

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :
Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :

Systèmes Automatiques

Présentée et soutenue par :
Arnaud BAYSSE

le : jeudi 21 octobre 2010

Titre :
Contributions à l'identification paramétrique de modèles à temps continu :
- Extensions de la méthode à erreur de sortie
- Développement d'une approche spécifique aux systèmes à boucles imbriquées

---

JURY

M. Thierry POINOT, Professeur des Universités, LAII/ENSIP-Université de Poitiers, Président
M. Hugues GARNIER, Professeur des Universités, CRAN/Nancy-Université, Rapporteur
M. Stéphane CAUX, Maître de Conférence HDR, LAPLACE/ENSEEIHT, Membre
Mme Alina VODA, Maître de Conférence HDR, ENSE3, Membre

Ecole doctorale :
Systèmes (EDSYS)

Unité de recherche :
LGP/ENIT, équipe DIDS

Directeur(s) de Thèse :
M. Francisco J. CARRILLO, Professeur des Universités, LGP/ENIT
M. Abdallah HABBADI, Maître de Conférence, LGP/ENIT

Rapporteurs :
M. Hugues GARNIER, Professeur des Universités, CRAN/Nancy-Université
M. Thierry POINOT, Professeur des Universités, LAII/ENSIP-Université de Poitiers

Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord mes encadrants de thèse, MM Francisco J. Carrillo et Abdallah Habbadi, pour m'avoir guidé durant ces quatre années de thèse. J'ai beaucoup apprécié leur aide et support notammant durant la phase difficile de la rédaction du mémoire.

Je remercie par ailleurs MM Hugues Garnier et Thierry Poinot, pour leurs implications en tant que rapporteurs. Leurs intérêts et remarques, autant sur le mémoire que durant la soutenance, ont été enrichissantes et ont permis de réaliser un meilleur travail. Je remercie également Mme Alina Voda et M. Thierry Poinot pour leur participation en tant que membres du jury.

Je remercie aussi MM Jean Fauché, Thierry Poinot et Sébastien Carrière, de l'équipe CODIASE du LAPLACE/ENSEEIHT, pour leurs remarques enrichissantes et les travaux réalisés en collaboration durant le déroulement du BQR.

Je remercie les collégues enseignants chercheurs et doctorants du laboratoire, avec qui les échanges permettent toujours d'avancer sur certains sujets.

Je n'oublie pas les personnes indispensables au fonctionnement du laboratoire, parmi lesquelles les femmes de ménages qui m'ont permis de travailler dans de très bonnes conditions et les secrétaires de la recherches, qui nous permettent de simplifier énormément les phases administratives.

Il me tient à coeur de remercier mes parents, qui m'ont toujours soutenu dans mes études, et sans qui je ne serai pas arrivé jusque là.

Enfin, je remercie ma chère et tendre, Vanessa, pour m'avoir encouragé et apporté le soutient nécessaire durant le déroulement de la thèse.

Résumé

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire concernent des contributions à l'identification paramétrique de modèles à temps continu.

La première contribution est le développement d'une méthode à erreur de sortie appliquée à des modèles linéaires, en boucle ouverte et en boucle fermée. Les algorithmes sont présentés pour des modèles à temps continu, en utilisant une approche hors ligne ou récursive. La méthode est étendue à l'identification de systèmes linéaires comprenant un retard pur. La méthode développée est appliquée à différents systèmes et comparée aux méthodes d'identification existantes.

La deuxième contribution est le développement d'une nouvelle approche d'identification de systèmes à boucles imbriquées. Cette approche est développée pour l'identification de systèmes électromécaniques. Elle se base sur l'utilisation d'un modèle d'identification paramétrique générique d'entraînements électromécaniques en boucle fermée, sur la connaissance du profil des lois de mouvement appliquées appelées excitations, et sur l'analyse temporelle de signaux internes et leurs corrélations avec les paramètres à identifier. L'approche est développée dans le cadre de l'identification d'entraînements à courant continu et synchrone. L'application de cette approche est effectuée au travers de simulations et de tests expérimentaux. Les résultats sont comparés à des méthodes d'identification classiques.

Table des matières

Remerciements i

Résumé iii

Table des figures ix

Liste des tableaux xiii

Liste des symboles xv

Liste des abréviations xvii

Introduction générale 1

Chapitre 1. Cadre de l'étude 5

1.1. Identification paramétrique de modèles à temps continu 6

1.2. Méthodes à erreur d'équation 7

1.2.1. Système en boucle ouverte 8

1.2.2. Système en boucle fermée 13

1.3. Méthodes à erreur de sortie 16

1.3.1. Système en boucle ouverte 17

1.3.2. Système en boucle fermée 24

1.3.3. Normalisation des fonctions de sensibilité 25

1.4. Identification de systèmes électromécaniques 29

1.5. Conclusion 31

Chapitre 2. Extensions de la méthode à erreur de sortie 33

2.1. Identification de systèmes en boucle fermée 33

2.1.1. Modélisation 33

2.1.2. Calcul des fonctions de sensibilité 34

2.1.3. Analyse des équations de l'erreur de sortie en boucle fermée 36

2.2. Variances d'estimation 38

2.3. Identification de systèmes linéaires comprenant un retard pur 38

2.3.1. Système en boucle ouverte 39

2.3.2. Système en boucle fermée 41

2.4. Fonctions de sensibilité et filtrage : analogie . . . 45
2.5. Algorithme utilisé . . . 46
2.6. Conclusions . . . 48

Chapitre 3. Analyse des performances de la méthode à erreur de sortie . . . 49

3.1. Banc d'essai Rao-Garnier . . . 49
3.1.1. Système en boucle ouverte . . . 50
3.1.2. Système en boucle fermée . . . 53
3.1.3. Conclusions . . . 57
3.2. Système de régulation de niveau . . . 58
3.2.1. Modèle linéaire du système . . . 58
3.2.2. Simulation du système linéaire . . . 60
3.2.3. Simulation du système non linéaire . . . 62
3.2.4. Dispositif expérimental . . . 65
3.2.5. Conclusions . . . 68
3.3. Processus thermique . . . 69
3.3.1. Boucle ouverte . . . 69
3.3.2. Boucle fermée . . . 79
3.3.3. Conclusions . . . 84
3.4. Conclusions . . . 85

Chapitre 4. Nouvelle approche d'identification paramétrique de systèmes électromécaniques . . . 87

4.1. Modèle général d'identification paramétrique des entraînements électromécaniques 87
4.1.1. Modèle d'identification paramétrique de l'entraînement à courant continu 89
4.1.2. Modèle d'identification paramétrique de l'entraînement synchrone . . . 91
4.2. Profils d'excitation utilisés pour l'identification . . . 94
4.2.1. Profil d'excitation à vitesse trapézoïdale . . . 95
4.2.2. Profil d'excitation à jerk commandé . . . 96
4.3. Nouvelle approche d'identification des entraînements électromécaniques en boucles imbriquées . . . 98
4.3.1. Identification paramétrique de l'entraînement à courant continu . . . 99
4.3.2. Identification paramétrique de l'entraînement synchrone . . . 109
4.4. Conclusions . . . 113

Chapitre 5. Mise en œuvre des méthodes d'identification paramétriques des systèmes électromécaniques . . . 115

5.1. Entraînement à courant continu . . . 116
5.1.1. Simulations . . . 116
5.1.2. Expérimentations . . . 121

5.2. Entraînement synchrone . . . 127
5.2.1. Simulations . . . 127
5.2.2. Expérimentations . . . 130
5.3. Conclusions . . . 132

Conclusions générales et perspectives . . . 133

Annexes . . . 137

A. 1 . Etude de la convergence de l'algorithme à erreur de sortie . . . 137
A. 1 .1. Système en boucle ouverte . . . 137
A. 1 .2. Système en boucle fermée . . . 139
A. 2 . Utilisation des moindres carrés dans le cadre d'une régression linéaire . . . 141
A. 2 .1. Présentation . . . 141
A. 2 .2. Effet du bruit sur l'identification . . . 142
A. 2 .3. Application à l'identification de coefficients de polynômes . . . 143
A. 3 . Variances d'estimation de la méthode des polynômes . . . 143
A. 3 .1. Variances résiduelles des coefficients . . . 144
A. 3 .2. Propagation des variances . . . 144
A. 4 . Calcul de l'erreur relative maximale sur un paramètre par l'approche de propagation d'erreur . . . 145
A. 4 .1. Principe . . . 145
A. 4 .2. Etude pour l'identification des paramètres de l'entraînement à courant continu . . . 147
A. 4 .3. Etude pour l'identification des paramètres de l'entraînement synchrone . . . 148
A. 5 . Codes sources des programmes utilisés . . . 149
A. 5 .1. Programmation de l'algorithme CTOE en récursif : exemple du processus thermique . . . 149
A. 5 .2. Exemple de programmation de l'algorithme CTCLOE pour l'identification du processus thermique . . . 152
A. 5 .3. Synthaxe de l'utilisation de IVSVF pour l'identification de systèmes à boucles imbriquées . . . 155
A. 5 .4. Programmation de algorithme CLSRIVC pour l'identification de systèmes à boucles imbriquées . . . 156

Bibliographie . . . 159

Table des figures

1.1 Principe des méthodes à erreur d'équation en boucle ouverte 8
1.2 Système en boucle fermée 14
1.3 Simulation de l'entrée $\widehat{u}(t)$ 14
1.4 Principe des méthodes à erreur de sortie en boucle ouverte 18
1.5 Courbe iso-critère sans normalisation des fonctions de sensibilité 28
1.6 Courbe iso-critère avec normalisation des fonctions de sensibilité 29

2.1 Approche d'identification à erreur de sortie en boucle fermée 34
2.2 Réalisation des fonctions de sensibilité de modèles en boucle fermée contenant un retard pur 44
2.3 Algorithme de la méthode à erreur de sortie avec minimisation du critère quadratique par la méthode de Levenberg-Marquardt 47

3.1 Système banc d'essai : signal d'excitation et sortie mesurée en boucle ouverte pour une réalisation 51
3.2 Diagrammes de Bodes des 100 modèles estimés avec un RSB de 15 dB : le trait noir pointillé est le système réel et les tracés rouges sont les modèles estimés 52
3.3 Diagrammes de Bodes des 100 modèles estimés avec un RSB de 5 dB : le trait noir pointillé est le système réel et les tracés rouges sont les modèles estimés 53
3.4 Système banc d'essai : signaux de commande, d'excitation et sortie mesurée en boucle fermée pour une réalisation 54
3.5 Diagrammes de Bodes des 100 modèles estimés avec un SNR de 15 dB : le trait noir pointillé est le système réel et les tracés rouges sont les modèles estimés 56
3.6 Diagrammes de Bodes des 100 modèles estimés avec un SNR de 15 dB : le trait noir pointillé est le système réel et les tracés rouges sont les modèles estimés 56
3.7 Système expérimental de régulation de niveau 58
3.8 Système de régulation de niveau : signal de consigne et sortie du système simulé linéaire 61
3.9 Système de régulation de niveau : signal de consigne et sortie du système simulé non linéaire 63

3.10 Système de régulation de niveau : tracé de bode du système en boucle ouverte et du filtre $\frac{S}{P}$ 64
3.11 Mise à l'échelle des signaux et asservissement du système de régulation de niveau . . 65
3.12 Système de régulation de niveau : signaux de consigne et de sortie du dispositif expérimental 66
3.13 Système de régulation de niveau : comparaison des sorties mesurée et simulées . . . 68
3.14 Processus thermique : Process Control Trainer 37-100 69
3.15 Processus thermique : signaux d'entrée et de sortie de la simulation en boucle ouverte (RSB 15dB) 70
3.16 Schéma Simulink de la simulation de l'algorithme CTOE récursif 74
3.17 Processus thermique : sorties mesurée et simulée avec l'algorithme CTOE récursif . 75
3.18 Processus thermique : évolution des paramètres avec l'algorithme CTOE récursif . . 76
3.19 Processus thermique : signaux d'entrée et de sortie du système expérimental en boucle ouverte 77
3.20 Processus thermique : comparaison des sorties mesurée et simulée en boucle ouverte 78
3.21 Processus thermique : signaux d'entrée et de sortie en boucle fermée (15 dB) 80
3.22 Processus thermique : tracé de Bode du système en boucle ouverte et du filtre $\frac{S}{P}$ . . 81
3.23 Processus thermique : signaux d'entrée et de sortie en boucle fermée (5 dB) 82
3.24 Processus thermique : signaux d'entrée et de sortie du système expérimental en boucle fermée 83
3.25 Processus thermique : comparaison des sorties mesurée et simulée en boucle fermée . 84

4.1 Schéma d'un entraînement électromécanique 88
4.2 Structure de commande d'un entraînement électromécanique asservi par boucles imbriquées 89
4.3 Modèle d'identification de l'entraînement à courant continu 90
4.4 Structure de commande de l'entraînement à courant continu asservi en boucles imbriquées 91
4.5 Modèle d'identification de l'entraînement synchrone dans le référentiel d-q 93
4.6 Modèle d'identification de l'entraînement synchrone asservi en vitesse dans le référentiel d-q 94
4.7 Profil d'excitation à vitesse trapézoïdale 95
4.8 Profil d'excitation à jerk commandé 97
4.9 Principe de l'approche d'identification 98
4.10 Profil d'excitation à vitesse trapézoïdale : profils des variables électriques et mécaniques 100
4.11 Phase d'accélération : erreur de poursuite et extrapolation de la vitesse angulaire . . 101
4.12 Signal d'excitation à jerk commandé : profils des variables électriques et mécaniques 105
4.13 Extrapolation au deuxième ordre de la vitesse angulaire 106

4.14 Signal de consigne à vitesse trapézoïdale : profils des variables électriques et mécaniques 109

5.1 Schéma bloc de la simulation du moteur à courant continu 116
5.2 Entraînement à courant continu : signaux bruités avec un profil de vitesse trapézoïdal 117
5.3 Signaux bruités avec un profil de commande à jerk contrôlé 119
5.4 Entraînement électrique à courant continu 121
5.5 Consigne de vitesse appliquée à l'entraînement à courant continu 122
5.6 Signaux mesurés sur le dispositif expérimental d'entraînement à courant continu . . 122
5.7 Modèle utilisé pour la simulation de la vitesse 123
5.8 Entraînement à courant continu : comparaison des vitesses mesurée et simulée avec un profil d'excitation à vitesse trapézoïdale 124
5.9 Consigne de vitesse à jerk contrôlé appliquée à l'entraînement à courant continu . . 125
5.10 Signaux mesurés sur le dispositif expérimental d'entraînement à courant continu . . 125
5.11 Comparaison des vitesse mesurée et simulée sur l'entraînement à courant continu avec un profil d'excitation à jerk commandé 125
5.12 Schéma bloc de la simulation de l'entraînement électromécanique synchrone dans le repère d-q 127
5.13 Signaux de simulation mesurés : la ligne noire est le signal non bruité et le tracé gris est le signal bruité 128
5.14 Entraînement synchrone : comparaison des vitesses mesurée et simulées par la méthode IVSVF et l'approche proposée 131

6.1 Programmation de CTOE en récursif : réalisation des blocs 152

Liste des tableaux

1.1 Caractéristiques de la normalisation 28

3.1 Système banc d'essai : résultats d'identification en boucle ouverte avec RSB 15 dB . 51
3.2 Système banc d'essai : résultats d'identification en boucle ouverte avec un RSB de 5 dB 52
3.3 Système banc d'essai : résultats d'identification en boucle fermée avec RSB 15 dB . 55
3.4 Système banc d'essai : résultats d'identification en boucle fermée avec RSB 5 dB . . 55
3.5 Système de régulation de niveau : résultats d'identification en simulation du système linéaire 62
3.6 Système de régulation de niveau : résultats d'identification en simulation du système non linéaire 64
3.7 Système de régulation de niveau : résultats d'identification en simulation du système non linéaire avec centrage des données 65
3.8 Système de régulation de niveau : résultats obtenus avec le dispositif expérimental . 67
3.9 Système de régulation de niveau : validation des résultats 67
3.10 Processus thermique : influence de la période d'échantillonnage sur l'identification en boucle ouverte 71
3.11 Processus thermique : influence de la valeur initiale du retard sur l'identification en boucle ouverte 72
3.12 Processus thermique : résultats de simulation en boucle ouverte pour un RSB de 15 dB et de 5 dB 72
3.13 Processus thermique : comparaison de deux méthodes 73
3.14 Processus thermique : conditions de simulation et résultats obtenus avec l'algorithme CTOE récursif 75
3.15 Processus thermique : résultats d'identification du système expérimental en boucle fermée 78
3.16 Processus thermique : influence de la période d'échantillonnage sur l'identification en boucle fermée 80
3.17 Processus thermique : influence du niveau de bruit sur l'identification en boucle fermée 82

3.18 Processus thermique : résultats d'identification du système expérimental en boucle fermée 84

5.1 Caractéristiques de l'entraînement à courant continu simulé 116
5.2 Entraînement à courant continu : résultats de simulation avec une entrée à vitesse trapézoïdale 118
5.3 Entraînement à courant continu : résultats de simulation avec une entrée à jerk contrôlé 120
5.4 Résultats expérimentaux pour l'identification des paramètres de l'entraînement à courant continu : profil d'excitation à vitesse trapézoïdale 123
5.5 Résultats expérimentaux pour l'identification des paramètres de l'entraînement à courant continu : profil à jerk commandé 126
5.6 Résultats expérimentaux pour l'identification des paramètres de l'entraînement synchrone en simulation : profil d'excitation à vitesse trapézoïdale 129
5.7 Caractéristiques du banc expérimental de l'entraînement synchrone 130
5.8 Résultats expérimentaux d'identification des paramètres de l'entraînement synchrone 130

6.9 Entraînement à machine à courant continu : erreur relative maximale avec un profil d'excitation à vitesse trapézoïdale 147
6.10 Entraînement à machine à courant continu : erreur relative maximale avec un profil d'excitation à jerk commandé 148
6.11 Entraînement à machine synchrone : erreur relative maximale avec un profil d'excitation à vitesse trapézoïdale 148

Liste des symboles

$A(p)$	dénominateur du transfert du système
$\widehat{A}(p)$	dénominateur du transfert du modèle
$B(p)$	numérateur du transfert du système
$\widehat{B}(p)$	numérateur du transfert du modèle
$C\left(q^{-1}\right)$	numérateur du transfert du bruit
$\widehat{C}\left(q^{-1}\right)$	numérateur du transfert estimé du bruit
$D\left(q^{-1}\right)$	dénominateur du transfert du bruit
$\widehat{D}\left(q^{-1}\right)$	dénominateur du transfert estimé du bruit
$C(p)$	transfert du régulateur
$G(p)$	transfert du système
$\widehat{G}(p)$	transfert du modèle
$H\left(q^{-1}\right)$	transfert du bruit
$\widehat{H}\left(q^{-1}\right)$	transfert estimé du bruit
$R(p)$	numérateur du transfert du régulateur
$S(p)$	dénominateur du transfert du régulateur
$T_e(p)$	transfert de la partie électrique de l'entraînement
$T_m(p)$	transfert de la partie mécanique de l'entraînement
$i(t)$	courant (machine à courant continu)
$i_d^{ref}(t)$	consigne de courant i_d
$i_d(t)$	courant sur l'axe d (machine synchrone)
$i_q(t)$	courant sur l'axe q (machine synchrone)
$\Omega(t)$	vitesse de rotation
$\Omega^{ref}(t)$	consigne de vitesse Ω
$\phi(t)$	vecteur régresseur
$\Psi(t)$	vecteur de la variable instrumentale
$r(t)$	signal de consigne
$\sigma_{\widehat{b}_0}(t)$	fonction de sensibilité de la sortie estimée $\widehat{y}(t)$ par rapport à $\widehat{b}_0$

$u(t)$	signal d'entrée
$\widehat{u}(t)$	signal d'entrée estimée
$v(t)$	tension (machine à courant continu)
$\nu(t)$	bruit de mesure
$v_d(t)$	tension sur l'axe d (machine synchrone)
$v_q(t)$	tension sur l'axe q (machine synchrone)
$w(t)$	bruit blanc gaussien
$y(t)$	signal de sortie
$\widehat{y}(t)$	signal de sortie estimée
C_r	couple de frottements secs
f	couple de frottements visqueux
J	inertie
$\mathbf{J}$	critère quadratique
$\mathbf{J}^{'}$	gradient
$\mathbf{J}^{''}$	hessien
K	constante de couple et de force contre-électromotrice (machine à courant continu)
K_T	constante de couple (machine synchrone)
L	inductance
N_p	nombre de paires de pôles
$p = \frac{d}{dt}$	opérateur de dérivation
q	opérateur de retard : $q^{-r}y\left(t_k\right) = y\left(t_{k-r}\right)$
R_T^2	coefficient de corrélation
R	résistance (machine à courant continu)
R_s	résistance au rotor (machine synchrone)
T_R	temps de retard
θ	vecteur des paramètres du système
$\widehat{\theta}$	vecteur des paramètres du modèle (paramètres estimés)

Liste des abréviations

AF-CLOE	Adjustable Filtered Closed Loop Output Error
CLRIVC	Closed Loop Refined Instrumental Variable in Continuous-time
CLSRIVC	Closed Loop Simplified Refined Instrumental Variable in Continuous-time
CLOE	Closed Loop Output Error
CONTSID	CONtinuous-Time System IDentification (boîte à outils Matlab)
CTOE	Continuous-Time Output Error
CTCLOE	Continuous-Time Closed Loop Output Error
F-CLOE	Filtered Closed Loop Output Error
IVSVF	Instrumental Variable with State Variable Filter
LSSVF	Least Squares with State Variable Filter
RIVC	Refined Instrumental Variable in Continuous-time
RSB	Rapport Signal sur Bruit
SRIVC	Simplified Refined Instrumental Variable in Continuous-time
X-CLOE	Extended Closed Loop Output Error

Introduction générale

L'optimisation des processus industriels nécessite l'utilisation de modèles fiables et proches de la "réalité physique" que l'on doit obtenir par l'application de méthodes d'identification ou de méthodes d'estimation de paramètres physiques. Les modèles obtenus peuvent être utilisés dans un but de contrôle, ou alors de surveillance et de diagnostic.

La démarche d'identification peut être effectuée sur des processus en boucle ouverte ou en boucle fermée. Les premières méthodes ont ainsi été développées pour l'identification de processus en boucle ouverte. Cependant, certains processus nécessitent d'être utilisés en boucle fermée, pour des raisons d'instabilité en boucle ouverte (pendule inverse), ou alors pour le bon fonctionnement du système (machines électriques autopilotées), ou bien pour des raisons de sécurité (procédés dangereux du type chimiques ou nucléaires). La principale difficulté de l'identification en boucle fermée réside dans l'obtention de paramètres non biaisés. En effet, le bouclage génère une corrélation entre l'entrée et le bruit de mesure, engendrant un biais asymptotique. D'autres méthodes sont alors utilisées, prenant en compte le bouclage. Pour ces raisons, nous nous sommes intéressés au développement de méthodes permettant l'identification de processus en boucle ouverte et en boucle fermée.

Suivant le but recherché, le modèle obtenu par identification peut être de plusieurs natures. Il existe d'une part des modèles fréquentiels, utilisés principalement pour la détection et la localisation de défauts. D'autre part, on trouve des modèles paramétriques. Ces derniers se basent sur deux formalismes : l'utilisation du temps discret et l'utilisation du temps continu. Les modèles à temps discret sont particulièrement intéressants dans le domaine de la commande, où le modèle de comportement est plus important que le modèle physique. De nombreuses méthodes existent se basant sur ces modèles et permettant d'obtenir des paramètres non biaisés, en boucle ouverte ou en boucle fermée, sur des systèmes linéaires et non linéaires.

Pour la surveillance et le diagnostic, les méthodes d'identification à temps continu sont très intéressantes, car elles permettent d'obtenir un modèle plus proche de la réalité physique. Ainsi, on observe un regain d'intérêt [GW08] pour ces méthodes qui avaient été auparavant délaissées au profit de méthodes utilisant des modèles à temps discret.

Les méthodes d'identification à temps continu possèdent en effet de nombreux avantages [You81]. Elles permettent une certaine indépendance par rapport à la période d'échantillonnage, et peuvent être utilisées dans les cas où la période d'échantillonnage n'est pas constante. Elles utilisent de plus pour la plupart un filtrage intrinsèque permettant un pré-traitement des données avant la phase d'identification.

Des développements ont été conduits afin d'adapter au cas continu les méthodes précédemment développées à temps discret. On trouve ainsi des méthodes d'identification de systèmes linéaires ou non linéaires, en boucle ouverte ou en boucle fermée. Une boîte à outils, développée pour Matlab, nommée CONTSID pour "CONtinuous Time System IDentification", regroupe ainsi de nombreuses méthodes d'identification de modèles à temps continu [GGL09].

Les travaux de recherches présentés dans ce mémoire forment une contribution au domaine de l'identification de modèles paramétriques à temps continu. Cette contribution peut être divisée en deux parties principales.

La première partie s'intéresse au développement d'extensions de la méthode à erreur de sortie. Cette méthode repose sur la simulation d'un modèle afin d'obtenir une estimation non biaisée de ces paramètres quelle que soit sa structure. En cela, cette méthode est très intéressante, car elle peut s'appliquer aux modèles linéaires et non linéaires, en boucle ouverte ou en boucle fermée. Les développements sur la méthode à erreur de sortie ont permis deux extensions : l'identification de systèmes en boucle fermée, et l'identification de systèmes linéaires comprenant un retard pur, en boucle ouverte et en boucle fermée.

La deuxième partie des travaux de recherche est centrée sur la thématique de surveillance et de diagnostic de systèmes de productions. Dans ce cadre, nous nous sommes intéressés à l'identification d'un type de processus particulier : les entraînements électromécaniques. Ces systèmes possèdent des particularités intéressantes à étudier. En effet, le caractère électrique et mécanique de ces systèmes impose l'utilisation de signaux de commande adaptés. De plus, ces systèmes sont le plus souvent contrôlés par une structure à boucles imbriquées qui utilise les différences de dynamiques internes afin d'obtenir une commande performante. Nous proposons ainsi une nouvelle approche d'identification des entraînements électromécaniques utilisant les spécificités de ces systèmes. Le but de cette approche est de permettre l'identification des différents types d'entraînements électromécaniques en conditions opérationnelles.

La présentation de nos travaux de recherche est structurée en cinq chapitres.

Le premier chapitre présente le cadre de l'étude. Tout d'abord un panorama de différentes méthodes à temps continu est réalisé. Ensuite, un état des lieux des méthodes d'identification d'entraînements électromécaniques est effectuée.

Le deuxième chapitre expose le développement d'une méthode à erreur de sortie. Cette méthode est présentée tout d'abord pour l'identification de systèmes linéaires en boucle fermée. Elle est ensuite étendue à l'identification de modèles en boucle ouverte et en boucle fermée comprenant un retard pur. Un intérêt tout particulier est mis sur le calcul des fonctions de sensibilité, étape clé de la méthode à erreur de sortie.

La méthode à erreur de sortie est mise en œuvre dans le troisième chapitre. Des simulations et des tests expérimentaux sont réalisés sur différents systèmes, présentant des particularités. Ainsi, le premier système est un quatrième ordre avec un zéro instable. Le second système est non linéaire et la méthode est appliquée en utilisant la linéarisation autour d'un point de fonctionnement. Enfin, le troisième système possède un retard pur. De nombreux tests sont effectués sur ce système afin d'étudier les performances de la méthode d'identification proposée.

Le quatrième chapitre présente le développement d'une nouvelle approche d'identification des entraînements électromécaniques. Les modèles utilisés pour l'identification sont tout d'abord présentés. Ensuite, les signaux de consigne utilisés dans ce cadre sont étudiés. Enfin, l'approche est développée pour l'identification d'un entraînement à courant continu et d'un entraînement synchrone.

L'approche proposée pour l'identification des entraînements électromécaniques est mise en œuvre dans le cinquième chapitre. Des simulations et des tests expérimentaux sont effectués sur un entraînement à courant continu et sur un entraînement synchrone. Les résultats obtenus sont comparés à d'autres méthodes d'identification.

Enfin, des conclusions générales reprennent les points principaux, avec les avantages et les inconvénients de chaque méthode. Des perspectives de recherche sur la continuité de ces travaux sont finalement exposées.

Chapitre 1

Cadre de l'étude

L'identification paramétrique consiste à estimer les paramètres d'un modèle mathématique représentant le comportement dynamique d'un système. Le modèle obtenu peut être utilisé dans un but de surveillance et de diagnostic [Ise84, Ise05] ou alors pour un meilleur contrôle du système. En effet, les paramètres des régulateurs utilisés pour le contrôle des systèmes sont basés sur une connaissance des paramètres du système à asservir. En fonction du but recherché, la précision et la qualité du modèle peuvent différer.

De manière générale, le modèle mathématique du système est décrit par des équations, linéaires ou non linéaires, ou alors utilisant des dérivées partielles. Ce modèle peut être à temps continu ou à temps discret. De nombreuses études se sont intéressées à l'identification de modèles à temps discret en raison du développement de l'informatique et du matériel de mesure numérique. Cependant, l'identification de modèle à temps continu retrouve un certain intérêt récent en raison de nombreux avantages [You81, GW08] :

- les modèles de systèmes physiques sont forcément continus en raison de l'utilisation d'équations de comportement continues provenant des lois de la physique,
- les paramètres du modèle sont fortement liés aux propriétés physiques du système,
- l'utilisation de modèles à temps continu permet de considérer aisément les cas où l'échantillonnage n'est pas à pas constant ou alors lorsque l'échantillonnage est très rapide (ce qui produit des problèmes de convergence et de cohérence avec les modèles échantillonnés classiques).

Ce chapitre dresse un état des lieux des méthodes d'identification paramétrique de modèles à temps continu. La première partie présente les modèles paramétriques à temps continu considérés. La deuxième partie détaille des méthodes à erreur d'équation, en boucle ouverte et en boucle fermée. Dans la troisième partie, des méthodes à erreur de sortie sont présentées. Enfin, la quatrième partie dresse un panorama de méthodes utilisées pour l'identification de systèmes électromécaniques.

1.1. Identification paramétrique de modèles à temps continu

L'identification à temps continu peut être effectuée avec deux approches : l'approche directe ou indirecte. L'approche directe consiste à estimer les paramètres du modèle directement sous la forme à temps continu. L'approche indirecte identifie un modèle discrétisé puis une opération de conversion est utilisée afin de retrouver les paramètres physiques. La deuxième approche possède l'avantage de pouvoir utiliser de nombreuses méthodes existantes. Cependant, l'étape de conversion d'échantillonné à continu est cruciale et peut être très sensible au choix de la méthode de conversion. Nous développons ici le premier type de méthode, à approche directe.

Pour une étude bibliographique plus complète des méthodes d'identification de modèles à temps continu, on peut consulter [Men99].

Afin de présenter les approches d'identification, on définit un modèle de système linéaire, non bruité, et à coefficients constants :

$$y^0(t) = G_0(p)u(t) \tag{1.1}$$

Où $y^0(t)$ et $u(t)$, représentent respectivement la sortie et l'entrée non bruitée du système.

p représente l'opérateur différentiel tel que $px(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Si les conditions initiales sont nulles, cet l'opérateur s'avère suffisant pour traiter le cas des systèmes dynamiques linéaires, et la transformée de Laplace n'est pas nécessaire. On peut alors écrire des transferts avec p et des signaux en fonction du temps [RZ08]. Dans la suite du mémoire, l'opérateur p sera alors utilisé comme un opérateur de dérivation.

Les signaux $u(t)$ et $y^0(t)$ sont supposés être échantillonnés à pas non nécessairement constant. En effet, l'acquisition des signaux se fait de manière échantillonnée sur une machine numérique, comme un ordinateur. La mesure apporte un bruit de mesure, ou bruit capteur. Les modèles que l'on recherche ont la forme suivante :

$$\begin{cases} y^0(t_k) &= G(p,\theta)\, u(t_k) \\ y(t_k) &= y^0(t_k) + \nu(t_k) \end{cases} \tag{1.2}$$

avec :

$$\theta = \begin{bmatrix} b_m & \cdots & b_1 & b_0 & a_{n-1} & \cdots & a_1 & a_0 \end{bmatrix}^T \tag{1.3}$$

$y(t_k)$ représente l'amplitude du signal à temps continu $y(t)$ à l'instant $t_k = kT_s$ (T_s étant la période d'échantillonnage). $G(p,\theta)$ est l'opérateur de transfert défini par :

$$G(p,\theta) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \cdots + b_1 p + b_0}{p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0} \tag{1.4}$$

Le terme de perturbation est modélisé ici comme un bruit à temps discret à moyenne nulle noté $\nu(t_k)$. De manière générale, on peut écrire :

$$\nu(t_k) = H\left(q^{-1}, \eta\right) w(t_k) \tag{1.5}$$

où $H(q^{-1}, \eta)$ est une fonction de transfert rationnelle propre et $w(t_k)$ un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance connue. Le bruit additif est ainsi modélisé comme un bruit blanc gaussien filtré [GW08].

On définit $H(q^{-1}, \eta)$ de la manière suivante

$$H\left(q^{-1}, \eta\right) = \frac{C(q^{-1}, \eta)}{D(q^{-1}, \eta)} = \frac{1 + c_1 q^{-1} + \cdots + c_{n_c} q^{-n_c}}{1 + d_1 q^{-1} + \cdots + d_{n_d} q^{-n_d}} \tag{1.6}$$

avec

$$\eta^T = \left[\begin{array}{cccccc} c_1 & \cdots & c_{n_c} & d_1 & \cdots & d_{n_d} \end{array} \right] \tag{1.7}$$

le vecteur de paramètres du modèle du bruit et q^{-r} l'opérateur de retard défini comme $q^{-r} y(t_k) = y(t_{k-r})$. Le processus générateur de bruit peut alors être considéré comme un modèle ARMA.

Le problème d'identification peut être formulé ainsi : en supposant les ordres n, m connus (le système et le modèle sont du même ordre), ainsi que les ordres n_c et n_d, l'objectif consiste à estimer le vecteur des paramètres du modèle du système à temps continu θ et le vecteur des paramètres du modèle de bruit η à partir de N échantillons des signaux d'entrée-sortie :

$$Z_N = \{u(t_k)\,;\, y(t_k)\}_{k=1}^{N} \tag{1.8}$$

Plusieurs méthodes permettent l'identification à temps continu. On peut classer ces méthodes suivant deux axes principaux : les méthodes à erreur d'équation et les méthodes à erreur de sortie. Les principes de ces méthodes et quelques-unes d'entre elles sont exposées par la suite. Ces méthodes sont présentes dans la boîte à outils CONTSID (CONtinuous-Time System IDentification) pour Matlab. L'utilisation de cette boîte à outils est décrite dans [GMR03, GGBZ06, GGL09].

1.2. Méthodes à erreur d'équation

Un des problèmes dans l'utilisation de modèles à temps continu pour les méthodes à erreur d'équation provient de l'obtention des dérivées. Plusieurs méthodes permettent de résoudre ce problème. On peut les séparer en trois classes [You81] :

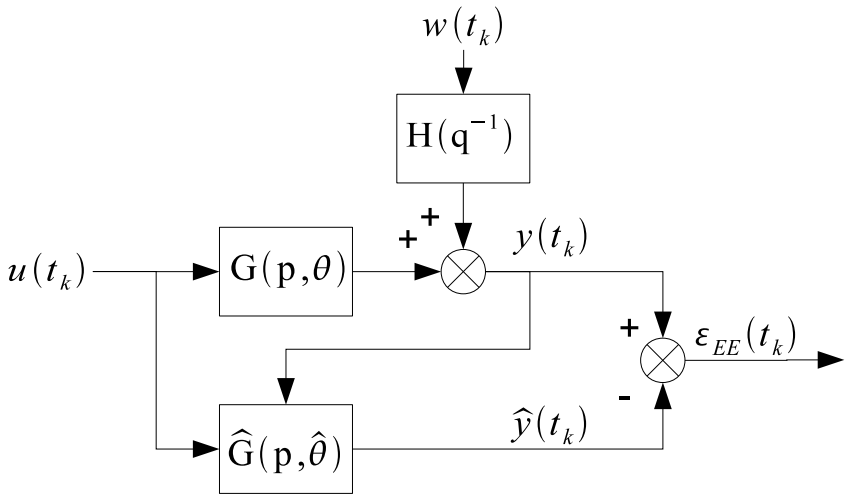


FIGURE 1.1: Principe des méthodes à erreur d'équation en boucle ouverte

- les fonctions modulatrices,
- les filtres linéaires,
- les méthodes intégrales.

Nous développons ici uniquement les principes du filtrage linéaire. En effet, l'utilisation de filtres, afin de recréer des dérivées, permet en même temps un filtrage des signaux utilisés pour l'identification du modèle.

1.2.1. Système en boucle ouverte

Le principe des méthodes à erreur d'équation en boucle ouverte est présenté à la figure 1.1. L'entrée et la sortie du système sont mesurées afin de créer un modèle $\widehat{G}\left(p,\widehat{\theta}\right)$. Les sorties mesurée $y\left(t_k\right)$ et prédite $\widehat{y}\left(t_k\right)$ sont comparées afin de créer et de minimiser l'erreur d'équation $\varepsilon_{EE}\left(t_k\right) = y\left(t_k\right) - \widehat{y}\left(t_k\right)$.

1.2.1.1. La méthode de filtres de variables d'état (FVE)

Les méthodes utilisant les filtres à variables d'état sont faciles à utiliser et permettent d'obtenir de bons résultats [GGBR07]. Les moindres carrés et la variable instrumentale sont ainsi présentés. Ces méthodes seront utilisées pour initialiser la méthode à erreur de sortie présentée au chapitre 2.

En l'absence de bruit, le modèle (1.2) peut s'écrire :

$$p^n y(t_k) = -\sum_{i=0}^{n-1} a_i p^i y(t_k) + \sum_{i=0}^{m} b_i p^i u(t_k) \tag{1.9}$$

$$\left(y^0\right)^{(n)}(t_k) = -\sum_{i=0}^{n-1} a_i y^{(i)}(t_k) + \sum_{i=0}^{m} b_i u^{(i)}(t_k) \tag{1.10}$$

où $y^{(i)}(t_k) = p^i y(t_k)$ est la dérivée i-ième de $y(t_k)$. Ainsi, étant donné que les dérivées des entrées et de sorties ne sont pas en général accessibles, il faut procéder à une opération de filtrage des entrées et des sorties. Le filtre à employer que l'on peut proposer est de la forme :

$$F(p) = \frac{\lambda}{p+\lambda} \tag{1.11}$$

où λ représente la pulsation de coupure du filtre. Il est souvent conseillé de choisir la pulsation de coupure de ce filtre proche de la bande passante du système à identifier (le bon choix deλ implique une certaine connaissance *a priori* de cette bande passante). La réalisation des dérivées est alors effectuée de la manière suivante :

$$\left(y_f^0\right)^{(i)}(t_k) = p^i F(p) y(t_k) = \frac{\lambda p^i}{p+\lambda} y^0(t_k) \tag{1.12}$$

$$u_f^{(i)}(t_k) = p^i F(p) u(t_k) = \frac{\lambda p^i}{p+\lambda} u(t_k) \tag{1.13}$$

On peut alors écrire l'équation (1.10) en utilisant les signaux filtrés sous la forme :

$$\left(y_f^0\right)^{(n)}(t_k) = \phi^T(t_k)\theta \tag{1.14}$$

avec :

$$\phi^T(t_k) = \Big[\ u_f^{(m)}(t_k) \quad \cdots \quad u_f^{(1)}(t_k) \quad u_f(t_k) \quad -\left(y_f^0\right)^{(n-1)}(t_k) \cdots - \left(y_f^0\right)^{(1)}(t_k) - y_f^0(t_k)\Big] \tag{1.15}$$

$$\theta^T = \left[\ b_m \quad \cdots \quad b_1 \quad b_0 \quad a_{n-1} \quad \cdots \quad a_1 \quad a_0\ \right] \tag{1.16}$$

A l'instant $t = t_k$, en considérant la présence du bruit additif sur la sortie, l'équation (1.14) devient :

$$y_f^{(n)}(t_k) = \phi^T(t_k)\theta + \varepsilon_{EE}(t_k, \theta) \tag{1.17}$$

où $\varepsilon_{EE}(t_k, \theta)$ représente l'erreur d'équation, et défini comme :

$$\varepsilon_{EE}(t_k, \theta) = y_f^{(n)}(t_k) - \phi^T(t_k)\widehat{\theta} \tag{1.18}$$

avec $\widehat{\theta}$ une estimée des paramètres.

Estimateur des moindres carrés à FVE

L'estimée $\widehat{\theta}$ du vecteur de paramètres est le vecteur minimisant : $\widehat{\theta} = \arg\min_\theta V_N(\theta, Z_N)$; où :

$$V_N(\theta, Z_N) = \sum_{k=1}^{N} \varepsilon_{EE}^2(t_k, \theta) = \sum_{k=1}^{N} \left(y^{(n)}(t_k) - \phi^T(t_k)\theta\right)^2 \tag{1.19}$$

A partir de$N$ échantillons des signaux d'entrée sortie, l'estimation des moindres carrés est alors donnée par :

$$\widehat{\theta}_{MC} = \left[\sum_{k=1}^{N} \phi(t_k)\phi^T(t_k)\right]^{-1} \sum_{k=1}^{N} \phi(t_k) y^{(n)}(t_k) \tag{1.20}$$

en supposant que la matrice inverse existe. Il faut noter que la solution (1.20) est très peu robuste numériquement et l'implémentation informatique est différente de la formule théorique.

On peut écrire cette estimation sous la forme suivante :

$$\widehat{\theta}_{MC} = \theta_{MC}^0 + \left[\sum_{k=1}^{N} \phi(t_k)\phi^T(t_k)\right]^{-1} \sum_{k=1}^{N} \phi(t_k)\varepsilon_{EE}(t_k, \theta) \tag{1.21}$$

L'estimation des moindres carrés est non biaisée si :

$$\mathrm{E}\left\{\sum_{k=1}^{N} \phi(t_k)\varepsilon_{EE}(t_k, \theta)\right\} = 0 \tag{1.22}$$

où $\mathrm{E}\{\}$ est l'espérance mathématique.

Ainsi, l'estimateur des moindres carrés est non biaisé si le système est en boucle ouverte, si le bruit de mesure est blanc, gaussien et de moyenne nulle et si ϕ n'est pas corrélé avec ε. Cependant, l'utilisation du filtre rend le bruit $\varepsilon_{EE}(t_k, \theta)$ coloré. L'estimateur est alors toujours biaisé. Cependant, cet estimateur reste très utilisé car il est facile à utiliser, et ne nécessite pas de simulation d'un modèle auxiliaire. On utilise alors souvent les moindres carrés pour initialiser d'autres méthodes, comme la variable instrumentale.

Estimateur de la variable instrumentale à FVE

La méthode de la variable instrumentale (VI) est une solution simple au problème de biais

de la méthode des MC. L'idée de cette méthode est ancienne [You70, SS83, SS02]. Cette méthode est une variante classique de la méthode des moindres carrés. Le principe de la méthode de la variable instrumentale (VI), consiste à introduire un vecteur$\Psi(t_k)$, tel que ses composantes soient suffisamment corrélées avec les composantes du vecteur $\phi(t_k)$ mais non corrélées avec le bruit additif sur la sortie $\nu(t_k)$. Les conditions à remplir sont :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{N} \Psi(t_k)\phi^T(t_k) \qquad & \text{est inversible} \\ E\left\{\Psi(t_k)\nu(t_k)\right\} \quad &= \quad 0 \end{aligned}$$

Obtenir une décorrélation entre les signaux mesurés et le bruit de mesure peut être obtenue de plusieurs manières.

Une manière de créer le vecteur $\Psi(t_k)$ consiste à simuler un modèle du système. On l'appelle alors VI à modèle auxiliaire. Dans ce cas, le vecteur $\Psi(t_k)$ est décrit par :

$$\Psi^T(t_k) = \left[\begin{array}{cccccccc} u^{(m)}(t_k) & \cdots & u^{(1)}(t_k) & u(t_k) & -\hat{y}^{(n-1)}(t_k) & \cdots & -\hat{y}^{(1)}(t_k) & -\hat{y}(t_k) \end{array} \right] \tag{1.23}$$

Où la variable $\hat{y}(t_k)$ représente la sortie d'un modèle auxiliaire, obtenu par exemple à partir de l'estimation par moindres carrés FVE, et telle que :

$$\widehat{y}(t_k) = \widehat{G}\left(p, \widehat{\theta}_{MC}\right) u(t_k) \tag{1.24}$$

L'estimateur de VI à modèle auxiliaire est alors donné par :

$$\widehat{\theta}_{VI} = \left[\sum_{k=1}^{N} \Psi(t_k)\phi^T(t_k)\right]^{-1} \sum_{k=1}^{N} \Psi(t_k)y^{(m)}(t_k) \tag{1.25}$$

En boucle ouverte, cet estimateur est asymptotiquement sans biais mais n'est pas à variance minimale. En effet, la fréquence de coupure choisie pour le filtrage influence la variance d'estimation. De plus, le choix de ce paramètre nécessite une connaissance du système à identifier. Pour pallier ces inconvénients, une méthode de Variable Instrumentale optimale peut être utilisée.

1.2.1.2. Variable instrumentale optimale

La méthode de la variable instrumentale optimale constitue une des méthodes les plus intéressantes et performantes. Cette méthode existe pour les modèles à temps discret et à temps continu [You06, GW08]. En raison de la facilité de mise en œuvre et sa présence dans la boîte à outils CONTSID de Matlab, cette méthode sera utilisée pour comparer les

résultats avec l'approche proposée au chapitre 2. Nous présentons une description brève de cette méthode.

Pour avoir un modèle plus général où les dynamiques du système et celles du bruit peuvent être différentes, on utilise un modèle hybride de type Box-Jenkins de la forme :

$$y(t) = G\left(p, \theta\right) u(t) + H\left(q^{-1}, \eta\right) w(t) \tag{1.26}$$

où $G(p, \theta)$ est le modèle du système défini par (1.4) et $H\left(q^{-1}, \eta\right)$ la fonction de transfert à temps discret du bruit, défini par l'équation (1.6).

La variable instrumentale optimale se base sur l'utilisation d'un filtre optimal afin d'obtenir une variance d'estimation minimale. Ce filtre est en fait décomposé en deux filtres. Le premier est sous forme continue et défini par :

$$f_c(p) = \frac{1}{\widehat{A}(p)} \tag{1.27}$$

avec $\widehat{A}(p)$ une estimation du dénominateur du transfert du système.

Le second filtre, sous forme discrète, est défini par :

$$f_d\left(q^{-1}\right) = \frac{\widehat{D}\left(q^{-1}\right)}{\widehat{C}\left(q^{-1}\right)} = \widehat{H}^{-1}\left(q^{-1}, \widehat{\eta}\right) \tag{1.28}$$

avec $\widehat{H}\left(q^{-1}, \widehat{\eta}\right)$ une estimation du transfert du processus générateur de bruit défini par (1.6).

Algorithmes RIVC et SRIVC

L'algorithme de la variable instrumentale optimale peut être utilisé en boucle ouverte ou en boucle fermée. En boucle ouverte, cet algorithme se nomme RIVC pour Refined Instrumental Variable in Continuous-Time.

L'estimateur optimal est obtenu de manière itérative. Une estimation initiale $\widehat{\theta}_0$ permet de construire le filtre continu $f_c\left(p, \widehat{\theta}_0\right)$ à l'itération 0. Ensuite, la boucle itérative est définie de la manière suivante :

de j=1 jusqu'à la convergence :

1. générer la sortie du modèle auxiliaire $\widehat{y}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right)$ en utilisant le modèle auxiliaire $\widehat{G}\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right) = \dfrac{\widehat{B}\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right)}{\widehat{A}\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right)}$,
2. filtrer l'entrée $u\left(t_k\right)$, la sortie $y\left(t_k\right)$ et la sortie du modèle auxiliaire $\widehat{y}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right)$ en utilisant le filtre continu $f_c\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right)$, afin de créer les vecteurs filtrés de la variable

instrumentale $\Psi_{f_c}(t_k)$ et du vecteur de régression $\phi_{f_c}(t_k)$:

$$\widehat{y}_{f_c}\left(t_k,\widehat{\theta}_{j-1}\right) = f_c\left(p,\widehat{\theta}_{j-1}\right)\widehat{y}\left(t_k,\widehat{\theta}_{j-1}\right) \tag{1.29}$$

$$y_{f_c}(t_k) = f_c\left(p,\widehat{\theta}_{j-1}\right)y(t_k) \tag{1.30}$$

$$u_{f_c}(t_k) = f_c\left(p,\widehat{\theta}_{j-1}\right)u(t_k) \tag{1.31}$$

$$\begin{aligned}\phi_{f_c}^T(t_k) = \Big[\; & u_{f_c}^{(m)}(t_k) \;\cdots\; u_{f_c}(t_k) \\ & -y_{f_c}^{(n-1)}(t_k) \;\cdots\; -y_{f_c}(t_k)\;\Big]\end{aligned} \tag{1.32}$$

$$\begin{aligned}\Psi_{f_c}^T(t_k) = \Big[\; & u_{f_c}^{(m)}(t_k) \;\cdots\; u_{f_c}(t_k) \\ & -\widehat{y}_{f_c}^{(n-1)}\left(t_k,\widehat{\theta}_{j-1}\right) \;\cdots\; -\widehat{y}_{f_c}\left(t_k,\widehat{\theta}_{j-1}\right)\;\Big]\end{aligned} \tag{1.33}$$

3. obtenir une estimée du vecteur de paramètres $\widehat{\eta}_j$ à partir de l'estimation de la séquence de bruit $\widehat{\nu}(t_k) = y(t_k) - \widehat{y}(t_k)$ en utilisant un algorithme d'estimation ARMA,

4. filtrer les signaux avec le filtre discret $f_d(q^{-1},\widehat{\eta}_j)$ afin de générer tous les éléments du vecteur $\phi_f(t_k)$, du vecteur VI $\Psi_f(t_k)$ et de la dérivée n-ième filtrée $y_f^{(n)}(t_k)$,

$$\phi_f(t_k) = f_d\left(q^{-1},\widehat{\eta}_j\right)\phi_{f_c}(t_k) \tag{1.34}$$

$$\Psi_f(t_k) = f_d\left(q^{-1},\widehat{\eta}_j\right)\Psi_{f_c}(t_k) \tag{1.35}$$

5. générer l'estimée $\widehat{\theta}_j$ en utilisant l'équation (1.52) :

$$\widehat{\theta}_j^{VI_{opti}} = \left[\sum_{k=1}^{N}\Psi_f(t_k)\,\phi_f^T(t_k)\right]^{-1}\sum_{k=1}^{N}\Psi_f(t_k)\,y_f^{(n)}(t_k) \tag{1.36}$$

Il existe aussi une version simplifiée de cet algorithme, nommé SRIVC, pour Simplified Refined Instrumental Variable in Continuous-Time. Dans ce cas, le bruit additif est considéré blanc. On a alors $C(q^{-1},\eta) = D(q^{-1},\eta) = 1$. La procédure d'identification est alors considérablement simplifiée, en omettant les étapes 3 et 4.

1.2.2. Système en boucle fermée

La structure d'un système en boucle fermée est présentée à la figure 1.2. Le régulateur, supposé connu, est défini de la manière suivante :

$$u(t_k) = C(p)\left(r(t_k) - y(t_k)\right) = \frac{R(p)}{S(p)}\left(r(t_k) - y(t_k)\right) \tag{1.37}$$

avec $r(t_k)$ le signal de consigne en boucle fermée et $\frac{R}{S}$ le transfert du régulateur sous la forme :

$$\frac{R(p)}{S(p)} = \frac{r_0 + r_1 p + \cdots + r_r p^r}{1 + s_1 p + \cdots + s_s p^s} \tag{1.38}$$

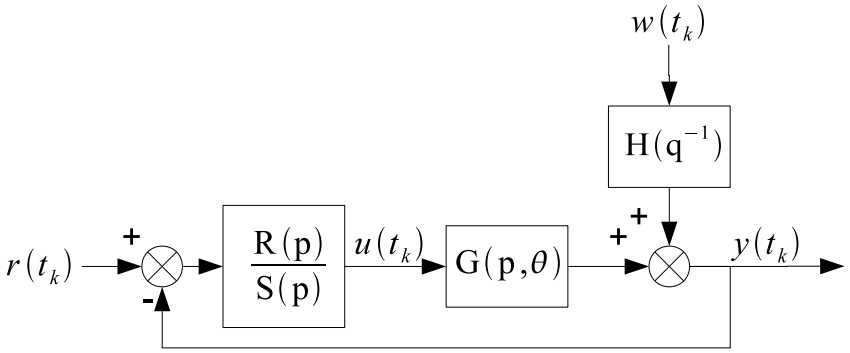


FIGURE 1.2: Système en boucle fermée

Lorsque le système est en boucle fermée, les estimateurs présentés précédemment sont biaisés en raison de la corrélation entre l'entrée $u(t_k)$ et le bruit $w(t_k)$. Il est cependant possible d'obtenir des estimateurs non biaisés en utilisant une simulation non bruitée de l'entrée $u(t_k)$ comme présentée à la figure 1.3.

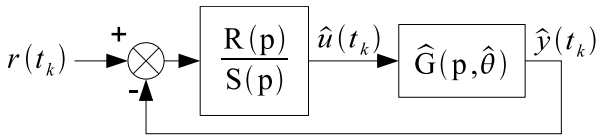


FIGURE 1.3: Simulation de l'entrée $\widehat{u}(t)$

La simulation de l'entrée $u(t_k)$ est alors donnée par :

$$\widehat{u}(t_k) = \frac{R(p)}{S(p)} \left(r(t_k) - \widehat{y}(t_k) \right) \tag{1.39}$$

1.2.2.1. Estimateur de la variable instrumentale à FVE

L'algorithme de la VI en boucle fermée a fait l'objet de nombreux développements [GGVdH04, GdH05]. Nous présentons ici l'utilisation de cette méthode avec les FVE.

Le vecteur de la variable instrumentale en boucle fermée $\Psi_{BF}(t_k)$ s'écrit :

$$\Psi_{BF}^T(t_k) = \left[\widehat{u}^{(m)}(t_k) \quad \cdots \quad \widehat{u}^{(1)}(t_k) \quad \widehat{u}(t_k) \right. \tag{1.40}$$

$$\left. -\hat{y}^{(n-1)}(t_k) \quad \cdots \quad -\hat{y}^{(1)}(t_k) \quad -\hat{y}(t_k) \right] \tag{1.41}$$

L'estimateur de la variable instrumentale en boucle fermée est alors donné par :

$$\widehat{\theta}_{VIBF} = \left[\sum_{k=1}^{N} \Psi_{BF}(t_k)\phi^T(t_k)\right]^{-1} \sum_{k=1}^{N} \Psi_{BF}(t_k)y^{(n)}(t_k) \tag{1.42}$$

Cet estimateur est non biaisé en boucle fermée mais n'est pas optimal du point de vue de la variance d'estimation. Nous appellerons cette méthode CLIVSVF pour Closed Loop IVSVF pour la différencier de la méthode IVSVF.

1.2.2.2. Variable instrumentale optimale (algorithmes CLRIVC et CLSRIVC)

Les algorithmes CLRIVC et CLSRIVC sont les versions en boucle fermée des algorithmes RIVC et SRIVC. Les filtres continu et discret utilisés en boucle fermée sont les mêmes que ceux de la boucle ouverte des équations (1.27) et (1.28) [GW08].

Comme dans le cas de l'utilisation en boucle ouverte, l'algorithme de la variable instrumentale optimale est itératif.

A l'étape d'initialisation, à l'itération 0, on réalise les opérations suivantes :

- on pose $\widehat{C}\left(q^{-1}, \widehat{\eta}_0\right) = \widehat{D}\left(q^{-1}, \widehat{\eta}_0\right) = 1$,
- une estimée initiale $\widehat{\theta}_0$ permet de créer le filtre continu $f_c\left(p, \widehat{\theta}_0\right)$.

Ensuite, la boucle itérative est définie de la manière suivante :

de j=1 jusqu'à la convergence :

1. générer les variables instrumentales filtrées $\widehat{y}_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right)$, $\widehat{u}_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right)$ et $\Psi_{f_c}(t_k)$ en utilisant le modèle auxiliaire $\widehat{G}\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right) = \dfrac{\widehat{B}\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right)}{\widehat{A}\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right)}$ et le signal de consigne filtré $r_{f_c}(t_k)$ à partir des formules suivantes :

$$r_{f_c}(t_k) = f_c\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right) r(t_k) \tag{1.43}$$

$$\widehat{y}_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) = \frac{\widehat{G}\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right)}{1 + C\widehat{G}\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right)} r_{f_c}(t_k) \tag{1.44}$$

$$\widehat{u}_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) = \frac{1}{1 + C\widehat{G}\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right)} r_{f_c}(t_k) \tag{1.45}$$

$$\begin{aligned}\Psi^T_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) = \Big[& \widehat{u}^{(m)}_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) \cdots \widehat{u}_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) \\ & -\widehat{y}^{(n-1)}_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) \cdots -\widehat{y}_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) \Big]\end{aligned} \tag{1.46}$$

2. filtrer l'entrée $u(t_k)$, la sortie $y(t_k)$ en utilisant le filtre continu $f_c\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right)$ afin de générer le vecteur de régression filtré $\phi_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}^{j-1}\right)$:

$$u_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}^{j-1}\right) = f_c\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right) u\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) \quad (1.47)$$

$$y_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}^{j-1}\right) = f_c\left(p, \widehat{\theta}_{j-1}\right) y\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) \quad (1.48)$$

$$\phi_{f_c}^T\left(t_k, \widehat{\theta}^{j-1}\right) = \left[u_{f_c}^{(m)}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) \cdots u_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) -y_{f_c}^{(n-1)} \cdots -y_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) \right] \quad (1.49)$$

3. obtenir une estimée du vecteur de paramètres $\widehat{\eta}_j$ à partir de l'estimation de la séquence de bruit $\widehat{\nu}(t_k) = y(t_k) - \widehat{y}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right)$ en utilisant un algorithme d'estimation ARMA

4. mesurer et filtrer les signaux avec le filtre discret $f_d(q^{-1}, \widehat{\eta}_j)$ afin de générer tous les éléments du vecteur $\phi_f(t_k)$, du vecteur VI $\Psi_{fBF}(t_k)$ et de la dérivée n-ième filtrée $y_f^{(n)}(t_k)$

$$\Psi_{fBF}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) = f_d\left(q^{-1}, \widehat{\eta}_j\right) \psi_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) \quad (1.50)$$

$$\phi_f\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) = f_d\left(q^{-1}, \widehat{\eta}_j\right) \phi_{f_c}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) \quad (1.51)$$

5. générer l'estimée $\widehat{\theta}_j$ en utilisant l'équation (1.52)

$$\widehat{\theta}_j^{VI_{opti}BF} = \left[\sum_{k=1}^{N} \Psi_{fBF}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) \phi_f^T\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right)\right]^{-1} \sum_{k=1}^{N} \Psi_{fBF}\left(t_k, \widehat{\theta}_{j-1}\right) y_f^{(n)}(t_k) \quad (1.52)$$

Comme dans le cas de la boucle ouverte, il existe aussi une version simplifiée de l'algorithme nommée CLSRIVC. Dans ce cas, le bruit additif est considéré blanc. On a alors $C(q^{-1}, \eta) = D(q^{-1}, \eta) = 1$. La procédure d'identification est alors considérablement simplifiée, en omettant les étapes 3 et 4.

1.3. Méthodes à erreur de sortie

Il y a deux manières d'obtenir les algorithmes d'identification de cette famille. La première manière consite à minimiser un critère quadratique par Programmation Non Linéaire (PNL), donnant des algorithmes hors-ligne. La deuxième manière, proposée par Landau [LLM98], utilise la théorie de la passivité dans le cadre des systèmes adaptatifs pour obtenir un Algorithme d'Adaptation Récursif (AAP) qui ne minimise pas de critère quadratique. Cette méthode utilise un représentation à temps discret et n'est pas présentée ici.

1.3.1. Système en boucle ouverte

Considérons un système d'entrée $u(t)$, de sortie $y(t)$ et de bruit de sortie $w(t)$ de moyenne nulle, tel que :

$$y(t) = \frac{B(p)}{A(p)}u(t) + w(t) \tag{1.53}$$

Avec p l'opérateur de dérivation $p = \dfrac{d}{dt}$; $A(p)$ et $B(p)$ des polynômes définis comme suit :

$$A(p) = 1 + a_1 p + \cdots + a_n p^n \tag{1.54}$$

$$B(p) = b_0 + b_1 p + \cdots + b_m p^m; \qquad m \leq n \tag{1.55}$$

Le polynôme $A(p)$ est défini d'une manière différente de (1.4), afin de faciliter l'analyse de l'erreur et la comparaison avec les résultats obtenus en discret par les algorithmes de Landau, comme nous le montrerons à la section 2.1.3.

La sortie simulée de ce modèle peut s'écrire :

$$\widehat{y}(t) = \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}u(t) \tag{1.56}$$

Pour simplifier l'écriture, les signaux sont écrits en fonction du temps t. Cependant, la réalisation des algorithmes présentés nécessite d'utiliser des signaux échantillonnés en fonction de t_k avec $t_k = kT_s$.

1.3.1.1. Approche utilisant les fonctions de sensibilité

L'approche à erreur de sortie utilisant les fonctions de sensibilité a été proposée pour la première fois par Richalet [RRP71]. Cette approche est nommée méthode du modèle par son auteur, en raison de l'utilisation d'un modèle permettant la simulation de la sortie. On trouve encore ce nom en France uniquement. Dans le cas de l'identification de modèles à temps continu, cette approche existe en boucle ouverte et est rappelée dans la suite. On retrouve cet algorithme dans la boîte à outils CONTSID sous le nom de *COE* pour Continuous-time Output Error.

Les versions hors-ligne et récursive sont présentées.

Méthode hors-ligne

La figure 1.4 représente l'approche à erreur de sortie appliquée à l'identification d'un modèle en boucle ouverte, avec l'approche hors-ligne.

Le principe de la méthode à erreur de sortie hors-ligne est le suivant :

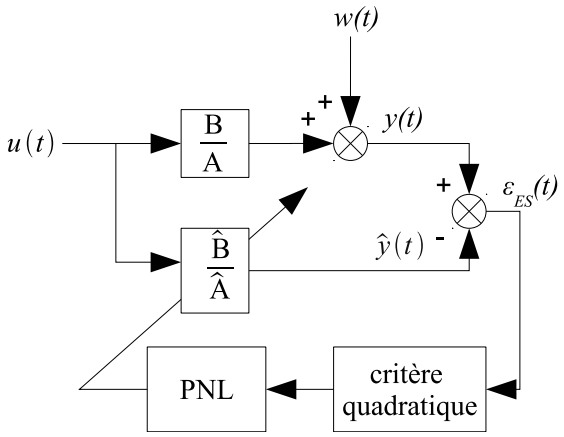


FIGURE 1.4: Principe des méthodes à erreur de sortie en boucle ouverte

1. Une méthode d'identification donne une estimée initiale des paramètres du modèle.
2. On crée un modèle du système à partir des paramètres estimés.
3. La sortie réelle $y(t_k)$ et la sortie simulée $\widehat{y}(t_k)$ sont comparées afin de créer un critère quadratique $\varepsilon^2_{ES}(t_k)$ à minimiser.
4. Le critère quadratique est minimisé à l'aide d'un algorithme de Programmation Non Linéaire (PNL)
5. La minimisation du critère fournit un nouveau jeu de paramètres.
6. On recommence ainsi à l'étape 1 jusqu'à la convergence.

Minimisation du critère quadratique

Afin d'identifier le système à partir de la méthode hors-ligne, la sortie du modèle doit être simulée pour une période d'échantillonnage donnée : $\widehat{y}(t_k) = f\left(\widehat{\theta}, u(t_k)\right)$. Ce signal est le résultat d'une simulation d'un modèle non linéaire en les paramètres, connaissant $u(t_k)$ et $\widehat{\theta}$. Le critère quadratique suivant est alors minimisé :

$$\mathbf{J} = \sum_{k=1}^{N} \left(y(t_k) - \widehat{y}(t_k)\right)^2 = \sum_{k=1}^{N} \varepsilon^2_{ES}(t_k) \tag{1.57}$$

Pour que le critère **J** soit minimal, deux conditions sont nécessaires :
- ses dérivées premières par rapport aux paramètres sont nulles,
- ses dérivées secondes doivent être positives (négatives si on cherche à maximiser).

L'ensemble des dérivées premières peut être regroupé sous la forme d'un vecteur $\mathbf{J}'_{\widehat{\theta}}$ appelé gradient. En définissant le vecteur des paramètres $\widehat{\theta}$:

$$\widehat{\theta}^T = \left[\begin{array}{cccccccc} \widehat{a}_1 & \widehat{a}_2 & \cdots & \widehat{a}_n & \widehat{b}_0 & \widehat{b}_1 & \cdots & \widehat{b}_m \end{array}\right], \tag{1.58}$$

le gradient s'écrit alors :

$$\mathbf{J}'^{T}_{\widehat{\theta}} = \left[\begin{array}{cccccc} \dfrac{\partial \mathbf{J}}{\partial \widehat{a}_1} & \cdots & \dfrac{\partial \mathbf{J}}{\partial \widehat{a}_n} & \dfrac{\partial \mathbf{J}}{\partial \widehat{b}_0} & \cdots & \dfrac{\partial \mathbf{J}}{\partial \widehat{b}_m} \end{array} \right] \tag{1.59}$$

La matrice des dérivées secondes, appelée hessien, s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{J}''_{\widehat{\theta}} = \left[\begin{array}{cccccc} \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{a}_1^2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{a}_1 \partial \widehat{a}_n} & \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{a}_1 \partial \widehat{b}_0} & \cdots & \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{a}_1 \partial \widehat{b}_m} \\ & \ddots & & & & \\ \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{a}_n \partial \widehat{a}_1} & \cdots & \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{a}_n^2} & \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{a}_n \partial \widehat{b}_0} & \cdots & \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{a}_n \widehat{b}_m} \\ \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{b}_0 \partial \widehat{a}_1} & \cdots & \dfrac{\partial^2 J}{\partial \widehat{b}_0 \partial \widehat{a}_n} & \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{b}_0^2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{b}_0 \partial \widehat{b}_m} \\ & & & & \ddots & \\ \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{b}_m \partial \widehat{a}_1} & \cdots & \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{b}_m \partial \widehat{a}_n} & \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{b}_m \partial \widehat{b}_0} & \cdots & \dfrac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{b}_m^2} \end{array} \right] \tag{1.60}$$

Le calcul des dérivées premières et secondes peut être effectué de deux manières différentes :

- en utilisant les différences finies,
- en utilisant les fonctions de sensibilité.

Nous choisissons d'utiliser les fonctions de sensibilité, car elles présentent certains avantages, comme le filtrage de données, comme nous verrons à la section 2.4.

La dérivée de $\mathbf{J}$ par rapport à un paramètre $\widehat{b}_0$ est calculée de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \widehat{b}_0} &= 2 \sum_{k=1}^{N} \varepsilon_{ES}(t_k) \frac{\partial \varepsilon_{ES}(t_k)}{\partial \widehat{b}_0} = 2 \sum_{k=1}^{N} \varepsilon_{ES}(t_k) \frac{\partial \left(y(t_k) - \widehat{y}(t_k) \right)}{\partial \widehat{b}_0} = -2 \sum_{k=1}^{N} \varepsilon_{ES}(t_k) \frac{\partial \widehat{y}(t_k)}{\partial \widehat{b}_0} \\ \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \widehat{b}_0} &= -2 \sum_{k=1}^{N} \varepsilon_{ES}(t_k) \sigma_{b_0}(t_k) \end{aligned}$$

$\sigma_{b_0}(t_k) = \dfrac{\partial \widehat{y}(t_k)}{\partial \widehat{b}_0}$ est la dérivée partielle de la sortie simulée $\widehat{y}(t_k)$ par rapport au paramètre $\widehat{b}_0$. Cette dérivée partielle est aussi appelée fonction de sensibilité. Il est important de noter que pour calculer cette fonction de sensibilité $\sigma_{b_0}(t_k)$, le vecteur des paramètres $\widehat{\theta}$ doit être constant sur l'horizon de minimisation N [TCPG02].

On peut définir un vecteur des fonctions de sensibilité $\sigma(t_k)$:

$$\sigma^T(t_k) = \left[\begin{array}{cccccc} \sigma_{a_1}(t_k) & \cdots & \sigma_{a_n}(t_k) & \sigma_{b_0}(t_k) & \cdots & \sigma_{b_m}(t_k) \end{array} \right] \tag{1.61}$$

Le gradient peut alors être écrit :

$$\mathbf{J}'_{\widehat{\theta}} = -2\sum_{k=1}^{N} \varepsilon\left(t_k\right)\sigma\left(t_k\right) \tag{1.62}$$

La dérivée seconde de $\mathbf{J}$ est donnée par :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{a}_1 \partial \widehat{a}_2} &= \frac{\partial}{\partial \widehat{a}_2}\left(-2\sum_{k=1}^{N} \varepsilon\left(t_k\right)\sigma_{a_1}\left(t_k\right)\right) \\
&= -2\sum_{k=1}^{N} \frac{\partial\left(y\left(t_k\right)-\widehat{y}\left(t_k\right)\right)}{\partial \widehat{a}_2}\sigma_{a_1}\left(t_k\right) - 2\sum_{k=1}^{N} \varepsilon\left(t_k\right)\frac{\partial^2 \widehat{y}\left(t_k\right)}{\partial \widehat{a}_1 \partial \widehat{a}_2} \\
&= 2\sum_{k=1}^{N} \frac{\partial \widehat{y}\left(t_k\right)}{\partial \widehat{a}_2}\sigma_{a_1}\left(t_k\right) - 2\sum_{k=1}^{N} \varepsilon\left(t_k\right)\frac{\partial^2 \widehat{y}\left(t_k\right)}{\partial \widehat{a}_1 \partial \widehat{a}_2} \\
\frac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{a}_1 \partial \widehat{a}_2} &= 2\sum_{k=1}^{N} \sigma_{a_2}\left(t_k\right)\sigma_{a_1}\left(t_k\right) - 2\sum_{k=1}^{N} \varepsilon\left(t_k\right)\frac{\partial^2 \widehat{y}\left(t_k\right)}{\partial \widehat{a}_1 \partial \widehat{a}_2}
\end{aligned} \tag{1.63}$$

En pratique, on néglige le terme d'ordre deux. On obtient alors l'expression suivante, appelée approximation de Gauss-Newton :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial \widehat{a}_1 \partial \widehat{a}_2} \simeq 2\sum_{k=1}^{N} \sigma_{a_2}\left(t_k\right)\sigma_{a_1}\left(t_k\right) \tag{1.64}$$

En utilisant la forme matricielle des fonctions de sensibilité définie à l'équation (1.61), on écrit le hessien sous la forme suivante :

$$\mathbf{J}''_{\widehat{\theta}} \simeq 2\sum_{k=1}^{N} \sigma\left(t_k\right)\sigma^T\left(t_k\right) \tag{1.65}$$

Parmi les méthodes d'optimisation du critère, nous rappelons les trois principaux algorithmes utilisés : la méthode du gradient, l'algorithme de Gauss-Newton et enfin l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

Algorithme du gradient

Le calcul du vecteur de paramètres suit le schéma itératif suivant :

$$\widehat{\theta}_{j+1} = \widehat{\theta}_j - \mu \mathbf{J}'_{\theta} \tag{1.66}$$

où j représente l'itération de l'algorithme. Ainsi, $\widehat{\theta}_j$ est le vecteur des paramètres

calculés à l'itération j. Le paramètre μ permet le réglage de l'algorithme ; un mauvais choix de ce paramètre peut empêcher la convergence de l'algorithme.

Cet algorithme permet de s'approcher rapidement de l'optimum si l'initialisation est loin de celui-ci. Cependant, lorsqu'on se rapproche de l'optimum, ou lorsque l'optimum se situe dans une vallée relativement grande, cet algorithme ralentit et le temps de convergence peut être grand.

Algorithme de Gauss-Newton

L'algorithme de Gauss-Newton utilise les dérivées premières et secondes du critère $\mathbf{J}$. L'équation de l'évolution des paramètres est la suivante :

$$\widehat{\theta}_{j+1} = \widehat{\theta}_j - \left[\mathbf{J}''_{\widehat{\theta}}\right]^{-1} \mathbf{J}'_{\widehat{\theta}}\Big|_{\widehat{\theta}=\widehat{\theta}_j} \tag{1.67}$$

Cet algorithme se base sur l'hypothèse que le critère est quadratique au voisinage de l'optimum [Tri88]. Ainsi il peut se révéler instable lorsque le profil du critère est proche d'un point d'inflexion.

Algorithme de Levenberg-Marquardt

L'algorithme de Levenberg-Marquardt présente l'avantage de réunir les avantages des algorithmes du gradient et de Gauss-Newton. L'équation itérative originale proposée par Levenberg est la suivante [Lev44] :

$$\widehat{\theta}_{j+1} \;=\; \widehat{\theta}_j - \left\{\left[\mathbf{J}''_{\widehat{\theta}} + \mu I\right]^{-1} \mathbf{J}'_{\widehat{\theta}}\right\}_{\widehat{\theta}=\widehat{\theta}_j} \tag{1.68}$$

Le paramètre μ permet le réglage de l'algorithme. Il permet de passer de l'algorithme du gradient ($\mu \gg 1$) lorsqu'on est loin de l'optimum à l'algorithme de Gauss-Newton ($\mu \to 0$) lorsqu'on est proche de l'optimum.

Marquardt proposa [Mar63] de remplacer la matrice identité par la diagonale du hessien. Ainsi, lorsque l'algorithme se comporte comme la méthode du gradient (μ grand), les directions de convergence sont guidées par les dérivées secondes.

$$\widehat{\theta}_{j+1} = \widehat{\theta}_j - \left\{\left[\mathbf{J}''_{\widehat{\theta}} + \mu \mathrm{diag}\left(\mathbf{J}''_{\widehat{\theta}}\right)\right]^{-1} \mathbf{J}'_{\widehat{\theta}}\right\}_{\widehat{\theta}=\widehat{\theta}_j} \tag{1.69}$$

Même si l'algorithme de Levenberg-Marquardt est théoriquement très performant dans le cadre d'une mauvaise initialisation, il s'agit d'une méthode d'optimisation permettant

la convergence locale et non globale. Ainsi, pour une estimation correcte, une bonne initialisation des paramètres reste malgré tout nécessaire [TCPG02, TOA+07].

Méthode récursive

Dans l'article [TCPG02], une étude comparative entre la méthode basée sur les fonctions de sensibilité et l'approche récursive Landau a été effectuée. De cette étude, des similitudes ont été trouvées entre ces deux familles, qui ont permies l'obtention d'une version récursive de l'algorithme à erreur de sortie sous l'hypothèse de se placer proche de l'optimum. Dans ce cas, on utilise l'algorithme de Gauss-Newton (cf. section 1.3.1.1).

La linéarisation de $\widehat{y}(t_k)$ autour de $\widehat{\theta}$ donne [TCPG02] :

$$d\widehat{y}_k = \sigma_k^T(\widehat{\theta})d\widehat{\theta} \quad \forall (d\widehat{\theta} \to 0) \tag{1.70}$$

Dans le cas d'un modèle linéaire en les paramètres, on peut écrire $\widehat{y}_k = \widehat{\phi}_k^T\widehat{\theta}$ et donc

$$d\widehat{y}_k = \widehat{\phi}_k^T d\widehat{\theta} \quad \forall\, d\widehat{\theta} \tag{1.71}$$

Les équations (1.70) et (1.71) montrent que localement σ est analogue à $\widehat{\phi}_k$. En utilisant cette analogie, $\sigma \equiv \widehat{\phi}$, on peut construire l'algorithme récursif de Newton, analogue à celui des moindres carrés récursifs :

$$\begin{cases} \widehat{\theta}_{k+1} = \widehat{\theta}_k + \dfrac{\mathbf{P}_k\sigma_k\varepsilon_k}{1+\sigma_k^T\mathbf{P}_k\sigma_k} \\ \varepsilon_k = y_k - \widehat{y}_k \\ \mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k - \dfrac{\mathbf{P}_k\sigma_k\sigma_k^T\mathbf{P}_k}{1+\sigma_k^T\mathbf{P}_k\sigma_k} \end{cases} \tag{1.72}$$

On peut aussi utiliser la version issue des moindres carrés continus normalisés avec facteur d'oubli β [ÅW, ABCRJ+86] :

$$\begin{cases} \dot{\widehat{\theta}} = \dfrac{\mathbf{P}\sigma\varepsilon}{1+\sigma^T\mathbf{P}\sigma} \\ \varepsilon = y - \widehat{y} \\ \dot{\mathbf{P}} = \beta\mathbf{P} - \dfrac{\mathbf{P}\sigma\sigma^T\mathbf{P}}{1+\sigma^T\mathbf{P}\sigma} \end{cases} \tag{1.73}$$

La mise en œuvre de l'algorithme, sous Matlab/Simulink par exemple, nécessite de discrétiser cet algorithme. On peut utiliser alors l'approximation de l'opérateur de dérivation p en utilisant :

$$p \simeq \frac{q-1}{T_s} \tag{1.74}$$

avec q^{-1} l'opérateur retard et T_s la période d'échantillonage. L'algorithme (1.73) s'écrit alors :

$$\begin{cases} \widehat{\theta}_{k+1} = \widehat{\theta}_k + \dfrac{T_s \mathbf{P}_k \sigma_k \varepsilon_k}{1 + \sigma_k^T \mathbf{P}_k \sigma_k} \\ \varepsilon_k = y_k - \widehat{y}_k \\ \mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k \left(1 + \beta T_s\right) - \dfrac{T_s \mathbf{P}_k \sigma_k \sigma_k^T \mathbf{P}_k}{1 + \sigma_k^T \mathbf{P}_k \sigma_k} \end{cases} \tag{1.75}$$

Les versions récursives de l'algorithme peuvent présenter des problèmes de stabilité et de convergence. En effet, les fonctions de sensibilité σ_k, dépendant maintenant de $\widehat{\theta}_{k-1}$, $\widehat{\theta}_{k-2}, \ldots$, ne vérifient plus l'hypothèse $\widehat{\theta}$ = constante sur l'horizon de simulation. Cela montre que les versions récursives de l'algorithme à erreur de sortie ne sont qu'une approximation, valable uniquement à proximité de l'optimum.

Calcul des fonctions de sensibilité

La sortie simulée peut être mise sous la forme :

$$\begin{aligned} \widehat{y}(t) &= -\widehat{a}_1 p\widehat{y}(t) - \widehat{a}_2 p^2\widehat{y}(t) - \cdots - \widehat{a}_n p^n\widehat{y}(t) + \widehat{b}_0 u(t) + \widehat{b}_1 p u(t) + \cdots + \widehat{b}_m p^m u(t) \\ \widehat{y}(t) &= \widehat{\theta}^T \widehat{\phi}(t) \end{aligned} \tag{1.76}$$

avec

$$\widehat{\theta}^T = \left[\begin{array}{cccccccc} \widehat{a}_1 & \widehat{a}_2 & \cdots & \widehat{a}_n & \widehat{b}_0 & \widehat{b}_1 & \cdots & \widehat{b}_m \end{array} \right], \tag{1.77}$$

$$\widehat{\phi}^T(t) = \left[\begin{array}{cccccccc} -p\widehat{y}(t) & -p^2\widehat{y}(t) & \cdots & -p^n\widehat{y}(t) & u(t) & pu(t) & \cdots & p^m u(t) \end{array} \right] \tag{1.78}$$

où $\widehat{\theta}$ est le vecteur des paramètres estimés et $\widehat{\phi}(t)$ le vecteur des observations.

Pour utiliser la méthode à erreur de sortie, il faut calculer les fonctions de sensibilité. La fonction de sensibilité par rapport à un paramètre $\widehat{b}_i$ du numérateur est la suivante :

$$\sigma_{\widehat{b}_i}(t) = \frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{b}_i} = \frac{\partial}{\partial \widehat{b}_i}\left[\frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)} u(t)\right] = \frac{\frac{\partial}{\partial \widehat{b}_i}\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)} u(t) + \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)} \frac{\partial}{\partial \widehat{b}_i} u(t) \tag{1.79}$$

Comme l'entrée $u(t)$ est indépendante des paramètres du modèle, on obtient :

$$\sigma_{\widehat{b}_i}(t) = \frac{p^i}{\widehat{A}(p)} u(t) \tag{1.80}$$

La fonction de sensibilité par rapport à un paramètre $\widehat{a}_i$ du dénominateur est la suivante :

$$\sigma_{\widehat{a}_i}(t) = \frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{a}_i} = \frac{\partial}{\partial \widehat{a}_i}\left[\frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}u(t)\right] = \frac{-\widehat{B}(p)p^i}{\widehat{A}^2(p)}u(t) + \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\frac{\partial}{\partial \widehat{a}_i}u(t) \tag{1.81}$$

Avec l'entrée $u(t)$ indépendante des paramètres du modèle, il vient :

$$\sigma_{\widehat{a}_i}(t) = \frac{-\widehat{B}(p)p^i}{\widehat{A}^2(p)}u(t) \tag{1.82}$$

En utilisant l'équation (1.56), on obtient :

$$\sigma_{\widehat{a}_i}(t) = \frac{-p^i}{\widehat{A}(p)}\widehat{y}(t) \tag{1.83}$$

Les équations (1.80) et (1.83) peuvent être mises sous la forme :

$$\sigma_{\widehat{\theta}}(t) = \frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{\theta}} = \frac{1}{\widehat{A}(p)}\widehat{\phi}(t) \tag{1.84}$$

Les fonctions de sensibilité $\sigma_{\widehat{\theta}}$ sont donc un filtrage de $\widehat{\phi}(t)$ par $\dfrac{1}{\widehat{A}(p)}$, filtre caractéristique de l'utilisation en boucle ouverte de la méthode.

Propriétés de convergence

Les propriétés de convergence globale de l'algorithme à erreur de sortie hors-ligne, basé sur un algorithme de PNL de Levenberg-Marquardt ne sont actuellement pas connues en boucle ouverte. Concernant l'utilisation de l'algorithme de Gauss-Newton, une étude comparant la méthode à erreur de sortie avec les algorithmes en boucle ouverte de Landau a permis de mettre en évidence des ressemblances sur les conditions de convergence des deux algorithmes [TCPG02]. L'utilisation de l'algorithme de Gauss-Newton signifie que les conditions exprimées ne sont valables qu'à proximité de l'optimum et que la convergence globale n'est pas garantie. Cette étude montre alors l'intérêt d'une bonne initialisation nécessaire à l'utilisation de l'algorithme à erreur de sortie afin de garantir la convergence. Les résultats de convergence obtenus sont présentés en annexe A. 1 .

1.3.2. Système en boucle fermée

1.3.2.1. Approches utilisant les fonctions de sensibilité [Gro00]

Les approches utilisant les fonctions de sensibilité peuvent être utilisées en boucle fermée. Une première approche consiste à identifier le système en boucle fermée à partir des signaux de consigne $r(t)$ et de sortie $y(t)$. On obtient alors un modèle identifié de la forme :

$$\widehat{G}_{BF}\left(p,\widehat{\theta}\right) = \frac{C(p)\widehat{G}\left(p,\widehat{\theta}\right)}{1+C(p)\widehat{G}\left(p,\widehat{\theta}\right)} \tag{1.85}$$

La connaissance des paramètres du régulateur permet alors de retrouver les paramètres du modèle du système, à partir de la méthode directe, en effectuant le calcul suivant :

$$\widehat{G}\left(p,\widehat{\theta}\right) = \left(\frac{\widehat{G}_{BF}\left(p,\widehat{\theta}\right)}{1-\widehat{G}_{BF}\left(p,\widehat{\theta}\right)}\right)\frac{1}{C(p)} \tag{1.86}$$

Cette approche est de type "Tailor Made Parametrization" [vDVdH00]. Elle peut être utilisée avec une représentation par fonction de transfert ou bien avec une représentation d'état [Gro00].

Des approches existent aussi basées sur la décomposition de la boucle fermée. Seul le modèle du système est identifié, à partir de la connaissance du régulateur. On peut trouver une description de ces algorithmes dans [Gro00, BAB08].

Cependant, ces algorithmes ne mettent pas en évidence que l'utilisation des fonctions de sensibilité implique un filtrage par $\frac{S}{\widehat{P}}$ dans le cas de modèles à temps continu et qui sera démontré dans le chapitre suivant.

1.3.3. Normalisation des fonctions de sensibilité

1.3.3.1. Présentation

Les paramètres que l'on souhaite estimer peuvent présenter des ordres de grandeur très différents. Les méthodes de Programmation Non Linéaires rencontrent alors des difficultés de convergence. Une solution consiste en un changement de variable afin d'obtenir des paramètres du même ordre de grandeur [LBV01, Mor99].

Considérons le vecteur de paramètres $\widehat{\theta}^T = \left[\widehat{\theta}_1 \cdots \widehat{\theta}_q \cdots \widehat{\theta}_Q\right]$ où les $\widehat{\theta}_q$, $i = 1,\ldots,q,\ldots,Q$, sont les paramètres définis en section 2.1.2. On peut définir ce vecteur comme une variation autour d'un point initial $\widehat{\theta}_0^T = \left[\widehat{\theta}_{1_0} \cdots \widehat{\theta}_{q_0} \cdots \widehat{\theta}_{Q_0}\right]$. Pour un paramètre $\widehat{\theta}_q$, on peut alors écrire la variation absolue $\Delta\widehat{\theta}_q$:

$$\Delta\widehat{\theta}_q = \widehat{\theta}_q - \widehat{\theta}_{q_0} \tag{1.87}$$

On définie alors la variation relative du paramètre $\widehat{\theta}_q$ autour de $\widehat{\theta}_{q_0}$:

$$\delta_q = \frac{\widehat{\theta}_q - \widehat{\theta}_{q_0}}{\widehat{\theta}_{q_0}} = \frac{\Delta\widehat{\theta}_q}{\widehat{\theta}_{q_0}} \tag{1.88}$$

Les variations relatives δ_q sont alors du même ordre de grandeur. On peut considérer

le vecteur $\delta^T = [\delta_1 \cdots \delta_q \cdots \delta_Q]$ comme le nouveau vecteur de paramètres normalisés à estimer. Pour estimer ces paramètres par la méthode à erreur de sortie, nous avons besoin des fonctions de sensibilité.

La fonction de sensibilité par rapport à $\widehat{\theta}_q$ s'écrit :

$$\sigma_{\widehat{\theta}_q} = \frac{\partial \widehat{y}}{\partial \widehat{\theta}_q} = \frac{\partial \widehat{y}}{\partial \left(\widehat{\theta}_{q0} + \Delta\widehat{\theta}_q\right)} = \frac{1}{\widehat{\theta}_{q0}} \frac{\partial \widehat{y}}{\partial \widehat{\delta}_q} = \frac{1}{\widehat{\theta}_q} \sigma_{\widehat{\delta}_q} \tag{1.89}$$

$\sigma_{\widehat{\delta}_q}$ est la fonction de sensibilité par rapport à δ_q. Les fonctions de sensibilité $\sigma^T = \left[\sigma_{\widehat{\delta}_1} \cdots \sigma_{\widehat{\delta}_q} \cdots \sigma_{\widehat{\delta}_Q}\right]$ ont alors le même ordre de grandeur.

On utilise l'algorithme de Levenberg-Marquardt pour identifier le vecteur de paramètres $\widehat{\delta}$ en utilisant la forme :

$$\begin{cases} \widehat{\delta}_{j+1} &= \widehat{\delta}_j - \left\{ \left[\mathbf{J}''_{\widehat{\delta}} + \mu I \right]^{-1} \mathbf{J}'_{\widehat{\delta}} \right\}_{\widehat{\delta}=\widehat{\delta}_j} \\ \mathbf{J}'_{\widehat{\delta}} &= -2 \sum_{k=1}^{N} \varepsilon\left(t_k\right) \sigma_{\widehat{\delta}}\left(t_k\right) \\ \mathbf{J}''_{\widehat{\delta}} &\simeq 2 \sum_{k=1}^{N} \sigma_{\widehat{\delta}}\left(t_k\right) \sigma^T_{\widehat{\delta}}\left(t_k\right) \end{cases} \tag{1.90}$$

Le vecteur des paramètres réels est alors calculé en utilisant la formule $\widehat{\theta} = \widehat{\theta}_0 \left(1 + \widehat{\delta}\right)$.

1.3.3.2. Sphérisation de l'espace paramétrique

L'utilisation des paramètres normalisés δ peut être interprété comme une sphérisation de l'espace paramétrique autour d'un point de fonctionnement [RRP71, Ric91]. Pour cela, développons le critère quadratique J par un développement limité au deuxième ordre :

$$\mathbf{J}\left(\widehat{\theta} + \Delta\widehat{\theta}\right) = \mathbf{J}\left(\widehat{\theta}\right) + \mathbf{J}'_{\widehat{\theta}} \Delta\widehat{\theta} + \frac{1}{2} \Delta\widehat{\theta}^T \mathbf{J}''_{\widehat{\theta}} \Delta\widehat{\theta} \tag{1.91}$$

$\mathbf{J}'_{\widehat{\theta}}$ et $\mathbf{J}''_{\widehat{\theta}}$ sont respectivement le gradient et le hessien de $\mathbf{J}$ définis à la section 1.3.1.1. Définissons la variation $\Delta\mathbf{J}$:

$$\Delta\mathbf{J}\left(\widehat{\theta}\right) = \mathbf{J}\left(\widehat{\theta} + \Delta\widehat{\theta}\right) - \mathbf{J}\left(\widehat{\theta}\right) \tag{1.92}$$

Si on se place au point minimal de $\mathbf{J}$ le gradient est nul ($\mathbf{J}'_{\widehat{\theta}} = 0$). La variation $\Delta\mathbf{J}$ est alors donnée par la forme :

$$\Delta\mathbf{J}\left(\widehat{\theta}\right) = \frac{1}{2} \Delta\widehat{\theta}^T \mathbf{J}''_{\widehat{\theta}} \Delta\widehat{\theta} \tag{1.93}$$

La variation $\Delta\mathbf{J}$ ne dépend alors que du hessien. Comme présenté en section 1.3.1.1, le hessien dépend des fonctions de sensibilité :

$$\mathbf{J}^{"}_{\widehat{\theta}} = \sum_{k=1}^{N} 2\sigma_{\theta}\left(t_k\right)\sigma_{\theta}^{T}\left(t_k\right)$$

La variation $\Delta\mathbf{J}$ est alors une quadratique. Pour une variation $\Delta\mathbf{J}$ constante, les surfaces iso-critère sont alors des hyper-ellipsoïdes. Ces hyper-ellipsoïdes, dans l'espace paramétrique, représentent tous les points pour lesquels le critère $\mathbf{J}$ est le même pour un jeu de paramètres différents. Afin d'éviter le problème de vallée au voisinage du point optimal, l'idéal est d'obtenir une surface sphérique au voisinage du point optimal. La normalisation des fonctions de sensibilité opère dans ce sens.

Afin d'illustrer l'intérêt de la normalisation, nous allons utiliser un modèle à deux paramètres. Dans ce cas, les surfaces iso-critère deviennent des ellipses dans le plan. Le hessien est une matrice de dimension 2×2 et le vecteur $\Delta\widehat{\theta}$ un vecteur de dimension 2×1 :

$$\mathbf{J}^{"}_{\widehat{\theta}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^{"}_{11} & \mathbf{J}^{"}_{12} \\ \mathbf{J}^{"}_{21} & \mathbf{J}^{"}_{22} \end{bmatrix} \tag{1.94}$$

$$\Delta\widehat{\theta}^{T} = \begin{bmatrix} \Delta\widehat{\theta}_1 & \Delta\widehat{\theta}_2 \end{bmatrix} \tag{1.95}$$

On peut noter que $\mathbf{J}^{"}_{12} = \mathbf{J}^{"}_{21}$. La variation $\Delta\mathbf{J}\left(\widehat{\theta}\right)$ peut alors s'exprimer par :

$$\Delta\mathbf{J}\left(\widehat{\theta}\right) = \Delta\widehat{\theta}_1^2\mathbf{J}^{"}_{11} + 2\Delta\widehat{\theta}_1\Delta\widehat{\theta}_2\mathbf{J}^{"}_{12} + \Delta\widehat{\theta}_2^2\mathbf{J}^{"}_{22} \tag{1.96}$$

L'équation 1.96 est alors une ellipse d'équation :

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 = E = cste \tag{1.97}$$

avec $A = \mathbf{J}^{"}_{11}$, $B = 2\mathbf{J}^{"}_{12}$, $C = \mathbf{J}^{"}_{22}$, $x = \Delta\widehat{\theta}_1$ et $y = \Delta\widehat{\theta}_2$. On peut donc tracer cette ellipse sur des axes de coordonnées $\Delta\widehat{\theta}_1$ et $\Delta\widehat{\theta}_2$. Dans le cas du hessien normalisé, les axes deviennent $x = \Delta\widehat{\delta}_1$ et $y = \Delta\widehat{\delta}_2$.

Le système pris pour exemple est un premier ordre du type :

$$y(t) = \frac{\theta_1}{1+\theta_2 p}u(t) \tag{1.98}$$

Ce système est identifié à l'aide de la méthode à erreur de sortie hors-ligne. Les paramètres θ_1 et θ_2 sont choisis pour avoir des ordres de grandeur très différent, de l'ordre de 6 décades. Une première identification est effectuée en utilisant la méthode des moindres carrés. Les valeurs des paramètres réels ainsi que les valeurs initiales sont présentées dans le tableau 1.1a.

Les valeurs correspondantes du hessien, calculées avec et sans normalisation, sont

Paramètres	Valeurs réelles	Valeurs initiales
θ_1	1×10^3	0.995×10^3
θ_2	3×10^{-3}	8.83×10^{-3}

(a) Valeurs des paramètres

Paramètres du hessien	Valeurs sans normalisation	Valeurs avec normalisation
$\mathbf{J}''_{11}$	4.36×10^{-3}	4.25×10^3
$\mathbf{J}''_{21}$	-3.95×10^2	-1.13×10^2
$\mathbf{J}''_{22}$	1.31×10^8	1.09×10^1
conditionnement	4.13×10^{10}	5.4×10^2

(b) Caractéristiques du hessien

TABLE 1.1: Caractéristiques de la normalisation

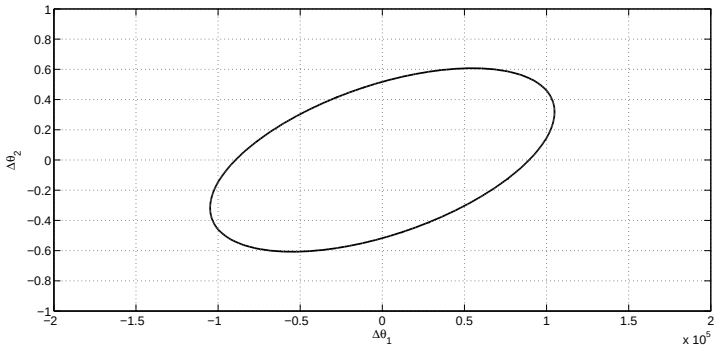


FIGURE 1.5: Courbe iso-critère sans normalisation des fonctions de sensibilité

présentées dans le tableau 1.1. On peut remarquer que les valeurs du hessien calculé sans normalisation sont différentes de 11 décades. Par contre, les valeurs calculées avec normalisation ne sont différentes que de 2 décades. Le conditionnement du hessien reflète les écarts entre les paramètres de celui-ci.

La courbe iso-critère obtenue à partir du hessien non normalisé est représentée à la figure 1.5. On remarque que l'on obtient bien une ellipse. Si on regarde les coordonnées de plus près, on observe un ordre de grandeur très différent, de l'ordre de 10^5. Cela signifie que sur une même courbe iso-critère, une faible variation de $\Delta\theta_2$ se traduit par une forte variation de $\Delta\theta_1$. Ainsi, le critère est peu sensible à θ_1 et très sensible à θ_2. En effet, le paramètre θ_1 est très grand : une faible variation de celui ne modifie pas beaucoup le critère. Par contre, le paramètre θ_2 est très petit : même une faible modification de celui-ci influence beaucoup le critère.

La normalisation des fonctions de sensibilité permet de réduire cet inconvénient. La figure 1.6 représente la courbe iso-critère obtenue à partir des fonctions de sensibilité

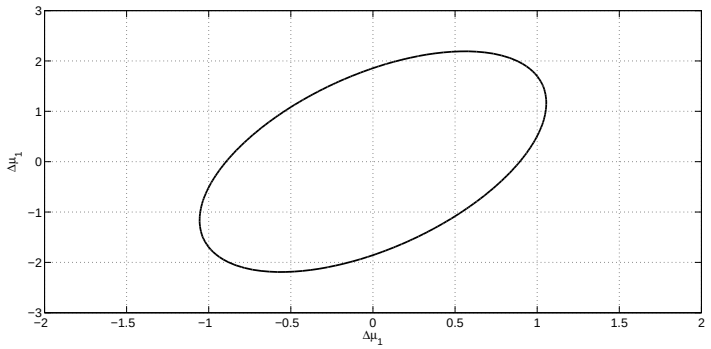


FIGURE 1.6: Courbe iso-critère avec normalisation des fonctions de sensibilité

normalisées. A première vue, il s'agit d'une ellipse de la même forme que la précédente. Cependant, en regardant de plus près, les axes $\Delta\delta_1$ et $\Delta\delta_2$ ont maintenant le même ordre de grandeur. Ainsi, sur une même courbe iso-critère, une faible variation du paramètre normalisé $\Delta\delta_1$ induit une faible variation de $\Delta\delta_2$. Le critère est alors autant sensible aux deux paramètres. La courbe iso-critère obtenue après normalisation est bien une ellipse et non un cercle. En fait, la normalisation n'est pas parfaite car l'identification initiale des paramètres utilisée pour la normalisation ne donne pas les paramètres réels mais une approximation de ceux-ci.

L'amélioration du conditionnement du hessien permet de diminuer les erreurs dues au calcul numérique. Son utilisation est alors conseillée pour la mise en œuvre de la méthode à erreur de sortie, et notamment sur des machines possédant une faible précision de calcul, comme les micro-processeurs.

Il est important de noter que les résultats d'identification obtenus, avec et sans normalisation, pour un système linéaire sont très proches si la précision de calcul est bonne. La normalisation trouve alors sont efficacité maximale dans le cadre de l'identification de systèmes non linéaires. Dans ce cas, la sphérisation de l'espace paramétrique permet de s'éloigner des éventuels minima locaux.

1.4. Identification de systèmes électromécaniques

La surveillance et la détection de défauts d'un processus de production est un sujet d'intérêt grandissant en raison des besoins de fiabilité et de disponibilité de ces machines. L'utilisation d'un modèle paramétrique proche de la réalité physique permet d'appliquer des approches de détection de défauts et de diagnostic [Ise84, Ise05]. Les modèles à temps

continu sont très utiles dans ce cadre car les paramètres estimés sont proches des paramètres physiques.

L'identification paramétrique des entraînements électromécaniques s'inscrit dans cette thématique car de nombreux systèmes de production possèdent un ou des entraînements électromécaniques. Parmi ces systèmes de production, on trouve par exemple des machines-outils (fraiseuse, tour, machine numérique) ou bien des robots de fabrication (robots de peinture, d'assemblage...).

La préoccupation de la communauté scientifique dans le domaine de la surveillance des entraînements électromécaniques est très souvent focalisée sur la détection, la localisation et le diagnostic de défauts électriques et électroniques (moteurs, variateurs, capteurs) et peu de travaux ont traité la surveillance du système global incluant la partie mécanique de l'entraînement (éléments de transmission) et de la charge utile. Cela se justifie par l'importance des taux d'apparition de défauts et de défaillances bien plus élevés pour les éléments électriques et électroniques que pour les éléments de transmission mécaniques. Cependant les défauts et défaillances des éléments mécaniques génèrent des coûts élevés de maintenance de par la complexité de l'intervention et la durée d'immobilisation du moyen. Une prise en compte globale du système suscite alors un grand intérêt scientifique dans le domaine de la surveillance.

Les méthodes employées pour la détection de certains types de défauts mécaniques sont pour la plupart basées sur des études et analyses spectrales des signaux électriques [NT99]. Ces méthodes utilisent des signaux d'excitation particuliers pour obtenir une signature fréquentielle des défauts [HD99, HT01, RCG+06, HTI+08]. D'autres méthodes s'intéressent à l'identification des paramètres électriques de l'entraînement en utilisant une excitation spécifique [RGB95, ZD08] ou alors en utilisant l'excitation naturelle fournie par l'alimentation [LW88, MKL04]. On peut aussi utiliser des méthodes classiques du type erreur d'équation ou erreur de sortie, comme celles présentées dans les sections 1.2 et 1.3.

La structure de commande des entraînements électromécaniques est plus complexe que les systèmes classiques. En effet, cette structure de commande implique en général l'utilisation de plusieurs boucles, imbriquées les unes dans les autres. Cette structure modifie les propriétés du ou des bruits de mesure et la propagation de ceux-ci dans le système. L'utilisation des méthodes classiques demande alors une adaptation. On trouve par exemple l'utilisation de la méthode à erreur de sortie pour l'identification d'entraînements à courant continu [BBATPJ06] ou d'entraînements à machine synchrone [BAB08]. Cette méthode utilise la surparamétrisation des régulateurs afin de transformer les boucles imbriquées comportant plusieurs régulateurs en une seule boucle avec un régulateur équivalent.

L'analyse des méthodes utilisées pour les systèmes électromécaniques nous permet de faire ressortir les inconvénients suivants :

- utilisation d'un signal d'excitation spécifique à l'identification,
- identification du système en boucle ouverte,
- méthodes d'identification différentes pour chaque entraînement.

A partir de ces considérations, nous souhaitons contribuer au développement de méthodes permettant de pallier ces inconvénients, en identifiant les paramètres d'un entraînement électromécanique en conditions opérationnelles, c'est à dire dans les conditions suivantes :

- asservissement de l'entraînement en boucles imbriquées,
- utilisation d'un signal de consigne pour le contrôle de l'entraînement et non spécifique à l'identification,
- identification à la fois des paramètres électriques et mécaniques.

1.5. Conclusion

L'analyse des recherches bibliographiques nous permet de dégager deux axes de développement. Le premier consiste en l'étude et le développement de l'approche à erreur de sortie pour l'étendre à l'identification d'autres systèmes. Le second axe se focalise sur l'identification de systèmes à boucles imbriquées en conditions opérationnelles.

Chapitre 2

Extensions de la méthode à erreur de sortie

La méthode à erreur de sortie en boucle ouverte a été présentée à la section 1.3.1.1. Nous présentons dans ce chapitre deux extensions de cette méthode. Tout d'abord, son extension au cas de systèmes en boucle fermée. Le développement des équations en boucle fermée permet de mettre en valeur le filtrage intrinsèque de la méthode qui sera plus détaillé au chapitre 3. Ensuite, une extension majeure est présentée pour l'identification de systèmes linéaires comprenant un retard pur, en boucle ouverte et en boucle fermée. Une étude de l'algorithme, vis-à-vis de la période d'échantillonnage et du niveau de bruit est proposée au chapitre 3.

2.1. Identification de systèmes en boucle fermée

2.1.1. Modélisation

Considérons le système, ayant une structure de type erreur de sortie, défini par l'équation (1.53). Celui-ci fonctionne en boucle fermée, avec un régulateur linéaire à temps continu et à paramètres fixes $C(p)$ décrit comme (cf. figure 2.1) :

$$u(t) = C(p)\left[r(t) - y(t)\right]; \tag{2.1}$$

$$C(p) = \frac{R(p)}{S(p)} \tag{2.2}$$

Avec $r(t)$ la consigne en boucle fermée. On suppose de plus que la consigne $r(t)$ et le régulateur $C(p)$ sont connus.

En utilisant l'approche à erreur de sortie, la sortie estimée est donnée par (voir la figure 2.1) :

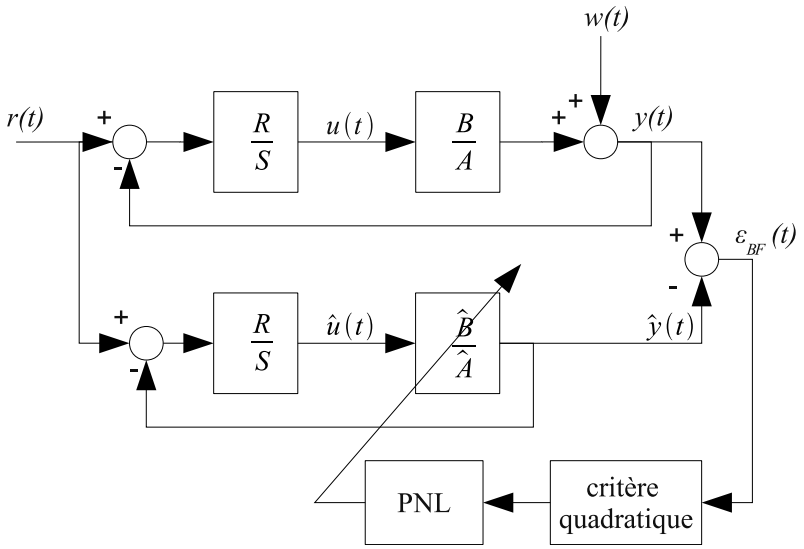


FIGURE 2.1: Approche d'identification à erreur de sortie en boucle fermée

$$\widehat{y}(t) = \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\widehat{u}(t) \tag{2.3}$$

$$\widehat{u}(t) = C(p)\left[r(t) - \widehat{y}(t)\right] \tag{2.4}$$

La sortie estimée peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\widehat{y}(t) &= -\widehat{a}_1 p\widehat{y}(t) - \widehat{a}_2 p^2\widehat{y}(t) - \cdots - \widehat{a}_n p^n\widehat{y}(t) + \widehat{b}_0\widehat{u}(t) + \widehat{b}_1 p\widehat{u}(t) + \cdots + \widehat{b}_m p^m\widehat{u}(t)\\ \widehat{y}(t) &= \widehat{\theta}^T\widehat{\phi}(t)\end{aligned} \tag{2.5}$$

avec

$$\widehat{\theta}^T = \left[\begin{array}{cccccccc}\widehat{a}_1 & \widehat{a}_2 & \cdots & \widehat{a}_n & \widehat{b}_0 & \widehat{b}_1 & \cdots & \widehat{b}_m\end{array}\right], \tag{2.6}$$

$$\widehat{\phi}^T(t) = \left[\begin{array}{cccccccc}-p\widehat{y}(t) & -p^2\widehat{y}(t) & \cdots & -p^n\widehat{y}(t) & \widehat{u}(t) & p\widehat{u}(t) & \cdots & p^m\widehat{u}(t)\end{array}\right] \tag{2.7}$$

où $\widehat{\theta}$ est le vecteur des paramètres estimés et $\widehat{\phi}(t)$ le vecteur des observations non bruitées.

2.1.2. Calcul des fonctions de sensibilité

Afin d'utiliser l'approche à erreur de sortie, il est nécessaire de calculer les fonctions de sensibilité suivantes pour les paramètres du numérateur [CBH09] :

$$\sigma_{\widehat{b}_i}(t) = \frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{b}_i} = \frac{\partial}{\partial \widehat{b}_i}\left[\frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\widehat{u}(t)\right] = \frac{\frac{\partial}{\partial \widehat{b}_i}\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\widehat{u}(t) + \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\frac{\partial}{\partial \widehat{b}_i}\widehat{u}(t) \tag{2.8}$$

En utilisant l'équation (2.4), on obtient :

$$\sigma_{\widehat{b}_i}(t) = \frac{p^i \widehat{u}(t)}{\widehat{A}(p)} - \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}\frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{b}_i} \tag{2.9}$$

Cela donne

$$\sigma_{\widehat{b}_i}(t)\left[1 + \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}\right] = \frac{p^i}{\widehat{A}(p)}\widehat{u}(t) \tag{2.10}$$

et

$$\begin{aligned}
\sigma_{\widehat{b}_i}(t) &= \frac{p^i \widehat{u}(t)}{\widehat{A}(p)}\frac{1}{\left(1 + \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}\right)} = \frac{S(p)p^i}{\widehat{A}(p)S(p) + \widehat{B}(p)R(p)}\widehat{u}(t) \\
\sigma_{\widehat{b}_i}(t) &= \frac{S(p)p^i}{\widehat{P}(p)}\widehat{u}(t); \qquad (2.11) \\
\widehat{P}(p) &= \widehat{A}(p)S(p) + \widehat{B}(p)R(p) \qquad (2.12)
\end{aligned}$$

Pour obtenir les paramètres du dénominateur, les fonctions de sensibilité suivantes sont calculées :

$$\sigma_{\widehat{a}_i}(t) = \frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{a}_i} = \frac{\partial}{\partial \widehat{a}_i}\left[\frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\widehat{u}(t)\right] = \frac{-\widehat{B}(p)}{\widehat{A}^2(p)}p^i\widehat{u}(t) + \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\frac{\partial}{\partial \widehat{a}_i}\widehat{u}(t) \tag{2.13}$$

En prenant en compte l'expression de $\widehat{u}(t)$ donné dans l'équation (2.4), on obtient le résultat suivant :

$$\sigma_{\widehat{a}_i}(t) = -\frac{p^i \widehat{y}(t)}{\widehat{A}(p)} - \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}\frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{a}_i} \tag{2.14}$$

alors

$$\sigma_{\widehat{a}_i}(t)\left[1 + \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}\right] = -\frac{p^i}{\widehat{A}(p)}\widehat{y}(t) \tag{2.15}$$

pour obtenir finalement que :

$$\begin{aligned}\sigma_{\widehat{a}_i}(t) &= -\frac{p^i\widehat{y}(t)}{\widehat{A}(p)}\frac{1}{\left(1+\frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}\right)} = \frac{-S(p)p^i}{\widehat{A}(p)S(p)+\widehat{B}(p)R(p)}\widehat{y}(t)\\ \sigma_{\widehat{a}_i}(t) &= \frac{-S(p)p^i}{\widehat{P}(p)}\widehat{y}(t) \qquad (2.16)\end{aligned}$$

Avec $\widehat{P}(p)$ donné par l'équation (2.12). Les équations (2.11) et (2.16) peuvent être réécrites sous la forme suivante :

$$\sigma_{\widehat{\theta}}(t) = \frac{\partial\widehat{y}}{\partial\widehat{\theta}} = \frac{S(p)}{\widehat{P}(p)}\widehat{\phi}\,(t) \qquad (2.17)$$

L'équation (2.17) montre que les fonctions de sensibilité en boucle fermée sont un filtrage de $\widehat{\phi}(t)$ par $\frac{S(p)}{\widehat{P}(p)}$, filtre caractéristique de l'utilisation en boucle fermée. Au niveau fréquentiel, ce filtre est un passe-bande si le régulateur contient un intégrateur. La propriété de passe-bande est très intéressante pour le traitement des signaux.

2.1.3. Analyse des équations de l'erreur de sortie en boucle fermée

L'erreur en boucle fermée peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{BF}(t) &= y(t)-\widehat{y}(t) = \theta^T\phi(t)+Aw(t)-\widehat{\theta}^T\widehat{\phi}(t)+\theta^T\widehat{\phi}(t)-\theta^T\widehat{\phi}(t) \qquad (2.18)\\ \varepsilon_{BF}(t) &= \theta^T\left[\phi(t)-\widehat{\phi}(t)\right]+Aw(t)+\left(\theta-\widehat{\theta}\right)^T\widehat{\phi}(t) \qquad (2.19)\end{aligned}$$

La différence $\left[\phi(t)-\widehat{\phi}(t)\right]$ peut être écrite de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\left[\phi(t)-\widehat{\phi}(t)\right]^T &= \Big[\; -p\left(y(t)-\widehat{y}(t)\right) \quad \cdots \quad -p^n\left(y(t)-\widehat{y}(t)\right)\\ &\qquad u(t)-\widehat{u}(t) \quad p\left(u(t)-\widehat{u}(t)\right) \quad \cdots \quad p^m\left(u(t)-\widehat{u}(t)\right)\;\Big] \qquad (2.20)\end{aligned}$$

A partir de la définition des entrées du système (2.1) et du modèle (2.4), on peut écrire :

$$u(t)-\widehat{u}(t) = \frac{R}{S}\left(r(t)-y(t)\right)-\frac{R}{S}\left(r(t)-\widehat{y}(t)\right) = -\frac{R}{S}\left(y(t)-\widehat{y}(t)\right) \qquad (2.21)$$

En utilisant (2.20) et (2.21), l'erreur de sortie en boucle fermée peut s'écrire :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{BF}(t) &= \Big[-p\left(y(t)-\widehat{y}(t)\right) \quad \cdots \quad -p^n\left(y(t)-\widehat{y}(t)\right) \\ &\quad -\frac{R}{S}\left(y(t)-\widehat{y}(t)\right) \quad -\frac{R}{S}p\left(y(t)-\widehat{y}(t)\right) \quad \cdots \quad -\frac{R}{S}p^m\left(y(t)-\widehat{y}(t)\right) \Big]\theta \\ &\quad +Aw+\left(\theta-\widehat{\theta}\right)^T\widehat{\phi} \end{aligned} \tag{2.22}$$

En factorisant par $\varepsilon_{BF}(t)$ on obtient :

$$\varepsilon_{BF}(t)\left(A+\frac{RB}{S}\right)=\left(\theta-\widehat{\theta}\right)^T\widehat{\phi}(t)+Aw(t) \tag{2.23}$$

avec :

$$\varepsilon_{BF}(t) = \frac{\left[\left(\theta-\widehat{\theta}\right)^T\widehat{\phi}(t)+Aw(t)\right]}{A+\frac{RB}{S}}=\frac{S}{P}\left[\left(\theta-\widehat{\theta}\right)^T\widehat{\phi}(t)+Aw(t)\right]; \tag{2.24}$$

$$P = AS+BR \tag{2.25}$$

En notant $\left(\theta-\widehat{\theta}\right)=\widetilde{\theta}$, l'erreur en boucle fermée s'écrit alors :

$$\varepsilon_{BF}(t)=\frac{S}{P}\left[\widetilde{\theta}^T\widehat{\phi}(t)+Aw(t)\right] \tag{2.26}$$

Cette expression peut être écrite à l'aide des fonctions de sensibilité :

$$\varepsilon_{BF}(t) = \frac{S}{P}\left[\widetilde{\theta}^T\widehat{\phi}(t)+Aw(t)\right]=\frac{\widehat{P}}{P}\widetilde{\theta}^T\sigma(t)+\frac{AS}{P}w(t) \tag{2.27}$$

Il s'agit de la même écriture de l'erreur en boucle fermée que celle obtenue dans le cas discret avec l'algorithme F-CLOE de Landau [LK97]. La différence avec notre approche est que (2.27) est maintenant valable pour les modèles à temps continu. De plus, ce résultat a été obtenu en utilisant les fonctions de sensibilité et non l'approche de la passivité, utilisée par Landau. L'analogie avec l'algorithme F-CLOE permet d'obtenir les mêmes conditions de convergence, dans le cas de l'utilisation de l'algorithme récursif de Gauss-Newton [TCPG02]. Ainsi, pour converger asymptotiquement vers une estimation non biaisée des paramètres, $\frac{\widehat{P}}{P}-\frac{1}{2}$ doit être un transfert strictement positif (même condition de convergence proposée par Landau dans le cas discret). On peut remarquer que si $\widehat{P}\approx P$, la condition est facilement vérifiée. Il s'agit d'une condition de convergence locale, car dépendante d'une bonne initialisation de $\widehat{P}$.

2.2. Variances d'estimation

L'étude de la variance de l'estimateur à erreur de sortie est étudiée en effectuant une approximation quadratique. En effet, au voisinage de l'optimum, on considère une variation linéaire des paramètres. L'analogie entre ϕ (régresseur des moindres carrés) et σ (vecteur des fonctions de sensibilité) est alors complète [TCPG02] et on étudie la variance de l'estimateur en utilisant le même principe que pour la méthode des moindres carrés.

La variance approchée est donnée par [Tri88] :

$$\text{var}\left(\widehat{\theta}_{opt}\right) \simeq \left(\sigma\sigma^T\right)^{-1} S^2 \tag{2.28}$$

avec $\widehat{\theta}_{opt}$ le vecteur de paramètres optimal, σ le vecteur des fonctions de sensibilité défini par (1.61), et S^2 la variance du bruit de sortie. Cette variance S^2 est estimée par la formule suivante :

$$\widehat{S}^2 = \frac{\mathbf{J}_{opt}}{N-n} \tag{2.29}$$

avec $\mathbf{J}_{opt}$ la valeur du critère quadratique obtenue avec le vecteur de paramètre optimal $\widehat{\theta}_{opt}$, N l'horizon de simulation et n le nombre de paramètres à identifier.

2.3. Identification de systèmes linéaires comprenant un retard pur

Une des forces de la méthode du modèle est de pouvoir identifier des systèmes comprenant des structures complexes, linéaires ou non linéaires. Il existe une forme répandue de modèles linéaires comportant un retard sur la commande. Ces modèles sont souvent utilisés pour représenter des systèmes du type régulation de cours d'eau, systèmes de chauffage, et beaucoup d'autres exemples dans le domaine du génie des procédés (machines de fabrication du papier, colonnes de distillation, réacteurs chimiques).

Il existe de nombreuses méthodes permettant d'estimer le retard pur. La plupart utilisent un filtrage permettant de faire apparaître le retard pur comme paramètre. Parmi ces méthodes, Ahmed et al. proposent une méthode itérative basée sur l'utilisation des moindres carrés et de la variable instrumentale en hors-ligne [AHS06, GW08, chap. 11]. Cette méthode, utilisée sur des systèmes en boucle ouverte, sera utilisée pour comparer nos résultats obtenus présentés à la section 2.3.1.

Il existe aussi des méthodes qui séparent l'identification du retard des autres paramètres en divisant le modèle en une partie linéaire et une partie non linéaire. On peut citer par exemple une méthode itérative, proposée par Yang [GW08, chap. 12]. Cette méthode

identifie tout d'abord le retard pur par un algorithme non linéaire. Ensuite, les autres paramètres sont identifiés à l'aide des moindres carrés ou de la variable instrumentale en utilisant un filtre analogue à l'approche FVE (cf. section 1.2). Cette méthode utilise de plus un algorithme permettant d'obtenir une estimée initiale des paramètres afin de garantir la convergence globale.

Pour une étude comparative des différentes méthodes d'estimation du retard, on peut consulter [BL03, Bjö03], où la plupart des méthodes sont basées sur des modèles discrets.

Nous proposons ici d'utiliser la méthode à erreur de sortie afin d'estimer le retard ainsi que les autres paramètres du système, avec l'avantage de pouvoir appliquer la méthode sur un système en boucle ouverte et en boucle fermée.

2.3.1. Système en boucle ouverte

2.3.1.1. Modélisation

Un modèle linéaire à retard peut être modélisé sous la forme générale suivante, T_R représentant le temps de retard :

$$G(p) = \frac{B(p)}{A(p)} e^{-T_R p} \tag{2.30}$$

En utilisant cette notation, $e^{-T_R p}$ est l'opérateur de retard défini comme :

$$e^{-T_R p} u(t) = u(t - T_R)$$

Suivant la même notation que précédemment, la sortie estimée de ce modèle s'écrit :

$$\begin{aligned} \widehat{y}(t) &= \widehat{G}(p) u(t) \\ \widehat{y}(t) &= \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)} u(t - \widehat{T}_R) \end{aligned} \tag{2.31}$$

Cette sortie peut être réécrite sous la forme régresseur suivante :

$$\begin{aligned} \widehat{y}(t) &= -\widehat{a}_1 p\widehat{y}(t) - \widehat{a}_2 p^2 \widehat{y}(t) - \cdots - \widehat{a}_n p^n \widehat{y}(t) \\ &\quad + \widehat{b}_0 u(t - \widehat{T}_R) + \widehat{b}_1 p u(t - \widehat{T}_R) + \cdots + \widehat{b}_m p^m u(t - \widehat{T}_R) \\ \widehat{y}(t) &= \widehat{\theta}^T \widehat{\phi}(t) \end{aligned} \tag{2.32}$$

avec :

$$\widehat{\theta}^T = \left[\begin{array}{cccccccc} \widehat{a}_1 & \widehat{a}_2 & \cdots & \widehat{a}_n & \widehat{b}_0 & \widehat{b}_1 & \cdots & \widehat{b}_m \end{array} \right], \tag{2.33}$$

$$\begin{aligned} \widehat{\phi}^T(t) = \Big[& -p\widehat{y}(t) \quad -p^2\widehat{y}(t) \quad \cdots \quad -p^n\widehat{y}(t) \\ & u(t-\widehat{T}_R) \quad pu(t-\widehat{T}_R) \quad \cdots \quad p^m u(t-\widehat{T}_R) \Big] \end{aligned} \tag{2.34}$$

Sous cette forme, on voit que le vecteur de régression contient maintenant le retard que nous devons identifier. Le vecteur $\widehat{\theta}$ ne contient pas tous les paramètres à identifier. Cependant, cette forme est pratique pour appliquer les démonstrations développées en section 1.3.1.1.

Afin d'utiliser la méthode à erreur de sortie, on défnit le vecteur $\widehat{\Theta}$ contenant tous les paramètres à identifier sous la forme :

$$\widehat{\Theta}^T = \left[\begin{array}{cc} \widehat{\theta}^T & \widehat{T}_R \end{array} \right] \tag{2.35}$$

Le vecteur des fonctions de sensibilité est alors défini de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_{\widehat{\Theta}}^T(t) &= \left[\begin{array}{cc} \sigma_{\widehat{\theta}}^T(t) & \sigma_{\widehat{T}_d}^T(t) \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{ccccccc} \sigma_{a_1}(t) & \cdots & \sigma_{a_{n-1}}(t) & \sigma_{b_0}(t) & \cdots & \sigma_{b_m}(t) & \sigma_{T_d}(t) \end{array} \right] \end{aligned}$$

Le gradient et le hessien utilisés ont alors la forme :

$$J'_{\widehat{\mathbf{\Theta}}} = -2\sum_{k=1}^{N} \varepsilon(t_k)\, \sigma_{\widehat{\mathbf{\Theta}}}(t_k) \tag{2.36}$$

$$J''_{\widehat{\mathbf{\Theta}}} \simeq 2\sum_{k=1}^{N} \sigma_{\widehat{\mathbf{\Theta}}}(t_k)\, \sigma_{\widehat{\mathbf{\Theta}}}^T(t_k) \tag{2.37}$$

En utilisant cette notation, l'algorithme de Levenberg-Marquardt de l'équation (1.69) s'écrit :

$$\widehat{\Theta}_{j+1} = \widehat{\Theta}_j - \left\{ \left[\mathbf{J}''_{\widehat{\mathbf{\Theta}}} + \mu \mathrm{diag}\left(\mathbf{J}''_{\widehat{\Theta}} \right) \right]^{-1} \mathbf{J}'_{\widehat{\Theta}} \right\}_{\widehat{\Theta}=\widehat{\Theta}_j} \tag{2.38}$$

2.3.1.2. Calcul des fonctions de sensibilité en boucle ouverte

En reprenant l'équation (1.84) et en l'appliquant au système à retard, on peut écrire les fonctions de sensibilité par rapport au numérateur de la manière suivante :

$$\sigma_{\widehat{b}_i}(t) = \frac{p^i}{\widehat{A}(p)} u(t - \widehat{T}_R) \tag{2.39}$$

Les fonctions de sensibilité par rapport aux paramètres du numérateur s'écrivent :

$$\sigma_{\widehat{a}_i}(t) = \frac{-p^i}{\widehat{A}(p)} \widehat{y}(t) \tag{2.40}$$

Il reste alors à calculer la fonction de sensibilité par rapport au retard pur. Celle-ci est calculée de la manière suivante.

$$\sigma_{\widehat{T_R}}(t) = \frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{T_R}} = \frac{-p\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)} u(t - \widehat{T}_R) = -p\widehat{y}(t) \tag{2.41}$$

On obtient ainsi deux formes possibles pour le calcul de la sensibilité par rapport au retard pur.

2.3.2. Système en boucle fermée

2.3.2.1. Modélisation

Le modèle du système est celui de l'équation (2.30). Le régulateur utilisé est défini par les équations (2.1) et (2.2). La sortie du modèle simulé peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \widehat{y}(t) &= \widehat{G}(p)\widehat{u}(t) \\ \widehat{y}(t) &= \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)} \widehat{u}(t - \widehat{T}_R) \end{aligned} \tag{2.42}$$

avec $\widehat{u}(t)$ défini par l'équation (2.4). On peut écrire la sortie sous la forme régresseur suivante :

$$\begin{aligned} \widehat{y}(t) &= -\widehat{a}_1 p\widehat{y}(t) - \widehat{a}_2 p^2\widehat{y}(t) - \cdots - \widehat{a}_n p^n\widehat{y}(t) \\ &\quad + \widehat{b}_0\widehat{u}(t - \widehat{T}_R) + \widehat{b}_1 p\widehat{u}(t - \widehat{T}_R) + \cdots + \widehat{b}_m p^m\widehat{u}(t - \widehat{T}_R) \\ \widehat{y}(t) &= \widehat{\theta}^T\widehat{\phi}(t) \end{aligned} \tag{2.43}$$

avec :

$$\widehat{\theta}^T = \left[\begin{array}{cccccccc} \widehat{a}_1 & \widehat{a}_2 & \cdots & \widehat{a}_n & \widehat{b}_0 & \widehat{b}_1 & \cdots & \widehat{b}_m \end{array} \right], \tag{2.44}$$

$$\widehat{\phi}^T(t) = \left[\begin{array}{cccc} -p\widehat{y}(t) & -p^2\widehat{y}(t) & \cdots & -p^n\widehat{y}(t) \\ \widehat{u}(t-\widehat{T}_R) & p\widehat{u}(t-\widehat{T}_R) & \cdots & p^m\widehat{u}(t-\widehat{T}_R) \end{array} \right] \tag{2.45}$$

2.3.2.2. Calcul des fonctions de sensibilité en boucle fermée

La sensibilité par rapport aux paramètres du numérateur est calculée de la manière suivante :

$$\sigma_{\widehat{b}_i}(t) = \frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{b}_i} = \frac{\partial}{\partial \widehat{b}_i}\left[\frac{\widehat{B}(p)e^{-\widehat{T}_R p}}{\widehat{A}(p)}\widehat{u}(t)\right] \tag{2.46}$$

$$= \frac{e^{-\widehat{T}_R p}\frac{\partial}{\partial \widehat{b}_i}\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\widehat{u}(t) + \frac{\widehat{B}(p)e^{-\widehat{T}_R p}}{\widehat{A}(p)}\frac{\partial}{\partial \widehat{b}_i}\widehat{u}(t) \tag{2.47}$$

En utilisant l'équation (2.4), on obtient :

$$\sigma_{\widehat{b}_i}(t) = \frac{e^{-\widehat{T}_R p}p^i}{\widehat{A}(p)}\widehat{u}(t) - \frac{\widehat{B}(p)e^{-\widehat{T}_R p}}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}\frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{b}_i} \tag{2.48}$$

Cela donne

$$\sigma_{\widehat{b}_i}(t)\left[1 + \frac{\widehat{B}(p)e^{-\widehat{T}_R p}}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}\right] = \frac{p^i}{\widehat{A}(p)}e^{-\widehat{T}_R p}\widehat{u}(t) \tag{2.49}$$

et

$$\sigma_{\widehat{b}_i}(t) = \frac{e^{-\widehat{T}_R p}p^i}{\widehat{A}(p)}\frac{1}{\left(1 + \frac{\widehat{B}(p)e^{-\widehat{T}_R p}}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}\right)}\widehat{u}(t) = \frac{S(p)e^{-\widehat{T}_R p}p^i}{\widehat{A}(p)S(p) + \widehat{B}(p)R(p)e^{-\widehat{T}_R p}}\widehat{u}(t)$$

$$\sigma_{\widehat{b}_i}(t) = \frac{S(p)e^{-\widehat{T}_R p}p^i}{\widehat{P}_d(p)}\widehat{u}(t); \tag{2.50}$$

$$\widehat{P}_d(p) = \widehat{A}(p)S(p) + \widehat{B}(p)R(p)e^{-\widehat{T}_R p} \tag{2.51}$$

Pour obtenir les paramètres du dénominateur, les fonctions de sensibilité suivantes sont calculées :

$$\sigma_{\widehat{a}_i}(t) = \frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{a}_i} = \frac{\partial}{\partial \widehat{a}_i}\left[\frac{\widehat{B}(p)e^{-\widehat{T}_R p}}{\widehat{A}(p)}\widehat{u}(t)\right] \tag{2.52}$$

$$= \frac{-\widehat{B}(p)e^{-\widehat{T}_R p}p^i}{\widehat{A}^2(p)}\widehat{u}(t) + \frac{\widehat{B}(p)e^{-\widehat{T}_R p}}{\widehat{A}(p)}\frac{\partial}{\partial \widehat{a}_i}\widehat{u}(t) \tag{2.53}$$

En prenant en compte l'expression de $\widehat{u}(t)$ donné dans l'équation (2.4), on obtient le résultat suivant :

$$\sigma_{\widehat{a}_i}(t) = -\frac{p^i \widehat{y}(t)}{\widehat{A}(p)} - \frac{\widehat{B}(p)e^{-\widehat{T}_R p}}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}\frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{a}_i} \tag{2.54}$$

alors

$$\sigma_{\widehat{a}_i}(t)\left[1 + \frac{\widehat{B}(p)e^{-\widehat{T}_R p}}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}\right] = -\frac{p^i}{\widehat{A}(p)}\widehat{y}(t) \tag{2.55}$$

pour obtenir finalement que :

$$\sigma_{\widehat{a}_i}(t) = -\frac{p^i \widehat{y}(t)}{\widehat{A}(p)}\frac{1}{\left(1 + \frac{\widehat{B}(p)e^{-\widehat{T}_R p}}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}\right)} = \frac{-S(p)p^i}{\widehat{A}(p)S(p) + \widehat{B}(p)R(p)e^{-\widehat{T}_R p}}\widehat{y}(t)$$

$$\sigma_{\widehat{a}_i}(t) = \frac{-S(p)p^i}{\widehat{P}_d(p)}\widehat{y}(t) \tag{2.56}$$

Avec $\widehat{P}_d(p)$ donné par l'équation (2.51).

Enfin, la fonction de sensibilité par rapport au retard s'écrit de la manière suivante :

$$\sigma_{\widehat{T_R}}(t) = \frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{T_R}} = \frac{\partial}{\partial \widehat{T_R}}\left[\frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}e^{-\widehat{T}_R p}\widehat{u}(t)\right] \tag{2.57}$$

$$= \frac{-p\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}e^{-\widehat{T}_R p}\widehat{u}(t) + \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}e^{-\widehat{T}_R p}\frac{\partial \widehat{u}(t)}{\partial \widehat{T_R}} \tag{2.58}$$

En utilisant $\widehat{u}(t)$ définit par (2.4), on a :

$$\sigma_{\widehat{T_R}}(t) = \frac{-p\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}e^{-\widehat{T}_R p}\widehat{u}(t) - \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}e^{-\widehat{T}_R p}\frac{\partial \widehat{y}(t)}{\partial \widehat{T_R}} \tag{2.59}$$

En factorisant par $\sigma_{\widehat{T_R}}(t)$, on obtient :

$$\sigma_{\widehat{T_R}}(t)\left[1+\frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}\frac{R(p)}{S(p)}e^{-\widehat{T_R}p}\right]=\frac{-p\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)}e^{-\widehat{T_R}p}\widehat{u}(t) \tag{2.60}$$

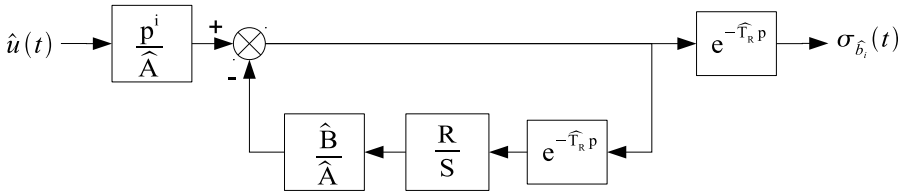
Finalement, la fonction de sensibilité par rapport au retard pur est donnée par :

$$\sigma_{\widehat{T_R}}(t)=\frac{-p\widehat{B}(p)S(p)}{\widehat{P}_d(p)}e^{-\widehat{T_R}p}\widehat{u}(t) \tag{2.61}$$

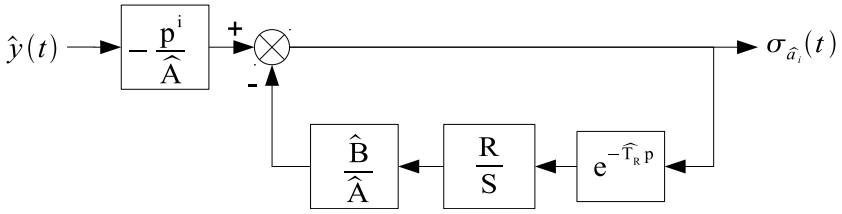
où $\widehat{P}_d(p)$ est défini par (2.51).

2.3.2.3. Réalisation des fonctions de sensibilité

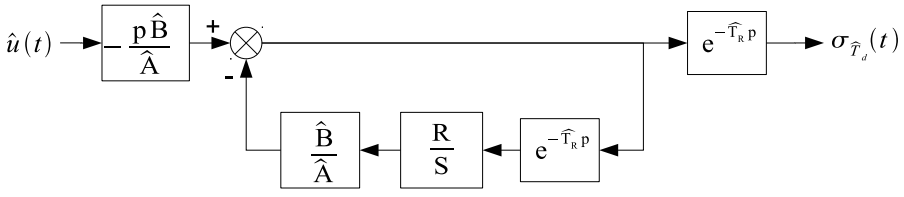
La difficulté de réalisation des fonctions de sensibilité se trouve au niveau du dénominateur $\widehat{P}_d(p)$ contenant un retard pur. Nous proposons les structures illustrées à la figure 2.2 afin de recréer les fonctions de sensibilité (2.50), (2.56) et (2.61).



(a) Fonction de sensibilité par rapport à un paramètre du numérateur $\widehat{b}_m$



(b) Fonction de sensibilité par rapport à un paramètre du dénominateur $\widehat{a}_n$



(c) Fonction de sensibilité par rapport au retard pur $\widehat{T_R}$

FIGURE 2.2: Réalisation des fonctions de sensibilité de modèles en boucle fermée contenant un retard pur

Par exemple, l'utilisation de la structure 2.2a nous permet d'obtenir la fonction de sensibilité $\sigma_{\widehat{b}_i}(t)$ de la manière suivante :

$$\sigma_{\widehat{b}_i}(t) = \frac{p^i}{\widehat{A}(p)} \frac{1}{1 + \frac{\widehat{B}(p)}{\widehat{A}(p)} \frac{R(p)}{S(p)} e^{-\widehat{T_R}p}} e^{-\widehat{T_R}p} \widehat{u}(t) = \frac{p^i S(p)}{\widehat{A}(p)S(p) + \widehat{B}(p)R(p)e^{-\widehat{T_R}p}} e^{-\widehat{T_R}p} \widehat{u}(t) \quad (2.62)$$

$$\sigma_{\widehat{b}_i}(t) = \frac{p^i S(p)}{\widehat{P}_d(p)} \widehat{u}(t - \widehat{T_R}) \quad (2.63)$$

L'équation (2.62) est alors identique à (2.50). On peut facilement vérifier, en utilisant le même calcul, les structures proposées permettant le calcul de $\sigma_{\widehat{a}_n}(t)$ et de $\sigma_{\widehat{T}_d}(t)$.

2.4. Fonctions de sensibilité et filtrage : analogie

Les fonctions de sensibilités, utilisées pour le calcul du gradient et du hessien, peuvent être vues comme un filtrage continu des données du système. Les filtres utilisés sont de type passe-haut, passe-bas ou passe-bande en fonction du modèle du système ainsi que du régulateur dans le cas de l'utilisation en boucle fermée.

L'utilisation d'un filtrage permet un meilleur conditionnement des signaux utilisés pour l'identification. Un filtre passe-bande, par exemple, permet à la fois de filtrer les hautes fréquences (par exemple les bruits) et les basses fréquences (par exemple les dérives de capteur).

L'étape de filtrage et de conditionnement est une étape très importante dans le cadre de l'utilisation de méthodes d'identification en pratique [Ric91], où des problèmes liés au matériel utilisé apparaissent. La méthode à erreur de sortie permet alors intrinsèquement le filtrage des données et ainsi simplifie l'utilisation de la méthode sur un cas pratique. Cette propriété de filtrage est une propriété importante liée à l'utilisation de méthodes d'identification à temps continu.

Pour l'identification d'un système en boucle ouverte, le filtre des fonctions de sensibilité est $\frac{1}{\widehat{A}(p)}$. Il s'agit alors d'un filtre passe-bas possédant une bande passante proche du système.

Dans le cas de l'identification d'un système en boucle fermée, le filtre est de la forme $\frac{S(p)}{\widehat{P}(p)}$. La forme du filtre dépend alors à la fois du modèle du système et du régulateur. Si le régulateur contient un intégrateur, alors le filtre est un passe-bande. L'utilisation d'un filtre passe-bande est très intéressante car celui-ci permet d'éliminer la composante continue des signaux et ainsi d'éviter une étape de centrage des données, nécessaire pour d'autres méthodes afin d'obtenir les meilleurs résultats. L'intérêt de ce filtre est mis en évidence au travers de différents systèmes identifiés au chapitre 3.

2.5. Algorithme utilisé

Dans les travaux présentés par la suite, nous utilisons la méthode de Levenberg-Marquardt pour la Programmation Non Linéaire. La figure 2.3 présente l'algorithme utilisé pour la réalisation de cette méthode. La modification du coefficient μ, permettant un réglage de l'algorithme de Levenberg-Marquardt, est déterminée par l'évolution du critère quadratique **J** :

- si **J** augmente, la solution est trop éloignée de l'optimum. On augmente alors μ pour se rapprocher de la méthode du type gradient afin de se rapprocher de l'optimum : $\mu = \nu_2 \mu$
- si **J** diminue, on se rapproche de l'optimum. On diminue μ pour se rapprocher de la méthode du type Gauss-Newton : $\mu = \mu / \nu_1$

Les coefficients ν_1 et ν_2 sont deux entiers avec des valeurs comprises entre 2 et 10 [Mar63]. Leurs valeurs influencent la rapidité de convergence de l'algorithme.

La condition de convergence peut être de plusieurs formes. Ainsi, on peut surveiller l'évolution relative du vecteur de paramètres $\hat{\theta}$, du gradient $\mathbf{J}'_{\widehat{\theta}}$ ou du critère quadratique **J**. On peut évaluer l'évolution relative des paramètres $\widehat{\theta}$, sous la forme d'une norme. La condition de convergence s'écrit :

$$\sqrt{\frac{\left\| \widehat{\theta}_{j+1} - \widehat{\theta}_j \right\|_2}{\left\| \widehat{\theta}_j \right\|_2}} < tol \tag{2.64}$$

avec $\|.\|_2$ la norme 2 et *tol* exprimant la tolérance sur la condition de convergence. Cette valeur dépend de la précision recherchée ainsi que de la précision de la machine sur laquelle est exécuté l'algorithme.

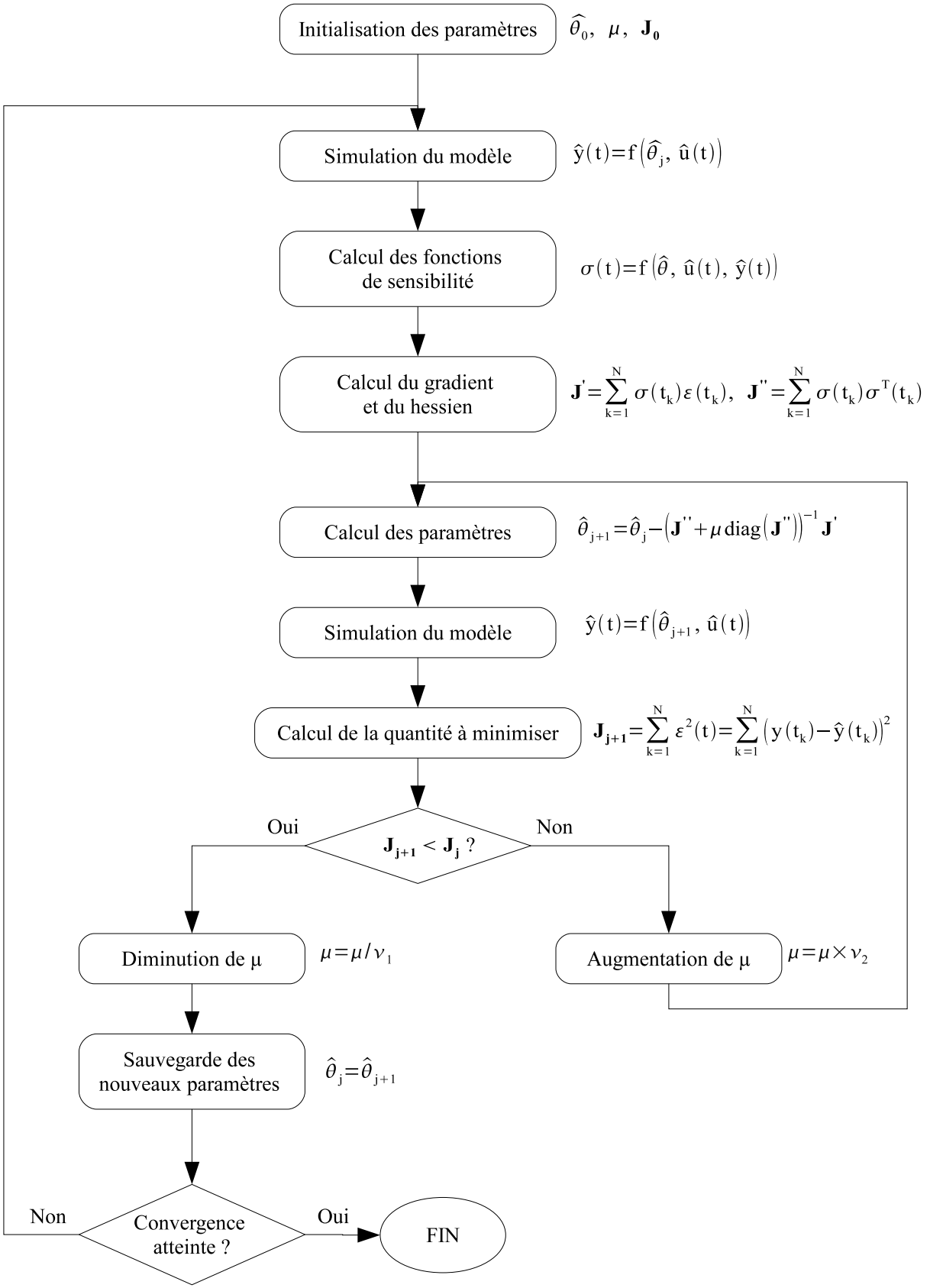


FIGURE 2.3: Algorithme de la méthode à erreur de sortie avec minimisation du critère quadratique par la méthode de Levenberg-Marquardt

2.6. Conclusions

Nous avons présenté une méthode d'identification à erreur de sortie utilisant des modèles à temps continu. Les équations mathématiques permettant la mise en œuvre de la méthode sont développées sur des systèmes linéaires en boucle ouverte et en boucle fermée, et pouvant posséder un retard pur sur la commande.

Nous présentons aussi une approche pour améliorer l'utilisation des algorithmes dans le cas de paramètres d'ordre de grandeur très différent.

La méthode d'identification que nous proposons possède les mêmes caractéristiques que les autres méthodes d'identification à temps continu :

- identification relativement indépendante de la période d'échantillonnage,
- obtention de paramètres proches des paramètres physiques réels,
- filtrage intrinsèque des données.

Il est important de remarquer que les fonctions de sensibilité sont toujours physiquement réalisables.

La méthode proposée peut être utilisée sur des systèmes non linéaires. Cette étude n'est pas réalisée dans ce mémoire et reste une perspective de recherche très intéressante et prometteuse.

Chapitre 3

Analyse des performances de la méthode à erreur de sortie

La méthode à erreur de sortie présentée au chapitre précédent est appliquée sur différents systèmes.

Les premier est un système banc d'essai de quatrième ordre avec un zéro. Ce système nous permet de valider l'application de la méthode en boucle ouverte et en boucle fermée.

La seconde application est un système de régulation de niveau. Il s'agit d'un système non linéaire linéarisé autour d'un point de fonctionnement, et identifié en boucle fermée. Pour cet exemple nous avons choisi de détailler le comportement du filtre $\frac{S}{\widehat{P}}$.

Enfin le troisième système est un processus thermique. Ce système est modélisé par un transfert comprenant un retard pur. L'identification est réalisée en boucle ouverte et en boucle fermée. Le comportement de l'algorithme à erreur de sortie par rapport au niveau de bruit, à la période d'échantillonnage et à l'initialisation des paramètres est analysé.

3.1. Banc d'essai Rao-Garnier

Afin de pouvoir comparer la méthode à erreur de sortie en boucle ouverte à d'autres méthodes d'identification, on utilise un système banc d'essai présenté par Rao et Garnier [GMR03, RG02, RG04, GGBR07]. Il s'agit d'un système du quatrième ordre défini comme suit :

$$G(p) = \frac{K\left(-Tp+1\right)}{\left(\frac{p^2}{\omega_{n_1}^2} + \frac{2\zeta_1}{\omega_{n_1}}p + 1\right)\left(\frac{p^2}{\omega_{n_2}^2} + \frac{2\zeta_2}{\omega_{n_2}}p + 1\right)} \tag{3.1}$$

avec :

$$\begin{array}{lll} K = 1 & \omega_{n_1} = 20 \text{ rad/s} & \zeta_1 = 0,1 \\ T = 4 \text{ s} & \omega_{n_2} = 2 \text{ rad/s} & \zeta_2 = 0,25 \end{array} \tag{3.2}$$

Ce système a la particularité de posséder un zéro instable. De plus, il possède deux modes : un rapide ($\omega_{n_1} = 20$ rad/s) avec un amortissement $\zeta_1 = 0,1$ et un autre lent ($\omega_{n_2} = 2$ rad/s) avec un coefficient d'amortissement $\zeta_2 = 0,25$.

On peut écrire ce système sous la forme :

$$G(p) = \frac{b_0 + b_1 p}{1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 + a_4 p^4} \tag{3.3}$$

avec :

$$b_0 = 1,\ b_1 = -4,\ a_1 = 0,26,\ a_2 = 0,255,\ a_3 = 3,125 \times 10^{-3},\ a_4 = 6,25 \times 10^{-4} \tag{3.4}$$

Les paramètres de la simulation sont les suivants [GGBR07] :

– Le système est excité avec une SBPA d'amplitude variant entre -1 et +1.

– La période d'échantillonnage est de 10 ms.

On effectue 100 simulations de Monte Carlo. Un bruit blanc de sortie est ajouté avec un rapport signal sur bruit de 15 dB et de 5 dB afin d'étudier l'influence du niveau de bruit sur les méthodes d'identification. Le rapport signal sur bruit (RSB) est défini de la manière suivante :

$$RSB(dB) = 10 \log_{10} \left(\frac{var(y^0(t))}{var(w(t))} \right) \tag{3.5}$$

où $y^0(t)$ représente la partie du signal de sortie non bruité, et $w(t)$ est le bruit de mesure.

On compare les méthodes de la variable instrumentale, de la variable instrumentale optimale et la méthode à erreur de sortie. Pour chaque méthode, on calcule la moyenne, l'écart type et la distance paramétrique normalisée, calculée de la manière suivante :

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{b_0 - \widehat{b}_{0,i}}{b_0} \right)^2 + \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{b_1 - \widehat{b}_{1,i}}{b_1} \right)^2 + \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{a_1 - \widehat{a}_{1,i}}{a_1} \right)^2 + \cdots + \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{a_4 - \widehat{a}_{4,i}}{a_4} \right)^2} \tag{3.6}$$

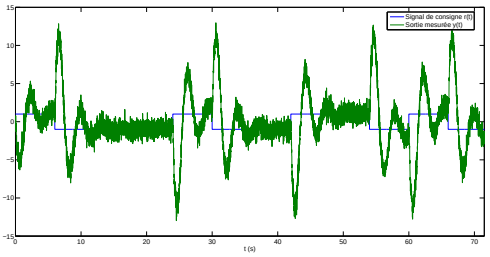
avec i l'indice représentant une réalisation de Monte Carlo.

Pour la méthode de la variable instrumentale, les dérivées sont crées en utilisant les filtres à variable d'état avec comme paramètre $\lambda = 12,5$ (cf. [GGBR07]).

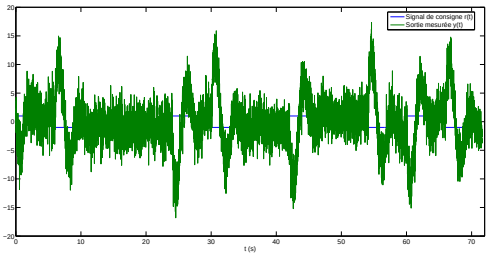
3.1.1. Système en boucle ouverte

Le système est tout d'abord simulé en boucle ouverte. Le signal d'excitation ainsi que la sortie du système sont représentés à la figure 3.1, pour un RSB de 15 dB et de 5 dB. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 3.1 pour un RSB de 15 dB et dans le tableau 3.2 pour un RSB de 5 dB.

Les résultats présentés sont obtenus par la méthode de la Variable Instrumentale utilisant l'approche Généralisée des Moments Fonctionnels de Poisson (IVGPMF), la Variable Instrumentale Optimale à temps Continu (SRIVC), et la méthode à erreur de sortie à Temps Continu (CTOE).



(a) RSB 15 dB



(b) RSB 5 dB

FIGURE 3.1: Système banc d'essai : signal d'excitation et sortie mesurée en boucle ouverte pour une réalisation

Paramètre	Valeur vraie	IVGPMF	SRIVC	CTOE
$\widehat{b_0}$	1	$1,0004$	$1,0004$	$1,0004$
σ_{b_0}		$\pm 9,08 \times 10^{-3}$	$\pm 7,10 \times 10^{-3}$	$\pm 7,10 \times 10^{-3}$
$\widehat{b_1}$	-4	$-4,0002$	$-3,9985$	$-3,9985$
σ_{b_1}		$\pm 2,44 \times 10^{-2}$	$\pm 8,14 \times 10^{-3}$	$\pm 8,14 \times 10^{-3}$
$\widehat{a_1}$	$2,60 \times 10^{-1}$	$2,6005 \times 10^{-1}$	$2,5988 \times 10^{-1}$	$2,5988 \times 10^{-1}$
σ_{a_1}		$\pm 2,87 \times 10^{-3}$	$\pm 1,07 \times 10^{-3}$	$\pm 1,07 \times 10^{-3}$
$\widehat{a_2}$	$2,55 \times 10^{-1}$	$2,5503 \times 10^{-1}$	$2,5496 \times 10^{-1}$	$2,5496 \times 10^{-1}$
σ_{a_2}		$\pm 8,49 \times 10^{-4}$	$\pm 3,51 \times 10^{-4}$	$\pm 3,51 \times 10^{-4}$
$\widehat{a_3}$	$3,125 \times 10^{-3}$	$3,1241 \times 10^{-3}$	$3,1304 \times 10^{-3}$	$3,1303 \times 10^{-3}$
σ_{a_3}		$\pm 3,22 \times 10^{-4}$	$\pm 1,08 \times 10^{-4}$	$\pm 1,08 \times 10^{-4}$
$\widehat{a_4}$	$6,25 \times 10^{-4}$	$6,2446 \times 10^{-4}$	$6,2414 \times 10^{-4}$	$6,2414 \times 10^{-4}$
σ_{a_4}		$\pm 2,23 \times 10^{-5}$	$\pm 6,13 \times 10^{-6}$	$\pm 6,13 \times 10^{-6}$
Distance paramétrique		1,07	0,43	0,43
Nombre moyen d'itérations			5,4	7,2

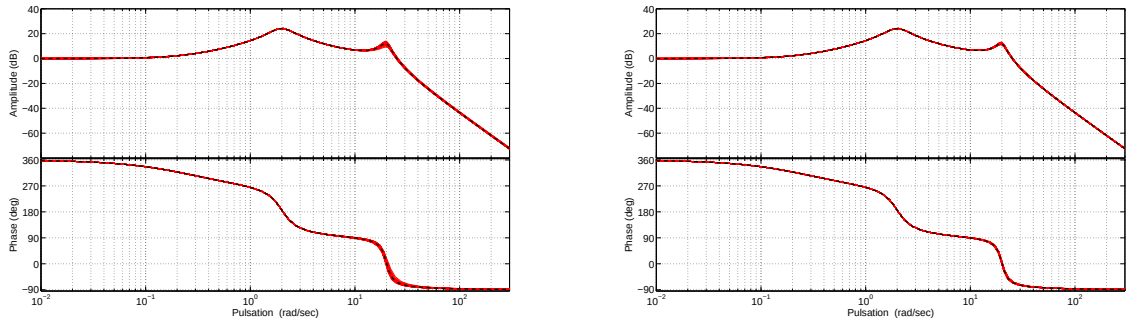
TABLE 3.1: Système banc d'essai : résultats d'identification en boucle ouverte avec RSB 15 dB

D'une manière générale, la méthode à erreur de sortie (CTOE) donne des résultats identiques de ceux obtenus avec la méthode SRIVC connue pour son efficacité. Cette comparaison permet de valider l'approche à erreur de sortie en boucle ouverte sur un système complexe. La méthode CTOE nécessite cependant en moyenne un peu plus d'itérations que la méthode SRIVC.

Paramètre	Valeur vraie	IVGPMF	SRIVC	CTOE
$\widehat{b}_0$	1	$0,99817$	$1,0040$	$1,0040$
σ_{b_0}		$\pm 4,04 \times 10^{-2}$	$\pm 2,58 \times 10^{-2}$	$\pm 2,58 \times 10^{-2}$
$\widehat{b}_1$	-4	$-3,9876$	$-3,9964$	$-3,9964$
σ_{b_1}		$\pm 1,60 \times 10^{-1}$	$\pm 2,76 \times 10^{-2}$	$\pm 2,76 \times 10^{-2}$
$\widehat{a}_1$	$2,60 \times 10^{-1}$	$2,5885 \times 10^{-1}$	$2,6033 \times 10^{-1}$	$2,6033 \times 10^{-1}$
σ_{a_1}		$\pm 1,49 \times 10^{-2}$	$\pm 3,32 \times 10^{-3}$	$\pm 3,32 \times 10^{-3}$
$\widehat{a}_2$	$2,55 \times 10^{-1}$	$2,5538 \times 10^{-1}$	$2,5513 \times 10^{-1}$	$2,5513 \times 10^{-1}$
σ_{a_2}		$\pm 5,81 \times 10^{-3}$	$\pm 1,23 \times 10^{-3}$	$\pm 1,23 \times 10^{-3}$
$\widehat{a}_3$	$3,125 \times 10^{-3}$	$3,0613 \times 10^{-3}$	$3,1601 \times 10^{-3}$	$3,1601 \times 10^{-3}$
σ_{a_3}		$\pm 2,24 \times 10^{-3}$	$\pm 3,00 \times 10^{-4}$	$\pm 3,00 \times 10^{-4}$
$\widehat{a}_4$	$6,25 \times 10^{-4}$	$6,5486 \times 10^{-4}$	$6,2939 \times 10^{-4}$	$6,2939 \times 10^{-4}$
σ_{a_4}		$\pm 4,04 \times 10^{-4}$	$\pm 1,74 \times 10^{-5}$	$\pm 1,74 \times 10^{-5}$
Distance paramétrique		9,66	1,17	1,17
Nombre moyen d'itérations			9,5	10,1

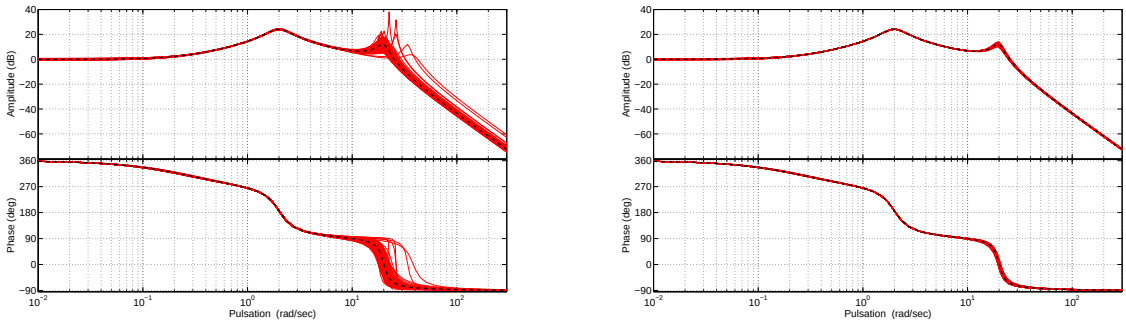
TABLE 3.2: Système banc d'essai : résultats d'identification en boucle ouverte avec un RSB de 5 dB

Afin d'avoir une comparaison visuelle, les figures 3.2 et 3.3 présentent les diagrammes de Bode des modèles estimés par les différentes méthodes, respectivement avec un RSB de 15 dB et de 5 dB.



(a) Méthode IVGPMF (b) Méthodes SRIVC et CTOE

FIGURE 3.2: Diagrammes de Bodes des 100 modèles estimés avec un RSB de 15 dB : le trait noir pointillé est le système réel et les tracés rouges sont les modèles estimés



(a) Méthode IVGPMF (b) Méthodes SRIVC et CTOE

FIGURE 3.3: Diagrammes de Bodes des 100 modèles estimés avec un RSB de 5 dB : le trait noir pointillé est le système réel et les tracés rouges sont les modèles estimés

3.1.2. Système en boucle fermée

Le système est dans un second temps simulé en boucle fermée. Le régulateur est conçu en utilisant la méthode directe. Pour cela, on choisit un système en boucle fermée possédant la même forme que (3.1) avec des coefficients d'amortissement plus grands pour obtenir un système plus amorti. Les coefficients choisis sont :

$$\zeta_1 = 0,4 \quad \zeta_2 = 0,5$$

Après simplification, le régulateur obtenu a alors la forme :

$$C(p) = \frac{p^2 + p + 4}{p^2 + 17,2p} \tag{3.7}$$

Le signal d'excitation utilisé est le même que dans le cas de la boucle ouverte. Le bruit additif sur la sortie est conçu pour obtenir un RSB de 15 dB et de 5 dB sur la sortie.

Comme le système est en boucle fermée, on peut aussi s'intéresser à la quantité de bruit sur la commande. On définit le RSB sur la commande de la manière suivante :

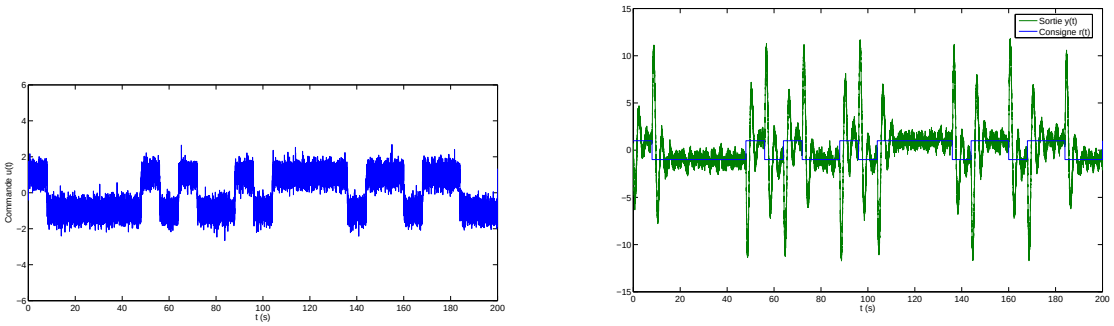
$$RSB(dB) = 10\log_{10}\left(\frac{var(u^0(t))}{var(u^0(t) - u(t))}\right) \tag{3.8}$$

où $u^0(t)$ représente la partie de la commande non bruitée et $u(t)$ le signal de commande bruité. Avec un RSB de 15 dB et 5 dB sur la sortie, on obtient alors un RSB de 8,5 dB et de -1,4 dB.

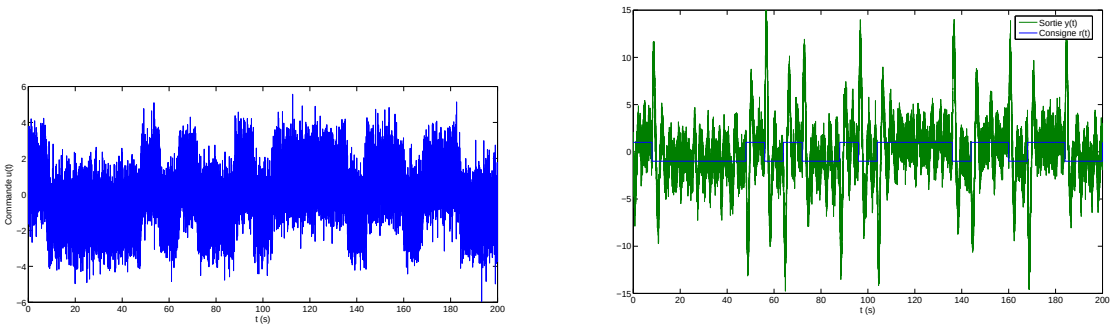
La figure 3.4 illustre les signaux de commande, de consigne et de sortie avec les différents niveaux de bruit.

Les tableaux 3.3 et 3.4 présentent les résultats obtenus avec les méthodes de la Variable Instrumentale Optimale en boucle ouverte (SRIVC), de la Variable Instrumentale

Optimale en boucle fermée (CLSRIVC), et de la méthode à erreur de sortie à Temps Continu en boucle fermée (CTCLOE), respectivement avec un RSB de 15 dB et de 5 dB. Les méthodes CLSRIVC et CTCLOE sont initialisées à partir de SRIVC. Les figures 3.5 et 3.6 représentent les diagrammes de Bode des systèmes estimés par les différentes méthodes.



(a) RSB 15 dB sur la sortie et 8,5 dB sur la commande



(b) RSB 5 dB sur la sortie et -1,4 dB sur la commande

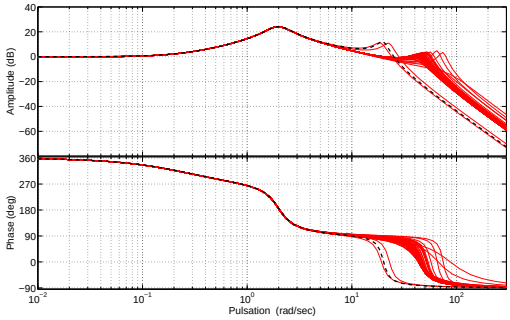
FIGURE 3.4: Système banc d'essai : signaux de commande, d'excitation et sortie mesurée en boucle fermée pour une réalisation

Paramètre	Valeur vraie	SRIVC	CLSRIVC	CTCLOE
$\widehat{b_0}$	1	0,98181	$1,0001$	$1,0024$
σ_{b_0}		$\pm 4,79 \times 10^{-3}$	$\pm 2,67 \times 10^{-3}$	$\pm 9,27 \times 10^{-3}$
$\widehat{b_1}$	4	$4,0437$	$4,0003$	$3,9998$
σ_{b_1}		$\pm 7,84 \times 10^{-3}$	$\pm 5,26 \times 10^{-3}$	$\pm 8,67 \times 10^{-3}$
$\widehat{a_1}$	$2,60 \times 10^{-1}$	$2,5766 \times 10^{-1}$	$2,6024 \times 10^{-1}$	$2,6012 \times 10^{-1}$
σ_{a_1}		$\pm 2,27 \times 10^{-3}$	$\pm 6,26 \times 10^{-4}$	$\pm 1,33 \times 10^{-3}$
$\widehat{a_2}$	$2,55 \times 10^{-1}$	$2,5577 \times 10^{-1}$	$2,5527 \times 10^{-1}$	$2,5507 \times 10^{-1}$
σ_{a_2}		$\pm 1,18 \times 10^{-3}$	$\pm 1,83 \times 10^{-4}$	$\pm 3,88 \times 10^{-4}$
$\widehat{a_3}$	$3,125 \times 10^{-3}$	$2,0392 \times 10^{-3}$	$3,3783 \times 10^{-3}$	$3,1506 \times 10^{-3}$
σ_{a_3}		$\pm 5,64 \times 10^{-4}$	$\pm 1,21 \times 10^{-4}$	$\pm 2,78 \times 10^{-4}$
$\widehat{a_4}$	$6,25 \times 10^{-4}$	$1,3272 \times 10^{-4}$	$6,776 \times 10^{-4}$	$6,2756 \times 10^{-4}$
σ_{a_4}		$\pm 7,13 \times 10^{-5}$	$\pm 1,10 \times 10^{-5}$	$\pm 6,28 \times 10^{-5}$
Distance paramétrique		8,65	1,21	1,31
Nombre moyen d'itérations		50	7,4	10,5

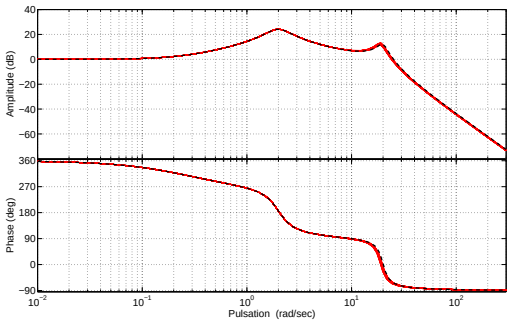
TABLE 3.3: Système banc d'essai : résultats d'identification en boucle fermée avec RSB 15 dB

Paramètre	Valeur vraie	SRIVC	CLSRIVC	CTCLOE
$\widehat{b_0}$	1	$0,98061$	$1,0003$	$1,0036$
σ_{b_0}		$\pm 7,17 \times 10^{-3}$	$\pm 7,65 \times 10^{-3}$	$\pm 3,04 \times 10^{-2}$
$\widehat{b_1}$	-4	$-4,0569$	$-3,9988$	$-4,0005$
σ_{b_1}		$\pm 1,58 \times 10^{-2}$	$\pm 1,65 \times 10^{-2}$	$\pm 2,33 \times 10^{-2}$
$\widehat{a_1}$	$2,60 \times 10^{-1}$	$2,5527 \times 10^{-1}$	$2,6003 \times 10^{-1}$	$2,6018 \times 10^{-1}$
σ_{a_1}		$\pm 1,38 \times 10^{-3}$	$\pm 2,43 \times 10^{-3}$	$\pm 4,24 \times 10^{-3}$
$\widehat{a_2}$	$2,55 \times 10^{-1}$	$2,5428 \times 10^{-1}$	$2,5523 \times 10^{-1}$	$2,5503 \times 10^{-1}$
σ_{a_2}		$\pm 4,52 \times 10^{-4}$	$\pm 4,71 \times 10^{-4}$	$\pm 1,32 \times 10^{-3}$
$\widehat{a_3}$	$3,125 \times 10^{-3}$	$1,3444 \times 10^{-3}$	$3,4056 \times 10^{-3}$	$3,1445 \times 10^{-3}$
σ_{a_3}		$\pm 1,11 \times 10^{-4}$	$\pm 4,53 \times 10^{-4}$	$\pm 9,34 \times 10^{-4}$
$\widehat{a_4}$	$6,25 \times 10^{-4}$	$1,2457 \times 10^{-4}$	$6,7985 \times 10^{-3}$	$6,2843 \times 10^{-4}$
σ_{a_4}		$\pm 9,09 \times 10^{-6}$	$\pm 3,69 \times 10^{-5}$	$\pm 2,20 \times 10^{-4}$
Distance paramétrique		9,79	1,99	4,55
Nombre moyen d'itérations		49	13	13

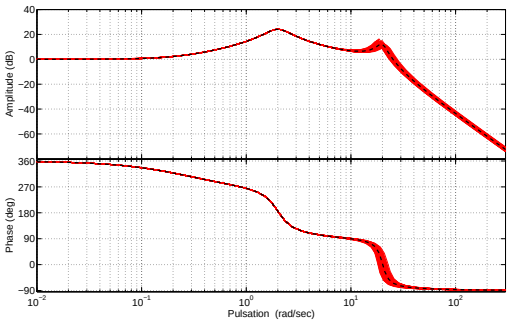
TABLE 3.4: Système banc d'essai : résultats d'identification en boucle fermée avec RSB 5 dB



(a) Méthode SRIVC

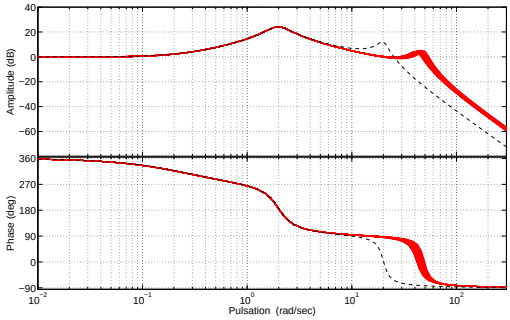


(b) Méthode CLSRIVC

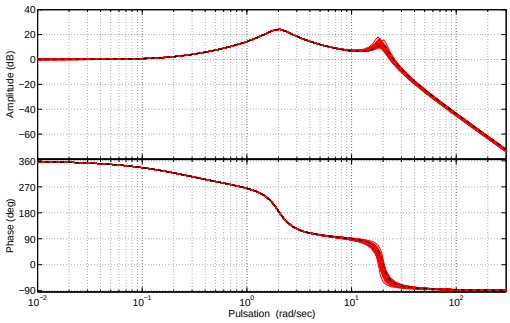


(c) Méthode CTCLOE

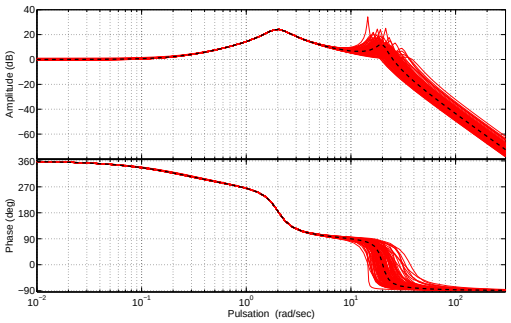
FIGURE 3.5: Diagrammes de Bodes des 100 modèles estimés avec un SNR de 15 dB : le trait noir pointillé est le système réel et les tracés rouges sont les modèles estimés



(a) Méthode SRIVC



(b) Méthode CLSRIVC



(c) Méthode CTCLOE

FIGURE 3.6: Diagrammes de Bodes des 100 modèles estimés avec un SNR de 15 dB : le trait noir pointillé est le système réel et les tracés rouges sont les modèles estimés

Comme dans le cas de la boucle ouverte, la méthode CTCLOE donne de très bons résultats, proches de la méthode CLSRIVC. On remarque que d'une manière générale, les moyennes des paramètres estimés par CTCLOE sont plus proches des paramètres réels que ceux estimés avec CLSRIVC. Cependant, les écarts-types sont plus grands avec CTCLOE, donnant aussi une distance paramétrique plus grande.

3.1.3. Conclusions

La méthode proposée d'identification à erreur de sortie donne de bons résultats, en boucle ouverte et en boucle fermée. En présence d'une grande quantité de bruit (5 dB), les paramètres estimés par la méthode à erreur de sortie sont très proches des paramètres réels.

3.2. Système de régulation de niveau

Le premier système expérimental utilisé est un système de régulation de niveau. Ce système est un équipement de laboratoire très connu appelé DTS200, "système trois cuves", dont l'image est présentée à la figure 3.7. Comme on peut le voir sur la photographie, ce système est composé de trois cuves et de deux pompes. Chaque cuve possède un robinet pour le réglage manuel du débit de sortie. Dans les essais illustrés ici, une seule cuve est utilisée ainsi qu'une seule pompe.



FIGURE 3.7: Système expérimental de régulation de niveau

Les équations suivantes décrivent le système, sans capteur ni actionneur :

$$S_c \frac{dH}{dt} = Q_{in} - Q_{out}; \qquad Q_{out} = \alpha\sqrt{H} \tag{3.9}$$

S_c est la surface du cylindre, H est le niveau d'eau, Q_{in} et Q_{out} sont respectivement les débits d'entrée et de sortie, et α est un coefficient qui représente l'ouverture du robinet.

Ce système est non linéaire, à cause de la racine carrée. Afin de pouvoir tester l'algorithme à erreur de sortie proposé, nous considérerons un système linéarisé autour d'un point de fonctionnement. En effet, si on utilise de faibles variations de la consigne autour d'un point de fonctionnement, un modèle linéaire peut approcher le fonctionnement du système.

3.2.1. Modèle linéaire du système

3.2.1.1. Linéarisation

En utilisant les deux premiers termes de la série de Taylor, une fonction non linéaire $f(x)$ peut être approximée par :

$$f(x) \approx f(x_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x=x_0} (x - x_0) \tag{3.10}$$

En notant $Q_{in} = Q_0 + q$, $H = H_0 + h$ et en appliquant le développement limité, on obtient :

$$S_c \frac{dh}{dt} = Q_0 + q - \alpha \left(\sqrt{H_0} + \frac{1}{2\sqrt{H_0}} (H_0 + h - H_0) \right) \tag{3.11}$$

A l'équilibre, on a $Q_{in} = Q_{out}$; ainsi $Q_0 = \alpha\sqrt{H_0}$ et :

$$S_c \frac{dh}{dt} = q - ah \ ; \ a = \frac{\alpha}{2\sqrt{H_0}} \tag{3.12}$$

En utilisant $p = \frac{d}{dt}$, la fonction de transfert suivante décrivant le système linéarisé est obtenue :

$$h(t) = G_0(p)q(t); \tag{3.13}$$

$$G_0(p) = \frac{1}{Sp + a} = \frac{\frac{1}{a}}{1 + \frac{S}{a}p} = \frac{K_0}{1 + \tau p} \tag{3.14}$$

3.2.1.2. Modèle complet

Le système utilise une pompe comme actionneur et un capteur résistif piézo-électrique de pression pour mesurer la hauteur de liquide. Comme la dynamique de la cuve est très lente, comparée à celles de l'actionneur et du capteur, ces derniers peuvent être modélisés par des gains K_1 et K_2.

$$u(t) = K_1 q(t); \qquad y(t) = K_2 h(t) \tag{3.15}$$

En utilisant les équations (3.14) et (3.15), le système linéaire complet suivant est obtenu :

$$y(t) = G(p)u(t);$$

$$G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}; \qquad K = K_0 K_1 K_2 \tag{3.16}$$

3.2.1.3. Choix du régulateur

Un régulateur de type Proportionnel Intégral (PI) est utilisé. Parmi les différentes possibilités de réglage du régulateur, la méthode directe est utilisée [FPEN94] dans sa version continue. Avec cette méthode, on définit d'abord la fonction transfert désirée en boucle fermée :

$$G_{BF}(p) = \frac{1}{1+\tau_d p} \tag{3.17}$$

Avec τ_d la constante de temps voulue. A partir de la connaissance de la fonction transfert du modèle $F(p)$, le régulateur requis est calculé comme suit :

$$\begin{aligned} C(p) &= \left[\frac{G_{BF}(p)}{1-G_{BF}(p)}\right]\frac{1}{G(p)} = \left[\frac{\frac{1}{1+\tau_d p}}{1-\frac{1}{1+\tau_d p}}\right]\left[\frac{1+\tau p}{K}\right] \\ C(p) &= \frac{1+\tau p}{K\tau_d p} = K_p + \frac{K_i}{p} = \frac{R(p)}{S(p)} \end{aligned} \tag{3.18}$$

Le régulateur PI est donc défini de la manière suivante :

$$\begin{cases} K_p = \dfrac{\tau}{K\tau_d} \\ K_i = \dfrac{1}{K\tau_d} \end{cases} \qquad \begin{cases} S(p) = p \\ R(p) = \dfrac{1+\tau p}{K\tau_d} \end{cases} \tag{3.19}$$

3.2.2. Simulation du système linéaire

Les simulations du système sont tout d'abord réalisées sur le système linéaire décrit par (3.16). Un bruit de mesure $w(t_k)$ est utilisé pour simuler un bruit capteur. Celui-ci est un bruit blanc gaussien, de moyenne nulle, et choisi pour avoir un rapport signal sur bruit de 15 dB. Le signal de référence $r(t)$ est une Séquence Binaire Pseudo Aléatoire (SBPA).

Les paramètres du modèle linéaire sont $K = 8$ and $\tau = 150$s. Le régulateur PI est réglé en utilisant la méthode directe, présentée à la section 3.2.1.3, avec une constante de temps $\tau_d = 80$s. Cela donne $C(p) = 0,2344 + \frac{0,001563}{p}$. La période d'échantillonnage est $T_s = 1$s.

Le signal de consigne, ainsi que la sortie mesurée, sont illustrés à la figure 3.8. Le signal de consigne varie autour de 20 cm pour être plus proche du cas expérimental présenté à la section 3.2.4.

L'initialisation des paramètres $\widehat{K}$ et $\widehat{\tau}$ est effectuée d'abord par la méthode des MC puis celle de la VI avec FVE, présentées au chapitre 1. Le paramètre λ utilisé pour le filtrage est choisi pour être $\lambda = \frac{1}{\tau} = 0,0133$. Le paramètre initial de l'algorithme de Levenberg-Marquardt est $\mu = 0,1$.

Afin de comparer les méthodes d'identification, on utilise 100 simulations de Monte Carlo. On calcule ensuite la moyenne et la variance des paramètres identifiés. On calcule aussi la distance paramétrique D comme suit :

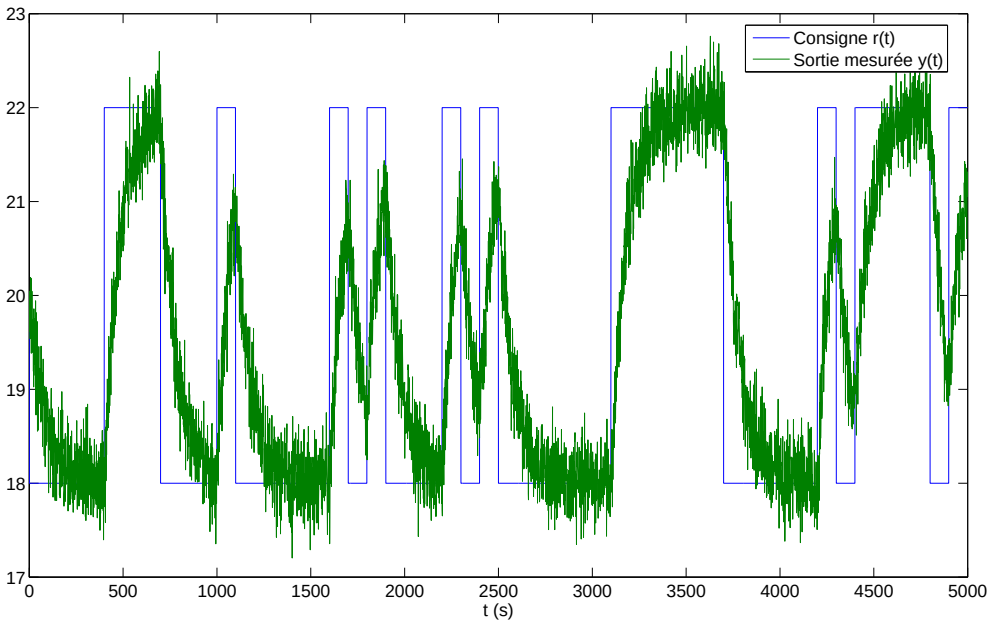


FIGURE 3.8: Système de régulation de niveau : signal de consigne et sortie du système simulé linéaire

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{K - \widehat{K_i}}{K} \right)^2 + \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\tau - \widehat{\tau_i}}{\tau} \right)^2} \tag{3.20}$$

avec N le nombre de réalisations de Monte Carlo, et i représentant l'indice de la ième simulation. La méthode à erreur de sortie en boucle fermée (CTCLOE) présentée au chapitre 2 est comparée aux méthodes de la VI avec FVE en boucle fermée (CLIVSVF) et de la variable instrumentale optimale (CLSRIVC). La méthode CTCLOE est initialisée à partir de la méthode CLIVSVF et la méthode CLSRIVC est initialisée à partir de SRIVC.

Comme les paramètres présentent un ordre de grandeur différent, la méthode CTCLOE est utilisée avec et sans normalisation des fonctions de sensibilité, afin d'évaluer son efficacité.

Le tableau 3.5 résume les résultats obtenus.

L'analyse du tableau 3.5 révèle de très bons résultats obtenus avec la méthode proposée. On remarque que l'utilisation de la normalisation des fonctions de sensibilité permet d'améliorer les résultats, et de diminuer le nombre d'itérations nécessaire à la convergence vers la solution.

Paramètre	Valeur vraie	CLIVSVF	CLSRIVC	CTCLOE sans normalisation	CTCLOE avec normalisation
$\widehat{K}$ σ_K	8	7,9998 $\pm 2,68 \times 10^{-3}$	8,0062 $\pm 1,93 \times 10^{-3}$	8,0149 $\pm 3,56 \times 10^{-2}$	8,0154 $\pm 2,90 \times 10^{-2}$
$\widehat{\tau}$ σ_τ	150	151,00 $\pm 6,80 \times 10^{-1}$	150,32 $\pm 4,71 \times 10^{-1}$	150,55 $\pm 6,65 \times 10^{-1}$	150,56 $\pm 6,59 \times 10^{-1}$
Distance paramétrique		0,0849	0,0541	0,1015	0,0567
Nombre moyen d'itérations				3,74	3,55

TABLE 3.5: Système de régulation de niveau : résultats d'identification en simulation du système linéaire

3.2.3. Simulation du système non linéaire

Dans un second temps, on réalise la simulation du système directement sous forme non linéaire de l'équation (3.9). Le point de fonctionnement choisi pour le signal de consigne est $H_0 = 20$ cm. Afin d'obtenir un système au comportement similaire, les valeurs S_c et α sont calculées à partir des équations (3.12) et (3.14) :

$$S_c = 18,75\text{cm}^2 \quad \alpha = 1,118$$

Le régulateur PI utilisé possède la même forme que précédemment : $C(p) = 0,2344 + \frac{0,001563}{p}$.

Le signal de consigne utilisé ainsi que la sortie mesurée sont illustrés à la figure 3.9. On remarque que les signaux de sortie du modèle non linéaire de la figure 3.9 et linéaire de la figure 3.8 sont très proches. L'approximation linéaire est donc valable.

Comme dans le cas précédent, la méthode à erreur de sortie en boucle fermée (CTCLOE) est comparée aux méthodes de la variable instrumentale en boucle fermée (CLIVSVF) et de la variable instrumentale optimale en boucle fermée (CLSRIVC). La méthode CTCLOE est initialisée avec l'algorithme CLIVSVF, en utilisant $\lambda = 0,0066$. Le paramètre de l'algorithme de Levenberg-Marquardt est $\mu = 0,1$. Les résultats sont présentés dans le tableau 3.6.

L'analyse du tableau 3.6 révèle un biais d'estimation important pour les méthodes à variable instrumentale. Ce biais provient de l'utilisation des données non centrées en zéro.

La méthode à erreur de sortie présente de bons résultats, même en partant d'une mauvaise initialisation avec la variable instrumentale en boucle fermée. On remarque une fois de plus que la normalisation des fonctions de sensibilité améliore la qualité de

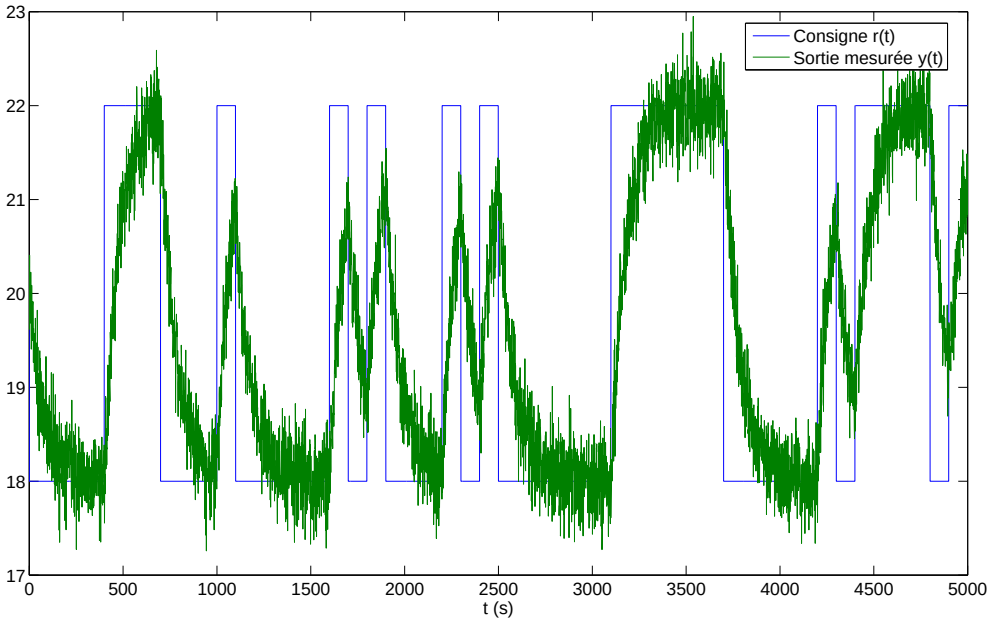


FIGURE 3.9: Système de régulation de niveau : signal de consigne et sortie du système simulé non linéaire

l'identification en divisant la distance paramétrique par 3 et en diminuant les écarts-types d'estimation. Le nombre moyen d'itérations est aussi considérablement diminué.

La méthode proposée obtient de bons résultats grâce à l'utilisation du filtrage en $\frac{S}{\widehat{P}}$ qui permet d'éliminer la composante continue des données [Åst93]. La figure 3.10 illustre le tracé de Bode du système en boucle ouverte, avec un gain unitaire, et du filtre $\frac{S}{\widehat{P}}$ pour la méthode CTCLOE. On observe sur la figure qu'il s'agit bien d'un filtre passe-bande, permettant à la fois de rejetter les signaux basses fréquences (les dérives des capteurs par exemple) et les bruits hautes fréquences, où l'on trouve en général les éventuelles dynamiques négligées. Le diagramme permet de voir aussi la bande de fréquence où le signal d'excitation sera utile.

Afin de montrer l'intérêt d'utiliser le centrage des données, on effectue les mêmes simulations à partir de données centrées. Le centrage des données est réalisé en effectuant les opérations suivantes :

$$\begin{aligned} r_c(t) &= r(t) - H_0 = r(t) - 20 \\ y_c(t) &= y(t) - H_0 = y(t) - 20 \\ u_c(t) &= u(t) - \bar{u} \end{aligned} \tag{3.21}$$

où $\overline{u}$ est la moyenne de $u(t)$ calculée de la manière suivante :

Paramètre	Valeur vraie	CLIVSVF	CLSRIVC	CTCLOE sans normalisation	CTCLOE avec normalisation
$\widehat{K}$ σ_K	8	3,9822 $\pm 0,000571$	3,9922 $\pm 0,000510$	8,0071 $\pm 0,255$	7,9541 $\pm 0,0604$
$\widehat{\tau}$ σ_τ	150	74,601 $\pm 0,0423$	74,473 $\pm 0,425$	149,99 $\pm 4,18$	149,15 $\pm 1,42$
Distance paramétrique		7,11	7,11	0,421	0,145
Nombre moyen d'itérations				55	8,3

TABLE 3.6: Système de régulation de niveau : résultats d'identification en simulation du système non linéaire

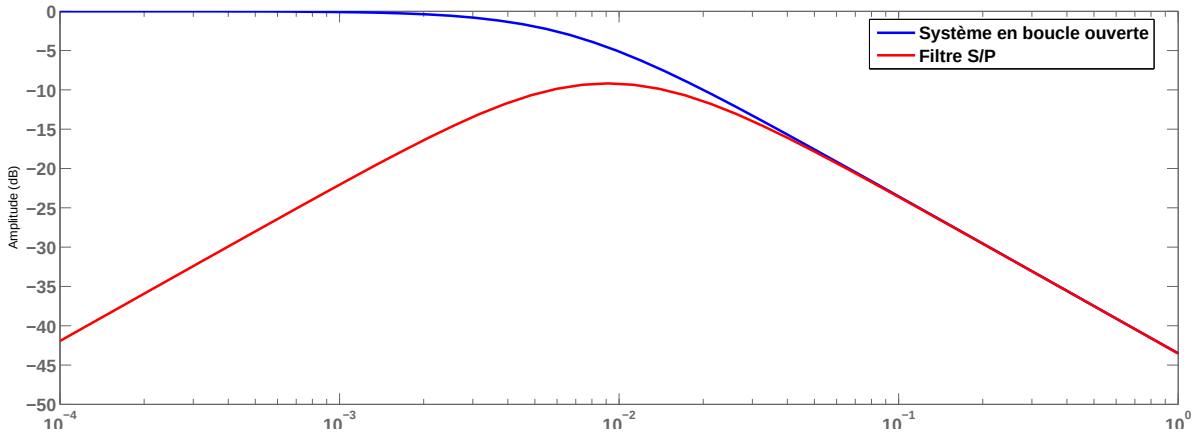


FIGURE 3.10: Système de régulation de niveau : tracé de bode du système en boucle ouverte et du filtre $\frac{S}{\widehat{P}}$

$$\overline{u} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} u\left(t_k\right) \tag{3.22}$$

avec N le nombre de points.

Les résultats obtenus par les trois méthodes sont présentés dans le tableau 3.7.

Le tableau 3.7 nous montre qu'une fois les données centrées, les méthodes à variable instrumentale donnent de bons résultats, proches de ceux obtenus dans le cas de la simulation du modèle linéaire.

Paramètre	Valeur vraie	CLIVSVF	CLSRIVC	CTCLOE sans normalisation	CTCLOE avec normalisation
$\widehat{K}$	8	8,0896	8,0724	7,9564	7,9571
σ_K		$\pm 0,0652$	$\pm 0,0667$	$\pm 0,0402$	$\pm 0,0400$
$\widehat{\tau}$	150	153,48	152,69	149,24	149,25
σ_τ		$\pm 1,59$	$\pm 1,61$	$\pm 1,12$	$\pm 1,12$
Distance paramétrique		0,290	0,242	0,117	0,116
Nombre moyen d'itérations				84,9	9,08

TABLE 3.7: Système de régulation de niveau : résultats d'identification en simulation du système non linéaire avec centrage des données

3.2.4. Dispositif expérimental

Des tests expérimentaux sont effectués sur le système présenté en section 3.2. Les acquisitions des données sont faites à l'aide d'un système dSpace DS1104. Celui-ci possède des convertisseurs analogique/numérique et numérique/analogique avec une résolution de 16 bits, et des niveaux de tension entre -10 et +10V. Sur le système expérimental, le capteur de hauteur de liquide délivre une tension entre -10 et +10V et la pompe est commandée par un signal entre -10 et +10 V. Afin d'obtenir un niveau de commande de la pompe entre 0 et 10V et une mesure de la hauteur de liquide directement en centimètres, on effectue une mise à l'échelle en ajoutant un gain ainsi qu'un offset. Un premier test d'identification nous permet de définir les paramètres du régulateur PI, ainsi que le paramètre λ. On obtient ainsi $C(p) = 0,5515 + \frac{0,0074}{p}$ et $\lambda = 0,01$. Enfin, la période d'échantillonnage choisie est $T_s = 1s$. La figure 3.11 résume les modifications apportées.

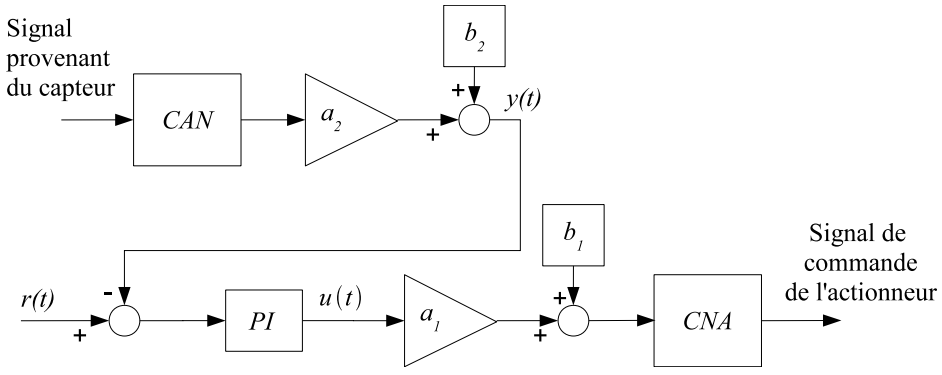


FIGURE 3.11: Mise à l'échelle des signaux et asservissement du système de régulation de niveau

Comme dans la partie simulation, le signal de consigne est une SBPA. Le point de

fonctionnement choisi est $H_0 = 20$cm. On effectue une première initialisation avec la VI avec FVE présentée au chapitre 1. Cette méthode, ainsi que la variable instrumentale optimale, utilisent des données centrées, calculées à partir de (3.21).

La méthode proposée (CTCLOE) n'a pas besoin d'utiliser les données centrées car le filtrage en S/P permet de supprimer la composante continue des données. Enfin, la méthode CTCLOE est initialisée avec CTCLIV. Les signaux de consigne et de sortie utilisés sont présentés à la figure 3.12.

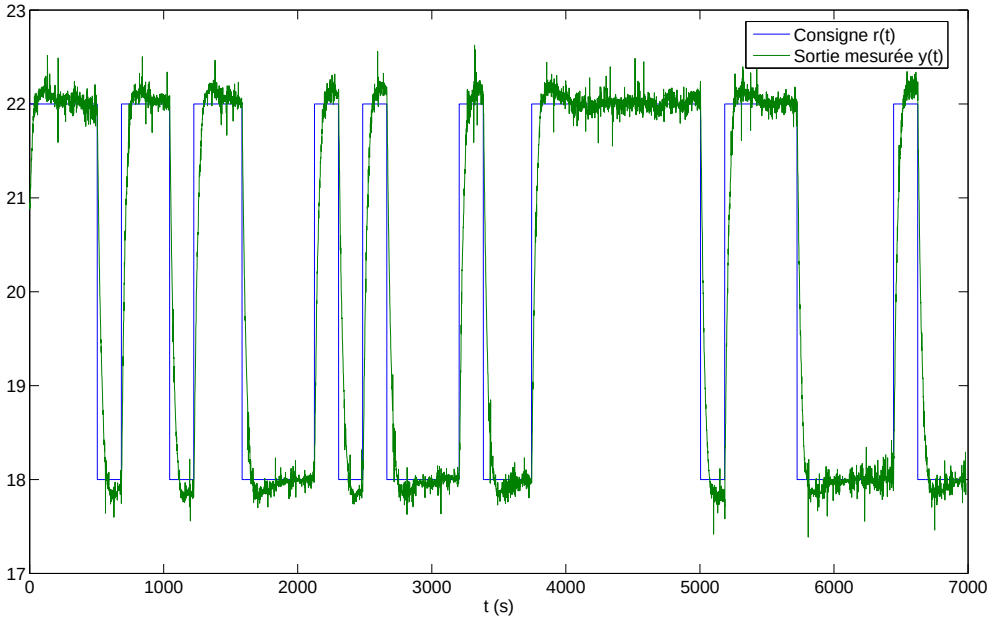


FIGURE 3.12: Système de régulation de niveau : signaux de consigne et de sortie du dispositif expérimental

Le tableau 3.8 présente les résultats obtenus avec la méthode de la variable instrumentale en boucle fermée (CLIVSVF), de la variable instrumentale optimale (CLSRIVC) et l'algorithme proposé (CTCLOE), avec et sans normalisation des fonctions de sensibilité. Pour chaque paramètre, la valeur identifiée ainsi que l'écart type d'estimation sont donnés.

Paramètre	CLIVSVF	CLSRIVC	CTCLOE sans normalisation	CTCLOE avec normalisation
K	7,2902	7,2680	7,6760	7,6760
σ_K	$\pm 7,79 \times 10^{-3}$	$\pm 6,99 \times 10^{-3}$	$\pm 2,98 \times 10^{-2}$	$\pm 2,98 \times 10^{-2}$
τ	119,96	119,41	120,66	120,66
σ_τ	$\pm 1,28 \times 10^{-1}$	$\pm 1,14 \times 10^{-1}$	$\pm 5,16 \times 10^{-1}$	$\pm 5,16 \times 10^{-1}$
Nombre d'itérations			5	5

TABLE 3.8: Système de régulation de niveau : résultats obtenus avec le dispositif expérimental

L'analyse du tableau 3.8 nous montre des paramètres estimés très proches. La plus grosse différence se trouve au niveau du paramètre K. Les méthodes à base de variable instrumentale donnent une valeur autour de 7,3 alors que la méthode CTCLOE donne une valeur autour de 7,7.

L'utilisation des fonctions de sensibilité normalisées n'apporte aucune modification sur la méthode CTCLOE. Ainsi, les moyennes, les écarts-types et le nombre d'itérations sont les mêmes.

Comme les valeurs obtenues avec les différentes méthodes sont très proches, la comparaison est effectuée sur un autre jeu de données comportant le même nombre de points. L'erreur quadratique et le coefficient de corrélation R_T^2 sont calculés et présentés au tableau 3.9. Le coefficient R_T^2 et calculé de la manière suivante :

$$R_T^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(y_{mes}(i) - y_{sim}(i)\right)^2}{\sum_{i=1}^{N} \left(y_{mes}(i) - \bar{y}_{mes}(i)\right)^2} = 1 - \frac{\text{var}\left(y_{mes} - y_{sim}\right)}{\text{var}\left(y_{mes}\right)} \tag{3.23}$$

avec y_{mes} la sortie mesurée, y_{sim} la sortie estimée, $\bar{y}_{mes}$ la moyenne de y_{mes}, et N le nombre de données.

Indicateur	CLCTIV	CLSRIVC	CTCLOE sans normalisation	CTCLOE avec normalisation
Erreur quadratique	37,46	37,42	36,61	36,61
R_T^2	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985

TABLE 3.9: Système de régulation de niveau : validation des résultats

Le tableau 3.9 montre des résultats très proches entre les différentes méthodes, avec un très léger avantage pour la méthode CTCLOE. Afin d'avoir une autre comparaison, les sorties mesurée et simulées avec les méthodes CLSRIVC et CTCLOE sont comparées et présentées à la figure 3.13. On voit sur le zoom que les signaux sont très proches.

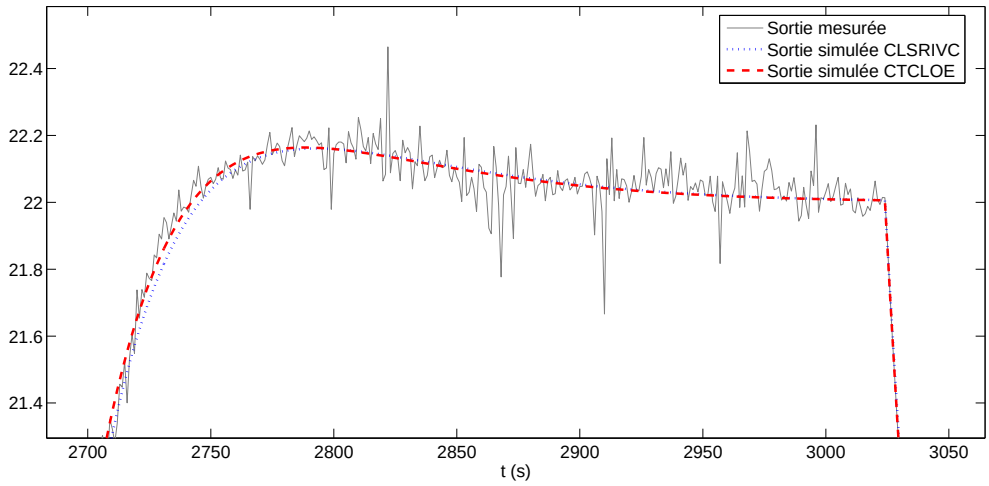


FIGURE 3.13: Système de régulation de niveau : comparaison des sorties mesurée et simulées

3.2.5. Conclusions

L'utilisation de la méthode à erreur de sortie sur un système non linéaire linéarisé autour d'un point de fonctionnement confirme l'efficacité de cette méthode, que ce soit en simulation ou sur un dispositif expérimental.

L'utilisation du filtre $\frac{S}{P}$ permet d'éviter d'effectuer le centrage des données. La méthode est ainsi appliquée directement, sans pré-traitement. Ceci apporte un avantage par rapport aux méthodes du type variables instrumentales, qui nécessitent cette étape de centrage comme nous l'avons montré en section 3.2.3.

3.3. Processus thermique



FIGURE 3.14: Processus thermique : Process Control Trainer 37-100

Afin de valider l'approche à erreur de sortie à temps continu sur des systèmes linéaires à retard, nous utilisons un processus thermique. Il s'agit du Process Control Trainer 37-100 de Feedback illustré sur la figure 3.14. Celui-ci se compose d'une résistance de chauffe, d'un ventilateur, ainsi que d'un capteur de température. Le principe de fonctionnement est le suivant : la résistance de chauffe produit de la chaleur qui est transportée à l'aide du ventilateur jusqu'au capteur. La température de chauffage de la résistance ainsi que la vitesse du ventilateur sont réglables à l'aide de potentiomètres. Le capteur peut être positionné à trois endroits différents. Le réglage du ventilateur et de la résistance de chauffage influence le temps de réponse ainsi que le gain du système. L'emplacement du capteur modifie le temps de réponse ainsi que le temps de retard pur.

Le système est identifié en boucle ouverte et en boucle fermée.

3.3.1. Boucle ouverte

3.3.1.1. Simulations

Le système de régulation de température peut être modélisé comme un second ordre avec retard sous la forme :

$$\begin{aligned} y(t) &= G(p)e^{-T_R p}u(t) \\ &= \frac{Ke^{-T_R p}}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}u(t) \\ &= \frac{Ke^{-T_R p}}{1+(\tau_1+\tau_2)p+\tau_1\tau_2 p^2}u(t) \\ y(t) &= \frac{Ke^{-T_R p}}{1+a_1 p+a_2 p^2}u(t) \end{aligned} \tag{3.24}$$

Le système de régulation de température est simulé afin de valider l'approche proposée sur un système linéaire possédant un retard pur. Les valeurs choisies des paramètres sont proches de celles obtenues sur une maquette du laboratoire.

Influence de la période d'échantillonnage

On effectue tout d'abord des simulations pour étudier l'influence de la période d'échantillonnage sur la qualité de l'identification. Quatre séries de simulations sont réalisées avec une période d'échantillonnage de 1 ms, 10 ms, 100 ms et enfin 200 ms. Un bruit blanc est ajouté sur la mesure de la sortie afin d'obtenir une RSB de 15 dB. Le signal d'excitation est une SBPA. 100 simulations de Monte Carlo sont réalisées et les moyennes et les écarts-types des paramètres sont calculés, ainsi que la distance paramétrique. La figure 3.15 illustre une réalisation. Les résultats d'identification sont présentés au tableau 3.10.

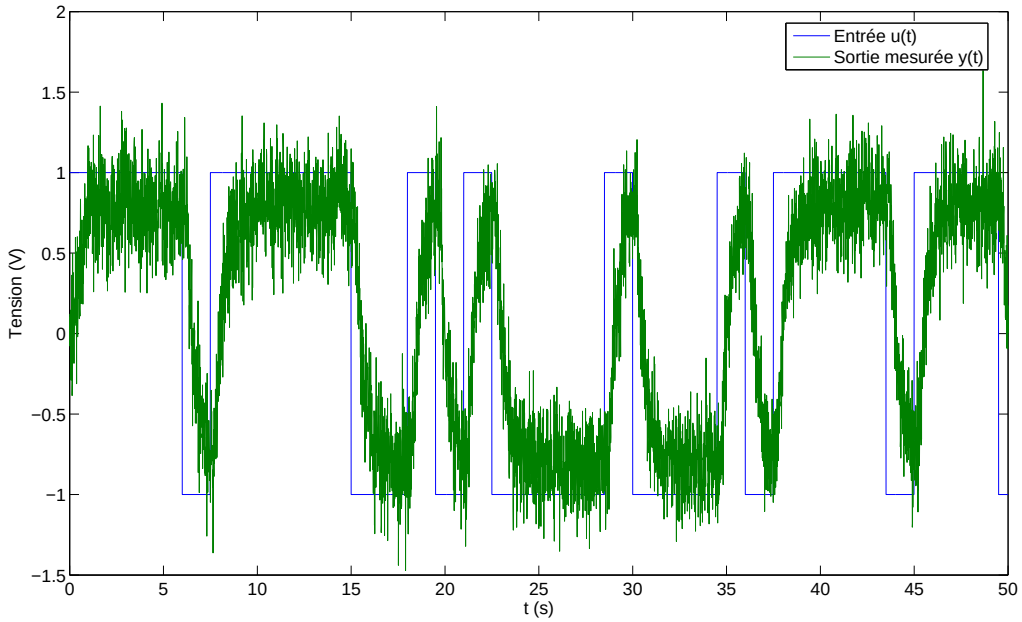


FIGURE 3.15: Processus thermique : signaux d'entrée et de sortie de la simulation en boucle ouverte (RSB 15dB)

Le tableau 3.10 montre que l'algorithme donne de bons résultats pour une période d'échantillonnage de 1 ms et de 10 ms. La période d'échantillonnage la plus faible donne les meilleures valeurs, ce qui est un résultat connu dans le cadre de méthode à temps continu.

Les résultats obtenus avec la période d'échantillonnage de 100 ms sont beaucoup moins bons, surtout pour l'identification du retard. L'utilisation de cette période d'échantillonnage, de l'ordre du temps de retard, montre les limites des méthodes d'identification à

Paramètre	Valeur vraie	Valeur initiale	CTOE Ts=1 ms	CTOE Ts=10 ms	CTOE Ts=100 ms
$\bar{K}$	8×10^{-1}	$6,4 \times 10^{-1}$	$8,0097 \times 10^{-1}$	$8,0173 \times 10^{-1}$	$7,9932 \times 10^{-1}$
σ_K			$\pm 1,19 \times 10^{-3}$	$\pm 4,23 \times 10^{-3}$	$\pm 6,59 \times 10^{-3}$
$\bar{a}_1$	5×10^{-1}	4×10^{-1}	$5,0145 \times 10^{-1}$	$5,0205 \times 10^{-1}$	$5,0208 \times 10^{-1}$
σ_{a_1}			$\pm 2,90 \times 10^{-3}$	$\pm 9,58 \times 10^{-3}$	$\pm 3,01 \times 10^{-2}$
$\bar{a}_2$	4×10^{-2}	$3,2 \times 10^{-2}$	$4,0645 \times 10^{-2}$	$4,0791 \times 10^{-2}$	$4,2819 \times 10^{-2}$
σ_{a_2}			$\pm 1,67 \times 10^{-3}$	$\pm 5,89 \times 10^{-3}$	$\pm 1,81 \times 10^{-2}$
$\bar{T}_R$	$1,5 \times 10^{-1}$	1×10^{-1}	$1,4722 \times 10^{-1}$	$1,3836 \times 10^{-1}$	$0,97607 \times 10^{-1}$
σ_{T_R}			$\pm 3,51 \times 10^{-3}$	$\pm 1,13 \times 10^{-2}$	$\pm 3,50 \times 10^{-2}$
Distance paramétrique			0,54	1,8	6,2
Nombre moyen d'itérations			4,83	4,63	9,49

TABLE 3.10: Processus thermique : influence de la période d'échantillonnage sur l'identification en boucle ouverte

temps continu lorsque T_s est grande. Dans ce cas l'utilisation de modèles discrets serait plus appropriée.

La période d'échantillonnage de 10 ms donne le meilleur compromis entre nombre de points et résultats obtenus.

Influence de la valeur initiale du temps de retard

Une seconde série de simulations est effectuée afin d'étudier l'influence de la valeur initiale du temps de retard sur la qualité d'identification. La période d'échantillonage choisie est de 10 ms. Comme dans le test précédent, on ajoute un bruit blanc de mesure sur la sortie afin d'obtenir un RSB de 15 dB. Le signal d'excitation est une SBPA présentée à la figure 3.15. La méthode à erreur de sortie est initialisée en utilisant la VI avec FVE (IVSVF) avec une valeur du paramètre du filtre $\lambda = 2,5$ rad/s, donnant de bons résultats, et une valeur initiale du retard égale à la valeur réelle. Les valeurs du retard choisies sont 0,05 s, 0,1 s et enfin 0,15 s. Les résultats obtenus sont présentés au tableau 3.12.

L'analyse du tableau 3.11 nous montre que la méthode proposée donne de bons résultats, même en présence d'une mauvaise estimation initiale du retard. En effet, dans le pire des cas la méthode converge en une moyenne de 10,4 itérations et donne une distance paramétrique de 2,2. Lorsque la valeur du retard initial est plus proche de la valeur réelle, la méthode CTOE converge plus vite et donne une distance paramétrique plus faible. Il faut noter que la distance paramétrique obtenue avec la méthode IVSVF est très faible

Paramètre	Valeur vraie	IVSVF	CTOE $T_{d_{init}} = 0,05$	CTOE $T_{d_{init}} = 0,1$	CTOE $T_{d_{init}} = 0,15$
$\bar{K}$	$0,8$	$7,9996 \times 10^{-1}$	$7,9947 \times 10^{-1}$	$8,0042 \times 10^{-1}$	$7,9984 \times 10^{-1}$
σ_K		$\pm 4,57 \times 10^{-3}$	$\pm 3,95 \times 10^{-3}$	$\pm 3,71 \times 10^{-3}$	$\pm 4,42 \times 10^{-3}$
$\bar{a}_1$	$0,5$	$4,9996 \times 10^{-1}$	$5,0370 \times 10^{-1}$	$5,0155 \times 10^{-1}$	$5,0022 \times 10^{-1}$
σ_{a_1}		$\pm 6,06 \times 10^{-3}$	$\pm 1,15 \times 10^{-2}$	$\pm 1,20 \times 10^{-2}$	$\pm 1,16 \times 10^{-2}$
$\bar{a}_2$	$0,04$	$3,9936 \times 10^{-2}$	$4,3219 \times 10^{-2}$	$4,0693 \times 10^{-2}$	$4,0412 \times 10^{-2}$
σ_{a_2}		$\pm 2,62 \times 10^{-3}$	$\pm 7,03 \times 10^{-3}$	$\pm 7,16 \times 10^{-3}$	$\pm 6,45 \times 10^{-3}$
$\bar{T}_R$	$0,15$	0,15	$1,448 \times 10^{-1}$	$1,4842 \times 10^{-1}$	$1,4952 \times 10^{-1}$
σ_{T_R}			$\pm 1,35 \times 10^{-2}$	$\pm 1,36 \times 10^{-2}$	$\pm 1,23 \times 10^{-2}$
Distance paramétrique		0,67	2,2	2,0	1,8
Nombre moyen d'itérations			10,4	8,9	5,6

TABLE 3.11: Processus thermique : influence de la valeur initiale du retard sur l'identification en boucle ouverte

car la valeur du retard pur utilisée avec cette méthode est égale à la valeur réelle. De plus cette méthode n'estime que trois paramètres au lieu de quatre.

Influence du bruit sur l'identification

Afin de juger du comportement de l'algorithme en fonction du niveau de bruit, on effectue 100 simulations de Monte Carlo avec un RSB de 15 dB et de 5 dB. Le signal de consigne est une SBPA présentée à la figure 3.15. Les valeurs initiales des paramètres ainsi que les résultats obtenus sont présentés au tableau 3.12.

Paramètre	Valeur vraie	Valeur initiale	CTOE 15 dB	CTOE 5 dB
$\widehat{K}$	8×10^{-1}	$6,4 \times 10^{-1}$	$8,0073 \times 10^{-1}$	$8,0061 \times 10^{-1}$
σ_K			$\pm 4,23 \times 10^{-3}$	$\pm 1,09 \times 10^{-2}$
$\widehat{a}_1$	5×10^{-1}	4×10^{-1}	$5,0205 \times 10^{-1}$	$5,0092 \times 10^{-1}$
σ_{a_1}			$\pm 9,58 \times 10^{-2}$	$\pm 3,24 \times 10^{-2}$
$\widehat{a}_2$	4×10^{-2}	$3,2 \times 10^{-2}$	$4,0791 \times 10^{-2}$	$4,1116 \times 10^{-2}$
σ_{a_2}			$\pm 5,89 \times 10^{-3}$	$\pm 2,03 \times 10^{-2}$
$\widehat{T}_R$	$1,5 \times 10^{-1}$	1×10^{-1}	$1,3896 \times 10^{-1}$	$1,3891 \times 10^{-1}$
σ_{T_R}			$\pm 1,13 \times 10^{-2}$	$\pm 4,11 \times 10^{-2}$
Distance paramétrique			1,8	5,8
Nombre moyen d'itérations			4,63	5,01

TABLE 3.12: Processus thermique : résultats de simulation en boucle ouverte pour un RSB de 15 dB et de 5 dB

Les résultats obtenus montrent que lorsque le bruit est plus important, la distance paramétrique et les écarts-types augmentent. Cependant, les valeurs obtenues sont proches des paramètres réels et les écarts-types restent faibles. De plus, le nombre d'itérations varie peu.

Comparaison avec une méthode existante

Enfin, un dernier test est utilisé afin de comparer la méthode à erreur de sortie avec une méthode existante permettant l'identification du retard. Il s'agit d'une méthode hors-ligne itérative, proposée par Ahmed et al. [AHS06, GW08, chap. 11]. Le principe de la méthode repose sur l'utilisation d'un intégrateur comme filtre, faisant apparaître le retard pur dans le vecteur des paramètres. Le modèle peut alors être écrit sous forme régresseur et identifié à l'aide des moindres carrés et de la variable instrumentale. L'algorithme itératif est le suivant :

1. choisir une valeur initiale de $\widehat{A}(p)$ de $\widehat{T}_d$;
2. construire le vecteur de régression $\phi(t)$ et la sortie dérivée filtrée afin de générer le vecteur des paramètres en utilisant les moindres carrés ;
3. construire le vecteur de régression $\phi(t)$, la sortie dérivée filtrée et le vecteur du modèle auxiliaire $\Psi(t)$ afin de générer le vecteur des paramètres en utilisant la variable instrumentale ;
4. reprendre l'étape 3 jusqu'à la convergence.

D'après nos simulations, la méthode proposée par Ahmed semble sensible au bruit. La comparaison est effectuée en utilisant l'entrée de la figure 3.15, avec une période d'échantillonage de 10 ms, et un RSB de 30 dB. Les résultats obtenus sont présentés au tableau

Paramètre	Valeur vraie	Valeur initiale	Méthode Ahmed	CTOE
$\widehat{K}$	8×10^{-1}	$7,2 \times 10^{-1}$	$7,7449 \times 10^{-1}$	$7,9897 \times 10^{-1}$
σ_K			$\pm 1,91 \times 10^{-3}$	$\pm 8,19 \times 10^{-4}$
$\widehat{a}_1$	5×10^{-1}	4×10^{-1}	$4,6553 \times 10^{-1}$	$4,9961 \times 10^{-1}$
σ_{a_1}			$\pm 1,14 \times 10^{-2}$	$\pm 1,21 \times 10^{-3}$
$\widehat{a}_2$	4×10^{-2}	$3,2 \times 10^{-2}$	$4,4678 \times 10^{-2}$	$4,0508 \times 10^{-2}$
σ_{a_2}			$\pm 6,72 \times 10^{-3}$	$\pm 7,29 \times 10^{-4}$
$\widehat{T}_R$	$1,5 \times 10^{-1}$	1×10^{-1}	$1,6559 \times 10^{-1}$	$1,4285 \times 10^{-1}$
σ_{T_R}			$\pm 1,43 \times 10^{-2}$	$\pm 1,42 \times 10^{-3}$
Distance paramétrique			2,60	0,53
Nombre moyen d'itérations			83,3	4,12

TABLE 3.13: Processus thermique : comparaison de deux méthodes

Le tableau 3.13 révèle que la méthode proposée par Ahmed converge avec beaucoup d'itérations, et que la distance paramétrique obtenue est importante pour un faible niveau de bruit. En revanche, la méthode à erreur de sortie converge vite et la distance paramétrique est faible.

Mise en oeuvre de la version récursive

La mise en oeuvre de l'algorithme à erreur de sortie dans sa version récursive utilise la forme (1.75) présentée précédemment avec un facteur d'oubli $\beta = 0$. On effectue une simulation en utilisant une SBPA, une période d'échantillonnage de 10 ms et un RSB d'environ 15 dB. Le schéma de simulation utilisé sou Simulink est présenté à la figure 3.16. Le système à identifier se trouve en haut en gauche. On retrouve les blocs permettant le calcul des fonctions de sensibilité juste en dessous. Il n'y a pas de bloc permettant le calcul de la fonction sensibilité par rapport au retard car on utilise la deuxième forme de l'équation (2.41). Le système simulé se trouve en bas à gauche. Enfin, le bloc es4pc, pour Erreur de Sortie 4 paramètres à temps Continu, est une S-fonction permettant la réalisation de l'algorithme récursif. Le détail des différents blocs, ainsi que le programmation de la S-function sont présentés en annexe A. 5 .1.

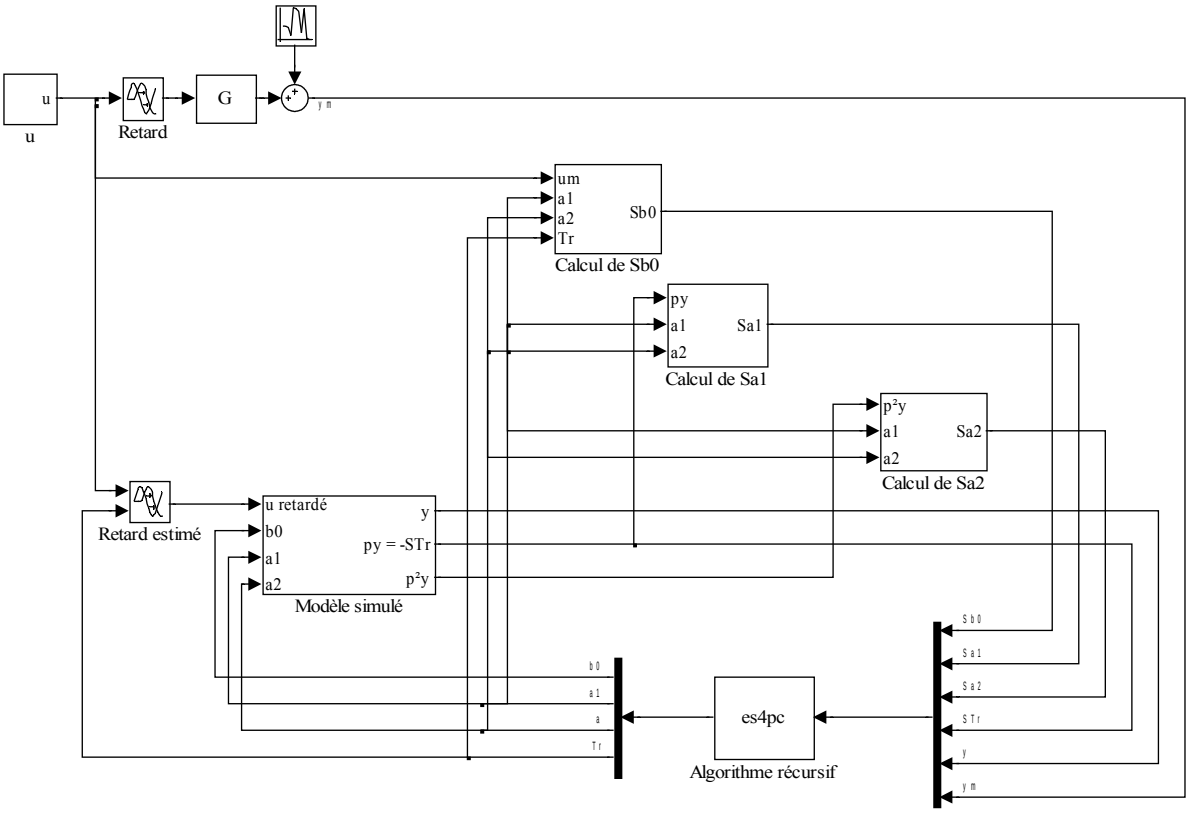


FIGURE 3.16: Schéma Simulink de la simulation de l'algorithme CTOE récursif

La figure 3.17 présente l'évolution de la sortie réelle et de la sortie simulée en fonction du temps. Le tableau 3.14 résume les conditions initiales et les résultats obtenus. Enfin, la figure 3.18 présente l'évolution des paramètres, avec les traits pointillés représentants les paramètres réels.

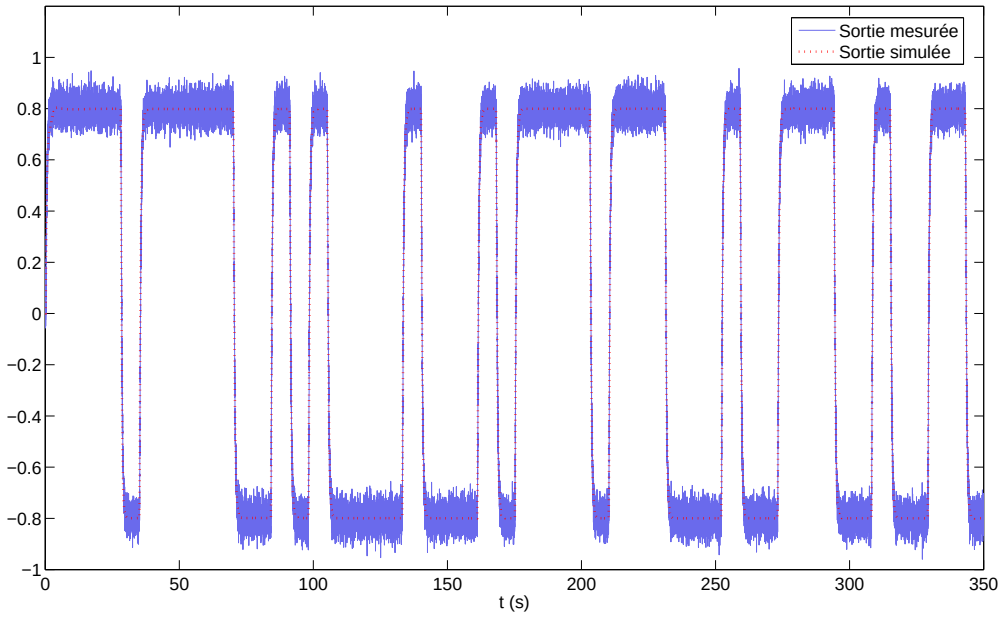


FIGURE 3.17: Processus thermique : sorties mesurée et simulée avec l'algorithme CTOE récursif

Paramètre	Valeur vraie	Valeur initiale	CTOE récursif
$\widehat{K}$	8×10^{-1}	0,72	$7,9982 \times 10^{-1}$
$\widehat{a}_1$	5×10^{-1}	0,42	$5,0159 \times 10^{-1}$
$\widehat{a}_2$	4×10^{-2}	0,034	$4,0243 \times 10^{-2}$
$\widehat{T}_R$	$1,5 \times 10^{-1}$	0,12	$1,4857 \times 10^{-1}$

TABLE 3.14: Processus thermique : conditions de simulation et résultats obtenus avec l'algorithme CTOE récursif

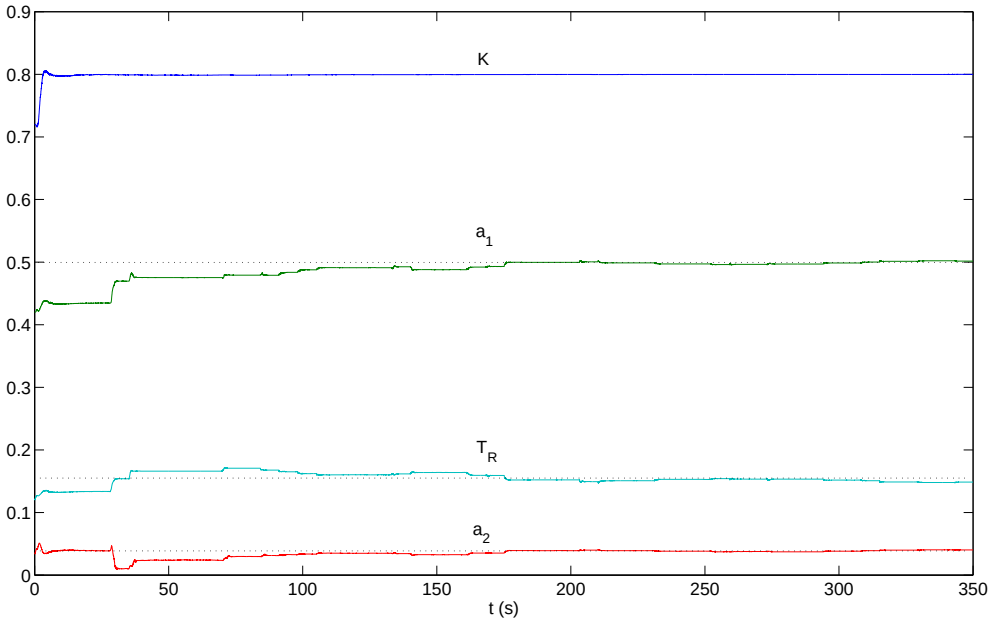


FIGURE 3.18: Processus thermique : évolution des paramètres avec l'algorithme CTOE récursif

La figure 3.17 montre que les sorties mesurée et simulée sont très proches. Les résultats obtenus du tableau 3.14 sont très proches des paramètres exacts. Enfin, la figure 3.18 montre que l'algorithme converge vers la bonne valeur des paramètres.

3.3.1.2. Expérimentation

Des expérimentations sont menées sur le système décrit précédemment. La méthode à erreur de sortie est initialisée à partir de la méthode IVSVF avec un paramètre $\lambda = 2,5$ rad/s. La pétiode d'échantillonage est $T_s = 10$ ms. Les signaux utilisés sont centrés afin de permettre une meilleure identification. La figure 3.19 présente les signaux d'entrée et de sortie utilisés. Pour chaque méthode, on calcule les écarts-types d'estimation de chaque paramètre.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 3.19.

On remarque que les résultats obtenus avec les deux méthodes sont très proches. En effet, la valeur initiale du retard de 0,1 s semble être très proche de la valeur réelle. Ainsi, la méthode IVSVF obtient de bons résultats.

La validation est effectuée à partir d'un autre jeu de données. On calcule pour chaque méthode le coefficient R_T^2 à partir de ce second jeu de données. La figure 3.20 compare les sorties mesurée et simulée avec la méthode CTOE. Les sorties sont très proches, confirmant la qualité d'identification de la méthode.

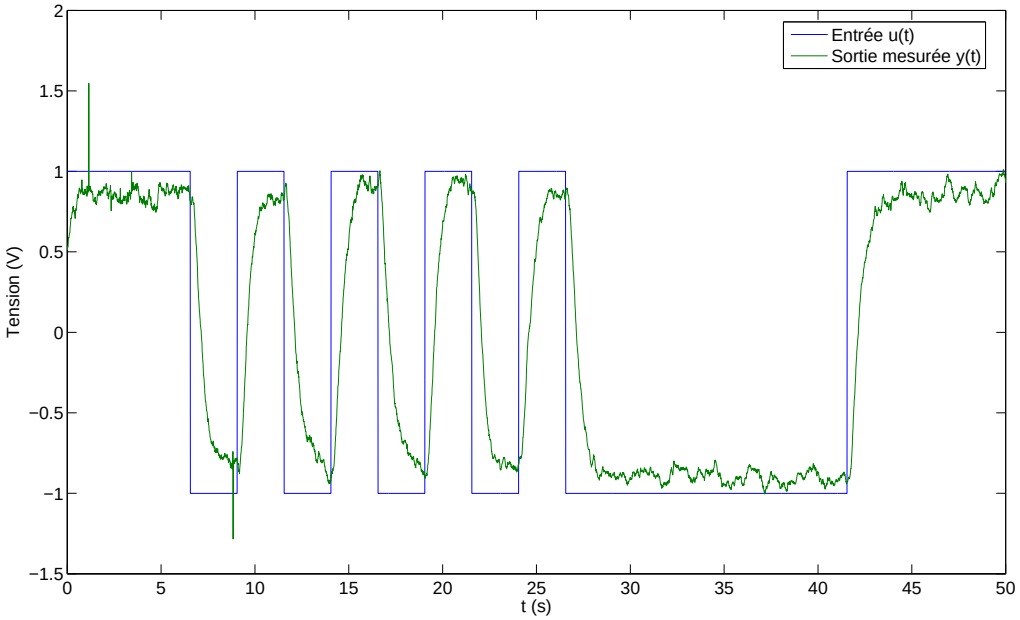


FIGURE 3.19: Processus thermique : signaux d'entrée et de sortie du système expérimental en boucle ouverte

Paramètre	IVSVF	CTOE
$\widehat{K}$	$8,86 \times 10^{-1}$	$8,85 \times 10^{-1}$
σ_K	$\pm\, 6,98 \times 10^{-4}$	$\pm\, 1,24 \times 10^{-3}$
$\widehat{a}_1$	$5,45 \times 10^{-1}$	$5,37 \times 10^{-1}$
σ_{a_1}	$\pm\, 6,77 \times 10^{-4}$	$\pm\, 3,31 \times 10^{-3}$
$\widehat{a}_2$	$5,37 \times 10^{-2}$	$5,28 \times 10^{-2}$
σ_{a_2}	$\pm\, 4,60 \times 10^{-5}$	$\pm\, 2,05 \times 10^{-3}$
$\widehat{T}_R$	1×10^{-1}	$1,19 \times 10^{-1}$
σ_{T_R}		$\pm\, 5,06 \times 10^{-3}$
R^2_T	0,9889	0,9947
J	43,6	13,4
Nombre d'itérations		3

TABLE 3.15: Processus thermique : résultats d'identification du système expérimental en boucle fermée

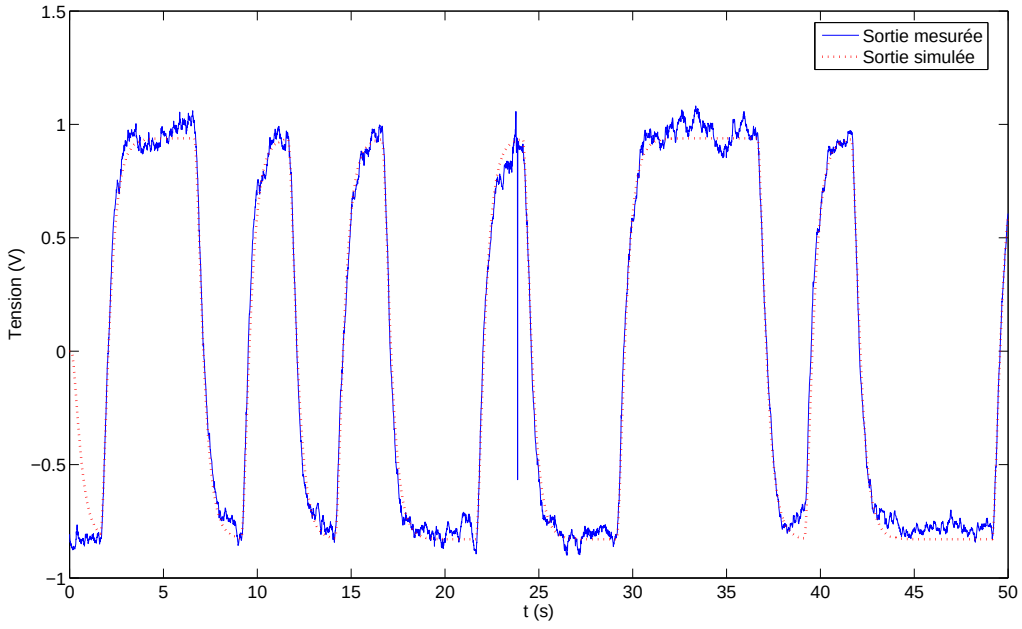


FIGURE 3.20: Processus thermique : comparaison des sorties mesurée et simulée en boucle ouverte

3.3.2. Boucle fermée

3.3.2.1. Simulations

Le système présenté précédemment est asservi en boucle fermée. Le régulateur est un PI réglé à partir de la méthode directe présenté à la section 3.2.1.3. Le système en boucle fermée est choisi pour être de la forme :

$$G_{BF}(p) = \frac{e^{-T_R p}}{(1+\tau_d)^2} \tag{3.25}$$

Le régulateur a ainsi la forme :

$$C(p) = \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{K\,(1+\tau_d)^2 - e^{-T_R p}} \tag{3.26}$$

Pour obtenir un régulateur simple, de type PID, on utilise une approximation du retard en effectuant le développement limité au premier ordre :

$$e^{-T_R p} = 1 - T_R p \tag{3.27}$$

Le régulateur a alors la forme suivante :

$$C(p) = \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{Kp\,(2\tau_d + T_R + \tau_d^2 p)} \tag{3.28}$$

En choisissant un temps de réponse de $\tau_d = 0,2$ s et les paramètres du système, le régulateur a pour valeurs :

$$C(p) = \frac{1 + 0,5p + 0,04p^2}{0,8p\,(0,55 + 0,04p)} \tag{3.29}$$

Influence de la période d'échantillonnage

Comme dans le cas de la boucle ouverte, on étudie tout d'abord l'influence de la période d'échantillonnage sur la qualité de l'identification. Un signal de consigne du type SBPA est appliqué. Un bruit blanc est ajouté afin d'obtenir un RSB sur la sortie de 15 dB. Les périodes d'échantillonnages sont de 1 ms, 10 ms, 100 ms et enfin 200 ms. Les simulations sont réalisées avec 100 réalisations de Monte Carlo. La figure 3.21 montre une réalisation. Les résultats obtenus sont présentés au tableau 3.16.

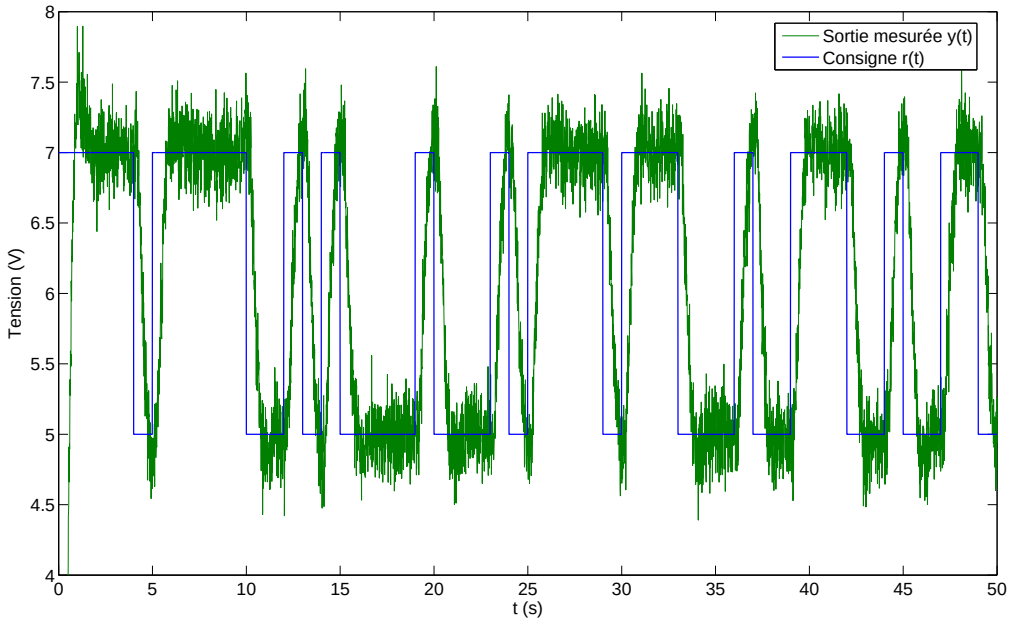


FIGURE 3.21: Processus thermique : signaux d'entrée et de sortie en boucle fermée (15 dB)

Paramètre	Valeur vraie	Valeur initiale	CTCLOE Ts=1ms	CTCLOE Ts=10ms	CTCLOE Ts=100ms	CTCLOE Ts=200ms
$\widehat{K}$	$0,8$	$0,64$	$0,80013$	$0,80003$	$0,79249$	$0,80220$
σ_K			$\pm 0,00156$	$\pm 0,00488$	$\pm 0,0178$	$\pm 0,0279$
$\widehat{a}_1$	$0,5$	$0,4$	$0,50032$	$0,49895$	$0,49515$	$0,50316$
σ_{a_1}			$\pm 0,00205$	$\pm 0,00671$	$\pm 0,0189$	$\pm 0,0302$
$\widehat{a}_2$	$0,04$	$0,032$	$0,040033$	$0,039138$	$0,041911$	$0,04249$
σ_{a_2}			$\pm 0,00120$	$\pm 0,00357$	$\pm 0,00937$	$\pm 0,0121$
$\widehat{T}_R$	$0,15$	$0,1$	$0,14987$	$0,15185$	$0,13687$	$0,14191$
σ_{T_R}			$\pm 0,00241$	$\pm 0,00712$	$\pm 0,0207$	$\pm 0,0261$
Distance paramétrique			0,34	1,05	2,93	3,66
Nombre moyen d'itérations			5,4	4,9	4,9	5,3

TABLE 3.16: Processus thermique : influence de la période d'échantillonnage sur l'identification en boucle fermée

Le tableau 3.16 révèle que l'algorithme donne de bons résultats, quelle que soit la période d'échantillonnage, avec un nombre moyen d'itérations très proches. La diminution de la période d'échantillonnage permet de diminuer les écarts-types, ainsi que la distance paramétrique.

En utilisant la période d'échantillonnage de 200 ms, le temps de retard devient une

fraction de la période d'échantillonnage. Les résultats obtenus avec cette période d'échantillonnage restent cependant sont très bons.

Enfin, la comparaison de ces résultats avec ceux obtenus en boucle ouverte (cf. tableau 3.10) permet d'affirmer que les résultats sont meilleurs en boucle fermée. Cette différence provient de l'utilisation du filtrage en $\frac{S}{\widehat{P}}$ en boucle fermée, plus efficace que le filtrage en $\frac{1}{\widehat{A}}$ de la boucle ouverte. La figure 3.22 présente le tracé de Bode du filtre et du système en boucle ouverte, avec un gain unitaire. On constate de nouveau les bonnes propriétés de filtrage, avec un filtre passe-bande.

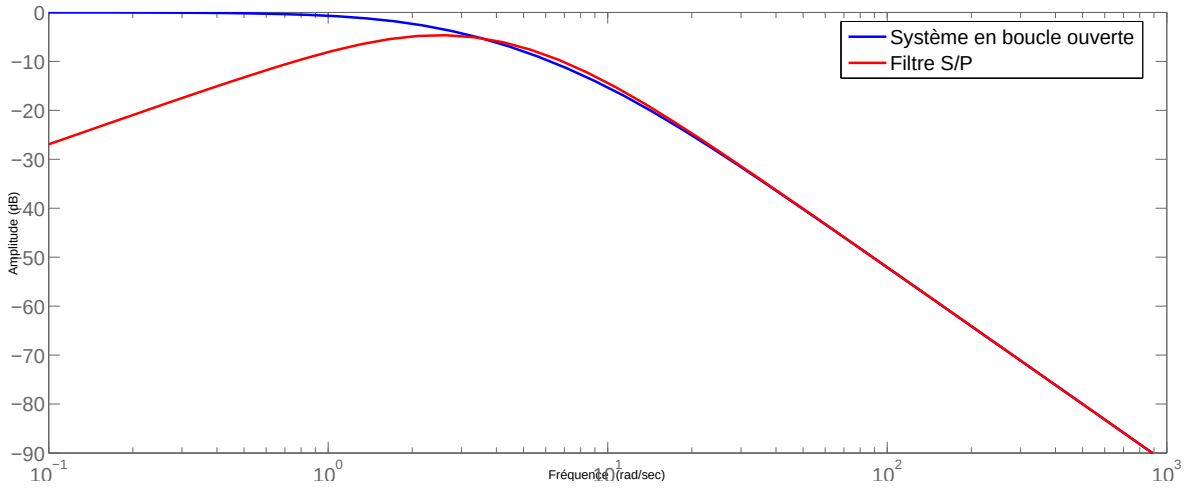


FIGURE 3.22: Processus thermique : tracé de Bode du système en boucle ouverte et du filtre $\frac{S}{\widehat{P}}$

Influence du niveau de bruit

L'influence du niveau de bruit sur l'algorithme est étudiée en effectuant des simulations avec un niveau de bruit de 15 dB et de 5 dB. Le signal d'excitation utilisé est une SBPA présentée à la figure 3.21 avec une sortie présentant un RSB de 15 dB et à la figure 3.23 pour un RSB de 5dB. Le tableau 3.17 présente les résultats obtenus.

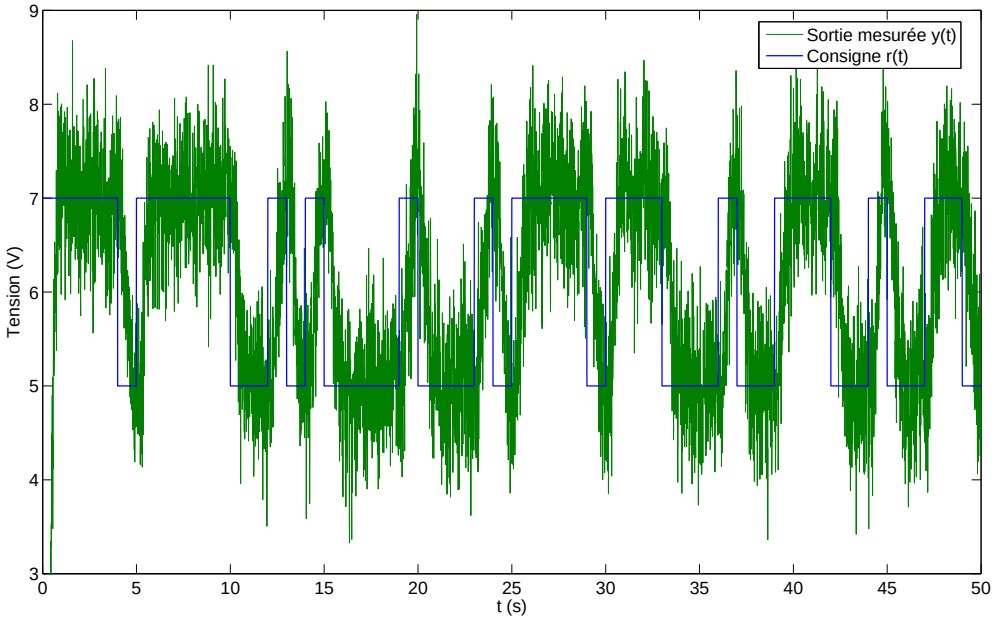


FIGURE 3.23: Processus thermique : signaux d'entrée et de sortie en boucle fermée (5 dB)

Paramètre	Valeur vraie	Valeur initiale	CTOE 15dB	CTOE 5dB
K	8×10^{-1}	$6,4 \times 10^{-1}$	$8,0003 \times 10^{-1}$	$8,0053 \times 10^{-1}$
σ_K			$\pm 4,88 \times 10^{-3}$	$\pm 1,54 \times 10^{-2}$
$\widehat{a}_1$	5×10^{-1}	4×10^{-1}	$4,9895 \times 10^{-1}$	$4,9686 \times 10^{-1}$
σ_{a_1}			$\pm 6,71 \times 10^{-3}$	$\pm 2,36 \times 10^{-2}$
$\widehat{a}_2$	4×10^{-2}	$3,2 \times 10^{-2}$	$3,9138 \times 10^{-2}$	$3,8879 \times 10^{-2}$
σ_{a_2}			$\pm 3,57 \times 10^{-3}$	$\pm 1,32 \times 10^{-2}$
$\widehat{T}_R$	$1,5 \times 10^{-1}$	1×10^{-1}	$1,5185 \times 10^{-1}$	$1,5293 \times 10^{-1}$
σ_{T_R}			$\pm 7,12 \times 10^{-3}$	$\pm 2,72 \times 10^{-2}$
Distance paramétrique			1,05	3,79
Nombre moyen d'itérations			4,9	5,51

TABLE 3.17: Processus thermique : influence du niveau de bruit sur l'identification en boucle fermée

L'analyse du tableau 3.17 nous révèle que la méthode estime les paramètres sans biais,

avec un faible écart-type. Lorsque le niveau de bruit devient plus important (5 dB), les écarts-types sont plus importants mais restent cependant raisonnables.

3.3.2.2. Expérimentations

La méthode d'identification est testée sur le système en boucle fermée. Le régulateur est paramétré à l'aide de la méthode directe. On utilise le modèle du régulateur défini par (3.28), avec une constante de temps désirée $\tau_d = 0,3$ s et avec les paramètres suivants, proches des résultats obtenus en boucle ouverte :

$$K = 0,9,\ a_1 = 0,5,\ a_2 = 0,05,\ T_R = 0,12 \tag{3.30}$$

Le régulateur obtenu a ainsi la forme :

$$C(p) = \frac{0,05p^2 + 0,5p + 1}{0,081p^2 + 0,648p} \tag{3.31}$$

La période d'échantillonnage est $T_s = 10$ ms. La figure 3.24 présente les signaux utilisés pour l'identification. Un deuxième jeu de données permet la validation en comparant les sorties réelle et simulée. Cette comparaison est présentée à la figure 3.25. Enfin, le tableau 3.18 résume les résultats obtenus.

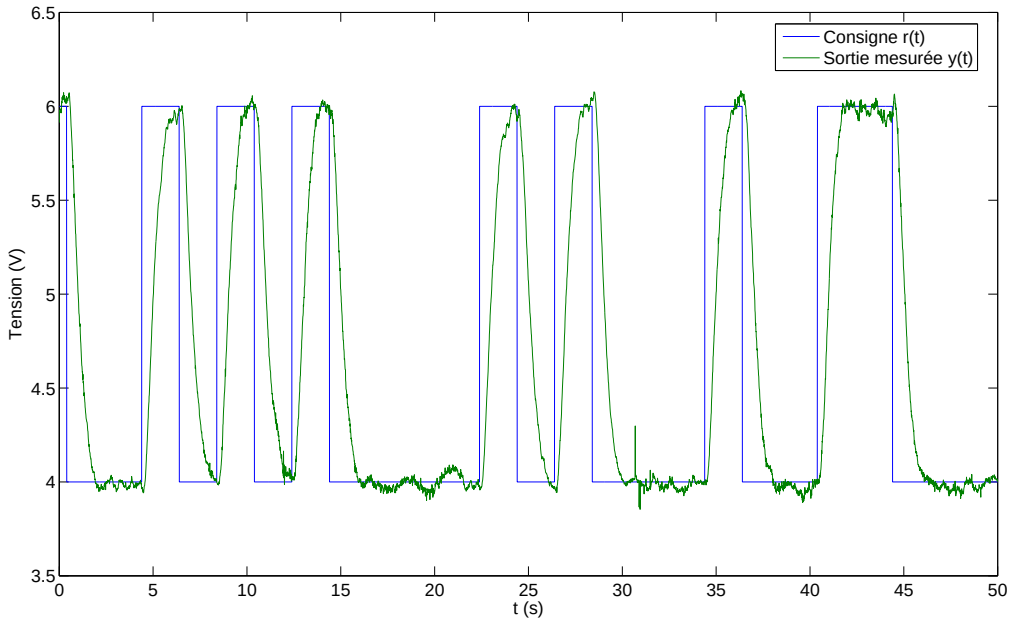


FIGURE 3.24: Processus thermique : signaux d'entrée et de sortie du système expérimental en boucle fermée

Paramètre	Valeur initiale	CTCLOE
$\widehat{K}$	8×10^{-1}	$9,62 \times 10^{-1}$
σ_K		$\pm 1,4 \times 10^{-3}$
$\widehat{a}_1$	5×10^{-1}	$5,33 \times 10^{-1}$
σ_{a_1}		$\pm 1,5 \times 10^{-3}$
$\widehat{a}_2$	5×10^{-2}	$5,91 \times 10^{-2}$
σ_{a_2}		$\pm 8,9 \times 10^{-4}$
$\widehat{T}_R$	1×10^{-1}	$1,06 \times 10^{-1}$
σ_{T_R}		$\pm 1,9 \times 10^{-3}$
J		6,02
R_T^2		0,9979
Nombre d'itérations		5

TABLE 3.18: Processus thermique : résultats d'identification du système expérimental en boucle fermée

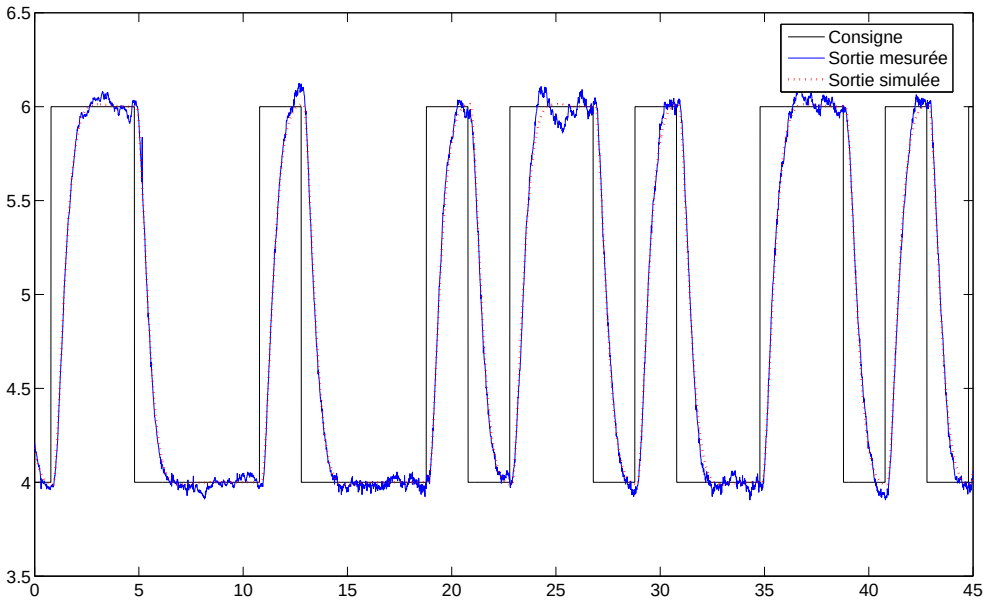


FIGURE 3.25: Processus thermique : comparaison des sorties mesurée et simulée en boucle fermée

L'observation du tableau 3.18 montre un coefficient de corrélation très proche de 1. La figure 3.25 confirme cela : les sorties réelle et simulée sont très proches.

3.3.3. Conclusions

La méthode à erreur de sortie permet l'identification de systèmes linéaires comprenant un retard pur, en boucle ouverte et en boucle fermée.

En boucle ouverte, la méthode présente de bonnes propriétés face au niveau de bruit. Elle se révèle en revanche moins efficace lors de l'utilisation d'une période d'échantillonnage trop élevée par rapport à la valeur du retard. La mise en oeuvre de la version récursive montre de bons résultats.

En boucle fermée, l'algorithme à erreur de sortie est peu sensible à la période d'échantillonnage et présente de bonnes propriétés face au niveau de bruit, certainement grâce au filtrage intrinsèque de la méthode.

3.4. Conclusions

La méthode présentée au chapitre 2 a été appliquée sur de nombreux processus, en simulation et en expérimentation.

Concernant le système banc d'essai, les résultats obtenus, en boucle ouverte et en boucle fermée sont très proches de ceux obtenus avec la Variable Instrumentale Optimale, connue pour sa précision. De manière générale la méthode à erreur de sortie donne des paramètres plus proches des paramètres réels, mais avec un écart-type plus important.

L'application de la méthode à erreur de sortie sur un système non linéaire en boucle fermée, linéarisé autour d'un point de fonctionnement, montre de très bons résultats, confirmés par des tests expérimentaux. Ces résultats mettent en évidence l'utilité du filtrage en $\frac{S}{\hat{P}}$, permettant un centrage des données. La méthode à erreur de sortie en boucle fermée peut ainsi être utilisée directement, sans pré-traitement des données.

Enfin, l'utilisation de la méthode à erreur de sortie pour identifier un système linéaire comportant un retard pur, en boucle ouverte et en boucle fermée, montre de très bons résultats, en simulation et en expérimentation. La méthode est robuste face aux niveaux de bruits importants, et permet une bonne identification du retard. Les meilleurs résultats sont obtenus en boucle fermée, montrant l'apport du filtrage en $\frac{S}{\hat{P}}$.

Chapitre 4

Nouvelle approche d'identification paramétrique de systèmes électromécaniques

Les entraînements électromécaniques sont des systèmes très répandus dans le domaine du transport (trains, avions, véhicules électriques) ou de l'industrie (machines d'usinage, appareils de levage...). La connaissance des paramètres des entraînements est un sujet d'intérêt croissant dans le but d'améliorer le contrôle ou dans un but de surveillance et de diagnostic.

Nous proposons dans ce chapitre une approche d'identification des entraînements électromécaniques. Cette approche est basée sur une modélisation générale de ces entraînements commandés par boucles imbriquées, sur une analyse des signaux temporels internes et sur une corrélation entre ces signaux et les paramètres à identifier. L'approche est appliquée sur l'entraînement en conditions opérationnelles et ne nécessite que les variables internes issues des capteurs utilisés pour l'asservissement du système.

Les modèles utilisés pour l'identification des entraînements à courant continu et synchrone sont tout d'abord présentés. Les profils d'excitation permettant l'identification sont ensuite décrits. Enfin, l'approche proposée est détaillée pour l'identification d'un entraînement à courant continu et synchrone.

4.1. Modèle général d'identification paramétrique des entraînements électromécaniques

On peut regrouper les entraînements électromécaniques sous la forme d'un modèle générique. Ce modèle est valable :

- pour la machine à courant continu à aimants permanents compensée du point de vue réaction magnétique d'induit, dont le couple est proportionnel au courant d'induit ;
- pour la machine synchrone à aimants permanents autopilotée dont la composante de Park i_d de courant est imposée à zéro et le couple est proportionnel au courant i_q ;
- pour la machine asynchrone à commande vectorielle dont le flux est maintenu

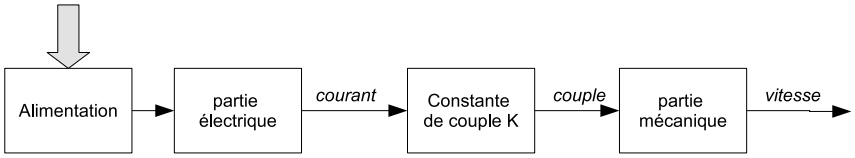


FIGURE 4.1: Schéma d'un entraînement électromécanique

constant et orienté selon l'axe d de Park et dont le couple est proportionnel à la composante de courant i_q.

En utilisant ce modèle, on peut décomposer un entraînement électromécanique en trois parties, comme illustré à la figure 4.1 :

- la partie électrique,
- la partie mécanique,
- la constante de couple.

La constante de couple est un paramètre permettant le passage de la partie électrique à la partie mécanique.

La plupart des structures de commande utilisées pour les entraînements électriques sont de deux formes [LML02, Rie82] : régulation en parallèle ou par boucles imbriquées. Les deux formes possèdent des avantages et des inconvénients. Toutes deux permettent de bonnes performances en réjection de perturbations et en robustesse par rapport aux variations des paramètres du moteur et de sa charge. La régulation en parallèle offre l'avantage d'être généralisable à plusieurs types de charges et de n'effectuer aucune hypothèse concernant la constante de temps électrique. La régulation par boucles imbriquées quant à elle permet de contrôler puis de limiter facilement le courant à travers la boucle de courant [CSS97].

La régulation par boucles imbriquées reste la forme la plus employée. Dans le cas général d'un asservissement de position, on utilise trois boucles de régulation. La première, la boucle interne, est la plus rapide. Elle utilise une structure de régulateur PI (proportionnel intégral) pour la régulation du courant et donc du couple. La seconde, la boucle intermédiaire, emploie elle aussi une structure de régulateur PI pour contrôler la vitesse. Enfin, la boucle externe régule la position à l'aide d'un simple régulateur proportionnel. Cette structure de commande est bien connue et les régulateurs sont faciles à régler [LML02]. Elle permet une réponse rapide en positionnement, une bonne stabilité, des propriétés de robustesse et la limitation du courant [ÅH95, JM95, Leo01].

Dans le cas d'un asservissement de vitesse uniquement, on n'utilise alors que deux boucles : celle de courant, et celle de vitesse.

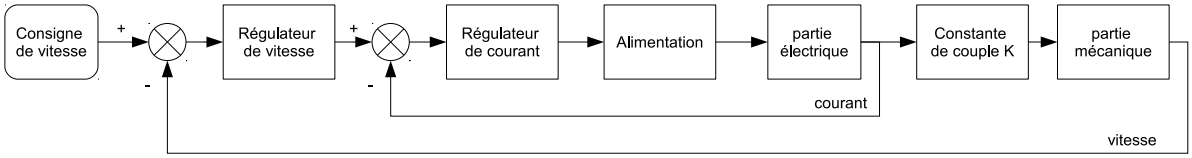


FIGURE 4.2: Structure de commande d'un entraînement électromécanique asservi par boucles imbriquées

La figure 4.2 représente la structure de commande à boucles imbriquées qui sera utilisée pour l'approche d'identification.

4.1.1. Modèle d'identification paramétrique de l'entraînement à courant continu

Le moteur à courant continu est le premier à avoir été utilisé dans le cadre d'un asservissement de vitesse. En effet, son modèle de fonctionnement est connu et maîtrisé et la mise en œuvre de la commande est aussi bien maîtrisée. Cependant, le moteur à courant continu demande un entretien important et coûteux. La puissance massique importante (rapport de la puissance sur la masse) du moteur à courant continu lui permet de trouver encore sa place dans des systèmes industriels.

Plusieurs modèles peuvent être utilisés pour l'entraînement à courant continu. Le modèle considéré ici est à aimants permanents et à réaction magnétique d'induit compensée. Ce modèle est linéaire, et décrit par deux équations fondamentales :

- l'équation électrique

$$v(t) - K_e\Omega(t) = L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) \tag{4.1}$$

- l'équation mécanique

$$K_T i(t) - T(t) = J\frac{d\Omega(t)}{dt} + f\Omega(t) + C\text{sign}\left(\Omega(t)\right) \tag{4.2}$$

avec :

- $v(t)$ (V) : tension d'alimentation d'induit du moteur,
- $i(t)$ (A) : courant d'induit du moteur,
- $\Omega(t)$ (rad/s) : vitesse angulaire de l'arbre moteur,
- L (mH) : inductance de l'induit,
- R (Ω) : résistance de l'induit,
- K_T $(N.m/A)$: constante de couple,
- K_e $(V/(rad.s^{-1}))$: constante de force contre-électromotrice,
- J $kg.m^2)$: inertie totale de l'entraînement ramenée sur l'arbre moteur,
- f $(N.m/(rad.s^{-1}))$: coefficient de frottements visqueux total au niveau de l'arbre moteur,

- C $(N.m)$: couple de frottements secs total,
- $T(t)$ $(N.m)$: couple instantané de charge.

Nous nous intéressons dans ce mémoire à l'identification de paramètres constants. Ainsi, le couple instantané de charge $T(t)$ est supposé constant (moteur à vide ou à charge constante) durant la phase d'identification. Pour simplifier le modèle, on pose $C_r = T + C$ le couple résistant constant.

De plus, dans le cas d'une machine à courant continu compensée à aimants permanents, on a $K = K_T = K_e$ dans le système d'unités international.

Enfin, l'identification est développée pour un vitesse $\Omega(t)$ positive. Les développements sont également valables dans le cas de vitesses négatives.

Finalement, les équations (4.1) et (4.2) deviennent :

$$v(t) - K\Omega(t) = L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) \tag{4.3}$$

$$Ki(t) = J\frac{d\Omega(t)}{dt} + f\Omega(t) + C_r\Omega(t) \tag{4.4}$$

En utilisant l'opérateur de dérivation $p = \frac{d}{dt}$, le modèle de l'entraînement électromécanique à courant continu s'écrit :

$$i(t) = \frac{1}{Lp + R}\left(v(t) - K\Omega(t)\right) \tag{4.5}$$

$$\Omega(t) = \frac{1}{Jp + f}\left(Ki(t) - C_r\right) \tag{4.6}$$

A partir de ces équations, on peut définir deux transferts, représentant respectivement la partie électrique et la partie mécanique :

$$T_e(p) = \frac{1}{Lp + R} \qquad T_m(p) = \frac{1}{Jp + f} \tag{4.7}$$

Le schéma bloc de l'entraînement à courant continu est représenté à la figure 4.3.

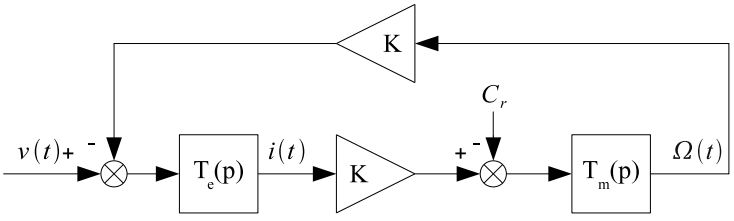


FIGURE 4.3: Modèle d'identification de l'entraînement à courant continu

L'entraînement à courant continu est utilisé en boucle fermée avec une structure à boucles imbriquées. La figure 4.4 présente le schéma du modèle de l'entraînement à courant continu ainsi que le contrôle en boucles imbriquées.

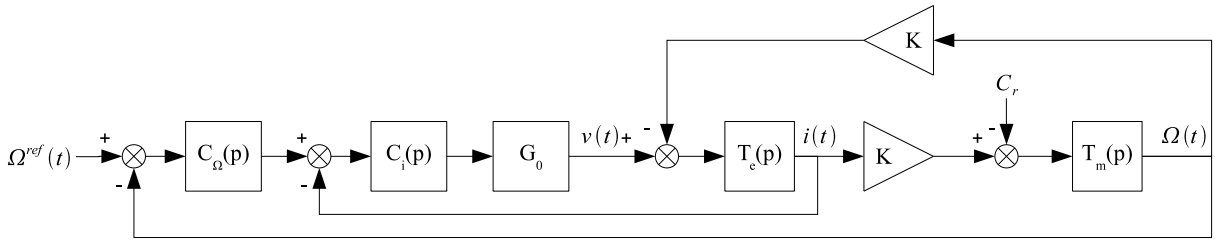


FIGURE 4.4: Structure de commande de l'entraînement à courant continu asservi en boucles imbriquées

$\Omega^{ref}(t)$ est la vitesse de consigne, $C_\Omega(p)$ et $C_i(p)$ sont respectivement les régulateurs de vitesse et de courant, G_0 représente l'alimentation assimilée à un gain, K est la constante de couple ; enfin $T_e(p)$ et $T_m(p)$ sont respectivement les fonctions de transfert de la partie électrique et mécanique définies par (4.7).

4.1.2. Modèle d'identification paramétrique de l'entraînement synchrone

L'entraînement électromécanique synchrone est constitué d'une machine triphasée synchrone et de sa charge mécanique. La machine synchrone considérée ici est à aimants permanents avec pôles lisses. La saturation et les effets de dépassement sont aussi négligés.

Pour modéliser cet entraînement, on utilise la transformée de Park [OEHB08]. Celle-ci permet de transformer un système triphasé à signaux alternatif en un système à signaux continus. Le contrôle du système est ainsi plus aisé. On obtient ainsi un système modélisé par les équations suivantes, couplées et non linéaires, pour la partie électrique du système :

$$v_d(t) = R_s i_d(t) + L\frac{di_d(t)}{dt} - N_p L\Omega(t) i_q(t) \tag{4.8}$$

$$v_q(t) = R_s i_q(t) + L\frac{di_q(t)}{dt} + N_p L\Omega(t) i_d(t) + N_p\Omega(t)\sqrt{\frac{3}{2}}\psi_{sf} \tag{4.9}$$

Avec :

- ψ_{sf} (Wb) : valeur crête du flux magnétique à travers les bobinages du stator
- $v_d(t)$, $v_q(t)$ (V) : tensions équivalentes sur les axes d et q
- $i_d(t)$, $i_q(t)$ (A) : courants équivalents sur les axes d et q
- $\Omega(t)$ (rad/s) : vitesse de rotation de la machine
- L (H) : inductance équivalente sur les axes d et q
- R_s (Ω) : résistance au stator

– N_p : nombre de paires de pôles

Le couple électromagnétique C_{em} développé par le moteur peut être écrit de la manière suivante :

$$C_{em}(t) = \sqrt{\frac{3}{2}} N_p \psi_{sf} i_q(t) \tag{4.10}$$

On remarque que le couple est dépendant directement du courant i_q. En utilisant une machine à aimants permanents, le flux ψ_{sf} est constant. On peut alors noter $K_T = \sqrt{\frac{3}{2}} N_p \psi_{sf}$ la constante de couple. L'équation (4.10) devient :

$$C_{em}(t) = K_T i_q(t) \tag{4.11}$$

En utilisant les mêmes hypothèses pour la charge que dans le cas de l'entraînement à courant continu (cf. section 4.1.1), la partie mécanique de l'entraînement est modélisée par :

$$C_{em}(t) = J\frac{d\Omega(t)}{dt} + f\Omega(t) + C_r \tag{4.12}$$

avec :
– J $(kg.m^2)$: inertie des parties en mouvement ramenée sur l'arbre,
– f $(N.m/\left(rad.s^{-1}\right))$: coefficient de frottement visqueux,
– C_r $(N.m)$: couple de frottements secs.

En utilisant les équations (4.11) et (4.12), on obtient l'équation suivante :

$$K_T i_q(t) = J\frac{d\Omega(t)}{dt} + f\Omega(t) + C_r \tag{4.13}$$

En utilisant l'opérateur de dérivation $p = \frac{d}{dt}$, la partie électrique de l'entraînement synchrone est modélisée par :

$$\begin{cases} i_d(t) = \dfrac{1}{Lp + R_s}\left(v_d(t) - e_d(t)\right) \\ i_q(t) = \dfrac{1}{Lp + R_s}\left(v_q(t) - e_q(t)\right) \end{cases} \tag{4.14}$$

avec

$$\begin{cases} e_d = -N_p L \Omega(t) i_q(t) \\ e_q = \Omega(t)\left(N_p L i_d(t) + K_T\right) \end{cases} \tag{4.15}$$

où e_d et e_q sont les forces contre électromotrices sur les axes d et q. Ces forces contre-électromotrices montrent le couplage entre les axes d et q.

La partie mécanique de l'entraînement est modélisée par :

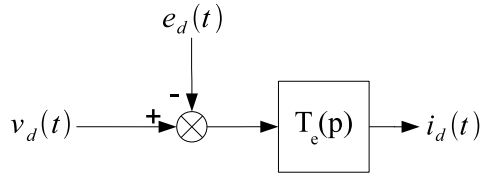
$$\Omega(t) = \frac{1}{Jp + f}\left(K_T i_q(t) - C_r\right) \tag{4.16}$$

On remarque que l'équation (4.16) a la même forme que l'équation (4.6) de l'entraînement à courant continu. Le courant i_q est analogue à i dans le cas continu, et la constante de couple K_T est analogue à K dans le cas continu.

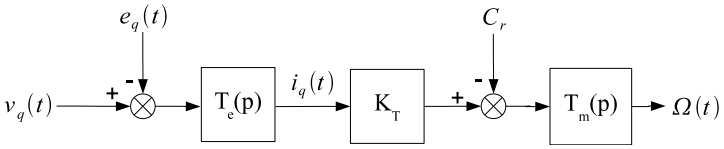
Les équations (4.14) et (4.16) permettent de définir les transferts respectifs de la partie électrique et de la partie mécanique :

$$T_e(p) = \frac{1}{Lp + R_s} \qquad T_m(p) = \frac{1}{Jp + f} \tag{4.17}$$

Le schéma général de l'entraînement synchrone est présenté à la figure 4.5.



(a) axe d



(b) axe q

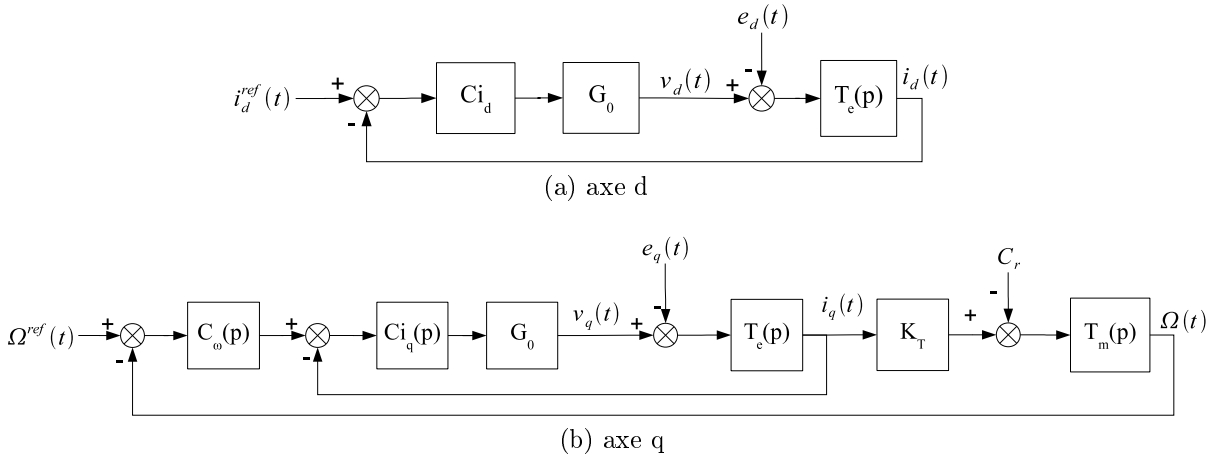
FIGURE 4.5: Modèle d'identification de l'entraînement synchrone dans le référentiel d-q

L'entraînement synchrone modélisé par la transformée de Park possède deux axes de contrôle. Plusieurs stratégies de commande sont possibles, suivant l'objectif de régulation et le type d'optimisation recherché.

L'équation (4.10) montre que le couple est seulement dépendant du courant i_q. Plusieurs choix pour la référence de i_d sont alors possibles et on choisit d'imposer $i_d^{ref} = 0$ afin de simplifier la commande et de limiter par la même occasion l'effet Joule. De plus, l'équation de la tension v_q selon l'axe q devient similaire au cas de l'entraînement à courant continu.

L'entraînement est asservi en vitesse à l'aide de la structure à boucles imbriquées présentée à la figure 4.2. Ainsi, sur l'axe q la régulation est effectuée de la manière suivante :

– une boucle interne permet la régulation du couple à travers le courant $i_q(t)$,



(a) axe d

(b) axe q

FIGURE 4.6: Modèle d'identification de l'entraînement synchrone asservi en vitesse dans le référentiel d-q

– une boucle externe est ajoutée pour la régulation de la vitesse de rotation de l'arbre $\Omega(t)$.

La régulation sur l'axe d ne comporte qu'une seule boucle permettant l'asservissement du courant i_d. La figure 4.6 présente la stratégie de commande.

$Ci_d(p)$, $Ci_q(p)$ et $C_\omega(p)$ sont des régulateurs PI. G_0 modélise l'alimentation de l'entraînement, permettant la conversion d'une tension de commande de faible niveau à une tension de commande de fort niveau v_d et v_q. $T_e(p)$ et $T_m(p)$ sont les fonctions de transfert des parties électriques et mécaniques. i_d^{ref} est le courant de référence imposé à zéro pour la boucle de courant i_d.

4.2. Profils d'excitation utilisés pour l'identification

La plupart des méthodes d'identification utilisent des signaux d'entrée spécifiques, par exemple une SBPA, pour exciter suffisamment le système. C'est le cas de la méthode à erreur de sortie présentée au chapitre 2 et des méthodes présentées au chapitre 1. Cependant, l'utilisation prolongée d'une SBPA peut nuire à certains systèmes, et notamment les entraînements électromécaniques. La nature hybride, électrique et mécanique, de ces systèmes demande la prise en compte des éléments des deux natures afin de limiter leur dégradation.

Une SBPA peut être vue comme une succession d'échelons. L'utilisation d'un signal d'excitation de type échelon de vitesse sur un entraînement électromécanique génère un pic de couple pour pouvoir accélérer la charge mécanique. En effet, il faut alors mettre en mouvement une charge précédemment immobile, et vaincre la force de Coulomb, de sens

opposé au mouvement. Le pic de couple se traduit par une forte contrainte mécanique. Le couple mécanique provenant du courant consommé, il se produit alors un pic de courant. Par conséquent, à la fois les éléments mécaniques doivent être résistants à la contrainte mécanique et les éléments électriques doivent être capables de supporter cette grande quantité de courant.

Pour limiter les contraintes mécaniques, on utilise alors des signaux de commande suivant des profils de mouvement définis. En robotique et en commande d'axes de machines-outils, il existe plusieurs types de mouvements appliqués à l'entraînement électrique en fonction de l'utilisation [Spo89, Spr98]. Une étude complète de l'influence du profil sur les vibrations d'un système est faite dans [BBD+05]. Parmi les profils existants, deux sont les plus couramment utilisés : le profil à vitesse trapézoïdale et le profil à jerk [1] commandé. Ces profils seront utilisés comme excitation naturelle pour l'identification des paramètres.

4.2.1. Profil d'excitation à vitesse trapézoïdale

Le profil à vitesse trapézoïdale permet d'adoucir les contraintes de charge (mécaniques et électriques) pendant la phase d'accélération. Il est fréquemment utilisé, par exemple dans le cas d'une machine-outil, pendant chaque mouvement avant usinage, ou pendant chaque changement d'outil, et dans le cas d'un robot durant chaque mouvement avant l'exécution d'une tâche. Ce profil est aussi nommé "bang-bang" en raison du changement brusque de l'accélération. Ce profil peut être découpé en trois phases. La figure 4.7 illustre l'accélération, la vitesse ainsi que la trajectoire correspondante.

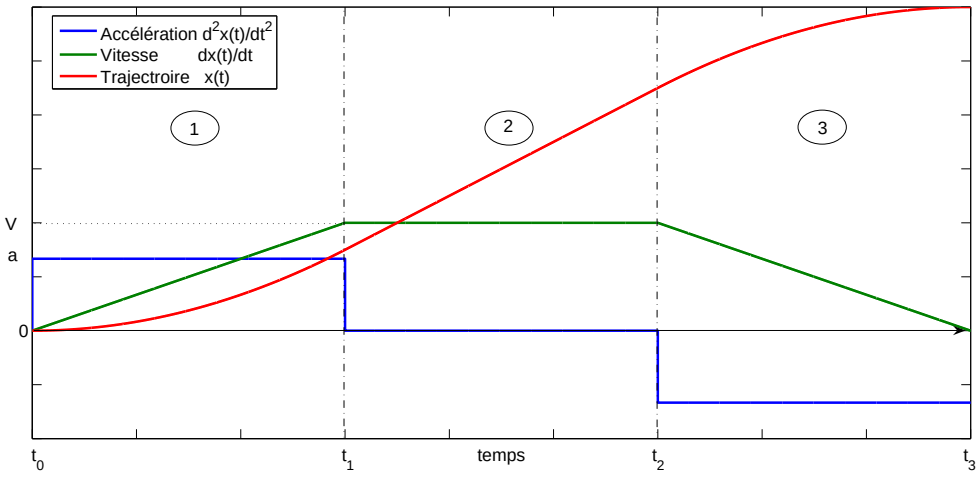


FIGURE 4.7: Profil d'excitation à vitesse trapézoïdale

1. Le jerk est la dérivée de l'accélération.

La première phase du profil, appelée phase d'accélération, se situe entre t_0 et t_1. La seconde phase, entre t_1 et t_2, se nomme phase à vitesse constante. Enfin, la troisième phase, entre t_2 et t_3, est appelée phase de décélération. Les expressions mathématiques de la trajectoire $x(t)$, de la vitesse $\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ et de l'accélération $\ddot{x}(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$ sont données par les équations suivantes :

– dans l'intervalle $[t_0, t_1]$: phase d'accélération

$$\ddot{x}(t) = a \tag{4.18}$$
$$\dot{x}(t) = at \tag{4.19}$$
$$x(t) = \frac{a}{2}t^2 \tag{4.20}$$

– dans l'intervalle $[t_1, t_2]$: phase à vitesse constante

$$\ddot{x}(t) = 0 \tag{4.21}$$
$$\dot{x}(t) = V \tag{4.22}$$
$$x(t) = Vt + \frac{a}{2}t_1^2 \tag{4.23}$$

– et dans l'intervalle $[t_2, t_3]$: phase de décélération

$$\ddot{x}(t) = -a \tag{4.24}$$
$$\dot{x}(t) = -at + V \tag{4.25}$$
$$x(t) = -\frac{a}{2}t^2 + Vt + Vt_2 + \frac{a}{2}t_1^2 \tag{4.26}$$

où a est la valeur constante de l'accélération et V la valeur de la vitesse durant la seconde phase (cf. figure 4.7) .

4.2.2. Profil d'excitation à jerk commandé

Le jerk est la dérivée de l'accélération. L'utilisation d'un profil à jerk commandé permet de limiter les vibrations qui sont sources d'erreurs de précision et d'usure des entraînements mécaniques. Ce profil est particulièrement employé pour des déplacements rapides de grandes inerties. La figure 4.8 illustre les profils de jerk, d'accélération, de vitesse et enfin de position.

Par rapport au profil précédent, la variation de l'accélération est moins brusque. L'utilisation d'une valeur de jerk constante par morceaux permet d'obtenir des rampes d'accélération moins contraignantes pour le système que l'échelon du premier profil. Comme l'accélération et le couple de l'entraînement sont analogues, les contraintes de couples sont limitées.

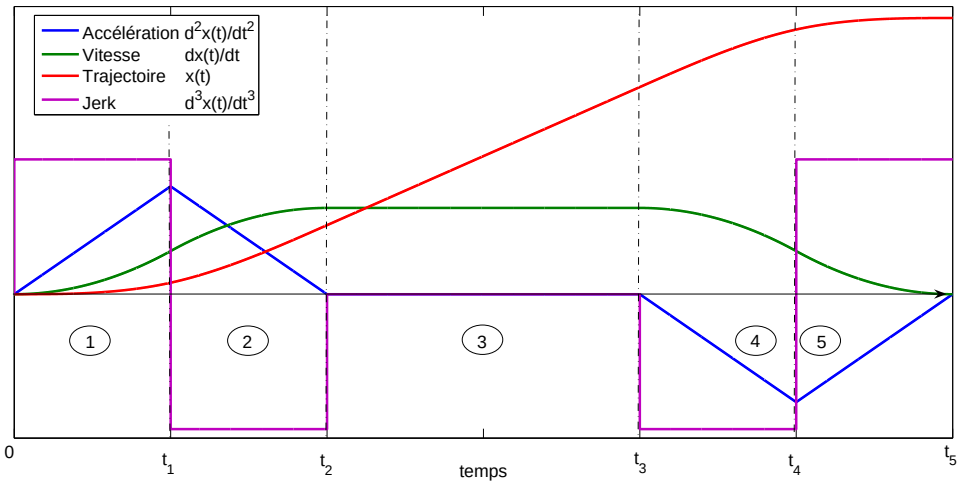


FIGURE 4.8: Profil d'excitation à jerk commandé

Ce profil d'excitation est composé de cinq phases. Les deux premières phases, respectivement de t_0 à t_1, et de t_1 à t_2, permettent l'accélération. La troisième phase, de t_2 à t_3 est à vitesse constante. La quatrième et la cinquième phase, repectivement de t_3 et t_4, et de t_4 à t_5, constituent une décélération.

Nous montrerons plus loin que seule la première phase (de 0 à t_1) est suffisante pour l'identification de l'ensemble des paramètres physiques. Par conséquent, nous nous limitons à la seule mise en équation de la trajectoire $x(t)$, de la vitesse $\dot{x}(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ et de l'accélération $\ddot{x}(t) = \dfrac{d^2x(t)}{dt^2}$ durant cette phase. Ainsi, dans l'intervalle $[0, t_1]$, les variables décrivent les polynômes temporels suivants :

$$\frac{d\ddot{x}(t)}{dt} = j \tag{4.27}$$

$$\ddot{x}(t) = jt \tag{4.28}$$

$$\dot{x}(t) = \frac{j}{2}t^2 \tag{4.29}$$

$$x(t) = \frac{j}{6}t^3 \tag{4.30}$$

où j est la valeur constante du jerk.

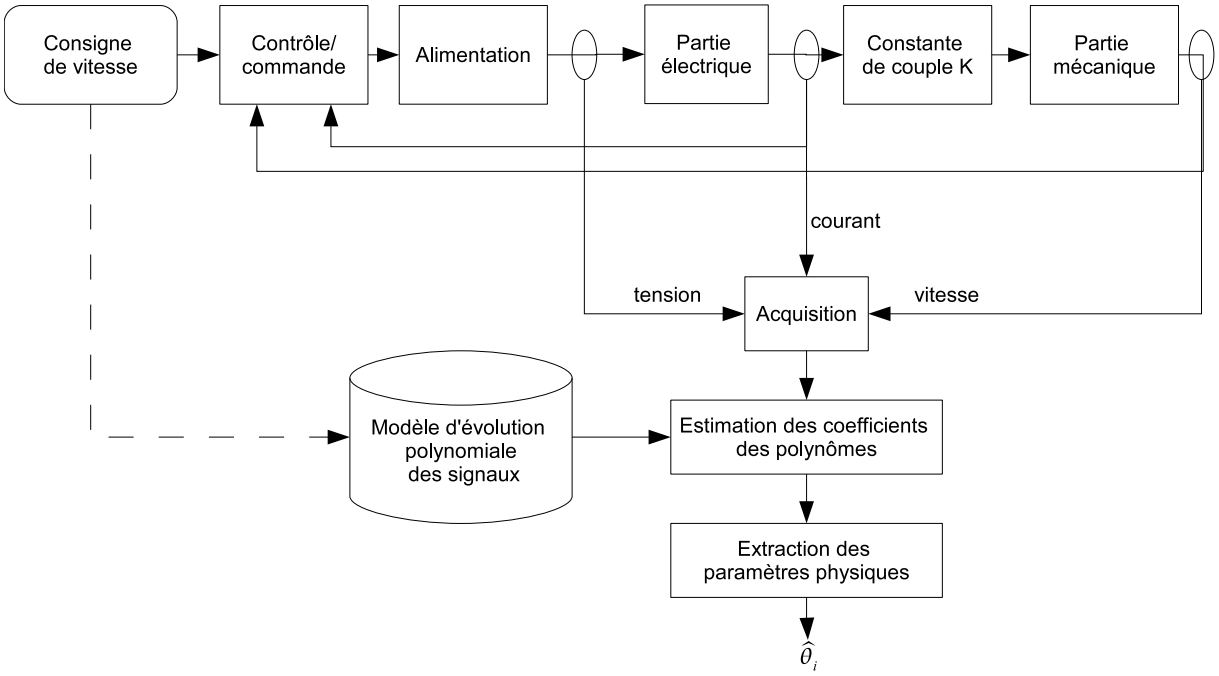


FIGURE 4.9: Principe de l'approche d'identification

4.3. Nouvelle approche d'identification des entraînements électromécaniques en boucles imbriquées

L'approche que nous allons décrire est basée sur la connaissance *a priori* de l'évolution dans le temps des variables d'entrée-sortie de la partie mécanique de l'entraînement en boucle fermée ($i(t)$ et $\Omega(t)$ pour l'entraînement à courant continu, $i_q(t)$ et $\Omega(t)$ pour l'entraînement synchrone) et des variables de la partie électrique ($v(t)$ et $i(t)$ pour l'entraînement à courant continu, $v_d(t)$ et $i_q(t)$ pour l'entraînement synchrone). Ces variables sont des polynômes temporels dont le degré est fonction des profils de mouvement, décrits aux sections 4.2.1 et 4.2.2, et imposés au système pour son bon fonctionnement.

Le diagramme de la figure 4.9 illustre le principe utilisé. Tout d'abord une phase d'acquisition permet d'obtenir l'évolution des signaux de courant, de tension et de vitesse. La connaissance *a priori* de la structure du modèle et du signal de consigne nous permet de connaître la forme des polynômes temporels décrits par les variables. On estime alors les coefficients de ces polynômes. Les paramètres physiques étant fonction de ces coefficients, l'extraction des paramètres physiques est réalisée par résolution d'un système linéaire.

Plusieurs méthodes sont disponibles pour estimer les coefficients des polynômes. On peut utiliser la plus connue, les moindres carrés [Lju99], ou alors les moindres valeurs absolues [RC00], ou bien encore la moindre médiane des carrés. Les deux dernières méthodes permettent surtout de pouvoir ignorer les points dits aberrants, qui sont en dehors du domaine d'étude. Nous choisissons d'utiliser la méthode des moindres carrés, qui permet

d'obtenir des résultats non biaisés dans le cas d'estimation de coefficients de polynômes de signaux temporels, à la condition que le bruit affectant les signaux soit blanc gaussien et de moyenne nulle. L'utilisation de cette méthode est détaillée en annexe A. 2 .

Pour résumer, l'approche proposée présente les particularités suivantes :

- utilisation d'un signal de référence polynomial opérationnel et non d'une entrée du type SBPA ;
- identification effectuée par analyse de polynômes temporels des variables mesurables du système, au lieu de l'utilisation de méthodes classiques, basées sur le comportement dynamique.

L'approche a été proposée dans des premiers travaux sur un moteur à courant continu [HC04], [Bay06] puis a été étendue à l'identification de l'entraînement synchrone [BHC+09].

La méthode est tout d'abord appliquée sur un entraînement à courant continu puis sur un entraînement synchrone.

4.3.1. Identification paramétrique de l'entraînement à courant continu

4.3.1.1. Analyse des signaux mesurables pour un profil à vitesse trapézoïdale

Les profils des signaux obtenus avec une commande à vitesse trapézoïdale dépendent des types de régulateurs utilisés. Si on veut obtenir une erreur de poursuite nulle sur la vitesse en utilisant une entrée rampe (phases 1 et 3 figure 4.7), on doit utiliser un régulateur de vitesse C_Ω de type double PI. On peut aussi utiliser un seul PI, qui permet d'obtenir une erreur de poursuite constante sur ces phases et une erreur statique nulle pour une entrée échelon.

Nous choisissons d'utiliser un seul régulateur PI pour la boucle de courant et de vitesse, afin d'être plus générique.

La figure 4.10 montre les signaux de tension, de vitesse et de courant en réponse à une entrée à vitesse trapézoïdale $\Omega^{ref}(t)$ appliquée au système présenté à la figure 4.4.

Les deux premières phases du profil sont étudiées une par une afin d'extraire les équations nécessaires à l'identification des paramètres.

Equations durant la phase d'accélération

En tenant compte de l'erreur de poursuite éventuelle entre la vitesse désirée et la vitesse réelle durant cette phase, une extrapolation de la vitesse réelle en régime établi, entre $t_0 + \Delta t_1$ et t_1, où Δt_1 représente un incrément de temps durant lequel le système est en régime transitoire, donne un polynôme de premier degré de forme plus générale (figure 4.11) :

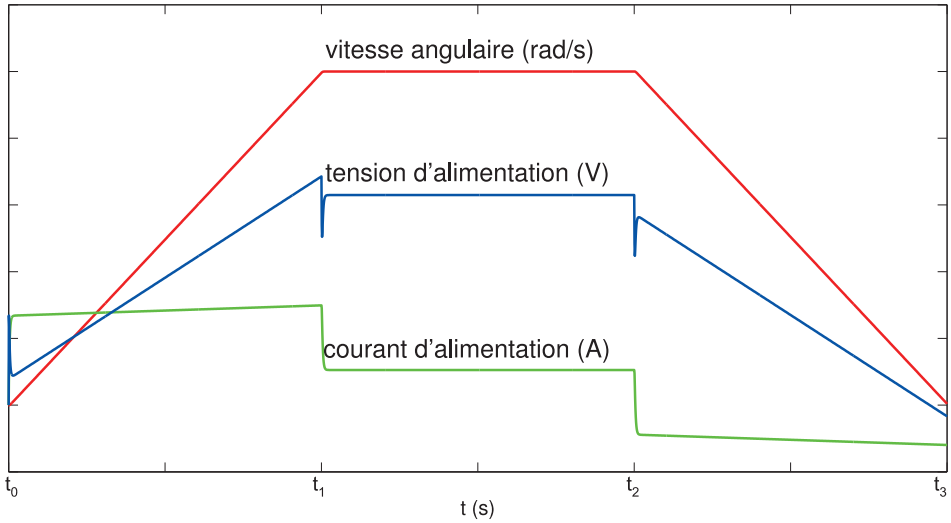


FIGURE 4.10: Profil d'excitation à vitesse trapézoïdale : profils des variables électriques et mécaniques

$$\Omega(t) = a_\Omega t + b_\Omega \qquad \text{pour } t_0 + \Delta t_1 < t < t_1 \tag{4.31}$$

En introduisant l'équation (4.31) dans l'équation (4.4), représentant la partie mécanique du système, nous obtenons l'expression du courant suivante :

$$i(t) = \frac{a_\Omega f}{K} t + \frac{a_\Omega J + b_\Omega f + C_r}{K} \tag{4.32}$$

Le courant $i(t)$ est aussi un polynôme de premier degré, qui peut être mis sous la forme :

$$i(t) \quad = \quad a_i t + b_i \qquad \text{pour } t_0 + \Delta t_1 < t < t_1 \tag{4.33}$$

avec :

$$a_i \quad = \quad \frac{a_\Omega f}{K} \tag{4.34}$$

$$b_i \quad = \quad \frac{a_\Omega J + b_\Omega f + C_r}{K} \tag{4.35}$$

En substituant (4.31) et (4.33) dans (4.3), représentant la partie électrique du système, la tension d'alimentation du moteur peut être obtenue facilement :

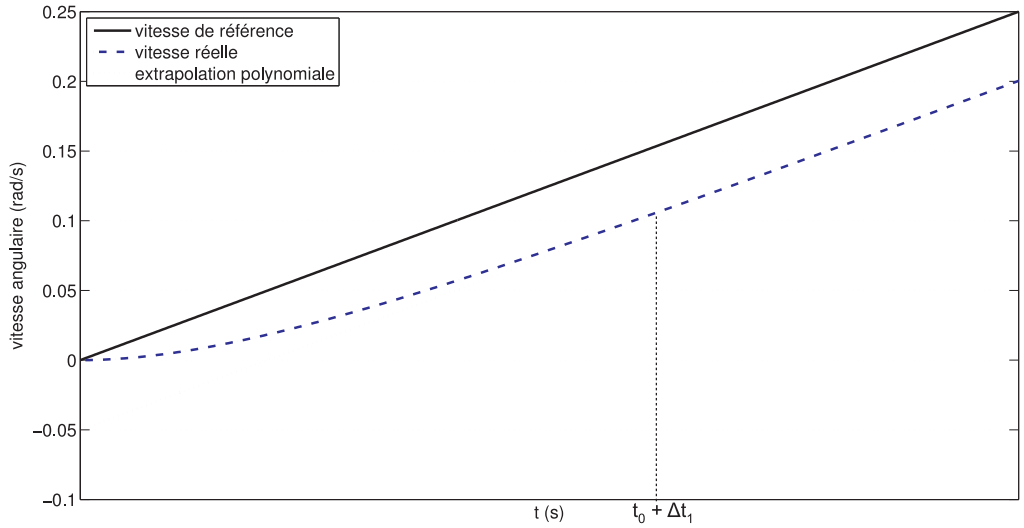


FIGURE 4.11: Phase d'accélération : erreur de poursuite et extrapolation de la vitesse angulaire

$$v(t) = (a_i R + a_\Omega K)\, t + b_i R + a_i L + b_\Omega K \tag{4.36}$$

La variable d'entrée $v(t)$ a la même forme polynomiale que la vitesse angulaire $\Omega(t)$ et le courant $i(t)$:

$$v(t) = a_v t + b_v \qquad \text{pour } t_0 + \Delta t_1 < t < t_1 \tag{4.37}$$

avec :

$$a_v = a_i R + a_\Omega K \tag{4.38}$$

$$b_v = b_i R + a_i L + b_\Omega K \tag{4.39}$$

On utilisant les équations (4.34), (4.35), (4.38) et (4.39), nous pouvons former un système d'équations linéaires. Les coefficients a_Ω, b_Ω, a_i, b_i, a_v et b_v peuvent être estimés. Les inconnues de ce système sont alors les six paramètres physiques R, L, K, J, f, C que l'on souhaite identifier. On obtient alors 4 équations et 6 inconnues. Pour obtenir une solution unique, il est préférable d'utiliser la deuxième phase du mouvement à vitesse constante qui suit immédiatement la phase d'accélération.

Equations durant la phase à vitesse constante

L'utilisation d'un régulateur PI pour la vitesse permet d'obtenir une vitesse constante en

régime établi, entre $t_1 + \Delta t_2$ et t_2, où Δt_2 représente un incrément de temps durant lequel le système est en régime transitoire. L'équation temporelle de la vitesse durant cette phase est alors :

$$\Omega(t) = \kappa_\Omega \qquad \text{pour } t_1 + \Delta t_2 < t < t_2 \tag{4.40}$$

Avec $\frac{d\Omega(t)}{dt}$ égal à zéro dans l'équation (4.4), le courant réel $i(t)$ est aussi une constante :

$$i(t) = \kappa_i = \frac{\kappa_\Omega f}{K} + \frac{C_r}{K} \qquad \text{pour } t_1 + \Delta t_2 < t < t_2 \tag{4.41}$$

Par conséquent, en substituant(4.40) et (4.41) dans l'équation (4.1) avec $\frac{di(t)}{dt}$ égal à zéro, la variable d'entrée $v(t)$ est de la forme :

$$v(t) = \kappa_v = \kappa_i R + \kappa_\Omega K \qquad \text{pour } t_1 + \Delta t_2 < t < t_2 \tag{4.42}$$

qui est également une constante.

Les équations (4.41) et (4.40) apportent deux équations supplémentaires au système d'équations (4.34), (4.35), (4.38), (4.39). Nous avons au final 6 inconnues et 6 équations : la résolution du système est alors possible.

Cependant, comme le profil de commande utilisé génère trois phases, on peut se proposer d'utiliser les informations fournies par la troisième phase.

Equations durant la phase de décélération

Durant cette phase, les équations sont similaires à celles obtenues durant la phase d'accélération. On définit les équations polynomiales temporelles des variables $\Omega(t)$, $i(t)$ et $u(t)$, valables entre $t_2 + \Delta t_3$ et t_3, où Δt_3 représente un incrément de temps durant lequel le système est en régime transitoire, de la manière suivante :

$$\text{pour } t_2 + \Delta t_3 < t < t_3,$$

$$\Omega(t) = c_\Omega t + d_\Omega \tag{4.43}$$

$$i(t) = c_i t + d_i \tag{4.44}$$

$$v(t) = c_v t + d_v \tag{4.45}$$

Les équations permettant la corrélation entre les coefficients des polynômes et les paramètres ont alors la forme :

$$c_i = \frac{c_\Omega f}{K} \tag{4.46}$$

$$d_i = \frac{c_\Omega J + d_\Omega f + C_r}{K} \tag{4.47}$$

$$c_v = c_i R + c_\Omega K \tag{4.48}$$

$$d_v = d_i R + c_i L + d_\Omega K \tag{4.49}$$

4.3.1.2. Identification des paramètres dans le cas de l'utilisation d'un profil à vitesse trapézoïdale

L'identification des paramètres du système passe par 3 étapes : acquérir les signaux nécessaires, estimer les coefficients des polynômes définis en section 4.3.1.1, puis déterminer les paramètres physiques par résolution d'un système matriciel linéaire.

Une étude de propagation d'erreur, détaillée en annexe A. 4 , montre que l'utilisation des équations des deux premières phases donne les meilleurs résultats. Ainsi, les coefficients des polynômes sont estimés durant ces deux phases. Ces coefficients sont estimés en utilisant la méthode des MC, décrite en annexe A. 2 . Nous les notons $\widehat{a}_\Omega$, $\widehat{b}_\Omega$, $\widehat{\kappa}_\Omega$, $\widehat{a}_i$, $\widehat{b}_i$, $\widehat{\kappa}_i$, $\widehat{a}_v$, $\widehat{b}_v$, et$\widehat{\kappa}_v$.

Pour l'identification des paramètres électriques, les équations (4.38), (4.39) et (4.42) peuvent être représentées par le système linaire suivant :

$$\hat{A}_e \hat{\Theta}_e = \hat{B}_e \tag{4.50}$$

avec

$$\hat{A}_e = \begin{bmatrix} \hat{a}_i & 0 & \hat{a}_\Omega \\ \hat{b}_i & \hat{a}_i & \hat{b}_\Omega \\ \hat{\kappa}_i & 0 & \hat{\kappa}_\Omega \end{bmatrix}, \ \hat{\Theta}_e = \begin{bmatrix} \hat{R} \\ \hat{L} \\ \hat{K} \end{bmatrix}, \ \hat{B}_e = \begin{bmatrix} \hat{a}_v \\ \hat{b}_v \\ \hat{\kappa}_v \end{bmatrix} \tag{4.51}$$

où $\hat{\Theta}_e$ est le vecteur de ces paramètres, qui peuvent être calculés aisément en utilisant une inversion matricielle :

$$\hat{\Theta}_e = \hat{A}_e^{-1} \hat{B}_e \tag{4.52}$$

De la même manière, pour l'identification des paramètres mécaniques, les équations (4.34), (4.35) et (4.41) peuvent se mettre sous la forme :

$$\hat{A}_m \hat{\Theta}_m = \hat{B}_m \tag{4.53}$$

avec :

$$\hat{A}_m = \frac{1}{\hat{K}} \begin{bmatrix} 0 & \hat{a}_\Omega & 0 \\ \hat{a}_\Omega & \hat{b}_\Omega & 1 \\ 0 & \hat{\kappa}_\Omega & 1 \end{bmatrix}, \; \hat{\Theta}_m = \begin{bmatrix} \hat{J} \\ \hat{f} \\ \hat{C} \end{bmatrix}, \; \hat{B}_m = \begin{bmatrix} \hat{a}_i \\ \hat{b}_i \\ \hat{\kappa}_i \end{bmatrix} \tag{4.54}$$

où $\hat{\Theta}_m$ est le vecteur de ces paramètres mécaniques qui sont alors calculés par :

$$\hat{\Theta}_m = \hat{A}_m^{-1} \hat{B}_m \tag{4.55}$$

Remarque La séparation en deux systèmes linéaires est possible sous l'hypothèse que les sous-systèmes électriques et mécaniques ne sont pas couplés. Cette hypothèse se vérifie facilement dans le cas de l'utilisation de boucles imbriquées pour asservir l'entraînement électromécanique. En effet, cette structure permet d'obtenir une boucle interne, le sous-système électrique, de dynamique beaucoup plus rapide que la boucle externe, le sous-système mécanique. On peut alors émettre l'hypothèse que les deux sous-systèmes sont découplés. Cette hypothèse est d'autant plus vérifiée que la charge associée à l'entraînement possède une inertie importante : la constante de temps mécanique augmente.

4.3.1.3. Analyse des signaux mesurables pour un profil à jerk commandé

En appliquant une consigne de vitesse $\Omega^{ref}(t)$ à jerk contrôlé (cf. section 4.2.2) à l'entrée du système en boucle imbriquées de la figure 4.4, on obtient les profils des signaux de courant, de tension et de vitesse illustrés à la figure 4.12.

Une analyse de ces signaux phase par phase permet d'établir les équations polynomiales de ces variables, ainsi que les relations entre les coefficients des polynômes et les paramètres du système.

Equations durant la première phase (à jerk constant)

D'après l'équation (4.29) la vitesse de rotation réelle a la forme idéale :

$$\Omega(t) = a_{\Omega 1} t^2 \tag{4.56}$$

où $a_{\Omega 1} = \frac{j}{2}$, et j le jerk.

Si on tient compte de l'erreur de poursuite entre la vitesse de référence $\Omega^{ref}(t)$ et la vitesse réelle $\Omega(t)$ (figure 4.13), une extrapolation en régime établi de la vitesse réelle, entre $t_0 + \Delta t_1$ et t_0, où Δt_1 représente un incrément de temps durant lequel le système est en régime transitoire, donne un polynôme de deuxième degré de forme générale :

$$\Omega(t) = a_{\Omega 1} t^2 + b_{\Omega 1} t + c_{\Omega 1} \qquad \text{pour } t_0 + \Delta t_1 < t < t_1 \tag{4.57}$$

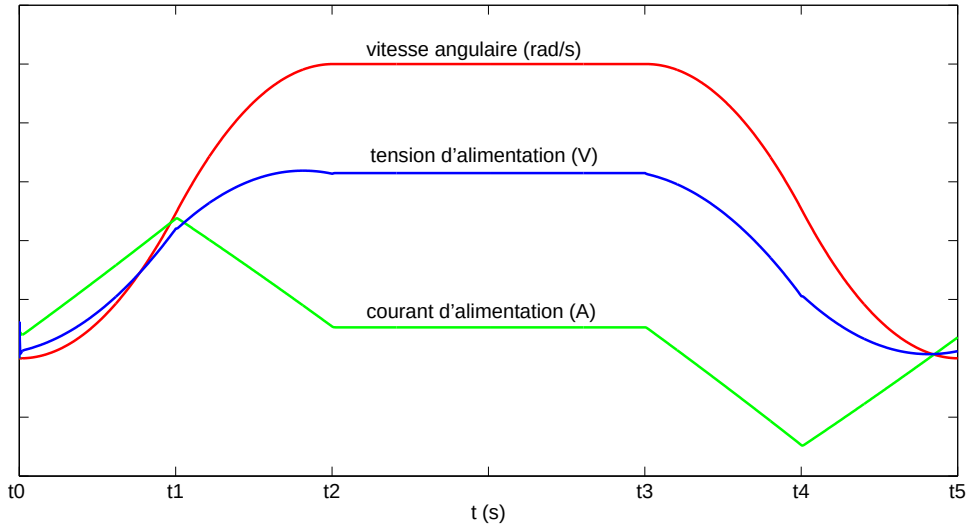


FIGURE 4.12: Signal d'excitation à jerk commandé : profils des variables électriques et mécaniques

En remplaçant l'expression (4.57) dans l'équation mécanique (4.4), on obtient l'expression du courant sous forme d'un polynôme de second degré :

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{a_{\Omega 1} f}{K} t^2 + \frac{2 J a_{\Omega 1} + b_{\Omega 1} f}{K} t + \frac{C_r + b_{\Omega 1} J + c_{\Omega 1} f}{K} \\ i(t) &= a_{i1} t^2 + b_{i1} t + c_{i1} \qquad \text{pour } t_0 + \Delta t_1 < t < t_1 \end{aligned} \tag{4.58}$$

En introduisant les expressions (4.57) et (4.58) dans l'équation électrique (4.3), on obtient l'expression de la tension :

$$\begin{aligned} v(t) &= \left(R a_{i1} + K a_{\Omega 1}\right) t^2 + \left(2 L a_{i1} + R b_{i1} + K b_{\Omega 1}\right) t + L b_{i1} + R c_{i1} + K c_{\Omega 1} \\ v(t) &= a_{v1} t^2 + b_{v1} t + c_{v1} \qquad \text{pour } t_0 + \Delta t_1 < t < t_1 \end{aligned} \tag{4.59}$$

Nous obtenons alors 6 équations qui sont suffisantes pour calculer les 6 paramètres physiques de l'entraînement électrique :

$$\begin{cases} a_{v1} &= R a_{i1} + K a_{\Omega 1} \\ b_{v1} &= R b_{i1} + 2 L a_{i1} + K b_{\Omega 1} \\ c_{v1} &= R c_{i1} + L b_{i1} + K c_{\Omega 1} \end{cases} \tag{4.60}$$

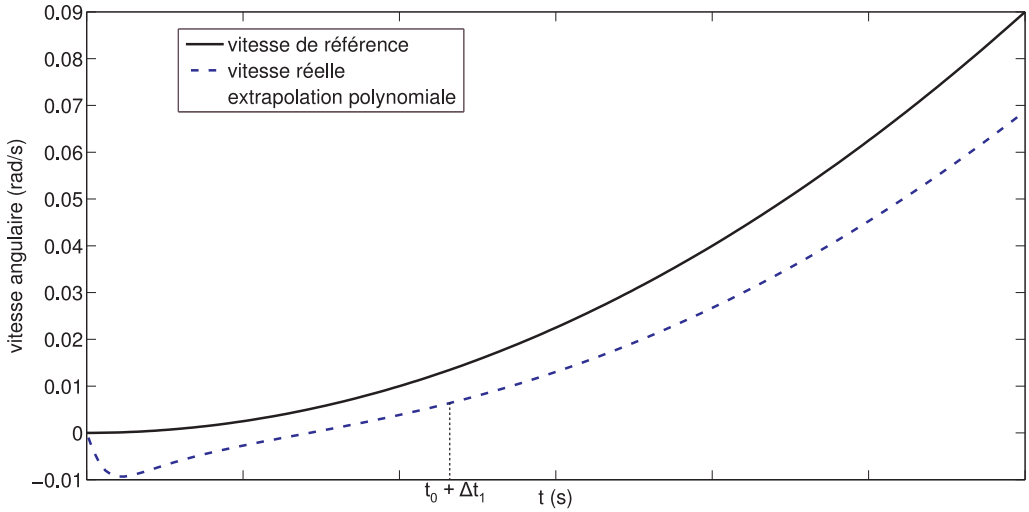


FIGURE 4.13: Extrapolation au deuxième ordre de la vitesse angulaire

$$\begin{cases} a_{i1} &= \dfrac{a_{\Omega 1} f}{K} \\ b_{i1} &= \dfrac{2J a_{\Omega 1} + b_{\Omega 1} f}{K} \\ c_{i1} &= \dfrac{b_{\Omega 1} J + c_{\Omega 1} f + C_r}{K} \end{cases} \tag{4.61}$$

Comme dans le cadre de l'utilisation du premier profil de commande, on peut utiliser la totalité des informations fournies par le profil entier. Les équations obtenues en utilisant les autres phases peuvent être écrites facilement. Les phases 2, 4 et 5 donnent les mêmes formes d'équations que (4.60) et (4.61). On peut ainsi généraliser les équations durant les phases 1, 2, 4 et 5.

Equations durant les phases 1, 2, 4 et 5

On définit les équations polynomiales des variables $\Omega(t)$, $i(t)$ et $v(t)$ durant les phases 1, 2, 4 et 5 de la manière suivante :

$$\text{pour } t_{k-1} + \Delta t_k < t < t_k$$

$$\Omega(t) = a_{\Omega k} t^2 + b_{\Omega k} t + c_{\Omega k} \tag{4.62}$$

$$i(t) = a_{ik} t^2 + b_{ik} t + c_{ik} \tag{4.63}$$

$$v(t) = a_{vk} t^2 + b_{vk} t + c_{vk} \tag{4.64}$$

avec $k = 1, 2, 4, 5$. Les équations permettant la corrélation entre les coefficients des polynômes et les paramètres physiques du système ont alors la forme :

$$\begin{cases} a_{vk} &= Ra_{ik} + Ka_{\Omega k} \\ b_{vk} &= Rb_{ik} + 2La_{ik} + Kb_{\Omega k} \\ c_{vk} &= Rc_{ik} + Lb_{ik} + Kc_{\Omega k} \end{cases} \tag{4.65}$$

$$\begin{cases} a_{ik} &= \dfrac{a_{\Omega k} f}{K} \\ b_{ik} &= \dfrac{2Ja_{\Omega k} + b_{\Omega k} f}{K} \\ c_{ik} &= \dfrac{b_{\Omega k} J + c_{\Omega k} f + C_r}{K} \end{cases} \tag{4.66}$$

La phase 3 (à vitesse constante), donne des équations du même type que celles obtenues avec le profil à vitesse trapézoïdale à vitesse constante (cf section 4.3.1.1).

Equations durant la phase à vitesse constante (phase 3)

On définit les équations temporelles des variables $\Omega(t)$, $i(t)$ et $u(t)$ durant la phase à vitesse constante de la manière suivante :

$$\text{pour } t_2 + \Delta t_3 < t < t_3$$

$$\Omega(t) = \kappa_\Omega \tag{4.67}$$

$$i(t) = \kappa_i \tag{4.68}$$

$$v(t) = \kappa_v \tag{4.69}$$

La corrélation entre les coefficients des polynômes et les paramètres physiques du système s'expriment alors sous la forme :

$$\kappa_v = R\kappa_i + K\kappa_\Omega \tag{4.70}$$

$$\kappa_i = f\kappa_\Omega + C_r \tag{4.71}$$

4.3.1.4. Identification des paramètres dans le cas de l'utilisation d'un profil à jerk commandé

Une étude, basée sur la propagation des erreurs, et détaillée en annexe A. 4 , permet d'affirmer que l'utilisation de la première phase du profil donne les meilleurs résultats. Les coefficients des polynômes ne sont alors estimés que durant la première phase. Nous notons ces coefficients estimés $\hat{a}_{\Omega 1}$, $\hat{b}_{\Omega 1}$, $\hat{c}_{\Omega 1}$, $\hat{a}_{i1}$, $\hat{b}_{i1}$, $\hat{c}_{i1}$, $\hat{a}_{v1}$, $\hat{b}_{v1}$, $\hat{c}_{v1}$. L'estimation est réalisée par la méthode des MC décrite en annexe A. 2 .

La relation entre ces coefficients estimés et les paramètres physiques peut être représentée par deux systèmes linéaires. Le premier, décrivant la partie électrique, correspond au système d'équations (4.60) et peut être mis sous la forme :

$$\hat{A}_e \hat{\Theta}_e = \hat{B}_e \tag{4.72}$$

avec :

$$\hat{A}_e = \begin{bmatrix} \hat{a}_i & 0 & \hat{a}_\Omega \\ \hat{b}_i & 2\hat{a}_i & \hat{b}_\Omega \\ \hat{c}_i & \hat{b}_i & \hat{c}_\Omega \end{bmatrix}, \ \hat{\Theta}_e = \begin{bmatrix} \hat{R} \\ \hat{L} \\ \hat{K} \end{bmatrix}, \ \hat{B}_e = \begin{bmatrix} \hat{a}_v \\ \hat{b}_v \\ \hat{c}_v \end{bmatrix} \tag{4.73}$$

La détermination des paramètres électriques est obtenue en effectuant une inversion matricielle :

$$\hat{\Theta}_e = \hat{A}_e^{-1} \hat{B}_e \tag{4.74}$$

Le second système, décrivant la partie mécanique, correspond aux relations (4.61) et peut s'écrire sous la forme :

$$\hat{A}_m \hat{\Theta}_m = \hat{B}_m \tag{4.75}$$

avec :

$$\hat{A}_m = \frac{1}{\hat{K}} \begin{bmatrix} 0 & \hat{a}_\Omega & 0 \\ 2\hat{a}_\Omega & \hat{b}_\Omega & 0 \\ \hat{b}_\Omega & \hat{c}_\Omega & 1 \end{bmatrix}, \ \hat{\Theta}_m = \begin{bmatrix} \hat{J} \\ \hat{f} \\ \hat{C}_r \end{bmatrix}, \ \hat{B}_m = \begin{bmatrix} \hat{a}_i \\ \hat{b}_i \\ \hat{c}_i \end{bmatrix} \tag{4.76}$$

Les paramètres mécaniques sont obtenus par une inversion de matrice :

$$\hat{\Theta}_m = \hat{A}_m^{-1} \hat{B}_m \tag{4.77}$$

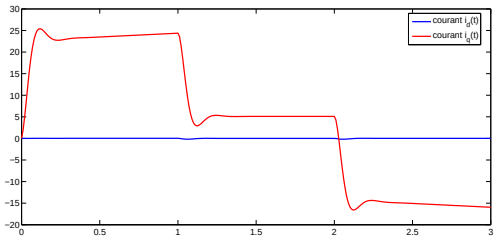
Remarque L'utilisation de deux systèmes linéaires est possible sous l'hypothèse que les sous-systèmes électriques et mécaniques sont découplés. On peut consulter la remarque 4.3.1.2 pour plus de détails.

4.3.2. Identification paramétrique de l'entraînement synchrone

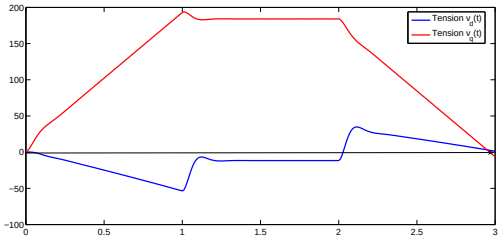
4.3.2.1. Analyse des signaux mesurables pour un profil à vitesse trapézoïdale

La figure 4.14 présente les signaux de courants i_d, i_q, de tensions v_d, v_q et de vitesse Ω obtenus avec un profil de consigne $\Omega^{ref}(t)$ à vitesse trapézoïdale appliquée au modèle de la figure 4.6.

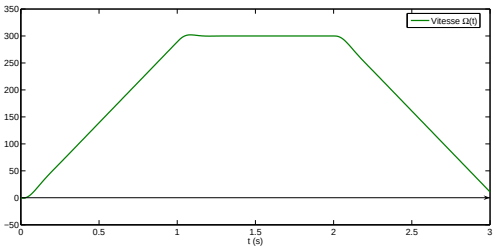
L'établissement des équations, en régime établi, durant chaque phase du profil permet, comme dans le cas de l'entraînement à courant continu, de corréler les coefficients des polynômes avec les paramètres à identifier.



(a) Courants $i_d(t)$ et $i_q(t)$



(b) Tensions $v_d(t)$ et $v_q(t)$



(c) Vitesse de rotation $\Omega(t)$

FIGURE 4.14: Signal de consigne à vitesse trapézoïdale : profils des variables électriques et mécaniques

Equations durant la phase d'accélération

Durant cette phase la vitesse de référence est un polynôme temporel de premier ordre : $\Omega^{ref}(t) = At$. La structure de régulation utilisée, avec un régulateur PI pour la boucle de vitesse introduit une erreur de poursuite entre la consigne et la vitesse mesurée. Ainsi, l'équation temporelle de la vitesse mesurée est un polynôme de premier ordre après établissement de la rampe de vitesse. Cette équation est définie pour t entre $t_0 + \Delta t_1$ et t_1, où Δt_1 représente un incrément de temps durant lequel le système est en régime transitoire, de la manière suivante :

$$\Omega(t) = a_\Omega t + b_\Omega \text{pour } t_0 + \Delta t_1 < t < t_1 \tag{4.78}$$

En combinant les équations (4.78) et (4.13), il vient :

$$\begin{aligned} i_q(t) &= \frac{f a_\Omega}{K_T} t + \frac{J a_\Omega + f b_\Omega + C_r}{K_T} \\ i_q(t) &= a_{i_q} t + b_{i_q} \text{pour } t_0 + \Delta t_1 < t < t_1 \end{aligned} \tag{4.79}$$

On peut remarquer que les coefficients des polynômes a_{i_q}, b_{i_q}, a_Ω et b_Ω sont liés aux paramètres mécaniques J, f, et C_r ainsi qu'au paramètre électromécanique K_T :

$$\begin{cases} a_{i_q} &= \dfrac{f a_\Omega}{K_T} \\ b_{i_q} &= \dfrac{J a_\Omega + f b_\Omega + C_r}{K_T} \end{cases} \tag{4.80}$$

Le système d'équations (4.80) est composé de deux équations et de trois inconnues (J, f et C_r). Le paramètre K_T est en effet identifié avec les paramètres électriques. La résolution du système (4.80) nécessite plus d'équations. Ainsi, nous allons analyser l'évolution temporelle des variables durant la seconde phase du profil, à vitesse constante.

En utilisant les équations (4.78) et (4.79) et en les appliquant dans les équations (4.8) et (4.9), il vient :

$$v_d(t) = R_s i_d + L\frac{di_d(t)}{dt} - N_p L \left(a_\Omega t + b_\Omega\right)\left(a_{i_q} t + b_{i_q}\right) \tag{4.81}$$

$$v_q(t) = R_s \left(a_{i_q} t + b_{i_q}\right) + L a_{i_q} + \left(a_\Omega t + b_\Omega\right)\left(N_p L i_d(t) + K_T\right) \tag{4.82}$$

Le régulateur PI utilisé pour le contrôle du courant i_d permet, avec un bon réglage, de limiter l'effet de la perturbation e_d et ainsi d'obtenir une valeur très faible du courant i_d comparée aux autres signaux. Pour cette raison, nous considérerons $i_d = 0$ pendant le régime établi de chaque phase. Ainsi, (4.81) et (4.82) deviennent :

$$\begin{aligned} v_d(t) &= -N_p L a_\Omega a_{i_q} t^2 - N_p L \left(a_\Omega b_{i_q} + b_\Omega a_{i_q}\right) t - N_p L b_\Omega b_{i_q} \\ v_d(t) &= a_{v_d} t^2 + b_{v_d} t + c_{v_d} \text{pour } t_0 + \Delta t_1 < t < t_1 \end{aligned} \tag{4.83}$$

$$\begin{aligned} v_q(t) &= \left(R_s a_{i_q} + K_T a_\Omega\right) t + R_s b_{i_q} + L a_{i_q} + K_T b_\Omega \\ v_q(t) &= a_{v_q} t + b_{v_q} \text{pour } t_0 + \Delta t_1 < t < t_1 \end{aligned} \tag{4.84}$$

Les équations (4.83) et (4.84) montrent des relations entre les coefficients des polynômes a_Ω, b_Ω, a_{i_q}, b_{i_q}, a_{v_d}, b_{v_d}, c_{v_d}, a_{v_q} et b_{v_q} et les paramètres électriques R_s, L et K_T :

$$\begin{cases} a_{v_d} &= -N_p L a_\Omega a_{i_q} \\ b_{v_d} &= -N_p L \left(a_\Omega b_{i_q} + b_\Omega a_{i_q}\right) \\ c_{v_d} &= -N_p L b_\Omega b_{i_q} \\ a_{v_q} &= R_s a_{i_q} + K_T a_\Omega \\ b_{v_q} &= R_s b_{i_q} + L a_{i_q} + K_T b_\Omega \end{cases} \tag{4.85}$$

Le système d'équations (4.85) contient cinq équations et trois inconnues (R_s, L et K_T). Comme le système possède plus d'équations que d'inconnues, il est possible de trouver une solution. Ainsi, seule la première phase du profil est nécessaire pour identifier les paramètres électriques R_s, L et K_T de l'entraînement synchrone, contrairement au cas de l'entraînement à courant continu, où deux phases sont nécessaires.

En observant les équations (4.85), on remarque l'influence du courant i_q sur la tension v_d. Cette influence traduit le couplage entre les axes d et q. Ainsi, il est nécessaire d'utiliser d'utiliser les cinq équations pour prendre en compte le système dans son ensemble, en considérant le couplage.

Une étude de propagation d'erreur, détaillée en annexe A. 4 , montre que l'utilisation de la première phase pour l'identification des paramètres électrique donne les meilleurs résultats. Ainsi, les équations ne sont pas développées durant les autres phases.

Equations durant la phase à vitesse constante

La vitesse de consigne durant cette phase est une constante. Le régulateur PI permet d'obtenir une erreur nulle en régime permanent. La vitesse mesurée a alors la forme suivante, définie pour t entre $t_1 + \Delta t_2$ et t_2, où Δt_2 représente un incrément de temps durant lequel le système est en régime transitoire :

$$\Omega(t) = \kappa_\Omega \text{pour } t_1 + \Delta t_2 < t < t_2 \tag{4.86}$$

En remplaçant cette expression dans l'équation (4.13), on obtient :

$$i_q(t) = \frac{f\kappa_\Omega}{K_T} + \frac{C_r}{K_T} = \kappa_{i_q} \text{pour } t_1 + \Delta t_2 < t < t_2 \tag{4.87}$$

L'équation (4.87) montre une relation entre les coefficients κ_{i_q}, κ_Ω et les paramètres mécaniques J, f, C_r et le paramètre électromécanique K_T.

Le système d'équations (4.80) et l'équation (4.87) fournissent au total trois équations et trois inconnues, le paramètre K_T étant déterminé avec les paramètres électriques R_s et L. Ainsi, nous pouvons identifier les paramètres mécaniques du système en utilisant seulement les deux premières phases du profil présenté à la figure 4.8.

L'étude de propagation d'erreur (cf. annexe A. 4) permet d'affirmer que l'utilisation

des deux premières phases donne les meilleurs résultats. Ainsi, les équations ne sont pas développées durant la troisième phase.

4.3.2.2. Identification des paramètres dans le cas de l'utilisation d'un profil à vitesse trapézoïdale

La détermination des paramètres physiques nécessite l'estimation des coefficients des polynômes. Ces coefficients, notés $\widehat{a}_\Omega$, $\widehat{b}_\Omega$, $\widehat{\kappa}_\Omega$, $\widehat{a}_{v_q}$, $\widehat{b}_{v_q}$, $\widehat{\kappa}_{v_q}$, $\widehat{a}_{i_q}$, $\widehat{b}_{i_q}$ et $\widehat{\kappa}_{i_q}$ sont identifiés avec la méthode des MC, décrite en annexe A. 2 . La détermination des paramètres est effectuée en deux parties. Tout d'abord, les paramètres électriques sont calculés. Pour cela, les équations (4.85) sont écrites sous la forme matricielle suivante :

$$\widehat{A}_e \widehat{\theta}_e = \widehat{B}_e \tag{4.88}$$

avec :

$$\widehat{A}_e = \begin{bmatrix} 0 & -N_p\left(\widehat{a}_\Omega \widehat{a}_{i_q}\right) & 0 \\ 0 & -N_p\left(\widehat{b}_\Omega \widehat{a}_{i_q} + \widehat{a}_\Omega \widehat{b}_{i_q}\right) & 0 \\ 0 & -N_p \widehat{b}_\Omega \widehat{b}_{i_q} & 0 \\ \widehat{a}_{i_q} & 0 & \widehat{a}_\Omega \\ \widehat{b}_{i_q} & \widehat{a}_{i_q} & \widehat{b}_\Omega \end{bmatrix}, \widehat{B}_e = \begin{bmatrix} \widehat{a}_{v_d} \\ \widehat{b}_{v_d} \\ \widehat{c}_{v_d} \\ \widehat{a}_{v_q} \\ \hat{b}_{v_q} \end{bmatrix}, \widehat{\theta}_e = \begin{bmatrix} \widehat{R} \\ \widehat{L} \\ \widehat{K}_T \end{bmatrix} \tag{4.89}$$

Le calcul des paramètres est effectué par l'utilisation de la pseudo-inverse au sens des moindres carrés :

$$\widehat{\theta}_e = \left(\widehat{A}_e^T \widehat{A}_e\right)^{-1} \widehat{A}_e^T \widehat{B}_e \tag{4.90}$$

Les paramètres mécaniques sont calculés de manière analogue. Les équations (4.80) et (4.87) sont mises sous forme matricielle :

$$\widehat{A}_m \widehat{\theta}_m = \widehat{B}_m \tag{4.91}$$

avec :

$$\widehat{A}_m = \frac{1}{K_T} \begin{bmatrix} 0 & \widehat{a}_\Omega & 0 \\ \widehat{a}_\Omega & \widehat{b}_\Omega & 1 \\ 0 & \widehat{\kappa}_\Omega & 1 \end{bmatrix}, \widehat{B}_m = \begin{bmatrix} \widehat{a}_{i_q} \\ \widehat{b}_{i_q} \\ \widehat{\kappa}_{i_q} \end{bmatrix}, \widehat{\theta}_m = \begin{bmatrix} \widehat{J} \\ \widehat{f} \\ \widehat{C}_r \end{bmatrix} \tag{4.92}$$

Le calcul des paramètres mécaniques est effectué par une simple inversion matricielle :

$$\widehat{\theta}_m = \widehat{A}_m^{-1} \widehat{B}_m \tag{4.93}$$

Remarque L'utilisation de deux systèmes linéaires est possible sous l'hypothèse que les sous-systèmes électriques et mécaniques sont découplés. On peut consulter la remarque 4.3.1.2 pour plus de détails.

4.4. Conclusions

Nous avons présenté dans ce chapitre une méthode d'identification des paramètres d'un entraînement électromécanique. Cette méthode se base sur une connaissance *a priori* de la structure du système et du signal de consigne appliqué. La méthode proposée possède les avantages suivants :

- identification du système en conditions opérationnelles (boucle fermée, signal d'excitation non spécifique à l'identification),
- identification sans connaissance des régulateurs,
- méthodologie et application simple,
- utilisation de la même méthode pour les entraînements à courant continu et synchrone.

Cependant, l'approche proposée présente quelques inconvénients :

- les régulateurs nécessitent d'être bien réglés afin d'obtenir des profils polynomiaux attendus,
- le choix de la fenêtre temporelle durant chaque phase permettant l'estimation des coefficients des polynômes n'est pas aisé en présence de signaux bruités.

Chapitre 5

Mise en œuvre des méthodes d'identification paramétriques des systèmes électromécaniques

La méthode à erreur de sortie présentée au chapitre 2 porte sur l'identification paramétrique de modèles linéaires à temps continu, en boucle ouverte et en boucle fermée et pouvant contenir un retard pur. Dans le cas de la boucle fermée, les algorithmes présentés peuvent être appliqués sur des systèmes avec une seule boucle, et seulement avec des perturbations de type bruit capteur. L'extension de cette méthode aux systèmes à boucles imbriquées et perturbés, tels les entraînements électromécaniques, nécessite une étude théorique plus développée. Ainsi, cette méthode n'est pas développée pour l'application aux systèmes électromécaniques présentés dans ce chapitre.

Par ailleurs, l'utilisation de méthodes d'identification en boucle fermée nécessite la connaissance de l'alimentation du moteur (G_0 des figures 4.4 et 4.6). Dans le cadre de la simulation, nous avons considéré cette alimentation comme un gain pur en émettant l'hypothèse que celle-ci possède un temps de réponse très faible comparée au moteur lui-même. Ainsi, l'approche proposée au chapitre 4 est comparée aux méthodes IVSVF et CLSRIVC pour la simulation des entraînements à courant continu et synchrone. La méthode IVSVF est choisie car elle représente un méthode simple pour identifier un modèle à temps continu. La méthode CLSRIVC est utilisée afin de voir si les excitations présentées à la section 4.2 sont suffisamment riches pour permettre l'identification du système.

L'application des méthodes sur bancs expérimentaux nécessite une identification plus précise de l'alimentation car l'hypothèse utilisée en simulation n'est plus valable. Des test ont révélé que l'alimentation se comporte comme un système non linéaire. L'identification d'un modèle linéaire autour d'un point de fonctionnement s'avère impossible car les profils d'excitation utilisés par l'approche proposée utilisent l'entraînement sur une large bande de fonctionnement. Pour cette raison, seules les méthodes IVSVF et la nouvelle approche d'identification paramétrique développée au chapitre 4 sont appliquées sur les processus expérimentaux.

5.1. Entraînement à courant continu

5.1.1. Simulations

Les valeurs des paramètres physiques des équations (4.1) et (4.4) proviennent d'une estimation initiale du système, de mesures effectuées et des caractéristiques données par le constructeur. Le modèle du système et la stratégie de contrôle sont décrits par le schéma bloc de la figure 5.1.

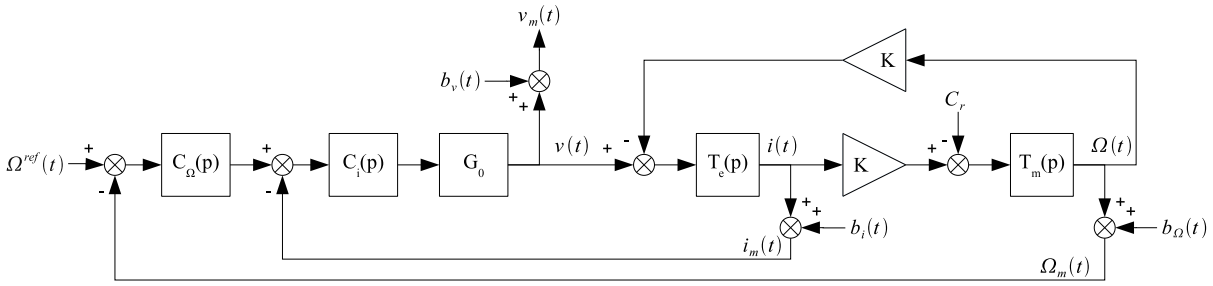


FIGURE 5.1: Schéma bloc de la simulation du moteur à courant continu

$b_u(t)$, $b_i(t)$ et $b_\Omega(t)$ sont des bruits blancs gaussiens modélisant la mesure des capteurs respectifs de tension, de courant et de vitesse. Ces bruits sont de moyennes nulles et de variances respectives $\sigma_u^2 = 1\times10^{-3}$ V, $\sigma_i^2 = 1\times10^{-3}$ A, et $\sigma_\Omega^2 = 1\times10^{-3}$ rad/s. Les valeurs des variances sont déterminées pour obtenir des signaux proches de la réalité. Les signaux $i_m(t)$, $v_m(t)$ et $\Omega_m(t)$ représentent les signaux mesurés utilisés pour l'identification. Les caractéristiques du moteur et de sa charge sont données dans le tableau 5.1.

Paramètre	$R\ (\Omega)$	$L\ (H)$	$K\ (\Omega)$	$J\ (kg.m^2)$	$f\ (N.m/(rad.s^{-1}))$	$C_r\ (N.m)$
Valeur	0,7	6×10^{-3}	0,32	2×10^{-3}	$1,1\times10^{-4}$	$0,12$

TABLE 5.1: Caractéristiques de l'entraînement à courant continu simulé

Le système est simulé à l'aide de l'outil Simulink et l'identification des paramètres est effectuée avec MatlabR13.

Les régulateurs PI, de courant et de vitesse sont calculés pour obtenir une réponse rapide et stable et ont les valeurs respectives :

$$C_i(p) = 60 + \frac{7000}{p} \tag{5.1}$$

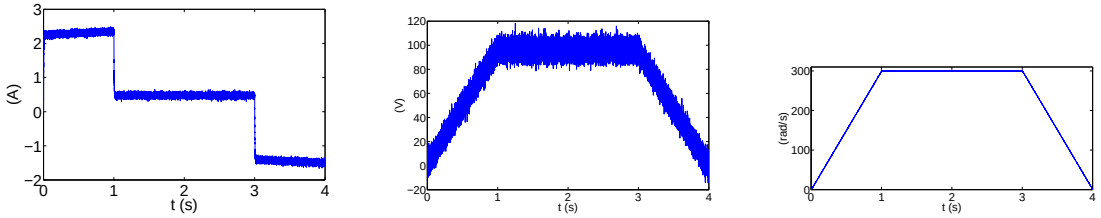
$$C_\Omega(p) = 2 + \frac{0,11}{p} \tag{5.2}$$

L'approche d'identification est comparée aux méthodes IVSVF et CLSRIVC présentées au chapitre 1. Ces méthodes sont mises en œuvre en utilisant la version multi-entrées. On sépare le système en deux sous-systèmes que l'on identifie séparement. Le sous-système électrique $T_e(p)$ a comme entrées $v(t)$ et $\Omega(t)$ et $i_m(t)$ en sortie. Le sous-système mécanique $T_m(p)$ a $i(t)$ et 1 en entrées et $\Omega_m(t)$ en sortie.

L'utilisation de la méthode IVSVF est réalisée directement à partir de la fonction disponible dans la CONTSID. La mise en œuvre de la méthode CLSRIVC nécessite d'écrire une fonction spécifique, car la fonction présente dans la CONTSID ne permet pas directement l'identification de systèmes en boucles imbriquées. Le détail d'utilisation de la méthode IVSVF et la méthode CLSRIVC programmée sont présentés en annexe A. 5 .

5.1.1.1. Profil d'excitation à vitesse trapézoïdale

Les variables mesurées pour un profil de commande à vitesse trapézoïdale sont illustrées à la figure 5.2.



(a) Courant mesuré (b) Tension mesurée (c) Vitesse mesurée

FIGURE 5.2: Entraînement à courant continu : signaux bruités avec un profil de vitesse trapézoïdal

Les pulsations de coupure des filtres utilisés pour la méthode IVSVF sont $\lambda_e = \frac{R}{L} = 117$ rad/s pour la partie électrique et $\lambda_m = \frac{f}{J} = 0,055$ rad/s pour la partie mécanique. Les pulsations de coupure de ces filtres sont calculées pour être égales aux pulsations de coupure des sous-systèmes électriques et mécaniques.

Les coefficients du polynôme temporel de la première phase sont estimés entre 0,1 s et 1 s. Ceux de la deuxième phase sont estimés entre 1,5 s et 3 s.

On effectue 100 réalisations de Monte-Carlo afin d'évaluer les propriétés statistiques des méthodes. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 5.2. Les résultats sont présentés en terme de moyenne et d'écart-type d'estimation, ainsi que la distance paramétrique, calculée de la manière suivante :

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{R-\widehat{R}_i}{R}\right)^2+\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{L-\widehat{L}_i}{L}\right)^2+\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{K-\widehat{K}_i}{K}\right)^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{J-\widehat{J}_i}{J}\right)^2+\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{f-\widehat{f}_i}{f}\right)^2+\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{C_r-\widehat{C_{ri}}}{C_r}\right)^2} \quad (5.3)$$

avec i l'indice d'une réalisation de Monte-Carlo et N le nombre de réalisations.

Paramètre : moyenne, écart-type	Valeur vraie	Valeur identifiée avec l'approche proposée	Valeur identifiée avec IVSVF	Valeur identifiée avec CLSRIVC
$\bar{R}$	7×10^{-1}	$7,0382\times10^{-1}$	$7,0569\times10^{-1}$	$7,0029\times10^{-1}$
σ_R		$\pm\,6,04\times10^{-2}$	$\pm\,5,57\times10^{-3}$	$\pm\,1,92\times10^{-3}$
$\bar{L}$	6×10^{-3}	$-0,56424\times10^{-3}$	$21,118\times10^{-3}$	$6,0026\times10^{-3}$
σ_L		$\pm\,1,19$	$\pm\,2,98\times10^{-4}$	$\pm\,1,68\times10^{-4}$
$\bar{K}$	$3,2\times10^{-1}$	$3,1999\times10^{-1}$	$3,2006\times10^{-1}$	$3,2000\times10^{-1}$
σ_K		$\pm\,9,58\times10^{-5}$	$\pm\,3,36\times10^{-5}$	$\pm\,1,02\times10^{-5}$
$\bar{J}$	2×10^{-3}	$1,9999\times10^{-3}$	$2,0004\times10^{-3}$	$1,9999\times10^{-3}$
σ_J		$\pm\,7,81\times10^{-7}$	$\pm\,4,03\times10^{-7}$	$\pm\,2,37\times10^{-7}$
$\bar{f}$	$1,1\times10^{-4}$	$1,11001\times10^{-4}$	$1,1003\times10^{-4}$	$1,0994\times10^{-4}$
σ_f		$\pm\,1,48\times10^{-6}$	$\pm\,6,28\times10^{-7}$	$\pm\,6,02\times10^{-7}$
$\bar{C}_r$	$1,2\times10^{-1}$	$1,2002\times10^{-1}$	$1,2002\times10^{-1}$	$1,2002\times10^{-1}$
σ_{C_r}		$\pm\,4,58\times10^{-4}$	$\pm\,1,54\times10^{-4}$	$\pm\,1,55\times10^{-4}$
Distance paramétrique		5500	25	0,91
Distance paramétrique sans L		2,3	0,13	0,099

TABLE 5.2: Entraînement à courant continu : résultats de simulation avec une entrée à vitesse trapézoïdale

L'analyse du tableau 5.2 révèle que l'approche proposée ne permet d'identifier le paramètre L, car la valeur obtenue est négative. La distance paramétrique est ainsi très grande. Le biais d'identification de L peut être expliqué par une trop grande sensibilité de ce paramètre aux erreurs d'estimation des coefficients des polynômes. Une étude plus détaillée de cette sensibilité est présentée en annexe A. 4 .

En supprimant L dans le calcul de la distance paramétrique, on observe que la distance paramétrique diminue jusqu'à une valeur raisonnable. Les autres paramètres sont estimés avec un biais et un écart-type faible.

Les résultats obtenus avec la méthode IVSVF, montrent que cette méthode identifie bien les paramètres excepté L qui est biaisé. La distance paramétrique est ainsi élevée.

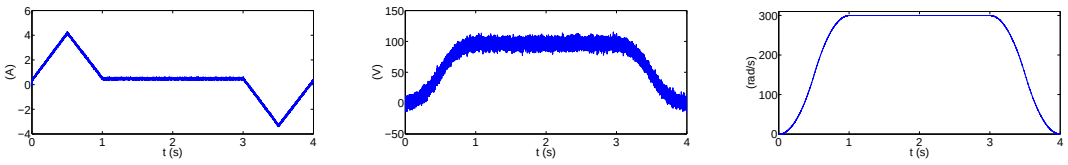
Cependant, cette distance calculée sans L se révèle beaucoup plus faible. Il est important de noter que les résultats obtenus avec la méthode IVSVF sont très bons car les filtres utilisés sont calculés pour être égaux aux fréquences propres des systèmes. En pratique, on ne connaît pas les dynamiques des systèmes et il est plus difficile de paramétrer les fréquences de coupure de ces filtres.

La méthode CLSRIVC identifie tous les paramètres sans biais et avec des écarts-types très faibles. La distance paramétrique est ainsi très faible. Ces résultats mettent en évidence que l'excitation à vitesse trapézoïdale est suffisante pour identifier les paramètres du système.

5.1.1.2. Profil d'excitation à jerk commandé

Les signaux mesurés en utilisant un profil de vitesse à jerk commandé sont représentés à la figure 5.3. Les résultats d'identification obtenus sont présentés dans le tableau 5.3. Les mêmes conditions sont utilisées pour réaliser la simulation.

Les coefficients du polynôme temporel de la première phase sont estimés entre 0,1 s et 0,5 s.



(a) Courant mesuré (b) Tension mesurée (c) Vitesse mesurée

FIGURE 5.3: Signaux bruités avec un profil de commande à jerk contrôlé

L'analyse du tableau 5.3 montre que l'utilisation du profil de commande à jerk contrôlé, permet de beaucoup mieux estimer l'inductance L. La distance paramétrique obtenue avec l'approche proposée est alors beaucoup plus faible avec ce profil qu'avec le profil à vitesse trapézoïdale. Cependant, la moyenne présente une erreur relative d'environ 10 % par rapport au paramètre réel, et l'écart-type est plus grand que la valeur du paramètre lui-même. On peut alors affirmer que l'identification de L est biaisée. Ce biais plus faible s'explique par une moins grande sensibilité aux erreurs d'estimation des coefficients des polynômes. L'analyse de cette sensibilité est présentée en annexe A. 4 . En enlevant le paramètre L dans le calcul de la distance paramétrique, celle-ci diminue jusqu'à une valeur plus acceptable.

Les résultats obtenus avec la méthode IVSVF révèlent un paramètre L biaisé. La distance paramétrique montre aussi cette constatation. En effet, la distance paramétrique calculée sans ce paramètre est beaucoup plus faible car les autres paramètres sont bien estimés.

Paramètre : moyenne, écart-type	Valeur vraie	Valeur identifiée avec l'approche proposée	Valeur identifiée avec IVSVF	Valeur identifiée avec CLSRIVC
$\overline{R}$	7×10^{-1}	$7,0458 \times 10^{-1}$	$7,0131 \times 10^{-1}$	$7,0013 \times 10^{-1}$
σ_R		$\pm 5,19 \times 10^{-2}$	$\pm 5,20 \times 10^{-3}$	$\pm 1,48 \times 10^{-3}$
$\overline{L}$	6×10^{-3}	$5,2585 \times 10^{-3}$	$22,686 \times 10^{-3}$	$6,0896 \times 10^{-3}$
σ_L		$\pm 9,50 \times 10^{-3}$	$\pm 3,58 \times 10^{-4}$	$\pm 4,31 \times 10^{-4}$
$\overline{K}$	$3,2 \times 10^{-1}$	$3,199 \times 10^{-1}$	$3,2010 \times 10^{-1}$	$3,2000 \times 10^{-1}$
σ_K		$\pm 1,08 \times 10^{-3}$	$\pm 3,66 \times 10^{-5}$	$\pm 1,07 \times 10^{-5}$
$\overline{J}$	2×10^{-3}	$2,0004 \times 10^{-3}$	$2,0006 \times 10^{-3}$	$2,0000 \times 10^{-3}$
σ_J		$\pm 6,15 \times 10^{-6}$	$\pm 3,74 \times 10^{-7}$	$\pm 2,64 \times 10^{-7}$
$\overline{f}$	$1,1 \times 10^{-4}$	$1,0859 \times 10^{-4}$	$1,0996 \times 10^{-4}$	$1,1000 \times 10^{-4}$
σ_f		$\pm 2,06 \times 10^{-5}$	$\pm 5,46 \times 10^{-7}$	$\pm 5,80 \times 10^{-7}$
$\overline{C_r}$	$1,2 \times 10^{-1}$	$1,1992 \times 10^{-1}$	$1,2006 \times 10^{-1}$	$1,2000 \times 10^{-1}$
σ_{C_r}		$\pm 1,02 \times 10^{-3}$	$\pm 1,37 \times 10^{-4}$	$\pm 1,42 \times 10^{-4}$
Distance paramétrique		52	28	2,3
Distance paramétrique sans L		3,2	0,092	0,092

TABLE 5.3: Entraînement à courant continu : résultats de simulation avec une entrée à jerk contrôlé

Avec ce profil, la méthode CLSRIVC présente de très bons résultats, avec une distance paramétrique très faible.

On peut remarquer que pour les méthodes IVSVF et CLSRIVC, les résultats sont moins bons en utilisant le profil à jerk contrôlé plutôt que le profil à vitesse trapézoïdale. La distance paramétrique obtenue avec la méthode IVSVF augmente un peu, en passant de 25 avec le premier profil à 28 avec le second. Concernant la méthode CLSRIVC, la distance paramétrique double aussi et passe de 1 à 2. Cette différence provient peut-être d'un signal d'excitation moins riche.

5.1.1.3. Conclusions

L'identification de l'entraînement électromécanique à courant continu obtenue en simulation donne de très bons résultats sur les paramètres mécaniques J, f et C_r, et sur les paramètres électriques R et K, quel que soit le profil d'excitation choisi.

En outre, l'inductance L est mal identifiée en utilisant le profil à vitesse trapézoïdale et bien que le résultat soit bien meilleur en utilisant le second profil, le paramètre reste biaisé à cause de sa grande sensibilité aux erreurs d'estimation des coefficients temporels (cf annexe)

Les bons résultats obtenus avec la méthode CLSRIVC montrent que les profils d'excitation sont suffisamment riches pour permettre l'identification.

5.1.2. Expérimentations

La méthode d'identification proposée est testée sur un entraînement à courant continu. Celui se compose d'un moteur à courant continu, le RS510, entraînant une vis sans fin. Cette vis porte un chariot qui se déplace de manière linéaire. Une photographie du dispositif est présentée à la figure 5.4.

Le moteur est alimenté par un hacheur de tension. Une bobine de lissage est ajoutée en série avec le moteur dans le but de diminuer les ondulations de courant dues à l'utilisation du hacheur pour l'alimentation. Le pilotage du hacheur, la réalisation de l'asservissement ainsi que l'acquisition des signaux sont réalisés en utilisant une carte de prototypage rapide dSpace DS1104 et l'outil Matlab/Simulink. Une carte capteur, développée au laboratoire, permet la mesure et le conditionnement des signaux.



FIGURE 5.4: Entraînement électrique à courant continu

La documentation technique nous fournit seulement la valeur du paramètre K. Les autres paramètres sont inconnus.

Les régulateurs PI sont paramétrés de manière expérimentale pour obtenir une bonne réponse du système. Les valeurs calculées sont les suivantes :

$$C_i(p) = 1,5 + \frac{600}{p} \tag{5.4}$$

$$C_\Omega(p) = 0,8 + \frac{0,5}{p} \tag{5.5}$$

L'application de la méthode CLSRIVC sur ce dispositif expérimental donne des résultats biaisés. Le problème vient de la modélisation simplifiée de l'alimentation de puissance (hacheur) qui se comporte en réalité comme un système non linéaire. L'obtention d'un modèle linéaire autour d'un point de fonctionnement s'avère très difficile, car les profils d'excitation utilisés sollicitent le système sur une grande plage de fonctionnement.

Pour cette raison, l'approche proposée au chapitre 4 est comparée à la méthode IVSVF uniquement pour les tests expérimentaux.

5.1.2.1. Profil d'excitation à vitesse trapézoïdale

On utilise d'abord le profil à vitesse trapézoïdale. Pour prendre en compte quelques contraintes pratiques, le profil de commande utilisé est différent de celui présenté précédemment. Tout d'abord on effectue un premier démarrage du moteur jusqu'à une vitesse angulaire faible (20 rad/s), puis on lance le cycle. Ce démarrage en deux temps nous permet d'éviter des phénomènes mécaniques du type "stick-slip", c'est-à-dire un phénomène de collage au démarrage, pour lequel le système devient non linéaire.

Le profil de commande est représenté à la figure 5.5. La phase d'accélération est considérée entre 0 s et 1 s et la phase à vitesse constante est considérée entre 1 s et 3 s.

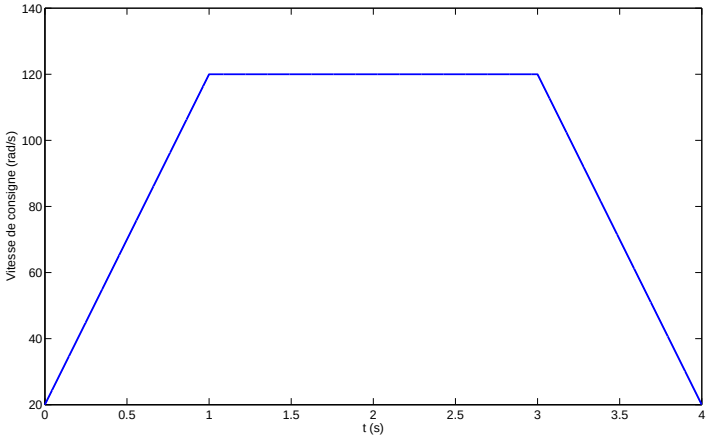
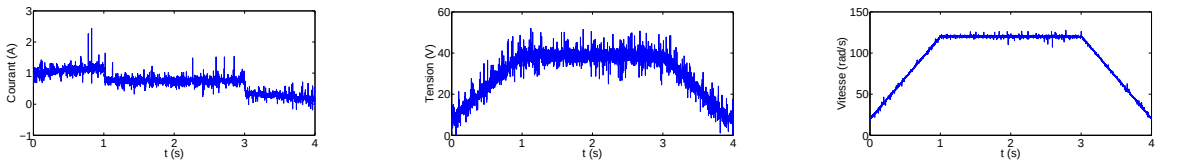


FIGURE 5.5: Consigne de vitesse appliquée à l'entraînement à courant continu

Les signaux mesurés de courant, de vitesse et de tension sont présentés à la figure 5.6.



(a) Courant mesuré (b) Tension mesurée (c) Vitesse de rotation mesurée

FIGURE 5.6: Signaux mesurés sur le dispositif expérimental d'entraînement à courant continu

Comme on peut le remarquer en observant la figure 5.6, les signaux sont très bruités, en particulier à cause du hachage de la tension d'alimentation.

Les résultats d'identification obtenus avec l'approche proposée et la méthode IVSVF sont présentés dans le tableau 5.4 en terme de valeur et d'écart-type. Les écarts-types sont calculés en utilisant la méthode présentée en annexe A. 3 .

Paramètre : valeur et écart-type	Valeur identifiée avec l'approche proposée	Valeur identifiée avec IVSVF
R	$1,93$	$1,89$
σ_R	$\pm 3,35 \times 10^{-3}$	$\pm 4,70 \times 10^{-2}$
L	$-4,45 \times 10^{-2}$	$3,28 \times 10^{-2}$
σ_L	$\pm 1,92 \times 10^{-2}$	$\pm 4,49 \times 10^{-4}$
K	$3,16 \times 10^{-1}$	$3,16 \times 10^{-1}$
σ_K	$\pm 2,07 \times 10^{-5}$	$\pm 7,12 \times 10^{-2}$
J	$1,37 \times 10^{-3}$	$1,78 \times 10^{-3}$
σ_J	$\pm 1,06 \times 10^{-5}$	$\pm 4,00 \times 10^{-4}$
f	$4,18 \times 10^{-4}$	$4,96 \times 10^{-4}$
σ_f	$\pm 1,98 \times 10^{-5}$	$\pm 6,36 \times 10^{-4}$
C_r	$1,66 \times 10^{-1}$	$1,59 \times 10^{-1}$
σ_{C_r}	$\pm 2,43 \times 10^{-3}$	$\pm 3,58 \times 10^{-2}$

TABLE 5.4: Résultats expérimentaux pour l'identification des paramètres de l'entraînement à courant continu : profil d'excitation à vitesse trapézoïdale

Les résultats présentés au tableau 5.4 montrent que le paramètre identifié L est biaisé, comme nous l'avions vu en simulation. A cause de cela, nous ne pouvons pas valider l'identification de la partie électrique du système.

La validation des paramètres mécaniques est effectuée en simulant le sous-système mécanique, comme illustré à la figure 5.7. Le courant mesuré est utilisé comme entrée et la sortie est la vitesse simulée. La figure 5.8 compare les vitesses mesurées et simulées avec l'approche proposée et la méthode IVSVF.

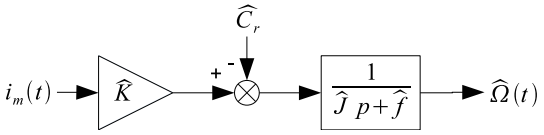


FIGURE 5.7: Modèle utilisé pour la simulation de la vitesse

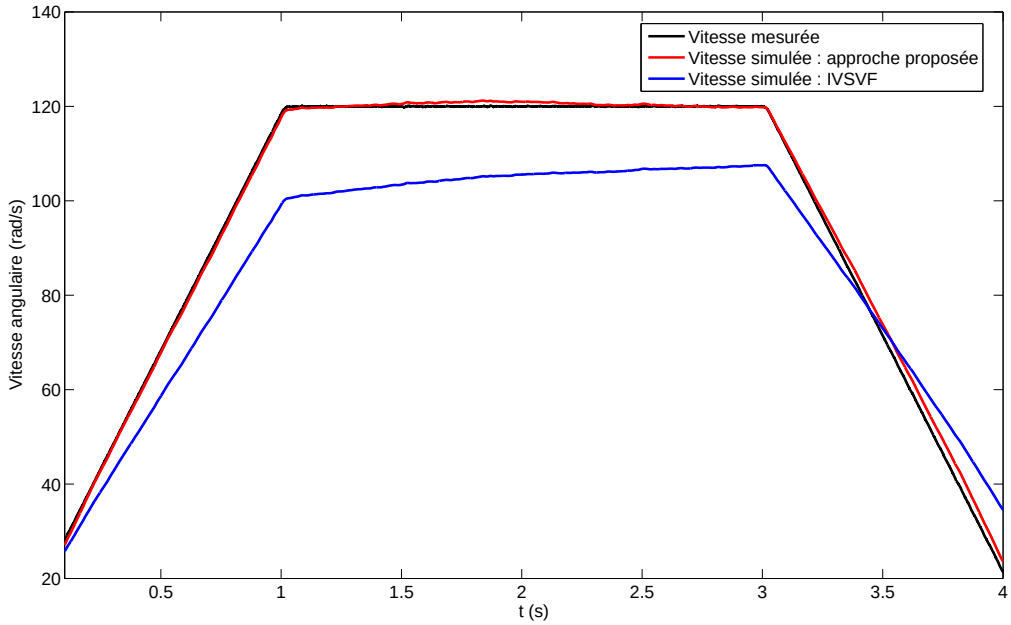


FIGURE 5.8: Entraînement à courant continu : comparaison des vitesses mesurée et simulée avec un profil d'excitation à vitesse trapézoïdale

En observant la figure 5.8 on remarque que la vitesse simulée avec l'approche proposée est très proche de la vitesse réelle. La vitesse simulée avec la méthode IVSVF est en revanche éloignée de la vitesse mesurée. Cette différence s'explique par un paramètre f mal identifié avec cette méthode.

L'approche proposée permet alors une meilleure identification des paramètres mécaniques que la méthode IVSVF.

5.1.2.2. Profil d'excitation à jerk commandé

Comme dans le cas de l'utilisation du profil à vitesse trapézoïdale, le profil généré sur le banc expérimental est différent de celui présenté précédemment. On utilise tout d'abord un premier démarrage du moteur jusqu'à 20 rad/s. La figure 5.9 présente le profil utilisé. La phase d'accélération utilisée pour l'identification est considérée entre 0 et 0,5 s.

Les signaux mesurés de courant, de tension et de vitesse sont présentés à la figure 5.10.

Les résultats d'identification sont présentés dans le tableau 5.5.

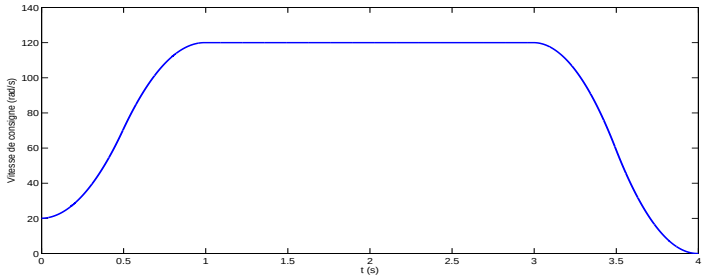
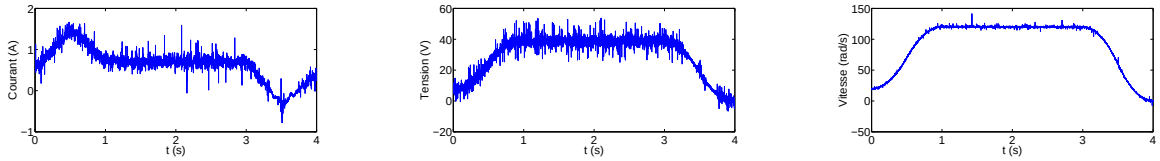


FIGURE 5.9: Consigne de vitesse à jerk contrôlé appliquée à l'entraînement à courant continu



(a) Courant mesuré (b) Tension mesurée (c) Vitesse de rotation mesurée

FIGURE 5.10: Signaux mesurés sur le dispositif expérimental d'entraînement à courant continu

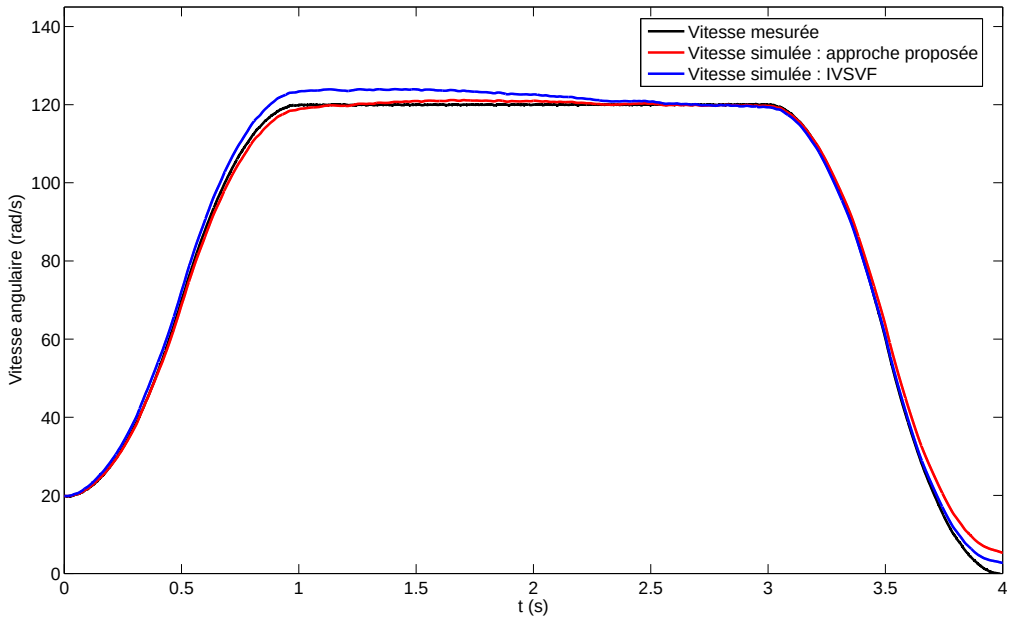


FIGURE 5.11: Comparaison des vitesse mesurée et simulée sur l'entraînement à courant continu avec un profil d'excitation à jerk commandé

La valeur identifiée du paramètre L est maintenant positive. Cependant, la valeur obtenue semble beaucoup trop grande pour ce moteur. De plus, nous avons vu en simulation

Paramètre : moyenne et écart-type	Valeur identifiée avec l'approche proposée	Valeur identifiée avec IVSVF
R	1,93	1,76
σ_R	$\pm 2,06 \times 10^{-2}$	$\pm 3,56 \times 10^{-2}$
L	$9,60 \times 10^{-2}$	$2,55 \times 10^{-2}$
σ_L	$\pm 6,37 \times 10^{-3}$	$\pm 2,94 \times 10^{-4}$
K	$3,06 \times 10^{-1}$	$3,17 \times 10^{-1}$
σ_K	$\pm 2,52 \times 10^{-4}$	$\pm 5,57 \times 10^{-3}$
J	$1,33 \times 10^{-3}$	$1,32 \times 10^{-3}$
σ_J	$\pm 7,69 \times 10^{-5}$	$\pm 2,98 \times 10^{-4}$
f	$4,05 \times 10^{-4}$	$5,37 \times 10^{-4}$
σ_f	$\pm 2,70 \times 10^{-4}$	$\pm 1,84 \times 10^{-3}$
C_r	$1,53 \times 10^{-1}$	$1,51 \times 10^{-1}$
σ_{C_r}	$\pm 2,66 \times 10^{-3}$	$\pm 3,39 \times 10^{-2}$

TABLE 5.5: Résultats expérimentaux pour l'identification des paramètres de l'entraînement à courant continu : profil à jerk commandé

que ce paramètre est biaisé. On ne peut donc pas considérer la valeur identifiée comme fiable.

Concernant les autres paramètres, la comparaison des résultats obtenus entre les deux profils donne des valeurs très proches. Cependant les écarts-types sont plus élevés avec le profil à jerk commandé, en raison du nombre de points plus faible utilisés pour l'estimation des coefficients des polynômes.

La validation des résultats est réalisée en comparant les sorties mesurées et simulées, comme présenté à la figure 5.7. Les résultats de simulation sont illustrés à la figure 5.11.

La comparaison des vitesses de la figure 5.11 montre que la vitesse simulée avec l'approche proposée est proche de la vitesse mesurée.

Les résultats obtenus avec l'approche proposée sont moins bons en utilisant ce profil. Les différences proviennent essentiellement de deux sources : le nombre de points plus faibles pour estimer les coefficients et l'ordre des polynômes plus élevés.

5.1.2.3. Conclusions

L'application de l'approche proposée sur un entraînement à courant continu donne de bons résultats, si on exclut l'inductance L. Les résultats obtenus sont meilleurs en utilisant le profil d'excitation à vitesse trapézoïdale.

Dans les deux cas, l'approche proposée permet d'obtenir des paramètres mécaniques proches des valeurs réelles.

5.2. Entraînement synchrone

5.2.1. Simulations

Des simulations ont été effectuées à partir des équations de Park de la machine synchrone, décrites à la section 4.3.2. Des bruits blancs gaussiens de moyennes nulles sont ajoutés aux signaux i_d, i_q, v_d, v_q et Ω pour simuler des bruits de mesure et ainsi être le plus proche des conditions réelles. Ces bruits sont nommés respectivement $e_{i_d}(t)$, $e_{i_q}(t)$, $e_{v_d}(t)$, $e_{v_q}(t)$, $e_\Omega(t)$. Le schéma de simulation est présenté à la figure 5.12.

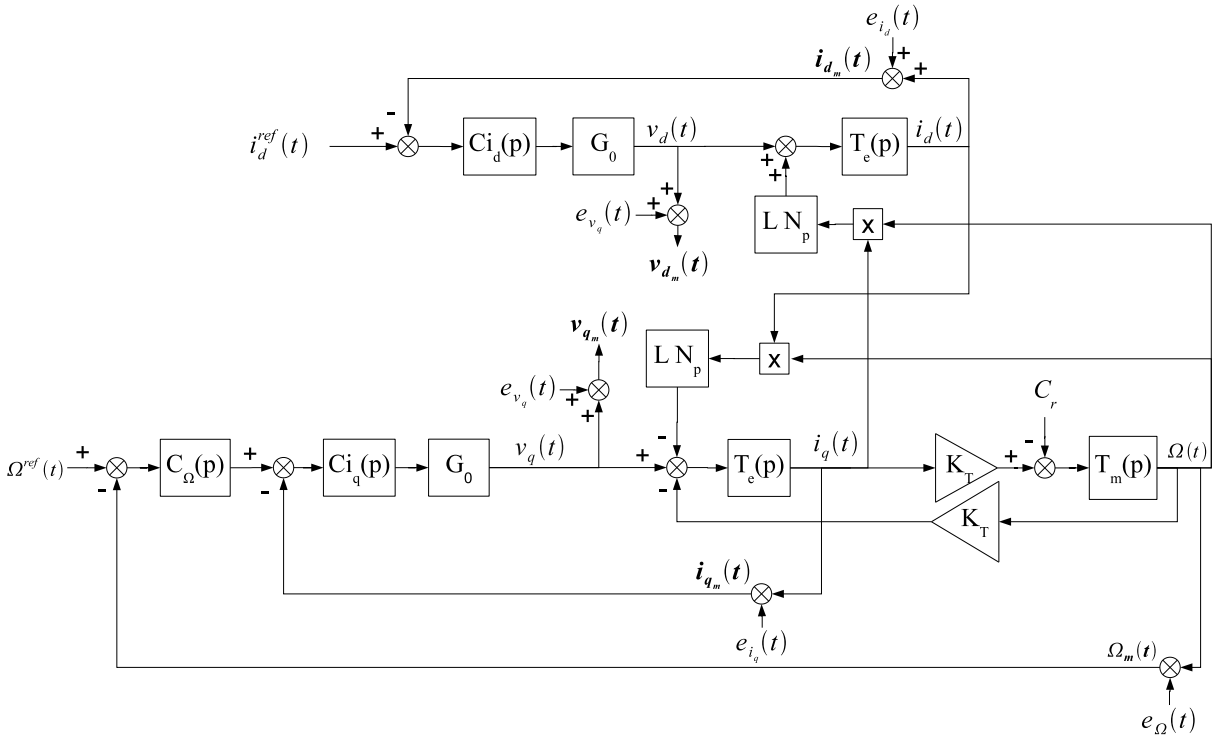


FIGURE 5.12: Schéma bloc de la simulation de l'entraînement électromécanique synchrone dans le repère d-q

Les variances des bruits sont les mêmes pour les bruits $e_{i_d}(t)$ et $e_{i_q}(t)$ ainsi que pour $e_{v_d}(t)$ et $e_{v_q}(t)$ car ces signaux proviennent de la même source. Les variances choisies sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma^2_{i_d} &= \sigma^2_{i_q} = 1 \times 10^{-3} \text{ A} \\ \sigma^2_{v_d} &= \sigma^2_{v_q} = 1 \times 10^{-4} \text{ V} \\ \sigma^2_{\Omega} &= 1 \times 10^{-1} \text{ rad/s} \end{aligned} \tag{5.6}$$

La période d'échantillonnage est $T_s = 10$ ms. Cette valeur permet d'obtenir assez de points pour l'identification et est assez faible pour prendre en compte toutes les dynamiques du système.

Le régulateur de vitesse utilisé est à retour d'état pour être plus proche du système expérimental utilisé en section 5.2.2. Les régulateurs de courant sont des PI. Le régulateur de vitesse est défini de la manière suivante :

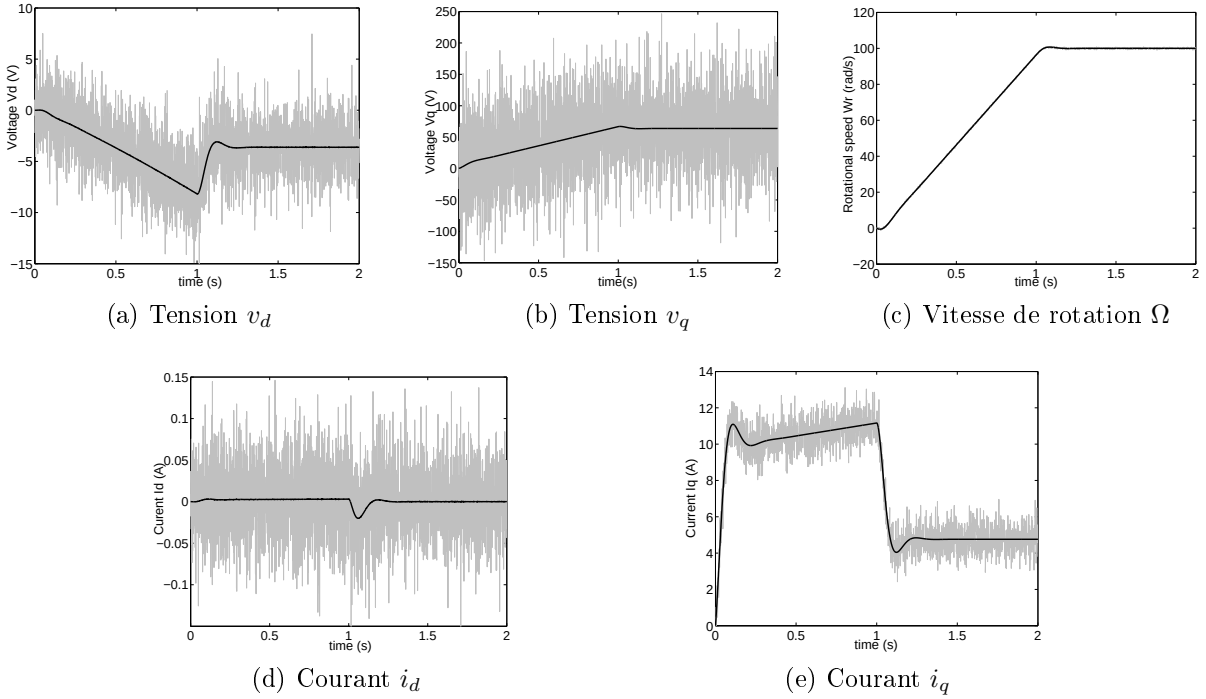
$$C_\Omega(p) \; : \; u(t) = \left(\Omega^{ref}(t) - \Omega_m(t)\right) \frac{63,5}{p} - 2,31\Omega_m(t) \tag{5.7}$$

Les régulateurs de courant ont pour valeur :

$$C_{i_d}(p) = C_{i_q}(p) = 5,99 + \frac{312,5}{p} \tag{5.8}$$

Pour évaluer les propriétés statistiques de l'approche d'identification, 100 réalisations de Monte-Carlo ont été effectuées sur Matlab/Simulink.

Les signaux mesurés sont présentés à la figure 5.13. La ligne noire représente le signal non bruité et la ligne grise représente une réalisation de Monte-Carlo bruitée.



(a) Tension v_d (b) Tension v_q (c) Vitesse de rotation Ω

(d) Courant i_d (e) Courant i_q

FIGURE 5.13: Signaux de simulation mesurés : la ligne noire est le signal non bruité et le tracé gris est le signal bruité

On remarque que malgré le couplage entre l'axe d et q, le courant i_d est très faible comparé aux autres signaux et proche de zéro en régime établit (intervalle d'identification). L'asservissement de l'axe d permet de valider l'hypothèse $i_d = 0$ que nous avons faite en section 4.3.2.

Les résultats de simulation, exprimés en terme de moyennes et d'écarts-types d'estimation, sont résumés dans le tableau 5.6. La distance paramétrique est aussi calculée. L'approche proposée est comparée aux méthodes IVSVF et CLSRIVC.

Paramètre : moyenne, écart-type	Valeur vraie	Valeur identifiée avec l'approche proposée	Valeur identifiée avec IVSVF	Valeur identifiée avec CLSRIVC
$\overline{R}_s$	8×10^{-1}	$7,9995 \times 10^{-1}$	$8,0023 \times 10^{-1}$	$8,0002 \times 10^{-1}$
σ_{R_s}		$\pm 5,92 \times 10^{-4}$	$\pm 1,59 \times 10^{-5}$	$\pm 2,01 \times 10^{-5}$
$\overline{L}$	$1,9 \times 10^{-3}$	$1,9001 \times 10^{-3}$	$2,8955 \times 10^{-3}$	$1,8923 \times 10^{-3}$
σ_L		$\pm 5,00 \times 10^{-6}$	$\pm 6,10 \times 10^{-6}$	$\pm 5,36 \times 10^{-6}$
$\overline{K}_T$	6×10^{-1}	$6,0015 \times 10^{-1}$	$5,9999 \times 10^{-1}$	$6,0000 \times 10^{-1}$
σ_{K_T}		$\pm 6,68 \times 10^{-5}$	$\pm 2,15 \times 10^{-6}$	$\pm 2,07 \times 10^{-6}$
$\overline{J}$	$3,87 \times 10^{-2}$	$3,8701 \times 10^{-2}$	$3,8699 \times 10^{-2}$	$3,8700 \times 10^{-2}$
σ_J		$\pm 3,58 \times 10^{-6}$	$\pm 4,80 \times 10^{-7}$	$\pm 4,74 \times 10^{-7}$
$\overline{f}$	$3,52 \times 10^{-3}$	$3,5247 \times 10^{-3}$	$3,5198 \times 10^{-3}$	$3,5201 \times 10^{-3}$
σ_f		$\pm 1,10 \times 10^{-5}$	$\pm 1,22 \times 10^{-6}$	$\pm 1,11 \times 10^{-6}$
$\overline{C}_r$	2	1,9987	2,0000	2,0000
σ_{C_r}		$\pm 3,33 \times 10^{-3}$	$\pm 2,67 \times 10^{-4}$	$\pm 2,58 \times 10^{-4}$
Distance paramétrique		0,0471	0,0274	0,0468

TABLE 5.6: Résultats expérimentaux pour l'identification des paramètres de l'entraînement synchrone en simulation : profil d'excitation à vitesse trapézoïdale

L'analyse du tableau 5.6 montre que l'approche proposée fournit des paramètres identifiés très proches des paramètres réels. La distance paramétrique obtenue est ainsi très faible.

La méthode IVSVF identifie le paramètre L de manière biaisée. Cette observation se retrouve au niveau de la distance paramétrique élevée.

Les résultats obtenus avec la méthode CLSRIVC sont très bons. Les moyennes sont très proches des valeurs réelles et les écarts-types sont très faibles. La comparaison de cette méthode avec l'approche proposée révèle des résultats très proches.

On peut ainsi affirmer que l'approche proposée permet l'identification d'un entraînement synchrone, en utilisant un profil d'excitation trapézoïdal. Il est important de noter que l'approche proposée ne nécessite pas la connaissance des régulateurs, contrairement à la méthode CLSRIVC.

5.2.2. Expérimentations

Afin de confirmer l'application de l'approche à un système réel, des expérimentations ont été effectuées sur un banc expérimental. Ce dispositif se compose d'un moteur synchrone de 600W et de deux disques d'inertie, servant de charge mécanique. Le moteur est contrôlé en utilisant le modèle de Park. Les boucles internes de courant i_d et i_q sont réalisées à l'aide d'un régulateur PI. La boucle externe de vitesse est contrôlée par un régulateur à retour d'état. La mise en œuvre de l'asservissement et l'acquisition des signaux sont réalisées sur la plate forme utilisant Matlab/Simulink et une carte d'acquisition et de simulation en temps réel dSpace/Control Desk avec une quantification de 16 bits et un période d'échantillonnage de $1,33 \times 10^{-4}$ s. Les valeurs données par la documentation technique sont regroupées dans le tableau

5.7.

La réalisation de ces expérimentations a été possible grâce à un BQR (Bonus Qualité Recherche) entre le LGP et l'équipe CODIASE du LAPLACE.

Paramètre	R_S (Ω)	L (H)	K_T $(N.m)$	N_p
Valeur	0,8	$1,9 \times 10^{-3}$	0,6	4

TABLE 5.7: Caractéristiques du banc expérimental de l'entraînement synchrone

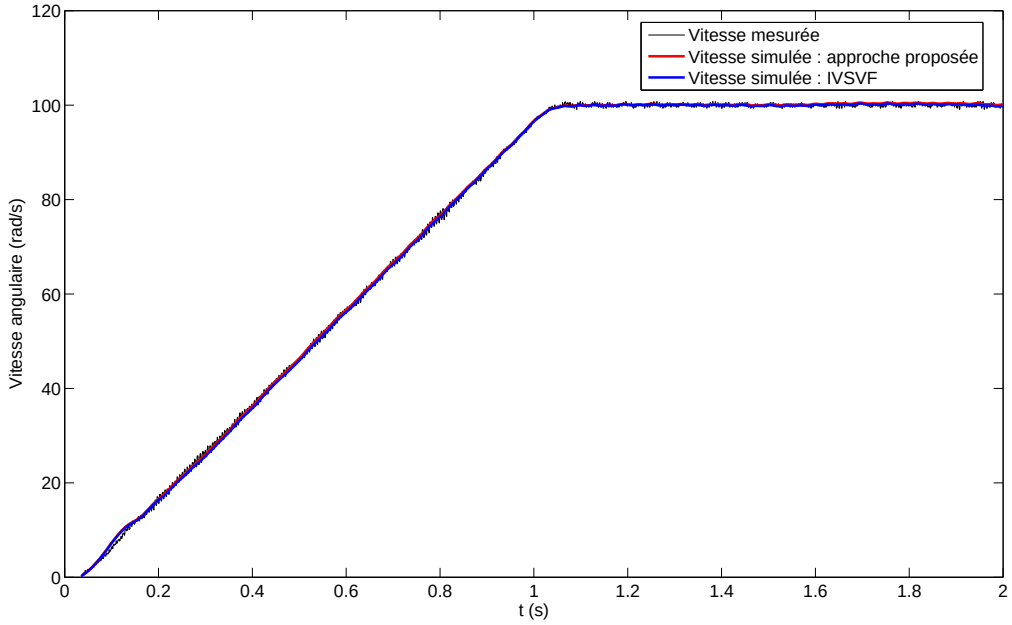
A cause de problèmes liés à une difficulté de construction des signaux v_d et v_q, seulement la partie mécanique du système est identifiée. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 5.8. L'approche proposée est ici comparée uniquement à la méthode IVSVF.

Paramètre : valeur et écart-type	Valeur identifiée avec l'approche d'identification proposée	Valeur identifiée avec IVSVF
J	$3,35 \times 10^{-2}$	$3,29 \times 10^{-2}$
σ_J	$\pm 1,41 \times 10^{-3}$	$\pm 3,11 \times 10^{-4}$
f	$6,07 \times 10^{-3}$	$4,95 \times 10^{-3}$
σ_f	$\pm 1,43 \times 10^{-3}$	$\pm 5,01 \times 10^{-3}$
C_r	$1,54$	$1,66$
σ_{C_r}	$\pm 5,72 \times 10^{-3}$	$\pm 4,82 \times 10^{-2}$

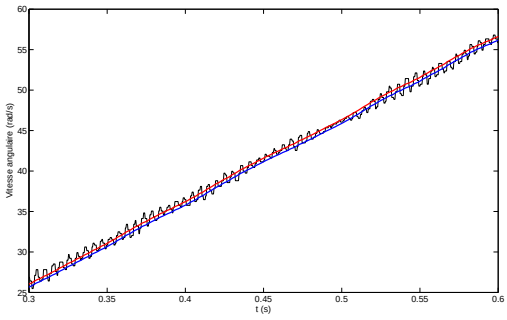
TABLE 5.8: Résultats expérimentaux d'identification des paramètres de l'entraînement synchrone

Afin de comparer les deux approches, le sous-système mécanique est simulé en utilisant le signal $i_q(t)$ comme entrée et la vitesse de rotation $\Omega(t)$ comme sortie. La sortie

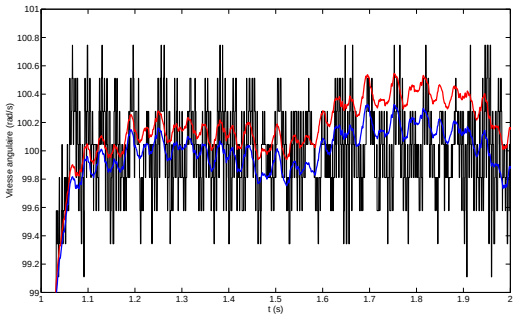
mesurée expérimentalement est comparée aux sorties simulées par la méthode IVSVF et par l'approche proposée à la figure 5.14. La vitesse mesurée est en noir, la vitesse simulée par la méthode proposée est en rouge, et la vitesse simulée par IVSVF est en bleu.



(a) Vue générale



(b) Zoom sur la phase d'accélération



(c) Zoom sur la phase à vitesse constante

FIGURE 5.14: Entraînement synchrone : comparaison des vitesses mesurée et simulées par la méthode IVSVF et l'approche proposée

En observant la figure 5.14 on remarque que les vitesses simulées avec les deux approches sont très proches de la vitesse réelle. Les agrandissements sur la phase d'accélération et sur la phase à vitesse constante permettent de donner un léger avantage à la méthode IVSVF. Cependant, on peut considérer que les résultats obtenus avec l'approche proposée sont très correct et cohérents.

5.3. Conclusions

La méthode basée sur l'étude des polynômes du chapitre 4 a été appliquée sur les entraînements électromécaniques à courant continu et synchrone. La méthode a été testée en simulation puis en expérimentation sur bancs d'essai. Les résultats obtenus sont comparés avec les méthodes IVSVF et CLSRIVC.

Pour l'identification du moteur à courant continu, l'utilisation du profil à jerk commandé permet de mieux identifier le paramètre L mais celui-ci reste cependant biaisé. Au niveau expérimental, les paramètres estimés en utilisant le premier ou le second profil sont très proches. La comparaison avec la méthode IVSVF donne l'avantage à l'approche proposée en omettant l'identification de L qui est biaisé dans les deux cas. Compte tenu des résultats de simulation, on peut considérer l'approche proposée comme une méthode permettant une identification initiale des paramètres de l'entraînement électromécanique à courant continu. De plus, cette approche identifie les paramètres sans la connaissance des régulateurs, ce qui est un avantage sur un système expérimental, ou ceux-ci peuvent être inconnus ou mal connus.

L'identification de l'entraînement synchrone avec l'approche proposée donne de très bons résultats en simulation, et proches de ceux obtenus avec la méthode CLSRIVC. Au niveau expérimental, l'identification des paramètres mécaniques, comparée aux résultats de la méthode IVSVF, montre des résultats similaires. L'approche proposée permet alors l'identification des paramètres mécaniques de l'entraînement synchrone sans la connaissance des régulateurs.

Des développements théoriques restent cependant nécessaires afin d'améliorer certaines étapes de l'approche. En effet, l'estimation de polynômes temporels à partir de signaux bruités et perturbés est encore un sujet d'étude. Par ailleurs, la détermination de l'intervalle nécessaire à l'estimation du polynôme temporel est actuellement faite de façon visuelle. Il serait intéressant de pouvoir automatiser cette étape par des algorithmes, utilisés dans le domaine du traitement du signal.

Conclusions générales et perspectives

Dans ce mémoire nous avons présenté plusieurs contributions à l'identification paramétrique de modèles à temps continu.

La première contribution se présente sous la forme d'extensions à la méthode à erreur de sortie à temps continu. Tout d'abord une écriture différente des fonctions de sensibilité permet de mettre en valeur le filtrage intrinsèque de cette méthode. Ensuite, la méthode est étendue à l'identification de systèmes comprenant un retard pur, en boucle ouverte et en boucle fermée, en utilisant les versions hors-ligne et récursive.

La méthode est testée en simulation et en expérimentation sur de nombreux systèmes. L'intérêt du filtrage intrinsèque est mis en valeur par comparaison avec d'autres méthodes d'identification à temps continu.

L'identification de systèmes, en boucle ouverte et en boucle fermée, comprenant un retard pur, fait l'objet de nombreux essais afin d'étudier les propriétés de la méthode. Son application sur un processus expérimental avec un retard pur, met en valeur sa mise en application. Cet apport est très important car peu de méthodes s'intéressent à l'identification du retard pur, à la fois en boucle ouverte et en boucle fermée. De plus, l'extension proposée permet d'identifier à la fois le retard et les autres paramètres du modèle.

La méthode à erreur de sortie présente l'avantage de préfiltrer les données de par l'utilisation des fonctions de sensibilité. De plus, l'utilisation du modèle à temps continu permet d'obtenir les paramètres physiques du système, plus proches d'une réalité physique et faciles à exploiter dans le cadre de la surveillance paramétrique.

Les perspectives de recherche sur cette méthode portent essentiellement sur les points suivants :

- l'identification de systèmes à boucles imbriquées, par exemple pour les entraînements électromécaniques,
- l'identification de processus non linéaires, en boucle ouverte et en boucle fermée,
- l'étude des conditions de convergence dans le cas général de l'utilisation de l'algo-

rithme de Levenberg-Marquardt.

Sur un plus long terme, on peut aussi imaginer de développer l'algorithme pour prendre en compte le cas où le régulateur est inconnu. Il serait aussi intéressant de prendre en compte un modèle de bruit non blanc, en utilisant par exemple un modèle du type Box-Jenkins.

La deuxième contribution porte sur l'identification paramétrique des entraînements électromécaniques en conditions opérationnelles. Le principe des conditions opérationnelles repose sur deux aspects principaux : l'utilisation de signaux d'excitation spécifique, prenant en compte les contraintes du système, et l'asservissement du système par des boucles imbriquées. L'approche proposée se base sur l'utilisation de signaux d'excitation polynomiaux et la connaissance de la structure du système. Une analyse des coefficients des polynômes temporels générés permet d'établir des relations linéaires entre les coefficients et les paramètres physiques du système à identifier. Ces relations sont utilisées afin d'identifier les paramètres. Cette approche se base sur un modèle générique aux deux types d'entraînement électromécaniques : à courant continu et synchrone. L'approche est ainsi développée pour l'identification de ces deux entraînements. Des simulations et des expérimentations sur bancs d'essai viennent compléter l'étude en comparant les résultats avec les méthodes LSSVF et CLSRIVC.

Concernant l'entraînement à courant continu, les résultats de simulation montrent qu'un paramètre de l'entraînement, l'inductance L, ne peut être identifié à cause d'un problème de sensibilité aux erreurs. Des résultats similaires sont obtenus avec la méthode LSSVF. Cependant, les test sur banc expérimentaux donnent l'avantage à l'approche proposée qui obtient des paramètres proches des paramètres réels.

L'identification paramétrique de l'entraînement synchrone révèle de très bons résultats en simulation. Son application sur un banc expérimental montre que l'identification des paramètres mécaniques donne de meilleurs résultats que la méthode LSSVF, dans les mêmes conditions d'utilisation.

L'approche que nous proposons possède les avantages suivants :

- identification du système en conditions opérationnelles,
- utilisation d'un signal de consigne utilisé en commande et non spécifique à l'identification,
- ne nécessite pas la connaissance des régulateurs,
- méthode identique pour les deux types d'entraînement, à courant continu et synchrone
- méthodologie simple.

L'approche proposée peut être utilisée pour réaliser une première identification pour l'initialisation d'autres méthodes, en étant une alternative à la méthode LSSVF.

Cependant, la méthode a le principal inconvénient d'être sensible aux perturbations modifiant les coefficients des polynômes. De plus, la détermination de l'intervalle nécessaire à l'obtention des coefficients des polynômes est aussi un étape importante qui n'est pas automatisée. Ainsi, les perspectives de recherche pour cette méthode sont :

- l'étude de la sensibilité de la qualité de l'identification par rapport aux modifications des coefficients des polynômes,
- l'utilisation de méthodes issues du traitement du signal pour déterminer l'intervalle nécessaire à l'estimation des coefficients des polynômes,
- l'étude du signal d'excitation optimal,
- le développement de méthodes d'analyse de régression performantes, autant en terme de biais que de temps de calcul,
- le développement de l'approche à l'entraînement asynchrone.

Il semble aussi possible de conserver le principe d'analyse de signaux polynomiaux à d'autres types de systèmes, moins perturbés que les systèmes électromécaniques. Le principe est en effet très intéressant car il se base sur l'utilisation de signaux spécifiques au système.

Annexes

A. 1 . Etude de la convergence de l'algorithme à erreur de sortie

A. 1 .1. Système en boucle ouverte

A. 1 .1.1. Algorithme hors-ligne

Convergence de l'algorithme

En utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt de l'équation (1.69), on peut exprimer le terme de correction paramétrique $\Delta\widehat{\theta}$ de la manière suivante :

$$\Delta\widehat{\theta} = \widehat{\theta}_{j+1} - \widehat{\theta}_j \quad = \quad -\left[\mathbf{J}''_{\widehat{\theta}} + \mu \mathrm{diag}\left(\mathbf{J}''_{\widehat{\theta}}\right)\right]^{-1} \mathbf{J}'_{\widehat{\theta}} \tag{6.9}$$

Au voisinage de l'optimum $\mu = 0$; on obtient alors l'algorithme de Gauss-Newton de l'équation (1.67) :

$$\Delta\widehat{\theta} \quad = \quad -\left[\mathbf{J}''_{\widehat{\theta}}\right]^{-1} \mathbf{J}'_{\widehat{\theta}} \tag{6.10}$$

$$\Delta\widehat{\theta} \quad = \quad \left[2\sum_{k=1}^{N} \sigma\left(t_k\right) \sigma^T\left(t_k\right)\right]^{-1} 2\sum_{k=1}^{N} \varepsilon_{ES}\left(t_k\right) \sigma\left(t_k\right) \tag{6.11}$$

Définissons l'espérance mathématique d'une variable $x\left(t_k\right)$ comme :

$$\mathrm{E}\left\{x\left(t_k\right)\right\} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} x\left(t_k\right) \tag{6.12}$$

L'algorithme est convergent si $\mathrm{E}\left\{\Delta\widehat{\theta}\right\} = 0$, c'est à dire si l'erreur $\Delta\widehat{\theta}$ est nul pour un nombre infini de points. L'espérance de l'erreur s'écrit :

$$\mathrm{E}\left\{\Delta\widehat{\theta}\right\} = \mathrm{E}\left\{\left[2\sigma\left(t_k\right)\sigma^T\left(t_k\right)\right]^{-1}\right\} \mathrm{E}\left\{2\varepsilon_{ES}\left(t_k\right)\sigma\left(t_k\right)\right\} \tag{6.13}$$

En utilisant les équations (1.53) et (1.56), les résidus $\varepsilon_{ES}(t)$ peuvent s'écrire [TCPG02] :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ES}(t) &= y(t) - \widehat{y}(t) \\ \varepsilon_{ES}(t) &= \frac{1}{A}\widehat{\phi}^T(t)\left[\theta - \widehat{\theta}\right] + w(t) \end{aligned} \tag{6.14}$$

Les équations (6.13) et (6.14) permettent d'écrire :

$$\mathrm{E}\left\{\Delta\widehat{\theta}\right\} = \mathrm{E}\left\{\left[2\sigma\left(t_k\right)\sigma^T\left(t_k\right)\right]^{-1}\right\} \tag{6.15}$$

$$\times\left(\mathrm{E}\left\{2\sigma\left(t_k\right)\frac{\widehat{A}}{A}\sigma^T\left(t_k\right)\right\}\left[\theta - \widehat{\theta}\right] + \mathrm{E}\left\{w\left(t_k\right)\sigma\left(t_k\right)\right\}\right) \tag{6.16}$$

Si le système fonctionne en boucle ouverte, $u(t)$ et $w(t)$ sont indépendants ; de plus, si la perturbation $w(t)$ est de moyenne nulle ($\mathrm{E}\{w(t)\} = 0$), alors $\mathrm{E}\{\sigma(t)w(t)\} = 0$ quel que soit le processus générateur de $w(t)$ car $\sigma(t)$ ne dépend que de $u(t)$. L'équation (6.16) s'écrit alors :

$$\mathrm{E}\left\{\Delta\widehat{\theta}\right\} = \mathrm{E}\left\{\left[2\sigma\left(t_k\right)\sigma^T\left(t_k\right)\right]^{-1}\right\}\mathrm{E}\left\{2\sigma\left(t_k\right)\frac{\widehat{A}}{A}\sigma^T\left(t_k\right)\right\}\left[\theta - \widehat{\theta}\right] \tag{6.17}$$

Une solution directe à (6.17) est $\mathrm{E}\left\{\Delta\widehat{\theta}\right\} = 0$, soit $\widehat{\theta} = \theta$, pour $\widehat{A} = A$. L'estimateur à erreur de sortie est donc asymptotiquement non biaisé, quelque soit la nature du bruit de sortie $w(t)$.

Stabilité de l'algorithme

Les propriétés de convergence en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt ne sont pas connues et sont en cours de recherche. Afin d'étudier la stabilité de l'algorithme, on émet l'hypothèse que l'on se situe proche de l'optimum. On peut dans ce cas utiliser l'algorithme de Gauss-Newton pour étudier la stabilité.

Ainsi, à proximité d'un optimum local, et avec l'algorithme de Gauss-Newton, on obtient l'équation (6.10). L'algorithme est alors stable si la matrice hessien $\mathbf{J}''$ est inversible, donc si les valeurs propres de $\mathbf{J}''$ sont strictement positives.

On peut exprimer cette condition de convergence comme une condition de passivité. Ainsi, la stabilité et la convergence locale de l'algorithme hors-ligne en boucle ouverte est donnée par [TCPG02, Toh08] :

$$Re\left\{\frac{\widehat{A}(j\omega)}{A(j\omega)}\right\} > 0 \tag{6.18}$$

Cette condition dans le domaine fréquentiel implique que le lieu de Nyquist de $\frac{\widehat{A}(j\omega)}{A(j\omega)}$ se trouve dans le demi-plan droit. Il est important de noter que cette condition, utilisée pour des analyses théoriques, n'est pas vérifiable en pratique.

A. 1 .1.2. Algorithme récursif

La convergence de l'algorithme récursif peut être exprimée comme une condition de passivité. Ainsi, en utilisant l'hypothèse de proximité de l'optimum, on utilise l'algorithme de Gauss-Newton. La convergence est alors donnée par [TCPG02, Toh08] :

$$Re\left\{\frac{\widehat{A}(j\omega)}{A(j\omega)}-\frac{1}{2}\right\}>0 \tag{6.19}$$

A. 1 .2. Système en boucle fermée

A. 1 .2.1. Algorithme hors-ligne

Convergence de l'algorithme

En considérant l'hypothèse de proximité de l'optimum, on peut écrire l'équation (6.11) appliquée à un modèle en boucle fermée :

$$\Delta\widehat{\theta}=\left[2\sum_{k=1}^{N}\sigma\left(t_k\right)\sigma^T\left(t_k\right)\right]^{-1}2\sum_{k=1}^{N}\varepsilon_{BF}\left(t_k\right)\sigma\left(t_k\right) \tag{6.20}$$

Les résidus $\varepsilon_{BF}(t)$ peuvent être écrits sous la forme [CBH09] :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{BF}(t) &= \frac{S}{P}\left[\left(\theta-\widehat{\theta}\right)\widehat{\phi}(t)+Aw(t)\right]\\ \varepsilon_{BF}(t) &= \frac{\widehat{P}}{P}\left(\theta-\widehat{\theta}\right)^T\sigma\left(t\right)+\frac{AS}{P}w\end{aligned} \tag{6.21}$$

En utilisant les équations (6.20) et (6.21) on peut écrire l'espérance des résidus sous la forme :

$$\mathrm{E}\left\{\Delta\widehat{\theta}\right\}=\mathrm{E}\left\{\left[2\sigma\left(t_k\right)\sigma^T\left(t_k\right)\right]^{-1}\right\}\left(\mathrm{E}\left\{2\sigma\left(t_k\right)\frac{\widehat{P}}{P}\sigma^T\left(t_k\right)\right\}\left[\theta-\widehat{\theta}\right]+\mathrm{E}\left\{w\left(t_k\right)\sigma\left(t_k\right)\right\}\right) \tag{6.22}$$

Ainsi, si le bruit de sortie est de moyenne nulle ($\mathrm{E}\{w(t)\}=0$), alors $\mathrm{E}\{\varepsilon_{BF}(t)\sigma(t)\}=0$, car $\sigma(t)$ ne dépend que de $\widehat{y}(t)$ et de $\widehat{u}(t)$. L'équation (6.22) s'écrit alors :

$$\mathrm{E}\left\{\Delta\widehat{\theta}\right\} = \mathrm{E}\left\{\left[2\sigma\left(t_k\right)\sigma^T\left(t_k\right)\right]^{-1}\right\}\mathrm{E}\left\{2\sigma\left(t_k\right)\frac{\widehat{P}}{P}\sigma^T\left(t_k\right)\right\}\left[\theta - \widehat{\theta}\right] \tag{6.23}$$

Une solution directe à (6.23) est $\mathrm{E}\left\{\Delta\widehat{\theta}\right\} = 0$, soit $\widehat{\theta} = \theta$, pour $\widehat{P} = P$. L'estimateur à erreur de sortie est donc asymptotiquement non biaisé, quel que soit la nature du bruit de sortie $w(t)$.

Stabilité de l'algorithme

Afin d'étudier la stabilité de l'algorithme à erreur de sortie hors-ligne en boucle fermée, on utilise la méthode de l'ODE [Lju77, LS83]. D'après l'équation (1.69) et à proximité de l'optimum ($\mu = 0$), on obtient l'algorithme de Gauss-Newton (1.67). On peut alors écrire :

$$\begin{aligned}\widehat{\theta}_{k+1} &= \widehat{\theta}_k + \Delta\widehat{\theta} \\ \Delta\widehat{\theta} &= \left[2\sum_{k=1}^{N}\sigma\left(t_k\right)\sigma^T\left(t_k\right)\right]^{-1} 2\sum_{k=1}^{N}\varepsilon_{BF}\left(t_k\right)\sigma\left(t_k\right)\end{aligned} \tag{6.24}$$

En considérant $k \to \infty$, on peut écrire :

$$\Delta\widehat{\theta} = \left[\mathrm{E}\left(\sum_{k=1}^{N}\sigma\left(t_k\right)\sigma^T\left(t_k\right)\right)\right]^{-1}\mathrm{E}\left(\sum_{k=1}^{N}\varepsilon_{BF}\left(t_k\right)\sigma\left(t_k\right)\right) \tag{6.25}$$

En supposant $\mathrm{E}\left(\widehat{\phi}(t)w(t)\right) = 0$, et avec (6.21), on peut écrire :

$$\Delta\widehat{\theta} = X^{-1}Z\left(\theta - \widehat{\theta}\right) \tag{6.26}$$

$$X = \mathrm{E}\left(\sum_{k=1}^{N}\sigma\left(t_k\right)\sigma^T\left(t_k\right)\right) \tag{6.27}$$

$$Z = \mathrm{E}\left(\sum_{k=1}^{N}\sigma\left(t_k\right)\frac{\widehat{P}}{P}\sigma\left(t_k\right)\right) \tag{6.28}$$

Si on assimile k à un temps τ, on peut écrire :

$$\frac{\Delta\widehat{\theta}}{\Delta k} \cong \frac{d\widehat{\theta}(\tau)}{d\tau}, \text{ pour } \Delta k = 1 \tag{6.29}$$

On peut alors approcher l'algorithme itératif par une pseudo-ODE :

$$\frac{d\widehat{\theta}(\tau)}{d\tau} = -X^{-1}Z\left(\widehat{\theta}(\tau) - \theta\right) \tag{6.30}$$

La convergence locale de l'algorithme dépend alors des valeurs propres de $X^{-1}Y$. La convergence est assuré si

$$Re\left\{\frac{\widehat{P}(j\omega)}{P(j\omega)}\right\} > 0 \tag{6.31}$$

Cette condition de convergence est valable à proximité de l'optimume dans le cadre de l'utilisation de l'algorithme de Gauss-Newton.

A. 1 .2.2. Algorithme récursif

La convergence locale de l'algorithme récursif est étudiée de la même manière que dans le cas hors-ligne. On utilise l'hypothèse de proximité de l'optimum afin d'utiliser l'algorithme de Gauss-Newton. L'utilisation de la méthode de l'ODE, par analogie avec l'utilisation de la méthode à erreur de sortie en boucle ouverte, donne la condition de convergence suivante :

$$Re\left\{\frac{\widehat{P}(j\omega)}{P(j\omega)} - \frac{1}{2}\right\} > 0 \tag{6.32}$$

On peut comparer cette condition de convergence à celle obtenue par Landau dans la méthode F-CLOE [LK97], dans le cas des modèles à temps discret. On voit que l'on retrouve la condition de convergence de l'algorithme à erreur de sortie récursif de l'équation (6.32). Cependant, la comparaison n'est valable que si on se place proche de l'optimum.

A. 2 . Utilisation des moindres carrés dans le cadre d'une régression linéaire

A. 2 .1. Présentation

La régression linéaire est le type le plus simple de modèle paramétrique. Ces modèles sont souvent utilisés dans le domaine de la statistique. Le premier à utiliser la regression linéaire a été Gauss en 1809 pour calculer l'orbite des planètes.

La structure du modèle peut être écrite de la forme suivante :

$$y(t) = \phi^T(t)\theta \tag{6.33}$$

avec $y(t)$ une quantité mesurable, $\phi(t)$ un vecteur de quantités connues et θ le vecteur de paramètres inconnus. Le vecteur $\phi(t)$ est appelé variable de regression ou regresseur.

Le problème est d'estimer les n paramètres du vecteur θ à partir de N données : $y(1), \ldots, y(N), \varphi(1) \ldots, \varphi(N)$. Le modèle (6.33) peut alors s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$Y = \Phi\theta \tag{6.34}$$

avec :

$$\begin{aligned} Y &= \left[\begin{array}{ccc} y(1) & \cdots & y(N) \end{array} \right]^T, \text{ vecteur de dimension } (N \times 1) \\ \Phi &= \left[\begin{array}{ccc} \phi^T(1) & \cdots & \phi^T(N) \end{array} \right]^T, \text{ matrice de dimension } (N \times n) \end{aligned}$$

Si le nombre de mesures est égal aux nombre de paramètres ($N = n$), le vecteur θ peut être facilement déterminé. En effet, la matrice Φ est alors carrée, et si elle est non singulière, la solution est alors donnée par :

$$\widehat{\theta} = \Phi^{-1} Y \tag{6.35}$$

Cependant, en pratique, en présence de bruits, de perturbations, ou d'erreurs de modélisation, les paramètres estimés seront plus précis si on utilise plus de données ($N > n$). La solution $\widehat{\theta}$ est alors de la forme :

$$\widehat{\theta} = \left(\Phi^T \Phi\right)^{-1} \Phi^T Y \tag{6.36}$$

On peut aussi écrire la solution sous la forme régresseur suivante :

$$\widehat{\theta} = \left[\sum_{t=1}^{N} \phi(t)\phi^T(t) \right]^{-1} \left[\sum_{t=1}^{N} \phi(t) y(t) \right] \tag{6.37}$$

A. 2 .2. Effet du bruit sur l'identification

Dans le cadre de l'utilisation des moindres carrés sur un jeu de données réelles, on peut écrire le modèle défini à l'équation (6.33) de la manière suivante :

$$y(t) = \phi^T(t)\theta_0 + e(t) \tag{6.38}$$

où θ_0 représente le vecteur des paramètres réels, et $e(t)$ une variable stochastique de moyenne nulle et de variance σ^2. $e(t)$ est le plus souvent utilisé pour modéliser un bruit de mesure lors de l'acquisition de la donnée $y(t)$. On utilise alors un bruit blanc gaussien et

l'estimation des moindres carrés est non biaisée. Cependant, si on utilise un bruit coloré, l'estimation donnée par l'équation 6.37 est alors biaisée.

A. 2 .3. Application à l'identification de coefficients de polynômes

Définissons un modèle d'évolution polynomiale de la forme :

$$y(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \ldots + \alpha_n t^n + e(t) \tag{6.39}$$

Avec n décrivant le degré du polynôme et $e(t)$ une variable stochastique de moyenne nulle et de variance σ^2. Ce modèle peut être écrit sous la forme :

$$y(t) = \varphi^T(t)\underline{\alpha} + e(t) \tag{6.40}$$

avec :

$$\varphi(t) = \left[\begin{array}{cccc} 1 & t & \cdots & t^n \end{array} \right]^T \tag{6.41}$$

$$\underline{\alpha} = \left[\begin{array}{cccc} \alpha_0 & \alpha_1 & \cdots & \alpha_n \end{array} \right]^T \tag{6.42}$$

$$e = \left[\begin{array}{ccc} e(1) & \cdots & e(N) \end{array} \right]^T \tag{6.43}$$

La solution du système est alors donnée par l'équation suivante :

$$\widehat{\underline{\alpha}} = \left[\sum_{t=1}^{N} \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \left[\sum_{t=1}^{N} \varphi(t) y(t) \right] \tag{6.44}$$

$\widehat{\underline{\alpha}}$ contient les coefficients du polynôme que l'on cherche à identifier. Cette estimation est non biaisée si le bruit $e(t)$ est blanc gaussien et de moyenne nulle [SS89].

A. 3 . Variances d'estimation de la méthode des polynômes

La méthode des polynômes, présentée au chapitre 4, utilise les moindres carrés afin de déterminer des coefficients de polynômes pour générer ensuite un système matriciel linéaire. Ce système est alors résolu pour estimer les paramètres du modèle. Cette annexe présente le calcul des variances résiduelles sur les paramètres physiques. Le calcul de ces variances passe par deux étapes : l'estimation des variances résiduelles des coefficients et la propagation de ces erreurs sur les paramètres physiques.

A. 3 .1. Variances résiduelles des coefficients

Les coefficients des polynômes sont estimés à l'aide des moindres carrés (cf. annexe A. 2). La matrice de covariance est obtenue en effectuant le calcul suivant [Tri88] :

$$V = \left(\varphi(t)^T \varphi(t)\right)^{-1} \sigma_{MC}^2 \tag{6.45}$$

V est la matrice de variance, $\varphi(t)$ est le vecteur de régression défini en annexe A. 2 , et σ_{MC}^2 est la variance résiduelle après estimation des coefficients par la méthode des moindres carrés. Cette variance n'est pas connue mais peut être estimée en utilisant la forme :

$$\widehat{\sigma}_{MC}^2 = \frac{\mathbf{J}}{N-n} \tag{6.46}$$

avec N le nombre de données et n le nombre de coefficients à identifier. $\mathbf{J}$ représente les résidus de la méthode des moindres carrés :

$$\mathbf{J} = \sum_{k=1}^{N} \varepsilon^2(t_k) = \sum_{k=1}^{N} \left[y(t_k) - \widehat{y}_{MC}(t_k)\right] \tag{6.47}$$

où $y(t_k)$ est la sortie mesurée à l'instant t_k et $\widehat{y}_{MC}(t_k)$ est la sortie estimée par la méthode des moindres carrés.

A. 3 .2. Propagation des variances

L'étude de la propagation des erreurs peut être effectuée suivant deux méthodes. On peut utiliser la méthode des accroissements finis ou alors l'utilisation du développement de Taylor. La première méthode a l'avantage de pouvoir être utilisée sans connaître les relations entres les coefficients de la fonction. Cependant, cette méthode n'est pas évidente à mettre en place en raison du calcul numérique important. Nous développons ici une méthode basée sur l'utilisation de la série de Taylor.

Définissons tout d'abord un paramètre θ_q dépendant de plusieurs coefficients :

$$\theta_q = f(\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n) \tag{6.48}$$

En utilisant le développement de Taylor au premier ordre, la variance de θ_q peut être calculée de la manière suivante :

$$\mathrm{var}(\theta_q) = \sum_i \sum_j \frac{\partial \theta_q}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \theta_q}{\partial \alpha_j} \mathrm{cov}(\alpha_i, \alpha_j) \tag{6.49}$$

avec $\mathrm{cov}(\alpha_i, \alpha_j)$ la covariance de α_i et α_j. De plus, si les coefficients α_i sont indépendants, on peut écrire :

$$\mathrm{var}(\theta_q) = \sum_i \left(\frac{\partial \theta_q}{\partial \alpha_i} \right)^2 \mathrm{var}(\alpha_i) \tag{6.50}$$

Cette méthode est utilisée pour le calcul des variances résiduelles de l'approche d'identification présentée au chapitre 4.

A. 4 . Calcul de l'erreur relative maximale sur un paramètre par l'approche de propagation d'erreur

L'extraction d'un paramètre physique de la dernière étape de l'approche proposée au chapitre 4 nécessite de calculer la valeur de ce paramètre en fonction des coefficients estimés des polynômes. L'estimation de ces coefficients est effectuée à l'aide de la méthode des moindres carrés qui donne des résultats non biaisés (cf. annexe A. 2). Cependant, en fonction du niveau de bruit et du nombre de points disponibles pour l'estimation, une erreur peut apparaître sur un ou plusieurs coefficients. Il est alors intéressant d'étudier l'influence de cette erreur sur le paramètre physique que l'on souhaite identifier.

L'approche d'identification proposée au chapitre 4 utilise plusieurs phases d'un profil d'excitation défini. Cependant, nous avons montré au chapitre 4 que toutes les phases ne sont pas utilisées. On peut alors se demander si les résultats seraient meilleurs en considérant tout le profil. L'étude de l'influence des erreurs sur les coefficients sur un paramètre peut nous permettre de nous guider dans le choix des phases permettant d'obtenir les meilleurs résultats.

L'analyse de l'erreur propagée est réalisée en considérant l'erreur maximale, c'est à dire dans le pire des cas. On considère alors qu'il existe une erreur sur chaque coefficient estimé et que ces erreurs s'ajoutent.

A. 4 .1. Principe

Au chapitre 4, nous avons défini les vecteurs $\widehat{\theta}_e$ et $\widehat{\theta}_m$, contenant respectivement les parties électriques et mécaniques des systèmes électromécaniques. Afin de généraliser l'étude, nous considérons le vecteur de paramètres $\widehat{\theta}$ contenant tous les paramètres du système. Ce vecteur peut être écrit sous la forme :

$$\widehat{\theta} = \begin{bmatrix} \widehat{\theta}_1 & \widehat{\theta}_2 & \widehat{\theta}_3 & \widehat{\theta}_4 & \widehat{\theta}_5 & \widehat{\theta}_6 \end{bmatrix} \tag{6.51}$$

Les coefficients estimés des polynômes sont regroupés sous le terme $\widehat{x}_1, \widehat{x}_2, \ldots, \widehat{x}_n$ avec n le nombre de coefficients estimés. Pour un paramètre $\widehat{\theta}_1$, on peut alors écrire :

$$\widehat{\theta}_1 \quad = \quad f(\widehat{x}_i) \; i \text{ de 1 à } n$$

L'influence d'un coefficient $\widehat{x}_i$ sur $\widehat{\theta}_1$ peut être définie comme la sensibilité de $\widehat{\theta}_1$ par rapport à $\widehat{x}_i$. On écrit cette sensibilité de la manière suivante :

$$S_{\widehat{x}_i}^{\widehat{\theta}_1} = \frac{\partial \widehat{\theta}_1}{\partial \widehat{x}_i} \tag{6.52}$$

Il est intéressant d'obtenir une écriture normalisée, pour ne pas prendre en compte les différences de valeurs des paramètres et des coefficients. On écrit alors cette sensibilité normalisée sous la forme :

$$\bar{S}_{\widehat{x}_i}^{\widehat{\theta}_1} = \frac{\partial \widehat{\theta}_1}{\partial \widehat{x}_i} \frac{\widehat{x}_i}{\widehat{\theta}_1} \tag{6.53}$$

La sensibilité du paramètre $\widehat{\theta}_1$ peut être définie comme la variation de ce paramètre par rapport à la variation des coefficients dont il dépend. Dans le cadre d'une faible variation, on peut émettre l'hypothèse que celle-ci dépend uniquement de la dérivée première. On peut ainsi écrire :

$$d\widehat{\theta}_1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \widehat{\theta}_1}{\partial \widehat{x}_i} d\widehat{x}_i$$

Cette forme correspond à la différentielle de $\widehat{\theta}_1$. Afin de retrouver la forme de l'équation (6.53) mettant en valeur la sensibilité normalisée, on écrit alors :

$$\frac{d\widehat{\theta}_1}{\widehat{\theta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \widehat{\theta}_1}{\partial \widehat{x}_i} \frac{\widehat{x}_i}{\widehat{\theta}_1} \frac{d\widehat{x}_i}{\widehat{x}_i} = \sum_{i=1}^{n} \bar{S}_{\widehat{x}_i}^{\widehat{\theta}_1} \frac{d\widehat{x}_i}{\widehat{x}_i} \tag{6.54}$$

L'équation (6.54) signifie que la somme des variations relatives sur les coefficients $\widehat{x}_i$ se traduit en une erreur relative sur $\widehat{\theta}_1$.

L'étude de propagation d'erreur sur la variable $\widehat{\theta}_1$ s'effectue en considérant la variation maximale. On écrit alors :

$$\frac{\Delta \widehat{\theta}_1}{\widehat{\theta}_1} = \sum_{i=1}^{n} \left| \bar{S}_{\widehat{x}_i}^{\widehat{\theta}_1} \right| \frac{d\widehat{x}_i}{\widehat{x}_i} \tag{6.55}$$

L'équation précédente n'est qu'une approximation de l'erreur relative sur un para-

mètre, puisque les erreurs ne sont que très rarement toutes additionnées. Cependant, cette forme simplifiée permet une étude intéressante.

A. 4 .2. Etude pour l'identification des paramètres de l'entraînement à courant continu

A. 4 .2.1. Profil d'excitation à vitesse trapézoïdale

Les trois phases du profil d'excitation permettent d'envisager plusieurs combinaisons afin d'identifier les paramètres. L'approche de propagation d'erreur est appliquée sur chaque combinaison afin de déterminer celle qui est optimale.

Une erreur relative de 1 % est appliquée sur chaque coefficient de polynômes. L'erreur relative propagée sur chaque paramètre est présentée au tableau 6.9.

Combinaison de phases	$\frac{\Delta R}{R}(\%)$	$\frac{\Delta L}{L}(\%)$	$\frac{\Delta K}{K}(\%)$	$\frac{\Delta J}{J}(\%)$	$\frac{\Delta f}{f}(\%)$	$\frac{\Delta C}{C}(\%)$
12	$1,46 \times 10^3$	$3,73 \times 10^6$	3,09	2,61	2,03	2,27
13	$2,94 \times 10^3$	$7,47 \times 10^6$	4,21	2,22	2,00	1,05
23	$1,46 \times 10^3$	$4,96 \times 10^6$	3,09	2,46	2,03	2,26
123	$1,83 \times 10^3$	$4,79 \times 10^6$	3,85	2,42	1,12	4,05

TABLE 6.9: Entraînement à machine à courant continu : erreur relative maximale avec un profil d'excitation à vitesse trapézoïdale

Le tableau 6.9 nous renseigne sur la sensibilité d'un paramètre par rapport à une erreur d'estimation d'un coefficient. Ainsi, une erreur de 1 % sur un coefficient produit une erreur relative de $1,46 \times 10^3$ % sur l'estimation de la résistance R, en utilisant les phases 1 et 2 du profil.

On peut en conclure que l'utilisation de ce type de profil pour identifier les paramètres électriques R et L nécessite une très bonne estimation des coefficients des polynômes afin de propager une erreur la plus faible possible. Les autres paramètres présentent une erreur faible, de l'ordre de quelques pourcents.

Le choix de la combinaison optimale s'effectue en prenant le profil permettant d'obtenir l'erreur relative la plus faible. L'analyse du tableau 6.9 nous permet de sélectionner la combinaison des phases 1 et 2.

A. 4 .2.2. Profil d'excitation à jerk commandé

L'approche permettant le choix de la meilleure combinaison de phases est utilisée comme dans le cadre de l'utilisation du profil à vitesse trapézoïdale. L'utilisation du profil à jerk contrôlé fait apparaître 5 phases distinctes. Ainsi, 30 combinaisons de phases sont possibles afin d'identifier les paramètres. Afin de simplifier la présentation, nous ne

montrons que deux résultats obtenus, c'est-à-dire en utilisant la première ou la deuxième phase. Le tableau 6.10 présente les résultats obtenus.

Phase	$\frac{\Delta R}{R}(\%)$	$\frac{\Delta L}{L}(\%)$	$\frac{\Delta K}{K}(\%)$	$\frac{\Delta J}{J}(\%)$	$\frac{\Delta f}{f}(\%)$	$\frac{\Delta C}{C}(\%)$
1	$2,46$	$21,8$	$1,99$	$1,99$	$1,99$	$1,13$
2	$2,80$	$3,59 \times 10^4$	$1,99$	$2,10$	$2,00$	$82,7$

TABLE 6.10: Entraînement à machine à courant continu : erreur relative maximale avec un profil d'excitation à jerk commandé

L'analyse du tableau 6.10 permet d'affirmer que l'utilisation de la phase 1 permet d'obtenir les meilleurs résultats.

La comparaison de ces résultats avec ceux obtenus pour le premier profil montre une sensibilité beaucoup plus faible pour les paramètres R et L. On a ainsi une erreur maximale relative de l'ordre de 2 % pour R et de 20 % pour L. L'utilisation du profil à jerk commandé doit donc permettre une meilleure identification de ces paramètres.

A. 4 .3. Etude pour l'identification des paramètres de l'entraînement synchrone

L'étude de propagation d'erreurs est menée sur l'entraînement synchrone avec un profil d'excitation à vitesse trapézoïdale. L'identification des paramètres électriques ne nécessite que la phase 1 ou 3 profil. Cependant, on peut aussi choisir d'utiliser d'autres combinaisons pour identifier ces paramètres. Ces combinaisons sont présentées au tableau 6.11. Concernant les paramètres mécaniques, leur identification nécessite d'utiliser au minimum deux phases. On retrouve les mêmes équations que pour la machine à courant continu et ainsi les mêmes combinaisons de phases sont étudiées.

L'analyse du tableau 6.11 montre une sensibilité faible de tous les paramètres face aux erreurs d'estimation des coefficients. Ce tableau fait apparaître que l'erreur minimale

Combinaison de phases	$\frac{\Delta R}{R}(\%)$	$\frac{\Delta L}{L}(\%)$	$\frac{\Delta K}{K}(\%)$	$\frac{\Delta J}{J}(\%)$	$\frac{\Delta f}{f}(\%)$	$\frac{\Delta C}{C}(\%)$
12	$2,82$	$3,534$	$2,22$	$2,71$	$2,39$	$3,21$
13	170	$5,98$	2,17	2,26	2,41	12,5
23	$2,24$	$0,712$	$1,12$	$2,53$	$2,41$	$3,21$
123	$15,6$	$4,93$	$2,23$	$2,37$	$5,10$	$7,25$
1	2,27	1,68	$8,24 \times 10^{-2}$			
3	4,59	1,70	0,277			

TABLE 6.11: Entraînement à machine synchrone : erreur relative maximale avec un profil d'excitation à vitesse trapézoïdale

est obtenue en utilisant seulement le premier profil pour les paramètres électriques et la combinaison des deux premières phases pour l'identification des paramètres mécaniques.

A. 5 . Codes sources des programmes utilisés

A. 5 .1. Programmation de l'algorithme CTOE en récursif : exemple du processus thermique

A. 5 .1.1. Code de la S-function es4pc

```
function [sys, x0, str, ts] = es4pc(t,x,u,flag,lam1,dt)
% S-Function pour identifier un système du second ordre
%
% theta : vecteur de parametres estimés
% phi : vecteur d'observations
% P : matrice de gain d'adaptation
% lam1 facteur d'oubli fixe
switch flag,
    %%%%%%%%%%%%%%%%
    % Initialization %
   %%%%%%%%%%%%%%%%
    case 0,
    [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(dt);
    %%%%%%%%%%
    % Update %
    %%%%%%%%%%
    case 2,
    sys=mdlUpdate(t,x,u,lam1,dt);
    %%%%%%%%%%
    % Outputs %
    %%%%%%%%%%
    case 3,
    sys=mdlOutputs(t,x,u);
    %%%%%%%%%%%%
    % Terminate %
    %%%%%%%%%%%%
    case 9,
    sys=mdlTerminate(t,x,u);
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    % Unexpected flags %
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    otherwise
    error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end
```

```
%end rlsests.m
%
%=============================================================================
% mdlInitializeSizes
% Return the sizes, initial conditions, and sample times for the S-function.
%=============================================================================
%
function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(dt)
sizes = simsizes;
sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates =12; % enough discrete states to hold the estimates
% and the covariance matrix
sizes.NumOutputs = 3; % nstate estimate outputs
sizes.NumInputs = 5; % nstate+1 (regression vector + system output)
% inputs
sizes.DirFeedthrough = 0; % direct feedthrough
sizes.NumSampleTimes = 1; % 1 sample time
sys = simsizes(sizes);
% initialize the covariance matrix and initial estimates
P = eye(3,3 ) * 1000;
x0 = [[0.7 1 1], P( :)']';
ts = [dt, 0];
str = [];
% end mdlInitializeSizes
%
%=============================================================================
% mdlUpdate
% Handle discrete state updates, sample time hits, and major time step
% requirements.
%=============================================================================
%
function sys=mdlUpdate(t,x,u,lam1,dt)
theta = x(1 :3); % parameter estimates
P = zeros(3,3); % get covariance matrix
P( :) = x(4 :12);
yk = u(4);
ychap=u(5); % system output
phi = [-u(1) u(2) -u(3)]'; % state vector
est_err = yk - ychap; % estimation error
den = lam1 + phi' * P * phi; % lambda + phi' * P * phi
theta_new = theta + P * phi * (est_err / den); % new parameter estimates
Pnew = (P - P * phi * phi' * P / den) / lam1; % new covariance
sys = [theta_new', Pnew( :)']'; % return them
% end mdlUpdate
%
```

```
%=============================================================================
% mdlOutputs
% Return the block outputs.
%=============================================================================
%
function sys=mdlOutputs(t,x,u)
sys = [x(1);x(2);x(3)];
sys = sys(:);
% end mdlOutputs
%
%=============================================================================
% mdlTerminate
% Perform any end of simulation tasks.
%=============================================================================
%
function sys=mdlTerminate(t,x,u)
sys = [];
% end mdlTerminate
```

A. 5 .1.2. Simulation des blocs Sb0, Sa1, Sa2 et "modèle simulé"

En utilisant l'équation (2.39), la fonction de sensibilité par rapport $\widehat{b}_0$ s'écrit :

$$\sigma_{\widehat{b}_0}(t) = \frac{1}{\widehat{A}(p)} u(t - \widehat{T}_R) = \frac{1}{1 + \widehat{a}_1 p + \widehat{a}_2 p^2} u(t - \widehat{T}_R) \tag{6.56}$$

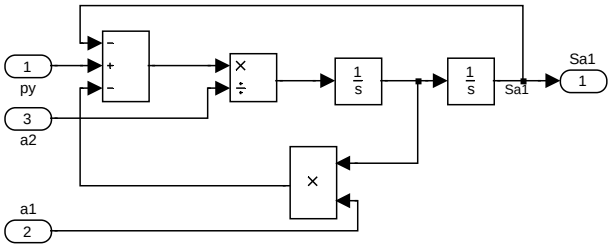
De la même manière, en utilisant l'équation (2.40), la fonction de sensibilité par rapport à $\widehat{a}_1$ s'écrit :

$$\sigma_{\widehat{a}_1}(t) = \frac{-p}{1 + \widehat{a}_1 p + \widehat{a}_2 p^2} \widehat{y}(t) \tag{6.57}$$

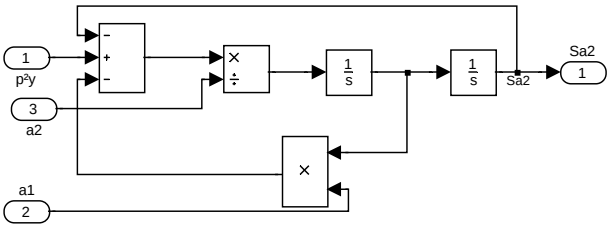
Enfin, en utilisant l"équation (2.40), la fonction de sensibilité par rapport à $\widehat{a}_2$ s'écrit :

$$\sigma_{\widehat{a}_2}(t) = \frac{-p^2}{1 + \widehat{a}_1 p + \widehat{a}_2 p^2} \widehat{y}(t) \tag{6.58}$$

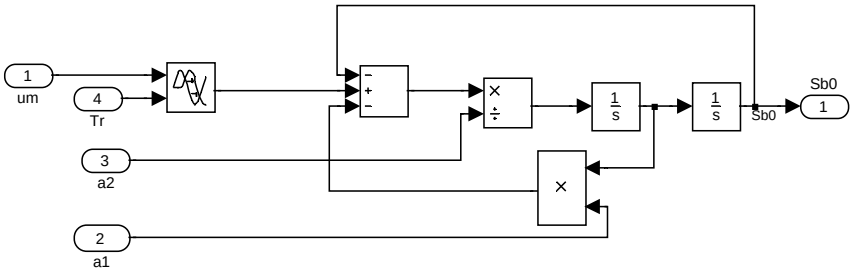
La réalisation dans blocs dans simulink est présentée à la figure 6.1.



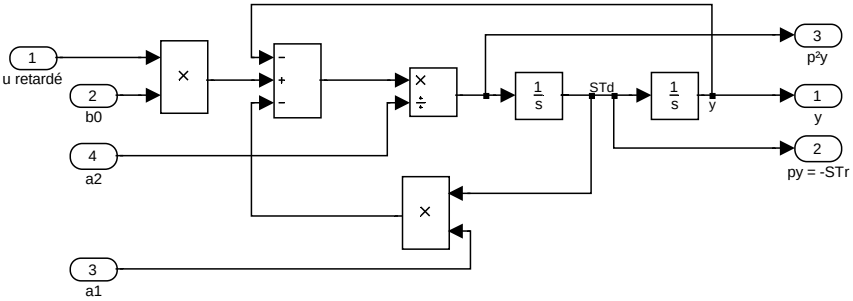
(a) Bloc Sa1



(b) Bloc Sa2



(c) Bloc Sb0



(d) Bloc “modèle simulé”

FIGURE 6.1: Programmation de CTOE en récursif : réalisation des blocs

A. 5 .2. Exemple de programmation de l’algorithme CTCLOE pour l’identification du processus thermique

% t : vecteur temps
% r : entrée
% y : sortie
% les vecteurs de signaux doivent etre des vecteurs colonnes
% C : régulateur
% Ts : période d’échantillonage
% lambda : paramètre lambda du FVE pour initialisation
% method_init : méthode d’initialisation
% Tstop : temps de simulation en seconde
% debut : prise en compte du premier point
% fin : prise en compte du dernier point

%==
% paramètres de l’algorithme de LM

```
%====================================
mu=0.1;
mu_init=0.1;
% paramètres d'arret de la boucle
max_iter=50; % itération de la boucle interne permettant le calcul de mu
max_iter2=50; % itération de la boucle externe
tol=1e-4; % tolérance sur la précision des paramètres en %
K_ctcloe=0.8;
a1_ctcloe=0.4;
a2_ctcloe=0.04;
Tr_init=0.1;
theta=[K_ctcloe;a1_ctcloe;a2_ctcloe;Tr_init];
theta_init=theta; % sauvegarde de la valeur initiale
%initialisation du filtre S/P pour les fonctions de sensibilité
F_ctcloe=K_ctcloe/(1+a1_ctcloe*p+a2_ctcloe*p^2);
[B0,A0]=tfdata(F_ctcloe,'v');
A0_tf=(1+a1_ctcloe*p+a2_ctcloe*p^2);

Tre=theta(length(theta));
[B_ctcloe,A_ctcloe]=tfdata(F_ctcloe,'v');
P=conv(A_ctcloe,S)+conv(B_ctcloe,R);
%=======================================
% initialisation de l'algorithme
%=======================================
sim('ctcloe_modele')
% valeurs simulées
us=mod(:,2);
us2=mod(:,3);
ys=mod(:,4);
% réajustement de la longueur des vecteurs
if length(us) > length(t)
   us = us(1:length(t));
else
   t=t(1:length(us));
end
if length(ys) > length(t)
   ys = ys(1:length(t));
else
   t=t(1:length(ys));
end
e=y(debut:length(y))-ys(debut:length(ys));
J=e'*e;
last_J=J;
sim('ctcloe_sensibilite')
% filtres des fonctions de sebsibilité
```

```
Sens=Sens_lin( :,2 :size(Sens_lin,2)) ;
% normalisation des fonctions de sensibilité
Sens=Sens*diag(theta_init) ;
Sens=Sens(debut :length(Sens), :) ;
% gradient et hessien
grad=-2*Sens'*e ; hes=2*Sens'*Sens ;
% initialisation des données pour le tracé final
iter=0 ; %itérations de la boucle interne
iter2=0 ; %itérations de la boucle externe

%==========================================
% boucle principale
%==========================================
stop=0 ;
while (iter < max_iter) && (stop == 0)
  iter=iter+1 ;
  ddelta=-(hes + mu * diag(diag(hes))) \ grad ;
  next_delta=delta+ddelta ;
  next_theta=theta_init.*(1+next_delta) ;
  if any(next_theta < 0)
    break
  end
  F_ctcloe=next_theta(1)/(1+next_theta(2)*p+next_theta(3)*p^2) ;
  Tre=next_theta(length(next_theta)) ;
  [B_ctcloe,A_ctcloe]=tfdata(F_ctcloe,'v') ;
  sim('ctcloe_modele')
  ys=mod( :,4) ; us=mod( :,2) ; us2=mod( :,3) ;
  e=y(debut :fin)-ys(debut :fin) ;
  J=e'*e ;
  if J <= last_J
    if sqrt(norm((next_theta-theta)'*(next_theta-theta))/norm(theta)) < tol
      break
    end
    mu=mu/5 ;
    if mu < 1e-3
      mu=0 ;
    end
    iter2=iter2+1 ;
    last_J=J ;
    delta=next_delta ;
    [B_ctcloe,A_ctcloe] = tfdata(F_ctcloe,'v') ;
    P=conv(A_ctcloe,S)+conv(B_ctcloe,R) ;
    Filtre=tf(S,P) ;
    FTr=-F_ctcloe*p ;
    set(FTr,'InputDelay',Tre) ;
```

```
      A_ctcloe_sens=0;
      increment=0;
      for i=length(A_ctcloe) :-1 :1
        A_ctcloe_sens=A_ctcloe_sens+p^(increment)*A_ctcloe(i);
        increment=increment+1;
      end
      A0_tf=A_ctcloe_sens;
      Tr_init=Tre;
      B0=B_ctcloe;
      A0=A_ctcloe;
      % simulation des fonctions de sensibilité
      sim('ctcloe_sensibilite')
      Sens=Sens_lin( :,2 :size(Sens_lin,2));
      Sens=Sens*diag(theta_init);
      Sens=Sens(debut :length(Sens), :);
      % gradient et hessien
      if length(Sens) > length(e)
        Sens=Sens(1 :length(e), :);
      end
      grad=-2*Sens'*e; hes=2*Sens'*Sens;
      theta=next_theta;
    else % J > last_J
      if mu == 0
        mu=mu_init;
      else
        mu=mu*2;
      end
    end
  end % fin while iter < iter_max
  Sens=Sens/diag(theta_init);
  variance=inv(Sens'*Sens)*J/(length(y(debut :fin))-(4));
```

A. 5 .3. Synthaxe de l'utilisation de IVSVF pour l'identification de systèmes à boucles imbriquées

```
model_e=iddata(I,[U,-W],Ts);
model_m=iddata(W,[I,-ones(length(I),1)],Ts);
[Fe]=ivsvf(model_e,[1,1,0;1,0,0],lambda_e,n1);
L_VI=1/Fe.b(1);
R_VI=Fe.a(2)/Fe.b(1);
K_VI=Fe.b(2)/Fe.b(1);
[Fm]=ivsvf(model_m,[1,1,0;1,0,0],lambda_m,n1);
J_VI=K_VI/Fm.b(1);
f_VI=Fm.a(2)/Fm.b(1)*K_VI;
C_VI=Fm.b(2)/Fm.b(1)*K_VI;
```

A. 5 .4. Programmation de algorithme CLSRIVC pour l'identification de systèmes à boucles imbriquées

```
theta_clsrivc=[];
theta_clsrivc=[R_VI;L_VI;K_VI;J_VI;f_VI;C_VI];
sim('modele_clsrivc');
I_VI=I_clsrivc(:,2); U_VI=U_clsrivc(:,2); W_VI=W_clsrivc(:,2);
filtre_clsrivc_e=tf(1,[1 theta_e_VI(1)]);
filtre_clsrivc_m=tf(1,[1 theta_m_VI(1)]);
I_VIf=lsim(filtre_clsrivc_e,I_VI,temps);
U_VIf=lsim(filtre_clsrivc_e,U_VI,temps);
W_VIf=lsim(filtre_clsrivc_e,W_VI,temps);
phi_e=[-If,Uf,-Wf];
phi_e_VI=[-I_VIf,U_VIf,-W_VIf];
Iff=I-If*theta_e_VI(1);
theta_e_VI=(phi_e_VI'*phi_e)\(phi_e_VI'*Iff);
R_VI=theta_e_VI(1)/theta_e_VI(2);
L_VI=1/theta_e_VI(2);
K_VI=theta_e_VI(3)/theta_e_VI(2);
Wf=lsim(filtre_clsrivc_m,W,temps);
If=lsim(filtre_clsrivc_m,I,temps);
ff=lsim(filtre_clsrivc_m,ones(1,length(temps)),temps);
W_VIf=lsim(filtre_clsrivc_m,W_VI,temps);
I_VIf=lsim(filtre_clsrivc_m,I_VI,temps);
phi_m=[-Wf,If,-ff];
phi_m_VI=[-W_VIf,I_VIf,-ff];
Wff=W-Wf*theta_m_VI(1);
theta_m_VI=(phi_m_VI'*phi_m)\(phi_m_VI'*Wff);
J_VI=K_VI/theta_m_VI(2);
f_VI=theta_m_VI(1)*K_VI/theta_m_VI(2);
C_VI=theta_m_VI(3)*K_VI/theta_m_VI(2);
theta_clsrivc_prec=theta_clsrivc;
theta_clsrivc=[R_VI;L_VI;K_VI;J_VI;f_VI;C_VI];
theta_clsrivc_prec=theta_clsrivc;
iter_clsrivc=1;
while sqrt(((theta_clsrivc-theta_clsrivc_prec)'*(theta_clsrivc-theta_clsrivc_prec))
        /(theta_clsrivc'*theta_clsrivc))*100 > 1e-4
  iter_clsrivc=iter_clsrivc+1;
  theta_clsrivc_prec=theta_clsrivc;
  sim('modele_clsrivc');
   I_VI=I_clsrivc(:,2);
  U_VI=U_clsrivc(:,2);
  W_VI=W_clsrivc(:,2);
  filtre_clsrivc_e=tf(1,[1 theta_e_VI(1)]);
  filtre_clsrivc_m=tf(1,[1 theta_m_VI(1)]);
```

```
    If=lsim(filtre_clsrivc_e,I,temps) ;
    Uf=lsim(filtre_clsrivc_e,U,temps) ;
    Wf=lsim(filtre_clsrivc_e,W,temps) ;
    I_VIf=lsim(filtre_clsrivc_e,I_VI,temps) ;
    U_VIf=lsim(filtre_clsrivc_e,U_VI,temps) ;
    W_VIf=lsim(filtre_clsrivc_e,W_VI,temps) ;
    phi_e=[-If,Uf,-Wf] ;
    phi_e_VI=[-I_VIf,U_VIf,-W_VIf] ;
    Iff=I-If*theta_e_VI(1) ;
    theta_e_VI=(phi_e_VI'*phi_e)\(phi_e_VI'*Iff) ;
    R_VI=theta_e_VI(1)/theta_e_VI(2) ;
    L_VI=1/theta_e_VI(2) ;
    K_VI=theta_e_VI(3)/theta_e_VI(2) ;
    Wf=lsim(filtre_clsrivc_m,W,temps) ;
    If=lsim(filtre_clsrivc_m,I,temps) ;
    ff=lsim(filtre_clsrivc_m,ones(1,length(temps)),temps) ;
    W_VIf=lsim(filtre_clsrivc_m,W_VI,temps) ;
    I_VIf=lsim(filtre_clsrivc_m,I_VI,temps) ;
     phi_m=[-Wf,If,-ff] ;
    phi_m_VI=[-W_VIf,I_VIf,-ff] ;
    Wff=W-Wf*theta_m_VI(1) ;
     theta_m_VI=(phi_m_VI'*phi_m)\(phi_m_VI'*Wff) ;
    J_VI=K_VI/theta_m_VI(2) ;
    f_VI=theta_m_VI(1)*K_VI/theta_m_VI(2) ;
    C_VI=theta_m_VI(3)*K_VI/theta_m_VI(2) ;
    theta_clsrivc=[R_VI;L_VI;K_VI;J_VI;f_VI;C_VI] ;
end
```

Bibliographie

[ABCRJ+86] B. D. O. Anderson, R. R. Bitmead, Jr. C. R. Johnson, P. V. Kokotavic, R. L. Kosut, I. M. Y. Mareels, L. Praly et B. F. Riedle : *Stability of Adaptive Systems : Passivity Averaging Analysis*. MIT Press, 1986.

[ÅH95] K. Åström et T. Hägglung : *PID Controllers : Theory, Design, and Tuning*, volume 2nd Edition. 1995.

[AHS06] S. Ahmed, B. Huang et S.L. Shah : Parameter and delay estimation of continuous-time models using a linear filter. *Journal of Process Control*, 16(4):323 – 331, 2006.

[Åst93] K. J. Åström : Matching criteria for control and identification. *In ECC93*, 1993.

[ÅW] K. J. Åström et B. Wittenmark : *Adaptive Control*. Addison-Wesley.

[BAB08] I. Ben Ameur Bazine : *Identification en boucle fermée de la machine asynchrone : application à la détection de défaut*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, Poitier, juin 2008.

[Bay06] A. Baysse : Identification paramétrique d'un entraînement électrique en vue du diagnostic. Rapport de m2r, Université de Toulouse, INPT, LGP-ENIT, Tarbes, 2006.

[BBATPJ06] I. Bazine B. Ameur, J. C. Trigeassou, T. Poinot et K. Jelassi : Identification de la machine à courant continu en boucle fermée par erreur de sortie. *In Journées Identification et Modélisation Expérimentale, JIME'06*, Poitiers, 16-17 nov 2006.

[BBD+05] R. Béarée, P.J. Barre, E. Dumetz, F. Ghestem et H. David : Influence du jerk sur le comportement dynamique d'un robot cartésien 3 axes. *Mécanique & Industries*, 6(4):439–445, 2005.

[BHC+09] A. Baysse, A Habbadi, S. Caux, F. J. Carrillo et S. Carriere : A new identification approach for a synchronous drive. *In 35th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON 2009*, pages 991 –996, nov 2009.

[Bjö03] S. Björklund : *A survey and comparison of time-delay estimation methods in linear systems*. Thèse de doctorat, Université de Linköpings, 2003.

[BL03] S. Björklund et L. Ljung : A review of time-delay estimation techniques. Rapport technique, Control & Communication, Department of Electrical Engineering, Linköpings universitet, Linköpings, Sweden, Dec 2003.

[CBH09] F. J. Carrillo, A. Baysse et A. Habbadi : Output error identification algorithms for continuous-time systems operating in closed-loop. *In 15th IFAC Symposium on System Identification, SYSID 2009*, volume 15 de *System Identification*, St Malo, France, jul 6-8 2009.

[CSS97] P. Chevrel, L. Sicot et S. Siala : Parallel versus cascade schemes for dc-motor speed and current control. *In Decision & Control, Proceedings of the 36th Conference on*, San Diego, California USA, dec 1997.

[FPEN94] G. G. Franklin, J. D. Powell et A. Emami-Naeini : *Feedback Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley, third edition édition, 1994.

[GdH05] M. Gilson et P. Van den Hof : Instrumental variable methods for closed-loop system identification. *Automatica*, 41(2):241–249, feb 2005.

[GGBR07] H. Garnier, M. Gilson, T. Bastogne et A. Richard : Identification de modèles paramétriques à temps continu. *In Techniques de l'Ingénieur*, numéro S7140. 2007.

[GGBZ06] H. Garnier, M. Gilson, T. Bastogne et H. Zbali : Contsid : un outil logiciel pour l'identificaion de modèles paramétriques à temps continu à partir de données expérimentales. *In Journées Identification et Modélisation Expérimentale JIME'2006*, 2006.

[GGL09] H. Garnier, M. Gilson et V. Laurain : The contsid toolbox for matlab : extensions and latest developments. *In 15th IFAC Symposium on System Identification, SYSID 2009*, volume 15 de *System Identification*, pages 735–740, Saint-Malo, France, jul 6-8 2009.

[GGVdH04] M. Gilson, H. Garnier et P. Van den Hof : Instrumental variable methods for continuous-time model identification in closed loop. *In Proceedings of the American Control Conference*, volume 3, pages 2846–2851, jun-2 jul 2004.

[GMR03] H. Garnier, M. Mensler et A. Richard : Continuous-time model identification from sampled data. implementation issues and performance evaluation. *International Journal of Control*, 76(13):1337–1357, 2003.

[Gro00] O. Grospeaud : *Contribution à l'identification en boucle fermée par erreur de sortie*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2000.

[GW08] H. Garnier et L. Wang, éditeurs. *Identification of Continuous-time Models from Sampled Data*. Advances in Industrial Control. Springer, 2008.

[HC04] A. Habbadi et F.J. Carrillo : A new identification approach for closed loop dc electrical drive using prior knowledge. *In Industrial Electronics, 2004 IEEE International Symposium on*, volume 1, pages 537–542, may 2004.

[HD99] S. Henschel et H.W. Dommel : Noniterative synchronous machine parameter identification from frequency response tests. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 14(2):553–560, may 1999.

[HT01] M. Haji et H.A. Toliyat : Rotor eccentricity fault detection of a dc motor. *In Industrial Electronics Society. IECON '01. The 27th Annual Conference of the IEEE*, volume 1, pages 591–596, 2001.

[HTI+08] M. Hasni, O. Touhami, R. Ibtiouen, M. Fadel et S. Caux : Estimation of synchronous machine parameter by standstill frequency response tests. *In Industrial Technology, ICIT 2008. IEEE International Conference on*, pages 1–6, apr 2008.

[Ise84] R. Isermann : Process fault detection based on modeling and estimation methods - a survey. *Automatica*, 20(4):387–404, 1984.

[Ise05] R. Isermann : Model-based fault-detection and diagnosis - status and applications. *Annual Reviews in Control*, 29(1):71–85, 2005.

[JM95] Michael A. Johnson et Mohammad H. Moradi : *PID Control : New identification and Design Methods*. Springer, 1995.

[LBV01] Ioan D. Landau et A. Besançon-Voda, éditeurs. *Identification des systèmes*. Systèmes Automatisés, Traité IC2 (Information-Commande-Communication). Hermes Science Publications, 2001.

[Leo01] W. Leonhard : *Control of Electrical Drives*, volume Third Edition. Springer, 2001.

[Lev44] K. Levenberg : A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 2:164–168, 1944.

[Lju77] L. Ljung : On positive real transfer functions and the convergence of some recursive schemes. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 22(4):539 – 551, aug 1977.

[Lju99] L. Ljung : *System Identification : Theory for the User*. Prenctice Hall, 1999. Second Edition.

[LK97] I.D. Landau et A. Karimi : An output error recursive algorithm for unbiased identification in closed loop. *Automatica*, 33(5):933–938, mar 1997.

[LLM98] I.D. Landau, R. Lozano et M. M'Saad : *Adaptive control*. Communications and Control Engineering. Springer, 1998.

[LML02] J.P. Louis, B. Multon et M. Lavabre : Commande des machines à courant continu à vitesse variable. *In Techniques de l'Ingénieur*, numéro D3610. France, 2002.

[LS83] L. Ljung et T. Söderström : *Theory and practice of recursive identification*. MIT Press, Londres, Angleterre, 1983.

[LW88] L.X. Le et W.J. Wilson : Synchronous machine parameter identification : a time domain approach. *Energy conversion, IEEE transactions on*, 3(2):241–248, jun 1988.

[Mar63] D. W. Marquardt : An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2): 431–441, jun 1963.

[Men99] H. Mensler : *Analyse et étude comparative de méthodes d'identification de systèmes à représentation continue. Développement d'une boîte à outils logicielle.* Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy 1, Nancy, jan 1999.

[MKL04] S. Moreau, R. Kahoul et J.-P. Louis : Parameters estimation of permanent magnet synchronous machine without adding extra-signal as input excitation. *In Industrial Electronics, 2004 IEEE International Symposium on*, volume 1, pages 371–376, may 2004.

[Mor99] S. Moreau : *Contribution à la modélisation et à l'estimation paramétrique des machines électriques à courant alternatif : application au diagnostic.* Thèse de doctorat, Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers, 1999.

[NT99] S. Nandi et H.A. Toliyat : Condition monitoring and fault diagnosis of electrical machines-a review. *Industry Applications Conference, 1999. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE*, 1:197–204 vol.1, 1999.

[OEHB08] I.Y. Onel et M. El Hachemi Benbouzid : Induction motor bearing failure detection and diagnosis : Park and concordia transform approaches comparative study. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, 13(2):257–262, apr 2008.

[RC00] F. Rotella et F. J. Carrillo : Régression linéaire par moindres valeurs absolues. Lille, France, jul 2000.

[RCG+06] J.A. Rosero, J. Cusido, A. Garcia, J.A. Ortega et L. Romeral : Broken bearings and eccentricity fault detection for a permanent magnet synchronous motor. *In IEEE Industrial Electronics, IECON 2006 - 32nd Annual Conference on*, pages 964 –969, nov. 2006.

[RG02] G.P. Rao et H. Garnier : Numerical illustrations of the relevance of direct continuous-time model identification. *In 15th Triennial IFAC World Congress on Automatic Control*, Barcelone, Espagne, jul 2002.

[RG04] G.P. Rao et H. Garnier : Identification of continuous-time systems : direct or indirect ? *Systems Science*, 30(3):25–50, 2004.

[RGB95] P.P. Robet, M. Gautier et C. Bergmann : Estimation of the synchronous drive electrical parameters. *In Control Applications, Proceedings of the 4th IEEE Conference on*, pages 514–519, sep 1995.

[Ric91] J. Richalet : *Pratique de l'identification.* Traité des Nouvelles Technologies, série Automatique. Hermes, 1991.

[Rie82] P.J. Riedo : Cascade digital control by state variable feedback method applied to a dc motor. *Microelectronics in power electronics and electrical drives*, pages 249–255, oct 1982.

[RRP71] J. Richalet, A. Rault et R. Pouliquen : *Identification des processus par la méthode du modèle.* Théorie des systèmes. Gordon & Breach, 1971.

[RZ08] Frédéric ROTELLA et Irène ZAMBETTAKIS : *Automatique élémentaire.* Hermès-Lavoisier, 2008.

[Spo89] M.W. Spong : Robot and dynamics. *John Wiley & Sons*, pages 195–207, jan 1989.

[Spr98] G. Sprinnler : *Conception des machines : principes et applications.* Presse polytechnique et universitaire Romande, Suisse, 1998.

[SS83] T. Söderström et P. Stoica : *Instrumental variable methods for system identification.* Springer Verlag, 1983.

[SS89] T. Söderström et P. Stoica : *System Identification.* Systems and control engineering. Prentice Hall, 1989.

[SS02] T. Söderström et P. Stoica : Instrumental variable method for system identification. *Circuits System Signal Processing*, 21(1):1–9, 2002.

[TCPG02] J.C. Trigeassou, F.J. Carrillo, T. Poinot et O. Grospeaud : Convergence des algorithmes à erreur de sortie hors-ligne et récursifs. *APII Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 36(3):397–415, 2002.

[TOA+07] E. Tohme, R. Ouvrard, A. Abche, J.C. Trigeassou, T. Poinot et G. Mercere : A methodology to enhance the convergence of output error identification algorithms. *In European Control Conference ECC'07*, 2007.

[Toh08] E. Tohme : *Initialization of output error identification algorithms.* Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2008.

[Tri88] J. C. Trigeassou : *Recherche de modèles expérimentaux assistée par ordinateur.* Collection Informatique Prépas-Université. Lavoisier, 1988.

[vDVdH00] E.T. van Donkelaar et P.M.J. Van den Hof : Analysis of closed-loop identification with a tailor-made parametrization. *European Journal of Control*, 6(1):64–62, 2000.

[You70] P. C. Young : An instrumental variable method for real-time identification of a noisy process. *Automatica*, 6:271–287, 1970.

[You81] P. Young : Parameter estimation for continuous-time models - a survey. *Automatica*, 17(1):23–39, jan 1981.

[You06] Peter C. Young : The refined instrumental variable method : unified estimation of discrete and continuous-time transfer function models. *In Journées Identification et Modélisation Expérimentale JIME'2006*, Poitiers, 16-17 nov 2006.

[ZD08] A. Zentai et T. Daboczi : Offline parameter estimation of permanent magnet sychronous machines by means of ls optimization. *In System Integration, IEEE/SICE International Symposium on*, pages 36–41, dec 2008.

Résumé

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire concernent des contributions à l'identification paramétrique de modèles à temps continu.

La première contribution est le développement d'une méthode à erreur de sortie appliquée à des modèles linéaires, en boucle ouverte et en boucle fermée. Les algorithmes sont présentés pour des modèles à temps continu, en utilisant une approche hors ligne ou récursive. La méthode est étendue à l'identification de systèmes linéaires comprenant un retard pur. La méthode développée est appliquée à différents systèmes et comparée aux méthodes d'identification existantes.

La deuxième contribution est le développement d'une nouvelle approche d'identification de systèmes à boucles imbriquées. Cette approche est développée pour l'identification de systèmes électromécaniques. Elle se base sur l'utilisation d'un modèle d'identification paramétrique générique d'entraînements électromécaniques en boucle fermée, sur la connaissance du profil des lois de mouvement appliquées appelées excitations, et sur l'analyse temporelle de signaux internes et leurs corrélations avec les paramètres à identifier. L'approche est développée dans le cadre de l'identification d'entraînements à courant continu et synchrone. L'application de cette approche est effectuée au travers de simulations et de tests expérimentaux. Les résultats sont comparés à des méthodes d'identification classiques.

Summary

The research works presented in this thesis are about contributions in continuous time model parametric identification.

The first work is the development of an output error method applied on linear models, in open and closed loop. The algorithms are presented for continuous time models, using in-line or offline approaches. The method is extended to the case of the linear systems containing pure time delay. The developed method is applied to several systems and compared to the best existing methods.

The second contribution is the development of a new identification approach for cascaded loop systems. This approach is developed for identifying electromechanical systems. It is based on the use of a generic parametric model of electromechanical drives in closed loop, on the knowledge of the movement laws applied and called excitations, and on the analyse of the time internal signals and their correlations with the parameters to identify. This approach is developed for identifying direct current and synchronous drives. The approach is applied with simulations and experimental tests. The obtained results are compared to best identifying known methods.