

Université de Franche-Comté

Ecole Doctorale SPIM

Thèse de Doctorat

Spécialité : Sciences pour l'Ingénieur

présentée par

Hua Ma

Localisation de sources par méthodes à haute résolution et par analyse parcimonieuse

Soutenue le 24 juin 2011 devant le jury composé de

Rapporteurs :	**P.BEAUSEROY**	Professeur à l'Université de Technologie de Troyes
	S.BOURENNANE	Professeur à l'Ecole Centrale de Marseille
Examinateur :	**M.SIDAHMED**	Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Informatique pour l'Industrie et l'Entreprise
Directeurs :	**J.LARDIES**	Professeur à l'Université de Franche-Comté
	M. BERTHILLIER	Professeur à l'Université de Franche-Comté

Remerciements

Je tiens tout d'abord à adresser mes remerciements les plus vifs à mon directeur de thèse Monsieur Joseph Lardiès, qui m'a dirigé et soutenu au cours de ces trois années et demie. Ses connaissances en traitement du signal ajoutées à ses compétences dans le domaine acoustique m'ont énormément aidé à la réalisation de cette thèse. Je tiens à le remercier sincèrement aussi pour le temps et l'attention qu'il m'a accordés tout au long de ce travail, ainsi que pour sa gentillesse et patience constantes. Il m'a beaucoup apporté et j'ai énormément appris avec lui.

Mes grands remerciements vont aussi à mon co-directeur de thèse Monsieur Marc Berthillier pour sa gentillesse et son aide logistique.

Je tiens à remercier vivement Messieurs Pierre Beauseroy et Salah Bourennane d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse.

Je tiens également à remercier Monsieur Ménad Sidahmed d'avoir accepté d'examiner ce mémoire et d'être présent parmi nous.

Un grand merci également à Pierre-Léo Gradot, stagiaire du département de Méc'Appli, pour m'avoir initié aux techniques d'acquisition du signal permettant les mesures en chambre anéchoïque.

Je souhaite également remercier Emmanuel Pillet, Abdel Hakim Ben Ouirane et Damien Reveillon, mes collègues de bureau qui m'ont beaucoup aidé au cours des différentes étapes de cette recherche.

Je remercie vivement ma femme Qiumi Wang qui m'a soutenu et m'a accompagné durant toute la période de la thèse.

Enfin je remercie tous ceux qui, depuis le début de ma thèse, m'ont manifesté leur soutien.

Résumé

Mots clés : Antenne acoustique, localisation de sources, algorithmes à haute résolution, représentation parcimonieuse, directivité d'antenne.

Cette thèse a pour but d'estimer la position et la puissance de sources sonores ponctuelles à l'aide d'une antenne acoustique. Nous nous intéressons d'abord à la directivité des antennes acoustiques pondérées. On montre qu'une telle antenne, appelée antenne conventionnelle, même si elle est à directivité optimale, est inutilisable pour localiser plusieurs sources sonores. Des traitements adaptatifs d'antenne sont donc exigés et les méthodes dites à haute résolution sont introduites. Elles sont basées sur l'estimation de la matrice de covariance des signaux issus des capteurs et présentent l'avantage de s'affranchir des limitations naturelles du traitement d'antenne conventionnel. Cependant, ces méthodes nécessitent l'emploi d'un modèle de propagation et sont donc par nature peu robustes aux erreurs de modèle, ce qui peut être parfois un handicap et dégrader leurs performances. Par la suite, nous présentons une nouvelle méthode de séparation des sources utilisant une représentation parcimonieuse des signaux. Nous montrons que ses performances sont meilleures que celles obtenues par les méthodes à haute résolution et notre algorithme parvient à une bonne résolution spatiale, même sous des conditions défavorables. Cette méthode est appliquée aux sources corrélées et décorrélées, à bande étroite et à large bande, en champ proche et en champ lointain. Pour finir, nous présentons des méthodes pour estimer la puissance des sources sonores. Des simulations numériques et des expérimentations en chambre anéchoïque sont effectuées afin de vérifier et de valider les analyses et les résultats théoriques.

Abstract

Key words: Acoustical array, source localization, high resolution algorithms, sparse representation, array directivity.

This thesis concerns the problem of sensor array source localization and power estimation by an acoustical array of sensors. In first the acoustical array directivity is treated. It is shown that such array is not useful for the localization of multiple sources. Adaptive arrays and high resolution methods are then introduced. They are based on the estimation of the sensor output covariance matrix and their performances overcome the natural limitations of the weighted beamforming processing. However, these methods require the use of a propagation model and are not robust to model errors. We present a new method which is an application of sparse regularization methodology to acoustical source localization using an acoustical array. Its performances are better than high-resolution methods and this method works very well in the case of correlated or uncorrelated signals, narrow band or wideband signals, near field or far field environments. Finally, a power estimation of sound sources by an acoustical array is presented. Numerical and experimental results in an anechoic room are presented showing the effectiveness of theoretical results.

Table des matières

Remerciements i

Résumé iii

Abstract vii

Table des matières vii

Abréviations vii

Notations vii

1 Introduction-Généralités sur la localisation des sources sonores 1

1.1 Généralités et historique 1

1.2 Domaines d'utilisation des antennes acoustiques 5

1.3 Description du montage expérimental 10

2 Directivité des antennes acoustiques 15

2.1. Introduction 15

2.2 Directivité d'une antenne acoustique 16

2.2.1 Définitions et notations 16

2.2.2 Antenne conventionnelle 18

2.2.3 Antennes pondérées 23

2.2.3.1 Pondération uniforme. 23

2.2.3.2 Pondération binomiale 26

2.2.3.3 Pondération de Tchebychev ; 28

2.2.3.4 Pondération de Schelkunoff 32

2.2.3.5 Maximisation du facteur de directivité 37

2.3. Conclusion 41

3 Méthodes à haute résolution 43

3.1 Modélisation des signaux et formation de faisceaux conventionnelle....44
3.1.1 Représentation des signaux et matrice de covariance....44
3.1.2 Formation de faisceaux conventionnelle ou conventional beamforming....46
3.2 Méthode de Capon (MVDR)....47
3.3 Méthode de Capon Robuste....52
3.4 Les méthodes sous espaces....60
3.4.1 Méthode MUSIC classique....60
3.4.2 Les méthodes optimales de MUSIC classique basées sur la décorrélation des signaux....65
3.4.2.1 Méthode du lissage spatial (LS)....66
3.4.2.2 Méthode de décomposition de la matrice de covariance (DMC)....71
3.4.2.3 Méthode de Toeplitz....73
3.4.3 La méthode de la mini-norme....77
3.5 Conclusion....83

4 Localisation de sources par représentation parcimonieuse. 85

4.1. Problèmes inverses « mal-posés » et ses régularisations....86
4.2 Représentation parcimonieuse de signaux sur une base redondante....88
4.3 Localisation de sources par représentation parcimonieuse dans le cadre du SOCP....90
4.3.1 Transformation du problème de l'estimation paramétrique en un problème de représentation parcimonieuse via une représentation redondante....91
4.3.2 Représentation du problème de la régularisation en norme-l_1 avec les données complexes dans le cadre du SOCP....92
4.3.3 Approche de l_1-SVD appliquée dans l'algorithme de représentation parcimonieuse afin de réduire le coût de calcul....95
4.3.4 Deux approches permettant d'obtenir une meilleure précision sans augmentation du coût de calcul....97
4.3.5 Localisation des sources émettant des signaux à large bande....99
4.4 Résultats de simulation et d'expérimentation....100
4.5. Conclusion....117

5 Estimation de la puissance des sources sonores 119

5.1 Estimation de la puissance des sources sonores par la méthode de Capon, Capon robuste et Capon robuste 2 119

5.2 Estimation de la puissance des sources sonores à partir du vecteur covariance 124

5.2.1 Matrice de covariance et vecteur covariance 124

5.2.2 Estimation de la puissance des signaux par moindres carrés 128

5.2.3 Biais de la puissance estimée par la méthode du vecteur covariance 129

5.3 Conclusion 132

Conclusion et perspectives 133

Résumé du travail 133

Perspectives 135

Annexe-I Principe de pondération de Tchebychev 137

Annexe-II Algorithme de maximisation du facteur de directivité 139

Annexe-III Principe de la méthode de Capon classique 143

Annexe-IV Principe de la détermination du multiplicateur de Lagrange λ dans la méthode de Capon robuste 145

Bibliographie 147

Abréviations

Pour des raisons de lisibilité, la signification d'une abréviation ou d'un acronyme est rappelée dans cette page.

Par ailleurs, puisque nous utilisons toujours l'abréviation la plus usuelle, la terminologie anglaise est souvent employée.

BPD	*Basis Pursuit Denoising*
DMC	*Décomposition de la matrice de covariance*
ICD	*Iterative Coordinate Descent*
IRLS	*Iterative Reweighted Least-Squares*
LARS	*Least Angle Regression*
LASSO	*Least Absolute Shrinkage and Selection Operator*
LS	*Lissage spatial*
MUSIC	*Multiple Signal Classification*
MVDR	*Minimum Variance Distortionless Response*
RSB	*Rapport signal sur bruit*
SOCP	*Second order cone programming*
SVD	*Singular Value Decomposition*

Notations

Nous avons regroupé ci-dessous les principales notations employées dans les différents chapitres du document. Dans la mesure du possible, nous avons tenté de conserver les mêmes notations d'un chapitre à l'autre.

$(\cdot)^T$	*transposé*
$(\cdot)^*$	*conjugué*
$(\cdot)^H$	*conjugué transposé*
$\lvert \cdot \rvert$	*module*
λ	*longueur d'onde*
Re	*partie réelle*
Im	*partie imaginaire*
d	*distance entre les capteurs*
D	*longueur de l'antenne*
E[·]	*espérance mathématique*
f	*fréquence du signal émis*
Fs	*fréquence d'échantillonnage*
n ou **N**	*nombre de capteurs (microphones)*
Pr	*pression acoustique*
P	*nombre de sources*
Pu	*puissance à la sortie d'antenne*
$\mathbf{p_i}$	*puissance de la $i^{ème}$ source*
R	*matrice de covariance*
T	*nombre d'échantillons*

Chapitre 1
Introduction-Généralités sur la localisation des sources sonores

1.1 Généralités et historique

Les antennes, formées à partir d'éléments séparément accessibles, c'est-à-dire dont les sorties individuelles sont physiquement disponibles, sont utilisées dans de nombreux domaines : acoustique aérienne, radar, sonar, sismique, télécommunications, biomédical, contrôle non destructif….Le but est de fournir un signal qui donnera une imagerie du champ dans lequel l'antenne est placée. Cette imagerie consiste à recueillir la distribution spatiale des propriétés du champ considéré (acoustique, électrique, électromagnétique…) dans le but de remonter, par résolution d'un problème inverse, aux caractéristiques du milieu, que ces propriétés traduisent. Ainsi, l'imagerie de champ peut être vue comme un problème d'analyse des propriétés du champ émis par une ou plusieurs sources et, à ce titre, elle peut être formulée comme un problème de localisation de sources rayonnantes. Les caractéristiques des sources sont mesurées sur une image fournie par l'antenne et le rôle des traitements d'antenne est d'effectuer un filtrage spatial, et éventuel fréquentiel, de façon à séparer au mieux les différentes composantes qui forment le champ ausculté.

On peut distinguer deux sortes d'antennes : les antennes émettrices et les antennes réceptrices. Les antennes émettrices sont utilisées en détection active et les antennes réceptrices sont utilisées en détection passive. Les éléments constituant les antennes émettrices sont les projecteurs. Ceux-ci émettent un signal dans une direction privilégiée qui est réfléchi sous forme d'écho si une cible est présente dans la direction d'émission. Les antennes de réception, formées de capteurs ou de senseurs, détectent et déterminent les caractéristiques : direction, puissance, fréquence… des sources émettrices, formant une imagerie du milieu qu'elles «observent». Dans cette étude nous nous intéresserons à ce deuxième type d'antennes, c'est-à-dire les antennes réceptrices, le milieu de propagation étant l'air ambiant.

Le premier qui fut à concevoir un système de détection en acoustique passive fut Léonard de Vinci qui écrivit en 1490 : « si vous arrêtez votre bateau et placez l'extrémité d'un tube creux dans l'eau et l'autre extrémité dans votre oreille, vous entendrez les autres bateaux qui bougent à de grandes distances de vous «. En fait, deux tubes, un dans chaque oreille, ont été utilisés par un observateur jusqu'à la première guerre mondiale pour détecter et estimer la direction de certains bruits sous-marins. Historiquement, c'est avec le désir de localiser des sources sonores que naissent les premières techniques de localisation de sources. Au début du XXème siècle les marins utilisaient un topophone (Figure 1.1 (a)) formé de deux cornets, un pour chaque oreille. Si un navire naviguait dans le brouillard, il était pratiquement impossible au marin de situer dans l'espace un son provenant d'un autre navire qui pouvait alors le percuter ou l'attaquer. C'est ainsi que fut conçut un appareil renforçant la sensibilité de l'oreille et lui permettant surtout de localiser l'endroit d'où était issue la source sonore et par conséquent l'autre bâtiment flottant. Le topophone a pour étymologie grecque topos : lieu et phôné : voix. En tournant sur soi-même la direction d'une source bruyante est obtenue lorsque le maximum d'intensité acoustique est perçu : les oreilles jouent le rôle de capteurs et lorsque le déphasage est nul on repère la direction de la source. Pour augmenter la précision on peut augmenter la taille du topophone en espaçant les écouteurs, cependant si l'écart entre les deux extrémités de l'appareil est supérieur à une longueur d'onde du signal provenant de la source on peut voir apparaître des ambiguïtés pouvant induire en erreur l'opérateur.

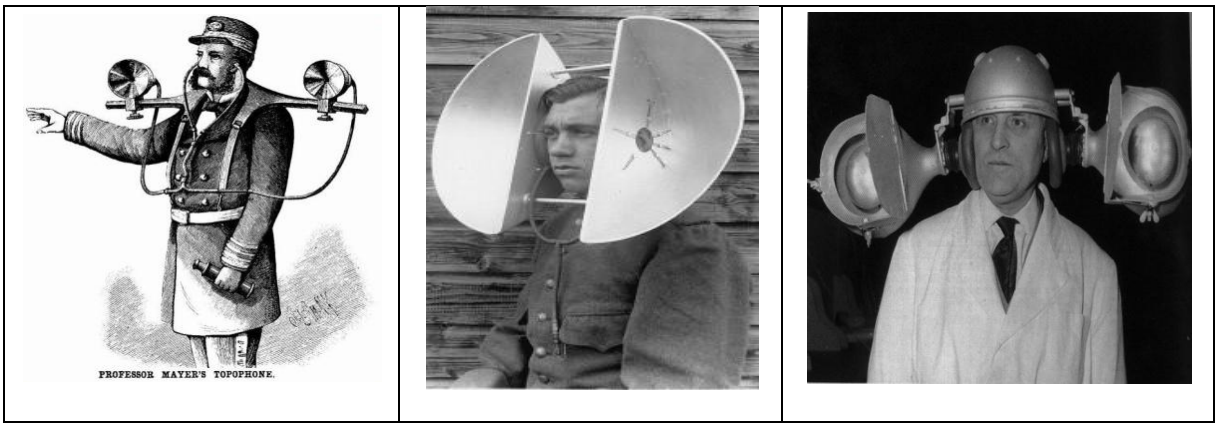


Figure 1.1 (a) - Exemples de topophones.

Par la suite, ce topophone a beaucoup évolué, notamment vers les années trente où furent fabriqués des dispositifs d'écoute géants, toujours avec des cornets, allant de l'appareil acoustique à des architectures dédiées à la localisation d'avions ennemis pour parer à des bombardements surprises (Figure 1.1 (b)).



Figure 1.1 (b) - Exemples de topophones.

Afin d'augmenter la précision de la localisation il est nécessaire de tenir compte du diagramme de sensibilité de l'oreille qui n'est pas isotrope. Ainsi est apparu le télésitemètre de Jean-Baptiste Perrin, ou le goniomètre acoustique illustré par la Figure 1.2, dans lequel un réseau de capteurs est mobile dans toutes les directions de l'espace, la position de la source étant repérée par la position de maximum d'intensité acoustique. Citons également le paraboloïde de Benjamin Baillaud qui consiste à venir placer le cornet relié à l'oreille au foyer d'une parabole, permettant ainsi de recueillir le maximum d'intensité acoustique pour une incidence donnée. La position de la source est alors estimée par la direction coïncidant avec le maximum d'intensité collectée par l'antenne parabolique.



Figure 1.2 - Télésitemètres de Perrin et paraboloïde de Baillaud

Ces techniques rudimentaires, certes limitées par les capacités de l'oreille humaine, permettent d'illustrer simplement le principe d'une goniométrie effectuée grâce à un réseau de capteurs, qui sont dans ces exemples des cornets ou des pavillons acoustiques. Le paramètre estimé est la direction d'arrivée d'une onde acoustique et correspond au maximum d'un critère qui est l'intensité acoustique rayonnée par la source sonore.

D'une manière générale, les algorithmes que nous allons développer exploitent les signaux issus d'un réseau de capteurs et sont une transposition mathématique du principe physique qui régit le goniomètre acoustique. On cherchera à établir un critère mathématique dont l'optimisation nous fournira l'estimée du paramètre désiré comme la direction d'arrivée des ondes générées par des sources, la corrélation ou non des sources, la puissance des sources, le nombre de sources présentes dans le milieu… En particulier, le problème de l'estimation de la direction d'arrivée de signaux multiples sur un réseau de capteurs a reçu une attention considérable depuis plusieurs décennies et est toujours un problème d'actualité avec une recherche constante. Le principe physique sous-jacent des algorithmes d'estimation des directions d'arrivée des ondes est l'exploitation des déphasages induits par la propagation de ces ondes à travers un réseau de capteurs à des instants différents. Les premières approches datent de la seconde guerre mondiale et sont basées sur la formation de voies conventionnelle [1-3] (ou beamforming) dont le principe est de réaliser un balayage mécanique ou électronique de l'espace par le réseau de capteurs. Le balayage mécanique consiste simplement à effectuer mécaniquement des rotations de l'antenne autour de son axe et la position de la source est obtenue lorsque le maximum d'énergie est observé. Les méthodes à balayage électronique exploitent la réponse des différents capteurs du réseau afin d'effectuer numériquement ce balayage. Le principe consiste à compenser les retards entre les capteurs du réseau afin d'orienter électroniquement l'antenne dans une direction de pointage pour balayer le champ de vision. La formation de voies conventionnelle peut être aussi pondérée avec des coefficients (réels ou complexes) afin d'augmenter sa sensibilité lors de la détection de signaux. Les études entreprises dans les années 70 afin de trouver des traitements d'antenne qui possèdent un meilleur pouvoir de résolution que les antennes conventionnelles ont conduit au traitement adaptatif d'antenne (ou aux formations de voies adaptatives) dont les performances sont cependant limitées par l'ouverture de l'antenne [1-3]. Ce traitement ne s'appuie pas sur une meilleure modélisation du milieu que celle utilisée en formation de voies conventionnelle, mais sur un critère de performance plus efficace. Les formations de voies sont dites méthodes non paramétriques en ce sens qu'elles ne présupposent pas un modèle de propagation liant le signal collecté par le réseau de capteurs au signal de la source sonore ou des sources sonores. Ces méthodes non paramétriques ne font aucune hypothèse sur les propriétés statistiques des données temporelles issues des capteurs et par conséquent elles peuvent être utilisées dans des situations où ces propriétés font défaut. En revanche, la réponse impulsionelle de chaque capteur ainsi que la géométrie du réseau sont parfaitement connues et sont exploitées afin d'estimer la direction de la source qui coïncide avec un maximum d'énergie du signal provenant de la sortie de l'antenne. De nouvelles méthodes dont les performances sont supérieures aux formations de voies adaptatives ont été introduites dans les années 80 et constituent les méthodes paramétriques. Ces méthodes sont basées sur la modélisation paramétrique de la propagation, et par conséquent des signaux reçus sur les capteurs, et leurs performances sont liées au rapport signal sur bruit, nombre d'échantillons temporels à traiter et à la corrélation des sources. Ces méthodes, appelées méthodes à haute résolution [4-6], exploitent les statistiques à l'ordre deux des signaux enregistrés et possèdent un pouvoir de séparation des sources théoriquement infini pour un temps d'observation infini.

Plus précisément, une méthode à haute résolution est une méthode qui permet de mesurer des directions (ou des positions ou des fréquences en analyse spectrale) avec une erreur qui n'est limitée, dans le cas idéal, que par la durée d'observation du phénomène. A ce sujet, on peut déjà remarquer que l'analyse des performances des méthodes à haute résolution sur des durées finies, en présence d'erreurs de modélisation et en fonction du rapport signal sur bruit fait l'objet d'une recherche soutenue. Les méthodes paramétriques exploitent un modèle reliant le front d'onde incident sur les capteurs aux paramètres caractérisant les sources. Autrement dit, le vecteur observation, c'est-à-dire le vecteur issu des différentes mesures du réseau de capteurs que l'on souhaite exploiter, est lié à la matrice de transfert caractéristique du modèle de propagation, au vecteur signal des sources et au bruit de mesure (ou bruit de fond). La matrice de transfert est fondamentale dans ces méthodes paramétriques car elle relie l'expression du signal issu des sources à l'observation en fonction de paramètres qui caractérisent la position des sources. C'est sur l'expression de cette matrice de transfert que vont principalement se distinguer les différents scénarios de propagation.

Bien que ce ne soit pas là une condition fondamentale, nous admettrons, pour simplifier, qu'un capteur est un élément sensible quasi ponctuel, qui mesure, sans l'altérer par lui-même, le champ au point où il se trouve. Nous admettrons aussi que la réponse d'un capteur est uniforme en fréquence dans la bande utile, qu'il est omnidirectionnel, et que par conséquent il traduit, sans altération, toute variation du champ en un signal électrique qui est accessible. Le réseau de capteurs est strictement neutre par rapport au milieu qu'il échantillonne spatialement et tout ce que ce réseau transmet reflète ce qui se passe dans le milieu propagatif. En définitive, le milieu de propagation comporte un certain nombre de sources supposées ponctuelles et l'antenne considérée se compose de plusieurs capteurs identiques, séparément accessibles, chacun fournissant une tension électrique. Dans quelle mesure et comment, en utilisant l'information provenant des capteurs peut-on décrire la distribution géographique et même fréquentielle des sources ? On est confronté à un problème d'imagerie spatio-fréquentielle dont le but est de fournir une image d'un champ de sources à structure discrète puisqu'on suppose les sources ponctuelles et en nombre fini. L'image est soit purement spatiale, si elle ne fournit d'information que sur les directions des sources et leurs intensités sonores (ou éventuellement sur leurs distances et leurs intensités), soit spatio-fréquentielle, si elle fournit des informations concernant les directions des sources et les répartitions spectrales des signaux qu'elles émettent.

1.2 Domaines d'utilisation des antennes acoustiques

Parmi les cas pratiques d'utilisation des antennes acoustiques on peut citer la localisation et l'identification de sources bruyantes en champ proche ou lointain, la localisation d'objets enfouis, la surveillance de structures par émission acoustique, la détection acoustique d'avalanches, la détection sismique et la localisation sous-marine. Les nuisances sonores liées

au transport, notamment celles qui affectent les riverains des voies de circulation, constituent une préoccupation essentielle, le plus souvent associée aux contextes urbain et périurbain [7]. Le diagnostic ou la prévision d'un environnement sonore nécessite une connaissance de l'émission des véhicules, dans des conditions de circulation réelles. Une description plus fine, impliquant un ensemble de sources représentatives des différentes zones d'émission de bruit, s'impose lorsqu'il s'agit de réaliser un diagnostic précis du véhicule, d'analyser le comportement des sources en fonction des paramètres de fonctionnement ou de développer un modèle d'émission adapté à une description dynamique d'un trafic. L'analyse de situations réelles, qu'il s'agisse de véhicules d'essai ou du trafic mesuré au passage de différents véhicules, est une problématique de localisation de sources qui peut être traité par antennerie acoustique. Ainsi la Figure 1.3 présente le principe d'une installation d'imagerie mobile destiné à localiser et identifier les sources de pollution sonore sur un site géographique déterminé : usine, route, voie de communication, etc.… Ces sources peuvent être localisées depuis un point d'observation éloigné, qui peut être le point subissant les nuisances, et elles peuvent couvrir une partie de l'espace et présenter n'importe quelle caractéristique spectrale. L'image acoustique de l'aire géographique observée est une présentation graphique de la distribution du niveau sonore en fonction de la fréquence et de la direction de provenance des ondes, vues du point affecté par la pollution sonore. La détermination de la contribution de chaque source au niveau global n'est possible qu'à partir de la mesure des niveaux avant et après arrêt d'une source présumée. Or, à proximité d'une installation bruyante telle qu'une usine où les sources sonores peuvent être variées, nombreuses et dispersées sur plusieurs secteurs, il est quasi impossible d'arrêter des sources pour faire des mesures de bruit. Il est donc essentiel de connaître in situ, et en mode opérationnel, la contribution générale de l'installation sur le niveau de bruit, et de façon plus fine, l'origine et le taux d'influence de chaque source sur ce niveau de bruit pour connaître la part de responsabilité et établir l'ordre d'insonorisation des sources bruyantes. Les algorithmes de traitement d'antenne développés dans cette étude sont applicables à ce type de situation : ils permettent le repérage spatial en direction des sources de bruit et la mesure du taux d'influence de chacune d'elles en fonction de la fréquence. Une autre approche du traitement d'antenne acoustique concerne la mesure en champ proche du bruit afin d'effectuer une identification et une modélisation des sources sonores. L'utilisation des antennes en champ proche permet donc de caractériser les champs sonores créés par des bruiteurs industriels : machines ou installations et l'intérêt recherché est de se doter d'outils mathématiques qui vont représenter les champs rayonnés ainsi que les mécanismes de transfert des ondes acoustiques. Par la suite, une action visant à réduire l'amplitude de ces champs au niveau de la source même pourra être réalisé. Bien sûr, la source peut être fixe (bruiteur industriel) ou mobile (train, voiture…), comme l'indique la Figure 1.3. Il faut noter que la localisation de sources par formation de voies présente des performances en matière de résolution spatiale qui varient avec la fréquence. En effet, l'utilisation de l'antenne acoustique conventionnelle conduit à des diagrammes de directivité qui évoluent avec la fréquence. Cette caractéristique est pénalisante lorsque, par exemple, on cherche à estimer zone par zone le rayonnement d'un bruiteur étendu. Effectivement, non seulement la taille de la zone observée mais également le nombre de zones nécessaires pour

recouvrir le bruiteur dépendent de la fréquence. Afin de s'affranchir de cet inconvénient on peut utiliser une pondération d'antenne qui conduit à obtenir des lobes principaux de directivité dont la larguer est constante sur une large bande.

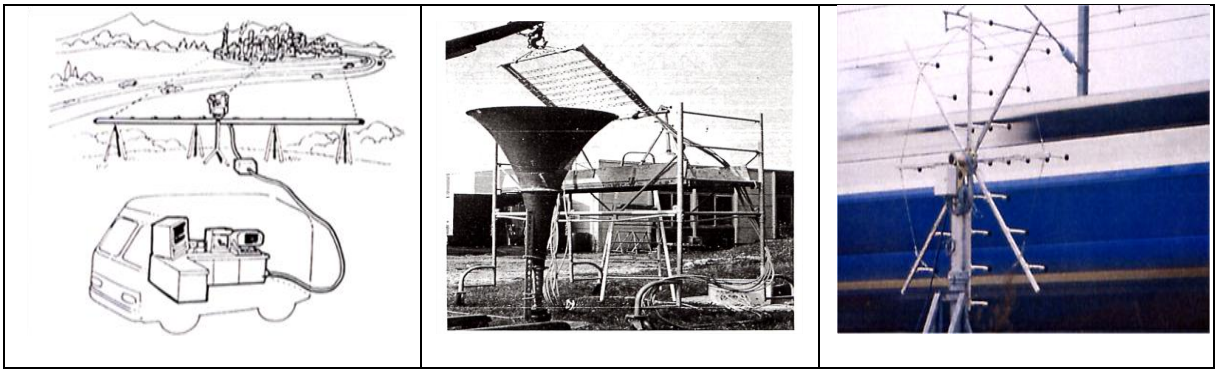


Figure 1.3 - Schéma d'une installation en champ lointain. Reconstitution des champs provenant de sources fixes (pavillon) ou mobiles (train)

Une autre application de l'antenne acoustique a été développée par Z. Saidi et S.Bourennane [8] et concerne la localisation d'objets enfouis dans le sédiment marin (Figure 1.4 (a)). Des algorithmes à haute résolution basés sur le partage de l'espace d'observation en deux sous-espaces complémentaires : le sous-espace signal et le sous-espace bruit sont développés. Le bruit est supposé gaussien et est éliminé en utilisant les statistiques d'ordre supérieur : les cumulants (les cumulants d'un bruit gaussien sont nuls). La matrice tranche cumulants devient alors une matrice propre, sans bruit, et par conséquent la direction donnant la position de l'objet et même la distance antenne-objet sont estimées de façon précise. Le tracé du spectre spatial de la localisation géographique d'objets enfouis en utilisant la matrice interspectrale et la matrice des cumulant montre l'efficacité de la technique.

Notons aussi l'utilisation d'antennes acoustiques lors de la surveillance de certaines structures en fonctionnement comme proposé par C.U. Grosse [9]. Lorsque des dommages structuraux se produisent il y a une libération spontanée de l'énergie de déformation et la création d'ondes élastiques trasitoires qui se propagent à travers le matériau. C'est cette émission acoustique qui permet de comprendre le comportement à l'endommagement et à la rupture de certains matériaux composites. La méthode de contrôle par émission acoustique réside dans la diversité des paramètres du signal enregistrés (amplitude, fréquence, énergie…) et dans les moyens développés pour les traiter. C'est la combinaison de ces paramètres et l'exploitation des techniques de traitement de données qui conduisent à l'établissement d'un diagnostic sur l'état de l'endommagement d'une structure. C.U. Grosse utilise une antenne acoustique circulaire formée de six microphones pour estimer par beamforming la direction d'arrivée des ondes provenant de l'émission acoustique et effectuer donc une surveillance de la structure en fonctionnement (Figure 1.4 (b)).

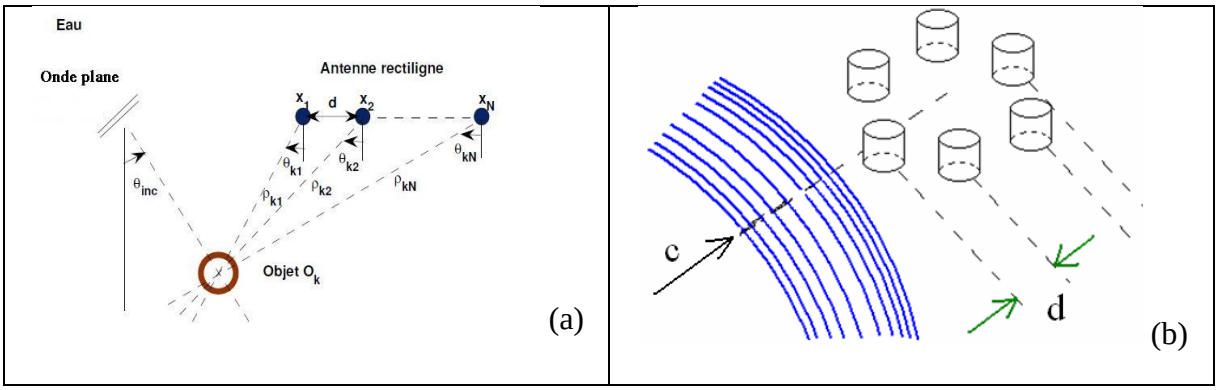


Figure 1.4 - (a) Localisation d'objets enfouis. (b) Localisation de défauts par émission acoustique

Une autre application des antennes acoustiques concerne la localisation d'avalanches [10], qui est aussi basée sur l'émission acoustique de signaux. La connaissance de l'activité avalancheuse permet d'améliorer la prévision locale des risques d'avalanches. Actuellement, une méthode pratiquée est l'observation visuelle qui est impossible de nuit ou par mauvais temps. En vue de disposer de systèmes opérationnels de mesure automatique de l'activité avalancheuse, des techniques de détection acoustique des infrasons émis par les avalanches, se produisant dans un rayon de plusieurs kilomètres, sont envisagées. La détection acoustique repose donc sur l'hypothèse d'une émission sonore des avalanches, et en particulier sur l'émission d'infrasons, dont la propriété est de se propager dans l'air sur des distances importantes. La signature acoustique d'une avalanche et sa localisation est effectuée par l'intermédiaire d'une antenne acoustique formée de trois microphones comme l'indique la Figure 1.5 (a). Le front d'onde incident parvient successivement à trois microphones et à partir de la mesure des temps t_1 et t_2 de propagation des ondes sonores on détermine l'angle α indiquant la direction de l'avalanche.

Le traitement d'antenne appliqué aux signaux sismiques est aussi un domaine de recherche actuel. Le but est d'ausculter une zone géologique par enregistrement sur un réseau de capteurs de la réponse de la structure sismique à une impulsion acoustique. La séparation des ondes sismiques reçues sur l'antenne s'effectue grâce aux algorithmes de traitement d'antenne et dans une section sismique la présence de différents types d'ondes sismiques (ondes de volume de compression, de cisaillement, ondes de surface…) peuvent être détectées. La Figure 1.5 (b) nous montre une expérimentation effectuée par IFREMER [4 pp. 713] où une antenne verticale A encrée en fond de mer et formée de 15 capteurs équidistants espacés de 30 mètres enregistre la réponse du milieu à une explosion sismique. L'information géologique du site exploré est obtenue par analyse des données provenant des capteurs de l'antenne. La visualisation et l'analyse du signal enregistré permet d'obtenir le profil sismique du site exploré.

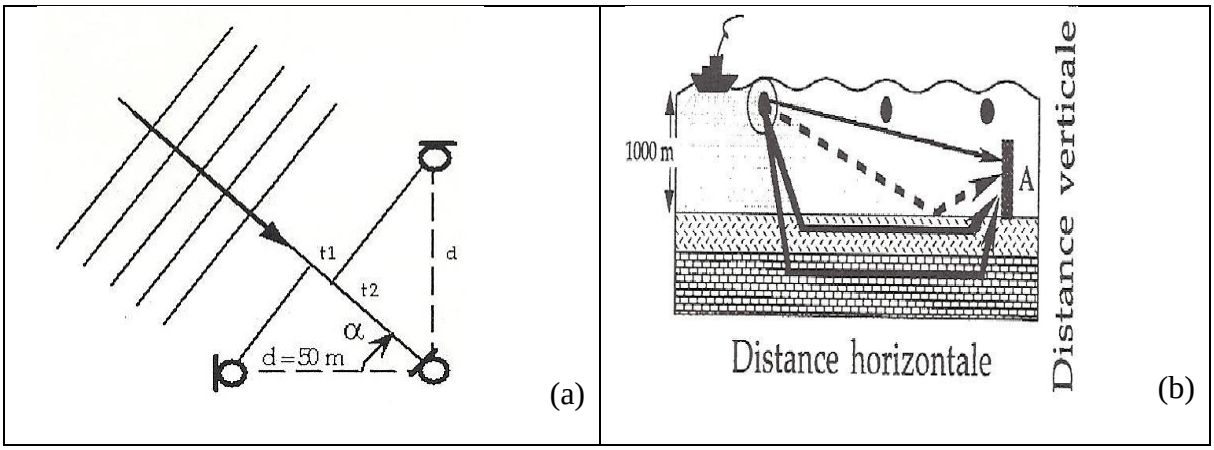


Figure 1.5 - (a) Localisation d'une avalanche (b) Analyse sismique par antennerie

La nécessité de localiser et de modéliser les sources de bruit d'origine aérodynamique provenant des avions a conduit à réaliser des antennes directives à base de microphones MEMS (Micro Electro Mechanical System). Ces antennes peuvent contenir des centaines de microphones capacitifs et sont utilisées lors d'essais en soufflerie aéroacoustique. Cette technologie permet de réduire le coût de l'instrumentation, d'augmenter la mobilité opératoire, et d'améliorer le traitement des données puisque ces éléments miniatures perturbent moins le milieu où s'effectue la mesure que les techniques de mesure classiques. Ainsi David P. Arnold [11] s'intéresse à la réponse en fréquence et à la directivité d'une antenne acoustique circulaire de microphones MEMS comme l'indique la Figure 1.6 (a). En particulier il décrit la procédure de la conception et de la fabrication de tels microphones capacitifs MEMS et la caractérisation de l'antenne acoustique.

Notons aussi l'utilisation d'antennes acoustiques, constituées d'hydrophones, en acoustique sous-marine pour détecter et localiser des cibles comme l'indique la Figure 1.6 (b). Les signaux recueillis en mer, sans connaissance à priori sur les sources présentes dans le milieu, sont analysés avec des algorithmes de traitement d'antenne. On constate, lors de la localisation des sources sous-marines, une augmentation de la finesse des réponses angulaires sur le gisement des sources lorsque l'on passe de la formation de voies conventionnelle (sans et avec pondérations) à l'antenne adaptative puis à l'antenne haute-résolution. Il faut noter que l'acoustique sous-marine a été l'un des principaux piliers du développement des algorithmes en traitement d'antenne acoustique.

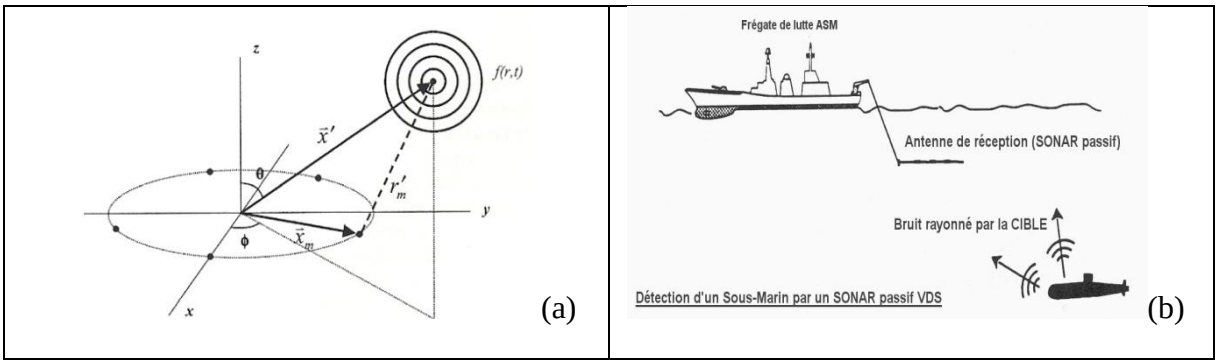


Figure 1.6 - (a) Réseau circulaire de microphones (b) Localisation sous-marine

Il faut signaler que si cette étude se situe naturellement dans une ambiance acoustique, la généralisation et la transposition à un autre champ, comme par exemple le champ électromagnétique, est évidente dès lors que celui-ci est ramené à des grandeurs scalaires : les tensions électriques aux sorties d'un jeu de capteurs.

Nous allons considérer dans la majeure partie de notre étude que les sources sont en champ lointain, ce qui se traduit par l'inégalité (voir [12] p.32~34, [13] p.114) :

$$L > \frac{2D^2}{\lambda} \tag{1.1}$$

où L est la distance du centre de l'antenne à la source ;

D est la longueur de l'antenne, appelée aussi la dimension maximale de l'antenne ;

λ est la longueur d'onde du signal émis

1.3 Description du montage expérimental

Dans cette étude les performances des algorithmes développés pour la localisation des sources sont étudiés expérimentalement en chambre anéchoïque afin de vérifier et de valider les résultats de l'analyse théorique obtenus par simulation numérique.

Le montage expérimental est montré dans la Figure 1.7 et dan la Figure 1.8. Il comprend :

1) La chambre anéchoïque dont les dimensions sont : longueur 5,75 mètres, largeur 3,5 mètres et hauteur 3 mètres. Les parois sont recouvertes de dièdres en mousse polymère absorbants. Cette chambre est utilisée pour se placer dans les conditions du champ libre.

2) Sources sonores : deux haut-parleurs sont utilisés, ils constituent les sources sonores rayonnantes à localiser.
3) Antenne linéaire de réception : elle est formée de 6 microphones équidistants de d=4,5cm. Cette antenne est suspendue afin de minimiser la propagation des multi-trajets (réflexions d'ondes).
4) Boîtier NetdB : c'est le système d'acquisition des données. Il peut communiquer avec l'ordinateur par réseau câblé Ethernet ou par réseau sans fil 802.11 (« Wi-Fi »).
5) Ordinateur portable : il est connecté en même temps au boîtier NetdB et aux haut-parleurs ; il pilote le boîtier NetdB par des programmes réalisés sous Matlab et traite les signaux acquis par le boîtier NetdB. D'autre part, un éditeur audio « Audacity » est installé dans l'ordinateur qui génère les sons transmis aux haut-parleurs. Ce signal sonore peut être sinusoïdal ou aléatoire tel qu'un bruit blanc. Dans notre étude il sera sinusoïdal.

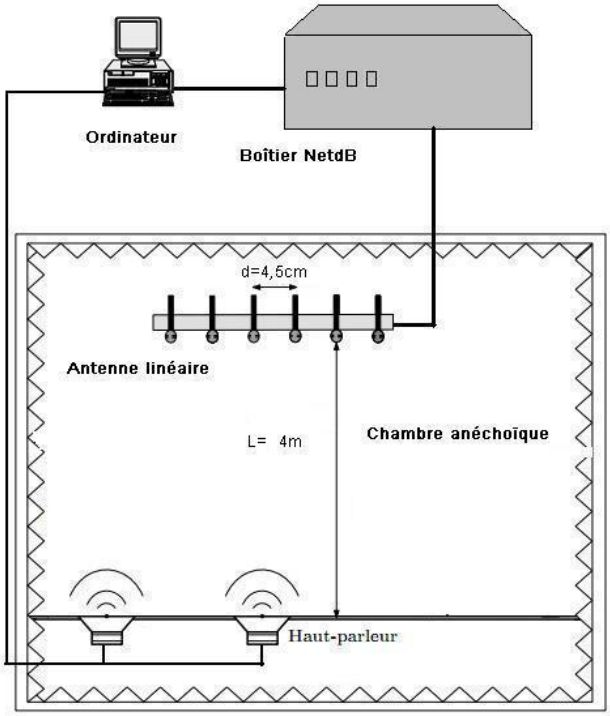


Figure 1.7 - Schéma du système expérimental.

Il faut noter que dans notre situation expérimentale avec la distance du centre de l'antenne à la source L=4m, la longueur de l'antenne D=22,5cm, la fréquence du signal émis f=3800Hz et la célérité de l'onde dans l'air c=342 m/s, la condition de champ lointain est respectée. Notons aussi que nous avons $d/\lambda = 0,5$.

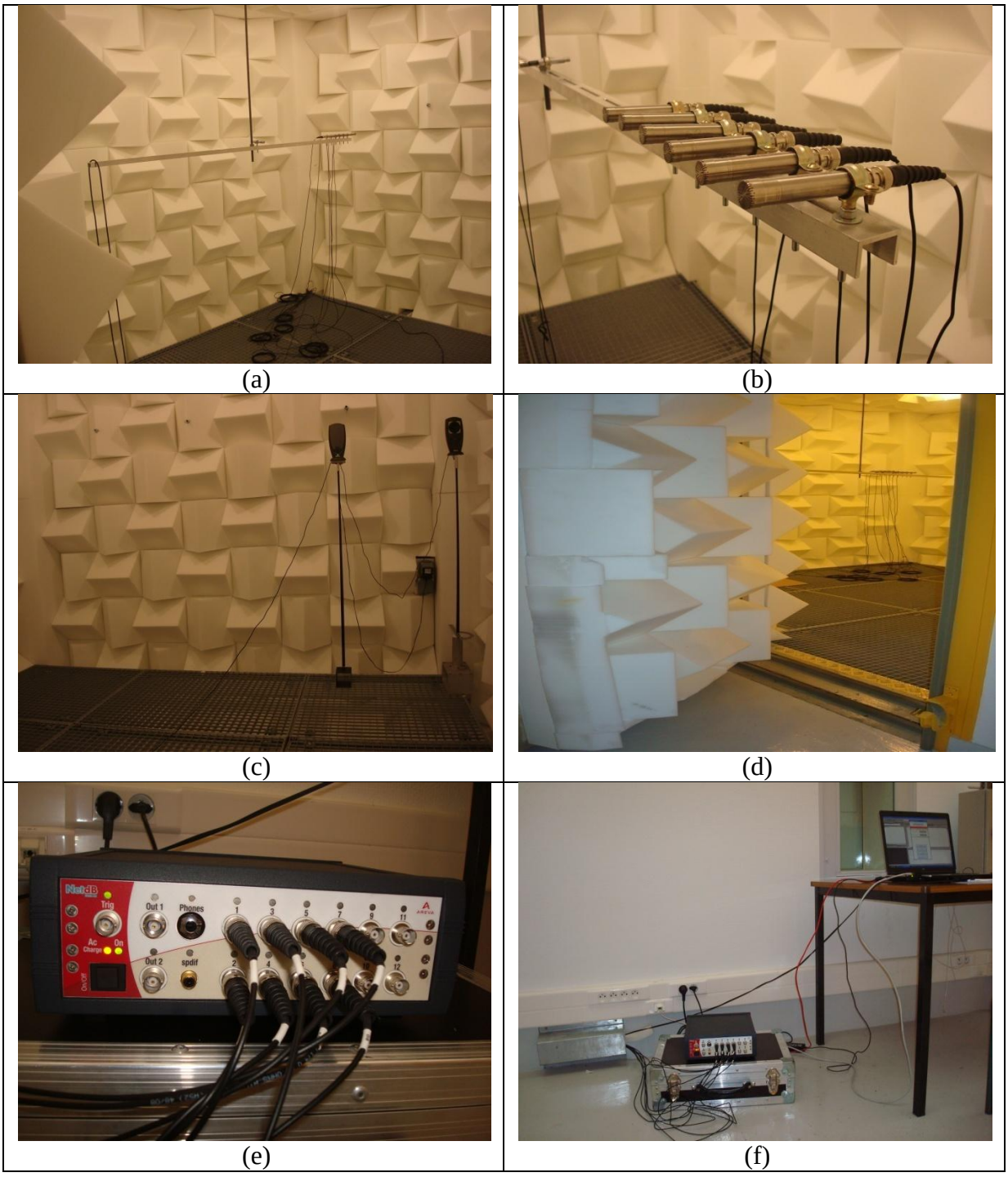


Figure 1.8 - Vues de l'antenne acoustique et du principe expérimental

L'expérimentation est un processus qui doit être effectué avec rigueur et délicatesse dû à la complexité du matériel à manipuler dans ce système goniométrique. D'abord, les valeurs mesurées dites « exactes » sont toujours imprécises : la distance entre deux microphones, la distance du centre de l'antenne aux hauts parleurs sont toujours des sources d'erreurs de mesure ou d'imprécisions inévitables. Ensuite, les signaux à traiter ne sont pas continus mais

discrets, ils sont échantillonnés régulièrement à des intervalles de temps et la fréquence d'échantillonnage est fournie par le système d'acquisition. D'autre part les ondes sonores sont relativement atténuées dans l'air, alors que nous faisons l'hypothèse d'ondes planes sinusoïdales. Finalement nous supposons que les microphones sont ponctuels et omnidirectionnels alors qu'en réalité ils perturbent le milieu de propagation.

Dans cette étude, le chapitre 2 traite de la directivité des antennes acoustiques de réception. Diverses pondérations sont étudiées et les digrammes de directivité établis. Dans le chapitre 3 on s'intéresse aux méthodes dont la résolution spatiale est supérieure à celle du traitement d'antenne conventionnel : Capon, Capon robuste, MUSIC classique, MUSIC par lissage spatial avant, arrière et bidirectionnel, par décomposition de la matrice de covariance, par reconstruction de la matrice Toeplitz et par la méthode de la mini-norme. Les sources seront corrélées ou non corrélées et les résultats théoriques seront validés expérimentalement par des essais en chambre anéchoïque. Alors que les méthodes à haute résolution sont basées sur l'estimation de la matrice de covariance des signaux issus des capteurs, le chapitre 4 propose une méthode qui n'utilise pas cette matrice de covariance pour localiser les sources sonores. Cette méthode est basée sur la représentation parcimonieuse des signaux issus des capteurs formant l'antenne. On montre que cette technique permet de localiser des sources à bande étroite ou à large bande, corrélées ou non, en champ proche ou lointain. Les performances sont meilleures que celles obtenues par les méthodes à haute résolution. Des résultats expérimentaux montrent la robustesse de cette méthode. Le chapitre 5 présente quatre méthodes pour estimer la puissance des sources sonores. Finalement le dernier chapitre présente une conclusion avec des perspectives.

Chapitre 2
Directivité des antennes acoustiques

2.1. Introduction

Un microphone est un transducteur acousto-électrique qui transforme l'énergie acoustique en énergie électrique. On suppose connue la pression Pr en un point M du milieu en l'absence du microphone, on place ensuite en M le transducteur et on mesure la tension électrique u apparaissant aux bornes du microphone en circuit ouvert. La sensibilité du microphone est définie par le quotient $s = \frac{u}{Pr}$ [14].

Une antenne acoustique est formée de groupements de microphones (ou capteurs, ou senseurs). A une distance donnée, la sensibilité d'une antenne acoustique n'est pas en général la même quelle que soit la direction considérée et c'est en cela que consiste la directivité d'une antenne acoustique. Nous pouvons diviser les antennes acoustiques en deux classes générales fondées sur leurs directivités : si la sensibilité d'une antenne acoustique est toujours la même dans toutes les directions, on dit que l'antenne est isotrope ou omnidirectionnelle ; sinon on dit que l'antenne est directive. Le terme directivité résume les caractéristiques directionnelles d'une antenne : il traduit les variations spatiales (ou angulaires) de la sensibilité de l'antenne, vis à vis de l'onde incidente.

Les avantages de ces groupements par rapport à un seul capteur sont multiples. Tout d'abord ils sont plus sensibles puisque plusieurs éléments produiront plus de tension en sortie qu'un seul capteur soumis au même champ sonore. Ensuite, les groupements possèdent des propriétés directionnelles qui peuvent leur permettre de distinguer des sons provenant de directions différentes. Enfin ils ont un rapport signal sur bruit amélioré car ils sont plus sensibles au signal dans la direction duquel ils sont pointés qu'au bruit isotrope ambiant.

Evidemment, si une antenne est omnidirectionnelle il sera impossible de localiser avec précision une source sonore donnée et aussi impossible d'extraire le signal des bruits générés

par le milieu de propagation. C'est pourquoi en pratique, il est rare d'utiliser une antenne omnidirectionnelle (sauf pour des mesures de référence, ou en cas des très basses fréquences). Dans ce cas, il nous faut trouver les moyens qui rendent l'antenne acoustique ayant la plus forte directivité possible afin de localiser une source sonore ou bien la détection d'un signal porté par une onde acoustique.

Les sorties d'une antenne acoustique peuvent être assemblées et traitées de plusieurs manières pour obtenir des effets différents. On peut par exemple obtenir des antennes à lobes principaux orientés dans diverses directions, des antennes à lobes secondaires de même niveau, des antennes sans lobes secondaires, des antennes super-directives et des antennes optimales. On peut donc modeler le diagramme de directivité de l'antenne, et par la suite modifier son rapport signal sur bruit, en jouant sur la distribution en amplitude et en phase de ses éléments.

La mesure des caractéristiques de sources émettrices espacées s'effectue par un traitement d'antenne qui consiste, en quelque sorte, à construire une image du milieu à partir des signaux captés par les senseurs formant l'antenne. Le rôle de ce traitement est donc d'effectuer un filtrage spatial de façon à séparer au mieux les différentes composantes du champ acoustique : sources sonores et bruit de fond. Par sources sonores espacées, on entend des sources suffisamment distantes de l'antenne pour apparaître comme ponctuelles. D'autre part nous admettrons qu'un capteur est un élément sensible, ponctuel, qui mesure sans l'altérer par lui-même le champ acoustique dans lequel il se trouve.

On décrit dans ce chapitre quelques procédés permettant de modeler le diagramme de directivité d'une antenne acoustique. Les diagrammes de directivité de diverses antennes pondérées sont alors présentés. Cependant, même si l'antenne acoustique obtenue est à directivité optimale elle s'avère inefficace lors de la localisation de deux sources de bruit. On utilise alors une antenne acoustique adaptative qui ne fait plus intervenir la notion figée de diagramme de directivité et abandonne le concept d'antenne conventionnelle traitée par un jeu de filtres ou de coefficients de pondération fixes.

2.2 Directivité d'une antenne acoustique

2.2.1 Définitions et notations

On considère une antenne acoustique de réception et une source sonore en champ lointain. Il est d'usage très courant en antennerie d'admettre que le moyen de favoriser la détection d'un signal porté par une onde plane est d'obtenir, au moyen de l'antenne acoustique, la plus forte directivité possible. Rappelons d'abord la définition et le sens physique de la directivité. Le terme directivité résume les caractéristiques directionnelles d'une antenne c'est-à-dire les

variations spatiales (ou angulaires) de la sensibilité de l'antenne vis à vis d'une onde plane incidente. Considérons une antenne acoustique formée de n éléments ponctuels. Le signal complexe y observé en sortie d'antenne est une fonction [15]:

- de la fréquence f,

- de deux paramètres d'espace définissant la direction de l'onde plane, ces deux paramètres sont les angles polaires : la colatitude θ et le gisement φ et ils sont réunis sous la dénomination $\Omega = g(\theta, \varphi)$

- de Ω_0 qui est la direction dans laquelle la sortie de l'antenne est rendue maximale par suite de l'application aux différents éléments d'une distribution convenable de déphasages. Ω_0 définit aussi la direction d'orientation du lobe principal de directivité et est appelée voie de directivité

- et de coefficients de pondération $a_1, a_2, \ldots a_n$ qui permettent de modeler le diagramme de directivité de l'antenne. Ces coefficients peuvent être complexes.

La fonction complexe $y(f, \Omega, \Omega_0, a_1, a_2, \ldots a_n)$ donne l'amplitude et la phase de la tension observée à la sortie de l'antenne en présence d'une onde plane de direction Ω et de fréquence f. La sortie est définie comme la somme des tensions issues des différents capteurs de l'antenne, à travers, le cas échéant, d'une pondération (ou un filtrage) affectée sur chaque élément.

Pour une fréquence f donnée, pour une voie de directivité Ω_0 fixée et pour un ensemble de coefficients de pondération $\{a_1, a_2, \ldots a_n\}$ attribué, la fonction de directivité complexe normalisée est définie par :

$$D(\Omega) = \frac{y}{y_{MAX}} \tag{2.1}$$

et exprimée en décibels on a:

$$D_1(\Omega) = 20\log_{10} |D(\Omega)| \tag{2.2}$$

Le tracé du module de cette fonction de directivité en fonction d'un angle polaire constitue le diagramme de directivité normalisé de l'antenne acoustique. Ce diagramme fait apparaitre un lobe principal, ou deux lobes principaux de directivité (lobe avant et lobe arrière) et des lobes de moindre amplitude dits lobes secondaires. La normalisation permet de comparer les différents diagrammes de directivité et de déterminer leurs caractéristiques comme l'ouverture du lobe principal à mi-puissance et le niveau des lobes secondaires.

La fonction y (f, Ω, Ω_0, a_1, a_2, … a_n) peut toujours se mettre sous la forme d'une somme du type :

$$y = \sum_{i=1}^{n} a_i v_i(f, \Omega, \Omega_0) \quad (2.3)$$

dans laquelle les coefficients v_i ne dépendent que des caractéristiques géométriques de l'antenne et de la fréquence f. Nous notons a et v les vecteurs colonnes dont les composantes sont formées des coefficients a_i et v_i. On a alors : $y = a^T v = v^T a$ où le symbole T indique le transposé du vecteur colonne.

Notre objectif est dans un premier temps de déterminer les coefficients de pondération a_i et d'étudier leur effet sur le diagramme de directivité de l'antenne acoustique.

2.2.2 Antenne conventionnelle

Soit une antenne acoustique formée de n capteurs omnidirectionnels, identiques, ponctuels et équidistants de d. Cette antenne est placée en champ lointain et captera donc des ondes planes. L'antenne et la source sont placées dans le même plan horizontal de sorte que la source sera repérée uniquement par l'angle polaire θ, angle que fait l'axe de l'antenne avec la direction du vecteur d'onde (voir Figure 2.1).

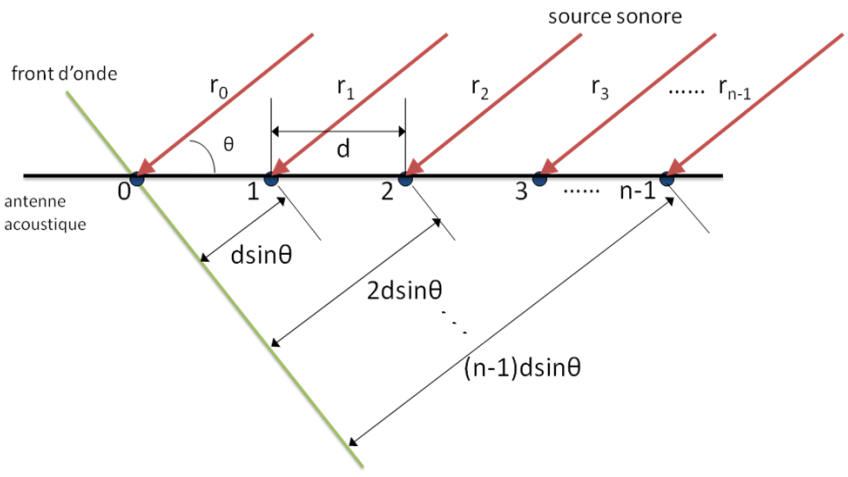


Figure 2.1 - Schéma de l'antenne acoustique rectiligne

θ est l'angle que fait l'antenne acoustique avec la direction du vecteur d'onde.

r_i est la distance du capteur i à la source sonore placée en champ lointain.

La pression acoustique atteignant le microphone de référence 0 (origine des espaces et des phases) est [16] :

$$Pr_0 = Ae^{j(\omega t - kr_0)} \tag{2.4}$$

avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (nombre d'onde) et $\omega = kc$ (pulsation d'onde).

La pression acoustique atteignant le i^{eme} microphone est

$$Pr_i = Ae^{j(\omega t - kr_i)} \tag{2.5}$$

Puisque $r_i = r_o - id\cos\theta$, on obtient

$$Pr_i = Ae^{j(\omega t - kr_0)}\ e^{jkid\cos\ \theta} \tag{2.6}$$

Les capteurs vont transformer ces pressions acoustiques en tensions électriques. La tension électrique qui apparait à la sortie du i^{eme} microphone peut se mettre sous la forme

$$y_i = a_i e^{j\Psi_i} \tag{2.7}$$

en négligeant le terme temporel et en notant a_i le coefficient de pondération.

La phase Ψ_i dépend d'une part de la position du capteur considéré i par rapport au capteur de référence 0, et d'autre part du déphasage électrique dont on a affecté le capteur i par l'intermédiaire d'un déphaseur. On supposera que le déphasage électrique dans chaque capteur est le même par rapport à son voisin, de sorte qu'un gradient de phase φ existe dans l'alignement. La phase Ψ_i de la tension électrique y_i du i^{eme} capteur est donc

$$\Psi_i = ikd\cos\theta + i\varphi \tag{2.8}$$

soit,

$$\Psi_i = i(kd\cos\theta + \varphi) = i\Psi \tag{2.9}$$

avec $\Psi = kd\cos\theta + \varphi$, d étant la distance entre deux capteurs consécutifs.

Cette phase est considérée par rapport à celle du capteur de référence 0.

Les coefficients de pondération $\{a_i\}$ seront obtenus en considérant un réseau de pondérateurs qui permettent d'optimiser la fonction de directivité et peuvent rendre l'antenne la plus directive possible (voir Figure 2.2).

La tension électrique apparaissant à la sortie de l'antenne acoustique est la somme des tensions élémentaires fournies par chaque capteur. Nous avons :

$$y = \sum_{i=0}^{n} y_i = a_0 + a_1 e^{j\Psi} + a_2 e^{j2\Psi} + \cdots + a_n e^{jn\Psi} \tag{2.10}$$

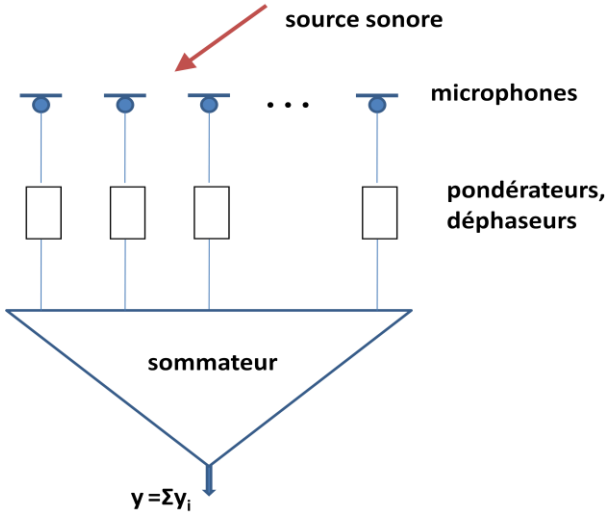


Figure 2.2 - Schéma d'un système de sommateur de signaux.

Considérons le cas de 2n+1 capteurs équidistants avec le capteur central pris comme référence. Les coefficients de pondération a_i sont différents mais égaux pour deux capteurs équidistants du capteur central. Cette distribution des coefficients de pondération est représentée ci-dessous, où les raies ont des longueurs proportionnelles aux coefficients. Le schéma représentant un tel alignement de capteurs est donné dans la Figure 2.3.

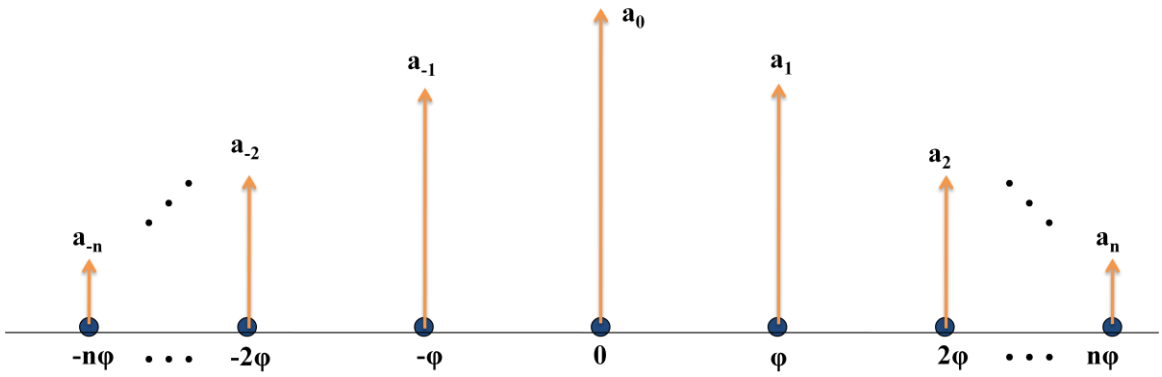


Figure 2.3 - Distribution d'amplitude et de phase symétriques.

Dans ce cas, le schéma (Figure 2.1) devient (Figure 2.4):

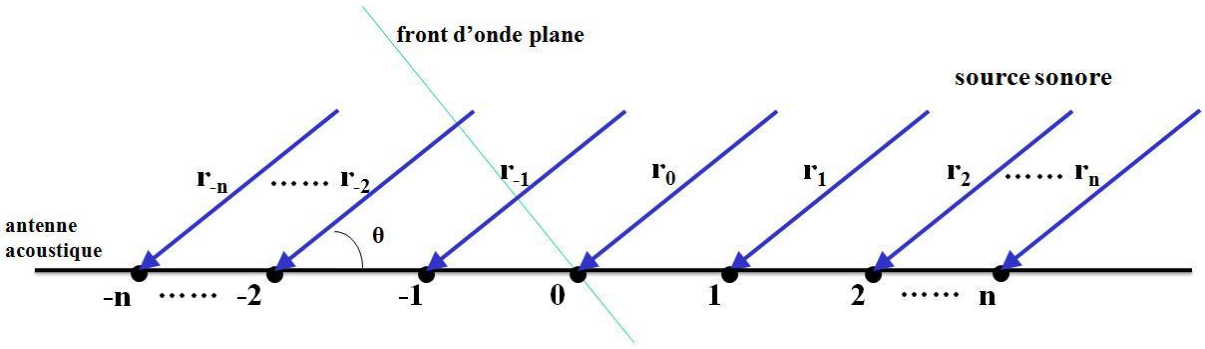


Figure 2.4 - Schéma de l'alignement de capteurs à distribution symétrique.

où $r_i=r_o-id\cos\theta$
$r_{-i}=r_o+id\cos\theta$

La tension électrique à la sortie l'ensemble de l'alignement à pondération symétrique est

$$y = \sum_{i=-n}^{n} y_i = \sum_{i=-n}^{n} a_i \, e^{j\Psi_i} \tag{2.11}$$

avec $\Psi_i=i\Psi$,

$$y = \frac{a_0}{2}+a_1e^{j\Psi} + a_2e^{j2\Psi} + \cdots + a_n e^{jn\Psi} +\frac{a_0}{2} + a_{-1}e^{j\Psi} + a_{-2}e^{j2\Psi} + \cdots + a_{-n} e^{jn\Psi} \tag{2.12}$$

Puisque on a supposé que $a_i = a_{-i}$, la tension électrique à la sortie de l'antenne acoustique est

$$y = \sum_{i=0}^{n} y_i = a_0+ a_1\cos\Psi + a_2\cos(2\Psi) + \cdots + a_n\cos(n\Psi) \tag{2.13}$$

Cette tension est maximale lorsque $\Psi=kd\cos\theta+\varphi=0$. La direction pour laquelle cette tension est maximale est par conséquent :

$$\cos\theta_0 = -\frac{\varphi}{kd} \tag{2.14}$$

Cette direction est appelée « voie de directivité » et dépend du déphasage électrique φ.

Nous considérons maintenant deux cas particuliers :

1) Lorsque $\varphi=0$, on a $\theta_0=90°$ et la direction pour laquelle la tension électrique est maximale est perpendiculaire à l'alignement de l'antenne. Autrement dit, dans une

antenne acoustique constituée par de microphones électriquement en phase, l'axe acoustique de l'antenne, ou direction du lobe principal du diagramme de directivité, est confondu avec l'axe perpendiculaire à l'alignement de capteurs en son milieu. Un tel alignement est dit équi-phase et le diagramme de directivité est transversal. On l'appelle aussi « broadside array » dans la littérature anglo-saxonne ([17] p.262) (Voir Figure 2.5 (a)).

2) Lorsque θ_0=0°, c'est-à-dire lorsque $\varphi = -kd$, la direction pour laquelle la tension électrique à la sortie de l'antenne est maximale est la direction de l'alignement des capteurs. L'axe acoustique de l'antenne ou direction du lobe principal sont maintenant confondus avec l'alignement des microphones. Le diagramme de directivité est longitudinal ou en bout. Un tel alignement est aussi appelé « end-fire array » dans la littérature anglo-saxonne ([17] p.264) (Voir Figure 2.5 (b)).

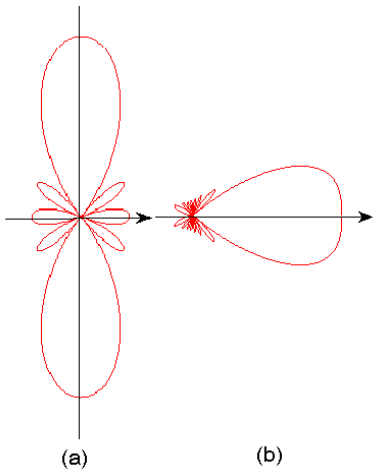


Figure 2.5 - Diagramme de directivité: "Broadside array" (a) et "End-fire array" (b)

Nous remarquons que dans le premier cas (broadside array), deux lobes principaux apparaissent et ce qui peut entrainer une ambigüité lors de la localisation d'une source sonore par exemple.

Dans le deuxième cas (end-fire array), on n'a qu'un seul lobe principal même s'il est légèrement plus large que dans le cas précédent et des lobes secondaires moins importants que ceux qui apparaissent dans le premier cas.

Toutes ces conclusions restent valables quelle que soit la distribution des coefficients de pondération a_i, mais sous réserve que la variation de phase soit linéaire sur l'alignement.

En conclusion, on peut dire que le déphasage électrique φ joue un rôle sur l'orientation du lobe principal. On se placera dans le cas « end-fire array » où la direction du lobe principal est celle de l'alignement des capteurs et pour laquelle le déphasage électrique est $\varphi = -kd$. Ce cas

est le plus intéressant puisque nous n'avons l'apparition que d'un seul lobe principal de directivité et de faibles niveaux des lobes secondaires.

La largeur du lobe principal et l'amplitude des lobes secondaires seront traitées grâce aux coefficients de pondération a_i. Ainsi dans les sections qui vont suivre nous allons déterminer des coefficients de pondération permettant obtenir le lobe principal le plus étroit possible et des lobes secondaires les plus faibles possibles, afin de rendre l'antenne acoustique très directive.

2.2.3 Antennes pondérées

2.2.3.1 Pondération uniforme

Soit une antenne acoustique linéaire formée de n capteurs équidistants de d. L'antenne et la source sont placées dans le même plan horizontal de sorte que la source sera repérée uniquement par l'angle polaire θ (voir Figure 2.1).

Plaçons nous dans le cas où $a_0 = a_1 = \ldots = a_{n-1}$ =constante. On dit que la pondération est uniforme. Suivant la relation (2.10), la tension électrique de l'ensemble de l'alignement est :

$$y = \sum_{i=0}^{n-1} y_i = a_0 \left(1+e^{j\Psi} + e^{j2\Psi} + \cdots + e^{j(n-1)\Psi}\right) \qquad (2.15)$$

On pose $r= e^{j\Psi}$, et on obtient la somme des n premiers termes d'une progression géométrique de raison r : $s= 1+r+r^2 + \cdots + r^{n-1}$. On multiplie s par r, $sr= r+r^2 + \cdots + r^n$,

$$s-sr=1-r^n=s(1-r) \quad \Rightarrow s = \frac{1-r^n}{1-r}$$

d'où on obtient:

$$y = a_0 \left(\frac{1 - e^{jn\Psi}}{1 - e^{j\Psi}}\right) = a_0 \frac{e^{jn\frac{\Psi}{2}}}{e^{j\frac{\Psi}{2}}} \left(\frac{e^{-jn\frac{\Psi}{2}} - e^{jn\frac{\Psi}{2}}}{e^{-j\frac{\Psi}{2}} - e^{j\frac{\Psi}{2}}}\right) = a_0 e^{j(n-1)\frac{\Psi}{2}} \frac{\sin(n\frac{\Psi}{2})}{\sin(\frac{\Psi}{2})}$$

Puisque $|y_{MAX}| = na_0$, suivant la relation (2.1), nous déduisons le module de la fonction de directivité normalisée [18]:

$$D = \left|\frac{y}{y_{MAX}}\right| = \left|\frac{\sin(n\frac{\Psi}{2})}{n\sin\frac{\Psi}{2})}\right| \quad (2.16)$$

avec $\Psi = kd\cos\theta + \varphi$.

Les zéros du module de la fonction de directivité sont donnés par: $\sin\left(n\frac{\Psi}{2}\right) = 0 \Rightarrow n\frac{\Psi}{2} = \rho\pi \Rightarrow \Psi = \rho\frac{2\pi}{n}$. Ces valeurs de Ψ permettent de calculer les directions correspondant au passage d'un lobe du diagramme de directivité à l'autre, c'est-à-dire les directions pour lesquelles la tension électrique à la sortie de l'antenne est nulle.

Le graphe ci-dessous (Figure 2.6) nous donne en coordonnées rectangulaires le module de la fonction de directivité D en fonction de Ψ, pour une antenne linéaire formée de n microphones. Nous pouvons remarquer que plus le nombre de microphones n augmente, plus le diagramme de directivité est étroit et plus le niveau des lobes secondaires diminue. Quand au nombre de ceux-ci, il augmente avec n. Le diagramme de directivité présentera donc d'autant plus d'extremum (maximums ou nuls) que n sera grand.

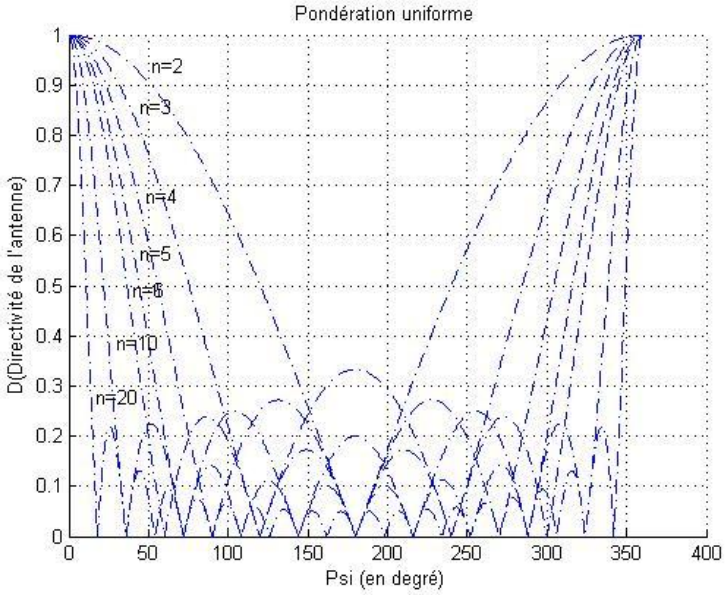


Figure 2.6 - Diagramme de directivité en coordonnées rectangulaires en fonction de n nombre de microphones.

Jusqu'à présent, on a pris comme variable de la fonction de directivité l'angle $\Psi = kd\cos\theta + \varphi$ et la fonction de directivité $D=f(\Psi)$ nous a renseigné seulement sur la largeur du lobe principal, la position et l'amplitude des lobes secondaires par rapport au lobe principal, mais ne nous renseigne pas sur la position d'une source ou plusieurs sonores par exemple. Cette position est repérée par l'angle polaire θ. Pour utiliser le diagramme de directivité de

l'antenne acoustique lors de la localisation de la source (ou des sources) ou bine la détection d'un signal on tracera en coordonnées polaires la fonction D=f(θ).

D'abord, nous considérons le cas « broadside array ». Nous obtenons :

$$D = \left|\frac{y}{y_{MAX}}\right| = \left|\frac{\sin\left(\frac{nkd\cos\theta}{2}\right)}{n\sin\left(\frac{kd\cos\theta}{2}\right)}\right| \qquad (2.17)$$

La Figure 2.7 (a) nous montre les diagrammes de directivité dans le cas « broadside array » (ou antenne transversale) pour diverses valeurs de la fréquence (125 Hz, 250 Hz, 500 Hz, 1000 Hz) avec une antenne acoustique de 6 microphones équidistants de 10 cm.

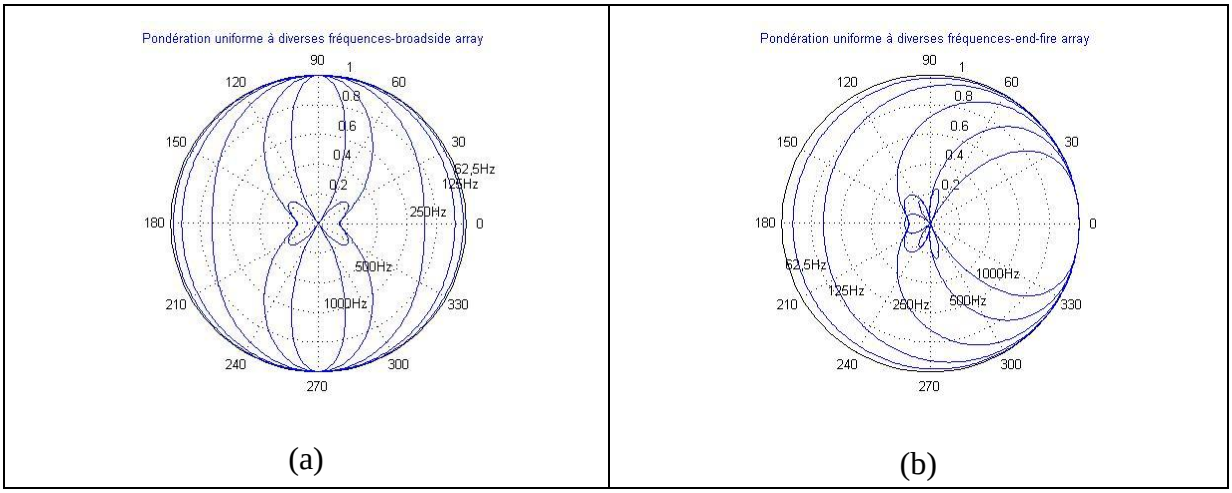


Figure 2.7 - Diagramme de directivité de l'antenne acoustique « broadside array » (a) et de l'antenne acoustique « end-fire array » (b), formée de 6 capteurs équidistants de 10 cm pour diverses valeurs de la fréquence (pondération uniforme).

Nous remarquons que, malgré l'apparition de lobes secondaires, l'antenne est directive pour des fréquences aiguës 1000Hz et même 500Hz. Cependant si nous considérons une source qui émet à basse fréquence (125Hz, par exemple), l'antenne devient omnidirectionnelle pour cette fréquence grave.

Dans le cas « broadside array » (ou antenne transversale), nous voyons deux lobes principaux : lobe avant et lobe arrière, ce qui est source d'ambigüité lors de la localisation d'une source. Considérons maintenant le cas « end-fire array » (ou antenne en bout) où nous avons l'apparition d'un seul lobe principal. C'est le cas où la tension électrique fournie par l'antenne est maximale lorsque l'axe de l'antenne est confondu avec la direction du vecteur d'onde. Dans ces conditions là, on a vu que le déphasage électrique entre capteurs est φ=–kd. La fonction de directivité se met sous la forme :

$$D = \left|\frac{y}{y_{MAX}}\right| = \left|\frac{\sin\left[\frac{nkd\ (\cos\theta - 1)}{2}\right]}{n\sin\left[\frac{kd\ (\cos\theta - 1)}{2}\right]}\right| \qquad (2.18)$$

En considérant n=6 et d=10cm, on obtient les diagrammes de directivité pour diverses valeurs de la fréquence (125 Hz, 250 Hz, 500 Hz, 1000 Hz) représentés par la Figure 2.7 (b).

Nous avons maintenant l'apparition d'un seul lobe principal mais qui est beaucoup plus large que les lobes principaux obtenus dans le cas de « broadside array ».

La directivité de l'antenne devient de plus en plus importante lorsque la fréquence croît.

La comparaison des diagrammes de directivité obtenus dans les deux cas de déphasages précédents montre que le cas « end-fire array » présente des lobes secondaires moins larges mais en plus grand nombre que dans le cas « broadside array ».

Nous venons d'étudier le cas de la pondération uniforme des capteurs. Les diagrammes de directivité nous montrent l'apparition de lobes secondaires dont l'affaiblissement maximal ne peut atteindre que –13,5dB pour une antenne acoustique de 6 capteurs équidistants de 10 cm. Ces lobes sont en général gênants car ils sont sources d'ambigüité dans la localisation d'une source sonore (ou de plusieurs sources) ou dans la détection d'un signal.

On souhaite réaliser une antenne dont le diagramme de directivité donne un lobe principal directif et des lobes secondaires très atténués. Ceci sera possible en introduisant une pondération non uniforme sur les capteurs, comme la pondération binomiale par exemple.

2.2.3.2 Pondération binomiale

Soit une antenne acoustique linéaire formée de n capteurs équidistants de d. La méthode de la pondération binomiale consiste à faire varier les coefficients de pondération comme les coefficients du binôme de puissance (n–1), leur amplitude décroissant du centre vers l'extrémité de l'alignement. Les coefficients du binôme sont tels que :

$$(x+1)^{n-1} = C_{n-1}^{0} + C_{n-1}^{1}x + C_{n-1}^{2}x^{2} + \cdots + C_{n-1}^{n-2}x^{n-2} + C_{n-1}^{n-1}x^{n-1} \qquad (2.19)$$

Pour un nombre pair n de capteurs et le milieu de cet alignement étant pris comme point de référence (voir Figure 2.8), la tension électrique obtenue à la sortie des deux capteurs pondérés par a_i est

$$y_i = a_i(e^{j(2i-1)\frac{\Psi}{2}} + e^{-j(2i-1)\frac{\Psi}{2}}) = 2a_i\cos[(2i-1)\frac{\Psi}{2}] = 2C_{n-1}^{n/2-i}\cos[(2i-1)\frac{\Psi}{2}] \qquad (2.20)$$

La tension de l'ensemble à la sortie de l'antenne est donc

$$y = 2\sum_{i=1}^{n/2} C_{n-1}^{n/2-i}\cos[(2i-1)\frac{\Psi}{2}] \qquad (2.21)$$

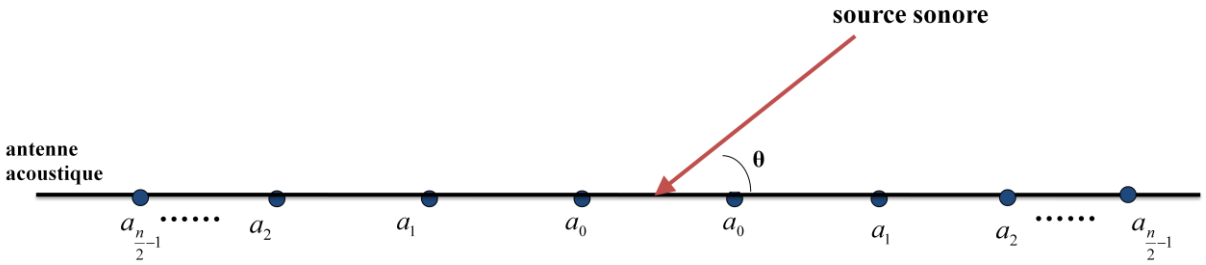


Figure 2.8 - Schéma de l'alignement de capteurs avec le milieu de cet alignement pris comme point de référence.

Puisque nous considérons une antenne formée de 6 capteurs équidistants, ces coefficients seront donc respectivement

$$a_0=C_5^2=10\ ;\quad a_1=C_5^1=5\ ;\quad a_2=C_5^0=1 \qquad (2.22)$$

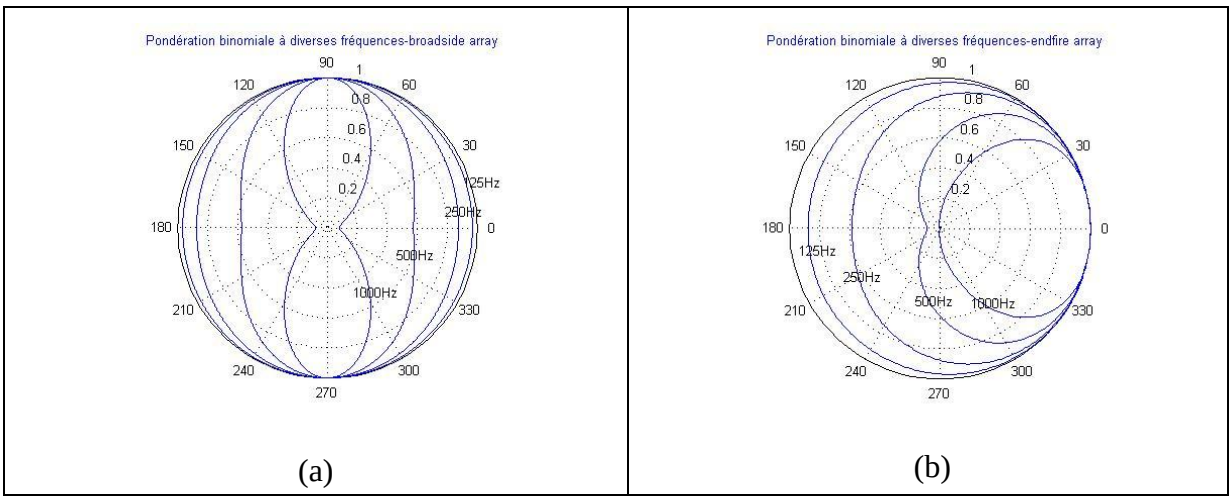
avec $y_{MAX}=16$.

Suivant la relation (2.1), nous obtenons

$$D = \frac{y}{y_{MAX}} = \frac{[10\cos\left(\frac{\Psi}{2}\right)+5\cos\left(\frac{3\Psi}{2}\right)+\cos\left(\frac{5\Psi}{2}\right)]}{16} \qquad (2.23)$$

Intéressons nous au cas « broadside array » dans lequel $\Psi=kd\cos\theta$ (voir Figure 2.9 (a)) et le cas de « end-fire array » dans lequel $\Psi=kd(\cos\theta-1)$ (voir Figure 2.9(b)). Nous traçons le diagramme de directivité D en fonction de θ en coordonnées polaires pour diverses valeurs de la fréquence (125 Hz, 250 Hz, 500 Hz, 1000 Hz) avec une antenne acoustique de 6 microphones équidistants de 10 cm. On remarque une propriété essentielle de la pondération

binomiale : elle ne présente pas de lobes secondaires. Cette propriété découle du fait que la fonction de directivité se met sous la forme $\cos[(n-1)\frac{\Psi}{2}]$ et cette fonction n'oscille pas entre 0 et $\frac{\pi}{2}$. Mais l'antenne devient omnidirectionnelle à partir de 250Hz. On constate aussi que le lobe principal a une largeur à mi-puissance plus importante que celui obtenu par la pondération uniforme.



(a) (b)

Figure 2.9 - Diagramme de directivité de l'antenne acoustique « broadside array » (a) et de l'antenne acoustique « end-fire array » (b), formée de 6 capteurs équidistants de 10 cm pour diverses valeurs de la fréquence (pondération binomiale).

Il faut donc trouver une distribution qui réalise le meilleur compromis entre la largeur du lobe principal et le niveau des lobes secondaires. La pondération de Tchebychev nous permet de réaliser en partie ce compromis.

2.2.3.3 Pondération de Tchebychev

La pondération de Tchebychev est basée sur les propriétés des polynômes de Tchebychev et permet d'obtenir des diagrammes de directivité à lobes secondaires de même niveau. C'est une méthode de pondération qui spécifie le niveau de lobes secondaires. Elle réalise un compromis entre une largeur minimale du lobe principal et un niveau faible des lobes secondaires.

Pour comprendre le principe de cette méthode de pondération, nous allons d'abord présenter une famille de polynômes connus sous le nom des polynômes de Tchebychev.

Soit $x \in [-1, +1]$ et $\Psi = \text{Arccos}(x)$. On a $\Psi \in [0, \pi]$.

Alors, pour n ∈ N, on a:

$$\cos(n\Psi)+i\sin(n\Psi)=(\cos\Psi+i\sin\Psi)^n=(\cos(\text{Arccos}x)+i\sin(\text{Arccos}x))^n=(x+i\sqrt{1-x^2})^n \quad (2.24)$$

En comparant les parties réelles, on déduit :

a) $\cos(n\Psi) = \cos(n\text{Arccos}x)$
b) $\cos(n\text{Arccos}\,x) = x^n + C_n^2 x^{n-2}(x^2-1) + C_n^4 x^4(x^2-1)^2 + \ldots\ldots$ fonction polynomiale de degré n.

On définit le polynôme de Tchebychev de degré n (n ∈ N) par:

$T_n(x)= \cos(n\text{Arccos}\,x) = x^n + C_n^2 x^{n-2}(x^2-1) + C_n^4 x^4(x^2-1)^2 + \ldots\ldots$

$$=\frac{n}{2}\sum_{k=0}^{[\frac{n}{2}]}(-1)^k\frac{(n-k-1)!}{k!(n-2k)!}(2x)^{n-2k} \quad (2.25)$$

La Figure 2.10 nous montre des graphiques tracés sous LabView des fonctions polynomiales de Tchebychev $T_4(x)$, $T_7(x)$ et $T_{12}(x)$:

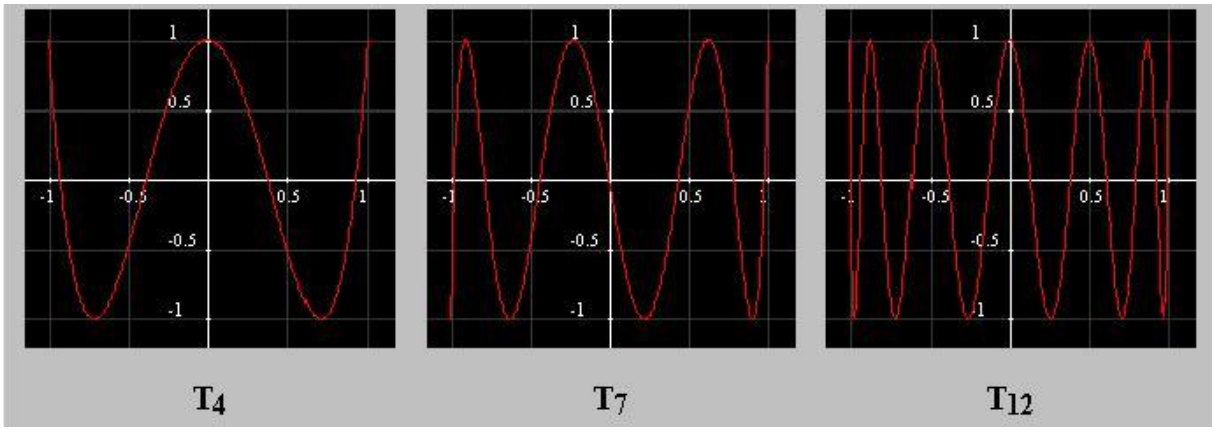


Figure 2.10 -Diagramme du polynôme de Tchebychev de degré 4,7 et 12 tracés sous LabView.

Il faut noter dans la relation (2.25) que si $|x| > 1$, la partie du cosinus inverse devient imaginaire et cette expression peut être réécrite sous la forme du cosinus hyperbolique : $T_n(x)= \cosh(n\text{Arccosh}\,x)$. Pour $|x| < 1$, le polynôme de Tchebychev a des niveaux égaux, alors que pour $|x| > 1$, ils augmentent comme x^n. La Figure 2.11 nous montre les graphiques des fonctions polynomiales de Tchebychev $T_9(x)$ et $T_{10}(x)$:

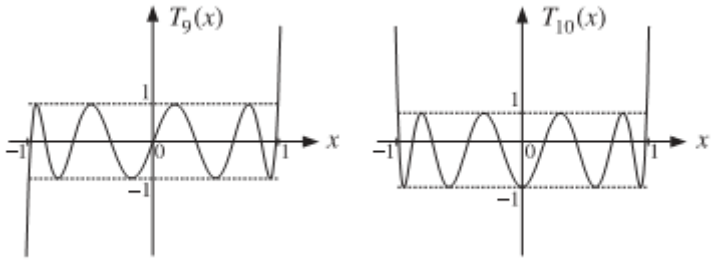


Figure 2.11 - Diagramme du polynôme de Tchebychev de degré 9 et 10.

La pondération de Tchebychev est définie [19] afin que ses lobes secondaires correspondent à la portion du rang équi-ride $|x| \leq 1$ du polynôme de Tchebychev, alors que son lobe principal correspond à la portion du rang $|x| > 1$.

Nous avons vu dans la section (2.2.3.2) que pour un nombre pair n de capteurs et le milieu de cet alignement étant pris comme référence, la tension de l'ensemble à la sortie de l'antenne se met donc sous la forme

$$y = 2\sum_{i=1}^{n/2} a_i \cos[(2i-1)\frac{\Psi}{2}] \tag{2.26}$$

La tension électrique y(Ψ) peut être convertie comme un polynôme de Tchebychev de degré n–1 en posant x = cos $(\frac{\Psi}{2})$.

$$y = 2\sum_{i=1}^{n/2} a_i \cos[(2i-1)\frac{\Psi}{2}] = 2\sum_{i=1}^{n/2} a_i T_{2i-1}(x) = T_{n-1}(X) \tag{2.27}$$

où $X = Z_0 x$ et Z_0 est le facteur de proportionnalité de Dolph-Tchebychev.

Le facteur de proportionnalité Z_0 peut être obtenu à partir de sa relation avec le niveau relatif d'atténuation des lobes secondaires R :

$$Z_0 = \cos\left(\frac{\text{Arccos } R}{n-1}\right) = \frac{1}{2}\left[(R+\sqrt{R^2-1})^{\frac{1}{n}-1} + (R-\sqrt{R^2-1})^{\frac{1}{n}-1}\right] \tag{2.28}$$

Dans l'Annexe-I, nous montrons en détail la procédure utilisant les polynômes de Tchebychev pour déterminer la distribution de coefficients de pondération. Il existe plusieurs méthodes

alternatives pour calculer les coefficients du réseau Tchebychev [20]-[23] et leurs performances sont comparées par M. A. Burns et al. dans [24].

On se place dans le cas où l'antenne est formée de 6 capteurs équidistants de 10 cm. Proposons-nous d'abord de réaliser un diagramme directif tel que le rapport de la hauteur du lobe principal à celle des lobes secondaires R soit égal à 10, ce qui correspond à 20log(10)=20dB. Autrement dit, on s'impose le niveau des lobes secondaires à 20dB par rapport au niveau du lobe principal. Puisque R=10, suivant la relation (2.28), on a Z_0=1,055.

On considère (2.27) et on a :

$$y= 2[a_1T_1(x)+ a_2T_3(x)+ a_3T_5(x)] = T_5(Z_0x)$$

En utilisant la relation (2.25), on détermine les polynômes de Tchebychev $T_1(x)$, $T_3(x)$, $T_5(x)$ et $T_5(Z_0x)$, et par identification membre à membre on déduit alors les coefficients de pondération a_1, a_2 et a_3.

Proposons-nous ensuite d'abaisser le niveau des lobes secondaires à 30dB par rapport au maximum du lobe principal. La valeur de R est alors égal à $10^{\frac{20}{30}} \approx 31{,}62$ et Z_0=1,108. De la même façon, on déduit les coefficients de pondération a_1', a_2' et a_3'.

Le diagramme de directivité avec les niveaux des lobes secondaires à 20dB et 30dB par rapport au niveau du lobe principal est présenté en coordonnées rectangulaires dans la Figure 2.12. Nous constatons que plus le niveau des lobes secondaires a été atténué, plus la largeur du lobe principal est devenue importante.

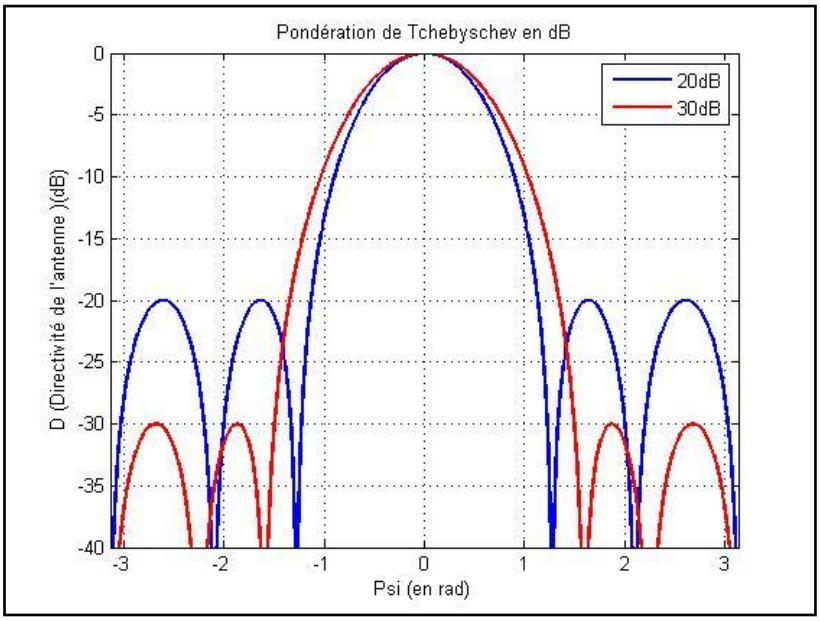
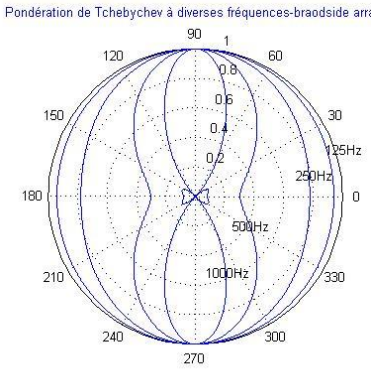
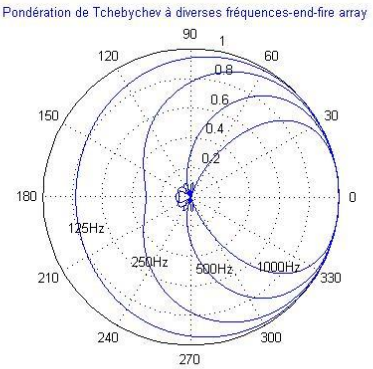


Figure 2.12 - Diagramme de directivité avec pondération de Tchebychev. Le nombre de capteurs est n=6.

Si nous considérons maintenant le cas « broadside array » (voir Figure 2.13 (a)) et le cas « end-fire array » (voir Figure 2.13 (b)) pour diverses valeurs de la fréquence (125 Hz, 250 Hz, 500 Hz, 1000 Hz) avec une atténuation de des lobes secondaires de – 20 dB, nous remarquons que l'antenne est directive pour les fréquences de 1000Hz et 500Hz, mais devient omnidirectionnelle à partir de 250Hz.



(a)



(b)

Figure 2.13 - Diagramme de directivité de l'antenne acoustique « broadside array » (a) et de l'antenne acoustique « end-fire array » (b), formée de 6 capteurs équidistants de 10 cm pour diverses valeurs de la fréquence (pondération de Tchebychev).

La méthode de Tchebychev impose le niveau des lobes secondaires qui sont tous égaux et la largeur du lobe principal. C'est donc l'une des méthodes de pondération qui réalise un bon compromis entre largeur du lobe principal et niveau des lobes secondaires. Mais nous avons aussi remarqué en considérant les méthodes de pondération présentées précédemment, que quelle que soit la pondération choisie, dans les fréquences graves (250Hz ou 125Hz), les diagrammes de directivité sont toujours omnidirectionnels. Cependant nous allons présenter dans la prochaine section une méthode qui permet de déterminer des coefficients de pondération rendant le diagramme directif dans les basses fréquences.

2.2.3.4 Pondération de Schelkunoff

Dans les méthodes de pondération précédentes, nous avons considéré les coefficients de pondération comme étant des nombres réels. La pondération de Schelkunoff [25] augmente la directivité de l'antenne en considérant des coefficients complexes. On obtient la pondération de Schelkunoff conduisant à une antenne super-directive.

Soit une antenne acoustique linéaire formée de n capteurs équidistants de d. Le capteur 0 sera pris comme origine des espaces et des phases (voir la Figure 2.14).

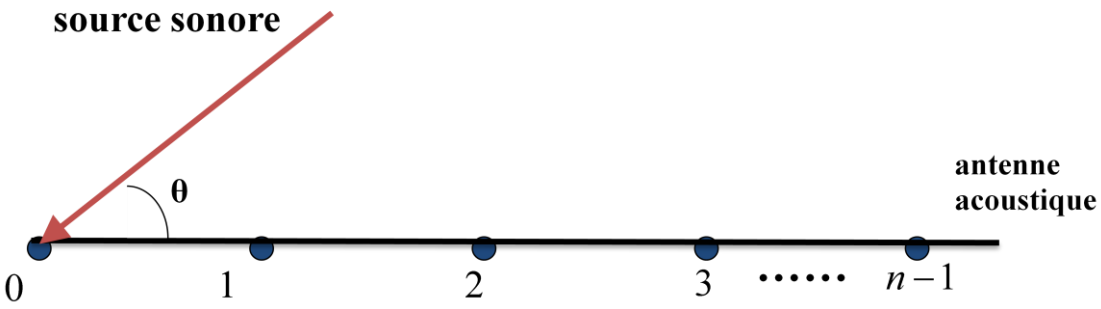


Figure 2.14 - Schéma de l'alignement de capteurs pour la pondération de Schelkunoff.

La tension électrique à la sortie de l'antenne se met sous la forme :

$$y = \sum_{i=0}^{n-1} a_i e^{ji\Psi} \tag{2.29}$$

où $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$ sont les coefficient de pondération de chaque capteur.

En posant $z = e^{j\Psi}$, la tension totale peut être réécrire sous la forme :

$$y = \sum_{i=0}^{n-1} a_i z^i \tag{2.30}$$

C'est un polynôme de degré n–1 qui présente n–1 racines $(z_1, z_2, \ldots, z_{n-1})$ et s'écrit :

$$y = a_{n-1}(z - z_1)(z - z_2) \ldots (z - z_{n-1}) \tag{2.31}$$

Schelkunoff a montré que, en plaçant convenablement ces n–1 racines $(z_1, z_2, \ldots, z_{n-1})$ sur un cercle de rayon unité, un alignement super directif peut être obtenu (c'est pourquoi cette méthode de pondération s'appelle aussi « pondération super directive »).

Si on considère l' alignement ''end-fire array» pour lequel la tension totale est maximale pour $\theta=0°$, on a $\varphi=-kd$ et $\Psi=kd(\cos\theta-1)$ donc Ψ varie entre [-2kd, 0]. Ce domaine constitue la région d'existence de Ψ qui sera noté Ψ_{RE}. La largeur totale de cette région égale $\Psi_{RE}=2kd$. Dépendant de la différente valeur de kd, la région d'existence de Ψ peut être inférieure, égale ou supérieure à l'intervalle de Nyquist :

- $d < \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Psi_{RE} < 2\pi$ (inférieure à l'intervalle de Nyquist) ;
- $d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Psi_{RE} = 2\pi$ (égale à l'intervalle de Nyquist) ;
- $d > \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Psi_{RE} > 2\pi$ (supérieure à l'intervalle de Nyquist).

La région d'existence peut être considérée comme une partie d'un cercle de rayon unité couvert par la variation de l'angle Ψ (voir la Figure 2.15) : si kd<π, la région d'existence est un arc ($z_a z z_b$) avec le point $z=e^{j\Psi}$ qui tourne en sens horaire de z_a à z_b, cela signifie que la région d'existence de Ψ ne couvre pas le cercle de rayon unité.

Nous considérons maintenant deux moyens différents de placer les n–1 racines (z_1, z_2, …, z_{n-1}) dans la relation (2.31) sur un cercle de rayon unité :

si les racines (z_1, z_2, …, z_{n-1}) ont leurs phases régulièrement espacées entre [0, 2π], soit $z_i = e^{j\Psi_i}$ où $\Psi_i = \frac{2\pi i}{n}$ et i=1,2,…, n–1, alors il s'agit d'un alignement classique à pondération constante en amplitude. Par conséquent, pour chaque cas de $d < \frac{\lambda}{2}$, il n'y a qu'une portion des racines qui tombent dans la région d'existence;

si les racines (z_1, z_2, …, z_{n-1}) sont régulièrement espacées juste entre [0, –2kd] (région d'existence de Ψ), on a affaire à un réseau beaucoup plus directif que le précédent pour lequel les amplitudes ne sont pas toutes égales : c'est l'alignement super directif.

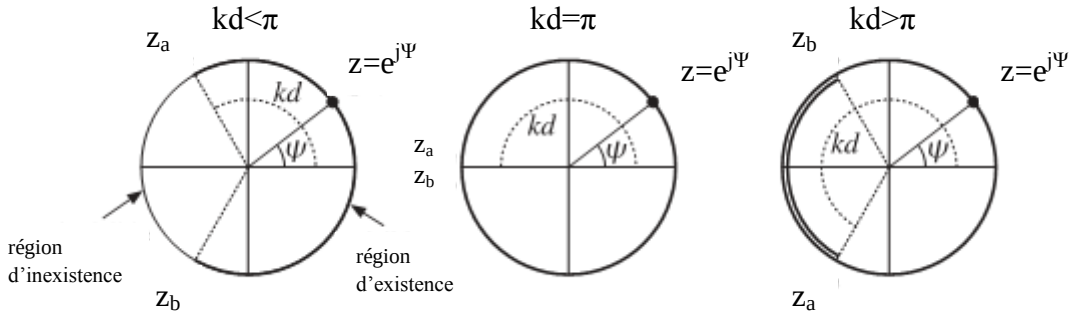


Figure 2.15 - Schéma de région d'existence de Ψ sur un cercle de rayon unité.

La Figure 2.16 illustre les distributions différentes des racines sur un cercle de rayon unité pour l'antenne linéaire formée de 6 capteurs équidistants de d. Le réseau uniforme a 5 racines. Pour la pondération uniforme, puisque les phases de ses racines sont toujours régulièrement espacées entre [0, 2π] en dépit de la région d'existence de Ψ, alors quand d=λ/4, il n'y a que 3

racines qui se trouvent dans la région existante, et quand d=λ/8, il n'y qu'une seule racine qui se trouve dans la région existante. La pondération de Schelkunoff place toujours les 5 racines dans la région existante considérée. La présence de plus de racines dans la région existante aboutit à un lobe principal plus étroit et des lobes secondaires de faibles niveaux.

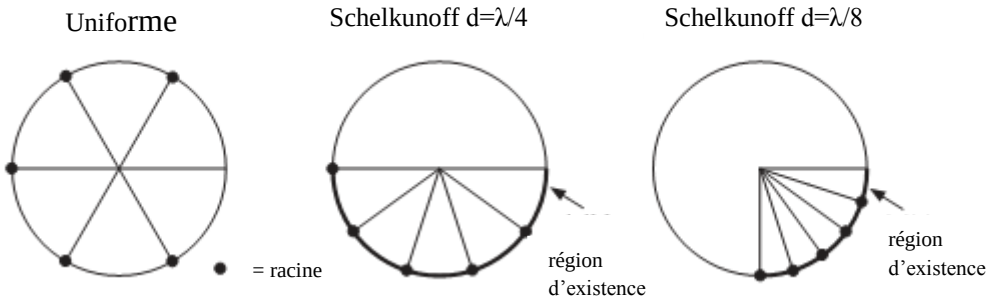


Figure 2.16 - Schéma de distributions différentes des racines sur un cercle de rayon unité dans le cas « end-fire array » pour l'antenne linéaire formée de 6 capteurs équidistants de d.

On considère maintenant le cas pratique d'une antenne acoustique formée de 6 capteurs équidistants de 10 cm et dont la fréquence est de f_1=500Hz. z varie entre [1, e^{-j2kd}], soit z∈ [1, $e^{-j0,584\pi}$]. On espace donc régulièrement les 5 racines z_i (i=1,2,…, 5) entre [0, –0,584π] :

$$z_i = e^{-j\pi(0,584*\frac{i}{5})} \quad , \quad i=1,2,\ldots, 5$$

Avec z_i connue, la tension électrique peut être calculée par la relation (2.31) et ainsi on peut déterminer la directivité de l'antenne.

Pour faire une comparaison, on trace le diagramme de directivité de l'antenne « end-fire array » par la pondération super directive et par la pondération uniforme (voir la Figure 2.17 (a)). Nous pouvons remarquer qu'à la fréquence de 500Hz, le diagramme de directivité super directif présente un lobe principal beaucoup plus étroit que celui obtenu avec la pondération uniforme et des lobes secondaires beaucoup moins importants. Ensuite, on baisse la fréquence à f_2=62,5Hz (voir la Figure 2.17 (b)) et cette fois on remarque que l'antenne reste toujours à forte directivité avec la pondération super directive mais devient omnidirectionnelle avec la pondération uniforme.

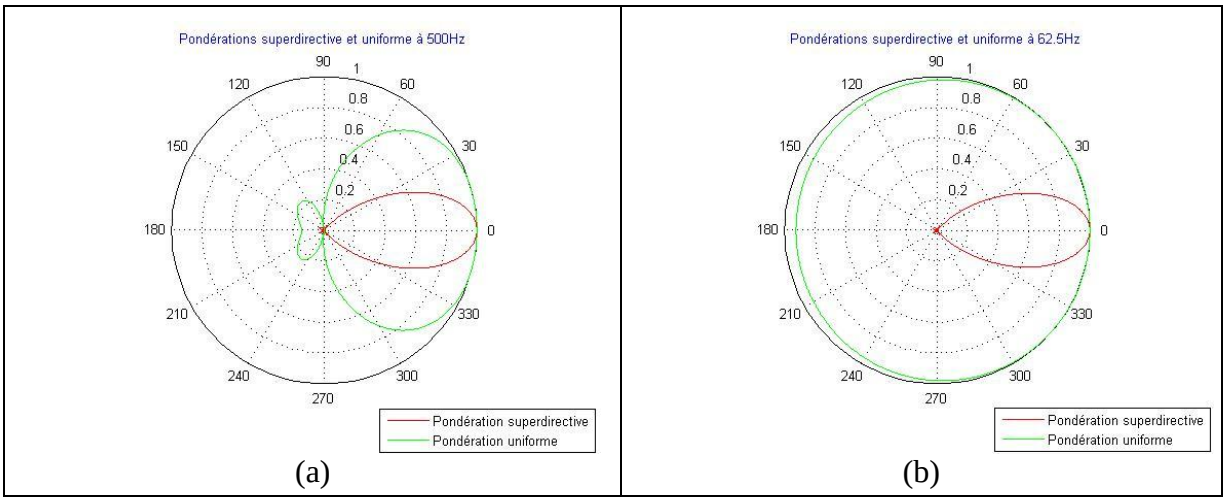


Figure 2.17 - Diagramme de directivité de l'antenne acoustique « end-fire array » formée de 6 capteurs équidistants de 10 cm à la fréquence de 500Hz (a) et à la fréquence de 62,5Hz (b) (pondération super directive et uniforme).

D'autre part, pour observer le changement de directivité avec la variation de fréquence, on trace le diagramme de directivité pour diverses valeurs de la fréquence (62,5 Hz, 500 Hz, 1000 Hz) (voir la Figure 2.18) et on peut remarquer que la pondération de Schelkunoff nous permet d'obtenir une antenne super directive mais elle perd légèrement sa directivité et ses lobes secondaires deviennent un peu plus grands au fur et à mesure de l'élévation de la fréquence, ce qui est une conséquence de la diminution du nombre de racines dans la région existante.

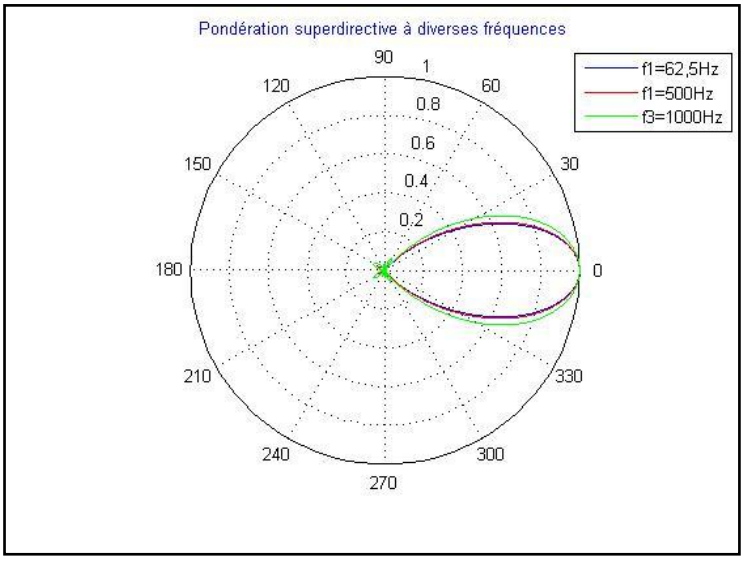


Figure 2.18 - Diagramme de directivité de l'antenne acoustique « end-fire array » formée de 6 capteurs équidistants de 10 cm pour diverses valeurs de la fréquence (pondération super directive).

2.2.3.5 Maximisation du facteur de directivité

Nous nous proposons de déterminer les coefficients de pondération qui maximisent le facteur de directivité d'une antenne acoustique. Ce facteur de directivité se met sous la forme [26] - [31]:

$$F_d(f) = \frac{|y(f,\theta_0,\varphi_0)|^2}{\frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}|y(f,\theta,\varphi)|^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi} \tag{2.32}$$

Dans la section (2.2.1) (2.2.2), on a montré que la tension électrique peut se mettre sous la forme $y = a^T v = v^T a$. Par conséquent on a :

$$|y|^2 = y^* y = (a^T v)^* (v^T a) = a^H v^* v^T a \tag{2.33}$$

En considérant les relations (2.32) et (2.33), la colatitude θ et le gisement φ étant réunis sous la dénomination $\Omega = g(\theta, \varphi)$, la relation (2.32) peut être réécrite sous la forme :

$$F_d(f) = \frac{|y(f,\Omega_0)|^2}{\frac{1}{4\pi}\int_{(\Omega)}|y(f,\Omega)|^2 d\Omega} = \frac{a^H V(f,\Omega_0) a}{a^H W(f) a} \tag{2.34}$$

où $\Omega_0 = g(\theta_0, \varphi_0)$ est la direction dans laquelle la tension est maximale, $V(f, \Omega_0) = v^*(f, \Omega_0) v^T(f, \Omega_0)$, et l'élément W_{ij} de la matrice W(f) se met sous la forme $W_{ij} = \frac{1}{4\pi}\int_{(\Omega)} v_i^* v_j d\Omega$.

Le numérateur de cette expression est la puissance à la sortie de l'antenne produite par l'onde plane issue de Ω_0. Le dénominateur est la puissance à la sortie de l'antenne lorsque celle-ci est placée dans un champ d'ondes planes venant de toutes les directions et ayant le même niveau. Telle est aussi la définition du parasite ou du bruit omnidirectionnel.

Le facteur de directivité représente le rapport signal/bruit à la sortie d'une antenne, pour une onde plane provenant de Ω_0 (signal) et un parasite omnidirectionnel (bruit). Par conséquent, dire que la directivité est forte (ou $F_d(f)$ élevé), c'est dire que l'antenne est particulièrement

apte à esquiver les ondes planes issues des directions autres que Ω_0, réalisant ainsi une sélection spatiale.

Le calcul formel du facteur de directivité n'est possible que dans des cas simples, par exemple, dans le cas d'une antenne linéaire formée des capteurs identiques et équidistants, et pour une direction de référence coïncidant avec la direction de pointage de l'antenne. C'est justement le cas considéré dans cette thèse. Dans le cas « end-fire array », les éléments typiques pour la matrice V sont sous la forme :

$$v_{l,m} = e^{-jkd_l(\cos\theta_0-1)}e^{jkd_m(\cos\theta_0-1)} = e^{jk(d_m-d_l)(\cos\theta_0-1)} \tag{2.35}$$

et les éléments typiques pour la matrice W se mettent sous la forme :

$$w_{l,m} = \frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} e^{-jkd_l(\cos\theta_0-1)}e^{jkd_m(\cos\theta_0-1)}\sin\theta\,d\theta\,d\varphi$$
$$= \frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} e^{jk(d_m-d_l)(\cos\theta_0-1)}\sin\theta\,d\theta\,d\varphi = e^{-jk(d_m-d_l)}\frac{\sin(k(d_m-d_l))}{k(d_m-d_l)} \tag{2.36}$$

La maximisation du facteur de directivité conduit à (voir Annexe-II)

$$a = W^{-1} v \tag{2.37}$$

et le facteur de directivité maximale est

$$F_{dMax}=v^{*T}W^{-1}v \tag{2.38}$$

Pour faire une comparaison, on trace le diagramme de directivité du réseau « end-fire array » avec la pondération obtenue par maximisation du facteur de directivité et avec la pondération uniforme. L'antenne acoustique est formée de 6 capteurs équidistants de 10 cm. Les fréquences sont respectivement de f_1=500Hz (voir la Figure 2.19 (a)) et f_2=62,5Hz (voir la Figure 2.19 (b)). Nous pouvons remarquer que le diagramme à pondération de maximisation du facteur de directivité présente toujours une forte directivité à 500Hz et 62,5Hz, alors que le diagramme à pondération uniforme présente un lobe principal beaucoup plus large à 500Hz et devient omnidirectionnel si la fréquence est de 62,5Hz.

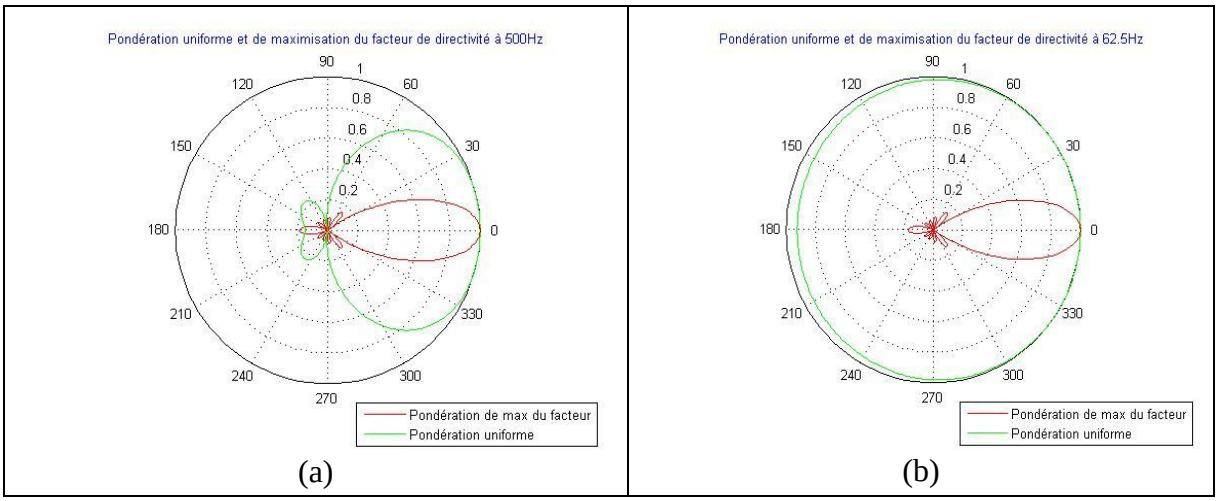


Figure 2.19 - Diagramme de directivité de l'antenne acoustique « end-fire array » formée de 6 capteurs équidistants de 10 cm à la fréquence de 500Hz (a) et à la fréquence de 62,5Hz (b) (pondération uniforme et de maximisation du facteur de directivité).

Pour comparer les cinq algorithmes de pondération, on trace le diagramme de directivité de l'antenne « end-fire array » par tous les cinq algorithmes de pondération présentés précédemment (voir la Figure 2.20). L'antenne est formée de 6 capteurs équidistants de d=10 cm et la fréquence du signal émis est 500Hz ce qui correspond à $\frac{d}{\lambda} = 0{,}15$.

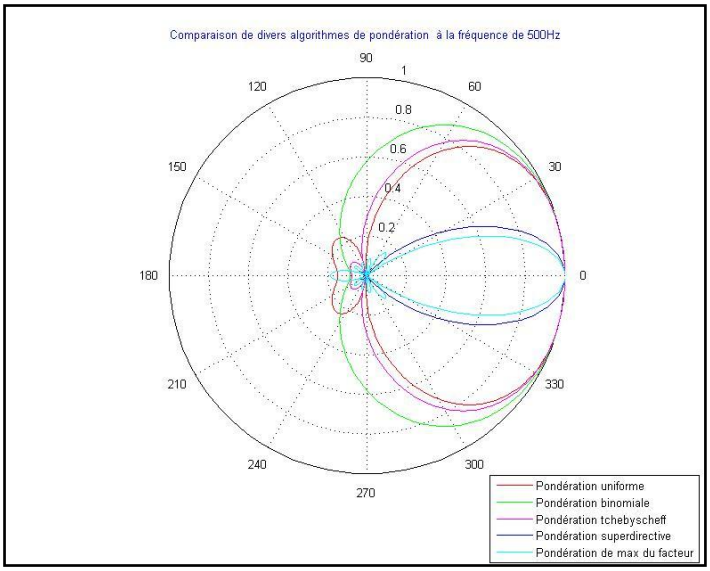


Figure 2.20 - Comparaison des divers algorithmes de pondération de l'antenne acoustique « end-fire array » formée de 6 capteurs équidistants de 10 cm à la fréquence de 500Hz.

Les propriétés des pondérations : ouverture à mi-puissance du lobe principal et niveau des lobes secondaires sont présentés sous forme de tableau ci-dessous (Tab 2.1.) avec une antenne formée de 6 capteurs équidistants de 10 cm, la fréquence du signal émis étant de f=500Hz.

La pondération uniforme nous donne un lobe principal plus étroit que ceci de la pondération binomiale et de la pondération de Tchebychev mais présente des lobes secondaires les plus importants des cinq algorithmes de pondération, ce qui peut entrainer des ambigüités lors de la localisation de sources sonores. La pondération binomiale a une ouverture à mi-puissance de 194°, la largeur du lobe principal est nettement supérieure à celle de la pondération uniforme et on ne peut pas localiser une source avec précision avec cette méthode même si ses lobes secondaires sont absents. La pondération de Tchebychev nous permet d'obtenir des lobes secondaires de même niveau. Ces trois méthodes présentées précédemment conduisent à des diagrammes de directivité omnidirectionnels lorsque les fréquences sont basses (125Hz et 62,5Hz), cependant, la méthode de Schelkunoff présente des diagrammes à directivité assez importante dans les fréquences graves (125Hz et 62,5Hz) et aigues (500Hz et 1000Hz). Son ouverture à mi-puissance du lobe principal est aussi meilleure que celles des méthodes précédentes. Les coefficients de cette pondération prennent des valeurs complexes. La pondération optimale présente un lobe principal le plus étroit parmi les cinq algorithmes de pondération et un bon compromis entre largeur du lobe principal et niveau des lobes secondaires, mais est inefficace lors de la localisation de plusieurs sources de bruit.

Pondération	Uniforme	Binomiale	Tchebychev	Schelkunoff	Optimale
Ouverture à mi-puissance	144°	194°	156°	56°	44°
Lobes 2^{aires}	importants	absents	faibles	faibles	faibles

Tableau 2.1 - Propriétés des différentes pondérations de l'antenne acoustique « end-fire array » formée de 6 capteurs équidistants de 10 cm à la fréquence de 500Hz.

Si les antennes acoustiques travaillent bien à l'émission, elles ont un problème de résolution en réception lors de la localisation de plusieurs sources. Ainsi, considérons une antenne linéaire optimale formée de 6 capteurs équidistants de d=4,5 cm pour localiser deux sources de même fréquence 3800Hz situées à 10° et 19° par rapport à la normale de l'antenne ($\frac{d}{\lambda}$ = 0,5). Le résultat de simulation est illustré dans la Figure 2.21. L'antenne optimale est incapable de séparer les deux sources même en l'absence de bruit ambiant.

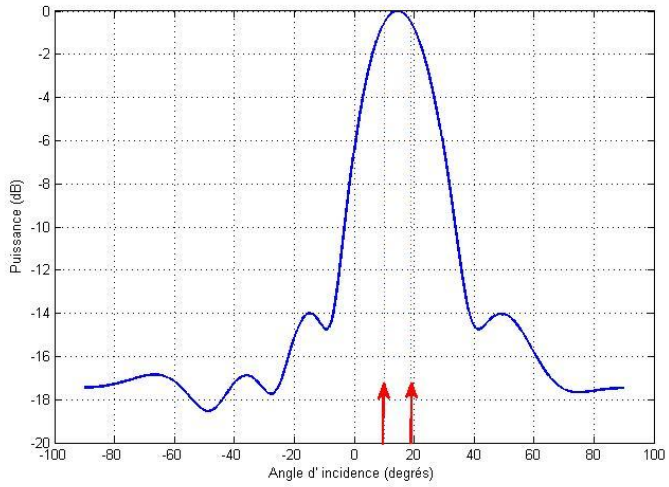


Figure 2.21 - Localisation de deux sources décorrélées avec l'antenne à pondération optimale en simulation.

2.3 Conclusion

Dans ce chapitre une comparaison des diverses méthodes de pondération d'antennes acoustiques a été effectuée. Les antennes à forte directivité sont d'un intérêt considérable lorsqu'il s'agit d'émettre des signaux sonores dans une direction donnée afin de concentrer le maximum d'énergie dans cette direction. Mais pour la localisation de plusieurs sources sonores elles s'avèrent inopérationnelles. Des traitements adaptatifs d'antenne vont être proposés pour localiser des sources de bruit dans le chapitre suivant.

Chapitre 3
Méthodes à haute résolution

Historiquement, la première méthode développée pour la localisation des sources est la formation de faisceaux (appelée « beamforming » dans la littérature anglo-saxonne) [37], [38]. Elle est basée sur le calcul de la puissance reçue dans une direction privilégiée. Cette méthode de formation de faisceaux conventionnelle est dite à faible résolution car sa résolution spatiale dépend de la largeur du lobe principal de directivité de l'antenne de réception, qui est liée à son tour à la longueur de l'antenne [39]. Cette méthode a été étudiée dans le paragraphe précédent.

Par la suite les travaux de recherche visant à améliorer la résolution spatiale ont conduit aux développements de méthodes dites à haute résolution. La plus connue parmi elles est la méthode MUSIC [6]. Cette méthode exploite les statistiques d'ordre deux des signaux temporels enregistrés. L'idée de base de cette méthode est le partage de l'espace d'observation en deux sous espaces complémentaires : le sous espace signal et le sous espace bruit. Contrairement à la méthode de formation de faisceaux, cette méthode utilise la propriété d'orthogonalité entre les deux sous espaces pour localiser les sources, ce qui la rend indépendante des paramètres physiques associés à l'expérimentation. Sous certaines hypothèses cette méthode donne des résultats de localisation satisfaisants par rapport à la formation de faisceaux. Seul le cas de sources fortement corrélées demeure non résolu par cette méthode. Ses performances se dégradent fortement, et donc un prétraitement de décorrélation des sources est indispensable. On se propose dans ce chapitre de présenter des méthodes à haute résolution telles que Capon [41], MUSIC, quelques versions optimales de MUSIC (lissage spatial [42],[43],[44], Toeplitz [40][48],[49],[50], décomposition de la matrice de covariance [51]) et mini-norme [52].

3.1 Modélisation des signaux et formation de faisceaux conventionnelle

3.1.1 Représentation des signaux et matrice de covariance

On considère une antenne linéaire formée de N capteurs omnidirectionnels et équidistants. La distance d entre les capteurs est inférieure à $\lambda/2$ (le critère de Shannon), où λ est la longueur d'onde. Cette antenne reçoit P (P < N) signaux émis par des sources rayonnantes auxquels se superpose un bruit additif. On suppose que les signaux émis par ces sources sonores sont stationnaires, centrés et non corrélés avec le bruit additif. Les P sources sont placées dans un champ lointain, donc supposées ponctuelles, et le bruit additif observé sur les différents capteurs est stationnaire, centré, et de variance σ^2.

Le signal reçu sur le capteur n est:

$$x_n(t) = \sum_{i=1}^{P} s_i(t) e^{-j2\pi f \tau_{n,i}} + b_n(t) \quad n= \{0, 1, \cdots, N-1\} \tag{3.1}$$

avec :

- $s_i(t)$: amplitude complexe de la i^{ème} source ;
- $\tau_{n,i}$: retard lié à la propagation du signal i, entre la source i et le capteur n ;
- $b_n(t)$: bruit additif sur le capteur n. Il est supposé blanc, gaussien et de variance σ^2.

On considère le capteur 0 comme capteur de référence, le capteur n perçoit le signal (voir la Figure 3.1) :

$$x_n(t) = \sum_{i=1}^{P} s_i(t) e^{-j2\pi f n \frac{d}{c} \sin\theta_i} + b_n(t) \quad n= \{0, 1, \cdots, N-1\} \tag{3.2}$$

où θ_i est l'angle entre la direction de propagation de l'onde issue de la i^{ème} source et la normale au réseau de microphones.

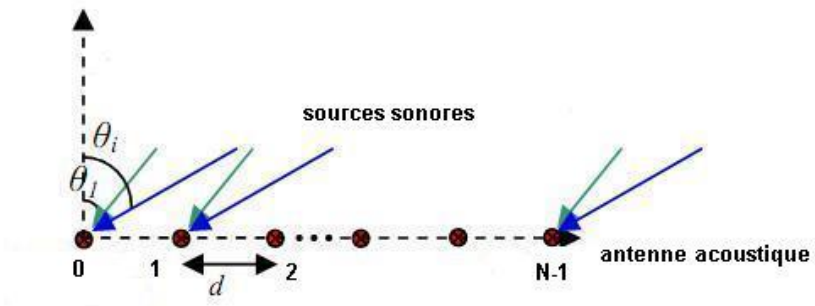


Figure 3.1 - Schéma d'arrivée d'ondes

Soit x(t) le vecteur signal observé sur le réseau de capteurs formant l'antenne acoustique :

$$x(t) = [\, x_0(t) \quad x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dots \quad x_{N-1}(t)]^{T} \tag{3.3}$$

où $[\ ]^{T}$ est le vecteur transposé.

On définit le vecteur directionnel ou le vecteur de transfert des sources $a(\theta_i)$ par :

$$a(\theta_i) = [\, 1 \;\; e^{-j\frac{2\pi f d \sin\theta_i}{c}} \;\; \cdots \;\; e^{-j\frac{2\pi (N-1) f d \sin\theta_i}{c}} \,]^{T} \tag{3.4}$$

Le vecteur x(t) se met sous la forme :

$$x(t)=A(\theta)\, s(t)+b(t) \tag{3.5}$$

- $s(t)= (s_1(t) \;\; s_2(t) \;\cdots s_P(t)\,)^{T}$: vecteur des amplitudes complexes des signaux émis par les P sources à l'instant t ;
- $A= \big(a(\theta_1)\, a(\theta_2) \cdots a(\theta_P)\big)$: matrice des vecteurs directionnels de dimension (N×P) ;
- $b(t)= (b_0(t) \;\; b_1(t) \;\cdots b_{N-1}(t))^{T}$: vecteur bruit additif sur les N capteurs.

Les P signaux des sources sont supposés indépendants, la matrice de covariance de ces sources est alors:

$$R_{S=} E[s\,(t)\, s^{H}(t)] = \mathrm{diag}\,(p_1\; p_2 \;\dots\; p_P) \tag{3.6}$$

avec p_i puissance de la $i^{ème}$ source sonore que l'on souhaite localiser.

On a supposé également que les signaux émis par ces sources sont stationnaires, centrés et non corrélés avec le bruit (bruit blanc), on peut donc déduire la matrice de covariance des sorties des capteurs formant l'antenne :

$$R = E[x(t)\, x^H(t)] = A(\theta) R_S\, A^H(\theta) + R_B \qquad (3.7)$$

où:

$R_S = E[s(t)\, s^H(t)]$: matrice de covariance des signaux des sources de dimension (P×P) ;

$R_B = E[b(t)\, b^H(t)] = \sigma^2 I$: matrice de covariance du bruit ambiant de dimension (N×N), où σ^2 est la variance du bruit et I est la matrice identité ;

En pratique, on estime la matrice de covariance à partir d'un nombre fini d'échantillons temporels sous la forme :

$$\widehat{R}_x = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{T} (x_k x^H{}_k) \qquad (3.8)$$

où x_k est le vecteur signal échantillonné à l'instant k et T est le nombre d'échantillons.

3.1.2 Formation de faisceaux conventionnelle ou conventional beamforming

La localisation des sources est l'une des tâches principales lors du traitement d'antenne et la méthode la plus simple est la formation de faisceaux conventionnelle, appelée aussi dans la littérature anglo-saxonne « beamforming ».

Un formateur de faisceaux est un filtre spatial qui traite les données obtenues à partir d'un réseau de capteurs de manière à accroître l'amplitude des signaux par rapport au bruit de fond et/ou aux interférences. Le principe de cet algorithme classique est de déphaser, de pondérer et d'additionner les signaux à la sortie de chaque capteur, comme indiqué dans le chapitre précédent..

Le signal de sortie d'un réseau de N capteurs, suivi d'un filtre spatial, s'écrit :

$$y(t) = w^H x(t) \tag{3.9}$$

où $w= [w_1 \ \ w_2 \ \ \dots \ \ w_N]^T$ est le vecteur pondération de la formation de faisceaux ; c'est un vecteur de dimension (N×1) qui joue la rôle d'un filtre spatial.

La puissance à la sortie de l'antenne est :

$$P_u = E [y(t)\, y(t)^*] = E [|y(t)|^2] = w^H R\, w \tag{3.10}$$

Le but du filtre spatial est de faire en sorte que pour chaque angle d'incidence θ

- il laisse non distordu le signal dont la direction d'arrivée est θ_0 ;

- il atténue au maximum tous les signaux dont la direction d'arrivée est différente de θ_0.

La finalité de ce filtre spatial est donc de maximiser la puissance à la sortie de l'antenne lorsqu' un signal provient de la direction θ_0 ou encore de maximiser le rapport signal sur bruit. Cette maximisation a été réalisée dans le paragraphe (2.2.3.5).

Lors de la pondération uniforme, la puissance que nous obtenons est analogue à celle obtenue par la méthode du périodogramme classique dans le domaine temporel et son spectre spatial subit aussi la même limitation de résolution que la méthode du périodogramme [53]. La largeur normalisée du faisceau pour une antenne uniforme linéaire est $\emptyset = \frac{2\pi}{N}$, et deux sources d'angles d'incidence inférieur à $\emptyset$ ne seront pas détectées et localisées par cette méthode.

Nous allons proposer des méthodes à haute résolution permettant de détecter et de localiser plusieurs sources sonores qui sont indétectables par les méthodes classiques ou conventionnelles.

3.2 Méthode de Capon (MVDR)

Afin de faire face aux limitations du formateur de faisceaux conventionnel présenté ci-dessus, telles que son pouvoir de résolution lors de la localisation de plusieurs sources, un filtrage spatial adaptatif, proposé par Capon [41],[54], est présenté. Cette méthode, appelée aussi MVDR (*Minimum Variance Distortionless Response*) détermine le vecteur pondération w qui minimise la puissance en sortie d'antenne sous la contrainte qu'un signal de puissance unité

provenant de la direction d'observation soit parfaitement reproduit. Nous avons le problème de minimisation :

$$\min_{w} P_u = w^H R w$$

$$\text{contrainte} \quad w^H a = 1 \tag{3.11}$$

Le vecteur optimal de pondération w est (voir annexe-III) :

$$w = \frac{R^{-1}a(\theta)}{a(\theta)^H R^{-1} a(\theta)} \tag{3.12}$$

et la puissance à la sortie de l'antenne est :

$$P_{MVDR}(\theta) = \frac{1}{a(\theta)^H R^{-1} a(\theta)} \tag{3.13}$$

L'équation (3.13) est également connue comme la puissance angulaire à variance minimale. Les pics du tracé de Pu (θ) nous donnent une bonne estimation du gisement des sources malgré l'apparition de faibles lobes secondaires. Par ailleurs, cet algorithme n'exige aucune connaissance du nombre de sources et il peut être également utilisé avec des réseaux irréguliers de capteurs.

Avant de faire des simulations avec cet algorithme, on présente d'abord la notion de sources corrélées. Les sources corrélées existent dans l'environnement réel, par exemple, la présence de trajets multiples pendant la transmission de signaux conduit à des sources corrélées. Quand on considère des signaux, ils peuvent être décorrélés ou bien corrélés(ou encore cohérents). Dans le cas de deux signaux stationnaires $s_i(t)$ et $s_k(t)$, on définit leur coefficient de corrélation par la relation :

$$\rho_{i,k} = \frac{\mathrm{Cov}(s_i, s_k)}{\sqrt{\mathrm{Var}(s_i)\mathrm{Var}(s_k)}} \tag{3.14}$$

où Cov et Var représentent respectivement la covariance et la variance des signaux. Trois cas se présentent :

- si $\rho_{i,k} = 0$ alors $s_i(t)$ et $s_k(t)$ sont décorrélés et aussi indépendants s'ils obéissent à une loi normale ;

- si $0 < \left|\rho_{i,k}\right| < 1$ alors $s_i(t)$ et $s_k(t)$ sont corrélés ;
- si $\left|\rho_{i,k}\right| = 1$ alors $s_i(t)$ et $s_k(t)$ sont totalement corrélés (ou cohérents).

Considérons l'algorithme de Capon. Celui-ci est utilisé avec une antenne linéaire formée de 6 capteurs équidistants de d=4,5cm. Deux sources décorrélées sont situées aux angles de 10° et 19° par rapport à la normale de l'antenne. La fréquence des deux sources est de 3800 Hz, ce qui correspond à $\frac{d}{\lambda} = 0{,}5$. Le nombre d'échantillons pour former la matrice de covariance est T = 4096 et le rapport signal sur bruit est RSB=20 dB. La Figure 3.2 nous montre le résultat de la simulation obtenue par beamforming et par l'algorithme de Capon. L'algorithme beamforming ne peut pas différencier les deux sources alors que l'algorithme de Capon est capable de les séparer avec un écart angulaire négligeable puisqu'il est inférieur à 0,5°.

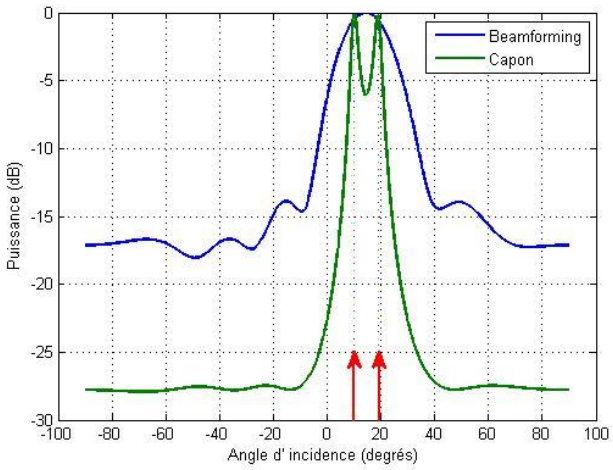


Figure 3.2 - Localisation de deux sources décorrélées par beamforming et par l'algorithme de Capon en simulation.

Considérons ensuite séparément le cas de deux sources totalement corrélées situées à 10° et 19° et le cas de deux sources décorrélées proches situées à 13° et 18°. L'antenne est formée de 6 capteurs équidistants de d=4,5cm et les sources sont à la même fréquence de 3800Hz, ce qui correspond à $\frac{d}{\lambda} = 0{,}5$. Le nombre d'échantillons est T = 4096 et le rapport signal sur bruit est RSB= 20 dB. Les résultats de la simulation sont tracés respectivement dans la Figure 3.3(a) et la Figure 3.3(b) en utilisant la méthode beamforming et la méthode de Capon.

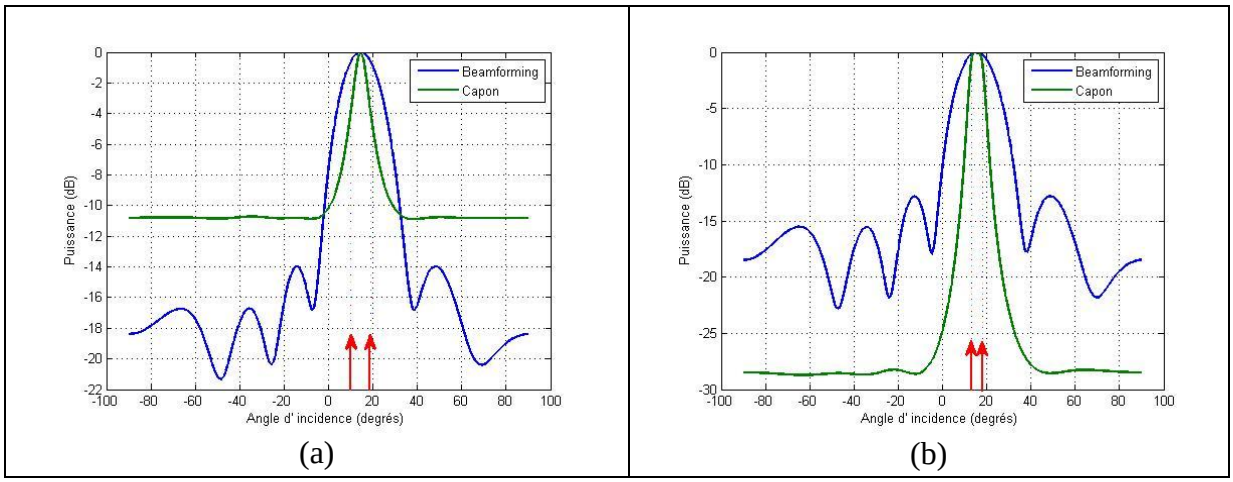


Figure 3.3 - Localisation de deux sources totalement corrélées (a) et de deux sources décorrélées proches (b) par beamforming et par l'algorithme de Capon en simulation.

Nous pouvons constater que les deux pics qui étaient présents dans la Figure 3.2 en utilisant la méthode de Capon sont confondus en un pic unique ou un seul lobe principal, comme indiqué dans la Figure 3.3(a) et la Figure 3.3(b). La méthode beamforming et la méthode de Capon ont de grandes difficultés à localiser correctement des sources fortement corrélées ou des sources assez proches.

L'expérimentation en chambre anéchoïque est effectuée pour vérifier et valider les résultats de la simulation. L'antenne a les mêmes caractéristiques que celles de la simulation.

On considère d'abord le cas expérimental de deux sources décorrélées situées aux angles de 10° et 19° par rapport à la normale de l'antenne. Pour assurer la non-corrélation entre les deux sources, nous avons fait un déphasage de 90° entre les deux signaux sinusoïdaux de même fréquence de 3800Hz émis par les sources qui sont deux haut-parleurs. Le résultat expérimental est illustré dans la Figure 3.4. Nous pouvons remarquer l'analogie au résultat obtenu en simulation : la méthode de Capon est capable de localiser les deux sources alors que le spectre spatial obtenu par beamforming ne montre qu'un seul lobe principal. Les deux sources ne sont pas détectées par beamforming.

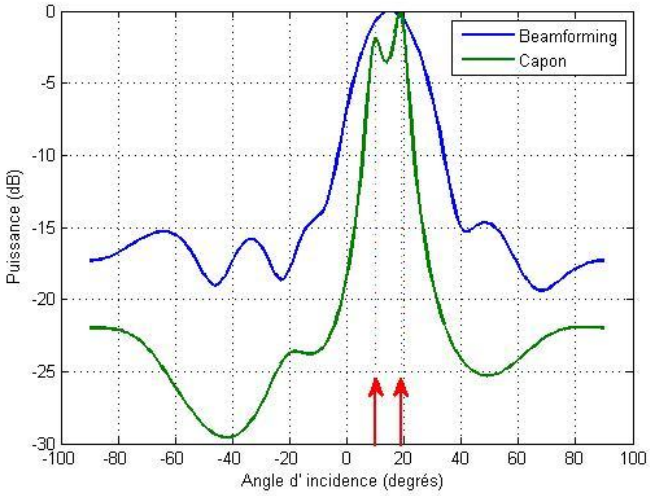


Figure 3.4 - Localisation de deux sources décorrélées par beamforming et par l'algorithme de Capon en chambre anéchoïque.

Ensuite, nous considérons successivement le cas de deux sources totalement corrélées situées à 10° et 19° et le cas de deux sources décorrélées proches situées à 13° et 18°. Le résultat expérimental est illustré dans la Figure 3.5 (a) et la Figure 3.5 (b). Nous pouvons remarquer que dans les deux cas, la méthode de Capon et la méthode beamforming ne montrent qu'un seul pic, ou un seul lobe principal, ce qui est similaire avec les résultats précédents obtenus par simulation.

Ces deux méthodes ne permettent pas de localiser les deux sources. On va décrire la méthode de Capon robuste pour essayer de résoudre ce problème de localisation de deux sources.

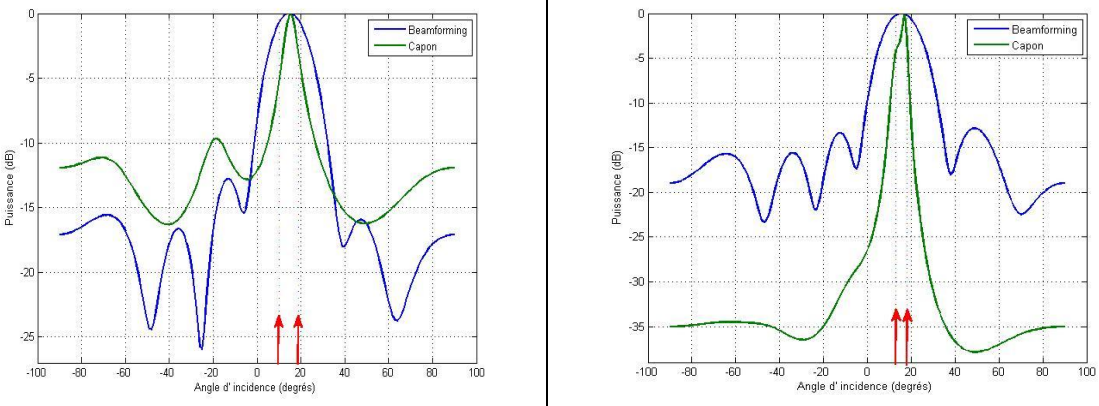


Figure 3.5 - Localisation de deux sources totalement corrélées(a) et de deux sources décorrélées proches (b) par beamforming et par l'algorithme de Capon en chambre anéchoïque.

3.3 Méthode de Capon Robuste

Contrairement à la méthode beamforming conventionnelle, la méthode de Capon exploite les statistiques du second ordre en sortie des capteurs et impose une contrainte sur la réponse du signal en minimisant la variance en sortie de l'antenne. Elle possède ainsi une meilleure résolution que la méthode beamforming conventionnelle sous l'hypothèse que les vecteurs directionnels sont exactement connus.

Cependant, les performances de l'algorithme de Capon se dégradent considérablement sous l'effet de diverses erreurs : diffusion locale des signaux, distorsion de l'onde, erreurs d'amplitude et de phase dans les capteurs, déformation de l'antenne ou du positionnement imprécis des capteurs du réseau. Ceux-ci conduisent souvent aux vecteurs directionnels imprécis et la réponse de l'antenne sous la contrainte unité est en fait atténuée.

Quelques approches ont été utilisées pour améliorer la robustesse de l'algorithme de Capon, L'une des plus connues est l'approche de chargement diagonal basée sur la modification des éléments diagonaux de la matrice de covariance. Ainsi le problème de minimisation dans la relation (3.11) se formule alors de la manière suivante:

$$\min P_u = w^H(R+\gamma I)\, w$$

$$\text{contrainte} \quad w^H a = 1 \tag{3.15}$$

où γ est le coefficient de pondération diagonale, intervenant dans le chargement diagonal de la matrice de covariance.

Similaire à la méthode de Capon conventionnelle, nous déduisons le vecteur optimal de pondération w :

$$w = \frac{(R+\gamma I)^{-1} a(\theta)}{a^H(\theta)(R+\gamma I)^{-1} a(\theta)} \tag{3.16}$$

On insère la relation (3.16) dans la relation (3.10) et on obtient :

$$P_{diag}(\theta) = \frac{a^H(\theta)(R+\gamma I)^{-1} R (R+\gamma I)^{-1} a(\theta)}{[a^H(\theta)(R+\gamma I)^{-1} a(\theta)]^2} \tag{3.17}$$

La sélection du niveau du chargement diagonal est essentielle pour ce type d'approches : si le coefficient de pondération diagonale γ n'est pas choisi correctement, la robustesse de l'approche sera insuffisante. Quelques approches ont été proposées :

Dans [55], la valeur du coefficient de pondération diagonale est 10 fois la valeur propre minimale de la matrice de covariance, soit $\gamma = 10\,\lambda_{min}$ ($\gamma = 0$ lorsque la matrice de covariance est singulière).

Dans [56], la valeur du coefficient de pondération diagonale est la variance des éléments diagonaux de la matrice de covariance, soit $\gamma = \text{var}(\text{diag}(R))$.

Dans [57], la valeur du coefficient de pondération diagonale satisfait à la relation suivante : $\gamma = \lambda_{min} + \sqrt{(\lambda_k - \lambda_{min})(\lambda_{k+1} - \lambda_{min})}$ où k est la dimension du sous-espace des signaux d'interférence ($\gamma = \sqrt{\lambda_k \lambda_{k+1}}$ lorsque la matrice de covariance est singulière).

Toutes ces approches de chargement diagonal proposées ci-dessus sont seulement des analyses qualitatives de la valeur du coefficient de pondération diagonale et n'ont pas d'appui théorique solide. Ici, on présente une approche basée sur la programmation du second ordre en ajoutant une contrainte sur l'incertitude du vecteur directionnel [58]~[60]. Cette approche s'applique principalement à l'estimation de la puissance des sources sonores, ce que nous allons présenter dans le chapitre 5, mais on peut également l'utiliser pour la localisation des sources.

En pratique, le vecteur directionnel exact a n'est pas accessible à cause de l'imprécision de sa mesure. Ainsi, on utilise en fait le vecteur directionnel estimé $\bar{a}$ au lieu de a dans la méthode de Capon et ce biais entre eux conduit à la dégradation des performances de l'algorithme de Capon. Dans ce cas, une méthode de Capon robuste est proposée afin de réduire l'effet de ce biais.

On suppose que la seule connaissance qu'on a sur le vecteur directionnel exact a est qu'il appartient à un ellipsoïde d'incertitude.

$$\|a - \bar{a}\|^2 \leq \varepsilon \tag{3.18}$$

où a est le vecteur directionnel exact;

$\bar{a}$ est le vecteur directionnel estimé ;

ε est le biais quadratique entre le vecteur directionnel exact et estimé.

Nous rappelons que le problème de Capon conventionnel se présente sous la forme :

$$\min_w P_u = w^H R w$$

$$\text{contrainte} \quad w^H a = 1 \tag{3.19}$$

et la solution permettant d'estimer la puissance en sortie de l'antenne est :

$$P_{MVDR}(\theta) = \frac{1}{a(\theta)^H R^{-1} a(\theta)} \tag{3.20}$$

Cette puissance peut être atténuée à cause du biais entre le vecteur directionnel exact et estimé. Nous cherchons ainsi un vecteur directionnel optimal a qui conduit à maximiser la puissance en sortie et ce problème avec incertitude sur le vecteur directionnel peut être reformulé sous la forme suivante:

$$\max_a \min_w P_u = w^H R w$$

$$\text{contrainte} \quad \|a - \bar{a}\|^2 \leq \varepsilon \tag{3.21}$$

On obtient donc une estimation robuste de P_u en considérant la relation (voir la Figure 3.6) :

$$\min_a \; a^H R^{-1} a$$

$$\text{contrainte} \quad \|a - \bar{a}\|^2 \leq \varepsilon \tag{3.22}$$

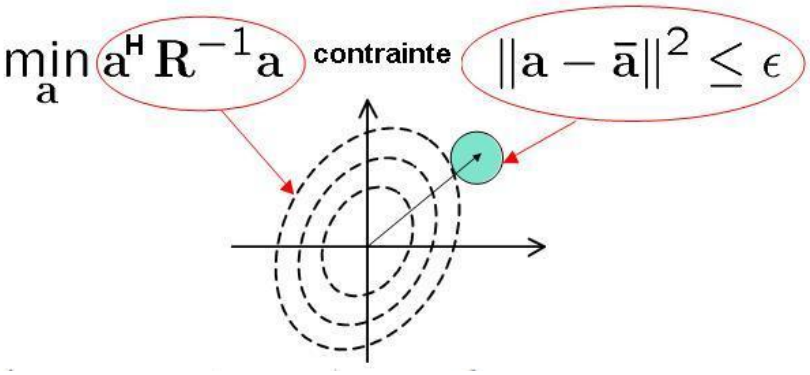


Figure 3.6 - Schéma du problème d'optimisation quadratique de Capon robuste sous une contrainte sphérique.

Pour exclure la solution triviale a=0 dans la relation (3.22), on suppose que

$$\|\bar{a}\|^2 > \varepsilon \tag{3.23}$$

Puisque la solution du problème (3.22) sous condition (3.23) se produit sur la bordure des contraintes, nous pouvons reformuler (3.22) en un problème quadratique avec une contrainte à égalité quadratique :

$$\min_{a} \; a^H R^{-1} a$$

$$\text{contrainte} \quad \|a - \bar{a}\|^2 = \varepsilon \tag{3.24}$$

Ce problème peut être résolu par la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Ici la fonction coût f est

$$f = a^H R^{-1} a + \lambda(\|a - \bar{a}\|^2 - \varepsilon) \tag{3.25}$$

où $\lambda \geq 0$ est le multiplicateur de Lagrange.

La dérivation de la relation (3.25) par rapport à a nous donne la solution optimale :

$$a = \lambda(R^{-1} + \lambda I)^{-1}\bar{a} \tag{3.26}$$

et le multiplicateur de Lagrange $\lambda \geq 0$ est obtenu par l'équation de contrainte :

$$g(\lambda) = (\|(I + \lambda R)^{-1}\bar{a}\|^2 = \varepsilon \tag{3.27}$$

On fait une décomposition en valeurs propres de la matrice de covariance R :

$$R = U\Gamma U^H \tag{3.28}$$

où les colonnes de U contiennent les vecteurs propres de R et les éléments diagonaux de la matrice diagonale Γ : $\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \ldots \geq \gamma_N$ sont les valeurs propres correspondantes.

On considère :

$$z = U^H \bar{a} \tag{3.29}$$

et soit z_n le $n^{ème}$ élément de z.

La relation (3.27) peut être réécrite sous la forme :

$$g(\lambda) = \sum_{n=1}^{N} \frac{|z_n|^2}{(1+\lambda\gamma_n)^2} = \varepsilon \tag{3.30}$$

Nous pouvons remarquer que $g(\lambda)$ est une fonction descendante monotone pour $\lambda \geq 0$. D'après la relation (3.23) et (3.27), $g(0) > \varepsilon$, donc $\lambda \neq 0$. La relation (3.30) nous montre que $\lim_{\lambda\to\infty} g(\lambda) = 0 < \varepsilon$, il y a ainsi une solution unique $\lambda \geq 0$ pour la relation (3.30). En remplaçant γ_n dans la relation (3.30) avec γ_N et γ_1 respectivement, on encadre la valeur de λ :

$$\frac{\|\bar{a}\|-\sqrt{\varepsilon}}{\gamma_1\sqrt{\varepsilon}} \leq \lambda \leq \frac{\|\bar{a}\|-\sqrt{\varepsilon}}{\gamma_N\sqrt{\varepsilon}} \tag{3.31}$$

En supprimant la valeur 1 du dénominateur de la relation (3.30), nous obtenons une autre limite supérieure de la solution λ :

$$\lambda < \left(\frac{1}{\varepsilon}\sum_{n=1}^{N} \frac{|z_n|^2}{{\gamma_n}^2}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.32}$$

On synthétise les deux cas dans l'inégalité suivante:

$$\frac{\|\bar{a}\|-\sqrt{\varepsilon}}{\gamma_1\sqrt{\varepsilon}} \leq \lambda \leq \min\left\{\frac{\|\bar{a}\|-\sqrt{\varepsilon}}{\gamma_N\sqrt{\varepsilon}}, \left(\frac{1}{\varepsilon}\sum_{n=1}^{N} \frac{|z_n|^2}{{\gamma_n}^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right\} \tag{3.33}$$

Le multiplicateur de Lagrange λ dans la relation (3.31) peut être trouvé en utilisant la méthode de Newton-Raphson et le nombre d'itérations peut être grandement réduit grâce à l'inégalité (3.33) (voir Annexe-IV).

Une fois que le multiplicateur de Lagrange λ est déterminé, a peut être calculé en utilisant l'équation (3.26). On remplace R par $U\Gamma U^H$ (voir la relation (3.28)) dans l'équation (3.26) et on obtient :

$$a = \bar{a} - U(\lambda\Gamma + I)^{-1}U^H\bar{a} \tag{3.34}$$

et la puissance peut être calculée en utilisant la relation (3.20):

$$P_u = \frac{1}{\bar{a}^H U \Gamma (\lambda^{-2} I + 2\lambda^{-1}\Gamma + \Gamma^2)^{-1} U^H \bar{a}} \tag{3.35}$$

En plus, il existe un problème de «ambiguïté proportionnelle » dans la relation (3.35) en ce sens que (P_u , a) et ($\frac{Pu}{\alpha}, \sqrt{\alpha}a$) (pour tout $\alpha > 0$) nous donnent le même résultat. Pour éliminer ce problème d'ambiguïté, on ajoute une contrainte sur la norme du vecteur directionnel qui rend $\|a\|^2 = N$, et ainsi l'estimation de Pu devient l'estimation :

$$P_u = \frac{P_u \|a\|^2}{N} \tag{3.36}$$

Nous allons comparer par simulation la méthode beamforming, la méthode de Capon conventionnelle et la méthode de Capon robuste. Soit un réseau uniforme et linéaire de 6 capteurs équidistants de d=4,5cm. Deux sources sont décorrélées, elles ont la même fréquence de 3800Hz et sont situées à 10° et 19° par rapport à la normale de l'antenne ($\frac{d}{\lambda} = 0{,}5$). Le nombre d'échantillons est T=4096 et le rapport signal sur bruit est RSB= 20 dB. Nous simulons la matrice de transfert A(θ) dans laquelle nous avons ajouté des erreurs de phase σ_φ=0,05° et des erreurs de gain σ_G=0,05 sur tous les capteurs. Le résultat de simulation est illustré dans la Figure 3.7 qui nous montre que la méthode de Capon robuste et la méthode de Capon conventionnelle nous donnent presque les mêmes résultats lors de la localisation des deux sources.

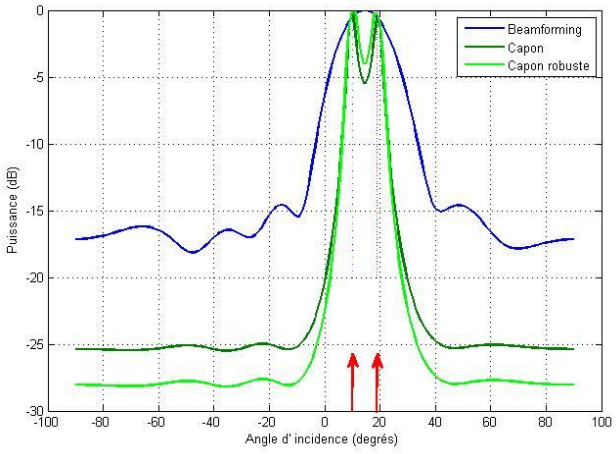


Figure 3.7 - Localisation de deux sources décorrélées par beamforming, par l'algorithme de Capon et par l'algorithme de Capon robuste avec des erreurs de phase et de gain en simulation.

Maintenant on considère le cas de deux sources totalement corrélées avec les mêmes erreurs de phase et de gain sur les capteurs que précédemment. Le résultat de simulation est illustré dans la Figure 3.8. Nous pouvons remarquer que la méthode de Capon robuste n'est plus capable de localiser deux sources fortement corrélées. Pour localiser les sources cohérentes, la méthode de Capon robuste doit être combinée avec une méthode de décorrélation, par exemple la méthode du lissage spatial (LS), pour effectuer un prétraitement de décorrélation sur la matrice de covariance R, ce que nous allons présenter dans les paragraphes suivants.

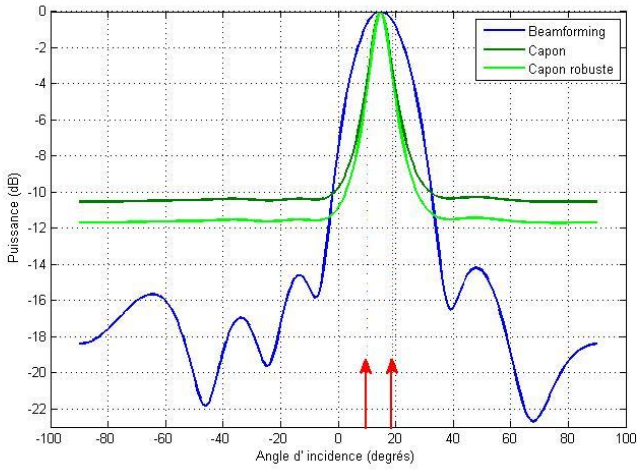


Figure 3.8 - Localisation de deux sources totalement corrélées par beamforming, par l'algorithme de Capon et par l'algorithme de Capon robuste avec des erreurs de phase et de gain en simulation.

L'expérimentation en chambre anéchoïque est effectuée pour vérifier les résultats en simulation. L'antenne a les mêmes caractéristiques que celles de la simulation.

On considère d'abord le cas expérimental de deux sources décorrélées. Le résultat en utilisant les données expérimentales est illustré dans la Figure 3.9. Nous pouvons remarquer qu'il correspond bien au résultat en simulation : la méthode de Capon robuste et la méthode de Capon sont capables de localiser les deux sources et elles présentent presque les mêmes résultats lors de la localisation des deux sources.

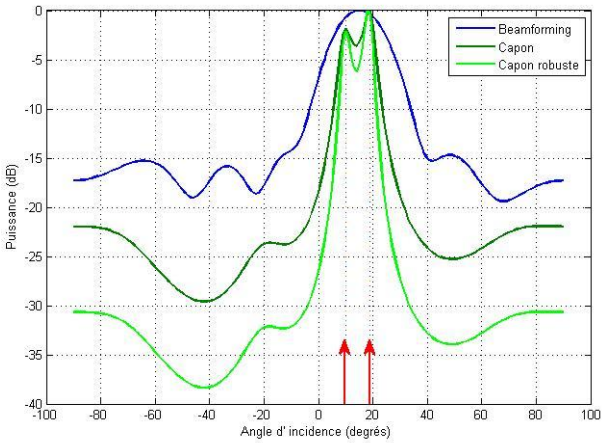


Figure 3.9 - Localisation de deux sources décorrélées par beamforming, par l'algorithme de Capon et par l'algorithme de Capon robuste en chambre anéchoïque.

Nous considérons ensuite le cas de deux sources totalement corrélées. Le résultat expérimental est illustré dans la Figure 3.10. Nous pouvons remarquer que maintenant les trois méthodes sont incapables de séparer de façon évidente les deux sources. Les deux pics sont confondus en un seul pic ou en un seul lobe principal de directivité.

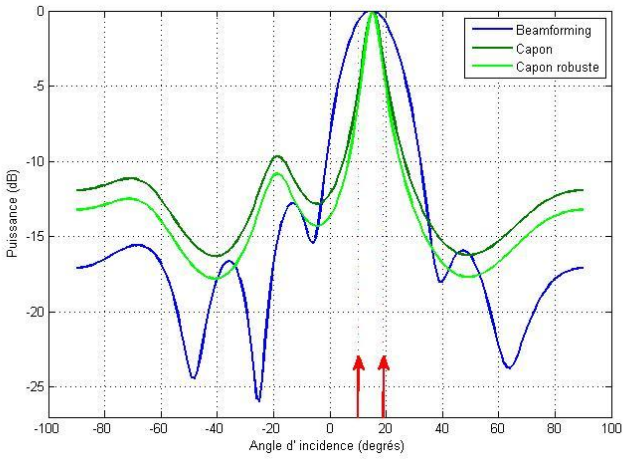


Figure 3.10 - Localisation de deux sources totalement corrélées par beamforming, par l'algorithme de Capon et par l'algorithme de Capon robuste en chambre anéchoïque.

La méthode de Capon et la méthode formation de faisceaux conventionnels décrites ci-dessus ne font aucune hypothèse sur la structure de la matrice de covariance des données. Elles supposent que la forme fonctionnelle du vecteur de transfert des sources a(θ) qui caractérise le réseau de l'antenne et qui fonctionne en tant qu'un dispositif d'échantillonnage spatial est

connue. Ces méthodes sont appelées « méthodes non paramétriques ». L'atout commun des méthodes non paramétriques est qu'elles ne font pas d'hypothèse sur les propriétés statistiques des données temporelles. Dans la section suivante, on va présenter un type de méthodes paramétriques basées sur la décomposition spectrale de la matrice de covariance des signaux : les méthodes sous espaces.

3.4 Les méthodes sous espaces

Les méthodes sous espaces s'appuient sur la décomposition spectrale de la matrice de covariance des signaux provenant des capteurs. Elles séparent l'espace caractéristique de la matrice de covariance du signal global en sous espace signal propre et sous espace bruit en utilisant une décomposition en valeurs propres de la matrice de covariance. La méthode MUSIC (Multiple Signal Classification) est un exemple de ce type de méthodes qui a d'abord été proposée par Schimidt R.O. en 1986 [6] pour estimer les directions d'arrivée des signaux. Cette méthode est capable de détecter plusieurs sources proches et présente de meilleures performances que la méthode de formation de faisceaux conventionnelle à condition que ces sources soient décorrélées ou faiblement corrélées. Si les sources sont fortement corrélées cette méthode nécessite une modification par les algorithmes de décorrélation. La méthode de la mini-norme sera aussi présentée et comparée avec la méthode MUSIC.

3.4.1 Méthode MUSIC classique

La méthode MUSIC classique est basée sur l'analyse de la matrice de covariance spatiale des signaux issus des capteurs. Elle suppose que la matrice de covariance théorique a la forme donnée dans la relation (3.7) (avec bruit blanc spatial) et que la matrice de covariance des signaux des sources $R_s(t) = E[S(t)\, S^H(t)]$ est de rang plein P. On suppose que N>P (N et P sont respectivement le nombre des capteurs et le nombre de sources) et que les vecteurs directionnels a (θ_1), a (θ_2), … a (θ_P) sont linéairement indépendants. La matrice de transfert de sources A est de rang plein P, soit

$$\text{rank}\,(A(\theta) R_s A^H(\theta)) = P \qquad (3.37)$$

D'après la relation (3.37), $A(\theta)R_sA^H(\theta)$ a P valeurs propres strictement positives, et les autres (N-P) valeurs propres sont toutes égales à zéro.

La décomposition spectrale de la matrice de covariance R en éléments propres pour séparer le sous espace signal du sous espace bruit peut être exprimée sous la forme suivante :

$$R = AR_s A^H + \sigma^2 I = U\Lambda U^H = U_s\Lambda_s U_s^H + \sigma^2 U_b U_b^H \quad (3.38)$$

où Λ est la matrice diagonale des valeurs propres de la matrice R et U est la matrice formée des vecteurs propres correspondant aux valeurs propres de la matrice R (classés par ordre décroissant).

On a donc

$$\Lambda=\text{diag}[\ \lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_p > \lambda_{p+1} = \lambda_{p+2} = \ldots = \lambda_N = \sigma^2] \quad (3.39)$$

et

$U = [U_s\ U_b]$ avec $U_s = [u_1\ u_2\ \ldots\ u_P]$, $U_b = [u_{P+1}\ u_{P+2}\ldots\ u_N]$.

où U_s et U_b représentent respectivement les matrices des valeurs propres associées au sous espace signal et au sous espace bruit.

Les vecteurs propres formant U_b correspondant aux plus petites valeurs propres sont orthogonaux aux vecteurs colonnes de la matrice de transfert A :

$$\{u_{P+1}\ u_{P+2}\ldots u_N\} \perp \{a(\theta_1), a(\theta_2), ..., a(\theta_P)\} \quad (3.40)$$

On a donc:

$$A^H U_b = 0 \quad (3.41)$$

Cette orthogonalité est due au fait que les vecteurs du sous espace signal engendrent le même sous espace que les vecteurs colonnes de la matrice du transfert des sources A et comme U_S est orthogonal à U_b on a donc les colonnes de A qui sont aussi orthogonales à celles de U_b.

Pour estimer les directions d'arrivée des sources, le modèle du vecteur source $a(\theta)$ doit être connu. On a supposé que les sources sont placées en champ lointain, les ondes reçues sont alors des ondes planes et les capteurs utilisés sont identiques et de gain unité. L'orthogonalité des vecteurs directionnels avec les vecteurs propres du sous espace bruit est alors caractérisée par une projection du sous espace signal sur le sous espace bruit (c'est pourquoi la méthode MUSIC s'appelle aussi algorithme de sous-espace projection) et on cherche les valeurs de θ

pour lesquelles le sous espace bruit est orthogonal au sous espace signal, ce qui correspond aux directions d'arrivée des ondes. La fonction spectrale angulaire obtenue par la méthode MUSIC permet de déterminer les valeurs de θ pour lesquelles cette fonction est maximale et elle est définie sous la forme suivante :

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{a(\theta)^H U_b U_b^H a(\theta)} \tag{3.42}$$

Cette relation peut aussi être écrite sous forme de la norme quadrique des projections du sous espace signal sur le sous espace bruit:

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\sum_{i=P+1}^{N} \left| a^H(\theta) u_i \right|^2} \tag{3.43}$$

où u_i (i=P+1,…, N) est le $i^{ème}$ vecteur de la matrice U_b issue du sous espace bruit.

Il faut noter que $P_{MUSIC}(\theta)$ n'est pas un véritable spectre (c'est une mesure de la distance entre deux sous espaces), elle nous donne des pics correspondant aux directions exactes d'arrivée des ondes mais ne nous renseigne pas sur la puissance des sources.

Pour que l'algorithme soit opérationnel il faut obligatoirement avoir un sous espace bruit et un sous espace signal. Puisque la dimension de l'espace total est égale à N, donc si on prend un sous espace bruit de taille minimale, soit 1, alors la dimension du sous espace signal nous donne le nombre maximal de sources pouvant être détectées soit N-1. La condition de fonctionnement de l'algorithme est donc:

$$P \leq N - 1 \tag{3.44}$$

Cette condition restreint le nombre minimum des capteurs supérieur au nombre total des sources, ainsi l'hypothèse initiale sur le nombre des sources P devient très importante et un test est utilisé afin de déterminer le nombre des sources présentes dans le milieu.

Pour comparer la méthode MUSIC classique avec la méthode de Capon et la méthode formation de faisceaux conventionnelle, on fait une simulation dans laquelle nous avons une antenne linéaire de 6 capteurs équidistants de d=4,5cm. Deux sources sont décorrélées à la même fréquence de 3800Hz et situées à 13° et 18° par rapport à la normale de l'antenne. On a donc $\frac{d}{\lambda} = 0{,}5$. Le nombre d'échantillons est T=4096, et le rapport signal sur bruit est RSB= 20 dB. Le spectre spatial est tracé dans la Figure 3.11. Nous pouvons remarquer que la méthode MUSIC est la seule méthode qui est capable de séparer deux sources décorrélées assez proches, l'écart de gisement n'étant que de 5°.

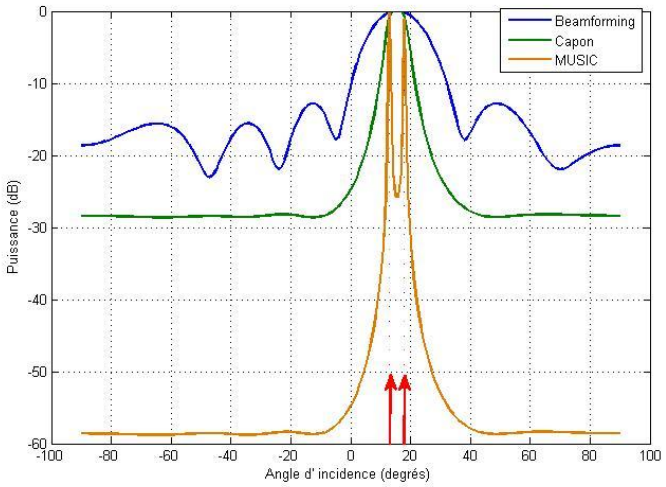


Figure 3.11 - Localisation de deux sources décorrélées par beamforming, par l'algorithme de Capon et par l'algorithme MUSIC classique en simulation.

La Figure 3.11 nous montre que la méthode MUSIC classique a une meilleure résolution que la méthode de Capon et que la méthode de formation de faisceaux conventionnelle sous des conditions favorables. Maintenant on considère respectivement les cas où le nombre d'échantillons est T=20, le rapport signal sur bruit est RSB= 0 dB et les deux sources sont totalement corrélées. Les spectres spatiaux sont tracés dans la Figure 3.12 en comparaison avec le spectre spatial aux conditions énoncées dans le paragraphe ci-dessus. Nous pouvons remarquer que dans des conditions défavorables, la méthode MUSIC n'est plus capable de localiser les deux sources. Les performances de l'algorithme MUSIC sont limitées par le nombre d'échantillons temporels utilisés pour former la matrice de covariance, un RSB faible et la corrélation des sources. Ces trois exemples montrent les limites de la méthode MUSIC.

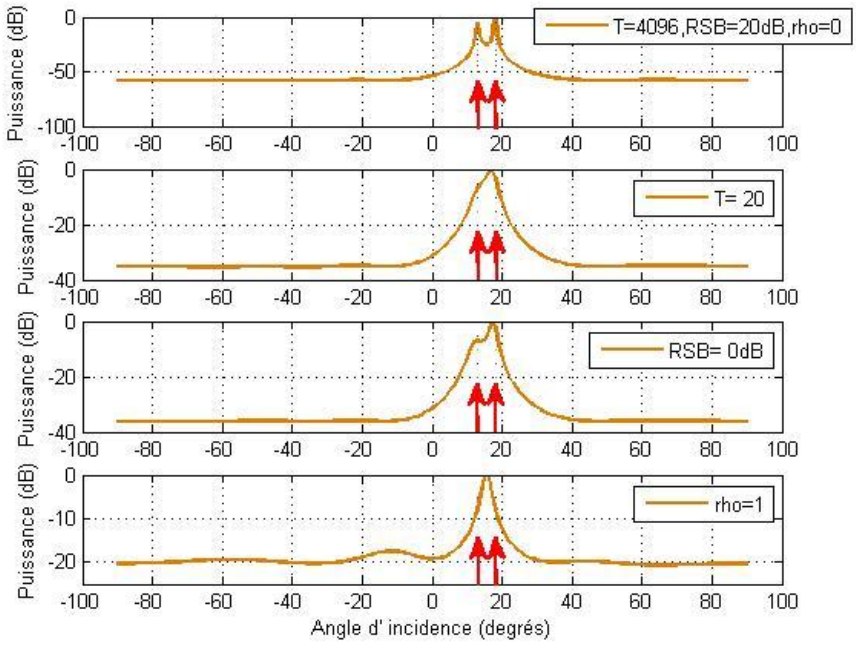


Figure 3.12 - Localisation de deux sources par l'algorithme MUSIC classique sous différentes conditions en simulation.

L'expérimentation en chambre anéchoïque est effectuée pour vérifier les résultats de simulation. Nous avons une antenne linéaire formée de 6 microphones équidistants de d=4,5cm. Deux sources sont décorrélées à la même fréquence de 3800Hz et situées à 13° et 18° par rapport à la normale de l'antenne. On a donc $\frac{d}{\lambda}$= 0,5 et le nombre d'échantillons est T=4096. Les deux sources sont bien séparées en utilisant l'algorithme MUSIC classique (voir la Figure 3.13).

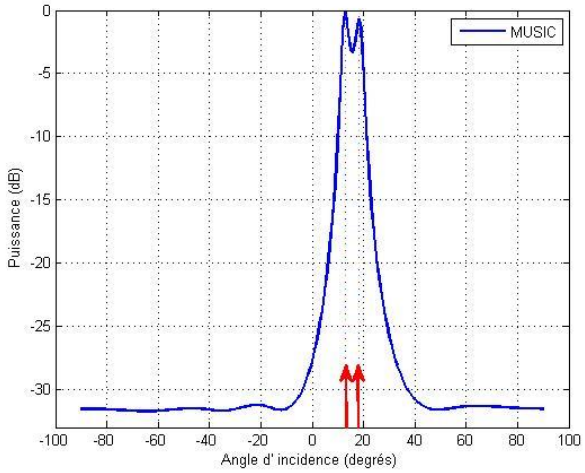


Figure 3.13 - Localisation de deux sources décorrélées par l'algorithme MUSIC classique en chambre anéchoïque.

Cependant, si on considère le cas de deux sources totalement corrélées, on obtient le spectre spatial tracé dans la Figure 3.14. Cette fois, le résultat est moins fiable sur la localisation des deux sources : les deux pics sont tout à fait confondus en un seul pic.

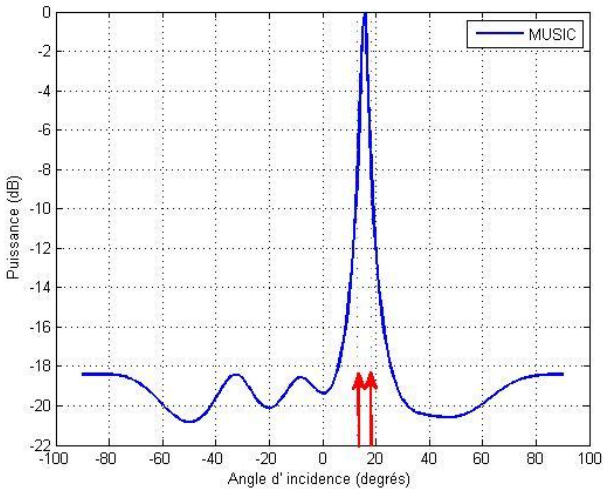


Figure 3.14 - Localisation de deux sources totalement corrélées par l'algorithme MUSIC classique en chambre anéchoïque.

Par les résultats des simulations et les expérimentations en chambre anéchoïque décrits ci-dessus, on a une compréhension sur les limites de la méthode MUSIC classique lorsque les sources sont fortement corrélées, ce qui se produit lors du phénomène des trajets multiples ou quand les signaux sont émis à la même fréquence. L'amélioration de l'algorithme MUSIC classique s'avère alors nécessaire. Nous allons présenter dans la section suivante des variantes de l'algorithme MUSIC classique permettant de localiser des sources totalement corrélées.

3.4.2 Les méthodes optimales de MUSIC classique basées sur la décorrélation des signaux

La méthode MUSIC classique impose que les signaux des sources soient complètement décorrélés pour que l'estimation de leurs directions d'arrivée soit correcte. Or le rang de la matrice de covariance R est toujours égal au nombre de signaux complètement décorrélés, ainsi dès qu'il y a une forte corrélation entre deux signaux, le rang de cette matrice de corrélation se réduit d'une unité, ce qui implique une sous estimation du nombre de directions d'arrivée des ondes et l'algorithme MUSIC n'est plus directement applicable dans ce cas [62] [63].

Différentes versions optimales ont été développées pour résoudre ce problème existant dans la version de MUSIC classique. Parmi elles, la méthode du lissage spatial (LS), la méthode de décomposition de la matrice de covariance et la méthode de Toeplitz seront présentées et analysées dans les paragraphes suivants.

3.4.2.1 Méthode du lissage spatial (LS)

Comme décrit dans les paragraphes précédents, la méthode MUSIC classique est basée sur la décomposition spectrale de la matrice de covariance R pour l'estimation des directions d'arrivée des ondes. La matrice de covariance R est décomposée en P valeurs propres plus grandes et N-P valeurs propres plus petites. Les vecteurs propres qui correspondent aux P valeurs propres plus grandes construisent un sous espace signal qui est identique à la matrice de transfert des sources A et les vecteurs propres qui correspondent aux N-P valeurs propres plus petites construisent un sous espace bruit. Par l'intermédiaire de la propriété d'orthogonalité entre les vecteurs directionnels des signaux $a(\theta)$ avec les vecteurs constituant le sous espace bruit, les points de nullité, soient les directions d'arrivée, sont donc déterminés.

Toutefois, si des signaux des sources sont fortement corrélés, ces signaux peuvent se combiner en un seul signal. Le nombre des sources indépendantes qui atteignent l'antenne sera réduit, le rang de la matrice de covariance R va se réduire et sera inférieur au nombre de sources. Dans ce cas, après la décomposition de la matrice de covariance R, le nombre des valeurs propres plus grandes sera inférieur à P alors que le nombre des valeurs propres égales à σ^2 sera supérieur à N-P. Le nombre des vecteurs propres correspondant au sous espace signal sera également inférieure à P, soit la dimension du sous espace signal sera inférieure au nombre de colonnes de la matrice de transfert A. Ainsi les vecteurs directionnels $a(\theta)$ de certaines sources corrélées ne sont plus orthogonaux avec les vecteurs constituant le sous-espace bruit et des signaux nuls ne surgissent pas comme prévu. Par conséquent, certaines sources ne montreront pas de pic significatif dans l'allure du spectre spatial, résultant d'une sous estimation spectrale. Il faut donc modifier l'algorithme MUSIC classique afin de permette de décorréler les sources à la réception.

Parmi les méthodes optimales de MUSIC classique, la plus connue est la méthode du lissage spatial (LS) [64] [65]. Cette méthode consiste à diviser le réseau principal de réception en sous-réseaux chevauchés et à moyenner les matrices de covariance des sous-réseaux. Cette méthode du lissage spatial suppose aussi que le réseau de réception est formé de capteurs équidistants et est linéaire. Elle suppose également que les propriétés statistiques du signal sont invariantes par translation dans l'espace.

On classifie les différentes approches du lissage spatial en fonction des différentes tactiques de la subdivision du réseau principal de réception. Les différentes approches du lissage spatial

sont aussi classifiées. Nous présentons d'abord la méthode du lissage spatial avant (forward dans la littérature anglo-saxonne).

Nous faisons l'hypothèse que P sources émettant des signaux à bande étroite atteignent une antenne de réception linéaire formée des N capteurs équidistants. Le vecteur des signaux observés à la sortie du $k^{ième}$ microphone $x_k(t)$ s'écrit sous la forme suivante:

$$x_k(t) = \sum_{i=1}^{P} a_k(\theta) s_i(t) + b_k(t) \quad k= \{1, 2, \cdots, N\} \tag{3.45}$$

où a_k est le vecteur directionnel des sources ;

$s_i(t)$ est le vecteur contenant l'amplitude complexe de la $i^{ième}$ source ;

$b_k(t)$ est le bruit ambiant sur chaque microphone.

Ce réseau, formé des N capteurs, est divisé en p sous-réseaux entrecroisés, chacun de dimension n.

Les capteurs [1, . . ., n] forment le premier sous-réseau $\mathbf{x}_1(t)$, les capteurs [2, . . ., n + 1] forment le deuxième sous-réseau $\mathbf{x}_2(t)$, . . . les capteurs [p, . . ., N] forment le p-ième sous-réseau $\mathbf{x}_p(t)$. Il existe en fait une condition qui relie la dimension p des sous réseaux et le nombre m des sous réseaux avec la taille du réseau principal N:

$$N=p+n-l \tag{3.46}$$

Le principe de cette subdivision est illustré dans la Figure 3.15.

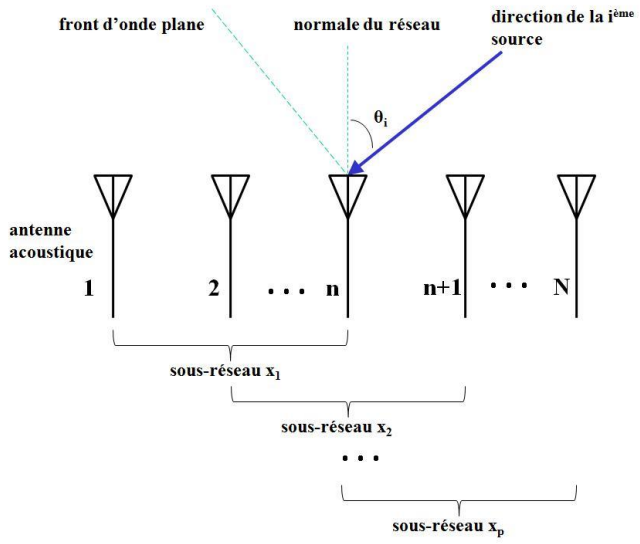


Figure 3.15 - Schéma de la méthode du lissage spatial avant.

Nous prenons le premier sous-réseau $\mathbf{x}_1(t)$ come un sous-réseau de référence, puis pour le $i^{ème}$ sous-réseau, on établit le modèle des données par :

$$\mathbf{x}_i(t)= [x_i \;\; x_{i+1} \;\; \dots \;\; x_{i+n-1}]^T \tag{3.47}$$

La matrice de covariance du $i^{ème}$ sous-réseau est donc définie par :

$$R_i = E\{\mathbf{x}_i(t)\, \mathbf{x}_i(t)^H\} \tag{3.48}$$

La matrice de covariance « lissée » avant R_{av} est acquise en prenant une moyenne sur toutes les matrices de covariance des sous-réseaux, soit,

$$R_{av} = \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p} R_i \tag{3.49}$$

Nous pouvons montrer que la matrice de covariance « lissée » avant R_{av} est de rang plein à condition que le nombre des éléments dans un sous-réseau m et le nombre des sous-réseaux soient tous supérieur au nombre des sources P. En fait, si la condition « $n \geq P$ et $p \geq P$ » est satisfaite, ces P signaux de sources corrélées peuvent être transformés en P signaux de sources indépendantes, mais le nombre des éléments valables du réseau principal sera en même temps réduit à n. Selon la relation (3.46), le nombre perdu des éléments valables du réseau principal est « N-n=p-1 ». La dimension de la matrice de covariance modifiée est inférieure à la dimension de la matrice de covariance originale, par conséquent la décorrélation est acquise au prix d'une diminution des degrés de liberté.

Si le réseau principal est maintenant divisé en sous-réseaux dont la combinaison est illustrée dans la Figure 3.16, le vecteur des données du $i^{ième}$ sous-réseau s'écrit :

$$\mathbf{x}^b_i(t) = [x_{N-i+1} \;\; x_{N-i} \;\; \dots \;\; x_{N-n-i+2}]^T \tag{3.50}$$

De manière identique on a les relations (3.48) et (3.49), nous pouvons déduire la matrice de covariance des sous-réseaux et puis la matrice de covariance « lissée ». Cette procédure est appelée méthode du lissage spatial arrière (« backward » dans la littérature anglo-saxonne).

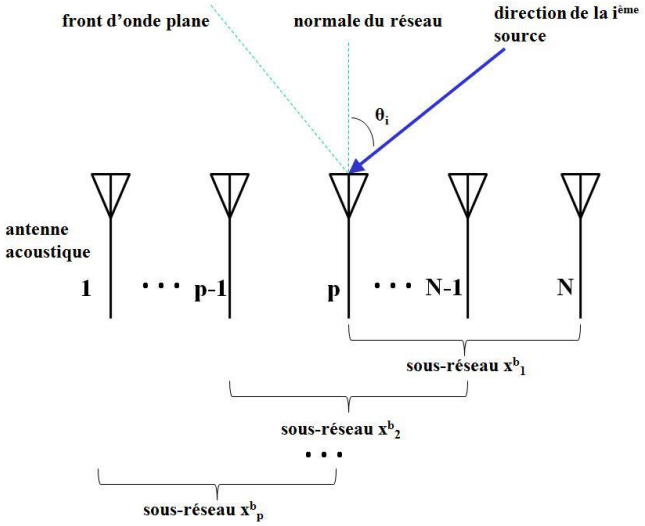


Figure 3.16 - Schéma de la méthode du lissage spatial arrière.

Une fois que la matrice de covariance « lissée » est estimée, nous pouvons tracer le spectre angulaire en utilisant la méthode MUSIC et l'équation (3.42) et en remplaçant la matrice de covariance conventionnelle par cette matrice de covariance « lissée ». Les propriétés de la méthode du lissage spatial arrière sont similaires à celles de la méthode du lissage spatial avant. Ainsi on ne s'intéressera dans les paragraphes suivants qu'à la méthode du lissage spatial avant.

Pour analyser et comparer la méthode LS avant avec la méthode MUSIC classique, on fait une simulation dans laquelle nous avons une antenne linéaire de 6 capteurs équidistants de d=4,5cm. Deux sources totalement corrélées à la même fréquence de 3800Hz sont situées à 10° et 19° par rapport à la normale de l'antenne. Nous avons donc $\frac{d}{\lambda} = 0,5$. Le nombre d'échantillons est T=4096, et le rapport signal sur bruit est RSB= 20 dB. Le nombre des sous-réseaux est p=3 et le nombre des éléments de chaque sous-réseau est donc n=4.

Le spectre spatial est tracé dans la Figure 3.17. Nous pouvons remarquer que la performance de la méthode MUSIC classique se dégrade fortement en cas de sources fortement corrélées : les deux pics sont tout à fait confondus en un seul pic, il est impossible de localiser les deux sources corrélées par l'algorithme MUSIC classique. En revanche la méthode LS avant est efficace vis à vis de la forte corrélation des deux sources : celles-ci peuvent être localisées.

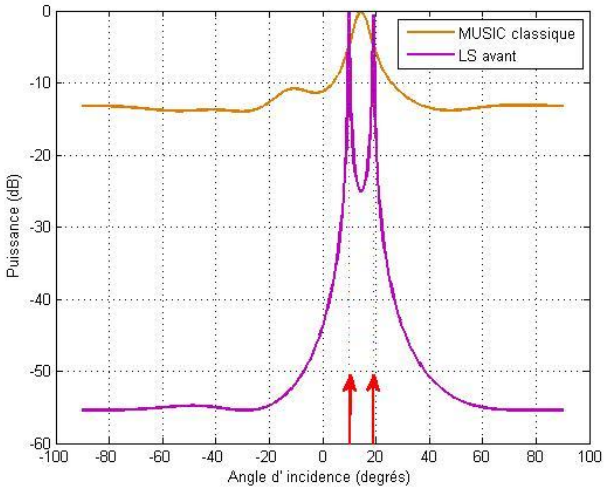


Figure 3.17 - Localisation de deux sources totalement corrélées par l'algorithme MUSIC classique et par l'algorithme LS avant en simulation.

Pour augmenter le nombre des éléments valables du réseau principal, on considère l'algorithme LS bidirectionnel qui combine la méthode LS avant avec la méthode LS arrière [45], [46], [47] . La nouvelle matrice de covariance R_{bi} s'écrit sous la forme suivante :

$$R_{bi} = \frac{1}{2}(R_{av} + R_{ar}) \tag{3.51}$$

où R_{av} est la matrice de covariance « lissée » avant ;

R_{ar} est la matrice de covariance « lissée » arrière.

À la différence de l'algorithme LS avant et de l'algorithme LS arrière dans lesquels le nombre des éléments valables du réseau principal est réduit à $\frac{N}{2}$, l'algorithme LS bidirectionnel réduit ce nombre à $\frac{2N}{3}$. Il permet de posséder plus d'éléments valables du réseau principal ainsi il est plus efficace pour localiser les sources fortement corrélées par rapport à l'algorithme LS avant et à l'algorithme LS arrière.

Nous considérons deux sources proches totalement corrélées situées à 13° et 18° par rapport à la normale de l'antenne. Les autres paramètres sont identiques par rapport à la simulation précédente. Le résultat du spectre spatial est tracé dans la Figure 3.18 où l'algorithme LS bidirectionnel présente une meilleure résolution et une meilleure précision que l'algorithme LS avant.

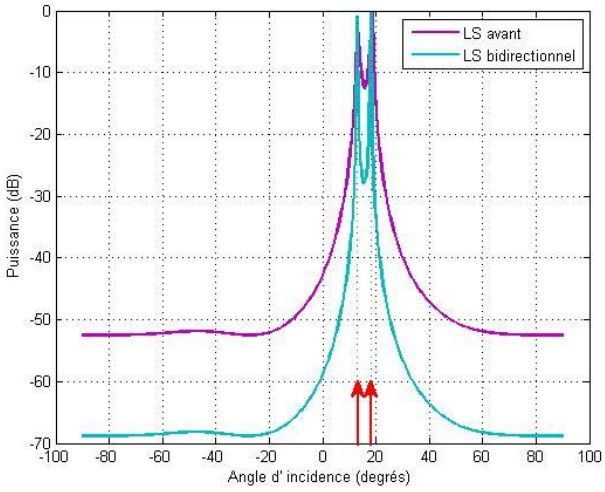


Figure 3.18 - Localisation de deux sources totalement corrélées par l'algorithme LS bidirectionnel et par l'algorithme LS avant en simulation.

L'algorithme du lissage spatial est basé sur le prétraitement des sous-réseaux puis la matrice de covariance est reconstruite. Dans la section suivante on va présenter un algorithme qui traite directement la matrice de covariance pour reconstruire une nouvelle matrice de covariance qui sera de rang plein.

3.4.2.2 Méthode de décomposition de la matrice de covariance (DMC)

La méthode du lissage spatial classique est une méthode relativement efficace pour résoudre le problème de localisation de sources corrélées. Dans cette section nous présentons une autre méthode de décorrélation basée sur la décomposition de la matrice de covariance (DMC) afin de reconstruire une nouvelle matrice de covariance de rang plein.

Contrairement à la méthode du lissage spatial qui divise le réseau principal de réception en sous-réseaux chevauchés et moyenne les matrices de covariance des sous-réseaux, la méthode de décomposition de la matrice de covariance décompose la matrice de covariance R de dimension N×N en p sous-matrices entrecroisées, chacune de dimension n×N. La relation (3.46) est toujours valable dans ce cas là. On reconstruit ensuite une matrice de covariance extensive R_D qui s'écrit sous la forme suivant :

$$R_D = [R_1 \;\; R_2 \;\; \dots \;\; R_p] \tag{3.52}$$

où R_i (i=1,2,…, p) est la sous-matrice de la matrice de covariance composée de la $i^{ème}$ ligne jusqu'à la $(i+n-1)^{ème}$ ligne de R.

Comme lors de la méthode du lissage spatial bidirectionnel, on ajoute des termes du lissage en direction inverse dans la nouvelle matrice de covariance R_D pour augmenter la capacité de décorrélation de cette méthode. Cette idée est basée sur l'approche de moyennage avant-arrière (appelée « *forward-backward averaging approach* » dans la littérature anglo-saxonne). Cette approche s'appuie sur le fait que le vecteur directionnel des sources $a(\theta_i)$ de l'antenne dans la relation (3.4) restent inchangés même si ses éléments sont inversés et complexes conjugués. Cette caractéristique du vecteur directionnel peut être exprimée par la relation suivante:

$$Ja^*(\theta_i) = e^{j\frac{2\pi(N-1)\sin(\theta_i)}{\lambda}} a(\theta_i) \tag{3.53}$$

où J est une matrice unité de direction inverse qui se met sous la forme:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & . & . & . & 0 & 1 \\ 0 & . & . & 0 & 1 & 0 \\ 0 & . & . & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & & \iddots & & & \\ 0 & 1 & 0 & . & & 0 \\ 1 & 0 & . & . & . & 0 \end{bmatrix}$$

Une matrice de covariance arrière R_{arr} peut ainsi être construite à partir de la matrice de covariance actuelle (soit « avant » par rapport à la matrice de covariance arrière) sous la forme suivante :

$$R_{arr} = JR^*J \tag{3.54}$$

La matrice de moyennage avant-arrière R_m s'écrit sous la forme suivante :

$$R_m = \frac{1}{2}(R + R_{arr}) == \frac{1}{2}(R + JR^*J) \tag{3.55}$$

En considérant la relation (3.7), on réécrit R_m sous la forme suivante :

$$R_m = A\left(\frac{1}{2}(R_{Sm} + JR^*{}_{sm}J)\right)A^H + R_B \tag{3.56}$$

où R_{Sm} est la matrice de covariance des sources de R_m et elle est toujours de rang plein même si les sources sont fortement corrélées.

En utilisant l'approche de moyennage avant-arrière dans notre méthode, la matrice de covariance optimale $R_{D\text{-}op}$ s'écrit de la manière suivante :

$$R_{D\text{-}op} = [R_1 \;\; R_2 \;\; \dots \;\; R_p \;\; JR^*_1 \;\; J \;\; JR^*_2 \;\; J \dots JR^*_p \;\; J] \tag{3.57}$$

où $R_{D\text{-}op}$ est une matrice de dimension n×2PN.

Comme la méthode du lissage spatial, la condition « $n \geq P$ et $p \geq P$ » doit être satisfaite pour localiser correctement les sources corrélées.

Des simulations monteront les performances de la méthode DMC en comparaison avec les autres méthodes de décorrélation dans le prochain paragraphe.

La méthode LS et la méthode DMC changent la dimension de la matrice de covariance parce que des combinaisons sont effectuées afin de reconstruire la matrice de covariance. Cependant, par la méthode que nous allons présenter dans le prochain paragraphe, la structure de la matrice de covariance reste inchangée car seulement des régulations intérieures à la matrice de covariance sont réalisées.

3.4.2.3 Méthode de Toeplitz

Idéalement, la matrice de covariance R doit posséder les propriétés de la matrice Toeplitz, mais en pratique, à cause de l'existence des erreurs et du bruit, R n'est qu'une matrice à diagonale dominante. Par l'intermédiaire du traitement préliminaire de Toeplitz, nous pouvons construire une matrice assez proche de la matrice de covariance exacte, suivant le problème de minimisation :

$$\min_{R_T \in S_T} |R_T - R| \tag{3.58}$$

où S_T est l'ensemble des matrices de Toeplitz.

L'étape essentielle de la méthode de Toeplitz classique est de faire un moyennage sur les éléments situés dans la diagonale de la matrice de covariance. Cette étape peut s'exprimer avec les deux relations suivant :

$$r_T(-n) = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} r_{i(i+n)} \quad 0 \leq n < N \tag{3.59}$$

$$r_T(n) = r_T^*(-n) \tag{3.60}$$

où N est le nombre des éléments de l'antenne ;

r_{ij} est l'élément (i,j) de la matrice de covariance R ;

$r_{Tij} = r_T(i-j)$ est l'élément (i,j) de la matrice de covariance R_T.

Il existe également des variantes de l'algorithme de Toeplitz classique qui fait un moyennage sur les amplitudes ou sur les phases des éléments situés dans la diagonale de la matrice de covariance. Le principe de ces deux variantes peut s'exprimer respectivement avec les relations écrites ci-dessous :

$$r_{TA}(-n) = \frac{1}{N-n} e^{j\varphi(-n)} \sum_{i=1}^{N-n} \left| r_{i(i+n)} \right| \qquad 0 \leq n < N \tag{3.61}$$

$$r_{TP}(-n) = |r(-n)| \sum_{i=1}^{N-n} e^{j\frac{1}{N-n}\sum_{i=1}^{N-n} \varphi_{i(i+n)}} \qquad 0 \leq n < N \tag{3.62}$$

où $\varphi(-n)$ est la phase de $r(-n)$.

Les étapes de cet algorithme sont les suivantes :

1) Traitement préliminaire de Toeplitz sur la matrice de covariance R avec les relations (3.59) et (3.60) afin d'obtenir le vecteur r;
2) Reconstruction de la matrice de covariance R_T par l'intermédiaire du vecteur r;
3) Décomposition spectrale de la matrice de covariance R_T pour obtenir le sous espace signal et le sous espace bruit ;
4) Estimation des directions d'arrivée avec la méthode MUSIC classique.

Contrairement à la méthode du lissage spatial classique qui réalise la décorrélation des signaux provenant des sources en diminuant les degrés de liberté, la méthode de Toeplitz réalise la décorrélation par l'intermédiaire du changement de la structure des données de la matrice de covariance et tous les éléments du réseau sont bien employés.

D'autre part, les erreurs existant dans chaque élément de la matrice de covariance sont accumulées pendant que nous effectuons le moyennage. C'est pourquoi l'algorithme de Toeplitz classique présente toujours des biais angulaires lors de la localisation des sources.

Nous présentons maintenant une version optimale de la méthode de Toeplitz : au lieu de faire un moyennage sur tous les éléments situés dans la diagonale de la matrice de covariance, on choisit le premier élément de la diagonale pour représenter tous les éléments de cette diagonale. Le principe de reconstruction de la matrice Toeplitz par cet algorithme optimal peut être illustré par l'expression suivant :

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1(N-1)} & r_{1N} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2(N-1)} & r_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ r_{(N-1)1} & r_{(N-1)2} & \cdots & r_{(N-1)(N-1)} & r_{(N-1)N} \\ r_{N1} & r_{N2} & \cdots & r_{N(N-1)} & r_{NN} \end{bmatrix} \Rightarrow R_{TO} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1(N-1)} & r_{1N} \\ r_{21} & r_{11} & & & r_{1(N-1)} \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ r_{(N-1)1} & \ddots & & r_{11} & r_{12} \\ r_{N1} & r_{(N-1)1} & \cdots & r_{21} & r_{11} \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Les spectres angulaires par l'algorithme de Toeplitz classique et par l'algorithme de Toeplitz optimal sont tracés dans la Figure 3.19 avec deux sources totalement corrélées situées suivant θ_1=10°, θ_2=19° (sources espacées) (a) et θ_1'=13°, θ_2'=18° (sources proches) (b). L'antenne est linéaire et formée de 6 capteurs, $\frac{d}{\lambda}$= 0,5, le nombre d'échantillons est T = 4096 et le rapport signal sur bruit est RSB = 20 dB. Nous pouvons remarquer que si les deux sources sont espacées, les deux algorithmes sont capables de séparer les deux sources. L'algorithme de Toeplitz classique et l'algorithme de Toeplitz optimal présentent une bonne précision et une bonne résolution lors de la localisation de sources totalement corrélées. Cependant, pour deux sources assez proches, l'écart de gisement n'étant que de 5°, les deux pics de l'algorithme de Toeplitz classique sont confondus alors que l'algorithme de Toeplitz optimal est toujours performant lors de la localisation de ces deux sources. L'algorithme de Toeplitz classique n'est pas opérationnel pour localiser deux sourdes corrélées proches.

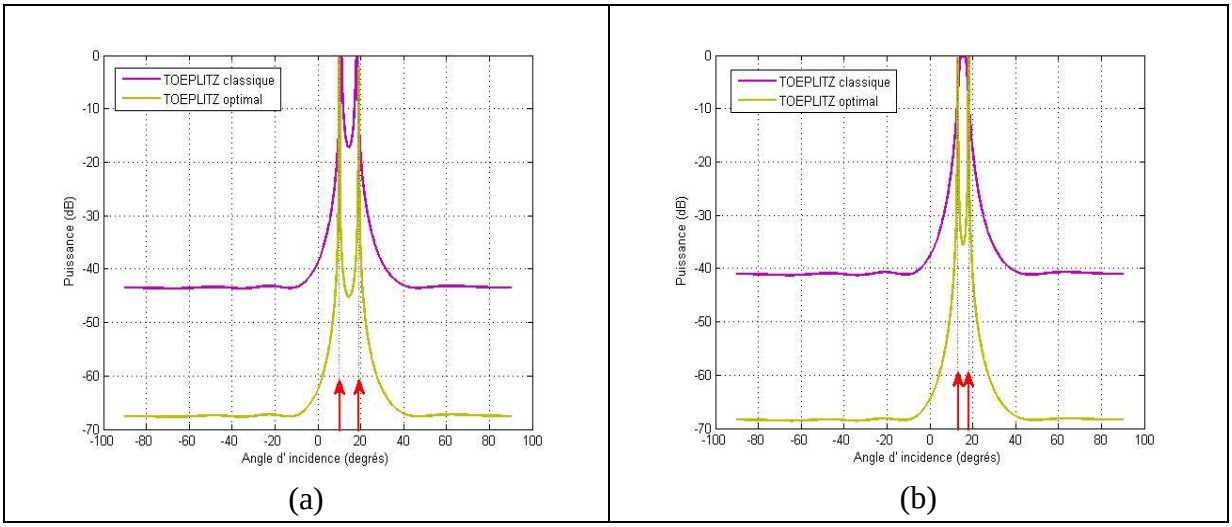


Figure 3.19 - Localisation de deux sources totalement corrélées par l'algorithme de Toeplitz classique et par l'algorithme de Toeplitz optimal en simulation : (a) θ_1=10°, θ_2=19° ; (b) θ_1'=13°, θ_2'=18°.

Maintenant nous comparons la méthode MUSIC classique avec ses trois variantes optimales : la méthode du lissage spatial bidirectionnel, la méthode de décomposition de la matrice de covariance et la méthode de Toeplitz optimal en considérant un réseau linéaire formé de 6 capteurs, $\frac{d}{\lambda}$= 0,5, le nombre d'échantillons est T = 4096 et le rapport signal sur bruit est RSB = 20dB. Le nombre des sous-réseaux pour la méthode du lissage spatial bidirectionnel et des sous-matrices de covariance pour la méthode de décomposition de la matrice de covariance est p=3. Le nombre des éléments de chaque sous-réseau pour la méthode du lissage spatial bidirectionnel et des lignes de chaque sous-matrice pour la méthode de décomposition de la matrice de covariance est n=4. Les spectres angulaires par les quatre algorithmes sont tracés dans la Figure 3.20 avec deux sources totalement corrélées situées suivant θ_1=10°, θ_2=19° (a) et θ_1'=13°, θ_2'=18° (b).

Nous pouvons remarquer que les trois méthodes optimales nous donnent de bons résultats lors de la localisation des deux sources totalement corrélées, qu'elles soient espacées ou proches.

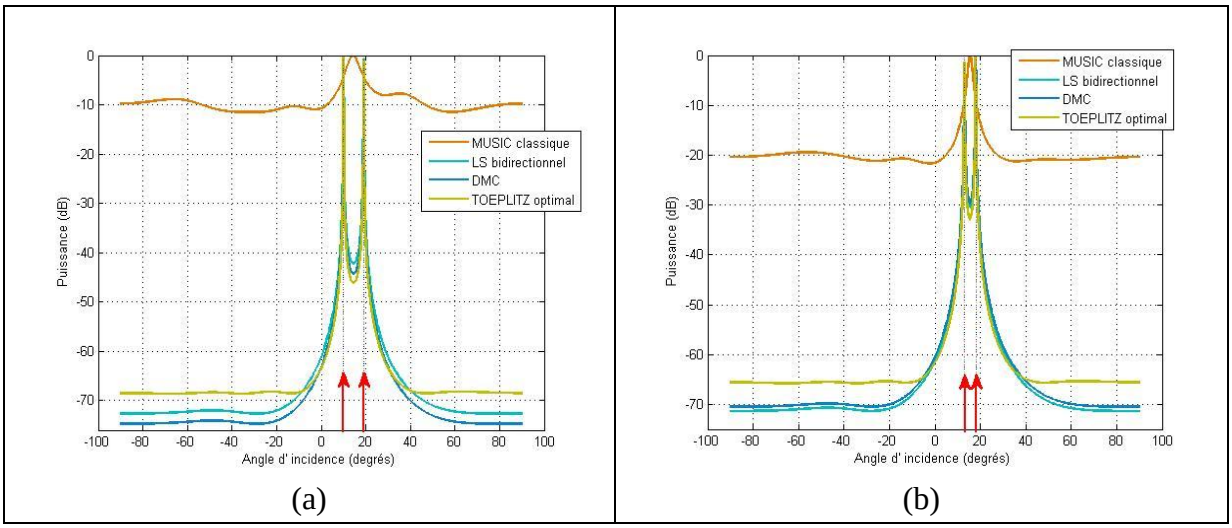


Figure 3.20 - Localisation de deux sources totalement corrélées par l'algorithme MUSIC classique, par l'algorithme LS bidirectionnel, par l'algorithme DMC et par l'algorithme de Toeplitz optimal en simulation: (a) θ_1=10°, θ_2=19° ; (b) θ_1'=13°, θ_2'=18°.

La méthode MUSIC classique, la méthode du lissage spatial bidirectionnel, la méthode de décomposition de la matrice de covariance (DMC) et la méthode de Toeplitz optimal ont été testées expérimentalement en chambre anéchoïque pour vérifier les résultats en simulation. Nous avons une antenne linéaire formée de 6 microphones équidistants de d=4,5cm. Le nombre des sous-réseaux pour la méthode du lissage spatial bidirectionnel et des sous-matrices de covariance pour la méthode de décomposition de la matrice de covariance est p=3. Le nombre des éléments de chaque sous-réseau pour la méthode du lissage spatial

bidirectionnel et des lignes de chaque sous-matrice pour la méthode de décomposition de la matrice de covariance est n=4. Les spectres angulaires sont tracés dans la Figure 3.21 avec deux sources totalement corrélées à la même fréquence de 3800Hz situées suivant les gisements θ_1=10°, θ_2=19° (a) et θ_1'=13°, θ_2'=18° (b). La méthode MUSIC classique ne peut pas séparer les deux sources totalement corrélées. La méthode du lissage spatial bidirectionnel, la méthode DMC et la méthode de Toeplitz optimal permettent de séparer les deux sources, ce qui est en accord avec les résultats de simulation.

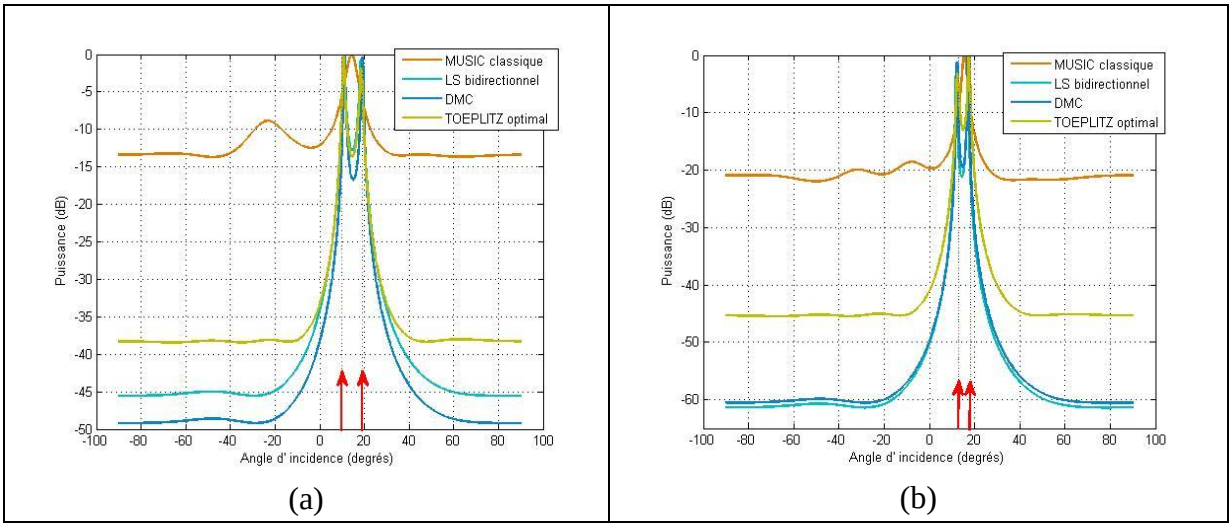


Figure 3.21 - Localisation de deux sources totalement corrélées par l'algorithme MUSIC classique, par l'algorithme LS bidirectionnel, par l'algorithme DMC et par l'algorithme de Toeplitz optimal en chambre anéchoïque : (a) s_1=10°, s_2=19° ; (b) s_1'=13°, s_2'=18°.

3.4.3 La méthode de la mini-norme

Comme nous l'avons présenté dans la section (3.4.1), la méthode MUSIC classique réalise la localisation des sources en utilisant l'orthogonalité entre les vecteurs directionnels [a (θ_1), a (θ_2), … a (θ_P)] et le sous espace bruit U_b= [u_{P+1}, u_{P+2}, …, u_N] où P est le nombre de sources et N le nombre des capteurs de l'antenne.

Le spectre angulaire peut ainsi être calculé sous la forme suivante :

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\sum_{i=P+1}^{N} \left| a^H(\theta) u_i \right|^2} \qquad (3.64)$$

Cependant, les pics du spectre angulaire calculés selon l'équation (3.64) sont atténués puisque ce spectre angulaire est obtenu par moyenne des N-P spectres des vecteurs propres du bruit. Contrairement à la méthode MUSIC classique où les vecteurs directionnels sont projetés sur l'ensemble du sous espace bruit à dimension N-P, la méthode de la mini-norme projette les vecteurs directionnels sur un vecteur particulier à une dimension v qui est une combinaison des vecteurs propres du bruit $[u_{P+1}, u_{P+2}, \ldots, u_N]$. Le spectre angulaire s'écrit sous la forme suivante :

$$P_{\text{mini-norme}}(\theta)= \frac{1}{\left|a^H v\right|^2} \tag{3.65}$$

Puisque v se situe dans le sous espace bruit, il satisfait à la relation suivante :

$$a^H(\theta_k)v = 0 \quad (k=1,2,\ldots, P) \tag{3.66}$$

où $v = [v_1, v_2, \ldots, v_N]^T$.

On écrit les vecteurs directionnels sous forme exponentielle et l'équation (3.66) devient :

$$\sum_{n=1}^{N} v_n (e^{-jkdsin\ (\theta)})^n = 0 \tag{3.67}$$

On pose $Z= e^{jkdsin\ (\theta)}$ et l'équation (3.67) peut être exprimée sous forme d'un polynôme à l'ordre N:

$$V(Z)= \sum_{n=1}^{N} v_n (Z)^{-n} \tag{3.68}$$

Ce polynôme possède toujours N racines parmi lesquelles P racines complexes $\{Z_1= e^{jkdsin\ (\theta_1)}, \ldots, Z_P=e^{jkdsin\ (\theta_P)}\}$ sont liées avec les P signaux et qui se situent sur la cercle unité puisque $|Z_1|=|Z_2| = \cdots = |Z_P| = 1$. Quant aux autres N-P racines, elles sont supposées être en dehors du cercle unité, sinon des sources parasites surgissent. Nous voulons donc choisir v qui puisse minimiser les directions d'éventuelles sources parasites provoqués par les autre N-P racines.

On a démontré [66] que quand $v_1=1$, si la minimisation de l'équation (3.69) ci-dessous est satisfaite, les autre N-P racines se situeront à l'intérieur du cercle d'unité

$$\min\|v\|^2 \qquad \text{avec } v \in \text{sous espace bruit} \tag{3.69}$$

et cette méthode est appelée la méthode de la mini-norme (m-n).

On sait que chaque $v \in$ sous espace bruit satisfait à la relation suivante :

$$V_b{}^H v=v \quad \text{et} \quad V_s{}^H v=0 \tag{3.70}$$

On obtient :

$$\|v\|^2 = v^H v = v^H V_b v \tag{3.71}$$

La détermination de v est donc un problème de minimisation avec la contrainte :

$$\min_v (v^H V_b v)$$

$$\text{contrainte} \quad e^H v = 1 \tag{3.72}$$

où $e= [1,0,\ldots,0]^T$.

Ce problème peut être résolu par la méthode des multiplicateurs de Lagrange et la solution est :

$$v_{m-n} = \frac{V_b e}{e^H V_b e} \tag{3.73}$$

Similaire à la méthode MUSIC classique, le spectre angulaire de la méthode de la mini-norme peut être écrit sous la forme suivante :

$$P_{\text{mini-norme}}(\theta)= \frac{1}{a(\theta)^H v_{m-n} v_{m-n}^H a(\theta)} \tag{3.74}$$

Pour comparer la méthode de la mini-norme avec la méthode MUSIC classique, la méthode Capon et la méthode formation de faisceaux conventionnelle, on fait une simulation dans laquelle nous avons une antenne linéaire de 6 capteurs équidistants de d=4,5cm. Deux sources décorrélées à la même fréquence de 3800Hz sont situées à 13° et 18° par rapport à la normale de l'antenne et $\frac{d}{\lambda}= 0,5$. Le nombre d'échantillons est T=4096, et le rapport signal sur bruit est RSB= 20 dB. Le spectre spatial est tracé dans la Figure 3.22. La méthode MUSIC classique et la méthode de la mini-norme permettent de séparer deux sources assez proches, l'écart de gisement n'étant que de 5°.

Nous remarquons que la méthode de la mini-norme a son spectre angulaire moins stable que celui de la méthode MUSIC classique parce que la méthode de la mini-norme aboutit à une

variance de l'estimation plus grande que celle de l'algorithme MUSIC avec l'apparition de quelques lobes secondaires.

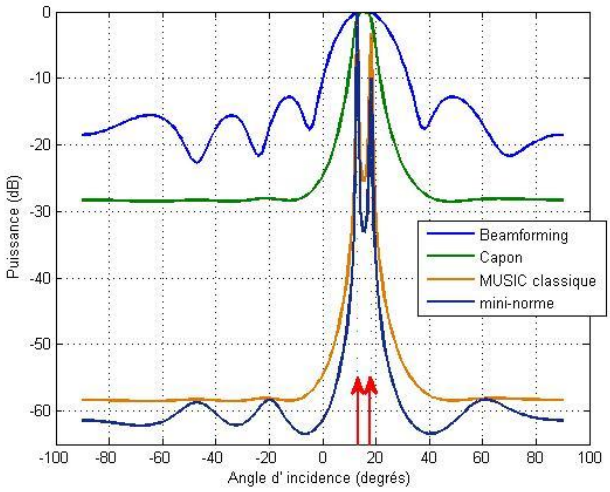


Figure 3.22 - Localisation de deux sources décorrélées par beamforming, par l'algorithme de Capon, par l'algorithme MUSIC classique et par l'algorithme de la mini-norme en simulation.

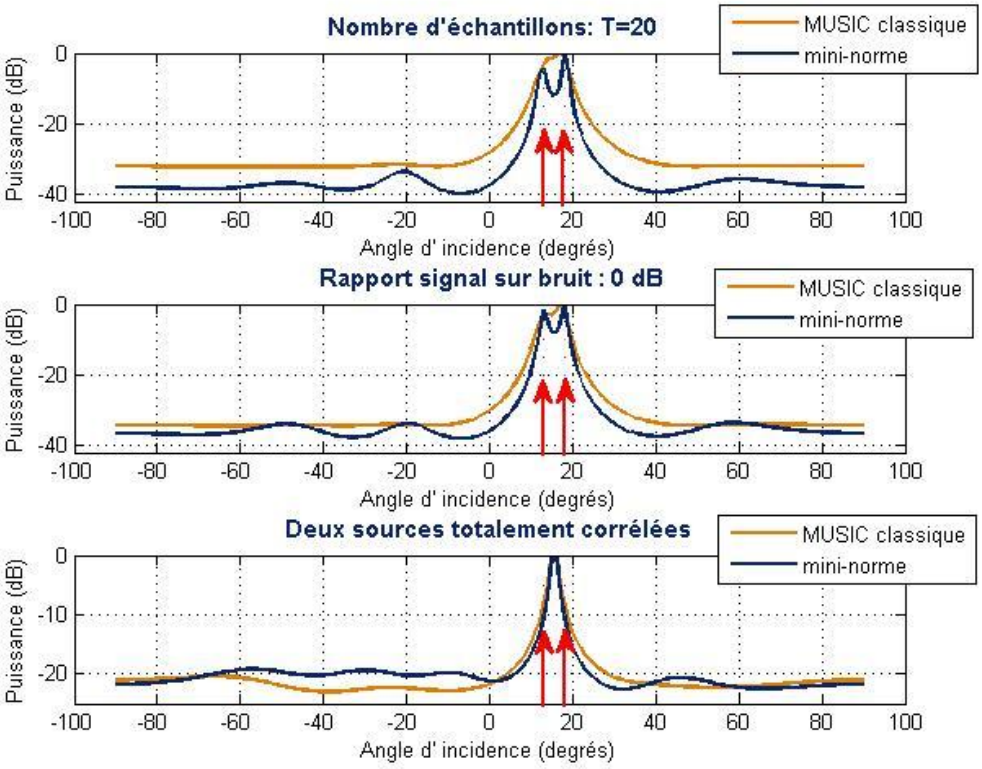


Figure 3.23 - Localisation de deux sources proches par l'algorithme MUSIC classique et par l'algorithme de la mini-norme sous différentes conditions en simulation.

Maintenant on considère respectivement des conditions moins favorables : le nombre d'échantillons est T=20, le rapport signal sur bruit est RSB= 0 dB et les deux sources sont totalement corrélées. L'antenne a les mêmes caractéristiques que celles de la simulation précédente et le résultat du spectre spatial est tracé dans la Figure 3.23. Nous pouvons constater que les performances de l'algorithme de la mini-norme sont légèrement meilleures que celles de l'algorithme MUSIC classique pour de faibles nombres d'échantillons temporels, ou pour de faibles valeurs du rapport signal sur bruit. Cependant, ni l'algorithme de la mini-norme ni l'algorithme MUSIC classique ne peuvent séparer les sources totalement corrélées, lorsque celles-ci sont proches.

L'expérimentation en chambre anéchoïque s'est effectuée pour vérifier les résultats en simulation. Nous avons une antenne linéaire formée de 6 microphones équidistants de d=4,5cm. Deux sources décorrélées à la même fréquence de 3800Hz sont situées à 13° et 18° par rapport à la normale de l'antenne, on a $\frac{d}{\lambda}$= 0,5 et le nombre d'échantillons est T=4096. Le résultat du spectre angulaire est tracé dans la Figure 3.24 et il correspond bien à celui obtenu en simulation : les deux méthodes sont performantes pour détecter les deux sources décorrélées assez proches.

Par la suite, on considère le cas de deux sources totalement corrélées. Le spectre spatial est tracé dans la Figure 3.25. Nous constatons plusieurs lobes parasites importants dans le spectre angulaire de la méthode de la mini-norme et les deux sources totalement corrélées ne peuvent pas être détectées par cette méthode.

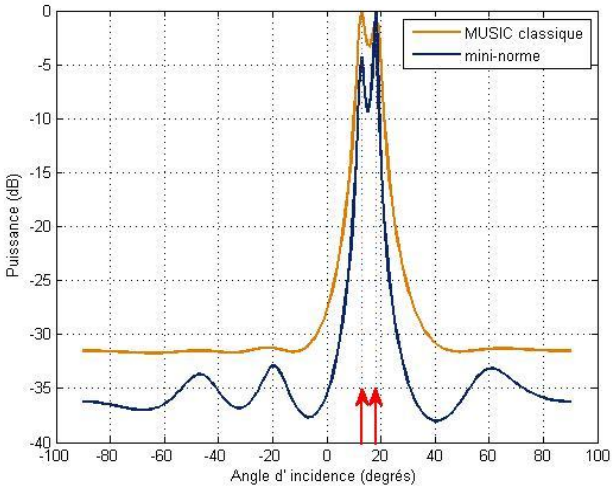


Figure 3.24 - Localisation de deux sources décorrélées par l'algorithme MUSIC classique et par l'algorithme de la mini-norme en chambre anéchoïque.

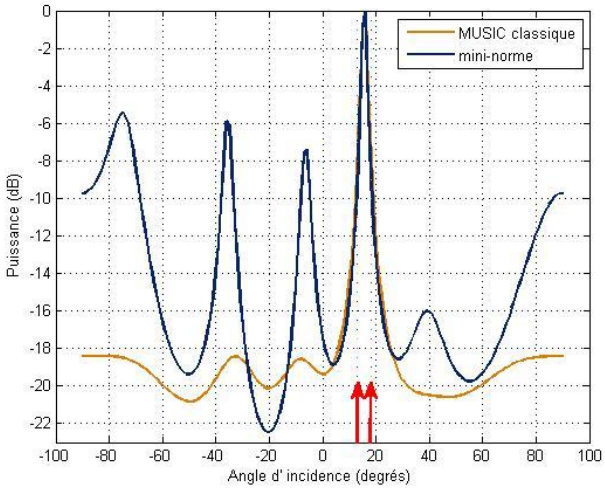


Figure 3.25 - Localisation de deux sources totalement corrélées par l'algorithme MUSIC classique et par l'algorithme de la mini-norme en chambre anéchoïque.

Les résultats de simulation sur la localisation de deux sources proches (θ_1=13° et θ_2=18°) sous différentes conditions par divers algorithmes sont donnés dans le tableau 3.1. Chaque valeur angulaire dans ce tableau est une moyenne des résultats de 100 essais.

La méthode de Capon et la méthode de Capon robuste sont incapables de localiser deux sources proches, l'écart étant de 5°. Si le nombre d'échantillons est suffisant et le rapport signal sur bruit est élevé, tous les algorithmes sous espaces et sous espaces optimaux peuvent localiser deux sources proches avec précision et les biais moyens sont négligeables. Si le nombre d'échantillons ou le rapport signal sur bruit est faible, les biais augmentent légèrement mais ils se limitent toujours entre [-1°, +1°]. Cependant, lorsque les deux sources deviennent totalement corrélées, la méthode MUSIC classique et la méthode de la mini-norme ne sont plus capables de séparer les deux sources alors que les trois algorithmes optimaux présentent de bonnes performances : les valeurs absolues des biais sont inférieures à 0,1°.

Algorithmes	T=4096 RSB=20dB		T=20 RSB=20dB		T=4096 RSB=0dB		T=4096, RSB=20dB Cohérentes	
	θ_1 (13°)	θ_2 (18°)	θ_1 (13°)	θ_2 (18°)	θ_1 (13°)	θ_2 (18°)	θ_1 (13°)	θ_2 (18°)
Capon	inapte		inapte		inapte		inapte	
Capon robuste	inapte		inapte		inapte		inapte	
MUSIC classique	13,00°	18,00°	13,37°	17,79°	13,35°	17,63°	inapte	
LS bidirectionnel	12,99°	18,00°	13,04°	18,05°	13,48°	17,85°	12,99°	17,99°
DMC	12,99°	17,99°	13,36°	17,67°	13,12°	17,97°	12,99°	17,99°
Toeplitz optimal	13,01°	18,00°	13,49°	17,82°	13,13°	17,93°	13,00°	18,00°
Mini-norme	12,99°	17,99°	13,08°	18,05°	13,10°	17,92°	inapte	

Tableau 3.1. Résultats de simulation sur la localisation de deux sources (θ_1=13° et θ_2=18°) sous différentes conditions par divers algorithmes. T est le nombre d'échantillons et la valeur dans chaque parenthèse est le gisement réel des sources.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté des algorithmes à haute résolution dans le but de localiser des sources de bruit. Les résultats ont été comparés par des simulations numériques et aussi par des expérimentations en chambre anéchoïque.

Le premier algorithme à haute résolution est l'algorithme de Capon, qui améliore le pouvoir de résolution vis-à-vis de la méthode de formation de faisceaux conventionnelle. Mais la résolution de l'algorithme de Capon est insuffisante. En plus, cet algorithme est très sensible aux diverses erreurs et ses performances se dégradent considérablement lors de la localisation de sources fortement corrélées.

Ensuite les travaux de recherche visant à améliorer la résolution spatiale ont conduit au développement de la méthode sous espaces. La plus connue parmi elles est la méthode MUSIC classique. Cette méthode possède une bonne résolution sous certaines conditions par rapport à la méthode de Capon. Malheusement, l'influence de la corrélation des sources dégrade les performances de cette méthode. Il s'avère nécessaire de développer des méthodes optimales pour décorréler les sources. Dans ce chapitre, trois méthodes optimales ont été présentées : la méthode du lissage spatial (LS), la méthode de décomposition de la matrice de covariance(DMC) et la méthode de Toeplitz. La méthode du lissage spatial (LS) réalise la décorrélation de sources en diminuant le nombre de degrés de liberté, ainsi il y a une perte du nombre des éléments valables du réseau ; la méthode de décomposition de la matrice de covariance montre une bonne aptitude lors de la localisation de sources et les biais des gisements sont faibles ; la méthode de Toeplitz est essentiellement une méthode basée sur la transformation de la structure de la matrice de covariance : elle transforme la matrice de covariance en une matrice de Toeplitz et cette méthode montre une grande aptitude lors de la localisation de sources. Enfin, la méthode de la mini-norme est présentée. C'est une méthode semblable à la méthode MUSIC classique. Sa résolution est légèrement meilleure que celle de la méthode MUSIC classique mais, comme la méthode MUSIC classique, elle n'est pas capable de séparer les sources fortement corrélées.

Dans le chapitre suivant, on va présenter une nouvelle méthode qui n'utilise pas la matrice de covariance pour la localisation de sources. Cette méthode est basée sur la représentation parcimonieuse des signaux captés par l'antenne acoustique.

Chapitre 4
Localisation de sources par représentation parcimonieuse

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté la méthode de formation de faisceaux conventionnelle, puis des méthodes plus efficaces à haute résolution pour la localisation de sources sonores. Tous ces algorithmes sont applicables sous certaines conditions mais ils ont plusieurs inconvénients. Par exemple, la méthode de formation de faisceaux conventionnelle se limite à la résolution de Rayleigh. La méthode de Capon est sensible aux diverses erreurs lors de l'estimation et sa résolution angulaire reste encore insuffisante. Les performances de la méthode MUSIC classique sont limitées par le nombre d'échantillons temporels, un rapport signal sur bruit faible et la corrélation des sources.

Dans ce chapitre, nous présentons un algorithme basé sur la représentation parcimonieuse des signaux reçus par l'antenne acoustique. Au cours des dix dernières années, la thématique des représentations parcimonieuses est devenue particulièrement active et ses applications se sont répandues dans de nombreux domaines, tels que la séparation aveugle de signaux [67], la reconstruction et la restauration d'images [68], l'imagerie par radar [69], l'interpolation et l'extrapolation en bande limitée [70], la débruitage par ondelettes [71], la classification et la reconstruction de signaux parcimonieux [72] [73]. Malioutov et al. ont appliqué cette thématique dans les problèmes d'estimation de direction de sources [74].

Pour appliquer la technique de représentation parcimonieuse des signaux à la localisation des sources sonores, on utilise des problèmes linéaires inverses « mal-posés » dans lesquels les informations à priori sur les coefficients inconnus peuvent être incorporés. Une représentation redondante est considérée dans le but de libérer la matrice de vecteurs directionnels de sa dépendance aux positions des sources. Cette représentation redondante joue un rôle important en assurant la parcimonie des signaux. Un point essentiel de cet algorithme est d'employer un terme non-quadratique (norme-l_1 dans notre cas) pour renforcer la parcimonie des signaux dans une fonction coût en le combinant avec un terme de moindres carrés, afin de limiter les

erreurs. L'estimation des positions des sources est réalisée par l'estimation de la densité spectrale de puissance dont les pics dominants représentent les directions des sources. Une méthode simplifiée basée sur la décomposition en valeurs singulières des signaux reçus par l'antenne acoustique est également proposée sous le nom de l_1-SVD. On rappelle la définition de la norme-l_p: $\|\vec{v}\|_p = \sum_{i=1}^{K}(|v_i|^p)^{1/p}$ où $\{v_1, v_2, \ldots, v_K\}$ sont les éléments de $\vec{v}$.

Les résultats des simulations et des expérimentations montrent que, comparé aux autres algorithmes développés précédemment, l'algorithme SOCP (*second order cone programming*) basé sur la représentation parcimonieuse des signaux conduit à une meilleure résolution spatiale, à un faible niveau des lobes secondaires, à une robustesse vis-à-vis du bruit, à l'utilisation d'un nombre faible d'échantillons lors de la localisation des sources et à une bonne localisation de sources corrélées. Tous ces aspects vont être détaillés le long de ce chapitre.

4.1. Problèmes inverses « mal-posés » et ses régularisations

Nous rencontrons souvent des problèmes « mal-posés » dans le domaine scientifique. Ce terme a trouvé son origine durant la première période du vingtième siècle. Il a été introduit par Hadamard [75] qui s'intéressait beaucoup aux mathématiques appliqués à la physique. Sa définition d'un problème linéaire « bien-posé » comporte trois conditions:

(1) l'existence ;
(2) l'unité ;
(3) la stabilité.

En revanche, un problème est dit «mal-posé » si l'une ou plusieurs de ces trois conditions ne sont pas satisfaites. Un exemple classique des problèmes « mal-posés » est présenté par une équation d'intégrale de Fredholm du premier type avec un noyau carré intégrable [83] :

$$\int_{t_1}^{t_2} a(s,t)u(t)dt = y(s) \qquad c \leq s \leq d \tag{4.1}$$

où a(s, t) et y(s) sont des fonctions données et u(t) est une fonction inconnue. La fonction a(s, t) est appelée le noyau de l'équation(4.1).

Si une discrétisation de ce problème est effectuée, on obtient une équation matricielle dans C^N :

$$y=Au \qquad \text{où } y \in C^N, u \in C^p \text{ et } A \in C \tag{4.2}$$

D'autre part, on définit mathématiquement un problème inverse comme suit : soit la fonction d'observation d'une quantité inconnue à estimer, le but est de chercher une fonction inverse significative qui permette de trouver la quantité inconnue. Manifestement, la relation (4.2) présente un problème inverse.

Une solution linéaire aux moindres carrées du système (4.2) est celle du problème suivant :

$$\min\|y - Au\|_2^2 \tag{4.3}$$

Le problème posé par (4.2) et (4.3) appartient à la catégorie des problèmes inverses « mal-posés » qui est extrêmement sensible aux petites perturbations. En plus, une difficulté principale des problèmes « mal-posés » discrets réside dans le fait qu'ils sont généralement sous déterminés à cause du mauvais conditionnement de la matrice A. Il est ainsi nécessaire d'incorporer plus informations à priori sur les solutions désirées afin de stabiliser le problème et de trouver des solutions cohérentes et appropriées: c'est pourquoi on ajoute une régularisation. La fonction coût J(u) du problème à optimiser se met sous la forme générale de la somme de deux termes:

$$J(u)=J_1(u) +\lambda J_2(u) \tag{4.4}$$

L'expression (4.4) est formée de deux parties : la première $J_1(u)$ est un terme de données-fidélité qui a pour but de minimiser les erreurs résiduelles et la deuxième $J_2(u)$ est un terme de régularisation qui permet quant à lui de satisfaire à plus d'information à priori possible pour minimiser certaines mesures appropriées de la solution. Le paramètre de régularisation λ sert à ajuster le poids que l'on souhaite donner à chacun des deux termes. Il permet de faire un compromis entre la fidélité aux données et la fidélité aux informations à priori.

De nombreuses méthodes numériques de régularisation pour résoudre les problèmes inverses « mal-posés » discrets [76] ~ [83] ont été présentées. L'une des méthodes les plus connues est celle de Tikhonov [82][83]. La version fondamentale de cette méthode se met sous la forme suivante :

$$\min\|y - Au\|_2^2 + \lambda\|u\|_2^2 \tag{4.5}$$

L'expression (4.5) comporte deux parties : la première $\|y - Au\|_2^2$ est le terme de données-fidélité et la deuxième $\|u\|_2^2$ est le terme de régularisation qui a pour but de minimiser la norme-l_2 de la solution.

La régularisation en norme-l_2 est un moyen efficace d'obtenir la stabilité numérique et d'améliorer la performance prédictive. Cependant, la minimisation des erreurs résiduelles

avec une pénalité en norme-l_2 ne conduit pas à la parcimonie : ce modèle aboutit à des valeurs non nulles associées à tous éléments de la solution. En fait, au lieu d'atteindre l'objectif en diminuant certaines valeurs de la solution, un λ plus élevé pour la pénalité en norme-l_2 force des valeurs de la solution à minimiser leur norme-l_2 conjointe [84]. D'autre part, l'utilisation d'une forme quadratique pour les deux termes conduit à une dépendance linéaire de la reconstruction des données. Cette linéarité implique qu'il est impossible d'obtenir la partie de u qui appartient à l'espace nul de A. En effet, la matrice A a le plus souvent une réponse fréquentielle passe-bas alors que les composants à haute fréquence qui font partie de l'espace nul de A ne peuvent pas être obtenus par un mapping linéaire inverse. Ainsi des régularisations non quadratiques sont naturellement considérées dans la situation où les données que nous cherchons sont parcimonieuses. Parmi elles, la pénalité- l_1 ($J_2(u) = \|u\|_1$) et la pénalité- l_p ($p<1$) sont deux des pénalités de régularisation les plus répandus.

Par rapport à la régularisation de la norme-l_1, la fonction coût de la régularisation en norme-l_p ($p<1$) n'est pas convexe ainsi la convergence pour une minimisation globale n'est pas garantie. Hormis la non-convexité, une autre difficulté provoquée en utilisant la fonction coût de norme-l_p ($p<1$) est qu'elle n'est pas différentiable en zéro, cette situation peut être facilement contournée par la régularisation en norme-l_1. Ainsi, on remplace ici la régularisation en norme-l_2 par celle de norme-l_1. La norme-l_1 possède une quantité de propriétés bénéfiques : elle conduit à un modèle parcimonieux et à une régularisation convenable lors de la reconstruction des données. La régularisation quadratique (4.5) peut être donc remplacée par la norme-l_1 sous la forme suivante :

$$\min\|y - Au\|_2^2 + \lambda\|u\|_1 \tag{4.6}$$

Clairement l'expression (4.6) est un problème d'optimisation convexe non contraint.

4.2 Représentation parcimonieuse de signaux sur une base redondante

Nous avons montré, dans la section précédente, que la régularisation en norme-l_1 est appropriée si les données que nous cherchons sont parcimonieuses. Nous définissons un vecteur comme étant parcimonieux si la majorité de ses éléments sont nuls. Un problème inverse important concernant la parcimonie à priori est celui de la représentation des signaux parcimonieux en utilisant une base redondante. Pour cela on isole dans un vaste ensemble de signaux élémentaires appelés *atomes* (terminologie introduite par Mallat et Zhang dans [85]) les éléments linéairement combinés entre eux qui forment la représentation parcimonieuse des signaux. Les atomes sont choisis au sein d'un ensemble redondant de fonctions qui est habituellement dénommé *dictionnaire*.

De manière plus précise, nous supposons avoir un vecteur de signal $y \in R^N$ et une collection de vecteurs $a_i \in R^L$ avec i=1,2,…, L et N<L. Cette collection forme des bases et une telle collection est un dictionnaire, ses éléments a_i étant les atomes. Nous considérons une représentation de notre signal $y = \sum_i a_i u_i$ comme étant une combinaison linéaire des atomes dans ce dictionnaire. Si nous considérons les atomes dans notre dictionnaire comme les colonnes d'une matrice A, une représentation de $y \in R^N$ peut être utilisée avec un vecteur $u \in R^L$ satisfaisant y=Au. Ce type de représentation est différent de la représentation sur les bases traditionnelles. En effet, elle propose une rangée plus large des éléments disponibles permettant plus de flexibilité grâce à l'usage du dictionnaire et plus de précision grâce à la grande variété des atomes composant le signal. Une telle représentation est appelée représentation redondante du signal.

Il existe un problème basé sur l'algèbre linéaire concernant la représentation sur la base redondante : d'une part nous avons supposé que N<L pour assurer la redondance de cette représentation, c'est donc un problème sous déterminé, ou bien un problème « mal-posé » : la solution à l'égard du problème de représentation n'est pas unique. D'autre part, si les données sont légèrement imprécises les algorithmes seront extrêmement instables. Cependant, D. L. Donoho [86] a montré que si la représentation est suffisamment parcimonieuse et que le dictionnaire A possède une propriété d'incohérence mutuelle, le problème « mal-posé » peut disparaître.

En pratique, ce n'est pas raisonnable de supposer que la donnée disponible y obéit exactement à l'égalité y=Au avec une représentation parcimonieuse u. Il est plus réaliste de supposer que les données traitées sont entachées de bruit perturbateur et les données d'observations sont de la forme :

$$y=Au+b \tag{4.7}$$

où b est un bruit blanc gaussien.

Dans ce cas, une représentation approximative parcimonieuse de signal u peut se formuler sous la même forme que l'expression (4.6). Maintenant nous reformulons ce problème en introduisant des contraintes. Voici deux exemples utilisant deux différents critères:

$$\min_u \|u\|_1 \qquad \text{contrainte} \qquad \|y - Au\|_2^2 \leq \beta \tag{4.8}$$

$$\min_u \frac{1}{2}\|y - Au\|_2^2 \qquad \text{contrainte} \qquad \|u\|_1 \leq t \tag{4.9}$$

– Le critère (4.8) est connu sous le nom de BPD pour *Basis Pursuit Denoising* [87][88]. Cet algorithme fixe l'erreur de reconstruction admissible pour la représentation parcimonieuse u ;

– Le second critère (4.9) est introduit par Tibshirani [84], algorithme dénommé LASSO pour *Least Absolute Shrinkage and Selection Operator* dans la littérature statistique [89]. A l'inverse du BPD, la contrainte porte ici sur le nombre maximal de coefficients admis et non sur l'erreur de reconstruction.

Les problèmes d'optimisation présentés par (4.8), (4.9) ou leur forme équivalente lagrangienne (4.6) se ramènent aux programmes convexes quadratiques lorsque les coefficients de la représentation sont à valeurs réelles et peuvent être résolus efficacement par de nombreux algorithmes : l'algorithme du LARS (*Least Angle Regression*) [90][91], l'algorithme point-intérieur [88], l'algorithme projection-gradient [93], l'algorithme du seuillage itératif[94][95], ou bien l'algorithme homotopique[74] [96].

Cependant, dans le domaine du traitement d'antenne, nous sommes obligés de traiter des données à valeurs complexes et une telle optimisation ne peut plus être formulée comme un programme purement quadratique. Dans ce cas la plupart des algorithmes précédents ne sont plus directement applicables aux variables complexes. Cela nous pousse à avoir recours à l'algorithme appelé programme conique du second ordre (SOCP, *Second Order Cone Programming*), basé sur la méthode du point intérieur. C'est un cas particulier d'approches plus générales appelées "*convex conic programming*" et nous allons le présenter dans le paragraphe suivant.

4.3 Localisation de sources par représentation parcimonieuse dans le cadre du SOCP

Rappelons que l'objectif est de trouver les directions d'ondes émises par les sources sonores ponctuelles. Une modélisation a été établie, dans la section (3.1.1) et nous la rappelons ici:

$$y(t)= A(\theta)\, s(t)+b(t) \qquad (4.10)$$

- $s(t)= (s_1(t) \;\; s_2(t) \ldots s_P(t))^T$: vecteur des amplitudes complexes des signaux émis par les P sources à l'instant t ;
- $A= (a(\theta_1) \;\; a(\theta_2) \;\; \ldots a(\theta_P))$: matrice des vecteurs directionnels de dimension (N×P) ;
- $b(t)= (b_0(t) \;\; b_1(t) \ldots b_{N-1}(t))^T$: vecteur du bruit ambiant sur les N capteurs.

Notons que le problème exposé par la relation (4.10) est un problème d'estimation paramétrique. Les directions d'arrivée $\{ \theta_i \}$ des sources sont incorporées dans la matrice de transfert A qui est l'inconnue du problème. [92]

4.3.1 Transformation du problème de l'estimation paramétrique en un problème de représentation parcimonieuse via une représentation redondante

Le problème d'estimation paramétrique indiqué par la relation (4.10) est transformé en un problème de représentation parcimonieuse de sources. En considérant le modèle établi dans la section précédente pour la représentation parcimonieuse des signaux, nous introduisons une représentation redondante de A. Celle-ci sert de dictionnaire redondant en termes de toutes les positions possibles de sources $\{ \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \ldots \tilde{\theta}_L \}$ ce qui conduit à un quadrillage, ou à un échantillonnage spatial, incluant toutes les positions possibles des sources à localiser. Le nombre de positions de sources potentielles L est généralement beaucoup plus grand que le nombre de sources réelles P, et même beaucoup plus grand que le nombre de capteurs N. La matrice A peut ainsi être construite sous la forme suivante :

$$A= [a (\tilde{\theta}_1), a (\tilde{\theta}_2),\ldots, a (\tilde{\theta}_L)]$$

Notons qu'ici la matrice A est formée des vecteurs directionnels correspondant à toutes les positons possibles des sources potentielles, ce qui est différent de la matrice de vecteurs directionnels de la relation (4.10) en ce sens que cette matrice contient seulement les vecteurs directionnels de position des sources réelles(ou exactes). Dans notre cadre la matrice A est connue et ne dépend pas de la position exacte des sources.

D'autre part, les amplitudes complexes des signaux atteignant l'antenne à l'instant t peuvent être exprimées par un vecteur de dimension L×1 :

$$x(t)= [x_1(t), \quad x_2(t),\ldots, x_L(t)]^T$$

où le $p^{ième}$ élément $x_p(t)$ n'est pas nul et égal à $s_p(t)$ si $x_p(t)$ et $s_p(t)$ correspondent à une même direction de source alors que tous les autre éléments sont nuls.

Ce problème se met sous la forme suivante :

$$y(t)=Ax(t)+b(t) \qquad t= \{1,2,\ldots, T\} \tag{4.11}$$

où T est le nombre d'échantillons temporels.

En effet, le vecteur d'observation du signal y(t) calculé suivant la relation (4.10) ou suivant la relation (4.11) est identique. Cela veut dire que y(t) exprimé à l'aide de (4.11) peut également être utilisé par les méthodes de traitement d'antenne traditionnelles pour localiser les sources. Cependant, une forme de représentation redondante dans (4.11) nous permet de transformer le problème de l'estimation paramétrique de directions angulaires en problème d'estimation du spectre parcimonieux des sources.

4.3.2 Représentation du problème de la régularisation en norme-l_1 avec les données complexes dans le cadre du SOCP

Similaire aux nombreux algorithmes non paramétriques de localisation de sources, cet algorithme cherche à localiser les sources en estimant l'énergie du signal dont la représentation spectrale présente des pics dominants correspondant aux véritables positions de sources, dans le cas idéal. Il nous faut obtenir une estimation du signal x via le vecteur d'observation y en résolvant (4.11) qui est un problème mal-posé. L'hypothèse essentielle est que le nombre de sources est faible, ce qui permet d'assurer la parcimonie, comme nous l'avons présentée dans la section (4.2). Sous une telle hypothèse, le spectre spatial est parcimonieux, c'est-à-dire que la majorité d'éléments de x sont nuls. Nous pouvons alors résoudre un tel problème via la régularisation de norme-l_1 dans le but de favoriser la parcimonie de signaux. La fonction objet appropriée pour le problème se met sous la forme suivante:

$$\min \|y - Ax\|_2^2 + \lambda \|x\|_1 \tag{4.12}$$

On peut la reformuler sous la forme d'une contrainte :

$$\min_x \|x\|_1 \qquad \text{contrainte} \quad \|y - Ax\|_2^2 \leq \beta^2 \tag{4.13}$$

Il faut noter que les formulations (4.12) et (4.13) sont équivalentes par nature. C'est-à-dire que si l'on prend une certaine valeur de λ dans la formulation (4.12), il existe toujours une

valeur correspondante de β dans la formulation (4.13) qui fait que les deux formulations ont le même effet de minimisation.

Dans le cas de valeurs réelles, la formulation (4.12) ou (4.13) correspond à un problème quadratique convexe qui peut être résolu par divers algorithmes. Mais les données dans nos modèles sont à valeurs complexes et ces deux formulations ne sont plus un problème purement quadratique. Nous considérons la régularisation de norme-l_1 qui se formule de la manière suivante :

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^{L} \sqrt{\mathrm{Re}(x_i)^2 + \mathrm{Im}(x_i)^2}$$

où Re () et Im () signifient respectivement la partie réelle et la partie imaginaire.

Notons que même si nous élevons au carré cette norme-l_1, il reste des termes comportant des racines carrées. Ce qui implique que ni la programmation linéaire, ni la programmation quadratique ne peuvent être utilisées pour résoudre ce problème d'optimisation numérique. Cela nous pousse à avoir recours à l'algorithme SOCP (*Second Order Cone Programming*) qui lui est efficace pour optimiser des fonctions comportant des termes complexes, quadratique convexes et linéaires.

Nous présentons maintenant comment poser un problème indiqué par l'expression (4.13) dans le cadre de SOCP. Une forme générale du problème SOCP est :

$$\min c^T x \quad \text{tel que} \quad Ax = b \ \text{et} \quad x \in K \tag{4.14}$$

dont le dual est :

$$\max b^T y \quad \text{tel que} \quad A^T y + s = c \ \text{et} \quad s \in K^* \tag{4.15}$$

où K est généralement un cône symétrique formé de produits cartésiens de cônes élémentaires, dont chacun correspond à une contrainte et K^* est son cône dual. Pour un problème SOCP, K peut s'écrire sous la forme: $K = R_+^L \times Q_1 \ldots \times Q_L$, où R_+^L est le cône positif orthogonal de dimension L et $\{Q_1 \ldots, Q_L\}$ sont les cônes du second ordre appelés aussi cônes de Lorentz.

Un cône du second ordre de dimension n est défini sous la forme suivante :

$$Q_{SOC}^n = \left\{ \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} \;\middle|\; t \in R,\ x \in C^{n-1}, \|x\| \le t \right\} \tag{4.16}$$

où t est une quantité scalaire réelle, x est un vecteur complexe de dimension n-1. La Figure 4.1 illustre un cône du second ordre dans l'espace R^3.

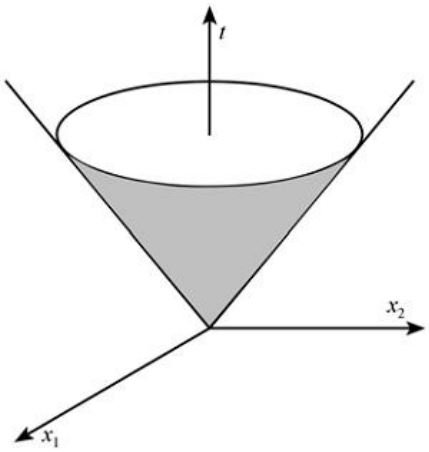


Figure 4.1 - Schéma d'un cône du second ordre dans l'espace R^3.

Puisque la formulation de SOCP n'est pas applicable pour résoudre les fonctions non linéaires, nous reformulons (4.13) sous la forme de SOCP en introduisant deux nouvelles variables auxiliaires t et z avec z=y-Ax :

$$\min \mathbf{1}^T t$$

$$\text{contrainte : } \|\mathrm{Re}(x_i), \mathrm{Im}(x_i)\|_2 \leq t_i \quad \text{avec } i \in \{1, \dots, L\}, \quad \text{et } \|z\|_2 \leq \beta \tag{4.17}$$

où le symbole **1** représente un vecteur unitaire de dimension L×1.

La reformulation du problème de représentation parcimonieuse sans contrainte présenté dans (4.12) est légèrement différente de celle ci-dessus : une autre variable auxiliaire s est introduite pour composer une optimisation combinatoire avec le paramètre de régularisation λ dans la fonction objet et surtout la norme sur z=y-Ax dont la contrainte porte sur le carré de cette norme:

$$\min s+\lambda \mathbf{1}^T t$$

$$\text{contrainte: } \|\mathrm{Re}(x_i), \mathrm{Im}(x_i)\|_2 \leq t_i \quad \text{avec } i \in \{1, \dots, L\}, \quad \text{et} \quad \|z\|_2^2 \leq s \tag{4.18}$$

Pour éviter la difficulté provenant du terme quadratique $\|z\|_2^2$ dans la contrainte, une petite astuce est utilisée pour représenter la norme-l_2 au carré dans le cadre de SOCP: on décompose s en deux termes quadratiques, soit $s = \frac{(s+1)^2}{4} - \frac{(s-1)^2}{4}$, ainsi la contrainte $\|z\|_2^2 \leq s$ peut être

transformée en $z^T z + \frac{(s-1)^2}{4} \leq \frac{(s+1)^2}{4}$, ce qui est sous la forme d'un SOCP : $\left\| z, \frac{s-1}{2} \right\|_2 \leq \frac{s+1}{2}$, La représentation dans (4.18) est ainsi reformulée de la manière suivante :

$$\min s+\lambda \mathbf{1}^T t$$

$$\text{contrainte : } \|\mathrm{Re}(x_i), \mathrm{Im}(x_i)\|_2 \leq t_i \quad \text{avec } i \in \{1, \dots, L\}, \quad \text{et} \quad \left\| z, \frac{s-1}{2} \right\|_2 \leq \frac{s+1}{2} \qquad (4.19)$$

Plusieurs outils relatifs à la conception du programme conique du second ordre basés sur la méthode du point intérieur ont été développés. Nous utilisons ici un progiciel d'optimisation programmé sous Matlab sous le nom de SeDuMi (*Self-Dual Minimisation*) développé par J. Sturm [97] . Il comporte les produits directs de contraintes positives orthogonales, contraintes SOC et contraintes de cône semi-défini. L'un des atouts principaux de la méthode du point intérieur consiste en son faible nombre d'itérations qui est indépendante de la taille du problème.

4.3.3 Approche de l_1-SVD appliquée dans l'algorithme de représentation parcimonieuse afin de réduire le coût de calcul

Dans la relation (4.11) afin de trouver la représentation parcimonieuse du signal avec les multiples échantillons temporels, un moyen direct est de résoudre séparément T problèmes de t=1 jusqu'à t=T et d'obtenir un ensemble de T solutions $\hat{x}(t)$ avec t= {1,2,…, T}. L'inconvénient principal pour traiter chaque échantillon temporel séparément est qu'il n'existe aucune relation entre ces sous-problèmes pour différents échantillons temporels. Par exemple, si on change la valeur de $x(t_1)$ par une autre valeur aléatoire, elle n'induit pas d'influence directe sur $x(t_2)$. La conséquence est que cette approche souffre de la sensibilité vis-à-vis du rapport signal sur bruit. Nous espérons donc combiner les estimations indépendantes de $\hat{x}(t)$ pour avoir une estimation représentative des directions des sources.

Nous considérons ainsi une autre approche qui synthétise les multiples échantillons temporels avant de chercher la représentation parcimonieuse du signal : nous renforçons la parcimonie du signal seulement spatialement mais pas temporellement. Plus précisément, nous effectuons en un premier temps une norme-l_2 sur chaque élément spatial de x qui comprend les multiples échantillons temporels et nous effectuons ensuite une norme-l_1 sur cette nouvelle valeur de x pour trouver la représentation parcimonieuse spatiale.

La faiblesse principale de cette approche est son énorme coût de calcul. La taille de ce problème inverse augmente linéairement avec le nombre d'échantillons T et le coût de calcul augmente « super-linéairement » avec T. Lorsque T est grand, cette approche n'est pas viable pour résoudre le problème de localisation de sources. Afin de réduire le temps de calcul, nous présentons maintenant une approche extrêmement efficace pour les problèmes avec un grand nombre d'échantillons temporels, connue sous le nom de l_1-SVD, et qui a été initiée par Malioutov et al. [74].

Pour réduire le temps de calcul et la sensibilité au bruit, nous effectuons une décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice d'observation synthétisée Y= [y (t_1), y (t_2),…, y (t_T)]. Le principe de cette approche l_1-SVD est de décomposer la matrice Y en sous-espace signal et sous-espace bruit. En retenant seulement le sous-espace signal, la taille du problème est considérablement réduite par rapport à l'approche présentée ci-dessus. Notons que contrairement aux méthodes sous espaces, comme MUSIC et mini-norme, ici c'est le sous espace signal qui est retenu et non pas le sous espace bruit.

Dans le cas idéal du signal sans bruit, l'ensemble des vecteurs y (t_i) (i=1,2,…, T) se trouve dans un sous espace de dimension P, où P est le nombre de sources. Nous n'avons besoin que d'une base de ce sous espace pour réaliser la représentation parcimonieuses des signaux. Mathématiquement, nous effectuons une décomposition en valeurs singulières :

$$Y=WLV' \tag{4.20}$$

Nous obtenons une matrice d'observation réduite Y_{SVD} de dimension N×P, qui contient la majeure puissance en effectuant la décomposition suivante:

$$Y_{SVD} =WLD_P =YVD_P \tag{4.21}$$

où D_P = [I_P **O**]'. Ici, I_P est une matrice unité de dimension P× P et **O** représente une matrice nulle de dimension P× (T-P). De la même manière, on a X_{SVD} = XVD_P et B_{SVD} = BVD_P. On obtient :

$$Y_{SVD} =A\ X_{SVD} +B_{SVD} \tag{4.22}$$

En considérant la relation (4.22) colonne par colonne (chaque colonne correspond à un vecteur singulier du sous espace signal):

$$y^{SVD}(p) =A\ x^{SVD}(p) +b^{SVD}(p) \qquad p=1, 2,\ldots, P \tag{4.23}$$

En comparant (4.23) avec (4.11) nous pouvons remarquer que le nombre des équations est réduit de T à P. Généralement, le nombre de sources P est beaucoup plus petit que le nombre d'échantillons temporels T, ainsi cette réduction sur le coût de calcul est considérable.

Avec l'approche de l_1-SVD, le problème montré dans (4.17) peut être reformulé:

$$\min \mathbf{1}^T t$$

$$\text{contrainte : } \|\mathrm{Re}(x_i), \mathrm{Im}(x_i)\|_2 \leq t_i \quad \text{avec } i \in \{1, \dots, L\}, \quad \text{et } \left\|z_1', \dots, z_p'\right\|_2 \leq \beta \tag{4.24}$$

où $z_p = y^{SV}(p) - Ax^{SV}(p)$, (p=1,…, P).

4.3.4 Deux approches permettant d'obtenir une meilleure précision sans augmentation du temps de calcul

L'algorithme présenté ci-dessus réalise la localisation de sources en établissant une représentation redondante qui est essentiellement une grille contenant les directions des sources potentielles. Si malheureusement la direction d'une source ne se trouve pas sur la grille, elle ne peut pas être localisée précisément.

Une idée immédiate est de considérer une grille assez fine uniformément afin d'englober toutes les directions des sources potentielles, comme le processus du balayage de l'ensemble des directions angulaires dans les méthodes classiques. Cependant, celle-ci augmente considérablement le coût de calcul. Dans ce cas, Malioutov et al. [74] proposent une approche adaptative dans le but d'atteindre une meilleure précision.

Le principe de cette approche est d'affiner la grille uniquement autour de régions où se situent les sources obtenues par une localisation préliminaire au lieu de mettre directement une grille fine uniformément. Cette approche nécessite de connaitre approximativement les directions des sources, ceci peut être réalisé en utilisant en premier lieu une grille spacieuse. Ce processus peut être récurrent jusqu'à ce que la grille soit assez fine. Cet algorithme utilise seulement les amplitudes des solutions parcimonieuses. Les étapes principales de cet algorithme sont décrites ci-dessous et représentées dans la Figure 4.2 :

- Etablir une grille espacée des positions potentielles de sources $\tilde{\theta}_1^{(0)}$, l=1,2,…, L. L'itération initiale est r=0. La grille ne doit pas être trop espacée pour éviter l'introduction des déviations substantielles, un échantillonnage uniforme de 1° ou 2° est généralement suffisant ;
- Former A_r=A ($\tilde{\theta}^r$), où $\tilde{\theta}^r$=[$\tilde{\theta}_1^{(r)}, \tilde{\theta}_2^{(r)}, \dots, \tilde{\theta}_L^{(r)}$] . Utiliser la méthode présentée dans la section (4.3.3) pour obtenir la première estimation des positions de sources $\tilde{\theta}_j^{(r)}$, j=1,2,…, P, et puis considérer r = r+1 ;
- Obtenir une grille raffinée $\tilde{\theta}^r$ autour des positions de pics $\tilde{\theta}_j^{(r-1)}$.

- Retourner à l'étape 2) jusqu'à ce que la grille soit assez fine.

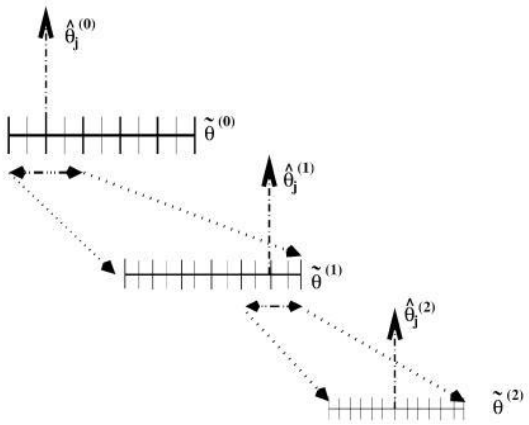


Figure 4.2 - Schéma de raffinement de la grille.

La deuxième approche [98] utilise l'information de la phase des solutions parcimonieuses pour réaliser la localisation de sources.

Le principe de cette approche est de partitionner les données d'observations en plusieurs parties, puis de les recombiner dans une nouvelle donnée qui est traitée par l'algorithme SOCP présenté ci-dessus afin d'obtenir les solutions parcimonieuses. Ainsi l'information de phase peut être extraite des solutions pour l'estimation des directions angulaires des sources sonores.

Pour extraire l'information de la phase des solutions parcimonieuses, nous définissons deux matrices permutables J_1 et J_2 sous la forme $J_1= [I_{N-1}\ 0]_{(N-1)\times N}$ et $J_2= [0\ I_{N-1}]_{(N-1)\times N}$, où N est le nombre de capteurs et I_{N-1} est une matrice unité de dimension (N-1) × (N-1). Nous pouvons obtenir deux nouvelles parties de données d'observations y (voir la relation (4.11)) de la manière suivante :

$$y_1= J_1\, y= J_1Ax+ J_1b=A_1x+b_1 \tag{4.25}$$

$$y_2= J_2\, y= J_2Ax+ J_2b=A_2x+b_2 \tag{4.26}$$

Nous pouvons remarquer que A_1 et A_2 sont liés par la relation suivante:

$$A_2 =A_1\Phi \tag{4.27}$$

où $\Phi=\text{diag}[\, e^{j\frac{2\pi d\sin(\theta_1)}{\lambda}},\ldots,\, e^{j\frac{2\pi d\sin(\theta_L)}{\lambda}}]$.

Ensuite, nous combinons les relations (4.25) et (4.26) en une nouvelle donnée d'observations:

$$Y_{(1,2)}= [y_1, y_2] = [A_1, A_2]\, x+ [b_1, b_2] = A_1\, [I, \Phi]\, x + [b_1, b_2]= A_1\, X_{(1,2)} + B_{(1,2)} \qquad (4.28)$$

où $X_{(1,2)}= [I, \Phi]\, x=[x_1, x_2] \in C^{L\times 2}$.

Enfin, de façon similaire à la relation (4.11), le problème présenté par la relation (4.28) peut être résolu dans le cadre de l'algorithme SOCP.

En théorie, la solution $X_{(1,2)}$ a une structure parcimonieuse, soit:

$$x_1= [0,\dots 0, x_{11}, 0,\dots 0, x_{12}, 0, \dots 0, x_{1K}, 0,\dots 0]^T \qquad (4.29)$$

$$x_2= [0,\dots 0, x_{21}, 0,\dots 0, x_{22}, 0, \dots 0, x_{2K}, 0,\dots 0]^T \qquad (4.30)$$

En considérant la partition présentée ci-dessus, nous savons que les éléments non-nuls dans la même ligne de $X_{(1,2)}$ se mettent sous la forme :

$$x_{1i} = e^{j\frac{2\pi d \sin(\theta_i)}{\lambda}} x_{2i} \qquad (i=1,2,...,K) \qquad (4.31)$$

Ainsi, l'estimation de la localisation des sources est obtenue par les phases des solutions :

$$\theta_i = \sin^{-1}\left(\frac{\text{phase}\,(x_{2i}/x_{1i})}{\pi}\right) \qquad (4.32)$$

où i= {1,2,..., K} et phase(.) est l'opérateur de phase.

4.3.5 Localisation des sources émettant des signaux à large bande

Les sources émettant des signaux à large bande sont difficiles à représenter avec des transformations simples de phase, comme nous avons procédé lors de la localisation de signaux à bande étroite. Pour établir une modélisation applicable de la localisation des sources à large bande, nous pouvons partitionner le spectre du signal en plusieurs bandes, ou plusieurs parties, chacune étant considérée à bande étroite. Nous transformons les données temporelles dans le domaine fréquentiel et nous obtenons :

$$y(f)=A(f)\, x(f) +b(f) \qquad (4.33)$$

où $f=\frac{t}{T}$, t= {0,1,…, T-1}

Pour réduire le coût de calcul, nous divisons d'abord l'ensemble des fréquences en plusieurs régions (f_1, f_1'), (f_2, f_2'),…, (f_W, f_W'), ensuite, nous choisissons une fréquence typique dans chaque région pour obtenir une représentation approximative de la matrice de transfert dans cette région. Par exemple, dans la région (f_k, f_k'), nous pouvons obtenir la fréquence typique par un moyennage : $f_{k\text{-typique}}=\frac{f_k+f_k'}{2}$ et la matrice de transfert est A ($f_{k\text{-typique}}$). Ainsi le problème de la localisation des sources à large bande est converti en W sous-problèmes de la localisation des sources à bande étroite :

$$y(f)= A(f_{k\text{-typique}})\, x(f) + b(f) \tag{4.34}$$

où $f \in (f_k, f_k')$.

Par la suite nous pouvons tracer le spectre du signal en fonction des directions d'arrivée θ et en fonction des fréquences f.

4.4 Résultats de simulation et d'expérimentation

Dans cette section, nous présentons des résultats de simulations et d'expérimentations pour faire une comparaison des performances des différents algorithmes et pour valider la méthode présentée.

Nous avons une antenne linéaire formée de 6 capteurs équidistants de d=4,5cm. Deux sources décorrélées de même fréquence 3800Hz sont situées à 13° et 18° par rapport à la normale de l'antenne. On a $\frac{d}{\lambda}$ = 0,5. Le nombre d'échantillons est T=1024, et le rapport signal sur bruit est RSB= 20 dB. Nous voulons comparer la méthode basée sur SOCP avec la méthode MUSIC classique, la méthode Capon et la méthode formation de faisceaux conventionnelle. Le spectre spatial est tracé dans la Figure 4.3. Nous pouvons remarquer que la méthode SOCP et la méthode MUSIC classique sont capables de séparer deux sources assez proches, l'écart de gisement des deux sources n'étant que de 5°.

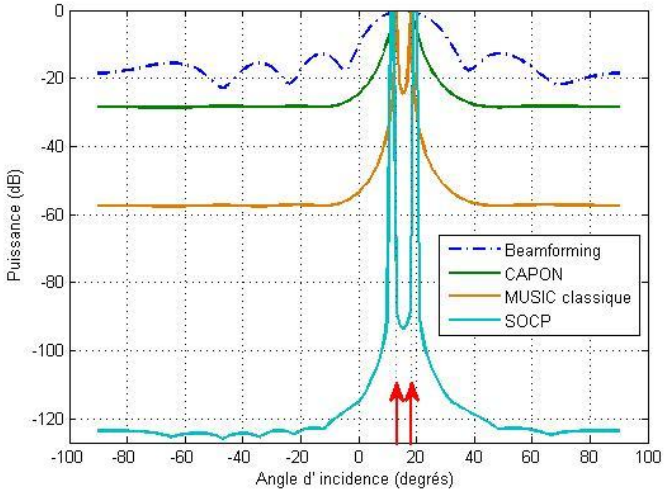


Figure 4.3 - Localisation de deux sources proches décorrélées par beamforming, par l'algorithme de Capon, par l'algorithme MUSIC classique et par l'algorithme SOCP en simulation.

Nous considérons ensuite des cas moins favorables, soit respectivement le nombre d'échantillons temporels : T=20 ; le rapport signal sur bruit : RSB= -2 dB et les deux sources sont totalement corrélées. Les spectres spatiaux sont tracés respectivement dans la Figure 4.4 la Figure 4.5 et la Figure 4.6 .

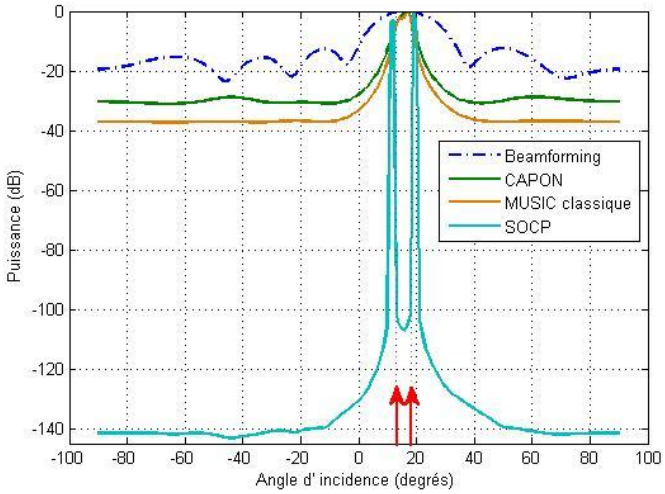


Figure 4.4 - Localisation de deux sources proches décorrélées par beamforming, par l'algorithme de Capon, par l'algorithme MUSIC classique et par l'algorithme SOCP avec un faible nombre d'échantillons temporels : T=20, en simulation.

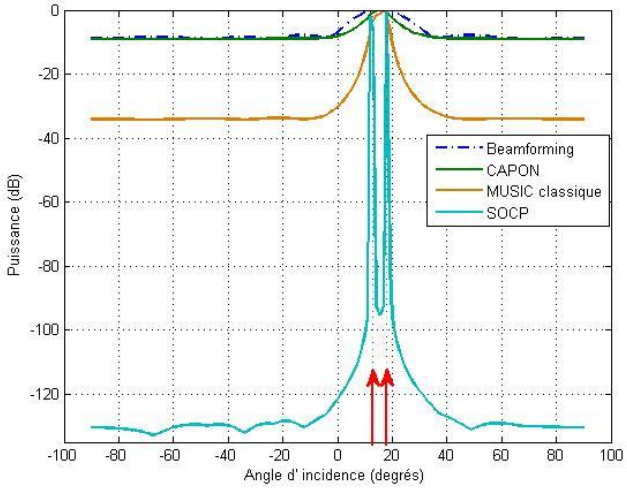


Figure 4.5 - Localisation de deux sources proches décorrélées par beamforming, par l'algorithme de Capon, par l'algorithme MUSIC classique et par l'algorithme SOCP avec un faible rapport signal sur bruit: RSB =-2dB, en simulation.

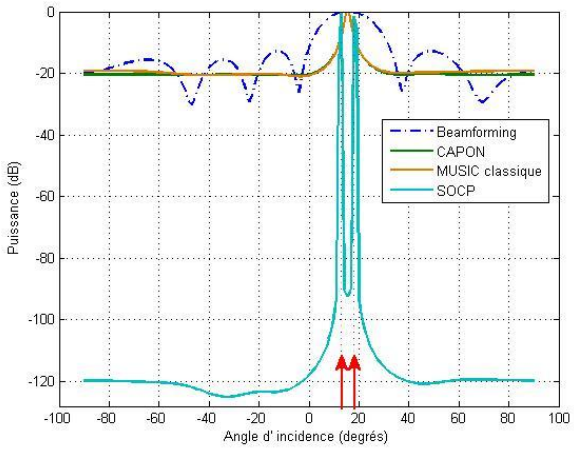


Figure 4.6 - Localisation de deux sources proches totalement corrélées par beamforming, par l'algorithme de Capon, par l'algorithme MUSIC classique et par l'algorithme SOCP en simulation.

Nous pouvons remarquer qu'avec des changements défavorables des conditions, la méthode SOCP reste la seule méthode qui est efficace pour localiser les deux sources. Considérons la situation particulière du faible nombre d'échantillons temporels, soit un seul échantillon temporel : T=1. Le résultat est tracé dans la Figure 4.7 avec deux sources décorrélées et RSB= 20 dB, l'antenne ayant toujours les mêmes caractéristiques que précédemment. Puisque la méthode MUSIC et la méthode de Capon dépendent de la construction de la matrice de covariance, seule la méthode formation de faisceaux conventionnelle est comparée

avec la méthode SOCP. Le résultat montre que la méthode SOCP reste toujours performante pour localiser les sources. D'autre part, la robustesse de la méthode SOCP vis-à-vis de la corrélation des signaux provient de la nature de cet algorithme : il traite juste le moyennage temporel alors que la matrice de covariance spatiale n'est pas prise en compte.

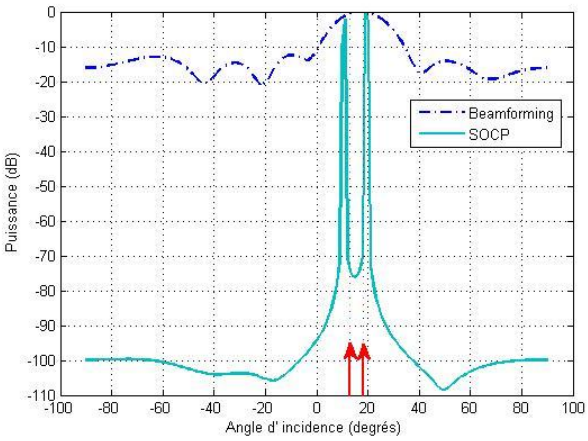


Figure 4.7- Localisation de deux sources proches décorrélées par beamforming et par l'algorithme SOCP avec un seul échantillon temporel, en simulation.

Il faut cependant noter que l'algorithme SOCP présente souvent des biais angulaires lors de la localisation des sources proches. Nous pouvons facilement vérifier que cela n'est pas dû à la limitation des grilles : même si les sources se situent juste sur la grille, les déviations angulaires existent toujours. En fait, c'est une sorte de biais inhérent de l'algorithme lui-même et est considéré comme le coût du traitement de la parcimonie des signaux. Nous pouvons réduire les déviations angulaires par une approche optimale simple : dans la relation (4.21), on remplace la matrice des valeurs singulières L par sa matrice au carré L^2, ainsi la nouvelle matrice d'observation réduite Y_{SVD} devient :

$$Y_{SVD} = UL^2D_P = YVD'_P \qquad (4.35)$$

où $D'_P = LD_P$.

Une simulation est effectuée pour comparer les biais angulaires entre l'algorithme SOCP et sa version optimale. Les paramètres de la simulation sont identiques avec ceux de la Figure 4.3 . Le résultat est tracé dans la Figure 4.8. L'algorithme SOCP présente des biais angulaires d'environ 1° pour la source située à 13° et d'environ 2° pour la source située à 18°. En utilisant l'algorithme modifié avec L^2 les biais sont négligeables comme l'indique la Figure 4.8 (b).

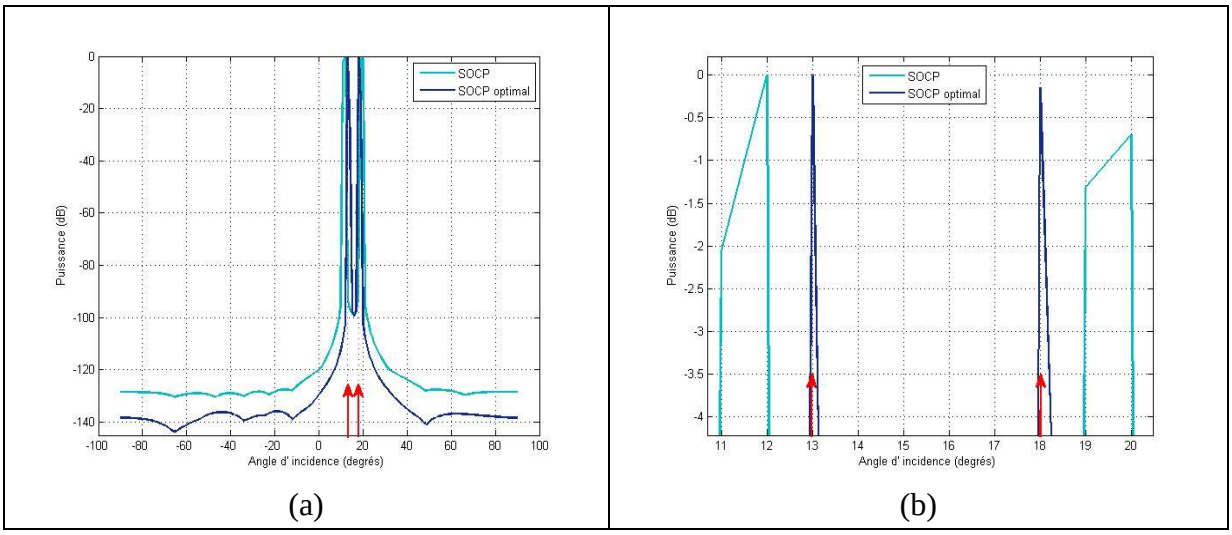


Figure 4.8 - Localisation de deux sources proches décorrélées par l'algorithme SOCP et par sa version optimale (a) et zoom sur les pics du spectre angulaire (b), en simulation.

Un problème auquel nous nous intéressons consiste à déterminer le nombre maximal P_{max} des sources qui peuvent être localisées correctement par l'algorithme SOCP optimal en utilisant une antenne de N capteurs. On étudie ce problème en augmentant progressivement le nombre de sources jusqu'à ce qu'elles ne soient plus localisées correctement. Notre algorithme, avec les multiples échantillons temporels, est capable de séparer au maximum N-1 sources avec une antenne formée de N capteurs à condition que ces sources ne soient pas trop proches. Cela signifie que le nombre maximal des sources qui peuvent être localisées correctement par l'algorithme SOCP optimal est identique à celui des algorithmes de Capon et de MUSIC classique.

Ce résultat est illustré dans la Figure 4.9 où nous avons une antenne linéaire formée de 6 capteurs, $\frac{d}{\lambda} = 0{,}5$, le nombre d'échantillons est T=1024 et le rapport signal sur bruit est RSB= 20 dB. Dans la Figure 4.9 (a) il y a 5 sources décorrélées respectivement situées à -20°, -10°, 0°, 10° et 20° par rapport à la normale de l'antenne. Nous constatons que l'algorithme SOCP optimal est efficace lors de la localisation de ces 5 sources. Dans la Figure 4.9 (b) le nombre des sources décorrélées est de 6 et se situent respectivement à -30°,-10°,10°, 30°, 50° et 70° par rapport à la normale de l'antenne. Cette fois l'algorithme SOCP optimal n'est pas performant pour la localisation de ces 6 sources, même si elles sont bien espacées.

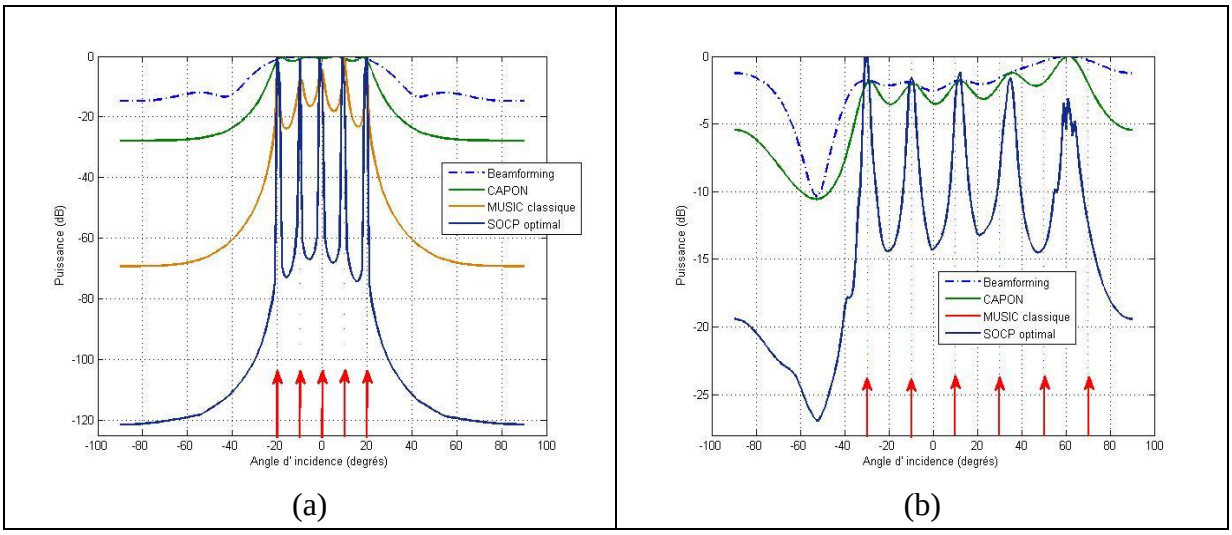


Figure 4.9 - Nombre maximal P_{max} de sources à localiser par l'algorithme SOCP optimal en utilisant une antenne formée de 6 capteurs, en simulation. (a) : P=5 sources ; (b) : P=6 sources.

Il faut bien noter que le résultat obtenu est sous condition de multiples échantillons temporels. Si on considère un seul échantillon temporel et si le nombre des sources est égal à la moitié du nombre des capteurs, soit $P = \frac{N}{2}$, l'algorithme SOCP est toujours efficace lors de la localisation des sources à condition qu'elles soient suffisamment espacées.

Nous considérons une antenne linéaire formée de 6 capteurs, $\frac{d}{\lambda}$ = 0,5, le nombre d'échantillons est T=1 et le rapport signal sur bruit est RSB= 20 dB. Dans la Figure 4.10 il y a 3 sources décorrélées respectivement situées à -20°, 0° et 20° par rapport à la normale de l'antenne. L'algorithme SOCP est toujours efficace lors de la localisation de ces 3 sources.

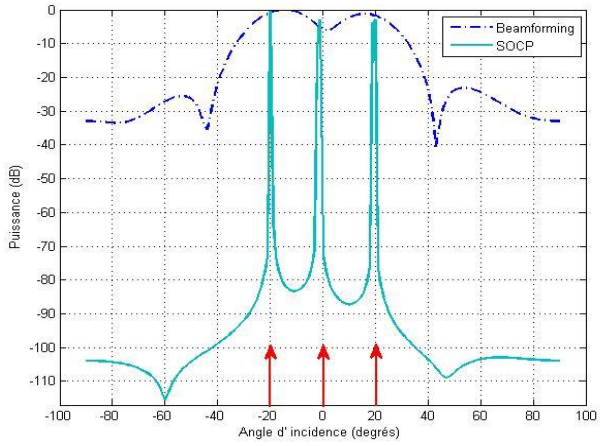


Figure 4.10 - Nombre des sources à localiser par l'algorithme SOCP optimal avec un seul échantillon temporel (T=1) en utilisant une antenne formée de 6 capteurs, en simulation : P=3 sources.

Un autre problème concerne la sensitivité de l'algorithme SOCP optimal vis-à-vis du nombre de sources éventuellement présentes. La simulation est effectuée avec une antenne ayant les mêmes caractéristiques que celles de la simulation précédente. Deux sources décorrélées sont situées à 10° et 19° par rapport à la normale de l'antenne alors que le nombre de sources éventuelles (ou hypothétiques) est respectivement 1, 2, 4 et 5. Les résultats sont tracés dans la Figure 4.11 par la méthode MUSIC classique (a) et par la méthode SOCP optimal (b).

Nous remarquons dans la Figure 4.11(a) qu'en faisant l'hypothèse de la présence d'une source et en utilisant la méthode MUSIC classique, les deux pics des sources exactes sont confondus en un seul pic ou en un seul lobe principal, ceci est dû à une sous-estimation du nombre des sources. D'autre part, une importante surestimation entraine l'apparition de lobes secondaires importants. Dans la Figure 4.11 (b), nous constatons que la variation du nombre des sources a très peu d'influence lors de la localisation de ces sources par la méthode SOCP optimal. Cela signifie que l'algorithme SOCP est moins sensible à une connaissance correcte du nombre des sources.

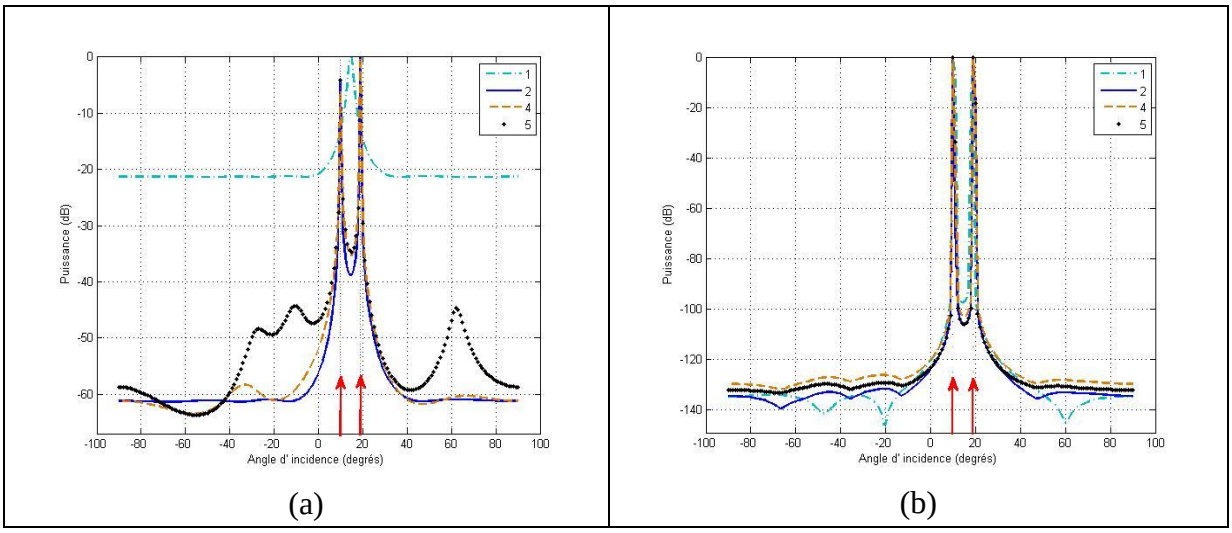


Figure 4.11 - La sensibilité de l'algorithme MUSIC classique (a) et de l'algorithme SOCP optimal (b) vis-à-vis du nombre hypothétiques des sources, en simulation. Le nombre exact des sources est 2.

Un aspect important de la performance de l'algorithme SOCP est le biais lors de la localisation de sources. On trace les biais de localisation de chaque source en fonction des écarts angulaires de deux sources par l'algorithme SOCP optimal. Le nombre de capteurs est de 6. L'une des deux sources décorrélées est fixée à 13° par rapport à la normale de l'antenne et l'autre est déplacée en différentes positions pour réaliser divers écarts angulaires entre les

deux sources. On considère $\frac{d}{\lambda}$= 0,5 et le rapport signal sur bruit est RSB= 20 dB. Les résultats de simulation sont illustrés dans la Figure 4.12 avec le nombre d'échantillons T=1024 (Figure 4.12 (a)) et T=200 (Figure 4.12 (b)). Chaque valeur du biais dans les Figures 4.12 est obtenu par une moyenne sur 50 réalisations.

Dans la Figure 4.12 (a) nous constatons que les biais sont presque négligeables dès que les écarts angulaires entre les deux sources sont supérieurs à 6°. Lorsque les deux sources sont très proches, les biais augmentent mais les valeurs absolues des biais sont toujours inférieures à 0.5°. Dans la Figure 4.12 (b) nous remarquons que même si le nombre d'échantillons est faible (T=200), les valeurs absolues des biais sont toujours inférieures à 1° lorsque les deux sources sont très proches.

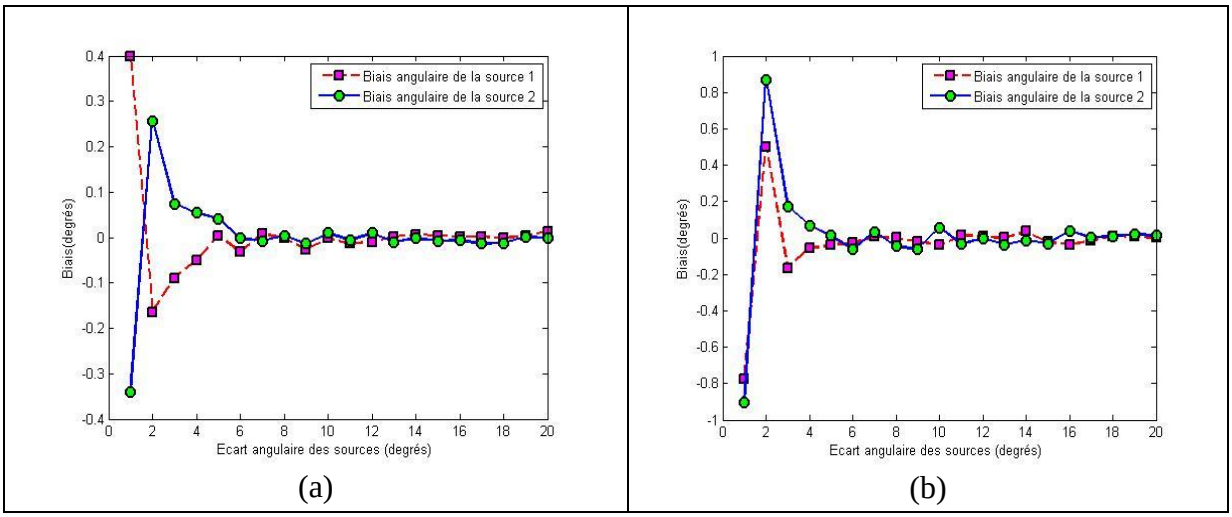
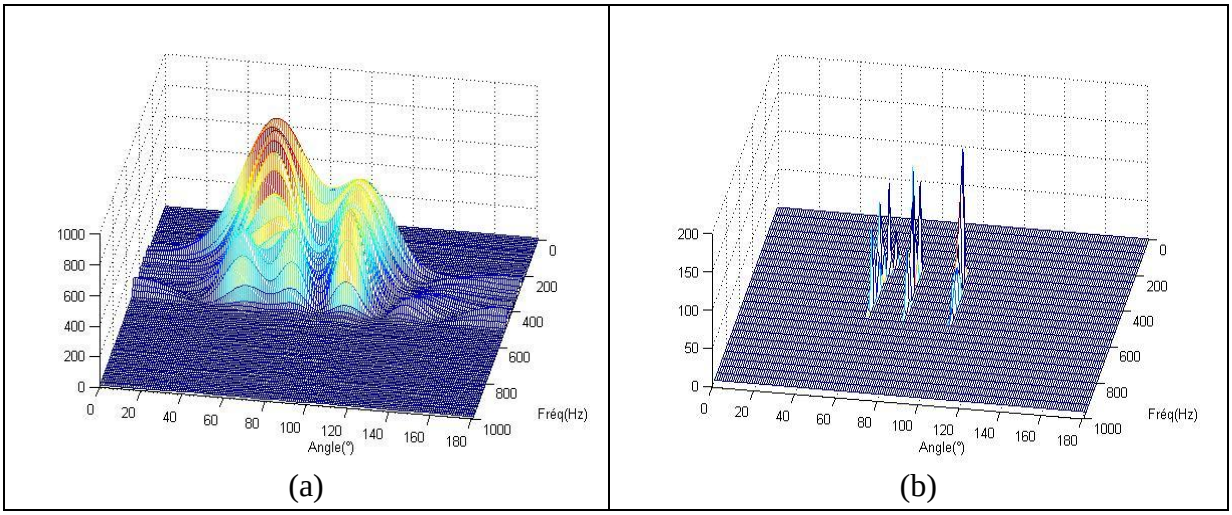


Figure 4.12 - Biais sur la localisation des sources en simulation en fonction des écarts angulaires des deux sources par l'algorithme SOCP optimal avec le nombre d'échantillons T=1024 (a) et T=200 (b).

Nous considérons maintenant les sources à large bande : trois sources sont situées à 60°, 78° et 100° par rapport à l'axe de l'antenne et elles émettent les signaux de type « chirp » avec une gamme de fréquence de 250Hz à 500Hz qui correspond une gamme de $\frac{d}{\lambda}$ de 0,25 à 0,5. La fréquence d'échantillonnage est Fs=2000Hz, le nombre des capteurs est N=6, le nombre d'échantillons est T=1000 et le rapport signal sur bruit est RSB= 20 dB. Nous effectuons une estimation espace-fréquence en utilisant l'algorithme présenté dans la section (4.3.5). Les résultats sont tracés respectivement dans la Figure 4.13 (a) en utilisant la méthode formation de faisceaux conventionnelle et dans la Figure 4.13 (b) en utilisant la méthode SOCP optimal.

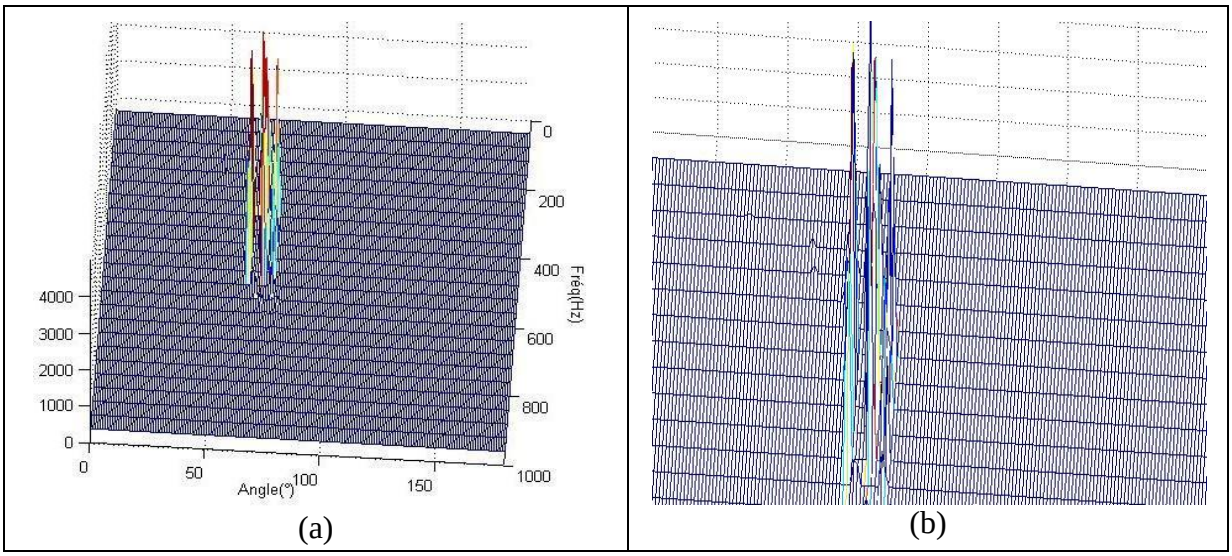
Nous pouvons remarquer que la méthode formation de faisceaux conventionnelle est inadaptée pour localiser les sources à large bande. La méthode SOCP optimal peut séparer facilement les trois sources à large bande. Cette méthode possède d'excellentes performances lors de la localisation de sources à large bande.



(a) (b)

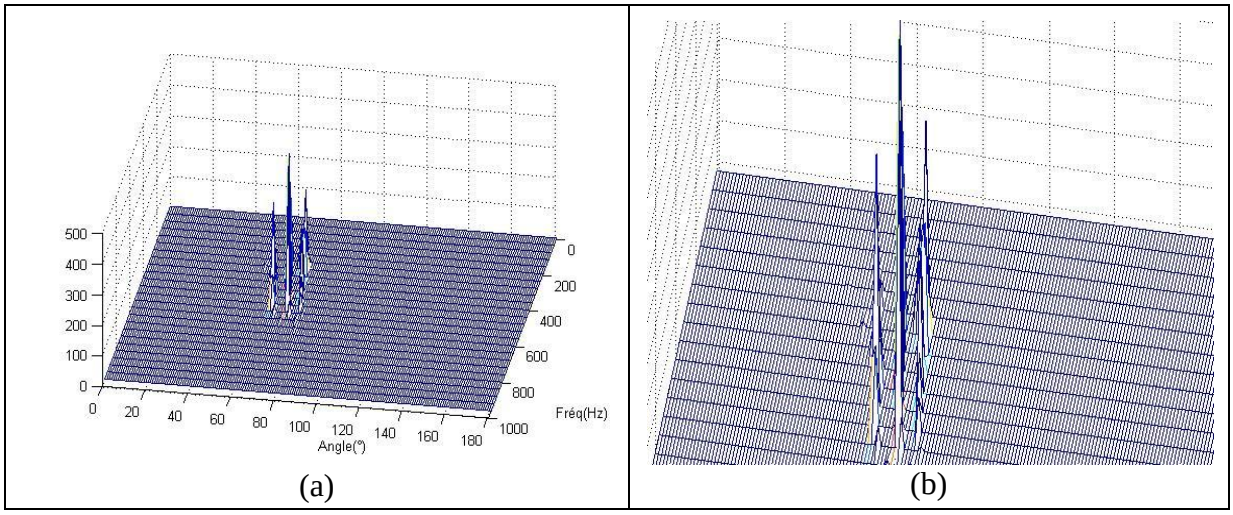
Figure 4.13 - Localisation de trois sources espacées à large bande par la méthode beamforming (a) et par la méthode SOCP optimal (b) en simulation.

D'autre part, avec des changements favorables des conditions, par exemple, le rapport signal sur bruit est important ou le nombre de capteurs formant l'antenne est élevé, la méthode SOCP optimal est capable de localiser des sources proches à large bande. On considère d'abord le cas où le rapport signal sur bruit est RSB= 40 dB et N = 6 et ensuite le cas où le nombre des capteurs formant l'antenne est N=10 et le rapport signal sur bruit RSB=20 dB. Les trois sources sont à large bande et situées à 60°, 65° et 70° par rapport à l'axe de l'antenne. Les résultats sont tracés respectivement dans la Figure 4.14 et la Figure 4.15. Nous pouvons remarquer que les trois sources relativement proches sont bien séparées à travers le spectre spatio-fréquentiel en utilisant la méthode SOCP optimal.



(a) (b)

Figure 4.14 - Localisation de trois sources proches à large bande avec RSB= 40 dB et N=6 par la méthode SOCP optimal (a) et zoom sur les pics du spectre espace-fréquence (b) en simulation.



(a) (b)

Figure 4.15 - Localisation de trois sources proches à large bande avec un nombre des capteurs N=10 et RSB=20 dB par la méthode SOCP optimal (a) et zoom sur les pics du spectre espace-fréquence (b) en simulation.

Une autre forme de sources à large bande est formée de signaux ayant une ou plusieurs harmoniques. Ici nous considérons quatre signaux à large bande et chacun se compose d'une ou deux harmoniques. Ainsi au gisement de 60° il y a deux harmoniques de fréquences 320Hz et 480Hz ; au gisement de 68° il y a une seule harmonique de fréquence 320Hz ; au gisement de 100° il y a deux harmoniques de fréquences 400Hz et 480Hz ; au gisement de 108° il y a une seule harmonique de fréquence 400Hz. Ces trois fréquences (320Hz 400Hz

480Hz) correspondent une série de $\frac{d}{\lambda}$ (0,32 0,4 0,5). La fréquence d'échantillonnage est Fs=2000Hz, le nombre des capteurs est N=6, le nombre d'échantillons est T=1000 et le rapport signal sur bruit est RSB= 20 dB. Nous effectuons une estimation spectrale et directionnelle de ces sources par la méthode formation de faisceaux conventionnelle, par la méthode MUSIC classique et par la méthode SOCP optimal. Les résultats sont tracés dans la Figure 4.16 (a) qui utilise une coloration dégradée en fonction de la puissance estimée et dans la Figure 4.16 (b) qui montre les résultats sous forme d'un graphisme 3D traditionnel.

Nous constatons que par la méthode formation de faisceaux conventionnelle, les deux sources espacées à la fréquence 480Hz peuvent être séparées alors que les deux sources proches sont confondues aux fréquences 320Hz et 400Hz. Quant à la méthode MUSIC classique, les sources proches sont confondues également aux fréquences 320Hz et 400Hz et les deux sources de fréquence 480Hz sont indiscernables. D'autre part, nous constatons l'apparition de faibles lobes parasites en utilisant la méthode formation de faisceaux conventionnelle et la méthode MUSIC classique. La méthode SOCP optimal est la plus performante lors de la localisation de ce type de sources : elle est capable de séparer toutes les sources à travers la bande de fréquence considérée.

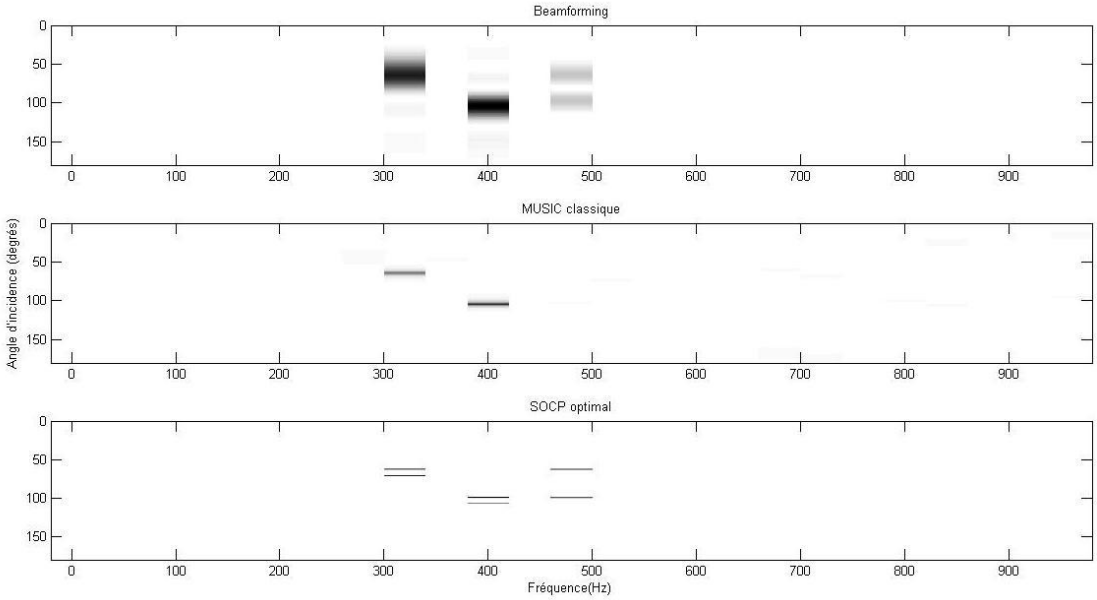


Figure 4.16 - (a) - Localisation de sources formées de plusieurs harmoniques par la méthode formation de faisceaux conventionnelle, par la méthode MUSIC classique et par la méthode SOCP optimal, en simulation.

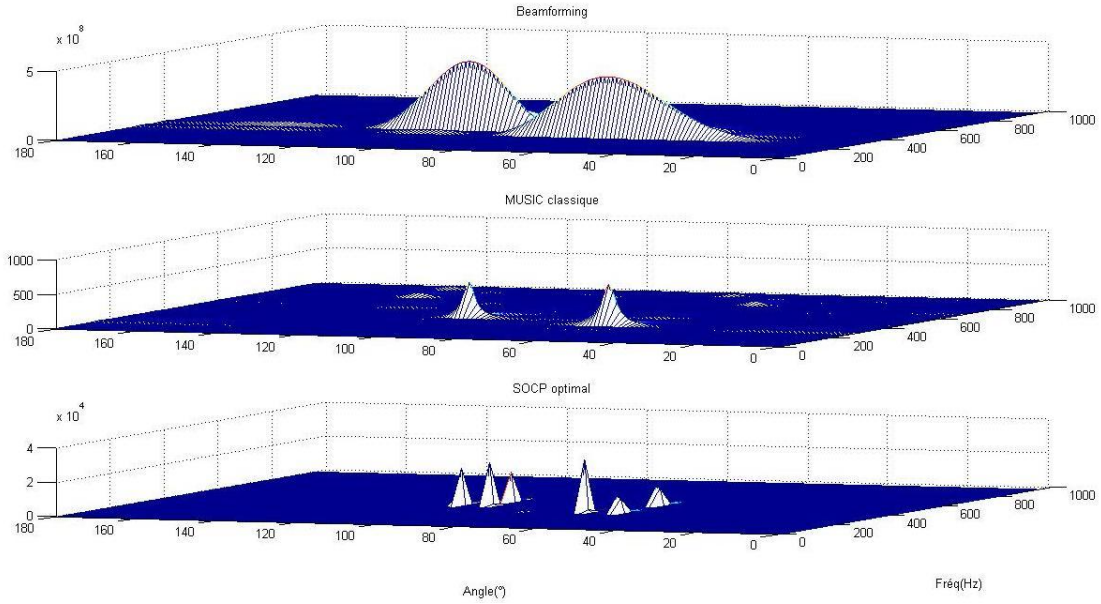


Figure 4.16 - (b) - Représentation 3D de la localisation de sources formées de plusieurs harmoniques par la méthode formation de faisceaux conventionnelle, par la méthode MUSIC classique et par la méthode SOCP optimal, en simulation.

Jusqu'à présent les sources ponctuelles étaient en champ lointain. Considérons maintenant le cas de sources ponctuelles en champ proche. Dans ce cas, l'approximation de l'onde plane n'est plus applicable et on a l'onde sphérique qui à la distance r se met sous la forme générale :

$$f(r,t) = \frac{1}{r} f(t - \frac{r}{c}) \tag{4.36}$$

Nous rappelons le modèle des P signaux à bande étroite établi au chapitre 3 :

$$x_n(t) = \sum_{i=1}^{P} s_i(t) e^{-j2\pi f \tau_{n,i}} + b_n(t) \quad n = \{0, 1, \cdots, N-1\} \tag{4.37}$$

Dans le cas du champ proche, le retard $\tau_{n,i}$ lié à la propagation du signal i, entre la source i et le capteur n, peut être réécrit sous la forme suivante (voir la Figure 4.17) :

$$\tau_{n,i} = \frac{r_i}{c}\left(\sqrt{1 + \left(\frac{nd}{r_i}\right)^2 + \frac{2nd \sin \theta_i}{r_i}} - 1\right) \tag{4.38}$$

où c est la célérité de l'onde ;
r_i est la distance de la i^{ème} source placée en champ proche au capteur de référence 0 (origine des espaces et des phases) ;

θ_i est l'angle que fait la normale de l'antenne acoustique avec la direction de la $i^{ème}$ source sonore.

En utilisant le principe de superposition, le modèle de P sources se met sous la même forme que (4.11) sauf que la matrice des vecteurs directionnels du champ lointain est remplacée par la matrice des vecteurs directionnels du champ proche. Il faut noter que la réponse à la sortie de l'antenne dépend non seulement du gisement des sources, mais aussi de la distance des sources. Malheureusement, celle-ci nous oblige de construire une grille d'échantillonnage en deux dimensions faisant intervenir le gisement et en même temps de la distance. Ainsi le coût de calcul est augmenté quadratiquement avec la finesse de la grille.

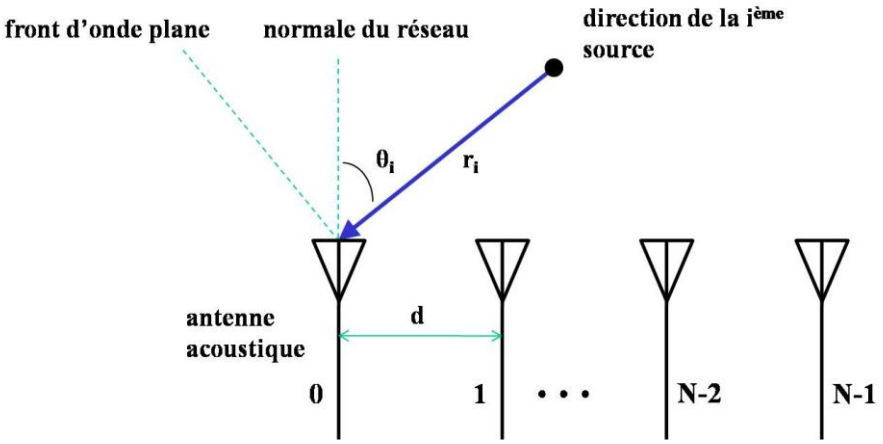
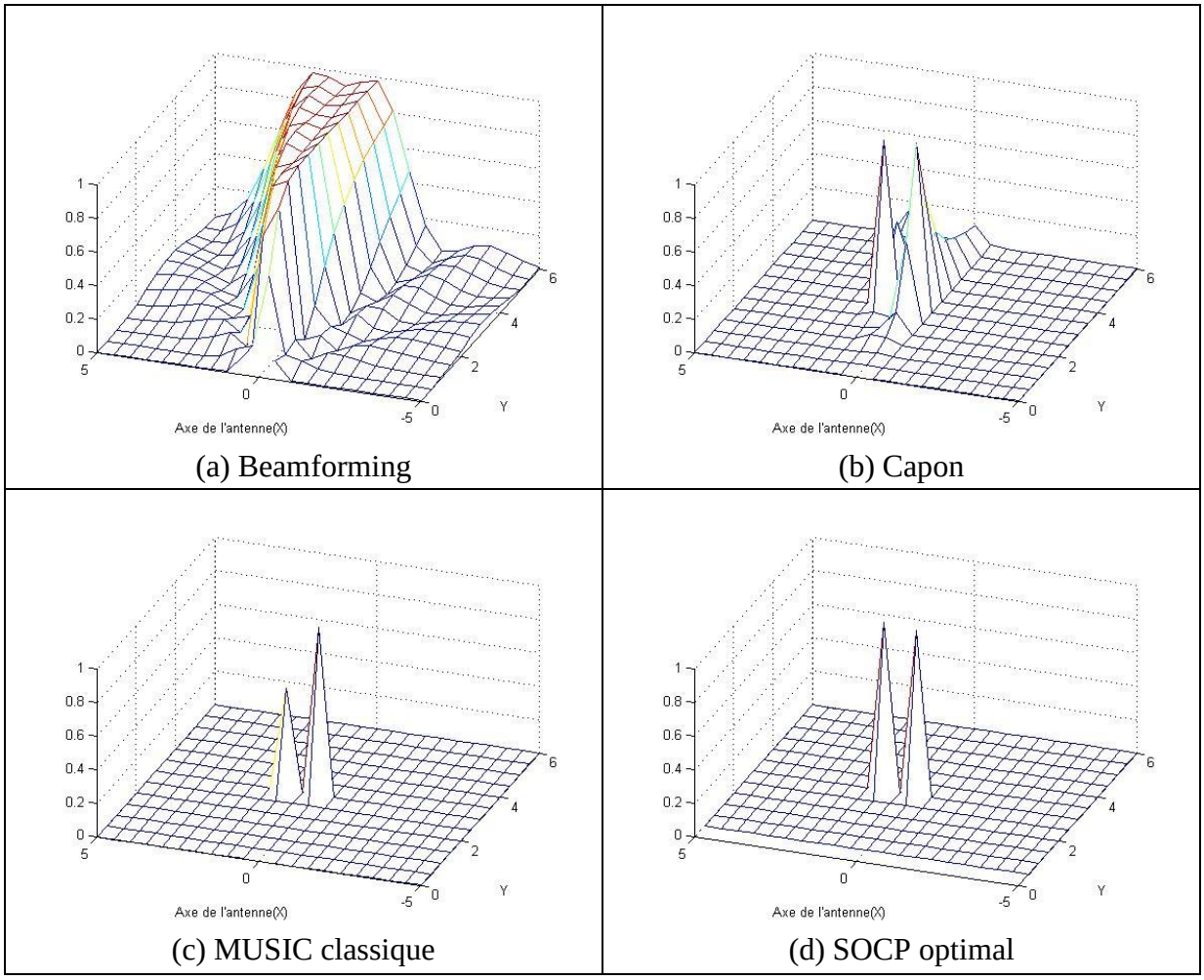


Figure 4.17 - Schéma d'arrivée d'ondes en champ proche.

Nous allons comparer les performances de la méthode beamforming, la méthode de Capon, la méthode MUSIC classique et la méthode SOCP optimal en champ proche. Nous avons une antenne linéaire formée de 6 microphones équidistants de d=22,5cm. On considère le centre de l'antenne comme origine des coordonnées, l'axe des abscisses est parallèle à l'axe de l'antenne et l'axe des ordonnées est perpendiculaire à l'axe de l'antenne. Le milieu est formée de deux sources décorrélées, à bande étroite, ayant la même longueur d'onde : $\lambda_1=\lambda_2=45$cm. Nous avons donc $\frac{d}{\lambda} = 0{,}5$. Les coordonnées en mètres des deux sources sont respectivement $s_1= (0\ 3)$ et $s_2= (1\ 3)$. En considérant l'inéquation (1.1) du chapitre 1, on peut vérifier que ces deux sources sont bien en champ proche. Le nombre d'échantillons est T=1024 et le rapport signal sur bruit est RSB= 20 dB.

Les résultats obtenus sont tracés dans la Figure 4.18. Nous pouvons remarquer que la méthode beamforming est inadaptée pour localiser les deux sources en champ proche : le spectre

spatial est entièrement erratique. Quant avec la méthode de Capon, on observe des lobes secondaires importants. La méthode MUSIC classique et la méthode SOCP optimal possèdent d'excellentes performances lors de la localisation des sources en champ proche. Dans ce cas, nous allons comparer en détail les performances de la méthode MUSIC classique et de la méthode SOCP optimal en nous plaçant dans des conditions défavorables.



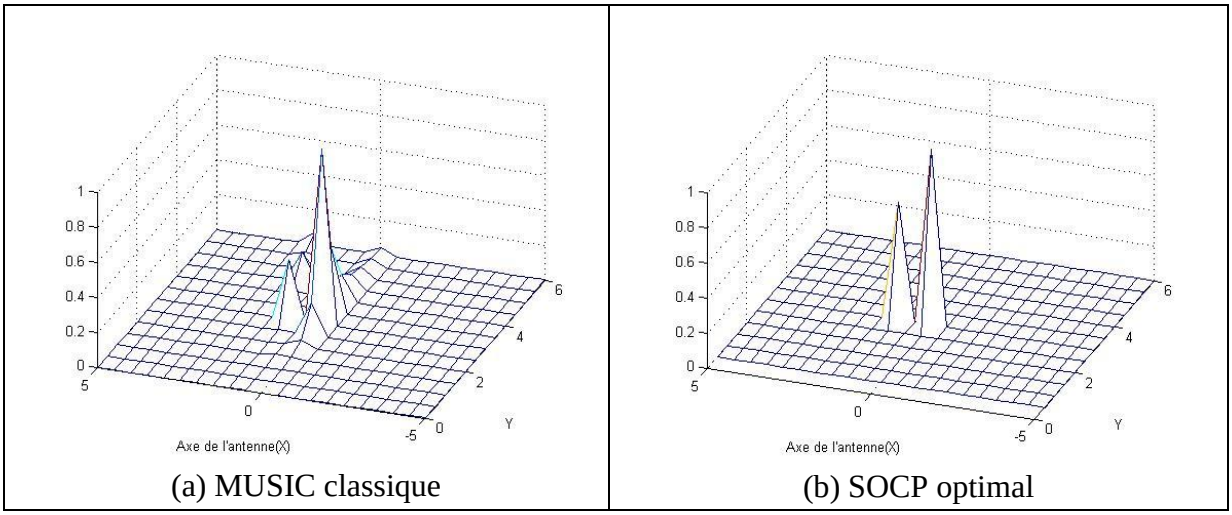
(a) Beamforming (b) Capon

(c) MUSIC classique (d) SOCP optimal

Figure 4.18 - Localisation de deux sources décorrélées à bande étroite en champ proche par la méthode beamforming(a), par la méthode de Capon (b), par la méthode MUSIC classique (c) et par la méthode SOCP optimal (d), en simulation.

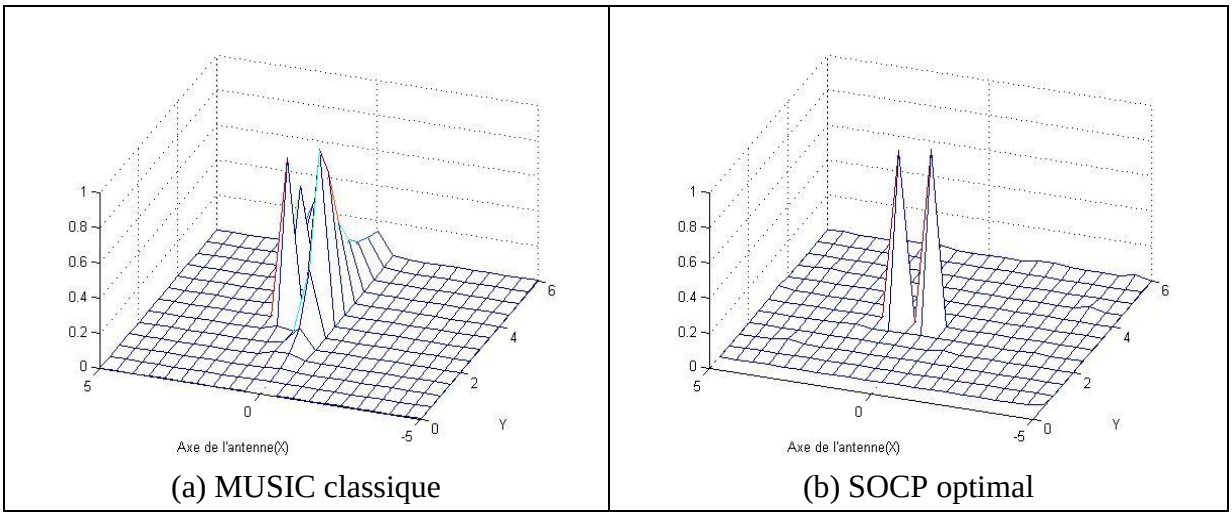
Nous considérons d'abord les cas où le nombre d'échantillons est T=10 et ensuite le cas où le rapport signal sur bruit est RSB= -2 dB. Les spectres spatiaux sont tracés respectivement dans la Figure 4.19 et la Figure 4.20. Avec l'algorithme MUSIC classique, des pics parasites importants surgissent lorsque le nombre d'échantillons temporels ou le rapport signal sur bruit

est faible tandis que la méthode SOCP optimal est performante pour localiser ces deux sources.



(a) MUSIC classique (b) SOCP optimal

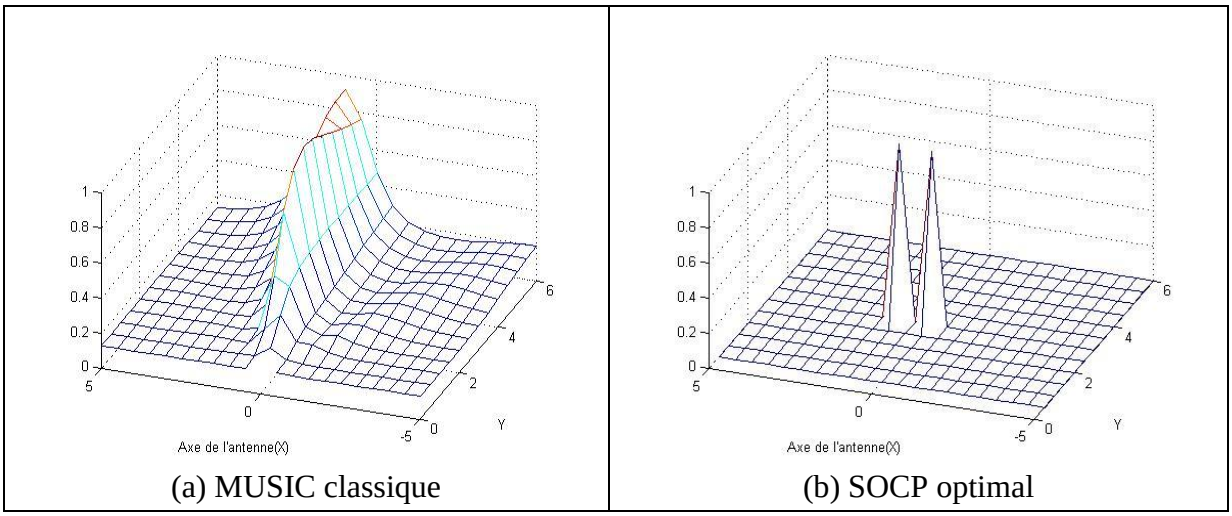
Figure 4.19 - Localisation de deux sources décorrélées à bande étroite en champ proche par l'algorithme MUSIC classique (a) et par la méthode SOCP optimal (b) avec le nombre d'échantillons T=10, en simulation.



(a) MUSIC classique (b) SOCP optimal

Figure 4.20 - Localisation de deux sources décorrélées à bande étroite en champ proche par l'algorithme MUSIC classique (a) et par la méthode SOCP optimal (b) avec le rapport signal sur bruit RSB= -2 dB, en simulation.

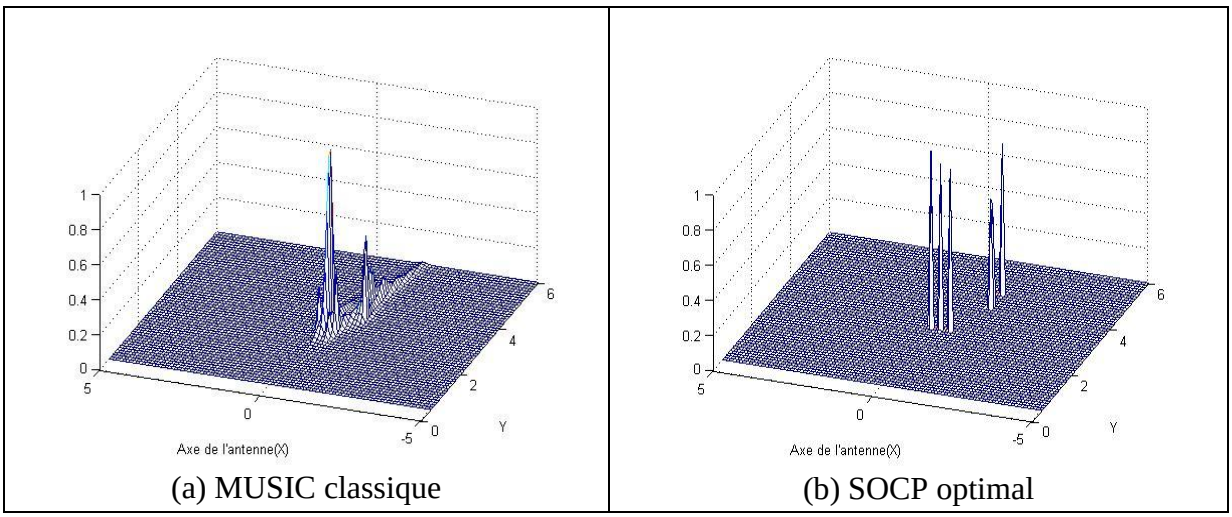
Considérons maintenant le cas où les deux sources sont totalement corrélées. Les spectres spatiaux sont tracés dans la Figure 4.21. Le spectre spatial est erratique en utilisant l'algorithme MUSIC classique. L'algorithme SOCP optimal reste toujours très performant pour localiser les deux sources totalement corrélées en champ proche.



(a) MUSIC classique (b) SOCP optimal

Figure 4.21 - Localisation de deux sources totalement corrélées à bande étroite en champ proche par l'algorithme MUSIC classique (a) et par la méthode SOCP optimal (b), en simulation.

Maintenant, nous augmentons le nombre des sources décorrélées à la valeur P=5 et les coordonnées en mètres sont respectivement s_1= (-0,6 3), s_2= (-0,3 3), s_3= (0 3), s_4= (-1,2 4) et s_5= (-1,2 4,8). Il faut noter que les sources s_1, s_2, et s_3 sont beaucoup plus proches que lors de la simulation précédente (la distance entre sources est de 0,3m au lieu de 1m). Les sources s_4 et s_5 sont aussi plus proches (la distance entre sources est de 0,8m au lieu de 1m). Les résultats sont tracés dans la Figure 4.22. L'algorithme MUSIC classique a de grandes difficultés à localiser les sources proches (voir Figure 4.22 (a)) alors que l'algorithme SOCP optimal est très efficace lors de la localisation de ces sources comme l'indique la Figure 4.22 (b).



(a) MUSIC classique (b) SOCP optimal

Figure 4.22 - Localisation de cinq sources décorrélées à bande étroite dans le champ proche par l'algorithme MUSIC classique (a) et par la méthode SOCP optimal (b), en simulation.

Les exemples précédents montrent les limites de l'algorithme MUSIC classique et l'efficacité de l'algorithme SOCP optimal vis-à-vis de situations défavorables.

L'expérimentation en chambre anéchoïque s'est effectuée pour vérifier les résultats des simulations trouvés en champ lointain. Nous avons une antenne linéaire formée de 6 microphones équidistants de d=4,5cm. Deux sources décorrélées à la même fréquence de 3800Hz sont situées à 10° et 19° par rapport à la normale de l'antenne. Ces sources sont en champ lointain. Nous avons $\frac{d}{\lambda}$ = 0,5 et le nombre d'échantillons est T=1024. Les deux sources peuvent être localisées par l'algorithme de Capon, par l'algorithme MUSIC classique et par l'algorithme SOCP optimal (voir la Figure 4.23 (a)). L'algorithme SOCP optimal nous donne de meilleurs résultats puisque nous avons deux pics qui sont plus abrupts.

Nous considérons ensuite les deux sources totalement corrélées en champ lointain. Le spectre spatial est tracé dans la Figure 4.23 (b). Nous pouvons remarquer que l'algorithme SOCP optimal présente toujours deux pics très étroits, de fortes dénivellations et de très faibles lobes secondaires alors que les trois autres algorithmes sont incapables de localiser les deux sources totalement corrélées.

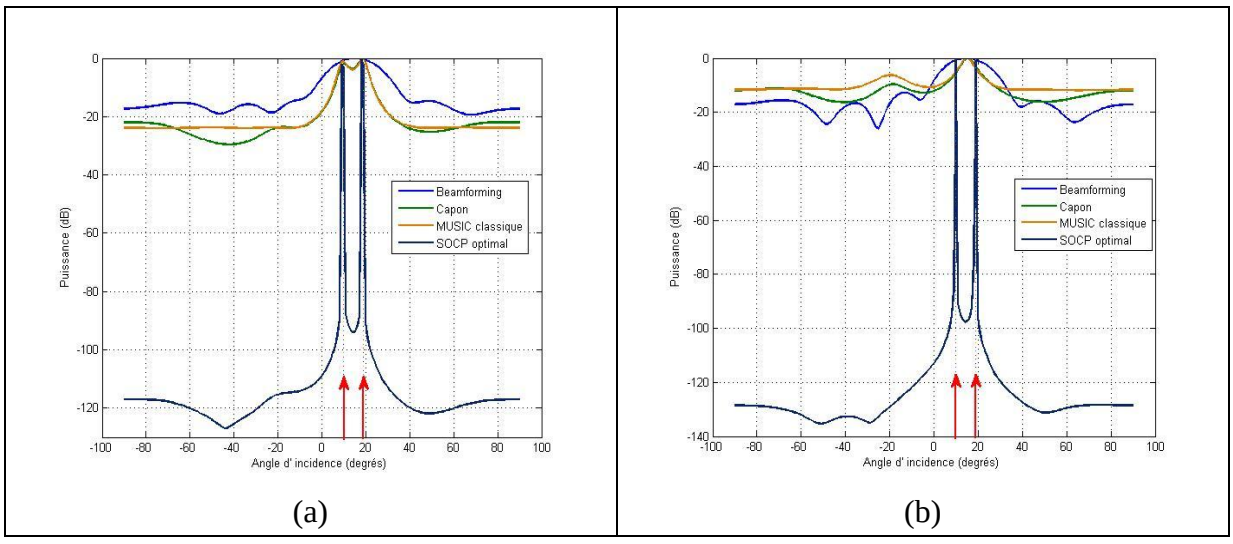


Figure 4.23 - Localisation de deux sources décorrélées (a) et de deux sources totalement corrélées (b) par beamforming, par l'algorithme de Capon, par l'algorithme MUSIC classique et par l'algorithme SOCP optimal en chambre anéchoïque.

Maintenant nous considérons le cas de deux sources décorrélées et proches situées à 13° et à 18° par rapport à la normale de l'antenne et puis le cas de deux sources totalement corrélées situées aussi à 13° et 18° par rapport à la normale de l'antenne. Dans le premier cas (voir la Figure 4.24 (a)) l'algorithme SOCP optimal et l'algorithme MUSIC classique peuvent séparer les deux sources mais les dénivellations des pics de l'algorithme MUSIC classique sont très faibles. Dans le deuxième cas (voir la Figure 4.24 (b)) l'algorithme SOCP optimal est le seul algorithme permettant de localiser les deux sources totalement corrélées et proches.

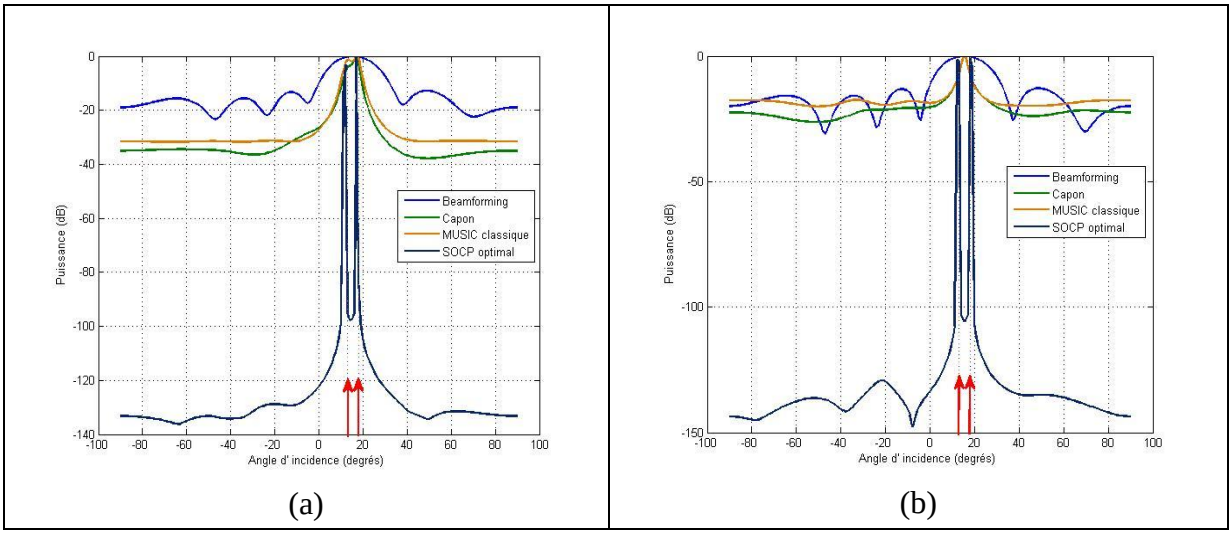


Figure 4.24 - Localisation de deux sources décorrélées proches (a) et de deux sources totalement corrélées proches (b) par beamforming, par l'algorithme de Capon, par l'algorithme MUSIC et par l'algorithme SOCP optimal en chambre anéchoïque.

4.5. Conclusion

Par comparaison avec les méthodes classiques, comme la méthode de formation de faisceaux conventionnelle, la méthode de Capon et la méthode de MUSIC, la localisation de sources en utilisant une représentation parcimonieuse dans le cadre SOCP parvient à une bonne résolution même sous des conditions défavorables, comme par exemple, le faible nombre d'échantillons temporels, un RSB faible et la corrélation des sources. Les simulations et les expérimentations en chambre anéchoïque montrent que c'est un algorithme efficace pour la localisation de plusieurs sources sonores aussi bien en bande étroite qu'en large bande, en champ proche ou en champ lointain.

Chapitre 5
Estimation de la puissance des sources sonores

Dans les chapitres précédents nous avons étudié plusieurs algorithmes permettant de localiser des sources sonores en champ lointain grâce à une antenne acoustique. Une fois ces sources localisées, on se propose dans ce chapitre d'estimer leur puissance. Quatre méthodes sont présentées : la méthode de Capon, la méthode de Capon robuste, la méthode de Capon robuste 2 et la méthode du vecteur covariance des signaux issus des capteurs formant l'antenne. Des simulations sont effectuées afin de comparer ces méthodes.

5.1 Estimation de la puissance des sources sonores par la méthode de Capon, Capon robuste et Capon robuste 2

La méthode de Capon, présentée dans le chapitre 3 destinée à localiser les sources sonores, peut aussi être utilisée pour estimer la puissance de ces signaux. Elle possède une meilleure résolution et de plus faibles lobes secondaires que la méthode beamforming conventionnelle. Cependant, ses performances se dégradent sous l'effet de diverses erreurs et de la corrélation des sources. Dans les cas les moins favorables, on utilise alors l'algorithme de Capon robuste et un autre algorithme développé dans ce chapitre et appelé l'algorithme de Capon robuste 2.

Considérons une antenne linéaire formée de 6 capteurs équidistants. Quatre sources décorrélées sont situées à θ_1=-30°, θ_2=0°, θ_3=22° et θ_4=45° par rapport à la normale de l'antenne et leurs puissances exactes sont respectivement de 60 dB, 55 dB, 80 dB et 70 dB. On a $\frac{d}{\lambda}$= 0,5. Le nombre d'échantillons est T=4096 et le rapport signal sur bruit est RSB = 20 dB.

D'abord nous considérons le cas où il n'y pas d'erreurs ni de gain, ni de phase au niveau des capteurs formant l'antenne. Le résultat est illustré dans la Figure 5.1(a) où les pastilles rouges représentent les puissances exactes des quatre sources sonores. Dans ce cas, l'algorithme MUSIC classique nous donne bien les directions des sources mais pas les puissances, ce qui est une faiblesse de l'algorithme, alors que l'algorithme de Capon et l'algorithme de Capon robuste nous fournissent simultanément les directions des sources et leur puissance. Cette figure montre clairement que la fonction spectrale angulaire obtenue par l'algorithme MUSIC classique n'est pas un véritable spectre de puissance (l'algorithme MUSIC classique ne représente qu'une mesure de la distance entre deux sous espaces).

Nous considérons ensuite la matrice de transfert A(θ) dans laquelle nous avons ajouté des erreurs de phase σ_φ=0,2° et des erreurs de gain σ_G=0,02 sur tous les capteurs. Le résultat de simulation est illustré dans la Figure 5.1(b). Nous pouvons remarquer que les puissances des sources estimées par la méthode de Capon robuste correspondent bien aux puissances exactes grâce à sa robustesse vis à vis des erreurs du gain et de la phase alors que la méthode de Capon et la méthode MUSIC classique nous donnent les directions des sources mais pas les puissances de ces sources.

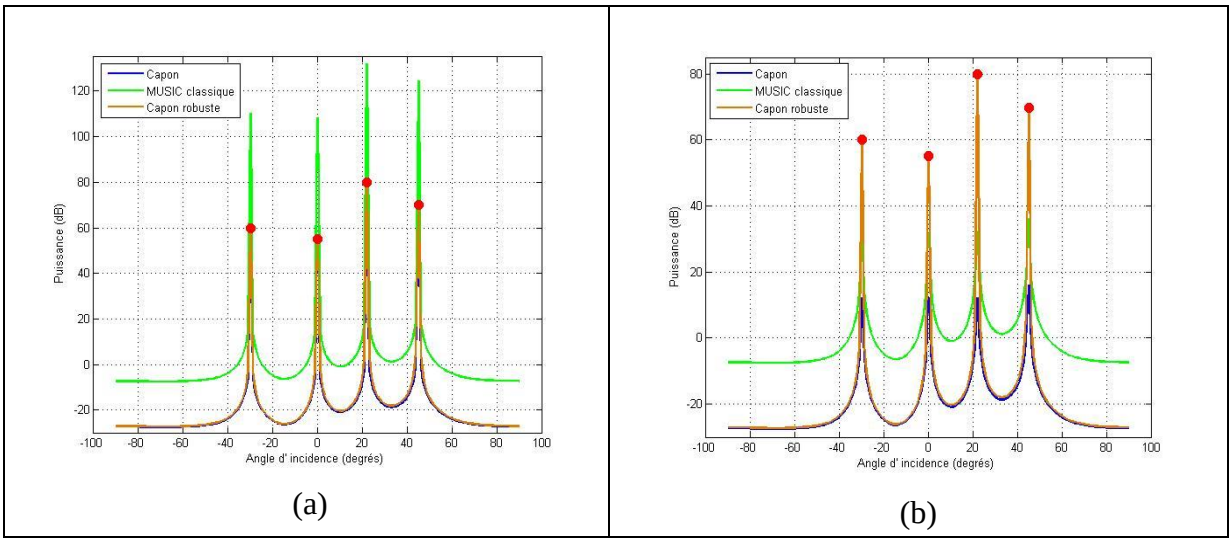


Figure 5.1 - Estimation de la puissance de quatre sources en simulation par la méthode de Capon, la méthode MUSIC classique et la méthode de Capon robuste. (a) : sans erreur de gain et de phase ; (b) : avec erreur de phase σ_φ=0,2° et erreur de gain σ_G=0,02.

On répète la simulation précédente mais cette fois il existe deux sources totalement corrélées : ce seront les sources situées suivant les directions θ_1 et θ_3. Les résultats sont tracés dans la Figure 5.2 (a) (sans erreur) et la Figure 5.2(b) (avec erreur de phase σ_φ=0,2° et erreur de gain σ_G=0,02). Dans les deux cas la méthode de Capon robuste est performante pour estimer correctement les puissances des sources décorrélées (les sources situées à θ_2 et θ_4). Cependant,

ni la méthode de Capon, ni la méthode de Capon robuste ne sont capables d'estimer correctement les puissances des deux sources totalement corrélées (θ_1 et θ_3).

Nous présentons maintenant une seconde version de la méthode de Capon robuste qui permet d'estimer la puissance des sources totalement corrélées. Cette méthode, appelée méthode de Capon robuste 2, est basée sur la décomposition de la matrice de covariance R de dimension N×N en p sous-matrices entrecroisées, avec p le nombre des sources corrélées, chacune de dimension n×n. Les sous-matrices s'écrivent sous la forme suivante :

$$R_i = R\ (i: N-p+i,\ i: N-p+i) \qquad (i=1, 2\ldots p) \qquad (5.1)$$

On construit la matrice de covariance bis R_{bi} pour faire un moyennage sur les p sous-matrices :

$$R_{bi} = \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p} R_i \qquad (5.2)$$

On utilise par la suite l'algorithme de Capon robuste avec R remplacé par R_{bi} pour estimer la puissance des sources sonores. L'algorithme obtenu est nommé «algorithme de Capon robuste 2 ».

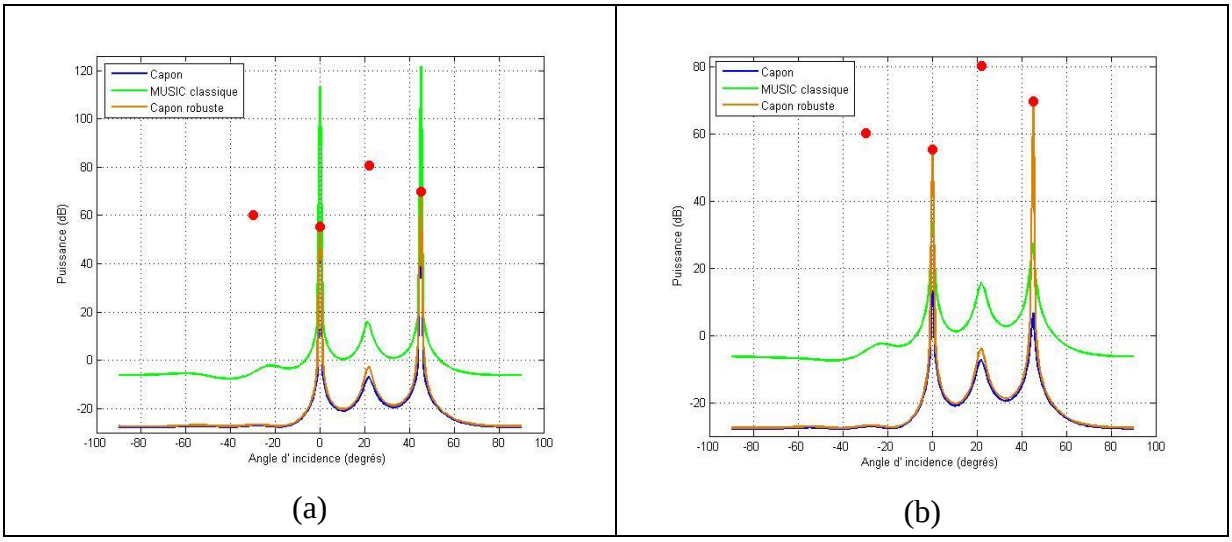


Figure 5.2 - Estimation de la puissance de quatre sources avec deux sources totalement corrélées en simulation par la méthode de Capon, la méthode MUSIC classique et la méthode de Capon robuste. (a) : sans erreur de gain et de phase ; (b) : avec erreur de phase σ_φ=0,2° et erreur de gain σ_G=0,02.

Le spectre spatial est tracé dans la Figure 5.3(a) (sans erreur) et la Figure 5.3 (b) (avec erreur de phase σ_φ=0,2° et erreur de gain σ_G=0,02) par la méthode de Capon, la méthode de Capon robuste et la méthode de Capon robuste 2.

Nous pouvons remarquer que la méthode de Capon robuste 2 est la seule méthode qui nous fournit simultanément les directions des sources totalement corrélées et leur puissance.

Les résultats de simulation sur l'estimation de la puissance des sources sous différentes conditions par la méthode de Capon, la méthode de Capon robuste et la méthode de Capon robuste 2 sont donnés dans le tableau 5.1, le tableau 5.2 et le tableau 5.3 : dans le tableau 5.1 il n'y pas d'erreurs ni de gain ni de phase sur les capteurs et toutes les sources sont décorrélées; dans le tableau 5.2 il existe une erreur de phase σ_φ=0,2° et une erreur de gain σ_G=0,02, toutes les sources étant également décorrélées; dans le tableau 5.3 il existe une erreur de phase σ_φ=0,2° et une erreur de gain σ_G=0,02, deux sources (celles situées suivant les directions θ_1 et $\theta_{3)}$ étant totalement corrélées.

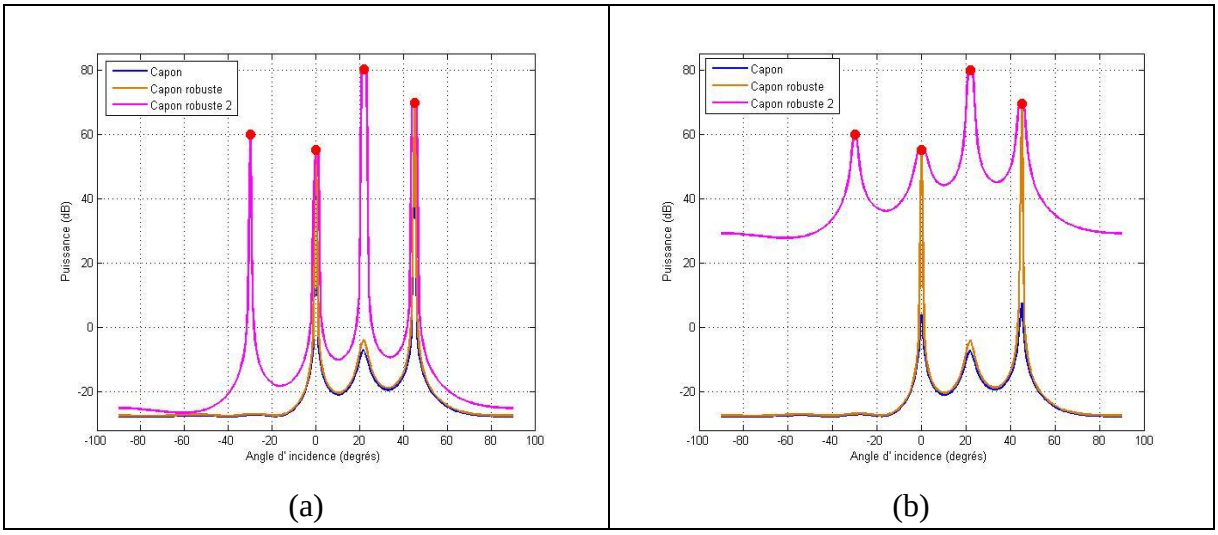


Figure 5.3 - Estimation de la puissance de quatre sources avec deux sources totalement corrélées en simulation par la méthode de Capon, la méthode de Capon robuste et la méthode de Capon robuste 2. (a) : sans erreur de gain et de phase ; (b) : avec erreur de phase σ_φ=0,2° et erreur de gain σ_G=0,02.

Puissance exacte	θ_1(60dB)	θ_2(55dB)	θ_3(80dB)	θ_4(70dB)
Capon	60,14	55,21	80,15	70,01
Capon robuste	60,41	55,47	80,40	70,27

Tableau 5.1 - Estimation de la puissance des sources sans erreur de gain et de phase sur les capteurs, et les quatre sources sont décorrélées.

Puissance exacte	θ_1(60dB)	θ_2(55dB)	θ_3(80dB)	θ_4(70dB)
Capon	inapte	inapte	inapte	inapte
Capon robuste	60,34	55,46	80,26	70,09

Tableau 5.2 - Estimation de la puissance des sources avec erreur de phase σ_φ=0,2° et erreur de gain σ_G=0,02 sur les capteurs, toutes les quatre sources sont décorrélées.

Puissance exacte	θ_1(60dB)	θ_2(55dB)	θ_3(80dB)	θ_4(70dB)
Capon	inapte	inapte	inapte	inapte
Capon robuste	inapte	55,54	inapte	70,08
Capon robuste 2	59,12	55,61	80,59	23,16

Tableau 5.3 - Estimation de la puissance des sources avec erreur de phase σ_φ=0,2° et erreur de gain σ_G=0,02 sur les capteurs, deux sources (θ_1 et θ_3) sont totalement corrélées.

Lorsqu'il n'y pas d'erreurs de gain et de phase sur les capteurs, les résultats obtenus par la méthode de Capon sont légèrement meilleurs que ceux obtenus par la méthode de Capon robuste. D'autre part, la méthode de Capon robuste présente moins de biais que la méthode de Capon robuste lors de l'estimation de la puissance des sources décorrélées (θ_2 et θ_4). On peut l'expliquer par le fait que dans l'algorithme de Capon robuste il existe un compromis entre l'estimation exacte de la puissance et l'atténuation de l'influence des erreurs potentielles et

dans l'algorithme de Capon robuste 2 on introduit une diminution du nombre des capteurs valables afin d'effectuer un prétraitement de décorrélation des sources. Cependant, les biais de ces trois méthodes sont toujours inférieurs à 1dB.

On va introduire dans le prochain paragraphe une méthode simple, efficace et originale basée sur les éléments de la matrice de covariance des signaux issus des capteurs formant l'antenne afin d'estimer la puissance des sources.

5.2 Estimation de la puissance des sources sonores à partir du vecteur covariance

La puissance des sources est déterminée dans ce paragraphe à partir des intercorrélations entre capteurs et plus précisément en utilisant le vecteur covariance des signaux provenant des capteurs [99], [100].

5.2.1 Matrice de covariance et vecteur covariance

Nous considérons une antenne linéaire formée de N capteurs dont sont issus les N signaux complexes $x_1(t)$, $x_2(t)$, . . ., $x_N(t)$, constitués des signaux émis par P sources rayonnantes et le bruit de fond b(t). Le vecteur signal observé aux sorties des N capteurs est de dimension N et s'écrit :

$$x(t)=As(t)b(t) \tag{5.3}$$

où $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{-j2\pi fd/c\sin\theta_1} & e^{-j2\pi fd/c\sin\theta_2} & \cdots & e^{-j2\pi fd/c\sin\theta_P} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j2\pi f(N-1)d/c\sin\theta_1} & e^{-j2\pi f(N-1)d/c\sin\theta_2} & \cdots & e^{-j2\pi f(N-1)d/c\sin\theta_P} \end{bmatrix}$;

$s=[s_1(t)\ \ s_2(t)\ \ldots\ s_P(t)]^T$; $b=[b_1(t)\ \ b_2(t)\ \ldots\ b_N(t)]^T$.

L'élément (i, j) de la matrice A est relatif au $i^{ème}$ capteur et à la $j^{ème}$ source : c'est la $j^{ème}$ source « observée » par le $i^{ème}$ capteur. La matrice A peut se mettre sous la forme:

$$A=[a(\theta_1)\ \ a(\theta_2)\ \ldots\ a(\theta_P)] \tag{5.4}$$

où a (θ_i) représente la source i « vue » par les différents capteurs.

On peut donc réécrire la relation (5.3) de la manière suivante :

$$x(t)=\sum_{i=1}^{p} s_i(t)\, a(\theta_i)+b(t) \tag{5.5}$$

La matrice de covariance R du vecteur observable x est :

$$R=E\,[x(t)x^H(t)]=E\,[(\sum_{i=1}^{p} s_i(t)\, a(\theta_i)+b(t))\,(\sum_{i=1}^{p} s_i(t)\, a(\theta_i)+b(t))^H] \tag{5.6}$$

Dans le domaine fréquentiel R s'appelle la matrice spectrale des signaux issus des capteurs.

On suppose que les signaux et le bruit sont statistiquement indépendants et la relation (5.6) devient :

$$R = E\,[(\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P} s_i(t)s^*_j(t)a(\theta_i)a^H(\theta_j) + b(t)\,b(t)^H)] \tag{5.7}$$

Si les signaux provenant des sources sont statistiquement indépendants entre eux, on a :

$$R = E\,[(\sum_{i=1}^{P}|s_i(t)|^2\, a(\theta_i)a^H(\theta_j) + b(t)\,b(t)^H)]$$

$$= \sum_{i=1}^{P} E\,[|s_i(t)|^2\, a(\theta_i)a^H(\theta_j) + b(t)\,b(t)^H] \tag{5.8}$$

La puissance de la source d'indice i est par définition :

$$p_i= E\,[|s_i(t)|^2 \tag{5.9}$$

et c'est cette puissance que nous allons estimer en considérant les éléments de la matrice de covariance R.

On peut donc réécrire la matrice de covariance R de la manière suivante:

$$R = \sum_{i=1}^{P} p_i a(\theta_i)a^H(\theta_i) + \sigma_b I \tag{5.10}$$

où σ_b est la puissance du bruit de fond et I est la matrice identité.

L'intercorrélation entre les signaux issus de deux capteurs m et n est l'élément r_{mn} de la matrice de covariance R et s'écrit:

$$r_{mn} = \sum_{i=1}^{P} p_i a_{mi} a^*_{ni} + \sigma_b \delta_{mn} \tag{5.11}$$

où m=1,2,…, N ; n=1,2,…, N ; δ_{mn}=1 si m=n et δ_{mn} =0 si m≠ n.

Cet élément est à valeurs complexes. En séparant la partie réelle et la partie imaginaire de l'équation (5.11) on obtient :

$$R_e(r_{mn}) = \sum_{i=1}^{P} p_i R_e(a_{mi} a^*_{ni}) + \sigma_b \delta_{mn} \qquad (5.12\ a)$$

$$I_m(r_{mn}) = \sum_{i=1}^{P} p_i I_m(a_{mi} a^*_{ni}) \qquad (5.12\ b)$$

On a $2N^2$ équations avec P+1 inconnues : p_i (i=1,2,…, P) (puissance des sources à estimer) et σ_b (puissance du bruit de fond). Cependant ces équations ne sont pas toutes indépendantes car la matrice de covariance est hermitienne : $R=R^H$.

Nous obtenons donc :

$$R_e(r_{mn}) = R_e(r_{nm}) \quad \text{où m=1,2,…, N ; n=1,2,…, N.}$$

$$I_m(r_{mn}) = -I_m(r_{nm}) \quad \text{où m=1,2,…, N ; n=1,2,…, N.}$$

$$I_m(r_{nn}) = 0 \quad \text{où } 1 \le n \le N.$$

$$R_e(r_{mm}) = R_e(r_{nn}) \quad \text{où} \quad m \ne n. \qquad (5.13)$$

Dans le cas général où nous considérons une antenne de forme arbitraire, le nombre maximum d'équations indépendantes provenant de (5.12a) et (5.12b) est (N^2-N+1). Le système d'équations (5.12) se met sous la forme (sans considérer le bruit de fond σ_b) :

$$\begin{bmatrix} \mathrm{Re}(r_{11}) \\ \mathrm{Re}(r_{12}) \\ \vdots \\ \mathrm{Re}(r_{1N}) \\ \mathrm{Re}(r_{23}) \\ \vdots \\ \mathrm{Re}(r_{2N}) \\ \vdots \\ \mathrm{Re}(r_{(N-1)N}) \\ \mathrm{Im}(r_{12}) \\ \vdots \\ \mathrm{Im}(r_{1N}) \\ \vdots \\ \mathrm{Im}(r_{(N-1)N}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{Re}(a_{11}a^*_{11}) & \mathrm{Re}(a_{12}a^*_{12}) & \cdots & \mathrm{Re}(a_{1P}a^*_{1P}) \\ \mathrm{Re}(a_{11}a^*_{21}) & \mathrm{Re}(a_{12}a^*_{22}) & \cdots & \mathrm{Re}(a_{1P}a^*_{2P}) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathrm{Re}(a_{11}a^*_{N1}) & \mathrm{Re}(a_{12}a^*_{N2}) & \cdots & \mathrm{Re}(a_{1P}a^*_{NP}) \\ \mathrm{Re}(a_{21}a^*_{31}) & \mathrm{Re}(a_{22}a^*_{32}) & \cdots & \mathrm{Re}(a_{2P}a^*_{3P}) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathrm{Re}(a_{21}a^*_{N1}) & \mathrm{Re}(a_{22}a^*_{N2}) & \cdots & \mathrm{Re}(a_{2P}a^*_{NP}) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathrm{Re}(a_{(N-1)1}a^*_{N1}) & \mathrm{Re}(a_{(N-1)2}a^*_{N2}) & \cdots & \mathrm{Re}(a_{(N-1)P}a^*_{NP}) \\ \mathrm{Im}(a_{11}a^*_{21}) & \mathrm{Im}(a_{12}a^*_{22}) & \cdots & \mathrm{Im}(a_{1P}a^*_{2P}) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathrm{Im}(a_{11}a^*_{N1}) & \mathrm{Im}(a_{12}a^*_{N2}) & \cdots & \mathrm{Im}(a_{1P}a^*_{NP}) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathrm{Im}(a_{(N-1)1}a^*_{N1}) & \mathrm{Im}(a_{(N-1)2}a^*_{N2}) & \cdots & \mathrm{Im}(a_{(N-1)P}a^*_{NP}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_P \end{bmatrix} \qquad (5.14)$$

La relation (5.14) peut s'écrire sous la forme vectorielle suivante :

$$r = Hp \qquad (5.15)$$

Ici H est une matrice de dimensions $(N^2\text{-}N+1)\times P$ contenant les différents déphasages qui existent entre les P signaux reçus sur les N capteurs, et celui reçu en un point de référence fixe et arbitraire. Les éléments de cette matrice sont fonction de la géométrie de l'antenne et de la direction des P sources. On peut écrire la matrice H sous la forme concise:

$$H = \begin{bmatrix} \mathrm{Re}(a_{mi}a^*_{ni}) \\ \mathrm{Im}(a_{mi}a^*_{ni}) \end{bmatrix} \quad \text{où } i= 1,2,\ldots, P ;\ m=1,2,\ldots, N ;\ n=1,2,\ldots, N. \qquad (5.16)$$

Le vecteur r est le vecteur covariance ayant $(N^2\text{-}N+1)$ composantes qui contiennent la partie réelle et la partie imaginaire des composantes de r_{mn}. Il s'écrit:

$$\text{et } r = \begin{bmatrix} \mathrm{Re}(r_{mn}) \\ \mathrm{Im}(r_{mn}) \end{bmatrix} \quad \text{où } m=1,2,\ldots, N ;\ n=1,2,\ldots, N. \qquad (5.17)$$

Le vecteur p est le vecteur colonne à P composantes, contenant la puissance des signaux émis par les sources. Nous avons :

$$p=[p_1\ p_2 \ldots p_P]^T \qquad (5.18)$$

5.2.2 Estimation de la puissance des signaux par moindres carrés

La résolution du système d'équations (5.15) nous permettant de déterminer p s'effectue en considérant trois cas :

- Premier cas : si P= (N^2-N+1), le nombre d'inconnues p_i est égal au nombre d'équations indépendantes, et si la matrice H est régulière, le vecteur puissance est :

$$p=H^{-1}r \tag{5.19}$$

- Deuxième cas : si P < (N^2 -N + 1), le nombre d'équations linéaires provenant de (5.15) est supérieur au nombre d'inconnues, et si la matrice H est de rang P (par suite la matrice carrée $H^T H$ d'ordre P n'est pas singulière), la puissance estimée au sens des moindres carrés est :

$$p=H^{-}r \tag{5.20}$$

où $H^{-} = (H^T H)^{-1} H^T$ est la matrice pseudo-inverse à gauche de la matrice H.

- Troisième cas : si P> (N^2 -N+ 1), le nombre d'équations issues de (5.15) est inférieur au nombre d'inconnues, le système est sous-déterminé.

Nous nous intéressons au deuxième cas qui est le plus répandu.

Maintenant on considère le bruit de fond $\sigma_b I$ et la relation (5.15) devient :

$$r' = H' p' \tag{5.21}$$

avec

$$p'=[p_1\ p_2 \ldots p_P\ \sigma_b]^T \tag{5.22}$$

$$H' = \begin{bmatrix} \mathrm{Re}(a_{mi}\, a_{ni}^*) & \delta_{mn} \\ \mathrm{Im}(a_{mi}\, a_{ni}^*) & [0] \end{bmatrix} \quad \text{où } i= 1,2,\ldots, P\ ;\ m=1,2,\ldots, N\ ;\ n=1,2,\ldots, N. \tag{5.23}$$

Dans la relation (5.23) pour δ_{mn} on n'aura que la valeur $\delta_{11}=1$ et d'autre part [0] est un vecteur colonne ayant (N^2 -N) éléments.

Comme dans le paragraphe précédent, et pour les mêmes raisons, des trois cas qui peuvent se présenter lors de l'estimation du vecteur p', nous ne considérerons que $P < (N^2-N + 1)$ conduisant à :

$$p' = H'^{-}r' \tag{5.24}$$

où p' est la puissance des sources plus celle du bruit de fond apparaissant sur les capteurs ;

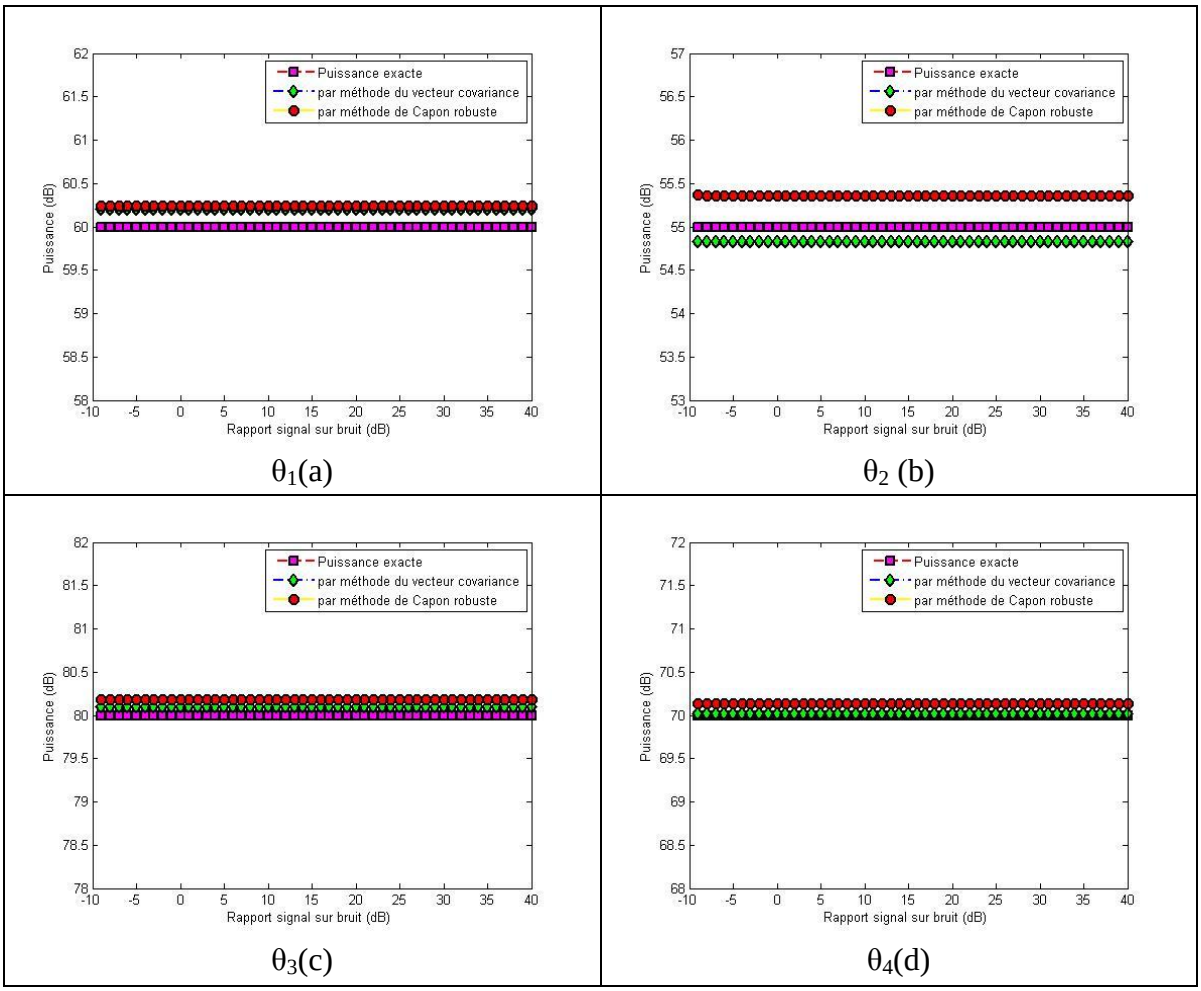
$H'^{-} = (H'^{T}H')^{-1}H'^{T}$ est la matrice pseudo-inverse à gauche de la matrice H'.

Avec le traitement proposé, la puissance des signaux est estimée en filtrant le vecteur covariance r' par la matrice H'^{-} , qui est un formateur de faisceaux. Cette matrice est la matrice de filtrage du vecteur covariance.

5.2.3 Biais de la puissance estimée par la méthode du vecteur covariance

Un aspect important de la performance des divers algorithmes est le biais lors de l'estimation de la puissance des sources. Dans cette section, nous présentons des résultats de simulations sur l'évaluation du biais de la puissance estimée par la méthode du vecteur covariance comparée avec la méthode de Capon robuste.

Considérons une antenne linéaire formée de 6 capteurs équidistants. Quatre sources décorrélées sont situées à θ_1=-30°, θ_2=0°, θ_3=22° et θ_4=45° par rapport à la normale de l'antenne et leurs puissances exactes sont respectivement de 60 dB, 55 dB, 80 dB et 70 dB. On a $\frac{d}{\lambda}$= 0,5. Le nombre d'échantillons est T=4096 et le rapport signal sur bruit varie de RSB= -10 dB jusqu'à RSB= 40 dB. Nous simulons la matrice de transfert A(θ) dans laquelle nous avons ajouté des erreurs de phase σ_φ=0,2° et des erreurs de gain σ_G=0,02 sur tous les capteurs. On trace la puissance estimée de chaque source en fonction du rapport signal sur bruit par la méthode du vecteur covariance et par la méthode de Capon robuste. Les résultats de simulation sur l'estimation de la puissance des quatre sources sont illustrés respectivement dans la Figure 5.4(a), (b), (c), (d).



θ_1(a) θ_2 (b)

θ_3(c) θ_4(d)

Figure 5.4 - Puissance estimée des quatre sources par la méthode du vecteur covariance et par la méthode de Capon robuste avec des erreurs de phase σ_φ=0,2° et des erreurs de gain σ_G=0,02 sur tous les capteurs en fonction du rapport signal sur bruit.

On constate que la méthode du vecteur covariance est plus efficace que la méthode de Capon robuste pour estimer la puissance de ces quatre sources. Cependant ces deux méthodes donnent d'excellents résultats, même avec des erreurs de gain et de phase, puisque le biais entre la puissance exacte et la puissance identifiée est toujours inférieur à 0,5 dB.

Ensuite, on fixe le rapport signal sur bruit à RSB= 20 dB et le nombre d'échantillon varie de T=50 jusqu'à T=6000, avec des erreurs de phase σ_φ=0,2° et des erreurs de gain σ_G=0,02 sur tous les capteurs. La puissance estimée de chaque source par la méthode du vecteur covariance et par la méthode de Capon robuste en fonction du nombre d'échantillons est tracée dans la Figure 5.5 (a), (b), (c), (d).

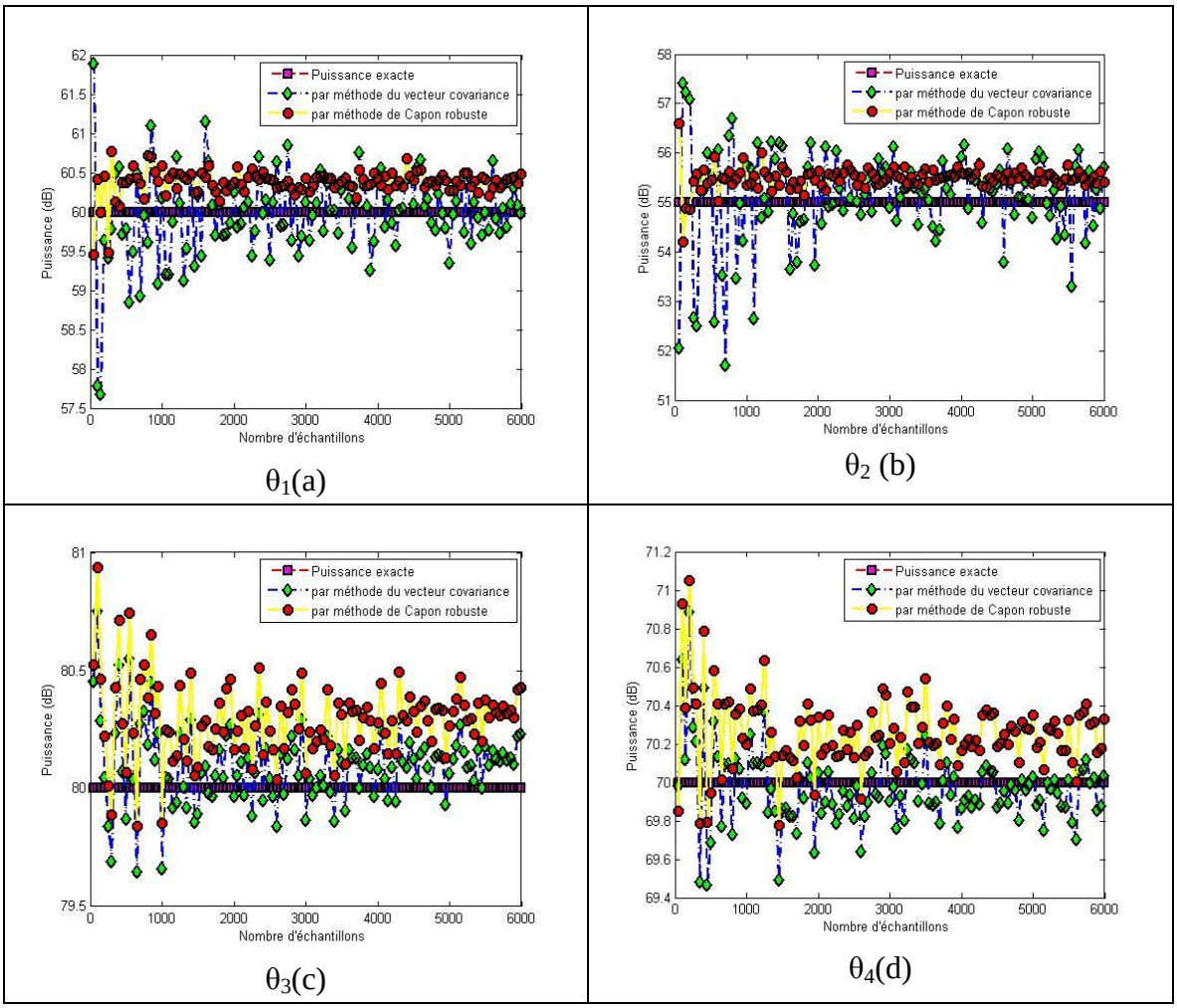


Figure 5.5 - Puissance estimée des quatre sources par la méthode du vecteur covariance et par la méthode de Capon robuste avec des erreurs de phase σ_φ=0,2° et des erreurs de gain σ_G=0,02 sur tous les capteurs en fonction du nombre d'échantillons.

Les deux algorithmes présentent des biais importants pour un faible nombre d'échantillons. D'autre part, la caractéristique du biais présentée par ces deux algorithmes est différente : pour l'algorithme du vecteur covariance, les biais se repartissent de part et d'autre de la puissance exacte; pour l'algorithme de Capon robuste, le biais se concentre d'un côté de la puissance exacte : l'algorithme de Capon robuste surestime la valeur de cette puissance exacte.

On se propose d'étudier l'influence de la puissance des sources sur l'estimation de leur propre puissance par ces deux algorithmes. Pour cela, on fixe la puissance de la source 1 à 60dB. La puissance de la source 2 sera variable : elle va varier de 30dB jusqu' à 80dB. Ces deux sources sont non corrélées. Il existe toujours des erreurs de phase σ_φ=0,2° et des erreurs de gain σ_G=0,02 sur tous les capteurs. On a $\frac{d}{\lambda}$ = 0,5. Le nombre d'échantillons est T=4096 et le rapport signal sur bruit est RSB= 20 dB. On trace les biais de la puissance estimée de chacune

des deux sources par la méthode du vecteur covariance et par la méthode de Capon robuste en fonction de la puissance de la source 2 dans la Figure 5.6.

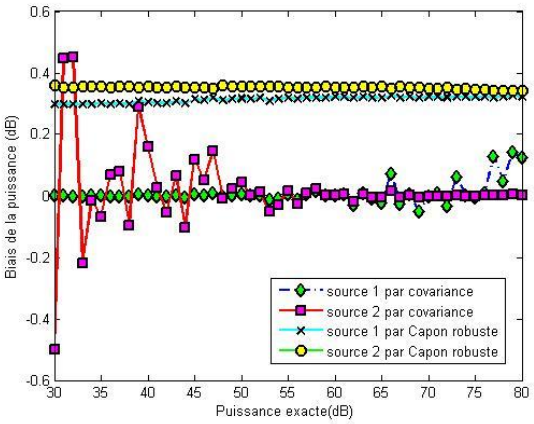


Figure 5.6 - Biais sur la puissance estimée des deux sources par la méthode du vecteur covariance et par la méthode de Capon robuste avec erreurs de phase σ_φ=0,2° et erreurs de gain σ_G=0,02 sur tous les capteurs, en fonction du niveau de la puissance.

Les résultats montrés dans la Figure 5.6 sont intéressants : la méthode de Capon robuste donne un biais sur la puissance des deux sources qui est plus important que celui obtenu par la méthode du vecteur covariance. Il faut cependant noter que le biais est toujours faible : inférieur à 0,5 dB.

5.3 Conclusion

Dans ce chapitre, on s'est intéressé au problème de l'estimation de la puissance des sources sonores. Quatre méthodes ont été présentées : la méthode de Capon, la méthode de Capon robuste, la méthode de Capon robuste 2 et la méthode du vecteur covariance. La méthode de Capon robuste 2 est efficace lorsque les sources sont fortement corrélées. Les simulations effectuées sous Matlab montrent que les puissances estimées des sources sonores par l'algorithme de Capon robuste ou par l'algorithme du vecteur covariance correspondent bien aux valeurs exactes même en introduisant des erreurs de phase et des erreurs de gain, à condition que le rapport signal sur bruit et le nombre d'échantillons ne soient pas trop faibles. Pour finir, on peut constater que le biais sur l'estimation de la puissance de deux sources sonores non corrélées par la méthode de Capon robuste et par la méthode du vecteur covariance est toujours très faible (inférieur à 0,45 dB, la puissance des sources variant de 30 dB à 80 dB). Cependant, le biais sur l'estimation de puissance des sources est majoritairement plus faible lorsqu'on utilise l'algorithme du vecteur covariance

.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous faisons le bilan du travail réalisé et nous proposons des pistes pour une future recherche afin d'améliorer les algorithmes qui ont été développés.

Résumé du travail

Cette thèse a abordé le problème de la localisation et de l'estimation de la puissance de sources sonores à l'aide d'une antenne acoustique.

Dans un premier temps, nous avons présenté la directivité des antennes acoustiques. Une antenne acoustique est formée de groupements de microphones. On peut alors modeler son diagramme de directivité en jouant sur la distribution en amplitude et en phase de ses éléments grâce à des coefficients de pondération qui peuvent être réels ou complexes. On obtient alors des antennes conventionnelles ou des antennes à formation de voies. On s'est intéressé aux différentes pondérations agissant sur les capteurs d'une antenne acoustique linéaire telles que la pondération uniforme, la pondération binomiale, la pondération de Tchebychev, la pondération de Schelkunoff et la pondération obtenue par optimisation du facteur de directivité. Les diagrammes de directivité de telles antennes ont été conçus. On a par la suite montré que de telles antennes conventionnelles pondérées, même si elles sont à directivité optimale, sont inutilisables pour localiser plusieurs sources sonores: leur pouvoir de résolution est trop faible. Des traitements adaptatifs d'antenne sont donc exigés pour localiser efficacement plusieurs sources sonores.

Dans un deuxième temps, nous avons introduit les méthodes dites à haute résolution, qui trouvent leurs applications en traitement d'antenne comme en analyse spectrale, et présentent l'avantage de s'affranchir des limitations naturelles de la méthode de formation de voies conventionnelle. L'algorithme de Capon et l'algorithme de Capon robuste ont été d'abord

présentés. Ces deux algorithmes sont basés sur la détermination du vecteur pondération qui minimise la puissance en sortie d'antenne sous la contrainte qu'un signal de puissance unité provenant de la direction d'observation soit parfaitement reproduit. Ils améliorent le pouvoir de résolution vis-à-vis de la méthode de formation de voies conventionnelle mais leur résolution est encore insuffisante. Afin d'améliorer la résolution spatiale nous avons utilisé la méthode sous espaces. La plus connue est la méthode MUSIC classique. La méthode sous espaces s'appuie fortement sur le modèle paramétrique du signal, ainsi c'est une méthode d'estimation paramétrique. Cette méthode possède une bonne résolution sous certaines conditions par rapport à la méthode de Capon. En effet, en l'absence de bruit, sa précision et sa résolution sont théoriquement infinies. Malheureusement, le traitement avec un faible nombre d'échantillons, un faible rapport signal sur bruit et la corrélation des sources dégradent fortement ses performances. Des méthodes optimales permettant de décorréler les sources sont alors développées. Trois méthodes optimales ont été présentées : la méthode du lissage spatial (LS), la méthode de décomposition de la matrice de covariance(DMC) et la méthode de reconstruction de la matrice Toeplitz. Enfin, l'algorithme de la mini-norme a été étudié. Il possède une résolution légèrement supérieure à l'algorithme MUSIC classique, cependant il est inefficace lors de la localisation de sources fortement corrélées. Remarquons que les méthodes à haute résolution nécessitent l'emploi d'un modèle de propagation et sont donc par nature peu robustes aux erreurs de modèle, ce qui peut être parfois un handicap et dégrader leurs performances.

Par la suite, nous avons présenté une nouvelle méthode de séparation des sources utilisant une représentation parcimonieuse des signaux. Contrairement aux méthodes conventionnelles, elle n'utilise pas la matrice de covariance pour la localisation de sources mais est basée sur la représentation parcimonieuse des signaux captés par l'antenne acoustique. Nous avons montré que c'est une méthode très performante lors de la localisation des sources sonores. Elle parvient à une bonne résolution même sous des conditions défavorables, comme par exemple, un faible nombre d'échantillons temporels, un faible rapport signal sur bruit et la corrélation des sources. Les simulations et les expérimentations en chambre anéchoïque montrent que c'est un algorithme efficace pour la localisation de plusieurs sources sonores aussi bien en bande étroite qu'en large bande, corrélées ou non, en champ proche ou en champ lointain.

Pour finir, nous avons présenté quatre méthodes pour estimer la puissance des sources sonores: la méthode de Capon, la méthode de Capon robuste, la méthode de Capon robuste 2 et la méthode du vecteur covariance des signaux issus des capteurs formant l'antenne. L'algorithme de Capon robuste et l'algorithme du vecteur covariance présentent de meilleures performances que l'algorithme de Capon lors de l'estimation de la puissance des sources sonores non corrélées, avec des erreurs d'amplitude et de phase. L'algorithme de Capon robuste 2 est destiné à traiter les cas de sources fortement corrélées. Ces analyses nous permettent de choisir l'algorithme qui permettra d'estimer au mieux la puissance des sources sonores suivant les différentes situations auxquelles on est confrontés.

Perspectives

A l'issue de cette étude, nous avons constaté qu'il reste encore quelques pistes à explorer avant d'envisager un procédé idéal pour la localisation et l'estimation de la puissance de sources sonores.

L'algorithme de Capon robuste et l'algorithme du vecteur covariance montrent leur efficacité pour estimer la puissance des sources, mais pour utiliser ces algorithmes il faut connaître la position de ces sources. Un axe de recherche sera le développement d'un algorithme à haute résolution fournissant simultanément la puissance des sources et leur gisement.

On devra classifier de façon plus générale les estimateurs développés suivant leurs performances et on sait qu'un estimateur qui atteint la borne de Cramer-Rao est dit efficace. Il s'agira d'étudier les performances de ces algorithmes et de quantifier leur gain ou leur perte par rapport à une référence absolue et la borne de Cramer-Rao en est une lorsque la durée d'observation est grande.

D'autre part, l'algorithme basé sur la représentation parcimonieuse des signaux captés par l'antenne acoustique est un algorithme nouveau et certains aspects sont à développer. D'abord, le choix du paramètre de régularisation approprié est effectué empiriquement, même si sous certaines conditions particulières son choix est automatique. D'autre part, le temps de calcul de l'algorithme parcimonieux reste encore énorme par rapport aux algorithmes traditionnels, surtout dans le cas de matrices de grande taille ou de problèmes à plusieurs variables. Un algorithme hybride des algorithmes ICD (*Iterative Coordinate Descent*) et IRLS (Iterative *Reweighted Least-Squares*) est proposé dans [101] pour réduire le temps de calcul. Cependant les performances sont amoindries par rapport à l'approche de type SOCP. On doit donc développer un algorithme à faible temps de calcul et ayant les super performances de l'approche SOCP. Pour finir il s'agira d'utiliser ces algorithmes de localisation des sources et d'estimation de leur puissance sur des cas industriels.

Annexe-I
Principe de pondération de Tchebychev

La tension électrique y(Ψ) peut être écrite en utilisant un polynôme de Tchebychev de degré n–1 en posant x = cos ($\frac{\Psi}{2}$). Ainsi pour le i-ème terme de y(Ψ) on a :

$$y_i(\Psi) = 2a_i \cos[(2i-1)\frac{\Psi}{2}] = 2a_i T_{2i-1}(x) \qquad \text{(AI. 1)}$$

Puisqu'on a montré que la tension électrique y se met sous la forme d'un polynôme de degré n–1, la méthode de pondération de Tchebychev consiste à identifier ce polynôme au polynôme de Tchebychev correspondant de degré n–1, soit

$$y = 2\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} a_i \cos[(2i-1)\frac{\Psi}{2}] = 2\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} a_i T_{2i-1}(x) = T_{n-1}(X) \qquad \text{(AI. 2)}$$

La nouvelle variable X peut être plus grande que 1, de ce fait elle ne peut pas s'identifier avec x qui est un cosinus. Pour cela on pose $X = Z_0 x$ où Z_0 est appelée le facteur proportionnel de Dolph- Tchebychev et qui est toujours plus grande que 1.

Le niveau relatif d'atténuation des lobes secondaires R est défini en termes de ratio de la hauteur du lobe principal à celle des lobes secondaires, soit

$$R = \frac{|y_{prin}|}{|y_{secon}|} \qquad \text{(AI. 3)}$$

Nous avons montré dans la section (2.2.2) que la tension électrique est maximale lorsque $\Psi=kd\cos\theta+\varphi=0$, soit $X= Z_0 x= Z_0 \cos(\frac{\Psi}{2})=Z_0$, on a donc $y_{prin} = T_{n-1}(Z_0)$. D'autre part, nous savons que la hauteur des lobes secondaires est égale à 1 à condition que $|x| \leq 1$, on a donc $y_{secon} =1$. Ainsi, nous avons :

$$R= T_{n-1}(Z_0) =\cos((n-1)\text{Arccos}(Z_0)) \qquad \text{(AI. 4)}$$

La relation (AI. 4) peut être résolue pour Z_0 en termes de R suivant la relation:

$$Z_0=\cos\left(\frac{\text{Arccos } R}{n-1}\right) =\frac{1}{2}\left[(R+\sqrt{R^2-1})^{\frac{1}{n}-1}+(R-\sqrt{R^2-1})^{\frac{1}{n}-1}\right] \qquad \text{(AI. 5)}$$

Annexe-II
Algorithme de maximisation du facteur de directivité.

Le facteur de directivité s'écrit sous la forme :

$$F_d(f) = \frac{|y(f,\Omega_0)|^2}{\frac{1}{4\pi}\int_{(\Omega)}|y(f,\Omega)|^2 d\Omega} = \frac{a^H V(f,\Omega_0) a}{a^H W(f) a} \qquad (2.34)$$

avec $V(f, \Omega_0)=v^*(f, \Omega_0)\, v^T(f, \Omega_0)$, et $W_{ij}=\frac{1}{4\pi}\int_{(\Omega)} v_i^* v_j d\Omega$.

Le numérateur et le dénominateur de cette expression sont sous la forme quadratique.

F. R. Gantmacher [32] a montré que si une fonction est exprimée comme le rapport de deux formes quadratiques :

$$K=\frac{a^H A a}{a^H B a} \qquad (AII.\ 1)$$

où les deux matrices A et B sont hermitiennes et si B est définie positive, on a:

1) Les valeurs propres ou les racines de l'équation :

$$\det(A-\lambda B)=0 \qquad (AII.\ 2)$$

sont toutes réelles.

avec $[\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_N]$ les éléments de λ qui se classent par ordre décroissant, soit :

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_N \qquad (AII.\ 3)$$

2) λ_1 et λ_N représentent la plus grande et la plus petite valeur de K, soit :

$$\lambda_1 \geq K \geq \lambda_N \qquad \text{(AII. 4)}$$

3) L'équation de droite λ_N=K est vérifiée lorsque a satisfait l'égalité suivante:

$$Aa=\lambda_N Ba \qquad \text{(AII. 5)}$$

4) L'équation de gauche λ_1=K est vérifiée lorsque a satisfait l'égalité suivante:

$$Aa=\lambda_1 Ba \qquad \text{(AII. 6)}$$

La solution de notre problème de maximisation est donc donnée par la relation (AII. 6) où la valeur propre maximale λ_1 de l'équation caractéristique det (A-λB)=0 correspond à la valeur maximale du facteur de directivité F_{dMax} avec V=A et W=B.

Maintenant on va montrer que la relation (2.34) satisfait les conditions de problème de maximisation du quotient Rayleigh [33].

Nous avons montré dans la section (2.2.2) que les coefficients v pour une antenne formée de N capteurs équidistants peuvent se mettre sous la forme :

$$v = [e^{j\Psi_1}, e^{j\Psi_2} \ldots e^{j\Psi_N}]^T \qquad \text{(AII. 7)}$$

et la matrice V peut s'écrire sous la forme :

$$V = v^* v^T = \begin{bmatrix} e^{-j\Psi_1} \\ e^{-j\Psi_2} \\ M \\ e^{-j\Psi_N} \end{bmatrix} [e^{j\Psi_1}, e^{j\Psi_2} \, L \, e^{j\Psi_N}]$$

Soit :

$$V=\begin{bmatrix} 1 & e^{j(\Psi_2-\Psi_1)} & L & e^{j(\Psi_N-\Psi_1)} \\ e^{j(\Psi_1-\Psi_2)} & 1 & & M \\ M & & 0 & e^{j(\Psi_N-\Psi_{N-1})} \\ e^{j(\Psi_1-\Psi_N)} & L & e^{j(\Psi_{N-1}-\Psi_N)} & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(AII. 8)}$$

On peut remarquer dans l'équation (AII.8) que la matrice V est une matrice hermitienne puisque les éléments de la diagonale sont réels et égaux à 1 et les éléments non diagonaux sont complexes et conjugués, soit $v_{m,n}=v^*_{n,m}$ et $v_{m,m}=v_{n,n}=1$ ($\forall$ m,n$\in$[1,2,…,N]).

La matrice W, pour les mêmes considérations, est aussi hermitienne. Pour démontrer que W est définie positive on sait que

$$a^H \, Wa = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} |y(\theta,\varphi)|^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \qquad \text{(AII. 9)}$$

Cette relation représente la puissance à la sortie de l'antenne lorsque celle-ci est placée dans un champ d'ondes planes venant de toutes les directions et la forme $a^H Wa$ est toujours positive. F.B. Hildebrand [34] a montré qu'une matrice hermitienne est définie-positive si sa forme hermitienne associée, dans notre casa^{H}Wa, est non-négative pour tous les vecteurs complexes a. La matrice W est donc définie positive.

Ainsi les conditions de problème de maximisation du quotient Rayleigh sont satisfaites et les relations de (AII. 2) à (AII. 6) s'appliquent.

De la relation (AII. 6), on sait que la valeur propre maximum λ_1 de l'équation caractéristique det (V-λW)=0 est le facteur de directivité maximum F_{dMax}. En plus, en raison de la forme spéciale de la matrice V [35] (tous les vecteurs colonnes de V sont linéairement corrélés et dont le rang est égal à 1), λ_1 est la seule valeur propre de la matrice VW^{-1} qui est non nulle, donc on a :

$$\lambda_1 +\lambda_2+\ldots, +\lambda_N = \lambda_1= F_{dMax} =x_{11}+x_{22},\ldots+x_{NN} = \Sigma \text{ diag } (VW^{-1}) \qquad \text{(AII. 10)}$$

où $[x_{11}, x_{22},\ldots, x_{NN}]$ sont les éléments diagonaux de la matrice VW^{-1}.

On substitue $V =v^* v^T = vv^{*T}$ dans la relation (AII. 10) et on a :

$$F_{dMax}=\Sigma \text{ diag } (vv^{*T} W^{-1})= \Sigma \text{ diag } (v\,(v^{*T} W^{-1})) \qquad \text{(AII. 12)}$$

Puisque pour deux vecteurs colonnes q_1 et q_2 de même taille [N×1], $q_1{}'_* q_2= \Sigma$ diag $(q_{2*} q_1{}')$, ainsi la relation (AII. 12) peut être réécrite sous la forme :

$$F_{dMax}=v^{*T}W^{-1}v \qquad \text{(AII. 13)}$$

et les coefficients de pondération optimale peuvent ainsi être déterminés en considérant la relation (AII. 6) [36] :

$$a = W^{-1} v \qquad \text{(AII. 14)}$$

Les équations (AII. 13) et (AII. 14) sont les solutions complètes au problème de l'optimisation de directivité par maximisation du facteur de directivité.

Annexe-III
Principe de la méthode de Capon classique.

Soit le problème de minimisation sous contrainte :

$$\min_{w} Pu=w^{H}Rw \quad \text{contrainte} \quad w^{H} a =1 \tag{3.11}$$

On définit la fonction coût, où λ est un multiplicateur de Lagrange :

$$J(w) = w^{H}Rw + \lambda(w^{H} a-1) \tag{AIII. 1}$$

Apres dérivation de J(w) on obtient :

$$Rw + \lambda a=0 \tag{AIII. 2}$$

De la relation (AIII. 2) on déduit :

$$w=-\lambda R^{-1}a \tag{AIII. 3}$$

En appliquant la contrainte nous obtenons:

$$w^{H} a =- \lambda a^{H} R^{-1}a =1 \tag{AIII. 4}$$

et le multiplicateur de Lagrange est :

$$\lambda = \frac{-1}{a(\theta)^H R^{-1} a(\theta)} \qquad \text{(AIII. 5)}$$

d'où :

$$w = \frac{R^{-1} a(\theta)}{a(\theta)^H R^{-1} a(\theta)} \qquad (3.12)$$

et la puissance à la sortie de l'antenne est :

$$P_{MVDR}(\theta) = \frac{1}{a(\theta)^H R^{-1} a(\theta)} \qquad (3.13)$$

Annexe-IV
Principe de la détermination du multiplicateur de Lagrange λ dans la méthode de Capon robuste

---

Soit l'algorithme de Newton -Raphson:

:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{F(x_k)}{F'(x_k)} \qquad k = 0,1,\ldots \tag{AIV. 1}$$

dont le schéma de principe est donné dans la figure AIV. 1.

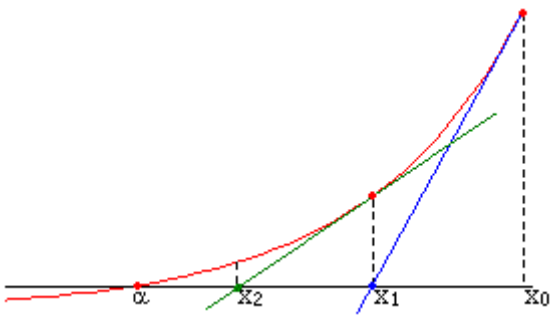


Figure AIV. 1 Schéma du principe de la méthode de Newton.

Des critères d'arrêt possibles sont donnés par les inégalités :

$$\|F(x_n)\| < \varepsilon_1 \quad \text{ou} \quad \|x_{n+1} - x_n\| < \varepsilon_2 \tag{AIV. 2}$$

où $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \in R^+$ représentent des erreurs d'approximation caractérisant la qualité de la solution numérique.

Dans notre cas, nous voulons utiliser la méthode de Newton-Raphson pour trouver la racine de l'équation (3.30):

$$g(\lambda) = \sum_{n=1}^{N} \frac{|z_n|^2}{(1+\lambda\gamma_n)^2} = \varepsilon \qquad (3.30)$$

Pour cela, on met F(λ) sous la forme :

$$F(\lambda) = g(\lambda) - \varepsilon = \sum_{n=1}^{N} \frac{|z_n|^2}{(1+\lambda\gamma_n)^2} - \varepsilon \qquad (AIV.\ 3)$$

En même temps, la méthode de Newton-Raphson est capable de trouver la racine λ de cette équation avec seulement un petit nombre d'itérations en calculant sa valeur par:

$$\frac{\|\bar{a}\|-\sqrt{\varepsilon}}{\gamma_1\sqrt{\varepsilon}} \leq \lambda \leq \min\{\frac{\|\bar{a}\|-\sqrt{\varepsilon}}{\gamma_N\sqrt{\varepsilon}}, (\frac{1}{\varepsilon}\sum_{n=1}^{N} \frac{|z_n|^2}{{\gamma_n}^2})^{\frac{1}{2}}\} \qquad (3.33)$$

Nous pouvons donc commencer par la limite inférieure de λ dans la relation (3.39).

A chaque itération, la valeur de λ est renouvelée par la relation (AIV. 3):

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k - \frac{F(\lambda_k)}{F'(\lambda_k)} \qquad k = 0,1,\ldots \qquad (AIV.\ 4)$$

avec :

$$F'(\lambda_k) = \frac{d}{d\lambda}\left[\sum_{n=1}^{N} \frac{|z_n|^2}{(1+\lambda\gamma_n)^2} - \varepsilon\right]|_{\lambda=\lambda_k} = \sum_{n=1}^{N} \frac{|z_n|^2(-2)}{(1+\lambda_k\gamma_n)^3}\gamma_n = \sum_{n=1}^{N} \frac{(-2)|z_n|^2\gamma_n}{(1+\lambda_k\gamma_n)^3} \qquad (AIV.\ 5)$$

Grace à cette relation on détermine de façon itérative le multiplicateur de Lagrange dans la méthode de Capon robuste.

Bibliographie

[1] H. Mermoz : " Imagerie, corrélation et modèles " ; Annales des Télécommunications ; Vol.31, pp.17-36 ; 1976.

[2] S.U. Pillai: Array Signal Processing; Springer-Verlag; 1989.

[3] P. Stoica and R. Moses: Introduction to Spectral Analysis; Prentice Hall ; 1997.

[4] S. Marcos: Les Méthodes à Haute Résolution ; Hermes ; 1998

[5] G. Bienvenu et L. Kopp : " Méthodes haute résolution pour la localisation de sources rayonnantes " ; L'Onde Electrique ; Vol. 64, pp. 28-37 ; 1984.

[6] R.O. Schmidt : " Multiple emitter location and signal parameter estimation " ; IEEE Transactions on Antennas and Propagation ; Vol. 34, pp. 276-280 ; 1986.

[7] L. Gaudriot, M. Mercusot, B. Escudié et A. Hellion : "Techniques de champ proche et lointain pour l'analyse spectrale " ; Revue d'Acoustique ; Vol. 54, pp.176-189 ; 1980.

[8] Z. Saidi et S. Bourennane : " Localisation d'objets enfouis en présence de bruit corrélé " ; Colloque GRETSI, Troyes; 11-14 Septembre 2007.

[9] C.U. Grosse : "Acoustic emission localization methods for large structures based on beamforming and array techniques" ; Non-Destructive Testing in Civil Engineering Conference; Nantes; France; June 30th-july 3rd; 2009.

[10] V. Chritin et M. Rossi : " A l'écoute des avalanches; Neige et Avalanches " ; Vol. 78 ; pp.2-7 ; 1997.

[11] D.P.Arnold and L. Cattafesta : " A directional acoustic array using silicon micromachined piezoresistive microphones"; Journal of the Acoustical Society of America; Vol.113, pp. 289-298; 2003.

[12] C.A.Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design, 2nd ed. Wiley, New York, 1997.

[13] D.M.Pozar, Microwave and RF Design of Wireless Systems. Wiley, New York, 2001.

[14] Lardiès J, Étude d'antennes acoustiques à directivité constante sur une large bande, Thèse, Université Paul-Sabatier, Toulouse, 1987.

[15] Lardiès J, Ma H., Berthillier M, "Performance of high-resolution sensor array processing algorithms in the localization of acoustic sources", Acoustics08 Paris, 2008.

[16] L. J. Ziomek, Fundamentals of Acoustic Field Theory and Space-Time Signal Processing. CRC Press, 1995.

[17] J.D.Kraus, Antennas. McGraw Hill, New York, 1950.

[18] Elliott, R. S., Antenna Theory and Design, Wiley-Interscience IEEE Press,2003

[19] C.L. Dolph, "A Current Distribution for Broadside Arrays Which Optimizes the Relationship Between Beam Width and Side-Lobe Level", Proc. IRE, Vol.34, pp.335-348; 1946.

[20] D. Barbiere, "A Method for Calculating the Current Distribution of Tschebyscheff Arrays," Proc. IRE, Vol.40, pp. 78; 1952.

[21] A. D. Bresler, "A New Algorithm for Calculating the Current Distributions of Dolph-Chebyshev Arrays," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol.28, pp.951; 1980.

[22] A. Zielinski, "Matrix Formulation of Dolph-Chebyshev Beamforming," Pro. IEEE, Vol.74, pp.1799 ; 1986, and ibid., Vol.77, pp.934 ; 1989.

[23] Lardiès J, Ma H., Berthillier M, "Analyse de la directivité d'antennes acoustiques", 10ème congrès français d'acoustique, Lyon, avril 2010

[24] M. A. Burns, S. R. Laxpati, and J. P. Shelton, Jr., "A Comparative Study of Linear Array Synthesis Using a Personal Computer," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol.32, pp. 884; 1984.

[25] S. A. Schelkunoff, "A Mathematical Theory of Linear Arrays", Bell Syst. Tech. J., Vol.22, pp.80-131; 1943.

[26] McNamara, D. A., "Excitations providing maximum directivity for difference arrays of discrete elements," Electron. Lett., Vol. 23, No. 16, pp.780–781, 1987.

[27] Cheng, D. K., "Optimization techniques for antenna array," Proc. IEEE, Vol. 59, No. 12, pp. 1664–1674, 1971.

[28] H. Cox, R. Zeskind, and T. Kooij, “Practical supergain,” IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. 34, No. 3, pp. 393–398, 1986.

[29] J. Bitzer and K. U. Simmer, Superdirective Microphone Arrays, chapter 2 “Microphone Arrays: Signal Processing Techniques and Applications”, pp. 19–38, Springer-Verlag, 2001.

[30] J.Lardiès, H.Ma et M.Berthillier “Localization of radiating sources by an acoustical array”. Third International Conference on Multidisciplinary Design Optimization and Applications Paris, 2011

[31] J.Lardiès, H.Ma et M.Berthillier. “Localization of radiating sources by an acoustical array”. International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization. 2011

[32] F. R. Gantmacher, “The Theory of Matrices, Vol 1”, translated by K. A. Hirsch, Chelsea Publications Co., New York, 1959.

[33] D. K. Cheng, E I. Tseng, "Gain Optimisation for Arbitrary Antenna Arrays", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.13, No. 6, pp. 973 - 974, 1965.

[34] F. B. Hildebrand, “Methods of Applied Mathematics”, 2nd edition, Prentice-Hall, New Jersey, 1965.

[35] R. F. Harrington, “Field computation by moment methods”, IEEE press, pp. 189 - 212, New York, 1993.

[36] J. K. Butler, H. Unz, "Optimization of beam efficiency and synthesis of nonuniformly space arrays", Proceedings of the IEEE, Vol. 54, pp. 2007 - 2008, 1966.

[37] D. H. Johnson and D. E. Dudgeon, Array Signal Processing—Concepts and Techniques. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.

[38] B.D. Van Veen and K.M.Buckley. “Beamforming: A Versatile Approach to Spatial Filteering”. IEEE ASSP Magazine, Vol. 5, No. 2, pp. 4-24, 1988.

[39] H. Krim and M. Viberg, “Two decades of array signal processing research. The parametric approach,” in IEEE Signal Process. Mag., Vol. 13, pp. 72–73, 1996.

[40] Chen Y M, Lee J H, Yeh C C. “Bearing estimation without calibration for randomly perturbed arrays”. IEEE, Trans, ASSP- Vol.38, No.1, pp.194-197; 1991.

[41] J. Capon, “High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis,” Proc. IEEE, Vol. 57, No. 8, pp. 1408–1418, 1969.

[42] T.J.Shan T. Kailath, and M. Wax, ‘’Spatial smoothing approach for location estimate of coherent sources’’ in Proc. 17th Acilomar conf. Circuits Syst. Comput. pp.367-371, 1983.

[43] R.T.Williams, S Prasal, A.K.Mahalanabis, and L.H.Sibul, ‘’An improved spatial smoothing technique for bearing estimation in a multipath environment’’. IEEE, Trans, ASSP- Vol. 36, No.4, pp.425-431, April 1988.

[44] S.U.Pillai and B.H.Kwon, ‘’Forword/Backward Spatial Smoothing Technique for Coherent Signal Identification, ’’ IEEE, Trans, ASSP- Vol.37, No.1, pp.8-15, Jan, 1989.

[45] S.U.Pillai and B.H.Kwon, ‘’Performance analysis of MUSIC-type high resolution estimators for direction finding in correlated and coherent scenes’’. IEEE, Trans, ASSP-Vol.37, No.8, pp.1176-1189, 1989.

[46] B.D. Rao and K.V.S. Hari, ‘’Effect of spatial smoothing on the performance of MUSIC and the minimum-norm method’’ IEE Proc. –F, Vol.137, No.6, pp. 449-458, 1990.

[47] D.A. Linebarger and D.H. Johnson D H, "The effect of spatial averaging on spatial correlation matrices in the presence of coherent signals". IEEE, Trans, ASSP- Vol. 38, No.5, pp.880-884, 1990.

[48] S.Y.Kung, C.K.Lo and R.Foka, "A Toeplitz Approximation Approach to Coherent Source Direction Finding", ICASSP, Tokyo, pp. 193–196, 1986.

[49] R.Foka, "Properties of Toeplitz Approximation Method (TAM) for Direction Finding Problems", ICASSP, pp.2233-2236, 1987.

[50] Linebarger D. A, "Redundancy Averaging with Large Arrays". IEEE, Trans, on SP-Vol.41, No.4, pp.1707-1710, 1993.

[51] Kundu D., "Modified MUSIC algorithm for estimating DOA of signals", Signal Processing, Vol.48, pp.85 – 89, 1996.

[52] R. Kumaresan and D.W. Tufts, "Estimating the Angles of Arrival of Multiple Plane Waves", IEEE. Trans. Aerospace and Elect System - Vol.19, No.1, pp.134-139 ,1983

[53] J.G. Proakis and D.G. Manolakis, Digital Signal Processing, second edition. Macmillan, New York, 1992.

[54] Hirakawa M, Tsuji H and Sano A, "Computationally efficient DOA estimation based on linear prediction with Capon method". 2001 IEEE International Conference on ASSP, Salt Lake City, UT, USA, 2001

[55] Carlson, B. D., "Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 24, No. 4, pp.397-401, 1988.

[56] Ma N., Goh J T. “Efficient method to determine diagonal loading value,” ICASSP, Hong Kong, Vol. 5, pp.341-344, 2003.

[57] Kim, Y.L. Pillai, S.U. Guerci, J.R. “Optimal loading factor for minimal sample support space-time adaptive radar”, ICASSP. Seattle, WA, Vol. 4, pp.2505-2508, 1998

[58] L. Jian, P. Stoica, and Z. Wang, “Doubly constrained robust Capon beamforming” [J]. IEEE, Trans, on Signal Processing, Vol. 52, No. 9, pp.2407-2423, 2004.

[59] L. Jian, P. Stoica, and Z. Wang, “On Robust Capon Beamforming and Diagonal Loading,” IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 51, No. 7, pp. 1702-1715, 2003.

[60] P. Stoica, Z. Wang and L. Jian, “Robust capon beamforming”, IEEE Signal Process. Lett. Vol. 10, No. 6, pp.172–175, 2003.

[61] L. Hongqinga, L. Guisheng, Z. Jie “A robust adaptive Capon beamforming” , IEEE, Trans, on Signal Processing, Vol. 86, pp.2820–2826 , 2006

[62] W. F. Gabriel, “Spectral Analysis and adaptive Array Super resolution Techniques”, proceedings of the IEEE, Vol. 68, No. 6, 1980.

[63] H. Krim and J.G.Proakis. “Smoothed Eigenspace-Based Paramerter Estimation”, Automatica, Special Issue on Statistical Signal Processing and Control, 1994.

[64] T.J.Shan T. Kailath, and M. Wax, “On spatial smoothing for estimation of coherent signals”. IEEE, Trans, on ASSP, Vol. 33, No. 4, pp.806-811, 1985

[65] T.J.Shan T. Kailath, and M. Wax, “Adaptive beamforming for coherent signals and interference”. IEEE, Trans, on ASSP, Vol. 33, No. 3, pp.527-536, 1985

[66] R. Kumaresan, “On The Zeros of the Linear Prediction – Error Filter for Deterministic Signals”, IEEE, Trans, ASSP- Vol. 31, No.1, pp.217-220, 1983.

[67] M. Zibulevsky, B.A. Pearlmutter, “Blind source separation by sparse decomposition in a signal dictionary”, Neural Computations Vol. 13, No.4, pp.863–882, 2001.

[68] P. Charbonnier, L. Blanc-Féraud, G. Aubert, and M. Barlaud, “Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging,” IEEE Trans. Image Process., Vol. 6, No. 2, pp. 298–310, 1997.

[69] Cheng Ping, Jiang Yi-cheng, and Xu Rong-qing. “ISAR imaging based on sparse signal representation with multiple measurement vectors”. Proc. Int. Conf. Radar, Shanghai, China, pp.1-4, Oct. 16-19, 2006.

[70] Pisharody G and Weile D S. “Robust solution of time-domain integral equations using loop-tree decomposition and bandlimited extrapolation”. IEEE Transactions on Antennas and Propagation. , Vol. 53, No. 6, pp.2089-2098. 2005.

[71] S. Sardy, P. Tseng, and A. Bruce, “Robust wavelet denoising”, IEEE Trans. Signal Process., Vol. 49, No. 6, pp. 1146–1152, 2001.

[72] Wipf D P and Rao B D. “Bayesian learning for sparse signal reconstruction”. Proc. IEEE ICASSP., La Jolla, CA, 6-10，pp.601-604, 2003.

[73] I. F. Gorodnitsky and B. D. Rao, “Sparse signal reconstruction from limited data using FOCUSS: A re-weighted minimum norm algorithm,” IEEE Trans. Signal Process., Vol. 45, No. 3, pp. 600–616, Mar. 1997.

[74] D.M. Malioutov, Cetin M, and Willsky A S. “A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays”. IEEE Transactions on Signal Processing, , Vol. 53, No. 8, pp.3010-302, 2005

[75] J. Hadamard, Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations, Yale University Press, New Haven, 1923.

[76] H. W. Engl, M. Hanke, and A. Neubauer, Regularization of Inverse Problems, Kluwer, 1996.

[77] P. C. Hansen, Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems. Numerical Aspects of Linear Inversion, SIAM, Philadelphia, 1997.

[78] B. Hofmann, Regularization for Applied Inverse and Ill-Posed Problems, Teubner, Leipzig, 1986.

[79] G. Talenti (Ed.), Inverse Problems, Lecture Notes in Mathematics 1225, Springer Verlag, Berlin, 1986.

[80] J. M. Varah, “A practical examination of some numerical methods for linear discrete ill-posed problems”, SIAM Rev. Vol. 21, pp.100-111, 1979.

[81] G. M. Wing & J. D. Zahrt, A Primer on Integral Equations of the First Kind, SIAM, Philadelphia, 1991.

[82] A. N. Tikhonov & V. Y. Arsenin, Solutions of Ill-Posed Problems, Winston & Sons, Washington, D.C., 1977.

[83] C. W. Groetsch, The Theory of Tikhonov Regularization for Fredholm Equations of the First Kind, Pitman, Boston, 1984.

[84] R. Tibshirani. “Regression shrinkage and selection via the lasso”. Technical report, University of Toronto, 1994.

[85] S. Mallat and Z. Zhang. “Matching pursuit in a time-frequency dictionary”. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 41, pp. 3397 – 3415, 1993.

[86] D. L. Donoho, M. Elad, and V. Temlyakov, “Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presense of noise,” IEEE Trans. Inf. Theory. Vol. 52, No. 1, 2006.

[87] J-J. Fuchs. “Detection end estimation of superimposed signals”. IEEE Proceedings of ICASSP, 1998.

[88] S. S. Chen, D. L. Donoho, and M. A. Saunders, Atomic decomposition by basis pursuit, SIAM J. Sci. Comput., Vol. 20, No. 1, pp. 33-61, 1998.

[89] W. J. Fu, “Penalized regressions: the bridge versus the LASSO,” Journal of Computational and Graphical Statistics, Vol. 7, No. 3, 1998.

[90] B. Efron, T. Hastie, I. Johnstone, and R. Tibshirani, Least angle regression, Ann. Statist., Vol. 32, pp. 407-499, 2004 .

[91] Karlovitz, L.A. “Construction of nearest points in the lp, p even and l_1 norms”, Journal of Approximation Theory, Vol. 3, pp. 123-127, 1970.

[92] H.Ma, J.Lardiès,M.Berthillier, “Localisation de sources par représentation parcimonieuse ”. 20ème Congrès Français de Mécanique, Besançon 29 août-2 septembre, 2011.

[93] E. van den Berg and M. P. Friedlander, In pursuit of a root, Tech. Rep.TR-2007-19, Department of Computer Science, University of British Columbia, June 2007.

[94] I. Daubechies, M. Defrise, and C. de Mol, An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint, Comm. Pure Appl. Math., Vol.57, pp. 1413-1457, 2004.

[95] E. Hale, W. Yin, and Y. Zhang, Fixed-point continuation for l1-minimization: Methodology and convergence, Tech. Rep. TR07-07, Department of Computational and Applied Mathematics, Rice University, Houston, TX, 2007.

[96] M. R. Osborne, B. Presnell, and B. A. Turlach, A new approach to variable selection in least squares problems, IMA J. Numer. Anal., Vol.20, pp. 389-403,2000.

[97] J. S. Sturm, "Using SeDuMi 1.02, a Matlab toolbox for optimization over symmetric cones," Tech. Rep., Tilburg University, Department of Econometrics, Netherlands, http://fewcal.kub.nl/ sturm, 2001.

[98] Xiansheng Guo, QunWan, Chunqi Chang, and Edmund Y. Lam, Source localization using a sparse representation framework to achieve superresolution, Multidim Syst Sign Process, 2010

[99] J. LARDIES, "Conception d'antennes à faisceau constant sur une large bande à partir du vecteur covariance". Traitement du signal Vol.5, No.5, 1988.

[100] J. LARDIES and J-P.GUILHOT, "Antenne acoustique à faisceau constant sur plusieurs octaves. Application à la détection et l'estimation de la puissance de signaux à large band", Traitement du signal Vol.5, No.1, 1988.

[101] S. Bourguignon, H. Carfantan et J. Idier, "Minimisation de critères de moindres carrés pénalisés par la norme l_1 dans le cas complexe", Actes du XXIème colloque Gretsi, Troyes, France, 2007.