l'état stable comme illustré par le diagramme de Jablonski simplifié sur la Figure 4.2(a). Elle correspond au passage de la molécule de niveau d'énergie intermédiaire  $S_{1-k}$  relatif à  $S_1$  au niveau d'énergie électronique  $S_1$ . L'émission de photons se fait exclusivement à partir de l'état excité  $S_1$  vers les différents niveaux d'énergie vibrationnelle de l'état fondamental selon la règle de Kasha [Mchale, 1999]. Comme dans le cas de l'absorption, l'écart entre  $S_1$  et  $S_0$  ainsi que le grand nombre de niveaux intermédiaires se traduisent par un étalement spectral et une quasi-continuité du spectre d'émission de fluorescence. Par conséquent, le spectre d'émission de fluorescence apparaît comme l'image miroir du spectre d'absorption (Figure 4.2(b)) outre le fait que les écarts entre les niveaux d'énergie vibrationnelle pour chaque niveau d'énergie électronique soient similaires. Le léger chevauchement des deux spectres, constaté en pratique et explicité par la Figure 4.2(b), provient du fait qu'à la température ambiante, conformément aux lois statistiques de Boltzmann, une petite fraction de molécules se trouve avant l'absorption d'un photon à un état d'énergie vibrationnelle supérieure à  $S_0$ , élargissant ainsi le spectre d'absorption vers les longueurs d'onde supérieures. Notre dernière remarque concernant le processus de fluorescence, cible le chemin décrit par la molécule lors de la transition électronique, qui selon le principe de Franck-Condon [Franck, 1926] sur la conservation de la distance internucléaire, est maintenu vertical (Figure 4.2(b)), compte tenu de la rapidité de la transition (plus rapide qu'un mouvement de vibration).

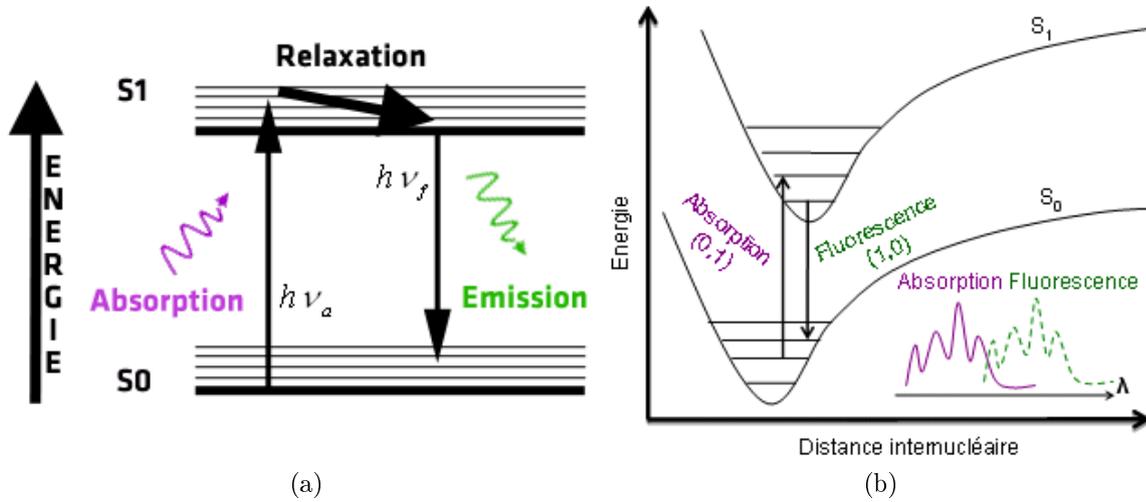


FIGURE 4.2: (a) Diagramme simplifié de Jablonski; (b) Principe de Franck-Condon et image miroir du spectre d'absorption.

### 4.2.3 Applications

Nombreuses sont les applications aussi bien scientifiques que techniques utilisant la fluorescence. Le tube fluorescent communément appelé tube à néon [Kreidl, 1945] est l'application la plus courante et la plus connue. Celui-ci contient du gaz (un mélange d'argon et de vapeur de mercure) qui, ionisé sous l'effet du courant, produit une lumière ultraviolette. Cette dernière est ensuite transformée en lumière visible au contact de la paroi interne du tube, enduite au préalable de poudre fluorescente; ce qui produit un éclairage moins énergétique qu'une lampe à incandescence. Par ailleurs, la fluorescence est largement exploitée dans divers domaines tels que la biologie (Figures 4.3(a) et 4.4(a)(b)), la chimie (Figures 4.3(b) ou en photographie par exemple [Kodak, 1969]), la biochimie, la recherche biomédicale et l'industrie pharmaceutique où son étude au niveau moléculaire donne souvent lieu à d'importants outils d'investigation. En chimie de l'environnement par exemple, la mesure du spectre de fluorescence permet de caractériser les prélèvements inconnus et peut constituer un traceur de la matière organique (Figure(4.3(b))).

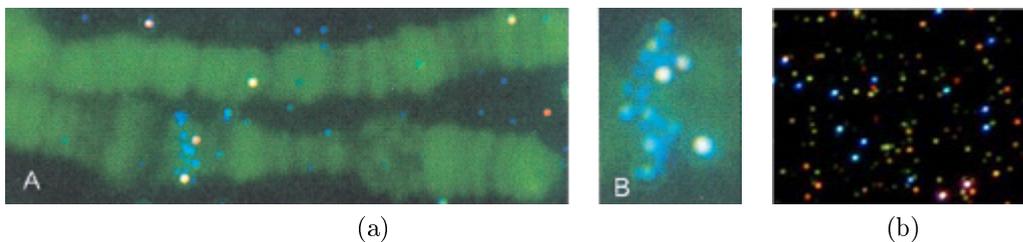


FIGURE 4.3: Utilisation de la fluorescence pour le marquage biologique : (a) A et B, Région du chromosome drosophile X [Schultz et al., 2000]; (b) Diffusion de nanoparticules métalliques en champ sombre [Hardelet, 2009].

Les traceurs par fluorescence permettent également de localiser les points de fuite d'un conduit de gaz en général, telle que la détection des points de fuite du conduit de la climatisation dans l'industrie de l'automobile par exemple.

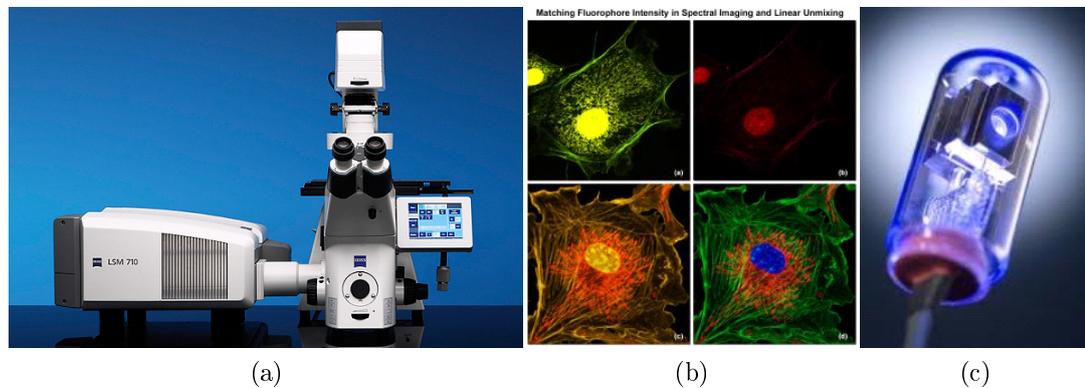


FIGURE 4.4: (a) Laser scanning Microscopes LSM 710 (Zeiss) pour l'examen des spécimens fluorescents en biologie (b) ; (c) Lampe au deutérium.

Les techniques d'inspection d'objets par fluorescence sont également de plus en plus pratiquées pour la détection de défauts des pièces industrielles, [Engel et al., 2003] [Willcox, 2003] ou encore pour l'analyse des objets de valeur culturelle [Gram, 2000] [Rorimer, 1931] Figure (4.5(a)(b)). La lumière source typiquement manipulée est souvent produite soit par un laser UV, soit par une source de rayon X, soit par une lampe au deutérium (Figure 4.4(c)), soit par une lampe au xénon ou encore par une lampe au mercure de haute puissance.

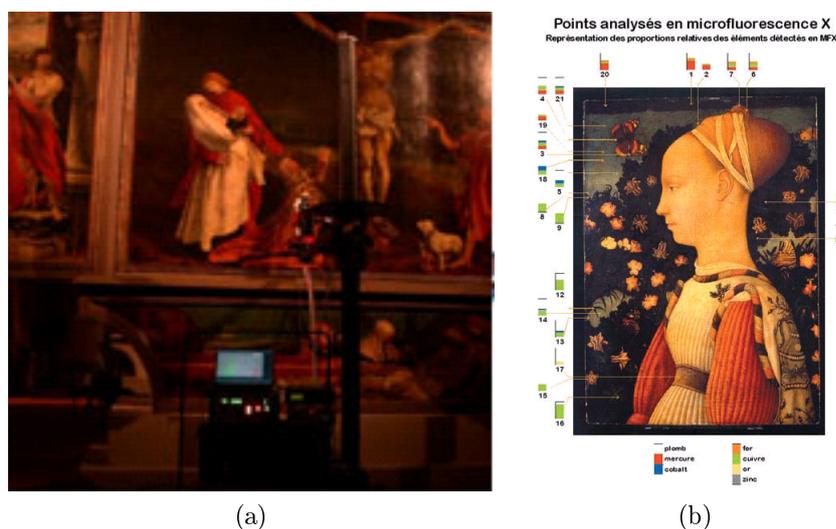


FIGURE 4.5: (a) Vue d'ensemble de la MFX, campagne de mesure au musée d'Unterlinden, Colmar, sur le retable d'Issenheim ;(b) Analyse par MFX de la Princesse d'Este de Pisanello.

La technique de la micro fluorescence X (MFX), très répandue pour l'étude à distance d'une zone bien précise des objets d'art, est basée sur l'utilisation d'une source de rayons X (Figures 4.5(a)(b) et 4.6(a)(b)). Cette dernière repose sur l'utilisation d'un microscope électronique à balayage (MEB) pour une étude par microanalyse X donnant accès à une information sur la composition locale d'une zone choisie de l'échantillon, dans un volume de quelques microns (Figure 4.6). Le MEB est mis en œuvre pour localiser la zone à analyser, le détecteur EDS (détecteur à dispersion d'énergie) pour acquérir le spectre émis soit par le faisceau d'électrons soit par le micro-spot de rayons X focalisé au centre de l'image.

De par sa performances quant à la détection des éléments de faible concentration, la MFX est également très utilisée dans des laboratoires de thématiques diverses.

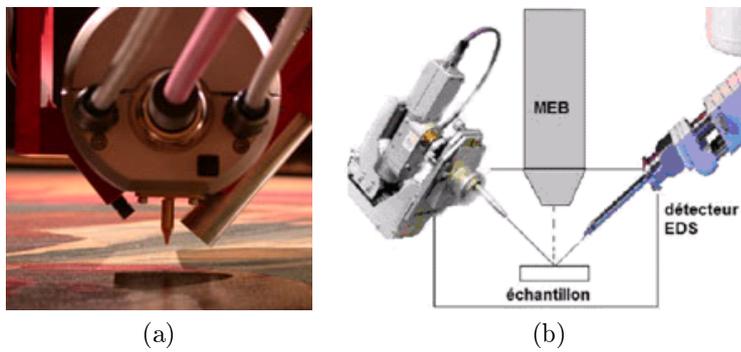


FIGURE 4.6: (a) Détail de la MFX, vue de dessous; à gauche, la caméra au centre, le collimateur et à droite le détecteur. (b) Une autre configuration de la MFX.

La majorité des verres étant capables de fluorescer sous l'irradiation UV grâce aux propriétés chimiques de certains constituants, nous nous proposons d'étendre l'application de la fluorescence dans le domaine de la métrologie du verre et d'autres objets transparents à travers cette thèse. Outre la technique de reconstruction 3D d'objets transparents proposée par [Hullin et al., 2008], décrite au Chapitre 2 Section 2.3.2.6, qui nécessite l'immersion de l'objet dans un liquide fluorescent (Figure 4.7), notre approche basée sur l'utilisation d'un laser UV assure une mesure 3D sans contact des objets transparents et est bien adaptée aux applications industrielles.



FIGURE 4.7: Reconstruction d'un verre transparent par son immersion dans un liquide fluorescent [Hullin et al., 2008].

## 4.2.4 Fluorescence du verre

### 4.2.4.1 Bref rappel sur la composition du verre

Le verre est constitué principalement de silicium  $SiO_2$  qui lui confère son apparence transparente dans le visible. Les autres constituants sont choisis selon les propriétés désirées et l'usage souhaité du verre. Une infinité de verres peut être ainsi créée en fonction de la composition choisie (les plus connus sont illustrés à la Figure 4.8) :

- le verre silico-sodo-calcique composé de  $SiO_2$ ,  $Na_2O$  (sodium),  $CaO$  (calcaire) et autres, est couramment dédié au vitrage bâtiment, transport, mobilier et à la décoration ;
- le verre céramique composé  $SiO_2$ ,  $Al_2O_3$  (alumine),  $Li_2O_3$  (lithium) et autres, sert généralement à la fabrication de table de cuisson et à la protection des incendies, de par sa dilatation très faible ;
- le verre borosilicate composé de  $SiO_2$ ,  $B_2O_3$  (bore) et autres, est très utilisé dans la verrerie de laboratoire et la verrerie culinaire pour son faible coefficient de dilatation ;
- le verre au plomb composé de  $SiO_2$ ,  $PbO$  (Plomb) et autres, est la base du cristal et a pour vocation de protéger contre les rayons X et le rayonnement nucléaire.

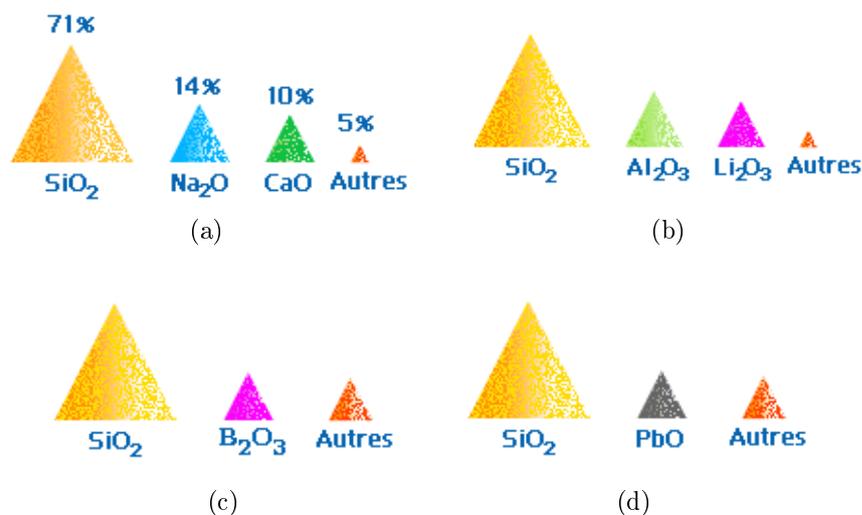


FIGURE 4.8: La composition approximative des verres classiques : (a) Verre silico-sodo-calcique ; (b) Verre céramique ; (c) Verre borosilicate ; (d) Verre au plomb.

Parmi les composants du verre on distingue les matières premières de base dont  $SiO_2$ ,  $Na_2O$ ,  $CaO$ ,  $MgO$  (magnésium),  $Al_2O_3$ , etc et les matières premières particulières, telles que l'anhydride borique ( $B_2O_3$ ), oxyde de plomb ( $PbO$ ), composés fluorés, sels de lithium, etc. La plupart de ces matières premières sont naturelles ; celles de base peuvent être classées en quatre catégories différentes selon la propriété apportée :

- vitrifiant (oxyde formateur du réseau vitreux) pour le  $SiO_2$  provenant du sable ;
- fondant (oxyde abaissant la température de fusion) pour le  $Na_2O$  issu du carbonate de sodium ;

- stabilisant (durabilité chimique) pour le  $CaO$  natif calcaire,  $MgO$  natif magnésie et  $Al_2O_3$  natif alumine ;

- calcin (abaissement de la température de fusion) pour les verres recyclés et les additifs divers dont les oxydes métalliques (colorant, opalisant . . .). [Phalippou, 2001].

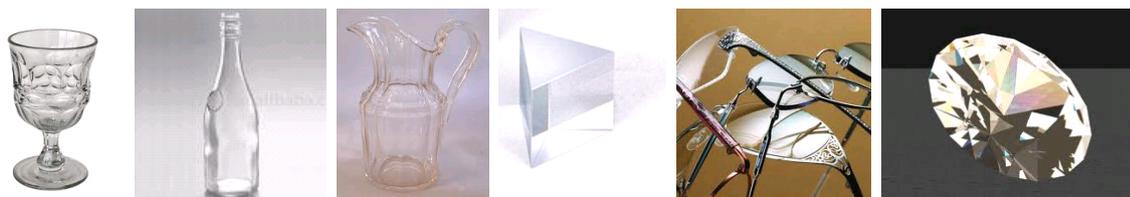
Ci-dessous reportés à la Figure 4.9 des exemples concrets de verre étudiés par [Kreidl, 1945] et leurs principales propriétés physiques en fonction de l'oxyde constituant du verre.

Name	Glass former	Main property
Pyrex	Si, B	Low expansion, high resistance
Flint	Si, Pb	High refraction, high dispersion
Alumophosphates	Al, P	Insulation, low melting
High index glass according to Morrey	La, Ta, B	High refraction, low dispersion



(a)

(b)



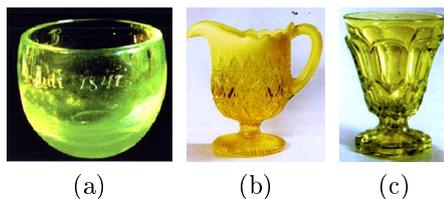
(c)

(d)

FIGURE 4.9: (a) Verres étudiés par Kreidl en fonction de leur type, leur composition et leurs propriétés ; (b) Verre pyrex ; (c) Verres flint ; (d) Verres à indice élevé.

#### 4.2.4.2 Bref état de l'art sur la fluorescence du verre

Découverte fortuitement par Edmond Becquerel, la fluorescence d'un verre est initialement mentionnée dans la littérature scientifique par Sir David Brewster, George Gabriel Stokes, Edmond Becquerel et Wilhelm Conrad Röntgen sur les verres uranifères en raison de leur teneur en uranium, l'uranium qui était uniquement employé pour la coloration des verres décoratifs, des glaçures de la céramique et des décors de la porcelaine jusqu'à la découverte de la radioactivité. La fluorescence constatée est induite par les rayons X.



(a)

(b)

(c)

FIGURE 4.10: Exemples de verres uranifères.

La découverte de la fluorescence a donné lieu à diverses investigations visant à identifier d'une part les composants influents et source de la fluorescence du verre.

[Weyl & Thümmen, 1934] ont prouvé que l'uranium seul ne fluoresce pas, la fluorescence est due au groupe uranyle formé par l'uranium et l'oxygène par des liaisons chimiques particulières ( $UO_2^{2+}$ ). [Rodriguez et al., 1943] démontrait la corrélation entre l'intensité de la fluorescence du groupe uranyle et la teneur en oxyde de silicium du verre alcali (Voir Figure 4.11(a)(b)).

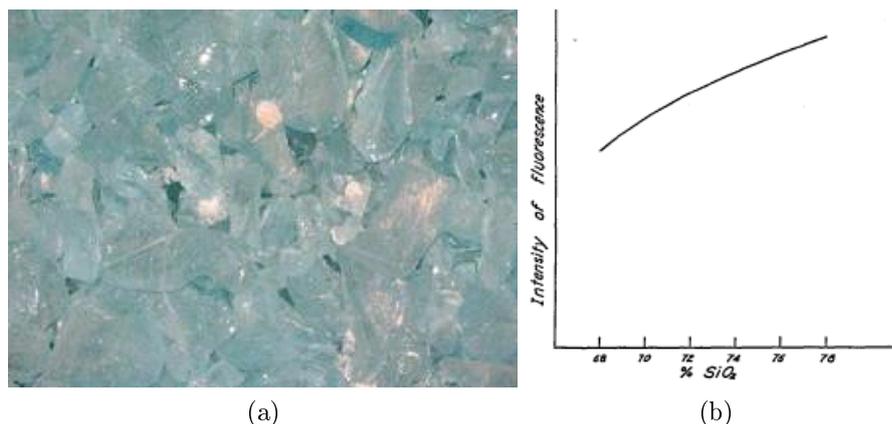


FIGURE 4.11: (a) Exemple de verre alcali ; (b) Variation de l'intensité de fluorescence en fonction de la teneur en  $SiO_2$  du verre.

[Kreidl, 1945] a mis en évidence l'influence de certains éléments chimiques tels que le potassium ( $K$ ), le sodium ( $Na$ ) et lithium ( $Li$ ) sur l'intensité de fluorescence du verre de silicate en fonction de la gamme spectrale visible, Voir Figure 4.12(a). A l'issue de l'étude, il a été constaté que la présence du lithium dans un verre de silicate réduit considérablement l'intensité de fluorescence du groupe uranyle.

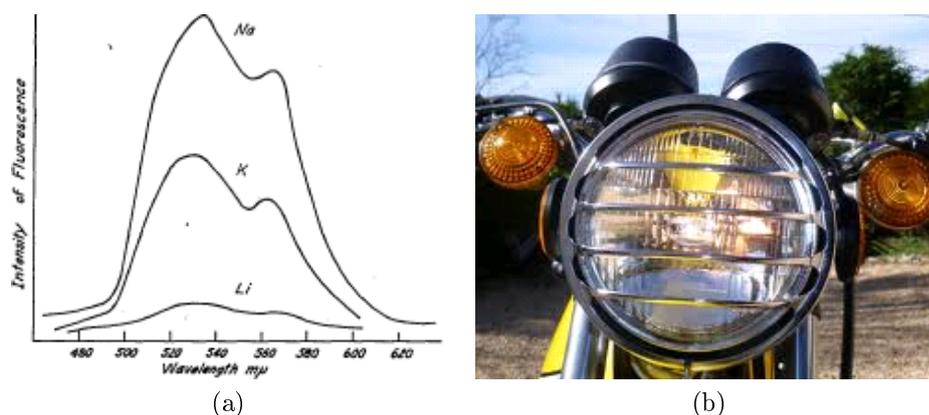


FIGURE 4.12: (a) Spectre d'émission de fluorescence en fonction de la présence de quelques éléments chimiques. (b) Exemple de verre de cérium : le phare d'une moto.

Bien que l'euporium ne soit pas directement la source de la fluorescence, [Tomaschek & Deutschbein, 1938] ont démontré que la bande d'émission de fluorescence varie en fonction de la provenance de ce premier.

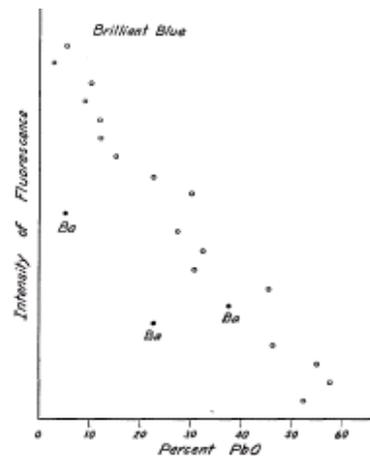
Les terres rares, un groupe de métaux particuliers, produisent d'intensive fluorescence en raison de la remarquable performance du procédé d'absorption et d'émission

[Luyun et al., 2009], [Basiev et al., 1997]. L'exemple le plus connu est la fluorescence bleue du verre cérium (Figure 4.12(b)). Certains éléments comme l'iron, le zinc or encore le vanadium, etc, influent également la fluorescence induite sur un verre optique irradié par un rayonnement UV d'après l'étude entreprise dans [Basiev et al., 1997].

D'autre part, différentes études ont été menées sur la détermination des éléments chimiques influençant la couleur de la fluorescence induite à la surface du verre. Ci-dessous résumés à la Figure 4.13(a), les récents résultats obtenus par [Kreidl, 1945] à partir d'une source UV d'une lampe à vapeur de mercure. A l'issue de son analyse, Kreidl a par ailleurs observé que, plus la teneur en oxyde de plomb  $PbO$  d'un verre flint commercial augmente, plus l'intensité de la fluorescence bleue brillante obtenue diminue, quelque soit la teneur en baryum ( $Ba$ ) (Voir Figure 4.13(b)).

Example*	Fluorescence
Barium crown Borosilicates	Dark purples; with $PbO$ bluer Brilliant purples; with more $Sb_2O_3$ more purple
Crowns, with $Sb$	Purplish whites; with more $Sb_2O_3$ more purple
Crowns, without $Sb$	White to greenish
Light flints	Brilliant blues
Medium flints	Blue, less purplish, more greenish
Heavy flints	Dull green
Manganese glasses	Greenish yellow

(a)



(b)

FIGURE 4.13: (a) L'influence de certains éléments sur la couleur de la fluorescence obtenue ([Kreidl, 1945]); (b) Variation de l'intensité bleue brillante en fonction de la teneur en plomb et en baryum.

En outre, d'autres éléments chimiques du verre contribuent à l'obtention de la fluorescence en raison de leurs propriétés chimiques en présence d'autres éléments en liaison ou pas avec eux. Elles contribuent également à sa variation en intensité et en couleur, qui bien naturellement dépend essentiellement de la longueur d'onde source excitatrice utilisée. En résumé, tous les éléments chimiques fluorescents du verre ont deux origines principales :

- soit, il s'agit des défauts extrinsèques du verre, encore appelés les impuretés du verre, (des éléments additionnels aux liaisons de base du verre (oxyde)) qui causent la fluorescence, indépendamment de la matrice de base du verre. Exemple : les terres rares, le plomb  $Pb^{2+}$ , etc. [Geffcken, 1962], [Ehrt et al., 2001], [Stroud, 1971];

- soit, ce sont les liaisons de base du verre qui influent la fluorescence de par les processus chimiques (le processus d'oxydation et réduction) et les propriétés chimiques conférées lors de la formation de la matrice de base du verre. Exemple :  $SiO_2$ ,  $SbO_3$ ,  $AsO_3$  ou encore  $ZnO$ , etc. [Schott, 2004].

Notre application portera principalement sur le scanning des objets en verre flint et en plastique à l'exception des plaques de verre silico-sodo-calcique, verre céramique et verre borosilicate utilisées dans le but d'identifier par vision les facteurs influençant l'erreur de reconstruction obtenue à la Section 4.3.2. Nous nous focaliserons sur la fluorescence induite à la surface des objets considérés sans avoir à identifier de manière précise leurs molécules fluorescentes, l'origine de ces dernières étant explicitées et abordées plus haut. Nous nous intéresserons donc davantage à l'étude de l'éligibilité de la fluorescence imagée dans le cadre de notre application. Nous expliquerons notre procédé de caractérisation de la fluorescence des objets transparents considérés dans la Section suivante.

#### 4.2.5 Le cadre applicatif

Différents paramètres permettent de caractériser une fluorescence donnée, tels que le rendement quantique, le temps de relaxation, le pouvoir d'absorption, le spectre d'absorption et d'émission de fluorescence. Le rendement quantique de fluorescence représente le rapport du nombre de photons émis sur le nombre de photons absorbés. Il dépend aussi bien de la longueur d'onde que de la température ou de la structure du milieu. Le temps de relaxation ou le temps de vie, est le temps mis pour émettre après l'arrêt de l'excitation. Il dépend de la structure environnante du fluorophore et permet, aussi bien que le rendement de fluorescence, de caractériser l'efficacité du fluorophore, les deux étant exprimés à l'aide du taux de déclin radiatif et non radiatif de l'état excité  $S_1$  à l'état stable  $S_0$  (Voir Sections 4.2.1 et 4.2.2). Le pouvoir d'absorption s'exprime généralement en fonction des coefficients d'extinction et d'émission de fluorescence ainsi que de la concentration en molécule fluorescente pour une solution. Dans le cadre de notre application, en l'occurrence le verre et les autres objets transparents, nous conviendrons d'étudier la courbe du coefficient d'absorption et le spectre d'émission, le temps de relaxation étant négligeable de par l'utilisation d'un laser UV continu. Nous assimilons le pouvoir d'absorption au coefficient d'absorption pour tous objets transparents considérés et le calculerons à partir de l'absorbance mesurée de chaque matériau pour les longueurs d'onde d'excitation variant du visible à l'UV. La courbe du coefficient d'absorption sera établie afin de déterminer les longueurs d'onde correspondant à la génération de fluorescence qui soit exploitable pour notre application. L'analyse de l'allure et le comportement de la courbe du coefficient d'absorption nous permettra de définir la gamme de longueur d'ondes dans l'UV pour laquelle la probabilité d'émission de fluorescence est grande du fait de l'importance du coefficient d'absorption. Nous tenons à préciser que la longueur d'onde correspondant au coefficient d'absorption le plus élevé ne correspond pas toujours à l'émission de fluorescence la plus importante. Nous ne pouvons pas non plus nous baser uniquement sur le rendement quantique de fluorescence en tant que critère décisif relatif à la détermination de la longueur d'onde de la fluorescence optimale dans notre application, en raison du rapport qui le définit. En effet, bien

que ce dernier soit plus élevé (proche de 1), la fluorescence émise peut être moindre (et présente ainsi un rapport signal sur bruit insuffisant lors de l'acquisition) que celle d'un rendement plus faible. En conséquence, il serait délicat de déterminer avec exactitude la longueur d'onde pour laquelle la fluorescence optimale, exploitable pour chaque matériel d'application est atteinte. Cela requerrait la mise en œuvre d'une procédure exhaustive et onéreuse qui pourrait être couplée ou pas avec l'analyse du rendement quantique de fluorescence. Compte tenu des moyens dont nous disposons, nous nous satisferons de délimiter l'intervalle de longueurs d'onde correspondant au coefficient d'absorption élevé selon l'allure de la courbe du coefficient d'absorption obtenue par spectrophotométrie pour chaque matériau considéré. Nous nous appuyons sur l'hypothèse (évoquée plus haut) que la fluorescence ne peut pas avoir lieu sans le mécanisme d'absorption. Ainsi, l'exploitabilité de la fluorescence dans le cadre de notre application repose sur la gamme de longueur d'onde pour laquelle le coefficient d'absorption est élevé par rapport à l'allure moyenne de la courbe de ce dernier. Le spectre d'émission sera également établi et contribuera au traitement ultérieur des images de fluorescence exploitées pour la reconstruction 3D.

### 4.3 Analyse expérimentale de la faisabilité et de l'applicabilité de l'approche

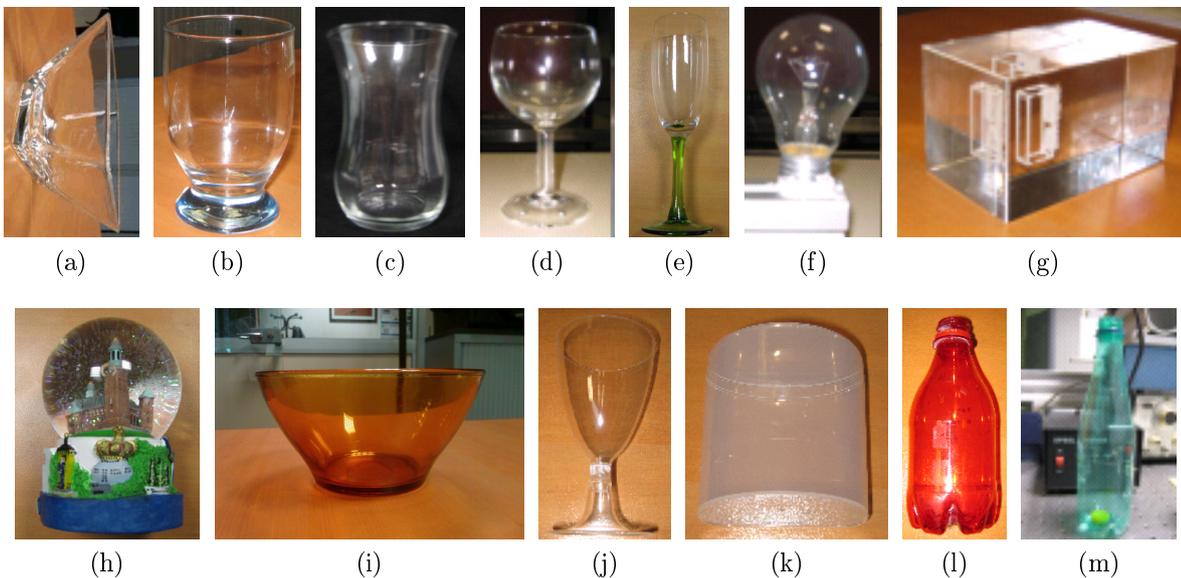


FIGURE 4.14: (a) Ramequin (R) ; (b) Verre de moutarde (VM) ; (c) Tasse turque (TT) ; (d) Verre de vin (VV) ; (e) Verre de champagne (VC) ; (f) Ampoule (A) ; (g) Verre rempli (VR) ; (h) Boule de verre rempli d'eau (BVE) ; (i) Bol (B) ; (j) Verre en plastique (VP) ; (k) Boîte en plastique (BP) ; (l) Bouteille plastique rouge (BPR) ; (m) Bouteille plastique verte (BPV).

Nous avons abordé l'étude de faisabilité de notre approche par des analyses expérimentales menées à travers deux protocoles opératoires ayant des finalités différentes. Le premier protocole consiste à étudier par spectrophotométrie ([Sharma & Schulman, 1999] [Lakowicz, 1999]) quelques objets transparents (Figure 4.14), dont l'analyse de l'absorbance permet de déterminer la gamme UV inductrice de la fluorescence exploitée pour la reconstruction. La spectrométrie porte également sur l'analyse du spectre d'émission de la fluorescence observée à la surface de chaque objet irradié par le laser UV considéré. Celle-ci aboutit à l'élaboration des critères de "tracking" de la fluorescence en présence de bruit dont l'étude est développée à la section 4.4.2. Le deuxième protocole opératoire porte sur l'identification par vision des facteurs qui peuvent éventuellement influencer la mesure de la profondeur à partir de la fluorescence acquise par le système. Pour ce faire, différentes plaques de matériaux transparents (Figure 4.15) ont été utilisées afin de mettre en évidence respectivement l'influence de la nature du matériau et l'indépendance de l'épaisseur du matériau, sur la profondeur estimée.



FIGURE 4.15: Plaques de matériaux utilisées pour l'analyse expérimentale par vision. Colonne 1 : Verre clair de différentes épaisseurs 2-3-5-6-10-12mm ; Colonne 2 : Plexiglas de différentes épaisseurs 2-3-5-6mm ; Colonne 3 : Différentes plaques de matériaux transparents de même épaisseur 4mm : verre clair, plexiglas, neoceram, vert parsol, gris parsol, bronze parsol.

### 4.3.1 Analyse de la fluorescence par spectrométrie

#### 4.3.1.1 Analyse de l'absorbance

Nous avons mesuré l'absorbance  $A$  de chaque objet de la Figure 4.14 à l'aide d'un spectrophotomètre classique, Lambda 900 (Figures 4.16 et 4.17(a)) dont le principe de mesure est schématiquement décrite à la Figure 4.17(b).



FIGURE 4.16: Spectrophotomètre Lambda 900.

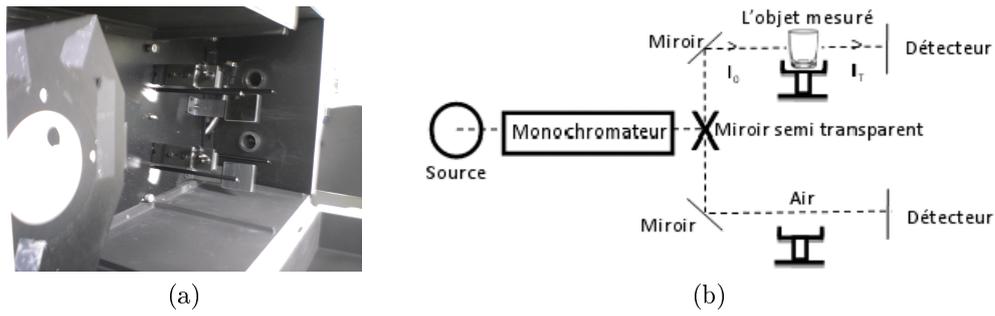
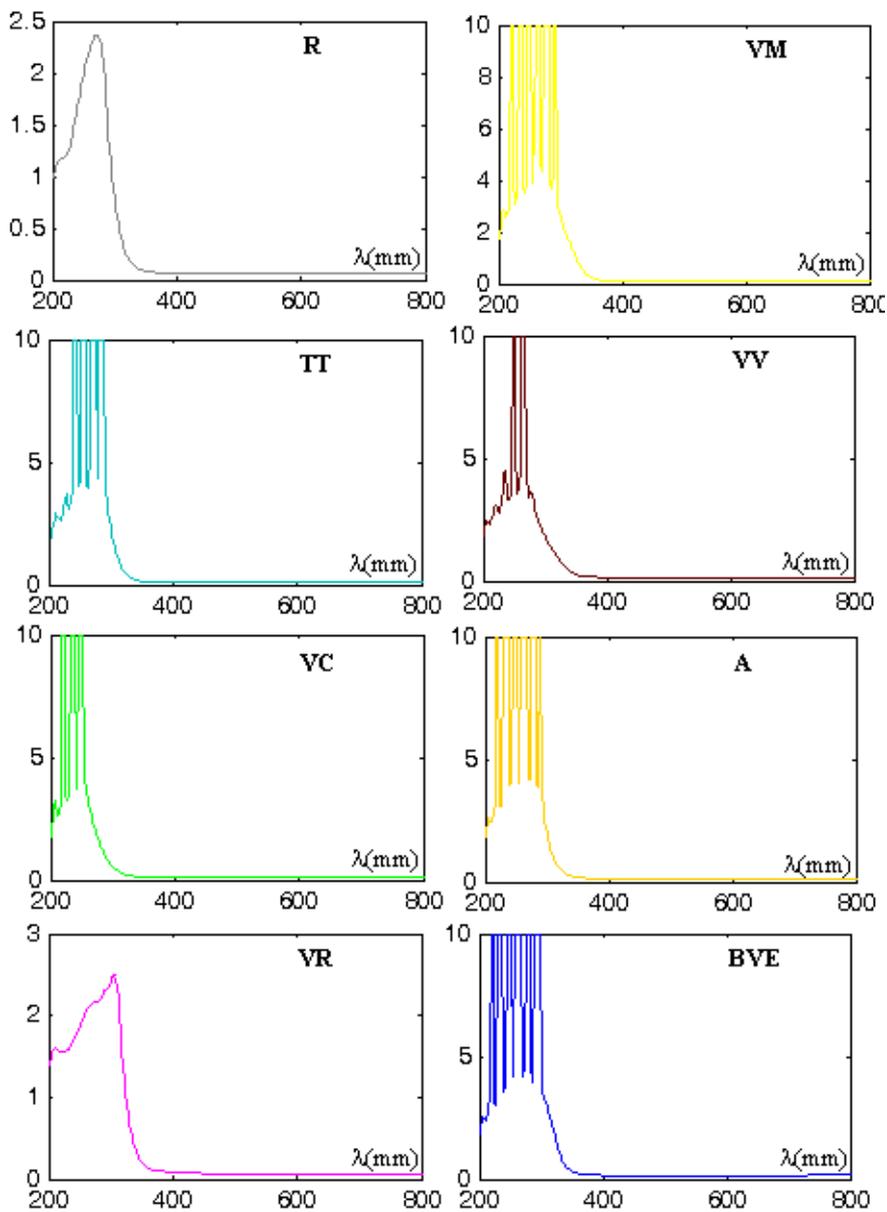


FIGURE 4.17: (a) L'intérieur du spectrophotomètre ; (b) Le principe de mesure du spectre d'absorption.



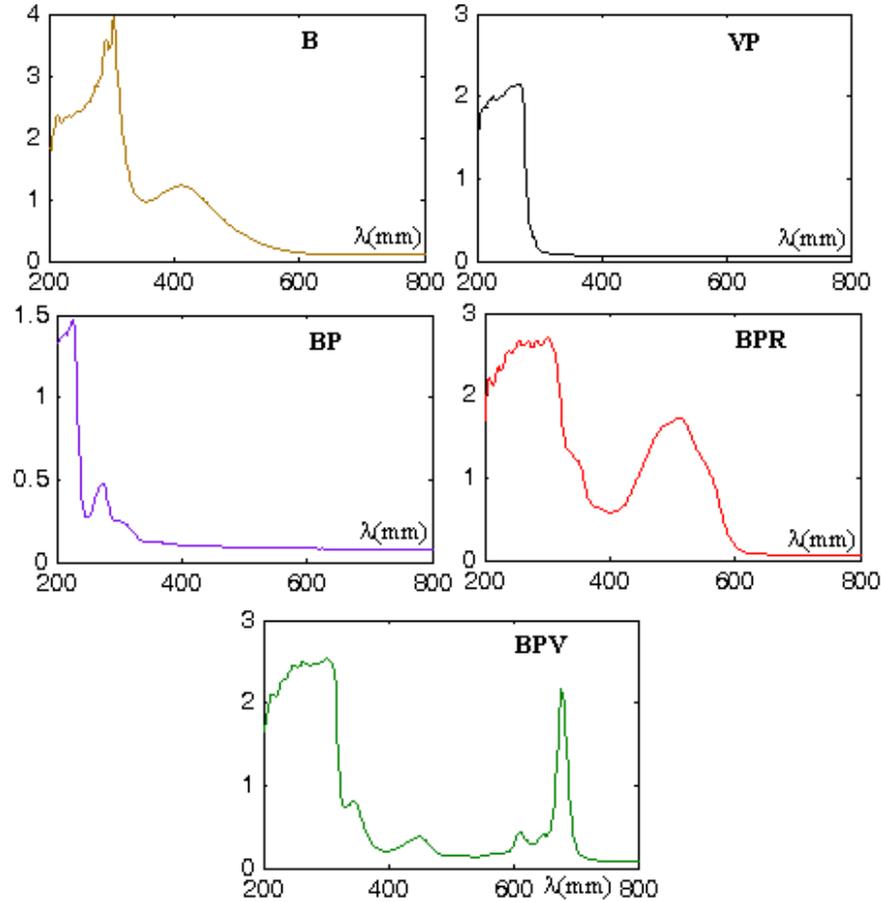


FIGURE 4.18: Courbes d'absorbance des objets de la Figure 4.14.

L'ensemble source/monochromateur du spectrophotomètre permet de balayer en excitation une partie de la gamme UV-visible allant de 200nm à 800nm. L'intensité lumineuse  $I_T$  transmise est mesurée par le système de détecteur et utilisée pour le calcul de l'absorbance rappelé ci-dessous :

$$A(\lambda) = \log_{10} \frac{I_0}{I_T} \quad (4.6)$$

Les spectres d'absorbance mesurés par chacun des objets utilisés sont donnés à la Figure 4.18. Pour certains objets (tels que le verre à moutarde, la tasse turque, le verre de vin, le verre de champagne, l'ampoule et la boule de verre remplie d'eau), l'absorbance n'est plus mesurable pour certaines longueurs d'onde UV. En effet, lorsque l'intensité lumineuse transmise est trop faible, l'absorbance tend vers l'infini : Equation 4.7.

$$A(\lambda) = -\log_{10} \frac{I_T}{I_0} \Leftrightarrow A(\lambda) \xrightarrow{I_T \rightarrow 0} +\infty \quad (4.7)$$

Nous avons calculé le coefficient d'absorption des objets n'ayant pas de problème d'infini d'absorbance dans l'UV en utilisant la formule de l'Equation 4.8.

$$\alpha = \frac{A(\lambda)}{l} \log(10) \quad (4.8)$$

La courbe du coefficient d'absorption correspondante est fournie aux Figures 4.19 et 4.20(a)(b) avec la synthèse des résultats au Tableau 4.1.

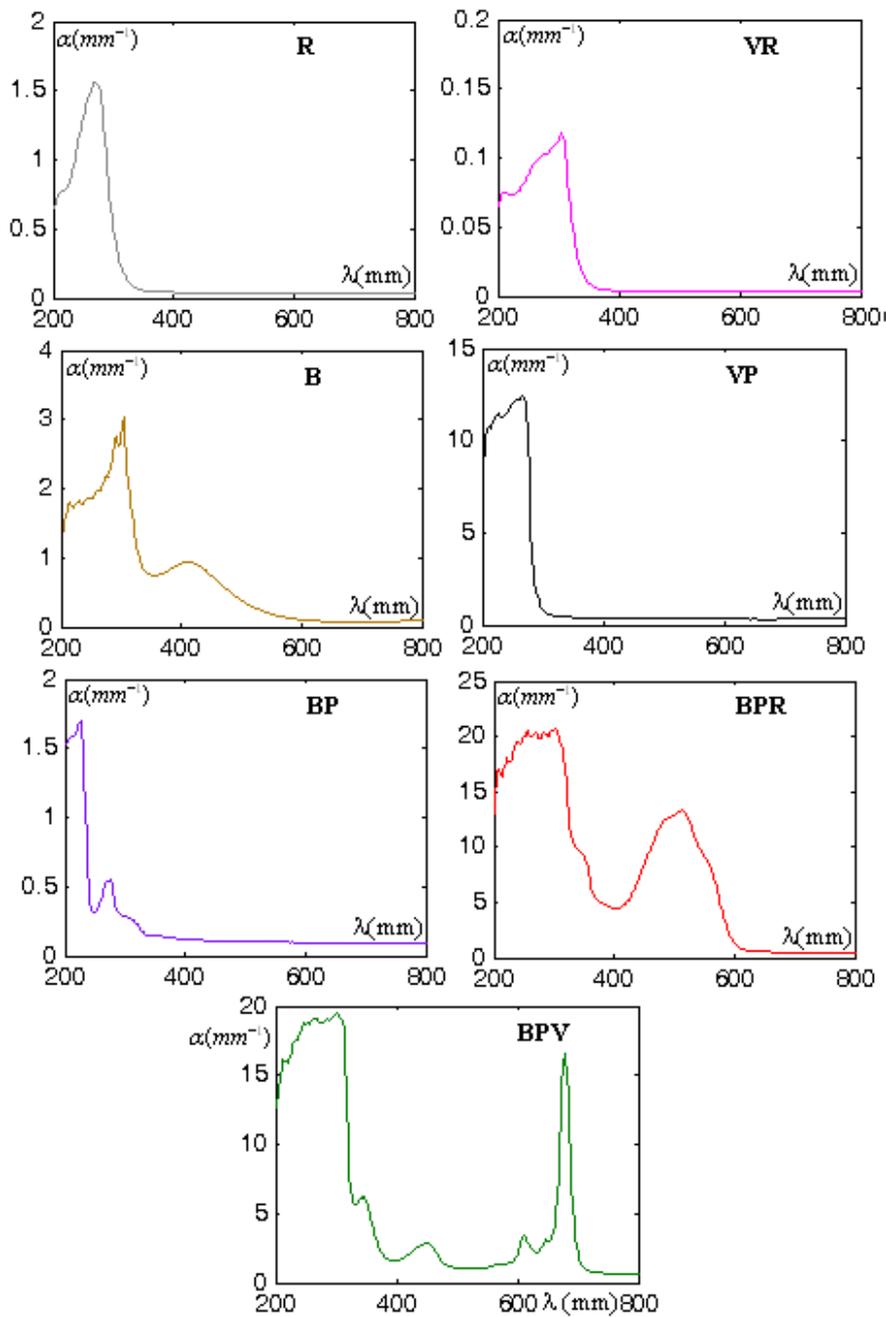


FIGURE 4.19: Coefficient d'absorption de certains matériaux.

Les objets transparents étudiés présentent tous une forte absorbance dans la gamme de l'UV. En nous basant sur les résultats de nos mesures, nous postulons qu'un laser UV commun de longueur d'onde excitatrice située entre [200nm et 300nm] devrait être utilisé pour induire une fluorescence sur les types d'échantillons représentatifs des surfaces transparentes à numériser.

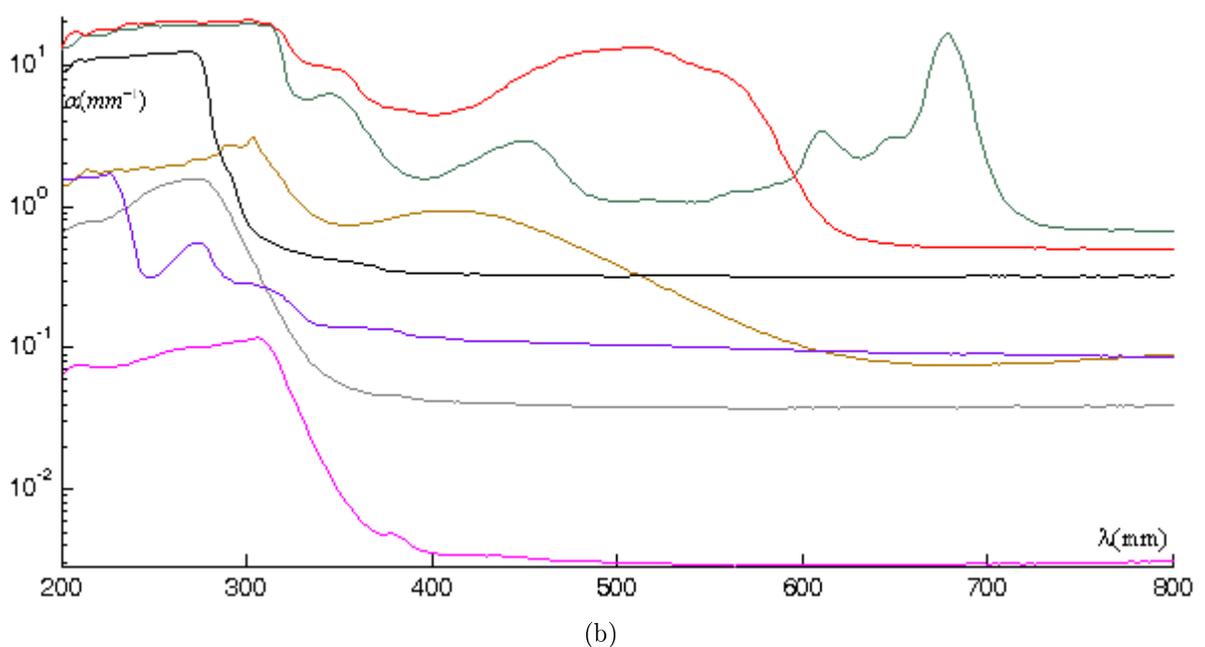
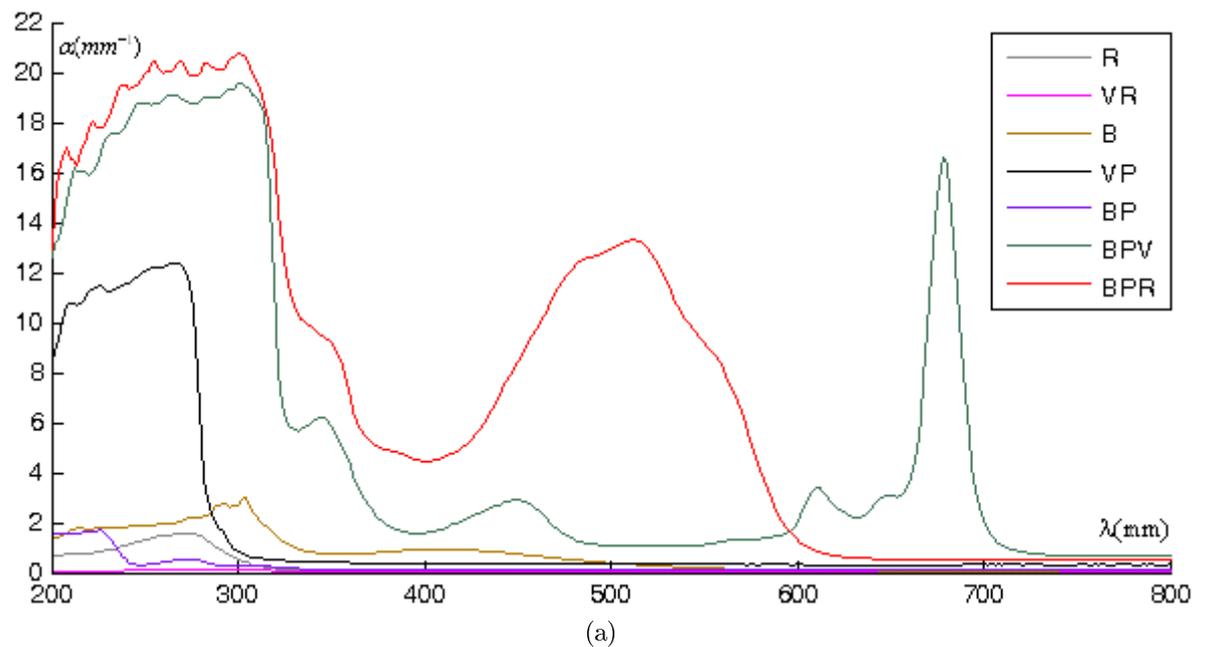


FIGURE 4.20: Comparaison des courbes de coefficient d'absorption ; (a) représentée sur une échelle normale ; (b) représentée sur une échelle logarithmique.

Dans la suite, nous manipulerons avec un des deux types de laser UV suivants :

1. un de 244nm de longueur d'onde et 5mW de puissance ;
2. un autre de 266nm de longueur d'onde et 10mW de puissance.

	Gamme UV et/ou visible de $\lambda$ où les absorbances sont importantes (et $\lambda$ de la maximum absorbance dans le visible) (nm)		Gamme UV de $\lambda$ où les coefficients d'absorption sont élevés (nm)	La gamme du coefficient d'absorption maximum (nm)	La valeur du coefficient d'absorption maximum ( $\alpha(\text{mm}^{-1})$ )	L'épaisseur $l$ (mm)
R	[200 - 340]		[200 - 340]	270	1.56	3.5
VM	[200 - 350]		-			4
TT	[200 - 350]		-			4
VV	[200 - 370]		-			4
VC	[200 - 300]		-			3
A	[200 - 350]		-			-
VR	[200 - 340]		[200 - 340]	306	0.12	49
BVE	[200 - 340]		-			-
B	[200 - 420]	[420 - 600] (425)	[200 - 420]	304	3.04	1.5
VP	[200 - 300]		[200 - 300]	266	12.38	0.4
BP	[200 - 350]		[200 - 350]	226	1.69	2
BPR	[200 - 420]	[420 - 600] (525)	[200 - 420]	300	20.74	0.3
BPV	[200 - 390]	[420 - 490] [600 - 720] (690)	[200 - 390]	300	19.55	0.3

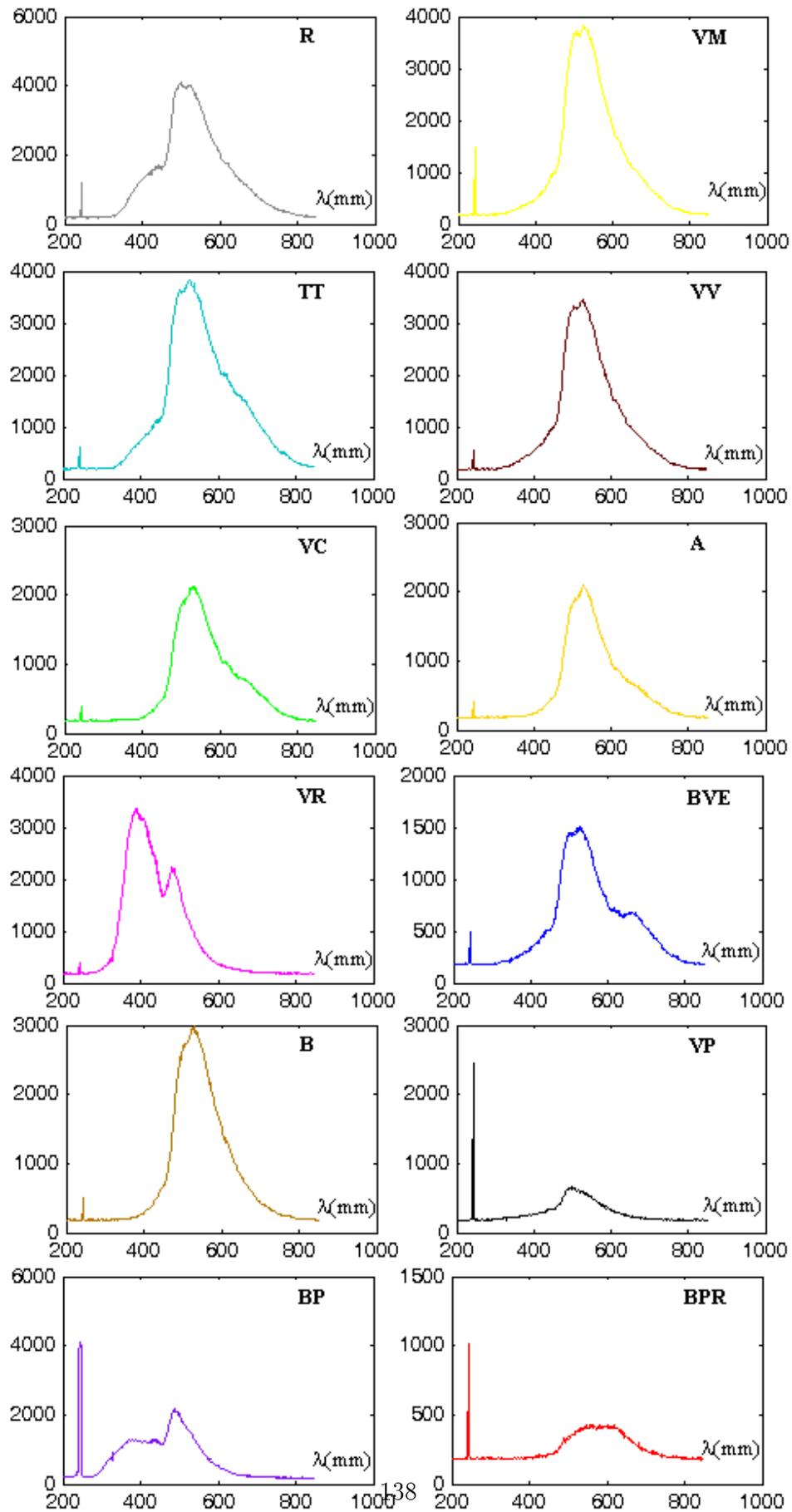
TABLE 4.1: Synthèse relative à la mesure de l'absorbance et du coefficient d'absorption des objets présentés à la Figure 4.14.

#### 4.3.1.2 Analyse du spectre d'émission

Spécifique à chaque objet transparent analysé, le spectre d'émission a été mesuré à l'aide du dispositif illustré à la Figure 4.21, (laser 1). La courbe du spectre d'émission de chaque objet étudié est fournie à la Figure 4.22. Le tableau des mesures correspondantes est donné par le Tableau 4.2.



FIGURE 4.21: Dispositif de spectrométrie.



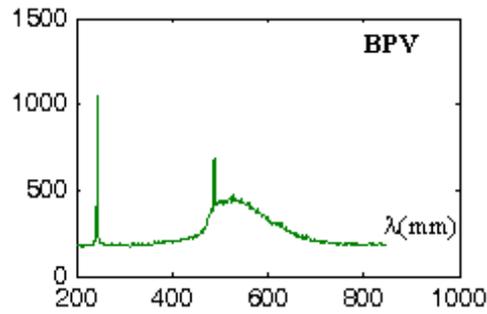


FIGURE 4.22: Spectre d'émission des objets de la Figure 4.14.

	Pourcentage d'émission dans le visible [420nm - 720nm] (%)	$\lambda$ [gamme] de l'émission maximum [importante] dans le visible (nm)	Pourcentage de l'émission maximum (%)	Gamme de la réflexion (nm)	Pourcentage de la réflexion (%)
R	81.14	533	0.51	243	0.09
VM	85.55	525	0.56	243	0.22
TT	83.42	527	0.49	243	0.08
VV	84.41	529	0.55	243	0.09
VC	81.14	533	0.51	243	0.09
A	80.65	529	0.54	243	0.11
VR	51.13	421	0.59	243	0.07
BVE	75.89	526	0.44	243	0.14
B	84.96	529	0.58	244	0.10
VP	60.72	500	0.35	243	1.31
BP	58.18	487	0.47	246	0.88
BPR	59.05	579	0.26	244	0.61
BPV	58.51	488	0.42	244	0.64

TABLE 4.2: Synthèse relative à la mesure du spectre d'émission des objets présentés à la Figure 4.14.

Le pourcentage d'émission de fluorescence varie en fonction de la nature de la surface. En particulier, une émission de fluorescence est moins importante pour les objets plastiques transparents que pour les objets en verre. La fluorescence demeure tout de même exploitable dans les deux cas dans le cadre de notre application. La largeur de la bande de fluorescence varie en fonction du type de la surface irradiée avec un maximum d'intensité atteint dans le vert (autour de 520 nm) pour la majorité des objets exceptés pour la boîte plastique et la bouteille plastique rouge dont le maximum se situe plutôt vers le bleu (487nm et 488nm), également pour le verre rempli où le bleu (421nm) s'avère être la couleur prédominante du spectre d'émission. De par le comportement et la spécificité du spectre d'émission de chaque objet mesuré, l'analyse du spectre d'émission nous conduira à élaborer les critères de "tracking" (localisation et extraction) des points fluorescents en présence de bruits inhérents à l'acquisition. Ce critère sera développé dans les Sections 4.4.2.1.5 et 4.4.2.2.5. Pour cela, nous supposons que la variation du spectre d'émission de fluorescence induite soit par le laser 1 ou soit par le laser 2 à la surface des matériaux étudiés est négligeable.

### 4.3.2 Analyse de la fluorescence par vision

Des investigations expérimentales ont été menées en vue d'identifier les facteurs éventuels influençant l'estimation de la profondeur des points de fluorescence extraits en adoptant le principe de la méthodologie de calibration décrite à la Section 4.4.1.1.2. La première manipulation vise à mettre en évidence l'influence de la nature du matériau et la seconde consiste à évaluer l'influence de l'épaisseur du matériau sur la fluorescence obtenue et la profondeur estimée. Nous avons utilisé le laser 2 dans les deux cas.

#### 4.3.2.1 Analyse de la fluorescence sur différents types de matériaux

La fluorescence observée étant spécifique à chaque matériau aussi bien en intensité qu'en couleur (Figures 4.22 et 4.23 de (c) à (h)), l'approche d'étude que nous avons mise en œuvre consiste à quantifier l'erreur de modélisation de la profondeur  $Z$  au moyen de l'Equation 4.57 relative à l'utilisation de chaque plaque de matériaux transparents de même épaisseur (Figure 4.15 Colonne 3) en adoptant la méthodologie de calibration décrite à la Section 4.4.2.1. Le système d'acquisition utilisé est illustré ci-dessous à la Figure 4.23(a)et(b).

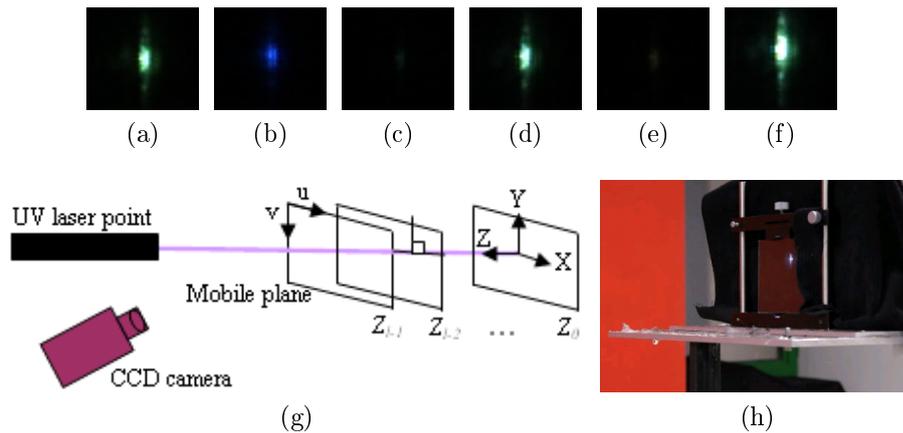


FIGURE 4.23: Fluorescence observée sur différentes plaques de matériaux d'épaisseur identique de 4mm : (a) verre clair ; (b) plexiglas ; (c) neoceram ; (d) parsol vert ; (e) parsol gris ; (f) parsol bronze. (g) Système d'analyse par vision ; (h) Exemple de plaque de verre clair irradié.

Pour chaque plaque de matériau considérée, nous avons opéré cinq fois le processus de mesure dans des conditions d'acquisition identiques. Nous obtenons ainsi cinq valeurs légèrement différentes (Voir Figure 4.24), ce qui nous permet d'évaluer les erreurs de modélisation. Nous avons relevé l'écart-type<sup>1</sup> minimal de l'erreur de modélisation de chaque plaque de matériau dans le Tableau 4.3 et constatons que l'écart-type varie d'un matériau à un autre, autour de 0.1mm pour le parsol et le plexiglas, 0.17mm pour le verre

1. La comparaison s'effectue au niveau de l'écart-type (racine carrée de la variance) en suivant le raisonnement de la méthode de validation décrite dans la Section 4.4.2.1.4.

et un écart-type assez élevé de 0.3mm pour le neoceram dont la tache de fluorescence demeure faible. Par ailleurs, le rapport signal sur bruit étant moins conséquent compte tenu de l'insuffisance d'intensité de fluorescence du neoceram et du parsol mesurée, notre interprétation n'est valide que pour les autres matériaux.

Min	Max	$\mu$	$\sigma$	Min	Max	$\mu$	$\sigma$
-0.3764	0.3745	0.0000	0.1779	-0.2315	0.4829	0.0000	0.1666
-0.3774	0.3710	0.0000	0.1738	-0.3063	0.6976	-0.0000	0.2149
-0.3724	0.3796	-0.0000	0.1887	-0.2898	0.4678	0.0000	0.1889
-0.3775	0.3689	-0.0000	0.2026	-0.2630	0.2295	0.0000	0.1170
-0.3785	0.3706	0.0000	0.1969	-0.2528	0.1791	0.0000	0.1074
-0.5932	0.5061	-0.0000	0.3009	-0.2656	0.1862	-0.0000	0.1163
-0.5907	0.5355	0.0000	0.3018	-0.2506	0.1802	0.0000	0.1039
-0.5882	0.5648	0.0000	0.3030	-0.7553	1.9167	-0.0000	0.5210
-0.6042	0.5484	0.0000	0.3131	-0.2026	0.3718	0.0000	0.1397
-0.5853	0.5633	0.0000	0.3025	-0.2077	0.3807	-0.0000	0.1422
-0.7328	2.4713	-0.0000	0.6684	-0.2121	0.3825	0.0000	0.1463
-0.5115	0.5209	-0.0000	0.3205	-0.7553	1.9167	-0.0000	0.5210
-0.5434	0.7943	0.0000	0.3519	-0.2026	0.3718	0.0000	0.1397
-0.3940	0.6029	0.0000	0.3077	-0.2077	0.3807	-0.0000	0.1422
-0.4518	0.7801	0.0000	0.3030	-0.2121	0.3825	0.0000	0.1463

FIGURE 4.24: Résultats d'erreur obtenus sur les cinq mesures de chaque plaque de matériau, de même épaisseur, présentée à la Figure 4.23 de (a) à (f).

Matériau	verre clair	plexiglas	neoceram	vert parsol	gris parsol	bronze parsol
$\sigma$ (mm)	0.17	0.30	0.30	0.10	0.10	0.14

TABLE 4.3: Synthèse de l'écart-type minimal d'erreur considérée parmi les cinq erreurs de mesure de chaque matériau.

Ainsi, bien qu'une légère inégalité d'écart-type d'erreur soit prouvée entre les matériaux, celui-ci demeure négligeable et acceptable (de l'ordre de 0.1mm pour les verres et 0.3mm pour le plastique) en vue de l'application du modèle estimé à la reconstruction. De plus, les molécules fluorescentes étant des constituants intégrant du verre (Voir la fluorescence du verre plus haut), la localisation des molécules fluorescentes dans le verre est de l'ordre du micromètre, ce qui influe très faiblement l'erreur de reconstruction.

#### 4.3.2.2 Analyse de la diffusion de la fluorescence dans le volume

Afin d'évaluer l'influence de l'épaisseur sur l'estimation de la profondeur, la précédente procédure a été appliquée sur des plaques de nature identique de différentes épaisseurs. Nous disposons de deux types de matériau d'épaisseurs variables dont le verre clair (2, 3, 4, 5, 6, 10, 12 mm), Figure 4.25(a), et le plexiglas (2, 3, 4, 5, 6mm), Figure

4.25(b), sur lesquels nous avons effectué l'évaluation. Les résultats d'analyse d'erreur associée aux cinq mesures de chaque matériau d'une épaisseur donnée sont respectivement fournis à la Figure 4.26 et à la Figure 4.27.

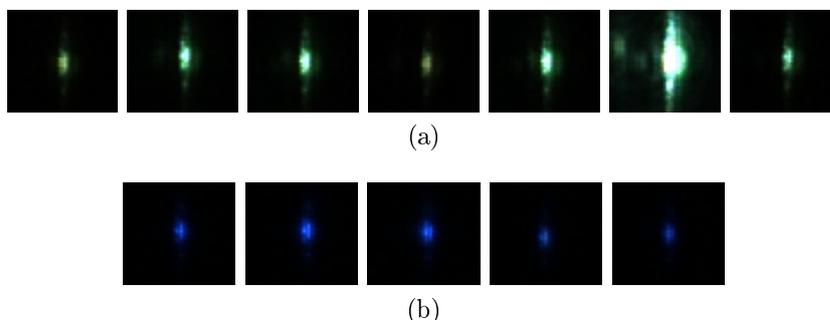


FIGURE 4.25: (a) Les plaques de verre de différentes épaisseurs 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12 mm. (b) Les plaques de plexiglas de différentes épaisseurs 2, 3, 4, 5, 6 mm.

L'écart-type minimal d'erreur de modélisation associée à chaque plaque a été sélectionné et classé en fonction de la nature du matériau et de l'épaisseur (comme explicité dans le Tableau 4.4) à partir desquels les courbes de la Figure 4.28 ont été construites.

Min	Max	$\mu$	$\sigma$	Min	Max	$\mu$	$\sigma$
-0.2870	0.6382	-0.0000	0.2412	-0.3309	0.6989	0.0000	0.2698
-0.3791	0.5905	-0.0000	0.2808	-0.5196	0.7548	-0.0000	0.2498
-0.3846	0.5401	0.0000	0.2944	-0.3309	0.3195	0.0000	0.1576
-0.3283	0.5969	0.0000	0.2533	-0.4655	0.7980	-0.0000	0.2388
-0.3283	0.5969	0.0000	0.2533	-0.5181	0.7567	0.0000	0.2500
-0.2044	0.4165	-0.0000	0.1686	-0.2446	0.2698	0.0000	0.1221
-0.2934	0.3995	0.0000	0.1647	-0.2524	0.2378	0.0000	0.1123
-0.1982	0.4079	-0.0000	0.1628	-0.2439	0.2825	0.0000	0.1284
-0.2936	0.3976	-0.0000	0.1679	-0.2449	0.2777	0.0000	0.1294
-0.3922	0.4429	-0.0000	0.2022	-0.2293	0.2704	0.0000	0.1174
-0.3764	0.3745	0.0000	0.1779	-0.4035	0.6782	-0.0000	0.3421
-0.3774	0.3710	0.0000	0.1738	-0.4289	0.6507	-0.0000	0.3372
-0.3724	0.3796	-0.0000	0.1887	-0.4033	0.6768	-0.0000	0.3421
-0.3775	0.3689	-0.0000	0.2026	-0.3762	0.6443	-0.0000	0.3312
-0.3785	0.3706	0.0000	0.1969	-0.3907	0.6375	0.0000	0.3273
-0.6128	0.4135	-0.0000	0.2454				
-0.5999	0.4051	-0.0000	0.2619				
-0.5999	0.4051	-0.0000	0.2619				
-0.5706	0.4266	0.0000	0.2422				
-0.6167	0.3635	-0.0000	0.2335				

FIGURE 4.26: Résultats d'erreur obtenus sur les cinq mesures de plaque de verre clair pour chaque épaisseur présentée à la Figure 4.25(a).

Min	Max	$\mu$	$\sigma$	Min	Max	$\mu$	$\sigma$
-0.4451	0.5562	0.0000	0.3255	-0.5395	0.5042	-0.0000	0.3287
-0.4451	0.5562	0.0000	0.3255	-0.6389	0.5299	-0.0000	0.3469
-0.4451	0.5562	0.0000	0.3255	-0.5148	0.5140	0.0000	0.3364
-0.4451	0.5562	0.0000	0.3255	-0.5466	0.5083	-0.0000	0.2977
-0.4451	0.5562	0.0000	0.3255	-0.4878	0.5181	-0.0000	0.3162
-0.6882	0.6431	0.0000	0.3929	-0.5805	0.4966	-0.0000	0.3651
-0.7425	0.5699	0.0000	0.3727	-0.6092	0.4255	-0.0000	0.3421
-0.7917	0.5503	-0.0000	0.3817	-0.6290	0.4284	-0.0000	0.3448
-0.7247	0.5973	0.0000	0.3420	-0.5837	0.5038	0.0000	0.3644
-0.7974	0.5450	-0.0000	0.3849	-0.5759	0.5061	0.0000	0.3626
-0.5932	0.5061	-0.0000	0.3009				
-0.5907	0.5355	0.0000	0.3018				
-0.5882	0.5648	0.0000	0.3030				
-0.6042	0.5484	0.0000	0.3131				
-0.5853	0.5633	0.0000	0.3025				

FIGURE 4.27: Résultats d'erreur obtenus sur les cinq mesures de plaque de plexiglas pour chaque épaisseur présentée à la Figure 4.25(b).

$\sigma$ in mm	2	3	4	5	6	10	12
Verre clair	0.24	0.16	0.17	0.23	0.15	0.11	0.32
Plexiglas	0.33	0.34	0.30	0.30	0.34		

TABLE 4.4: Synthèse de l'écart-type d'erreur minimale considérée parmi les cinq erreurs de mesure du verre clair et du plexiglas à différentes épaisseurs.

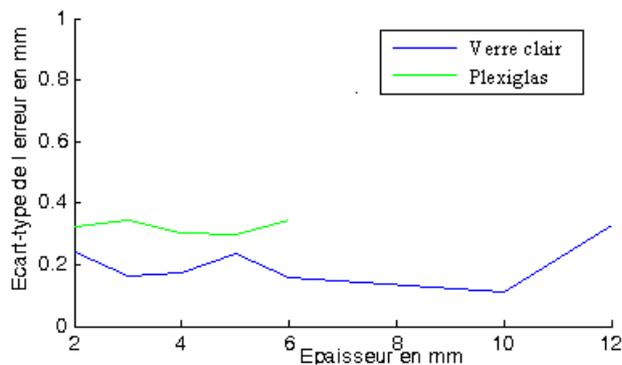


FIGURE 4.28: Variation de l'écart-type de l'erreur minimale (Tableau 4.4) de chaque matériau en fonction de l'épaisseur.

Les valeurs d'écart-type fournies dans le Tableau 4.4 confirment la variation d'intensité de fluorescence observée à la Figure 4.28. L'allure de la courbe d'écart-type de l'erreur est quasi-constante pour chaque matériau comme nous pouvons le constater sur la Figure 4.28. En nous basant sur les résultats obtenus, nous concluons que l'erreur d'estimation de la profondeur n'est pas liée à l'épaisseur (au millimètre près) du matériau transparent étudié.

### 4.3.3 Conclusion

Nous avons montré expérimentalement la faisabilité de notre approche "scanning par UV" et son applicabilité aux objets transparents. L'analyse spectrophotométrique sur des échantillons de surfaces transparentes de nature identique à celles à scanner permet de définir la gamme de longueur d'onde UV excitatrice nécessaire à l'induction de la fluorescence. De par la spécificité de celle-ci selon le matériau, l'erreur de reconstruction (de la profondeur Z) estimée varie en fonction de la nature du matériau, tout en demeurant négligeable voire insignifiant dans le cadre de notre application. Elle est de l'ordre de 0.3mm pour une localisation de quelques micromètres de profondeur des molécules fluorescentes dans les matériaux transparents. Nous avons également prouvé que l'erreur de reconstruction estimée ne corrèle pas avec l'épaisseur du matériau. Cela nous affranchira du problème de la diffusion dans le volume et assure l'éligibilité de la reconstruction à partir des points fluorescents à la surface de l'objet

## 4.4 Mise en œuvre de l'approche

Quatre dispositifs expérimentaux de scanning par triangulation laser UV (Figure 4.29) ont été mis en œuvre afin d'exploiter la propriété de fluorescence induite à la surface des objets transparents à numériser. Le même laser UV point est utilisé lors de l'analyse par vision (laser 2). Il équipe et constitue le cœur des dispositifs implémentés. A l'exception du premier pour lequel le laser 1 a été utilisé dans le cadre d'un démarrage expérimental à l'extérieur du laboratoire LE2I.

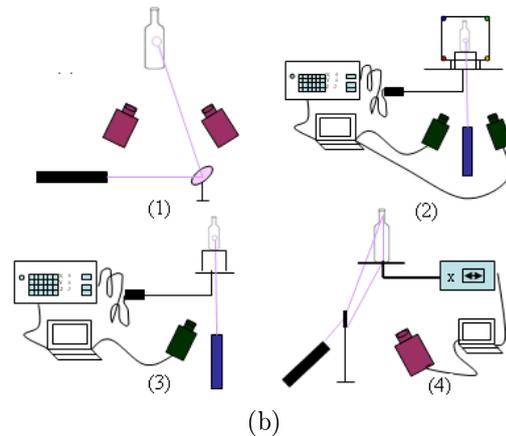
Nous classifions ces approches de triangulation en deux catégories en fonction du nombre de caméra(s) utilisé(s) (Figure 4.29) :

- triangulation par vision binoculaire (stéréovision composée de deux caméras) qui regroupe le dispositif 1 et 2 ;
- triangulation par vision monoculaire qui rassemble le dispositif 3 et 4.

Rappelons brièvement le principe de la reconstruction par éclairage structuré que nous avons adapté à ces dispositifs. Durant le scanning, le faisceau UV projeté sur l'objet induit une tache de fluorescence épousant la surface transparente de l'objet. La tache de fluorescence sera ensuite imagée par la(les) caméra(s) et les images de fluorescence acquises sont traitées puis interprétées par un algorithme de reconstruction par triangulation de manière à remonter aux coordonnées 3D des points fluorescents correspondants. Nous nous proposons de passer en revue les méthodes de reconstruction par triangulation associées à ces dispositifs regroupés en deux classes, ainsi que les résultats obtenus. Nous nous focaliserons davantage sur la particularité du dispositif 2, qui est équipé d'un plan de référence lumineux additionnel visant à assurer le scanning par le déplacement de l'objet. Nous nous concentrerons également sur la spécificité de la méthode d'extraction de la fluorescence appliquée pour le dispositif 3 ainsi que l'approche de validation intégrée dans le processus de reconstruction pour les dispositifs 3 et 4 en vue d'améliorer la précision des résultats.

Dispositif	Triangulation par vision/ éclairage	Composants principaux du dispositif	Mode de scanning
1 Catégorie1	Binoculaire / point laser	- 2 Caméras visibles - 1 Laser point UV - 1 miroir pivotant UV	Objet stationnaire
2 Catégorie1	Binoculaire / point laser	- 2 Caméras visibles - 1 Laser point UV - 1 Plan de référence - 1 Support motorisé	Objet non stationnaire
3 Catégorie2	Monoculaire / point laser	- 1 Caméra visible - 1 Laser point UV - 1 Support motorisé	Objet non stationnaire
4 Catégorie2	Monoculaire / ligne laser	- 1 Caméra visible - 1 Laser point UV + 1 Lentille cylindrique UV - 1 Support motorisé	Objet non stationnaire

(a)



(b)

FIGURE 4.29: Synthèse des quatre dispositifs expérimentaux de scanning par laser UV sous forme de tableau (a) et schématiquement (b).

## Remarques importantes

- Le capteur (caméra(s)) ainsi que le laser UV sont fixes pour les quatre dispositifs mis en œuvre.
- Les acquisitions effectuées, aussi bien durant la calibration que durant le scanning se déroulent dans un environnement obscur de manière à éviter les inter-réflexions causées par l'éclairage ambiant lors de l'extraction des points de fluorescence. Néanmoins, des acquisitions supplémentaires à l'éclairage ambiant ont été rendues nécessaires pendant le calibrage du dispositif 4 (afin de détecter le quadrangle).
- Les systèmes d'acquisition proposés permettent d'obtenir les points 3D des objets transparents numérisés. Le post-traitement (maillage, texture artificielle, visualisation, bouchage de trou, lissage, calcul de la carte de déviation) des nuages de points est ensuite assuré par le logiciel Rapidform.
- Rapidform maille les points 3D fournis en utilisant la triangulation de Delaunay.
- Les modèles 3D obtenus par l'approche développée et présentés dans cette thèse sont des données brutes (sans post-traitement) exceptés quelques-uns dans la Section 4.4.2 où un léger lissage laplacien (paramétré avec 10 itérations et un poids égal à 0.2) a été appliqué.
- Les résultats de la reconstruction sont comparés avec leur modèle de référence respectif obtenu au moyen d'un scanner conventionnel (Comet 5 Steinbichler 1.4Mp de 0.3mm de pas de balayage avec 0.1mm de précision 4.30(a)) nécessitant au préalable l'opacification des surfaces transparentes à l'aide d'une poudre matifiante (3M Spray Mount de 0.015mm d'épaisseur 4.30(b)), Voir Figure 4.30(c)et(d).

- L'analyse de la précision des résultats est basée sur la carte de déviation calculée à partir des deux modèles 3D (notre modèle et le modèle de référence) recalés par ICP selon la fonctionnalité dédiée de **Rapidform**. La carte de déviation fournie est issue de la minimisation des distances des primitives 3D considérées (des polygones) de notre modèle sur le modèle de référence recalés.



FIGURE 4.30: (a) Scanner 3D conventionnel Comet 5 Steinbichler; (b) La poudre matifiante utilisée; (c) Un exemple d'objet transparent à matifier; (d) L'objet transparent (c) opacifié avant le scanning par le scanner présenté à la Figure (a).

#### 4.4.1 Triangulation active par stéréovision

##### 4.4.1.1 Objet stationnaire

Le dispositif expérimental proposé comprend un laser point UV, un capteur stéréo composé de deux caméras RVB et un miroir UV pivotant manipulé manuellement de manière à balayer la surface de l'objet durant le scanning (Figure 4.31).

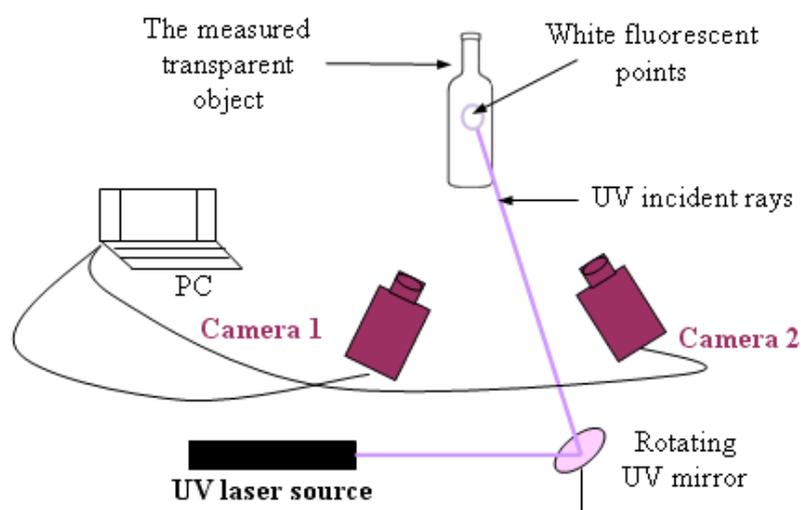


FIGURE 4.31: Dispositif 1.

**4.4.1.1.1 Principe de la reconstruction** La reconstruction est fondée sur le modèle de projection perspectif<sup>2</sup> des deux caméras, [Faugeras & Luong, 2001], [Hartley & Zisserman, 2004], qui, si l'on considère deux facteurs d'échelle  $s \neq 0$  et  $s' \neq 0$ , peut respectivement s'écrire :

$$sm = A[R \ t]M \quad (4.9)$$

$$s'm' = A'[R' \ t']M \quad (4.10)$$

Il s'agit de deux transformations projectives traduisant le projeté d'un point 3D de coordonnées homogènes  $M = (X, Y, Z, 1)^T$  du repère monde  $\{W\}$  dans le repère image gauche  $\{I\}$ ,  $m = (u, v, 1)^T$ , puis respectivement dans le repère image droite  $\{I'\}$ ,  $m' = (u', v', 1)^T$  (Figure 4.32), avec

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_u & c & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

et

$$A' = \begin{pmatrix} \alpha'_u & c' & u'_0 \\ 0 & \alpha'_v & v'_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

$A$  et  $A'$  sont les matrices des paramètres intrinsèques<sup>3</sup> respectifs de chaque caméra où  $(u_0, v_0)^T$ ,  $(u'_0, v'_0)^T$  sont les coordonnées du point principal<sup>4</sup> respectif de chaque caméra dans le repère image,  $(\alpha_u, \alpha_v) = (-k_u f, -k_v f)$  et  $(\alpha'_u, \alpha'_v) = (-k'_u f', -k'_v f')$  si l'on dénote  $k_u, k'_u$  les facteurs d'échelle horizontaux et  $k_v, k'_v$  les facteurs d'échelle verticaux puis  $f, f'$  les distances focales et  $c, c'$  l'obliquité de chaque caméra.

$$R = [r_1 \ r_2 \ r_3], r_i = (r_{1i} \ r_{2i} \ r_{3i})^T, \quad i = \{1, 2, 3\} \quad \text{et} \quad t = (t_1 \ t_2 \ t_3)^T \quad (4.13)$$

$$R' = [r'_1 \ r'_2 \ r'_3], r'_i = (r'_{1i} \ r'_{2i} \ r'_{3i})^T, \quad i = \{1, 2, 3\} \quad \text{et} \quad t' = (t'_1 \ t'_2 \ t'_3)^T \quad (4.14)$$

sont les matrices des paramètres extrinsèques respectifs de chaque caméra, composés respectivement par la matrice de rotation  $R$  ( $R'$ ) et le vecteur de translation  $t$  ( $t'$ ), caractérisant la relation spatiale du repère caméra gauche  $\{C\}$  (droite  $\{C'\}$ ) et le repère monde  $\{W\}$ . En effet, le modèle projectif d'une caméra (en prenant par exemple le système caméra gauche) peut être décomposé de la manière suivante :

2. Il s'agit ici d'un modèle pinhole sans distorsion.
3. Paramètres optiques, internes et propres à chaque caméra.
4. Projection orthogonale du centre optique sur le plan image.

$$sm = I_A.M_C \quad \text{avec} \quad I_A = A.[I_{3 \times 3} \quad 0_{3 \times 1}] \quad (4.15)$$

et

$$M_c = LM \quad \text{avec} \quad L = \begin{pmatrix} R & t \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

où  $M_c = (x, y, z, 1)^T$  sont les coordonnées homogènes du point  $M$  dans le repère caméra gauche  $\{C\}$ . Les paramètres du modèle de projection de chaque caméra,  $\{A, R, t\}$  et respectivement  $\{A', R', t'\}$ , sont estimés durant l'étape de calibration à partir des acquisitions stéréoscopiques d'une mire de dimensions connues. La méthode de Zhang [Zhang, 1999] ou celle de Tsai [Tsai, 1987] sont les méthodes les plus classiquement utilisées pour calibrer une caméra. La méthode de calibration choisie est celle de Zhang. Pour une calibration stéréoscopique, les caméras sont calibrées séparément par calcul d'homographies, dans un premier temps, à partir de plusieurs acquisitions stéréoscopiques de la mire positionnée à différents endroits et orientations de manière à couvrir l'espace 3D de l'objet à numériser. Cette étape permet d'estimer les paramètres intrinsèques de chaque caméra et les paramètres extrinsèques traduisant la relation spatiale entre la caméra considérée (gauche puis droite) et une position donnée de la mire. La relation spatiale avérée entre les deux caméras est ensuite déterminée dans un deuxième temps de manière à définir le repère monde associé à la reconstruction 3D finale des objets. Les détails techniques sont fournis aux sections suivantes.

**4.4.1.1.2 Méthodologie de la calibration** La calibration stéréoscopique s'opère en trois étapes principales.

Etape 1 : Estimation des paramètres intrinsèques et extrinsèques de chaque caméra <sup>5</sup>.

- *Calcul de l'homographie d'une mire à une position donnée.*

Il s'agit d'établir la transformation linéaire reliant la mire à son image pour une position donnée de la mire, ses points 3D vérifiant une équation particulière  $Z = 0$  si l'on associe la mire au repère monde. Par conséquent, le modèle projectif (Equation 4.10) de la caméra à calibrer pour un point de la mire devient :

$$s \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = A \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = A \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

$$\Leftrightarrow sm = HM \quad \text{avec} \quad H = A \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad H = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

où  $H$  l'homographie (une matrice  $3 \times 3$  de vecteur colonne  $h_i$ ,  $i = 1, \dots, 3$ ) de la mire

---

5. Les calculs explicités sont associés au calibrage de la caméra gauche, le principe étant le même pour le calibrage de la caméra droite.

à une position donnée est estimée en minimisant la distance entre les points mesurés  $m_i$  de l'image de la mire et  $\tilde{m}_i$  les points images prédits par le modèle homographique (Equation 4.18). Ce problème de minimisation se traduit par l'Equation 4.19.

$$\min_{h_1, h_2, h_3} \sum_{i=1 \dots n} \|m_i - \tilde{m}_i\| \quad \text{avec} \quad \tilde{m}_i = \frac{1}{\tilde{h}_3^T M_i} \begin{bmatrix} \tilde{h}_1^T M_i \\ \tilde{h}_2^T M_i \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Il se résout par la méthode de Levenberg-Marquardt nécessitant au minimum 4 points,  $n \geq 4$ , avec une initialisation donnée par le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de la matrice  $V^T V$  de l'Equation 4.20.

$$h_3^T M m - \begin{pmatrix} h_1^T M \\ h_2^T M \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} h_1^T M - h_3^T M u \\ h_2^T M - h_3^T M v \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} M^T & 0 & -u M^T \\ M^T & 0 & -v M^T \end{pmatrix}}_V \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} = 0 \quad (4.20)$$

- Détermination des paramètres intrinsèques ( $A$ ).

L'homographie d'une mire à une position donnée s'écrit avec un facteur arbitraire  $\lambda \neq 0$  :

$$4.18 \quad \sim \quad \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} = \lambda A \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} r_1 = \lambda A^{-1} h_1 \\ r_2 = \lambda A^{-1} h_2 \\ t = \lambda A^{-1} h_3 \end{cases} \quad (4.21)$$

En utilisant les propriétés de la matrice de rotation, nous obtenons les deux relations suivantes :

$$r_1^T r_2 = 0 \Leftrightarrow h_1^T A^{-T} A^{-1} h_2 = 0 \quad (4.22)$$

$$r_1^T r_1 = 1 \ \& \ r_2^T r_2 = 1 \Leftrightarrow r_1^T r_1 = r_2^T r_2 \Leftrightarrow h_1^T A^{-T} A^{-1} h_1 - h_2^T A^{-T} A^{-1} h_2 = 0 \quad (4.23)$$

Si l'on note  $S$ ,

$$S = A^{-T} A^{-1} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha^2} & \frac{-c}{\alpha^2 \beta} & \frac{cv_0 - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} \\ \frac{-c}{\alpha^2 \beta} & \frac{c^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{1}{\beta^2} & -\frac{c(cv_0 - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} \\ \frac{cv_0 - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} & -\frac{c(cv_0 - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} & \frac{(cv_0 - u_0 \beta)^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{v_0^2}{\beta^2} + 1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

une matrice symétrique, la résolution du système 4.22 et 4.23 est réduite à l'estimation de  $s$ , un vecteur composé par les six éléments de  $S$ , les trois paramètres restant de la matrice étant déterminés par symétrie :

$$h_i^T S h_j \Leftrightarrow q_{ij}^T s \quad (4.25)$$

avec

$$q_{ij} = [h_{i1}h_{j1}, h_{i1}h_{j2} + h_{i2}h_{j1}, h_{i2}h_{j2}, h_{i3}h_{j1} + h_{i1}h_{j3}, h_{i3}h_{j2} + h_{i2}h_{j3}, h_{i3}h_{j3}]^T \quad (4.26)$$

Ainsi, les Equations 4.22 et 4.23 sont transformées en un système homogène 4.27 composé d'une matrice de données  $Q$  et du vecteur  $s$ .

$$\begin{bmatrix} q_{12}^T \\ (q_{11} - q_{22}) \end{bmatrix} s = 0 \quad \Leftrightarrow \quad Qs = 0 \quad (4.27)$$

La résolution de ce système nécessite au minimum la connaissance de trois homographies<sup>6</sup>. La solution est donnée par le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de la matrice  $Q^T Q$ . Une fois, la matrice  $S$  calculée vérifiant  $S = \lambda A^{-T} A^{-1}$ , on en déduit les composants de  $A$  par les formules suivantes :

$$\begin{cases} v_0 = (S_{12}S_{13} - S_{11}S_{23}) / (S_{11}S_{22} - S_{12}^2) \\ \lambda = S_{33} - [S_{13}^2 + v_0 (S_{12}S_{13} - S_{11}S_{23}) / S_{11}] \\ \alpha_u = \sqrt{\lambda / S_{11}} \\ \alpha_v = \sqrt{\lambda S_{11} / (S_{11}S_{22} - S_{12}^2)} \\ c = -S_{12}\alpha_u^2\alpha_v / \lambda \\ u_0 = cv_0 / \alpha_u - S_{13}\alpha_u^2 / \lambda \end{cases} \quad (4.28)$$

- *Détermination des paramètres extrinsèques* ( $[R_i \ t_i]$ ).

Connaissant les paramètres intrinsèques  $A$ , les paramètres extrinsèques  $[R_i \ t_i]$  sont calculés pour chaque homographie associée à une position  $i$  donnée de la mire :

$$\begin{cases} r_1^i = \lambda_i A^{-1} h_1^i \\ r_2^i = \lambda_i A^{-1} h_2^i \\ r_3^i = r_1^i \wedge r_2^i \\ t_i = \lambda_i A^{-1} h_3^i \end{cases} \quad (4.29)$$

avec  $\lambda_i$  vérifiant  $\lambda_i = 1 / \|A^{-1} h_1^i\| = 1 / \|A^{-1} h_2^i\|$ .

L'implémentation de l'algorithme assure l'orthogonalité de  $r_2$  à  $r_1$  soit par la méthode de Gram-Schmidt avant le calcul du vecteur  $r_3$ , les trois vecteurs étant de norme 1 au final, soit par SVD de la matrice de rotation finale  $R_i$ , la solution optimale minimisant la norme de Frobenius de  $R_i$  et sa projetée  $R_i^\perp$ .

- *Recherche des paramètres intrinsèques et extrinsèques optimaux.*

Les paramètres intrinsèques et extrinsèques du système 4.9, obtenus aux sous-étapes précédentes peuvent être affinés en minimisant la fonction coût suivante pour  $n$  images et  $N$  points :

$$\sum_{i=1 \dots n} \sum_{j=1 \dots N} \|m_{ij} - \hat{m}(A, R_i, t_i, M_j)\|^2 \quad (4.30)$$

6. Elle ne nécessite que deux homographies en imposant  $c = 0$  par le rajout d'une contrainte supplémentaire  $[010000]b = 0$  au système 4.27.

où  $\hat{m}(A, R_i, t_i, M_j)$  est la projection du point  $M_j$  dans l'image  $i$  en utilisant l'Equation 4.9. La résolution s'effectue par la méthode de Levenberg-Marquardt en initialisant les paramètres  $A, \{R_i, t_i | i = 1...n\}$  avec les valeurs déterminées précédemment.

Etape 2 : Calcul de la relation spatiale entre les deux caméras.

- *Etablissement de la relation spatiale entre les deux caméras ( $\mathbf{R} \quad \mathbf{t}$ )*.

En reprenant l'Equation 4.16, nous pouvons exprimer les coordonnées de la caméra droite en fonction de celles de la caméra gauche :

$$\left. \begin{matrix} M_c = LM \\ M'_c = L'M \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} M = L^{-1}M_c \\ M'_c = DM_c \end{matrix} \right\} \quad (4.31)$$

avec

$$D = L'L^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ 0_{1 \times 3} & 1_{1 \times 1} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

où  $\mathbf{R}$  est une matrice de rotation 3x3 et  $\mathbf{t}$  est un vecteur de translation 3x1.

En effet en considérant les coordonnées non homogènes,  $M = [X, Y, Z]^T$ ,  $M_c = [x, y, z]^T$  et  $M'_c = [x', y', z']^T$  nous avons les relations suivantes :

$$\left. \begin{matrix} M_C = RM + t \\ M'_C = R'M + t' \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} M = R^T(M_c - t) \\ M'_C = \underbrace{R'R^T}_{\mathbf{R}} M_C - \underbrace{R'R^T t + t'}_{\mathbf{t}} \end{matrix} \right\} \quad (4.33)$$

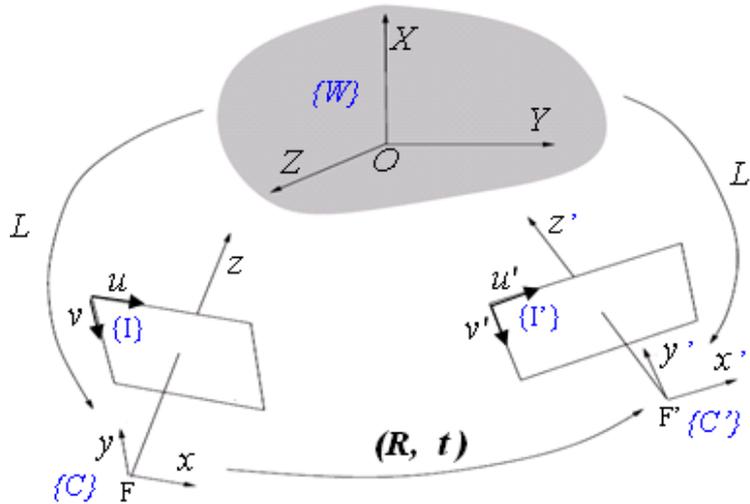


FIGURE 4.32: Illustration du système stéréoscopique adopté.

- *L'estimation de ( $\mathbf{R} \quad \mathbf{t}$ )*.

La relation spatiale entre les deux caméras ( $\mathbf{R} \quad \mathbf{t}$ ) est estimée à partir des paramètres

intrinsèques et extrinsèques de chaque caméra en résolvant le problème d'optimisation globale formulé à l'Equation 4.34 avec  $n$  images et  $N$  points :

$$\min_{A, A', \mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1 \dots n} \sum_{j=1 \dots N} \|m_{ij} - \hat{m}(A, R'_i, t'_i, M_j)\|^2 + \|m_{ij} - \hat{m}'(A', R_i, t_i, \mathbf{R}, \mathbf{t}, M_j)\|^2 \quad (4.34)$$

où  $\hat{m}(A, R_i, t_i, M_j)$  et  $\hat{m}(A, R'_i, t'_i, \mathbf{R}, \mathbf{t}, M_j)$  sont respectivement la projection du point  $M_j$  dans l'image gauche et dans l'image droite  $i$  en utilisant l'Equation 4.10 sachant que par les Equations 4.33 rappelées ci-dessous.

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}'_i \mathbf{R}_i^T \quad \text{et} \quad \mathbf{t} = \mathbf{t}'_i - \mathbf{R}'_i \mathbf{R}_i^T \mathbf{t}_i \quad (4.35)$$

Les paramètres extrinsèques du modèle de projection de la caméra droite

$\hat{m}'(A, R'_i, t'_i, \mathbf{R}, \mathbf{t}, M_j)$  peuvent être exprimés comme suit :

$$R'_i = R_i \mathbf{R} \quad \text{et} \quad \mathbf{t}'_i = \mathbf{t}_i + \mathbf{R}'_i \mathbf{R}_i^T \mathbf{t}_i \quad (4.36)$$

Le système est résolu par la méthode de Levenberg-Marquardt en initialisant les paramètres  $A, A'$  avec leurs valeurs estimées à l'étape 1 et  $(\mathbf{R} \quad \mathbf{t})$  à partir des paramètres extrinsèques de la caméra gauche et droite relatifs à une position  $i$  donnée de la mire comme explicité à l'équation suivante :

$$(R_{init}, T_{init}) = \underset{i=1 \dots n}{median} (R'_i R_i^T, t'_i - R'_i R_i^T t_i) \quad (4.37)$$

où  $n$  est le nombre d'images acquises par le capteur stéréoscopique.

Etape 3 : Calcul de la matrice fondamentale permettant d'estimer l'équation de la droite épipolaire utilisée lors de la mise en correspondance.

- *Origine de la matrice fondamentale.*

Connaissant la relation spatiale entre les caméras  $(\mathbf{R} \quad \mathbf{t})$ , il est possible de déterminer la relation entre un point de l'image gauche et son correspondant dans l'image de droite (et vice versa) par le biais de la géométrie épipolaire, décrite par la matrice fondamentale dans le système image et par la matrice essentielle dans le système caméra [Horaud & Monga, 1995]. L'expression de la matrice fondamentale est obtenue en multipliant la matrice essentielle par les matrices intrinsèques de chaque caméra.

En développant la matrice rigide  $D$  de l'Equation 4.32, l'Equation 4.31 pourrait s'écrire :

$$M'_c = DM_c \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

Soient les coordonnées caméra sans dimension<sup>7</sup>  $p = (\hat{x}, \hat{y}, 1)^T$  et respectivement  $p' = (\hat{x}', \hat{y}', 1)^T$  pour les deux modèles de projection de caméra gauche, droite définies par :

$$\begin{aligned} \hat{x} &= x/z & \hat{x}' &= x'/z' \\ \hat{y} &= y/z & \hat{y}' &= y'/z' \\ \hat{z} &= 1 & \hat{z}' &= 1 \end{aligned} \quad \text{et} \quad (4.39)$$

7. Il s'agit des coordonnées caméra divisées par leur troisième composante  $z$  (traduisant la profondeur).

Nous avons

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ 1 \end{pmatrix} = A' \begin{pmatrix} \hat{x}' \\ \hat{y}' \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

Les coordonnées caméras sans dimension de la caméra droite peuvent s'exprimer avec celles de la caméra gauche. Par les Equations 4.38 4.39 nous obtenons :

$$\begin{cases} \hat{x}' = \frac{x'}{z'} = \frac{r_{11}x+r_{12}y+r_{13}z+t_1}{r_{31}x+r_{32}y+r_{33}z+t_3} \\ \hat{y}' = \frac{y'}{z'} = \frac{r_{21}x+r_{22}y+r_{23}z+t_2}{r_{31}x+r_{32}y+r_{33}z+t_3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \hat{x}' = \frac{zr_{1 \cdot}p+t_1}{zr_{3 \cdot}p+t_3} \\ \hat{y}' = \frac{zr_{2 \cdot}p+t_2}{zr_{3 \cdot}p+t_3} \end{cases} \quad \text{sachant} \quad \begin{cases} x = \hat{x}z \\ y = \hat{y}z \end{cases} \quad (4.41)$$

En simplifiant le système 4.41 par  $z$ , nous obtenons la formulation suivante :

$$\hat{x}'(t_3r_{2 \cdot}p - t_2r_{3 \cdot}p) + \hat{y}'(t_1r_{3 \cdot}p - t_3r_{1 \cdot}p) - t_1r_{2 \cdot}p - t_2r_{1 \cdot}p = 0 \quad (4.42)$$

qui est une équation de droite de la forme :

$$\hat{x}'a + \hat{y}'b + c = 0 \quad (4.43)$$

où

$$\begin{pmatrix} a = (t_2r_{31} - t_3r_{21})\hat{x} + (t_2r_{32} - t_3r_{22})\hat{y} + (t_2r_{33} - t_3r_{23}) \\ b = (t_3r_{11} - t_1r_{31})\hat{x} + (t_3r_{12} - t_1r_{32})\hat{y} + (t_3r_{13} - t_1r_{33}) \\ c = (t_1r_{32} - t_2r_{11})\hat{x} + (t_1r_{22} - t_2r_{12})\hat{y} + (t_1r_{23} - t_3r_{13}) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -t_3 & t_2 \\ t_3 & 0 & -t_1 \\ -t_2 & t_1 & 0 \end{pmatrix}}_B \underbrace{\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}}_R \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

avec  $B$  une matrice antisymétrique et  $R$  une matrice de rotation 3x3 formant toutes les deux la matrice essentielle :  $E = B.R$ . Ainsi,

$$4.42 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \hat{x}' & \hat{y}' & 1 \end{pmatrix} E \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow p'^T E p = 0 \quad (4.45)$$

Et en projetant  $p$  et  $p'$  dans le système image nous obtenons :

$$4.45 \Leftrightarrow m'^T F m = 0 \quad \text{sachant} \quad \begin{cases} p = A^{-1}m \\ p' = A'^{-1}m' \end{cases} \quad (4.46)$$

où  $F = A'^{-1T} E A^{-1}$  est la matrice fondamentale.

L'Equation 4.45 montre que le correspondant d'un point  $m$  de l'image gauche se trouve sur une droite d'équation  $Fm$  dans l'image de droite, vice versa. Il s'agit de la ligne épipolaire illustrée à la Figure 4.33, utilisée lors de la mise en correspondance des points fluorescents de l'image gauche et de l'image droite. Toutes les lignes épipolaires de l'image gauche (et respectivement de l'image droite) forment un faisceau et se croisent en un point  $e$  (et  $e'$ ) dénommés épipoles comme illustrés à la Figure 4.33.

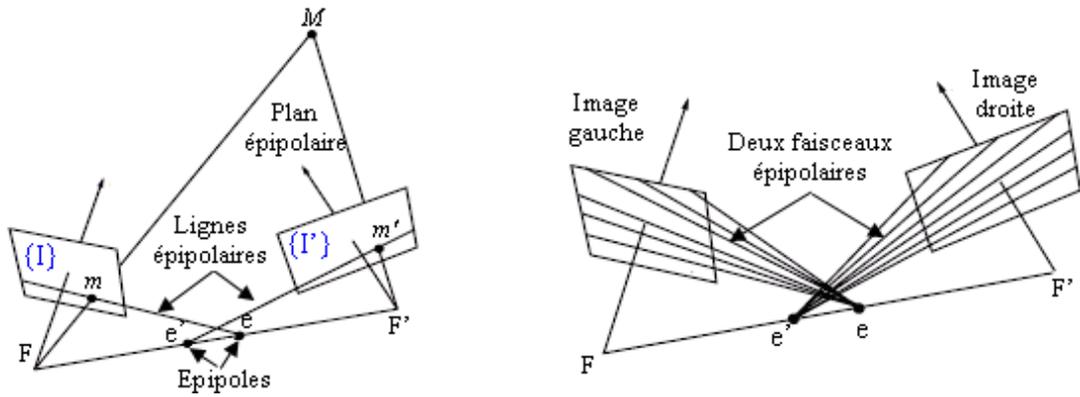


FIGURE 4.33: Illustration de la géométrie épipolaire dans le système image.

- *Estimation de la matrice fondamentale.*

La matrice fondamentale est estimée à partir d'une série de paires de points  $(m, m')$  extraits des images gauches et droites de la mire prise à différentes positions, le système 4.45 étant équivalent à :

$$\Leftrightarrow U_i f = 0 \quad (4.47)$$

où

$$U_i = [u_i u'_i, v_i u'_i, u'_i, u_i v'_i, v_i v'_i, v'_i, u_i, v_i, 1] \quad (4.48)$$

et

$$f = [F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{21}, F_{22}, F_{23}, F_{31}, F_{32}, F_{33}]^T \quad (4.49)$$

avec  $F_{ij}$  est l'élément de  $F$  à la ligne  $i$  et à la colonne  $j$ . Le  $i$  de  $U_i$  du système 4.47 correspond au nombre de données utilisées supérieur ou égal à 7.

Les méthodes d'estimation de la matrice fondamentale sont particulières du fait de la propriété particulière de la matrice. Elle est de rang<sup>8</sup> 2 vérifiant ainsi  $\det(F) = 0$ . Un aperçu de ces méthodes est fourni à l'Annexe D synthétisant l'état de l'art reporté dans [Salvi & Armangué, 2003b].

Dans le cadre de notre application, nous avons opté pour une méthode robuste Map-sac (Maximum Likelihood Sample Consensus) [Torr, 2002] de manière à exclure les "outliers" i.e. les points aberrants pour l'estimation de la matrice fondamentale.

**4.4.1.1.3 Algorithme de la reconstruction** Pour une paire d'images de fluorescence acquises le processus de reconstruction appliqué se déroule en 2 étapes principales.

Étape 1 : L'appariement des points fluorescents à reconstruire.

Cette étape consiste à extraire le barycentre de la tache de fluorescence de l'image gauche, puis rechercher son point correspondant dans l'image droite parmi l'ensemble

8. Une manière de justifier le rang deux de la matrice consiste à raisonner à partir de la matrice essentielle (composant la matrice fondamentale avec les matrices intrinsèques de rang 3) qui elle-même de rang 2 est définie par une matrice antisymétrique de rang 2 et une matrice de rotation de rang 3.

$E$  des points fluorescents par exploitation de la géométrie épipolaire du système, les deux images de fluorescence étant seuillées au préalable selon la puissance de la fluorescence observée. Ainsi pour un point fluorescent  $m$  de l'image gauche à appairier, son correspondant est le point fluorescent de l'image de droite  $m'$  le plus proche de la droite épipolaire. Cela se traduit par un problème de minimisation formulé ci-dessous :

$$m' = \arg \min_{m'_i \in E} d(m'_i, \Delta) \quad \text{avec} \quad d(m'_i, \Delta) = \frac{a(m)u' + b(m)v' + c(m)}{\sqrt{a(m)^2 + b(m)^2}} \quad (4.50)$$

où  $d$  est la distance orthogonale entre un point fluorescent  $m'_i = (u', v')^T$  et la droite épipolaire  $\Delta$  dont les coefficients  $a(m), b(m), c(m)$  dépendent des coordonnées du point à appairier  $m$ . Cette étape est illustrée à la Figure 4.44.

Étape 2 : Calcul du point 3D.

Nous choisissons de centrer le repère monde au repère caméra gauche et choisir la relation spatiale  $(R, T)$  comme étant les paramètres extrinsèques du repère caméra droite reliant le point  $M$  à déterminer au point  $m'$ . Ainsi, un couple de points fluorescents appariés  $(m, m')$  vérifie le système suivant :

$$\begin{aligned} s \cdot m &= A \begin{bmatrix} R & T \end{bmatrix} M \\ s \cdot m' &= A' \begin{bmatrix} R & T \end{bmatrix} M \end{aligned} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{aligned} s \cdot m &= PM \\ s \cdot m' &= P'M \end{aligned} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} P &= A \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \\ P' &= A' \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.51)$$

Une manière de remonter au point  $M$  de coordonnées 3D, est de procéder par la méthode de triangulation linéaire. La méthode consiste à linéariser le système 4.51 en  $M$  en calculant le produit vectoriel de chaque équation respective par  $m$  et  $m'$  afin de se débarrasser du facteur d'échelle  $s$ . Par exemple, en multipliant la première équation du système 4.51 par  $s$  nous avons :

$$m \wedge sm = m \wedge PM \quad \Leftrightarrow \quad \begin{aligned} vP_3^T M - P_2^T M &= 0 \\ P_1^T M - uP_3^T M &= 0 \\ uP_2^T M - vP_1^T M &= 0 \end{aligned} \quad (4.52)$$

avec  $P_1^T, P_2^T, P_3^T$  sont les vecteurs lignes de la matrice  $P$ . Le produit vectoriel de  $m$  avec la première équation du système 4.51 aboutit à deux équations indépendantes linéaires en  $M$ . De même, en appliquant le produit de vectoriel de  $m'$  avec la deuxième équation du système 4.51, nous obtenons au final un système de quatre équations linéaires en  $M$  :

$$GM = 0 \quad \text{avec} \quad G = \begin{bmatrix} uP_3^T - P_1^T \\ vP_3^T - P_2^T \\ u'P_3'^T - P_1'^T \\ v'P_3'^T - P_2'^T \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

Une solution  $M$  correspondante peut être le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de la matrice  $G^T G$  ou encore par la méthode des moindres carrés suivant le même principe que pour l'estimation de la matrice fondamentale par la *méthode des 8 points* (Voir Annexe D) en passant au second membre la quatrième colonne de  $G$  (Equation 4.53). Une approche plus robuste est développée par [Hartley & Zisserman, 2004] afin de déterminer la solution optimale  $M$  que nous ne détaillerons pas ici.

#### 4.4.1.1.4 Implémentation & Résultats

Descriptif du dispositif :

- un laser UV du laboratoire Hubert Curien de St Etienne (244nm, 5mW, spot elliptique de 2mm, le laser 1), Figure 4.34(a) ;
- deux cameras CCD RGB (Guppy F-080C, 480x640, 1/3 inch, 8mm de focale (pour les deux caméras), cercle de confusion de 0.01, 1.4 de lens f-number), Figure 4.34(b) ;
- un miroir pivotant UV assurant le balayage manuel du faisceau UV, Figure 4.34(a) ;
- un PC (2.49GHz, 3.5Go de RAM).

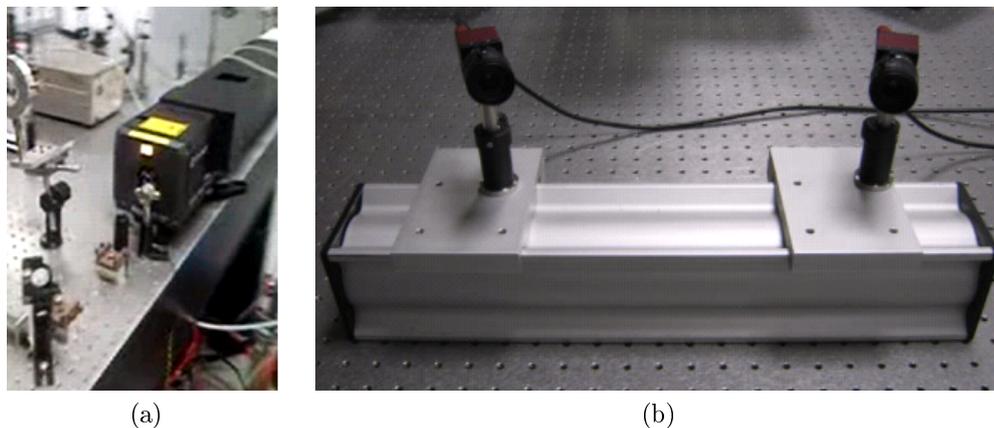


FIGURE 4.34: Photo du dispositif 1 : (a) Le laser 1 et le miroir pivotant ; (b) Le capteur stéréoscopique.

#### Résultats de la calibration

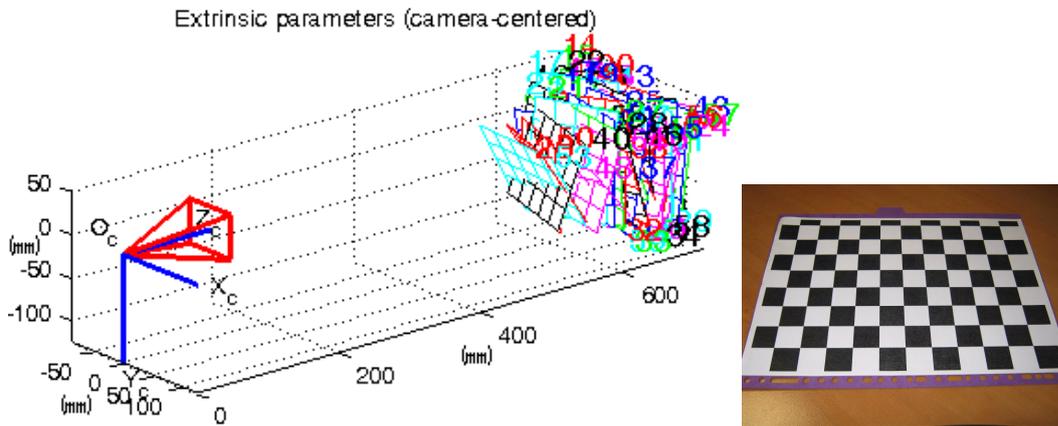
Les premières manipulations ont été menées dans les locaux du laboratoire Hubert Curien de St Etienne en utilisant leur laser argon de 244nm. Les caméras sont alignées et séparées d'une distance d'environ de 250mm. Le laser UV fixé à un endroit donné bien précis, nous avons positionné les caméras de manière à ce que nous puissions observer une bonne partie de la surface fluorescente à numériser de l'objet.

Les caméras ont été calibrées préalablement au scanning à l'aide de la Toolbox de Bouguet [Bouguet, 2010]. Les résultats de la calibration sont illustrés aux Figures 4.35, 4.36 et 4.37. Nous avons ensuite calculé la matrice fondamentale en utilisant la méthode de MPSAC de la Toolbox de Joaquim [Salvi & Armangué, 2003a], initialement implémentée par Torr. Les résultats sont illustrés aux Figures 4.38.

```

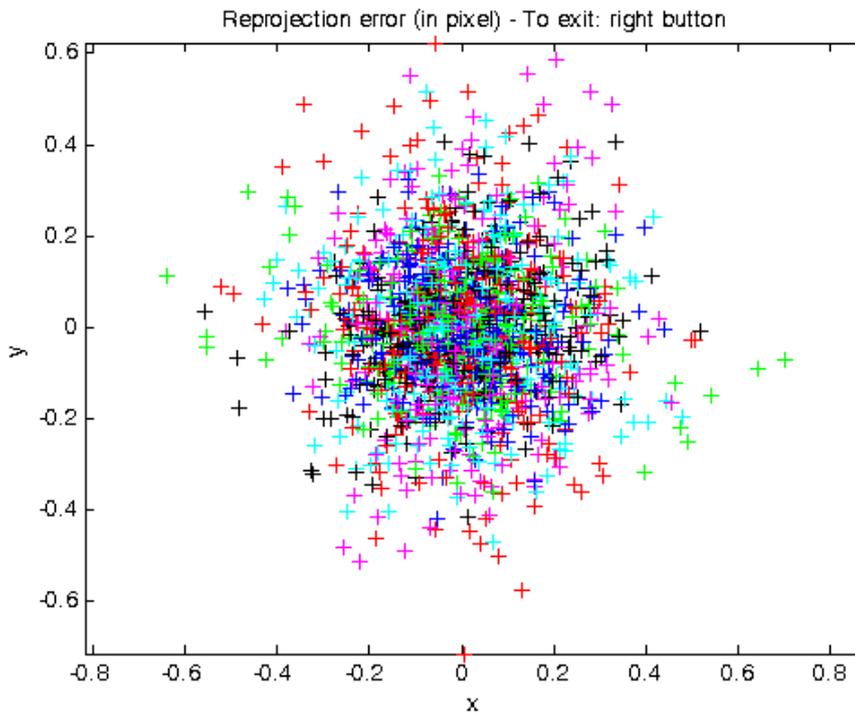
Focal Length:      fc = [ 1154.63220  1155.22563 ] ± [ 7.76960  7.85571 ]
Principal point:   cc = [ 337.41458  239.21140 ] ± [ 7.69067  7.60258 ]
Skew:             alpha_c = [ 0.00000 ] ± [ 0.00000 ] => angle of pixel axes = 90.00000 ± 0.00000 degrees
Distortion:       kc = [ -0.06108  0.00000  -0.00254  0.00309  0.00000 ] ± [ 0.01878  0.00000  0.00223  0.00215  0.00000 ]
Pixel error:      err = [ 0.15895  0.16456 ]
    
```

(a)



(b)

(c)

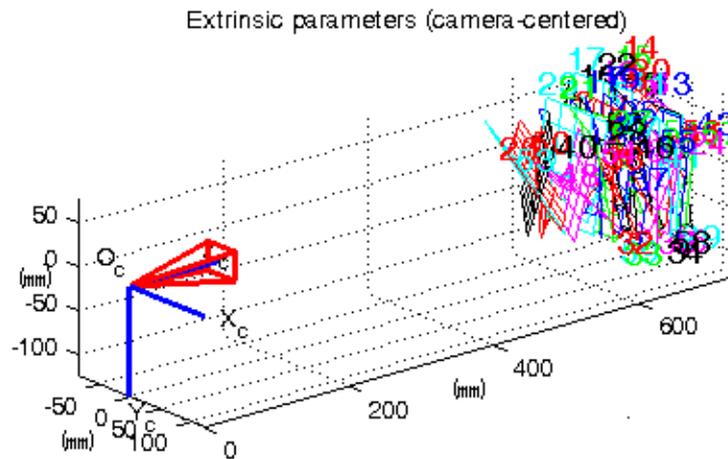


(d)

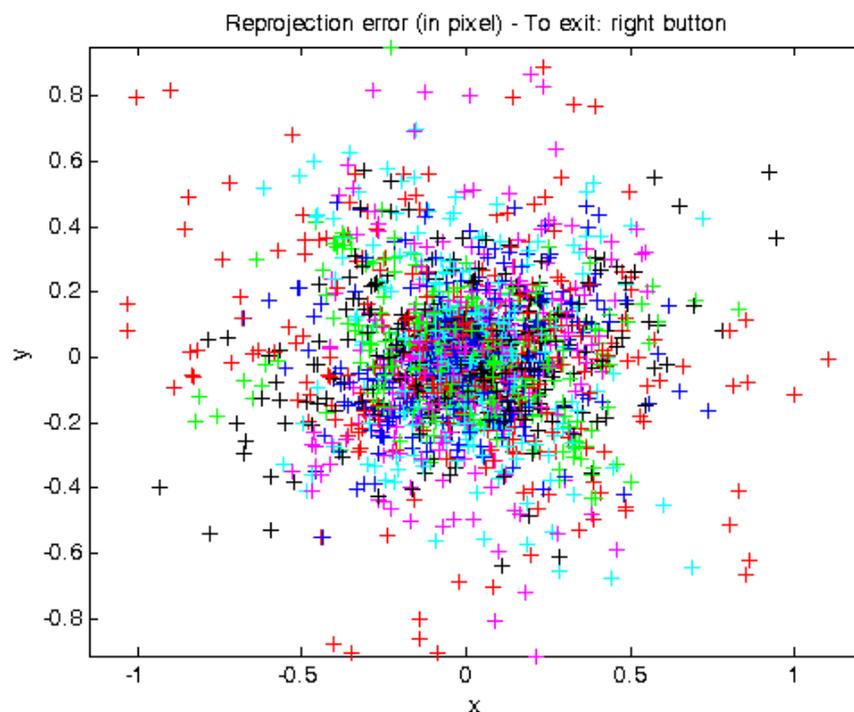
FIGURE 4.35: Illustration relative au calibrage de la caméra gauche; (a) Paramètres intrinsèques; (b) Paramètres extrinsèques; (c) Mire de calibrage; (d) Répartition de l'erreur (ou résidu) associée à l'estimation de chaque point  $j$  de chaque mire  $i$ , Voir Equation 4.30.

Focal Length:  $f_c = [ 1821.85542 \quad 1822.36844 ] \pm [ 12.31184 \quad 12.50437 ]$   
 Principal point:  $cc = [ 281.97858 \quad 239.31847 ] \pm [ 13.51869 \quad 12.32113 ]$   
 Skew:  $\alpha_c = [ 0.00000 ] \pm [ 0.00000 ] \Rightarrow$  angle of pixel axes =  $90.00000 \pm 0.00000$  degrees  
 Distortion:  $kc = [ -0.04084 \quad -0.71943 \quad -0.00049 \quad -0.00714 \quad 0.00000 ] \pm [ 0.04915 \quad 1.18650 \quad 0.00191 \quad 0.00237 \quad 0.00000 ]$   
 Pixel error:  $err = [ 0.26850 \quad 0.23001 ]$

(a)



(b)



(c)

FIGURE 4.36: Illustration relative au calibrage de la caméra droite : (a) Paramètres intrinsèques ; (b) Paramètres extrinsèques ; (c) Répartition de l'erreur associée à l'estimation de chaque point  $j$  de chaque mire  $i$ , Voir Equation 4.30.

Intrinsic parameters of left camera:

Focal Length:  $fc\_left = [ 1132.19457 \quad 1132.91745 ] \pm [ 3.95317 \quad 3.96829 ]$   
 Principal point:  $cc\_left = [ 332.35863 \quad 243.13566 ] \pm [ 9.17120 \quad 8.32230 ]$   
 Skew:  $alpha\_c\_left = [ 0.00000 ] \pm [ 0.00000 ] \Rightarrow$  angle of pixel axes =  $90.00000 \pm 0.00000$  degrees  
 Distortion:  $kc\_left = [ -0.06354 \quad 0.00000 \quad -0.00222 \quad 0.00219 \quad 0.00000 ] \pm [ 0.02251 \quad 0.00000 \quad 0.00227 \quad 0.00247 \quad 0.00000 ]$

Intrinsic parameters of right camera:

Focal Length:  $fc\_right = [ 1788.06585 \quad 1787.51327 ] \pm [ 5.32082 \quad 5.40138 ]$   
 Principal point:  $cc\_right = [ 300.25722 \quad 237.67687 ] \pm [ 10.71984 \quad 8.73311 ]$   
 Skew:  $alpha\_c\_right = [ 0.00000 ] \pm [ 0.00000 ] \Rightarrow$  angle of pixel axes =  $90.00000 \pm 0.00000$  degrees  
 Distortion:  $kc\_right = [ -0.03492 \quad -0.78955 \quad -0.00068 \quad -0.00671 \quad 0.00000 ] \pm [ 0.04805 \quad 1.28288 \quad 0.00138 \quad 0.00202 \quad 0.00000 ]$

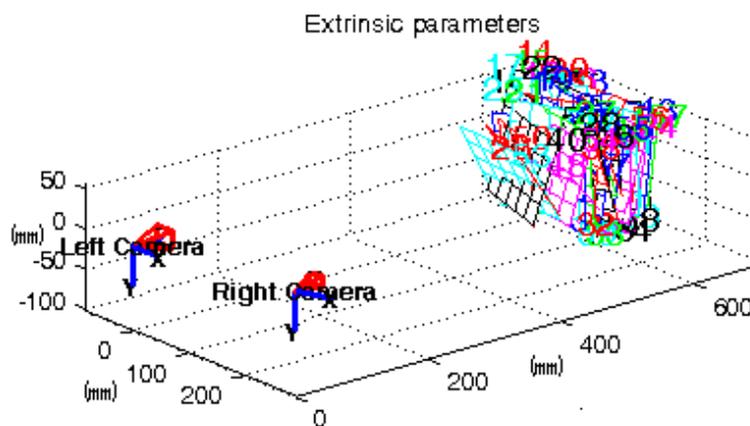
Extrinsic parameters (position of right camera wrt left camera):

Rotation vector:  $om = [ 0.04050 \quad 0.37578 \quad -0.00246 ] \pm [ 0.00790 \quad 0.00975 \quad 0.00190 ]$   
 Translation vector:  $T = [ -245.67827 \quad 5.83570 \quad 58.47563 ] \pm [ 0.88983 \quad 0.31485 \quad 2.54306 ]$

(a)

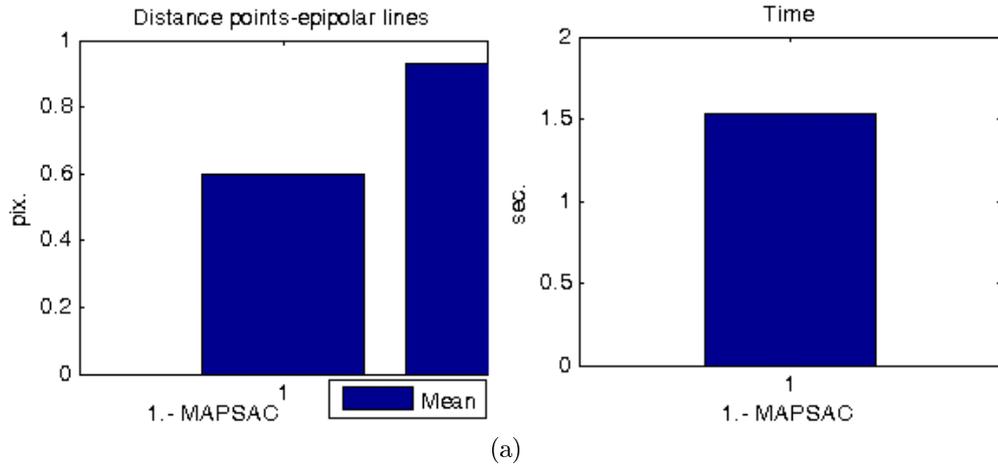
```
>> R=Rodrigues(om)
R =
    0.9302    0.0099    0.3668
    0.0051    0.9992   -0.0400
   -0.3669    0.0391    0.9294
```

(b)



(c)

FIGURE 4.37: Illustration relative au calibrage stéréoscopique : (a) Les paramètres optimaux de la caméra ; (b)(c) Les paramètres extrinsèques optimaux. Voir Equation 4.34.



Fundamental Matrix			Fundamental Matrix		
0.0000	-0.0000	0.0013	0.0000	-0.0000	0.0004
-0.0000	-0.0000	0.0018	0.0000	-0.0000	0.0045
-0.0000	0.0053	-1.0000	-0.0016	0.0069	-1.0000

Distance point-epipolar line	Distance point-epipolar line
mean: 0.599879 stdev: 0.92998	mean: 0.096152 stdev: 0.152066

Rank-2: 1	Rank-2: 1
Outliers: 2103/5140	Outliers: 1844/5140
Time: 1.535463	Time: 0.683638

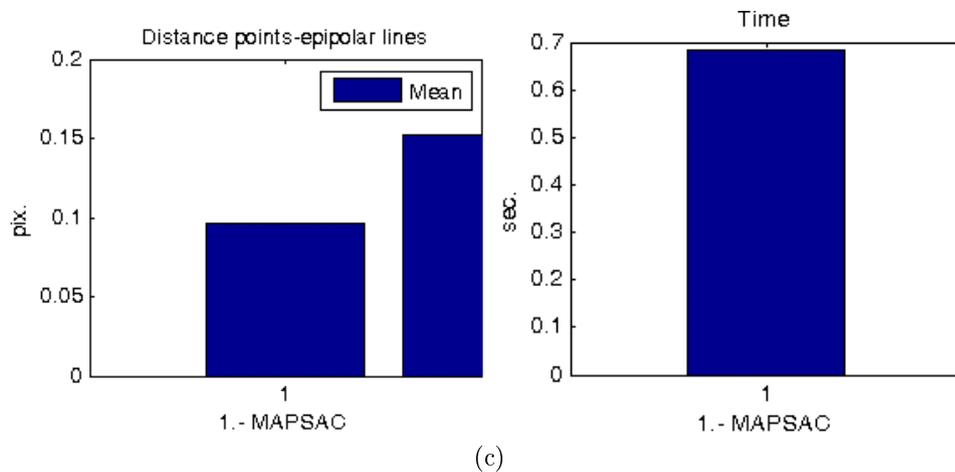


FIGURE 4.38: Illustration relative au calcul de la matrice fondamentale selon la relation spatiale entre les caméra adoptée : "Gauche en fonction de Droite" ou "Droite en fonction de Gauche Equation 4.46" : (a) L'erreur en pixel de la distance de chaque point d'apprentissage à la droite épipolaire estimé dans l'image gauche ; (b) Les matrices fondamentales gauches et droites utilisées pour estimer la droite épipolaire respectivement dans l'image de droite et dans l'image gauche ; (c) L'erreur en pixel de la distance chaque point d'apprentissage à la droite épipolaire estimé dans l'image de droite.

Résultats de la reconstruction

Une bouteille de vin et une tasse turque ont été reconstruites. Les résultats préliminaires obtenus (Figures 4.39, 4.40) sont prometteurs et attestent la faisabilité de l'approche "scanning from UV" avec respectivement pour chaque objet reconstruit présenté une carte de déviation de moyenne  $\mu = 0.3$  mm (1.1mm) et un écart-type  $\sigma = 0.4$ mm (0.8mm), Voir Tableau 4.5.

	Taille(mm)	N points	M facettes	$\mu$ (mm)	$\sigma$ (mm)
Bouteille de vin	220	1227	2225	0.298	0.389
Tasse turque	90	1019	1682	1.073	0.813

TABLE 4.5: Synthèse du scanning relatif au dispositif 1.

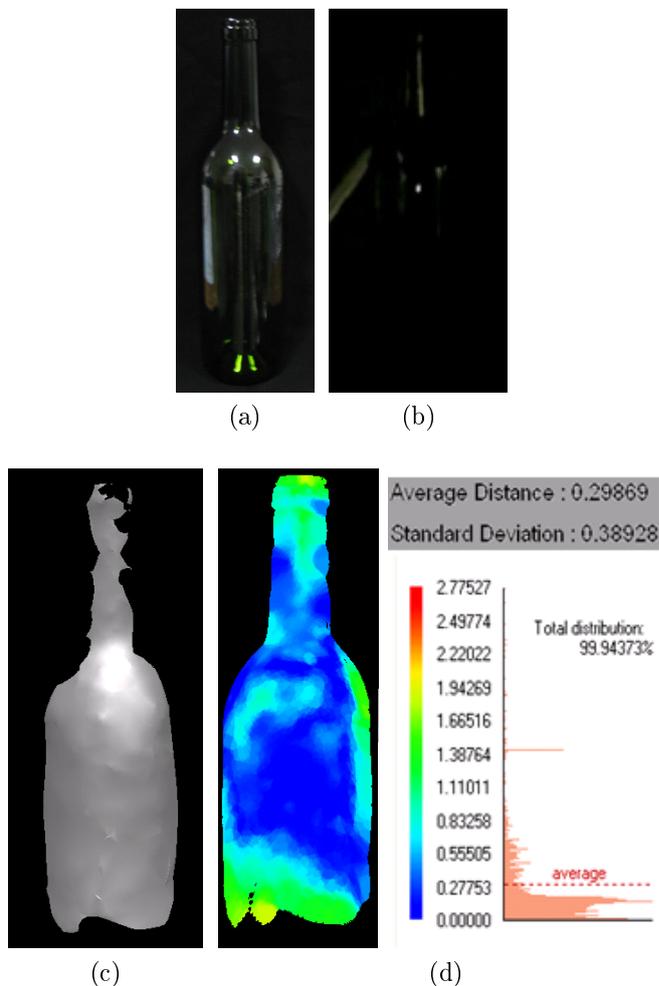


FIGURE 4.39: Résultats du scanning de la bouteille de vin ; (a) Photo ; (b) Image de la fluorescence induite à la surface ; (c) Modèle 3D obtenu ; (d) Carte de déviation.

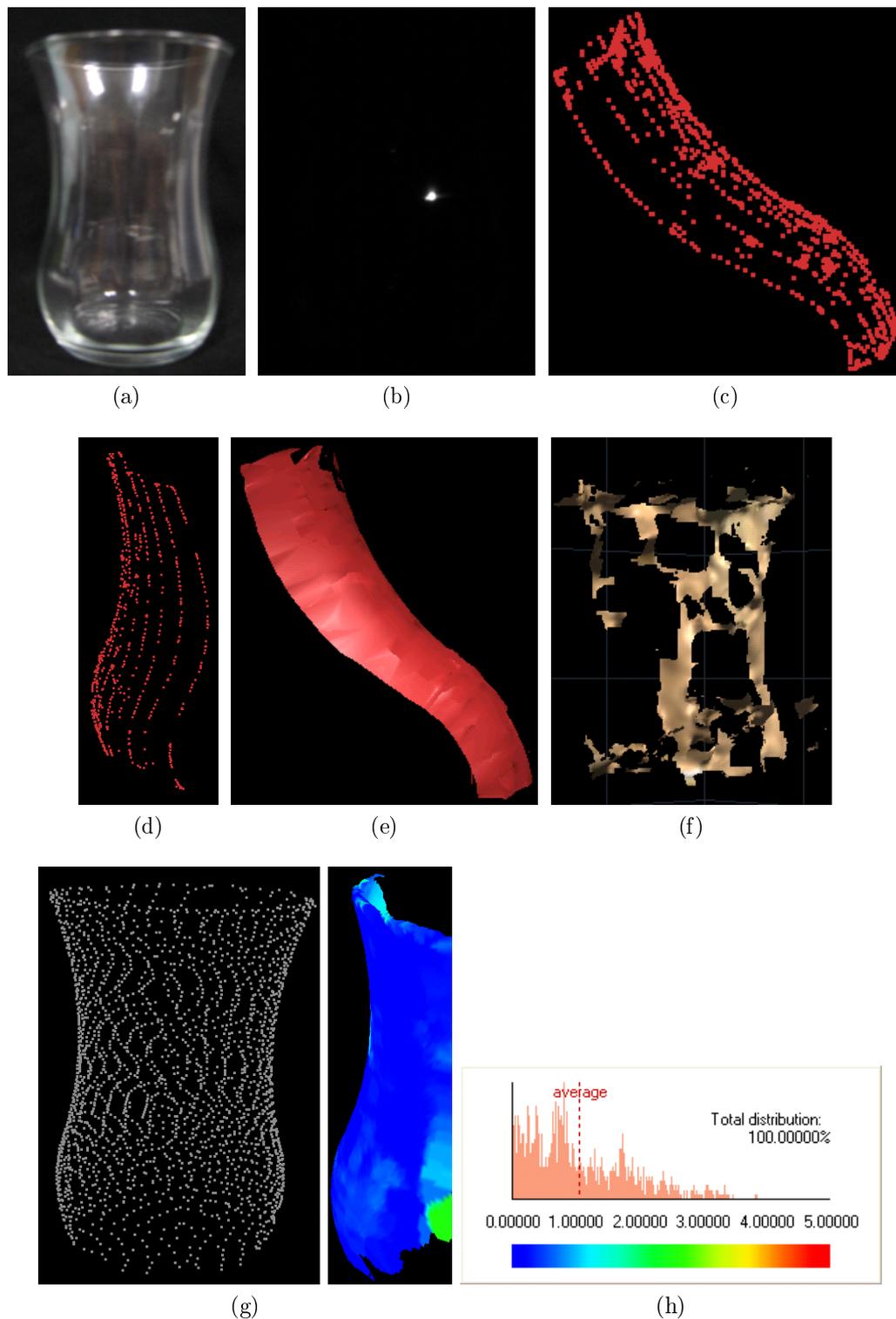


FIGURE 4.40: Résultats du scanning de la tasse turque : (a) Photo ; (b) Image de la fluorescence induite à la surface ; (c) (d) Points 3D obtenus ; (e) Le maillage 3D correspondant obtenu ; (f) Modèle 3D obtenu par un scanner conventionnel sans préparation préalable de la surface ; (g) Modèle 3D de référence ; (h) Carte de déviation.

#### 4.4.1.2 Objet non stationnaire

Le dispositif expérimental proposé comprend un laser point UV, un capteur stéréo composé de deux caméras RVB et un support à déplacement programmable équipé d'un plan de référence lumineux au centre duquel l'objet est fixé durant le scanning, Voir Figure 4.41(a). Le plan de référence lumineux est défini par quatre diodes rouge-vert-bleu-orange positionnées selon un rectangle comme le montre la Figure 4.41(b)(c).

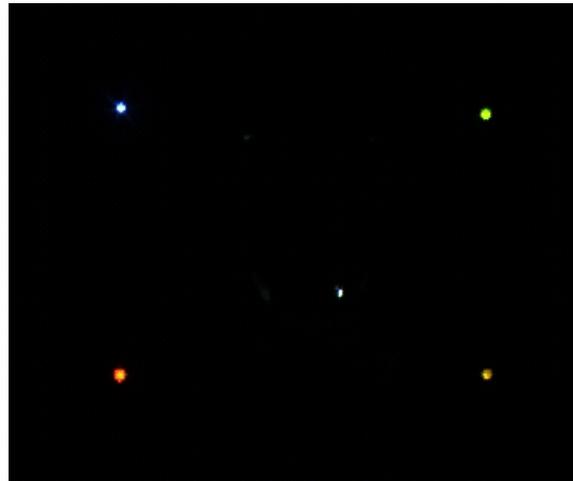
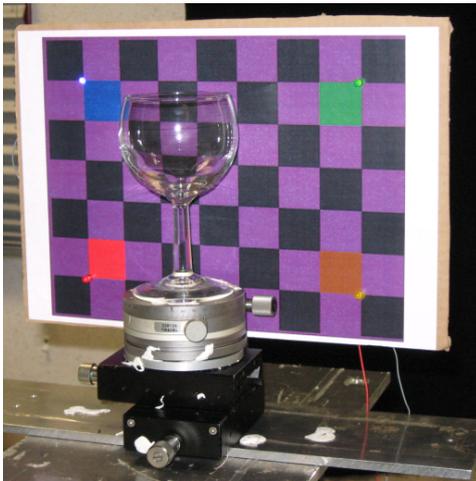
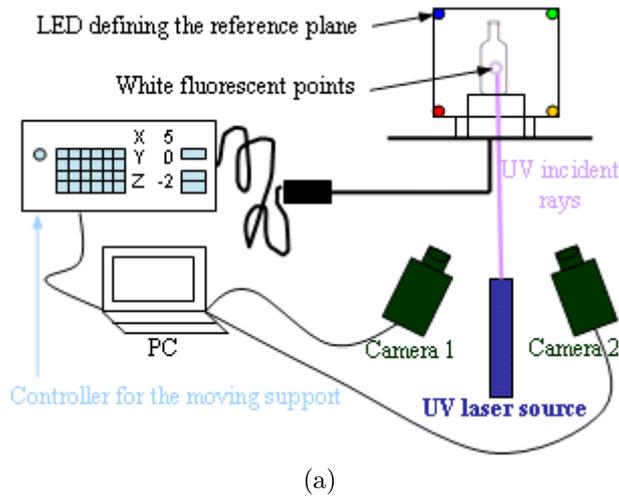


FIGURE 4.41: (a) Dispositif 2; (b) Photo du plan de référence dans le jour; (c) Image de fluorescence (point blanc) prise dans les conditions d'acquisition.

**4.4.1.2.1 Principe et spécificité du processus de la reconstruction** Le processus de reconstruction demeure identique à celui décrit précédemment. Néanmoins, la reconstruction finale s'effectue et est représentée dans le plan de référence lumineux (le repère monde considéré), un repère commun aux points de fluorescence extraits à chaque position de l'objet. Les coordonnées des points 3D finaux sont ainsi déterminées à partir des coordonnées 3D obtenues dans le repère caméra gauche par application du

processus de reconstruction décrit à la section précédente 4.4.1.1 et des paramètres extrinsèques traduisant la relation spatiale du repère caméra gauche et le plan de référence pour chaque position de l'objet. Connaissant les paramètres intrinsèques de la caméra, les paramètres extrinsèques associés à une position donnée de l'objet sont calculés par homographie du plan de référence après l'avoir détecté de manière automatique. Ainsi, le point 3D final  $M_F^i$  reconstruit à une position  $i$  de l'objet est obtenu par la formule suivante :

$$M_F^i = S_i M_i \quad \text{avec} \quad S_i = \begin{pmatrix} R_i & t_i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \quad (4.54)$$

où  $M_i$  est le point 3D du repère caméra gauche, solution issue de l'Equation 4.52 et  $S_i$  la matrice rigide des paramètres extrinsèques estimés par homographie du plan de référence (Voir Equation 4.19 puis Equation 4.29).

Le "tracking" automatique du plan de référence est basé sur la distance de Mahalanobis, Equation 4.56, en ayant modélisé au préalable l'intensité de chaque diode par une distribution gaussienne  $k$ ,  $k=1..4$ , de moyenne  $\mu_k$  et de covariance  $\sigma_k$  dans l'espace RVB. Il se traduit par l'extraction d'un point représentatif de chaque diode imagée, selon un ordre défini et maintenu pour chaque image analysée. L'extraction du point représentant une diode considérée s'effectue en trois étapes :

Etape 1 : Seuillage global de l'image dans le canal approprié (R, V ou B) selon la couleur (la distribution gaussienne) de la diode.

Le seuillage global s'effectue dans le canal R pour la diode rouge, V pour la diode verte, B pour la diode bleue. Pour une diode de couleur quelconque, le canal de pré-seuillage peut être éventuellement déterminé en se basant sur les paramètres de la distribution de la diode. Il correspond au canal où la valeur d'un composant du vecteur de moyenne est prédominante.

Etape 2 : Reconnaissance des pixels de la diode.

Chaque pixel de l'image seuillée est ensuite testé en fonction de la diode considérée de distribution  $k$  de vecteur moyenne  $\mu_k$  et de matrice de covariance  $\sigma_k$ . Le pixel appartient à la classe  $k$  si son intensité  $I$  vérifie l'inégalité suivante :

$$D_M(I) \leq T_k \quad (4.55)$$

où

$$D_M(I) = \sqrt{(I - \mu_k)^T \Sigma_k^{-1} (I - \mu_k)} \quad (4.56)$$

et  $T_k$  est un seuil défini par la distance maximale de Mahalanobis calculée à partir de l'intensité d'un point d'apprentissage parmi les données ayant servi à estimer les paramètres de la distribution.

Etape 3 : Sélection du point représentatif de la diode.

Le barycentre de la classe identifiée à l'étape 2 est ensuite déterminé afin de représenter le point relatif à la diode, contribuant à la constitution du plan de référence. Voir Figure 4.42.



FIGURE 4.42: Illustration relative au "tracking" automatique du plan de référence. Les quatre croix rouge sont les points représentatifs de chaque diode définissant l'image du plan de référence pour une position donnée de l'objet.

#### 4.4.1.2.2 Implémentation & Résultats

Descriptif du dispositif :

- un laser UV (266nm, 10mW, spot elliptique de 2mm) ;
- deux cameras CCD RGB (Guppy F-080C, 480x640, 1/3 inch, 8mm (pour la caméra gauche) et 12mm (pour la caméra droite) de focale, cercle de confusion de 0.01, 1.4 de lens f-number) ;
- un plan de référence défini par quatre diodes lumineuses ;
- un support à déplacement contrôlable (Contrôleur Newport-MM4005) ;
- un PC(2.49GHz, 3.5Go de RAM).

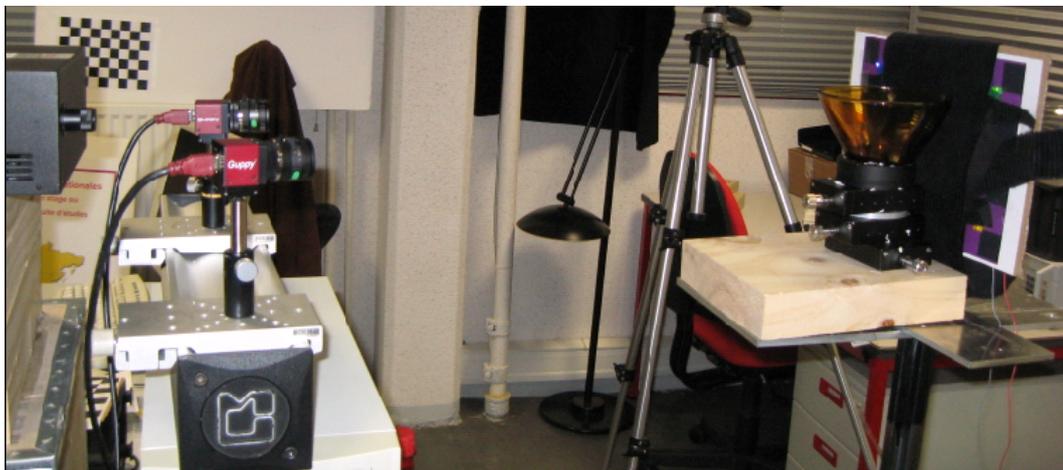


FIGURE 4.43: Photo du dispositif 2.

La faisabilité du concept étant étudié au laboratoire Hubert Curien avec le dispositif 1, le laboratoire LE2I a fait l'acquisition d'un laser UV (laser 2 mentionné plus haut). Celui-ci équipera le reste des dispositifs qui seront présentés dans la suite. Nous l'avons placé au milieu du système stéréoscopique, Figure 4.43. Ce dernier est positionné de manière à ce que le plan de référence soit visible par la caméra gauche pour toutes localisations de l'objet durant le scanning.

Comme précédemment, les caméras ont été calibrées préalablement au scanning à l'aide de la Toolbox de Bouguet [Bouguet, 2010] et la matrice fondamentale est estimée par la méthode de Mapsac de la toolbox de Joaquim [Salvi & Armangué, 2003a].

Nous avons illustré ci-dessous la mise en correspondance d'un point fluorescent d'une image gauche avec un point fluorescent de l'image droite le plus proche de la droite épipolaire, Voir Figure 4.44).

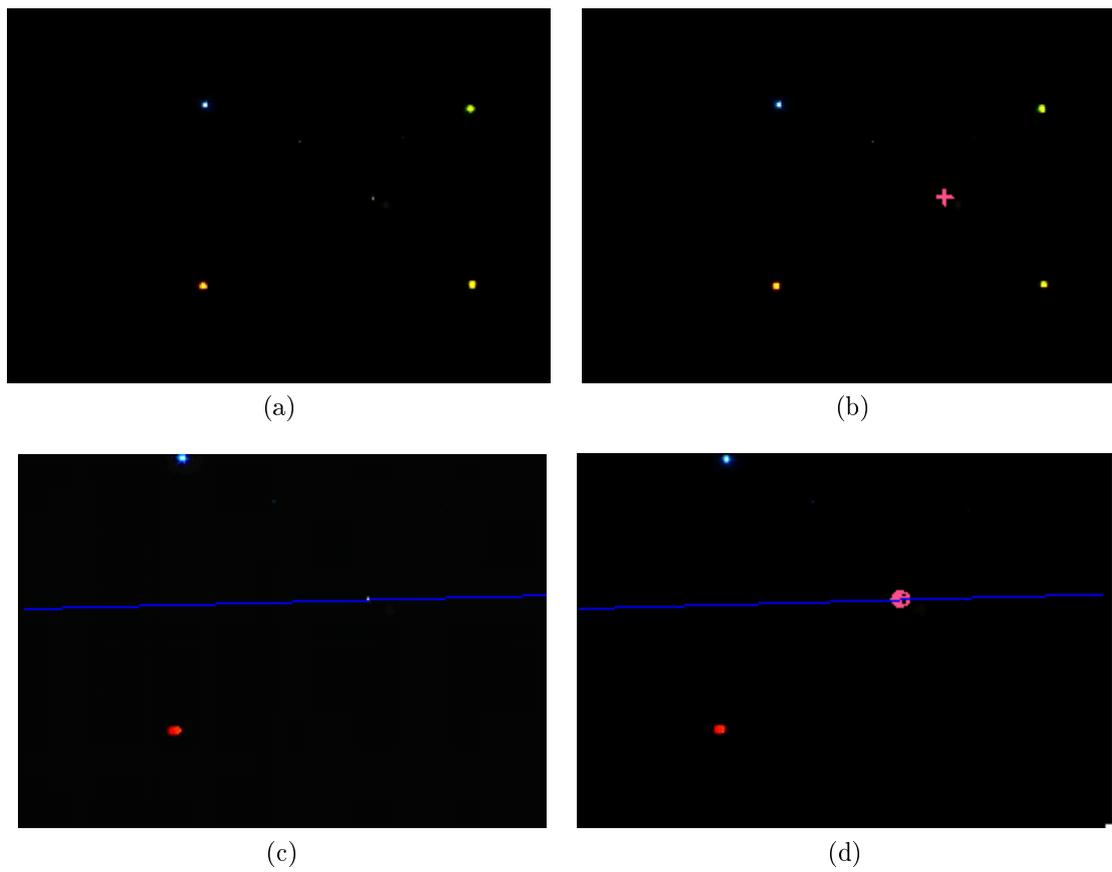
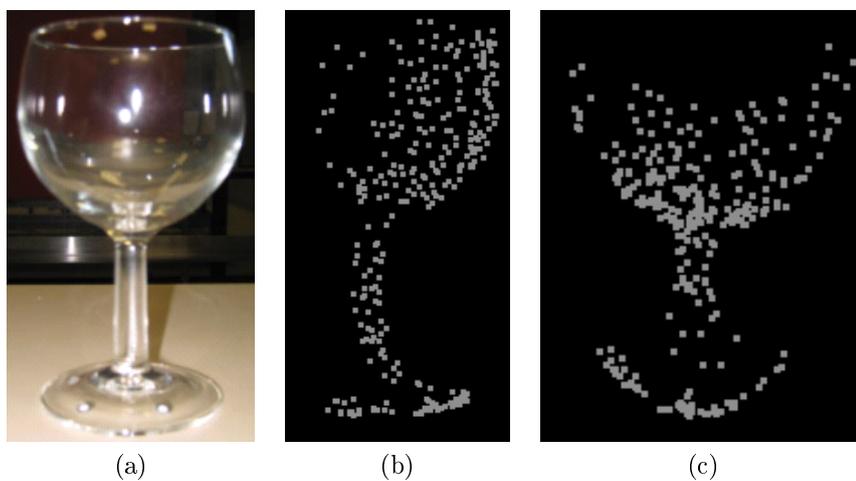


FIGURE 4.44: Illustration de la mise en correspondance : (a) Image de fluorescence gauche ; (b) Sélection du point fluorescent représentatif à appairer pour l'image gauche ; (c) La ligne épipolaire correspondante dans l'image droite ; (d) "Tracking" du point correspondant dans l'image droite en se basant sur la contrainte épipolaire.

#### Résultats de la reconstruction.



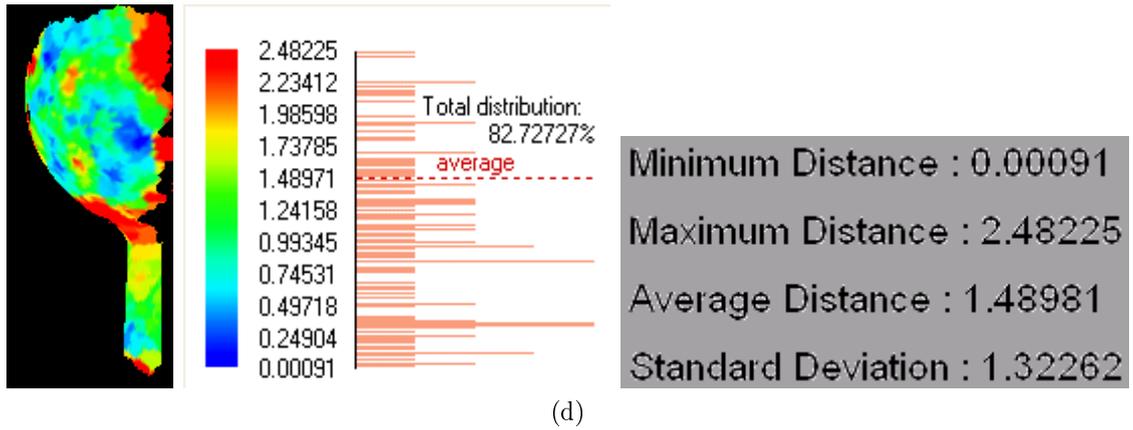


FIGURE 4.45: Résultats du scanning du verre de vin : (a) Photo ; (b) (c) Points 3D obtenus ; (d) Carte de déviation.

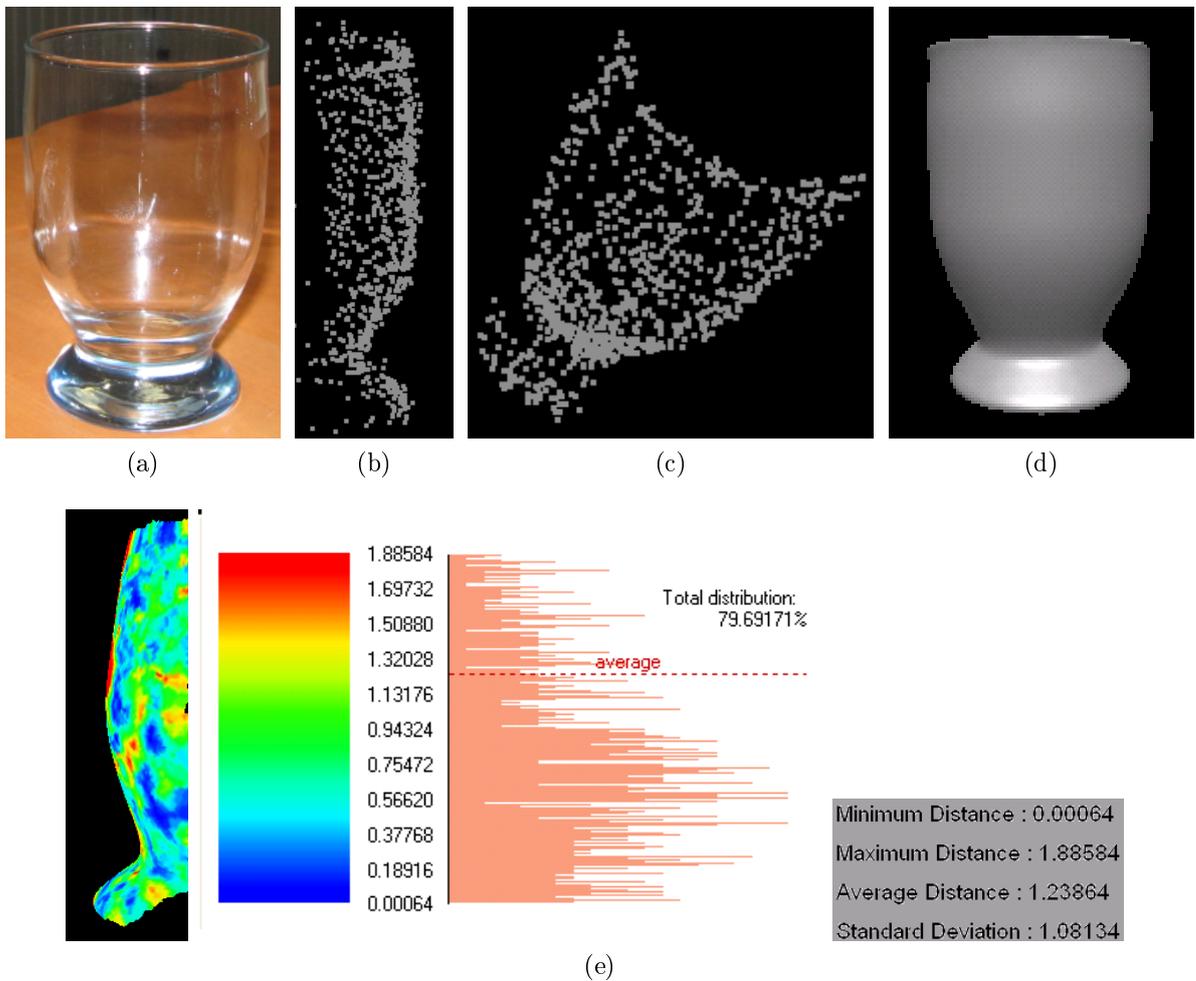


FIGURE 4.46: Résultats du scanning du verre de moutarde ; (a) Photo ; (b) (c) Points 3D obtenus ; (d) Modèle 3D de référence ; (e) Carte de déviation.

	Taille(mm)	N points	M facettes	$\mu$ (mm)	$\sigma$ (mm)
Verre de vin	133	2877	4684	1.23	1.08
Verre de moutarde	107	299	516	1.48	1.32

TABLE 4.6: Synthèse du scanning relatif au dispositif 2.

Un verre de vin et un verre à moutarde ont été reconstruits (Figure 4.45 et Figure 4.46). Les résultats sont acceptables avec une précision (Voir Tableau 4.6) que nous avons cherchée à améliorer en implémentant les dispositifs 3 et 4 décrits dans les sections suivantes.

## 4.4.2 Triangulation par vision monoculaire

Les deux dispositifs 3 et 4 que nous présentons dans cette section ont été mis en œuvre dans l'optique d'améliorer aussi bien la précision des résultats obtenus précédemment que le coût du scanning n'utilisant qu'une seule caméra. Il s'agit de deux dispositifs d'éclairage fluorescent structuré induit à partir d'un faisceau UV point (dispositif 3) et respectivement d'un faisceau UV ligne (dispositif 4). Pour générer le faisceau UV ligne, nous avons équipé le laser UV point d'une lentille cylindrique UV additionnelle, assurant ainsi un scanning rapide et efficace d'un objet transparent donné. Aussi bien pour le dispositif 3 que pour le 4, le scanning s'effectue par le déplacement de l'objet placé sur le même support programmable que celui du dispositif 2. Afin d'améliorer la précision des résultats de la reconstruction dans les deux cas, nous avons développé une méthode spécifique de "tracking" de la tache de fluorescence en présence de bruits inhérents à l'acquisition, en nous basant sur les résultats de la spectrométrie. Nous avons également intégré une méthode de validation dans le processus de reconstruction de manière à contrôler les erreurs de modélisation tout en optimisant la configuration du système d'acquisition. Ces approches de "tracking" et de validation seront détaillées dans les deux prochaines sections relatives à chaque dispositif.

### 4.4.2.1 Utilisation d'un laser UV point

Le dispositif expérimental proposé comprend un laser point UV, une caméra RVB et un support à déplacement (vertical-Y et horizontal-X) programmable sur lequel sera placé l'objet à numériser.

**4.4.2.1.1 Principe de la reconstruction** Une position donnée dans le repère monde est définie au préalable par les coordonnées 2D  $(X, Y)^T$  de l'objet et le processus de reconstruction consiste à déterminer la profondeur  $Z$  correspondante. La profondeur  $Z$  d'un point est modélisée en fonction de la distance  $Diff_i$  observée entre sa projection dans l'image et un point image de référence, tout en tenant compte du modèle de projection et des paramètres optiques de la caméra [Marzani et al., 2002] dans les paramètres

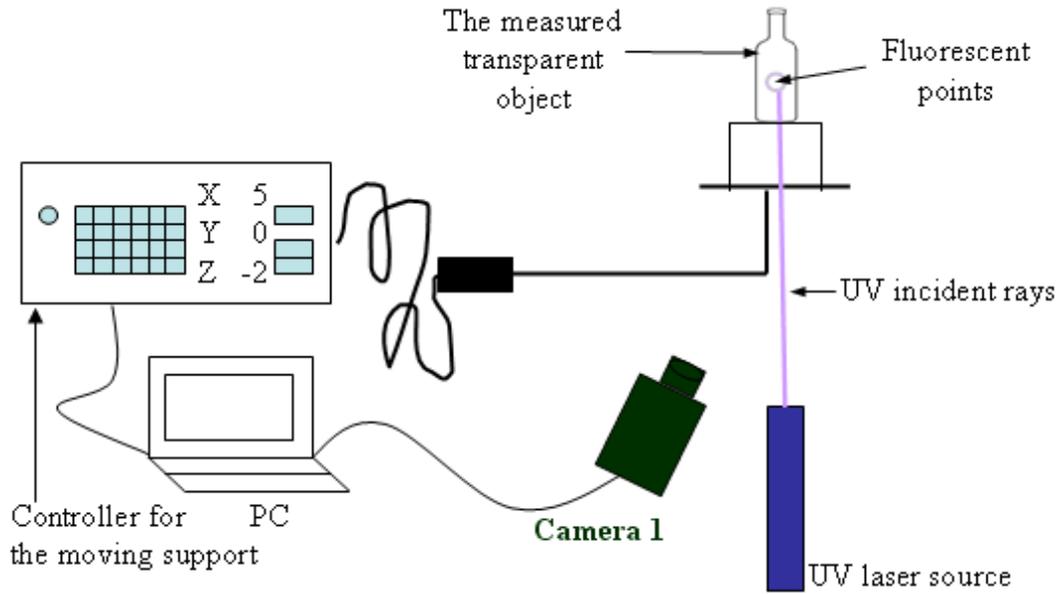


FIGURE 4.47: Dispositif 3

constants du modèle  $C, D, E$ , Equation 4.57.

$$Z_i = F(Diff_i) = \frac{C.Diff_i + D}{E.Diff_i + 1} \quad (4.57)$$

Les paramètres  $C, D, E$  du modèle sont estimés durant l'étape de calibration à l'aide d'un plan mobile fluorescent translaté selon la profondeur pour des positions différentes  $Z$  connues de manière à couvrir la profondeur maximale des objets à numériser. Le point image de référence est le point image extrait du plan mobile à la position initiale  $Z_0$ , qui sera la position en profondeur de l'objet durant le scanning.

**4.4.2.1.2 Méthodologie de la calibration** La méthodologie de la calibration est appliquée au barycentre  $p_i$  des points fluorescents les plus brillants pour chaque image du plan mobile acquise. Il repose sur les trois points essentiels suivants :

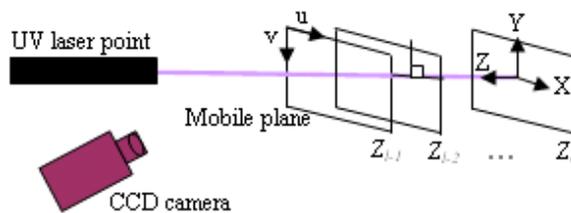


FIGURE 4.48: Illustration de la calibration.

Etape 1 : Contrainte de positionnement relative au système d'acquisition.

La première étape consiste à positionner le laser UV de manière à ce que ce dernier soit

perpendiculaire au plan mobile définissant ainsi le repère monde orthonormé  $(X, Y, Z)$  (Voir Figure 4.48) tout en s'assurant de l'inclusion des points de fluorescence dans le champ de vision de la caméra pour chaque position du plan mobile.

Etape 2 : Modélisation des points fluorescents induits par le spot UV projeté.

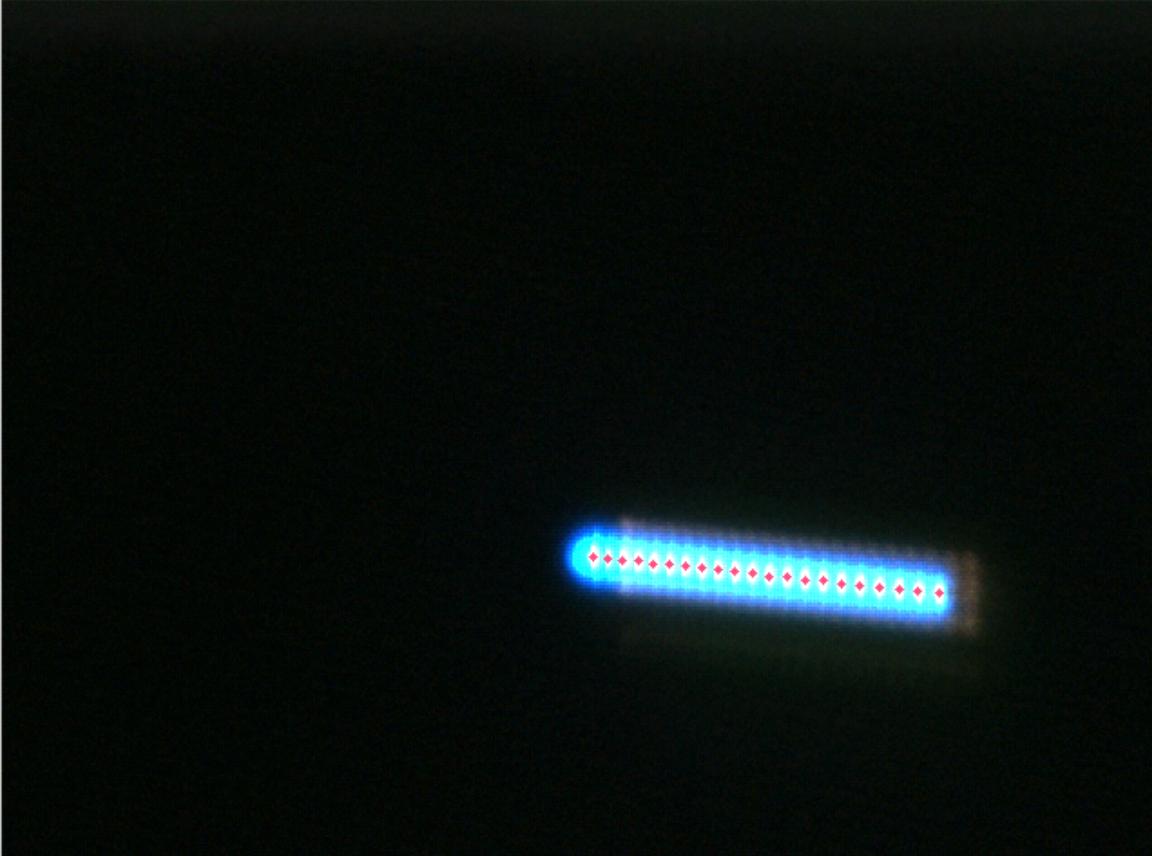


FIGURE 4.49: Somme de 21 images de fluorescence acquises à différentes profondeurs connues ( $Z=0\text{mm}$  à  $100\text{mm}$  par pas de  $5\text{mm}$ ) illustrant la modélisation de la projection du faisceau laser UV durant la calibration (les points fluorescents extraits sont en rouge).

Cette étape consiste à modéliser linéairement (Equation 4.58) dans l'image les points fluorescents projetés sur l'image acquise à différentes profondeurs, modèle utilisé par la suite pour l'estimation de la profondeur lors du calcul de  $Diff_i$ .

$$\Delta : v = Au + B \quad (4.58)$$

où  $(u, v)$  sont les coordonnées d'un point fluorescent considéré dans le repère image. Durant la calibration, le plan mobile est imagé pour chaque position de profondeur connue  $Z_i$ ,  $i = 0, \dots, l - 1$  selon la translation  $Z$  avec  $l \geq 2$  et le point  $p_i$  correspondant est extrait à chaque position  $i$  permettant la résolution, par la méthode des moindres

carrées, du problème d'optimisation suivant :

$$\min_{A,B} \left( \sum_{i=0}^{l-1} d^2(p_i, \Delta) \right) \quad (4.59)$$

Les résultats des points fluorescents imagés sur 11 profondeurs, sont illustrés dans la Figure 4.49.

Etape 3 : Modélisation de la profondeur  $Z$ .

La profondeur  $Z$  suit un modèle non linéaire de trois paramètres  $C, D, E$  relatifs à la géométrie de la caméra et des caractéristiques optiques comme évoqué plus haut, rappelé ci-dessous :

$$Z_i = F(Diff_i) = \frac{C.Diff_i + D}{E.Diff_i + 1} \quad (4.60)$$

avec

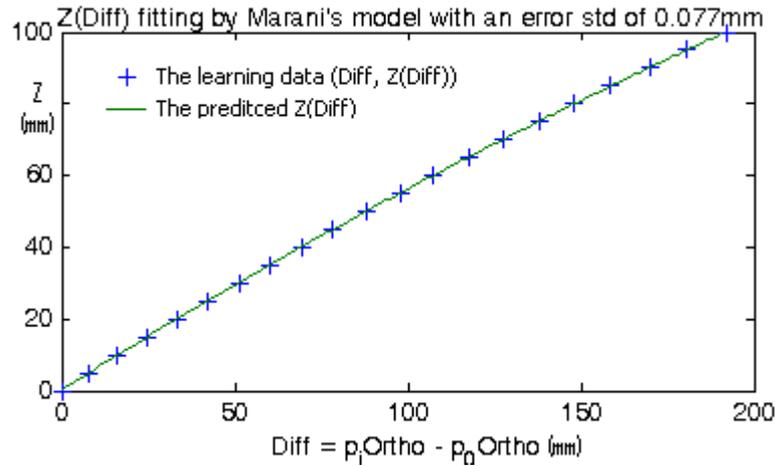
$$Diff_i = \|p_{i\perp} - p_{0\perp}\|_2 \quad (4.61)$$

où  $p_{i\perp}$  et  $p_{0\perp}$  sont respectivement les projetés orthogonaux des points  $p_i$  et  $p_0$  sur  $\Delta$ . En linéarisant l'Equation 4.60, nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} Diff_i & 1 & -Z_i.Diff_i \end{bmatrix} S = Z_i \quad (4.62)$$

où  $S = \begin{pmatrix} C & D & E \end{pmatrix}^T$  est un vecteur constant des paramètres du modèle, estimé à partir d'au moins trois couples de données  $l \geq 3$ ,  $(Diff_i, F(Diff_i))$ , en résolvant par la méthode des moindres carrés, le problème d'optimisation formulé ci-dessous :

$$\min_S \left( \sum_{i=0}^{l-1} d^2(Z_i, F(Diff_i)) \right) \quad (4.63)$$



(a)

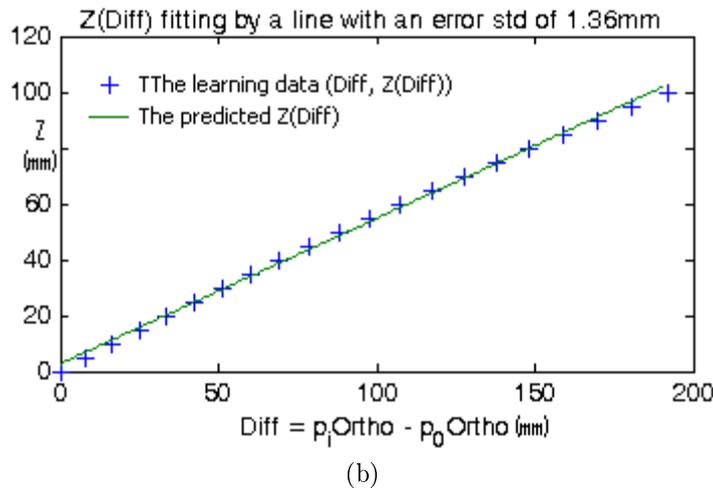


FIGURE 4.50: Modélisation de la profondeur en fonction de la distance calculée à partir des points fluorescents extraits de l'image de la Figure 4.49, (a) par Marzani et (b) par une droite; la droite ne respectant pas le modèle de projection de la caméra est moins appropriée par rapport au modèle de Marzani (avec une erreur de modélisation d'écart-type  $\sigma = 1.36mm$  contre  $\sigma = 0.077mm$  pour Marzani).

**4.4.2.1.3 Algorithme de reconstruction** Pour une position  $k$  de l'objet à numériser donné, associé aux coordonnées 2D  $(X_k, Y_k)^T$ , la profondeur  $Z_k$  correspondante est déterminée en trois étapes :

Etape 1 : Extraction du point fluorescent représentatif  $p_k$  à partir de l'image de fluorescence acquise en utilisant la méthode de "tracking" proposée plus loin.

Etape 2 : Projection de  $p_k$  sur  $\Delta$  succédé par le calcul de  $Diff_k$  (Equation 4.61).

Etape 3 : Calcul de la profondeur  $Z_k$  connaissant la distance  $Diff_k$  issue de l'étape précédente (Equation 4.60).

**4.4.2.1.4 Optimisation de la configuration du système** Pour une ligne de base donnée<sup>9</sup>, nous avons estimé la position optimale  $Z_0$  en couplant les informations relatives aux paramètres optiques de la caméra et celles relatives à l'erreur de modélisation de la profondeur (Equation 4.65), parmi  $k$  positions variant de 1 à  $m$ ,  $k = 1, \dots, m$ , Figure 4.51. La zone de recherche est délimitée par la profondeur de champ minimale et maximale de la caméra. La position optimale  $(Z_0)_{opt}$  parmi  $k$  positions considérées est la position où l'estimateur de l'erreur de modélisation de la profondeur est optimal, i.e. la différence entre la profondeur  $Z$  mesurée connue et  $Z$  prédite est minimale. Le modèle de prédiction est exprimé en fonction de  $S_{opt}$ , Equation 4.60. Le meilleur estimateur parmi  $k$  estimateurs  $\hat{e}_k$  est sélectionné selon son erreur quadratique moyenne

9. La distance entre la caméra et le laser point UV.

$MSE(\hat{\varepsilon}_{opt})$  [Mood et al., 1974], qui est égale à sa variance  $Var(\hat{\varepsilon}_{opt})$  dans la mesure où il s'agit des estimateurs sans biais, des estimateurs issus de la méthode des moindres carrés (Equation 4.64).

$$MSE(\hat{\varepsilon}) = E((\hat{\varepsilon} - \varepsilon)^2) = Var(\hat{\varepsilon}) \quad (4.64)$$

si on dénote  $\varepsilon$  l'erreur spécifique au modèle empirique utilisé pour une observation, dans l'Equation 4.65 :

$$Z_i = \frac{C.Diff_i + D}{E.Diff_i + 1} + \varepsilon_i \quad (4.65)$$

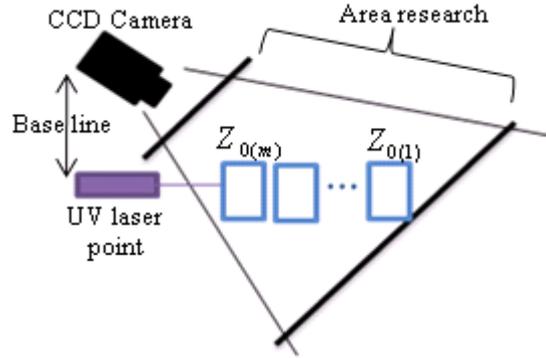


FIGURE 4.51: Illustration relative à la détermination de  $Z_0$  optimale parmi  $m$  positions.

Le problème d'optimisation formulé par l'Equation 4.66

$$S_{opt} = \arg \min_{S_k} MSE(\hat{\varepsilon}_k)_{k=1, \dots, m}. \quad (4.66)$$

est appliqué, après avoir vérifié que l'échantillon d'erreur donné suit une distribution gaussienne de moyenne nulle,  $\mu = 0$  à travers le calcul de  $p$ -value (Equation 4.67), la probabilité pour avoir ainsi ( $\mu = 0$ ) [Schervish, 1996], [Hogg & Craig, 1978], [Lenberg & Andrzejewski, 2008], [Gentle, 2010].

$$p = 1 - F(t_k | \nu) = 1 - \int_{-\infty}^{t_k} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \frac{1}{\sqrt{\nu\pi}} \frac{1}{\left(1 + \frac{w^2}{\nu}\right)^{\frac{\nu+1}{2}}} dw \quad (4.67)$$

où  $F$  est la distribution cumulative de Student avec  $t_k$  la variable de Student exprimée en fonction de  $\mu_k$  et respectivement  $\sigma_k$ , la moyenne et l'écart-type de l'échantillon  $k$  considéré de taille  $n_k$ .

$$t_k = \frac{\mu_k \sqrt{n_k}}{\sigma_k} \quad (4.68)$$

$p$ -value est calculé avec  $\nu = n_k - 1$  degrés de liberté pour chaque échantillon  $k$  considéré. Le nombre d'échantillons  $m$  est défini selon la précision souhaitée.

**4.4.2.1.5 "Tracking" de la fluorescence** Nous avons mis en œuvre une méthode d'identification et de localisation de la tache fluorescente de manière à distinguer cette dernière des bruits inhérents à l'acquisition sous forme de tache lumineuse. Ces bruits proviennent de l'impureté du laser causée par la lumière visible à partir de laquelle le rayonnement UV incident a été produit. Ces bruits, de localisation imprédictible et d'intensité plus ou moins accentuée selon la nature du matériau, se présentent sous différentes formes dans l'image, suivant l'angle d'incidence du scanning et la structure de l'objet scanné.

La spécificité du spectre d'émission de chaque matériel transparent considéré (Voir Figure 4.22 de (g) à (p)) nous a conduits à modéliser l'intensité du rayonnement fluorescent à l'aide de la distribution gaussienne dans l'espace RVB. La spécificité de l'intensité de fluorescence imagée est illustrée aux Figures 4.52(a),(b)(c). Le "tracking" de la tache fluorescente s'opère ainsi en trois étapes pour chaque image analysée, associée à une position donnée de l'objet :

Etape 1 : Un seuillage global visant à segmenter les points d'intensité lumineuse importante, est appliqué au canal où l'intensité du spectre d'émission maximale relative au matériau est atteinte. Par exemple : le canal V pour le bol(B) en se basant sur son spectre d'émission (Figure 4.22).

Etape 2 : Les composants RVB des pixels segmentés sont ensuite testés suivant le critère basé sur la distance de Mahalanobis (Equation 4.69). L'intensité de fluorescence pour un matériel  $k$  considéré est modélisée au préalable dans l'espace RVB par une distribution gaussienne  $k$  caractérisée par un vecteur de moyenne  $\mu_k$  et une matrice de covariance  $\Sigma_k$ . Les paramètres gaussiens  $\mu_k$  et  $\Sigma_k$  sont définis à partir de quelques images de fluorescence d'apprentissage. Ainsi, afin de traquer le spot de fluorescence d'un matériel  $k$  donné pour lequel les paramètres gaussiens  $\mu_k$  et  $\Sigma_k$  sont définis, nous vérifions si son intensité  $I$  satisfait l'inégalité exprimée ci-dessous :

$$D_M(I) = \sqrt{(I - \mu_k)^T \Sigma_k^{-1} (I - \mu_k)} \leq T_k \quad (4.69)$$

où  $D_M$  est la distance de Mahalanobis et  $T_k$  est un seuil déterminé par la distance de Mahalanobis maximale calculée à partir des données d'apprentissage ayant servi à définir la distribution gaussienne considérée.

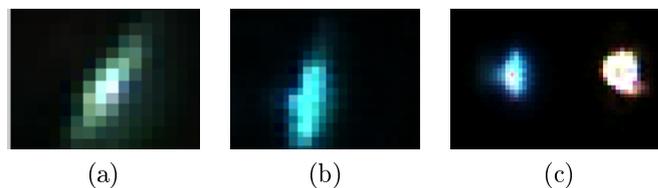


FIGURE 4.52: Zoom des points fluorescents ; (a) Image zoomée x4 de la fluorescence induite sur la boule de verre (Figure 4.14(h)) ; (b) Image zoomée x3 de la fluorescence induite sur la bouteille plastique d'eau minérale (Figure 4.58(a)) (Zoom x 3) ; (c) "Tracking" de la tache de fluorescence (à gauche) en présence de bruit (à droite).

Le Tableau 4.7 illustre la modélisation de l'intensité de fluorescence observée sur quelques objets où la composante verte s'avère être prédominante pour les quatre exemples relevés. Ces résultats sont conformes aux résultats de l'analyse spectroscopique présentés et synthétisés à la Figure 4.22 et au Tableau 4.2.

	$\mu_k$	$\Sigma_k$		$\mu_k$	$\Sigma_k$
BVE	$\begin{pmatrix} 39 \\ 69 \\ 61 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2669 & 3926 & 34191 \\ 3926 & 6215 & 5482 \\ 3419 & 5482 & 5073 \end{pmatrix}$	R	$\begin{pmatrix} 107 \\ 145 \\ 142 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8021 & 7223 & 7051 \\ 7223 & 7682 & 7468 \\ 7051 & 7468 & 7503 \end{pmatrix}$
VP	$\begin{pmatrix} 36 \\ 137 \\ 120 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2119 & 4086 & 3768 \\ 4086 & 8851 & 8232 \\ 3768 & 8232 & 7773 \end{pmatrix}$	BPR	$\begin{pmatrix} 74 \\ 120 \\ 96 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6771 & 7033 & 7038 \\ 7033 & 8794 & 8308 \\ 7038 & 8308 & 8280 \end{pmatrix}$

TABLE 4.7: Aperçu des paramètres de la distribution gaussienne associée à l'intensité des points fluorescents de quatre différents objets transparents à numériser. Ces paramètres sont estimés à partir de 70 données d'apprentissage extraits de 4 images en moyenne.

Etape 3 : Parmi les pixels fluorescents identifiés, le point fluorescent représentatif est ensuite sélectionné en calculant le barycentre des pixels fluorescents de valeur d'intensité lumineuse maximale dans le canal du seuillage global de l'étape 1. Des illustrations du "tracking" sont fournies à la Figure 4.52(c) et aux Figures 4.58 de (f) à (o).

Remarque importante

Le changement de canal conjugué à cette étape finale entraîne une détérioration des résultats maillés, Voir Figure 4.73.

#### 4.4.2.1.6 Implémentation & Résultats

##### Descriptif du dispositif :

- un laser UV (266nm, 10mW, spot elliptique de 2mm);
- une camera CCD RGB (Guppy F-080C, 480x640, 1/3inch, 8mm de focale, cercle de confusion de 0.01, 1.4 de lens f-number);
- un support à déplacement contrôlable (Contrôleur Newport-MM4005);
- un PC (2.49GHz, 3.5Go de RAM).

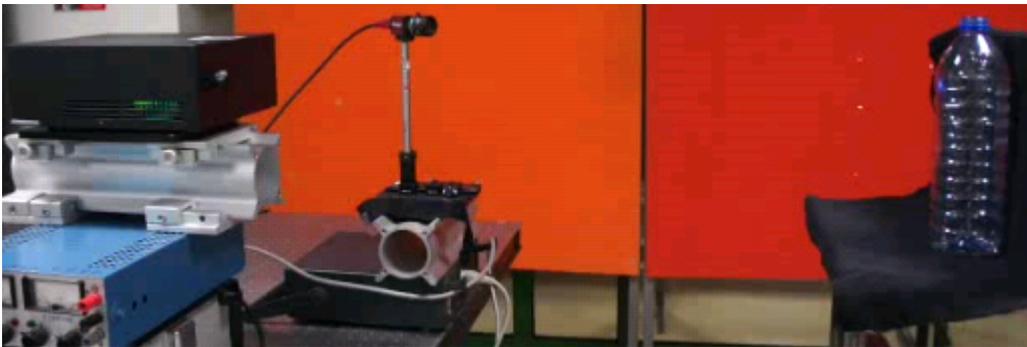


FIGURE 4.53: Photo du dispositif 3.

##### Illustration relative à l'étape de calibration

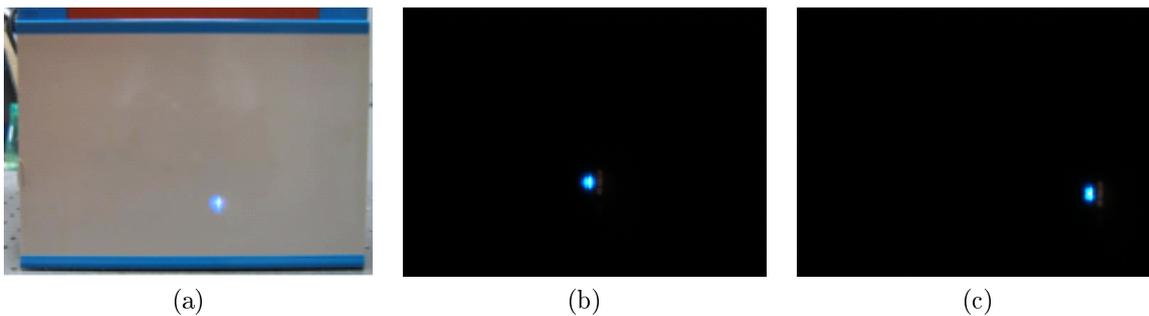


FIGURE 4.54: (a) Photo du plan mobile blanc fluorescent utilisé à la calibration; (b) Image du plan mobile irradié acquise à  $Z=0\text{mm}$ ; (c) Image du plan mobile irradié acquise à  $Z=100\text{mm}$ .

##### Résultats relatifs à la méthode de validation

Avec une ligne de base de 280mm et une profondeur de champ désirée de 110mm, nous avons déterminé la position optimale  $Z_{\text{opt}}=1270\text{mm}$  en appliquant notre approche de

validation sur quatre échantillons  $Z_0$  ( $m = 4$ ) [1120-1220-1270-1280], valeurs indiquées par le contrôleur. Cette position optimale de  $Z_0$  assure une distance de scanning variable de 550mm à 610mm entre objet-caméra, 450mm à 561mm entre objet-laser et un angle de scanning de  $30^\circ$  à  $36^\circ$  entre Laser-Objet-Caméra pour une profondeur maximale donnée de l'objet de 100mm. L'angle de scanning trouvé demeure conforme à l'angle conventionnel adopté pour une précision satisfaisante en profondeur tout en minimisant les occultations. Les résultats de validation fournis dans le Tableau 4.8 sont issus de 10 mesures de répétabilité pour chaque échantillon  $m = 1, \dots, 4$  de taille  $n = 21$  obtenue pour différentes positions  $Z$  variant de 0mm à 100mm par pas de 5mm.

$Z_0$	1120 ( $Z_0$ ) <sub>1</sub>	1220 ( $Z_0$ ) <sub>2</sub>	1270 ( $Z_0$ ) <sub>3</sub>	1280 ( $Z_0$ ) <sub>4</sub>
$n_k$	21	21	21	21
$p$ -value	0.5	0.5	0.5	0.5
$Var(\hat{\varepsilon})_{(mm)}$	0.202	0.023	0.006	0.067

TABLE 4.8: Résultats du processus de validation.

Les comportements des courbes de la variance de l'estimateur d'erreur  $Var(\hat{\varepsilon})$  relatives aux dix mesures sont similaires avec des valeurs de  $Var(\hat{\varepsilon})$  légèrement différentes.

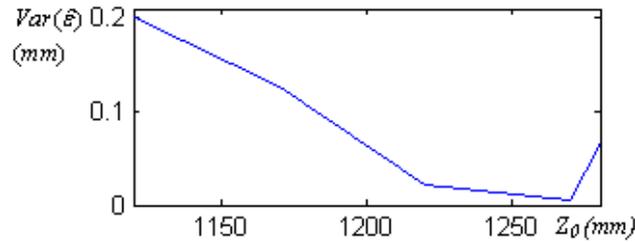


FIGURE 4.55: Courbe de la variance de l'erreur de modélisation  $Var(\hat{\varepsilon})$  en fonction de la position  $Z_0$ .

La courbe de  $Var(\hat{\varepsilon})$  décroît de  $Z_0=1120$ mm à  $Z_0=1270$ mm, Figure 4.55, atteint le minimum pour  $Z_{0opt} = 1270$ mm et croît au-delà de 1270mm, zone en dehors de la profondeur de champ pour laquelle la netteté décroît avec la proximité caméra-objet. La boule de verre remplie d'eau a été reconstruite pour les quatre valeurs de  $Z_0$ . La Figure 4.56 et le Tableau 4.9 relatent les résultats du scanning à différentes valeurs de  $Z_0$  où la moyenne  $\mu$  et l'écart-type  $\sigma$  de l'erreur de déviation sont plus faibles pour  $Z_{0opt}$  ( $\mu = 0.065$ mm et  $\sigma = 0.067$ mm) par rapport aux restes.

$Z_0$	1120	1220	1270	1280
$\mu$ (mm)	0.152	0.122	0.065	0.066
$\sigma$ (mm)	0.112	0.114	0.067	0.087

TABLE 4.9: Synthèse des résultats relatifs aux cartes de déviation de la Figure 4.56.

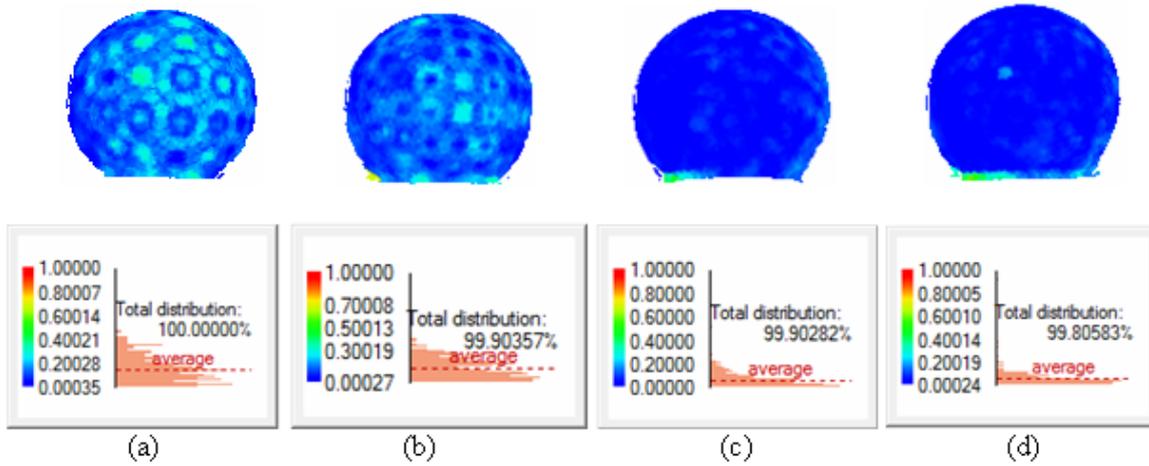


FIGURE 4.56: Carte de déviation de la boule remplie d'eau acquise pour différentes  $Z_0$  : (a)  $Z_0=1120$  ; (b)  $Z_0=1220$  ; (c)  $Z_0=1270$  ; (d)  $Z_0=1280$  ; Voir Tableau 4.9 pour les détails statistiques.

#### Les résultats de la reconstruction.

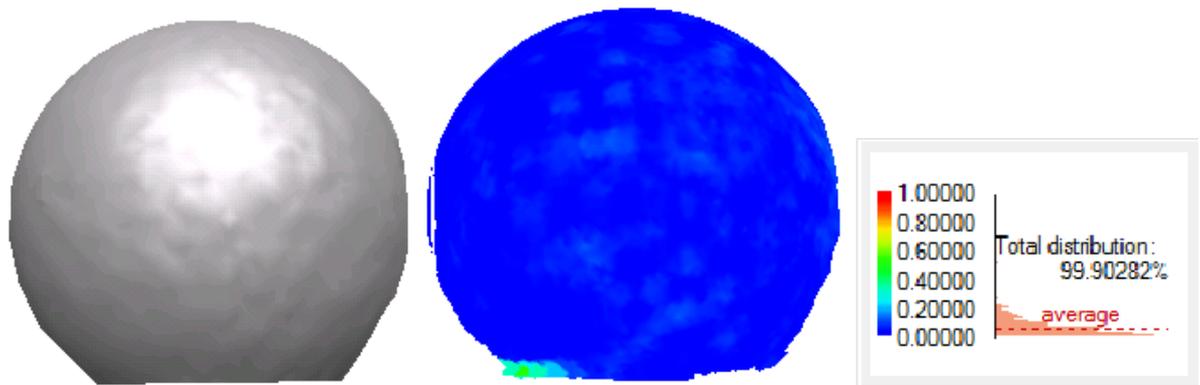
Les objets sont scannés à partir de  $Z_{0opt}$  avec une erreur d'extraction de points de fluorescence de l'ordre de 0.23 pixel (en écart-type) et une erreur de modélisation de la profondeur de 0.07mm (en écart-type), Voir Tableau 4.10. Les résultats du scanning sont fournis à la Figure 4.57 et au Tableau 4.11. La moyenne et l'écart-type de l'erreur relative à la carte de déviation varient d'un objet à un autre, pour une moyenne générale de 0.85mm et un écart-type moyen de 0.100mm. La précision des résultats est nettement améliorée par rapport à ceux obtenus précédemment à l'aide des dispositifs 1 et 2.

Erreur de modélisation	$\sigma$ (Tracking) : 0.23 pixel $\sigma$ (Depth) : 0.07 mm
------------------------	--

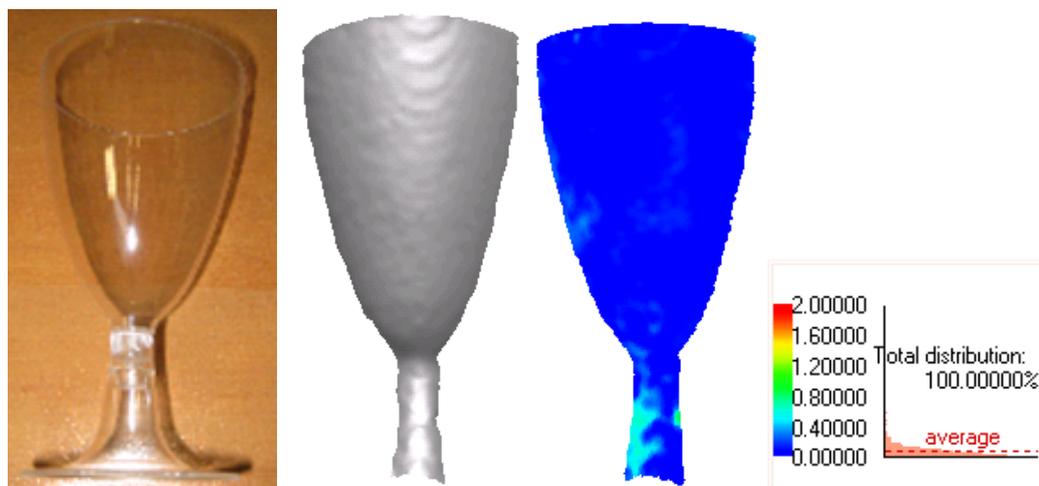
TABLE 4.10: Synthèse des résultats relatifs aux erreurs de modélisation.

	HxV (mm)	N points	$\mu$ (mm)	$\sigma$ (mm)
Boule de verre remplie d'eau	2x2	1037	0.065	0.067
Verre plastique	1x1	3611	0.084	0.098
Ramequin	1x1	4874	0.108	0.134
Bouteille d'eau minérale en plastique	0.5x0.5	64232	0.080	0.086

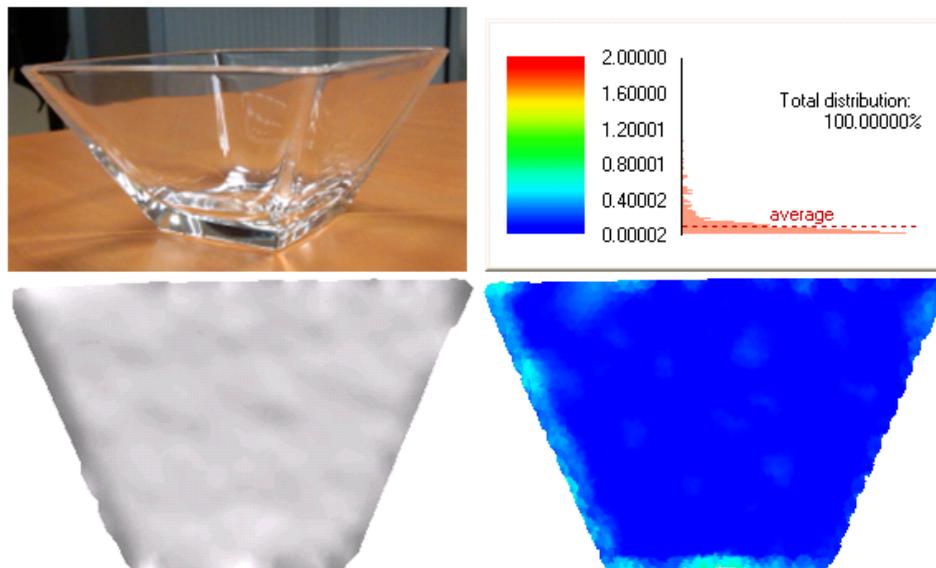
TABLE 4.11: Synthèse du scanning relatif au dispositif 3.



(a)



(b)

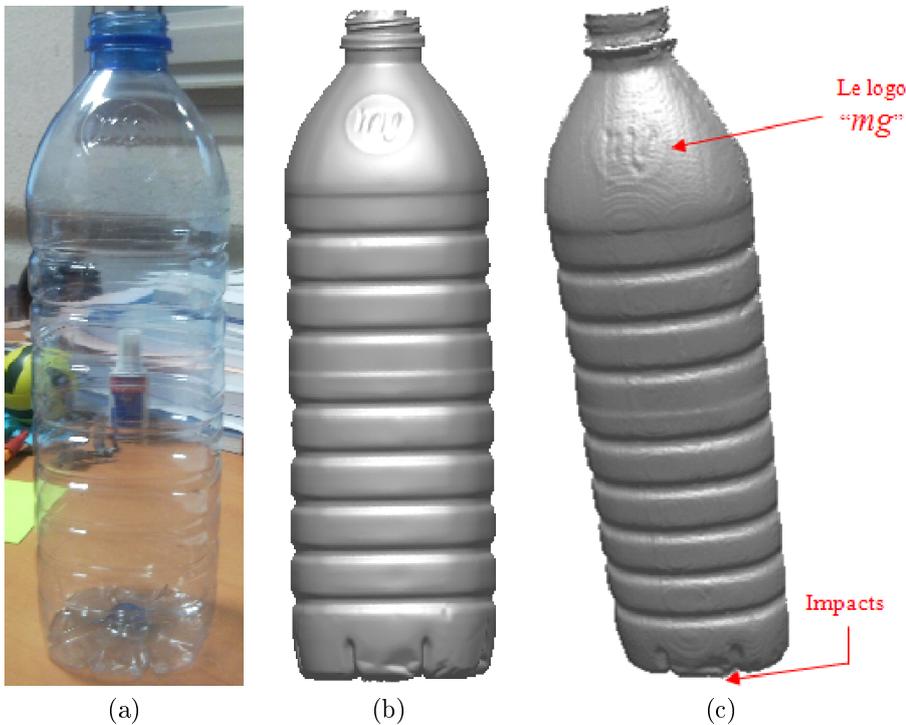


(c)

FIGURE 4.57: Modèles 3D des objets reconstruits pour  $Z_0 = 1270$  avec leur carte de déviation respective : (a) Boule remplie d'eau ; (b) Verre plastique ; (c) Ramequin.

Afin d'évaluer la performance de notre approche, une bouteille plastique transparente (MG) de forme complexe a été scannée avec un pas de scanning plus fin de  $0.5\text{mm} \times 0.5\text{mm}$ . Les résultats présentés à la Figure 4.58 de (a) à (e) et chiffrés dans le Tableau 4.11 attestent l'efficacité de notre méthode où le logo de la bouteille *mg* ainsi que les défauts se trouvant au fond de la bouteille sont fidèlement conservés par notre approche. Néanmoins, les impacts des bruits inhérents à l'acquisition, Figures 4.58(n) et (o), lors du "tracking" des points fluorescents illustré à la Figure 4.58(f)(o), sont visibles pour certains angles d'incidence comme le montre la Figure 4.58(d). Un deuxième scanning de la bouteille avec une orientation différente de la première a été effectué, conduisant à une localisation différente des impacts des bruits. Le modèle définitif (Figure 4.58(b)) résulte du recalage des deux modèles obtenus en ayant éliminé les points d'impact des bruits inhérents à l'acquisition. La précision obtenue est plus que satisfaisante pour une moyenne et écart-type de la carte de déviation (sans le goulot de la bouteille qui présente des imperfections pour le modèle de référence) respectivement de  $\mu = 0.080\text{mm}$  et  $\sigma = 0.086\text{mm}$ . On peut noter que notre précision est :

- nettement améliorée par rapport aux précisions obtenues par les dispositifs précédents (puis par les suivants d'ailleurs) atteignant en moyenne,  $\mu = 1.2\text{mm}$  et  $\sigma = 1.2\text{mm}$ .
- nettement supérieure comparée à celle obtenue en utilisant l'approche "scanning from heating" [Eren et al., 2009] où la moyenne  $\mu$  de la carte de déviation est de  $0.2\text{mm}$ .
- discutable comparée avec celle obtenue par [Hullin et al., 2008] où le calcul de l'erreur n'est pas assez élaboré, une erreur RMS de  $0.046\text{mm}$  y est fournie.
- nettement quantifiable par rapport à l'erreur de reconstruction issue de la méthode "shape from polarisation" développée dans [Miyazaki et al., 2004] où l'auteur se cantonne à une simple discussion sur l'origine des imprécisions et imperfections obtenues.



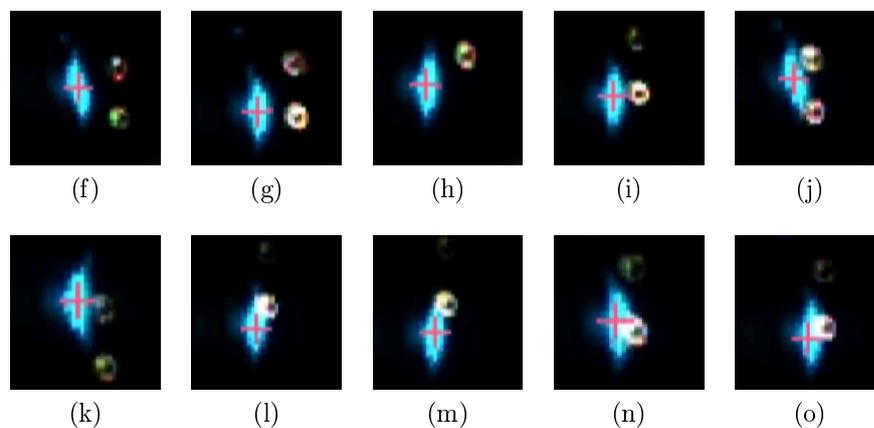
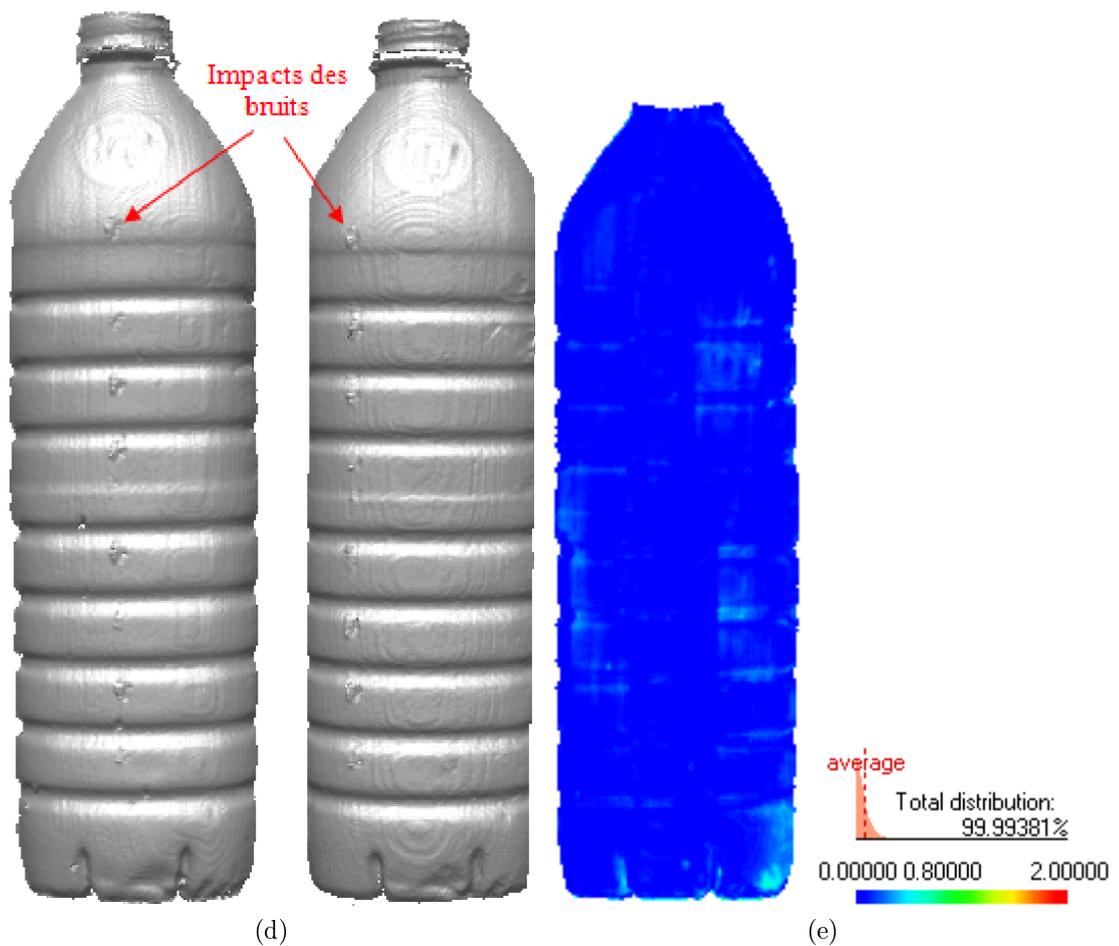
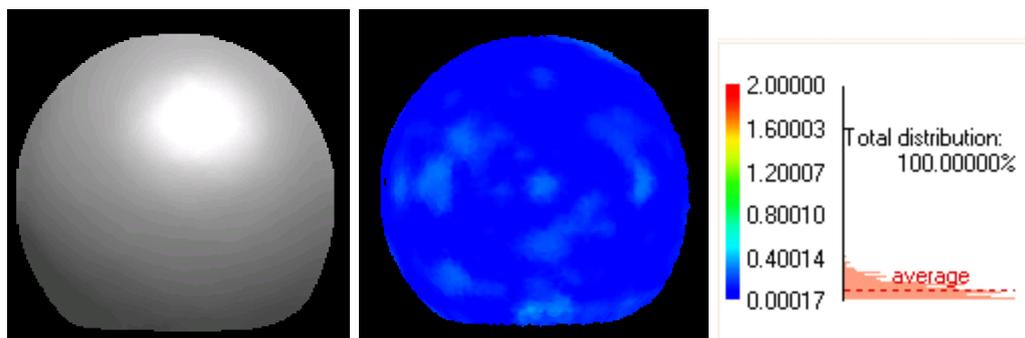


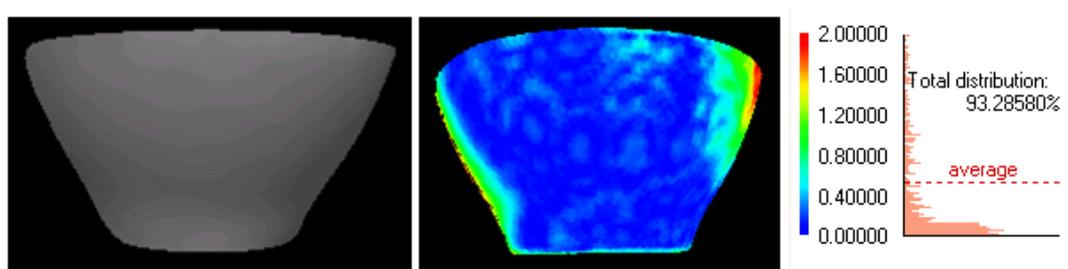
FIGURE 4.58: Reconstruction de la bouteille d'eau minérale en plastique.

(a) Photo ; (b) Modèle de référence ; (c) Modèle 3D final obtenu ; (d) Modèles 3D issus de deux orientations différentes obtenus ; (e) Carte de déviation ; des illustrations supplémentaires de la bouteille sont fournies à la Figure 4.60. (f) à (m) : "Tracking" réussi ; (n) et (o) : "Tracking" perturbé, l'extraction du point fluorescent représentatif est perturbée par les bruits d'inter réflexion. Par conséquent, le point fluorescent représentatif est décalé entraînant l'inhomogénéité des points 3D finaux obtenus lors du maillage, Voir impacts des bruits à la Figure (d).

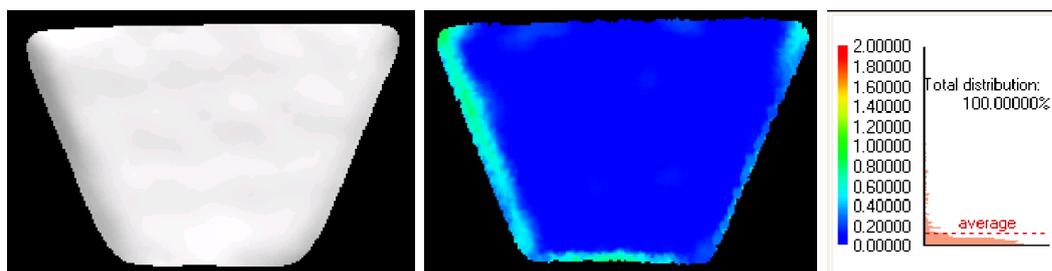
Illustrations supplémentaires relatives à la reconstruction.



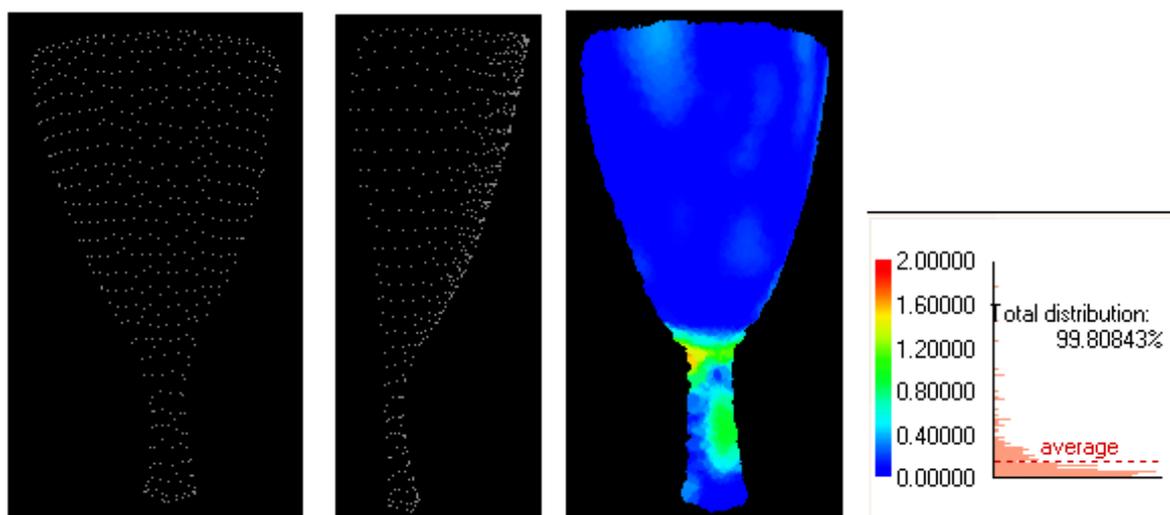
(a)



(b)



(c)



(d)

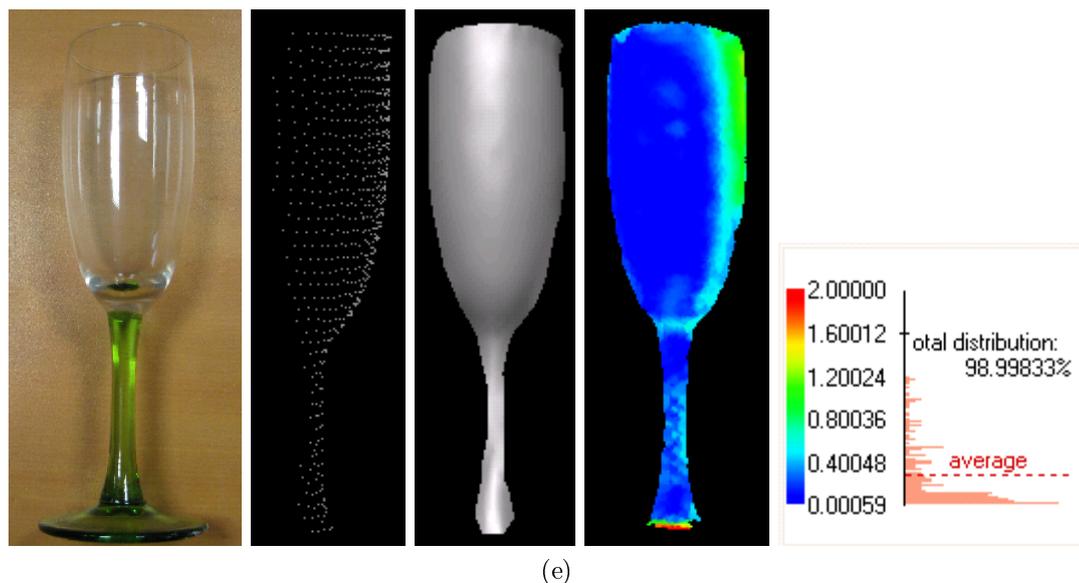


FIGURE 4.59: Modèles 3D lissés obtenus présentés sous forme de points 3D ou/et texturés de certains objets et la carte de déviation correspondante.

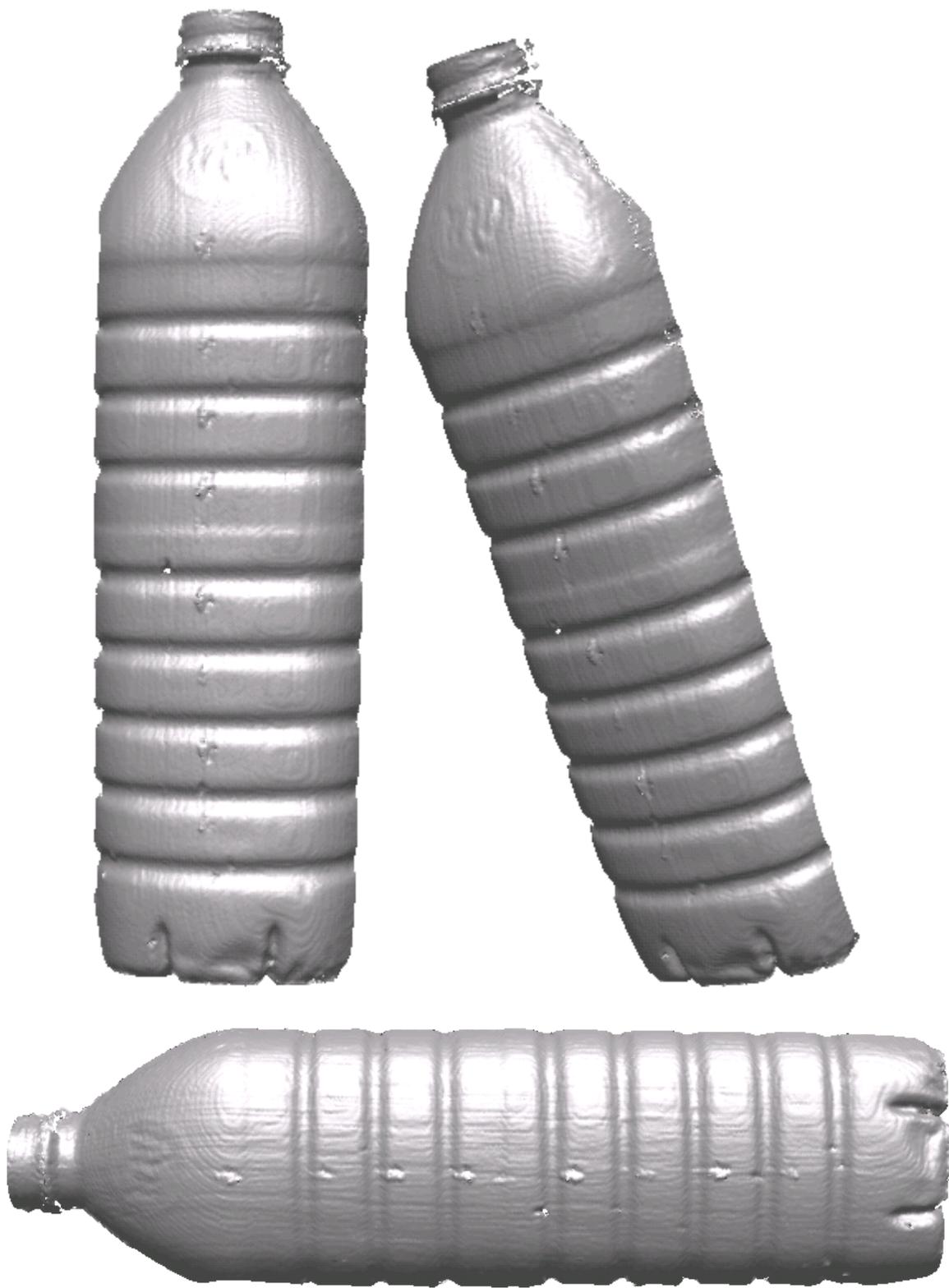
(a) Boule remplie d'eau ; (b) Bol marron ; (c) Ramequin ; (d) Verre plastique ; (e) Verre de champagne.

Des illustrations supplémentaires de la bouteille d'eau minérale en plastique reconstruites sont fournies à la Figure 4.60(a)(b). Il s'agit du premier résultat obtenu sur cette bouteille.

Quelques illustrations supplémentaires sur les objets reconstruits sont également fournies, Voir Figure 4.59(a)(b)(c)(d)(e). Les modèles présentés sont obtenus avec un  $Z_0$  quelconque et ont été post-traités par un léger lissage afin d'homogénéiser les points 3D bruts obtenus. Nous remarquons tout de même que les résultats sont moins précis (Voir Tableau 4.12) comparés aux résultats obtenus avec un  $Z_{0opt}$  (Voir Tableau 4.11).

	$\mu(\text{mm})$	$\sigma(\text{mm})$
Boule	0.104	0.07
Bol marron	0.474	0.538
Ramequin	0.123	0.191
Verre plastique	0.165	0.237
Verre de champagne	0.920	0.407

TABLE 4.12: Résultats statistiques relatives à la carte de déviation (Figure 4.59).



(a)

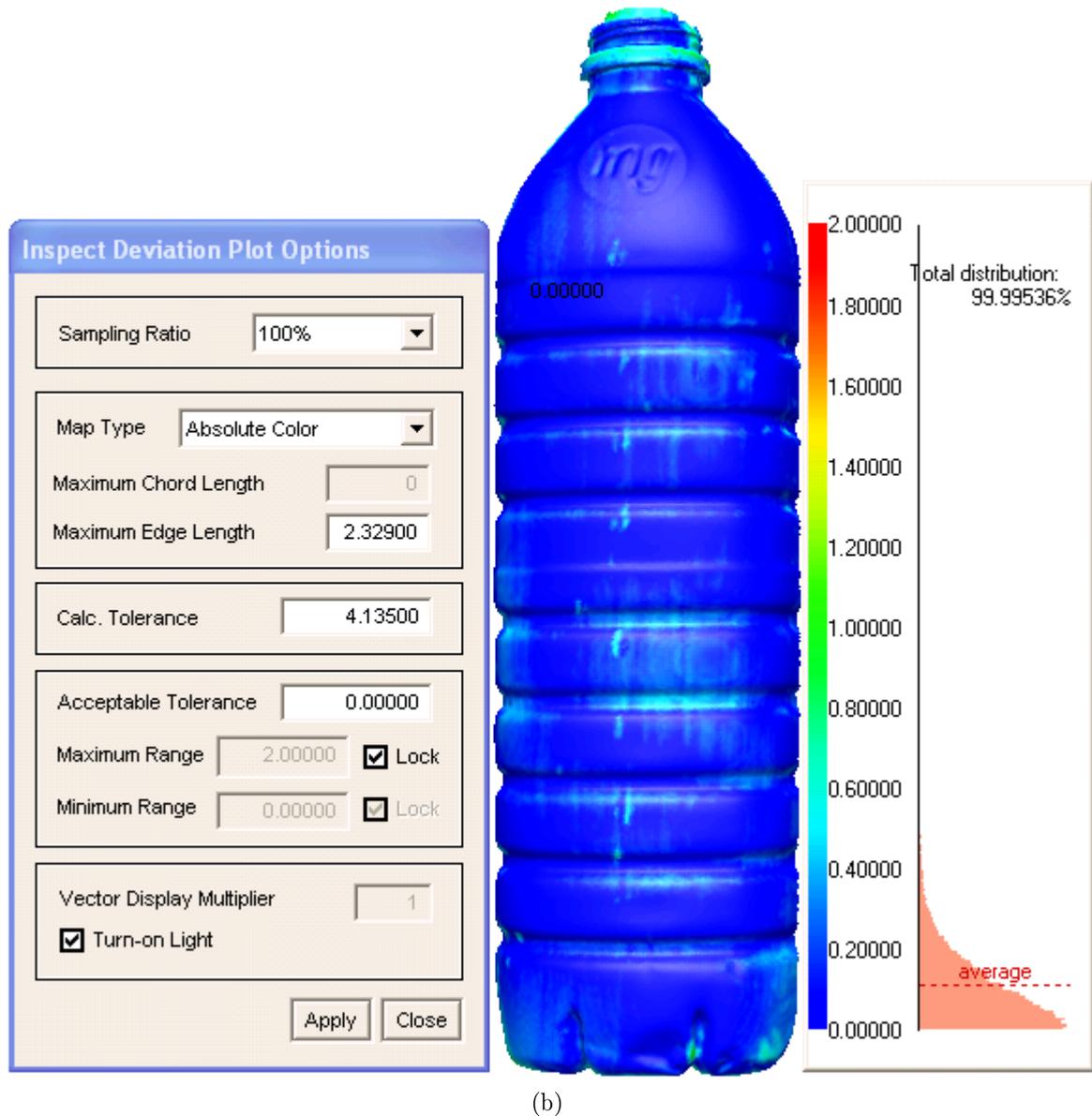


FIGURE 4.60: (a) Modèle 3D obtenu à la première acquisition (1ère orientation) de la bouteille minérale en plastique, présenté en plus grand format sous différents angles de vue ; (b) La carte de déviation correspondante avec 0.115mm de moyenne et 0.118mm d'écart-type.

### 4.4.2.2 Utilisation d'un laser UV ligne

Dans l'optique d'optimiser le temps d'acquisition et de proposer un prototype industriel, une lentille cylindrique a été rajoutée au dispositif précédent. Ainsi, le dispositif expérimental implémenté comprend un laser point UV, une lentille cylindrique UV, une caméra RVB et un support à déplacement (horizontal-X) programmable sur lequel sera posé l'objet à numériser. La lentille cylindrique est placée devant le laser UV de manière à générer un faisceau ligne, réduisant aussi bien le temps du scanning (acquisition + traitement) que la mémoire nécessaire au stockage des images acquises. Les bruits inhérents à l'acquisition provoqués par l'impureté du laser deviennent également faibles (voire éliminés pour certains angles incidents) du fait du pouvoir réducteur d'un facteur 100 de la lentille cylindrique UV (laissant tout de même passer certains rayons visibles).

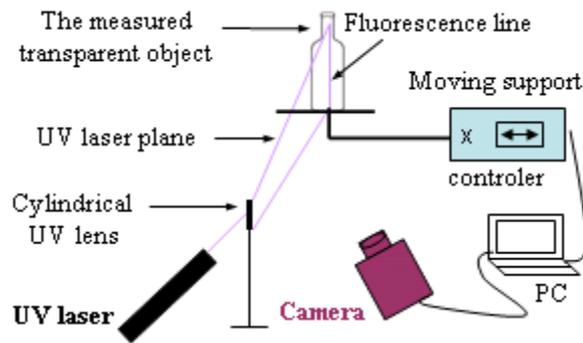


FIGURE 4.61: Dispositif 4.

**4.4.2.2.1 Principe de la reconstruction** Le modèle de reconstruction 3D utilisé est fondé sur la théorie de la géométrie projective [Chen & Kak, 1987], permettant de relier un point 2D de l'image de la ligne laser à sa projection 3D dans le repère monde par une transformation linéaire (Equation 4.70) associée à une orientation donnée du plan laser.

$$s \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = T_M \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \quad T_M = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} \end{pmatrix} \quad (4.70)$$

où  $(u, v, 1)^T$  sont les coordonnées homogènes d'un point  $m$  du plan laser dans le repère image et  $(X, Y, Z, 1)^T$  sont les coordonnées homogènes du projeté du point  $m$  dans le repère monde avec  $s \neq 0$ , un facteur d'échelle pour la non unicité de l'expression des coordonnées homogènes. En développant l'Equation 4.70, nous obtenons :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} u & v & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -uX & -vX & -X \\ 0 & 0 & 0 & u & v & 1 & 0 & 0 & 0 & -uY & -vY & -Y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u & v & 1 & -uZ & -vZ & -Z \end{bmatrix}}_Q T_v = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.71)$$

où

$$T_v = [t_{11} \ t_{12} \ t_{13} \ t_{21} \ t_{22} \ t_{23} \ t_{31} \ t_{32} \ t_{33} \ t_{41} \ t_{42} \ t_{43}]^T \quad (4.72)$$

est le vecteur des paramètres à estimer durant l'étape de calibration.

**4.4.2.2 Méthodologie de la calibration** En se basant sur l'expression de l'Equation 4.71 et de la théorie fondamentale de la projectivité bidimensionnelle [Chen & Kak, 1987], l'estimation des paramètres,  $T$ , nécessite au moins la connaissance de quatre points coplanaires (non colinéaires) pendant la calibration. Ces derniers sont exprimés aussi bien dans le repère monde que dans le repère image  $(u_i, v_i, X_i, Y_i, Z_i)$ ,  $i \geq 4$ , afin de constituer la matrice des données  $Q$ . La solution du système 4.71 est par conséquent le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de  $Q^T Q$ . Durant la calibration, le faisceau ligne UV d'orientation définie est projeté sur un quadrangle fluorescent de dimensions connues, utilisé pour ses propriétés géométriques (Voir la notion de "birapport" plus bas). Déplacé en translation le long de l'axe  $Z$  dans le champ de vision de la caméra, le quadrangle est imagé à différentes positions  $Z$  de manière à définir le plan laser.

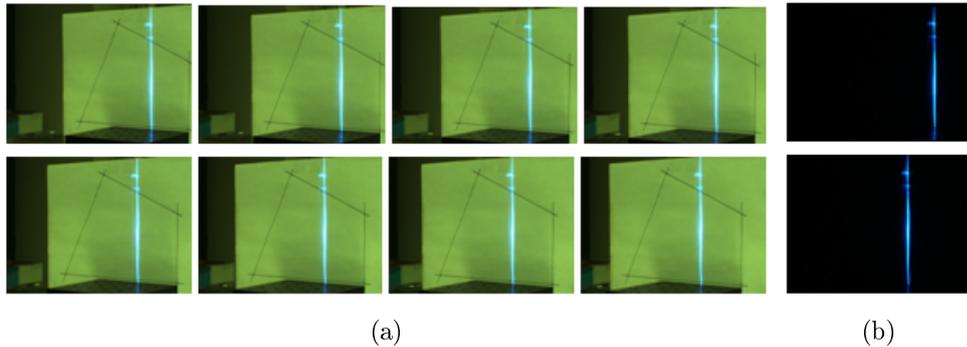


FIGURE 4.62: Illustration du quadrangle fluorescent acquise à différentes  $Z$  ;

(a) De  $Z=0\text{mm}$  à  $Z=70\text{mm}$  pas de  $10\text{mm}$  ; (b)  $Z= 0\text{mm}$  et  $Z=70\text{mm}$  (les deux positions limitant l'espace de profondeur de travail) dans un environnement obscur. En effet, pour chaque position  $Z$  deux acquisitions du quadrangle irradié sont effectuées durant la calibration : 1 acquisition à l'éclairage ambiant afin de repérer le quadrangle et 1 acquisition dans un environnement obscur afin de faciliter l'extraction de la ligne de fluorescence.

Les points utilisés pour définir le plan laser sont extraits de la ligne de fluorescence du quadrangle acquis à chaque position  $Z$ , Figure 4.62(a)(b), et constituent les données d'apprentissage permettant de résoudre le système 4.71. La sélection de ces points d'apprentissage à partir d'une ligne de fluorescence donnée se déroule en deux temps :

- Les deux points d'intersection de la ligne de fluorescence avec le côté inférieur et respectivement avec le côté supérieur du quadrangle (Voir Figures 4.63(b)(c)) sont initialement extraits. Le calcul de leurs coordonnées aussi bien dans le repère image que le repère

monde sera détaillé ultérieurement.

- Un nombre de points  $N$  de la ligne de fluorescence sont ensuite extraits de manière semi-arbitraire. L'espace de recherche des données est préalablement subdivisé en  $N$  sous-intervalles pour une meilleure répartition des données d'apprentissage (on rappelle que chez [Forest, 2004], le nombre  $N$  est choisi arbitrairement) sélectionnées une par une de manière aléatoire dans chaque sous-intervalle.

La détermination des coordonnées 3D du repère monde repose principalement sur l'exploitation de la propriété géométrique conférée par le système de configuration : le birapport, qui est un invariant projectif indépendamment du quadrangle, Figure 4.63(d). En effet, le birapport des points du quadrangle est égal au birapport des points projetés sur le plan image. Les détails techniques seront fournis dans l'algorithme de calibration basé sur l'utilisation des Equations 4.73,4.74,4.75, 4.76.

$$Cr \{I, B, L_u, A\} = Cr \{I', B', L'_u, A'\} = k_u \tag{4.73}$$

avec

$$Cr \{I, B, L, A\} = \frac{IL_u \cdot BA}{BL_u \cdot IA} \tag{4.74}$$

Ainsi, en utilisant la relation de Chasles, l'Equation 4.74 est équivalente à :

$$IL_u = \frac{k \cdot IA \cdot IB}{(k - 1) \cdot IA + IB} \tag{4.75}$$

Et

$$L_u = IL_u \frac{\vec{IA}}{IA} + I \tag{4.76}$$

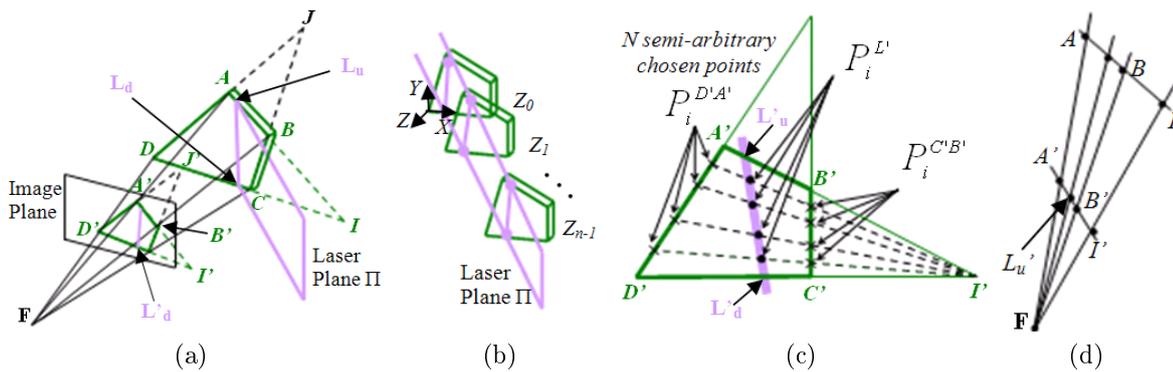


FIGURE 4.63: Illustration relative au principe de la calibration.

- (a) La projection géométrique adoptée ;
- (b) Définition du plan laser UV en déplaçant le quadrangle selon la translation en  $Z$  ;
- (c) Génération des points d'apprentissage semi-arbitraires ;
- (d) Hypothèse sur l'invariance du birapport.

**Algorithme de la calibration** Connaissant les coordonnées 3D des quatre sommets  $A, B, C, D$  du quadrangle dans le repère monde, la méthodologie de la calibration s'effectue en 3 étapes :

Etape 1 : Dans le repère monde,

Calcul des quatre droites  $(AB), (DC), (DA), (CB)$  et des deux intersections  $I = (AB) \cap (DC), J = (DA) \cap (CB)$ .

Etape 2 : Pour chaque  $Z_i, i = 0 \dots n - 1$ .

Dans le repère image,

2.1) Localisation manuelle des points  $A', B', C', D'$ , projetés des points  $A, B, C, D$  dans le repère image.

2.2) Calcul des quatre droites  $(A'B'), (D'C'), (D'A'), (C'B')$  et des points d'intersection  $I' = (A'B') \cap (D'C')$  et  $J' = (D'A') \cap (C'B')$ .

2.3) Segmentation de la ligne de fluorescence ( $L'$ ) et estimation de son équation, Figure 4.64(a).

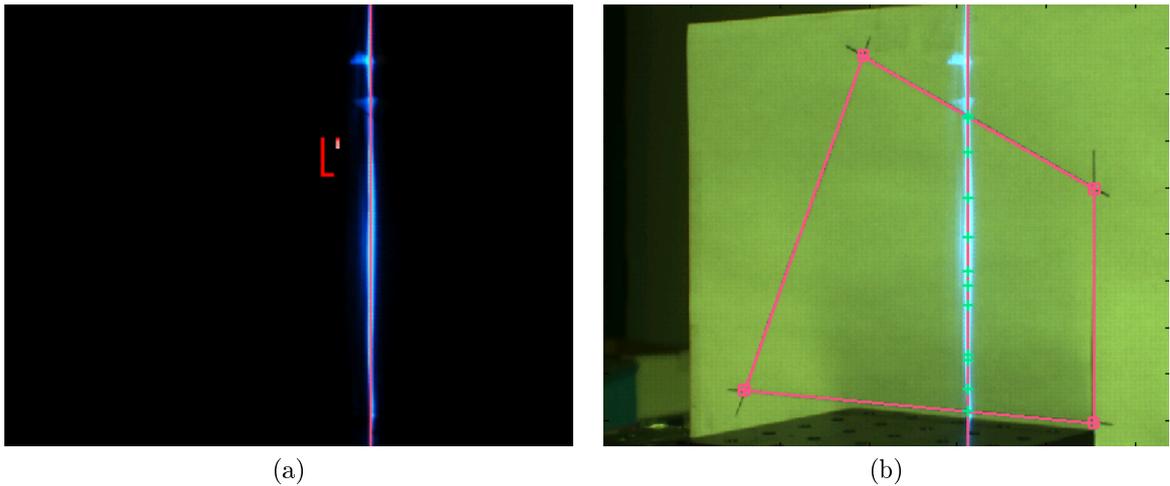


FIGURE 4.64: (a) Illustration relative à la modélisation de la ligne de fluorescence par une droite; (b) Illustration relative à l'identification de l'image du quadrangle et à la sélection de quelques points d'apprentissage (en croix vert) à une position  $Z$  donnée.

2.4) Calcul des deux points extrêmes  $L'_u$  et  $L'_d$  de la ligne fluorescente en déterminant les intersections  $L'_u = (A'B') \cap (L')$  et  $L'_d = (D'C') \cap (L')$ .

2.5) Calcul du birapport  $k_u = Cr \{I', B', L'_u, A'\}$  et  $k_d = Cr \{I', C', L'_d, D'\}$  utilisant l'Equation 4.74.

Dans le repère monde,

2.6) Calcul de la distance  $IL_u$  et  $IL_d$  avec l'Equation 4.75 tenant compte de l'invariance des birapports  $k_u$  et  $k_d$  selon l'Equation 4.73 et calcul de  $L_u$  et  $L_d$  utilisant 4.76.

A cette étape de calibration, les coordonnées  $(L'_u, L_u)^T$ ,  $(L'_d, L_d)^T$  des deux points d'apprentissage pour un quadrangle de profondeur connue  $Z_i$  sont déterminées et contribuent à la définition de la matrice de données  $Q$  de l'Equation 4.71. Les étapes suivantes consistent à déterminer les  $N$  points complémentaires de données d'apprentissage.

*Dans le repère image,*

2.7) Sélection des points semi-arbitraires dénotés  $P_i^{D'A'}$ ,  $i = 1 \dots N$ , appartenant au segment  $[D'A']$  comme décrit plus haut.

2.8) Pour chaque point semi-arbitraire  $P_i^{D'A'}$ , calcul des points d'intersection suivants :  $P_i^{L'} = (P_i^{D'A'} I') \cap (L')$  et  $P_i^{C'B'} = (P_i^{D'A'} I') \cap (C'B')$ .

2.9) Calcul du birapport  $k_i^{D'A'}$  pour chaque  $P_i^{D'A'}$  :  $k_i^{D'A'} = Cr \{J', A', P_i^{D'A'}, D'\}$  en utilisant l'Equation 4.74.

2.10) Calcul du birapport  $k_i^{C'B'}$  pour chaque  $P_i^{C'B'}$  :  $k_i^{C'B'} = Cr \{J', B', P_i^{C'B'}, C'\}$  en utilisant 4.74.

2.11) Calcul du birapport  $k_i^{L'}$  pour chaque  $P_i^{L'}$  :  $k_i^{L'} = Cr \{I', P_i^{C'B'}, P_i^{L'}, P_i^{D'A'}\}$  en utilisant 4.74.

*Dans le repère monde,*

2.12) Calcul de  $P_i^{DA}$  connaissant  $P_i^{D'A'}$  et le birapport  $k_i^{D'A'}$  à l'aide des Equations 4.73, 4.74, 4.75, 4.76.

2.13) Calcul de  $P_i^{CB}$  connaissant  $P_i^{C'B'}$  et le birapport  $k_i^{C'B'}$  à l'aide des Equations 4.73, 4.74, 4.75, 4.76.

2.14) Calcul de  $P_i^L$  connaissant  $P_i^{L'}$ ,  $P_i^{DA}$ ,  $P_i^{CB}$ ,  $I$  et le birapport  $k_i^{L'}$  à l'aide des Equations 4.73, 4.74, 4.75, 4.76.

A cette étape de la calibration, les  $N$  données d'apprentissage sont définies  $(P_i^{L'}, P_i^L)^T$  et rajoutées aux données précédentes  $(L'_u, L_u)^T$ ,  $(L'_d, L_d)^T$  (Voir Figure 4.64(b)) afin de constituer la matrice  $Q$  in 4.74.

La procédure 2.1 à 2.14 est répétée pour différentes valeurs de  $Z_i$ ,  $i = 0 \dots n-1$  augmentant ainsi la taille de la matrice de données  $Q$  pour atteindre au final  $3(N+2)n \times 12$ .

*Fin de l'étape 2*

Etape 3 : Calcul du vecteur  $T_v$  (Equation 4.74) en choisissant le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de la matrice  $Q^T Q$ .

**4.4.2.2.3 Algorithme de la reconstruction** L'objet est déplacé de manière linéaire selon  $X$  avec un pas horizontal  $h$  durant le scanning. Pour une position  $i.h$  de l'objet, le calcul des coordonnées 3D des points fluorescents s'opère en trois étapes :

Etape 1 : Extraction des points fluorescents représentatifs  $p_{hj}^i$  de la tache de fluorescence à reconstruire. La méthode d'extraction est décrite ultérieurement.

Etape 2 : Projection de chaque point  $p_{hj}^i$  dans le repère monde  $P_{hj}^i = (X, Y, Z)^T$  utilisant l'Equation 4.70.

Étape 3 : Translation de la composante  $X$  des points  $p_{hj}^i$  par le pas horizontal  $h$  multiplié par  $i$ ,  $X \rightarrow X + h.i$  où  $i$  est un entier naturel variant de 1 à l'arrondi  $(H/h)$  par pas de 1 si l'on dénote  $H$  la taille maximale du scanning couvrant la largeur de l'objet à scanner.

**4.4.2.2.4 Méthode de validation** L'objectif de cette section consiste à vérifier la qualité des données d'apprentissage ayant servi à construire le modèle utilisé. Par conséquent, deux étapes additionnelles précèdent et succèdent l'estimation de la matrice  $T_M$  durant la calibration.

D'une part, la première étape de validation permet de quantifier l'erreur d'estimation du plan laser à partir des données d'apprentissage dont les points  $(L'_u)_i$  et  $(L'_d)_i$ ,  $i = 1 \dots n$  illustrés à la Figure 4.65 avec  $n$  (nombre d'images) égal à 15. Cette étape de validation a été appliquée sur les données  $(L_u)_i$  et  $(L_d)_i$ ,  $i = 1 \dots n$ , à partir desquelles l'équation du plan laser, Equation 4.77, a été estimée par la méthode des moindres carrés en résolvant le problème d'optimisation, Equation 4.78.

$$\Pi : Z = \alpha X + \beta Y + \gamma \quad (4.77)$$

$$\min_{\alpha, \beta, \gamma} \left( \sum_{i=1}^n [d^2((L_u)_i, \Pi) + d^2((L_d)_i, \Pi)] \right) \quad (4.78)$$

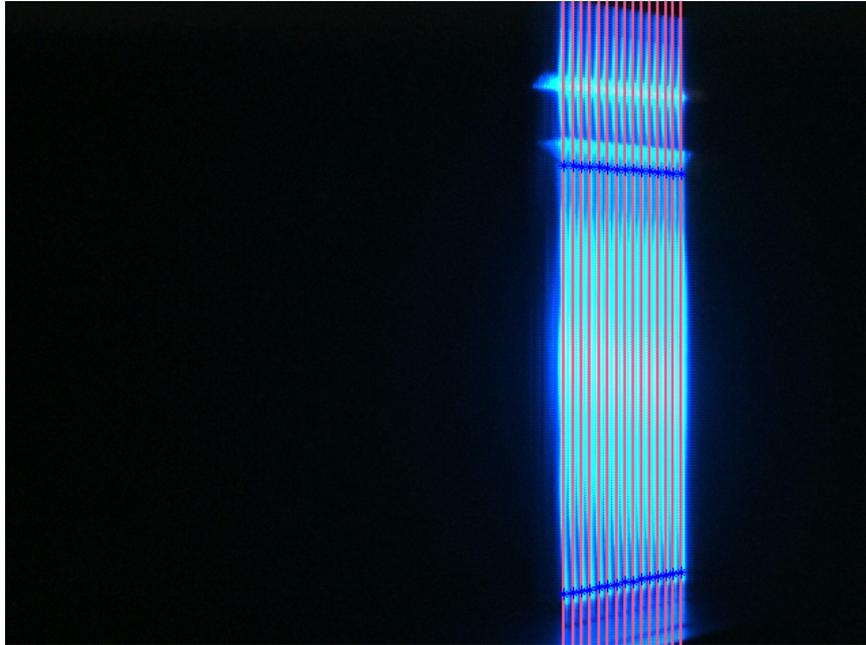
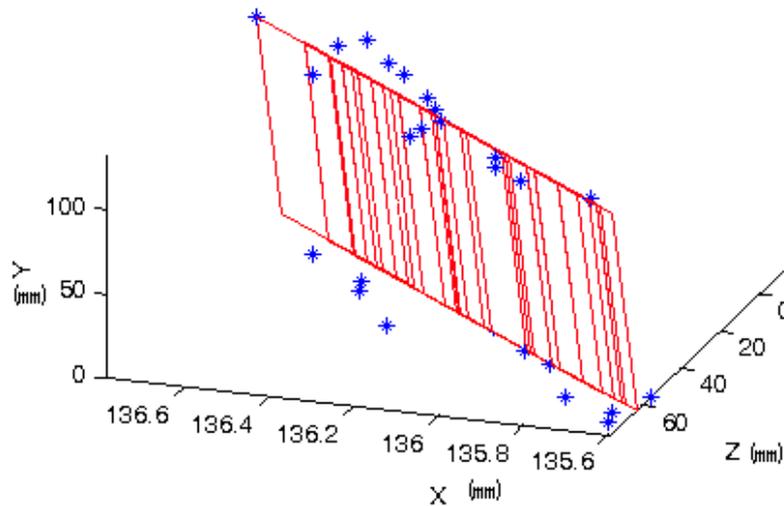
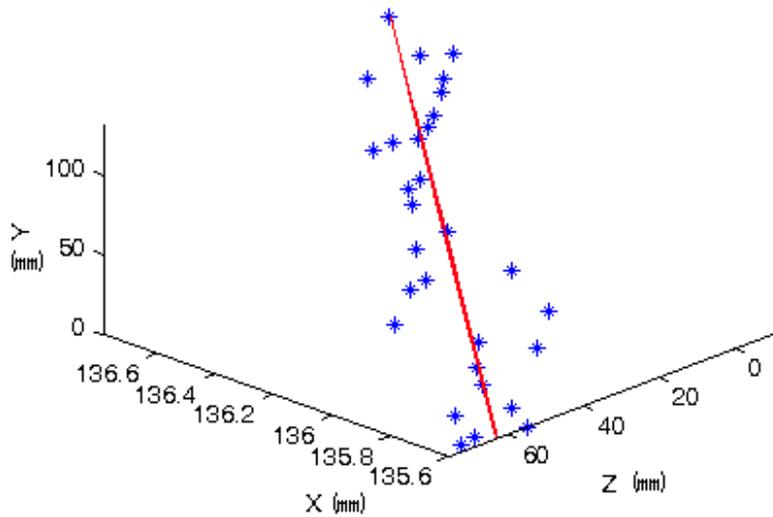


FIGURE 4.65: Somme de 15 images de fluorescence acquises à différentes profondeurs connues ( $Z=0\text{mm}$  à  $Z=70\text{mm}$  par pas de  $5\text{mm}$ ) à partir desquelles est basée la modélisation du plan laser UV durant la calibration. La modélisation de la ligne de fluorescence par une droite est représentée en ligne rouge et les deux points, du quadrangle en croix bleues pour chaque image acquise à une position  $Z$  donnée.

La distance orthogonale de ces points  $(L_u)_i$  et  $(L_d)_i$ ,  $i = 1 \dots n$ , au plan laser (Figure 4.66(a)(b)) a été ensuite calculée afin de mesurer l'erreur générée par la modélisation du plan laser. Si la moyenne et l'écart-type de l'ensemble des distances calculées sont acceptables, la matrice  $T_M$  de l'Equation 4.70, peut être déterminée, sinon les conditions d'acquisition et d'extraction de  $(L_u)_i, (L_d)_i$  devraient être revérifiées.



(a)



(b)

FIGURE 4.66: Illustration relative à la modélisation du plan laser UV (en rouge) à partir des points (en bleu), extraits à chaque position  $Z$  du quadrangle ( $X, Y$  et  $Z$  sont en mm) : (a) Vue de profil ; (b) Vue de dessus. (Voir Tableau 4.13 pour la quantification des erreurs).

Par ailleurs, les estimateurs d'erreur  $\hat{\varepsilon}_x, \hat{\varepsilon}_y, \hat{\varepsilon}_z$  respectivement en  $X, Y, Z$  sont analysés pendant la seconde étape de validation afin de renforcer la vérification de la validité et de l'éligibilité des conditions d'acquisition si l'on dénote respectivement  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  l'erreur spécifiant le modèle empirique d'une observation 4.79, 4.80, 4.81.

$$X = \frac{t_{11}u + t_{12}v + t_{13}}{t_{41}u + t_{42}v + t_{43}} + \varepsilon_x \quad (4.79)$$

$$Y = \frac{t_{21}u + t_{22}v + t_{23}}{t_{41}u + t_{42}v + t_{43}} + \varepsilon_y \quad (4.80)$$

$$Z = \frac{t_{31}u + t_{32}v + t_{33}}{t_{41}u + t_{42}v + t_{43}} + \varepsilon_z \quad (4.81)$$

Les conditions de validation dans cette étape reposent sur l'homogénéité de la répartition de l'erreur en  $X, Y$  et  $Z$  et la faiblesse des valeurs, traduites par la similarité entre les distributions des estimateurs d'erreur  $\hat{\varepsilon}_x, \hat{\varepsilon}_y, \hat{\varepsilon}_z \sim N(\tilde{\mu}, \tilde{\sigma})$  de moyenne  $\tilde{\mu}$  et d'écart-type  $\tilde{\sigma}$  proche de zéro (de l'ordre de  $10^{-1}$  au maximum),  $\mu_x \approx \tilde{\mu}, \mu_y \approx \tilde{\mu}, \mu_z \approx \tilde{\mu}, \sigma_x \approx \tilde{\sigma}, \sigma_y \approx \tilde{\sigma}, \sigma_z \approx \tilde{\sigma}$ . Ainsi, la distribution de l'échantillon d'erreur relative à chaque composante est initialement testée si celui-ci provient d'une population normale de moyenne  $\mu = \tilde{\mu}$  à travers  $p$ -value de l'Equation 4.67, (la probabilité d'avoir  $\mu = \tilde{\mu}$ ). La fonction de distribution cumulative de Student est par conséquent exécutée avec la variable de student  $t$  formulée ci-dessous :

$$t = \frac{(\hat{\mu} - \tilde{\mu})\sqrt{n(N+2)}}{\hat{\sigma}} \quad (4.82)$$

où  $\hat{\mu}$  et  $\hat{\sigma}$  sont respectivement la moyenne et l'écart-type de l'échantillon d'erreur testé de taille  $n(N+2)$ .

Et  $p$ -value est calculée avec  $\nu = n(N+2) - 1$  degrés de liberté pour chaque composante de l'échantillon. Si la probabilité  $p$  est plus grande que le seuil prédéfini, la variance de chaque estimateur  $\hat{\varepsilon}$  peut être calculée. On en déduit par la suite l'écart-type de l'estimateur qui sera comparé par un seuil prédéfini, pour toutes les composantes. Si l'écart-type est acceptable, i.e. inférieur ou égal au seuil prédéfini pour chaque composante, les paramètres estimés pendant la calibration sont validés et le modèle sera applicable à la reconstruction.

**4.4.2.2.5 Extraction spécifique des "lignes" fluorescentes** Le laser ligne UV incident projeté sur l'objet induit une tache de fluorescence épousant la forme de l'objet (Voir Figure 4.67). Ainsi pour une image de la tache de fluorescence acquise à une position donnée, les points fluorescents représentatifs à cette position sont extraits selon la procédure suivante :

Etape 1 : Un seuillage global est tout d'abord appliqué sur le canal (R, V ou B) pour lequel le spectre d'émission atteint son maximum. (Ex : le canal vert est choisi pour tous les objets de la Figure 4.14 selon leur spectre d'émission de Figure 4.22), excepté le verre rempli).

Etape 2 : Pour chaque ligne de l'image de fluorescence segmentée, un point fluorescent représentatif sera sélectionné afin de constituer la marque verticale de fluorescence à reconstruire associée à une position donnée de l'objet. Ainsi, pour chaque ligne de fluorescence  $r$ , la(les) position(s) en colonne de l'intensité maximale est(sont) rangée(s) dans un vecteur  $V$ . Le point fluorescent représentatif associé à la ligne de l'image de fluorescence  $r$  est l'élément situé au milieu du vecteur  $V$ . La méthode suggérée ici permet de traiter les marques de fluorescence de distribution non gaussienne, de distribution non uniforme et de répartition de molécules fluorescentes non homogène. Les algorithmes de détection du pic d'intensité proposés dans la littérature [Forest et al., 2004] risquent de ne pas nous convenir pour les mêmes raisons.



FIGURE 4.67: Illustration relative à la projection du faisceau laser UV : (a) Sur le verre à moutarde ; (b) Observé dans un environnement obscur ; (c) Acquise par notre capteur. (d) Extraction des points fluorescents de l'image acquise en (c) pour la reconstruction 3D.

#### 4.4.2.2.6 Implémentation & Résultats

Descriptif du dispositif :

- un laser UV (266nm, 10mW, spot elliptique de 2mm) ;
- une lentille cylindrique UV Figure 4.68(b) ;
- une camera CCD RGB (Guppy F-080C, 480x640, 1/3inch, 8mm de focale, cercle de confusion de 0.01, 1.4 de lens f-number) ;
- un support à déplacement contrôlable (Contrôleur Newport-MM4005) ;
- un PC (2.49GHz, 3.5Go de RAM).

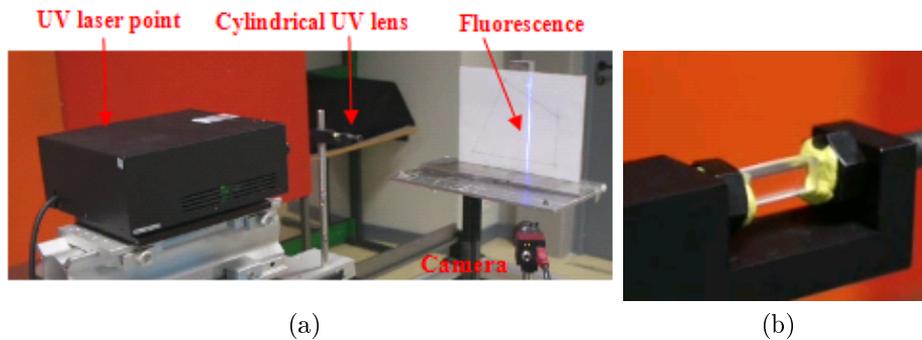


FIGURE 4.68: (a) Photo du dispositif 4 ; (b) La lentille cylindrique UV.

Nous pouvons remarquer que le dispositif 4 (Figure 4.68(a)) est une extension du dispositif 3. La lentille cylindrique génère une ligne laser UV de 120mm de hauteur à partir du spot laser de 2mm de diamètre pour une hauteur effective de scanning approximativement de 100mm. Le support de l'objet est positionné de manière à ce que la ligne laser UV couvrant la hauteur maximale de l'objet à numériser soit incluse dans le champ de vision de la caméra. Cette position peut être étudiée et déterminée pendant l'étape de calibration selon l'approche de validation décrite dans la section précédente. Néanmoins, l'erreur de modélisation étant satisfaisante pour une position du support initialement choisie (une moyenne  $\mu = -0.05\text{mm}, -0.02\text{mm}, -0.03\text{mm}$  et un écart-type  $\sigma = 0.12\text{mm}, 0.11\text{mm}, 0.08\text{mm}$  selon  $X, Y, Z$  qui pourrait être testés avec  $\tilde{\mu} = -0.04\text{mm}$  et  $\tilde{\sigma} = 0.10\text{mm}$ ) nous avons procédé au scanning à partir de cette position.

	Approach2 (stripe)
Modeling	$\sigma[d(Lu)i(Ld)i, \Pi] : 0.14$
Error (mm)	$\mu (X,Y,Z) : -0.05, -0.02, -0.03$
	$\sigma(X,Y,Z) : 0.12, 0.11, 0.08$

TABLE 4.13: Résultats relatifs à l'erreur de modélisation.

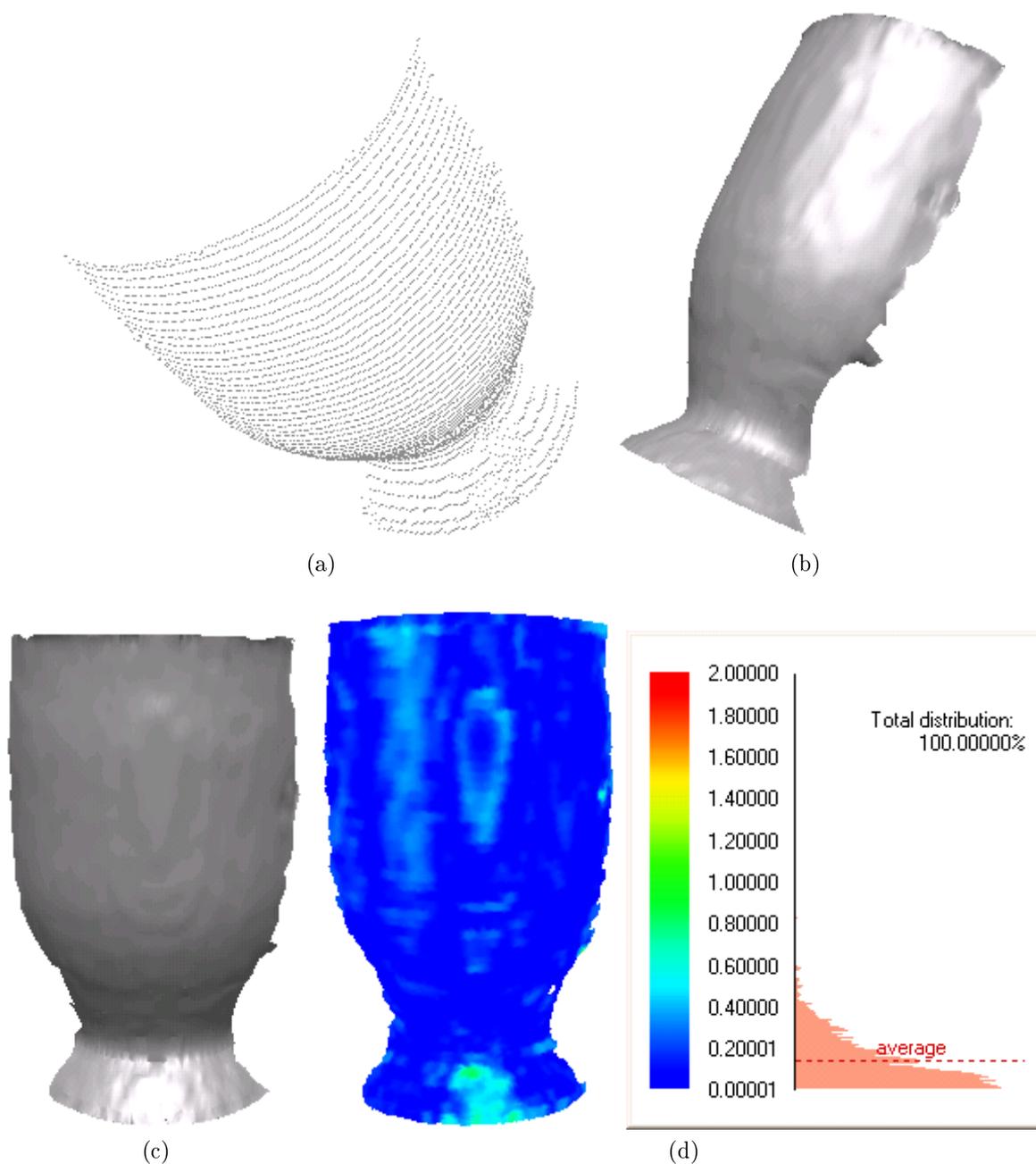
Résultats de la reconstruction.

FIGURE 4.69: Modèle 3D obtenu du verre à moutarde : (a) Points 3D ; (b) Modèle 3D texturé vue de profil ; (c) Modèle 3D texturé vue de face ; (d) Carte de déviation.

Différents objets ont été reconstruits, Voir Figure 4.69 et Figure 4.70. Bien que la précision des résultats obtenus soit meilleure pour le balayage point par point, ce qui s'avère être également le cas dans le visible, la précision des résultats issus du balayage par ligne demeure très acceptable, avec un écart-type et une moyenne de la carte de déviation

tion respectivement de 0.2mm, 0.4mm pour RBP et 0.14mm, 0.12mm pour MG (contre 1.24mm et 1.08mm à l'issue du dispositif 2), Voir Tableau 4.14 pour plus de précision sur les résultats du scanning. Hormis l'influence de la nature du matériau sur l'erreur de reconstruction, l'erreur de modélisation estimée à la calibration constitue également une autre source d'erreur (Tableau 4.13).

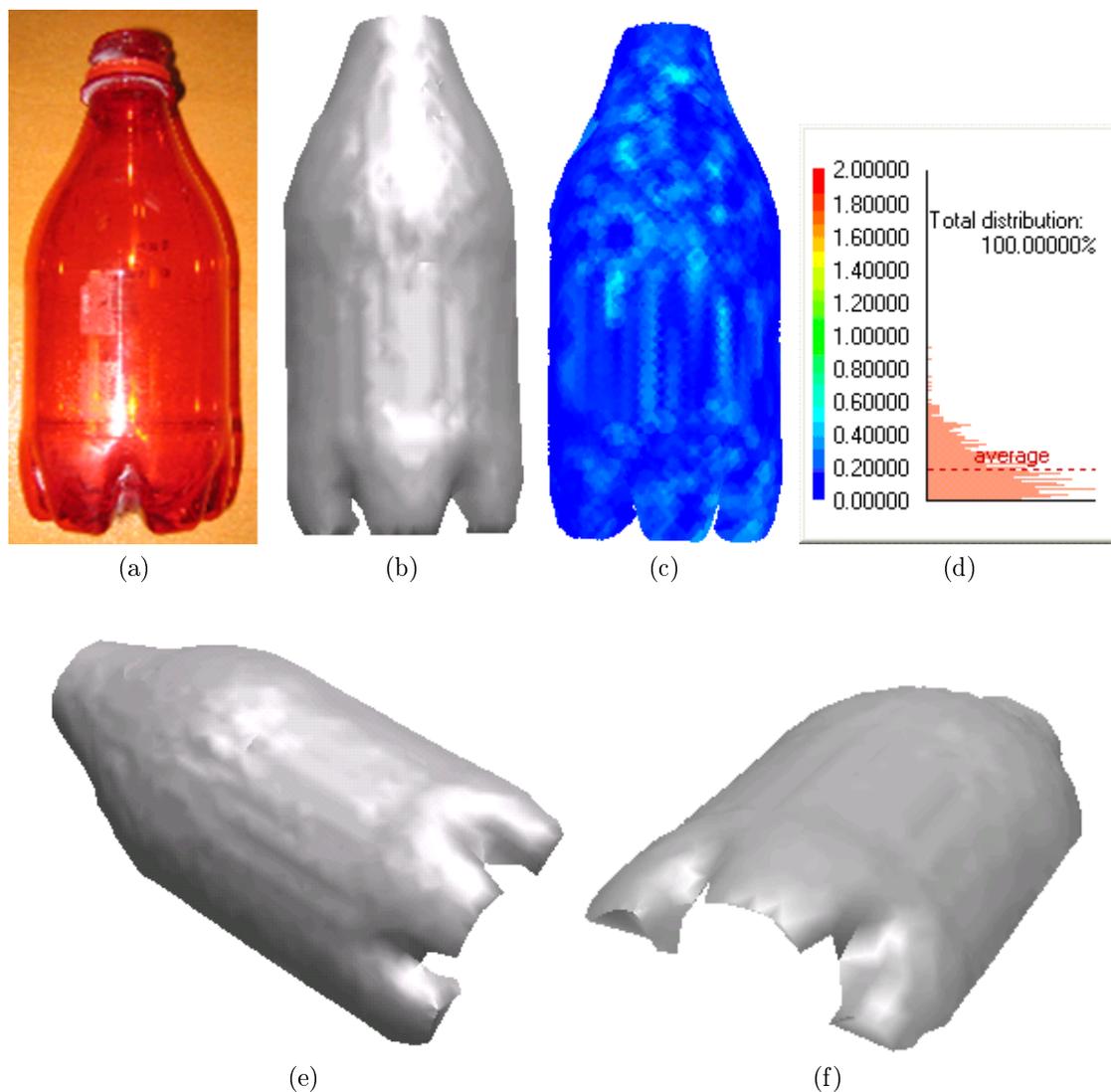


FIGURE 4.70: Résultats relatifs à la bouteille plastique rouge : (a) Photo; (b) Modèle 3D texturé vue de face; (c) Carte de déviation; (d) Modèle 3D texturé vue de profil.

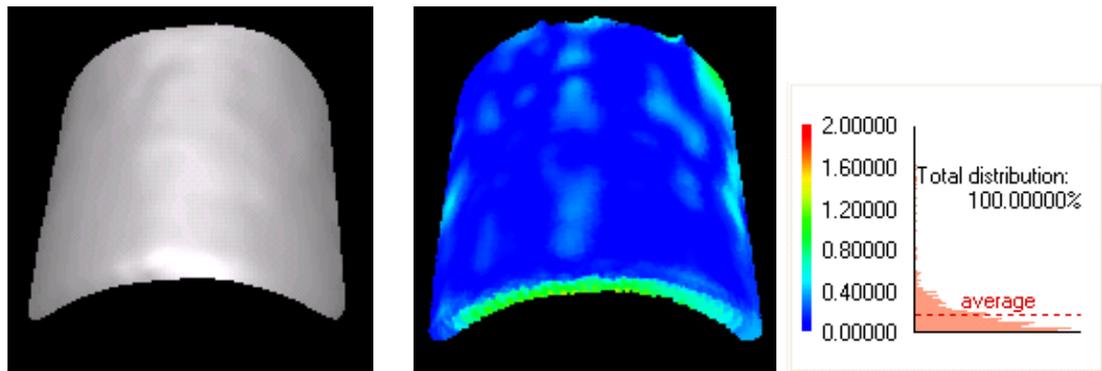
	H (pas en mm)	N points	$\mu$ (mm)	$\sigma$ (mm)
Verre de moutarde	2	6131	0.138	0.122
Bouteille plastique rouge	2	1304	0.199	0.399

TABLE 4.14: Synthèse du scanning relative au dispositif 4.

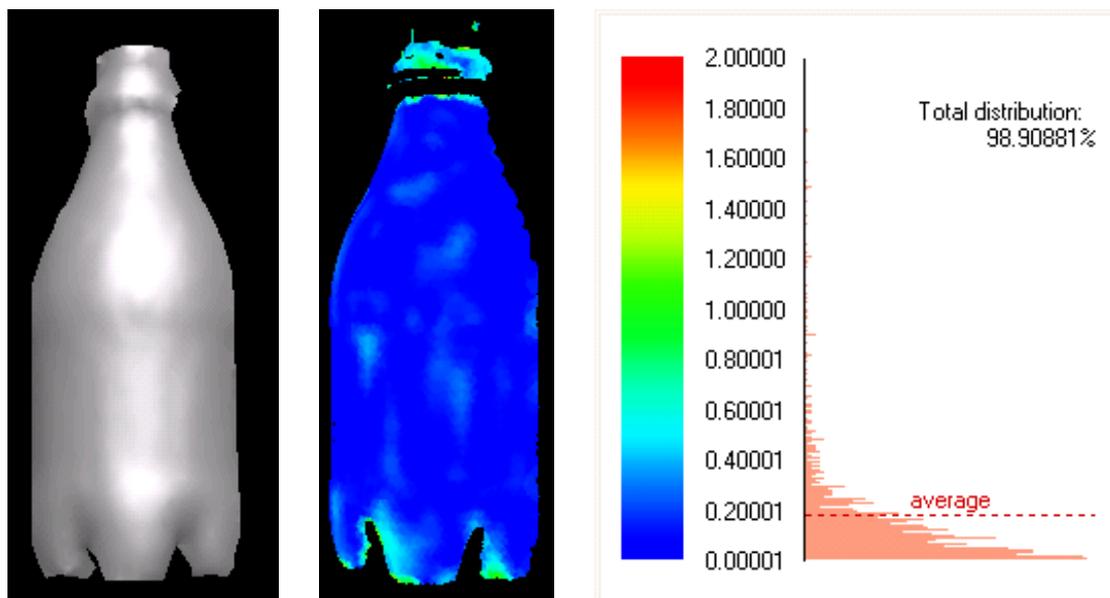
## Illustrations supplémentaires



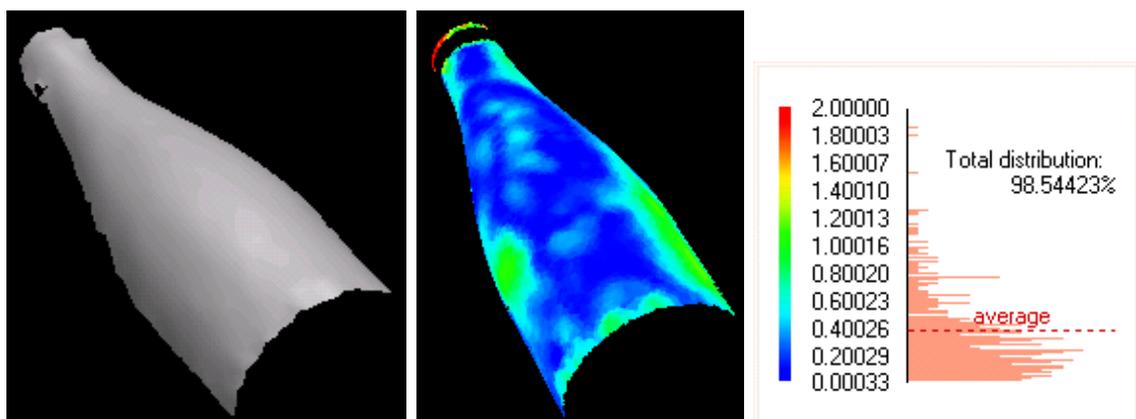
FIGURE 4.71: Résultats préliminaires partir de  $\sim 130$  images pour un balayage horizontal de 0.5mm du faisceau laser UV ligne : (a) Photo de l'Ampoule ; (b) Points 3D. (c) Photo du Verre à whisky ; (d)(e) Points 3D présentés sous différents angles de vue. (f) Photo du verre rempli ; (g) Maillage 3D lissé ; (h) Modèle 3D texturé lissé.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 4.72: Modèles 3D lissés obtenus à partir des objets numérisés et leur carte de déviation correspondante : (a) Boîte plastique, Figure 4.14(k) ; (b) Bouteille plastique rouge, Figure 4.14(l) ; (c) Bouteille plastique verte, Figure 4.14(m).

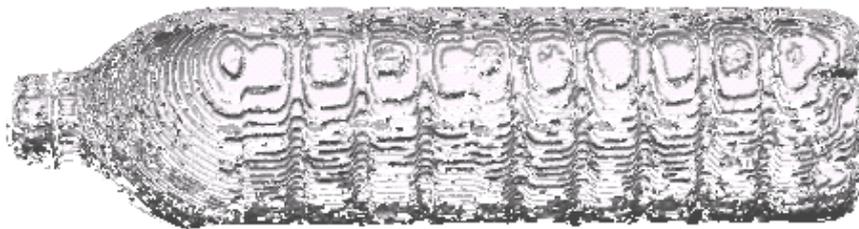
	$\mu(\text{mm})$	$\sigma(\text{mm})$
Boîte plastique	0.170	0.215
Bouteille plastique rouge	0.184	0.328
Bouteille plastique verte	0.376	0.402

TABLE 4.15: Résultats relatifs à la carte de déviation de la Figure 4.72.

Des illustrations supplémentaires des résultats obtenus au moyen du dispositif 4 sont fournies aux Figures 4.71 et 4.72. Les résultats présentés à la Figure 4.71 sont des résultats préliminaires bruts de (a) à (e) et lissés pour (g) et (h). La Figure 4.72 montre quelques résultats lissés dont la précision est quantifiée dans le Tableau 4.15.

### 4.4.3 Conclusion

Hormis la nature du matériau, l'erreur de modélisation constitue une source d'erreur de la reconstruction finale obtenue. Nous avons prouvé par la méthode de validation intégrée dans le processus de reconstruction des deux derniers dispositifs que l'erreur de modélisation est corrélée avec la distance support/caméra pour une distance de la ligne de base définie. Ainsi, une configuration optimale est déduite à l'issue de la méthode de validation tout en contrôlant l'erreur de modélisation estimée à chaque position en profondeur de l'objet, l'espace de recherche étant délimité par la profondeur de champ de la caméra. Les critères du "tracking" des points fluorescents basés sur la modélisation de l'intensité de fluorescence jouent un rôle crucial dans la précision des résultats des objets reconstruits présentés. Un léger changement d'un critère influe sensiblement sur le résultat obtenu. Par exemple, l'utilisation de l'espace de niveau de gris de l'image lors du calcul du point représentatif à reconstruire (au lieu du canal correspondant au spectre d'émission maximal) affecte considérablement la précision (Voir Figure 4.73). Les points 3D finaux obtenus sont inhomogènes et conduisent à un maillage dégradé, détérioré et inexploitable pour notre application.



(a)

FIGURE 4.73: Modèle 3D détérioré de la bouteille d'eau minérale en plastique obtenu après changement d'un critère de "Tracking" des points fluorescents.

En nous basant sur les résultats issus des quatre différents dispositifs, le dispositif 3 fournit la meilleure précision tandis que le dispositif 2 présente une erreur de reconstruction plus importante en raison des diverses estimations de paramètres qui opèrent

lors du processus de reconstruction. En effet, une étape additionnelle liée à la mise en place du plan de référence lumineux nécessite une estimation par homographie complétant la reconstruction classique par stéréovision. Ce qui constitue d'ailleurs la spécificité du dispositif 2. La triangulation par éclairage structuré point (dispositif 3) fournit une meilleure précision que celle par éclairage structuré ligne (dispositif 4), ce qui s'avère être également le cas dans le visible. Cependant, pour des raisons de coût de scanning en temps et en mémoire, le dispositif 4 est préférable et semble être le plus adaptable aux contraintes industrielles. La lentille cylindrique UV réduisant d'un facteur de 100 la puissance initiale du laser UV radié, il faudrait s'assurer de la puissance minimale requise pour l'exploitation de la fluorescence induite à la surface d'un objet considéré.

## 4.5 Conclusion

Nous avons prouvé la faisabilité de la mesure 3D sans contact d'objets transparents par notre concept "scanning par laser UV". Nous avons exploité la propriété de fluorescence des surfaces transparentes sous l'irradiation UV pour s'affranchir du problème de réfraction des objets transparents lors de leur numérisation dans le visible. Nous nous sommes assurés des conditions d'exploitabilité de cette fluorescence, de l'éligibilité et de l'applicabilité de l'approche aux objets transparents par la compréhension physique du phénomène et principalement par nos investigations expérimentales. L'étude spectrophotométrique permet de déterminer la gamme de longueur d'onde UV inductrice de la fluorescence pour un type de matériau donné. L'analyse du spectre d'émission spécifique à chaque matériau, contribue fortement à l'élaboration du critère de "tracking" de la fluorescence en présence de bruits inhérents à l'acquisition lors la reconstruction. Par des manipulations expérimentales préliminaires, nous avons démontré que l'épaisseur du matériau influe peu sur l'erreur de reconstruction finale obtenue, ce qui nous épargne le problème de la diffusion dans le volume lors de l'extraction du point fluorescent. En revanche, la mise en œuvre expérimentale menée met en évidence la corrélation entre l'erreur de reconstruction et la nature du matériau. Cela s'explique par la spécificité de la composition de chaque matériau, ainsi la répartition, la concentration et la localisation des molécules fluorescentes sont variables d'un matériau à un autre. Néanmoins, la localisation est de l'ordre de quelques micromètres pour les objets transparents analysés par microscopie (la même analyse appliquée aux fluorophores biologiques). Par conséquent, l'erreur relative à la nature du matériau demeure négligeable dans le cadre de notre application. Sa quantification par analyse par vision est de l'ordre de 0.3 mm, ce qui est largement acceptable compte tenu de la nature de l'application. Nous avons mis en œuvre quatre dispositifs expérimentaux afin d'exploiter la propriété de fluorescence des objets transparents lors de leur scanning par laser UV. Nous avons déployé dans un premier temps deux systèmes stéréoscopiques (dispositif 1 et dispositif 2). Le second diffère du premier par son système de scanning par le déplacement de l'objet. Il nécessite la mise en place du plan de référence lumineux. Malgré la spécificité du dispositif 2, les résultats obtenus sont améliorables. Ce qui nous a conduits dans un second temps à élaborer les deux derniers systèmes d'acquisition dans le but d'améliorer la qualité des résultats. Les quatre dispositifs de mesure tracent ainsi l'évolution du système d'ex-

exploitation du concept proposé à travers lesquels la précision et la rapidité du scanning constituent le cœur de nos préoccupations. Si bien que pour les deux derniers dispositifs nous avons intégré une méthode de validation au processus de reconstruction de manière à contrôler l'erreur de modélisation, qui est une source d'erreur de reconstruction. Elle permet au final de déterminer la position optimale parmi d'autres positions testées de l'objet à numériser à partir d'une distance de la ligne de base définie. Nous avons également élaboré des critères spécifiques de "Tracking" de fluorescence en présence de bruits inhérents à l'acquisition dans la procédure de reconstruction relative au dispositif 3. Les bruits perturbants la localisation de la fluorescence dans notre cas sont dus à l'impureté du laser. Toutefois, l'algorithme développé tient compte des bruits de diverses sources dans la mesure où il est fondé sur la modélisation de l'intensité de fluorescence par la distribution gaussienne dans le canal RVB, le spectre d'émission de fluorescence étant spécifique à un matériau. De par sa prise en compte de la corrélation des composants couleurs d'intensité d'un point, la distance de Mahalanobis est le critère de classification utilisée afin de distinguer un point fluorescent d'un point bruité. La spécificité du "tracking" repose sur l'analyse du spectre d'émission, sur le choix du canal de pré-segmentation et surtout sur le calcul du point représentatif final à reconstruire. Il est basé sur le barycentre des points d'intensité maximale relevés dans un canal choisi judicieusement. En effet, le canal préconisé est celui pour lequel le spectre d'émission atteint son maximum. Sans respect de ce critère, les points 3D obtenus sont inhomogènes et conduisent à un très mauvais maillage 3D du modèle final. En outre, pour certains objets transparents tels que les objets en verre de forme complexe, ces critères devraient être encore renforcés. Ce que nous nous proposons de faire en perspectives. Le scanning par faisceau UV ligne réduit considérablement le temps du scanning tout en préservant la qualité des résultats. L'utilisation de la lentille cylindrique affaiblit les bruits inhérents à l'acquisition liés à l'impureté du laser UV. Par ailleurs, la méthode de "tracking" de fluorescence est éventuellement applicable et intégrable à la procédure de reconstruction conjuguée au dispositif 4. Tous les objets capables de fluorescer sous une irradiation UV adéquat sont mesurables par l'approche scanning par laser UV proposé. Le laser UV source est choisi selon la nature de l'application et la performance du système dépendent des propriétés du matériau considéré. Nous avons vérifié l'extensibilité de notre approche en l'appliquant à certains objets métalliques, pour lesquels la numérisation dans le visible s'avère également problématique (en raison de la réflexion spéculaire de la surface) provoquant ainsi la saturation de l'intensité observée de la lumière réfléchie visible). Les résultats obtenus à la Figure 4.74 sont prometteurs néanmoins les critères d'extraction de la fluorescence observée seraient à améliorer.

Ci-dessous, sont énumérés les avantages principaux de notre approche "scanning par laser UV" pour la numérisation des objets transparents considérés :

- mesure sans contact (comparé à la récente approche de [Hullin et al., 2008] assez restrictif évoqué au chapitre 1) ;
- excellente précision (précision jamais obtenue auparavant dans la littérature

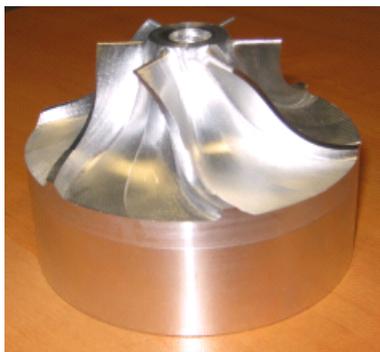
[Eren et al., 2009], [Hullin et al., 2008], [Miyazaki et al., 2004] ).

- système d'acquisition bas coût (comparé à [Eren et al., 2009]) ;
- rapidité de la vitesse de scanning (dispositif 4) ;
- portabilité du système.

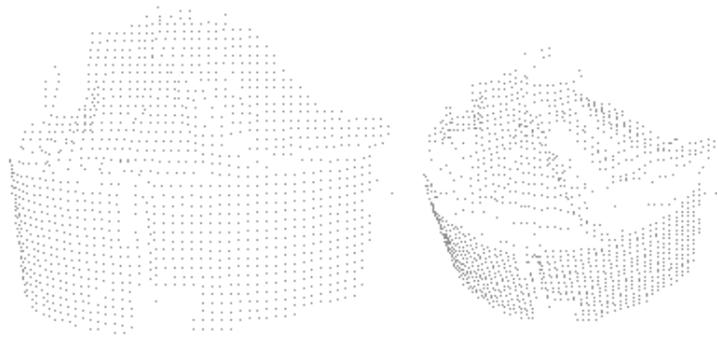
L'ensemble de ces avantages énumérés attestent la performance du système proposé. Ils lui confèrent ainsi son efficacité et son adaptabilité à des applications industrielles telle que l'inspection des objets transparents dans le domaine du contrôle qualité. Il serait cependant primordial en perspective de mener une étude plus poussée sur l'élaboration des nouveaux critères de "tracking" de la tache fluorescente dans l'image acquise et/ou sur le renforcement des critères déjà développés afin de traiter et généraliser l'approche sur toutes surfaces transparentes dont les objets en verre de forme complexe.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 4.74: Extension de l'application sur un objet métallique : (a) Photo ; (b) Image de fluorescence ; (c) Modèle 3D reconstruit présenté sous forme de points 3D sous différents angles de vue.

## 4.6 Perspectives

Les tâches futures visant à améliorer la précision des résultats commencent par le changement de laser avec une intensité répartie proprement selon une distribution gaussienne. Les autres pistes préconisées peuvent être concentrées en deux points principaux :

### Renforcement du critère de "tracking" des points de fluorescence

Nous avons constaté qu'un léger échauffement d'un type de matériau donné peut accroître la tache de fluorescence pour un meilleur rapport signal /bruit réduisant de manière non négligeable l'erreur de reconstruction finale, Voir Figure 4.75.

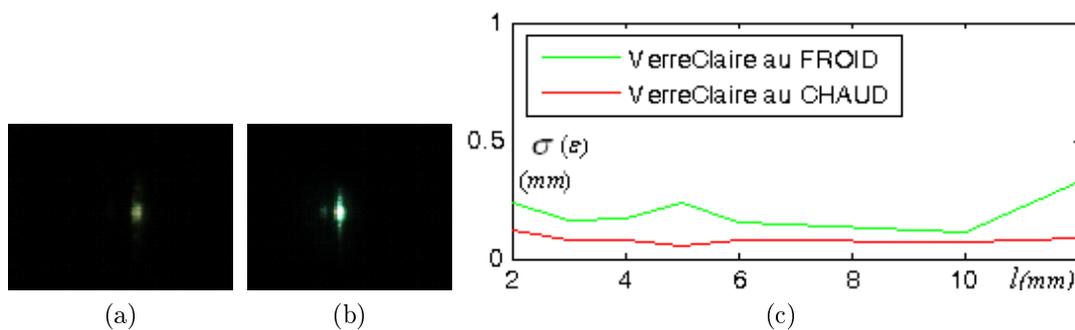


FIGURE 4.75: Fluorescence observée sur une plaque de verre clair de 6mm ; (a) A la température ambiante ; (b) Avec un léger échauffement ; (c) Courbes d'écart-type d'erreur de reconstruction 3D en fonction de l'épaisseur  $l$ .

Il serait intéressant de se focaliser sur les critères d'extraction du point de fluorescence associée au dispositif 3, notamment pour le cas particulier de la bouteille où les impacts des bruits sont visibles pour certains angles d'incidence. Une méthode de détection de contour de la tache de fluorescence peut être appliquée si l'occlusion est partielle afin de reconstituer la tache de fluorescence initiale. Une analyse spectrométrique de superposition de la fluorescence avec les bruits inhérents à l'acquisition pourrait être également menée de manière à pouvoir identifier les perturbations et remonter à la tache de fluorescence. Nous pourrions éventuellement explorer un autre espace que le RVB et renforcer les critères du "tracking" initialement élaborés avec les informations tirées de cet autre espace (tel que l'espace HSV). L'apprentissage de la tache perturbante par sa forme et par son intensité aux angles d'incidence critiques serait également envisageable, ce qui pourrait contribuer à solutionner la problématique d'extraction de la fluorescence à ces angles. Les méthodes de prédiction de la fluorescence (telle que sa morphologie, etc.) basées sur des approches probabilistes pourraient également s'appliquer à des surfaces continues ou à conditions d'avoir un a priori sur la surface à reconstruire. Nous pouvons également améliorer la méthode d'extraction de la ligne de fluorescence relative au dispositif 4. Il serait envisageable d'appliquer les méthodes de "peak detection" [Forest, 2004] proposées dans la littérature et analyser la précision obtenue à partir d'une surface transparente simple. Le faisceau du laser UV ne suivant pas proprement la distribution

gaussienne, Figure 4.76, on pourrait modéliser l'intensité la ligne de fluorescence induite différemment. En outre, on pourrait approfondir l'étude de l'influence des artefacts et des

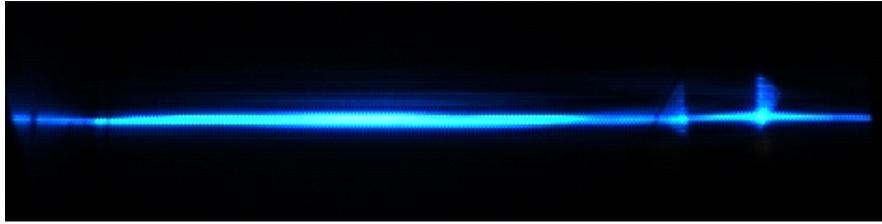


FIGURE 4.76: Image de la ligne de fluorescence "légèrement torsadée" induite sur le quadrangle blanc fluorescent.

bruits de speckle induits par le laser UV sur la fluorescence observée. Nous analyserons davantage l'influence de la diffusion de la fluorescence dans le volume sur l'extraction du point fluorescent en s'inspirant des travaux menés par [Curless & M., 1995].

### Modélisation physique de la fluorescence

Nous souhaiterions modéliser physiquement la fluorescence observée en tenant compte des caractéristiques du laser (la longueur d'onde, la puissance, la taille du faisceau et la distribution de l'intensité, etc.) et des propriétés du matériel (l'indice de réfraction, la concentration/répartition des fluorophores dans le matériel et leur localisation) ainsi que l'environnement de travail (la température, etc). Une analyse de l'intensité de fluorescence induite en fonction de l'angle d'incidence puis en fonction de l'état de polarisation d'UV incident pourrait contribuer à cette modélisation, qui, aura pour but de déterminer de manière générale aussi bien les performances que les limites de notre approche.

# 5

## Conclusion générale et perspectives - Publications

## Conclusion

Les travaux présentés dans ce mémoire portent sur l'étude, la conception et le développement de deux nouveaux prototypes de reconstruction tridimensionnelle, spécifique aux objets transparents.

Bien que le scanning d'objets opaques soit complètement maîtrisé compte tenu des nombreuses publications et de la diversité des systèmes de mesure 3D commercialisés, la technique de numérisation d'objets transparents demeure une approche émergente peu présente dans la littérature et inexistante sur le marché. Notre analyse bibliographique sur les techniques de numérisation d'objets opaques a permis de dégager une limite commune lors de leur application aux objets transparents. Ces techniques requièrent toutes le caractère diffus voire lambertien de la surface mesurée. Par conséquent, la transparence de l'objet générant des inter-réflexions causées en partie par les rayons réfractés perturbent l'analyse des rayons diffus éventuellement émis par la surface transparente. Ces perturbations faussent grandement les mesures. L'opacification de la surface avant le scanning s'avère être la solution retenue dans le domaine du contrôle qualité. Cette alternative demeure non optimale en raison du coût de traitements et du manque de précision éventuellement engendré.

Parmi les méthodes proposées dans la littérature, la reconstruction par polarimétrie apparaît la plus tangible de par son principe non conventionnel basé sur l'analyse de la propriété physique de la lumière réfléchiée ; les résultats étant améliorables dès lors qu'on s'affranchit du problème d'inter-réflexions.

Afin de solutionner les problèmes de la numérisation d'objets transparents, nous avons développé deux approches dites non conventionnelles en étendant les méthodes existantes (dans le visible) aux longueurs d'onde dans lesquelles les sujets apparaissent opaques (IR et UV).

Les deux méthodes de mesure sans contact retenues sont :

- La reconstruction par polarisation dans l'IR, en vue de s'affranchir des problèmes d'inter-réflexions évoqués ci-dessus.
- Le scanning par laser UV, pour satisfaire les contraintes industrielles (précision, rapidité et coût) tout en résolvant de manière efficace le problème de réfraction.

Pour la première approche (Voir la conclusion du Chapitre 3, Section 3.5), nous avons exploité les réflexions spéculaires IR de l'objet sous un éclairage IR à l'aide d'un système polarimétrique IR (Dôme IR, polariseur IR et caméra IR). Cependant, l'inexistence des lentilles télécentriques dans l'IR nous a conduits à adapter la reconstruction par polarisation dans l'IR à l'aide d'une lentille non télécentrique. Pour ce faire, une méthode d'approximation du modèle orthographique a été développée et une méthode de validation a été en outre intégrée dans le processus de reconstruction après l'étape d'estimation des paramètres de Stokes. L'approche de validation permet essentiellement de vérifier le caractère spéculaire de la réflexion sur l'objet et les conditions d'acquisition (contrôle de l'éligibilité de la reconstruction et de l'exploitabilité des données polarimétrique acquises) sans avoir à connaître l'indice de réfraction de l'objet. Par ailleurs, si la méthode

d'approximation de la projection orthographique assure la faisabilité de la reconstruction par polarisation dans l'IR, l'approche de validation contribue à l'amélioration de la précision obtenue (en raison de l'exclusion des points bruités qu'elle a détectés lors de la reconstruction de la surface 3D à partir des normales de l'étape finale). Ce qu'attestent les résultats obtenus.

Pour la seconde approche (Voir la conclusion du Chapitre 4, Section 4.5), nous avons exploité la propriété de l'objet à émettre par fluorescence dans le visible sous l'irradiation UV en implémentant quatre configurations classiques de système de triangulation par éclairage structuré (Laser UV, lentille cylindrique UV et caméra(s) visible(s)). Des expérimentations visant à caractériser la fluorescence induite à la surface des objets considérés et à vérifier l'éligibilité de notre approche ont été menées. Les mesures spectroscopiques nous ont d'ailleurs permis d'élaborer des critères de "tracking" (détection et localisation) des points fluorescents en présence des bruits inhérents à l'acquisition. Nous avons également mis au point des méthodes de validation des paramètres du modèle de reconstruction 3D estimés lors de la calibration permettant ainsi d'optimiser la configuration du système de scanning. Les méthodes de "tracking" et de validation ont contribué considérablement à l'amélioration de la précision des résultats. Par ailleurs, la précision obtenue n'a jamais été atteinte au regard de ce que l'on trouve dans la littérature.

## Bilan

- Nous avons montré la faisabilité de la reconstruction par polarimétrie d'objets transparents dans l'IR.
- Par le système de scanning par laser UV, nous avons répondu aux objectifs initiaux. L'approche demeure la solution optimale pour les applications industrielles telles que le contrôle qualité.

## Perspectives

Hormis l'optimisation du scanning par laser UV sur les objets métalliques spéculaires, les orientations possibles pour la poursuite de nos travaux peuvent être résumées en deux axes principaux pour chaque approche :

- Reconstruction par polarimétrie dans l'IR, (voir Chapitre 3, Section 3.6) :
  - renforcement de la méthode de validation ;
  - optimisation de la reconstruction 3D par polarimétrie basée sur le modèle perspectif.
- Scanning par laser UV, (voir détails dans le Chapitre 4, Section 4.6) :
  - renforcement du critère de "tracking" des points de fluorescence ;
  - modélisation physique de la fluorescence dans le cadre de l'application.

## Publications

### Conférences internationales (3)

"3D Reconstruction of Transparent Objects Exploiting Surface Fluorescence caused by UV Irradiation", Rindra Rantson, Christophe Stolz, David Fofi, Fabrice Meriaudeau, IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), Hong Kong, September 2010.

"Non Contact 3D Measurement Scheme for Transparent Objects using UV Structured Light", Rindra Rantson, David Fofi, Christophe Stolz, Fabrice Meriaudeau, IEEE International Conference on Pattern Recognition (ICPR), Istanbul, Turkey, August 2010.

"3D Reconstruction by polarimetric imaging method based on perspective model", Rindra Rantson, Christophe Stolz, David Fofi, Fabrice Meriaudeau, SPIE Europe Optical Metrology, Munich, Germany, 15 June 2009.

### Workshops nationaux (2)

"Triangulation par stéréovision basée sur l'exploitation des images de fluorescence d'une surface transparente", Rindra Rantson, Christophe Stolz, David Fofi, Fabrice Meriaudeau, Journées imagerie optique non conventionnelle, Paris, France, GDR ISIS, 22 March 2010.

"Reconstruction 3D par Polarimétrie basée sur le Modèle Perspectif", Rindra Rantson, Christophe Stolz, David Fofi, Fabrice Meriaudeau, Journées imagerie optique non conventionnelle, Paris, France, GDR ISIS, 11 Mars 2009.

### Livre international (1)

"Scanning from Heating " and "Shape from Fluorescence" two Non Conventional Imaging Systems for 3D Digitization of transparent objects, Fabrice Mériaudeau, R. Rantson, G. Eren, L. Sanchez-Sécades, O. Aubreton, A. Bajard, D. Fofi, I. Mohammed, O. Morel, C. Stolz, F. Truchetet, IGI Global, Novembre 2011.

### Revue internationale (4)

"Optimization of Transparent Objects Digitization from Visible Fluorescence UV-induced", Rindra Rantson, Christophe Stolz, David Fofi and Fabrice Meriaudeau, Optical Engineering, accepté en Novembre 2011.

"Recent advances on Non Conventional Imaging Systems for 3D Digitization of transparent objects", Fabrice Mériaudeau, R. Rantson, D. Fofi, C. Stolz, soumis à Journal of Electronic Imaging (en révision).

"Shape from Polarization of Transparent Objects in Infra Red Range", Rindra Rantson, Christophe Stolz, David Fofi and Fabrice Meriaudeau, soumis à Electronics Letters.

"Shape from Fluorescence Applied to Specular Metallic Objects", Rindra Rantson, Christophe Stolz, David Fofi and Fabrice Meriaudeau, soumis à Electronics Letters.

# Bibliographie

- [Agarwal et al., 2004] Agarwal, S., Mallick, S., & Kriegman, D. (2004). : (pp. 279 ?290).
- [Aïnouz et al., 2006] Aïnouz, S., Zallat, J., de Martino, A., & Collet, C. (2006). Physical interpretation of polarization-encoded images by color preview. Opt. Express, 14(13), 5916–5927.
- [Aloimonos, 1993] Aloimonos, Y. (1993). Active vision revisited. In Active Perception (pp. 1–18).
- [Alouini et al., 2004] Alouini, M., Dolfi, D., Grisard, A., Lallier, E., Goudail, F., & Réfrégier, P. (2004). Imagerie polarimétrique et multispectrale active : vers la détection et la reconnaissance d’objets de très faible contraste. In GDR Journées Imagerie Polarimétrique.
- [Anastasiadou, 2007] Anastasiadou, M. (2007). Imagerie Polarimétrique : Développements Instrumentaux et Applications Biomédicales. PhD thesis, Laboratoire de Physique des Interfaces et des couches minces, CNRS UMR 7647.
- [Ashikhmin et al., 2000] Ashikhmin, M., Premoze, S., & Shirley, P. (2000). A microfacet-based brdf generator. SIGGRAPH.
- [Atcheson et al., 2009] Atcheson, B., Heidrich, W., & Ihrke, I. (2009). An evaluation of optical flow algorithms for background oriented schlieren imaging. Experiments in Fluids, 46(3), 467 ?476.
- [Atcheson et al., 2008a] Atcheson, B., Ihrke, I., Heidrich, W., T.-A., Bradley, D., Magnor, M., & Seidel, H. (2008a). Time-resolved 3d capture of non-stationary gas flows. ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH Asia 2008), 27(5), 132 :1 ?132 :9.
- [Atcheson et al., 2008b] Atcheson, B., Ihrke, I., Heidrich, W., Tevs, A., Bradley, D., Magnor, M., & Seidel, H.-P. (2008b). Time-resolved 3d capture of non-stationary gas flows. ACM Transactions on Graphics (Proc. SIGGRAPH Asia), 27(5), ?
- [Ballard, 1991] Ballard, D. (1991). Animate vision. AI, 48(1), 57–86.
- [Basiev et al., 1997] Basiev, W., Zverev, P., Fedorov, V., & Mirov, S. (1997). Multiline, superbroadband and sun-color oscillation of a lif :f2 ? color-center laser. Applied Optics 36, 2515-2522, (pp. 2512 ff).
- [Beckmann & Spizzichino, 1963] Beckmann, P. & Spizzichino, A. (1963). The scattering of electromagnetic waves from rough surface. Pergamon.
- [Becquere, 1842] Becquere, E. (1842). Annales de chimie et physique. 9, 257–322.
- [Ben-Ezra & Nayar, 2003] Ben-Ezra, M. & Nayar, S. K. (2003). What does motion reveal about transparency? In ICCV’03 (pp. 1025–1032).
- [Beraldin, 2004] Beraldin, J.-A. (2004). Integration of laser scanning and close-range photogrammetry - the last decade and beyond. In Proceedings of the XXth ISPRS Congress, (pp. 972 ?983).

- [Bigué & Cheney, 2007] Bigué, L. & Cheney, N. (2007). : (pp. 668205).
- [Blais, 2004] Blais, F. (2004). Review of 20 years of range sensor development. Journal of Electronic Imaging, 13(1), 231–243.
- [Bokhabrine et al., 2010] Bokhabrine, Y., Seulin, R., Voon, L. Y., Gorria, P., Girardin, G., Gomez, M., & Jobard, D. (2010). 3d characterization of hot metallic shells during industrial forging. Machine Vision and Applications.
- [Bolle et al., 1996] Bolle, R., Connell, J., Haas, N., Mohan, R., & Taubin, G. (1996). : (pp. 244–251).
- [Born & Wolf, 1999] Born, M. & Wolf, E. (1999). Principles Of Optics. Cambridge, 7 edition.
- [Bors & Hancock, 2002] Bors, A. & Hancock, E. (2002). Recovering height information from sar images of terrain. volume 2 (pp. 477–480). Rochester, NY, USA.
- [Bouguet, 2010] Bouguet, J.-Y. (2010). Camera calibration toolbox for matlab.
- [Boukir, 1993] Boukir, S. (1993). Reconstruction 3D d'un environnement statique par vision active. PhD thesis, Université de Rennes I.
- [Bueno, 2000] Bueno, J. M. (2000). Measurement of parameters of polarization in the living human eye using imaging polarimetry. Vision Research, (pp. 3791–3799).
- [Bueno & Vohnsen, 2005] Bueno, J. M. & Vohnsen, B. (2005). Polarimetric high-resolution confocal scanning laser ophthalmoscope. Vision Research, 45, 3526–3534.
- [Chen & Kak, 1987] Chen, C. & Kak, A. (1987). Modelling and calibration of a structured light scanner for 3d robot vision. In Proceedings of the IEEE conference on robotics and auto-mation, (pp. 807–815).
- [Chen & Wolff, 1998] Chen, H. & Wolff, L. (1998). Polarization phase based method for material classification in computer vision. 28(1), 73–83.
- [Chien & Aggarwal, 1986] Chien, C. & Aggarwal, J. (1986). Volume/surface octrees for the representation of three-dimensional objects : A survey. 36(1), 100–113.
- [Chojnacki et al., 2002] Chojnacki, W., Brooks, M., Galwey, D., & van den Hengel, A. (2002). A new approach to constrained parameter estimation applicable to some computer vision problems. Statistical Methods in Video Processing Workshop held in conjunction with ECCV'02.
- [Clark et al., 1997] Clark, J., Trucco, E., & Wolff, L. (1997). Using light polarization in laser-scanning. 15(2), 107–117.
- [Clerc & Mallat, 2002] Clerc, M. & Mallat, S. (2002). The texture gradient equation for recovering shape from texture. 24(4), 536–544.
- [Coleman & Jain, 1982] Coleman, Jr., E. & Jain, R. (1982). Obtaining 3-dimensional shape of textured and specular surfaces using four-source photometry. 18(4), 309–328.
- [Courteille et al., 2004] Courteille, F., Crouzil, A., Durou, J.-D., & Gurdjos, P. (2004). Towards shape from shading under realistic photographic conditions.
- [Curless & M., 1995] Curless, B. & M., L. (1995). Better optical triangulation through space-time analysis. Computer Vision, Proceedings., Fifth International Conference.
- [D'Acquisto et al., 2002] D'Acquisto, L., Fratini, L., & Siddiolo, A. (2002). A modified moiré technique for three-dimensional surface topography. 13(2002), 613–622.
- [DApuzzo, 2007] DApuzzo (2007). 3d body scanning technology for fashion and apparel industry. Proceedings of SPIE IST Electronic Imaging, 6491, 649–100.

## Bibliographie

---

- [Davis et al., 2005] Davis, J., D., N., & R., R. (2005). Spacetime stereo : a unifying framework for depth from triangulation. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (PAMI), 27(2), 296-302.
- [De Martino & Laude-Boulesteix, 2004] De Martino, A. & Laude-Boulesteix, B. (2004). Polarimètre de mueller, imageur à cristaux liquides. In GDR Journées Imagerie Polarimétrique.
- [Ehrt et al., 2001] Ehrt, D., Ebeling, P., Natura, U., Kohlberg, U., Naumann, K., & Ritter, S. (2001). Redox equilibria and ultraviolet radiation induced defects in glasses. Intern. congr. on Glass Vol. 1, (pp. 84).
- [Eltoft & de Figueiredo, 1995] Eltoft, T. & de Figueiredo, R. (1995). Illumination control as a means of enhancing image features in active vision systems. IP, 4(11), 1520-1530.
- [Engel et al., 2003] Engel, A., Haspel, R., & Rupertus, V. (2003). Advanced industrial fluorescence metrology used for qualification of high-quality optical materials. SPIE proceeding 5118-20, (pp. p. 182 ff).
- [Eren et al., 2009] Eren, G., Aubreton, O., Meriaudeau, F., Sanches, L., Fofi, D., Truchtet, F., & Erçil, A. (2009). Scanning from heating : 3d shape estimation of transparent objects from local surface heating. Optics Express, Optical Society of America, 17 (14), (pp. 11457-11468).
- [Faugeras & Luong, 2001] Faugeras, O. & Luong, Q.-T. (2001). The Geometry of Multiple Images. MIT Press, pp 21-31 and pp 247-353.
- [Favaro & Soatto, 2002] Favaro, P. & Soatto, S. (2002). Learning shape from defocus. In ECCV (pp. 735-747).
- [Ferraton et al., 2009] Ferraton, M., Stolz, C., & Mériaudeau, F. (2009). Optimization of a polarization imaging system for 3d measurements of transparent objects. Optics Express, 17, 21077-21082.
- [Fofi, 2001] Fofi, D. (2001). Navigation d'un véhicule intelligent l'aide d'un capteur de vision en lumière structure et code. PhD thesis, Université de Picardie, Jules Verne.
- [Forest, 2004] Forest, J. (2004). New methods for triangulation-based shape acquisition using laser scanners. PhD thesis, University of Girona.
- [Forest et al., 2004] Forest, J., Salvi, J., Cabruja, E., & Pous, C. (2004). Laser stripe peak detector for laser scanners : a fir filter approach. In Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition.
- [Forsyth & Ponce, 2003] Forsyth, D. A. & Ponce, J. (2003). Computer Vision : A Modern Approach. Prentice Hall.
- [Franck, 1926] Franck, J. (1926). Elementary processes of photochemical reactions. Transactions of the Faraday Society, 21, 536-542.
- [Frankot & Chellappa, 1988] Frankot, R. & Chellappa, R. (1988). A method for enforcing integrability in shape from shading algorithms. 10(4), 439-451.
- [Geffcken, 1962] Geffcken, W. (1962). The molar absorption of different ions in glasses. Glastech. Berichte, 35, (pp. 27f).
- [Gentle, 2010] Gentle, J. (2010). Computational statistics, statistics and computing. Springer.
- [Gluckman & Nayar, 1998] Gluckman, J. & Nayar, S. (1998). A real-time catadioptric stereo system using planar mirrors. In Proc. of Image Understanding Workshop.
- [Goldstein, 1993] Goldstein, D. (1993). Polarized Light. Edward Collett.
- [Goldstein, 2003] Goldstein, D. (2003). Polarized light. Marcel Dekker.

- [Goudail & Bénére, 2010] Goudail, F. & Bénére, A. (2010). Estimation precision of the degree of linear polarization and of the angle of polarization in the presence of different sources of noise. Appl. Opt., 49(4), 683–693.
- [Goudail et al., 2004] Goudail, F., Terrier, P., Takakura, Y., Bigué, L., Galland, F., & DeVlaminck, V. (2004). Target detection with a liquid-crystal-based passive stokes polarimeter. Appl. Opt., 43(2), 274–282.
- [Gram, 2000] Gram (2000). The Use Of Ultraviolet Induced Visible-Fluorescence In The Examination Of Museum Objects, Part I. PhD thesis, National Park Service Museum Management Program Washington, DC 20240 U.S.A.
- [Halstead et al., 1996] Halstead, M., Barsky, B., Klein, S., & Mandell, R. (1996). Reconstructing curved surfaces from specular reflection patterns using spline surface fitting of normals. In ACM Computer and Graphics Interactive Techniques (SIGGRAPH'96) (pp. 335–342). New Orleans, USA.
- [Hardelot, 2009] Hardelot (2009).
- [Hartley, 1995] Hartley, R. (1995). In defence of the 8 point algorithm. In Proceedings Fifth International Conference on Computer Vision Cambridge, Mass.
- [Hartley & Zisserman, 2004] Hartley, R. & Zisserman, A. (2004). Multiple View Geometry in Computer Vision. London : Cambridge University Press, 2nd edition.
- [Hata et al., 1996] Hata, S., Saito, Y., Kumamura, S., & Kaida, K. (1996). Shape extraction of transparent object using genetic algorithm. In Proceedings of International Conference on Pattern Recognition (ICPR), (4), 684–688.
- [He et al., 1991] He, X. D., Torrance, K. E., Sillion, F. X., & Greenberg, D. P. (1991). A comprehensive physical model for light reflection. SIGGRAPH, (pp. 175–186).
- [Heavens, 1995] Heavens, O. S. (1995). Optical Properties of Thin Solid Film. Dover.
- [Hogg & Craig, 1978] Hogg, R. & Craig, A. (1978). Introduction to mathematical statistics.
- [Horaud & Monga, 1995] Horaud, R. & Monga, O. (1995). Vision par ordinateur : outils fondamentaux. Deuxième édition, Edition Hermès.
- [Horn & Brooks, 1986] Horn, B. & Brooks, M. (1986). The variational approach to shape from shading. 33(2), 174–208.
- [Horowitz & Kiryati, 2004] Horowitz, I. & Kiryati, N. (2004). Depth from gradient fields and control points : Bias correction in photometric stereo. 22(9), 681–694.
- [[http://arts-et-sculpture.over-blog.com/article\\_17076212.html](http://arts-et-sculpture.over-blog.com/article_17076212.html), ] [http://arts-et-sculpture.over-blog.com/article\\_17076212.html](http://arts-et-sculpture.over-blog.com/article_17076212.html).
- [Huang & Zhang, 2004] Huang, P. & Zhang, S. (2004). High-resolution, real-time 3d shape acquisition system.
- [Huber, 1981] Huber, P. (1981). Robust statistics. Wiley.
- [Hullin et al., 2008] Hullin, M. B., Fuchs, M., Ihrke, I., Seidel, H.-P., & Lensch, H. P. A. (2008). Fluorescent immersion range scanning. ACM Trans. Graph., 27(3), 1–10.
- [Ihrke et al., 2010] Ihrke, I., Kutulakos, K., Lensch, H., Magnor, M., & Heidrich, W. (2010). Transparent and specular object reconstruction. Computer Graphics Forum, 29(8), 2400–2426.
- [Ikeuchi, 1981] Ikeuchi, K. (1981). determining surface orientations of specular surfaces by using the photometric stereo method. PAMI, 3(6), 661–669.

## Bibliographie

---

- [Ikeuchi, 1983] Ikeuchi, K. (1983). Constructing a depth map from images.
- [J Battle & Salvi, ] J Battle, E. M. & Salvi, J. Recent Progress in coded structured light as a technique to solve the correspondence problem. Computer Vision and Robotics Group Universitat de Girona, Avda, Lluís Santalo, s/n 17071 Girona, Spain Laboratoire des Systèmes Automatiques, Université de Picardie Jules Verne, 7, Rue du Moulin Neuf. 8000 Amiens, France.
- [Joaquim Salvi, ] Joaquim Salvi, Jordi Pags, J. Pattern codification strategies in structured light systems.
- [Joubert et al., 1995] Joubert, E., Miché, P., & Debrie, R. (1995). 3-d surface reconstruction using a polarization state analysis. J. Optics(Paris), 26(1), 2–8.
- [Kampel et al., 2002] Kampel, M., Tosovic, S., & Sablatnig, R. (2002). Octree-based fusion of shape from silhouette and shape from structured light. Proceedings. First International Symposium, (pp. 754 – 757).
- [Kanatani et al., 2008] Kanatani, K., Sugaya, Y., & Niitsuma, H. (2008). : (pp. 173–182).
- [Karaçali & Snyder, 2002] Karaçali, B. & Snyder, W. (2002). Partial integrability in surface reconstruction from a given gradient field. volume 2 (pp. 525–528).
- [Karaçali & Snyder, 2003] Karaçali, B. & Snyder, W. (2003). Reconstructing discontinuous surfaces from a given gradient field using partial integrability. 92(1), 78–111.
- [Kiriakos et al., 1998] Kiriakos, N., Kutulakos, M., & Seitz, S. (1998). Photorealistic scene reconstruction by voxel coloring : A survey.
- [Klette & Schluns, 1996] Klette, R. & Schluns, K. (1996). Height data from gradient fields. In Proceedings of SPIE Machine Vision Applications, Architectures, and Systems Integration (2908) (pp. 204–215). Boston, USA.
- [Kodak, 1969] Kodak, E. C. (1969). Ultraviolet and fluorescence photography. Publication M-27. Rochester : Eastman Kodak Company.
- [Koshikawa, 1979] Koshikawa, K. (1979). : (pp. 493–495). Tokyo, Japan.
- [Kovesi, 2003] Kovesi, P. (2003). Shapelets Correlated with Surface Normals Produce Surfaces. Technical report, School of Computer Science & Software Engineering.
- [Kreidl, 1945] Kreidl, N. J. (1945). Recent studies on the fluorescence of glass. Journal of Optical Society of America, 35.
- [Kutulakos & Steger, ] Kutulakos, K. & Steger, E. A theory of refractive and specular 3d shape by light-path triangulation. International Journal of Computer Vision (IJCV).
- [Kutulakos & Steger, 2005] Kutulakos, K. & Steger, E. (2005). : (pp. 1448 ?1455).
- [Lakowicz, 1999] Lakowicz (1999). Principle of fluorescence spectroscopy. 2nd edn New York : Kluwer/Plenum.
- [Lambert, 1760] Lambert, J. H. (1760). The scattering of electromagnetic waves from rough surface. Eberhard Klett.
- [Lenberg & Andrzejewski, 2008] Lenberg, A. M. & Andrzejewski, M. E. (2008). Learning from data : an introduction to statistical reasoning. Lawrence Erlbaum Associates, (pp. 243).
- [Luong & Faugeras, 1996] Luong, Q.-T. & Faugeras, O. (1996). The fundamental matrix : theory, algorithms, and stability analysis. International Journal of Computer Vision 17 (1), (pp. 43 ?75).

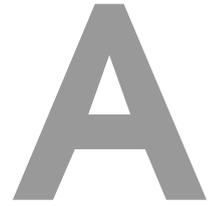
- [Luyun et al., 2009] Luyun, Y., Yamashita, M., & A., T. (2009). Green and red high-silica luminous glass suitable for near- ultraviolet excitation. Optical Society of America.
- [Marchand & Chaumette, 2003] Marchand, E. & Chaumette, F. (2003). Reconstruction 3D par vision dynamique active. In Perception visuelle par imagerie vidéo, IC2 (Traitement du signal et de l'image), chapter 6, (pp. 213–248). Hermes Science, lavoisier edition.
- [Marzani et al., 2002] Marzani, F., Voisin, Y., Diou, A., & Lew Yan Voon, L. F. (2002). Calibration of a 3d reconstruction system using a structured light source. Journal of Optical Engineering 41 (2).
- [Mathieu & Devernay, 1995] Mathieu, H. & Devernay, F. (1995). Système de miroirs pour la stéréoscopie. Technical report, INRIA.
- [Mchale, 1999] Mchale, J. L. (1999). Molecular spectroscopy. Prentice Hall, Upper Saddle River.
- [Mercier & Meneveaux, ] Mercier, B. & Meneveaux, D. Shape from silhouette : Image pixels for marching cubes : A survey.
- [Meriaudeau et al., 2010] Meriaudeau, F., Sanches, L., Eren, G., Erçil, A. Aubretton, O., Truchetet, F., & Fofi, D. (2010). 3d scanning of non-opaque objects by means of imaging emitted structured infrared patterns. IEEE Transactions on Instrumentation et Measurement, 59(11), 2898–2906.
- [Miyazaki & Ikeuchi, 2005] Miyazaki, D. & Ikeuchi, K. (2005). Inverse polarization raytracing : Estimating surface shapes of transparent objects. volume 2 (pp. 910 ?917.).
- [Miyazaki et al., 2004] Miyazaki, D., Kagesawa, M., & Ikeuchi, K. (2004). Transparent surface modeling from a pair of polarization images. 26(1), 73–82.
- [Miyazaki et al., 2002] Miyazaki, D., Saito, M., Sato, Y., & Ikeuchi, K. (2002). Determining surface orientations of transparent objects based on polarization degrees in visible and infrared wavelengths. 19(4), 687–694.
- [Mood et al., 1974] Mood, A., Graybill, F., & Boes, D. (1974). : (pp. 229).
- [Morel, 2005] Morel, O. (2005). Environnement actif pour la reconstruction tridimensionnelle de surfaces métalliques spéculaires par imagerie polarimétrique. PhD thesis, Université de Bourgogne.
- [Morel et al., 2005] Morel, O., Meriaudeau, F., Stolz, C., & Gorria, P. (2005). Polarization imaging applied to 3d reconstruction of specular metallic surfaces. In SPIE Electronic Imaging - Machine Vision Applications in Industrial Inspection XIII, Electronic Imaging, volume 5679 (pp. 178–186). San Jose, California, USA.
- [Morris & Kutulakos, 2005] Morris, N. & Kutulakos, K. (2005). : (pp. 1573–1580).
- [Morris & Kutulakos, 2007] Morris, N. & Kutulakos, K. (2007). : (pp. 1–8).
- [Mosteller & Turkey, 1977] Mosteller, E. & Turkey, J. (1977). Data and analysis and regression.
- [Murase, 1990] Murase, H. (1990). Surface shape reconstruction of an undulating transparent object. Number 4 (pp. 313–317).
- [Murase, 1992] Murase, H. (1992). Surface shape reconstruction of a nonrigid transparent object using refraction and motion. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (PAMI), 14(10), 1045 ?1052.
- [Nayar et al., 1991] Nayar, S., Ikeuchi, K., & Kanade, T. (1991). Surface reflection : Physical and geometrical perspectives. 13(7), 611–634.

- [Nayar & Nakagawa, 1990] Nayar, S. & Nakagawa, Y. (1990). Shape from focus : an effective approach for rough surfaces. In CRA (pp. 218–225).
- [Nayar et al., 1990] Nayar, S., Sanderson, A., Weiss, L., & Simon, D. (1990). Specular surface inspection using structured highlight and gaussian images. RA, 6(2), 208–218.
- [Nicodemus et al., 1977] Nicodemus, F. E., Richmond, J. C., Hsia, J. J., Ginsberg, I. W., & Limperis, T. (1977). Geometrical considerations and nomenclature for reflectance. NBS Monogram 160.
- [Oren & Nayar, 1994] Oren, M. & Nayar, S. K. (1994). Generalization of lambert’s reflectance model. SIGGRAPH, (pp. 239–246).
- [Paakkari, 1998] Paakkari, J. (1998). On-line flatness measurement of large steel plates using Moiré topography. PhD thesis, University of Oulu, Finland.
- [Phalippou, 2001] Phalippou, J. (2001). Verres, propriétés et applications. PhD thesis, Université de Montpellier II.
- [Phong, 1975] Phong, B. T. (1975). Illumination for computer generated pictures. ACM, 18(6), 311–317.
- [Planck, 1900] Planck, M. (1900). On an improvement of wien’s equation for the spectrum. volume 2 (pp. 202 – 204).
- [Prakash et al., 2006] Prakash, S., Yean Lee, P., & Caelli, T. (2006). : (pp. 1–4). Volume, Issue.
- [Press et al., 2002] Press, W., Teukolsky, S., Vetterling, W., & Flannery, B. (2002). Numerical Recipes in C++, 2nd edition. Cambridge University Press.
- [Rahmann, 2003] Rahmann, S. (2003). Reconstruction of quadrics from two polarization views. In Iberian Conference on Pattern Recognition and Image Analysis (IbPRIA03), Springer, LNCS 2652, Mallorca, Spain (pp. 810–820).
- [Rahmann & Canterakis, 2001] Rahmann, S. & Canterakis, N. (2001). Reconstruction of specular surfaces using polarization imaging. volume 1 (pp. 149–155). Kauai, USA.
- [Remondino & El-Hakim, 2006] Remondino, F. & El-Hakim, S. (2006). Image based 3d modeling : A review. The Photogrammetric Record, (21, 115), 269–291.
- [Richard et al., 2003] Richard, S., Bulot, R., & Sequeira, J. (2003). Reconstruction de la cornée par analyse ascendante-descendante. In MAJECSTIC.
- [Rodriguez et al., 1943] Rodriguez, A. R., Parmelee, C. W., E., B. A., & J., A. (1943). Cer. Soc. 26, (pp. 137–150).
- [Rorimer, 1931] Rorimer, J. (1931). Ultra-violet rays and their use in the examination of works of art. New York Metropolitan Museum of Art.
- [Saito et al., 2003] Saito, H., Omata, K., & Ozawa, S. (2003). Recovery of shape and surface reflectance of specular object from relative rotation of light source. IVC, 21(9), 777–787.
- [Saito & Usami, 1993] Saito, H. & Usami, K. (1993). Shape from shading using genetic algorithm,. IECON93, (pp. 1620–1625).
- [Salvi, 1997] Salvi, J. (1997). An approach to coded structured light to obtain three dimensional information. PhD thesis, Universitat de Girona.
- [Salvi & Armangué, 2003a] Salvi, J. & Armangué, X. (2003a). Fundamental matrix estimation toolbox.

- [Salvi & Armangué, 2003b] Salvi, J. & Armangué, X. (2003b). Overall view regarding fundamental matrix estimation. Image and Vision Computing 21, (pp. 205–220).
- [Sanderson et al., 1988] Sanderson, A., Weiss, L., & Nayar, S. (1988). Structured highlight inspection of specular surfaces. 10(1), 44–55.
- [Savarese & Perona, 2001] Savarese, S. & Perona, P. (2001). Local analysis for 3d reconstruction of specular surfaces. volume 2 (pp. 738–745). Hawaii, USA.
- [Savarese & Perona, 2002] Savarese, S. & Perona, P. (2002). : (pp. 759–774). Copenhagen, Denmark.
- [Schechner et al., 1999a] Schechner, Y., Shamir, J., & Kiryati, N. (1999a). : (pp. 814–819).
- [Schechner et al., 1999b] Schechner, Y., Shamir, J., & Kiryati, N. (1999b). Vision through semireflecting media : Polarization analysis. Optics Letters, 24(16), 1088–1090.
- [Schechner et al., 2000] Schechner, Y., Shamir, J., & Kiryati, N. (2000). Polarization and statistical analysis of scenes containing a semi-reflector. 17(2), 276–284.
- [Schervish, 1996] Schervish, M. (1996). P values : What they are and what they are not. The American Statistician 50 (3, (pp. 203–206).
- [Schott, 2004] Schott (2004). Fluorescence of optical glass. Technical information advanced optics, (pp.2).
- [Schultz et al., 2000] Schultz, S., Smith, D. R., Mock, J. J., & Schultz, D. A. (2000). Single-target molecule detection with nonbleaching multicolor optical immunolabels. Biological Sciences - Applied Biological Sciences, 3, 996–1001.
- [Seitz & Dyer, 1997] Seitz, S. & Dyer, C. (1997). Photorealistic scene reconstruction by voxel coloring : A survey.
- [Sharma & Schulman, 1999] Sharma, A. & Schulman, S. G. (1999). Introduction to fluorescence spectroscopy. Wiley interscience.
- [Smith & Bors, 2002] Smith, G. & Bors, A. (2002). Height estimation from vector fields of surface normals. volume 2 (pp. 1031–1034). Santorini, Greece.
- [Spagnolo et al., 2000] Spagnolo, G., Guattari, G., Sapia, C., & Ambrosini, D. (2000). Three-dimensional optical profilometry for artwork inspection. 2(2000), 353–361.
- [Stokes, 1852] Stokes, G. (1852). On the refrangibility of light. Philosophical transactions, 142, 463–562.
- [Stolz, 2000] Stolz, C. (2000). Fonctions optiques dynamiques pour le traitement de l'information. PhD thesis, Université de Haute-Alsace.
- [Stroud, 1971] Stroud, J. (1971). Optical absorption and color caused by selected cations in high-density, lead silicate glass. J. Am. Cer. Soc.54, (pp. 8ff).
- [Surrel, 2004] Surrel, Y. (2004). Contrôle de défauts de forme par défectométrie : diverses applications industrielles. In Colloque Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie (CMOI) (pp. 271–275).
- [Tarini et al., 2005] Tarini, M., Lensch, H., Goesele, M., & Seidel, H.-P. (2005). 3d acquisition of mirroring objects using striped patterns. xx(x), xxx–xxx.
- [Terrier & Devlaminck, 2001] Terrier, P. & Devlaminck, V. (2001). : Marseille, France.
- [Terzopoulos, 1982] Terzopoulos, D. (1982). Multi-level reconstruction of visual surfaces : Variational principles and finite element representations. Number 671.

- [Terzopoulos, 1985] Terzopoulos, D. (1985). Computing visible surface representations. Number 800.
- [Tomaschek & Deutschbein, 1938] Tomaschek, R. & Deutschbein, . (1938). Glastech. Berichte, (pp. 155–161).
- [Torr, 2002] Torr, P. (2002). Bayesian model estimation and selection for epipolar geometry and generic manifold fitting. International Journal of Computer Vision 50 (1), (pp. 35–61).
- [Torr & Murray, 1997] Torr, P. & Murray, D. (1997). The development and comparison of robust methods for estimating the fundamental matrix. International Journal of Computer Vision 24 (3), (pp. 271–300).
- [Torrance & Sparrow, 1967] Torrance, K. & Sparrow, E. (1967). Theory for off-specular reflection from roughened surfaces. 57, 1105–1114.
- [Tropf et al., ] Tropf, W. J., Harris, T. J., & Thomas, M. E. Optical materials : Visible and infrared.
- [Tsai, 1987] Tsai, R. Y. (1987). A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3d machine vision metrology using off-the-shelf tv cameras and lenses. IEEE JOURNAL OF ROBOTICS AND AUTOMATION, RA-3, NO.4.
- [Tyo, 2000] Tyo, J. (2000). Noise equalization in stokes parameter images obtained by use of variable-retardance polarimeters. 25, 16.
- [Tyo et al., 2006] Tyo, J. S., Goldstein, D. L., Chenault, D. B., & Shaw, J. A. (2006). Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications. Applied Optics, 45, 5453–5469.
- [Urquhart et al., 1993] Urquhart, C., McDonald, J., Siebert, J., & Fryer, R. (1993). Active animate stereo vision. In Proceedings of the 4th British Machine Vision Conference (pp. 75–84). Guildford, UK.
- [Wallace et al., 1999] Wallace, A., Liang, B., Trucco, E., & Clark, J. (1999). Improving depth image acquisition using polarized light. 32(2), 87–109.
- [Wang et al., 2003] Wang, W. B., Ali, J. H., Alfano, R. R., Vitenson, J. H., & Lombardo, J. M. (2003). Spectral polarization imaging of human rectum-membrane-prostate tissues. Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE, 9, 288–293.
- [Wang & Hassell, 1997] Wang, Y. & Hassell, P. (1997). Measurement of thermal deformation of bga using phase-shifting shadow moiré. In Proceedings of SEM.
- [Ward, 1992] Ward, G. J. (1992). Measuring and modeling anisotropic reflection. SIGGRAPH, (pp. 265–272).
- [Wei & Klette, 2001] Wei, T. & Klette, R. (2001). : (pp. 22–28). Dunedin.
- [Wei & Klette, 2002] Wei, T. & Klette, R. (2002). : Ahmedabad, India.
- [Weyl & Thümmen, 1934] Weyl, W. A. & Thümmen, E. (1934). Sprechsaal.
- [Willcox, 2003] Willcox, M. (200–2003). Automatic defect recognition in magnetic particle inspection applications. Insight NDT Equipment Ltd.
- [W.N Martin, 1983] W.N Martin, J. A. (1983). Volumetric description of objects from multiple views : A survey. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 5(2), 150–158.
- [Wolff, 1990] Wolff, L. B. (1990). Polarization-based material classification from specular reflection. 12(11), 1059–1071.

- [Wolff & Andreou, 1995] Wolff, L. B. & Andreou, A. (1995). Polarization camera sensors. IVC, 13(6), 497–510.
- [Wolff & Boulton, 1991] Wolff, L. B. & Boulton, T. E. (1991). Constraining object features using a polarization reflectance model. 13(7), 635–657.
- [Wolff et al., 1997] Wolff, L. B., Mancini, T. A., Pouliquen, P., & Andreou, A. G. (1997). Liquid crystal polarization camera. 13(12), 195–203.
- [Xavier, 2007] Xavier, L. (2007). Analyse numérique des spectres de fluorescence 3D issus de mélanges non linéaires. PhD thesis, Université du Sud Toulon Var.
- [Xiong & Shafer, 1993] Xiong, Y. & Shafer, S. (1993). Depth from focusing and defocusing. In CVPR (pp. 68–73).
- [Yiu et al., 2005] Yiu, M., Harry, N., & Du, R. (2005). Acquisition of 3d surface temperature distribution of a car body. Information Acquisition, 2005 IEEE International Conference on, (pp.5).
- [Yun et al., 1997] Yun, I., Jung, E., & Lee, S. (1997). On the fast shape recovery technique using multiple ring lights. 30(6), 883–893.
- [Zhang et al., 1999] Zhang, R., Tsai, P., Cryer, J., & Shah, M. (1999). Shape from shading : A survey. 21(8), 690–706.
- [Zhang, 1998] Zhang, Z. (1998). Determining the epipolar geometry and its uncertainty : a review. International Journal of Computer Vision 27 (2), (pp. 161–198).
- [Zhang, 1999] Zhang, Z. (1999). Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations. Computer Vision, IEEE International Conference on, 1, 666.
- [Zheng et al., 1997] Zheng, J., Fukagawa, Y., & Abe, N. (1997). 3d surface estimation and model construction from specular motion in image sequences. 19(5), 513–520.
- [Zheng & Murata, 2000] Zheng, J. & Murata, A. (2000). Acquiring a complete 3d model from specular motion under the illumination of circular-shaped light sources. 22(8), 913–920.



Modèle d'éclairement d'une surface -  
Propagation d'une onde

## Modèles d'éclairage d'une surface

Voici un récapitulatif de quelques modèles d'éclairage en fonction l'approche utilisée, le phénomène considéré et la nature de la surface, Voir Tableau A.1. Les modèles qui y sont listés sont : Modèle de Lambert [Lambert, 1760], de Phong et Blinn [Phong, 1975], de Torrance et Sparrow [Torrance & Sparrow, 1967], de Beckmann et Spizzichino [Beckmann & Spizzichino, 1963], de Oren [Oren & Nayar, 1994] et Nayar [Nayar et al., 1991], de Ward [Ward, 1992], de Ashikhmin [Ashikhmin et al., 2000] et de He [He et al., 1991].

Modèle de	Approche			Phénomène		Surface	
	empirique	géométrique	physique	diffusion	réflexion	lisse	rugueuse
<a href="#">Lambert</a>	+			+		+	
<a href="#">Phong et Blinn</a>	+				+	+	
<a href="#">Torrance et Sparrow</a>		+			+		+
<a href="#">Beckmann et Spizzichino</a>			+		+	+	+
<a href="#">Oren et Nayar</a>		+		+		+	+
<a href="#">Ward</a>	+			+	+		+
<a href="#">Ashikhmin</a>		+		+	+		+
<a href="#">He</a>			+	+	+	+	+

FIGURE A.1: Synthèse de quelques modèles d'éclairage.

## Résolution de l'équation décrivant la propagation d'une onde

$$\frac{\partial^2 u(\xi, t)}{\partial \xi^2} - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 u(\xi, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.1})$$

### Méthode directe

La résolution des équations à dérivées partielles, de manière directe, nous emmène à poser les changements de variables suivants :

$$\begin{cases} X & = a.\xi + b.t \\ T & = c.\xi + d.t \\ U(X, T) & = u(\xi, t) \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

En appliquant les changements de variables ci-dessous, les dérivées partielles premières de-

viennent :

$$\begin{cases} \frac{\partial u(\xi,t)}{\partial \xi} = \frac{\partial U(X,T)}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u(\xi,t)}{\partial t} = \frac{\partial U(X,T)}{\partial t} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \frac{\partial U(X,T)}{\partial \xi} = \frac{\partial U}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial \xi} + \frac{\partial U}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{\partial U}{\partial X} \cdot a + \frac{\partial U}{\partial T} \cdot c \\ \frac{\partial U(X,T)}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial X} \cdot b + \frac{\partial U}{\partial T} \cdot d \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Et les dérivées partielles secondes nous donnent :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U(X,T)}{\partial \xi^2} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \cdot a + \frac{\partial U}{\partial T} \cdot c \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) \cdot a + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right) \cdot c \\ \frac{\partial^2 U(X,T)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \cdot b + \frac{\partial U}{\partial T} \cdot d \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) \cdot b + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right) \cdot d \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

or

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) \cdot \left( \frac{\partial X}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right) \cdot \left( \frac{\partial X}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right) \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) \\ \text{et} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) \cdot \left( \frac{\partial X}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right) \cdot \left( \frac{\partial X}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right) \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \cdot a + \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial X} \cdot c \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right) = \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial X} \cdot a + \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right) \cdot c \\ \text{et} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right) = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \cdot b + \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial T} \cdot d \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right) = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial T} \cdot b + \left( \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} \right) \cdot d \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

L'équation A.5 est donc équivalente à :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U(X,T)}{\partial \xi^2} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + c \cdot a \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial X} + a \cdot c \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial T} + c^2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} \\ \frac{\partial^2 U(X,T)}{\partial t^2} = b^2 \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + d \cdot b \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial X} + b \cdot d \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial T} + d^2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U(X,T)}{\partial \xi^2} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + 2a \cdot c \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial X} + c^2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} \\ \frac{\partial^2 U(X,T)}{\partial t^2} = b^2 \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + 2b \cdot d \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial X} + d^2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Ainsi :

$$\frac{\partial^2 u(\xi,t)}{\partial \xi^2} - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 u(\xi,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.10})$$

$\Leftrightarrow$

$$s \frac{\partial^2 U(X,T)}{\partial \xi^2} - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 U(X,T)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.11})$$

$\Leftrightarrow$

$$\left( a^2 - \frac{b^2}{\nu^2} \right) \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \left( c^2 - \frac{d^2}{\nu^2} \right) \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + \left( 2d \cdot c - 2 \frac{b \cdot d}{\nu^2} \right) \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial T} = 0 \quad (\text{A.12})$$

$\Leftrightarrow$

Une solution  $U(X, T)$  pourrait être choisie tel que :

$$\begin{cases} \left( a^2 - \frac{b^2}{\nu^2} \right) & = 0 \\ \left( c^2 - \frac{d^2}{\nu^2} \right) & = 0 \\ \left( 2d.c - 2\frac{b.d}{\nu^2} \right) & = 1 \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

Equivalent à :

$$\begin{cases} a & = 1 \\ b & = -\nu \\ c & = 1 \\ d & = \nu \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

L'équation devient :

$$4 \frac{\partial^2 U(X, T)}{\partial X \partial T} = 0 \quad (\text{A.15})$$

Une solution  $U(X, T)$  vérifiant l'équation précédente pourrait être :

$$U(X, T) = U_1(X) + U_2(T) \quad (\text{A.16})$$

avec  $U_1$  et  $U_2$ , deux fonctions arbitraires.

En considérant les changements de variables :

$$\begin{cases} X & = \xi - \nu t \\ T & = \xi + \nu t \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

une solution de l'équation de l'onde A.1 est de la forme :

$$u(\xi, t) = U_1(\xi + \nu t) + U_2(\xi - \nu t) \quad (\text{A.18})$$

$\Leftrightarrow$

$$u(s, r, t) = U_1(s, r + \nu t) + U_2(s, r - \nu t) \quad (\text{A.19})$$

## Application de la transformée de Fourier

La transformée de Fourier inverse de la fonction  $u(\xi, t)$  définie dans l'espace de domaine temporel  $t$  peut être exprimée par

$$u(\xi, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{A.20})$$

et

$$U(\xi, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\xi, t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{A.21})$$

Nous pouvons ainsi écrire

$$\frac{\partial^2 u(\xi, t)}{\partial \xi^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 U(\xi, \omega) e^{i\omega t}}{\partial \xi^2} d\omega \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{\partial^2 u(\xi, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \omega) (-\omega^2) e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{A.23})$$

L'Equation A.1 devient :

$$\frac{\partial^2 U(\xi, \omega)}{\partial \xi^2} + \frac{\omega^2}{\nu^2} U(\xi, \omega) = 0 \quad (\text{A.24})$$

Il s'agit d'une résolution d'une edp à second degré par rapport à la variable  $\xi$  dont l'équation caractéristique est donnée par :

$$y^2 + k^2 = 0 \quad (\text{A.25})$$

avec  $k = \omega/\nu$ .

La solution de l'équation caractéristique, Equation A.25 est donnée par :

$$y_1 = -ik \quad \text{ou} \quad y_2 = ik \quad (\text{A.26})$$

Ainsi, la solution finale de l'Equation A.24 est :

$$U(\xi, \omega) = A(\omega)e^{ik\xi} + B(\omega)e^{-ik\xi} \quad (\text{A.27})$$

En substituant  $U(\xi, \omega)$  par son expression à l'Equation A.27 dans l'Equation A.20, nous obtenons :

$$u(\xi, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [A(\omega)e^{ik\xi} + B(\omega)e^{-ik\xi}]e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{A.28})$$

ou

$$u(\xi, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega)e^{i\omega(t+\xi/\nu)} d\omega + B(\omega)e^{i\omega(t-\xi/\nu)} d\omega \quad (\text{A.29})$$

De la définition de la transformée de Fourier, Equations A.20 et A.21, nous pouvons déduire que :

$$u(\xi, t) = u_1(t + \frac{\xi}{\nu}) + u_2(t - \frac{\xi}{\nu}) \quad (\text{A.30})$$

Une solution de l'équation d'onde considérée par la suite sera de la forme :

$$u(\xi, t) = B \cos(\omega t - k\xi) \quad (\text{A.31})$$

Considérant  $A=0$ , nous pouvons aisément vérifier que l'Equation A.31 est une solution de l'Equation A.1.

# B

Calculs relatifs à la polarisation

## L'essence de l'équation d'ellipse

Nous allons justifier mathématiquement l'équation d'ellipse décrite par les composants  $E_x$  et  $E_y$  du champ électrique dont les expressions sont :

$$\begin{cases} E_x = E_{0x} \cos(t + \delta x) \\ E_y = E_{0y} \cos(t + \delta y) \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

En isolant chaque variable  $t$  et les composants de  $\delta$  nous avons :

$$\begin{cases} E_x = E_{0x} [\cos(t) \cos(\delta x) - \sin(t) \sin(\delta x)] \\ E_y = E_{0y} [\cos(t) \cos(\delta y) - \sin(t) \sin(\delta y)] \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

En multipliant  $E_x$  par  $\cos(\delta y)$  et  $E_y$  par  $\cos(\delta x)$  dans l'équation B.2, nous obtenons :

$$\begin{cases} \frac{E_x}{E_{0x}} \cos(\delta y) = [\cos(t) \cos(\delta x) \cos(\delta y) - \sin(t) \sin(\delta x) \cos(\delta y)] \\ \frac{E_y}{E_{0y}} \cos(\delta x) = [\cos(t) \cos(\delta y) \cos(\delta x) - \sin(t) \sin(\delta y) \cos(\delta x)] \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

En soustrayant les deux composantes de l'équation précédente, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{E_x}{E_{0x}} \cos(\delta y) - \frac{E_y}{E_{0y}} \cos(\delta x) &= \sin(t) (\sin(\delta y) \cos(\delta x) - \sin(\delta x) \cos(\delta y)) \\ \Leftrightarrow \\ \frac{E_x}{E_{0x}} \cos(\delta y) - \frac{E_y}{E_{0y}} \cos(\delta x) &= \sin(t) (\sin(\delta y - \delta x)) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Dans l'équation B.2, en multipliant  $E_x$  par  $\sin(\delta y)$  et  $E_y$  par  $\sin(\delta x)$ , nous obtenons :

$$\begin{cases} \frac{E_x}{E_{0x}} \sin(\delta y) = [\cos(t) \cos(\delta x) \sin(\delta y) - \sin(t) \sin(\delta x) \sin(\delta y)] \\ \frac{E_y}{E_{0y}} \sin(\delta x) = [\cos(t) \cos(\delta y) \sin(\delta x) - \sin(t) \sin(\delta y) \sin(\delta x)] \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

En soustrayant les deux composantes de l'équation précédente nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{E_x}{E_{0x}} \sin(\delta y) - \frac{E_y}{E_{0y}} \sin(\delta x) &= \cos(t) (\cos(\delta x) \sin(\delta y) - \cos(\delta y) \sin(\delta x)) \\ \Leftrightarrow \\ \frac{E_x}{E_{0x}} \sin(\delta y) - \frac{E_y}{E_{0y}} \sin(\delta x) &= \cos(t) (\sin(\delta y - \delta x)) \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

En élevant B.4 et B.6 au carré et en les additionnant nous obtenons :

$$\begin{aligned} \left( \frac{E_x}{E_{0x}} \cos(\delta y) - \frac{E_y}{E_{0y}} \cos(\delta x) \right)^2 + \left( \frac{E_x}{E_{0x}} \sin(\delta y) - \frac{E_y}{E_{0y}} \sin(\delta x) \right)^2 &= \\ (\sin(t) (\sin(\delta y - \delta x)))^2 + (\cos(t) (\sin(\delta y - \delta x)))^2 & \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{aligned} \left( \frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 (\cos^2(\delta y) + \sin^2(\delta y)) + \left( \frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 (\cos^2(\delta y) + \sin^2(\delta y)) & \\ - 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} (\cos \delta y \cos \delta x + \sin \delta y \sin \delta x) &= \\ (\sin^2(\delta y - \delta x) + \cos^2(\delta y - \delta x)) (\cos^2(t) + \sin^2(t)) & \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{E_x}{E_{0x}}^2 + \frac{E_y}{E_{0y}}^2 - 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} \cos(\delta) = \sin^2(\delta) \quad (\text{B.9})$$

## L'essence des paramètres de Stokes

Les paramètres de Stokes permettent de quantifier les variables présentes dans l'équation d'état de polarisation dont la forme générale est rappelée ci-dessous :

$$\left(\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y(t)}{E_{0y}}\right)^2 - 2\frac{E_x(t)}{E_{0x}}\frac{E_y(t)}{E_{0y}}\cos(\delta) = \sin^2(\delta) \quad (\text{B.10})$$

La quantification nous emmène à considérer la moyenne de  $E_x(t)$ , de  $E_y(t)$  et de  $E_x(t)E_y(t)$  dans le temps, pour une longue période  $T$  relative à une durée d'oscillation tendant vers l'infini :

$$\frac{\langle E_x^2(t) \rangle}{E_{0x}^2} + \frac{\langle E_y^2(t) \rangle}{E_{0y}^2} - 2\frac{\langle E_x(t)E_y(t) \rangle}{E_{0x}E_{0y}}\cos(\delta) = \sin^2(\delta) \quad (\text{B.11})$$

Avec :

$$\langle E_i(t)E_j(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int^{T_0} E_i(t)E_j(t)dt, \quad i, j = x, y \quad (\text{B.12})$$

Par conséquent (par simple intégration par partie ...) :

$$\begin{aligned} \langle E_x^2(t) \rangle &= \frac{1}{2}E_{0x}^2 \\ \langle E_y^2(t) \rangle &= \frac{1}{2}E_{0y}^2 \\ \langle E_x^2(t)E_y^2(t) \rangle &= \frac{1}{2}E_{0x}E_{0y} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

En multipliant l'équation B.11 par  $4E_{0x}^2E_{0y}^2$  nous obtenons :

$$\begin{aligned} 4E_{0y}^2\langle E_x^2(t) \rangle + 4E_{0x}^2\langle E_y^2(t) \rangle - 8E_{0x}E_{0y}\langle E_x(t)E_y(t) \rangle\cos\delta &= \\ (2E_{0x}E_{0y}\sin\delta)^2 \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

En injectant les expressions données par B.13 dans l'équation B.14 nous obtenons :

$$2E_{0x}^2E_{0y}^2 + 2E_{0x}^2E_{0y}^2 - (2E_{0x}E_{0y}\cos\delta)^2 = (2E_{0x}E_{0y}\sin\delta)^2 \quad (\text{B.15})$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{aligned} 2E_{0x}^2E_{0y}^2 + E_{0x}^2 + E_{0y}^2 - E_{0x}^2 + E_{0y}^2 + 2E_{0x}^2E_{0y}^2 - (2E_{0x}E_{0y}\cos\delta)^2 &= \\ (2E_{0x}E_{0y}\sin\delta)^2 \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

$\Leftrightarrow$

$$(E_{0x}^2 + E_{0y}^2)^2 - (E_{0x}^2 - E_{0y}^2)^2 - (2E_{0x}E_{0y}\cos\delta) = (2E_{0x}E_{0y}\sin\delta)^2 \quad (\text{B.17})$$

## L'essence de la matrice de Mueller d'un polariseur

Si  $E_x$  et  $E_y$  sont les composants du champ électrique de l'onde incidente, les composants électrique de l'onde transmise  $\hat{E}_x$  et  $\hat{E}_y$  ont la forme suivante :

$$\begin{cases} \hat{E}_x &= p_x E_x \\ \hat{E}_y &= p_y E_y \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

où

$p_x$  : est le coefficient d'atténuation d'amplitude suivant l'axe horizontal.

$p_y$  : est le coefficient d'atténuation d'amplitude suivant l'axe vertical .

Si  $S$  est le vecteur de Stokes associé à la lumière incidente de la forme :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x E_x^* + E_y E_y^* \\ E_x E_x^* - E_y E_y^* \\ E_x E_y^* + E_y E_x^* \\ i(E_x E_y^* - E_y E_x^*) \end{pmatrix} \quad (\text{B.19})$$

Le vecteur de Stokes  $\hat{S}$  associé à la lumière transmise s'écrit sous la forme suivante :

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} \hat{S}_0 \\ \hat{S}_1 \\ \hat{S}_2 \\ \hat{S}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{E}_x \hat{E}_x^* + \hat{E}_y \hat{E}_y^* \\ \hat{E}_x \hat{E}_x^* - \hat{E}_y \hat{E}_y^* \\ \hat{E}_x \hat{E}_y^* + \hat{E}_y \hat{E}_x^* \\ i(\hat{E}_x \hat{E}_y^* - \hat{E}_y \hat{E}_x^*) \end{pmatrix} \quad (\text{B.20})$$

En développant l'expression de  $\hat{S}$  nous avons :

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} p_x^2 E_x E_x^* + p_y^2 E_y E_y^* \\ p_x^2 E_x E_x^* - p_y^2 E_y E_y^* \\ p_x p_y E_x E_y^* + p_x p_y E_y E_x^* \\ i(p_x p_y E_x E_y^* - p_x p_y E_y E_x^*) \end{pmatrix} \quad (\text{B.21})$$

$\Leftrightarrow$

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(p_x^2 + p_y^2)(E_x E_x^* + E_y E_y^*) + \frac{1}{2}(p_x^2 - p_y^2)(E_x E_x^* - E_y E_y^*) \\ p_x^2 E_x E_x^* - p_y^2 E_y E_y^* \\ p_x p_y E_x E_y^* + p_x p_y E_y E_x^* \\ i(p_x p_y E_x E_y^* - p_x p_y E_y E_x^*) \end{pmatrix} \quad (\text{B.22})$$

$\Leftrightarrow$

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(p_x^2 + p_y^2)(E_x E_x^* + E_y E_y^*) + \frac{1}{2}(p_x^2 - p_y^2)(E_x E_x^* - E_y E_y^*) \\ \frac{1}{2}(p_x^2 - p_y^2)(E_x E_x^* + E_y E_y^*) + \frac{1}{2}(p_x^2 + p_y^2)(E_x E_x^* - E_y E_y^*) \\ p_x p_y (E_x E_y^* + E_y E_x^*) \\ p_x p_y i(E_x E_y^* - E_y E_x^*) \end{pmatrix} \quad (\text{B.23})$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{pmatrix} \hat{S}_0 \\ \hat{S}_1 \\ \hat{S}_2 \\ \hat{S}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(p_x^2 + p_y^2)S_0 + \frac{1}{2}(p_x^2 - p_y^2)S_1 \\ \frac{1}{2}(p_x^2 - p_y^2)S_0 + \frac{1}{2}(p_x^2 + p_y^2)S_1 \\ p_x p_y S_2 \\ p_x p_y S_3 \end{pmatrix} \quad (\text{B.24})$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{pmatrix} \hat{S}_0 \\ \hat{S}_1 \\ \hat{S}_2 \\ \hat{S}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} p_x^2 + p_y^2 & p_x^2 - p_y^2 & 0 & 0 \\ p_x^2 - p_y^2 & p_x^2 + p_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2p_x p_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2p_x p_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (\text{B.25})$$

La matrice de Mueller associée à un polariseur est ainsi :

$$\mathcal{M} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} p_x^2 + p_y^2 & p_x^2 - p_y^2 & 0 & 0 \\ p_x^2 - p_y^2 & p_x^2 + p_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2p_x p_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2p_x p_y \end{pmatrix} \quad (\text{B.26})$$

Sous sa forme angulaire<sup>1</sup> elle devient :

$$\mathcal{M} = \frac{p^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\gamma & 0 & 0 \\ \cos 2\gamma & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin 2\gamma \end{pmatrix} \quad (\text{B.27})$$

avec

$$\begin{aligned} p_x &= p \cos \gamma \\ p_y &= p \sin \gamma \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

## Les formes particulière du vecteur de Stokes

– pour une onde non polarisée :

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.29})$$

avec  $I_0 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2$ , l'intensité totale mesurée par le capteur ;

– pour une onde polarisée horizontalement :

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.30})$$

avec  $E_{0y} = 0$  et  $I_0 = E_{0x}^2$  ;

– pour une onde polarisée verticalement :

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.31})$$

avec  $E_{0x} = 0$  et  $I_0 = E_{0y}^2$  ;

– pour une onde polarisée linéairement :

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.32})$$

avec  $\delta = 0^\circ$ ,  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$  et  $I_0 = 2E_0^2$  ;

---

1. nécessaire pour la détermination du polariseur tournant

– pour une onde polarisée linéairement :

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.33})$$

avec  $\delta = 180^\circ$ ,  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$  et  $I_0 = 2E_0^2$ ;

– pour une onde polarisée circulairement droite :

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.34})$$

avec  $\delta = 90^\circ$ ,  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$  et  $I_0 = 2E_0^2$ ;

– pour une onde polarisée circulairement gauche :

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.35})$$

avec  $\delta = -90^\circ$ ,  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$  et  $I_0 = 2E_0^2$ .

## Génération d'éclairage d'état de polarisation l'aide d'une lame quart d'onde

Lorsque  $\phi = 90^\circ$ , la matrice de Mueller du retardateur (ou du quart d'onde) est  $M_{ret}(\phi = 90)$  :

$$M_{ret}(\phi) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \quad M_{ret}(\phi = 90) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.36})$$

**Remarque** : nous observons par la forme matricielle suivante, qu'une lumière incidente linéairement polarisée ressort circulairement polarisée du quart d'onde :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ +1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.37})$$

et vice-versa :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ +1 \end{pmatrix} = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ +1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.38})$$



# Equations de Maxwell - Equations de Fresnel

## Rappel des équations de Maxwell dans le vide

Nous nous sommes basées sur l'ouvrage de [Goldstein, 2003].

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{H} &= -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

où

- $\vec{E}$  est le champ électrique,
- $\vec{B}$  est l'induction magnétique,
- $\vec{D}$  est le déplacement électrique,
- $\vec{H}$  est le champ magnétique,
- $\epsilon_0$  est la permittivité dans le vide,
- $\epsilon$  est la permittivité,
- $\mu_0$  est la perméabilité dans le vide,
- $\mu$  est la perméabilité,

$$\text{Et} \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{C.2})$$

### Equations de Fresnel lorsque le champ électrique incident est perpendiculaire au plan incident

Voici schématiquement la configuration allée au champ électrique incident perpendiculaire au plan incident (figure C.1) :

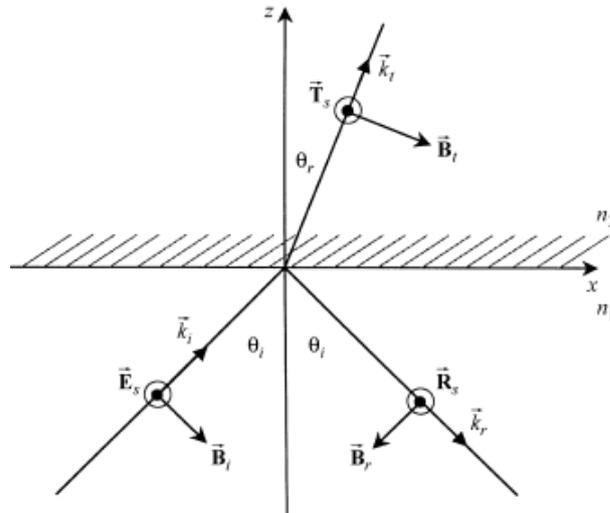


FIGURE C.1: Propagation de l'onde incidente avec le champ électrique  $E$  perpendiculaire au plan d'incidence.

En partant de la troisième équation de Maxwell qui donne la relation entre le champ magnétique  $\vec{E}$  et l'induction magnétique  $\vec{B}$  nous avons :

$$\vec{k} \wedge \vec{E} = \omega \vec{B} \quad (\text{C.3})$$

En injectant la formule C.2 dans l'équation précédente nous obtenons :

$$\vec{H} = \frac{\vec{k}_n \wedge \vec{E}}{\omega \mu_0} \quad (\text{C.4})$$

où  $\vec{k}_n$  est le vecteur d'onde du milieu dont l'expression est la suivante :

$$\vec{k}_n = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon} \hat{a}_n \quad (\text{C.5})$$

avec  $\hat{a}_n$  : un vecteur unitaire de la direction du vecteur d'onde.

En utilisant la formulation de  $\vec{k}_n$  de l'équation C.5, l'expression de  $\vec{H}$  devient :

$$\vec{H} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon} \frac{\hat{a}_n \wedge \vec{E}}{\sqrt{\omega \mu_0}} = \frac{\hat{a}_n \wedge \vec{E}}{\sqrt{\mu_0 / \epsilon}} \quad (\text{C.6})$$

$\Leftrightarrow$

$$\vec{H} = \frac{\hat{a}_n \vec{E}}{\eta} \quad (\text{C.7})$$

où

$$\eta = \sqrt{\frac{\eta_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}} = \frac{\eta_0}{n} \left( \eta_0 = \sqrt{\frac{\eta_0}{\epsilon_0}} \text{ et } n = \sqrt{\epsilon_r} \right) \quad (\text{C.8})$$

A l'aide de la figure C.1 et en nous servant de la formulation générale du champ magnétique en fonction du champ électrique (Cf équation C.7), voici les expressions du champ électrique  $\vec{E}_k$ , du champ magnétique  $\vec{H}_k$  et du vecteur unitaire relatifs à la direction  $\hat{a}_k$  de :

– l'onde incidente :

$$\vec{E}_\perp = -E_\perp \hat{a}_y \quad (\text{C.9})$$

$$\vec{H}_i = \frac{\hat{a}_i \vec{E}_\perp}{\eta_1} \quad (\text{C.10})$$

$$\hat{a}_i = \sin \theta_i \hat{a}_x + \cos \theta_i \hat{a}_z \quad (\text{C.11})$$

– l'onde réfléchie :

$$\vec{R}_\perp = -R_\perp \hat{a}_y \quad (\text{C.12})$$

$$\vec{H}_r = \frac{\hat{a}_r \vec{R}_\perp}{\eta_1} \quad (\text{C.13})$$

$$\hat{a}_r = \sin \theta_i \hat{a}_x - \cos \theta_i \hat{a}_z \quad (\text{C.14})$$

– l'onde transmise :

$$\vec{T}_\perp = -T_\perp \hat{a}_y \quad (\text{C.15})$$

$$\vec{H}_t = \frac{\hat{a}_t \vec{T}_\perp}{\eta_2} \quad (\text{C.16})$$

$$\hat{a}_t = \sin\theta_t \hat{a}_x + \cos\theta_t \hat{a}_z \quad (\text{C.17})$$

En utilisant les expressions du vecteur unitaire de chaque direction de propagation ( $a_k$ ), les composants du champ magnétique correspondant à chaque type d'onde s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \vec{H}_i &= \left[ \frac{-E_\perp \sin\theta_i}{\eta_1} \hat{a}_z + \frac{E_\perp \cos\theta_i}{\eta_1} \hat{a}_x \right] \\ \vec{H}_r &= \left[ \frac{-R_\perp \sin\theta_i}{\eta_1} \hat{a}_z - \frac{R_\perp \cos\theta_i}{\eta_1} \hat{a}_x \right] \\ \vec{H}_t &= \left[ \frac{-T_\perp \sin\theta_i}{\eta_1} \hat{a}_z + \frac{T_\perp \cos\theta_i}{\eta_1} \hat{a}_x \right] \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

La composante tangentielle du champ magnétique  $\vec{H}$  étant continue, nous avons la relation suivante :

$$H_i^{\text{tan}} + H_r^{\text{tan}} = H_t^{\text{tan}} \quad (\text{C.19})$$

Or la composante tangentielle de  $\vec{H}$  est obtenue par le produit scalaire de  $\vec{H}$  par  $\hat{a}_x$  ainsi l'égalité C.19 est équivalente à :

$$\frac{E_\perp \cos\theta_i}{\eta_1} - \frac{R_\perp \cos\theta_i}{\eta_1} = \frac{T_\perp \cos\theta_i}{\eta_2} \quad (\text{C.20})$$

Comme la composante tangentielle du champ électrique  $\vec{E}$  est continue nous obtenons l'égalité suivante :

$$T_\perp = E_\perp + R_\perp \quad (\text{C.21})$$

En utilisant l'égalité C.21 dans l'équation C.20, nous pouvons exprimer  $R$  en fonction de  $E$  :

$$\frac{E_\perp \cos\theta_i}{\eta_1} - \frac{R_\perp \cos\theta_i}{\eta_1} = \frac{(E_\perp + R_\perp) \cos\theta_i}{\eta_2} \quad (\text{C.22})$$

En isolant chaque terme nous avons :

$$E_\perp [\eta_2 \cos\theta_i - \eta_1 \cos\theta_t] = R_\perp [\eta_2 \cos\theta_i + \eta_1 \cos\theta_t] \quad (\text{C.23})$$

Ainsi l'équation de Fresnel correspondant à l'amplitude de la réflexion est :

$$R_\perp = \frac{\eta_2 \cos\theta_i - \eta_1 \cos\theta_t}{\eta_2 \cos\theta_i + \eta_1 \cos\theta_t} E_\perp \quad (\text{C.24})$$

ou encore (en utilisant les termes de refraction associés au différents milieu d'étude)

$$R_\perp = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} E_\perp \quad (\text{C.25})$$

ou encore (en utilisant l'égalité de Snell-Descartes :  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ )

$$R_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} E_{\perp} \quad (\text{C.26})$$

Nous pouvons exprimer de la même manière l'amplitude de la transmission  $T_{\perp}$  en fonction de  $E_{\perp}$ . En utilisant l'égalité dérivée de la continuité de la composante tangentielle du champ électrique :

$$R_{\perp} = T_{\perp} - E_{\perp} \quad (\text{C.27})$$

dans l'équation C.20 et en appliquant la même démarche calculatoire de la réflexion, l'équation de Fresnel correspondant à l'amplitude de la transmission est donc :

$$T_{\perp} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} E_{\perp} \quad (\text{C.28})$$

ou encore

$$T_{\perp} = \frac{2 \sin \theta_r \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)} E_{\perp} \quad (\text{C.29})$$

## Equations de Fresnel lorsque le champ électrique incident est parallèle au plan d'incidence

L'élaboration des équations de Fresnel relatives au champ électrique parallèle au plan d'incidence est basé sur le même raisonnement que pour le champ électrique perpendiculaire au plan d'incidence.

Les équations de Fresnel obtenus sont ainsi :

- pour l'amplitude de la réflexion :

$$R_{\parallel} = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} E_{\parallel} \quad (\text{C.30})$$

ou encore,

$$R_{\parallel} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} E_{\parallel} \quad (\text{C.31})$$

- pour l'amplitude de la transmission :

$$T_{\parallel} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} E_{\parallel} \quad (\text{C.32})$$

ou encore

$$T_{\parallel} = \frac{2 \sin \theta_r \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} E_{\parallel} \quad (\text{C.33})$$

# D

Estimation de la matrice fondamentale

## Méthodes d'estimation de la matrice fondamentale

A partir d'une série de paires de points  $(m, m')$  extraits des images gauches et droites de la mire prise à différentes positions, le système 4.45 étant équivalent à :

$$\Leftrightarrow U_i f = 0 \quad (\text{D.1})$$

où

$$U_i = [u_i u'_i, v_i u'_i, u'_i, u_i v'_i, v_i v'_i, v'_i, u_i, v_i, 1] \quad (\text{D.2})$$

et

$$f = [F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{21}, F_{22}, F_{23}, F_{31}, F_{32}, F_{33}]^T \quad (\text{D.3})$$

avec  $F_{ij}$  est l'élément de  $F$  à la ligne  $i$  et à la colonne  $j$ . Le  $i$  de  $U_i$  du système D.1 correspond au nombre de données utilisées.

Les méthodes permettant de calculer la matrice fondamentale en partant ou pas de la résolution du système posé dessus peuvent être classées en trois catégories :

### Les méthodes linéaires

**La méthode des sept points** Une méthode [Zhang, 1998] nécessitant sept points de correspondance pour la constitution de la matrice des données  $U$  de rang 7 du système linéaire D.1, dont la solution est donnée par :

$$f = \alpha f_1 + (1 - \alpha) f_2 \quad (\text{D.4})$$

où  $f_1$  et  $f_2$  engendrant l'espace nul de l'application linéaire D.1 sont obtenus par la décomposition en valeurs singulières de la matrice  $U_7$  et satisfont la condition :

$$\det[\alpha F_1 + (1 - \alpha) F_2] = 0 \quad (\text{D.5})$$

**La méthode des 8 points** Une méthode nécessitant huit points de correspondance pour la constitution de la matrice des données  $U$  de rang 8 du système linéaire D.1. La résolution s'effectue

- soit par la méthode des moindres carrés classique [Luong & Faugeras, 1996] en l'appliquant au système de la forme :

$$\tilde{U} f = U(:, 9) \quad (\text{D.6})$$

où  $\tilde{U}_{8 \times 8}$  est la matrice  $U$  de données privée de sa dernière colonne  $U(:, 9)$ . Le système D.6 est possible dans la mesure où  $F$  est définie à un facteur d'échelle près. La solution est alors :

$$f = (\tilde{U}^T \tilde{U})^{-1} \tilde{U}^T U(:, 9) \quad (\text{D.7})$$

- soit par la méthode des moindres carrés orthogonales [Torr & Murray, 1997] en rajoutant la contrainte  $\|f\| = 1$ .  $f$  peut alors être estimée en minimisant le critère :

$$\min_f \left( \|Uf\|^2 + \lambda (\|f\|^2 - 1) \right) \quad (\text{D.8})$$

La solution de ce problème de minimisation est bien connue Voir(Annexe).  $f$  est donnée par le vecteur propre correspondant à la plus petite valeur propre de la matrice  $U^T U$ .

Obtention de  $F$  de rang 2

Une décomposition en valeurs singulières de la matrice solution  $F$  est nécessaire dans les deux cas de manière à respecter le rang égal à deux de la matrice fondamentale

[Hartley & Zisserman, 2004]. Si nous considérons une décomposition en valeurs singulières de  $F$  :

$$F = WD(r, s, t)V^T \quad (\text{D.9})$$

où  $D$  est la matrice diagonale 3x3 de valeurs propres  $r \geq s \geq t$ . La solution finale  $F'$  est établie en forçant le rang de  $F$  à être égal à deux, ce qui se traduit par :

$$F' = WD(r, s, 0)V^T \quad (\text{D.10})$$

Remarques

- En réalité, la résolution par la méthode des moindres carrés s'effectue avec plus de 8 données en général.
- Une variante de même type de transformation de système existe également et est fournie par l'article [Zhang, 1998].
- Dans un article paru [Hartley, 1995], Hartley montre comment on peut rendre la solution linéaire encore plus robuste numériquement en opérant un changement de repère sur les données.

**Les méthodes itératives**

**Approche itérative directe** La matrice fondamentale peut être également estimée en minimisant les distances entre les points et les droites épipolaires formalisé par le problème d'optimisation suivante :

$$\min_F \sum_i d^2(m_i, Fm'_i) + d^2(m_i, Fm'_i) \quad (\text{D.11})$$

Le problème peut être résolu directement par des méthodes itératives telles que Levenberg-Marquardt ou Newton-Raphson [Salvi, 1997].

**Approche itérative pondérée** Une autre possibilité proposée par Luong Faugeras repris dans l'article [Zhang, 1998] consiste à pondérer la fonction coût à minimiser (Equation D.12) de manière à affecter un poids faible au couple de points bruités.

$$\min_F \sum_i w_i^2 (m_i^T Fm'_i)^2 \quad (\text{D.12})$$

où

$$w_i = \left( \frac{1}{l_1^2 + l_2^2} + \frac{1}{l'_1{}^2 + l'_2{}^2} \right)^{1/2} \quad (\text{D.13})$$

$$Fm'_i = (l_1, l_2, l_3)^T \quad (\text{D.14})$$

$$F^T m_i = (l'_1, l'_2, l'_3)^T \quad (\text{D.15})$$

La matrice fondamentale  $F$  est estimée en appliquant une méthode itérative linéaire [Référence] avec  $w_i = 1$  à la première itération et une initialisation de  $F$  par une méthode linéaire.

Obtention de  $F$  de rang 2

Etant donné que ces méthodes itératives ne garantissent pas le rang égal à deux de la matrice

fondamentale, une méthode dénommée minimisation non linéaire dans l'espace de paramètres [Zhang, 1998] résout la situation. Elle est basée en paramétrant la matrice fondamentale  $F$  à l'aide des coordonnées des épipoles  $(x_e, y_e)$  et  $(x'_e, y'_e)$  de la manière suivante :

$$F = \begin{pmatrix} a & b & -ax_e - by_e \\ c & d & -cx_e - dy_e \\ -ax_{e'} - cy_{e'} & -bx_{e'} - dy_{e'} & (ax_e - by_e)x_{e'} + (cx_e - dy_e)y_{e'} \end{pmatrix} \quad (\text{D.16})$$

L'estimation de  $F$  revient alors à maximiser l'équation suivante :

$$(ad - bc)^2 \sqrt{x_e^2 + y_e^2 + 1} \sqrt{x_{e'}^2 + y_{e'}^2 + 1} \quad (\text{D.17})$$

Parmi l'approche itérative pondérée, il existe également une autre classe de méthodes itératives basées sur la méthode de gradient

[Hartley & Zisserman, 2004] permettant de résoudre le problème d'optimisation explicité à D.12 avec les poids  $w_i$  différemment exprimés :

$$w_i = 1 / \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l'_1{}^2 + l'_2{}^2} \quad (\text{D.18})$$

Enfin, deux méthodes itératives appelées FNS (Fundamental Numerical Scheme) et CFNS (Constrained Fundamental Numerical Scheme) sont dernièrement développés par [Chojnacki et al., 2002]. La méthode de résolution est fondée sur la technique de minimisation de Newton-Raphson aboutissant à un autre problème de minimisation où la fonction coût à minimiser s'écrit :

$$J_{AML} = \sum_i \frac{m_i^T F m'_i}{m_i^T F F^T m_i + m_i'^T F F^T m_i'} \quad (\text{D.19})$$

#### Remarque

- L'estimation non linéaire de la matrice fondamentale est moins sensible au bruit que la méthode linéaire. Les deux méthodes linéaires et non linéaires supposent cependant un appariement parfait de points entre les deux images. Soit s'il y a des appariements incorrects dénommés "outliers" aucune des méthodes ne donne des résultats satisfaisants. Pour pallier au problème d'appariements incorrects des méthodes statistiques robustes peuvent être utilisées.

## Les méthodes robustes

Les méthodes robustes sont les méthodes les plus couramment implémentées pour estimer la matrice fondamentale  $F$  de par leur capacité à exclure les couples de points aberrants soit par :

**l'affectation d'une certaine pondération** élaborée sur une base statistique à chaque résidu  $r_i$  relatif à un couple de points d'apprentissage  $i$  tel que la méthode des *M-estimator* [Hartley & Zisserman, 2004]. Le problème de minimisation à résoudre est :

$$\min_F \sum_i w_i r_i^2 \quad \text{avec} \quad r_i = m_i^T F m'_i \quad (\text{D.20})$$

où les poids  $w_i$  sont communément calculés soit par les critères de Huber [Huber, 1981]

$$w_i = \begin{cases} 1 & |r_i| \leq \sigma \\ \sigma/|r_i| & \sigma < |r_i| \leq 3\sigma \\ 0 & 3\sigma < |r_i| \end{cases} \quad (\text{D.21})$$

soit par les critères de Tuckey [Mosteller & Turkey, 1977]

$$w_i = \begin{cases} (1 - (\frac{r_i}{4.6851})^2)^2 & |r_i| \leq \sigma \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{D.22})$$

avec  $\sigma = 1.4826(1 + 5/(n - 7))\text{median}_i|r_i|$ , un robuste écart type utilisé pour le seuillage [Zhang, 1998].

**une sélection aléatoire d'un certain nombre de données**  $q$  fois d'un ensemble de  $N$  couples de points d'apprentissage (par la méthode de Monte-Carlo ou autre [Zhang, 1998]) à partir d'un ensemble de données  $\Omega$  afin de déterminer le set de couples minimisant le résidu  $r_i$  considéré. Exemples de méthodes robustes basées sur ce principe : Ransac (Random Sampling) [Torr & Murray, 1997] et d'autres méthodes dérivées de Ransac telles que Mlesac (Maximum Likelihood Sample Consensus) [Luong & Faugeras, 1996] et Mapsac(Maximum Likelihood Sample Consensus) [Torr, 2002].

Le critère à minimiser peut être également basé sur le médian du résidu  $r_i$  telle que pour la méthode LMedS (Least-Median-Squares) [Zhang, 1998], Equation D.23. Néanmoins, à la différence de Ransac, le critère de sélection des points pour Least median square est plus restrictif éliminant davantage de points.

$$\min_F \text{median}_i r_i^2 \quad (\text{D.23})$$

Le nombre de tirage de set  $q$  est déterminé par un calcul de probabilité simple connaissant  $\varepsilon$  le ratio des "outliers" contenus dans  $\Omega$  et  $P$  la probabilité d'avoir au moins un set de points non aberrants parmi  $q$  sets de tirage aléatoire de  $N$  données.

$$P = 1 - [1 - (1 - \varepsilon)^N]^q \Leftrightarrow q = \frac{\log(1 - P)}{\log[1 - (1 - \varepsilon)^N]} \quad (\text{D.24})$$

Le tirage de  $N$  points constituant un set de données s'effectue en considérant une répartition préalable des données de  $\Omega$  (Par la technique de Bucketing par exemple [Zhang, 1998]. Comme dans la première catégorie de méthodes, la matrice fondamentale définitive  $F'$  est déterminée en forçant le rang de la matrice  $F$  estimée au travers de sa décomposition en valeur singulière.

# Table des figures

2.1	Modélisation de la réflexion sur une surface (a) lisse ; (b) moins lisse. . . . .	10
2.2	Modélisation de la réflexion sur une surface rugueuse. . . . .	10
2.3	Surface aléatoire avec même écart type mais avec une distance de corrélation forte (a) et faible (b). . . . .	11
2.4	Modèle de surface de [Torrance & Sparrow, 1967]. . . . .	12
2.5	Exemples de flux de lumières possibles pour une surface qualifiée de transparente ou semi-transparente ou translucide. . . . .	13
2.6	(a) Scanners à laser point : $\mu$ Epsilon et WizProbe de Nextec ; (b) Scanners à laser ligne : Tête laser de GScan de Romer et Biris 3D du CNRC ; (c) Système de body-scanning [DApuzzo, 2007] et système commercial de stéréovision avec projection d'éclairage texturé, C3D de tunninginstitute. . . . .	16
2.7	(a) Scanner par temps de vol, Mensi GS101 ; (b) Interféromètre optique, Moller-Wedel ; (c) Scanner adapté aux objets brillants, scanner multi-laser XC65D. . . . .	17
2.8	Illustration relative au principe de la méthode de [Hata et al., 1996] : (a) Dispositif expérimental ; (b) Lumière projetée sur un objet transparent réel. . . . .	19
2.9	Illustration relative au principe de reconstruction de [Ben-Ezra & Nayar, 2003] : (a)(b) Deux images d'une boule transparente placée devant une peinture prises à partir de différents points de vue d'une caméra ; Les points caractéristiques de l'arrière-plan sont localisés à deux endroits différents selon le point de vue de la caméra. (c) En rouge sont les rayons incidents en provenance d'un point caractéristique de l'arrière-plan de l'objet (en bleu) ; Quelques uns de ces rayons passant par le centre optique de la caméra sont capturés par la caméra. Ainsi, la localisation de ces rayons capturés est déterminée à partir de la connaissance des paramètres intrinsèques et le déplacement de la caméra. . . . .	20
2.10	Illustration relative au principe de la méthode de [Agarwal et al., 2004] : (a) Dispositif expérimental utilisé ; (b) Le motif de l'arrière-plan utilisé. . . . .	20
2.11	Illustration relative au principe de reconstruction de [Atcheson et al., 2009] : (a) Acquisition d'un gaz émis par un brûleur ; (b) Reconstruction 3D obtenue à un instant donné. . . . .	21
2.12	Illustration relative à la méthode de [Kutulakos & Steger, 2005] : (a) Le dispositif expérimental ; L'objet transparent considéré vue de face (b) et de profil (c) ; (d) Résultats de la reconstruction obtenus. . . . .	22
2.13	Illustration relative à la méthode de [Morris & Kutulakos, 2007] : (a) Un objet transparent doté d'un intérieur inhomogène complexe ; (b) Lumière projetée sur un objet transparent réel. . . . .	22
2.14	(a) Système de scanner de [Hullin et al., 2008] ; (b) Les résultats obtenus. . . . .	23

2.15	Illustration relative à la méthode SFH : (a) Le dispositif et le principe triangulation utilisés [Forsyth & Ponce, 2003]; (b) Photo de l'objet transparent à numériser par SFH; (c) Le modèle 3D obtenu; (d) La carte de déviation correspondante. . . . .	24
2.16	(a) Dispositif expérimental proposé dans [Miyazaki & Ikeuchi, 2005]; (b) L'objet transparent à numériser; (c) Le modèle 3D obtenu. . . . .	25
2.17	(a) Exemple de capteurs confocaux, PLu 4300 de <b>Sensofar</b> ; (b) Exemple de contrôle dans lequel est enregistré la calibration de chaque capteur confocal qui lui est affecté; (c) Principe de mesure confocale : l'assemblage de lentilles, spot de mesure et le matériau transparent mesuré. . . . .	26
2.18	(a) Mesure de l'épaisseur d'un verre depuis un côté; (b) Mesure en une seule fois depuis un seul côté de l'épaisseur de parois d'une éprouvette; (c) Mesure de distance et d'épaisseur de liquide. . . . .	26
2.19	Un exemple de microscopie interférométrique, PLu 4300 de <b>Sensofar</b> utilisant une diode bleue de 460nm et une diode de lumière blanche. . . . .	27
3.1	Propagation des ondes planes. . . . .	30
3.2	(a) Onde plane elliptiquement polarisée; (b) Représentation des trois états de polarisation principaux. . . . .	33
3.3	Polarisations elliptiques selon différentes valeurs du déphasage $\delta$ . . . . .	34
3.4	Un rotateur d'angle $\theta$ . . . . .	41
3.5	Montage statique pour déterminer les paramètres de Stokes : (a) étape n°1, (b) étape n°2. . . . .	42
3.6	Variation de l'intensité $I$ en fonction de l'angle $\alpha$ . . . . .	45
3.7	Montage équivalent au filtre polariseur tournant à l'aide d'un retardateur variable à cristaux liquides. . . . .	46
3.8	(a) Illustration sur l'utilisation d'un filtre polarisant : images acquises respectivement sans filtre polarisant (en haut) et avec filtre polarisant (en bas); (b) Illustration relative au principe de filtrage des lunettes à filtre polarisant; (c) Rappel schématique de la polarisation verticale et horizontale; (d) Photo du ciel bleu prise en équipant l'objectif d'un filtre polarisant; (e)(f) et (g)(h) Illustration relative à l'utilisation de la polarisation pour faire apparaître de la couleur dans l'image respectivement des fibres textiles, de conglomerat de quartz et des plexiglas. . . . .	47
3.9	(a) Exemple de colposcope. b) Degré de polarisation in vivo (en haut) et matrice de Mueller d'une pièce de conisation in vitro (en bas) [Anastasiadou, 2007]. . .	48
3.10	Application de l'étude de la polarisation : séparation des scènes virtuelle et réfléchi sur un plan transparent. . . . .	49
3.11	Éclairage polarisé avec un filtre polariseur devant la caméra : (a) polarisation parallèle; (b) polarisation croisée [Bolle et al., 1996]. Exemple de discrimination entre un objet diffusant (à gauche) et un objet métallique (à droite) : (c) image d'intensité; (d) image du degré de polarisation $D_p$ [Alouini et al., 2004]. . . . .	50
3.12	Résultats obtenus respectivement par [Miyazaki et al., 2004], [Ferraton et al., 2009] et [Morel et al., 2005] : (a)(b)(c) Les photos 2D; (d)(e)(f) Les modèle 3D obtenus correspondants. . . . .	52
3.13	Réflexion d'une onde non polarisée sur une surface réfléchissante. . . . .	54
3.14	Illustration relative au fondement de la reconstruction par polarimétrie . . . . .	55
3.15	Limitation induite par la géométrie du dôme. . . . .	56

3.16	Degré de polarisation en fonction de l'angle zénithal pour une surface de type diélectrique tel le verre ( $n = 1,5$ ).	59
3.17	Ambiguïté sur la détermination de l'angle azimutal $\phi$ à partir de l'angle de polarisation $\varphi$ : (a) $\phi = \varphi + \pi/2$ et (b) $\phi = \varphi - \pi/2$ .	59
3.18	Valeur limite de l'angle de réflexion $\theta_{min}$ .	61
3.19	Création de l'image contenant l'information sur l'orientation des normales selon les quatre quadrants : l'image $I_{quad}$ possède uniquement quatre niveaux de gris.	63
3.20	(a) Principe de l'algorithme utilisant les quatre quadrants : la valeur des angles est celle donnée par $\phi = \varphi - \pi/2$ , et la partie hachurée représente les valeurs à changer $\phi = \phi + \pi$ . (b) Image résultat de l'angle azimutal $\phi$ ( $\phi \in [-\pi/2, 3\pi/2]$ ) d'une sphère.	63
3.21	(a) Levée de l'ambiguïté grâce à l'information au bord, [Miyazaki et al., 2004] ; (b) Intersection de deux plans spéculaires d'incidence, [Wolff & Boulton, 1991].	64
3.22	Convention de la discrétisation spatiale utilisée.	65
3.23	Modèle perspectif.	72
3.24	Illustration de la différence entre un modèle perspectif (a) et un modèle orthographique (b).	72
3.25	Acquisition avec un objectif respectivement non télécentrique <b>en haut</b> et télécentrique <b>en bas</b> : (a) Deux vis identiques séparés de 100mm de profondeur par rapport à l'objectif. (b) Intérieur d'un objet cylindrique.	73
3.26	Estimation de la profondeur $z$ par polarimétrie sur le plan image de $l$ lignes et $c$ colonnes, selon le modèle orthographique.	74
3.27	Adaptation de la reconstruction par polarisation basée sur le modèle perspectif avec l'établissement d'un plan $Z_0$ .	76
3.28	(a) Projection perspective des points objet sur le plan image ; (b) Projection orthographique des points objets sur le plan image ; (c) Reconstruction par polarisation classique, complémentaire à la Figure 3.26, où $Z_0$ est égal au plan image.	77
3.29	Synthèse schématique du processus de reconstruction proposé.	80
3.30	Montage du dispositif de numérisation par polarisation dans le visible.	81
3.31	Quelques images de la mire ayant servi à calibrer la caméra.	83
3.32	Résultats de la calibration : (a) Paramètres intrinsèques ; (b) Paramètres extrinsèques ; (c) Répartition de l'erreur (résidu) associée à l'estimation de chaque point $j$ de chaque mire $i$ .	83
3.33	(a) Bille métallique ; (b) Photo polarimétrique acquise pour $\alpha = 0$ . (c) Zoom de (b).	84
3.34	(a) Carte binaire issue de la méthode de validation ; (b) Courbes d'intensités (variant en fonction de $\alpha$ ) associées à un pixel noir ; (c) Courbes d'intensités (variant en fonction de $\alpha$ ) associées à un pixel blanc.	85
3.35	(a) Degré de polarisation ; (b) Angle de polarisation.	85
3.36	Acquisition par éclairage par quadrant, ouest, est, nord puis sud.	86
3.37	(a) Courbe du degré de polarisation pour $\hat{n} = 0.52 + 4.35i$ ; (b) $I_{quad}$ .	86
3.38	(a) Angle zénithal ; (b) Angle azimutal.	86
3.39	(a) Champs de normales, (b) Image de profondeur, (c) Modèle 3D obtenu à $z_0 = 197mm$ , représentés sous <b>matlab</b> .	87

3.40	(a) Différentes calottes sphériques obtenues pour différents $Z_0$ localisés en mm à $z_0 = 250, 210, 170, 120$ ; (b) Fitting de la calotte sphérique obtenue (en gris) par notre approche avec une sphère de référence(en vert), Voir ensuite Figure 3.41(d).	87
3.41	(a) Modèle 3D obtenu considérant tous les points; (b) La carte de déviation correspondante, $\mu = 0.37mm, \sigma = 0.46mm$ . (c) Modèle 3D obtenu excluant les points bruités détectés; (d) Carte de déviation correspondante, $\mu = 0.21mm, \sigma = 0.32mm$ .	88
3.42	(a) Comparaison des modèles 3D obtenus à la Figure 3.41(a) et à la Figure 3.41(c); (b) Carte de déviation correspondante $\mu = 1.78mm$ et $\sigma = 1.79mm$ .	89
3.43	Illustration associée à la reconstruction de la cuillère métallique : (a) Photo;(b) carte binaire;(c) Image de profondeur; (d) Maillage 3D; (e)(f) Modèles 3D sous différents angles de vue.	90
3.44	Images polarimétriques acquises pour certains $\alpha$ .	91
3.45	(a) Carte binaire initiale résultant de l'algorithme associé à la méthode de validation, Section 3.4.2.2, le critère 3 n'ayant pas encore été élaboré; (b) Illustration d'une fausse détection due à la non prise en compte des dérivées des intensités : Courbes d'intensité obtenues associées à un pixel noir, pixel classifié bien mesuré.	92
3.46	Comparaison des modèles 3D obtenus selon le schéma numérique utilisé. Ordre d'apparition : modèle 3D, carte de profondeur, modèle 3D vu de dessus.	93
3.47	Illustration relative aux inter-réflexions produites par deux billes métalliques : (a) Image 2D; (b) Carte binaire issue de la méthode de validation; (c) Reconstruction 3D classique; (d) Reconstruction 3D considérant uniquement les points polarisés bien mesurés.	94
3.48	Images polarimétriques acquises pour certains $\alpha$ .	95
3.49	(a) Le degré de polarisation; (b) L'angle de polarisation; (c) L'angle zénithal; (d) L'angle azimutal.	95
3.50	(a) Iquad; (b) Reconstruction 3D par polarimétrie classique à partir de tous les points.	96
3.51	(a) Le masque utilisé; (b) Image 2D; (c) Modèle 3D complémentaire à la Figure 3.43(e)(f), obtenue en utilisant notre approche, c-à-d reconstruction basée sur le masque.	96
3.52	(a) Le dispositif polarimétrique IR utilisé; (b) Illustration des conditions d'acquisition liées à l'emplacement de l'objet mesuré par le système.	98
3.53	Le dôme IR utilisé : (a)(b) La pièce couvrante vue respectivement de l'extérieur et de l'intérieur. (c) La plaque de résistance; (d) La source d'alimentation des résistances et la boîte de commande assurant la génération par quadrant d'IR.	98
3.54	Le déroulement du montage polarimétrique : (a) Un zoom sur la caméra IR et le polariseur IR; (b) Illustration de la distance de travail adopté; (c) Placement de l'objet à mesurer au centre du dôme; (d) Le dispositif final monté.	99
3.55	(a) Le verre considéré dans l'IR; (b) La mire thermique.	100
3.56	Illustration de certaines images de la mire thermique utilisées pour le calibrage de la caméra IR : (a)(b)(c) Les images brutes et (d)(e)(f) Les images traitées correspondantes.	100
3.57	Résultats de la calibration : (a) Paramètres intrinsèques; (b) Paramètres extrinsèques; (c) Répartition de l'erreur associée à l'estimation des paramètres.	101

3.58	(a) Image thermique du verre acquise sans le polariseur ; (b) à (t) Images polarimétriques IR du verre pour une orientation $\alpha$ considérée du polariseur. . . . .	103
3.59	Illustrations relatives à la méthode de validation : (a) La carte binaire où les pixels noirs correspondent aux points polarisés bien mesurés détectés et les pixels blancs aux points non polarisés ou polarisés bruités détectés ; (b) Courbes d'intensités $I$ (variant en fonction de $\alpha$ ) associées à un pixel noir de coordonnées image (110, 325) ; (c) Courbes d'intensités $I$ (variant en fonction de $\alpha$ ) associées à un pixel blanc de coordonnées image (322, 292). . . . .	104
3.60	(a) Degré de polarisation ; (b) Angle de polarisation. . . . .	105
3.61	Acquisition par quadrant dans l'IR. . . . .	106
3.62	(a) Courbe du degré de polarisation du verre à numériser, d'indice de réfraction complexe $\hat{n} = 1.6 + 3.5i$ dans l'IR considéré ; (b) $I_{quad}$ . . . . .	106
3.63	(a) L'angle zénithal ; (b) L'angle azimutal. . . . .	106
3.64	Différentes représentations du modèle 3D obtenu du verre considéré (3.55(a)) : (a) Sous @Rapidform ; (b) Sous matlab. (c) La carte de profondeur correspondante sous matlab. . . . .	107
3.65	Illustration relative à la reconstruction d'un fond de bouteille d'eau minérale en plastique (BPEau) ; (a) Sa photo ; (b) La carte binaire ; (c)(d) Images polarimétriques acquises respectivement pour $\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = 90^\circ$ ; (e) Le modèle 3D obtenu. . . . .	108
3.66	Illustration relative à la reconstruction d'un motif de bouteille de coca en plastique (BPCoca) ; (a) Sa photo ; (b) La carte binaire ; (c)(d) Images polarimétriques acquises respectivement pour $\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = 90^\circ$ ; (e) Le modèle 3D obtenu. . . . .	109
3.67	(a)(b) Images polarimétriques brutes du verre et leurs images traitées respectives (c)(d). . . . .	110
3.68	Le logiciel de visualisation et de traitement des images polarimétriques brutes avec les paramètres de réglage automatique (1) ou manuel (2) pour la conversion d'une image de température (en fausses couleurs) en image d'intensité. . . . .	110
3.69	Le masque utilisé pour la reconstruction 3D. . . . .	111
3.70	Modèle 3D du verre présenté sous différents points de vue (a)(b) en supplément à la Figure 3.64. . . . .	111
3.71	(a)(b)(c) Les courbes d'évolution des températures ( $T$ en degré celsius) minimales et maximales mesurées en fonction de $\alpha$ ; (d) Tableau récapitulatif des valeurs de température et de longueurs d'onde correspondantes. . . . .	112
3.72	(a) La courbe des valeurs propres issues de la combinaison optimale parmi $m$ possibilités en fonction du nombre de données $n$ considéré ; (b) Graphe du conditionnement de $H = A^T A$ associé à chaque combinaison optimale choisie en fonction du nombre de données $n$ . . . . .	116
4.1	Illustration relative à la loi de Beer-Lambert. . . . .	121
4.2	(a) Diagramme simplifié de Jablonski ; (b) Principe de Franck-Condon et image miroir du spectre d'absorption. . . . .	123
4.3	Utilisation de la fluorescence pour le marquage biologique : (a) A et B, Région du chromosome drosophile X [Schultz et al., 2000] ; (b) Diffusion de nanoparticules métalliques en champ sombre [Hardenot, 2009]. . . . .	123
4.4	(a) Laser scanning Microscopes LSM 710 (Zeiss) pour l'examen des spécimens fluorescents en biologie (b) ; (c) Lampe au deutérium. . . . .	124

4.5	(a) Vue d'ensemble de la MFX, campagne de mesure au musée d'Unterlinden, Colmar, sur le retable d'Issenheim ;(b)Analyse par MFX de la Princesse d'Este de Pisanello. . . . .	124
4.6	(a) Détail de la MFX, vue de dessous ; à gauche, la caméra au centre, le collimateur et à droite le détecteur. (b) Une autre configuration de la MFX. . . . .	125
4.7	Reconstruction d'un verre transparent par son immersion dans un liquide fluorescent [Hullin et al., 2008]. . . . .	125
4.8	La composition approximative des verres classiques : (a) Verre silico-sodo-calcique ; (b) Verre céramique ; (c) Verre borosilicate ; (d) Verre au plomb. . . . .	126
4.9	(a) Verres étudiés par Kreidl en fonction de leur type, leur composition et leurs propriétés ; (b) Verre pyrex ; (c) Verres flint ; (d) Verres à indice élevé. . . . .	127
4.10	Exemples de verres uranifères. . . . .	127
4.11	(a) Exemple de verre alcali ; (b) Variation de l'intensité de fluorescence en fonction de la teneur en $SiO_2$ du verre. . . . .	128
4.12	(a) Spectre d'émission de fluorescence en fonction de la présence de quelques éléments chimiques. (b) Exemple de verre de cérium : le phare d'une moto. . . . .	128
4.13	(a) L'influence de certains éléments sur la couleur de la fluorescence obtenue ([Kreidl, 1945]) ; (b) Variation de l'intensité bleue brillante en fonction de la teneur en plomb et en baryum. . . . .	129
4.14	(a) Ramequin (R) ; (b) Verre de moutarde (VM) ; (c) Tasse turque (TT) ; (d) Verre de vin (VV) ; (e) Verre de champagne (VC) ; (f) Ampoule (A) ; (g) Verre rempli (VR) ; (h) Boule de verre rempli d'eau (BVE) ; (i) Bol (B) ; (j) Verre en plastique (VP) ; (k) Boîte en plastique (BP) ; (l) Bouteille plastique rouge (BPR) ; (m) Bouteille plastique verte (BPV). . . . .	131
4.15	Plaques de matériaux utilisées pour l'analyse expérimentale par vision. . . . .	132
4.16	Spectrophotomètre <b>Lambda 900</b> . . . . .	132
4.17	(a) L'intérieur du spectrophotomètre ; (b) Le principe de mesure du spectre d'absorption. . . . .	133
4.18	Courbes d'absorbance des objets de la Figure 4.14. . . . .	134
4.19	Coefficient d'absorption de certains matériaux. . . . .	135
4.20	Comparaison des courbes de coefficient d'absorption ; (a) représentée sur une échelle normale ; (b) représentée sur une échelle logarithmique. . . . .	136
4.21	Dispositif de spectrométrie. . . . .	137
4.22	Spectre d'émission des objets de la Figure 4.14. . . . .	139
4.23	Fluorescence observée sur différentes plaques de matériaux d'épaisseur identique de 4mm : (a) verre clair ; (b) plexiglas ; (c) neoceram ; (d) parsol vert ; (e) parsol gris ; (f) parsol bronze. (g) Système d'analyse par vision ; (h) Exemple de plaque de verre clair irradié. . . . .	140
4.24	Résultats d'erreur obtenus sur les cinq mesures de chaque plaque de matériau, de même épaisseur, présentée à la Figure 4.23 de (a) à (f). . . . .	141
4.25	(a) Les plaques de verre de différentes épaisseurs 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12 mm. (b) Les plaques de plexiglas de différentes épaisseurs 2, 3, 4, 5, 6 mm. . . . .	142
4.26	Résultats d'erreur obtenus sur les cinq mesures de plaque de verre clair pour chaque épaisseur présentée à la Figure 4.25(a). . . . .	142
4.27	Résultats d'erreur obtenus sur les cinq mesures de plaque de plexiglas pour chaque épaisseur présentée à la Figure 4.25(b). . . . .	143

4.28	Variation de l'écart-type de l'erreur minimale (Tableau 4.4) de chaque matériau en fonction de l'épaisseur. . . . .	143
4.29	Synthèse des quatre dispositifs expérimentaux de scanning par laser UV sous forme de tableau (a) et schématiquement (b). . . . .	145
4.30	(a) Scanner 3D conventionnel <b>Comet 5 Steinbichler</b> ; (b) La poudre matifiante utilisée; (c) Un exemple d'objet transparent à matifier; (d) L'objet transparent (c) opacifié avant le scanning par le scanner présenté à la Figure (a). . . . .	146
4.31	Dispositif 1. . . . .	146
4.32	Illustration du système stéréoscopique adopté. . . . .	151
4.33	Illustration de la géométrie épipolaire dans le système image. . . . .	154
4.34	Photo du dispositif 1 : (a) Le laser 1 et le miroir pivotant; (b) Le capteur stéréoscopique. . . . .	156
4.35	Illustration relative au calibrage de la caméra gauche; (a) Paramètres intrinsèques; (b) Paramètres extrinsèques; (c) Mire de calibrage; (d) Répartition de l'erreur (ou résidu) associée à l'estimation de chaque point $j$ de chaque mire $i$ , Voir Equation 4.30. . . . .	157
4.36	Illustration relative au calibrage de la caméra droite : (a) Paramètres intrinsèques; (b) Paramètres extrinsèques; (c) Répartition de l'erreur associée à l'estimation de chaque point $j$ de chaque mire $i$ , Voir Equation 4.30. . . . .	158
4.37	Illustration relative au calibrage stéréoscopique : (a) Les paramètres optimaux de la caméra; (b)(c) Les paramètres extrinsèques optimaux. Voir Equation 4.34. . . . .	159
4.38	Illustration relative au calcul de la matrice fondamentale selon la relation spatiale entre les caméra adoptée : "Gauche en fonction de Droite" ou "Droite en fonction de Gauche Equation 4.46" : (a) L'erreur en pixel de la distance de chaque point d'apprentissage à la droite épipolaire estimé dans l'image gauche; (b) Les matrices fondamentales gauches et droites utilisées pour estimer la droite épipolaire respectivement dans l'image de droite et dans l'image gauche; (c) L'erreur en pixel de la distance chaque point d'apprentissage à la droite épipolaire estimé dans l'image de droite. . . . .	160
4.39	Résultats du scanning de la bouteille de vin; (a) Photo; (b) Image de la fluorescence induite à la surface; (c) Modèle 3D obtenu; (d) Carte de déviation. . . . .	161
4.40	Résultats du scanning de la tasse turque : (a) Photo; (b) Image de la fluorescence induite à la surface; (c) (d) Points 3D obtenus; (e) Le maillage 3D correspondant obtenu; (f) Modèle 3D obtenu par un scanner conventionnel sans préparation préalable de la surface; (g) Modèle 3D de référence; (h) Carte de déviation. . . . .	162
4.41	(a) Dispositif 2; (b) Photo du plan de référence dans le jour; (c) Image de fluorescence (point blanc) prise dans les conditions d'acquisition. . . . .	163
4.42	Illustration relative au "tracking" automatique du plan de référence. Les quatre croix rouge sont les points représentatifs de chaque diode définissant l'image du plan de référence pour une position donnée de l'objet. . . . .	165
4.43	Photo du dispositif 2. . . . .	166
4.44	Illustration de la mise en correspondance : (a) Image de fluorescence gauche; (b) Sélection du point fluorescent représentatif à apparier pour l'image gauche; (c) La ligne épipolaire correspondante dans l'image droite; (d) "Tracking" du point correspondant dans l'image droite en se basant sur la contrainte épipolaire. . . . .	167
4.45	Résultats du scanning du verre de vin : (a) Photo; (b) (c) Points 3D obtenus; (d) Carte de déviation. . . . .	168

4.46	Résultats du scanning du verre de moutarde; (a) Photo; (b) (c) Points 3D obtenus; (d) Modèle 3D de référence; (e) Carte de déviation. . . . .	168
4.47	Dispositif 3 . . . . .	170
4.48	Illustration de la calibration. . . . .	170
4.49	Somme de 21 images de fluorescence acquises à différentes profondeurs connues ( $Z=0\text{mm}$ à $100\text{mm}$ par pas de $5\text{mm}$ ) illustrant la modélisation de la projection du faisceau laser UV durant la calibration (les points fluorescents extraits sont en rouge). . . . .	171
4.50	Modélisation de la profondeur en fonction de la distance calculée à partir des points fluorescents extraits de l'image de la Figure 4.49, (a) par Marzani et (b) par une droite; la droite ne respectant pas le modèle de projection de la caméra est moins appropriée par rapport au modèle de Marzani (avec une erreur de modélisation d'écart-type $\sigma = 1.36\text{mm}$ contre $\sigma = 0.077\text{mm}$ pour Marzani). . .	173
4.51	Illustration relative à la détermination de $Z_0$ optimale parmi $m$ positions. . . .	174
4.52	Zoom des points fluorescents; (a) Image zoomée x4 de la fluorescence induite sur la boule de verre (Figure 4.14(h)); (b) Image zoomée x3 de la fluorescence induite sur la bouteille plastique d'eau minérale (Figure 4.58(a)) (Zoom x 3); (c) "Tracking" de la tache de fluorescence (à gauche) en présence de bruit (à droite). . . . .	175
4.53	Photo du dispositif 3. . . . .	177
4.54	(a) Photo du plan mobile blanc fluorescent utilisé à la calibration; (b) Image du plan mobile irradié acquise à $Z=0\text{mm}$ ; (c) Image du plan mobile irradié acquise à $Z=100\text{mm}$ . . . . .	177
4.55	Courbe de la variance de l'erreur de modélisation $Var(\hat{\varepsilon})$ en fonction de la position $Z_0$ . . . . .	178
4.56	Carte de déviation de la boule remplie d'eau acquise pour différentes $Z_0$ : (a) $Z_0=1120$ ; (b) $Z_0=1220$ ; (c) $Z_0=1270$ ; (d) $Z_0=1280$ ; Voir Tableau 4.9 pour les détails statistiques. . . . .	179
4.57	Modèles 3D des objets reconstruits pour $Z_0 = 1270$ avec leur carte de déviation respective: (a) Boule remplie d'eau; (b) Verre plastique; (c) Ramequin. . . . .	180
4.58	Reconstruction de la bouteille d'eau minérale en plastique. . . . .	182
4.59	Modèles 3D lissés obtenus présentés sous forme de points 3D ou/et texturés de certains objets et la carte de déviation correspondante. . . . .	184
4.60	(a) Modèle 3D obtenu à la première acquisition (1ère orientation) de la bouteille minérale en plastique, présenté en plus grand format sous différents angles de vue; (b) La carte de déviation correspondante avec $0.115\text{mm}$ de moyenne et $0.118\text{mm}$ d'écart-type. . . . .	186
4.61	Dispositif 4. . . . .	187
4.62	Illustration du quadrangle fluorescent acquise à différentes $Z$ ; . . . . .	188
4.63	Illustration relative au principe de la calibration. . . . .	189
4.64	(a) Illustration relative à la modélisation de la ligne de fluorescence par une droite; (b) Illustration relative à l'identification de l'image du quadrangle et à la sélection de quelques points d'apprentissage (en croix vert) à une position $Z$ donnée. . . . .	190

4.65	Somme de 15 images de fluorescence acquises à différentes profondeurs connues ( $Z=0\text{mm}$ à $Z=70\text{mm}$ par pas de $5\text{mm}$ ) à partir desquelles est basée la modélisation du plan laser UV durant la calibration. La modélisation de la ligne de fluorescence par une droite est représentée en ligne rouge et les deux points, du quadrangle en croix bleues pour chaque image acquise à une position $Z$ donnée.	192
4.66	Illustration relative à la modélisation du plan laser UV (en rouge) à partir des points (en bleu), extraits à chaque position $Z$ du quadrangle ( $X, Y$ et $Z$ sont en mm) : (a) Vue de profil; (b) Vue de dessus. (Voir Tableau 4.13 pour la quantification des erreurs).	193
4.67	Illustration relative à la projection du faisceau laser UV : (a) Sur le verre à moutarde; (b) Observé dans un environnement obscur; (c) Acquise par notre capteur. (d) Extraction des points fluorescents de l'image acquise en (c) pour la reconstruction 3D.	195
4.68	(a) Photo du dispositif 4; (b) La lentille cylindrique UV.	196
4.69	Modèle 3D obtenu du verre à moutarde : (a) Points 3D; (b) Modèle 3D texturé vue de profil; (c) Modèle 3D texturé vue de face; (d) Carte de déviation.	197
4.70	Résultats relatifs à la bouteille plastique rouge : (a) Photo; (b) Modèle 3D texturé vue de face; (c) Carte de déviation; (d) Modèle 3D texturé vue de profil.	198
4.71	Résultats préliminaires partir de $\sim 130$ images pour un balayage horizontal de $0.5\text{mm}$ du faisceau laser UV ligne : (a) Photo de l'Ampoule; (b) Points 3D. (c) Photo du Verre à whisky; (d)(e) Points 3D présentés sous différents angles de vue. (f) Photo du verre rempli; (g) Maillage 3D lissé; (h) Modèle 3D texturé lissé.	199
4.72	Modèles 3D lissés obtenus à partir des objets numérisés et leur carte de déviation correspondante : (a) Boîte plastique, Figure 4.14(k); (b) Bouteille plastique rouge, Figure 4.14(l); (c) Bouteille plastique verte, Figure 4.14(m).	200
4.73	Modèle 3D détérioré de la bouteille d'eau minérale en plastique obtenu après changement d'un critère de "Tracking" des points fluorescents.	201
4.74	Extension de l'application sur un objet métallique : (a) Photo; (b) Image de fluorescence; (c) Modèle 3D reconstruit présenté sous forme de points 3D sous différents angles de vue.	204
4.75	Fluorescence observée sur une plaque de verre clair de $6\text{mm}$ ; (a) A la température ambiante; (b) Avec un léger échauffement; (c) Courbes d'écart-type d'erreur de reconstruction 3D en fonction de l'épaisseur $l$ .	205
4.76	Image de la ligne de fluorescence "légèrement torsadée" induite sur le quadrangle blanc fluorescent.	206
A.1	Synthèse de quelques modèles d'éclairage.	222
C.1	Propagation de l'onde incidente avec le champ électrique $E$ perpendiculaire au plan d'incidence.	233

# Liste des tableaux

3.1	Algorithme de la résolution par la méthode des moindres carrés appliqué aux images polarimétriques. . . . .	57
4.1	Synthèse relative à la mesure de l'absorbance et du coefficient d'absorption des objets présentés à la Figure 4.14. . . . .	137
4.2	Synthèse relative à la mesure du spectre d'émission des objets présentés à la Figure 4.14. . . . .	139
4.3	Synthèse de l'écart-type minimal d'erreur considérée parmi les cinq erreurs de mesure de chaque matériau. . . . .	141
4.4	Synthèse de l'écart-type d'erreur minimale considérée parmi les cinq erreurs de mesure du verre clair et du plexiglas à différentes épaisseurs. . . . .	143
4.5	Synthèse du scanning relatif au dispositif 1. . . . .	161
4.6	Synthèse du scanning relatif au dispositif 2. . . . .	169
4.7	Aperçu des paramètres de la distribution gaussienne associée à l'intensité des points fluorescents de quatre différents objets transparents à numériser. Ces paramètres sont estimés à partir de 70 données d'apprentissage extraits de 4 images en moyenne. . . . .	176
4.8	Résultats du processus de validation. . . . .	178
4.9	Synthèse des résultats relatifs aux cartes de déviation de la Figure 4.56. . . . .	178
4.10	Synthèse des résultats relatifs aux erreurs de modélisation. . . . .	179
4.11	Synthèse du scanning relatif au dispositif 3. . . . .	179
4.12	Résultats statistiques relatives à la carte de déviation (Figure 4.59). . . . .	184
4.13	Résultats relatifs à l'erreur de modélisation. . . . .	196
4.14	Synthèse du scanning relative au dispositif 4. . . . .	198
4.15	Résultats relatifs à la carte de déviation de la Figure 4.72. . . . .	201