

UNIVERSITE MONTPELLIER II
SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC

THESE

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE MONTPELLIER II

Spécialité : Electronique, composants et systèmes
Ecole Doctorale : Information, Structures, Systèmes

A soutenir publiquement par
Maxime CHINAUD
Le 17 décembre 2010

Titre :

**Etude expérimentale de l'instabilité de digitation visqueuse
de fluides rhéofluidifiants modèles**

JURY

Mr. Jacques ATTAL	Examineur
Mr. Thomas DELAUNAY	Examineur
Mme. Anke LINDNER	Rapporteur
Mr. Sébastien MANNEVILLE	Rapporteur
Mr. Marc RABAUD	Examineur
Mr. Philippe TORDJEMAN	Directeur de Thèse

Sommaire

Introduction	5
Chapitre 1 : Fluides complexes et comportements non-Newtoniens	8
1.1 Exemples d'écoulements de fluides complexes	8
1.2 Le tenseur des contraintes	10
1.2.1 Viscosité Newtonienne	10
1.2.2 Définition et propriétés du tenseur des contraintes	11
1.3 Loi de constitution d'un fluide Newtonien	13
1.4 Lois de conservation	15
1.5 Principaux comportements non-Newtoniens	16
1.5.1 Fluides rhéofluidifiants et rhéoépaississants	17
1.5.2 Fluides à seuil	18
1.5.3 Thixotropie	18
1.5.4 Matériaux viscoélastiques	19
Chapitre 2 : Etude rhéologique du Xanthane	22
2.1 Solution de polymère	22
2.2 Les techniques rhéologiques	24
2.2.1 Ecoulement de cisaillement simple	24
2.2.2 Mesures rhéologiques en cisaillement simple	25
2.2.3 La géométrie cône-plan	26
2.2.4 La géométrie de couette cylindrique	27
2.3 Solution de Xanthane	28
2.3.1 Conception des solutions	28
2.3.2 Caractérisation rhéologique	28
Chapitre 3 : Cellule de Hele-Shaw	32
3.1 Milieu poreux et cellule de Hele-Shaw	32
3.2 Loi de Darcy pour des fluides rhéofluidifiants	35

3.3 Montage d'une cellule de Hele-Shaw	37
Chapitre 4 : Technique de vélocimétrie par Speckle Ultrasonore (USV)	41
4.1 Techniques de vélocimétrie acoustique	41
4.1.1 La technique de velocimetrie par Doppler Ultrasonore (UDV)	42
4.1.2 La technique de velocimetrie par Speckle Ultrasonore (USV)	43
4.2 Mise en place d'une procédure expérimentale	47
4.2.1 Expérience de sédimentation	47
4.2.2 Traitement du signal	49
4.2.3 Sédimentation des traceurs	54
4.3 Essai de mesure des vitesses d'écoulement par USV	57
Chapitre 5 : Hydrodynamique en cellule de Hele-Shaw	59
5.1 Principe de mesure	59
5.2 Profilometrie en cellule de Hele-Shaw	61
5.2.1 Configurations expérimentales	61
5.2.2 Procédure et calibration	63
5.2.3 Résultats expérimentaux	65
5.2.4 Discussions	69
5.3 Conclusion	72
Chapitre 6 : L'instabilité de Saffman-Taylor	74
6.1 Mécanismes physiques	74
6.2 Analyse de la stabilité linéaire	78
6.3 Forme du doigt visqueux Newtonien	83
6.4 Doigts visqueux Newtoniens anormaux	87
6.5 Doigts visqueux pour des solutions de Xanthane	89
Chapitre 7 : Instabilité de Saffman-Taylor aux fortes vitesses de digitation	92
7.1 Visualisation par camera rapide	92

7.2 Véllocimétrie par PIV	99
7.2.1 Protocole des mesures de vélocimétrie	99
7.2.2 Analyse des images	102
7.2.3 Véllocimétrie par PIV	106
7.3 Modélisation d'un solide de Rankine	115
7.4 Conclusion	120
Conclusion	122
Annexes	125

Introduction

La première étude de l'instabilité de « digitation visqueuse » remonte à 1958 [71]. Dans ce travail, P.G Saffman et G Taylor se sont intéressés à l'extraction du pétrole contenu dans des roches poreuses. En effet, lors de l'extraction du pétrole, de nombreuses observations ont rapporté la formation de doigt d'eau qui limite le rendement de production. A l'aide d'une cellule d'écoulement de type Hele-Shaw, ces deux auteurs ont pu reproduire en laboratoire ce phénomène de digitation. Dès lors, l'instabilité de digitation porte également le nom d'instabilité de Saffman-Taylor.

En toute généralité, l'instabilité de Saffman-Taylor se produit lorsqu'un fluide peu visqueux pousse un fluide plus visqueux. On observe alors une perturbation de l'interface séparant les deux fluides. Lorsque cette perturbation s'amplifie, elle mène à la formation d'un motif dont le contour évoque celui d'un doigt. L'instabilité de digitation visqueuse est à l'origine de nombreux travaux dans la littérature [06,61]. Pour les fluides Newtoniens, les critères d'instabilité et les modes de croissance sont relativement bien compris. Ils résultent de la balance entre les effets visqueux et les effets de tension interfaciale. Pour les fluides non-Newtoniens, les critères d'instabilité et les mécanismes de croissance des doigts sont dépendants de la loi de comportement. Pour les fluides rhéofluidifiants, la relation de dispersion qui définit le critère d'instabilité a pu être établie par Wilson [90]. Elle montre l'importance des paramètres constitutifs de la loi de comportement sur le taux d'accroissement de l'instabilité. En revanche, les mécanismes de croissance des doigts visqueux sont moins bien compris. Aux faibles vitesses de croissance, les expériences ont montré que la forme des doigts est contrôlée par la longueur capillaire. Dans le régime des fortes vitesses, les mécanismes de croissance sont à ce jour mal compris et ne semblent plus obéir à une modélisation simple. La figure 1, réalisée par A.Lindner en 2000 illustre clairement la dualité des deux régimes.

Ce travail de thèse a pour objectif l'étude des mécanismes de croissance des doigts de fluides complexes rhéofluidifiants dans le régime des fortes vitesses. Nous nous sommes focalisés sur l'étude expérimentale d'une série structurale de fluides complexes rhéofluidifiants à base de Xanthane. Ces fluides ont largement été étudiés dans la littérature et sont relativement simples à formuler. Ils nous ont permis de confronter directement nos résultats à ceux de la littérature et de valider notre approche expérimentale. Cette dernière consiste à développer des techniques de vélocimétrie en cellule de Hele-Shaw afin de mesurer la distribution des vitesses autour des doigts visqueux. Nous avons choisi d'utiliser deux techniques complémentaires. La première est celle de « Particles Image Velocimetry » (PIV). Elle présente l'intérêt d'utiliser des traceurs de faible dimension et qui ne perturbent pas l'instabilité de l'écoulement. La deuxième technique est celle de « Ultrasonic Speckle Velocimetry » (USV). Celle-ci présente l'intérêt d'être insensible à l'opacité des fluides complexes.

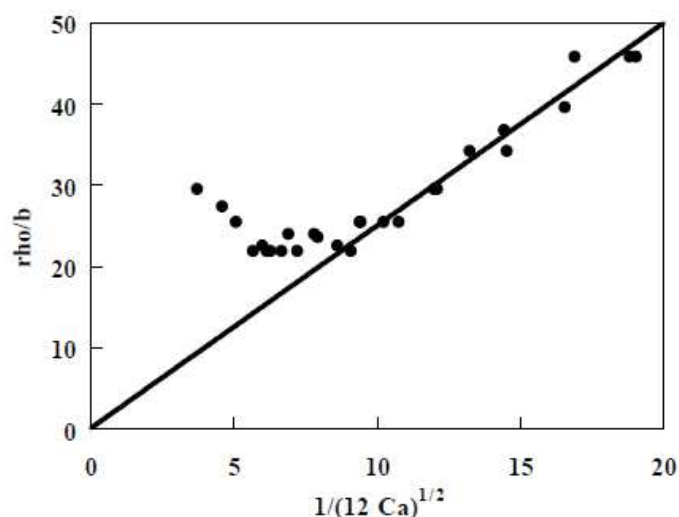


Fig.1. Rayon de courbure normalisé par l'épaisseur de la cellule en fonction de la grandeur $1/\sqrt{12Ca}$ pour une solution de Xanthane 500 ppm [52].

L'ensemble de ce travail repose sur la construction d'une cellule de Hele-Shaw de grande dimension permettant la caractérisation des mécanismes de digitation visqueuse aux grandes vitesses d'écoulement. La conception de cette cellule devait obéir aux contraintes suivantes : elle devait permettre, dans un premier temps, d'étudier la rhéologie des solutions de Xanthane dans la cellule ; puis, dans un deuxième temps, d'étudier les mécanismes de croissance des doigts visqueux par PIV et USV.

Si la méthode de PIV est largement décrite et utilisée dans la littérature, la méthode USV est très peu répandue. Son utilisation a nécessité un travail afin de définir les protocoles expérimentaux de mesures, de traitement du signal et d'analyse des données nécessaires à la mesure quantitative des profils de vitesse.

Ce manuscrit est divisé en sept chapitres. Le premier rappelle les principaux comportements rhéologiques des fluides complexes. Ils discutent de la validité des lois de comportements et de leur implication sur les lois de conservation de la mécanique des fluides.

Le deuxième chapitre est consacré à la formulation et la caractérisation des fluides complexes à base de Xanthane. Les résultats expérimentaux de rhéologie seront discutés en regard de ceux de la littérature.

Le troisième chapitre décrit la conception de la cellule de Hele-Shaw. Il présente les caractéristiques de la cellule et les gammes de vitesses d'injection accessibles expérimentalement.

Le chapitre 4 détaille la technique USV. Il discute des conditions de traitement du signal et d'analyse des données. Nous avons construit une cellule afin de mesurer par USV la vitesse de sédimentation des traceurs potentiels utilisés par les deux techniques de vélocimétrie. Enfin, nous avons cherché à coupler la technique USV aux expériences de digitation en cellule de Hele-Shaw.

Introduction

Dans de telles conditions, nous montrerons que l'application de cette techniques USV nécessite de nouveaux développements technologiques.

Le chapitre 5 présente l'étude de vélocimétrie en cellule de Hele-Shaw des solutions de Xanthane. Cette étude repose sur la mise au point de nouvelles expériences de milli-PIV. Ces dernières ont permis de mesurer le profil de vitesse des solutions de Xanthane dans l'épaisseur de la cellule et, par une approche inverse, de déterminer les paramètres de la loi de comportement des fluides complexes étudiés.

L'étude bibliographique de l'instabilité de Saffman-Taylor est développée dans le chapitre 6. Cette étude, non exhaustive, a pour objectif de rappeler les principaux résultats qui seront utiles à notre étude.

Enfin le chapitre 7 détaille les expériences de digitation visqueuse couplées aux mesures de vélocimétrie PIV. Dans un premier temps, nous avons étudié la forme et la croissance des doigts, puis nous avons caractérisé la distribution des champs de vitesses autour des doigts afin de valider l'hypothèse d'irrotationnalité. Enfin, nous avons présenté une modélisation simple de l'écoulement autour des doigts afin d'identifier les paramètres physiques pertinents qui gouvernent leur croissance. L'ensemble des résultats est discuté à la fin de ce chapitre et nous a permis de dégager les principales perspectives de cette étude.

Chapitre 1

Fluides Complexes et comportement non-Newtonien

Le terme « dynamique des fluides » renvoie généralement à la manière dont peut s'écouler un liquide tel que l'eau. Cependant, on trouve dans la nature une grande quantité de fluides et matériaux, assimilable à des milieux continus, dont la structure interne se révèle bien plus complexe que celle de l'eau (blanc d'œuf, sang, sève...). Cette structure confère à ces liquides des propriétés mécaniques particulières. Ce premier chapitre a pour but de rappeler la dynamique particulière des fluides complexes. Nous illustrerons dans un premier temps, au travers d'exemples connus, le comportement singulier de certains fluides complexes. Par la suite, nous définirons le tenseur des contraintes et illustrerons ses propriétés. En fin de chapitre, nous donnerons les principaux comportements rhéologiques non-Newtoniens.

1.1. Exemples d'écoulements de fluides complexes

Il est toujours très délicat de définir avec rigueur la « complexité » d'un système physique. Aussi il n'existe pas, à notre connaissance, de véritable définition mathématique des fluides complexes. Le but de ce premier paragraphe est de mettre en évidence, au travers d'exemples bien connus, le comportement a priori contre-intuitif de ce type de fluides.

Un des premiers écoulements de fluides complexes reproduit en laboratoire a été réalisé par Weissenberg [09]. L'expérience consiste à mettre en mouvement un fluide à l'aide d'une tige en rotation. Pour un fluide dit « Newtonien » tel que l'eau, on observe la formation d'un ménisque. Ce comportement plutôt intuitif est dû aux forces centrifuges, le fluide est chassé sur les bords du récipient et la surface du liquide s'incurve autour de la tige en rotation. A l'inverse, pour certains fluides complexes (solutions de polyacrylamide, blanc d'œuf...), le fluide remonte le long de la tige. Ce comportement, typique des fluides « viscoélastiques », est appelé effet Weissenberg [09]. C'est en 1947 que Weissenberg [86] proposera un premier modèle qui permettra d'expliquer qualitativement les résultats observés. Tout ce passe comme si le fluide ressentait, lors de la rotation de la tige, une

contrainte de tension semblable à celle d'un tube de caoutchouc étiré. Les fluides étudiés par Weissenberg possèdent donc une structure interne qui leur confère un comportement mécanique à la frontière entre le comportement d'un liquide (visqueux) et celui d'un solide (élastique). Cette contrainte de tension additionnelle le long d'une ligne de courant générée par la tige en rotation provoque la remontée du fluide le long de l'axe de rotation.

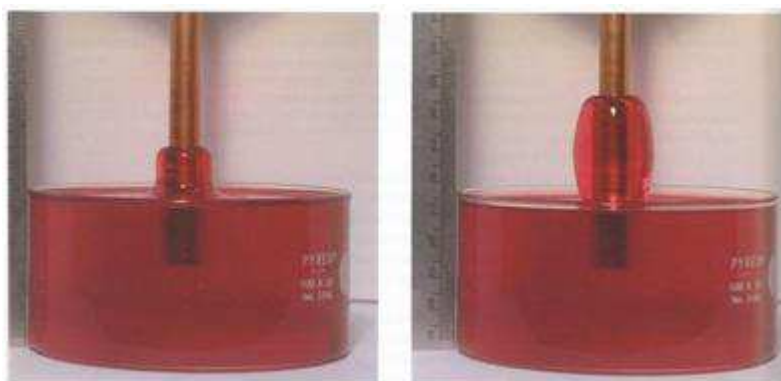


Fig.1.1. Visualisation de l'effet Weissenberg pour un fluide complexe (solution de polystyrène dans un solvant organique) à deux temps successifs. On observe que la solution « remonte » le long de la tige en rotation. [35].

Une autre manifestation du comportement mécanique « atypique » des fluides complexes est l'effet « die swell » [09]. L'expérience consiste à observer la taille d'un jet à la sortie d'un capillaire. Pour un écoulement laminaire à grands nombre de Reynolds, la taille du jet d'un fluide Newtonien est sensiblement la même que celle du capillaire (Fig.1.2.a). On observe en revanche, pour une solution de polyméthylméthacrylate, une augmentation de la taille du jet de près de 300% par rapport à celle du capillaire (Fig.1.2.b). Le même type de phénomène est observé industriellement lors de la fabrication de fibres synthétiques par extrusion de polymères fondus ou encore de matières plastiques.

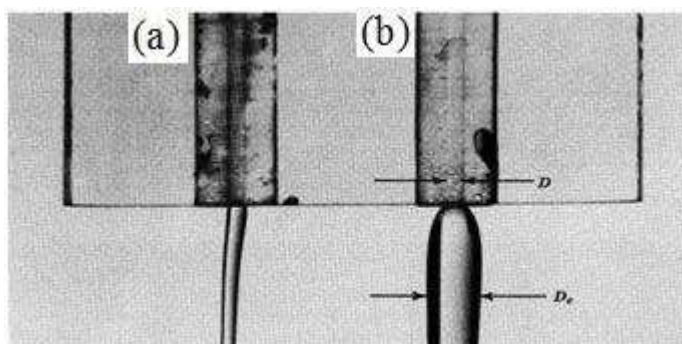


Fig.1.2. Effet de « gonflement de jet » à la sortie d'un capillaire de diamètre D . (a) Fluide Newtonien (silicone). (b) Fluide complexe (solution de 2.44g de polyméthylméthacrylate dans 1mL de diméthylphthalate). Le diamètre du jet D_e est environ égal à $3D$ [9].

Un tel phénomène peut également être décrit par le modèle de Weissenberg. Lors de l'écoulement d'un fluide viscoélastique dans un capillaire, il existe des contraintes de tension dirigées dans le sens de l'écoulement et des contraintes de pression dirigées perpendiculairement au sens d'écoulement. A la sortie du capillaire, cette différence de contraintes normales conduit au rétrécissement axial du jet et à son élargissement radial. Notons qu'au-delà d'une certaine vitesse d'extrusion, on observe un effet « mémoire » du jet, le diamètre du début du jet étant, sur une distance finie, le même que celui du capillaire [34].

1.2. Le tenseur des contraintes

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, le comportement mécanique des fluides peut être radicalement différent d'un fluide à l'autre suivant leur structure interne. Il apparaît donc comme nécessaire de modéliser mathématiquement les contraintes s'exerçant sur une particule fluide en écoulement afin de décrire sa dynamique.

1.2.1. Viscosité Newtonienne

De nombreux ouvrages traitent de la mécanique des fluides visqueux [44, 34, 05]. Qualitativement, c'est la viscosité qui permet d'expliquer la différence entre un écoulement d'huile et d'eau. C'est également ce paramètre qui est responsable de la résistance que l'on ressent lorsqu'on essaye de remuer du miel. C'est précisément en s'attardant sur cette propriété de « résistance » des fluides qu'en 1687, Newton définit pour la première fois le concept de viscosité. Pour ce faire, il imagina une mise en écoulement simple par entrainement de plaque (Fig.1.3). On suppose un fluide incompressible confiné entre deux plaques infinies séparées d'une distance b . La plaque supérieure, repérée par la position $y = b$, se déplace à vitesse constante V_0 suivant la direction Ox . La plaque inférieure, située à la position $y = 0$, est au repos. Dans ces conditions les composantes du champ de vitesse \vec{V} du fluide dans le repère $R(O, x, y)$ s'écrivent $(V_x(y); 0)$. Un tel écoulement est appelé écoulement de cisaillement simple. En considérant la continuité du champ de vitesse du fluide et en imposant les conditions aux limites $V_x(b) = V_0$ et $V_x(0) = 0$, le profil de vitesse dans l'entrefer des deux plaques prend la forme linéaire suivante :

$$V_x(y) = V_0 \frac{y}{b}. \quad (1.1)$$

Lors de la mise en mouvement de la plaque supérieure, la force de contrainte F (force par unité de surface) ressentie par le fluide est proportionnelle au gradient de vitesse dans l'entrefer des deux plaques.

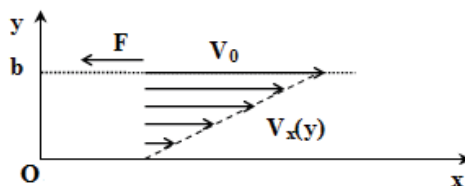


Fig.1.3 : *Ecoulement de cisaillement simple. Le fluide est confiné entre deux plaques situées en $y=0$ et $y=b$.*

Cette force s'oppose au mouvement de la plaque supérieure et est donnée par :

$$F = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial y} = \eta \frac{v_0}{L}, \quad (1.2)$$

où L représente la distance parcourue par la plaque supérieure suivant l'axe Ox . η , le coefficient de proportionnalité est appelé viscosité dynamique du fluide et a pour unité le Pa.s.

Par cette relation, Newton permet donc la détermination expérimentale de la viscosité en la définissant comme le rapport entre la force de contrainte imposée pour mettre le fluide en mouvement et le gradient de vitesse dans l'épaisseur du fluide généré par cet écoulement. Ainsi nous appellerons fluide Newtonien, tout fluide de viscosité constante vérifiant la relation de Newton :

$$\eta = -\frac{F}{\dot{\gamma}}, \quad (1.3)$$

où $\dot{\gamma}$, également appelée vitesse de cisaillement, représente la quantité $\frac{\partial v_x}{\partial y}$.

1.2.2. Définition et propriétés du tenseur des contraintes

La définition de la viscosité Newtonienne a été obtenue à partir d'un écoulement de cisaillement simple unidirectionnel. De fait, elle n'est valable que pour un nombre restreint d'écoulements. L'algèbre tensorielle, permet de généraliser la notion de contrainte mécanique à un écoulement quelconque. Pour cela, il faut considérer un fluide comme un milieu continu constitué d'éléments mésoscopiques de volumes fluide appelés « particules fluides ». On imagine un volume fluide coupé en deux (Fig.1.4). On définit \vec{n} le vecteur unitaire normal à la surface de coupure dS . La force de contrainte \vec{F} qu'exerce la partie (I) du volume sur la surface de coupure est donnée par la relation de Cauchy :

$$\vec{F} = \bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{n}, \quad (1.4)$$

où $\bar{\bar{\sigma}}$ est appelé tenseur des contraintes. Il s'agit dans ce cas d'un tenseur d'ordre 2, c'est-à-dire d'un opérateur matriciel qui assure le passage du vecteur unitaire \vec{n} au vecteur force \vec{F} .

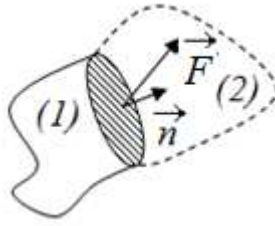


Fig.1.4 : Particules fluide. La surface hachurée représente la surface de coupure dS . Le vecteur \vec{F} représente la résultante des forces de contrainte du volume fluide (1) sur la surface dS .

Les contraintes de pression sont définies comme isotropes et diagonales. Cela signifie qu'au repos, les forces de pression sont constantes et normales à chaque surface de l'élément de volume fluide. En d'autres termes, nous pouvons décomposer le tenseur des contraintes en définissant le champ de pression hydrostatique comme une simple addition sur les termes diagonaux. Le tenseur $\bar{\sigma}$ s'écrit alors :

$$\bar{\sigma} = -p\bar{I} + \bar{\tau}, \quad (1.5)$$

où p représente la pression et \bar{I} la matrice identité. Le tenseur $\bar{\tau}$ se définit comme le tenseur des contraintes visqueuses ou encore le déviateur des contraintes. Considérons maintenant un espace euclidien de dimension 3 ayant pour base la famille de vecteur (e^i, e^j, e^k) . La précédente équation peut alors s'écrire :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}. \quad (1.6)$$

Le symbole δ_{ij} représente le tenseur de Kronecker tandis que le terme σ_{ij} donne la $i^{\text{ème}}$ composante de la force de contrainte s'appliquant sur une surface orientée suivant j .

Les tenseurs $\bar{\sigma}$ et $\bar{\tau}$ possèdent la propriété d'être des tenseurs symétriques. Par ailleurs le tenseur des contraintes visqueuses se définit comme un tenseur de trace nulle. On peut donc écrire :

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \text{ et } \tau_{ij} = \tau_{ji}, \quad (1.7)$$

$$tr(\bar{\tau}) = \tau_{ii} = 0. \quad (1.8)$$

Pour l'équation (1.9), nous avons utilisé la convention d'Einstein pour laquelle la répétition de l'indice i représente une sommation implicite sur cet indice. Les équations (1.5) et (1.8) nous permettent d'écrire le terme de pression hydrostatique comme:

$$p = -\frac{1}{3}tr(\sigma). \quad (1.9)$$

Le tenseur des contraintes est propre à chaque matériau. Il représente la manière dont le fluide va « réagir » aux contraintes d'écoulement. Les composantes τ_{ij} de ce tenseur constituent de ce fait une véritable carte d'identité du fluide que l'on appelle aussi « loi de constitution ». La détermination

expérimentale de ces composantes est l'objet d'étude de la rhéologie, que nous aborderons dans le chapitre suivant.

1.3. Loi de constitution d'un fluide Newtonien

La forme mathématique que peut prendre le tenseur des contraintes peut s'avérer très complexe. Il existe cependant un certain nombre de lois et de principes empiriques qui permettent la simplification de son écriture mathématique. On peut citer parmi eux le principe d'objectivité matérielle.

Le principe d'objectivité matérielle consiste à supposer que la loi de constitution d'un fluide est indifférente par changement de référentiel « solide ». Nous appellerons un changement de référentiel « solide », un changement de référentiel composé de translation rectiligne et de rotation pure. C'est l'indifférence par rotation pure qui donne à ce principe son caractère restrictif. Pour formaliser mathématiquement ce principe, on définit la matrice de rotation Q . Cette matrice est orthogonale et de déterminant égal à un. Elle vérifie donc les relations :

$$Q \cdot Q^\perp = Q^\perp \cdot Q = 1 \text{ et } \det(Q) = 1. \quad (1.10)$$

Le symbole $^\perp$ représente la transposée de la matrice. On suppose l'existence dans un référentiel R , de deux vecteurs \vec{a} et \vec{b} vérifiant la relation tensorielle $\vec{a} = \bar{\bar{A}} \cdot \vec{b}$. On dit que le tenseur $\bar{\bar{A}}$ est indifférent par changement de référentiel si et seulement si il existe une matrice de rotation Q tel que :

$$\vec{a}^* = \bar{\bar{A}}^* \cdot \vec{b}^* \text{ et } \bar{\bar{A}}^* = Q \cdot \bar{\bar{A}} \cdot Q^\perp, \quad (1.11)$$

où le symbole * désigne les grandeurs du nouveau référentiel R^* obtenu par rotation du premier référentiel R .

Ce principe nous empêche d'écrire certaine loi de constitution. En effet, la loi de constitution d'un fluide Newtonien ne peut s'obtenir par une simple substitution dans l'équation (1.3) comme $\bar{\bar{\sigma}} = \eta \cdot \bar{\bar{\nabla v}}$ ($\bar{\bar{\nabla v}}$ représente le tenseur gradient de vitesse). Nous pouvons montrer [01], en supposant que la loi de Cauchy vérifie le principe d'objectivité matérielle, que le tenseur des contraintes et le déviateur des contraintes sont indifférents par changement de référentiel contrairement au tenseur gradient de vitesse. Concrètement, un grand nombre de loi de constitution sont des fonctions de la partie symétrique du tenseur gradient de vitesse. On définit pour cela le tenseur de vitesse de déformation :

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x^j} + \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right). \quad (1.12)$$

Un tel tenseur est symétrique et indifférents par changement de référentiel. On retrouve la généralisation de la définition (1.3) d'un fluide Newtonien en écrivant la relation :

$$\bar{\sigma} = \bar{\tau} = 2\eta \cdot \bar{D}, \quad (1.13)$$

où η est la constante de viscosité dynamique. On trouve généralement dans la littérature [01] une loi de constitution similaire à l'équation (1.13). En effet on définit un fluide Newtonien généralisé par la loi :

$$\bar{\sigma} = \bar{\tau} = 2\eta(S) \cdot \bar{D}, \quad (1.14)$$

avec $S = tr(\bar{D}^2)$. Il est important de noter que dans le cas de l'équation (1.14), la viscosité n'est pas a priori constante. De nombreux fluides complexes sont des fluides Newtoniens généralisés. Nous montrerons par la suite qu'une solution diluée de Xanthane, bien qu'ayant un comportement typique de fluide complexe, peut être modélisée par une loi de constitution de type (1.14). Les fluides Newtoniens ne sont donc qu'un cas particulier des fluides Newtoniens généralisés pour lesquels $\eta(S)$ est une constante.

La loi de constitution des fluides Newtoniens est le premier comportement mécanique à avoir été décrit mathématiquement. Par conséquent, la dynamique des fluides Newtoniens a largement été étudiée au cours des deux derniers siècles. L'écoulement d'un fluide est régit par la loi fondamentale de la dynamique. Cette loi s'énonce, pour un repère et une chronologie dit galiléens, en écrivant que la dérivée temporelle du tenseur des quantités de mouvement est égale au tenseur des forces extérieures appliquées au système. Ainsi, nous pouvons énoncer la loi fondamentale de la dynamique, par l'égalité vectorielle :

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} + \overline{\nabla p} - \rho \vec{f} - \overline{\nabla} \cdot \bar{\tau} = \vec{0}, \quad (1.15)$$

La quantité $D\vec{v}/Dt$ représente la dérivée particulière $D\vec{v}/Dt = \partial\vec{v}/\partial t + (\vec{v} \cdot \overline{\nabla})\vec{v}$, ρ la masse volumique du fluide et \vec{f} la résultante des forces volumiques qui s'exerce sur le système. Le tenseur des contraintes joue un rôle prépondérant dans la loi fondamentale de la dynamique. Autrement dit, la détermination de la loi de constitution du fluide est indispensable pour pouvoir résoudre analytiquement un problème d'écoulement. La difficulté propre à l'étude des écoulements de fluides complexes réside en partie dans la complexité que peut prendre la forme du tenseur des contraintes et donc la loi fondamentale de la dynamique. La quantité $\overline{\nabla} \cdot \bar{\sigma}$, conformément à l'équation de Cauchy (1.4), doit être vue comme une des composantes du tenseur des forces de contraintes internes au fluide. En injectant la loi de constitution (1.13) caractéristique des fluides Newtoniens dans l'équation (1.15), on obtient l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} - \rho \vec{f} + \overline{\nabla p} - \eta \Delta \vec{v} = 0. \quad (1.16)$$

On peut également définir l'équation de Navier-Stokes généralisée, en injectant la loi de constitution d'un fluide Newtonien généralisé (1.14) dans la loi fondamentale de la dynamique (1.15) :

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} - \rho \vec{f} + \overline{\nabla p} - \eta(S)\Delta\vec{v} - \overline{D \cdot \nabla \eta(S)} = 0. \quad (1.17)$$

Le terme $\overline{\nabla \eta(S)}$ représente la variation spatiale de la viscosité dynamique. Pour un fluide purement Newtonien, cette quantité est nulle ou négligeable. En revanche pour un fluide complexe tel qu'une solution diluée de Xanthane, la viscosité dynamique n'est pas constante au sein d'une cellule d'écoulement. Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, la viscosité d'une telle solution décroît du centre de la cellule vers les bords.

1.4. Lois de conservation

Définir un problème d'écoulement se résume souvent à définir le système d'équation différentielle qui régit la dynamique du fluide considéré. Ce système d'équation différentielle est en général constitué des équations d'état du fluide ainsi que des équations de conservation de certaines quantités physiques. La loi fondamentale de la dynamique (1.15) est par exemple issue de l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, le tenseur des contraintes, c'est-à-dire la loi de constitution des fluides, peut jouer un rôle non négligeable dans les équations de conservation.

La loi de conservation de la masse s'écrit en considérant un système physique fermé. Le flux de masse entrant dans un élément de volume fluide donné est alors égal à la variation temporelle de masse au sein de cet élément. Cette loi prend la forme mathématique suivante :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0. \quad (1.18)$$

On constate que la loi de constitution du fluide n'intervient pas dans cette loi de conservation. En d'autres termes, cela signifie que l'équation (1.18) ne prendra pas a priori une forme mathématique plus complexe pour des fluides non Newtonien. Notons que pour un fluide incompressible, la quantité $D\rho/Dt$ est nulle. On en déduit :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0. \quad (1.19)$$

Cette équation est caractéristique des fluides incompressibles.

L'énergie mécanique d'un élément de volume fluide peut s'obtenir à partir du produit scalaire entre la loi fondamentale de la dynamique et le vecteur vitesse. L'expression de l'énergie mécanique E_m dépend donc directement de la loi de constitution du fluide. En multipliant l'équation (1.15) par le vecteur vitesse, on obtient l'expression scalaire :

$$E_m = -\vec{v} \cdot \nabla \bar{p} + \vec{v} \cdot (\nabla \cdot \bar{\tau}) + \vec{v} \cdot \rho \vec{g}. \quad (1.20)$$

Afin d'exprimer le principe de conservation de l'énergie, on suppose l'existence d'un système physique d'énergie interne par unité de masse u . La variation temporelle de l'énergie interne par unité de masse est égale à la puissance des forces extérieures qui s'applique au système :

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} + \bar{\sigma} : \bar{D} + \rho \omega, \quad (1.21)$$

où \vec{q} est appelé le flux sortant de chaleur et ω , l'apport volumique de chaleur. On constate là encore que la loi de constitution du fluide joue un rôle dans la variation d'énergie interne du fluide. La quantité $\bar{\sigma} : \bar{D} = tr(\bar{\tau} \cdot \bar{\nabla} \vec{v})$ peut être vue comme un terme de dissipation d'énergie par contraintes internes.

Ces lois de conservation sont parmi les plus utilisées en mécanique des fluides. Il apparaît alors que la détermination de la forme du tenseur des contraintes est primordiale pour connaître la dynamique ou la variation d'énergie du fluide. La définition d'un fluide Newtonien (1.13) doit alors être vue comme un comportement type.

1.5. Principaux comportements non Newtoniens.

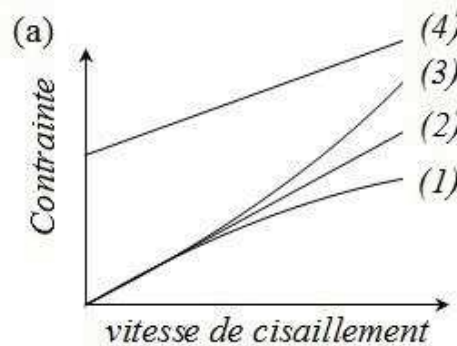


Fig.1.5: Exemple de quelques lois de constitutions de fluides non Newtonien. Tandis que la courbe (2) représente une loi de constitution typique d'un comportement Newtonien, les courbes (1) et (3) représentent respectivement des comportements rhéofluidifiants et rhéoépaississants. La courbe (4) représente le comportement typique d'un fluide Newtonien à seuil.

Comme nous l'avons vu dans la section 1.3, l'équation (1.13) donne le tenseur des contraintes en fonction du tenseur des vitesses de déformation. On peut dans une première approche supposer, dans le cas d'un écoulement de cisaillement simple, que le tenseur des contraintes est une fonction de la vitesse de cisaillement $\dot{\gamma}$. Dans cet esprit, un fluide Newtonien se définit comme le cas particulier où $\sigma(\dot{\gamma}) = \eta \dot{\gamma}$. A ce stade nous pouvons distinguer plusieurs comportements types de fluides non

Newtonien [34]. On observe expérimentalement une évolution des comportements non Newtoniens en fonction du signe de la quantité $d\sigma/d\dot{\gamma}$ (Fig.1.5).

1.5.1. Fluides rhéofluidifiants et rhéoépaississants

Le comportement rhéofluidifiant est un régime pour lequel $d\sigma/d\dot{\gamma} < 0$. En d'autres termes, il s'agit de fluides pour lesquels la viscosité apparente diminue lorsque le taux de cisaillement augmente. Dans la littérature anglo-saxonne, on retrouve souvent, pour de tel fluide, la dénomination de « shear-thinning fluids » ou encore « pseudoplastic ». La suite de travail de thèse sera exclusivement dédiée à l'étude des écoulements de fluides rhéofluidifiants.

Généralement, le comportement rhéofluidifiant est observé pour des suspensions diluées de particules solides ou encore des solutions de polymère. La figure 1.6 illustre le comportement de la viscosité apparente d'une solution diluée de polymères en fonction de la vitesse de cisaillement. Il s'agit là d'un comportement typiquement rhéofluidifiant. On constate que pour une certaine gamme de vitesse de cisaillement, la viscosité apparente diminue en suivant une loi en puissance. Il est alors possible de modéliser le comportement du tenseur des contraintes visqueuses avec une loi de la forme :

$$\tau = K\dot{\gamma}^n, \quad (1.22)$$

où K est appelé constante de plasticité et n , indice de pseudoplasticité. Le comportement rhéofluidifiant est très répandu et il existe un grand nombre de modélisation mathématique des profils de viscosité de ce type. Certains prennent en compte des régimes Newtoniens à haute et basse vitesse de cisaillement. C'est le cas notamment du modèle de Carreau :

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = (1 + K\dot{\gamma}^2)^{-n/2}, \quad (1.23)$$

où η_0 et η_∞ sont les deux plateaux Newtoniens à basse et haute vitesse de cisaillement. K et n représentent les deux paramètres de la modélisation. Cependant, la simplicité du modèle de loi en puissance en fait un des modèles le plus utilisé pour décrire le comportement des fluides rhéofluidifiants.

A l'opposée du comportement rhéofluidifiant, on trouve le comportement rhéoépaississant décrit par la courbe (3) de la figure 1.5. Ce régime se caractérise par la relation $d\sigma/d\dot{\gamma} > 0$. Ces fluides ont la propriété d'augmenter leur viscosité apparente lorsque la vitesse de cisaillement augmente. Un exemple de ce type de matériaux est un mélange d'eau et de farine de maïs. Une cuillère posée à la surface d'un tel mélange s'enfoncera dans le fluide sous l'effet de son propre poids. En revanche, elle semblera stoppée par la surface du mélange si on essaye d'enfoncer la cuillère dans le matériau.

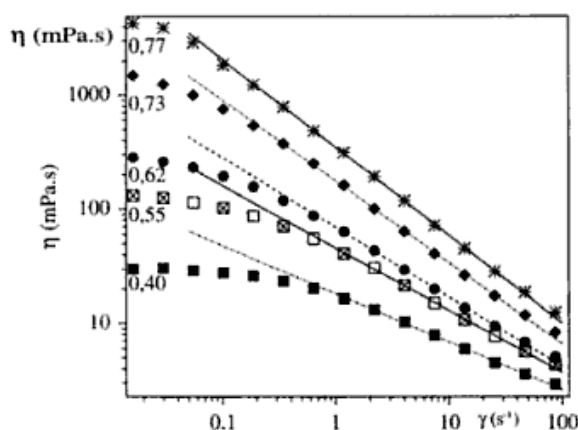


Fig.1.6 : Mesure de la viscosité en fonction du taux de cisaillement pour différentes solutions de scléroglycane. Les droites en trait plein représentent des modèles de lois en puissances [34].

1.5.2. Fluides à seuil

Naturellement, certains matériaux possèdent une structure interne suffisamment rigide pour empêcher les écoulements à faible gradient de pression. C'est le cas, par exemple, de certaines boues de forage. Un tel comportement est typique des fluides à seuil décrit par la courbe (4) de la figure 1.5. Concrètement, on n'observe aucun écoulement en deçà d'une certaine contrainte critique. Généralement, on modélise ce comportement en différenciant le régime statique et le régime d'écoulement. On définit alors la contrainte critique τ_c par :

$$\begin{cases} \tau < \tau_c \rightarrow \dot{\gamma} = 0 \\ \tau > \tau_c \rightarrow \tau = \tau_c + f(\dot{\gamma}) \end{cases} \quad (1.24)$$

où f est une loi de constitution quelconque caractéristique du fluide en écoulement. On peut par exemple imaginer un écoulement de fluide rhéofluidifiant à seuil.

1.5.3. Thixotropie

La thixotropie est le terme utilisé pour décrire les fluides qui, à contrainte imposée constante, voient leur viscosité diminuer au cours du temps. Une grande majorité de fluides complexes sont des fluides thixotropes. Cette propriété dépend fortement de la structure interne du fluide et plus précisément du temps de réarrangement de cette structure. En effet tous les comportements non Newtoniens décrits précédemment sont modélisés comme indépendants du temps. Une telle approximation se vérifie seulement si le temps caractéristique de variation de la contrainte imposée est nettement supérieur au temps caractéristique de réarrangement de la structure interne du fluide. On définit généralement le rapport entre ces deux temps caractéristiques par le nombre de Deborah :

$$De = \frac{\tau}{T}, \quad (1.25)$$

où τ représente le temps de réarrangement de la structure interne du fluide et T le temps de variation de la contrainte imposée. En d'autre terme, la thixotropie d'un fluide n'est négligeable que pour des nombres de Deborah nettement inférieur à l'unité. Ce comportement, bien que très proche du comportement rhéofluidifiant, se différencie de ce dernier de part son origine physique. En effet, lors de l'écoulement d'un fluide, la continuité des vitesses aux parois impose une répartition non homogène de la vitesse de cisaillement au sein de l'écoulement. Pour des fluides complexes, dont la viscosité dépend de la vitesse de cisaillement, on observe une variation spatiale de la viscosité. On peut donc imaginer des fluides rhéofluidifiants thixotropes pour lesquels on observerait une variation à la fois spatiale et temporelle de la viscosité.

Notons qu'il existe pour certains fluides complexes, tels que des mélanges d'argile ou encore certains type de boue, un comportement inverse de celui de la thixotropie. Ces fluides voient leur viscosité augmenter avec le temps. On parle alors d'anti-thixotropie ou encore de rhéopexie.

1.5.4. Matériaux viscoélastiques

Comme nous l'avons vu dans la section 1.1, le comportement mécanique des fluides viscoélastiques peuvent être radicalement différent des fluides Newtoniens. Ce type de fluides possède un comportement intermédiaire entre les solides (comportement élastique) et les fluides (comportement visqueux). Cela implique que le tenseur des contraintes d'un fluide viscoélastique dépend à la fois du tenseur des vitesses de déformation et du tenseur des déformations. Afin de mesurer ces propriétés rhéologiques, on mesure généralement la réponse dans le temps du matériau soumis à une contrainte sinusoïdale. En effet, dans le cas d'un écoulement de cisaillement simple, si la déformation imposée est sinusoïdale, la vitesse de cisaillement générée aura également une forme sinusoïdale. Il est alors possible de définir le tenseur des contraintes complexes. On soumet le matériau à une déformation complexe $\tilde{\gamma}(t) = \gamma_0(\omega)e^{i\omega t}$, le tenseur des contraintes complexes $\tilde{\sigma}$ prend la forme :

$$\tilde{\sigma} = \tilde{G}(\omega) \cdot \tilde{\gamma}(t). \quad (1.26)$$

La fonction \tilde{G} est appelé module de cisaillement complexe. Sa partie réelle G' , proportionnelle à la déformation complexe, est reliée à l'élasticité du matériau, tandis que sa partie imaginaire G'' , proportionnelle au taux de cisaillement complexe, est liée à son comportement visqueux. Ainsi les composantes du tenseur des contraintes complexes d'un fluide Newtonien de viscosité η s'écrivent :

$$\begin{cases} G' = 0 \\ G'' = \eta\omega \end{cases} \quad (1.27)$$

On définit généralement deux modèles limites du comportement mécanique des fluides viscoélastiques, le modèle de Maxwell et le modèle de Kelvin-Voigt (Fig.1.7). Ces modèles analogiques ont pour but de décrire le comportement mécanique global du matériau. En effet, la relation entre la contrainte et la déformation imposée, permet de modéliser le comportement élastique du matériau par un ressort, tandis que la relation entre la contrainte et la vitesse de cisaillement peut être modélisée par un amortisseur. Le modèle de Maxwell décrit le comportement mécanique du matériau par celui d'un ressort et d'un amortisseur en série. Cette modélisation permet d'illustrer un comportement visqueux (réponse de l'amortisseur) à faible fréquence d'excitation, et un comportement élastique (réponse du ressort) à forte fréquence d'excitation. Le modèle de Kelvin-Voigt se situe à l'opposée du modèle de Maxwell. Dans ce cas la contrainte mécanique du matériau est vue comme celle d'un ressort et d'un amortisseur en parallèle. Cette analogie illustre dans ce cas, un comportement élastique à faible fréquence d'excitation, et un comportement visqueux à forte fréquence d'excitation.

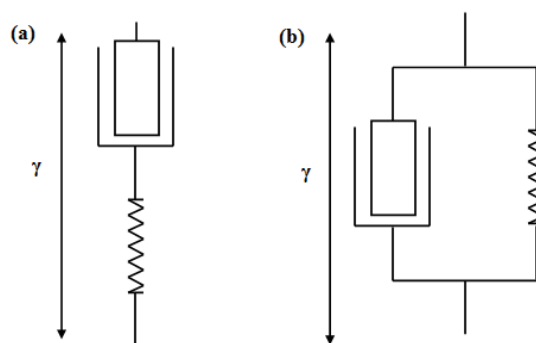


Fig.1.7 : (a) Modèle de Maxwell. (b) Modèle de Kelvin-Voigt.

Dans le cas des fluides viscoélastiques, les composantes G' et G'' sont les deux paramètres rhéologiques à déterminer. Le tracé de ces deux composantes en fonction de la fréquence d'oscillation est généralement appelé « courbe maîtresse » du matériau. La figure 1.8 est un exemple de courbe maîtresse d'un matériau se rapprochant du comportement de Maxwell.

Les comportements de Maxwell et de Kelvin-Voigt représentent deux comportements théoriques limites. Concrètement la plupart des fluides viscoélastiques, comme les tissus biologiques par exemple, ont des comportements mécaniques bien plus complexes. La caractérisation rhéologique s'avère la aussi primordiale pour l'étude de la dynamique de ces matériaux.

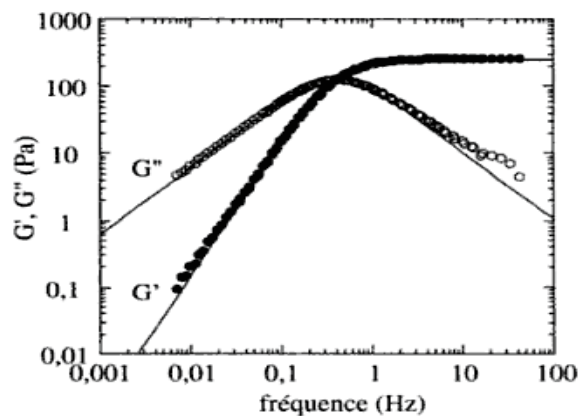


Fig.1.8 : Modules G' et G'' en fonction de la fréquence d'excitation pour une solution de chlorure de cetylpyridinium et de salicylate de sodium à 12% dans une solution de NaCl. Les courbes continues représentent les solutions théoriques du modèle de Maxwell [34].

Chapitre 2

Etude rhéologique du Xanthane

La détermination des composantes du tenseur des contraintes est fondamentale pour pouvoir décrire complètement la dynamique d'un fluide. La plupart des comportements non Newtonien sont observés pour des fluides présentant des structures relativement complexes (fluides hétérogènes, solution de polymères, suspensions...). Il existe à notre connaissance peu de modèle analytique permettant de décrire la relation entre les effets de structure interne du fluide et son comportement lors d'un écoulement viscométrique. De fait la plupart des lois de constitution utilisée pour décrire la dynamique des fluides non Newtoniens sont des lois empiriques issues de la rhéologie. De nombreux ouvrage traitent en particulier de cette discipline [04, 21]. Dans la suite de ce travail de thèse, notre choix s'est porté sur l'étude de solution d'un polymère rigide appelé Xanthane. Après un bref rappel sur la notion de polymère, nous expliciterons les principales techniques rhéologique en vigueur. A la fin de ce chapitre, nous présenterons les résultats de la caractérisation des solutions de Xanthane.

2.1. Solution de polymère

Un grand nombre de fluides complexes étudiés en laboratoire sont des solutions de polymères [12]. Un polymère est une chaîne moléculaire constituée d'une succession de monomères (groupement chimique). Les monomères peuvent être identiques ou différents suivant la nature du polymère. On distingue deux grandes familles de polymères, les chaînes moléculaires linéaires, qui se définissent comme une succession continue de monomère, et les polymères branchés qui se définissent par l'existence d'un point de jonction d'au moins trois monomères. L'étude de la dynamique des polymères et son impact sur le comportement macroscopique du matériau constitue un champ très actif de la recherche scientifique [67].

Dans le cas des chaînes polymériques linéaires, on peut distinguer deux cas limites. Le premier consiste à imaginer une chaîne pour laquelle l'angle de valence (angle formé entre deux monomères) est contraint à 180° . Un tel polymère est appelé polymère simple et linéaire (Fig.2.1.(a)). A l'inverse, on peut imaginer une chaîne pour laquelle l'angle de valence entre deux monomères est laissé libre. Le polymère prends alors la forme d'une pelote (Fig.2.1.(b)) et est appelé polymère flexible.

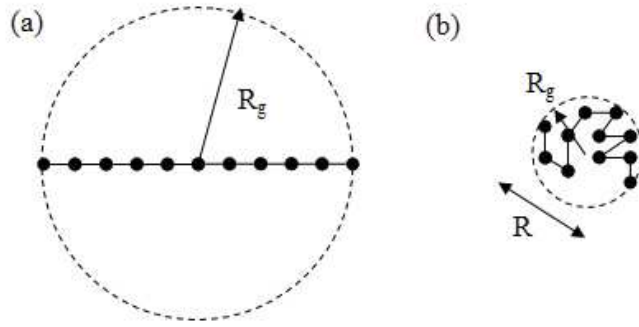


Fig.2.1 : Rayon de gyration pour un polymère rigide (a) et pour un polymère flexible (b).

Le rayon de gyration se définit comme le rayon du volume sphérique qu'occupe effectivement la chaîne polymérique en rotation. Dans le cas d'un polymère rigide, ce rayon est quasi identique à la moitié de la longueur de la chaîne [28, 70]. Dans le cas d'un polymère flexible, ce rayon est bien inférieur à la longueur du polymère. Un calcul statistique, basé sur l'hypothèse d'une chaîne idéale (chaîne sans interaction entre monomères) permet d'exprimer la moyenne quadratique du rayon de gyration en fonction de la moyenne quadratique de la distance entre les deux extrémités de la chaîne. On a donc :

$$\langle R_g^2 \rangle = \frac{\langle R^2 \rangle}{6}, \quad (2.1)$$

où R_g représente le rayon de gyration et R la distance entre les deux extrémités de la chaîne.

A faible concentration, le comportement mécanique d'une solution diluée de polymère peut être rapproché de celui d'une suspension de particules solides. En effet, en l'absence de contrainte, les polymères occupent chacun un volume sphérique de rayon R_g . La solution de polymère peut être vue comme une suspension de particule sphérique solide de rayon caractéristique R_g . La rhéologie des suspensions solides de faible concentration est décrite par la relation d'Einstein :

$$\eta = \eta_0(1 + 2,5\Phi), \quad (2.2)$$

où η représente la viscosité de la suspension, η_0 , la viscosité du fluide suspensé et Φ la fraction volumique des particules sphériques. On remarque que le comportement d'une suspension à faible concentration est un comportement Newtonien de viscosité supérieure à celle du fluide suspensé. La relation (2.2) a été établie sans qu'aucune hypothèse ne soit faite sur le taux de cisaillement ou la déformation des éléments de volume fluide. La seule limite de cette relation est une hypothèse de faible fraction volumique des particules solides. Pour des concentrations de particule élevées, on peut montrer que la viscosité de la suspension dépend de termes en Φ^2 [34].

Dans le cas d'une solution de polymère, la fraction volumique Φ se définit comme le rapport entre le volume total occupé par les sphères de rayon R_g et le volume de la solution. Le terme Φ peut donc s'écrire :

$$\Phi = \left(c \frac{N_a}{M_m} \right) \frac{4}{3} \pi R_g^3, \quad (2.3)$$

Où c représente la concentration massique de polymère, N_a le nombre d'Avogadro et M_m la masse moléculaire du polymère.

Dans le cas d'une solution de polymère il existe une concentration critique au-delà de laquelle la relation d'Einstein n'est plus valable. Généralement cette concentration est appelée c^* et est également caractéristique de la limite au delà de laquelle le taux d'enchevêtrements des polymères devient non négligeable. On définit la concentration c^* pour une fraction $\Phi = 1$. On peut donc écrire :

$$c^* = \frac{M_m}{\frac{4}{3} \pi R_g^3 N_a}. \quad (2.4)$$

Les solutions de concentration inférieure à c^* sont appelées solutions diluées de polymères. Ainsi, le taux d'enchevêtrements joue un rôle crucial dans le comportement non Newtonien des solutions de polymère.

2.2. Les techniques Rhéologiques

2.2.1. Ecoulement de cisaillement simple

Lors du premier chapitre, nous avons définie la viscosité Newtonienne à partir d'un écoulement de cisaillement simple. Nous pouvons grâce au tenseur des contraintes donner une définition plus générale d'un écoulement de cisaillement simple en exprimant le tenseur des vitesses de déformation correspondant. Les composantes de vitesse d'un fluide soumis à écoulement de cisaillement simple dirigé suivant l'axe x , sont données par :

$$\begin{cases} v_x = \dot{\gamma}y \\ v_y = 0 \\ v_z = 0 \end{cases}, \quad (2.5)$$

où $\dot{\gamma}$ est la vitesse de cisaillement. Conformément à la définition (1.12), le tenseur des vitesses de déformation prend la forme simple:

$$\bar{D} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ \dot{\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

En effet, le tenseur des contraintes visqueuses d'un fluide Newtonien s'écrit alors:

$$\bar{\tau} = \begin{bmatrix} 0 & \eta\dot{\gamma} & 0 \\ \eta\dot{\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

De manière pratique, la plupart des rhéomètres fonctionnent en écoulement de cisaillement simple. Il existe alors deux manières d'effectuer les mesures rhéologiques en travaillant à contrainte imposée ou à déformation imposée. On définit généralement [01] la viscosité apparente comme la viscosité mesurée par un rhéomètre en cisaillement simple. Elle s'écrit :

$$\eta = \frac{\tau_{xy}}{\dot{\gamma}}. \quad (2.8)$$

On remarque que la loi de constitution d'un fluide Newtonien généralisé soumis à un écoulement de cisaillement simple dépend entièrement de la vitesse de cisaillement. En effet, l'équation (2.6) nous permet d'écrire la viscosité dynamique $\eta(S)$ comme :

$$\eta \left(\text{tr}(\bar{D}^2) \right) = \eta \left(\frac{\dot{\gamma}^2}{2} \right). \quad (2.9)$$

Les propriétés rhéologiques d'un fluide Newtonien généralisé, en cisaillement simple peuvent donc être entièrement déterminées par des expériences de rhéométrie.

2.2.2. Mesures rhéologiques en cisaillement simple

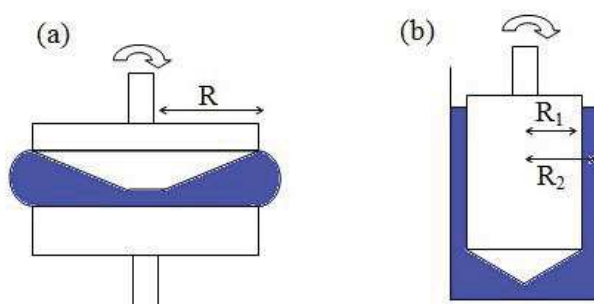


Fig.2.2 : Exemple de géométrie en écoulement de cisaillement simple. (a) Géométrie cône-plan. La partie supérieure est constituée d'un cône tronqué de diamètre R. (b) Géométrie de Couette cylindrique. Les deux cylindres de rayon R1 et R2 sont encastrés l'un dans l'autre.

La relation entre le tenseur des contraintes visqueuses et la vitesse de cisaillement dépend fortement de la géométrie d'écoulement utilisée. Afin de générer un écoulement de cisaillement simple, la plupart des rhéomètres fonctionnent en rotation. Les deux géométries les plus répandues sont la géométrie cône-plan et géométrie de Couette cylindrique (Fig.2.2). Dans la suite de ce travail, toutes

les courbes rhéologiques qui seront présentés ont été obtenues pour une géométrie de Couette cylindrique à contrainte imposée.

2.2.3. La géométrie cône-plan.

La géométrie cône-plan (Fig.2.2.(a)) est constituée d'un support, généralement en forme de disque, et d'un cône tronqué. Le cône et le support sont coaxiaux et l'angle du cône est de l'ordre de quelques degrés. La distance de troncature peut varier de quelques dizaines de micromètres à quelques millimètres. Le fluide pris entre le cône et le support est mis en écoulement par la rotation de l'une de ces deux parois. Dans la mesure où le sommet fictif du cône coïncide avec le support, la vitesse de cisaillement peut être supposée constante à une vitesse de rotation donnée. En effet, dans le cas de cette géométrie, l'épaisseur du fluide et la vitesse tangentielle varient linéairement avec la distance de l'axe de rotation. En supposant que le cône est en rotation à la vitesse ω_0 , la vitesse de cisaillement à une distance donnée de l'axe de rotation, s'écrit [34]:

$$\dot{\gamma} = \frac{\omega_0}{\tan(\alpha)}, \quad (2.10)$$

où α est l'angle du cône. Par ailleurs, il est possible d'exprimer la contrainte générée dans le fluide en fonction du couple total appliqué sur l'axe de rotation. On écrit alors la contrainte :

$$\sigma = \frac{3C}{2\pi R^3}, \quad (2.11)$$

où C représente le couple total appliqué à l'axe de rotation et R le rayon de la base du cône. Comme nous l'avons définie au paragraphe précédent, il est possible d'écrire la viscosité apparente vue par ce type de rhéomètre, à partir de la relation suivante :

$$\eta = \frac{3C \cdot \tan(\alpha)}{2\pi R^3 \omega_0}. \quad (2.12)$$

Concrètement, ce type de géométrie est avantageux car il demande une faible quantité de fluide. Cependant cette technique est plus appropriée à l'étude de fluide relativement visqueux. Pour des distances de troncatures de l'ordre du millimètre la caractérisation de la viscosité de l'eau devient par exemple très compliquée. De plus, cette technique reste limitée dans les grandes vitesses de cisaillement [04]. Au-delà d'une certaine gamme de vitesse de rotation, des instabilités hydrodynamiques peuvent apparaître.

2.2.4. La géométrie de Couette cylindrique

La géométrie de Couette cylindrique est représentée sur la figure 2.2.(b). Cette géométrie se compose de deux cylindres coaxiaux en rotation relative l'un par rapport à l'autre. Le cylindre de plus

petit rayon est encastré dans le deuxième cylindre et le fluide est confiné dans l'entrefer des deux cylindres. Généralement, le cylindre intérieur se termine en forme conique. La dimension caractéristique de l'écoulement est donc la différence des deux diamètres de cylindre. La vitesse de cisaillement correspondante à un tel écoulement s'écrit [34]:

$$\dot{\gamma} = \frac{R}{\Delta R} \omega_0, \quad (2.13)$$

où ω_0 est la vitesse de rotation relative entre les deux cylindres. En définissant R_1 comme le rayon du cylindre intérieur et R_2 comme le rayon du plus grand cylindre, la quantité ΔR représente la différence des deux rayons et R leur valeur moyenne. La contrainte peut alors s'écrire sous la forme :

$$\sigma = \frac{C}{2\pi R^2 h}, \quad (2.14)$$

où C représente le couple total appliqué à l'axe de rotation et h la hauteur des deux cylindres. De la même manière que pour la géométrie cône-plan, on peut définir la viscosité apparente en géométrie de Couette cylindrique par la relation :

$$\eta = \frac{C \cdot \Delta R}{2\pi R^2 \omega_0 h}. \quad (2.15)$$

L'entrefer des deux cylindres peut varier d'un dixième à quelques millimètres. Ces résultats ne sont valables que dans le cadre de l'approximation de faible intervalle. Pour des intervalles d'écoulement relativement grands, la géométrie de Couette cylindrique ne génère pas un cisaillement homogène. Cela signifie que pour connaître l'expression de la vitesse de cisaillement $\dot{\gamma}$, il est nécessaire de connaître le profil de vitesse du fluide dans l'entrefer.

L'étude des caractéristiques rhéologiques des fluides complexes est un champ très actif de la recherche [14, 27, 47, 72, 74, 76]. Lorsqu'un fluide complexe présente un comportement type, il est alors possible de modéliser sa loi de comportement par méthode inverse. Une approche consiste à mesurer le profil de vitesse lors de l'expérience de rhéologie [07, 26, 45]. Le développement de techniques de couplage entre la rhéologie et la profilométrie acoustique permettent entre autre de s'affranchir de l'opacité des matériaux. La Vélocimétrie par Doppler Ultrasonore [82] et la Vélocimétrie par Speckle Ultrasonore [54] sont les deux techniques les plus fréquemment utilisées.

2.3. Solution de Xanthane

2.3.1 Conception des solutions

La gomme de Xanthane ($C_{35}H_{40}O_{29}$) est un polysaccharide naturel issu de la fermentation de bactéries (*Xanthomas Campestris*). Ce bio-polymère est largement utilisé dans l'industrie alimentaire ainsi que dans le domaine de la cosmétique. Le Xanthane est un polymère rigide, de masse

moléculaire $M_m = 3.10^6$ g/mol, qui se présente sous la forme d'une poudre blanchâtre. De précédents travaux ont montré que la masse volumique d'une solution de Xanthane est indépendante de la concentration des polymères ($\rho=998.5$ kg.m⁻³) [03].

La préparation d'une solution de Xanthane est relativement simple à mettre en œuvre. Tout d'abord, on pèse la masse de polymère souhaitée à l'aide d'une balance de précision. La poudre est ensuite mélangée dans de l'eau distillée, à l'aide d'un agitateur magnétique, jusqu'à l'obtention d'une solution homogène. La concentration du polymère dans la solution est généralement donnée en « wppm » (weight parts per million). A titre d'exemple, une solution de Xanthane à 2500 wppm correspond à la dilution de 2.5 grammes de poudre de Xanthane pour 1 Kilogramme d'eau distillée. La dénomination « wppm » est généralement réduite à « ppm ».

Dans la suite de ce travail, une série structurale de 6 solutions de Xanthane, de 250, 500, 1250, 1500, 2500 et 5000 ppm, a été caractérisée. Notons qu'une solution de Xanthane se dégrade au cours du temps perdant ainsi ces propriétés rhéologiques.

2.3.2 Caractérisation rhéologique

Les solutions de Xanthane ont été caractérisées par un rhéomètre (ARES 2000, TA instrument), à contrainte imposée en géométrie de Couette cylindrique. La rotation est effectuée par le cylindre intérieur de rayon 20 mm tandis que le cylindre extérieur est immobile. Ce système de double cylindre concentrique permet d'effectuer un écoulement de cisaillement simple pour un gap de 2.38 mm. L'instrument est muni d'un système de contrôle de la température de type Peltier. Ainsi toutes les solutions de Xanthane ont été caractérisées pour une température de 25 C°. Les mesures ont été effectuées à contrainte imposée, les gammes de vitesses de cisaillement mesurables correspondantes vont de 0.001 s⁻¹ à 500 s⁻¹ pour le Xanthane à 5000 ppm et de 5 s⁻¹ à 200 s⁻¹ pour une solution de Xanthane à 200 ppm. Les mesures rhéologiques effectuées (Fig.2.3) mettent en évidence que la viscosité apparente d'une solution de Xanthane dépend fortement de la vitesse de cisaillement. On distingue pour ce type de solutions deux régimes Newtoniens à forte et à faible vitesse de cisaillement. Pour des gammes intermédiaires de vitesses de cisaillement, la viscosité apparente diminue illustrant ainsi le caractère rhéofluidifiant des solutions.

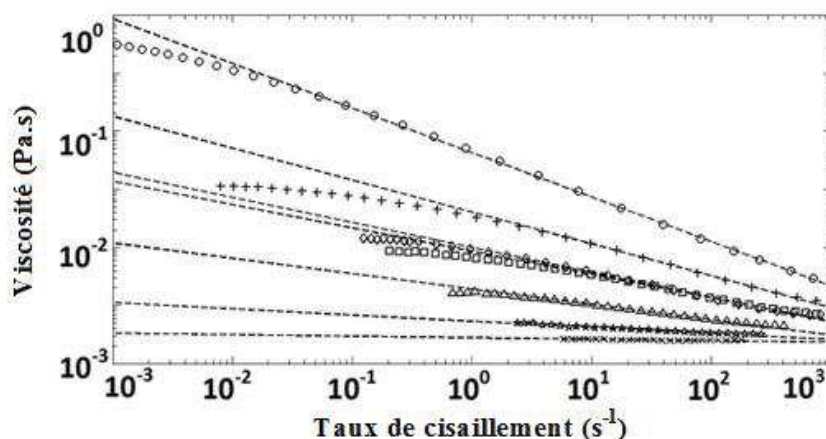


Fig.2.3 : Viscosité en fonction de la vitesse de cisaillement pour des solutions de Xanthane à 5000 ppm (o), 2500 ppm (+), 1500ppm (◊), 1250 ppm (□), 500ppm (△), 250ppm (★) et 100 ppm (×). Les courbes en pointillés représentent les modélisations du modèle en puissance. Les valeurs des paramètres n et K sont donnés dans le tableau 2.1.

concentration (ppm)	K (mPa.s ^{n})	n	K (mPa.s ^{n})	n	K (mPa.s ^{n})	n
			from Lindner (2000) [49]	from Lindner (2000) [49]	from Bandalusena <i>et al.</i> (2009) [24]	from Bandalusena <i>et al.</i> (2009) [24]
5000	4331,6	0,23	/	/	/	/
3000	/	/	1089	0.27	/	/
2500	409,3	0,45	/	/	/	/
2000	/	/	568	0.33	/	/
1750	/	/	511	0.33	/	/
1500	100,7	0,57	/	/	/	/
1250	86,4	0,59	/	/	/	/
1000	/	/	160	0.46	138	0.46
500	19,3	0,73	41	0.61	53	0.55
250	5,4	0,89	11	0.73	24	0.62
200	/	/	11	0.74	/	/
100	3	0,97	5	0.82	15	0.67
50	/	/	/	/	7	0.76

Tableau 2.1 : Récapitulatif des données issues de la bibliographie.

Les solutions de Xanthane se distinguent par la valeur de leur viscosité à faible vitesse de cisaillement qui augmente avec la concentration en polymère. A l'inverse toutes les solutions semblent tendre vers une seule et même viscosité apparente limite à forte vitesse de cisaillement. Par conséquent, une augmentation de la concentration en polymère génère une augmentation du pouvoir rhéofluidifiant de la solution. Le caractère rhéofluidifiant de la loi de constitution des solutions de Xanthane peut être modélisé par une loi en puissance semblable à celle définie par l'équation 1.22. Des précédents travaux [49, 24] ont montré le bon accord entre une modélisation de type loi en puissance et le comportement rhéologique des solutions de Xanthane. Cependant, cette modélisation se limite à la gamme de vitesse de cisaillement caractérisant la zone rhéofluidifiante propre à chaque solution (Fig.2.3).

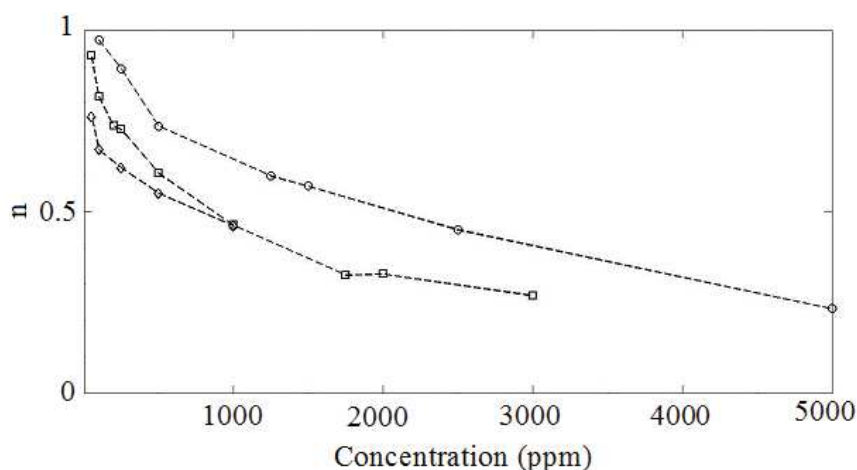


Fig.2.4 : Paramètre n en fonction de la concentration en polymère. Données rhéologiques (o), données bibliographique [49] (□) et données bibliographique [24] (◇). L'ensemble de ces données est résumé en dans le tableau 2.1.

Les valeurs des paramètres K et n du modèle de loi en puissance des solutions de Xanthane ont pu être comparées à celles issues de la littérature [49, 24]. L'ensemble de ces valeurs est consigné dans le tableau 2.1.

La figure 2.4 compare les valeurs du paramètre n en fonction de la concentration des polymères, aux valeurs issues de la bibliographie. On constate que ce paramètre diminue de manière non linéaire lorsque la concentration en polymère augmente. On note une dynamique similaire entre les trois différentes courbes. Cependant, les valeurs du paramètre n diffèrent parfois de manières significatives. Ces différences quantitatives peuvent être attribuées en partie aux incertitudes liées à la modélisation et notamment au domaine de validité du modèle de loi en puissance.

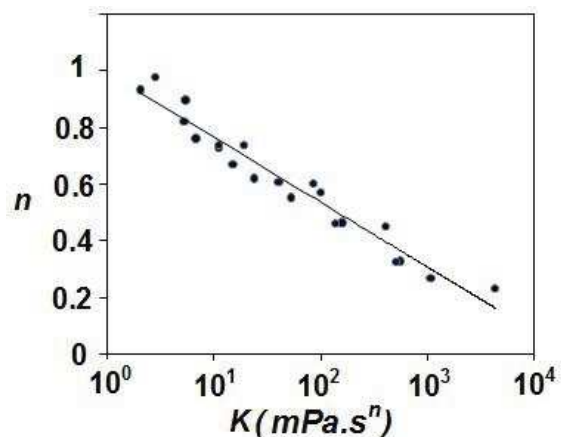


Fig.2.5 : Paramètre n donné en fonction du paramètre K . L'échelle est semi-logarithmique. Les valeurs sont celles données dans le tableau 2.1. [49, 24].

La figure 2.5 montre les valeurs des deux paramètres n et K des solutions de Xanthane caractérisées par la rhéologie et celles issues de la bibliographie. Cette dépendance semi logarithmique illustre un couplage des paramètres entre eux.

En conclusion, les solutions de Xanthane constituent une famille structurale fluide très stable. L'étude des écoulements de solutions de Xanthane à différentes concentrations permet d'étudier l'impact du pouvoir rhéofluidifiant d'une solution sur la dynamique du fluide.

Chapitre 3

Cellule de Hele-Shaw

Afin d'étudier en laboratoire l'instabilité de digitation visqueuse, on utilise une cellule de Hele-Shaw [36]. Une telle cellule d'écoulement est constituée de deux plaques parallèles séparées d'une très petite distance. Ce type de cellule est une modélisation de milieu poreux modèle très utilisé expérimentalement. Il est généralement plus avantageux expérimentalement de réaliser une cellule de Hele-Shaw avec un type d'injection radial (Fig.3.1.(a)). Toutefois cette configuration engendre des équations de la dynamique plus complexes. Dans le but de simplifier le formalisme mathématique, nous avons choisi de constituer une cellule de Hele-Shaw avec une injection suivant l'un des axes de la cellule (Fig.3.1.(b)).

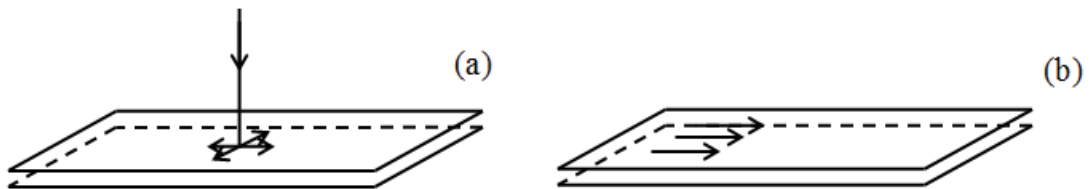


Fig.3.1 : Schéma d'une cellule de Hele Shaw avec un type d'injection radial (a) et avec un type d'injection longitudinal (b).

Ce chapitre est dédié à la conception de cette cellule d'écoulement. Après avoir rappelé la loi de Darcy pour des fluides Newtoniens et rhéofluidifiants, nous détaillerons les caractéristiques géométriques et la gamme de débits d'injections de la cellule d'écoulement utilisée dans ce travail de thèse.

3.1. Milieu poreux et cellule de Hele-Shaw

L'étude de l'instabilité de digitation visqueuse menée par Saffman et Taylor [71] s'appliquait à des roches saturées de pétrole. Cette instabilité se développe donc pour des écoulements diphasiques en milieu poreux saturé. Les milieux poreux sont constitués d'un ensemble pores ou de petits

capillaires [34] qui constituent un réseau très complexe de canaux d'écoulements. Afin de connaître la dynamique du fluide au sein de ces roches, il est généralement nécessaire de caractériser la géométrie de ces petits canaux d'écoulement.

Pendant la faible taille de ces canaux implique de faibles valeurs de nombre de Reynolds de l'écoulement. Bien que la géométrie propre à ces roches soit très complexe, le fait que le milieu poreux soit saturé permet d'écrire des relations de dépendance.

La loi de Darcy illustre la dépendance, pour un fluide Newtonien, entre la vitesse moyenne d'un canal d'écoulement et le gradient de pression. Dans le cas d'un écoulement tridimensionnel d'un fluide Newtonien de viscosité η et de masse volumique ρ , la vitesse moyenne \vec{V}_m sur l'ensemble des petits canaux est donnée par la loi de Darcy :

$$\vec{V}_m = -\frac{P}{\eta}(\nabla(p) - \rho\vec{g}), \quad (3.1)$$

où p représente la pression et g , la constante de gravité. La constante P est homogène à une surface et est appelée perméabilité du milieu. Cette grandeur généralement déterminée expérimentalement est caractéristique du milieu poreux étudié.

Une cellule de Hele Shaw est un milieu modèle permettant l'étude des écoulements bidimensionnels. En effet, ce type de cellule d'écoulement se caractérise par un certain rapport de forme. Il s'agit d'une cellule d'écoulement de type Poiseuille constituée de deux plaques parallèles (Fig.3.2). Une cellule de Hele Shaw se définit par : $b \ll w \ll L$.

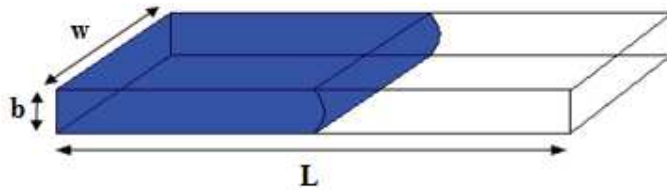


Fig.3.2 : Schéma d'une cellule de Hele Shaw

Pour une telle configuration géométrique, il est possible de négliger la composante verticale de la vitesse du fluide. En effet, cette composante est de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la cellule. On peut donc supposer un écoulement bidimensionnel de la forme $(v_x(x, y), v_y(x, y), 0)$. Par ailleurs, le terme en $\rho(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{v}$ dans l'équation de la dynamique s'annule. Pour une telle géométrie, la loi de Darcy s'écrit :

$$V_m = -\frac{b^2}{12\eta} |\nabla(p)|, \quad (3.2)$$

où b représente l'épaisseur de la cellule.

Cette équation, bien connue pour la dynamique des fluides Newtoniens exprime une relation de proportionnalité entre le champ de vitesse moyenné dans l'épaisseur de la cellule et le gradient de pression. La perméabilité P de ce type de cellule d'écoulement est contrôlée par l'interstice b séparant les deux plaques.

L'équation de Darcy a été établie en supposant $b \ll w$. Il est cependant possible d'établir la forme du profil de vitesse d'un fluide Newtonien dans un canal rectangulaire dont l'épaisseur et la largeur sont du même ordre de grandeur [79, 81].

En effet, pour un champ de vitesse unidirectionnel de la forme $(v_x(y, z), 0, 0)$, l'équation de la dynamique s'écrit :

$$\Delta v_x = - \frac{|\overline{\nabla(p)}|}{\eta}, \quad (3.3)$$

A l'aide d'un développement en série de Fourier, la composante v_x peut s'écrire :

$$\begin{cases} v_x(y, z) = \frac{4|\overline{\nabla(p)}|}{w\eta} \sum_n \frac{(-1)^{n+1}}{\beta_n^3} \left(1 - \frac{ch(\beta_n z)}{ch(\beta_n b/2)}\right) \cos(\beta_n y), \\ \beta_n = (2n - 1) \frac{\pi}{w} \end{cases}, \quad (3.4)$$

où b et w représente l'épaisseur et la largeur de la cellule. A l'aide d'un programme numérique, nous pouvons tracer le profil de vitesse pour différentes valeurs des dimensions de la cellule. A titre d'exemple, la figure 3.3 représente la forme d'un champ de vitesse pour un rapport $w/b = 10$. Le champs de vitesse ainsi que l'épaisseur ont été normalisés. Pour un tel rapport de forme, on observe que le profil de vitesse peut être supposé constant le long de la largeur de la cellule w .

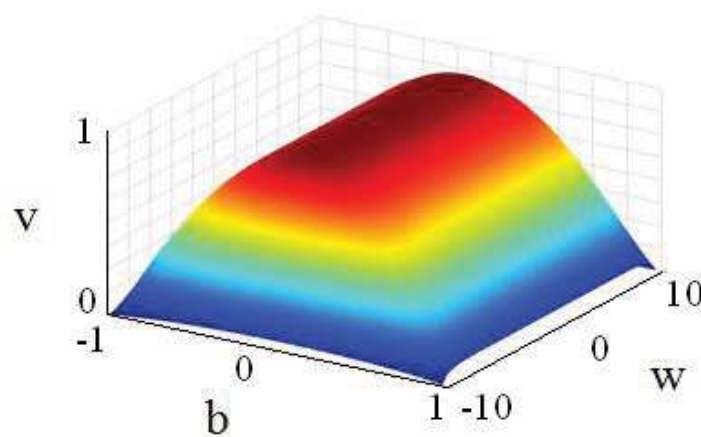


Fig.3.3 : profil de vitesse d'un fluide Newtonien pour un rapport $w/b=10$

On définit généralement le coefficient $C\left(\frac{w}{b}\right)$ comme le coefficient reliant le débit Q au gradient de pression :

$$Q = C \frac{|\overline{v(p)}|}{\eta} b^3 w, \quad (3.5)$$

Cette équation permet de valider la gamme de rapport w/b pour les cellules d'écoulement de type Hele-Shaw. En effet, les simulations numériques [81] montrent que le comportement de C en fonction du rapport w/b n'est pas linéaire. Pour des valeurs $w/b > 10$, la constante C tend vers une valeur limite égale à :

$$\frac{(w/b)^2}{12}. \quad (3.6)$$

On retrouve alors la loi de Darcy valable en cellule de Hele Shaw.

Notons qu'un écoulement en cellule de Hele-Shaw induit un écoulement irrotationnel. En effet l'écriture de la loi de darcy implique :

$$(\text{rot } \vec{v})_z = 0. \quad (3.7)$$

Il est donc impossible d'observer la formation de tourbillons dans ce type de cellule. Le champ de vitesse dérive donc d'un potentiel qui est proportionnel à la pression. En appliquant la loi de conservation de la masse, le champ de pression du fluide en écoulement obéit à la relation :

$$\Delta P = 0. \quad (3.8)$$

Cette équation est connue sous le nom d'équation de Laplace.

3.2. Loi de Darcy pour les fluides rhéofluidifiants.

La loi de Darcy pour des fluides Newtoniens est bien connue et de forme relativement simple. Le fait que la viscosité d'un fluide Newtonien soit constante implique une grande simplification des équations de la dynamique. Pour un fluide complexe, tel qu'une solution de Xanthane, la forme du tenseur des contraintes sera a priori de forme plus complexe. On s'entend donc à une forme plus complexe de la loi de Darcy.

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, la loi de comportement d'une solution de Xanthane peut être assimilée à une loi en puissance. La forme simplifiée de cette loi de comportement permet de calculer un profil de vitesse d'une solution de Xanthane entre deux plaques parallèles. En effet, pour un écoulement unidirectionnel et uniforme, le champ de vitesse et le débit Q dans la cellule s'écrivent respectivement :

$$\begin{cases} v(z) = \frac{n}{n+1} \left(\frac{1}{K} |\overline{\nabla(p)}| \right)^{1/n} \left(\left(\frac{b}{2} \right)^{n+1/n} - z^{n+1/n} \right) \\ Q = \frac{2n}{2n+1} \left(\frac{1}{K} |\overline{\nabla(p)}| \right)^{1/n} \left(\frac{b}{2} \right)^{2n+1/n} \end{cases}, \quad (3.9)$$

où n et K représentent les deux paramètres de la loi en puissance. On retrouve dans le cas d'un fluide Newtonien, pour un indice de plasticité $n = 1$, un profil de vitesse parabolique dans l'épaisseur de la cellule. Ce type de distribution des vitesses au sein de la cellule de Hele-Shaw est caractéristique des fluides Newtoniens. Pour des solutions de Xanthane, le profil de vitesse sera pondéré par la puissance inverse de l'indice de plasticité. Cette modification implique un changement de la forme du profil de vitesse pris dans l'entrefer de la cellule.

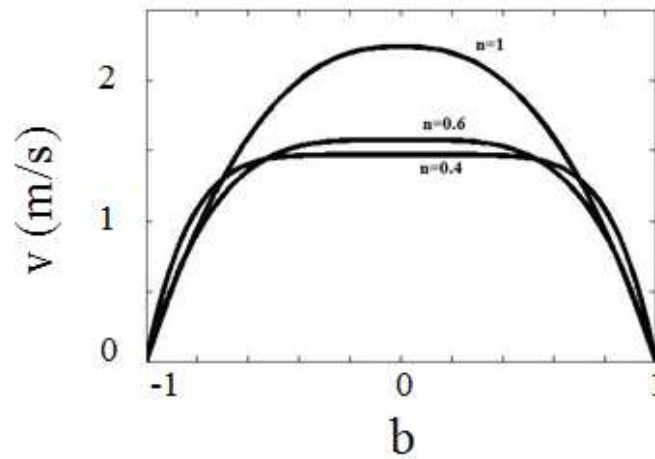


Fig.3.4 : Schéma de profil de vitesse pour différents fluides en loi en puissance.

A titre d'exemple, nous avons simulé à l'aide de l'équation 3.9 les profils de vitesse pour différentes valeurs du paramètre n . La figure 3.4 illustre la forme des profils de vitesse, à débit d'injection donné. On remarque que la diminution du paramètre n correspond à une diminution de la vitesse maximale du profil de vitesse. Parallèlement, on observe une augmentation plus rapide de la vitesse du fluide au voisinage des parois. En termes de cisaillement, les fluides complexes se définissent par un fort taux de cisaillement aux parois et par une diminution très brutale de ce taux de cisaillement sur une courte distance. A l'inverse, les fluides Newtoniens ont une vitesse de cisaillement qui ne s'annule qu'au centre de la cellule.

La connaissance de la forme du profil de vitesse dans l'épaisseur de la cellule nous permet de calculer la vitesse moyenne intégrée par rapport à la variable z . Cette vitesse moyenne s'écrit :

$$V_m = \frac{1}{b} \frac{2n}{2n+1} \left(\frac{1}{K} |\overline{\nabla(p)}| \right)^{1/n} \left(\frac{b}{2} \right)^{2n+1/n}. \quad (3.10)$$

Cette nouvelle loi de Darcy, propre aux fluides dont la loi de comportement obéit à une loi en puissance est fondamentalement différente de la loi de Darcy pour des fluides Newtoniens. En effet, bien que la forme mathématique de cette loi soit relativement simple, on remarque que la vitesse moyenne n'est plus proportionnelle au gradient de pression dans la cellule. Cette non-proportionnalité est caractéristique de l'écoulement de fluides complexes en cellule de Hele Shaw. Cette propriété de la loi de Darcy a de grandes implications notamment industrielles. En effet la figure 3.5 montre la variation du débit de plusieurs solutions de Xanthane, dans une cellule de Hele Shaw, en fonction du gradient de pression appliqué. Comme nous l'avons montré au chapitre 2, pour une solution de Xanthane, une augmentation de la concentration des polymères correspond à une diminution du paramètre n de la loi en puissance.

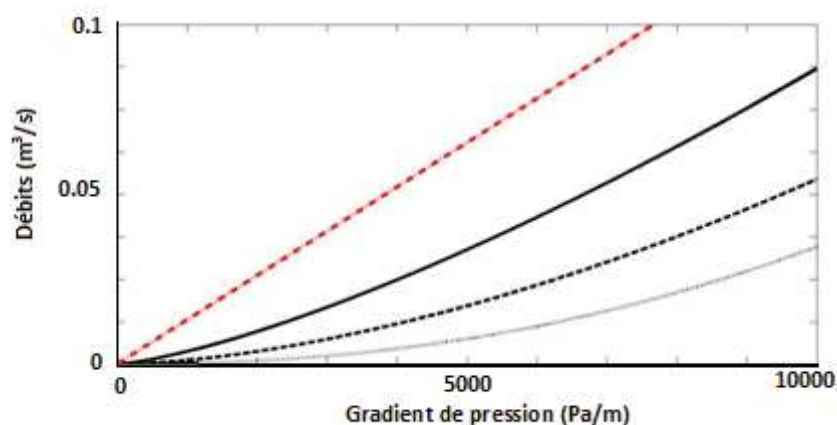


Fig.3.5 : Débit théorique en fonction du gradient de pression pour des solutions de Xanthane de 2500 ppm (points), 1250 ppm (pointillés) et 500 ppm (trait plein). La courbe rouge (- -) représente le débit limite de l'eau.

On constate que pour un débit donné, le gradient de pression augmente avec la concentration en polymère. En d'autres termes, si on injecte une série de solution de Xanthane à débit d'injection donné, le gradient de pression s'adaptera à la rhéologie du fluide. En effet pour respecter l'égalité des débits fixée par la vitesse de piston, on s'entend à mesurer des gradients de pression plus élevé pour les fortes concentrations en Xanthane.

3.3. Montage d'une cellule de Hele Shaw.

Afin d'étudier l'instabilité de digitation visqueuse pour des solutions de Xanthane, nous avons décidé de monter une cellule d'écoulement de type Hele-Shaw. Le cahier des charges initial était de réaliser des mesures de vitesse du fluide autour du doigt de Saffman-Taylor. Pour cela, nous nous

Cellule de Hele-Shaw

sommes intéressés à deux types de techniques expérimentales, la vélocimétrie par Speckle ultrasonore et la technique de « Particles Imaging Velocimetry » (PIV). Cette dernière méthode de vélocimétrie est une technique optique. Son utilisation nécessite des matériaux transparents. Compte tenu des forts gradients de pression générés par ce type d'instabilité, notre choix s'est porté sur une cellule constituée de deux plaques parallèles de verre de dimension $19 \times 300 \times 90$ mm. La figure 3.6 montre la cellule d'écoulement une fois montée. Ces plaques sont collées de manière étanche sur des cadres en aluminium (Fig.3.7). L'interstice entre les deux plaques est maintenu constant grâce à une entretoise en aluminium d'une épaisseur de 5 mm. Un joint torique, situé à l'extérieur de l'entretoise, assure, après compression des cadres métalliques, l'étanchéité de la cellule.

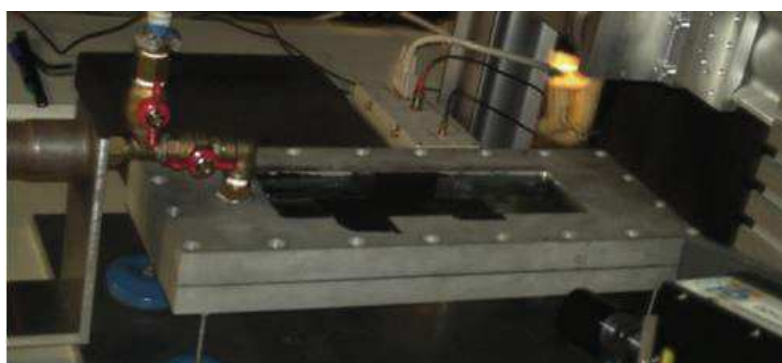


Fig.3.6 : Photos de la cellule de Hele Shaw.



Fig.3.7 : Photos des cadres en aluminium.

L'entrée de la cellule est reliée à une seringue en acier trempé de 2 mm d'épaisseur. Son diamètre intérieur est de 36 mm et sa longueur est de 254 mm. Le piston de cette seringue est connecté à un chariot de déplacement linéaire (Fig.3.8) piloté par un moteur.



Fig.3.8 : Photos de la platine de déplacement linéaire.

Le système platine-moteur permet des gammes de vitesse d'injection de 0.01 à 500 mm/s. La figure 3.9 illustre le schéma expérimental utilisé pour réaliser des instabilités de digitation visqueuse.

Afin d'éviter l'entraînement de la cellule par le déplacement du chariot, la connexion entre le piston et la cellule d'écoulement est assurée par un tuyau souple. Ainsi, nous remplissons la cellule en isolant la seringue. Par gravité le fluide s'écoule du réservoir jusqu'à la cellule. Une fois la cellule remplie, nous fermons les robinets liés au réservoir et ouvrons celui de la seringue. De plus, une arrivée d'air est reliée à la seringue par un robinet ce qui permet de recharger la seringue d'injection lors du remplissage de la cellule.

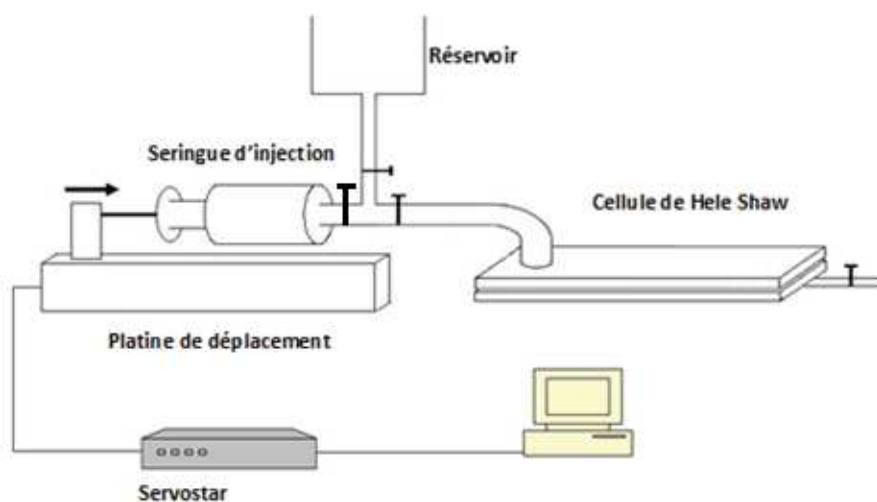


Fig.3.9 : Schéma expérimental de l'expérience de digitation visqueuse.

Les dimensions de l'entretoise métallique présentent un intérêt de conception. Comme nous le verrons dans les chapitres suivants, nous avons choisis de valider les techniques de vélocimétrie utilisés pour un interstice de 5 mm. Cependant, pour l'étude de l'instabilité de digitation visqueuse, la valeur de l'interstice sera portée à 0,3 mm. Pour cela, une plaque de plexiglas d'épaisseur 4,7 mm sera collée sur la plaque de verre inférieure. L'usinage de ces plaques de plexiglas autorise des valeurs

Cellule de Hele-Shaw

minimales de l'interstice de 0.1 mm. Nous disposons donc d'une cellule de Hele Shaw d'épaisseur variable de 5 à 0,3 mm.

Chapitre 4

Technique de vélocimétrie par Speckle ultrasonore (USV)

Dans le cadre de l'étude de l'instabilité de digitation visqueuse des fluides complexes modèles nous avons cherché à mettre en place un ensemble de technique de vélocimétrie en cellule de Hele-Shaw. Dans un premier temps nous avons développé des techniques de vélocimétrie ultrasonores. En effet, les ultrasons possèdent la propriété d'être insensible à l'opacité du fluide ou des parois de la cellule. Bien qu'une solution de Xanthane ne soit pas particulièrement opaque, on observe cependant que la turbidité de la solution augmente légèrement avec la concentration des polymères. Dans la grande majorité, les fluides complexes ne sont pas transparents. Les ultrasons apparaissent comme la technique la plus appropriée pour l'étude des écoulements.

Ce chapitre est dédié à l'étude et à la mise en place de la technique de vélocimétrie par Speckle ultrasonore (USV). En effet, en régime de Saffman-Taylor, la faible épaisseur de la cellule ne nous permet pas d'utiliser les techniques de vélocimétrie plus conventionnelle de type Doppler ultrasonore. Après avoir détaillé les principes de l'USV, nous discuterons la mise en place d'une procédure expérimentale sur une expérience de sédimentation de billes. Cette étude nous permettra de discuter les résolutions spatiales et temporelles qu'offre une telle technique. Par ailleurs, cette expérience de sédimentation nous permettra de mettre en évidence l'importance du traitement du signal dans l'obtention d'un profil de vitesse. Nous discuterons les conditions expérimentales pour appliquer la technique de l'USV aux écoulements en cellule de Hele-Shaw.

4.1. Techniques de vélocimétrie acoustique

Il existe un certain nombre de dispositifs de vélocimétrie acoustiques. On peut généralement, distinguer deux types de technique : le premier est basé sur l'étude échographique ultrasonore et constitue les techniques de vélocimétrie Doppler ; le second est basé sur l'étude d'un signal rétrodiffusé. Cette distinction est liée à la taille caractéristique des particules traçantes utilisée. La technique de vélocimétrie Doppler est la plus répandue en hydrodynamique et plus particulièrement

dans le domaine de l'imagerie médicale [30, 11]. A titre d'exemple, on trouve de nombreux travaux de vélocimétrie sur les écoulements de sang dans des artères [02]. Notons que de récents développements ont permis de coupler les techniques d'imagerie par échographie ultrasonore au traitement d'image effectué en PIV [42]. Ceci présente l'avantage de pouvoir mesurer des champs de vitesse bidimensionnels.

Le deuxième type de technique de vélocimétrie est relativement peu utilisé comparé à la vélocimétrie Doppler. Malgré des mesures récentes d'écoulement de fluides complexes en géométrie de Couette [53, 54, 31], cette technique est peu décrite dans la littérature.

4.1.1. Technique de Vélocimétrie par Doppler Ultrasonore (UDV)

Une onde acoustique est une onde mécanique qui se propage dans un milieu donné. La célérité c de ce type d'onde est définie par la relation :

$$c = \frac{Z}{\rho}, \quad (4.1)$$

où ρ correspond à la masse volumique du fluide. La constante Z , appelée impédance acoustique, est représentative du comportement mécanique du milieu de propagation.

Au passage d'un dioptré (surface séparant deux milieux différents de propagation), une partie du faisceau ultrasonore est réfléchié tandis qu'une autre est transmise. Les coefficients de réflexion et de transmission en intensité sont donnés en fonction des impédances acoustiques des deux milieux de propagation. On peut montrer [64] que les coefficients de réflexion R et de transmission T , en intensité, s'écrivent:

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 \\ T = \left(\frac{2Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2 \end{array} \right., \quad (4.2)$$

où Z_1 et Z_2 représentent les impédances acoustiques du milieu 1 et 2. On remarque que lorsque les deux milieux ont des impédances acoustiques proches, le coefficient de réflexion tend vers zéro.

Dans le cas d'une impulsion ultrasonore émise par un transducteur, on peut considérer que si le diamètre d'une particule est plus grand que le diamètre du faisceau ultrasonore, la particule se comportera comme un réflecteur. A l'inverse, si le diamètre d'une particule est de plus petite taille que le diamètre du faisceau ultrasonore, la particule se comportera comme un objet diffractant. Ce cas sera développé dans la prochaine section lors de l'étude du signal Speckle.

Généralement, on appelle écho ultrasonore, la partie réfléchié d'une onde acoustique incidente. L'amplitude de l'écho acoustique d'une particule réfléchissante est alors fonction de la rupture d'impédance acoustique (différence d'impédance entre la particule et le fluide). Le principe de vélocimétrie Doppler ultrasonore est basé sur l'étude de l'écho acoustique émis par une particule en

mouvement (Fig.4.1). Le fluide est alorsensemencé par des particules suffisamment grande devant la taille caractéristique du faisceau ultrasonore (bulles d'air, billes de silice).

Lorsqu'un réflecteur est au repos, l'écho acoustique est de même fréquence que l'onde incidente. En revanche lorsque la particule réfléchissante est en mouvement, la réponse fréquentielle de l'écho est différente de la fréquence de l'onde incidente. Cette différence est fonction de la vitesse du traceur, et est donnée par la relation de Doppler-Fizeau:

$$f_r = \frac{c - u_r \cos \theta}{c} f_s, \quad (4.3)$$

où f_r et u_r représentent la fréquence et la vitesse du réflecteur, f_s la fréquence de l'onde incidente et θ l'angle entre la vitesse du traceur et le faisceau acoustique.

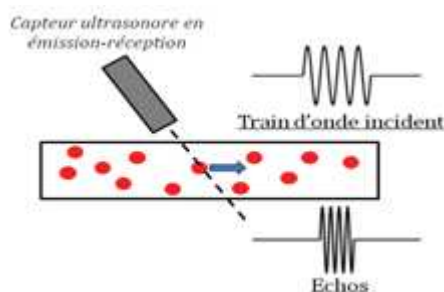


Fig.4.1 : Réponse fréquentielle de l'écho d'une particule mise en mouvement.

La technique de vélocimétrie par Doppler ultrasonore est une des techniques les plus utilisées. La simplicité de sa mise en œuvre en fait également une des techniques les plus utilisées dans l'industrie [82]. Cependant, la technique de vélocimétrie Doppler est limitée par la taille des traceurs. La taille caractéristique des traceurs doit donc être supérieure à la taille caractéristique du faisceau ultrasonore (généralement de l'ordre du millimètre). La vélocimétrie Doppler est donc plus souvent utilisée pour caractériser des vitesses de cellule d'écoulement dont la taille caractéristique est de l'ordre du centimètre. Elle peut être difficilement utilisée dans le cadre d'une étude de l'instabilité de digitation visqueuse ou les grandeurs caractéristiques sont comprises entre le micromètre et le millimètre. De plus, compte tenu de la sensibilité de l'amplitude de l'écho à la rupture d'impédance, des bulles d'air sont régulièrement utilisé comme traceurs. Dans le cadre de l'étude de l'instabilité de digitation, l'utilisation de bulles d'air pourrait perturber la croissance du doigt visqueux.

4.1.2. Technique de Vélocimétrie par Speckle Ultrasonore (USV)

La technique de vélocimétrie par Speckle ultrasonore est relativement récente [59, 29]. Elle est basée sur l'étude de la dynamique du signal Speckle acoustique. On considère un fluideensemencé de particules suffisamment petites pour diffuser une onde acoustique. Le signal Speckle se définit comme

l'interférence de tous les signaux rétrodiffusés par les particules. Il repose sur le principe d'Huygens-Fresnel. Ce principe consiste à supposer que chaque diffuseur se comporte comme une source secondaire indépendante. Sous l'effet d'une onde acoustique incidente, le traceur va émettre, dans tout l'espace, une onde de même phase et d'amplitude plus faible que l'onde incidente. La cohérence entre tous les signaux rétrodiffusés permet aux ondes acoustiques d'interférer entre elles. La figure 4.2 schématise le mécanisme physique de la formation du signal Speckle acoustique.

Le signal Speckle peut donc être obtenu pour des tailles de traceurs relativement faible [23]. En effet, afin de vérifier les critères de diffusion de Rayleigh [12], le diamètre moyen des traceurs d doit être largement inférieur à la longueur d'onde acoustique λ :

$$d \ll \lambda . \quad (4.4)$$

Cependant, le signal Speckle rétrodiffusé est généralement de plus faible intensité qu'un signal acoustique réfléchis, ce qui rend sa mesure plus délicate.

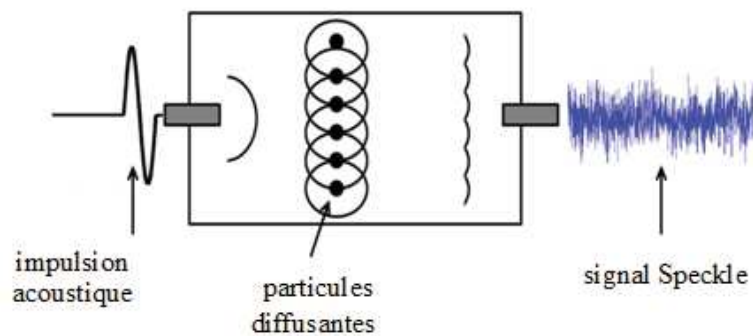


Fig.4.2 : Schéma de la rétrodiffusion d'une série de traceurs acoustiques.

Considérons une onde acoustique incidente d'amplitude $A(\vec{r})$ et de phase $\Phi(\vec{r}, t)$. Le champ de pression acoustique peut s'écrire :

$$P(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \exp(i\Phi(\vec{r}, t)). \quad (4.5)$$

En se plaçant dans le cadre de l'approximation d'Huygens-Fresnel, il est possible d'écrire la puissance acoustique moyenne du signal rétrodiffusé [12] :

$$\langle P(\vec{r})P(\vec{r})^* \rangle \approx R \left| \int \frac{P(\vec{r})}{r} \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) dr \right|^2, \quad (4.6)$$

où R est le coefficient de réflexion du système fluide-particules et \vec{k} , le vecteur d'onde ultrasonore. On constate que la puissance acoustique mesurable est pondérée par le coefficient de réflexion du système et donc par la rupture d'impédance acoustique entre le fluide et les particules. L'optimisation de l'acquisition du signal Speckle passe nécessairement par un choix de traceurs tel que $R \rightarrow 1$. Notons

que le signal Speckle réel mesuré par le capteur est à pondérer par un coefficient d'atténuation propre au capteur acoustique. En effet, un capteur idéal (capteur sans perte de transmission) convertit la totalité de la pression acoustique en signal électrique dans une direction privilégiée correspondant à la direction du faisceau acoustique. Il existe donc un coefficient d'atténuation $\alpha(\vec{r})$, qui dépend de la position relative du traceur par rapport au transducteur. Le signal Speckle réel mesuré $S(\vec{r})$, s'écrit donc:

$$S(\vec{r}) = \alpha(\vec{r}) \cdot \langle P(\vec{r})P(\vec{r})^* \rangle, \quad (4.7)$$

On définit le temps t comme le temps de vol de l'onde acoustique. Si le transducteur acoustique est à la position \vec{r}_0 , le temps t relatif au signal Speckle issu d'une source secondaire à la position \vec{r} s'écrit :

$$t = 2 \frac{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|}{c}, \quad (4.8)$$

Le principe de l'USV, s'appuie sur le fait que la forme du signal Speckle est entièrement déterminé par la position relative des traceurs entre eux. Ce signal est la signature acoustique d'une série de sources secondaires disposées dans une configuration spatiale donnée. Le principe de mesure consiste à envoyer deux pulsations acoustiques séparées d'un temps T_{prf} connu. En supposant que la position relative des traceurs entre eux varie peu durant l'écoulement du fluide, le signal Speckle entre deux tirs acoustiques est alors entièrement déterminé et décalé dans le temps. La figure 4.3 montre la cohérence du signal Speckle.

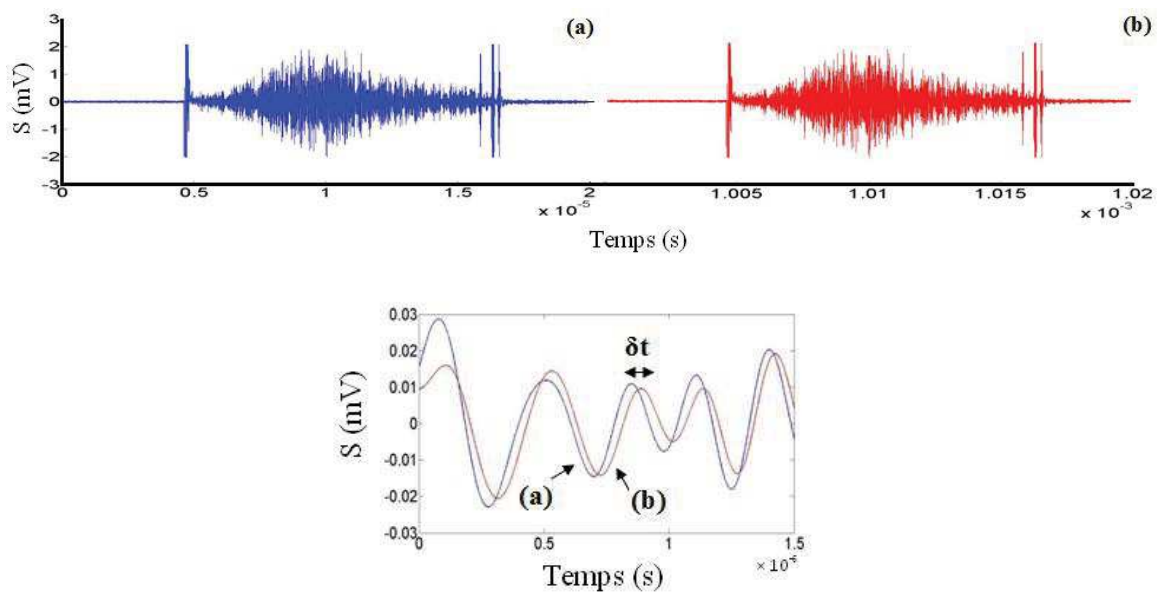


Fig.4.3 : Exemple de deux signaux Speckle à t (a) et $t + T_{prf}$ (b), obtenus pour un temps de répétition d'impulsion ultrasonore $T_{prf} = 0,1$ s. L'encadré montre la superposition d'une partie des deux signaux.

En dilatant l'échelle temporelle, on constate que les deux signaux Speckle, à t et $t + T_{prf}$ sont de même forme et décalés dans le temps. Ce temps de décalage est directement relié à la distance moyenne parcourue par l'ensemble des particules contenues dans la zone spatiale observée.

Afin d'obtenir un profil de vitesse, on divise donc le signal mesuré en une série de N fenêtres acoustiques de taille $\Delta t = nT_{ac}$, où T_{ac} représente la période acoustique. Le temps total du signal Speckle est alors $N\Delta t$. Chaque fenêtre temporelle correspond à une zone spatiale Δr donné par la relation :

$$\Delta r = \frac{1}{2}c\Delta t = n\lambda, \quad (4.9)$$

où n est un nombre entier correspondant à un nombre de longueur d'onde acoustique. Pour mesurer le décalage temporel δt entre les deux signaux Speckle, on réalise, pour une fenêtre temporelle donnée, l'intercorrélation entre les deux signaux. Par définition, le temps δt se définit comme le temps qui rend la fonction de corrélation $C(\vec{r})$ maximale. Cette fonction s'écrit sous la forme :

$$C(\vec{r}) = \sum_{r-\Delta r}^{r+\Delta r} S(\vec{r}, 0)S(\vec{r}, T_{prf}). \quad (4.10)$$

Le déplacement moyen δy des particules situées dans une fenêtre spatiale donnée peut être calculé en fonction du temps δt :

$$\delta y = \frac{1}{2}c \cdot \delta t. \quad (4.11)$$

La fenêtre spatiale de longueur Δr doit donc être vue comme une zone d'investigation pour laquelle, la distance parcourue par chaque traceur sera moyennée. Les déplacements δy ainsi mesurés correspondent à des déplacements moyens de traceurs. Connaissant le temps de répétition entre les deux tirs acoustiques, il est alors possible de remonter à la vitesse moyenne d'une zone spatiale donnée :

$$v = \frac{1}{2}c \cdot \frac{\delta t}{T_{prf}} \cdot \cos\theta \quad (4.12)$$

où θ correspond à l'angle formé entre le faisceau acoustique et la direction de l'écoulement.

La pertinence de la vitesse mesurée est conditionnée par le degré de vraisemblance statistique des deux signaux entre eux. Cette information est contenue en partie dans l'amplitude de la fonction d'intercorrélation. Des précédents travaux [59] ont montré que la fonction d'intercorrélation est optimisée pour une concentration de traceurs comprise entre 10^{11} et 10^{12} particules/m³. Cette concentration optimale de traceurs reste, dans la pratique, très élevée.

Par ailleurs, la technique d'USV reste limitée aux forts écoulements de cisaillement. En effet, si la distribution spatiale des traceurs, au sein d'une fenêtre spatiale d'étude varie grandement entre deux

pulsations, le signal Speckle perdra alors toute sa cohérence. L'écoulement étudié, ne doit donc pas générer un trop fort cisaillement à l'échelle d'une fenêtre spatiale Δr . Dans la plupart des cellules d'écoulement, les forts cisaillements sont produits aux parois. Ainsi, l'incertitude liée à la méthode d'USV augmente à l'approche des parois.

4.2. Mise en place d'une procédure expérimentale.

Afin d'établir une procédure expérimentale pour l'utilisation de la technique de l'USV, notre choix s'est porté sur une expérience de sédimentation de traceurs. En effet, il est nécessaire de disposer d'une expérience bien décrite théoriquement et pouvant être comparée à la technique conventionnelle de PIV afin de valider les résultats expérimentaux obtenus.

La dynamique des particules en sédimentation dans les fluides Newtoniens, est bien connue [34]. En supposant les traceurs acoustiques sphériques de diamètre d et pour des nombre de Reynolds faibles, la vitesse de sédimentation s'écrit suivant la formule de Stokes :

$$v(d) = \frac{\rho g d}{18\eta} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right), \quad (4.13)$$

où ρ_p et ρ représentent respectivement la masse volumique des traceurs et celle du fluide, g la constante de gravité et η la viscosité de cisaillement du fluide. La vitesse théorique attendue prend une forme relativement simple. Une expérience de sédimentation semble donc être un protocole idéal pour la mise en place d'une procédure de vélocimétrie Speckle. De plus, dans le but de minimiser les contraintes expérimentales, le capteur acoustique pourra être placé en immersion dans le fluide.

4.2.1. Expérience de sédimentation

Nous avons construit une cellule de sédimentation rectangulaire en plexiglas de dimension $2,4 \times 3,6 \times 5 \text{ cm}^3$ (Fig.4.4). Sa base en aluminium est percée en son centre aux dimensions du capteur acoustique. L'étanchéité entre le capteur et le reste de la base est assurée par un joint torique. Le transducteur acoustique est placé de telle sorte que l'axe du faisceau ultrasonore coïncide avec l'axe de sédimentation des traceurs. Les capteurs utilisés sont des transducteurs plans (Olympus V312-SM) et mesurent 32 mm de long et 9,5 mm de diamètre. Ils sont contrôlés par un générateur d'impulsion (Olympus panametrics 200MHz) relié à un oscilloscope digital (Lecroy, waverunner MXi6400). Le signal acquis par l'oscilloscope est ensuite retransmis à un ordinateur où le traitement des données est effectué par un programme Matlab®. (cf. Annexe)

On étudie la sédimentation des billes dans de l'eau. Ces dernières sont introduites à l'aide d'un entonnoir placé en haut de la cellule. Toutes les expériences ont été réalisées à température ambiante, $25 \pm 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$.

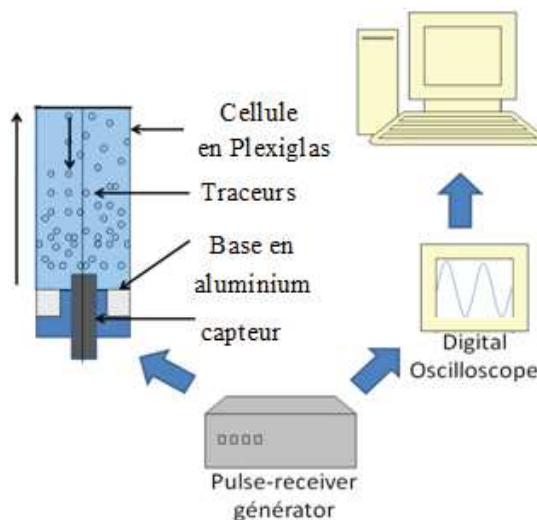


Fig.4.4 : Schéma de l'expérience de sédimentation.

Pour ce travail, trois populations différentes de billes ont été étudiées. La première série de traceurs sont des particules de Polymethyl methacrylate (PMMA) (Dantec Dynamics). Ces billes de PMMA contiennent des molécules de rhodamine utilisée comme traceurs pour la technique optique de PIV. La mesure de vitesse de sédimentation de cette population de traceur pourra être comparée à celle effectuée par Roudet [68]. Le diamètre moyen de ces particules est d'environ $10\ \mu\text{m}$ [68] et le rapport des impédances acoustiques entre le PMMA et l'eau est environ égal à 0.5. Les deux dernières séries de traceurs sont des billes de silices de diamètre moyen $56.5\ \mu\text{m}$ et $67.5\ \mu\text{m}$. Le rapport des impédances acoustiques entre la silice et l'eau est voisin de 0.1. La figure 4.5 montre la distribution des diamètres de chaque population de traceurs étudiés. On constate que les deux populations de billes de verre ont des distributions de diamètre nettement différentes. La première population ($56.5\ \mu\text{m}$) a été obtenue par tamisage de la deuxième ($67.5\ \mu\text{m}$). Ces deux populations nous permettront d'étudier l'effet de la distribution en taille des particules diffusantes. La fréquence acoustique du capteur est choisie en fonction de la taille des traceurs. Afin de respecter le critère de diffusion de Rayleigh, nous utiliserons un capteur de $2.25\ \text{MHz}$ pour l'étude des deux populations de billes de silices. La longueur d'onde acoustique dans l'eau correspondante est de $670\ \mu\text{m}$. Pour les mêmes raisons, nous utiliserons un capteur de $25\ \text{MHz}$ pour étudier la sédimentation des billes de PMMA. Toutes les expériences de sédimentation ont été réalisées avec les mêmes réglages du générateur d'impulsion. Les paramètres les plus importants sont donnés par l'atténuation (1dB), le gain (54dB), l'amortissement (50Ω) et l'énergie ($32\mu\text{J}$). Les pulsations acoustiques sont synchronisées avec la fréquence de répétition f_{prf} du générateur d'impulsion. Ce paramètre peut varier de 0 à 20 kHz. La bande passante propre au générateur d'impulsion a été fixée à $1 < f < 10\ \text{MHz}$ pour le capteur de $2.25\ \text{MHz}$ et à $10 < f < 50\ \text{MHz}$ pour celui de $25\ \text{MHz}$.

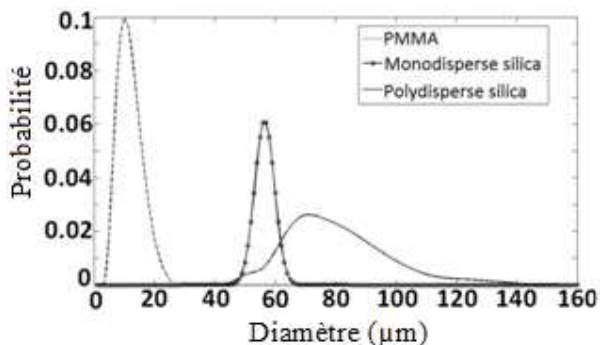


Fig.4.5 : Distribution des diamètres de billes de PMMA, des billes de silices polydisperses et monodisperses.

4.2.2. Traitement du signal

Afin d’optimiser la mesure des vitesses, l’acquisition du signal se fait dans des segments de mémoire contenant dix tirs acoustiques ($k=10$).

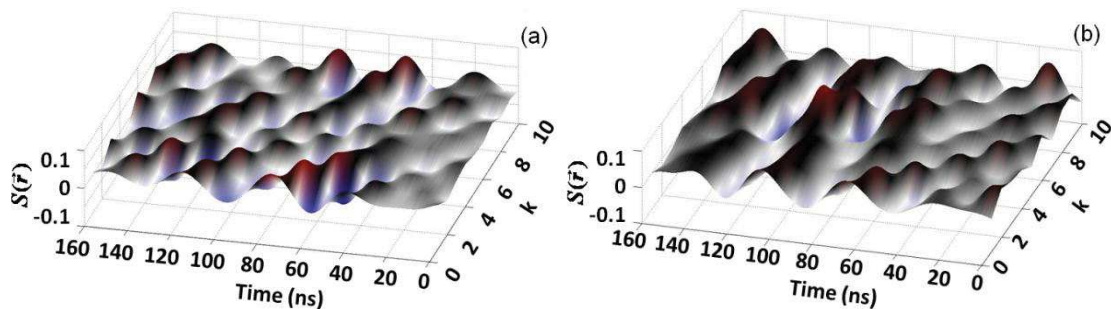


Fig.4.6 : Exemple de signal Speckle cohérent (a) et bruité (b). Le nombre k représente le nombre d’impulsion ultrasonore.

La figure 4.6 présente deux exemples de la dynamique du signal Speckle d’une même fenêtre temporelle au cours des dix impulsions acoustiques. La figure 4.6.(a) montre un signal Speckle cohérent. En effet, on constate que la forme du signal Speckle est d’un tir acoustique à l’autre décalé dans le temps. Ce type de signal est caractéristique d’un bon rapport signal sur bruit. Il permet d’illustrer la forme d’un signal Speckle exploitable. A l’inverse, la figure 4.6.(b) montre un exemple de signal Speckle pour lequel le rapport signal sur bruit est très élevé. Ce type de signal est le plus fréquent au cours d’une acquisition. Il apparaît donc comme nécessaire d’établir une procédure spécifique de traitement du signal afin d’optimiser l’exploitation des données.

- **Résolution spatiale, résolution temporelle et sur-échantillonnage**

La résolution qu'elle soit spatiale ou temporelle est fixée par les paramètres physiques de l'expérience. Il est cependant possible d'améliorer la précision des résultats en jouant sur le traitement numérique du signal à l'aide de technique artificielle de sur-échantillonnage.

La trace temporelle acquise est divisée en N fenêtres temporelles. Ce nombre de fenêtres représente la « définition » du profil de vitesse (nombre de points sur le profil de vitesse). Il est possible de créer des fenêtres temporelles artificielles appelées fenêtres de recouvrement. Ce procédé n'améliore pas réellement la résolution spatiale dans le sens où on n'exploite pas plus d'information sur la dynamique du signal Speckle. En revanche, la définition du profil de vitesse en est améliorée. Il s'agit d'une méthode de sur-échantillonnage spatial qui permet de rajouter plus de point sur le profil de vitesse mesuré. La figure 4.7 montre un exemple de sur-échantillonnage spatial pour des pourcentages de recouvrement de fenêtres de 50 et 80 %. Notons que nos mesures ont montré une cohérence des résultats pour des pourcentages de recouvrement de fenêtres allant jusqu'à 95%. Au-delà de cette limite, les erreurs sont de type numériques et dues au programme de traitement de signal.

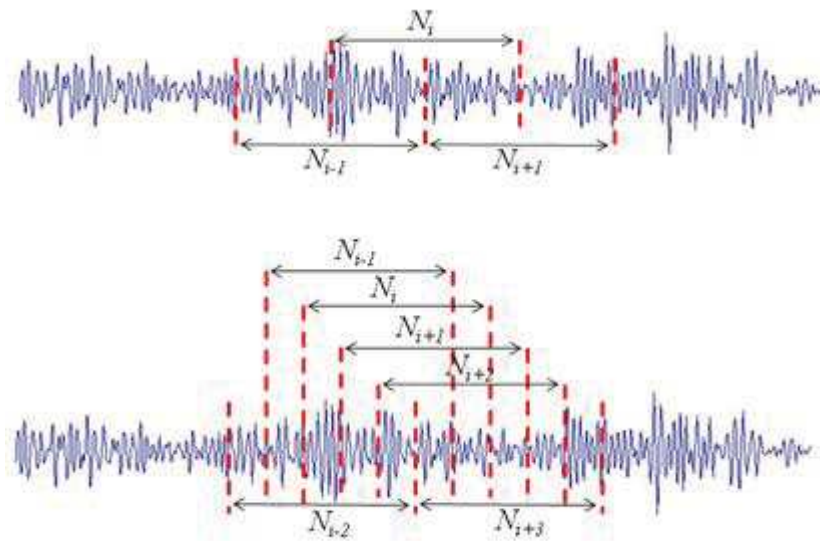


Fig.4.7 : Schéma de recouvrement des fenêtres Speckle. (a) 50% et (b) 80%.

Le nombre N total de fenêtres acoustiques, pour une longueur de cellule L est:

$$N = \sum_i N_i \approx \frac{5L}{n\lambda} + 1, \quad (4.14)$$

où N_i représente la $i^{\text{ème}}$ fenêtre Speckle. A titre d'exemple, dans le cadre de la sédimentation des billes de PMMA et pour un nombre de période acoustique $n = 4$, le nombre total de fenêtres Speckle

s'élève à $N = 625$. Pour cette étude de sédimentation, le pourcentage de recouvrement des fenêtres Speckle a été fixé à 80%.

La résolution spatiale est donnée par la taille $\Delta r = n\lambda$ de la fenêtre Speckle. Elle est donc fixée par la longueur d'onde acoustique. Par conséquent, pour une population de bille donnée, la plus petite résolution spatiale correspond à la longueur d'onde λ . Cependant, on observe que pour un nombre de longueur d'onde acoustique $n < 4$, le traitement par intercorrélations ne donne plus de bons résultats. Afin de comprendre l'impact de la taille des fenêtres Speckle sur le traitement des données, nous avons étudié la sédimentation des billes de PMMA pour des nombres de longueur d'onde acoustique $n = 4, 8$ et 16 . Cette variation du paramètre n impose une résolution spatiale Δr comprise entre 240 et $960 \mu\text{m}$. La sédimentation des billes de verre a été étudiée pour un nombre de longueur d'onde $n = 4$ et 8 . Ceci correspond à une résolution spatiale comprise entre $2,6$ et $5,2 \mu\text{m}$. L'effet de la variation du paramètre n sur le profil de vitesse mesuré sera discuté en fin de section.

La résolution temporelle est définie par la période d'échantillonnage T_e du système d'acquisition. Expérimentalement, il est plus avantageux de minimiser la fréquence d'échantillonnage. En effet, le temps de rapatriement des informations du système d'acquisition vers le poste de traitement des données augmente avec le nombre de points de la trace acoustique. La fréquence d'échantillonnage lors de l'acquisition du signal par l'oscilloscope est donc choisie en accord avec le théorème de Shannon [64] : si un signal temporel ne contient pas de fréquence supérieure à f_{max} , il sera alors entièrement déterminé par toute série temporelle de point de période $T_e \leq 1/(2f_{max})$. Les signaux Speckle issues des billes de silices et de PMMA, ont été acquis pour des fréquences d'échantillonnage de 50 et 500 MHz qui correspondent respectivement à des périodes $1/(22.2f_{cap})$ et $1/(20f_{cap})$ où f_{cap} représente la fréquence du capteur.

Il est possible, d'améliorer la résolution apparente des données par une technique de sur-échantillonnage temporel ou « 0-padding » [15]. En rajoutant des « 0 » au spectre fréquentiel, la transformée de Fourier inverse sera calculée sur un nombre de points plus important et donc le signal temporel aura une meilleure définition. Grâce à cette technique, la définition temporelle de tous les signaux Speckle a été poussées jusqu'à 0.1 ns (fréquence de sur-échantillonnage de 10 GHz).

La figure 4.8 illustre les trois principales étapes en termes de traitement du signal. Dans un premier temps, on effectue une soustraction de l'« offset ». Il s'agit d'une composante continue du signal acquis. Cette composante perturbe grandement l'allure de la fonction de corrélation. La deuxième étape consiste à appliquer un filtre fréquentiel passe bande. Toute fréquence qui n'est pas comprise entre 10 et 50 MHz est atténuée de -60 dB . Enfin la dernière étape est une illustration de la technique de sur-échantillonnage temporel.

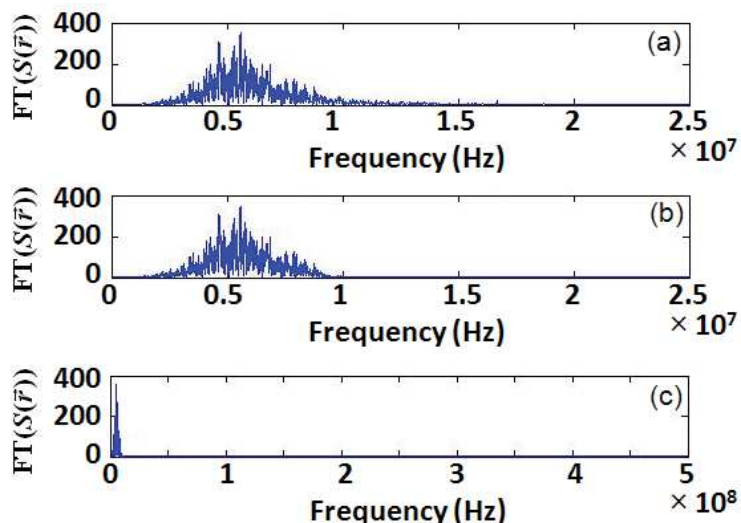


Fig.4.8 : Différentes étapes du traitement de signal. (a) FFT après soustraction de l'offset. (b) FFT après application d'un filtre passe-bande. (c) FFT après « 0-padding »

- **Critères sur la fonction de corrélation**

Après avoir établi la procédure du traitement de signal, nous avons étudié la pertinence de la fonction de corrélation des signaux mesurés. Nous avons défini deux critères propres aux fonctions de corrélation, afin de distinguer les traces Speckle exploitables de celles trop bruitées.

Tout d'abord, on constate que l'amplitude des fonctions de corrélation varie d'un couple de fenêtre à l'autre. La figure 4.9 illustre un exemple de deux fonctions de corrélation d'amplitude différente, pour un couple de fenêtre de $n = 4$ longueurs d'onde acoustique. La fonction de corrélation de plus petite amplitude a un sommet plus arrondi tandis que celle de plus grande amplitude présente un sommet net plus facilement détectable.

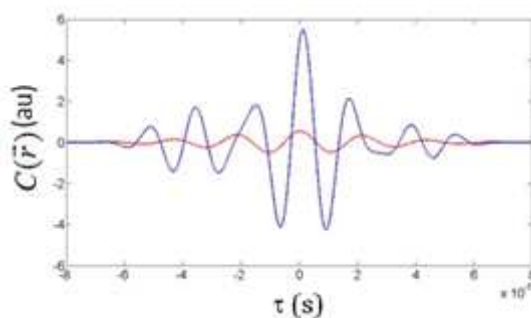


Fig.4.9 : Exemple de deux fonctions de corrélation pour des tailles de fenêtre de $n=4$.

La fonction de corrélation est effectuée pour un couple de fenêtre Speckle $\left[N_i(kT_{prf}); N_i((k + 1)T_{prf}) \right]$, où k représente le nombre de tir acoustiques. On considère alors la fonction moyennée sur le

nombre de tir acoustiques de corrélation $C_i(\vec{r})$ d'un couple de $i^{\text{ème}}$ fenêtre Speckle $\{i \leq N\}$. La figure 4.10 représente la valeur du maximum de la fonction $C_i(\vec{r})$ en fonction du paramètre i . Cette représentation permet d'illustrer le comportement du maximum de corrélation de deux fenêtres Speckle le long de l'axe acoustique. On constate que tous les couples de fenêtre Speckle n'ont pas le même « poids » statistique. Lorsqu'un maximum de corrélation est faible, la détection de la position de ce sommet est difficile. On aura donc une grande incertitude sur la vitesse mesurée. Un premier critère consiste à rejeter toutes les fonctions de corrélation dont le sommet représente moins de 20% (Fig.4.10) de la corrélation maximale détectée.

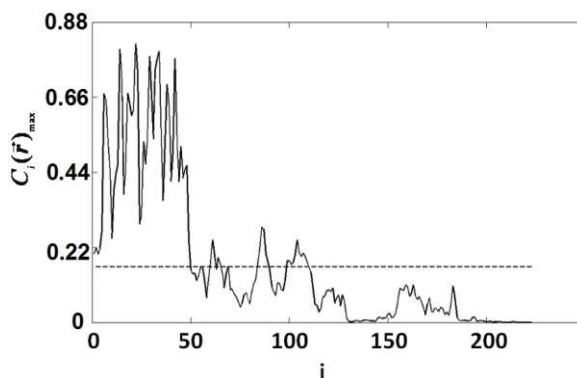


Fig.4.10 : Fonction de corrélation moyenne en fonction du nombre de couple de fenêtres acoustiques. Le trait en pointillé représente 20% de l'amplitude maximale.

Une deuxième source d'incertitude est liée au rapport entre le pic primaire et le pic secondaire de corrélation. Ces pics secondaires peuvent apparaître lorsqu'un mouvement secondaire de traceurs est privilégié dans la fenêtre Speckle. Dans le cas de mesures de vitesses de sédimentation, cette vitesse secondaire peut s'expliquer par la distribution des diamètres de traceurs. La figure 4.11 donne un exemple d'une fonction de corrélation vérifiant le premier critère. On remarque la présence d'un pic secondaire très proche en amplitude, du pic primaire.

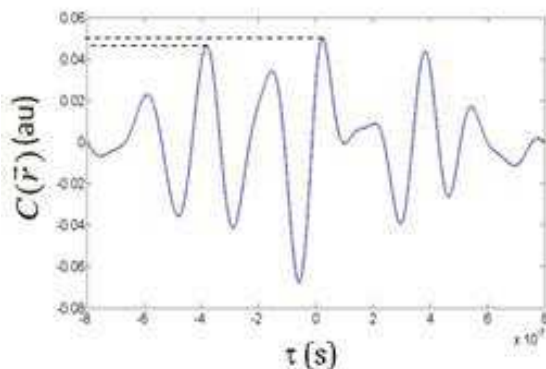


Fig.4.11 : Exemple de fonction de corrélation présentant un pic secondaire très élevé.

Ainsi, des fonctions de corrélation vérifiant le premier critère peuvent présenter des pics secondaires très élevés. La présence de tels pics diminue le « poids » statistique du pic principal mesuré. Un deuxième critère consiste alors à rejeter toutes les fonctions de corrélation présentant un pic secondaire d'amplitude supérieure à 50% de celle du pic primaire.

4.2.3. Sédimentation des traceurs

La figure 4.12 illustre l'ensemble des vitesses mesurées au cours des expériences de sédimentation. L'ensemble des données expérimentales est résumé sur le Tableau 4.1. Les figures 4.12.(a), (b) et (c) compare la moyenne des vitesses mesurées aux distributions de vitesse théoriques, pour les trois population de traceurs. Ces distributions théoriques ont été obtenue en appliquant l'équation de Stokes (Equ.4.13) à la distribution de diamètres mesurés des traceurs (Fig.4.5). On observe un bon accord entre les courbes théoriques, représentatives des vitesses de sédimentation dans le régime de Stokes et les données expérimentales.

Les mesures les plus précises ont été obtenues pour un nombre de longueur d'onde acoustique $n = 4$. On constate que les vitesses moyennes mesurées sont systématiquement décalées vers les grandes valeurs. Ce résultat est encore plus visible avec la population de billes de verre polydisperses. Ce décalage, peut être compris comme une plus grande sensibilité de la technique de vélocimétrie Speckle aux grands diamètres de particules, pour une population de traceur donné.

Par ailleurs, on remarque que l'incertitude sur les vitesses mesurées augmente avec la distribution en taille des traceurs. En effet, la distribution des vitesses de sédimentation des billes de silice polydisperses est bien plus large que celle de la première population de bille de silice.

Les figures 4.12.(d), (e) et (f) compare les vitesses mesurées, pour chaque population de traceurs, pour des nombre $n = 4, 8$ et 16 . On constate également que l'incertitude sur les mesures de vitesse augmente lorsqu'on augmente la taille des fenêtres Speckle. En effet, pour des fenêtres Speckle trop grandes, l'obtention d'un maximum de corrélation net et bien définie est difficile à obtenir.

Les résultats obtenus pour la sédimentation des billes de PMMA ont pu être comparées aux expériences de sédimentation réalisées par la technique de PIV [68]. Cette technique donne une vitesse moyenne de sédimentation de $30 \mu\text{m/s}$. Ces résultats sont en bon accord avec ceux obtenus par l'USV.

L'étude de la sédimentation des billes de silice polydisperse nous a permis d'obtenir un profil de vitesse de sédimentation (4.13). Ce profil non linéaire est du à la large distribution en taille de cette population de traceurs. En effet, les billes de plus gros diamètre sédimentent plus rapidement que les billes plus petites.

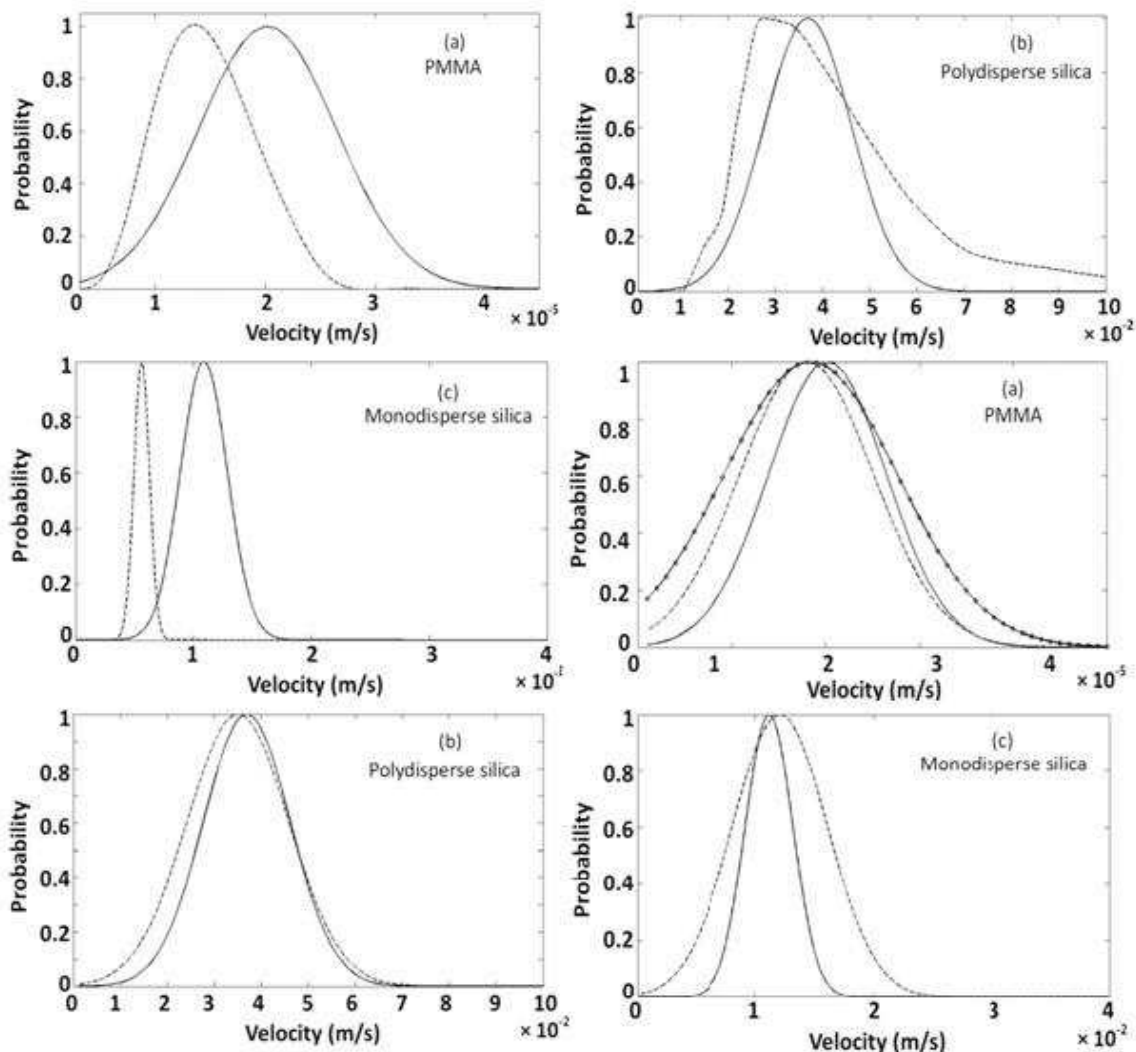


Fig.4.12 : Distribution de vitesse de sédimentation pour (a) des billes de PMMA, (b) des billes de silice polydisperses et (c) des billes de silice monodisperses. La taille des fenêtres Speckle correspond à $n=4$. Les courbes en pointillés représentent les solutions théoriques des distributions de vitesse Stockienne et les courbes en trait plein représentent les résultats expérimentaux. Les distributions de vitesse expérimentales sont données pour (c) des billes de PMMA et pour des tailles de fenêtres Speckles correspondants à $n=4$ (trait plein), 8 (pointillés) et 16 (trait plein marqué), (b) pour des billes de silice polydisperses et des tailles de fenêtres Speckle à $n=4$ (trait plein), 8 (pointillés) et (c) pour des billes de silice monodisperses et des tailles de fenêtres Speckle à $n=4$ (trait plein), 8 (pointillés). Pour l'ensemble de ces figures, le pourcentage de recouvrement de fenêtre est de 50%.

Particules	Vitesse moyenne (m/s)			Incertitude (m/s)		
	$n = 4$	$n = 8$	$n = 16$	$n = 4$	$n = 8$	$n = 16$
Polydisperse (silice)	$3.69 \cdot 10^{-2}$	$3.50 \cdot 10^{-2}$	/	$0.92 \cdot 10^{-2}$	$1.08 \cdot 10^{-2}$	/
Monodisperse (silice)	$1.12 \cdot 10^{-2}$	$1.21 \cdot 10^{-2}$	/	$0.29 \cdot 10^{-2}$	$0.40 \cdot 10^{-2}$	/
PMMA	$2.0 \cdot 10^{-5}$	$1.8 \cdot 10^{-5}$	$1.8 \cdot 10^{-5}$	$0.6 \cdot 10^{-5}$	$0.9 \cdot 10^{-5}$	$0.7 \cdot 10^{-5}$

Tableau 4.1

Par ailleurs, la figure (4.13) superpose les vitesses mesurées avec un recouvrement de fenêtre de 50 et 80 %. On constate que le sur-échantillonnage spatial effectué ne modifie pas l'allure du profil de vitesse. Cette expérience de sédimentation nous a permis de mettre en place un protocole expérimental de vélocimétrie par Speckle ultrasonore. L'accord entre la vitesse mesurée et les vitesses théorique de sédimentation montre la pertinence d'une telle méthode. La technique de vélocimétrie par Speckle est une technique qui nous a permis de mesuré des vitesses de sédimentation comprise entre $20\mu\text{m/s}$ et 2cm/s . Cette technique, bien que complexe à mettre en place expérimentalement, offre une grande gamme de vitesse mesurable. De plus la gamme de résolution spatiale donnée par les caractéristiques du capteur.

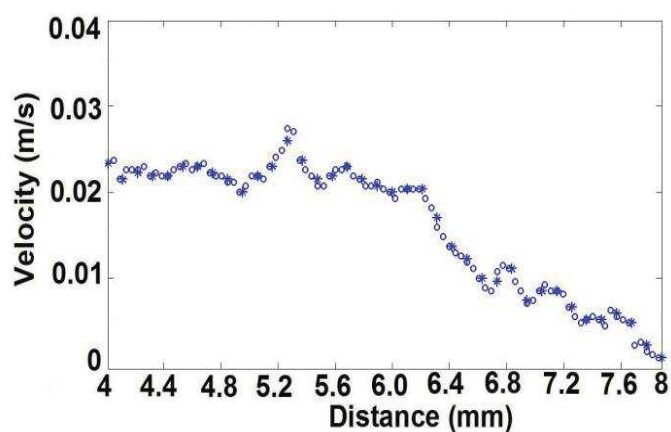


Fig.4.13 : Profil de vitesse de sédimentation pour la population de billes de silice polydisperse. Résultats obtenus pour un pourcentage de recouvrement de fenêtres Speckle de 50% (*), et de 80% (o).

2.3. Essai de mesure des vitesses d'écoulement par USV

La mise en place d'une procédure de vélocimétrie par Speckle ultrasonore nous a permis de montrer la pertinence d'une telle méthode. En effet dans le cadre des expériences de sédimentation, nous avons obtenus un profil de vitesse pour des dimensions proches des grandeurs caractéristiques de notre cellule de Hele-Shaw.

Cependant les résultats obtenus, l'ont été pour une expérience faite en immersion. Cela signifie que le capteur est placé directement dans le fluide et que le faisceau ultrasonore ne traverse aucun dioptre. Dans le cas de notre cellule de Hele Shaw, le faisceau ultrasonore émis à l'extérieur de la cellule d'écoulement doit traverser deux interfaces, une première qui correspond au passage du couplant à la plaque supérieure en verre, et la deuxième, qui correspond au passage du faisceau entre la plaque en verre et le Xanthane.

Le couplant est un matériau (généralement un gel à base d'eau) appliqué à la surface extérieure de la cellule afin d'éviter la propagation du faisceau ultrasonore dans l'air. Dans tout les cas, il est nécessaire d'optimiser le couplant. Il s'agit, de minimiser la différence d'impédance entre le couplant et la plaque supérieure, afin de minimiser le coefficient de réflexion de l'onde ultrasonore.

Par ailleurs, les mesures de vitesses d'écoulement par USV sont généralement faites sur des cellules d'écoulement en Plexiglas [54]. Ce matériau possède une impédance acoustique seulement deux fois supérieure à celle de l'eau. Par conséquent, les plaques en plexiglas apparaissent comme les plaques optimales pour réaliser des mesures du champ de vitesses par USV en cellule de Hele-Shaw. Cependant ce matériau atténue grandement l'amplitude du faisceau ultrasonore. Pour pallier à ce problème, la cellule est généralement érodée à l'endroit de la mesure. Ceci a pour effet de minimiser l'épaisseur de la couche de plexiglas à traverser. La figure 4.14 illustre le principe de ce type d'usinage de plaques.

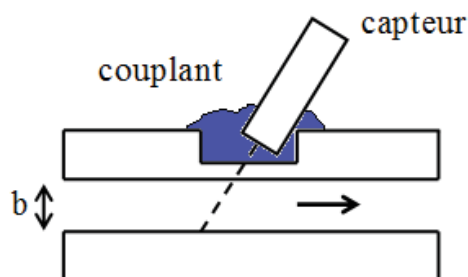


Fig.4.13 : Schéma d'une mesure de vitesse d'écoulement par USV après usinage des parois.

Dans notre cas, un tel usinage est impossible. Afin de résister aux fortes différences de pression au sein de la cellule, nous avons choisis des plaques de verre. La résistance de ce matériau nous paraît indispensable à l'étude des instabilités de digitation visqueuse.

Une solution envisagée consiste à percer complètement la plaque supérieure de la cellule. L'étanchéité de la plaque pourrait être obtenue après application d'une résine qui jouerait également le rôle de couplant. Un tel usinage est aujourd'hui très difficile à obtenir. De plus, les plaques de verre de la cellule ont été précontraintes. Ce traitement du verre rend impossible le fait de percer la plaque. Ainsi, l'application de l'USV à l'étude de l'instabilité de digitation passe par un développement technologique de la cellule d'écoulement dans le but d'optimiser l'intensité du signal acquis. Dans notre cas, le coefficient de réflexion sur cette interface est proche de 80%. Le signal Speckle étant un signal de faible amplitude, il nous a été impossible d'enregistrer un signal Speckle utile. Pour la suite de ce travail, tous les champs de vitesses mesurés en cellule de Hele-Shaw le seront avec une technique optique conventionnelle de « Particles Image Velocimetry » (PIV)

Parallèlement, un travail peut être mené sur les capteurs utilisés. En effet, la figure 4.8 donne le spectre fréquentiel des capteurs utilisés. La bande passante de ces capteurs est relativement large. Un capteur possédant une bande passante plus réduite aurait un signal utile plus intense. Ainsi, la perte de signal due à l'interface pourrait être compensée par une optimisation des capteurs ultrasonores.

Chapitre 5

Hydrodynamique en cellule de Hele-Shaw

La mesure du profil de vitesse au sein d'une cellule de Hele Shaw constitue souvent un enjeu expérimental dans le domaine de la mécanique des fluides [45]. En particulier, l'écoulement dans une cellule de Hele Shaw de fluides complexes permet d'étudier l'impact de la structure interne du fluide sur le comportement hydrodynamique. Dans le but de déterminer le profil de vitesse des solutions de Xanthane, nous avons utilisé une technique expérimentale de « Particles Imaging Velocimetry » (PIV) [25, 08]. L'épaisseur de la cellule d'écoulement est fixée à 5 mm. Pour une aussi faible valeur nous montrerons qu'une approche expérimentale de PIV conventionnelle ne permet pas d'effectuer des mesures quantitatives. Nous avons donc, à l'aide d'un prisme placé à l'intérieur de la cellule, mis au point une nouvelle configuration de profilométrie par PIV qui a permis de mesurer quantitativement des profils de vitesse pour toute la série structurale de solutions de Xanthane. Par méthode inverse, nous montrerons qu'il est possible de déterminer les paramètres rhéologiques de ces solutions de fluides complexes.

5.1. Principe de mesure

La technique de mesure de PIV est basée sur l'enregistrement par une caméra du déplacement d'un ensemble de traceurs. Généralement, on utilise la lumière émise par des particules excitées par une impulsion Laser. On trouve, dans la littérature plusieurs méthodes de PIV [40, 41]. La plus conventionnelle consiste à générer une nappe Laser [84, 87, 88]. Notons que pour des cellules d'écoulement de l'ordre du micromètre, les techniques de μ PIV utilisent un éclairage uniforme appelé éclairage en volume [69, 73, 77, 78]. Au passage de la nappe lumineuse, les particules émettent un signal de fluorescence qui est enregistré par la caméra. Les particules en suspension dans le fluide sont supposées neutres et chimiquement inertes. La figure 5.1 illustre le principe de mesure de la PIV conventionnelle. L'image ainsi acquise est divisée en un ensemble de fenêtres spatiales identiques

appelées fenêtres d'interrogation. En utilisant un Laser pulsé, il est alors possible d'acquérir un doublet d'images séparé d'un intervalle de temps Δt connu.

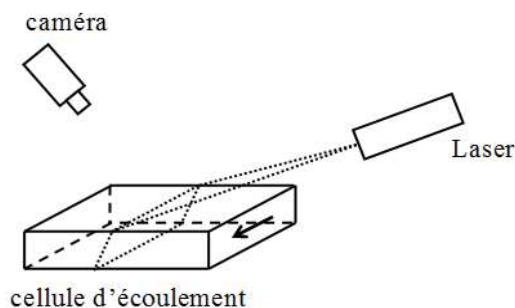


Fig.5.1 : Principe de mesure de la technique de PIV conventionnelle.

Chaque fenêtre d'interrogation possède un grand nombre de particules. En réalisant l'intercorrélation d'une même fenêtre d'interrogation d'un doublet d'image, on obtient le déplacement moyen le plus probable de l'ensemble de particules contenues dans cette fenêtre. La figure 5.2 schématise le déplacement des particules au sein d'une fenêtre d'interrogation. Généralement les sommets des fonctions d'intercorrélation sont ajustés par une fonction gaussienne [66]. Une telle méthode numérique apporte une précision de 1/64 pixels.

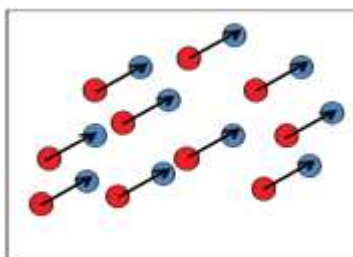


Fig.5.2 : Schéma du déplacement de particules dans une fenêtre d'interrogation.

Notons qu'il est possible de tenir compte de l'effet du gradient de vitesse à l'échelle de la fenêtre d'interrogation [46, 60]. En effet l'erreur statistique générée est proportionnelle au déplacement du pic de corrélation qui est une racine carré du taux de cisaillement. On peut montrer que les effets du gradient de vitesse sont négligeable si [88, 89]:

$$\frac{\partial v}{\partial x} \Delta t < \frac{d_{\tau}}{L}. \quad (5.1)$$

où $\frac{\partial v}{\partial x}$ représente le gradient de vitesse, Δt Le délai temporel, L la taille de la fenêtre d'interrogation et d_{τ} le diamètre apparent des particules. Notons que le diamètre apparent des particules est fixé par la configuration optique du banc expérimental. Ainsi, afin de minimiser les

erreurs dues au taux de cisaillement pour un écoulement donné, le délai temporel et la taille des fenêtres d'interrogation sont les deux paramètres ajustables.

5.2. Profilométrie en cellule de Hele Shaw

Pour des techniques de vélocimétrie optique, l'étude de l'écoulement de solutions de Xanthane est considérée comme relativement difficile. En effet, la turbidité de ces solutions augmente légèrement avec la concentration en polymère. De plus, Comme nous l'avons vu au Chapitre 3, une augmentation de la concentration des polymères induit une augmentation de la vitesse de cisaillement au voisinage des parois.

Par ailleurs, les dimensions de la cellule d'écoulement (5 mm d'épaisseur) correspondent à une des limites expérimentales de la technique de PIV conventionnelle. Pour mettre au point la technique de profilométrie par PIV, nous avons étudié deux configurations expérimentales appelées Milli-PIV 1 et Milli-PIV 2. Dans un premier temps, nous détaillerons les caractéristiques de ces deux configurations et donnerons également, les procédures expérimentales. Par la suite, nous discuterons les résultats de profilométrie obtenus en Milli-PIV 1 et Milli-PIV 2 en termes de résolutions spatiale et de précision des mesures. De plus, nous disposons d'un modèle théorique des profils de vitesse pour des comportements rhéologiques de loi en puissance. Ce modèle permettra de discuter la validité des mesures de vitesse pour les deux configurations.

5.2.1. Configurations expérimentales

La configuration Milli-PIV 1 consiste à enregistrer le déplacement des traceurs dans une nappe Laser inclinée par rapport aux plaques de la cellule. La nappe Laser frappe la cellule avec un angle d'inclinaison par rapport à la normale, d'environ $66,3^\circ$. Ainsi, à l'intérieur de la cellule d'écoulement et en présence du fluide, l'angle que forme la nappe Laser avec la normale à la cellule est environ égal à $43,5^\circ$. Le Laser utilisé (Quantel Twin Ultra Nd: YAG, 2×30 mJ) a une longueur d'onde $\lambda = 532$ nm. La nappe Laser, d'une épaisseur de $400 \mu\text{m}$ est générée à l'aide d'une lentille optique. Un prisme en verre (indice optique de 1,523) placé à l'extérieur de la cellule permet à la caméra (PCO Sensicam QE 12-bits CCD, 1376×1040 pixel²) d'enregistrer le déplacement des particules de rhodamine avec un angle de 90° par rapport à la nappe Laser. Dans le but d'optimiser la qualité du signal enregistré, la camera est équipée d'un filtre passe haut de 540 nm. La camera est équiper d'un objectif de focale 105 mm et d'un nombre d'ouverture $NA = 11$. Le grandissement ainsi calculer est égal à 0,82. Dans de telles conditions, la profondeur de champ calculée à l'aide d'un cercle de confusion de 1 Pixel, est supérieure à $400 \mu\text{m}$. La figure 5.3 illustre le schéma de la première configuration Milli-PIV 1.

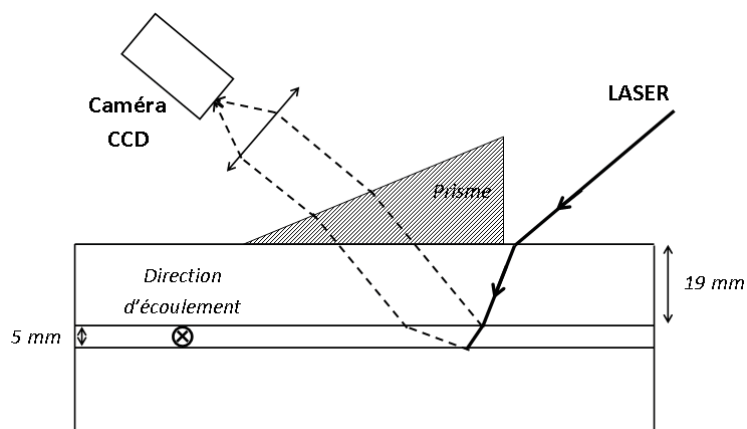


Fig.5.3 : Schéma de la première configuration Milli-PIV 1.

La deuxième configuration Milli-PIV 2 a été développée afin que la nappe Laser soit perpendiculaire à la surface des plaques. Un petit prisme de verre de 45° (Edmund Optics) et d'une hauteur de 5 mm, permet à la caméra d'enregistrer le trajet des particules de rhodamine perpendiculairement à la nappe Laser. Le Laser utilisé est le même que précédemment. En revanche, la caméra (PCO Sencam QE 12-bits CCD) possède une résolution de 1280×1040 pixel². Le grandissement ainsi calculé est de 0,82 pour une valeur de la focale de 105 mm et d'un nombre d'ouverture $NA = 11$. La caméra est équipée du même filtre passe bas que précédemment. Dans ces conditions la valeur de la profondeur de champ estimée sur la base d'un cercle de confusion de 1 Pixel est supérieure à 300 μm . La figure 5.4 schématise la deuxième configuration Milli-PIV 2.

Les réglages optiques entre les deux configurations sont relativement identiques. La principale différence réside dans la valeur de l'angle entre la nappe Laser et la surface des plaques de verre.

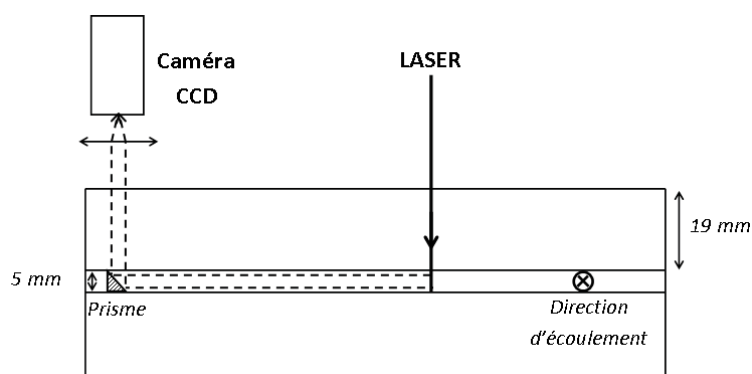


Fig.5.4 : Schéma de la deuxième configuration Milli-PIV 2.

5.2.2. Procédure et Calibration

Les traceurs utilisés sont des particules de rhodamine encapsulée dans des sphères de polyméthyl méthacrylate (PMMA). La distribution des diamètres des particules mesurée au Malvern est donnée au chapitre 4 (Fig.4.5). Elle est centrée autour de 10 μm . Les mesures effectuées par Speckle Ultrasonore donnent une vitesse de sédimentation moyenne d'environ 20 $\mu\text{m/s}$. Cette vitesse est largement inférieure à l'ordre de grandeur des vitesses d'écoulement à l'intérieur de la cellule. Le pic d'émission de fluorescence des particules de rhodamine excitées par le Laser est approximativement de 570 nm. Enfin le filtre passe-haut placé à l'avant de l'objectif permet d'enregistrer le signal issu des particules tout en évitant l'enregistrement des réflexions du Laser. Les solutions de Xanthane étudiées ont été préparées pour des pourcentages massiques de particules d'environ 0.004 %. Une paire d'images séparée d'un intervalle de temps Δt est acquise avec la caméra CCD. L'acquisition de l'image est synchronisée avec l'émission des impulsions Laser. La valeur de l'intervalle Δt est fixée en fonction de l'ordre de grandeur de la vitesse d'écoulement. La figure 5.5 montre un exemple d'acquisition d'image suivant les deux configurations Milli-PIV 1 et Milli-PIV 2. Nous avons vérifié que l'indice optique des solutions de Xanthane varie peu en fonction de la concentration en polymère. En effet, la netteté des particules de rhodamine reste identique pour l'ensemble des solutions étudiées.

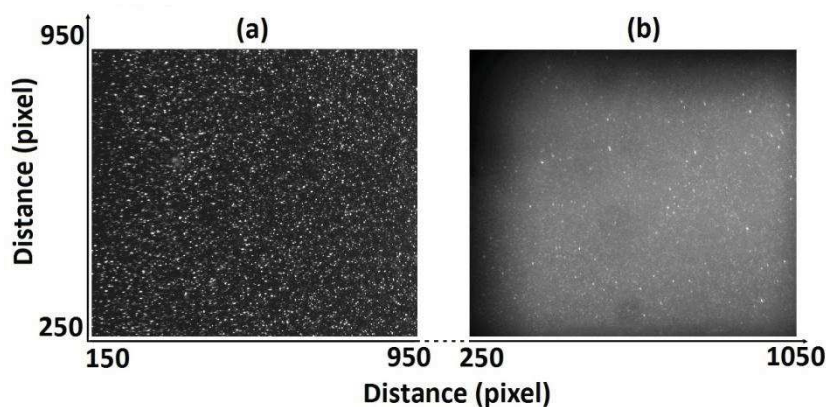


Fig.5.5 : Exemple d'images pour une solution de Xanthane de 1500 ppm, acquises lors de la configuration de Milli-PIV 1 (a) et Milli-PIV 2 (b).

L'algorithme de corrélation est effectué par le programme « Pivis » développé à L'IMFT. Cet algorithme est implémenté dans un schéma itératif avec une prise en compte de la déformation de l'image subpixel [46, 63]. Les intercorrelations sont effectuées pour des doublets de fenêtre d'interrogation de taille variable allant 64×64 pixels² à 8×8 pixels². Pour nos mesures, nous avons fixé la taille des fenêtres d'interrogation à 16×16 pixels² avec un recouvrement de 50%. Dans le but

d'optimiser les profils de vitesse mesurés, un critère de rejet des données basé sur la valeur du rapport signal sur bruit a été mis en place.

Nous avons développé deux mires de calibration pour les deux configurations expérimentales. Le principe de calibration consiste à placé dans le plan focal de la caméra un objet de dimensions connues. Cette opération a pour but de convertir, en mètre, les valeurs acquises en Pixel. La mire de calibration de la configuration Milli-PIV 1 est un parallélépipède en plexiglas usiné en laboratoire dont un des bords est rodé avec un angle de $43,2^\circ$. Un réseau régulier de petits points espacés de 1 mm a été gravé sur la face inclinée de la mire. La figure 5.6 montre l'acquisition de l'image de la mire placée dans la cellule.

Pour la deuxième configuration Milli-PIV 2, nous avons mis en place, une mire de calibration constituée d'un petit bâtonnet de plexiglas. Ce bâtonnet a été marqué par des rayures régulières. De la même manière que précédemment, la mire est placée à l'intérieur de la cellule.

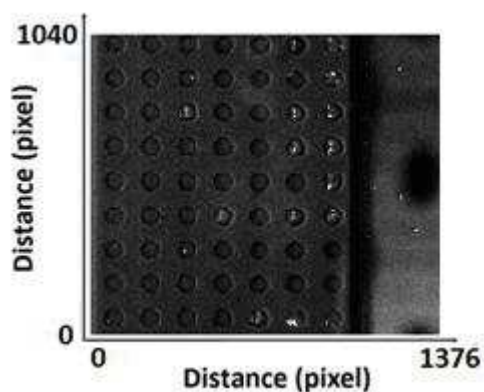


Fig.5.6 : Image acquise de la calibration utilisée lors de la configuration de Milli-PIV 1.

Il est important de noter que l'acquisition des images de calibration à l'intérieur de la cellule doit être effectuée en présence du fluide. En effet, dans le but d'éviter tout phénomène de parallaxe, il est important de respecter la perpendicularité entre la nappe Laser et l'axe optique de la caméra. Il est donc nécessaire de prendre en compte l'indice optique des solutions lors de la procédure de calibration.

Par ailleurs cette étape de calibration essentielle à l'obtention de champs de vitesse quantitatifs est d'une grande difficulté expérimentale. La principale difficulté consiste à placer la mire de calibration dans le plan focal de la caméra, à l'intérieur de la cellule. Cette procédure conduit à « ouvrir » un certain nombre de fois la cellule d'écoulement. Généralement, plusieurs acquisitions sont nécessaires à l'obtention d'une image exploitable. La qualité de l'image acquise s'évalue alors en fonction de sa netteté.

5.2.3. Résultats expérimentaux

- **Milli-PIV 1**

Les deux expérimentations ont été réalisées séparément. La première configuration Milli-PIV 1 a permis de mesurer des vitesses d'écoulement de solutions de Xanthane pour des vitesses d'injection comprises entre 1 et 100 mm/s. Pour chaque vitesse d'injection, nous avons enregistré 165 paires d'images. Ce grand nombre d'acquisition a permis de calculer la moyenne des vitesses acquises au cours de l'écoulement.

La figure 5.7 montre un exemple de la mesure du champ de vitesse pour une solution de Xanthane 100 ppm et pour une vitesse de piston de 10 mm/s. Cette représentation 3D des résultats montre le comportement de la vitesse mesurée dans le plan d'acquisition de la caméra. Toutes les mesures peuvent ainsi être moyennées sur la dimension du plan d'acquisition correspondant à la longueur de la cellule. De cette manière, il est possible d'améliorer nettement la convergence statistique des profils de vitesse.

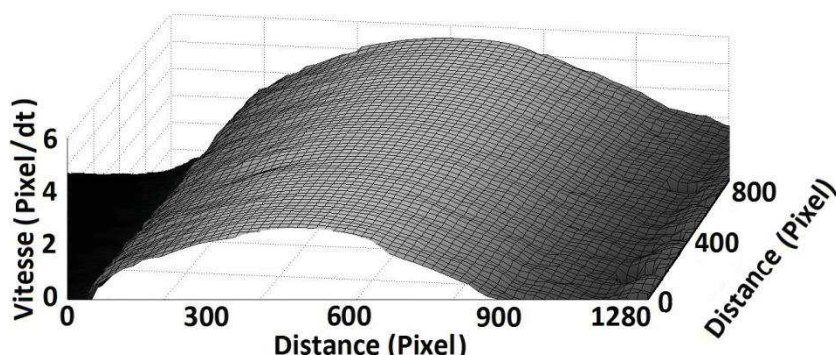


Fig.5.7 : Représentation 3D du profil de vitesse, acquis en Milli-PIV 1, pour une solution de Xanthane de 100 ppm pour une vitesse d'injection de 10 mm/s.

La figure 5.8 donne les profils de vitesse obtenus pour des solutions de Xanthane de 100 et 1500 ppm à plusieurs débits d'injection. Qualitativement, on remarque que la forme du profil de vitesse est conforme aux prédictions théoriques données au chapitre 3. En effet, la solution de Xanthane de 100 ppm étant très peu concentrée en polymère, le profil de vitesse est relativement semblable à celui d'un fluide Newtonien et adopte une forme quasi parabolique. A l'inverse, le caractère fortement rhéofluidifiant de la solution de Xanthane de 1500 ppm impose un profil de vitesse plus aplati au sommet et des taux de cisaillement plus forts aux parois.

On vérifie également que la vitesse maximale de chaque solution augmente avec la vitesse d'injection. Cependant, on constate que les profils de vitesse mesurés sont dissymétriques. En effet, la

valeur des vitesses augmente sur le coté droit des profils mesurés (plaque inferieure de la cellule). Cet effet peut être attribué à une forte réflexion du Laser sur la plaque inferieure de la cellule. L'inclinaison de la nappe Laser par rapport aux plaques génère une tache de réflexion plus étendue. De plus, pour les faibles concentrations de Xanthane (comprises entre 100 et 1250 ppm), on observe un dépôt important de traceurs sur la plaque inferieure entre chaque mesure. Il est important de noter que ce dépôt intervient lors du changement de fluides entre chaque acquisition. Après avoir sédimenté, les particules de PMMA ont tendance à se fixer sur les plaques de verres. Il est alors impossible de nettoyer les plaques de verre sans prendre le risque de modifier les réglages optiques. Ce dépôt de particules fixes perturbe l'algorithme de corrélation et fausse les valeurs des vitesses. Pour des solutions plus visqueuses, ce dépôt de particules est nettoyé par l'écoulement.

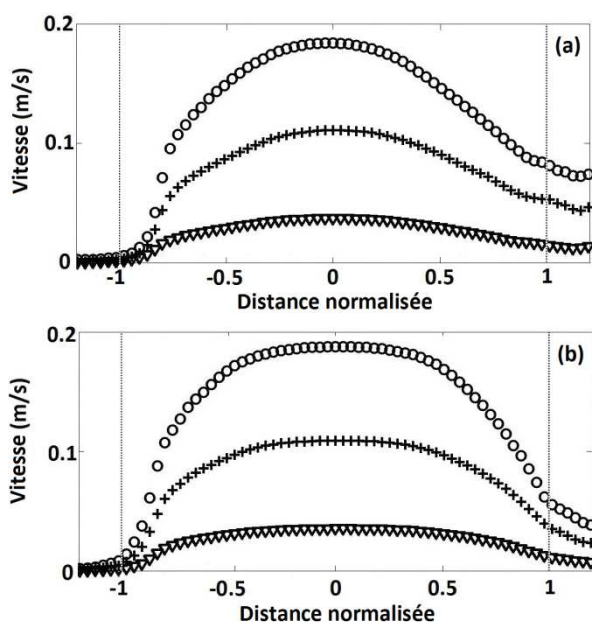


Fig.5.8 : Profils de vitesse d'une solution de Xanthane de 100 ppm (a) pour des vitesses d'injection de 10 mm/s (\blacktriangledown), 30 mm/s (+) et 50 mm/s (\circ). La figure (b) représente les profils de vitesse d'une solution de Xanthane de 1500 ppm pour des vitesses d'injection de 10 mm/s (\blacktriangledown), 30 mm/s (+) et 50 mm/s (\circ). La distance est normalisée par rapport à l'épaisseur de la cellule.

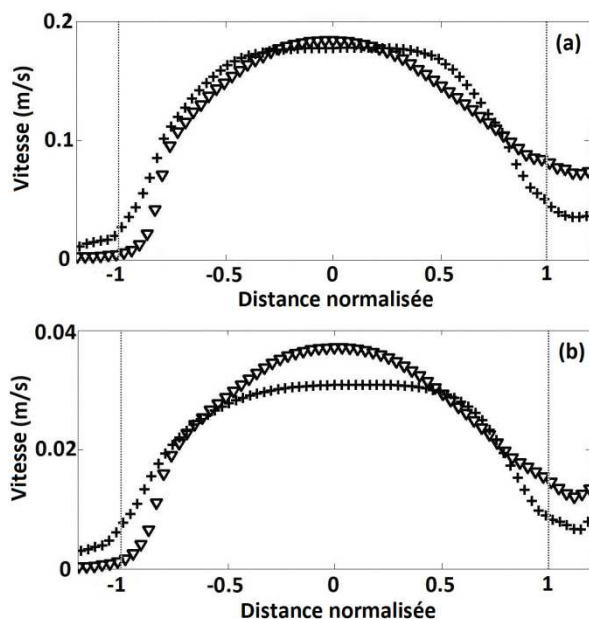


Fig.5.9 : Confrontation du profil de vitesse de deux solutions de Xanthane de 100 ppm (▼) et 2500 ppm(+) pour des vitesses d'injection de 10 mm/s (a) et 50 mm/s (b).

La figure 5.9 montre les effets d'une augmentation de la concentration des polymères pour des vitesses d'injection de 10 et 50 mm/s. Le comportement qualitatif des profils de vitesse observés respecte le comportement théorique attendu. Cependant le classement des vitesses maximales d'écoulement ne correspond pas à celui prédit par la théorie. Ce constat nous permet de conclure que, dans le cadre de la configuration de la Milli-PIV 1, les mesures réalisées ne sont pas quantitatives.

- **Milli-PIV 2**

La deuxième configuration Milli-PIV 2 a été réalisée pour les mêmes gammes de vitesse d'injection. Nous avons enregistré dans cette configuration, 40 paires d'images pour chaque vitesse d'injection. La zone d'investigation est plus petite que précédemment, car elle se réduit à la taille du prisme (992×800 pixels²). La figure 5.10 montre une acquisition de la vitesse d'une solution de Xanthane de 1250 ppm pour une vitesse d'injection de 10 mm/s. La vitesse est représentée en fonction des dimensions du plan d'acquisition de la caméra.

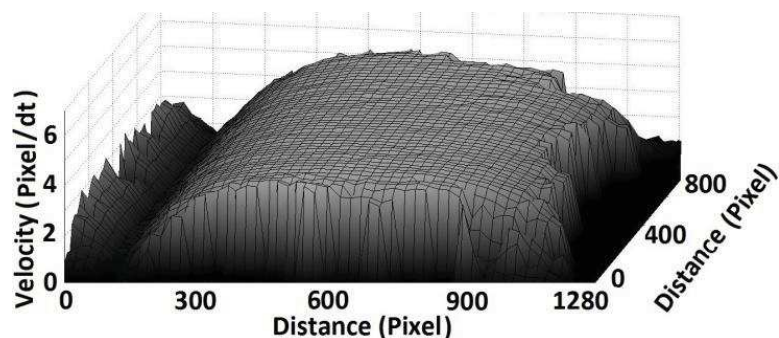


Fig.5.10 : Représentation 3D du profil de vitesse, acquis en Milli-PIV 2, pour une solution de Xanthane de 1250 ppm pour une vitesse d'injection de 10 mm/s.

Les profils de vitesse ont été obtenus de la même manière que pour la configuration de Milli-PIV 1. Les champs des vitesses ont été moyennés sur l'axe de la camera correspondant à la longueur de la cellule. On observe clairement que les valeurs de la partie droite de la figure 5.10 sont bruitées. La plaque inférieure de la cellule perturbe clairement les mesures effectuées. Ceci aura pour effet de produire une légère dissymétrie des profils de vitesse moyennés. Par ailleurs, nous n'avons observé, pour cette configuration, aucune tache de réflexion sur les images acquises.

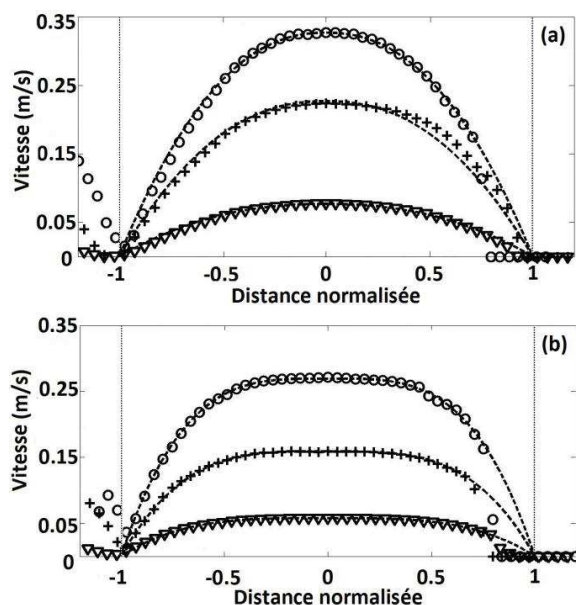


Fig.5.11 : Profils de vitesse d'une solution de Xanthane de 250 ppm (a) pour des vitesses d'injection de 10 mm/s (\blacktriangledown), 30 mm/s (+) et 50 mm/s (\circ). La figure (b) représente les profils de vitesse d'une solution de Xanthane de 1250 ppm pour des vitesses d'injection de 10 mm/s (\blacktriangledown), 30 mm/s (+) et 50 mm/s (\circ). La distance est normalisée par rapport à l'épaisseur de la cellule. Les courbes en pointillés représentent les solutions théoriques obtenues à partir du modèle de loi en puissance pour des valeurs de $n=0.9$ (a) et $n=0.6$ (b).

La figure 5.11 montre les profils de vitesse de solutions de Xanthane de 200 ppm et 1250 ppm. Les courbes en pointillés représentent les solutions théoriques obtenues à partir du modèle de loi en puissance. Les valeurs des paramètres de la loi en puissance ont été obtenues grâce à un programme d'optimisation basé sur la minimisation par les moindres carrés.

Le comportement des profils de vitesse des solutions de Xanthane à débit d'injection donné est illustré sur la figure 5.12. On observe que les valeurs des vitesses maximales sont cohérentes avec les prédictions théoriques. De plus, dans la configuration de Milli-PIV 2, les débits mesurés en cellule de Hele Shaw correspondent à ceux injectés par la seringue. Ces données nous permettent de conclure que la configuration de Milli-PIV 2 permet d'effectuer des mesures quantitatives de profilométrie en cellule de Hele Shaw.

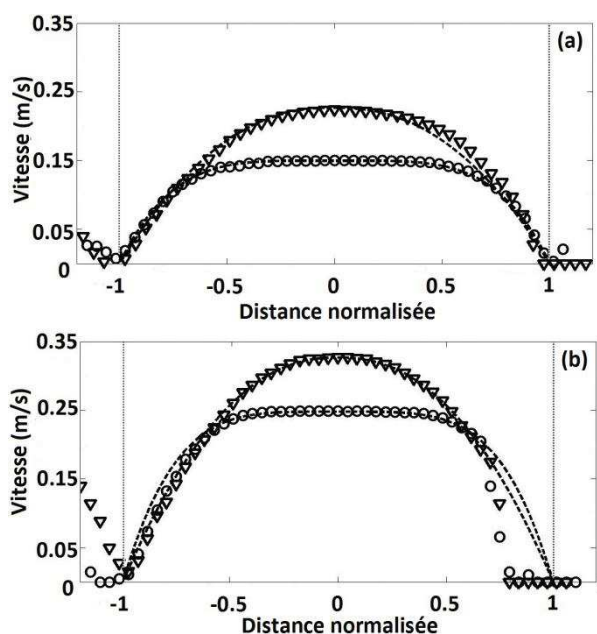


Fig.5.12: *Confrontation du profil de vitesse de deux solutions de Xanthane de 250 ppm (▼) et 2500 ppm (○) pour des vitesses d'injection de 10 mm/s (a) et 50 mm/s (b). Les courbes en pointillés représentent les solutions théoriques obtenues à partir du modèle de loi en puissance pour des valeurs de $n=0.9$ (solution de 250 ppm) et $n=0.4$ (solution de 2500 ppm).*

5.2.4. Discussions

Finalement, la figure 5.13 montre la confrontation de deux profils de vitesse obtenus pour chaque configuration expérimentale. La concentration des solutions de Xanthane est de 2500 ppm pour une vitesse d'injection de 30 mm/s. Dans un premier temps, nous avons normalisé les profils obtenus par leur vitesse maximale. En effet, l'intensité des champs de vitesse mesurés par la configuration Milli-PIV1 était systématiquement plus faible que celles obtenues par la configuration

de Milli-PIV2. La comparaison entre les deux profils montre clairement les avantages de la configuration de milli-PIV2 pour les mesures du champ de vitesse au voisinage des parois. De plus, le profil de vitesse est symétrique et en bon accord avec les données théoriques attendues (courbe en trait plein).

Par ailleurs, on observe une différence significative entre les deux mesures dans les zones de forts gradients de vitesse (bords du profil). Nous attribuons ces différences à l'effet des trois paramètres suivant : la profondeur de champ, l'épaisseur de la nappe Laser et l'épaisseur de la cellule. Dans le but de simuler les effets de ces paramètres sur la forme du profil de vitesse mesuré, nous avons mis en place un programme numérique. Dans ce programme, nous supposons une profondeur de champ infinie et faisons varier l'épaisseur de la nappe Laser. L'épaisseur de la cellule étant fixée, nous pouvons calculer le profil de vitesse d'une loi en puissance. En considérant que le profil de vitesse simulé résulte de l'intégration des profils théoriques sur l'épaisseur de la nappe Laser, il est possible de comparer les effets des deux configurations. Dans le cas de la configuration de Milli-PIV2, la nappe Laser étant perpendiculaire aux plaques de la cellule, le résultat de cette simulation est échangé par rapport aux profils de vitesse attendus. Cependant, dans le cas de la configuration de Milli-PIV1, l'inclinaison de la nappe joue un rôle non négligeable dans la modification du profil de vitesse mesuré. Après plusieurs itérations, le programme donne une valeur de l'épaisseur de nappe proche de 1 mm.

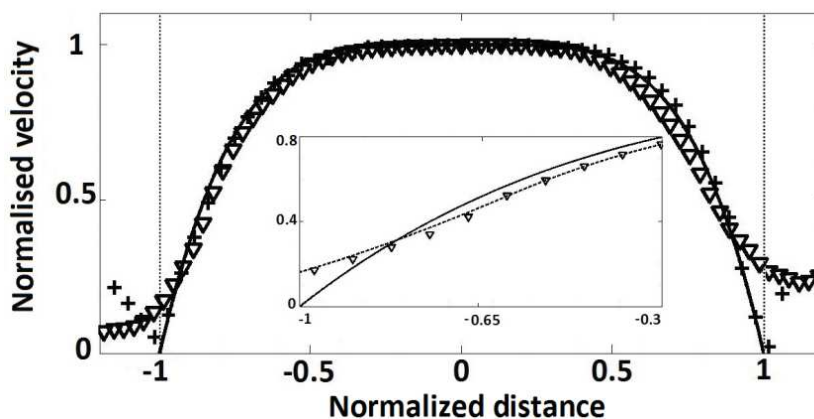


Fig.5.13: *profil de vitesse d'une solution de Xanthane de 2500 ppm pour une vitesse d'injection de 30 mm/s dans la configuration de Milli-PIV 1 (+) et de Milli-PIV 2 (▼). La courbe en pointillé dans l'encadré représente le profil de vitesse théorique intégré sur l'épaisseur de la nappe Laser. La courbe en trait plein donne la vitesse théorique pour une valeur de $n=0.4$.*

L'encadré de la figure 5.13 superpose les données expérimentales de la configuration de Milli-PIV1 à la courbe simulée (courbe en pointillé). La valeur de l'épaisseur de nappe ainsi obtenue est du bon ordre de grandeur. Pour une telle valeur d'épaisseur de nappe, la forme du profil de vitesse d'un

fluide fortement rhéofluidifiant, peut être grandement modifiée. En effet, pour des solutions de Xanthane concentrée, le changement brutal des vitesses au voisinage des parois favorise les modifications dues à l'inclinaison de la nappe et à son épaisseur.

Nous avons étudié la précision de la deuxième configuration de Milli-PIV 2. Pour un écoulement d'une solution de Xanthane de 2500 ppm à très fort gradient de vitesse et pour une vitesse d'injection de 50 mm/s, nous avons vérifié la relation 5.1. Dans ce cas, le gradient de vitesse $\frac{\partial v}{\partial x}$ est proche de 250 s^{-1} . Le délai temporel $\Delta t = 306 \text{ } \mu\text{s}$, la taille de la fenêtre d'interrogation est de $243 \text{ } \mu\text{m}$ et le diamètre des particules sur les images $d_\tau = 25,3 \text{ } \mu\text{m}$. Dans ces conditions, il nous est possible de négliger les erreurs due gradient de vitesse au voisinage des parois.

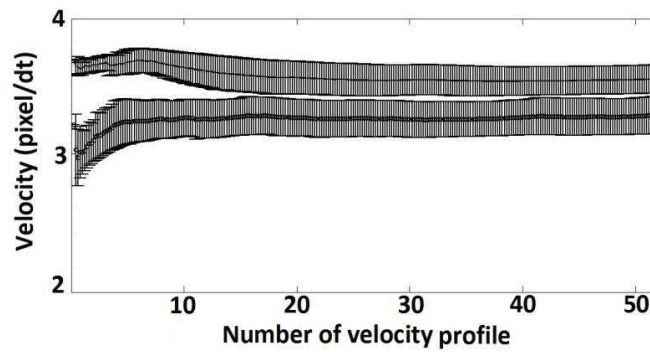


Fig.5.14: Vitesses moyennes et écarts-types pour une solution de Xanthane de 2500 ppm au centre de la cellule (forte valeur des vitesses) et proche des parois (faibles valeurs des vitesses)

La figure 5.14 donne un exemple de la convergence des valeurs de la vitesse de deux points d'un profil de vitesse, au centre de la cellule et près d'une des parois. On constate que les valeurs des vitesses semblent se stabiliser au bout d'une vingtaine d'acquisitions. L'écart-type des mesures, au bout de 20 acquisitions converge vers une valeur proche de $0,20 \text{ pixel}/\delta t$.

Par ailleurs, en utilisant les mesures données par la configuration de Mili-PIV2, nous avons pu, par méthode inverse, obtenir les valeurs des paramètres n et K du modèle de loi en puissance. Le programme d'ajustement réalisé (cf. Annexe) permet d'évaluer la quantité $(1/K) \frac{\partial p}{\partial x}$ en faisant varier le paramètre n . Après minimisation par les moindres carrés, nous obtenons le couple de paramètre d'ajustement $\left[\left(\frac{1}{K} \frac{\partial p}{\partial x} \right); n \right]$ optimal. Les mesures rhéologiques des solutions de Xanthane effectuées au chapitre 2 donnent les valeurs du paramètre K en fonction de n . Ainsi, nous pouvons étudier le comportement du gradient de pression $\frac{\partial p}{\partial x}$, à débit d'injection donné, en fonction du comportement rhéologique des solutions. Ces données sont résumées sur le tableau 5.1. Les valeurs du paramètre n

sont en accord avec les valeurs obtenues par rhéologie des solutions de Xanthane (Chapitre 2). On observe également, pour une vitesse d'injection donnée, que les gradients de pression générés dans la cellule augmentent avec la concentration des polymères. Ce comportement est conforme à celui décrit au chapitre 3, pour des fluides rhéofluidifiants. En effet, afin de respecter la conservation du débit, le gradient de pression s'adapte à la rhéologie des solutions de Xanthane.

Solutions de Xanthane	V_p (mm/s)	$\frac{\partial p}{\partial x}$ (mPa/m)	σ (mm/s)	n	K (mPa .s ⁿ)
200 ppm	10	52	2.9	0.9 ± 0.1	3
	30	137	8.3		
	50	159	8.3		
1250 ppm	10	885	8.3	0.40 ± 0.08	473
	30	1243	8.3		
	50	1537	9.0		
2500 ppm	30	2546	8.3	0.30 ± 0.05	1019
	50	2955	5.7		

Tableau.5.1: *Tableau récapitulatif des valeurs du gradient de pression obtenues par méthode inverse.*

5.3. Conclusion

Nous avons développé deux configurations expérimentales de PIV afin d'étudier l'écoulement de solutions de Xanthane dans une cellule de Hele-Shaw d'épaisseur 5 mm. La première configuration Milli-PIV 1 consiste à envoyer une nappe Laser incliné de 46,3° par rapport aux plaques de la cellule. La deuxième configuration Milli-PIV 2, bien qu'étant une méthode de mesure intrusive, est définie par une nappe Laser perpendiculaire aux plaques de verre. Dans les deux configurations, la profondeur de champs est du même ordre de grandeur que l'épaisseur de la cellule. Compte tenu des faibles valeurs de l'interstice de la cellule, l'inclinaison de la nappe Laser, pour la configuration de Milli-PIV1, modifie grandement l'allure des profils de vitesse mesurés. L'épaisseur de la nappe devient alors un paramètre qui conditionne les erreurs dues à la mesure. De plus l'inclinaison de la nappe génère des taches de réflexion plus grande sur les plaques de verre. L'ensemble de ces raisons, font de la configuration de Milli-PIV1, une technique de vélocimétrie non quantitative.

La deuxième configuration de Milli-PIV 2 donne des résultats de profilométrie en accord avec les résultats théoriques issus d'une modélisation de loi en puissance. Notons qu'un dépôt de rhodamine sur les plaques inférieures a lieu entre chaque acquisition. Malgré cette difficulté expérimentale, la configuration de Milli-PIV 2 peut être considérée comme une technique quantitative de vélocimétrie. L'écart type sur les vitesses mesurées est d'environ $0,02 \text{ pixel}/\delta t$ et les effets des gradients de vitesse au voisinage des parois peuvent être négligés. Cette configuration a donc permis d'obtenir des vitesses expérimentales quantitatives.

Chapitre 6

L'instabilité de digitation visqueuse

L'instabilité de digitation visqueuse a été mise en évidence en 1958 lors d'une étude menée dans le cadre de l'extraction pétrolière [71]. On trouve actuellement une littérature très abondante concernant l'étude de cette instabilité. Le but de ce chapitre n'est pas de présenter un recueil exhaustif des travaux dédiés à l'instabilité de digitation visqueuse. Nous souhaitons présenter ici les principales études menées sur cette instabilité afin de rappeler les mécanismes fondamentaux qui gouvernent cette instabilité. L'objectif de ce chapitre est ainsi de donner au lecteur, les principaux outils nécessaires à la compréhension du travail réalisé dans le chapitre 7. Après un bref rappel des mécanismes physiques mis en jeu lors du phénomène de digitation, nous détaillerons les travaux concernant l'analyse de stabilité linéaire. Enfin, nous synthétiserons les principaux comportements observés pour les doigts visqueux de fluides Newtoniens et ceux pour des solutions de Xanthane.

6.1. Mécanismes physiques

L'étude menée par Saffman et Taylor [71], est une étude bidimensionnelle de l'écoulement de deux fluides Newtoniens non miscible en cellule de Hele-Shaw (Fig.6.1). L'instabilité se produit lorsque qu'un gradient de pression est appliqué à l'un des deux fluides. Dans la mesure où l'épaisseur b de la cellule est considérée comme très petite devant les autres grandeurs caractéristiques de la cellule, les champs de pression et de vitesse pour un fluide donné s'écrivent sous la forme $P(x, y)$ et $(v_x(x, y), v_y(x, y), 0)$. Les expériences [71, 62, 55] ont montré que la différence de viscosité entre les deux fluides est un des moteurs de l'instabilité [62].

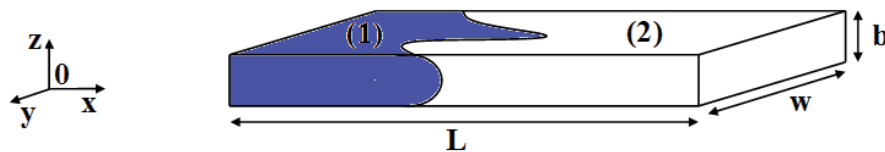


Fig.6.1 : Schéma d'une instabilité de Saffman-Taylor en cellule de Hele-Shaw. Le fluide de viscosité $\eta_1(1)$ pousse le fluide de viscosité $\eta_2(2)$ avec $\eta_1 < \eta_2$.

La figure 6.2 illustre l'évolution temporelle de cette instabilité observée par Saffman et Taylor [71]. On distingue plusieurs régimes dans le développement de l'instabilité de digitation visqueuse. Tout d'abord, lorsqu'un gradient de pression est appliqué au fluide de viscosité η_1 , on observe une perturbation de l'interface (Fig.6.2.(a)). Cette perturbation semble s'amplifier et mène à un régime instable (Fig.6.2.(b) et (c)). Dans ce régime, une des « langues » de la perturbation est privilégiée. Sa croissance prend alors le dessus sur les autres sommets de la perturbation. Enfin, au bout d'un certain temps, un motif unique et stable se développe dans le canal d'écoulement (Fig.6.2.(d)), il est appelé « doigt visqueux ».

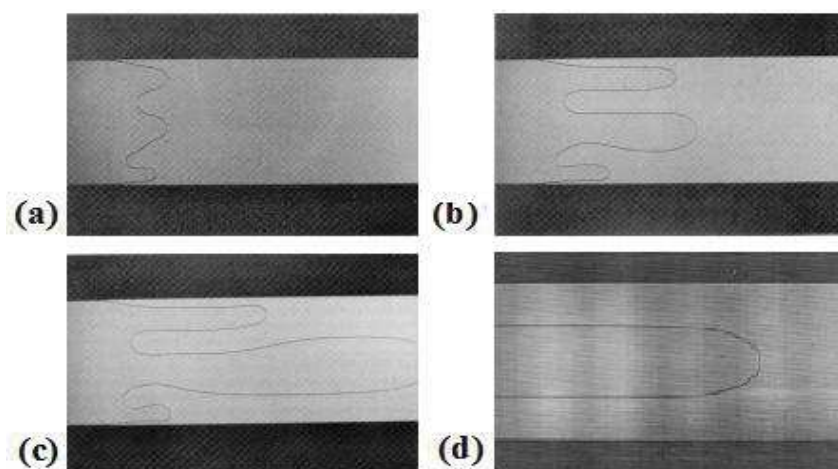


Fig.6.2 : Evolution temporelle de l'interface entre les deux fluides observée par Saffman et Taylor [71]. Tout d'abord, l'interface est perturbée (a). On observe alors une série de creux et de bosse. Dans un deuxième temps, la perturbation s'amplifie (b) et conduit à la sélection d'un doigt privilégié (c). Enfin, le doigt unique se propage de manière stable dans la cellule.

Le système d'équation, qui régit l'instabilité, définie par Saffman et Taylor [71] est relativement simple. La principale hypothèse formulée consiste à supposer que les champs de vitesse $\overline{v_{1,2}}$ des deux fluides vérifient la loi de Darcy. De cette manière, les champs de vitesse sont moyennés sur l'épaisseur b de la cellule et vérifient la relation :

$$\overline{\langle v_{1,2}(x, y) \rangle} = -\frac{b^2}{12\eta_{1,2}} \left(\overline{\nabla (P_{1,2}(x, y))} - \rho_{1,2} \vec{g} \right), \quad (6.1)$$

La constante g est l'accélération de pesanteur, $\rho_{1,2}$ et $P_{1,2}$ représentent la masse volumique et la pression des fluides 1 et 2. Dans le but de décrire la totalité du phénomène physique, il est nécessaire d'écrire les conditions aux limites valables sur l'interface séparant les deux fluides. Ces conditions aux limites sont connues sous le nom de conditions de Stephan. Les composantes normales de la vitesse

des deux fluides $v_{1,2}^n$ à l'interface sont égales entre elles et vérifient la loi de Darcy. On peut donc écrire :

$$\langle v_{1,2}^n \rangle = -\frac{b^2}{12\eta_{1,2}} \nabla(P_{1,2})^n, \quad (6.2)$$

où $\nabla(P_{1,2})^n$ représente la composante normale du vecteur gradient de pression.

L'hypothèse formulée par Saffman et Taylor (6.1) implique un champ de pression Laplacien pour chacun des fluides. En effet, en supposant les deux fluides incompressibles, leurs champs de vitesse vérifient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_{1,2} = 0, \quad (6.3)$$

Les équations 6.2 et 6.3, nous permettent d'écrire :

$$\Delta P_{1,2} = 0. \quad (6.4)$$

Ainsi, la recherche de la répartition de la pression de chaque fluide mis en écoulement se ramène à la recherche d'une fonction scalaire solution de l'équation de Laplace.

Une deuxième condition aux limites est nécessaire afin de pouvoir résoudre cette équation. On applique donc la loi de Laplace à l'interface des deux fluides. Le saut de pression δP de part et d'autre de l'interface vérifie la relation :

$$\delta P = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (6.5)$$

La constante γ représente la tension superficielle, R_1 et R_2 les deux rayons de courbures principaux de l'interface.

La détermination du saut de pression à l'interface a fait l'objet d'un grand nombre de discussion [71,62]. Le principal problème se pose pour des régimes de vitesse où les propriétés de l'écoulement à l'échelle de l'épaisseur b ne peuvent plus être négligées.

Dans le cas d'une théorie purement bidimensionnelle, le saut de pression se déduit de la seule connaissance du rayon de courbure principal R_1 du plan (x, y) et s'écrit :

$$\delta P = \frac{\gamma}{R_1}. \quad (6.6)$$

Cette écriture du saut de pression reste cependant très peu réaliste d'un point de vue expérimental. En effet, la cellule de Hele-Shaw est une cellule d'écoulement en trois dimensions. On peut donc s'attendre, dans une première approximation, à ce que le rayon de courbure R_2 soit de l'ordre de grandeur de l'épaisseur b . La courbure principale du plan (x, z) jouera donc un rôle prépondérant dans le saut de pression à l'interface. La plupart des analyses mathématiques réalisées sur l'instabilité de digitation visqueuse impose un rayon de courbure $R_2 \approx b/2$ [71, 56]. La condition donnée par la loi de Laplace s'écrit alors :

$$\delta P \approx \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{2}{b} \right). \quad (6.7)$$

L'équation 6.7, est issue d'une représentation du doigt visqueux pour laquelle on néglige la formation d'un film liquide aux parois. Afin de prendre en compte la présence du film liquide, Park et Homzy [62] ont proposé une loi de Laplace modifiée :

$$\delta P = \frac{\gamma}{2/b} \left(1 + 3,80 \left(\frac{\eta U_n}{\gamma} \right)^{2/3} \right) + \frac{\pi \gamma}{4 R_1}. \quad (6.8)$$

où U_n représente la vitesse normale de l'interface. Cette loi de Laplace modifiée est issue des travaux réalisés par Bretherton sur les écoulements diphasiques dans des capillaires [13]. Dans cette étude, Bretherton étudie la forme prise par une bulle d'air remontant dans le long d'un capillaire remplis d'un fluide visqueux. Ces travaux amènent à la conclusion que dans la limite où le rapport $\frac{\eta U_n}{\gamma} < 0.003$, l'épaisseur d du film liquide est proportionnelle au rayon r du capillaire :

$$\frac{d}{r} = 0,643 \left(3 \frac{\eta U_n}{\gamma} \right)^{2/3}. \quad (6.9)$$

L'équation 6.8 se déduit donc des travaux de Bretherton en considérant que le rayon du capillaire peut être remplacé par l'épaisseur de la cellule. Un certain nombre de travaux expérimentaux ont été menés afin de mesurer l'épaisseur du film liquide laissé par un doigt visqueux en cellule de Hele-Shaw. Une étude menée par interférométrie Laser [80] montre que l'épaisseur maximale d_{max} du film obéit à une loi de la forme :

$$d = d_{max} \left(\frac{U_n}{U} \right)^{2/3}. \quad (6.10)$$

où U représente la vitesse du doigt visqueux. Ce type de loi impose une épaisseur maximale du film liquide au centre du doigt. Cette étude a permis de mettre en évidence le domaine de validité du traitement bidimensionnel de l'instabilité de Saffman-Taylor. Les corrections apportées par la prise en compte du film de mouillage sont relativement faible, dans la limite des petits rapports $\eta U_n/\gamma$.

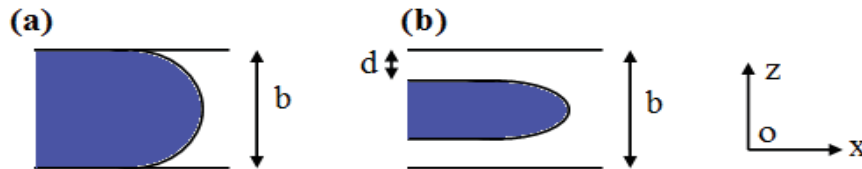


Fig.6.3 : Vue de profil du doigt visqueux. Modèle du doigt sans film de mouillage (a) et avec un film de mouillage d'épaisseur d (b).

La détermination analytique du saut de pression est d'une grande importance théorique. Comme nous le verrons par la suite, la loi de Laplace sera utilisée afin de déterminer les critères d'instabilité. La figure 6.3 schématise les deux modèles que nous venons d'aborder au travers des équations 6.7 et 6.8.

Le problème ainsi posé par Saffman et Taylor est entièrement défini. Cependant, il faudra attendre les années 1980, pour avoir une résolution complète de ce problème [17, 38, 75]. Malgré le caractère simple de sa formulation mathématique, les solutions analytiques de ce problème sont extrêmement complexes.

6.2. Analyse de la stabilité linéaire

L'analyse de stabilité linéaire consiste à regarder le devenir d'une perturbation linéaire de l'interface. Cette analyse mène à l'obtention des critères d'instabilité, c'est-à-dire des conditions nécessaires au développement de l'instabilité. Afin de simplifier l'écriture mathématique du système d'équation, on considère généralement des doigts d'air dans un fluide visqueux. Cette simplification permet de négliger la viscosité η_1 du fluide poussant. La viscosité du deuxième fluide est alors appelée η .

Dans le cadre de l'instabilité de Saffman-Taylor [16], la perturbation de l'interface est de type sinusoïdal. La figure 6.2.(a) montre le bon accord entre ce type de perturbation et les déstabilisations observées. L'interface $x(y)$ peut donc s'écrire :

$$x(y) = Ut + \varepsilon e^{\omega t} \sin(ky). \tag{6.11}$$

U représente ici la vitesse moyenne d'interface et t , la variable de temps. La perturbation est définie par son vecteur d'onde k et son amplitude ε (Fig.6.4). La fonction $\omega(k)$ est appelée relation de dispersion.

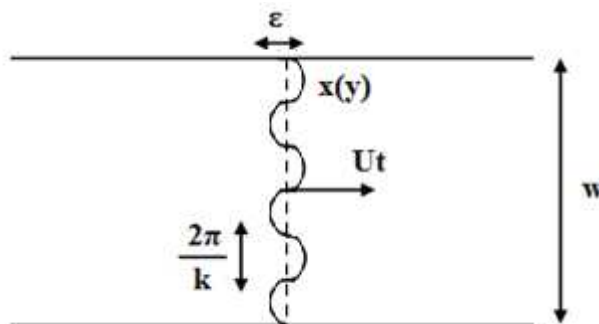


Fig.6.4 : Schéma de la perturbation appliquée à l'interface.

Dans la mesure où on considère une amplitude $\varepsilon \rightarrow 0$, on distingue alors trois régimes selon le signe de la fonction $\omega(k)$.

Pour une fonction $\omega(k) < 0$, la perturbation va s'atténuer dans le temps et l'interface restera linéaire. L'avancée de l'interface est alors générée par un gradient de pression égal à :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{12\eta U}{b^2}. \quad (6.12)$$

La fonction $\omega(k) = 0$, implique une perturbation inchangée dans le temps. Enfin pour une relation de dispersion positive, la perturbation s'amplifie conduisant à la naissance d'un doigt visqueux.

L'équation 6.11 permet d'écrire le champ de pression induit par la perturbation. En effet, à l'aide des équations 6.1 et 6.4 le champ de pression prend la forme suivante :

$$P(x, y) = \frac{12\eta\varepsilon\omega}{b^2} e^{\omega t + kx} \sin(ky). \quad (6.13)$$

Lorsqu'on injecte le terme de pression de l'équation 6.13 dans la loi de Laplace, on obtient la relation de dispersion de l'instabilité de digitation pour un fluide Newtonien. Cette relation s'écrit :

$$\omega = Uk - \frac{\gamma b^2}{12\eta} k^3. \quad (6.14)$$

La figure 6.5 représente le comportement de la fonction $\omega(k)$.

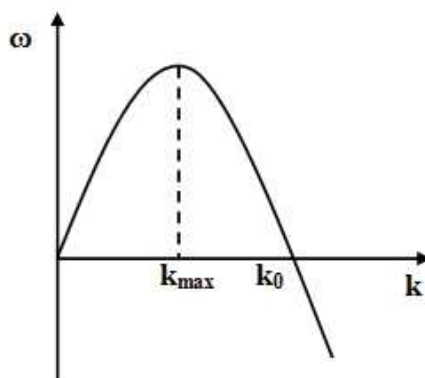


Fig.6.5 : Comportement de la relation de dispersion pour des fluides Newtoniens.

En l'absence de tension superficielle, la relation de dispersion est toujours positive. L'interface est alors plane et constamment instable. Dans le cas où on considère la présence de tension superficielle, la relation de dispersion est alors positive pour des vecteurs d'onde inférieurs à une valeur critique k_0 :

$$k_0 = \sqrt{\frac{12\eta U}{\gamma b^2}}. \quad (6.15)$$

La relation de dispersion est maximale pour une valeur k_{max} égale à :

$$k_{max} = \frac{2}{b} \sqrt{\frac{\eta U}{\gamma}}. \quad (6.16)$$

La valeur de k_{max} est reliée à une longueur d'onde pour laquelle le système est le plus instable possible. Cette longueur d'onde est appelée longueur capillaire et représente la taille caractéristique de la perturbation maximale. La longueur capillaire l_{ca} s'écrit :

$$l_{ca} = \frac{2\pi}{k_{max}} = \pi b \sqrt{\frac{\gamma}{\eta U}}. \quad (6.17)$$

On constate alors que la taille caractéristique du problème est gouvernée par la grandeur adimensionnelle $\frac{\gamma}{\eta U}$. Ce rapport définit le nombre capillaire Ca :

$$Ca = \frac{\eta U}{\gamma}. \quad (6.18)$$

Le nombre capillaire représente le rapport entre les deux forces s'exerçant sur l'interface. D'un côté, les forces visqueuses représentées par la grandeur caractéristique ηU , tendent à diminuer la surface de séparation entre les deux fluides. Par ailleurs, la présence d'une tension superficielle γ tend au contraire, à minimiser l'énergie de surface et donc à élargir la surface de séparation des deux fluides. L'instabilité de Saffman-Taylor est donc issue de la compétition entre ces deux forces. Le doigt visqueux est alors entièrement gouverné par le nombre capillaire Ca .

La relation de dispersion 6.14 est issue d'une modélisation bidimensionnelle avec une loi de Laplace de la forme 6.7. Les effets du film liquide présent entre le doigt visqueux et les parois de la cellule peuvent être pris en compte au travers de la loi de Laplace de la forme 6.8. La relation de dispersion de l'instabilité devient alors :

$$\omega = U \left(k - \frac{\pi}{4} \frac{b^2}{12Ca} k^3 \right) (1 + 0,42kbCa^{-1/3})^{-1}. \quad (6.19)$$

On constate que dans la limite des nombres capillaire petits ($Ca \rightarrow 0$), la relation de dispersion 6.19 tend vers une forme équivalente à celle donnée par l'équation 6.14. Ceci nous permet d'établir la validité d'un traitement bidimensionnel de l'instabilité de digitation visqueuse. Pour des nombres capillaires très petits devant l'unité, les effets du film de mouillage sont négligeables et l'instabilité peut être traitée en deux dimensions. En revanche, pour une certaine gamme de nombres capillaire non nuls, les effets tridimensionnels ne peuvent plus être négligés. Cependant les deux relations de dispersion 6.14 et 6.19 ont le même comportement qualitatif. En effet, en l'absence de tension superficielle, l'interface est toujours instable dans les deux cas. Pour des tensions superficielles non nulles, l'interface est instable pour une certaine gamme de longueur de perturbation. La longueur capillaire issue de la relation de dispersion 6.19 est généralement plus petite que celle définie par l'équation 6.17.

L'analyse de stabilité linéaire reprise par Saffman et Taylor [16] a été réalisée pour des fluides Newtoniens. Il est cependant possible de calculer, en suivant la démarche donnée précédemment, la relation de dispersion de l'instabilité de digitation visqueuse en considérant des modèles rhéologiques de fluides complexes. De nombreux travaux expérimentaux ont mis en évidence la formation de doigts visqueux pour des fluides complexes [21, 50, 51, 10]. Ces doigts visqueux présentent en général des motifs différents de ceux observés pour des fluides Newtonien. Un premier travail théorique a été réalisé par Wilson [91]. Cette étude a pour but de donner les critères d'instabilité pour une famille de fluides complexes. Dans ce travail, la loi de constitution considérée est une loi en puissance. La relation de dispersion ainsi obtenue sera généralisée par la suite [43]. Ces travaux mènent à la conclusion que la relation de dispersion de l'instabilité est dépendante de la nature du fluide considéré. Il est à noter que ce type d'étude est relativement récent. A ce titre, le travail réalisé par Wilson apparait comme le point de départ d'un champ relativement nouveau de l'étude de l'instabilité de Saffman-Taylor.

Afin de visualiser l'impact de la loi de constitution sur la relation de dispersion, il est possible, a titre d'exemple, d'étudier les critères d'instabilité pour un comportement rhéologique simple de la forme [83]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta = \eta_0 \rightarrow \dot{\gamma} < C_0 \\ \eta = \alpha\dot{\gamma} + \beta \rightarrow \dot{\gamma} \in [C_0, C_1]. \\ \eta = \eta_1 \rightarrow \dot{\gamma} > C_1 \end{array} \right. \quad (6.20)$$

Dans cette modélisation, pour $\alpha < 0$, les grandeurs C_0 et C_1 représentent les limites de la gamme de vitesse de cisaillement de la zone rhéofluidifiante du fluide. Cette loi de constitution représente un fluide s'écoulant en cellule de Hele-Shaw avec une stratification de son profil de vitesse. Les différentes zones du profil de vitesse sont caractérisées par les grandeurs spatiales z_0 et z_1 , données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_0 = -\eta_0 C_0 \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^{-1} \\ z_1 = -\eta_1 C_1 \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^{-1} \end{array} \right. \quad (6.21)$$

La figure 6.6 illustre la forme du profil de vitesse dans l'épaisseur de la cellule, pour une loi de constitution de la forme 6.20.

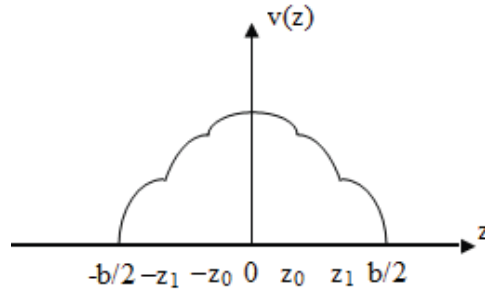


Fig.6.6 : Forme du profil de vitesse de la loi de constitution de la forme 6.20 [83].

La connaissance du profil de vitesse permet d'écrire la loi de Darcy correspondante à un tel fluide. En définissant les deux grandeurs ϑ_0 et ϑ_1 comme :

$$\begin{cases} \vartheta_0 = \eta_0^2 C_0^3 \left(1 - \frac{\eta_0}{\beta}\right) \\ \vartheta_1 = \eta_1^2 C_1^3 \left(1 - \frac{\eta_1}{\beta}\right) \end{cases} \quad (6.22)$$

la loi de Darcy modifiée s'écrit alors:

$$\langle v \rangle = -\frac{b^2}{12\eta_1} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{2(\vartheta_0 - \vartheta_1)}{3b(\partial P / \partial x)^2}. \quad (6.23)$$

La relation de dispersion correspondante peut s'écrire en fonction des deux rapports, $N = \eta_0/\eta_1$ et $E = C_0/C_1$, sous la forme :

$$\begin{cases} \omega = \left(Uk - \frac{\gamma b^2}{12\eta} k^3\right) a^2 \\ a^2 = \frac{1}{N} - 16 \left(\frac{\eta_0 C_0}{b} \left(-\frac{\partial P}{\partial x}\right)^{-1}\right)^3 \frac{(1-N)}{(E-N)} (1 - E^4 N^2) \end{cases} \quad (6.24)$$

On constate que la relation de dispersion possède une forme similaire à celle caractéristique de l'instabilité pour des fluides Newtoniens, à une constante a^2 près. Cela suggère que la particularité rhéologique du système est représentée par cette constante. La constante a^2 est entièrement déterminée par l'épaisseur de la cellule, le gradient de pression et les paramètres rhéologiques du fluide.

On distingue plusieurs régime d'instabilité, suivant le signe de a^2 . Qualitativement, l'instabilité se comporte de la même manière que pour un fluide Newtonien, pour des valeurs de $a^2 > 0$. Les valeurs des nombres d'onde k_0 et k_{max} sont inchangés. Cependant, la valeur du taux d'accroissement maximal ω_{max} est pondérée par la constante a. Cette situation se produit pour des fluides fortement rhéofluidifiant avec de forts gradients de pression et pour une valeur du produit $C_0\eta_0$ faible.

Par ailleurs, l'équation 6.24 laisse entrevoir un mécanisme oscillatoire de l'instabilité de Saffman-Taylor. En effet, pour des valeurs de $a^2 < 0$, la perturbation oscillera. Une telle situation

peut être imaginée pour des gradients de pression faibles et une forte valeur du produit $C_0\eta_0$. Cette étude prévoit donc un de nouveaux régimes d'instabilité pour un type de fluide rhéofluidifiant. Ces résultats montrent donc que le taux d'accroissement de l'instabilité est directement relié à la loi de constitution du fluide. Ce résultat est commun à plusieurs analyses différentes [91, 43].

Dans le cadre d'une étude de l'instabilité de digitation visqueuse pour des solutions de Xanthane, il est possible de calculer la relation de dispersion pour des modèles rhéologiques de loi en puissance. Cependant pour des lois de constitution de la forme $\dot{\gamma} = (\sigma/K)^{1/n}$, l'accord entre le modèle théorique et les courbes expérimentales diverge. Une étude récente [57] propose d'écrire la relation de dispersion de l'instabilité avec un modèle rhéologique de loi en puissance modifié. Cette loi prend en compte un régime Newtonien de viscosité η_0 pour les faibles valeurs de vitesse de cisaillement. La loi de constitution s'écrit [01] :

$$\dot{\gamma} = \frac{\sigma}{\eta_0} \left[1 + \left(\frac{\sigma}{\sigma_n} \right)^{2n} \right]. \quad (6.25)$$

Dans de telles conditions la relation de dispersion de l'instabilité s'écrit :

$$\omega = (Gk - \gamma k^3) \frac{\varphi}{G} \sqrt{\frac{2n+3+6n \left(\frac{Gb}{2\sigma_n} \right)^{2n}}{2n+3+3 \left(\frac{Gb}{2\sigma_n} \right)^{2n}}}. \quad (6.26)$$

où $G = -\nabla(P)$. La fonction φ est donnée par la loi de Darcy pour le régime Newtonien :

$$\varphi = \frac{|\nabla(P)|b^2}{12\eta_0}. \quad (6.27)$$

Les conclusions de cette étude montrent, là aussi, que seul le taux d'accroissement de l'instabilité est affecté par le caractère rhéofluidifiant du fluide. Le comportement de l'instabilité est sensiblement le même que pour des fluides Newtoniens. En effet, dans les deux cas, l'instabilité se produit pour la même gamme de gradients de pression.

Depuis la première analyse de stabilité linéaire du problème de Saffman et Taylor [14], les critères d'instabilité pour des fluides Newtoniens est bien compris. Les relations de dispersion calculées pour des fluides complexes montrent clairement que le mécanisme de l'instabilité est différent en comparaison de celui des fluides Newtoniens. La loi de constitution du fluide détermine la valeur du taux d'accroissement maximal de l'instabilité.

6.3. Forme du doigt visqueux Newtonien

L'analyse de stabilité linéaire a pour but d'étudier le devenir des perturbations à l'origine de l'instabilité. En plus des critères d'instabilité, elle permet de déterminer la longueur capillaire, c'est à dire la grandeur caractéristique de la perturbation initiale. Cependant, les observations réalisées par

Saffman et Taylor ont montré que l'instabilité conduit à la formation d'un doigt stable. Ce motif n'est pas explicable par une étude de la stabilité linéaire.

Les expériences réalisées sur plusieurs huiles différentes [71], ont permis de mettre en évidence les grandeurs caractéristiques du doigt visqueux. Ce doigt se caractérise par sa vitesse U et sa largeur relative $\lambda = L_d/W$, où L_d et W représentent respectivement la largeur du doigt et de la cellule. Une des conclusions de l'étude menée par Saffman et Taylor est que ces deux paramètres sont couplés entre eux. En effet la figure 6.7 montre la largeur relative de doigts d'eau dans différentes huiles en fonction du nombre capillaire Ca . Cette courbe montre que la largeur relative du doigt est sélectionnée par sa vitesse. De plus la largeur relative des doigts semble suivre une courbe maîtresse donnée par le nombre capillaire. Lorsque le nombre capillaire augmente, la largeur semble tendre vers une limite $\lambda = 0,5$. Cette limite a été l'objet de nombreuses interrogations et les conclusions de l'étude menée par Saffman et Taylor n'ont pas permis de l'expliquer.

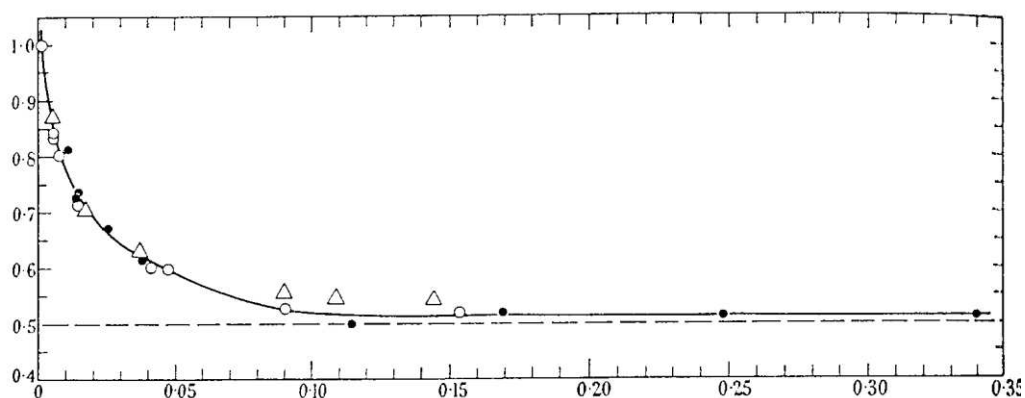


Fig.6.7 : Largeur relative des doigts pour des doigts d'eau dans deux types d'huiles en fonction du nombre capillaire Ca [71].

La figure 6.7, montre clairement que le nombre capillaire peut être considéré comme le paramètre de contrôle de l'instabilité. Cependant la courbe de dépendance de la largeur relative (Fig.6.7) a été obtenue pour une seule et même cellule d'écoulement. Le nombre capillaire ne tient donc pas compte de la géométrie de la cellule. On trouve, dans la littérature [49], un autre paramètre de contrôle de la largeur relative qui prend en compte la géométrie de la cellule. Ce paramètre est noté B et est définie par la relation :

$$\frac{1}{B} = 12Ca \left(\frac{W}{b} \right)^2 . \quad (6.28)$$

Lorsque la géométrie de la cellule change, la largeur relative des doigts en fonction du paramètre $1/B$, suit une même courbe maîtresse.

Dans leurs travaux initiaux, Saffman et Taylor ont pu modéliser la forme du doigt visqueux en l'absence de tension superficielle [71]. En effet, en supposant l'écoulement potentiel autour du doigt, il est possible de modéliser le contour de l'interface à l'aide d'une transformation conforme. On obtient alors une équation paramétrée du contour du doigt. Le contour ainsi calculé dépend uniquement du paramètre λ . La coordonnée $x(y)$ du contour du doigt est donnée par l'équation :

$$\frac{x(y)}{w} = \frac{1-\lambda}{\pi} \ln \left(\frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{\pi(y/w)}{\lambda} \right) \right) \right). \quad (6.29)$$

L'équation 6.29 donne un ensemble de solutions dépendantes de la largeur relative λ . Cet ensemble de solution est aussi appelé continuum des solutions de Saffman. La figure 6.8 représente plusieurs solutions de l'équation 6.29 pour différents λ . On remarque qu'en l'absence de tension superficielle, le front du doigt tend à s'aplanir lorsque la largeur relative augmente.

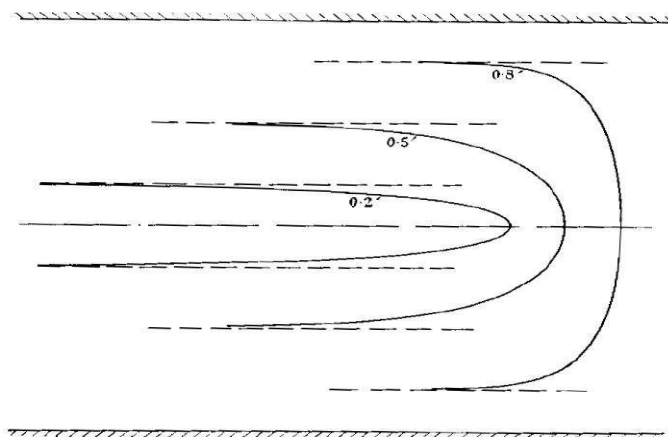


Fig.6.8 : Différents profils de doigt calculés suivant l'équation de Saffman et Taylor pour des largeurs relatives égales à 0,2, 0,5 et 0,8 [71].

Les résultats expérimentaux et les profils calculés suivant les solutions de Saffman sont en bon accord, pour des largeurs relatives proche de 0,5 obtenues pour les grandes vitesses de doigt. Cependant ce modèle théorique n'est plus en accord avec les expériences pour des largeurs relatives nettement supérieures à 0,5. Cette situation se produit pour de faibles nombres capillaires correspondant aux faibles vitesses du doigt. Dans ce cas, les effets de la tension de surface ne peuvent plus être négligés et les hypothèses nécessaires à l'obtention de l'équation 6.29 ne sont plus vérifiées.

Les travaux de Saffman et Taylor ont permis de mettre en évidence les mécanismes et les paramètres de contrôle de l'instabilité qui porte leurs noms. Cependant, une analyse du problème pour une tension superficielle nulle, ne permet pas d'expliquer la sélection d'une largeur relative limite $\lambda = 0,5$ observée pour les grandes vitesses.

Il faudra attendre 1986 pour qu'une solution analytique au problème de la sélection de la largeur relative soit trouvée [17, 38, 75]. Un travail numérique effectué par Saffman et Mclean [56] à permis de mettre en évidence que la tension de surface est responsable de ce mécanisme de sélection. La démarche consiste à étudier les effets de petites perturbations sur le nombre capillaire. En présence de tension superficielle, le continuum de solution de Saffman est alors remplacé par une série discrète de λ_n issue de la théorie des perturbations. Les expériences menées par Saffman et Taylor montrent donc un exemple d'instabilité où seul l'ordre zéro de la perturbation est linéairement stable et où les termes secondaires de la perturbation s'atténuent. La solution converge donc vers un doigt stable dont la forme est décrite par le continuum de solution de Saffman. Des observations de doigts dendritiques correspondent à un autre exemple de croissances dans lequel, les termes secondaires de la perturbation croient exponentiellement et mènent à la formation d'un motif non décrit par le continuum de Saffman. La figure 6.9 montrent que tout les λ_n convergent vers la même valeur limite $\lambda = 0,5$ pour le cas limite $Ca^{-1} \rightarrow 0$.

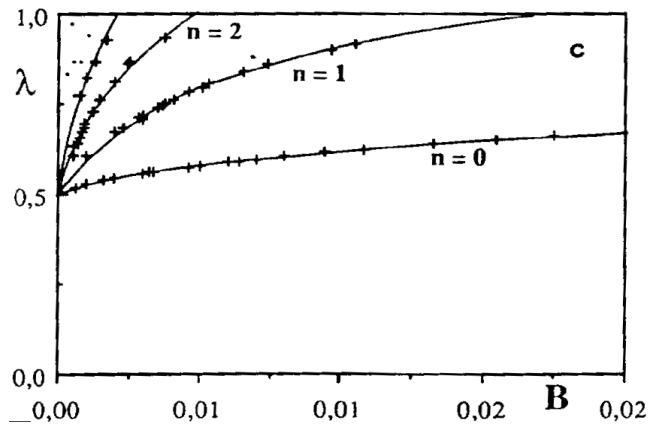


Fig.6.9 : Largeur relative λ_n en fonction du paramètre B , pour différentes valeurs de n . [18].

Les courbes de la figure 6.9, calculées pour plusieurs n , sont issues de l'équation [32]:

$$\begin{cases} \lambda_n = \frac{(16\pi^2)^{2/3}}{8} a_n (1/B)^{-2/3} + \frac{1}{2} \\ a_n \approx 2 \left(n + \frac{4}{7} \right)^2 \end{cases} \quad (6.30)$$

Les coefficients a_n ont été estimés à partir des valeurs numériques. La tension superficielle joue donc le rôle d'une perturbation particulière localisée à la pointe du doigt. Ainsi, pour une valeur de Ca donnée, seule une famille discrète de λ_n issue du continuum de solutions de Saffman est sélectionnée.

Ces études ont mené à une bonne compréhension du mécanisme de sélection du doigt visqueux et du rôle que joue la tension de surface dans l'instabilité de Saffman-Taylor. Les motifs de doigts

visqueux observés pour des fluides Newtoniens sont en bon accord avec les modèles décrits précédemment.

Malgré la valeur limite $\lambda = 0,5$ donnée par l'analyse de Saffman et McLean, on observe expérimentalement, une déstabilisation du front du doigt pour des très grandes vitesses. Pour ce régime de vitesse, le doigt se scinde (tip-splitting) et des branches secondaires apparaissent sur le doigt. De nombreux travaux ont été consacrés à l'étude de ce phénomène [62, 80]. Ces études situent l'apparition de ce phénomène de tip-splitting pour des ordres de grandeur du paramètre $1/B$ d'environ 10^3 - 10^4 .

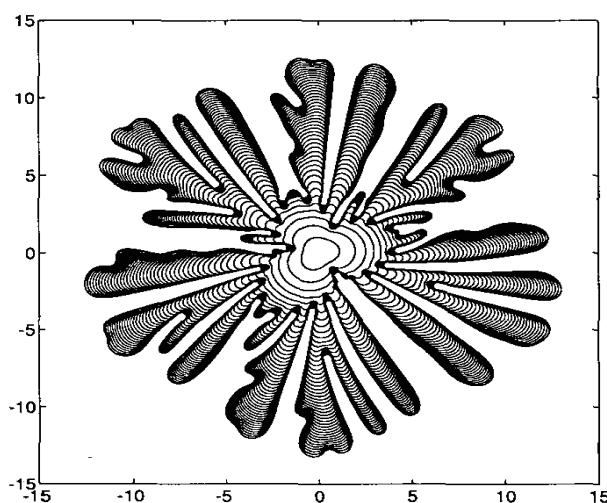


Fig.6.10 : Simulation du phénomène de tip-splitting.

La figure 6.10 montre un exemple de tip-splitting pour un fluide Newtonien obtenue avec une cellule de Hele-Shaw à type d'injection radiale.

6.4. Doigt visqueux Newtoniens anormaux

Le mécanisme de sélection qui mène à la limite d'une largeur relative $\lambda = 0,5$ a bien été compris lors de l'analyse de Saffman et McLean [56]. Expérimentalement, les observations faites par Saffman et Taylor [71] n'ont pas permis d'identifier des doigts de largeur relative inférieure à $\lambda = 0,5$.

Des expériences de digitation dans des cellules d'écoulement présentant des perturbations géométriques ont été réalisées [65, 19]. Ces expériences ont pu mettre en évidence l'existence de doigts de largeur relative plus petite que $\lambda = 0,5$ pour des grandes vitesses. Ces doigts sont généralement appelés doigts visqueux anormaux. Les perturbations géométriques sont constituées de rayures sur une des plaques de la cellule d'écoulement. Ces rayures agissent alors comme une perturbation supplémentaire à la pointe du doigt. Ainsi la tension superficielle ne suffit plus à sélectionner la valeur

limite $\lambda = 0,5$. Le continuum de solution de Saffman s'applique à nouveau et le contour des doigts est donné par l'équation 6.29 pour des largeurs relatives inférieures $\lambda = 0,5$. Ces travaux ont permis de montrer que seul le rayon de courbure de la pointe est sélectionné par la vitesse du doigt. La figure 6.11 montre un exemple d'adaptation de la largeur relative d'une série de doigt à vitesse constante. Pour une cellule d'écoulement d'épaisseur fixe et de largeur variable, une série de doigts visqueux de même vitesse possèdent le même rayon de courbure.

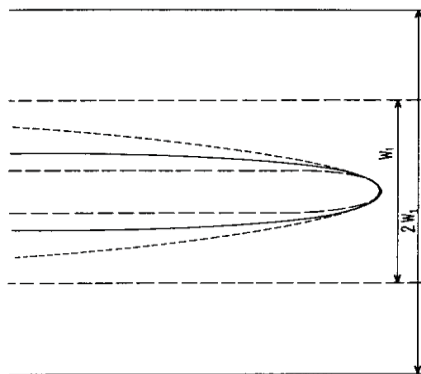


Fig.6.11 : Exemple de trois doigts visqueux de même vitesse pour des largeurs de cellule différentes. Bien que la largeur du doigt varie, les rayons de courbure de la pointe sont identiques [65].

Une approximation parabolique de la forme de la pointe du doigt permet d'écrire la dépendance entre le rayon de courbure ρ de la pointe et la largeur relative du doigt. Cette relation est donnée par [65] :

$$\rho = \frac{w\lambda^2}{\pi(1-\lambda)}. \quad (6.31)$$

L'équation 6.31 montre donc que la largeur relative du doigt est fixée par un couple de paramètre donné par le rayon de courbure et la largeur de la cellule. La figure 6.12 illustre la dépendance entre le rayon de courbure de la pointe et la longueur capillaire. Cette figure permet de mettre en évidence un régime de nombre capillaire, pour lequel, le rayon de courbure est proportionnel à la longueur capillaire. Il en résulte, en nommant α le coefficient de proportionnalité [65] :

$$\begin{cases} \rho = \alpha l_{ca} \\ \lambda = \frac{\pi\alpha\sqrt{B}}{2} \left[\left(1 + \frac{4}{\pi\alpha\sqrt{B}} \right)^{1/2} - 1 \right]. \end{cases} \quad (6.32)$$

Pour des petites valeurs du nombre capillaire, le rayon de courbure semble saturer vers une valeur constante. Cet effet est très probablement dû au caractère tridimensionnel du doigt visqueux. En effet cette saturation intervient pour des valeurs de la longueur capillaire du même ordre de grandeur que l'épaisseur de la cellule b .

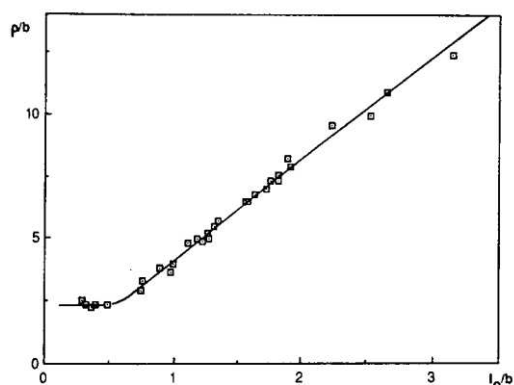


Fig.6.12 : Rayon de courbure en fonction du nombre capillaire l_{ca} [65]. La courbe est normalisée par l'épaisseur b de la cellule.

6.5. Doigt visqueux pour des solutions de Xanthane

On trouve de nombreuses études sur les expériences de digitation visqueuse réalisées pour des fluides complexes [49, 33, 55]. L'utilisation de solutions de Xanthane permet d'isoler l'effet d'une viscosité dépendante du taux de cisaillement sur les motifs de digitation observés. Les travaux réalisés pour des solutions de Xanthane [49, 50, 51] mettent en évidence l'apparition de doigts stables de largeur relative plus petite que celle observée pour des fluides Newtoniens. La limite $\lambda = 0,5$ ne semble plus être valable pour des solutions de Xanthane.

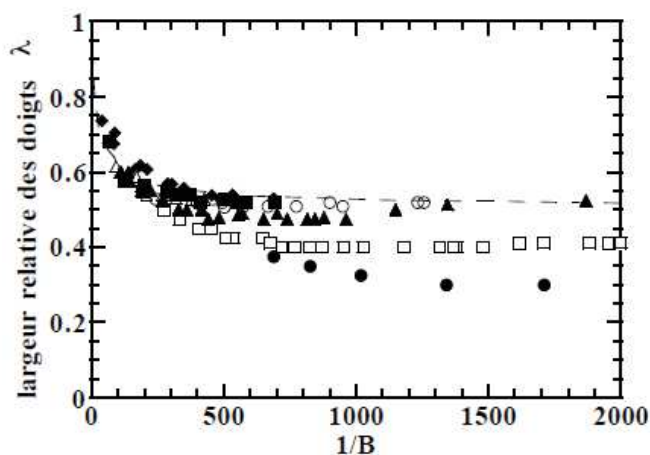


Fig.6.13 : Largeur relative des doigts en fonction du paramètre $1/B$ pour des solutions de Xanthane de 100, 200, 500, 1000 et 1750 ppm [49].

La figure 6.13 montre la relation entre la largeur relative de plusieurs concentrations différentes de polymère et le paramètre $1/B$. Notons que le paramètre $1/B$ utilisé dans la figure 6.13 à été modifiée par rapport à la définition donné par l'équation 6.28. En effet, le paramètre à été adapté pour tenir compte de l'aspect rhéofluidifiant des solutions de Xanthane. Ce nouveau paramètre, issue d'une loi en puissance de la forme $\eta(\dot{\gamma}) = K\dot{\gamma}^{n-1}$, est donné par la relation :

$$\begin{cases} \frac{1}{B} = 12 \left(\frac{w}{b}\right)^2 \frac{UK\dot{\gamma}^{n-1}}{\gamma} \\ \dot{\gamma} = \frac{U}{b} \frac{2(2n+1)}{n+1} \end{cases} \quad (6.33)$$

Les résultats obtenus [52] sont à rapprocher des résultats obtenus pour des doigts visqueux Newtoniens anormaux. En effet le caractère rhéofluidifiant des solutions de Xanthane crée une perturbation. Cette perturbation rajoute une condition supplémentaire à la pointe du doigt. Le contour des doigts visqueux est alors complètement déterminé par les solutions de Saffman données dans l'équation 6.29. La tension superficielle ne joue plus son rôle de sélection de la valeur limite $\lambda = 0,5$ pour les hautes vitesses.

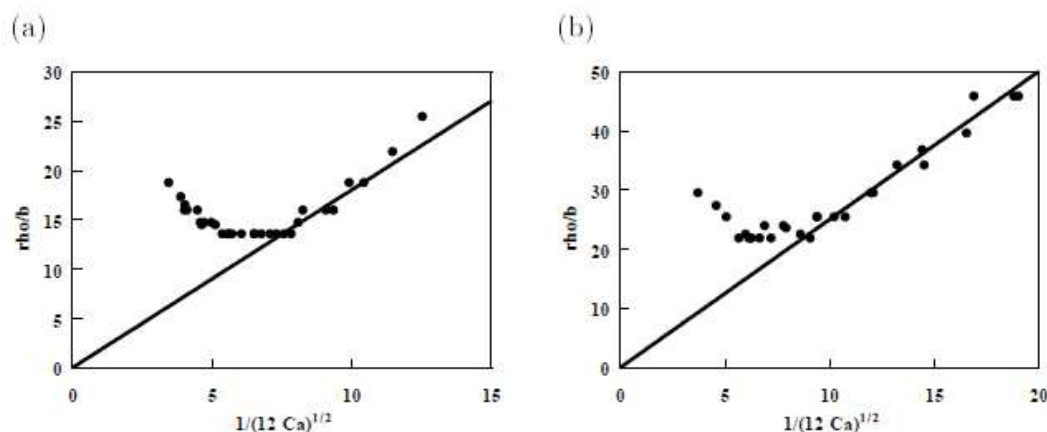


Fig.6.14 : Rayon de courbure adimensionnalisé en fonction de la grandeur $1/\sqrt{12Ca}$ pour une solution de Xanthane 1000 ppm (a) et 500 ppm (b) [49].

La figure 6.14 montre le comportement du rayon de courbure en fonction du nombre $1/\sqrt{12Ca}$. Ce nombre est proportionnel à la longueur capillaire. On constate que le rayon de courbure est proportionnel à la longueur capillaire dans la limite des grandes valeurs du nombre capillaire. Il est possible d'exprimer le coefficient de proportionnalité α en fonction du paramètre rhéologique n du fluide. Ce paramètre est estimé par la relation [49] :

$$\alpha = 4,29 n. \quad (6.34)$$

Par ailleurs, on constate une saturation du rayon de courbure pour les faibles valeurs de longueur capillaire.

Bien que les résultats présentés soient qualitativement identiques à ceux obtenus pour les doigts visqueux Newtoniens, l'origine physique des deux phénomènes semble pourtant différente. En effet, la valeur des nombres capillaires pour lesquels interviennent le phénomène de saturation est dépendant de la nature du fluide. Cette longueur capillaire critique est donc fixée par la concentration en polymère de la solution. De plus la valeur du coefficient de proportionnalité est lui aussi dépendant du paramètre rhéologique n . Bien que les travaux réalisés sur les doigts visqueux anormaux permettent d'expliquer qualitativement les résultats obtenus pour des solutions de Xanthane, ils ne donnent pas l'origine physique de la dépendance entre le rayon de courbure et la longueur capillaire.

Chapitre 7

Instabilité de Saffman-Taylor aux fortes vitesses de digitation.

Ce chapitre est dédié à l'étude du phénomène de digitation visqueuse pour une famille structurale de fluides complexes et pour de fortes vitesses d'injection. Dans un premier temps, nous discuterons de la croissance des doigts visqueux. Nous montrerons, dans la gamme de vitesse d'injection choisies, qu'il est possible d'établir un lien entre les différentes grandeurs caractéristiques de la croissance du doigt. Ainsi, nous verrons, qu'à débit d'injection donné, le produit entre la largeur relative du doigt et sa vitesse est constant quelque soit la concentration en Xanthane. Par ailleurs, une étude de vélocimétrie nous permettra de déterminer le champ de vitesse du fluide poussé par le doigt visqueux. L'obtention des lignes de courant nous conduira à proposer une modélisation de l'écoulement par un écoulement de type Rankine.

7.1. Visualisation par caméra rapide

Dans ce paragraphe, nous traiterons des expériences de visualisation de l'instabilité de digitation visqueuse. L'objectif de cette étude est la caractérisation de la croissance des doigts visqueux dans la cellule de Hele-Shaw. Une caméra rapide (Photron fastcam), reliée à un système d'acquisition d'images, est placée à la verticale de la cellule d'écoulement. Une source lumineuse homogène et étendue est située en dessous de la cellule afin d'optimiser le contraste des images. La figure 7.1 donne le schéma de principe des mesures réalisées.

Nous avons étudié le phénomène de digitation visqueuse dans des solutions de Xanthane de 500, 1250, 2500 et 5000 ppm. L'air est injecté à l'aide du système d'injection décrit au chapitre 3. Ces expériences ont été réalisées pour trois vitesses de piston différentes : 1.5, 15 et 150 mm/s. Ces vitesses correspondent respectivement aux débits d'air injectés de $1,52 \times 10^3$, $1,52 \times 10^4$, $1,52 \times 10^5$ mm³/s. La vitesse d'acquisition de la camera est laissée constante et égale à 3000 images/s. Un système d'acquisition permet de traiter numériquement les images. La calibration est effectuée à l'aide d'un régleur métallique gradué et posé à la surface de la cellule d'écoulement. Suite à un traitement

« binaire » des images de calibration, nous avons pu étalonner la distance en pixel des graduations du réglet. Cette calibration définit la valeur du pixel à 0.20 ± 0.01 mm.

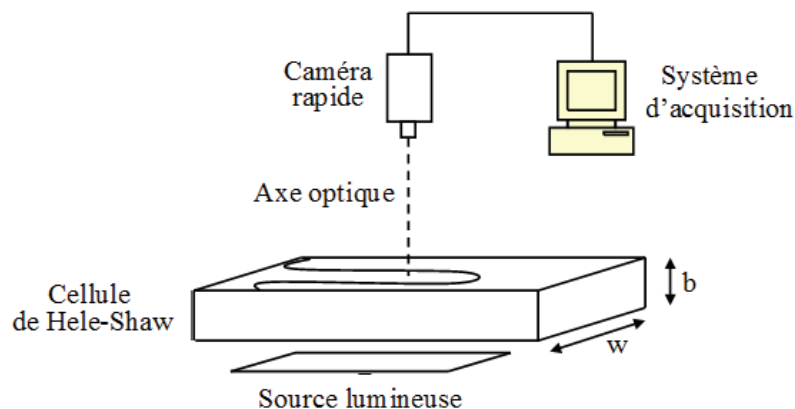


Fig.7.1 : Schéma de principe pour la caractérisation de la croissance des doigts visqueux par visualisation sous caméra rapide.

A titre d'exemple, la figure 7.2 montre les images de doigts visqueux caractéristiques pour des solutions de Xanthane de 500 et 5000 ppm aux trois vitesses d'injection différentes. Pour des débits d'injection compris entre 10^3 - 10^4 mm³/s, nous avons observé la formation de doigts stables et de forme régulière pour l'ensemble des solutions étudiées (Fig7.2.(a).(b).(d).(e)). Pour des débits supérieurs (10^5 mm³/s) et pour la totalité des fluides, les doigts adoptent une forme irrégulière et présentent pour les fortes teneurs en Xanthane un mécanisme de « tip-splitting » qui correspond à une division de la pointe du doigt (Fig7.2.(c).(f)). Qualitativement, nous avons observé que la vitesse des doigts augmente avec le pourcentage de polymère dans la solution. Par ailleurs, à concentration donnée, la vitesse des doigts augmente avec la vitesse d'injection. Pour les solutions les plus diluées aux plus faibles vitesses d'injection, nous avons mesuré des vitesses de croissance voisines de 10^{-2} m/s. Parallèlement, pour les plus fortes concentrations en Xanthane et pour les plus forts débits d'injection, nous avons mesuré des vitesses de croissance des doigts proche de 1 m/s (Fig.7.2.(c) et 7.2.(f)). Par la suite, nous présenterons une étude plus quantitative de la vitesse des doigts.

Les observations de « tip-splitting » peuvent être comparées à celles obtenues par Tabeling *et al.* dans des conditions expérimentales contrôlées [80]. Dans cette étude de digitation visqueuse de fluides Newtoniens, l'apparition des phénomènes de « tip-splitting » est observée pour des valeurs seuil du paramètre $1/B \approx 6 \times 10^4$. Dans le cadre de notre travail, nous pouvons estimer la grandeur $1/B$ en tenant compte des paramètres n et K de la loi de constitution des fluides grâce à l'équation donnée au chapitre 6 [50]:

$$\frac{1}{B} = 12 \left(\frac{w}{b}\right)^2 \frac{UK}{\gamma} \left(\frac{2U(2n+1)}{b(n+1)}\right)^{n-1}. \quad (7.1)$$

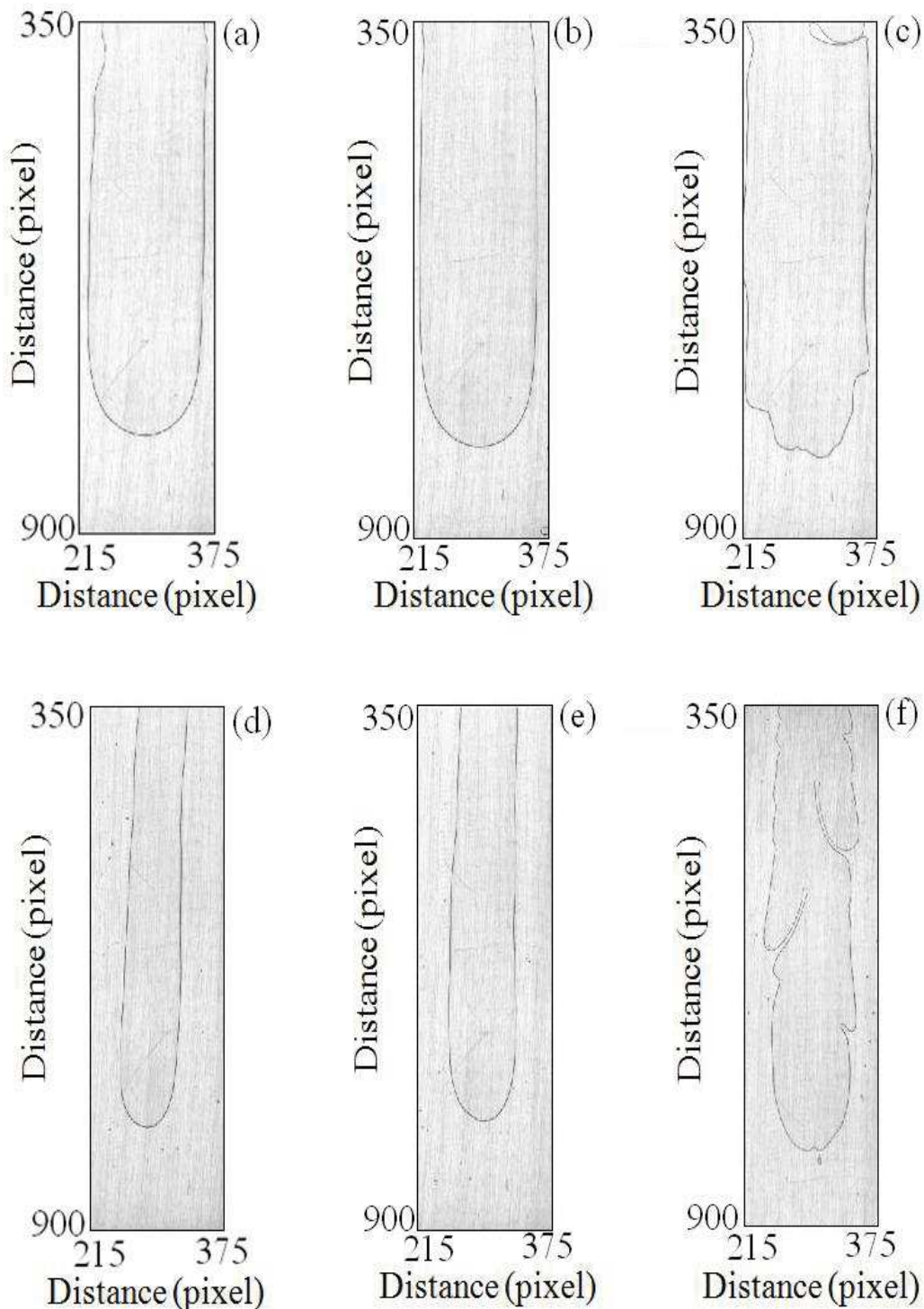


Fig.7.2 : Exemple de propagation de doigts d'air dans des solutions de Xanthane de 500 ppm, à des vitesses d'injections de 1,5 (a), 15 (b), 150 (c) mm/s, et de 5000 ppm, à des vitesses d'injections de 1,5 (d), 15 (e), 150 (f) mm/s.

Pour l'ensemble des fluides étudiés nous avons obtenu un même ordre de grandeur de la valeur critique du paramètre $1/B$: $1/B \approx 7 \times 10^3$. Cette valeur est en accord avec les résultats de Park et Homzy [62] et diffère de celle obtenue par Tabeling *et al.* par une moins grande précision de la cellule et de la pureté des fluides.

Les expériences de visualisation par caméra rapide ont permis de mesurer la vitesse d'avancée des doigts dans la cellule de Hele-Shaw. Les vitesses de digitation ont été calculées à partir de la mesure de la position de l'extrémité des doigts entre deux images consécutives séparées par temps donné (3.3×10^{-4} s). Pour la vitesse de piston de 1.5 mm/s, nous avons mesuré la distribution des vitesses de croissance des doigts pour toutes les solutions étudiées dans le cadre de ces expériences. Les résultats sont présentés à la figure 7.3 et montre que la distribution des vitesses peut être ajustée par une Gaussienne. Pour les fluides 500, 1250, 2500 et 5000 ppm, les vitesses moyennes et les écart-types sont respectivement : 78 ± 5.5 , 98 ± 7 , 138 ± 2.5 , 194 ± 2 mm/s. On note que les écart-types sont au maximum de 14% et varient peu en fonction de la concentration.

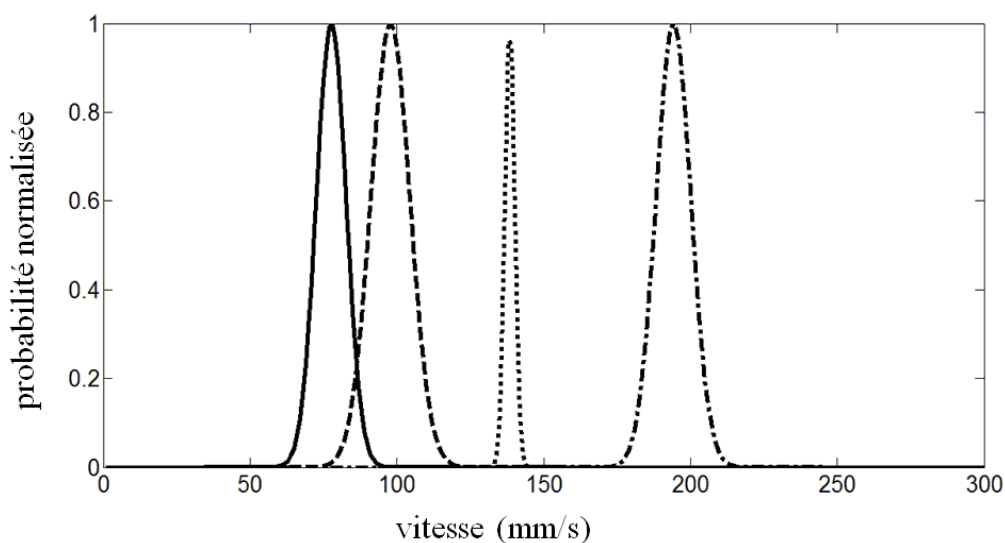


Fig.7.3 : Distribution des vitesses du doigt au court du temps de propagation pour des solutions de Xanthane de 500 (—), 1250 (— —), 2500 (••••) et 5000(* —) ppm. La vitesse de piston est de 1,5 mm/s.

Un résultat important est qu'à cette vitesse d'injection, les vitesses de croissance des doigts visqueux sont constantes dans le temps pour tous les fluides. Comme l'injection de l'air se fait à vitesse de piston constante, ce résultat indique que le gradient de pression entre le doigt et la sortie de la cellule ne varie pas au court du temps.

La figure 7.3 illustre clairement, qu'à débit d'injection donné, la vitesse du doigt augmente avec la concentration de Xanthane. Parallèlement, les observations par camera rapide montrent que la largeur des doigts diminue lorsque la concentration en polymère augmente dans la solution (Fig.7.2). L'ensemble de ces résultats est synthétisé figure 7.4. Celle-ci compare la position relative des doigts après un temps de 0.45 s des fluides 500, 1250, 2500 et 5000 ppm. Le temps de référence t_0 pour chaque solutions est choisi de telle sorte que les positions initiales du sommet des doigts coïncident entre eux (Fig7.4.(a)). On observe très nettement les effets de la concentration en Xanthane sur la forme des doigts et leur vitesse.

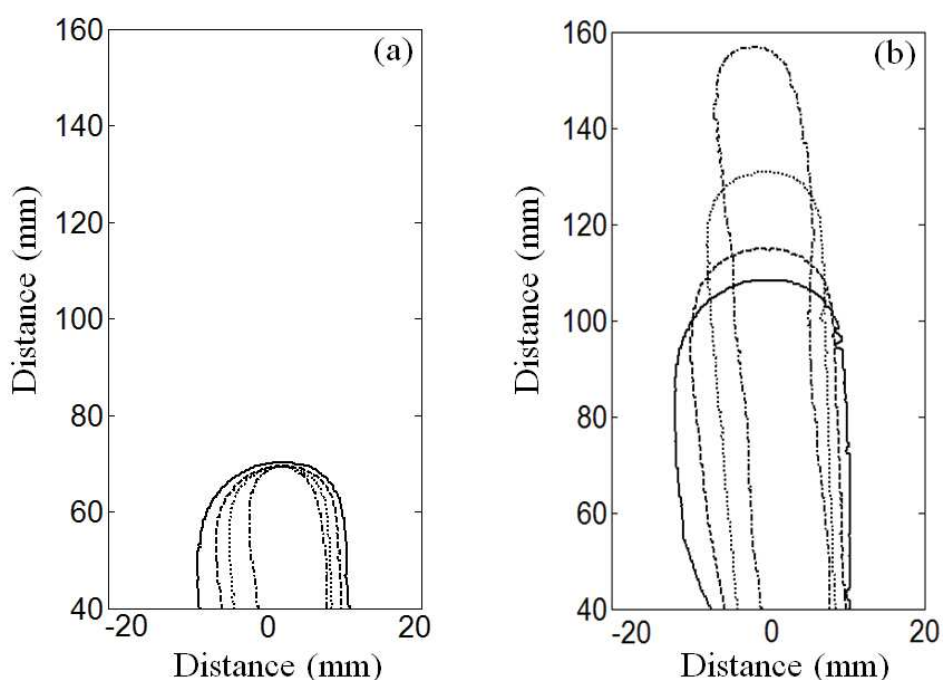


Fig.7.4 : Evolution d'un doigt visqueux d'air des solutions de Xanthane de 500 (—), 1250 (---), 2500 (....) et 5000(- · -) ppm. La vitesse de piston est de 1,5 mm/s. L'image (a) correspond à la position des doigts au temps de référence t_0 et l'image (b) au temps $t_0 + 0,45$ s.

Nous avons développé un programme pour quantifier l'évolution de la surface des doigts au court du temps. Pour chacune des expériences de digitation à la vitesse de piston $V_p=1.5$ mm/s, nous avons calculé le débit surfacique q_a du doigt d'air dans la cellule égal à l'augmentation de la surface du doigt par unité de temps. Le débit volumique Q_a du doigt peut être alors estimé par le relation :

$$Q_a \approx b \cdot q_a. \quad (7.2)$$

Sous cette hypothèse, le volume du doigt d'air est :

$$V_a \approx Q_a \cdot t + V_0, \quad (7.3)$$

où V_0 est le volume du doigt situé hors du champs de la caméra. La figure 7.5 compare l'évolution de V_d en fonction du temps pour les quatre fluides. Elle montre clairement que le débit volumique Q_d est constant pour tous les fluides, aux erreurs expérimentales près.

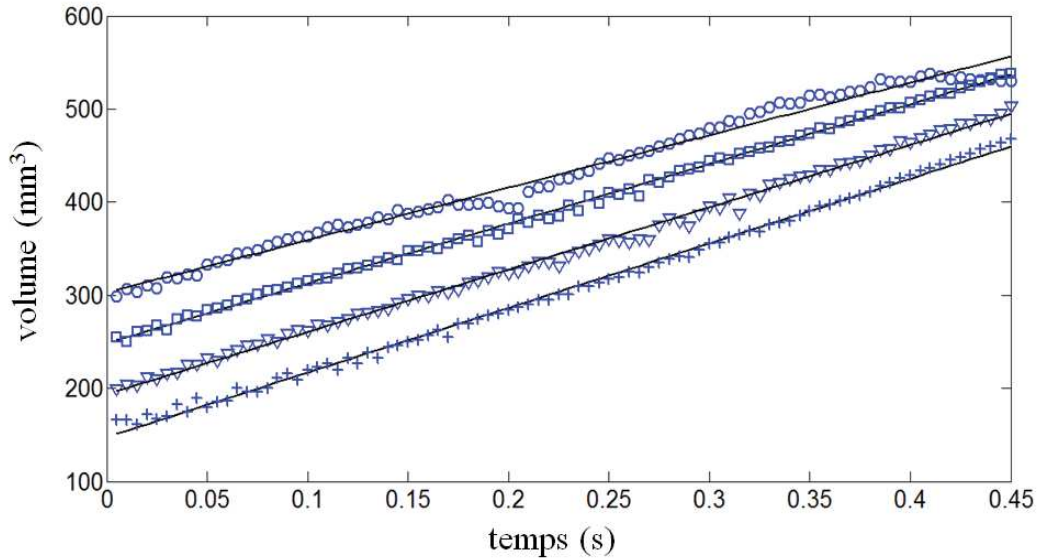


Fig.7.5 : Variation du volume d'air pour des doigts dans des solutions de Xanthane de 500 (○), 1250 (□), 2500 (▽) et 5000 (+) ppm. La droite de tendance est représentée en trait plein. La vitesse d'injection est de 1.5 mm/s.

Ainsi, il est possible après normalisation du volume V_d par V_0 de comparer le volume du doigt au volume d'air normalisé :

$$\delta V = \left(\frac{Q_d}{V_0} - \frac{v_p \pi R_s^2}{V_s} \right) t, \quad (7.4)$$

où V_s et R_s sont respectivement le volume et le rayon de la seringue d'injection. La figure 7.6 présente l'évolution de δV en fonction du temps pour l'ensemble des fluides étudiés. La pente négative de la figure illustre la compression de l'air au cours des expériences. Cette compression est responsable de l'augmentation de la pression du gaz dans le doigt. La vitesse du doigt étant constante, cette dernière est compensée par la diminution de la distance séparant la pointe du doigt de la sortie de la cellule. Nous pouvons donc conclure, dans la limite où la vitesse de piston est inférieure à la vitesse de propagation du doigt, qu'un système d'injection à vitesse de piston constante génère, en accord avec les résultats expérimentaux, des doigts visqueux de vitesse constante.

Cette analyse est à pondérer par le fait qu'une partie du doigt proche du point d'injection n'est pas observable (partie cachée par les cadres métalliques qui assurent l'étanchéité de la cellule). En

revanche, le volume d'air contenu dans la tuyauterie qui relie la seringue à la cellule d'écoulement n'intervient pas dans ce calcul de variation de volume.

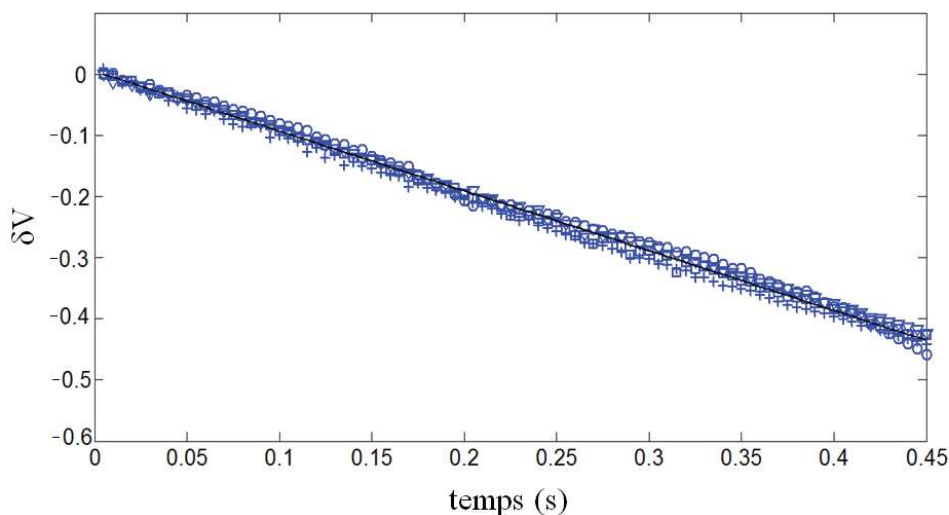


Fig.7.6 : Variation relative du volume d'air pour des doigts dans des solutions de Xanthane de 500 (○), 1250 (□), 2500 (▽) et 5000 (+) ppm. La droite de tendance est représentée en pointillés..

Les résultats ci-dessus permettent de conclure que la variation de volume du doigt au cours du temps est constante pour tous les fluides. La figure 7.7 illustre ce résultat. Deux croissances de doigts sont représentées pour la vitesse d'injection de 1,5 mm/s. Les zones grisées représentent la variation de la surface du doigt pour un temps de 0,45 s. Bien que les motifs de l'instabilité soit différents pour les deux solutions de Xanthane de 500 ppm (Fig7.6.(a)) et de 5000 ppm (Fig.7.6.(b)), les zones grisées ont la même surface.

En conclusion, ces expériences de visualisation en caméra rapide ont montré, en accord avec la littérature, que la largeur relative des doigts diminue lorsque la concentration en Xanthane augmente. D'autre part, à vitesse d'injection donnée, la vitesse des doigts augmente avec la concentration en polymère. Enfin, l'étude de l'évolution des volumes des doigts a clairement établi que ces derniers sont caractérisés par un débit volumique constant pour tous les fluides à une vitesse d'injection donnée. Ce résultat est en accord avec la constance des vitesses mesurées au cours de la croissance des doigts. Nous pouvons donc écrire que la diminution de la largeur relative du doigt observée pour un accroissement de la concentration en Xanthane est compensée par l'augmentation de la vitesse du doigt :

$$q_d \approx L_d \cdot U, \quad (7.5)$$

où L_d représente la largeur du doigt. Sous une autre forme, nous pouvons écrire que le produit λU est une fonction constante dont la valeur ne dépend que de la vitesse d'injection et de la géométrie de la cellule et de la seringue :

$$\lambda U \approx \alpha(V_p, w, b, R_s). \quad (7.6)$$

où α représente la constante décrite ci-dessus.

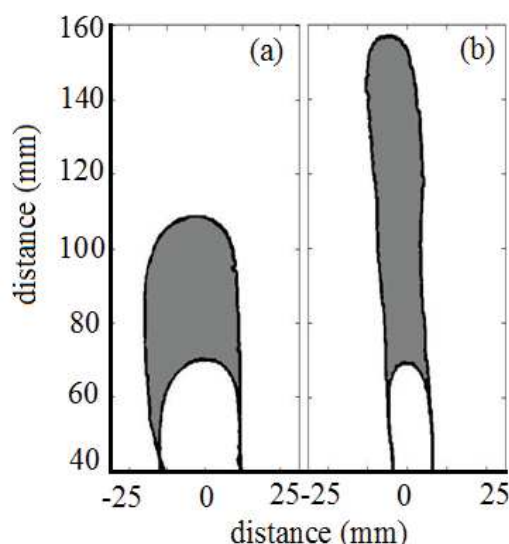


Fig.7.7 : Evolution d'un doigt d'air dans des solutions de Xanthane de 500 ppm (a) et 5000 ppm (b). Les zones grisées représentent l'augmentation de la surface pour un temps de 0,45 s et sont égales entre elles. La vitesse d'injection est de 1,5 mm/s.

7.2. Vélométrie par PIV

7.2.1. Protocole des mesures de vélocimétrie

Dans ce paragraphe, nous traitons des mesures de vélocimétrie effectuées autour des instabilités de digitations visqueuses. Les doigts d'air sont injectés dans différentes solutions de Xanthane de 500, 1250, 2500 et 5000 ppm. Dans le cadre de ces expériences, nous avons mesuré la distribution spatiale du champ de vitesse pour des vitesses d'injection V_p de 0,12, 0,36, 0,60 et 1,20 mm/s. Ces dernières correspondent à des débits d'injection compris entre 10^2 - 10^3 mm³/s. L'ensemble des mesures est récapitulé dans le tableau 7.1. Une fois formulés, les différents fluides sontensemencés par des particules de PMMA, contenant de la rhodamine, étudiées dans le chapitre 4. Pour toutes les solutions, la concentration massique des particules est fixée à 0,004 % (w/w). Une caméra (Sensicam) équipée d'un filtre passe haut de 540 nm, est placée à la verticale de la cellule d'écoulement. Le nombre d'ouverture de la caméra est de 11 et la valeur de la focale utilisée est de 55 mm. Le Laser (Quantel

Twin Ultra) placé au dessus de la cellule éclaire uniformément les doigts en croissance. Cet éclairage dit éclairage en volume, permet de mesurer le champ de vitesse bidimensionnel des solutions de Xanthane autour des doigts visqueux dans le plan de la cellule. Le principe de la mesure de champs de vitesse est identique à celui décrit au chapitre 5. Toutefois, dans le cas d'un éclairage en volume, les vitesses mesurées sont intégrées sur l'épaisseur de la cellule d'écoulement. La figure 7.8 donne le schéma de principe de la mesure.

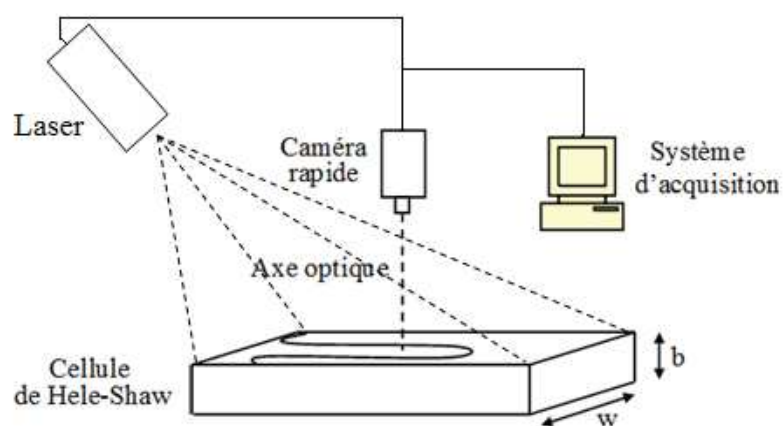


Fig.7.8 : Schéma de principe des mesures de vélocimétrie par PIV.

La procédure de calibration est réalisée à l'aide d'un réglet métallique posé à la surface de la cellule. La figure 7.9 montre la photo acquise de la mire de calibration. Comme précédemment, nous avons calibré la distance entre les graduations du réglet. Dans nos conditions expérimentales, nous avons obtenus que 1 mm correspond à $23,0 \pm 0,5$ pixel. Nous avons donc considéré par la suite que les erreurs dues à la calibration sont négligeables.

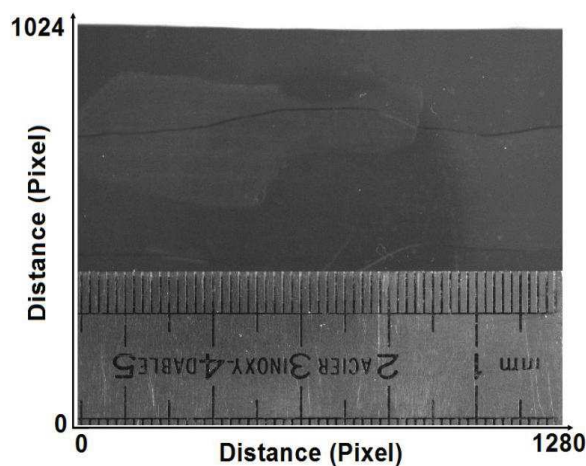


Fig.7.9 : Photos de la mire de calibration.

Comme la vitesse mesurée par PIV est moyennée sur l'épaisseur de la cellule, il est donc nécessaire d'estimer l'erreur relative aux taux de cisaillement à l'échelle de la fenêtre de calcul. Le diamètre apparent des particules d_τ sur l'image est donné par la relation :

$$d_\tau = \sqrt{(Md_p)^2 + (2,24 \times f_D(M + 1)\lambda)^2}, \quad (7.7)$$

où M représente le grandissement optique, f_D le nombre d'ouverture et d_p , le diamètre réel des particules. Dans notre cas, le grandissement optique est $M = 0,15$. Par conséquent, le diamètre apparent des particules peut être estimé à [89] :

$$d_\tau = 15 \mu\text{m} = 0,33 \text{ pixels}. \quad (7.8)$$

Il est possible de calculer le gradient de vitesse généré par l'avancée du doigt visqueux en tenant compte de la loi de constitution des solutions de Xanthane :

$$\dot{\gamma} = \frac{2U}{b} \frac{2n+1}{n+1}, \quad (7.9)$$

où n représente l'indice de plasticité. En considérant la valeur des vitesses des doigts mesurées dans le paragraphe précédent, le cisaillement moyen à l'extrémité du doigt est compris entre 10^2 - 10^3 s^{-1} . Pour que cette erreur relative soit négligeable, la condition de validité des mesures donnée au chapitre 5 doit être vérifiée. Ainsi l'intervalle de temps δt entre les deux impulsions Laser est fixé par cette condition. L'ensemble de ces valeurs est rassemblé dans le tableau 7.1.

	$V_p = 0,12 \text{ mm/s}$	$V_p = 0,36 \text{ mm/s}$	$V_p = 0,60 \text{ mm/s}$	$V_p = 1,20 \text{ mm/s}$
500 ppm	$\delta t = 8000 \mu\text{s}$	$\delta t = 4000 \mu\text{s}$	$\delta t = 1600 \mu\text{s}$	$\delta t = 896 \mu\text{s}$
1250 ppm	$\delta t = 8000 \mu\text{s}$	$\delta t = 2400 \mu\text{s}$	$\delta t = 2400 \mu\text{s}$	$\delta t = 800 \mu\text{s}$
2500 ppm	$\delta t = 8000 \mu\text{s}$	$\delta t = 2400 \mu\text{s}$	$\delta t = 896 \mu\text{s}$	$\delta t = 208 \mu\text{s}$
5000 ppm	$\delta t = 8000 \mu\text{s}$	$\delta t = 4000 \mu\text{s}$	$\delta t = 2000 \mu\text{s}$	$\delta t = 800 \mu\text{s}$

Tableau.7.1 : *Tableau récapitulatif des mesures de vélocimétrie en PIV. Le temps séparant les deux impulsions Laser est noté δt .*

7.2.2. Analyse des images

Un exemple d'image acquise de l'instabilité est donné à la figure 7.10. On observe que le contour du doigt est saturé de particules de rhodamine. En effet, durant l'écoulement, les particules traçantes s'accumulent le long de l'interface. En termes de visualisation, cet effet permet une bien meilleure localisation du contour du doigt visqueux. Cependant, une telle accumulation de rhodamine, aura pour conséquence de générer des vecteurs faux sur l'interface, après le traitement PIV. La fréquence d'acquisition des images est fixée à 4 Hz pour toutes les mesures effectuées. Le temps séparant les images acquises étant constant, nous pouvons, en première approche, réaliser un traitement de visualisation classique pour mesurer les caractéristiques géométriques du doigt. En particulier, afin de valider les mesures de vélocimétrie par PIV, nous avons vérifié que le contour du doigt fluctue peu d'une image à l'autre. Rappelons que le nombre d'image dans une séquence donnée est d'autant plus petit que la vitesse d'injection est rapide.

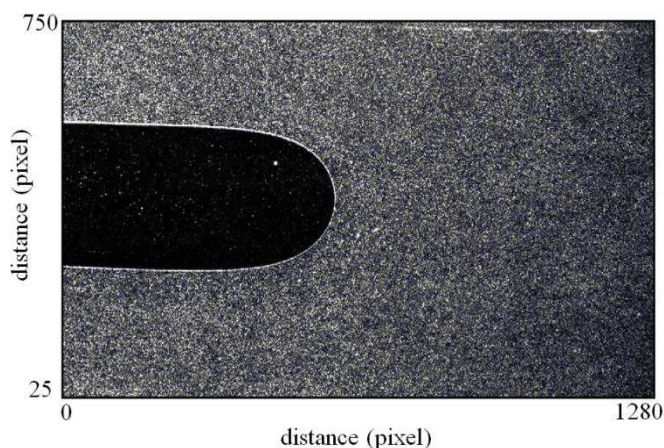


Figure 7.10 : image de la propagation d'un doigt d'air dans une solution de Xanthane de 2500 ppm. La vitesse de piston est de 0.36 mm/s

La figure 7.11 montre la superposition des contours d'un doigt pour les différentes images d'une même séquence d'acquisition. Pour cet exemple, la concentration de la solution est de 500 ppm et la vitesse de piston est de 0.36 mm/s. On observe que le contour reste stable au cours de sa propagation. Ce résultat, nous conforte dans l'idée que le dispositif expérimental est suffisamment précis pour assurer une bonne reproductibilité des mesures.

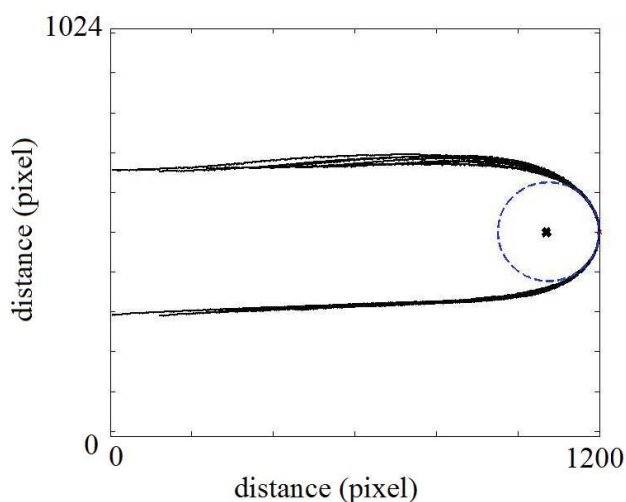


Figure 7.11 : *Superposition des contours d'un doigt pour une solution de Xanthane 500 ppm, lors d'une même séquence d'acquisition. Le temps séparant chaque image est de 0.25 s. La vitesse de piston est de 0,36 mm/s.*

La figure 7.12 présente l'évolution classique de la largeur relative des doigts pour toutes les solutions de Xanthane en fonction du paramètre $1/B$.

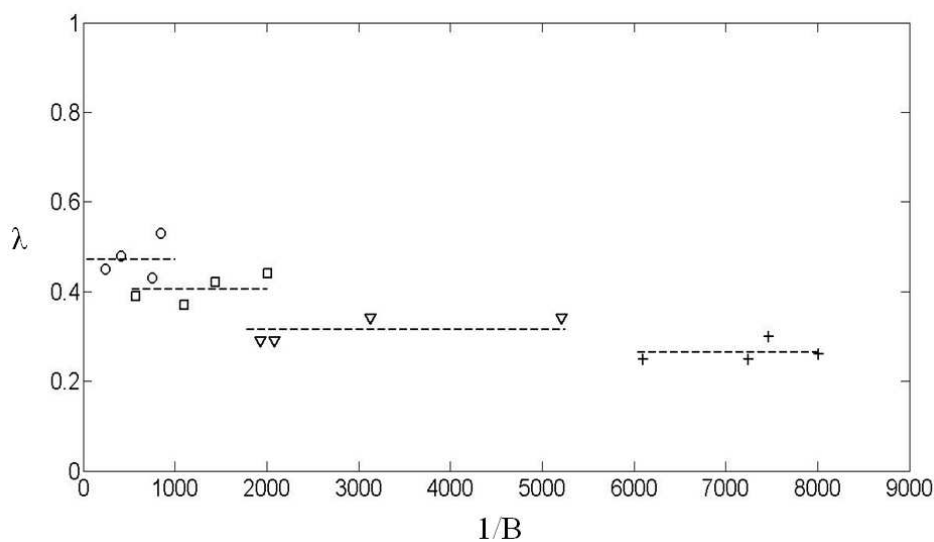


Figure 7.12 : *Largeur relative en fonction du paramètre $1/B$, pour des solutions de Xanthane de 500 (○), 1250 (□), 2500 (▽) et 5000 (+) ppm.*

Nous observons que ces résultats sont en bon accord avec la littérature [49]. Pour ces valeurs du paramètre $1/B$, les largeurs relatives semblent converger vers une valeur limite inférieure à la valeur critique $\lambda = 0,5$. Les droites qui apparaissent en pointillé sont les droites de tendance de l'évolution de

la largeur relative. On constate que le paramètre λ a tendance à augmenter légèrement avec le paramètre de contrôle $1/B$. Cette observation est en désaccord avec les modèles théoriques de la littérature [52]. Cependant, toutes les observations expérimentales mettent en lumière une telle augmentation [49]. Notons que les pentes des droites de tendances données dans la figure 7.12 sont comprises entre 1 et $6,5 \times 10^{-5}$. Cette augmentation de la largeur relative en fonction de $1/B$ reste donc très légère. Enfin, on constate que la largeur relative des doigts diminue en fonction de la concentration des polymères dans la solution.

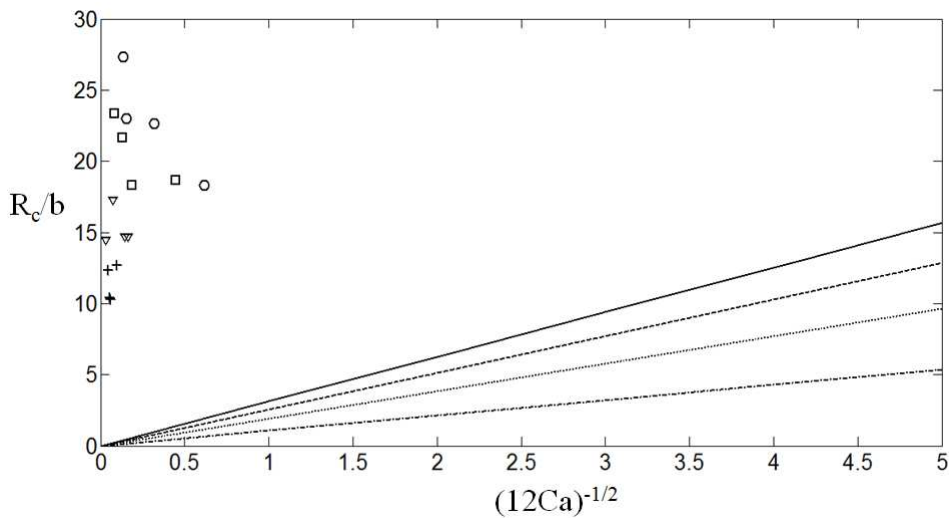


Figure 7.13: Rayon de courbure de la pointe du doigt adimensionné par l'épaisseur b la cellule en fonction du paramètre $(12Ca)^{-0,5}$, pour des solutions de Xanthane de 500 (\circ), 1250 (\square), 2500 (∇) et 5000 ($+$) ppm. Les différentes droites représentent les régimes de proportionnalité du rayon de courbure avec la longueur capillaire (Equ. 6.34) pour des solutions de Xanthane de 5000 ($\circ \rightarrow$), 2500 ($\square \rightarrow$), 1250 ($\nabla \rightarrow$), 500 ($+ \rightarrow$) ppm.

Après mesure du rayon de courbure, nous avons cherché à étudier l'évolution de ce paramètre en fonction de la grandeur $1/\sqrt{12Ca}$. La figure 7.13 présente les résultats obtenus à partir des images PIV. Pour la gamme de vitesse mesurée, le rayon de courbure à la pointe des doigts tend à augmenter lorsque la concentration en polymère dans les solutions diminue. En revanche, les rayons de courbure n'obéissent pas au régime de proportionnalité donné par l'équation 6.33. Ces résultats sont en accord avec les observations expérimentales de Lindner [49, 52].

Par ailleurs, nous avons regardé, le comportement de la largeur relative des doigts visqueux en fonction du rayon de courbure de l'extrémité. Les résultats sont présentés dans la figure 7.14. Ils montrent clairement, que dans la gamme de vitesses d'injection étudiée, la largeur des doigts est proportionnelle à leur rayon de courbure principal.

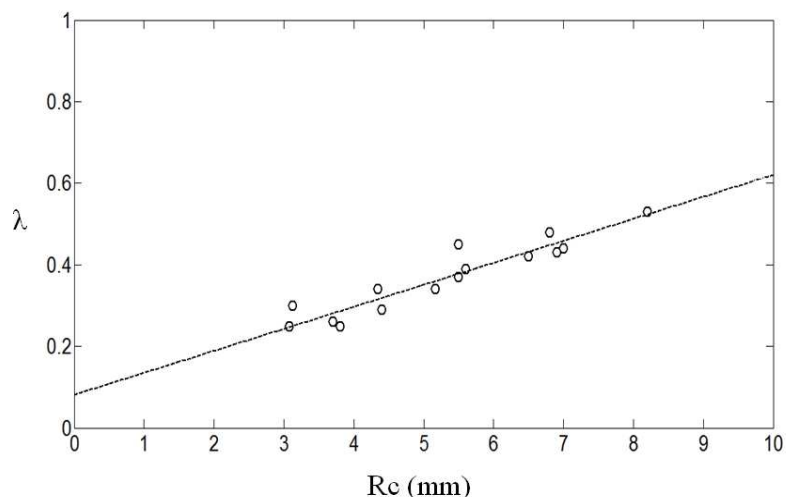


Figure 7.14: Evolution de la largeur relative λ des doigts en fonction de leur rayon de courbure R_c .

Pour l'ensemble des fluides, nous avons étudié l'évolution de la quantité λU en fonction de la concentration aux différentes vitesses d'injection. Les résultats sont présentés figure 7.15. On observe, en accord avec le paragraphe précédent que le produit λU est constant à vitesse de piston fixée. A partir de ces courbes il est possible de calculer la valeur moyenne des produits λU obtenus aux différentes concentrations, puis de tracer l'évolution de cette grandeur en fonction de la vitesse de piston (Fig.7.16). On observe que la valeur moyenne de λU évolue linéairement avec la vitesse d'injection et est indépendante de la nature du fluide. En d'autre terme, le débit d'air du doigt Q_d est proportionnel au débit d'injection de la seringue. Le coefficient de la droite de tendance de la figure 7.16 est environs égal à 50 et le coefficient de régression linéaire est de 0.98.

En conclusion, à vitesse d'injection donné, les paramètres U et λ sont définis par la nature du fluide et de telle sorte que le produit λU soit constant. L'égalité des débits impose alors $V = \lambda U$, où V représente la vitesse à l'infini du doigt. Nous pouvons supposer que suffisamment loin du doigt, la loi de Darcy s'applique au fluide poussé. En réalité, le traitement théorique, sur la propagation de l'instabilité de digitation visqueuse considère la loi de Darcy valable en tout point. Cependant, ce n'est que loin de l'extrémité du doigt, que le gradient de pression dans l'épaisseur de la cellule est homogène sur la largeur. Dans ces conditions, le produit λU peut alors s'écrire :

$$\lambda U = \frac{1}{wb} \frac{2n}{2n+1} \left(\frac{1}{K} \left| \overline{\nabla(p)} \right| \right)^{1/n} \left(\frac{b}{2} \right)^{2n+1/n}. \quad (7.10)$$

Les résultats décrits précédemment montrent, qu'à vitesse d'injection constante, le produit λU est constant quelque soit la solution considérée. Ainsi dans le cas d'une expérience de digitation visqueuse pour des solutions de Xanthane, le gradient de pression suivant l'axe de propagation du

doigt, semble être compensé par les paramètres rhéologiques n et K de telle sorte que le produit λU soit constant.

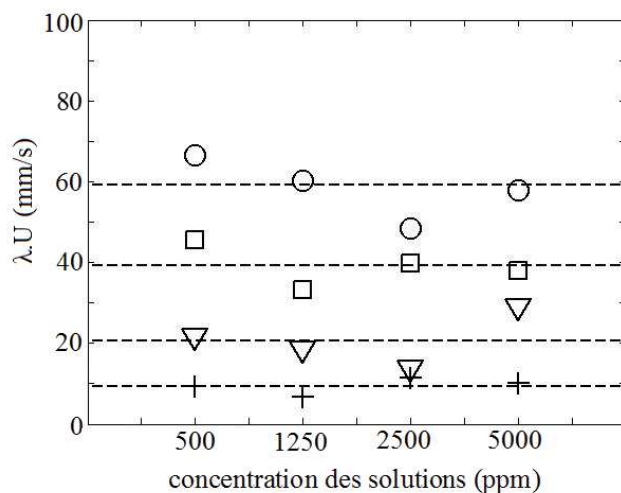


Figure 7.15 : Produit λU en fonction de la concentration des polymères pour des vitesses de piston de 1,2 (\circ), 0,6 (\square), 0,36 (∇) et 0,12 (+) mm/s.

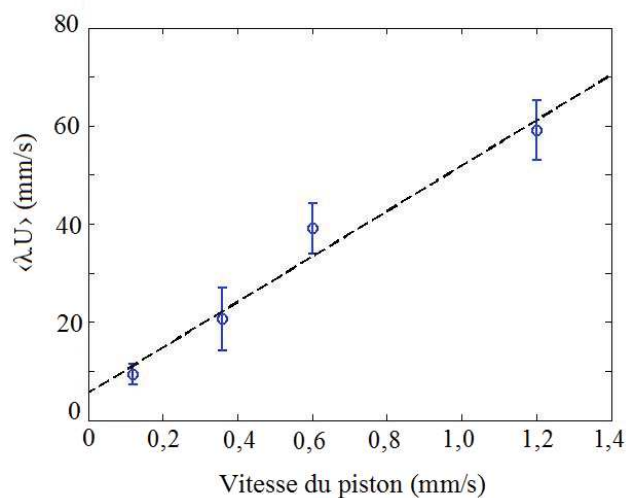


Figure 7.16 : Produit λU moyenné pour toutes les concentrations en polymères, en fonction de la vitesse de piston.

7.2.3. Vélométrie par PIV

Les résultats développés précédemment sont basés sur une étude des images PIV. Nous allons maintenant détailler les données obtenues par vélocimétrie. La figure 7.17 illustre un exemple de

champ de vitesse mesuré par PIV. Le champ de vecteur est représenté sur un demi-doigt. La concentration de la solution de Xanthane est de 2500 ppm et la vitesse de piston est de 0,36 mm/s.

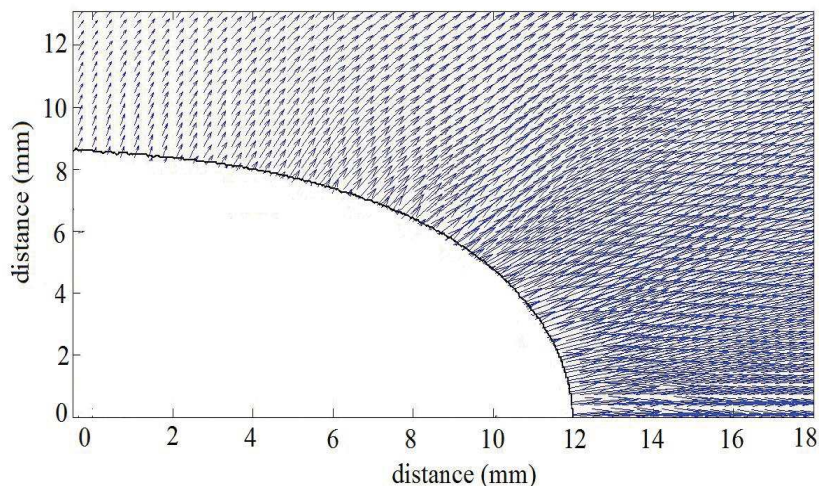


Figure 7.17: Exemple du champ de vecteur autour d'un côté du doigt visqueux. La concentration en Xanthane est de 2500 ppm et la vitesse de piston est de 0,36 mm/s

Nous avons réalisé un programme numérique afin de donner une représentation 3D du champ de vitesse de la figure précédente. La figure 7.18 présente la variation d'intensité de la vitesse en fonction des distances en pixels de la cellule. On constate que le champ de vitesse dans la solution de Xanthane est généré à la pointe du doigt visqueux. Très rapidement, le champ de vitesse s'homogénéise dans la cellule d'écoulement. Par ailleurs, on remarque que le champ de vitesse est nul sur le côté du doigt.

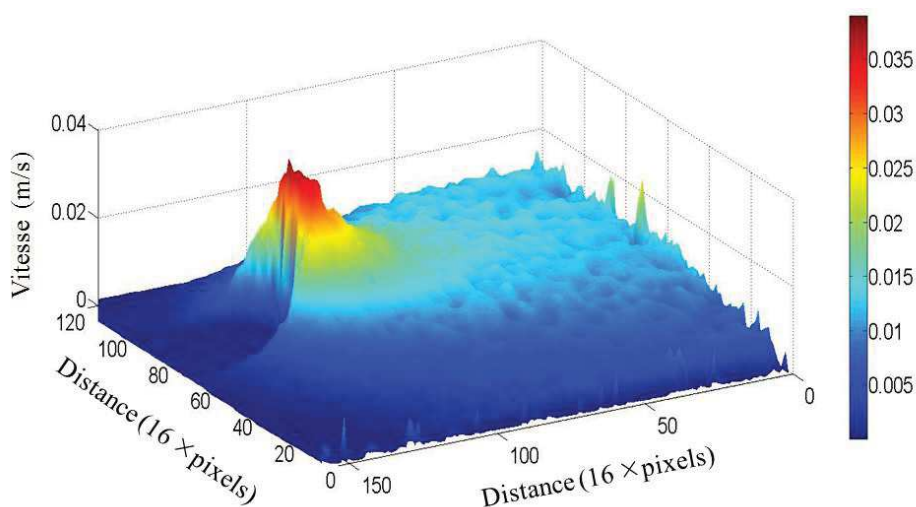


Figure 7.18 : Champ de vitesse mesuré pour un doigt visqueux dans une solution de Xanthane de 2500 ppm. La vitesse du piston est de 0,36 mm/s.

La figure 7.16 illustre le champ de vecteurs vitesse au voisinage de l'interface. Bien que les vitesses mesurées soit peu précises à l'interface des deux fluides, le champ de vitesses est, lui, bien définie dans le reste de la cellule d'écoulement. Les mesures effectuées de vélocimétrie ont permis de calculer les champs de vorticité ainsi que les gradients de vitesse générés par l'avancée du doigt. La figure 7.19 montre un exemple de vorticité calculée à partir des champs de vitesse mesurés. Pour cet exemple, la concentration de Xanthane est de 2500 ppm. Le champ de vorticité a été calculé à partir du champ de vitesse donné par la figure 7.18. Dans cette représentation, nous avons choisi de normaliser la vorticité par sa valeur maximale afin mieux illustrer sa diffusion dans l'écoulement. On constate au travers de cet exemple que le champ de vorticité du fluide poussé est nul loin du doigt. Toute fois, on calcule une vorticité non nulle au voisinage de l'interface du doigt.

Cependant, les mesures de la vitesse proche de l'interface sont perturbées par une accumulation de particules de PMMA. Ces pics de vorticité observés, peuvent être considérés comme une vorticité de type numérique due à la mesure de vecteurs vitesse erronés. Ainsi, il nous est impossible de connaitre le champ de vitesse du Xanthane au voisinage immédiat de l'interface. Par conséquent nous ne pouvons pas conclure quant à la validité de ces pics de vorticité près de l'interface.

Le calcul reste valable dans le reste de la cellule d'écoulement. Le fait que la vorticité du fluide soit nulle permet d'établir que l'écoulement du Xanthane est un écoulement potentiel. Bien que cette modélisation de l'écoulement soit très rependue dans la bibliographie [56], il n'existait pas, à notre connaissance, une validation expérimentale des hypothèses d'irrotationnalité de l'écoulement.

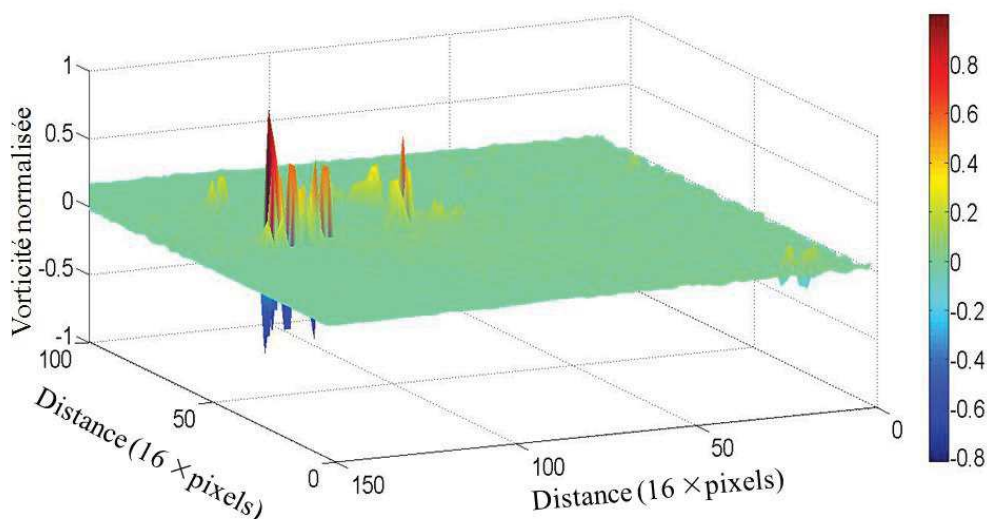


Figure 7.19: Calcul de la vorticité autour du doigt visqueux. La concentration en Xanthane est de 2500 ppm et la vitesse de piston est de 0,36 mm/s

Ainsi, la figure 7.19 permet d'écrire :

$$\overline{\text{rot}}(\mathbf{v}) = \vec{0}, \quad (7.11)$$

où \mathbf{v} représente le champ de vitesse du Xanthane. Nous noterons par la suite Φ , le potentiel de vitesse défini par :

$$\overline{\text{grad}}(\Phi) = \vec{v}, \quad (7.12)$$

Nous avons également pu calculer, le gradient de vitesse généré dans les solutions de Xanthane par l'avancée du doigt. La figure 7.20 montre un exemple de gradient de vitesse calculé à partir d'un champ de vitesse mesuré. Pour cet exemple, le champ de vitesse initial est celui donné par la figure 7.18. On remarque que le gradient de vitesse est maximal à la pointe du doigt visqueux. Très rapidement, la valeur du gradient diminue et tend vers zéro en fin de cellule. Ce résultat amène à la conclusion que les erreurs dues aux vitesses de cisaillement à l'échelle de la maille de calcul PIV sont maximales à la pointe du doigt. Cependant, nous pouvons montrer que ce type d'erreur devient critique pour des vitesses d'injection supérieure à 1,5 mm/s.

Par ailleurs, les valeurs du gradient de vitesse calculé en avant du doigt montrent que le comportement des solutions de Xanthane se rapproche du comportement Newtonien. En effet, pour de telles valeurs du gradient de vitesse, les fluides sont caractérisés par une viscosité η_0 qui correspond à la viscosité du régime Newtonien des solutions aux faibles vitesses de cisaillement.

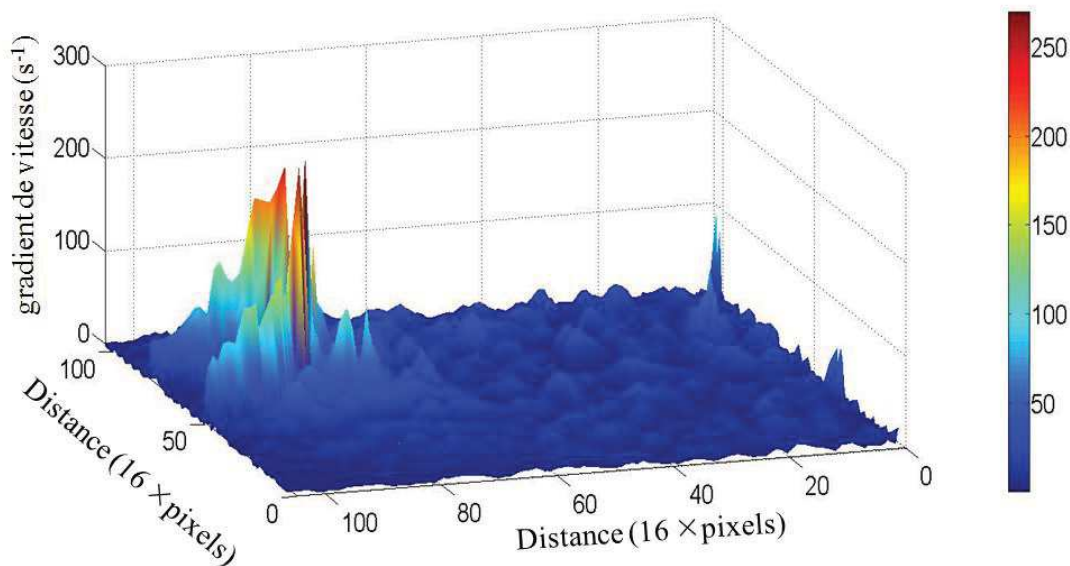


Figure 7.20: Calcul de la valeur absolue du gradient de vitesse autour du doigt visqueux. La concentration en Xanthane est de 2500 ppm et la vitesse de piston est de 0,36 mm/s

En conclusion, le calcul de la répartition des gradients de vitesse dans la cellule d'écoulement, permet de supposer que l'équation d'Euler régit la dynamique du fluide poussé loin devant le doigt. En effet, si la loi de constitution des fluides se caractérise par un comportement rhéofluidifiant et si les fluides sont incompressibles, alors à faibles taux de cisaillement :

$$\Delta \vec{v} = 0, \quad (7.13)$$

Nous pouvons donc conclure que le caractère rhéofluidifiant des solutions de Xanthane n'intervient pas en avant du doigt de Saffman-Taylor. Par conséquent, le mécanisme de sélection du rayon de courbure de la pointe est localisé au voisinage de l'interface entre les deux fluides puisque ce dernier est conditionné par la concentration en Xanthane et la vitesse V_p .

Nous avons calculé, pour les seize expériences résumées dans le tableau 7.1, les lignes de courant autour du doigt visqueux. L'ensemble des résultats est présenté sur la figure 7.21.

On constate que pour toutes les solutions, le champ de vitesse est bien généré par l'extrémité du doigt visqueux. Sur le coté du doigt, les lignes de courant semblent perpendiculaires à l'interface. Notons cependant, que l'intensité de la vitesse sur le coté du doigt est très faible devant la vitesse de l'extrémité. L'écoulement présente une forme de parabole. Très rapidement, l'écoulement devient uniforme dans la largeur de la cellule. On constate que la distance d'uniformisation de l'écoulement dépend de la loi de constitution des fluides ainsi que du débit d'injection.

Toutefois, on observe une dissymétrie des lignes de courants. Généralement, ces lignes semblent plus rapprochées entre elles sur un des cotés de la cellule. Cette dissymétrie s'explique par le fait que les doigts visqueux n'évoluent pas exactement au milieu de la cellule. Ainsi, une des parois est plus proche du doigt. La présence de cette paroi tend à resserrer les lignes de courants. Il nous a été relativement difficile d'obtenir des doigts parfaitement centrés dans la cellule d'écoulement. Cependant, dans la suite de cette analyse, nous étudierons les doigts visqueux présentant les lignes de courant les plus symétriques possible.

Par ailleurs, les lignes de courants sont obtenues à partir d'un programme numérique par ajustement des vecteurs vitesses mesurés. Les erreurs expérimentales ont une répercussion sur la forme des lignes de courant. Pour l'ensemble des solutions, on observe que la ligne de courant singulière qui démarre à l'extrémité du doigt n'est pas parallèle aux parois de la cellule. Ce phénomène peut s'expliquer par les incertitudes sur les vecteurs vitesses, notamment sur les composantes v_y .

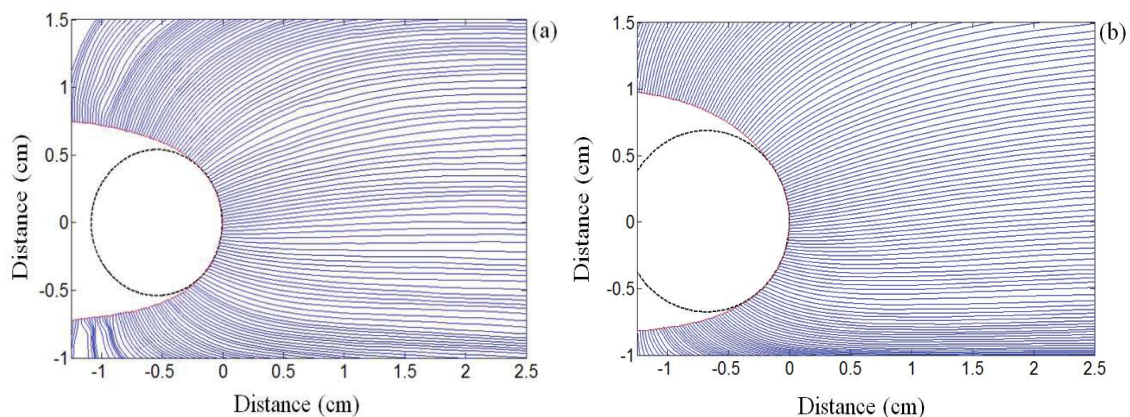


Figure 7.21: Lignes de courant générées par l'avancée du doigt visqueux pour des vitesses d'injection de 0.12 (a) et 0.36 (b) mm/s. La concentration en Xanthane est de 500 ppm.

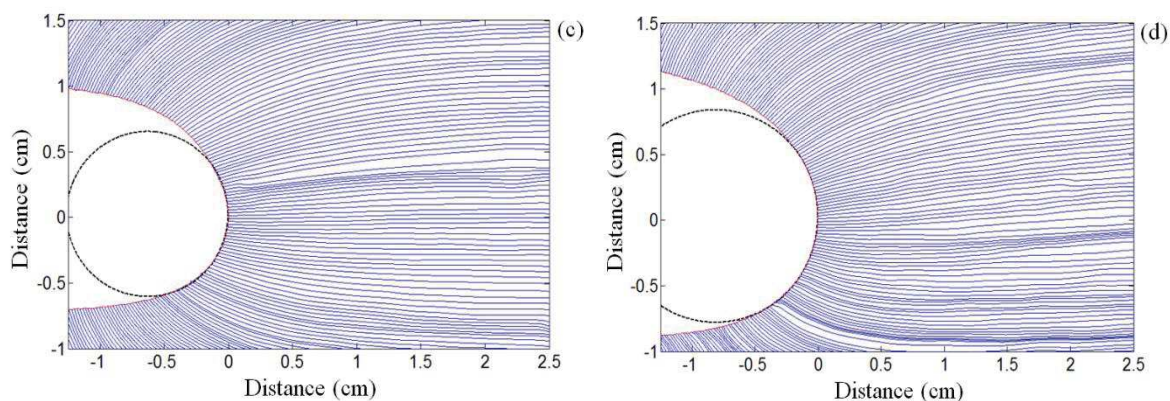


Figure 7.21: Lignes de courant générées par l'avancée du doigt visqueux pour des vitesses d'injection de 0.60 (c) et 1.20 (d) mm/s. La concentration en Xanthane est de 500 ppm.

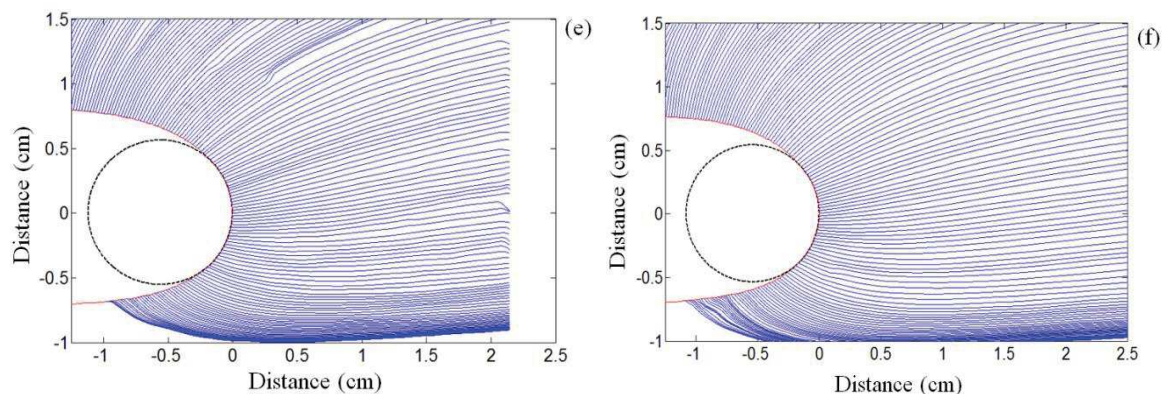


Figure 7.21: Lignes de courant générées par l'avancée du doigt visqueux pour des vitesses d'injection de 0.12 (e) et 0.36 (f) mm/s. La concentration en Xanthane est de 1250 ppm.

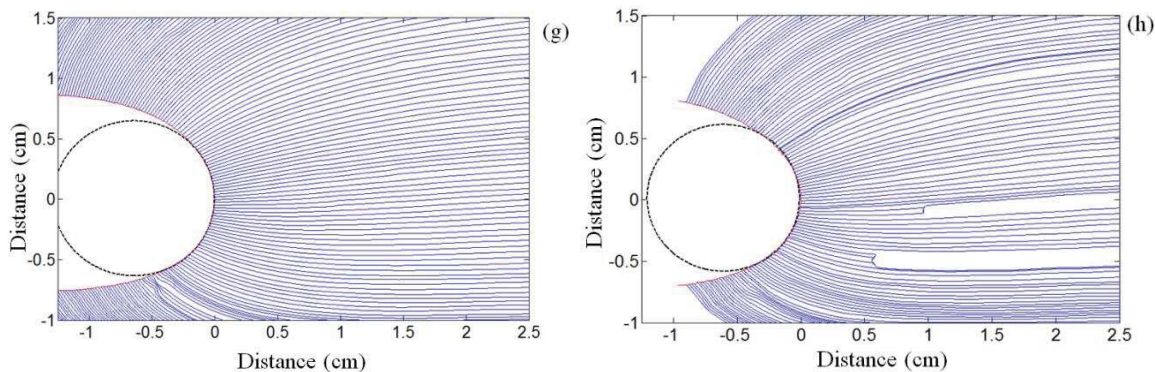


Figure 7.21: Lignes de courant générées par l'avancée du doigt visqueux pour des vitesses d'injection de 0.60 (g) et 1.20 (h) mm/s. La concentration en Xanthane est de 1250 ppm.

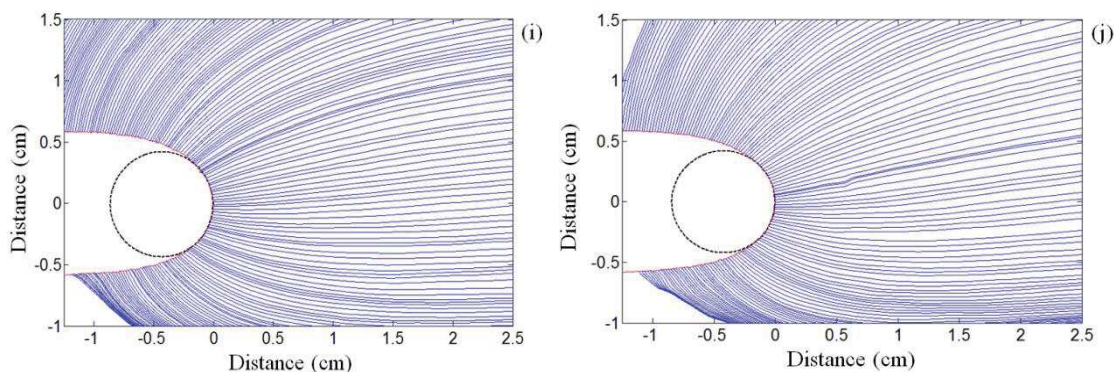


Figure 7.21: Lignes de courant générées par l'avancée du doigt visqueux pour des vitesses d'injection de 0.12 (i) et 0.36 (j) mm/s. La concentration en Xanthane est de 2500 ppm.

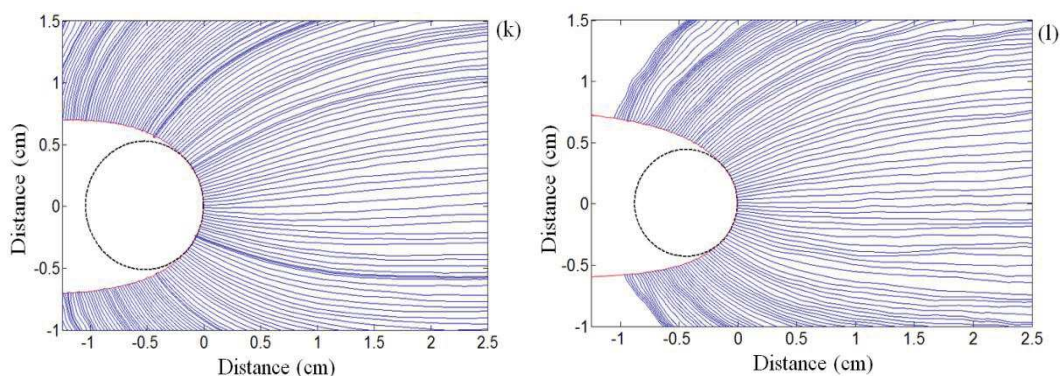


Figure 7.21: Lignes de courant générées par l'avancée du doigt visqueux pour des vitesses d'injection de 0.60 (k) et 1.20 (l) mm/s. La concentration en Xanthane est de 2500 ppm.

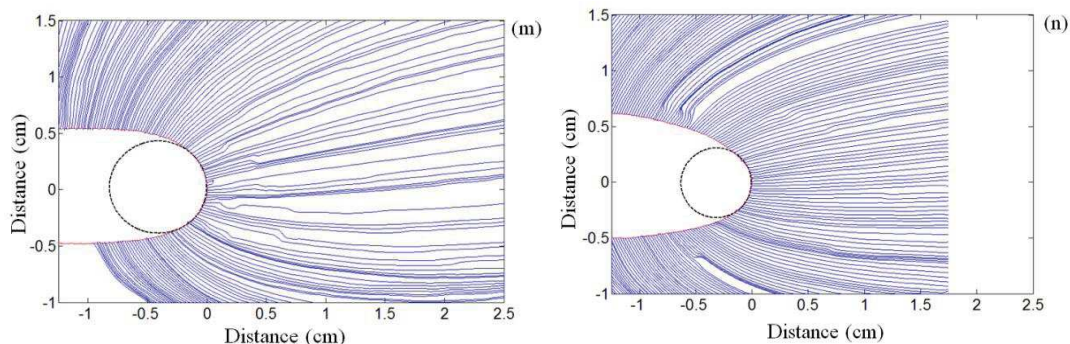


Figure 7.21: Lignes de courant générées par l'avancée du doigt visqueux pour des vitesses d'injection de 0.12 (m) et 0.36 (n) mm/s. La concentration en Xanthane est de 5000 ppm.

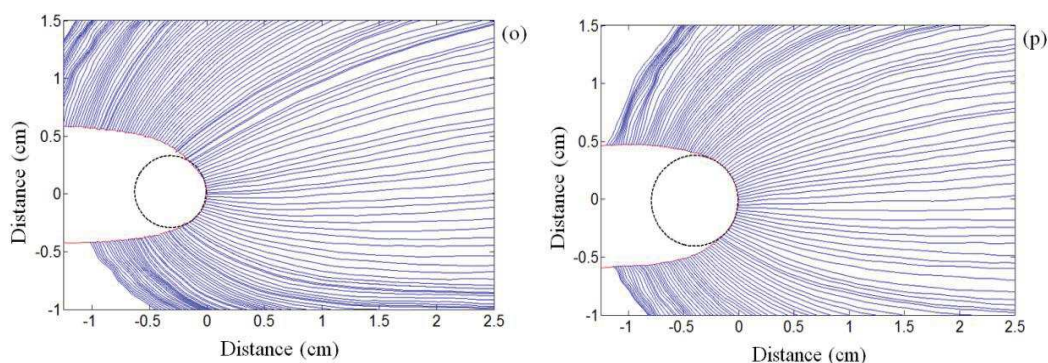


Figure 7.21: Lignes de courant générées par l'avancée du doigt visqueux pour des vitesses d'injection de 0.60 (o) et 1.20 (p) mm/s. La concentration en Xanthane est de 5000 ppm.

La présence de certains vecteurs vitesses faux, de très faible intensité, provoque « des trous » dans le trajet d'une ligne de courant donnée. La figure 7.21.(n) montre un exemple de ce type d'erreur. Ces trous, sont généralement dus à une accumulation de particules de PMMA sur une des plaques de la cellule. Cet ensemble de particules fixes génère des pics élevés de corrélation lors de l'algorithme de PIV. Un vecteur nul, présentant une très bonne corrélation apparaît alors sur le profil de vitesse.

De plus, on constate que dans le cas d'une solution de Xanthane à 5000 ppm, l'ensemble des lignes de courant mesurées présente un bruit de mesure non négligeable (Fig7.21.(m,n,o,p)). Expérimentalement, on observe pour ces solutions, la présence de petites bulles lors de l'avancée du doigt. Ces bulles apparaissent lors de l'injection de l'air dans la cellule d'écoulement. La viscosité particulièrement élevée pour ce type de solutions ne nous a pas permis de pouvoir contourner le problème. Ainsi, cette concentration ne sera pas prise en compte par la suite.

La figure 7.22, donne le profil de vitesse à l'extrémité du doigt d'une solution de Xanthane de 500 ppm pour une vitesse d'injection de 0,36 mm/s. Les profils ont été moyennés sur toutes les images d'une même séquence. Dans ce cas, la séquence est constituée de neuf images.

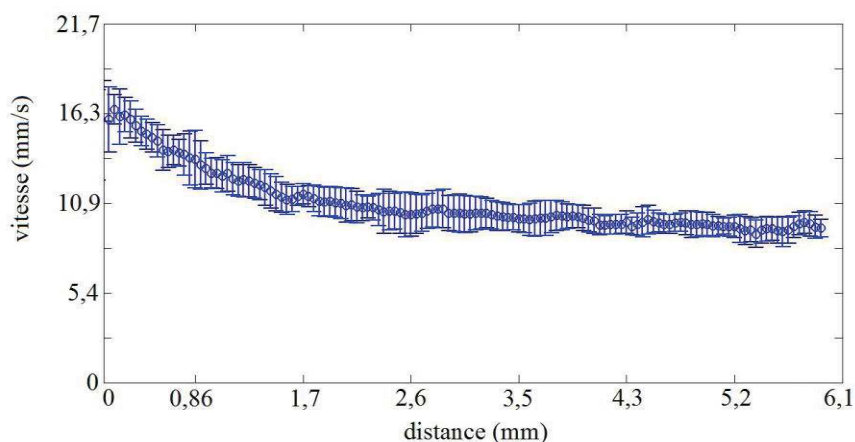


Figure 7.22: Profil de vitesse mesuré à la pointe du doigt pour une solution de Xanthane de 500ppm et une vitesse de piston est de 0,36 mm/.

On remarque dans un premier temps que le profil de vitesse pris le long de la pointe du doigt visqueux, n'est pas constant. Cela implique que le gradient de pression dans l'axe de propagation du doigt n'est pas constant.

De plus, on constate que la vitesse se stabilise sur un plateau de valeur constante. Cette valeur du plateau correspond à la vitesse à l'infini du doigt. Afin de valider l'égalité des débits exprimée par la relation :

$$\lambda U = V, \tag{7.14}$$

nous avons tracé les quantités λU en fonction des vitesses V mesurées. Les résultats sont donnés par la figure 7.23. La droite de coefficient directeur égal à un est donnée à titre de comparaison. Cette courbe valide l'égalité des débits exprimée par l'équation 7.14.

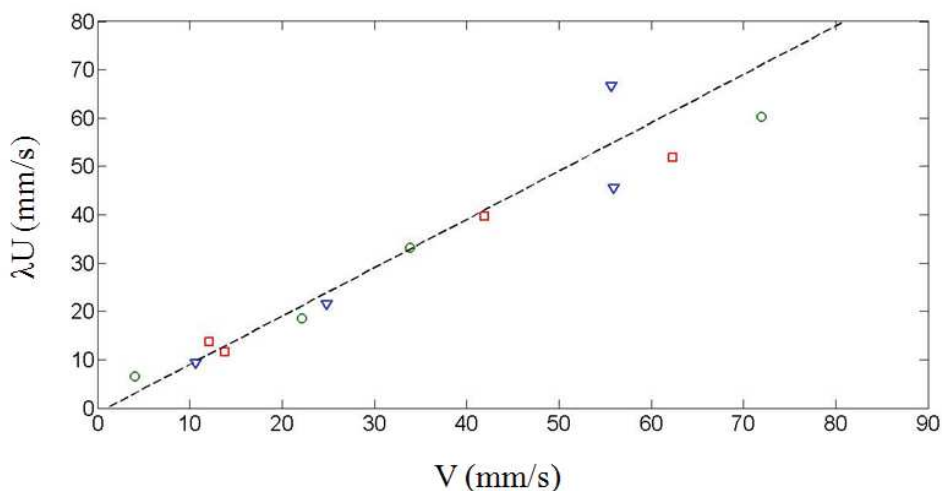


Figure 7.23: Produit λU en fonction de la vitesse à l'infini du doigt, pour des solutions de Xanthane de 500 (\circ), 1250 (\square) et 2500 (∇) à toutes les vitesses d'injection.

7.3. Modélisation d'un solide de Rankine.

Afin de modéliser l'écoulement du Xanthane généré par l'avancée du doigt visqueux, nous avons choisi de travailler dans le référentiel du doigt fixe. Nous avons donc étudié les champs de vitesse mesurés après avoir retranché, sur la composante v_x de la vitesse, la vitesse d'avancée du doigt visqueux U . La figure 7.24 montre les lignes de courant ainsi obtenues.

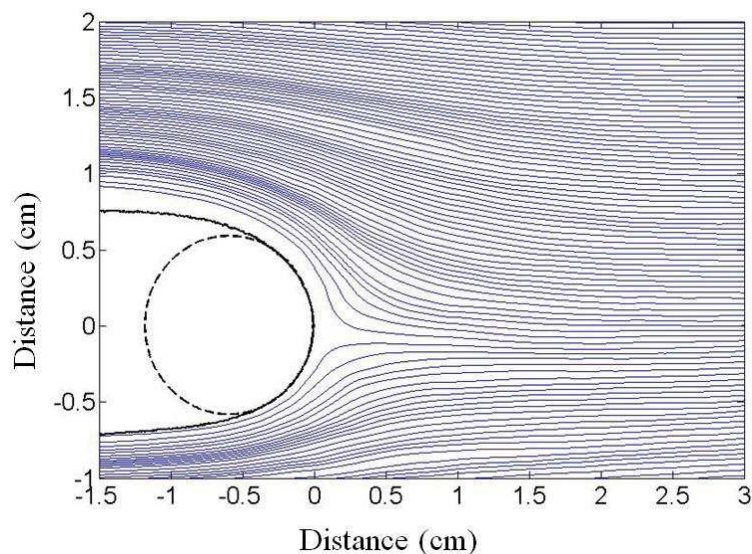


Figure 7.24: Exemple des lignes de courants dans le référentiel du doigt fixe pour une solution de Xanthane de 500 ppm à une vitesse d'injection de 0,36 mm/s.

Dans une première approche, nous avons décidé de modéliser la forme du doigt visqueux par un solide de type Rankine. Bien que cette modélisation soit simple, nous espérons qu'elle nous permette de comprendre les effets de la croissance du doigt sur l'écoulement des solutions de Xanthane.

Rappelons qu'un solide de Rankine se matérialise par la superposition de deux écoulements potentiels simples. Le premier correspond à un écoulement uniforme dont la vitesse s'écrit U_∞ . Les lignes de courants de ce type d'écoulement sont parallèles au sens de la vitesse U_∞ . Le deuxième type d'écoulement est un écoulement source de débit constant Q . Les lignes de courant de cet écoulement potentiel sont définies par des droites qui partent du point source. Le schéma de principe de cette modélisation est donné par la figure 7.25. Ainsi, les lignes de courant d'un solide de Rankine se définissent comme l'addition des lignes de courants des deux écoulements simples décrits précédemment.

On montre ainsi, dans le cas d'un référentiel en coordonnées polaire que la fonction de courant ψ du fluide autour du solide de Rankine s'écrit :

$$\psi = U_{\infty} r \sin(\theta) + \frac{Q\theta}{2\pi}, \quad (7.15)$$

Ainsi par reconstruction, nous pouvons montrer que le champ de vitesse le long de la pointe du doigt visqueux obéit à la relation :

$$v(\theta = 0, r) = U_{\infty} + \frac{Q}{2\pi r}, \quad (7.16)$$

On retrouve ainsi, la forme en $1/r$ du profil de vitesse à l'extrémité observé dans nos mesures de vélocimétrie.

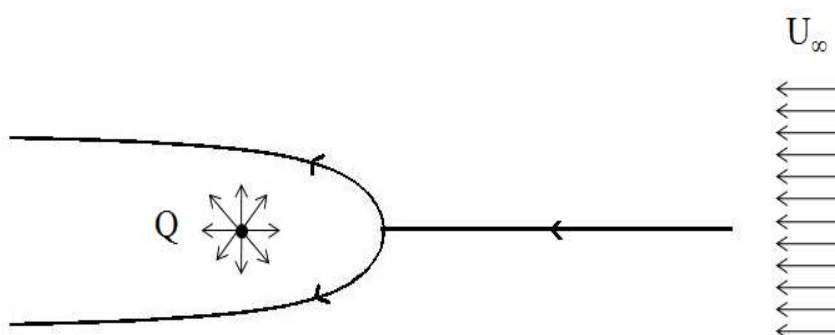


Figure 7.25: Schéma de l'écoulement potentiel autour d'un solide de Rankine. L'écoulement uniforme est caractérisé par la grandeur U_{∞} et le débit de la source est donné par Q . Le solide de Rankine se définit alors par la ligne de courant singulière représenté en trait plein.

Pour une telle modélisation, le contour du doigt est défini par la relation :

$$y_{doigt} = -\frac{Q\theta}{2\pi U_{\infty}}, \quad (7.17)$$

De même, la distance qui sépare la pointe du doigt de la position de la source Q est donnée par les deux paramètres de la modélisation U_{∞} et Q . Cette distance notée r_a est :

$$r_a = \frac{Q}{2\pi U_{\infty}}, \quad (7.18)$$

Après intégration de la fonction de courant ψ , nous pouvons écrire le champ de vitesse du Xanthane (v_r, v_{θ}) . Ce champ se définit par :

$$\begin{cases} v_r = U_{\infty} \cos(\theta) + \frac{Q}{2\pi r} \\ v_{\theta} = -U_{\infty} \sin(\theta) \end{cases}, \quad (7.19)$$

On remarque que le champ de vitesse tangentiel ne dépend pas de la variable r . Notons que dans notre cas le paramètre $U_\infty = V - U = (\lambda - 1)U$. Cette vitesse est donc négative et est entièrement déterminée par λ et U .

Cette modélisation permet de calculer le champ de pression due à l'écoulement sur le contour du doigt. Ce champ de pression se calcule à partir de l'équation de Bernouilli. Il est donné par l'équation :

$$p(r, \theta = 0) = p_0 - \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 \left(1 - \frac{r_a}{r}\right)^2 . \quad (7.20)$$

Nous pouvons calculer le gradient de pression le long de la pointe du doigt à partir de la quantité $\partial p / \partial r (\theta = 0, r)$. Le gradient est donc donné par l'équation :

$$\partial p / \partial r (\theta = 0, r) = -2\rho U_\infty^2 \left(\frac{r_a}{r^2}\right) \left(1 - \frac{r_a}{r}\right) . \quad (7.21)$$

On constate que le gradient de pression n'est pas linéaire et obéit à une loi en $1/r^3$.

Afin d'obtenir les paramètres de modélisation U_∞ et Q , nous avons ajusté le contour mesuré des doigts à ceux des solides de Rankine. La figure 7.26 illustre un exemple d'ajustement du contour du doigt. Afin d'introduire une erreur représentative de la modélisation, nous avons encadré le contour par deux valeurs du paramètre Q . Le paramètre U_∞ est déterminé par les valeurs mesurées de la vitesse à l'infini du doigt. Ainsi, nous obtenons une représentation des lignes de courant pour un couple de paramètres de modélisation U_∞ et Q donnés.

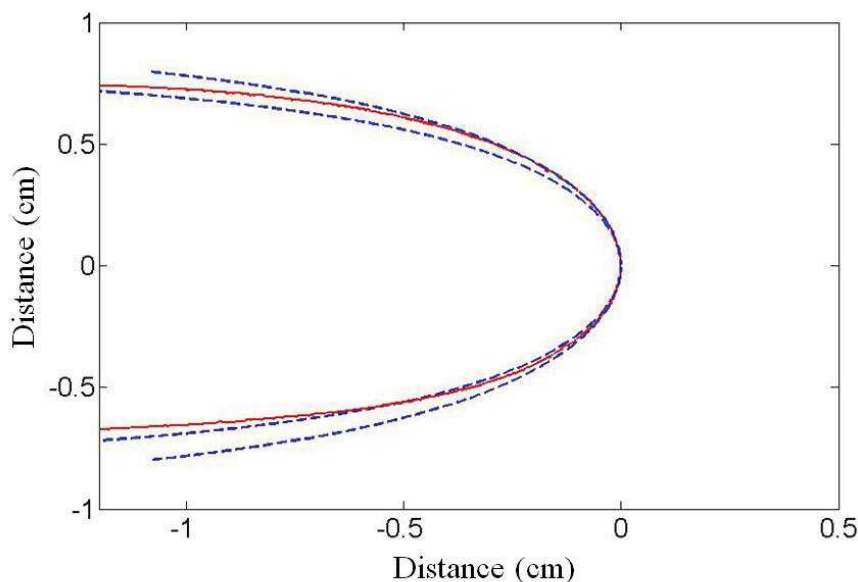


Figure 7.26: Ajustement du contour du doigt visqueux (trait plein) par deux solides de Rankine (pointillé). Le fluide est une solution de Xanthane de 2500 ppm pour une vitesse d'injection de 0,6 mm/s.

On constate que l'extrémité du contour est relativement bien ajustée par la forme d'un solide de Rankine. En revanche, les bords du doigt ne semblent pas bien décrits par une telle modélisation. La figure 7.27 donne deux confrontations entre les lignes de courant expérimentales et celles données par les écoulements de type solides Rankine. On remarque que la modélisation est en bon accord seulement sur une partie de l'écoulement qui correspond à l'avant du doigt visqueux. La présence des parois sur le côté de l'instabilité provoque une modification des lignes de courant réelles. Cette modification n'est pas prise en compte lors de la modélisation.

Toutefois, on observe un bon accord qualitatif entre la modélisation du phénomène de digitation et les écoulements de Rankine.

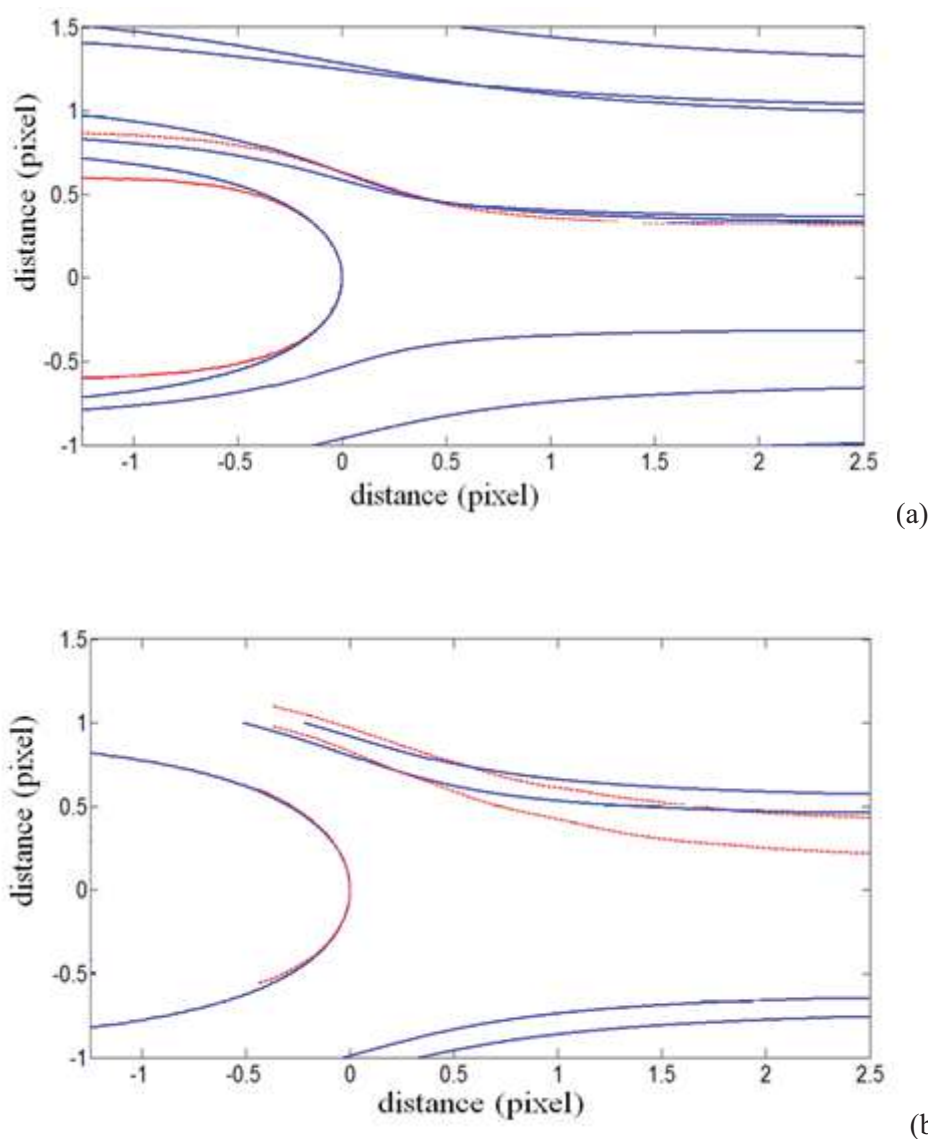


Figure 7.27: Confrontation entre les lignes de courants expérimentales (courbe en pointillés rouges) et celles obtenus par une modélisation de type Rankine. Les fluides sont des solutions de Xanthane de 2500 ppm pour une vitesse d'injection de 0.36 mm/s (a) et de 500 ppm pour une vitesse d'injection de 0.12 mm/s (b). Le contour du doigt est également représenté.

La figure 7.28 donne les deux paramètres de la modélisation U_∞ et Q en fonction du paramètre n du modèle de loi en puissance. Les incertitudes sur les mesures du paramètre Q sont symbolisées par des barres d'erreurs (Fig7.28.(b)). On constate que ces données semblent suivre une tendance. Celle-ci est caractéristique du rapport de forme du doigt visqueux en fonction des paramètres rhéologiques des solutions. En d'autres termes, cette modélisation simple nous permet d'illustrer ici, l'importance de la loi de constitution des fluides sur la forme du doigt visqueux. Par ailleurs, le champ de vitesse des solutions de Xanthane est lui aussi entièrement dépendant des paramètres de la modélisation. De manière évidente, on retrouve le fait que le comportement rhéologique des solutions est le mécanisme physique primordial dans la forme des lignes de courant.

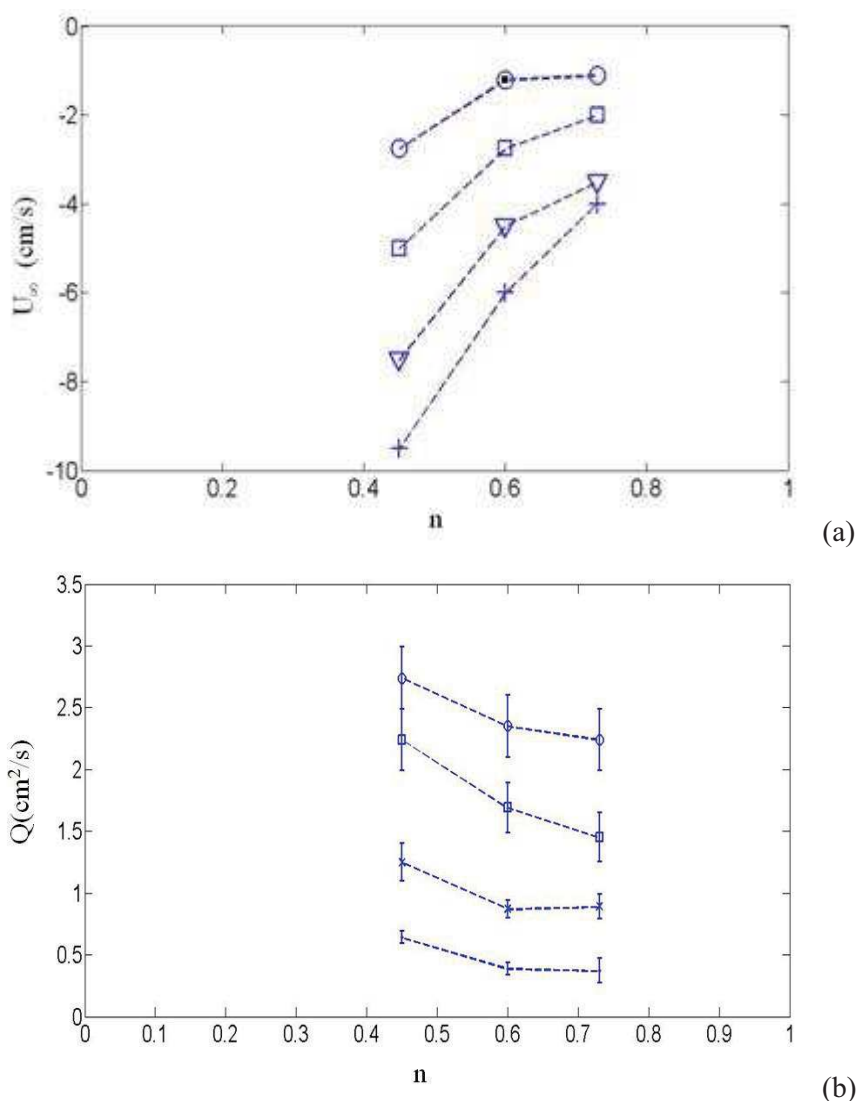


Figure 7.28: (a) U_∞ en fonction du paramètre rhéologique n pour des vitesses d'injection de 1,2 (\circ), 0,6 (\square), 0,36 (∇) et 0,12 ($+$) mm/s.(b) Q en fonction du paramètre rhéologique n pour des vitesses d'injection de 1,2 (\circ), 0,6 (\square), 0,36 (\times) et 0,12 (\cdot) mm/s.

Enfin, nous présentons sur la figure 7.29, le rayon de courbure mesuré en fonction du rayon de courbure issu de la modélisation. Cette courbe valide la pertinence du modèle à l'avant du doigt.

Notons que la modélisation pourrait être améliorée par une définition plus large de l'écoulement source. En effet, il est possible de considérer une distribution continue de puits et de sources le long de l'axe du doigt. Ce type de modélisation présenterait l'avantage de prendre en compte les fluctuations des bords du doigt. La donnée d'une telle distribution permettrait de mieux décrire la largeur du doigt visqueux et donc d'étendre la validité de ce type de modélisation à l'ensemble de l'écoulement.

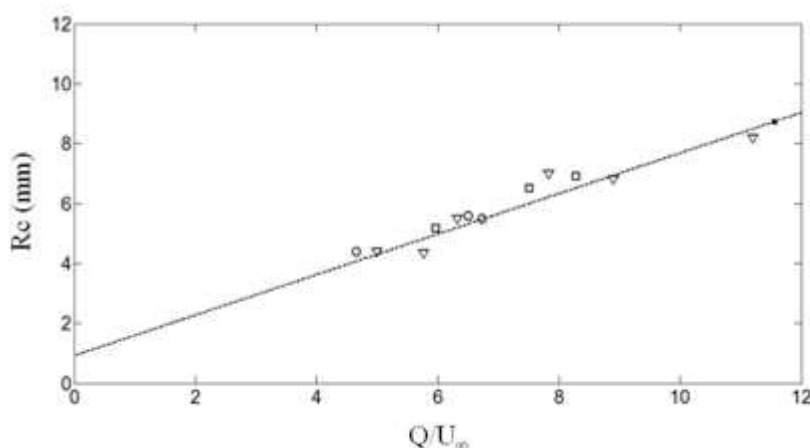


Figure 7.27: Rayon de courbure mesuré en fonction du rayon de courbure simulé (modèle de Rankine) pour les solutions de Xanthane de 500 (○), 1250 (□), 2500 (▽) à toutes les vitesses d'injections.

7.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons réalisé une série d'expériences sur le phénomène de digitation visqueuse pour des fluides rhéofluidifiants. Ces mesures, se divisent en deux catégories : les mesures par analyses des images et les mesures de vélocimétrie par PIV.

L'analyse des images, nous a permis de montrer qu'à vitesse d'injection donnée, le produit entre la largeur relative des doigts et leur vitesses est constant quelque soit la concentration des polymères dans la solution. L'égalité des débits appliquée au système impose que le produit $\lambda(U)U$ est égal à la vitesse moyenne loin devant la pointe du doigt visqueux. Par conséquent, nous pouvons montrer, dans la gamme de vitesses d'injection étudiée, que la vitesse à l'infini du doigt est indépendante de la rhéologie des solutions et est uniquement déterminée par le débit d'injection de l'air.

Par ailleurs, nous avons pu comparer la largeur relative $\lambda(U)$ au rayon de courbure de l'extrémité du doigt R_c . On constate, dans notre cas, que ces deux paramètres sont directement proportionnels. La rhéologie des solutions de Xanthane conditionne directement ces deux paramètres

de telle sorte qu'à vitesse d'injection fixée et pour une solution de Xanthane donnée, la vitesse du doigt visqueux est alors entièrement définie. L'ensemble de ces données nous permet d'affirmer que le rayon de courbure est le paramètre essentiel qui régit le mécanisme de croissance de l'instabilité de digitation.

Les mesures de vélocimétrie par PIV ont permis de quantifier la distribution des vitesses autour des doigts visqueux pour des solutions de Xanthane. Ces mesures ont menés à deux conclusions distinctes. Dans un premier temps, nous avons vérifié le caractère irrotationnel des solutions de Xanthane et ce pour toutes les concentrations de polymères étudiées. Parallèlement, nous avons montré que le gradient de vitesse, maximal à la pointe du doigt, s'atténue très rapidement et tend vers zéro en fin de cellule.

Par ailleurs, ces mesures ont montré que le profil de vitesse dans l'axe d'avancée du doigt décroît en $1/r$. Ainsi, après changement de référentiel, nous avons pu modéliser l'écoulement des solutions de Xanthane par un écoulement potentiel de type Rankine. Dans ce chapitre, nous avons montré le bon accord qualitatif entre cette modélisation et les données expérimentales. En effet, la forme des doigts est respectée par la modélisation. En revanche, les lignes de courant expérimentales et modélisées présentent des différences significatives.

Conclusion

Dans ce travail de thèse nous avons étudié l'instabilité de Saffman-Taylor de solutions de Xanthane dans le régime de digitation des fortes vitesses.

Dans un premier temps, nous avons caractérisé par rhéométrie, les solutions modèles afin d'identifier la loi de comportement en fonction de la concentration en Xanthane et de calculer les paramètres constitutifs de cette loi.

Dans un deuxième temps, nous avons conçu une cellule d'écoulement de type Hele-Shaw permettant l'étude du mécanisme de croissance des doigts. Cette cellule est constituée par deux plaques de verres de fortes épaisseurs. L'écoulement se fait entre les deux plaques et est généré par une platine de déplacement linéaire reliée à une seringue d'injection. Le système a été développé de telle sorte que l'ordre de grandeur des débits d'injection peut varier de 10^2 à 10^5 mm³/s. Cette cellule permet l'étude des écoulements pour des valeurs de l'entrefer variables. Nous avons étudié l'écoulement des solutions de Xanthane pour une épaisseur de cellule de 5 mm et les instabilités de digitation visqueuse pour une épaisseur de 0.3 mm.

A l'aide d'une technique de vélocimétrie par PIV, nous avons pu établir les profils de vitesse de l'écoulement de solutions de Xanthane à plusieurs concentrations différentes. Les résultats ont montré que l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la cellule (millimètre) constitue une limite dans l'approche conventionnelle de la technique de PIV. Nous avons donc élaboré une configuration expérimentale alternative pour laquelle un petit prisme de réflexion est placé à l'intérieur de la cellule. Les profils de vitesse ainsi obtenus sont en bon accord avec ceux calculés à partir d'une modélisation de la loi de comportement des solutions obéissant à loi en puissance. De plus, par ajustement des courbes expérimentales, nous avons pu, par méthode inverse, déterminer le comportement rhéologique des solutions de Xanthane et calculer les valeurs des paramètres n et K .

Parallèlement, afin de valider les mesures de vélocimétrie par PIV, nous avons mesuré la vitesse de sédimentation des traceurs de PMMA contenant de la rhodamine. Pour cela, nous avons utilisé une technique acoustique indépendante de vélocimétrie par Speckle ultrasonore (USV). Après avoir mis en place la procédure expérimentale, nous avons défini, le traitement de signal et le protocole d'analyse des données nécessaires à la mesure quantitative des vitesses. Les résultats montrent le fait que les particules de PMMA utilisées en PIV ont une vitesse de sédimentation bien inférieure à la vitesse caractéristique des écoulements dans la cellule. Nous avons par la suite étudié la mise en place de la technique USV dans le cadre d'une étude des instabilités de digitation visqueuse en cellule de Hele-Shaw. En effet, cette technique de vélocimétrie présente les avantages d'avoir une résolution spatiale

Conclusion

très faible et d'être insensible à l'opacité des fluides complexes. Nous avons montré que, dans nos conditions expérimentales, la mise en place de cette technique nécessite de nouveaux développements technologiques appropriés. En effet, les matériaux utilisés lors de la construction de la cellule ne permettent pas l'utilisation de la méthode USV. De plus, l'intensité du signal étant très faible, le développement de capteurs ultrasonores possédant une bande passante très étroite est nécessaire.

Enfin, nous avons pu mesurer, pour la première fois, par une technique de PIV, le champ de vitesse des solutions de Xanthane autour des doigts aux fortes vitesses de digitation. Ces mesures nous ont permis d'observer que le champ de vitesse des fluides, est généré par l'extrémité du doigt en mouvement. Par ailleurs, pour l'ensemble des fluides, nous avons calculé le champ de vorticité dans toute l'étendue de la cellule. Les résultats obtenus nous permettent de valider le caractère potentiel de l'écoulement des solutions de Xanthane. Nous avons modélisé, après changement de référentiel, les lignes de courant autour du doigt par un écoulement de solide de Rankine. Cette modélisation très simple de la propagation d'un doigt visqueux nous a permis de mieux comprendre l'hydrodynamique des solutions de Xanthane en fonction des paramètres de la modélisation U_∞ et Q . Ces paramètres sont entièrement définis par les caractéristiques géométriques du doigt visqueux et illustrent que la dynamique des solutions de polymères est déterminée par le rayon de courbure R_c à l'extrémité du doigt ainsi que par sa vitesse. Cependant, cette modélisation ne nous a pas permis de comprendre le mécanisme de sélection du rayon de courbure R_c . Par ailleurs, une étude de visualisation de la croissance de l'instabilité par caméra rapide montre que la largeur relative λ est directement proportionnelle à R_c . De plus pour la gamme de vitesses d'injection étudiée, les observations montrent que le produit entre la largeur relative et la vitesse du doigt reste constant pour l'ensemble des solutions modèles : $\lambda U = cte$. Ce résultat découle directement de l'égalité des débits. De plus ce produit est uniquement dépendant de la vitesse d'injection. Ainsi, le rayon de courbure apparaît comme l'unique paramètre géométrique qui contrôle la croissance des doigts. L'ensemble des résultats nous conduit à penser que les mécanismes physiques qui déterminent le rayon de courbure résultent soit de la dissipation dans le volume de l'écoulement, soit de la dissipation à l'extrémité du doigt dans une couche limite de faible épaisseur. En effet, dû aux incertitudes expérimentales, les résultats du calcul de la vorticité ne permettent pas de conclure à l'existence certaine d'une couche limite.

En perspectives, nous souhaitons développer la technique USV pour l'étude du phénomène de digitation de fluides complexes opaques en élaborant de nouveaux capteurs et en adaptant la cellule de Hele-Shaw. Puis, nous étudierons plus précisément la transition entre les mécanismes de croissance des doigts à faibles et fortes vitesses. Enfin, nous chercherons à mieux comprendre les mécanismes dissipatifs qui fixent le rayon R_c . En effet, un calcul dans une couche limite dont l'épaisseur est donnée par les mesures PIV, devrait nous permettre d'identifier si le mécanisme de dissipation qui fixe le rayon de courbure en fonction de la loi de constitution des fluides est localisé près de l'interface ou

Conclusion

dans le volume du fluide. De plus, il est important de calculer la dissipation près des parois de la cellule afin de vérifier si ce terme ne domine pas l'ensemble des effets dissipatifs.

L'ensemble de ce travail devrait se poursuivre par l'étude de la transition doigt-fracture que l'on observe pour des fluides dont la loi de comportement est caractérisée par une différence des contraintes normales.

Annexes

Nous avons rassemblé dans cette annexe l'ensemble des programmes, réalisé sous Matlab®, que nous avons écrit dans le cadre de ce travail de thèse.

- **Programme Matlab® utilisé lors des mesures de vélocimétrie par USV**

```
clear all
%Chargement desfichiers%
[filename, pathname] = uigetfile('*.txt','sélectionner un fichier .txt à charger');
file = [pathname filename];
im=fopen(file,'r');
F=fscanf(im,'%g');
fclose(im);

f=F;

figure
plot(f)

%%Modification1%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
f=zeros(100020,1);           %
for y= 1:length(F);         %
    f(y)=F(y);              %
end                          %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
size(f)

%Paramètres%
%découpage de la séquence%
N=10; %input('Nombre de séquence : ');
nombrept=length(f)/N;
Spec=zeros(nombrept,N);

for r=1:nombrept
    for rr=1:N
        Spec(r,rr)=f(r+(rr-1)*nombrept);
    end
end

Fe=50e6; %input('fréquence d'échantillonnage (Hz): ');
Te=1/Fe;
te=Te*10^9;

%paramètres capteur%
fr=5e6; %input('fréquence du capteur (Hz): ');
Tac=1/fr;
PRF=1000; %input('fréquence de répétition du pulse US (Hz):');
c=1480; %input('célérité du son dans le milieu (m/s):')%
L=c/fr;
Dt=1/PRF;
```

Annexes

```
tac=Tac/Te;

%%Définition Speckle%
%Définition du start-end du speckle%
n1=2700;%input ('Début du Speckle:');
n2=7200;%input ('Fin du Speckle:');

SP1=zeros(n2-n1,N);
for b=1:n2-n1;
    for bb=1:N;
        SP1(b,bb)=Spec(n1+b,bb);
    end
end

%traitement du signal%%
%soustraction de l'offset
MSp1=mean(SP1);
for aa=1:n2-n1;
    for aaa=1:N;
        Sp1(aa,aaa)=SP1(aa,aaa)- MSp1(aaa);
    end
end

%affichage%
K=4;%input('Taille des fenetres Speckle (en période acoustique):');
X=fix(K*tac);
disp('taille de la fenetre (en nombre de points):')
disp(X);
n=fix((n2-n1)/X);
disp('nombre de fenetre Speckle :')
disp(n);
ll=Te*X*c;
disp('taille de la fenetre (en m):')
disp(ll);
%filtre passe bande%
Wp = [0.1 0.9] /2.5; Ws = [0.2 0.6]/2.5;
Rp = 3; Rs = 60;
[n,Wn] = buttord(Wp,Ws,Rp,Rs);
[b,a] = butter(n,Wn);
yyfft1=filter(b,a,Sp1);
nfft=2^nextpow2(n2-n1);
tfl=fft(Sp1,nfft);
TF1=fft(yyfft1,nfft);
f=Fe/2*linspace(0,1,nfft/2);
imft=zeros(nfft,N);

%%0feeling%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

past=1e-9;% input('Période rééchantillonnage (s): ');
fe=1/past;
Nombrept=fix((n2-n1)*fe/Fe);
machin=Nombrept-(n2-n1)/2;
trucl=zeros(Nombrept,N);
Trucl=zeros(Nombrept,N);
Dd1=fft(yyfft1);

for k=1:(n2-n1)/2;
    kk=1:N;
    trucl(k,kk)=Dd1(k,kk);
    Trucl(machin+k,kk)=Dd1((n2-n1)/2+k,kk);
```

Annexes

```
end

ffyt1=trucl+Trucl;
FFYT1=real(iff( ffyt1));
NFFT=2^nextpow2(Nombrept);
TTF1=fft(FFYT1,NFFT);
F=fe/2*linspace(0,1,NFFT/2);
l1l=L/(past*c);
XX=fix(K*l1l);
disp('taille de la fenetre (en nombre de points):')
disp(XX);
nn=fix(Nombrept/XX);
disp('nombre de fenetre Speckle :')
disp(nn);
LL=past*XX*c;
disp('taille de la fenetre (en m):')
disp(LL);

%Critères corrélation%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Matrice contenant les fenêtres speckles%
jiji=5;% taux de recouvrement%
iop=jiji*(nn-1);
IOP=jiji;
S1=zeros(XX,iop,N);
pct=(1-1/IOP)*100 % taux de recouvrement%

for i=1:XX
    for j=1:iop
        for k=1:N
            S1(i,j,k)=FFYT1(i+ fix((j-1)*XX/IOP),k);
        end
    end
end

%matrice d'intercorrelation
A=zeros(2*XX-1,iop,N);
m=0;

for m=1:iop
    for mm=1:N-1
        A(:,m,mm)=xcorr(S1(:,m,mm),S1(:,m,mm+1));
    end
end

A1=sum(A,3);

%critère amplitude de corrélation%
PRC=0.2; %imput('pourcentage d'amplitude')

for h=1:iop
    [XXX(h),YXX(h)] = max(A1(:,h));
end

[row,col,gg] = find( XXX > PRC * max(XXX) );

%calcul vitesse%
truc=length(S1);
shift=abs((truc- YXX))*past/2;
V=PRF*0.5*c.*shift;
```

Annexes

```
x=1e-4:1e-3:1e-1;

[moy1,etypel] = normfit(V(col))
y1=exp(-0.5*(x-moy1).^2/etypel^2);
I1=mean(XXX(col))

%affichage%

figure
hist(V(col),x)
figure
plot(x,y1)
%critere Amplitude secondaire%
TR=A1(:,col);
TTR=[];

for toto=1:length(col);
    TTR(:,toto)=TR(:,toto)- 0.5*max(TR(:,toto));
end

for TOTO=1:length(col)
    [r,c]=find(TTR(:,TOTO)<0);
    TTR(r,TOTO)=0;
end

x1=1:700;
x2=900:length(TR);
C=cat(2,x1,x2);
AA1=TTR(C,:);

B=[];
B=mean(AA1);
TRU=TR(:,B==0);

for i=1:length(mean(TRU))
    [xxx(i),yxx(i)] = max(TRU(:,i));
end

%calcul des vitesse%
truc=length(S1);
Shift=abs((truc- yxx))*past/2;
v=PRF*0.5*1480.*Shift;

x=1e-4:1e-3:1e-1;
[moy2,etypel] = normfit(v)
y2=exp(-0.5*(x-moy2).^2/etypel^2);

%affichage%
figure
hist(v,x)
figure
plot(x,y2)
```


Annexes

- **Programme Matlab® utilisé lors des mesures de vélocimétrie par PIV**

```
clear all

%ouverture du fichier experimental (32-32, 50%)
load ('emplacement du fichier')
figure,surf(-moyenv)

borninf=10;%input('borne inferieure du champs');
bornsup=80;%input('borne superieure du champs');
Moyenu=-moyenv(borninf:bornsup,:);
MOyenu=mean(Moyenu');
Sigma_u=-sigma_v(borninf:bornsup,:);
SIGma_u=mean(Sigma_u');

%Calibration (PIV)
dy=0.0084e-3;
dx=0.0078e-3*cosd(43.5);
dt=32e-6;
tr=dy/dt;

%Choix de la zone de fit
a1=find(MOyenu > 3);
mill=fix((max(a1)-min(a1))/2);
origi=min(a1)+mill-1;
x1=-origi:length(Moyenu)-origi-1;
figure,errorbar(x1,MOyenu,SIGma_u+var(Moyenu'))

borninf2=-20;%input('borne inferieure du fit');
bornsup2=20;%input('borne superieure du fit');

borninf1= borninf2 + origi;
bornsup1= bornsup2 + origi;

v1=MOyenu(borninf1:bornsup1);
x=x1(borninf1:bornsup1);
v=v1*tr;
X=16*dx*x;
figure,plot(X,v)

%paramètres fixes et variables indépendantes
b=0.005; %=input('épaisseur de la cellule (m)')
m=0.3; %input('indice de pseudoplasticité');
% k1=0.160; %input('paramètre k1');
alpha=1-m;

%paramètres libres
Borninf=input('borne inferieure du paramètre A');
Bornsup=input('borne superieure du paramètre A');
Maill=input('maillage');

maill=(Bornsup-Borninf)/Maill;
K=Borninf:maill:Bornsup;

%loi théorique
Vfil=zeros(length(K),length(x));
```

Annexes

```
for A1=1:length(K);
    Vfi1(A1,:)=(m/(m+1))*K(A1).^(1/m)*(b/2)^((m+1)/m).*(1-
(2*abs(X)/b).^((m+1)/m));
end

V1=real(Vfi1);
[m1,m2]=min(V1');
V=zeros(length(v),length(K));
for t=1:length(K)
V(:,t)=(V1(t,:)-m1(t))+min(v);
end

figure, surf(V1)
shading 'interp'
colorbar

%Comparaison calcul ecart type
AA1=zeros(length(K),length(v));

for t1=1:length(v)
AA1(:,t1)=(V1(:,t1)-v(t1)).^2;
end

figure, contour(AA1,100)

A1=mean(AA1');
figure, plot(K,A1)
[a2,b2]=min(A1');

figure, plot(x,V1(b2,:)),hold on ,plot(x,v,'o'), hold off
PasX=1e-6;
XX1=-b/2:PasX:b/2;
Vfi2=(m/(m+1))*K(b2).^(1/m)*(b/2)^((m+1)/m).*(1-
(2*abs(XX1)/b).^((m+1)/m));
figure,
errorbar(2*16*dx*x1/b,MOyenu/max(MOyenu),(SIGMA_u/max(MOyenu)+var(Moyenu')/
max(MOyenu)),hold on, plot(2*XX1/b,real(Vfi2)/max(real(Vfi2)))

Vfi2=@(XX1) (m/(m+1))*K(b2).^(1/m)*(b/2)^((m+1)/m).*(1-
(2*abs(XX1)/b).^((m+1)/m));
Q1=0.05*quad(Vfi2,-b/2,b/2)

f=gradient(MOyenu*tr,16*dx);
figure, plot(2*16*dx*x1/b,abs(f))
```

Annexes

- Programme Matlab® utilisé lors des mesures par PIV autour des doigts visqueux

```
clear all

%%ouverture de l'image .tif-----
[fnom,fchemin]=uigetfile('*.tif','ouverture image');
fspec=[fchemin fnom];
A=imread(fspec);
I=A(1:1024,:);

%lecture des données
figure, imshow(I,[50,150])

%soustraction du fond
background = imopen(I,strel('disk',15));
set(gca,'ydir','reverse');
I2 = I - background;
I3 = imadjust(I2);
%figure, surf(double(background(1:8:end,1:8:end))),zlim([0 255]);

%binarisation
level = graythresh(I3);
bw = im2bw(I3,0.2);
bw = bwareaopen(bw, 50);
figure, imshow(bw)
[dim1,dim2]=size(I3);
BW=zeros(dim1,dim2);

borninf1=input('borne inferieure en Y');
borninf2=input('borne superieure en Y');
bornsup3=input('borne superieure en X');
BW(borninf1:borninf2,1:bornsup3)=bw(borninf1:borninf2,1:bornsup3);

[B,L,N,A] = bwboundaries(BW);
figure, imshow(L)

index=input('index du contour');
BW=(L==index);

col=1;
row=input('coordoné y du point de depart du contour');

for taill=20:5000;
    contour = bwtraceboundary(BW, [row, col], 'W', 8,
    taill,'counterclockwise');
    totol=contour(:,2);
    if totol(length(totol))==1,break
    end
end

Xdoigt=contour(:,2);
Ydoigt=contour(:,1);

figure, plot(Xdoigt,Ydoigt)
IndX=find(Xdoigt==max(Xdoigt));
```

Annexes

```
YR=fix(mean(Ydoigt(IndX)));
XR=max(Xdoigt);

IndX1=find(Xdoigt > XR-100);
Xf = Xdoigt(IndX1);
Yf = Ydoigt(IndX1);

% solve for parameters a, b, and c in the least-squares sense by
% using the backslash operator
abc = [Xf Yf ones(length(Xf),1)] \ -(Xf.^2+Yf.^2);
a = abc(1); b = abc(2); c = abc(3);

% calculate the location of the center and the radius
xc = -a/2;
yc = -b/2;
Xc=xc-XR;
Yc=yc-YR;
YD=Ydoigt-YR;
XD=Xdoigt-XR;

radius = sqrt((xc^2+yc^2)-c);

% display the calculated center
figure, plot(Xc,Yc,'bx','LineWidth',2),hold on,
plot(0,0,'rx','LineWidth',2)

% plot the entire circle
theta = 0:0.01:2*pi;

% use parametric representation of the circle to obtain coordinates
% of points on the circle
Xfit = radius*cos(theta) + Xc;
Yfit = radius*sin(theta) + Yc;

hold on, plot(Xfit, Yfit), hold on, plot(XD,YD)
ui1=XD/radius;
ui2=YD/radius;
Ui1=Xfit/radius;
Ui2=Yfit/radius;
% figure, plot(ui1,ui2)

% clear all

%ouverture du fichier .vep-----
[fnom,fchemin]=uigetfile('*.vep','fichier vep');
fspec=[fchemin fnom];
fid=fopen(num2str(fspec),'r');
%lecture d'entête binaire
[idata5, count5]=fread(fid,2,'int');
%lecture des données
[idata1, count]=fscanf(fid,'%g\t%g\t%g\t%g\t%g\t\n');
T=reshape(idata1,5,count/5);
X=T(1,:);
Y=T(2,:);
U=T(3,:);
V=T(4,:);
RSB=T(5,:);
```

Annexes

```
fclose(fid);

maillage=16;%input('taille de la maille de calcul (Px)');
maillage2=maillage/2;
M1=max(X);
m1=min(X);
M2=max(Y);
m2=min(Y);

c1=(M1-m1)/maillage2+1;
c2=(M2-m2)/maillage2+1;

x=X(1:c1);
y=Y(1:c1:length(Y));
[XX,YY]=meshgrid(x-XR,y-YR);

UU=[];
VV=[];
RSB1=[];

for toto1=1:c1
    for toto2=1:c2
        UU(toto1,toto2)=U(toto1 + (toto2-1).*c1);
        VV(toto1,toto2)=V(toto1 + (toto2-1).*c1);
        RSB1(toto1,toto2)=RSB(toto1 + (toto2-1).*c1);
    end
end

v=sqrt(UU.^2+VV.^2);
%%filtrage vitesse-----

%seuillage norme%
Seu=10;%input('seuillage norme (Px)');

for toto2=1:c2
    [r,c]=find(v(:,toto2) > Seu);
    v(r,toto2)=0;
    UU(r,toto2)=0;
    VV(r,toto2)=0;
    RSB1(r,toto2)=0;
end

figure
surf(v)
shading 'interp'
colorbar

%detection de la vitesse du doigt-----
%lissage de la vitesse%

us=filter2(1/5*[0 1 0; 1 1 1; 0 1 0],UU,'valid');
vs=filter2(1/5*[0 1 0; 1 1 1; 0 1 0],VV,'valid');
Us(2:c1-1,2:c2-1)=us;
Vs(2:c1-1,2:c2-1)=vs;
vvs=sqrt(Us.*Us+Vs.*Vs);
XX1=XX(2:c2-1,2:c1-1);
YY1=YY(2:c2-1,2:c1-1);
```

Annexes

```
figure
surf(vvs)
shading 'interp'
colorbar

%vitesse du doigt%
[k,l]=find(5 > XX & XX > -5);
[k1,l1]=find(5 > YY & YY > -5);
indyd=l(1);
indxd=k1(1);

cald=0.001/23;
calt=8000e-6;

Vd=max(vvs(:,indxd));
uus=(us-Vd)*(cald/calt);
figure, plot(XX1(indxd,:)*(cald) , uus(:,indxd))

HH=stream2(XX1*(cald),YY1*(cald),uus',vs'*(cald/calt),XX1(:,10)*(cald),YY1(
:,10)*(cald));
figure, quiver(XX1*(cald),YY1*(cald),uus',vs'*(cald/calt),2,'r'), hold on,
streamline(HH)
figure, plot(Xfit*(cald), Yfit*(cald)), hold on,
plot(XD*(cald),YD*(cald),'r'),hold on, streamline(HH)

hh=stream2(XX1*(cald),YY1*(cald),us'*(cald/calt),vs'*(cald/calt),XD(1:5:len
gth(XD))*(cald),YD(1:5:length(XD))*(cald));
figure, plot(Xfit*(cald), Yfit*(cald)), hold on,
plot(XD*(cald),YD*(cald),'r'),hold on, streamline(hh)

F1=uus(:,indxd);
Dist1=XX1(indxd,:)*cald;

[ter,tor]=find(Dist1>0);

f1=F1(tor);
x1=Dist1(tor);

%paramètres libres
Borninf=input('borne inferieure du paramètre A');
Bornsup=input('borne superieure du paramètre A');
Maill=input('maillage');

maill=(Bornsup-Borninf)/Maill;
K=Borninf:maill:Bornsup;

%lère loi théorique (vx(y=0))
n=-1;
B1=-0.011
Vfil=zeros(length(K),length(x1));
yyto=-1.5:0.01:1.5;
yyto1 = linspace(min(yyto),max(yyto),length(YD));
l11=[];
for A1=1:length(K);
    Xs=-K(A1)/B1;
    test=x1+Xs;
    Vfil(A1,:)=K(A1)*test.^n + B1;
    l11(:,A1)=-yyto1.*tan((1/K(A1))*(B1*yyto1)).^(-1)-Xs;
```

Annexes

```
end

figure, surf(Vfil)
shading 'interp'
colorbar

%Comparaison calcul ecart type
AA1=zeros(length(K),length(x1)-6);

for t1=3:length(x1)-3
AA1(:,t1)=(Vfil(:,t1)-f1(t1)).^2;
end

A1=mean(AA1');
[a2,b2]=min(A1');

figure, plot(K,A1)
figure, plot(x1,Vfil(b2,:)),hold on ,plot(x1,f1,'o'), hold off

%Comparaison calcul ecart type
AA2=[];

for t2=1:length(K);
AA2(:,t2)=(l11(:,t2)-XD(:)*cald).^2;
end

A2=mean(AA2);
[a3,b3]=min(A2);

figure, plot(K,A2)
figure, plot(l11(:,b3),YD*cald),hold on ,plot(XD*(cald),YD*(cald),'r'),
hold off

l1=[];

for psi=1:10:100
l1(:,psi)=-yyto.*tan((1/K(b2))*((-50+psi)/5+(B1)*yyto)).^(-1)+K(b2)/(B1);
end
figure, plot(l1,yyto)
```

Références

- [01] Astarita G and G. Marrucci. Principles of Non-Newtonian Fluid Mechanics. Cambridge University Press , 1974.
- [02] Atkinson P, Woodcock J P 1982 Doppler ultrasound and its use in clinical measurement Academic Press (London)
- [03] Bandalusena H.C.H., W.B. Zimmerman and J.M. Rees, “Microfluidic rheometry of a polymer solution by micron resolution particle image Velocimetry: a model validation study,” Meas. Sci. Technol. 20, 115404-13 (2009).
- [04] Barnes H.A, J.F. Hutton and K. Walters, An introduction to rheology, Elsevier, Amsterdam 1989.
- [05] Batchelor G. K. An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge University Press [1967]. ISBN 0-521-66396-2.
- [06] Bensimon D, L.P. Kadanoff, S. Liang, B.I. Shraiman and C. Tang, Viscous flows in two dimensions, Rev. Mod. Phys., 58 (1986) 977
- [07] Bergström L. B., “Nonmodal growth of three-dimensional disturbances on plane Couette–Poiseuille flows,” Phys. Fluids 17, 014105-15 (2004).
- [08] Berne B J, Pecora R 2000 Dynamic Light Scattering General Publishing Company ed. (Toronto, Ontario, Canada)
- [09] Bird R.B, R.C. Armstrong et O. Hassager, Dynamics of polymeric liquids, J. Wiley and Sons, New York 1987
- [10] Bonn D., H. Kellay, M. Ben Amar et J. Meunier, Viscous finger widening with surfactants and polymeres, Phys. Rev. Lett., 75 (1995) 2132
- [11] Bonnefous O 2001 Blood flow and tissue motion with ultrasound for vascular applications C.R. Acad. Sci. Paris 2 1161-78
- [12] Born M, Wolf E 1964 Principles of optics (University Press, Cambridge)
- [13] Bretherton F.P., The motion of long bubbles in tubes, J. Fluid Mech., 10 (1961) 166
- [14] Callaghan P.T., M.E. Cates, C.J. Rofe and J.B.A.F. Smeulders, “A study of the Spurt Effect in wormlike micelles using Nuclear Magnetic Resonance Microscopy,” J. Phys. II France 6, 375-93 (1996).
- [15] Carlson A B 1986 Communication systems (Macmillan publishing company, New York)
- [16] Chuoke R.L., P. van Meurs and V. Van der Pol, Pet. Trans. AIME 216, 188 (1959)
- [17] Combescot R.C., T. Dombre, V. Hakim et Y. Pomeau, Shape selection of Saffman-Taylor fingers, Phys. Rev. Lett., 56 (1986) 2036

Références

- [18] Couder Y., Growth Patterns : from stable curved fronts to fractal structures, Chaos, Order and Patterns, Ed. R. Artuso et al. (Plenum press, New York, 1991)
- [19] Couder Y., N. Gerard et M. Rabaud, Narrow finngers in the Saffman-Taylor instability, Phys. Rev. A, 34 (1986) 5175
- [20] Couder Y. et al Europhys. Lett. 2, 437,1986
- [21] Coussot P., The Saffman-Taylor instability in yield stress fluids, J. Fluid Mech., 380 (1999) 63
- [22] Coussot P and C. Ancey, Rheophysics of pastes and suspensions (in French) (EDP Sciences, Paris 1999)
- [23] Cowan M L, Jones I P, Page J H, Weitz A 2002 Diffusing acoustic wave spectroscopy Phys. Rev.E 65 066605-1-11
- [24] Craven T.J., J.M. Rees and W.B. Zimmerman, “Pressure sensor positioning in an electrokinetic microrheometer device: simulations of shear-thinning liquid flows,” Microfluidics and Nanofluidics 9, 559-71 (2010).
- [25] Cummins H Z, Pike E R 1977 *Photon Correlation Spectroscopy and velocimetry* (Plenum, New York)
- [26] Degré G., P. Joseph, P. Tabeling et al., “Rheology of complex fluids by particle image velocimetry in microchannels,” Appl. Phys. Lett. 89, 024104-07 (2006).
- [27] Diat O., D. Roux and F. Nallet, “Layering effect in a sheared lyotropic lamellar phase,” Phys. Rev. E 51, 3296-99 (1995).
- [28] Doi M and Edwards S F, The theory of polymer dynamics, Clarendon press, Oxford, (1986)
- [29] Fink M, Mallart R, Cancre F 1990 The random phase transducer: a new technique for incoherent processing-basic principles and theory IEEE Transactions on ultrasonic, ferroelectrics and frequency control 37 54-69
- [30] Gens F, Remenieras J P, Patat F, Diridollou S, Berson M 2000 Potential of a high-frequency correlation method to study skin blood flow Skin research and technology 6 21-6
- [31] Gharib M, Beizaie M 2003 Correlation between negative near-wall shear stress in human aorta and various stages of congestive heart failure Annals of Biomedical Engineering 31 678-85
- [32] Godrèche C and Manneville P, Hydrodynamics And Nonlinear Instabilities, Cambridge University Press (2005)
- [33] Greffier O., A. Al Kawaji, J. Rouch et H. Kellay, Observation of a Finite-Time Singularity in Needle Propagation in Hele-Shaw Cells, Phys. Rev. Lett., 81 (1998) 3860
- [34] Guyon E, J.-P. Hulin et L. Petit, Hydrodynamique physique, ED. Inter Editions /Editions du CNRS, Paris 1994
- [35] Guyon E, J.-P. Hulin, L. Petit Ce que disent les fluides, Belin, (2005)
- [36] Hele-Shaw H.S., The flow of water, Nature, 58 (1898) 34

Références

- [37] Hess S., “Structure and Nonlinear Flow Behavior of Simple and Complex Fluids,” *Inter. Jour. of Thermophysics* 23, 905-20 (2002).
- [38] Hong D.C. and J.S. Langer, Analytic theory of the selection mechanism in the Saffman-Taylor problem, *Phys. Rev. Lett.*, 56 (1986) 2032
- [39] Joseph P. and P. Tabeling, “Direct measurement of the apparent slip length,” *Phys. Rev. E* 71, 035303-7(R) (2005).
- [40] Keane R. D. and R. J. Adrian, “Optimization of particle image velocimeters. I. Double pulsed systems,” *Meas. Sci. Technol.* 1, 1202-15 (1990).
- [41] Keane R.D., R. J. Adrian and Y. Zhang, “Super-resolution particle imaging Velocimetry,” *Meas. Sci. Technol.* 6, 754-768, (1995).
- [42] Kim H B, Hertzberg J R, Shandas R 2004 Development and validation of echo PIV *Exp. Fluids* 36 455-62
- [43] Kondic L., P. Palffy-Muhoray and M. J. Shelley, “Models of non-Newtonian Hele-Shaw flow,” *Phys. Rev. E* 54, 4536-39 (1996).
- [44] Landau L.D et E.M. Lifschitz, *Hydrodynamik*, Verlag Harri Deutsch, Berlin 1991
- [45] Larson R., *The Structure and Rheology of Complex Fluids* (Oxford University Press, Oxford, 1999).
- [46] Lecordier B., D. Demare, L.M.J. Vervisch, J. Rveillon and M. Trinit, “Estimation of accuracy of PIV treatments for turbulent flow studies by direct numerical simulation of multiphase flow,” *Meas. Sci. Tech.* 9, 1382-91 (2001).
- [47] Lerouge S. and J-P. Decruppe, “Correlations between rheological and optical properties of a micellar solution under shear banding flow,” *Langmuir* 16, 6464-74 (2000).
- [48] Liberatore M.W., F. Nettesheim and N.J. Wagner, “Spatially resolved small-angle neutron scattering in the 1-2 plane: A study of shear-induced phase-separating wormlike micelles,” *Phys. Rev. E* 73, 020504-08(R) (2006).
- [49] Lindner A., *L’instabilité de Saffman–Taylor dans les fluides complexes: relation entre les propriétés rheologiques et la formation de motifs*, Thèse de doctorat de l’Université Paris VI, 2000.
- [50] Lindner A., D. Bonn and J. Meunier, “Viscous fingering in a shear-thinning fluid,” *Phys. in Fluids* 12, 256-61 (2000).
- [51] Lindner A., D. Bonn and J. Meunier, *Viscous fingering in complex fluids*, *J. Phys : Condensed Matter*, 12 (2000) A477
- [52] Lindner, A., Bonn, D., Poiré, E.C., Amer, M.B. & Meunier, J. *Viscous fingering in non-Newtonian fluids. J. Fluid Mech.* 469, 237-256 (2002)
- [53] Manneville S, Sandrin L, Fink M 2001 Investigating a stretched vortex with ultrafast two-dimensional ultrasonic speckle Velocimetry *Phys. Fluids* 13 1683-90

Références

- [54] Manneville S., L. Bécu and A. Colin, “High-frequency ultrasonic speckle velocimetry in sheared complex fluids,” *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* 28, 361-73 (2004).
- [55] McCloud K.V. and J.V. Maher, Experimental perturbations to Saffman-Taylor flow, *Phys. Rep.*, 206 (1995) 139
- [56] McLean J. W. and P. G. Saffman, The effect of surface tension on the shape of fingers in a Hele-Shaw cell, *J. Fluid Mech.*, 102 (1981) 455
- [57] Mora S. and M. Manna, Saffman-Taylor instability for generalized Newtonian fluids, *Phys. Rev. E* 80, 016308 (2009)
- [58] Mora S. & M. Manna, Saffman-Taylor instability of viscoelastic fluids: From viscous fingering to elastic fractures *Phys. Rev. E* 81, 026305 (2010).
- [59] Nakajima M, Itoh T, Shingyouuchi M, Akiyama I, Yuta S 1988 Ultrasonic Speckle Velocimetry Ultrasonic Symposium IEEE 2 1007-12
- [60] Nobach H. and E. Bodenschatz, “Limitations of accuracy in PIV due to individual variations of particle image intensities,” *Exp. in Fluids* 47, 27-38 (2009).
- [61] Paterson L, Radial fingering in a Hele-Shaw cell, *J. Fluid Mech.*, 113 (1981) 513
- [62] Park C.W. and G.M. Homsy, Two phase displacement in Hele-Shaw cells : theory, *J. Fluid Mech.*, 139 (1984) 291
- [63] Perrin R., C. Mockett, M. Braza, E. Cid, S. Cazin, A. Sevrain, M. Chassaing and F. Thiele, “Joint numerical and experimental investigation of the flow around a circular cylinder at high Reynolds number,” DOI: 10.1007/978-3-540-73528-1, (2008).
- [64] Proakis J G, Manolakis D G 1996 *Advanced Digital Signal Processing* (Mc Graw-Hill International edition)
- [65] Rabaud M., Y. Couder et N. Gerard, Dynamics and stability of anomalous Saffman- Taylor fingers, *Phys. Rev. A*, 37 (1988) 935
- [66] Raffel M., C.E. Willert and J. Kompenhans, *Particle Image Velocimetry: A Practical Guide* (Springer, 1998)
- [67] Riedel C, Arinero R, Tordjeman Philippe, Colmenero J (2010) Dielectric properties of thin insulating layers measured by Electrostatic Force Microscopy. *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, 50 . pp. 10501-10509.
- [68] Roudet M 2008 Hydrodynamique et transfert de masse autour d'une bulle confinée entre deux Plaques PhD Thesis University of Toulouse, France. (<http://ethesis.inp-toulouse.fr/archive/00000806/>)
- [69] Rossi M., R. Lindken and J. Westerweel, “Optimization of multiplane μ PIV for wall shear stress and wall topography characterization,” *Exp. in Fluids* 48, 211-223 (2010).
- [70] Rubinstein M and Colby R. H, *Polymer physics*, Oxford university press, (2004)

Références

- [71] Saffman P. G and G. I. Taylor, The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid, Proc. R. Soc. A, 245 (1958) 312
- [72] Salmon J. B., L. Bécu, S. Manneville and A. Colin, “Towards local rheology of emulsions under Couette flow using Dynamic Light Scattering,” Eur. Phys. J. E 10, 209-21 (2003).
- [73] Santiago J., S. Wereley, C. Meinhart, D. Beebe and R. Adrian, “A particle image Velocimetry system for microfluidics,” Exp. in Fluids 25, 316–19 (1998).
- [74] Schmitt V., C. M. Marques and F. Lequeux , “Shear-induced phase separation of complex fluids: the role of flow-concentration coupling,” Phys. Rev. E 52, 4009-15 (1995).
- [75] Shraiman B.I., Velocity selection and the Saffman Taylor problem, Phys. Rev. Lett., 56 (1986) 2028
- [76] Sierro P. and D. Roux, “Structure of a Lyotropic Lamellar Phase under Shear,” Phys. Rev. Lett. 78, 1496-99 (1997).
- [77] Stanislas M., K. Okamoto, C.J. Kähler, J. Westerweel and F. Scarano, “Main results of the third international PIV challenge,” Exp. in Fluids. 45, 27-71 (2008).
- [78] Stone S.W., C.D. Meinhart and S.T. Wereley, “A microfluidic-based nanoscope,” Exp. in Fluids 33, 613-619 (2002).
- [79] Stone H.A., A.D. Stroock, and A. Ajdari ENGINEERING FLOWS IN SMALL DEVICES
Microfluidics Toward a Lab-on-a-Chip Annual Review of Fluid Mechanics Vol. 36: 381-411 (2004)
- [80] Tabeling P. and A. Libchaber, Film draining and the Saffman-Taylor problem, Phys. Rev. A, 33 (1986) 794
- [81] Tabeling P., Introduction à la microfluidique, 2003
- [82] Takeda Y, Velocity profile by ultrasonic method, Exp fluid Sci. 10-4 1995, 444
- [83] Tordjeman, Ph., “Saffman-Taylor instability of shear thinning fluids,” Phys. Fluids 19, 118102-06 (2007).
- [84] Tropea C., A.L. Yarin and J.F. Foss, Springer handbook of experimental fluid mechanics (Springer, 2007).
- [85] Trouton F. T, Proc. R. Soc. London, Ser. A, 77 (1906) 426
- [86] Weissenberg, K., A continuum theory of rheological phenomena, Nature 159, 310-311 (1947).
- [87] Westerweel J., “Fundamentals of digital particle image velocimetry,” Meas. Sci. Technol. 8, 1379-92 (1997).
- [88] Westerweel, J., “Theoretical analysis of the measurement precision in Particle Image Velocimetry,” Exp. in fluids, 3-12 (2000).
- [89] Westerweel J., “On velocity gradients in PIV interrogation,” Exp. In fluids 44, 831-42 (2008).
- [90] Wilson H. J. and J. M. Rallison, “Instability of channel flow of a shear-thinning White–Metzner fluid,” J. of Non-Newtonian Fluid Mech. 87, 75-96 (1999).

Références

- [91] Wilson S. D. R, The Taylor Saffman problem for a non-Newtonian liquid, J. Fluid Mech., 220 (1990) 413

RESUME en français :

Ce travail de thèse est consacré à l'étude des instabilités de Saffman-Taylor de fluides complexes modèles.

Ces derniers sont des solutions de Xanthane dont le caractère rhéofluidifiant augmente avec la concentration en polymère.

Dans un premier temps, nous avons étudié les propriétés rhéologiques de ces fluides modèles puis nous avons caractérisé leurs propriétés d'écoulement dans une cellule de Hele-Shaw de forte épaisseur. Dans un deuxième temps, nous avons mesuré par PIV (Particle Image Velocimetry) la distribution du champ de vitesse autour des doigts de Saffman-Taylor pour l'ensemble des fluides étudiés. Afin de valider les expériences de PIV, nous avons caractérisé les vitesses de sédimentation des traceurs, par la technique complémentaire de vélocimétrie par Speckle ultrasonore (Ultrasonic Speckle Velocimetry).

Nous avons montré expérimentalement que le champ de vitesse pour tous les fluides est irrotationnel et que la forme du doigt peut être modélisée par un écoulement potentiel autour d'un solide de Rankine. Les expériences ont établi que le rayon de courbure à l'extrémité des doigts est l'unique paramètre qui dépend des propriétés rhéologiques des solutions de Xanthane.

De plus, ce paramètre conditionne toute l'hydrodynamique autour des doigts de Saffman-Taylor.

TITRE en anglais : Experimental study of instability of viscous fingering of shear thinning fluid models

RESUME en anglais :

This thesis is devoted to the study of Saffman-Taylor instabilities of complex fluids models. These are solutions of xanthan whose shear thinning behavior increases with polymer concentration.

Initially, we studied the rheological properties of model fluids and then we characterized the properties of flow in a Hele-Shaw thick. In a second step, we measured by PIV (Particle Image Velocimetry) distribution of the velocity field around the fingers of Saffman-Taylor for all fluids studied. To validate the PIV experiments, we characterized the sedimentation rates of tracers, by the complementary technique of ultrasonic speckle velocimetry (Ultrasonic Speckle Velocimetry).

We have shown experimentally that the velocity field for all fluids is irrotational and that the shape of the finger can be modeled by a potential flow around a Rankine solid. Experiments have shown that the radius of curvature at the top of the fingers is the only parameter which depends on the rheological properties of xanthan solutions.

In addition, this parameter influences the whole hydrodynamic around Saffman-Taylor fingers.

MOTS-CLES : Instabilité de Saffman-Taylor, fluides complexes, Vélocimétrie par Speckle ultrasonore, PIV.
