ACADÉMIE DE MONTPELLIER
UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER II
- SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC -

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER II

Discipline : Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal
Formation Doctorale : Systèmes Automatiques et Microélectronique
Ecole Doctorale : Information, Structures et Systèmes

présentée et soutenue publiquement
par

Sébastien COTTON

le 6 Juillet 2010

Titre :

Modélisation, dynamique et estimation du centre de masse de robots humanoïdes

---

JURY :

Luis.	Sentis	Assistant Professor, University of Texas	Rapporteur
Bernard.	Espiau	Directeur de Recherche, INRIA	Rapporteur
François.	Pierrot	Directeur de Recherche, CNRS	Examinateur
Philippe.	Fraisse	Professeur, Université de Montpellier II	Directeur de Thèse
Andrew.	Murray	Associate Professor, University of Dayton	Co-Directeur de Thèse

Résumé

Avant de pouvoir interagir avec l'homme, les robots humanoïdes doivent encore être largement améliorés, tant au niveau de leur modélisation, de leur commande que de leur conception. Contrairement aux robots manipulateurs la notion de centre de masse est prédominante chez les robots humanoïdes et sera au centre de la gestion de leur équilibre. C'est donc dans ce cadre que s'inscrit cette thèse dont le but est de proposer une modélisation précise du centre de masse des robots humanoïdes dont la complexité ne cesse d'augmenter. En effet les modèles utilisés aujourd'hui pour définir la trajectoire du centre de masse sont des modèles simplifiés des robots humanoïdes. Les travaux de cette thèse s'articulent autour de trois contributions majeures : la modélisation cinématique et dynamique ainsi que l'estimation du centre de masse de robots humanoïdes. La première contribution propose une transformation de la structure arborescente de l'humanoïde en une chaîne virtuelle série localisant son centre de masse et permettant une commande cinématique adaptée de ce dernier. La dynamique du robot est ensuite exprimée en son centre de masse permettant ainsi une description exacte de ses accélérations. À ce titre, le concept de manipulabilité dynamique du centre de masse est introduit. Enfin grâce à la modélisation sous forme de chaîne virtuelle, une méthodologie qui s'impose aujourd'hui comme référence dans le domaine de l'estimation du centre de masse chez l'humain est proposée. De nombreuses expérimentations illustrent tout au long de cette thèse l'application et l'utilité de ces travaux.

Abstract

Before they can seamlessly interact with humans, humanoid robots must see significant advancements in their modeling, their control, and their design. Unlike more traditional manipulator robots, the notion of center of mass is central to the study of humanoid robots, predominantly due to the need to manage their balance. In this context, this thesis establishes accurate modeling techniques for the center of mass of humanoid robots. This challenge is further magnified due to the continuous increases in the design complexity of these systems. As evidence, consider that simplified models are currently used to determine the trajectory of a humanoid robot's center of mass. This thesis focuses on three major contributions in humanoid robotics : improved kinematic modeling, improved dynamic modeling, and the estimation of the center of mass. The first contribution is a methodology to transform a tree structure (like a humanoid) into a virtual serial chain useful in locating its center of mass and allowing for adapted control of the latter. The second contribution is an examination of the humanoid's dynamics to determine an accurate expression for the acceleration of its center of mass. As such, the concept of dynamic manipulability of the humanoid's center of mass is introduced. The third contribution is a procedure that extends the notion of the virtual serial chain to the estimation of center of mass and is as applicable to humans as humanoids. Experimental results are included throughout.

Remerciement

Je souhaiterais tout d'abord remercier Monsieur Michel Robert pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire qu'il dirige : le Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier (LIRMM). Je remercie également le Centre National de la Recherche Scientifique ainsi que la Région Languedoc Roussillon pour avoir financé mes travaux de recherche.

Je tiens à remercier tout particulièrement mes directeurs de thèses : tout d'abord Monsieur Philippe Fraisse pour m'avoir accordé l'opportunité de réaliser cette thèse ainsi que pour la liberté et la confiance qu'il m'a concedé et ensuite Monsieur Andrew Murray qui en plus de ces précieux conseils, est aujourd'hui devenu un véritable ami. Bien sur je n'oublie pas l'ensemble des membres du département Robotique pour leur sympathie et leur soutient.

Je voudrais également témoigner toute ma reconnaissance envers les membres du jury, et particulièrement les rapporteurs, pour le temps qu'ils m'ont accordé ainsi que pour la qualité de leurs commentaires.

Sur un plan plus personnel, j'aimerai dire un grand merci aux thésards avec qui j'ai passé ces trois dernières années : Vincent, Bastien, Nicolas, Lotfi, Rogerio, Jeremy, Hai, Walid, David, Aurélien, Mourad, Mickael, Sébastien, Marc, Guillaume, Baptiste et Lei.

Enfin mon plus grand remerciement va à celle que j'ai rencontré alors que je n'étais qu'un "simple" étudiant et qui est désormais devenue ma femme, *Chloé, mon amour*.

Table des matières

Résumé iii
Abstract iv
Remerciement v
Table des matières vi

Actes de communication **1**

Introduction **3**

1 La Robotique Humanoïde **5**
1.1 Histoire de la robotique humanoïde 5
1.2 Modélisation des robots humanoïdes 9
1.2.1 Modélisation géométrique, quelques rappels 9
1.2.2 Modélisation cinématique d'un robot humanoïde 11
1.2.3 Modélisation dynamique d'un robot humanoïde 13
1.2.4 Modélisation des efforts aux points de contact 14
1.3 Critères de stabilité 15
1.3.1 Le Centre de Masse 15
1.3.2 Le Centre des Pressions 16
1.3.3 Le Zero Moment Point 16
1.3.4 Le Zero Rate of change of Angular Momentum 17
1.4 Commande de robots humanoïdes 17
1.4.1 Commande de la marche 17
1.4.2 Commande de mouvements additionnels 19
1.4.3 Gestion de la redondance 19
1.5 Le centre de masse chez les humanoïdes 21
1.5.1 Jacobienne du centre de masse 21
1.5.2 Modèles cinématiques du centre de masse 21
1.5.3 Manipulabilité cinématique du centre de masse 22
1.6 Le robot HOAP3 23
1.6.1 Présentation du robot HOAP3 23
1.6.2 Architecture logicielle du robot HOAP3 24
1.7 Conclusion 25

2 Cinématique du Centre de Masse **27**
2.1 Modélisation du centre de masse par une chaîne virtuelle 27
2.1.1 Système à structure série 27
2.1.2 Système à structure arborescente de type anthropomorphe . . 32
2.1.3 Système à structure arborescente quelconque 36

2.1.4 Non unicité des chaînes virtuelles . . . 39
2.1.5 Algorithme de calcul automatique de la chaîne virtuelle 40
2.2 Applications aux robots humanoïdes . . . 41
2.2.1 Modélisation et commande cinématique du centre de masse - Cas planaire . . . 42
2.2.2 Modélisation et commande cinématique du centre de masse - Cas spatial . . . 45
2.2.3 Prise en compte de l'inclinaison du sol . . . 50
2.2.4 Espace de travail du centre de masse . . . 52
2.3 Conclusion . . . 52

3 Dynamique du Centre de Masse 53
3.1 Dynamique d'un humanoïde en son centre de masse . . . 53
3.1.1 L'espace opérationnel . . . 53
3.1.2 Dynamique dans l'espace opérationnel du centre de masse . . 54
3.1.3 Matrices et vecteur associés . . . 55
3.2 Manipulabilité dynamique du centre de masse . . . 57
3.2.1 Définition de la manipulabilité dynamique . . . 58
3.2.2 Calcul de la manipulabilité dynamique . . . 58
3.2.3 Approximation de la manipulabilité dynamique . . . 60
3.2.4 Calcul exact de la manipulabilité dynamique . . . 61
3.2.5 Applications . . . 62
3.3 Conclusion . . . 66

4 Estimation du Centre de Masse 67
4.1 Estimation du centre de masse chez l'humain . . . 67
4.1.1 Problématique . . . 67
4.1.2 Etat de l'art des méthodologies existantes . . . 69
4.2 Identification de la chaîne virtuelle . . . 71
4.2.1 Principe d'identification . . . 72
4.2.2 Identification planaire . . . 73
4.2.3 Identification spatiale . . . 77
4.2.4 Validation expérimentale du processus d'identification sur le robot HOAP3 . . . 80
4.2.5 Sensibilité de l'identification . . . 83
4.3 Application à l'humain . . . 84
4.3.1 Extension à l'humain du processus d'identification . . . 84
4.3.2 Validation expérimentale du processus d'identification chez l'humain . . . 87
4.3.3 Expérimentations : Identification planaire chez les personnes agées . . . 94
4.3.4 Expérimentations : Identification planaire pour la marche . . . 99
4.4 Conclusion . . . 102

Conclusion Générale 104

Table des figures 107

Liste des tableaux **111**

Bibliographie **112**

Actes de communication

Les travaux de cette thèse ont donné lieu aux communications suivantes :

– **Journaux Internationaux**

1. **S.Cotton**, M.Vanoncini, P.Fraisse, N.Ramdani, E.Demircan, A.Murray, T.Keller, "Estimation of the centre of mass from motion capture and force plate recordings : a study on the elderly", Accepted, *Journal of Applied Bionics and Biomechanics*, Vol 7, 2010.
2. **S.Cotton**, A.Murray, P.Fraisse, "Estimation of the Center of Mass : From Humanoid Robots to Human Beings" , *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol 14, No 6, December 2009, pp707-712.*

– **Conférences Internationales**

1. **S.Cotton**, A.Murray, P.Fraisse, "On the Manipulability of the Center of Mass of Humanoid Robots, Application to Design", In *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences, 2010, Montreal, Canada.*
2. **S.Cotton**, A.Murray, P.Fraisse, "Estimation of the Center of Mass Using Statically Equivalent Serial Chains", In *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences, 2009, San Diego, CA, USA.*
3. **S.Cotton**, A.Murray, P.Fraisse, "Statically Equivalent Serial Chains for Modeling the Center of Mass of Humanoid Robots", In *Proceedings of the 8th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, 2008, Daejong, Korea.*

– **Workshop Internationaux**

1. P.Fraisse, **S.Cotton**, A.Murray, F.Pierrot, "Towards Dynamic Balance Control of Humanoid Robots by using CoM and ZMP", *7h IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, 2007, Pittsburgh, PA, USA.*

– **Conférences Nationales**

1. **S.Cotton**, A.Murray, P.Fraisse, "Center of Mass Estimation of Anthropomorphic Structures", *Journées Nationales de la Robotique Humanoide, 2009, Nantes, France.*
2. **S.Cotton**, A.Murray, P.Fraisse, "Statically Equivalent Serial Chain Modeling to Control Multi Joints Chain Center of Mass", *Journées Nationales de la Robotique Humanoide, 2008, Paris, France.*

3. **S.Cotton**, A.Murray, P.Fraisse, "Modélisation Série d'un Robot Humanoîde pour le Contrôle se son Equilibre", *GT7 Robotique Humanoïde, 2008, Nantes, France.*

4. A.Murray, P.Fraisse, F.Pierrot, **S.Cotton**, "Serial Chain-Like Representations for Determining Centers of Mass of Complex Kinematic Chains with Applications to Humanoids", *Journées Nationales de la Robotique Humanoide, 2007, Montpellier, France.*

Introduction

Avant de pouvoir interagir avec l'homme, les robots humanoïdes doivent encore être largement améliorés, tant au niveau de leur modélisation et de leur commande que de leur conception. Contrairement aux robots manipulateurs, les notions de centre de masse et de *Zero Momemt Point* sont prédominantes chez les humanoïdes et vont être au centre de la gestion de leur équilibre [Sentis et al., 2010]. C'est donc dans ce cadre que s'inscrit cette thèse dont le but est de proposer une modélisation précise du centre de masse en proposant des outils adaptés aux robots humanoïdes dont la complexité ne cesse d'augmenter. En effet les modèles utilisés aujourd'hui pour définir la trajectoire du centre de masse sont modèles simplifiés des robots humanoïdes tels que le fameux modèle du *pendule linéaire inversé* introduit par Kajita [Kajita, 1992], le *cart-table* [Kajita et al., 2003a] ou encore le *reaction mass pendulum* [Goswami, 2007]. Qui plus est, le centre de masse est largement utilisé dans la commande des robots humanoïdes, que ce soit dans les commandes usuelles basées sur le *Zero Moment Point* ou sur des commandes plus récentes utilisant le *Resolved Momentum Control* [Kajita et al., 2006a]. Nous proposons dans le premier chapitre, un état de l'art de la robotique humanoïde permettant de comprendre son évolution et de prendre connaissance des critères de stabilité et modèles couramment utilisés dans la commande des humanoïdes.

En se basant sur les travaux originaux d'Espiau [Espiau and Boulic, 1998], nous proposons de nous focaliser dans le second chapitre sur la modélisation exacte du centre de masse d'une structure anthropomorphe par l'intermédiaire d'une chaîne virtuelle. La structure série de cette dernière nous permet d'en proposer une formulation itérative et s'intègre de ce fait au sein d'un algorithme de calcul efficace du centre de masse pour les systèmes possédant un grand nombre de degrés de liberté tels que les robots humanoïdes. Qui plus est, sa structure série permet l'utilisation des outils développés pour les robots manipulateurs. Cela nous amènera à la présentation d'une commande cinématique adaptée du centre de masse permettant de traiter la gestion de la redondance d'actionnement de ce type de robots tout en contrôlant la position des points de contact, à savoir, les pieds du robots. C'est au travers de nombreuses applications sur le robot humanoïde HOAP3 que le lecteur sera amené à découvrir cette modélisation.

Le troisième chapitre propose une description de la dynamique du centre de masse en se basant sur une formulation dans l'espace opérationnel et en prenant en compte l'ensemble des contraintes propres aux robots humanoïdes : base flottante, gestion de l'équilibre dynamique et présence d'efforts aux points de contact dus aux interactions avec l'environnement extérieur. L'expression de la dynamique au centre de masse permet ainsi d'aboutir à un indice de mesure des capacités d'accélération du centre de masse à travers la définition de la manipulabilité dynamique du centre

de masse. Une application utilisant cet indice pour optimiser la conception d'un robot humanoïde est également présentée.

Dans le dernier chapitre, la modélisation du centre de masse par une chaîne virtuelle va définitivement prouver son intérêt dans une application concrète chez l'humain : l'estimation de son centre de masse. En effet la connaissance du centre de masse chez l'humain est primordiale aussi bien dans les études biomécaniques visant à améliorer la compréhension du mouvement humain [Orendurff et al., 2004], [Whittle, 1996] que dans la détection de pathologies [Zabjeck et al., 2008] ou la création de procédure de ré-éducation [Huerta et al., 1998]. Bien que de nombreuses tentatives aient été conduites dans ce domaine, de nombreuses contraintes subsistent : erreur d'estimation importante ou/et incapacité de produire une estimation spatiale du centre de masse, restriction pour le sujet de son espace de travail et des mouvements réalisables. C'est donc à partir d'une procédure de calibration sur plusieurs postures d'un individu que nous proposons une méthode d'identification de la chaîne virtuelle de l'individu. Cette dernière, une fois identifiée, permet de réaliser une estimation du centre de masse dépendant directement des paramètres intrinsèques de l'individu et dépassant les contraintes rencontrées dans les autres méthodologies. Là encore, cette méthode est éprouvée sur de nombreuses expérimentations.

Cadre de travail

Cette thèse, co-financée *CNRS - Région Languedoc-Roussillon*, a débuté en Octobre 2007 au *LIRMM*, quelques mois après l'acquisition par le département robotique du robot humanoïde HOAP3, ce dernier ayant servi de plateforme expérimentale aux travaux présentés dans ce manuscrit. Ces travaux ont également été co-encadrés par le professeur A. Murray du *Department of Mechanical and Aerospace Engineering*, *University of Dayton, Ohio, U.S.A.*

Chapitre 1

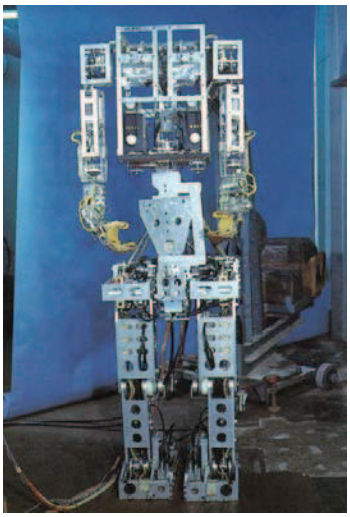
La Robotique Humanoïde

1.1 Histoire de la robotique humanoïde

C'est vers la fin du XV^{eme} siècle que Leonard de Vinci décrit pour la tout première fois une machine articulée à morphologie humaine [Taddei, 2007]. Il faudra attendre plusieurs siècles pour que ce concept voit concrètement le jour en 1973, au travers de WABOT-1 présenté par l'Université de Waseda au Japon [Takanishi, 1995]. Bien que techniquement limité, WABOT-1 est capable de se mouvoir tout en portant un objet, et cela, grâce à l'intégration de nombreux capteurs. Son successeur, WABOT-2, verra le jour dix ans plus tard avec comme principale amélioration l'intégration de la vision, lui permettant de lire et de jouer au piano une partition de musique. L'expérience acquise aux travers de ces deux robots a conduit l'Université de Waseda à présenter, en 1995, le robot WABIAN qui regroupe alors les dernières avancées, aussi bien technologiques qu'en termes de contrôle, avec notamment l'intégration du concept du Zero Moment Point [Vukobratovic, 2004] pour la gestion dynamique de son équilibre.



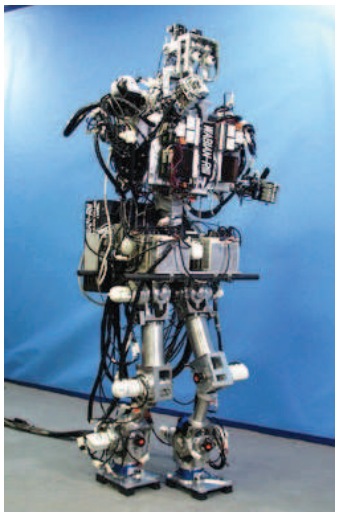
FIGURE 1.1 – Le Leonardo's robot est la première machine à morphologies humaine, elle a été réalisée à partir des croquis de Leonard de Vinci aux alentours des années 1495.



(a) WABOT-1



(b) WABOT-2



(c) WABIAN



(d) ASIMO



(e) HRP-2



(f) HRP-4

FIGURE 1.2 – Evolution des robots humanoïdes de 1973 à 2009

De l'autre coté du Pacifique, le Massachussets Institute of Technology aux États-Unis présente, durant les années 1980, des robots bipèdes dotés de capacités dynamiques impressionnantes telles que la course et la réalisation de saut-périlleux [Raibert, 1986]. Convaincu de l'intérêt de la robotique humanoïde, la société Honda lance, en 1986, un projet de recherche maintenu secret pendant plus de dix ans, au travers duquel la firme présentera en 1997, et après de nombreux prototypes [1], ASIMO [Hirai et al., 1998] qui fut le robot humanoïde le plus avancé du dernier millénaire. Ce dernier est alors totalement autonome, intégrant dans son tronc, l'ensemble des composant nécessaires aux calculs de ses mouvements ainsi que des batteries lui assurant une autonomie limitée. ASIMO a donc été le premier robot humanoïde autonome capable de se déplacer dynamiquement et de monter des escaliers.



(a) ROBONAUT 2



(b) JUSTIN



(c) HYDROïD



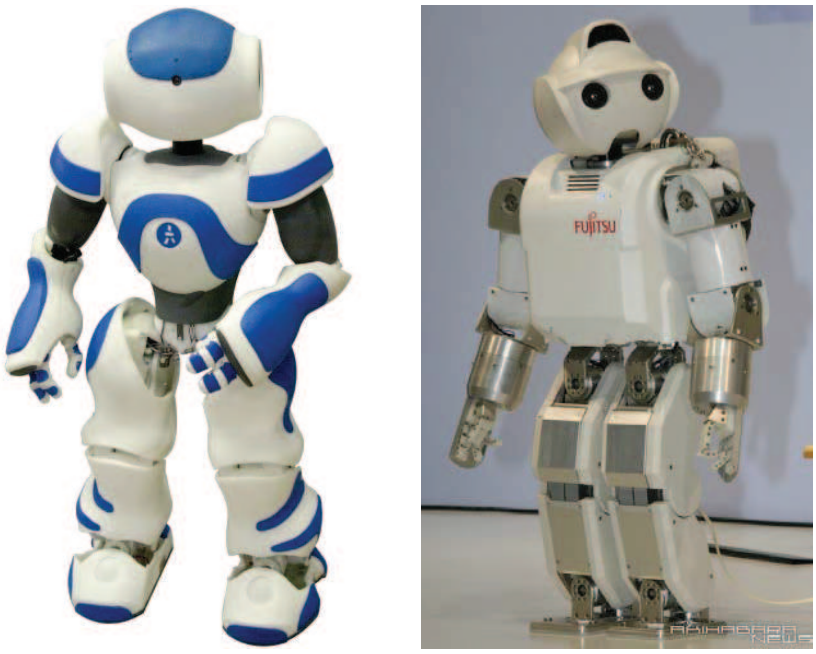
(d) SHERPA

FIGURE 1.3 – (a) et (b) : Robots de dernière génération, contrôlés en couple. (c) : Bipède à énergie pneumatique. (d) : Bipède à articulations réversibles.

À la suite de ces travaux, de nombreuses équipes de recherches, publiques ou privées, se sont lancées dans la réalisation de robots humanoïdes. On citera, dans le début de cette décennie, les robots français RABBIT [Sardain et al., 1998] et BIP [Espiau, 1997], Johnnie de la Technical University of Munich [Loffler et al., 2003] et

1. Les prototypes E0 à E6, étaient des robots bipèdes, les membres supérieurs ont été rajoutés sur les prototypes P1 à P3.

le projet HRP initié par la société japonnaise KAWADA. Sa version la plus connue (HRP-2), car commercialisée, a permis à de nombreuses équipes de recherches de réelles avancées dans les domaines de la marche dynamique, de la planification de trajectoire ainsi que dans la commande référencée vision [Kaneko et al., 2004]. Le projet HRP en est maintenant à sa quatrième version avec pour la toute première fois un robot à morphologie féminine contenu dans un gabarit humain, preuves des dernières avancées technologiques. Toujours dans l'optique de se rapprocher au plus de l'humain, deux projets français ont récemment vu le jour. Le projet SHERPA [Olaru et al., 2009], développé au Laboratoire d'Informatique, de Robotique et Micro-électronique de Montpellier, présentant des articulations réversibles basées sur des transmissions à câbles et le projet HYDROïD [Alfayad et al., 2009], développé au Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes de Versailles, intégrant directement au sein du robot un groupe hydraulique. Cependant une des difficultés communes des robots précédemment cités résidait dans leur architecture de commande. En effet cette dernière permettait de commander les articulations en position et non en couple, grandeur sur laquelle sont basés les modèles dynamiques utilisés en robotiques. C'est pourquoi nous voyons aujourd'hui apparaître une nouvelle gamme de robots humanoïdes basés sur des actionneurs contrôlés en couple. On citera, le robot JUSTIN du centre de recherche en aérospatiale Allemand [Ott et al., 2006], plus connus sous le nom de DLR ainsi que le projet ROBONAUT initié par la National Aeronautics and Space Administration [Ambrose et al., 2000]. Ces deux projets ont pour objectif d'envoyer des robots humanoïdes dans l'espace. Enfin, dans le but de démocratiser la robotique humanoïde, plusieurs robots de tailles réduites ont été développés. On citera le robot Français Nao de la société Aldebaran [Gouaillier and Hugel, 2009], ou encore la série des robots HOAP développée par la société Fujitsu, et dont la dernière version a servi de plateforme expérimentale aux travaux présentés dans cette thèse.



(a) NAO (b) HOAP3

FIGURE 1.4 – Robots humanoïdes de petites tailles.

1.2 Modélisation des robots humanoïdes

Du point de vue de la modélisation, les robots humanoïdes sont généralement considérés comme l'unification de plusieurs robots manipulateurs en un seul et même point, généralement le buste ou la taille. Il est alors normal de retrouver pour les robots humanoïdes les méthodes de modélisation utilisées chez les robots manipulateurs. Cependant et contrairement à un robot manipulateur qui est solidement fixé au sol, les robots humanoïdes ou plus généralement les robots à pattes sont simplement posés sur le sol. Leur appui au sol est par conséquent une fonction des interactions existantes entre le sol et les points de contact du robot. Il paraît alors déraisonnable, mais malheureusement trop souvent constaté, de modéliser un robot humanoïde avec une base fixe, liée au sol. Qui plus est, un tel choix de modélisation, bien qu'il puisse être valide, causera des discontinuités lors de la commande du robot, et cela pendant les phases de changements d'appuis (du double au simple support par exemple). Il est alors plus convenable d'utiliser la notion de base flottante, issue de la robotique spatiale [Yoshida et al., 1996] et, adaptée au robot humanoïde. Avant de rentrer plus en détails dans la modélisation cinématique et dynamique d'un robot humanoïde, la section suivante donne quelques rappels sur les notions de bases utilisées en modélisation géométrique de robots.

1.2.1 Modélisation géométrique, quelques rappels

On appelle matrice de transformation homogène, une matrice permettant d'amener un repère R_{j-1} vers un repère R_j en effectuant une translation et/ou une rotation. Cette matrice, ${}^{j-1}\mathbf{T}_j \in \Re^{4\times4}$ est composée d'une matrice de rotation ${}^{j-1}\mathbf{A}_j \in \Re^{3\times3}$ et d'un vecteur de translation ${}^{j-1}\boldsymbol{d}_j \in \Re^{3\times1}$. Ces matrices sont généralement utilisées pour exprimer la position d'un point par rapport à un référentiel fixe et, plus précisemment dans le cas d'un robot manipulateur, de l'organe terminal par rapport à la base du robot. L'intérêt d'une telle notation est de pouvoir aisément les combiner. Ainsi, pour un robot manipulateur, il est usuel d'associer un repère à chaque corps du robot et de décrire le passage d'un corps à un autre par une matrice de transformation homogène, chaque corps étant connecté au suivant par une articulation, rotoïde ou prismatique. L'expression du repère associé à l'organe terminal dans le repère de base se traduira donc par le produit des matrices de transformation associées aux articulations en partant de la base et en se dirigeant vers l'organe terminal, ce qui permet de prendre en compte l'ensemble des articulations. L'équation (1.2) illustre ce principe pour un robot manipulateur à n degrés de liberté représenté Figure 1.5.

$$ {}^{j-1}\mathbf{T}_j = \begin{bmatrix} {}^{j-1}\mathbf{A}_j & {}^{j-1}\boldsymbol{d}_j \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \tag{1.1} $$

$$ {}^{0}\mathbf{T}_n = {}^{0}\mathbf{T}_1 \, {}^{1}\mathbf{T}_2 \cdots {}^{p}\mathbf{T}_{p+1} \cdots {}^{n-1}\mathbf{T}_n \tag{1.2} $$

Dans la suite, pour alléger la notation, on simplifiera la notation de :

- ${}^{j-1}\mathbf{T}_j$ par $\mathbf{T}_j$,
- ${}^{j-1}\mathbf{A}_j$ par $\mathbf{A}_j$,
- ${}^{j-1}\boldsymbol{d}_j$ par $\boldsymbol{d}_j$.

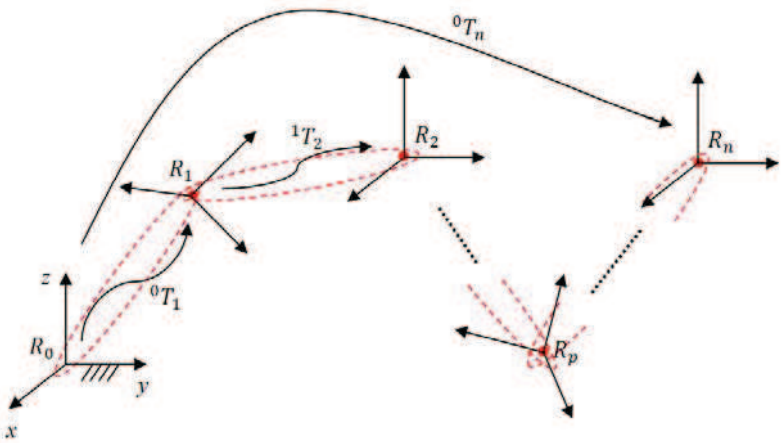


FIGURE 1.5 – Représentation d'un robot manipulateur à n degrés de liberté.

Afin de générer rapidement l'ensemble des matrices de transformation définissant la structure géométrique du robot, il est conseillé d'utiliser les paramètres de Denavit-Hartenberg, couramment utilisés en robotique. Ces derniers, si correctement utilisés, permettent aussi de simplifier la modélisation, en réduisant par exemple, le nombre d'opérations intervenant dans le produit de deux matrices de transformation homogènes. Ainsi, lors de la modélisation d'un robot, les règles élémentaires suivantes sont suivies :

- le repère R_j est lié au corps C_j,
- la variable de l'articulation j est notée q_j.

Le repère R_j est défini de telle façon que :

- l'axe z_j soit porté par l'articulation j,
- l'axe x_j soit porté par la perpendiculaire commune à z_j et z_{j+1}.

Le passage du repère R_{j-1} au repère R_j s'exprime en fonction des quatre paramètres suivants, représentés Figure 1.6 :

- α_j : angle entre les axes z_{j-1} et z_j correspondant à une rotation autour de x_{j-1},
- d_j : distance entre z_{j-1} et z_j le long de x_{j-1},
- θ_j : angle entre les axes x_{j-1} et x_j correspondant à une rotation autour de z_j,
- r_j : distance entre x_{j-1} et x_j le long de z_j.

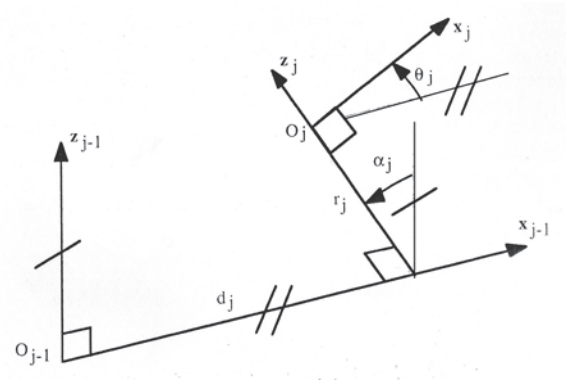


FIGURE 1.6 – Représentation des paramètres de DH [Khalil and Dombre, 1999].

La matrice de transformation homogène décrivant le passage entre deux articulations successives et reposant sur les paramètres précédemment décrit est définie par :

$$ {}^{j-1}\mathbf{T}_j = \begin{bmatrix} cos\theta_j & -sin\theta_j & 0 & d_j \\ cos\alpha_j sin\theta_j & cos\alpha_j cos\theta_j & -sin\alpha_j & -r_j sin\alpha_j \\ sin\alpha_j sin\theta_j & sin\alpha_j cos\theta_j & cos\alpha_j & r_j cos\alpha_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.3} $$

En vue de décrire prochainement les robots humanoïdes, il est nécessaire de rappeler les paramètres essentiels décrivant un corps C_j du robot :

- d_j : longueur du corps C_j, $d_j = \|\boldsymbol{d}_j\|$
- m_j : masse du corps C_j,
- $\boldsymbol{c}_j$: position du centre de masse [2] du corps C_j,
- $\mathbf{I}_j$: tenseur d'inertie [3] du corps C_j, $\mathbf{I}_j \in \Re^{3\times 3}$.

1.2.2 Modélisation cinématique d'un robot humanoïde

Après ces brefs rappels sur la modélisation géométrique de robots, il convient de se pencher plus précisément sur la modélisation des robots humanoïdes. Comme il est énoncé au début de cette section, nous considérons un robot humanoïde comme un structure arborescente dont la base est dite libre et flottante (*free-floating base*). La taille ou le buste sont généralement choisis comme référentiel de base. La position et l'orientation du robot dans l'espace, $\boldsymbol{x}_b$, équation (1.4), est définie comme la position, $\boldsymbol{x}_{b,p}$, et l'orientation relative, $\boldsymbol{x}_{b,r}$, du référentiel de base par rapport à un référentiel fixe, ici appelé référentiel monde, R_0. Pour exprimer clairement l'ensemble des orientations et positions du référentiel de base libre et flottant du robot, cette base est exprimée [Sentis, 2007] comme l'organe terminal d'une chaîne virtuelle fixée au référentiel monde R_0 et, composée de trois liaisons prismatiques et de trois liaisons rotoïdes. Cette modélisation est représentée Figure 1.7.

$$ \boldsymbol{x}_b = \left\{ \begin{array}{c} \boldsymbol{x}_{b,p} \\ \boldsymbol{x}_{b,r} \end{array} \right\} \tag{1.4} $$

La vitesse de la base est exprimée selon l'équation (1.5), en termes de vitesses linéaires $\boldsymbol{v}_b$ et angulaires $\boldsymbol{w}_b$.

$$ \boldsymbol{\vartheta}_b = \left\{ \begin{array}{c} \boldsymbol{v}_b \\ \boldsymbol{w}_b \end{array} \right\} \tag{1.5} $$

Afin de prendre en compte l'ensemble des mouvements du robot dans le repère monde , les coordonnées généralisées du robot sont utilisées. Ces dernières sont définies par l'équation (1.6), où $\boldsymbol{q}$ est le vecteur regroupant l'ensemble des articulations du robot $q_i, i = 1 \cdots n$.

$$ \boldsymbol{x} = \{\boldsymbol{x}_b, \boldsymbol{q}\}^T \in \Re^{(6+n)\times 1} \tag{1.6} $$

2. définie par rapport au repère R_j lié au corps C_j.
3. exprimé au centre de masse du corps C_j.

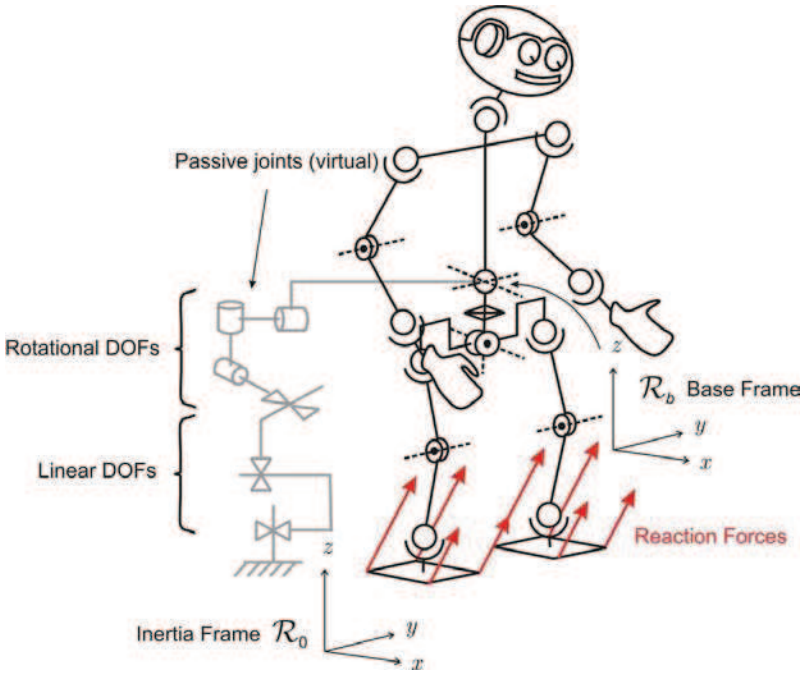


FIGURE 1.7 – Représentation cinématique d'un robot humanoïde [Sentis, 2007].

Les positions des points de contact, $\boldsymbol{x}_s$, par rapport à la base flottante du robot sont obtenus en multipliant les matrices de transformation allant de la base jusqu'aux points de contact. On définit usuellement les deux pieds du robot comme point de contact principaux. Cependant, on peut rajouter, si besoin est, les points de contact correspondant aux mains. Dans l'équation (1.7) $\boldsymbol{x}_{s,(rf)}$ et $\boldsymbol{x}_{s,(lf)}$ correspondent respectivement aux positions des pieds droit et gauche par rapport à la base du robot. L'expression des vitesses des points de contact, $\boldsymbol{\vartheta}_{s,(rf)}$ et $\boldsymbol{\vartheta}_{s,(lf)}$, par rapport à la base nécessite l'introduction de la notion de Jacobienne [Whitney, 1969]. Les Jacobiennes des points de contact sont décrites par l'équation (1.9).

$$\boldsymbol{x}_s = \left\{ \begin{array}{c} \boldsymbol{x}_{s,(rf)} \\ \boldsymbol{x}_{s,(lf)} \end{array} \right\} \tag{1.7}$$

$$\boldsymbol{\vartheta}_{s,(rf)} = \dot{\boldsymbol{x}}_{s,(rf)} = \mathbf{J}_{s,(rf)}\, \dot{\boldsymbol{q}}_{(rf)} \qquad \boldsymbol{\vartheta}_{s,(lf)} = \dot{\boldsymbol{x}}_{s,(lf)} = \mathbf{J}_{s,(lf)}\, \dot{\boldsymbol{q}}_{(lf)} \tag{1.8}$$

$$\mathbf{J}_{s,(rf)} = \frac{\partial \boldsymbol{x}_{s,(rf)}}{\partial \boldsymbol{q}_{(rf)}} \qquad \mathbf{J}_{s,(lf)} = \frac{\partial \boldsymbol{x}_{s,(lf)}}{\partial \boldsymbol{q}_{(lf)}} \tag{1.9}$$

Afin de pouvoir exprimer directement dans le référentiel monde R_0, l'ensemble des coordonnées du robot (base flottante et points de contact), Sentis [Sentis, 2007] propose de faire appel à la notion de Jacobienne augmentée [Sciavicco and Siciliano, 1988].

$$\boldsymbol{\vartheta}_s = \mathbf{J}_s \left\{ \begin{array}{c} \boldsymbol{\vartheta}_b \\ \dot{\boldsymbol{q}} \end{array} \right\} \tag{1.10}$$

avec

$$\mathbf{J}_s = \left\{ \begin{array}{cccc} \boldsymbol{v}_{b,s,(rf)} & \mathbf{J}_{s,(rf)} & \mathbf{0} & \mathbf{0}_{(upper)} \\ \boldsymbol{v}_{b,s,(lf)} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{s,(lf)} & \mathbf{0}_{(upper)} \end{array} \right\} \tag{1.11}$$

$\boldsymbol{v}_{b,s,(i)}$ est l'expression de la vitesse de la base au point de contact i, et $\mathbf{0}_{(upper)}$ représente le fait que les points de contact de la partie haute du corps n'ont pas été pris en compte et par conséquent n'ont pas de contribution. Il est cependant possible de les prendre en compte en modifiant convenablement l'équation (1.11).

1.2.3 Modélisation dynamique d'un robot humanoïde

Le modèle dynamique d'un robot est une relation liant les couples de ses actionneurs à leurs positions, vitesses $\dot{\boldsymbol{q}}$, accélérations $\ddot{\boldsymbol{q}}$ et, éventuellement, aux efforts extérieurs exercés $\boldsymbol{F}_r$ aux points de contact, ce qui s'écrit sous la forme d'une fonction mathématique, équation (1.12) :

$$\boldsymbol{\Gamma} = f(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \ddot{\boldsymbol{q}}, \boldsymbol{F}_r) \tag{1.12}$$

Plusieurs méthodologies existent pour calculer les modèles dynamiques de robots, [Renaud, 1975], [Coiffet, 1981], [Vukobratovic and Kircanski, 1982]. Nous nous appuierons sur les plus couramment utilisées :

- Le formalisme de Lagrange, décrivant les équations du mouvement en termes de travail et d'énergie du système.
- Le formalisme de Newton-Euler, exprimant le torseur dynamique des efforts extérieurs sur un corps.

Nous nous attachons ici à brièvement décrire le formalisme de Lagrange, le formalisme de Newton-Euler étant parfaitment décrit dans [Khalil and Dombre, 1999].

À partir du lagrangien du système L, défini comme la différence entre l'énergie cinétique totale E et l'énergie potentielle totale U du système, le formalisme de Lagrange définit le couple exercé sur l'articulation i par :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} \tag{1.13}$$

ce qui amène, pour l'expression complète du modèle dynamique (inverse) d'un robot à l'équation suivante :

$$\boldsymbol{\Gamma} = \mathbf{A}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) \tag{1.14}$$

avec $\mathbf{A}(\boldsymbol{q})$ la matrice d'inertie du robot, $\mathbf{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}$ le vecteur représentant les couples et forces de Coriolis et des forces centrifuges et $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q})$ le vecteur des couples/forces de gravité. En appliquant ce formalisme à un robot humanoïde à base flottante et en prenant en compte les efforts aux points de contact [Sentis, 2007], le modèle dynamique s'exprime alors sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\Gamma} \end{Bmatrix} = \mathbf{A}(\boldsymbol{x})\ddot{\boldsymbol{x}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{x}, \dot{\boldsymbol{x}})\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}) + \mathbf{J}_s^T \boldsymbol{F}_r \tag{1.15}$$

où $\boldsymbol{x}$ est le vecteur des coordonnées généralisées et $\dot{\boldsymbol{x}}$, $\ddot{\boldsymbol{x}}$, représentent respectivement le vecteur de vitesses et d'accélérations généralisées. $\mathbf{A}(\boldsymbol{x}) \in \Re^{(6+n)\times(6+n)}$,est la matrice d'inertie généralisée $\mathbf{C}(\boldsymbol{x}, \dot{\boldsymbol{x}})\dot{\boldsymbol{x}} \in \Re^{(6+n)\times 1}$, est le vecteur généralisé des couples et forces de Coriolis et des force centrifuges, enfin $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}) \in \Re^{(6+n)\times 1}$, est le vecteur généralisé des forces de gravité.

1.2.4 Modélisation des efforts aux points de contact

Les efforts aux points de contact, équation (1.16), exprimés dans le modèle dynamique d'un robot humanoïde, équation (1.15), correspondent à la somme des forces de réaction, $\boldsymbol{f}_{r,(i)}$, et à la somme des moments, $\boldsymbol{m}_{r,(i)}$ existant aux points de contact et résultant de l'interaction entre le robot et son environnement.

$$\boldsymbol{F}_{r,(i)} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{f}_{r,(i)} \\ \boldsymbol{m}_{r,(i)} \end{Bmatrix} \tag{1.16}$$

La somme des forces de réaction se décompose en deux ensembles de forces, les forces de friction, $f_{f,(i)}$, résultant de l'interaction entre les surfaces de contact et l'environnement, et les forces dues à la gravité, $f_{gi,(i)}$. Les forces dues à la gravité représentent la composante normale des forces de réaction. Elles se calculent par l'intermédiaire de la seconde loi de Newton plus connue sous le nom du principe fondamental de la dynamique et qui est rappelé dans l'équation (1.18). Les forces de friction représentent quant à elles les composantes tangentielles des forces de réaction. Elles dépendent des matériaux entrant en jeu aux points de contact et caractérisées par un coefficient de friction, μ_0. D'une manière générale on peut dire qu'il n'y a pas de glissement aux niveaux des points de contact tant que les forces tangentielles restent, selon le modèle de frottements sec d'Amontons-Coulomb, à l'intérieur du cône de frottement. Ce dernier est représenté Figure 1.8 et obéit à l'équation (1.19). Plus de détails sur l'intégration des frottement au sein des robots humanoïdes sont disponibles dans les travaux de Wieber [Wieber, 2000].

$$f_{r,(i)} = f_{f,(i)} + f_{gi,(i)} \tag{1.17}$$

$$f_{gi,(i)} = \sum_{j=1}^{n} m_j a_j^n \tag{1.18}$$

où a_j^n représente la composante normale au sol de l'accélération du centre de masse corps C_j et qui est égale à la somme des accélérations dues aux mouvements du robot et de la pesanteur g.

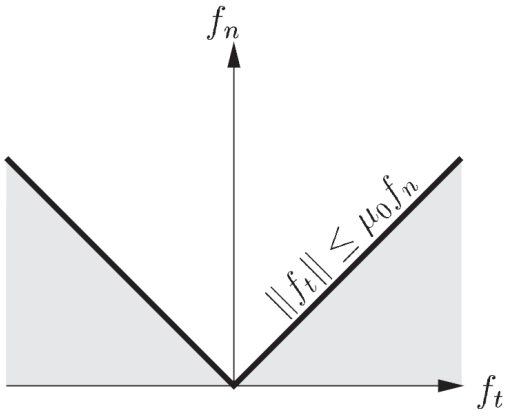


FIGURE 1.8 – Cône de frottement selon le modèle de frottements secs d'Amontons-Coulomb [Wieber, 2000].

$$\left\| f_{f,(i)} \right\| \leq \mu_0 f_{gi,(i)} \tag{1.19}$$

1.3 Critères de stabilité

Aujourd'hui encore, la gestion de la stabilité des robots humanoïdes reste une tâche difficile à maitriser. C'est pourquoi on retrouve dans la littérature de ces dernières décennies de nombreuses études présentant divers critères de stabilité. Le but de ces critères étant de définir la meilleure variable permettant, au sein du schéma de commande, d'assurer l'équilibre statique et/ou dynamique d'un robot humanoïde. Cette section présente les plus connus et les plus utilisés.

1.3.1 Le Centre de Masse

Définition 1.3.1 *Le Centre de Masse (CoM) d'un corps C_i est défini comme le barycentre des masses du corps C_i. Le CoM d'un robot humanoïde sera donc le barycentre des CoM de chacun des corps composant le robot.*

Le CoM sera donc fonction de la posture du robot. Il est important de mentionner que le CoM est différent du centre de gravité avec lequel il est souvent confondu dans le langage courant. Ce dernier étant le point d'application de la résultante des forces de gravité. Il se trouve cependant que ces deux points peuvent êtres considérés comme identiques si le champ de gravitation auquel le corps est soumis est considéré comme uniforme, ce qui est le cas à la surface de la Terre. Le CoM d'un robot humanoïde se calcule selon l'équation (1.20) qui exprime le CoM par rapport au référentiel de base du robot humanoïde.

$$\boldsymbol{CoM} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i(\boldsymbol{l}_i + \boldsymbol{c}_i)}{M} \tag{1.20}$$

l_i représentant la distance entre le référentiel de base du robot R_b et le référentiel R_i lié au corps C_i. La masse totale du système est donnée par $M = \sum_{i=1}^{n} m_i$.

Le CoM est un critère largement utilisé, notamment pour la gestion de l'équilibre statique. Un robot humanoïde est considéré comme statiquement stable si la projection au sol de son CoM, selon la direction de la gravité, est contenue à l'intérieur du polygone de sustentation. Ce dernier étant défini comme l'enveloppe convexe formée par les points de contact au sol du robot.

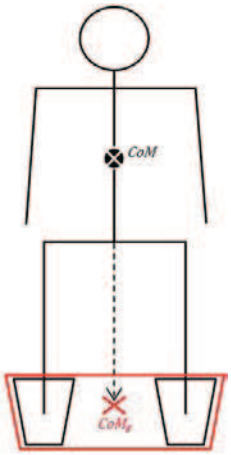


FIGURE 1.9 – Projection du CoM et polygone de sustentation.

1.3.2 Le Centre des Pressions

Définition 1.3.2 *Lorsque un système (robotique ou vivant) est en contact avec le sol, le Centre des Pressions (CoP) est défini comme le point d'application de la résultante des forces de réaction du sol tel que les moments horizontaux en ce point soient nuls.*

Le CoP est obligatoirement contenu à l'intérieur du polygone de sustentation. En addition au CoM, le CoP est l'un des critères les plus utilisés en biomécanique et permet de décrire et de comprendre le fonctionnement de nombreuses tâches chez l'humain [Bonnet, 2009]. Son calcul met en jeu les forces et moments exercés par le système sur le sol et qui sont généralement mesurés à partir de capteurs d'efforts en robotique ou à partir de plateforme de force chez l'humain. Sa formulation générale est donnée par l'équation (1.21). M_{gr} et F_{gr} représentent respectivement les moments et forces de réaction du sol au centre des pressions. z est un vecteur unitaire de direction, dirigé selon le plan vertical. La forme pratique de ses équations, telle qu'on la retrouve dans de nombreux travaux, est donnée par l'équation (1.22) où M_i et F_i indiquent respectivement un moment et une force selon l'axe i du plan cartésien. X_0, Y_0 et Z_0 représentent les offsets du système de mesure utilisé.

$$\boldsymbol{CoP} = \frac{z \wedge \boldsymbol{M}_{gr}}{\boldsymbol{F}_{gr}.z} \tag{1.21}$$

$$\begin{aligned} CoP_x &= \tfrac{-(M_y + F_x * Z_0)}{F_z} + X_0 \\ CoP_y &= \tfrac{(M_x + F_y * Z_0)}{F_z} + Y_0 \end{aligned} \tag{1.22}$$

1.3.3 Le Zero Moment Point

Définition 1.3.3 *Le Zero Moment Point (ZMP) a été défini par Miomior Vukobratrovic à la fin des années 1960 [Vukobratovic, 2004]. Il est défini comme le point sur le sol où le moment résultant des forces agissant sur le robot, dues à son inertie et à la gravité, s'annule.*

Dans le cas de contacts planaires, l'équilibre dynamique d'un robot humanoïde est assuré tant que le ZMP reste à l'intérieur du polygone de sustentation. Le ZMP est aujourd'hui le critère le plus utilisé dans le contrôle de l'équilibre dynamique des robots humanoïdes. Il a notamment prouvé son intérêt sur les robots bipèdes de la société Honda [Hirai et al., 1998]. Son expression générale, l'équation (1.23), fait rentrer en jeu les moments et forces créés et subis par le robot. On parle alors de moments et forces dus à la gravité et à l'inertie, M_{gi} et F_{gi}. La forme pratique de ses équations, équation (1.24), exprimant la position du ZMP par rapport à un point O, fait intervenir le taux de variation du moment angulaire $\dot{H}_G$ du robot exprimé en son centre de masse. O étant un point sur le sol, généralement la projection au sol de la position de la cheville. G et $\ddot{G}$ représentent respectivement la position et l'accélération du centre de masse du robot par rapport au point O, M sa masse totale.

$$\boldsymbol{ZMP} = \frac{z \wedge \boldsymbol{M}_{gi}}{\boldsymbol{F}_{gi}.z} \tag{1.23}$$

$$ZMP = \frac{mgz \wedge OG \wedge z + z \wedge \dot{H}_G}{mg + m\ddot{G}z} \tag{1.24}$$

Du fait que le calcul du ZMP fasse uniquement intervenir des grandeurs propres au robot, il est possible d'obtenir un ZMP en dehors du polygone de sustentation, on parlera alors de *Fictitious ZMP* [Vukobratovic, 2004]. A l'intérieur du polygone de sustentation, ZMP et CoP sont confondus. Cela s'explique par le fait que ces deux points décrivent un phénomène commun, les efforts d'interaction aux points de contact, mais sont calculés selon deux points de vue distinct. L'un, le CoP, se basant sur les efforts de réaction provenant du sol ; l'autre, le ZMP, se basant sur les efforts générés par le robot. Une discussion plus détaillée sur cette coïncidence est proposée dans [Sardain and Bessonnet, 2004].

1.3.4 Le Zero Rate of change of Angular Momentum

Introduit par Goswami en 2004 [Goswami, 2004], le Zero Rate of change of Angular Momentum (ZRAM) est un critère permettant de déterminer si un robot est rotationnellement stable par le biais de l'étude des variations du moment angulaire du robot exprimé en son centre de masse. Ces dernières, lorsqu'elles sont nulles, indiquent que le robot est rotationnellement stable. Dans ce cas, il est remarquable de constater que la direction des forces de réaction du sol au CoP passe par le CoM.

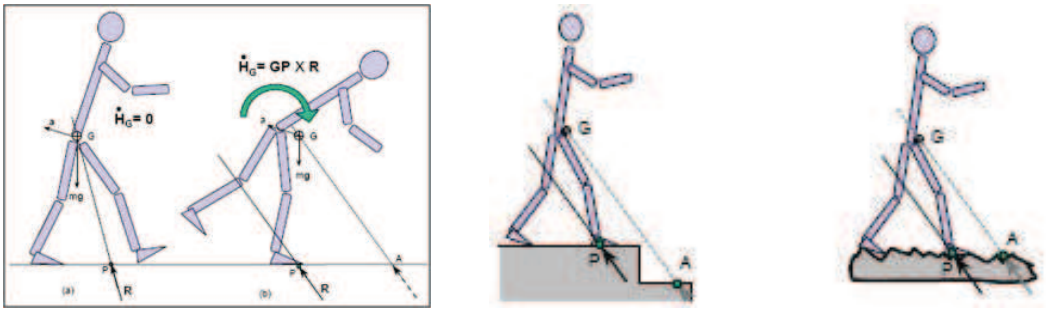


FIGURE 1.10 – Le ZRAM permet de déterminer si un robot est rotationnellement stable [Goswami, 2004]

Définition 1.3.4 *Le ZRAM est donc défini comme le point sur la surface du sol satisfaisant la condition* $\dot{H}_G = 0$. *Ce principe est représenté Figure 1.10.*

L'un des intérêts majeur du ZRAM est qu'il est valide quelque soit la nature du terrain sur lequel se trouve le robot, contrairement au ZMP qui nécessite un sol plat. On notera que [Harada et al., 2003] ont proposé diverses méthodes permettant d'étendre le concept du ZMP aux sols non plats.

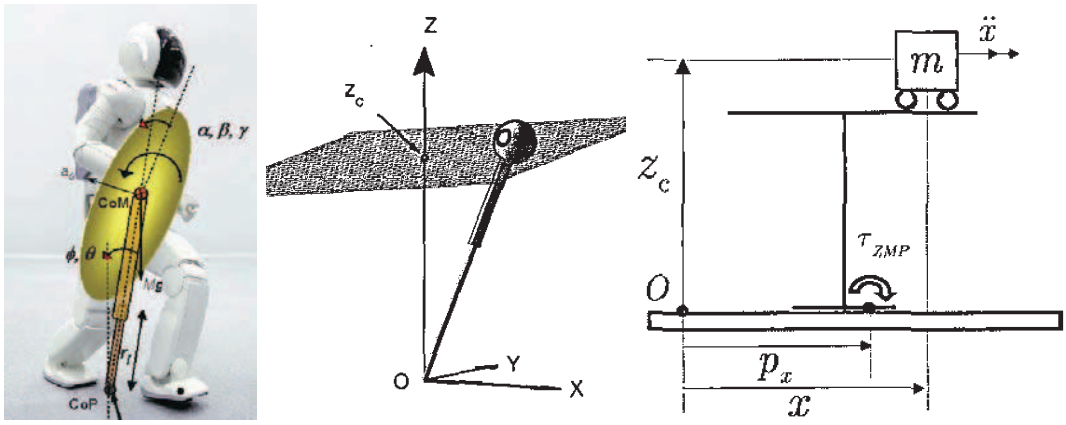
1.4 Commande de robots humanoïdes

1.4.1 Commande de la marche

La première notion à aborder quand l'on parle de commande de robots humanoïdes est la notion de génération d'une marche stable. En effet avant de pouvoir

effectuer une tâche spécifique, par exemple la manipulation d'objets, un robot humanoïde doit pouvoir se déplacer sans problème et quels que soient les obstacles qu'il rencontre. Les commandes implémentées sur les robots humanoïdes de première génération permettaient de réaliser des marches quasi-statiques. On parle d'une marche quasi statique, lorsque le se robot se meut suffisamment lentement pour que les forces inertielles soient négligeables. Dans ce type de marche, l'unique condition d'équilibre à vérifier est que la projection du centre de masse au sol soit contenue à l'intérieur de la base de support tout au long de la marche. Bien que permettant au robot de se déplacer, ce type de marche est somme toute limité en terme de vitesse de déplacement mais aussi en terme de capacité de réaction à des perturbations extérieures. D'autres méthodologies, résumées dans [Katic and Vukobratovic, 2003] et basées sur des réseaux neuronaux ou des algorithmes génétiques, permettent aussi de générer un cycle de marche et présentent l'avantage de ne pas faire appel à un modèle explicite du robot. Là encore, en faisant abstraction d'une représentation exacte du robot, les capacités de déplacement et de réaction restent limitées.

Pour améliorer ces derniers points, la prise en compte du modèle dynamique du robot devient inévitable. L'utilisation de trajectoires paramétrées et de méthodes d'optimisation en ligne [Wieber and Chevallerau, 2006] ou encore de commande à base de modèle prédictif [Azevedo et al., 2004], [Wieber, 2006] s'appuyant sur le modèle dynamique du robot font alors leur apparition.



(a) Reaction Mass Pendulum (b) Linear Inverted Pendulum (c) Cart Table

FIGURE 1.11 – Modèles simplifiés utilisés pour la commande de robots humanoïdes. (a) : [Goswami, 2007], (b) : [Kajita, 1992], (c) : [Kajita et al., 2003a].

Cependant, devant l'augmentation du nombre de degrés de liberté des robots humanoïdes, l'utilisation de modèles simplifiés s'avère nécessaire. On citera à ce titre, le *compass model* [Goswami, 1998], le *reaction mass pendulum* [Goswami, 2007] et les plus connus et utilisés aujourd'hui, le *linear inverted pendulum model* [Kajita, 1992] et le récent *cart-table model* [Kajita et al., 2003a], Figure 1.11. Ces deux derniers modèles permettent de spécifier la trajectoire du ZMP, assurant l'équilibre dynamique, en se basant sur la position et accélération du centre de masse. Les commandes de robots basées ZMP sont aujourd'hui parmi celles qui ont donné les meilleurs résultats. Ces commandes sont en général architecturées autour de deux grand axes : un générateur de marche appelé *Walking Pattern Generator* et une boucle d'asservissement basée sur le retour des capteurs du robot appelée *Stabilizer*, Figure 1.12.

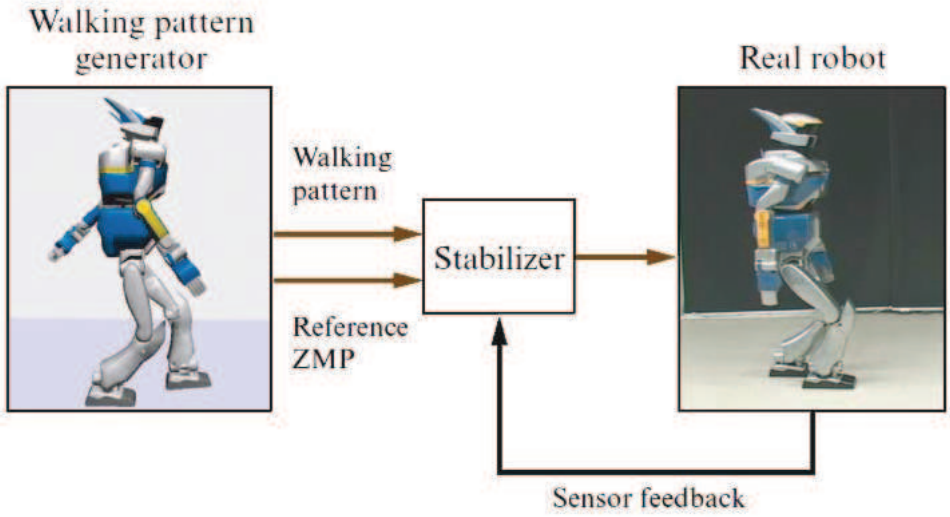


FIGURE 1.12 – Architecture de contrôle basée ZMP [Kajita et al., 2006b]

Enfin, une série de travaux sur le *Resolved Momentum Control*, initiée en 2003 dans [Kajita et al., 2003b], semble être très prometteuse en terme de commande de la marche dynamique de robots humanoïdes. Ces travaux sont basés sur la gestion des moments linéaires et angulaires et ont permis en 2006 d'aboutir à un critère universel de stabilité pour les robots humanoïdes [Kajita et al., 2006a].

1.4.2 Commande de mouvements additionnels

En ce qui concerne la gestion de tâches supplémentaires pour les robot humanoïdes (manipulation, contrôle de la posture,...) une méthodologie semble se détacher des autres : la notion de tâches ordonnancées dans laquelle chaque tâche se voit attribuer une priorité. Bien que ne procédant pas de la même façon, cette notion a largement été décrite aux travers des travaux de Sentis [Sentis, 2007] et Mansard [Mansard, 2006]. Elle consiste à mettre en cascade les diverses tâches que doit assurer le robot, par exemple, dans le cas d'un transport d'objet, la tâche de plus haute importance serait la gestion de l'équilibre, viendrait ensuite la génération d'un cycle de marche stable, le contrôle de la posture et enfin le contrôle de la position des mains permettant le maintient de l'objet.

1.4.3 Gestion de la redondance

Dans l'optique de toujours plus se rapprocher de l'homme, le nombre de degrés de liberté des robots humanoïdes ne cesse d'augmenter. Cette augmentation apporte cependant un problème majeur lors de la commande des robots : la gestion de la redondance d'actionnement. En effet pour réaliser une simple tâche comme la saisie d'un objet, de nombreux mouvements et configurations peuvent être considérés. Le problème de gestion de la redondance, bien connu sur les robots manipulateurs, prend donc avec les robots humanoïdes une toute autre ampleur. De nombreuses techniques permettent de traiter la redondance cinématique d'actionnement. Elles sont majoritairement basées sur le modèle cinématique inverse. C'est pourquoi après avoir défini ce qu'est la redondance cinématique d'actionnement, nous étudierons

les deux types d'approche les plus courants permettant de traiter la redondance cinématique d'actionnement d'un système robotisé.

Définition 1.4.1 *On parle de redondance cinématique d'actionnement lorsque le nombre de degrés de liberté n du système que l'on commande est supérieur à celui de la tâche m. On dira dans ce cas que ce système est redondant d'ordre $n - m$ vis à vis de la tâche.*

Deux techniques majeures existent pour proposer une solution à la commande cinématique d'un système redondant.

Utilisation d'un terme d'optimisation

La première des solutions consiste à utiliser un terme d'optimisation que l'on projettera dans $Null - Space$ via la solution générale proposée par Whitney (1.33). Ce terme d'optimisation est choisi en prenant $\dot{\boldsymbol{q}}_0$ dans la direction inverse d'une fonction scalaire du gradient d'un critère de performance. Plusieurs critères de performance peuvent être choisis :

- Eloignement des butées articulaires [Fournier, 1980], [Klein, 1984] dans lequel $\nabla \boldsymbol{H}(\boldsymbol{q})$ est définie selon (1.26),
- Evitement des configurations singulières [Yoshikawa, 1984],
- Contournement d'obstacles [Maciejewski and Klein, 1985], [Baillieul, 1986],
- Répartition des efforts aux articulations [Hollerbach and Suh, 1985], [Baillieul, 1984].

$$\dot{\boldsymbol{q}}_0 = -k_H \nabla \boldsymbol{H}(\boldsymbol{q}) \tag{1.25}$$

Le scalaire k_H permet d'augmenter ou de diminuer l'influence du terme d'optimisation sur le comportement du système.

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{q_i - q_{i,moy}}{q_{i,max} - q_{i,min}} \right)^2 \tag{1.26}$$

Une revue des différentes méthodes de résolution de la redondance basée sur une optimisation locale est disponible dans [Nenchev, 1989].

Addition de tâches

L'augmentation de l'espace des tâches est aussi une solution couramment utilisée. Elle consiste à faire réaliser au système une tâche secondaire en même temps que la tâche principale. Ce concept a été introduit en 1988 par Sciavicco et Siciliano [Sciavicco and Siciliano, 1988]. Considérons une tâche secondaire t_2 que l'on désire réaliser conjointement à la tâche principale t_1. Le modèle cinématique direct de chacune de tâches est alors décrit par $\dot{\boldsymbol{t_1}} = \mathbf{J}_{t_1}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}$ et $\dot{\boldsymbol{t_2}} = \mathbf{J}_{t_2}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}$. La tâche augmentée est décrite au sein du vecteur $t_a = \{t_1\ t_2\}^T$. De cette façon le modèle cinématique direct sera décrit par (1.27). L'ordre de redondance du système sera ainsi réduit du nombre de degrés de liberté de la tâche secondaire.

$$\dot{\boldsymbol{t_a}} = \mathbf{J}_{t_a}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}\ avec\ \mathbf{J}_{t_a}(\boldsymbol{q}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{J}_{t_1}(\boldsymbol{q}) \\ \mathbf{J}_{t_2}(\boldsymbol{q}) \end{Bmatrix} \tag{1.27}$$

Cependant si l'on désire gérer plusieurs tâches en simultanées et que certaines tâches sont plus importantes que d'autres, nous pouvons faire appel à la notion de tâches prioritaires [Nakamura et al., 1987]. En reprenant les deux tâches précédentes et en supposant que t_1 à une priorité supérieure à t_2, la solution du modèle cinématique inverse sera exprimée par :

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \mathbf{J}_{t_1}^{+}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{t_1}} + \left\{\mathbf{J}_{t_2}(\boldsymbol{q})\left(\mathbf{I} - \mathbf{J}_{t_1}^{+}(\boldsymbol{q})\mathbf{J}_{t_1}(\boldsymbol{q})\right)\right\}^{+}\left(\dot{\boldsymbol{t_2}} - \mathbf{J}_{t_2}(\boldsymbol{q})\mathbf{J}_{t_1}^{+}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{t_2}}\right) \tag{1.28}$$

1.5 Le centre de masse chez les humanoïdes

Contrairement aux robots manipulateurs, la notion de centre de masse est prédominante chez les robots humanoïdes. Comme nous avons pu le voir dans la section 1.4, la notion de centre de masse intervient dans la majorité des méthodes de commande des robots humanoïdes. Certaines études [Sugihara and Nakamura, 2002], [Sentis et al., 2010] tendent aujourd'hui à proposer un contrôle complet du centre de masse et d'autres [Kwon and Oh, 2009], [Ayusawa et al., 2008] proposent des méthodes d'estimation exacte de ce dernier. Cette section présente les concepts de base liés à la notion de centre de masse qui seront utiles à la compréhension des travaux de ce manuscrit.

1.5.1 Jacobienne du centre de masse

La Jacobienne du centre de masse est définie comme la matrice $\mathbf{J}_{\boldsymbol{CoM}}$ composée des dérivées partielles par rapport aux variables articulaires de la position du centre de masse. Elle appartient par conséquent à $\Re^{3\times n}$ La Jacobienne du centre de masse est d'une grande importance car elle va intervenir dans le calcul des modèles cinématiques et dynamiques liés à la commande d'un robot humanoïde. Elle se calcule selon l'équation (1.29) :

$$\mathbf{J}_{\boldsymbol{CoM}} = \left[\frac{\partial \boldsymbol{CoM}}{\partial \boldsymbol{q}_1} \cdots \frac{\partial \boldsymbol{CoM}}{\partial \boldsymbol{q}_n}\right] \tag{1.29}$$

1.5.2 Modèles cinématiques du centre de masse

Modèle cinématique direct du centre de masse

Le modèle cinématique direct d'une tâche $\boldsymbol{t}$, équation (1.30), permet de déterminer l'influence des variations des variables articulaires $\dot{\boldsymbol{q}}$ sur la tâche en question. Ce modèle fait par conséquent intervenir la notion de Jacobienne de tâche $\mathbf{J}_t(\boldsymbol{q})$. Dans notre cas, la tâche visée est la position du centre de masse du robot. Le modèle cinématique direct du centre de masse va donc mettre en relation les variations de la position du centre de masse $\dot{\boldsymbol{CoM}}$ et les variations des variables articulaires $\dot{\boldsymbol{q}}$ à travers la Jacobienne du centre de masse $\boldsymbol{J_{CoM}}(\boldsymbol{q})$ précédemment définie (section 1.5.1.

$$\dot{\boldsymbol{t}} = \mathbf{J}_t(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} \tag{1.30}$$

$$\dot{\boldsymbol{CoM}} = \mathbf{J}_{\boldsymbol{CoM}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} \tag{1.31}$$

Modèle cinématique inverse du centre de masse

Le modèle cinématique inverse d'une tâche, équation (1.32), exprime les variations des variables articulaires en fonction des variations de la tâche. Lorsque le nombre de degrés de liberté du système est égal au nombre de degrés de liberté de la tâche, une seule solution existe. Cette solution est déterminée par la Jacobienne inverse de la tâche $\mathbf{J}_t^{-1}(\boldsymbol{q})$. On citera pour illustrer ce principe la relation liant les variations (selon 3 axes et 3 orientations) de l'organe terminal aux variables articulaires d'un robot manipulateur à six degrés de liberté. Dans le cas contraire, quand le robot à plus de degrés de liberté que la tâche visée, un ensemble de solutions satisfaisant les variations désirées de la tâche existe. La forme générale de ces solutions, équation (1.33), a été définie par Whitney [Whitney, 1969]. Cette solution fait intervenir la pseudo inverse de la Jacobienne de la tâche $\mathbf{J}_t^{+}(\boldsymbol{q})$ et l'espace nul des vitesses ($Null - Space$). La pseudo inverse fournit par la méthode des moindre-carrés l'ensemble des solutions minimisant $\left\|\dot{t} - \mathbf{J}_t^{+}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}\right\|$. Le $Null - Space$ va nous permettre de choisir une de ces solutions sans affecter les variations de la tâche.

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \mathbf{J}_t^{-1}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{t}} \tag{1.32}$$

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \mathbf{J}_t^{+}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{t}} + \left(\mathbf{I} - \mathbf{J}_t^{+}(\boldsymbol{q})\mathbf{J}_t(\boldsymbol{q})\right)\dot{\boldsymbol{q}}_0 \tag{1.33}$$

Dans cette dernière équation, $\left(\mathbf{I} - \mathbf{J}_t^{+}(\boldsymbol{q})\mathbf{J}_t(\boldsymbol{q})\right)$ est un opérateur de projection orthogonal permettant de projeter une solution arbitraire $\dot{\boldsymbol{q}}_0$ dans le $Null - Space$. La deuxième partie de cette équation représente donc un espace nul des vitesses dans lequel toutes solutions engendrent uniquement des modification sur les variations des variables articulaires et non sur les variations de la tâche.

Dans le but de trouver une solution à la commande cinématique du centre de masse pour des systèmes comportant plus de degrés de liberté que ceux du centre de masse, Boulic [Boulic et al., 1994] a proposé d'utiliser le centre de masse comme tâche au sein de la solution générale de Whitney pour des systèmes faiblement redondants.

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \mathbf{J}_{\boldsymbol{CoM}}^{+}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{CoM}} + \left(\mathbf{I} - \mathbf{J}_{\boldsymbol{CoM}}^{+}(\boldsymbol{q})\mathbf{J}_{\boldsymbol{CoM}}(\boldsymbol{q})\right)\dot{\boldsymbol{q}}_0 \tag{1.34}$$

Ce type de commande a permis des avancées significatives dans le controle statique [Ali and Espiau, 1998, Ali and Espiau, 1999] de robots humanoides évoluant dans le plan. Cependant sur des systèmes fortement redondants comme les robots humanoïdes actuels, nous verrons dans la section 2.2 que cette solution n'est pas suffisante. Les techniques usuelles de gestion de la redondance chez les robots manipulateurs seront alors intégrées pour permettre un contrôle cinématique efficace du centre de masse chez les robots humanoïdes.

1.5.3 Manipulabilité cinématique du centre de masse

La manipulabilité cinématique d'un robot manipulateur a été définie par Yoshikawa [Yoshikawa, 1985b] et étendue par Klein [Klein and Blaho, 1987]. Cet indice de mesure, appliqué au centre de masse d'un robot humanoïde a été introduit par Naksuk et Lee, [Naksuk and Lee, 2005]. La manipulabilité cinématique du centre de masse permet donc de mesurer la distance entre la configuration actuelle du robot

et la position singulière du centre de masse la plus proche. On parle de position singulière du centre de masse quand ce dernier perd au moins un degrés de liberté. Ce concept est très intéressant en robotique humanoïde car il permet de déterminer si le robot est globalement apte à bouger dans toutes les directions ou si il lui est impossible de se mouvoir dans une direction. Un très bon exemple est celui de la station debout dans laquelle le centre de masse ne peut pas se déplacer selon l'axe vertical ce qui indique que le robot ne peut pas sauter si il n'y a pas eu au préalable une phase de prise d'élan. La manipulabilité cinématique du centre de masse se calcule selon l'équation (1.35).

$$W_{\boldsymbol{CoM}} = \sqrt{det(\boldsymbol{J_{CoM}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{J}^T_{\boldsymbol{CoM}}(\boldsymbol{q}))} \tag{1.35}$$

Un autre concept lié à la manipulabilité cinématique du centre de masse est celui d'ellipsoïde de manipulabilité. Cette dernière permet de représenter géométriquement l'ensemble des vitesses accessibles par le centre de masse. Les axes principaux de cette ellipsoïde sont donnés par les vecteurs propres de $\boldsymbol{J_{CoM}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{J}^T_{\boldsymbol{CoM}}(\boldsymbol{q})$ tandis que leurs longueurs sont données par les valeur singulières de la Jacobienne du centre de masse $\boldsymbol{J_{CoM}}$. La décomposition de $\boldsymbol{J_{CoM}}$ en valeur singulière (SVD) [Maciejewski and Klein, 1989] peut aussi être utilisée pour déterminer la longueur et la direction des axes de l'ellipsoïde. La direction optimale pour générer une vitesse importante du centre de masse est selon le plus grand axe. À contrario, la vitesse du centre de masse sera plus facilement contrôlable le long du plus petit axe.

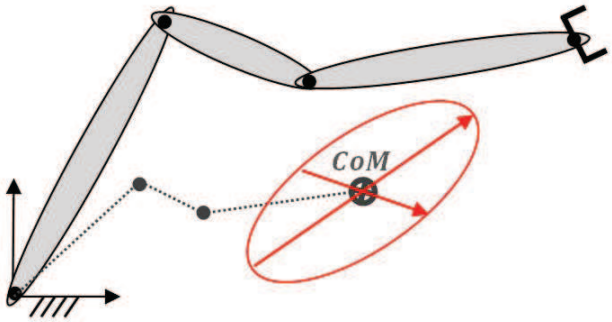


FIGURE 1.13 – Ellipsoïde de manipulabilité du centre de masse d'un robot manipulateur plan.

1.6 Le robot HOAP3

1.6.1 Présentation du robot HOAP3

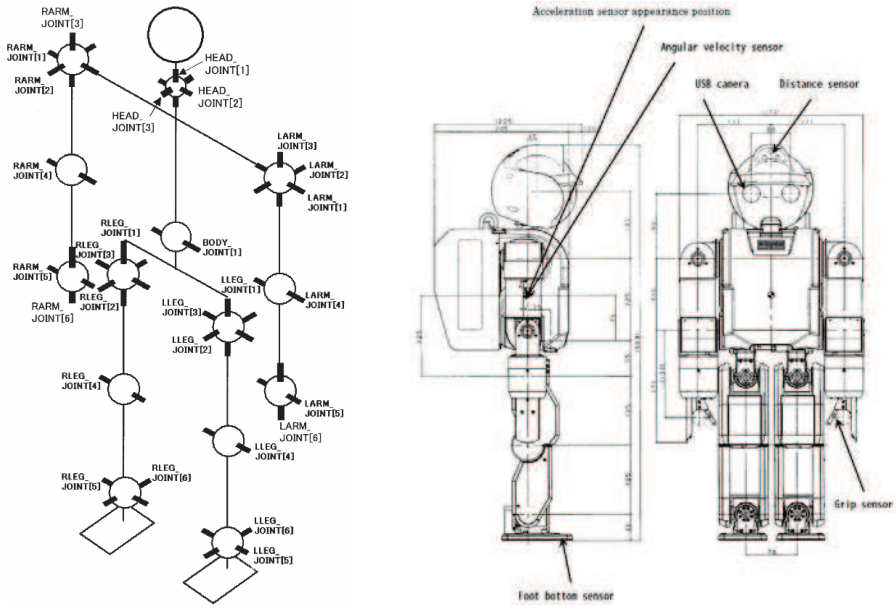
HOAP3 (*Humanoid for Open Architecture Platform, version 3*) est un robot humanoïde de taille réduite développé par la société Fujitsu. Il a été acquis par le Lirmm en 2007 et a servi de plateforme expérimentale aux travaux présentés dans cette thèse. HOAP3, représenté Figure 1.4(b), pèse 8,8kg et mesure 60cm. Il est doté de 21 moto-réducteurs à courant continu (DC) qui actionnent les principales liaisons ainsi que de 7 servomoteurs (RC) qui assurent les fonctions auxilières. Ces 28 degrés de liberté sont répartis de la façon suivante :

– 6 actionneurs DC par jambe,

– 4 actionneurs DC par bras,
– 1 actionneur DC pour le bassin (articulé dans le plan sagittal),
– 2 actionneurs RC pour la préhension et la torsion de la main,
– 3 actionneurs RC pour le tête.

Les actionneurs DC er RC délivrent respectivement un couple maximal de 4,5 N.m et 1,12 N.m. Chaque actionneur est contrôlé localement par le biais d'un micro-contrôleur réalisant un asservissement de type PID [4] sur la position désirée. Chacun de ces micro-contrôleurs est relié, via un bus USB, à un ordinateur central dans lequel est implémenté l'architecture de contrôle du robot. Afin d'appréhender son environnement, le robot HOAP3 est muni de différents capteurs :

– Des codeurs incrémentaux trés haute résolution sur chaque moteur DC (209 pulsations / degré),
– 1 capteur de posture (accéléromètre et gyroscope 3 axes),
– 4 capteurs de force par pied [5] de type FSR [6],
– 1 capteur de contact par main,
– 2 webcams permettant d'obtenir une vision en trois dimension de l'environnement,
– 1 télémètre laser,
– 1 microphone.



(a) Articulations (b) Capteurs

FIGURE 1.14 – Répartition des articulations (a) et des capteurs (b) du robot HOAP3.

1.6.2 Architecture logicielle du robot HOAP3

Ayant la volonté d'être une plateforme de développement ouverte, le robot humanoïde HOAP3 repose sur un système d'exploitation libre, Linux Fedora Core 1,

4. Proportionnel Intégral Dérivé.
5. Uniquement la composante verticale des forces de réaction du sol est mesurée.
6. Force Sensing Resistor

auquel vient s'ajouter RT-Linux, permettant d'obtenir un accés en temps réel aux divers composants du robot. Son architecture logicielle, représentée Figure 1.15, se compose donc de deux espaces :

- L'espace utilisateur, permettant de lancer les routines basiques du robot (arrêt et marche de moteurs, initialisation, reset) mais aussi de lancer l'exécution des programmes temps réels écrits pour le robot.
- L'espace temps réel dans lequel les programmes communiquent directement avec le matériel.

Ces deux espaces communiquent aux travers d'une file de communication de type FIFO [7] mais aussi à travers une mémoire partagée dont la priorité est inférieure par rapport celle de la file. Ces moyens de communication se révèlent être très utiles pour l'enregistrement des données issues des capteurs ou lors des phases de déboguage.

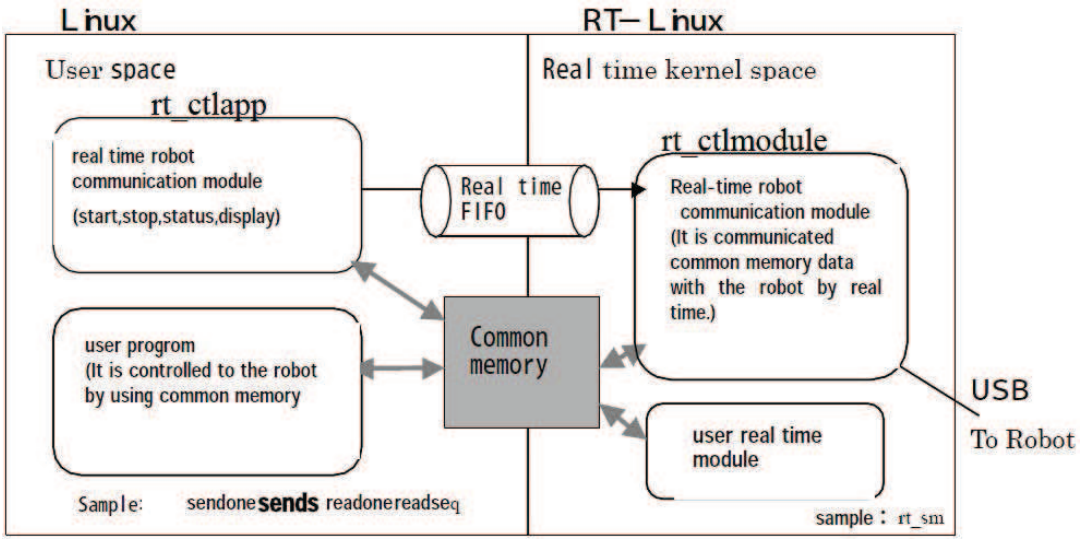


FIGURE 1.15 – Architecture logicielle du robot HOAP3.

L'écriture des programmes se fait majoritairement en Language C aux travers de modules temps réels, le corps du programme étant écrit dans un thread. Une fois ces modules codés et compilés, ils sont lancés par l'opérateur au moyen d'une syntaxe appropriée dans l'espace utilisateur avec divers paramètres tels que la durée d'exécution ou la durée d'une itération dans l'espace temps réel. Le module est alors monté dans le noyau et acquiert de ce fait la plus haute priorité au sein du système d'exploitation, ce qui permet d'atteindre une durée d'itération minimale d'une milliseconde. Il va de soit que les algorithmes employés pour réaliser les tâches désirées doivent pouvoir être exécutés en moins d'une milliseconde, ce qui implique des contraintes temps-réel fortes en terme de programmation.

1.7 Conclusion

Bien que non exhaustif, nous avons pu, à travers ce premier chapitre, prendre connaissance des principaux aspects caractérisant les robots humanoïdes mais aussi des principales difficultés rencontrées dans ce domaine. L'historique de ce domaine

7. First In First Out.

de recherche nous a permis de se rendre compte aussi bien des avancées technologiques que des avancées théoriques, notamment aux travers des capacités de génération d'une marche stable auxquelles s'ajoutent aujourd'hui des capacités de manipulation et d'évitement d'obstacles. La modélisation des robots humanoïdes a été abordée avec comme principaux aspects la notion de base flottante et la notion d'efforts aux points de contact, permettant une modélisation exacte et unique d'un robot humanoïde quel que soit son environnement. Les critères de stabilité les plus couramment utilisés chez les robots humanoïdes ont également été définis. Le centre de masse, le ZMP et le $ZRAM$ sont actuellement les critères sur lesquels reposent les commandes les plus efficaces. Cependant, de nombreux efforts sont encore à faire afin d'aboutir à un système entièrement autonome et robuste vis à vis de son environnement. Le terme autonomie est ici employé au sens large avec d'une part, des capacités sensorielles et une "intelligence" permettant au robot d'effectuer ses propres choix et, d'autre part, autonome en termes d'énergie, car même si nous ne l'avons pas évoqué dans ce bref état de l'art, l'autonomie énergétique doit être grandement améliorée dans les années à venir si l'on désire un jour avoir une réelle capacité d'utilisation de tels robots.

Chapitre 2

Cinématique du Centre de Masse

Dans un rapport de recherche publié en 1998 [Espiau and Boulic, 1998], Espiau et Boulic font état de l'existence d'une chaîne virtuelle permettant de modéliser le centre de masse d'une chaîne articulée [Espiau and Ali, 1998]. Si la notion de chaîne virtuelle n'est pas nouvelle et à déjà largement été utilisée dans la modélisation et la commande de robots spatiaux [Dubowsky and Papadopoulos, 1993], l'originalité de la représentation proposée par Espiau et Boulic vient du fait que le centre de masse de la chaîne articulée est localisé par l'organe terminal d'une chaîne virtuelle. Si l'on étend ce principe aux robots humanoïdes, l'intérêt de cette représentation devient très important. En effet, il va permettre de décrire le centre de masse d'un robot humanoïde comme l'organe terminal d'un robot manipulateur. On va pouvoir de ce fait utiliser toutes les méthodes et commandes dédiées à l'étude des robots manipulateurs. C'est en suivant cette philosophie que ce chapitre re-visite l'idée originale d'Espiau et Boulic, en proposant une notation simplifiée et en l'appliquant à des cas spatiaux mais aussi en proposant une commande cinématique du centre de masse adaptée aux robots humanoïdes.

2.1 Modélisation du centre de masse par une chaîne virtuelle

2.1.1 Système à structure série

Considérons une chaîne série à n degrés de liberté, évoluant spatialement, composée de liens rigides indéformables connectés entre eux par des liaisons rotoïdes et dont nous souhaitons calculer la position du centre de masse (cf. Figure 2.1). Nous pouvons énoncer le théorême suivant :

Théorème 2.1.1 *Il existe toujours pour un système à structure série, dont les éléments sont connectés par des articulations rotoïdes, une chaîne virtuelle série dont l'organe terminal localise son centre de masse.*

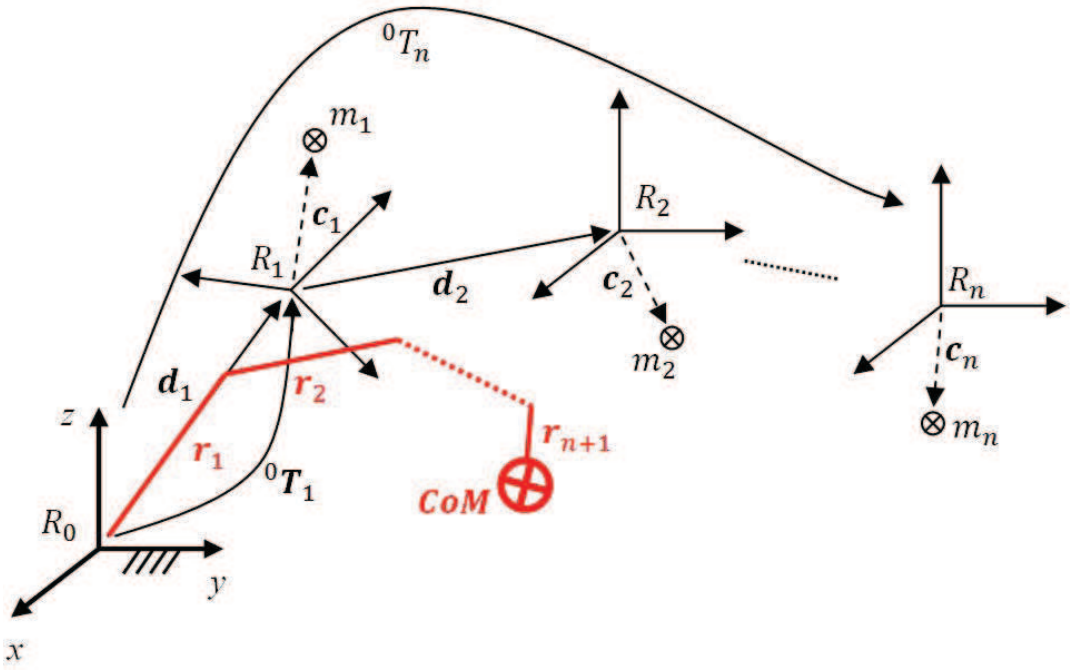


FIGURE 2.1 – Système à structure série à n degrés de liberté et sa chaîne virtuelle localisant son centre de masse.

Démonstration :

Le centre de masse d'un système à structure série peut être calculé, selon l'équation (1.20) comme le barycentre des masse de chacun des corps composant le système. Pour un système à n degrés de liberté on obtient :

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM} \\ 1 \end{Bmatrix} = \frac{m_1}{M}\mathbf{T}_1 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{m_2}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_2 \\ 1 \end{Bmatrix} + \cdots + \frac{m_n}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2\cdots\mathbf{T}_n \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_n \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

1/ *Hypothèse de récurrence* : le centre de masse de ce système correspond aussi à l'organe terminal d'une chaîne virtuelle à n degrés de liberté dont l'équation est :

$$\boldsymbol{CoM} = \boldsymbol{r}_1 + \mathbf{A}_1\boldsymbol{r}_2 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\boldsymbol{r}_3 + \cdots + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{A}_n\boldsymbol{r}_{n+1} \quad (2.2)$$

2/ *Vérification de l'hypothèse de récurrence au premier rang ($n = 1$) :*

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM} \\ 1 \end{Bmatrix} = \frac{m_1}{M}\mathbf{T}_1 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} = \frac{m_1}{M} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}_1\boldsymbol{c}_1 + \boldsymbol{d}_1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

qui en posant $\boldsymbol{r}_1 = \frac{m_1 * \boldsymbol{d}_1}{M}$ et $\boldsymbol{r}_2 = \frac{m_1 * \boldsymbol{c}_1}{M}$ devient :

$$\boldsymbol{CoM} = \boldsymbol{r}_1 + \mathbf{A}_1\boldsymbol{r}_2$$

L'hypothèse de récurrence est vérifiée au premier rang.

3/ *Vérification de l'hypothèse de récurrence au rang $n + 1$:*

Le centre de masse d'un système à structure série à $n + 1$ degrés de liberté à pour équation :

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM} \\ 1 \end{Bmatrix} = \frac{m_1}{M}\mathbf{T}_1 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \cdots + \frac{m_n}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2\cdots\mathbf{T}_n \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_n \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{m_{n+1}}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2\cdots\mathbf{T}_{n+1} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_{n+1} \\ 1 \end{Bmatrix}$$

On suppose que *l'hypothèse de récurrence est vrai au rang* n, les premiers termes (de 1 à n) de l'équation précédente peuvent donc être remplacés par l'équation de l'organe terminal d'une chaîne virtuelle :

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM} \\ 1 \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_1 + \mathbf{A}_1\boldsymbol{r}_2 + \cdots + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{A}_n\boldsymbol{r}_{n+1} \\ 1 \end{Bmatrix} + \tfrac{m_{n+1}}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2\cdots\mathbf{T}_{n+1} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_{n+1} \\ 1 \end{Bmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_1 + \mathbf{A}_1\boldsymbol{r}_2 + \cdots + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{A}_n\boldsymbol{r}_{n+1} \\ 1 \end{Bmatrix} \\
&+ \tfrac{m_{n+1}}{M} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{A}_{n+1}\boldsymbol{c}_{n+1} + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{A}_n\boldsymbol{d}_{n+1} + \cdots + \mathbf{A}_1\boldsymbol{d}_2 + \boldsymbol{d}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_1 + \frac{m_{n+1}}{M}\boldsymbol{d}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} \\
&+ \mathbf{A}_1 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_2 + \frac{m_{n+1}}{M}\boldsymbol{d}_2 \\ 1 \end{Bmatrix} \\
&+ \cdots \\
&+ \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{A}_n \begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_{n+1} + \frac{m_{n+1}}{M}\boldsymbol{d}_{n+1} \\ 1 \end{Bmatrix} \\
&+ \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{A}_{n+1} \begin{Bmatrix} \frac{m_{n+1}}{M}\boldsymbol{c}_{n+1} \\ 1 \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

En posant :

$$\begin{array}{lcl}
\boldsymbol{l}_1 & = & \boldsymbol{r}_1 + \frac{m_{n+1}}{M}\boldsymbol{d}_1 \\
\boldsymbol{l}_2 & = & \boldsymbol{r}_2 + \frac{m_{n+1}}{M}\boldsymbol{d}_2 \\
\boldsymbol{l}_{n+1} & = & \boldsymbol{r}_{n+1} + \frac{m_{n+1}}{M}\boldsymbol{d}_{n+1} \\
\boldsymbol{l}_{n+2} & = & \frac{m_{n+1}}{M}\boldsymbol{c}_{n+1}
\end{array}$$

On se retrouve alors avec une expression similaire à l'hypothèse de récurrence à l'ordre n :

$$\boldsymbol{CoM} = \boldsymbol{l}_1 + \mathbf{A}_1\boldsymbol{l}_2 + \cdots + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{A}_n\boldsymbol{l}_{n+1} + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\cdots\mathbf{A}_n\mathbf{A}_{n+1}\boldsymbol{l}_{n+2}$$

4/ *La récurrence est donc vérifiée à l'ordre* $n+1$. **L'hypothèse à l'ordre** n **est donc valide**. *CQFD.*

Corollaire 2.1.1 *La chaîne virtuelle localisant le centre de masse d'un système à structure série comporte le même nombre d'articulations que le système.*

Corollaire 2.1.2 *L'ordre d'apparition des articulations de la chaîne virtuelle est le même que celui du système à structure série dont elle localise le centre de masse si la chaîne virtuelle est construite à partir du barycentre des centres de masse du système et en partant de la base du système vers son organe terminal.*

Exemple :

Afin de comprendre comment le centre de masse d'une chaîne articulée peut être modélisé par l'organe terminal d'une chaîne virtuelle, cette transformation est effectuée pour l'établissement d'une chaîne virtuelle d'un système simple : une chaîne série à quatre degrés de liberté. Le principe restera le même pour une chaîne série comportant plus de degrés de liberté. On commence par effectuer le calcul du centre de masse total du système série, représenté Figure 2.2, selon l'équation (1.20). On exprime ainsi la position du centre de masse de chaque corps constituant le système série dans le référentiel de base.

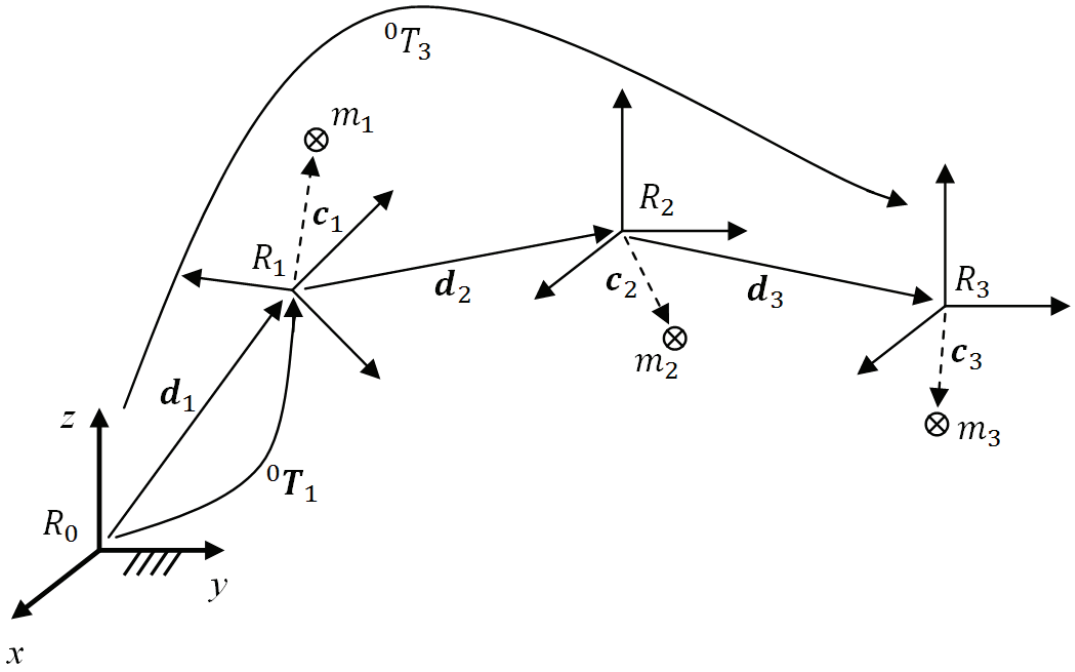


FIGURE 2.2 – Système à structure série à 3 degrés de liberté.

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM} \\ 1 \end{Bmatrix} = \frac{m_1}{M}\mathbf{T}_1 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{m_2}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_2 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{m_3}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2\mathbf{T}_3 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_3 \\ 1 \end{Bmatrix} \tag{2.3}$$

En développant cette équation, il vient :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM} \\ 1 \end{Bmatrix} = & \frac{m_1}{M} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}_1\boldsymbol{c}_1 + \boldsymbol{d}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} \\ & + \frac{m_2}{M} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\boldsymbol{c}_2 + \mathbf{A}_1\boldsymbol{d}_2 + \boldsymbol{d}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} \\ & + \frac{m_3}{M} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3\boldsymbol{c}_3 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\boldsymbol{d}_3 + \mathbf{A}_1\boldsymbol{d}_2 + \boldsymbol{d}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{2.4}$$

Factorisons par les variables articulaires contenues dans l'expression des matrices de rotations :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{CoM} = & \frac{1}{M}\left(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3\right) m_3\boldsymbol{c}_3 \\ & + \frac{1}{M}\left(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\right)\left(m_2\boldsymbol{c}_2 + m_3\boldsymbol{d}_3\right) \\ & + \frac{1}{M}\left(\mathbf{A}_1\right)\left(m_1\boldsymbol{c}_1 + \left(m_1+m_2+m_3\right)\boldsymbol{d}_2\right) \\ & + \frac{1}{M}\left(m_1+m_2+m_3\right)\boldsymbol{d}_1\end{aligned} \tag{2.5}$$

Par la suite, on observe que les termes fonctions des variables articulaires sont des constantes qui peuvent être exprimées au sein d'un unique terme. On pose par conséquent les constantes suivantes :

$$\begin{array}{rcl}\boldsymbol{r}_4 & = & \frac{1}{M}\left(m_3\boldsymbol{c}_3\right) \\ \boldsymbol{r}_3 & = & \frac{1}{M}\left(m_2\boldsymbol{c}_2 + m_3\boldsymbol{d}_3\right) \\ \boldsymbol{r}_2 & = & \frac{1}{M}\left(m_1\boldsymbol{c}_1 + \left(m_1+m_2+m_3\right)\boldsymbol{d}_2\right) \\ \boldsymbol{r}_1 & = & \boldsymbol{d}_1\end{array} \tag{2.6}$$

Finalement,

$$\boldsymbol{CoM} = \boldsymbol{r}_1 + \mathbf{A}_1\boldsymbol{r}_2 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\boldsymbol{r}_3 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3\boldsymbol{r}_4 \tag{2.7}$$

L'équation (2.7), décrivant la position spatiale du centre de masse du système série, représenté Figure 2.2, correspond aussi à l'expression de la position spatiale de l'organe terminal d'une chaîne virtuelle dont les corps ont une longueur fixe décrite par les constantes r_i, $i = 1 \cdots 4$. Cette chaîne virtuelle est représentée Figure 2.3. Il est remarquable de constater que l'ordre et le nombre des variables articulaires de la chaîne virtuelle est identique à celui de la chaîne originale.

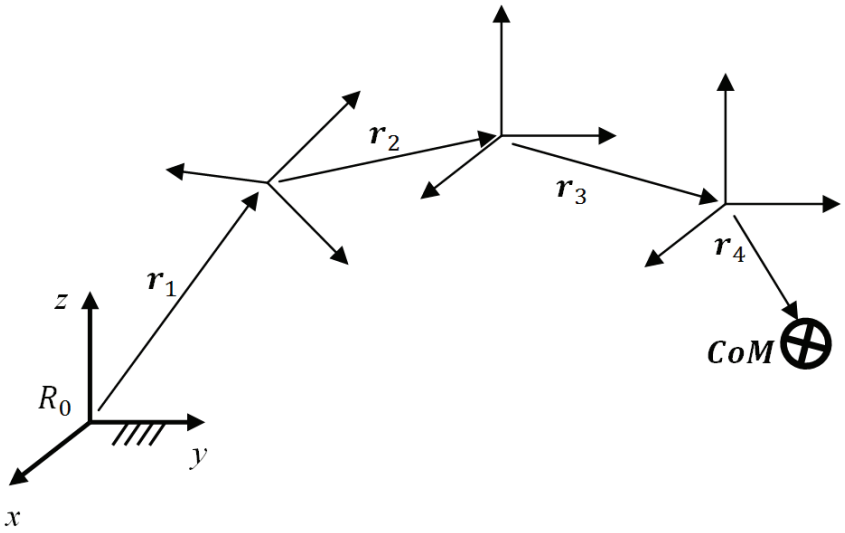


FIGURE 2.3 – Chaîne virtuelle dont l'organe terminal localise le CoM de la chaîne série représentée Figure 2.2.

Dans sa forme matricielle l'expression du centre de masse est donnée par :

$$\begin{Bmatrix}\boldsymbol{CoM} \\ 1\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{A}_1 & \boldsymbol{r}_1 \\ \mathbf{0} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{A}_2 & \boldsymbol{r}_2 \\ \mathbf{0} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{A}_3 & \boldsymbol{r}_3 \\ \mathbf{0} & 1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\boldsymbol{r}_4 \\ 1\end{Bmatrix} \tag{2.8}$$

2.1.2 Système à structure arborescente de type anthropomorphe

Avant de considérer les systèmes arborescents quelconques, nous nous concentrons sur les systèmes arborescents de type anthropomorphe. Ces types de structure sont celles que l'on retrouve chez les robots humanoïdes et chez les humains. Si nous étudions la composition d'une structure arborescente, nous pouvons énoncé le lemme suivant :

Lemme 2.1.1 *Un système à structure arborescente peut être modélisé comme la composition en un ou plusieurs points de sous structures séries.*

Ainsi une structure anthropomorphe de type robot humanoïde peut être modélisée comme la réunion en un point de plusieurs structures séries. Un cas concret consiste à considérer cinq structures séries ayant pour base commune le bassin : une structure série par jambe, une structure série par bras et un structure série pour le tronc et la tête. La Figure 2.4 représente schématiquement ce concept. Le centre de masse total de ce système arborescent correspond alors à la somme pondérée des centres de masse de chacune des structures séries. Géométriquement cela revient à empiler les chaînes virtuelles pour obtenir une seule et unique chaîne virtuelle localisant le centre de masse total du robot.

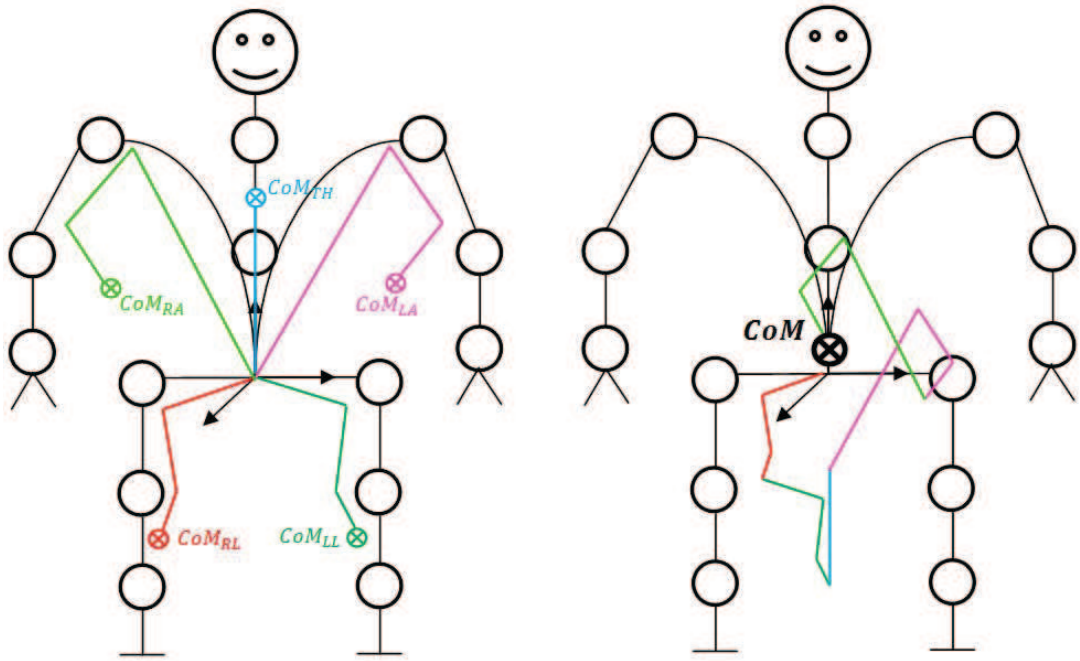


FIGURE 2.4 – Structure anthropomorphe d'un robot humanoïde. Les chaînes virtuelles individuelles de chaque structure série sont représentées. La chaîne virtuelle complète localisant le centre de masse total du robot est obtenue en faisant la somme pondérée des centres de masses des cinq structures séries composant la structure anthropomorphe.

Théorème 2.1.2 *Il existe toujours pour une structure anthropomorphe composée de cinq chaînes séries une chaîne virtuelle série permettant de localiser son centre de masse*

Définition 2.1.1 *Une structure anthropomorphe peut être définie par cinq chaînes séries ayant pour base commune le bassin : une structure série par jambe, une structure série par bras et un structure série pour le tronc et la tête*

Démonstration :

En s'appuyant sur le corollaire 2.1.1, nous pouvons affirmer que le centre de masse de chaque structure série composant la structure anthropomorphe peut être localisé par une chaîne virtuelle comportant autant de degrés de liberté que la structure série. Ainsi :

- Le centre de masse de la jambe droite $\boldsymbol{CoM}_{RL}$ est localisé par une chaîne virtuelle à p degrés de liberté,
- Le centre de masse de la jambe gauche $\boldsymbol{CoM}_{LL}$ est localisé par une chaîne virtuelle à p degrés de liberté,
- Le centre de masse du bras droit $\boldsymbol{CoM}_{RA}$ est localisé par une chaîne virtuelle à q degrés de liberté,
- Le centre de masse du bras gauche $\boldsymbol{CoM}_{LA}$ est localisé par une chaîne virtuelle à q degrés de liberté,
- Le centre de masse du tronc et de la tête $\boldsymbol{CoM}_{TH}$ est localisé par une chaîne virtuelle à m degrés de liberté.

Le centre de masse de la structure anthropomorphe sera donc localisé par une chaîne virtuelle à n degrés de liberté avec :

$$n = 2 * p + 2 * q + m \tag{2.9}$$

et tel que le centre de masse total de cette structure anthropomorphe soit obtenu par la somme pondérée des centres de masse des cinq structures séries la composant :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{CoM} &= \frac{m^{RL}\boldsymbol{CoM}_{RL}+m^{LL}\boldsymbol{CoM}_{LL}}{M} \\ &+ \frac{m^{RA}\boldsymbol{CoM}_{RA}+m^{LA}\boldsymbol{CoM}_{LA}}{M} \\ &+ \frac{m^{TH}\boldsymbol{CoM}_{TH}}{M} \end{aligned} \tag{2.10}$$

où m^{RL},m^{LL},m^{RA},m^{LA} et m^{TH} correspondent respectivement aux masses des jambes droite/gauche, aux masses des bras droit/gauche et à la masse du tronc et de la tête. M représente la masse totale du robot et est définie par :

$$M = m^{RL} + m^{LL} + m^{RA} + m^{LA} + m^{TH}$$

Corollaire 2.1.3 *La chaîne virtuelle localisant le centre de masse d'un système anthropomorphe à le même nombre d'articulations que le système lui même.*

Corollaire 2.1.4 *L'ordre des articulations de la chaîne virtuelle localisant le centre de masse d'un système anthropomrophe dépend de l'ordre de parcours des structures séries composant le système anthropomorphe.*

Exemple :

Soit une structure anthropomorphe simple à sept degrés de liberté représentée Figure 2.5. Si nous souhaitons établir la chaîne virtuelle localisant le centre de masse de cette structure, nous commençons par calculer les chaînes virtuelles des cinq structures séries composant la structure anthropomorphe.

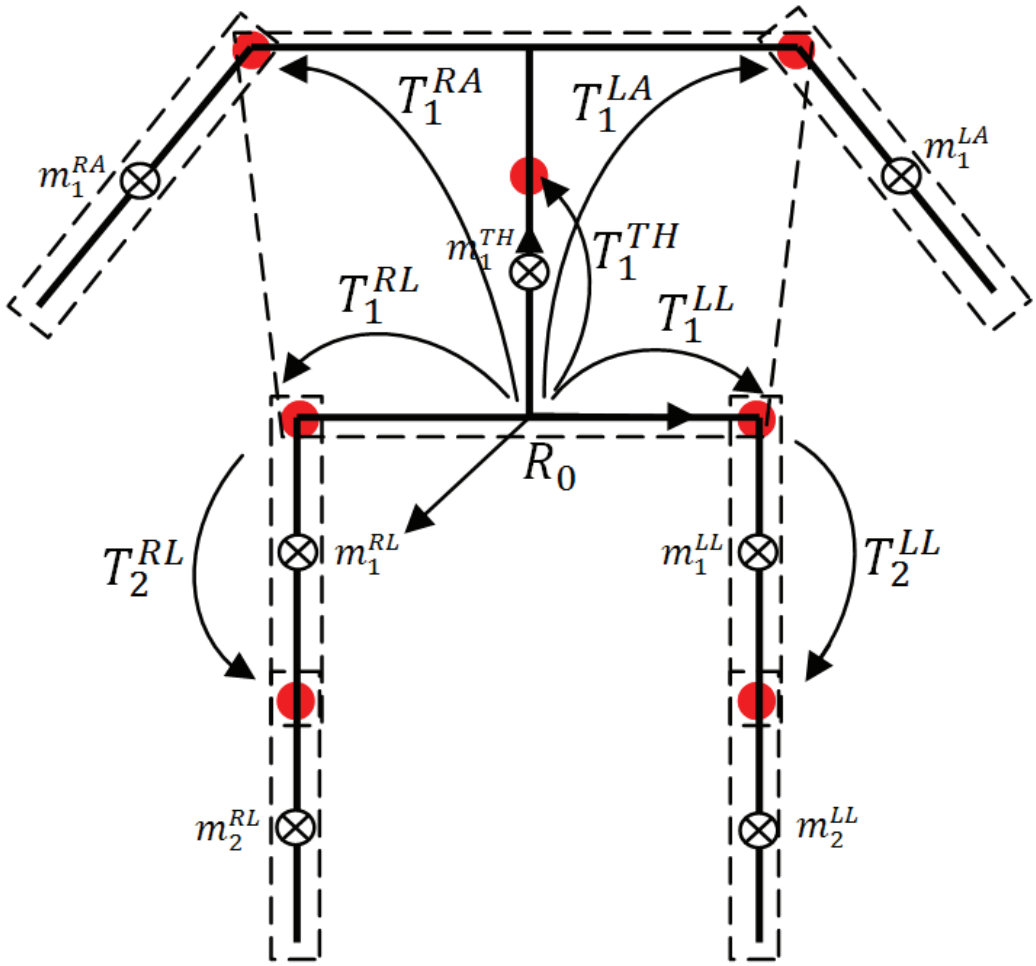


FIGURE 2.5 – Structure anthropomorphe simplifiée.

– Chaîne virtuelle de la jambe droite :

$$\boldsymbol{CoM}_{RL} = \boldsymbol{r}_1^{RL} + \mathbf{A}_1^{RL}\boldsymbol{r}_2^{RL} + \mathbf{A}_1^{RL}\mathbf{A}_2^{RL}\boldsymbol{r}_3^{RL} \tag{2.11}$$

avec :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r}_3^{RL} &= \tfrac{1}{M^{RL}}\left(m_2^{RL}\boldsymbol{c}_2^{RL}\right) \\ \boldsymbol{r}_2^{RL} &= \tfrac{1}{M^{RL}}\left(m_1^{RL}\boldsymbol{c}_1^{RL} + m_2^{RL}\boldsymbol{d}_2^{RL}\right) \\ \boldsymbol{r}_1^{RL} &= \boldsymbol{d}_1^{RL} \end{aligned} \tag{2.12}$$

– Chaîne virtuelle de la jambe gauche :

$$\boldsymbol{CoM}_{LL} = \boldsymbol{r}_1^{LL} + \mathbf{A}_1^{LL}\boldsymbol{r}_2^{LL} + \mathbf{A}_1^{LL}\mathbf{A}_2^{LL}\boldsymbol{r}_3^{LL} \tag{2.13}$$

avec :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r}_3^{LL} &= \tfrac{1}{M^{LL}}\left(m_2^{LL}\boldsymbol{c}_2^{LL}\right) \\ \boldsymbol{r}_2^{LL} &= \tfrac{1}{M^{LL}}\left(m_1^{LL}\boldsymbol{c}_1^{LL} + m_2^{LL}\boldsymbol{d}_2^{LL}\right) \\ \boldsymbol{r}_1^{LL} &= \boldsymbol{d}_1^{LL} \end{aligned} \tag{2.14}$$

– Chaîne virtuelle du bras droit :

$$\boldsymbol{CoM}_{RA} = \boldsymbol{r}_1^{RA} + \mathbf{A}_1^{RA}\boldsymbol{r}_2^{RA} \tag{2.15}$$

avec :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r}_2^{RA} &= \tfrac{1}{M^{RA}}\left(m_1^{RA}\boldsymbol{c}_1^{RA}\right) \\ \boldsymbol{r}_1^{RA} &= \boldsymbol{d}_1^{RA} \end{aligned} \tag{2.16}$$

– Chaîne virtuelle du bras gauche :

$$\boldsymbol{CoM}_{LA} = \boldsymbol{r}_1^{LA} + \mathbf{A}_1^{LA}\boldsymbol{r}_2^{LA} \tag{2.17}$$

avec :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r}_2^{LA} &= \tfrac{1}{M^{LA}}\left(m_1^{LA}\boldsymbol{c}_1^{LA}\right) \\ \boldsymbol{r}_1^{LA} &= \boldsymbol{d}_1^{LA} \end{aligned} \tag{2.18}$$

– Chaîne virtuelle du tronc et de la tête :

$$\boldsymbol{CoM}_{TH} = \boldsymbol{r}_1^{TH} + \mathbf{A}_1^{TH}\boldsymbol{r}_2^{TH} \tag{2.19}$$

avec :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r}_2^{TH} &= \tfrac{1}{M^{TH}}\left(m_1^{TH}\boldsymbol{c}_1^{TH}\right) \\ \boldsymbol{r}_1^{TH} &= \boldsymbol{d}_1^{TH} \end{aligned} \tag{2.20}$$

Le centre de masse total du robot est obtenue en faisant la somme pondérée décrite dans l'équation (2.10) :

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{CoM} &= \frac{\left(M^{RL}\boldsymbol{CoM}_{RL}+M^{LL}\boldsymbol{CoM}_{LL}+M^{RA}\boldsymbol{CoM}_{RA}+M^{LA}\boldsymbol{CoM}_{LA}+M^{TH}\boldsymbol{CoM}_{TH}\right)}{M} \\
&= \frac{M^{RL}}{M}\left(\boldsymbol{d}_1^{RL}+\mathbf{A}_1^{RL}\left(\frac{m_1^{RL}\boldsymbol{c}_1^{RL}+m_2^{RL}\boldsymbol{d}_2^{RL}}{M^{RL}}\right)+\mathbf{A}_1^{RL}\mathbf{A}_2^{RL}\left(\frac{m_2^{RL}\boldsymbol{c}_2^{RL}}{M^{RL}}\right)\right) \\
&+ \frac{M^{LL}}{M}\left(\boldsymbol{d}_1^{LL}+\mathbf{A}_1^{LL}\left(\frac{m_1^{LL}\boldsymbol{c}_1^{LL}+m_2^{LL}\boldsymbol{d}_2^{LL}}{M^{LL}}\right)+\mathbf{A}_1^{LL}\mathbf{A}_2^{LL}\left(\frac{m_2^{LL}\boldsymbol{c}_2^{LL}}{M^{LL}}\right)\right) \\
&+ \frac{M^{RA}}{M}\left(\boldsymbol{d}_1^{RA}+\mathbf{A}_1^{RA}\left(\frac{m_1^{RA}\boldsymbol{c}_1^{RA}}{M^{RA}}\right)\right) \\
&+ \frac{M^{LA}}{M}\left(\boldsymbol{d}_1^{LA}+\mathbf{A}_1^{LA}\left(\frac{m_1^{LA}\boldsymbol{c}_1^{LA}}{M^{LA}}\right)\right) \\
&+ \frac{M^{TH}}{M}\left(\boldsymbol{d}_1^{TH}+\mathbf{A}_1^{TH}\left(\frac{m_1^{TH}\boldsymbol{c}_1^{TH}}{M^{TH}}\right)\right)
\end{aligned}
\tag{2.21}
$$

Dans cette équation nous remarquons que le coefficient de pondération [1] utilisée devant chaque centre de masse d'une partie de la structure anthropomorphe peut se simplifier avec le dénominateur des constantes $\boldsymbol{r}_i$ composant la chaîne virtuelle correspondante. Cela nous ramènerait donc à l'expression du centre de masse de chacun des corps constituant la structure anthropomorphe dans son repère de base et par conséquent à l'expression du centre de masse total de la structure. Cet exemple illustre donc le fait que le centre de masse d'une structure anthropomorphe peut être exprimé par une chaîne virtuelle. Cette dernière est obtenue à partir de la somme pondérée des chaînes virtuelles correspondant aux cinq structures séries composant la structure anthropomorphe.

2.1.3 Système à structure arborescente quelconque

Bien que nous sommes toujours parvenus à établir une chaîne virtuelle pour les nombreux systèmes arborescents que nous avons étudiés, une démonstration rigoureuse de l'existence d'une chaîne virtuelle pour un système arborescent dans le cas général n'est pas possible. En effet, l'expression du centre de masse d'un système arborescent dépend directement de la topologie de ce dernier. Nous ne pouvons donc pas déterminer à l'avance une expression générale correspondant à l'ensemble des structures arborescentes existantes mais simplement énoncé la conjecture suivante :

Conjecture 2.1.1 *Il existe pour un système à structure arborescente, dont les éléments sont connectés par des articulations rotoïdes, une chaîne virtuelle série dont l'organe terminal localise son centre de masse.*

Exemple :

La même manipulation que pour l'exemple donné pour la structure série peut être réalisée pour un système à structure arborescente. Nous déroulons dans cette section le procédé permettant d'obtenir une chaîne virtuelle localisant le centre de masse d'une chaîne arborescente à quatre degrés de liberté et représentée Figure 2.6.

1. la masse d'une des structures séries composant la structure anthropomorphe, par exemple m_{RL}.

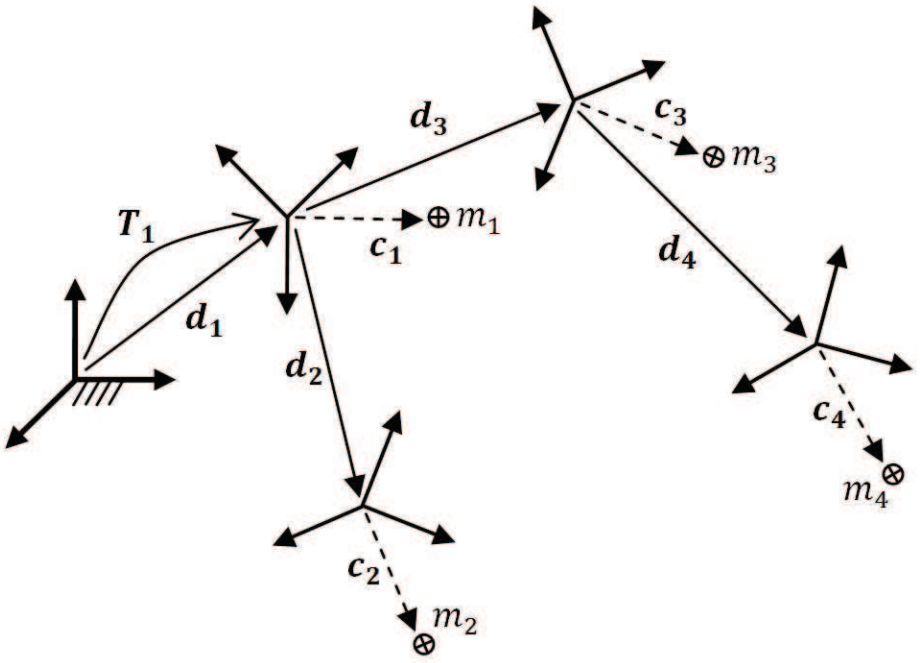


FIGURE 2.6 – Système à structure arborescente à 4 degrés de liberté.

Comme pour la structure série, on commence par effectuer le calcul du centre de masse total du système arborescent, représenté Figure 2.6, selon l'équation (1.20). On exprime ainsi la position du centre de masse de chaque corps constituant le système arborescent dans le référentiel de base.

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM} \\ 1 \end{Bmatrix} = \frac{m_1}{M}\mathbf{T}_1 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{m_2}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_2 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{m_3}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_3 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_3 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{m_4}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_3\mathbf{T}_4 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_4 \\ 1 \end{Bmatrix} \tag{2.22}$$

En développant cette équation, il vient :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM} \\ 1 \end{Bmatrix} = & \frac{m_1}{M} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}_1\boldsymbol{c}_1 + \boldsymbol{d}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} \\ & + \frac{m_2}{M} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\boldsymbol{c}_2 + \mathbf{A}_1\boldsymbol{d}_2 + \boldsymbol{d}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} \\ & + \frac{m_3}{M} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}_1\mathbf{A}_3\boldsymbol{c}_3 + \mathbf{A}_1\boldsymbol{d}_3 + \boldsymbol{d}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} \\ & + \frac{m_4}{M} \begin{Bmatrix} \mathbf{A}_1\mathbf{A}_3\mathbf{A}_4\boldsymbol{c}_4 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_3\boldsymbol{d}_4 + \mathbf{A}_1\boldsymbol{d}_3 + \boldsymbol{d}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{2.23}$$

Factorisons par les variables articulaires contenues dans l'expression des matrices de rotations :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{CoM} = & \frac{1}{M}\left(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_3\mathbf{A}_4\right) m_4\boldsymbol{c}_4 \\ & + \frac{1}{M}\left(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\right)\left(m_3\boldsymbol{c}_3 + m_4\boldsymbol{d}_4\right) \\ & + \frac{1}{M}\left(\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\right)\left(m_2\boldsymbol{c}_2\right) \\ & + \frac{1}{M}\left(\mathbf{A}_1\right)\left(m_1\boldsymbol{c}_1 + m_2\boldsymbol{d}_2 + \left(m_3+m_4\right)\boldsymbol{d}_3\right) \\ & + \frac{1}{M}\left(m_1+m_2+m_3+m_4\right)\boldsymbol{d}_1\end{aligned} \tag{2.24}$$

Par la suite, on observe que les termes fonctions des variables articulaires sont des constantes qui peuvent être exprimées au sein d'un unique terme. On pose par conséquent les constantes suivantes :

$$\begin{array}{rcl}\boldsymbol{r}_5 & = & \frac{1}{M}\left(m_4\boldsymbol{c}_4\right) \\ \boldsymbol{r}_4 & = & \frac{1}{M}\left(m_3\boldsymbol{c}_3 + m_4\boldsymbol{d}_4\right) \\ \boldsymbol{r}_3 & = & \frac{1}{M}\left(m_2\boldsymbol{c}_2\right) \\ \boldsymbol{r}_2 & = & \frac{1}{M}\left(m_1\boldsymbol{c}_1 + m_2\boldsymbol{d}_2 + \left(m_3+m_4\right)\boldsymbol{d}_3\right) \\ \boldsymbol{r}_1 & = & \boldsymbol{d}_1\end{array} \tag{2.25}$$

Finalement,

$$\boldsymbol{CoM} = \boldsymbol{r}_1 + \mathbf{A}_1\boldsymbol{r}_2 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\boldsymbol{r}_3 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_3\boldsymbol{r}_4 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_3\mathbf{A}_4\boldsymbol{r}_5 \tag{2.26}$$

Là encore nous obtenons l'expression d'une chaîne série localisant le centre de masse de la chaîne arborescente d'origine. Cette chaîne est représentée Figure 2.7.

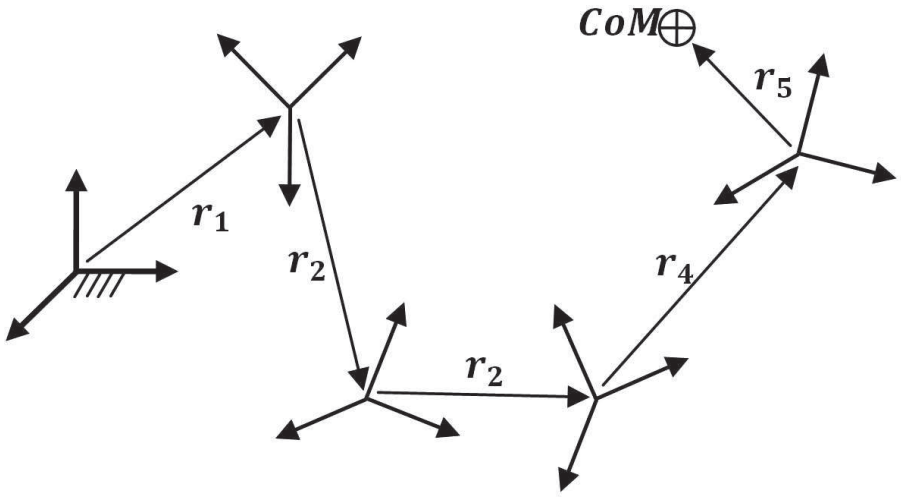


FIGURE 2.7 – Chaîne virtuelle dont l'organe terminal localise le CoM de la chaîne arborescente représentée Figure 2.6.

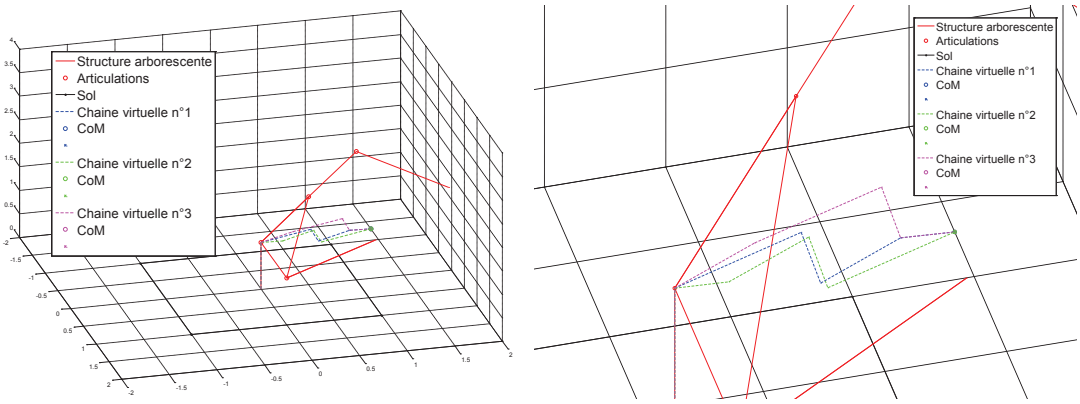
En ce qui concerne les structures dites fermées, il conviendra premièrement, pour construire la chaîne virtuelle localisant le centre de masse, de se ramener à une structure arborescente [Khalil and Dombre, 1999].

2.1.4 Non unicité des chaînes virtuelles

Une observation intéressante est la non unicité des chaînes virtuelles permettant de décrire le centre de masse d'un système série ou arborescent. Comme nous avons pu le constater dans la section précédente, selon les termes de factorisation choisis (regroupement des matrices de rotation) ou selon l'ordre choisi de parcours des sous-chaînes séries composant un système arborescent, nous pouvons obtenir plusieurs chaînes virtuelles décrivant le même centre de masse. Ainsi pour un système à n degrés de liberté, il y aura $n!$ combinaisons différentes des matrices de rotation, ce qui nous amène à $n!$ différentes chaînes virtuelles. Cette non-unicité a originellement été démontrée dans [Espiau, 1997]. Cependant la modélisation choisie ici, c'est à dire celle conservant l'ordre de parcours des articulations, semble être la plus intuitive et la plus facile à implémenter, notamment aux travers de l'algorithme de calcul automatique de la chaîne virtuelle présenté section 2.1.5. Le Tableau 2.1 donne quelques exemples de différentes chaînes virtuelles localisant le même centre de masse, celui du système arborescent représenté Figure 2.6.

Liens				Matrices de rotation			
n°1	n°2	n°3	n°4	n°1	n°2	n°3	n°4
$\boldsymbol{r}_2$	$\boldsymbol{r}_3$	$\boldsymbol{r}_4$	$\boldsymbol{r}_5$	$\mathbf{A}_1$	$\mathbf{A}_2$	$\mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{A}_3$	$\mathbf{A}_4$
$\boldsymbol{r}_2$	$\boldsymbol{r}_3$	$\boldsymbol{r}_5$	$\boldsymbol{r}_4$	$\mathbf{A}_1$	$\mathbf{A}_2$	$\mathbf{A}_3\mathbf{A}_4$	$\mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{A}_4^{-1}$
$\boldsymbol{r}_2$	$\boldsymbol{r}_4$	$\boldsymbol{r}_3$	$\boldsymbol{r}_5$	$\mathbf{A}_1$	$\mathbf{A}_3$	$\mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{A}_2$	$\mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{A}_3\mathbf{A}_4$
					⋮		
$\boldsymbol{r}_4$	$\boldsymbol{r}_2$	$\boldsymbol{r}_3$	$\boldsymbol{r}_5$	$\mathbf{A}_1\mathbf{A}_3$	$\mathbf{A}_3^{-1}$	$\mathbf{A}_2$	$\mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{A}_3\mathbf{A}_4$
					⋮		
$\boldsymbol{r}_5$	$\boldsymbol{r}_2$	$\boldsymbol{r}_3$	$\boldsymbol{r}_4$	$\mathbf{A}_1\mathbf{A}_3\mathbf{A}_4$	$\mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{A}_4^{-1}$	$\mathbf{A}_2$	$\mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{A}_3$
					⋮		
$\boldsymbol{r}_5$	$\boldsymbol{r}_4$	$\boldsymbol{r}_3$	$\boldsymbol{r}_2$	$\mathbf{A}_1\mathbf{A}_3\mathbf{A}_4$	$\mathbf{A}_4^{-1}$	$\mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{A}_2$	$\mathbf{A}_2^{-1}$

TABLE 2.1 – Plusieurs chaînes virtuelles localisent le centre de masse du système arborescent Figure 2.6.



(a) (b)

FIGURE 2.8 – Plusieurs chaînes virtuelles existent et permettent de localiser le même centre de masse d'une structure. Exemple donné pour la structure arborescente Figure 2.6

2.1.5 Algorithme de calcul automatique de la chaîne virtuelle

Algorithme pour une structure série

Si l'on regarde attentivement l'équation (2.2), exprimant la position du centre de masse d'une chaîne série, on remarque que pour une chaîne série à n degrés de liberté l'équation donnant la position de son centre de masse peut se mettre sous la forme factorisée suivante :

$$\boldsymbol{CoM} = \sum_{i=1}^{n+1} \left(\prod_{j=1}^{i-1} \mathbf{A}_j \right) \boldsymbol{r}_i \tag{2.27}$$

dans laquelle les constantes $\boldsymbol{r}_i$ sont calculées selon :

$$\boldsymbol{r}_i = \frac{m_{i-1}\boldsymbol{c}_{i-1} + \boldsymbol{d}_i \sum_{j=i}^{n} m_j}{\sum_{k=1}^{n} m_k} \tag{2.28}$$

Ces équations sont utilisées au sein de l'algorithme représenté Figure 2.9 et permettent de localiser le centre de masse d'un système à structure série en fonction de la valeur courante des variables articulaires du système. Cette représentation itérative du calcul du centre de masse se trouve être aussi intéressante en terme de rapidité de calcul car elle permet un gain substantiel de temps, par rapport au calcul classique du centre de masse, équation (1.20), en diminuant, par exemple, le nombre total d'opérations de moitié pour un système à 4 degrés de liberté, cf. Table 2.2.

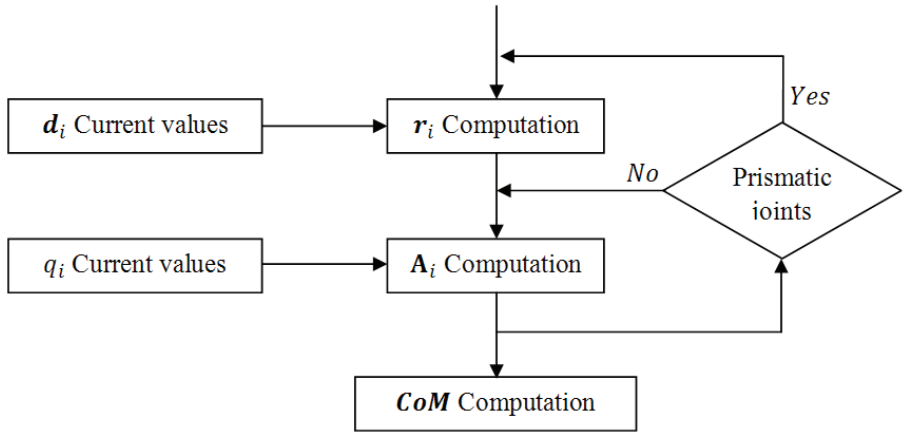


FIGURE 2.9 – Algorithme de calcul du centre de masse utilisant la représentation basée sur la chaîne virtuelle.

	Calcul classique		Calcul itératif	
	$\otimes$	$\oplus$	$\otimes$	$\oplus$
$\boldsymbol{r}_i$	0	0	7	9
CoM	260	192	99	78
$Total$	260	192	106	85

TABLE 2.2 – Comparaison du nombre d'opérations (addition et multiplication) requis selon la méthode utilisée pour le calcul du centre de masse d'un système série à 4 degrés de liberté.

Pour un système comportant uniquement des articulations rotoïdes, le calcul des constantes $\boldsymbol{r}_i$ est effectué une seule fois au départ. Cependant si la structure comporte des liaisons prismatiques, ces dernières peuvent être prise en compte si l'on re-calcule à chaque itération la nouvelle valeur des $\boldsymbol{r}_i$ dont les variations sont engendrées par les variations des $\boldsymbol{d}_i$.

Algorithme pour une structure arborescente

Si l'on désire appliquer cet algorithme à une structure arborescente, il suffit d'appliquer l'équation (2.27) à chaque branche du système arborescent. On obtiendra alors le centre de masse de chacune des branches. Tous les centres de masses devront alors être sommée pour obtenir le centre de masse total du système arborescent.

Jacobienne de la chaîne virtuelle

La Jacobienne du centre de masse d'un robot humanoïde peut-être exprimée comme la Jacobienne de l'organe terminal de la chaîne virtuelle. Elle sera notée $\mathbf{J}_{\boldsymbol{CoM}}$ et $\in \Re^{3\times n}$. Elle est obtenue simplement, en dérivant par rapport aux variables articulaires la position de l'organe terminal de la chaîne virtuelle dans sa forme itérative, équation (2.27). Cette Jacobienne est utilisée dans les modèles cinématiques direct et inverse du centre de masse. De par l'utilisation d'une chaine virtuelle, elle peut être exprimée dans une forme itérative pour les systèmes à structures série, équation (2.29). Là encore, l'intérêt de cette forme itérative réside dans son utilisation pour les systèmes comportant un grand nombre de degrés de liberté comme les robots humanoïdes.

$$\mathbf{J}_{\boldsymbol{CoM}} = \left[\frac{\partial \boldsymbol{CoM}}{\partial \boldsymbol{q}_1} \cdots \frac{\partial \boldsymbol{CoM}}{\partial \boldsymbol{q}_n}\right]$$

$$\left[\frac{\partial \boldsymbol{CoM}}{\partial \boldsymbol{q}_j}\right] = \left(\prod_{i=1}^{j-1} \mathbf{A}_i\right) \frac{\partial \mathbf{A}_j}{\partial \theta_j} \left(\boldsymbol{r}_{j+1} + \sum_{l=j+2}^{n+1} \left(\prod_{k=j+1}^{l-1} \mathbf{A}_k\right) \boldsymbol{r}_l\right) \tag{2.29}$$

2.2 Applications aux robots humanoïdes

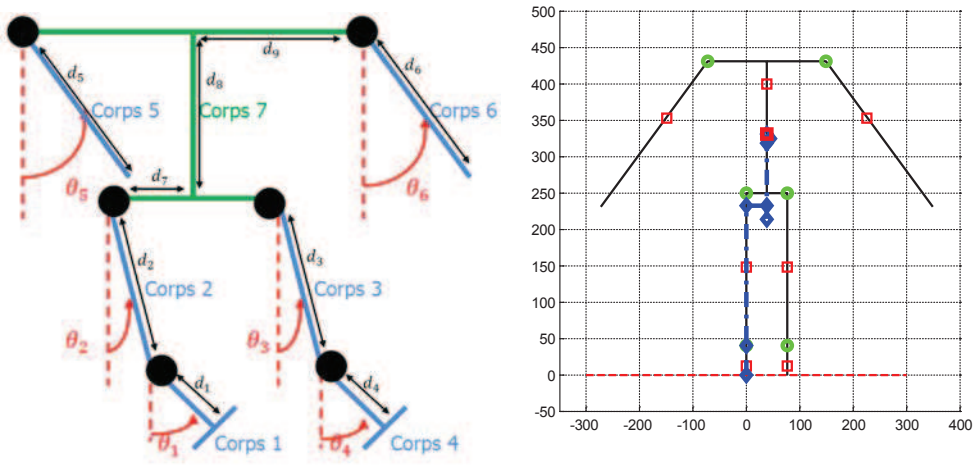
Cette section met en application la notion de chaîne virtuelle pour la modélisation et la commande du robot humanoïde HOAP3. Deux cas sont traités : un cas planaire utilisant une modélisation simplifiée du HOAP3 dans le plan frontal et le cas 3D dans lequel le modèle exact et complet du robot est utilisé. La commande cinématique du centre de masse est aussi développée. Cependant, de part leur grand nombre d'articulations, la commande en position du centre de masse des robots humanoïdes est une tâche redondante. Nous allons alors gérer cette redondance d'actionnement en appliquant les méthodes précédemment vues (1.4.3) à la chaîne virtuelle localisant le centre de masse d'un robot humanoïde. Nous verrons par conséquent dans les sections suivantes comment les différentes méthodes de résolution de la redondance peuvent être appliquées, et ce en fonction du mouvement désiré du robot.

2.2.1 Modélisation et commande cinématique du centre de masse - Cas planaire

Chaîne virtuelle du robot HOAP3 dans le plan frontal

Désirant dans un premier temps vérifier l'exactitude de la localisation du centre de masse par une chaîne virtuelle sur un système robotique, nous avons souhaité mettre en place une commande simple permettant de contrôler la position du centre de masse du robot HOAP3 dans le plan frontal en mettant ce dernier en équilibre sur un pied. L'équilibre sur un pied est une position trés difficile à atteindre et à maintenir pour un robot humanoïde. La réussite de cette expérimentation a démontré le potentiel des chaînes virtuelles pour la modélisation et la commande du centre de masse.

À partir d'un modèle simplifié du HOAP3 dans le plan frontal utilisant six articulations, chevilles, hanches et épaules, nous avons construit la chaîne virtuelle correspondante. La chaîne virtuelle associée est donc composée de six articulations. Le robot n'étant pas amené à se déplacer dans cette expérimentation nous avons fait l'hypothèse simplificatrice de choisir la base du pied droit comme référentiel de base. C'est donc par rapport à se référentiel que la chaîne virtuelle localise le centre de masse du robot HOAP3 dans son plan frontal. La modélisation du robot et de sa chaîne virtuelle sont représentés Figure 2.10.



(a) (b)

FIGURE 2.10 – Modèle simplifié du HOAP3 dans le plan frontal et sa chaîne virtuelle localisant son centre de masse.

La chaîne virtuelle localisant le centre de masse du robot HOAP3 est décrite par :

$$\begin{aligned}\begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM} \\ 1 \end{Bmatrix} &= \frac{m_1}{M}\mathbf{T}_1 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{m_2}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_2 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{m_3}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2\mathbf{T}_3 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_3 \\ 1 \end{Bmatrix} \\ &+ \frac{m_4}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2\mathbf{T}_3\mathbf{T}_4 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_4 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{m_7}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2\mathbf{T}_7 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_7 \\ 1 \end{Bmatrix} \\ &+ \frac{m_5}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2\mathbf{T}_7\mathbf{T}_5 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_5 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{m_6}{M}\mathbf{T}_1\mathbf{T}_2\mathbf{T}_7\mathbf{T}_6 \begin{Bmatrix} \boldsymbol{c}_6 \\ 1 \end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{2.30}$$

Cette équation, ramenée dans le cas planaire (plan frontal) nous donne :

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} CoM_x \\ CoM_y \end{Bmatrix} &= r_1 * \begin{Bmatrix} cos(\pi/2) \\ sin(\pi/2) \end{Bmatrix} \\
&+ r_2 * \begin{Bmatrix} cos(\pi/2 - \theta_1) \\ sin(\pi/2 - \theta_1) \end{Bmatrix} \\
&+ r_3 * \begin{Bmatrix} cos(-\theta_1 - \theta_2) \\ sin(-\theta_1 - \theta_2) \end{Bmatrix} \\
&+ r_4 * \begin{Bmatrix} cos(-\theta_1 - \theta_2 - \pi/2 + \theta_3) \\ sin(-\theta_1 - \theta_2 - \pi/2 + \theta_3) \end{Bmatrix} \\
&+ r_5 * \begin{Bmatrix} cos(-\theta_1 - \theta_2 - \pi/2 + \theta_3 + \theta_4) \\ sin(-\theta_1 - \theta_2 - \pi/2 + \theta_3 + \theta_4) \end{Bmatrix} \\
&+ r_6 * \begin{Bmatrix} cos(-\theta_1 - \theta_2 + \pi/2) \\ sin(-\theta_1 - \theta_2 + \pi/2) \end{Bmatrix} \\
&+ r_7 * \begin{Bmatrix} cos(-\theta_1 - \theta_2 + \pi/2 + \theta_5) \\ sin(-\theta_1 - \theta_2 + \pi/2 + \theta_5) \end{Bmatrix} \\
&+ r_8 * \begin{Bmatrix} cos(-\theta_1 - \theta_2 + \pi/2 + \theta_6) \\ sin(-\theta_1 - \theta_2 + \pi/2 + \theta_6) \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.31}$$

avec

$$\begin{aligned}
M &= m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 \\
\boldsymbol{r}_1 &= \tfrac{1}{M}\left(m_1 * c_1 + (m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) * d_1\right) \\
\boldsymbol{r}_2 &= \tfrac{1}{M}\left(m_2 * c_2 + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) * d_2\right) \\
\boldsymbol{r}_3 &= \tfrac{1}{M}\left((2 * m_3 + 2 * m_4 + m_5 + m_6 + m_7) * d_7 + (-m_5 + m_6) * d_9\right) \\
\boldsymbol{r}_4 &= \tfrac{1}{M}\left(m_3 * c_3 + m_4 * d_3\right) \\
\boldsymbol{r}_5 &= \tfrac{1}{M}\left(m_4 * c_4\right) \\
\boldsymbol{r}_6 &= \tfrac{1}{M}\left(m_7 * c_7 + (m_5 + m_6) * d_8\right) \\
\boldsymbol{r}_7 &= \tfrac{1}{M}\left(m_5 * c_5\right) \\
\boldsymbol{r}_8 &= \tfrac{1}{M}\left(m_6 * c_6\right)
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Commande cinématique du centre de masse du robot HOAP3 dans le plan frontal

La première commande implémentée avait pour but de simplement valider l'utilisation du modèle cinématique inverse pour le contrôle du centre de masse. Le choix du centre de masse comme tâche est aujourd'hui totalement valide et visualisable, notamment en modélisant le centre de masse comme l'organe terminal d'une chaîne virtuelle. Le schéma de commande de son centre de masse est représenté Figure 2.11. Cette commande fait uniquement intervenir le modèle cinématique inverse du centre de masse sans gestion de la redondance. Bien que la solution ne soit pas optimale, les commandes basées sur le modèle cinématique inverse permettent d'obtenir rapidement un système de contrôle efficace [Pieper, 1968]. Son fonctionnement est basé sur l'hypothèse qu'une erreur entre la position désirée et la position mesurée du centre de masse ($\boldsymbol{\xi_{CoM}} = \boldsymbol{CoM}_d - \boldsymbol{CoM}_m$) est assimilable à une vitesse.

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \mathbf{J}^{+}_{\boldsymbol{CoM}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{CoM}} \tag{2.33}$$

$\mathbf{J}_{\boldsymbol{CoM}}(\boldsymbol{q})$ est la Jacobienne du centre de masse. Elle est obtenue par dérivation du modèle géométrique direct de la chaîne virtuelle (cf. section 2.1.5). Malgré un

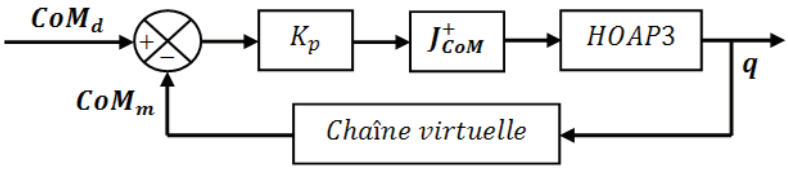
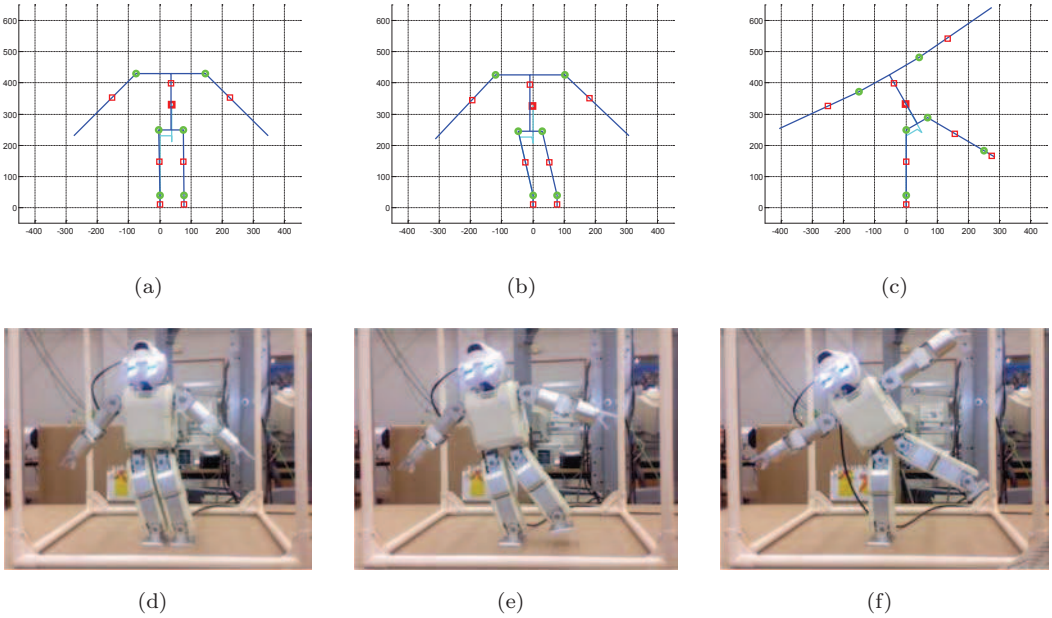


FIGURE 2.11 – Schéma de commande du centre de masse.

système redondant d'ordre 4, cette commande nous a permis de piloter le centre de masse du robot HOAP3 de sa position initiale à la limite de sa base de support. Une fois cette limite atteinte, cette commande nous a permis de maintenir la position de centre de masse tout en actionnant ses autres membres afin d'atteindre une posture d'équilibre sur un seul pied. L'ensemble du mouvement réalisé est représenté Figure 2.12. Nous pouvons voir sur la Figure 2.13 que le centre de masse converge bien vers la position désirée.



(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

FIGURE 2.12 – Simulation et application de la commande du centre de masse dans le plan frontal. Le centre de masse doit être maintenu à la limite droite de la base de support.

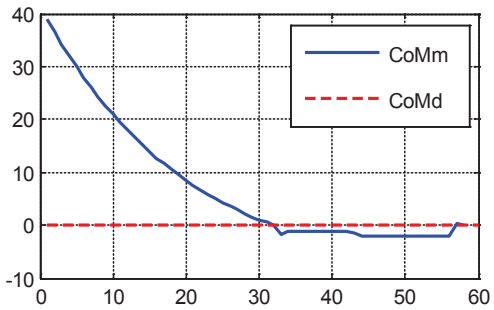


FIGURE 2.13 – Position désirée et mesurée du centre de masse durant le mouvement de mise en équilibre sur un pied.

2.2.2 Modélisation et commande cinématique du centre de masse - Cas spatial

Chaine virtuelle complète du robot HOAP3

Si l'on souhaite localiser spatialement (selon les trois axes du plan Cartésien) le centre de masse du robot, la prise en compte de l'ensemble de ses articulations est nécessaire. Cependant en raison du grand nombre de degrés de liberté présent dans le robot, l'utilisation de l'algorithme de calcul automatique de la chaîne virtuelle prouve ici tout son intérêt. En effet, il a permis de construire la chaîne virtuelle localisant le centre de masse du robot uniquement à partir du modèle géométrique et des paramètres mécaniques du HOAP3. Le robot est ici considéré comme un système arborescent. Nous pouvons voir sur la Figure 2.14 les matrices de transformation utilisées pour parcourir les cinq chaînes séries composant le robot (cf. section 2.1.2). Nous avons par conséquent appliqué sur chaque chaîne série composant le HOAP3 l'algorithme de calcul automatique de la chaîne virtuelle décrit en section 2.1.5. Une fois ces cinq chaînes virtuelles mises bout à bout, nous obtenons la chaîne virtuelle totale du robot qui permet de localiser spatialement son centre de masse. Cette dernière est représentée Figure 2.15.

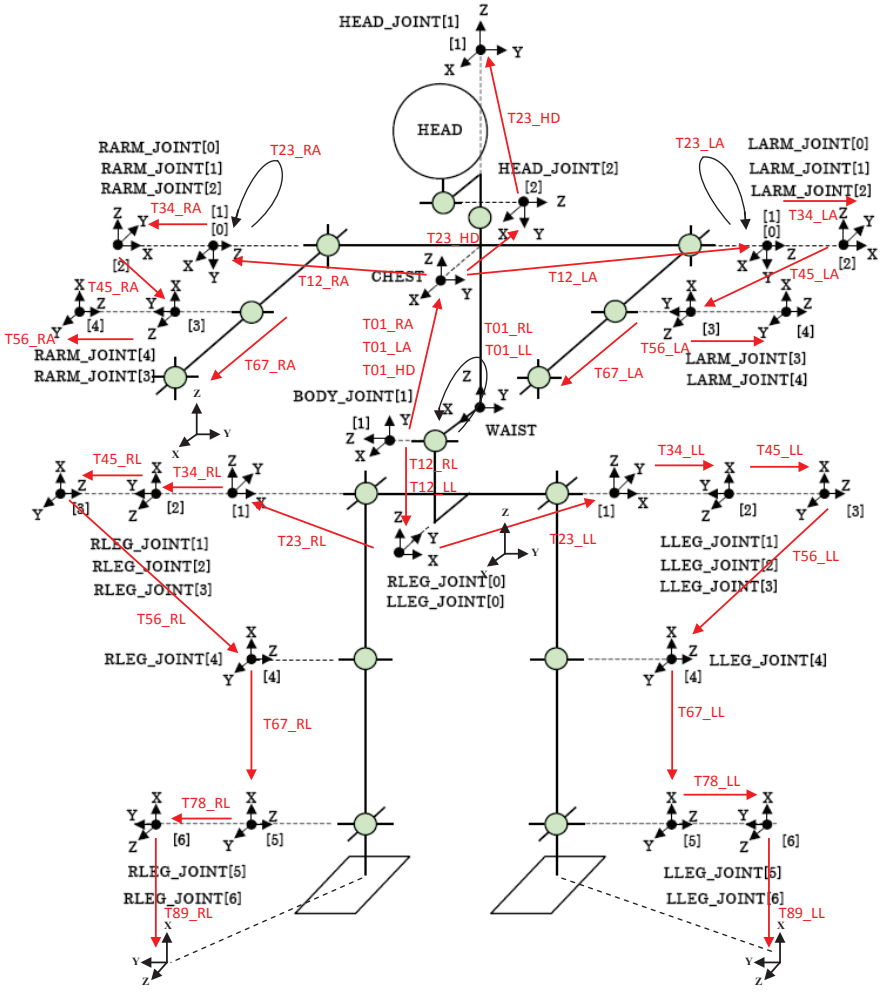


FIGURE 2.14 – Matrices de transformation utilisées pour parcourir les cinq chaines séries composant le robot HOAP3.

Calcul des cinq chaînes virtuelles composant le robot :

Le point d'attache commun au cinq chaîne série composant le robot est la base du référentiel lié à l'articulation *BODY JOINT 1* (visible sur la Figure 2.14). Par conséquent ce référentiel sera aussi la base de la chaîne virtuelle du HOAP3 et c'est par rapport à ce référentiel que sera exprimée la position du centre de masse total du robot. Conformément au théorême 2.1.1, le centre de masse de chacune des chaînes séries composant le robot peut être localisé par une chaîne virtuelle. Le calcul de cette dernière est effectué selon l'algorithme présenté dans la section 2.1.5.

- Chaîne virtuelle de la jambe droite (6 articulations)

$$\boldsymbol{CoM}_{RL} = \sum_{i=1}^{n+1} \left(\prod_{j=1}^{i-1} \mathbf{A}_j \right) \boldsymbol{r}_i$$

avec $n = 6$. Le calcul des $\boldsymbol{r}_i$ est effectué selon l'équation (2.28). Les vecteurs de translations inter-repères $\boldsymbol{d}_i$ et les matrices de rotation $\mathbf{A}_j$ sont ceux qui composent les matrices de transformation homogènes $T34_{RL}$ à $T78_{RL}$ à l'exception de $\boldsymbol{d}_1$ et $\mathbf{A}_1$ qui sont issus du produit $T12_{RL} * T23_{RL}$.

- Chaîne virtuelle de la jambe gauche (6 articulations)

$$\boldsymbol{CoM}_{LL} = \sum_{i=1}^{n+1} \left(\prod_{j=1}^{i-1} \mathbf{A}_j \right) \boldsymbol{r}_i$$

avec $n = 6$. Le calcul des $\boldsymbol{r}_i$ est effectué selon l'équation (2.28). Les vecteurs de translations inter-repères $\boldsymbol{d}_i$ et les matrices de rotation $\mathbf{A}_j$ sont ceux qui composent les matrices de transformation homogènes $T12_{LL}$ à $T78_{LL}$ à l'exception de $\boldsymbol{d}_1$ et $\mathbf{A}_1$ qui sont issus du produit $T12_{LL} * T23_{LL}$.

- Chaîne virtuelle du bras droit (4 articulations)

$$\boldsymbol{CoM}_{RA} = \sum_{i=1}^{n+1} \left(\prod_{j=1}^{i-1} \mathbf{A}_j \right) \boldsymbol{r}_i$$

avec $n = 4$. Le calcul des $\boldsymbol{r}_i$ est effectué selon l'équation (2.28). Les vecteurs de translations inter-repères $\boldsymbol{d}_i$ et les matrices de rotation $\mathbf{A}_j$ sont ceux qui composent les matrices de transformation homogènes $T34_{RA}$ à $T56_{RA}$ à l'exception de $\boldsymbol{d}_1$ et $\mathbf{A}_1$ qui sont issus du produit $T01_{RA} * T12_{RA}$.

- Chaîne virtuelle du bras gauche (4 articulations)

$$\boldsymbol{CoM}_{LA} = \sum_{i=1}^{n+1} \left(\prod_{j=1}^{i-1} \mathbf{A}_j \right) \boldsymbol{r}_i$$

avec $n = 4$. Le calcul des $\boldsymbol{r}_i$ est effectué selon l'équation (2.28). Les vecteurs de translations inter-repères $\boldsymbol{d}_i$ et les matrices de rotation $\mathbf{A}_j$ sont ceux qui composent les matrices de transformation homogènes $T34_{LA}$ à $T56_{LA}$ à l'exception de $\boldsymbol{d}_1$ et $\mathbf{A}_1$ qui sont issus du produit $T01_{LA} * T12_{LA}$.

- Chaîne virtuelle du tronc et de la tête (3 articulations)

$$\boldsymbol{CoM}_{TH} = \sum_{i=1}^{n+1} \left(\prod_{j=1}^{i-1} \mathbf{A}_j \right) \boldsymbol{r}_i$$

avec $n = 3$. Le calcul des $\boldsymbol{r}_i$ est effectué selon l'équation (2.28). Les vecteurs de translations inter-repères $\boldsymbol{d}_i$ et les matrices de rotation $\mathbf{A}_j$ sont ceux qui composent les matrices de transformation homogènes $T01_{HD}$ à $T23_{HD}$.

Le centre de masse total du robot est obtenu en sommant les centres de masses localisés par les cinq chaînes virtuelles composant le robot conformément à l'équation (2.10).

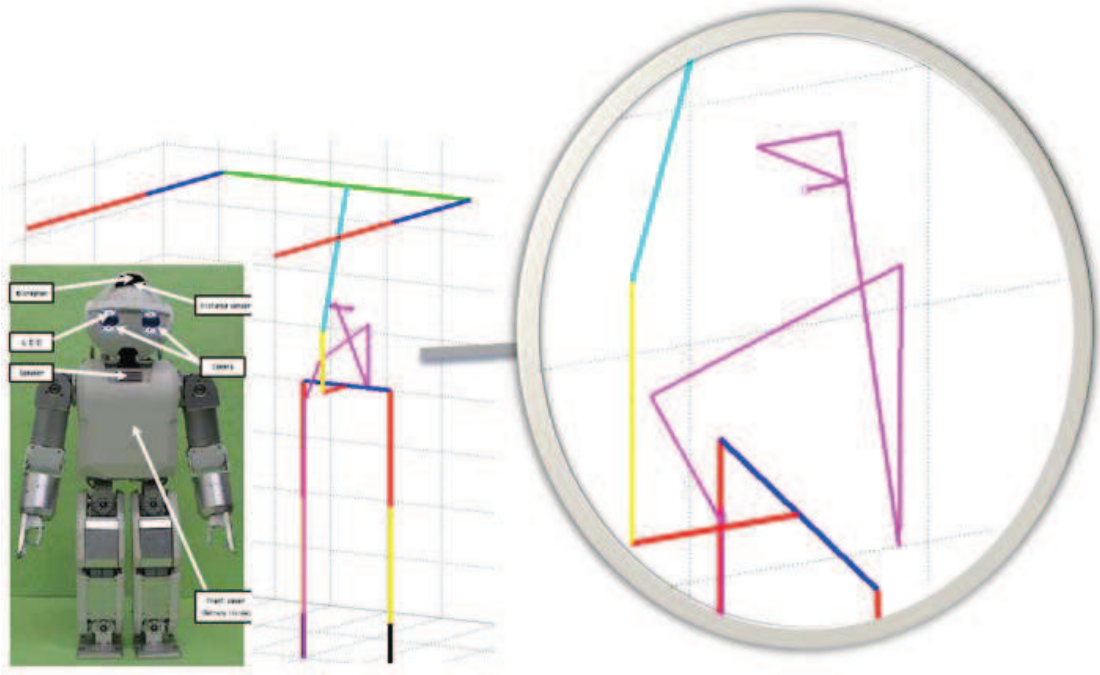


FIGURE 2.15 – Chaîne virtuelle localisant le centre de masse du robot HOAP3.

Simulateur cinématique du HOAP3

Ne pouvant pas se fier au simulateur fourni par Fujitsu Labs(Ce dernier donne des résultats trop éloignés de la réalité), nous avons décidé de réaliser un simulateur permettant de modéliser la cinématique du robot HOAP3 et de sa chaîne virtuelle, 2.16. Ce simulateur a été réalisé au travers du logiciel MATLAB ©qui permet d'obtenir facilement une interface graphique permettant de visualiser le robot. Qui plus est, le simulateur développé a aussi été utilisé conjointement à SIMULINK ©afin de préalablement tester les commandes cinématiques du centre de masse décrites dans la prochaine partie.

Commande cinématique du centre de masse en 3D

Si l'on désire contrôler spatialement [2] le centre de masse d'un robot humanoïde, la commande utilisée précédemment pour contrôler le centre de masse dans le plan

2. selon les trois axes de l'expace cartésien

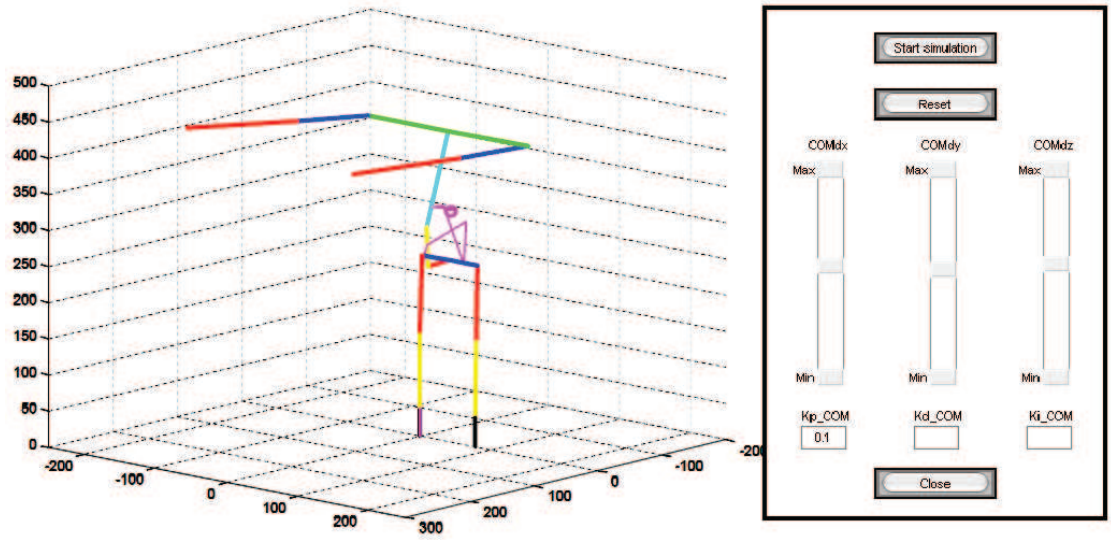


FIGURE 2.16 – Simulateur de la cinématique du robot HOAP3 et de sa chaîne virtuelle.

n'est plus suffisante. En effet l'ordre de redondance du système augmente grandement. Des méthodes supplémentaires doivent être mise en place pour parvenir à un contrôle efficace du centre de masse. Ayant validé l'utilisation du modèle cinématique inverse de la chaîne virtuelle pour le contrôle du centre de masse, nous choisissons d'utiliser ce dernier au sein de la commande cinématique inverse proposée par Boulic, équation (1.34), utilisant un terme d'optimisation. Il reste alors à ajouter des contraintes supplémentaires afin de diminuer l'ordre de redondance du système. Comme cela est expliqué dans la section 1.2.2, pour ne pas avoir de discontinuité dans la commande lors des changements d'appuis et afin de pouvoir utiliser un seul modèle nous choisissons de modéliser un robot humanoïde comme une structure arborescente à base flottante. Il sera par conséquent important de s'assurer que ses pieds soient en contact avec le sol. Pour cela nous considèrerons la position et orientation des pieds comme tâches supplémentaires. L'évitement des butées articulaires a été choisi comme terme d'optimisation.

La tâche principale est la commande cinématique du centre de masse basée sur la Jacobienne de la chaîne virtuelle, sa solution est donnée par l'équation (2.34).

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \mathbf{J}^{+}_{\boldsymbol{CoM}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{CoM}} + \left(\mathbf{I} - \mathbf{J}^{+}_{\boldsymbol{CoM}}(\boldsymbol{q})\mathbf{J}_{\boldsymbol{CoM}}(\boldsymbol{q})\right)\dot{\boldsymbol{q}}_{0,1} \tag{2.34}$$

La tâche secondaire est la commande cinématique de la position des pieds. Comme il y a deux pieds, nous faisons appel à la notion de Jacobienne augmentée, ainsi la Jacobienne des points de contacts $\mathbf{J}_{feet}$ est définie par :

$$\mathbf{J}_{feet}(\boldsymbol{q}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{J}_{s,(rf)}(\boldsymbol{q}) \\ \mathbf{J}_{s,(lf)}(\boldsymbol{q}) \end{Bmatrix} \tag{2.35}$$

Le modèle cinématique de la tâche secondaire à pour solution :

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \mathbf{J}^{+}_{feet}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{x}}_s + \left(\mathbf{I} - \mathbf{J}^{+}_{feet}(\boldsymbol{q})\mathbf{J}_{feet}(\boldsymbol{q})\right)\dot{\boldsymbol{q}}_{0,2} \tag{2.36}$$

où $\boldsymbol{x}_s$ est définie selon l'équation (1.7) et $\dot{\boldsymbol{q}}_{0,2}$ est défini comme le terme d'optimisation solution visant à éviter les butées articulaires avec cependant une modification

par rapport à l'équation (1.26) : q_{mid} ne sera pas choisie comme la position intermédiaire entre les butées articulaires mais comme la position de repos du robot. Cela permettra de ne pas se retrouver dans une posture quelconque. Le modèle cinématique de la tâche secondaire avec un terme d'optimisation s'écrit donc :

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \mathbf{J}^{+}_{feet}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{x}}_s + k_H \left(\mathbf{I} - \mathbf{J}^{+}_{feet}(\boldsymbol{q})\mathbf{J}_{feet}(\boldsymbol{q})\right) \nabla \boldsymbol{H}(\boldsymbol{q}) \tag{2.37}$$

Par la suite on pose :

$$\mathbf{Ns}_i = \left(\mathbf{I} - \mathbf{J}^{+}_{i}(\boldsymbol{q})\mathbf{J}_i(\boldsymbol{q})\right) \tag{2.38}$$

comme opérateur de projection orthogonal dans le $Null - Space$ de la tâche i. En utilisant la notion de tâches prioritaires définie en 1.4.3, nous obtenons comme solution finale :

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \mathbf{J}^{+}_{\boldsymbol{CoM}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{CoM}} + \mathbf{Ns}_1\mathbf{J}^{+}_{feet}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{x}}_s + k_H\mathbf{Ns}_1\mathbf{Ns}_2\nabla\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q}) \tag{2.39}$$

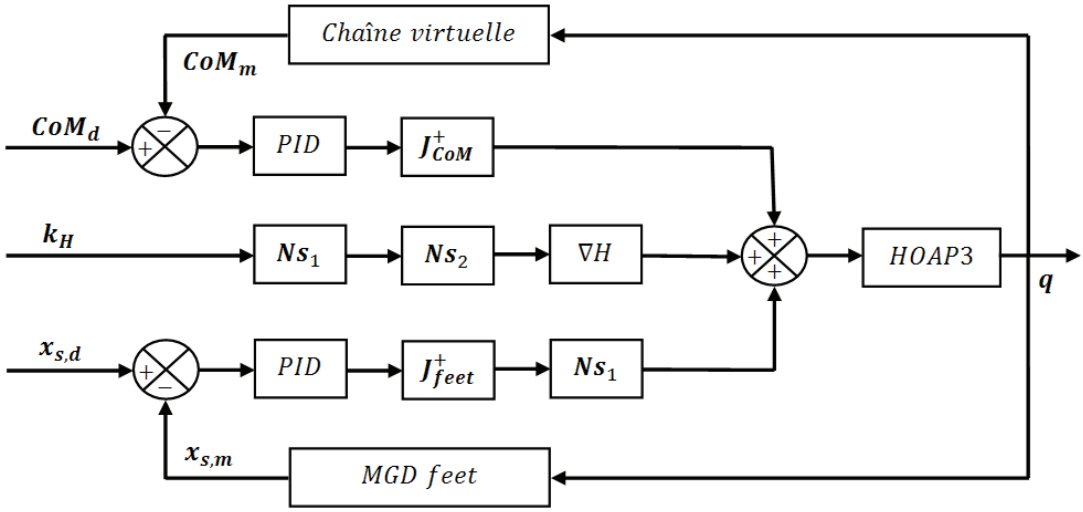


FIGURE 2.17 – Schéma de la commande cinématique du centre de masse d'un robot humanoïde à base flottante avec gestion de la position et orientation des points de contact au sol.

Cette solution a été implémentée dans le robot HOAP3 au travers du schéma de commande représenté Figure 2.17 afin de commander le centre de masse en 3D. Le mouvement réalisé pour valider cette commande à été un mouvement circulaire du centre de masse avec les pieds fixés au sol, Figure 2.19(a). Le mouvement résultant du robot est illustré Figure 2.18 et a été baptisé "*Hula Hoap*" étant donné sa forte ressemblance avec la pratique du "hula hoop" [Haldane, 1999]. Le suivi de la position désirée du centre de masse, Figure 2.19(b) est correctement réalisé à la vitesse d'un tour pour vingt secondes, une vitesse plus rapide impliquerait un réglage plus fin des gains des PID.

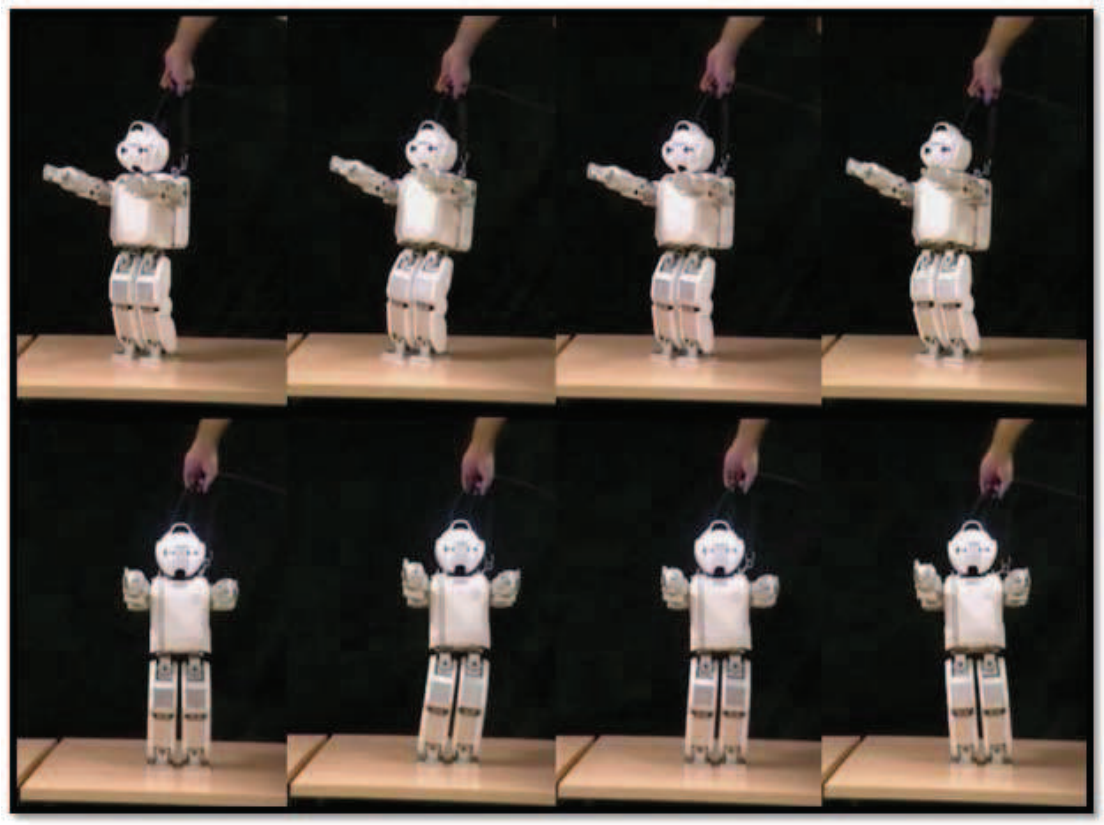
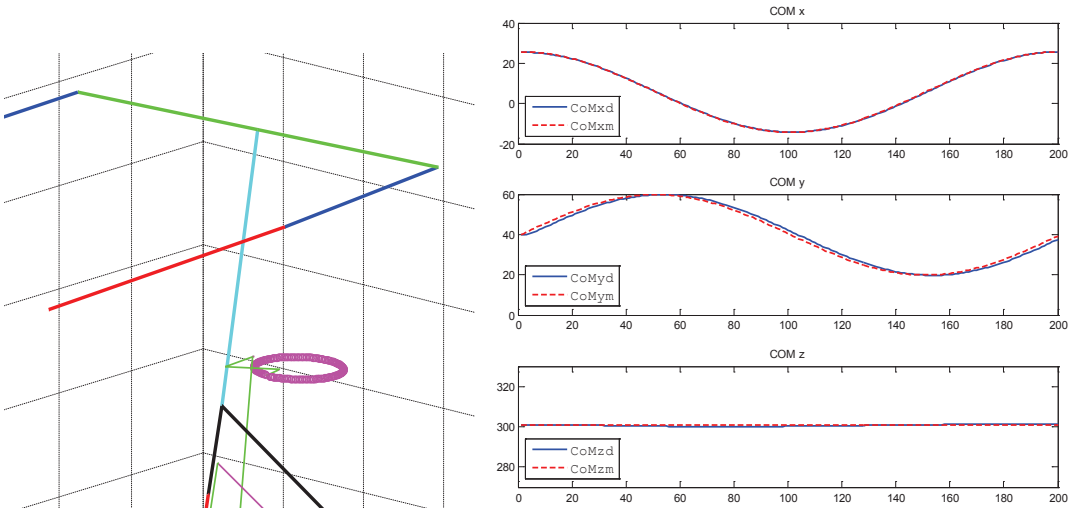


FIGURE 2.18 – HOAP3 réalisant un "*Hula Hoap*" à partir de la commande cinématique de son centre de masse.



(a) (b)

FIGURE 2.19 – (a) Trajectoire réalisée par le centre de masse. (b) Suivi de trajectoire du centre de masse

2.2.3 Prise en compte de l'inclinaison du sol

Un des problèmes couramment rencontré en robotique humanoïde est la marche sur un sol non plat. En effet, lorsqu'un robot humanoïde se déplace sur un sol incliné, les composantes horizontale du centre de masse ne correspondent plus à la projection

au sol du centre de masse selon la direction de la force d'apesanteur (ce phénomène est représenté Figure 2.20). Par conséquent la condition d'équilibre statique énoncée dans la section 1.3.1 n'est plus concrètement évaluée. L'utilisation d'une chaîne virtuelle pour modéliser le centre de masse d'un robot humanoïde prend ici tout son intérêt. En effet, comme la chaîne est dite virtuelle, nous allons pouvoir la modifier de façon à prendre en compte l'environnement. Pour ce faire, il suffit de rajouter à la base de la chaîne virtuelle une articulation, correspondant à l'inclinaison du sol. Plusieurs méthodes existes pour mesurer l'inclinaison du sol, les plus courantes sont basées sur des techniques de vision [Masaaki and Takashi, 2001] ou à base de capteur d'attitude (centrale inertielle).

La même commande qu'en section 2.2.1 a pu être utilisée sur un sol incliné en rajoutant une articulation virtuelle modélisant l'inclinaison du sol. L'inclinaison du sol a été mesurée à partir d'une fusion des données provenant de l'accéléromètre et du gyroscope embarqué dans le torse du robot. La Figure 2.21 illustre les résultats obtenus.

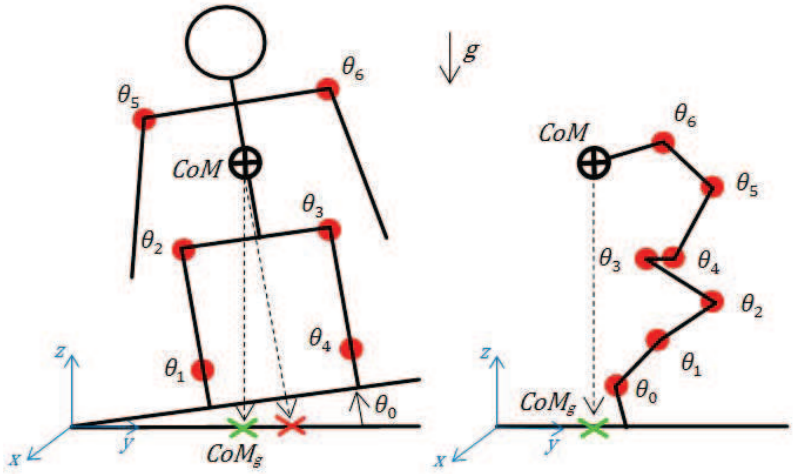


FIGURE 2.20 – Prise en compte de l'inclinaison du sol par ajout d'une articulation au sein de la chaîne virtuelle.

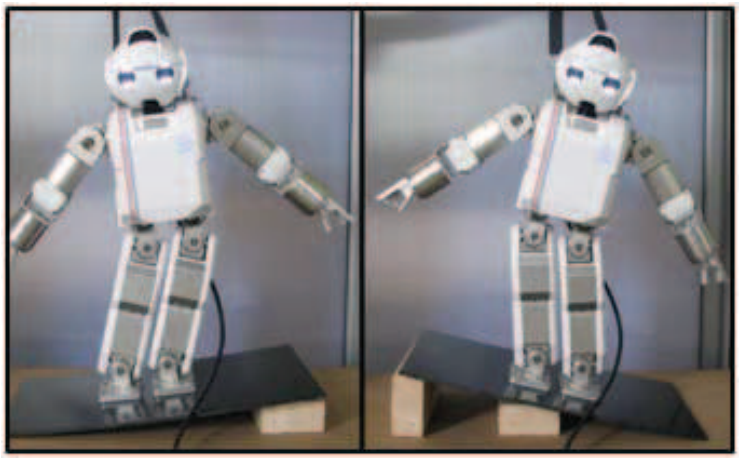


FIGURE 2.21 – Commande du centre de masse du HOAP3 prenant en compte l'inclinaison du sol directement au sein de la chaîne virtuelle.

2.2.4 Espace de travail du centre de masse

L'espace de travail du centre de masse d'un robot humanoïde correspond à l'ensemble des positions atteignables par le centre de masse du robot. Du fait que ce dernier soit représenté par l'organe terminal d'une chaîne série, nous allons pouvoir utiliser les techniques développées pour les robots séries afin de déterminer l'espace de travail du centre de masse d'un robot humanoïde. bien qu'il soit difficile d'obtenir une expression analytique décrivant exactement l'espace de travail, plusieurs travaux ont proposé des solutions permettant d'approximer ce dernier, [Roth, 1976], [Kumar and Waldron, 1981], [Yang and Lee, 1983], [Tsai and Soni, 1983], [Gupta, 1986] et enfin [Vijaykumar et al., 1986]. Cependant ces travaux ne sont pas forcement adapté aux systèmes possédant un grand nombre de degrés de liberté comme les robots humanoïdes. Des méthodes plus adaptées doivent être envisagées [Wang and Chirikjian, 2004]. Bien évidemment l'espace de travail du centre de masse d'un robot humanoïde ne caractérise pas l'ensemble des mouvements que peut réaliser le robot. Si l'on souhaite représenter cet ensemble, il est convenable de prendre en compte les membres préhenseurs du robot. Une étude a été proposée à cet effet dans [Zacharias et al., 2007].

2.3 Conclusion

La modélisation du centre de masse par une chaîne virtuelle a été définie pour des systèmes séries ou arborescents. Une telle modélisation permet de représenter le centre de masse d'un système comme l'organe terminal d'une chaîne série virtuelle. Le chaîne virtuelle obtenue est alors comparable à un bras manipulateur pour lequel nous pouvons appliquer les nombreux outils existants. Ce concept trouve tout son intérêt pour les robots humanoïdes qui se trouvent être des systèmes à structures arborescentes complexes et, pour lesquels, nous allons désormais pouvoir contrôler le centre de masse avec les mêmes outils que ceux utilisés pour le contrôle de l'organe terminal d'un robot manipulateur. Cependant, un robot humanoïde est largement redondant devant la commande en position du centre de masse, c'est pourquoi nous avons proposé une commande cinématique du centre de masse adaptée aux humanoïdes avec l'utilisation de plusieurs techniques de réduction de la redondance. Afin de faciliter l'établissement d'une chaîne virtuelle pour un système donné, nous avons proposé un algorithme basé sur une expression itérative des équations de la chaîne virtuelle permettant de modéliser cette dernière à partir des seules informations géométriques et des paramètres mécaniques du système. En plus d'améliorer considérablement le temps de calcul de la position du centre de masse, cette algorithme permet également de calculer automatiquement la Jacobienne du centre de masse à partir, là encore, de sa formulation sous forme itérative. La non-unicité des chaînes virtuelles a été illustrée, mettant en avant l'xistence de plusieurs chaînes virtuelles pour un même système. Deux applications ont été présentées sur le robot HOAP3, l'une pour un modèle simplifié du HOAP3 dans le plan frontal, l'autre dans le cas spatial, en prenant en compte l'ensemble des articulations du robot. La majeure partie de ces travaux a été présentée dans [Cotton et al., 2008].

Chapitre 3

Dynamique du Centre de Masse

Le but de ce chapitre est de parvenir à une description des capacités dynamiques du centre de masse d'un robot humanoïde avec comme objectif à long terme le contrôle précis de l'accélération du centre de masse en vue d'améliorer les méthodes actuelles de gestion de la stabilité chez les robots humanoïdes, mais aussi dans le but de prendre en compte les performances réalisables par le robot dés sa conception. Nous proposons donc dans un premier temps l'expression de la dynamique d'un robot humanoïde en son centre de masse en se basant sur une manipulation originale de la formulation dans l'espace opérationnel. Cette relation, en plus de décrire précisément le comportement dynamique du centre de masse d'un humanoïde, va nous permettre dans un second temps de décrire la manipulabilité dynamique du centre de masse d'un humanoïde dont le concept a été proposé dans [Cotton et al., 2010a]. La manipulabilité dynamique du centre de masse permet d'exprimer les capacités dynamiques du centre de masse d'un robot humanoïde tout en prenant en compte les diverses particularités de ce dernier : base flottante, couples des actionneurs limités, efforts aux divers points de contact et maintient de l'équilibre dynamique.

3.1 Dynamique d'un humanoïde en son centre de masse

3.1.1 L'espace opérationnel

La formulation de la dynamique dans l'espace opérationnel, introduite par Khatib [Khatib, 1987], permet de décrire le comportement dynamique de l'organe terminal d'un robot série :

$$\boldsymbol{F} = \mathbf{a}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{c}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) \tag{3.1}$$

où $\boldsymbol{F}$ est le vecteur des forces générées par l'organe terminal, $\ddot{\boldsymbol{x}}$ est le vecteur des accélérations de l'organe terminal, exprimées dans l'espace Cartésien, $\mathbf{a}(\boldsymbol{q})$ est la matrice de pseudo-inertie, $\mathbf{c}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})$ est le vecteur des forces centrifuges et de Coriolis et $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$ est le vecteur des forces de gravité.

L'introduction de cette formulation a été d'une grande importance dans la robotique car elle a permit de grandement améliorer le contrôle des robots manipulateurs [Nakanishi et al., 2005], [Peters et al., 2005] mais aussi de mesurer d'en précisément

les capacités dynamiques [Bowling and Khatib, 1995], [Bowling and Khatib, 2005]. Cependant cette formulation n'est pas forcément adaptée aux robots humanoïdes qui, d'un point de vue modélisation, ne sont pas des robots séries mais plutôt une combinaison de robots séries liés à une base libre commune ($free - floating\ base$). Nous devons par conséquent adapter cette formulation si nous désirons l'utiliser pour les robots humanoïdes.

3.1.2 Dynamique dans l'espace opérationnel du centre de masse

Est-il possible d'exprimer les équations dynamiques d'un robot humanoïde en son centre de masse ? À priori non car les équations dynamiques d'un robot décrivent les relations non-linéaires liant les positions, vitesses et accélérations aux couples des actionneurs. Cependant en considérant le centre de masse comme l'organe terminal d'un robot série virtuel, il serait alors possible, via la formulation de l'espace opérationnel, de décrire le comportement dynamique du centre de masse. Il se trouve que les travaux de cette thèse montrent comment modéliser le centre de masse d'un robot humanoïde comme l'organe terminal d'une chaîne série virtuelle. L'application de la formulation dans l'espace opérationnel au centre de masse apparait alors comme possible. Il faut cependant être très vigilant ici. Bien que l'on obtienne une chaîne virtuelle, cette dernière permet uniquement de localiser le centre de masse de l'humanoïde mais n'est en aucun cas une représentation dynamiquement équivalente du robot humanoïde. Appliquer la formulation de l'espace opérationnel à la chaîne virtuelle serait donc une grossière erreur. À la place de cela, nous avons proposé dans [Cotton et al., 2010a] d'exprimer les équations de la dynamique d'un robot humanoïde dans l'espace opérationnel de son centre de masse.

Pour ce faire, il suffit de se remémorer les équations de la dynamique d'un robot humanoïde, équation (1.15). Cette équation, utilisant les coordonnées généralisées d'un robot humanoïde (équation (1.6)), peut être décomposée en deux partie : l'une exprimant la dynamique de la base flottante du robot, l'autre la dynamique des actionneurs du robot. Par soucis de légèreté dans les équations, nous considérerons uniquement la deuxième partie de cette équation basée uniquement sur les coordonnées articulaires du robot :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{A}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) + \mathbf{\Gamma}_{\boldsymbol{e}}(\boldsymbol{q}) \tag{3.2}$$

où, pour rappel, $\boldsymbol{q}$, $\dot{\boldsymbol{q}}$ et $\ddot{\boldsymbol{q}}$ sont respectivement les positions, vitesses et accélérations des variables articulaires. $\mathbf{A}$ est la matrice d'inertie du robot, $\mathbf{C}$ est la matrice des couples/forces centrifuges et de Coriolis et $\boldsymbol{G}$ est le vecteur des forces de gravité. $\mathbf{\Gamma}$ est le vecteur des couples articulaires $\mathbf{\Gamma}_{\boldsymbol{e}}$ est le vecteur des couples articulaires dus aux couples/forces exercés aux points de contact.

En considérant le centre de masse comme un organe terminal virtuel au sein de la formulation dans l'espace opérationnel, nous pouvons exprimer les équations de la dynamique d'un robot humanoïde dans l'espace opérationnel de son centre de masse, ce qui nous permet d'obtenir l'accélération de son centre de masse.

$$\mathbf{\Phi} = \lambda(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{CoM}} + \mu(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{p}(\boldsymbol{q}) + \mathbf{\Phi}_{\boldsymbol{e}}(\boldsymbol{q}) \tag{3.3}$$

où $\boldsymbol{\Phi}$ sont les efforts générés au centre de masse. $\boldsymbol{C\ddot{o}M}$ représente l'accélération du centre de masse dans l'espace Cartésien. $\boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{q})$ est la pseudo matrice d'inertie, $\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})$ est le pseudo vecteur des forces centrifuges et de Coriolis, $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{q})$ est le pseudo vecteur des forces de gravité et $\boldsymbol{\Phi_e}(\boldsymbol{q})$ est le vecteur des efforts agissant aux points de contact.

3.1.3 Matrices et vecteur associés

Le centre de masse est une fonction de trois degrés de liberté (trois translations). Or il se trouve que les robots humanoïdes ont généralement plus de six actionneurs et sont par conséquents redondants vis à vis de leur centre de masse. Il en résulte que la majorité des matrices utilisées dans l'équation (3.3) ne sont pas carrées et ne sont donc pas directement inversibles. Nous présenterons donc en premier lieu les matrices et vecteurs associés à l'équation (3.3) dans le cas redondants. Cependant, l'étude d'un robot humanoïde est bien souvent réalisée sur un modèle simplifié du robot. Nous décrirons alors en deuxième partie les matrices et vecteurs utilisés lorsque le modèle simplifié du robot possède autant de degrés de liberté que le centre de masse.

Matrice et vecteurs communs aux deux cas

La Jacobienne du centre de masse a été précédemment décrite dans la section 2.1.5 comme la dérivée de la position de l'organe terminal de la chaîne virtuelle par rapport à ses variables articulaires. La notion de chaîne virtuelle n'est pas indispensable ici, la Jacobienne du centre de masse peut donc être calculée à partir du modèle classique du centre de masse (section 1.3.1). Pour rappel son équation est :

$$\mathbf{J}_{CoM}(\boldsymbol{q}) = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial \boldsymbol{CoM}}{\partial q_1} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{CoM}}{\partial q_n} \end{array} \right]$$

Le vecteur des forces de gravité est égal à la dérivée de l'énergie potentielle du robot. Il est intéressant de remarquer que ce vecteur peut être directement calculé à partir de la Jacobienne du centre de masse.

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) = \frac{\partial \boldsymbol{U}(\boldsymbol{q})}{\partial(\boldsymbol{q})} = Mg\boldsymbol{J}^T_{CoM_z}(\boldsymbol{q}) \tag{3.4}$$

où $\boldsymbol{U}$ est l'énergie potentielle du robot, M sa masse totale, g la constante de gravité et $\boldsymbol{J}^T_{CoM_z}$ la composante verticale de la transposée de la Jacobienne du centre de masse calculée à partir de la chaîne virtuelle du robot.

Cas redondants

Dans le cas redondants comme certaines matrices ne sont pas carrées et par conséquent pas directement inversibles, nous utiliserons la notion d'inverse généralisée.

Matrice d'inertie dans l'espace opérationnel du centre de masse (ou pseudo matrice d'inertie) :

$$\lambda_r(\boldsymbol{q}) = \left[\mathbf{J}_{CoM}(\boldsymbol{q})\mathbf{A}^{-1}(\boldsymbol{q})\mathbf{J}^T_{CoM}(\boldsymbol{q})\right]^{-1} \tag{3.5}$$

Vecteur des forces de gravité dans l'espace opérationnel du centre de masse (ou pseudo vecteur des forces de gravité) :

$$\boldsymbol{p}_r(\boldsymbol{q}) = \left[\mathbf{A}^{-1}(\boldsymbol{q})\mathbf{J}_{CoM}^T(\boldsymbol{q})\lambda_r(\boldsymbol{q})\right]^T \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) = \tilde{\mathbf{J}}_{CoM}^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) \tag{3.6}$$

où $\tilde{\mathbf{J}}_{CoM}(\boldsymbol{q})$ est l'inverse généralisée de $\mathbf{J}_{CoM}(\boldsymbol{q})$ et correspond à la solution minimisant l'énergie cinématique à l'instant donné.

Vecteur des couples/forces centrifuges et de Coriolis dans l'espace opérationnel du centre de masse (ou pseudo vecteur des forces centrifuges et de Coriolis) :

$$\boldsymbol{\mu}_r(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) = \tilde{\mathbf{J}}_{CoM}^T(\boldsymbol{q})\mathbf{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) - \lambda_r(\boldsymbol{q})\dot{\mathbf{J}}_{CoM}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} \tag{3.7}$$

Vecteur des efforts extérieurs dans l'espace opérationnel du centre de masse :

$$\boldsymbol{\Phi}_{e,r}(\boldsymbol{q}) = \tilde{\mathbf{J}}_{CoM}^T(\boldsymbol{q})\mathbf{J}_c^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\varphi}_{ext} \tag{3.8}$$

où $\mathbf{J}_c(\boldsymbol{q})$ est la Jacobienne de la base flottante aux points de contacts (pieds, mains). $\boldsymbol{\varphi}_{ext}$ exprime les efforts aux points de contacts.

Cas non-redondants

Les équations suivantes doivent être utilisées lorsque le nombre de degrés de liberté du robot humanoïde est égal au nombre de degrés de liberté de son centre de masse (ce qui peut être le cas sur des modèles simplifiés de robots humanoïdes).

Matrice d'inertie dans l'espace opérationnel du centre de masse (ou pseudo matrice d'inertie) :

$$\lambda(\boldsymbol{q}) = \mathbf{J}_{CoM}^{-T}(\boldsymbol{q})\mathbf{A}(\boldsymbol{q})\mathbf{J}_{CoM}^{-1}(\boldsymbol{q}) \tag{3.9}$$

Vecteur des forces de gravité dans l'espace opérationnel du centre de masse (ou pseudo vecteur des forces de gravité) :

$$\boldsymbol{p}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{J}_{CoM}^{-T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) \tag{3.10}$$

Vecteur des couples/forces centrifuges et de Coriolis dans l'espace opérationnel du centre de masse (ou pseudo vecteur des forces centrifuges et de Coriolis) :

$$\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) = \mathbf{J}_{CoM}^{-T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) - \lambda(\boldsymbol{q})\dot{\mathbf{J}}_{CoM}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} \tag{3.11}$$

Vecteur des efforts extérieurs dans l'espace opérationnel du centre de masse :

$$\boldsymbol{\Phi}_e(\boldsymbol{q}) = \mathbf{J}_{CoM}^{-T}(\boldsymbol{q})\mathbf{J}_c^T(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\varphi}_{ext} \tag{3.12}$$

3.2 Manipulabilité dynamique du centre de masse

L'analyse des caractéristiques des robots manipulateurs a toujours été un domaine important de la recherche en robotique. Dans cette optique de nombreuses méthodes ont été développées pour caractériser les capacités des robots manipulateurs. D'un point de vue géométrique, l'analyse de l'espace de travail a été un des premiers indicateurs permettant de mesurer les capacités de manipulation d'un robot. Bien qu'il soit difficile de donner une expression analytique de l'espace de travail, de nombreuses études ([Roth, 1976], [Kumar and Waldron, 1981], [Yang and Lee, 1983], [Tsai and Soni, 1983], [Gupta, 1986], [Vijaykumar et al., 1986]) ont fourni des outils permettant d'évaluer, plus ou moins précisément, l'espace de travail des robots manipulateurs. D'un point de vue cinématique, la mesure de la manipulabilité cinématique introduite dans [Yoshikawa, 1985b] et le conditionnement de la matrice Jacobienne (*Jacobian condition number*) introduit dans [Klein and Blaho, 1987] permettent de mesurer localement l'éloignement du robot d'une configuration singulière. Ce dernier indice a finalement été intégré sur tout l'espace de travail dans [Gosselin and Angeles, 1991] pour définir un indice de conditionnement global. Yoshikawa a aussi défini dans [Yoshikawa, 1985b] l'ellipsoïde des vitesses comme la représentation géométrique de l'ensemble des vitesses admissibles par l'organe terminal du robot. Cependant de tels indices ne sont pas suffisant pour caractériser précisément les performances des robots manipulateurs, leur dynamique doit aussi être prise en compte. Dans ce but, plusieurs outils ont été proposés. L'indice de Yoshikawa présenté dans [Yoshikawa, 1985a] mesure l'uniformité du gain couples actionneurs / accélération de l'organe terminal tandis que la *Generalized Inertia Ellipsoid* proposée par Asada [Asada, 1983] caractérise l'inverse de ce gain. Plus tard Graettinger et Krogh se sont à nouveau intéressés à cette question et ont proposé dans [Graettinger and Krogh, 1988] l' *Acceleration Radius* qui mesure l'accélération isotropique maximale de l'organe terminal étant donné les couples maximums des actionneurs. Toujours dans cette perspective Kim et Desa [Kim and Desa, 1993] ont proposé dans les *Acceleration Sets* qui fournissent une relation entre les entrées (couples maximums, paramètres mécaniques) et sorties (vitesses et accélérations de l'organe terminal) du robot. Dans le même temps Bowling et Khatib ont proposé une méthodologie plus générale connue sous le nom d'*Ellipsoid Expansion Model* permettant de caractériser l'accélération isotropique maximale de l'organe terminal du robot [Bowling and Khatib, 1995]. Contrairement aux autres outils, le développement de cette méthodologie a été poursuivi au travers de nombreux travaux pour finalement aboutir à la *Dynamic Capability Equation* [Bowling and Khatib, 2005] qui est aujourd'hui l'outil le plus apte a décrire les capacités d'accélérations et de forces d'un robot manipulateur.

Comme nous venons de le voir, il existe de nombreux outils pour caractériser et mesurer les performances des robots manipulateurs. Cependant ces outils sont difficilement utilisables en robotique humanoïde. En effet et contrairement aux robots manipulateurs, les humanoïdes n'ont pas de base fixe mais une base flottante, ils peuvent être soumis à différents efforts en chaque point de contact et surtout doivent maintenir leur équilibre. Il y a donc une nécessité d'adapter les outils d'analyse des robots manipulateurs aux robots humanoïdes ou d'en créer de nouveaux. C'est ce qu'ont fait Zacharias et all dans [Zacharias et al., 2007] en proposant une méthodo-

logie permettant de mesurer conjointement l'espace de travail et la manipulabilité des bras d'un humanoïde. Pour prendre en compte la notion d'équilibre dynamique, Naksuk et Lee [Naksuk and Lee, 2006] ont introduit le concept de manipulabilité du ZMP pour un robot humanoïde. Ce concept permet de réduire la base de support à une ellipsoïde dans laquelle le ZMP peut évoluer librement tout en satisfaisant les contraintes de couples maximums imposées sur les actionneurs. Dans la même optique nous avons proposé dans [Cotton et al., 2010a] le concept de manipulabilité dynamique du centre de masse. Ce dernier, étend la notion planaire proposée par Naksuk et Lee à une notion spatiale en décrivant le volume des accélérations admissibles du centre de masse d'un robot humanoïde.

3.2.1 Définition de la manipulabilité dynamique

Définition 3.2.1 *La manipulabilité dynamique du centre de masse d'un robot humanoïde est définie comme l'ensemble des accélérations admissibles du centre de masse d'un robot humanoïde sous des contraintes qui lui sont propres :*

- *base flottante,*
- *état actuel du robot (posture, vitesse, accélération et inertie),*
- *efforts aux points de contact,*
- *équilibre dynamique.*

Le calcul de la manipulabilité dynamique du centre de masse se base sur les équations de la dynamique du robot humanoïde exprimées dans l'espace opérationnel de son centre de masse (section 3.1).

3.2.2 Calcul de la manipulabilité dynamique

Pour exprimer la manipulabilité dynamique, il est nécessaire de se remémorer la relation couple/force, ici adaptée pour l'occasion au centre de masse :

$$\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{J}_{CoM}^{T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\Phi} \tag{3.13}$$

Étant donné l'existence de couples maximums sur les actionneurs, nous devons, pour les prendre en compte, borner le vecteur des couples articulaires :

$$-\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{max}} < \boldsymbol{\Gamma} < \boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{max}} \tag{3.14}$$

En combinant les équations. (3.3), (3.13) et (3.14) nous bornons l'équation de la dynamique exprimée dans l'espace opérationnel du centre de masse :

$$-\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{max}} < \boldsymbol{J}_{CoM}^{T}(\boldsymbol{q})\left(\boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{CoM}} + \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{p}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{e}}(\boldsymbol{q})\right) < \boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{max}} \tag{3.15}$$

Cependant tous les actionneurs n'ont pas les mêmes couples maximums. On normalise alors l'équation précédente pas le biais d'une matrice diagonale $\boldsymbol{N}$ dont les éléments diagonaux sont définis par :

$$\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{ii}} = \frac{1}{\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{max}}(i)} \tag{3.16}$$

L'équation (3.15) devient :

$$-\mathbf{1} < \boldsymbol{N}\boldsymbol{J}_{CoM}^{T}(\boldsymbol{q})\left(\boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{CoM}} + \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{p}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{\Phi_e}(\boldsymbol{q})\right) < \mathbf{1} \tag{3.17}$$

où $\mathbf{1}$ est un vecteur $\in \Re^{n\times 1}$ dont chaque élément est égal à 1. Enfin pour borner uniquement l'accélération du centre de masse, nous translatons l'équation (3.17) au centre de l'espace des couples articulaires :

$$\boldsymbol{\Gamma}^{-}(\boldsymbol{q}) < \boldsymbol{R}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{CoM}} < \boldsymbol{\Gamma}^{+}(\boldsymbol{q}) \tag{3.18}$$

Équation dans laquelle est $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{q})$ défini par :

$$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{N}\boldsymbol{J}_{CoM}^{T}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{q}) \tag{3.19}$$

Cette dernière équation exprime une relation entre un point de l'espace des accélérations du centre de masse (comprenant 3 dimensions) et un point de l'espace des couples articulaires admissibles (comprenant n dimensions). La Figure 3.1 illustre ce concept de changement d'espace. On emploie le terme admissible car cet espace est restreint par les couples générés par l'état actuel du robot et les couples dus aux efforts exercés aux points de contact. Les bornes de cet espace sont données par :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Gamma}^{-}(\boldsymbol{q}) &= -\mathbf{1} - \boldsymbol{N}\boldsymbol{J}_{CoM}^{T}(\boldsymbol{q})\left(\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{p}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{\Phi_e}(\boldsymbol{q})\right) \\ \boldsymbol{\Gamma}^{+}(\boldsymbol{q}) &= \mathbf{1} - \boldsymbol{N}\boldsymbol{J}_{CoM}^{T}(\boldsymbol{q})\left(\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) + \boldsymbol{p}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{\Phi_e}(\boldsymbol{q})\right) \end{aligned} \tag{3.20}$$

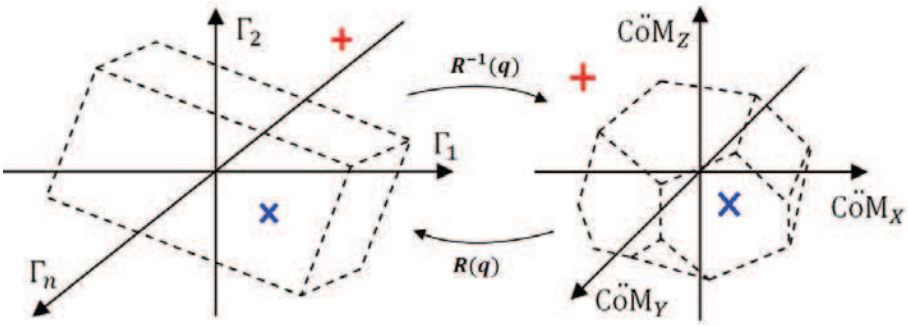


FIGURE 3.1 – Passage de l'espace des couples à celui des articulations du centre de masse.

En conséquence ces bornes génèrent un polytope[1] de dimension n dans l'espace des couples qui translaté dans l'espace des accélérations du centre de masse, donne un nouveau polytope de dimension 3 dont l'enveloppe convexe est fonction des contraintes précédemment citées. Le volume obtenu est un polyèdre représentant l'ensemble des accélérations admissibles par le centre de masse du robot. Afin de prendre en compte l'équilibre dynamique du robot, nous faisons appel à la notion introduit par Kajita [Kajita, 1992] liant le ZMP et l'accélération du centre de masse à travers un modèle simplifié de l'humanoïde (pendule inversé) :

1. un polytope est l'enveloppe convexe d'un polyèdre.

$$\begin{aligned} ZMP_x &= CoM_x + \frac{CoM_z}{g}\ddot{CoM}_x \\ ZMP_y &= CoM_y + \frac{CoM_z}{g}\ddot{CoM}_y \end{aligned} \tag{3.21}$$

L'équilibre dynamique du robot est assuré tant que son ZMP reste à l'intérieur de la base de support :

$$\boldsymbol{ZMP}_{min} < \boldsymbol{ZMP} < \boldsymbol{ZMP}_{max} \tag{3.22}$$

Cette notion nous permet alors de venir encore un peu plus restreindre le polyèdre des accélérations du centre de masse et définit l'ensemble des accélérations du centre de masse réalisables par le robot sous l'ensemble des contraintes qui lui sont imposées. Les bornes du ZMP n'interviennent cependant pas sur la hauteur du polyèdre. On remarquera que tout point se trouvant sur la surface du polytope viole au moins une des contraintes imposées au robot.

3.2.3 Approximation de la manipulabilité dynamique

La première méthode que nous avons proposé pour le calcul de la manipulabilité dynamique du centre de masse consiste à approximer par une sphère le polyèdre des accélérations admissibles. Cette approximation est réalisée en cherchant la plus grande sphère inscrite dans le polyèdre, ce qui arrive dès que la sphère devient tangente à un des hyper-plan du polytope. La Figure 3.2 illustre cette approximation.

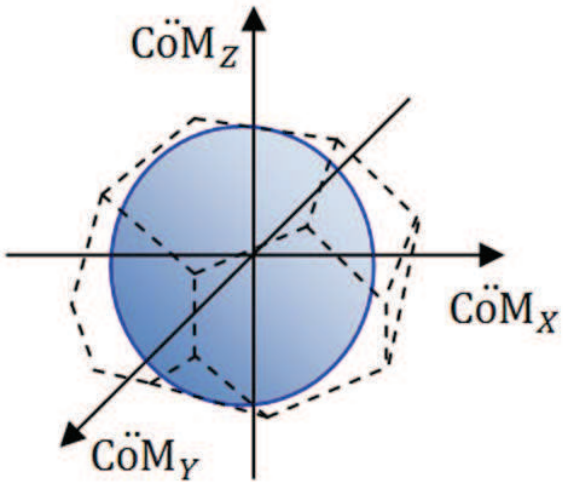


FIGURE 3.2 – Approximation par une sphère de l'accélération isotropique maximale réalisable par le centre de masse.

L'hypothèse d'approximation par une sphère implique que le rayon de la sphère correspond à l'accélération isotropique maximale réalisable par le centre de masse du robot humanoïde. Pour déterminer ce rayon il suffit de résoudre un simple problème d'optimisation dans lequel la fonction de coût correspond à la maximisation du volume de la sphère et dont les contraintes sont déterminées par l'équation (3.23), par la condition d'isotropie sur les directions de l'accélération du centre de masse et par le maintient de l'équilibre dynamique.

$$\min \mathcal{F} = 1/\left(\tfrac{4}{3}\Pi \left|\boldsymbol{C\ddot{o}M}\right|\right)$$

sous les contraintes :

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{\Gamma}^{-}(\boldsymbol{q}) < \boldsymbol{R}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{C\ddot{o}M} < \boldsymbol{\Gamma}^{+}(\boldsymbol{q}) \\ &C\ddot{o}M_x = C\ddot{o}M_y = C\ddot{o}M_z \\ &\boldsymbol{ZMP}_{min} < \boldsymbol{ZMP} < \boldsymbol{ZMP}_{max} \end{aligned} \tag{3.23}$$

Il est intéréssant de remarquer que la projection au sol de la sphère obtenue donne une surface dans laquelle les composantes horizontales de l'accélération du centre de masse peuvent évoluer tout en satisfaisant les contraintes d'équilibre du robot et sans violer les bornes imposées par l'équation (3.18). Ce concept est à rapprocher l'ellispoïde de manipulabilité du ZMP introduite par Naksuk et Lee [Naksuk and Lee, 2006].

3.2.4 Calcul exact de la manipulabilité dynamique

Bien que plus gourmand en termes de calcul, nous pouvons aussi définir exactement le polytope de la manipulabilité dynamique du centre de masse. Pour ce faire il suffit de translater, dans l'espace des accélérations du centre de masse, chacun des 2^n sommets du polytope défini dans l'espace des couples et dont les bornes sont décrites par l'équation (3.20).

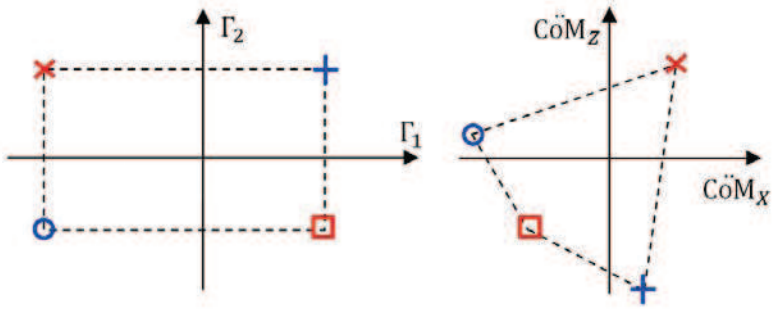


FIGURE 3.3 – Chaque sommet du polytope de l'espace des couples est translaté dans l'espace des accélérations du centre de masse (exemple pour un robot à 2 degrés de liberté).

Ce changement d'espace est effectué en multipliant chaque sommet de l'espace des couples par l'inverse de $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{q})$, équation (3.24). Nous obtenons de ce fait un nuage de points dans l'espace des accélérations du centre de masse. L'enveloppe convexe interne de ce nuage de points correspond alors au polytope exact des accélérations du centre de masse. Le calcul de l'enveloppe convexe peut-être effectué par des algorithmes de calcul graphique de type QuickHull [Barber et al., 1996].

$$\boldsymbol{R}^{-1}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\Gamma}_{peak} = \boldsymbol{C\ddot{o}M}_{peak} \tag{3.24}$$

3.2.5 Applications

Mesure de la manipulabilité du centre de masse du robot HOAP3

La manipulabilité dynamique du centre de masse a été mesurée sur le robot HOAP3 pendant un mouvement de levé dans le plan sagittal, représenté Figure 3.4. Ce mouvement commence avec une hauteur de 50cm (mesurée en haut de la tête du robot) et finit à une hauteur de 60cm. L'ensemble du mouvement est discrétisé en 60 instants pour lesquels nous calculons la manipulabilité cinématique et dynamique du centre de masse.

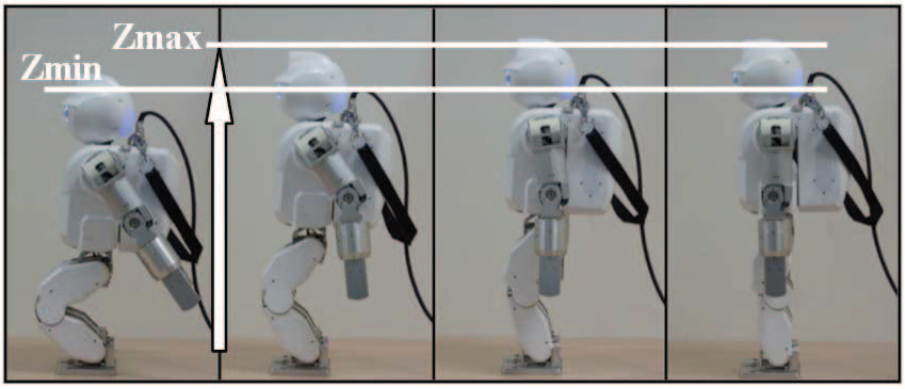


FIGURE 3.4 – Mouvement de levé du HOAP3.

Les couples maximums auxquels sont soumises les articulations du robot sont donnés ci-dessous :

Joint	Chevilles	Genoux	Hanches	Épaules	Coudes
Couple Max (N.m)	9	9	9	6	6

TABLE 3.1 – Couples maximums des articulations du HOAP3

La Figure 3.5, illustre la mesure de la manipulabilité cinématique du centre de masse durant le mouvement présenté Figure 3.4. On remarque clairement que cet indice tend vers zéro lorsque le robot atteint sa posture érigée, ce qui est normal car elle correspond à une position singulière de la chaîne virtuelle localisant le centre de masse du robot.Ce phénomène est aussi illustré par l'ellipsoïde de vitesse du centre de masse dont les directions et longueurs des principaux axes sont représentés Figure 3.6. En effet, il est clair que la meilleure direction pour générer une vitesse passe de l'axe vertical (quand le robot est en posture de squat) vers l'axe horizontal (quand le robot est en posture érigée).

L'approximation de la manipulabilité dynamique nous donne l'accélération isotropique maximale que peut atteindre le centre de masse. Elle est représentée Figure 3.7, figure dans laquelle nous remarquons une valeur maximale lorsque le robot est presque dans une posture érigée mais avec les genoux légèrement pliés. Cette posture est très intéressante car elle pourrait être définie comme une posture de repos, à partir de laquelle le robot serait capable de générer une forte accélération (pour générer un cycle de marche par exemple).

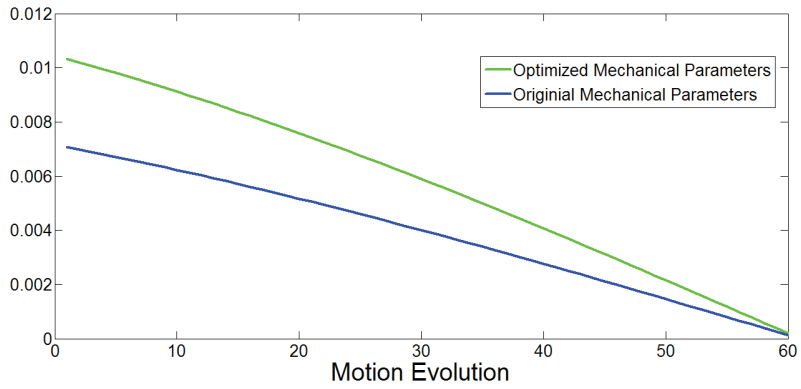


FIGURE 3.5 – Mesure de la manipulabilité cinématique du centre de masse du HOAP3 pendant le mouvement de levé.

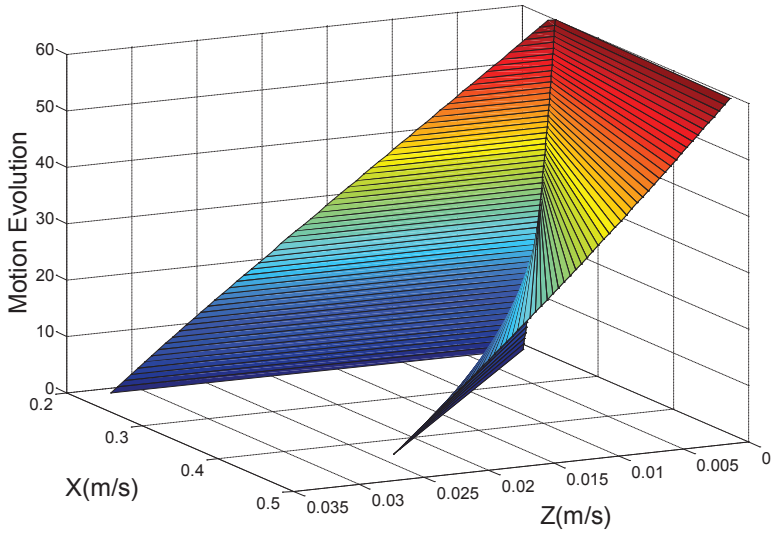


FIGURE 3.6 – Variation des directions et longueurs des axes de l'ellipsoïdes de vitesse du centre de masse pendant le mouvement de levé.

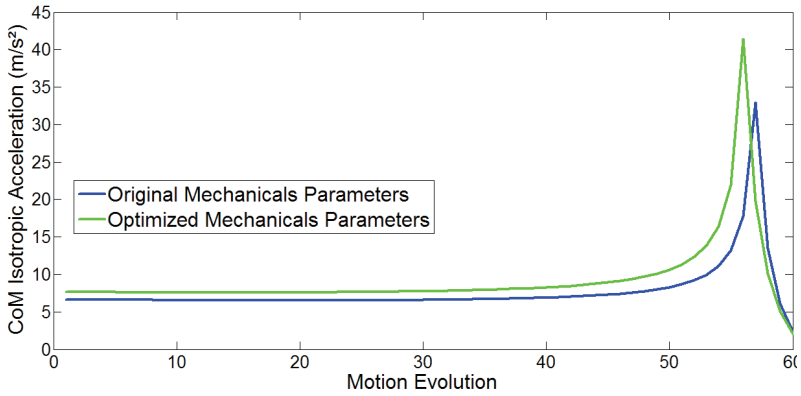


FIGURE 3.7 – Mesure de l'accélération isotropique atteignable par le centre de masse du HOAP3 pendant le mouvement de levé.

La Figure 3.8 nous donne le polytope exact des accélérations du centre de masse que peut générer le robot pour une posture donnée (posture à mi-chemin pendant le mouvement de levé). Chaque point représente le résultat de la translation dans l'espace des accélérations du centre de masse d'un des 2^5 sommets du polytope de l'espace des couples. La ligne en pointillés bleus représente l'enveloppe convexe du polyèdre à l'intérieur duquel l'accélération du centre de masse peut évoluer sans violer aucune contrainte. Ce polytope nous permet donc de déterminer la meilleure direction pour générer une accélération du centre de masse, mais aussi de déterminer les marges de manoeuvres de l'accélération du centre de masse sans venir perturber l'équilibre dynamique de ce dernier.

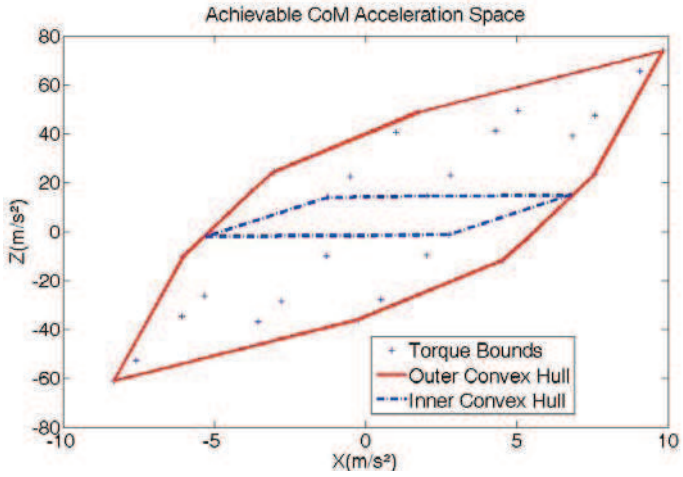


FIGURE 3.8 – Mesure exacte du polyèdre de manipulabilité dynamique du centre de masse du HOAP3 pour une posture particulière.

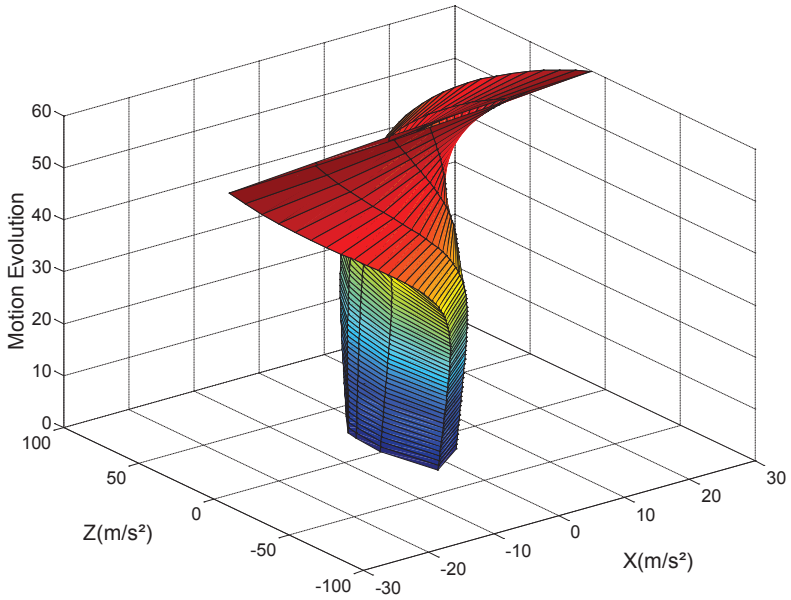


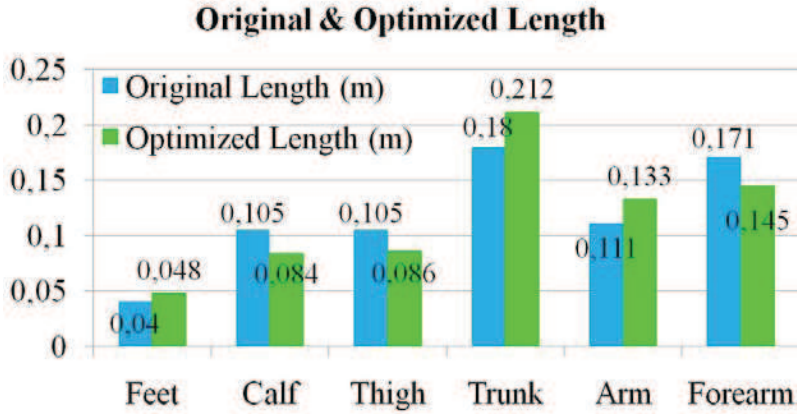
FIGURE 3.9 – Mesure exacte du polyèdre de manipulabilité dynamique du centre de masse du HOAP3 pendant un mouvement de levé.

La même mesure est effectuée sur l'ensemble du mouvement de levé, voir Figure 3.9. On constate là aussi le changement de direction de l'accélération maximale réalisable pendant le mouvement, ce qui confirme nos observations lors de la mesure de la manipulabilité cinématique du centre de masse (Figure 3.8).

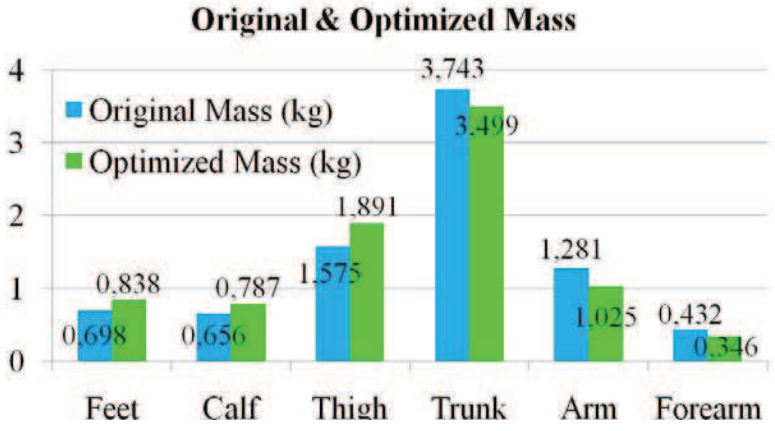
Optimisation de la manipulabilité dynamique

En plus d'être un indice de mesure des capacités d'un robot humanoïde, la manipulabilité dynamique du centre de masse peut aussi être prise en compte lors de la conception des humanoïdes. Sur le même mouvement de levé, nous avons optimisé la distribution des paramètres mécaniques (masses et longueurs des segments) du robot afin d'augmenter sa manipulabilité dynamique. La maximisation de l'accélération isotropique du centre de masse a été choisie comme fonction de coût. Les contraintes imposées sont simples :

- Conservation de la masse et de la longueur totale du robot,
- Masse et longueur de chaque lien ne variant pas plus de 20% de la valeur d'origine,
- Conservation du ratio de la longueur des jambes sur la longueur des bras.



(a) Longueurs



(b) Masses

FIGURE 3.10 – Longueurs et masses d'origines et aprés optimisation pour améliorer la manipulabilité dynamique du centre de masse du HOAP3 sur le mouvement de levé

Comme ces travaux sont dédiés à l'étude des humanoïdes, la conservation d'une structure anthropomorphe est importante et nécessite d'être imposée par le biais de la dernière contrainte. En effet, sans cette dernière contrainte l'optimisation à tendance à donner des bras aussi longs que les jambes. Nous voyons sur la Figure 3.7 qu'aprés optimisation, l'accélération isotropique du centre de masse augmente de 26% sur ce mouvement particulier. Étonnamment la manipulabilité cinématique est aussi améliorée, voir Figure 3.5. Les paramètres mécaniques optimisés sont représentés Figure 3.10(a) et 3.10(b). En relanchant la dernière contrainte conservant la structure anthropomorphique, l'accélération isotropique du centre de masse peut être améliorée de 90%, mais on se retrouve alors avec des bras aussi long que les jambes.

Durant les divers essais d'optimisations, nous avons constaté que le processus d'optimisation avait tendance à diminuer la masse des membres supérieurs pour augmenter celle des membres inférieurs. Une modification facilement réalisable sur le robot HOAP3 est de déplacer ses batteries du torse pour les placer au niveau de ses cuisses. Avec une telle modification (facilement envisageable lors des phases de conception) un gain de 11% est constaté sur l'accélération isotropique du centre de masse pendant le mouvement de levé.

3.3 Conclusion

Nous avons, dans ce chapitre, à travers une manipulation originale de la formulation des équations dynamiques dans l'espace opérationnel, exprimé la dynamique d'un robot humanoïde dans l'espace opérationnel de son centre de masse. Cette manipulation permet d'obtenir une expression fine de l'accélération du centre de masse. De part cette expression, nous avons pu contribuer à un domaine encore peu étudié : la mesure des capacités des robots humanoïdes. Cette contribution a été faite par l'étude de la manipulabilité dynamique du centre de masse pour laquelle, après avoir posé ses fondements théoriques, nous avons proposé deux méthodologies pratiques de son calcul. Ces travaux ont été présentés dans [Cotton et al., 2010b]. Il reste maintenant, à partir de l'expression de la dynamique du robot en son centre de masse, à définir un schéma de commande permettant un contrôle fin de l'accélération du centre de masse. Cette commande, actuellement en cours de développement, devrait bientôt voir le jour et apporter une contribution non négligeable aux commandes actuelles permettant la gestion de l'équilibre dynamique chez les humanoïdes.

Chapitre 4

Estimation du Centre de Masse

Ce chapitre propose une méthode d'identification de la chaîne virtuelle permettant d'estimer la position du centre de masse d'un système robotisé ou humain. Après une présentation détaillée du principe d'identification pour des systèmes planaires et spatiaux, nous verrons comment le mettre en place pour des robots humanoïdes. La structure anthropomorphe d'un robot humanoïde se rapprochant de celle d'un humain, nous montrerons comment cette méthode d'estimation a été étendue à l'humain et nous verrons les nombreux avantages qu'elle apporte en comparaison des méthodes d'estimation existantes. Enfin plusieurs applications seront présentées.

4.1 Estimation du centre de masse chez l'humain

4.1.1 Problématique

Que ce soit dans l'analyse de la marche, [Saunders et al., 1953], [Whittle, 1996], [Orendurff et al., 2004], dans l'étude du contrôle postural, [Bonnet, 2009] ou encore comme variable de mesure dans des processus d'identification de dysfonctionnements [Zabjeck et al., 2008], [Massaad et al., 2004] ou de ré-éducation [Huerta et al., 1998], l'étude des mouvements chez l'humain fait souvent appel aux notions de centre des pressions et de centre de masse. Si le premier peut-être directement obtenu à partir de plateformes d'efforts, la détermination du centre de masse d'un individu reste bien plus compliquée. En effet, jusqu'à présent, les méthodologies utilisées n'ont permis qu'une connaissance partielle et/ou imprécise du centre de masse. Ces méthodologies se répartissent en deux catégories :

- L'utilisation d'un modèle géométrique de l'humain dont les paramètres mécaniques sont estimés à partir de tables anthropométriques,
- L'estimation du centre de masse à partir du centre des pressions.

Nous retrouvons dans la première méthodologie (paramètres mécaniques estimés à partir de tables anthropométriques) deux sources d'imprécisions. La première étant directement liée au choix du modèle géométrique censé représenter l'humain. La complexité de ce dernier est telle qu'il parait difficilement envisageable de représenter exactement un individu. Des modèles simplifiés sont alors utilisés, ce qui à pour conséquence d'introduire un biais dans l'estimation du centre de masse [Lenzi et al., 2003]. La seconde source d'imprécisions est elle liée au choix des paramètres mécaniques. Ces paramètres sont généralement issus de tables anthropo-

métriques. Les tables anthropométriques ont pour principal désavantage de donner une moyenne des paramètres mécaniques d'une certaine population. Par exemple, les tables de Dempster, Zatiorsky ou Winter [Dempster et al., 1967], [Winter, 2005], [Zatsiorsky and Seluyanov, 1983], sont consacrées à des populations caucasiennes adultes d'âges moyens, quand d'autres tables se consacrent à des populations infantiles [Schneider and Zernicke, 1992] ou à l'étude de groupes ethniques spécifiques [Taha et al., 2009]. Bien que certains auteurs [DeLeva, 1996], [Galli et al., 2000] proposent des coefficients de pondération permettant d'adapter ces tables à la morphologie spécifique d'un individu, le choix de ces coefficients reste discutable et la validité des résultats obtenus n'a été vérifiée que sur certains sujets à la morphologie bien définie. L'utilisation de telles tables introduit par conséquent d'importantes erreurs, dès que l'individu étudié "sort" des gabarits moyens définis par ces tables ou lorsque le sujet souffre d'un quelconque dysfonctionnement (paralysie, paraplégie, hypertrophie/atrophie).

Dans le but de palier à cette mauvaise connaissance des paramètres mécaniques, d'autres méthodes, basées sur la connaissance du centre des pressions ont été développées. Deux approches se sont particulièrement illustrées et ont été d'une importance fondamentale dans l'étude biomécanique de l'humain. Les travaux de Brenière [Breniere, 1996] et Caron [Caron et al., 1997], reliant le centre des pressions et le centre de masse à travers une relation fréquentielle ; et les travaux de Shimba [Shimba, 1984] et King [King and Zatiorsky, 1997] dans lesquels le centre de masse est déterminé à partir d'une double intégration du centre des pressions. Bien que ces deux approches donnent des résultats très précis, ils ne permettent d'estimer que la projection au sol des composantes horizontales du centre de masse, le centre des pressions étant confiné dans le plan de la base de support du sujet étudié. Qui plus est, ces deux approches impliquent l'utilisation d'une plateforme d'effort tout au long des mesures et par conséquent restreignent fortement le domaine d'étude à des mouvements de faible amplitude. Bien que la projection au sol du centre de masse pendant la marche ait pu être analysée par la juxtaposition de plateformes d'efforts, la quantité d'équipements requis dans ce cas ainsi que sa mise en relation se trouve être un frein pour des études plus poussées. Enfin, ces deux méthodologies impliquent un traitement à postériori des données du centre des pressions et par conséquent ne permettent pas une connaissance en temps réel du centre de masse.

D'autres méthodes ont aussi été développées dans le but de fournir une estimation du centre de masse d'un sujet à partir d'un équipement portatif et non-invasif afin de palier à certains des problèmes cités comme un espace de travail restreint ou le traitement des données à posteriori. Ces méthodes, basées sur des modèles d'optimisation de fonctions de type série de Fourier [Betker et al., 2004] ou à base de réseaux neuronaux [Betker et al., 2003] donnent malheureusement un taux d'erreur élevé ($> 10\%$) et ne seront par conséquent pas considérées dans nos études.

Après avoir explicité ces différentes méthodes dans la section 4.1.2 nous verrons comment le concept de chaîne virtuelle peut être utilisé pour estimer le centre de masse d'un système robotisé ou humain tout en surmontant les difficultés que nous venons d'énoncer.

4.1.2 Etat de l'art des méthodologies existantes

Modèle géométrique basé sur des tables anthropométriques

Une des tables anthropométriques les plus utilisée actuellement dans les études biomécaniques est la table de Winter [Winter, 2005]. Cette table permet, à partir de la taille et de la masse données d'un sujet, de déterminer les longueurs, masses et centres de masse de chacun de ses segments comme l'illustre la Figure 4.1. Les tables représentés Figure 4.2 résument l'obtention des différents paramètres mécaniques en fonction de la taille et masse d'un sujet. Pour utiliser ces paramètres, il suffit de les appliquer sur un modèle géométrique anthropomorphe. Comme nous l'avons précédemment énoncé, il est difficile de modéliser exactement le corps humain d'un sujet, d'une part car le nombre d'articulations est trop important et d'autre part car beaucoup d'articulations chez l'humain sont une combinaison d'articulations rotoïdes et prismatiques (l'épaule par exemple) et sont par conséquent difficilement modélisables. On utilise alors des modèles simplifiés, le plus souvent dans un plan (frontal, sagittal ou horizontal), ou spatiaux comme illustré Figure 1.14(a).

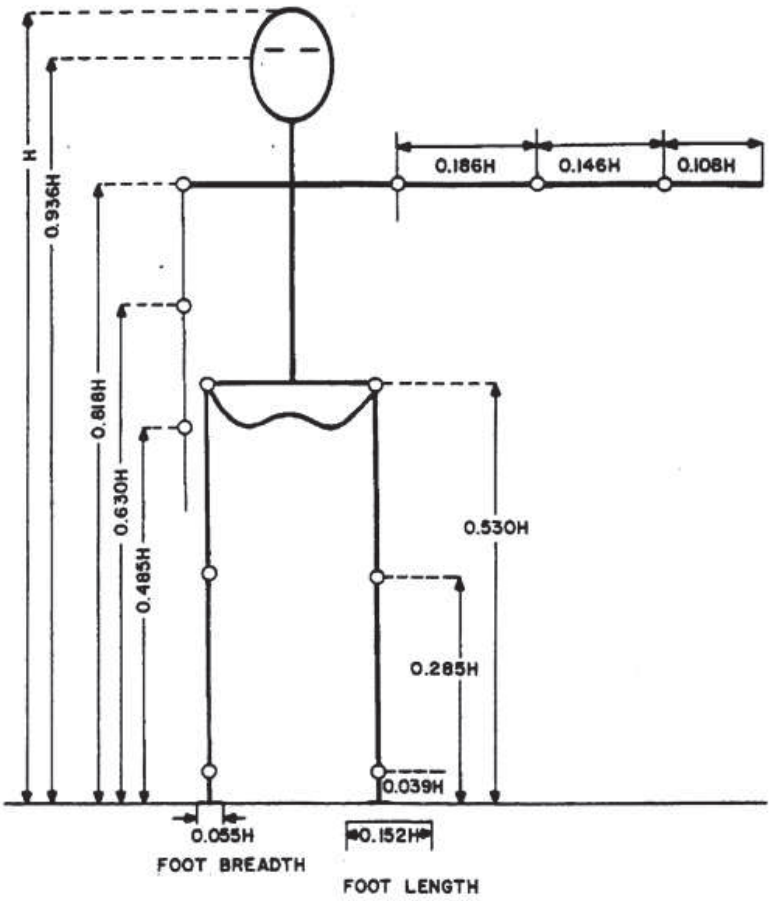


FIGURE 4.1 – Définition des segments composant le corps humain selon [Winter, 2005].

Table 3.1 Anthropometric Data

Segment	Definition	Segment Weight/ Total Body Weight	Center of Mass/ Segment Length		Radius of Gyration/ Segment Length			Density
			Proximal	Distal	C of G	Proximal	Distal	
Hand	Wrist axis/knuckle II middle finger	0.006 M	0.506	0.494 P	0.297	0.587	0.577 M	1.16
Forearm	Elbow axis/ulnar styloid	0.016 M	0.430	0.570 P	0.303	0.526	0.647 M	1.13
Upper arm	Glenohumeral axis/elbow axis	0.028 M	0.436	0.564 P	0.322	0.542	0.645 M	1.07
Forearm and hand	Elbow axis/ulnar styloid	0.022 M	0.682	0.318 P	0.468	0.827	0.565 P	1.14
Total arm	Glenohumeral joint/ulnar styloid	0.050 M	0.530	0.470 P	0.368	0.645	0.596 P	1.11
Foot	Lateral malleolus/head metatarsal II	0.0145 M	0.50	0.50 P	0.475	0.690	0.690 P	1.10
Leg	Femoral condyles/medial malleolus	0.0465 M	0.433	0.567 P	0.302	0.528	0.643 M	1.09
Thigh	Greater trochanter/femoral condyles	0.100 M	0.433	0.567 P	0.323	0.540	0.653 M	1.05
Foot and leg	Femoral condyles/medial malleolus	0.061 M	0.606	0.394 P	0.416	0.735	0.572 P	1.09
Total leg	Greater trochanter/medial malleolus	0.161 M	0.447	0.553 P	0.326	0.560	0.650 P	1.06

(a)

Segment	Definition	Segment Weight/ Total Body Weight	Center of Mass/ Segment Length		Radius of Gyration/ Segment Length			Density
			Proximal	Distal	C of G	Proximal	Distal	
Head and neck	C7-T1 and 1st rib/ear canal	0.081 M	1.000	— PC	0.495	1.116	— PC	1.11
Shoulder mass	Sternoclavicular joint/ glenohumeral axis	—	0.712	0.288	—	—	—	1.04
Thorax	C7-T1/T12-L1 and diaphragm*	0.216 PC	0.82	0.18	—	—	—	0.92
Abdomen	T12-L1/L4-L5*	0.139 LC	0.44	0.56	—	—	—	—
Pelvis	L4-L5/greater trochanter*	0.142 LC	0.105	0.895	—	—	—	—
Thorax and abdomen	C7-T1/L4-L5*	0.355 LC	0.63	0.37	—	—	—	—
Abdomen and pelvis	T12-L1/greater trochanter*	0.281 PC	0.27	0.73	—	—	—	1.01
Trunk	Greater trochanter/ glenohumeral joint*	0.497 M	0.50	0.50	—	—	—	1.03
Trunk head neck	Greater trochanter/ glenohumeral joint*	0.578 MC	0.66	0.34 P	0.503	0.830	0.607 M	—
HAT	Greater trochanter/ glenohumeral joint*	0.678 MC	0.626	0.374 PC	0.496	0.798	0.621 PC	—
HAT	Greater trochanter/mid rib	0.678	1.142	—	0.903	1.456	—	—

*NOTE: These segments are presented relative to the length between the greater trochanter and the glenohumeral joint.

Source Codes: M, Dempster via Miller and Nelson; *Biomechanics of Sport*, Lea and Febiger, Philadelphia, 1973. P, Dempster via Plagenhoef; *Patterns of Human Motion*, Prentice- Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J., 1971. L, Dempster via Plagenhoef from living subjects; *Patterns of Human Motion*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1971. C, Calculated.

(b)

FIGURE 4.2 – Paramètres mécaniques du corps humain explicités en fonction de la taille et la masse d'un sujet selon [Winter, 2005].

Double intégration du CoP (*Second Integral*)

En partant de l'observation [Murray et al., 1967] que l'accélération du centre de masse est directement proportionnelle aux forces horizontales agissant au centre des pressions, [Benda et al., 1994], il parait logique de pouvoir déterminer les composantes horizontales du centre de masse à partir de la double intégration du centre des pressions. Cependant cette double intégration est plus compliquée qu'elle n'y parait car elle nécessite la connaissance préalable de constantes initiales d'intégration. Shimba [Shimba, 1984] est le premier à proposer une solution à ce problème qui sera par la suite revisité en 1997 par King et Zatiorsky [King and Zatiorsky, 1997], en proposant une approche pour déterminer les constantes d'intégrations (position et vitesse du centre de masse et composante horizontale des forces de réaction à l'instant initial).

$$CoM_x(t) = \frac{1}{m}\int\int F_x(t)dt + \dot{CoM}_x(t_0) + CoM_x(t_0)dt \tag{4.1}$$

Relation fréquentielle CoP / CoM (*Low Pass Filter*)

Brenière a mis en évidence dans [Breniere, 1996] une relation fréquentielle liant le centre des pressions et le centre de masse et fonction de la fréquence d'oscillation du sujet , équation (4.2). D'un point de vue traitement du signal cette relation se comporte comme un filtre passe bas que l'on applique au signal du centre des pressions, c'est pourquoi on la retrouve dans la littérature sous le nom de *Low Pass Filter*. Étant liée à la fréquence d'oscillation du sujet cette méthode donne d'excellent résultats pour les mouvements périodiques, mais cela constitue aussi sa principale limitation. L'exactitude de cette méthodologie est aussi remise en cause par certains éléments intervenant directement dans le calcul de cette relation fréquentielle. En effet certains éléments de calcul sont basés sur des hypothèses qui ne peuvent être que source d'erreurs : la hauteur du centre de masse h est estimée à partir de tables anthropométriques, l'inertie du sujet I est approximée par une fonction scalaire de la masse et la hauteur au carré du sujet, équation (4.3). Qui plus est ce scalaire varie uniquement selon le plan de mouvement du sujet et n'est donc pas forcément adapté à tous les types de morphologie.

Méthodologie

1. On applique tout d'abord une transformée de Fourier discrète au signal du centre des pressions pour l'exprimer dans le domaine fréquentiel.
2. On applique le filtre passe bas au spectre du centre des pressions, équation (4.2) pour obtenir le spectre du centre de masse.
3. Le signal du centre de masse est ramené dans le domaine temporel en appliquant à son spectre une transormée de Fourier discrète inverse

$$\Phi CoM = \frac{\frac{Mgh}{I}}{\frac{Mgh}{I} + (2\pi f)^2}\Phi CoP \tag{4.2}$$

Le moment d'inertie I étant approximé par $I_{A/P}$ dans le plan antério/postérieur et par $I_{M/L}$ dans le plan médio/latéral.

$$\begin{aligned} I_{A/P} &= 0.0533MH^2 + Mh^2 \\ I_{M/L} &= 0.0572MH^2 + Mh^2 \end{aligned} \tag{4.3}$$

4.2 Identification de la chaîne virtuelle

Dans l'optique de proposer une méthode efficace d'estimation du centre de masse chez l'humain, il est intéressant de se pencher sur le domaine de la robotique dans lequel les problèmes d'identification des paramètres mécaniques sont courants.

4.2.1 Principe d'identification

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent la connaissance exacte des paramètres mécaniques du système étudié est obligatoire pour localiser le centre de masse, que ce soit par son calcul classique ou par le biais des chaînes virtuelles. Par conséquent si la connaissance de ces paramètres est inexacte ou inconnue, il va falloir avoir recours à une identification des paramètres. Ces problèmes d'indentification sont courants en robotique [Khalil and Dombre, 1999]. Dans notre cas, seuls les paramètres cinématiques sont à identifier, les paramètres inertiels étant utiles seulement pour le modèle dynamique. Ces imprécisions sont principalement dues à deux phénomènes :

- Connaissance imparfaite de la géométrie du système qui ne correspond pas forcement à la conception : défauts de longueur, de parallélisme et de perpendicularité des axes ainsi que de rapports de réduction,
- Certains phénomènes sont difficilement modélisables : usures, déformations, dilatations, jeux mécaniques.

Bien que de nombreuses méthodes existent pour identifier les paramètres mécaniques des systèmes robotiques, elles représentent un effort conséquent, notamment pour seulement identifier le centre de masse d'une structure anthropomorphe (humain ou robot humanoïde) pour laquelle le nombre de paramètres à identifier est très important. Nous avons donc proposé de tirer parti de la modélisation du centre de masse par une chaîne virtuelle pour simplifier son identification. Les seuls paramètres à identifier dans la chaîne virtuelle sont réduits à l'ensemble des longueurs des liens de la chaîne virtuelle. En effet chaque segment de la chaîne virtuelle correspond à un agrégat des paramètres mécaniques du système d'origine, équation (2.28).

Théorème 4.2.1 *La chaîne virtuelle d'un système peut être identifiée à partir d'une procédure de calibration dans laquelle les valeurs des variables angulaires et la position du centre de masse du système sont enregistrées pour plusieurs configurations distinctes du système.*

Démonstration :

Le principe d'identification de la chaîne virtuelle repose sur une manipulation de ses équations. L'expression de l'organe terminal de la chaîne virtuelle d'un système série ou arborescent à n degrés de liberté s'exprime sous la forme générale :

$$\boldsymbol{CoM} = \boldsymbol{r}_1 + \mathbf{A}_1^* \boldsymbol{r}_2 + \mathbf{A}_2^* \boldsymbol{r}_3 + \mathbf{A}_3^* \boldsymbol{r}_4 + \cdots + \mathbf{A}_n^* \boldsymbol{r}_{n+1} \tag{4.4}$$

où $\mathbf{A}_i^*$ correspond au produit des matrices de rotations supportant le lien $i+1$ de la chaîne virtuelle. À titre d'exemple $\mathbf{A}_3^*$ correspondrait à $\mathbf{A}_3^* = \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2$ dans l'équation (2.7) du système série, Figure 2.2, et correspondrait à $\mathbf{A}_3^* = \mathbf{A}_1\mathbf{A}_3$ dans l'équation (2.26) du système arborescent, Figure 2.6. En supposant que le repère de la première articulation soit confondu avec le référentiel de base ($\boldsymbol{r}_1 = 0$), cette équation peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\boldsymbol{CoM} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^* & \mathbf{A}_2^* & \mathbf{A}_3^* & \cdots & \mathbf{A}_n^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_2 \\ \boldsymbol{r}_3 \\ \vdots \\ \boldsymbol{r}_{n+1} \end{Bmatrix} = \mathbf{B}\boldsymbol{R} \tag{4.5}$$

Avec $\boldsymbol{CoM} \in \Re^{3\times 1}$, $\mathbf{B} \in \Re^{3\times 3n}$ et $\boldsymbol{R} \in \Re^{3n\times 1}$. Nous avons ici $3n$ paramètres à identifier. En prenant le système dans n configurations différentes, nous obtenons n variantes de l'équation (4.5) :

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{CoM}_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_n \end{bmatrix} \mathbf{R} = \mathbf{D}\mathbf{R}. \tag{4.6}$$

où $\mathbf{D} \in \Re^{3n\times 3n}$. Le vecteur des paramètres $\boldsymbol{R}$ de la chaîne virtuelle devient alors complètement identifiable en inversant l'équation précédente :

$$\boldsymbol{R} = \mathbf{D}^{-1} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{CoM}_n \end{Bmatrix} \tag{4.7}$$

Cette formulation suggère cependant la pleine connaissance de la position du centre de masse, or dans ce cas nous n'aurions pas besoin d'identifier une chaîne virtuelle pour localiser le centre de masse. Est-il alors possible d'identifier une chaîne virtuelle avec une connaissance partielle du centre de masse, comme sa projection au sol ? C'est à cette question que répondent les deux sections suivantes, que ce soit pour une identification dans le plan ou dans l'espace.

4.2.2 Identification planaire

Théorème 4.2.2 *La chaîne virtuelle d'un système planaire peut être identifiée à partir d'une procédure de calibration dans laquelle les valeurs angulaires et la position de la projection au sol (1 composante) du centre de masse du système sont enregistrées pour un nombre de postures distinctes du système (m) au moins égal au nombre de degrés de liberté (n) de ce dernier.*

Démonstration :
La chaîne virtuelle d'un système planaire à n degrés de liberté est décrite par :

$$\begin{Bmatrix} CoM_x \\ CoM_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^* & \mathbf{A}_2^* & \cdots & \mathbf{A}_n^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ \vdots \\ r_{n+1} \end{Bmatrix} \tag{4.8}$$

où $\mathbf{A}_i^* \in \Re^{2\times 1}$ et $r_i \in \Re^{1\times 1}$.

Si nous sommes en mesure d'acquérir la composante horizontale du centre de masse sur m positions distinctes (pi) avec $m \geq n$, nous pouvons alors constituer l'égalité suivante :

$$\begin{Bmatrix} CoM_x^{p1} \\ CoM_x^{p2} \\ \vdots \\ CoM_x^{pn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{x,1}^{*,p1} & \mathbf{A}_{x,2}^{*,p1} & \cdots & \mathbf{A}_{x,n}^{*,p1} \\ \mathbf{A}_{x,1}^{*,p2} & \mathbf{A}_{x,2}^{*,p2} & \cdots & \mathbf{A}_{x,n}^{*,p2} \\ \cdots & & & \\ \mathbf{A}_{x,1}^{*,pm} & \mathbf{A}_{x,2}^{*,pm} & \cdots & \mathbf{A}_{x,n}^{*,pm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ \vdots \\ r_{n+1} \end{Bmatrix} \tag{4.9}$$

où $\mathbf{A}_{x,i}^{*}$ correspond à la composante horizontale de $\mathbf{A}_i^*$.

Deux cas se présentent alors :

– Les mesures sont parfaites (cas théorique), seules $m = n$ postures distinctes sont nécessaires. Le système est alors parfaitement déterminé (la matrice composée des $\mathbf{A}_{x,i}^{*,pj}$ est de rang plein). Nous pouvons avoir recours à l'inversion pour identifier la chaîne virtuelle. La chaîne virtuelle obtenue sera exactement la même que si nous l'avions calculé à partir de la connaissance exacte des paramètres mécaniques du système.

$$\begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ \vdots \\ r_{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{x,1}^{*,p1} & \mathbf{A}_{x,2}^{*,p1} & \cdots & \mathbf{A}_{x,n}^{*,p1} \\ \mathbf{A}_{x,1}^{*,p2} & \mathbf{A}_{x,2}^{*,p2} & \cdots & \mathbf{A}_{x,n}^{*,p2} \\ \cdots & & & \\ \mathbf{A}_{x,1}^{*,pm} & \mathbf{A}_{x,2}^{*,pm} & \cdots & \mathbf{A}_{x,n}^{*,pm} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} CoM_x^{p1} \\ CoM_x^{p2} \\ \vdots \\ CoM_x^{pn} \end{Bmatrix} \tag{4.10}$$

– Les mesures ne sont pas parfaites (cas pratique), $m > n$ postures distinctes sont nécessaires (avec $m = n$, le système ne serait pas correctement déterminé). Nous devons avoir recours à la pseudo inversion pour identifier la chaîne virtuelle. La chaîne virtuelle obtenue localisera le centre de masse du système avec un certain pourcentage d'erreur dépendant de la qualité et quantité des mesures effectuées. Ce résultat étant directement lié à la pseudo inversion minimisant l'erreur quadratique de ce problème.

$$\begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ \vdots \\ r_{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{x,1}^{*,p1} & \mathbf{A}_{x,2}^{*,p1} & \cdots & \mathbf{A}_{x,n}^{*,p1} \\ \mathbf{A}_{x,1}^{*,p2} & \mathbf{A}_{x,2}^{*,p2} & \cdots & \mathbf{A}_{x,n}^{*,p2} \\ \cdots & & & \\ \mathbf{A}_{x,1}^{*,pm} & \mathbf{A}_{x,2}^{*,pm} & \cdots & \mathbf{A}_{x,n}^{*,pm} \end{bmatrix}^{+} \begin{Bmatrix} CoM_x^{p1} \\ CoM_x^{p2} \\ \vdots \\ CoM_x^{pn} \end{Bmatrix} \tag{4.11}$$

Exemple :

En faisant référence aux travaux publiés dans [Cotton et al., 2009b], cette approche est désormais illustrée sur un système arborescent planaire à trois degrés de liberté pour les cas théorique et pratique, Figure 4.3. Dans ce cas planaire, on peut affirmer par simple observation de la configuration du système et en s'appuyant sur la conjecture 2.1.1, qu'une chaîne virtuelle existe et permet d'en localiser le centre de masse :

$$\begin{Bmatrix} CoM_x \\ CoM_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta_1 & cos(\theta_1+\theta_2) & cos(\theta_1+\theta_3) \\ sin\theta_1 & sin(\theta_1+\theta_2) & sin(\theta_1+\theta_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{Bmatrix} \tag{4.12}$$

Dans le cas où le système dispose de capteurs d'efforts et en faisant l'hypothèse que ces derniers soient parfaits, nous pouvons mesurer la projection au sol de la position du centre de masse :

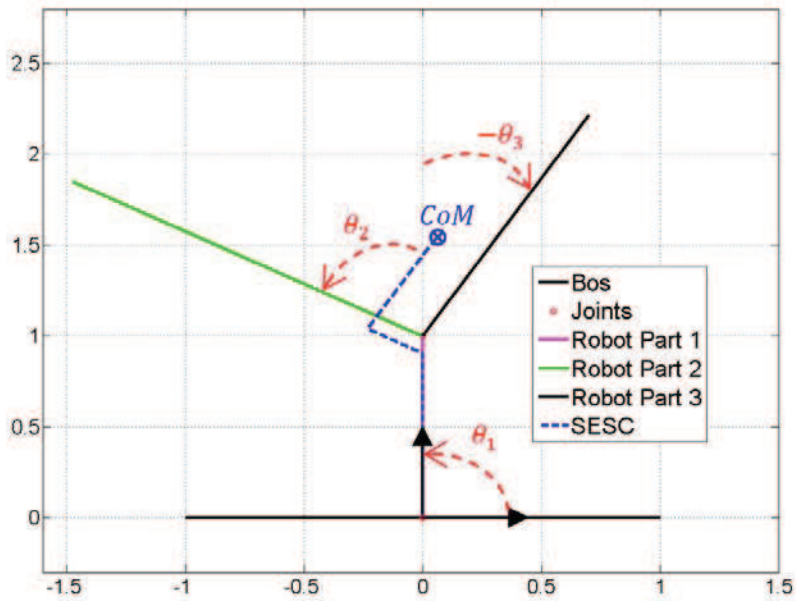


FIGURE 4.3 – Système arborescent planaire à 3 degrés de liberté et sa chaîne virtuelle estimée.

	Psotion du CoM (m)	Masse (kg)	Longueur (m)
Robot Part 1	0.5	1.4	1
Robot Part 2	0.8	2.5	1.7
Robot Part 3	1.2	3.6	1.4

TABLE 4.1 – Paramètres mécaniques du système représenté Figure 4.3.

$$CoM_x = \begin{Bmatrix} cos\theta_1 & cos(\theta_1+\theta_2) & cos(\theta_1+\theta_3) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{Bmatrix} \tag{4.13}$$

Les éléments de la chaîne virtuelle peuvent alors être exactement identifiés avec seulement 3 configurations différentes du système, cf. Figure 4.4(a). L'enregistrement des données de chacune de ces postures est représenté Table 4.2. Cet enregistrement nous permet de constituer l'égalité suivante :

CoM_x (m)	θ_1 (°)	θ_2 (°)	θ_3 (°)
0.9454	50	-60	30
0.3792	90	-20	-30
-0.774	130	-20	-30

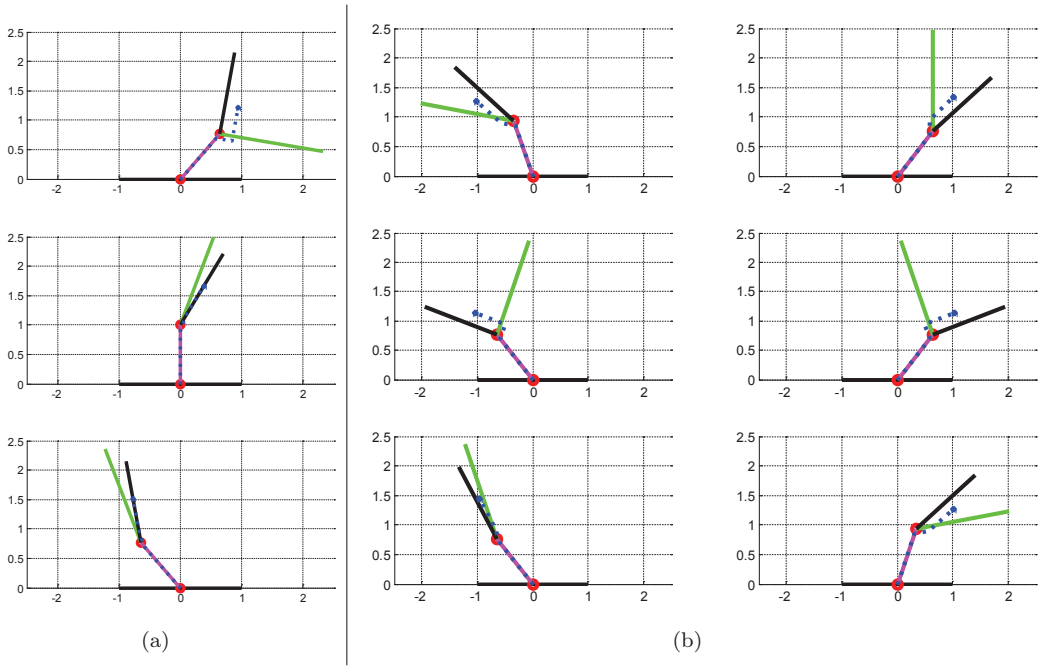
TABLE 4.2 – Enregistrement des données articulaires et de la position horizontale de centre de masse pour 3 configurations distinctes.

$$\begin{Bmatrix} CoM_x^{p1} \\ CoM_x^{p2} \\ CoM_x^{p3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta_1^{p1} & cos(\theta_1^{p1}+\theta_2^{p1}) & cos(\theta_1^{p1}+\theta_3^{p1}) \\ cos\theta_1^{p2} & cos(\theta_1^{p2}+\theta_2^{p2}) & cos(\theta_1^{p2}+\theta_3^{p2}) \\ cos\theta_1^{p3} & cos(\theta_1^{p3}+\theta_2^{p3}) & cos(\theta_1^{p3}+\theta_3^{p3}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{Bmatrix} \tag{4.14}$$

qui inversé nous permet d'identifier exactement les éléments de la chaîne virtuelle :

$$\begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta_1^{p1} & cos(\theta_1^{p1}+\theta_2^{p1}) & cos(\theta_1^{p1}+\theta_3^{p1}) \\ cos\theta_1^{p2} & cos(\theta_1^{p2}+\theta_2^{p2}) & cos(\theta_1^{p2}+\theta_3^{p2}) \\ cos\theta_1^{p3} & cos(\theta_1^{p3}+\theta_2^{p3}) & cos(\theta_1^{p3}+\theta_3^{p3}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} CoM_x^{p1} \\ CoM_x^{p2} \\ CoM_x^{p3} \end{Bmatrix} \tag{4.15}$$

$$\begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.9067 \\ 0.2667 \\ 0.5760 \end{Bmatrix}$$



(a) (b)

FIGURE 4.4 – Enregistrement des données articulaires et de la position horizontale de centre de masse : (a) pour 3 configurations distinctes avec des capteurs d'efforts parfaits, (b) pour 6 configurations en limite d'équilibre.

En absence de capteurs d'efforts, nous cherchons des configurations telles que le système soit en limite d'équilibre. Dans ce dernier cas la projection du centre de masse se retrouve en bordure de la base de support dont la géométrie est supposée connue, ce qui nous permet de déterminer sa position. Cependant dans ce cas la précision de la mesure diminue. Il est alors préférable d'augmenter le nombre d'enregistrement et d'utiliser la pseudo inverse en lieu et place de l'inverse. Pour cet exemple, nous avons choisi 6 configurations conduisant à une perte d'équilibre, ce qui nous a permis d'obtenir des résultats identiques à ceux obtenus avec des mesures faites à partir de capteurs d'efforts.

$$\begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta_1^{p1} & cos(\theta_1^{p1}+\theta_2^{p1}) & cos(\theta_1^{p1}+\theta_3^{p1}) \\ cos\theta_1^{p2} & cos(\theta_1^{p2}+\theta_2^{p2}) & cos(\theta_1^{p2}+\theta_3^{p2}) \\ & \cdots & \\ cos\theta_1^{p6} & cos(\theta_1^{p6}+\theta_2^{p6}) & cos(\theta_1^{p6}+\theta_3^{p6}) \end{bmatrix}^{+} \begin{Bmatrix} CoM_x^{p1} \\ CoM_x^{p2} \\ \vdots \\ CoM_x^{p6} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.9067 \\ 0.2667 \\ 0.5760 \end{Bmatrix} \tag{4.16}$$

CoM_x(m)	θ_1 (°)	θ_2 (°)	θ_3 (°)
1	50	20	10
1	50	40	-10
1	70	-60	-30
-1	110	40	30
-1	130	-60	30
-1	130	-40	10

TABLE 4.3 – Enregistrement des données articulaires et de la position horizontale du centre de masse pour 6 configurations en limite d'équilibre.

Une fois les paramètres de la chaîne virtuelle identifiés, nous pouvons les réinjecter dans l'équation (4.12) afin de localiser complètement le centre de masse du robot.

Nous avons vu deux méthodes permettant d'identifier la chaîne virtuelle d'un système planaire. Cependant dans la réalité, il est impossible de trouver des capteurs parfaits, l'enregistrement d'un nombre de configurations supérieurs aux degrés de liberté du système est alors nécessaire. Il en découle dans tous les cas pratique l'utilisation de la pseudo-inverse en lieu et place de l'inverse.

4.2.3 Identification spatiale

Théorème 4.2.3 *La chaîne virtuelle d'un système spatial peut être identifiée à partir d'une procédure de calibration dans laquelle les valeurs angulaires et la position de la projection au sol (2 composantes) du centre de masse du système sont enregistrées pour un nombre de postures distinctes du système (m) tel que $m \geq 3/2 * n$, n étant le nombre de degrés de liberté du système.*

Démonstration :

La chaîne virtuelle d'un système spatial à n degrés de liberté est décrite par :

$$\begin{Bmatrix} CoM_x \\ CoM_y \\ CoM_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^* & \mathbf{A}_2^* & \mathbf{A}_3^* & \cdots & \mathbf{A}_n^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_2 \\ \boldsymbol{r}_3 \\ \vdots \\ \boldsymbol{r}_{n+1} \end{Bmatrix} \tag{4.17}$$

Si nous sommes en mesure d'acquérir les composantes horizontales du centre de masse sur m positions distinctes (pi) avec $m \geq 3/2*n$, nous pouvons alors constituer l'égalité suivante :

$$\begin{Bmatrix} CoM_x^{p1} \\ CoM_y^{p1} \\ CoM_x^{p2} \\ CoM_y^{p2} \\ \vdots \\ CoM_x^{pn} \\ CoM_y^{pn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{x,1}^{*,p1} & \mathbf{A}_{x,2}^{*,p1} & \cdots & \mathbf{A}_{x,n}^{*,p1} \\ \mathbf{A}_{y,1}^{*,p1} & \mathbf{A}_{y,2}^{*,p1} & \cdots & \mathbf{A}_{y,n}^{*,p1} \\ \mathbf{A}_{x,1}^{*,p2} & \mathbf{A}_{x,2}^{*,p2} & \cdots & \mathbf{A}_{x,n}^{*,p2} \\ \mathbf{A}_{y,1}^{*,p2} & \mathbf{A}_{y,2}^{*,p2} & \cdots & \mathbf{A}_{y,n}^{*,p2} \\ \cdots & & & \\ \mathbf{A}_{x,1}^{*,pm} & \mathbf{A}_{x,2}^{*,pm} & \cdots & \mathbf{A}_{x,n}^{*,pm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_2 \\ \boldsymbol{r}_3 \\ \vdots \\ \boldsymbol{r}_{n+1} \end{Bmatrix} \tag{4.18}$$

où $\mathbf{A}^*_{x,i}$ et $\mathbf{A}^*_{y,i}$ correspondent aux composantes horizontales de $\mathbf{A}^*_i$.

Deux cas se présentent alors :

– Les mesures sont parfaites (cas théorique). Chaque $\boldsymbol{r}_i$ est constitué de 3 composantes. Il y a par conséquent $3n$ composantes à identifier. Chaque posture fournit 2 composantes horizontales du centre de masse. Pour obtenir un système déterminé et pouvoir recourir à l'inversion, il faut alors que l'on puisse prendre un nombres de postures distinctes m, tel que $2m = 3n$ ou plus simplement $m = 3/2 * n$. Même avec des capteurs parfaits ce cas n'est donc pas toujours réalisables (nous ne pouvons pas prendre une demi-posture).

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_2 \\ \boldsymbol{r}_3 \\ \vdots \\ \boldsymbol{r}_{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{*,p1}_{x,1} & \mathbf{A}^{*,p1}_{x,2} & \cdots & \mathbf{A}^{*,p1}_{x,n} \\ \mathbf{A}^{*,p1}_{y,1} & \mathbf{A}^{*,p1}_{y,2} & \cdots & \mathbf{A}^{*,p1}_{y,n} \\ \mathbf{A}^{*,p2}_{x,1} & \mathbf{A}^{*,p2}_{x,2} & \cdots & \mathbf{A}^{*,p2}_{x,n} \\ \mathbf{A}^{*,p2}_{y,1} & \mathbf{A}^{*,p2}_{y,2} & \cdots & \mathbf{A}^{*,p2}_{y,n} \\ \cdots & & & \\ \mathbf{A}^{*,pm}_{x,1} & \mathbf{A}^{*,pm}_{x,2} & \cdots & \mathbf{A}^{*,pm}_{x,n} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} CoM^{p1}_x \\ CoM^{p1}_y \\ CoM^{p2}_x \\ CoM^{p2}_y \\ \vdots \\ CoM^{pn}_x \\ CoM^{pn}_y \end{Bmatrix} \tag{4.19}$$

– Les mesures ne sont pas parfaites (cas pratique), $m > 3/2 * n$ postures distinctes sont nécessaires. Nous devons avoir recours à la pseudo inversion pour identifier la chaîne virtuelle. La chaîne virtuelle obtenue localisera le centre de masse du système avec un certain pourcentage d'erreur dépendant de la qualité et quantité des mesures effectuées. Là encore, ce résultat est directement lié à la pseudo inversion minimisant l'erreur quadratique de ce problème. Contrairement au cas planaire, nous sommes dans l'incapacité de retrouver des paramètres identiques proche de ceux de la chaîne virtuelle qui pourrait être construite à partir de la connaissance exacte des paramètres mécaniques du système. Une explication possible de ce phénomène est une sur-détermination trop importante du système qui implique un plus grand choix de solutions. La pseudo inverse utilisée ici (Moore-Penrose) choisie une de ces solutions. Par conséquent, ce constat conforte la propriété de non-unicité des chaînes virtuelles énoncée dans la section 2.1.4.

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_2 \\ \boldsymbol{r}_3 \\ \vdots \\ \boldsymbol{r}_{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{*,p1}_{x,1} & \mathbf{A}^{*,p1}_{x,2} & \cdots & \mathbf{A}^{*,p1}_{x,n} \\ \mathbf{A}^{*,p1}_{y,1} & \mathbf{A}^{*,p1}_{y,2} & \cdots & \mathbf{A}^{*,p1}_{y,n} \\ \mathbf{A}^{*,p2}_{x,1} & \mathbf{A}^{*,p2}_{x,2} & \cdots & \mathbf{A}^{*,p2}_{x,n} \\ \mathbf{A}^{*,p2}_{y,1} & \mathbf{A}^{*,p2}_{y,2} & \cdots & \mathbf{A}^{*,p2}_{y,n} \\ \cdots & & & \\ \mathbf{A}^{*,pm}_{x,1} & \mathbf{A}^{*,pm}_{x,2} & \cdots & \mathbf{A}^{*,pm}_{x,n} \end{bmatrix}^{+} \begin{Bmatrix} CoM^{p1}_x \\ CoM^{p1}_y \\ CoM^{p2}_x \\ CoM^{p2}_y \\ \vdots \\ CoM^{pn}_x \\ CoM^{pn}_y \end{Bmatrix} \tag{4.20}$$

Exemple :

L'identification de la chaîne virtuelle d'un système spatial peut être réalisée si l'on est capable de mesurer les deux composantes horizontales du centre de masse. En effet nous avons constaté empiriquement que la connaissance d'une seule composante ne permettait pas d'obtenir une identification correcte, c'est à dire avec une erreur inférieure à un pour cent de la longueur de la base de support. Comme pour l'exemple

précédent, nous allons dérouler le processus d'identification, mais cette fois ci, sur un système spatial série à trois degrés de liberté représenté Figure 4.5. Dans ce cas spatial, l'équation de l'organe terminal de la chaîne virtuelle à identifier est décrite par :

$$\begin{Bmatrix} CoM_x \\ CoM_y \\ CoM_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_2 \\ \boldsymbol{r}_3 \\ \vdots \\ \boldsymbol{r}_4 \end{Bmatrix} \tag{4.21}$$

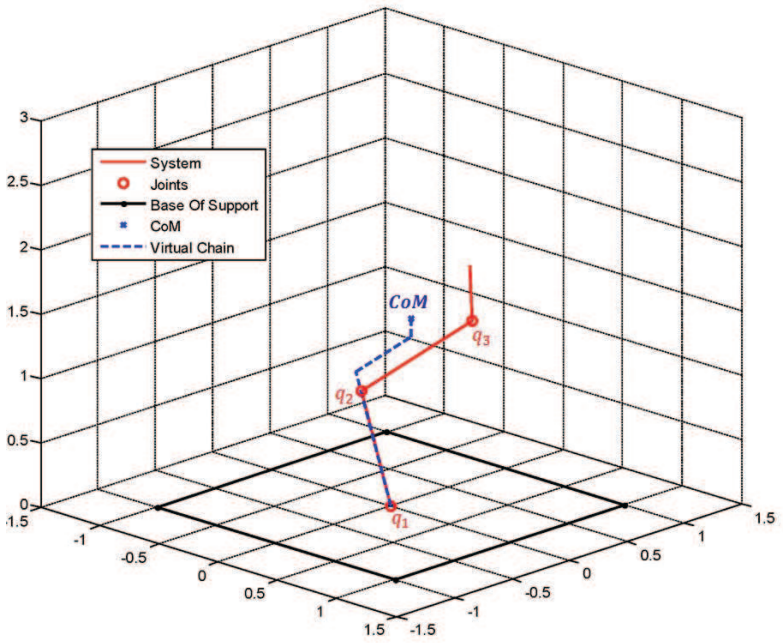


FIGURE 4.5 – Système série spatial à 3 degrés de liberté et sa chaîne virtuelle estimée.

En réduisant le système aux deux composantes horizontales du centre de masse qui peuvent être mesurées par des capteurs d'efforts, nous obtenons :

$$\begin{Bmatrix} CoM_x \\ CoM_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{h1} & \mathbf{A}_{h1}\mathbf{A}_{h2} & \mathbf{A}_{h1}\mathbf{A}_{h2}\mathbf{A}_{h3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_2 \\ \boldsymbol{r}_3 \\ \vdots \\ \boldsymbol{r}_4 \end{Bmatrix} \tag{4.22}$$

où $\mathbf{A}_{hi}$ désigne la matrice de rotation associée à l'articulation i et composée uniquement des deux premières lignes de la matrice $\mathbf{A}_i$. Par conséquent $\mathbf{A}_{hi} \in \Re^{2\times 3}$.

Les liens de la chaîne virtuelle représentent $3n$ paramètres à identifier avec ici $n = 3$. Nous aurons donc besoin de m configurations différentes pour résoudre le système avec $m \geq 3/2 * n$. Le cas théorique n'est ici pas envisageable car il nécessiterait $m = 3/2 * 3 = 4,5$ postures, ce qui n'est pas réalisable. Seul une pseudo inversion basée sur $m > 3/2 * n$ postures distinctes est réalisable. Cela nous conduit donc à l'équation suivante :

$$\begin{Bmatrix} CoM_x^{p1} \\ CoM_y^{p1} \\ \vdots \\ CoM_x^{pm} \\ CoM_y^{pm} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{h1}^{p1} & \mathbf{A}_{h1}^{p1}\mathbf{A}_{h2}^{p1} & \mathbf{A}_{h1}^{p1}\mathbf{A}_{h2}^{p1}\mathbf{A}_{h3}^{p1} \\ & \vdots & \\ \mathbf{A}_{h1}^{pm} & \mathbf{A}_{h1}^{pm}\mathbf{A}_{h2}^{pm} & \mathbf{A}_{h1}^{pm}\mathbf{A}_{h2}^{pm}\mathbf{A}_{h3}^{pm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_2 \\ \boldsymbol{r}_3 \\ \vdots \\ \boldsymbol{r}_4 \end{Bmatrix} \tag{4.23}$$

Les paramètres de la chaîne virtuelle sont donc obtenus par pseudo inversion :

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_2 \\ \boldsymbol{r}_3 \\ \vdots \\ \boldsymbol{r}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{h1}^{p1} & \mathbf{A}_{h1}^{p1}\mathbf{A}_{h2}^{p1} & \mathbf{A}_{h1}^{p1}\mathbf{A}_{h2}^{p1}\mathbf{A}_{h3}^{p1} \\ & \vdots & \\ \mathbf{A}_{h1}^{pm} & \mathbf{A}_{h1}^{pm}\mathbf{A}_{h2}^{pm} & \mathbf{A}_{h1}^{pm}\mathbf{A}_{h2}^{pm}\mathbf{A}_{h3}^{pm} \end{bmatrix}^{+} \begin{Bmatrix} CoM_x^{p1} \\ CoM_y^{p1} \\ \vdots \\ CoM_x^{pm} \\ CoM_y^{pm} \end{Bmatrix} \tag{4.24}$$

Application numérique

En choisissant comme matrices de transformation :

$${}^0\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\theta_1) & -sin(\theta_1) & 0 \\ 0 & sin(\theta_1) & cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} cos(\theta_2) & 0 & sin(\theta_2) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -sin(\theta_2) & 0 & cos(\theta_2) & l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2\mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} cos(\theta_3) & -sin(\theta_3) & 0 & 0 \\ sin(\theta_3) & cos(\theta_3) & 0 & l_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et en utilisant les paramètres mécaniques suivant :

- $l_2 = 1$ et $l_3 = 0.8$
- $m_1 = 1.2$, $m_2 = 0.5$ et $m_3 = 1.3$
- $c_1 = \{0.1, 0.2, 0.5\}$, $c_2 = \{0.5, 0.5, 0.6\}$ et $c_3 = \{0.1, 0.5, 0.4\}$

nous obtenons, avec 6 configurations distinctes :

- $r_2 = \{0.040, 0.255, 1.2\}$
- $r_3 = \{0.083, 0.255, 0.137\}$
- $r_4 = \{0.043, 0.217, 0.137\}$

Une fois la chaîne virtuelle identifiée, cette dernière permet de localiser le centre de masse du système avec la même précision que si nous avions pu calculer sa chaîne virtuelle en disposant des paramètres mécaniques du système, c'est à dire avec une erreur nulle, bien que ces deux chaînes virtuelles soient distinctes.

4.2.4 Validation expérimentale du processus d'identification sur le robot HOAP3

Le principe d'identification planaire de la chaîne virtuelle a été mis en place dans [Cotton et al., 2009b] pour localiser le centre de masse dans le plan frontal du robot

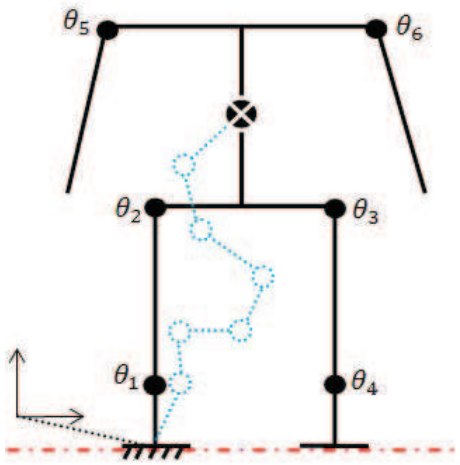


FIGURE 4.6 – Modèle simplifié du HOAP3 dans le plan frontal et sa chaîne virtuelle.

HOAP3. Six articulations permettent au robot de générer un mouvement dans ce plan : les chevilles, les hanches et les épaules, cf. Figure 4.6. Par observation de la géométrie du robot et par la connaissance de l'existence d'une chaîne virtuelle, nous pouvons localiser son centre de masse par l'équation :

$$\begin{Bmatrix} CoM_x \\ CoM_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^* & \mathbf{A}_2^* & \mathbf{A}_3^* & \cdots & \mathbf{A}_6^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ \vdots \\ r_7 \end{Bmatrix} \tag{4.25}$$

où $\mathbf{A}_i^* \in \Re^{2\times 1}$

Collecte des données

L'identification des paramètres de la chaîne virtuelle nécessite ici la détermination de six inconnues. Pour déterminer ces inconnues, il faut acquérir, sur au moins 6 configurations, la position horizontale du centre de masse ainsi que les 6 valeurs articulaires et ce pour chacune des configurations. L'acquisition des valeurs articulaires est assez simple sur le HOAP3, elle peut-être directement obtenue à partir des codeurs incrémentaux placés sur chaque articulation. La résolution des codeurs, de 209 pulsations par degré, rend la mesure très précise. L'acquisition de la composante horizontale du centre de masse (sa projection au sol) est obtenue en cherchant des configurations dans lesquelles le robot se retrouve en perte d'équilibre. Dans une telle configuration, le centre de masse se retrouve au bord de la base de support dont nous connaissons la géométrie. Deux positions sont alors admissibles pour la projection au sol du centre de masse (bord gauche ou droit de la base de support) selon la configuration du robot. Cependant cette méthodologie présente le désavantage de ne pas être très précise, c'est pourquoi il a fallu collecter bien plus de données que le cas théorique l'indique. Pour s'assurer de trouver la configuration la plus proche de la perte d'équilibre nous avons cherché l'instant pour lequel les forces provenant des capteurs d'efforts des pieds deviennent négligeables (<10N), indiquant un basculement du robot, cf. Figure 4.8.

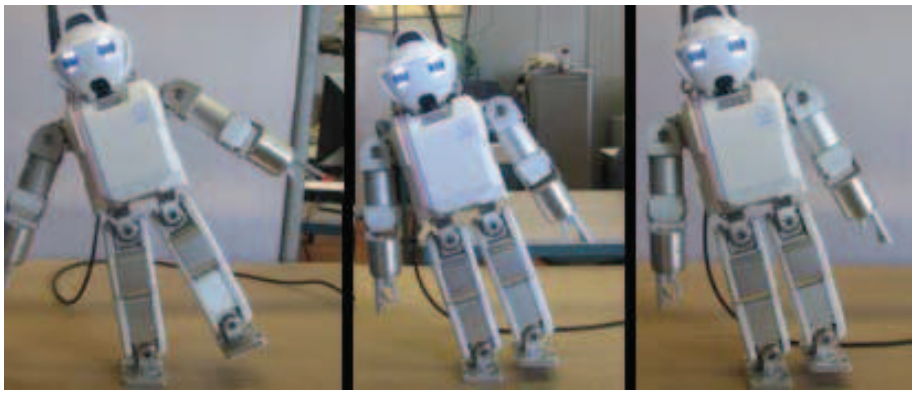


FIGURE 4.7 – Postures utilisées pour identifier la chaîne virtuelle du HOAP3 dans le plan frontal.

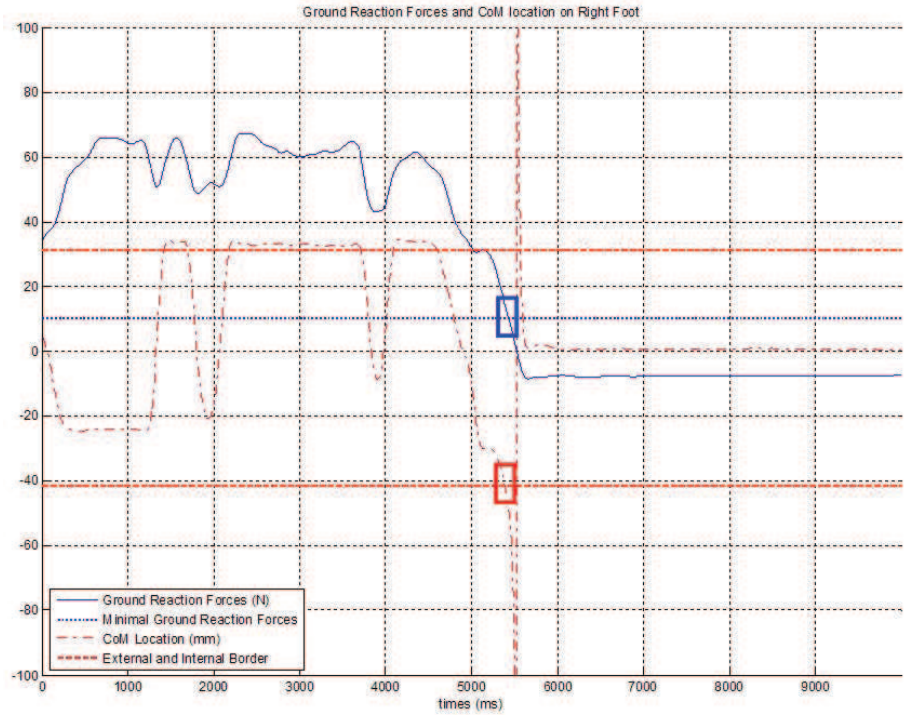
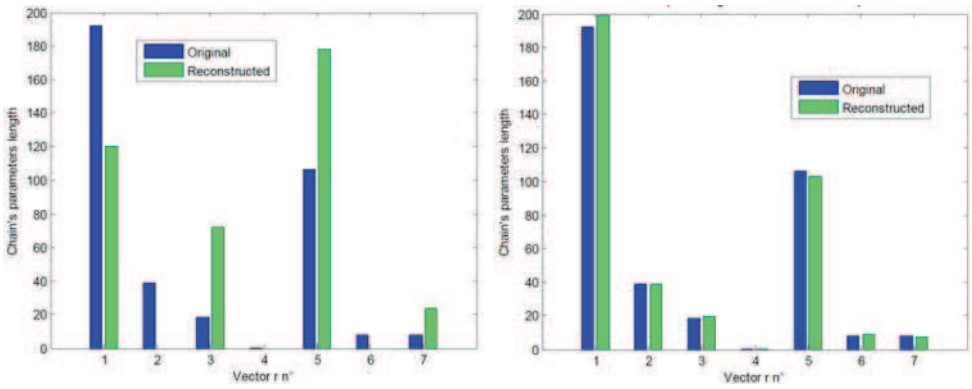


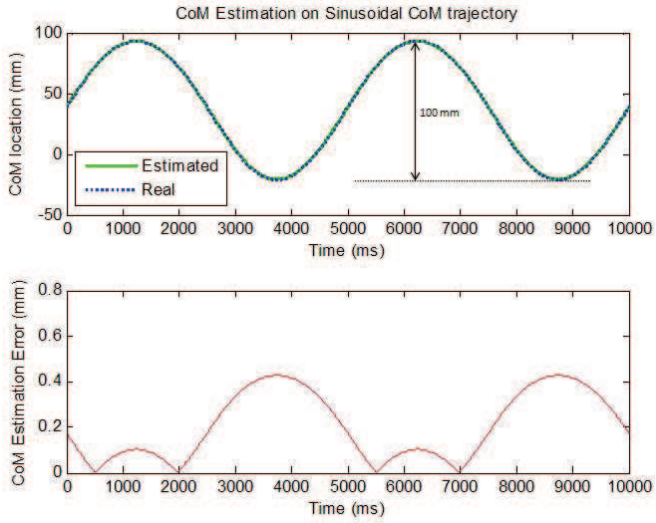
FIGURE 4.8 – Recherche de l'instant à partir duquel le robot perd son équilibre, les forces de réaction au sol deviennent négligeables.

Résultat de l'identification planaire

Pour valider les résultats obtenus, nous avons comparé les longueurs des segments de la chaîne virtuelle identifiée avec ceux de la chaîne virtuelle construite à partir des paramètres mécaniques du robot fournis par le constructeur. Nous pouvons voir sur la Figure 4.9 qu'avec peu de configurations (6), la chaîne virtuelle identifiée ne correspond pas à la chaîne virtuelle exacte, tandis qu'avec le double de configurations (12) (que de degrés de liberté du robot), l'identication devient acceptable conduisant à une erreur maximale de 0.4mm pour un mouvement sinusoïdal du centre de masse et ayant une amplitude de 100mm. Cette erreur est donc inférieure à 1% de la largeur de la base de support (73mm).



(a) Chaîne virtuelle identifiée avec 6 postures (b) Chaîne virtuelle identifiée avec 12 postures



(c) Mesure de la précision de l'estimation du centre de masse sur un mouvement sinusoïdal de ce dernier

FIGURE 4.9 – La précision de l'identification augmente avec le nombre de postures.

4.2.5 Sensibilité de l'identification

À la vue de tels résultats, il est naturel de se demander combien de postures sont nécessaires pour réaliser une estimation correcte. Il n'y a malheureusement pas de réponse précise à cette question car la qualité de l'identification repose en premier lieu sur la qualité des capteurs et la collecte des données. Nous pouvons cependant apporter quelques éléments de réponse. Premièrement, de part la grande quantité des expériences que nous avons menées, il semblerait qu'une identification réalisée à partir d'un seuil correspondant au double du minimum de configurations distinctes ($m \geq 2{*}n$ dans le cas planaire et $m \geq 2{*}3/2{*}n$ dans le cas spatial) permet de donner des résultats acceptables sur les systèmes robotiques actuels (erreur inférieure à 1% de la largeur de la base de support). De part la connaissance a priori exacte des paramètres mécaniques du HOAP3, nous avons pu volontairement introduire des erreurs connues lors de la phase de collecte des données et observer l'erreur obtenue sur la position du centre de masse, cf. Table 4.4. Enfin nous avons proposé dans [Cotton et al., 2009b] d'utiliser le modèle cinématique direct du centre de masse ($\dot{\boldsymbol{CoM}} = \mathbf{J}_{\boldsymbol{CoM}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}$) pour déterminer quelle articulation avait le plus d'influence sur les variations du centre de masse. Cela permet de choisir des configurations pour

lesquelles une erreur de mesure sur les variables articulaires entraine une petite variation du centre de masse, ce qui par conséquent diminuera le taux d'erreur global de l'identification.

Erreur sur les données collectées	Estimation du CoM(mm)	
	Erreur maximale	Erreur moyenne
5%	8.5	7.9
10%	22.6	18
20%	51.5	37.7

TABLE 4.4 – Erreur de localisation du centre de masse en fonction du pourcentage d'erreur des mesures effectuées lors de la phase d'identification pour le HOAP3.

La précision du modèle géométrique du système peut aussi être une source d'erreur. En effet, comme nous l'avons cité dans la section 4.2.1 de nombreux phénomènes liés à des erreurs de modélisations ou à une usure du système peuvent entrainer une différence significative entre le modèle théorique du système et le système réel. Cependant ces erreurs sont majoritairement éliminées par le fait que la chaîne virtuelle est établie à partir d'une phase de calibration sur le système réel. L'utilisation de la pseudo inversion (basée sur une minimisation de l'erreur quadratique) lors de cette phase de calibration permet alors de diminuer l'erreur moyenne d'estimation.

4.3 Application à l'humain

4.3.1 Extension à l'humain du processus d'identification

Afin de palier aux problèmes rencontrés par les méthodologies existantes dans l'estimation du centre de masse chez l'humain, nous avons proposé d'adapter la méthode d'identification de la chaîne virtuelle d'un système robotique à l'humain [Cotton et al., 2009a]. Cette méthode permet de déterminer précisément toutes les composantes du centre de masse d'un sujet, en temps réel et sans être soumis à une restriction de l'espace de déplacement du sujet. De part sa précision, qui a été expérimentalement démontrée comme au moins égale à la précision donnée par les méthodes existantes, cette méthodologie s'impose aujourd'hui comme référence dans l'estimation du centre de masse chez l'humain. Cependant son adaptation à l'humain a nécessité quelques modifications. Comme nous l'avons vu pour les systèmes robotisés trois points sont nécessaires à l'identification d'une chaîne virtuelle : la construction d'un modèle géométrique du système, l'acquisition des valeurs articulaires et la mesure des composantes horizontales du centre de masse sur un certain nombre de postures distinctes. Nous détaillons maintenant chacun de ces points :

Le premier point concerne la modélisation géométrique d'un individu. Comme nous l'avons vu dans les méthodes d'estimation basées sur des tables anthropométriques, section 4.1.2, il va falloir utiliser un modèle se rapprochant au plus de l'humain. En effet les modélisations utilisée pour les systèmes que nous avons étudiés jusqu'ici sont basés sur des hypothèses simplificatrices (telles que des liens non déformables ou des centres de rotations clairement définis) qui ne sont pas forcément

exactent chez l'humain. Il faut donc avoir conscience que l'utilisation de ces hypothèses introduit un biais dans notre processus d'identification qu'il faudra tenter de réduire par l'utilisation de modèles représentant au mieux l'humain. Nous verrons par la suite aux travers de nos différentes expérimentations comment nous avons fait évoluer notre modèle géométrique de l'humain, d'un cas planaire simple vers un modèle plus évolué permettant l'analyse des variations du centre de masse pendant la marche.

Le second point concerne l'acquisition des variables articulaires. Contrairement à un robot, l'humain ne dispose pas de systèmes mesures (de type codeur incrémental) nous permettant d'obtenir la valeur angulaire d'une articulation. Nous devons par conséquent faire appel à un système de mesure externe. De nombreux équipements sont destinés à cet effet, nous en retiendrons deux qui semblent être les plus adaptés à notre étude : les goniomètres et les équipements de capture du mouvement (*Motion Capture*). Les goniomètres sont des équipements que l'on attache directement au sujet au niveau de l'articulation que l'on désire mesurer. Non-invasif, ils permettent de mesurer uniquement une rotation dans un ou deux plans selon leur composition (potentiomètre ou jauges de contraintes). Bien que donnant directement la valeur angulaire et ne nécessitant pas de traitement à postériori, ils sont par conséquent limité à des mesures angulaires sur des articulations simples (de type genoux) et ne permettront pas de mesures sur des articulations plus complexe, de type épaule. La capture du mouvement s'impose alors comme la solution la plus adaptée. Un système de capture du mouvement se compose d'un ensemble de caméras synchronisées qui détectent la position spatiale de marqueurs réfléchissants, voir Figure 4.10. Ces marqueurs sont placés de façon très précise et en suivant des règles bien particulières (comme la détection du centre de rotation de l'articulation). Une fois les marqueurs placés, le système reconstitue virtuellement le modèle du sujet à partir duquel nous pouvons déterminer en temps réel les valeurs angulaires de ses articulations.



(a) Equipement de capture du mouvement

(b) Marqueurs réfléchissants

FIGURE 4.10 – (a) Équipement de motion capture enregistrant la position de marqueurs positionnés sur un sujet (b)

Le dernier point concerne l'acquisition des composantes horizontales du centre de masse. Sur un sol plat les composantes horizontales du centre de masse sont égales à la projection au sol de ce dernier. Dans un cas statique le centre des pressions est équivalent au centre de masse. Nous allons donc pouvoir déterminer les composantes horizontales du centre de masse d'un sujet à partir de son centre des pressions, et à condition que le sujet maintienne une posture statique. Le centre des pressions est obtenu quand à lui à partir de plateformes d'effort. Cependant dans le processus d'estimation de la chaîne virtuelle, les composantes horizontales du centre de masse doivent être exprimée par rapport au référentiel de base de la chaîne virtuelle et non par rapport à celui de la plateforme d'effort. Il faut par conséquent ramener par le biais d'une translation le centre des pressions calculé dans le référentiel de la plateforme $\boldsymbol{CoP}^{FP}$ dans le référentiel de base de la chaîne virtuelle comme le suggère l'équation (4.26).

$$\begin{aligned} CoM_x \approx CoP_x^S = CoP_x^{FP} - X_s \\ CoM_y \approx CoP_y^S = CoP_y^{FP} - Y_s \end{aligned} \tag{4.26}$$

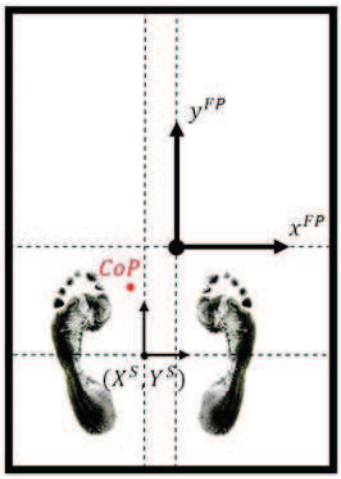


FIGURE 4.11 – Référentiels du sujet et de la plateforme d'effort.

Le deuxième point attirant notre attention est qu'il est impossible pour un sujet de maintenir une posture parfaitement statique. Des micros variations (quelques millimètres) vont alors apparaitre au niveau du centre des pressions. On s'assurera donc lors des phases d'identification de la chaîne virtuelle que le sujet maintient pendant une certaine durée des postures statiques pour lesquelles les variations de son centre des pressions sont inférieures à quelques millimètres. Pour obtenir l'intervalle de temps dans lequel la posture est la plus statique, nous avons proposé de chercher pour chaque posture une fenêtre de temps de 500ms dans laquelle l'écart type du centre des pressions est minimal et pour laquelle les variations du centre des pressions sont inférieures à 1mm. Dans ce cas, les variations du centre des pressions deviennent négligeables devant la taille de son espace de travail (taille du pied du sujet), centre de masse et centre des pressions sont alors quasi égaux. La recherche de cet état quasi statique du sujet sera illustrée dans les sections suivantes pour les expérimentations que nous avons menées.

Étant donné les équipements utilisés, il est impossible de réaliser des mesures exactes des positions angulaires et des composantes horizontales du centre de masse. Il va donc falloir procéder à une collecte de données sur un nombre de postures au moins deux fois supérieur au seuil requis. Au final le protocole d'identification de la chaîne virtuelle d'un humain peut être résumé de la façon suivante :

1. Choix d'un modèle géométrique de l'humain selon le mouvement à analyser.
2. Établissement de la chaîne virtuelle du sujet à partir du modèle géométrique. À ce stade tous les paramètres de la chaîne virtuelle sont inconnus.
3. Sélection de m postures différentes avec $m \geq 2n$ dans le cas planaire et $m \geq 3/2 * n$ dans le cas spatial. Le choix de ces postures n'est pas effectué au hasard mais au travers d'une analyse de sensibilité (section 4.2.5.
4. Collecte des données (valeurs angulaires et CoP) pour chacune des postures statiques.
5. Résolution du système selon l'équation (4.27). Les paramètres de la chaîne virtuelle sont désormais complètement identifiés.
6. La phase d'identification est terminée, l'utilisation de la plateforme n'est plus nécessaire, le sujet est libre de se déplacer dans l'environnement de travail du système de capture du mouvement.
7. Le centre de masse est estimé en temps réel à partir de la chaîne virtuelle du sujet, équation (4.4), et des données angulaires.

$$\boldsymbol{R} = \mathbf{D}^{+} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM}_1, x \\ \boldsymbol{CoM}_1, y \\ \vdots \\ \boldsymbol{CoM}_n, x \\ \boldsymbol{CoM}_n, y \end{Bmatrix} \tag{4.27}$$

4.3.2 Validation expérimentale du processus d'identification chez l'humain

Le processus d'identification de la chaîne virtuelle a tout d'abord été testé sur un sujet oscillant dans le plan sagittal. Le but de cette première expérimentation était de comparer les résultats obtenus avec le processus d'identification de la chaîne virtuelle à ceux obtenus avec les méthodes pré existantes (*Low Pass Filter* section 4.1.2 et *Second Integral* section 4.1.2) afin de valider notre approche. Le modèle associé au sujet est un modèle à trois degrés de liberté (cheville, genoux et hanche) dans lequel les articulations des côtés gauche et droit fonctionnent à l'unisson, voir Figure 4.12.

L'organe terminal de la chaîne virtuelle à identifier est déterminé par :

$$\begin{Bmatrix} CoM_x \\ CoM_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & sin(\theta_1) & sin(\theta_1+\theta_2) & sin(\theta_1+\theta_2+\theta_3) \\ 1 & cos(\theta_1) & cos(\theta_1+\theta_2) & cos(\theta_1+\theta_2+\theta_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{Bmatrix} \tag{4.28}$$

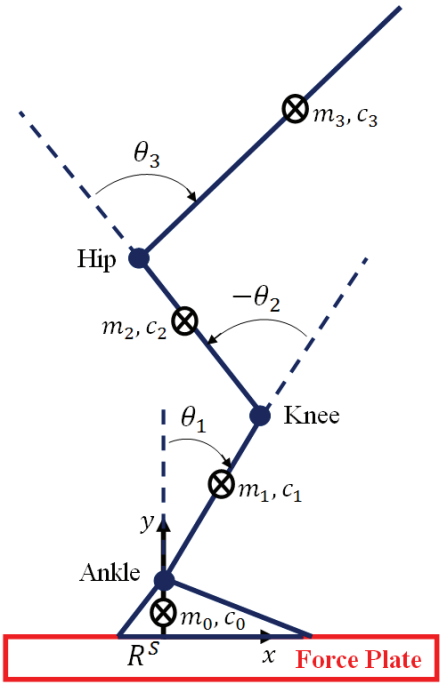


FIGURE 4.12 – Modèle géométrique simplifié d'un sujet dans le plan sagittal.

où

$$\begin{aligned} r_1 &= d_0\left(m_1+m_2+m_3\right)/M + m_0/M \approx d_0 \\ r_2 &= \left(m_1c_1 + d_1(m_2+m_3)\right)/M \\ r_3 &= \left(m_2c_2 + d_2d_4m_3\right)/M \\ r_4 &= \left(m_3c_3\right)/M \end{aligned} \tag{4.29}$$

Nous remarquons ici que r_1 est quasi égal à d_0. d_0 correspond à la hauteur de la cheville et peut être obtenu avec le système de capture du mouvement par l'intermédiaire des marqueurs placés sur les malléoles du sujet. On peut donc extraire r_1 de l'équation (4.28) ce qui diminue la complexité du système et par la même occasion le nombre de postures nécessaires à la phase d'identification.

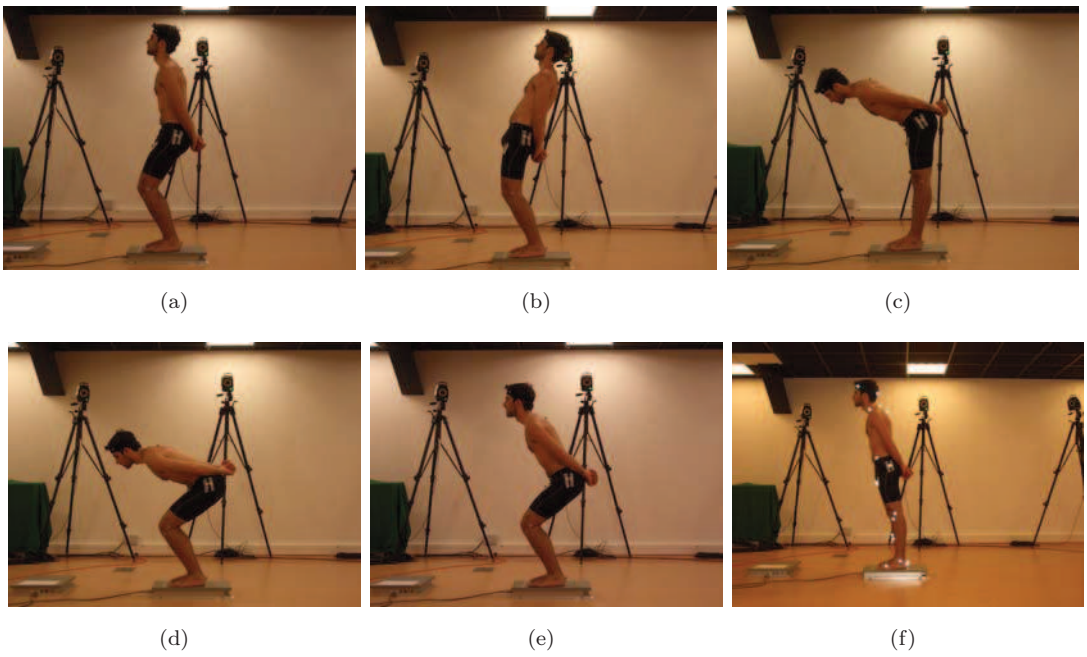
$$\begin{Bmatrix} CoM_x \\ CoM_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} sin(\theta_1) & sin(\theta_1+\theta_2) & sin(\theta_1+\theta_2+\theta_3) \\ cos(\theta_1) & cos(\theta_1+\theta_2) & cos(\theta_1+\theta_2+\theta_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ d_0 \end{Bmatrix} \tag{4.30}$$

Dans le but de l'estimation, nous ne considérons que la partie correspondant à la projection au sol du centre de masse de l'équation précédente :

$$CoM_x = \begin{bmatrix} sin(\theta_1) & sin(\theta_1+\theta_2) & sin(\theta_1+\theta_2+\theta_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{Bmatrix} \tag{4.31}$$

En collectant suffisamment de données, ici sur 6 postures distinctes (Figure 4.13) nous pouvons constituer l'égalité suivante :

$$\begin{Bmatrix} CoM_{1,x} \\ \vdots \\ CoM_{6,x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} sin(\theta_1^1) & sin(\theta_1^1+\theta_2^1) & sin(\theta_1^1+\theta_2^1+\theta_3^1) \\ \vdots & & \\ sin(\theta_1^6) & sin(\theta_1^6+\theta_2^6) & sin(\theta_1^6+\theta_2^6+\theta_3^6) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{Bmatrix} = \mathbf{DR} \quad (4.32)$$

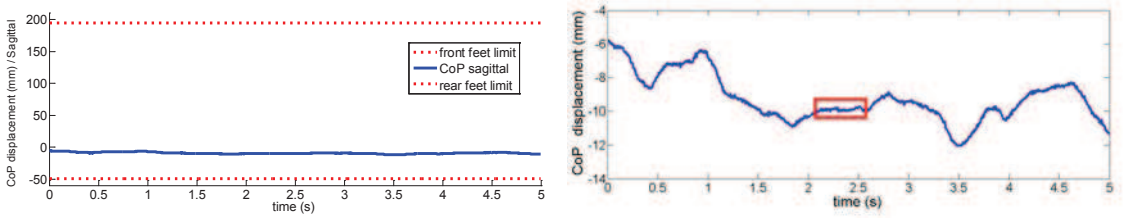


(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

FIGURE 4.13 – Postures distinctes permettant d'identifier la chaîne série d'un sujet se mouvant dans le plan sagittal et en utilisant uniquement ses chevilles, genoux et hanches comme articulations.

Pour s'assurer que les données soient collectées sur des postures statiques, nous cherchons durant la période de maintient de la posture, une période de 500ms pour laquelle l'écart type du centre des pressions est minimal et pour laquelle les variations du centre des pressions sont minimales, bien que ces dernières soient déjà minimaliste en regard de l'espace de travail du centre des pressions (Figure 4.14(a)). C'est donc sur cette fenêtre que seront enregistrés centre des pressions et valeurs angulaires.



(a) Variation du centre des pressions dans la base de support

(b) La fenêtre rouge indique la période de 500ms la plus statique

FIGURE 4.14 – Grossissement de la figure de gauche : recherche de la période de 500ms la plus statique pendant le maintient d'une posture.

On obtient alors un système sur-déterminé, tous les paramètres de la chaîne virtuelle deviennent identifiable par l'équation (4.27). En réinjectant ces paramètres

dans l'équation (4.30), nous sommes en mesure d'estimer la position du centre de masse du sujet dans le plan sagittal, là où les autres méthodes ne vont nous donner qu'une estimation partielle (composante horizontale du centre masse). Dans notre cas, pour un sujet de type caucasien, âgé de 23 ans et pesant 80kg pour 1m84, les paramètres de la chaîne virtuelle identifiée et localisant son centre de masse ont pour valeurs :

$$\begin{aligned} r_1 &\approx d_0 = 7.5cm \\ r_2 &= 53.4cm \\ r_3 &= 43.4cm \\ r_4 &= 17.6cm \end{aligned}$$

La première étape de validation des résultats obtenus est une étape de validation statique. Elle consiste à comparer sur de nouvelles postures statiques la composante horizontale du centre de masse estimée par la chaîne virtuelle au centre des pressions calculé à partir de la plateforme de force. La Figure 4.15 montre que centre des pressions et composante horizontale du centre de masse coïncident, ce qui n'est pas le cas du résultat obtenu à partir des tables anthropométriques de Winter. En effet bien que le sujet ait un IMC [1] (23.6) le classant dans la catégorie "corpulence normale", on voit bien que le centre de masse calculé à partir de tables anthropométriques est erroné. Cela confirme le fait que les tables anthropométriques usuelles ne permettent pas d'obtenir une information précise sur le centre de masse. On ne peut donc que penser que cette tendance s'accentuera pour des personnes dont la morphologie s'éloigne des standards utilisés dans les tables anthropométriques. La méthode d'estimation étant validée pour les mesures statiques, nous pouvons désormais comparer le centre de masse obtenu par notre méthode aux autres méthodes existantes afin de vérifier sa valider pour des mouvements non statiques.

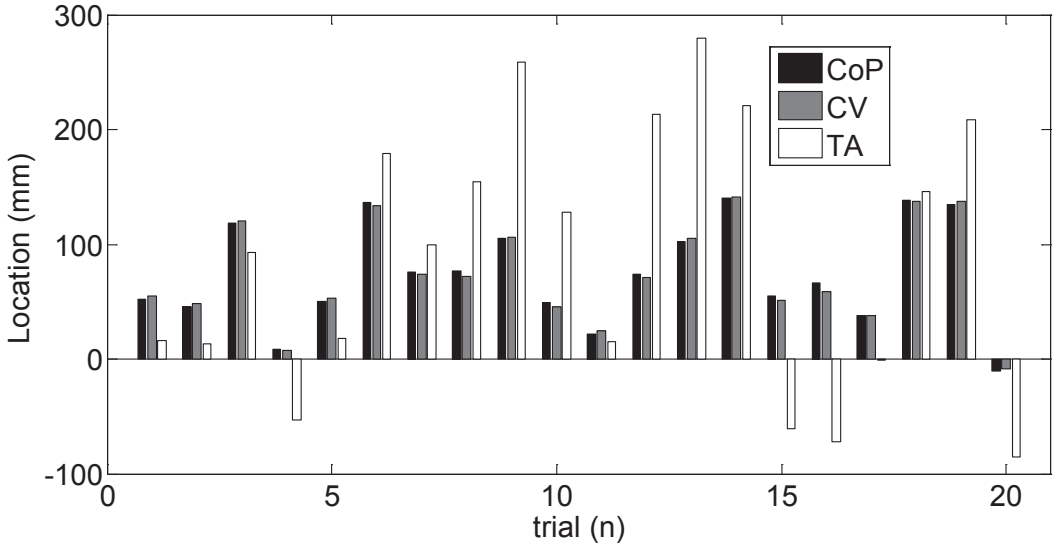
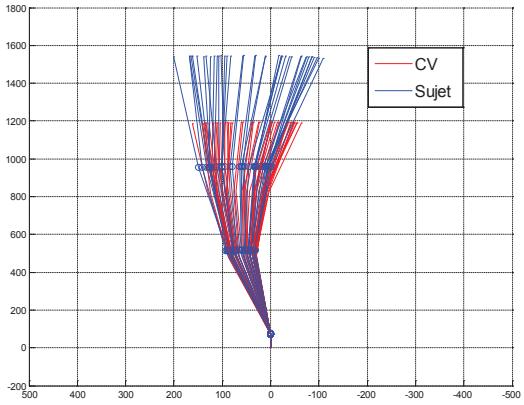


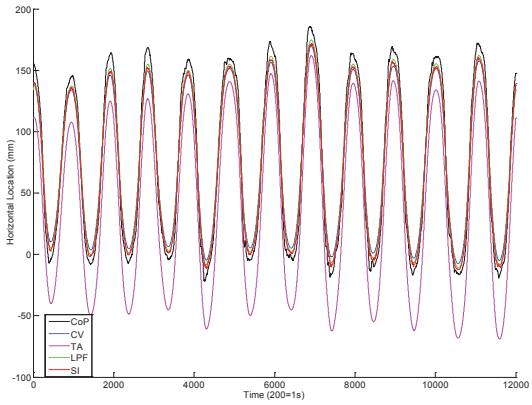
FIGURE 4.15 – Comparaison sur plusieurs postures statiques du centre des pressions et de l'estimation des composantes horizontales du centre de masse. Deux méthodes d'estimation sont ici utilisées, celle basée sur les chaînes virtuelles (CV) et celle basée sur des tables anthropométriques (TA).

1. Indice de Masse Corporelle

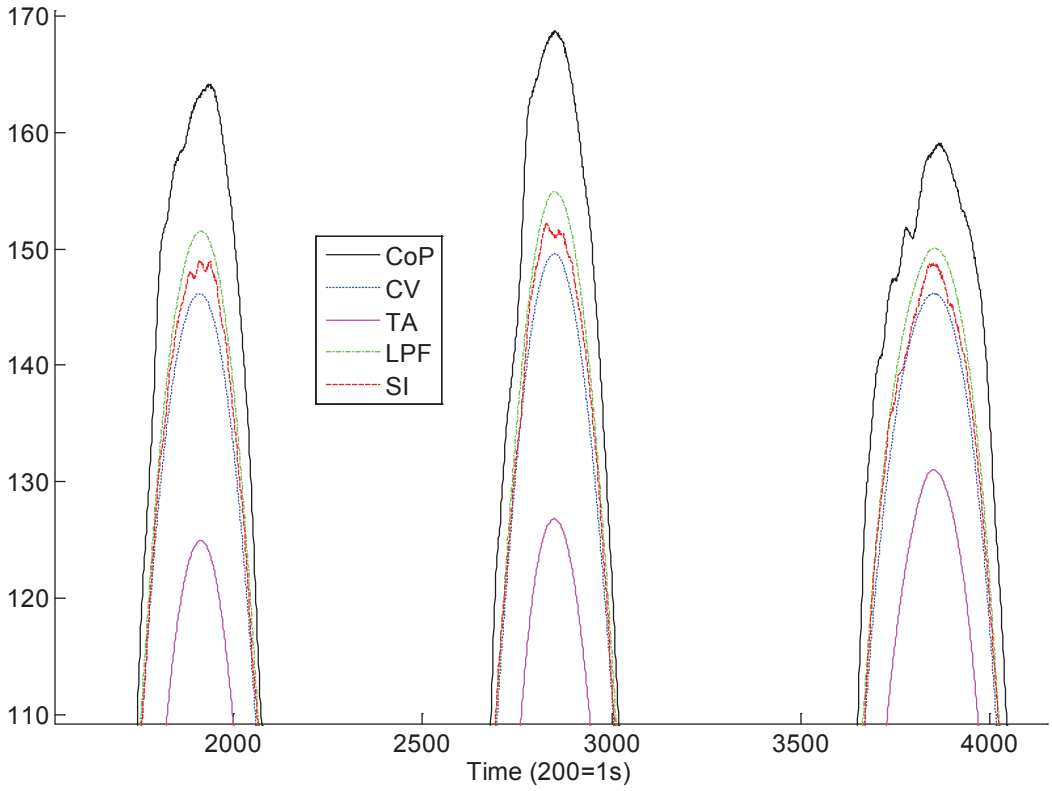
La première expérience réalisée est un mouvement oscillant à 0.4Hz dans le plan d'étude, Figure 4.16. Nous voyons clairement que toutes les méthodes d'estimation donnent le même résultat hormis l'estimation basée sur les tables anthropométriques. Cette dernière n'est donc définitivement pas adapté à notre sujet, nous ne la considèrerons plus pour les mouvements suivants. Cette première expérimentation nous permet donc d'affirmer que la méthode d'estimation du centre de masse basée sur l'identification d'une chaîne virtuelle permet d'estimer les composantes horizontales du centre de masse au moins aussi bien que les méthodes basées sur le centre des pressions (*Low Pass Filter* et *Second Integral*).



(a) Mouvement Oscillant 0.4Hz



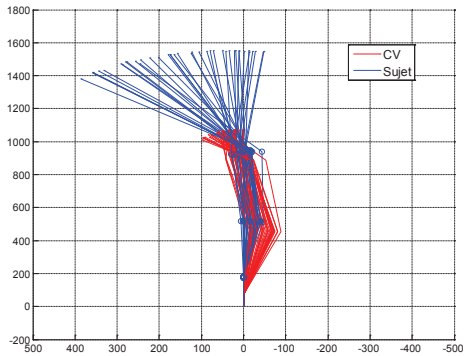
(b) Trajectoires estimées du CoM



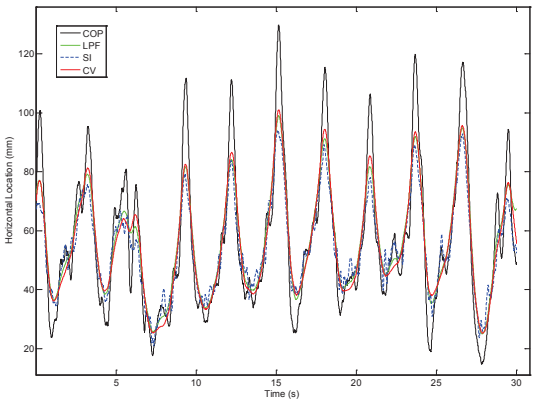
(c) Zoom sur les trajectoires estimées du CoM

FIGURE 4.16 – Comparaison des différentes méthodes pour estimer les composantes horizontales du centre de masse d'un sujet oscillant à 0.4Hz. Trois méthodologies donnent des résultats similaires : CV, SI et LPF

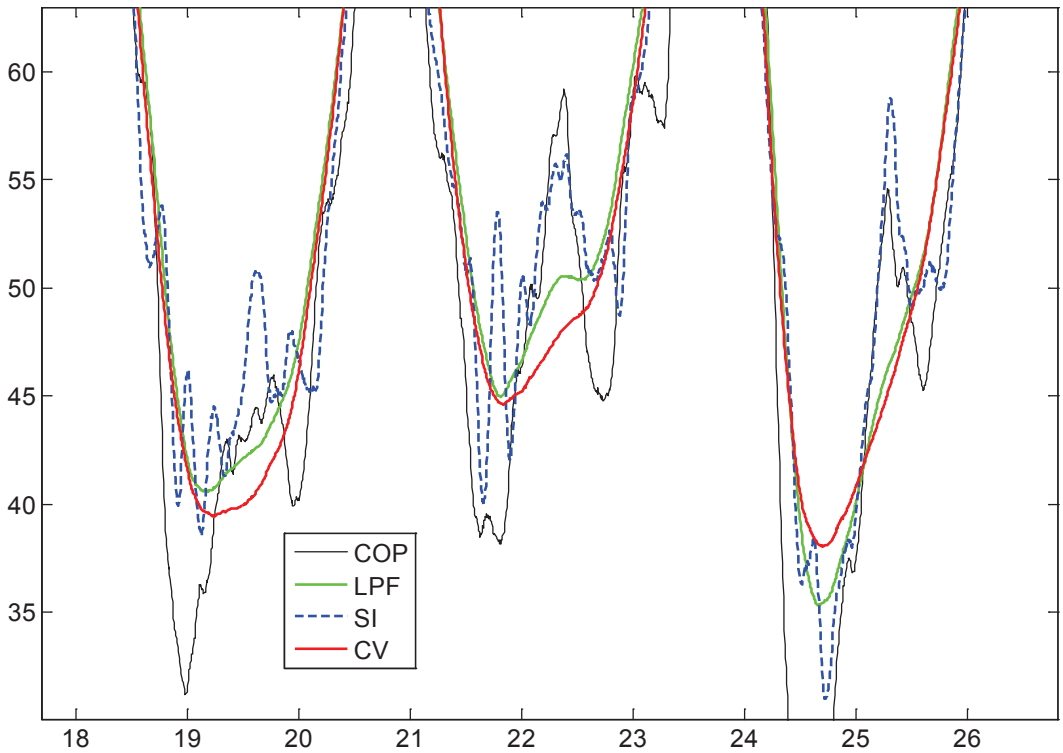
Dans la seconde expérimentation, le sujet réalise toujours un mouvement oscillant mais avec un plus grand débattement des hanches, Figure 4.17. Une vue d'ensemble des résultats semble confirmer l'expérimentation précédente, à savoir, des résultats identiques pour les trois méthodes d'estimation considérées. Cependant si l'on regarde plus en détails les résultats obtenus, on s'aperçoit que le centre de masse estimé à partir de la méthode *Second Integral* suit beaucoup trop les variations du centre des pressions ce qui n'est pas réaliste avec le mouvement réalisé.



(a) Mouvement Oscillant 0.4Hz avec grand débattement des hanches



(b) Trajectoires estimées du CoM

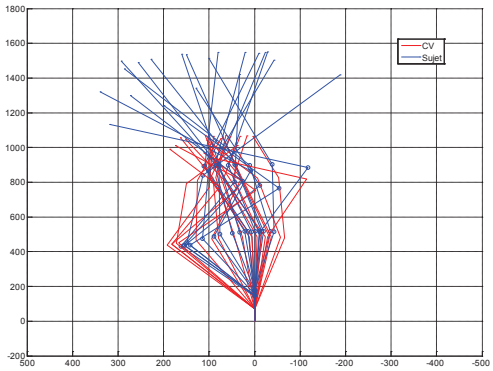


(c) Zoom sur les trajectoires estimées du CoM

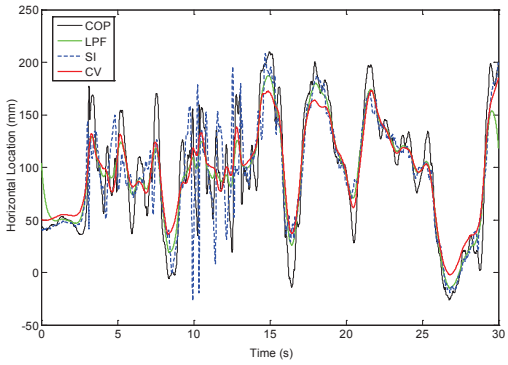
FIGURE 4.17 – Comparaison des différentes méthodes pour estimer les composantes horizontales du centre de masse d'un sujet oscillant à 0.4Hz avec une rotation plus importante des hanches. Les résultats obtenus avec la méthode SI sont en retrait de ceux obtenus avec les méthodes CV et LPF

La dernière expérimentation consiste à faire réaliser au sujet un mouvement ératique, Figure 4.18. Nous constatons une fois de plus que lors de rapides variations,

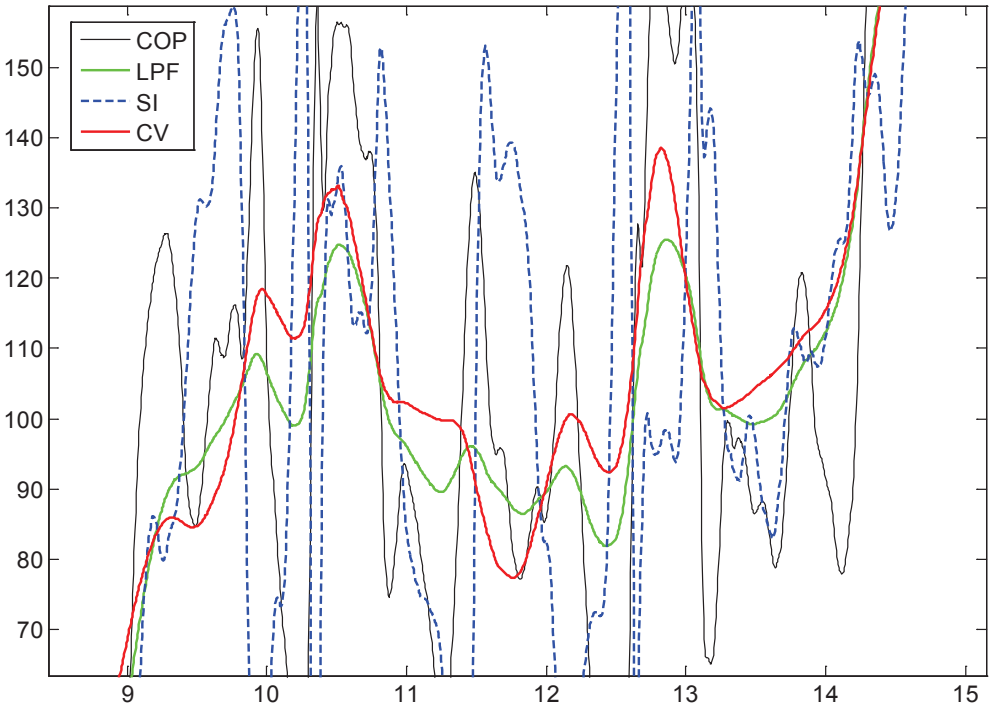
la méthode *Second Integral* ne permet plus une localisation précise du centre de masse. La méthode du *Low Pass Filter* donne des résultats similaires à ceux obtenus par la chaîne virtuelle, seules des anomalies apparaissent en début et en fin du mouvement.



(a) Mouvement ératique 0.4Hz



(b) Trajectoires estimées du CoM



(c) Zoom sur les trajectoires estimées du CoM

FIGURE 4.18 – Comparaison des différentes méthodes pour estimer les composantes horizontales du centre de masse d'un sujet réalisant un mouvement ératique.

Nous n'avons pas pu au cours de ces expérimentations comparer l'estimation de la composante verticale du centre de masse, les autres méthodes ne nous permettant pas d'obtenir cette information. Cependant les résultats obtenus semblent cohérent et même si aujourd'hui aucune méthode de référence n'est disponible pour valider l'estimation de la composante verticale du centre de masse, nous avons vu en section 4.2.2 que les résultats obtenus par identification de la chaîne virtuelle permettent de trouver exactement toutes les composantes du centre de masse.

4.3.3 Expérimentations : Identification planaire chez les personnes agées

La capacité à maintenir sa posture érigée ou tout simplement la transition d'une posture assise à une posture érigée sont des fonctionnalités basiques chez l'humain. Cependant, bien que ces tâches soient une nécessité dans la vie quotidienne, elles représentent un réel challenge pour les personnes âgées. Cette perte d'autonomie est due à plusieurs facteurs : augmentation du temps de réaction, détérioration des capacités sensorielles et musculaires et modification des propriétés biomécaniques ([Vandervoot and McComas, 1986], [Frontera et al., 1991], [Thelen, 2003], [Thompson and Brown, 1999], [Lindemann et al., 2007]). La perte de ces capacités se traduit bien souvent par des chutes aux conséquences multiples : hospitalisation, intervention chirurgicale et ré-éducation. À ces conséquences physiques s'ajoutent des conséquences psychologiques : la peur de tomber limite l'autonomie de la personne âgée ce qui conduit à une détérioration des conditions de vie [Painter et al., 2009], [Hellstrom et al., 2009]. La compréhension des modifications biomécaniques lors du vieillissement est par conséquent d'une importance fondamentale, que ce soit pour guider le développement d'équipement d'assistance, établir des tests permettant de déterminer les capacités à maintenir son équilibre ou tout simplement comme indice de mesure lors de périodes de ré-éducation. Plusieurs études [Panzer et al., 1995], [Cavalheiro et al., 2009] se penchent sur cette question en préconisant l'étude du centre de masse chez les personnes âgées. Cependant, du aux modifications intrinsèquement liées au vieillissement, le centre de masse est très difficilement identifiable chez les personnes âgées. C'est pourquoi nous avons décider d'expérimenter le processus d'estimation du centre de masse basé sur les chaînes virtuelles chez les personnes âgées.

Durant deux mois, nous avons conduit une étude sur 35 personnes âgées de types caucasien. À la vue des résultats obtenus, nous avons montré [Cotton et al., 2010b] que le processus d'estimation basé les chaînes virtuelles est un outil parfaitement adapté pour localiser le centre de masse de personnes âgées. Nous détaillons maintenant les résultats obtenus lors de ces expérimentations.

	Age (année)	Genre	Poids (Kg)	Taille (m)	IMC (Kg/m^2)
Sujet n°1	71	F	68.66	1.59	27.16
Sujet n°2	70	F	58.87	1.50	26.16
Sujet n°3	75	M	69.91	1.75	22.83
Sujet n°4	84	F	74.34	1.54	31.35
Sujet n°5	68	M	71.41	1.54	30.11
Sujet n°6	34	F	55.53	1.49	25.01
Sujet n°7	75	M	80.76	1.61	31.16
Sujet n°8	78	F	62.34	1.57	25.29
Sujet n°9	66	F	69.41	1.54	29.27
Sujet n°10	75	M	56.77	1.54	23.94

TABLE 4.5 – Description de la population étudiée.

Le but à long terme de ces expérimentations étant l'étude du mouvement de levé de chaise, nous conservons la modélisation utilisée lors des phases de validation (3 degrés de liberté dans le plan sagittal), section 4.3.2. Les résultats proposés ici concernent 10 des 35 sujets (1 jeune adulte et 9 personnes âgées) dont les caractéristiques sont décrites Table 4.5. Étant donné que le nombre de postures admissibles chez les personnes âgées et leur capacité à les maintenir statiquement pendant quelques secondes est réduite par rapport à un jeune adulte, il a fallu préalablement déterminé six postures facilement réalisables pour un sujet âgé. Ces postures sont représentées Figure 4.19.



FIGURE 4.19 – Postures utilisées pendant la phase d'identification de la chaîne virtuelle chez les personnes âgées.

À partir des enregistrements effectués pour chacune des postures, comme l'illustre la Table 4.6 pour un des sujets de l'étude, nous avons pu identifier la chaîne virtuelle de chaque sujet. Les paramètres des chaînes virtuelles identifiées sont donnés Table 4.7. Ces résultats ont été validés en comparant la composante horizontale du centre de masse donnée par la chaîne virtuelle au centre des pressions pour six nouvelles postures statiques et pour tous les sujets. Le carré de l'erreur moyenne (*Root Mean Square*) obtenue sur ces six nouvelles postures est donné table 4.8.

Posture	Cheville(°)	Genoux(°)	Hanche(°)	CoP(mm)
1	2.1651	-3.0141	13.6797	52.1
2	2.3168	3.9114	15.8258	110.5
3	-8.4628	5.1964	45.1664	51.8
4	3.5903	-5.4899	4.6462	29.2
5	40.8426	-67.7563	39.4578	104.3
6	28.8505	-57.4122	70.5949	107.6

Table 4.6 – Exemple des données collectées sur six postures statiques pour identifier la chaîne virtuelle d'un sujet.

Sujet n°	$d_0(cm)$	$r_2(cm)$	r_3(cm)	r_4(cm)
1	7.7	38.4	29.0	15.6
2	6.9	41.5	46.4	17.7
3	7.5	43.8	34.8	20.3
4	7.0	42.2	39.1	19.5
5	6.1	32.6	33.3	17.2
6	6.3	35.8	31.4	18.1
7	7.9	30.0	26.7	20.2
8	6.3	35.5	33.8	16.1
9	7.1	31.8	28.3	14.7
10	7.1	23.8	25.2	14.2

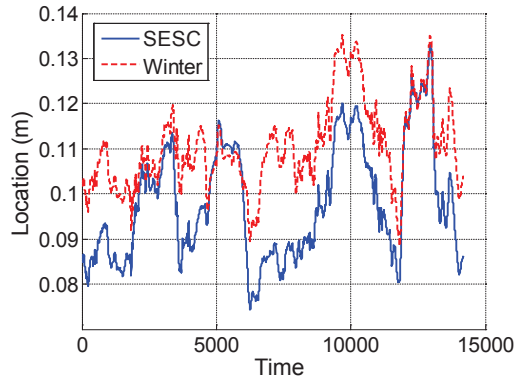
Table 4.7 – Paramètres de la chaîne virtuelle de chaque sujet.

Sujet n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RMS (mm)	0.79	1.2	1.6	2.9	5.9	2.3	3.3	1.8	3.0	5.2

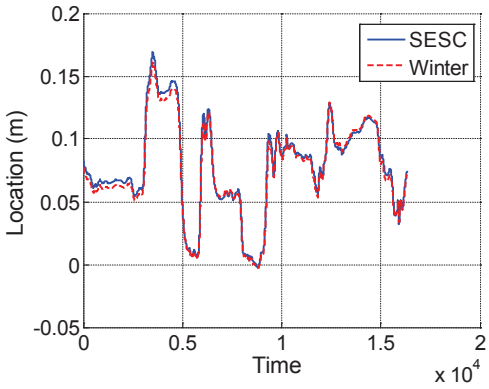
Table 4.8 – RMS de l'erreur d'identication ($CoP - CoM_y$) de la chaîne virtuelle de chaque sujet.

Huit des dix sujets présentent une erreur d'identification inférieure à 3mm. Les deux autres sujets présentent une erreur d'identification inférieure à 6mm. Cependant, même avec un RMS d'erreur d'identification de 6mm les résultats obtenus restent correct, similaire à ceux que l'on obtiendrait avec les autres méthodes d'estimation (LPF et SI). Nous verrons par la suite que la précision de l'estimation du centre de masse dépend directement de l'erreur d'identification de la chaîne virtuelle. Pour un mouvement donné nous pouvons voir sur la Figure 4.20 que l'estimation du centre de masse par la chaîne virtuelle est plus proche de l'estimation réalisée à

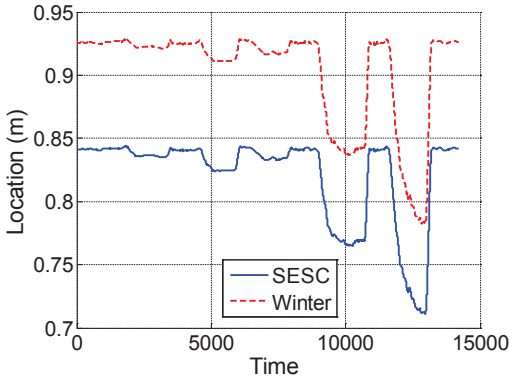
partir de tables anthropométriques pour un sujet de type jeune adulte que pour un sujet âgé (La différence d'estimation entre les deux méthodologies double chez les personnes âgées). Cette expérience illustre bien le fait que les tables anthropométriques ne sont pas forcément un outil bien adapté à la mesure du centre de masse chez les personnes âgées.



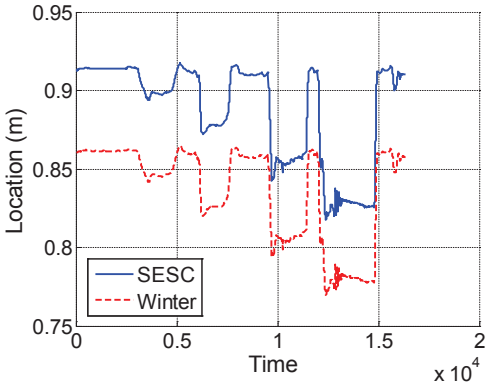
(a) Horizontale - Personne âgée



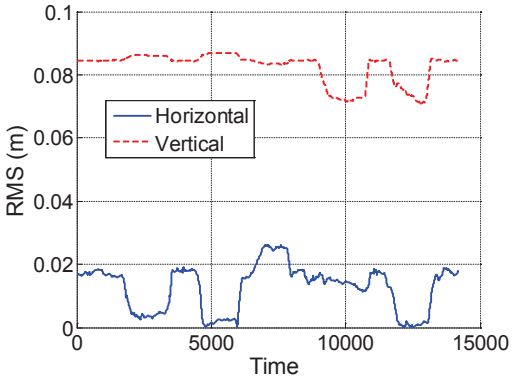
(b) Horinzontale - Jeune adulte



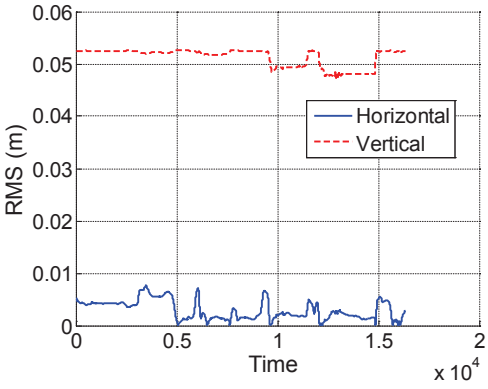
(c) Verticale - Personne âgée



(d) Verticale - Jeune adulte



(e) RMS - Personne âgée



(f) RMS - Jeune adulte

FIGURE 4.20 – Résultats typiques de l'estimation du centre de masse chez un sujet jeune se rapprochant des tables anthropométriques et chez un sujet âgé, Deux méthodes sont ici comparées : l'estimation à partir des chaînes virtuelles (SESC) et l'estimation à partir des tables anthropométriques (Winter) ; (a) et (b) Estimation horizontale du centre de masse ; (c) et (d) Estimation verticale du centre de masse ; (e) et (f) RMS de la différence entre les deux méthodes

Cette tendance est confirmée sur l'ensemble des sujets, Figures 4.21 et 4.22. En effet on voit clairement que les tables anthropométriques donnent un résultat proche de celui fourni par la chaîne virtuelle pour un sujet de type jeune adulte (sujet n°6), ce qui n'est pas le cas sur l'ensemble des sujets âgés.

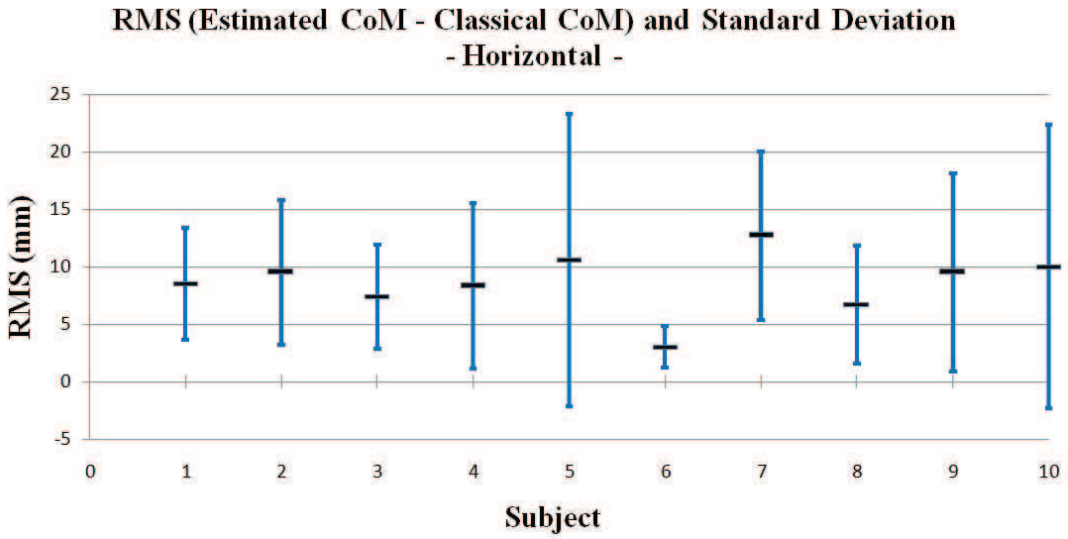


FIGURE 4.21 – RMS et écart type de la différence entre les méthodes d'estimations - Composante horizontale du centre de masse.

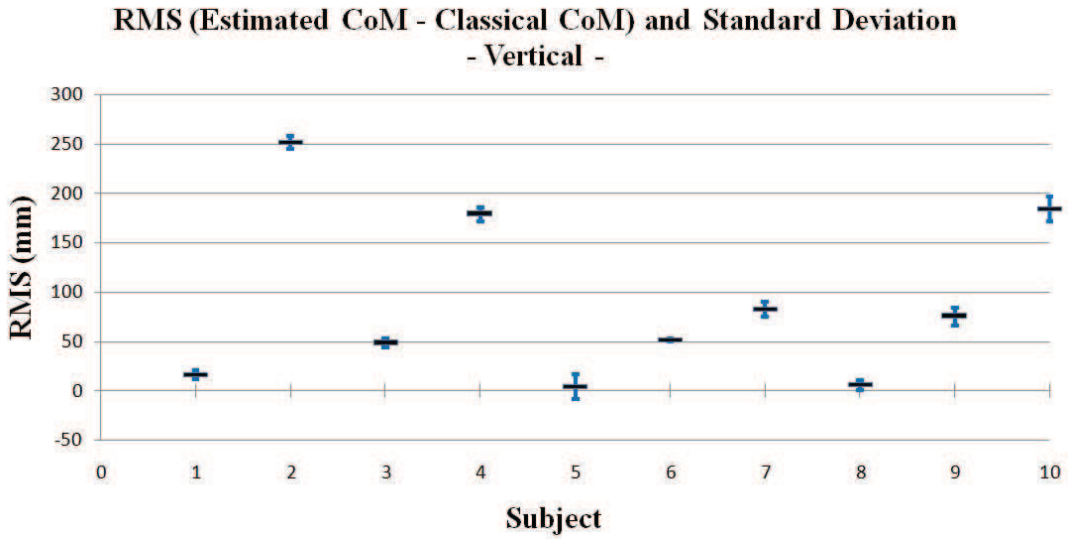


FIGURE 4.22 – RMS et écart type de la différence entre les méthodes d'estimations - Composante verticale du centre de masse.

Au vue des résultats obtenus, il est clair que l'identification des chaînes virtuelles est une méthode parfaitement appropriée pour estimer le centre de masse chez l'humain, notamment pour les sujets n'entrant pas dans les gabarits standards utilisés dans les tables anthropométriques ou pour les sujets présentant une quelconque déficience.

4.3.4 Expérimentations : Identification planaire pour la marche

Si l'on souhaite étudier l'évolution du centre de masse durant la marche, nous ne pouvons plus utiliser le modèle planaire précédemment décrit (Figure 4.12) car ce dernier implique un mouvement similaire pour les parties droite et gauche du corps. Nous avons donc développer un modèle approprié à l'étude de la marche dans le plan sagittal, Figure 4.23. Ce dernier est basé sur une représentation arborescente du corps humain dont la base est localisée sur la vertèbre C7. La position de cette vertèbre sera localiseé pendant la marche par le système de capture du mouvement, ce qui nous permet d'obtenir un modèle à base flottante. À partir de cette base flottante le corps est scindé en deux branches séries, une pour le côté gauche et l'autre pour le côté droit. Quatre articulations seront considérées pour chaque branche : cheville, genoux, hanches et buste. Cette dernière articulation permet de prendre en compte la position de chaque hanche par rapport à la vertèbre C7 afin de ne pas les considérer alignées selon un plan vertical. En effet, la position de chaque hanche est alternée durant la marche.

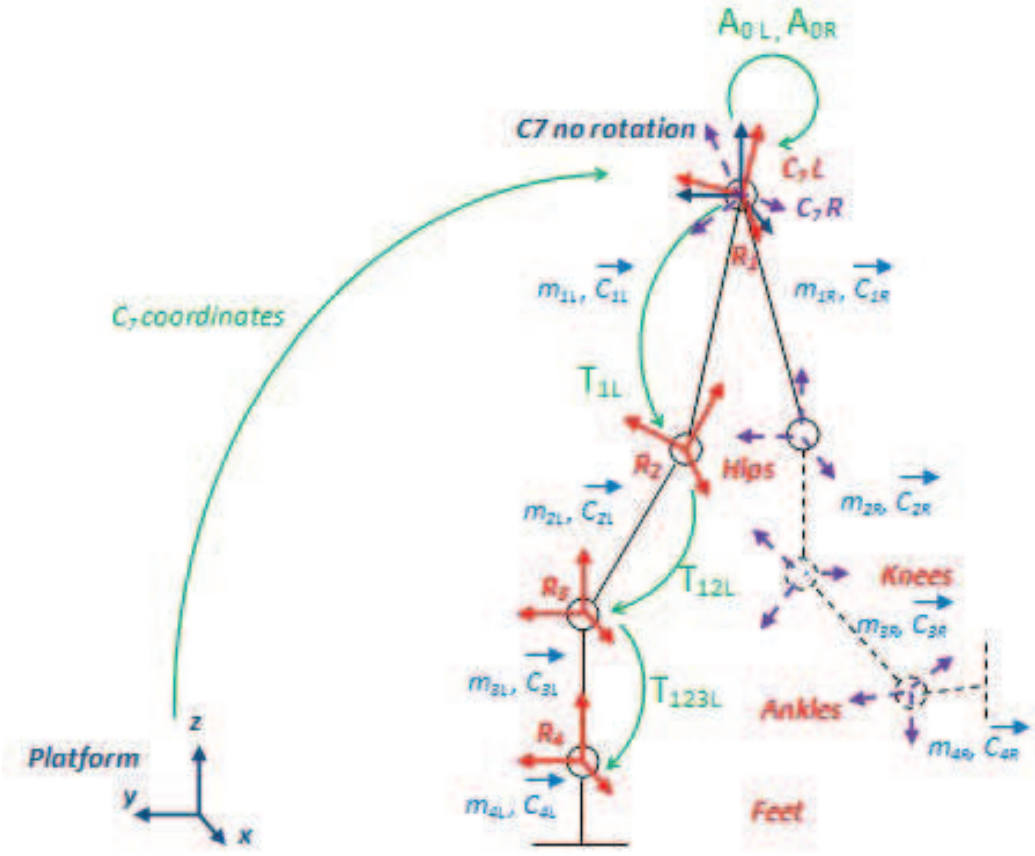


FIGURE 4.23 – Modèle utilisé pour l'analyse du centre de masse lors de la marche dans le plan sagittal

Au final nous exprimons la position du centre de masse du sujet par rapport à la vertèbre C7. Cependant afin de pouvoir étudier l'évolution du centre de masse durant la marche, nous avons besoin d'un référentiel externe fixe (appelé référentiel monde). Il suffira alors d'exprimer la position du repère flottant lié à la vertèbre C7 dans ce repère monde pour y localiser le centre de masse.

$$\boldsymbol{CoM}_{/world} = \boldsymbol{C7} + \boldsymbol{CoM}_{/C7} \tag{4.33}$$

avec

$$\boldsymbol{CoM}_{/C7} = \boldsymbol{CoM}_L + \boldsymbol{CoM}_R \tag{4.34}$$

où $\boldsymbol{CoM}_L$ et $\boldsymbol{CoM}_R$ représentent respectivement les centres de masse des chaînes séries du côté gauche et du côté droit exprimés dans le repère flottant lié à la vertèbre C7. Conformément à la conjecture 2.1.1, il existe une chaîne virtuelle permettant de localiser le centre de masse de ce système arborescent. Chaque chaîne série du système arborescent étant composée de quatre articulations, nous pouvons exprimer le centre de masse total du sujet 4.34 par une chaîne virtuelle à 8 segments :

$$\boldsymbol{CoM}_{/C7} = \left[\mathbf{A}^*_{1L}\mathbf{A}^*_{2L}\mathbf{A}^*_{3L}\mathbf{A}^*_{4L}\mathbf{A}^*_{1R}\mathbf{A}^*_{2R}\mathbf{A}^*_{3R}\mathbf{A}^*_{4R}\right] \begin{Bmatrix} \boldsymbol{r}_{1L} \\ \vdots \\ \boldsymbol{r}_{4L} \\ \boldsymbol{r}_{1R} \\ \vdots \\ \boldsymbol{r}_{4R} \end{Bmatrix} = BR \tag{4.35}$$

En ne considérant dans cette dernière équation que les composantes horizontales du centre de masse, nous nous ramenons à huit paramètres à identifier. Ces derniers seront obtenus à partir de seize postures statiques distinctes, voir Figure 4.24. Au final nous obtenons un système volontairement sur déterminé (pour diminuer les erreurs d'identification) :

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM}^{p1}_{/world} \\ \boldsymbol{CoM}^{p16}_{/world} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{C7}^{p1} \\ \boldsymbol{C7}^{p16} \end{Bmatrix} + \mathbf{D}\boldsymbol{R} \tag{4.36}$$

dans lequel $\mathbf{D}$ contient l'ensemble des matrices de rotations associées à chacune des postures 1 à 16. Les paramètres de la chaîne virtuelle sont donc identifiés par :

$$\boldsymbol{R} = \mathbf{D}^+ \left(\begin{Bmatrix} \boldsymbol{CoM}^{p1}_{/world} \\ \boldsymbol{CoM}^{p16}_{/world} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \boldsymbol{C7}^{p1} \\ \boldsymbol{C7}^{p16} \end{Bmatrix} \right) \tag{4.37}$$



(a) (b) (c)

FIGURE 4.24 – Postures utilisées pour l'identification de la chaîne virtuelle lié au modèle utilisé pour la marche.

Une fois les données enregistrées sur les postures, nous avons pu identifier la chaîne virtuelle d'un sujet dont les paramètres sont donnés Table 4.9 :

	r_{1L}	r_{2L}	r_{3L}	r_{4L}	r_{1R}	r_{2R}	r_{3R}	r_{4R}
Longueur (mm)	334	36	26	12	153	32	27	12

TABLE 4.9 – RMS de l'erreur d'identication ($CoP - CoM_y$) de la chaîne virtuelle de chaque sujet.

La chaîne virtuelle estimée nous a permis de localiser le centre de masse sur plusieurs mouvements : assis et levé de chaise (Figure 4.25), marche normale (Figure 4.26), marche avec saut (Figures 4.27(a) et 4.27(b)). Nous avons pu constater à plusieurs reprise que lorsque le sujet s'assoie et se lève d'une chaise, le centre de de masse décrit un cycle d'hystérésis. Bien que nous l'avons aussi constaté lors des expérimentations sur les personnes agées (avec cependant moins d'amplitude), il serait intéressant de vérifier si ce phénomène existe chez n'importe quel sujet, auquel cas une étude plus approfondie de ce phénomène serait à effectuer.

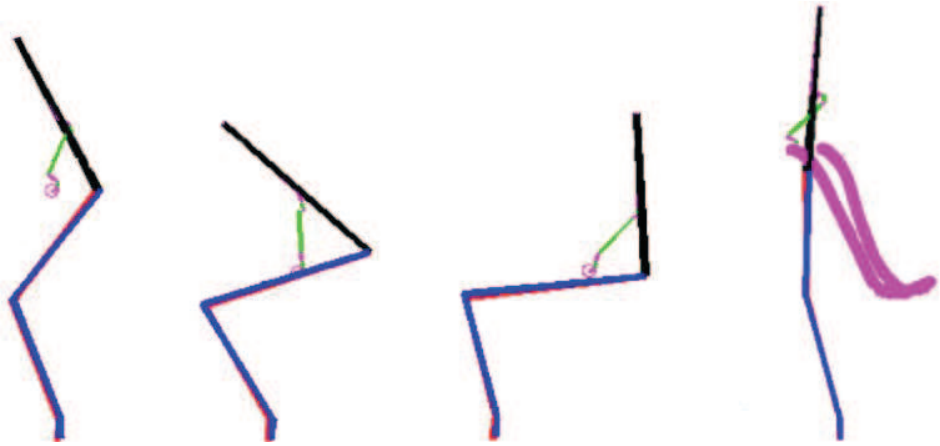


FIGURE 4.25 – Estimation du centre de masse sur un mouvement d'assis et levé de chaise. La trajectoire du centre de masse semble définir un cycle d'hystérésis sur ce type de mouvement.

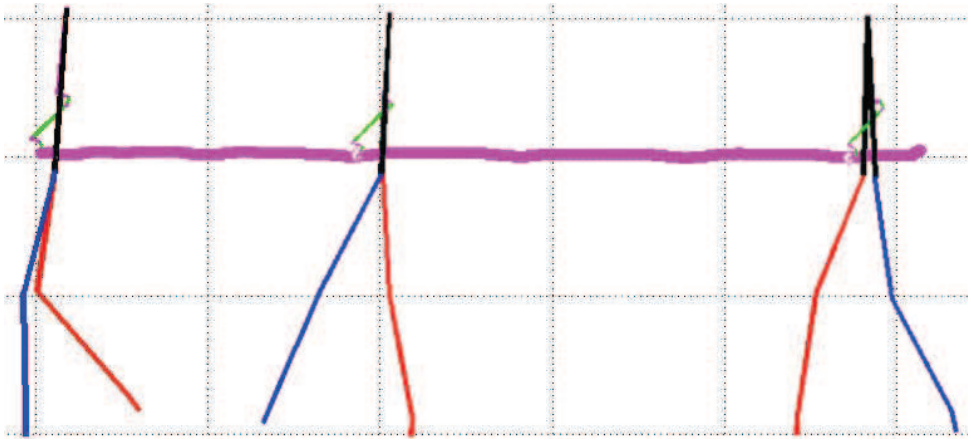
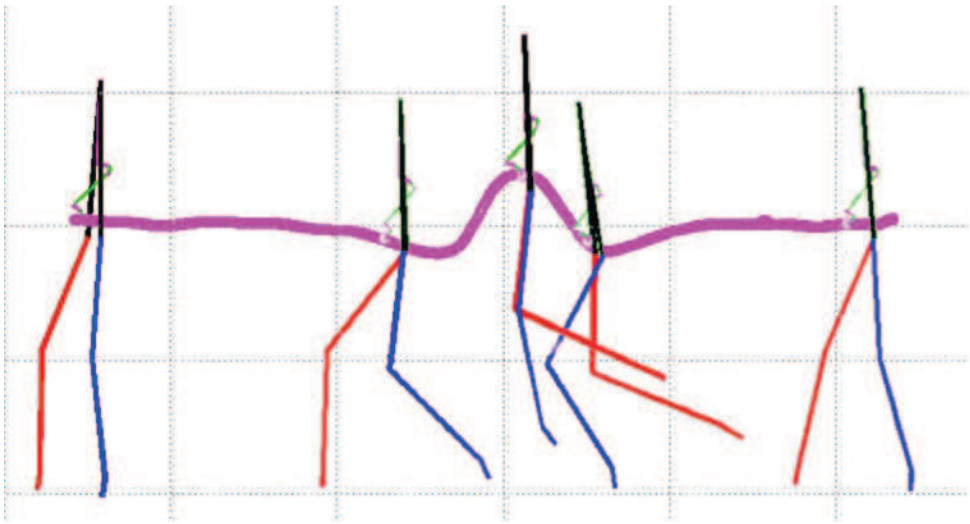
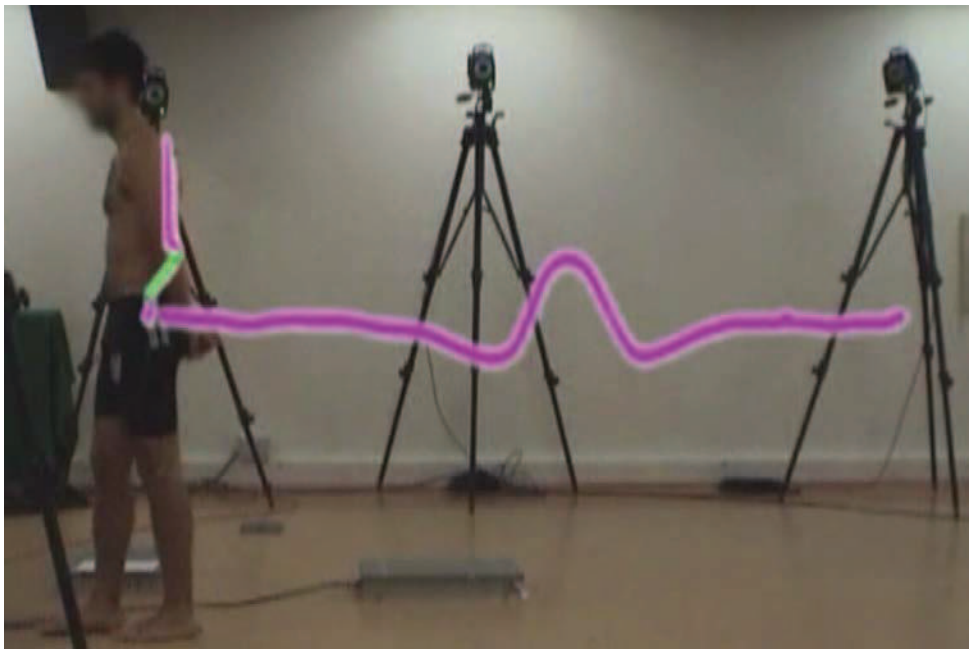


FIGURE 4.26 – Estimation du centre de masse sur un mouvement de marche.



(a)



(b)

FIGURE 4.27 – Estimation du centre de masse sur un mouvement de marche avec saut.

4.4 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de poser les bases théoriques de l'estimation du centre de masse basée sur les chaînes virtuelles. Ce qui est remarquable dans cette méthodologie est qu'il est possible d'identifier la chaîne virtuelle d'un système plan ou spatial sans aucune connaissance préalable de ses paramètres mécaniques. Cette méthodologie a été largement éprouvée et validée aux travers de nombreuses expérimentations. Son application à l'humain a été un réel succès, en dépassant toutes les limitations rencontrées dans les méthodes d'estimation du centre de masse proposées jusqu'à aujourd'hui. Trois actes de communications ont permis de présenter ces travaux à la communauté scientifique : [Cotton et al., 2009b], [Cotton et al., 2009a]

et [Cotton et al., 2010a]. Le développement d'un modèle 3D et d'un processus de collecte des données adapté aux grand nombre de postures requises dans ce cas pour la phase d'identification est en cours de validation sur un sujet participant au "Marathon des Sables". Un des objectifs de cette étude étant l'évolution des trajectoires du centre de masse pendant la fatigue.

Conclusion Générale

Dans ce manuscrit de thèse, nous avons présenté les travaux de recherche réalisés dans le cadre de la modélisation, estimation et dynamique du centre de masse des robots humanoïdes. L'ensemble de ces travaux ont fait l'objet de nombreuses validations expérimentales sur la plateforme robotique HOAP3 ainsi que sur une quarantaine de sujets pour les travaux concernant l'estimation du centre de masse chez l'humain. Les résultats issus de ces travaux couvrent donc deux domaines : la robotique et la biomécanique.

La première contribution de ce travail concerne la modélisation du centre de masse d'un robot humanoïde. Cette modélisation permet de représenter le centre de masse d'un système comme l'organe terminal d'une chaîne série virtuelle. La chaîne virtuelle obtenue est alors comparable à un bras manipulateur pour laquelle nous pouvons appliquer les nombreux outils existants. Les démonstrations de l'existence d'une chaîne virtuelle pour des systèmes séries, arborescents et anthropomorphes ont été effectuées, permettant d'aboutir à l'énonciation de plusieurs théorèmes et d'une conjecture. Pour faciliter le calcul de cette chaîne virtuelle sur les systèmes comportant un grand nombre de degrés de liberté, un algorithme de calcul automatique de la chaîne virtuelle a été proposé et permet une amélioration substantielle du temps de calcul du centre de masse. La non-unicité des chaînes virtuelles pour un même système a également été discutée. Ce concept trouve donc tout son intérêt pour les robots humanoïdes qui se trouvent être des systèmes à structures arborescentes complexes et, pour lesquels, nous allons désormais pouvoir contrôler le centre de masse avec les mêmes outils que ceux utilisés pour le contrôle de l'organe terminal d'un robot manipulateur. À ce titre nous avons proposé une commande cinématique de la chaîne virtuelle, et par conséquent du centre de masse, permettant un contrôle de ce dernier dans l'espace tridimensionnel tout en réduisant la redondance d'actionnement de l'humanoïde par le biais du contrôle de la position des points de contact et de l'utilisation de divers termes d'optimisation directement projetés dans le noyau de la tâche de contrôle du centre de masse. Les avantages procurés par l'utilisation d'une chaîne virtuelle pour le contrôle du centre de masse sur un sol pentu ont aussi été présenté.

Cependant un modèle cinématique du centre de masse n'est pas suffisant pour permettre à un robot humanoïde de réagir suffisamment rapidement à des perturbations extérieures, la prise en compte du modèle dynamique complet du robot s'avère nécessaire. Bien que très peu utilisée aujourd'hui, la modélisation dynamique retenue dans ces travaux décrivant le robot comme un système à base flottante nous semble être le choix de modélisation le plus pertinent pour les robots humanoïdes. En effet ce choix permet d'utiliser un modèle unique, quels que soient l'environnement et la configuration du robot (simple ou double support, contact supplémentaires, robot au

sol ou dans les airs) et de ce fait éviter d'éventuelles discontinuités dans la commande lors des différents phases d'activité du robot. Nous avons donc proposé d'exprimer ce modèle dynamique dans l'espace de travail du centre de masse par le biais d'une utilisation particulière de la formulation dans l'espace opérationnel, dans laquelle le centre de masse est vu comme une tâche virtuelle. L'expression de la dynamique de l'humanoïde en son centre de masse permet d'aboutir à une connaissance précise des accélérations de ce dernier, supérieure à celle fournie par les modèles simplifiés utilisés actuellement, tel que le pendule linéaire inversé. Enfin nous avons proposé la mesure de la manipulabilité dynamique du centre de masse, indice permettant de définir l'ensemble des accélérations réalisables par le centre de masse du robot sous contraintes d'équilibre dynamique et en présence d'efforts extérieurs. La création d'un tel indice contribue donc à un domaine encore peu étudié, la mesure des capacités des robots humanoïdes. Nous avons d'ailleurs proposé l'utilisation de cet indice lors des phases de conception afin d'améliorer les capacités d'un robot humanoïde.

Les dernières contributions de cette thèse concernent l'estimation du centre de masse chez l'humain. Ce domaine, largement étudié par la communauté biomécanique souffrait d'un manque d'outils permettant une estimation précise et spatiale du centre de masse. Grâce à la modélisation du centre de masse par une chaîne virtuelle développée dans la première partie de cette thèse, nous avons pu proposer une identification de la chaîne virtuelle d'un sujet, à partir d'une procédure de calibration mêlant enregistrement des variables angulaires à partir d'un système de capture du mouvement et enregistrement du centre des pressions sur plusieurs postures statiques. Cette procédure d'indenfication permet une estimation exacte du centre de masse du sujet et dépend directement des paramètres intrinsèques de ce dernier. En effet, contrairement aux méthodes basées sur des tables anthropométriques souvent éloignée de la morphologie réelle du sujet, notre méthode ne nécessite pas la connaissance exacte des paramètres mécaniques du sujet car ces derniers sont exprimés sous forme d'agrégat représentant les segments de la chaîne virtuelle. Cela permet d'aboutir à une estimation spécifique au sujet et non dépendante de la seule taille et masse du sujet. Qui plus est, contrairement aux méthodes basées sur l'analyse du centre des pressions, notre méthodologie permet une estimation du centre de masse spatiale, en temps réel (pas de traitement des données à postériori) et laisse le sujet libre de ses mouvements : le sujet ne doit pas rester en permanence sur les plateformes de force et n'est pas restreint à des mouvements périodiques. De nombreuses expérimentations ont été conduites, illustrant les capacités d'estimation de cette méthode sur une population variée. Cette méthode peut donc être aujourd'hui considérée comme la méthode de référence dans l'estimation du centre de masse chez l'humain.

Perspectives

Que ce soit dans l'amélioration de la modélisation du centre de masse ou dans sa commande, les perspectives offertes par cette thèse sont nombreuses. D'un point de vue modélisation, l'extension du concept de chaîne virtuelle semble intéressant. Nous aimerions désormais relier directement par de nouvelles chaînes virtuelles les organes terminaux du robot à son centre de masse, ce dernier deviendrait alors une base virtuelle mobile, comme cela a été fait dans les travaux de Dubowsky pour les robots spatiaux [Dubowsky and Papadopoulos, 1993]. Toujours en terme de modélisation, la représentation de la chaîne virtuelle par la théorie des vis "*screw*

theory" [Davidson and Hunt, 2004], semble être pertinente et permettrait d'obtenir un modèle plus compact exprimant à la fois position et vitesse du centre de masse.

En ce qui concerne le contrôle du centre de masse, un schéma de commande actuellement en cours de développement, devrait bientôt voir le jour et apporter une contribution non négligeable aux commandes actuelles permettant la gestion de l'équilibre dynamique chez les humanoïdes en permettant un contrôle précis des accélérations du centre de masse avec notamment une saturation adaptative de ce dernier basée sur la mesure de sa manipulabilité dynamique. Par ailleurs, la commande des moments angulaires et linéaires exprimés au centre de masse du robot intéresse de plus en plus la communauté robotique [Kajita et al., 2003b]. Son intégration au sein de notre schéma de commande serait un choix judicieux et permettrait d'obtenir un contrôle complet du centre de masse (position, vitesse, accélération et moments).

Enfin la technique d'estimation du centre de masse de l'humain est en cours d'amélioration avec le développement d'un modèle tridimensionnel plus complet et d'un processus de collecte des données adapté aux grand nombre de postures requises dans ce cas pour la phase d'identification. D'autre part une étude sur les mouvements d'assis et de levé de chaise serait à effectuer pour vérifier l'existence d'un cycle d'hystérésis du centre de masse sur ce type de mouvement, ce qui pourrait apporter quelques précisions à l'étude de la coordination posturale de ce mouvement. Enfin, En se basant sur certaines études biomécaniques indiquant une diminution du cout métabolique selon les trajectoires du centre de masse et étant en mesure d'estimer précisément les trajectoires de ce dernier pendant la marche, nous souhaitons vérifier ces observations et les comparer au coût énergétique. Cela permettrait de déterminer pour la marche des gabarits de trajectoires du centre de masse à consommation d'énergie minimale, ce qui s'avèrerait fort utile pour la commande des robots humanoïdes.

Table des figures

1.1 Le Leonardo's robot est la première machine à morphologies humaine, elle a été réalisée à partir des croquis de Leonard de Vinci aux alentours des années 1495. 5
1.2 Evolution des robots humanoïdes de 1973 à 2009 6
1.3 (a) et (b) : Robots de dernière génération, contrôlés en couple. (c) : Bipède à énergie pneumatique. (d) : Bipède à articulations réversibles. 7
1.4 Robots humanoïdes de petites tailles. 8
1.5 Représentation d'un robot manipulateur à n degrés de liberté. 10
1.6 Représentation des paramètres de DH [Khalil and Dombre, 1999]. . . 10
1.7 Représentation cinématique d'un robot humanoïde [Sentis, 2007]. . . 12
1.8 Cône de frottement selon le modèle de frottements secs d'Amontons-Coulomb [Wieber, 2000]. 14
1.9 Projection du CoM et polygone de sustentation. 15
1.10 Le ZRAM permet de déterminer si un robot est rotationnellement stable [Goswami, 2004] 17
1.11 Modèles simplifiés utilisés pour la commande de robots humanoïdes. (a) : [Goswami, 2007], (b) : [Kajita, 1992], (c) : [Kajita et al., 2003a]. 18
1.12 Architecture de contrôle basée ZMP [Kajita et al., 2006b] 19
1.13 Ellipsoïde de manipulabilité du centre de masse d'un robot manipulateur plan. 23
1.14 Répartition des articulations (a) et des capteurs (b) du robot HOAP3. 24
1.15 Architecture logicielle du robot HOAP3. 25

2.1 Système à structure série à n degrés de liberté et sa chaîne virtuelle localisant son centre de masse. 28
2.2 Système à structure série à 3 degrés de liberté. 30
2.3 Chaîne virtuelle dont l'organe terminal localise le CoM de la chaîne série représentée Figure 2.2. 31
2.4 Structure anthropomorphe d'un robot humanoïde. Les chaînes virtuelles individuelles de chaque structure série sont représentées. La chaîne virtuelle complète localisant le centre de masse total du robot est obtenue en faisant la somme pondérée des centres de masses des cinq structures séries composant la structure anthropomorphe. 32
2.5 Structure anthropomorphe simplifiée. 34
2.6 Système à structure arborescente à 4 degrés de liberté. 37
2.7 Chaîne virtuelle dont l'organe terminal localise le CoM de la chaîne arborescente représentée Figure 2.6. 38

2.8 Plusieurs chaînes virtuelles existent et permettent de localiser le même centre de masse d'une structure. Exemple donné pour la structure arborescente Figure 2.6 39
2.9 Algorithme de calcul du centre de masse utilisant la représentation basée sur la chaîne virtuelle. 40
2.10 Modèle simplifié du HOAP3 dans le plan frontal et sa chaîne virtuelle localisant son centre de masse. 42
2.11 Schéma de commande du centre de masse. 44
2.12 Simulation et application de la commande du centre de masse dans le plan frontal. Le centre de masse doit être maintenu à la limite droite de la base de support. 44
2.13 Position désirée et mesurée du centre de masse durant le mouvement de mise en équilibre sur un pied. 44
2.14 Matrices de transformation utilisées pour parcourir les cinq chaines séries composant le robot HOAP3. 45
2.15 Chaîne virtuelle localisant le centre de masse du robot HOAP3. . . . 47
2.16 Simulateur de la cinématique du robot HOAP3 et de sa chaîne virtuelle. 48
2.17 Schéma de la commande cinématique du centre de masse d'un robot humanoïde à base flottante avec gestion de la position et orientation des points de contact au sol. 49
2.18 HOAP3 réalisant un "*Hula Hoap*" à partir de la commande cinématique de son centre de masse. 50
2.19 (a) Trajectoire réalisée par le centre de masse. (b) Suivi de trajectoire du centre de masse 50
2.20 Prise en compte de l'inclinaison du sol par ajout d'une articulation au sein de la chaîne virtuelle. 51
2.21 Commande du centre de masse du HOAP3 prenant en compte l'inclinaison du sol directement au sein de la chaîne virtuelle. 51

3.1 Passage de l'espace des couples à celui des articulations du centre de masse. 59
3.2 Approximation par une sphère de l'accélération isotropique maximale réalisable par le centre de masse. 60
3.3 Chaque sommet du polytope de l'espace des couples est translaté dans l'espace des accélérations du centre de masse (exemple pour un robot à 2 degrés de liberté). 61
3.4 Mouvement de levé du HOAP3. 62
3.5 Mesure de la manipulabilité cinématique du centre de masse du HOAP3 pendant le mouvement de levé. 63
3.6 Variation des directions et longueurs des axes de l'ellipsoïdes de vitesse du centre de masse pendant le mouvement de levé. 63
3.7 Mesure de l'accélération isotropique atteignable par le centre de masse du HOAP3 pendant le mouvement de levé. 63
3.8 Mesure exacte du polyèdre de manipulabilité dynamique du centre de masse du HOAP3 pour une posture particulière. 64
3.9 Mesure exacte du polyèdre de manipulabilité dynamique du centre de masse du HOAP3 pendant un mouvement de levé. 64

3.10 Longueurs et masses d'origines et aprés optimisation pour améliorer la manipulabilité dynamique du centre de masse du HOAP3 sur le mouvement de levé 65

4.1 Définition des segments composant le corps humain selon [Winter, 2005]. 69
4.2 Paramètres mécaniques du corps humain explicités en fonction de la taille et la masse d'un sujet selon [Winter, 2005]. 70
4.3 Système arborescent planaire à 3 degrés de liberté et sa chaîne virtuelle estimée. 75
4.4 Enregistrement des données articulaires et de la position horizontale de centre de masse : (a) pour 3 configurations distinctes avec des capteurs d'efforts parfaits, (b) pour 6 configurations en limite d'équilibre. 76
4.5 Système série spatial à 3 degrés de liberté et sa chaîne virtuelle estimée. 79
4.6 Modèle simplifié du HOAP3 dans le plan frontal et sa chaîne virtuelle. 81
4.7 Postures utilisées pour identifier la chaîne virtuelle du HOAP3 dans le plan frontal. 82
4.8 Recherche de l'instant à partir duquel le robot perd son équilibre, les forces de réaction au sol deviennent négligeables. 82
4.9 La précision de l'identification augmente avec le nombre de postures. 83
4.10 (a) Équipement de motion capture enregistrant la position de marqueurs positionnés sur un sujet (b) 85
4.11 Référentiels du sujet et de la plateforme d'effort. 86
4.12 Modèle géométrique simplifié d'un sujet dans le plan sagittal. 88
4.13 Postures distinctes permettant d'identifier la chaîne série d'un sujet se mouvant dans le plan sagittal et en utilisant uniquement ses chevilles, genoux et hanches comme articulations. 89
4.14 Grossissement de la figure de gauche : recherche de la période de 500ms la plus statique pendant le maintient d'une posture. 89
4.15 Comparaison sur plusieurs postures statiques du centre des pressions et de l'estimation des composantes horizontales du centre de masse. Deux méthodes d'estimation sont ici utilisées, celle basée sur les chaînes virtuelles (CV) et celle basée sur des tables anthropométriques (TA). 90
4.16 Comparaison des différentes méthodes pour estimer les composantes horizontales du centre de masse d'un sujet oscillant à 0.4Hz. Trois méthodologies donnent des résultats similaires : CV, SI et LPF 91
4.17 Comparaison des différentes méthodes pour estimer les composantes horizontales du centre de masse d'un sujet oscillant à 0.4Hz avec une rotation plus importante des hanches. Les résultats obtenus avec la méthode SI sont en retrait de ceux obtenus avec les méthodes CV et LPF 92
4.18 Comparaison des différentes méthodes pour estimer les composantes horizontales du centre de masse d'un sujet réalisant un mouvement érratique. 93
4.19 Postures utilisées pendant la phase d'identification de la chaîne virtuelle chez les personnes âgées. 95
4.21 RMS et écart type de la différence entre les méthodes d'estimations - Composante horizontale du centre de masse. 98

4.22 RMS et écart type de la différence entre les méthodes d'estimations - Composante verticale du centre de masse. 98
4.23 Modèle utilisé pour l'analyse du centre de masse lors de la marche dans le plan sagittal 99
4.24 Postures utilisées pour l'identification de la chaîne virtuelle lié au modèle utilisé pour la marche. 100
4.25 Estimation du centre de masse sur un mouvement d'assis et levé de chaise. La trajectoire du centre de masse semble définir un cycle d'hystérésis sur ce type de mouvement. 101
4.26 Estimation du centre de masse sur un mouvement de marche. 101
4.27 Estimation du centre de masse sur un mouvement de marche avec saut. 102

Liste des tableaux

2.1 Plusieurs chaînes virtuelles localisent le centre de masse du système arborescent Figure 2.6. 39
2.2 Comparaison du nombre d'opérations (addition et multiplication) requis selon la méthode utilisée pour le calcul du centre de masse d'un système série à 4 degrés de liberté. 40

3.1 Couples maximums des articulations du HOAP3 62

4.1 Paramètres mécaniques du système représenté Figure 4.3. 75
4.2 Enregistrement des données articulaires et de la position horizontale de centre de masse pour 3 configurations distinctes. 75
4.3 Enregistrement des données articulaires et de la position horizontale du centre de masse pour 6 configurations en limite d'équilibre. 77
4.4 Erreur de localisation du centre de masse en fonction du pourcentage d'erreur des mesures effectuées lors de la phase d'identification pour le HOAP3. 84
4.5 Description de la population étudiée. 94
4.6 Exemple des données collectées sur six postures statiques pour identifier la chaîne virtuelle d'un sujet. 96
4.7 Paramètres de la chaîne virtuelle de chaque sujet. 96
4.8 RMS de l'erreur d'identication ($CoP - CoM_y$) de la chaîne virtuelle de chaque sujet. 96
4.9 RMS de l'erreur d'identication ($CoP - CoM_y$) de la chaîne virtuelle de chaque sujet. 101

Bibliographie

[Alfayad et al., 2009] Alfayad, S., Ouezdou, F. B., Namoun, F., and Cheng, G. (2009). Lightweight high performance integrated actuator for humanoid robotic applications : Modeling, design & realization. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robots and Automation*.

[Ali and Espiau, 1998] Ali, B. E. and Espiau, B. (1998). Static walking control of bipedal robot using the task function approach and the com kinematic equivalence. In *Proceedings of ISRA*.

[Ali and Espiau, 1999] Ali, B. E. and Espiau, B. (1999). Controlling the center of mass of a biped robot when walking up and down stairs. In *Proceedings of Biomechanics meets Robotics, Modelling and Simulation of Motion*.

[Ambrose et al., 2000] Ambrose, R., Aldridge, H., Askew, R., Burridge, R., Bluethman, W., Diftler, M., Lovchik, C., Magruder, D., and Rehnmark, F. (2000). Robonaut : Nasa's space humanoid. *IEEE Intelligent Systems Journal,*, 15 :57–63.

[Asada, 1983] Asada, H. (1983). A geometrical representation of manipulator dynamics and its application to arm design. *ASME Journal of Dynamic systems, Measurement and Control*, 105 :131–135.

[Ayusawa et al., 2008] Ayusawa, K., Venture, G., and Nakamura, Y. (2008). Identification of humanoid robots dynamics using floating-base motion dynamics. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*.

[Azevedo et al., 2004] Azevedo, C., Poignet, P., and Espiau, B. (2004). Artificial locomotion control : from human to robots. *Journal of Robotics and autonomous systems*, 47 :203–223.

[Baillieul, 1984] Baillieul, J. (1984). Promgramming and control of kinematically redundant manipulators. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Decision and Control*.

[Baillieul, 1986] Baillieul, J. (1986). Avoiding obstacles and resolving kinematic redundancy. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*.

[Barber et al., 1996] Barber, C., Dobkin, D., and Huhdanpaa, H. (1996). The quickhull algorithm for convex hulls. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 22 :469–483.

[Benda et al., 1994] Benda, B., Riley, P., and Krebs, D. (1994). Biomechanical relationship between the center of gravity and center of pressure during standing. *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, 2 :3–10.

[Betker et al., 2003] Betker, A., Moussaviand, Z., and Szturm, T. (2003). Application of feedward propagation neural network to center of mass estimation for use in clinical environment. In *Proceedings of the IEEE Engineering in Medecine and Biology Society Conference*.

[Betker et al., 2004] Betker, A., Moussaviand, Z., and Szturm, T. (2004). Center of mass function approximation. In *Proceedings of the IEEE Engineering in Medecine and Biology Society Conference*.

[Bonnet, 2009] Bonnet, V. (2009). *Modélisation des coordiantions posturales chez l'humain*. PhD thesis, Université de Montpellier II.

[Boulic et al., 1994] Boulic, R., Mas, R., and Thalmann, D. (1994). Inverse kinetics for center of mass position control and posture optimization. In *European Workshop on Combined Real and Synthetic Image Processing for Broadcast and video Production*.

[Bowling and Khatib, 1995] Bowling, A. and Khatib, O. (1995). Analysis of the acceleration characteristics of non-redundant manipulators. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robots and Systems*, pages 323–328.

[Bowling and Khatib, 2005] Bowling, A. and Khatib, O. (2005). The dynamic capability equations : a new tool for analyzing robot manipulator performance. *IEEE Transactions on Robotics*, 21 :115–123.

[Breniere, 1996] Breniere, Y. (1996). Why we walk the way we do ? *Journal of Motor Behavior*, 28 :291–298.

[Caron et al., 1997] Caron, O., Faure, B., and Breniere, Y. (1997). Estimating the center of gravity of the body on the basis of the center of pressure in standing posture. *Journal of Biomechanics*, 30 :1169–1171.

[Cavalheiro et al., 2009] Cavalheiro, G. L., Almeida, M. F. S., Pereira, A. A., and Andrade, A. O. (2009). Study of age-related changes in postural control during quiet standing through linear discriminant analysis. *Biomedical Engineering Online*, 8 :35. PMID : 19922638.

[Coiffet, 1981] Coiffet, P. (1981). *Les Robots ; Tome 1 : Modélisation et commande*. Hermès.

[Cotton et al., 2010a] Cotton, S., Fraisse, P., and Murray, A. (2010a). On the manipulability of the center of mass of humanoid robots, application to design. In *Proceedings of the ASME IDETC Conference*.

[Cotton et al., 2008] Cotton, S., Murray, A. P., and Fraisse, P. (2008). Statically equivalent serial chains for modeling the center of mass of humanoid robots. In *Proceedings of the 8th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, Daejeon, Korea.

[Cotton et al., 2009a] Cotton, S., Murray, A. P., and Fraisse, P. (2009a). Estimation of the center of mass : from humanoid robots to human beings. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 14(6) :707–712.

[Cotton et al., 2009b] Cotton, S., Murray, A. P., and Fraisse, P. (2009b). Estimation of the center of mass using statically equivalent serial chain modeling. In *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences*, San Diego, California, USA.

[Cotton et al., 2010b] Cotton, S., Vanoncini, M., Fraisse, P., Ramdani, N., Demircan, E., Murray, A., and Keller, T. (2010b). Estimation of the centre of mass from motion capture and force plate recordings : a study on the elderly. *Journal of Applied Bionics and Biomechanics*, 1 :1–20.

[Davidson and Hunt, 2004] Davidson, J. and Hunt, K. (2004). *Robots and screw theory*. Oxford.

[DeLeva, 1996] DeLeva, P. (1996). Adjustments to Zatsiorsky-Seluyanov's segment inertia parameters. *Journal of Biomechanics*, 29(9) :1223–1230.

[Dempster et al., 1967] Dempster, W. T., Schipplein, O. D., Andersson, G. B. J., and Andriacchi, T. P. (1967). Properties of body segments based on size and weight. *American Journal of Anatomy*, 120(1) :33–54.

[Dubowsky and Papadopoulos, 1993] Dubowsky, S. and Papadopoulos, E. (1993). The kinematis, dynamics and control of free flying and free floating space robotic systems. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 9 :531–543.

[Espiau, 1997] Espiau, B. (1997). Bip : A joint project for the developpement of an anthropomorphic biped robot. In *Proceedings of the International Conference on Advanced Robotics*.

[Espiau and Ali, 1998] Espiau, B. and Ali, B. E. (1998). On the mass center of articulated chains. In *Proceedings of the International Symposium on Advances in Robotic Kinematics*.

[Espiau and Boulic, 1998] Espiau, B. and Boulic, R. (1998). On the computation and control of the mass center of articulated chains.research report. Technical report, INRIA.

[Fournier, 1980] Fournier, A. (1980). *Thèse d'Etat : Génération de mouvements en robotique : application des inverses généralisées et des pseudo-inverses*. PhD thesis, USTL Montpellier.

[Frontera et al., 1991] Frontera, W. R., Hughes, V. A., , Lutz, K. J., and Evans, W. J. (1991). A cross-sectional study of muscle strength and mass in 45- to 78-yr-old men and women. *Journal of Applied Physilogy*, pages 644–650.

[Galli et al., 2000] Galli, M., Crivellini, M., Sibella, F., Montesano, A., Bertocco, P., and Parisio, C. (2000). Sit-to-stand movement analysis in obese subjects. *International Journal of Obesity and Related Metabolic Disorders : Journal of the International Association for the Study of Obesity*, 24(11) :1488–1492. PMID : 11126346.

[Gosselin and Angeles, 1991] Gosselin, C. and Angeles, J. (1991). A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators. *ASME Journal of Mechanical Design*, 113 :220–226.

[Goswami, 1998] Goswami, A. (1998). A study of a compass-like biped robot : symmetry and chaos. *Internation Journal of Robotic Research*, 17 :1282–1301.

[Goswami, 2004] Goswami, A. (2004). Rate of change of angular momentum and balance mainteanance of biped robots. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*.

[Goswami, 2007] Goswami, A. (2007). Reaction mass pendulum (rmp) : An explicit model for centroidal angular momentum of humanoid robots. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics Automation*.

[Gouaillier and Hugel, 2009] Gouaillier, D. and Hugel, V. (2009). Mechatronic design of nao humanoid. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robots and Automation*.

[Graettinger and Krogh, 1988] Graettinger, T. and Krogh, B. (1988). The acceleration radius : a global performance measure for robotic manipulators. *IEEE International Journal of Robotics and Automation*, 4 :60–69.

[Gupta, 1986] Gupta, K. (1986). On the nature of robot workspace. *IEEE International Journal of Robotic Research*, 5 :91–104.

[Haldane, 1999] Haldane, S. (1999). *Lakota Hoop Dancer*. New York : Dutton Childern's Books.

[Harada et al., 2003] Harada, K., Kajita, S., Kaneko, K., and Hirukawa, H. (2003). Zmp analysis fot arm/leg coordination. In *Porceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and systems*.

[Hellstrom et al., 2009] Hellstrom, K., Vahlberg, B., Urell, C., and Emtner, M. (2009). Fear of falling, fall-related self-efficacy, anxiety and depression in individuals with chronic obstructive pulmonary disease. *Clinical Rehabilitation*, 23(12) :1136–1144. PMID : 19906765.

[Hirai et al., 1998] Hirai, K., Hirose, M., Haikawa, Y., and Takenaka, T. (1998). The development of honda humanoid robot. In *Proceedings of the IEEE International conference on robots and automation*.

[Hollerbach and Suh, 1985] Hollerbach, J. and Suh, K. (1985). Redundancy resolution of manipulators through torque optimization. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*.

[Huerta et al., 1998] Huerta, F., Leroux, M., and Zabjeck, K. (1998). Stereovideographic evaluation of the postural geometry of healthy and scoliotic patients. *Annales de Chirurgie*, 52 :776–783.

[Kajita, 1992] Kajita, S. (1992). Dynamic walking control of a biped robot along a potential energy conserving orbit. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8 :431–438.

[Kajita et al., 2003a] Kajita, S., Kanehiro, F., Kaneko, K., Fujiwara, K., Harada, K., Yokoi, K., and Hirukawa, H. (2003a). Biped walinkg pattern generation by using preview control of zero moment point. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robots and Automation*.

[Kajita et al., 2003b] Kajita, S., Kanehiro, F., Kaneko, K., Fujiwara, K., Harada, K., Yokoi, K., and Hirukawa, H. (2003b). Resolved momentum control : Humanoid motion planning based on the linear and angular momentum. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*.

[Kajita et al., 2006a] Kajita, S., Kanehiro, F., Kaneko, K., Fujiwara, K., Harada, K., Yokoi, K., and Hirukawa, H. (2006a). A universal stability criterion of the foot contact of legged robots - adios zmp. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*.

[Kajita et al., 2006b] Kajita, S., Morisawa, M., Harada, K., Kaneko, K., Kanehiro, F., Fujiwara, K., and Hirukawa, H. (2006b). Biped walking pattern gnerator allowing auxiliary zmp control. In *Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and systems*.

[Kaneko et al., 2004] Kaneko, K., Kanehiro, F., Kajita, S., Hirukawa, H., Kawasaki, T., Hirata, M., Akachi, K., and Isozumi, T. (2004). Humanoid robot hrp-2. In *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*.

[Katic and Vukobratovic, 2003] Katic, D. and Vukobratovic, M. (2003). Survey of intelligent control techniques for humanoid robots. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 37 :117–141.

[Khalil and Dombre, 1999] Khalil, W. and Dombre, E. (1999). *Modélisation, identification et commande des robots*. Hermes.

[Khatib, 1987] Khatib, O. (1987). A unified approach for motion and force control of robot manipulators : the operational space formulation. *IEEE International Journal of Robotics and Automation*, 3 :43–53.

[Kim and Desa, 1993] Kim, Y. and Desa, S. (1993). The definition, determination, and characterization of acceleration sets for spatial manipulators. *IEEE International Journal of Robotic Research*, 12 :572–587.

[King and Zatiorsky, 1997] King, D. and Zatiorsky, V. (1997). Extracting gravity line displacement from stabilographic recordings. *Journal of Gait and Posture*, 6 :27–38.

[Klein, 1984] Klein, C. (1984). Use of redundancy in the design of robotic systems. In *International Symposium of Robotic Research*.

[Klein and Blaho, 1987] Klein, C. and Blaho, B. (1987). Dexterity measures for the design and control of kinematically redundant manipulators. *IEEE International Journal of Robotic Research*, 6 :72–83.

[Kumar and Waldron, 1981] Kumar, A. and Waldron, K. (1981). The workspaces of a mechanical manipulator. *ASME Journal of Mechanical Design*, 103 :665–672.

[Kwon and Oh, 2009] Kwon, S. and Oh, Y. (2009). Real time estimation algorithl for the center of mass of a bipedal robot with flexible inverted prendulum model. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*.

[Lenzi et al., 2003] Lenzi, D., Cappello, A., and Chiari, L. (2003). Influence of body segment parameters and modeling assumptions on the estimate of center of mass trajectory. *Journal of Biomechanicas*, 36 :1335–1341.

[Lindemann et al., 2007] Lindemann, U., Muche, R., Stuber, M., Zijlstra, W., Hauer, K., and Becker, C. (2007). Coordination of strength exertion during the chair-rise movement in very old people. *The Journals of Gerontology. Series A, Biological Sciences and Medical Sciences*, 62(6) :636–640. PMID : 17595420.

[Loffler et al., 2003] Loffler, K., Gienger, M., and Pfeiffer, P. (2003). Sensors and control concept of walking "johnnie". *The International Journal of Robotics Research*, 22 :229–239.

[Maciejewski and Klein, 1985] Maciejewski, A. and Klein, C. (1985). Obstacle avoidance for kinematically redundant manipulators in dynamically vayrin environments. *The Internation Journal of Robotic Research*, 4 :109–117.

[Maciejewski and Klein, 1989] Maciejewski, A. and Klein, C. (1989). The singular value decomposition : computation and applications to robotics. *Internation Journal of Robotic Research*, 6 :63–79.

[Mansard, 2006] Mansard, N. (2006). *Enchaînement de Tâches Robotiques*. PhD thesis, Université de Rennes 1.

[Masaaki and Takashi, 2001] Masaaki, K. and Takashi, E. (2001). Slope-walk of human type biped robot. estimation of inclination using stereo vision and its application to slope-walk. *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, 37 :1040–1047.

[Massaad et al., 2004] Massaad, F., Dierick, F., Hecke, A., and Detrembleur, C. (2004). Influence of gait pattern on the body centre of mass displacement in children with cerebral palsy. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 46 :674–680.

[Murray et al., 1967] Murray, M. P., Seireg, A., and Scholz, R. C. (1967). Center of gravity, center of pressure, and supportive forces during human activities. *Journal of Applied Physiology*, 23(6) :831–838. PMID : 6065053.

[Nakamura et al., 1987] Nakamura, Y., Hanafusa, H., and Yoshikawa, T. (1987). Task priority based redundancy control of robot manipulators. *IEEE International Journal of Robotic Research*, 6 :3–15.

[Nakanishi et al., 2005] Nakanishi, J., Cory, R., Mistry, M., Peters, J., and Schaal, S. (2005). Comparative experiments on task space control with redundancy resolution. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*.

[Naksuk and Lee, 2005] Naksuk, N. and Lee, C. G. (2005). Utilization of movement prioritization for whole-body humanoid robot trajectory generation. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*.

[Naksuk and Lee, 2006] Naksuk, N. and Lee, C. G. (2006). Zero moment point manipulability ellipsoid. In *Proceedings of the IEEE Internation Conference on Robot and Automation*.

[Nenchev, 1989] Nenchev, D. (1989). Redundancy resolution through local optimization : a review. *Internation Journal of Robotic Systems*, 6 :769–798.

[Olaru et al., 2009] Olaru, I., Krut, S., and Pierrot, F. (2009). Novel mechanical design of biped robot sherpa using 2 dof cable differential modular joints,. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robots and Systems*.

[Orendurff et al., 2004] Orendurff, M. S., Segal, A. D., Klute, G. K., Berge, J. S., Rohr, E. S., and Kadel, N. J. (2004). The effect of walking speed on center of mass displacement. *Journal of Rehabilitation Research & Development*, 41 :829–834.

[Ott et al., 2006] Ott, C., Eiberger, O., Friedl, W., Bauml, B., Hillenbrand, U., Borst, C., Albu-Schaffer, A., Brunner, B., Hirschmuller, H., Kielh¨ofer, S., Konietschke, R., Suppa, M., Wimbock, T., Zacharias, F., and Hirzinger, G. (2006). A humanoid two-arm system for dexterous manipulation. In *Proceedings of the IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*.

[Painter et al., 2009] Painter, J. A., Elliott, S. J., and Hudson, S. (2009). Falls in community-dwelling adults aged 50 years and older : prevalence and contributing factors. *Journal of Allied Health*, 38(4) :201–207. PMID : 20011818.

[Panzer et al., 1995] Panzer, V. P., Bandinelli, S., and Hallett, M. (1995). Biomechanical assessment of quiet standing and changes associated with aging. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 76(2) :151–157. PMID : 7848073.

[Peters et al., 2005] Peters, J., Mistry, M., Udwadia, F., , and Schaal, S. (2005). A unifying methodology for the control of robotic systems. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*.

[Pieper, 1968] Pieper, D. (1968). *The kinematics of manipulators under computer control*. PhD thesis, Stanford University.

[Raibert, 1986] Raibert, M. (1986). *Legged Robots taht Balance*. MIT Press.

[Renaud, 1975] Renaud, M. (1975). *Contribution à l'étude de la modélisation et de la commande de systèmes mécaniques articulés*. PhD thesis, UPS, Toulouse, France.

[Roth, 1976] Roth, B. (1976). Performance evaluation of manipulators from a kinematic viewpoint. Technical Report 495, National Bureau of Standard.

[Sardain and Bessonnet, 2004] Sardain, P. and Bessonnet, G. (2004). Forces acting on a biped robot. center of pressure - zero moment point. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics*, 34 :630–637.

[Sardain et al., 1998] Sardain, P., Rostami, M., and Bessonnet, G. (1998). An anthropomorphic biped robot : Dynamic concepts and technological design. *IEEE Transaction on Systems Man and Cybernetics*, 28 :823–383.

[Saunders et al., 1953] Saunders, J., Inman, V., and Eberhart, H. (1953). The major determinants in normal and pathological gait. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 35 :543–558.

[Schneider and Zernicke, 1992] Schneider, K. and Zernicke, R. F. (1992). Mass, center of mass, and moment of inertia estimates for infant limb segments. *Journal of Biomechanics*, 25(2) :145–148. PMID : 1733990.

[Sciavicco and Siciliano, 1988] Sciavicco, L. and Siciliano, B. (1988). A solution algorithm to the inverse kinematic problem for redundant manipulators. *IEEE International Journal of Robotic and Automation*, 4 :40.–410.

[Sentis, 2007] Sentis, L. (2007). *Synthesis and Control of Whole-Body Behaviors in Humanoid Systems*. PhD thesis, Department of Electrical Engineering, Stanford University.

[Sentis et al., 2010] Sentis, L., Park, J., and Khatib, O. (2010). Compliant control of multi-contact and center of mass behaviors in humanoid robots. *Transactions on Robotics*.

[Shimba, 1984] Shimba, T. (1984). An estimation of center of gravity from force platform data. *Journal of Biomechanics*, 17 :53–60.

[Sugihara and Nakamura, 2002] Sugihara, T. and Nakamura, Y. (2002). Whole-body cooperative balancing of humanoid robot using cog jacobian. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*.

[Taddei, 2007] Taddei, M. (2007). *Leonardo da Vinci's robots*.

[Taha et al., 2009] Taha, Z., Jomoah, I. M., and Zadry, H. R. (2009). A study of anthropometric characteristics between malaysian and saudi arabian males aged 20 to 30 years. *Journal of Human Ergology*, 38(1) :27–32. PMID : 20034316.

[Takanishi, 1995] Takanishi, A. (1995). In memorian : Professor ichiro kato. *Journal of Autonomous Robots*, 2.

[Thelen, 2003] Thelen, D. G. (2003). Adjustments of muscle mechanics model parameters to simulate dynamic contractions in older adults. *Journal of Biomechanical Engineering - Transactions of the ASME*, 125 :70–77.

[Thompson and Brown, 1999] Thompson, L. V. and Brown, M. (1999). Age-related changes in contractile properties of single skeletal fibers from the soleus muscle. *Journal of Applied Physiology*, pages 881–986.

[Tsai and Soni, 1983] Tsai, Y. and Soni, A. (1983). An algorithm for the workspace of a general n-r robot. *ASME Journal of Mechanical Design*, 105 :52–57.

[Vandervoot and McComas, 1986] Vandervoot, A. A. and McComas, A. J. (1986). Contractile changes in opposing muscle of the human ankle joint with aging. *Journal of Applied Physiology*, pages 361–367.

[Vijaykumar et al., 1986] Vijaykumar, R., Waldron, K., and M.J.Tsai (1986). Geometric optimization of serial chain manipulator structures for working volume and dexterity. *IEEE International Journal of Robotic Research*, 5 :91–104.

[Vukobratovic, 2004] Vukobratovic, M. (2004). Zero moment point - thirty five years of its life. *IEEE International Journal of Humanoid Robotics*, 1 :157–173.

[Vukobratovic and Kircanski, 1982] Vukobratovic, M. and Kircanski, N. (1982). *Dynamics of manipulation robots ; Volume 1 : Theory and Application*. Springer-Verlag.

[Wang and Chirikjian, 2004] Wang, Y. and Chirikjian, G. (2004). Workspace generation of hyper-redundant manipulators as a diffusion process on se(n). *IEEE Transactions on Robotics and Autamation*, 20 :399–409.

[Whitney, 1969] Whitney, D. (1969). Resolved motion rate control of manipulator and human prostheses. *IEEE Transaction on Man, Machine and Systems*, 10 :47–53.

[Whittle, 1996] Whittle, M. (1996). *Gait analysis : An introduction*. Oxford.

[Wieber, 2000] Wieber, P. (2000). *Modélisation et commande d'un robot marcheur anthropomorphe*. PhD thesis, Ecole des Mines de Paris.

[Wieber, 2006] Wieber, P. (2006). Trajectory-free linear model predicitive control for stable walking in the presence of dtrong perturbations. In *Proceedings of the IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*.

[Wieber and Chevallerau, 2006] Wieber, P. and Chevallerau, C. (2006). Online adaptation of reference trajectories for the control of walking system. *Journal of robot and autonomous systems*, 54 :559–566.

[Winter, 2005] Winter, D. A. (2005). *Biomechanics and motor control of human movement*. Wiley, New York.

[Yang and Lee, 1983] Yang, D. and Lee, T. (1983). On the workspace of mechanical manipulators. *ASME Journal of Mechanisms, Transmission and Automation in Design*, 105 :62–69.

[Yoshida et al., 1996] Yoshida, K., Nenchev, D. N., and Uchiyama, M. (1996). Moving base robotics and reaction management control. *The International Symposium on Robotics Research*, 7 :101–109.

[Yoshikawa, 1984] Yoshikawa, T. (1984). Analysis and control of robot manipulators with redundancy. In *International Symposium of Robotics Research*.

[Yoshikawa, 1985a] Yoshikawa, T. (1985a). Dynamic manipulability or robot manipulators. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robot and Automation*, pages 1033–1038.

[Yoshikawa, 1985b] Yoshikawa, T. (1985b). Manipulability of robotic mechanisms. *IEEE International Journal of Robotic Research*, 4 :3–9.

[Zabjeck et al., 2008] Zabjeck, K., Coillard, C., Rivard, C., and Prince, F. (2008). Estimation of the center of mass for the study of postural control in idiopathic scoliosis patients. *European Spine Journal*, 17 :355–360.

[Zacharias et al., 2007] Zacharias, F., Borst, C., and Hirzinger, G. (2007). Capturing robot workspace structure : representing robot capabilities. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robots and Systems*, pages 3229–3236.

[Zatsiorsky and Seluyanov, 1983] Zatsiorsky, V. and Seluyanov, V. (1983). The mass and inertia characteristics of the main segments of the human body. *Human Kinetics : Biomechanics VIII-B*, 4B :1152–1159.

Titre : Modélisation, dynamique et estimation du centre de masse de robots humanoïdes

Résumé : Avant de pouvoir interagir avec l'homme, les robots humanoïdes doivent encore être largement améliorés, tant au niveau de leur modélisation, de leur commande que de leur conception. Contrairement aux robots manipulateurs la notion de centre de masse est prédominante chez les robots humanoïdes et sera au centre de la gestion de leur équilibre. C'est donc dans ce cadre que s'inscrit cette thèse dont le but est de proposer une modélisation précise du centre de masse des robots humanoïdes dont la complexité ne cesse d'augmenter. En effet les modèles utilisés aujourd'hui pour définir la trajectoire du centre de masse sont des modèles simplifiés des robots humanoïdes. Les travaux de cette thèse s'articulent autour de trois contributions majeures : la modélisation cinématique et dynamique ainsi que l'estimation du centre de masse de robots humanoïdes. La première contribution propose une transformation de la structure arborescente de l'humanoïde en une chaîne virtuelle série localisant son centre de masse et permettant une commande cinématique adaptée de ce dernier. La dynamique du robot est ensuite exprimée en son centre de masse permettant ainsi une description exacte de ses accélérations. À ce titre, le concept de manipulabilité dynamique du centre de masse est introduit. Enfin grâce à la modélisation sous forme de chaîne virtuelle, une méthodologie qui s'impose aujourd'hui comme référence dans le domaine de l'estimation du centre de masse chez l'humain est proposée. De nombreuses expérimentations illustrent tout au long de cette thèse l'application et l'utilité de ces travaux.

Mots clés : Robot humanoïde, Modélisation, Centre de masse, Chaîne virtuelle, Estimation, Dynamique

---

Title : Modeling, dynamic and estimation of the center of mass of humanoid robots

Abstract : Before they can seamlessly interact with humans, humanoid robots must see significant advancements in their modeling, their control, and their design. Unlike more traditional manipulator robots, the notion of center of mass is central to the study of humanoid robots, predominantly due to the need to manage their balance. In this context, this thesis establishes accurate modeling techniques for the center of mass of humanoid robots. This challenge is further magnified due to the continuous increases in the design complexity of these systems. As evidence, consider that simplified models are currently used to determine the trajectory of a humanoid robot's center of mass. This thesis focuses on three major contributions in humanoid robotics : improved kinematic modeling, improved dynamic modeling, and the estimation of the center of mass. The first contribution is a methodology to transform a tree structure (like a humanoid) into a virtual serial chain useful in locating its center of mass and allowing for adapted control of the latter. The second contribution is an examination of the humanoid's dynamics to determine an accurate expression for the acceleration of its center of mass. As such, the concept of dynamic manipulability of the humanoid's center of mass is introduced. The third contribution is a procedure that extends the notion of the virtual serial chain to the estimation of center of mass and is as applicable to humans as humanoids. Experimental results are included throughout.

Keywords : Humanoid robot, Modeling, Center of mass, Virtual chain, Estimation, Dynamic

---

Discipline : Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal

Laboratoire : Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier Université de Montpellier II, LIRMM UMR5506, 161 rue Ada, 34095 Montpellier, France.