Université de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :
Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :
Génie des Procédés et de l'Environnement

Présentée et soutenue par :
Jean-Sébastien Kroll-Rabotin

le : 3 décembre 2010

Titre :
Analyse physique et modélisation de la séparation centrifuge de particules ultrafines en film fluant : application au séparateur industriel Falcon.

Ecole doctorale :
Mécanique, Energétique, Génie civil et Procédés (MEGeP)

Unité de recherche :
LGC- UMR5503

Directeur(s) de Thèse :
Florent Bourgeois (LGC – Toulouse)
Éric Climent (IMFT – Toulouse)

Rapporteurs :
Mohamed Souhar (LEMTA – Nancy)
Claude Bazin (Université Laval – Québec, CA)

Autre(s) membre(s) du jury
Jacques Yvon (LEM – Nancy)
Claude Deveau (Cabot Supermetals – Lac du Bonnet, CA)

Résumé

Français

Les concentrateurs Falcon permettent de séparer des particules en fonction de leur densité. Leur capacité à traiter des débits de suspension importants rend leur utilisation courante dans les procédés miniers. Dans les gammes de tailles ultrafines (entre 1 et 100 µm), leur coupure devient à la fois granulométrique et densimétrique.
Ce travail a porté sur la compréhension de leur physique et de ses limites. Une analyse de leurs mécanismes de séparation a abouti à une loi d'échelle analytique, validée expérimentalement. Des investigations plus complètes appliquées aux suspensions ultrafines ont été réalisées numériquement.
Finalement un critère physique liant la gamme de taille à séparer aux densités des différentes fractions a été explicité et appliqué à la valorisation de sédiments fins.

English

Enhanced gravity separators are widely used in minerals beneficiation, as their superior gravity field enables them to separate particles within narrow classes of density and size. This study aims to shed light on the Falcon concentrator's ability to separate particles with size and density ranges lower than usual, 1 to 100 micrometers and 1.2 to 3.0 s.g. respectively.
Differential particle settling being identified as the prevailing separation mechanism under such conditions, this study couples a theoretical and numerical approach with targeted experiments to build a predictive Falcon separation model that embeds phenomenological fluid and particle flow analysis.
Based on this model, physical limitations were identified and quantified through explicit relations between operating parameters, and particle size and density ranges. Falcon's efficiency to beneficiate dredged sediments was characterized in this way.

« L'hypothèse la plus élaborée ne saurait remplacer la réalité la plus bancale. »

— Frédéric Dard

À défaut d'avoir suffisamment lu San-Antonio, il aura fallu la persévérance de deux directeurs de thèse très impliqués et excellents pédagogues pour parvenir à me faire accepter cette vérité. Pour leur encadrement présent sans être trop directif, pour la pertinence de leurs conseils même s'ils n'ont pas toujours été assez écoutés et pour leur soutien encourageant, Florent et Éric méritent toute ma reconnaissance. Je remercie donc chaleureusement Florent pour m'avoir ouvert à des domaines scientifiques nouveaux, pour son recul qui permet d'appréhender théorie, application et empirisme comme un tout, et pour la qualité de son enseignement auquel je dois l'accomplissement de ce travail, particulièrement la partie pratique. Je suis évidemment aussi très reconnaissant envers Éric. Son esprit synthétique et la clarté de ses explications ont été un fil conducteur tout au long de la thèse. Aucune hypothèse ne remplace la réalité, mais avec un excellent modélisateur comme lui, les hypothèses semblent pouvoir s'en approcher, même parfois l'atteindre, voire la surpasser.

Pour m'aider à appliquer les instructions avisées de mes deux directeurs de thèse, j'ai été accompagné par l'équipe technique du Laboratoire de Génie Chimique que je tiens à remercier. Je remercie particulièrement Christine Rey-Rouch pour le temps qu'elle m'a accordé et pour son tempérament énergique communicatif bien utile pour faire face aux mesures expérimentales récalcitrantes. Je remercie aussi les personnes du Bureau de Recherche Géologique et Minières, notamment Maurice Save, Solène Touzé et Mickael Beaulieu, qui m'ont accueilli sur leur site d'Orléans pour mes premiers essais expérimentaux, ainsi que les autres partenaires du projet PROPSED qui ont manifesté un intérêt pour mon travail très valorisant et encourageant.

En matière de conseils, je remercie particulièrement les membres de mon jury de soutenance qui, bien que n'étant intervenu qu'au stade final de mon travail, ont largement contribué à améliorer le document présenté ci-après grâce à la pertinence de leurs remarques, aux (parfois longues) discussions qu'ils m'ont accordées et à leurs rapports très détaillés. Je

remercie aussi tous les participants aux rencontres du département Génie des Interfaces et des Milieux Divisés qui ont jalonné mon emploi du temps d'étapes bien utiles pour synthétiser mon travail et qui m'ont fait bénéficier de la critique constructive d'autres chercheurs.

Je tiens aussi à remercier l'ensemble des doctorants du LGC pour leur sympathie qui fait de ce laboratoire un lieu de travail agréable. L'association Alambic et ses membres méritent une attention particulière pour avoir veillé à entretenir l'échange entre doctorants et autres personnels, et pour maintenir ainsi la qualité de cet environnement de travail. Je tiens particulièrement à remercier ceux, doctorants et autres, avec qui j'ai traversé tout ou partie de ces trois années au LGC. Harold, Constant, Elham, Filipa, malgré un déménagement et de multiples changement salles, j'ai toujours l'impression de partager mon bureau avec eux. Merci aussi à Youen, Nicolas, Baptiste et Nathalie dont l'amitié a largement dépassé les murs du laboratoire. Et finalement merci à tous les Nic(h)olas, Céline, Carole, Tanya, Aurélien, Guillermo et les autres si nombreux qu'il y aurait presque de quoi écrire une liste exhaustive de tous les prénoms existants… et encore, sans compter ceux que j'oublie.

Dans le registre personnel, je remercie aussi mes parents, mas sœur et toute ma famille qui m'épaulent depuis bien avant mon travail de thèse. Merci aussi à Cécile qui partage ma vie et même un peu mon travail sur la fin de cette thèse, qui s'est énormément investie et a permis de rendre cette thèse la plus digeste possible, malgré l'ésotérisme du premier jet.

Ce travail a reçu le soutien financier du programme PRECODD 2007 de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR), dans le cadre du projet PROPSED.

Table des matières

Introduction 1

Références 2

1 Contexte de l'étude 3

1 Cadre de l'étude 5

1.1 Contexte économique 5

1.2 Le projet PROPSED 6

1.2.1 Tri gravimétrique 7

1.2.2 Partenaires participant au projet 8

1.2.3 Travail réalisé au LGC 9

1.2.4 Retombées scientifiques, économiques et environnementales 10

2 Séparateur centrifuge Falcon 11

2.1 Séparateurs centrifuges usuels 11

2.2 Les gammes de séparateurs Falcon 11

3 Double objectif de l'étude 12

3.1 Problématique industrielle 12

3.1.1 Prédiction de la séparation dans un Falcon 13

3.1.2 Application à la dépollution de sédiments 13

3.2 Problématique scientifique 13

4 Références 14

2 Matériel et méthodes 17

1 Outils d'analyse 19

1.1 Lavabilité 19

1.2 Surface de séparation 20

1.3 Densité de coupure 21

1.4 Écart probable 22

2 Installation expérimentale 23
2.1 Concentrateur Falcon 24
2.1.1 Alimentation 25
2.1.2 Paramètres opératoires 26
2.2 Préparation des échantillons 27
2.2.1 Suspension de silice 27
2.2.2 Suspension de coke 28
2.2.3 Échantillonnage pour les mesures 29
2.3 Mesures réalisées 31
2.3.1 Mesures granulométriques par diffraction laser . . . 31
2.3.2 Mesures de concentration 33
2.3.3 Mesure de densité apparente 34
3 Références 35

3 Modélisation du concentrateur Falcon 37
1 Hypothèses de modélisation 39
1.1 Transport et piégeage : deux mécanismes de séparation . 39
1.1.1 Transport dans le film 40
1.1.2 Rétention dans le lit 40
1.2 Critère de capture 42
1.2.1 Longueur de sédimentation 42
1.2.2 Fraction solide piégée dans le bol 43
2 Suivi des particules 44
2.1 Simulation de l'écoulement 44
2.1.1 Analyse du champ de vitesse 45
2.1.2 Épaisseur du film 47
2.1.3 Vitesse azimutale et profil de Poiseuille 49
2.2 Régime de transport des particules 51
2.2.1 Milieu dilué 51
2.2.2 Masses ponctuelles et échelles de longueur 52
2.2.3 Régime de Stokes 52
2.2.4 Inertie des particules 53
2.3 Bilan des forces 54
2.4 Calcul des trajectoires 55
3 Références 57

4 Séparation de suspensions diluées 61
1 Analyse physique de la séparation 63
1.1 Prédiction théorique et loi d'échelle 63
1.1.1 Calcul de la longueur de sédimentation 64
1.1.2 Calcul de la surface de séparation 67
1.1.3 Fractions dans le concentré et dans les rejets 69
1.2 Comparaison avec des résultats expérimentaux 69

1.2.1 Taux de récupération 69
1.2.2 Fonction de coupure 72
2 Résolution numérique du problème physique 76
2.1 Suivi Lagrangien et bilan des forces 77
2.2 Méthode de résolution numérique 78
2.3 Utilisation du modèle 80
3 Comparaison de la résolution numérique avec la loi d'échelle analytique 80
3.1 Validation de la méthode de résolution 80
3.1.1 Résolution de la physique simplifiée 80
3.1.2 Calibration du modèle 81
3.2 Cas des particules grenues ou très denses 82
3.2.1 Effet du nombre de Reynolds particulaire 82
3.2.2 Effet du nombre de Stokes 84
4 Optimisation des conditions opératoires 86
4.1 Critères d'optimisation 86
4.1.1 Écart probable 86
4.1.2 Densité de coupure 87
4.2 Limites physiques de la séparation d'ultrafines dans un Falcon 88
4.2.1 Écart probable et densité de coupure 89
4.2.2 Passage aux plus grandes échelles 90
5 Références 91

5 Séparation de suspensions concentrées 93
1 Modélisation des variations du champ de concentration 95
1.1 Concentration locale dans le film fluant 95
1.1.1 Volumes finis 95
1.1.2 Conditions limites 97
1.1.3 Résolution stationnaire 98
1.1.4 Schéma amont d'ordre 1 100
1.2 Champ de vitesse des particules 103
1.2.1 Vitesse de sédimentation 103
1.2.2 Propriétés locales de la suspension 105
2 Résolution du modèle 106
2.1 Calcul des champs de vitesse et de concentration 107
2.2 Critère de capture 108
2.3 Utilisation du modèle 108
2.3.1 Comportement en milieu dilué 109
2.3.2 Effet de la concentration sur la séparation 111
3 Séparation en milieu concentré 113
3.1 Effets relatifs des différents mécanismes 113
3.2 Intégration de l'effet de la concentration dans le modèle dilué 117

3.2.1 Densité apparente 117
3.2.2 Effet sur la constante de calage 119
3.2.3 Loi d'échelle analytique corrigée et résolution numérique 124
4 Références 126

6 Application à la valorisation de sédiments 129
1 Physique de la séparation dans un Falcon 131
1.1 Compréhension des mécanismes sous-jacents 131
1.2 Validation expérimentale 133
1.3 Validation numérique 134
2 Limites de la séparation 134
2.1 Régime de transport des particules ultrafines 134
2.2 Exploitation de la loi d'échelle analytique 135
2.2.1 Condition nécessaire à la séparation densimétrique en milieu dilué 135
2.2.2 Effet de la concentration 139
3 Valorisation et dépollution de sédiments 140
3.1 Caractérisation des sédiments 141
3.2 Récupération de la fraction valorisable par séparation granulo-densimétrique 141
3.2.1 Propreté de la fraction valorisable 141
3.2.2 Amélioration du procédé par une étape d'attrition . 145
4 Conclusion et perspectives 146
5 Références 148

Nomenclature 151

Table des figures 155

Liste des tableaux 159

A Données expérimentales 161

B Caractérisation d'un sédiment 179

C Articles 183
1 Fluid dynamics based modeling of the Falcon concentrator for ultrafine particle beneficiation 183
2 Beneficiation of concentrated ultrafine suspensions with a Falcon UF concentrator 195

Introduction

Les procédés de pré-traitement des sédiments de curage ou de dragage produisent aujourd'hui un déchet ultime sous la forme d'une fraction fine (< 63 µm) traitée par voie biologique ou stockée en décharge. Or, d'un sédiment à l'autre, selon le type de contaminants, les pollutions se concentrent essentiellement dans la fraction organique et dans la fraction minérale ultrafine (< 10 µm), de sorte qu'il subsiste une fraction minérale propre potentiellement valorisable entre 10 et 63 µm. Les enjeux économiques et environnementaux de ce problème sont présentés au chapitre 1.

Des solutions pour abaisser la taille de coupure en dessous de 63 µm ont déjà été explorées, notamment en utilisant des hydrocyclones de petit diamètre (Detzner, 1995). . Cependant, l'importance des débits à traiter et la taille des cyclones capables d'opérer une telle coupure rend nécessaire l'usage de batteries de nombreux cyclones qui se sont avérées inutilisable dans un contexte industriel en raison des coûts de maintenance. La problématique de cette étude est de statuer sur la possibilité d'opérer cette coupure avec un séparateur à gravité augmentée par effet centrifuge. En effet, ces séparateurs opèrent dans ces gammes de taille une séparation sensible à la fois à la granulométrie et à la densité des particules en suspension et sont capables de traiter des débits très importants, ce qui les rend intéressant pour le pré-traitement de sédiments fins. Parmi les séparateurs centrifuges, le concentrateur Falcon à bol lisse se distingue par son absence de fluidisation, ce qui lui permet d'opérer dans des gammes de taille ultrafines compatibles avec le besoin du pré-traitement de sédiments. Une présentation rapide du concentrateur Falcon et des outils d'analyses utilisés par la suite est proposée au chapitre 2.

Une des difficultés du problème est que le déchet n'est actuellement pas valorisé puisque la fraction valorisable n'est pas séparée des fractions potentiellement contaminées. Ainsi les filières de valorisation sont inexistantes. Il n'est donc pas possible de définir un critère quantitatif de propreté d'un sédiment qui permette de décider s'il est valorisable ou non. Les filières envisageables sont très dépendantes de la propreté obtenue et ne

sont donc pas complètement connues *a priori*. Cette étude se focalise sur l'identification des possibilités de séparation. C'est uniquement en les comparant avec les teneurs en pollutions pour chaque sédiment réel à traiter qu'il sera possible de statuer sur l'intérêt d'utiliser un tel concentrateur sur la base de critères environnementaux et économiques.

Pour répondre à la problématique, à savoir si le concentrateur Falcon est capable de réaliser une coupure exploitable pour la valorisation de sédiments fins, la séparation opérée par ce concentrateur a été modélisée sur la base d'une analyse physique. Cette analyse est détaillée au chapitre 3. Pour extraire des prédictions de séparation de cette analyse physique, des modèles de transport des particules ont été développés. Pour la validation physique du problème en milieu dilué, une résolution des trajectoires des particules par suivi Lagrangien est présentée au chapitre 4. Dans un second temps, l'effet de la concentration est étudié à l'aide d'une résolution Eulérienne du taux de présence de chaque classe de particules à l'intérieur du séparateur. Ce second modèle est présenté au chapitre 5.

Finalement, une exploitation de ces modèles appliquée au cas de la valorisation de sédiments est proposée au chapitre 6. L'analyse appliquée au cas des sédiments fins abouti à l'écriture d'un critère physique qui quantifie les limites de la séparation réalisable avec un concentrateur Falcon pour des suspensions ultrafines. Pour surmonter les limitations de l'appareil, des pistes de solutions à mettre en œuvre dans le procédé de pré-traitement sont avancées au chapitre 6 avant de conclure sur la faisabilité de la valorisation visée.

Références

H. D. Detzner : The Hamburg Project METHA : Large scale separation, dewatering and reuse of polluted sediments. *European Water Pollution Control*, 6(5):38–42, 1995.

1

Contexte de l'étude



Sommaire

1 Cadre de l'étude 5
1.1 Contexte économique 5
1.2 Le projet PROPSED 6
1.2.1 Tri gravimétrique 7
1.2.2 Partenaires participant au projet 8
1.2.3 Travail réalisé au LGC 9
1.2.4 Retombées scientifiques, économiques et environnementales 10
2 Séparateur centrifuge Falcon 11
2.1 Séparateurs centrifuges usuels 11
2.2 Les gammes de séparateurs Falcon 11
3 Double objectif de l'étude 12
3.1 Problématique industrielle 12
3.1.1 Prédiction de la séparation dans un Falcon 13
3.1.2 Application à la dépollution de sédiments . 13
3.2 Problématique scientifique 13
4 Références 14

Ce travail s'intègre dans un cadre d'étude plus large qui regroupe plusieurs laboratoires et partenaires industriels autour de la thématique du traitement de sédiments. Ce projet, intitulé « Développement de Procédés Physiques pour la Valorisation des Sédiments de Curage » (abrégé en PROPSED), est soutenu par le Programme Ecotechnologies et Développement Durable (PRECODD) de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR). Le traitement de sédiments définit donc la finalité de cette étude et est abordé en détail par la suite (cf. chapitre 6), cependant seule une dimension de l'ensemble du problème est détaillée ici : l'étude de la séparation solide/solide de particules fines et de densité faible.

De multiples procédés intégrent une étape de séparation solide/solide. Cette opération unitaire étant courante, un certain nombre de séparateurs existent déjà pour répondre à ce besoin. Chaque séparateur possédant ses forces et ses faiblesses, l'objet de ce travail est l'étude plus particulière de l'un d'eux, le concentrateur *Falcon*. Ce bol centrifuge d'usage fréquent dans les procédés de traitement miniers s'illustre par sa capacité à traiter des débits de suspension importants, ce qui le rend intéressant pour répondre au besoin de la dépollution de sédiments. L'enjeu est donc de savoir s'il est capable de traiter le type de suspension sédimentaire sur lequel se focalise le projet PROPSED, et si oui, de déterminer la façon adéquate pour y parvenir.

1 Cadre de l'étude

1.1 Contexte économique

Les quantités de sédiments à traiter sont énormes. Le port de Hambourg (Detzner, 1995) à lui seul produit 2 000 000 m^3 par an de boues de dragage pour maintenir son tirant d'eau. Sur les 600 000 tonnes par an de solide qui composent ces boues, seulement la moitié est récupérée en vue d'une revalorisation. En France, près de 30 millions de m^3 sont dragués chaque année (25 millions pour le domaine portuaire et estuarien, et 5 millions pour le domaine continental). Pour les sédiments du domaine portuaire et estuarien, le clapage en mer est une pratique qui, selon toute vraisemblance, est vouée à disparaître. Du fait de leurs teneurs élevées en contaminants, une partie de ces sédiments ne peut de toute façon pas faire l'objet d'un rejet en mer. Il est alors nécessaire de développer des filières alternatives pour traiter ces sédiments pollués pour les stocker ou, mieux encore, les valoriser.

Les sédiments pollués doivent être pris en charge à terre. Ils peuvent soit être mis en dépôt ou faire l'objet d'un traitement (lavage physico-chimique, bioremédiation, ajout de liants). La mise en dépôt, le régalage sur berges et la remise en suspension sont les principales filières actuelles pour les sédiments de curage du domaine continental : ces filières représentent plus

de 80% des sédiments. La mise en dépôt reste la seule option technique pour les sédiments les plus pollués mais cette filière devient rapidement prohibitive sur le plan économique. En raison de son coût, la filière traitement reste une voie marginale comparativement aux autres filières et ne représente que 20%.

Avec les méthodes actuelles, la faible fraction susceptible d'être revalorisée et le coût économique du traitement de la fraction polluée ont un impact environnemental direct puisqu'ils provoquent la suspension de travaux d'entretien de nombreux cours d'eau, lacs et réserves d'eau. De ce fait, le terme source avec les risques inhérents (transferts vers le milieu) reste en place. Compte tenu des contraintes croissantes en terme de protection de l'environnement, de respect du cadre réglementaire et d'acceptabilité sociale, l'ensemble des acteurs s'accorde sur la nécessité de développer à terme des filières alternatives permettant de traiter et de valoriser les sédiments de curage ou de dragage, en particulier lorsqu'une pollution est avérée.

Dans ce contexte, le développement des filières alternatives de pré-traitement permettant d'augmenter la fraction revalorisable est un enjeu important. Dans le cas du port de Hambourg cité précédemment, les fractions propres et polluées sont séparées efficacement pour les particules de taille supérieure à 63 µm, ce qui signifie que l'ensemble des particules de taille inférieure à cette limite partent en déchet ultime. Cette taille critique est due aux limitations des procédés de séparation mais selon le sédiment il peut rester une quantité importante de particules très peu chargées en pollution dans les déchets rejetés. En améliorant l'opération de séparation, de sorte qu'il soit possible de séparer les particules jusqu'à une taille critique de 10 µm, il serait ainsi possible de revaloriser 30 à 50% de ce qui est actuellement du déchet.

Suite à la transposition du catalogue européen des déchets en droit français par le décret n° 2002-540 du 18 avril 2002, les sédiments extraits par curage et acheminés à terre sont considérés comme des déchets. Ils sont classés sous deux désignations considérées comme entrées miroirs :

- 17 05 05 : Boues de dragage contenant des substances dangereuses et assimilées à un déchet dangereux.
- 17 05 06 : Boues de dragage autres que celles visées ci-dessus.

1.2 Le projet PROPSED

Le fait d'être un déchet n'empêche pas une valorisation mais incite, au contraire, à la conception de procédés de pré-traitement et de traitement permettant de réduire la quantité de déchet ultime et corrélativement de valoriser et de recycler la fraction non contaminée. Deux voies techniques existent. Le pré-traitement rassemble l'ensemble des opérations de tri physique permettant de réduire le volume de sédiments à traiter ou à stocker. Le traitement regroupe l'ensemble des opérations permettant de détruire,

extraire ou immobiliser des polluants. Ces opérations sont basées sur des processus physiques, chimiques et/ou biologiques.

Le projet PROPSED se focalise sur le développement des procédés de pré-traitement. Les schémas de pré-traitement mis en œuvre à l'heure actuelle sont basés sur des tris granulométriques (crible pour les coupures hautes, cyclonage pour les coupures inférieures à 80 µm). L'objectif technique du projet PROPSED est d'optimiser les schémas existants en traitant par voie physique et physico-chimique la fraction fine (< 80 µm) des sédiments pollués.

En règle générale, un pré-traitement par tri granulométrique à une coupure de 80 µm et une valorisation potentielle de la fraction grenue constituent un compromis technico-économique avantageux pour les sédiments à forte composante sableuse. Cependant, lorsque la fraction fine est importante, comme c'est le cas majoritairement pour les sédiments continentaux en France, la difficulté de traitement de la fraction fine des sédiments est un handicap pour leur valorisation. Le projet PROPSED se propose donc de répondre à la nécessité de développer des méthodes de pré-traitement et de traitement des fractions fines des sédiments.

Les solutions développées visent à produire une fraction minérale comprise entre 10 et 80 µm non ou peu polluée qui constitue la part potentiellement valorisable. Cette fraction devra être nettoyée de sa composante organique pour deux raisons :

- une fraction importante des polluants métalliques ou organiques est associée à la matière organique présente ;
- la présence de matière organique, par nature évolutive, est une limite pour la valorisation ultérieure.

La fraction ultrafine polluée (< 10 µm) combinée avec la matière organique constitue le déchet ultime.

1.2.1 Tri gravimétrique

La recherche des procédés de tri les mieux adaptés repose sur l'étude de techniques de séparation gravimétrique utilisées en minéralurgie. Le principe de ces techniques est de séparer des phases qui se différencient par leur contraste de densité. Dans cette étude, l'objectif visé plus particulièrement est de séparer la composante organique de la fraction minérale. Les techniques conventionnelles de séparation gravimétrique deviennent peu sélectives dans le domaine des fractions fines, les forces de gravité devenant mineures devant les forces d'entraînement. Pour remédier à ce problème, des séparateurs gravimétriques centrifuges ont été développés pour traiter la fraction fine des minerais. Le principe de ces technologies est d'augmenter le champ de gravité afin d'améliorer le potentiel de séparation. C'est un objectif fondamental du projet que de statuer sur la possibilité de transposer ces techniques au traitement de la fraction fine des sédiments.

L'intérêt des séparateurs centrifuges est d'opérer un tri densimétrique pour séparer des fractions de densités différentes, en particulier la composante organique de la composante minérale, voire une éventuelle composante métallique. Un second intérêt de ces techniques est de pouvoir éventuellement faire également un tri granulométrique en séparant les particules minérales supérieures à 10 µm des particules minérales plus fines.

Parallèlement, une optimisation du schéma de déshydratation du déchet ultrafin (< 10 µm) est nécessaire pour pouvoir traiter le nouveau déchet ultime caractérisé par sa finesse et un enrichissement en matière organique. Pour ces raisons, le déchet produit sera plus difficile à déshydrater que l'actuelle fraction (< 80 µm), d'où un surdimensionnement des unités de séparation solide/liquide (décantation et filtration). Ce surdimensionnement ne doit pas contrebalancer les bénéfices attendus du procédé de traitement des fines.

En déplaçant la distribution de taille des rejets produits vers les petites tailles, de nouveaux défis apparaissent lors du traitement comme par exemple la difficulté de sécher une suspension de particules ultrafines. Par conséquent, le critère économique conditionnant la viabilité des solutions techniques proposées impose d'aborder le problème dans son ensemble. Le problème doit être abordé simultanément sous l'angle de toutes les limitations potentielles susceptibles d'apparaître. Ainsi, les techniques étudiées sont :

- les techniques de séparation gravimétrique pour réaliser une coupure granulo-densimétrique. Afin de répondre à cette problématique, l'usage de séparateurs gravimétriques centrifuges a été retenu ;
- les techniques de flottation qui réalisent une séparation basée sur l'hydrophobie des surfaces ;
- les techniques d'attrition pour la séparation des revêtements des particules et leur désagrégation ;
- et les techniques de déshydratation des fractions ultrafines.

De plus, la caractérisation précise des différents types de sédiment, notamment des fractions polluée et valorisable, est indispensable pour estimer la portée d'application des techniques proposées. Différents partenaires se sont réparti les tâches en fonction de leur domaine d'expertise pour cerner toutes les facettes du problème.

1.2.2 Partenaires participant au projet

Les participants au projet PROPSED sont :

- Extract-Ecoterres. Cette filiale du groupe *Vinci Construction France* spécialisée dans la dépollution des sols fournit les échantillons et encadre les essais sur site ;
- le Bureau de Recherches Géologiques et Minières (BRGM). Il caractérise les sédiments (lavabilité, composition chimique), procède à des essais avec différents séparateurs industriels et des essais de floculation

et travaille à l'intégration des différentes opérations en un procédé exploitable industriellement ;
- le Centre Européen de Recherche et d'Enseignement des Géosciences de l'Environnement (CEREGE). Cette unité du CNRS travaille sur la caractérisation des sédiments et la déshydratation de suspensions ultrafines ;
- l'Institut National de l'Environnement Industriel et des Risques (INERIS). Il classifie les sédiments et les fractions produites en classes de déchet et étudie les filières de valorisation et de traitement adéquates ;
- le Laboratoire de Génie Chimique (LGC). Cette unité mixte du CNRS et de l'Université de Toulouse se concentre sur la séparation gravimétrique et ses limites physiques à partir d'une étude mécanistique.

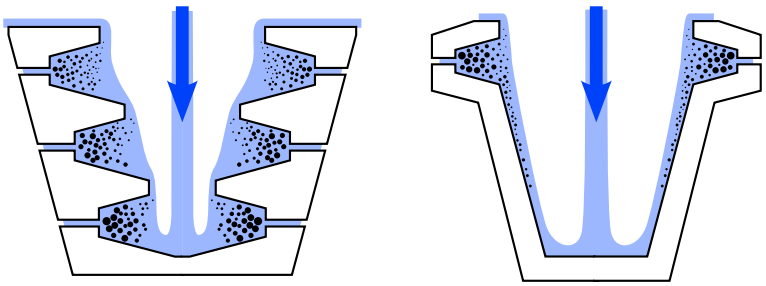
C'est dans le cadre de la tâche impartie à ce dernier que s'inscrit ce travail de thèse.

1.2.3 Travail réalisé au LGC

L'étude de la séparation solide/solide réalisée au LGC repose sur une analyse mécanistique, laquelle a conduit à l'élaboration d'hypothèses et de modèles validés suivant deux approches : l'une numérique et l'autre expérimentale.

L'approche analytique et numérique constitue l'essentiel du travail synthétisé ici puisque la démarche adoptée a été de partir des lois physiques régissant la séparation pour construire un modèle de fonctionnement du concentrateur Falcon. Dans cette optique, le travail numérique permet aisément de ne représenter qu'une portion du problème et d'isoler chaque mécanisme agissant potentiellement sur la séparation pour observer ses effets. Il s'est donc révélé bien plus adapté à la construction des modèles que des observations expérimentales où tous les effets agissent en même temps et sont donc difficiles à distinguer. Des études empiriques du Falcon avaient déjà réalisées (Laplante *et al.*, 1994; Laplante et Nickoletopoulos, 1997) n'avaient justement pas pu trancher sur le rôle d'un certain nombre de phénomènes (effet du lit notamment). Notre partie expérimentale a donc surtout été utile pour donner au modèle une portée quantitative et a permis sa validation.

La partie expérimentale (cf. chapitre 2 §2) consiste en des essais en laboratoire dans des conditions contrôlées. Les essais sur sédiment réel ont principalement été menés par le BRGM tandis qu'au LGC les expériences ont été réalisées avec des suspensions types pour identifier les effets physiques indépendamment les uns des autres. Les comparaisons de résultats entre les deux laboratoires ont permis d'orienter le travail avec les suspensions modèles pour qu'il mette en exergue des conclusions transposables au cas réel.



Knelson Falcon SB

Figure 1.1: Comparaison schématique de deux concentrateurs centrifuges fluidisés.

1.2.4 Retombées scientifiques, économiques et environnementales

Le pré-traitement de la fraction fine des sédiments pollués dans des conditions économiquement viables ouvre la possibilité à la remise en état de voies d'eau ou réserves d'eau actuellement suspendues, faute de solutions techniquement et économiquement acceptables. La généralisation progressive du pré-traitement à des sédiments fins, pour lesquels la seule voie actuelle est le stockage à terre en dépôt confiné de la totalité du matériau extrait, permettrait à terme de réduire la masse de déchet ultime stocké.

La séparateur centrifuge étudié est le concentrateur *Falcon*. L'analyse mécanistique de ce séparateur gravimétrique centrifuge permet d'identifier le champ d'amélioration de cette gamme d'équipements conçus pour traiter des minerais fins en séparant une masse limitée de minéraux de très forte densité (> 3) de la gangue de densité 2,6 à 2,7. L'application aux sédiments pollués implique de séparer une masse importante de minéraux de densité 2,6 à 2,7 d'une fraction organique de densité légèrement supérieure à 1. Les développements scientifiques et technologiques visant à adapter ces équipements au traitement des sédiments fins concernent de très nombreuses applications environnementales, qu'il s'agisse du traitement des sols fins pollués ou des déchets. Les séparateurs à gravité augmentée ont en effet un fort potentiel pour le traitement de la fraction fine des Résidus de Broyage Automobile (RBA) ou des Déchets d'Equipements Electriques et Electroniques (DEEE), comme en témoignent par exemple les travaux de Zhao *et al.* (2006) et Duan *et al.* (2009).

2 Séparateur centrifuge Falcon

2.1 Séparateurs centrifuges usuels

Le concentrateur Knelson et le concentrateur Falcon (cf. figure 1.1) sont deux séparateurs centrifuges couramment utilisés pour opérer une coupure densimétrique dans les procédés de traitement miniers. Ces deux appareils sont équipés d'un bol cônique en rotation rapide. Ils se distinguent surtout par leur usage de la fluidisation et par la force centrifuge qu'ils permettent d'atteindre au sein de leur bol. Les concentrateurs Knelson sont fluidisés tout le long de leur bol et leur rotation permet d'atteindre une gravité artificielle maximale d'environ 60 G. Les Falcon sont fluidisés uniquement sur une courte longueur à la sortie du bol et peuvent atteindre jusqu'à 300 G. Les Falcon destinés à la séparation de particules ultrafines ne sont même pas fluidisés du tout mais leur rotation très rapide permet d'atteindre une accélération centrifuge jusqu'à 600 G.

Grâce à la force centrifuge élevée que ces séparateurs peuvent produire, ils sont capables de traiter des débits très importants (plus de 400 m^3/h pour les plus gros Falcon). La technologie de ces séparateurs éprouvée pour les application minières pourrait donc répondre aux problématiques du traitement de sédiments en permettant une séparation densimétrique pour des tonnages élevés.

Du fait de leur absence de fluidisation, les concentrateurs Falcon sont plus adaptés pour opérer dans les gammes ultrafines. C'est donc sur eux que se concentre l'étude.

2.2 Les gammes de séparateurs Falcon

Depuis sa création il y a plus de vingt ans, le concentrateur Falcon a subi des évolutions importantes (McAlister et Armstrong, 1998). Il se décline aujourd'hui en trois gammes d'appareils. Les modèles « SB » (semi-batch) sont fluidisés à la paroi, alors que les modèles « C » (continu) et « UF » (ultrafine) ne consomment pas nécessairement d'autre eau que celle présente dans la suspension d'alimentation (cf. figure 1.2). Les brochures commerciales éditées par Falcon annoncent des capacités de récupération pour les gammes C et UF jusqu'à des tailles respectives de 10 et 3 µm, mais les applications visées concernent des matériaux lourds (étain, tantale, tungstène, chrome, cobalt et fer).

La série UF est plus limitée en terme de capacités de traitement (jusqu'à 20 m^3/h pour les plus gros) du fait de sa conception orientée vers la récupération de particules ultrafines. C'est sur cette gamme de concentrateurs que se concentre notre étude du fait de son potentiel pour la valorisation de sédiments fins. Néanmoins, un certain nombre de conclusions tirées de l'analyse physique de ce concentrateur sont valables pour les différents modèles.



Figure 1.2: Deux bols pour le Falcon L40 : le bol fluidisé « SB » et le bol lisse « UF ».

3 Double objectif de l'étude

Le potentiel du concentrateur Falcon mérite une étude plus approfondie qui permette de statuer sur l'intérêt réel de son utilisation. De plus, malgré un certain nombre d'études empiriques sur cet appareil, les mécanismes de sa séparation ne sont pas parfaitement connus. Comme la petite taille des particules rend la séparation très sensible aux conditions opératoires, une étude empirique est difficilement envisageable pour évaluer les limites du Falcon en terme de séparation densimétrique de particules ultrafines.

Ce travail a donc pour objectif de répondre à deux problématiques. L'une, industrielle, est de déterminer si ce concentrateur peut être utilisé pour dépolluer des sédiments et, le cas échéant, de proposer un protocole opératoire. Pour y parvenir, il est nécessaire de comprendre le fonctionnement de l'appareil avec suffisamment de détail, ce qui entraîne la seconde problématique, à savoir l'analyse et la modélisation physique de ce concentrateur pour proposer un modèle prédictif de la séparation rendant compte des différents mécanismes, de leurs effets relatifs et de leurs limites.

3.1 Problématique industrielle

Pour le moment, l'efficacité de la séparation dans un Falcon est un paramètre très difficile à estimer *a priori* pour une suspension donnée. Un certain nombre d'applications déjà mises en œuvres industriellement servent de référence et leurs résultats sont utilisés pour estimer la coupure réalisée pour des suspensions aux propriétés proches. Quand la suspension à traiter diffère trop des cas connus, la société Falcon a mis en place un

protocole d'essais à réaliser sur un Falcon de laboratoire. Ce protocole combine plusieurs passes dans l'appareil, de sorte que la séparation obtenue avec le petit bol correspond à celle qui serait obtenue sur un bol industriel. Ce protocole a été établi empiriquement sur des cas connus pour lesquels il était possible de mesurer la séparation du bol industriel.

3.1.1 Prédiction de la séparation dans un Falcon

Ce protocole ayant été établi empiriquement, il souffre d'une limitation qualitative importante : il ne peut fonctionner que si la suspension pour laquelle il est réalisé subit les mécanismes de séparation internes aux Falcon de la même manière que les suspensions sur lesquelles le protocole a été calibré. Bien qu'il donne de bons résultats pratiques, il est insuffisant pour étudier les limites physiques de la séparation puisqu'il repose sur la physique de séparation de cas industriels connus.

En prédisant la séparation à partir des mécanismes physiques plutôt qu'en étendant des comportements connus aux cas inconnus, il devient possible d'estimer la séparation pour des cas différents. Plus important encore, dans les cas pour lesquels le Falcon est inadapté, il devient possible de déterminer l'origine des limitations et éventuellement d'adapter le procédé à la nouvelle suspension.

3.1.2 Application à la dépollution de sédiments

Une fois la physique de la séparation dans un concentrateur Falcon comprise et modélisée, le traitement de sédiments de curage ou de dragage n'est plus qu'une application particulière pour laquelle l'efficacité de l'appareil est à évaluer. Toutefois, pour répondre à la problématique de l'intérêt du Falcon pour cette utilisation, il faut intégrer les résultats obtenus dans un contexte plus général. Il est évident que la qualité de séparation du Falcon est bien moindre pour cette application que pour séparer des particules grenues et denses, mais même avec une qualité de séparation très imparfaite, cet appareil peut servir à abaisser la taille critique de séparation densimétrique des sédiments. Une recherche des conditions intéressantes du Falcon pour cet usage est développée au chapitre 6.

3.2 Problématique scientifique

La robustesse de l'étude mécanistique de la séparation dans un Falcon et sa capacité à prédire la séparation quelle que soit la suspension d'alimentation vont donner à ce travail tout son intérêt vis-à-vis des applications industrielles. Pour y parvenir, il faut donc arriver à cerner la physique du problème et réussir à la restituer à travers les prédictions.

L'état de l'art ne comprend que peu d'études mécanistiques du concentrateur Falcon. Une grande partie du travail a donc consisté à proposer

une théorie physique de la séparation à partir d'une synthèse des différentes observations disponibles dans la bibliographie. Une fois cette théorie élaborée, il a fallu confronter les résultats du modèle à des résultats expérimentaux afin de le valider et en tirer une loi prédictive de la séparation. L'analyse physique est détaillée au chapitre 3.

Pour valider notre prédiction théorique et calibrer les lois élaborées, des essais avec un Falcon de laboratoire modèle L40 ont été réalisés. Les suspensions testées (cf. chapitre 2) se situent dans des gammes de densités faibles et de petites tailles afin de bien cerner les limites de l'appareil en matière de qualité de séparation. Ces gammes de tailles et de densités correspondent à celles rencontrées dans les sédiments de curage ou de dragage, de sorte que le modèle est calibré directement sur des points proches des conditions réelles.

Les lois physiques identifiées comme celles qui conditionnent la séparation ont été intégrées dans un modèle numérique. La modélisation de la physique dans le concentrateur aboutit à un problème simplifié dont la résolution numérique est suffisamment rapide pour permettre son intégration dans une simulation de procédé dont le concentrateur Falcon ne serait qu'une opération unitaire de plus. La transcription de l'analyse physique en un modèle numérique a donc une application directe pour la prédiction de la séparation.

Elle est aussi nécessaire à la validation expérimentale. En effet, les trajectoires des particules dans le bol ainsi qu'un certain nombre de phénomènes physiques ne sont pas observables directement expérimentalement. La résolution numérique du problème permet alors de calculer des valeurs macroscopiques mesurables et sert donc de pont entre le travail d'analyse et sa validation.

Numériquement, il est très simple d'activer ou de désactiver des mécanismes pour mesurer leur impact sur la séparation. Les résultats numériques donnent aussi accès à des grandeurs inaccessibles expérimentalement. Une étude de sensibilité a donc été réalisée par une approche exclusivement numérique quand les phénomènes envisagés n'étaient pas distinguables des autres mécanismes par voie expérimentale. Cependant, une fois les hypothèses pertinentes déterminées, la validation quantitative du modèle a été confrontée à la réalité expérimentale avec des expériences ciblées.

4 Références

H. D. Detzner : The Hamburg Project METHA : Large scale separation, dewatering and reuse of polluted sediments. *European Water Pollution Control*, 6(5):38–42, 1995.

C. Duan, X. Wen, C. Shi, Y. Zhao, B. Wen et Y. He : Recovery of metals from waste printed circuit boards by a mechanical method using a water medium. *Journal of Hazardous Materials*, 166:478–482, 2009.

A. R. Laplante, M. Buonvino, A. Veltmeyer, J. Robitaille et G. Naud : A study of the Falcon concentrator. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 33 (4):279–288, 1994.

A. R. Laplante et N. Nickoletopoulos : Validation of a Falcon model with a synthetic ore. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 36(1):7–13, 1997.

S. A. McAlister et K. C. Armstrong : Development of the Falcon concentrator. *In Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting*, 1998.

Y.-M. Zhao, X.-F. Wen, H.-X. Shi, H.-G. Jiao et Y.-J. Tao : Study on metals recovery from $-0.074\ mm$ printed circuit boards by enhanced gravity separation. *The Chinese Journal of Process Engineering*, 6(2):201–204, 2006.

2

Matériel et méthodes



Sommaire

1 Outils d'analyse 19
1.1 Lavabilité 19
1.2 Surface de séparation 20
1.3 Densité de coupure 21
1.4 Écart probable 22
2 Installation expérimentale 23
2.1 Concentrateur Falcon 24
2.1.1 Alimentation 25
2.1.2 Paramètres opératoires 26
2.2 Préparation des échantillons 27
2.2.1 Suspension de silice 27
2.2.2 Suspension de coke 28
2.2.3 Échantillonnage pour les mesures 29
2.3 Mesures réalisées 31
2.3.1 Mesures granulométriques par diffraction laser 31
2.3.2 Mesures de concentration 33
2.3.3 Mesure de densité apparente 34
3 Références 35

Les modèles présentés par la suite auront nécessairement besoin de données d'entrée afin de prédire la séparation. De même, des grandeurs mesurables expérimentalement sont nécessaires pour pouvoir valider et comparer les modèles avec des données expérimentales. Les grandeurs utilisées par la suite et leurs mesures expérimentales sont décrites ici.

1 Outils d'analyse

Un certain nombre d'outils sont courants pour décrire et analyser les procédés de séparation. Les outils présentés ici sont ceux qui serviront par la suite dans les modèles ou les validations expérimentales.

1.1 Lavabilité

La lavabilité est la distribution granulo-densimétrique d'une suspension de particules. Elle associe une fraction massique (ou volumique) à chaque particule définie par sa densité et sa taille. Pour les problèmes posés sous forme analytique où la densité et la taille sont des ensembles continus, la lavabilité est une densité de probabilité dont l'intégrale sur une gamme de densités et une gamme de tailles donne la quantité de solide dans ces gammes par rapport au solide total. La lavabilité peut alors se tracer graphiquement sous la forme d'une surface. Par la suite, elle est notée l dans les équations où elle intervient.

La lavabilité est une caractéristique essentielle d'un lot de particules pour le tri physique, en liaison avec la libération des particules et la sélectivité de leur séparation. Dans le cas du charbon par exemple, la densité des particules est reliée linéairement à leur teneur en cendres et des calculs très avancés peuvent être réalisés à partir d'une lavabilité pour l'optimisation d'un procédé de lavage du charbon. Dans le cas des sédiments, elle permet de différencier les petites particules de sable des petites particules de matière organique. La plupart des séparateurs sont incapables de séparer strictement une suspension en isolant les particules autour d'une densité critique. La même difficulté se présente pour séparer des particules plus ou moins grosses qu'une taille critique. En réalité la séparation est souvent une fonction combinée de ces deux propriétés, la sensibilité à chacune d'elle variant d'un séparateur à l'autre (Chatterjee, 1998). Les répartitions purement granulométriques ou densimétriques sont insuffisantes pour caractériser les suspensions traitées, la lavabilité complète est requise.

Reste que, même en utilisant la lavabilité complète, il faut encore définir la taille et la densité pertinentes auxquelles faire correspondre les fractions volumiques. En effet, il existe autant de définitions de ces mesures que de moyens de les mesurer. Le concentrateur Falcon est un séparateur physique qui repose sur la sédimentation différentielle des particules (cf. chapitre 3). La taille pertinente pour de tels mécanismes est le diamètre de Stokes (Kelly

et Spottiswood, 1989; Kippax, 2005) et la densité à prendre en compte est celle apparente des particules dans le fluide porteur. Comme l'objectif de ce travail est l'étude de la séparation de particules ultrafines, dans les gammes de tailles visées, la mesure de la taille devrait peu varier d'une méthode de mesure à une autre. Par la suite, la taille utilisée pour la lavabilité est celle mesurée avec un *Mastersizer 2000* et devrait être le diamètre de la sphère de volume équivalent à la particule (cf. §2.3.1). Les conditions de l'étude permettent de faire l'hypothèse que cette taille donne une bonne mesure du diamètre de Stokes.

De plus, en ne travaillant qu'à partir de la lavabilité, la modélisation n'a de sens que tant que la caractérisation d'une suspension avec sa distribution en densité et en taille est possible. Notamment, la lavabilité seule ne tient aucunement compte d'un facteur de forme ou d'autres caractères géométriques des particules à moins de pouvoir leur faire correspondre une taille équivalente, ici le diamètre de Stokes. Par exemple, Duan *et al.* (2009) cherchent à séparer les filaments de cuivre sur les circuits imprimés et le circuit lui même : la pertinence de ne lier la géométrie des particules qu'à une seule taille dépend fortement de la finesse du broyage de ces matériaux. Quelle taille retenir si le cuivre est présent sous forme de paillettes et les résidus de circuit sous forme plus sphérique ? L'application des modèles décrits par la suite étant à destination de procédés miniers comme c'est l'usage courant du Falcon (Luttrell *et al.*, 1995) ou de procédés de dépollution de sédiments de curage ou de dragage (cf. chapitre 6), l'hypothèse de ne considérer que le diamètre de Stokes est *a priori* valable pour l'essentiel de ces applications.

1.2 Surface de séparation

La surface de séparation (Wills et Napier-Munn, 2006; Venkoba Rao, 2004), aussi appelée surface de partage, est la fonction qui associe à chaque particule sa probabilité d'être concentrée ou rejetée lors d'une étape de séparation. Cette fonction caractérise l'étape de séparation, c'est à dire le séparateur sous certaines conditions opératoires. Lorsque les séparateurs physiques sont sensibles à la taille et à la densité des particules, cette fonction dépend de ces deux propriétés des particules et est représentée par une surface, tout comme la lavabilité. Pour chaque taille et chaque densité cette surface indique le rapport entre la fraction concentrée et la suspension totale. Ainsi 100% correspond à une récupération totale et 0% indique que, pour les propriétés physiques données, la totalité part dans les rejets. D'ailleurs, une fois la lavabilité définie, la surface de séparation (C_p) peut s'écrire :

$$C_p = \frac{\phi_{\text{conc}}\, l_{\text{conc}}}{\phi_{\text{alim}}\, l_{\text{alim}}} \tag{2.1}$$

où ϕ est la fraction solide et l la lavabilité. Cette écriture montre bien en quoi cette surface caractérise la séparation puisqu'elle permet pour une suspension d'alimentation de lavabilité donnée de calculer la composition des fractions concentrées et rejetées.

Cependant cette surface est fonction des paramètres opératoires et caractérise un séparateur dans un jeu de conditions opératoires fixées. La composition de la suspension d'alimentation peut aussi avoir un effet sur la séparation. Dans ce cas, cette surface de séparation perd une partie de son intérêt prédictif, puisqu'elle n'est alors applicable qu'à la suspension avec laquelle elle a été calculée. Comme les procédés de séparation industriels sont conçus pour être efficaces dans des cas d'utilisation réels où la composition de la suspension d'alimentation fluctue, ils y sont en général peu sensibles. Cependant, pour des suspensions très différentes, cette surface peut quand même évoluer, notamment si la concentration d'alimentation varie. Par exemple, les séparateurs utilisant le transport des particules dans un fluide porteur comme mécanisme de séparation fonctionnent généralement en dessous d'une concentration d'alimentation critique au-delà de laquelle la qualité de la séparation chute de manière drastique.

1.3 Densité de coupure

Dans des conditions opératoires données, toute la séparation peut être représentée par une seule fonction de la densité et de la taille des particules composant la suspension traitée. L'intérêt industriel des concentrateurs gravimétriques est d'être capable de séparer des particules en fonction de leur densité afin de les classer en fonction des matériaux qui les composent et de leur état de libération. Seule la séparation densimétrique a alors un intérêt industriel, l'effet de la taille des particules étant simplement néfaste.

Par conséquent, plutôt que de tracer complètement la surface de séparation, ce sont ses projections sur l'abscisse des densités qui sont utilisées couramment (cf. figure 2.1). Souvent plusieurs courbes pour des tailles de particules différentes (iso-taille) sont tracées pour apprécier l'effet granulométrique, mais ce sont les courbes de probabilité de capture en fonction de la densité des particules qui sont pertinentes pour apprécier la séparation densimétrique. En effet, la séparation est efficace si la courbe passe d'une valeur proche de 0 à une valeur proche de 100% entre les fractions à séparer. Le fait qu'il y ait plusieurs courbes iso-taille ne fait que multiplier ce critère pour chacune d'elles sur toute la gamme de tailles composant la suspension traitée. La « densité de coupure » sert d'indicateur de la région où la récupération bascule de 0 à 100% et est donc définie comme la densité pour laquelle 50% des particules sont récupérées (ρ_{50}). Le long d'une courbe de récupération à taille donnée, la moitié des particules est la même en nombre, en volume et en masse. Cependant, usuellement, une courbe de récupération est donnée pour une gamme de tailles, une telle courbe est alors la moyenne des courbes sur l'ensemble des tailles qui composent la

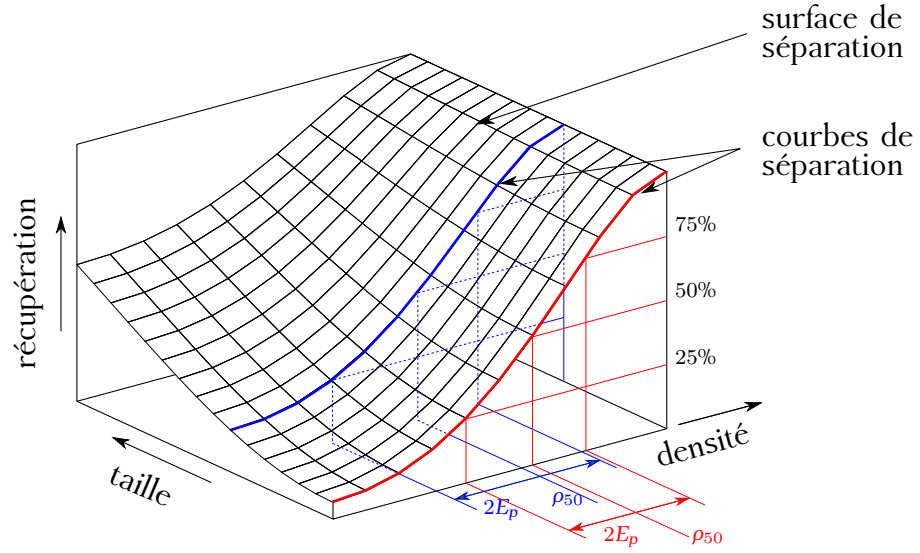


Figure 2.1: Surface de séparation, densité de coupure et écart probable.

classe. Pour un usage pratique du procédé c'est une moyenne pondérée par la taille des particules qui est souvent utilisée : ainsi la densité de coupure est une densité pour laquelle le procédé récupère 50% de la masse de la suspension traitée comprise dans la classe de particule correspondante.

C'est une valeur pratique à utiliser car c'est un simple scalaire qui permet d'évaluer la position de la coupure densimétrique. Toutefois, son usage est soumis à quelques précautions. Tout d'abord, il est illusoire de chercher à résumer toute la séparation à un seul scalaire : la densité de coupure varie avec la taille des particules et comme elle est extraite de la surface de séparation, elle peut aussi varier en fonction d'autres propriétés de la suspension comme sa concentration. De plus, selon la forme de la courbe, la densité donnant 50% de récupération n'est pas forcément la plus révélatrice de la séparation, c'est pourquoi, par défaut, la « densité de coupure » correspond à une coupure à 50% mais il est couramment fait usage de densités de coupures dont la probabilité de capture est explicitée. Par exemple, la « densité de coupure à 25% », notée ρ_{25}, est la densité pour laquelle la probabilité récupération des particules est de 25%.

La densité de coupure ne rend aucun compte de la précision de la coupure. Industriellement, il est nécessaire de disposer en plus d'un indice scalaire quantifiant la précision de la coupure. Pour cela, la pente de la fonction de coupure densimétrique est utilisée en plus de la valeur de la densité de coupure (ρ_{50}).

1.4 Écart probable

L'écart probable est défini comme la moitié de l'écart entre la densité de coupure à 75% et la densité de coupure à 25% (cf. figure 2.1).

$$E_p = \frac{\rho_{75} - \rho_{25}}{2} \tag{2.2}$$

L'écart probable indique l'amplitude de la gamme de densités pour lesquelles les particules partent à la fois dans le concentré et dans les rejets.

Comme la densité de coupure est fonction de la taille des particules, par définition la valeur de l'écart probable en dépend aussi. Cela signifie que tous ces outils sont adaptés à la qualification de la coupure densimétrique. Comme c'est généralement l'usage des séparateurs gravimétriques, l'effet granulométrique n'intervient pas dans cette qualification. Ainsi la densité de coupure et l'écart probable sont souvent calculés pour une gamme de tailles assez large plutôt que pour chaque taille composant la suspension traitée.

L'écart probable est un indicateur de la quantité de particules qui se trouvent dans le concentré alors qu'elles auraient dû aller aux rejets et vice-versa. Sa valeur donne donc une idée de la précision avec laquelle s'effectue la coupure densimétrique et un bon séparateur doit avoir un E_p faible. Avec un Falcon, Honaker (1998) donne par exemple un E_p de 0,12 pour une densité de coupure à 50% de 1,6 et des particules de 1 mm à 0,075 mm.

La densité de coupure et l'écart probable variant avec la taille des particules, il faut tracer leur évolution pour observer l'effet granulométrique sur la séparation, ce qui revient à reconstruire la surface de séparation. Ces deux outils sont donc très pratiques pour quantifier la séparation dans un séparateur densimétrique mais, dans le cadre de cette étude dont l'objectif est d'observer les limites des capacités de séparation d'un séparateur gravimétrique, l'effet granulométrique joue un rôle important. Les valeurs de ρ_{50} et de E_p sont donc des indicateurs qui s'interprètent aisément mais qui sont insuffisants, toute la surface de séparation étant nécessaire. Plutôt que de représenter la surface, c'est souvent l'évolution E_p en fonction de la taille qui est utilisée. Cela revient à n'utiliser qu'une surface de séparation simplifiée, déterminée à partir de la densité de coupure et de sa pente autour de cette densité donnée par l'écart probable pour chaque classe de taille. Dans le cas où l'évolution de la densité de coupure avec la taille des particules est un effet non souhaité, cette représentation est suffisante et permet de manipuler directement les indicateurs scalaires usuels, d'où son utilisation fréquente.

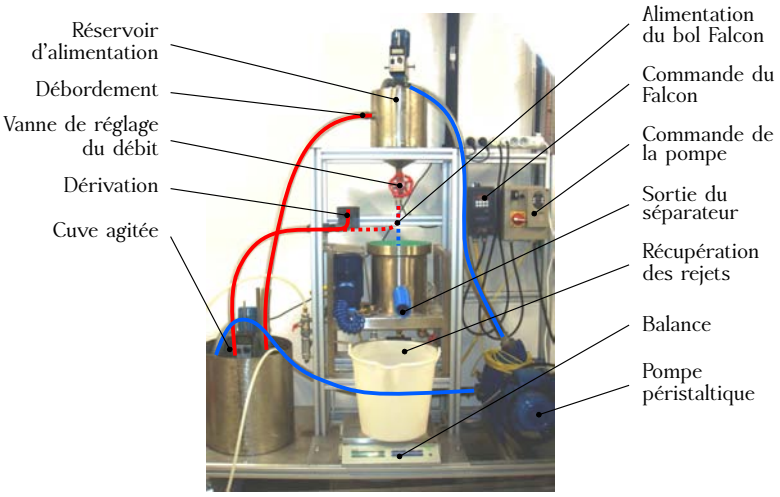


Figure 2.2: Installation expérimentale du Falcon L40.

2 Installation expérimentale

Cette étude est menée suivant deux approches complémentaires. L'une, théorique, s'attache à la modélisation mécanistique du concentrateur Falcon et propose des modèles prédictifs de sa séparation, tandis que l'autre, expérimentale, confronte les modèles proposés à la réalité de ce séparateur et tire des observations pour nourrir la connaissance des mécanismes de séparation. L'étude mécanistique a nécessité d'apporter un soin particulièrement important à la modélisation. Les essais expérimentaux ont été réalisés dans l'objectif de valider et d'orienter la modélisation, mais ne constituent pas une étude empirique exhaustive. Les chapitres 3, 4 et 5 décrivent l'évolution des modèles en fonction des phénomènes physiques étudiés et présentent des comparaisons quantitatives avec des valeurs expérimentales. La méthode d'acquisition de ces valeurs expérimentales est décrite ci-après.

2.1 Concentrateur Falcon

Le concentrateur Falcon est un bol centrifuge en rotation rapide alimenté en son fond. L'angle d'ouverture du bol fait que la force centrifuge draine la suspension traitée le long de la paroi vers la sortie en haut du bol (cf. figure 3.1). Au niveau de la sortie un rétrécissement du diamètre retient un volume dans le bol tandis que le reste de la suspension continue de s'échapper. C'est dans cette zone de rétention que sont piégées les particules lourdes, alors que les légères s'échappent avec le fluide porteur. Selon le type de bol (UF ou C) différents mécanismes sont mis en œuvre pour purger le volume piégé en opération, sinon, le fonctionnement de certains bols exige de récupérer manuellement le concentré et d'interrompre le traitement. Le

bol L40 avec lequel ont été effectués les essais en laboratoire fait partie de cette seconde catégorie dite « semi-batch », car le concentré est récupéré après arrêt de l'appareil alors que les rejets s'échappent en continu lors de la séparation. C'est pourquoi cette catégorie de Falcon était baptisée « SB » avant d'être renommée « L » pour faire référence à son usage en laboratoire.

Afin d'être le plus représentatif possible des phénomènes ayant lieu dans un Falcon de taille industrielle, l'appareil de laboratoire utilisé a été équipé d'un bol UF à son échelle, usiné chez Falcon. Par la suite il pourra donc y être fait référence sous l'appellation UF40 même si celle-ci n'existe pas telle quelle dans la gamme de concentrateurs vendus par Falcon.

2.1.1 Alimentation

La séparation effectuée par l'appareil s'exprime par la surface de partage et se mesure en comparant les flux de sortie (concentré et rejets) au flux d'alimentation. De ce fait, la qualité de la mesure tient autant à la précision des mesures sur les différentes fractions qu'à l'invariance du flux d'alimentation au cours d'un essai — et même d'un essai à l'autre pour les comparer.

Pour limiter les fluctuations de débit, le réservoir d'alimentation est scindé en deux cuves agitées (cf. figure 2.2) :

- l'une, d'une vingtaine de litres, est le réservoir de suspension disponible pour un essai,
- l'autre, au dessus du séparateur, est pourvue d'un trop-plein qui maintient toujours une hauteur d'eau constante de sorte que le débit ne dépend que de la perte de charge imposée par une vanne placée en fond de cuve.

Ainsi, pourvu que la pompe qui alimente la cuve du haut à partir de celle du bas ait la capacité de débiter au moins autant que le débit nécessaire pour l'essai, le débit d'alimentation du Falcon est invariant au cours du temps, et ce même si la quantité globale de suspension en réserve diminue au cours d'un essai.

En plus du débit, la lavabilité de la suspension en amont du bol doit être constante. Le Falcon pouvant être court-circuité par une dérivation, la suspension peut tourner en circuit fermé entre la cuve basse, la pompe et la cuve haute pour atteindre un régime établi avec une suspension homogène et identique dans les deux cuves, avant d'ouvrir la dérivation et d'alimenter le Falcon sans montée en régime de l'installation.

D'un point de vue pratique, avant de débuter une expérience, l'ensemble du circuit est à sec. Grâce à la pompe péristaltique auto-amorçante (pompe : *PCM Delasco 1.3Z3* ; moteur : *NORD SK 71S/4TF*), le tout est d'abord mis en eau en remplissant la cuve basse. La quantité d'eau apportée au système est mesurée par pesée avant d'être versée dans la cuve. L'ensemble des deux cuves et de la tuyauterie peut recevoir une trentaine de litres avant

que le niveau dans la cuve basse n'atteigne le niveau de son agitateur (le niveau dans le cuve haute étant toujours constant). La contenance de la cuve haute n'est pas utilisable lors d'un essai puisqu'elle ne doit pas se vider. Seule la contenance de la cuve basse est utilisable, ce qui permet de traiter une vingtaine de litres par essai en remplissant l'installation au maximum.

Lors de certains essais effectués successivement, la cuve basse a été réalimentée sans vider l'installation. Les quantités d'eau et de solide ajoutées étant mesurées avant d'être versées dans la cuve, cette action ne perturbe pas les mesures dès lors que la lavabilité de la suspension ajoutée est celle de la suspension préalablement dans l'installation. Cela a été vérifié en mesurant les distributions en amont du Falcon entre les différents essais. Il faut donc veiller à disposer d'échantillons de solide (cf. §2.2) aux distributions granulométriques identiques.

À chaque fois, le solide est ajouté juste après l'eau dans la cuve basse, il faut donc laisser tourner un certain temps en circuit fermé pour homogénéiser la suspension dans tout le circuit.

2.1.2 Paramètres opératoires

La dérivation en circuit fermé sert aussi au réglage du débit puisque, pendant que le Falcon ne reçoit rien, il est possible de régler le débit de la pompe de manière à être le plus proche possible du débit en fond de cuve haute, réduisant le débit de débordement au plus petit filet garantissant le niveau : ainsi la hauteur d'eau dans la cuve haute ne varie pas du tout, même d'un essai à l'autre et l'ouverture de la vanne est le seul élément de réglage du débit.

Pour les mesures de débit, l'installation comprend, en aval du séparateur, une balance (*Metler-Toledo SB 16000*) reliée à un ordinateur qui acquiert une pesée par seconde. Pour les cas très dilués, la masse de solide piégée est négligeable devant la masse de suspension traitée (fluide porteur compris), donc le débit obtenu par pesée des rejets donne une bonne idée du débit d'alimentation. Un autre intérêt de la pesée des rejets au cours du temps est de capter les pics de chute de débit lors du prélèvement d'échantillons dans les rejets, ce qui permet d'enregistrer les instants de mesure (cf. figures A.2 et A.3 en annexe).

Sur un Falcon semi-batch, le seul autre paramètre ajustable par l'opérateur est la vitesse de rotation du bol. Pour cela, un boîtier de commande acheté avec l'appareil sert à régler la consigne de vitesse de rotation. Celle-ci est indiquée en Hertz et la conversion en vitesse de rotation effective du bol est réalisée à partir d'un tableau de données fourni dans le manuel d'utilisation de l'appareil (SB40 manual). Ainsi les résultats présentés par la suite ont souvent des valeurs de rotation qui ne tombent pas sur des valeurs décimales simples : ce sont les valeurs de

consigne qui ont servi de base au choix des essais de manière à pouvoir les répéter aisément.

Le manuel précise aussi que la conversion indiquée dans le tableau est théorique, calculée à partir des dimensions des rotors d'entraînement entre le moteur et le bol mais qu'un glissement entre certains mécanismes est susceptible d'introduire une source d'erreur. Avec un tachymètre par contact, les vitesses de rotation réelles mesurées à vide (mesures sur le socle, sans bol et donc sans eau) correspondent aux mêmes vitesses de rotation que celles indiquées dans le manuel à la précision des mesures près (fluctuations de ± 5 tr/min pour les basses fréquences, erreur beaucoup plus élevée de 50 à 60 Hz à cause des vibrations du bol qui entre en résonance). En pratique, même s'il y avait du glissement entre les pièces mécaniques et la courroie de transmission, cette erreur serait faible devant l'effet du glissement entre le fluide et le bol dans le concentrateur. La mesure donnée par le boîtier de commande convient donc largement pour les travaux expérimentaux menés dans le cadre de cette étude.

2.2 Préparation des échantillons

Pour étudier la séparation, il faut être capable de comparer la lavabilité en amont du séparateur à celles des flux de sortie (concentré et rejets). Cette nécessité fait peser deux conditions sur les essais expérimentaux : pour être répétable ou au moins comparable, la lavabilité amont des différents essais doit être reproductible et il faut un moyen de la mesurer simplement. Or la mesure d'une lavabilité est un processus complexe car elle exige d'être capable d'isoler les classes de particules à la fois en fonction de leur densité et de leur taille. La classification densimétrique est particulièrement difficile, le seul moyen efficace d'opérer un coupure purement densimétrique est de séparer les particules dans différents fluides (liqueurs denses) dont les densités respectives sont les densités de coupure entre les classes densimétriques. Cette procédure nécessite autant de fluides aux densités différentes que de classes densimétriques voulues comme précision sur la lavabilité. En plus d'être très longue, cette classification peut nécessiter des fluides coûteux ou dangereux pour régler les densités de coupure. Il faut aussi veiller à ce que les fluides choisis ne réagissent pas avec les solides à séparer, notamment à cause des problèmes de solvatation.

La classification densimétrique n'est donc clairement pas envisageable pour les essais expérimentaux réalisés en laboratoire. Par contre, des moyens rapides de mesure sont disponibles pour mesurer la granulométrie d'une suspension (cf. §2.3.1). Le meilleur moyen de mesurer aisément la lavabilité complète des suspensions utilisées expérimentalement est d'utiliser des suspensions monodisperses en densité. Avec une seule classe densimétrique, la mesure granulométrique sur la suspension entière donne la lavabilité complète.

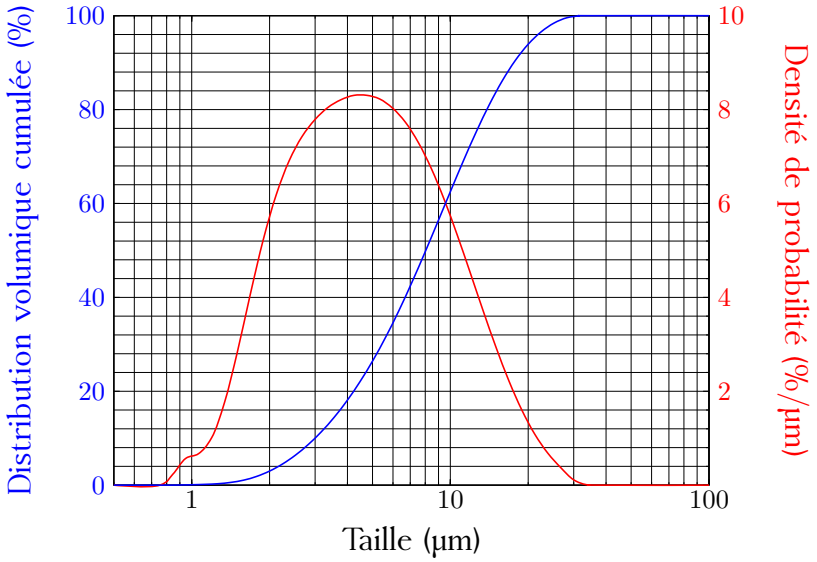


Figure 2.3: Distribution granulométrique de la silice utilisée.

2.2.1 Suspension de silice

La suspension type qui a servi aux essais est une suspension de silice pure ultrafine vendue par *Sifraco* (devenu depuis *Sibelco*) sous le nom de silice C300. Elle présente l'intérêt d'être constituée quasi-exclusivement de silice (cf. table 2.1), ce qui permet de la considérer monodisperse en densité pour les essais de séparation. Sa distribution granulométrique est représentée sur la figure 2.3. Cette distribution est plus fine que celle caractéristique des sédiments à séparer (cf. annexe B) mais reste du même ordre de grandeur.

Pour disposer de réserves de solide de même lavabilité, avant même d'effectuer le premier essai avec mesure de la granulométrie, une quantité suffisante pour réaliser l'ensemble des essais expérimentaux en milieu dilués a été prélevée dans la silice achetée et passée à l'échantillonneur rotatif *Retsch* PT 100. Chacun des échantillons produits a ensuite été redivisé de la même manière jusqu'à obtenir des échantillons contenant une quantité de solide utilisable en une fois pour un essai. Cette méthode a permis d'avoir des échantillons de masses assez proches et de distributions granulométriques similaires.

2.2.2 Suspension de coke

Pour valider l'évolution de la prédiction de la séparation en fonction de la densité des particules, des essais ont été réalisés avec une suspension d'un matériau de densité différente de la silice. Pour être représentatif des gammes sur lesquelles porte cette étude, c'est une suspension de coke qui

Composé	Fraction massique
SiO_2	$> 98{,}5$ %
Fe_2O_3	< 450 ppm
Al_2O_3	< 7500 ppm
TiO_2	< 360 ppm
CaO	< 300 ppm
K_2O	< 5500 ppm

Table 2.1: Analyse chimique de la silice C300 d'après *Sibelco*.

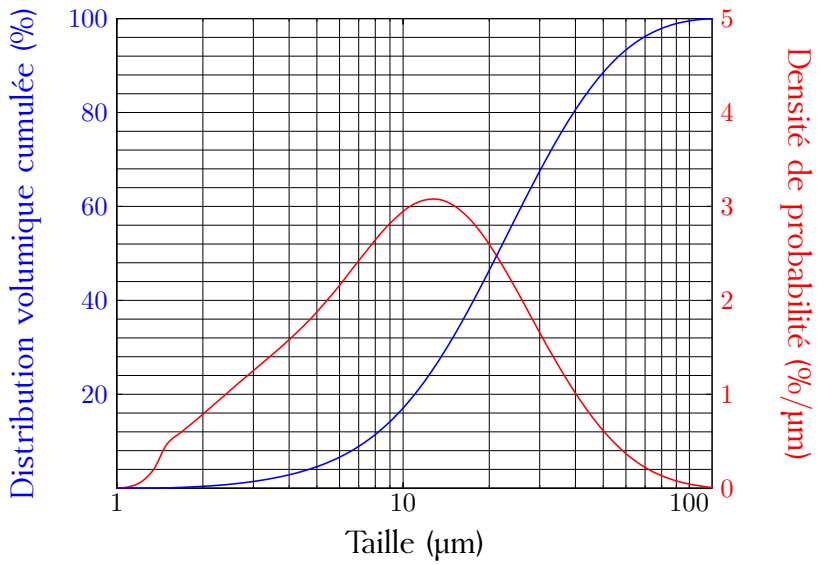


Figure 2.4: Distribution granulométrique du coke utilisé.

a été utilisée. De par sa densité, le coke permet de valider les prédictions de séparations pour une densité proche de celle de la fraction organique des sédiments.

Le coke a été gracieusement fourni par une cokerie du groupe Arcelor-Mittal du nord de la France sous la forme de billes (< 7 mm) beaucoup plus grosses que la gamme de taille étudiée. Pour obtenir la distribution présentée à la figure 2.4, il a été broyé finement pas nos partenaires du Bureau de Recherches Géologiques et Minières.

La masse volumique apparente du coke dans l'eau a été mesurée expérimentalement et donne une valeur de 1,664 g/cm^3 (cf. §2.3.3).

2.2.3 Échantillonnage pour les mesures

Le concentrateur UF40 étant semi-batch, seul le flux des rejets peut être mesuré au cours du temps sans interruption des essais. Le concentré, quant

à lui, ne peut être analysé qu'en fin d'expérience et il contient l'ensemble des fractions piégées pendant toute la durée de l'essai. Comme la lavabilité est trop compliquée à mesurer complètement, seule la granulométrie est mesurée et, le cas échéant, comparée à des prédictions théoriques. Lors d'essais durant lesquels une évolution temporelle de la séparation est attendue, la granulométrie du concentré final ne correspond à aucune séparation précisément mais à une séparation moyennée sur la durée de l'essai. Les seules valeurs connues dans ce cas sont donc la granulométrie d'alimentation car elle est imposée constante par l'installation et la granulométrie des rejets par prélèvements à différents intervalles en sortie du concentrateur. Le problème est alors que deux lavabilités seules sont insuffisantes pour calculer la séparation, la distribution granulométrique des particules ne permet de réaliser un bilan de matière qu'en ayant préalablement connaissance de la concentration de chaque flux. Pour la même raison que précédemment, la concentration de la fraction piégée n'est pas une grandeur mesurable mais, connaissant la concentration amont (constante) et celle des rejets (variable), elle peut être déduite. Pour les essais variant dans le temps, le calcul de la séparation nécessite de mesurer la concentration et la lavabilité en amont du concentrateur ainsi que dans les rejets.

À l'inverse, pour les essais invariants dans le temps, le concentré mesuré en fin d'essai est bien représentatif de la séparation. Dans ce cas, un bilan matière pour chaque classe granulométrique permet de déduire les concentrations relatives de chaque flux ; le suivi de la concentration est donc redondant. Que ce soit pour disposer de mesures multiples pour valider l'essai ou par nécessité pour le calcul, il apparaît donc pertinent de mesurer, quel que soit l'essai réalisé, à la fois la concentration et la granulométrie de l'alimentation et des rejets. Pour les essais invariants temporellement, la granulométrie du concentré s'ajoute à ces mesures.

Mesurer à la fois la granulométrie et la concentration au même instant exige une attention particulière. En effet, les mesures de granulométrie par diffraction laser (cf. §2.3.1) demandent de très petites quantités de suspension alors que la précision des mesures de concentration est directement liée à la quantité de suspension avant et après séchage (cf. §2.3.2). Plus ces masses sont élévées, moins les erreurs de mesure ont d'influence sur le résultat. De plus, pour que le suivi temporel ait du sens, il faut que la durée de prélèvement d'un échantillon soit relativement courte par rapport aux temps de variation des grandeurs mesurées. Ces différentes considérations sont contradictoires.

En pratique, il n'a pas été nécessaire d'acquérir des données expérimentales temporelles pour alimenter les modèles : une seule validation d'hypothèse a demandé de telles mesures (expérience n° 2, cf. chapitre 3 §1.1.2). Les mesures granulométriques donnent plus de points par échantillon que les mesures de concentration et permettent donc une validation plus stricte des hypothèses. Dans ce cas, les échantillons sont assez petits, de manière à ce qu'il soit facile d'en prélever une fraction représentative pour

les mesures granulométriques. Ils sont de quelques dizaines de millilitres (20 à 30 ml) ce qui donne, en fonction du débit traité dans le concentrateur (1 à 5 l/min), des temps de prélèvement de l'ordre de la seconde.

Après répétition des mesures de granulométrie pour vérifier la représentativité de la fraction mesurée, le volume restant étant trop faible et la validation déjà établie, les mesures de concentration n'ont pas été réalisées pour l'expérience n° 2. Les expériences n° 3 et n° 4 ont aussi été faites en une seule fois, en changeant les paramètres opératoires sans interrompre le fonctionnement, donc sans vider le concentré. Les mesures de concentration réalisées à cette occasion se révèlent de qualité suffisante puisqu'elles présentent des tendances d'évolution claires (cf. figure 4.3). Au vu de ces résultats satisfaisants, les mesures de concentration ont donc toujours été effectuées selon la même procédure. Les volumes d'échantillons dédiés aux mesures de concentration sont légèrement supérieurs ($\approx$ 40 ml) à ceux destinés à la granulométrie et ont été prélevés séparément afin les mesures ne consomment pas le même échantillon. Deux échantillons ont donc été utilisés et le volume total prélevé est alors très supérieur au cas de l'expérience n° 2. Cette procédure n'est donc utilisable que pour des mesures où la séparation est stationnaire sur la durée du prélèvement. Les échantillons dédiés à la mesure de concentration étaient de volume relativement faible ce qui nuit à la précision des mesures. Cependant comme ils ne sont finalement utilisés que pour des mesures redondantes à des fins de vérification, cette précision est moins problématique. Finalement, les critères importants pour les récipients sont surtout d'être en verre et d'être suffisamment petits et nombreux pour permettre de sécher en étuve (cf. §2.3.2) tous les échantillons d'une même série de mesure en même temps.

2.3 Mesures réalisées

2.3.1 Mesures granulométriques par diffraction laser

Les analyses granulométriques ont été réalisées à l'aide d'un granulomètre laser *Malvern Mastersizer 2000*. Le principe de l'analyse est de faire passer les particules devant un faisceau laser (Kippax, 2005). Les particules dévient les rayons du faisceau par réflexion et par diffraction. Ainsi pour une puissance de faisceau laser éclairant, cette puissance se retrouve diffractée à différents angles autour de la particule. Le granulomètre est donc composé d'un jeu de nombreux capteurs qui mesurent la puissance reçue aux différents angles, ce qui permet de mesurer une image de la diffraction proposée par la particule éclairée par le faisceau laser. Comme différentes particules de différentes tailles dévient le laser à des angles différents, cette image s'interprète comme une signature de la particule, qui est ensuite analysée pour remonter à ses propriétés géométriques.

Cette analyse repose sur l'hypothèse que les particules sont sphériques. À partir des propriétés optiques du matériau (coefficients de réflexion et

de diffusion) qui compose les particules et des propriétés du fluide porteur, l'analyse calcule la taille de la sphère équivalente qui engendrerait une telle image de diffraction. Chaque image permet de mesurer une taille. En pratique, lors d'une mesure de granulométrie, c'est directement sur une suspension que porte la mesure. Celle-ci doit être suffisamment diluée pour que les interactions optiques entre particules soient négligeables : un rayon ne doit pas être dévié deux fois, par deux particules différentes, entre son émission et le capteur, sinon l'image mesurée ne correspond plus à la signature d'une particule et la taille déduite est fausse. Comme c'est une suspension qui circule dans la cellule du granulomètre, de nombreuses images sont en fait mesurées pendant que les particules défilent devant le laser, et au final l'ensemble de ces images permet de déterminer la répartition en volume des différentes tailles de particules qui composent la suspension, à savoir la distribution granulométrique.

Sur le principe même de la méthode, ces analyses soulèvent le problème de la représentativité de la valeur de la taille calculée. Dans le cas de bâtonnets par exemple, la taille calculée ne correspondra ni à une longueur, ni à une largeur de particule. De même, toutes les particules ne passeront pas dans le faisceau du laser de la même manière, ni selon le même axe. Du fait de la méthode, une suspension de particules toutes identiques en forme et en taille et de même propriétés optiques sera interprétée comme une distribution granulométrique couvrant une gamme de tailles d'autant plus large que la forme des particules est éloignée d'une sphère parfaite.

Ici, la taille recherchée est le diamètre de Stokes (cf. §1.1) qui est le diamètre de la sphère équivalente de même vitesse terminale de sédimentation. La méthode de mesure par diffraction laser ne peut pas mesurer cette taille. La suspension est composée de particules très fines (inférieures à 40 µm, cf. figure 2.3) or, dans cette gamme, la silice achetée et le coke issu d'un procédé de broyage ressemblent fortement à des sphères. De plus, à cette échelle, les différentes définitions de la taille donnent des valeurs proches et la mesure au laser donne une mesure utilisable du diamètre de Stokes.

Les propriétés optiques des particules utilisées pour les mesures sont reportées en table 2.2. Pour la suspension de coke, la mesure de la granulométrie est quasiment insensible aux propriétés optiques utilisées pour ajuster les images de diffraction mesurées et calculées. La distribution mesurée ne risque donc pas d'être entachée d'erreur sur la méthode de calcul. De plus, les résidus de l'ajustement sont très faibles ($< 0{,}2\%$). La silice pose plus de soucis car sa distribution calculée à partir de l'image de diffraction est très sensible à l'indice de réfraction utilisé. Une erreur sur l'indice de réfraction est compensée par l'ajustement des images de diffraction en faisant apparaître une population fictive de particules fines. L'indice de réfraction a donc été calculé en minimisant les résidus de l'ajustement des images de diffraction. Avec cette méthode, une valeur des résidus très faibles a pu être atteinte ($< 0{,}3\%$), ce qui signifie que les propriétés optiques sont co-

	Indice de réfraction	Indice d'absorbtion
Silice	1,485	0,0
Coke	2,42	1,0

Table 2.2: Propriétés optiques des matériaux utilisés.

hérentes avec l'image de diffraction mesurée. De plus, c'est pour les valeurs d'indices optiques qui minimisent les résidus que la distribution granulométrique a l'allure la plus probable : une distribution assez largement étalée autour d'une densité de probabilité maximale. Au final, la valeur obtenue pour l'indice de réfraction (1,485) est dans la gamme des valeurs usuelles rencontrées pour de la silice avec un laser, bien que nous ne disposions pas de l'indice théorique pour le laser hélium-néon utilisé dans le granulomètre.

2.3.2 Mesures de concentration

La concentration mesurée expérimentalement est la concentration massique. Cependant comme l'essentiel des essais est réalisé avec des suspensions monodisperses en densité et très diluées, les concentrations volumiques et massiques sont proportionnelles. Elle donne donc les mêmes ratios entre les granulométries des différents flux. Pour cette mesure, deux pesées sont nécessaires : une de l'échantillon complet, une autre de la fraction solide seule. La concentration solide est le rapport des masses entre celle de la suspension totale et celle du solide seul. Toutes les mesures de masse ont été effectuées sur une balance précise au milligramme (les dixièmes étant indiqués mais non reproductibles entre différentes mesures donc non significatifs).

Afin de réaliser ces deux pesées il faut être capable de séparer le solide du fluide porteur dans la suspension. Comme le fluide utilisé pour les essais est de l'eau, cette opération a pu être réalisée par séchage. Après la pesée de la suspension complète, le séchage a lieu en deux étapes. Après avoir laissé sédimenter les échantillons pendant au moins 24 heures, le surnageant est retiré du récipient à l'aide d'une pipette. Afin de réduire au maximum les risques de retirer du solide, une certaine quantité de liquide est laissée dans l'échantillon au dessus du dépôt. C'est l'étape la plus sensible car c'est potentiellement durant celle-ci qu'une partie du solide peut être retirée par erreur (si la sédimentation n'était pas totale ou qu'une partie est remise en suspension pendant l'opération). Cette première étape sert surtout à éviter de perdre du solide si le fluide arrivait à ébullition lors de la deuxième étape. Ensuite, les échantillons sont séchés en étuve entre 105 et 110 °C pendant un temps minimal de 10 heures (en pratique, souvent beaucoup plus).

Une fois l'échantillon sec, la pesée du solide n'est réalisée que plusieurs heures après sa sortie de l'étuve de manière à le laisser refroidir et à laisser l'hygrométrie ambiante hydrater le solide et le récipient. Ainsi les différentes pesées sont réalisées dans des conditions similaires : c'est particulièrement important entre les pesées du solide seul et du récipient vide, en raison des très faibles quantités de solide présentes dans les échantillons.

2.3.3 Mesure de densité apparente

Lors des essais, les matériaux utilisés (silice et coke) sont en suspension dans de l'eau. La densité qui intervient dans le processus de séparation est leur densité apparente dans l'eau. La silice étant un matériau non poreux, la densité apparente dans l'eau ne diffère pas beaucoup de sa densité réelle, ainsi la valeur utilisée par la suite est celle obtenue au pycnomètre à hélium (cf. table A.1).

Le coke pose plus de soucis que la silice à cause de sa porosité. Une partie des pores n'est pas atteinte par l'eau lorsque le coke est immergé, il reste du gaz dans les particules. Lors de la mesure au pycnomètre, l'hélium pénètre mieux dans le matériau que l'eau ne le peut, ce qui explique que la masse volumique mesurée au pycnomètre (cf. table A.2) diffère de sa densité apparente dans l'eau. Pour mesurer une densité pertinente, il faut donc le faire avec du coke immergé. Pour ce faire, nous avons pesé une suspension constituée d'une masse de 110,365 g dans une fiole jaugée de 1 l et du volume d'eau correspondant pour remplir la fiole. Le coke se gorge alors d'eau et gonfle, ce qui fait que le volume total de suspension augmente au cours du temps. L'eau est donc ajoutée en plusieurs étapes pour s'assurer que la jauge de la fiole n'est pas dépassée. Après plusieurs cycles d'agitation suivis d'un temps de repos pour laisser le gaz s'échapper de la suspension, la suspension au volume contrôlé est pesée. Connaissant la masse volumique de l'eau, la masse volumique du coke est déduite de celle de la suspension contenant la masse de coke initialement pesée. L'ensemble de la mesure a duré moins d'une heure, ce qui signifie que lors de la préparation lorsque la suspension de coke circule dans l'installation et est agitée dans les réservoirs, le coke a atteint sa densité apparente finale si l'on laisse environ une heure au système en circuit fermé avant de commencer les mesures. La masse volumique ainsi mesurée est de 1,664 g/cm^3.

Toutefois, le problème que pose le coke ne se limite pas au gaz piégé dans le matériau. De l'eau pénètre aussi dans une partie des pores et est donc transportée avec la particule de coke lors de sa sédimentation. En prenant comme taille de la particule son diamètre de Stokes, la masse de la particule correspondant à cette taille ne donne donc pas la densité précédemment mesurée. En effet, dans la mesure de densité apparente, les pores remplis d'eau sont comptés dans le volume d'eau. La densité ainsi mesurée n'est donc pas exactement la densité apparente effective pour la sédimentation des particules de coke. Il n'y a pas de moyen simple de

mesurer cette densité effective sinon de faire des essais de sédimentation. La densité apparente dans l'eau est alors la densité qui sera utilisée par la suite. La densité mesurée au pycnomètre est plus élevée que la densité apparente de plus de 10%, ce qui se traduit par une variation de l'écart à la densité de l'eau (paramètre pertinent pour la sédimentation) de plus de 25%. Même si cette variation est relativement grande, elle n'assure pas pour autant que l'effet du gaz piégé est prédominant. Cette condition est pourtant nécessaire pour que la densité apparente soit une bonne approximation de la densité effective intervenant dans la sédimentation des particules. Sans pouvoir quantifier le phénomène, en laissant le contenu de la fiole jaugée reposer, le volume de la suspension augmente alors que du gaz s'échappe. C'est très certainement le résultat du gonflement du coke lorsqu'il s'emplit d'eau. Si le phénomène est suffisamment important pour être visible dans une suspension concentrée à 10,7% massique, il faut s'attendre à une densité effective plus faible que la valeur mesurée.

Les valeurs retenues sont donc 2,517 g/cm^3 pour la silice et 1,664 g/cm^3 pour le coke. La densité de la silice est une donnée fiable, mais pour le coke, il faut considérer la valeur mesurée comme une limite haute, car le piégeage d'eau dans ses pores n'est pas négligeable mais les méthodes de mesure ne permettent pas de le prendre en compte.

3 Références

SB40 manual. *Operations and Maintenance Manual, Falcon Semi-Batch Contrator, Model SB40*. Falcon Concentrators Inc.

A. Chatterjee : Role of particle size in mineral processing at Tata Steel. *International Journal of Mineral Processing*, 53:1–14, 1998.

C. Duan, X. Wen, C. Shi, Y. Zhao, B. Wen et Y. He : Recovery of metals from waste printed circuit boards by a mechanical method using a water medium. *Journal of Hazardous Materials*, 166:478–482, 2009.

R. Q. Honaker : High capacity fine coal cleaning using an enhanced gravity concentrator. *Minerals Engineering*, 11(12):1191–1199, 1998.

E. G. Kelly et D. J. Spottiswood : *Introduction to Mineral Processing*, section 2.1. John Wiley & Sons, 1989.

P. Kippax : Measuring particle size using modern laser diffraction techniques. *Paint & Coatings Industry Magazine*, 2005.

G. H. Luttrell, R. Q. Honaker et D. I. Phillips : Enhanced gravity separators : New alternatives for fine coal cleaning. *In 12th International Coal Preparation Conference*, p. 281–292, 1995.

B. Venkoba Rao : Weibull partition surface representation for gravity concentrators. *Minerals Engineering*, 17:953–956, 2004.

B. A. Wills et T. J. Napier-Munn : *Wills' mineral processing technology : an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery*. Butterworth-Heinemann, Oxford, 7th édn, 2006. ISBN 9780750644501 0750644508.

Modélisation du concentrateur Falcon

3



Sommaire

1 Hypothèses de modélisation 39
1.1 Transport et piégeage : deux mécanismes de séparation 39
1.1.1 Transport dans le film 40
1.1.2 Rétention dans le lit 40
1.2 Critère de capture 42
1.2.1 Longueur de sédimentation 42
1.2.2 Fraction solide piégée dans le bol 43
2 Suivi des particules 44
2.1 Simulation de l'écoulement 44
2.1.1 Analyse du champ de vitesse 45
2.1.2 Épaisseur du film 47
2.1.3 Vitesse azimutale et profil de Poiseuille . . 49
2.2 Régime de transport des particules 51
2.2.1 Milieu dilué 51
2.2.2 Masses ponctuelles et échelles de longueur 52
2.2.3 Régime de Stokes 52
2.2.4 Inertie des particules 53
2.3 Bilan des forces 54
2.4 Calcul des trajectoires 55
3 Références 57

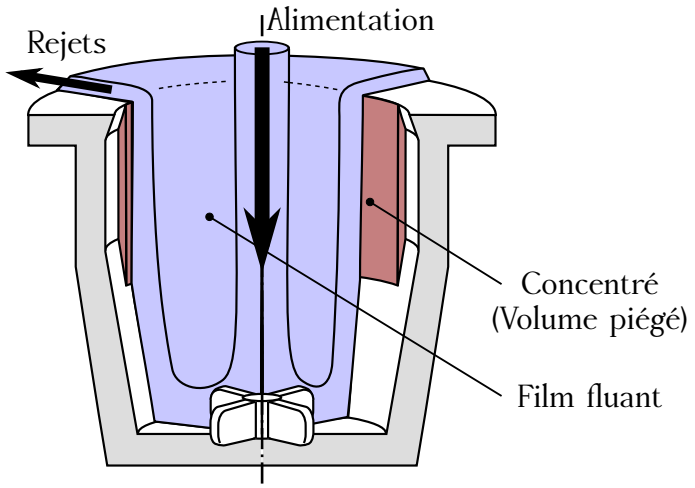


Figure 3.1: Schéma de fonctionnement du bol centrifuge Falcon.

Contrairement au séparateur Knelson auquel le Falcon est souvent comparé (Laplante et Shu, 1993; Ancia *et al.*, 1997), il existe peu d'études mécanistiques du principe de séparation du Falcon. Néanmoins il a fait l'objet de nombreuses études empiriques (Honaker et Reed, 1995; Honaker *et al.*, 1995; Honaker et Wang, 1998; Honaker et Das, 2004; Holtham *et al.*, 2005; Zhao *et al.*, 2006; Duan *et al.*, 2009). Les séparateurs Knelson tirent aussi profit d'une gravité artificielle due à la rotation de leur bol et ont fait l'objet d'études plus détaillées (Honaker et Patil, 2002; Coulter et Subasinghe, 2005). Cependant, comme leur fonctionnement repose fortement sur la fluidisation, ces études ne sont pas transposables au Falcon dont les bols sont lisses sur une majeure partie de leur longueur, voire même sur toute leur longueur dans le cas des bols UF adaptés à la récupération de particules ultrafines.

1 Hypothèses de modélisation

Les travaux de Laplante *et al.* (1994) et Laplante et Nickoletopoulos (1997) ont déjà permis d'élaborer un modèle du Falcon à partir de mesures de capacité de séparation pour des suspensions d'alimentation contrôlées. Ces travaux font apparaître les différents mécanismes de séparation dans le bol grâce à l'interprétation des résultats obtenus. Finalement le modèle est construit de manière empirique et non sur une analyse physique des phénomènes décrits, ce qui limite les possibilités d'extrapolation d'un tel modèle. Honaker *et al.* (1994, 1996) proposent des analyses plus détaillées concernant l'effet du lit de particules sur la récupération mais ils se concentrent sur le cas des bols fluidisés à la paroi.

1.1 Transport et piégeage : deux mécanismes de séparation

Les études préalables sur les Falcon ont fait apparaître deux mécanismes distincts de séparation des particules en leur sein (Laplante *et al.*, 1994; Laplante et Nickoletopoulos, 1997; Honaker *et al.*, 1996; Abela, 1997) : la sédimentation différentielle dans le film liquide fluant à la paroi du bol et la réorganisation des particules au sein d'un lit fluant (Majumder *et al.*, 2006) dans le film et retenu dans la zone de piégeage.

1.1.1 Transport dans le film

Dans le cas de particules de faible densité (< 3) et de très petite taille (< 80 µm), la sédimentation dans le film est très lente et devrait vraisemblablement jouer un rôle important puisqu'elle conditionne largement l'arrivée ou non des particules dans le lit (Abela, 1997).

Le transport des particules dans le film liquide est conditionné par l'écoulement du fluide proche de la paroi du bol. Il permet d'obtenir une coupure densimétrique en jouant sur le différentiel de vitesse de sédimentation des particules en fonction de leurs propriétés physiques et de celles du fluide. Par exemple, il est possible de modifier la coupure densimétrique en faisant varier la densité du fluide porteur. Cette pratique, courante pour la récupération de matériaux peu denses comme le charbon (Sripriya *et al.*, 2003), se révèle aussi utilisable avec des séparateurs à gravité augmentée comme le Falcon (Honaker *et al.*, 2000) et le Knelson (Honaker et Patil, 2002) mais avec des particules de plusieurs centaines de microns.

1.1.2 Rétention dans le lit

Pour que la réorganisation de la suspension dans le lit soit un mécanisme efficace de classification, il faut que les particules légères puissent s'échapper du lit dans la zone de rétention. Pour favoriser cette expulsion du lit de certaines particules, certains bols Falcon sont fluidisés dans la zone de rétention (Abela, 1997; Laplante et Shu, 1993; Ancia *et al.*, 1997). Étant donnée la faible vitesse relative des particules ultrafines par rapport au fluide, cette fluidisation remettrait en suspension toutes les particules. Il est donc conseillé d'utiliser un bol lisse (cf. figure 3.1) pour séparer ces particules ultrafines (McAlister et Armstrong, 1998).

Deveau (Deveau et Young, 2005; Deveau, 2006) propose une étude sur la composition du lit en s'intéressant à la qualité de cette fraction piégée pour des particules comprises entre une dizaine et une centaine de microns. Cette étude fait apparaître l'existence d'une couche de concentré de meilleure qualité à la surface du lit, ce qui est bien en accord avec notre hypothèse selon laquelle la sédimentation différentielle joue un rôle important lors de la séparation d'ultrafines. En effet, ce seraient les légères, expulsées du lit par les plus lourdes, qui devraient être observées en surface si la réorganisation du lit dominait. Or c'est bien la région du lit par laquelle arrivent les

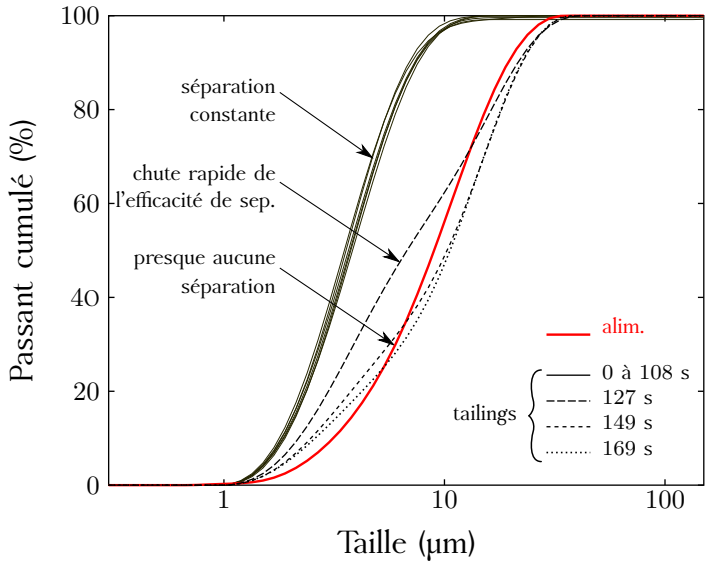


Figure 3.2: Évolution au cours du temps de la granulométrie des rejets d'un Falcon L40 (exp. n° 2).

particules qui sédimentent qui se révèle de meilleure qualité. Les ultrafines étant très peu inertielles, il est normal qu'elles ne parviennent pas à se frayer un chemin à travers un lit préexistant. Ceci rejoint aussi la conclusion de Luttrell *et al.* (1995) qui indiquent que le mode de fonctionnement du Falcon par réorganisation du lit est inadapté à la récupération d'ultrafines.

En fait, les observations de Deveau (2006) démontrent même que, pour des particules de faible inertie, leur remise en suspension dans le film depuis le lit de particules piégées est négligeable. De ce fait, il est inutile de connaître la structure du lit, tout ce qui le compose pouvant être considéré comme piégé.

L'expérience n° 2 illustre ce phénomène en montrant que la séparation n'évolue pas au cours du temps tant que le piège n'est pas rempli puis, à partir du moment où il est saturé, la qualité de séparation chute très rapidement jusqu'à ce que toute la suspension d'alimentation parte dans les rejets. L'effet de la saturation du piège sur la séparation avait déjà été décrit par Laplante *et al.* (1994) mais, en plus, la figure 3.2 prouve que dans le cas des ultrafines, le taux de remplissage du piège n'a aucun effet sur la séparation tant qu'il n'est pas complètement saturé. Ceci confirme la pertinence de l'hypothèse de non resuspension des particules depuis la zone de rétention vers le film fluant.

Par la suite, tous les essais expérimentaux sont donc réalisés dans des conditions telles que le piège n'est jamais complètement rempli en fin d'essai. Seule la plage de fonctionnement permanent est ainsi mesurée car elle correspond aux conditions normales d'utilisation de l'appareil. En dehors de cette plage, la sélectivité de la séparation chute fortement mais cet effet

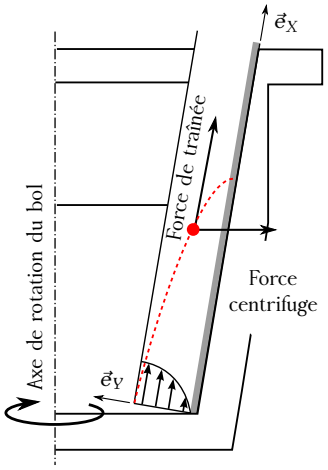


Figure 3.3: Principales forces contrôlant la trajectoire des particules.

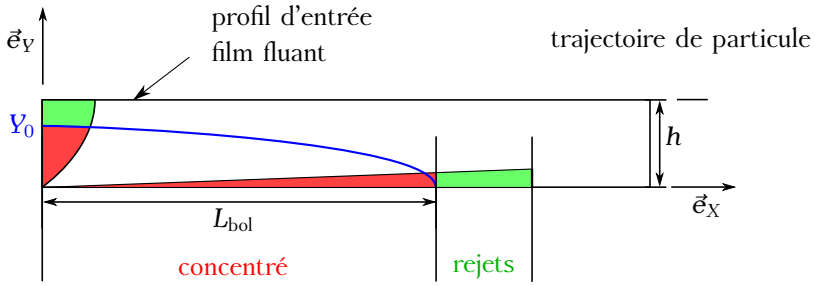


Figure 3.4: Détermination de la fraction piégée par suivi Lagrangien de particules ponctuelles.

ne dois pas être pris en compte dans les essais expérimentaux, car il est évité lors des applications industrielles en réglant le temps de cycle ou en soutirant le concentré continument, selon le modèle de concentrateur Falcon.

1.2 Critère de capture

Si tout ce qui entre dans le lit est piégé, alors la fraction rejetée est l'ensemble des particules qui sont toujours dans le film fluant en sortie de bol et qui, par conséquent, n'ont pas encore atteint la paroi du bol. Notre étude peut donc se résumer à la prédiction de la trajectoire des particules dans le film pour savoir si elles sortent du bol ou si elles entrent dans le lit et donc dans le piège.

1.2.1 Longueur de sédimentation

En fonction de ses propriétés physiques et géométriques (densité et taille), de sa distance à la paroi (Y_0) à l'entrée du film et des conditions opératoires du Falcon, chaque particule suit une trajectoire spécifique à travers le film liquide jusqu'à finalement soit impacter la paroi du bol, soit atteindre la sortie en haut du bol, sans avoir été piégée. La projection de cette trajectoire sur la paroi donne la longueur entre l'alimentation à l'entrée du bol et la position d'impact à la paroi : cette longueur est définie comme la « longueur de sédimentation ».

La comparaison de cette longueur de sédimentation avec la longueur réelle du bol (cf. figure 3.3) fournit un critère direct pour déterminer si une particule est piégée ou non. En connaissant la lavabilité d'entrée, ce résultat permet donc de prédire les lavabilités du concentré et des rejets et, par conséquent, de calculer la surface de séparation (cf. chapitre 2 §1.2).

La définition de la longueur de sédimentation fait abstraction de la rupture d'angle du bol entre la partie conique du fond du bol et la zone de rétention cylindrique. Comparé à la force centrifuge exercée par la rotation du bol, l'effet de ce changement d'angle du film est négligeable. Toutes les validations expérimentales présentées par la suite donnent des résultats en bon accord avec la modélisation : cette hypothèse est donc valide. Par contre, dans ces conditions, l'angle d'ouverture du bol fait varier le rayon sur toute la longueur du bol. Pour un bol Falcon UF40, l'écart entre la géométrie réelle du bol et celle du cône utilisé dans le modèle est faible et explique les bons résultats obtenus. Par contre pour des géométries de bols aux ruptures d'angles plus prononcées, l'angle d'ouverture ou le rayon à utiliser dans le modèle pourront différer sensiblement des valeurs indiquées par Falcon. L'angle modélisé ne correspond qu'à une variation du rayon le long de la paroi et n'est pas forcément représentatif du rayon de la conception des bols réels si leur géométrie diffère trop du cône parfait.

1.2.2 Fraction solide piégée dans le bol

Pour calculer la surface de séparation (C_p) définie à l'équation (2.1) à partir du critère de piégeage précédent établi sur la trajectoire, il faut être capable de quantifier la fraction des particules qui impacte la paroi avant la fin du bol et la fraction dont la longueur de sédimentation est supérieure à celle du bol. Un moyen de faire cela est de calculer la projection sur la paroi du bol de la distribution d'alimentation à l'entrée du bol par transport dans le film. Pour ce faire il faut d'abord établir la relation liant la longueur de sédimentation (L) à la position initiale dans l'épaisseur du film (Y_0) puis, connaissant la distribution spatiale (selon Y) et les propriétés physiques des particules à l'entrée, appliquer la transformation pour connaître la distribution le long de la paroi. La fraction piégée s'obtient en ne sommant

cette distribution projetée que sur l'ensemble des particules piégées, donc pour $0 < L < L_{bol}$.

En fait, plutôt que de calculer la distribution projetée il est plus direct de reformuler le critère de capture en fonction de la distance à la paroi Y_0. Si $P(Y_0)$ est la distribution à l'entrée, plutôt que d'expliciter l'expression de la distribution à la paroi du bol et de l'intégrer sur l'ensemble $L < L_{bol}$, il est plus simple de constater que le résultat est le même en intégrant seulement $P(Y_0)$ sur l'ensemble $Y_0 < Y_0(L_{bol})$. La figure 3.4 illustre cette équivalence : si l'on considère que les profils tracés sont des flux de particules, alors les deux aires sous la trajectoire limite en entrée et sur la paroi sont nécessairement égales.

Une vis à quatre pales montée en fond de bol assure la mise en rotation de la suspension à l'alimentation (cf. figure 3.1). En amont de cette vis aucune classification n'a encore eu lieu. De plus, l'action des pales, en plus d'imposer à l'alimentation sa vitesse de rotation initiale, a sûrement tendance à mélanger la suspension et à répartir les particules de manière homogène, indépendamment de leurs propriétés physiques, lorsqu'elles arrivent dans le film fluant. En d'autres termes, les particules sont considérées distribuées uniformément dans toute l'épaisseur de l'entrée du film au fond du bol.

Une distribution uniforme à l'entrée du film signifie que le profil de flux de particules entrantes est proportionnel au profil de vitesse du fluide. Ainsi, le profil $P(Y_0)$ à intégrer pour calculer la surface de séparation n'est autre que le profil de vitesse dans l'épaisseur du film (cf. §1.2.2).

2 Suivi des particules

Tant que les interactions interparticulaires et les interactions couplées entre les particules et le fluide ("*two-way coupling*") sont négligées, chaque trajectoire de particule peut être calculée indépendamment. Pour une taille et une densité de particule et un jeu de conditions opératoires (épaisseur du film, débit d'alimentation et vitesse de rotation du bol) donnés, chaque trajectoire relie une certaine position à l'entrée du film avec une position d'impact à la paroi. Avec cette information, la détermination du piégeage ou non d'une particule est directe : elle est piégée dans le bol si sa position d'impact est située avant la sortie du bol. La probabilité de piégeage de chaque type de particule est alors reliée à la probabilité de trouver une particule située en deçà d'une certaine distance critique de la paroi à l'entrée du film.

La clé de la résolution du problème est donc le calcul des trajectoires des particules dans le film qui dépendent fortement de l'écoulement du fluide. Avant d'étudier le transport des particules au sein du film fluant, il faut d'abord connaître l'écoulement du liquide dans le film fluant.

2.1 Simulation de l'écoulement

La prédiction de l'écoulement du fluide est un problème à part entière qu'il faut obtenir prélablement au calcul des trajectoires des particules. L'écoulement dans le film liquide fait donc l'objet d'une analyse séparée afin de pouvoir inclure un écoulement simplifié pour le modèle conduisant aux performances de séparation. Les équations qui régissent l'écoulement sont les équations de Navier-Stokes incluant l'equation de continuité et un bilan de quantité de mouvement pour un fluide incompressible :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \tag{3.1a}$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{u} = -\frac{1}{\rho_f} \vec{\nabla} p + \nu_f \nabla^2 \vec{u} \tag{3.1b}$$

Les conditions limites du problème sont :
- une vitesse imposée à l'alimentation, l'alimentation étant en fond de bol, l'effet de l'hélice est modélisé à travers le profil de vitesse. En fait, comme l'écoulement est très vite établi (cf. figure 3.5), un profil de vitesse semi-parabolique dès l'alimentation est utilisé ;
- une surface libre modélisée par une condition de glissement qui impose au film une épaisseur constante ;
- une condition de sortie en haut du bol, cette condition est obtenue en annulant les dérivées spatiales secondes, dans la direction orthogonale à la frontière, des composantes normales et tangentielles de la vitesse ;
- une vitesse nulle imposée à la paroi du bol, pour traduire l'adhérence du fluide à la paroi.

Pour résoudre ces équations, nous avons utilisé le code JADIM, code développé depuis une quinzaine d'années à l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse. Ce code a déjà été présenté dans la littérature scientifique (Magnaudet *et al.*, 1995; Magnaudet et Legendre, 1998; Legendre et Magnaudet, 1998). Il permet la résolution instationnaire et tridimensionnelle des équations (3.1) sur un maillage orthogonal. Les équations sont écrites en variables primitives vitesse-pression et sont discrétisées à l'aide de la méthode des volumes finis. Les schémas utilisés confèrent au code une précision d'ordre 2 en temps et en espace grâce à un schéma temporel de type Runge-Kutta d'ordre 3 et à une résolution des termes diffusifs par une méthode semi-implicite de type Crank-Nicolson.

2.1.1 Analyse du champ de vitesse

Une simulation numérique directe de l'écoulement proche de la paroi conique de notre appareil de laboratoire Falcon L40 a permis d'analyser la forme du champ de vitesse et d'en déduire que l'épaisseur du film est très fine, conformément à nos observations expérimentales. Le film étant très fin et le débit liquide modéré, l'écoulement reste laminaire dans toute la gamme de fonctionnement du concentrateur Falcon. En fait, le nombre

de Reynolds caractéristique de l'écoulement dans le film ($Re = U\,h/\nu$) s'exprime ici avec les dimensions du problème sous une forme qui ne fait pas apparaître explicitement l'épaisseur du film (h) :

$$Re = \frac{Q}{2\pi R\nu} \tag{3.2}$$

avec $U = Q/(2\pi Rh)$. Cette expression de la vitesse débitante est validée, par la suite, dans l'expression de la vitesse (4.7).

Pour les conditions extrêmes d'utilisation du Falcon L40 utilisé dans nos essais, l'expression (3.2) donne $Re \leq 1300$ (avec $Q = 20$ L/min), en prenant comme valeur de R le rayon en fond de bol ($R_0 = 4$ cm) qui donne une borne supérieure à Re. Cette valeur de Re est insuffisante pour provoquer la transition à la turbulence dans l'écoulement (Makarytchev *et al.*, 2001). D'ailleurs, dans le cas de films fins entraînées par rotation, la turbulence est essentiellement provoquée par l'apparition d'ondes à la surface du film, dont l'amplitude varie avec la vitesse de rotation et les vibrations du système (Makarytchev *et al.*, 1998). L'observation expérimentale avec un Falcon L40 confirme que, dans les cas d'utilisation courants, ces ondes demeurent de faible amplitude.

En pratique, les expériences réalisées dans le cadre de cette étude n'ont pas dépassé des débits d'alimentation supérieurs à 5 L/min, ce qui correspond à des nombres de Reynolds $Re \leq 330$. De même, dans les bols de taille industrielle, leur plus grand rayon géométrique implique que les nombres de Reynolds réellement rencontrés en utilisation industrielle du concentrateur Falcon sont toujours plus faibles que ceux estimés ici.

La figure 3.5 montre que l'on peut se baser sur une simulation DNS monophasique pour estimer l'épaisseur du film. En effet, en imposant un domaine de simulation plus épais que les dimensions du film observé, l'écoulement se scinde en deux régions distinctes. En région de proche paroi, le liquide a la même vitesse de rotation que le bol. La rotation et l'angle d'ouverture du bol drainent le fluide vers la sortie en haut du bol. En s'éloignant de la paroi (approchant de l'axe de rotation), la vitesse débitante est fortement réduite et le seul mouvement du fluide est une rotation solide, à une vitesse légèrement moindre que la rotation du bol. La séparation de l'écoulement en ces deux zones très différentes survient dès l'entrée du film, indépendamment du profil de vitesse imposé à l'alimentation. Sur la figure 3.5, il est clair que le profil de vitesse à l'alimentation ne correspond pas à l'écoulement réel dans le bol mais, à deux centimètres de l'entrée du bol, l'écoulement atteint un profil établi sur tout le reste de la longueur du bol.

Cette observation est importante puisqu'elle implique que, quelle que soit l'action de l'hélice sur le fluide, une fois que celui-ci a atteint la paroi, il prend très rapidement une forme d'écoulement ne dépendant pas de l'injection. L'hélice ne joue donc pas d'autre rôle dans la séparation que

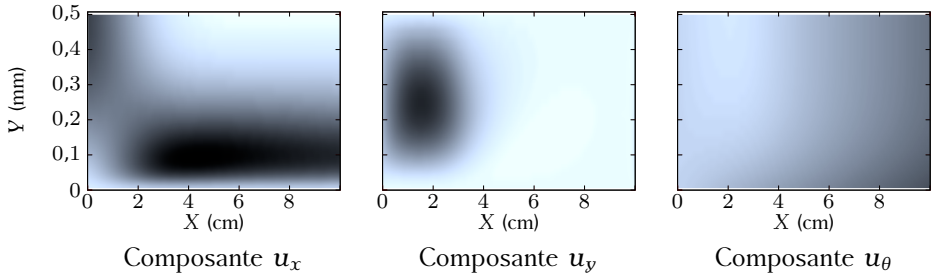


Figure 3.5: Champs de vitesses calculés par simulation numérique directe pour $Q = 2$ l/min, $\omega = 1000$ rpm et $h = 0{,}5$ mm (□ 0, ■ max).

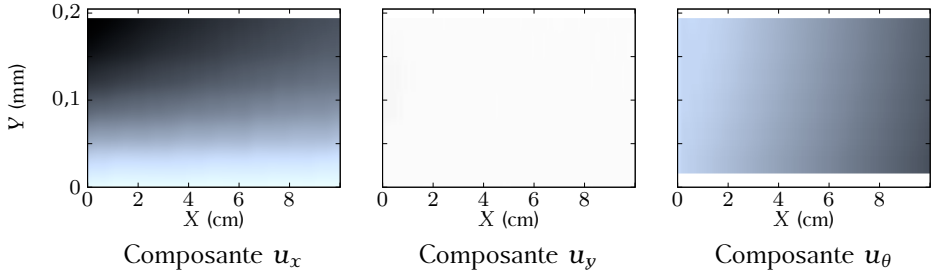


Figure 3.6: Champs de vitesses calculés par simulation numérique directe pour $Q = 2$ l/min, $\omega = 1000$ rpm et $h = 0{,}2$ mm (□ 0, ■ max).

celui d'imprimer au fluide une vitesse de rotation initiale suffisante pour éviter l'engorgement en fond de bol.

En distinguant les deux régions du film et leurs différents écoulements, il est possible d'estimer l'épaisseur du film en prenant l'épaisseur de la région à vitesse débitante non nulle en proche paroi. La figure 3.6 montre l'écoulement simulé par simulation numérique directe, en prenant un domaine de simulation plus mince, limité à cette région. Le fait d'avoir placé la frontière du domaine à l'endroit supposé de la surface libre du film permet d'imposer une condition limite de glissement, représentative de l'interface eau/air (grand rapport des viscosités dynamiques).

2.1.2 Épaisseur du film

Une des principales difficultés pour la prédiction du champ de vitesse est la surface libre du film qui donne une condition limite dont la position est inconnue avant d'avoir résolu le problème complet.

Cet aspect du problème pourrait être traité par une approche numérique de suivi d'interface, par exemple avec la méthode "*Volume of Fluid*" (Dijk *et al.*, 2001) qui résout le problème de manière continue dans les

deux phases gazeuse et liquide en les pondérant par leur taux de présence respectif. Ainsi, il serait possible de simuler l'amincissement du film le long de la paroi du bol. Cependant, la mise en oeuvre d'une telle méthode ne se justifie que si l'épaisseur du film varie beaucoup. Le volume de sédiment retenu à la paroi du bol a été négligé pour se concentrer sur le transport des particules. Or, physiquement, il est impossible que le film qui transporte les particules flue sur ce volume piégé sans que son champ de vitesse soit perturbé. Tant que le piège est peu rempli, le volume de fluide retenu est grand par rapport au film, ceci implique que la profondeur du piège est finalement celle qui est imposée au film dans cette région du bol. À l'inverse, quand le piège est plein, le lit de particules remplit quasiment complètement le volume retenu, ce qui fait que le film fluant s'écoule sur une paroi solide et son épaisseur serait alors celle calculée par suivi d'interface. Toutefois, la figure 3.2 montre que le taux de remplissage du piège n'a pas d'effet sur la séparation, il n'est donc pas utile d'entrer dans un tel niveau de détail pour la prédire. C'est pourquoi la géométrie du film utilisée par la suite est considérée d'épaisseur constante le long de la paroi du bol.

L'équilibre entre la force drainant le film (effet centrifuge dans la partie conique du bol) et les effets visqueux en région de proche paroi permet de proposer une estimation de la couche limite de l'écoulement à la paroi et donc une idée de l'épaisseur du film. La prédiction théorique de l'évolution de l'épaisseur de film le long de la paroi du bol a été abordée par Bruin (1969), Makarytchev *et al.* (1997, 1998), Janse *et al.* (2000) et Langrish *et al.* (2003) qui s'intéressaient plus particulièrement aux colonnes de cônes tournants ("*spinning cone columns*"). En écrivant les équations de Navier-Stokes dans un repère tournant et en les simplifiant, ces études ont abouti à des expressions analytiques de l'écoulement du film liquide. La plus intéressante pour l'étude du Falcon étant la prédiction analytique de l'épaisseur du film (Makarytchev *et al.*, 1997) :

$$h = \left(\frac{3\nu Q}{2\pi\omega^2 r^2 \sin\frac{\beta}{2}(1 - \cot\frac{\beta}{2}/Fr)} \right)^{1/3} \tag{3.3a}$$

Cette expression fait apparaître le nombre de Froude :

$$Fr = \frac{\omega^2 r}{G} \tag{3.3b}$$

Dans le cas du Falcon, la force centrifuge due à la rotation rapide du bol atteint plusieurs centaines de fois la gravitation terrestre (de 100 à 600 G selon les modèles). Pour de grands nombres de Froude, l'expression (3.3a) se simplifie en :

$$h = \left(\frac{3\nu Q}{2\pi\omega^2 r^2 \sin\frac{\beta}{2}} \right)^{1/3} \tag{3.3c}$$

Plus importantes que la valeur absolue de l'épaisseur du film, cette loi simplifiée donne les tendances d'évolution en fonction des paramètres opératoires et géométriques. Par exemple, même en considérant un bol conique sur toute sa longueur (cf. figure 3.3), l'expression (3.3c) donne comme rapport des épaisseurs entre le fond du bol et la sortie :

$$\frac{h_f}{h_i} = \left(1 + \frac{L_{\text{bol}}}{R_0} \sin\frac{\beta}{2}\right)^{-2/3} \tag{3.4}$$

Appliqué aux dimensions du bol Falcon UF40, ce rapport donne une valeur d'environ 0,8 qui justifie de manière acceptable l'hypothèse d'épaisseur constante. Cette valeur, ne dépendant que du rapport de grandeurs géométriques, est sensiblement la même pour tous les types de Falcon, même à l'échelle industrielle.

L'évolution de l'épaisseur du film en fonction des paramètres opératoires est une donnée qui facilite énormément l'usage du modèle présenté ici. Une fois qu'une épaisseur de film déterminée par simulation numérique directe ou par observation expérimentale est connue, l'expression (3.3c) permet de déterminer les épaisseurs de film pour des conditions opératoires proches, couvrant l'ensemble des conditions opératoires pour un type de bol donné.

$$\frac{h}{h_0} = \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{1/3} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-2/3} \tag{3.5}$$

Pour les valeurs de h_0, Q_0 et ω_0, c'est l'épaisseur du film au fond du bol (au plus petit rayon) qui est utilisée. Comme le film s'affine en augmentant le rayon, cette valeur est légèrement surestimée. Afin de ne pas cumuler les approximations quant au rôle du volume piégé, la plus grande épaisseur paraît la mieux indiquée pour être utilisée par la suite. Pour un bol Falcon UF40 :

$h_0 = 170$ µm
$Q_0 = 2$ l/min
$\omega_0 = 1000$ tr/min

2.1.3 Vitesse azimutale et profil de Poiseuille

Un film fin signifie qu'entre la paroi qui transmet sa rotation au fluide et la surface libre, la distance est très faible. Sur une distance aussi courte, les effets visqueux transmettent efficacement la vitesse de rotation de la paroi à tout le film. Le rapport des viscosités entre l'eau et l'air est tel que la surface libre peut se modéliser par une condition de glissement.

Dans le plan $(\vec{e}_X, \vec{e}_Y)$, les effets essentiels sont clairement apparents : ce sont le débit du fluide, le frottement visqueux à la paroi et la condition

de glissement à l'interface. La solution choisie pour modéliser le profil de l'écoulement est un profil de Poiseuille, c'est à dire une demi-parabole de vitesse nulle à la paroi et maximale à la surface du film. Ce profil est la solution analytique d'un écoulement laminaire entre deux plaques, il concorde avec la solution trouvée par Makarytchev *et al.* (1997) pour de grands nombres de Froude et de grandes vitesses de rotation. Sur cette composante de la vitesse du fluide, finalement, la seule simplification effectuée par rapport à la solution réelle est l'épaisseur constante du film (qui a été justifiée précédemment). L'expression de la vitesse est explicitée dans la section §1.1.1 du chapitre 4, notamment le profil parabolique est donné par l'équation (4.9b). La composante de la vitesse orthogonale à la paroi du bol est négligeable (cf. figures 3.6 et 3.7).

La seule source de cisaillement dans la direction azimutale est l'accélération de Coriolis. En effet, la rotation rapide provoque un effet Coriolis significatif, ce qui rend l'écoulement calculé par DNS pleinement tridimensionnel : un gradient de vitesse azimutale dans l'épaisseur du film éloigne l'écoulement réel d'un comportement de rotation solide.

Makarytchev *et al.* (1997) donnent aussi l'expression du profil de la vitesse azimutale entre la paroi du bol et la surface libre :

$$u_\theta = \omega r \left(1 + \frac{1}{4} Ek^{-2} P_W\left(\frac{Y}{h}\right)\right) \tag{3.7a}$$

$$P_W\left(\frac{Y}{h}\right) = \left(\frac{Y}{h}\right)^3 - \frac{1}{4}\left(\frac{Y}{h}\right)^4 - 2\left(\frac{Y}{h}\right) \tag{3.7b}$$

$$Ek = \frac{\nu}{2\omega h^2 \sin\frac{\beta}{2}} \tag{3.7c}$$

L'expression telle que donnée par Makarytchev *et al.* (1997) ne fait pas apparaître explicitement la grandeur adimensionnelle Ek, mais cette écriture permet d'interpréter physiquement son expression. En effet, Ek est le nombre d'Ekman défini comme le rapport entre les effets visqueux et la force d'inertie de Coriolis. Cette formulation montre bien que, lorsque les effets visqueux sont dominants, la rotation de la paroi est propagée dans tout le film et la vitesse azimutale correspond à une rotation solide. Au fur et à mesure que les effets de Coriolis deviennent importants ils modifient cet écoulement de base pour ressembler au profil P_W. Le particularité de cette expression est que le profil varie très fortement avec l'épaisseur du film. Utiliser l'hypothèse d'épaisseur de film constante dans l'équation (3.7c) donne des profils incohérents, elle n'est donc pas utilisable si la variation de l'épaisseur du film n'est pas elle-même prise en compte explicitement.

Les résultats des calculs DNS montrent un écart inférieur à 10% (cf. figures 3.7 et 3.8, pour h entre 0,15 et 0,2 mm) entre la rotation solide et la vitesse azimutale réelle pour un angle d'ouverture de 20°. De plus, l'effet de Coriolis se limite à la région conique du bol car la zone de rétention cylindrique est à rayon constant. Donc son effet est limité à une portion du

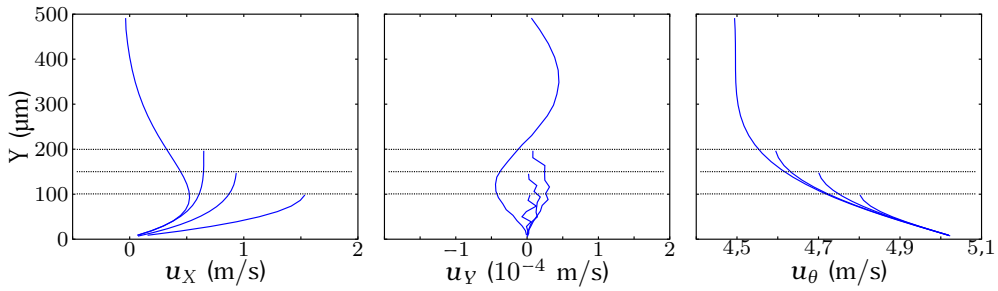


Figure 3.7: Profils des composantes de la vitesse du fluide pour différentes épaisseurs de film (h ={0,5; 0,2; 0,15; 0,1} mm, $X = 5{,}95$ cm, $Q = 2$ l/min, $\omega = 1000$ tr/min).

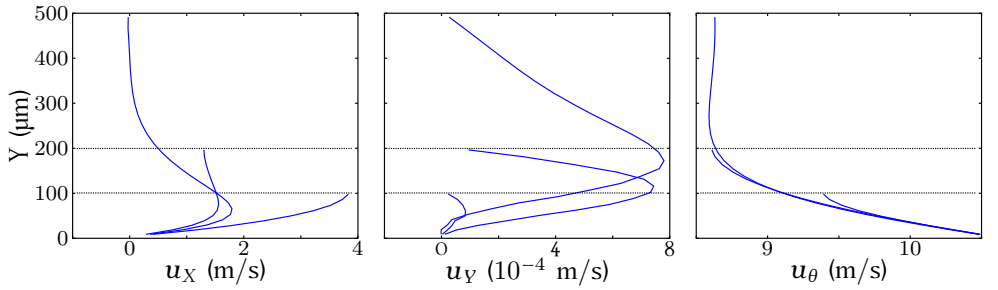


Figure 3.8: Profils des composantes de la vitesse du fluide pour différentes épaisseurs de film (h ={0,5; 0,2; 0,1} mm, $X = 5{,}95$ cm, $Q = 5$ l/min, $\omega = 2000$ tr/min).

film et son amplitude est relativement faible. C'est pourquoi, par la suite, la vitesse azimutale est considérée comme une rotation solide $u_\theta = \omega r$.

Au final, l'écoulement considéré est la composition d'une rotation solide pour u_θ et d'un profil semi-parabolique pour u_X. Cet écoulement est une bonne approximation de l'écoulement réel pour un bol dont l'angle d'ouverture est faible. L'angle d'ouverture du bol n'est pas considéré comme un mécanisme jouant sur la séparation mais seulement comme une condition permettant l'écoulement du fluide. Cette solution approximée n'est pas solution des équations de Navier-Stokes (3.1), mais la conservation du débit est vérifiée en adaptant la vitesse débitante du fluide à la section du film qui varie le long du bol avec le rayon.

2.2 Régime de transport des particules

2.2.1 Milieu dilué

La phase de transport des particules dans le film est dictée par le champ de vitesse du film fluide s'écoulant le long de la paroi du bol ainsi que par les propriétés physiques des particules. Cet écoulement pourrait être

perturbé par la présence des particules au delà d'un chargement massique critique. Même sans perturbation du champ fluide, les risques de collisions entre particules et l'entraînement des unes par les autres à travers des effets collectifs apparaissent quand la concentration volumique devient trop élevée. Pour s'affranchir de ces interactions, dans un premier temps la suspension est considérée comme un milieu dilué. Les modèles qui en découlent ne tiennent donc pas compte de l'effet des particules sur le fluide, ni d'interactions directes entre particules. D'expérience, cette hypothèse est vérifiée pour des concentrations solides inférieures à 5% volumique. Au delà, une confirmation expérimentale de la validité de ce modèle en dehors de ses hypothèses ou une modélisation plus complète sera nécessaire. Dans un second temps, la perturbation entraînée par ces interactions par rapport aux prédictions du modèle proposé sera étudiée en vue de la séparation de suspensions concentrées (cf. chapitre 5). Cependant, l'objectif premier étant d'étudier les phénomènes mécaniques élémentaires dont découle la capacité de séparation d'un Falcon, c'est d'abord le cas dilué qui est étudié, avant d'être étoffé, par la suite, par des corrections quantitatives afin de l'étendre à des situations plus complexes.

2.2.2 Masses ponctuelles et échelles de longueur

Les particules sont représentées par des masses ponctuelles, négligeant les effets de taille finie sur l'écoulement du fluide porteur. Pour que cela soit valable, la taille des particules doit être plus petite que toutes les échelles spatiales de l'écoulement du fluide. Le régime d'écoulement du film dans le bol est toujours laminaire (cf. §2.1), ce qui implique que la plus petite échelle caractéristique de l'écoulement est l'épaisseur du film (h). La représentation des particules par des masses ponctuelles est donc soumise à la condition que la taille des particules soit petite devant l'épaisseur du film ($2r_p \ll h$). La distribution granulométrique de la silice utilisée pour les essais expérimentaux (cf. figure 2.3) est comprise dans une gamme de tailles inférieures à 100 µm. Pour toute épaisseur de film supérieure à plusieurs centaines de micromètres, l'essentiel des particules répond bien au critère. Pour tous les essais réalisés en milieu dilué, l'indépendance des trajectoires permet d'assurer que seules les trajectoires des plus grosses particules seraient remises en cause. Comme les particules très grenues sont de toute façon piégées à 100% l'erreur sur le suivi des grosses particules n'a pas d'effet sur la séparation et n'affecte pas les prédictions du modèle.

2.2.3 Régime de Stokes

La force de traînée qui s'exerce sur les particules transportées dépend du nombre de Reynolds particulaire (Re_p). Ce nombre de Reynolds à l'échelle d'une particule quantifie le rapport des effets visqueux avec

l'inertie du fluide dans l'écoulement autour des particules et conditionne le coefficient de trainée.

Pour construire ce nombre, la vitesse caractéristique est donc la vitesse de glissement entre les particules et le fluide, et la dimension caractéristique est le diamètre des particules.

$$Re_p = 2\frac{\|\vec{u} - \vec{v}\| r_p}{\nu} \tag{3.8}$$

Tant que le nombre de Reynolds particulaire demeure faible ($Re_p \ll 1$), la force de traînée varie linéairement avec la vitesse relative des particules dans le fluide : ce régime d'écoulement s'appelle le régime de Stokes. En dehors de ce régime ($Re_p > 1$), l'évolution devient non-linéaire et complique la prédiction théorique du problème de transport des particules. L'effet du nombre de Reynolds particulaire sur la séparation est étudié au chapitre 4.

2.2.4 Inertie des particules

Les trajectoires des particules dépendent du champ de vitesse du fluide, cependant elles ne se superposent pas aux lignes de courant. En effet, pour qu'une séparation soit possible, il faut que les propriétés physiques des particules aient un impact sur leur mouvement dans le bol. Les forces qui s'exercent sur les particules, comme la force de flottabilité ou l'effet centrifuge, sont les premières causes de différence entre la vitesse locale du fluide et celle des particules.

Un autre aspect est important : l'inertie des particules peut imposer un certain temps avant que la particule atteigne un régime établi sous l'effet d'une force quelconque. Même si la force de traînée prédomine, ses fluctuations le long d'une ligne de courant peuvent être lissées par l'inertie des particules. Sous l'effet de forces extérieures qui vont inévitablement imposer aux particules une trajectoire qui coupe les lignes de courant du fluide, les fluctuations des forces le long d'une trajectoire peuvent être assez importantes et l'effet inertiel perceptible.

Le nombre de Stokes quantifie l'importance de la réponse temporelle des particules due à leur inertie. Il est défini par le rapport entre le temps de relaxation visqueux (τ_p) qu'une particule soumise à une force dans le fluide met pour atteindre un régime établi et le temps caractéristique de l'écoulement du fluide (τ_f).

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_f} \tag{3.9}$$

Dans notre cas, l'écoulement est stationnaire. Le temps caractéristique de l'écoulement du fluide provient du fait qu'une particule voit la vitesse du fluide évoluer le long de sa trajectoire. Vu la forme de l'écoulement, la variation de vitesse du fluide ne peut être due qu'au cisaillement quand la particule traverse des lignes de courant, et à la conservation du débit dans

le bol conique. Le temps caractéristique (τ_f) à prendre en compte dans le nombre de Stokes provient donc de la variation de la vitesse dans l'espace. Le temps qu'il est pertinent de comparer au temps de relaxation visqueux des particules dans le fluide n'a besoin de rendre compte que de la seule variation de la vitesse perçue par les particules le long de leur trajectoire.

$$\vec{\mathcal{G}} = \left[\nabla \vec{u}\right] \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} \tag{3.10a}$$

Or, comme dans le profil de vitesse modélisé, la composante de la vitesse perpendiculaire à la paroi du bol (u_Y) est nulle, le vecteur $\vec{\mathcal{G}}$ n'a qu'une composante non nulle qui donne le temps caractéristique recherché.

$$\tau_f = \left|\vec{\mathcal{G}} \cdot \vec{e}_X\right|^{-1} = \frac{\|\vec{v}\|}{\left|\vec{v} \cdot \vec{\nabla} u_X\right|} \tag{3.10b}$$

Si le nombre de Stokes est faible, alors le temps que mettent les particules à suivre la trajectoire imposée par le fluide est petit devant les fluctuations ressenties par la particule. L'écart entre la trajectoire réelle d'une particule et la trajectoire obtenue par équilibre entre la traînée et les forces extérieures est négligeable. À l'inverse, un nombre de Stokes de l'ordre de l'unité ou supérieur implique que les effets inertiels instationnaires doivent être pris en compte.

2.3 Bilan des forces

La trajectoire des particules est calculée à partir d'un bilan des forces appliquées sur des particules ponctuelles qui relie leur accélération aux propriétés locales du fluide :

$$\rho_p \mathcal{V}_p \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{F} \tag{3.11}$$

Le bilan de forces prend en compte différentes contributions. Les principales forces qui s'exercent sur les particules lors de leur transport dans le film sont la force de flottabilité ($\vec{F}_B$) due à l'écart de densité entre les particules et le fluide, l'effet du gradient de pression ($\vec{F}_G$), la masse ajoutée ($\vec{F}_M$) due à l'inertie du fluide lors de l'accélération du fluide ou des particules et enfin la force de traînée ($\vec{F}_D$) (Clift *et al.*, 1978) qui résulte des contributions visqueuses et de pression :

$$\vec{F}_B = (\rho_p - \rho_f)\ \mathcal{V}_p\ \vec{G} \tag{3.12a}$$

$$\vec{F}_G = \rho_f \mathcal{V}_p \frac{\mathrm{D}\vec{u}}{\mathrm{D}t} \tag{3.12b}$$

$$\vec{F}_M = \rho_f \mathcal{V}_p C_M \left(\frac{\mathrm{D}\vec{u}}{\mathrm{D}t} - \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\right) \tag{3.12c}$$

$$\vec{F}_D = \frac{1}{2}\ \rho_f \mathcal{S}_p C_D \|\vec{u} - \vec{v}\|\ (\vec{u} - \vec{v}) \tag{3.12d}$$

Les forces (3.12b), (3.12c) et (3.12d) dépendent de la vitesse du fluide ($\vec{u}$) et de son gradient spatial quand l'écoulement est établi. Pour affiner le modèle, il serait aussi possible d'ajouter une force de portance et un terme d'histoire avec des facteurs correctifs sur C_M et C_D pour prendre en compte la proximité des parois.

Pour une première estimation, la portance peut s'exprimer avec l'expression donnée par Saffman (1965) en conservant l'hypothèse $Re_p \ll 1$:

$$[F_L]_Y = 6{,}46\,\rho_f\,\nu^{\frac{1}{2}}\,r_p^2\,(u_X - v_X)\left|\frac{\mathrm{d}u_X}{\mathrm{d}Y}\right|^{\frac{1}{2}}\operatorname{sgn}\left(\frac{\mathrm{d}u_X}{\mathrm{d}Y}\right) \tag{3.13}$$

Dans cette expression, la force de portance dépend du cisaillement local de l'écoulement et de la vitesse de glissement projetée dans la direction de ce cisaillement. Dans le film fluant à la paroi du Falcon, le seul cisaillement important est le gradient de vitesse u_X dans la direction $\vec{e}_Y$, or la composante de la vitesse de glissement dans cette direction est petite. En effet, la force centrifuge étant orientée suivant $\vec{e}_r$, la composante prédominante de la vitesse de glissement (et la seule, si l'on néglige les effets inertiels) est dans cette direction. La projection de cette direction dans la direction $\vec{e}_X$ est en $\sin(\beta/2)$, où β, l'angle d'ouverture du bol, est petit (20° pour un bol UF40). La force de portance (3.13) est donc vraisemblablement négligeable. De plus, l'expression réelle de la portance est bien plus complexe (Legendre et Magnaudet, 1998; Magnaudet et Legendre, 1998) et est même actuellement encore méconnue dans une configuration tri-dimensionnelle comme celle des particules dans le film : glissement dans une direction quelconque par rapport au cisaillement de l'écoulement, champ tournant (Van Nierop *et al.*, 2007) et cisaillement dans des directions multiples (en $\vec{e}_Y$ et $\vec{e}_\theta$). Faute de pouvoir exprimer cette force d'une manière unique et en raison de l'estimation de son amplitude, elle est ignorée par la suite.

La force d'histoire a un rôle important dans les écoulements où les particules subissent des accélérations répétées (Abbad et Souhar, 2001, 2004). Ces accélérations peuvent provenir d'accélérations du fluide porteur (turbulence dans l'écoulement). Or, l'écoulement établi dans le bol Falcon est stationnaire et laminaire. Les particules ne subissent donc qu'une seule phase d'accélération quand elles sont injectées à la paroi, puis elles sont transportées dans le film principalement sous l'effet de la traînée et de la force centrifuge qui évoluent de manière monotone le long de leur trajectoire. Le terme d'histoire est donc négligé dans le bilan des forces qui s'exercent sur les particules dans le film fluant.

Les lois de paroi ont un effet très local, limité aux régions proches de la paroi du bol. Or à la paroi les effets granulaires dus à la présence des particules piégées et l'écoulement dû au soutirage perturbent l'écoulement du film, ce qui ne peut pas être pris en compte avec une simple loi de paroi sur le profil d'écoulement modélisé en §2.1. Nous pensons que ces simplifications ne limiteront pas la portée du notre modèle puique les phénomènes

omis sont négligeables ou se bornent à des effets locaux dans la zone de rétention et ne jouent donc pas de rôle fondamental sur la séparation.

2.4 Calcul des trajectoires

En explicitant les expressions des forces dans le bilan (3.11), l'équation à intégrer pour calculer les trajectoires est obtenue par suivi Lagrangien des particules :

$$(\rho_p + \rho_f C_M)\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \rho_f\,(1 + C_M)\frac{\mathrm{D}\vec{u}}{\mathrm{D}t} + (\rho_p - \rho_f)\;\vec{G} - \frac{3}{8\,r_p}\rho_f C_D \|\vec{v} - \vec{u}\|\,(\vec{v} - \vec{u}) \quad (3.14)$$

Seule la projection de la trajectoire dans le plan $(\vec{e}_X,\vec{e}_Y)$ est utile au calcul de la longueur de sédimentation. Le système se ramène à un problème à deux dimensions à condition de négliger le glissement entre les particules et le fluide dans la direction azimutale $v_\theta = u_\theta$:

$$(\rho_p + \rho_f C_M)\frac{\mathrm{d}\vec{v}_{2D}}{\mathrm{d}t} = \rho_f\,(1 + C_M)\frac{\mathrm{D}\vec{u}_{2D}}{\mathrm{D}t} + (\rho_p - \rho_f)\left(\frac{u_\theta^2}{r}\vec{e}_r + \vec{G}\right) - \frac{3}{8\,r_p}\rho_f C_D \|\vec{v}_{2D} - \vec{u}_{2D}\|\,(\vec{v}_{2D} - \vec{u}_{2D}) \quad (3.15)$$

La rotation rapide du bol induit un effet de Coriolis non nul sur les particules lorsqu'elles sédimentent dans le film. Cependant, le film étant fin et la vitesse débitante élevée, la variation de position radiale des particules est essentiellement due à leur transport par le fluide dans le film conique. L'effet de Coriolis dû à leur vitesse dans la direction $\vec{e}_Y$ est négligé devant la composante suivant $\vec{e}_X$ de la vitesse des particules. Dans cette direction, le glissement est négligeable devant la vitesse du fluide. Grâce à toutes ces considérations, l'effet de Coriolis subi par les particules est considéré comme étant le même que celui subi par le fluide. Comme la différence de vitesse azimutale ne provient que de l'effet de Coriolis (cf. §2.1.3), le glissement dans la direction azimutale peut être négligé.

Dans l'écoulement décrit en §2.1.3, l'effet de Coriolis sur le profil de vitesse azimutale du fluide a été négligé. En négligeant l'effet sur le fluide, c'est donc aussi l'effet sur les particules qui est négligé et, finalement, c'est $u_\theta = \omega r$ qui est utilisé dans l'équation (3.15). Cependant, la remarque précédente reste pertinente car elle confirme que, puisqu'il a été possible de négliger l'effet Coriolis sur l'écoulement fluide, il n'est pas nécessaire de le prendre en compte dans le suivi des particules. Réciproquement, pour le prendre en compte, il faudrait d'abord commencer par prendre en compte l'amincissement du fluide et la tri-dimensionalité de l'écoulement

du fluide. Dans le cas du Falcon, il a déjà été discuté en §2.1 de la portée des simplifications réalisées.

3 Références

M. Abbad et M. Souhar : L'effet du terme d'histoire sur le mouvement des particules sphériques rigides ou fluides dans un milieu visqueux en repère oscillant. *In XVème Congrès Français de Mécanique*, 556, 2001.

M. Abbad et M. Souhar : Effects of the history force on an oscillating rigid sphere at low reynolds number. *Experiments in Fluids*, 36(5):775–782, 2004.

R. L. Abela : Centrifugal concentrators in gold recovery and coal processing. *In Extraction Metallurgy Africa*, 1997.

P. H. Ancia, J. Frenay et P. H. Dandois : Comparison of the Knelson and Falcon centrifugal separators. *In Richard M. Mozley International Symposium*, 1997.

S. Bruin : Velocity distributions in a liquid film flowing over a rotating conical surface. *Chemical Engineering Science*, 24:1647–1654, 1969.

R. Clift, J. R. Grace et M. E. Weber : *Bubbles, Drops and Particles*. Academic Press, 1978.

T. Coulter et G. K. N. Subasinghe : A mechanistic approach to modelling Knelson concentrators. *Minerals Engineering*, 18:9–17, 2005.

C. Deveau : Improving fine particle gravity recovery through equipment behavior modification. *In 38th Annual Meeting of the Canadian Mineral Processors*, Paper 31, p. 501–517, 2006.

C. Deveau et S. R. Young : Pushing the limits of gravity separation. *In Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting*, 2005.

P. E. Dijk, A. M. C. Janse, J. A. M. Kuipers et W. P. M. van Swaaij : Hydrodynamics of liquid flow in a rotating cone. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 11(5):386–412, 2001.

C. Duan, X. Wen, C. Shi, Y. Zhao, B. Wen et Y. He : Recovery of metals from waste printed circuit boards by a mechanical method using a water medium. *Journal of Hazardous Materials*, 166:478–482, 2009.

P. Holtham, B. Gee, R. Dunne et S. Gregory : Recovery of fine gold particles using a Falcon 'B' separator. *In* G. Deschenes, éd. : *International Symposium for the Treatment of Gold Ores*, 2005.

R. Q. Honaker et A. Das : Ultrafine coal cleaning using a centrifugal fluidized-bed separator. *Coal Preparation*, 24(1–2):1–18, 2004.

R. Q. Honaker et D. P. Patil : Parametric evaluation of a dense-medium process using an enhanced gravity separator. *Coal Preparation*, 22(1):1–17, 2002.

R. Q. Honaker, B. C. Paul, D. Wang et K. Ho. : Enhanced gravity separation : an alternative to flotation. *In Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting*, 1995. High Efficiency Coal Preparation : An International Symposium.

R. Q. Honaker, B. C. Paul, D. Wang et M. Huang : Application of centrifugal washing for fine coal cleaning. *In Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting*, 1994.

R. Q. Honaker, N. Singh et B. Govindarajan : Application of dense-medium in an enhanced gravity separator for fine coal cleaning. *Minerals Engineering*, 13(4):415–427, 2000.

R. Q. Honaker et D. Wang : Falcon concentrators : a high capacity fine coal cleaning technology. *In Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting*, 1998.

R. Q. Honaker, D. Wang et K. Ho : Application of the Falcon concentrator for fine coal cleaning. *Minerals Engineering*, 9(11):1143–1156, 1996.

R. Q. Honaker et S. Reed : A fine coal circuitry study using column flotation and gravity separation. Rap. tech., Department of Energy, 1995.

A. M. C. Janse, P. M. Biesheuvel, W. Prins et W. P. M. van Swaaij : Granular flow in a rotating cone partly submerged in a fluidized bed. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 46(3):499–508, 2000.

T. A. G. Langrish, S. V. Makarytchev, D. F. Fletcher et R. G. H. Prince : Progress in understanding the physical processes inside spinning cone columns. *Chemical Engineering Research & Design*, 81(1):122–130, 2003.

A. R. Laplante et Y. Shu : A comparative study of two centrifugal concentrators. *In 25th Annual Meeting of the Canadian Minerals Processors*, Paper 5, p. 18–36, 1993.

A. R. Laplante, M. Buonvino, A. Veltmeyer, J. Robitaille et G. Naud : A study of the Falcon concentrator. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 33 (4):279–288, 1994.

A. R. Laplante et N. Nickoletopoulos : Validation of a Falcon model with a synthetic ore. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 36(1):7–13, 1997.

D. Legendre et J. Magnaudet : The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 386:81–126, 1998.

G. H. Luttrell, R. Q. Honaker et D. I. Phillips : Enhanced gravity separators : New alternatives for fine coal cleaning. *In 12th International Coal Preparation Conference*, p. 281–292, 1995.

J. Magnaudet et D. Legendre : Some aspects of the lift force on a spherical bubble. *Applied Scientific Research*, 58(1-4):441–461, 1998.

J. Magnaudet, M. Rivero et J. Fabre : Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. part 1. steady straining flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 284:97–135, 1995.

A. K. Majumder, G. J. Lyman, M. Brennan et P. N. Holtham : Modeling of flowing film concentrators part 1. water split behavior. *International Journal of Mineral Processing*, 80(1):71–77, 2006.

S. V. Makarytchev, T. A. G. Langrish et R. G. H. Prince : Structure and regimes of liquid film flow in spinning cone columns. *Chemical Engineering Science*, 53(8):1541–1550, 1998.

S. V. Makarytchev, T. A. G. Langrish et R. G. H. Prince : Thickness and velocity of wavy liquid films on rotating conical surfaces. *Chemical Engineering Science*, 56:77–87, 2001.

S. V. Makarytchev, E. Xue, T. A. G. Langrish et R. G. H. Prince : On modelling fluid flow over a rotating conical surface. *Chemical Engineering Science*, 52:1055–1057, 1997.

S. A. McAlister et K. C. Armstrong : Development of the Falcon concentrator. *In Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting*, 1998.

P. G. Saffman : The lift on a small sphere in a slow shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 22:385–400, 1965.

R. Sripriya, P. V. T. Rao, J. P. Bapat, N. P. Singh et P. Das : Development of an alternative to magnetite for use as heavy media in coal washeries. *International Journal of Mineral Processing*, 71(1):55–71, 2003.

E. A. Van Nierop, S. Luther, J. J. Bluemink, J. Magnaudet, A. Prosperetti et D. Lohse : Drag and lift forces in a rotating flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 571(1-4):439–454, 2007.

Y.-M. Zhao, X.-F. Wen, H.-X. Shi, H.-G. Jiao et Y.-J. Tao : Study on metals recovery from $-0.074\ mm$ printed circuit boards by enhanced gravity separation. *The Chinese Journal of Process Engineering*, 6(2):201–204, 2006.

Séparation de suspensions diluées

4



Sommaire

1 Analyse physique de la séparation 63
1.1 Prédiction théorique et loi d'échelle 63
1.1.1 Calcul de la longueur de sédimentation . . 64
1.1.2 Calcul de la surface de séparation 67
1.1.3 Fractions dans le concentré et dans les rejets 69
1.2 Comparaison avec des résultats expérimentaux . 69
1.2.1 Taux de récupération 69
1.2.2 Fonction de coupure 72
2 Résolution numérique du problème physique 76
2.1 Suivi Lagrangien et bilan des forces 77
2.2 Méthode de résolution numérique 78
2.3 Utilisation du modèle 80
3 Comparaison de la résolution numérique avec la loi d'échelle analytique 80
3.1 Validation de la méthode de résolution 80
3.1.1 Résolution de la physique simplifiée 80
3.1.2 Calibration du modèle 81
3.2 Cas des particules grenues ou très denses 82
3.2.1 Effet du nombre de Reynolds particulaire . 82
3.2.2 Effet du nombre de Stokes 84
4 Optimisation des conditions opératoires 86
4.1 Critères d'optimisation 86
4.1.1 Écart probable 86
4.1.2 Densité de coupure 87
4.2 Limites physiques de la séparation d'ultrafines dans un Falcon 88
4.2.1 Écart probable et densité de coupure . . . 89
4.2.2 Passage aux plus grandes échelles 90
5 Références 91

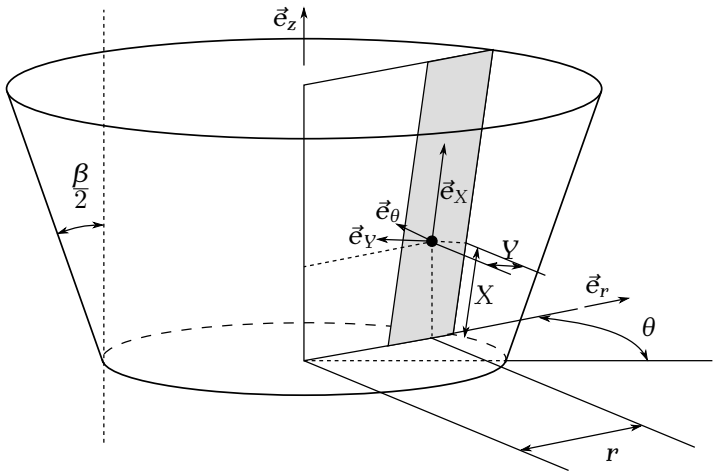


Figure 4.1: Repères, coordonnées et paramètres géométriques.

1 Analyse physique de la séparation

Les hypothèses sur lesquelles repose notre modélisation ont été décrites précédemment. Cependant il est possible d'aller plus loin dans le travail de simplification du problème afin de ne plus conserver que la base physique de la séparation dans le Falcon. En opérant de cette manière, il n'est pas question d'aboutir à une prédiction précise et quantitative de la séparation mais d'illustrer les mécanismes fondamentaux qui contrôlent le piégeage des particules et d'en observer les tendances d'évolution à partir de lois d'échelle.

Ces lois tentent de relier la longueur de sédimentation définie précédemment (cf. §1.2.1) aux conditions opératoires du procédé et d'estimer l'effet relatif des différents paramètres. Cette analyse théorique simplifiée servira par la suite à l'interprétation des résultats expérimentaux et numériques prenant en compte le problème complet.

1.1 Prédiction théorique et loi d'échelle

L'élément fondamental pour le critère de capture est la longueur de sédimentation (L) lors de l'impact à la paroi du bol. Cette longueur résulte de l'intégration des vitesses des particules le long de leur trajectoire. En notant Y la distance de la particule à la paroi du bol et X sa position longitudinale dans le bol (cf. figure 4.1) dans la direction d'écoulement du film (parallèle à la paroi), alors L peut être obtenue en intégrant l'équation suivante :

$$\mathrm{d}X = \frac{v_X}{v_Y}\mathrm{d}Y \tag{4.1}$$

En considérant que le nombre de Reynolds particulaire est petit (cf. chapitre 3 §2.2.3), la force de traînée peut être calculée avec l'expression analytique de la vitesse de sédimentation de Stokes obtenue avec le coefficient de traînée $C_D = 24/Re_p$. Si le nombre de Stokes (cf. chapitre 3 §2.2.4) est également petit, alors les particules atteignent cette vitesse de sédimentation terminale quasi-immédiatement. Les deux composantes de la vitesse des particules sont alors données par les expressions suivantes :

$$v_X = u_X + \frac{F_X}{6\pi\mu r_p} \tag{4.2a}$$

$$v_Y = u_Y + \frac{F_Y}{6\pi\mu r_p} \tag{4.2b}$$

Dans la direction principale d'écoulement, la vitesse de glissement peut être négligée car le glissement résulte d'un équilibre entre la projection de la force de flottabilité, de l'accélération centrifuge et de la traînée. Comme l'angle d'ouverture du bol est petit, la vitesse relative des particules dans le fluide est petite comparativement à la vitesse moyenne du fluide lui-même. À l'inverse, la force centrifuge prédomine dans la direction orthogonale à l'écoulement principal. En fait, l'hypothèse d'épaisseur de film constante implique des vitesses de fluide très faibles dans cette direction. Par conséquent, la modélisation de l'équation de trajectoire peut être simplifiée.

$$u_X \gg \frac{F_X}{6\pi\mu r_p} \tag{4.3a}$$

$$u_Y \ll \frac{F_Y}{6\pi\mu r_p} \tag{4.3b}$$

La projection de la force centrifuge subie par les particules dans la direction orthogonale à la paroi est :

$$F_Y = -\Delta\rho \; \mathcal{V}_p \; \omega^2 r \cos\frac{\beta}{2} \tag{4.4}$$

Les équations (4.1), (4.2), (4.3) et (4.4) se conjuguent alors pour donner l'équation à résoudre suivante :

$$\mathrm{d}X = \frac{6\pi\mu r_p}{F_Y} u_X \; \mathrm{d}Y \tag{4.5}$$

1.1.1 Calcul de la longueur de sédimentation

La vitesse du fluide u_X peut s'écrire sous la forme du produit de la vitesse débitante et d'un profil (P) fonction de la distance Y à la paroi adimensionnée par l'épaisseur du film. Ce profil P est le même pour la distribution spatiale des particules dans le film à l'alimentation et pour le profil de vitesse dans le cas d'une suspension homogène à l'alimentation (cf.

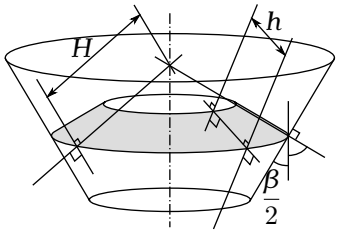


Figure 4.2: Section du film fluant.

chapitre 3 §1.2.2). La vitesse débitante est donnée par le rapport du débit et de la section de passage ($Q/\mathcal{S}_f$).

$$u_X = \frac{Q}{\mathcal{S}_f} P\left(\frac{Y}{h}, r\right) \tag{4.6a}$$

La section du film fluant ($\mathcal{S}_f$) est un tronc de cône dont la génératrice est l'épaisseur du film orthogonale à la paroi.

L'aire de ce tronc de cône peut donc être calculée comme la différence entre la surface de deux cônes aux génératrices de longueurs respectives H et h (notations définies sur la figure 4.2).

$$\begin{aligned}\mathcal{S}_f &= \mathcal{S}(H) - \mathcal{S}(H-h)\\ &= \frac{\pi r^2}{\sin\left(\frac{\pi-\beta}{2}\right)} - \frac{\pi\left(r - h\sin\left(\frac{\pi-\beta}{2}\right)\right)^2}{\sin\left(\frac{\pi-\beta}{2}\right)} = \pi\left(2rh - h^2\sin\left(\frac{\pi-\beta}{2}\right)\right)\\ &= 2\pi rh\left(1 - \frac{h}{2r}\cos\frac{\beta}{2}\right)\end{aligned} \tag{4.6b}$$

L'expression (4.6a) de la composante de la vitesse u_X devient donc, grâce à (4.6b) :

$$u_X = \frac{Q}{2\pi rh\left(1 - \frac{h}{2r}\cos\frac{\beta}{2}\right)} P\left(\frac{Y}{h}, r\right) \tag{4.6c}$$

Cependant, l'expression complexe (4.6c) se simplifie considérablement avec l'hypothèse de film fin ($h \ll r$), ce qui donne :

$$u_X \approx \frac{Q}{2\pi rh} P\left(\frac{Y}{h}, r\right) \tag{4.7}$$

La longueur de sédimentation (L) est obtenue par une simple intégration de l'équation (4.5). Celle-ci est fonction de la position initiale (Y_0) de la particule à la paroi dans la section d'alimentation du film fluant :

$$\int_0^L r^2 \, \mathrm{d}X = \int_{Y_0}^0 \frac{9}{4\pi} \frac{-Q\,\mu}{\Delta\rho\; r_p^2\; \omega^2\; h\; \cos\frac{\beta}{2}} P\left(\frac{Y}{h}, r\right) \mathrm{d}Y \tag{4.8}$$

Le profil de l'écoulement utilisé est le même que décrit précédemment (cf. chapitre 3 §2.1) : rotation solide et écoulement de Poiseuille entre une paroi et une surface libre sans cisaillement. L'effet de l'angle d'ouverture du cône est déjà pris en compte à travers l'expression de la vitesse débitante en fonction de la section du film fluide.

$$r = R_0 + X \sin\frac{\beta}{2} \;\Rightarrow\; r^2 \approx R_0^2 + 2R_0 X \sin\frac{\beta}{2} \tag{4.9a}$$

$$P\left(\frac{Y}{h}, r\right) = \frac{3}{2}\left(2\frac{Y}{h} - \frac{Y^2}{h^2}\right) \tag{4.9b}$$

L'intégration pour une particule entrant dans le film à une distance Y_0 de la paroi donne :

$$L\left(1 + \frac{L}{R_0}\sin\frac{\beta}{2}\right) = \frac{27}{8\pi} Q\omega^{-2}\Delta\rho^{-1} r_p^{-2} \mu R_0^{-2} \left(\cos\frac{\beta}{2}\right)^{-1} \left(\frac{Y_0^2}{h^2} - \frac{Y_0^3}{3h^3}\right) \tag{4.10a}$$

La relation (4.10a) gagne à être réécrite en définissant un coefficient (α) prenant en compte l'ouverture du bol et l'expression ($\mathbb{P}$) de l'intégrale du profil d'alimentation P :

$$\alpha = \frac{\ln\left(1 + \frac{L}{R_0}\sin\frac{\beta}{2}\right)}{\ln\frac{L}{R_0}} \tag{4.10b}$$

$$\mathbb{P}\left(\frac{Y_0}{h}\right) = \frac{1}{h}\int_0^{Y_0} P\left(\frac{Y}{h}, R_0\right) \mathrm{d}Y = \frac{3}{2}\left(\frac{Y_0^2}{h^2} - \frac{Y_0^3}{3h^3}\right) \tag{4.10c}$$

La solution analytique finale de la longueur de sédimentation en fonction des paramètres opératoires, des propriétés des particules et de la géométrie du bol est alors :

$$L^{1+\alpha} = \frac{9}{4\pi} Q\ \mu\ \Delta\rho^{-1}\ r_p^{-2}\ \omega^{-2}\ R_0^{-2+\alpha} \left(\cos\frac{\beta}{2}\right)^{-1} \mathbb{P}\left(\frac{Y_0}{h}\right) \tag{4.11}$$

Il est intéressant de constater que dans l'expression (4.11) la longueur de sédimentation d'une particule est indépendante de l'épaisseur du film. Seule la position de départ adimentionnée (Y_0/h) intervient. Cela est valable car le profil de vitesse qui a été utilisé est autosimilaire le long de la paroi du bol, or la solution réelle de l'écoulement à la paroi d'un cône pour de grandes vitesses de rotation est réellement un profil autosimilaire (cf. chapitre 3 §2.1.3).

Bien que la théorie décrite ici provienne d'une forte simplification des équations de la physique et de la géométrie réelles dans un concentrateur Falcon, cette information permet de confirmer que l'hypothèse de film

d'épaisseur constante n'est pas une source d'erreur importante. En effet, même si la relation existe entre l'épaisseur du film et les paramètres opératoires du Falcon, son effet n'apparaît pas explicitement dans l'estimation de la longueur d'impact. En étoffant la physique prise en compte dans la modélisation (loi de traînée non linéaire, effets collectifs dans des suspensions concentrées) l'absence de solution analytique rend impossible de s'affranchir d'une hypothèse sur l'épaisseur du film dans le calcul. Néanmoins sa disparition dans la loi d'échelle confirme que son impact quantitatif est limité. Il sera donc nécessaire de connaître l'épaisseur du film pour prendre en compte plus de mécanismes physiques, mais la variation du film le long du bol pourra être négligée — d'autant plus qu'elle est, de toute façon, relativement faible (cf. chapitre 3 §2.1.2).

1.1.2 Calcul de la surface de séparation

D'après §1.2.2 du chapitre 3, il y a une relation directe entre la fraction de particules dont la longueur de sédimentation (L) est inférieure à la longueur du bol (L_{bol}) et la fraction des particules dont la position de départ dans le film est inférieure à $Y_0(L_{\text{bol}})$. Ce ratio est directement l'intégrale du profil d'entrée entre 0 et $Y_0(L_{\text{bol}})/h$. Comme dans le cas d'une suspension homogène à l'alimentation, le profil du flux de particules à l'alimentation suit le profil de vitesse (cf. chapitre 3 §1.2.2). Pour un type de particule donné, la fraction piégée dans le bol se calcule directement avec $\mathbb{P}$.

$$C_p = \mathbb{P}\left(\frac{Y_0(L_{\text{bol}})}{h}\right) \tag{4.12a}$$

Comme toutes les variables sont indépendantes de Y, la réciproque de l'équation (4.11) est :

$$\frac{Y_0(L)}{h} = \mathbb{P}^{-1}\left(\frac{4\pi}{9}\, Q^{-1}\, \omega^2\, \Delta\rho\, r_p^2\, \mu^{-1}\, R_0^{2-\alpha} \cos\tfrac{\beta}{2}\, L^{1+\alpha}\right) \tag{4.12b}$$

où $\mathbb{P}^{-1}$ est la fonction réciproque de $\mathbb{P}$.

En substituant (4.12b) dans (4.12a), le taux de récupération (C_p) d'un type de particule donné se déduit de l'expression de la longueur de sédimentation et donne la loi d'échelle suivante :

$$C_p = \frac{4\pi}{9}\; Q^{-1}\; \omega^2\; \Delta\rho\; r_p^2\; \mu^{-1}\; R_0^{2-\alpha}\; \cos\frac{\beta}{2}\; L_{\text{bol}}^{1+\alpha} \tag{4.13}$$

L'expression de la longueur de sédimentation (4.11) ne peut pas être simplifiée analytiquement du fait de la dépendance du coefficient α à L. Cette difficulté n'existe plus dans l'expression de C_p puisque la longueur de sédimentation pertinente est connue à l'avance : c'est la longueur du bol. Ainsi α dans la loi d'échelle n'est plus qu'un coefficient géométrique lié à

la conception du bol. En particulier, pour le Falcon L40 équipé du bol UF, $L_{\text{bol}} = 7$ cm, $R_0 = 4$ cm, et $\beta = 20°$:

$$\alpha \approx 0{,}47 \tag{4.14}$$

Le principal intérêt de cette loi d'échelle est d'associer à chaque grandeur physique un exposant qui caractérise la tendance d'évolution de la séparation en fonction de chaque paramètre opératoire. Par exemple, elle indique que pour comparer deux bols et éventuellement transposer les résultats du bol de laboratoire dont nous disposons aux bols industriels, l'échelle de taille pertinente est le volume du bol. La relation liant les débits opératoires de deux bols de même profil mais d'échelle différente est alors :

$$\frac{Q_1}{Q_0} = \frac{\mathcal{V}_1\,\omega_1^2}{\mathcal{V}_0\,\omega_0^2} \tag{4.15}$$

Revenant à la loi d'échelle (4.13), deux points sont particulièrement intéressants à commenter. Tout d'abord, la séparation est beaucoup plus sensible à la vitesse de rotation du bol (exposant 2) qu'au débit d'alimentation (exposant -1). Ce point dénote une particularité du séparateur Falcon très intéressante industriellement. En effet, la vitesse de rotation est un paramètre réglable directement sur l'appareil Falcon lui-même, alors que le débit est imposé par le procédé amont et est potentiellement fluctuant. Une dépendance faible au débit permet de traiter les fluctuations du débit d'alimentation sans modifier profondément la séparation, alors que la vitesse du bol permet de la régler la coupure. Ensuite, dans le cas de particules ultrafines, il apparaît clairement que la séparation est bien plus sensible à leur taille (exposant 2) qu'à leur densité (exposant 1). Dans ces conditions, il est difficile de considérer le concentrateur Falcon comme un séparateur densimétrique. Le fait de travailler avec des particules ultrafines soulève donc bien une limitation physique de la séparation avec un Falcon. Toutefois, comme c'est l'écart en densité avec le fluide porteur qui entre en compte dans la loi d'échelle, le fait de travailler avec des suspensions de densité faible implique que les rapports de ces écarts entre les particules à séparer sont bien plus élevés que lors d'une utilisation pour séparer des suspensions plus denses. Dès lors, l'effet densimétrique, bien que n'étant lié que par une relation linéaire à la récupération, peut quand même jouer un rôle important. Lors de la séparation de particules ultrafines et peu denses, la séparation devient très sensible aux deux effets (taille et densité), et, selon la lavabilité complète de la suspension à traiter, certaines conditions opératoires pourraient permettre de réaliser une séparation efficace.

La possibilité d'écrire cette loi d'échelle comme le produit de lois de puissance des différents paramètres provient de la simplification du problème qui a permis d'aboutir à une résolution analytique. Dans le cas réel, si la relation est plus complexe, l'écriture en produit de puissances pourrait

donner des exposants non-entiers et dépendants de la valeur d'autres paramètres. Pour déterminer les valeurs quantitatives de tels exposants, afin de prédire la fonction de coupure d'un Falcon, une étude plus approfondie ainsi qu'une meilleure résolution de la physique sont nécessaires (cf. §2).

1.1.3 Fractions dans le concentré et dans les rejets

La fonction de coupure C_p permet de calculer pour chaque jeu de conditions opératoires la surface de séparation qui relie le taux de récupération de chaque type de particule à ses propriétés physiques (taille et densité). Pour remonter à partir de cette information aux quantités de solide piégée et rejetée, il faut l'appliquer à la lavabilité entière de la suspension d'alimentation.

Sachant que la probabilité de capture d'une particule ne peut excéder 100%, son expression complète pour une particule p est :

$$C_p = \min\left(\frac{4\pi}{9}\, Q^{-1}\, \omega^2\, \Delta\rho\, r_p^2\, \mu^{-1}\, R_0^{2-\alpha}\, \cos\frac{\beta}{2}\, L_{\text{bol}}^{1+\alpha}\ ,\ 1\right) \tag{4.16}$$

En appliquant cette fonction de coupure à chaque classe p de la lavabilité d'alimentation (l_{alim}), la fraction solide totale piégée est :

$$C = \iint l_{\text{alim}}(r_p, \rho_p)\, C_p(r_p, \rho_p) \mathrm{d}r_p\, \mathrm{d}\rho_p \tag{4.17}$$

Selon l'unité de la lavabilité (distribution massique ou distribution volumique), la fraction récupérée C se calcule de la même manière. Évidemment, dans le cas de lavabilités monodisperses en densité, les fractions volumiques et massiques sont identiques.

1.2 Comparaison avec des résultats expérimentaux

Dans le cas d'une suspension uniforme en densité (même matériau), la distribution $l_{\text{alim}}\delta r_p$ est directement mesurée au *Mastersizer 2000*. Lorsqu'on utilise une seule classe de densité $\delta\rho_p$, cette mesure donne la lavabilité complète. Connaissant la lavabilité d'alimentation du Falcon, il est alors possible de prédire la fraction récupérée avec la loi d'échelle (4.13).

1.2.1 Taux de récupération

Tant que seule la quantité de matière dans les rejets et dans le concentré est mesurée, il est impossible de retrouver directement les exposants de la loi d'échelle. En effet, dans l'équation 4.17, l'évolution du taux de récupération en fonction des différents paramètres est sous une intégrale dont les bornes dépendent de la lavabilité d'alimentation. Ce ne sont donc pas directement les tendances d'évolution du taux de récupération par type de particule qui sont comparées, mais la prédiction de la quantité de solide dans les rejets

et dans le concentré. Or, la loi d'échelle n'a pas vocation à être prédictive quantitativement : au delà des simplifications du problème physique, elle fait intervenir des grandeurs difficiles à estimer précisément. Notamment :

- la longueur de bol intervenant dans la loi d'échelle est celle d'un bol modélisé dans lequel la rupture d'angle à la paroi pour constituer la zone de rétention n'a pas été prise en compte. La longueur de bol apparente diffère donc probablement des longueurs géométriques mesurables sur le bol ;
- l'hélice n'entraînant probablement pas le fluide à la vitesse de rotation du bol immédiatement dès le fond du bol, le film peut avoir une vitesse de rotation apparente dans la loi d'échelle différente de la vitesse imposée au bol.

Pour toutes ces raisons, une constante de calage (λ) englobant toutes les sources d'imprécisions sur les grandeurs physiques a été ajoutée en préfacteur à la solution analytique (4.13) :

$$C_p = \min\left(\lambda\ \frac{4\pi}{9}\ Q^{-1}\ \omega^2\ \Delta\rho\ r_p^2\ \mu^{-1}\ R_0^{2-\alpha}\ \cos\frac{\beta}{2}\ L_{\text{bol}}^{1+\alpha}\ ,\ 1\right) \tag{4.18}$$

Ainsi, pour vérifier le comportement du modèle proposé, il faut s'assurer que la valeur de λ pour suivre correctement l'effet d'un paramètre opératoire est inchangée lors de l'évolution des autres paramètres.

En utilisant la suspension de silice décrite précédemment (cf. chapitre 2 §2.2.1), des essais pour différentes conditions opératoires ont été réalisés afin de mesurer la valeur de la concentration dans les rejets (cf. expériences n° 3, n° 4 et n° 5). La figure 4.3 compare l'évolution théorique prédite en fonction des grandeurs mesurées. La qualité de la prédiction de la loi d'échelle par rapport aux points expérimentaux est bonne. Avec un ajustement $\lambda = 0{,}68$, elle suit assez fidèlement des tendances d'évolution de la récupération en fonction des paramètres opératoires. Étant donné les simplifications sur lesquelles repose la modélisation, un coefficient de calage de l'ordre de l'unité signifie que les grandeurs qui décrivent la géométrie simplifiée du bol rendent bien compte de la géométrie réelle influant sur la physique de la séparation dans le bol. Néanmoins, un ajustement quantitatif de ces grandeurs s'impose. La prédiction des tendances d'évolution valide la modélisation de la physique utilisée dans le modèle.

Réciproquement, ces observations montrent que le concentrateur Falcon est très proche de sa physique de séparation fondamentale. En effet, différents types de séparateurs exploitent différents phénomènes physiques mais entre le comportement théorique des particules et sa mise en œuvre par les séparateurs, des mécanismes parasites viennent perturber la séparation. Au vu des resultats précédents, dans un Falcon, la physique recherchée est très peu perturbée et s'exprime pleinement dans la séparation. Cette observation est une force indéniable de ce séparateur.

Deux points diffèrent fortement de la tendance prédite sur la figure 4.3 ($\omega \approx 585$ et 875 tr/min). Il est intéressant de remarquer que ces points sont

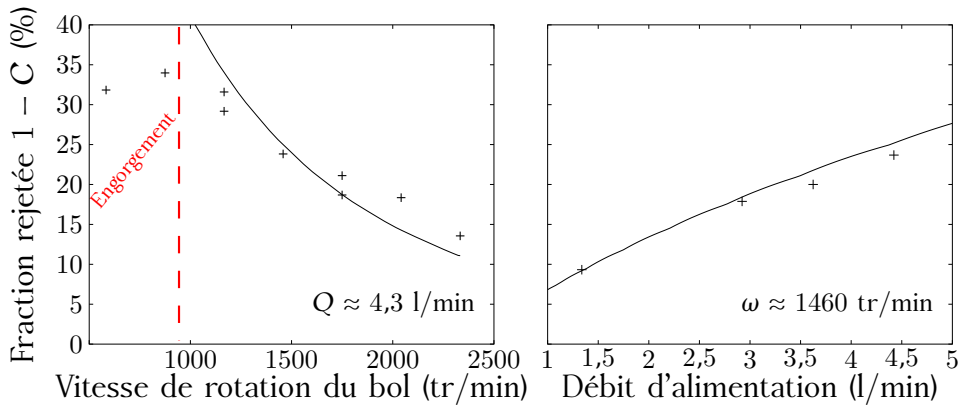
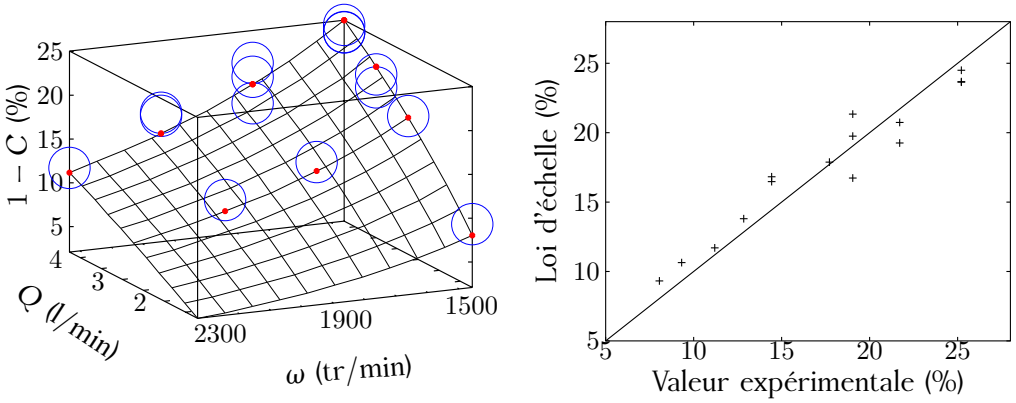


Figure 4.3: Évolution du taux de récupération en fonction des paramètres opératoires (exp. n° 3 et n° 4).

effectivement situés dans des régions hors des hypothèses du modèle. En effet, ils correspondent à une vitesse de rotation très faible pour laquelle la rotation du bol draine difficilement le fluide vers l'extérieur du bol pour éviter l'engorgement. À ces vitesses de rotation, le nombre de Froude défini à l'équation (3.3b) n'est plus très grand (respectivement, 15 et 34 alors que le Falcon L40 opère jusqu'à des valeurs de 300). Le bol est alors très rempli, et l'hypothèse de film fin et d'épaisseur constante ne tient plus. Aussi, le bol étant très rempli, l'alimentation, en atteignant le fond du bol, est entraînée par du fluide déjà présent et non par l'hélice censée lui imprimer sa rotation initiale. Par conséquent la vitesse de rotation du fluide dans le bol diffère fortement de la vitesse du bol, et varie beaucoup à l'intérieur de l'épaisseur du film. Ces deux points correspondent donc à un fonctionnement anormal du Falcon.

La valeur de la constante de calage λ est obtenue par minimisation des carrés de l'erreur de prédiction entre les fractions rejetées expérimentales et prédites (cf. figure 4.4). Les conditions opératoires sont considérées sans erreur, l'erreur prise en compte est celle de mesure de la fraction rejetée. Cette fraction est calculée comme le ratio de deux concentrations, ces concentrations étant toutes deux sujettes à des erreurs de mesure difficiles à quantifier. Sur la figure 4.4, les données expérimentales sont représentées par des cercles dont le rayon est la plus petite valeur autour des données expérimentales pour laquelle toutes les expériences réalisées dans des conditions identiques ont une intersection non-nulle. Ainsi, tant que les points calculés avec la loi d'échelle restent à l'intérieur des cercles des valeurs expérimentales, l'erreur entre les mesures et les prédictions peut s'expliquer par les seules erreurs de mesure qui ne remettent pas en question la validité de la loi d'échelle. Avec cette quantification de l'erreur, il apparaît clairement que l'erreur autour des mesures est inférieure aux va-



— loi d'échelle, ◯ expérimental
• valeur de la loi d'échelle pour les conditions opératoires testées
$\lambda = 0{,}68$, suspension de silice

Figure 4.4: Ajustement de la loi d'échelle sur les fractions rejetées mesurées expérimentalement (exp. n° 3, n° 4 et n° 5).

riations prédites et mesurées, ce qui justifie que la loi d'échelle les prend bien en compte. Les points théoriques étant presque tous inclus dans les marges d'erreur expérimentale, ou très proches, la loi d'échelle donne de très bonnes prédictions.

1.2.2 Fonction de coupure

La figure 4.5 compare l'évolution du taux de récupération prédit par la loi d'échelle en fonction de la taille des particules avec des fonctions de séparation calculées à partir de granulométries expérimentales mesurées dans le concentré, dans les rejets et à l'alimentation du Falcon. Les distributions granulométriques mesurées ne sont pas cohérentes entre elles (la somme du concentré et des rejets ne redonne pas l'alimentation). Pour tracer les fonctions de séparation, une étape de réconciliation des données est donc nécessaire. Si les données étaient cohérentes, la fraction solide totale récupérée pourrait être calculée à partir de n'importe quelle classe granulométrique (p) composant la mesure.

$$\forall\, p, \quad C = \frac{[l_{\text{alim}}]_p - [l_{\text{rej}}]_p}{[l_{\text{conc}}]_p - [l_{\text{rej}}]_p} \tag{4.19}$$

En réalité les valeurs de C obtenues ainsi varient significativement (et pour certaines classes dépassent même les valeurs limites physiques de l'intervalle $[0, 1]$).

La méthode de réconciliation de données est ici classique. Le lecteur est invité à se reporter au chapitre 7 de Lynch (1977). Pour restituer un jeu de données cohérentes à partir des mesures, la récupération la plus probable

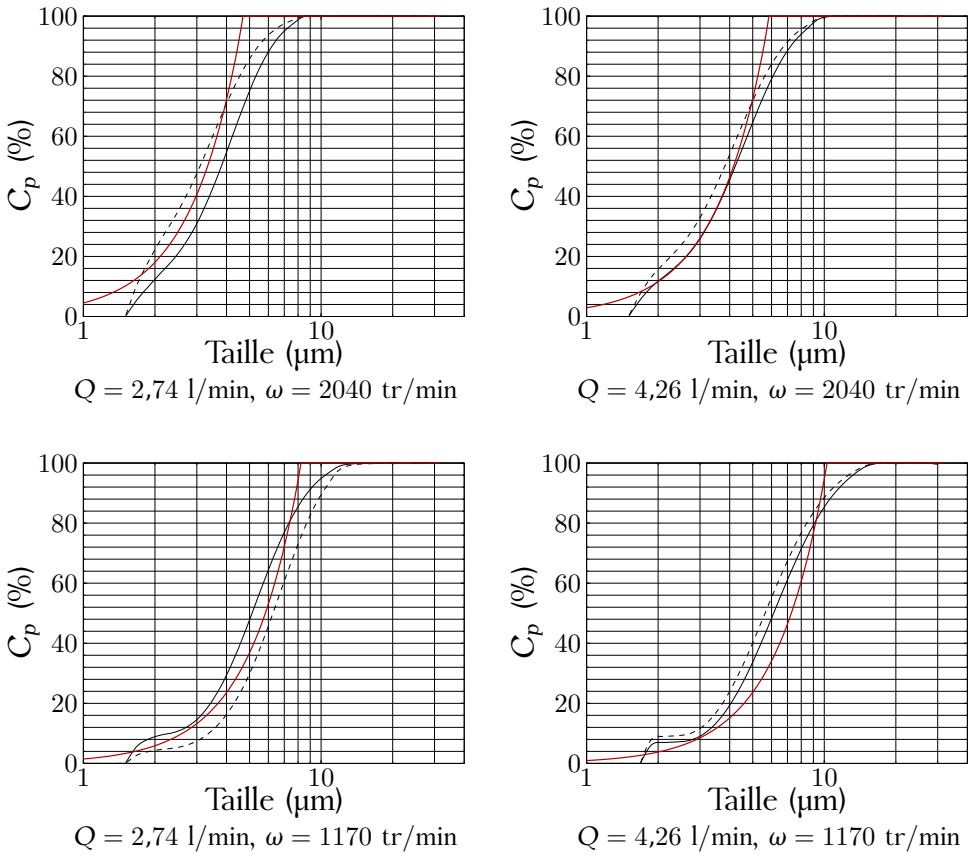


Figure 4.5: Fonctions de séparation expérimentales (exp. n° 5) et loi d'échelle analytique pour la silice.

($\bar{C}$) est calculée dans un premier temps grâce à la relation (4.20), résolue itérativement en ne tenant pas compte des classes p pour lesquelles le calcul de C est clairement faux. Les essais éxpérimentaux ayant été répétés plusieurs fois, la variance des mesures est prise en compte pour une même classe granulométrique entre plusieurs mesures.

$$\bar{C} = \frac{\sum_p \left([l_{\text{alim}}]_p - [l_{\text{rej}}]_p\right)\left([l_{\text{conc}}]_p - [l_{\text{rej}}]_p\right)\ \sigma_p^{-1}}{\sum_p ([l_{\text{conc}}]_p - [l_{\text{rej}}]_p)^2 \sigma_p^{-1}} \tag{4.20a}$$

$$\sigma_p = \text{var}([l_{\text{alim}}]_p) + \bar{C}^2\,\text{var}([l_{\text{conc}}]_p) + (1-\bar{C})^2\,\text{var}([l_{\text{rej}}]_p) \tag{4.20b}$$

À partir de cette valeur du taux de récupération, les mesures sont corrigées par la méthode classique des multiplicateurs de Lagrange (notés

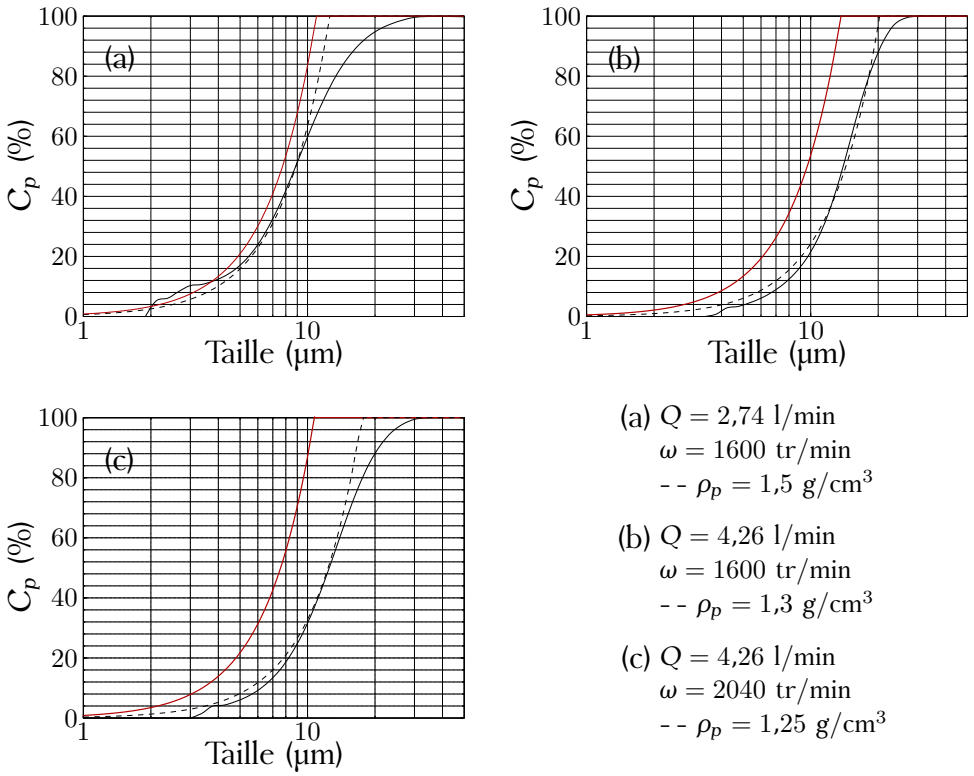
γ_p) afin de vérifier la conservation de la matière dans les différents flux.

$$[\bar{l}_{\text{alim}}]_p = [l_{\text{alim}}]_p - \text{var}\left([l_{\text{alim}}]_p\right)\gamma_p \tag{4.21a}$$
$$[\bar{l}_{\text{conc}}]_p = [l_{\text{conc}}]_p - \bar{C}\,\text{var}\left([l_{\text{conc}}]_p\right)\gamma_p \tag{4.21b}$$
$$[\bar{l}_{\text{rej}}]_p = [l_{\text{rej}}]_p - (1-\bar{C})\,\text{var}\left([l_{\text{rej}}]_p\right)\gamma_p \tag{4.21c}$$
$$\text{avec}\quad \gamma_p = \left([l_{\text{alim}}]_p - \bar{C}[l_{\text{conc}}]_p - (1-\bar{C})[l_{\text{rej}}]_p\right)\sigma_p^{-1} \tag{4.21d}$$

Sur la figure 4.5, les fonctions de séparation sont tracées pour des données réconciliées uniquement à partir des granulométries des flux ainsi qu'en prenant comme valeur de $\bar{C}$ celle obtenue par mesure de concentration. Pour la plupart des mesures (dont trois des quatre courbes présentées sur la figure 4.5), l'utilisation du taux de récupération (C) mesuré expérimentalement donne un résultat proche de celui calculé grâce aux distributions granulométriques des différents flux, ce qui confirme la validité des deux méthodes de mesure. Les risques d'erreur sur la mesure de concentration (cf. chapitre 2 §2.2.3) et l'amplitude des variations de la valeur C calculée avec la l'équation (4.19) font qu'il n'est pas évident de déterminer *a priori* laquelle des deux méthodes de mesure donne les résultats les plus précis.

Les prédictions de la loi d'échelle suivent bien les fonctions de séparation mesurées, la même valeur de la constante de calage (λ) donne les bonnes tendances d'évolution en fonction du débit, de la vitesse de rotation et de la taille des particules, ce qui confirme la validité des hypothèses sur lesquelles repose la modélisation.

Même si la modélisation est déjà bien validée, comme l'objet de ce travail est d'étudier la coupure densimétrique, une validation avec un matériau de densité différente de la silice est bienvenue. La figure 4.6 représente les fonctions de séparation expérimentales obtenues avec la suspension de coke (cf. chapitre 2 §2.2.2). En utilisant la densité apparente mesurée pour le coke (cf. chapitre 2 §2.3.3) dans la loi d'échelle, les prédictions sont médiocres. Cependant, en utilisant une densité plus faible, il est possible de faire correspondre presque parfaitement les prédictions avec la réalité. Les densités optimales pour la prédiction diminuent en fonction du temps (la courbe 4.6 (a) correspond à un essai réalisé 17 minutes avant (b), elle même antérieure à (c) de 6 minutes pour une même suspension d'alimentation), ce qui s'accorde bien avec l'explication selon laquelle les propriétés des particules de coke changent au cours de la mesure. En effet, pour la silice, l'évolution de la séparation en fonction des paramètres opératoires était bien prédite. Même si les prédictions de l'évolution de la séparation avec la densité apparente devaient se révéler fausses, l'erreur ne devrait donc pas évoluer avec les paramètres opératoires. La porosité du coke perturbe les prédictions, cependant, ces résultats restent intéressants pour la validation des hypothèses en raison de l'excellent accord entre les courbes de séparation expérimentales et celles analytiques corrigées avec une densité plus faible que la densité mesurée.



(a) $Q = 2{,}74$ l/min
$\omega = 1600$ tr/min
- - $\rho_p = 1{,}5$ g/cm^3

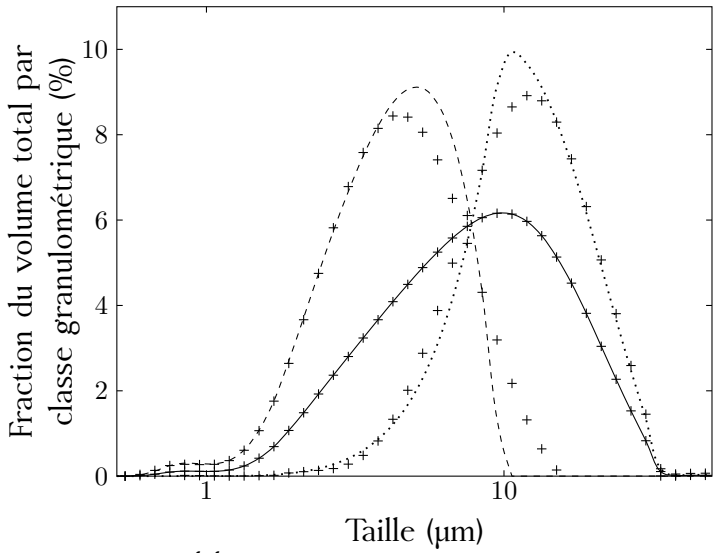
(b) $Q = 4{,}26$ l/min
$\omega = 1600$ tr/min
- - $\rho_p = 1{,}3$ g/cm^3

(c) $Q = 4{,}26$ l/min
$\omega = 2040$ tr/min
- - $\rho_p = 1{,}25$ g/cm^3

— données expérimentales réconciliées avec taux de récupération calculé
— loi d'échelle (4.13) avec $\rho_p = 1{,}664$
- - loi d'échelle avec densité apparente effective corrigée

Figure 4.6: Fonctions de séparation expérimentales (exp. n° 6) et loi d'échelle analytique pour le coke.

Finalement, les données expérimentales valident très bien le modèle analytique proposé. Sur les courbes des figures 4.5 et 4.6, la seule différence significative entre les prédictions et les mesures expérimentales est le comportement asymptotique vers la récupération totale. La physique que nous avons mise en lumière prévoit une récupération totale des particules grenues et la fonction de séparation atteint 100% avec une pente raide. À l'inverse, la pente de la fonction de séparation mesurée diminue au voisinage de la récupération totale, si bien que la fonction mesurée atteint 100% avec une pente bien plus faible que les prédictions. Pour apporter une explication sur l'origine de cette différence, la figure 4.7 regroupe sur un même graphe les mesures au granulomètre et les prédictions du modèle. Les mesures sont présentées de la même manière que les résultats fournis par le granulomètre, un point par gamme de tailles mesurée (les bornes des gammes de tailles variant de façon exponentielle, les points sont espacés régulièrement sur la courbe semi-logarithmique). L'axe vertical donne donc directement une probabilité sur une gamme finie, et non une densité de



modèle : — amont, - - rejets, ⋯ concentré
+ données réconciliées issues des mesures au granulomètre laser
$Q = 4{,}26$ l/min, $\omega = 1170$ tr/min

Figure 4.7: Comparaison des mesures au granulomètre laser avec les prédictions du modèle.

probabilité. Les prédictions sont représentées en traits continus, mais elles sont exprimées dans la même unité.

La figure 4.7 fait apparaitre que la différence de tendance aux alentours de la récupération totale provient du fait que les distributions mesurées ont une allure plus lisse que les prédictions. Or le granulomètre laser est de toute façon incapable de capter les variations trop brusques de la distribution mesurée. Le lissage des mesures est donc un effet du granulomètre qui suffit à expliquer l'écart entre les prédictions et les mesures de granulométries, alors même que les prédictions de la valeur de coupure confirment la bonne prise en compte de la physique dans la loi (4.13).

2 Résolution numérique du problème physique

La loi d'échelle théorique est fondée sur des hypothèses simplificatrices fortes qui ne permettent pas de saisir la physique de la séparation sur tous les régimes de fonctionnement. Pour une prise en compte plus complète de la physique, aucune des forces (3.12) ne doit être négligée.

D'après les observations présentées au chapitre 3 et les bons résultats que donne la loi d'échelle, une bonne approximation de la physique réelle dans le concentrateur est obtenue avec un écoulement simplifié. Le même champ fluide que celui considéré pour le calcul de la loi d'échelle est conservé, et les forces prises en compte sont la force de flottabilité,

l'effet du gradient de pression et de la masse ajoutée, ainsi que la force de traînée. L'écoulement du fluide suit un profil parabolique dans la direction principale d'écoulement pour un film d'épaisseur constante et une rotation solide dans la direction azimutale (cf. chapitre 3 §2.1). Le glissement entre les particules et le fluide dans la direction azimutale et l'effet Coriolis sont négligés (cf. chapitre 3 §2.4).

Si la traînée des particules est calculée avec une expression plus générale que celle de Stokes, la résolution des trajectoires de particules ne peut plus se faire analytiquement. Il faut donc mettre en place une résolution numérique de la séparation dans le concentrateur Falcon. Le champ de vitesse considéré est le même que celui utilisé pour la loi d'échelle analytique.

2.1 Suivi Lagrangien et bilan des forces

La loi d'échelle (4.13) permet d'estimer la sensibilité de la récupération aux différentes grandeurs physiques du problème quand le transport des particules reste dans le régime de Stokes ($Re_p < 1$). Elle est obtenue en écrivant l'équilibre de la force de trainée et de la force centrifuge, toutes deux projetées sur l'axe orthogonal à la paroi du bol. Pour compléter cette approche, une résolution numérique est nécessaire afin de tenir compte des différentes composantes des autres forces apparaissant dans le bilan de quantité de mouvement. Dans la direction azimutale, seules jouent la traînée et l'inertie des particules. En considérant que les particules ont la même vitesse azimutale que le fluide à l'alimentation et en négligeant l'effet Coriolis, les composantes azimutales de ces deux forces sont donc nulles dans le champ de vitesse imposé en rotation solide dans cette direction.

Les forces prises en compte sont les mêmes que celles présentées dans les équations (3.12). Vu l'écoulement imposé, la dérivée totale de la vitesse du fluide est nulle, donc l'effet du gradient de pression (F_G) est nul et l'effet de la masse ajoutée (F_M) se résume à un coefficient devant le terme d'inertie de la particule. Le coefficient de masse ajoutée (C_M) est fixé à $1/2$ selon les recommandations de Magnaudet *et al.* (1995) pour une particule de forme sphérique. Dans la force de traînée (F_D), l'expression utilisée pour le coefficient de traînée (Schiller et Naumann, 1935) reste valide pour des nombres de Reynolds particulaires supérieurs à l'unité et permet de couvrir toute la gamme de Re_p rencontrée dans le procédé :

$$C_D = \frac{24}{Re_p}\left(1 + 0{,}15 Re_p^{0{,}687}\right) \tag{4.22}$$

La longueur de sédimentation est alors calculée par suivi Lagrangien de la trajectoire des particules projetée dans le plan azimutal en résolvant l'équation (3.15).

2.2 Méthode de résolution numérique

La difficulté numérique principale pour résoudre le suivi Lagrangien survient pour les particules les plus légères — les moins denses, et surtout les plus petites. En effet, le temps caractéristique de relaxation (τ_p) des particules dans le fluide peut être estimé en ne prenant en compte que la traînée dans le bilan des forces et l'inertie des particules. Dans le cas des petites particules de faible densité correspondant à $Re_p < 1$, la traînée s'écrit alors avec la formule de Stokes (cf. §1.1).

$$(\rho_p + C_M\rho_f)\mathcal{V}_p\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|\vec{v}-\vec{u}\| = -6\pi\rho_f\nu r_p\|\vec{v}-\vec{u}\| \tag{4.23}$$

$$\|\vec{v}-\vec{u}\| \propto \mathrm{e}^{-t/\tau_p}, \quad \tau_p = \frac{2(\rho_p + C_M\rho_f)r_p^2}{9\rho_f\nu} \tag{4.24}$$

Les particules de petite taille ou de densité très proche de celle du fluide porteur ont donc des temps caractéristiques très courts. D'un point de vue physique, cela signifie qu'elles s'adaptent très rapidement aux variations du champ de vitesse du fluide. D'un point de vue numérique, ce temps caractéristique donne l'ordre de grandeur du pas de temps maximal utilisable pour le suivi Lagrangien. La résolution de manière implicite est plus stable et permet en général d'utiliser des pas de temps plus grands que le schéma explicite. Le temps caractéristique τ_p issu de contraintes physiques est de toute façon une limite supérieure à la valeur retenue du pas de temps (implicite ou explicite). Le schéma retenu est donc une résolution explicite, très simple à mettre en œuvre, qui donne des calculs suffisamment rapides pour les particules lourdes (grosses et denses).

Les particules dont le temps caractéristique (τ_p) est vraiment faible subissent les effets du champ fluide de manière quasi-instantanée, l'écart est alors très faible entre la trajectoire que le fluide les incite à suivre et celle qu'elles adoptent réellement à cause de leur inertie. Il est alors possible de calculer leur vitesse non plus avec le bilan des forces, mais en imposant l'équilibre statique des forces, ce qui revient à négliger le terme d'inertie dans le bilan.

L'intégration des vitesses pour calculer la trajectoire nécessite un pas de temps adapté à l'allure de la trajectoire. De manière générale, le calcul de $X_{t+\delta t} \approx X_t + v_t\delta t$ n'est valable que si $\delta t \ll v \,/\, \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$

L'équilibre de la force de traînée et de la force centrifuge donne une expression analytique de la vitesse des particules valable pour de faibles Reynolds particulaires et une inertie négligeable.

$$\vec{v} = \vec{u} + \frac{2}{9}\left(\frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f}\right)\frac{\omega^2 r_p^2}{\nu}\vec{r} \tag{4.25}$$

Cette expression donne deux conditions sur le pas de temps : l'une due à la vitesse du fluide, l'autre due au terme d'équilibre des forces. Pour

estimer ce second temps caractéristique, nous pouvons utiliser l'expression (4.25) sans tenir compte du champ de vitesse du fluide.

$$\tau_r = \frac{r}{\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}} = \frac{r}{\vec{v} \cdot \vec{e}_r} \tag{4.26}$$

La condition sur le pas de temps due à la vitesse du fluide vient du fait que pendant son transport dans le film, une particule voit la vitesse de l'écoulement porteur évoluer au cours de sa trajectoire. Il faut donc que notre calcul soit capable de tenir compte de cette variation. Le temps qu'il est pertinent de comparer au pas de temps de résolution des équations de transport des particules n'a besoin de rendre compte que de la seule variation de la vitesse perçue par les particules. Il s'agit du temps τ_f défini à l'équation (3.10b).

Le terme d'inertie dans l'équation du suivi Lagrangien a été négligé pour calculer τ_r et τ_f. En pratique, si l'on en tient compte, il fausse l'estimation de la vitesse moyenne sur le pas de temps. En effet, ce temps de relaxation fait que, même si tous les autres paramètres sont pris constants pendant la durée du pas de temps, la vitesse a une évolution exponentielle. Ainsi il est possible d'estimer cette erreur par rapport à la vitesse moyenne calculée sans ce terme, en prenant un pas de temps $\varepsilon \min(\tau_r, \tau_f)$.

$$\epsilon = \frac{1}{\varepsilon \min(\tau_r, \tau_f)} \int_{t_0}^{t_0 + \varepsilon \min(\tau_r, \tau_f)} e^{-\frac{t - t_0}{\tau_p}} \, \mathrm{d}t \tag{4.27a}$$

$$\epsilon = \frac{\tau_p}{\varepsilon \min(\tau_r, \tau_f)} \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon \min(\tau_r, \tau_f)}{\tau_p}} \right) \tag{4.27b}$$

Cette analyse fait apparaître le nombre de Stokes défini dans l'expression (3.9) et montre que, quand τ_p est petit devant τ_f, ce nombre de Stokes donne une estimation de l'erreur sur la vitesse en l'absence du terme inertiel. Elle permet donc de déterminer un critère afin de choisir la méthode de résolution à adopter : tant que τ_p est négligeable devant τ_f, une résolution quasi-statique avec un pas de temps $\varepsilon \tau_f$ est possible, sinon les effets inertiels sont significatifs et c'est l'équation différentielle complète (3.15) qu'il faut résoudre avec un pas de temps $\varepsilon \tau_p$. La condition sur le temps τ_r n'est liée à aucun critère physique, elle est introduite par l'étape d'intégration de la vitesse pour calculer la trajectoire, mais elle impose exactement le même type de condition que τ_f sur le pas de temps du calcul.

Pour la résolution dans le cas inertiel, le modèle utilise un schéma temporel explicite. Dans le cas quasi-statique l'équilibre des forces est calculé avec une méthode de Broyden (quasi-Newton multi-dimensionnelle avec jacobien approché).

2.3 Utilisation du modèle

Ayant désormais les outils pour calculer la trajectoire d'une particule dans le bol en fonction de sa taille et de sa densité, il est possible de savoir, pour chaque position dans l'épaisseur du film à l'alimentation, quelles sont les particules piégées ou rejetées en fonction de leurs propriétés. La suspension d'alimentation est considérée homogène, ce qui revient à négliger l'effet de l'hélice en fond de bol sur la séparation. La densité de probabilité pour une particule d'entrer dans le film à une position donnée est donc proportionnelle à la vitesse du fluide à cette position et permet d'associer une densité de probabilité de récupération à chaque type de particule et à chaque position de départ. Pour déterminer la probabilité de récupération d'un type de particule donné, il suffit alors d'intégrer les densités de probabilité de récupération sur l'ensemble des positions de départ conduisant à leur capture (cf. figure 3.4).

Pour la résolution numérique de ce calcul, l'ensemble des positions de départ est discrétisé et à chaque position est associée une probabilité, ce qui réduit l'intégration sur les positions de départ à une simple somme. Une approche par inversion des trajectoires et intégration analytique du profil d'alimentation a été envisagée mais s'est révélée très coûteuse en calcul pour une amélioration de la précision dérisoire. Avec la méthode retenue, la précision numérique est directement liée au pas de discrétisation spatial retenu pour les positions de départ.

La méthode numérique permet de calculer la position de départ $Y_0(L_{\text{bol}})$ pour chaque type de particule et le taux de récupération découle de l'équation (4.12a).

3 Comparaison de la résolution numérique avec la loi d'échelle analytique

3.1 Validation de la méthode de résolution

Les approches analytiques et numériques reposent sur le même critère de capture qui ne dépend que des longueurs de sédimentation des particules. Ceci constitue un critère de comparaison bien adapté. Elles sont calculables pour n'importe quelles conditions opératoires et classes de particules et sont les grandeurs les plus élémentaires calculables avec les deux approches. Il n'est pas possible de regarder plus finement que la longueur de sédimentation dans la loi d'échelle (4.13) puisqu'elle est le résultat direct d'une expression analytique explicite.

3.1.1 Résolution de la physique simplifiée

Pour valider la résolution numérique du suivi Lagrangien, le modèle de simulation a été appliqué à la physique simplifiée utilisée dans la

loi d'échelle. La simplification de la physique dans le modèle numérique s'effectue seulement sur le calcul de l'accélération des particules par bilan des forces. En négligeant la variation du rayon dans la direction Y (soit $r = R_0 + X \sin\frac{\beta}{2}$), en appliquant l'hypothèse de film fin dans la conservation du volume (équation (4.7) plutôt que (4.6c)), en ne tenant pas compte de la force de masse ajoutée ($C_M = 0$) et en négligeant le glissement des particules dans la direction X, les longueurs de sédimentation calculées numériquement correspondent à celles prédites par la loi d'échelle.

L'accumulation des erreurs d'arrondis dues à la précision numérique provoque une erreur sur les longueurs de sédimentation calculées lorsque celles-ci sont supérieures à plusieurs dizaines de centimètres en raison du grand nombre d'itérations nécessaires. Le pas de temps est forcément très petit. Dans les cas où le nombre de Stokes est assez faible, la résolution quasi-statique du problème permet d'augmenter le pas de temps et ne provoque pas d'erreur perceptible. Cependant le pas de temps est toujours limité par τ_r et τ_f (cf. §2.2). Pour limiter cette erreur, un schéma Runge-Kutta d'ordre 3 a été utilisé, mais apporte un gain faible sur le pas de temps et sur la précision. En effet, les contraintes très strictes sur le pas de temps imposées par les variations des grandeurs physiques du problème réduisent tout l'intérêt d'un schéma implicite.

En étendant la résolution à la physique plus complète présentée précédemment, les résultats de simulation suivent bien les tendances prédites par la loi d'échelle quand les nombres de Stokes et de Reynolds particulaire sont petits (cf. figures 4.8 et 4.9).

3.1.2 Calibration du modèle

Le modèle utilise le même critère de capture que la loi d'échelle et calcule la fonction de séparation en intégrant le profil d'alimentation sur l'ensemble des particules piégées. La résolution numérique sert à déterminer la borne supérieure $Y_0(L_{\text{bol}})$ de l'intégrale dans l'équation. Ensuite une constante de calage peut être ajoutée de la même façon que dans la loi d'échelle dans l'équation (4.12a).

$$C_p = \min\left(\lambda\ \mathbb{P}\left(\frac{Y_0(L_{\text{bol}})}{h}\right)\ ,\ 1\right) \tag{4.28}$$

La résolution numérique retrouve les résultats de la loi d'échelle dans son domaine de valididité. En utilisant les propriétés géométriques du bol identiques à celles de la loi d'échelle, la constante de calage (λ) est alors la même. Elle a donc une valeur de 0,68. Les phénomènes physiques étant étudiés directement à partir des résultats de simulation, tant que les simulations ne sont pas comparées quantitativement aux essais expérimentaux, la constante de calage λ n'est pas prise en compte dans les résultats présentés par la suite.

3.2 Cas des particules grenues ou très denses

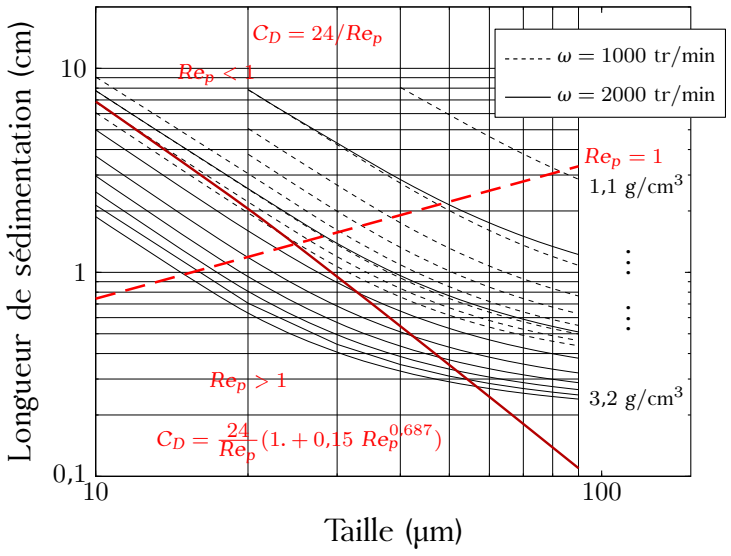
Les différences entre la loi d'échelle et le résultat obtenu avec cette méthode de résolution (cf. figure 4.8) sont dues uniquement à une meilleure prise en compte des forces et de leurs différentes composantes spatiales : les projections des forces ne sont plus négligées, même si l'angle d'ouverture du bol est faible. Si la prise en compte de la masse ajoutée se justifie d'un point de vue physique, elle est négligeable sur les tendances d'évolution de la longueur de sédimentation en fonction des différentes variables du problème. Par contre, la prise en compte de l'évolution de la traînée en fonction du nombre de Reynolds particulaire modifie fortement ces tendances hors du domaine de Stokes ($Re_p > 1$). En effet, en augmentant le nombre de Reynolds particulaire, la longueur de sédimentation des particules — et donc leur taux de récupération — devient de moins en moins sensible à leur taille. Le principe de séparation des particules par sédimentation différentielle fonctionne donc bien pour des particules grenues. Le nombre de Reynolds particulaire augmentant avec la taille des particules et leur densité, ces observations justifient l'utilisation du Falcon pour la séparation densimétrique de particules grenues ou très denses (domaine de la séparation de suspensions minières).

3.2.1 Effet du nombre de Reynolds particulaire

La forte dépendance du taux de récupération des particules à leur taille que mettent en évidence les exposants de la loi d'échelle pourrait alors être modifiée en situant les conditions opératoires du concentrateur Falcon hors du domaine de validité de l'expression de Stokes pour la traînée. Sous les hypothèses précédentes concernant les composantes des vitesses, le taux de récupération varie linéairement avec le débit. En effet, tant que l'on néglige le glissement dans la direction principale d'écoulement et que l'on néglige la vitesse du fluide perpendiculaire à la paroi, la vitesse du fluide n'agit que comme un coefficient multiplicatif devant la longueur de sédimentation et n'a pas d'effet sur le glissement des particules dans le fluide. À l'inverse, la vitesse de rotation est le paramètre essentiel de la force centrifuge. C'est cette force qui provoque le glissement des particules dans le fluide par sédimentation en gravité augmentée. C'est donc la vitesse de rotation qui détermine le régime de transport des particules en fonction de leur taille et leur densité.

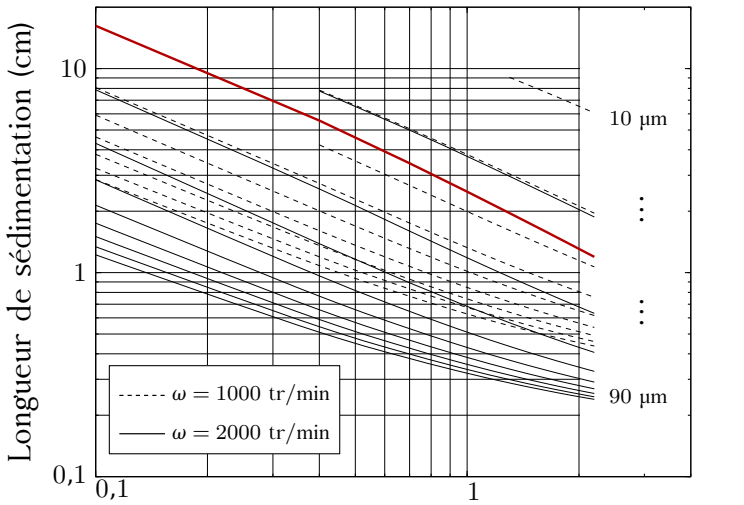
En injectant dans le calcul du Reynolds particulaire (Re_p) l'expression analytique (4.4) des forces utilisées pour la loi d'échelle, le Reynolds particulaire approché obtenu ($Re_{p_{\text{th}}}$) rend bien compte des effets des différents paramètres. Cette expression du nombre de Reynolds particulaire est une bonne approximation du nombre réel pour $Re_p \lessapprox 1$.

$$Re_{p_{\text{th}}} = \frac{4}{9}\left(\frac{\rho_p}{\rho_f} - 1\right)\frac{\omega^2 r_p^3 R}{\nu^2} \tag{4.29}$$



loi d'échelle analytique
Bol UF40, $Q = 6$ l/min, $Y_0 = h$
$\rho_p = [\![1{,}1; 1{,}4; 1{,}7; 2{,}0; 2{,}3; 2{,}6; 2{,}9; 3{,}2]\!]$ g/cm^3
à l'alimentation ($X = 0$), $\vec{v}(Y) = \vec{u}(Y)$

Figure 4.8: Évolution de la longueur de sédimentation en fonction de la taille des particules.



loi d'échelle analytique
Bol UF40, $Q = 6$ l/min, $Y_0 = h$
$2r_p = [\![5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45]\!]$ µm
À l'alimentation ($X = 0$), $\vec{v}(Y) = \vec{u}(Y)$

Figure 4.9: Évolution de la longueur de sédimentation en fonction de l'écart de densité entre les particules et le fluide porteur.

Cette expression permet d'observer que le régime de transport des particules dans le film est fonction de leur taille (r_p), de leur densité et de celle du fluide porteur (ρ_p/ρ_f), de la viscosité du fluide (ν), de la taille du bol (R) et de la vitesse de rotation (ω). La vitesse de rotation est le seul paramètre opératoire parmi ces variables. Avec un bol UF40, cette expression permet d'établir que des partciules de silices de 10, 20 et 50 µm sont transportées hors régime de Stokes à partir d'une vitesse de rotation respectivement de 4990, 1760 ou 446 tr/min. Le concentrateur Falcon L40 fonctionne usuellement entre 1000 et 2000 tr/min donc, même dans des gammes ultrafines, le régime de transport de certaines particules peut sortir du domaine de Stokes. La figure 4.9 permet de vérifier que la densité des particules dans les gammes visées a un impact bien moindre sur le régime de transport que leur taille, conformément à ce que prédit la valeur théorique du nombre de Reynolds particulaire (4.29).

Une piste d'amélioration de la qualité de séparation dans la gamme ultrafine, pour un séparateur Falcon, est donc d'opérer à des vitesses de rotation élevées, pour que l'essentiel des particules soit transporté dans un régime hors du domaine de Stokes. Une fois cette vitesse obtenue, le débit liquide doit être ajusté pour obtenir la bonne densité de coupure. Ainsi, il serait possible de viser une qualité de séparation donnée (quantifiée par un écart probable E_p), et de couper à la densité souhaitée en jouant sur les paramètres opératoires. Pour rechercher ces conditions opératoires, si elles existent, il est alors nécessaire d'utiliser un modèle qui tient compte de la variation non linéaire de la traînée en fonction du Reynolds particulaire, hors du domaine de Stokes.

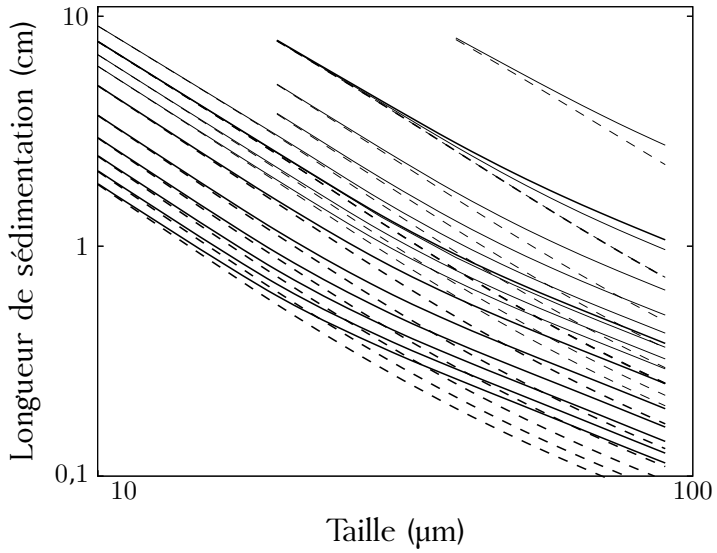
3.2.2 Effet du nombre de Stokes

Le temps caractéristique associé à l'écoulement fluide dépend du gradient spatial de la vitesse. D'après les équations (4.6c), (4.9a) et (4.9b), ce gradient peut s'exprimer ainsi :

$$\vec{\nabla} u_X = \frac{3Q}{2\pi r h} \left(\frac{1 - \frac{Y}{h}}{h} \vec{e}_Y - \frac{\frac{Y}{h}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{Y}{h}\right)}{r} \vec{e}_r \right) \tag{4.30}$$

Cette expression dépend de la position dans le film. De plus, l'expression de τ_f (3.10b) nécessite de connaître la direction de la vitesse des particules. Le nombre de Stokes instantanné variant le long de chaque trajectoire, il n'est pas possible de calculer l'ordre de grandeur du nombre de Stokes (cf. chapitre 3 §2.2.4) sans avoir préalablement résolu la trajectoire des particules. Seuls des résultats de simulation permettent alors de quantifier son effet.

La figure 4.10 montre la différence de résultat selon que le terme inertiel est pris en compte ou non dans l'équation du suivi Lagrangien (3.15). L'effet du Reynolds particulaire aplanit toutes les courbes pour les particules grenues. Par contre les particules pour lesquelles l'inertie a été négligée (trait



— $\omega = 1000$ tr/min, —— $\omega = 2000$ tr/min
— résolution du modèle complet, - - résolution quasi-statique
Bol UF40, $Q = 6$ l/min, $Y_0 = h$
$\rho_p = [\![1{,}1; 1{,}4; 1{,}7; 2{,}0; 2{,}3; 2{,}6; 2{,}9; 3{,}2]\!]$ g/cm^3
Particules à leur vitesse terminale de sédimentation à l'alimentation

Figure 4.10: Comparaison des longueurs de sédimentation prédites avec et sans prendre en compte le terme inertiel de l'équation (3.15).

plein) dévient nettement moins que celles complètement résolues (trait en pointillé). L'effet du nombre de Stokes augmente l'effet bénéfique sur la séparation densimétrique des particules observé pour les grandes valeurs du nombre de Reynolds particulaire.

Cependant, si l'inertie des particules joue un rôle important sur la séparation et peut être exploitée pour obtenir une meilleure séparation densimétrique, alors la vitesse initiale à l'entrée du film est une donnée importante à connaître. En effet, les particules faiblement inertielles adoptent très rapidement une vitesse de sédimentation proche de leur vitesse terminale et leur trajectoire dépend peu de leur vitesse initiale. Pour des particules inertielles, la condition initiale influence leur trajectoire. La figure 4.10 a été tracée pour des particules injectées à leur vitesse terminale de sédimentation à l'alimentation, et l'effet de leur inertie sur la solution y est déjà tout à fait perceptible. Avec une condition initiale différente, l'effet peut donc se révéler encore plus important.

Les conditions opératoires sont les mêmes entre les figures 4.8 et 4.10, seules les méthodes de résolution et les conditions à l'alimentation changent. Les deux extrêmes possibles pour la condition d'alimentation sont soit que les particules sont initialement à leur vitesse terminale de sédimentation (figure 4.10), soit que la séparation n'a pas encore débuté, donc elles ne

sédimentent pas du tout et sont initialisées à la vitesse du fluide (figure 4.8). Les courbes sur ces figures confirment l'effet important de la condition d'alimentation.

En réalité, à l'alimentation, les particules ont sûrement une vitesse intermédiaire puisqu'elles sont projetées à la paroi avec le fluide et sont soumises à la gravité artificielle en même temps que lui. Dans le cas des suspensions ultrafines, les conclusions présentées par la suite à la section §4.2 indiquent que cette condition n'a pas d'effet. Pour traiter des suspensions plus grenues comme celles de procédés miniers de concentration de minerais denses, cette condition peut jouer un rôle important.

4 Optimisation des conditions opératoires

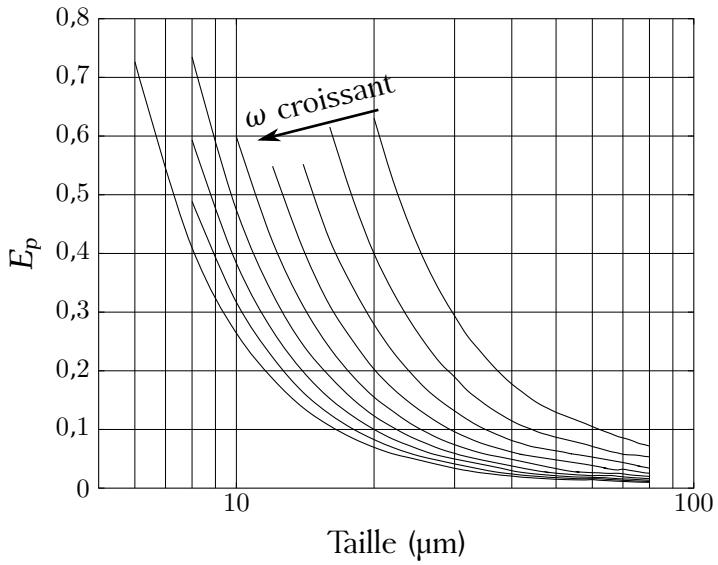
Les valeurs des nombres de Stokes et de Reynolds particulaire influent sur la séparation. Puisque leur influence est potentiellement favorable à une séparation sur critère densimétrique, il convient de déterminer comment il est possible d'optimiser les conditions opératoires du concentrateur Falcon afin d'en tirer profit.

4.1 Critères d'optimisation

La séparation densimétrique consiste à distinguer les particules en deux fractions, l'une composée de l'ensemble des particules de densité supérieure à une densité de coupure, l'autre composée de l'ensemble des particules de densité inférieure à la densité de coupure. La densité de coupure est un paramètre de la séparation qui doit pouvoir être choisi en fonction des fractions qui composent la suspension d'alimentation et de la fraction à enrichir visée. La qualité de la séparation dépend donc de la capacité de l'appareil à couper à la même densité, ou du moins dans une gamme resserrée de densités, toutes les classes de particules indépendamment de leur taille.

4.1.1 Écart probable

La probabilité de récupération de chaque type de particule varie avec la densité de manière continue, c'est à dire qu'il n'y a pas une seule densité de coupure au dessus de laquelle toutes les particules sont piégées et en dessous de laquelle elles sont toutes rejetées. Dans le cas de notre modèle, la position initiale de la particule dans l'épaisseur du film ne dépend pas de son type ni des conditions opératoires, pourtant c'est une donnée d'entrée qui participe à la détermination de la capture de la particule. La probabilité des particules d'être à différentes positions initiales dans le film fait que des particules de mêmes propriétés physiques (taille et densité) peuvent se retrouver à la fois dans la fraction concentrée et dans les rejets (cf. 1.1.3 et



Bol UF40, $Q = 10$ l/min
$\omega = [\![1000; 1250; 1500; 1750; 2000; 2250; 2500; 2750; 3000;]\!]$ tr/min

Figure 4.11: Variation de l'écart probable et effet de la vitesse de rotation.

chapitre 3 §1.2.2). En tant que mesure de la qualité de séparation, l'écart probable constitue un critère de choix pour l'optimisation des conditions opératoires.

L'écart probable (cf. chapitre 2 §1.4) est une fonction décroissante de la taille des particules, comme le met en évidence la figure 4.11. Cette même figure confirme qu'une augmentation de la vitesse de rotation du bol se traduit par une diminution de l'écart probable, donc une possible amélioration de qualité de séparation. Pour une gamme de tailles de particules donnée, il est possible de viser une valeur maximale de l'E_p en choisissant la vitesse de rotation appropriée : plus les particules sont fines, plus il faut tourner rapidement. Cependant, il est évident qu'en changeant la vitesse de rotation du bol, l'E_p ne varie pas seul, la densité de coupure est modifiée elle aussi. La loi d'échelle (4.13) impose une relation $E_p \propto \rho_{50}$ en régime de Stokes, mais en augmentant la vitesse de rotation il est possible de sortir de ce régime.

4.1.2 Densité de coupure

S'il est possible d'adapter la vitesse de rotation pour atteindre n'importe quelle qualité de séparation, il est aussi nécessaire de positionner la densité de coupure entre les différentes fractions à séparer. Grâce à la loi d'échelle (4.13), il est possible de sélectionner le débit d'alimentation pour régler la densité de coupure puisque le taux de récupération varie en $\Delta\rho/Q$.

Cependant, cette loi n'est valable qu'en régime de Stokes, or l'étude de la qualité de séparation (cf. §3.2) a conclu à une meilleure séparation lorsque le Falcon opère en dehors du domaine de Stokes.

Puisqu'il y a forcément une gamme continue de densités pour lesquelles le taux de récupération est compris entre 0 et 100%, c'est la densité de coupure (ρ_{50}, cf. chapitre 2 §1.3) qui est retenue comme consigne pour l'optimisation. Les deux points importants auxquels doit satisfaire la densité de coupure pour parvenir à une bonne séparation sont d'une part de pouvoir être fixée en jouant sur les paramètres opératoires, et d'autre part d'être peu sensible à la taille des particules.

En tirant parti de la non-linéarité de la loi de traînée hors du domaine de Stokes, la dépendance à la taille devrait pouvoir être limitée en augmentant la vitesse de rotation (cf. §3.2.1). La résolution numérique décrite précédemment étant capable de prendre cet effet en compte, elle permet de quantifier dans quelle mesure il est exploitable pour la séparation dans un concentrateur Falcon. Pour tenir compte de l'effet de la taille des particules sur la coupure, une fonction coût (ϵ) est calculée à partir de l'écart entre la densité de coupure effective (ρ_{50}) et la densité de coupure visée (ρ_C), pris pour deux classes granulométriques distinctes (r_{min} et r_{max}).

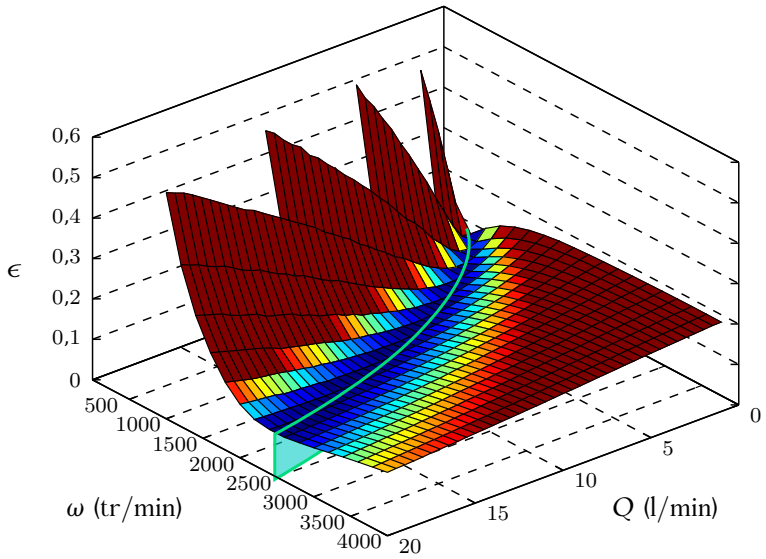
$$\epsilon = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\left(\frac{[\rho_{50} - \rho_C]_{r_{\text{pmin}}}}{\rho_C}\right)^2 + \left(\frac{[\rho_{50} - \rho_C]_{r_{\text{pmax}}}}{\rho_C}\right)^2\right)} \tag{4.31}$$

Cette fonction permet de quantifier l'étalement de la coupure densimétrique pour une gamme de tailles donnée. En la traçant en fonction des variables opératoires du concentrateur Falcon, son minimum indique les conditions optimales de séparation.

Cette fonction est tracée sur la figure 4.12 pour une coupure visée à 1,3 g/cm^3 et une gamme de tailles de 10 à 20 µm. La surface obtenue ne possède pas de minimum : le lieu de ses minima est une vallée liant le débit (Q) et la vitesse de rotation (ω). Dans la gamme de conditions représentée (qui couvre toute la gamme de fonctionnement du Falcon L40), il n'est donc pas possible d'améliorer la coupure densimétrique en jouant sur les conditions opératoires. Une même coupure peut être obtenue pour des débits très différents en adaptant la vitesse de rotation, mais la dépendance de la coupure en fonction de la taille des particules ne peut pas être améliorée.

4.2 Limites physiques de la séparation d'ultrafines dans un Falcon

Le lieu des minima sur la figure 4.12 montre l'allure de la relation entre le débit d'alimentation (Q) et la vitesse de rotation (ω) auxquels il faut opérer le Falcon pour atteindre une densité de coupure donnée. Même dans



Bol UF40, $\rho_C = 1{,}3$ g/cm^3, $r_{p\min} = 10$ µm, $r_{p\max} = 20$ µm

Figure 4.12: Fonction coût sur la coupure densimétrique en fonction des conditions opératoires.

les gammes ultrafines, des particules sont transportées hors du régime de Stokes (cf. §3.2.1). Cependant, tant qu'elles sont toutes piégées dans le concentré, leur récupération est bornée à 100% et cet effet n'est pas perceptible sur la séparation.

4.2.1 Écart probable et densité de coupure

Pour une séparation donnée (C_p), la loi d'échelle (4.13) donne la relation entre les paramètres opératoires : $Q^{-1}\omega^2 \propto C_p$. Cette relation n'est valable que dans le domaine de Stokes, mais le calcul avec notre modèle plus complet (cf. figure 4.12) montre qu'il n'est possible de sortir du domaine de Stokes qu'en opérant à des valeurs de débit et de vitesse de rotation qui dépassent largement les capacités du concentrateur Falcon L40. De ce fait, la loi analytique reste valable et la relation $Q \propto \omega^2$ qu'elle donne se retrouve dans la forme parabolique du lieu des minima de la fonction coût (ϵ).

Les limites physiques de séparation du concentrateur Falcon sont atteintes. Pour des particules ultrafines, le mécanisme de séparation du Falcon essentiel est la sédimentation des particules au sein de son film. Dans ces conditions, la qualité de la séparation dépend du nombre de Reynolds particulaire. Les particules de petite taille et de faible densité nécessitent de très grandes vitesses de rotation avant d'atteindre un Reynolds particulaire

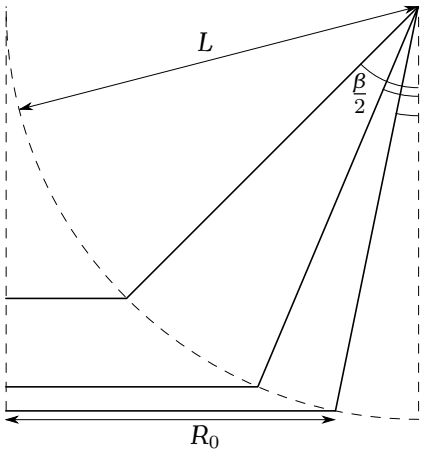


Figure 4.13: Profils de bol pour lesquels $\alpha = 1$.

suffisamment élevé pour favoriser une séparation densimétrique. D'autre part, le réglage de la densité de coupure impose une relation entre le débit d'alimentation et la vitesse de rotation qui est incompatible avec les vitesses de rotation qui permettraient une amélioration de l'écart probable (E_p).

4.2.2 Passage aux plus grandes échelles

Cette conclusion, confirmée expérimentalement sur le Falcon de laboratoire de faible dimension (cf. §1.2), est *a priori* généralisable à l'ensemble de ces concentrateurs car pour une séparation donnée, la valeur du Reynolds particulaire diminue pour une augmentation du rayon du bol :

$$\frac{Re_p}{C_p} \propto \frac{\omega^2 R}{\omega^2 R^{2-\alpha}} = R^{\alpha-1} \tag{4.32}$$

où α est défini en (4.10b). Le paramètre géométrique α est nul si l'angle d'ouverture du bol est nul. Il reste inférieur à 1 tant que $L > R_0/(1-\sin\frac{\beta}{2})$, c'est-à-dire que le rayon à la sortie du bol est inférieur à la longueur de sa génératrice (cf. figure 4.13). Cela signifie qu'il faut des bols relativement courts par rapport à leur diamètre pour que l'effet du Reynolds particulaire reste exploitable pour de grandes tailles de bol.

De toute façon, chercher à optimiser les paramètres opératoires pour atteindre de grands nombres de Reynolds particulaires est une amélioration très limitée car la densité de coupure lie les conditions opératoires à la géométrie du bol. C'est surtout la granulométrie de la suspension et, dans une moindre mesure, sa densité qui déterminent le régime de transport des particules. Toutefois, dans le cas des bols, comme ceux de la gamme UF destinés spécifiquement à la séparation de particules très fines, il vaut

mieux privilégier des bols de grand rayon et de longueur assez courte. Bien que cette observation ne soit probablement pas la seule à intervenir dans les choix de conception des bols UF, il est intéressant de constater que les bols UF vendus par Falcon ont effectivement un rapport hauteur sur diamètre plus élevé que celui des bols traditionnels destinés aux particules plus grenues. De plus, les bols UF atteignent des vitesses de rotation très supérieures ($600G$) à celles des modèles traditionnels ($300G$).

Finalement, l'adaptation des conditions opératoires pour tirer parti de l'effet favorable du nombre de Reynolds particulaire et du nombre de Stokes n'est exploitable que pour des suspensions suffisamment grenues et denses. Les suspensions trop peu denses et trop fines imposent des conditions opératoires irréalistes pour y parvenir. La variation du nombre de Reynolds particulaire en fonction des différentes grandeurs peut être estimée avec l'expression de sa valeur théorique calculée par la loi d'échelle $Re_{p_{\text{th}}}$. L'équation (4.29) indique une variation en r_p^3 et en ω^2. La grandeur physique dont l'exposant pèse le plus est la taille des particules avec une loi cubique. C'est donc surtout la lavabilité des suspensions traitées qui est déterminante, même si les aménagements réalisés par Falcon sur la gamme UF doivent permettre d'étendre le fonctionnement de ces concentrateurs pour des suspensions plus fines.

5 Références

A. Lynch : *Mineral Crushing and Grinding Circuits - Their Simulation, Optimisation, Design and Control*. Developments in Mineral Processing. Elsevier Scientific Publishing Company, 1977.

J. Magnaudet, M. Rivero et J. Fabre : Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. part 1. steady straining flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 284:97–135, 1995.

L. Schiller et Z. Naumann : A drag coefficient correlation. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, p. 77–318, 1935.

Séparation de suspensions concentrées

5



Sommaire

1 Modélisation des variations du champ de concentration 95
1.1 Concentration locale dans le film fluant 95
1.1.1 Volumes finis 95
1.1.2 Conditions limites 97
1.1.3 Résolution stationnaire 98
1.1.4 Schéma amont d'ordre 1 100
1.2 Champ de vitesse des particules 103
1.2.1 Vitesse de sédimentation 103
Nombre de Stokes 103
Sédimentation entravée 104
1.2.2 Propriétés locales de la suspension 105
Densité locale 105
Viscosité locale 106
2 Résolution du modèle 106
2.1 Calcul des champs de vitesse et de concentration 107
2.2 Critère de capture 108
2.3 Utilisation du modèle 108
2.3.1 Comportement en milieu dilué 109
2.3.2 Effet de la concentration sur la séparation 111
3 Séparation en milieu concentré 113
3.1 Effets relatifs des différents mécanismes 113
3.2 Intégration de l'effet de la concentration dans le modèle dilué 117
3.2.1 Densité apparente 117
3.2.2 Effet sur la constante de calage 119
3.2.3 Loi d'échelle analytique corrigée et résolution numérique 124
4 Références 126

Nous avons montré que la classification densimétrique de particules légères avec un concentrateur Falcon n'est réellement efficace que pour des lavabilités présentant un écart significatif entre les densités des particules à séparer. Cette conclusion découle de l'analyse de nos résultats expérimentaux ainsi que d'une approche théorique reposant sur des hypothèses présentées précédemment. La principale hypothèse est que le film transportant les particules est une suspension diluée. Cependant, dans le cas des classificateurs comme le Knelson (Knelson, 1992; Knelson et Jones, 1994), l'effet de la variation de concentration locale dans les régions de piégeage améliore grandement l'effet de la densité sur la séparation. L'effet de l'augmentation de la densité effective dans la suspension due à la concentration peut, en première approximation, être abordé de manière globale dans le modèle présenté dans les chapitres précédents, en augmentant la densité du fluide dans les paramètres du modèle. Les conditions opératoires préconisées par Falcon peuvent aller jusqu'à 40% massique de solide à l'alimentation. Les gradients de concentration locaux sont alors susceptibles d'avoir un impact non négligeable sur la séparation. Afin de prendre en compte leur effet, nous proposons de mettre en place un modèle pour prédire la répartition spatiale de la concentration en particules en tout point du film, et son effet local sur leur sédimentation.

1 Modélisation des variations du champ de concentration

La méthode retenue pour cette approche est de discrétiser le film fluide dans son épaisseur et dans la longueur du bol, puis de calculer simultanément la fraction volumique de chaque classe granulo-densimétrique de la suspension d'alimentation en tout point du film.

1.1 Concentration locale dans le film fluant

Pour calculer la fraction de solide dans chaque maille du film, il faut calculer, dans chaque volume élémentaire, la fraction de chaque type de particule qui compose la lavabilité d'alimentation. Avant d'utiliser ce modèle, il est donc nécessaire de déterminer la lavabilité de la suspension traitée et de la discrétiser en un nombre fini de classes de particules, chaque classe définissant un couple taille–densité.

1.1.1 Volumes finis

L'évolution de la fraction (ϕ) de chaque type de particule est calculée par un bilan de flux convectifs dans le champ de vitesse des particules ($\vec{v}$). Il faut donc connaître la vitesse en tout point du film, pour chaque type de particule, en plus de sa fraction locale. Les particules étudiées ici

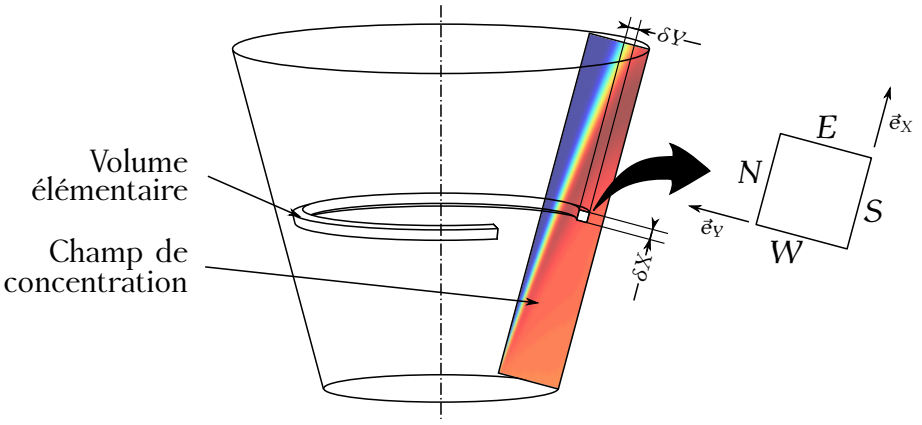


Figure 5.1: Discrétisation du film en volumes finis.

sont ultrafines comparées à l'usage courant du concentrateur Falcon, mais leur taille ne descend pas tellement en dessous d'un micron, la diffusion Brownienne est donc négligeable. Nous avons donc négligé le terme de diffusion dans l'équation de transport. L'expression locale du problème à résoudre s'écrit alors :

$$-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mathcal{V}} \oint_{\mathcal{S}} \phi \vec{v} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathcal{S}} \tag{5.1}$$

où $\mathcal{S}$ est la surface de chaque volume élémentaire et $\mathrm{d}\mathcal{S}$ est orienté vers l'extérieur de la maille. Puisque le même problème est résolu indépendamment pour chaque type de particule, il pourrait s'écrire aussi bien en fonction de la fraction volumique ou massique des particules. Cependant, pour simplifier l'écriture par la suite (cf. §1.2.1) la fraction (ϕ) considérée ici est la fraction volumique.

Le film est découpé en n_i mailles selon X et n_j mailles selon Y, suivant un maillage cartésien régulier. Aucune discrétisation n'est nécessaire dans la direction azimutale car, par axisymétrie du problème, les contributions des deux faces azimutales de chaque maille s'annulent. La discrétisation du film est donc effectuée en volumes élémentaires de forme torique à section rectangulaire (cf. figure 5.1). Pour capter les variations de concentration dans le film, les mailles de discrétisation doivent être plus petites que les échelles spatiales de variation de ϕ.

Si les variations de concentration ont un effet sur la séparation, ces mailles sont donc par nature de dimension bien inférieure à celle du film. Pour cinquante mailles suivant l'épaisseur du film, cela donne une taille caractéristique de 4 microns. Par conséquent, une partie importante des particules est de taille supérieure ou de l'ordre de la taille des mailles. Ceci ne pose pas de difficulté parce que, pour modéliser la séparation, ce sont les concentrations moyennes (dans la direction azimutale et dans le

temps) qui nous intéressent. La vitesse des particules étant rapide et la taille des mailles petite, le temps de séjour d'une particule dans une maille est extrêmement court ($t_s \approx 2\pi r h L/(Q n_i) \approx n_i^{-1} \times 0{,}1\text{s}$) devant les échelles de temps opératoires de l'appareil (temps de cycle, temps de remplissage du piège, de l'ordre de 2 s pour une suspension de silice concentrée). Il est donc tout à fait raisonnable d'essayer de prédire des grandeurs moyennes dans le modèle.

Les entiers $i \in [\![1, n_i]\!]$ et $j \in [\![1, n_j]\!]$ sont les indices de position respectivement dans les directions X et Y. En repérant les faces qui contribuent aux flux de concentration selon l'orientation N, S, E et W. (cf. figure 5.1), le bilan (5.1) dans un maillage cartésien devient :

$$-\frac{\mathrm{d}\phi_{i,j}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{m \in \{N,S,E,W\}} \phi(\rho_p, r_p)_m \overbrace{\vec{v_m} \cdot \vec{n_m} (2\pi R_m \delta L_m)}^{\vec{n_m} \cdot (\vec{e_X} + \vec{e_Y}) K_m} \tag{5.2}$$

$$\text{où} \quad \begin{cases} \mathcal{X}_N = \mathcal{X}_{i,j+\frac{1}{2}}, & \delta L_N = \delta X, & \vec{n}_N = \vec{e}_Y \\ \mathcal{X}_S = \mathcal{X}_{i,j-\frac{1}{2}}, & \delta L_S = \delta X, & \vec{n}_S = -\vec{e}_Y \\ \mathcal{X}_E = \mathcal{X}_{i+\frac{1}{2},j}, & \delta L_E = \delta Y, & \vec{n}_E = \vec{e}_X \\ \mathcal{X}_W = \mathcal{X}_{i-\frac{1}{2},j}, & \delta L_W = \delta Y, & \vec{n}_W = -\vec{e}_X \end{cases}$$

L'équation (5.2) permet de définir les coefficients K en fonction desquels on obtient :

$$-\frac{\mathrm{d}\phi_{i,j}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mathcal{V}_{i,j}} \Big(K_{i,j+\frac{1}{2}} \phi_{i,j+\frac{1}{2}} - K_{i,j-\frac{1}{2}} \phi_{i,j-\frac{1}{2}} + K_{i+\frac{1}{2},j} \phi_{i+\frac{1}{2},j} - K_{i-\frac{1}{2},j} \phi_{i-\frac{1}{2},j} \Big) \tag{5.3}$$

Cette équation issue de la méthode des volumes finis permet de résoudre le problème du transport des particules connaissant le champ de vitesse ($\vec{v}$). Pour connaître l'évolution de la fraction solide de chaque type de particule dans toutes les mailles à l'intérieur du film, il faut compléter ces équations par les conditions limites du problème.

1.1.2 Conditions limites

La modélisation du film fluant conduit à un domaine de calcul rectangulaire dont les quatre côtés sont l'entrée du film, la surface libre, la sortie et la paroi du bol. L'entrée est située en $i = 1$, la surface libre en $j = n_j$ et la sortie en $i = n_i$, la paroi en $j = 1$. À l'entrée, la fraction solide est imposée par la suspension d'alimentation traitée. Comme il n'y a pas de suspension au dessus de la surface libre, le flux entrant par la face nord (indice N) de chaque maille en $j = n_j$ est nul. À la sortie, comme la concentration en aval n'est pas calculée, on considère une condition limite numérique telle que le gradient longitudinal est nul. Le lit de particules piégées est en dehors du domaine de simulation et conduit donc à une condition limite. Toutes les

particules qui y pénètrent sont considérées comme définitivement piégées (condition de puit parfait, cf. chapitre 3) et sont donc supprimées du calcul : le piège se comporte alors comme une sortie. Cela revient à imposer que la fraction solide dans la région proche du piège est égale à la dernière fraction calculée dans le film (en $j = 1$). Une discussion plus détaillée des conditions limites représentant la sortie et le piège est abordée à la section §1.1.4. Les conditions limites associées sont donc :

- à l'entrée,

$$\phi_{1,j} = \phi^0_{1,j} \tag{5.4a}$$

- à la surface libre,

$$\phi_{i,n_j+1} = 0 \Leftrightarrow -\frac{\mathrm{d}\phi_{i,n_j}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mathcal{V}_{i,n_j}}\Big(-K_{i,n_j-\frac{1}{2}}\phi_{i,n_j-\frac{1}{2}} + K_{i+\frac{1}{2},n_j}\phi_{i+\frac{1}{2},n_j} - K_{i-\frac{1}{2},n_j}\phi_{i-\frac{1}{2},n_j}\Big) \tag{5.4b}$$

- à la sortie,

$$\left(\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}X}\right)_L = 0 \Leftrightarrow \phi_{n_i+1,j} = \phi_{n_i,j} \Leftrightarrow -\frac{\mathrm{d}\phi_{n_i,j}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mathcal{V}_{n_i,j}}\Big(K_{n_i,j+\frac{1}{2}}\phi_{n_i,j+\frac{1}{2}} - K_{n_i,j-\frac{1}{2}}\phi_{n_i,j-\frac{1}{2}} + K_{n_i+\frac{1}{2},j}\phi_{n_i,j} - K_{n_i-\frac{1}{2},j}\phi_{n_i-\frac{1}{2},j}\Big) \tag{5.4c}$$

- à la paroi,

$$\left(\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}Y}\right)_0 = 0 \Leftrightarrow \phi_{i,0} = \phi_{i,1} \Leftrightarrow -\frac{\mathrm{d}\phi_{i,n_j}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mathcal{V}_{i,n_j}}\Big(K_{i,1+\frac{1}{2}}\phi_{i,1+\frac{1}{2}} - K_{i,\frac{1}{2}}\phi_{i,1} + K_{i+\frac{1}{2},1}\phi_{i+\frac{1}{2},1} - K_{i-\frac{1}{2},1}\phi_{i-\frac{1}{2},1}\Big) \tag{5.4d}$$

Les conditions limites (5.4b), (5.4c) et (5.4d) sont des conditions de type Neumann, seule la condition (5.4a) est de type Dirichlet.

1.1.3 Résolution stationnaire

Comme cela a été expliqué à la section §1.1.1, seules les moyennes temporelles et dans la direction azimutale sont utiles. L'hélice au fond du bol (cf. figure 3.1) propulse la suspension d'alimentation dès son arrivée dans le bol, ainsi l'écoulement est établi très rapidement. Le temps d'établissement de l'écoulement étant très court devant les échelles de temps opératoires,

la moyenne temporelle des variables est aussi leur valeur en écoulement établi permanent. Afin de calculer directement la valeur de ϕ en écoulement permanent, la solution recherchée est celle pour laquelle la dérivée temporelle est annulée.

Le problème s'écrit alors de la même manière pour les conditions limites de Neumann que pour les mailles à l'intérieur du film où l'équation locale 5.3 est résolue. Le problème à résoudre est donc :

$$\phi_{1,j} = \phi^0_{1,j} \quad \text{et} \quad \left(\mathcal{V}_{i,j} \frac{\mathrm{d}\phi_{i,j}}{\mathrm{d}t} \right)_{i \in [\![2,n_i]\!], j \in [\![1,nj]\!]} = 0 \tag{5.5}$$

qui peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbb{I} & 0 \\ 0 & \mathbb{K}(\vec{v}) \end{bmatrix} \phi = \begin{vmatrix} \phi^0 \\ 0 \end{vmatrix} \tag{5.6}$$

En réalité, la matrice $\mathbb{K}$ utilisée pour décrire le système est construite avec le changement d'indice $k = (j-1)n_i + i$ afin de transformer la discrétisation de ϕ dans le domaine à deux dimensions en un seul vecteur de longueur $n_i n_j$. $\mathbb{K}$ est donc de taille $n_i n_j \times n_i n_j$ et inclut la matrice identité présentée de manière distincte dans l'équation (5.6).

$$\phi_{i,j} = \phi_k = \phi_{(j-1)n_i+i} \tag{5.7}$$

Dans le cas du schéma centré, les valeurs de ϕ sur les différentes faces sont calculées avec les expressions suivantes :

$$\phi_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2}(\phi_{i,j} + \phi_{i+1,j}) \tag{5.8a}$$

$$\phi_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\phi_{i,j} + \phi_{i,j+1}) \tag{5.8b}$$

La matrice $\mathbb{K}$ est alors de la forme générale suivante pour tous les indices k et $k+1$ à l'intérieur du film[1] :

$$\mathbb{K}\,(k : k+1 \;;\; 1 : n_i n_j) = \begin{bmatrix} \dots & 0 & -K_{i,j-\frac{1}{2}} & 0 & \dots & & & & \\ \dots & \dots & 0 & -K_{i+1,j-\frac{1}{2}} & 0 & & & & \\ & & 0 & -K_{i-\frac{1}{2},j} & K_{i,j} & K_{i+\frac{1}{2},j} & 0 & \dots & \\ & & \dots & 0 & -K_{i+\frac{1}{2},j} & K_{i+1,j} & K_{i+1+\frac{1}{2},j} & 0 & \\ & & & & 0 & K_{i,j+\frac{1}{2}} & 0 & \dots & \dots \\ & & & & \dots & 0 & K_{i+1,j+\frac{1}{2}} & 0 & \dots \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

1. La notation utilisée ici fait usage de l'opérateur « : » courant dans les logiciels de calcul matriciel (*Scilab*, *Octave*, *Matlab*) afin de simplifier l'écriture des indices.

où $K_{i,j} = K_{i,j+\frac{1}{2}} - K_{i,j-\frac{1}{2}} + K_{i+\frac{1}{2},j} - K_{i-\frac{1}{2},j}$. Les conditions limites de Neumann ont une expression similaire facile à retrouver à partir de leurs expressions (5.4b), (5.4c) et (5.4d).

La condition de Dirichlet (pour $i = 1$) se retrouve sur toutes les lignes d'indice k congru à 1 modulo n_i. Ces lignes sont nulles, sauf sur la diagonale et ce sont sur ces mêmes lignes que le vecteur à droite de l'équation générale (5.6) est non nul.

$$\Big(\mathbb{K}(k,k)\Big)_{k\equiv 1 \pmod{n_i}} = 1 \tag{5.10}$$

La figure 5.2 montre les solutions obtenues pour un unique type de particule dans un champ de vitesse modèle (supposé connu et décorellé de la fraction solide). Dans ces calculs, une fraction solide d'entrée constante est imposée en $X = 0$, et l'ensemble des valeurs de ϕ est calculé par résolution du problème matriciel construit à partir du schéma volumes finis centré d'ordre 2 décrit précédemment.

La troncature de l'équation (5.1) lors de sa discrétisation fait apparaître au premier ordre un terme de dispersion dans le schéma centré. Comme le schéma est peu diffusif, les évolutions brutales de la solution provoquent des oscillations progressivement amorties par la diffusion. Augmenter l'ordre du schéma numérique améliore la précision (sur la figure 5.2 cela augmenterait la raideur de la courbe) mais empire le phénomène oscillatoire puisque l'évolution des valeurs est encore plus raide.

1.1.4 Schéma amont d'ordre 1

Le schéma centré présente l'inconvénient de provoquer des oscillations lorsque la solution contient des fronts raides. Malgré ces oscillations, la solution numérique approche assez bien la solution du problème physique. Malheureusement, par la suite le résultat du champ ϕ est réutilisé dans une méthode numérique itérative (cf. §1.2.1) qui ne converge pas à cause des oscillations. La résolution stationnaire découplée du reste du problème permet de trouver une solution malgré l'instabilité provoquée par la dispersion, mais provoque des problèmes de convergence dans la méthode itérative ultérieure. Pour éviter cet écueil, il faut utiliser un schéma dont la diffusion propre amortit la dispersion due à la discrétisation du problème.

Une solution est d'utiliser un schéma décentré dont le décalage est toujours amont le long d'une ligne de courant. En étant toujours amont par rapport au sens du transport, ce schéma introduit une diffusion numérique qui le rend moins précis pour capter les variations raides mais qui élimine les oscillations. Ce schéma numérique s'exprime par les relations (5.11) qui

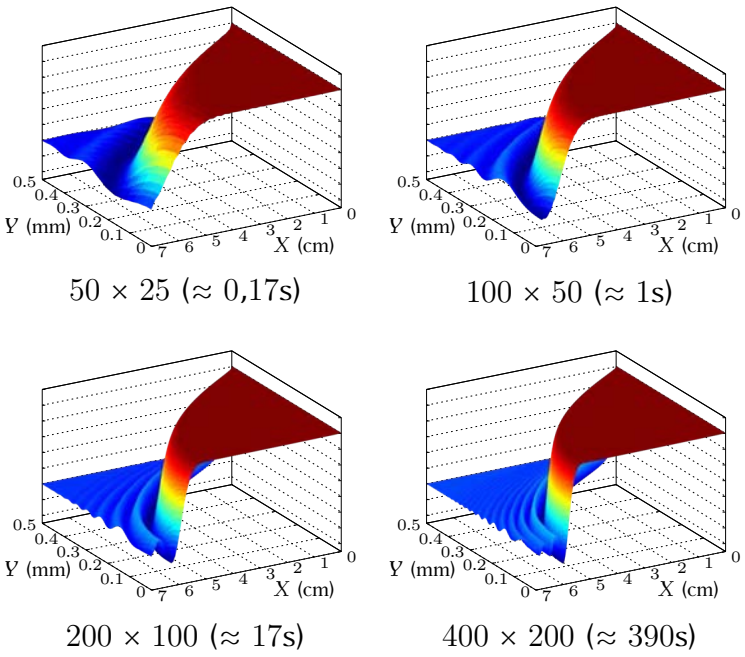


Figure 5.2: Solutions de suivi de concentration et temps de calcul pour différentes discrétisations du film fluant (schéma centré).

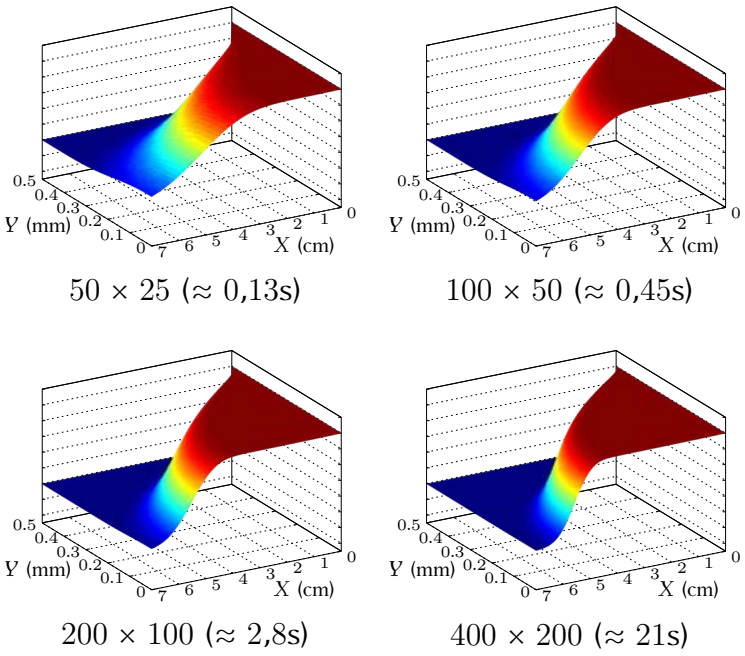


Figure 5.3: Solutions de suivi de concentration et temps de calcul pour différentes discrétisations du film fluant (schéma amont).

remplacent les équations (5.8) utilisées pour le schéma centré.

$$\phi_{i+\frac{1}{2},j} = \begin{cases} \phi_{i+1,j} & \text{si } \vec{v} \cdot \vec{e}_X \leq 0 \\ \phi_{i,j} & \text{si } \vec{v} \cdot \vec{e}_X > 0 \end{cases} \tag{5.11a}$$

$$\phi_{i,j+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \phi_{i,j+1} & \text{si } \vec{v} \cdot \vec{e}_Y \leq 0 \\ \phi_{i,j} & \text{si } \vec{v} \cdot \vec{e}_Y > 0 \end{cases} \tag{5.11b}$$

Le schéma amont décrit ici est d'ordre 1. En décentrant le schéma pour stabiliser la résolution, l'ordre a été décrémenté de 1. La conséquence directe de la baisse de l'ordre du schéma est que la matrice est plus creuse que pour le schéma centré — moins de points interviennent dans le calcul de ϕ —, ce qui se traduit par un temps de résolution du système linéaire beaucoup plus rapide (cf. temps de calcul sur les figures 5.2 et 5.3). Même si la précision de la résolution est évidemment importante, il n'est pas nécessaire de capter le front très précisément si la lavabilité de la suspension traitée contient beaucoup de particules aux propriétés différentes. Si les particules ont des propriétés très différentes, alors leurs longueurs de sédimentation sont très différentes et la diffusion du schéma est faible devant cet écart. Si les particules ont des propriétés proches, l'étalement du saut de fraction solide de chaque type de particule est en partie masqué par l'étalement réel de la fraction solide globale dû à leurs vitesses de sédimentations différentes. Le passage à un schéma d'ordre 1 n'a donc que peu de conséquences, même si sa précision est réduite.

Avec ce nouveau schéma, il est intéressant de constater que les conditions limites de sortie sont traitées presque comme n'importe quelle maille du film. En effet, les conditions décrites en (5.4c) et (5.4d) sont respectivement équivalentes à un schéma amont en X et aval en Y. Or, comme la vitesse est essentiellement orientée dans le sens $\vec{e}_X$ (vitesse débitante) et $-\vec{e}_Y$ (sédimentation), ces relations se trouvent être amont le long des lignes de courant. Il y a toutefois une différence possible si une très forte concentration en particules venait à survenir à la paroi avec une lavabilité polydisperse en densité : des particules peu denses pourraient alors se trouver dans une zone de forte concentration et donc de forte densité locale, et voir leur vitesse de sédimentation changer de sens. Dans ce cas, la condition de sortie imposée à la paroi se comporte comme un schéma aval (et non plus amont) susceptible d'engendrer des instabilités. Ces phénomènes sont de toute façon localisés uniquement dans les mailles contraintes par une condition limite, la diffusion numérique dans l'ensemble des autres mailles devrait pouvoir amortir les éventuelles instabilités. Malgré cette petite différence, les conditions de sortie sont donc pleinement compatibles avec un schéma amont.

1.2 Champ de vitesse des particules

A ce niveau de modélisation, il est possible de calculer les fractions solides de chaque type de particule (donc le champ de concentration) à partir du champ de vitesse des particules connu. Dans le cas concentré, ce champ de vitesse dépend lui-même de la concentration, mais les lois régissant cette dépendance sont fortement non-linéaires. Il n'est donc plus question de résoudre un système linéaire matriciel : il faut utiliser une méthode itérative de résolution d'un système algébrique d'équations non linéaires.

Contrairement aux modèles précédents (loi d'échelle et suivi Lagrangien), la connaissance du champ de vitesse des particules en tout point du film est nécessaire. Le suivi Lagrangien, utilisé auparavant en milieu dilué, va être remplacé par une description Eulérienne de ce champ de vitesse particulaire. Le champ de vitesse du fluide est déjà décrit de manière Eulérienne, une loi analytique liant la vitesse des particules à celle du fluide et aux propriétés de la suspension permettrait de le calculer directement.

1.2.1 Vitesse de sédimentation

La vitesse des particules diffère de celle du fluide sous l'effet de deux mécanismes (cf. chapitre 3 § 2.2) : l'action de forces extérieures et leur inertie propre. Le premier de ces mécanismes aboutit au calcul d'une vitesse terminale de glissement entre les particules et le fluide et le second à un temps de relaxation visqueux nécessaire pour atteindre cette vitesse terminale.

Nombre de Stokes

L'équation (4.27b) montre que le nombre de Stokes permet de quantifier l'erreur commise en négligeant l'effet inertiel dans la résolution du transport particulaire. Ce nombre est très sensible à la direction de la trajectoire des particules dans le film puisque le temps caractéristique au dénominateur (τ_f) défini en (3.10) est fonction du gradient spatial du champ fluide dans cette direction.

Les interactions interparticulaires qui apparaissent dans les régions de forte concentration ont pour effet d'entraver la sédimentation des particules : les effets de densité locale qui modifient la force de flottabilité et les interactions hydrodynamiques entre particules s'opposent à la sédimentation augmentée par centrifugation. La prise en compte de ces effets modifie les trajectoires des particules en les rapprochant des lignes de courant du fluide, ce qui augmente la valeur de τ_f et diminue la valeur du nombre de Stokes.

Dans le cas d'une suspension ultrafine, pour laquelle une portion déjà relativement faible des trajectoires de particules est concernée par des

effets inertiels non-négligeables, l'effet de la concentration rend cette proportion encore plus faible. De plus, la faible différence de résultat obtenue sur la séparation en prenant en compte et en négligeant l'effet inertiel (cf. chapitre 4 §3.2.2) permet de penser que cette simplification n'aura que peu d'effet sur les résultats quantitatifs de nos simulations.

En négligeant les effets inertiels, l'équation de transport (3.15) se réduit à un bilan de forces dont l'équilibre en chaque point du film permet de calculer directement le champ de vitesse des particules.

Sédimentation entravée

Sans le terme inertiel dans le modèle, les particules se déplacent toujours à leur vitesse terminale de glissement dans le fluide. Lors du phénomène de sédimentation entravée, la vitesse terminale des particules est fonction de la présence des autres particules de la suspension que l'on peut prendre en compte de manière moyennée. La trajectoire précise de chaque particule n'a pas particulièrement d'intérêt, mais la détermination de la trajectoire moyenne empruntée par chaque type de particule permet de prédire la séparation.

Des études semi-empiriques ont permis d'établir des lois analytiques de calcul des vitesses terminales de sédimentation entravée en fonction de la fraction solide ainsi que des propriétés physiques des particules et du fluide porteur. La référence en la matière est l'étude de Concha et Almendra (1979), étendue par la suite aux suspensions polydisperses (Concha *et al.*, 1992). L'utilisation de ces lois dans un modèle numérique de suivi de concentration a déjà démontré son efficacité dans les travaux de Kim et Klima (2004a,b) appliqués à la modélisation de la séparation dans des colonnes de sédimentation et dans les travaux de Wang *et al.* (2006) appliqués à la séparation en bol centrifuge fluidisé (comme le *Knelson*). La vitesse terminale de sédimentation des particules peut donc être calculée en tout point du film :

$$\vec{v}_{C\&A} = 2{,}565\, f_q(\phi)\, f_p(\phi) \left(\frac{4}{3}\,|\rho_p - \rho_s|\,\|\vec{g}\|\right)^{-2/3} \rho_s^{-5/3}\,\mu_s^{7/3}\,r_p^{-3} \left(\left(1 + 0{,}00914\left(\frac{32\,\rho_f\,|\rho_p - \rho_s|\,\|\vec{g}\|}{3\,f_p(\phi)\,\mu_s^2}\,r_p^3\right)^{3/2}\right)^{1/2} - 1\right)^2 \operatorname{sgn}(\rho_p - \rho_s)\frac{\vec{g}}{\|\vec{g}\|} \quad (5.12a)$$

Cette expression fait intervenir des coefficients f_q et f_p qui sont des fonc-

tions de la fraction solide :

$$f_q(\phi) = \left(\frac{(1-\phi)^4(1+0{,}75\phi^{1/3})}{(1-\phi+1{,}2\phi^{2/3})^3(1-1{,}45\phi)^{1{,}83}} \right)^{1/3} \tag{5.12b}$$

$$f_p(\phi) = \left(\frac{(1-\phi)^4(1+0{,}75\phi^{1/3})}{(1-\phi+1{,}2\phi^{2/3})^{3/4}(1-1{,}45\phi)^{1{,}83}} \right)^{2/3} \tag{5.12c}$$

La loi de Concha et Almendra (1979) est valable pour des suspensions monodisperses. Pour prendre en compte la polydispersité des particules dans la suspension, la méthode utilisée est celle détaillée par Concha et Bürger (Bürger *et al.*, 2000; Concha et Bürger, 2002). Elle consiste à utiliser une loi de sédimentation entravée pour des suspensions monodisperses pour chaque classe de particules, tandis que les effets de la concentration sur la viscosité et la densité locale de la suspension, vue comme un milieu continu, ainsi que les effets sur la perturbation du champ de vitesse du fluide cumulent ceux de toutes les classes. Par conservation du volume, en sédimentant dans le film, une particule déplace du fluide dans le sens opposé à son mouvement. À l'écoulement de base s'ajoute donc une perturbation pour assurer la conservation du volume dans chaque maille. C'est notamment à travers cette vitesse du fluide modifiée que l'on tient compte de la présence de toutes les classes granulométriques. De même, la fraction solide qui entrave la sédimentation d'un type de particule donné n'est pas seulement sa fraction propre mais la somme de toutes les fractions de la suspension.

$$\vec{v}_p - \vec{u}_s = \vec{v}_{C\&A}\left(r_p, \rho_p, \rho_s, \mu_s, \vec{g} = \omega^2 r \vec{e}_r, \phi = \textstyle\sum_p \phi_p\right) \tag{5.13a}$$

$$\text{où} \quad \vec{u}_s = \vec{u} - \frac{\sum_p \vec{v}_{C\&A,p}\,\phi_p}{1-\sum_p \phi_p} \tag{5.13b}$$

Pour calculer ϕ, il faut préalablement connaître le champ de vitesse $\vec{v}$ lui-même dépendant de ϕ et des propriétés physiques du fluide et des particules. Afin compléter la modélisation pour déterminer à la fois le champ de vitesse des particules et leurs champs de concentration, il faut encore prendre en compte l'effet de la concentration sur les propriétés physiques de la suspension.

1.2.2 Propriétés locales de la suspension

La fraction solide de chaque type de particule variant d'une maille à l'autre du film, les propriétés physiques de la suspension sont propres à chaque maille. Elles sont donc calculées dans chaque maille avec les fractions locales de chaque type de particule.

Densité locale

La densité du fluide porteur est constante. A une échelle macroscopique, la suspension de particules de densités différentes se comporte toutefois

comme un fluide dont la densité (ρ_s) diffère de celle du fluide porteur. Comme les valeurs calculées sont moyennées dans le temps, cette description macroscopique convient bien à ce modèle.

$$\rho_s = \sum_p \phi_p \rho_p + \left(1 - \sum_p \phi_p\right) \rho_f \tag{5.14}$$

Viscosité locale

Tout comme la densité, la viscosité effective de la suspension (μ_s) s'éloigne de la viscosité du fluide porteur à mesure qu'augmente la fraction solide. L'effet de la concentration sur la viscosité a été l'objet de nombreuses études (Shi et Napier-Munn, 1995; Hunt *et al.*, 2002) qui ont abouti à un certain nombre de lois empiriques et semi-empiriques. Stickel et Powel (2005) synthétisent l'état de l'art de ces lois. Ils concluent que tant que la concentration demeure inférieure à 40% volumique, la suspension conserve un comportement Newtonien. Dans ces conditions, ils indiquent que la loi de Maron et Pierce (1956) — réécrite de manière plus générale par Krieger et Dougherty (1959) — est très satisfaisante :

$$\frac{\mu_s}{\mu} = \left(1 - \frac{1}{\phi_{\max}} \sum_p \phi_p\right)^{-[\eta]\phi_{\max}} \tag{5.15}$$

La fraction volumique maximale ($\phi_{\max}$) atteignable en compactant la suspension dépend de la polydispersité granulométrique de la suspension. Le coefficient $[\eta]$ vaut $5/2$ pour des sphères dures (Einstein, 1956). L'estimation de $\phi_{\max}$ *a priori* reste toutefois problématique. Pour des suspensions monodisperses de sphères dures, sa valeur est d'environ $\phi_{\max} \approx 0.63$ (McGeary, 1961). Dans les cas d'utilisation d'un Falcon, que ce soit dans un procédé minier ou pour la dépollution de sédiments envisagée, la granulométrie des particules qui composent la suspension s'étale sur une large gamme de tailles : le rapport entre les plus grosses particules et les plus petites peut atteindre plusieurs ordres de grandeur. Les petites particules pouvant occuper l'espace libre entre les plus grosses, la compacité maximale réelle est très supérieure à celle d'une suspension monodisperse. Par la suite, la valeur de $\phi_{\max} = 0{,}8$ est utilisée car au dessus de cette valeur, la loi d'évolution de la viscosité (5.15) subit des variations faibles (cf. figure 5.4) dans la gamme pertinente pour la modélisation (de 0 à 40%). La valeur de 0,8 est donc applicable aux diverses suspensions susceptibles d'être traitées. Pour tenir compte des effets non Newtoniens, des lois ont été proposées pour lier $\phi_{\max}$ au taux de cisaillement (Krieger et Dougherty, 1959) dans l'équation (5.15), mais les conditions de fonctionnement du Falcon font que, dans les régions où s'opèrent les mécanismes importants de la séparation, la concentration devrait rester modérée et ces effets peuvent être négligés.

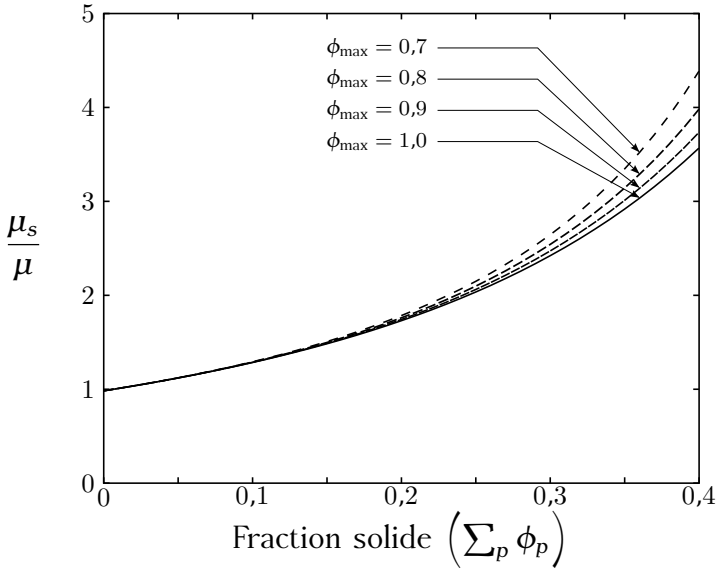


Figure 5.4: Loi d'évolution de la viscosité de la suspension en fonction de la fraction solide, pour différentes valeurs de ϕ_{max}.

2 Résolution du modèle

Le champ de concentration modifie les champs de vitesse des particules et les propriétés locales de la suspension. Il en est aussi dépendant. Afin de calculer une séparation à partir des différentes lois régissant le transport des particules présentées précédemment, il faut intégrer le tout dans une méthode numérique permettant de coupler toutes ces valeurs.

2.1 Calcul des champs de vitesse et de concentration

La méthode utilisée ici est itérative : le champ de concentration est calculé à partir des champs de vitesse de chaque type de particule, puis les champs de vitesse sont recalculés avec le nouveau champ de concentration obtenu et ainsi de suite. Le calcul s'arrête lorsque la variation maximale de la concentration dans toutes les mailles du film, entre deux itérations, est inférieure à une consigne d'erreur. Après chaque calcul du champ de concentration, les propriétés locales de la suspension sont recalculées en chaque maille. Les champs de vitesse des particules sont initialisés avec le champ de vitesse du fluide ou avec la solution d'un calcul précédent pour une lavabilité et une concentration proches.

Cette méthode n'est pas la plus efficace du point de vue de la vitesse de convergence, mais elle parvient à résoudre le problème dans des temps acceptables : quelques itérations pour des concentrations inférieures à 5% en volume, plusieurs dizaines d'itérations en approchant de 20% en volume pour une erreur tolérée de 10^{-6} sur la concentration et l'initialisation

par défaut. Des méthodes plus élaborées ont été essayées mais elles ne parviennent pas à converger pour les hautes concentrations et leur gain n'est pas significatif dans les cas dilués. En effet, le champ de concentration est très sensible aux champs de vitesses des particules puisqu'il n'est imposé qu'à l'entrée du film puis propagé dans tout le domaine par transport des particules. Si un champ de vitesse n'est pas physiquement cohérent, la résolution du champ de concentration diverge et met fin à la méthode itérative. C'est aussi pourquoi les oscillations dans la solution du calcul de la concentration avec le schéma centré (cf. §1.1.4) rendent la méthode inopérante.

L'intérêt de la résolution itérative simple est de suivre un cheminement pseudo-temporel où chacune des itérations est la conséquence de la précédente sans méthode d'anticipation de la solution. Ainsi, les champs de vitesses et de concentration sont toujours cohérents. Cette affirmation n'est pas valable pour les cas très concentrés pour lesquels une faible variation du champ de vitesse peut provoquer de grands sauts de concentration. Dans ces cas, la méthode est stabilisée par une relaxation du champ de concentration qui limite ses variations au cours d'une itération.

Aucune différence significative n'a été constatée sur la séparation entre un domaine discrétisé en $n_i n_j = 100 \times 50$ mailles et un domaine discrétisé en 200×100 mailles. Aussi, l'ensemble des simulations présentées par la suite ont été calculées pour 100×50 mailles.

2.2 Critère de capture

La vitesse des particules est calculée en chaque maille du film discrétisé, ce qui donne un champ de vitesse stationnaire pour chaque type de particule. Le champ étant stationnaire, ses trajectoires se superposent à ses lignes de courant. Pour calculer la trajectoire d'une particule passant par un point donné, il suffit donc de calculer la ligne de courant correspondante.

Cette propriété est particulièrement intéressante puisqu'il est très aisé de calculer une ligne de courant en la parcourant dans le sens opposé à l'écoulement, ce qui revient ici à calculer une trajectoire en remontant dans le temps. Cette conséquence de l'hypothèse d'inertie négligeable des particules (cf. §1.2.1) permet donc de calculer directement la position de départ dans le film d'où est issue la trajectoire atteignant la paroi du bol juste à la sortie (cf. figure 3.4). Cette position (Y_0) de départ correspond donc à la longueur de sédimentation critique de capture (L_{bol}) et permet de calculer la fraction piégée de chaque type de particule (cf. chapitre 3 §1.2.2).

Comme la description Eulérienne de la fraction solide et de la vitesse de chaque type de particule est connue, il n'est en fait pas utile d'utiliser le critère de capture sur la trajectoire, si ce n'est pour le comparer au modèle dilué. Avec les fractions solides et les vitesses, les flux de particules sont connus. Le bilan des flux entrants (alimentation) et sortants (concentré et

rejets) donne des résultats plus précis que le calcul de Y_0. C'est donc avec cette méthode qu'est calculée la séparation.

2.3 Utilisation du modèle

Le modèle en milieu dilué, présenté au chapitre 4, présente l'intérêt essentiel de prédire la séparation uniquement à partir des données opératoires de commande de l'appareil. Le lien direct entre les consignes de commande du séparateur et la séparation obtenue permet de régler aisément les conditions opératoires nécessaires afin d'obtenir un objectif donné de séparation.

Le modèle concentré présenté ici n'est plus capable de prédire une telle séparation directement et calcule les flux sortants en fonction de l'entrant. La séparation obtenue devient alors sensible à la composition de la suspension d'alimentation, plus difficile à qualifier en pratique que les réglages du séparateur. Pour un usage pratique, il est alors important de savoir quelles propriétés (concentration, distribution densimétrique, granulométrie) de la suspension traitée ont le plus d'impact sur la séparation, afin de concentrer l'effort de mesure nécessaire sur celles-ci.

2.3.1 Comportement en milieu dilué

Pour valider la modélisation de la séparation pour des suspensions concentrées, un point de départ consiste à comparer ses prédictions avec celles de la loi d'échelle pour vérifier si son comportement asymptotique est le bon. En milieu dilué, les interactions interparticulaires sont négligeables, donc cette vérification est potentiellement réalisable avec une lavabilité d'alimentation quelconque. Le modèle concentré et la loi d'échelle reposent sur l'hypothèse que le nombre de Stokes demeure faible. Par contre, seul le modèle numérique prend en compte l'effet du Reynolds particulaire : son effet sur la traînée est inclus dans l'expression empirique de la vitesse terminale de sédimentation (5.12a). Afin d'être certain de rester à des Reynolds particulaires faibles, il faut utiliser une suspension peu dense et de granulométrie fine. Les calculs ont donc été réalisés avec la lavabilité d'un sédiment type (cf. annexe B) qui satisfait ces deux critères.

Il est impossible de faire tourner le modèle avec une concentration nulle car cela reviendrait à vouloir séparer des particules dans une suspension qui n'en contient pas. Cela n'a physiquement pas de sens, les flux entrants et sortants sont nuls et il est impossible de calculer leurs rapports. Pour comparer le modèle concentré à la loi d'échelle, seul le comportement asymptotique quand la fraction solide tend vers zéro est calculable. Deux types d'observations permettent alors de comparer les deux approches : d'une part l'écart quantitatif des deux solutions pour des suspensions diluées, et d'autre part l'évolution de cet écart avec la concentration. En effet, l'approche très différente pour résoudre le problème conduit inexorable-

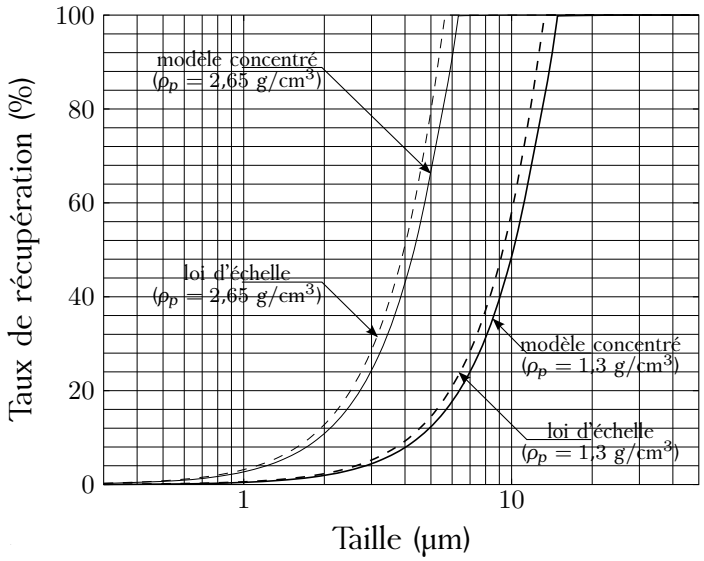
ment à des écarts quantitatifs entre les solutions, mais l'évolution de cet écart permet de définir le domaine de validité du modèle dilué.

Les prédictions de la loi d'échelle et du modèle sont tracées sur la figure 5.5. Les méthodes de résolution différentes aboutissent à des résultats quantitativement très proches. Les tendances d'évolution sont exactement identiques, seul un léger décalage de la coupure les distinguent. Une valeur de la constante de calage λ d'environ 0,8 dans l'équation (4.18) fait parfaitement correspondre la loi d'échelle au modèle. Comme la loi d'échelle a déjà été validée expérimentalement, l'idéal serait de corriger le modèle avec l'équivalent d'une constante $\lambda \approx (0{,}8)^{-1}$, malheureusement ce modèle ne possède pas de telle constante de calage et il n'est pas facile d'en ajouter une. Pour une meilleure prédiction, il faudrait déterminer comment mieux prendre en compte la géométrie, voire la tridimensionalité de l'écoulement, puisque ce sont les deux principales raisons d'être de la constante de calage dans la loi d'échelle (cf. chapitre 4 §1.2.1). Les solutions données par les deux méthodes restent de toute façon en très bon accord.

La figure 5.6 permet de visualiser l'évolution de la séparation en fonction de la concentration d'alimentation. Pour des valeurs de concentration inférieures à 1% volumique, l'effet de la concentration est négligeable, ce qui signifie que la modélisation reposant sur l'hypothèse de milieu dilué reste valable. Au delà de 1% la solution du modèle concentré s'éloigne de la solution pour un milieu dilué, ce qui se traduit par un déplacement de la coupure, par contre les tendances d'évolution sont conservées. En fonction de la précision souhaitée sur la prédiction, il est donc possible d'utiliser des prédictions reposant sur l'hypothèse de milieu dilué, même appliquées à des suspensions concentrées, ce qui évite de devoir prendre en compte la dépendance de la séparation à la lavabilité d'alimentation de l'appareil. Pour une estimation rapide de la séparation, cela permet de bien simplifier le problème et est en soi un résultat intéressant en faveur de l'utilisation de la loi d'échelle dans un contexte pratique.

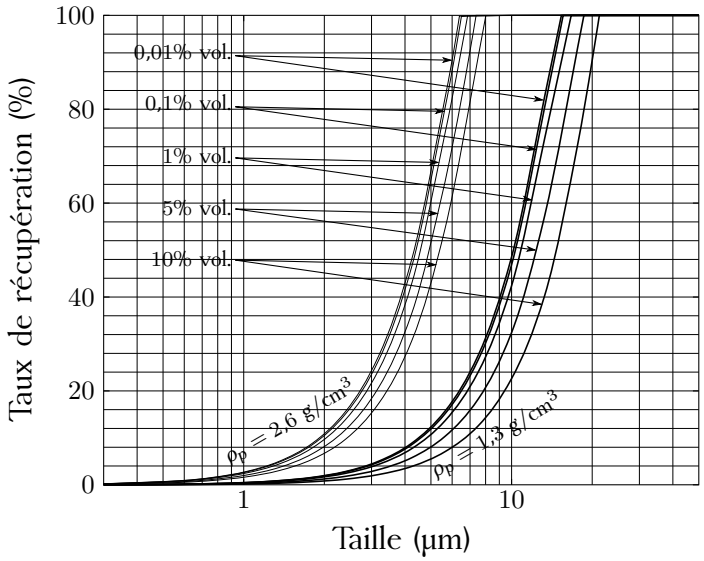
2.3.2 Effet de la concentration sur la séparation

En mélangeant des particules de densités différentes dans une suspension, celles-ci impactent et subissent différemment les effets collectifs et les propriétés de la suspension. Les particules peu denses changent peu la densité de la suspension mais, lorsque celle-ci évolue, leur trajectoire est impactée significativement. En effet, la loi d'échelle (4.13) montre que les particules sont plus ou moins impactées en fonction de leur écart de densité avec le fluide porteur : elles sont d'autant plus sensibles aux variations de la densité de suspension que leur densité propre en est proche. À l'inverse, les particules plus denses sont moins sensibles aux variations de densité de la suspension du fait de leur plus grand écart de densité avec le fluide, mais elles modifient fortement la densité de suspension à leur voisinage. Dans les régions où elles sont très concentrées, elles peuvent imposer une



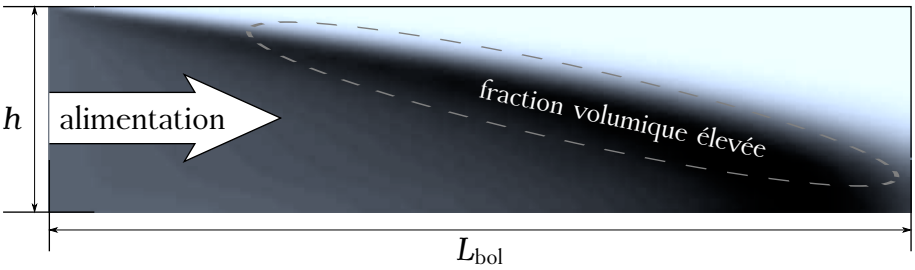
Simulation pour un sédiment type (cf. annexe B) à 0,01% en volume.
$Q = 2$ l/min, $\omega = 1000$ tr/min, bol Falcon UF40, $n_i = 100$, $n_j = 50$

Figure 5.5: Comparaison des résultats simulés avec la loi d'échelle (4.13).



Simulations pour un sédiment type (cf. annexe B) pour des concentrations volumiques de 0,01%, 0,1%, 1%, 5% et 10% de solide.
$Q = 2$ l/min, $\omega = 1000$ tr/min, bol Falcon UF40, $n_i = 100$, $n_j = 50$

Figure 5.6: Comparaison des résultats simulés pour différentes concentrations d'alimentation.



Suspension bimodale en densité : 1,1 (densité basse) et 3 g/cm^3 (densité haute)
Concentration volumique de 5%
Granulométrie de la fraction dense : Rosin-Rammler (d = 23,35 µm, k = 0,3285)
Granulométrie de la fraction peu dense : Rosin-Rammler (d = 15 µm, k = 0,6369)
cf. Rosin et Rammler (1933)
Fraction volumique tracée pour une particule de densité basse de 51,5 µm.

Figure 5.7: Évolution de la fraction volumique d'une classe de particules peu denses dans une suspension bidisperse en densité.

densité locale suffisamment élevée pour s'opposer à la sédimentation des particules moins denses. Ainsi, augmenter la fraction solide d'alimentation accroît l'importance des effets de concentration locale qui dépendent de la lavabilité d'alimentation, ce qui peut potentiellement jouer un rôle favorable dans la séparation de particules sur un critère densimétrique.

De plus, chaque particule migrant dans le film déplace un volume de fluide équivalent dans le sens opposé par conservation du volume de la suspension. Dans les régions où des particules sédimentent rapidement, le reflux du fluide est particulièrement important et évite de voir sédimenter d'autres particules moins denses. L'effet du reflux a donc tendance à amplifier le rôle du différentiel de vitesse de sédimentation entre particules qui est le principe fondamental de séparation dans un concentrateur Falcon.

La figure 5.7 montre le champ de fraction volumique simulé d'un type de particule donné. Elle illustre l'amélioration de la séparation des particules qui résulte des effets collectifs. En effet, sous la région la plus concentrée en ce type de particule se situe une région moins concentrée. Le type de particule représenté sur la figure fait partie de la fraction de densité basse d'une suspension bimodale en densité. Tant que beaucoup de particules denses sédimentent dans le film, le reflux et la densité locale élevée retiennent les moins denses qui se concentrent dans une région située au dessus de la région où sédimentent les plus denses. Ce n'est qu'une fois que suffisamment de denses ont été piégées que la région concentrée en moins denses parvient à atteindre la paroi.

En augmentant la fraction volumique des particules denses, il est donc possible d'allonger la longueur de sédimentation des moins denses. En liant ce constat au critère de capture défini à la section §1.2 du chapitre 3, l'augmentation de la concentration solide semble améliorer la coupure densimétrique. L'effet de la sédimentation entravée augmente les longueurs de

sédimentations des particules par rapport à la sédimentation libre du cas dilué. Cette amélioration supposée n'est donc exploitable en pratique que s'il existe un jeu de conditions opératoires qui permet, pour une longueur de bol donnée, de situer la coupure à la densité désirée.

De plus, la modélisation utilisée ici repose sur l'hypothèse que la suspension se comporte comme un fluide Newtonien, ce qui n'est plus le cas au delà d'une fraction volumique de solide de 40% (cf. §1.2.2). Au delà d'une certaine valeur, l'hypothèse de non-resuspension depuis le film devient aussi invalide. Si tout le film est une suspension déjà concentrée, alors la concentration due à la séparation des particules peut rendre le transport granulaire important, y compris dans le film fluant. Dans ce cas, le transport par le seul champ de vitesse du fluide pris en compte dans les modèles est insuffisant pour capter toute la physique. À ce moment là, la frontière entre le lit piégé et les particules transportées dans le film n'est plus nette et les interactions granulaires peuvent remettre des particules en suspension. Les modèles présentés ici sont incapables de prendre en compte cette physique.

L'effet de la concentration que prend en compte la modélisation détaillée précédemment augmente la longueur de sédimentation de toutes les particules. Cette augmentation peut être bénéfique pour la séparation s'il est possible de faire fonctionner l'appareil dans des conditions opératoires telles que la récupération ne chute pas trop. En augmentant la concentration, des effets non pris en compte par le modèle apparaissent et rallongent encore les longueurs de sédimentation. Les interactions granulaires entre les particules transportées et le lit peuvent même libérer les particules piégées, rendant leur longueur de sédimentation apparente (qui n'est plus une longueur de sédimentation mais une longueur avant piégeage) potentiellement infinie. Au final, même s'il est impossible de quantifier cette limite avec le modèle, une concentration critique existe, au delà de laquelle la récupération des particules, même lourdes, devient impossible. La séparation devient alors impossible quelles que soient les conditions opératoires du concentrateur Falcon. En se référant aux consignes préconisées par Falcon, cette limite serait atteinte pour une fraction volumique d'environ 20% (Falcon indique 40% massique pour de la séparation de minéraux, donc une densité d'au moins 2,6).

3 Séparation en milieu concentré

3.1 Effets relatifs des différents mécanismes

Les effets collectifs entre particules sont pris en compte à travers quatres mécanismes. Deux de ces mécanismes sont des variations des propriétés physiques de la suspension. La viscosité est fonction de la fraction solide et la densité est fonction du taux de présence de chaque type de particule. Contrairement à la viscosité, la densité est donc sensible à la lavabilité

d'alimentation. Les deux autres mécanismes sont la vitesse de sédimentation entravée qui prend en compte les interactions hydrodynamiques entre particules, et le reflux. Seul le reflux de fluide déplacé par les particules lors de leur sédimentation est sensible à la lavabilité d'alimentation. La sédimentation entravée ne dépend que de la fraction solide totale. Tous ces mécanismes sont passés en revue pour déterminer leurs effets respectifs sur diverses suspensions. Pour observer leur impact, des simulations ont été effectuées en désactivant un à un chacun des mécanismes dans la résolution numérique. En mesurant l'écart entre la solution obtenue sans les prendre en compte et la solution complète, il est possible de conclure sur leur rôle. En testant ainsi successivement tous les mécanismes, leurs impacts respectifs sont déterminés indépendamment les uns des autres.

Il n'est pas évident de mesurer l'écart entre deux simulations, particulièrement pour un problème de transport comme celui étudié ici qui cherche à capter un front (ici un front de fraction de solide, cf. figure 5.3). Deux solutions proches peuvent en effet différer localement très fortement dans la région du front. Les valeurs extrêmes de l'écart ne sont donc pas pertinentes pour les comparer. Une manière de procéder est de calculer un écart calculé globalement comme l'écart moyen.

Pour observer l'effet des différents mécanismes sur les différents types de particules, il faut pouvoir déterminer un écart pour chacun d'eux. Ainsi, ce sont des valeurs calculées à partir du champ de fraction volumique de chaque type de particule qui sont présentées ci-après. Il est alors possible d'identifier les particules les plus sensibles à chacun des mécanismes. En choisissant comme indicateur de l'erreur, la moyenne des écarts à la fraction volumique de référence (quand tous les mécanismes sont pris en compte) dans toutes les mailles, les simulations montrent que la variation de la viscosité du fluide a un impact faible par rapport aux autres paramètres. Les valeurs extrêmes de l'erreur sur l'ensemble des classes de particules pour une suspension concentrée à 5% en volume contenant des particules comprises entre 1,05 et 8 g/cm^3 et entre 0,5 et 50 µm sont reportés table 5.1. Ces valeurs ne peuvent pas être interprétées quantitativement car elles sont très dépendantes des paramètres opératoires de la simulation, mais l'effet des différents mécanismes est comparable pour un jeu de paramètres donnés. Seul le rapport de ces valeurs est pertinent et non leur valeur absolue, c'est pourquoi les valeurs dans la table 5.1 sont reportées à un coefficient près afin de les situer dans un ordre de grandeur comparable à l'unité.

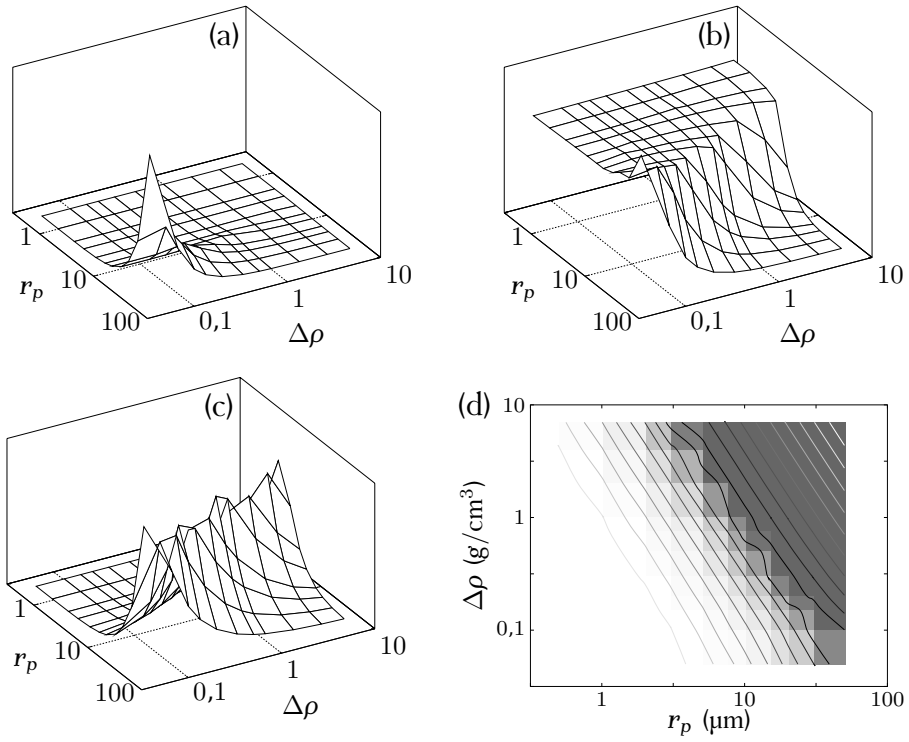
L'effet relatif des trois autres paramètres n'apparaît pas directement dans les résultats de la table 5.1 car ils modifient tous le champ de concentration dans des gammes d'erreur comparables. Par contre, ils se distinguent par les particules dont ils impactent le transport.

L'effet de la densité locale du fluide agit surtout sur les particules très peu denses et grenues (cf. figure 5.8). Ce phénomène est très intéressant du point de vue de la séparation car il s'oppose au piégeage des particules peu

	Mécanisme désactivé			
	Densité de suspension	Sédimentation entravée	Reflux du fluide	Viscosité de suspension
Eq.	(5.14)	(5.13a)	(5.13b)	(5.15)
Max.	5,17	1,0	0,21	0,02
Min.	0,001	0,006	0,0001	0,0003
Moy.	0,21	0,21	0,11	0,006

Résultats pour une suspension d'alimentation aux distributions de taille et de densité très étalées (1,05–8 g/cm^3, 0,5–50 µm) à une concentration de 5% volumique.

Table 5.1: Écart entre la solution complète et la solution ne tenant pas compte d'un mécanisme d'interaction particulaire.



Particules impactées par l'effet de :
(a) la densité de suspension, (b) le reflux du fluide, (c) la sédimentation entravée
(d) Contour de la surface tracée en (c) superposé sur le taux de récupération (C_p) en niveau de gris
$Q = 3$ l/min, $\omega = 1200$ tr/min, bol Falcon UF40, $n_i = 100$, $n_j = 50$

Figure 5.8: Classes de particules impactées par les différents mécanismes dus à la concentration.

denses lorsque celles-ci sont suffisamment grosses, ce qui justifie que, pour des suspensions dont la fraction piégée n'est pas trop fine, la séparation opère sur un critère densimétrique alors que la loi d'échelle (4.13) écrite pour les milieux dilués prévoit un effet granulométrique plus important. Pour des suspensions ultrafines, l'effet doit être moins important, cependant il n'est pas pour autant négligeable. La table 5.1 montre que, pour certaines particules, l'effet de la densité locale prédomine d'au moins un ordre de grandeur par rapport à tous les autres, alors que la suspension testée reste dans la gamme de tailles ciblée par cette étude. Le fait que les particules les plus fines soient moins sensibles à cet effet est plus étonnant. De fait, l'effet de la densité de suspension ne les touche quasiment pas. Cela s'explique car les autres mécanismes masquent cet effet en s'opposant à leur sédimentation et font qu'elles ne se trouvent de toute façon pas dans les régions denses (cf. figure 5.7). Seules les particules grenues qui sont capables de surmonter les autres mécanismes y parviennent. Sur elles, l'effet de la densité sur la séparation s'explique aisément par la sensibilité de leur flottabilité en fonction de la densité de la suspension.

L'ensemble des types de particules sensibles à la sédimentation entravée et du reflux du fluide est intimement lié aux classes de particules qui se retrouvent à la fois dans le concentré et dans les rejets en quantité non négligeable. En effet, les particules les plus sensibles à l'effet de la sédimentation entravée (5.13a) sont les particules les plus fines et les moins denses parmi celles qui sont récupérées à 100% (cf. figure 5.8, courbes (c) et (d)). L'effet de la sédimentation entravée diminue et tend vers zéro en s'éloignant de cette limite.

L'effet de reflux du fluide varie aussi beaucoup dans cette région sauf que lui est quasiment constant pour les petites tailles et les faibles densités sous cette courbe, et quasiment nul de l'autre côté de la courbe. Dans les régions éloignées des gammes où se situe la séparation, l'effet des différents mécanismes sur la concentration des particules n'influence pas la séparation. Notamment, la région pour laquelle le reflux est constant correspond à l'ensemble des particules dont la récupération est presque nulle : peu importe qu'il s'oppose à leur sédimentation ou non, celles-ci partent de toute façon dans les rejets. Il n'y a que dans la région où se situe la séparation que son effet pourrait jouer. Cependant dans cette région, c'est l'effet de la sédimentation entravée qui prédomine d'un ordre de grandeur (cf. valeurs maximales dans la table 5.1). Le reflux du fluide n'a donc pas un impact important sur la séparation, son effet est dissimulé par celui des interactions particulaires directes.

À l'instar du reflux qui ne joue pas de rôle dans la région de récupération quasi-nulle, l'effet de la sédimentation entravée n'influe pas sur la séparation dans la région où la récupération est totale. Au dessous de la ligne qui démarque la région de récupération à 100%, l'écart est grand entre les champs de concentrations calculés avec et sans prise en compte de la sédimentation entravée, ce qui signifie que son effet est important sur le

transport des particules partiellement récupérées dans le piège et dans les rejets. Ce phénomène induit par la concentration joue donc un rôle majeur dans la séparation.

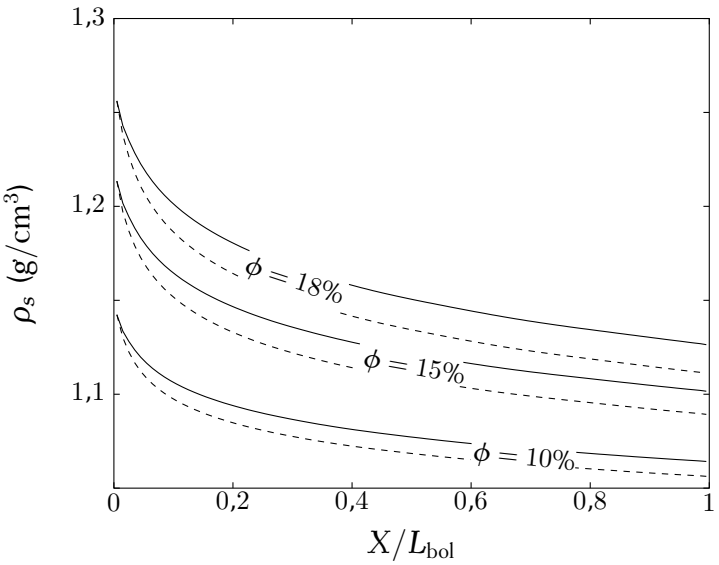
3.2 Intégration de l'effet de la concentration dans le modèle dilué

L'effet de l'augmentation de la concentration sur la séparation est provoqué essentiellement par deux mécanismes dus aux effets collectifs : la densité de suspension et les interactions particulaires directes. Maintenant que ces mécanismes sont identifiés, il serait très intéressant, du point de vue de la portée du modèle, de pouvoir les prendre en compte dans le modèle décrit précédemment afin d'en tirer un modèle général du concentrateur Falcon d'usage aisé.

3.2.1 Densité apparente

Il est possible d'intégrer l'effet de la densité de suspension, en utilisant une densité apparente dans le modèle dilué différente de la densité du fluide porteur. Le principe de séparation du concentrateur Falcon permet d'identifier la densité pertinente à utiliser. Les particules sédimentent dans le film et sont piégées à la paroi. Les particules piégées à la paroi n'ont plus d'effet sur la séparation, donc la concentration diminue le long du film dans le sens de l'écoulement. Une particule de densité donnée peut donc être à l'entrée du film dans une suspension dont la densité retient sa sédimentation, mais celle-ci diminuant le long du film, la particule peut se trouver dans une région plus favorable à sa sédimentation avant d'atteindre la sortie du bol. La dernière densité susceptible de s'opposer au piégeage des particules est celle à la sortie du bol. Comme toutes les particules en suspension à la sortie du bol partent dans les rejets, utiliser cette densité comme densité apparente dans le modèle dilué revient à utiliser la densité réelle de la suspension au point où est évalué le critère de capture, ce qui constitue une approximation *a priori* très pertinente.

En pratique, pour des suspensions constituées de matériaux différents, les fractions d'alimentation sont bien distinctes en densité. De ce fait, les particules piégées atteignent la paroi bien avant la sortie du bol et la densité évolue ensuite assez peu jusqu'à la sortie. Pour les particules ultrafines, leur taille joue un rôle important. En milieu dilué, l'équation (4.11) indique que la longueur de sédimentation varie en une loi puissance d'exposant $2/(1+\alpha)$ en fonction de la taille. En milieu concentré, cette loi varie quantitativement mais suit toujours cette tendance, ce qui signifie que pour des suspensions dont la granulométrie s'étend sur une gamme étendue, les longueurs de sédimentation des particules varient rapidement. Ainsi la majorité des particules piégées a sédimenté bien avant la sortie, et les particules rejetées sont encore loin de la paroi. Ces observations sont bien vérifiées dans le cas

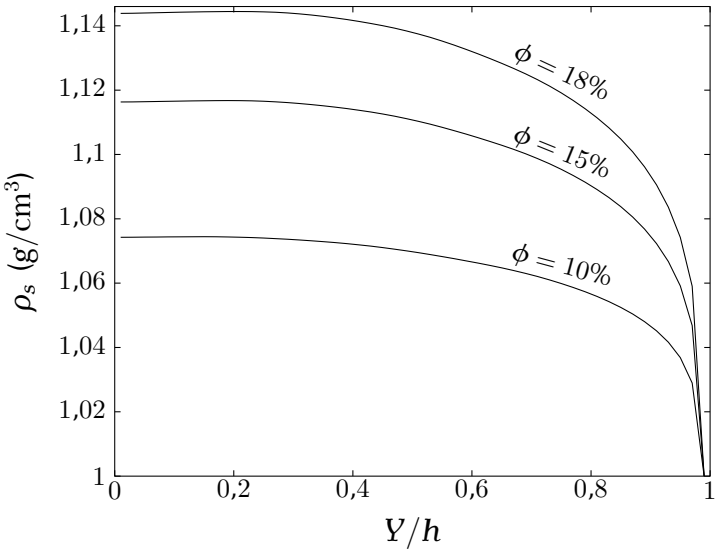


— $\omega = 1000$ tr/min, - - $\omega = 1300$ tr/min
Sédiment type (cf. annexe B) à 10%, 15% et 18% en volume.
$Q = 2$ l/min, densité moyennée dans la direction Y, bol Falcon UF40
$n_i = 100$, $n_j = 50$

Figure 5.9: Évolution de la densité dans le film entre l'alimentation et la sortie du bol.

des sédiments (cf. annexe B) et rendent donc l'utilisation de la densité des rejets comme densité apparente particulièrement justifiée dans ce contexte. Pour illustrer ce propos, la figure 5.9 représente l'évolution le long du bol de la densité de la maille située à la moitié de l'épaisseur du film, pour la lavabilité d'alimentation d'un sédiment type (cf. annexe B). Celle-ci diminue rapidement à l'entrée du film, puis varie peu jusqu'à la sortie du bol.

En poursuivant la démarche de sélection de la valeur de la densité de suspension où est évalué le critère de piégeage, la densité choisie est celle, dans la section de sortie du film, qui est à la paroi du bol. La densité à la sortie du bol varie de toute façon assez peu à partir d'une certaine distance de la surface libre (cf. figure 5.10). Ceci provient de la remarque détaillée précédemment selon laquelle les particules rejetées ont, pour beaucoup, des distances de sédimentation bien plus longues que le bol et ont très peu sédimenté avant d'atteindre la sortie, comme le montre la courbe de flux total sur la figure 5.11. Cette figure représente le flux piégé total et pour chaque classe de particules. Si les particules restaient là où elles impactent la paroi, les courbes correspondraient à la variation d'épaisseur du lit au cours du temps à une position donnée à la paroi du bol. En pratique, les particules piégées impactent la paroi relativement tôt puis sont draînées par la force centrifuge jusque dans la zone de rétention qui se rempli progressivement. Certaines classes piégées qui illustrent bien l'allure des



Sédiment type (cf. annexe B) à 10%, 15% et 18% en volume.
$Q = 2$ l/min, $\omega = 1000$ tr/min, $X = L_{\text{bol}}$, bol Falcon UF40
$n_i = 100$, $n_j = 50$

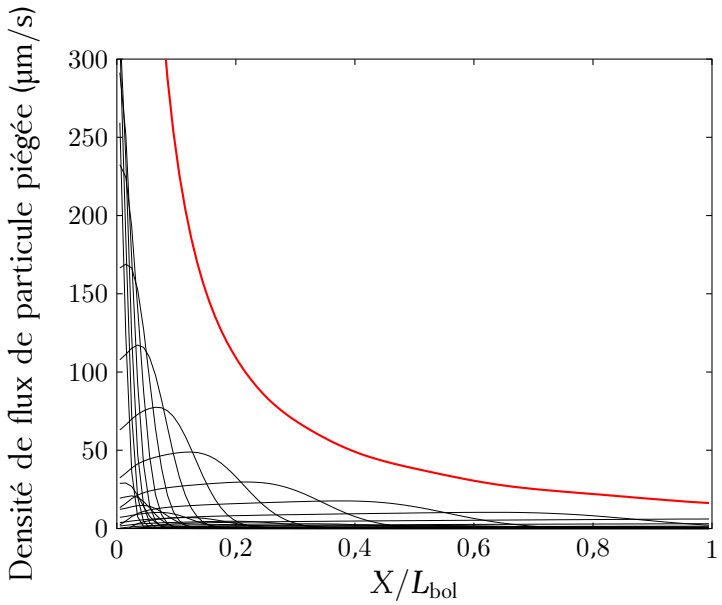
Figure 5.10: Profils de densité de suspension dans le film en sortie de bol.

profils sont tracées sur la figure 5.12 sous la forme de profils renormés par rapport à leur valeur maximale de sorte que les courbes sont lisibles sur une même échelle.

Comme la récupération (4.17) dépend de la lavabilité d'alimentation, même dans l'hypothèse d'un milieu dilué, et comme l'expression de C_p dans l'équation (4.16) n'est pas bijective, le calcul de la densité des rejets ne peut pas être intégré analytiquement dans l'expression de la récupération. L'utilisation d'une densité apparente dans le modèle dilué pour prendre en compte les effets de concentration impose de résoudre ce problème numériquement avec une méthode itérative pour déterminer la fonction de coupure et la densité des rejets en même temps.

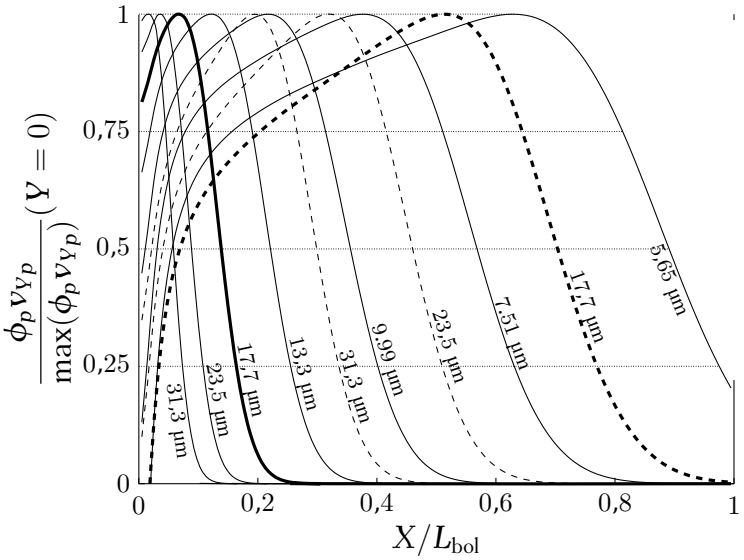
3.2.2 Effet sur la constante de calage

L'écart dû aux interactions hydrodynamiques directes entre particules augmente avec le taux de récupération pour l'ensemble des particules dont la récupération n'est pas totale. La fonction de séparation (4.18) définit une constante de calage λ qui n'a pas d'effet pour les particules totalement récupérées mais agit comme un coefficient sur le taux de récupération des particules partiellement récupérées. L'effet de ce coefficient λ touche les mêmes classes de particules que l'effet des interactions dues à la concentration. En exprimant λ comme une fonction de la concentration d'alimentation et non plus comme une constante, il doit alors être possible de prendre



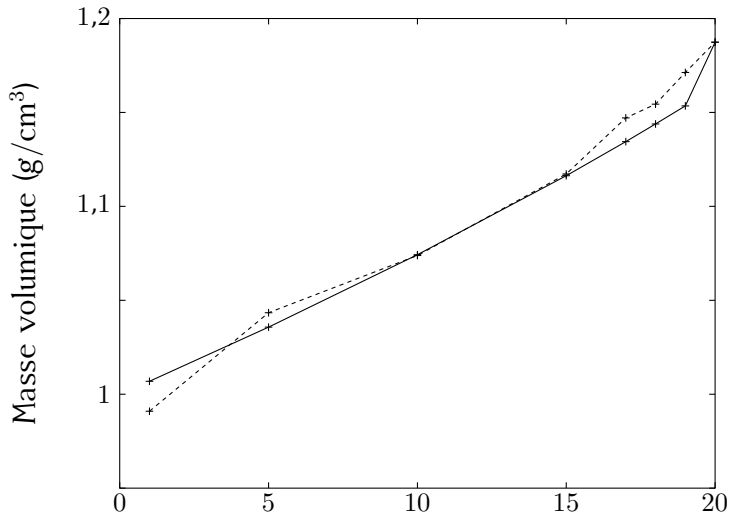
— flux de chaque classe particulaire, — flux total
Sédiment type (cf. annexe B), $Q = 2$ l/min, $\omega = 1300$ tr/min

Figure 5.11: Flux de particules piégées à la paroi du bol.



— $\rho_p = 2{,}65$ g/cm^3, - - $\rho_p = 1{,}3$ g/cm^3
Sédiment type (cf. annexe B), $Q = 2$ l/min, $\omega = 1300$ tr/min

Figure 5.12: Profils des distributions de particules piégées le long de la paroi du bol.



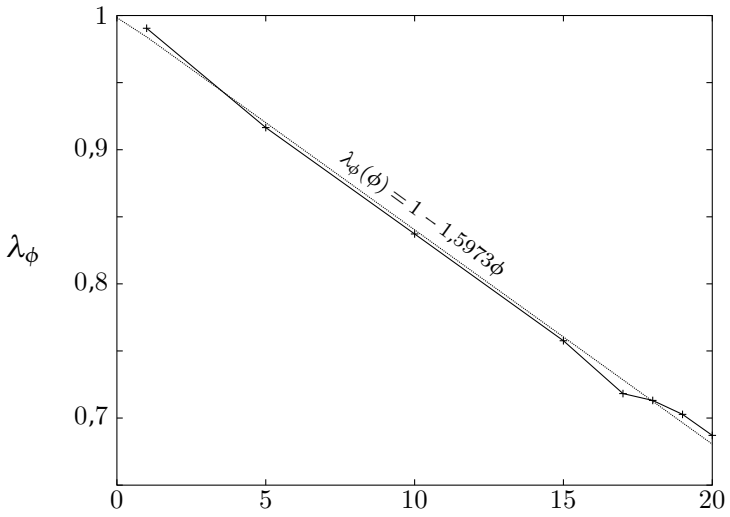
— densité des rejets, --- résultat d'optimisation
Sédiment type (cf. annexe B), $Q = 2$ l/min, $\omega = 1000$ tr/min

Figure 5.13: Comparaison de la densité des rejets et de la densité apparente obtenue par la méthode des moindres carrés.

en compte l'effet de la concentration dans le modèle écrit pour les milieux dilués. Il est intéressant de noter que l'effet du reflux du fluide déplacé par les particules qui sédimentent concerne les mêmes classes de particules. Même si cet effet est *a priori* faible devant celui des interactions directes (cf. §3.1), il sera de toute façon pris en compte dans un telle constante de calage λ et donc tous les effets de la sédimentation entravée pourront être réintégrés dans le modèle dilué.

La réduction des effets de sédimentation entravée à une seule fonction $\lambda(\phi)$ est toutefois une simplification du problème. Les simulations (cf. figure 5.8) ne font pas apparaître un coefficient constant entre le taux de récupération et l'erreur due à la sédimentation entravée. Mais comme les deux varient ensemble pour les mêmes classes de particules, une constante seule peut bien approcher la relation plus complexe qui les lie en réalité.

Au final, le modèle dilué est corrigé de deux manières pour prendre en compte les effets de concentration : la densité apparente est celle des rejets, et un coefficient, fonction de la concentration, est appliqué à la fonction de séparation. Afin de vérifier si la fonction de séparation réelle peut être approchée de cette manière, une recherche numérique des valeurs de la densité de suspension (ρ_s) et du coefficient (λ) à utiliser à été effectuée par minimisation des carrés des écarts entre la solution approchée et les résultats de simulation en milieu concentré (méthode des moindres carrés). La figure 5.13 compare le résultat obtenu par une telle minimisation avec la densité des rejets définie en section §3.2.1. Les résultats obtenus par



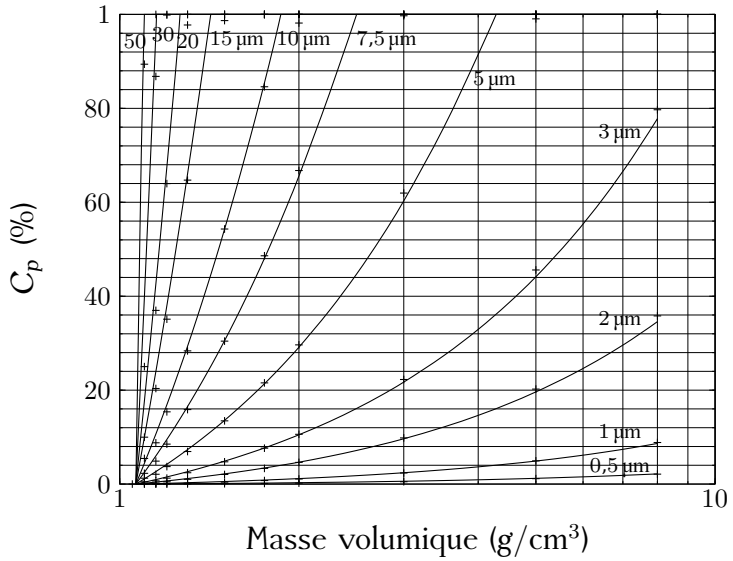
Sédiment type (cf. annexe B), $Q = 2$ l/min, $\omega = 1000$ tr/min

Figure 5.14: Coefficient λ_ϕ à utiliser dans le modèle dilué pour prendre en compte la sédimentation entravée.

minimisation sont très proches des densités des rejets, ce qui confirme que, si la surface de séparation complète peut être approchée en utilisant le modèle dilué corrigé avec ρ_s et $\lambda(\phi)$, la densité des rejets est bien la valeur pertinente pour ρ_s.

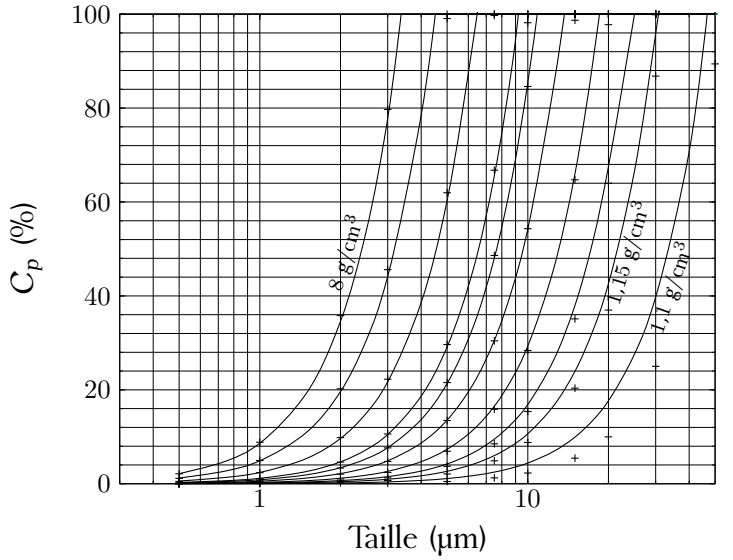
En utilisant alors la valeur de la densité des rejets comme densité apparente dans le modèle dilué, les valeurs optimales de λ ont été déterminées encore une fois par une méthode des moindres carrés. Les valeurs de λ sont obtenues par comparaison avec la loi d'échelle. Or, à la section §2.3.1, il a été observé que la méthode de résolution en milieu concentré ne permettait de retrouver la loi d'échelle qu'à une valeur de λ près, cette valeur étant d'approxmativement 0,8. Afin d'isoler ce facteur correctif inhérent à la méthode et non à la physique, il convient d'exprimer le coefficient sous la forme $\lambda = \lambda_0\lambda_\phi$ où $\lambda_0 \approx 0{,}8$ n'a pas à être reporté dans le modèle dilué. La figure 5.14 trace la fonction λ_ϕ obtenue par la méthode des moindres carrés. Afin de ne pas prendre en compte λ_0, les valeurs de λ_ϕ sont renormées de sorte que λ_ϕ vaut 1 pour une concentration nulle. Sur la figure 5.14, la fonction liant ce coefficient à la concentration apparaît s'approcher très bien avec une fonction affine $\lambda_\phi(\phi) \approx 1 - 1{,}6\phi$, où ϕ est la fraction solide volumique de la suspension d'alimentation.

Les figures 5.15 et 5.16 comparent les prédictions de la loi analytique corrigée avec des résultats de simulation pour une suspension très différente du sédiment type utilisé pour la détermination de la fonction $\lambda_\phi(\phi)$. L'accord entre les deux est excellent, il n'y a que pour les particules très



Suspension aux distributions de taille et de densité étalées (1,05–8 g/cm^3, 0,5–50 µm)
10% volumique, $Q = 3$ l/min, $\omega = 1200$ tr/min
— loi analytique, + résultat de simulation

Figure 5.15: Évolution du taux de récupération en fonction de la densité : comparaison entre des résultats de simulation et la loi d'échelle corrigée.



Suspension aux distributions de taille et de densité étalées (1,05–8 g/cm^3, 0,5–50 µm)
$\rho_p = [\![1{,}05; 1{,}1; 1{,}15; 1{,}2; 1{,}3; 1{,}5; 1{,}75; 2{,}0; 3{,}0; 5{,}0; 8{,}0]\!]$ g/cm^3
10% volumique, $Q = 3$ l/min, $\omega = 1200$ tr/min
— loi analytique, + résultat de simulation

Figure 5.16: Évolution du taux de récupération en fonction de la taille : comparaison entre des résultats de simulation et la loi d'échelle corrigée.

peu denses (1,1 g/cm^3) que la loi analytique s'éloigne sensiblement des résultats de la simulation. Pour les densité supérieures à 1,15, l'écart entre les prédictions devient négligeable. En modélisant l'effet de la densité de suspension par une densité constante dans la loi analytique, il n'est pas surprenant que cette loi ne puisse pas parfaitement rendre compte de l'effet de cette densité sur les particules qui y sont extrêmement sensibles.

Bien que la suspension d'alimentation contienne des particules de densité 1,05, celles-ci n'apparaissent pas sur les courbes des figures 5.15 et 5.16. En effet, la densité de suspension dans le film est supérieure à la leur, leur sédimentation les éloigne donc de la paroi et leur récupération est nulle. La loi analytique, bien que très simplifiée par rapport au modèle complet pour les milieux concentrés donne de très bonnes prédictions, et les termes correctifs précédemment définis s'appliquent bien à des suspensions variées.

3.2.3 Loi d'échelle analytique corrigée et résolution numérique

La densité des rejets n'étant pas une donnée connue, il faut donc la calculer pour pouvoir reporter l'effet de la concentration dans la loi analytique (4.16). Comme le champ de concentration n'est pas résolu dans cette loi, il est impossible d'utiliser la densité à la paroi en sortie de bol. Comme la densité varie relativement peu dans la section de sortie du film (cf. figure 5.10), la densité de suspension de l'ensemble des rejets peut être utilisée pour l'approcher. Cette densité étant calculable à partir de la loi analytique grâce à l'expression (5.16b), une résolution numérique de la loi (5.16) est envisageable.

$$C_p = \min\Big(\frac{4\pi}{9}\,\lambda_0\,(1-1{,}6\phi) \qquad Q^{-1}\ \omega^2\ (\rho_p-\rho_s)\ r_p^2\ \mu^{-1}\ R_0^{2-\alpha}\ \cos\frac{\beta}{2}\ L_{\text{bol}}^{1+\alpha}\ ,\ 1\Big) \tag{5.16a}$$

$$\rho_s = (1-\phi)\,\rho_f\ +\ \phi\iint \rho_p\ l_{\text{alim}}(r_p,\rho_p)\ \big(1-C_p(r_p,\rho_p)\big)\ \mathrm{d}r_p\,\mathrm{d}\rho_p \tag{5.16b}$$

Le fait d'utiliser la densité moyenne des rejets plutôt que celle à la paroi du bol provoque une erreur d'environ 15% sur $\Delta\rho$ de la fraction peu dense (1,3 g/cm^3), pour le sédiment (cf. annexe B) à 20% volumique. Cette erreur non négligeable n'empêche pas de se servir de la loi ainsi obtenue pour prédire les tendances d'évolution de la séparation. Le sédiment peu dense est particulièrement sensible à cet effet. Pour les suspensions traitées usuellement avec un concentrateur Falcon, la densité de la fraction la moins dense étant plus élevée, cette erreur est d'autant plus petite.

La résolution numérique proposée à la section §2 du chapitre 4 peut aussi être enrichie de ces termes correctifs. Le plus simple est d'utiliser la

densité des rejets comme densité du milieu — ce qui ajoute une méthode itérative —, et de corriger la fonction de séparation calculée à l'équation (4.28) :

$$C_p = \min\left(\lambda_0(1-1{,}6\phi)\mathbb{P}\left(\frac{Y_0(L_{\text{bol}})}{h}\right)\ ,\ 1\right) \tag{5.17}$$

Si la correction du modèle paraît simple, elle doit toutefois être interprétée avec précaution. En effet, les deux résolutions numériques pour un milieu dilué et un milieu concentré reposent sur des hypothèses différentes. Les deux méthodes sont valables pour des nombres de Reynolds particulaires plus grands que l'unité, mais le prennent en compte de manière différentes : l'une corrige le coefficient de traînée (équation 4.22), l'autre calcule une vitesse terminale de sédimentation qui intègre tous ces effets dans une loi empirique (équation 5.12a). Les deux méthodes ont été comparées à la loi d'échelle et sont validées pour des petits nombres de Reynolds particulaires. Indépendamment l'une de l'autre, elles permettent de calculer la séparation pour de plus grandes valeurs de ce nombre, mais rien n'indique que la correction appliquée pour tenir compte des effets concentrés est transposable telle quelle au modèle dilué pour tous les nombres de Reynolds particulaires.

De plus, la résolution décrite la section §2 du chapitre 4 permet de prendre en compte l'inertie des particules grenues et très denses alors que le modèle pour les milieux concentrés repose sur l'hypothèse d'un nombre de Stokes faible. Même si le fait de concentrer (et de changer la valeur de la densité du milieu dans le modèle dilué) implique une diminution du nombre de Stokes (cf. chapitre 3 §2.2.4), des particules très grenues et denses peuvent avoir une inertie non négligeable. Les hypothèses sur lesquelles a été élaborée la correction pour prendre en compte la concentration limitent la portée de cette correction aux faibles nombres de Stokes ($St < 1$). En dehors de ce domaine, la correction n'est pas validée et a peu de raison d'être une bonne approximation de la réalité.

Malgré ces limitations l'intégration des termes correctifs dans le modèle numérique pour un milieu dilué présente un intérêt fondamental. Il est possible de couvrir une large gamme de conditions opératoires du concentrateur Falcon avec un seul modèle. La validité de ce modèle est confirmée pour des suspensions diluées ($\phi < 5\%$), ou des suspensions concentrées à condition de respecter les conditions $St < 1$ et $Re_p \lessapprox 1$. Cette gamme représente déjà une grande partie des conditions dans lesquelles est susceptible d'opérer un concentrateur Falcon et, dans la mesure où les particules transportées sont impactées différemment par les différents mécanismes, il est même certain que les prédictions resteront correctes dans une certaine plage de conditions en dehors de ce domaine de validité strict. Cependant, comme aucun modèle présenté ici n'est capable de calculer le problème complet, l'évolution de l'erreur en sortant du domaine de validité n'est pas connue.

Ces dernières remarques n'affectent pas l'objectif de cette étude d'utiliser le concentrateur Falcon pour la séparation de sédiments car, du fait de la faible de densité et de la taille ultrafine des particules, les gammes de fonctionnement de l'appareil sont couvertes par le modèle corrigé.

4 Références

R. Bürger, F. Concha, K.-K. Fjelde et K. Hvistendahl Karlsen : Numerical simulation of the settling of polydisperse suspensions of spheres. *Powder Technology*, 113:77–318, 2000.

F. Concha et E. R. Almendra : Settling velocities of particulate systems, 2. settling velocities of suspensions of spherical particles. *International Journal of Mineral Processing*, 6:31–41, 1979.

F. Concha, C. H. Lee et L. G. Austin : Settling velocities of particulate systems, 8. batch sedimentation of polydispersed suspensions of spheres. *International Journal of Mineral Processing*, 35(3-4):159–175, 1992.

F. Concha et R. Bürger : A century of research in sedimentation and thickening. *Kona : powder and particle journal*, 20:38–69, 2002.

A. Einstein : *Investigations on the Theory of Brownian Movement*. New York : Dover, 1956.

M. L. Hunt, R. Zenit, C. S. Campbell et C. E. Brennen : Revisiting the 1954 suspension experiments of R. A. Bagnold. *Journal of Fluid Mechanics*, 452:1–24, 2002.

B. H. Kim et M. S. Klima : Development and application of a dynamic model for hindered-settling column separations. *Minerals Engineering*, 17:403–410, 2004a.

B. H. Kim et M. S. Klima : Simulation of hindered-settling column separations when processing fine anthracite refuse. *Coal Preparation*, 24:261–275, 2004b.

B. Knelson : The Knelson concentrator, metamorphosis from crude beginning to sophisticated world wide acceptance. *Minerals Engineering*, 5 (10–12):1091–1097, 1992.

B. Knelson et R. Jones : "A new generation of Knelson concentrators" a totally secure system goes on line. *Minerals Engineering*, 7(2–3):201–207, 1994.

I. M. Krieger et T. J. Dougherty : A mechanism for non-Newtonian flow in suspensions of rigid spheres. *Journal of Rheology*, 3(1):137–152, 1959.

S. H. Maron et P. E. Pierce : Application of Ree-Eyring generalized flow theory to suspensions of spherical particles. *Journal of Colloid Science*, 11(1):80–95, 1956.

R. K. McGeary : Mechanical packing of spherical particles. *Journal of the American Ceramic Society*, 44:513–522, 1961.

P. Rosin et E. Rammler : The laws governing the fineness of powdered coal. *Journal of the Institute Fuel*, 7(31):29–36, 1933.

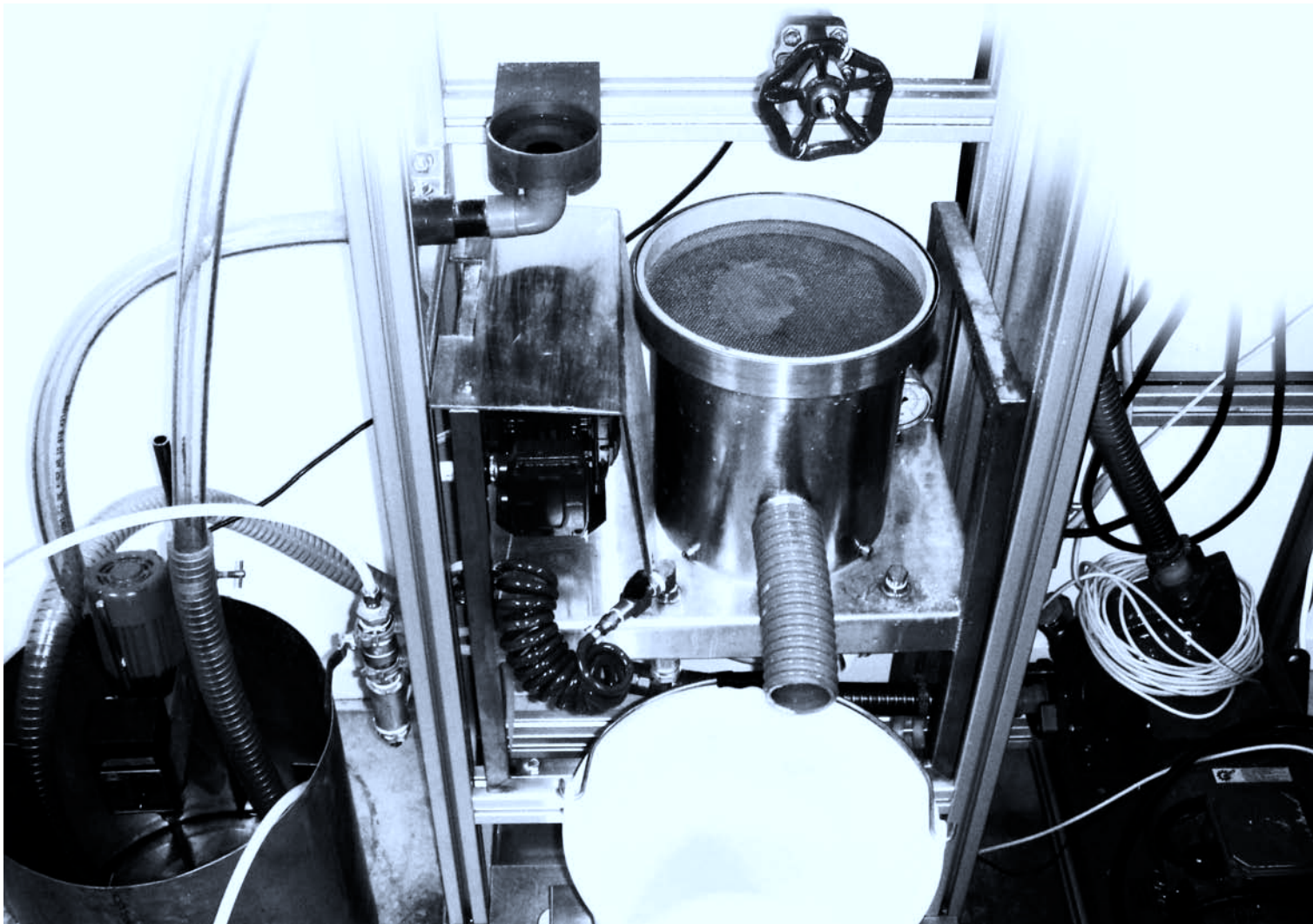
F. N. Shi et T. J. Napier-Munn : A model for slurry rheology. *International Journal of Mineral Processing*, 47:103–123, 1995.

J. J. Stickel et R. L. Powel : Fluid mechanics and rheology of dense suspensions. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 37:129–149, 2005.

X. Wang, N. J. Miles et S. Kingman : Numerical study of centrifugal fluidized bed separation. *Minerals Engineering*, 19:1109–1114, 2006.

Application à la valorisation de sédiments

6



Sommaire

1 Physique de la séparation dans un Falcon 131
1.1 Compréhension des mécanismes sous-jacents . . 131
1.2 Validation expérimentale 133
1.3 Validation numérique 134
2 Limites de la séparation 134
2.1 Régime de transport des particules ultrafines . . 134
2.2 Exploitation de la loi d'échelle analytique 135
2.2.1 Condition nécessaire à la séparation densimétrique en milieu dilué 135
2.2.2 Effet de la concentration 139
3 Valorisation et dépollution de sédiments 140
3.1 Caractérisation des sédiments 141
3.2 Récupération de la fraction valorisable par séparation granulo-densimétrique 141
3.2.1 Propreté de la fraction valorisable 141
3.2.2 Amélioration du procédé par une étape d'attrition 145
4 Conclusion et perspectives 146
5 Références 148

1 Physique de la séparation dans un Falcon

L'analyse mécanistique du concentrateur Falcon a abouti à un certain nombre d'hypothèses qui ont été validées grâce à des essais expérimentaux ciblés. Ces essais fournissent désormais une solide validation de la physique de la séparation avec un concentrateur Falcon dans les gammes ultrafines. L'attention particulière apportée aux phénomènes prédominants sur la séparation a conduit à l'écriture d'une loi analytique qui prédit très bien les tendances de la séparation. Des investigations numériques ont permis d'extrapoler la modélisation issue de l'analyse mécanistique en dehors des hypothèses sur lesquelles repose la loi analytique.

La modélisation a permis d'identifier les mécanismes de séparation qui interviennent lors de la séparation de particules. L'approche mécanistique visant les ultrafines a mis en lumière les problèmes fondamentaux soulevés par la séparation avec un concentrateur Falcon dans des gammes de tailles et de densités faibles. À ce stade, le volet scientifique des objectifs du projet est atteint. Après une mise en perspective des différentes observations, leur application à la valorisation de sédiments permettra de répondre à la problématique industrielle et environnementale.

1.1 Compréhension des mécanismes sous-jacents

Le fonctionnement du concentrateur Falcon à bol lisse est désormais bien compris. Pour des suspensions ultrafines, ce fonctionnement s'approche très bien par une loi d'échelle analytique (4.13). Parmi les hypothèses sur lesquelles repose cette loi, il faut distinguer celles qui sont inhérentes à la physique du concentrateur Falcon, celles qui sont dues aux propriétés particulières des suspensions étudiées et celles qui sont des simplifications destinées à rendre la résolution analytique possible.

Pour les particules ultrafines, le piégeage dans le bol est définitif une fois qu'une particule a atteint la paroi. La resuspension des particules depuis le lit de la zone de rétention vers le film fluant est négligeable. Pour des particules plus grenues, on pourrait imaginer que l'effet du lit puisse jouer un rôle important, mais la diversité des dispositifs de rétention des particules laisse supposer le contraire. La profondeur des rainures dans lesquelles est collecté le concentré des Falcon C soutient la même conclusion.

D'après Laplante *et al.* (1994), cet effet pourrait devenir important pour deux raisons :

- D'une part, les particules ne pénètrent pas dans le lit si elles sont trop grenues pour se glisser dans les interstices du lit mais trop peu inertielles (donc peu denses) pour se frayer un chemin en déplaçant les particules précédemment piégées. Sur les Falcon continus, le lit est soutiré en permanence, une telle particule pourrait bien rouler à la surface du lit jusqu'aux buses de soutirage et partir avec le concentré.

- D'autre part, les particules peu inertielles pourraient être remises en suspension par les plus grenues capables de les éjecter pour se frayer un chemin dans le lit. En fait, ces particules une fois ressorties du lit devraient re-sédimenter quasi-immédiatement puisqu'elles se trouvent alors dans une région de vitesse débitante faible.

Les explications données par Laplante *et al.* (1994) sont donc soit erronées — de toute façon les auteurs n'affirment pas que le rôle du lit est important, c'est une piste d'explication qu'ils proposent pour le comportement de leur modèle empirique —, soit elles sont réservées à une conception de Falcon particulière, différente de celle qui nous intéresse. Durant les années qui nous séparent de la parution de leurs travaux, des modifications importantes ont été apportées au concentrateur Falcon. La resuspension pourrait aussi être provoquée par la densité de suspension dans le lit, mais n'aurait pas plus d'effet sur la récupération que la remise en suspension des particules peu inertielles envisagée par Laplante *et al.* (1994). Il est important de rappeler que nos conclusions et résultats ne s'appliquent pas directement aux bols fluidisés utilisés par certains modèles de séparateurs Falcon. Toutefois, l'approche mécanistique utilisée dans ces travaux pourrait être étendue à l'analyse du fonctionnement de ce type de bols.

Dans ces conditions, le transport dans le film est le mécanisme prépondérant sur la séparation. Il est très dépendant de l'écoulement du fluide. Le fluide flue à la paroi du bol en film fin en régime laminaire. De ce fait, le profil de vitesse dans la section du fluide est une parabole. L'effet de Coriolis est faible. Sans être assurément négligeable, il n'est clairement pas un mécanisme de séparation. L'angle d'ouverture du bol non plus n'est pas un mécanisme essentiel de la séparation, il est nécessaire pour drainer la suspension à la paroi mais l'évolution de la gravité artificielle le long du bol n'a pas de rôle dans la séparation. Du point de vue des particules transportées, la variation de leur flottabilité en fonction du rayon ne sert aucunement à les distinguer. Elle demeure de toute façon très faible comparativement aux gradients de vitesse du fluide perçus par les particules lors de leur sédimentation dans le film. Au final, la mécanique fondamentale de la séparation est dictée par la force de traînée que leur transmet le fluide, la force centrifuge et leur inertie. Le gradient de pression et la masse ajoutée jouent un rôle quantitatif certain en pondérant l'effet des densités dans l'équation de transport, mais ce n'est pas un mécanisme fondamental.

L'hélice en fond de bol n'a pas de rôle particulier dans la séparation, mais elle est nécessaire pour que la suspension qui entre dans le bol atteigne très rapidement la vitesse de rotation du bol pour établir l'écoulement de film fin à sa paroi. L'hélice assure aussi une fonction d'homogénéisation de la suspension à l'entrée du film en fond de bol.

Le transport des particules étant fondamentalement régi par leur inertie, par la force de traînée et par la force centrifuge, alors la physique essentielle de la séparation est caractérisée par les nombres adimensionnels de Stokes et de Reynolds particulaire. Ces nombres sont tous deux dépendant de la

taille et de la densité des particules. Dans le cas des suspensions légères et ultrafines, comme pour les sédiments, ils sont tous deux inférieurs à l'unité. Il en résulte une simplification des équations de transport qui permet d'étudier le comportement limite du Falcon dans les faibles densités et les petites tailles.

Il a été vérifié que pour des suspensions plus grenues et plus denses, les conditions opératoires du concentrateur Falcon permettent d'atteindre des valeurs des nombres de Stokes et de Reynolds particulaire plus élevées. La physique qui résulte de cette hypothèse n'est donc valable que pour les suspensions ultrafines et peu denses.

Par dessus ces simplifications physiques, une hypothèse sur les conditions opératoires, en se restreignant au traitement du suspensions diluées, et une simplification de la géométrie de l'appareil et des projections des forces permet d'aboutir à une loi d'échelle analytique. Cette loi donne de bons résultats prédictifs par comparaison avec les essais pour des suspensions modèles dans la gamme ultrafine et peu dense, ce qui permet de valider l'ensemble des hypothèses sur lesquelles elle repose.

1.2 Validation expérimentale

Un certain nombre de validations confirment la prédominance des mécanismes identifiés précédemment. Le mécanisme de piégeage et la non resuspension des particules depuis le lit vers le film fluant sont démontrées par le fait que le taux de remplissage du volume de rétention ne joue aucun rôle sur la séparation tant que celui-ci n'est pas plein (cf. exp. n° 2 et figure 3.2).

La physique du transport des particules dans le film est validée par les tendances d'évolution de la séparation en fonction des différentes variables du problème. La validation a porté sur deux types de variables : les conditions opératoires et les propriétés de la suspension. Il a été vérifié qu'en introduisant une seule constante de calage dans la loi analytique issue de l'étude mécanistique, la loi suit les tendances d'évolution de la séparation en fonction de tous les principaux paramètres opératoires. Cela justifie que le choix de la constante ne masque pas l'effet de mécanismes non pris en compte et que toute la physique est bien cernée. Les paramètres opératoires du Falcon sont sa vitesse de rotation et son débit. Il a été confirmé grâce à l'analyse granulométrique des suspensions que l'analyse physique prend bien en compte ces paramètres ainsi que les propriétés des particules, via l'évolution de la récupération en fonction de leur taille. La même validation n'a pas pu être effectuée pour valider les tendances d'évolution en fonction de la densité des particules à cause de difficultés expérimentales, néanmoins il a été vérifié que la même dépendance aux paramètres opératoires et à la granulométrie se retrouvent pour des densités différentes.

Les tendances d'évolution de la séparation étant directement issues du bilan des forces exercées sur une particule pendant son transport, les re-

trouver expérimentalement permet de valider les effets identifiés comme prédominants sur ce bilan. Les effets de la géométrie du bol ou des propriétés du fluide porteur n'ont pas pu être explorés en raison de la difficulté pratique que cela implique (multiples bols, fluides particuliers). Cette validation n'est de toute façon pas nécessaire dans la mesure où, une fois que la physique est validée sur la base d'un certain nombre de paramètres, c'est toute la compréhension de la séparation qui est validée.

1.3 Validation numérique

Les simulations numériques directes de l'écoulement sont venues conforter les hypothèses de modélisation de l'écoulement. La physique de la séparation a aussi été validée numériquement grâce aux deux approches numériques suivies : le suivi Lagrangien de particules en milieu dilué et le calcul de la concentration dans le film. Les deux approches numériques étendent la physique modélisée dans la loi d'échelle et toutes deux tendent vers cette même loi dans son domaine de validité. D'une part, cela confirme que les phénomènes physiques négligés dans la loi d'échelle le sont effectivement dans les conditions établies par les hypothèses de départ. D'autre part, cela permet d'identifier le domaine de validité de la loi d'échelle et de se positionner par rapport au cas de la valorisation de sédiments.

Les modèles numériques établis ont donc permis de valider la compréhension de la physique de séparation du concentrateur Falcon. Ils sont désormais utilisables pour étendre la portée des considérations fondées sur l'analyse mécanistique vers des conditions qui sortent des hypothèses sur lesquelles repose cette analyse. Cela ouvre, dans un premier temps, la voie à l'identification quantitative des limites physiques de la séparation et permet d'aborder des pistes possibles d'amélioration du procédé de séparation qui pallient ces limitations.

2 Limites de la séparation

2.1 Régime de transport des particules ultrafines

Au vu de la physique de séparation du Falcon, ce qui distingue qualitativement les suspensions de particules ultrafines et peu denses des suspensions usuellement traitées avec cet appareil est leur régime de transport. Le nombre de Reynolds particulaire et le nombre de Stokes sont tous deux très sensibles à la taille des particules (suivant des lois respectivement cubique et quadratique). Ces deux nombres franchissent la valeur critique de 1 dans la gamme de tailles traitée et dans les conditions de transport au sein du Falcon (cf. chapitre 4). Ainsi, les valeurs supérieures à 1 de ces deux nombres restent modérées et ne concernent de toute façon qu'une fraction dense et grenue pour laquelle la récupération est totale. Leur effet n'est

donc pas perceptible sur la séparation. Par contre, en déplaçant la coupure pour opérer une séparation au sein de particules plus denses et plus grenues, il est certain que le régime de transport des particules concernées par la coupure devient qualitativement différent. Or les effets inertiels et la variation non linéaire de la force de traînée en fonction de la vitesse de sédimentation modifient la séparation, la rendant plus sensible à la densité et moins sensible à la taille que la séparation prédite par la modélisation détaillée précédemment.

Il y a donc une différence qualitative importante entre la séparation de particules ultrafines avec un Falcon et les usages courants de cet appareil. Cette différence de régime de transport se traduit par une baisse de la qualité de la séparation sur critère densimétrique. La séparation visée en vue de la valorisation de sédiments atteint alors des conditions critiques qui mettent en lumière les limitations physiques de l'appareil.

2.2 Exploitation de la loi d'échelle analytique

Dans les conditions de transport des particules en régime de Stokes non-inertiel, la loi d'échelle analytique est une bonne approximation de la séparation opérée par un concentrateur Falcon. Il est donc possible d'en tirer des conclusions intéressantes sur le potentiel de séparation de cet appareil pour les particules ultrafines.

2.2.1 Condition nécessaire à la séparation densimétrique en milieu dilué

Un intérêt pratique de disposer d'une expression analytique en loi de puissance est que sa réciproque se calcule de manière extrêmement simple. L'équation (4.18) peut se réécrire ainsi :

$$\forall C_p < 1, \quad \Delta\rho = C_p \lambda^{-1} \frac{9}{4\pi} Q\omega^{-2} r_p^{-2} \mu R_0^{\alpha-2} \cos\frac{\beta}{2} L_{\text{bol}}^{-1-\alpha} \tag{6.1}$$

En calculant avec cette expression les valeurs des densités pour lesquelles la fonction de séparation vaut 25, 50 et 75% et en les explicitant dans l'expression de l'écart probable (2.2), l'expression analytique de l'écart probable est :

$$\begin{aligned} E_p &= \frac{\rho_{75} - \rho_{25}}{2} = \frac{\Delta\rho_{75} - \Delta\rho_{25}}{2} \\ &= \frac{\Delta\rho_{50}}{2} \end{aligned} \tag{6.2}$$

Tant que les hypothèses de la loi d'échelle restent valables, l'écart probable de la séparation dans un concentrateur Falcon est complètement lié à la densité de coupure. Il est donc impossible de faire varier les deux indépendamment en jouant sur les paramètres opératoires. Le seul moyen

d'améliorer l'écart probable dans ces conditions est de traiter la suspension en plusieurs passes, au moyen de n séparateurs Falcon en série. L'expression de la fonction de séparation après n passes se déduit de la loi d'échelle. En retraitant le concentré de chaque séparation dans un autre concentrateur, la fonction de séparation totale ($\left[C_p\right]_n$) s'écrit alors en fonction de chaque étape de séparation intermédiaire ($C_{p,i}$) :

$$\left[C_p\right]_n = \prod_{i=1,n} C_{p,i} \tag{6.3}$$

Si les passes successives traitaient les rejets de l'étape précédente, l'expression serait identique en considérant $(1 - C_p)$ à la place de C_p. Les conclusions détaillées par la suite sont donc transposables au cas du traitement des rejets en plusieurs passes, il suffit d'utiliser la coupure correspondante.

Si toutes les passes sont réalisées avec les mêmes conditions opératoires, alors $C_{p,i} = C_p$ et l'équation (6.1) permet d'écrire la fonction réciproque de la séparation en plusieurs passes.

$$\left[C_p\right]_n = \left(C_p\right)^n \tag{6.4a}$$

$$\left[\Delta\rho\right]_n = \frac{\sqrt[n]{C_p}}{C_p}\left[\Delta\rho\right]_1 \tag{6.4b}$$

Pour viser une densité de coupure effective (ρ_C) en n passes, l'équation (6.4b) indique les conditions opératoires qu'il faut appliquer à chaque étape ainsi que la valeur de l'écart probable de la fonction de séparation totale.

$$\left[\Delta\rho_{50}\right]_1 = \left(C_p\right)^{1-\frac{1}{n}}\Delta\rho_C \tag{6.5a}$$

$$\left[E_p\right]_n = \left(\sqrt[n]{1{,}5} - \sqrt[n]{0{,}5}\right)\frac{\Delta\rho_C}{2} \tag{6.5b}$$

L'équation (6.5b) montre qu'en opérant en plusieurs passes, il est très simple d'améliorer la qualité de la coupure densimétrique sur chaque classe granulométrique qui compose la suspension traitée. C'est aussi la faiblesse de cette expression, elle ne tient pas compte de la variation de la densité de coupure en fonction des différentes tailles de particules qui composent la suspension. Pour y remédier, il faut utiliser un écart probable qui prend en compte l'ensemble de la granulométrie.

C'est usuellement la moyenne de l'écart probable pondérée par la taille des particules (chapitre 2 §1.3) qui permet de s'affranchir de cette variation et de se concentrer sur le taux de récupération des particules puisque ce sont finalement les masses piégées et rejetées qui intéressent les opérateurs. Cependant, dans le cas des suspensions ultrafines, la taille des particules est un paramètre très important de la séparation (cf. chapitre 4 §1.1.2), et il a été observé que la précision de la coupure densimétrique était bien plus limitée par la variation de la densité de coupure en fonction de la taille

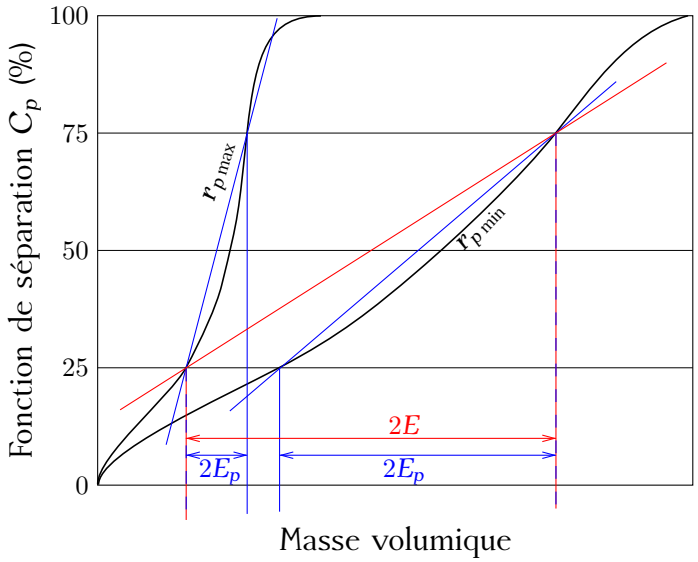


Figure 6.1: Définition de l'écart total E pour prendre en en compte la séparation granulométrique.

que par l'écart probable de chaque classe granulométrique (cf. chapitre 4 §4.2). Un écart probable moyenné n'est donc pas pertinent pour quantifier la précision de la coupure densimétrique.

Comme indicateur de la qualité de la séparation, il paraît plus pertinent d'utiliser l'écart total (E) sur toutes les classes (cf. figure 6.1).

$$E = \frac{\rho_{75}(r_{p\,min}) - \rho_{25}(r_{p\,max})}{2} \tag{6.6a}$$

Cet écart n'est pas un standard du domaine de la séparation physique, c'est une manière plus exigeante d'estimer l'écart probable et non un nouvel indicateur. Il s'utilise donc de la même manière. Par la suite, pour le distinguer de l'écart probable usuel, il est appelé « écart total ». Une fois que l'opérateur a identifié la gamme de tailles dans laquelle il veut réaliser la coupure densimétrique, l'écart total permet de quantifier la précision de la coupure en prenant en compte sa variation en fonction de la taille des particules. Il fait intervenir $r_{p\,min}$ et $r_{p\,max}$ qui sont respectivement le plus petit et le plus grand rayon des particules pour lesquelles doit avoir lieu la coupure densimétrique. En l'explicitant à l'aide de l'expression (6.5b), il s'exprime selon :

$$E = \left(\sqrt[n]{1{,}5}\,\frac{r_{p\,max}}{r_{p\,min}} - \sqrt[n]{0{,}5}\,\frac{r_{p\,min}}{r_{p\,max}} \right) \frac{\Delta\rho_C(r_{p\,moy})}{2} \tag{6.6b}$$

Cette expression fait apparaître $r_{p\,moy}$, la moyenne géométrique des rayons extrêmes des particules, soit $\sqrt{r_{p\,min} \times r_{p\,max}}$. Afin que l'expression de E

corresponde bien à l'écart défini précédemment, c'est pour ce rayon de particule qu'il faut calculer les conditions opératoires avec la loi d'échelle en fonction de la densité de coupure visée.

Contrairement à l'écart probable, calculé par classe granulométrique, qui peut être amélioré à loisir en enchaînant les passes successives, l'écart total (E) est limité par la variation de la densité de coupure dans la gamme de tailles visée. Sa valeur limite fait apparaître un critère sur la taille des particules qui met en lumière une limite physique de la séparation avec un concentrateur Falcon.

$$E = \left(\frac{r_{p\,\max}}{r_{p\,\min}} - \frac{r_{p\,\min}}{r_{p\,\max}} \right) \frac{\Delta\rho_C(r_{p\,\mathrm{moy}})}{2} \tag{6.7}$$

En effet, si l'on veut séparer deux phases de densités différentes, la légère de masse volumique ρ_{rej} et la lourde ρ_{conc}, la relation (6.7) implique que l'écart réel entre la densité de ces phases et la densité de coupure ne dépasse l'écart total calculé (E) que si :

$$2\left(1 - \frac{\Delta\rho_{\mathrm{rej}}}{\Delta\rho_C}\right) > \frac{r_{p\,\max}}{r_{p\,\min}} - \frac{r_{p\,\min}}{r_{p\,\max}} < 2\left(\frac{\Delta\rho_{\mathrm{conc}}}{\Delta\rho_C} - 1\right) \tag{6.8}$$

Le cas le moins contraignant sur le rapport des tailles est alors lorsque la densité de coupure est la moyenne des densités des deux fractions à séparer, ce qui donne comme condition sur le rapport des tailles extrêmes :

$$\frac{r_{p\,\max}}{r_{p\,\min}} < \frac{\rho_{\mathrm{conc}} - \rho_{\mathrm{rej}}}{\rho_{\mathrm{conc}} + \rho_{\mathrm{rej}}} + \sqrt{1 + \left(\frac{\rho_{\mathrm{conc}} - \rho_{\mathrm{rej}}}{\rho_{\mathrm{conc}} + \rho_{\mathrm{rej}}}\right)^2} \tag{6.9}$$

Pour un sédiment type ($\rho_{\mathrm{conc}} \approx 2{,}6$, $\rho_{\mathrm{rej}} \approx 1{,}3$), ce critère est donc vérifié pour un rapport des tailles extrêmes des particules d'environ 1,4 entre la particule organique la plus grosse et la particule minérale la plus petite que l'on souhaite séparer. Ce rapport peut paraître faible à première vue, mais il ne faut pas perdre de vue que, par sa définition, s'il est respecté alors il est théoriquement possible de réaliser une séparation totale dans la gamme visée. Ce n'est que lorsque que l'inéquation n'est plus respectée que la séparation sera forcément imparfaite. De plus, toutes ces conclusions sont tirées de la loi d'échelle. Or même si cette loi prédit assez bien la séparation avec un Falcon, son comportement limite ne doit pas être interprété trop strictement.

Cependant, cette valeur faible démontre bien que tant que les particules ont de faibles nombres de Stokes et de Reynolds particulaires, la séparation densimétrique se heurte irrémédiablement à une séparation granulométrique forte. Comme ce critère est exprimé dans des conditions idéales de séparation (nombre de passes infini, $E_p = 0$), il met en lumière une limite physique de la séparation qui ne peut pas être résolue en jouant sur les conditions opératoires. En effet, une fois cette meilleure qualité de

séparation obtenue, aucun traitement avec un Falcon ne permet de séparer les fractions hors de la gamme de tailles couverte par le critère (6.9). Ceci est particulièrement contraignant, car la valeur maximale du rapport des tailles pour un rejet à la densité tendant vers celle du fluide porteur est de $1 + \sqrt{2}$. En comparaison avec l'objectif du projet PROPSED, même ces conditions idéales ne permettraient pas de valoriser la fraction inférieure à 33 µm d'une suspension de distribution granulométrique inférieure à 80 µm.

Il faut aussi relever que la densité du fluide n'a aucun effet sur ce critère tant qu'elle reste inférieure à celle des rejets. Si les rejets sont moins denses que le fluide, alors la moyenne des densités des fractions composant la suspension n'est plus la densité de coupure la moins contraignante sur le rapport des tailles extrêmes. En choisissant une densité de coupure égale à celle du fluide, l'expression (6.7) donne un écart total nul et l'inéquation (6.8) dégénère. À ce moment là, la séparation n'a plus rien à voir avec la séparation normale d'un Falcon puisqu'elle n'est plus sensible aux paramètres opératoires. La limitation physique de la séparation avec un Falcon dans des gammes de tailles ultrafines ne peut donc pas être compensée par le fait d'opérer en milieu dense. Il est donc probable que l'amélioration constatée par Honaker *et al.* (2000) provienne exclusivement d'un meilleur écart probable (E_p) en une seule passe, mais ne résout pas l'écart dû à la variation de la densité de coupure en fonction de la taille des particules.

Pour le traitement de sédiments, une séparation granulométrique est de toute façon nécessaire et il avait été envisagé, dès le lancement du projet PROPSED, de réaliser les deux séparations simultanément avec un concentrateur Falcon. Seule une analyse plus approfondie appliquée au cas des sédiments pourra répondre quantitativement à la faisabilité de cette opération en déterminant si les coupures densimétriques et granulométriques recoupent les besoins de la valorisation de sédiments de curage ou de dragage. Par la suite, les type de sédiments (curage et dragage) ne sont pas distingués car leur origine ne change rien à la problématique physique de la séparation.

2.2.2 Effet de la concentration

Le critère (6.9) repose sur la loi d'échelle (4.13) qui ne tient pas compte de l'effet de la concentration. Pourtant il a été vérifié que, pour des suspensions traitées de faible densité, les effets de concentration peuvent améliorer la séparation densimétrique (cf. chapitre 5). Une coupure granulométrique est de toute façon souhaitée lors du traitement des sédiments dans le Falcon, mais un rapport de 1,4 entre les tailles extrêmes est clairement insuffisant : sur la fraction fine des sédiments à traiter (< 80 µm), cela ne permet que de valoriser la fraction supérieure à 60 µm alors que l'objectif est d'approcher les 10 µm. Reste donc à quantifier quel gain peut apporter l'effet de la concentration.

De la même manière que le critère (6.9) est défini à partir de la loi d'échelle pour un milieu dilué, il pourrait être envisagé de déduire un autre critère de la loi d'échelle corrigée pour les milieux concentrés définis à l'équation (5.16a). Avec cette loi, les passes successives ne peuvent plus s'exprimer sous la forme d'une loi de puissance comme l'équation (6.4a) car la séparation varie en fonction de la suspension traitée. Cependant la correction sur la constante de calage n'influerait pas sur l'écart total E. En effet, elle impliquerait seulement d'opérer dans des conditions opératoires différentes pour obtenir la même séparation. De même, en surestimant les bénéfices de l'effet de la concentration, il serait possible d'utiliser la même valeur de masse volumique de suspension (ρ_s) pour toutes les passes. Au final le critère n'en dépend pas. Cependant, s'arrêter à ces considérations et appliquer le critère (6.9) peut toujours donner un indice sur la faisabilité de la séparation mais n'a pas la portée fondamentale qu'il a en milieu dilué. En effet, les corrections de la loi d'échelle pour prendre en compte la concentration sont obtenues de manière à représenter au mieux et le plus simplement possible les phénomènes réels, mais les phénomènes physiques à l'origine de ces corrections ne sont pas explicites. Il est donc inutile de compliquer le critère (6.9) dans l'idée de prendre en compte la concentration puisque la physique sous-jacente n'y serait pas incluse. Considérer les conditions extrêmes de cette physique alors qu'elle n'est pas prise en compte serait malvenu. L'écart total (E) met en lumière une limite physique de la séparation mais seule l'application à un scénario concret permet de statuer sur l'effet de la concentration.

3 Valorisation et dépollution de sédiments

Grâce à la compréhension de la physique de la séparation de particules ultrafines dans un concentrateur Falcon, des limites sur la séparation intrinsèques à son fonctionnement ont pu être identifiées. Le traitement de sédiments fins avec un concentrateur Falcon atteint les limites des capacités de cet appareil. Cependant, bien que le tri soit granulométrique et densimétrique à la fois, une séparation est quand même opérée et la problématique industrielle et environnementale de la valorisation de sédiments peut éventuellement être résolue, même avec une séparation imparfaite.

De plus, le concentrateur Falcon n'interviendrait dans la valorisation des sédiments fins que comme l'une des opérations unitaires du traitement. Une coupure granulométrique est de toute façon opérée en amont et les flux de sortie du Falcon sont eux-mêmes traités par d'autres appareils. Une amélioration, non pas à l'échelle de la machine Falcon, mais à l'échelle du procédé complet est envisageable pour résoudre l'enjeu important du tri des sédiments.

Avant de conclure sur la faisabilité de la valorisation des sédiments fins par une séparation physique, certaines investigations sont encore néces-

saires. Désormais, il s'agit de se focaliser sur le cas des sédiments pour déterminer comment les limitations physiques du concentrateur Falcon pèsent quantitativement le taux de valorisation atteignable.

3.1 Caractérisation des sédiments

La lavabilité complète est une propriété de la suspension très difficile à mesurer expérimentalement (cf. chapitre 2 §§1.1 et 2.2). Pour alimenter les modèles avec une lavabilité type d'un sédiment, la distribution utilisée dans les simulations est une interpolation et une extrapolation avec une distribution de type Rosin-Rammler (Rosin et Rammler, 1933) des données expérimentales réalisées sur quelques classes granulométriques par nos partenaires du BRGM (cf. annexe B). Le sédiment choisi est un sédiment lacustre jugé représentatif des sédiments à traiter d'après notre partenaire Extract-Ecoterres. La qualité du calage de la loi de Rosin-Rammler est confirmé puisque'elle redonne des quantités de matière dans les différentes fractions à séparer qui correspondent aux ordres de grandeurs attendus (cf. figure 6.2), notamment 32% en volume de fraction sableuse valorisable en dessous de 150 µm (50% en masse).

Pour être le plus représentatif possible du cas réel et ne pas surestimer les capacités de séparation du concentrateur Falcon, bien que la coupure granulométrique en amont du traitement du sédiment par le Falcon soit annoncée à 80 µm, la suspension utilisée dans les scénarios de traitement suivants est celle modélisée par une loi de Rosin-Rammler, tronquée à la gamme de particules inférieures à 150 µm. En effet, les mesures réalisées au BRGM ont décelé une quantité non négligeable de particules comprises entre 80 et 160 µm dans le déchet fin pour lequel est envisagée la valorisation avec un Falcon (cf. table B.1).

3.2 Récupération de la fraction valorisable par séparation granulo-densimétrique

Dans un sédiment de curage ou de dragage, la pollution, essentiellement métallique, est concentrée au niveau de la fraction organique et de la fraction de sable inférieure à 10 µm (cf. chapitre 1 et figure 6.2). Pour isoler la fraction sableuse valorisable de la fraction sableuse qui porte la pollution et de la fraction organique qui, polluée ou non, limite les débouchés de valorisation, la séparation à opérer est une coupure granulo-densimétrique. La coupure de la fraction minérale à 10µm est tout à fait dans l'ordre de grandeur de ce qui a été observé lors des essais expérimentaux avec la suspension de silice (cf. 4.5). Cependant la coupure granulométrique et la coupure densimétrique sont liées (cf. §2.2.1) : il faut donc vérifier que ces deux coupures souhaitées sont compatibles.

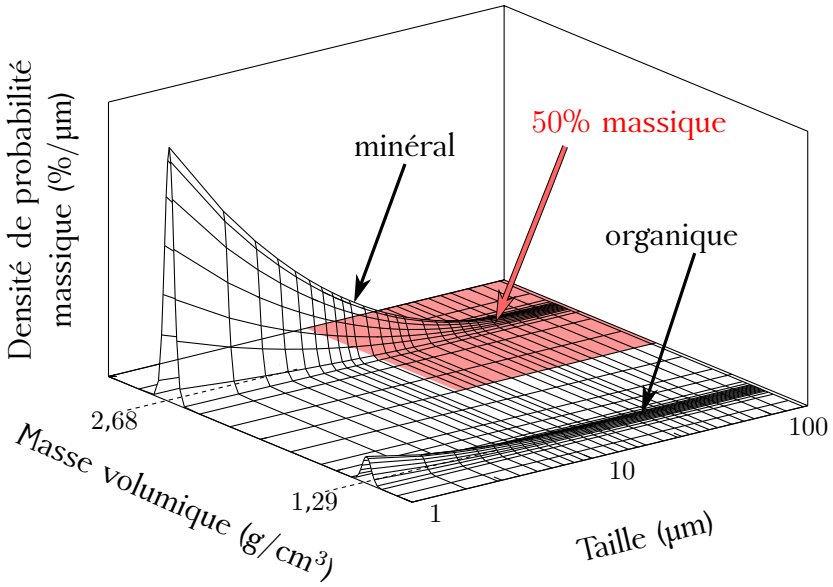


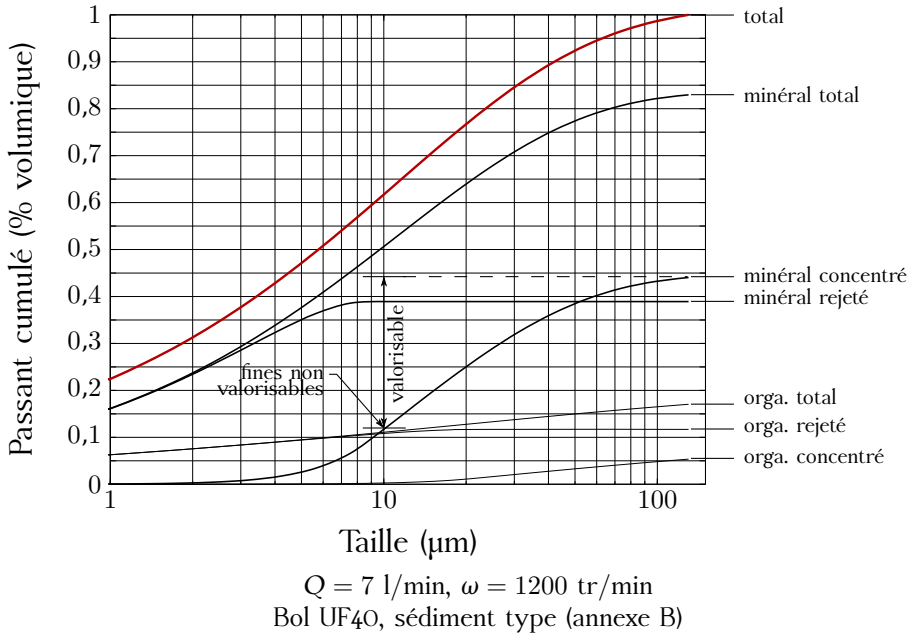
Figure 6.2: Lavabilité d'un sédiment de curage type.

3.2.1 Propreté de la fraction valorisable

Les limites physiques de la séparation avec un concentrateur Falcon aboutissent à une limite haute du rapport entre la taille maximale et la taille minimale de gamme de particules à séparer au dessus de laquelle il est impossible de réaliser une coupure densimétrique parfaite, même en multipliant les passes ou en adaptant les conditions opératoires. Dans le cas des sédiments, cette limite est particulièrement peu élevée et une première piste d'amélioration de ce rapport est de profiter de l'effet de la concentration puisqu'il joue un rôle important sur les phases peu denses.

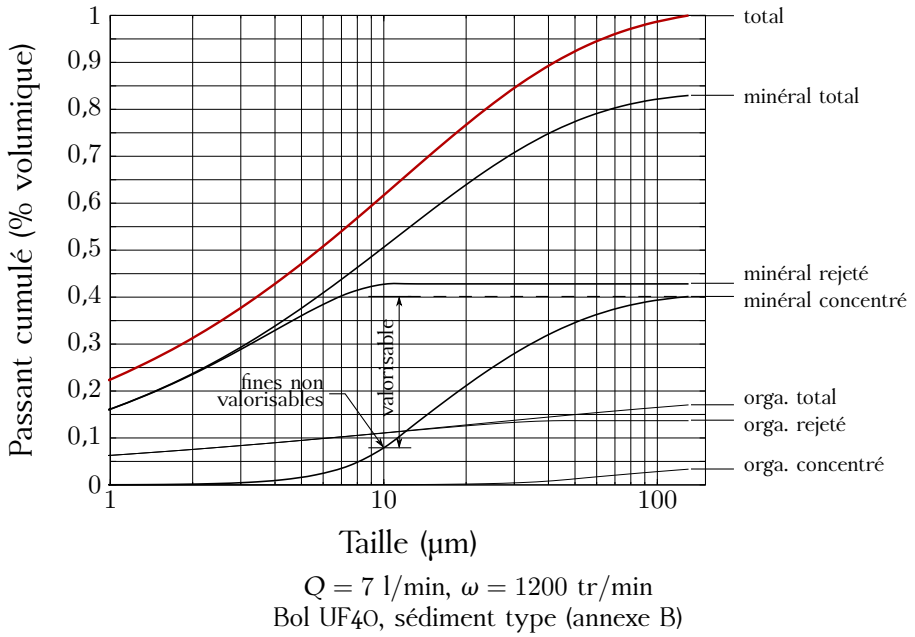
Il est vraisemblable que toutes les options de valorisation possible de la fraction sableuse fine ne nécessiteront pas un sable parfaitement propre, tant du point de vue de la contamination en organiques que de celle en polluants. Le critère (6.9) indique la possibilité ou non de séparer complètement les fractions. En s'autorisant une moindre qualité de séparation, il est possible de traiter des suspensions s'étendant sur des gammes de tailles plus larges que celles qui satisfont au critère théorique.

La figure 6.3 montre un exemple de séparation du sédiment type avec un Falcon UF40 en milieu dilué. En une passe, la séparation parvient déjà à éliminer une partie de la fraction inférieure à 10 µm mais il reste encore des deux types de fractions non valorisables dans le concentré : des fines minérales et des organiques grenues. En répétant la même séparation, la fraction minérale fine peut être éliminée. Par contre, d'après le critère (6.9), la fraction grenue des organiques ne pourra pas être séparée de cette



$Q = 7$ l/min, $\omega = 1200$ tr/min
Bol UF40, sédiment type (annexe B)

Figure 6.3: Séparation de sédiment à 1% volumique (2,4% massique).



$Q = 7$ l/min, $\omega = 1200$ tr/min
Bol UF40, sédiment type (annexe B)

Figure 6.4: Séparation de sédiment à 20% volumique (37,9% massique).

		minéral	organique
$\phi = 1\%$	< 10 µm	11,7%	0,3%
$Q = 7$ l/min	< 150 µm	44,0%	5,3%
	valorisable	32,3%	
$\phi = 20\%$	< 10 µm	7,9%	≈ 0
$Q = 7$ l/min	< 150 µm	40,1%	3,4%
	valorisable	32,3%	
$\phi = 1\%$	< 10 µm	7,9%	0,01%
$Q = 10{,}7$ l/min	< 150 µm	40,1%	4,8%
	valorisable	32,3%	

Fractions volumiques piégées par rapport à l'alimentation (cf. figures 6.3 et 6.4)
Bol UF40, $\omega = 1200$ tr/min

Table 6.1: Composition du concentré en fractions valorisable et polluées.

manière. Cette limitation est directement lisible sur la figure 6.3, puisqu'au delà de 20 µm, plus aucune fraction organique ne part dans les rejets. Il reste donc 5% en volume (soit $\approx 2{,}5\%$ massique) d'organiques dans le concentré qui ne peuvent pas être supprimés avec une autre passe de séparation.

Pour voir l'effet de la concentration, une séparation effectuée dans les mêmes conditions, en ne changeant que la concentration d'alimentation (passant de 1% à 20% en volume), a été simulée. Elle est représentée à la figure 6.3. En augmentant la fraction solide la coupure s'est déplacée comme le prédit la loi d'échelle corrigée (5.16a). Il est intéressant de remarquer que dans les deux cas, toute la fraction valorisable (sable > 10 µm) est récupérée dans le concentré. Cela signifie qu'une première solution pour éliminer la récupération de fractions non valorisables dans le concentré est de déplacer fortement la coupure et ainsi de perdre une partie de la fraction valorisable. Cette solution peut être intéressante d'un point de vue économique selon les débouchés envisagé pour valoriser la fraction sableuse. Ces considérations dépassent largement le cadre de ce travail de thèse et, par la suite, nous conservons la volonté de récupérer la fraction sableuse supérieure à 10 µm.

Pour pouvoir comparer l'effet de la concentration par rapport au changement des conditions opératoires du bol au delà des possibilités réduites qu'offre la loi d'échelle corrigée, une simulation a été réalisée en milieu dilué à débit plus élevé, de sorte que le concentré possède la même teneur en minérales fines que pour le calcul en concentré. Cette partie de la fraction non valorisable récupérée est celle qui peut être supprimée en améliorant l'écart probable grâce à un traitement en plusieurs passes. Les résultats comparés des différentes simulations (les deux correspondant aux figures 6.3 et 6.4, et celle à plus fort débit) sont reportés dans la table 6.1. Cette table indique les fractions volumiques piégées par rapport à l'alimentation (cf. axe

des ordonnées des figures 6.3 et 6.4). Comme la suspension d'alimentation contient 32,3% volumique de fraction valorisable, 32,3% dans ce tableau pour les valorisables signifie que toutes les valorisables ont été récupérées.

La comparaison des compositions des concentrés obtenus permet de vérifier que pour une même teneur en minérales non valorisables dans le concentré, l'augmentation du débit ou de la concentration d'alimentation donnent des résultats significativement différents sur la teneur en organiques. Alors que l'amélioration de la qualité du concentré passe de 5,3 à 4,8% volumique en augmentant le débit, le fait de jouer sur la concentration permet de diminuer la quantité d'organiques piégée à 3,4% volumique. Ce gain est assez faible, surtout au regard de l'augmentation de concentration qui permet de l'obtenir, mais il est intéressant car il se situe justement à la limite de ce qui est possible avec une suspension diluée. En effet, il élimine du concentré les particules peu denses mais grenues qui sont piégées à cause du fort effet de la taille sur la séparation. Cela permet de vérifier que le critère (6.9), écrit pour les cas dilués, est en fait plus tolérant lorsque la séparation s'effectue en milieu concentré.

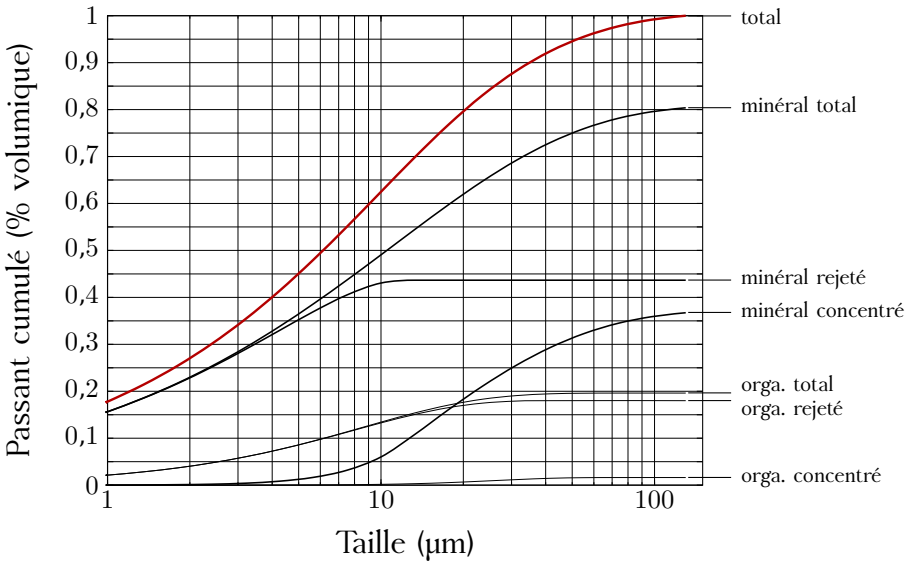
Bien que ce résultat soit intéressant pour des applications pratiques, le gain relatif par rapport à la concentration nécessaire rend ce phénomène insuffisant pour réaliser la séparation de sédiments avec un Falcon dans un contexte industriel.

3.2.2 Amélioration du procédé par une étape d'attrition

Une autre approche pour améliorer la séparation est de tenter de compenser les lacunes du concentrateur Falcon par une autre étape unitaire à inclure dans le procédé de traitement. Un piste spécifique au cas des sédiments est de profiter de la différence de fragilité entre les différentes fractions. En effet, les particules organiques sont par nature beaucoup plus fragiles que celles de silice. Broyer les particules (selon leur fragilité, une forte agitation peut suffire) permettrait de réduire la taille des particules organiques sans modifier la distribution des particules minérales.

Pour tester ce type d'approche, la loi de taille des particules organiques ajustée sur la lavabilité de sédiment mesurée a été modifiée pour se situer dans des tailles plus petites. Les résultats d'un calcul de séparation à concentration volumique de 15% sont présentés à la figure 6.5. La nouvelle distribution des organiques y est aussi tracée. Pour proposer une distribution après attrition, la distribution des organiques suit une loi de Rosin-Rammler, avec $r_{p\ 63,2} = 10$ µm et $k = 1$. Il apparaît qu'en combinant les effets de la concentration et une réduction de la taille des particules organiques, des propretés tout à fait acceptables peuvent être obtenues dans la fraction concentrée. Une illustration est proposée à la figure 6.6

Ce constat permet finalement de clore sur une note très positive cette étude des pistes d'amélioration de la séparation par une opération d'attrition des particules organiques en amont du concentrateur Falcon. La



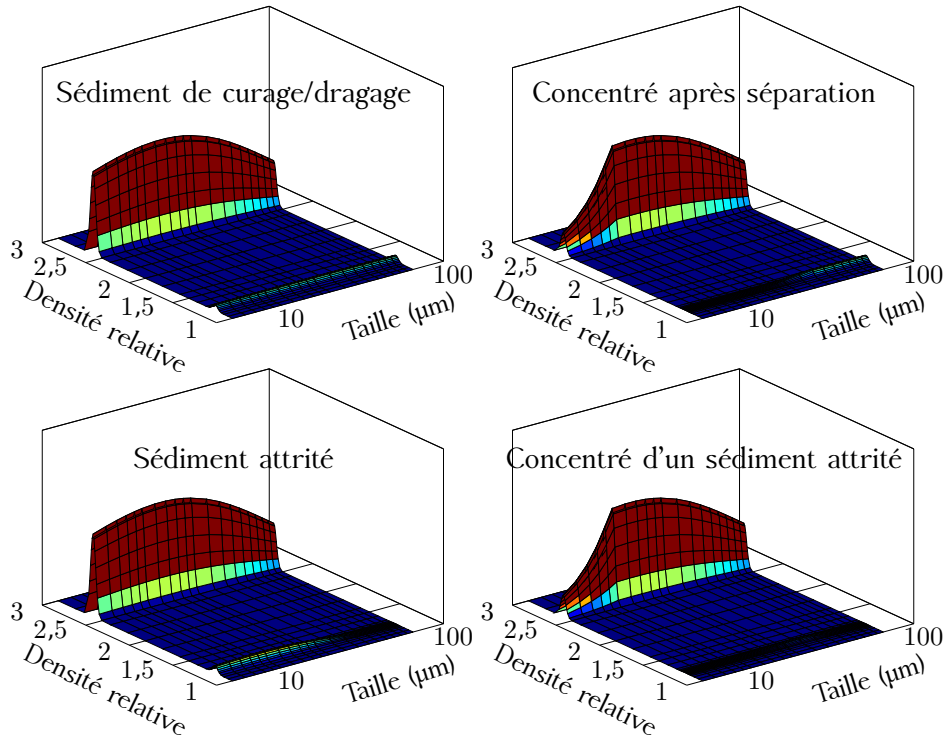
$Q = 10$ l/min, $\omega = 1200$ tr/min
Bol UF40, sédiment type (annexe B)

Figure 6.5: Séparation de sédiment à 15% volumique (30% massique) après attrition.

fragilité des particules organiques rend cette opération relativement simple d'intégration dans les circuits de traitement actuels des sédiments fins. De ce fait, en ajoutant une étape d'attrition au procédé qui pallie les limitations inhérentes au fonctionnement du concentrateur Falcon, il est possible de valoriser la fraction sableuse entre 10 et 80 µm, ce qui permet de profiter des nombreux avantages de ce séparateur, tant en matière de débit traité qu'en matière d'encombrement et de consommation en eau.

4 Conclusion et perspectives

L'analyse physique et la loi d'échelle qui en découle donnent de très bonnes prédictions de la séparation avec un concentrateur Falcon à bol lisse. Bien que la loi d'échelle soit défavorable à la séparation sur critère densimétrique, alors que c'est l'usage conventionnel de ce séparateur, ce résultat témoigne en fait d'un point fort de ce séparateur, à savoir sa capacité à laisser toute la physique des mécanismes fondamentaux de la séparation s'exprimer pleinement. En effet, les particules ayant servi à la validation ont un très faible nombre de Stokes et sont donc extrêmement sensibles aux éventuelles perturbations de la physique lors de leur transport. Le fait qu'elles suivent bien le comportement prédit par l'analyse de la séparation réduite à ses mécanismes fondamentaux montre que la mise en œuvre de



Bol UF40, $Q = 5\,\mathrm{l/min}$, $\omega = 1200\,\mathrm{tr/min}$

Figure 6.6: Comparaison des concentrés de séparation obtenus entre un sédiment type et un sédiment attrité.

ces mécanismes dans l'appareil n'est pas sujette à des phénomènes parasites sur la séparation.

Par conséquent, en sortant du domaine de Stokes, la séparation sur critère densimétrique peut s'affranchir de l'effet granulométrique dans de larges gammes de tailles de particules à traiter. Dans le domaine de Stokes, le coefficient de traînée est inversement proportionnel au nombre de Reynolds particulaire, or ce nombre dépend seulement de la taille des particules et non de leur densité. Hors du domaine de Stokes, la traînée devient moins sensible au nombre de Reynolds particulaire (et donc à la taille des particules) et, de ce fait, ne masque plus l'effet de la gravité augmentée sur la force de flottabilité, elle-même sensible à la densité des particules.

La résolution de la séparation par suivi Lagrangien numérique des particules devrait donc pouvoir prédire la séparation pour les usages conventionnels du concentrateur Falcon. Dans cette optique, le modèle numérique correspondant a été ajouté au logiciel de simulation de procédés USIMPAC. La difficulté avec les données dont disposent les industriels, même lorsqu'ils sont prêts à les partager, est qu'elles sont orientées vers la production et, de ce fait, sont trop incomplètes pour que l'on puisse en déduire des observations mécanistiques. Le fait de disposer d'un outil simple pour inclure

le modèle de concentrateur Falcon dans un schéma de procédés complet pourrait permettre de comparer des tendances macroscopiques à l'échelle du procédé pour lequel les opérateurs ont des jeux de données plus fournis, plutôt qu'à l'échelle de l'appareil qui nécessite une étude spécifique. Le passage à l'échelle industrielle paraît tout à fait envisageable au vu de la physique identifiée, mais sa validation nécessite une démarche qui ne peut pas aboutir sans une volonté industrielle claire.

Dans ce sens, le projet PROPSED inclut des essais sur site de traitement de sédiments avec un Falcon de taille industrielle. À l'heure de la rédaction de ce travail, des essais ont déjà débuté mais leurs résultats ne sont pas encore exploitables. La séparation de sédiments atteignant les limites physiques de l'appareil, il devient critique de contrôler les paramètres influant sur la séparation aussi finement que possible afin de réaliser une séparation efficace. Des paramètres qui ne sont pas déterminants dans le schéma de traitement actuel peuvent le devenir dès lors que l'on veut y inclure le concentrateur Falcon. Par exemple, dans les procédés de traitement actuels, les suspensions à traiter ont une concentration variable selon les conditions de dragage. Le rôle de la concentration sur la séparation devrait alors être pris en compte, puisqu'il a un impact particulièrement important sur la séparation de particules ultrafines. Nos résultats indiquent que la séparation densimétrique peut être améliorée en augmentant la concentration. Ces résultats ne prennent pas en compte l'existence d'une concentration critique, au delà de laquelle les interactions particulaires perturbent l'écoulement (le transport granulaire prenant le pas sur la sédimentation dans le film). Néanmoins jusqu'à une concentration de 20% volumique la physique ne devrait pas être modifiée fondamentalement, et cette valeur de concentration solide permet déjà un amélioration perceptible de la séparation des particules organiques grenues.

Les résultats de ce travail s'étendent au-delà de la seule application du traitement des sédiments de curage et de dragage. En effet, il existe d'autres situations industrielles qui nécessitent de séparer des particules ultrafines par voie densimétrique. L'une d'elle est celle du lavage du charbon fin, pour lequel l'utilisation d'un Falcon à bol lisse pourrait apporter des bénéfices industriels majeurs. En effet, ce dernier opérerait dans le domaine même de la flottation, qui nécessite des quantités d'eau, d'additifs et d'énergie considérables. Ce n'est pas par hasard si des études s'y attellent régulièrement depuis les travaux de Honaker *et al.* (1996); Honaker et Wang (1998) jusqu'aux développements récents d'Oruç *et al.* (2010).

5 Références

R. Q. Honaker, N. Singh et B. Govindarajan : Application of dense-medium in an enhanced gravity separator for fine coal cleaning. *Minerals Engineering*, 13(4):415–427, 2000.

R. Q. Honaker et D. Wang : Falcon concentrators : a high capacity fine coal cleaning technology. *In Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting*, 1998.

R. Q. Honaker, D. Wang et K. Ho : Application of the Falcon concentrator for fine coal cleaning. *Minerals Engineering*, 9(11):1143–1156, 1996.

A. R. Laplante, M. Buonvino, A. Veltmeyer, J. Robitaille et G. Naud : A study of the Falcon concentrator. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 33 (4):279–288, 1994.

F. Oruç, S. Özgen et E. Sabah : An enhanced gravity method to recover ultra-fine coal from tailings : Falcon concentrator. *Fuel*, 89:2433–2437, 2010.

P. Rosin et E. Rammler : The laws governing the fineness of powdered coal. *Journal of the Institute Fuel*, 7(31):29–36, 1933.

Nomenclature

Même si pour faciliter la lecture, les unités des variables utilisées dans le texte sont adaptées à leur ordre de grandeur, elles sont toutes exprimées en unités su système international dans les équations et formules. Leurs unités SI respectives sont précisées ci-après entre parenthèses après le nom des variables, elles sont omises pour les variables sans unité.

Définitions générales

Les indices f, s et p indiquent respectivement les propriétés physiques du fluide, de la suspension et de chaque classe de particules. Ils sont omis quand il n'y a aucune ambigüité (pour la viscosité du fluide par exemple). L'indice θ représente la composante azimutale des vecteurs, tandis que les indices X et Y représentent les composantes dans le repère tournant avec le bol : X dans la direction principale de l'écoulement et Y dans la direction orthogonale à la paroi (cf. figure 4.1).

$\vec{F}$ **(**N**) :** force

$\vec{f}$ **(**$m \cdot s^{-2}$**) :** force massique (accélération)

x **:** variable quelconque

$\mathcal{V}$ **(**m^3**),** $\mathcal{S}$ **(**m^2**) :** Volume et surface

ϵ **:** erreur

ε **:** petite valeur arbitraire ($\varepsilon \ll 1$)

l **(**$m^2 \cdot kg^{-1}$**) :** lavabilité (cf. page 19)

$\mathbb{I}$ **:** matrice identité

Repères et composantes de vitesses

$\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{e}_z$ **:** Repère cylindrique

$\vec{e}_X$, $\vec{e}_Y$, $\vec{e}_\theta$ **:** Repère suivant les directions principales d'écoulement

r **(**m**) :** distance à l'axe de symétrie du bol
X **(**m**) :** position dans la direction principale d'écoulement
Y **(**m**) :** position dans l'épaisseur du film, distance à la paroi
H **(**m**) :** hauteur normale à la paroi du bol (seulement page 65)
$\vec{u}$, $\vec{v}$ **(**$m \cdot s^{-1}$**) :** vecteurs vitesses du fluide et des particules
$\vec{u}_{2D}$, $\vec{v}_{2D}$ **(**$m \cdot s^{-1}$**) :** projections des vitesses dans le plan $(\vec{r}, \vec{z})$
u_θ, v_θ **(**$m \cdot s^{-1}$**) :** vitesses azimutales, de sorte que $\vec{u} = \vec{u}_{2D} + u_\theta \vec{e}_\theta$

Grandeurs physiques

p **(**$N \cdot m^{-2}$**) :** pression dans le fluide
ρ **(**$kg \cdot m^{-3}$**) :** masse volumique
μ **(**$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$**) :** viscosité dynamique
ν **(**$m^2 \cdot s^{-1}$**) :** viscosité cinématique
r_p **(**m**) :** rayon des particules
$\vec{G}$ **(**$m \cdot s^{-2}$**) :** gravitation terrestre
L_{bol} **(**m**) :** longueur du bol
R **(**m**) :** rayon du bol
R_0 **(**m**) :** rayon du bol à sa base (plus petit rayon du bol)
β **(**rad**) :** angle d'ouverture du bol
Q **(**$m^3 \cdot s^{-1}$**) :** débit d'alimentation
ω **(**$rad \cdot s^{-1}$**) :** vitesse de rotation
h **(**m**) :** épaisseur du film
Y_0 **(**m**) :** position initiale d'une particule dans l'épaisseur du film à l'alimentation
$\mathcal{S}_f$ **(**m^2**) :** section débitante du film
ϕ **:** fraction volumique de solide

Paramètres qualifiant la séparation

ρ_X **(**$kg \cdot m^{-3}$**) :** masse volumique de coupure à X%
E_p **(**$kg \cdot m^{-3}$**) :** écart probable (cf. page 22)
E **(**$kg \cdot m^{-3}$**) :** écart probable total sur toute la granulométrie (cf. page 137)
C_p **:** fraction piégée pour un type de particule donné
C **:** fraction récupérée dans le piège

Bilan de forces

$\vec{F}_M$, $\vec{F}_D$ **(N) :** forces de masse ajoutée et de traînée

$\vec{F}_B$, $\vec{F}_G$ **(N) :** force de flottabilité et effet du gradient de pression

$\vec{\mathcal{G}}$ **(s^{-1}) :** gradient de vitesse du fluide dans la direction d'une trajectoire de particule (cf. page 53)

$\vec{g}$ **($m \cdot s^{-2}$) :** gravité augmentée perçue par les particules

Modèles physiques

η **:** coefficient dans la loi de viscosité de la suspension (cf. page 106)

C_M, C_D **:** coefficients de masse ajoutée et de traînée

τ_p **(s) :** temps caractéristique de relaxation des particules

τ_f **(s) :** temps caractéristique de l'écoulement du fluide

$\vec{v}_{C\&A}$ **($m \cdot s^{-1}$) :** modèle de vitesse terminale de sédimentation de Concha et Almendra (cf. page 104)

Paramètres numériques

τ_r **(s) :** pas temps maximal d'intégration des vitesses dans le calcul de trajectoires

N, S, E, W **:** facettes des volumes élémentaires

i, j **:** indices de position dans le film (respectivement selon les directions X et Y)

$\mathbb{K}$ **($m^3 \cdot s^{-1}$) :** matrice du système linéaire de résolution du transport de la fraction solide dans le film

$K_{i,j}$ **($m^3 \cdot s^{-1}$) :** coefficients de la matrice $\mathbb{K}$, définis à l'équation (5.2)

Termes propres au modèle de séparation proposé

L **(m) :** longueur de sédimentation

λ **:** coefficient correctif de la loi d'échelle

α **:** exposant dû à l'angle d'ouverture du bol dans les lois d'échelle (cf. page 66)

P **:** profil de vitesse dans la direction principale d'écoulement du film

P_W **:** profil de vitesse azimutale dans le film

$\mathbb{P}$ **:** intégrale du profil d'alimentation (cf. page 66)

Nombres adimensionnels

Re : nombre de Reynolds (cf. page 45)

Re_p : nombre de Reynolds particulaire (cf. page 52)

$Re_{p_{\text{th}}}$: estimation du nombre de Reynolds particulaire à partir de la loi d'échelle (cf. page 82)

Fr : nombre de Froude (cf. page 48)

St : nombre de Stokes (cf. page 53)

Ek : nombre de d'Ekman (cf. page 50)

Traitement des données expérimentales

l_{alim} $(m^2 \cdot kg^{-1})$: lavabilité de la suspension en amont du bol (alimentation du Falcon)

l_{conc} $(m^2 \cdot kg^{-1})$: lavabilité du concentré dans le bol

l_{rej} $(m^2 \cdot kg^{-1})$: lavabilité des rejets du Falcon

σ_p $((m^2 \cdot kg^{-1})^2)$: variance des mesures expérimentales par classe granulométrique (cf. page 74)

γ_p $((m^2 \cdot kg^{-1})^{-1})$: multiplicateur de Lagrange (cf. page 73)

Table des figures

1.1 Comparaison schématique de deux concentrateurs centrifuges fluidisés 10
1.2 Deux bols pour le Falcon L40 : le bol fluidisé « SB » et le bol lisse « UF » 12

2.1 Surface de séparation, densité de coupure et écart probable 22
2.2 Installation expérimentale du Falcon L40 24
2.3 Distribution granulométrique de la silice utilisée 28
2.4 Distribution granulométrique du coke utilisé 29

3.1 Schéma de fonctionnement du bol centrifuge Falcon 39
3.2 Évolution au cours du temps de la granulométrie des rejets d'un Falcon L40 (exp. n° 2) 41
3.3 Principales forces contrôlant la trajectoire des particules . . 42
3.4 Détermination de la fraction piégée par suivi Lagrangien de particules ponctuelles 42
3.5 Champs de vitesses calculés par simulation numérique directe pour $Q = 2$ l/min, $\omega = 1000$ rpm et $h = 0,5$ mm . . . 47
3.6 Champs de vitesses calculés par simulation numérique directe pour $Q = 2$ l/min, $\omega = 1000$ rpm et $h = 0,2$ mm . . . 47
3.7 Profils des composantes de la vitesse du fluide pour différentes épaisseurs de film ($h = \{0,5; 0,2; 0,15; 0,1\}$ mm, $X = 5,95$ cm, $Q = 2$ l/min, $\omega = 1000$ tr/min) 51
3.8 Profils des composantes de la vitesse du fluide pour différentes épaisseurs de film ($h = \{0,5; 0,2; 0,1\}$ mm, $X = 5,95$ cm, $Q = 5$ l/min, $\omega = 2000$ tr/min) 51

4.1 Repères, coordonnées et paramètres géométriques 63
4.2 Section du film fluant 65
4.3 Évolution du taux de récupération en fonction des paramètres opératoires (exp. n° 3 et n° 4) 71

4.4 Ajustement de la loi d'échelle sur les fractions rejetées mesurées expérimentalement (exp. n° 3, n° 4 et n° 5) 72
4.5 Fonctions de séparation expérimentales (exp. n° 5) et loi d'échelle analytique pour la silice 73
4.6 Fonctions de séparation expérimentales (exp. n° 6) et loi d'échelle analytique pour le coke 75
4.7 Comparaison des mesures au granulomètre laser avec les prédictions du modèle 76
4.8 Évolution de la longueur de sédimentation en fonction de la taille des particules 83
4.9 Évolution de la longueur de sédimentation en fonction de l'écart de densité entre les particules et le fluide porteur . . 83
4.10 Comparaison des longueurs de sédimentation prédites avec et sans prendre en compte le terme inertiel de l'équation (3.15) 85
4.11 Variation de l'écart probable et effet de la vitesse de rotation 87
4.12 Fonction coût sur la coupure densimétrique en fonction des conditions opératoires 89
4.13 Profils de bol pour lesquels $\alpha = 1$ 90

5.1 Discrétisation du film en volumes finis 96
5.2 Solutions de suivi de concentration et temps de calcul pour différentes discrétisations du film fluant (schéma centré) . . . 101
5.3 Solutions de suivi de concentration et temps de calcul pour différentes discrétisations du film fluant (schéma amont) . . . 101
5.4 Loi d'évolution de la viscosité de la suspension en fonction de la fraction solide, pour différentes valeurs de ϕ_{max} 107
5.5 Comparaison des résultats simulés avec la loi d'échelle (4.13) 110
5.6 Comparaison des résultats simulés pour différentes concentrations d'alimentation 110
5.7 Évolution de la fraction volumique d'une classe de particules peu denses dans une suspension bidisperse en densité . . . 112
5.8 Classes de particules impactées par les différents mécanismes dus à la concentration 115
5.9 Évolution de la densité dans le film entre l'alimentation et la sortie du bol 118
5.10 Profils de densité de suspension dans le film en sortie de bol 119
5.11 Flux de particules piégées à la paroi du bol 120
5.12 Profils des distributions de particules piégées le long de la paroi du bol 120
5.13 Comparaison de la densité des rejets et de la densité apparente obtenue par la méthode des moindres carrés 121
5.14 Coefficient λ_ϕ à utiliser dans le modèle dilué pour prendre en compte la sédimentation entravée 122

5.15 Évolution du taux de récupération en fonction de la densité : comparaison entre des résultats de simulation et la loi d'échelle corrigée 123
5.16 Évolution du taux de récupération en fonction de la taille : comparaison entre des résultats de simulation et la loi d'échelle corrigée 123

6.1 Définition de l'écart total E pour prendre en en compte la séparation granulométrique 137
6.2 Lavabilité d'un sédiment de curage type 142
6.3 Séparation de sédiment à 1% volumique (2,4% massique) . 143
6.4 Séparation de sédiment à 20% volumique (37,9% massique) 143
6.5 Séparation de sédiment à 15% volumique (30% massique) après attrition 146
6.6 Comparaison des concentrés de séparation obtenus entre un sédiment type et un sédiment attrité 147

A.1 Fractions volumiques mesurées au granulomètre laser par classes granulométriques (exp. n° 1) 162
A.2 Acquisition à la balance pour les mesures de débit des rejets et de temps de prélèvement des échantillons (exp. n° 1) . . . 162
A.3 Acquisition à la balance pour les mesures de débit des rejets et de temps de prélèvement des échantillons (exp. n° 2) . . . 163
A.4 Dérivation en amont du concentrateur pour que l'installation fonctionne en circuit fermé avant le démarrage des mesures 165
A.5 Visualisation de l'épaisseur du film et de l'accélération du fluide par l'hélice dans un bol lisse sans zone de rétention (cônique sur toute sa longueur) 166
A.6 Remplissage de la zone de rétention 171

Liste des tableaux

2.1 Analyse chimique de la silice C300 d'après *Sibelco* 28
2.2 Propriétés optiques des matériaux utilisés 33

5.1 Écart entre la solution complète et la solution ne tenant pas compte d'un mécanisme d'interaction particulaire 115

6.1 Composition du concentré en fractions valorisable et polluées 144

A.1 Mesure de la densité des particules de silice au pycnomètre à hélium 165
A.2 Mesure de la densité des particules de coke au pycnomètre à hélium 166
A.3 Mesures des fractions solides des rejets des expériences n° 3, 4 et 5 167
A.4 Distributions granulométriques de l'expérience n° 3 168
A.5 Distributions granulométriques de l'expérience n° 3 (suite) . 169
A.6 Distributions granulométriques de l'expérience n° 4 170
A.7 Variation de la distribution granulométrique à l'alimentation de l'expérience n° 5 172
A.8 Variation de la distribution granulométrique à l'alimentation de l'expérience n° 5 (suite) 173
A.9 Granulométries des concentrés de l'expérience n° 5 174
A.10 Distributions granulométriques des rejets de l'expérience n° 5 175
A.11 Distributions granulométriques de l'expérience n° 6 176
A.12 Distributions granulométriques de l'expérience n° 6 (suite) . 177

B.1 Analyse granulo-densimétrique d'un sédiment réalisée par le BRGM 179

Données expérimentales

A

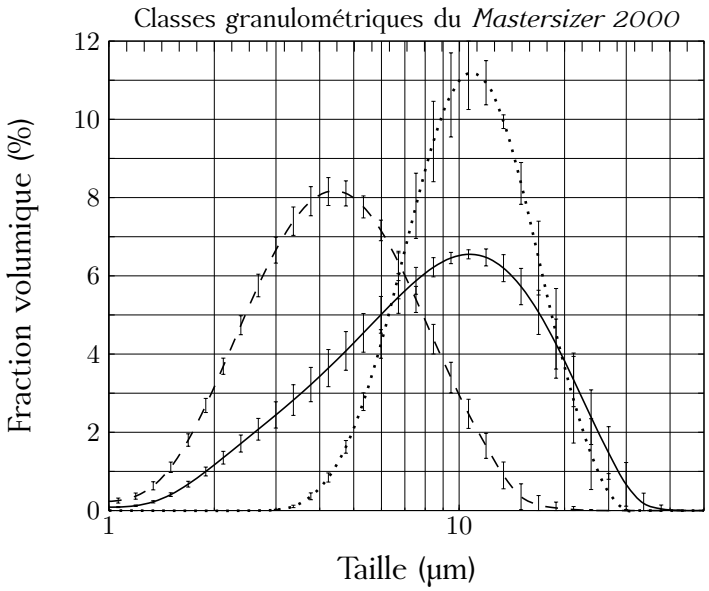
Tous les essais ont été réalisés avec un concentrateur Falcon de laboratoire L40 équipé d'un bol UF. La quantité des données expérimentales mesurées rend impossible de toutes les détailler. Néanmoins un certain nombre de données sélectionnées sont présentées ci-après pour détailler les résultats des essais expérimentaux. Les distributions granulométriques sont présentées sous forme brute : quelques ajustement ont été apportés pour supprimer les points manifestement faux dus à la présence de bulles dans le granulomètre laser en voie humide, mais les données ne sont pas réconciliées.

Expérience 1: Séparation avec un concentrateur Falcon.

Débit : 4,38 l/min
Vitesse de rotation : 1460 tr/min
Suspension : silice
Eau : 30 l
Solide : 364 g

Mesures

Granulométrie du concentré en fin d'essai, granulométrie des rejets à différents instants et granulométrie en amont du concentrateur (cf. figures A.1 et A.2).



Courbes moyennes et écarts types des distributions granulométriques dans les trois flux :
— amont, – – concentré, ··· rejets.

Figure A.1: Fractions volumiques mesurées au granulomètre laser par classes granulométriques (exp. n° 1).

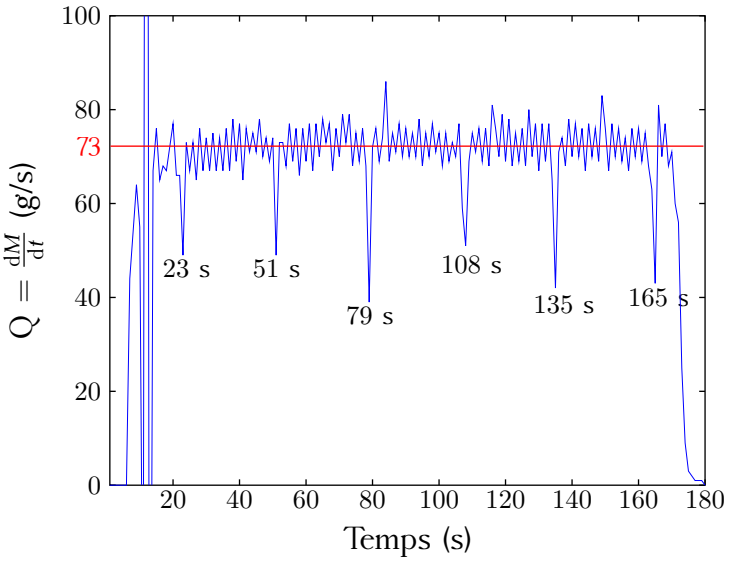


Figure A.2: Acquisition à la balance pour les mesures de débit des rejets et de temps de prélèvement des échantillons (exp. n° 1).

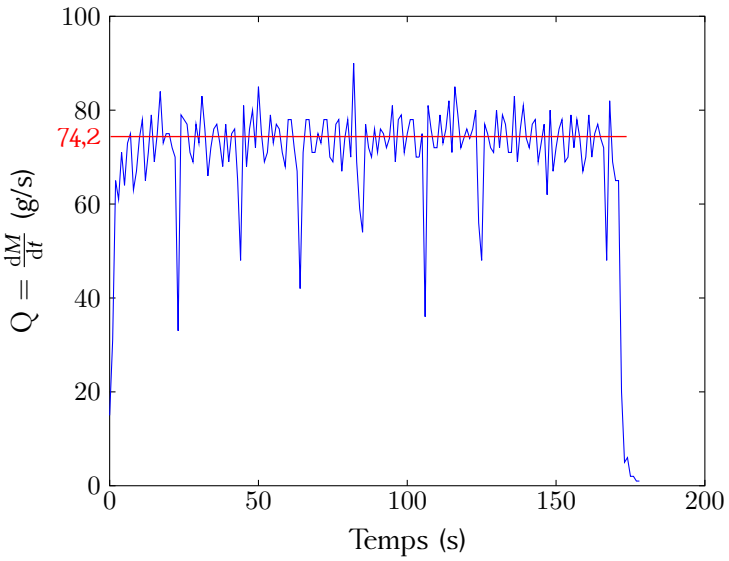


Figure A.3: Acquisition à la balance pour les mesures de débit des rejets et de temps de prélèvement des échantillons (exp. n° 2).

Expérience 2: Validation expérimentale de l'hypothèse de non-resuspension depuis le piège vers le film.

Débit : 4,45 l/min
Vitesse de rotation : 1170 tr/min
Suspension : silice
Eau : 31 l
Solide : 150 g

Mesures

Granulométrie des rejets à différents instants (cf. figures 3.2 et A.3) et granulométrie en amont du concentrateur.

Expérience 3: Variation de la vitesse de rotation du bol (cf. tables A.4 et A.5).

Expérience 4: Variation du débit d'alimentation (cf. table A.6).

Expérience 5: Mesures de séparations pour différentes conditions opératoires (cf. tables A.7, A.8, A.9 et A.10).

Conditions opératoires et mesures de concentrations reportées dans la table A.3.

Mesures

Granulométrie des rejets et granulométrie en amont du concentrateur, concentration des rejets et concentration amont (cf. figure 4.3).
Pour l'exp. n° 5 seulement, granulométrie du concentré (donc coupure de l'alimentation et nettoyage du bol à chaque changement de conditions opératoires, cf. figure 3.2).

Expérience 6: Mesures de séparation avec la suspension de coke (cf. tables A.11 et A.12).

Suspension : coke
Eau : 30 l
Solide : 57 g

Essai	Débit	Vitesse de rotation
1	2,75 l/min	1170 tr/min
2	2,75 l/min	1605 tr/min
3	4,26 l/min	1605 tr/min
4	4,26 l/min	2040 tr/min

Mesures

Granulomtétrie dans les rejets, granulométrie en amont du concentrateur et granulométrie du concentré (cf. figure 4.6).

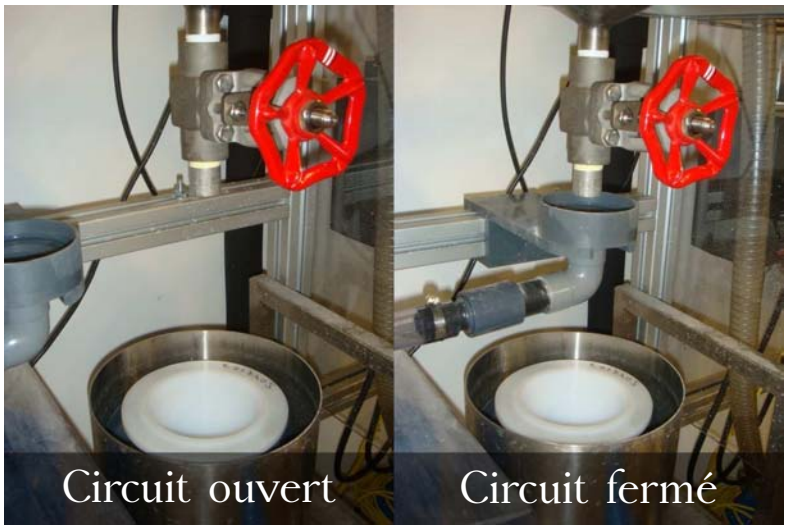


Figure A.4: Dérivation en amont du concentrateur pour que l'installation fonctionne en circuit fermé avant le démarrage des mesures.

Poids échantillon :	0,4436 g	Taux d'equilibre :	0,0050 psig/min
Température :	22,6 °C	Volume d'expansion :	9,3306 cm^3
Nombre de Purges :	30	Calibration Factor :	1.000630
Volume de cellule :	6,0370 cm^3		
Chamber insert :	3,5 cm^3		

Proc#	Volume cm^3	Déviation cm^3	Densité g/cm^3	Déviation g/cm^3	Temps écoulé (h:m:s)
1	0,1757	−0,0005	2,5243	0,0078	0 : 12 : 54
2	0,1756	−0,0007	2,5264	0,0100	0 : 14 : 47
3	0,1761	−0,0001	2,5184	0,0019	0 : 16 : 41
4	0,1761	−0,0002	2,5188	0,0024	0 : 18 : 33
5	0,1756	−0,0006	2,5258	0,0093	0 : 20 : 28
6	0,1768	0,0005	2,5090	−0,0075	0 : 22 : 18
7	0,1767	0,0004	2,5107	−0,0058	0 : 24 : 03
8	0,1763	0,0001	2,5155	−0,0010	0 : 25 : 56
9	0,1770	0,0007	2,5068	−0,0097	0 : 27 : 45
10	0,1768	0,0005	2,5092	−0,0073	0 : 29 : 31

Volume moyen :	0,1763 cm^3	Déviation standard :	0,0005 cm^3
Densité moyenne :	2,5165 g/cm^3	Déviation standard :	0,0074 g/cm^3

Table A.1: Mesure de la densité des particules de silice au pycnomètre à hélium.

Poids échantillon :	0,3837 g	Taux d'équilibre :	0,0050 psig/min
Température :	25,7 °C	Volume d'expansion :	9,3306 cm^3
Nombre de purges :	30	Calibration Factor :	1,000630
Volume de cellule :	6,0370 cm^3		
Chamber insert :	3,5 cm^3		

Proc#	Volume cm^3	Déviation cm^3	Densité g/cm^3	Déviation g/cm^3	Temps écoulé (h:m:s)
1	0,2091	0,0002	1,8348	−0,0021	0 : 12 : 46
2	0,2093	0,0005	1,8329	−0,0040	0 : 14 : 33
3	0,2094	0,0005	1,8328	−0,0041	0 : 16 : 22
4	0,2085	−0,0004	1,8402	0,0033	0 : 18 : 10
5	0,2084	−0,0005	1,8410	0,0041	0 : 20 : 00
6	0,2091	0,0002	1,8351	−0,0018	0 : 21 : 47
7	0,2085	0,0003	1,8399	0,0030	0 : 23 : 38
8	0,2089	0,0000	1,8367	−0,0002	0 : 25 : 23
9	0,2086	−0,0003	1,8398	0,0029	0 : 27 : 12
10	0,2090	0,0001	1,8359	−0,0010	0 : 29 : 03

Volume moyen :	0,2089 cm^3	Déviation standard :	0,0004 cm^3
Densité moyenne :	1,8369 g/cm^3	Déviation standard :	0,0031 g/cm^3

Table A.2: Mesure de la densité des particules de coke au pycnomètre à hélium.



Figure A.5: Visualisation de l'épaisseur du film et de l'accélération du fluide par l'hélice dans un bol lisse sans zone de rétention (cônique sur toute sa longueur).

EXP	Q (tr)	ω (Hz)	Q (l/min)	ω (tr/min)	Vide1 (g)	Vide2 (g)	Vide (g)	E+S+V (g)	S+V (g)	Eau (g)	Solide (g)	Susp (g)	% solide	%Rejets	%Amont	Ratio
EXP 3	1,5	80	4,26	2330	59,2941	59,2915	59,2928	81,5466	59,3006	22,2460	7,80e-03	22,2538	3,51e-04	3,51e-04		0,1170
EXP 3	1,5	60	4,26	1750	62,3523	62,3488	62,3506	90,3825	62,3646	28,0179	1,41e-02	28,03195	5,01e-04	5,01e-04		0,1674
EXP 3	1,5	40	4,26	1170	62,2134	62,2102	62,2118	92,3125	62,2367	30,0758	2,49e-02	30,1007	8,27e-04	8,27e-04		0,2762
EXP 3	1,5	20	4,26	585	59,9204	59,9176	59,9190	90,1060	59,9466	30,1594	2,76e-02	30,187	9,14e-04	9,14e-04		0,3053
EXP 3	1,5	30	4,26	875	62,0341	62,0314	62,0328	93,1441	62,0633	31,0808	3,05e-02	31,11135	9,82e-04	9,82e-04		0,3279
EXP 3	1,5	40	4,26	1170	60,0504	60,0483	60,0494	84,1773	60,0713	24,1060	2,19e-02	24,12795	9,10e-04	9,10e-04		0,3038
EXP 3	1,5	50	4,26	1460		63,7090	63,7090	92,6014	63,7302	28,8712	2,12e-02	28,8924	7,34e-04	7,34e-04		0,2450
EXP 3	1,5	60	4,26	1750	60,0520	60,0495	60,0508	87,6882	60,0671	27,6211	1,64e-02	27,63745	5,92e-04	5,92e-04		0,1975
EXP 3	1,5	70	4,26	2040	59,9017	59,8990	59,9004	87,1866	59,9141	27,2725	1,37e-02	27,28625	5,04e-04	5,04e-04		0,1683
EXP 3	Amont	Avant			62,6427	62,6411	62,6419	90,3351	62,7160	27,6191	7,41e-02	27,6932	2,68e-03		2,68e-03	
EXP 3	Amont	Après			63,3522	63,3505	63,3514	92,7549	63,4488	29,3061	9,75e-02	29,40355	3,31e-03		3,31e-03	
EXP 4	1	50	1,22	1460	59,2939		59,2939	98,1511	59,3039	38,8472	1,00e-02	38,8572	2,57e-04	2,57e-04		0,0932
EXP 4	1,25	50	2,74	1460	62,3528		62,3528	118,254	62,3804	55,8736	2,76e-02	55,9012	4,94e-04	4,94e-04		0,1788
EXP 4	1,5	50	4,26	1460	62,2133		62,2133	114,5211	62,2475	52,2736	3,42e-02	52,3078	6,54e-04	6,54e-04		0,2368
EXP 4		50		1460	59,9406		59,9406	125,8611	59,967	65,8941	2,64e-02	65,9205	4,00e-04	4,00e-04		0,1450
EXP 4	1,375	50	3,50	1460	62,0341		62,0341	128,2288	62,0693	66,1595	3,52e-02	66,1947	5,32e-04	5,32e-04		0,1926
EXP 4	Amont	Avant			60,0509		60,0509	120,4617	60,1905	60,2712	1,40e-01	60,4108	2,31e-03		2,31e-03	
EXP 4	Amont	Après			59,9816		59,9816	121,2119	60,1476	61,0643	1,66e-01	61,2303	2,71e-03		2,71e-03	
EXP 4	1,5	50	4,26	1460	60,0518		60,0518	115,2046	60,0878	55,1168	3,60e-02	55,1528	6,53e-04	6,53e-04		0,2364
EXP 4		50		1460	59,9014		59,9014	110,284	59,9342	50,3498	3,28e-02	50,3826	6,51e-04	6,51e-04		0,2358
EXP 4	1,375	50	3,50	1460	62,6429		62,6429	119,2239	62,6753	56,5486	3,24e-02	56,581	5,73e-04	5,73e-04		0,2074
EXP 4	Amont	Avant			63,352		63,3520	101,898	63,4789	38,4191	1,27e-01	38,546	3,29e-03		3,29e-03	
EXP 4	Amont	Après			63,7113		63,7113	124,0253	63,876	60,1493	1,65e-01	60,314	2,73e-03		2,73e-03	
EXP 5	1,25	30	2,74	875	59,2942		59,2942	120,9036	59,3385	61,5651	4,43e-02	61,6094	7,19e-04	7,19e-04		0,2677
EXP 5	1,5	30	4,26	875	62,3533		62,3533	125,2106	62,4196	62,7910	6,63e-02	62,8573	1,05e-03	1,05e-03		0,3927
EXP 5	1,25	40	2,74	1170	62,2144		62,2144	122,6465	62,2882	60,3583	7,38e-02	60,4321	1,22e-03	1,22e-03		0,4547
EXP 5	1,5	40	4,26	1170	59,9216		59,9216	123,3008	59,9717	63,3291	5,01e-02	63,3792	7,90e-04	7,90e-04		0,2943
EXP 5	1,25	60	2,74	1750	62,0343		62,0343	123,5307	62,0571	61,4736	2,28e-02	61,4964	3,71e-04	3,71e-04		0,1380
EXP 5	1,5	60	4,26	1750	60,0518		60,0518	124,4405	60,0887	64,3518	3,69e-02	64,3887	5,73e-04	5,73e-04		0,2134
EXP 5	1,25	70	2,74	2040	59,9821		59,9821	125,073	60,0007	65,0723	1,86e-02	65,0909	2,86e-04	2,86e-04		0,1064
EXP 5	1,5	70	4,26	2040	60,0522		60,0522	121,973	60,0796	61,8934	2,74e-02	61,9208	4,43e-04	4,43e-04		0,1648
EXP 5	Amont	t1			59,9018		59,9018	114,7308	60,0511	54,6797	1,49e-01	54,829	2,72e-03		2,72e-03	
EXP 5	Amont	t2			62,644		62,6440	107,4555	62,7537	44,7018	1,10e-01	44,8115	2,45e-03		2,45e-03	
EXP 5	Amont	t3			63,3532		63,3532	121,725	63,5214	58,2036	1,68e-01	58,3718	2,88e-03		2,88e-03	
EXP 5	Amont	t4			63,7112		63,7112	112,9667	63,8437	49,1230	1,33e-01	49,2555	2,69e-03		2,69e-03	

Table A.3: Mesures des fractions solides des rejets des expériences n° 3, 4 et 5.

Pour les rejets, les colonnes sont intitulées en fonction de la consigne (en Hz) de commande du bol (correspondances en tr/min, cf. table A.3). Les nombres entre parenthèses représentent des mesures répétées sur le même échantillon : par exemple, deux échantillons ont été prélevés à 40 Hz, dont un mesuré deux fois au granulomètre laser.

Taille (µm)	Amont av. (1)	Amont av. (2)	Amont après	20	30	40	40 (1)	40 (2)	50	60	60	70	70 (1)	70 (2)	70 (1)	70 (2)	Cuve av. (1)	Cuve av. (2)	Cuve ap. (1)	Cuve ap. (2)
$< 5{,}024e-01$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$< 5{,}637e-01$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,17	0,15	0,27	0,17	0,22	0,31	0,28	0,00	0,00	0,00	0,00
$< 6{,}325e-01$	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,05	0,03	0,02	0,16	0,62	0,57	0,90	0,66	0,79	1,01	0,92	0,00	0,00	0,00	0,00
$< 7{,}096e-01$	0,00	0,00	0,00	0,14	0,09	0,20	0,18	0,15	0,47	1,37	1,27	1,81	1,38	1,65	2,00	1,83	0,00	0,00	0,00	0,00
$< 7{,}962e-01$	0,00	0,05	0,05	0,38	0,26	0,43	0,42	0,35	0,90	2,24	2,07	2,88	2,25	2,67	3,15	2,90	0,00	0,01	0,00	0,00
$< 8{,}934e-01$	0,00	0,17	0,16	0,65	0,47	0,68	0,70	0,58	1,35	3,18	2,93	4,03	3,20	3,76	4,37	4,03	0,00	0,06	0,00	0,00
$< 1{,}002e+00$	0,00	0,28	0,25	0,92	0,68	0,93	0,98	0,82	1,80	4,15	3,80	5,20	4,18	4,88	5,63	5,19	0,00	0,14	0,00	0,00
$< 1{,}125e+00$	0,02	0,39	0,33	1,22	0,92	1,21	1,27	1,08	2,29	5,18	4,73	6,44	5,24	6,06	6,97	6,43	0,02	0,22	0,00	0,02
$< 1{,}262e+00$	0,15	0,55	0,44	1,62	1,25	1,61	1,68	1,43	2,93	6,44	5,87	7,91	6,51	7,47	8,53	7,90	0,11	0,35	0,00	0,10
$< 1{,}416e+00$	0,35	0,81	0,63	2,29	1,84	2,27	2,37	2,04	3,92	8,17	7,46	9,84	8,25	9,36	10,58	9,85	0,31	0,59	0,03	0,31
$< 1{,}589e+00$	0,75	1,27	0,99	3,44	2,87	3,44	3,55	3,10	5,56	10,68	9,78	12,53	10,77	12,06	13,37	12,55	0,71	1,03	0,43	0,73
$< 1{,}783e+00$	1,39	2,01	1,58	5,28	4,59	5,35	5,49	4,84	8,11	14,22	13,05	16,25	14,38	15,88	17,15	16,24	1,38	1,76	1,18	1,42
$< 2{,}000e+00$	2,33	3,08	2,45	8,02	7,18	8,22	8,39	7,48	11,81	18,96	17,42	21,15	19,26	20,98	22,02	21,03	2,39	2,83	2,31	2,44
$< 2{,}244e+00$	3,60	4,50	3,62	11,76	10,78	12,19	12,37	11,15	16,77	24,92	22,92	27,20	25,43	27,36	27,96	26,91	3,74	4,25	3,86	3,80
$< 2{,}518e+00$	5,19	6,28	5,10	16,58	15,45	17,32	17,48	15,93	22,97	31,96	29,43	34,28	32,74	34,84	34,84	33,75	5,46	6,05	5,80	5,49
$< 2{,}825e+00$	7,10	8,44	6,88	22,46	21,19	23,55	23,66	21,79	30,25	39,85	36,76	42,12	40,89	43,09	42,39	41,30	7,53	8,22	8,11	7,53
$< 3{,}170e+00$	9,34	10,97	8,96	29,29	27,89	30,76	30,77	28,64	38,39	48,25	44,66	50,39	49,50	51,72	50,35	49,28	9,96	10,78	10,75	9,91
$< 3{,}557e+00$	11,92	13,91	11,35	36,91	35,40	38,73	38,59	36,30	47,04	56,82	52,84	58,75	58,17	60,33	58,39	57,39	12,76	13,76	13,72	12,65
$< 3{,}991e+00$	14,88	17,27	14,06	45,08	43,48	47,18	46,84	44,52	55,87	65,22	60,99	66,86	66,54	68,53	66,23	65,32	15,96	17,18	17,01	15,78
$< 4{,}477e+00$	18,26	21,10	17,14	53,52	51,85	55,80	55,23	53,02	64,49	73,10	68,82	74,42	74,24	75,99	73,58	72,79	19,59	21,07	20,63	19,34
$< 5{,}024e+00$	22,08	25,42	20,59	61,90	60,20	64,23	63,43	61,45	72,52	80,17	76,04	81,14	81,01	82,43	80,19	79,54	23,66	25,44	24,60	23,35

Table A.4: Distributions granulométriques de l'expérience n° 3.

Suite de la table A.4.

Taille (µm)	Amont av. (1)	Amont av. (2)	Amont après	20	30	40	40 (1)	40 (2)	50	60	60	70	70 (1)	70 (2)	70 (1)	70 (2)	Cuve av. (1)	Cuve av. (2)	Cuve ap. (1)	Cuve ap. (2)
$< 5{,}637e+00$	26,40	30,24	24,48	69,90	68,20	72,14	71,10	69,48	79,65	86,19	82,41	86,80	86,65	87,69	85,87	85,36	28,21	30,33	28,96	27,86
$< 6{,}325e+00$	31,24	35,57	28,82	77,22	75,56	79,23	78,01	76,81	85,67	91,05	87,77	91,34	91,12	91,74	90,50	90,13	33,25	35,71	33,75	32,86
$< 7{,}096e+00$	36,61	41,37	33,65	83,60	82,04	85,29	83,96	83,19	90,45	94,73	92,04	94,73	94,49	94,65	94,06	93,82	38,75	41,56	39,02	38,37
$< 7{,}962e+00$	42,49	47,58	38,97	88,90	87,49	90,22	88,87	88,48	94,01	97,31	95,25	97,10	96,90	96,61	96,64	96,49	44,68	47,79	44,79	44,33
$< 8{,}934e+00$	48,82	54,11	44,76	93,02	91,85	93,97	92,70	92,61	96,46	98,91	97,48	98,61	98,57	97,84	98,34	98,27	50,96	54,31	51,07	50,67
$< 1{,}002e+01$	55,49	60,80	50,96	96,04	95,19	96,65	95,56	95,64	97,99	99,63	98,88	99,46	99,59	98,56	99,36	99,31	57,46	60,96	57,83	57,26
$< 1{,}125e+01$	62,35	67,48	57,45	98,04	97,57	98,39	97,55	97,69	98,84	99,95	99,64	99,88	99,96	98,98	99,89	99,83	64,05	67,55	64,93	63,92
$< 1{,}262e+01$	69,18	73,93	64,08	99,24	99,10	99,40	98,85	98,95	99,26	100,0	99,95	99,99	100,0	99,25	100,0	99,98	70,53	73,89	72,20	70,46
$< 1{,}416e+01$	75,76	79,95	70,65	99,84	99,86	99,88	99,60	99,63	99,45	100,0	100,0	100,0	100,0	99,47	100,0	100,0	76,71	79,76	79,35	76,64
$< 1{,}589e+01$	81,85	85,35	76,95	100,0	100,0	100,0	99,94	99,93	99,54	100,0	100,0	100,0	100,0	99,68	100,0	100,0	82,42	85,00	86,03	82,25
$< 1{,}783e+01$	87,22	89,95	82,74	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,63	100,0	100,0	100,0	100,0	99,86	100,0	100,0	87,46	89,47	91,81	87,12
$< 2{,}000e+01$	91,70	93,66	87,82	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,74	100,0	100,0	100,0	100,0	99,97	100,0	100,0	91,73	93,08	96,27	91,12
$< 2{,}244e+01$	95,18	96,45	92,03	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,87	100,0	100,0	100,0	100,0	99,99	100,0	100,0	95,12	95,82	99,05	94,20
$< 2{,}518e+01$	97,65	98,35	95,29	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,98	100,0	100,0	100,0	100,0	99,99	100,0	100,0	97,60	97,76	99,95	96,42
$< 2{,}825e+01$	99,18	99,46	97,61	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,99	100,0	100,0	99,19	99,00	99,97	97,86
$< 3{,}170e+01$	99,92	99,95	99,06	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,99	100,0	100,0	99,95	99,68	99,97	98,70
$< 3{,}557e+01$	100,0	100,0	99,81	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,99	100,0	100,0	100,0	99,97	99,97	99,12
$< 3{,}991e+01$	100,0	100,0	99,99	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,99	100,0	100,0	100,0	100,0	99,97	99,30
$< 4{,}477e+01$	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,99	100,0	100,0	100,0	100,0	99,97	99,41
$< 5{,}024e+01$	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,99	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,54
$< 5{,}637e+01$	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,99	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,74

Table A.5: Distributions granulométriques de l'expérience n°3 (suite).

Pour les rejets, les colonnes sont intitulées en fonction de l'ouverture de la vanne de réglage de débit (correspondances en l/min, cf. table A.3). Les nombres entre parenthèses représentent des mesures répétées sur le même échantillon.

Taille (µm)	1,375	1,375	1,5	1,5	1,75	1,75 (1)	1,75 (2)	Amont	Amont
< 5.637e − 01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
< 6.325e − 01	0,12	0,13	0,05	0,08	0,02	0,04	0,05	0,00	0,00
< 7.096e − 01	0,37	0,39	0,20	0,27	0,13	0,15	0,21	0,00	0,00
< 7.962e − 01	0,75	0,78	0,45	0,56	0,31	0,36	0,47	0,00	0,01
< 8.934e − 01	1,15	1,20	0,73	0,88	0,53	0,58	0,77	0,03	0,06
< 1.002e + 00	1,58	1,64	1,02	1,21	0,76	0,81	1,07	0,10	0,14
< 1.125e + 00	2,05	2,13	1,35	1,59	1,03	1,09	1,42	0,17	0,22
< 1.262e + 00	2,69	2,77	1,82	2,10	1,42	1,49	1,90	0,27	0,33
< 1.416e + 00	3,69	3,78	2,59	2,94	2,08	2,18	2,67	0,49	0,55
< 1.589e + 00	5,34	5,42	3,92	4,34	3,25	3,38	3,97	0,90	0,94
< 1.783e + 00	7,92	7,98	6,05	6,57	5,14	5,33	6,02	1,57	1,60
< 2.000e + 00	11,66	11,67	9,20	9,83	7,98	8,25	9,00	2,55	2,56
< 2.244e + 00	16,66	16,61	13,49	14,25	11,88	12,25	13,02	3,87	3,84
< 2.518e + 00	22,91	22,76	18,97	19,84	16,90	17,38	18,12	5,51	5,45
< 2.825e + 00	30,26	30,01	25,55	26,52	23,00	23,60	24,23	7,49	7,39
< 3.170e + 00	38,46	38,09	33,07	34,10	30,05	30,77	31,22	9,80	9,67
< 3.557e + 00	47,20	46,72	41,28	42,33	37,88	38,69	38,91	12,48	12,30
< 3.991e + 00	56,12	55,54	49,90	50,92	46,20	47,09	47,06	15,54	15,31
< 4.477e + 00	64,84	64,18	58,59	59,53	54,73	55,66	55,37	19,02	18,74
< 5.024e + 00	72,99	72,28	66,98	67,80	63,13	64,07	63,54	22,96	22,62
< 5.637e + 00	80,23	79,50	74,73	75,40	71,06	71,98	71,25	27,38	26,99
< 6.325e + 00	86,34	85,63	81,58	82,07	78,23	79,10	78,25	32,31	31,85
< 7.096e + 00	91,21	90,54	87,32	87,63	84,42	85,22	84,30	37,75	37,22
< 7.962e + 00	94,86	94,25	91,89	92,03	89,49	90,21	89,31	43,65	43,05
< 8.934e + 00	97,36	96,84	95,28	95,26	93,40	94,04	93,21	49,96	49,28
< 1.002e + 01	98,95	98,49	97,63	97,48	96,23	96,78	96,06	56,54	55,81
< 1.125e + 01	99,76	99,42	99,11	98,85	98,11	98,58	97,98	63,25	62,47
< 1.262e + 01	99,96	99,87	99,87	99,59	99,23	99,63	99,15	69,89	69,07
< 1.416e + 01	100,0	99,99	100,0	99,92	99,84	99,95	99,77	76,23	75,40
< 1.589e + 01	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,98	82,08	81,25
< 1.783e + 01	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	87,24	86,43
< 2.000e + 01	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	91,56	90,79
< 2.244e + 01	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	95,00	94,25
< 2.518e + 01	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	97,54	96,80
< 2.825e + 01	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,19	98,51
< 3.170e + 01	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,96	99,50
< 3.557e + 01	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,94
< 3.991e + 01	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Table A.6: Distributions granulométriques de l'expérience n° 4.

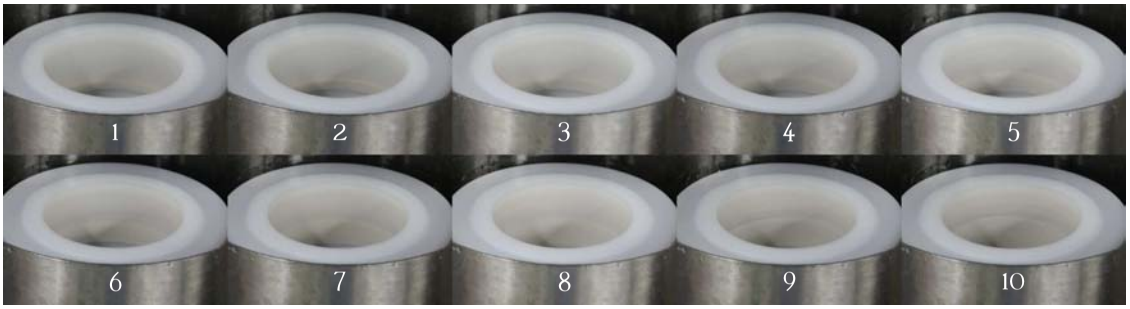


Figure A.6: Remplissage de la zone de rétention.

Taille (µm)	Amont	Amont	Amont	Amont	Amont	Amont	Amont	Amont (1)	Amont (2)	Amont	Amont	Amont	Amont	Amont (1)	Amont (2)
$< 7.096e-01$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$< 7.962e-01$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02
$< 8.934e-01$	0,01	0,03	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,08	0,08	0,03	0,03	0,03	0,03	0,06	0,09
$< 1.002e+00$	0,04	0,10	0,04	0,07	0,07	0,10	0,10	0,17	0,17	0,11	0,11	0,11	0,11	0,14	0,17
$< 1.125e+00$	0,11	0,18	0,09	0,14	0,15	0,18	0,18	0,26	0,27	0,20	0,20	0,19	0,18	0,23	0,26
$< 1.262e+00$	0,23	0,30	0,20	0,27	0,29	0,32	0,30	0,41	0,41	0,34	0,35	0,32	0,30	0,36	0,40
$< 1.416e+00$	0,46	0,55	0,43	0,52	0,56	0,59	0,55	0,68	0,68	0,60	0,62	0,57	0,54	0,62	0,64
$< 1.589e+00$	0,90	0,99	0,85	0,98	1,05	1,09	1,00	1,16	1,16	1,08	1,11	1,01	0,96	1,09	1,09
$< 1.783e+00$	1,62	1,72	1,55	1,72	1,84	1,88	1,74	1,94	1,93	1,85	1,89	1,74	1,66	1,84	1,80
$< 2.000e+00$	2,66	2,77	2,56	2,80	2,97	3,02	2,81	3,05	3,03	2,95	3,02	2,78	2,68	2,93	2,83
$< 2.244e+00$	4,04	4,16	3,90	4,24	4,48	4,53	4,23	4,53	4,49	4,41	4,51	4,18	4,03	4,37	4,21
$< 2.518e+00$	5,77	5,90	5,59	6,03	6,36	6,43	6,00	6,39	6,32	6,24	6,38	5,93	5,72	6,17	5,93
$< 2.825e+00$	7,85	8,00	7,61	8,19	8,64	8,72	8,15	8,62	8,52	8,45	8,62	8,04	7,76	8,34	8,01
$< 3.170e+00$	10,30	10,46	9,99	10,71	11,32	11,40	10,66	11,24	11,11	11,03	11,25	10,51	10,14	10,88	10,45
$< 3.557e+00$	13,13	13,30	12,74	13,63	14,43	14,51	13,57	14,27	14,11	14,02	14,28	13,37	12,88	13,82	13,28
$< 3.991e+00$	16,36	16,55	15,88	16,96	18,00	18,07	16,90	17,72	17,54	17,44	17,75	16,64	16,01	17,18	16,50
$< 4.477e+00$	20,03	20,23	19,46	20,74	22,05	22,10	20,68	21,64	21,43	21,32	21,69	20,34	19,55	20,99	20,16
$< 5.024e+00$	24,16	24,38	23,48	24,98	26,61	26,63	24,93	26,04	25,80	25,67	26,11	24,49	23,53	25,26	24,28
$< 5.637e+00$	28,77	29,01	27,99	29,71	31,67	31,65	29,67	30,93	30,67	30,52	31,04	29,12	27,97	30,03	28,87
$< 6.325e+00$	33,88	34,14	32,99	34,92	37,21	37,15	34,89	36,31	36,03	35,86	36,46	34,21	32,89	35,28	33,93

Table A.7: Variation de la distribution granulométrique à l'alimentation de l'expérience n° 5.

Suite de la table A.7.

Taille	Amont	Amont	Amont	Amont	Amont	Amont	Amont	Amont (1)	Amont (2)	Amont	Amont	Amont	Amont	Amont (1)	Amont (2)
$< 7.096e+00$	39,46	39,73	38,48	40,59	43,20	43,09	40,58	42,15	41,84	41,65	42,34	39,75	38,27	40,99	39,46
$< 7.962e+00$	45,46	45,75	44,39	46,64	49,54	49,38	46,67	48,37	48,03	47,82	48,60	45,69	44,07	47,09	45,38
$< 8.934e+00$	51,80	52,10	50,67	53,00	56,12	55,91	53,07	54,87	54,50	54,27	55,14	51,93	50,23	53,50	51,62
$< 1.002e+01$	58,35	58,67	57,19	59,53	62,76	62,51	59,64	61,49	61,08	60,85	61,80	58,36	56,62	60,06	58,05
$< 1.125e+01$	64,95	65,28	63,80	66,05	69,29	69,01	66,20	68,07	67,62	67,39	68,39	64,80	63,10	66,61	64,52
$< 1.262e+01$	71,40	71,75	70,30	72,40	75,51	75,22	72,56	74,39	73,90	73,68	74,71	71,09	69,48	72,95	70,84
$< 1.416e+01$	77,50	77,88	76,51	78,36	81,24	80,93	78,52	80,26	79,73	79,55	80,57	77,04	75,58	78,89	76,82
$< 1.589e+01$	83,07	83,47	82,21	83,78	86,32	85,99	83,91	85,48	84,93	84,80	85,79	82,47	81,20	84,24	82,30
$< 1.783e+01$	87,93	88,37	87,25	88,50	90,62	90,29	88,57	89,92	89,37	89,31	90,24	87,24	86,17	88,85	87,12
$< 2.000e+01$	91,97	92,45	91,49	92,43	94,10	93,75	92,41	93,48	92,99	92,99	93,83	91,25	90,39	92,63	91,18
$< 2.244e+01$	95,15	95,64	94,86	95,53	96,74	96,39	95,41	96,16	95,76	95,84	96,58	94,45	93,80	95,54	94,44
$< 2.518e+01$	97,47	97,95	97,37	97,80	98,62	98,25	97,59	98,01	97,74	97,89	98,53	96,87	96,39	97,61	96,91
$< 2.825e+01$	99,02	99,40	99,05	99,28	99,75	99,41	99,05	99,15	99,03	99,20	99,70	98,55	98,22	98,95	98,63
$< 3.170e+01$	99,89	99,97	99,94	99,96	99,98	99,96	99,88	99,73	99,83	99,88	99,99	99,55	99,38	99,68	99,67
$< 3.557e+01$	99,99	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,99	99,93	99,98	99,99	100,0	99,82	99,94	99,96	99,97
$< 3.991e+01$	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,95	100,0	100,0	100,0	99,94	100,0	99,99	100,0
$< 4.477e+01$	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,95	100,0	100,0	100,0	99,99	100,0	99,99	100,0
$< 5.024e+01$	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Table A.8: Variation de la distribution granulométrique à l'alimentation de l'expérience n° 5 (suite).

Taille (µm)	1.25 tr 30 Hz (1)	1.25 tr 30 Hz (2)	1.5 tr 30 Hz (1)	1.5 tr 30 Hz (2)	1.25 tr 40 Hz (1)	1.25 tr 40 Hz (2)	1.5 tr 40 Hz (1)	1.5 tr 40 Hz (2)	1.25 tr 60 Hz (1)	1.25 tr 60 Hz (2)	1.5 tr 60 Hz (1)	1.5 tr 60 Hz (2)	1.25 tr 70 Hz (1)	1.25 tr 70 Hz (2)	1.25 tr 70 Hz (3)	1.5 tr 70 Hz (1)	1.5 tr 70 Hz (2)
< 1,589e + 00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
< 1,783e + 00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,06	0,06	0,00	0,00	0,04	0,04	0,06	0,06	0,05	0,05	0,12	0,06	0,06
< 2,000e + 00	0,04	0,08	0,00	0,00	0,19	0,19	0,11	0,10	0,16	0,16	0,22	0,21	0,19	0,19	0,37	0,21	0,22
< 2,244e + 00	0,10	0,18	0,00	0,00	0,39	0,40	0,26	0,26	0,36	0,36	0,49	0,47	0,45	0,45	0,80	0,48	0,49
< 2,518e + 00	0,16	0,28	0,00	0,00	0,66	0,68	0,47	0,47	0,70	0,70	0,89	0,85	0,85	0,85	1,42	0,90	0,91
< 2,825e + 00	0,21	0,38	0,00	0,00	1,04	1,08	0,74	0,74	1,19	1,20	1,47	1,39	1,46	1,45	2,28	1,51	1,52
< 3,170e + 00	0,30	0,51	0,00	0,00	1,59	1,65	1,10	1,13	1,91	1,93	2,30	2,15	2,33	2,30	3,42	2,38	2,39
< 3,557e + 00	0,48	0,74	0,05	0,05	2,39	2,49	1,66	1,72	2,94	2,98	3,46	3,22	3,57	3,50	4,93	3,60	3,61
< 3,991e + 00	0,87	1,17	0,24	0,23	3,58	3,73	2,52	2,63	4,41	4,47	5,08	4,70	5,29	5,16	6,89	5,30	5,29
< 4,477e + 00	1,63	1,96	0,77	0,72	5,30	5,51	3,84	4,02	6,46	6,54	7,27	6,72	7,62	7,40	9,40	7,60	7,55
< 5,024e + 00	2,97	3,29	1,78	1,64	7,71	7,99	5,76	6,04	9,22	9,34	10,16	9,40	10,70	10,37	12,56	10,62	10,52
< 5,637e + 00	5,10	5,34	3,52	3,23	10,97	11,33	8,47	8,86	12,85	13,02	13,88	12,86	14,66	14,19	16,45	14,49	14,33
< 6,325e + 00	8,26	8,31	6,19	5,69	15,17	15,62	12,09	12,62	17,46	17,67	18,47	17,19	19,59	18,94	21,13	19,28	19,03
< 7,096e + 00	12,66	12,36	9,99	9,21	20,41	20,96	16,76	17,43	23,11	23,38	23,99	22,43	25,52	24,70	26,62	25,03	24,68
< 7,962e + 00	18,39	17,57	15,06	13,95	26,67	27,33	22,50	23,32	29,79	30,10	30,38	28,57	32,40	31,41	32,87	31,68	31,23
< 8,934e + 00	25,49	23,98	21,45	19,97	33,89	34,64	29,28	30,25	37,38	37,74	37,55	35,52	40,10	38,97	39,79	39,11	38,56
< 1,002e + 01	33,80	31,50	29,09	27,23	41,86	42,71	36,97	38,06	45,68	46,06	45,31	43,12	48,38	47,15	47,21	47,11	46,48
< 1,125e + 01	43,05	39,92	37,77	35,58	50,34	51,26	45,35	46,53	54,37	54,75	53,41	51,16	56,94	55,67	54,93	55,42	54,72
< 1,262e + 01	52,80	48,93	47,17	44,71	58,99	59,97	54,09	55,32	63,08	63,45	61,56	59,33	65,40	64,17	62,69	63,69	62,96
< 1,416e + 01	62,56	58,16	56,86	54,25	67,43	68,44	62,83	64,07	71,40	71,74	69,45	67,33	73,39	72,25	70,20	71,59	70,85
< 1,589e + 01	71,79	67,17	66,36	63,73	75,31	76,32	71,20	72,38	78,96	79,25	76,76	74,85	80,56	79,59	77,19	78,79	78,09
< 1,783e + 01	80,02	75,55	75,20	72,69	82,30	83,29	78,82	79,90	85,47	85,69	83,24	81,60	86,66	85,88	83,42	85,05	84,42
< 2,000e + 01	86,91	82,93	82,96	80,71	88,19	89,11	85,43	86,35	90,72	90,89	88,71	87,38	91,54	90,97	88,72	90,19	89,67
< 2,244e + 01	92,28	89,07	89,36	87,47	92,84	93,69	90,83	91,57	94,69	94,79	93,08	92,07	95,18	94,81	93,00	94,18	93,77
< 2,518e + 01	96,13	93,84	94,26	92,80	96,28	97,03	94,96	95,53	97,43	97,49	96,34	95,65	97,69	97,47	96,23	97,05	96,77
< 2,825e + 01	98,63	97,25	97,68	96,66	98,54	99,13	97,87	98,26	99,14	99,17	98,58	98,16	99,24	99,15	98,48	98,93	98,77
< 3,170e + 01	99,92	99,35	99,74	99,08	99,75	99,96	99,66	99,89	99,95	99,95	99,91	99,71	99,96	99,95	99,86	99,93	99,92
< 3,557e + 01	100,0	99,99	100,0	99,96	100,0	100,0	99,98	100,0	100,0	100,0	100,0	99,98	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
< 3,991e + 01	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
< 2,000e + 03	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Table A.9: Granulométries des concentrés de l'expérience n° 5.

Taille (µm)	1.25 tr 30 Hz	1.25 tr 30 Hz	1.5 tr 30 Hz (1)	1.5 tr 30 Hz (2)	1.25 tr 40 Hz	1.25 tr 40 Hz	1.5 tr 40 Hz	1.5 tr 40 Hz	1.25 tr 60 Hz	1.25 tr 60 Hz	1.5 tr 60 Hz	1.5 tr 60 Hz	1.25 tr 70 Hz	1.25 tr 70 Hz	1.5 tr 70 Hz	1.5 tr 70 Hz
$< 5{,}024e-01$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$< 5{,}637e-01$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,07	0,00	0,00	0,20	0,26	0,00	0,04
$< 6{,}325e-01$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,02	0,00	0,00	0,31	0,35	0,04	0,08	0,78	0,94	0,17	0,26
$< 7{,}096e-01$	0,04	0,03	0,00	0,00	0,13	0,12	0,03	0,03	0,85	0,90	0,17	0,28	1,68	1,97	0,58	0,70
$< 7{,}962e-01$	0,14	0,12	0,05	0,03	0,34	0,32	0,11	0,12	1,56	1,60	0,38	0,59	2,83	3,28	1,12	1,24
$< 8{,}934e-01$	0,28	0,25	0,16	0,11	0,59	0,56	0,22	0,25	2,38	2,41	0,62	0,94	4,16	4,77	1,75	1,87
$< 1{,}002e+00$	0,45	0,40	0,30	0,21	0,87	0,83	0,36	0,40	3,30	3,31	0,90	1,33	5,64	6,44	2,45	2,57
$< 1{,}125e+00$	0,67	0,59	0,48	0,35	1,22	1,17	0,56	0,59	4,38	4,36	1,26	1,80	7,32	8,33	3,27	3,40
$< 1{,}262e+00$	1,04	0,92	0,79	0,61	1,75	1,68	0,91	0,92	5,77	5,72	1,82	2,50	9,39	10,63	4,37	4,51
$< 1{,}416e+00$	1,74	1,54	1,36	1,11	2,67	2,57	1,58	1,54	7,74	7,67	2,80	3,64	12,11	13,61	5,99	6,17
$< 1{,}589e+00$	2,98	2,68	2,35	2,03	4,25	4,12	2,76	2,65	10,63	10,55	4,50	5,51	15,83	17,61	8,45	8,69
$< 1{,}783e+00$	4,99	4,59	3,93	3,54	6,76	6,64	4,68	4,50	14,73	14,63	7,20	8,41	20,80	22,88	12,06	12,40
$< 2{,}000e+00$	7,96	7,49	6,25	5,79	10,45	10,38	7,50	7,28	20,20	20,10	11,13	12,55	27,13	29,49	17,02	17,46
$< 2{,}244e+00$	12,01	11,51	9,37	8,90	15,42	15,48	11,35	11,13	27,04	26,93	16,40	18,03	34,70	37,28	23,34	23,90
$< 2{,}518e+00$	17,18	16,71	13,37	12,92	21,65	21,94	16,25	16,09	35,02	34,90	22,95	24,76	43,19	45,92	30,87	31,57
$< 2{,}825e+00$	23,42	23,05	18,24	17,86	29,01	29,60	22,18	22,15	43,82	43,68	30,63	32,58	52,18	54,93	39,33	40,16
$< 3{,}170e+00$	30,60	30,40	23,96	23,70	37,26	38,17	29,02	29,18	53,01	52,84	39,16	41,17	61,21	63,85	48,36	49,27
$< 3{,}557e+00$	38,54	38,54	30,44	30,35	46,09	47,30	36,62	37,00	62,16	61,96	48,18	50,19	69,84	72,24	57,53	58,49
$< 3{,}991e+00$	46,96	47,20	37,56	37,66	55,13	56,56	44,74	45,36	70,86	70,63	57,32	59,24	77,71	79,77	66,45	67,39
$< 4{,}477e+00$	55,57	56,03	45,14	45,45	64,01	65,52	53,10	53,96	78,74	78,48	66,17	67,95	84,53	86,18	74,73	75,59
$< 5{,}024e+00$	64,03	64,68	52,98	53,47	72,34	73,77	61,41	62,45	85,51	85,24	74,36	75,93	90,09	91,30	82,03	82,76
$< 5{,}637e+00$	71,99	72,76	60,81	61,45	79,76	80,97	69,35	70,50	90,95	90,69	81,54	82,88	94,30	95,10	88,11	88,65
$< 6{,}325e+00$	79,18	79,99	68,39	69,12	86,04	86,94	76,63	77,81	95,04	94,82	87,52	88,60	97,26	97,67	92,85	93,19
$< 7{,}096e+00$	85,34	86,12	75,45	76,20	91,04	91,60	83,01	84,12	97,83	97,67	92,19	93,02	99,06	99,18	96,27	96,40
$< 7{,}962e+00$	90,36	91,04	81,78	82,47	94,78	95,03	88,35	89,32	99,45	99,35	95,59	96,20	99,93	99,97	98,51	98,45
$< 8{,}934e+00$	94,18	94,71	87,17	87,76	97,33	97,37	92,57	93,33	99,98	99,97	97,85	98,26	100,0	100,0	99,76	99,61
$< 1{,}002e+01$	96,87	97,27	91,55	92,00	98,88	98,82	95,70	96,22	100,0	100,0	99,17	99,48	100,0	100,0	99,99	99,96
$< 1{,}125e+01$	98,58	98,84	94,88	95,17	99,72	99,59	97,84	98,13	100,0	100,0	99,84	99,91	100,0	100,0	100,0	100,0
$< 1{,}262e+01$	99,52	99,74	97,23	97,39	99,96	99,83	99,18	99,25	100,0	100,0	99,99	99,99	100,0	100,0	100,0	100,0
$< 1{,}416e+01$	99,91	99,99	98,72	98,79	100,0	99,92	99,79	99,85	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
$< 1{,}589e+01$	100,0	100,0	99,56	99,58	100,0	99,97	99,98	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
$< 1{,}783e+01$	100,0	100,0	99,91	99,92	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
$< 2{,}000e+01$	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Table A.10: Distributions granulométriques des rejets de l'expérience n° 5.

Les colonnes sont intitulées en fonction de l'ouverture de la vanne de réglage de débit (en tr) et de la consigne (en Hz) de commande du bol (cf. table A.3). Les nombres entre parenthèses représentent des mesures répétées sur le même échantillon.

Taille (µm)	Amont 1,25 tr 40 Hz (1)	Amont 1,25 tr 40 Hz (2)	Conc. 1,25 tr 40 Hz	Rejet 1,25 tr 40 Hz	Conc. 1,25 tr 55 Hz (1)	Conc. 1,25 tr 55 Hz (2)	Rejet 1,25 tr 55 Hz	Conc. 1,5 tr 40 Hz	Rejet 1,5 tr 40 Hz	Conc. 1,5 tr 55 Hz	Rejet 1,5 tr 55 Hz	Amont 1,5 tr 70 Hz (1)	Amont 1,5 tr 70 Hz (2)	Conc. 1,5 tr 70 Hz	Rejet 1,5 tr 70 Hz
$< 4{,}477e-01$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$< 5{,}024e-01$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$< 5{,}637e-01$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02
$< 6{,}325e-01$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,16	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,08
$< 7{,}096e-01$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,24	0,00	0,00	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,15
$< 7{,}962e-01$	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,35	0,00	0,00	0,00	0,11	0,00	0,00	0,00	0,25
$< 8{,}934e-01$	0,00	0,00	0,00	0,06	0,00	0,00	0,48	0,00	0,00	0,00	0,22	0,00	0,00	0,00	0,37
$< 1{,}002e+00$	0,00	0,00	0,00	0,14	0,00	0,00	0,65	0,00	0,03	0,00	0,39	0,00	0,00	0,00	0,53
$< 1{,}125e+00$	0,00	0,00	0,00	0,25	0,00	0,00	0,88	0,00	0,13	0,00	0,63	0,00	0,00	0,00	0,77
$< 1{,}262e+00$	0,00	0,03	0,00	0,38	0,00	0,00	1,20	0,00	0,29	0,00	0,99	0,00	0,00	0,00	1,09
$< 1{,}416e+00$	0,02	0,11	0,00	0,57	0,00	0,00	1,65	0,00	0,53	0,00	1,49	0,00	0,01	0,00	1,54
$< 1{,}589e+00$	0,11	0,23	0,00	0,82	0,00	0,00	2,26	0,00	0,86	0,00	2,21	0,05	0,09	0,00	2,16
$< 1{,}783e+00$	0,22	0,38	0,00	1,17	0,00	0,00	3,10	0,00	1,33	0,00	3,19	0,14	0,21	0,00	3,01
$< 2{,}000e+00$	0,37	0,59	0,05	1,65	0,00	0,00	4,25	0,00	1,95	0,00	4,53	0,25	0,36	0,00	4,16
$< 2{,}244e+00$	0,57	0,86	0,13	2,29	0,05	0,00	5,77	0,00	2,77	0,00	6,30	0,41	0,57	0,00	5,68
$< 2{,}518e+00$	0,85	1,21	0,23	3,15	0,12	0,00	7,77	0,00	3,82	0,00	8,59	0,61	0,83	0,00	7,66
$< 2{,}825e+00$	1,20	1,66	0,35	4,27	0,21	0,04	10,31	0,00	5,16	0,00	11,50	0,86	1,15	0,00	10,19
$< 3{,}170e+00$	1,66	2,23	0,50	5,72	0,32	0,13	13,48	0,01	6,84	0,00	15,10	1,16	1,54	0,00	13,34
$< 3{,}557e+00$	2,23	2,95	0,67	7,58	0,45	0,24	17,35	0,04	8,92	0,00	19,45	1,54	2,00	0,02	17,20
$< 3{,}991e+00$	2,95	3,83	0,88	9,92	0,63	0,40	21,92	0,12	11,50	0,02	24,57	2,00	2,57	0,10	21,78
$< 4{,}477e+00$	3,84	4,91	1,14	12,81	0,87	0,61	27,21	0,22	14,65	0,10	30,46	2,56	3,27	0,20	27,12
$< 5{,}024e+00$	4,91	6,22	1,48	16,34	1,19	0,89	33,17	0,35	18,47	0,20	37,03	3,24	4,13	0,34	33,14
$< 5{,}637e+00$	6,22	7,82	1,96	20,55	1,64	1,29	39,68	0,52	23,01	0,35	44,15	4,10	5,21	0,54	39,78
$< 6{,}325e+00$	7,78	9,74	2,67	25,47	2,27	1,84	46,61	0,74	28,32	0,57	51,61	5,16	6,58	0,83	46,85
$< 7{,}096e+00$	9,66	12,04	3,74	31,09	3,17	2,62	53,76	1,05	34,38	0,88	59,18	6,50	8,32	1,24	54,16

Table A.11: Distributions granulométriques de l'expérience n° 6.

Taille (µm)	Amont 1,25 tr 40 Hz (1)	Amont 1,25 tr 40 Hz (2)	Conc. 1,25 tr 40 Hz	Rejet 1,25 tr 40 Hz	Conc. 1,25 tr 55 Hz (1)	Conc. 1,25 tr 55 Hz (2)	Rejet 1,25 tr 55 Hz	Conc. 1,5 tr 40 Hz	Rejet 1,5 tr 40 Hz	Conc. 1,5 tr 55 Hz	Rejet 1,5 tr 55 Hz	Amont 1,5 tr 70 Hz (1)	Amont 1,5 tr 70 Hz (2)	Conc. 1,5 tr 70 Hz	Rejet 1,5 tr 70 Hz
$< 7{,}962e+00$	11,90	14,76	5,30	37,35	4,43	3,71	60,91	1,49	41,10	1,31	66,58	8,18	10,50	1,81	61,47
$< 8{,}934e+00$	14,54	17,95	7,53	44,13	6,17	5,24	67,84	2,11	48,34	1,90	73,53	10,25	13,20	2,59	68,53
$< 1{,}002e+01$	17,62	21,64	10,57	51,25	8,51	7,32	74,32	3,01	55,87	2,69	79,80	12,77	16,48	3,63	75,10
$< 1{,}125e+01$	21,19	25,86	14,57	58,50	11,58	10,10	80,17	4,28	63,45	3,72	85,21	15,80	20,36	4,99	80,98
$< 1{,}262e+01$	25,27	30,59	19,58	65,65	15,47	13,72	85,25	6,03	70,77	5,06	89,69	19,34	24,86	6,75	86,05
$< 1{,}416e+01$	29,85	35,81	25,60	72,45	20,25	18,28	89,49	8,40	77,57	6,76	93,22	23,40	29,92	8,97	90,24
$< 1{,}589e+01$	34,89	41,47	32,50	78,70	25,92	23,84	92,88	11,50	83,60	8,91	95,87	27,94	35,48	11,74	93,54
$< 1{,}783e+01$	40,36	47,46	40,09	84,20	32,44	30,37	95,45	15,42	88,70	11,60	97,74	32,91	41,43	15,14	96,01
$< 2{,}000e+01$	46,14	53,67	48,07	88,86	39,66	37,76	97,29	20,21	92,79	14,92	98,97	38,23	47,62	19,22	97,76
$< 2{,}244e+01$	52,14	59,95	56,12	92,61	47,38	45,81	98,53	25,88	95,86	18,95	99,66	43,81	53,92	24,04	98,92
$< 2{,}518e+01$	58,20	66,14	63,88	95,49	55,33	54,22	99,29	32,36	98,00	23,77	99,91	49,57	60,17	29,62	99,58
$< 2{,}825e+01$	64,20	72,08	71,05	97,56	63,22	62,64	99,68	39,52	99,31	29,40	99,99	55,41	66,23	35,92	99,89
$< 3{,}170e+01$	69,98	77,61	77,41	98,91	70,73	70,71	99,80	47,18	99,93	35,83	99,99	61,24	71,97	42,86	99,99
$< 3{,}557e+01$	75,42	82,60	82,82	99,64	77,60	78,07	99,84	55,08	100,0	42,95	99,99	66,97	77,29	50,26	100,0
$< 3{,}991e+01$	80,40	86,95	87,23	99,92	83,60	84,44	99,86	62,93	100,0	50,59	99,99	72,49	82,10	57,91	100,0
$< 4{,}477e+01$	84,84	90,61	90,71	99,99	88,58	89,66	99,88	70,45	100,0	58,49	99,99	77,72	86,33	65,54	100,0
$< 5{,}024e+01$	88,66	93,56	93,35	100,0	92,49	93,65	99,91	77,35	100,0	66,33	99,99	82,53	89,94	72,84	100,0
$< 5{,}637e+01$	91,84	95,83	95,29	100,0	95,37	96,48	99,94	83,43	100,0	73,81	99,99	86,84	92,92	79,54	100,0
$< 6{,}325e+01$	94,38	97,49	96,68	100,0	97,32	98,30	99,96	88,50	100,0	80,60	99,99	90,55	95,26	85,40	100,0
$< 7{,}096e+01$	96,32	98,63	97,67	100,0	98,53	99,34	99,99	92,53	100,0	86,47	99,99	93,63	97,03	90,26	100,0
$< 7{,}962e+01$	97,73	99,37	98,37	100,0	99,20	99,82	100,0	95,54	100,0	91,25	99,99	96,04	98,29	94,07	100,0
$< 8{,}934e+01$	98,70	99,83	98,88	100,0	99,53	100,0	100,0	97,63	100,0	94,91	99,99	97,85	99,14	96,86	100,0
$< 1{,}002e+02$	99,34	99,99	99,25	100,0	99,68	100,0	100,0	98,95	100,0	97,48	99,99	99,09	99,67	98,73	100,0
$< 1{,}125e+02$	99,71	100,0	99,53	100,0	99,76	100,0	100,0	99,74	100,0	99,10	99,99	99,85	99,96	99,78	100,0
$< 1{,}262e+02$	99,91	100,0	99,74	100,0	99,83	100,0	100,0	99,91	100,0	99,90	99,99	99,99	100,0	99,98	100,0
$< 1{,}416e+02$	99,97	100,0	99,91	100,0	99,91	100,0	100,0	99,97	100,0	100,0	99,99	100,0	100,0	100,0	100,0
$< 1{,}589e+02$	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Table A.12: Distributions granulométriques de l'expérience n° 6 (suite).

Caractérisation d'un sédiment

B

Un exemple de lavabilité pour un échantillon de sédiments de curage est donné en table B.1. Le cas est simple puisqu'il présente seulement deux types distincts de matériaux, la MM (pour Matière Minérale) et la MO (pour Matière Organique). Les fréquences sont des fractions massiques.

Nous observons des variations très faibles de la densité pour un type de matériau. En conséquence, nous faisons l'hypothèse que la densité de la MM et la densité de la MO sont constantes. En d'autres termes, toutes les particules de MM ont la même densité quelle que soit leur taille. Il en va de même pour les particules de MO. La variabilité observée des valeurs de densité d'une classe granulométrique à une autre résulte alors de la somme de la dispersion statistique propre à la densité du matériau et la précision des mesures.

Considérons un type de matériau donné de densité moyenne $\bar{y}$. Soit y_i la densité moyenne mesurée pour une classe granulométrique x_i, et f_i

Classe granulo. µm	densité MM g/cm^3	densité MO g/cm^3	MM % massique	MO % massique
160–80	2,63	1,27	4,96%	2,67%
80–40	2,64	1,28	5,75%	0,78%
40–20	2,66	1,25	12,36%	1,08%
20–10	2,67	1,36	15,23%	0,97%
10–00	2,69	1,30	50,03%	6,18%

MM : matière minérale, MO : matière organique

Table B.1: Analyse granulo-densimétrique d'un sédiment réalisée par le BRGM.

la fraction massique correspondante, telle que $\sum_{i=1}^{n} f_i = 1$. Nous obtenons alors la valeur moyenne de la densité du matériau selon : $\frac{1}{y} = \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{y_i}$.

Les valeurs expérimentales sont :

			Pour la MM		
y_i	2,63	2,64	2,66	2,67	2,63
f_i	56,64%	17,24%	14,00%	6,51%	5,62%
			Pour la MO		
y_i	1,27	1,28	1,25	1,36	1,30
f_i	8,32%	52,92%	6,71%	22,86%	9,20%

D'où les résultats suivants :

	densité moyenne	fraction massique
MM	2,676	0,8933
MO	1,292	0,1167

Nous pouvons aussi prendre en compte la variabilité de la densité du matériau. Si nous calons deux lois normales sur les mesures expérimentales, nous obtenons une densité de probabilité pour chaque matériau centrée autour de leurs densités moyennes respectives.

Le nombre de points expérimentaux est limité. Nous choisissons de décrire la loi de probabilité par l'équation de Rosin-Rammler. Nous avons donc :

$$P(X = x|Y = y) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{x_{63,2}}\right)^{k}\right)$$

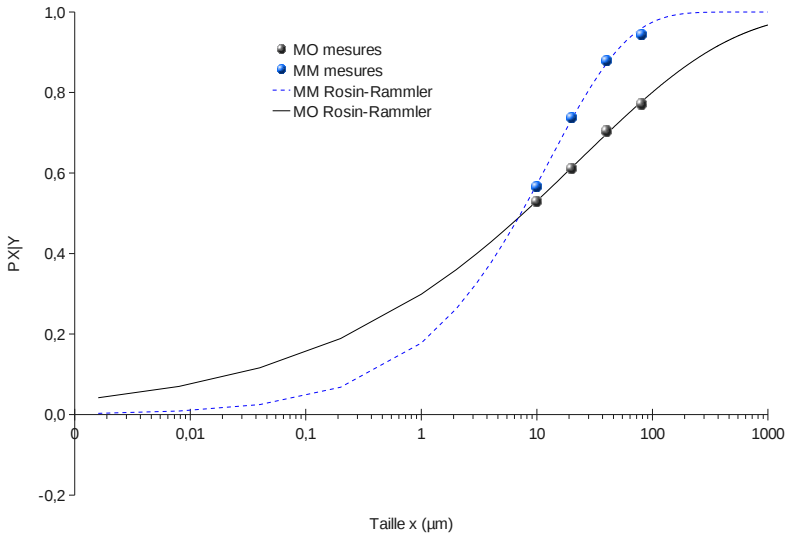
Cette probabilité correspond physiquement à la fraction massique cumulée passant une taille x de particule donnée. Les données expérimentales sont les suivantes :

	MM	MO
taille (µm)	% passant	% passant
80	94,38%	77,14%
40	87,88%	70,46%
20	73,88%	61,22%
10	56,64%	52,91%

Le calibrage des modèles donne les constantes de Rosin-Rammler suivantes :

	$x_{63,2}$ (µm)	k
MM	12,94	0,6369
MO	23,35	0.3285

Au vu de la figure suivante, le modèle permet bien de décrire les mesures expérimentales pour la MO et la MM.



C

Articles

1 Fluid dynamics based modeling of the Falcon concentrator for ultrafine particle beneficiation

Article publié dans *Minerals Engineering*, 23(4) :313–320, 2010.

Errata

L'application numérique du coefficient α dans l'article n'est pas valide pour la géométrie du bol UF dont est équipé le concentrateur Falcon L40. De même, son effet sur la séparation est pris en compte de manière erronée. Les relations suivantes corrigent celles de l'article :

$$L^{1+\alpha} \propto Q\ \mu\ \Delta\rho^{-1}\ r_p^{-2}\ \omega^{-2}\ R_0^{-2+\alpha}$$
$$\alpha = 0{,}47$$

De plus, la notation E utilisée dans l'article n'est pas la même que celle utilisée dans les chapitres précédents. E dans l'article est le profil d'alimentation intégré, lors que dans les chapitres précédents il est noté $\mathbb{P}$, E étant la notation pour l'écart total défini à l'équation (6.6a) du chapitre 6.

Fluid dynamics based modeling of the Falcon concentrator for ultrafine particle beneficiation

Jean-Sébastien Kroll-Rabotin[a,*], Florent Bourgeois[a], Éric Climent[b]

[a] *University of Toulouse, Laboratoire de Génie Chimique, France*
[b] *University of Toulouse, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, France*

Abstract

Enhanced gravity separators are widely used in minerals beneficiation, as their superior gravity field enables them to separate particles within narrow classes of density and size. This study aims to shed light on the Falcon concentrators ability to separate particles within size and density ranges lower than usual, say 5 to 60 μm and 1.2 to 3.0 s.g. respectively. As differential particle settling is expected to be the prevailing separation mechanism under such conditions, this study presents the workings of a predictive Falcon separation model that embeds phenomenological fluid and particle flow simulation inside the Falcons flowing film. Adding to the novelty of modeling the Falcon concentrator using a fluid mechanics approach, one point of practical significance within this work is the derivation of the Falcons partition function from fluid flow simulation results.

Key words: Gravity concentration, Computational fluid dynamics, Modelling, Particle size

Introduction

Enhanced gravity separators are often used in mineral processing operations. Their fast rotating bowl generates an artificially enhanced gravity field several hundred times greater than Earth's gravity. Compared with one unit gravity, this produces a drastically augmented sedimentation velocity differential, such that enhanced gravity separators can process large flowrates of fine and ultrafine particles with a high separation efficiency (Chatterjee, 1998). As a result, enhanced gravity separators have been successfully used for beneficiating fine tailings (Venkatraman et al., 2000; Bradley et al., 2000).

Using a Falcon C40, Honaker et al. (1994) did obtain an ecart-probable $E_P = 0.12$ at a cut-point density of 1.6 s.g. with 1 mm $\times$ 0.075 mm fine coal particles. Such a performance was in fact better than that achieved using froth flotation. The efficiency of the Falcon concentrator for separating fine and ultrafine slurries, even with low density particles, makes it a strong candidate for beneficiating dredged sediments whose top size is normally below 100 μm. This study focuses on dredged sediments from harbours, rivers and lakes. Their typical make-up consists of three phases that we seek to separate with the Falcon concentrator: a valuable clean 100 μm $\times$ 10 μm sandy fraction, a minus 10 μm sandy fraction where pollutants concentrate, and an organic fraction. The sandy and organic fractions have specific gravity 2.65 and 1.3 respectively. Although particle size has a strong effect on the separation efficiency of enhanced gravity separators in the size range of interest (cf. 1.4), the favourable washability of dredged sediments gives us hope that the valuable fraction can be separated from the other two fractions on the basis of density. Deveau (2006) was able to concentrate particles in the 10 μm size range with a Falcon for heavy tantalum particles (16.6 s.g.): he was able to obtain an enrichment ratio of 10 and a recovery in excess of 70%. In order to assess whether the Falcon concentrator can possibly beneficiate dredged sediments, it is important to review the mechanisms that drive the separation inside an operating Falcon bowl.

Published studies have identified two distinct particle separation mechanisms inside the Falcon concentrator (Laplante et al., 1994; Laplante and Nickoletopoulos, 1997; Honaker et al., 1996; Abela, 1997): differential particle settling within the thickness of the liquid film that flows on the surface of the rotating bowl, and parti-

*Corresponding author
Email addresses:
jeansebastien.krollrabotin@ensiacet.fr (Jean-Sébastien Kroll-Rabotin), florent.bourgeois@ensiacet.fr (Florent Bourgeois), climent@imft.fr (Éric Climent)

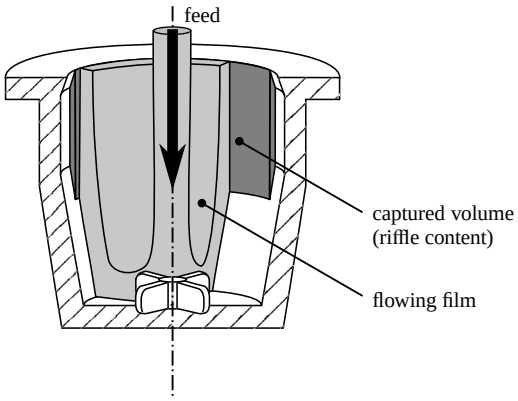


Figure 1: Schematics of the spinning Falcon smooth bowl

cle rearrangement inside the granular bed (Majumder et al., 2006) that forms inside the Falcon's retention zone. In the case of dense particles, as with fine gold for example, the second separation mechanism drives the separation, the heavier valuable particles being centrifuged against the bowl even before they reach the retention zone. However, with fine light particles, differential settling will condition the probability that a particle reaches the particle bed during its relatively short residence time inside the Falcon (Abela, 1997). Hence, the first separation mechanism is likely to become the dominant separation mechanism for dredged sediment beneficiation. Particle rearrangement inside the concentrate bed could in principle play a beneficial role in case light particles are entrained inside the particle bed, giving them an opportunity to be resuspended into the flowing film. This can be achieved by fluidizing the Falcon's retention zone (Abela, 1997; Laplante and Shu, 1993; Ancia et al., 1997). However, given the low inertia of dredged sediment particles, forced fluidization would most likely resuspend the whole particle bed. This explains why smooth non-fluidized bowls — as shown in figure 1 — are recommended for beneficiating fine and ultrafine particles (McAlister and Armstrong, 1998; Deveau, 2006).

Contrary to the Knelson separator (Honaker and Patil, 2002; Coulter and Subasinghe, 2005), a fluidisation-based enhanced gravity separator that is often compared to the Falcon (Laplante and Shu, 1993; Ancia et al., 1997), only a few mechanistic studies have been conducted with the Falcon. On the other hand, the Falcon has been the focus of several empirical studies (Honaker and Reed, 1995; Honaker and Wang, 1998; Honaker and Das, 2004; Holtham et al., 2005; Zhao et al., 2006). By measuring separation efficiency under controlled operating conditions, Laplante et al. (1994) and Laplante and Nickoletopoulos (1997) have derived a separation model for the Falcon concentrator. Through interpretation of their results, they identified and discussed separation mechanisms that most likely take place inside the Falcon; however, the model they derived in the end is utterly empirical and does not embed any physics of the separation. Honaker et al. (1994, 1996) undertook detailed work about the role of the particle bed on recovery; logically they concentrated their efforts on Falcon bowls that use fluidisation. Finally, Deveau (2006) investigated the relation between bed composition and the quality of the separation for fine particles. They showed that a layer of better quality concentrate builds on the surface of the bed, which agrees with our hypothesis that differential settling plays a key role for ultrafine particle separation. Indeed, should bed rearrangement occur with fine particles, the surface of the bed should contain the lighter and finer particles, those most susceptible to be resuspended. However, it turns out that the region of the bed with the highest quality, in terms of separation, is in fact the one where the sedimenting particles just enter the bed. Ultrafine particles having low inertia, it is expected that they cannot clear themselves a path towards the inside of the particle bed. This observation confirms the conclusion by Luttrell et al. (1995) that particle bed rearrangement is not suitable for the recovery of ultrafine particles with a Falcon concentrator.

The abovementioned mechanisms are radically different; yet they both influence particle separation to a degree that depends on the operating conditions and the washability of the suspension fed to the Falcon concentrator. It does not seem possible to delineate their respective contribution experimentally, i.e. by measuring the Falcon's product and reject streams under controlled experimental conditions. Therefore, in order to shed light on the effect and limitations of differential settling, which we believe is the driving mechanism for separating fine light particles, we have chosen to investigate particle transport inside the Falcon by computer simulation. The paper presents the building blocks of the physical model we use for simulating the transport of ultrafine particles in a smooth Falcon bowl with no fluidization. Simulation results on particle trajectory and scaling rules are also presented, from which the Falcon's partition curve can be derived. Eventually, experiments will be carried out using a L40 Falcon concentrator in order to test the validity of the hypotheses used in our model, such that numerical simulation can be used to predict the performance of Falcon concentrators for fine light particle separation.

1. Hydrodynamic modeling of the Falcon separator

1.1. Working hypotheses

Our numerical model is based on a number of hypotheses we believe are adapted to light ultrafine particles separation in a Falcon concentrator. The most important one is that particle separation is driven by differential sedimentation inside the flowing film. We therefore discard the possibility that particles be resuspended from the particle bed back into the flowing film. Under such an assumption, bed composition and granular flow within the bed are not needed, the particle bed acting as a particle sink. Once the trajectory of a particle enters the geometrical boundaries of the bed, which is set by the configuration of the bowl, and provided the bed is not already filled with particles, the particle in question enters the bed never to be seen again. Our problem is thus limited to the study of particle trajectories inside the rotating flowing film, from which we shall explore the separation capability of the Falcon concentrator for fine light particles (cf. figures 1 and 2).

Particle transport inside the film is controlled by the flow near the wall of the bowl. This flow could be perturbed by the presence of the particles beyond a critical solid volume fraction. Even without any such perturbation of the flow field, particle-particle collisions and particle entrainment through collective effects will become too high beyond a critical solid volume fraction. Such interactions will hinder the transport mechanisms that we seek to observe. Hence, we shall restrict our domain of investigation to dilute suspensions, such that particles have no effect on the flow field and particle-particle interactions can be neglected. From our experience with direct numerical simulation, such a hypothesis is strictly valid for solid concentrations below 5 vol.%. We believe that the configuration of the Falcon bowl will allow us to relax this constraint significantly. Given that our modelling approach permits evaluation of the perturbation induced by particle-particle interaction, our model will be eventually extended to concentrated suspensions.

A 4-blade impeller is mounted on the bottom of the Falcon bowl. This impeller ensures that the feed that hits the bottom of the bowl instantaneously rotates with the bowl. The artificially enhanced gravity induced by the rotation then drains the film upward along the angled wall of the bowl. The film thickness depends essentially on the feed flow rate and the rotational velocity. The thickness of the film is imposed by the impeller at the bottom of the bowl. It then varies along the wall length due to the angle of the bowl, which yields a continuous increase in both section and centrifugal force

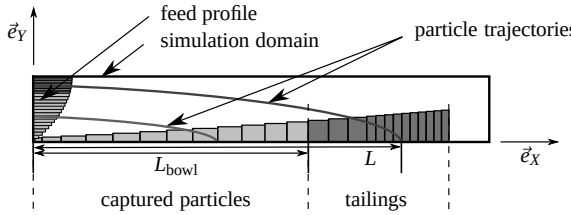


Figure 2: Numerical simulation: Lagrangian tracking of point particles

with bowl length, and due to the no-slip viscous flow condition at the wall. Since both our visual observation and preliminary Volume of Fluid simulation (cf. 1.2) results indicate sub-millimetre film thickness, we have hypothesised that the variation of the film thickness can be neglected along the length of the L40 UF Falcon bowl that we use for our experimentations. Hence the simulations that are presented hereafter consider a constant film thickness. This hypothesis will be validated by numerical simulation (cf. 1.2).

Moreover, we assume that the impeller that gives the feed its initial rotational velocity mixes particles homogeneously as they enter the flowing film. In other words, we consider that particles are uniformly distributed in the thickness of the flowing film at the bottom of the bowl.

1.2. Numerical simulation

We aim at computing the particle trajectories. Therefore, based on a simple force balance (1) the particle acceleration (velocity and position) is related to the local fluid flow properties. We assume that the particulate phase is composed of non-interacting spheres (fixed radius r_p and density ρ_p). Also, we make the assumption of point particle while we neglect the velocity perturbation of the carrying fluid flow: the particle size is smaller than all the relevant flow scales.

$$\rho_p \mathcal{V}_p \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{F} \tag{1}$$

The force balance accounts for different contributions. The main forces acting on the particles during their motion through the fluid film are the buoyancy force ($\vec{F}_B$) due to the density difference between the particles and the fluid, the pressure gradient effect ($\vec{F}_G$), the added mass force ($\vec{F}_M$) due to inertia of the fluid during an acceleration either of fluid or the particle and the drag force ($\vec{F}_D$) (Clift et al., 1978) accounting for the viscous

and pressure contributions:

$$\vec{F}_B = (\rho_p - \rho_f)\,\mathcal{V}_p\,\vec{g} \tag{2a}$$

$$\vec{F}_G = \rho_f \mathcal{V}_p \frac{\mathrm{D}\vec{u}}{\mathrm{D}t} \tag{2b}$$

$$\vec{F}_M = \rho_f \mathcal{V}_p C_M \left(\frac{\mathrm{D}\vec{u}}{\mathrm{D}t} - \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\right) \tag{2c}$$

$$\vec{F}_D = \frac{1}{2}\,\rho_f \mathcal{A}_p C_D \left|\vec{u} - \vec{v}\right| (\vec{u} - \vec{v}) \tag{2d}$$

The added mass coefficient (C_M) is set to $1/2$ as recommended by Magnaudet et al. (1995). The drag coefficient is calculated with the particulate Reynolds number (Clift et al., 1978) which asymptotically tends to the Stokes law when $Re_p \ll 1$:

$$C_D = \frac{24}{Re_p}\left(1. + 0.15 Re_p^{0.687}\right) \tag{3}$$

The forces (2b), (2c) and (2d) depend on the fluid velocity ($\vec{u}$) and its spatial gradient when the flow is steady. The force balance may be supplemented by other forces such as lift, history forces and wall corrections to the drag and added-mass effects. In the present paper we neglect those contributions. Rearranging the force balance the Lagrangian tracking of the particle is obtained by the numerical integration of equation (1).

$$\left(\rho_p + \rho_f C_M\right)\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \rho_f\,(1 + C_M)\,\frac{\mathrm{D}\vec{u}}{\mathrm{D}t} + (\rho_p - \rho_f)\,\vec{g} - \frac{3}{8\,r_p}\rho_f C_D \left|\vec{v} - \vec{u}\right| (\vec{v} - \vec{u}) \tag{4}$$

The flow and the trajectories have a rotation symmetry therefore we only need the expression of the trajectory equations in a fixed azimuthal plan. Assuming that the slip between the particle and the fluid is negligible in the azimuthal direction ($v_\theta = u_\theta$), we can simplify the trajectory equation yielding:

$$\left(\rho_p + \rho_f C_M\right)\frac{\mathrm{d}\vec{v}_{2\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t} = \rho_f\,(1 + C_M)\,\frac{\mathrm{D}\vec{u}_{2\mathrm{D}}}{\mathrm{D}t} + (\rho_p - \rho_f)\left(\frac{u_\theta^2}{r^2}\vec{r} + \vec{g}\right) - \frac{3}{8\,r_p}\rho_f C_D \left|\vec{v}_{2\mathrm{D}} - \vec{u}_{2\mathrm{D}}\right| (\vec{v}_{2\mathrm{D}} - \vec{u}_{2\mathrm{D}}) \tag{5}$$

The projection of the force balance in the azimuthal direction does not need to be solved. We assume that the slip velocity is very small because the projections of the buoyancy and centrifugal forces stand only in the plane of simulation containing the axis of rotation symmetry. However, solving only the two-dimensional projection of the particle transport equations does not prevent a full three-dimensional solution of the Navier-Stokes equations for the fluid velocity which controls the variation of the azimuthal velocity of the fluid across the film section.

All the fluid information is computed at the precise location of the particle centre. The fluid velocity field is predicted by a direct numerical solution of the Navier-Stokes equations (incompressible fluid) on a fixed mesh grid where typical grid cells are much larger than the particle width:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{6a}$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\,\vec{u} = -\frac{1}{\rho_f}\nabla p + \nu_f \nabla^2 \vec{u} \tag{6b}$$

The fluid flow equations are solved in a conservative form using the finite volume method on a staggered grid. The velocity profile is imposed at the inlet (parabolic profile which verifies the no-slip boundary condition on the bowl wall and a zero shear stress on the air/water interface) and we assume that the thickness of fluid film is constant. The flow leaves the computational domain due to the selection of an output numerical condition.

Even with a small cone angle of the bowl (20°), the high rotation rate induces a significant Coriolis force $\omega u_r \sin(\beta/2)$ in the simulation plane. A balance between the driving force and the viscous effects in the wall region gives a rough estimate of the flow boundary layer in the film. The theoretical prediction of the film thickness evolution along the bowl wall could be an issue. This point has been addressed by preliminary studies by Bruin (1969), Makarytchev et al. (1997, 1998), Janse et al. (2000) and Langrish et al. (2003) who were interested in spinning cone columns. Also, this aspect of the process may be investigated by a numerical approach dedicated to the interface motion, for instance: the Volume of Fluid method (Dijk et al., 2001). We expect only weak variations of the film thickness, therefore we assume in the present paper that the film thickness, the fluid flow rate and the rotation rate of the bowl are fixed and may be varied independently around the operating condition we selected. We have made some simulations to test the sensitivity of the results to the film thickness imposed in the simulation. Above a certain film depth the velocity profile corresponds to a pure solid rotation where the streamwise velocity along the bowl wall is close to zero. Therefore, this region of the film does not contribute to the mass flow rate of the suspension and

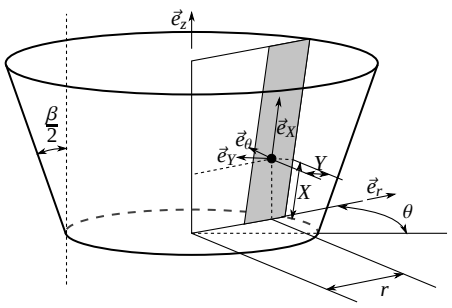


Figure 3: Coordinate systems

does not modify our results on the performance of the Falcon separator. The fluid flow boundary layer in the vicinity of the bowl wall is likely to be a good estimate of the film thickness.

1.3. Solid fraction trapped in the bowl

Based on our assumption that all particles that enter the retention zone of the Falcon remain fixed until the end of the separation cycle (cf. 1.1), the criterion for a particle entrapment is simply related to the impact length of the trajectory (L) compared to the bowl length(L_{bowl}).

As long as inter-particle interactions and particle fluid two-way coupling interactions are neglected, each particle trajectory can be computed independently. For a given particle size and density and a set of operating conditions (film thickness, flow rate and rotation rate of the bowl) each particle trajectory connects a certain position at the inlet of the film with an impact location on the wall. Therefore, it is straightforward to determine whether the particle is trapped or not (a particle is trapped in the bowl if the impact location occurs before the exit of the simulation domain corresponding to the length of the bowl wall). The probability of entrapment for each type of particle is then related to the probability of finding a particle located at a certain distance from the wall in the film at the bowl inlet. We chose a uniform particle distribution at the entrance (cf. 1.1) which means that the particulate flow rate is directly related to the fluid flow velocity profile (cf. figure 2).

1.4. Analysis of scaling laws

A number of assumptions have been required to set our simulation model but we can go even further in simplifying the problem to highlight the basic features which control the particle separation in the Falcon apparatus. Indeed, the most intrinsic trends controlling the entrapment of coarse and heavy particles at the wall can be obtained by the analysis of scaling laws. Those laws will relate the impact length to the basic operating conditions of the process and provide the sensibility of the results to each parameter. This is a theoretical estimate which can be compared to more accurate numerical modelling and experimental measurements. This section is dedicated to the determination of scaling arguments for the length (L) before impact at the wall. L is the result of a particle trajectory integration. Writing Y as the normal distance of the particle from the wall and X its streamwise position along the bowl wall direction, then L can be obtained by integrating the following equation:

$$\mathrm{d}X = \frac{v_X}{v_Y}\mathrm{d}Y \tag{7}$$

Assuming that the particulate Reynolds number based on the slip velocity between the particles and the fluid is small, we can use the Stokes sedimentation velocity obtained when the drag coefficient $C_D = 24/Re_p$. The two components of the particle velocity are given by the following equations:

$$v_X = u_X + \frac{F_X}{6\pi\mu r_p} \tag{8a}$$

$$v_Y = u_Y + \frac{F_Y}{6\pi\mu r_p} \tag{8b}$$

u_X is the streamwise velocity of the fluid which depends on the position of the section along the bowl wall but also on the distance normal to the wall. It may be expressed through equation (9a) (see Appendix for derivation details) as the product of the average velocity ($Q/\mathcal{A}_f$) and a wall normal profile (P) depending on the normalized position Y/h within the fluid film (constant thickness h).

$$u_X = \frac{Q}{2\pi r h\left(1 - \frac{h}{2r}\cos\frac{\beta}{2}\right)} P\left(\frac{Y}{h}, r\right) \tag{9a}$$

Considering a thin film ($h \ll r$), this yields:

$$u_X \approx \frac{Q}{2\pi r h} P\left(\frac{Y}{h}, r\right) \tag{9b}$$

In the streamwise direction of the flow, the slip velocity can be neglected because the slip is the result of a balance between the projection of the buoyancy effect, the centrifugal acceleration and the drag force. Due to the small value of the cone angle of the bowl, the particulate relative velocity is small compared to the average velocity of the carrying fluid flow. On the contrary, the

centrifugal force is dominating in the crossstream direction. Indeed, the assumption of a constant film thickness leads to very weak fluid velocities across the film. Consequently, we can make the following simplications in the trajectory equation modelling.

$$u_X \gg \frac{F_X}{6\pi\mu r_p} \tag{10a}$$

$$u_Y \ll \frac{F_Y}{6\pi\mu r_p} \tag{10b}$$

The projection of the centrifugal force experienced by the particles in the direction normal to the wall is:

$$F_Y = -\Delta\rho\, \mathcal{V}_p\, \omega^2 r \cos\frac{\beta}{2} \tag{11}$$

The impact length L results from a simple integral depending on Y_0, the initial particle distance away from the wall in the inlet section of the fluid film:

$$\mathrm{d}X = \frac{6\pi\mu r_p}{F_Y} u_X\, \mathrm{d}Y \tag{12a}$$

$$\int_0^L r^2\, \mathrm{d}X = \int_{Y_0}^0 \frac{9}{4\pi}\, \frac{-Q\,\mu}{\Delta\rho\, r_p^2\, \omega^2\, h\, \cos\frac{\beta}{2}} P\left(\frac{Y}{h}, r\right) \mathrm{d}Y \tag{12b}$$

The theoretical analysis could make one step forward by including the relation between the rotation rate of the Falcon bowl, the fluid flow rate and the thickness of the liquid film $h(\omega, Q)$. In the present study, we consider them as independent parameters. For the same reason of simplicity, we recall that the rotation of the flow in the azimuthal direction is approximated to a solid body rotation and the flow profile in the (X, Y) plane is a semi-parabola $P(Y/h, r)$ (Poiseuille flow between a wall and a free shear interface). We accounted for the effect of the cone angle on the average flow velocity as the film cross-section increases along the direction of the bowl wall.

$$r = R_0 + X \sin\frac{\beta}{2} \;\Rightarrow\; r^2 \approx R_0^2 + 2R_0 X \sin\frac{\beta}{2} \tag{13a}$$

$$P\left(\frac{Y}{h}, r\right) = \frac{3}{2}\left(2\frac{Y}{h} - \frac{Y^2}{h^2}\right) \tag{13b}$$

The result of the integration for a particle released at a distance Y_0 from the wall is:

$$L\left(1 + \frac{L}{R_0}\sin\frac{\beta}{2}\right) = \frac{27}{8\pi} Q\mu\Delta\rho^{-1} r_p^{-2} \omega^{-2} R_0^{-2} \left(\cos\frac{\beta}{2}\right)^{-1} \left(\frac{Y_0^2}{h^2} - \frac{Y_0^3}{3h^3}\right) \tag{14}$$

which in turn gives the following scaling laws:

$$L^{1+\alpha} \propto Q\,\mu\,\Delta\rho^{-1}\, r_p^{-2}\, \omega^{-2}\, R_0^{-2-\alpha} \tag{15a}$$

$$\text{where } \alpha = \frac{\ln\left(1 + \frac{L}{R_0}\sin\frac{\beta}{2}\right)}{\ln\frac{L}{R_0}} \tag{15b}$$

It is interesting to note in the expression (15a) that the sedimentation length of a particle is, according to this theory, independent of film thickness. Although the theory described here is a simplification of our simulation model and of the real physics of Falcon concentrators, this information can be used to strengthen our assumption of constant film thickness. Even if a relation exists between the evolution of the thickness and the Falcon's operating parameters, we can already draw some conclusions obtained with an approximated constant film thicknesses.

1.5. Application to ultrafine particle recovery

A simple analysis of the scaling law gives a first clue on the possibility of using a Falcon concentrator in the ranges of density and size we selected. Indeed, the expression (15a) shows a stronger dependence of the impact length on the particle width than on their relative density. The difference in exponents is rather small and a more thorough inspection of the simulation results based on the complete force balance is required for a definite answer. A separation based only on the nature of the particles for any size would be restricted to very large density differences.

2. Results and discussion

2.1. Numerical validation of the scaling laws

The full numerical simulations of the trajectory take into account all the relevant forces which depend both on the local flow characteristics and the particle dynamics. We have identified the dominant forces to be the enhanced gravity due to rotation, added mass and drag forces. In the theoretical prediction of scaling laws, the drag force has been approximated to the Stokes drag for low particulate Reynolds number. This expression is only accurate when $Re_p < 1$.

$$Re_p = 2\frac{v_Y\, r_p}{\nu} = \frac{4}{9}\left(\frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f}\right)\frac{\omega^2\, R_0\, r_p^3}{\nu^2} \tag{16}$$

Fixing $Re_p = 1$, equation (16) gives the relation between all the physical parameters involved in (14). Then, we can evaluate the the limit of the assumption

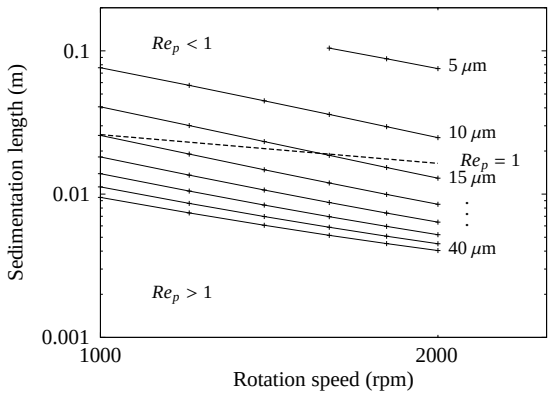


Figure 4: Variation of impact length (L) with rotation speed
Simplified simulation with $\rho_p = 1.3$ g/cm^3, $Q = 5$ l/min, $r_p = [5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40]$ μm

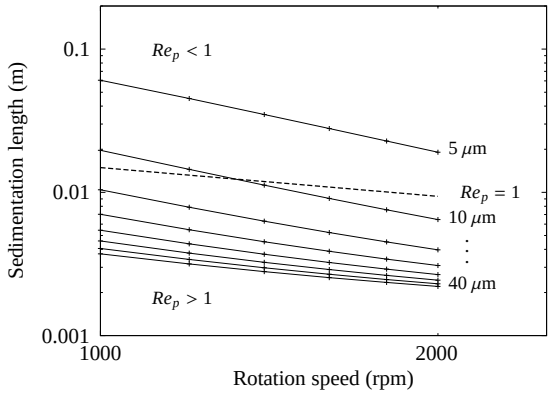


Figure 5: Same as figure 4, but $\rho_p = 2.6$ g/cm^3

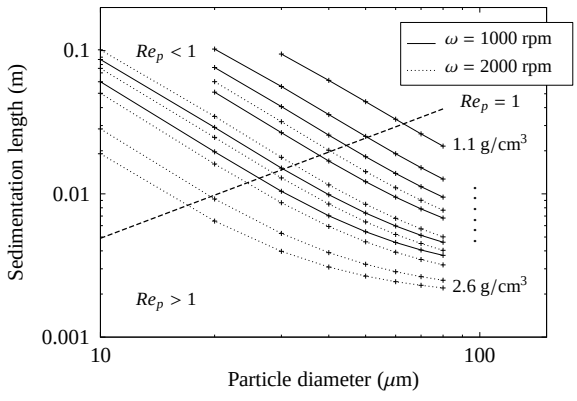


Figure 6: Variation of impact length (L) with particle diameter
Simplified simulation with $Q = 5$ l/min, $\rho_p = [1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 2.0, 2.6]$ g/cm^3

$Re_p < 1$. This limit is materialized by a dash line in figures 4, 5 and 6.

Even small and light particles may settle onto the bowl wall at higher particulate Reynolds numbers while experiencing the Falcon's enhanced gravity field. Therefore, it is necessary to compare the predictions of the scaling laws with simulation results obtained using a more general expression of the drag force when eventually $Re_P > 1$.

For testing the accuracy of the scaling laws, we have carried out a number of simulations using the Poiseuille flow field we assumed in our theoretical analysis. In these cases, the differences between the simulation results and the theoretical predictions can be only inferred to the force balance expression. Figures 4, 5 and 6 show the simulation results. Clearly, these figures show that the rotation rate and the impact length are correlated with a constant exponent when the Stokes law is valid (as expected from 1.4). Particles of low particulate Reynolds number trapped into the bowl have a length before impact at the wall which is approximately the bowl length ($L_{\text{bowl}} = 7$ cm), so $\alpha = 0.25$. Their measured exponents in the simplified simulations are:

$$L^{1.25} \propto Q^{1.06}\, \Delta\rho^{-1.0}\, r_p^{-1.91}\, \omega^{-1.99} \tag{17}$$

When $Re_P > 1$ at some point of the trajectory, the drag force becomes non-linear and the simulations of the full force balance are necessary. The general trend is conserved although $Re_P > 1$ for light particles while the exponent varies more drastically for the heavier and larger particles for which the separation is more efficient. In the context of our study (particles in the range of 5 to 60 μm), we can conclude that the scaling laws are good estimates of the separation process.

Let E be the integral of the inlet velocity profile (P):

$$E(Y_0) = \frac{1}{h}\int_0^{Y_0} P\left(\frac{Y}{h}, R_0\right) \mathrm{d}Y \tag{18a}$$

When multiplied by the feed washability density distribution function, $E(Y_0)$ gives the mass fraction of particles whose inlet position is between 0 and Y_0. The inlet position Y_0 that corresponds to a given sedimentation length L can be calculated directly by inverting the scaling law $L(Y_0)$. In particular, $Y_0(L_{bowl})$ is the inlet elevation of those particles whose impact length is precisely equal to the bowl length. Hence, $E(Y_0(L_{bowl}))$ is the function which, when mutiplied by the feed washability probability density distribution function, yields the cumulative mass fraction of particles that hit the bowl. In minerals processing, this is better known as the partition

function (C) (Wills and Napier-Munn, 2006), which we define with the above notations as:

$$C = E\left(Y_0(L_{\text{bowl}})\right) \tag{18b}$$

When all the variables are independent of Y, which is true in our simplified simulation, equation (14) is of the generic type:

$$L(Y_0)^{1+\alpha} \propto Q^a\, \mu^b\, \Delta\rho^c\, r_p^d\, \omega^e\, R_0^f\, E(Y_0) \tag{18c}$$

The inverse function is of the type:

$$Y_0(L) \propto E^{-1}\left(Q^{-a}\mu^{-b}\Delta\rho^{-c}r_p^{-d}\omega^{-e}R_0^{-f}L^{1+\alpha}\right) \tag{18d}$$

where E^{-1} is the inverse of function E. By substituting (18d) into (18b), the partition function C can be deduced from the scaling law:

$$C \propto Q^{-a}\mu^{-b}\Delta\rho^{-c}r_p^{-d}\omega^{-e}R_0^{-f}L_{\text{bowl}}^{1+\alpha} \tag{18e}$$

Substituting the exponents of equation (14) into equation (18e) will not yield usable quantitative prediction of the partition function C, since equation (14) is based on a simplified model of the physics inside the Falcon bowl. In order to determine the true quantitative exponents that will allow us to use equation (18d) for predicting the Falcon's partition function in the ultrafine particle size range, a full simulation, coupled with a more complete theoretical analysis, is required.

2.2. Implications for ultrafines' gravity separation

Sedimentation length is strongly dependant on particle size in the domain of validity of the Stokes drag law (cf. 1.5). However figure 6 shows that it becomes less size dependant the further the particle flow conditions move away from the Stokes domain ($Re_p > 1$). By reducing the particle size dependency, it should then be possible to reveal an operating domain where the Falcon concentrator will perform as a gravity separator for ultrafine particles. Identification of this operating domain is the focus of our current work.

2.3. Discussion of the full simulation results

The full numerical model including the flow simulation can now be used to compute the impact length for any particle (size and a density). Depending on distance to the wall Y_0 at the inlet of the film and the Falcon's operating conditions, each particle will follow a specific trajectory through the liquid film until they impact the wall of the rotating bowl or eventually exit the bowl without being trapped. Their sedimentation length, compared to the actual bowl length (cf. figure 2) gives us a direct criterion for predicting whether the particle is trapped by the Falcon. With an input washability distribution in the feed stream, our simulation model allows us to predict the washability of both the product and the tailings streams. Consequently, the Falcon's partition function can be calculated. The symbols in figure 7 show the simulation results for the partition function of a L40 Falcon concentrator for particles whose densities correspond to a mixture of sandy and organic dredged sediments.

Scaling laws are also very useful from a simulation point of view. Indeed, the CPU time required for the simulation of a trajectory varies as the inverse of the square of the particle diameter (due to the constraint on the time step related to the particulate viscous relaxation time), the Lagrangian tracking of very fine particles is extremely time consuming. Based on scaling laws, the impact length for very fine particles, and hence their recovery, can be extrapolated from the simulations with coarser particles.

Experimental measurements will be valuable to test our model assumptions and the accuracy of the separation prediction. Comparison between simulation results and experimental measurements on a L40 Falcon concentrator is the object of ongoing work. Coming back to the purpose of our stydy, beneficiation of dredged sediments with a Falcon concentrator, our simulation results are encouraging as they predict a sharp separation around 10 μm in the particle density and size range of interest (see figure 7).

The partition function predicted by the simulations for 1000 rpm and 4 l/min was applied to the washability measured on a sample of dredged sediments from a lake. Figures 8 and 9 show the results we obtained. The concentrate contains all the valuable 100 μm $\times$ 10 μm sandy fraction while most of the organic content and ultrafine particles (smaller than 10 μm) are composing the tailing stream. These preliminary findings confirm that the Falcon concentrator is a promising process for the benaficiation of fine and ultrafine dredged sediments.

Conclusion and perspectives

In this paper, we have presented the bases of a mechanistic model for the Falcon separator, with the objective of quantifying its potential for beneficiating dredged sediments. The gravity separation challenge with dredged sediments comes mainly from the size of the material, with valuable sandy particles in the 100 μm $\times$ 10 μm size range. Particle fineness, along with the relatively high content of valuable material in

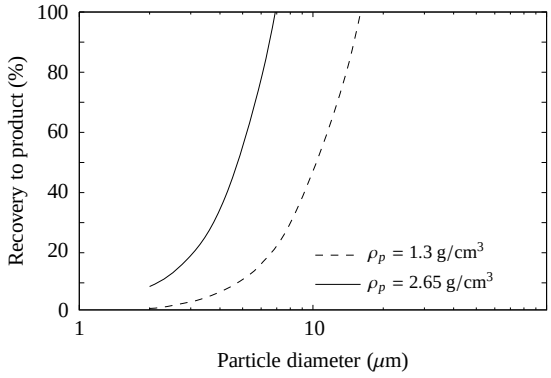


Figure 7: Examples of separation curves predicted by simulation
Full simulation result for ω = 1000 rpm and Q = 4 l/min, in a Falcon L40 concentrator with a smooth 7 cm long bowl.

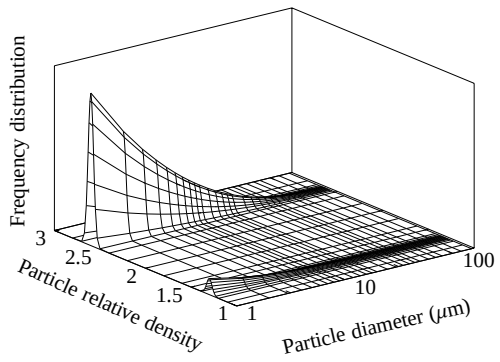


Figure 8: Washability of a sample of dredged sediments

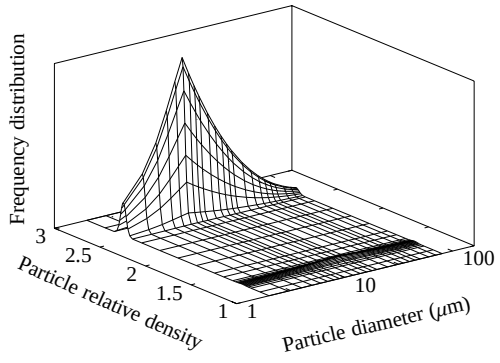


Figure 9: Predicted washability of the Falcon concentrate
Full simulation result using the same operating conditions as figure 7, applied to the feed washability given in figure 8.

the feed, make this problem quite different from standard Falcon applications.

Contrary to separation problems with larger and denser particles, dredged sediment particles have a comparatively low inertia; hence their separation inside the Falcon is mainly controlled by the fluid flow field. This explains why the mechanistic Falcon model that is presented here relies on a hydrodynamic analysis of particles' trajectories inside the Falcon's flowing film. The probability of recovering a particle with the Falcon is therefore directly related to the particle's probability of hitting the wall of the Falcon bowl.

Analysis of the fluid flow equations has revealed that accurate modelling of particle trajectory inside the Falcon is a truly three-dimensional problem, as the fluid velocity in the azimuthal direction appears in the axysimetric solution of the particle force balance equation. Nevertheless, the three-dimensionality of the problem was neglected in this paper in favour of providing the reader with a complete picture of the framework of the proposed phenomenological Falcon model. A forthcoming paper will present the full three-dimensional solution, whose results can be directly substituted in the model equations presented here. The paper presents a dimensional analysis of the particle impact length in somewhat simplified conditions, and the generic way by which the impact length scaling law can be used to derive the Falcon's partition function from fluid flow mechanics simulations.

Future work will involve extending the derivations proposed in the paper to the full three-dimensional case, for which early simulation results are already discussed in the last section of the paper. The results presented here are encouraging, as they indicate that the Falcon concentrator can indeed be used for beneficiating dredged sediments. Indeed, when the full three-dimensional flow field is used for calculating particle trajectories, we find that the Falcon concentrator is able to concentrate the valuable 100 μm $\times$ 10 μm sandy fraction while rejecting the organic particles (s.g. = 1.3) and ultrafine particles (¡ 10 μm). These conclusions are tentative only, and more simulations coupled with experimental validations will be carried out in order to validate a complete mechanistic separation model for ultrafine particle separation with the Falcon concentrator, from which the best operating conditions will be determined.

Acknowledgement

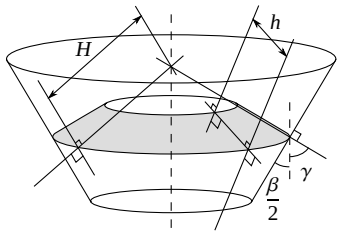
This work is funded by the French "Agence Nationale pour la Recherche" (ANR), in the framework of the PROPSED project.

Appendix

The fluid velocity profile is written as the product of the average velocity ($Q/\mathcal{A}_f$) and profile (P) depending on the wall normal distance Y scaled by the film thickness.

$$u_X = \frac{Q}{\mathcal{A}_f} P\left(\frac{Y}{h}, r\right)$$

The fluid film section ($\mathcal{A}_f$) is a truncated cone, whose generatrix is the film thickness normal to the bowl wall.



Defining $\mathcal{A}_l$ as the lateral area of a cone, we then find (see notations on figure above):

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_f &= \mathcal{A}_l(H) - \mathcal{A}_l(H-h) \\ &= \frac{\pi r^2}{\sin\gamma} - \frac{\pi(r - h\sin\gamma)^2}{\sin\gamma} = \pi(2rh - h^2\sin\gamma) \\ &= 2\pi rh\left(1 - \frac{h}{2r}\cos\frac{\beta}{2}\right)\end{aligned}$$

which yields equation (9a).

Notations

The p and f subscripts stand respectively for physical properties of the particles and fluid. They may be omitted when there is no ambiguity (the viscosity for instance). The X and Y subscripts represent the vector components into the rotating frame : X for the streamwise direction and Y for the wall normal direction (see figure 3).

$\vec{u}, \vec{v}$: velocity vectors of the fluid and the particles
$\vec{u}_{2D}, \vec{v}_{2D}$: projections of the velocities onto the plane $(\vec{r}, \vec{z})$
u_θ, v_θ : azimuthal velocities, so that $\vec{u} = \vec{u}_{2D} + u_\theta \vec{e}_\theta$
p : pressure inside the fluid
ρ : density
μ : dynamic viscosity
ν : kinematic viscosity
r_p : particle radius
$\mathcal{V}, \mathcal{A}$: volume and area
C_M, C_D : added mass and drag coefficients
$\vec{F}_M, \vec{F}_D$: added mass and drag forces
$\vec{F}_B, \vec{F}_G$: buoyancy force and effect of the pressure gradient
C : recovery to product
E : feeding profile integral on the trapped particles
L : sedimentation length
α : sedimentation length exponent in scaling laws
L_{bowl} : bowl length
r : distance from the bowl symmetry axis
h : film thickness
P : velocity profile inside the film
X : position in the streamwise direction
Y : position in the film, wall normal distance
Q : feeding rate
ω : rotation rate
β : opening angle of the bowl
R_0 : bowl radius
Re_p : particulate Reynolds number

References

Abela, R. L., 1997. Centrifugal concentrators in gold recovery and coal processing. In: Extraction Metallurgy Africa.

Ancia, P. H., Frenay, J., Dandois, P. H., 1997. Comparison of the Knelson and Falcon centrifugal separators. In: Richard M. Mozley International Symposium.

Bradley, P., Patil, D. P., Ho, K., 2000. Development and demonstration of an enhanced gravity separator for coal cleaning. Tech. rep., Illinois Clean Coal Institute.

Bruin, S., 1969. Velocity distributions in a liquid film flowing over a rotating conical surface. Chemical Engineering Science 24, 1647–1654.

Chatterjee, A., 1998. Role of particle size in mineral processing at Tata Steel. International Journal of Mineral Processing 53, 1–14.

Clift, R., Grace, J. R., Weber, M. E., 1978. Bubbles, Drops and Particles. Academic Press.

Coulter, T., Subasinghe, G. K. N., 2005. A mechanistic approach to modelling Knelson concentrators. Minerals Engineering 18, 9–17.

Deveau, C., 2006. Improving fine particle gravity recovery through equipment behavior modification. In: 38th Annual Meeting of the Canadian Mineral Processors. Paper 31. pp. 501–517.

Dijk, P. E., Janse, A. M. C., Kuipers, J. A. M., van Swaaij, W. P. M., 2001. Hydrodynamics of liquid flow in a rotating cone. International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow 11 (5), 386–412.

Holtham, P., Gee, B., Dunne, R., Gregory, S., 2005. Recovery of fine gold particles using a Falcon 'B' separator. In: Deschenes, G. (Ed.), International Symposium for the Treatment of Gold Ores.

Honaker, R. Q., Das, A., 2004. Ultrafine coal cleaning using a centrifugal fluidized-bed separator. Coal Preparation 24 (1–2), 1–18.

Honaker, R. Q., Patil, D. P., 2002. Parametric evaluation of a dense-medium process using an enhanced gravity separator. Coal Preparation 22 (1), 1–17.

Honaker, R. Q., Paul, B. C., Wang, D., Huang, M., 1994. Application of centrifugal washing for fine coal cleaning. In: Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting.

Honaker, R. Q., Reed, S., 1995. A fine coal circuitry study using column flotation and gravity separation. Tech. rep., Department of Energy.

Honaker, R. Q., Wang, D., 1998. Falcon concentrators: a high capacity fine coal cleaning technology. In: Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting.

Honaker, R. Q., Wang, D., Ho, K., 1996. Application of the Falcon concentrator for fine coal cleaning. Minerals Engineering 9 (11), 1143–1156.

Janse, A. M. C., Biesheuvel, P. M., Prins, W., van Swaaij, W. P. M., 2000. Granular flow in a rotating cone partly submerged in a fluidized bed. American Institute of Chemical Engineers Journal 46 (3), 499–508.

Langrish, T. A. G., Makarytchev, S. V., Fletcher, D. F., Prince, R. G. H., 2003. Progress in understanding the physical processes inside spinning cone columns. Chemical Engineering Research & Design 81 (1), 122–130.

Laplante, A. R., Buonvino, M., Veltmeyer, A., Robitaille, J., Naud, G., 1994. A study of the Falcon concentrator. Canadian Metallurgical Quarterly 33 (4), 279–288.

Laplante, A. R., Nickoletopoulos, N., 1997. Validation of a Falcon model with a synthetic ore. Canadian Metallurgical Quarterly 36 (1), 7–13.

Laplante, A. R., Shu, Y., 1993. A comparative study of two centrifugal concentrators. In: 25th Annual Meeting of the Canadian Minerals Processors. Paper 5. pp. 18–36.

Luttrell, G. H., Honaker, R. Q., Phillips, D. I., 1995. Enhanced gravity separators: New alternatives for fine coal cleaning. In: 12th International Coal Preparation Conference. pp. 281–292.

Magnaudet, J., Rivero, M., Fabre, J., 1995. Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. part 1. steady straining flow. Journal of Fluid Mechanics 284, 97–135.

Majumder, A. K., Lyman, G. J., Brennan, M., Holtham, P. N., 2006. Modeling of flowing film concentrators part 1. water split behavior. International Journal of Mineral Processing 80 (1), 71–77.

Makarytchev, S. V., Langrish, T. A. G., Prince, R. G. H., 1998. Structure and regimes of liquid film flow in spinning cone columns. Chemical Engineering Science 53 (8), 1541–1550.

Makarytchev, S. V., Xue, E., Langrish, T. A. G., Prince, R. G. H., 1997. On modelling fluid flow over a rotating conical surface. Chemical Engineering Science 52, 1055–1057.

McAlister, S. A., Armstrong, K. C., 1998. Development of the Falcon concentrator. In: Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting.

Venkatraman, P., Kow, W. S., Sadowski, J., Anthraper, A., 2000. Application of Floatex/spiral circuit in processing silica sand. In: Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting.

Wills, B. A., Napier-Munn, T. J., 2006. Wills' mineral processing technology : an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery, 7th Edition. Butterworth-Heinemann, Oxford.

Zhao, Y.-M., Wen, X.-F., Shi, H.-X., Jiao, H.-G., Tao, Y.-J., 2006. Study on metals recovery from -0.074 *mm* printed circuit boards by enhanced gravity separation. The Chinese Journal of Process Engineering 6 (2), 201–204.

2 Beneficiation of concentrated ultrafine suspensions with a Falcon UF concentrator

Article accepté pour publication dans les actes du congrès *Canadian Mineral Processors*, 2011.

Beneficiation of concentrated ultrafine suspensions with a Falcon UF concentrator

Jean-Sébastien Kroll-Rabotin, Florent Bourgeois
Université de Toulouse, Laboratoire de Génie Chimique, Toulouse, France

Éric Climent
Université de Toulouse, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, France

Abstract

Falcon concentrators are enhanced gravity separators designed for concentrating fine and ultrafine slurries. The Falcon UF model is unique in that it is dedicated to beneficiation of utrafines, one key feature being that it does not make use of any fluidisation water. In a former study, we investigated the physical mechanisms that govern the transport of ultrafine particles (in the range 10 to 80 µm) inside Falcon UF concentrators, and concluded that separation efficiency is governed by differential settling. Initially, we derived and published a predictive model of the partition function under dilute conditions. The present paper proposes an extension of the initial model to concentrated ultrafine suspensions for application to industrial scenarios. The paper discusses how hindered settling has been added into the initial model to account for solid concentration effects. The modified model is tested against experiments carried out with a laboratory scale UF Falcon concentrator from dilute conditions up to 30 vol%. A good agreement between measurements and model predictions is obtained, which confirms that our hypotheses about the physics of separation inside a UF Falcon separator remain valid even at high concentrations.

INTRODUCTION

The Falcon concentrator is a fast spinning bowl that is fed at its centre of rotation. It uses centrifugal force to separate particles that are transported inside a thin liquid film that flows upward along the inclined wall of the bowl (McAlister and Armstrong, 1998). Due to differential settling, dense and coarse particles are concentrated inside the bowl whereas light and fine particles are rejected with the overflow stream. The fast rotation speed of the bowl yields high centrifugal force several hundred times the attraction of Earth. Despite the thinness (between 100 µm and 1 mm with a Falcon L40) of the liquid film where separation takes place, the Falcon concentrator can treat high flowrates (up to 30 L/min). At the bottom of the bowl, an impeller transmits the bowl rotation to the feed, which drains upward by centrifugal force as soon as it hits the base of the spinning bowl (cf. Figure 1).

1 MODELLING THE UF FALCON CONCENTRATOR

In a previous article (Kroll-Rabotin et al., 2010), we justified that particle transport in the liquid film is the driving separation mechanism inside the UF Falcon. As a result, since ultrafine particle transport is dictated by the flow field, the separation that takes place inside a UF Falcon concentrator can be predicted by combining knowledge of the fluid flow field inside the flowing film with some hypotheses about particle capture based on observations by Deveau (2006).

1.1 Particle transport modelling

In our hydrodynamic model, particles are represented as point particles. From a purely theoretical viewpoint, this means our sedimentation-driven model is valid provided particles do not affect fluid flow and do not interact with each other. In practice, this implies that particles must be finer than film thickness. Since film thickness is a few hundred microns at the most, we expect that the theoretical domain of validity of our model extends to minus 100 micrometer particles.

By studying the composition of the particle bed that forms on the bowl surface with ultrafine mineral suspensions in the 10 to 100 µm range, Deveau (Deveau and Young, 2005; Deveau, 2006) showed the presence of a higher grade concentrate at the surface of the bed. This observation means that the particle bed does not undergo significant rearrangement over time, otherwise light particles would tend to be driven out of the bed by denser particles, which would contradict Deveau's observations. This is consistent with our assumption that differential settling is the mechanism that governs separation of ultrafine particles in a UF Falcon concentrator. In addition, because of their low inertia, it is sound to assume that ultrafine particles that have been entrained in the bed cannot make their way out of the bed. In other words, resuspension of particles from the bed into the flowing film is negligible. In the end, our model assumes that every particle that reaches the surface of the bed that builds up on the bowl surface is trapped and reports to the concentrate.

1.1.1 Velocity field inside the flowing film

From visual observation made by removing the cover of the bowl during operation, it is obvious that film thickness is very small, say of the order of the thickness of a nail. We did however compute the flow over the conical wall of the Falcon L40 concentrator with direct numerical simulation (DNS) in order to assess the actual film thickness.

Figure 2 shows how single-phase DNS simulation was used to estimate film thickness. When the simulation domain is larger than the actual film thickness (500 microns in Figure 2), the fluid flow splits into two clearly distinct regions. In the region closest to the wall, the fluid has the same rotation speed u_y as the bowl. It is this rotation combined with the outward opening angle of the bowl that drains the fluid upward. Moving to the second region away from the wall (*i.e.* closer to rotation axis), the fluid velocity u_y in the direction parallel to the wall is null: the only non-null component of fluid velocity is solid body rotation, mind due at a slightly lower rotation rate than the bowl.

By differenciating these two zones based on their distinct flow regimes, it is possible to estimate the thickness of the film. In Figure 2, the film actually corresponds to the thin zone close to the bowl surface with a non-zero flowrate. We decreased film thickness starting at 500 microns (see Figure 2), until we found only one flow regime throughout the film thickness. Figure 3 corresponds to such a condition, with a film thickness just below 200 microns. This thickness depends on operating conditions, and 2 L/min and 1000 rpm were used to calculate Figure 2 and 3.

Knowledge of the film thickness allows us in our modelling to impose proper slip conditions at the air/water interface due to the high ratio between the respective viscosities of the two phases. With such conditions, the flow velocity profile calculated by DNS matches the

hypothesised flow field already reported by Kroll-Rabotin et al. (2010): a parabolic profile in the streamwise direction (x direction in Figure 1) that can be scaled with respect to film thickness and a solid body rotation in the azimuthal direction.

In Figures 2 or 3, we observe that the flow is fully developed and predictable almost immediately after the film inlet, and that the velocity profile stays the same along the entire bowl length. Moreover, this observation does not depend on the velocity profile one may choose at the inlet of the film. Consequently, it is not necessary to account for any effect of the impeller may have on the flow field at the film inlet: the role of the impeller is limited to giving the fluid a high enough initial velocity to avoid filling up the bowl.

As shown by Makarytchev et al. (1997), the film undergoes continuous thinning over the bowl length. However, this thinning has no effect on the velocity profile in the y-direction; hence it is sound to assume a constant thickness over the bowl length in the model. Following the analytical law given by Makarytchev et al. (1997), the ratio between inlet and outlet thickness is $(1 + L/R_0 \sin(\beta/2))^{-2/3}$ which is higher than 0.8 with a Falcon L40. In the end, we use a constant film thickness equal to that calculated by DNS.

1.1.2 Criterion for particle capture

Since every particle that enters the bed is captured, prediction of separation boils down to predicting particle trajectories inside the film. Depending on the solution that may be used to solve the transport problem, we quantify separation either from the trajectories that intersect the bowl surface (which yields recovery to the heavy stream) or those that intersect the outlet film boundary (which yields recovery to the light stream).

The trajectory of any given particle depends on its density and size, its initial distance to the wall (Y_0) at the film inlet and the operating conditions of the Falcon. Each particle follows a specific trajectory through the liquid film, until it either hits the bowl or it reaches the end of the film and exits the bowl. We refer to the distance between the film inlet and the point at which the particle hits the wall as the sedimentation length (cf. Figure 1). Comparing this sedimentation length to the actual bowl length yields an objective criterion for particle capture.

In order to compute particle recovery to concentrate (C_p) from the trajectory-based capture criterion, we must quantify the fraction of particles whose sedimentation length is less than the bowl length, or alternatively the fraction of particle whose sedimentation length is greater than the bowl length.

We assume that the four blade propeller mixes the feed particles homogeneously at the inlet of the film. In other words, the distribution of particles is assumed to be uniform across the whole film thickness at the film inlet. This uniform distribution implies that the flux of particles that enter the film at elevation Y_0 inside the film is directly proportional to the fluid velocity profile at the same elevation. By combining feed washability and particle trajectory predictions, concentrate and tailings washabilities can be predicted, along with the Falcon partition function.

1.2 Particle trajectories in the liquid film

1.2.1 Force balance

The criterion of capture is based on the particle trajectories moving through the flowing film. More precisely, we need to predict the trajectory of the ultimate particle reaching the bowl outlet. These trajectories can be calculated by integration of Newton's second law (1) with forces given in eqns (2a) to (2d).

$$\rho_p \mathcal{V}_p \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{F} \tag{1}$$

The forces experienced by moving particles (volume V_p) within the flowing film (Clift et al., 1978) are:

- buoyancy (equation 2a) which is due to density difference between the solid particles (ρ_p) and the fluid (ρ_f) under the action of gravity (g),
- the effect of pressure gradient (equation 2b),
- the added mass force (equation 2c) due to inertia of the fluid either due to flow or particle acceleration,
- the drag force (equation 2d) which accounts for pressure and viscous contributions.

$$\vec{F}_B = (\rho_p - \rho_f)\, \mathcal{V}_p\, \vec{g} \tag{2a}$$

$$\vec{F}_G = \rho_f \mathcal{V}_p \frac{\mathrm{D}\vec{u}}{\mathrm{D}t} \tag{2b}$$

$$\vec{F}_M = \rho_f \mathcal{V}_p C_M \left(\frac{\mathrm{D}\vec{u}}{\mathrm{D}t} - \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \right) \tag{2c}$$

$$\vec{F}_D = \frac{1}{2}\, \rho_f \mathcal{S}_p C_D\, |\vec{u} - \vec{v}|\, (\vec{u} - \vec{v}) \tag{2d}$$

Forces (2b), (2c) and (2d) depend on the fluid velocity (u) at the particle position and on spatial gradients (Du/Dt). The added-mass coefficient $C_M = 1/2$ while C_D depends on the particulate Reynolds number. We have neglected the history and lift forces.

1.2.2 Analytic scaling law

An estimate of the particle velocity can be obtained neglecting the particle slip velocity along the main flow direction and simply balancing drag and centrifugal forces (Kroll et al., 2010). Using Stokes drag law the settling velocity normal to the wall is calculated and yields a theoretical prediction of the settling length along the bowl wall (eqns. 3a and 3b).

$$L^{1+\alpha} \propto \frac{9}{4\pi} Q\, \omega^{-2}\, r_p^{-2}\, (\rho_p - \rho_f)^{-1}\, \mu\, R_0^{-2+\alpha} \left(\cos\frac{\beta}{2} \right)^{-1} \tag{3a}$$

$$\alpha = \frac{\ln\left(1 + \frac{L}{R_0} \sin\frac{\beta}{2}\right)}{\ln\frac{L}{R_0}} \tag{3b}$$

In this expression, the operating conditions of the bowl fix the flow rate (Q) and its spinning rate (ω). Regarding the particle properties, we need to know the particle radius (r_p) and its density (ρ_p), while the properties characterizing carrying fluid are its dynamic viscosity (μ)

and its density (ρ_f). The bowl geometrical characteristics are its base radius (R_0) and the cone angle (β). Since this expression is based on Stokes drag law the estimate of the settling speed is only valid for low particulate Reynolds numbers ($Re_p < 1$). Thanks to eqn. (4), it is possible to determine the range of validity of these assumptions for given operating conditions.

$$Re_p \approx \frac{4}{9}\left(\frac{\rho_p}{\rho_f} - 1\right)\frac{\omega^2 r_p^3 R}{\nu^2} \tag{4}$$

Under such conditions, the captured fraction of solids in the bowl for each particle type (C_p) is:

$$C_p = \min\left(\frac{4\pi}{9} Q^{-1}\,\omega^2\,\Delta\rho\, r_p^2\,\mu^{-1}\,R_0^{2-\alpha}\,\cos\frac{\beta}{2}\,L_{\text{bowl}}^{1+\alpha},\ 1\right) \tag{5}$$

Therefore, the feed fraction captured in the bowl (C) depends on the washability l_{feed} through eqn. (6).

$$C = \iint l_{\text{feed}}(r_p, \rho_p)\, C_p(r_p, \rho_p)\mathrm{d}r_p\,\mathrm{d}\rho_p \tag{6}$$

1.2.3 Numerical solution of trajectories

When the particulate Reynolds number is moderate or large ($Re_p > 1$), the drag force is no longer linear with the particle velocity. Analytic estimate of the particle velocity is not possible leading to numerical simulation of eqns. (1-2) for particle trajectory. The drag coefficient can be approximated by the empirical law of Schiller and Naumann (1935) (eqn. 7).

$$C_D = \frac{24}{Re_p}\left(1 + 0.15 Re_p^{0.687}\right) \tag{7}$$

Trajectories are then computed by numerical integration of the force balance over time. Trajectories yield particle sedimentation lengths related to their initial position across the film thickness. So, it is straightforward to locate the initial position verifying the capture criterion and consequently to compute the captured fraction of each particle type (C_p). This has been extensively described in our former paper (Kroll-Rabotin et al., 2010).

2 APPLICATION OF THE MODEL TO ULTRAFINE SUSPENSIONS

From the industrial point of view, the reduction of water consumption is a major concern in physical separation processes. Using the Falcon UF concentrator without internal fluidization flow is a major asset: water is only used as the carrier fluid in feeding suspension. The effect of suspension volumetric concentration may be a key operating parameter for real applications of the Falcon UF concentrator. However, in our former modelling of particle Lagrangian trajectories the assumption of isolated particle leads to non-interacting trajectories. This is flawed when the concentration is moderate or high while particle/particle hydrodynamic interactions will couple all the trajectories. The actual particle settling speed depends on the local solid fraction through a hindered correction factor. The separation process acting inside the Falcon bowl induces a variation of particle concentration along the bowl length and the bulk properties of the suspension. The model for concentrate suspensions must account for spatial variations of the volumetric concentration of the suspension within the fluid film.

2.1 Effect of the local concentration of the suspension

The temporal evolution of the volumetric fraction (φ) of each particle type can be computed by accounting convective fluxes of particles through a closed surface S delimiting a finite volume V (eqn. 8). The local variation of the particle velocity field (v) has to be modelled for each particle type. Due to hindrance effect (v) is a function of the concentration. Although we investigate the separation of ultrafine particles, their typical size does not fall below 1 µm. Diffusion due to Brownian agitation can be neglected.

$$-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mathcal{V}} \oint_{\mathcal{S}} \phi \vec{v} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathcal{S}} \tag{8}$$

2.1.1 Numerical approach

Due to rotation symmetry, the evolution of concentration in the azimuthal direction does not need to be solved. The fluid film is finely discretized along its thickness and along the bowl length. The number of cells along bowl length is "n_i" while we note the number of cells across the film thickness "n_j". Volumetric fractions of particles for each size and density composing the washability of the sediment are computed simultaneously in all cells within the film. The washability is also discretized through the range of density and size of the suspension we investigate. Particles are transported by the fluid film at high speed and cells dimension are small, so the particle residence time inside in each cell is very short ($t_s \approx 2\pi rhL/(Q\ ni)$) compared to the operating time scales of the separation (cycle time, filling time of the retention zone). Therefore it is relevant to use an Eulerian modelling for predicting the mean quantities such as the evolution of the local concentration although mesh cell size might be in some cases comparable or smaller than the typical particle size.

Finite volumes method

The film is divided into annular cells (see Figure 4) whose rectangular cross sections have indices i along the wall direction and j across the thickness. Equation (8) yields the sum of fluxes through all 4 faces.

$$-\frac{\mathrm{d}\phi_{i,j}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mathcal{V}_{i,j}} \left(K_{i,j+1/2}\phi_{i,j+1/2} - K_{i,j-1/2}\phi_{i,j-1/2} + K_{i+1/2,j}\phi_{i+1/2,j} - K_{i-1/2,j}\phi_{i-1/2,j} \right. \tag{9}$$

The coefficients $K_{i,j}$ are functions of the local particle velocity inside each cell.

Boundary conditions

On the inlet section ($i = 1$), the fraction of each particle type is imposed according to the composition of the processed suspension washability. At the water/air interface ($j = n_j$), solid fluxes through this boundary are null (no particle is crossing the upper surface of the film). In the outlet section of the bowl ($i = n_i$), a numerical boundary condition models the free exit of the suspension. We assume that the longitudinal concentration gradient is zero at the outlet. At the bowl wall, all the particles reaching the bed are captured. This means that they are withdrawn from the computation domain when they reach the solid bed at the wall. The bed dynamics is not simulated and is taken into account by an outlet boundary condition (perfect sink).

Boundary conditions in $i = n_i$, $j = 1$ and $j = n_j$ corresponds to imposed fluxes which are directly used in Equation (9) while the boundary condition at $i = 1$ is a fixed concentration.

Steady state solution

We are interested in the steady state solution because the transient evolution of the concentration in the film is likely to be very short compared to the bed loading. The centrifugal settling time of the particles toward the wall is very short compared to process operating time scales. Therefore, we only seek solutions of eqn. (9) at steady state.

Using the boundary conditions, the finite volumes method yields a system of algebraic equations (10).

$$\begin{aligned} &\forall j \in [1, n_j], \quad \phi_{1,j} = \phi^0_{1,j} \\ &\forall i \in [2, n_i],\ \forall j \in [1, n_j], \\ &\qquad K_{i,j+1/2}\phi_{i,j+1/2} - K_{i,j-1/2}\phi_{i,j-1/2} + K_{i+1/2,j}\phi_{i+1/2,j} - K_{i-1/2,j}\phi_{i-1/2,j} = 0 \end{aligned} \tag{10}$$

The concentration field in the whole film can then by computed by solving simultaneously all the equations of the system provided that we know the particle velocity field. For dilute system, the system is linear and becomes non-linear when including hindrance effects.

2.1.2 The particle velocity

Neglecting particle inertia on the left hand side of Equation (1), we consider that particles are moving with a constant slip velocity given by the balance between the drag and the other forces.

$$\sum \vec{F} = 0 \tag{11}$$

The hypothesis that the inertial contribution can be neglected is valid for low Stokes numbers which quantifies the ratio between viscous particulate relaxation time of particles and the fluid flow time scales. Indeed, the assumption has been tested a posteriori with our simulation results. It is confirmed that for the case of ultrafine suspensions (< 80 µm) composed of low density solid fractions (< 3 s.g.), the inertial contribution to the particle trajectory is minor: it only affects particle corresponding to ratio to product equal to 100%.

Neglecting particle inertia, the velocity field of the particles depends only on local physical properties of the suspension. It is possible to compute the particle settling velocity field (v) to be used in the linear system (10).

In addition, as particulate interactions become significant, other contributions supplement the force balance (2). The explicit computation of the settling velocity of particles towards the wall requires an empirical expression relating the local properties of the suspension to hindrance effect.

The method we used has been proposed by Concha and Bürger (Bürger et al., 2000; Concha and Bürger, 2002). It consists in using a hindered settling law that fits monodisperse suspension behaviour for each particle types. Meanwhile, the effect of solid concentration is accounted for in the bulk viscosity and density of the suspension (continuous medium approach). The back flow in the fluid due to particulate flux is also accounted for. We use the hindered settling law from Concha and Almendra (1979), the suspension viscosity law from Krieger and Dougherty (1959) and the bulk density is defined as the average density of water and all particle types, weighted by their respective volume fractions (eqn. 12d).

In all cells of the simulation, we compute eqns. (12).

$$\vec{v}_p - \vec{u}_s = \vec{v}_{\mathrm{C\&A}}\left(r_p, \rho_p, \rho_s, \mu_s, \omega^2\vec{r}, \sum_p \phi_p\right)$$ Concha & Almendra (1979) (12a)

$$\vec{u}_s = \vec{u} - \frac{\sum_p \vec{v}_{\mathrm{C\&A,p}}\,\phi_p}{1-\sum_p \phi_p}$$ Burger et al (2000) (12b)

$$\mu_s = \mu\left(1 - \frac{1}{\phi_{\max}}\sum_p \phi_p\right)^{-[\eta]\phi_{\max}}$$ Krieger and Dougherty (1959) (12c)

$$\rho_s = \left(1 - \sum_p \phi_p\right)\rho_f + \sum_p \phi_p \rho_p$$ (12d)

Using the model for dilute suspensions, these properties are always those of the carrying fluid, whereas in concentrate suspension, the whole feed washability has an impact on the results.
Equation (12c) needs two empirical parameters φ_{max} and [η]. Einstein (1956) showed that [η] is 5/2 for hard spheres if the particle volume fraction remains low (typically less than 5%). φ_{max} is the maximum volume fraction at close packing. For monodisperse hard spheres, this value is around $\varphi_{max} \approx 0.63$ (McGeary, 1961). In our case, suspensions are composed of polydisperse particles (the size ratio ranging typically between 1 and 200). Small particles are able to fill open spaces between larger ones leading to $\varphi_{max} \approx 1$. We used the value $\varphi_{max} = 0.8$ because above this value the viscosity evolution law (12c) for larger φ_{max} has a minor effect on the bulk viscosity over the range of our investigation (concentration from 0% to 40%).

2.2 Model resolution

Since particle settling velocity depends on the local properties of the suspension in the film through the solid fraction φ_p, equation (12a) is non-linear and an iterative numerical method is used in order to calculate the fully developed steady-state flow field. Figures 4 and 8 give examples of concentration profiles that are calculated inside the film. In the end, the concentration of each particle type inside the $n_i \times n_j$ discrete cells that are used to mesh the film is calculated. Separation is evaluated by direct summation of the concentration profile in the n_i cells that mesh the outlet of the film.

3 MODEL VALIDATION

In this section, we first validate the key model hypotheses we discussed through a number of well-chosen laboratory tests with a Falcon L40 separator. We then discuss the Falcon's ability to separate ultrafine particles by interrogating the model using the washability of dredged sediments. It is worth pointing out that dredged sediments are low-density materials, with particle specific gravity ranging between organic materials and quartz. In passing, we note that the size and density range in question overlaps with that of fine coal tailings.

3.1 Lab scale experiments

Model validation test-work was done with a suspension of silica particles. From their chemical analysis (cf. Table 1), the particles can be considered to have a single density, hence the washability of the suspension is only a function of particle size distribution. Characteristic sizes of the particle size distribution, which was measured with a Malvern Mastersizer 2000, are d10 = 3 μm, d50 = 17 μm and d90 = 46 μm.

The L40 concentrator is a semi-batch apparatus. The tailings (light) stream exits the separator continuously and can be sampled over time. The concentrate (heavy) stream can only be analysed at the end of the experiment. Hence, data reconciliation is necessary to calculate the separation efficiency under any given conditions. Full analysis of performance requires that the Falcon be stopped. The concentrator is operated at a constant flow rate and the size distribution and concentration of the feed is constant throughout the experiment.

3.1.1 Experimental confirmation of the no-resuspension hypothesis

The key hypothesis of the model is that particles are captured when they reach the bowl wall, meaning that they cannot be resuspended once captured. In a semi-batch Falcon concentrator such as the L40, it is well-known that the particle bed volume increases over time until it fills up the retention zone completely, which triggers a sharp drop in separation efficiency (Laplante et al., 1994; Laplante and Nickoletopoulos, 1997). What we need to ascertain here is whether the entire feed stream exits through the overflow once the bed occupies the retention zone as per our no-resuspension hypothesis. In order to validate this hypothesis, we measured the size distribution in the tailings over a long enough time for the drop in separation efficiency to occur. Figure 5 shows the evolution of the particle size distribution in the overflow as a function of time under test conditions Q = 4.42 L/min and ω = 1460 rpm. For the first couple of minutes (108 seconds) in this experiment, we find that the size distribution of the overflow is invariant. This means that separation efficiency is constant during this period. Beyond this time, the size distribution changes rapidly, up to a point where it resembles the size distribution of the feed. At this point, the retention zone of the Falcon concentrator is full and no separation occurs at all. The invariance of the size distribution of the overflow stream during the first couple of minutes proves that the state of filling of the retention zone has no effect on the separation efficiency. The experimental demonstration that there is not any measurable resuspension of captured particles during normal operation of the Falcon concentrator validates our model, and the assumptions that underlie the analytical scaling law we derived for dilute suspension.

3.1.2 Validation of the scaling law for dilute suspensions

Solids concentration in the overflow was measured for different operating conditions, and compared to predictions using the scaling law. Figure 6 shows that predictions are in remarkable agreement with the measured data. Indeed, the solid lines in Figure 6 correspond to scaling law predictions using eqn. (6) corrected only with a constant coefficient of 0.66 (so the constant part of equation (5) becomes $0.66 \times 4\pi / 9$). What this means is that the the model we derived captures all the key aspects of the physics that govern particle transport inside a Falcon concentrator. A key strength of the scaling law is that it gives a clear and direct understanding of the relative significance of all the process parameters on separation efficiency. However, the

validity of the scaling law is limited to dilute suspensions, and concentration effects should be accounted for using the concentrated model in order to handle industrial situations with high solids concentrations.

3.2 Model application to ultrafines beneficiation

Applications of Falcon concentrators with ultrafine low specific gravity suspensions, for which our model is validated, can be found in the literature. In particular, Honaker and co-workers did use a Falcon concentrator for fine coal beneficiation (Honaker et al., 1996; Honaker and Wang, 1998; Honaker and Patil, 2002). The situation that we are interested in concerns the beneficiation of fine dredged sediments. Such sediments contain a mixture of organic matter and sand particles, and its rather unique washability is given in Figure 7. As the pollution tends to report to the finer size fractions, our objective is to test the ability of the Falcon concentrator to separate the organic fraction from the sand fraction at a size about 10 µm, in order to produce a valuable +10 micron sand fraction.

3.2.1 Concentration effect

When particles with different densities are mixed, the way by which each particle type affects the flow, or is affected by the flow, differs. Low-density particles have little effect on the overall suspension density, but when suspension density varies locally, their trajectories are impacted significantly. Indeed, scaling law (see eqn. (3) for example) shows that particles are more or less affected depending on their density difference with the carrying fluid: the smaller the density differential, the more sensitive particles become to suspension density variations. Conversely, denser particles are less sensitive to variations in suspension density due to their higher density differential with the fluid, but they have an important impact on the density of the suspension in their immediate neighbourhood. In regions where they are present in high concentration, they can yield a local density high enough to prevent settling of less dense particles. Hence, increasing solid fraction in the feed increases local concentration effects depending on feed washability, which can possibly help separate particles on the basis of their specific gravity. This beneficial effect is expected to apply up to a point.

Moreover, each particle travelling in the film displaces an equivalent volume of fluid in a direction opposite to its direction of motion. In regions where particles settle rapidly, the resulting back-flow of fluid becomes significant and can potentially prevents settling of particles with lower settling velocity. This back-flow effect is likely to contribute to differential settling, which is the main separation mechanism inside a Falcon concentrator.

Figure 8 shows the concentration distribution of a given particle type. It illustrates the improvement in particle separation that results from the concentration effects discussed previously. Indeed, Figure 8 clearly shows two regions: a lower region that contains most of the particle of the type considered, and a region above with a lesser concentration. The particle type whose volume fraction field is shown in Figure 8 belongs to the low density fraction of a suspension that is bimodal in density. Figure 8 clearly shows the back-flow effect caused by settling of the denser particles, which lift the low density fraction in the higher region. We see that the lighter fraction settles to the right of Figure 8, that is after the denser particles have already settled.

The model also predicts that increasing the fraction of denser particles will increase the

sedimentation length of less dense particles. Since particle capture is dictated by sedimentation length, increasing solid fraction can possibly improve separation of light organic particles from heavier sand particles. Of course, whether this effect plays a significant effect or not will depend on the washability of the feed material and the operating conditions. The value of modelling as a guide for identifying the favourable sets of conditions is self-explanatory.

3.2.2 Application to beneficiation of dredged sediments

As indicated earlier, our research is concerned with beneficiating dredged sediments by separating the +10 micron sand fraction from the lighter organic fraction and the -10 micron sand particles. Therefore, we have applied our concentrated model to an actual washability for dredged sediments. Figures 9 and 10 show predicted grade-recovery curves for our laboratory UF bowl (diam. 10 cm). Starting with a feed that contains 11 wt% organics, the model behaves as expected, i.e. organics recovery increases with the recovery to concentrate. Figure 9 predicts that increasing feed solids concentration up to 30.5 vol% is beneficial to the process. As indicated earlier, this finding cannot be generalised as it is the result of the combination between the washability of the feed and the operating conditions of the Falcon. Figure 8 also includes predictions sing 2 flowrates, the larger one being almost double the first one. The predicted effect with the concentrated model is that the values of recovery are close, and that they sit on a single grade-recovery curve that does not depend on feed rate. As already known from the scaling law, rotation velocity has a strong effect on recovery. This is perhaps best appreciated in Figure 10. For practical purposes, Figure 10 is very useful as it gives a direct prediction of the maximum sand recovery as a function of organics recovery. More detailed analysis of model predictions can be done for process optimisation, such as with size-by-size recovery analysis. All in all, model predictions indicate that the Falcon concentrator is a promising separator for beneficiation of dredged sediments. Indeed, with the sample sediment whose washability we used, one pass through the UF bowl removes half of the organic fraction in mass. Process optimisation calculations are necessary in order to identify the best set of conditions for beneficiating this particular dredged sediment.

4 CONCLUSIONS AND PERSPECTIVES

In this paper, we have presented the mechanistic model we developed for the UF Falcon separator and validated its key hypotheses. Our objective is to quantify its potential for beneficiation of ultrafine low-density (s.g. < 3) suspensions made of dredged sediments. The gravity separation challenge with dredged sediments comes mainly from the particle size of the material, whose valuable sand fraction is in the 100 µm × 10 µm particle size range. Particle fineness, along with the relatively high concentration of valuable material in the feed, make this problem quite different from standard Falcon applications.

Under dilute conditions, our model leads to an interesting analytical solution. In addition to providing us with valuable insights about the relative significance of the process variables on separation efficiency, this model was used to test the validity of the physics used to model the UF Falcon concentrator.

We then extended the model to the case of concentrated suspensions, which can no longer be solved analytically. With the latter model, we showed that increasing concentration can be

beneficial to separation efficiency under some conditions. This is a rather interesting finding that needs to be verified experimentally, and experiments with concentrated suspensions are being planned for validating the extended model.

Finally, optimization work with the proposed model is underway for identification of the best set of conditions that are required to beneficiate ultrafine dredged sediments with the UF Falcon concentrator. Already mentioned in the paper, the washability of dredged sediments resembles that of fine coal tailings, and we are already planning to use the model for testing the possibility of beneficiating fine coal tailings with a UF Falcon concentrator.

Acknowledgements

This work is funded by the French "Agence Nationale pour la Recherche" (ANR), in the framework of the PRECODD-PROPSED project.

References

Bürger, R., Concha, F., Fjelde, K.-K., and Hvistendahl Karlsen, K. (2000). Numerical simulation of the settling of polydisperse suspensions of spheres. Powder Technology, 113:77–318.

Clift, R., Grace, J. R., and Weber, M. E. (1978). Bubbles, Drops and Particles. Academic Press.

Concha, F. and Almendra, E. R. (1979). Settling velocities of particulate systems, 2. settling velocities of suspensions of spherical particles. International Journal of Mineral Processing, 6:31–41.

Concha, F. and Bürger, R. (2002). A century of research in sedimentation and thickening. Kona: powder and particle journal, 20:38–69.

Deveau, C. (2006). Improving fine particle gravity recovery through equipment behavior modification. In Proceedings of the 38th Annual Meeting of the Canadian Mineral Processors, Paper 31, pages 501–517.

Deveau, C. and Young, S. R. (2005). Pushing the limits of gravity separation. In Proceedings of the Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting.

Einstein, A. (1956). Investigations on the Theory of Brownian Movement. New York: Dover.

Honaker, R. Q. and Patil, D. P. (2002). Parametric evaluation of a dense-medium process using an enhanced gravity separator. Coal Preparation, 22(1):1–17.

Honaker, R. Q. and Wang, D. (1998). Falcon concentrators: a high capacity fine coal cleaning technology. In Proceedings of the Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting.

Honaker, R. Q., Wang, D., and Ho, K. (1996). Application of the Falcon concentrator for fine coal cleaning. Minerals Engineering, 9(11):1143–1156.

Krieger, I. M. and Dougherty, T. J. (1959). A mechanism for non-Newtonian flow in suspensions of rigid spheres. Journal of Rheology, 3(1):137–152.

Kroll-Rabotin, J.-S., Bourgeois, F., and Climent, E. (2010). Fluid dynamics based modelling of the Falcon concentrator for ultrafine particle beneficiation. Minerals Engineering, 23(4):313–320. Special Issue: Physical Separation.

Laplante, A. R., Buonvino, M., Veltmeyer, A., Robitaille, J., and Naud, G. (1994). A study of the Falcon concentrator. Canadian Metallurgical Quarterly, 33(4):279–288.

Laplante, A. R. and Nickoletopoulos, N. (1997). Validation of a Falcon model with a synthetic ore. Canadian Metallurgical Quarterly, 36(1):7–13.

Makarytchev, S. V., Xue, E. , Langrish, T. A. G., and Prince, R. G. H. (1997). On modelling fluid flow over a rotating conical surface. Chemical Engineering Science, 52:1055–1057.

McAlister, S. A. and Armstrong, K. C. (1998). Development of the Falcon concentrator. In Proceedings of the Society for Mining, Metallurgy and Exploration Annual Meeting.

McGeary, R. K. (1961). Mechanical packing of spherical particles. Journal of the American Ceramic Society, 44:513–522.

Schiller, L. and Naumann, Z. (1935). A drag coefficient correlation. Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, pages 77–318.

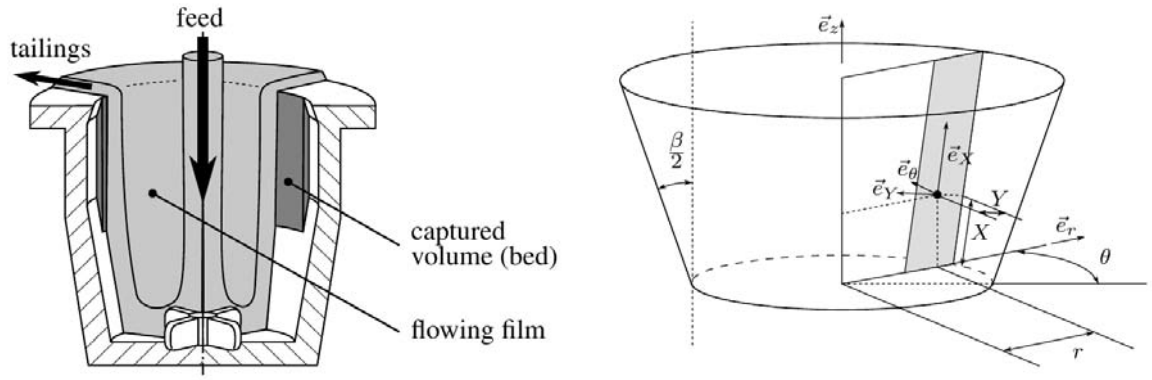


Figure 1: Schematics of the Falcon UF bowl and corresponding notations describing its geometry.

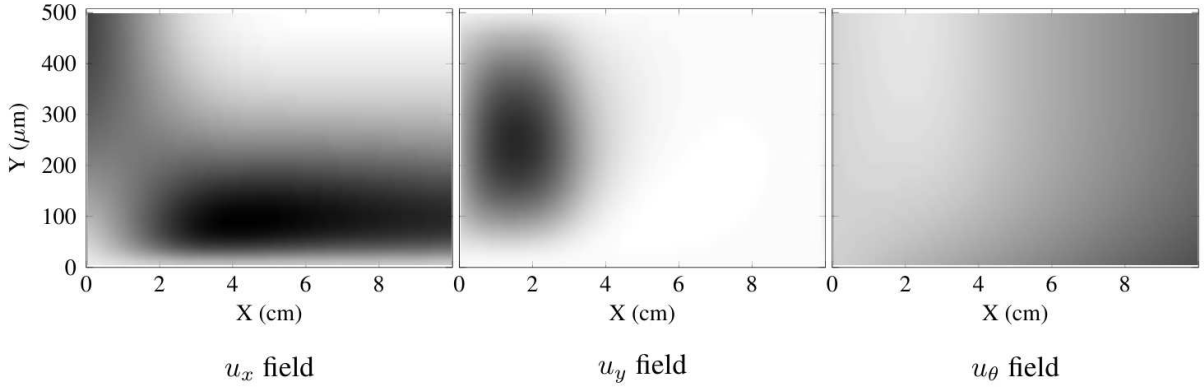


Figure 2: Flow field computed by DNS for Q = 2 L/min, ω = 1000 rpm with a film thickness of 500 µm.

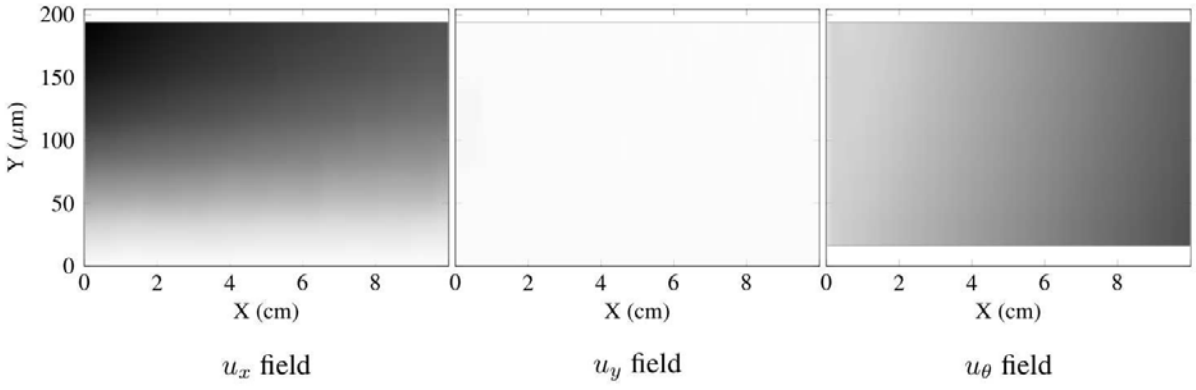


Figure 3: Flow field computed by DNS for Q = 2 L/min, ω = 1000 rpm with a film thickness of 200 µm.

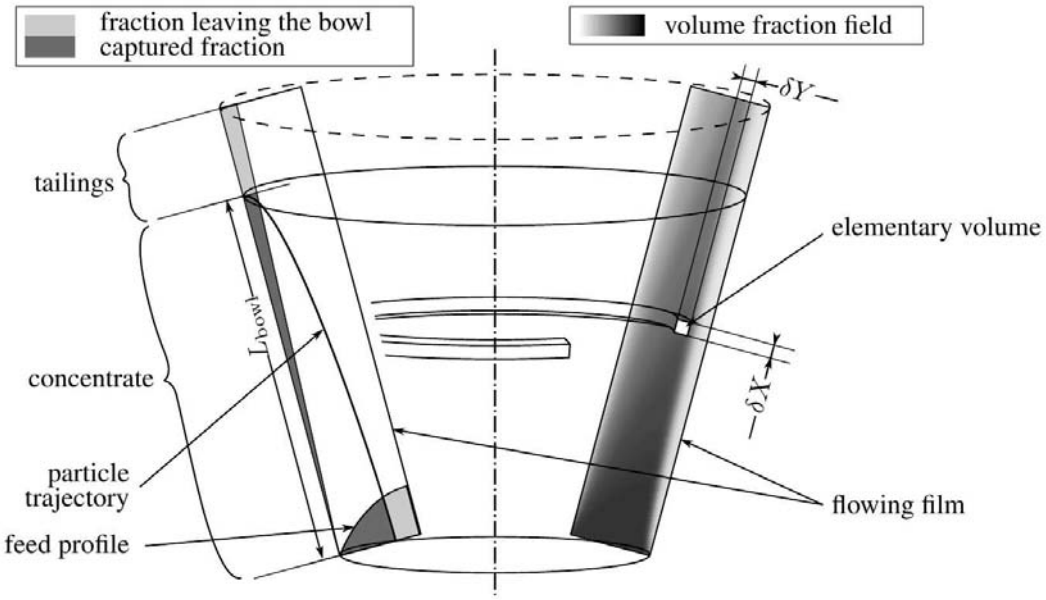


Figure 4: Two numerical approaches for predicting particle capture: Lagrangian tracking in the film (used with the dilute model) and volume fraction computation in the film (used with the concentrated model).

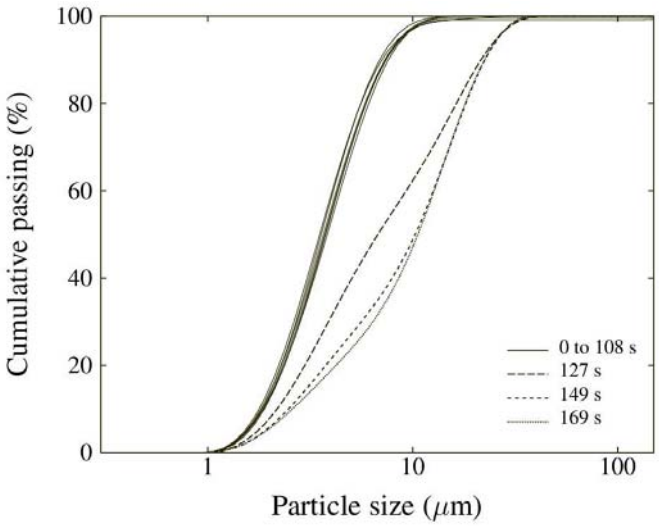


Figure 5: Measured time variation of the particle size distribution for the overflow (Q = 4.42 L/min, ω = 1460 rpm).

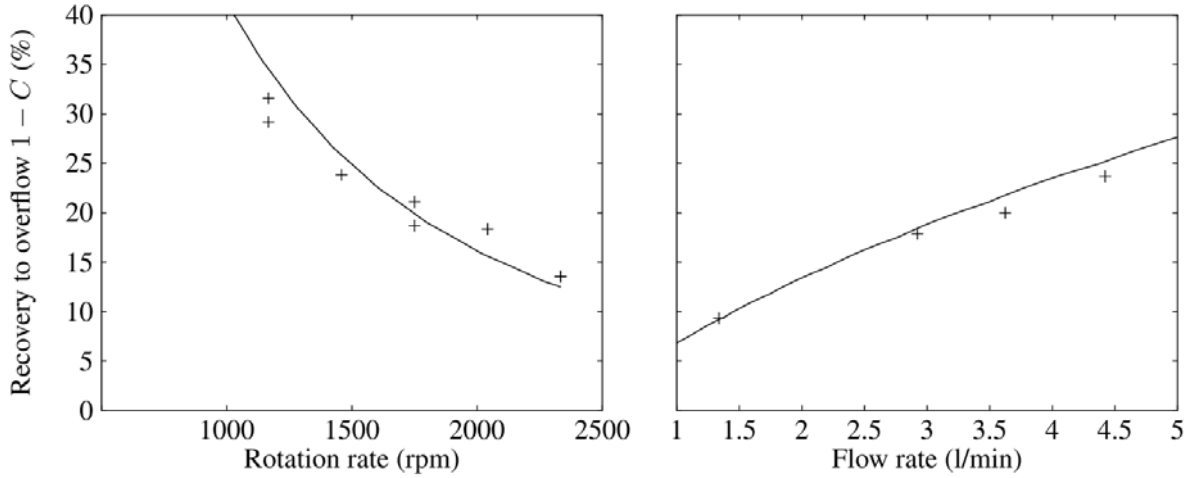


Figure 6: Comparison between scaling law predictions and experimental data with dilute silica suspensions (varying rotation rate with Q = 4.5 L/min and varying flow rate with ω = 1460 rpm, both experiments were run at 1.2 wt% solid with silica suspension of d50 = 17 µm).

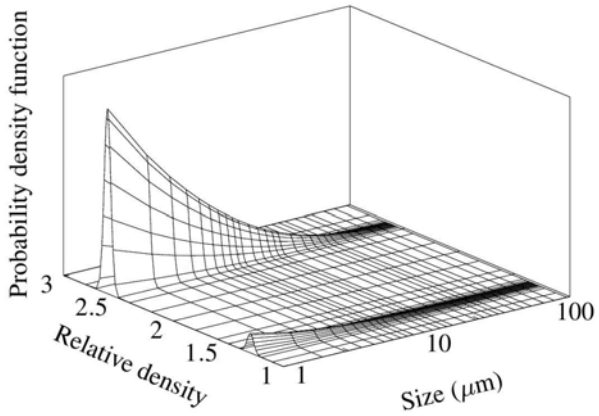


Figure 7: Washability of the dredged sediments used in this work.

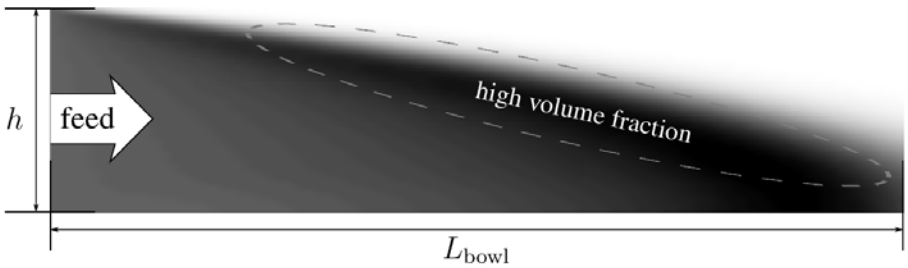


Figure 8: Concentration variations for a lighter particle type in a suspension combining two materials of different densities.

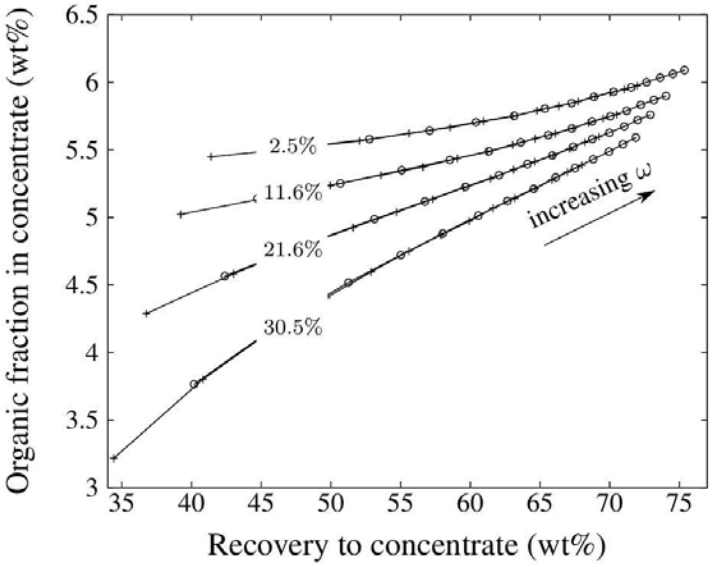


Figure 9: Grade-recovery curves as a function of solids concentration. The feed contains 11wt% organics. Separation is predicted for a Falcon L40 operating at 3 L/min (o) and 5 L/min (+).

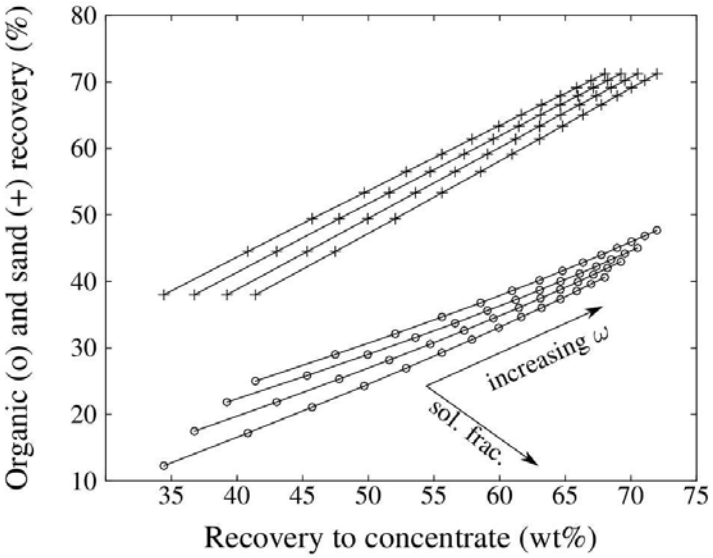


Figure 10: Recovery predictions for dredged sediments, showing the effect of feed solids concentration and rotation velocity.

Table 1: Chemical analysis (in oxides) of the silica particles used in the experiments.

SiO_2	> 98.5 %
Fe_2O_3	< 450 ppm
Al_2O_3	< 7500 ppm
TiO_2	< 360 ppm
CaO	< 300 ppm
K_2O	< 5500 ppm

Licence

Copyright © 2011 Jean-Sébastien Kroll-Rabotin – Tous droits réservés.

À l'exception de l'annexe C, les droits de l'ensemble de ce document sont régis par une licence Creative Commons, et plus précisément par la licence Paternité-Partage des Conditions Initiales à l'Identique 3.0 Unported de Creative Commons, plus connue sous le nom de « CC-BY-SA-3.0 ».

Le texte juridique complet de cette licence est disponible à l'adresse suivante : `http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/legalcode` .

L'annexe C est constituée de documents dont la reproduction, la diffusion et l'utilisation complète ou partielle dans des travaux dérivés sont strictement interdites. Ces articles ayant été publiés dans des revues scientifiques ou des actes de congrès, s'adresser directement aux éditeurs pour en obtenir des copies et éventuellement demander des autorisations particulières.

Français

Les concentrateurs Falcon permettent de séparer des particules en fonction de leur densité. Leur capacité à traiter des débits de suspension importants rend leur utilisation courante dans les procédés miniers. Dans les gammes de tailles ultrafines (entre 1 et 100 µm), leur coupure devient à la fois granulométrique et densimétrique.
Ce travail a porté sur la compréhension de leur physique et de ses limites. Une analyse de leurs mécanismes de séparation a abouti à une loi d'échelle analytique, validée expérimentalement. Des investigations plus complètes appliquées aux suspensions ultrafines ont été réalisées numériquement.
Finalement un critère physique liant la gamme de taille à séparer aux densités des différentes fractions a été explicité et appliqué à la valorisation de sédiments fins.

English

Enhanced gravity separators are widely used in minerals beneficiation, as their superior gravity field enables them to separate particles within narrow classes of density and size. This study aims to shed light on the Falcon concentrator's ability to separate particles with size and density ranges lower than usual, 1 to 100 micrometers and 1.2 to 3.0 s.g. respectively.
Differential particle settling being identified as the prevailing separation mechanism under such conditions, this study couples a theoretical and numerical approach with targeted experiments to build a predictive Falcon separation model that embeds phenomenological fluid and particle flow analysis.
Based on this model, physical limitations were identified and quantified through explicit relations between operating parameters, and particle size and density ranges. Falcon's efficiency to beneficiate dredged sediments was characterized in this way.