#### UNIVERSITÉ DE PROVENCE AIX-MARSEILLE I

ECOLE DOCTORALE 353

« Sciences pour l'ingénieur : Mécanique, Physique, Micro et Nanoélectronique »

THÈSE

pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de Provence Aix-Marseille I

Discipline : Sciences pour l'Ingénieur - Mécanique - Énergétique Spécialité : Acoustique

Présentée et soutenue publiquement par

Caroline HERVÉ

Ingénieur de l'École Nationale Supérieure de Physique de Marseille

Le 21 Janvier 2011

Sur le thème :

# Imagerie pour le Sonar à Ouverture Synthétique Multistatique

Jury

Pierre CERVENKA Jérôme MARS Frédéric LEBON Jean-Pierre SESSAREGO Régine GUILLERMIN Rapporteur Rapporteur Examinateur Directeur de thèse Invitée

A ma famille, A Renaud,

« Le développement de la science, conçu comme fait humain collectif, est à tous les points de vue un facteur essentiel au rapprochement entre les Hommes, matériellement, intellectuellement et moralement, puisqu'il établit entre eux une solidarité de plus en plus étroite. La science représente véritablement le trésor commun à toute l'humanité, idées accessibles à tous et moyens d'action utilisables par tous. » Paul Langevin

Paul Langevin fut un des précurseurs des systèmes SONAR dans le Laboratoire de la Guerre Sous-Marine de Toulon. Ce laboratoire est à l'origine du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille<sup>1</sup>. Paul Langevin est également le nom du lycée où j'ai effectué ma scolarité.

<sup>1.</sup> Du laboratoire de la Guerre Sous-Marine de Toulon au Laboratoire de Mécanique et dAcoustique de Marseille, Claude Gazanhes

### Remerciements

Mes travaux de thèse ont été réalisés de Octobre 2005 à Avril 2009 au sein de l'équipe Acoustique Sous-Marine et Modélisation du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA). J'ai bénéficié d'une allocation de recherche pour effectuer ces travaux. En premier lieu, je tiens à remercier les directeurs du LMA qui se sont succédés pendant la durée de ma thèse, Michel Raous, Directeur de Recherche au CNRS et Dominique Habault, également Directeur de Recherche au CNRS, pour m'avoir accueilli dans leur laboratoire.

J'adresse également mes plus vifs remerciements à mon directeur de thèse, Jean-Pierre Sessarego, Directeur de Recherche au CNRS. Je souhaite aussi remercier chaleureusement ma co-directrice de thèse, Régine Guillermin, Ingénieur de Recherche au CNRS avec qui j'ai passé d'agréables moments et que j'apprécie beaucoup. Travailler avec ces personnes a été très enrichissant scientifiquement grâce à leur pédagogie et leur rigueur. Je n'oublie pas que rien dans cette thèse n'aurait été possible sans leurs questionnements et leurs conseils qui m'ont permis d'évoluer tous les jours.

Je tiens également à remercier Françoise Schmitt et Franck Daout, Maîtres de Conférences à l'Université de Paris X et membres du laboratoire SATIE pour les échanges dans le domaine radar que nous avons pu avoir.

J'exprime également mes remerciements au personnel scientifique et administratif du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, et plus particulièrement les équipes ASM2 et APIM, que j'ai côtoyées avec plaisir dans une excellente ambiance.

J'adresse enfin mes remerciements à Renaud, ma famille et mes amis pour leur soutien permanent et leurs encouragements.

## Table des matières

#### Introduction

Ι	Pe	rformances d'un système SAS multistatique dédié à l'imagerie	7
1	Cor	figurations géométriques des capteurs : systèmes monostatique, bista-	
	tiqu	ie, multistatique	9
	1.1	Introduction	9
	1.2	Définitions des configurations : monostatique, bistatique et multistatique	10
		1.2.1 Configuration monostatique	10
		1.2.2 Configuration bistatique	11
		1.2.3 Configuration multistatique	12
	1.3	Modes d'acquisition	12
	1.4	Conclusion	14
<b>2</b>	Per	formances d'un système SAS multistatique dédié à l'imagerie	15
	2.1	Introduction	15
	2.2	Critères de performances : résolution et niveau des lobes secondaires	16
		2.2.1 Résolution	16
		2.2.2 Niveau des lobes secondaires par rapport à celui du lobe principal $\ . \ . \ .$	16
	2.3	Fonction d'ambiguïté généralisée FAG	17
		2.3.1 Définitions	17
		2.3.2 Expression analytique de la FAG bistatique	18
		2.3.3 La FAG multistatique : sommes cohérente et incohérente des FAG bista-	
		tiques $\ldots$	26
	2.4	Conclusion	28
3	App	plication de la FAG au calcul des performances pour les configurations	
	cho	isies	31
	3.1	Introduction	31
	3.2	Signaux utilisés à l'émission	31

1

	3.2.1	Expressions analytiques des signaux utilisés à l'émission pour les simulations	32
	3.2.2	Signaux utilisés à l'émission pour les expérimentations en cuve	34
	3.2.3	Tableau récapitulatif des signaux utilisés à l'émission et de leurs paramètres	35
3.3	Config	urations géométriques choisies	35
	3.3.1	Configurations choisies pour l'étude du MFA : « Perf MFA » $\hdots$	36
	3.3.2	Configuration choisie pour la comparaison entre le MFA et l'IRAKA :	
		« Tomo »	38
	3.3.3	Configurations choisies pour la reconstruction de cibles posées sur un fond	
		rugueux : « SAS frontal »	40
3.4	Transc	lucteurs, émetteurs et récepteurs	41
3.5	Perform	mances pour les configurations choisies par calcul de la FAG	42
	3.5.1	Hypothèses pour le calcul analytique de la FAG	42
	3.5.2	Configurations « Perf MFA »	44
	3.5.3	Configuration de type « Tomo »	52
	3.5.4	Configuration en « SAS frontal »	55
3.6	Conclu	usion	61

#### II Développement, évaluation et application à des données multistatiques d'un algorithme d'imagerie basé sur l'Approximation de Kirchhoff 63

4	Alg	$\mathbf{orithm}$	e de reconstruction d'images sous l'hypothèse « Points Brillants »	65
	4.1	Introd	uction	65
	4.2	Préser	ntation de l'algorithme « points brillants »	66
		4.2.1	Hypothèses générales pour l'imagerie	66
		4.2.2	Présentation du « Matched Filtering Algorithm »	66
	4.3	Etude	des performances du MFA pour la reconstruction de cibles	68
		4.3.1	Paramètres de l'étude	68
		4.3.2	Etude des performances : cas du point brillant	70
		4.3.3	Etude des performances : cas d'une cible 2D	74
	4.4	Conclu	usion	76
<b>5</b>	Alg	$\mathbf{orithm}$	e de Reconstruction d'Images sous l'Approximation de Kirchhoff	77
	5.1	Introd	uction	77
5.2 Modélisation du champ diffracté par une cible		isation du champ diffracté par une cible	78	
		5.2.1	Représentation du champ diffracté par des équations intégrales de frontière	78
		5.2.2	Approximation de Kirchhoff	80
		5.2.3	Méthode de la phase stationnaire	84

		5.2.4	Domaine de validité du modèle de champ diffracté obtenu par l'AK	et la		
			méthode de PS	85		
	5.3	Recon	struction de cibles sous l'AK	96		
		5.3.1	Transformée de Fourier 2D du modèle de champ diffracté obtenu ave	ec l'AK 96		
		5.3.2	Fonction de forme	98		
		5.3.3	Algorithme de Reconstruction d'Images sous l'Approximation de Ki	rchhoff103		
	5.4	Concl	usion	107		
6	Cor	nparai	son entre le MFA et l'IRAKA pour la reconstruction de cib	les 109		
	6.1	Introd	luction	109		
	6.2	Comp	araison en termes de qualité de reconstruction de cibles	110		
		6.2.1	Résultats de simulations	110		
		6.2.2	Expérimentations en cuve	120		
	6.3	Comp	araison en termes de robustesse à un bruit additif blanc gaussien .	124		
		6.3.1	Paramètres de simulation	124		
		6.3.2	Résultats de simulation	125		
		6.3.3	Amélioration de la robustesse au bruit pour l'IRAKA	133		
	6.4	Concl	usion	136		
7	Ver	s l'ide	ntification de cibles posées sur le fond avec l'IBAKA - Inté	rêt du		
•	mul	tistati	sme en SAS frontal	137		
	7.1	Introc	luction	137		
	7.2	Expér	imentations en cuve avec un SAS frontal : dispositif expérimental	137		
	7.3	Images de deux cibles 2D de de section différente sur une plaque rugueuse re-				
		construites par l'IRAKA				
		731	Images monostatiques	140		
		7.3.2	Images histatiques	141		
		7.3.3	Images multistationes	142		
		7.3.4	Combinaison des informations obtenues en monostatique et en multis	tatique143		
	7.4	Concl		144		
C	onclu	ision		145		
0.	,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,			110		
Α	Cal	cul de	la FAG analytique bistatique	149		
в	Elli	pse ins	scrite dans un parallélogramme	153		
$\mathbf{C}$	Mir	nimisat	tion de la fonction de coût	155		
D	Mét	thode	de la phase stationnaire 1D et 2D	157		

Ε	Résonances des cibles circulaires en acier inoxydable, aluminium et résine	159
$\mathbf{F}$	Photographies de l'expérimentation en cuve du chapitre 5	165
Bi	bliographie	167

## Liste des symboles

Paramètres géométriques

Les points

- A point quelconque du plan (xOy)
- O centre géométrique
- E/R point d'émission/réception
- $E/R_c$  point d'émission/réception situé au centre de l'antenne
  - E point d'émission
  - $E_c$  point d'émission situé au centre de l'antenne d'émission
  - R point de réception
  - $R_c$  point de réception situé au centre de l'antenne de réception
  - M point que lconque de la frontière de la cible
- $M_{PS}$  point de phase stationnaire sur la frontière de la cible
  - P pixel quelconque de l'image

Les vecteurs

- $\hat{x}$  vecteur directeur unitaire de l'axe (Ox)
- $\hat{y}$  vecteur directeur unitaire de l'axe (Oy)
- $\vec{X}$  vecteur qui indique la position d'un point quelconque du plan (xOy)par rapport au centre géométrique
- $\vec{X_{E/R}}$  vecteur qui indique la position de l'émetteur-récepteur par rapport au centre géométrique
  - $\vec{X_E}$  vecteur qui indique la position de l'émetteur par rapport au centre géométrique
  - $\widehat{X_E}$  vecteur normé de  $\overrightarrow{X_E}$
  - $\vec{X_R}$  vecteur qui indique la position du récepteur par rapport au centre géométrique
  - $\widehat{X_R}$  vecteur normé de  $\overrightarrow{X_R}$
  - $\widehat{X_{\theta_{\beta}}}$  vecteur normé qui représente la bissectrice de l'angle bistatique
  - $\widehat{X_{R_t}}$  vecteur normé qui représente la trajectoire du récepteur et son sens d'évolution
  - $\widehat{X_{\theta_{az}}}_{\stackrel{\longrightarrow}{\rightarrow}} \quad \text{vecteur qui représente la direction azimutale}$ 
    - $\vec{\xi}$  vecteur qui indique la position d'un pixel de l'image par rapport au centre géométrique
  - $\vec{X_M}$  vecteur qui indique la position d'un point de la frontière de la cible par rapport au centre géométrique
- $\vec{X}_{M_{PS}}$  vecteur qui indique la position d'un point de phase stationnaire sur la frontière de la cible par rapport au centre géométrique

Les angles

 $\theta_{E/R}$  angle entre  $\hat{x}$  et  $\widehat{X_{E/R}}$  $\theta_E$  angle entre  $\hat{x}$  et  $\widehat{X_E}$  $\theta_R$  angle entre  $\hat{x}$  et  $\hat{X}_R$  $\theta_{E/R_c}$  angle entre  $\widehat{x}$  et  $\widehat{X_{E/R_c}}$ angle entre  $\widehat{x}$  et  $\widehat{X_{E_c}}$  $\theta_{E_c}$ angle entre  $\widehat{x}$  et  $\widehat{X_{R_c}}$  $\theta_{R_c}$ excursion angulaire de l'antenne synthétique de réception  $\alpha_R$  $\theta_{ras}$ angle de rasance angle entre  $\widehat{x}$  et  $\widehat{X_{R_t}}$  $\theta_{R_t}$ angle entre  $\hat{x}$  et  $\widehat{X_{\theta_{az}}}$  $\theta_{az}$ angle entre  $\widehat{X_E}$  et  $\widehat{X_R}$  ou angle bistatique  $\beta$  $\theta_{\beta}$ angle entre  $\widehat{x}$  et  $\widehat{X_{\theta_{\beta}}}$ angle entre  $\widehat{x}$  et  $\widehat{X_{R_t}}$  $\theta_{R_{ct}}$ angle entre  $\widehat{X_{Rc}}$  et  $\widehat{X_{Rt}}$  $\gamma_{R_{ct}}$ angle entre  $\widehat{X_{\theta_{az}}}$  et  $\overrightarrow{X}$  $\gamma_{az}$ intervalle des angles qui occupent le plan (u, v) pour la configuration  $\Delta \theta_{E_1}$ bistatique 1 du chapitre 3  $\Delta \theta_{E_2}$ intervalle des angles qui occupent le plan (u, v) pour la configuration

bistatique 2 du chapitre 3

Autres paramètres géométriques

- $\Omega_{E/R}$  ensemble des positions prises par l'émetteur-récepteur
- $N_{E/R}$  nombre de positions d'émission/réception en monostatique
- $l_{E/R}$  longueur de l'antenne synthétique monostatique
- $\Delta_{E/R}$  distance entre deux transducteurs sur une antenne synthétique monostatique

 $\alpha_{E/R}$  excursion angulaire de l'antenne synthétique monostatique

- $L_{E/R}(\vec{X})$  distance entre l'émetteur-récepteur et un point quelconque du plan (xOy)
  - $\Omega_E ~$  ensemble des positions prises par l'émetteur
  - $N_E$  nombre d'émetteurs et aussi nombre de configurations bistatiques
  - $N_E$  nombre de positions d'émission
  - $l_E$  longueur de l'antenne synthétique d'émission
  - $\Delta_E$  distance entre deux transducteurs de l'antenne synthétique d'émission
  - $\alpha_E$  excursion angulaire de l'antenne synthétique d'émission

 $L_E(X)$  distance entre l'émetteur et un point quelconque du plan (xOy)

- $\Omega_R$  ensemble des positions prises par le récepteur
- $N_R$  nombre de récepteurs dans une configuration bistatique donnée
- $l_R$  longueur de l'antenne synthétique de réception
- $\Delta_R~$  distance entre deux transducteurs de l'antenne synthétique de réception
- $L_R(X)$  distance entre le récepteur et un point quelconque du plan (xOy)

Paramètres des milieux eau et cible

 $\Omega_1$  milieu eau

 $c_1$  célérité du son dans l'eau en m/s

 $\rho_1$  masse volumique de l'eau en kg/m<sup>3</sup>

 $\lambda$  longueur d'onde en cm

f fréquence en Hz

 $k_1 = \frac{2\pi f}{c_1}$  nombre d'onde à la fréquence f en cm<sup>-1</sup>

- $\Omega_2$  milieu cible
- $c_l$  célérité des ondes longitudinales dans la cible en m/s
- $c_t ~$  célérité des ondes transversales dans la cible en m/s

 $\rho_2$  masse volumique de la cible en kg/m<sup>3</sup>

2a plus grande dimension de la cible

 $\tilde{\Omega_1}$  domaine restreint de  $\Omega_1$  où est appliqué le théorème de Green

 $\Gamma_{12}$  frontière de la cible

 $\Gamma_{12e}$  frontière éclairée de la cible

 $\widehat{n}$   $\,$  est la normale sortante part ant de la frontière de la cible

$$\sigma(X_M)$$
 coefficient de réflexion en un point M de la frontière de la cible

 $\sigma(X_{M_{PS}})$  coefficient de réflexion au point  $M_{PS}$ 

 $\chi_c$  coefficient de courbure de la frontière de la cible

 $\chi_{c_{PS}}$  coefficient de courbure de la frontière de la cible en  $M_{PS}$ 

Paramètres des signaux émis

··· (1)		·
$\mathcal{D}_{\Omega}(\mathcal{I})$	signal	emis
$I^{\circ} \cup \langle \cdot \rangle$		

- $P_0(f)$  spectre du signal émis
- $P_0^*(f)$  complexe conjugué de  $P_0(f)$ 
  - $A_0$  amplitude de  $P_0(f)$
  - $f_0$  fréquence centrale de  $P_0(f)$
- $k_0 = \frac{2\pi f_0}{c_1}$  nombre d'onde à la fréquence centrale
  - *B* largeur de bande de  $P_0(f)$

 $B_u$  bande utile de  $P_0(f)$ 

- C(t) signal « Chirp » complexe
- Ric(t) signal Ricker
  - T durée du signal

Fonctions

- $\chi_{E/R}(\vec{X})$  fonction d'ambiguïté généralisée dans le cas monostatique au point de référence pris en O
  - $\chi_E(\vec{X})$  fonction d'ambiguïté généralisée dans le cas bistatique au point de référence pris en O
  - $\chi_{co}(\vec{X})$  fonction d'ambiguïté généralisée dans le cas multistatique en somme cohérente au point de référence pris en O
- $\chi_{inco}(X)$  fonction d'ambiguïté généralisée dans le cas multistatique en somme incohérente au point de référence pris en O
- $W(\vec{X_R}, k_1)$  bruit blanc gaussien circulaire au point R dans le domain fréquentiel  $\sigma_n$  coefficient de réflexion du point brillant numéroté n tel que n = 1, NJ fonction de coût
  - $I_{MFA}(\xi)$  amplitude complexe de l'image au pixel P, obtenue par le MFA
- $I_{IRAKA}(\xi)$  amplitude complexe de l'image au pixel P, obtenue par l'IRAKA
- $H_{fil}(\beta, f)$  filtre présent dans l'ARIAK
  - $\delta(\vec{X})$  fonction Dirac au point A
  - $p^i(\vec{X}, t)$  champ incident au point A dans le domaine temporel
- $P^{i}(\vec{X}, k_{1})$  champ incident au point A dans le domaine fréquentiel
- $p^d(\vec{X_R}, t)$  champ diffracté par la cible en R dans le domaine temporel
- $P^{d}(\vec{X_{R}}, k_{1})$  champ diffracté par la cible en R dans le domaine fréquentiel
  - $p^r(X_R, t)$  champ reçu au point R dans le domaine temporel
- $P^r(\vec{X_R}, k_1)$  champ reçu au point R dans le domaine fréquentiel
  - $p(\vec{X},t)$  champ total au point A dans le domaine temporel
  - $P(\vec{X}, k_1)$  champ total au point A dans le domaine fréquentiel
    - $J_1 \{..\}$  fonction de Bessel d'ordre 1

de espèce et d'ordre 0

- $G(\vec{X}, \vec{X_R})$  fonction de Green en champ libre
  - $f_{PS}(\vec{\xi})$  fonction de forme

$\delta_d$	résolution en distance
$\delta_{az}$	résolution en azimut
$\delta_{\perp d}$	résolution perpendiculaire en distance
$\delta_{\perp az}$	résolution perpendiculaire en azimut
$\delta_{min}$	résolution maximale
$\delta_{max}$	résolution minimale
$PSLR_d$	PSLR en distance
$PSLR_{az}$	PSLR en azimut
$PSLR_{\perp d}$	PSLR perpendiculaire en distance
$PSLR_{\perp az}$	PSLR perpendiculaire en azimut

Autres paramètres

$\Omega$	abscisse curviligne dans le cas d'un domaine
Γ	abscisse curviligne dans le cas d'une frontière
$f_l$	échantillon fréquentiel tel que $l = 1, N_f$
$N_f$	nombre d'échantillons fréquentiels
$N_{im}^2$	nombre de pixels qui composent l'image
(u, v)	plan des fréquences spatiales
$\Delta \lambda^{-1}$	intervalle des longueurs d'ondes qui occupent le plan $(\mathbf{u},\mathbf{v})$ pour les
	configurations du chapitre 3

#### Formalisme

TF{} Transformée de Fourie
----------------------------

- $TF_{2D} \{..\}$  Transformée de Fourier 2D
  - PS Phase Stationnaire
  - $PS_{2D}$  Phase Stationnaire 2D
  - Re{..} Partie réelle
    - $\|..\|$  Norme d'un vecteur
    - [..] Valeur absolue pour un réel ou module pour un complexe

## Liste des abréviations

- ASM Acoustique Sous-Marine
- SAR Synthetic Aperture Radar
- SAS Synthetic Aperture Sonar
- 2D Deux Dimensions
- FAG Fonction d'Ambiguïté Généralisée
- FAGA Fonction d'Ambiguïté Généralisée Analytique
- FAGN Fonction d'Ambiguïté Généralisée Numérique
- PSLR Peak to Side Lobes Ratio
  - SC Somme Cohérente
  - SI Somme Incohérente
- MFA Matched Filtering Algorithm
- AK Approximation de Kirchhoff
- IRAKA Imaging Reconstruction Algorithm based on the Kirchhoff Approximation
  - RSB Rapport Signal sur Bruit

Table des figures

# Table des figures

1.1	Configuration monostatique 2D à partir de la 3D	10
1.2	Exemple de configuration bistatique	11
1.3	Exemple de configuration multistatique	13
1.4	Modes d'acquisition des signaux	13
21	Critère de Ravleigh et définition de la résolution avec un sinus cardinal	16
2.1	PSLB pour une fonction sinus cardial	17
2.2 9.3	Voetours mis on jou dans le calcul analytique de la FAC histotique	20
2.5	Vecteurs mis en jeu dans le calcul analytique de la FAG bistatique	20
2.4	Vecteurs mis en jeu dans le calcul analytique de la FAG distatique	21
2.5	Exemple de FAGA bistatique	22
2.6	Exemple de FAGA monostatique	25
3.1	Signal Chirp utilisé en simulation	33
3.2	Signal Ricker utilisé en simulation	33
3.3	Signal expérimental 1 utilisé au chapitre 6	34
3.4	Signal expérimental 2 utilisé au chapitre 7	35
3.5	Configuration monostatique « Perf MFA »	37
3.6	Configuration multistatique « Perf MFA »	37
3.7	Configuration multistatique de type « Tomo »	39
3.8	Configuration monostatique 1 en SAS frontal	40
3.9	Configuration monostatique 2 en SAS frontal	41
3.10	Configuration multistatique en SAS frontal	41
3.11	FAGA, FAGN Porte et FAGN Chirp dans la configuration monostatique « Perf	
	MFA »	45
3.12	EQM entre la FAGA et la FAGN Porte pour différentes valeurs de $R_1 = \frac{B}{f_0}$ et	
	$R_2 = \frac{\left\  \vec{X}_{E/R_c} \right\ }{\left\  \vec{x}_{E/R_c} \right\ }  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $	46
3.13	FAGA, FAGN Porte et FAGN Chirp dans les configurations bistatiques « Perf	
	MFA »	50

3.14	FAGA, FAGN Porte et FAGN Chirp en SC et en SI dans la configuration mul- tistatique « Porf MEA »	51
9.1F	EACA at EACN on SC at an SL damp la confirmation multi-tations do tomo	91
3.15	« Tomo »	54
3.16	FAGA, FAGN Porte et FAGN Signal Exp dans les configurations monostatiques	
	1 et 2 en SAS frontal	58
3.17	FAGA et FAGN dans les configurations bistatiques 1 et 2 en SAS frontal	59
3.18	FAGA et FAGN en SC et en SI dans la configuration multistatique en SAS frontal	60
41	Configuration monostatique « Perf MFA »	69
4.2	Configuration multistatique « Porf MFA »	60
4.2	Signal Chirp utilisé on simulation	70
4.0	Imagos d'un point brillent centré avec le MEA en configuration « Porf MEA »	70
4.4	This des fréquences spatiales : $ B_{\mu\nu}(x, y) $	70 79
4.0	Fian des frequences spatiales : $ F_{int}(u, v)  \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	15
4.0	MFA en configuration « Perf MFA »	75
		10
5.1	Configuration du problème	78
5.2	Domaine pour l'application du théorème de Green	79
5.3	Plan tangeant	81
5.4	Module du coefficient de réflexion $\sigma$ en fonction de $\theta_i=1$ °à 90 °pour les trois	
	matériaux étudiés	87
5.5	Modules des champs diffractés par une cible 2D de section circulaire, $\theta_i=0$ °	88
5.6	EQM entre le modèle de Kirchhoff et la série modale de -90 ° à 90 °	89
5.7	MMCD de la série modale de -90 ° à 90 °	90
5.8	Position de la cible de section elliptique par rapport aux directions d'émission et	
	des positions de réception $\ldots$	90
5.9	Module des champs diffractés par une cible 2D de section elliptique, $\theta_E=0$ °	91
5.10	Modules des champs diffractés par une cible 2D de section elliptique, $\theta_E=90$ ° .	92
5.11	Modules des champs diffractés par une cible 2D de section elliptique, $\theta_E=225$ °	93
5.12	EQM entre le modèle AK et PS et la modèle BIEE - $\theta_E=0$ °, 90 ° et 225 °	94
5.13	MMCD par la méthode BIEE - $\theta_E = 0$ °, 90 ° et 225 °	95
5.14	Vecteurs dans les conditions de phase stationnaire 2D	99
5.15	Conditions de $PS_{2D}$ en monostatique et en bistatique $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	100
5.16	Modules des champs diffractés par une cible 2D de section circulaire, $\theta_E=0$ ° $$ . If	104
5.17	Images des cibles 2D de section circulaire par l'IRAKA dans la huitième confi-	
	guration bistatique de type « Tomo »	105

5.18	Coefficients de réflexion de trois cibles de section circulaire pleines en acier in- oxydable, aluminium et résine obtenus par l'IRAKA et par la formule théorique	
	(5.12) - Avec $\theta_i = \left \frac{\theta_E - \theta_R}{2}\right $	106
6.1	Signal Ricker utilisé en simulation	111
6.2	Configuration multistatique de type « Tomo »	112
6.3	Influence du filtre présent dans l'IRAKA	113
6.4	Images en SC et en SI de la cible 2D de section circulaire reconstruites par le	
	MFA et l'IRAKA - Données simulées non bruitées - Signal Ricker	114
6.5	Comparaisons des projections sur (Ox) des images de la cible 2D de section	
	circulaire reconstruites par le MFA et par l'IRAKA - Données simulées non	
	bruitées	115
6.6	Images en SC de la cible 2D de section circulaire avec le MFA avec une dé-	
	convolution au lieu de la compression d'impulsion et l'IRAKA sans $H_{fil}(\beta, f)$ -	
	Données simulées non bruitées - Signal Ricker	117
6.7	Images en SC et en SI de la cible 2D de section elliptique reconstruites par le	
	MFA et l'IRAKA - Données simulées non bruitées - Signal Ricker	118
6.8	Comparaison des projections sur (Ox) et (Oy) des images en SC et en SI de la	
	cible 2D de section elliptique reconstruites par le MFA et l'IRAKA - Données	
	simulées non bruitées - Signal Ricker	119
6.9	Signal expérimental pour l'expérimentation en configuration de type « Tomo » .	121
6.10	Images en SC et en SI de la cible de section circulaire reconstruites par le MFA	100
0.11	et l'IRAKA - Données expérimentales de cuve	122
6.11	Images en SC et en SI de la cible de section elliptique reconstruites par le MFA	100
0.10	et l'IRAKA - Donnees experimentales de cuve	123
6.12 C.12	Signal Chirp utilise en simulation	124
6.13	Evolution de l'entropie de l'image en fonction du RSB avec le MFA et l'IRAKA	105
C 1 4	en SC et SI - Signal Ricker	125
0.14	Images en SC avec les RSB limites pour la detection du contour de la cible 2D	
	de section circulaire reconstruites par le MIFA et l'IRARA - Donnees sinulees	196
6 15	Imagos on SI avos los PSP limitos pour la détaction du contour de la cible 2D	120
0.15	de section circulaire reconstruites par le MEA et l'IBAKA — Données simulées	
	bruitáos Signal Bickor	197
6 16	Images en SC et en SI de la cible 2D de section circulaire reconstruites par le	121
0.10	MFA et l'IBAKA - Données simulées non bruitées - Signal Chirp	128
6.17	Comparaison des projections sur (Ox) des images de la cible 2D de section cir-	
	culaire reconstruites par le MFA et par l'IRAKA - Données simulées - Signal	
	Chirp	129
	•	-

6.18	Evolution de l'entropie de l'image en fonction du RSB avec le MFA et l'IRAKA
	en SC et SI - Signal Chirp
6.19	Images en SC avec les RSB limites pour la détection du contour de la cible à
	partir de données simulées bruitées - Signal Chirp
6.20	Images en SI avec les RSB limites pour la détection du contour de la cible à
	partir de données simulées bruitées - Signal Chirp
6.21	Images en SC et en SI avec la méthode de stabilisation de la déconvolution dans
	l'IRAKA - Données simulées non bruitées - Signaux Ricker et Chirp 134
6.22	Images en SC et en SI avec la méthode de stabilisation de la déconvolution dans
	l'IRAKA - Données simulées bruitées - Signal Ricker
7.1	Configuration monostatique 1 en SAS frontal
7.2	Configuration monostatique 2 en SAS frontal
7.3	Configuration multistatique en SAS frontal
7.4	Photographies de l'expérimentation en cuve
7.5	Signal expérimental
7.6	Photographie des cibles
7.7	Images monostatiques des deux cibles sur fond rugueux en rasance 50° et 40° $$ . . 141
7.8	Images bistatiques des deux cibles sur fond rugueux en rasance 50° et 40° $\ .$ 142
7.9	Images en SC et en SI dans la configuration multistatique en SAS frontal 143
7.10	SI des images monostatique et multistatique pour chacune des cibles circulaire
	et carrée
B.1	Reconstruction de la plus grande ellipse inscrite dans un parallélogramme avec
	Geogebra
F.1	Photographie du dispositif expérimental - Chapitre 5

## Liste des tableaux

2.1	Exemples de paramètres de FAG bistatique	21
2.2	Exemples de paramètres de FAG monostatique	24
2.3	Critères de performances en monostatique et bistatique	27
3.1	Signaux utilisés à l'émission et leurs paramètres	35
3.2	Configurations choisies et chapitres dans lesquels elles apparaissent	36
3.3	Configuration monostatique « Perf MFA »	36
3.4	Configurations bistatiques 1 et 2 « Perf MFA »	37
3.5	$i^{\grave{e}me}$ configuration bistatique de type « Tomo », telles que i=1,8	38
3.6	Configurations monostatiques 1 et 2 en SAS frontal	40
3.7	Configurations bistatiques 1 et 2 en SAS frontal	41
3.8	EQM entre la FAGA et les FAGN pour la configuration « Perf MFA »	46
3.9	Résolutions en c m et PSLR d B obtenus graphiquement par les FAGA et FAGN	
	monostatiques en configuration « Perf MFA »	46
3.10	Résolutions en cm et PSLR en dB obtenues graphiquement par les FAGA et	
	FAGN bistatiques en configuration « Perf MFA »	47
3.11	Résolutions en cm et PSLR en dB obtenus graphiquement par les FAGA et	
	FAGN multistatiques SC et SI en configuration« Perf MFA »	48
3.12	Erreurs en $\%$ entre les valeurs des résolutions et PSLR obtenus graphiquement	
	par la FAGA et la FAGN configuration « Perf MFA »	49
3.13	EQM entre la FAGA et les FAGN avec une porte en fréquence ou le Ricker en	
	configuration de type « Tomo »	52
3.14	Résolution et PSLR obtenus graphiquement par la FAGA et les FAGN et erreurs	
	relatives en $\%$ entre la FAGA et les FAGN en configuration de type « Tomo » $% \beta$ .	52
3.15	EQM entre la FAGA et les FAGN pour les configurations monostatiques en SAS	
	frontal	55
3.16	Résolutions en cm et PSLR en dB obtenus graphiquement par la FAGA et les	
	FAGN pour les configurations monostatiques en SAS frontal	55
3.17	Résolutions en cm et PSLR en dB obtenus graphiquement par la FAGA et les	
	FAGN pour les configurations bistatiques en SAS frontal	56

3.18	Résolutions en cm et PSLR en dB obtenus graphiquement par la FAGA et les
	FAGN pour la configuration multistatique en SC et en SI en SAS frontal $\ldots$ . 56
3.19	Erreurs en $\%$ entre les valeurs des résolutions et PSLR obtenus graphiquement
	par la FAGA et les FAGN en configuration SAS frontal
4.1	Configuration monostatique « Perf MFA »
4.2	Configurations bistatiques 1 et 2 « Perf MFA »
4.3	Paramètres de l'étude du MFA
4.4	Résolutions et PSLR obtenus graphiquement sur les images du point brillant
	reconstruites avec le MFA
5.1	Paramètres physiques des milieux
5.2	Cibles 2D utilisées en simulation avec l'IRAKA
6.1	Cibles 2D utilisées en simulation pour la comparaison de le MFA et de l'IRAKA 110
6.2	$i^{\grave{e}me}$ configuration bistatique de type « Tomo », telles que i=1,8 $\ $
6.3	Valeurs obtenues graphiquement pour les critères de la qualité de reconstruction
	de la forme de la cible avec le MFA et l'IRAKA en SC et en SI 116
6.4	Cibles utilisées pour l'expérimentation
$\begin{array}{c} 6.5 \\ 6.6 \end{array}$	Valeurs des critères de reconstruction de la forme circulaire avec le signal Chirp 129 RSB limites en dB obtenues par les courbes d'entropies pour les deux algorithmes
	en SC et en SI et pour deux types de signaux émis
6.7	Valeurs des critères de reconstruction de la forme de la cible 2D de section
	circulaire après l'application de la méthode de stabilisation de la déconvolution . 134
7.1	Configurations monostatiques 1 et 2 en SAS frontal
7.2	Configurations bistatiques 1 et 2 en SAS frontal
E.1	Résonances d'une cible de section circulaire en acier inoxydable
E.2	Résonances d'une cible de section circulaire en aluminium
E.3	Résonances d'une cible de section circulaire en résine
E.4	Résonances d'une cible de section circulaire en résine (suite)

## Introduction

Le SONAR (« Sound Navigation And Ranging ») apparut à l'aube de la seconde guerre mondiale lorsque Paul Langevin (1872-1946) découvrit avec l'aide de l'ingénieur Constantin Chilowski qu'il était possible de détecter et de localiser des objets sous l'eau. En effet, ils mirent en évidence des échos provenant de ces objets. Cette découverte donna lieu au premier brevet décrivant le phénomène en 1916 [1]. Un peu plus tard, en 1918, Paul Langevin déposa un autre brevet sur l'utilisation de matériaux piezo-électriques pour générer des ondes élastiques sous l'eau [2]. Ces principes furent ensuite largement développées dans d'autres domaines tels que le Génie Bio-Médical et le Contrôle Non Destructif. En Acoustique Sous-Marine (ASM), l'imagerie ultra-sonore connaît des applications tant dans le domaine militaire que dans le domaine civil. Les applications civiles sont, entre autres, la cartographie des fonds sous-marins, la détection et la caractérisation de la faune et de la flore sous-marine, la prospection et l'exploitation du pétrole et l'étude des sédiments marins. En ce qui concerne le domaine militaire, l'objectif d'un sonar dédié à l'imagerie est de détecter, de localiser et de classifier des cibles qui représenteraient des menaces (mines, plongeurs de combat,...). Ces menaces visent en particulier les bâtiments de guerre tels que les frégates, les porte-avions et les sous-marins, ou encore les installations militaires côtières telles que les ports et les bases militaires. Les contraintes des systèmes répondant à cet objectif sont la rapidité d'obtention de l'image (détection, localisation) et la précision de cette image (classification). Le système d'émission et de réception des ondes est un point essentiel du système puisqu'il en détermine les performances. Ces performances sont cependant restreintes par la faible ouverture des capteurs physiques.

Il se trouve que cette ouverture peut être artificiellement augmentée par le principe de synthèse d'ouverture. Ce principe fut attribué à l'américain C. Wiley de Goodyear Aircraft qui, en 1951, eut l'idée de reconstituer une antenne de grande dimension à partir de signaux réfléchis et du déplacement du porteur [3]. Cependant, C. Wiley ne publia dans la littérature scientifique qu'en 1985 [4]. Le premier système à synthèse d'ouverture, un radio télescope, fut mis au point par M. Ryle et A. Hewish du groupe de radioastronomie de l'Université de Cambridge en 1962. Cette application de la synthèse d'ouverture à un instrument de mesure leurs permit d'obtenir le prix Nobel de physique de 1974 [5][6]. C'est donc dans le domaine radar que ce principe fut établi. L'appellation « Synthetic Aperture Radar » (SAR) fût choisie pour décrire ces systèmes. Il faut attendre 1969 pour que le principe du SAR soit pour la première fois mis en œuvre en sonar avec les travaux de G.M. Walsh. Il montra que le principe de synthèse d'ouverture pouvait être appliqué au sonar latéral bien que les mouvements de plate-forme rendirent les signaux inexploitables [7]. En sonar, l'appellation d'un tel système fût de façon évidente le « Synthetic Aperture Sonar » (SAS). En 1978, G.A. Gilmour proposa un système SAS latéral en remplaçant le sonar de coque par un sonar tracté à l'aide d'un câble [8]. Enfin, L.J. Cutrona, un expert des systèmes SAR, publia deux articles sur les performances théoriques du SAS [9][10].

Les systèmes à synthèse d'ouverture nécessitent des traitements spécifiques afin de combiner les signaux reçus dans le but de reconstruire une image. Ils existent de nombreux algorithmes développés pour le SAR/SAS [11] [12] [13]. L'algorithme le plus exact au sens de la théorie de l'estimation est obtenu en minimisant l'erreur quadratique moyenne entre le champ acoustique reçu et le champ acoustique modélisé sous le critère du maximum de vraisemblance. Le modèle de champ diffracté est établi sous l'hypothèse que la cible est une somme de « points brillants »; un point brillant étant un réflecteur ponctuel qui diffracte les ondes qu'il reçoit de façon isotrope et dont la réponse est blanche en fréquence. Cet algorithme est le « Matched Filtering Algorithm » (MFA) [14][15], également appelé « Coherent Summation » [16] ou bien encore « Time-domain Correlation » [17]. Cet algorithme permet de reconstruire des images à partir de n'importe quelle géométrie d'acquisition. Si le MFA est l'algorithme le plus exact au sens de la théorie de l'estimation, il est aussi le plus coûteux en temps de calcul. Il existent des algorithmes de complexité moins élevée qui découlent du MFA et dont l'objectif est l'imagerie SAS en temps-réel. Par exemple, ces derniers comportent quasiment tous au moins une transformée de Fourier rapide (Fast Fourier Transform : FFT) [18] qui permet de réduire la complexité du MFA : O(Nlog(N)) au lieu de  $O(N^2)$ , N étant le nombre de points à traiter. Ces algorithmes ne sont cependant pas adaptables à tous les modes d'acquisition. En particulier, il existe deux modes d'acquisition largement utilisés : le mode « strip-map » où le capteur reste fixe par rapport à la trajectoire du porteur et le mode « spotlight » où le capteur s'oriente afin de toujours éclairer la même zone. Il existe des algorithmes différents selon le mode d'acquisition [11]. Les algorithmes proposés en mode « strip-map » sont nombreux : par exemples, l'algorithme de « Range-Doppler » [19], les algorithmes de « Wavenumber » [19], les algorithmes « Omega-K » [20] ou encore les algorithmes de « Range Migration » [21]. L'étape la plus coûteuse en temps de ces algorithmes est celle de l'interpolation qui permet d'obtenir les signaux reçus dans un domaine adéquat pour l'inversion de Fourier. C'est aussi l'étape la plus sensible puisque c'est elle qui peut engendrer des artefacts sur l'image si elle n'est pas bien adaptée à la configuration. Les algorithmes d'acquisition en mode « spotlight » sont moins nombreux : on peut citer l'algorithme de reconstruction sous l'approximation onde plane et l'algorithme de reconstruction tomographique [22].

Si les techniques du SAR sont généralement adaptables au SAS et inversement, les domaines radar/ASM ne rencontrent pas pour autant les mêmes problématiques. La principale différence étant que la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans l'eau est beaucoup plus faible

(1500 m/s) que les ondes électromagnétiques dans l'air (300 000 km/s). En SAS, il y a donc des hypothèses supplémentaires telle que celle de « stop and hop » qui suppose que la position des capteurs, la position des cibles et que la scène imagée en générale aient peu évolué entre l'émission et la réception du signal. Le non respect de cette hypothèse entraîne alors des artefacts sur l'image. D'autres phénomènes peuvent créer des artefacts, par exemple : la trajectoire du porteur qui est soumise au roulis, au tangage et au lacet ou encore sa vitesse de déplacement. Ces artefacts sont dus à des problèmes de cohérence des signaux. Il existe des traitements spécifiques pour pallier à ces problèmes de cohérence des signaux, ce sont, par exemple des algorithmes de focalisation [21] [23]. Il existe de nombreux travaux qui traitent de ces corrections, par exemple, le brevet français de D.Billon [24] ou encore les travaux de N.F. Josso et al. [25]. Ces problématiques que l'émetteur et le récepteur soient co-localisés. On parle de monostatisme quand l'émetteur et le récepteur forme un seul et même capteur et de quasi-monostatisme quand la distance émetteur-récepteur est petite devant la distance porteur-scène imagée.

Il est vrai que la plupart des systèmes SAR/SAS fonctionnent en configuration monostatique. Cependant, ils existent des configurations offrant d'autres possibilités : ce sont les configurations bistatique et multistatique. En effet, ces configurations longtemps laissées pour compte à cause de leur difficulté de mise en œuvre sont à nouveau d'actualité pour résoudre certaines problématiques non encore résolues en configuration monostatique [26] [27] [28]. Une configuration bistatique est composée au moins d'un émetteur et d'un récepteur obligatoirement indépendants l'un de l'autre et dont les vecteurs directeurs qui définissent leurs trajectoires sont différents. Cela implique que la distance entre la position centrale de l'antenne synthétique émettrice et celle de l'antenne synthétique réceptrice doit être suffisamment grande devant la distance antennes-zone imagée pour former un triangle bistatique. Sinon la configuration devient quasimonostatique. Un système multistatique correspond alors à un système bistatique de plus de deux capteurs. L'avantage du bistatisme et du multistatisme est qu'ils augmentent les angles de vue d'un objet par rapport au monostatisme. De plus, le multistatisme permet d'augmenter la notion de discrétion. En effet, il y a deux types de systèmes opérationnels : les radar/sonar actifs qui éclairent une zone d'intérêt puis en récupèrent les échos, et les radar/sonar passifs qui n'emploient aucune source puisqu'ils sont uniquement à l'écoute des signaux. L'imagerie en ASM est réalisée essentiellement par des sonars actifs pour des applications comme la guerre des mines ou encore la protection des ports. En configuration monostatique, ces systèmes ne sont pas discrets contrairement aux systèmes passifs. Le bistatisme offre la possibilité de rendre l'antenne de réception discrète puisque ce système réceptionne les signaux indépendamment de la zone où se trouve l'émetteur.

Contrairement au cas du monostatisme où les performances ont été bien étudiées [29], peu de travaux existent dans la littérature dans le cas du bistatisme et du multistatisme en SAS. Nous allons donc étudier l'apport du multistatisme sur les performances en reconstruction d'images par rapport au monostatisme. Dans cette optique, les performances en détection et localisation

sont obtenues par la mise en place d'un outil de calcul : la fonction d'ambiguïté généralisée. Cette fonction est utilisée en SAR pour étudier les performances en configuration bistatique [30].

Les performances ne sont pas les seules problématiques du multistatisme. Ces configurations permettent l'acquisition de données plus variées qu'en monostatisme mais les informations supplémentaires sont encore peu exploitées. Dans un objectif de classification de la cible, un nouvel algorithme d'imagerie basé sur l'Approximation de Kirchhoff (AK) a été développé dans le but d'extraire de l'information des données bistatiques tout en conservant une solution simple au problème inverse. Le nouvel algorithme est comparé au « Matched Filtering Algorithm » (MFA) qui est classiquement utilisé en SAR/SAS. Les travaux menés sont illustrés par l'emploi de données simulées et de mesures obtenues lors d'expérimentations en cuve dans diverses configurations : monostatiques, bistatiques et multistatiques.

#### Hypothèses de l'étude

L'étude est entièrement menée en 2D du fait du grand nombre de paramètres nécessaires en multistatisme et de la complexité que cela implique déjà. Il a paru en effet nécessaire de valider certaines problématiques en 2D avant de passer à des problèmes 3D. Les cibles sont donc supposées infinies dans la direction (Oz) et les capteurs sont placés dans le plan (xOy). Le milieu de propagation  $\Omega_1$  (eau) est supposé infini, homogène et isotrope. La célérité du son dans l'eau est notée  $c_1$ , elle est prise égale à 1480 m/s. La masse volumique de l'eau  $\rho_1$  est considérée constante et égale à 1000 kg/m<sup>3</sup>. La cible  $\Omega_2$  est élastique avec pour célérité des ondes longitudinales  $c_l$ , et pour célérité des ondes transversales  $c_t$ . Sa masse volumique est notée  $\rho_2$ . Nous considérerons que la cible est immobile pendant l'acquisition des signaux.

Les systèmes sonar dédiés à l'imagerie fonctionnent la plupart du temps en mode actif et plus rarement en mode passif. Dans cette étude, les simulations et les expérimentations seront toutes réalisées en mode actif.

Le principe du SAS est mis en œuvre tout au long de l'étude mais les problèmes propres au SAS opérationnel ne sont pas traités dans cette étude. Ces problèmes sont causés par différents phénomènes : défauts de trajectoire de la plate-forme, non respect de l'hypothèse de « stop and hop », bruits divers, etc, et peuvent interférer sur la cohérence des signaux et donc les performances du système. Les performances du système que nous allons calculer seront uniquement quantifiées en fonction des paramètres géométriques et du signal émis.

#### Plan de l'étude

L'étude est divisée en deux grandes parties : la première concerne l'étude des performances du système bistatique dédié à l'imagerie en termes de détection et de localisation. Ces performances sont obtenues par le développement d'un outil mathématique : la Fonction d'Ambiguïté Généralisée (FAG). La seconde partie concerne la résolution d'un problème inverse avec une hypothèse sur la cible qui est basée sur l'Approximation de Kirchhoff (AK). L'objectif est d'améliorer l'étape d'identification des cibles à l'aide de données bistatiques.

De façon générale, le problème consiste à reconstruire l'image d'une scène en vue de détecter, de localiser et d'identifier des cibles présentes dans la zone observée par le sonar.

Les notions de monostatisme, bistatisme et multistatisme seront définies au chapitre 1. La description de tous les paramètres géométriques nécessaires y est également présentée.

Dans le chapitre 2, l'étude des performances d'un système d'imagerie est présentée. Nous avons choisi comme critères la résolution et le « Peak to Side Lobes Ratio » (PSLR) pour quantifier ces performances. La FAG nous a permis d'obtenir ces critères en configurations monostatique et bistatique. Cependant, elle n'est pas considéré comme un outil d'optimisation de la configuration mais permet, pour une configuration donnée, de prédire les performances en fonction des paramètres géométriques et du signal émis. Cette fonction nous permet, en particulier, de caractériser les résolutions bistatiques, ce qui, à notre connaissance, n'a pas été traité en SAS et peu en SAR [30].

Le chapitre 3 propose l'application de cet outil de calcul de performances à diverses configurations utilisées par la suite pour illustrer des résultats dans l'étude.

La seconde partie de l'étude commence au chapitre 4 avec la présentation de l'algorithme d'imagerie classiquement utilisé en SAR/SAS : le « Matched Filtering Algorithm » (MFA). Cet algorithme est basé sur l'hypothèse que la cible est une somme de « points brillants ». Dans ce chapitre, il est utilisé pour reconstruire un point brillant, puis des cibles 2D (cylindres en acier inoxydable) en configurations monostatique et multistatique. Les résultats obtenus dans chacune des configurations sont alors comparés.

Un nouvel algorithme est développé dans le chapitre 5. Ce nouvel algorithme présente une modélisation de la cible différente de celle utilisée dans le MFA. Tout d'abord, une modélisation du champ diffracté obtenue à l'aide d'équations intégrales de frontière et de l'AK est exposée puis testée sur des cibles 2D. Ces cibles sont constituées de trois matériaux différents : aluminium, acier inoxydable et résine et sont de deux formes différentes : circulaire et elliptique. Puis, l'inversion de ce modèle est réalisée par transformée de Fourier 2D. Dans cet algorithme, l'hypothèse « points brillants » a été remplacée par l'AK. Cette approximation consiste à diviser la surface de la cible en plusieurs petits dioptres, possédant chacun un coefficient de réflexion dépendant de l'angle d'incidence, de la géométrie de la cible et de sa nature physique. Le nouvel algorithme est appelé : « Imaging Reconstruction Algorithm based on the Kirchhoff Approximation (IRAKA) » [31]. Un algorithme similaire a déjà été développé pour une cible parfaitement réfléchissante et en rétro-diffusion [32]. L'IRAKA permet de reconstruire des images de cibles avec des coefficients de réflexion variables en configuration multistatique. Cet algorithme permet d'interpréter l'amplitude de l'image reconstruite et de la lier à la nature de la cible. Ainsi, les informations contenues dans les mesures bistatiques et multistatiques sont exploitées.

Le chapitre 6 est dédié à l'analyse des résultats issus de la comparaison des images obtenues avec le MFA et celles obtenues avec l'IRAKA. Les performances des algorithmes sont testées sur la qualité de la reconstruction de la cible.

Enfin, le dernier chapitre présente des expérimentations en cuve ainsi que des images reconstruites avec l'IRAKA. Il traite de l'intérêt du multistatisme pour la reconnaissance de cibles posées sur le fond. Ici, le système SAS est en acquisition frontale afin d'obtenir des échos bistatiques de la cible (plutôt que des ombres avec un SAS latéral). Ces essais en cuve sont réalisés dans des configurations monostatiques et multistatiques avec un facteur d'échelle par rapport à une situation opérationnelle. Ce facteur est lié à la taille des cibles, la fréquence et la célérité.

## Première partie

# Performances d'un système SAS multistatique dédié à l'imagerie

### Chapitre 1

# Configurations géométriques des capteurs : systèmes monostatique, bistatique, multistatique

#### 1.1 Introduction

La géométrie de disposition des capteurs joue un rôle déterminant dans la capacité du système à détecter, localiser et identifier des cibles. Les systèmes SAS dédiés à l'imagerie fonctionnent le plus souvent en configuration monostatique. Dans cette configuration l'émetteur et le récepteur sont co-localisés. On parle de monostatisme quand l'émetteur et le récepteur forment un seul et même capteur et de quasi-monostatisme quand la distance émetteur-récepteur est petite devant la distance porteur-scène imagée.

Contrairement au monostatisme, le bistatisme évoque l'utilisation d'un système émetteurrécepteur où les deux capteurs ont des fonctions d'émission et de réception bien séparées. Ce n'est cependant pas l'unique condition. En effet, les vecteurs directeurs qui définissent les trajectoires de chacun des capteurs émetteur et récepteur sont nécessairement différents. Soit la trajectoire est différente (dans la plupart des cas), soit le point de départ est différent ou bien encore le point d'arrivée est différent. Les positions centrales des antennes synthétiques émettrice et réceptrice, si elles existent, doivent être suffisamment distantes par rapport à la zone imagée. Un système multistatique correspond alors à un système bistatique de plus de deux capteurs. Dans ce chapitre, les définitions des configurations monostatique, bistatique et multistatique sont exposées, puis illustrées avec les paramètres géométriques qui les caractérisent.

### 1.2 Définitions des configurations : monostatique, bistatique et multistatique

#### 1.2.1 Configuration monostatique

La configuration monostatique consiste à utiliser un même capteur à l'émission et à la réception. Le transducteur est fixé à un porteur en vue d'émettre et d'acquérir des signaux pendant le déplacement de celui-ci. Le traitement cohérent des signaux reçus permet alors de réaliser la synthèse d'ouverture. La configuration monostatique 2D est une coupe à z constant de la configuration monostatique 3D respectivement représentées sur la figure 1.1. Dans tous nos cas 2D, le faisceau du sonar sera considéré perpendiculaire au fond contrairement à ce qui est courant en SAS et représenté sur le schéma 3D de la figure 1.1.



FIGURE 1.1 – Configuration monostatique 2D à partir de la 3D

Le centre du capteur est représenté par un carré sur la figure. Ce point prend successivement  $N_{E/R}$  positions où il émet et reçoit. Sa position est référencée par rapport au centre géométrique O par le vecteur :

$$\vec{X}_{E/R_m} = r_{E/R_m} \left[ \cos\left(\theta_{E/R_m}\right) \, \widehat{\mathbf{x}} + \sin\left(\theta_{E/R_m}\right) \, \widehat{\mathbf{y}} \right] = x_{E/R_m} \, \widehat{\mathbf{x}} + y_{E/R_m} \, \widehat{\mathbf{y}}$$

Tel que  $m = 1, N_{E/R}$  et où  $\hat{\mathbf{x}}$  et  $\hat{\mathbf{y}}$  sont respectivement les vecteurs unitaires des axes (Ox) et (Oy). On note  $X_{E/R_c}$  le vecteur qui indique la position de l'émetteur/récepteur situé au centre de l'antenne monostatique. Les grandeurs caractéristiques de cette configuration sont la longueur  $l_{E/R}$  de l'antenne synthétique, l'écart  $\Delta_{E/R}$  entre deux positions d'émission-réception

et l'excursion en angle  $\alpha_{E/R}$ . Les paramètres  $l_{E/R}$  et  $\alpha_{E/R}$  sont liés par la relation :

$$\tan\left(\frac{\alpha_{E/R}}{2}\right) = \frac{l_{E/R}}{2 \left\| X_{E/R_c}^{\rightarrow} \right\|}$$
(1.1)

Les paramètres géométriques de la configuration monostatique étant définis, il convient de définir la configuration bistatique et ses paramètres.

#### 1.2.2 Configuration bistatique

De manière générale, la configuration bistatique se différencie de la configuration monostatique par le fait que le l'émission et la réception ne sont pas assurées par le même capteur mais également par le fait que les capteurs émetteur et récepteur sont suffisamment éloignés l'un de l'autre par rapport à la zone observée. Elle est donc composée de deux capteurs dont un est dédié à l'émission et l'autre à la réception. Ces capteurs sont respectivement repérés dans le plan (xOy) par leurs positions  $\vec{X_E}$  et  $\vec{X_R}$  qui forment un angle  $\beta$  appelé angle bistatique. L'émetteur et le récepteur peuvent aussi bien être des capteurs physiques des antennes synthétiques d'émission et/ou de réception.



FIGURE 1.2 – Exemple de configuration bistatique

La figure 1.2 représente une configuration bistatique donnée. Le rond rose correspond au centre de l'émetteur placé en E et le carré bleu correspond au centre du récepteur placé en R. Si émetteur et/ou récepteur sont utilisés pour former une antenne synthétique alors E et R font respectivement références aux positions centrales  $E_c$  et  $R_c$  des antennes synthétiques d'émission et de réception.

On note  $l_E$  et  $l_R$  les longueurs respectives des antennes d'émission et de réception.  $\Delta_E$  et  $\Delta_R$  représentent les pas entre chaque position respectivement d'émission et de réception. L'excursion

angulaire de l'antenne d'émission est notée  $\alpha_E$  et celle de l'antenne de réception est notée  $\alpha_R$ . L'émetteur peut prendre  $N_E$  positions et le récepteur  $N_R$  positions. La position de l'émetteur est référencée par rapport au centre géométrique O par le vecteur :

$$\vec{X}_E = r_E \ \left[\cos\left(\theta_E\right)\,\hat{\mathbf{x}} + \sin\left(\theta_E\right)\,\hat{\mathbf{y}}\right] = x_E \,\hat{\mathbf{x}} + y_E \,\hat{\mathbf{y}}$$

La position du récepteur est référencée par rapport au centre géométrique O par le vecteur :

$$\vec{X}_R = r_R \ \left[\cos\left(\theta_R\right)\,\hat{\mathbf{x}} + \sin\left(\theta_R\right)\,\hat{\mathbf{y}}\right] = x_R\,\hat{\mathbf{x}} + y_R\,\hat{\mathbf{y}}$$

Les paramètres géométriques de la configuration bistatique étant définis, il convient de définir la configuration multistatique et ses paramètres.

#### 1.2.3 Configuration multistatique

Le terme multistatisme est employé lorsque le système bistatique est composé de plus de deux capteurs. La configuration bistatique est choisie comme une base pour toute l'étude. En effet, la configuration multistatique est alors considérer comme une combinaison de configurations bistatiques (cf. figure 1.3). Pour simplifier le problème, la configuration bistatique de base choisie pour toute l'étude possède un émetteur physique (pas de synthèse d'ouverture) et une antenne synthétique de réception. Dans l'objectif de reconstruire une image, la combinaison des données bistatiques peut se faire de différentes manière. Nous avons choisi de traiter les cas de la somme cohérente et de la somme incohérente. Les deux types de traitement seront réalisés ; nous préciserons alors l'intérêt de chacun d'entre eux.

Mise à part le nombre de capteurs et les aspects monostatique, bistatique et multistatique, il existe différents modes d'acquisition des signaux en SAS. La problématique est de savoir quel mode choisir pour nos configurations bistatiques et multistatiques.

#### 1.3 Modes d'acquisition

Il existe deux modes d'acquisition des signaux classiquement utilisés en SAR/SAS : le mode « strip-map » et le mode « spot-light » [33], ils sont respectivement présentés sur les figures 1.4(a) et 1.4(b). En mode « strip-map » le faisceau du sonar reste fixe par rapport à la trajectoire du porteur pendant toute l'acquisition. Dans l'objectif d'une première détection, c'est le mode d'acquisition « strip-map » qui est utilisé. En revanche, lorsqu'une détection est faite et que l'on cherche à classifier l'objet situé dans une zone d'intérêt, le mode » spotlight » est préféré. En effet, en mode « spotlight » le faisceau est orienté vers une zone d'intérêt, on acquiert donc un maximum d'information provenant de la cible.


FIGURE 1.3 – Exemple de configuration multistatique



FIGURE 1.4 – Modes d'acquisition des signaux

Dans le cadre d'une étude en configuration bistatique et multistatique où le but est de classifier une cible déjà détectée ou encore la surveillance d'une zone d'intérêt, le mode d'acquisition « spotlight »est le plus adéquat. Ce mode est donc choisi pour les configurations bi/multistatiques qui vont être proposées dans cette étude.

## 1.4 Conclusion

Les paramètres géométriques définis et les définitions des différentes configurations posées dans ce chapitre vont être utiles pour l'étude des performances du système dans le chapitre qui suit.

## Chapitre 2

## Performances d'un système SAS multistatique dédié à l'imagerie

## 2.1 Introduction

Un système SAS dédié à l'imagerie est évalué par sa capacité à détecter, localiser et classifier des cibles. La première étape de cette évaluation est de savoir si le système va pouvoir séparer deux cibles et ainsi détecter le bon nombre de cibles présentes et de bien les localiser sur la scène imagée. La seconde étape est de les identifier. Dans ce chapitre, l'objectif est de quantifier cette première étape pour les systèmes bi/multistatiques. Les critères retenus pour quantifier ces performances sont la résolution et le niveau des lobes secondaires par rapport à celui du lobe principal (ou « Peak to Side Lobes Ratio » : PSLR). L'enjeu est de connaître l'effet des paramètres géométriques et du signal émis sur ces critères. L'objectif est de pouvoir prédire les performances de n'importe quel système; qu'il soit monostatique, bistatique ou encore multistatique. Les performances d'un système SAS monostatique sont largement connues et sont rappelées dans ce chapitre comme un cas particulier du bistatisme. En bi/multistatisme, il n'y a pas encore, à notre connaissance, d'études réalisées en ASM et il y en a très peu en radar [30] [34]. Pour étudier ces performances, l'outil mathématique retenu est la « Fonction d'Ambiguïté Généralisée » (FAG) [30] [34]. La FAG en configuration bistatique est tout d'abord calculée analytiquement. L'interprétation graphique du résultat obtenu nous a permis de caractériser les résolutions. En effet, à notre connaissance, la caractérisation des résolutions à -3 dB minimale et maximale d'un système SAS bistatique en fonction des paramètres du système n'a jamais été publiée à ce jour. La caractérisation des résolutions bistatiques est donc un objectif de ce chapitre. La FAG monostatique est un cas particulier de la FAG bistatique; ainsi les performances de la littérature sont retrouvées dans le cas où l'émetteur et le récepteur correspondent au même capteur. Comme nous l'avons vu au chapitre 1, le cas multistatique est considéré comme

la combinaison des données bistatiques. La FAG multistatique est alors traitée soit comme la somme cohérente soit comme la somme incohérente des FAG bistatiques.

# 2.2 Critères de performances : résolution et niveau des lobes secondaires

#### 2.2.1 Résolution

Soit une antenne rectangulaire d'émission-réception, la corrélation entre le signal d'émission et le signal obtenu en réception après réflexion sur une cible ponctuelle est une fonction sinus cardinal. La résolution est définie comme la capacité du système à séparer deux cibles ponctuelles. D'après le critère de Rayleigh : deux points sont séparés si l'énergie qu'ils renvoient à l'antenne est séparable à 3 dB près (cf. figure 2.1(a)).



FIGURE 2.1 – Critère de Rayleigh et définition de la résolution avec un sinus cardinal

Le premier zéro du sinus cardial noté  $x_0$  est lié à la résolution notée  $\delta_x$  dans la direction (Ox) par la relation  $\delta_x = 0.886 x_0$  cf. figure 2.1(b). Plus  $\delta_x$  est petit, meilleure est la résolution.

## 2.2.2 Niveau des lobes secondaires par rapport à celui du lobe principal

La fonction sinus cardinal présente des lobes secondaires. Ces lobes secondaires posent un problème pour localiser et compter les cibles ponctuelles présentes sur l'image sachant qu'elles peuvent être d'intensités différentes. En effet, d'une part les lobes secondaires d'une des cibles peuvent être interprétés comme d'autres cibles qui seraient moins réfléchissantes; d'autre part, il se peut que les lobes de plusieurs cibles se superposent. Pour quantifier l'importance des lobes qui perturbent l'interprétation de l'image, le niveau des lobes secondaires par rapport à celui du lobe principal est évalué. Ce paramètre est communément appelé PSLR (de l'anglais « Peak to Side Lobes Ratio »). Il se calcule comme le rapport de l'intensité des lobes secondaires  $I_s$  sur l'intensité du lobe principal  $I_p$  en dB :

$$PSLR = 10 \ \log \frac{I_s}{I_p} \tag{2.1}$$

La valeur du PSLR d'une fonction sinus cardinal est obtenue graphiquement sur la figure 2.2.



FIGURE 2.2 – PSLR pour une fonction sinus cardial

Il existe un autre critère appelé ISLR pour « Integrated Side Lobe Ratio » qui permet de calculer l'énergie contenue dans les lobes secondaires, tertiaires, etc, relative à l'énergie contenue dans le lobe principal [35]. Ce critère n'a pas été retenu car le PSLR nous paraît être un critère suffisant dans le cadre d'une première étude des performances en multistatisme.

## 2.3 Fonction d'ambiguïté généralisée FAG

#### 2.3.1 Définitions

La fonction d'ambiguïté est une fonction utilisée classiquement pour estimer la distance à laquelle se trouve une cible et sa vitesse [36]. Dans notre étude, la cible est considérée immobile et l'intérêt est de connaître les performances du système dans le plan de l'image. La Fonction d'Ambiguïté Généralisée (FAG) [34] a donc été retenue car elle permet de calculer la résolution en tout point du plan.

Soient deux capteurs E et R respectivement situés à des distances  $L_E(\vec{X})$  et  $L_R(\vec{X})$  d'un point

du plan. La FAG peut être vue comme la fonction d'inter-corrélation entre le signal renvoyé par un « point brillant » situé au point d'étude  $\vec{X}$  et le signal renvoyé par un « point brillant » situé au point de référence  $\vec{X}$  '; un « point brillant » étant une cible ponctuelle qui diffracte les ondes avec la même amplitude pour toutes les fréquences et dans toutes les directions.

Le cas de deux antennes synthétiques (une en émission et une en réception) a été traité en SAR bistatique [30]. Dans le but de simplifier le raisonnement pour le cas multistatique, nous avons considéré le cas bistatique d'un émetteur fixe et d'une antenne synthétique de réception. L'ensemble des positions prises par l'antenne physique de réception est noté  $\Omega_R$ . La FAG bistatique est alors définie de la manière suivante :

$$\chi(\vec{X}, \vec{X}') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega_R} p_0 \left( t - \frac{L_E(\vec{X}) + L_R(\vec{X})}{c_1} \right) p_0^* \left( t - \frac{L_E(\vec{X}') + L_R(\vec{X}')}{c_1} \right) d\Omega(\vec{X}_R) dt (2.2)$$

Pour simplifier l'étude de la FAG, le point de référence est pris en  $\vec{X} \subset = \vec{0}$ . Ainsi la FAG devient :

$$\chi_E(\vec{X}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega_R} p_0 \left( t - \frac{L_E(\vec{X}) + L_R(\vec{X})}{c_1} \right) \ p_0^* \left( t - \frac{\left\| \vec{X}_E \right\| + \left\| \vec{X}_R \right\|}{c_1} \right) \ d\Omega(\vec{X}_R) \ dt \ (2.3)$$

Etudions maintenant les FAG bistatique puis multistatique.

#### 2.3.2 Expression analytique de la FAG bistatique

Ce calcul est mené pour étudier les performances du système en termes de résolution et de PSLR dans une configuration bistatique composée d'un émetteur et d'une antenne synthétique de réception.

#### Hypothèses pour le calcul analytique de la FAG

Le calcul analytique de la FAG nécessite des hypothèses sur les paramètres du signal et sur la configuration géométrique des capteurs.

- Hypothèse 1 : « stop and hop » c'est à dire que la scène est supposée n'avoir subi aucune évolution entre l'émission et la réception du signal.
- Hypothèse 2 : la zone définie par les points d'étude est petite i.e

$$\left\| \vec{X} \right\| \ll L_E(\vec{X}) \text{ et } \left\| \vec{X} \right\| \ll L_R(\vec{X})$$

– Hypothèse 3 : le spectre du signal émis est tel que :

$$P_0(f) = \begin{cases} A_0 & \text{si } -\frac{B}{2} < f < \frac{B}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

- Hypothèse 4 : « Bande étroite » i.e.  $B \ll f_0$ , avec  $f_0$  la fréquence centrale.
- Hypothèse 5 : les tailles des antennes synthétiques sont petites i.e.

$$l_E \ll L_E(\vec{X})$$
 et  $l_R \ll L_R(\vec{X})$ 

– Hypothèse 6 : On ne tient pas compte des diagrammes d'antenne.

Dans le cas où une des hypothèses n'est pas remplie, la FAG doit être calculée de façon numérique (appelée FAG Numérique : FAGN). Tout d'abord, établissons de façon générale la FAG analytique (FAGA) bistatique.

#### Calcul analytique de la FAG bistatique

Ce calcul va être mené pour le cas où le récepteur suit une trajectoire rectiligne. Cependant, ce calcul peut facilement être adapté au cas où le récepteur suit une trajectoire circulaire comme dans la configuration de type « Tomo ».

Grâce à l'identité de Parseval, la formule (2.3) devient :

$$\chi_E(\vec{X}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega_R} |P_0(f)|^2 e^{jk_1} \left( \|\vec{X}_E\| + \|\vec{X}_R\| - \left[ L_E(\vec{X}) + L_R(\vec{X}) \right] \right) d\Omega(\vec{X}_R) df \qquad (2.4)$$
  
Où  $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c_1}.$ 

Sous toutes les hypothèses décrites précédemment et après calculs (cf. Annexe A, page 149), la FAGA bistatique s'écrit :

$$\chi_E(\vec{X}) \approx l_R B e^{\frac{2j\pi f_0 \vec{X} \cdot [\hat{X}_E + \hat{X}_R(u=0)]}{c_1}}$$

$$sinc\left(\frac{\pi B \vec{X} \cdot [\hat{X}_E + \hat{X}_R(u=0)]}{c_1}\right) sinc\left(\frac{\pi f_0 l_R \vec{X} \cdot \frac{\partial \hat{X}_R}{\partial u}(u=0)}{c_1}\right)$$
(2.5)

où  $\vec{X}_R(u) = \vec{X}_{R_c} + u \hat{X}_{R_t}$ , *u* variant de  $-l_R/2$  à  $l_R/2$  et  $\hat{X}_{R_t}$  le vecteur unitaire qui indique la direction de la trajectoire du récepteur (cf. figure 2.3).

La FAGA comprend donc un facteur d'amplitude, un facteur de phase et un facteur correspondant au produit de deux sinus cardinaux notés  $sinc(\pi A_1)$  et  $sinc(\pi A_2)$ , tels que :

$$\begin{cases}
A_1 = \frac{B \vec{X} \cdot [\hat{X}_E + \hat{X}_R(u=0)]}{c_1} \\
A_2 = \frac{f_0 l_R \vec{X} \cdot \frac{\partial \hat{X}_R}{\partial u}(u=0)}{c_1}
\end{cases} (2.6)$$

La largeur du lobe principal à -3 dB de ce produit permet de déterminer les expressions des résolutions en fonction des paramètres du système.

Il y a deux directions privilégiées dans chacun des sinus cardinaux; étudions ces directions (cf. calculs annexe A, page 149) :

– la direction en distance

$$\widehat{X}_E + \widehat{X}_R(u=0) = 2 \cos \frac{\beta}{2} \ \widehat{X}_{\theta_\beta}$$

où  $\beta = |\theta_E - \theta_{R_c}|$  est l'angle bistatique et  $\widehat{X}_{\theta_\beta}$  est la direction de la bissectrice de l'angle bistatique (cf. figure 2.3).

– la direction en azimut

$$\frac{\partial X_R}{\partial u}(u=0) = \frac{\sin \gamma_{R_{ct}}}{\left\| \vec{X}_{R_c} \right\|} \ \widehat{X}_{\theta_{az}}$$

 $\gamma_{R_{ct}}$  est l'angle entre  $\widehat{X}_{R_c}$  et  $\widehat{X}_{R_t}$  et  $\widehat{X}_{\theta_{az}}$  le vecteur unitaire perpendiculaire à  $\widehat{X}_{R_c}$  (cf. figure 2.4).



FIGURE 2.3 – Vecteurs mis en jeu dans le calcul analytique de la FAG bistatique

Les premiers zéros de ces sinus cardinaux sont liés aux valeurs des résolutions :

$$\begin{cases} \vec{X} \cdot \hat{X}_{\theta_{\beta}} = \frac{c_{1}}{2 \cos \frac{\beta}{2} B} \\ \vec{X} \cdot \hat{X}_{\theta_{az}} = \frac{c_{1} \|\vec{X}_{R_{c}}\|}{f_{0} l_{R} \sin \gamma_{R_{ct}}} \end{cases}$$
(2.7)

i.e.

$$\begin{cases} \left\| \vec{X} \right\| = \frac{c_1}{2 \cos \frac{\beta}{2} \cos \gamma_\beta B} \\ \left\| \vec{X} \right\| = \frac{c_1 \left\| \vec{X}_{R_c} \right\|}{f_0 l_R \sin \gamma_{R_{ct}} \cos \gamma_{az}} \end{cases}$$
(2.8)

Les angles  $\gamma_{\beta}$  et  $\gamma_{az}$  sont respectivement représentés sur les figures 2.3 et 2.4.

A partir de (2.8) on peut obtenir les résolutions dans n'importe quelle direction sur l'image. Pour chaque sinus cardinal il y a une direction pour laquelle  $\|\vec{X}\|$  est minimum (résolution



FIGURE 2.4 – Vecteurs mis en jeu dans le calcul analytique de la FAG bistatique

maximale) et une direction (perpendiculaire à la première direction) où  $\|\vec{X}\|$  tend vers l'infini (pas de résolution). Ces valeurs extrêmes (minimale et maximale) des résolutions sont respectivement obtenues dans la direction en distance  $\hat{X}_{\theta_{\beta}}$  ( $\gamma_{\beta} = 0$ ) où la résolution est notée  $\delta_d$  et dans le direction en azimut  $\hat{X}_{\theta_{az}}$  ( $\gamma_{az} = 0$ ) où la résolution est notée  $\delta_{az}$ . Les résolutions en distance  $\delta_d$  et en azimut  $\delta_{az}$  dépendent respectivement du premier zéro de  $sinc(\pi A_1)$  et du premier zéro de  $sinc(\pi A_2)$ ; elles s'expriment comme suit :

$$\begin{cases} \delta_d \approx 0.886 \frac{c_1}{2 \cos \frac{\beta}{2} B} \\ \delta_{az} \approx 0.886 \frac{c_1 \| \vec{X}_{R_c} \|}{f_0 l_R \sin \gamma_{R_{ct}}} \end{cases}$$
(2.9)

Cas particuliers de la géométrie où  $\delta_d$  et  $\delta_{az}$  sont minimum pour  $c_1$ , B,  $f_0$ ,  $\left\| \vec{X}_{R_c} \right\|$  et  $l_R$  fixés :

$$\begin{cases} \delta_d \approx 0.886 \frac{c_1}{2B} & \text{si } \vec{X}_{R_c} // \hat{X}_E \text{ i.e. } \beta = 0\\ \delta_{az} \approx 0.886 \frac{c_1 \|\vec{X}_{R_c}\|}{f_0 l_R} & \text{si } \vec{X}_{R_c} \perp \hat{X}_{R_t} \text{ i.e. } \gamma_{R_{ct}} = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$
(2.10)

Pour mieux comprendre les définitions des résolutions issues de la FAGA bistatique, nous avons choisi de prendre un exemple. Soient les paramètres du tableau 2.1.

$\theta_E$	$ heta_{R_c}$	β	$\left\  \overrightarrow{X}_{E} \right\ $	$\left\  \vec{X}_{R_c} \right\ $	$l_R$	$f_0$	В
90°	0 °	90°	$50 \ cm$	$50 \ cm$	$30 \ cm$	$500 \ \overline{kHz}$	$300 \ \overline{kHz}$

TABLE 2.1 – Exemples de paramètres de FAG bistatique

Le module de la FAGA bistatique (2.5) est représentée sur la figure (2.5). Dans toute l'étude qui va suivre, nous représenterons toujours le module de la FAG (analytique ou numérique) sur une échelle logarithmique de  $-3 \ dB$  à  $-30 \ dB$  de manière à visualiser les critères résolutions et PSLR.



(c) Intersection des sinc dans FAGA cas bistatique

(d) Caractérisation des résolutions minimale et maximale

FIGURE 2.5 – Exemple de FAGA bistatique

La multiplication des sinus cardinaux dans la FAGA bistatique forme une figure de diffraction. La coupe à  $-3 \ dB$  du maximum d'amplitude de 20  $log[sinc(\pi A_1) \ sinc(\pi A_2)]$  représentée sur la figure 2.5(c) montre que l'intersection des images des figures 2.5(a) et 2.5(b) forme un parallélogramme de côtés  $\delta_{\perp d}$  et  $\delta_{\perp az}$ , respectivement dans les directions perpendiculaire à la direction en distance et perpendiculaire à la direction en azimut. Ces résolutions s'écrivent en fonction des paramètres du système car ce sont des projections des résolutions  $\delta_d$  et  $\delta_{az}$ :

$$\begin{cases}
\delta_{\perp d} = \frac{\delta_{az}}{\cos\frac{\beta}{2}} \approx 0.886 \quad \frac{c_1 \|\vec{X}_{R_c}\|}{f_0 \ l_R \ \cos\frac{\beta}{2} \ \sin\gamma_{R_{ct}}} \\
\delta_{\perp az} = \frac{\delta_d}{\cos\frac{\beta}{2}} \approx 0.886 \quad \frac{c_1}{2 \ (\cos\frac{\beta}{2})^2 \ B}
\end{cases}$$
(2.11)

Nous remarquons alors que les résolutions minimale et maximale semblent être le petit axe et le grand axe de la plus grande ellipse inscrite dans le parallélogramme de côtés  $\delta_{\perp d}$  et  $\delta_{\perp az}$ . Nous avons donc paramétré l'équation de cette ellipse à partir d'une reconstruction géométrique appelée « Rytzsche Acshenkonstruktion » développée par l'allemand David Rytz von Brugg [37]. Cette reconstruction est décrite en fonction des paramètres du système dans l'annexe B p.153. De ce fait, les résolutions minimale et maximale d'un système SAS bistatique sont liées analytiquement aux paramètres du système. Nous avons étudié graphiquement cette caractérisation des résolutions dans plusieurs exemples et pour chaque configuration, les résolutions minimale et maximale correspondent bien respectivement au petit axe et au grand axe de cette ellipse. Cette méthode de caractérisation des résolutions en bistatique est un résultat original de ce travail. Le fait de connaître analytiquement les résolutions minimale et maximale est un apport pour l'étude des performances en bistatique dans les domaines SAR/SAS. Il est également intéressant d'étudier l'aire de cette ellipse qui donne une idée globale de la résolution en bistatique i.e. dans toutes les directions. Plus son aire est grande, moins la résolution est bonne. L'aire  $\mathcal{A}_{bist}$  de la plus grande ellipse inscrite dans le parallélogramme de côtés  $\delta_{\perp d}$  et  $\delta_{\perp az}$  est directement liée aux demi-longueurs du parallélogramme par la relation [37] :

$$\mathcal{A}_{bist} = \frac{\pi \ \delta_{\perp az} \ \delta_{\perp d}}{4} \approx \frac{\pi \ (0.886 \ c_1)^2 \ \left\| \vec{X}_{R_c} \right\|}{8 \ B \ f_0 \ l_R \ (\cos \frac{\beta}{2})^3 \ \sin \gamma_{R_{ct}}}$$
(2.12)

Cette aire est donc liée à tous les paramètres du système. Quand  $\beta$  tend vers  $\pi$  c'est à dire quand le récepteur central et l'émetteur sont à l'opposé l'un de l'autre, l'aire de l'ellipse tend vers l'infini, il n'y a plus de résolution dans la direction  $\widehat{X}_{\theta_{\beta}}$ . De la même manière, si  $\widehat{X}_{R_t}$ est colinéaire à  $\widehat{X}_{R_c}$ , il n'y a plus de résolution dans la direction  $\widehat{X}_{\theta_{az}}$ . Plus l'aire de l'ellipse est petite, plus les résolutions du système sont bonnes ( $\delta_{\perp az}$  et  $\delta_{\perp d}$  petits). En configuration bistatique, la plus petite aire est obtenue pour  $\beta = 0$  et  $\widehat{X}_{R_t} \perp \widehat{X}_{R_c}$ . Cette aire minimale s'écrit :

$$\mathcal{A}_{bist_{min}} = \frac{\pi \ \delta_{\perp az} \ \delta_{\perp d}}{4} \approx \frac{\pi \ (0.886 \ c_1)^2 \ \left\| \overrightarrow{X}_{R_c} \right\|}{8 \ B \ f_0 \ l_R}$$
(2.13)

D'une part, l'augmentation de la bande, de la fréquence centrale et de la longueur de l'antenne implique une diminution de l'aire et augmente ainsi les résolutions. D'autre part, plus la célérité  $c_1$  et plus la distance entre le centre O et le récepteur sont faibles, plus l'aire de l'ellipse est faible et plus les résolutions sont bonnes. Grâce à cette caractérisation par la plus grande ellipse inscrite dans le parallélogramme de côtés  $\delta_{\perp d}$  et  $\delta_{\perp az}$  nous pouvons prédire de façon globale, c'est à dire dans toutes les directions, la résolution attendue en bistatique en fonction des paramètres du système. Ceci constitue une des originalités de notre travail.

#### Cas particulier de la FAGA bistatique : la FAGA monostatique

Dans le cas où E et R sont confondus, i.e.  $\beta = 0$  et  $\widehat{X}_E = \widehat{X}_R = \widehat{X}_{E/R}$ , la FAG devient :

$$\chi_{E/R} (\vec{X}) \approx l_{E/R} B e^{\frac{2j\pi f_0 2 \vec{X} \cdot \hat{X}_{E/R}(u=0)}{c_1}}$$

$$sinc \left( \frac{\pi B 2 \vec{X} \cdot \hat{X}_{E/R}(u=0)}{c_1} \right) sinc \left( \frac{\pi f_0 l_{E/R} 2 \vec{X} \cdot \frac{\partial \hat{X}_{E/R}}{\partial u}(u=0)}{c_1} \right)$$
(2.14)

Cette formule est appelée la FAG analytique (FAGA) monostatique. Les résolutions en distance et en azimut s'expriment par :

$$\begin{cases} \delta_d \approx 0.886 \frac{c_1}{2 B} \\ \delta_{az} \approx 0.886 \frac{c_1}{2 f_0 l_{E/R} \sin \gamma_{E/R_{ct}}} \end{cases}$$
(2.15)

Pour mieux comprendre les définitions des résolutions issues de la FAGA monostatique, nous avons choisi de prendre un exemple. Soient les paramètres du tableau 2.2.

$\theta_{E_{i}}$	$/R_c$	$\left\  \vec{X}_{E/R_c} \right\ $	$l_{E/R}$	$f_0$	В
90	) °	$50\ cm$	$30 \ cm$	$500 \ kHz$	$300 \ kHz$

TABLE 2.2 – Exemples de paramètres de FAG monostatique

Le module de la FAGA monostatique (2.14) est représenté sur la figure 2.6.

Dans le cas particulier où la trajectoire du porteur définie par  $\widehat{X}_{E/R_t}$  est perpendiculaire à  $X_{E/R_c}^{\rightarrow}$  alors la résolution en azimut est maximale pour  $l_{E/R}$ ,  $f_0$ ,  $\left\|X_{E/R_c}^{\rightarrow}\right\|$  et  $c_1$  fixés et s'écrit :

$$\delta_{az} \approx 0.886 \ \frac{c_1 \|\vec{X}_{E/R_c}\|}{2 \ f_0 \ l_{E/R}}$$
(2.16)

Les expressions des résolutions cf. (2.15) présentes dans la littérature SAR/SAS monostatique sont bien retrouvées par la FAGA monostatique.



(c) Intersection des sinc dans FAGA cas monostatique





Dans le cas monostatique les directions en distance et en azimut sont toujours perpendiculaires. Ainsi,  $\delta_{\perp d} = \delta_{az}$  et  $\delta_{\perp az} = \delta_d$ , et l'aire de l'ellipse s'écrit :

$$\mathcal{A}_{mono} = \frac{\pi \ \delta_{az} \ \delta_d}{4} \approx \frac{\pi \ (0.886 \ c_1)^2 \ \left\| \vec{X}_{E/R_c} \right\|}{16 \ B \ f_0 \ l_{E/R}} < \mathcal{A}_{bist_{min}}$$
(2.17)

L'aire minimale de l'ellipse dans le cas de la FAGA monostatique est inférieure à l'aire de l'ellipse dans le cas de la FAGA bistatique. Le cas monostatique présente donc une ellipse de surface plus faible à paramètres équivalents et donc une meilleure résolution globale que le meilleur des cas bistatiques (comprenant un émetteur et une antenne synthétique de réception).

#### Comparaison des performances entre le monostatisme et le bistatisme

Plusieurs aspects du calcul des performances changent donc entre les configurations monostatique et bistatique. En effet, les directions privilégiées pour observer les valeurs minimale et maximale des résolutions qui étaient parfaitement perpendiculaires dans le cas monostatique ne le sont plus dans le cas bistatique sauf pour le cas particulier où  $\beta = 0$  (émetteur confondu avec le capteur central de l'antenne synthétique de réception).

De plus,  $\delta_d$  et  $\delta_{az}$ , respectivement les résolutions en distance et en azimut issues du calcul analytique de la FAG bistatique, ne sont pas les valeurs minimale et maximale des résolutions observées sur la figure représentant la FAGA. Ces résolutions minimale  $\delta_{min}$  et maximale  $\delta_{max}$ sont respectivement les longueurs du petit axe et du grand axe de la plus grande ellipse inscrite dans le parallélogramme de côtés  $\delta_{\perp d}$  et  $\delta_{\perp az}$ . Ces résolutions sont observées dans les directions  $\widehat{X}_{min}$  et  $\widehat{X}_{max}$  qui sont respectivement les orientations du petit axe et du grand axe de l'ellipse. L'aire de l'ellipse est toujours plus grande en bistatique qu'en monostatique à paramètres du système égaux. Le monostatisme engendre donc une meilleure résolution globale par rapport au meilleur cas bistatique.

Quant aux lobes secondaires, en monostatique ils sont présents dans les directions en distance et en azimut alors qu'en bistatique, on les trouve dans la direction perpendiculaire en distance i.e. suivant  $\hat{X}_{\theta_{\beta}+\frac{\pi}{2}}$  et dans la direction perpendiculaire en azimut i.e. suivant  $\hat{X}_{R_c}$ . On les note respectivement  $PSLR_{\perp d}$  et  $PSLR_{\perp az}$ . Bien que les lobes secondaires n'apparaissent pas dans les mêmes directions, la valeur du PSLR en bistatique est la même qu'en monostatique. Cette valeur est égale à  $-13 \ dB$ . Ceci est vrai sauf dans le cas particulier où les lobes se superposeraient, i.e. quand  $\beta$  devient proche de  $\pi$ .

## 2.3.3 La FAG multistatique : sommes cohérente et incohérente des FAG bistatiques

La configuration multistatique est définie comme la combinaison de configurations bistatiques chacune composée d'un émetteur et d'une antenne synthétique de réception. Pour obtenir une FAG multistatique, nous avons choisi de traiter le cas de la somme cohérente (SC) et de la somme incohérente (SI) des FAG bistatiques.

Soit  $N_E$  configurations bistatiques avec chacune un émetteur et  $N_R$  positions de réception. Soit  $\chi_{E_{ie}}(\vec{X})$  la FAG de la  $ie^{ime}$  configuration bistatique. La SC  $\chi_{co}(\vec{X})$  s'écrit :

$$\chi_{co}(\vec{X}) = \frac{1}{N_E} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega_R} \left[ \sum_{ie=1}^{N_E} p_{0_{ie}} \left( t - \tau_{ie} \right) \right] \left[ \sum_{je=1}^{N_E} p_{0_{je}}^* \left( t - \tau_{0je} \right) \right] d\Omega(\vec{X}_R) dt$$
(2.18)

Avec  $\tau_{ie} = \frac{L_{E_{ie}}(\vec{X}) + L_R(\vec{X})}{c_1}$  et  $\tau_{0je} = \frac{\left\|\vec{X_{E_{je}}}\right\| + \left\|\vec{X}_R\right\|}{c_1}$ .

Configurations	Monostatique	Bistatique
Résolution en distance	$\delta_d pprox 0.886 \ rac{c_1}{2 \ B}$	$\delta_d \approx 0.886 \ \frac{c_1}{2 \ \cos\frac{\beta}{2} \ B}$
Direction $\delta_d$	$\widehat{X}_{E/R_c}$	$\widehat{X}_{\theta_{eta}}$
Résolution en azimut	$\delta_{az} \approx 0.886 \frac{c_1 \left\  \vec{X}_{E/R_c} \right\ }{2 f_0 l_{E/R} \sin \gamma_{E/R_{ct}}}$	$\delta_{az} \approx 0.886 \ \frac{c_1 \left\  \vec{X}_{R_c} \right\ }{f_0 \ l_R \sin \gamma_{R_{ct}}}$
Direction $\delta_{az}$	$\widehat{X}_{\theta_{az}} \bot \widehat{X}_{E/R_c}$	$\widehat{X}_{\theta_{az}} \bot \widehat{X}_{R_c}$
Aire ellipse	$\mathcal{A}_{mono} = rac{\pi \ \delta_{az} \ \delta_{d}}{4}$	$\mathcal{A}_{bist} = rac{\pi \ \delta_{\perp az} \ \delta_{\perp d}}{4}$
Résolution min	$\delta_{min} = Min[\delta_d, \delta_{az}]$	$\delta_{min} =$ petit axe ellipse
Direction résolution min	$\widehat{X}_{E/R_c}$ ou $\widehat{X}_{\theta_{az}}$	$\widehat{X}_{min}$ direction petit axe ellipse
Résolution max	$\delta_{max} = Max[\delta_d, \delta_{az}]$	$\delta_{max} = \text{grand} \text{ axe ellipse}$
Direction résolution max	$\widehat{X}_{E/R_c}$ ou $\widehat{X}_{\theta_{az}}$	$\widehat{X}_{max}$ direction grand axe ellipse
PSLR direction 1	$PSLR_d = -13 \ dB$	$PSLR_{\perp d}$
Direction PSLR 1	$\widehat{X}_{E/R_c}$	$\widehat{X}_{\theta_{\beta+\frac{\pi}{2}}}$
PSLR direction 2	$PSLR_{az} = -13 \ dB$	$PSLR_{\perp az}$
Direction PSLR 2	$\widehat{X}_{\theta_{az}}$	$\widehat{X}_{R_c}$

TABLE 2.3 – Critères de performances en monostatique et bistatique

Les signaux émis sont supposées dé-corrélés, c'est à dire que le corrélation entre eux est nulle.

Ainsi les termes

$$\frac{1}{N_E} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega_R} p_{0_{ie}} \left( t - \frac{L_{E_{ie}}(\vec{X}) + L_R(\vec{X})}{c_1} \right) p_{0_{je}}^* \left( t - \frac{\left\| \vec{X_{E_{je}}} \right\| + \left\| \vec{X}_R \right\|}{c_1} \right) d\Omega(\vec{X}_R) dt$$

tels que  $ie \neq je$  sont nuls. La somme cohérente (SC) s'écrit alors :

$$\chi_{co}(\vec{X}) = \frac{1}{N_E} \sum_{ie=1}^{N_E} \chi_{E_{ie}}(\vec{X})$$
(2.19)

De la même façon, on obtient la SI  $\chi_{inco}(\vec{X})$ :

$$\chi_{inco}(\vec{X}) = \frac{1}{N_E} \left| \sum_{ie=1}^{N_E} \left| \chi_{E_{ie}}(\vec{X}) \right|$$
(2.20)

Il est impossible de prédire analytiquement les résolutions en configuration multistatique, il est donc nécessaire de faire une étude graphique après somme cohérente (SC) ou somme incohérente (SI). Pour les configurations multistatiques de l'étude, la SC et la SI des FAG bistatiques vont être étudiées dans le but de déterminer les performances en termes de résolution et de PSLR et de déterminer les avantages et les inconvénients de chacune des sommes.

### 2.4 Conclusion

Le calcul analytique de la FAG dans les configurations monostatique et bistatique nous a permis de mettre en évidence les performances du système en terme de résolution et de PSLR. La FAG monostatique est un cas particulier de la FAG bistatique pour lequel les performances de la littérature sont bien retrouvées. En configuration monostatique, les valeurs minimale et maximale des résolutions sont observées dans des directions dites en distance et en azimut qui sont perpendiculaires l'une par rapport à l'autre. Il en est de même pour les directions où les lobes secondaires sont observés.

Pour la configuration bistatique comprenant un émetteur et une antenne synthétique de réception, les valeurs des résolutions en distance et en azimut respectivement notées  $\delta_d$  et  $\delta_{az}$ ne sont pas, comme en configuration monostatique, les valeurs minimale et maximale des résolutions observables sur l'image représentant la FAGA. Cependant, ces valeurs minimale et maximale sont liées aux résolutions en distance et en azimut. En effet, les résolutions minimale et maximale ont été identifiées graphiquement comme étant respectivement le petit axe et le grand axe de la plus grande ellipse inscrite dans le parallélogramme de côtés  $\delta_{\perp d} = \frac{\delta_{az}}{\cos \frac{\beta}{2}}$  et  $\delta_{\perp az} = \frac{\delta_d}{\cos \frac{\beta}{2}}$ . Les lobes secondaires sont observés dans les directions orthogonales aux direction des résolutions en distance en azimut. La valeur des PSLR dans ces directions sont, comme pour le cas monostatique, égale à  $-13 \ dB$  tant que les lobes ne se superposent pas i.e  $\beta \leq \pi$ . En configuration multistatique, nous avons choisi de traiter la FAG comme la somme cohérente ou incohérente des FAG bistatiques. Le calcul analytique de la somme ne pouvant pas être menée de façon analytique, nous avons choisi l'interprétation graphique des FAG. Il est donc nécessaire de faire une étude au cas par cas.

Les critères des performances étant maintenant bien définis, les performances en termes de résolution et de PSLR vont pouvoir être calculées, pour les différentes configurations choisies, dans le chapitre qui suit.

## Chapitre 3

# Application de la FAG au calcul des performances pour les configurations choisies

## 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, la FAG est employée pour calculer des performances. Sous les critères définis dans le chapitre précédent, les performances de certaines configurations monostatiques, bistatiques et multistatiques vont être calculées. Ces configurations ont été choisies comme exemples pour le calcul de performances car elles seront utilisées dans d'autres parties de notre étude pour illustrer des résultats.

Ce chapitre décrit également les signaux utilisés à l'émission. Dans le cadre de notre étude, les signaux utilisés à l'émission ne sont pas optimisés : pas de pondération, pas d'optimisation des paramètres pour les performances dans le bruit, etc. Ces signaux sont simplement utilisés pour illustrer des résultats. Les signaux utilisés en simulation et les signaux utilisés pour les expérimentations en cuve vont maintenant être présentés.

### 3.2 Signaux utilisés à l'émission

Le signal émis est d'une grande importance pour un système SAS dédié à l'imagerie. En effet, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la fréquence centrale du signal et sa largeur de bande sont des paramètres importants pour les performances du système. Dans tout ce qui suit, les signaux sont considérés d'amplitude unitaire.

## 3.2.1 Expressions analytiques des signaux utilisés à l'émission pour les simulations

#### Signal « Chirp »ou « Frequency Modulation » FM

Le signal à modulation de fréquence (ou signal FM) est un signal utilisé à l'émission dans les systèmes opérationnels. Il permet de répartir l'énergie dans le temps. Par compression d'impulsion (corrélation du signal reçu par le signal émis), le signal FM permet d'obtenir un bon rapport signal sur bruit en conservant une bonne résolution par rapport à un signal de type impulsionnel. Un FM de durée T a pour expression :

$$C(t) = \begin{cases} A_0 \ e^{2j\pi} \left[ f_0 + \frac{B \ t}{2 \ T} - \frac{B}{2} \right] t & \text{si } 0 < t \le T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
(3.1)

Alors,

$$p_0(t) = Re \{C(t)\}$$
 (3.2)

Ce signal est utilisé en simulation dans les chapitres 4 et 6 avec les paramètres suivants :

- Amplitude :  $A_0 = 1$ ,
- Durée :  $T_c = 100 \ \mu s$ ,
- Fréquence centrale :  $f_0 = 500 \ kHz$ ,
- Largeur de bande à -3 dB :  $B = 300 \ kHz$ ,

Ce signal ainsi que son spectre sont respectivement représentés sur les figures 3.1(a) et 3.1(b). Le spectre d'un tel signal peut être approché par une porte de largeur B centrée sur  $f_0$  (cf. figure 3.1(b)).

#### Signal « Impulsion de Ricker »

Un signal de type impulsionnel appelé « Impulsion de Ricker » a également été utilisé en simulation. L'expression analytique de ce signal est :

$$Ric(t) = \frac{d^2}{dt^2} \ e^{-\frac{t}{T}^2} = 2 \ \frac{(2 \ t^2 - T^2)}{T^4} \ e^{-\frac{t}{T}^2}$$
(3.3)

Avec T la durée de l'impulsion. Ric(t) est normalisée par son maximum pour avoir une amplitude unitaire.



FIGURE 3.1 – Signal Chirp utilisé en simulation

$$p_0(t) = \frac{Ric(t)}{Max \left[Ric(t)\right]} \tag{3.4}$$

« L'Impulsion de Ricker » ainsi que son spectre sont respectivement représentés sur les figures 3.2(a) et 3.2(b).



FIGURE 3.2 – Signal Ricker utilisé en simulation

Ce signal est utilisé en simulation dans le chapitre 6 avec les paramètres suivants :

- Amplitude :  $A_0 = 1$ ,
- Durée :  $T = 0.7 \ \mu s$ ,
- Fréquence centrale :  $f_0 = 500 \ kHz$ ,
- Largeur de bande à -3 dB :  $B=375\ kHz,$

#### 3.2.2 Signaux utilisés à l'émission pour les expérimentations en cuve

Les signaux utilisés pour les expérimentations en cuve sont des impulsions courtes générées par un générateur de type Panametrics 5055PR;  $f_0$  représente leur fréquence centrale et B leur largeur de bande à -3 dB.



FIGURE 3.3 – Signal expérimental 1 utilisé au chapitre 6

Le premier signal expérimental utilisé est enregistré après émission et réception directement par les capteurs positionnés face à face dans l'eau. Les fonctions de transfert de l'émetteur et du récepteur sont donc prises en compte. Le signal temporel ainsi que son spectre sont respectivement représentés sur les figures 3.3(a) et 3.3(b). Ce signal est celui utilisé au chapitre 6 avec les paramètres suivants :

- Amplitude :  $A_0 = 1$ ,
- Durée :  $T = 6.2 \ \mu s$ ,
- Fréquence centrale :  $f_0 = 500 \ kHz$ ,
- Largeur de bande à -3 dB :  $B = 220 \ kHz$ ,

Le second signal expérimental utilisé est enregistré après émission avec un générateur d'impulsions et après passage par un transducteur de type Imasonic dans l'eau, puis réception par un transducteur omnidirectionnel fabriqué au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique. Les deux transducteurs sont situés l'un en face de l'autre dans l'eau. Le signal temporel ainsi que son spectre sont respectivement représentés sur les figures 3.4(a) et 3.4(b). Ce signal est celui utilisé au chapitre 7 avec les paramètres suivants :

- Amplitude :  $A_0 = 1$ ,
- Durée :  $T = 2.5 \ \mu s$ ,
- Fréquence centrale :  $f_0 = 2 MHz$ ,



FIGURE 3.4 – Signal expérimental 2 utilisé au chapitre 7

– Largeur de bande à -3 dB :  $B = 812 \ kHz$ ,

# 3.2.3 Tableau récapitulatif des signaux utilisés à l'émission et de leurs paramètres

Les signaux utilisés à l'émission dans notre étude et leurs paramètres sont présentés dans le tableau 3.1.

Type de Signal	Т	$f_0$	В	Chapitre
Chirp	$100 \ \mu s$	$500 \ kHz$	$300 \ kHz$	4  et  6
Ricker	$0.7 \ \mu s$	$500 \ kHz$	$375 \ kHz$	6
Signal Expérimental 1	$6.2 \ \mu s$	$500 \ kHz$	$220 \ kHz$	6
Signal Expérimental 2	$2.5 \ \mu s$	2 MHz	$812 \ kHz$	7

TABLE 3.1 – Signaux utilisés à l'émission et leurs paramètres

Les signaux jouent un rôle important pour les performances du système mais les paramètres des configurations aussi. Dans la partie qui suit, les configurations choisies pour illustrer par la suite des résultats sont présentées.

## 3.3 Configurations géométriques choisies

Il existe une multitude de configurations multistatiques possibles. Celles que nous avons choisies sont liées aux contraintes expérimentales de laboratoire : taille de la cuve, mouvements restreints des axes mécaniques, transducteurs disponibles; mais également pour mettre en avant l'intérêt du multistatisme. Malgré ces contraintes, nous avons essayé de nous rapprocher d'une situation la plus réaliste possible pour la dernière configuration.

La première configuration appelée « Perf MFA » a été choisie pour étudier les performances de l'algorithme de reconstruction d'images sous l'hypothèse « points brillants ». Cette configuration sert aussi à comparer les images obtenues en monostatique aux images obtenues en multistatique.

Une configuration multistatique se rapprochant d'une configuration tomographique (baptisée « Tomo ») a été choisie pour comparer le MFA (cf. chapitre 4 68) à l'IRAKA (cf. chapitre 6 p.103). Cette configuration multistatique permet de reconstruire totalement la section d'une cible 2D comparée à la configuration multistatique « Perf MFA » qui permet de n'en reconstruire qu'une partie. Des configurations monostatiques et multistatique en SAS frontal ont été mises en place en cuve afin de tendre vers des configurations plus opérationnelles. Ces expérimentations proposent la reconstruction, avec l'IRAKA, de cibles posées sur un fond rugueux. Le rapport taille de cible sur longueur d'onde a été choisi pour être proche d'une situation réelle.

Le tableau 3.2 regroupe le nombre et le type (monostatique, bistatique ou multistatique) des différentes configurations mises en jeu dans toute l'étude et le chapitre où elles sont utilisées.

Config.	Mono	Bi/Multi	Etude/Chapitre
« Perf MFA »	1	2/1	MFA /4
« Tomo »	0	8/1	MFA vs IRAKA/ $6$
SAS frontal	2	2/1	Cibles posées sur fond rugueux/7

TABLE 3.2 – Configurations choisies et chapitres dans lesquels elles apparaissent

#### 3.3.1 Configurations choisies pour l'étude du MFA : « Perf MFA »

Ces configurations (une monostatique et deux bistatiques) sont appelées « Perf MFA » car elles vont être utilisées pour comparer et évaluer les performances du MFA au chapitre 4. Nous avons choisi la configuration monostatique représentée schématiquement sur la figure 3.5 et dont les paramètres sont présentés dans le tableau 3.3.

$N_{E/R}$	$\theta_{E/R_c}$	$l_{E/R}$	$\Delta_{E/R}$	$y_{E/R}$
41	90°	$40 \ cm$	$1 \ cm$	$40 \ cm$

TABLE 3.3 – Configuration monostatique « Perf MFA »

Nous avons également choisi deux configurations bistatiques qui permettent d'obtenir une configuration multistatique représentée schématiquement sur la figure 3.6 et dont les paramètres sont présentés dans le tableau 3.4.



FIGURE 3.5 - Configuration monostatique « Perf MFA »

$\theta_{E_1}$	$\theta_{E_2}$	$\left\  \overrightarrow{X_{E_1}} \right\ $	$\left\  \overrightarrow{X_{E_2}} \right\ $	$N_R$	$\theta_{R_c}$	$l_R$	$\Delta_R$	$y_R$
45 °	135°	$40 \ cm$	$40 \ cm$	41	90°	$40 \ cm$	1~cm	$40 \ cm$

TABLE 3.4 – Configurations bistatiques 1 et 2 « Perf MFA »



FIGURE 3.6 – Configuration multistatique « Perf MFA »

## 3.3.2 Configuration choisie pour la comparaison entre le MFA et l'IRAKA : « Tomo »

Pour comparer les algorithmes du point de vue de la reconstruction de la forme de la cible, nous avons choisi une configuration multistatique qui permet de reconstruire tout le contour de la cible. On la nomme configuration de type « Tomo » car les données sont acquises tout autour de la cible. Cette configuration est divisée en 8 configurations bistatiques dont les paramètres sont décrits dans le tableau 3.5. Chaque configuration est composée d'une position d'émission et de 91 positions de réception. Il y a 8 émetteurs dont les positions sont représentées sur la figure 3.7(a).

La première configuration bistatique est présentée sur la figure 3.7(b); elle est composée d'un émetteur placé au centre d'une antenne circulaire de réception telle que  $\alpha_R = 90^\circ$ . Pour obtenir la seconde configuration, une rotation de 45 ° de la première configuration est réalisée cf.figure 3.7(c). La même rotation est répétée pour obtenir les 8 configurations. La 8<sup>ème</sup> et dernière configuration bistatique est représentée figure 3.7(d).

$\theta_{E_i}$	$\vec{X_{E_i}}$	$N_R$	$\theta_{R_c}$	$\alpha_R$
$45^{\circ}*i$	50~cm	91	$45^{\circ}*i$	90 °

TABLE  $3.5 - i^{\grave{e}me}$  configuration bistatique de type « Tomo », telles que i=1,8



(a) Les 8 positions d'émission dans la configuration multistatique de type « Tomo »



(c)  $2^{\grave{e}me}$  configuration bistatique de type « Tomo »



(b)  $1^{\dot{e}re}$  configuration bistatique de type « Tomo »



(d)  $8^{\grave{e}me}$  configuration bistatique de type « Tomo »

FIGURE 3.7 – Configuration multistatique de type « Tomo »

## 3.3.3 Configurations choisies pour la reconstruction de cibles posées sur un fond rugueux : « SAS frontal »

Pour les expérimentations de cibles posées sur le fond dont les résultats seront présentés au chapitre 6, deux configurations en SAS frontal monostatiques, qui correspondent à deux angles de rasance différents, sont décrites dans le tableau 3.6 et figures 3.8 et 3.9. Dans le but de confronter les résultats obtenus en monostatique à un cas multistatique, deux acquisitions en SAS frontal bistatiques ainsi que leurs paramètres respectifs sont également présentés dans le tableau 3.7). Les données bistatiques sont combinées pour former la configuration multistatique représentée sur la figure 3.10.

$\theta_{ras_1}$	$\theta_{ras_2}$	$N_{E/R}$	$\theta_{E/R_{c_1}}$	$\theta_{E/R_{c_2}}$	$l_{E/R}$	$\Delta_{E/R}$	$y_{E/R_1}$	$y_{E/R_2}$
50 °	40°	201	140°	130°	$20 \ cm$	1 mm	20.7~cm	$22.5\ cm$

TABLE 3.6 – Configurations monostatiques 1 et 2 en SAS frontal



FIGURE 3.8 – Configuration monostatique 1 en SAS frontal



FIGURE 3.9 – Configuration monostatique 2 en SAS frontal

$\theta_{ras_1}$	$\theta_{ras_2}$	$\theta_{E_1}$	$\theta_{E_2}$	$y_{E_1}$	$y_{E_2}$	$N_R$	$\theta_{R_c}$	$l_R$	$y_R$
50°	40°	140°	130 °	20.7~cm	$22.5\ cm$	201	83.4 °	$20\ cm$	$37.3\ cm$

TABLE 3.7 – Configurations bistatiques 1 et 2 en SAS frontal



FIGURE 3.10 – Configuration multistatique en SAS frontal

## 3.4 Transducteurs, émetteurs et récepteurs

En ce qui concerne les configurations expérimentales en cuve, nous avons utilisé trois types de transducteurs différents.

La première configuration a été uniquement employée pour faire des simulations. Dans ces simulations nous avons supposé des sources et des récepteurs omnidirectionnels.

Pour la configuration de type « Tomo », deux transducteurs Panametrics V301 large bande de fréquence centrale 500 kHz ont été utilisés. Leur ouverture à -3 dB est de 7°. L'un d'entre eux

est utilisé comme émetteur et le second comme récepteur. Le mouvement des transducteurs se fait sur un cercle autour de la cible, l'acquisition est donc en mode « spotlight ».

La troisième et dernière configuration est réalisée en SAS frontal. Dans le cas monostatique, un seul transducteur Imasonic centré sur 2 MHz avec d'une ouverture de 6° est utilisé pour l'émission et la réception. Il insonifie le fond en mode « strip-map »avec un angle de rasance donné. En conditions bistatiques le même transducteur est utilisé à l'émission mais un récepteur omnidirectionnel est employé pour former l'antenne de réception.

Pour former une antenne synthétique le pas inter-capteurs est déterminé par le théorème de Shannon. Ce pas doit donc être inférieur à  $\lambda/2$  pour ne pas obtenir de lobes images dans la direction en azimut. Les contraintes expérimentales font que nous n'avons pas pu tenir cette condition. En effet, les axes mécaniques permettent au mieux un espace de 1 mm ou 1° entre chaque position de réception. Il se peut donc que des lobes images apparaissent dans la direction en azimut.

Suite à ce descriptif des signaux et des configurations choisies, nous allons calculer les performances pour chacun des contextes proposés.

## 3.5 Performances pour les configurations choisies par calcul de la FAG

Le calcul analytique de la FAG est possible sous certaines hypothèses qui ne sont pas toutes remplies dans les configurations présentées dans le paragraphe précédent. Dans ce cas, la FAG doit être calculée numériquement. Dans cette partie, les résultats obtenus pour les calculs analytique et numérique sont donc comparés pour les configurations choisies dans le but de quantifier l'importance des hypothèses non satisfaites.

#### 3.5.1 Hypothèses pour le calcul analytique de la FAG

Passons en revue les hypothèses pour voir lesquelles ne sont pas respectées dans les configurations et les signaux choisis :

- Hypothèse 1 : « stop and go » c'est à dire que la scène est supposée n'avoir subi aucune évolution entre l'émission et la réception du signal est supposée valide pour toute l'étude.
- Hypothèse 2 : la zone d'intérêt (ou zone imagée) est petite i.e

$$\left\| \vec{X} \right\| \ll L_E(\vec{X}) \text{ et } \left\| \vec{X} \right\| \ll L_R(\vec{X})$$

Cette hypothèse est réalisée pour toutes les configurations avec dans le plus mauvais des cas :

$$L_E(\vec{X}) \approx 20 \left\| \vec{X} \right\|$$
 et  $L_R(\vec{X}) \approx 20 \left\| \vec{X} \right\|$ 

- Hypothèse 3 : le spectre du signal émis est tel que :

$$P_0(f) = \begin{cases} A_0 & \text{si } -\frac{B}{2} < f < \frac{B}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Cette hypothèse est plus réaliste pour un « Chirp » que pour une « Impulsion de Ricker ». Son influence sera étudiée avec le calcul numérique de la FAG.

- Hypothèse 4 : « Bande étroite » i.e.  $B \ll f_0$ . Le facteur  $\frac{B}{f_0}$  varie de 0.4 à 0.6 suivant les configurations choisies. Il vaut  $\frac{300 \ kHz}{500 \ kHz} \approx 0.6$  pour les configurations « Perf MFA » et de type « Tomo » et  $\frac{812 \ kHz}{2000 \ kHz} \approx 0.4$  pour la configuration en SAS frontal. L'importance de cette hypothèse sera également quantifiée avec le calcul numérique de la FAG.
- Hypothèse 5 : la taille des antennes synthétiques est faible i.e.

$$l_E \ll L_E(X)$$
 et  $l_R \ll L_R(X)$ 

L'hypothèse  $l_E \ll L_E(\vec{X})$  est respectée pour toutes les configurations mais ce n'est pas les cas pour  $l_R \ll L_R(\vec{X})$ . En effet, les configurations utilisées en laboratoire sont soumis aux contraintes des dimensions de la cuve, ainsi pour toutes les configurations  $l_R \approx L_R(\vec{X})$ . L'importance de cette hypothèse sera également quantifiée avec le calcul numérique de la FAG.

 Hypothèse 6 : Les diagrammes d'antennes ne sont pas pris en compte. Ils le sont pour les signaux expérimentaux enregistrés en cuve.

Dans chacune des configurations choisies au moins une des hypothèses n'est pas remplie, il est donc nécessaire de calculer la FAG numériquement. Nous avons toutefois également effectué le calcul analytique afin de quantifier la non validité des hypothèses dans chaque configuration en comparant ce calcul avec la FAG numérique (FAGN).

Le calcul numérique de la FAG correspond au calcul numérique de la formule (2.4). La FAGN multistatique est réalisée par somme cohérente et par somme incohérente des FAG bistatiques obtenues numériquement.

Les images de cette partie sont définies sur  $N^2$  pixels, tel que N = 201. L'image fait 1 cm par 1 cm donc chaque pixel couvre une surface de  $dx^2 = 2.5 \cdot 10^{-9} m^2$ . Pour chaque pixel de l'image de coordonnées  $\vec{\xi}$ , la FAGN bistatique s'écrit :

$$\chi_{E_{num}}(\vec{\xi}) = \sum_{m=1}^{N_R} \sum_{l=1}^{N_f} |P_0(f_l)|^2 e^{jk_{l_l}} \left( \|\vec{x}_E\| + \|\vec{x}_R\| - \left[ L_E(\vec{\xi}) + L_{R_m}(\vec{\xi}) \right] \right) dx_R df$$
(3.5)

Avec df et  $dx_R$  les pas réguliers respectivement en fréquence et entre deux positions de réception. Ce calcul a été réalisé par la méthode des rectangles et nous nous sommes assurés de sa convergence.

Dans le but d'étudier l'influence de le spectre du signal utilisé à l'émission, la FAGN est calculée pour le cas d'une porte en fréquence de largeur égale à la largeur de bande du signal réellement utilisé et centrée sur la fréquence centrale du signal. La FAGN calculée directement avec le signal donné est également implémentée. Les deux FAGN ainsi obtenues sont étudiées pour toutes les configurations. Les signaux utilisés sont ceux présentés au début de ce chapitre. Ils sont liés aux configurations choisies de la façon suivante :

- le Chirp dans la configuration « Perf MFA »,
- l'impulsion de Ricker dans la configuration de type « Tomo »,
- le signal expérimental 2 dans la configuration en SAS frontal.

Les FAGN sont appelées « FAGN Porte » et « FAGN Chirp/Ricker/Signal Exp » dans l'étude qui suit.

#### 3.5.2 Configurations « Perf MFA »

En configuration monostatique « Perf MFA » présentée figure 3.5 et tableau 3.3, la FAGA, la FAGN Porte et la FAGN Chirp sont respectivement représentées sur les figures 3.11(a), 3.11(b) et 3.11(c).

#### Influence des hypothèses

Dans un premier temps, l'objectif est de quantifier l'influence des hypothèses « bande étroite » et « taille de l'antenne d'émission/réception petite devant la distance cible-antenne ». Pour ce faire, le spectre du signal émis est considéré comme une porte de largeur B, centrée sur  $f_0$  et d'amplitude unitaire. Plusieurs FAGN sont calculées pour différentes valeurs des rapports  $R_1 = \frac{B}{f_0}$  et  $R_2 = \frac{\|X_{E/R_c}\|}{l_R}$ . Les erreurs quadratiques moyennes (EQM) entre les FAGA et chacune des FAGN (3.6) sont ensuite calculées et l'évolution de l'EQM en fonction des rapports  $R_1$  et  $R_2$  est représentée sur la figure 3.12.

$$EQM = \frac{1}{N^2} \sum_{i_x=1}^{N} \sum_{i_y=1}^{N} \left| \frac{|\chi_{E/R}(i_x, i_y)|}{Max \left[ |\chi_{E/R}(i_x, i_y)| \right]} - \frac{|\chi_{E/R_{num}}(i_x, i_y)|}{Max \left[ |\chi_{E/R_{num}}(i_x, i_y)| \right]} \right|^2$$
(3.6)

L'EQM augmente lorsque  $R_1$  et/ou  $R_2$  augmentent ce qui est cohérent avec les hypothèses « bande étroite » et « longueur d'antenne petite devant la distance antenne-cible ». Pour les valeurs des rapports  $R_1$  et  $R_2$  dans la configuration « Perf MFA », l'EQM est de l'ordre de  $1.5 \ 10^{-3}$  cf. figure 3.12.

Dans un second temps, nous étudions l'influence du signal émis en remplaçant la porte en fréquence par le spectre du Chirp présenté au chapitre 1.





## FIGURE 3.11 – FAGA, FAGN Porte et FAGN Chirp dans la configuration monostatique « Perf MFA »

L'EQM entre la FAGA et la FAGN Porte et l'EQM entre la FAGA et la FAGN Chirp sont pratiquement égales pour toutes les configurations comme on peut le voir dans le tableau 3.8. L'hypothèse 3 selon laquelle le spectre du signal émis est une porte est donc valide pour le Chirp.

#### Résultats pour les critères résolution et PSLR

Les résultats obtenus en termes de résolutions et de PSLR dans la configuration monostatique « Perf MFA » sont regroupés dans le tableau 3.9. Les résolutions sont égales, seules les valeurs



FIGURE 3.12 – EQM entre la FAGA et la FAGN Porte pour différentes valeurs de  $R_1 = \frac{B}{f_0}$  et  $R_2 = \frac{\left\| x_{E/R_c}^{\rightarrow} \right\|}{l_{E/R}}$ 

Configurations	EQM
Monostatique FAGN - Porte	$1.5 \ 10^{-3}$
Monostatique FAGN - Chirp	$1.5 \ 10^{-3}$
Bistatique 1 et 2 - FAGN Porte	$1.6 \ 10^{-3}$
Bistatique 1 et 2 - FAGN Chirp	$1.7 \ 10^{-3}$
Multistatique SC - FAGN Porte	$1.1 \ 10^{-3}$
Multistatique SC - FAGN Chirp	$1.1 \ 10^{-3}$
Multistatique SI - FAGN Porte	$1.3 \ 10^{-3}$
Multistatique SI - FAGN Chirp	$1.3 \ 10^{-3}$

TABLE 3.8 – EQM entre la FAGA et les FAGN pour la configuration « Perf MFA »

des PSLR changent. Les erreurs relatives entre les valeurs obtenues avec la FAGA et les FAGN sont données à la fin de l'étude de la configuration « Perf MFA » dans le tableau 3.12.

Configurations	$\delta_d$	$ heta_d$	$\delta_{az}$	$\theta_{az}$	$PSLR_d$	$PSLR_{az}$
Monostatique FAGA	0.22	90°	0.13	0°	-13	-13
Monostatique FAGN Porte	0.22	90°	0.13	0°	-14	-14
Monostatique FAGN Chirp	0.22	90°	0.13	0°	-14	-15

TABLE 3.9 – Résolutions en c<br/>m et PSLR d B obtenus graphiquement par les FAGA et FAGN monostatiques en configuration « Perf<br/> MFA »

Les FAGA des deux configurations bistatiques « Perf MFA »sont respectivement représentées

sur les figures 3.13(a) et 3.13(b). Les FAGN Porte sont respectivement représentées sur les figures 3.13(c) et 3.13(d) et les FAGN Chirp sur les figures 3.13(e) et 3.13(f).

Les résultats obtenus dans les configurations bistatiques « Perf MFA » sont regroupés dans le tableau 3.10. Dans le cas de la FAGA, les résolutions  $\delta_{min}$  et  $\delta_{max}$  ainsi que les directions suivant lesquelles elles sont observées sont obtenues grâce à la méthode de reconstruction de la plus grande ellipse inscrite dans le parallélogramme de côtés  $\delta_{\perp az}$  et  $\delta_{\perp d}$  décrite dans l'annexe B p.153. Dans le cas des FAGN, les valeurs sont obtenues graphiquement. Les erreurs relatives entre les valeurs obtenues par la FAGA et chacune des FAGN sont données à la fin de l'étude de la configuration « Perf MFA » dans le tableau 3.12. Les résolutions sont exprimées en cm et les PSLR en dB dans tout ce qui suit.

Configurations	$\delta_{min}$	$\theta_{min}$	$\delta_{max}$	$\theta_{max}$	$PSLR_{\perp az}$	$PSLR_{\perp d}$
Bistatique 1 - FAGA	0.21	40.7°	0.32	130.7°	-13	-13
Bistatique 1 - FAGN Porte	0.21	40.7°	0.33	130.7°	-14	-14
Bistatique 1 - FAGN Chirp	0.22	40.7°	0.33	130.7°	-14	-14
Bistatique 2 - FAGA	0.21	139.3°	0.32	49.3°	-13	-13
Bistatique 2 - FAGN Porte	0.21	139.3°	0.33	49.3°	-14	-14
Bistatique 2 - FAGN Chirp	0.22	139.3°	0.33	49.3°	-14	-14

TABLE 3.10 – Résolutions en c<br/>m et PSLR en d B obtenues graphiquement par les FAGA et FAGN bistatiques en configuration « Perf<br/> MFA »

Il résulte de la comparaison du tableau 3.9 et du tableau 3.10 que les cas bistatiques donnent des performances en termes de résolution moins bonnes que le cas monostatique. Ce résultat est confirmé par la comparaison des aires des ellipses. En configuration « Perf MFA », l'aire de l'ellipse en monostatique vaut :

$$\mathcal{A}_{mono} = \frac{\pi \ \delta_{az} \ \delta_d}{4} \approx 2.2 \ mm^2$$

Alors qu'en configuration bistatique 1 et 2 elle vaut :

$$\mathcal{A}_{bist} = \frac{\pi \ \delta_{min} \ \delta_{max}}{4} \approx 5.3 \ mm^2$$

L'aire de l'ellipse en bistatique est supérieure à l'aire de l'ellipse en monostatique. Ainsi la résolution globale est moins bonne en bistatique qu'en monostatique.

Les valeurs des PSLR avec la FAGA sont bien égaux à  $-13 \ dB$  dans chacune des directions privilégiées selon la configuration, en monostatique et en bistatique.

Les FAGA en configuration multistatique SC et SI présentée dans le chapitre 1 (cf. figure 3.6) sont respectivement représentées sur les figures 3.14(a) et 3.14(b). Les FAGN Porte sont respectivement représentées sur les figures 3.14(c) et 3.14(d) et la FAGN Chirp sur les figures 3.14(e) et 3.14(f).

Les résolutions minimale et maximale sont déterminées graphiquement, respectivement dans les directions (Ox) et (Oy). Dans cette configuration les lobes secondaires qui sont de plus fortes intensités apparaissent dans les mêmes directions que les résolutions minimale et maximale, on les note  $PSLR_1$  dans la direction (Ox) et  $PSLR_2$  dans la direction (Oy). Les résultats obtenus dans la configuration multistatique « Perf MFA » sont regroupés dans le tableau 3.11.

Configurations	$\delta_{min}$	$ heta_{min}$	$\delta_{max}$	$\theta_{max}$	$PSLR_1$	$PSLR_2$
Multistatique SC - FAGA	0.097	0°	0.25	90°	-13	-8
Multistatique SC - FAGN Porte	0.097	0°	0.26	90°	-14	-8
Multistatique SC - FAGN Chirp	0.097	0°	0.26	90°	-14	-8
Multistatique SI - FAGA	0.24	0°	0.26	90°	-13	-19
Multistatique SI - FAGN Porte	0.25	0°	0.26	90°	-14	-17
Multistatique SI - FAGN Chirp	0.25	0°	0.26	90°	-14	-17

TABLE 3.11 – Résolutions en c<br/>m et PSLR en d B obtenus graphiquement par les FAGA et FAGN multistatiques SC et SI en configuration<br/>« Perf MFA »

Il résulte de la comparaison des tableaux 3.9, 3.10 et 3.11 que le cas multistatique en SC pour cette configuration permet de réduire la résolution par rapport au cas bistatique et donne des performances en termes de résolution à peu près équivalentes au cas monostatique. Cependant, les lobes secondaires dans une direction ont une amplitude plus grande en que dans le cas monostatique et le cas bistatique. Avec la SI, le PSLR est meilleur que dans le cas monostatique mais la résolution est dégradée. Pour comparer la résolution globale entre les configurations, on peut aussi calculer l'aire de l'ellipse définie par les résolutions minimale et maximale obtenues graphiquement. Cet aire vaut en SC :

$$\mathcal{A}_{multiSC} = \frac{\pi \ \delta_{min} \ \delta_{max}}{4} \approx 1.9 \ mm^2$$

Et en SI :

$$\mathcal{A}_{multiSI} = \frac{\pi \ \delta_{min} \ \delta_{max}}{4} \approx 4.9 \ mm^2$$

Ainsi on peut classer les configurations de celle qui offre la meilleure résolution globale (Multistatique SC) à celle qui offre la moins bonne (Bistatique 1 ou Bistatique 2) :

$$\mathcal{A}_{multiSC} < \mathcal{A}_{mono} < \mathcal{A}_{multiSI} < \mathcal{A}_{bist1/2}$$

Dans le cas où la présence d'une unique cible est connue la SC sera donc préférée à la SI car elle offre une meilleure résolution du contour de la cible pour l'identification. Par contre, dans le cas de plusieurs cibles proches, il est préférable de choisir la SI qui permet de mieux différencier une cible d'une autre.

D'après le tableau 3.12, les erreurs relatives entre les résolutions et les PSLR obtenus par la FAGA et les FAGN dans la configuration « Perf MFA » vont de 0% à 13.27 % et la moyenne
Configurations	$E_{\delta_{min}}$	$E_{\delta_{max}}$	$E_{PSLR_1}$	$E_{PSLR_2}$	$Moy_E$
Monostatique - FAGN Porte	0	0	5.73	9.43	3.79
Monostatique - FAGN Chirp	0	0	5.81	13.27	4.77
Bistatique 1 et 2 - FAGN Porte	0	3.13	3.02	3.02	2.29
Bistatique 1 et 2 - FAGN Chirp	4.76	3.13	3.32	3.32	3.63
Multistatique SC - FAGN Porte	0	4	3.17	1.78	2.23
Multistatique SC - FAGN Chirp	0	4	6.41	1.78	3.05
Multistatique SI - FAGN Porte	4.17	0	3.17	7.68	3.75
Multistatique SI - FAGN Chirp	4.17	0	6.41	7.83	4.60

3.5 Performances pour les configurations choisies par calcul de la FAG

TABLE 3.12 – Erreurs en % entre les valeurs des résolutions et PSLR obtenus graphiquement par la FAGA et la FAGN configuration « Perf MFA »

arithmétique de ces erreurs est d'environ 3% pour la FAGN Porte et 4% pour la FAGN Chirp. Les erreurs sont donc faibles sur les performances en termes de résolution et PSLR entre la FAGA et les FAGN.



CHAPITRE 3 : Application de la FAG au calcul des performances pour les configurations choisies

FIGURE 3.13 – FAGA, FAGN Porte et FAGN Chirp dans les configurations bistatiques « Perf MFA »



-5

-10

-15

-20

-25

-30

-5

-10

-15

-20

-25

-30

-5

-10

-15

-20

-25

-30

0.2

0.2

0.2

0.4

0.6

0.4

0.6

0.4

0.6

FIGURE 3.14 – FAGA, FAGN Porte et FAGN Chirp en SC et en SI dans la configuration multistatique « Perf MFA »

### 3.5.3 Configuration de type « Tomo »

La FAGA, la FAGN Porte et la FAGN Ricker sont représentées sur la figure 3.15 pour la configuration multistatique de type « Tomo ».

La configuration multistatique de type « Tomo » comprend 8 configurations bistatiques. Après SC et SI des FAG bistatiques on observe sur les images de la figure 3.15, que la résolution et le PSLR sont constants dans toutes les directions.

Les EQM entre la FAGA et les FAGN Porte et Ricker sont calculées et les résultats sont exposés dans le tableau 3.13. Dans le cas du Ricker et pour cette configuration l'EQM est 10 fois plus faible entre la FAGA et la FAGN Porte qu'entre la FAGA et la FAGN Ricker. Dans le cas de cette configuration, le signal Ricker a donc une influence importante.

Configurations	EQM
Multistatique SC - FAGN Porte	$4.13 \ 10^{-4}$
Multistatique SC - FAGN Ricker	$1.00 \ 10^{-3}$
Multistatique SI - FAGN Porte	$8.90 \ 10^{-4}$
Multistatique SI - FAGN Ricker	$1.30 \ 10^{-3}$

TABLE 3.13 – EQM entre la FAGA et les FAGN avec une porte en fréquence ou le Ricker en configuration de type « Tomo »

Les résultats en termes de résolutions et PSLR obtenus avec la FAGA et les FAGN sont répertoriés dans le tableau 3.14.

Configurations	$\delta_{min/max}(\mathrm{cm})$	$PSLR_{max}(dB)$	$E_{\delta_{min/max}}$	$E_{PSLR_{max}}$	$Moy_E$
Multi. SC - FAGA	0.051	-11	Х	Х	Х
Multi. SC - FAGN Porte	0.053	-11	3.92	3.39	3.65
Multi. SC - FAGN Ricker	0.054	-15	5.88	39.82	22.85
Multi. SI - FAGA	0.17	-19	Х	Х	Х
Multi. SI - FAGN Porte	0.18	-17	5.88	12.69	9.28
Multi. SI - FAGN Ricker	0.15	-26	11.76	33.92	22.84

TABLE 3.14 – Résolution et PSLR obtenus graphiquement par la FAGA et les FAGN et erreurs relatives en % entre la FAGA et les FAGN en configuration de type « Tomo »

La SC et la SI présente d'importantes différences pour cette configuration. Comme pour la configuration précédente, la résolution dans le cas de la SC est meilleure que dans le cas de la SI ; par contre le PSLR est moins bon. Le choix de la SC et de la SI dépendra donc du contexte. Dans le chapitre 6, nous testerons la SC et la SI pour voir leurs avantages et inconvénients pour l'identification de la forme de la cible.

Pour comparer la résolution globale entre la SC et la SI, on peut aussi calculer l'aire de l'ellipse définie par la résolution minimale/maximale obtenue graphiquement. Cet aire vaut en SC :

$$\mathcal{A}_{multiSC} = \frac{\pi \ \delta_{min/max}^2}{4} \approx 0.2 \ mm^2$$

Et en SI :

$$\mathcal{A}_{multiSI} = \frac{\pi \ \delta_{min/max}^2}{4} \approx 2.3 \ mm^2$$

Ainsi la résolution globale est environ 10 fois meilleure en faisant la SC qu'en faisant la SI.

Les résultats obtenus par la FAGN Porte sont peu différents de ceux obtenus par la FAGA avec des erreurs relativement faibles en moyenne sur toutes les valeurs 3.65% en SC et 9.28% en SI (cf. tableau 3.14). Par contre les erreurs relatives entre les résultats obtenus par la FAGN avec le Ricker et la FAGA sont plus importantes, 22.85% en SC et en SI en moyenne sur toutes les valeurs. Le calcul de la FAGN s'avère donc nécessaire lorsque que le spectre du signal utilisé à l'émission n'est pas proche d'une porte.

0.5

0.4

0.3

0.2

0.1

0

-0.1

-0.2 -0.3

-0.4

0.5

0.4

0.3

0.2

0.1

-0.1

-0.2

-0.3

-0.4

05

0.4

0.3

0.2

0.1

0

-0.1

-0.2

-0.3

-0.4

-0.5-0.4-0.3-0.2-0.1

y (cm)

0

y (cm)

-0.5-0.4-0.3-0.2-0.1

y (cm)





0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5

x (cm)

(f) FAGN Ricker - multistatique SI

0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5

20 log [ |  $\chi_{inco}$  ( x , y ) | normalisée ]

x (cm)

(b) FAGA - multistatique SI

-5

-10

-15

-20

-25

-30

-25

-30

FIGURE 3.15 – FAGA et FAGN en SC et en SI dans la configuration multistatique de type « Tomo »

#### 3.5.4 Configuration en « SAS frontal »

La FAGA, la FAGN Porte et la FAGN Signal Exp obtenues dans les configurations en SAS frontal du chapitre 6 sont représentées figure 3.16 en monostatique, figure 3.17 en bistatique et figure 3.18 en multistatique. Les résultats en termes de performances (résolutions et PSLR) obtenus avec ce calcul sont respectivement répertoriés dans les tableaux 3.16, 3.17 et 3.18.

En SAS frontal, l'EQM entre la FAGA et la FAGN Signal Exp est comme avec la configuration de type « Tomo » avec le Ricker environ 10 fois plus grande que l'EQM entre la FAGA et la FAGN Porte. Le signal expérimental accentue donc beaucoup la différence entre la FAGA et la FAGN par rapport à la Porte. L'hypothèse de porte ne représente donc pas convenablement la réalité dans ce cas là.

Configurations	EQM
Monostatique 1 et 2 - FAGN Porte	$1.10 \ 10^{-3} \text{ et } 0.99 \ 10^{-3}$
Monostatique 1 et 2 - FAGN Signal Exp $2$	$4.30 \ 10^{-3} \ \text{et} \ 6.00 \ 10^{-3}$
Bistatique 1 et 2 - FAGN Porte	8.76 $10^{-4}$ et 8.48 $10^{-4}$
Bistatique 1 et 2 - FAGN Signal Exp $2$	$5.2 \ 10^{-3} \text{ et } 4.00 \ 10^{-3}$
Multistatique SC et SI - FAGN Porte	$3.52 \ 10^{-4} \text{ et } 7.74 \ 10^{-4}$
Multistatique SC et SI - FAGN Signal Exp $2$	$2.29 \ 10^{-3} \text{ et } 4.90 \ 10^{-3}$

TABLE 3.15 – EQM entre la FAGA et les FAGN pour les configurations monostatiques en SAS frontal

Configurations		$ heta_d$	$\delta_{az}$	$\theta_{az}$	$PSLR_d$	$PSLR_{az}$
Monostatique 1 - FAGA	0.081	128.8 °	0.057	$38.8^{\circ}$	-13	-13
Monostatique 1 - FAGN Porte	0.079	128.8 °	0.056	38.8°	-13	-14
Monostatique 1 - FAGN Signal Exp 2	0.055	128.8 °	0.054	38.8°	-71	-14
Monostatique 2 - FAGA	0.081	137.56°	0.082	$47.56^{\circ}$	-13	-13
Monostatique 2 - FAGN Porte	0.081	137.56°	0.082	47.56°	-13	-13
Monostatique 2 - FAGN Signal Exp 2	0.051	137.56°	0.081	47.56°	-71	-15

TABLE 3.16 – Résolutions en cm et PSLR en dB obtenus graphiquement par la FAGA et les FAGN pour les configurations monostatiques en SAS frontal

Pour cette configuration en SAS frontal, le cas bistatique dégrade également les résolutions par rapport au cas monostatique (cf. tableaux 3.16 et 3.17). Les PSLR sont toujours constants égaux à -13 dB comme en monostatique. Les aires des ellipses en monostatique et en bistatique valent :

$$\mathcal{A}_{mono1} = \frac{\pi \ \delta_{min} \ \delta_{max}}{4} \approx 0.36 \ mm^2$$
$$\mathcal{A}_{mono2} = \frac{\pi \ \delta_{min} \ \delta_{max}}{4} \approx 0.52 \ mm^2$$

Configurations		$\theta_{min}$	$\delta_{max}$	$\theta_{max}$	$PSLR_{\perp d}$	$PSLR_{\perp az}$
Bistatique 1 - FAGA	0.083	129.17	0.15	39.17	-13	-13
Bistatique 1 - FAGN Porte	0.084	129.17	0.16	39.17	-15	-13
Bistatique 1 - FAGN Signal Exp 2	0.058	112.32	0.14	22.32	-17	-70
Bistatique 2 - FAGA	0.083	123.10	0.14	33.10	-13	-13
Bistatique 2 - FAGN Porte	0.083	123.10	0.15	33.10	-15	-13
Bistatique 2 - FAGN Signal Exp 2	0.058	114.94	0.14	24.94	-15	-70

CHAPITRE 3 : Application de la FAG au calcul des performances pour les configurations choisies

TABLE 3.17 – Résolutions en cm et PSLR en dB obtenus graphiquement par la FAGA et les FAGN pour les configurations bistatiques en SAS frontal

$$\mathcal{A}_{bist1} = \frac{\pi \ \delta_{min} \ \delta_{max}}{4} \approx 00.98 \ mm^2$$
$$\mathcal{A}_{bist2} = \frac{\pi \ \delta_{min} \ \delta_{max}}{4} \approx 0.91 \ mm^2$$

Les résolutions globales ne sont pas très différentes entre la configuration bistatique où  $\theta_{ras} = 50^{\circ}$ et celle où  $\theta_{ras} = 40^{\circ}$ . La résolution globale est toujours meilleure dans les deux cas monostatiques comparée aux deux cas bistatiques.

Les lobes secondaires d'intensités maximales qui apparaissent sur les images suivant deux directions différentes sont respectivement notés  $PSLR_1$  et  $PSLR_2$  pour les deux cas multistatiques SC et SI.

Configurations	$\delta_{min}$	$ heta_{min}$	$\delta_{max}$	$\theta_{max}$	$PSLR_1$	$PSLR_2$
Multi. SC - FAGA	0.086	126.14	0.13	36.14	-22	-17
Multi. SC - FAGN Porte	0.086	126.14	0.13	36.14	-24	-16
Multi. SC - FAGN Signal Exp 2	0.057	123.63	0.13	23.63	-22	-71
Multi. SI - FAGA	0.086	126.14	0.15	36.14	-13	-13
Multi. SI - FAGN Porte	0.086	126.14	0.15	36.14	-14	-13
Multi. SI - FAGN Signal Exp 2	0.058	123.63	0.14	23.63	-16	-71

TABLE 3.18 – Résolutions en cm et PSLR en dB obtenus graphiquement par la FAGA et les FAGN pour la configuration multistatique en SC et en SI en SAS frontal

Pour cette configuration en SAS frontal, le cas multistatique n'améliore pas le cas bistatique en termes de résolution car les configurations bistatiques sont trop peu différentes (cf. tableaux 3.17 et 3.18). Les aires des ellipses en multistatique SC et SI valent :

$$\mathcal{A}_{multiSC} = \frac{\pi \ \delta_{min} \ \delta_{max}}{4} \approx 0.88 \ mm^2$$

Et en SI :

$$\mathcal{A}_{multiSI} = \frac{\pi \ \delta_{min} \ \delta_{max}}{4} \approx 1.01 \ mm^2$$

La configuration qui permet d'avoir la meilleure résolution est la monostatique ( $\theta_{ras} = 50^\circ$ ) et celle qui induit la moins bonne résolution de toutes est la configuration multistatique en SI.

$$\mathcal{A}_{mono1} < \mathcal{A}_{mono2} < \mathcal{A}_{multiSC} < \mathcal{A}_{bist2} < \mathcal{A}_{bist1} < \mathcal{A}_{multiSD}$$

Par contre, le cas multistatique en SC apparaît comme plus avantageux car il permet d'avoir des valeurs de PSLR plus faibles qu'en bistatique et monostatique. On remarque que ce résultat est contraire aux configurations étudiées précédemment où la SC avaient des lobes secondaires plus importants que la SI.

Configurations	$E_{\delta_{min}}$	$E_{\delta_{max}}$	$E_{PSLR_1}$	$E_{PSLR_2}$	$E_{moy}$
Mono. 1 (min $\rightarrow$ az) - FAGN Porte	1.75	2.47	2.64	3.70	2.64
Mono. 1 (min $\rightarrow$ az) - FAGN Signal Exp 2	5.26	32.10	433	8.45	119.7
Mono. 2 (min $\rightarrow$ d) - FAGN Porte	0	0	0.9	0	0.2
Mono. 2 (min $\rightarrow$ d) - FAGN Signal Exp 2	37.04	1.22	432	11.76	120.5
Bist. 1 FAGN - Porte	1.20	6.67	11.61	0.6	5.02
Bist. 1 FAGN - Signal Exp 2	30.12	6.67	29.03	428	123.4
Bist. 2 FAGN - Porte	0	7.14	11.39	0.7	4.8
Bist. 2 FAGN - Signal Exp 2	30.12	0	16.00	431	119.3
Multi. SC FAGN - Porte	0	0	9.54	4.34	3.47
Multi. SC FAGN - Signal Exp 2	30.23	0	0.10	3.24	8.39
Multi. SI FAGN - Porte	0	0	4.79	0.45	1.31
Multi. SI FAGN - Signal Exp 2	29.07	6.67	18.41	433	121.8

TABLE 3.19 – Erreurs en % entre les valeurs des résolutions et PSLR obtenus graphiquement par la FAGA et les FAGN en configuration SAS frontal

Pour la FAGN Porte dans la configuration en SAS frontal, l'erreur relative minimale obtenue est égale à 0 %, l'erreur relative maximale obtenue vaut environ 11.39 % et la moyenne arithmétique de ces erreurs est d'environ 3 %. La FAGA est donc une bonne approximation dans cette configuration pour le cas d'une porte en fréquence. Pour la FAGN Signal Exp. l'erreur relative minimale obtenue est égale à 0 %, l'erreur relative maximale obtenue vaut environ 433 % et la moyenne arithmétique de ces erreurs est d'environ 82 %. Les erreurs relatives augmentent très fortement avec la FAGN Signal Exp. La FAGA est donc une mauvaise approximation pour cette configuration à cause du spectre du signal experimental qui est très différent d'une porte en fréquence. On remarque notamment l'absence de lobes secondaires dans la direction en distance en monostatique et perpendiculaire en azimut en bistatique; ce qui fait augmenter très fortement l'erreur relative entre le PSLR de la FAGA et celui de la FAGN Signal Exp.



FIGURE 3.16 – FAGA, FAGN Porte et FAGN Signal Exp<br/> dans les configurations monostatiques 1 et 2 en SAS frontal

-15

-20

-25

-30

0.05

-0.05

-0.1

-0.15

-0.2 -0.2 -0.15 -0.1 -0.05

0

x (cm)

(f) FAGN Signal Exp - monostatique 2

0.05 0.1 0.15 0.2

0

y (cm)

-15

-20

-25

-30

0.05

-0.05

-0.1

-0.15

-0.2 -0.15 -0.1 -0.05

0

x (cm)

(e) FAGN Signal Exp - monostatique 1

0.05 0.1 0.15 0.2

0

y (cm)



FIGURE 3.17 – FAGA et FAGN dans les configurations bistatiques 1 et 2 en SAS frontal







20 log [ |  $\chi_{_{inco}}$  ( x , y ) | normalisée ]

-5

-10

-15

-20

-25

-20

-25

-30

0.2

0.3

0.3

0.2

0.1

0

-0.1

y (cm)

FIGURE 3.18 – FAGA et FAGN en SC et en SI dans la configuration multistatique en SAS frontal

0

-0.1

-0.2

-0.3 -0.3

-0.2

-0.1

0

x (cm)

(f) FAGN Signal Exp - multistatique SI

0.1

## 3.6 Conclusion

Le calcul analytique de la FAG est possible sous certaines hypothèses qui ne sont pas toutes satisfaites dans le cadre des simulations et des expérimentations en cuve de notre étude. Dans le but d'évaluer l'importance des hypothèses non réalisées, le calcul numérique de la FAG a été réalisé. Puis, les résultats obtenus ont été comparés par le calcul des EQM entre la FAGA et la FAGN, ainsi que par le calculs des erreurs relatives entre les résolutions et les PSLR de la FAGA et ceux de la FAGN. Pour toutes les configurations, les résultats montrent que les FAGN avec une porte en fréquence sont peu différentes des FAGA pour les critères résolution et PSLR alors que les FAGN calculées avec le signal utilisé réellement à l'émission peuvent montrer des différences importantes pour ces critères.

La comparaison des cas monostatiques, bistatiques et multistatiques étudiés montre que dans les configurations bistatiques étudiées la résolution globale est dégradée par rapport aux cas monostatiques. Par contre bien qu'ils ne soient pas dans les mêmes directions, les PSLR gardent la même valeur qu'en monostatique. Les configurations multistatiques étudiées montrent qu'il est possible de réduire la résolution ou les lobes secondaires dans certaines directions suivant les configurations bistatiques mises en jeu et selon que la somme des FAG est cohérente ou incohérente. Le multistatisme offre ainsi la possibilité d'avoir de meilleures performances que le monostatisme dans une direction donnée et pour un critère donné même si de façon globale le monostatisme offre de meilleures performances.

Les performances du système SAS dédié à l'imagerie étant maintenant connues en terme de détection et de localisation, l'étude des performances pour l'identification va être traitée dans la partie suivante. Les algorithmes d'imagerie sont la clé de reconstruction de la cible et de sa classification. La seconde partie de l'étude porte sur les algorithmes d'imagerie et l'intérêt des données multistatiques pour l'identification de cibles.

CHAPITRE 3 : Application de la FAG au calcul des performances pour les configurations choisies

## Deuxième partie

## Développement, évaluation et application à des données multistatiques d'un algorithme d'imagerie basé sur l'Approximation de Kirchhoff

## Chapitre 4

## Algorithme de reconstruction d'images sous l'hypothèse « Points Brillants »

## 4.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude de l'algorithme couramment utilisé pour la reconstruction d'images dans les domaines SAR/SAS : le « Matched Filtering Algorithm » (MFA). Cet algorithme repose sur le fait que la cible est considérée comme une somme de « points brillants ». Le MFA est l'algorithme le plus exact au sens de la théorie de l'estimation. Beaucoup d'algorithmes d'imagerie moins lourds en temps de calcul découlent mathématiquement du MFA. En effet, les systèmes opérationnels sont temps-réels et nécessitent donc l'utilisation de tels algorithmes qui font intervenir des interpolations. Celles-ci permettent d'éviter des étapes de calculs mais dégradent aussi la précision de l'image. Pour notre étude, il faut un algorithme qui reconstruise de façon précise les cibles afin de servir de référence pour estimer les performances d'un nouvel algorithme. Le MFA est donc choisi sous ce critère de précision. Dans ce chapitre, le MFA est testé en terme de précision de la reconstruction et les limites du modèle de cible sur lequel il repose sont observées.

Dans une première partie, il est exprimé en configuration bistatique pour un émetteur et une antenne synthétique de réception. Dans une deuxième partie, les performances du MFA sont évaluées par comparaison avec la FAGN calculée au chapitre précédent. Pour ce faire, les images d'un point brillant sont reconstruites en configuration « Perf MFA » en monostatique et en multistatique SC et SI avec le signal « Chirp ». Les résultats en termes de résolution et de PSLR obtenus à partir de ces images sont comparés aux résultats obtenus avec la FAGN. Dans une troisième partie, le plan des fréquences spatiales est utilisé pour comparer les données monostatiques, bistatiques et multistatiques.

Enfin, le MFA est utilisé pour reconstruire une cible 2D pleine en acier inoxydable de section

circulaire dans les même conditions que pour les reconstructions d'un point brillant afin de mettre en évidence les limites de cet algorithme.

### 4.2 Présentation de l'algorithme « points brillants »

#### 4.2.1 Hypothèses générales pour l'imagerie

L'algorithmes d'imagerie étudié ici est basé sur le temps de trajet du signal. L'erreur sur la connaissance de ce temps peut alors fortement dégrader l'image. La célérité dans l'eau étant supposée constante dans la zone reconstruite, l'erreur vient donc de la précision en distance c'est à dire de la connaissance des positions des capteurs. Ce problème est prépondérant pour les opérationnels (mouvements de porteur, connaissance du centre de phase acoustique, ...) mais n'est pas traité dans le cadre de ce travail. Les hypothèses nécessaires sont faites pour que cela n'affecte pas la reconstruction de l'image.

Le déplacement du porteur doit être suffisamment lent pour appliquer l'hypothèse de « stop and hop ». C'est à dire que la scène n'a subi aucune évolution entre l'émission et la réception du signal.

Lors d'expérimentations, le signal provenant directement de l'émetteur est filtré temporellement.

Soit la configuration bistatique composée d'un émetteur placé en E et  $N_R$  récepteurs respectivement placés en  $R_m$ , tel que  $m = 1, N_R$ . Alors,  $\vec{X_{R_m}} = \vec{OR_m}, \vec{X_{R_m}}$  est le vecteur normé de  $\vec{X_{R_m}}$  et  $L_{R_m}(\vec{X}) = \|\vec{X_{R_m}} - \vec{X}\|$ .

L'algorithme est implémenté sur une bande suffisamment importante pour observer la totalité des fréquences du spectre du signal émis. Cette bande est discrétisée en  $N_f$  échantillons. L'échantillon numéro l est noté  $f_l$ , tel que  $l = 1, N_f$ . L'échantillon de nombre d'onde lié à  $f_l$  est noté  $k_{1_l} = \frac{2\pi f_l}{c_1}$ .

#### 4.2.2 Présentation du « Matched Filtering Algorithm »

Le MFA est un algorithme d'imagerie bien connu en SAR [14] et en SAS [15] [33] Cette méthode de reconstruction a été adaptée à la configuration bistatique en SAR [14]. Le filtre adapté est un filtre optimal qui maximise le Rapport Signal sur Bruit (RSB) en présence de bruit additif, stationnaire, blanc et gaussien. Dans le domaine fréquentiel, le signal reçu peut alors être écrit sous la forme :

$$P^{r}(\vec{X_{R}}, k_{1}) = P^{d}(\vec{X_{R}}, k_{1}) + W(\vec{X_{R}}, k_{1})$$
(4.1)

 $P^{d}(\vec{X_{R}}, k_{1})$  est le champ diffracté par la cible au point de réception R,  $W(\vec{X_{R}}, k_{1})$  est un bruit de type blanc gaussien et circulaire (car stationnaire dans le domaine temporel).

Cette méthode de reconstruction d'images repose sur l'hypothèse selon laquelle la cible peut être modélisée par une somme de « points brillants ». Soit une cible composée de N « points brillants » respectivement placés en  $M_n$  sur la frontière de la cible,  $\vec{X_{M_n}} = OM_n$  (n=1,N). Le coefficient de réflexion de chacun des « points brillants » est noté  $\sigma_n$ . Ce modèle est dit « haute fréquence » i.e.  $k_1a >> 1$ , avec 2a la plus grande dimension de la cible; il s'écrit :

$$M_c(\vec{\xi}) = \sum_{n=1}^N \sigma_n \,\,\delta(\vec{\xi} - \vec{X_{M_n}}) \tag{4.2}$$

Avec  $\vec{\xi} = x \ \hat{x} + y \ \hat{y}$  les coordonnées du pixel situé au point P.

Ainsi, le champ diffracté par la cible peut être écrit comme suit :

$$P^{d}(\vec{X_{R}},k_{1}) = \sum_{n=1}^{N} \sigma_{n} P_{0}(f) e^{-jk_{1} \left[ L_{E}(\vec{X_{M_{n}}}) + L_{R}(\vec{X_{M_{n}}}) \right]}$$
(4.3)

Soit  $I_{MFA}(\vec{\xi})$ , l'amplitude complexe de l'image pour un pixel situé au point P.  $I_{MFA}(\vec{\xi})$  correspond à l'estimateur du maximum de vraisemblance des coefficients de réflexion  $\sigma_n$  à partir des signaux reçus  $P^r(\vec{X}_R, k_1)$ .

Le MFA est obtenu par la minimisation de la fonction de coût J qui représente l'erreur quadratique moyenne entre les valeurs du champ reçu et les valeurs du champ estimé en chaque pixel P de l'image [14].

La fonction de coût s'écrit :

$$J = \sum_{m=1}^{N_R} \sum_{l=1}^{N_f} |P^r(\vec{X_{R_m}}, k_{1_l}) - I_{MFA}(\vec{\xi}) P_0(f_l) e^{-j \phi_{l,m}(\vec{\xi})}|^2$$
(4.4)

Avec

$$\phi_{l,m}(\vec{\xi}) = k_{1_l} \left[ L_E(\vec{\xi}) + L_{R_m}(\vec{\xi}) \right]$$

La minimisation de la fonction de coût J (cf. Annexe C, page 155) conduit à :

$$\sum_{m=1}^{N_R} \sum_{l=1}^{N_f} \left[ I_{MFA}(\vec{\xi}) |P_0(f_l) e^{j \phi_{l,m}(\vec{\xi})}|^2 - P^r(\vec{X_{R_m}}, k_{1_l}) P_0^*(f_l) e^{j \phi_{l,m}(\vec{\xi})} \right] = 0$$
(4.5)

C'est à dire,

$$\sum_{m=1}^{N_R} \sum_{l=1}^{N_f} I_{MFA}(\vec{\xi}) |P_0(f_l)|^2 = \sum_{m=1}^{N_R} \sum_{l=1}^{N_f} P^r(\vec{X_{R_m}}, k_{l_l}) P_0^*(f_l) e^{j \phi_{l,m}(\vec{\xi})}$$
(4.6)

Sous l'hypothèse que la cible est une somme de « points brillants », l'amplitude  $I_{MFA}(\vec{\xi})$  en P est indépendante de la fréquence et des positions de réception, d'où :

$$I_{MFA}(\vec{\xi}) \sum_{l=1}^{N_f} |P_0(f_l)|^2 N_R = \sum_{m=1}^{N_R} \sum_{l=1}^{N_f} P^r(\vec{X_{R_m}}, k_{l_l}) P_0^*(f_l) e^{j \phi_{l,m}(\vec{\xi})}$$
(4.7)

Ainsi, le MFA s'écrit :

$$I_{MFA}(\vec{\xi}) = \frac{\sum_{m=1}^{N_R} \sum_{l=1}^{N_f} P^r(\vec{X_{R_m}}, k_{l_l}) \left[ P_0(f_l) \ e^{-j\phi_{l,m}(\vec{\xi})} \right]^*}{N_R \ \sum_{l=1}^{N_f} |P_0(f_l)|^2}$$
(4.8)

D'après (4.8), l'amplitude complexe de chaque pixel de l'image résulte de la corrélation 2D du signal temporel reçu  $p^r(\vec{X}_{R_m}, t)$  par une réplique du signal émis  $p_0(t)$  retardé par le temps de trajet aller/retour  $\frac{\left[L_E(\vec{\xi})+L_{R_m}(\vec{\xi})\right]}{c_1}$ . Le MFA peut donc également être implémenté dans le domaine temporel sous la forme d'une corrélation 2D sur le temps et sur les positions de réception, il porte alors le nom de « Time-domain Correlation » [33]. En SAS, le MFA correspond à une formation de voie avec filtrage adpaté.

Le nombre d'opérations pour estimer la valeur de chaque pixel est de  $(N_R N_f)$ . En supposant qu'il y ait  $N^2$  pixels sur l'image et que  $(N_R N_f) \propto N^2$ , le MFA a une complexité en  $O(N^4)$ .

## 4.3 Etude des performances du MFA pour la reconstruction de cibles

#### 4.3.1 Paramètres de l'étude

Dans le but de comparer les performances du MFA, les configurations monostatique et multistatique « Perf MFA » vues au chapitre 3 de la première partie sont utilisées pour reconstruire les images d'un point brillant centré sur l'image. Les détails des configurations sont donnés dans le tableau 4.1 et sur la figure 4.1 pour le cas monostatique et dans le tableau 4.2 et figure 4.2 pour le cas multistatique.

$N_{E/R}$	$\theta_{E/R_c}$	$l_{E/R}$	$\Delta_{E/R}$	$y_{E/R}$
41	90°	$40 \ cm$	$1 \ cm$	$40 \ cm$

TABLE 4.1 – Configuration monostatique « Perf MFA »

Le signal émis est un « Chirp », signal modulé en fréquence de durée  $T_c = 100 \ \mu s$ , d'amplitude unité, de fréquence centrale  $f_0 = 500 \ kHz$  et de largeur de bande  $B = 300 \ kHz$ . Ce signal ainsi que son spectre sont respectivement représentés sur les figures 4.3(a) et 4.3(b).



FIGURE 4.1 – Configuration monostatique « Perf MFA »

$\theta_{E_1}$	$\theta_{E_2}$	$\overrightarrow{X_{E_1}}$	$\overrightarrow{X_{E_2}}$	$N_R$	$\theta_{R_c}$	$l_R$	$\Delta_R$	$y_R$
45 °	135°	$40\ cm$	$40 \ cm$	41	90°	$40\ cm$	1~cm	$40\ cm$

TABLE 4.2 – Configurations bistatiques 1 et 2 « Perf MFA »



FIGURE 4.2 – Configuration multistatique « Perf MFA »

Les paramètres de l'étude de l'algorithme sont regroupés dans le tableau 4.3.



FIGURE 4.3 – Signal Chirp utilisé en simulation

Configuration	Signal	В	$f_0$	Cible	Position cible
« Perf MFA »	Chirp	300 kHz	500  kHz	Point brillant	centrée en O
« Perf MFA »	Chirp	300 kHz	$500 \mathrm{kHz}$	Cible 2D circulaire $\oslash = 2 \ cm$	centrée en O

TABLE 4.3 – Paramètres de l'étude du MFA

#### 4.3.2 Etude des performances : cas du point brillant

#### Images reconstruites et études des performances

Les images présentées sur les figures 4.4(a), 4.4(b) et 4.4(c) sont respectivement obtenues par le MFA dans les configurations « Perf MFA » monostatique, multistatique SC et multistatique SI.



FIGURE 4.4 – Images d'un point brillant centré avec le MFA en configuration « Perf MFA »

En module, l'amplitude reconstruite avec le MFA pour un point brillant centré est égale à la FAGN (à pas fréquentiel égal et à pas entre deux positions de réception égal). Le MFA est

donc précis puisqu'il ne dégrade pas les performances obtenues avec la FAGN. Pour vérifier, l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) entre l'image obtenue par la FAGN (normalisée par son maximum) et l'image obtenue avec le MFA (normalisée par son maximum), est calculée sur tous les pixels cf. (4.9). Le résultat du calcul donne une valeur inférieure à  $10^{-4}$ .

$$EQM = \frac{1}{N^2} \sum_{i_x=1}^{N} \sum_{i_y=1}^{N} \left| \frac{|I_{FAGN}(i_x, i_y)|}{Max(|I_{FAGN}(i_x, i_y)|)} - \frac{|I_{MFA}(i_x, i_y)|}{Max(I_{MFA}(i_x, i_y))} \right|^2$$
(4.9)

Dans la suite, les performances du MFA en termes de résolutions et PSLR sont étudiées.

#### Critères de performances : Résolutions et PSLR

Les résolutions et les PSLR théoriques obtenus par le calcul de la FAGN dans le chapitre 2 sont présentées dans les tableaux 3.9, 3.10 et 3.11 48. Les valeurs des résolutions obtenues avec la FAGN et le MFA sont identiques (cf. tableau 4.4.

Configurations	$\delta_{min}$ (cm)	$\delta_{max}$ (cm)	$PSLR_1(dB)$	$PSLR_2(dB)$
Monostatique - FAGN/MFA	0.13	0.22	-14	-15
Multistatique SC - FAGN/MFA	0.097	0.26	-14	-8
Multistatique SI - FAGN/MFA	0.26	0.26	-14	-17

TABLE 4.4 – Résolutions et PSLR obtenus graphiquement sur les images du point brillant reconstruites avec le MFA

Pour mettre en évidence l'information présente dans les configurations monostatique et multistatique, l'occupation du plan des fréquences spatiales est étudiée dans la suite de l'étude.

#### Etude du plan des fréquences spatiales

L'émetteur est supposé loin de la zone image :

$$L_E(\vec{\xi}) = \left\| \vec{X_E} - \vec{\xi} \right\| \approx \left\| \vec{X_E} \right\| - \vec{\xi} \quad . \quad \widehat{X_E}$$

$$(4.10)$$

Chacun des capteurs de l'antenne de réception est supposé loin de la zone image :

$$L_{R_m}(\vec{\xi}) = \left\| \vec{X_{R_m}} - \vec{\xi} \right\| \approx \left\| \vec{X_{R_m}} \right\| - \vec{\xi} \cdot \widehat{X_{R_m}}$$

$$(4.11)$$

En appliquant ces approximations dans l'expression de  $\Phi_{l,m}(\xi)$ , il vient :

$$\phi_{l,m}(\vec{\xi}) \approx k_{1_l} \left[ \left\| \vec{X_E} \right\| + \left\| \vec{X_{R_m}} \right\| - \vec{\xi} \cdot \left( \widehat{X_E} + \widehat{X_{R_m}} \right) \right]$$
(4.12)

(4.12) dans (4.8) donne :

$$I_{MFA}(\vec{\xi}) = \frac{\sum_{m=1}^{N_R} \sum_{l=1}^{N_f} P^r(\vec{X_{R_m}}, k_{1_l}) P_0^*(f_l) e^{j k_{1_l}} \left( \left\| \vec{X_E} \right\| + \left\| \vec{X_{R_m}} \right\| \right) e^{-j k_{1_l}} \vec{\xi} \cdot \left( \widehat{X_E} + \widehat{X_{R_m}} \right)}{N_R \sum_{l=1}^{N_f} |P_0(f_l)|^2}$$
(4.13)

On pose :

$$\vec{k_{l,m}} = k_{1_l} \left( \widehat{X_E} + \widehat{X_{R_m}} \right)$$

$$= 2\pi \left( u \ \widehat{x} + v \ \widehat{y} \right)$$

$$(4.14)$$

Avec

$$\begin{cases} u = \frac{f_l}{c_1} \left[ \cos \theta_E + \cos \theta_{R_m} \right] \\ v = \frac{f_l}{c_1} \left[ \sin \theta_E + \sin \theta_{R_m} \right] \end{cases}$$
(4.15)

Soit

$$P^{int}(\vec{X_{R_m}}, k_{1_l}) = P^r(\vec{X_{R_m}}, k_{1_l}) P_0^*(f_l) e^{j k_{1_l}} \left( \left\| \vec{X_E} \right\| + \left\| \vec{X_{R_m}} \right\| \right)$$
(4.16)

Vu que  $\vec{k_{l,m}}$ .  $\vec{\xi} = 2\pi(u \ x + v \ y)$ , (4.13) devient :

$$I_{MFA}(x,y) = \frac{\sum_{m=1}^{N_R} \sum_{l=1}^{N_f} P^{int}(\vec{X}_{R_m}, k_{1_l}) e^{-2j\pi (u \ x + v \ y)}}{N_R \sum_{l=1}^{N_f} |P_0(f_l)|^2}$$
(4.17)

Soient  $(N_a \ N_b)$  la taille en pixels de l'image que l'on souhaite reconstruire. On pose (x, y) variant de  $-x_{max}$  à  $x_{max}$  par pas de  $\delta x = \frac{x_{max}}{N_a - 1}$ .

Afin d'obtenir une inversion par Transformée de Fourier 2D, il faut exprimer la matrice  $P^{int}(X_R, k_1)$  dans le plan des fréquences spatiales (u, v); tels que u et v varient de  $-u_{max}$  à  $u_{max}$  par pas de  $\delta u = \delta v = \frac{1}{2 x_{max}}$ , avec  $u_{max} = \frac{N_a - 1}{x_{max}}$ . Cet échantillonnage est en accord avec le théorème de Shannon vu que la fréquence d'échantillonnage  $F_e = \frac{1}{\delta x} \geq 2 u_{max}$ .

Nous choisissons arbitrairement la méthode du plus proche voisin en cherchant (a, b) les entiers tels que  $u_a$  et  $v_b$  soient respectivement les plus proches de  $\frac{f_l}{c_1} \left[\cos(\theta_E) + \cos(\theta_{R_m})\right]$  et  $\frac{f_l}{c_1} \left[\sin(\theta_E) + \sin(\theta_{R_m})\right]$ :

$$\begin{cases} \frac{f_l}{c_1} \left[ \cos\left(\theta_E\right) + \cos\left(\theta_{R_m}\right) \right] \le u_a \le \frac{f_l}{c_1} \left[ \cos\left(\theta_E\right) + \cos\left(\theta_{R_m}\right) \right] + \delta u \\ \frac{f_l}{c_1} \left[ \sin\left(\theta_E\right) + \sin\left(\theta_{R_m}\right) \right] \le v_b \le \frac{f_l}{c_1} \left[ \sin\left(\theta_E\right) + \sin\left(\theta_{R_m}\right) \right] + \delta v \end{cases}$$
(4.18)

On obtient ainsi, une matrice  $P^{int}(u, v)$  composée des échantillons  $P^{int}(u_a, v_b)$  obtenus en faisant varier (l, m). La matrice  $|P_{int}(u, v)|$  est représentée sur la figure 4.5(a) dans le cas monostatique et sur la figure 4.5(b) dans le cas multistatique.



FIGURE 4.5 – Plan des fréquences spatiales :  $|P_{int}(u, v)|$ 

D'après ces images, il apparaît que l'occupation du plan des fréquence reflète le contenu spatiofréquentiel du champ reçu pour chacune des configurations.

Dans le cas général bistatique, u et v sont définis tels que :

$$\begin{cases} u = \frac{\cos(\theta_E) + \cos(\theta_R)}{\lambda}\\ v = \frac{\sin(\theta_E) + \sin(\theta_R)}{\lambda} \end{cases}$$

En monostatique  $\theta_E = \theta_R = \theta_{E/R}$ :

$$\begin{cases} u = 2 \frac{\cos(\theta_{E/R})}{\lambda} \\ v = 2 \frac{\sin(\theta_{E/R})}{\lambda} \end{cases}$$
$$u^{2} + v^{2} = \frac{4}{\lambda^{2}}$$
(4.19)

(4.19) est l'équation du cercle de centre (0,0) et de rayon  $\frac{2}{\lambda}$  dans le plan (u,v). Pour une bande de fréquences donnée,  $\lambda$  varie de  $\lambda_{min}$  à  $\lambda_{max}$ . Les deux cercles centrés en (0,0) de rayon  $2/\lambda_{max}$ et de rayon  $2/\lambda_{min}$  sont représentés sur la figure 4.5(a). L'information est donc présente entre les deux cercles sur une plage  $\Delta \lambda^{-1} = \frac{2}{\lambda_{min}} - \frac{2}{\lambda_{max}} = \frac{2}{C_1}^B$  qui est liée à la bande du signal émis et à la célérité du milieu. Cette surface est ensuite de nouveau limitée par une plage d'angles d'émission/réception  $\Delta \theta_{E/R}$  cf. figure 4.5(a).

En bistatique, fixons  $\theta_E$  et  $\lambda$ , on a :

$$\begin{cases} u = \frac{\left[\cos\theta_E + \cos\theta_R\right]}{\lambda} \\ v = \frac{\left[\sin\theta_E + \sin\theta_R\right]}{\lambda} \end{cases}$$

$$\left[u - \frac{\cos\left(\theta_E\right)}{\lambda}\right]^2 + \left[v - \frac{\sin\left(\theta_E\right)}{\lambda}\right]^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$
(4.20)

(4.20) est l'équation du cercle de centre  $\left(\frac{\cos(\theta_E)}{\lambda}, \frac{\sin(\theta_E)}{\lambda}\right)$  et de rayon  $\frac{1}{\lambda}$ . Pour une configuration bistatique donnée, il y a deux cercles. Le premier est centré en  $\left(\frac{\cos(\theta_E)}{\lambda_{min}}, \frac{\sin(\theta_E)}{\lambda_{min}}\right)$  et a pour rayon  $2/\lambda_{max}$ . Le second est centré sur  $\left(\frac{\cos(\theta_E)}{\lambda_{max}}, \frac{\sin(\theta_E)}{\lambda_{max}}\right)$  et a pour rayon  $2/\lambda_{min}$ ; ils sont représentés en blanc sur la figure 4.5(b), les 2 cercles de gauche pour  $\theta_{E_1}$  et les 2 cercles de droite pour  $\theta_{E_2}$ . En effet, étant donné qu'il y a deux configurations bistatiques, il y a 4 cercles. Pour toutes les configuration bistatiques où  $\theta_E$  est fixé, les cercles correspondant passent par (0,0). La plage  $\Delta\lambda^{-1}$  reste la même. Par contre, la portion angulaire change par rapport au cas monostatique. Pour l'émetteur 1, elle vaut  $\Delta\theta_{E_1} = \theta_{E_1} - \alpha_R$  et pour l'émetteur 2 elle vaut  $\Delta\theta_{E_2} = \theta_{E_2} - \alpha_R$ . Ces portions sont les mêmes pour les deux cas bistatiques car les émetteurs et les récepteurs sont disposés de façon symétrique par rapport à l'axe des ordonnées cf. figure 4.5(b).

A largeur de bande constante, on observe que la surface occupée dans la configuration monostatique est plus importante que dans la configuration multistatique. Ce plan (u,v) rend compte de l'information disponible, ce qui permet de comparer les surfaces entre les configurations. Plus la surface occupée est grande, plus la résolution sera importante. Dans le cas multistatique, ce plan permet aussi de voir que la surface occupée diminue quand l'angle bistatique augmente et donc que cela joue sur la résolution. La comparaison des plan (u,v) en monostatique et en multistatique permet également de se rendre compte de la redondance (même zone remplie) ou de l'apport d'information (zones remplies différentes) d'une configuration par rapport à l'autre. Ici, la redondance est peu importante. En effet, nous allons voir dans la suite de l'étude que la configuration multistatique permet de reconstruire des « points brillants » différents de ceux reconstruits en configuration monostatique dans le cas d'une cible 2D, pleine, en acier inoxydable et de section circulaire de 2cm de diamètre.

#### 4.3.3 Etude des performances : cas d'une cible 2D

Le MFA est ici utilisé pour reconstruire une cible 2D, pleine, en acier inoxydable et de section circulaire dont les paramètres physiques sont : une densité  $\rho_2 = 7900 \ kg/m^3$ , une célérité longitudinale  $c_l = 5790 \ m/s$  et une célérité transversale  $c_t = 3100 \ m/s$ . Le champ diffracté par cette cible est calculé par une série modale [38] [39]. Son diamètre est de 2 cm. Les configurations monostatique et multistatique ainsi que le signal émis sont les mêmes que dans le paragraphe précédent.

#### Images reconstruites et études des performances

La figure 4.6 représente l'image de la cible 2D décrite ci-dessus, centrée reconstruite avec le MFA en configuration « Perf MFA ».



FIGURE 4.6 – Images d'une cible 2D de section circulaire centrée de 2 cm de diamètre avec le MFA en configuration « Perf MFA »

Le MFA permet de reconstruire deux tâches de diffraction représentant la cible dans les deux configurations. D'une part, ces tâches de diffraction sont plus larges en configuration multistatique que celles reconstruites en configuration monostatique ce qui est logique par rapport aux résolutions calculées au paragraphe précédent. D'autre part, ces tâches reconstruites en multistatique ne sont pas positionnées au même endroit sur la frontière de la cible que celles reconstruites en configuration monostatique. Ce résultat met en évidence que le multistatisme permet d'obtenir une information différente de celle obtenue en monostatisme. L'information complémentaire apportée par le multistatisme est donc avantageuse dans le but d'identifier la forme des cibles. La cible y est vue sous un angle différent. Les critères de performances résolution et PSLR ne sont pas pertinents dans le cas de la cible 2D car plusieurs points brillants interagissent pour donner des tâches de diffraction et il est difficile de les isoler pour quantifier ces critères. Au vu de la disposition des points brillants obtenus en configuration « Perf MFA », l'information reconstruite en monostatique est complémentaire à l'information reconstruite en multistatique pour l'identification de la forme de la cible. Cette constatation confirme l'interprétation du plan des fréquences spatiales. Le MFA a été obtenu en supposant que la cible réagit à la perturbation de l'onde acoustique comme une somme de points brillants; or la diffraction d'une cible par une onde acoustique est bien plus complexe et l'hypothèse « points brillants »ne permet pas d'obtenir une information sur la nature de la cible. Si les données bistatiques offrent une information différente sur la forme de l'objet, elles donnent sans doute une information supplémentaire sur la nature de celle-ci.

## 4.4 Conclusion

L'algorithme « points brillants » couramment utilisé en SAR/SAS, le MFA, ainsi que ces performances pour la reconstruction d'images ont été présentés dans ce chapitre. Le MFA est l'algorithme le plus exact au sens du maximum de vraisemblance. Cet algorithme est utilisé dans la suite de l'étude comme la référence afin d'évaluer les performances d'un nouvel algorithme de reconstruction d'images basé sur l'approximation de Kirchhoff.

L'étude du plan des fréquences spatiales permet d'avoir un aperçu de l'information disponible pour une configuration donnée. En effet, il en résulte que l'information disponible n'est pas la même entre la configuration monostatique et la configuration multistatique.

L'étude des performances du MFA pour la reconstruction de cibles 2D de section circulaire pleine en acier inoxydable a été réalisée dans ce chapitre. En configuration « Perf MFA », les points brillants reconstruits ne sont pas positionnés de la même façon dans le cas monostatique et dans le cas multistatique. Il en résulte que dans la configuration « Perf MFA », le multistatisme apporte une information complémentaire pour l'identification de la forme de la cible, ce qui confirme l'intérêt de l'étude du plan des fréquences spatiales.

Le MFA repose sur l'hypothèse que la cible est considérée comme une somme de « points brillants ». Il est efficace pour la reconstruction de la forme de l'objet (si suffisamment de « points brillants » sont reconstruits). Cependant, il ne permet pas d'obtenir d'information sur la physique de la cible (célérité, densité). Dans la suite de l'étude, le champ diffracté par une cible 2D est modélisé à partir d'équations intégrales de frontière et de l'Approximation de Kirchhoff (AK). L'application de l'AK a pour objectif de permettre une modélisation du champ diffracté plus réaliste que l'hypothèse « points brillants » tout en conservant une formulation simple du champ diffracté ; c'est à dire qui pourra être facilement inversée par Transformée de Fourier bidimensionnelle (TF<sub>2D</sub>) afin d'obtenir un algorithme d'imagerie.

## Chapitre 5

## Algorithme de Reconstruction d'Images sous l'Approximation de Kirchhoff

### 5.1 Introduction

Ce chapitre propose une modélisation physique du problème de diffraction par des cibles élastiques et un algorithme d'imagerie tous deux basés sur la théorie de Kirchhoff [40]. La modélisation du champ diffracté fait intervenir une représentation en équations intégrales de frontière à laquelle est appliquée l'Approximation de Kirchhoff (AK). L'AK permet en effet de linéariser le problème afin de pouvoir l'inverser de façon simple. Ce modèle est en particulier utilisé pour la diffraction par des surfaces rugueuses [41] [42]. Dans l'étude qui suit, ce modèle permet d'obtenir un algorithme de reconstruction d'images de cibles. L'enjeu est d'améliorer la reconnaissance de cibles en utilisant une approximation plus réaliste que l'hypothèse « points brillants ».

La première partie de ce chapitre est consacrée à la résolution du problème direct en 2D. Le champ diffracté par une cible 2D, de section quelconque est exprimé au moyen d'une représentation en équations intégrales de frontière [43]. L'AK et la méthode de PS [44] sont utilisées pour obtenir une approximation du champ diffracté par la cible sous la forme d'une expression analytique appelé modèle direct. Le domaine de validité du modèle est ensuite étudié avec des cibles 2D pleines de sections circulaire et elliptique pour trois matériaux (acier inoxydable, aluminium et résine) et pour différents  $k_1a$ .

Dans la seconde partie de ce chapitre, la  $TF_{2D}$  du modèle est calculée dans le but d'obtenir un algorithme d'imagerie. Cet algorithme est appelé : « Imaging Reconstruction Algorithm based on the Kirchhoff Approximation » (IRAKA) [31]. L'application de la méthode de Phase Stationnaire bidimensionnelle (PS<sub>2D</sub>) permet d'obtenir une approximation de l'amplitude reconstruite. Cette approximation est appelée « Fonction de Forme » car nous montrerons qu'elle est maximale sur la frontière de la cible. De plus, son maximum dépend de la forme de la cible et de sa nature physique (célérités et densité). Cette étude a déjà été menée en retro-diffusion (un seul et même capteur pour l'émission et la réception) et une condition de Neumann sur la frontière [32] [44]. Le calcul est ici étendu au cas bistatique avec un coefficient de réflexion variable sur la frontière. Enfin, l'IRAKA est testé avec des cibles composées des trois matériaux cités précédemment et les valeurs du coefficient de réflexion de chacune des cibles sont reconstruites.

## 5.2 Modélisation du champ diffracté par une cible

La cible (milieu  $\Omega_2$ ) est immergée dans l'eau (milieu  $\Omega_1$ ) cf. figure 5.1. Le milieu  $\Omega_1$  est supposé infini et les milieux  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sont supposés homogènes et isotropes. La cible est supposée 2D c'est à dire infinie selon (Oz) et les transducteurs sont placés dans le plan (xOy) pour respecter l'hypothèse « 2D ».



FIGURE 5.1 – Configuration du problème

# 5.2.1 Représentation du champ diffracté par des équations intégrales de frontière

Dans tout ce qui suit, la dépendance temporelle en  $e^{+j\omega t}$  des champs de pression a été éliminée. Soit  $P^i(\vec{X}, k_1)$  le champ incident qui se propage dans  $\Omega_1$ . Il peut être écrit sous la forme :

$$P^{i}(\vec{X},k_{1}) = -\frac{j}{4} H_{0}^{(2)} \left[ k_{1} L_{E}(\vec{X}) \right] P_{0}(f)$$
(5.1)

Avec  $H_0^{(2)}$  la fonction de Hankel de deuxième espèce d'ordre 0.

Soit  $P(\vec{X}, k_1)$  le champ total en un point A quelconque du plan (xOy).

En tout point du plan,

$$P(\vec{X}, k_1) = P^i(\vec{X}, k_1) + P^d(\vec{X}, k_1)$$
(5.2)

 $\forall \vec{X} \in \Omega_1, P(\vec{X}, k_1)$  satisfait la condition de Sommerfeld de rayonnement à l'infini et l'équation d'Helmholtz :

$$\Delta P(\vec{X}, k_1) + k_1^2 P(\vec{X}, k_1) = 0$$
(5.3)

 $\forall \vec{X}, \vec{X}_R \in \mathbb{R}^2$ , la fonction de Green en champ libre notée  $G(\vec{X}, \vec{X}_R)$  verifie la condition de Sommerfeld de rayonnement à l'infini et l'équation suivante :

$$\Delta G(\vec{X}, \vec{X}_R) + k_1^2 \ G(\vec{X}, \vec{X}_R) = \delta(\vec{X} - \vec{X}_R)$$
(5.4)

Considérons le domaine  $\tilde{\Omega}_1$  délimité par la frontière  $\Gamma_{12}$  et le cercle  $\tilde{\Gamma}$  (cf. fig. 5.2); (5.3) et (5.4) donnent :

$$\int_{\tilde{\Omega}_{1}} \left\{ P(\vec{X}, k_{1}) \ \Delta G(\vec{X}, \vec{X}_{R}) - G(\vec{X}, \vec{X}_{R}) \ \Delta P(\vec{X}, k_{1}) \right\} \ d\Omega(\vec{X})$$
$$= \int_{\tilde{\Omega}_{1}} \delta(\vec{X} - \vec{X}_{R}) \ P(\vec{X}, k_{1}) \ d\Omega(\vec{X}) \tag{5.5}$$



FIGURE 5.2 – Domaine pour l'application du théorème de Green

En appliquant le théorème de Green, (5.5) devient :

$$\int_{\tilde{\Omega}_{1}} \delta(\vec{X} - \vec{X}_{R}) P(\vec{X}, k_{1}) d\Omega(\vec{X}) 
= \int_{\partial \tilde{\Omega}_{1}} \left\{ P(\vec{X}, k_{1}) \hat{n}. \vec{grad} \ G(\vec{X}, \vec{X}_{R}) - G(\vec{X}, \vec{X}_{R}) \hat{n}. \vec{grad} \ P(\vec{X}, k_{1}) \right\} d\Gamma(\vec{X}) 
(5.6)$$

Où  $\partial \tilde{\Omega_1}$  est la frontière de  $\tilde{\Omega_1}$ , i.e.  $\partial \tilde{\Omega_1} = \Gamma_{12} \cup \tilde{\Gamma}$ .  $\hat{n}$  est la normale à  $\partial \tilde{\Omega_1}$  orientée vers l'intérieur de  $\tilde{\Omega_1}$ .

Soit M l'ensemble des points de la frontière de la cible; ainsi,

$$\int_{\tilde{\Omega}_{1}} \delta(\vec{X} - \vec{X}_{R}) P(\vec{X}, k_{1}) d\Omega(\vec{X})$$

$$= \int_{\Gamma_{12}} \left\{ P(\vec{X}_{M}, k_{1}) \hat{n}. \vec{grad} G(\vec{X}_{M}, \vec{X}_{R}) - G(\vec{X}_{M}, \vec{X}_{R}) \hat{n}. \vec{grad} P(\vec{X}_{M}, k_{1}) \right\} d\Gamma(\vec{X}_{M})$$

$$+ \int_{\tilde{\Gamma}} \left\{ P(\vec{X}, k_{1}) \hat{n}. \vec{grad} G(\vec{X}, \vec{X}_{R}) - G(\vec{X}, \vec{X}_{R}) \hat{n}. \vec{grad} P(\vec{X}, k_{1}) \right\} d\Gamma(\vec{X})$$
(5.7)

En faisant tendre le rayon du cercle  $\tilde{\Gamma}$  vers l'infini et en appliquant la condition de Sommerfeld [39], il vient :

$$\int_{\tilde{\Gamma}} \left\{ P(\vec{X}, k_1) \ \hat{n}. \ \overrightarrow{grad} \ G(\vec{X}, \vec{X}_R) - G(\vec{X}, \vec{X}_R) \ \hat{n}. \ \overrightarrow{grad} \ P(\vec{X}, k_1) \right\} d\Gamma(\vec{X}) = P^i(\vec{X}_R, k_1)$$
(5.8)

En remplaçant (5.8) dans (5.7),  $\forall \vec{X}_R \in \Omega_1$  et pour  $\forall \vec{X}_M \in \Gamma_{12}$  le champ total s'écrit :

$$P(\vec{X}_{R},k_{1}) = P^{i}(\vec{X}_{R},k_{1})$$

$$+ \int_{\Gamma_{12}} \left\{ P(\vec{X}_{M},k_{1}) \ \hat{n}. \ \vec{grad} \ G(\vec{X}_{M},\vec{X}_{R}) - G(\vec{X}_{M},\vec{X}_{R}) \ \hat{n}. \ \vec{grad} \ P(\vec{X}_{M},k_{1}) \right\} d\Gamma(\vec{X}_{M})$$
(5.9)

D'après (5.2) et (5.9), le champ diffracté par la cible s'exprime comme suit :

$$P^{d}(\vec{X}_{R},k_{1}) = (5.10)$$

$$\int_{\Gamma_{12}} \left\{ P(\vec{X}_{M},k_{1}) \ \hat{n}. \ \vec{grad} \ G(\vec{X}_{M},\vec{X}_{R}) - G(\vec{X}_{M},\vec{X}_{R}) \ \hat{n}. \ \vec{grad} \ P(\vec{X}_{M},k_{1}) \right\} d\Gamma(\vec{X}_{M})$$

A cette étape, il est nécessaire de linéariser cette équation pour poursuivre le calcul. Si P et  $\overrightarrow{grad} P$  sont connus en tout point de  $\Gamma_{12}$  alors  $P^d$  est connu pour tout point R de coordonnées  $\overrightarrow{X}_R$ . L'AK permet d'obtenir des approximations de P et  $\overrightarrow{grad} P$  sur  $\Gamma_{12}$  en fonction du champ incident et ainsi permet de poursuivre le calcul.

#### 5.2.2 Approximation de Kirchhoff

La théorie de Kirchhoff également connu sous le nom de théorie du « Plan Tangent » ou de « l'Optique Physique » permet d'obtenir une approximation du champ diffracté à l'interface entre deux milieux [45]. Chaque point de la surface est modélisé par un plan infini, parallèle à la tangente en ce point. Cette théorie ne prend pas en compte les phénomènes de diffusion multiple, nous considérerons donc des cibles convexes et faiblement rugueuses (taille des rugosités faible devant la longueur d'onde).

Considérons l'onde incidente au point M de la frontière de la cible représentée sur la figure 5.3. Les vecteurs d'ondes incident, réfléchi et transmis (directions longitudinale et transversale) sont respectivement notés  $\vec{k_i} = k_1 \hat{n_i}, \vec{k_r} = k_1 \hat{n_r}, \vec{k_l} = k_l \hat{n_l}$  et  $\vec{k_t} = k_t \hat{n_t}$ . Où  $\hat{n_i}, \hat{n_r}$  et  $\hat{n_t}$  sont les vecteurs normés de  $\vec{k_i}, \vec{k_r}$  et  $\vec{k_t}$ .



FIGURE 5.3 – Plan tangeant

L'approximation du plan tangent indique que localement, en M, l'onde incidente est réfléchie par la surface avec un coefficient de réflexion noté  $\sigma(\vec{X}_M)$  qui s'écrit dans le cas d'un milieu élastique [46] :

$$\sigma(\vec{X}_M) = \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1} \tag{5.11}$$

Avec  $z_1 = \frac{\rho_1 c_1}{\cos \theta_i}$  et  $z_2 = z_l \left[ \cos (2\theta_t) \right]^2 + z_t \left[ \sin (2\theta_t) \right]^2$ . Où,  $z_l = \frac{\rho_2 c_l}{\cos \theta_l}$  et  $z_t = \frac{\rho_2 c_t}{\cos \theta_t}$  et où  $\theta_l$  et  $\theta_t$  sont obtenus par la loi de Snell-Descartes :

$$k_1 \sin \theta_i = k_l \sin \theta_l = k_t \sin \theta_i$$

Avec  $k_1 = \frac{\omega}{c_1}, k_l = \frac{\omega}{c_l}$  et  $k_t = \frac{\omega}{c_t}$ . D'où,

$$\sigma(\vec{X}_M) = \frac{z_l \left[\cos\left(2\theta_t\right)\right]^2 + z_t \left[\sin\left(2\theta_t\right)\right]^2 - z_1}{z_l \left[\cos\left(2\theta_t\right)\right]^2 + z_t \left[\sin\left(2\theta_t\right)\right]^2 + z_1}$$
(5.12)

L'approximation de Kirchhoff permet d'écrire que [41] :

$$P^{d}(\vec{X}_{M},k_{1}) = \sigma(\vec{X}_{M}) P^{i}(\vec{X}_{M},k_{1})$$
(5.13)

et que

$$\widehat{n}. \overrightarrow{grad} P^d(\overrightarrow{X}_M, k_1) = -\sigma(\overrightarrow{X}_M) \ \widehat{n}. \overrightarrow{grad} P^i(\overrightarrow{X}_M, k_1)$$
(5.14)

Ainsi d'après (5.2) on a :

$$P(\vec{X}_M, k_1) = [1 + \sigma(\vec{X}_M)] P^i(\vec{X}_M, k_1)$$
(5.15)

Et

$$\widehat{n}. \overrightarrow{grad} P(\overrightarrow{X}_M, k_1) = [1 - \sigma(\overrightarrow{X}_M)] \ \widehat{n}. \ \overrightarrow{grad} P^i(\overrightarrow{X}_M, k_1)$$
(5.16)

D'où,

$$P^{d}(\vec{X}_{R},k_{1}) = \int_{\Gamma_{12}} \left\{ [1 + \sigma(\vec{X}_{M})] P^{i}(\vec{X}_{M},k_{1}) \widehat{n}.\overrightarrow{grad}G(\vec{X}_{M},\vec{X}_{R}) - [1 - \sigma(\vec{X}_{M})] G(\vec{X}_{M},\vec{X}_{R}) \widehat{n}.\overrightarrow{grad}P^{i}(\vec{X}_{M},k_{1}) \right\} d\Gamma(\vec{X}_{M}(5.17))$$

En appliquant le théorème de Green à  $P^i$ , on obtient :

$$P^{d}(\vec{X}_{R},k_{1}) = \int_{\Gamma_{12}} \left[ \sigma(\vec{X}_{M}) \ P^{i}(\vec{X}_{M},k_{1}) \ \hat{n}.\vec{grad}G(\vec{X}_{M},\vec{X}_{R}) + \sigma(\vec{X}_{M}) \ G(\vec{X}_{M},\vec{X}_{R}) \ \hat{n}.\vec{grad}P^{i}(\vec{X}_{M},k_{1}) \right] \ d\Gamma(\vec{X}_{M}) \tag{5.18}$$

La théorie de l'Optique Physique [47] ou de Kirchhoff [48] [49] conduit à diviser la frontière de la cible en deux parties : la partie insonifiée par l'onde incidente  $\Gamma_{12e}$  et la partie non insonifiée  $\Gamma_{12o}$  [32]. Ainsi,  $\Gamma_{12} = \Gamma_{12e} \cup \Gamma_{12o}$ . Cette théorie suppose que seule la partie insonifiée de la cible apporte une contribution non nulle au champ diffracté par la cible. Ainsi, l'expression (5.10) devient :

$$P^{d}(\vec{X}_{R},k_{1}) = \int_{\Gamma_{12e}} \left[ \sigma(\vec{X}_{M}) P^{i}(\vec{X}_{M},k_{1}) \hat{n}.\vec{grad}G(\vec{X}_{M},\vec{X}_{R}) + \sigma(\vec{X}_{M}) G(\vec{X}_{M},\vec{X}_{R}) \hat{n}.\vec{grad}P^{i}(\vec{X}_{M},k_{1}) \right] d\Gamma(\vec{X}_{M})$$
(5.19)

Le champ incident s'écrit :  $P^i(\vec{X}_M, k_1) = -\frac{j}{4} H_0^{(2)} \left[ k_1 L_E(\vec{X}_M) \right] P_0(f)$ 

Sous l'hypothèse  $k_1 L_E(\vec{X}_M) >> 1$ , on peut écrire :

$$H_0^{(2)} \left[ k_1 \ L_E(\vec{X}_M) \right] \approx \sqrt{\frac{2}{\pi \ k_1 \ L_E(\vec{X}_M)}} \ e^{-j(k_1 L_E(\vec{X}_M) - \frac{\pi}{4})}$$
(5.20)

De plus l'émetteur est supposé éloigné de la frontière de la cible, on a :

$$L_E(\vec{X}_M) = \left\| \vec{X}_E - \vec{X}_M \right\| \approx \left\| \vec{X}_E \right\| - \vec{X}_M \quad \hat{X}_E$$

Où  $\widehat{X}_E$  indique la direction d'émission. On a également,

$$\frac{1}{\sqrt{L_E(\vec{X}_M)}} \approx \frac{1}{\sqrt{\left\|\vec{X}_E\right\|}}$$

Alors,

$$P^{i}(\vec{X}_{M},k_{1}) \approx e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{1}{8 \pi k_{1} \|\vec{X}_{E}\|}} e^{-j k_{1}(\|\vec{X}_{E}\| - \vec{X}_{M} \cdot \hat{X}_{E})} P_{0}(f)$$
(5.21)

Après calcul, on a :

$$\widehat{n}. \overrightarrow{grad} P^i(\overrightarrow{X}_M, k_1) = j \ k_1 \ \widehat{n} \ . \ \widehat{X}_E \ P^i(\overrightarrow{X}_M, k_1)$$
(5.22)

La fonction de Green en 2D s'écrit :

$$G(\vec{X}_R, \vec{X}_M) = -\frac{j}{4} H_0^{(2)} \left[ k_1 \ L_R(\vec{X}_M) \right]$$
(5.23)

Sous l'hypothèse  $k_1 L_R(\vec{X}_M) >> 1$ , le développement asymptotique de  $H_0^{(2)}$  [39] donne :

$$H_0^{(2)} \left[ k_1 \ L_R(\vec{X}_M) \right] \approx \sqrt{\frac{2}{\pi \ k_1 \ L_R(\vec{X}_M)}} \ e^{-j(k_1 L_R(\vec{X}_M) - \frac{\pi}{4})}$$
(5.24)

De plus le récepteur est supposé éloigné de la frontière de la cible, alors :

$$L_R(\vec{X}_M) = \left\| \vec{X}_R - \vec{X}_M \right\| \approx \left\| \vec{X}_R \right\| - \vec{X}_M \quad \hat{X}_R$$

Où  $\widehat{X}_R$  est le vecteur indiquant la direction de réception. On a aussi,

$$\frac{1}{\sqrt{L_R(\vec{X}_M)}} \approx \frac{1}{\sqrt{\left\|\vec{X}_R\right\|}}$$

La fonction de Green s'écrit alors :

$$G(\vec{X}_M, \vec{X}_R) \approx e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{1}{8 \pi k_1 \|\vec{X}_R\|}} e^{-j k_1 \left(\|\vec{X}_R\| - \vec{X}_M \cdot \hat{X}_R\right)}$$
(5.25)

Après calcul, on a :

$$\widehat{n}. \overrightarrow{grad} G(\overrightarrow{X}_M, \overrightarrow{X}_R) = j \ k_1 \ \widehat{n} \ . \ \widehat{X}_R \ G(\overrightarrow{X}_M, \overrightarrow{X}_R)$$
(5.26)

En introduisant la nouvelle expression de la fonction de Green en champ lointain, du champ incident et de leur dérivée normale respective dans 5.19, on obtient la formule suivante :

$$P^{d}(\vec{X}_{R},k_{1}) = j \ k_{1} \ \int_{\Gamma_{12e}} \sigma(\vec{X}_{M}) \ \hat{n} \ \cdot \ \left[\hat{X}_{E} + \hat{X}_{R}\right] \ G(\vec{X}_{M},\vec{X}_{R}) \ P^{i}(\vec{X}_{M},k_{1}) \ d\Gamma(\vec{X}_{M})$$
(5.27)

Ou encore

$$P^{d}(\vec{X}_{R},k_{1}) = \frac{k_{1} P_{0}(f) e^{-jk_{1}} \left( \left\| \vec{X}_{E} \right\| + \left\| \vec{X}_{R} \right\| \right)}{8\pi \sqrt{\left\| \vec{X}_{E} \right\| \left\| \vec{X}_{R} \right\|}} \int_{\Gamma_{12e}} \sigma(\vec{X}_{M}) \ \hat{n} \ . \ \left[ \hat{X}_{E} + \hat{X}_{R} \right] e^{+jk_{1}} (\hat{X}_{E} + \hat{X}_{R}) \cdot \vec{X}_{M}} \ d\Gamma(\vec{X}_{M})$$
(5.28)

L'expression 5.28 est le modèle du champ diffracté sous l'AK. Ce modèle fait apparaître une pondération en fonction de la normale à la surface et de la configuration géométrique des capteurs avec le terme  $(\hat{n} \cdot [\hat{X}_E + \hat{X}_R])$  mais également les pertes par propagation  $\left(\frac{1}{\sqrt{\|\vec{X}_E\|\|\vec{X}_R\|}}\right)$ ce qui n'est pas le cas avec le modèle sous l'hypothèse « points brillants ». Le modèle de champ diffracté sous l'AK (5.28) est donc plus complet que le modèle « points brillants » (4.3). Dans (5.28), il reste une intégrale à calculer pour obtenir une expression analytique du champ diffracté. Cette intégrale sera calculée par la méthode de phase stationnaire.

#### 5.2.3 Méthode de la phase stationnaire

La méthode de la phase stationnaire [44] est appliquée à l'expression 5.28 dans le but d'obtenir une approximation de l'intégrale sur la partie insonifiée de la cible. Cette méthode est décrite en Annexe D, page 157.

On pose :

$$h(\vec{X}_M) = \vec{X}_M \cdot \left[ \hat{X}_E + \hat{X}_R \right]$$
(5.29)

où  $h(\vec{X}_M)$  est la phase de l'intégrale présente dans l'expression 5.28.

Soit  $\Gamma(\vec{X}_M)$  l'abscisse curviligne d'un point M situé sur le contour de la cible.

La phase est stationnaire pour les points M notés  $M_{PS}$  tels que :

$$\frac{\partial h(\vec{X}_M)}{\partial \Gamma(\vec{X}_M)} = \left[ \hat{X}_E + \hat{X}_R \right] \cdot \frac{\partial \vec{X}_M}{\partial \Gamma(\vec{X}_M)} = 0$$
(5.30)

Or  $\overrightarrow{Tan}_{PS} = \frac{\partial \vec{X}_M}{\partial \Gamma(\vec{X}_M)}$  est la tangente à la frontière de la cible en  $M_{PS}$ . La phase est donc stationnaire pour :

$$\vec{Tan}_{PS} \perp \left[ \hat{X}_E + \hat{X}_R \right] \tag{5.31}$$

Cela implique que

$$\widehat{n} // \left[ \widehat{X}_E + \widehat{X}_R \right]$$

Calculons :

$$\frac{\partial^2 h(\vec{X}_M)}{\partial \Gamma^2(\vec{X}_M)} = \left[ \hat{X}_E + \hat{X}_R \right] \cdot \frac{\partial^2 \vec{X}_M}{\partial \Gamma^2(\vec{X}_M)} = -\chi_{c_{PS}} \left[ \hat{X}_E + \hat{X}_R \right] \cdot \hat{n}$$
(5.32)

où  $\chi_{c_{PS}}$  est la courbure de la frontière au point de phase stationnaire  $M_{PS}$ .
Avec la condition de phase stationnaire on obtient :

$$\frac{\partial^2 h(\hat{X}_M)}{\partial \Gamma^2(\vec{X}_M)} = -\chi_{c_{PS}} \left\| \hat{X}_E + \hat{X}_R \right\|$$
(5.33)

D'après la méthode de PS décrite en Annexe D, page 157, on obtient :

$$\int_{\Gamma_{12e}} \sigma(\vec{X}_M) \left[ \hat{X}_E + \hat{X}_R \right] \cdot \hat{n} \ e^{jk_1} \ \left[ \hat{X}_E + \hat{X}_R \right] \cdot \vec{X}} d\Gamma(\vec{X}_M) = \sqrt{\frac{2 \ \pi \ \|\hat{X}_E + \hat{X}_R\|}{k_1 \times c_{PS}}} \ \sigma(\vec{X}_{M_{PS}}) \ e^{j \left\{ k_1 \ [\hat{X}_E + \hat{X}_R] \cdot \vec{X}_{M_{PS}} - \frac{\pi}{4} \right\}}$$
(5.34)

D'où l'expression du champ diffracté par la cible, reçu en R :

$$P^{d}(\vec{X}_{R},k_{1}) = \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{-jk_{1}} \left( \left\| \vec{X}_{E} \right\| + \left\| \vec{X}_{R} \right\| \right) \sqrt{2\pi k_{1}} \left\| \hat{X}_{E} + \hat{X}_{R} \right\|}{8\pi \sqrt{\chi_{c_{PS}}} \left\| \vec{X}_{E} \right\| \left\| \vec{X}_{R} \right\|} P_{0}(f) \sigma(\vec{X}_{M_{PS}}) e^{j k_{1} \left[ \hat{X}_{E} + \hat{X}_{R} \right] \cdot \vec{X}_{M_{PS}}}$$
(5.35)

L'expression 5.35 est le modèle direct du problème obtenu par l'AK et la méthode de PS. Cette expression est dépendante de la forme de la cible via  $\chi_{c_{PS}}$  et  $\overrightarrow{X}_{M_{PS}}$  mais aussi de sa composition avec  $\sigma(\overrightarrow{X}_{M_{PS}})$ , des positions d'émission et de réception et du signal émis  $P_0(f)$ . Ce modèle est une approximation dite « haute fréquence ». Pour quantifier les limites de cette approximation, une étude du domaine de validité en termes de  $k_1a$ , pour différents matériaux, va être présentée dans la sous-section qui suit.

# 5.2.4 Domaine de validité du modèle de champ diffracté obtenu par l'AK et la méthode de PS

L'objectif de l'étude qui suit est de déterminer les limites du modèle direct obtenu par l'AK et par la méthode de PS. Pour ce faire, les champs diffractés de différents types de cibles obtenus par différentes méthodes (série modale et équations intégrales de frontière [50]) sont comparés pour différents  $k_1a$ . Ces méthodes étant développées pour une onde plane incidente et non cylindrique, nous utiliserons une formulation du champ diffracté sous l'AK pour une onde plane incidente pour toute l'étude de validité.

Pour le cas d'une onde plane incidente, le modèle direct obtenu sous l'AK s'écrit :

$$P^{d}(\vec{X}_{R},k_{1}) = \frac{\sqrt{k_{1}} P_{0}(f) e^{-j\left(k_{1} \| \vec{X}_{R} \| - \frac{\pi}{4}\right)}}{\sqrt{8\pi} \| \vec{X}_{R} \|} \int_{\Gamma_{12e}} \sigma(\vec{X}_{M}) \hat{n} \cdot \left[ \hat{X}_{E} + \hat{X}_{R} \right] e^{+jk_{1}\left(\hat{X}_{E} + \hat{X}_{R}\right) \cdot \vec{X}_{M}} d\Gamma(\vec{X}_{M})$$
(5.36)

Ici,  $\widehat{X}_E$  désigne la direction de l'onde incidente.

Après application de la méthode de phase stationnaire on a :

$$P^{d}(\vec{X}_{R},k_{1}) = \sqrt{\frac{\|\hat{X}_{E}+\hat{X}_{R}\|}{4 \chi_{c_{PS}} \|\vec{X}_{R}\|}} e^{-jk_{1}} \|\vec{X}_{R}\|} P_{0}(f) \sigma(\vec{X}_{M_{PS}}) e^{j k_{1} [\hat{X}_{E}+\hat{X}_{R}] \cdot \vec{X}_{M_{PS}}}$$
(5.37)

# Choix des types de cibles : formes, coefficient de réflexion

# Choix des formes

Pour respecter les hypothèses de l'AK, les cibles choisies sont convexes, peu rugueuses et sans arrêtes. Deux sections différentes de cibles ont été retenues : une section circulaire et une section elliptique. Ainsi, selon la condition de phase stationnaire (5.31) il n'y a qu'un seul point stationnaire solution sur la partie insonifiée de la cible pour chaque couple émetteur/récepteur [40].

# Taille et $k_1 a$

Le modèle de champ diffracté sous l'AK est dit « haute fréquence ». Pour quantifier et ainsi préciser cette hypothèse, les cibles choisies vont être étudiées pour différentes valeurs de  $k_1a$  avec 2a la dimension maximale de chaque cible tels que  $1 < k_1a < 20$ .

### Choix des matériaux et coefficients de réflexion

Nous allons étudier des cibles élastiques. Les matériaux choisis sont l'aluminium, l'acier inoxydable et une résine dont les paramètres physiques (célérités et masse volumique) sont plus faibles que ceux des deux matériaux précédents. Le coefficient de réflexion pour un matériau élastique est décrit par l'expression 5.12. Le tableau 5.1 présente les valeurs des célérités et des masses volumiques des différents milieux présents dans le cadre de l'étude.  $z_1$  et  $z_2$  sont respectivement l'impédance de l'eau et l'impédance de la cible.

	$c_1 ~({ m m/s})$	$c_l ~({ m m/s})$	$c_t \ ({ m m/s})$	Masse volumique $(kg/m^3)$	$\frac{ z_2 }{ z_1 }(\theta_i = 0^\circ)$
Eau	1480	Х	Х	$ \rho_1 = 1000 $	Х
Acier inoxydable	Х	5790	3100	$ \rho_2 = 7900 $	31
Aluminium	Х	6420	3040	$ \rho_2 = 2700 $	12
Résine	Х	4080	2040	$ \rho_2 = 1910 $	5

TABLE 5.1 – Paramètres physiques des milieux

La figure 5.4 représente l'amplitude des coefficients de réflexion en fonction de l'angle d'incidence pour le cas de l'acier inoxydable, de l'aluminium et de la résine.



FIGURE 5.4 – Module du coefficient de réflexion  $\sigma$  en fonction de  $\theta_i = 1$  °à 90 °pour les trois matériaux étudiés

#### Résultats et comparaisons

### Cible 2D élastique de section circulaire

Le champ diffracté obtenu par l'AK et la méthode de PS est comparé au champ diffracté obtenu par calcul de la série modale (solution analytique) [38]. Le rayon des trois cibles en acier inoxydable, aluminium et résine est a = 0.5 mm et les fréquences vont de 0 à 10 MHz; ce qui correspond à des  $k_1a$  compris entre 0 et 20. Les cibles sont insonifiées par une onde plane incidente dans la direction définie par  $\theta_i = 0$  °et observées par un récepteur situé sur un cercle de rayon  $r_R = 1 m$  se déplaçant par pas de un degré entre -90 °et 90 °. Dans tous les cas, il ne faut tenir compte que des angles de réception situés entre -90 °et 90 °car le modèle AK et PS ne permet d'évaluer le champ diffracté que sur la partie insonifiée de la cible. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 5.5.

Sur les figures 5.5(a), 5.5(b) et 5.5(c), à 500 kHz, on observe que le modèle direct AK et PS est plus proche de la série modale pour le matériau en acier inoxydable et de moins en moins proche quand le rapport d'impédances entre le matériau et l'eau  $z_2/z_1$  diminue. A des fréquences d'insonification plus élevées, 5 MHz sur les figures 5.5(d), 5.5(e) et 5.5(f) et 10 MHz sur les figures 5.5(g), 5.5(h) et 5.5(i), il semble qu'on ait la même tendance que pour le cas à 500 kHz. Il est cependant difficle de conclure. Pour quantifier ces résultats, le critère utilisé est l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) (5.38) entre le champ diffracté calculé à partir de la série modale noté  $P_M^d(\theta_R, k_1)$  et celui obtenu avec l'AK et la méthode de PS noté  $P_K^d(\theta_R, k_1)$ . Elle est calculée dans la zone éclairée i.e. pour  $\theta_R$  variant de -90 °à 90 °par pas de un degré, pour des fréquences



(g) Acier inoxydable 10 MHz

(h) Aluminium 10 MHz

(i) Résine 10 MHz

FIGURE 5.5 – Modules des champs diffractés par une cible 2D de section circulaire,  $\theta_i = 0$  ° variant de 0 à 10 MHz.

$$EQM(f) = \frac{1}{N_R} \sum_{m=1}^{N_R} \left| P_M^d(\theta_{R_m}, k_1) - P_K^d(\theta_{R_m}, k_1) \right|^2$$
(5.38)

L'EQM est représentée en fonction de la plage de fréquences 0 à 10 MHz sur la figure 5.6. Il résulte de ces graphiques que l'EQM, est en moyenne sur la plage de fréquences, d'autant plus faible que le rapport d'impédances entre le matériau et l'eau  $z_2/z_1$  est élevé.



FIGURE 5.6 – EQM entre le modèle de Kirchhoff et la série modale de -90 ° à 90 °

Dans le but de mettre en évidence les résonances de ces cibles, nous avons calculé la Moyenne des Modules des Champs Diffractés (MMCD) reçus de -90 ° à 90 °(zone éclairée) obtenus par la série modale (cf. formule 5.39).

$$MMCD = \frac{1}{N_R} \sum_{m=1}^{N_R} \left| P_M^d(\theta_{R_m}, k_1) \right|$$
(5.39)

On remarque que les EQM et les MMCD présentent des pics à certaines fréquences. Pour vérifier si ces pics correspondent aux résonances des cibles, les résonances de chacune des cibles ont été calculées par recherche des zéros des déterminants de la série modale [51] [52]. Les pics de l'EQM et de la MMCD et les résonances de chacune des trois cibles circulaires sont respectivement données en Annexe E, page 159 dans les tableaux E.1, E.2 et E.3. Les pics des EQM et des MMCD semblent globalement correspondre aux fréquences de résonances de ces cibles. La MMCD semble donc être une méthode intéressante pour trouver les résonances de ces cibles. D'après les courbes des EQM et les tableaux de comparaisons, le modèle AK et PS semble donc être mis en défaut particulièrement aux fréquences de résonances. Mis à part pour les résonances de la cibles, l'EQM prend des valeurs peu élevées à partir de 500 kHz pour l'acier inoxydable et l'aluminium et à partir de 2 MHz pour la résine.

Si l'on considère une valeur de l'EQM à partir de laquelle le modèle est uniquement mis en défaut aux fréquences de résonances, on peut alors fixer une valeur de  $k_1a$  à partir de laquelle le modèle donne de bons résultats à part aux fréquences de résonances de la cible. Le  $k_1a$  limite pour les matériaux en acier inoxydable et en aluminium se situe vers 1 alors que pour la cible en résine il se situe vers 10. Pour les faibles ka, le modèle AK et PS est donc plus adapté aux



FIGURE 5.7 – MMCD de la série modale de -90 ° à 90 °

matériaux fortement contrastés avec l'eau.

Dans le but d'étudier une géométrie de cible plus complexe, la diffraction par des cibles de section elliptique est étudiée dans la sous-section qui suit.

### Cible 2D élastique de section elliptique

Nous avons choisi de tester le modèle AK et PS avec une géométrie de cible plus complexe. Des cibles elliptiques composées des trois mêmes matériaux que précédemment sont insonifiées par une onde plane pour des fréquences variant de 0 à 5 MHz. La position de la cible par rapport aux trois directions d'émission :  $\theta_E = 0$ °, 90 °et 225 °est présentée sur la figure 5.8. Les réceptions vont de 1 °à 360 °tous les degrés, elles se font à une distance de 1 m du centre O. Le grand axe de l'ellipse est b = 1 mm et le petit est a = 0.5 mm et la plage de fréquences de l'étude est [0,5 MHz]; ce qui donne des  $k_1a$  variant d'environ 1 à 10 et des  $k_1b$  variant d'environ 2 à 20.



FIGURE 5.8 – Position de la cible de section elliptique par rapport aux directions d'émission et des positions de réception

Le champ diffracté obtenu par l'AK et la méthode de PS est comparé avec le champ diffracté obtenu par une méthode d'équations intégrales de frontière (Boundary Integral Elastic Equations : BIEE) [50]. Les résultats obtenus pour  $\theta_E = 0$ °, 90° et 225° sont respectivement représentés sur les figures 5.9, 5.10 et 5.11 aux fréquences 500 kHz et 5 MHz.



FIGURE 5.9 – Module des champs diffractés par une cible 2D de section elliptique,  $\theta_E = 0$  °

Comme pour la cible de section circulaire, on constate que le modèle AK et PS est meilleur pour les matériaux acier inoxydable et aluminium que pour la résine. De la même façon, si on considère que les MMCD représentées sur la figure 5.13 permettent de mettre en évidence les résonances et si on compare ces fréquences aux pics des EQM représentées sur la figure 5.12, la même conclusion que pour la cible circulaire peut être écrite. C'est à dire que la limite est  $k_1a \approx 1$  pour l'acier inoxydable et l'aluminium et  $k_1a \approx 10$  pour la résine pour les cas  $\theta_E =$ 0 °et de  $\theta_E = 90$  °. Pour  $\theta_E = 225$  °, il est difficile de tirer des conclusions car les pics des EQM ne sont pas toujours liés aux pics des MMCD.

# Conclusion

Pour conclure sur la validité du modèle AK et PS, il résulte des comparaisons précédentes que ce modèle est mis en défaut aux fréquences de résonances des cibles. Par ailleurs, le modèle AK



FIGURE 5.10 – Modules des champs diffractés par une cible 2D de section elliptique,  $\theta_E = 90^{\circ}$ 

et PS est plus adapté lorsque le rapport d'impédances entre le matériau et l'eau est important. En termes de  $k_1a$ , pour les matériaux dont l'impédance est fortement contrastée avec celle de l'eau comme l'acier inoxydable et l'aluminium, la limite en dessous de laquelle le modèle n'est plus réaliste peut être placée à  $k_1a \approx 1$ . Par contre pour des matériaux élastiques de type résine, il est nécessaire d'avoir au moins un  $k_1a \approx 10$ . Dans la suite de ce chapitre, nous présenterons une inversion du modèle en onde incidente cylindrique.



FIGURE 5.11 – Modules des champs diffractés par une cible 2D de section elliptique,  $\theta_E=225$  .



FIGURE 5.12 – EQM entre le modèle AK et PS et la modèle BIEE -  $\theta_E=0$ °, 90 ° et 225 °



FIGURE 5.13 – MMCD par la méthode BIEE -  $\theta_E$  = 0 °, 90 ° et 225 °

# 5.3 Reconstruction de cibles sous l'AK

Cette deuxième partie du chapitre traite de l'obtention de l'algorithme de reconstruction d'images sous l'AK : l'IRAKA. Cet algorithme est obtenu par Transformée de Fourier 2D du modèle avec l'AK seul (sans la méthode de PS). Cette méthode d'imagerie a déjà été traitée pour le cas d'une réflexion totale et dans un contexte de rétro-diffusion [32]. L'enjeu est d'adapter ce calcul au cas d'une cible dont le coefficient de réflexion varie en fonction de l'incidence mais également d'effectuer ce calcul dans un contexte bistatique. Dans le but d'interpréter l'amplitude reconstruite, la méthode de  $PS_{2D}$  décrite en Annexe D, page 157 est appliquée à la formule obtenue après  $TF_{2D}$ . Ce calcul montre que la fonction obtenue a une amplitude maximale sur la frontière de la cible et que celle-ci dépend du coefficient de réflexion aux points de phase stationnaire.

# 5.3.1 Transformée de Fourier 2D du modèle de champ diffracté obtenu avec l'AK

D'après le formule 5.28 :

$$P^{d}(\vec{X}_{R},k_{1}) = \frac{k_{1} \ e^{-jk_{1}} \left( \left\| \vec{X}_{E} \right\| + \left\| \vec{X}_{R} \right\| \right) \ P_{0}(f)}{8 \ \pi \ \sqrt{\left\| \vec{X}_{E} \right\| \ \left\| \vec{X}_{R} \right\|}} \ v^{d}(\hat{X}_{E} + \hat{X}_{R},k_{1})$$
(5.40)

Avec

$$v^{d}(\widehat{X}_{E} + \widehat{X}_{R}, k_{1}) = \int_{\Gamma_{12e}} \sigma(\overrightarrow{X}_{M}) \left(\widehat{X}_{E} + \widehat{X}_{R}\right) \cdot \widehat{n} \ e^{+jk_{1}\left(\widehat{X}_{E} + \widehat{X}_{R}\right) \cdot \overrightarrow{X}_{M}} \ d\Gamma(\overrightarrow{X}_{M}) \tag{5.41}$$

La Transformée de Fourier 2D de  $v^d(\widehat{X}_E + \widehat{X}_R, k_1)$  donne :

$$f(\vec{\xi}) = \int_{k_x} \int_{k_y} v^d (\widehat{X}_E + \widehat{X}_R, k_1) \ e^{-j \ \vec{k} \cdot \vec{\xi}} \ dk_y \ dk_x$$
(5.42)

Avec  $\vec{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y}$ . Le système de coordonnées  $(k_x, k_y)$  n'est pas adéquat pour la suite du calcul car le champ diffracté  $P^d(\vec{X}_R, k_1)$  est exprimé dans le système de coordonnées  $(k_1, \theta_R)$ . Posons :

$$\vec{k} = k_1 \left( \hat{X}_E + \hat{X}_R \right)$$

Ainsi,

$$\begin{cases} k_x = k_1 \ \left[\cos \theta_E + \cos \theta_R\right] \\ k_y = k_1 \ \left[\sin \theta_E + \sin \theta_R\right] \end{cases}$$

Le Jacobien de ce changement de systèmes de coordonnées donne :

$$J = k_1 \left[ 1 + \cos \left( \theta_E - \theta_R \right) \right]$$

 $f(\vec{\xi})$  s'écrit alors :

$$f(\vec{\xi}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} k_1 \left[ 1 + \cos\left(\theta_E - \theta_R\right) \right] v^d (\hat{X}_E + \hat{X}_R, k_1) \ e^{-j \ \vec{k} \cdot \vec{\xi}} \ d\theta_R \ dk_1 \tag{5.43}$$

L'étude qui suit est réalisée pour une configuration bistatique de type « Tomo ». Celle-ci comprend un émetteur fixe en E et plusieurs récepteurs dont les angles de réception  $\theta_R$  varient entre  $\theta_{R_{min}}$  et  $\theta_{R_{max}}$ . Ainsi,  $\Delta \theta_R = \theta_{R_{max}} - \theta_{R_{min}}$  décrit la plage d'angles de réception. Ce calcul peut être mené de la même façon pour un récepteur qui aurait une trajectoire rectiligne.

On définit  $k_0 = \frac{2\pi f_0}{c_1}$  avec  $f_0$  la fréquence centrale du signal émis et  $\Delta k = \frac{2\pi B}{c_1}$ , la plage de nombres d'onde, avec B la largeur de bande du spectre du signal émis. Les plages d'angles de réception et de fréquences étant limitées, on ne peut calculer qu'une approximation de  $v^d$  notée  $\tilde{v}^d = F(\theta_R, k_1) v^d$  où  $F(\theta_R, k_1)$  est définie de la façon suivante :

$$F(\theta_R, k_1) = \begin{cases} 1 & \text{si } (k_0 - \frac{\Delta k}{2}) \le k_1 \le (k_0 + \frac{\Delta k}{2}) \text{ et si } \theta_{R_{min}} \le \theta_R \le \theta_{R_{max}} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La fonction  $v^d(\widehat{X}_E + \widehat{X}_R, k_1)$  est donc limitée à  $\Delta k$  et  $\Delta \theta_R$ :

$$\tilde{v^d}(\widehat{X}_E + \widehat{X}_R, k_1) = F(\theta_R, k_1) \ v^d(\widehat{X}_E + \widehat{X}_R, k_1)$$

Alors,

$$\tilde{f}(\vec{\xi}) = \int_{k_0 - \frac{\Delta k}{2}}^{k_0 + \frac{\Delta k}{2}} \int_{\theta_{R_{min}}}^{\theta_{R_{max}}} k_1 \left[1 + \cos\left(\theta_E - \theta_R\right)\right] \tilde{v^d}(\hat{X}_E + \hat{X}_R, k_1) \ e^{-j \ \vec{k} \cdot \vec{\xi}} \ d\theta_R \ dk_1 \qquad (5.44)$$

D'où,

$$\tilde{f}(\vec{\xi}) = \int_{k_0 - \frac{\Delta k}{2}}^{k_0 + \frac{\Delta k}{2}} k_1 \Phi(\vec{\xi}, k_1) dk_1$$
(5.45)

Avec,

$$\Phi(\vec{\xi}, k_1) = \int_{\theta_{R_{min}}}^{\theta_{R_{max}}} \int_{\Gamma_{12e}} g(\theta_R, \vec{X}_M) \ e^{+jk_1h(\theta_R, \vec{X}_M)} \ d\Gamma(\vec{X}_M) \ d\theta_R$$
(5.46)

Et avec,

$$g(\theta_R, \vec{X}_M) = [1 + \cos\left(\theta_E - \theta_R\right)] \ \sigma(\vec{X}_M) \left(\hat{X}_E + \hat{X}_R\right) \ . \ \hat{n}$$
(5.47)

Où,

$$h(\theta_R, \vec{X}_M) = \left(\hat{X}_E + \hat{X}_R\right) \cdot \left(\vec{X}_M - \vec{\xi}\right)$$
(5.48)

On suppose que les positions des capteurs sont telles que  $(\hat{X}_E + \hat{X}_R) \neq 0$ , dans le cas contraire on aurait :  $g(\theta_R, \vec{X}_M) = 0$ ,  $h(\theta_R, \vec{X}_M) = 0$  et finallement  $\vec{f}(\vec{\xi}) = 0$ . Sous les restrictions précédentes et sous l'hypothèse « haute fréquence » c'est à dire  $k_1 a$  suffisamment grand,  $\Phi$  peut être évaluée par la méthode de PS<sub>2D</sub> [44].

### 5.3.2 Fonction de forme

La méthode de  $PS_{2D}$  est décrite en Annexe D, page 157.

Dans un premier temps, cette méthode consiste à trouver les points stationnaires. Ces points sont donnés par les conditions de stationnarité bidimentionelles qui sont :

$$\begin{cases} \frac{\partial h(\theta_R, \vec{X}_M)}{\partial \Gamma(\vec{X}_M)} &= 0\\ \frac{\partial h(\theta_R, \vec{X}_M)}{\partial \theta_R} &= 0 \end{cases}$$

Où  $\Gamma(\vec{X}_M)$  est l'abscisse curviligne au point M.

Les conditions de stationnarité bidimensionnelles donnent des conditions sur le point M et sur les angles de réception  $\theta_R$ . Les solutions sont notées :  $(\theta_{R_{PS}}, \vec{X}_{M_{PS}})$ . On désigne par  $\hat{X}_{R_{PS}}$  le vecteur normé de  $O\vec{R}_{PS}$ .

Pour chaque couple  $(\theta_{R_{PS}}, \vec{X}_{M_{PS}})$  tel que  $\Delta \neq 0$ , la méthode de la phase stationnaire bidimensionnelle donne (cf. annexe D) :

$$\Phi(\vec{\xi}, k_1) = \frac{2\pi}{k_1} \frac{g(\theta_{R_{PS}}, \vec{X}_{M_{PS}})}{\sqrt{|\Delta|}} e^{+jk_1 h(\theta_{R_{PS}}, \vec{X}_{M_{PS}})} e^{+j \operatorname{signe}(\Delta) \frac{\pi}{4}}$$
(5.49)

Avec,

$$\Delta = \frac{\partial^2 h(\theta_{R_{PS}}, \vec{X}_{M_{PS}})}{\partial \theta_R^2} \frac{\partial^2 h(\theta_{R_{PS}}, \vec{X}_{M_{PS}})}{\partial \Gamma^2(\vec{X}_M)} - \left(\frac{\partial^2 h(\theta_{R_{PS}}, \vec{X}_{M_{PS}})}{\partial \theta_R \partial \Gamma(\vec{X}_M)}\right)^2 \tag{5.50}$$

Etudions les conditions de stationnarité 2D.

D'une part,

$$\frac{\partial h(\theta_{R_{PS}}, \vec{X}_{M_{PS}})}{\partial \Gamma(\vec{X}_M)} = 0 \implies \left( \widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{PS}} \right) \ . \ \vec{Tan}_{PS} = 0$$



FIGURE 5.14 – Vecteurs dans les conditions de phase stationnaire 2D

Où  $\overrightarrow{Tan}_{PS} = \frac{\partial \vec{X}_{M_{PS}}}{\partial \Gamma(\vec{X}_M)}$  est le vecteur tangent en  $M_{PS}$ . Les vecteurs mis en jeu sont représentés figure 5.14.

D'où, la première condition de PS :  $(\widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{PS}})$  est colinéaire à  $\widehat{n}$ 

Pour une direction d'émission  $\widehat{X}_E$  donnée et une direction de réception :  $\widehat{X}_{R_{PS}}$  donnée, le point  $M_{PS}$  qui renvoie le maximum d'énergie est tel que  $(\widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{PS}}) / / \widehat{n}$ . Puisque que l'AK suppose qu'il n'y a pas de diffusion multiple (cible convexe sans rugosités ni arrêtes), et que l'approximation de l'Optique Physique ne prend en compte que la contribution de la partie insonifiée de la cible, ce point  $M_{PS}$  est unique pour le couple :  $(\theta_{R_{PS}}, \widehat{X}_E)$ .

D'autre part,

$$\frac{\partial h(\theta_{R_{PS}}, \vec{X}_{M_{PS}})}{\partial \theta_R} = 0 \implies \frac{\partial \vec{X}_{R_{PS}}}{\partial \theta_R} \cdot \left(\vec{X}_{M_{PS}} - \vec{\xi}\right) = 0$$

D'où, la seconde condition de PS :  $\widehat{X}_{R_{PS}}$  est colinéaire à  $\left(\overrightarrow{X}_{M_{PS}} - \overrightarrow{\xi}\right)$ 

Afin d'illustrer ces conditions, les figures 5.15(a) et 5.15(b) représentent respectivement les conditions de stationnarité en configurations monostatique et bistatique pour une cible de forme elliptique.

Exprimons maintenant la fonction de forme  $\tilde{f}(\vec{\xi})$  sous les conditions de phase stationnaire. Soit  $\hat{n}$  la normale sortante,  $\hat{n}$  est telle que :

$$\widehat{n} = -\frac{1}{\chi_{c_{PS}}} \frac{\partial \vec{Tan_{PS}}}{\partial \Gamma(\vec{X}_M)}$$

Avec  $\chi_{c_{PS}} > 0$  la courbure de la surface de la cible en  $M_{PS}$ .

Soit  $\Delta$  le Hessien de  $h(\theta_R, X_M)$  qui est le déterminant de la matrice des dérivées partielles





(b) Conditions de  $PS_{2D}$  en bistatique

FIGURE 5.15 – Conditions de  $PS_{2D}$  en monostatique et en bistatique

secondes de  $h(\theta_R, \vec{X}_M)$ ; sous les conditions de  $PS_{2D}$ , il s'écrit :

$$\Delta = \frac{\partial^2 \left[ \widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{PS}} \right]}{\partial \theta_R^2} \cdot \left[ \overrightarrow{X}_{M_{PS}} - \overrightarrow{\xi} \right] \cdot \left[ \widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{PS}} \right] \cdot \frac{\partial^2 \overrightarrow{X}_{M_{PS}}}{\partial \Gamma^2(\overrightarrow{X}_M)}$$

$$- \left( \frac{\partial \left[ \widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{PS}} \right]}{\partial \theta_R} \cdot \frac{\partial \overrightarrow{X}_{M_{PS}}}{\partial \Gamma(\overrightarrow{X}_M)} \right)^2$$
(5.51)

On sait que :

$$\frac{\partial^2 h(\theta_{R_{PS}}, \vec{X}_{M_{PS}})}{\partial \Gamma^2(\vec{X}_M)} = \left[ \hat{X}_E + \hat{X}_{R_{PS}} \right] \cdot \frac{\partial^2 \vec{X}_{M_{PS}}}{\partial \Gamma^2(\vec{X}_M)} = -\chi_{c_{PS}} \left[ \hat{X}_E + \hat{X}_{R_{PS}} \right] \cdot \hat{n}$$
(5.52)

Sous la première condition de phase stationnaire, on obtient :

$$\frac{\partial^2 h(\theta_{R_{PS}}, \vec{X}_{M_{PS}})}{\partial \Gamma^2(\vec{X}_M)} = - \left\| \widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{PS}} \right\| \chi_{c_{PS}}$$
(5.53)

Calculons :  $\frac{\partial^2 [\hat{X}_E + \hat{X}_{R_{PS}}]}{\partial \theta_R^2} \cdot [\vec{X}_{M_{PS}} - \vec{\xi}]$ 

$$\widehat{X}_{R_{PS}} = \cos \theta_{R_{PS}} \, \widehat{x} \, + \, \sin \theta_{R_{PS}} \, \widehat{y} \tag{5.54}$$

$$\frac{\partial \left[\hat{X}_E + \hat{X}_{R_{PS}}\right]}{\partial \theta_R} = \frac{\partial \hat{X}_{R_{PS}}}{\partial \theta_R} = -\sin \theta_{R_{PS}} \,\hat{x} + \cos \theta_{R_{PS}} \,\hat{y}$$
(5.55)

$$\frac{\partial^2 \left[ \widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{PS}} \right]}{\partial \theta_R^2} = \frac{\partial^2 \widehat{X}_{R_{PS}}}{\partial \theta_R^2} = -\cos \theta_{R_{PS}} \,\widehat{x} - \sin \theta_{R_{PS}} \,\widehat{y} = -\widehat{X}_{R_{PS}} \tag{5.56}$$

Si  $M_{PS}^{\rightarrow}P$  est un vecteur sortant, tel que  $M_{PS} \in \Gamma_{12e}$ , la seconde condition de phase stationnaire donne :

$$\frac{\partial^2 \left[ \widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{PS}} \right]}{\partial \theta_R^2} \cdot \left[ \overrightarrow{X}_{M_{PS}} - \overrightarrow{\xi} \right] = -\widehat{X}_{R_{PS}} \left[ \overrightarrow{X}_{M_{PS}} - \overrightarrow{\xi} \right] = \left\| \overrightarrow{X}_{M_{PS}} - \overrightarrow{\xi} \right\|$$
(5.57)

Si  $\overrightarrow{M_{PS}P}$  est un vecteur entrant, alors :

$$\frac{\partial^2 \left[ \widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{PS}} \right]}{\partial \theta_R^2} \cdot \left[ \overrightarrow{X}_{M_{PS}} - \overrightarrow{\xi} \right] = -\widehat{X}_{R_{PS}} \cdot \left[ \overrightarrow{X}_{M_{PS}} - \overrightarrow{\xi} \right] = - \left\| \overrightarrow{X}_{M_{PS}} - \overrightarrow{\xi} \right\|$$
(5.58)

D'autre part,

$$\left(\frac{\partial \left[\widehat{X}_{E} + \widehat{X}_{R_{PS}}\right]}{\partial \theta_{R}} \cdot \frac{\partial \overrightarrow{X}_{M_{PS}}}{\partial \Gamma(\overrightarrow{X}_{M})}\right)^{2} = \left(\frac{\partial \widehat{X}_{R_{PS}}}{\partial \theta_{R}} \cdot \overrightarrow{Tan}_{PS}\right)^{2}$$
(5.59)

Or,

$$\frac{\partial \widehat{X}_{R_{PS}}}{\partial \theta_R} = -\sin \theta_{R_{PS}} \,\widehat{x} \,+\, \cos \theta_{R_{PS}} \,\widehat{y} \tag{5.60}$$

Et,

$$\vec{Tan_{PS}} = \frac{\partial \vec{X}_{M_{PS}}}{\partial \Gamma(\vec{X}_M)} = \cos\left(\theta_{\vec{Tan_{PS}}}\right) \hat{x} + \sin\left(\theta_{\vec{Tan_{PS}}}\right) \hat{y}$$
(5.61)

la tangente à la courbe au point stationnaire  $\vec{X}_{M_{PS}}$ . Où  $\theta_{\vec{Tan_{PS}}}$  est l'angle entre  $\vec{Tan_{PS}}$  et l'axe (Ox).

Ainsi,

$$\left(\frac{\partial \left[\widehat{X}_{E} + \widehat{X}_{R_{PS}}\right]}{\partial \theta_{R}} \cdot \frac{\partial \overrightarrow{X}_{M_{PS}}}{\partial \Gamma(\overrightarrow{X}_{M})}\right)^{2} = \left(\frac{\partial \widehat{X}_{R_{PS}}}{\partial \theta_{R}} \cdot \overrightarrow{Tan}_{PS}\right)^{2} \qquad (5.62)$$

$$= \left[-\sin\left(\theta_{R_{PS}}\right) \cos\left(\theta_{\overrightarrow{Tan}_{PS}}\right) + \cos\left(\theta_{R_{PS}}\right) \sin\left(\theta_{\overrightarrow{Tan}_{PS}}\right)\right]^{2}$$

$$= \left[\sin\left(\theta_{\overrightarrow{Tan}_{PS}} - \theta_{R_{PS}}\right)\right]^{2}$$

 $\Delta$  dépend donc de la forme de la cible.

Ainsi :

$$\Delta = -\chi_{c_{PS}} \alpha_{PS} \left\| \widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{PS}} \right\| \left\| \overrightarrow{X}_{M_{PS}} - \overrightarrow{\xi} \right\| - \left[ \sin\left(\theta_{\overrightarrow{Tan_{PS}}} - \theta_{R_{PS}}\right) \right]^2$$
(5.63)

Où,

 $\alpha_{PS} = \begin{cases} 1 \text{ pour } M_{PS}^{\rightarrow}P \text{ est sortant} \\ - 1 \text{ dans le cas contraire} \end{cases}$ 

Il y a plusieurs cas de figure selon le sens de  $\overrightarrow{M_{PS}P}$ : Si le vecteur  $\overrightarrow{M_{PS}P}$  est sortant alors  $\Delta < 0$ . Si le vecteur  $\overrightarrow{M_{PS}P}$  est entrant il y a alors 3 cas de figures :

$$\begin{aligned} \left\| \vec{X}_{M_{PS}} - \vec{\xi} \right\| &< \frac{\left[ \sin\left(\theta_{\overrightarrow{Tan}_{PS}} - \theta_{R_{PS}}\right) \right]^2}{\chi_{c_{PS}} \left\| \hat{X}_E + \hat{X}_{R_{PS}} \right\|} \Rightarrow \Delta < 0 \\ \left\| \vec{X}_{M_{PS}} - \vec{\xi} \right\| &= \frac{\left[ \sin\left(\theta_{\overrightarrow{Tan}_{PS}} - \theta_{R_{PS}}\right) \right]^2}{\chi_{c_{PS}} \left\| \hat{X}_E + \hat{X}_{R_{PS}} \right\|} \Rightarrow \Delta = 0 \\ \left\| \vec{X}_{M_{PS}} - \vec{\xi} \right\| &> \frac{\left[ \sin\left(\theta_{\overrightarrow{Tan}_{PS}} - \theta_{R_{PS}}\right) \right]^2}{\chi_{c_{PS}} \left\| \hat{X}_E + \hat{X}_{R_{PS}} \right\|} \Rightarrow \Delta > 0 \end{aligned}$$

Pour les cas  $\Delta < 0$  et  $\Delta > 0$ , on peut calculer l'intégrale. Par contre, quand  $\Delta = 0$ , les points stationnaires sont dits « dégénérés » et il n'y a pas de solution. On ne peut donc pas donner d'approximation de l'intégrale pour ces points là. Ce changement de signe du Hessien intervient lorsqu'on se place à l'intérieur de la cible  $(M_{PS}P \text{ entrant})$ .

Ainsi, pour un pixel P à l'extérieur de la cible,  $\Delta < 0$ , (5.49) et (5.45) donnent :

$$\widetilde{f_{PS}(\vec{\xi})} = 2\pi \left[1 + \cos\left(\theta_E - \theta_{R_{PS}}\right)\right] \left\|\widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{PS}}\right\| \sigma(\overrightarrow{X}_{M_{PS}}) \qquad (5.64)$$

$$\int_{k_0 - \frac{\Delta k}{2}}^{k_0 + \frac{\Delta k}{2}} \frac{e^{j\left\{k_1 \left[\widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{PS}}\right] \cdot \left[\overrightarrow{X}_{M_{PS}} - \overrightarrow{\xi}\right] + signe(\Delta) \frac{\pi}{4}\right\}}}{\sqrt{|\Delta|}} dk_1$$

Après calcul de l'intégrale présente dans (5.64), il vient :

$$\tilde{f}_{PS}(\vec{\xi}) = \frac{2 \pi \Delta k \left[1 + \cos\left(\theta_E - \theta_{R_{PS}}\right)\right] \left\|\hat{X}_E + \hat{X}_{R_{PS}}\right\| e^{-j\frac{\pi}{4}} \sigma(\vec{X}_{M_{PS}})}{\sqrt{|\Delta|}} \qquad (5.65)$$

$$sinc\left(\frac{\Delta k}{2} \left[\hat{X}_E + \hat{X}_{R_{PS}}\right] \cdot \left[\vec{X}_{M_{PS}} - \vec{\xi}\right]\right) e^{-jk_0 \left[\hat{X}_E + \hat{X}_{R_{PS}}\right] \cdot \left[\vec{X}_{M_{PS}} - \vec{\xi}\right]}$$

Pour  $(\widehat{X}_E + \widehat{X}_{R_{SP}}) \neq 0$ , la fonction représentée par  $f_{PS}(\vec{\xi})$  est maximale en  $\vec{\xi} = \vec{X}_{M_{PS}}$ , en d'autres termes elle est maximale pour les pixels de l'image localisés en  $M_{PS}$ .

Ainsi, en calculant la transformée de Fourier 2D de  $v^d$ , on trouve une fonction qui est maximale sur la frontière de la cible. Cette caractéristique va être exploitée pour obtenir un algorithme d'imagerie qui reconstruit les formes de cibles sous les hypothèses de l'AK.

Pour le maximun de  $|\tilde{f}_{PS}(\vec{\xi})|$ , on trouve :

$$Max\left\{\left|\tilde{f}_{PS}(\vec{\xi}=\vec{X}_{M_{PS}})\right|\right\} = 2\pi \ \Delta k \ \left[1+\cos\left(\theta_{E}-\theta_{R_{PS}}\right)\right] \ \left\|\hat{X}_{E}+\hat{X}_{R_{PS}}\right\| \ \left|\sigma(\vec{X}_{M_{PS}})\right| \ (5.66)$$

# 5.3.3 Algorithme de Reconstruction d'Images sous l'Approximation de Kirchhoff

A partir des expressions 5.40 et 5.44 on peut écrire l'expression de  $\tilde{f}(\vec{\xi})$  en fonction du champ diffracté  $P^d$ :

$$\tilde{f}(\vec{\xi}) = 8\pi \int_{k_0 - \frac{\Delta k}{2}}^{k_0 + \frac{\Delta k}{2}} \int_{\theta_{R_{min}}}^{\theta_{R_{max}}} \sqrt{\left\| \vec{X}_E \right\|} \left\| \vec{X}_R \right\|} e^{jk_1 \left( \left\| \vec{X}_E \right\| + \left\| \vec{X}_R \right\| \right)}$$

$$H_{fil}(\theta_E, \theta_R, k_1) \frac{P^d(\theta_R, k_1)}{P_0(f)} e^{-j\vec{k} \cdot \vec{\xi}} d\theta_R dk_1$$
(5.67)

Avec  $H_{fil}(\theta_E, \theta_R, k_1) = H_{fil}(\beta, k_1) = k_1 [1 + \cos \beta]$  un filtre spatio-fréquentiel qui dépend de l'angle bistatique  $\beta = |\theta_E - \theta_R|$ 

En discrétisant l'expression 5.67, on a :

$$I_{IRAKA}(\vec{\xi}) = 8\pi \sum_{l=1}^{N_f} \sum_{m=1}^{N_R} \sqrt{\left\|\vec{X}_E\right\|} \left\|\vec{X}_{R_m}\right\|} e^{jk_{1_l}} \left(\left\|\vec{X}_E\right\| + \left\|\vec{X}_{R_m}\right\|\right)}$$

$$H_{fil}(\beta_m, k_{1_l}) \frac{P^d(\theta_{R_m}, k_{1_l})}{P_0(f_l)} e^{-jk_{l,m}^{-}\cdot\vec{\xi}} \frac{2\pi\,\delta f}{c_1} \,\delta\theta_R$$
(5.68)

Avec  $H_{fil}(\beta_m, k_{1_l}) = k_{1_l} [1 + \cos(\theta_E - \theta_{R_m})]$ , et avec  $\delta f$ ,  $\delta \theta_R$  respectivement les pas réguliers entre deux échantillons fréquentiels et deux angles de réception.

Comme le MFA, l'IRAKA présente deux sommations : une sur la fréquence et une autre sur les positions de réception. Sa formulation nécessite une approximation de champ lointain ainsi que l'approximation de Kirchhoff. La différence avec le MFA repose dans le traitement du signal émis qui est ici une déconvolution et non une compression d'impulsion. L'IRAKA présente également un filtrage spatio-fréquentiel absent dans le MFA.

# Reconstruction d'images avec l'IRAKA en simulation dans une configuration bistatique de type « Tomo »

L'IRAKA est testé pour la reconstruction de trois cibles dans la huitième configuration bistatique de type « Tomo » avec comme signal utilisé à l'émission le signal de type « Ricker » (présenté dans le chapitre 3). Les cibles 2D de section circulaire sont constituées de trois matériaux différents : acier inoxydable, aluminium et résine. Les champs diffractés par ces cibles sont obtenus par série modale. Ces cibles et leurs caractéristiques sont données dans le tableau 5.2.

Cibles	Diamètre (cm)	$k_1 a$	Masse vol. $(kg/m^3)$	$c_l ~({ m m/s})$	$c_t ~({ m m/s})$
Cible inox	2a = 1	10	7900	5790	3100
Cible alu	2a = 1	10	2700	6420	3040
Cible résine	2a = 1	10	1910	4080	2040

TABLE 5.2 – Cibles 2D utilisées en simulation avec l'IRAKA

Les champs diffractés par ces trois cibles à 500 kHz, obtenus par série modale et par le modèle AK et PS, sont comparés sur la figure 5.16.



(a) Acier inoxydable - 500 kHz

(b) Aluminium - 500 kHz

```
(c) Résine - 500 kHz
```

FIGURE 5.16 – Modules des champs diffractés par une cible 2D de section circulaire,  $\theta_E = 0$  °

L'IRAKA est calculé pour une onde plane incidente au lieu d'une onde cylindrique incidente car il est utilisé avec une série modale en onde plane incidente pour les reconstructions de cibles circulaires qui vont suivre. Il s'exprime donc de la façon suivante :

$$I_{IRAKA}(\vec{\xi}) = \sqrt{8\pi} \sum_{l=1}^{N_f} \sum_{m=1}^{N_R} e^{j\left(k_1 \| \vec{x}_{R_m} \| - \frac{\pi}{4}\right)} \sqrt{\| \vec{X}_{R_m} \|} H_{fil}(\beta_m, k_{1_l}) \frac{P^d(\theta_{R_m}, k_{1_l})}{P_0(f_l)} e^{-jk_{l,m}^{-} \cdot \vec{\xi}} \frac{2\pi \,\delta f}{c_1} \,\delta \theta_R \tag{5.69}$$

Avec  $H_{fil}(\beta_m, k_{1_l}) = \sqrt{\frac{2\pi f}{c_1}} [1 + \cos(\beta)]$ 

L'IRAKA est implémenté dans le domaine fréquentiel. Le spectre du signal émis  $P_0(f)$  est obtenu par transformée de Fourier du signal d'émission. Ce spectre est ensuite multiplié par le champ diffracté calculé sur la bande de fréquence utile du signal d'émission par série modale classique []. La bande utile a été choisie grande pour avoir un maximum de résolution lors de l'étape de déconvolution dans l'IRAKA. Enfin, on obtient les données simulées qui représentent le champ diffracté  $P^d(\theta_{R_m}, k_{1_l})$ . L'IRAKA permet alors de reconstruire les images des trois cibles représentées sur la figure 5.17.



FIGURE 5.17 – Images des cibles 2D de section circulaire par l'IRAKA dans la huitième configuration bistatique de type « Tomo »

Nous constatons que plus le diagramme de directivité du champ diffracté obtenu par l'AK et la PS est proche du diagramme de directivité obtenu par série modale (cf. figure 5.16), moins l'image reconstruite est perturbée (cf. figure 5.17). La série modale étant une approximation haute fréquence, ce modèle ne tient pas compte des résonances pour les ka faibles. Nous savons que l'amplitude de l'image reconstruite varie en fonction de la nature de la cible (étude de la fonction de forme). Nous nous proposons donc d'utiliser cette caractéristique ainsi que la fonction de forme obtenue par la méthode de  $PS_{2D}$  pour obtenir une approximation du coefficient de réflexion de chacune des ces trois cibles.

# Valeur approchée du coefficient de réflexion obtenu à partir de l'IRAKA et de la fonction de forme

La fonction de forme est une expression approchée de la formule de l'IRAKA dans une configuration bistatique donnée. Cette fonction dépend linéairement du coefficient de réflexion de la cible au point de phase stationnaire. Pour un émetteur et un récepteur, il n'existe, d'après l'AK et l'approximation de la PS, qu'un seul et unique point  $M_{SP}$  sur la frontière de la cible. L'amplitude de ce point est donnée par le maximum de la fonction de forme cf. (5.66). Ce maximum peut donc être relié à l'expression de l'IRAKA comme suit :

$$I_{IRAKA}(\vec{\xi}) = \sum_{m=1}^{N_R} I_m(\vec{\xi}) \,\delta\theta_R \tag{5.70}$$

Avec :

$$I_{m}(\vec{\xi}) = 8\pi \sum_{l=1}^{N_{f}} \sqrt{\|\vec{X}_{E}\|} \|\vec{X}_{R_{m}}\|} e^{jk_{1}} \left(\|\vec{X}_{E}\| + \|\vec{X}_{R_{m}}\|\right)} H_{fil}(\beta_{m}, k_{1_{l}}) \frac{P^{d}(\theta_{R_{m}}, k_{1_{l}})}{P_{0}(f_{l})} e^{-jk_{l,m}^{\rightarrow} \cdot \vec{\xi}} \frac{2\pi \delta f}{c_{1}}$$
(5.71)

Le maximum de  $|I_m(\vec{\xi})|$  est alors une approximation du maximum de la fonction de forme, i.e. :

$$Max\left\{\left|I_{m}(\vec{\xi}=\vec{X}_{M_{PS}})\right|\right\}\approx Max\left\{\left|\tilde{f_{PS}}(\vec{\xi}=\vec{X}_{M_{PS}})\right|\right\}$$

Pour chaque point  $M_{SP}$  il est donc possible d'obtenir une approximation de la valeur du coefficient de réflexion en ce point :

$$\left|\sigma(\vec{X}_{M_{PS}})\right| \approx \frac{Max\left\{\left|I_m(\vec{\xi}=\vec{X}_{M_{PS}})\right|\right\}}{2\pi \ \Delta k \ [1+\cos\left(\theta_E-\theta_{R_{PS}}\right)] \ \left\|\widehat{X}_E+\widehat{X}_{R_{PS}}\right\|\right|}$$
(5.72)

Cette méthode a été appliquée pour obtenir les valeurs approchées des coefficients de réflexion des trois types de cibles précédentes en fonction des incidences 0 ° à 22 ° présentes dans la configuration bistatique de type « Tomo ». La courbe présentée sur la figure 5.18 permet d'observer que les valeurs obtenues par cette méthode sont en adéquation avec les valeurs théoriques des coefficients de réflexion. Cependant, ces coefficients de réflexion sont constants alors que les coefficients réels varient à partir d'un certain angle d'incidence cf. figure 5.18.



FIGURE 5.18 – Coefficients de réflexion de trois cibles de section circulaire pleines en acier inoxydable, aluminium et résine obtenus par l'IRAKA et par la formule théorique (5.12) - Avec  $\theta_i = \left|\frac{\theta_E - \theta_R}{2}\right|$ 

# 5.4 Conclusion

Ce chapitre propose une modélisation physique du problème de diffraction par des cibles élastiques et un algorithme d'imagerie tous deux basés sur la théorie de Kirchhoff. Le domaine de validité du modèle AK et PS a été étudié. Il résulte des comparaisons que nous avons faites ce modèle est mis en défaut aux fréquences de résonances des cibles. Par ailleurs, le modèle AK et PS est plus adapté lorsque le rapport d'impédances entre le matériau et l'eau est important. En termes de  $k_1a$ , pour les matériaux dont l'impédance est fortement contrasté avec celle de l'eau (acier inoxydable et aluminium). La limite en dessous de laquelle le modèle n'est plus réaliste est obtenu pour  $k_1a \approx 1$ . Par contre pour des matériaux élastiques du même type que la résine, la limite en  $k_1a$  est supérieure à dix.

Le modèle obtenu sous l'AK est plus complet et plus représentatif de la physique du problème car il dépend du coefficient de réflexion de la cible qui varie avec l'angle d'incidence en comparaison avec le modèle points brillants où le coefficient est constant.

La transformée de Fourier 2D de ce modèle a permis d'obtenir un algorithme d'imagerie appelé : « Imaging Reconstruction Algorithm based on the Kirchhoff Approximation » (IRAKA). Cet algorithme est mathématiquement assez proche du MFA avec pour différences un filtrage spatio-fréquentiel présent uniquement dans l'IRAKA et le fait que le MFA réalise une compression d'impulsion alors que l'IRAKA réalise une déconvolution.

La méthode de  $PS_{2D}$  appliquée à l'IRAKA nous a conduit à une fonction qui permet d'interpréter l'amplitude reconstruite. En effet, cette fonction est maximale sur la frontière de la cible mais surtout linéairement dépendante du coefficient de réflexion et de la courbure de la cible au point de phase stationnaire. Ainsi, l'IRAKA permet d'obtenir des valeurs approchées du coefficient de réflexion si la forme de la cible est connue. Le caractère bistatique permet d'obtenir ces valeurs à différentes incidences. L'étude menée dans ce chapitre permet donc une meilleure connaissance de la nature de la cible reconstruite comparée aux algorithmes d'imagerie couramment utilisés en SAR/SAS. Les différences entre le MFA et l'IRAKA vont maintenant être étudiées en termes de qualité de la reconstruction de formes de cibles et de robustesse au bruit dans le chapitre qui suit.

# Chapitre 6

# Comparaison entre le MFA et l'IRAKA pour la reconstruction de cibles

# 6.1 Introduction

Dans ce chapitre, des images de cibles sont reconstruites avec le MFA et l'IRAKA à partir de données numériques obtenues en simulation et de données expérimentales mesurées en cuve. Les images obtenues sont comparées en termes de qualité de reconstruction et de robustesse au bruit. Les cibles 2D utilisées répondent aux hypothèses requises pour l'application de l'AK. Elles sont de forme elliptique et de forme circulaire. Tout d'abord, une étude numérique est menée dans un contexte non bruité. Le premier critère retenu pour l'évaluation de la qualité de la reconstruction est l'erreur entre la position de la frontière de la cible sur l'image qui correspond au maximum d'amplitude de l'image, et la position réelle de cette frontière. Le second critère est l'épaisseur du contour à -3 dB du maximum d'amplitude. Dans la deuxième partie de l'étude les résultats de l'expérimentation en cuve sont présentés. La troisième partie de ce chapitre concerne les mêmes simulations que la première étude mais en présence de bruit. Le critère déterminant pour la détection dans le bruit est le Rapport Signal sur Bruit (RSB) à partir duquel il est possible de détecter le contour de la cible. Ce RSB est évalué par des calculs d'entropies des images obtenues à partir de données bruitées. Le but de cette étude est de déterminer que les l'algorithme le plus adapté à la reconstruction de cibles dans un bruit de type additif, blanc et gaussien.

Pour fixer les idées, rappelons les formules des deux algorithmes : – Le MFA :

$$I_{MFA}(\vec{\xi}) = \frac{\sum_{m=1}^{N_R} \sum_{l=1}^{N_f} P^r(\vec{x}_{R_m}, k_{l_l}) P_0^*(f_l) e^{jk_{l_l}} \left[ L_E(\vec{\xi}) + L_{R_m}(\vec{\xi}) \right]}{N_R \sum_{l=1}^{N_f} |P_0(f_l)|^2}$$
(6.1)

 L'IRAKA est exprimé pour une onde plane incidente au lieu d'une onde cylindrique incidente car il est utilisé avec une série modale et un code d'équations intégrales de frontière tous deux implémentés en onde plane incidente :

$$I_{IRAKA}(\vec{\xi}) = \sqrt{8\pi} \sum_{l=1}^{N_f} \sum_{m=1}^{N_g} e^{j\left(k_1 \| \vec{X}_{R_m} \| - \frac{\pi}{4}\right)} \sqrt{\| \vec{X}_{R_m} \|} H_{fil}(\beta_m, k_{1_l}) \frac{P^{d}(\theta_{R_m}, k_{1_l})}{P_0(f_l)} e^{-jk_{l,m}^{\rightarrow} \cdot \vec{\xi}} \frac{2 \pi \delta f}{c_1} \delta \theta_R$$
(6.2)  
Avec  $H_{fil}(\beta_m, k_{1_l}) = \sqrt{\frac{2\pi f}{c_1}} [1 + \cos(\beta)]$ 

# 6.2 Comparaison en termes de qualité de reconstruction de cibles

# 6.2.1 Résultats de simulations

Dans cette partie, les images sont reconstruites à partir de données numériques dans un contexte non bruité. Ces données représentent les champs diffractés de deux cibles 2D (infinies selon l'axe Oz), la première de forme circulaire et la deuxième de forme elliptique. Elles sont toutes deux pleines en acier inoxydable. Ces champs ont été calculés à partir d'une série modale pour la cible 2D de section circulaire et à partir d'équations élastiques intégrales de frontière [50] pour la cible 2D de section elliptique. Leurs paramètres sont donnés dans le tableau 6.1.

Paramètres	Cible 2D de section circulaire	Cible 2D de section elliptique		
Taille (cm)	$2\mathrm{a}=1~(\mathrm{diametre})$	2a = 2 (grand axe) et 1 (petit axe)		
$k_1a$	$\approx 10$	$\approx 20$		
Matériaux	acier inoxydable	acier inoxydable		
Masse Vol. $(kg/m^3)$	7900	7900		
$c_l ~({ m m/s})$	5790	5790		
$c_t ~({ m m/s})$	3100	3100		

TABLE 6.1 – Cibles 2D utilisées en simulation pour la comparaison de le MFA et de l'IRAKA

#### Paramètres et configuration de simulation

Le signal émis  $p_0(t)$  utilisé pour les simulations qui vont suivre est l'impulsion de Ricker. Le signal temporel et son spectre sont représentés sur la figure 6.1.

Les paramètres du Ricker utilisé lors des simulations sont les suivants :

- Amplitude :  $A_0 = 1$ ,
- Durée :  $T = 0.7 \ \mu s$ ,



FIGURE 6.1 – Signal Ricker utilisé en simulation

- Fréquence centrale :  $f_0 = 500 \ kHz$ ,
- Largeur de bande à -3 dB :  $B = 375 \ kHz$ ,

L'objectif étant de comparer les algorithmes en termes de qualité de reconstruction, nous avons choisi une configuration multistatique qui permet de reconstruire totalement la forme des cibles. Les paramètres géométriques de cette configuration sont donnés dans le tableau 6.2 et sur la figure 6.2. On rappelle que  $\theta_{Rc}$  est la position de réception centrale de l'antenne de réception.

$\theta_{E_i}$	$\left\  \vec{X_{E_i}} \right\ $	$N_R$	$ heta_{R_c}$	$\alpha_R$
$45^{\circ}*i$	$50\ cm$	91	$45^{\circ}*i$	90°

TABLE  $6.2 - i^{\grave{e}me}$  configuration bistatique de type « Tomo », telles que i=1,8

Le MFA et l'IRAKA sont utilisés pour reconstruire les 8 images bistatiques des 8 configurations bistatiques. Un exemple de reconstruction dans une des 8 configurations bistatiques réalisée avec l'IRAKA est donné au chapitre 4 page 105 sur la figure 5.17. Pour chaque algorithme, les 8 images bistatiques sont sommées soit de façon cohérente (SC) soit de façon incohérente (SI) pour obtenir l'image multistatique. Seules les images multistatiques sont représentées dans la suite. Pour les simulations, le centre de chaque cible est exactement placé au centre géométrique O.

### Influence du filtre présent dans l'IRAKA

Le filtre  $H_{fil}(\beta, f) = \sqrt{\frac{2\pi f}{c_1}} [1 + \cos(\beta)]$ , présent dans l'IRAKA (cf. formule 6.2), est étudié en fonction de la plage de fréquences et des paramètres géométriques donnés précédemment. Pour n'importe laquelle des huit configurations bistatiques  $\beta$  varie de 0 à 45°. La figure 6.3 représente



(a) Les 8 positions d'émission dans la configuration multistatique de type « Tomo »



(b) 1<sup>ère</sup> configuration bistatique de type « Tomo »



(c)  $2^{\grave{e}me}$  configuration bistatique de type « Tomo » (d)  $8^{\grave{e}me}$  configuration bistatique de type « Tomo »

FIGURE 6.2 – Configuration multistatique de type « Tomo »

l'influence de ce filtre sur  $|P_0(f)|$  en fonction de la fréquence sur la plage [0 à 1.4 MHz] et de l'angle bistatique variant de 0 à 45°. Cette figure montre que plus l'angle bistatique est faible plus  $|P_0(f)| H_{fil}(\beta, f)$  est grand. Le filtre agit sur le signal en amplifiant celui-ci pour les petits angles bistatiques. La différence entre le maximum des valeurs de  $|P_0(f)|$  filtré par  $H_{fil}(\beta, f)$ pour le plus petit angle bistatique (0°) et pour le plus grand angle bistatique (45°) est d'environ 1.5 dB. Cette valeur paraît faible pour avoir une influence significative sur l'image reconstruite.





(a)  $|P_0(f)|$  filtré par  $H_{fil}(\beta, f)$  en fonction de  $\beta$  et de la fréquence

(b)  $|P_0(f)|$  filtré par  $H_{fil}(\beta, f)$  pour  $\beta_{min}$  et  $\beta_{max}$ 

FIGURE 6.3 – Influence du filtre présent dans l'IRAKA

### Images reconstruites à partir des données numériques

Les figures 6.4(a) et 6.4(b) représentent les images de la cible de section circulaire reconstruites avec le MFA par sommation cohérente (SC) et par sommation incohérente (SI) des images bistatiques. Les figures 6.4(c) et 6.4(d) représentent les images de la cible 2D de section circulaire reconstruites avec l'IRAKA par SC et SI des images bistatiques.

Tout d'abord, on observe que la section circulaire de la cible est bien reconstruite avec les deux algorithmes. Les projections suivant (Ox) des images précédentes sont présentées sur la figure 6.5(a) pour le cas de la SC et sur la figure 6.5(b) pour le cas de la SI de façon à mieux comparer les reconstructions de la section de la cible suivant l'algorithme utilisé. Deux critères ont été retenus pour comparer le MFA et l'IRAKA en termes de qualité de reconstruction de la cible. Le premier critère est l'erreur Erx suivant (Ox) et Ery suivant (Oy) entre la position du maximum d'amplitude sur l'image et la position réelle de la frontière de la cible. Le second critère est l'épaisseur  $\Delta x_{-3dB}$  suivant (Ox) et  $\Delta y_{-3dB}$  suivant (Oy) de cette frontière à -3 dBde l'amplitude maximale.

Les valeurs des critères de reconstruction de la forme de la cible sont obtenus graphiquement à partir des coupes suivant (Ox) en SC et en SI qui sont respectivement représentées sur les figures 6.5(c) et 6.5(d). Ces valeurs sont regroupées dans le tableau 6.3 pour les deux formes de cibles.

L'étude du tableau 6.3 montre que l'IRAKA donne de meilleurs résultats que le MFA en terme de reconstruction de forme (avec les critères choisis) pour les deux types de cibles étudiés. Il



FIGURE 6.4 – Images en SC et en SI de la cible 2D de section circulaire reconstruites par le MFA et l'IRAKA - Données simulées non bruitées - Signal Ricker

est ensuite nécessaire d'identifier ce qui peut influencer ces critères. Pour ce faire, nous avons implémenté le MFA avec une déconvolution au lieu de la compression d'impulsion. Les images obtenues en SC et en SI sont alors respectivement représentées sur les figures 6.6(a) et 6.6(b). L'IRAKA est ensuite implémenté sans l'étape de filtrage par  $H_{fil}(\beta, f)$ . Les images obtenues en SC et en SI sont alors respectivement représentées sur les figures 6.6(c) et 6.6(d). Il résulte de l'interprétation de ces images que c'est l'opération de déconvolution présente dans l'IRAKA qui permet d'obtenir une meilleure définition de la frontière de la cible. De plus, le filtrage par  $H_{fil}(\beta, f)$  n'a pas d'influence sur l'épaisseur du contour pour cette étude. Quant à la comparaison entre les images multistatiques obtenues par SC et par SI, la SC permet d'avoir



FIGURE 6.5 – Comparaisons des projections sur (Ox) des images de la cible 2D de section circulaire reconstruites par le MFA et par l'IRAKA - Données simulées non bruitées

une meilleure définition de la frontière pour les deux algorithmes tandis que la SI donne des valeurs plus précises de la position de la cible.

Ces deux algorithmes sont donc des outils efficaces pour la reconstruction de cibles de section circulaire dans cette configuration. Néanmoins, la déconvolution présente dans la formule de l'IRAKA (6.2) lui confère de meilleures performances que le MFA pour l'identification de formes de cibles en environnement non bruité.

Pour la cible de section elliptique, la section est également reconstruite avec les deux algorithmes comme on peut le voir sur les figures 6.7(a) et 6.7(c) dans le cas de la SC et les figures 6.7(b)et 6.7(d) dans le cas de la SI. Les projections sur (Ox) et (Oy) des images en SC et en SI

Forme	Algorithme	Erx (%)	Ery (%)	$\Delta x_{-3dB} \ (\mathrm{cm})$	$\Delta y_{-3dB}$ (cm)
circulaire	MFA SC	2.9	2.9	0.111	0.111
circulaire	IRAKA SC	1.8	1.8	0.052	0.052
circulaire	MFA SI	2.22	2.22	0.147	0.147
circulaire	IRAKA SI	1.28	1.28	0.060	0.0060
elliptique	MFA SC	1.9	3.86	0.123	0.116
elliptique	IRAKA SC	0.15	0.12	0.041	0.055
elliptique	MFA SI	0.44	0.58	0.146	0.130
elliptique	IRAKA SI	0.15	0.12	0.053	0.053

CHAPITRE 6 : Comparaison entre le MFA et l'IRAKA pour la reconstruction de cibles

TABLE 6.3 – Valeurs obtenues graphiquement pour les critères de la qualité de reconstruction de la forme de la cible avec le MFA et l'IRAKA en SC et en SI

sont représentées sur la figure 6.8 pour comparer le contour reconstruit avec le MFA avec celui reconstruit avec l'IRAKA. Les résultats obtenus pour la cible de section elliptique confirment les résultats obtenus pour la cible de section circulaire.

Les résultats de simulation obtenus à partir de données numériques non bruitées font de l'IRAKA le meilleur des deux algorithmes pour la qualité de la reconstruction de ces deux formes. Nous allons maintenant tester ces algorithmes sur des données expérimentales obtenues en cuve. Les paramètres et les résultats de ces expérimentations sont donnés dans la sous-section qui suit.



(a) MFA sans compression d'impulsion avec déconvolution en SC



(c) IRAKA sans filtrage par  $H_{fil}(\beta, f)$  en SC



(b) MFA sans compression d'impulsion avec déconvolution en SI



(d) IRAKA sans filtrage par  $H_{fil}(\beta, f)$  en SI

FIGURE 6.6 – Images en SC de la cible 2D de section circulaire avec le MFA avec une déconvolution au lieu de la compression d'impulsion et l'IRAKA sans  $H_{fil}(\beta, f)$  - Données simulées non bruitées - Signal Ricker



FIGURE 6.7 – Images en SC et en SI de la cible 2D de section elliptique reconstruites par le MFA et l'IRAKA - Données simulées non bruitées - Signal Ricker



FIGURE 6.8 – Comparaison des projections sur (Ox) et (Oy) des images en SC et en SI de la cible 2D de section elliptique reconstruites par le MFA et l'IRAKA - Données simulées non bruitées - Signal Ricker

# 6.2.2 Expérimentations en cuve

Dans cette partie, les images de cibles ont été reconstruites à partir de données expérimentales. Les photographies de l'expérimentation sont présentées dans l'Annexe F, page 165. Les cibles utilisées lors des essais en cuve sont décrites dans le tableau 6.4.

Paramètres	Cible 2D de section circulaire	Cible 2D de section elliptique	
Taille (cm)	$2\mathrm{a}=1~(\mathrm{diametre})$	2a = 2.4  (grand axe)	
		$2\mathrm{b}=1.2~(\mathrm{petit}~\mathrm{axe})$	
$k_1a$	$\approx 10$	$\approx 25$	
$k_1b$	Х	$\approx 13$	
Matériau	acier inoxydable	acier inoxydable	
Masse Vol. $(kg/m^3)$	7900	7900	
$c_l ~({ m m/s})$	5790	5790	
$c_t ({ m m/s})$	3100	3100	

TABLE 6.4 – Cibles utilisées pour l'expérimentation

#### Paramètres et configuration expérimentaux

Deux transducteurs Panametrics V301 large bande de fréquence centrale 500 kHz ont été utilisés. Leur ouverture à  $-3 \ dB$  est de 7°. L'un d'entre eux est utilisé comme émetteur et le second comme récepteur. Pour former une des 8 configurations bistatique, l'émetteur est immobile et le récepteur change de position entre deux acquisitions. L'expérimentation est réalisée dans des conditions similaires aux conditions de simulation. Pour des raisons de contraintes expérimentales, l'émetteur et le récepteur ne sont pas placés sur le même cercle et il n'y a pas de données exploitables quand le récepteur passe dans l'ombre de l'émetteur (entre  $-5^{\circ}$  and  $+5^{\circ}$  autour de l'émetteur). L'émetteur est placé à  $\|\vec{X}_E\| = 33.41 \ cm$  du centre de rotation et le récepteur est à  $\|\vec{X}_R\| = 44.28 \ cm$ . Le signal émis est le signal expérimental représenté sur la figure 6.9. Ce signal tient compte des fonctions de transfert des transducteurs. Sa fréquence centrale est  $f_0 = 500 \ kHz$  et sa largeur de bande à  $-3 \ dB$  est d'environ 220 kHz.

La célérité du son dans l'eau est évaluée à 1477 m/s par une mesure de la température de l'eau. Les distances  $L_E(\vec{\xi})$  et  $L_R(\vec{\xi})$  entre les transducteurs et la zone où se trouve la cible sont supérieures à 30 cm ce qui suffit pour être dans des conditions de champ lointain de l'image. Les signaux réfléchis par les parois de la cuve ont été enlevés des données par filtrage temporel pour se placer en condition de champ libre.


FIGURE 6.9 – Signal expérimental pour l'expérimentation en configuration de type « Tomo »

#### Images reconstruites à partir des données expérimentales mesurées en cuve

Les figures 6.10(a) et 6.10(b) représentent respectivement les images de la cible de section circulaire reconstruites avec le MFA en SC et en SI et les figures 6.10(c) et 6.10(d) celles reconstruites avec l'IRAKA.

Les figures 6.11(a) et 6.11(b) représentent respectivement les images de la cible de section elliptique reconstruites avec le MFA en SC et en SI et les figures 6.11(c) et 6.11(d) celles reconstruites avec l'IRAKA.

Tout d'abord, on observe que les sections des cibles sont correctement reconstruites avec les deux algorithmes ce qui confirme les résultats de l'étude numérique précédente. Ici, les cibles ne sont pas placées exactement au centre géométrique O. Les expérimentations en cuve confirment donc le fait que l'IRAKA permet d'obtenir des frontières de cibles plus fines qu'avec le MFA. Néanmoins, elles montrent également que l'IRAKA semble plus sensible au bruit car l'image est beaucoup plus perturbée et les frontières de cibles moins nettes que dans le cas des simulations. Il est donc nécessaire de poursuivre l'étude numérique pour évaluer la robustesse au bruit de ces algorithmes. Le bruit mis en jeu dans les simulations qui suivent est un bruit additif, blanc et gaussien. Dans la suite, nous considérerons uniquement la cible de section circulaire étant donné que les images de la cible de section elliptique donnent le même type de résultats.



FIGURE 6.10 – Images en SC et en SI de la cible de section circulaire reconstruites par le MFA et l'IRAKA - Données expérimentales de cuve



FIGURE 6.11 – Images en SC et en SI de la cible de section elliptique reconstruites par le MFA et l'IRAKA - Données expérimentales de cuve

### 6.3 Comparaison en termes de robustesse à un bruit additif blanc gaussien

Dans cette partie, les images d'une cible de section circulaire en acier inoxydable dont les données ont été simulées dans un environnement peu bruité à fortement bruité (RSB de 90 dB à -60 dB), ont été reconstruites pour comparer les algorithmes en termes de robustesse à un bruit de type additif, blanc, gaussien.

### 6.3.1 Paramètres de simulation

Les paramètres de simulation sont les mêmes que pour les simulations précédentes à part que nous avons testé deux signaux différents, l'impulsion de Ricker, utilisé dans la première partie de ce chapitre, et le signal Chirp dont les paramètres sont rappelés ici :

- Amplitude :  $A_0 = 1$ ,
- Durée :  $T_c = 100 \ \mu s$ ,
- Fréquence centrale :  $f_0 = 500 \ kHz$ ,
- Largeur de bande à -3 dB :  $B = 300 \ kHz$ ,

Ce signal ainsi que son spectre sont respectivement représentés sur les figures 6.12(a) et 6.12(b). Le spectre d'un tel signal peut être approché par une porte de largeur B centrée sur  $f_0$  (cf. figure 6.12(b)).



FIGURE 6.12 – Signal Chirp utilisé en simulation

#### 6.3.2 Résultats de simulation

Un bruit blanc et gaussien est donc ajouté à tous les signaux reçus (données numériques) avec des niveaux de RSB allant de  $-60 \ dB$  à 90 dB et les limites de reconstruction du contour de la cible pour les deux algorithmes sont données. Dans le but de quantifier les niveaux de RSB limites pour la détection du contour de la cible dans le bruit, des calculs d'entropies d'images ont été réalisés pour des valeurs de RSB allant de  $-60 \ dB$  à 90 dB tous les 5 dB. L'entropie d'une image permet d'évaluer la quantité d'information présente dans l'image (en bits par pixel). Elle est habituellement utilisée en traitement d'images pour la détection de contour [53] [54].

#### Images obtenues à partir de données simulées bruitées - Signal Ricker

La figure 6.13 montre l'évolution de l'entropie de l'image en fonction du RSB pour le MFA et l'IRAKA en SC et en SI avec l'impulsion de Ricker.



FIGURE 6.13 – Evolution de l'entropie de l'image en fonction du RSB avec le MFA et l'IRAKA en SC et SI - Signal Ricker

Pour les deux algorithmes, on constate qu'à partir d'une valeur particulière du rapport signal sur bruit, l'entropie tend vers une constante égale à l'entropie de l'image reconstruite à partir de données non bruitées. Cette tendance intervient à des valeurs du RSB différentes pour les deux algorithmes : 10 dB pour le MFA et 60 dB pour l'IRAKA. On constate également que quand le RSB décroît, l'entropie tend aussi vers une valeur constante qui est celle que l'on obtient en l'absence de cible (bruit uniquement). Cela intervient également à des valeurs de RSB différentes pour les deux algorithmes : -30 dB pour le MFA et 20 dB pour l'IRAKA. A partir de ces valeurs il est donc impossible de détecter la cible dans le bruit. Entre ces deux tendances l'entropie subit des variations importantes qui traduisent l'apparition du contour

de la cible. Pour l'IRAKA cette variation est brutale et la pente de la courbe d'entropie est constante. La zone d'apparition du contour dans le bruit se situe donc entre 20 dB et 70 dB. Pour le MFA, cette variation est moins brutale et se fait en deux temps cf. figure 6.13. La zone d'apparition du contour de la cible se situe donc entre -30 dB et 10 dB. L'étude visuelle des images montre que le RSB limite se trouve aux alentours de -15 dB pour le MFA et 30 dB pour l'IRAKA. Les images de cible pour ces RSB limites sont présentées sur la figure 6.14(a) pour le MFA et sur la figure 6.14(b) pour l'IRAKA. A partir de ces résultats, il résulte comme prévu que le MFA est beaucoup plus robuste que l'IRAKA à ce type de bruit.



FIGURE 6.14 – Images en SC avec les RSB limites pour la détection du contour de la cible 2D de section circulaire reconstruites par le MFA et l'IRAKA - Données simulées bruitées - Signal Ricker

La figure 6.14(d) montre l'image en SC réalisée avec l'IRAKA implémenté avec une compression d'impulsion à la place de la déconvolution. L'amplitude de cette image est notée  $I_{IRAKACI}$ . Puisque le contour de la cible est aussi bien reconstruit sur l'image représentée figure 6.14(c) que sur l'image représentée sur la figure 6.14(d), la caractéristique responsable de ce manque de robustesse au bruit pour l'IRAKA est identifié comme étant l'étape de déconvolution. Les mêmes images sont réalisées en SI et sont représentées sur la figure 6.15.



FIGURE 6.15 – Images en SI avec les RSB limites pour la détection du contour de la cible 2D de section circulaire reconstruites par le MFA et l'IRAKA - Données simulées bruitées - Signal Ricker

D'après les courbes d'entropie et images représentées sur les figures 6.14 et 6.15, les images en SC et en SI donnent les mêmes RSB limites.

#### Images obtenues à partir de données simulées non bruitées - Signal Chirp

Les figures 6.16(a) et 6.16(b) représentent respectivement les images reconstruites par le MFA en SC et SI avec le signal « Chirp » dans un environnement non bruité. Les figures 6.16(c) et 6.16(d) représentent respectivement les images reconstruites par l'IRAKA en SC et SI avec le signal « Chirp » dans un environnement non bruité.



FIGURE 6.16 – Images en SC et en SI de la cible 2D de section circulaire reconstruites par le MFA et l'IRAKA - Données simulées non bruitées - Signal Chirp

Le tableau 6.5 montre que les critères de qualité de la reconstruction du contour sont moins bons avec le signal Chirp qu'avec le signal Ricker mais l'IRAKA reste toujours meilleur que le MFA. Pour la SC et la SI on a la même tendance qu'on avait avec le signal Ricker, c'est à dire



FIGURE 6.17 – Comparaison des projections sur (Ox) des images de la cible 2D de section circulaire reconstruites par le MFA et par l'IRAKA - Données simulées - Signal Chirp

Forme	Algorithme	Erx(%)	Ery (%)	$\Delta x_{-3dB}$ (cm)	$\Delta y_{-3dB} \ (\mathrm{cm})$
circulaire	MFA SC	4.00	4.00	0.300	0.300
circulaire	MFA SI	2.98	2.98	0.316	0.316
circulaire	IRAKA SC	2.46	2.46	0.127	0.127
circulaire	IRAKA SI	0.88	0.88	0.102	0.102

une meilleure localisation en SI et une épaisseur plus fine du contour en SC.

TABLE 6.5 – Valeurs des critères de reconstruction de la forme circulaire avec le signal Chirp

#### Images obtenues à partir de données simulées bruitées - Signal Chirp

Les figures 6.18(a) et 6.18(b) représentent respectivement les courbes d'entropies des images reconstruites en SC et SI par le MFA et l'IRAKA avec le signal « Chirp ». Les figures 6.19 et 6.20 représentent les images reconstruites avec les deux algorithmes en SC et en SI pour les RSB limites obtenus par les courbes d'entropies.

Le tableau 6.6 montre que le RSB limite reste le même qu'avec le signal Ricker pour le MFA et que le RSB passe de 30 dB à 20 dB pour l'IRAKA.

Dans un contexte opérationnel, le RSB peut être inférieur à 10 dB, alors qu'en cuve expérimentale le RSB est de 40 dB. Même avec l'utilisation d'un Chirp comme signal émis qui améliore la limite de détection du contour avec l'IRAKA de 10 dB, de tels résultats ne permettent pas d'envisager l'utilisation de l'IRAKA de façon opérationnelle. En effet, son seuil de détection est



FIGURE 6.18 – Evolution de l'entropie de l'image en fonction du RSB avec le MFA et l'IRAKA en SC et SI - Signal Chirp

	Impulsion de Ricker	Chirp
MFA SC	-15	-15
MFA SI	-15	-15
IRAKA SC	30	20
IRAKA SI	30	20

TABLE 6.6 – RSB limites en dB obtenues par les courbes d'entropies pour les deux algorithmes en SC et en SI et pour deux types de signaux émis

trop élevé car le RSB minimal est au mieux de 20 dB avec un signal Chirp. Puisque le manque de robustesse au bruit de l'IRAKA est dû à l'étape de déconvolution, nous allons appliquer une méthode de stabilisation de la déconvolution [55] dans la sous-section qui suit.



FIGURE 6.19 – Images en SC avec les RSB limites pour la détection du contour de la cible à partir de données simulées bruitées - Signal Chirp



FIGURE 6.20 – Images en SI avec les RSB limites pour la détection du contour de la cible à partir de données simulées bruitées - Signal Chirp

#### 6.3.3 Amélioration de la robustesse au bruit pour l'IRAKA

Pour rendre l'IRAKA plus robuste au bruit, nous avons utilisé une méthode de déconvolution un peu modifiée [55]. L'expression de l'IRAKA s'écrit :

$$I(\vec{\xi}) = 8\pi \sum_{l=1}^{N_f} \sum_{m=1}^{N_R} \sqrt{\left\|\vec{X_E}\right\| \left\|\vec{X_{R_m}}\right\|} e^{jk_{l_l}} \left(\left\|\vec{X_E}\right\| + \left\|\vec{X_{R_m}}\right\|\right)$$

$$H_{fil}(\beta_m, k_{l_l}) \frac{P^d(\theta_{R_m}, k_{l_l}) P_0(f_l)}{|P_0^*(f_l)|^2} e^{-jk_{l,m}^- \cdot \vec{\xi}} \frac{2\pi \Delta f}{c_1} \Delta \theta_R$$
(6.3)

Il s'agit alors d'implémenter l'IRAKA en remplaçant  $|P_0(f)|^2$  par  $\frac{Max\{|P_0(f_l)|^2, c.Max[|P_0(f_l)|^2]\}}{W(f_l)}$ dans (6.3). Avec  $c \approx 0.05$  et W(f) le filtre passe bande dont les fréquences de coupures minimale et maximale sont les fréquences telles que :

$$|P_0(f)|^2 > c.Max \left[|P_0(f)|^2\right]$$

L'information présente dans les hautes et basses fréquences où le spectre du signal est faible (donc noyée dans le bruit) est éliminée par cette méthode. Ceci confère à l'IRAKA plus de robustesse au bruit mais diminue la largeur de bande du signal et entraîne l'augmentation de l'épaisseur du contour (résolution en distance proportionnelle à la largeur de bande cf. chapitre 2).

# Images obtenues à partir de données simulées non bruitées - Signaux Ricker et Chirp

Dans le but de déterminer l'influence de cette méthode de stabilisation de la déconvolution sur la reconstruction de la forme, celle-ci a été testée pour reconstruire des images de la cible 2D de section circulaire par l'IRAKA sans ajout de bruit aux données numériques. Les deux types de signaux Ricker et Chirp ont été utilisés afin de choisir celui qui préserve le mieux les critères de qualité de la reconstruction de la forme. Les images reconstruites sont visibles sur la figure 6.21.

La méthode de stabilisation de la déconvolution dégrade les critères de qualité de la reconstruction. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau 6.7 pour les signaux Ricker et Chirp.

Il résulte du tableau 6.7 que le signal Ricker offre de meilleurs résultats que le signal Chirp. Le signal Ricker sera donc retenu pour réaliser des images d'une cible avec des RSB faibles (entre  $0 \ dB$  et  $10 \ dB$ ).



FIGURE 6.21 – Images en SC et en SI avec la méthode de stabilisation de la déconvolution dans l'IRAKA - Données simulées non bruitées - Signaux Ricker et Chirp

Forme	Algorithme et signal émis	Erx (%)	Ery (%)	$\Delta x_{-3dB} \ (\mathrm{cm})$	$\Delta y_{-3dB} \ (\mathrm{cm})$
circulaire	IRAKA SC Ricker	3.90	3.90	0.081	0.081
circulaire	IRAKA SI Ricker	1.54	1.54	0.100	0.100
circulaire	IRAKA SC Chirp	5.84	5.84	0.161	0.161
circulaire	IRAKA SI Chirp	3.72	3.72	0.250	0.250

TABLE 6.7 – Valeurs des critères de reconstruction de la forme de la cible 2D de section circulaire après l'application de la méthode de stabilisation de la déconvolution





FIGURE 6.22 – Images en SC et en SI avec la méthode de stabilisation de la déconvolution dans l'IRAKA - Données simulées bruitées - Signal Ricker

#### Images obtenues à partir de données simulées bruitées - Signal Ricker

Les images représentées sur les figures 6.22 montrent que la méthode de stabilisation de la déconvolution appliquée à l'IRAKA avec un signal Ricker permet de détecter la forme de la cible de façon plus précise qu'avec le MFA entre 0 dB et 10 dB. Avec cette méthode l'IRAKA devient alors un algorithme plus performant pour la reconstruction de cibles que le MFA.

### 6.4 Conclusion

Dans ce chapitre le MFA et l'IRAKA ont été comparés en termes de qualité de reconstruction de cibles et en termes de robustesse au bruit de type additif, blanc et gaussien. Les résultats de ces études montrent que l'IRAKA apporte une meilleure précision de la forme dans un milieu non bruité. Cette caractéristique est due à l'étape de déconvolution. Cependant, cette déconvolution induit en contrepartie une mauvaise robustesse lorsque du bruit est ajouté aux données numériques ou lors d'expérimentations en cuve pourtant peu bruitées ( $RSB \approx 40 \ dB$ ). Le critère retenu pour la détection de la forme de la cible dans le bruit est le RSB minimum pour lequel la contour de la cible est encore détectable. Ce critère est évalué par le calcul de l'entropie de l'image. Avec un signal de type impulsion de Ricker, le RSB limite pour l'IRAKA est d'environ 30 dB tandis que pour le MFA qui réalise une compression d'impulsion la limite est d'environ  $-15 \, dB$ . Une méthode de stabilisation de la déconvolution a été appliquée à l'IRAKA pour avoir un bon compromis entre la qualité de la reconstruction de la forme et la robustesse au bruit de l'IRAKA ainsi modifié. Grâce à cette méthode, l'IRAKA offre une meilleure précision pour l'identification de formes de cibles que le MFA même pour des valeurs de RSB faibles. Dans le chapitre qui suit, nous avons souhaité traiter des cas expérimentaux plus proches de la réalité que précédemment. L'étude qui va suivre expose les résultats de l'emploi d'un sonar frontal en mode monostatique, puis en mode multistatique sur des cibles posées sur un fond rugueux.

## Chapitre 7

# Vers l'identification de cibles posées sur le fond avec l'IRAKA - Intérêt du multistatisme en SAS frontal

### 7.1 Introduction

L'intérêt du SAS est que ce système présente une meilleure résolution en azimut que le sonar latéral. De plus, le SAS permet d'identifier des cibles grâce à la présence de l'ombre portée de la cible sur l'image [56] [57]. Dans cette étude, nous cherchons à obtenir un maximum d'échos bistatiques en provenance de la cible en vue de l'identifier. Nous avons donc choisi une acquisition frontale [58].

Dans ce chapitre, l'IRAKA est utilisé pour reconstruire des cibles posées sur un fond rugueux en cuve dans les configurations en SAS frontal. L'objectif de ce chapitre est de se rapprocher d'un contexte opérationnel de détection et d'identification d'objets reposants sur le fond de la mer. Dans notre expérimentation en cuve, nous avons pris un rapport cible sur longueur d'onde de l'ordre de l'ordre de 20. Les cibles sont de l'ordre du centimètre et donc les fréquences ont été choisis dans la gamme du MHz. Cette étude expérimentale vise également à mettre en évidence l'intérêt du multistatisme pour l'identification de cibles en SAS frontal.

### 7.2 Expérimentations en cuve avec un SAS frontal : dispositif expérimental

En SAS frontal, deux configurations monostatiques correspondant à deux angles de rasance différents et deux configurations bistatiques ont été choisies. Les configurations monostatiques

$\theta_{ras_1}$	$\theta_{ras_2}$	$N_{E/R}$	$\theta_{E/R_{c_1}}$	$\theta_{E/R_{c_2}}$	$l_{E/R}$	$\Delta_{E/R}$	$y_{E/R_1}$	$y_{E/R_2}$
50 °	40°	201	130°	140°	$20 \ cm$	1 mm	20.7~cm	$22.5\ cm$

sont présentées dans le tableau 7.1 et sur les figures 7.1 et 7.2.

TABLE 7.1 – Configurations monostatiques 1 et 2 en SAS frontal



FIGURE 7.1 – Configuration monostatique 1 en SAS frontal



FIGURE 7.2 – Configuration monostatique 2 en SAS frontal

La configuration multistatique présentée sur la figure 7.3 est composée de deux configurations bistatiques dont les paramètres sont donnés dans le tableau 7.2.

Des photographies de l'expérimentation en cuve sont présentées sur la figure 7.4. Le fond correspond à du sable dont les grains font environ 3 mm de diamètre. Ces grains sont agglomérés avec une résine pour former une plaque carrée de 60 cm x 60 cm x 5 cm.

$\theta_{ras_1}$	$\theta_{ras_2}$	$\theta_{E_1}$	$\theta_{E_2}$	$y_{E_1}$	$y_{E_2}$	$N_R$	$\theta_{R_c}$	$l_R$	$y_R$
50 °	40°	130°	$140~^\circ$	$20.7 \ cm$	$22.5\ cm$	201	83.4°	$20 \ cm$	$37.3\ cm$

TABLE 7.2 – Configurations bistatiques 1 et 2 en SAS frontal



FIGURE 7.3 – Configuration multistatique en SAS frontal





FIGURE 7.4 – Photographies de l'expérimentation en cuve

Le signal émis ainsi que son spectre sont représentés sur la figure 7.5.

La fréquence centrale de ce signal est de 2 MHz et la largeur de bande à -3 dB est approximativement égale à 800 kHz.

Les cibles choisies sont des cibles 2D pleines en acier inoxydable : la première est à section circulaire de 1 *cm* de diamètre et la deuxième est à section carré de 1 *cm* de côté cf.figure 7.6. Les conditions d'application de l'AK ne sont pas réalisées à cause de la présence du fond rugueux et de la cible à section carrée. Cependant, l'IRAKA est quand même utilisé pour voir dans quelle mesure nous arrivons à détecter la cible posée sur un fond fortement réverbérant.



FIGURE 7.5 – Signal expérimental



FIGURE 7.6 – Photographie des cibles

## 7.3 Images de deux cibles 2D de de section différente sur une plaque rugueuse reconstruites par l'IRAKA

### 7.3.1 Images monostatiques

Les images de la cible circulaire dans les configurations monostatiques à  $\theta_{ras} = 50^{\circ}$  et  $\theta_{ras} = 40^{\circ}$  sont représentées respectivement sur les figures 7.7(a) et 7.7(b) et celles de la cible carrée sur les figures 7.7(c) et 7.7(d).

On observe de la réverbération liée à la présence de la plaque rugueuse mais également des points brillants plus intenses qui indiquent la présence d'une cible. Bien que l'on observe des points brillants différents pour les deux types de cibles, il n'est pas possible d'identifier ces cibles correctement. On observe qu'un seul point brillant est reconstruit sur la cible de section circulaire (cf. figure 7.7(b) et figure 7.7(a)) alors que deux points brillants sont reconstruits





FIGURE 7.7 – Images monostatiques des deux cibles sur fond rugueux en rasance 50° et 40°

sur la cible de section carrée (cf. figure 7.7 et figure 7.7(c)). De plus, ces deux points brillants représentent deux arrêtes de la cible de section carrée.

#### 7.3.2 Images bistatiques

Les images de la cible circulaire dans les configurations bistatiques à  $\theta_{ras} = 50^{\circ}$  et  $\theta_{ras} = 40^{\circ}$  sont représentées respectivement sur les figures 7.8(a) et 7.8(b) et celles de la cible carrée sur les figures 7.8(c) et 7.8(d).

A partir de l'observation des images obtenues dans ces configurations bistatiques, on peut émettre les mêmes remarques que dans les configurations monostatiques. Néanmoins, on observe que les images présentent des points brillants différents et des ombres différentes que ceux observés dans les configurations monostatiques. Ceci implique que les configurations mo-



FIGURE 7.8 – Images bistatiques des deux cibles sur fond rugueux en rasance 50° et 40°  $\,$ 

nostatiques et bistatiques apportent des informations complémentaires et ainsi une meilleure identification éventuelle de la forme de la cible.

Nous allons maintenant sommer les images bistatiques en SC et en SI afin de former les images multistatiques.

### 7.3.3 Images multistatiques

Les sommes incohérentes des images bistatiques pour chaque cible sont réalisées dans le but d'obtenir des images multistatiques. Ces images de la cible circulaire et de la cible carrée sont représentées sur la figure 7.9 en SC et en SI. Les images en SC et SI sont peu différentes, la SI étant plus robuste au bruit, elle permet d'avoir plus d'intensité pour la cible et la plaque comparée à la SC. 7.3 Images de deux cibles 2D de de section différente sur une plaque rugueuse reconstruites par l'IRAKA



FIGURE 7.9 – Images en SC et en SI dans la configuration multistatique en SAS frontal

Les points brillants présents dans les configurations bistatiques précédentes sont retrouvés mais la combinaison des données bistatiques n'apporte pas plus d'information que l'une des deux configurations bistatiques car elles sont très peu différentes. Cependant, on peut penser que si les angles de rasances avaient été plus diversifiés, on aurait un apport d'information plus important. Les géométries monostatiques et multistatique étant quant à elles bien différentes, il est intéressant de combiner les données pour voir si cela permet de mieux identifier la cible.

### 7.3.4 Combinaison des informations obtenues en monostatique et en multistatique

Puisque les configurations monostatiques et bistatiques apportent des informations différentes sur les cibles, la combinaison de ces données est réalisé par somme cohérente et incohérente des images monostatiques et bistatiques. Les images des cibles 2D de sections circulaire et carrée obtenues sont respectivement représentées sur les figures 7.10. Nous avons arbitrairement choisi de présenter uniquement les images en SI étant donné que les images en SC et en SI sont peu différentes.



FIGURE 7.10 – SI des images monostatique et multistatique pour chacune des cibles circulaire et carrée

La SI des images monostatiques (rasance  $50^{\circ}$ et  $40^{\circ}$ ) et bistatiques (rasance  $50^{\circ}$ et  $40^{\circ}$ ) permet de reconstruire une plus grande partie de la cible que pour une seule configuration. Ainsi la combinaison des données bistatiques et monostatiques permet de mieux identifier la cible en diversifiant autant que possible les configurations. Cependant, les ombres des cibles sont moins visibles que sur les images monostatiques et bistatiques.

### 7.4 Conclusion

Le fait de pouvoir observer les cibles sous des angles très différents présente un intérêt pour d'identification. En effet, en diversifiant les angles d'émission et de réception on augmente le nombre de points brillants visibles de la cible et ainsi on peut mieux l'identifier. Cependant, les reconstructions obtenues soit en monostatique soit en bistatique apportent aussi de l'information grâce à l'ombre portée de la cible qui s'avère plus marquée que lorsqu'on combine les données.

## Conclusion

Le système SAS multistatique a été abordé sous deux aspects. Le premier est l'étude des performances du système en termes de détection et de localisation de cibles. Le second aspect est le développement d'un algorithme d'imagerie en vue d'améliorer les performances pour la classification de cibles. La diversité des configurations géométriques des capteurs, bien que restreinte par le caractère opérationnel, est plus grande en multistatisme qu'en monostatisme. De plus, le multistatisme offre la capacité de rendre le ou les récepteurs discrets et ainsi de protéger le système de surveillance. Le multistatisme permet également d'observer une cible sous davantage d'angles que dans une configuration monostatique. Cette caractéristique améliore l'étape d'identification de la cible. Cependant, cette diversité crée également une complexité supplémentaire pour le calcul des performances du système et pour l'interprétation de l'image. Dans la littérature, il existe peu d'études traitant des performances en configuration bistatique et encore moins en configuration multistatique. Un des objectifs de ce travail a donc été de pouvoir connaître précisément les performances de tels systèmes. Ainsi, le problème physique de reconstruction de cibles a pu être étudié indépendamment de l'aspect système. Par ailleurs, pour exploiter au mieux la diversité des angles de vue offerte par le multistatisme, les travaux réalisés ont eu pour but d'améliorer l'imagerie des cibles. L'hypothèse couramment utilisée en imagerie SAR/SAS pour obtenir un algorithme d'imagerie est l'hypothèse « points brillants ». Cette hypothèse ne semblant pas optimale pour modéliser une cible élastique en ASM, nous avons donc proposé un modèle qui consiste à assimiler la surface de la cible à un ensemble de petits dioptres plan. L'onde qui arrive sur le dioptre est réfléchi avec un coefficient de réflexion inférieur à un. Ce modèle est donc basé sur l'approximation de Kirchhoff. Grâce à ce modèle, nous avons obtenu un algorithme d'imagerie qui apporte de l'information quantitative sur la cible et permet de la reconstruire plus précisément que l'algorithme classiquement utilisé.

Dans la première partie, un outil de calcul des performances en termes de détection et de localisation des cibles a été développé puis appliqué sur des configurations monostatiques et multistatiques. Cet outil, la fonction d'ambiguïté généralisée, a permis de caractériser les résolutions bistatiques en fonction des paramètres du système. A notre connaissance, ceci n'avait pas encore été fait en bistatisme. En particulier, la FAG permet de calculée les résolutions minimale et maximale d'une configuration bistatique. Ces résolutions minimale et maximale correspondent respectivement au petit axe et au grand axe de la plus grande ellipse inscrite dans un parallélogramme de côtés connus. Ce parallélogramme a pour côtés les projections orthogonales des résolutions en distance et en azimut de la configuration bistatique. Il n'est pas toujours possible de calculer la FAG analytiquement à cause des hypothèses requises mais il est toujours possible de réaliser le calcul de façon numérique. La FAG multistatique a été traité comme la somme cohérente et incohérente des FAG bistatiques qui la composent. La caractérisation des résolutions est encore un point complexe à explorer en multistatisme. En effet, à ce jour, nous ne sommes capables de les obtenir que de façon graphique.

Le monostatisme offre globalement de meilleures performances que le bistatisme et le multistatisme. Cependant, ce dernier permet d'avoir, dans certaines conditions et pour un certain critère (résolution ou PSLR) de meilleures performances que le monostatisme.

Dans une seconde partie, l'effet du système (signal émis et paramètres géométriques) sur l'image a été mis de côté pour quantifier les performances des algorithmes d'imagerie. L'algorithme « points brillants » couramment utilisé en SAR/SAS, le MFA, ainsi que ses performances pour la reconstruction d'images ont été présentés. L'étude du plan des fréquences spatiales en configuration « Perf MFA » a montré que, dans cette configuration, le multistatisme apporte une information complémentaire pour l'identification de la forme de la cible. Cet algorithme repose sur l'hypothèse que la cible est une somme de « points brillants ». Il est efficace pour la reconstruction de la forme de l'objet (si suffisamment de « points brillants » sont reconstruits). Cependant, il ne permet pas d'obtenir d'information sur les paramètres physiques de la cible (célérité, densité).

En vue d'améliorer l'étape d'identification de cibles, nous avons choisi de modéliser le champ diffracté à partir d'équations intégrales de frontière et de l'Approximation de Kirchhoff (AK). L'application de l'AK a pour objectif de permettre une modélisation du champ diffracté plus réaliste que celle reposant sur l'hypothèse « points brillants » tout en conservant une formulation simple du champ diffracté. Le domaine de validité de ce modèle a été étudié. Les résultats obtenus montrent que ce modèle est mis en défaut aux fréquences de résonances des cibles. Par ailleurs, il est plus adapté lorsque le rapport d'impédances entre le matériau et l'eau est important. Pour des matériaux de ce type, le modèle est valide pour des  $k_1 a > 1$ . Le modèle obtenu sous l'AK est plus complet et plus représentatif de la physique du problème. En effet, ce modèle dépend du coefficient de réflexion de la cible qui varie avec l'impédance du matériau et l'angle d'incidence. La transformée de Fourier 2D de ce modèle a conduit à l'obtention d'un algorithme d'imagerie appelé : « Imaging Reconstruction Algorithm based on the Kirchhoff Approximation »(IRAKA). La méthode de  $PS_{2D}$  appliquée à l'IRAKA nous a conduit à une fonction qui permet d'interpréter l'amplitude reconstruite. En effet, cette fonction est maximale sur la frontière de la cible mais surtout, elle est linéairement dépendante du coefficient de réflexion et de la courbure de la cible au point de réflexion. Ainsi, l'IRAKA permet d'obtenir des valeurs approchées du coefficient de réflexion si la forme de la cible est connue. Le caractère bistatique permet d'obtenir ces valeurs à différentes incidences, ce qui apporte une meilleure connaissance de la nature de la cible.

Dans le but d'évaluer l'IRAKA en termes de qualité de reconstruction de cibles et en termes de robustesse au bruit, nous l'avons comparé au MFA. Ces algorithmes sont pratiquement équivalents mathématiquement avec pour différences un filtrage spatio-fréquentiel présent uniquement dans l'IRAKA et le fait que le MFA réalise une compression d'impulsion alors que l'IRAKA réalise une déconvolution. Les résultats de ces études montrent que l'IRAKA apporte une meilleure précision de la forme grâce à la déconvolution mais que celle-ci induit en contrepartie un manque de robustesse au bruit. L'étape de déconvolution est intrinsèque à la méthode d'inversion et une fois stabilisée, elle est suffisamment robuste au bruit pour être utilisée de façon opérationnelle [31].

Enfin, l'IRAKA a été utilisé pour obtenir des images de cibles posées sur le fond en configuration de SAS frontal monostatique et multistatique. Ces derniers essais en cuve tendent a se rapprocher d'une situation opérationnelle en termes de taille de cibles et de fréquences. Il résulte de cette expérimentation que le fait d'observer les cibles sous des angles différents présente un intérêt stratégique d'identification. En effet, diversifier les angles d'émissions et de réception augmente le nombre de points brillants visibles de la cible. La combinaison des images obtenues en SAS frontal monostatique avec celles obtenues en SAS frontal multistatique a montré un fort intérêt pour l'identification de cibles lors de cette étude expérimentale.

### Perspectives

Une des perspectives de cette étude est de diversifier les applications de l'IRAKA, par exemple de l'étendre au cas de cibles enfouies. Cependant, une étude approfondie est nécessaire car cela nécessite de modéliser le champ diffracté avec des hypothèses différentes notamment pour des milieux à célérité variable.

Lors de simulations, nous avons montré que l'IRAKA permettait de reconstruire une valeur approchée du coefficient de réflexion grâce aux données bistatiques. Une autre perspective est donc de valider le caractère quantitatif de cet algorithme en l'utilisant à partir de données simulées bruitées, puis à partir de données expérimentales.

Enfin, l'étude des configurations multistatiques les plus adéquates à un problème donné doit être poursuivie. L'intérêt serait de pouvoir prédire, dans un contexte donné, la disposition des capteurs répondant le mieux au problème c'est à dire avec de bonnes performances et dans le cadre d'une stratégie optimale d'identification de cibles.

## Annexe A

## Calcul de la FAG analytique bistatique

Grâce à l'identité de Parseval, (2.3) devient :

$$\chi_E(\vec{X}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega_R} P_0(f) \ e^{-jk_1} \left[ \ {}^{L_E(\vec{X}) + L_R(\vec{X})} \ \right] \ P_0^*(f) \ e^{jk_1} \left( \ \left\| \vec{X}_E \right\| + \left\| \vec{X}_R \right\| \ \right) \ d\Omega(\vec{X}_R) \ df \ (A.1)$$

L'émetteur étant supposé loin de la cible ponctuelle située au point d'étude :

$$L_E(\vec{X}) = \left\| \vec{X}_E - \vec{X} \right\| \approx \left\| \vec{X}_E \right\| - \vec{X} \quad \hat{X}_E$$
(A.2)

Avec  $\widehat{X}_E = \frac{\overrightarrow{X}_E}{\|\overrightarrow{X}_E\|} = \cos \theta_E \ \widehat{x} + \sin \theta_E \ \widehat{y}.$ 

Les récepteurs étant supposés loin de la cible ponctuelle située au point d'étude :

$$L_R(\vec{X}) = \left\| \vec{X}_R - \vec{X} \right\| \approx \left\| \vec{X}_R \right\| - \vec{X} \quad \widehat{X}_R$$
(A.3)

Avec  $\widehat{X}_R = \frac{\overrightarrow{X}_R}{\|\overrightarrow{X}_R\|} = \cos \theta_R \ \widehat{x} + \sin \theta_R \ \widehat{y}.$ 

La trajectoire du récepteur est supposée rectiligne. On pose  $\vec{X}_R(u) = \vec{X}_{R_c} + u \hat{X}_{R_t}$  avec u variant de  $-l_R/2$  à  $l_R/2$  et  $\hat{X}_{R_t}$  le vecteur unitaire qui indique la direction de la trajectoire du récepteur cf. figure 2.3.

La FAG devient alors :

$$\chi_E(\vec{X}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\frac{l_R}{2}}^{\frac{l_R}{2}} |P_0(f)|^2 e^{j k_1 \vec{X}} \cdot \left[ \hat{X}_E + \hat{X}_R(u) \right] du df$$
(A.4)

Pour un signal émis dont le spectre  $P_0(f)$  est une porte d'amplitude  $A_0 = 1$ , de fréquence centrale  $f_0$  et de largeur de bande B, on a :

$$\chi_E(\vec{X}) = \int_{f_0 - B/2}^{f_0 + B/2} \int_{-\frac{l_R}{2}}^{\frac{l_R}{2}} e^{2j\pi \frac{f}{c_1} \vec{X}} \cdot \left[ \hat{X}_E + \hat{X}_R(u) \right] du \, df \tag{A.5}$$

On pose :

$$\Psi(u,f) = \frac{f}{c_1} \quad \vec{X} \quad \cdot \left[ \hat{X}_E + \hat{X}_R(u) \right]$$

Sous les hypothèses de bande étroite  $B \ll f_0$  et  $l_R \ll L_R(\vec{X})$  (hypothèses 4 et 5), on effectue le développement de Taylor de la fonction de deux variables  $\Psi(u, f)$  à l'ordre 1 au voisinage de u = 0 et de  $f = f_0$ , il vient :

$$\Psi(u, f) \approx \Psi(u = 0, f = f_0) + u \frac{\partial \Psi}{\partial u}(u = 0, f = f_0) + (f - f_0) \frac{\partial \Psi}{\partial f}(u = 0, f = f_0)$$
(A.6)

Après calcul,  $\Psi(u, f)$  s'écrit :

$$\Psi(u,f) \approx u \frac{f}{c_1} \vec{X} \cdot \left[ \hat{X}_E + \hat{X}_R(u=0) \right] + \frac{f_0}{c_1} \vec{X} \cdot \frac{\partial \hat{X}_R}{\partial u}(u=0)$$
(A.7)

D'où,

$$\chi_E(\vec{X}) \approx \left(\int_{f_0 - B/2}^{f_0 + B/2} e^{2j\pi \frac{f}{c_1}\vec{X} \cdot \left[\hat{X}_E + \hat{X}_R(u=0)\right]} df\right) \left(\int_{-\frac{l_R}{2}}^{\frac{l_R}{2}} e^{2j\pi u \frac{f_0}{c_1}} \vec{X} \cdot \frac{\partial \hat{X}_R}{\partial u}(u=0)} du\right)$$
(A.8)

Après calculs des intégrales, la FAG analytique (FAGA) bistatique s'écrit donc :

$$\chi_E(\vec{X}) \approx l_R B e^{\frac{2j\pi f_0 \vec{X} \cdot [\hat{X}_E + \hat{X}_R(u=0)]}{c_1}}$$

$$sinc\left(\frac{\pi B \vec{X} \cdot [\hat{X}_E + \hat{X}_R(u=0)]}{c_1}\right) sinc\left(\frac{\pi f_0 l_R \vec{X} \cdot \frac{\partial \hat{X}_R}{\partial u}(u=0)}{c_1}\right)$$
(A.9)

Les premiers zéros des sinus cardinaux sont tels que :

$$\begin{cases} \frac{\pi \ B \ \vec{X} \cdot \left[\hat{X}_E + \hat{X}_R(u=0)\right]}{c_1} = \pi \\ \frac{\pi \ f_0 \ l_R \ \vec{X} \cdot \frac{\partial \hat{X}_R}{\partial u}(u=0)}{c_1} = \pi \end{cases}$$
(A.10)

D'une part, on pose :  $\hat{X}_E + \hat{X}_{R_c} = 2 \cos \frac{\beta}{2} \hat{X}_{\theta_\beta}$ . Où  $\hat{X}_{\theta_\beta}$  est la direction de la bissectrice de l'angle bistatique

Avec  $\widehat{X}_{\theta_{\beta}} = \frac{\widehat{X}_{E} + \widehat{X}_{R_{c}}}{\|\widehat{X}_{E} + \widehat{X}_{R_{c}}\|} = \frac{\widehat{X}_{E} + \widehat{X}_{R_{c}}}{2 \cos \frac{\beta}{2}} = \cos \theta_{\beta} \ \widehat{x} + \sin \theta_{\beta} \ \widehat{y}$ Où  $\beta$  est l'angle bistatique  $\beta = |\theta_{E} - \theta_{R_{c}}|$  et  $\theta_{\beta} = \frac{\theta_{E} + \theta_{R_{c}}}{2}$ 

D'autre part,

$$\frac{\partial \widehat{X}_R}{\partial u}(u=0) = \frac{\partial \left(\frac{\left[\vec{X}_{R_c}+u\ \widehat{X}_{R_t}\right]}{\left\|\vec{X}_{R_c}+u\ \widehat{X}_{R_t}\right\|}\right)}{\partial u}(u=0)$$
(A.11)

i.e.

$$\frac{\partial \widehat{X}_R}{\partial u}(u=0) = \left\{ \frac{\widehat{X}_{R_t}}{\left\| \vec{X}_{R_c} + u \ \widehat{X}_{R_t} \right\|} - \frac{\left[ \vec{X}_{R_c} + u \ \widehat{X}_{R_t} \right] \frac{\partial \left\| \vec{X}_{R_c} + u \ \widehat{X}_{R_t} \right\|}{\partial u}}{\left\| \vec{X}_{R_c} + u \ \widehat{X}_{R_t} \right\|^2} \right\} (u=0)$$
(A.12)

Avec

$$\frac{\partial \left\| \vec{X}_{R_c} + u \, \hat{X}_{R_t} \right\|}{\partial u} = \frac{\left[ \vec{X}_{R_c} + u \, \hat{X}_{R_t} \right] \cdot \hat{X}_{R_t}}{\left\| \vec{X}_{R_c} + u \, \hat{X}_{R_t} \right\|}$$
(A.13)

D'où,

$$\frac{\partial \widehat{X}_R}{\partial u}(u=0) = \frac{\widehat{X}_{R_t}}{\left\|\vec{X}_{R_c}\right\|} - \frac{\vec{X}_{R_c}\left(\vec{X}_{R_c} \cdot \widehat{X}_{R_t}\right)}{\left\|\vec{X}_{R_c}\right\|^3} = \frac{\widehat{X}_{R_t} - \cos\gamma_{R_{ct}}\,\widehat{X}_{R_c}}{\left\|\vec{X}_{R_c}\right\|} \tag{A.14}$$

i.e.

$$\frac{\partial \widehat{X}_R}{\partial u}(u=0) = \frac{\sin \gamma_{R_{ct}}}{\left\| \vec{X}_{R_c} \right\|} \, \widehat{X}_{\theta_{az}} \tag{A.15}$$

Avec,

$$\widehat{X}_{\theta_{az}} = \frac{\widehat{X}_{R_t} - \cos\gamma_{R_{ct}} \,\widehat{X}_{R_c}}{\left\|\widehat{X}_{R_t} - \cos\gamma_{R_{ct}} \,\widehat{X}_{R_c}\right\|} \tag{A.16}$$

 $\operatorname{Et}$ 

$$\left\| \widehat{X}_{R_t} - \cos \gamma_{R_{ct}} \, \widehat{X}_{R_c} \right\| = \sin \gamma_{R_{ct}} \tag{A.17}$$

## Annexe B

## Ellipse inscrite dans un parallélogramme

On cherche la plus grande ellipse inscrite dans un parallélogramme dont les côtés sont des projections des résolutions en azimut et en distance obtenues par la FAGA bistatique. La reconstruction allemande nommée « Rytzsche Acshenkonstruktion » permet d'obtenir cette ellipse.

Soit le parallélogramme ABDC de longueurs  $AB = \delta_{\perp az}$  et  $BD = \delta_{\perp d}$  et de centre E. (AB) //  $\hat{X}_{R_c}$  et (BD)  $\perp \hat{X}_{\theta_{\beta}}$ .

Soit G le milieu de [AB] et F le milieu de [BD].

On place le point G' tel que  $\vec{GE} \cdot \vec{EG'} = 0$  et  $\left\| \vec{GE} \right\| = \left\| \vec{EG'} \right\|$ 

Ensuite on trace le droite passant par F et G', et on note J le milieu de [FG'].

On trace le cercle de centre J et de rayon [JE]. L'intersection de ce cercle avec la droite (FG') donnent 2 points I et K.

On trace alors la droite (EI) et (EK), puis les cercles de rayon [FK] et [FI] de centre E.

Enfin on trouve l'ellipse de demi-petit axe [FK] et de demi-grand axe [FI], son grand axe étant orienté suivant la droite (EK).

Cette reconstruction a été réalisée dans le logiciel GeoGebra et est montrée figure B.1.



FIGURE B.1 – Reconstruction de la plus grande ellipse inscrite dans un parallélogramme avec Geogebra

# Annexe C

# Minimisation de la fonction de coût

$$J = \int \int |P(\vec{X_R}, k_1) - I(\vec{X}, k_1) H(\vec{X}, \vec{X_R}, k_1)|^2 df d\vec{X_R}$$
(C.1)

On calcule tout d'abord  $|P-I\ H|^2$  en fonction de  ${\rm Re}({\rm I})$  et  ${\rm Im}({\rm I})$  avec P réel :

$$\begin{split} |P - I H|^2 &= (P - I H) (P - I H)^* \\ &= P^2 + |I H|^2 - P I^* H^* - P^* I H \\ &= P^2 + Re(I)^2 |H|^2 + Im(I)^2 |H|^2 - 2 Re(P^* I H) \\ &= P^2 + Re(I)^2 |H|^2 + Im(I)^2 |H|^2 - 2 Re(I) [Re(P) Re(H) + Im(P) Im(H)] \\ &+ 2 Im(I) [Re(P) Im(H) - Im(P) Re(H)] \end{split}$$

$$gra\vec{d}_{I}(J) = \vec{0}$$

$$\equiv \frac{\partial J}{\partial Re(I)} + j\frac{\partial J}{\partial Im(I)} = 0$$

$$\equiv \int \int 2 \ Re(I) \ |H|^{2} - 2 \ [Re(P) \ Re(H) + Im(P) \ Im(H) ]$$

$$+ j \ \left\{ \ 2 \ Im(I) \ |H|^{2} - [Re(P) \ Im(H) - Im(P) \ Re(H) ] \right\} \ d\omega \ d \ \vec{X_{s}} = 0$$

$$\equiv \int \int \left\{ I|H|^{2} - PH^{*} \right\} \ d\omega \ d \ \vec{X_{s}} = 0$$

Annexe C : Minimisation de la fonction de coût
### Annexe D

# Méthode de la phase stationnaire 1D et 2D

#### Méthode de la phase stationnaire 1D

Soit une intégrale du type

$$Int(k_1) = \int_{\Gamma_{12}} \vec{g(X_M)} e^{j k_1 h(\vec{X_M})} d\Gamma(\vec{X_M})$$
(D.1)

Si il existe un unique point  $M_{PS}$  tel que  $h'(\vec{X_{M_{PS}}}) = 0, h''(\vec{X_{M_{PS}}}) \neq 0$ et tel que  $g(\vec{X_{M_{PS}}}) \neq 0$ 

alors, pour de grandes valeurs de  $k_1$ ,  $Int(k_1)$  peut être approchée par l'expression :

$$Int(k_1) \approx \sqrt{k_1} \; \frac{e^{j\frac{\pi}{4} \; signe[h''(X_{M_{PS}})]}}{|h''(X_{M_{PS}})|^{1/2}} \; g(X_{M_{PS}}) \; e^{jk_1 \; h(X_{M_{PS}})} \tag{D.2}$$

#### Méthode de la phase stationnaire 2D

Soit une double intégrale du type

$$Int2D(k_1) = \int_{\Gamma_{12}} \int_{\Gamma_R} g(\vec{X_M, X_R}) e^{j k_1 h(\vec{X_M, X_R})} d\Gamma(\vec{X_M}) d\Gamma(\vec{X_R})$$
(D.3)

Si il existe un unique couple de points  $(M_{PS}, R_{PS})$  et tels que  $\frac{\partial h}{\partial \Gamma(\vec{X_M})} = 0$  et  $\frac{\partial h}{\partial \theta_R} = 0$ ; et telle que le déterminant de la hessienne en ces points soit non nulle i.e.  $\Delta \neq 0$  et enfin tel que  $g(X_{M_{PS}}, X_{R_{PS}}) \neq 0$  alors, pour de grandes valeurs de  $k_1$ ,  $Int2D(k_1)$  peut être approchée par l'expression :

$$Int2D(k_1) \approx k_1 \; \frac{e^{j\frac{\pi}{4} \; signe(\Delta)}}{|\Delta|^{1/2}} \; g(X_{M_{PS}}^{\rightarrow}, X_{R_{PS}}^{\rightarrow}) \; e^{jk_1 \; h(X_{M_{PS}}^{\rightarrow}, X_{R_{PS}}^{\rightarrow})} \tag{D.4}$$

## Annexe E

Résonances des cibles circulaires en acier inoxydable, aluminium et résine

pics EQM $(k_1 a)$	pics MMCD $(k_1a)$	Résonance $(k_1a)$
1.42	1.38	1.44
$(\mathrm{f}=0.67~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=0.65~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=0.68~\mathrm{MHz})$
2.22	2.16	2.38
(f = 1.05 MHz)	$({ m f}=1.02~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=1.12~\mathrm{MHz})$
4.90	4.86	4.90
(f = 2.31 MHz)	$({ m f}=2.29~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=2.31~\mathrm{MHz})$
5.92	5.87	5.89
(f = 2.79  MHz)	$({ m f}=2.76~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=2.77~\mathrm{MHz})$
7.58	7.55	7.56
(f = 3.57  MHz)	$({ m f}=3.56~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=3.56~\mathrm{MHz})$
8.23	8.28	8.13
$(\mathrm{f}=3.88~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=3.90~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=3.83~\mathrm{MHz})$
9.78	9.85	9.87
(f = 4.61 MHz)	$({ m f}=4.64~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=4.65~\mathrm{MHz})$
11.93	11.93	12.04
$(\mathrm{f}=5.62~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=5.62~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=5.67~\mathrm{MHz})$
12.57	12.55	12.59
$(\mathrm{f}=5.92~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=5.91~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=5.93~\mathrm{MHz})$
13.43	13.39	13.44
(f = 6.33  MHz)	$({ m f}=6.31~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=6.33~\mathrm{MHz})$
14.18	14.06	14.14
$(\mathrm{f}=6.67~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=6.63~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=6.66~\mathrm{MHz})$
14.82	14.85	14.85
$(\mathrm{f}=6.98~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=7.00~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=7.00~\mathrm{MHz})$
16.00	15.97	15.98
(f = 7.54  MHz)	$({ m f}=7.53~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=7.53~\mathrm{MHz})$
16.54	16.48	16.51
$(\mathrm{f}=7.79~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=7.76~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=7.78~\mathrm{MHz})$
18.20	18.23	18.23
$(\mathrm{f}=8.57~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=8.58~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=8.58~\mathrm{MHz})$
19.32	19.35	19.38
$(\mathrm{f}=9.10~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=9.11~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=9.13~\mathrm{MHz})$
19.70	19.74	19.78
$\left  \begin{array}{c} (\mathrm{f}=9.28 \mathrm{MHz}) \end{array} \right.$	$(\mathrm{f}=9.30~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=9.32~\mathrm{MHz})$
20.23	20.24	20.25
$(\mathrm{f}=9.53~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=9.54~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=9.54~\mathrm{MHz})$

Annexe E : Résonances d'une cible 2D pleine de section circulaire en aluminium

TABLE E.1 – Résonances d'une cible de section circulaire en acier inoxy<br/>dable

pics EQM $(k_1 a)$	pics MMCD $(k_1a)$	Résonance $(k_1a)$
2.25	2.24	2.39
$(\mathrm{f}=1.06~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=1.05~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=1.13~\mathrm{MHz})$
4.29	Х	4.28
$(\mathrm{f}=2.02~\mathrm{MHz})$	Х	$({ m f}=2.02~{ m MHz})$
X	4.76	4.82
Х	$({ m f}=2.42{ m MHz})$	$({ m f}=2.27~{ m MHz})$
5.90	5.94	5.98
$(\mathrm{f}=2.78~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=2.80~{ m MHz})$	$({ m f}=2.82~{ m MHz})$
7.50	7.40	7.52
$(\mathrm{f}=3.53~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=3.49~\mathrm{MHz})$	(f = 3.54  MHz)
9.54	9.52	9.85
$(\mathrm{f}=4.49~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=4.48~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=4.64~\mathrm{MHz})$
11.63	11.76	12.04
$(\mathrm{f}=5.49~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=5.54~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=5.67~\mathrm{MHz})$
12.65	12.66	12.77
$(\mathrm{f}=5.96~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=5.96~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=6.02~\mathrm{MHz})$
13.56	13.55	13.72
$(\mathrm{f}=6.39~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=6.38~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=6.46~\mathrm{MHz})$
16.02	15.96	15.90
$(\mathrm{f}=7.55~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=7.52~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=7.49~\mathrm{MHz})$
16.44	16.47	16.23
$(\mathrm{f}=7.74~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=7.76~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=7.65~\mathrm{MHz})$
18.01	17.98	18.29
$(\mathrm{f}=8.48~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=8.47~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=8.62~\mathrm{MHz})$
19.30	19.32	19.41
$(\mathrm{f}=9.90~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=9.10~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=9.14~\mathrm{MHz})$
20.48	20.05	20.32
$(\mathrm{f}=9.65~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=9.44~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=9.57~\mathrm{MHz})$

TABLE E.2 – Résonances d'une cible de section circulaire en aluminium

pics EQM $(k_1 a)$	pics MMCD $(k_1a)$	Résonance $(k_1a)$
2.14	2.20	2.45
(f = 1.01  MHz)	$(\mathrm{f}=1.04~\mathrm{MHz})$	(f = 1.15  MHz)
3.36	3.37	3.37
$(\mathrm{f}=1.58~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=1.59~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=1.59~\mathrm{MHz})$
3.92	3.94	3.93
$(\mathrm{f}=1.85~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=1.86~\mathrm{MHz})$	(f = 1.85  MHz)
4.35	Х	4.28
$(\mathrm{f}=2.05~\mathrm{MHz})$	Х	$(\mathrm{f}=2.02~\mathrm{MHz})$
5.57	5.11	5.21
$(\mathrm{f}=2.62~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=2.41~\mathrm{MHz})$	(f = 2.45  MHz)
6.13	6.15	6.14
$(\mathrm{f}=2.89~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=2.90~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=2.89~\mathrm{MHz})$
7.22	Х	Х
$(\mathrm{f}=3.40~\mathrm{MHz})$		
8.41	8.41	8.39
(f = 3.96 MHz)	$(\mathrm{f}=3.96~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=3.95~\mathrm{MHz})$
9.00	9.01	9.06
(f = 4.25  MHz)	$(\mathrm{f}=4.82~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=4.27~\mathrm{MHz})$
10.17	10.23	10.25
(f = 4.79  MHz)	$(\mathrm{f}=4.82~\mathrm{MHz})$	(f = 4.83  MHz)
10.68	Х	10.62
$(\mathrm{f}=5.03~\mathrm{MHz})$		$(\mathrm{f}=5.00~\mathrm{MHz})$
11.00	10.95	10.99
$(\mathrm{f}=5.18~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=5.16~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=5.18~\mathrm{MHz})$
11.73	Х	Х
$(\mathrm{f}=5.52~\mathrm{MHz})$		
12.69	12.71	12.76
$\left  \begin{array}{c} (\mathrm{f}=5.98~\mathrm{MHz}) \end{array} \right.$	$({ m f}=5.99~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=6.01~\mathrm{MHz})$
12.86	12.87	12.87
$(\mathrm{f}=6.06~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=6.06~{ m MHz})$	$(\mathrm{f}=6.06~\mathrm{MHz})$

TABLE E.3 – Résonances d'une cible de section circulaire en résine

pics EQM	pics MMCD	Résonance
$k_1 a$	$k_1 a$	$k_1 a$
13.65	13.78	13.80
$(\mathrm{f}=6.43~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=6.49~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=6.50~{ m MHz})$
14.87	14.73	14.81 et 14.74
$(\mathrm{f}=7.01~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=6.94~\mathrm{MHz})$	(f = 6.98 et 6.94 MHz)
15.83	15.83	15.86
$(\mathrm{f}=7.46~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=7.46~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=7.47~{ m MHz})$
16.61	16.74	16.77
$(\mathrm{f}=7.83~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=7.89~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=7.90~{ m MHz})$
18.07	18.10	18.12
$(\mathrm{f}=8.51~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=8.52~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=8.54~{ m MHz})$
18.51	18.50	18.54
$(\mathrm{f}=8.72~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=8.72~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=8.73~{ m MHz})$
18.95	18.98	19.07
(f = 8.92  MHz)	(f = 8.94  MHz)	$({ m f}=8.98~{ m MHz})$
20.14	20.14	20.16
(f = 9.49  MHz)	$(\mathrm{f}=9.49~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=9.50~{ m MHz})$
20.43	20.46	20.47
$(\mathrm{f}=9.62~\mathrm{MHz})$	$(\mathrm{f}=9.64~\mathrm{MHz})$	$({ m f}=9.64~{ m MHz})$
21.01	20.99	21.02 et $20.99$
$[\rm (f=9.90~MHz)]$	$(\mathrm{f}=9.89~\mathrm{MHz})$	(f = 9.90 et 9.89 MHz)

TABLE E.4 – Résonances d'une cible de section circulaire en résine (suite)

## Annexe F

# Photographies de l'expérimentation en cuve du chapitre 5



(a) Cible de section circulaire

(b) Cible de section elliptique

FIGURE F.1 – Photographie du dispositif expérimental - Chapitre 5

#### Bibliographie

- P.LANGEVIN et C.CHILOWSKY : Procédés et appareils pour la production de signaux dirigés et pour la localisation d'obstacles sous-marins. *Brevet français N°502913*, 29 mai 1916.
- [2] P. LANGEVIN : Procédé pour l'émission et la réception des ondes élastiques sous-marines à l'aide des propriétés piezo-électriques du quartz.
- [3] C. OLIVER et S. QUEGAN : Understanding Synthetic Aperture Radar Images. ARTECH House, Boston-London, 1998.
- [4] C. A. WILEY : Synthetic aperture radars. *IEEE Trans.Aerosp.Electron.Syst.*, AES-21 (3):440-443, 1985.
- [5] J. P. VALLEE : Fifty years of radio astronomy progress, discoveries, and the future. Journal of Royal Astronomical Society of Canada, 76:1–18, 1982.
- [6] M. RYLE et A. HEWISH : The synthesis of large radio telescopes. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 120:220.
- [7] G.M. WALSH : Acoustic mapping apparatus. US patent 3196436, 1965.
- [8] G.A. GILMOUR : Sythetic aperture side-looking sonar system. US Patent 4088978, 1978.
- [9] L.J. CUTRONA : Comparison of sonar system performance achievable using synthic aperture techniques with the performance achievable with more conventionnal means. *Journal* of Acoustical Society of America, 58(2):336–348, 1975.
- [10] L.J. CUTRONA : Additional characteristics of synthetic aperture sonar systems and a further comparison with nonsynthetic-aperture sonar systems. *Journal of Acoustical Society* of America, 61(5):1213–1217, 1977.
- [11] P.T. GOUGH et D.W. HAWKINS : Unified framework for modern synthetic aperture imaging algorithms. *International Journal of Imaging Systems*, 8:343–358, 1997.

- [12] B.G. FERGUSON et R.J. WYBER : Generalized framework for real aperture, synthetic aperture, and tomographic sonar imaging. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 34(3): 225–238, 2009.
- [13] M. P. HAYES et P. T. GOUGH : Peer reviewed technical communication synthetic aperture sonar : a review of current status. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 34(3):207–224, 2009.
- [14] B.D. RIGLING : Signal processing strategies for bistatic synthetic aperture radar. *Thesis* of The Ohio State University, 2003.
- [15] P.T. GOUGH et D.W. HAWKINS : Imaging algorithms for a strip-map synthetic aperture sonar : Minimizing the effects of aperture errors and aperture undersampling. *IEEE Journal* of Oceanic Engineering, 22:27–39, 1997.
- [16] M. SOUMEKH : Synthetic aperture radar signal processing with Matlab algorithms. Wiley-Interscience, 1999.
- [17] R.O. NIELSEN : Sonar signal processing. Artech House, Inc., 685 Canton Steet, Norwood, MA, 1991.
- [18] T. RASTELLO, D. VRAY, P. DELACHARTRE et R. PROST : Fourier-based imaging applied to synthetic aperture sonar. *Proceedings of MTS/IEEE Oceans Conference*, 3:1521–1526, 1996.
- [19] R. BAMLER : A comparaison of range-doppler and wavenumber domain sar focusing algorithms. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 30(4), 1992.
- [20] D. DENDAL et J.L. MARCHAND : Omega-k techniques advantages and weaker aspects. Proceedings of International Geosciences Remote Sensing Symposium, 1:366–368, 1992.
- [21] C. CAFFORIO, C. PRATTI et F. ROCCA : Sar data focusing using seismic migration techniques. *IEEE Transactions On Aerospace And Electronic Systems*, 27(2):194–207, 1991.
- [22] D.W. HAWKINS : Synthetic aperture imaging algorithms : with application to wide bandwidth sonar. PhD in Electrical and Electronic Engineering of the University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1996.
- [23] S.A. FORTUNE, M.P. HAYES et P.T. GOUGH : Statistics of the contrast of coherent images. Journal of Optical Society of America, 21(7):1131–1139, 2004.
- [24] D. BILLON : Procédés de correction des mouvements parasites de l'antenne dans un sonar à antenne synthétique. Brevet français, 9712483, 1997.

- [25] N.F. JOSSO, C. IOANA, J.I. MARS, C. GERVAISE et Y. STEPHAN : On the consideration of motion effects in the computation of impulse response for underwater acoustics inversion. *Journal of Acoustical Society of America*, 126(4):1739–1751, 2009.
- [26] J.R. EDWARDS, H. SCHMIDT et K. LEPAGE : Bistatic synthetic aperture target detection and imaging with an auv. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 26(4):690–699, 2001.
- [27] K. LEPAGE et H. SCHMIDT : Bistatic synthetic aperture imaging of proud and buried targets from an auv. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 27(3):471–483, 2002.
- [28] S.K. MITCHELL, K.N. SCARBROUGH et S.P. PITT : Bistatic sas imaging studies. Proceedings of the Institute of Acoustics, 28(5):57–64, 2006.
- [29] A. HETET : Contribution à la détection de mines enfouies dans le sédiment marin par synthèse d'ouverture basse fréquence. Thèse, Université Paris 6, Spécialité Mécanique, 2003.
- [30] M. CHERNIAKOV, T. ZENG et E. PLAKIDIS : Ambiguity function for bistatic sar and its application in ss-bsar performance analysis. *International Conference on Radar*, pages 343–348, 2003.
- [31] C. HERVÉ, J.P. SESSAREGO, R. GUILLERMIN, F. SCHMITT et F. DAOUT : Multistatic sonar imaging : comparisons between the matched filtering method and a reconstruction method based on the kirchhoff approximation. Acta Acustica United with Acustica, 96:49– 62, 2010.
- [32] J.P. SESSAREGO : Contribution à l'Étude des Problèmes Liés à l'Imagerie et à la Reconnaissance Acoustique de Forme. Thèse de l'Université de Provence - Aix-Marseille I, 1982.
- [33] H.J. CALLOW : Signal processing for synthetic aperture sonar image enhancement. Thesis, University of Canterbery, Electrical and Electronic of Engineering, 2003.
- [34] M. SKOLNIK : Radar handbook second edition. Mac Graw Hill Inc, 1990.
- [35] S. GOUENARD : Procédé de réduction des ambiguïtés dans un radar à synthèse d'ouverture et radar mettant en œuvre ce procédé. *Brevet Européen, EP 0 749 019 B1*.
- [36] M. BOUVET : Traitement des signaux pour les systèmes sonar. Cnet, Enst, Editions MASSON, 1992.
- [37] D. Rytz von BRUGG: Rytzsche acshenkonstruktion. http://de.wikipedia.org/wiki/ Rytzsche\_Achsenkonstruktion.

- [38] J.P. SESSAREGO : La diffusion acoustique par des cibles élastiques de forme géométrique simple, Théorie et Expériences, Chapitre 12.
- [39] P. McCord MORSE et H. FESBACH : *Methods of theoritical physics*, volume 1. MacGraw-Hill, New York.
- [40] M. Tran Van NHIEU et F. YWANNE : Sound scattering by slender bodies of arbitrary shape. The Journal of Acoustical Society of America, 95(4):1726–1733, 1994.
- [41] E.I. THORSOS : The validity of the kirchhoff approximation for rough surface scattering using a gaussian roughness spectrum. The Journal of Acoustical Society of America, 83 (1):78–92, 1988.
- [42] F. SCHMITT et F. DAOUT : Wave scattering in underwater acoustics. The Journal of Acoustical Society of America, 105(2):1255, 1999.
- [43] R. GUILLERMIN : Caractérisation d'Objets Enfouis dans les Sédiments Marins par Imagerie Acoustique. Thèse de l'Université de la Méditéranée Aix-Marseille II, 2000.
- [44] N. BLEINSTEIN : *Mathematical methods for wave phenomena*. Computer Science and Applied Mathematics, San Diego : Academic Press.
- [45] N. BLEINSTEIN : Direct image reconstruction of anomalies in a plane via physical optics farfield inverse scattering. The Journal of Acoustical Society of America, 59(6):1259–1264, 1976.
- [46] L. BREKHOVSKIKH et Y. LYSANOV : *Fundamentals of ocean acoustics*, volume 3. Springer Series in Electrophysics 8.
- [47] N. BLEINSTEIN : Physical optics farfield scattering in the time domain. The Journal of Acoustical Society of America, 60(6):1249–1255, 1976.
- [48] J. RIPOLL, V. NTZIACHRISTOS, R. CARMINATI et M. NIETO-VESPERINAS : Kirchhoff approximation for diffusive waves. *The Physical Revue E*, 64(051917), 2001.
- [49] M. SPIES : Kirchhoff evaluation of scattered elastic wave fields in anisotropic media. The Journal of Acoustical Society of America, 107(5):2755–2759, 2000.
- [50] Y.H. PAO et V. VARATHARAJULU : Huygens' principle, radiation conditions, and integral formulas for the scattering of elastic waves. *The Journal of Acoustical Society of America*, 59(6):1361–1371, 1976.
- [51] J.P. SESSAREGO, J. SAGELOLI et R. GUILLERMIN : Scattering by an elastic sphere embedded in an elastic isotropic medium. *The Journal of Acoustical Society of America*, 104 (5), 1998.

- [52] P. CRISTINI : Calcul des zéros d'une fonction analytique avec points de branchements. Journal de Physique, 4(5), 1994.
- [53] F. MAUSSANG, J. CHANUSSOT et A. HETET : Automated segmentation of sas images using the mean, standard deviation plane for the detection of underwater mines. *Proceedings* OCEANS, 4:2155–2160, 2003.
- [54] A. HISTACE et C. CAVARO-MÉNARD : Détection robuste et automatique des contours myocardiques sur des séquences irm cardiaques marquées. Proceedings : 20° Colloque sur le traitement du signal et des images, 2005.
- [55] R. Van VOSSEN, J. TRAMPERT et A. CURTIS : Propagator and wave-equation inversion for near-receiver material properties. *Geophysical Journal International*, (157):796–812, 2004.
- [56] V. TONARD : Imagerie de cibles étendues par synthèse d'ouverutre. Thèse de l'Institut national des sciences appliquées de Lyon, Chapitre 1 : Synthèse d'ouverture par un sonar latéral, 1996.
- [57] A. TRUCCO, M. PALMESE et S. REPETTO : Image projection and composition with a front-scan sonar system : methods and experimental results. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 28(4):687–698, 2003.
- [58] P. CERVENKA et J. MARCHAL : Classification of angular backscattered responses obtained at sea with a forward-lokking sonar system. *The Journal of Acoustical Society of America*, 125(5), 2008.

#### Résumé

Le sujet porte sur l'étude de systèmes SAS<sup>\*</sup> multistatiques. Ces systèmes permettent d'obtenir des images de cibles mieux résolues qu'avec un sonar classique à partir d'ondes acoustiques. Le SAS est largement exploité en configuration monostatique mais il existe très peu d'études à ce jour en SAS multistatique. Le travail consiste donc à évaluer les performances en configuration bistatique et multistatique et à les comparer à celles connues en configuration monostatique. Une méthode de calcul utilisée en radar a donc été mise en oeuvre en sonar de façon à expliciter la résolution en configuration bistatique, ce qui est un résultat original de ce travail.

L'algorithme classiquement utilisé pour reconstruire des images repose sur l'hypothèse que la cible est une somme de points brillants. Cette hypothèse n'est pas bien adaptée en acoustique sous-marine. Un nouvel algorithme a donc été développé dans le but de se rapprocher des phénomènes de diffraction présents à l'interface entre l'eau et la cible. Le modèle de champ diffracté est obtenu par la combinaison d'équations intégrales de frontière avec l'approximation de Kirchhoff. Une méthode de reconstruction d'images par transformée de Fourier 2D de ce modèle a été implémentée et testée sur des données simulées, puis sur des données obtenues lors d'essais en cuve. Le nouvel algorithme montre une meilleure précision de la reconstruction et la capacité de pouvoir extraire de l'information quantitative de la cible. L'intérêt des configurations multistatiques pour la reconnaissance de cibles a également été démontré dans ces travaux de thèse.

\*Synthetic Aperture Sonar

**Mots clefs :** Imagerie - Sonar - Multistatique - Bistatique - Synthèse d'ouverture - Algorithme de filtrage adapté - Diffraction - Approximation de Kirchhoff.

#### Abstract

This study deals with multistatic SAS<sup>\*</sup> systems. SAS are high resolution imaging systems compared to classical sonar ones. The SAS technique is largly exploited in the monostatic configuration but few studies already exist in multistatic SAS. Thus, the work consists in evaluating resolution and detection performances in bistatic and multistatic configurations. Then, the objective is to compare these performances to monostatic ones. A radar method has been adapted to sonar to compute bistatic performances and this is an original result of this work.

The classical algorithm to reconstruct images from acoustical waves lies on the hypothesis that the target is a sum of point scatterers. This hypothesis is not really well adapted to underwater acoustics that is why a new algorithm has been developped in this study. The new algorithm would be better adapted to scattering diffraction phenomena at the interface between water and target than the classical one. The scattered field model of the target is obtained by combinating boundary integral equations and the Kirchhoff Approximation. An imaging reconstruction method by 2D Fourier Transform of the model has been implemented and tested on numerical and experimental datas. The new algorithm allows a better reconstruction for target identification has also been demonstrated in this PhD work.

\*Synthetic Aperture Sonar

**Key words :** Imaging - Sonar - Multistatic - Bistatic - Synthetic Aperture - Matched Filtering Algorithm - Scattering - Kirchhoff Approximation.