

Université Victor Segalen Bordeaux 2

Année 2010

THÈSE
pour le
DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 2
Mention : Sciences de l'Éducation

Présentée par

Stéphane BOUILLON

Sous la direction de **M. le Pr. Bernard SARRAZY**

Titre de la thèse

TEMPS, CULTURE DES PROFESSEURS ET MEMOIRE DIDACTIQUE

Une étude comparée des modes de gestion de la mémoire
dans l'enseignement des mathématiques
au collège et à l'école primaire

Membres du Jury

Mlle Marie-Pierre CHOPIN, maître de conférences, Université Victor Segalen, Bordeaux 2

M. le Pr. Jean-François MARCEL, ENFA, Toulouse (rapporteur)

M. Yves MATHERON, maître de conférences, IUFM Midi-Pyrénées, INRP

Mme le Pr. Jarmila NOVOTNA, Université Charles de Prague, Faculté de Pédagogie (rapporteur)

M. le Pr. Bernard SARRAZY, Université Victor Segalen Bordeaux 2 (Directeur de thèse)

Université Victor Segalen Bordeaux 2
Année 2010

THÈSE
pour le
DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 2
Mention : Sciences de l'Éducation

Présentée par

Stéphane BOUILLON

Sous la direction de **M. le Pr. Bernard SARRAZY**

Titre de la thèse

TEMPS, CULTURE DES PROFESSEURS ET MEMOIRE DIDACTIQUE

Une étude comparée des modes de gestion de la mémoire
dans l'enseignement des mathématiques
au collège et à l'école primaire

Membres du Jury

Mlle Marie-Pierre CHOPIN, maître de conférences, Université Victor Segalen, Bordeaux 2

M. le Pr. Jean-François MARCEL, ENFA, Toulouse (rapporteur)

M. Yves MATHERON, maître de conférences, IUFM Midi-Pyrénées, INRP

Mme le Pr. Jarmila NOVOTNA, Université Charles de Prague, Faculté de Pédagogie (rapporteur)

M. le Pr. Bernard SARRAZY, Université Victor Segalen Bordeaux 2 (Directeur de thèse)

TIME, TEACHER'S CULTURE AND DIDACTIC MEMORY
A study about means of memory management in Mathematics
in primary school and middle school

Abstract

This research is two-fold, taking place in the field of research on the organization of school time and the one focusing on Mathematics teaching organization, both in primary school and middle school. The approach exposed is transversal, forging links between instructional time, teacher culture and didactic memory. The thesis demonstrates how the possibility or not to mobilize mathematical situations, requiring long research and discussions, affects the institutionalization of knowledge shapes and, beyond, teachers' feeling about Mathematics.

In the course of the 2006-2007 school year, four classes of fifth grade and four classes of sixth grade were observed. The production of a large number of different enunciations of various knowledge was highlighted, resulting in a regulation with a limited number of knowledge recalled and / or institutionalized in writing. We can describe this dual process as didactic extension and reduction.

Didactic reduction ensures targeted knowledge elective visibility, all along the institutionalization process. Highlighting a specific knowledge is called "institutional visibility". The ability of didactic memory to project into the future as into the past confirms its prospective dimension and its ability to organize a story that could win students' support.

Keywords : didactic memory ; institutionnal visibility ; didactic extension ; didactic reduction

TEMPS, CULTURE DES PROFESSEURS ET MEMOIRE DIDACTIQUE
Une étude comparée des modes de gestion de la mémoire
dans l'enseignement des mathématiques au collège et à l'école primaire

Résumé

Cette recherche s'inscrit, à la fois, dans le champ des recherches portant sur l'organisation du temps scolaire et dans celui traitant de l'articulation des enseignements mathématiques entre école et collège. Il s'agit d'une approche transversale, visant à tisser des liens entre temps d'enseignement, culture des professeurs et mémoire didactique. La thèse montre en quoi la possibilité ou non de mobiliser des situations mathématiques nécessitant des recherches longues et des débats, exerce une influence sur les formes prises par l'institutionnalisation des connaissances et, au-delà, sur le rapport aux mathématiques des enseignants.

Dans le courant de l'année scolaire 2006-2007, quatre classes de sixième et quatre classes de CM2 ont été observées. La production d'un nombre important d'énonciations différentes de connaissances différentes, a été mise en évidence, entraînant une régulation, sous la forme d'un nombre restreint de connaissances rappelées et/ou institutionnalisées par écrit. On peut qualifier ce double processus, d'extension et de réduction didactique.

La réduction didactique assure aux connaissances visées par l'étude une visibilité élective, tout au long du processus d'institutionnalisation. Cette mise en avant de certaines connaissances, liée à un traitement discursif et sémiotique spécifique, a été qualifiée de « visibilité institutionnelle ». L'aptitude de la mémoire didactique à se projeter dans l'avenir comme dans le passé confirme sa dimension prospective et sa capacité à organiser un récit susceptible d'emporter l'adhésion des élèves.

Mots clés : mémoire didactique, visibilité institutionnelle, extension didactique, réduction didactique

Intitulé et adresse du laboratoire

Laboratoire cultures, Education, Sociétés

Université Victor Segalen Bordeaux 2 - 3, Place de la Victoire 33076 BORDEAUX

A Julia Centeno

A mes parents,
Jean-Marie et Françoise Bouillon.

A Paul, Emmanuelle et Isabelle,
pour leur affection
et leur patience.

REMERCIEMENTS

A Béatrice, Diane, Joséphine, Bernard, Luc, Philippe, Thierry, Yves qui m'ont accueilli au sein de leurs classes.

Qu'ils en soient, ici, vivement remerciés.

Aux conseillers pédagogiques, inspecteurs et chefs d'établissement – Mr Dalm, Mr Giraud, Mme Moullet, Mr Londeix, Mr Guison, Mr Reynaud – qui ont pris sur leur temps pour rendre possible cette recherche.

A Mme Lia, Inspectrice de l'Education Nationale, pour son soutien.

A Christine Blavier et Charline Gebelt, directrices d'école, pour la simplicité et la gentillesse de leur accueil.

A Isabelle, mon épouse, pour son écoute et ses conseils.

Merci, enfin, à Bernard Sarrazy, mon directeur de recherche, pour son exigence bienveillante, la pertinence et la qualité de ses remarques et pour la confiance qu'il a su m'accorder, tout au long de cette étude.

SOMMAIRE

TOME 1

INTRODUCTION.....	13
PARTIE 1	
PROBLEMATIQUE	
1 RATIONALISATION DES TEMPS ET DES SAVOIRS.....	19
1-1 Construction historique du temps scolaire.....	19
1-2 Approches contemporaines des rapports entre temps et savoirs.....	29
2 CADRE THEORIQUE.....	39
2-1 Un milieu pour l'apprentissage : influences de Rousseau et Piaget.....	39
3 RECHERCHES SUR LA MEMOIRE DIDACTIQUE.....	63
3-1 Recherches en TSDM	63
3-2 Recherches en TAD.....	72
SYNTHESE GENERALE DE LA PREMIERE PARTIE	77
PARTIE 2	
TEMPS ET MEMOIRE	
ETUDE MACRODIDACTIQUE	
4 METHODE.....	81
4-1 Recueil des données.....	81
4-2 Analyse des données et mise en forme.....	96
4-3 Synthèse.....	113
5 TEMPS DE PRESENCE ET TEMPS EFFECTIF D'ENSEIGNEMENT.....	117
5-1 Divergence ou convergence des temps d'enseignement ?	117
5-2 Synthèse.....	129
6 TEMPS ET ACTIVITES EN CM2 ET EN SIXIEME.....	131
6-1 Phases de recherches, de jeux, de corrections et de réorganisations.....	131
6-2 Temps effectif d'enseignement et activités au collège.....	137
6-3 Temps effectif d'enseignement et pratiques professionnelles.....	138
6-4 Durée des activités : une modalité de sélection ?.....	143
6-5 Synthèse.....	146
7 ETUDE LOGISTIQUE ET CHRONOMETRIQUE DES PHASES DE RAPPELS.....	149
7-1 Distribution des phases de rappels en CM2 et en sixième.....	149
7-2 Enclavement temporel des phases de rappels en CM2 et en sixième.....	153
7-3 Synthèse.....	155
8 ACTIVITES ET FORMES DE MEMORISATION.....	159
8-1 Vers un nouveau classement.....	159
8-2 Temps effectif d'enseignement et formes de mémorisation	162
8-3 Synthèse.....	165
SYNTHESE GENERALE DE LA DEUXIEME PARTIE	167

PARTIE 3
MEMOIRE ET RECIT
ETUDE MICRODIDACTIQUE

9 EXTENSION ET REDUCTION DIDACTIQUES.....	171
9-1 Production et sélection des connaissances.....	171
9-2 Extension didactique.....	173
9-3 Réduction didactique.....	177
9-4 Synthèse.....	183
10 LA VISIBILITE INSTITUTIONNELLE EN SIXIEME.....	187
10-1 Traitement discursif des connaissances et stratégie didactique.....	187
10-2 Rappels et institutionnalisation.....	194
10-3 Synthèse.....	201
11 AMPLITUDE ET PORTEE DES PHASES DE RAPPELS.....	205
11-1 Apports théoriques de la philosophie et de l'analyse littéraire.....	205
11-2 Transposition dans le champ didactique des mathématiques.....	207
11-3 Synthèse.....	211
12 PHASES INFORMELLES DE RAPPELS.....	213
12-1 Durée, amplitude et portée des phases informelles.....	213
12-2 Une fonction chronoéconomique.....	217
12-3 Un geste mémoriel : l'évocation.....	224
12-4 Synthèse.....	226
13 PHASES FORMELLES DE RAPPELS.....	229
13-1 Durée, amplitude et portée des phases formelles.....	229
13-2 Une fonction synthétique.....	233
13-3 Un geste mémoriel : l'anamnèse.....	235
13-4 Plusieurs gestes mémoriels sur une même phase.....	237
13-5 Synthèse.....	240
14 PHASES FORMELLES ET VISIBILITE INSTITUTIONNELLE.....	243
14-1 Rôle des phases formelles en sixième.....	243
14-2 Rôle des phases formelles en CM2.....	248
14-3 Synthèse.....	251
15 INSTITUTIONNALISATION ET TECHNIQUES DE SOLENNISATION.....	255
15-1 Ritualisation didactique des phases de réorganisation.....	255
15-2 Le discours professoral.....	261
15-3 Synthèse	264
SYNTHESE GENERALE DE LA TROISIEME PARTIE	267
CONCLUSION	271
GLOSSAIRE.....	283
ABREVIATIONS.....	285
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	287

TOME 2

ANNEXES

SECTION 1

1 NEGOCIATION DE L'OBSERVATION.....	305
1-1 Protocole de recherche adressé aux enquêtés.....	305
1-2 Demandes d'autorisation de filmer.....	306

SECTION 2

2 TEMPS DE PRESENCE ET TEMPS EFFECTIFS D'ENSEIGNEMENT.....	310
2-1 Temps de présence des professeurs devant leurs élèves.....	310
2-2 Temps effectifs d'enseignement des mathématiques.....	311

SECTION 3

3 QUELS TEMPS POUR QUELLES ACTIVITES ?.....	315
3-1 Distribution des activités et du temps qui leur est consacré en CM2.....	315
3-2 Distribution des activités et du temps qui leur est consacré en sixième.....	345

SECTION 4

4 TRANSCRIPTIONS DES INTERACTIONS DIDACTIQUES.....	371
4-1 Conventions de transcription.....	371
4-2 Classes de CM2.....	373
4-3 Classes de sixième.....	461

SECTION 5

5 TRAITEMENT DISCURSIF ET SEMIOTIQUE DES CONNAISSANCES.....	537
5-1 Codage des connaissances.....	537
5-2 Classes de CM2.....	538
5-3 Classes de 6ème.....	558
5-4 Signature discursive et sémiotique des connaissances en CM2.....	574
5-5 Signature discursive et sémiotique des connaissances en 6ème.....	576
5-6 Distribution du traitement sémiotique et discursif en CM2.....	578
5-7 Distribution du traitement sémiotique et discursif en sixième.....	580

SECTION 6

6 DISTRIBUTION SPATIALE ET TEMPORELLE DES PHASES DE RAPPELS	585
6-1 Légende des graphiques.....	585
6-2 Distribution des phases de rappels dans les classes de CM2.....	587
6-3 Distribution des phases de rappels dans les classes de 6ème.....	591

SECTION 7

7 UN EXEMPLE D'OUBLI EN CLASSE DE CM2.....	597
--	------------

SECTION 8

8 TECHNIQUES DISCURSIVES ET VISIBILITE INSTITUTIONNELLE.....	603
--	------------

TABLES DES MATIERES

TOME 1.....	608
TOME2 (ANNEXES).....	614

LISTE DES TABLEAUX.....	616
LISTE DES GRAPHIQUES.....	617
ABREVIATIONS.....	618
RESUME.....	619
GLOSSAIRE.....	620

Un cours de mathématiques, dans une salle de classe.

Questions, remarques, idées foisonnantes, frayant les unes avec les autres, au milieu des lazzis, apartés, provocations, éclats de rire. Formulations erronées, décevantes, maladroitement, lumineuses.

Tourbillons sémantiques éphémères, volatiles.

Chimères graphiques, numériques, algébriques, effacées aussitôt qu'inscrites sur des tables à poussière.

Enoncés inlassablement formulés, repris, répétés, rappelés. Actes promissifs, assertifs, déclaratifs, inventifs.

Paraphrases écrites. Leçons, devoirs. Exercisation.

Carnation de l'engagement et de l'effort.

Postures, mimiques ; intonations amusées, théâtrales, solennelles ; présentations, discussions, récitations. Proférations.

Ancrages des corps dans la verticalité de leur parole.

La même salle entre deux cours, deux journées, deux périodes scolaires.

Vide.

Rendue à l'Indifférence minérale.

Grâce à l'oubli existe la culture.

Grâce à ce qu'il permet et ce qu'il suppose.

Dans le silence des gestes et des pratiques, les énonciations perdues, inscrites sur des cahiers incertains, poursuivent la construction des Savoirs.

INTRODUCTION

Cette thèse s'inscrit dans le champ des recherches portant sur l'organisation du temps scolaire, dans le premier et le second degré, en particulier celles concernées par l'articulation école / collège.

En tant que ressource principale déterminant les conditions d'apprentissage au travers des activités éducatives, le temps scolaire a fait l'objet de nombreux travaux, principalement dans le monde anglo-saxon¹.

La liaison CM2 / sixième, quant à elle, a été étudiée au sein du ministère chargé de l'éducation nationale :

- au niveau national, avec les publications de l'INRP² ;
- au niveau régional et académique, avec le pilotage des réunions d'harmonisation et de concertation entre enseignants de CM2 et de sixième³.

La spécificité de notre recherche réside dans une approche transversale, visant à tisser des liens entre temps, culture des professeurs et mémoire didactique, à partir du rôle joué par le découpage du temps institutionnel, dans le type d'activités engagées, les formes de mémorisation et de fixation des savoirs.

Dans une première partie, nous exposerons l'évolution historique des rapports entre temps et enseignement.

Le premier chapitre sera consacré à l'étude de la construction sociale des temps scolaires du premier et du second degré et des valeurs que celle-ci véhicule. Puis nous

¹ Pour une large revue de la littérature consacrée à l'évolution des recherches et des représentations sur le temps d'enseignement on pourra notamment se référer à l'article de Delhaxhe (A. Delhaxhe, 1997, 107-125).

² Institut national de recherche pédagogique.

³ Nous nous appuyons, notamment, sur une étude comparative de l'enseignement des mathématiques dans les classes de CM2 et de sixième, menée par une équipe de l'Institut National de Recherche Pédagogique (J. Colomb, 2006).

examinerons l'influence du temps d'enseignement disponible sur les activités engagées et les représentations du métier, en prenant l'exemple des enseignants remplaçants du premier degré. Elargissant la problématique, nous poserons la question de l'influence des organisateurs temporels de la fonction d'enseignant sur les pratiques professionnelles, au travers des activités mobilisées et du temps qui leur est alloué.

Dans les chapitres suivants, nous approfondirons la notion de mémoire didactique, à l'aide d'une modélisation cybernétique des situations adidactiques et du rôle qu'y joue l'enseignant. Nous verrons comment les apports de la sociologie et de l'anthropologie ont permis d'aboutir à une conception innovante et spécifique de ce type de mémoire, l'éloignant progressivement des modèles utilisés habituellement en neurobiologie et en psychologie cognitive.

Nous dresserons, pour cela, un état des lieux des recherches sur les différents types de mémoire envisagés en didactique des mathématiques, au travers de deux courants théoriques.

- La Théorie des situations didactiques en mathématiques (TSDM), avec les travaux de Brousseau et Centeno ;
- la Théorie anthropologique du didactique (TAD), avec les travaux de Matheron.

Avec la deuxième partie, débutera, à proprement parler, l'étude empirique, sous la forme d'une approche macrodidactique des rapports entre temps et mémoire.

Après avoir explicité les différentes contraintes pesant sur la constitution de l'échantillon et le recueil de données, nous justifierons la construction de nos indicateurs par la nécessité, pour l'enseignant, de rendre visible, aux yeux de ses élèves, les connaissances les plus importantes. Pour cela nous développerons la notion de « visibilité institutionnelle » ; notion que nous enrichirons tout au long de la recherche. Nous appuyant sur la théorie pragmatique du langage, nous avancerons l'idée que, non seulement, le langage permet de nommer et de désigner les connaissances utiles à l'avancée du temps didactique, mais également d'agir sur elles, en leur assurant une plus grande visibilité.

Les connaissances mathématiques seront donc considérées :

- en tant qu'énoncés mathématiques, explicitement formulés et validés par l'enseignant, permettant de contrôler une situation et d'y obtenir un résultat, lors de l'étude d'un objet mathématique donné ;

- en tant qu'énonciations orales et écrites spécifiques, permettant de nommer et de hiérarchiser les différentes connaissances produites au sein du milieu didactique, au travers de la visibilité élective de certaines d'entre elles.

L'analyse chronométrique, en CM2 et en sixième, du temps des séances, des activités et des phases de rappels permettra de mettre en évidence les liens existant entre le type d'activités engagées et certaines formes de mémorisation, susceptibles, à leur tour, de façonner le rapport aux mathématiques des enseignants de collège et d'élémentaire et donc leur culture didactique.

La distribution spatiale et temporelle des phases de rappels, au sein des différentes séances observées, conduira à l'élaboration d'une première typologie basée sur l'enclavement temporel, suivie d'une seconde typologie plus globalisante, mettant en relation les phases de rappels avec les activités sur lesquelles elles sont mobilisées.

En considérant les temps effectifs d'enseignement comme « intériorisation de l'extériorisation » (P. Bourdieu, 2000), nous concluons cette partie par une réflexion sur leur influence dans l'extériorisation de cette intériorisation, c'est-à-dire la construction des pratiques professionnelles et certaines représentations du métier.

Dans la troisième et dernière partie, l'étude microdidactique des phases de rappels mettra à jour la part prise par certains gestes mémoriels, dans la construction d'un récit et d'une culture commune.

Après avoir identifié deux moments de la temporalisation des savoirs – l'extension didactique ; la réduction didactique – nous construirons une mesure objective de la visibilité des connaissances. Celle-ci nous permettra d'identifier, dans les classes de sixième puis dans celles de CM2, deux seuils de visibilité institutionnelle liés au traitement discursif des connaissances.

A l'aide de deux nouveaux indicateurs – l'*amplitude* des phases de rappels et la *portée* des rappels – nous préciserons la spécificité des différents types de rappels, qui nous amènera à poser l'hypothèse de fonctionnalités également spécifiques, au sein de milieux didactiques fortement évolutifs. Suivant l'activité engagée, nous mettrons en évidence deux gestes mémoriels distincts, l'anamnèse et l'évocation, contribuant à la mise en ordre de la mémoire didactique.

Nous verrons que c'est notamment au travers de ces gestes mémoriels que les enseignants construisent un *récit*, portant aussi bien sur le passé, le présent et le futur des connaissances mobilisées, afin de préserver la cohérence et la congruence des enseignements proposés. Les rappels prospectifs et rétrospectifs constitutifs de la mémoire didactique, partagent ainsi, avec le récit littéraire, le souci de faire évoluer les significations et avec le récit biographique, celui d'organiser les évènements de manière intelligible (G. Genette, 1972 ; P. Bourdieu, 1994).

Nous concluons cette recherche par une approche des techniques de solennisation assurant, aux yeux des élèves, la visibilité institutionnelle de certaines activités et, par voie de conséquence, celle des connaissances qu'elles contiennent.

PREMIERE PARTIE

PROBLEMATIQUE

Chapitre 1

1 Rationalisation des temps et des savoirs

" Est-ce qu'on peut penser dans la vitesse ? Est-ce que la télévision, en donnant la parole à des penseurs qui sont censés penser à vitesse accélérée, ne se condamne pas à n'avoir jamais que des *fast-thinkers*, des penseurs accélérés qui pensent plus vite que leur ombre... [...] la pensée est, par définition, subversive : elle doit commencer par démonter les « idées reçues » et elle doit ensuite démontrer. Quand Descartes parle de démonstration, il parle de « longues chaînes de raisons ». Ça prend du temps. Il faut dérouler une série de propositions, enchaînée par des « donc », « en conséquence », « cela dit », « étant entendu que »... Or, ce déploiement de la pensée *pensante* est intrinsèquement lié au temps. »
(P. Bourdieu, 2008, 30-31)

1-1 Construction historique du temps scolaire

Penser prend du temps. Le déploiement de la pensée prend du temps.

Penser trop vite, c'est donc courir le risque de n'exposer que des idées reçues. Pour démonter ces idées reçues et aller vers un savoir authentique, il faut au contraire, prendre du temps. Il faut exposer de longues chaînes de raisons, démontrer et articuler logiquement les propositions les unes avec les autres.

Cette réflexion du sociologue Pierre Bourdieu vis-à-vis d'un média tel que la télévision, fait écho, au travers des siècles, aux préoccupations de nombreux pédagogues, éducateurs, administrateurs et philosophes qui se sont posés la question de l'efficacité des enseignements proposés et du temps nécessaire pour y parvenir.

Parmi eux, on trouve le prêtre et pédagogue morave Jan Amos Komensky (Comenius) et le philosophe-écrivain Jean-Jacques Rousseau.

1-1-1 QUEL TEMPS, POUR QUEL ENSEIGNEMENT ?

1-1-1-1 GAGNER DU TEMPS POUR MIEUX ENSEIGNER

Pour Comenius, il faut enseigner vite. Interpellé par l'inefficacité des écoles latines, il préconise, dans son texte majeur *La grande didactique*, une organisation

temporelle du temps d'enseignement, basée sur une stricte correspondance temps / savoir :
à chaque nouvelle heure, une nouvelle connaissance.

« [...] pensez qu'il reste en dehors des congés 42 semaines complètes pour l'étude, et 30 heures pour chaque semaine. L'année comporte donc 1260 heures et, selon les lois de notre méthode, aucune heure ne peut s'écouler sans l'acquisition d'une nouvelle connaissance. Songez quelle montagne de science et de sagesse nous pouvons espérer amasser en l'espace d'une année, et de sept années ! »
(J. Prevot, 1981, 182)

L'organisation rigoureuse des temps d'enseignement, ainsi que la limitation du temps d'apprentissage constitue une réaction aux répétitions inlassables de l'enseignement du Moyen-âge et à la perte de temps qui en découle. Comenius entend y substituer un enseignement programmé à partir d'une grille horaire, réglé selon un emploi du temps⁴. Cette organisation des savoirs et de la programmation est censée pallier au rendement désastreux des écoles latines, surtout si on le compare à l'espérance de vie au 17^{ème} siècle (Y. Chevallard, A. Mercier, 1987, 37).

« Il faut cinq, dix ans ou plus pour enseigner ce qui pourrait s'apprendre en un an. [...]. Prenons par exemple l'étude du latin : Dieu ! Qu'elle est longue, embrouillée et pénible ! [...] Au bout de quinze ans, la plupart des élèves ne peuvent s'exprimer en latin qu'en s'appuyant sur la grammaire et le dictionnaire comme des boiteux sur leurs béquilles [...]. »
(J. Prévot, 1981, 74-75)

L'enseignement devra être encyclopédique – fidèle en cela à l'esprit de la Renaissance – et utilitaire. Il durera sept ans. Selon Chevallard et Mercier, cette économie temporelle s'identifie totalement à l'organisation de la progression dans le savoir : « la durée et le savoir se superposent, se fondent l'un dans l'autre – le temps didactique apparaît. » (Y. Chevallard, A. Mercier, 1987, 41).

1-1-1-2 PERDRE DU TEMPS POUR MIEUX EDUQUER

« Oserai-je exposer, ici la plus grande, la plus importante, la plus utile règle de toute l'éducation ? Ce n'est pas de gagner du temps, c'est d'en perdre. [...] Regardez tous les délais comme des avantages : c'est gagner beaucoup que d'avancer vers le terme sans rien perdre ; laissez mûrir l'enfance dans les enfants. [...] Pensez-vous que ce temps de liberté soit perdu pour lui ? Tout au contraire, il sera le mieux employé ; car c'est ainsi que vous apprendrez à ne pas perdre un seul

⁴ On sait que Descartes, dans la seconde partie de son « Discours sur la méthode », prolongera et justifiera épistémologiquement ce découpage segmentaire de la matière et du temps.

Second précepte : « [...] diviser chacune des difficultés que j'examinerais en autant de parcelles qu'il se pourrait et qu'il serait acquis pour les mieux résoudre. » Troisième précepte : « [...] conduire par ordre mes pensées, en commençant par les objets les plus simples et les plus aisés à connaître, pour monter peu à peu, comme par degrés, jusques à la connaissance des plus composés ; et supposant même de l'ordre entre ceux qui ne se précèdent point naturellement les uns les autres. » Quatrième précepte : « [...] faire partout des dénombrements si entiers, et des revues si générales, que je fusse assuré de ne rien omettre. » [R. Descartes, 1987, 42-43]

moment dans un temps précieux : au lieu que, si vous commencez d'agir avant de savoir ce qu'il faut faire, vous agirez au hasard ; sujet à vous tromper, il vous faudra revenir sur vos pas ; vous serez plus éloigné du but que si vous eussiez été moins pressé de l'atteindre. »»
(J.-J. Rousseau, 1966, 112)

A l'opposé d'une conception utilitaire du temps, l'éducation négative rousseauiste prône la prise en compte des rythmes naturels de l'enfant et une confrontation directe avec les choses. Dans le droit fil de la philosophie du contrat social, Rousseau fonde sa pédagogie sur la liberté individuelle et l'éducation de la nature, seule à même d'éviter l'influence néfaste de la société. C'est seulement dans un deuxième temps, à l'adolescence, qu'Emile sera soumis à une éducation sociale, sexuelle et religieuse (J.-J. Rousseau, 1966, livres troisième, quatrième et cinquième).

L'éducation doit d'abord se soumettre au temps et aux rythmes de la Nature. Eduquer, c'est tenir compte des rythmes naturels de développement de l'enfant et confronter ses représentations aux données de l'observation (J.-P. Resweber, 1988, 12-15).

1-1-1-3 CAPITALISME ET RATIONALISATION DU TEMPS SCOLAIRE

Entre Rousseau et Comenius, l'histoire a tranché. L'organisation du temps d'enseignement ne peut être ainsi séparée d'un processus de rationalisation beaucoup plus vaste, inhérent à l'avènement d'une économie capitaliste et d'une production de masse, où la complexité des tâches humaines implique toujours plus de coopération entre producteurs spécialisés dans des fonctions de travail divisées, ainsi que l'extension d'un corps de connaissances exactes et abstraites (M. Verret, 1975, 169).

On se souvient que Durkheim pointait déjà certains effets indésirables liés, selon lui, à la disparition de l'unité de l'enseignement, du fait de la division du travail pédagogique et de l'enfermement dans des enseignements spécialisés, envisagés non comme moyens mais comme fins (E. Durkheim, 1999, 12 et suivantes).

Le temps, c'est du savoir

En réaction aux répétitions inlassables et inefficaces propres à l'enseignement du Moyen-âge, Comenius organise un enseignement programmé à partir d'une grille horaire, réglée selon un emploi du temps : il faut enseigner vite.

« Une journée compte 24 heures nous devrions la diviser en trois parties : huit heures pour le sommeil, autant pour les affaires courantes [...] ; huit heures pour les travaux sérieux [...]. En consacrant au repos tout le 7^e jour cela fait 48h de travail par semaine et 2496 heures par an. Et combien donc au bout de 10, 20 ou 30 ans ! »

(J. Prévot, 1981, 82-83)

Il est ainsi un des premiers à proposer une équivalence temps / savoir, qui renverra ultérieurement aux équivalences marxiste temps/objectif et wébérienne temps/argent, caractéristiques des processus de rationalisation industrielle, commerciale et bureaucratique.

Le temps, c'est de l'argent

Pour Weber, le processus de rationalisation des comportements des individus – et donc de leur rapport au temps – se modifie avec l'apparition de nouveaux courants religieux prônant un nouvel *ethos* vis à vis de l'argent, très éloigné de celui des Eglises traditionnelles, notamment de l'Eglise catholique, au travers de discours religieux teintés d'utilitarisme.

« Songe que le *temps*, c'est de l'*argent*. Quiconque pourrait, par son travail, gagner dix shillings par jour en travaillant, mais se promener ou paresser dans sa chambre pendant la moitié du jour, celui-là ne doit pas prendre seulement en compte, même si c'est le cas, le fait qu'il ne dépense que 6 pence pour son plaisir : il a en effet aussi dépensé ou plutôt dilapidé 5 shillings.

Songe que le *crédit*, c'est de l'*argent*. Si quelqu'un laisse chez moi son argent après que celui-ci est devenu remboursable, il me fait don des intérêts, ou l'équivalent de ce que je peux faire de cet argent durant ce temps. Si un homme a un bon et un grand crédit, et s'il en fait bon usage, la somme rapportée peut être considérable. [...]

Quiconque dilapide quotidiennement une partie de son temps qui lui rapporterait la valeur d'un sou (et cela peut ne représenter que quelques minutes) perd, un jour dans l'autre, le privilège d'user de 100 livres par an. Quiconque perd inutilement du temps pour la valeur de 5 shillings dissipe 5 shillings et pourrait aussi bien les jeter à la mer. »

(Sermon de Benjamin Franklin, *in* M. Weber, 2003, 21-23)

Weber défend l'idée que cette nouvelle façon de se comporter et de voir le monde engage les individus bien au-delà du simple sens des affaires et qu'il s'agit d'une véritable éthique – une éthique utilitariste – d'autant plus novatrice qu'elle découple le goût de l'argent, du faste et du luxe, étrangers à l'austérité protestante.

Ce nouvel *ethos* temporel prend ainsi des formes inédites qui vont profondément transformer les organisations modernes et nos façons de travailler.

- Assimilation du temps à une valeur et un pouvoir économique : le gaspiller, c'est perdre de ce pouvoir ; l'utiliser de façon rationnelle, c'est en gagner.
- Développement de comportements rationalisés dans un but économique envisagé comme signe principal de reconnaissance des Elus, (ponctualité, régularité, frugalité, application au travail : professionnalisme).

- Adhésion à une éthique religieuse, entraînant des « récompenses psychologiques (à caractère non économique) tout à fait déterminées et, aussi longtemps que la croyance religieuse reste vivante, hautement efficaces », dans un environnement économique de plus en plus concurrentiel (M. Weber, 2003, 23-34).

Le temps, c'est un résultat

Marx associe chaque résultat partiel à un temps donné, dans la succession temporelle de différents agents sur une chaîne de montage.

« Comme le produit partiel de ce travailleur partiel n'est en même temps qu'un stade particulier du développement du même ouvrage, c'est un travailleur ou un groupe de travailleurs qui fournit à l'autre son matériau. Le résultat du travail de l'un constitue le point de départ du travail de l'autre. Le travailleur occupe ainsi immédiatement l'autre travailleur. *Le temps de travail nécessaire pour atteindre l'effet utile recherché dans chaque procès partiel est établi empiriquement et le mécanisme global de la manufacture repose sur le présupposé que, dans un temps de travail donné, on obtienne un résultat donné.* C'est seulement à cette condition que les différents procès de travail peuvent avancer de façon ininterrompue, simultanée et juxtaposée dans l'espace (c'est nous qui soulignons en italique).»

(K. Marx, 1993, 388)

Si tout bon sujet d'une institution éducative est un individu qui n'a eu de cesse de montrer pendant plus de dix années consécutives que son rapport aux savoirs a été, en tout point, conforme au rapport aux savoirs attendus par cette même institution (Y. Chevillard, 1996, 179 et suivantes), on peut assimiler un tel processus à une « chaîne de montage » particulièrement longue et complexe nécessitant la succession et la coordination de dizaines d'agents éducatifs.

L'assignation à chacune des disciplines d'un volume horaire annuel, ainsi que sa distribution hebdomadaire et mensuelle, sont quelques unes des conséquences de la rationalisation bureaucratique impliquée par la coordination de l'action.

La détermination du coût de toute formation en est une autre. L'organisation progressive du temps scolaire, des plans d'étude et la diversification des enseignements fixent les contenus différents disciplinaires et les temps d'enseignement correspondants. Il suffit alors de mettre des moyens économiques à mettre en face des différents volumes horaires en termes de postes d'enseignant pour boucler le cycle temps – argent – savoir.

Un auteur comme Ivan Illich n'a eu ainsi de cesse de dénoncer le coût économique exorbitant, pour les pays en voie de développement, des systèmes scolaires occidentaux (I. Illich, 1971, 103-132).

1-1-2 ANNEE SCOLAIRE, JOURNEE SCOLAIRE ET HEURE DE COURS

1-1-2-1 ENSEIGNEMENT SECONDAIRE : DE LA CLASSE A L'HEURE DE COURS

Historiquement, l'année scolaire se construit avant la journée scolaire et l'heure de cours. L'initiative des vacances d'été serait ainsi liée à la suspension des séances de tribunaux au moment des vendanges. Le déroulement de la journée scolaire se fixe, quant à lui, au XVI^e siècle, alors que les limites temporelles de l'année scolaire sont déjà solidement établies dans les pratiques (M.-M. Compère, 1997, 271 et suivantes).

Au collège et au lycée, l'organisation du temps de service repose sur la notion de *chaire*, correspondant elle-même à l'institution de la *classe*, c'est-à-dire au regroupement d'élèves de même niveau sur des séances de travail biquotidiennes des élèves en présence du professeur. Elle exclut les autres activités scolaires réservées aux internes (études, répétitions, dessin, arts d'agrément, activités physiques ou apprentissage des langues vivantes).

- 2 séances d'égale durée : une le matin, une l'après-midi.
- La durée de chacune des séances tourne autour de 2 heures.
- Entre les 2, une séance intermédiaire plus courte consacrée à des cours extraordinaires, qui disparaît, progressivement, au XVII^e siècle.

La prise en charge progressive, par les collèges et les lycées, de formations assurées jusque là par les communes, les associations, les institutions privées permet la diversification des cours. Combinée avec la disparition, tout aussi progressive, des surveillants répétiteurs chargés, pendant le temps d'étude de l'internat, des enseignements particuliers et des répétitions, le processus aboutit au triomphe de l'heure, au détriment de la classe, en tant qu' « unité de compte universelle du temps scolaire » (M.-M. Compère, 1997, 268-269, 298).

Désormais, l'heure de cours devient l'unité de temps, de lieu et d'action de l'enseignement (D. Raulin, 2006, 120-121). Elle correspond à des savoirs très différenciés, fondés épistémologiquement, susceptibles d'être divisés en autant d'entités isolables qu'il y a d'heures de cours consacrées à l'étude d'un même thème.

« A la différence de la classe, le cours « moderne » consiste théoriquement à transmettre des connaissances qui relèvent d'une science fondée épistémologiquement. Dans la classe, qui vise à faire acquérir aux élèves la maîtrise de la langue, le maître transmet moins des connaissances qu'il n'anime et dirige des exercices. Le cours est multipliable en autant d'unités qu'on distingue d'entités scientifiquement isolables du savoir et qui exigent du maître une spécialisation analogue. Les interpénétrations réciproques atténuent cependant cette opposition. [...] Il reste que l'une et l'autre se conforment à des structures de temps différentes : la classe dure normalement deux

heures, tandis que le cours ne dure qu'une heure, occupée essentiellement par le discours construit par le maître pour transmettre un savoir dont il est le dépositaire exclusif. »
(M.-M. Compère, 1997, 283)

L'année et la journée scolaires sont donc fixées dès le 16^{ème} siècle, alors que l'organisation et la durée des cours ne sont effectives qu'à partir du 19^{ème} siècle.

L'heure, en tant qu'unité du temps scolaire, est donc le résultat de l'ouverture des collèges sur d'autres formations (éducation physique, musique, dessin, etc.) et de la disparition progressive de l'internat. La création de cette unité temporelle place ainsi, sur un pied d'égalité, des disciplines qui, jusque là, n'étaient pas enseignées au collège. Elle va permettre de poursuivre, jusqu'à son extrême limite, la rationalisation du temps scolaire, appelée de ses vœux, en d'autres temps, par Comenius.

1-1-2-2 EMPLOI DU TEMPS ET PLANS D'ETUDES : ALIGNEMENT DU PRIMAIRE SUR LE SECONDAIRE

Rappelons, dès maintenant, un fait important pour notre recherche : les enseignements primaire et secondaire ont été construits et pensés pour des publics d'élèves différents. A la fin du 18^{ème} siècle, la rationalisation du temps scolaire et de l'organisation des collèges contraste fortement avec l'hétérogénéité, la précarité et l'insalubrité constatées dans l'enseignement primaire (A. Léon, 1999, 37-44).

« Les petites écoles [enseignement élémentaire] et les collèges ne représentent pas, sous l'Ancien Régime, les étapes successives d'une même progression scolaire. Les deux types d'établissements constituent des milieux nettement séparés, s'adressent à des populations distinctes et poursuivent des objectifs différents. Le collégien apprend à lire, à écrire et à compter, non dans une petite école, mais, le plus souvent, dans la classe de 6^e. Quant à l'élève des petites écoles, il a peu de chances d'accéder à l'enseignement secondaire.»

(A. Léon, 1999, 41-42)

Les régents (les instituteurs de l'époque) utilisent alors une méthode individuelle d'enseignement, liée à la diversité des âges et des niveaux de leurs élèves et à l'irrégularité de la fréquentation scolaire. En effet, le temps scolaire du primaire est un temps « arraché » au travail des enfants à la ferme, la maison ou l'atelier (M.-M. Compère, 2001, 113). Il dépend des temps sociaux liés aux travaux des champs⁵ et relève d'une logique de

⁵ « L'instituteur n'est donc pas un homme à part, dans le village des débuts du siècle [19^{ème} siècle]. Pas plus que l'école n'est une maison spéciale, mais une grange ou une ferme affectée un peu par hasard à l'usage d'école ; pas plus que les écoliers ne se définissent comme tels – *les travaux des champs priment, et le temps de la classe, aux limites indécises, ne règle encore ni les jours, ni les semaines, ni les saisons* – ; pas davantage le maître d'école n'est un homme spécialisé dans une fonction et séparé par là même [c'est nous qui soulignons en italique].» (A. Prost, 1968, 134)

diffusion de savoirs rapportés à leur utilité⁶. C'est d'ailleurs moins la gratuité de l'enseignement primaire que son caractère obligatoire qui constitue la véritable révolution, dans le système d'enseignement promu par les lois de Jules Ferry.

Ce n'est qu'au 19^{ème} siècle que le primaire subira, à son tour, l'influence de ce vaste mouvement de rationalisation et de division du travail, issues du développement de l'industrie (P. Giolitto, 1983, 25, 59).

Face au manque d'efficacité alarmant de l'enseignement élémentaire tout au long du 19^{ème} siècle⁷, les pédagogues, législateurs et inspecteurs s'attellent sans relâche à la question de son organisation administrative et pédagogique, en s'inspirant notamment de principes issus de l'enseignement secondaire.

- Choix du mode d'enseignement simultané ou mixte, au détriment du mode individuel et mutuel.
- Choix d'une organisation pédagogique commune.

« L'Instruction du 18 novembre 1871 reconnaît que les écoles primaires « n'ont point atteint jusqu'ici les résultats qu'on est en droit d'en attendre » et cela essentiellement parce que « l'enseignement proprement dit n'a point été suffisamment organisé ». [...] L'Instruction de 1871 insiste de même sur la nécessité « de mettre l'ordre et l'unité » dans les écoles primaires. [...] D'ailleurs, d'autres ordres d'enseignement bénéficient déjà d'une organisation pédagogique commune et en tirent un évident profit. Les écoles des Frères, par exemple, et les établissements d'enseignement secondaire. [...] Et de fait, nous verrons que les pédagogues du XIX^e siècle s'efforcent de calquer l'organisation de l'école primaire sur celle des lycées et collèges. » (P. Giolitto, 1983, 29-30)

Le programme est immense. Il s'étendra sur la quasi totalité du 19^{ème} siècle, avec la mise en place, à l'intérieur des écoles, de divisions selon l'âge et le niveau de connaissances, l'établissement d'un plan d'études général et d'un emploi du temps hebdomadaire prévoyant le temps consacré à chaque matière enseignée (P. Giolitto, 1983, 26-27).

⁶ « [...] il [l'enseignement élémentaire] se définit comme un ensemble parfaitement cohérent de pratiques, au service d'une ambition extrême. L'objectif, on l'a vu, est celui d'une école du peuple : armer les enfants du peuple pour leur vie entière, en leur apprenant tout ce qu'il n'est pas permis d'ignorer... » (A. Prost, 1968, 59)

⁷ Le texte ministériel du 18/11/1871 du ministre républicain J. Simon, constate ainsi que l'organisation administrative des écoles est achevée (répartition des écoles sur le territoire ; nomination du personnel, surveillance et administration financière), mais que l'organisation de l'enseignement reste à faire, ce qui a pour effet, que des élèves quittent l'école « avec des connaissances incomplètes, tronquées, confuses ». (P. Giolitto, 1983, 47-48).

Parallèlement, la nécessité d'une « écologie institutionnelle », indispensable au bien-être de l'enfant, induit des législations de plus en plus contraignantes sur la scolarité obligatoire, le nombre maximum d'élèves par maître et le temps imparti à la scolarité.

« Des écoles misérables et délabrées du premier XIX^{ème} siècle, installées dans des églises, des maisons, voire des écuries, aux édifices monumentaux, aux écoles maternelles aménagées à l'échelle de l'enfant et aux institutions innovatrices [...] de la seconde moitié du siècle, l'école devient le lieu majeur de l'acculturation enfantine [...] la journée scolaire est peu à peu réglementée et devient plus homogène, alors que, pendant plus de cinquante ans, les enfants sont souvent entrés et sortis de la classe et de l'école pratiquement sans contrôle. [...] Les horaires changent eux aussi : au départ, les journées sont d'environ sept heures dans les écoles d'Aporti [Italie] ou dans l'Angleterre de la première moitié du [19^{ème}] siècle, avec une tendance au morcellement et à la surcharge ; vers la fin du siècle, et d'une façon uniforme dans toute l'Europe, on passe à des journées de même durée mais où les récréations sont plus nombreuses. »

(E. Becchi, D. Julia, 1998, tome 2, 170 et suivantes)

L'emploi du temps met plus de 50 ans à s'imposer aux maîtres. Dans un premier temps, il permet de sortir de l'anarchie que constituait le début du XIX^e siècle, en augmentant l'efficacité de l'enseignement primaire et en provoquant la scolarisation d'un plus grand nombre d'élèves (P. Giolitto, 1983, 234).

Dans cette gigantesque entreprise, le temps d'apprentissage n'a pas été réellement pris en compte, pour des raisons à la fois scientifiques et politiques.

- Faiblesse des connaissances en psychologie et en neurophysiologie ; vision négative de l'enfance et rabattement des difficultés d'apprentissage sur l'élève plutôt que sur les conditions d'enseignement.
- Besoin d'une main d'œuvre qualifiée mais pas nécessairement instruite.

« Il est [...] rare qu'on s'interroge pour savoir si l'enfant est en mesure de maîtriser les connaissances qu'on se propose de lui faire acquérir. Il faut attendre le dernier quart du siècle [19^{ème} siècle], alors que les programmes se sont déjà fortement engagés dans la voie de l'encyclopédisme, pour voir quelques rares pédagogues se hasarder à critiquer la lourdeur de la tâche imposée aux élèves, et poser en principe que les programmes ne doivent pas excéder leur capacité d'absorption. Ce à quoi d'autres pédagogues répondent qu'il appartient avant tout aux programmes d'être en harmonie avec les besoins de l'économie et que, d'ailleurs, certaines disciplines ne fatiguent nullement les élèves, car elles tiennent davantage de la récréation que de l'étude (gymnastique et arpentage par exemple). » (P. Giolitto, 1983, 101-102)

1-1-2-3 PRIMAIRE ET SECONDAIRE : DES TEMPS DIFFERENTS ?

Tout au long de la fin du 19^{ème} siècle et jusqu'à la moitié du 20^{ème} siècle, le système scolaire français est caractérisé par une juxtaposition du primaire et du secondaire où l'on enseigne, de façon souvent concurrentielle, à des groupes sociaux différents. Aux classes élémentaires du primaire correspondaient, dans l'enseignement secondaire, des « petites classes » où un corps spécial de professeurs enseignait la lecture, l'écriture et le calcul aux enfants de la bourgeoisie et de l'aristocratie. De la même façon, les classes de

collège (6^{ème}, 5^{ème}, 4^{ème}, 3^{ème}) trouvaient leur pendant, dans l'enseignement primaire, avec les classes des écoles primaires supérieures et des cours complémentaires, assurant quatre années de formation, au-delà du certificat d'étude, aux enfants du peuple (A. Prost, 1997, 85-86).

Le temps institutionnel du secondaire a ainsi, successivement, relevé d'une logique de distinction attachée aux classes dominantes, puis d'une logique de spécialisation disciplinaire fondée sur des savoirs différenciés, avec la transition de la classe au cours. C'est le temps de l'« excellence scolaire »⁸, fondée sur la sélection, où les enseignants sont encore distingués en fonction d'une excellence dans la maîtrise de leur savoir, plus que sur leurs aptitudes à créer un enseignement dynamique⁹.

A contrario, le temps scolaire du primaire s'est inscrit dans une logique de formation pratique, concrète. Il s'aligne, au 19^{ème} siècle, sur le temps cyclique d'une France rurale et chrétienne, rythmée par les travaux des champs et les fêtes religieuses.

- Les programmes scolaires enseignent le minimum utile à la vie adulte dans un temps court et dans une présentation circulaire plutôt que linéaire (les enfants sont souvent sollicités pour les travaux ruraux au-delà même des congés scolaires).
- Les notions essentielles sont présentées très tôt et reprises d'année en année. On retrouve également cette organisation dans les écoles primaires supérieures¹⁰.
- La journée commence à 8 heures et s'achève en milieu d'après-midi pour permettre aux enfants d'aider leurs parents aux divers travaux de la ferme.

Jusqu'au milieu du 20^{ème} siècle, au travers des écoles primaires supérieures et des cours complémentaires, le temps scolaire du primaire renvoie, de surcroît, à une logique de formation professionnelle pour les emplois intermédiaires du commerce et de l'industrie.

Moins sélectif et ambitieux, mais plus concret et pragmatique, le primaire, destiné aux enfants du peuple, a longtemps disposé de débouchés plus sûrs sur le marché du

⁸ « Peut-être la fabrication de l'excellence scolaire serait-elle plus facile à mettre en évidence dans l'enseignement secondaire, où la sélection et l'orientation sont les enjeux permanents d'une évaluation omniprésente et très formelle. [...] l'analyse de l'évaluation à l'école primaire oblige aussi à mettre en évidence des normes d'excellence moins caricaturales que celles qui caractérisent les filières « nobles » de l'enseignement secondaire. » (P. Perrenoud, 1984, 25)

⁹ Rappelons que le titre d'enseignant agrégé est une rémanence des anciens collèges. Il donne droit à une meilleure rémunération, ainsi qu'à une diminution du temps de travail, sans contrepartie en matière d'enseignement.

¹⁰ Les écoles primaires supérieures s'appuyaient sur une forme scolaire éprouvée, basée sur une solide organisation pédagogique et administrative affiliée à l'enseignement primaire et des « programmes concentriques », où chaque année l'on reprenait et on approfondissait l'enseignement des années précédentes. (J.-P. Briand, J.-M. Chapoulié, 1992, 79-80)

travail. Pour Prost, les difficultés du collège unique s'expliquent, en grande partie, par une offre de type « secondaire », vis-à-vis d'une demande sociale de type « primaire supérieur » (A. Prost, 1997, 88).

Ce rapide tour d'horizon de la construction du temps scolaire nous a amené à constater l'existence de deux temps, historiquement fondés sur des activités et une conception différente des savoirs. Au temps d'enseignement cyclique du primaire, reposant sur une logique de formation pratique et concrète, où les notions transmises par un seul enseignant sont revues d'années en années, s'est donc longtemps opposé le temps d'enseignement plus linéaire du secondaire, basé sur une logique d'excellence scolaire et de spécialisation disciplinaire et impliquant la constitution d'une unité temporelle universelle que représente l'heure de cours.

1-2 Approches contemporaines des rapports entre temps et savoirs

1-2-1 UNE NOUVELLE NOTION : LA TEMPORALISATION DU SAVOIR

Plus près de nous, les rapports entre temps et pensée, temps et transmission de savoirs, ont été envisagés par les pédagogues et les didacticiens, au travers de la prise en compte de ce que Centeno appelle la « temporalisation du savoir » et les conséquences de sa gestion sur les pratiques enseignantes et les activités proposées. Dans leur article de 1991, Brousseau et Centeno partent de l'hypothèse que la construction de connaissances et de savoirs passe par des transformations transitoires et successives, permettant de modifier le rapport de l'élève au savoir, jusqu'à le faire coïncider avec celui en usage dans la culture. Plus la part prise par les élèves dans l'activité didactique sera personnelle et originale, plus la durée d'enseignement sera longue (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 188).

Dans sa thèse, Centeno poursuit sa réflexion sur les rapports entre temps et enseignement. Dans une situation d'enseignement, la communication du savoir s'accompagne d'une épaisseur temporelle. Les situations didactiques permettent de faire vivre au savoir des aventures constituées d'histoires personnelles (J. Centeno, 1995, 196). L'enseignement n'est donc pas une communication instantanée.

Dès lors, un certain nombre de questions peuvent se poser.

- Celui de l'harmonisation entre « le temps où certaines formes de savoir peuvent rester en attente » et le découpage du temps institutionnel.

« [...] la durée du temps où certaines formes de savoir peuvent rester en attente est soumise à des lois qu'on ne peut pas ignorer. Par exemple : les leçons ne peuvent pas être coupées par les vacances de manière arbitraire ; intercaler d'autres leçons différentes dans un processus où il y a un grand nombre de savoirs non encore institutionnalisés conduit à des ruptures de contrat qui se traduisent en dernier lieu par absence d'apprentissage. Aussi nous avons pu observer dans cette leçon placée cette année le premier jour après les vacances de Pâques) que la maîtresse n'arrivait pas à mobiliser les souvenirs nécessaires aux changements de statuts prévus, en particulier, les élèves ne se rappelaient plus ce qui avait été mis au frigo, et ceci mettait la maîtresse en grande difficulté [...]. »

(G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 181)

- Celui de l'efficacité des enseignements proposés et le « taux théorique d'adidacticité » qu'une société est capable de supporter.

« [...] le pacte national d'instruction doit viser, idéalement, une *instruction effective pour tous*. Cela suppose, bien sûr, de multiplier les rencontres adidactiques [...]. L'homme, parce qu'il est un néotène, est un animal didactique : pour lui, toute situation du monde peut devenir situation didactique. Toute situation *instrumentale* – non didactique – peut être vécue par lui comme didactique, et même comme... adidactique. [...] il n'est sans doute pas possible – et pas même concevable – que chacun de nous puisse jamais vivre en première personne tout ce qu'il y a de vif dans la culture où nous advenons. Notre connaissance du monde, en elle-même déjà fort circonscrite, demeure en effet indéfiniment *surdosée en narrativité* et comparativement *pauvre en adidacticité*. Tout se passe à cet égard comme s'il existait, à un moment donné, un « taux théorique d'adidacticité » que nous ne saurions dépasser, même si ce taux est variable avec les cultures, les domaines de connaissance et les individus ; et, surtout, si l'on peut s'efforcer de faire croître ce taux. »

(Y. Chevallard, 2005, 81-89)

- Celui des différentes formes d'exposition du savoir et de la durée des séances.

« Dans ce temps coupé en tranches, si le professeur veut que l'élève parvienne jusqu'au bout de la tâche proposée, il est nécessairement obligé de la simplifier, les situations-problèmes, des apprentissages plus complexes, sont difficiles à mettre en œuvre. [...] Pendant le cours, le professeur tente un transfert de connaissances et l'élève tente de se l'approprier au mieux, seul, à la maison, ce qui peut produire du temps mal utilisé pour les élèves moyens et faibles et peut-être pour le professeur, s'il doit reprendre une partie de son cours lors de la prochaine heure. Dans le meilleur des cas, lorsque le professeur laisse, lors des cinquante-cinq minutes, une place au travail de l'élève, le sujet traité n'en est pas moins morcelé et atomisé. »

(A. Husti, 1994, 82-83)

Des entretiens avec des professeurs de collègue montrent qu'il leur est plus facile d'entreprendre certains types d'exercices plutôt que de s'attaquer aux représentations des élèves, en mobilisant des apprentissages plus complexes, au risque de ne pas terminer le cours avec une vue d'ensemble (A. Husti, 1994, 60-90).

De son côté, Rogalski définit trois horizons temporels qui s'apparentent aux différentes unités de temps scolaire qui ont été progressivement construites entre le 16^{ème} siècle et le 19^{ème} siècle (cf. supra) :

- l'horizon temporel à long terme : l'année scolaire ;

- l'horizon temporel à court terme : l'heure de cours ;
- l'horizon temporel à moyen terme : l'unité thématique, constituée de plusieurs heures de cours, découpée dans un champ conceptuel mathématique.

Chaque échelle temporelle renvoie à des processus de préparations et de contrôles. Les pratiques enseignantes portent sur tout ou partie de cette organisation temporelle (J. Rogalski, 2003, 367 et suivantes). Ces différentes échelles, caractéristiques du temps de la pratique de chaque enseignant, s'inscrivent à leur tour, pour certains auteurs dans une échelle de temps beaucoup plus longue et progressive, caractéristique du processus de division et de spécialisation du travail dans les sociétés contemporaines.

« Notre système scolaire est rigoureusement pensé et géré sur un temps dont l'amplitude dépasse vingt années, à savoir à partir de l'âge de 2 ou 3 ans, seuil de la classe maternelle, jusqu'à l'âge de 24-25 ans, horizon des études doctorales. Entre ces extrêmes, l'enseignement est conçu en cycles [...] ayant chacun deux, trois ou six années. A l'intérieur de chaque cycle, l'année scolaire est l'unité scolaire fondamentale, divisée elle-même en semestre, trimestre et semaine. Enfin, l'atome du système temporel scolaire réside dans l'heure. Si dans l'école primaire les enseignements sont quelquefois distribués par demi-journée, dans les collèges, les lycées et les facultés ils sont quasi systématiquement dispensés en mesures d'une heure ou deux heures. L'heure est même l'unité monétaire des disciplines enseignées : dans les programmes officiels de l'enseignement primaire et secondaire, celles-ci sont systématiquement présentées avec le nombre d'heures qui doit leur être consacré dans chaque classe par semaine. »

(B. Dantier, 1999, 50)

1-2-2 TEMPS SCOLAIRE ET PRATIQUES PROFESSIONNELLES

La question du lien entre les formes temporelles bureaucratiques de scolarisation, les savoirs en jeu et les pratiques professionnelles est donc relativement nouvelle.

Le temps scolaire, en effet, est un des rares à avoir conservé une étonnante stabilité, au cours des siècles et des dernières décennies (A. Husti, 1994, 11), contrairement à d'autres temps sociaux, tels que le temps de travail (G. Pronovost, 1996, 131-136). On peut attribuer cette stabilité à l'organisation pyramidale et centralisée du système scolaire (J-P. Obin, 1993, 164). Ce n'est donc qu'aux marges du système scolaire que l'on a pu, dans un premier temps, observer les conséquences d'une flexibilité du temps institutionnel sur les pratiques professionnelles, comme nous avons pu le montrer dans le cas des enseignants titulaires remplaçants du premier degré (S. Bouillon, 2005).

La seconde est que, jusqu'à présent, il n'a toujours pas été prouvé que la parcellisation de la tâche d'enseignement, par heure et par discipline, était inefficace (J-P. Obin, 1993, 9, 163). La rationalisation des gestes d'enseignement (progressions, plans d'études, emplois du temps, minutage des séquences) a même été, nous l'avons vu, acquise

de haute lutte, au cours du 19^{ème} siècle. Elle a notamment permis de faire face, à l'issue de la Réforme Haby sur les collèges, à une massification de la scolarisation, à défaut de permettre sa démocratisation (A. Prost, 1997).

La troisième est qu'il est toujours difficile de remettre en question des formes temporelles inscrites au plus profond d'agents éducatifs, dans l'esprit desquels ont été institués, dès le plus jeune âge, les divisions et les hiérarchies sociales propres à l'ordre scolaire établi (P. Bourdieu, 1980, 127-129 ; 1994, 104).

1-2-3 DES TEMPS D'ENSEIGNEMENT DIFFERENTS POUR DES ACTIVITES DIFFERENTES

Dans une précédente recherche portant sur les ethnométhodes des enseignants-remplaçants du premier degré, nous avons pu montrer l'existence d'un lien entre la durée des missions et la nature des activités engagées (S. Bouillon, 2005).

- En faisant le choix d'un poste ZIL¹¹ les titulaires mobiles savent qu'ils seront souvent affectés sur des remplacements courts. Ils engagent alors un certain nombre de pratiques liées à la mise en œuvre d'instructions laissées par l'enseignant remplacé et d'activités « palliatives ».
- En faisant le choix d'un poste de brigade, les titulaires mobiles savent qu'ils seront souvent affectés sur des remplacements longs, relevant de pratiques proches de celles de leurs collègues sédentarisés (construction de nouvelles connaissances ; programmation temporelle des différents savoirs des différentes disciplines ; choix des stratégies et des supports)¹².

¹¹ Zone d'éducation prioritaire.

¹²« L'avantage du ZIL [titulaire mobile engagé sur des Zones d'Intervention Limitées ne devant théoriquement pas dépasser les limites de la circonscription], c'est, justement, qu'il n'a... qu'il ne va pas très loin et qu'il fait, en général, de petits remplacements ; l'avantage du BD, c'est que ses remplacements, plus lointains, lui font avoir des... des indemnités... assez... assez importantes, à la fin... à la fin du mois. L'avantage du ZIL, c'est que les remplacements, en général, sont de courte durée ; celui du BD – de plus en plus – c'est que ses remplacements sont et étaient des remplacements prévus... Pour lequel, le plus souvent, il pouvait se préparer et pour lequel, le plus souvent, le collègue *s'attendant* à être absent – pour un congé de maternité, pour un stage de formation continue, pour une longue maladie – lui préparait le travail. Très souvent, les BD arrivaient avec des... des consignes fortes qui leur facilitaient le travail. Finalement, la *grande difficulté*, pour eux, c'était la distance, qui était indemnisée grassement. Le ZIL, lui, c'était la proximité, c'étaient des petits remplacements, c'était un investissement *fort* sur le moment. Mais, à long terme, inexistant... » (Extrait d'entretien avec un titulaire mobile, S. Bouillon, 2005, 78).

1-2-3-1 DUREE DES MISSIONS ET GESTION DE LA MEMOIRE DIDACTIQUE

La durée des missions des titulaires mobiles induit, par conséquent, différentes activités et différentes façons de gérer le passé didactique d'une classe.

Remplacements de courte durée

- Commémorations didactiques (révisions en mathématiques et en français sous forme de jeux, coloriage, petits travaux manuels, etc.).
- « Oubli » et mise à l'écart des leçons et situations fortement contextualisées, à l'initiative de l'enseignant titulaire.
- Rabattement sur les instructions laissées par le titulaire de la classe et strict application de celles-ci, sans référence à la mémoire officielle de la classe ni à son passé didactique.

Remplacements de longue durée

- Enquêtes sur le passé didactique de la classe (recrutement d'« informateurs » auprès des élèves et des collègues enseignants ; consultation de la mémoire officielle : cahier du jour ; affichages).
- Mobilisation d'activités décalées, étrangères à la classe (vidéo, marionnettes, textes poétiques, cartes muettes, etc.), maîtrisées de bout en bout par le remplaçant, afin de recréer une culture et une mémoire communes et de conforter une légitimité institutionnelle, en partie mise à mal par la relative non maîtrise du passé didactique de la classe (S. Bouillon, 2005).

Les différences observées ont permis de conforter l'hypothèse de Brousseau et Centeno, selon laquelle il existe une différence de gestion du passé didactique entre un enseignant et une succession d'enseignants sur la même classe (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 172-173). Sur un remplacement de courte durée, un enseignant remplaçant ne peut ainsi reprendre une leçon fortement contextualisée initiée par le titulaire du poste, sans prendre le risque d'une remise en question de son approche (« Avec la maîtresse, on ne fait pas comme ça ! »).

1-2-3-2 TEMPS INSTITUTIONNEL, ACTIVITES ET CULTURE PROFESSIONNELLE

L'outillage conceptuel et théorique, développé dans le cadre de la TSDM¹³ au travers des notions de contrat didactique et d'institutionnalisation, a ainsi permis de fournir les premiers éléments d'explication aux difficultés rencontrées par les remplaçants. D'autres chercheurs, dans des champs très différents, en ont également tiré un certain nombre de conséquences en termes de culture professionnelle.

Un maître ignorant

Les premiers travaux universitaires réalisés sur la fonction de remplaçant datent du début des années 90 et sont, notamment, le fait d'une jeune enseignante titulaire mobile, Dominique Legros. Sa démarche s'inscrit dans un contexte de profonds remaniements et de revalorisations statutaires, redistribuant l'espace des positions au sein du champ éducatif (S. Bouillon, 2002). L'auteure considère que les contraintes spécifiques liées aux conditions de travail, entraînent un rapport différent vis à vis des valeurs constitutives de l'identité professionnelle. A ce titre, les titulaires mobiles sont des maîtres « ignorants » (D. Legros, 1991, 39).

- Ce type de postes échoie, en effet, à des normaliens sortants, donc *inexpérimentés*, à l'époque où elle écrit son mémoire. De plus, la formation professionnelle initiale ne prépare pas à ce type de fonction.
- Des contraintes de travail spécifiques induisent des comportements et des représentations spécifiques, que Legros rapporte aux situations pratiques vécues dans la classe (D. Legros, 1991, 72-74).

Il en découle toute une série de comportements renforçant la marginalisation.

- 1 Adoption d'une « pédagogie de recettes », organisée autour de leçons types que l'on peut « parachuter ».
- 2 Affichage d'une prise de distance avec le groupe principal au travers d'un discours dépréciateur sur l'activité sédentaire et désengagement professionnel.
- 3 Sentiment d'appartenance à un « clan », à un groupe « à part », lié à la marginalisation géographique et à la discrimination dont la fonction fait encore l'objet, avant 1989, de la part de l'administration (D. Legros, 1991, 9, 41, 55, 62-66).

¹³ Théorie des situations en didactique des mathématiques.

L'affiliation à un groupe marginal fragilise la construction identitaire professionnelle. Dans le titre même de son mémoire¹⁴, Legros affirme le primat des organisateurs spatiaux et temporels du travail dans la construction de l'identité professionnelle, par delà la communauté d'un statut étendu à l'ensemble du corps enseignant.

Un maître caméléon

A la fin des années 90, Marchive s'intéresse plus spécifiquement aux conséquences didactiques des remplacements. L'intervention d'un nouveau maître est envisagée comme la *rupture* de formes réglées de la vie sociale. Cette rupture entraîne une adaptation stratégique des différents acteurs.

- stratégies de survie pour les enseignants ;
- stratégies de contestation et de désengagement pour les élèves.

L'anomie des organisateurs spatio-temporels de la fonction cantonne le titulaire mobile au rôle de gestionnaire de crise ; gestion nécessitant – à défaut des qualités habituellement retenues par l'identité professionnelle – de solides capacités d'adaptation.

« Les approximations du remplaçant, du fait, entre autres, d'une absence de "mémoire didactique" [...] et d'une absence de routinisation des pratiques, introduisent des perturbations qui, pour être minimes, n'en ont pas moins des conséquences didactiques [...] C'est sans doute pourquoi on n'attend pas du remplaçant qu'il fasse preuve d'une originalité, d'une créativité ou d'un zèle pédagogique particulier. On attend qu'il gère au mieux la classe, durant l'absence momentanée du titulaire, c'est-à-dire en introduisant le moins de changements possibles : ne pas bouleverser les habitudes, ne pas perturber les élèves. » (A. Marchive, 1999)

Un maître spécialisé sur des tâches circonscrites

Plus récemment, Le Floc'h s'est intéressée, aux enseignants du premier et du second degré, en marge des corps constitués, dans une perspective sociologique (M.-C. Le Floc'h, 2001). Ses travaux s'appuient sur des recherches concernant la nature composite du travail enseignant (R. Bourdoncle, 1993). Les activités des remplaçants y sont conçues comme un « faisceau de tâches », spécialisé sur certains « segments » de ce travail.

La dissociation des difficultés inhérentes au métier d'enseignant les amènerait à construire des formes de professionnalisation spécifiques, facilitant l'harmonisation des

¹⁴ *Titulaire mobile : un autre métier*, Mémoire de maîtrise en Sciences de l'Education.

contraintes familiales et professionnelles¹⁵. En se spécialisant dans la régulation normative et la manipulation d'un nombre limité de connaissances – contrairement à leurs collègues sédentaires soumis à la totalité des tâches du métier – les remplaçants auraient ainsi le choix entre plusieurs « formes simplifiées » de travail (M.-C. Le Floc'h, 2001, 141-160).

Un ensemble de recherches effectuées dans des champs différents – sociologiques, didactiques – aboutit ainsi aux mêmes conclusions sur l'existence d'un lien entre des temps d'enseignement courts ou longs, les activités engagées et des formes spécifiques de culture professionnelle.

1-2-4 ELARGISSEMENT DE LA PROBLEMATIQUE

Si l'on étend le champ d'investigation à l'ensemble du système éducatif, on constate que les titulaires mobiles et les titulaires de poste fixe, bien qu'enseignant les mêmes disciplines, ne sont pas les seuls à disposer de temps d'enseignement différents. Les instituteurs ou professeurs des écoles de fin de cycle 3 et les professeurs de collège de sixième se retrouvent ainsi dans une situation comparable : enseignant les mathématiques à des élèves d'âge voisin, ils sont soumis à des contraintes temporelles spécifiques liées à l'organisation de l'enseignement dans le premier et le second degré.

Cette fois, la divergence des temps d'enseignement ne concerne plus la durée des missions auprès des élèves, mais celle des séances. Au collège, la spécialisation des différentes disciplines enseignées induit, en effet, la présence d'enseignants spécialistes. Il faut donc faire coïncider, dans le temps et l'espace, non pas un seul enseignant avec un seul groupe d'élèves – comme c'est le cas dans le premier degré – mais plusieurs enseignants et plusieurs groupes d'élèves.

De telles contraintes impliquent les déplacements des élèves, tout au long de la journée scolaire. Nous verrons qu'ils ne sont pas sans incidence sur le temps d'enseignement. Dans l'enseignement primaire, de telles contraintes n'existent pas ou sont considérablement réduites.

¹⁵ Nombre de remplaçants ont, en effet, connu des discontinuités dans leur vie professionnelle, telles qu'un divorce, l'éducation d'un ou plusieurs enfants en foyer monoparental, voire l'irruption au sein du groupe familial de maladies graves. Il ne faut pas sous-estimer non plus le rôle attractif joué par les indemnités de remplacement pour un couple souhaitant se rendre propriétaire d'un logement, subvenir aux études supérieures de leur enfant (location de studio, nourriture, déplacements, etc.) ou pour un parent séparé devant faire face à une pension alimentaire (S. Bouillon, 2002).

1-2-4-1 LE PRIMAIRE : UN TEMPS MODULABLE POUR DES ENSEIGNANTS POLYVALENTS

Dans l'enseignement élémentaire, l'étendue et la variété des connaissances enseignées ne nécessitent, le plus souvent, qu'un seul enseignant pour la totalité des disciplines au programme d'une année scolaire. La question de la coordination de l'action dans le temps et dans l'espace des différentes disciplines enseignées ne se pose donc pas avec la même acuité que dans l'enseignement secondaire¹⁶. L'enseignant est ainsi libre d'allonger ou de raccourcir certaines de ses séances, suivant la réceptivité de ses élèves, voire même d'en déprogrammer certaines. A ce niveau d'enseignement, l'articulation de différents savoirs se réduit, le plus souvent, à assurer la transition cohérente d'un domaine de connaissances à un autre.

1-2-4-2 LE SECONDAIRE : UN TEMPS FIXE POUR DES ENSEIGNANTS SPECIALISTES

Dans l'enseignement du second degré, *a contrario*, la spécialisation des savoirs nécessite la coordination spatiale et temporelle d'enseignants spécialistes et donc l'assignation de temps et de lieux d'enseignement précisément délimités. Le temps institutionnel attribué pour chaque discipline est fixé de façon stricte et précise dans sa durée et sa distribution : il n'y a plus de modulation possible.

« Comme le temps scolaire doit distribuer plusieurs savoirs hétérogènes car spécialisés [...], ils doivent être distribués les uns après les autres ; en conséquence l'institution doit segmenter ce temps, chaque segment étant attribué à la distribution d'un savoir particulier ; aussi lui faut-il désigner le lieu particulier où ce savoir doit être dispensé [...]. De plus les savoirs spécialisés réclamant des enseignants spécialistes, ceux-ci ne peuvent ni ne doivent s'occuper d'un même groupe d'élèves durant tout le temps scolaire ; les groupes d'élèves doivent donc suivre les cours de plusieurs enseignants ; deux solutions sont alors possibles pour régler dans l'espace ces horaires d'enseignement : soit ce sont les élèves qui se déplacent et vont de tel moment à tel autre dans un lieu déterminé où se trouve l'enseignant spécialiste ; soit c'est à celui-ci de se déplacer de tel moment à tel autre et d'aller dans un lieu déterminé où se trouve le groupe d'élèves ; dans les deux cas l'emploi de l'espace doit être élaboré et fixé en fonction de l'emploi du temps. »
(B. Dantier, 1999, 50-60)

¹⁶ L'intervention dans le premier degré d'un deuxième enseignant, au sein d'une même classe, liée à l'enseignement d'une langue étrangère ou à un décloisonnement portant sur d'autres disciplines est désormais chose courante. Ce type d'intervention exerce, par conséquent, un ensemble de contraintes vis à vis de la gestion, par l'enseignant du temps d'enseignement (B. Suchaut, 2009, 2). Il ne nous semble pas cependant être suffisamment massif et généralisé pour remettre en question les modulations du temps d'enseignement observées en élémentaire.

Une telle coordination pédagogique et didactique s'accompagne souvent, comme nous le verrons, d'une coordination administrative au travers de la nomination de professeurs principaux devant *sur leur temps de cours*, distribuer et expliquer différents documents liés au fonctionnement de l'établissement scolaire (réunions avec les parents ; élections de délégués de classe et de délégués de parents d'élèves ; organisation et résultats des évaluations¹⁷, etc.). C'est le cas de certains professeurs de mathématiques que nous avons filmés.

Les divergences de découpages du temps institutionnel – et leurs influences sur les modalités de gestion de la mémoire didactique – dans l'enseignement du premier et du second degré, sont donc des questions qui peuvent se poser, au même titre que se posaient celles des divergences des organisateurs spatio-temporels de la fonction de titulaires mobiles et de titulaires de postes fixes.

De la même façon qu'un titulaire remplaçant nommé sur un remplacement de courte durée ne gère pas la mémoire didactique de la classe et n'engage pas, exactement, le même type d'activités qu'un titulaire remplaçant nommé sur un remplacement long ou qu'un titulaire de poste fixe, on peut penser que les enseignants de CM2 et de collège – intervenant à différents moments d'étude d'objets mathématiques et soumis à des contraintes temporelles et organisationnelles différentes – n'engagent pas exactement les mêmes activités et ne mobilisent pas exactement les mêmes formes de mémorisation.

Le découpage du temps institutionnel exerce-t-il ainsi une influence sur les modalités de gestion de la mémoire didactique et, si oui, lesquelles ? Cette question est elle-même susceptible de se décliner dans deux directions.

- Etude de la diffusion et de l'institutionnalisation des connaissances dans les premiers et seconds degrés, notamment au travers du traitement discursif des différentes connaissances mobilisées (simples formulations ; rappels ; inscriptions).
- Etude des effets du découpage du temps institutionnel sur la gestion de la mémoire didactique.

Derrière une telle question, l'hypothèse mise à l'épreuve est la suivante :

Pour l'étude d'un même objet mathématique, les enseignants engagent des activités différentes et mobilisent de façon différente la mémoire didactique de leur classe, suivant le découpage du temps institutionnel.

¹⁷ Les évaluations de 6^{ème} existaient encore au moment des observations que nous avons réalisées.

Chapitre 2

2 CADRE THEORIQUE

2-1 Un milieu pour l'apprentissage : influences de Rousseau et Piaget

Pour construire la Théorie des Situations Didactiques, Brousseau s'est, en partie, inspiré des théories constructivistes de Piaget (M-J. Perrin-Glorian, 1994, 97-147). Selon ce dernier, le sujet se construit dans une interaction constante avec son milieu. Le facteur fondamental du développement cognitif est l'équilibration : c'est en parvenant à s'adapter à un milieu dynamique, en perpétuel déséquilibre, que le sujet développe son intelligence et qu'il apprend.

Depuis, ce paradigme constructiviste de la pensée piagétienne a été, à juste titre, critiqué, au même titre que son héritage rousseauiste et kantien¹⁸. On doit ainsi à Rousseau, contre Locke et Descartes¹⁹, la dialectisation de l'influence du milieu physique avec une activité mentale interne, dans le développement de l'intelligence humaine. Fidèle à son penchant pour les paradoxes, Rousseau n'hésite pas ainsi à coupler un concept empiriste (la *sensation* de Locke) avec un concept innéiste (l'*âme* de Descartes).

¹⁸. On ne dira jamais assez, en effet – contrairement à la vulgate qui considère encore trop souvent Rousseau comme un écrivain talentueux, mais un philosophe approximatif –, l'influence exercée par l'auteur de l'*Emile*, sur le développement de la pensée philosophique du 19^{ème} siècle, puis sur la psychologie et le constructivisme piagétien. Pour être tout à fait juste, il faut dire également que Rousseau n'a jamais rien fait non plus pour présenter ses écrits philosophiques et politiques comme un tout cohérent et rigoureux : il semble ainsi que la systématisme extrême de sa pensée ait été desservie par l'exceptionnelle non systématisme de ses écrits (G. May, 1994, p. 48 et suivantes).

¹⁹ Pour Locke, l'esprit est à la naissance une *tabula rasa* : c'est toujours l'*expérience* qui se grave sur les tablettes de cire de notre esprit, en s'appliquant aux objets externes par les sensations et aux opérations internes de notre esprit par la réflexion. Ainsi, les *idées simples*, saisies par les sensations ou la réflexion forment, une fois associées entre elles, les *idées complexes* exprimées par le langage. Une telle conception supposait, par conséquent, l'existence d'une mémoire fiable, contraire à l'innéisme de l'esprit cher à Descartes. Rousseau retient du premier l'influence décisive du milieu physique sur la formation de l'enfant, et du second l'autonomie des opérations intellectuelles, couplant ainsi un concept innéiste (l'idée de l'âme) avec un concept empiriste (la sensation).

C'est une telle dialectisation qui permet à Piaget de ne plus considérer l'intelligence comme un *état*, mais comme un *processus* impliquant un incessant va et vient entre le milieu environnant et l'activité réflexe. Par l'assimilation et l'accommodation de schèmes moteurs, l'intelligence de l'enfant franchit des paliers dynamiques qu'il nomme stades et qui définissent son évolution.

2-1-1 CRITIQUE DE L'APPROCHE PIAGETIENNE : L'INFLUENCE DE LA SOCIÉTÉ

Les limitations imposées à la notion de milieu, réduit, essentiellement, à un environnement physique, fragilise, en partie, une théorie par ailleurs très féconde :

- 1 Comme pour Locke et Rousseau, le milieu externe est désocialisé et confondu avec le milieu physique : la vie psychologique – et donc le développement cognitif – ne fait que *prolonger un mécanisme général d'assimilation* de l'univers entier par le corps vivant, envisagé comme une structure organisée (J. Piaget, 1977, 356-358).

« [...] en son point de départ, l'organisation intellectuelle prolonge sans plus l'organisation biologique. Elle ne consiste pas seulement [...] en un ensemble de réponses mécaniquement déterminées par des stimulus [sic] externes et en un ensemble corrélatif de conductions reliant les stimulus nouveaux à des réponses anciennes. Elle constitue au contraire une activité réelle, fondée sur une structure propre et assimilant à celle-ci un nombre croissant d'objets extérieurs. Or, de même que l'assimilation sensori-motrice des choses aux schèmes du sujet prolonge l'assimilation biologique du milieu à l'organisme, de même elle annonce l'assimilation intellectuelle des objets à l'esprit, telle qu'on la constate dans les formes les plus évoluées de la pensée rationnelle. »

(J. Piaget, 1977, 358)

- 2 Le rôle joué par les adultes dans les apprentissages des enfants est donc minoré²⁰. L'enseignant ne doit pas faire preuve d'autorité, ni transformer sa classe en monarchie absolue soumise à un autocrate : s'il veut faire de ses élèves des citoyens libres, capables de se discipliner et de penser par eux-mêmes, il doit

²⁰ Une telle minoration peut également être attribuée à une lecture restrictive du rôle joué par le gouverneur dans l'éducation d'Emile. Le précepteur est ainsi présenté comme une personne se refusant d'intervenir directement dans l'éducation de son élève, s'assurant seulement que celui-ci, dans un premier temps (de la naissance à 12 ans), ne soit confronté qu'aux choses mêmes, c'est-à-dire au seul milieu physique.

« Jeune instituteur, je vous prêche un art difficile, c'est de gouverner sans préceptes, et de tout faire en ne faisant rien. Cet art, j'en conviens, n'est pas de votre âge ; il n'est pas propre à faire briller d'abord vos talents, ni à vous faire valoir auprès des pères ; mais c'est le seul propre à réussir. » (J.-J. Rousseau, 1966, 149)

Ce n'est que dans un deuxième temps, que l'enfant devenu jeune homme subira une éducation *sociale* c'est-à-dire morale, religieuse et sexuelle.

favoriser le travail en équipes, l'organisation de la discipline par les élèves et éviter sous la contrainte ou les répétitions verbales (J. Piaget, 1997).

Cependant, à l'image du gouverneur, la neutralité de l'enseignant est un mythe. Durkheim ne manquera pas, d'ailleurs, de critiquer Spencer et sa théorie d'un milieu éducatif « naturel », réservée jusque là, par l'auteur de *l'Emile*, à la première période de l'enfance vouée à l'état de nature, formée sous l'action des choses et ne recevant de leçons que celles de l'expérience. Voici la méthode de Spencer telle que Durkheim la présente.

« Le rôle du maître en matière de punition sera donc très simple : il lui suffira de veiller à ce que des interventions artificielles n'empêchent pas l'enfant d'éprouver les conséquences naturelles de sa conduite. Une telle méthode [...] a sur les systèmes ordinairement suivis, un double avantage. D'abord, elle donne une base plus solide au tempérament moral de l'enfant. On est bien plus sûr de se conduire comme il faut dans la vie, quand on comprend les bonnes et les mauvaises conséquences de son action, que quand on ne fait qu'y croire sur l'autorité des autres. [...] En second lieu, parce que cette punition vient des choses, parce qu'elle est suite naturelle, nécessaire de la conduite, l'enfant ne peut s'en prendre à personne ; il ne peut se plaindre que de lui-même. [...] Par conséquent, au lieu d'intervenir, il n'y aura qu'à attendre que l'acte déconseillé produise ses effets. » (E. Durkheim, 2005, 219-220)

Et Durkheim reprend un des exemples mis en avant par Spencer, en montrant que la sanction n'est jamais naturelle mais *sociale*.

« Un enfant n'est jamais prêt à l'heure pour la promenade ? On partira sans lui. Il détériore facilement ses objets ? On ne les lui remplacera pas. Il refuse de ranger ses jouets ? On les rangera à sa place, mais, quand il voudra s'en servir, il ne les retrouvera plus, etc. [...] *contrairement à la règle qu'il a posée, il [Spencer] fait subrepticement intervenir les parents et recourt à des punitions proprement dites à peine déguisées.* [...] Car, si l'on avait laissé les choses produire leurs conséquences naturelles, les jouets ne seraient pas sortis d'eux-mêmes de la circulation, ils seraient restés dans le désordre où l'enfant les avait laissés et dont il se serait très facilement accommodé (c'est nous qui soulignons, en italique).
(E. Durkheim, 2005, 220-221)

Pour Durkheim, l'enfant, dépourvu de culture intellectuelle, ne peut « interpréter correctement l'expérience dont il est la victime ». L'éducateur ne doit donc pas s'effacer et laisser l'élève, seul, face au milieu sur lequel il exerce une action ; il doit intervenir et devancer la marche naturelle des choses.

« Si on lui [l'enfant] demande de s'appliquer, de ne pas se laisser aller à sa paresse, à sa distraction naturelle, ce n'est pas simplement pour qu'il fasse de bons devoirs, qui sont la gloire du maître et de la classe, c'est pour qu'il acquière la culture qu'il utilisera plus tard, l'habitude de l'effort dont un travailleur a besoin pour se faire une place dans la société. C'est donc seulement quand il sera sorti de l'école, quand il sera engagé dans la vie sérieuse que se dérouleront les conséquences naturelles de la conduite qu'il aura tenue, tant qu'il était écolier. Est-il besoin de dire que, s'il attend jusque-là pour se rendre compte de ses actes, il sera trop tard ? Et, d'un autre côté, pour qu'il s'en rende compte à temps, il faut devancer la marche naturelle des choses ; il faut que l'éducateur intervienne, et attache aux règles de la discipline des sanctions qui anticipent celles de la vie. »
(E. Durkheim, 2005, 223)

C'est ce qui fait dire, également, à Olivier Reboul que la sanction du milieu physique est rare et fortuite : le milieu auquel est confronté l'enfant est toujours le fruit de la société (O. Reboul, 1992, 122). De la même façon, quand, dans le livre second de l'*Emile*, Rousseau explique comment un enfant indolent et paresseux prend goût à la course et apprend la générosité, ce n'est pas le milieu « naturel » qui en est la cause, mais bien les différentes dispositions prises par le gouverneur afin de l'aménager.

- Première disposition : le gouverneur familiarise Emile à ce jeu, en faisant concourir devant lui, régulièrement, plusieurs enfants à une course dont le prix est un gâteau.
- Deuxième disposition : il fait en sorte d'augmenter les enjeux en jouant sur la distance et le nombre de concurrents. Emile commence alors à s'exercer, en secret, à la course.
- Troisième disposition : il diminue la distance et s'arrange pour éliminer le meilleur coureur et faire gagner son jeune élève (J.-J. Rousseau, 1966 : 180-181, Livre Second).

Au demeurant, Marchive a raison de souligner combien les situations d'apprentissage proposées par Rousseau dans l'*Emile* sont différentes des situations adidactiques proposées par Brousseau (A. Marchive, 2005, 323).

Outre le fait que l'*Emile* relève plus d'une réflexion anthropologique sur l'éducation que d'un ouvrage sur l'apprentissage de concepts scientifiques, Rousseau n'imagine ainsi aucune situation susceptible d'entraîner l'engagement du sujet soumis à cette éducation. Il parie ainsi sur l'adaptation à un milieu physique, naturel, étranger à toute autorité. C'est ce milieu et cette absence d'autorité qui sont censés provoquer l'engagement d'Emile et son apprentissage ; non la situation créée. L'incertitude et les possibilités d'anticipation des résultats du jeu, caractéristiques des situations adidactiques relèvent, en effet, d'une toute autre logique et d'activités propres à des institutions éducatives spécialisées dans l'enseignement de savoirs hautement techniques.

2-1-2 APPORT THEORIQUE DE BROUSSEAU : L'ORGANISATION D'UN MILIEU POUR L'ENSEIGNEMENT

S'inspirant du constructivisme piagétien, l'approche de Brousseau s'en démarque sur plusieurs points. Contrairement à l'épistémologie piagétienne, la TSDM ne constitue pas une théorie de l'enseignement où l'apprenant n'est confronté qu'au seul milieu, même organisé. Elle prend en compte, non seulement l'élève et le milieu didactique organisé par

les situations proposées, mais également le savoir mathématique visé, son épistémologie et les obstacles qui lui sont inhérents.

La TSDM établit ainsi une correspondance entre, d'une part, l'évolution de connaissances mathématiques au cours de l'apprentissage (situations d'action, de formulation, de validation et d'institutionnalisation) ; d'autre part, l'évolution historique des concepts mathématiques avant leur formalisation ultime, sous le contrôle d'une théorie permettant « de le définir exactement par les structures où il intervient et les propriétés qu'il satisfait » (G. Brousseau, 1998, 95).

S'il envisage les apprentissages comme nécessitant une réorganisation régulière liée à des modifications des modes de traitement de l'information inhérentes à l'adaptation à un milieu²¹ (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 169 ; G. Brousseau, 1998, 101-102), une telle réorganisation nécessite également la présence et l'intervention de l'enseignant (G. Brousseau, 1998, 76-77). Il pallie ainsi à l'utopie piagétienne d'un milieu structurant et désocialisé, en réintroduisant, à la suite de Vygotski, le rôle de l'enseignant dans l'apprentissage des concepts scientifiques (L. Vygotski, 1997).

2-1-2-1 PREMIERE MODELISATION DES SITUATIONS DIDACTIQUES

Les premières modélisations mathématiques pour la didactique sont proposées à la fin des années 70, à partir de la Théorie des jeux et de la Théorie de l'information, notamment dans les numéros 15 et 16 des cahiers de l'IREM de Bordeaux et deux années plus tard, dans une brochure consacrée à la théorie des automates et à son application à la didactique des mathématiques. L'étude porte, plus précisément, sur les nombres et l'acquisition d'algorithmes (M-J Perrin-Glorian, 1994, 106 ; G. Brousseau, 1997, 4).

Un premier modèle : l'automate fini

Les situations didactiques sont formalisées, dans un premier temps, sous la forme d'*automates finis*. Ce n'est que dans un deuxième temps, au début des années quatre-vingt-dix, que les observations recueillies imposeront la nécessité de complexifier le modèle

²¹ « L'apprentissage est conçu comme à la fois une « acquisition d'informations » et une modification plus ou moins profonde (accommodation ou assimilation) des modes de traitement de cette information. Selon une conception classique, cet apprentissage est donc une « mise en mémoire » par l'élève de capacités et d'informations diverses, pouvant se manifester sous différentes formes (comportements), dont les plus importantes s'identifient comme des connaissances ou des savoirs. » (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, p. 169)

théorique et donc la modélisation de la mémoire didactique, avec les *automates à pile de mémoire* (M-J Perrin-Glorian, 1994, 136).

L'enjeu de la modélisation est double :

- Envisager l'ensemble des causes présidant à un changement de stratégie, à une modification de formulation, de propriété, de démonstration. La connaissance visée correspond alors à la stratégie optimale du jeu proposé.
- Engendrer toutes les variables du jeu (les situations) observées en classe dans la mesure où elles permettent aux élèves d'apprendre le savoir visé. Ceci afin d'étudier et de prévoir leurs effets sur les connaissances en jeu et la qualité des résultats (G. Brousseau, 1998, 80-81).

Dans l'article coécrit avec Centeno, Brousseau modélise ainsi une situation didactique à l'aide d'un automate lisant, lors d'un jeu – échecs, course à 20... – les décisions, les connaissances des joueurs-élèves comme autant d'« états » de la partie et donc de la situation. Une situation menée à son terme est le résultat de l'adaptation du joueur – et donc de ses connaissances.

« [...] il est possible de décrire une situation didactique par un automate, sous forme d'un jeu formel [...] dans lequel il est possible de reconnaître les décisions des élèves, les connaissances actives, les conditions de leur apparition, etc. Une séquence conduite à son terme constitue la reconnaissance, par la situation, d'une connaissance du joueur ou de son apprentissage. »
(G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 197)

La situation-automate – et non l'enseignant – *identifie* les différents états d'une connaissance (initial, transitoire, final). La notion d'état est directement empruntée à la théorie des automates. Une situation emblématique – la course à 20 – est l'occasion, à la fois, d'engager des études expérimentales basées sur les probabilités et les statistiques et d'appliquer le modèle cybernétique retenu, au cours des années 70. La règle de ce jeu est simple.

- 1 Deux joueurs A et B ajoutent, chacun leur tour, 1 ou 2 au nombre précédemment avancé par l'adversaire.
- 2 Le premier joueur dit 1 ou 2, le second surenchérit en ajoutant 1 ou 2.
- 3 Le joueur qui a gagné est celui qui arrive le premier à 20.

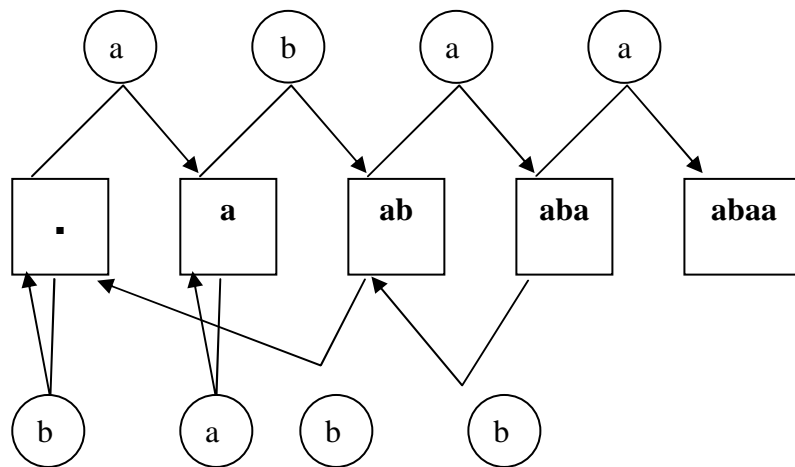
Brousseau en formalise les différentes phases, en s'appuyant sur la théorie de l'information et modélise la situation à l'aide d'un automate fini. Avant d'étudier plus avant cette formalisation, nous allons, d'abord, expliquer en quoi consiste un automate fini.

Fonctionnement d'un automate fini

Supposons que nous cherchions à isoler le mot « abaa » au sein d'un langage très long, de type L_1 aabababaaababababbaaa..., composé d'une suite de 2 lettres a et b. Une des solutions consisterait à lire les 4 premières lettres et à les comparer au mot cherché. Dans notre exemple, on obtiendrait un mot différent de celui recherché ($aaba \neq abaa$). On pourrait alors se déplacer d'un cran vers la droite ou vers la gauche, afin d'effectuer une nouvelle comparaison. C'est à la sixième comparaison que l'on identifierait le mot recherché : aabababaaababababbaaa. Le défaut d'une telle approche tient au fait qu'elle contraint à relire les mêmes lettres un grand nombre de fois c'est-à-dire à *refaire un travail qui a déjà été fait*.

On peut construire un algorithme tout aussi simple mais dont la complexité en temps et en espace²² (rapidité de traitement / taille de mémoire) est très réduite. Cette fois, les lettres sont lues une par une (et non 4 par 4), *sans que l'on ait jamais besoin de revenir en arrière pour effectuer des comparaisons*. C'est un automate fini.

Figure 1 : Principe de fonctionnement d'un automate fini



Lecture _ L'automate fini change d'états (matérialisés par les différentes cases), au fur et à mesure qu'il lit les différentes lettres correspondant au langage L_1 . La première case représente l'état initial. Les trois cases suivantes représentent trois états transitoires. La dernière case représente l'état final correspondant à « abaa ». Au-dessous des cases sont représentées les autres possibilités et leurs modalités de traitement.

²² Le développement des calculateurs électroniques a, en effet, très vite posé la question de la *mémoire* nécessaire à chaque algorithme ainsi que le *temps* nécessaire à son calcul (M. Morvan, 2003, 56).

L'automate lit une lettre et change ou non d'état. Puis il passe à une seconde lettre et, à nouveau, change ou non d'état. En se déplaçant de lettre en lettre, il peut passer par toute une série d'états transitoires. Pour chaque case, existent donc deux réponses : a ou b. Le passage d'une case à une autre implique le passage à une autre étape du processus de lecture.

L'automate fini dispose, comme son nom l'indique, d'un nombre fini d'états :

- un état initial [.] ;
- un nombre fini d'états intermédiaires [a] ; [ab] ; [aba]²³ ;
- un état final [abaa] qui correspond au mot cherché [abaa].

Dans cet exemple, notre automate présente, par conséquent, cinq états possibles. Le seul souvenir du passé conservé par un tel automate se trouve réduit à l'état dans lequel il se trouve à un temps donné. Sa mémoire est donc très réduite pour ne pas dire inexistante, puisqu'il ne conserve aucune trace de ses états précédents : *il n'y a pas de retour en arrière possible.*

« [...] un automate fini ne se souvient que très partiellement de ce qu'il a fait dans le passé : le seul « souvenir » qui lui reste de ce passé, c'est-à-dire du début du mot qu'il est en train de lire, c'est l'état dans lequel il se trouve. C'est cette mémoire très réduite qui limite considérablement sa puissance de calcul et qui fait par exemple qu'il n'existe pas d'automate fini permettant de reconnaître le langage L_2 [L_2 est un langage constitué des mots formés d'un certain nombre de a suivis du même nombre de b]. »

(M. Morvan, 2003, 61)

Jeu de « la course à vingt » : application du modèle

Appliquons maintenant ce modèle cybernétique au jeu de la course à 20. L'automate fini correspond à la situation didactique proposée. Une partie x détermine ainsi un certain nombre d' « états de connaissance » du joueur. Une connaissance C appartient à l'ensemble des états permis, au même titre qu'une tactique ou une stratégie. Les

²³ Etape 1 : possibilité 1 : l'automate lit « a » ; il change d'état : [a] ;

possibilité 2 : l'automate lit « b » ; il ne change pas d'état : [.]

Etape 2 : possibilité 1 : l'automate lit « b » ; il change d'état : [ab]

possibilité 2 : l'automate lit « a » ; il ne change pas d'état : [a]

Etape 3 : possibilité 1 : l'automate lit « a » ; il change d'état : [aba]

possibilité 2 : l'automate lit « b » ; il change d'état et redevient [.]

Etape 4 : possibilité 1 : l'automate lit « a » ; il change d'état et passe à l'état final [abaa]

possibilité 2 : l'automate lit « b » ; il change d'état et devient [ab]

Dans notre exemple, l'automate fini n'a donc besoin que de 5 états : [.] ; [a] ; [ab] ; [aba] ; [abaa].

connaissances permettent de restreindre les choix des joueurs. Une connaissance « déterminante » correspondant à la stratégie gagnante et réduit le choix du joueur à un seul état (ici : « prendre dès que l'on peut la suite 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20 »). Une acquisition de connaissances relève d'une modification d'un état de connaissance (G. Brousseau, 1998, 84).

Les connaissances sont donc envisagées comme des moyens de diminuer l'incertitude liée au nombre important d'états du jeu (état initial / intermédiaire / final). La situation didactique crée un milieu dans lequel une connaissance déterminante est progressivement sélectionnée, par adaptations successives, réduisant les choix possibles à un seul, en faisant disparaître l'incertitude. A l'image d'un automate fini, elle identifie la connaissance déterminante ou des formes voisines de celle-ci, pour lesquelles elle a été conçue. Dans la culture, le savoir qui correspond à cette connaissance est celui de la division par trois d'un nombre entier quelconque et du calcul de son reste. Cette situation peut donc constituer une bonne introduction à l'étude de l'algorithme de la division (G. Brousseau, 1997, 4-8).

Dans une telle modélisation, mettant en jeu des situations que Brousseau qualifie d'« autodidactiques » et capables de générer des apprentissages constructivistes, l'intervention de l'enseignant peut donc rester, pendant longtemps, marginale (G. Brousseau, 1997, 9).

- Avec les situations d'action, les connaissances sont envisagées comme ce qui permet de produire des "anticipations" des réactions régulières d'un milieu. L'apprentissage est le processus par lequel les connaissances se modifient. Les connaissances se manifestent par des « descriptions », des « tactiques » que le sujet semble suivre.
- Avec les situations de formulation, s'impose la coopération de deux joueurs qui « coopèrent dans le contrôle d'un milieu externe, de telle sorte que ni l'un ni l'autre ne puisse le faire seul et que le seul moyen d'y réussir soit d'obtenir de l'autre la formulation des connaissances visées. » (G. Brousseau, 1997, 7). Elle implique également que le passage d'une connaissance implicite à une connaissance formulée change les possibilités de traitement, d'acquisition et donc d'apprentissage. La reconnaissance d'une connaissance, puis sa reconstruction dans un système linguistique permet au sujet de la reprendre.

- Avec les situations de validation, les rôles de « proposant » et d'« opposant » permettent aux élèves de traiter des relations formulées entre un milieu et une connaissance relative à ce milieu. Il s'agit donc d'un nouveau type de formulation (G. Brousseau, 1997, 8).

2-1-2-2 SECONDE MODELISATION DES SITUATIONS DIDACTIQUES

Notions d'institutionnalisation et de contrat didactique

Brousseau a toujours été conscient de l'importance de l'enseignant dans les processus d'enseignement, même quand la modélisation de celui-ci n'était, pour reprendre les termes de Perrin-Glorian, que « balbutiante ». On trouve ainsi, parallèlement aux déclarations sur l'effacement de l'enseignant derrière la situation, toute une série d'injonctions et d'avertissements dans deux textes – l'un paru dans une publication de l'APMEP en 1972 ; l'autre produit pour l'Ecole d'Eté de 1982 – exhortant à la plus grande prudence vis-à-vis d'une mise en application trop rapide de la TSDM. Brousseau insiste notamment sur le rôle du maître dans l'engagement des élèves vis-à-vis de procédures scientifiques (M-J. Perrin-Glorian, 1994, 128, 132-135). Il faut cependant attendre la fin des années 80 et l'introduction de la notion de mémoire didactique, pour qu'une telle modélisation devienne effective (M-J. Perrin-Glorian, 1994, 135).

Le développement et l'approfondissement des notions de contrat didactique et d'institutionnalisation finissent par imposer la notion de mémoire didactique. Le contrat didactique permet au professeur d'exercer des pressions sur l'élève ; l'institutionnalisation devient un *processus* au cours duquel l'élève accède au savoir institutionnel que le professeur pourra exiger de lui (M-J. Perrin-Glorian, 1994, 135 ; B. Sarrazy, 1995, 102).

Brousseau s'appuie, notamment, sur l'épistémologie et l'histoire des mathématiques, en établissant un parallèle entre les processus d'apprentissage et l'histoire de la construction des concepts mathématiques. Le passage pour une connaissance d'un statut à un autre correspond, historiquement, au passage pour un concept d'une étape paramathématique qui permet de le nommer et de l'étudier, à sa théorisation (G. Brousseau, 1998, 94-96).

Au cours d'une première étape qualifiée de paramathématique, un concept se présente comme un objet reconnu, familier, qui n'a pas encore été théorisé.

« [...] on peut dire aussi [...] qu'en l'absence de statut mathématique avéré, les termes utilisés sont des outils qui répondent à des besoins d'identification, de formulation et de communication, et que

leur usage repose sur un contrôle sémantique. Les mathématiciens les utilisent bien, non qu'ils en possèdent une définition qui donnerait sur eux un contrôle « syntaxique », mais parce qu'ils « les connaissent bien » et qu'aucune contradiction qui obligerait à les mathématiser davantage n'est apparue à leur sujet. »

(G. Brousseau, 1998, 95)

A contrario, l'étape finale d'un concept consiste en sa théorisation mathématique permettant de le définir par ses structures et ses propriétés, en même temps qu'il renvoie à une convergence de questions et de préoccupations propres aux mathématiciens de l'époque ; l'« ontogenèse » des concepts reproduit, en quelque sorte, leur « phylogenèse ». Mais l'ensemble des questions et des méthodes auxquelles les connaissances apportent, au niveau local, des éléments de réponses (genèse sémantique et historique des causes) limite la structuration finale des savoirs (genèse syntaxique des raisons).

« [...] il est probable aussi que localement les conditions sémantiques d'acquisition limitent assez souvent l'efficacité de l'acquisition par conditionnement de savoirs formels. *Elles dictent la structure du savoir transitoire et lui sont adaptées.* La détermination et le maintien de l'équilibre optimal entre les deux stratégies d'enseignement qui en découlent et la recherche des indices nécessaires à cette gestion sont les deux défis fondamentaux de la didactique (c'est nous qui soulignons, en italique). »

(G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 201)

L'enseignant n'est plus seulement l'organisateur du milieu antagoniste. Il doit agir également sur les jeux mêmes de l'élève, ce qui constitue un deuxième type de jeu (G. Brousseau, 1998, 91). La modélisation de la relation didactique ne renvoie plus à un automate fini, du fait de paradoxes inhérents au contrat didactique.

- 1^{er} paradoxe (dévolution des situations) : l'élève ne pourra apprendre que s'il considère la relation didactique comme seulement provisoire et qu'il s'efforce de la rejeter (G. Brousseau, 1998, 73).
- 3^{ème} paradoxe (apprentissage par adaptation) : dans un apprentissage par adaptation, le rejet du principe d'intervention des connaissances d'un tiers rend impossible l'identification d'une réponse comme une nouveauté.

« Le sujet banalise la question dont il connaît les réponses dans la mesure où il n'a pas les moyens de savoir si d'autres se la sont posée avant lui, ou si personne n'a su y répondre, ou encore si d'autres questions lui ressemblent ou lui sont liées par le fait qu'elles pourront recevoir une réponse grâce à celle-ci..., etc. »

(G. Brousseau, 1998, 76-77)

Les ruptures de contrat didactique induisent des changements dans les règles du système, incompatibles avec la première modélisation. En d'autres termes, la situation adidactique permet l'identification d'une connaissance déterminante et d'une stratégie

gagnante²⁴ ; non celle du savoir correspondant. L'institutionnalisation reste donc à la charge de l'enseignant. Elle correspond à un autre « jeu », différent de celui de la dévolution.

« Dans l'institutionnalisation, il [l'enseignant] définit les rapports que peuvent avoir les comportements ou les productions « libres » de l'élève avec le savoir culturel ou scientifique et avec le projet didactique : il donne une lecture de ces activités et leur donne un statut. »
(G. Brousseau, 1998, 92)

La fin d'une didactique constructiviste ?

Le processus d'institutionnalisation consiste à transformer les causes d'apprentissage, en raisons de savoir. Comme ces savoirs et ces raisons sont encore insuffisamment développés, la réactivation des connaissances s'effectue avec l'aide du « rappel des conditions et des situations qui les accompagnaient en tant que causes » (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 202).

Les observations que réalise Brousseau à l'école Jules Michelet, dans les années quatre-vingt-dix, mettent ainsi en évidence l'importance de rappels liés aux phénomènes d'institutionnalisation. Elles amènent Brousseau et Centeno à reconsidérer les conditions présidant à la production d'une connaissance canonique.

« La prise en compte « officielle » par l'élève de l'objet de la connaissance et par le maître, de l'apprentissage de l'élève est un phénomène social très important et une phase essentielle du processus didactique : cette double reconnaissance est l'objet de l'institutionnalisation. Le rôle du maître c'est aussi d'institutionnaliser ! L'institutionnalisation porte aussi bien sur une situation d'action – on reconnaît la valeur d'une procédure qui va devenir un moyen de référence – que sur la formulation. Il y a des formulations qu'on va conserver (« ça se dit comme ça », « celles-là valent la peine d'être retenues »). Et pour les preuves de la même façon, il faut identifier ce qu'on *retient* des propriétés des objets qu'on a rencontrés. [C'est nous qui soulignons, en italique] »
(Brousseau, 1998, 311)

Brousseau renonce ainsi, définitivement, à l'idée d'un enseignement exclusivement constructiviste, basé sur les seules situations autodidactiques²⁵ : le statut de connaissance institutionnalisée ne peut surgir de situations où l'intention didactique est dissimulée à l'élève (G. Brousseau, 1997, 20).

« Peut être parce que les travaux de Piaget montraient qu'il existe des processus naturels de développement des connaissances et laissaient espérer que chaque notion mathématique posséderait une sorte d'épistémologie naturelle ou spontanée, peut être aussi parce que j'ai pu

²⁴ Par exemple, si l'on reprend le jeu de la course à vingt, la stratégie - connaissance « *prendre dès que l'on peut la suite 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20* » ne peut être rapprochée, par l'élève, du savoir « *calculer le reste d'une division par 3* » qu'avec l'aide du professeur.

²⁵ Perrin-Glorian a d'ailleurs montré que Brousseau a toujours eu conscience du rôle joué par l'enseignant au sein de la classe. Il est toujours ainsi resté très prudent vis-à-vis de la diffusion de situations mises au point pour la recherche, conscient qu'il était « de l'importance du rôle de l'enseignant pour mettre en œuvre des situations efficaces et de l'insuffisance de sa prise en compte dans la théorie » (M-J. Perrin-Glorian, 1994, 133).

imaginer de nombreuses situations “ autodidactiques ” et provoquer des apprentissages constructivistes, j’ai commis l’erreur de croire en la possibilité d’une didactique “ constructiviste ” (avant la lettre). Les faits d’abord, puis bientôt des raisonnements sur lesquels nous reviendrons, ont montré la vanité de cet espoir et la nécessité de phases d’institutionnalisation qui donnent à certaines connaissances le statut culturel indispensable de “ *savoirs* ”. »
(G. Brousseau, 1997, 8)

Ce tournant théorique est important : aussi élaborées et ingénieuses qu’elles soient, les situations ne peuvent, à elles seules, produire les savoirs attendus par la société. Pour y parvenir, il faut l’intervention directe de l’enseignant, au-delà des situations proposées et de la constitution d’un milieu antagoniste.

Les espoirs mis dans les pédagogies actives – par exemple, le « self-government » ou le travail en équipes chers à Piaget (J. Piaget, 2000) –, puis dans les situations autodidactiques, doivent donc être réévalués. Il ne suffit plus, pour reprendre des termes rousseauistes, de maintenir l’élève sous « la seule dépendance des choses »²⁶ et de le mettre en demeure de s’adapter à un milieu – physique ou didactique – ainsi qu’à un ensemble de contraintes ou de situations, pour qu’il apprenne. Il faut, également, que les élèves rapportent les connaissances produites aux savoirs de leur culture, grâce à l’intervention de l’enseignant.

Un second modèle : l’automate à pile de mémoire

Il n’est pas inutile de préciser que les différentes modélisations des situations – automate fini ; automate à pile de mémoire – sont plus envisagées comme des « extensions métaphoriques » de l’usage des automates (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 196), que comme leur exacte reproduction. Nous verrons pourquoi sur la fin de ce chapitre. Dans la nouvelle modélisation, la mémoire didactique entre en jeu, comme outil de gestion du contrat didactique et de l’institutionnalisation.

- Il faut passer d’une connaissance « qui n’est exigible et activable qu’en situation », non nécessairement explicitable, à l’explication de cette connaissance devenue publique, puis institutionnelle (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 176, 202).
- Il faut passer de connaissances locales mobilisées dans diverses situations à des connaissances décontextualisées, relevant de la culture d’une société et dont la maîtrise peut être exigée.

²⁶ « Maintenez l’enfant dans la seule dépendance des choses, vous aurez suivi l’ordre de la nature dans le progrès de son éducation. N’offrez jamais à ses volontés indiscretes que des obstacles physiques ou des punitions qui naissent des actions mêmes, et qu’il se rappelle dans l’occasion [...]. L’expérience ou l’impuissance doivent seules lui tenir lieu de loi. »
[J.-J. Rousseau, 1966 : 101, Livre second]

L'ajout d'une mémoire didactique, modélisée sous la forme d'un automate à pile de mémoire (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 198) permet ainsi de rendre compte des changements de règles du système lié, pour les joueurs-élèves, à la banalisation de questions dont on connaît les réponses et à l'impossibilité de distinguer les connaissances utiles, des événements localement importants mais, à terme, insignifiants (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 197-199). Contrairement à un automate fini, ce type d'automate autorise la prise en compte, par le système didactique, de modifications structurelles sans, toutefois, entraîner automatiquement des décisions et adaptations qui épuiserait l'information disponible et interdrait les fonctionnements récurifs (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 196-199).

De quelles modifications parle-t-on ? De celles inhérentes à la relation didactique et au contrat didactique : il n'y a pas d'enseignement sans ruptures de contrat et changement de règles du système. Pourquoi ? Parce que le contrat didactique implique à la fois la dévolution et l'institutionnalisation. Pour ce faire, connaissances déterminantes et stratégies gagnantes doivent être désignées en tant que savoirs. Et c'est à l'enseignant qu'incombe une telle responsabilité : il doit donc, progressivement, assurer la construction des connaissances visées, ainsi que celle de leur *visibilité*. Dans l'approche de Brousseau et Centeno la mémoire didactique est donc, à la fois, une émanation et un moyen d'action du contrat didactique (B. Sarrazy, 1995, 102 ; M-J. Perrin-Glorian, 1994, 136), indispensable au bon fonctionnement de ce dernier.

Avant d'étudier les avancées théoriques d'une telle conception de l'apprentissage, nous allons expliquer en quoi consiste un automate à pile de mémoire.

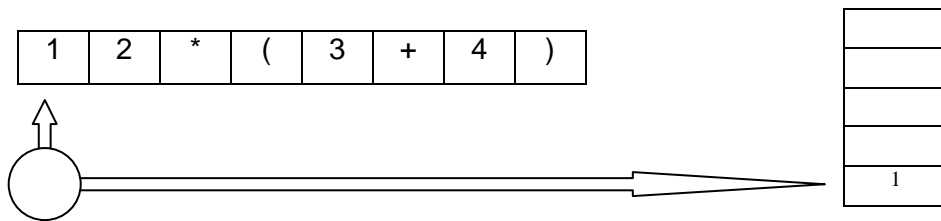
Fonctionnement d'un automate à pile de mémoire

Supposons, cette fois, que nous cherchions à identifier, au sein d'un langage très long, de type L_2 aabababaaababababbaaa..., composé d'une suite de 2 lettres a et b, non plus un seul mot de type « abaa » mais *tous les mots* possédant le même nombre de a et de b : ab ; aabb ; aaabbb ; aaaabbbb, etc. Si le nombre de a est très important, il dépassera alors le nombre d'états d'un automate fini qui ne sera plus alors en mesure de décider si le nombre de a correspond au nombre de b. Si l'on adjoint alors à cet automate une mémoire, celui-ci sera en mesure de différer sa décision, en stockant le nombre de a avant de le comparer au nombre de b. Pour cela, il empilera un jeton chaque fois qu'il lira un « a » et dépilera un jeton chaque fois qu'il lira un « b ». Pour savoir si un mot correspond au

langage L_2 , il suffira simplement de vérifier si à la fin du processus la pile est vide (M. Morvan, 2003, 63).

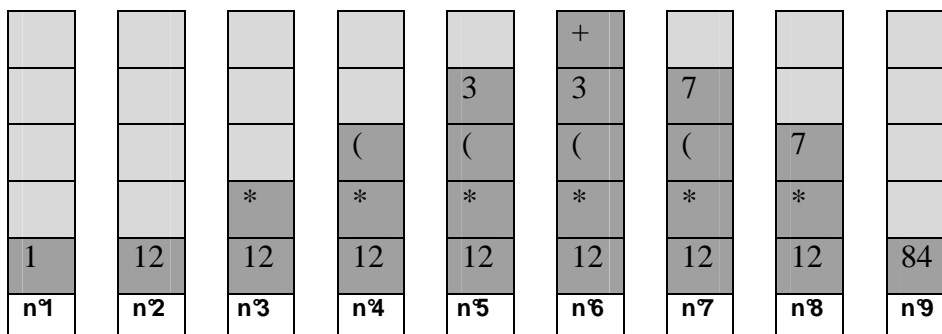
Dans le même ordre d'idées, un automate à pile peut calculer la valeur d'une expression arithmétique du type $12 \times (3 + 4)$. En se déplaçant, case par case, de gauche à droite, le long d'un ruban, le curseur de l'automate lit chacune des instructions et les stocke dans une pile jusqu'à ce qu'il puisse prendre une décision.

Figure 2 : Principe de fonctionnement d'un automate à pile de mémoire



Lecture par le curseur de l'automate du premier terme de l'expression mathématique pile de mémoire

Figure 3 : Evolution de la pile de mémoire



Lecture : chacune des colonnes représente la même pile de mémoire, à des instants différents de la lecture par l'automate, du ruban sur lequel se trouve inscrite l'expression mathématique « $12 \times (3+4)$ ». Contrairement à un automate fini, on constate que l'automate à pile de mémoire diffère sa décision jusqu'à la neuvième étape. Auparavant, il a laissé l'information qu'il lisait évoluer en fonction de règles différentes (addition / multiplication/ nombre entre parenthèses).

Etape n°1 : l'automate lit « 1 » et rajoute « 1 » dans la pile.

Etape n°2 : l'automate lit « 2 » ; il multiplie par 10 le chiffre précédent (1) et lui ajoute 2.

Etape n°3 : l'automate lit « * » et rajoute « * » dans la pile.

Etape n°4 : l'automate lit « (» et rajoute « (» dans la pile.

Etape n°5 : l'automate lit « 3 » et rajoute « 3 » dans la pile.

Etape n°6 : l'automate lit « + » et rajoute « + » dans la pile.

Etape n°7 : l'automate lit « 4 » ; il regarde un cran plus bas dans sa pile après avoir dépilé le « + » ; il fait l'opération $4 + 3$; il inscrit « 7 » dans la pile.

Etape n°8 : l'automate lit «) » ; il a un chiffre suivi d'une parenthèse ouvrante ; il regarde à la distance 2 dans la pile et supprime la parenthèse ouvrante dans la pile.

Etape n°9 : l'automate lit « 7 * 12 » et fait le calcul.

On constate que la prise de décision – ici, le calcul de l'expression $12 \times (3 + 4)$ – n'intervient qu'au bout de la neuvième étape. Jusque là, l'automate s'est contenté d'empiler dans la pile de mémoire les différentes informations dans l'ordre, puis de les dépiler à partir de la septième étape, à la suite de la lecture de l'instruction « + », en effectuant un calcul intermédiaire. C'est ce qui fait dire à Brousseau et Centeno qu'une telle mémoire, permet plus de « souplesse » dans le traitement des informations, en différant certaines décisions et en autorisant une certaine récursivité.

« Doter un organisme d'une mémoire lui permet de surseoir à certaines décisions sans perdre l'information susceptible de l'influencer, et ainsi de ramener à l'intérieur de ses capacités de traitement des conditions qui auraient tendance à en sortir. Elle lui permet une relecture de cette information et donc par l'imbrication des règles des transformations, toutes sortes de fonctionnement récursifs. »

(G. Brousseau, J. Centeno, 1991)

On se trouve donc en présence d'une modélisation dynamique dans laquelle une mémoire rend possible l'évolution et l'identification de différentes écritures et de différents « mots », relevant d'une même connaissance ou d'un même langage.

2-1-2-3 INTERET DES MODELES CYBERNETIQUES

Dans un apprentissage par adaptation, le système d'enseignement doit garder en mémoire autre chose que le texte du savoir, afin d'optimiser cette adaptation, notamment certains faits de l'histoire de la classe. Cela se traduit au niveau de l'enseignant par la nécessité de trouver un équilibre entre ce qu'il faut conserver et ce qu'il faut oublier, afin d'avancer et de pouvoir exiger les savoirs visés, objets de l'enseignement (M-J. Perrin-Glorian, 1994, 136-139).

L'usage métaphorique d'automates à pile de mémoire permet de formaliser certains changements de règles inhérents aux processus d'institutionnalisation et au contrat didactique ; chose que ne pouvait faire un automate fini, uniquement capable d'identifier la connaissance finale, au sein de situations qualifiées par Brousseau d'« autodidactiques » (G. Brousseau, 1997, 9), dans lesquelles les interventions de l'enseignant étaient « pratiquement annulées » (G. Brousseau, 1997, 47-48).

A l'image de l'automate à pile de mémoire, la mémoire didactique permet, par conséquent, de différer la prise de décision et de s'adapter à des règles différentes imposées par le joueur-enseignant, sans détruire l'information initiale. La raison d'être de cette mémoire vise moins, par conséquent, la fidélité de restitution d'une information que

la réussite de son adaptation et de son évolution : la connaissance finale, au temps t_{+1} , est différente de la connaissance initiale, au temps t .

Modélisation d'une mémoire prospective

Cette modélisation dynamique tranche ainsi, très fortement, avec les modèles statiques mobilisés en psychologie cognitive (mémoire à court et long termes / mémoires procédurale, sémantique, épisodique, etc.)²⁷. On se trouve, en effet, en présence d'une conception très spécifique de la mémoire, proche, sous certains aspects, de celle définie en anthropologie par Candau²⁸ (J. Candau, 1996) et, en même temps, très *innovante*. Il s'agit, en effet, d'une mémoire dans laquelle intervient, en amont, la culture d'une société, en conférant à certaines connaissances le statut culturel de savoirs.

« De même que les théorèmes en actes s'évanouissent bientôt en l'absence de formulation et de preuve, les connaissances privées et même publiques restent contextualisées et vont disparaître dans le flot des souvenirs quotidiens si elles ne sont pas replacées dans un répertoire spécial dont la culture et la société affirment l'importance et l'usage. »
(G. Brousseau, 1997, 9)

Les différents modèles cybernétiques impliquent ainsi une mémoire *prospective*, capable de projections aussi bien dans le passé que dans le futur et ajustant, progressivement, les connaissances produites aux savoirs visés. Contrairement à une mémoire biologique, la mémoire didactique ne se contente pas de stocker un ensemble d'informations susceptibles de faciliter l'adaptation des sous-systèmes élèves aux contraintes de milieux fortement évolutifs ; elle doit aussi être capable d'identifier certaines de ces informations en fonction d'un programme prédéfini – par exemple, pour les cas que nous avons envisagés, abaa ou l'ensemble des langages du type nxa / nxb.

L'avenir est *connu*.

²⁷ Par exemple, certaines études menées par Alain Lieury portent sur la mémorisation de la signification des concepts propres à chaque discipline. Or il se trouve que dans le cas des mathématiques, le vocabulaire spécifique est dix fois moins important que celui d'autres disciplines telles que le français (A. Lieury, 1993, 96). On voit bien qu'une telle conception de la mémoire, essentiellement cumulative, ne peut rendre compte de la dynamique de construction et d'évolution des concepts mathématiques, inhérente aux processus d'enseignement au sein d'institutions éducatives spécialisées dans l'acquisition de savoirs hautement techniques.

²⁸ Pour Candau, l'approche anthropologique de la mémoire signifie ainsi qu'on s'intéresse moins aux facultés mémorielles, en tant que telles, qu'« aux modalités culturelles de cette faculté » (J. Candau, 1996 in Y. Matheron, 2009, 44).

Prise en compte des retours en arrière

Dans le même ordre d'idée, ce modèle autorise, pour la première fois, des retours en arrière, même limités²⁹ et prend ainsi en compte les observations réalisées par Brousseau sur les processus d'institutionnalisation mis en œuvre par les enseignants.

« [...] au cours de nos expériences à Jules Michelet, nous avons vu que les maîtres, au bout d'un moment, avaient besoin de ménager un espace ; ils ne voulaient pas passer d'une leçon à la leçon suivante et souhaitaient s'arrêter, pour "revoir ce qu'ils avaient fait", avant de continuer : "quelques élèves sont perdus, ça ne va plus, il faut faire quelque chose." Il a fallu un certain temps pour nous apercevoir qu'ils étaient vraiment obligés de faire quelque chose pour des raisons qu'il fallait s'expliquer. [...]

C'est ainsi que nous avons "découvert" (!) ce que font tous les enseignants à longueur de cours mais que notre effort de systématisation avait rendu inavouable : ils doivent prendre acte de ce que les élèves ont fait, décrire ce qui s'est passé et ce qui a un rapport avec la connaissance visée, donner un statut aux événements de la classe, comme résultat des élèves et comme résultat de l'enseignant, assumer un objet d'enseignement, l'identifier, rapprocher ces productions des connaissances des autres (culturelles, ou du programme), indiquer qu'elles peuvent resservir. [...] La prise en compte "officielle" par l'élève de l'objet de la connaissance et par le maître, de l'apprentissage de l'élève est un phénomène social très important et une phase essentielle du processus didactique : cette double reconnaissance est l'objet de l'institutionnalisation. »
(G. Brousseau, 1997, 49-50)

C'est également ce que Centeno entendait par « système à mémoire » ou système non markovien.

« Un processus de Markov est caractérisé par le fait que les sorties du système à l'état $n+1$ ne dépendent que de l'état antérieur n . C'est un système sans mémoire. Par contre, un système à mémoire sera un système dans lequel l'issue à l'état n va dépendre, d'une part, de l'état $n-1$ et d'autre part, des états $n-2$, $n-3$... Nous aurons une fonction, une matrice, qui dépendra de tous ces états et qui opérera sur toute une série d'états pour déduire l'état suivant. »
(J. Centeno, 1995, 183)

Prise en compte de l'enseignant

Les notions d'institutionnalisation, de contrat didactique et de mémoire didactique, sont le signe de la prise en compte du rôle de l'enseignant – et, à travers lui, de la culture d'une société – dans la modélisation des situations didactiques. L'assimilation des situations proposées à des automates à pile de mémoire – et non à des automates finis – en est le symbole : les situations proposées ne peuvent, à elles seules, permettre d'identifier les savoirs en usage dans la société.

²⁹ La mémoire d'un automate à pile interdit, en effet, à celui-ci d'aller chercher des éléments d'informations au milieu de la pile. Il ne peut lire et identifier que celles qui sont en haut de cette dernière. « La restriction que nous avons imposée à cette mémoire [celle d'un automate à pile] concerne l'accès que nous pouvons avoir aux éléments qu'elle contient. *La seule chose que nous pouvons faire est de rajouter un élément en haut de la pile ou retirer l'élément qui se trouve en haut de la pile.* Nous ne pouvons pas, par exemple, savoir quel est l'élément qui se trouve en cinquième place dans la pile sans avoir d'abord dépilé tous les éléments se trouvant au-dessus de lui (C'est nous qui soulignons, en italique). » (M. Morvan, 2003, 63).

Il s'agit donc d'un tournant décisif pour la TSDM, rendant possible un rapprochement avec la thèse historico-culturelle de Vygotski, selon laquelle l'intervention de l'enseignant dans la formation des concepts scientifiques est primordiale. La filiation avec Rousseau et Piaget n'est cependant pas fortuite.

Le premier Brousseau – celui qui n'avait pas encore développé la notion d'institutionnalisation – a voulu et conçu des situations didactiques qui, en rendant impossible l'identification des intentions du professeur, en attribuait, *de facto*, la responsabilité aux élèves. Les situations créées étaient susceptibles de provoquer des apprentissages constructivistes³⁰, sans intervention directe de l'enseignant. C'était à elles, et à elles seules, qu'il revenait de faire évoluer les représentations des élèves. Le rôle de l'enseignant consistait donc essentiellement :

- en amont, à créer un milieu antagoniste capable de résister aux connaissances et aux représentations initiales des élèves, tout en suscitant leur évolution en connaissances finales ;
- en aval, à valider leur acquisition.

La position du second Brousseau est nettement plus nuancée. Si la production de connaissances utiles à la résolution des problèmes posés implique des débats entre pairs à l'intérieur d'une classe fonctionnant comme une microsociété scientifique, ces connaissances doivent être cependant rapportées aux savoirs canoniques. C'est le paradoxe de l'apprentissage par adaptation.

« Le professeur doit donc simuler dans sa classe une micro-société scientifique s'il veut que les connaissances soient des moyens économiques pour poser de bonnes questions et pour trancher des débats, s'il veut que les langages soient des moyens de maîtriser des situations de formulation et que les démonstrations soient des preuves.

Mais il doit donner aussi les moyens à ses élèves de retrouver dans cette histoire particulière qu'il leur a fait vivre, ce qu'est le *savoir* culturel et communicable qu'on a voulu leur enseigner. »

(G. Brousseau, 1998, 49, 50)

En bref, elles nécessitent une *médiation sociale* : celle de l'enseignant.

« Les conditions sociales d'un apprentissage par adaptation, en rejetant le principe de l'intervention des connaissances d'un tiers pour produire la réponse, tend à rendre impossible l'identification de cette réponse comme une nouveauté, donc comme correspondant à une acquisition de connaissances.

³⁰ Il ne s'agit pas, ici, d'assimiler Brousseau à Piaget, ni de réduire la TSDM à la simple application, dans le domaine pédagogique, de conceptions du créateur de l'épistémologie génétique. Les influences de Brousseau sont variées et multiples. Brousseau se décrit d'ailleurs comme un « amateur » dont les questionnements personnels ont rencontrés certains auteurs en psychologie, sociologie et didactique, plutôt que le tenant de telle ou telle théorie épistémologique de l'apprentissage (P. Clanche, M-H. Salin, B. Sarrazy, 2005, 31-32).

Le sujet banalise la question dont il connaît les réponses dans la mesure où il n'a pas les moyens de savoir si d'autres se la sont posée avant lui, ou si personne n'a su y répondre, ou encore si d'autres questions lui ressemblent ou lui sont liées par le fait qu'elles pourront recevoir une réponse grâce à celle-ci..., etc. *Il faut donc que quelqu'un d'extérieur vienne pointer ses activités et identifie celles qui ont un intérêt, un statut culturel.* Cette institutionnalisation est en fait une transformation complète de la situation (c'est nous qui soulignons, en italique). »
(G. Brousseau, 1998, 76-77)

Son rôle consiste, désormais, à prendre à charge le travail culturel et historique qu'implique toute activité scientifique et qui ne peut être le résultat d'une adaptation de l'élève (G. Brousseau, 1998, 77).

2-1-2-4 LIMITE DES MODELES CYBERNETIQUES

Contrairement à un automate à pile de mémoire disposant, théoriquement, d'une mémoire quasi infinie³¹, le système didactique s'appuie essentiellement sur des mémoires privées – celle des élèves et de l'enseignant. Centeno et Brousseau ont ainsi posé clairement le problème de la saturation de la mémoire de l'enseignant et de celle de ses élèves (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 183).

Par ailleurs, enseigner les mathématiques ne peut se concevoir au moyen des seuls symboles et écritures mathématiques. Il faut en passer par la langue naturelle et les différents systèmes sémiotiques que celle-ci met au service de cet enseignement. L'illusion serait de penser que les écritures et les symboles mathématiques permettent, à eux seuls, de maîtriser l'objet mathématique étudié.

« [...] toutes les fonctions psychiques supérieures sont unies par une caractéristique commune, celle d'être des processus médiatisés, c'est-à-dire d'inclure dans leur structure, en tant que partie centrale et essentielle du processus dans son ensemble, l'emploi du signe comme moyen fondamental d'orientation et de maîtrise des processus psychiques. Dans la formation des concepts, ce signe est le mot, qui sert de moyen de formation des concepts et devient par la suite leur symbole. Seule l'étude de l'utilisation fonctionnelle du mot et de son développement, de ses diverses formes d'application, qualitativement différentes à chaque âge, mais liées génétiquement les unes aux autres, peut fournir la clef permettant d'analyser la formation des concepts. »
(L. Vygotski, 1997, 199)

- Il faut partir des formulations et expressions plus ou moins approximatives des élèves.
- Il faut expliquer et démontrer la logique des procédures et des algorithmes mobilisés pour l'étude d'un objet mathématique.

³¹ Il suffit, pour cela, de rajouter autant de barrettes de mémoire que nécessaire.

- Il faut utiliser et maîtriser certains répertoires linguistiques (syntaxe, vocabulaire) relevant du domaine des mathématiques³².

« En travaillant avec l'élève sur un thème, le maître *a expliqué*, transmis des connaissances, *questionné, corrigé*, il a obligé l'élève à *expliquer* lui-même. Tout ce travail sur les concepts, tout le processus de leur formation a été effectué en détail par l'enfant en collaboration avec l'adulte dans le processus d'apprentissage. » (C'est nous qui soulignons, en italique)
(L. Vygotski, 1997, 281)

C'est donc toute la dimension linguistique de l'apprentissage – en ce sens que nombre d'apprentissages sont médiatisés par l'intermédiaire du langage³³ – qui est, en quelque sorte, mise entre parenthèses dans le modèle cybernétique. Or, il semble bien que les langues naturelles ne puissent être entièrement assimilées aux langages artificiels³⁴.

Cette critique, on l'aura compris, s'adresse au mode de modélisation ; non à la modélisation elle-même. Brousseau a ainsi toujours mis en avant l'importance de la langue naturelle dans les processus d'enseignement. La situation de validation correspond ainsi à des types de connaissances et à des modes d'apprentissages spécifiques, liés au passage de l'implicite à l'explicite.

« [...] la possibilité de formuler une connaissance implicite change à la fois ses possibilités de traitement, d'apprentissage et d'acquisition. La formulation d'une connaissance correspondrait à une capacité du sujet à la reprendre (la reconnaître, l'identifier, la décomposer et la reconstruire dans un système linguistique).
(G. Brousseau, 1997, 7)

Les conditions d'intelligibilité qualitative et quantitative propres aux exigences de communication font alors évoluer le code linguistique, de telle sorte que ce dernier soit compris de tout le monde et qu'il permette les raisonnements et les actions utiles à la

³² Par exemple, dans le cas de situations autodidactiques telles que la course à 20, emblématique des situations étudiées par Brousseau, les enfants ne découvrent que progressivement la stratégie gagnante du type $3a + b = 20$ [(1 x 3) + 17 ; (2 x 3) + 14 ; (3 x 3) + 11... (6 x 3) + 2]. Ils passent par des formulations approximatives liées à leur âge. C'est donc à l'enseignant, en dernier lieu, qu'appartient la responsabilité d'interpréter les réponses de certains de ses élèves.

³³ Dans *Système de la mode*, Roland Barthes utilise le terme de *métalangage* pour évoquer les langages destinés à expliquer d'autres langages : dans le cas des apprentissages scolaires, le signifiant et le signifié du langage mathématique constituent alors le signifié de la langue orale ou écrite (R. Barthes, 1967, 44-48).

³⁴ Nous renvoyons aux travaux de Wittgenstein et de Searle sur les dimensions culturelles des langues naturelles. On peut également se rapporter à un article de Jean-Pierre Desclés portant sur l'étude comparative des langues naturelles et des langages artificiels. Selon l'auteur, différentes caractéristiques des langues naturelles les rendent difficilement compatibles avec le langage artificiel. En voici les plus importantes :

- 1 Impossibilité de décrire et énumérer entièrement toutes les expressions de la langue naturelle et rien qu'elles, à l'aide de systèmes taxinomiques, emboîtés ou génératifs.
- 2 Ambiguïté non réductible de la langue naturelle.
- 3 Prolifération linguistique liée aux nombreuses équivalences entre expressions non identiques (J.-P. Desclés, 1991, 148 – 158).

situation (G. Brousseau, 1998, 36). La formulation d'une connaissance implique son utilisation dans un système linguistique doté d'un vocabulaire et d'une syntaxe spécifiques. L'acquisition de ces répertoires linguistiques accompagne celle des connaissances qu'ils expriment (G. Brousseau, 1997, 7-8). Les situations de formulation induisent ainsi, progressivement, un processus de formalisation.

« Il est possible de faire évoluer le code lui-même : passer d'une formulation en langue naturelle à un énoncé formel, ou des métaphores à des descriptions systématiques. [...] Utiliser le langage mathématique de façon précise dans des communications délibérées entre élève est certainement un des meilleurs résultats pédagogiques de ce type de situations. »
(G. Brousseau, 1986, 106-107)

L'intérêt porté aux rappels par Centeno (J. Centeno, 1995), constitue également un exemple de la place prise par le langage et les interactions didactiques, au sein de la TSDM.

2-1-2-5 NECESSITE D'UNE VISIBILITE INSTITUTIONNELLE

De la même façon que l'enseignement des concepts scientifiques s'appuie sur le langage, nous pensons que ce dernier joue également un rôle dans le processus de désignation et de *visibilité institutionnelle* de certaines connaissances, tout au long des séances. Une telle notion a donc à voir avec le pouvoir de nomination et le processus de désignation, propres aux institutions (M. Douglas, 2004).

En voici une première définition.

Visibilité institutionnelle : processus par lequel une institution didactique rend visible certains énoncés mathématiques, tout au long de l'étude d'un objet mathématique, jusqu'à leur éventuelle institutionnalisation et rattachement à des savoirs socialement reconnus.

2-1-3 LES SITUATIONS ADIDACTIQUES : UN IDEAL-TYPE ?

Est-ce à dire que la TSDM et son projet initial d'une théorie constructiviste de l'enseignement est obsolète ? Nous ne le pensons pas, et cela pour plusieurs raisons. D'une part, c'est une des rares théories à avoir su produire une épistémologie dynamique et fonctionnelle de l'enseignement. En limitant l'intervention de l'enseignant au rôle d'organisateur de milieux didactiques, la TSDM, *par son radicalisme même*, a mis en évidence certaines interventions inévitables des enseignants. Les situations adidactiques

ont alors pu jouer le rôle d'idéaltypes³⁵, permettant l'identification et la théorisation de processus et de paradoxes inhérents à l'enseignement, telles que l'institutionnalisation et les ruptures de contrat didactique. On ne peut, par conséquent, reprocher à la TSDM, la non prise en compte de phénomènes qu'elle a elle-même, ultérieurement, contribué à identifier et théoriser.

Il n'est pas interdit, en effet, de penser que de tels phénomènes auraient été plus difficilement identifiables – et donc plus facilement péjorés – avec une théorie et un type d'expérimentation différents, en les rapportant, par exemple, au « style cognitif » des enseignants. C'est tout l'intérêt de la TSDM, que d'avoir su organiser différentes observations didactiques en un tout cohérent.

« Les nouveaux exemples que la communauté des didacticiens accumulent depuis dix ans ont permis de « montrer » des phénomènes de didactique [...], mais ces “observations” apparaîtraient comme, soit excessivement banales, soit comme tout à fait étranges et singulières, si elles n'étaient articulées les unes par rapport aux autres jusqu'à donner une véritable *méthode d'analyse* de tout phénomène d'enseignement (C'est nous qui soulignons, en italique). »
(G. Brousseau, 1998, 45)

Dès ses premières tentatives théoriques, Brousseau a intégré la méthodologie des sciences expérimentales – c'est à dire la falsifiabilité des théories soumises aux épreuves de l'expérimentation – en mobilisant notamment des méthodes statistiques, comme par exemple, l'étude de l'évolution des fréquences des choix manifestés, dans la course à vingt, par une centaine de paires de joueurs de 9 à 10 ans au cours de 30 parties (Brousseau, 1997, 4-5). Il a su ainsi faire constamment évoluer la théorie des situations en didactique des mathématiques, la dotant de notions clés telles que le contrat didactique et l'institutionnalisation.

³⁵ Rappelons que l'idéaltype – au sens wébérien du terme – n'a pas pour objet d'incarner la « réalité historique ». Il ne peut être conçu qu'en tant que *concept limite* que l'on compare au contenu empirique de certains des éléments importants de cette même réalité. Une telle pureté conceptuelle est donc une utopie, au sens noble du terme, permettant de déterminer – et, éventuellement, d'expliquer – l'écart observé avec la réalité. En cela, « [...] il n'est pas lui-même une “hypothèse”, mais il cherche à guider l'élaboration des hypothèses. » (M. Weber, 1992 : 172-176). Cette idée de concept limite peut d'ailleurs être rapprochée de la notion développée par Chevallard de « taux théorique d'adidacticité » indépassable – variant selon « les cultures, les domaines de connaissances et les individus » – qu'il faut toujours s'efforcer de faire croître (Y. Chevallard, 2005, 88).

Chapitre 3

3 RECHERCHES SUR LA MEMOIRE DIDACTIQUE

3-1 Les recherches en TSDM : vers une modélisation anthropologique de la mémoire didactique

On sait que Centeno, à la suite de Brousseau et dans le cadre de la TSDM, a cherché à améliorer la modélisation de la mémoire du système didactique. Le temps, trop chichement compté, a hélas interdit à cette chercheuse l'achèvement d'une recherche pionnière. On peut, toutefois, tenter de retrouver les principaux axes d'une réflexion traversée par de nombreux questionnements et nourrie d'une forte expérience professionnelle.

Les recherches de Centeno s'inscrivent dans un questionnement fondamental sur l'évolution des concepts mathématiques enseignés au cours de la scolarité et sur le découplage constaté entre algorithmes opératoires et sens des opérations. Ses activités de professeure de mathématiques l'amènent ainsi, dans les années 80, à se poser des questions sur l'efficacité de la transmission des concepts mathématiques enseignés, les difficultés d'identification des connaissances réelles des élèves et l'articulation des enseignements d'une année sur l'autre (J. Centeno, 1995, 12-13).

Tout naturellement, elle rejoint l'équipe de Brousseau où l'on travaille depuis la fin des années 70 sur des modélisations de situations didactiques. Désormais, les deux

chercheurs vont travailler de concert et s'employer à défricher un terrain jusque là vierge de toute recherche³⁶.

En 1991, ils cosignent un article fondateur, publié dans la RDM³⁷. Il s'agit d'un article dense et complexe, dans lequel la notion de mémoire didactique est déclinée à l'aide de différents paradigmes. Tour à tour, la mémoire didactique y est ainsi envisagée :

- comme conséquence de l'adaptation des connaissances vis-à-vis d'un milieu et des situations qui y sont proposées (paradigme biologique) ;
- comme mécanisme d'assimilation et d'accommodation (paradigme psychologique);
- comme traitement différé des informations (paradigme cybernétique) ;
- comme sous-système autorisant des changements de règles du jeu au sein d'un système didactique (paradigme systémique).

Cette collaboration fructueuse prend fin avec la disparition tragique de Centeno. Grâce aux efforts de Margolinas, sa thèse posthume, publiée en 1995, constitue un tournant théorique de la TSDM, dans la mesure où y est envisagée une modélisation de la mémoire didactique, tenant compte des souvenirs, des oublis.

L'orientation de la thèse de Centeno est ainsi explicitée, de façon concise, dans une note de bas de page :

« L'ordinateur comme modèle de la mémoire humaine s'est révélé insuffisant pour expliquer les phénomènes de connaissance en particulier les souvenirs et les oublis, mais il a permis d'expliquer le codage de l'information et sa structure, et de faire la distinction entre mémoire à court terme et mémoire à long terme, aspects de la mémoire négligés par les théories associationnistes. Ce modèle inspiré de la cybernétique est largement dépassé actuellement en faveur de modèles plus complexes comme le réseau des neurones mis en évidence dans le paradigme du « connexionnisme », ou la cellule pour le paradigme appelé « énaclisme ». Pour simuler le système des décisions didactiques, nous utiliserons au départ la métaphore de l'ordinateur, ce qui va nous permettre d'avancer dans l'explication de son fonctionnement. Mais nous ne nous limiterons pas à ce premier modèle. »

(J. Centeno, 1995, 156)

³⁶ Les problèmes relatifs au vécu antérieur des élèves – c'est-à-dire au passé didactique de la classe – avaient été identifiés par l'administration scolaire, à la suite de la mise en place de la loi sur la formation continue de 1971, au début des années quatre-vingt-dix. Une série de dispositions techniques avaient ainsi été prises progressivement au cours des années quatre-vingts, afin de faciliter la reprise d'une classe en cours d'année par des jeunes remplaçants. Entre autres :

- constitution d'un vade-mecum du remplaçant (nom / adresses des conseillers pédagogiques ; calendrier du mouvement départemental et interdépartemental, des stages de formation) ;
- constitution de « dossiers pédagogiques » avec les CDDP. [Note de service n° 82-141 ; 25/03/1982]

En 1991, un pas supplémentaire avait été franchi, avec la finalisation et la diffusion de tels dossiers, sous la forme d'un document volumineux : *La valise du titulaire remplaçant*.

³⁷ Recherche en didactique des mathématiques.

Centeno aborde ainsi la notion de mémoire didactique, à la fois, sous l'angle de la mémoire du système et de la mémoire de l'enseignant. La notion de mémoire didactique de l'enseignant constitue, en effet, la finalisation de l'intégration de l'action de l'enseignant au sein de la TSDM :

- au niveau théorique, avec le développement, au cours des années 80, des notions de contrat didactique et d'institutionnalisation ;
- au niveau de la modélisation, avec l'assimilation des situations didactiques à des automates à pile de mémoire (G. Brousseau, J. Centeno, 1991 ; M-J. Perrin-Glorian, 1994).

La recherche de Centeno s'inscrit, par conséquent, dans une perspective à la fois systémique et anthropologique.

- Modélisation de la transformation des connaissances finales en savoirs, prenant en compte les phénomènes de rappels et d'oublis caractéristiques des interactions didactiques.
- Etude du rôle joué par la mémoire de l'enseignant dans un tel processus, permettant l'interprétation et la relecture du passé didactique de la classe.

Pour Centeno, la gestion de la mémoire didactique relève essentiellement du *topos* du professeur qui, à l'aide de rappels, reconstruit régulièrement le passé didactique de la classe avec tous les risques d'erreurs et de manipulations que cela suppose (J. Centeno, 1995, 170-171) – contrairement à Araya, pour qui il s'agit plutôt d'une construction collective (A. – M. Araya-Chacon, 2008, 33-34).

3-1-1 DISPOSITIF EXPERIMENTAL, ANALYSE ET CONCLUSIONS

L'objectif de Centeno vise, entre autres, à étudier les effets de la perturbation de la mémoire didactique des enseignants, notamment sur la négociation didactique avec les élèves, l'utilisation des rappels par le maître et le rôle de sa mémoire didactique dans la pression exercée sur les élèves (J. Centeno, 1995, 40-44).

Le double ancrage culturel de la chercheuse – espagnol et français – ainsi que la collaboration avec Brousseau, rendent alors possible la mise en place d'un dispositif expérimental basé sur l'observation de deux classes de sixième à Logroño (Espagne) et de deux classes de CM2 de l'école Jules Michelet, à Talence (près de Bordeaux) travaillant sur un même objet mathématique : les nombres rationnels. L'expérimentation consiste à adjoindre, dès la seconde séance, un deuxième enseignant qui va prendre en charge une

moitié de la classe. Il s'agit de priver cet enseignant d'une partie des faits vécus par les élèves lors de la première séance. On dispose ainsi d'un échantillon témoin – le premier enseignant et la première moitié de la classe – que l'on va comparer à un échantillon expérimental – le second enseignant et la seconde moitié de classe (J. Centeno, 1995, 38-126).

L'analyse des données recueillies en Espagne et en France permet à Centeno d'établir un certain nombre de constats.

- Il existe des différences entre *systèmes à mémoire* et *systèmes sans mémoire*, selon le degré d'indépendance des enseignements vis-à-vis du contexte – c'est-à-dire des situations proposées.
- Il existe, par conséquent, différents contrats didactiques, liés à l'épistémologie des enseignants, suivant l'existence ou l'absence de connaissances diverses et de savoirs intermédiaires, au côté du savoir officiel.
- La gestion de la mémoire didactique de la classe se manifeste par des rappels mais aussi par des oublis, un certain déni de mémoire et une scotomisation du passé. Elle permet de rendre plus « pertinentes » les interventions de l'enseignant, tout en favorisant l'adhésion des élèves (J. Centeno, 1995, 121-125).

Centeno établit une distinction fondamentale entre situation d'enseignement et communication de savoir.

- Une communication de savoir ne contient pas *en elle* les conditions de sa transmission, puisqu'elle ne contient pas le vécu et l'histoire personnelle des élèves. Elle est donc instantanée.
- Au contraire, une situation d'enseignement implique un ancrage du savoir dans la temporalité, liée aux aventures vécues par les savoirs en jeu.

« La situation didactique temporalise le savoir, elle va permettre au savoir d'avoir des aventures, d'avoir des histoires. Un peu d'histoire personnelle, et c'est ça qui va permettre la gestion, la conversion, l'apprentissage. C'est quelque chose qui est vécu et en tant que vécu, ce n'est pas une communication instantanée. Ce n'est pas inscrit dans le savoir directement. Dans une situation d'enseignement, la communication est accompagnée d'une épaisseur temporelle. Une épaisseur dans les deux sens : l'avant et l'après, c'est à dire le passé et l'intentionnalité, l'anticipation. C'est ce qui va inscrire le savoir dans un moyen d'anticipation, un moyen de voir ce qui va arriver, de prévoir ce que l'on va faire, etc. »

(Centeno, 1995, 196)

L'apprentissage n'est donc pas directement induit par le savoir. Pour qu'il le soit, il faut permettre à ce savoir de vivre des aventures, en l'inscrivant dans une épaisseur

temporelle, dans une durée. Centeno « historicise » l'adaptation et l'évolution des connaissances. C'est au sein d'une telle durée qu'agit la mémoire du système didactique.

Quelles sont les caractéristiques d'une telle mémoire, tournée aussi bien vers le futur que le passé ? Entre autres, la gestion des souvenirs et des oublis, à l'aide des rappels.

3-1-2 VERS UNE MODELISATION ANTHROPOLOGIQUE DE LA MEMOIRE DIDACTIQUE

Les phénomènes de remémoration sont associés, conformément à la TSDM, aux différents états et statuts des connaissances et aux transitions plus ou moins explicites auxquels ils donnent lieu, lors des apprentissages. Rappels et souvenirs constituent, à la fois, une source de problèmes et une nécessité d'ordre didactique. La manipulation du passé de la classe et les changements de statuts qu'ils impliquent peuvent aussi bien stimuler l'intérêt des élèves que provoquer des ruptures de contrat (J. Centeno, 1995, 167).

- Certains rappels peuvent s'avérer positifs quand ils permettent à l'enseignant de discréditer certains choix réalisés antérieurement par certains élèves. *A contrario*, ils peuvent s'avérer négatifs quand ils servent à rejeter la responsabilité d'un échec dans l'apprentissage sur les élèves (J. Centeno, 1995, 167).
- Dans le même ordre d'idées, l'oubli des souvenirs privés de chaque élève signe, pour une connaissance donnée, son passage dans la sphère publique et son inscription dans la culture. Mais lorsque ces oublis ne sont pas contrôlés et qu'ils portent sur des obstacles didactiques que les élèves ne peuvent dépasser sans l'aide de leur maître, ils s'avèrent négatifs. C'est le cas, pour Centeno, notamment lors du passage d'une classe à l'autre, mais également lors d'apprentissages très courts mobilisés dans l'année (J. Centeno, 1995, 168-169).
- La fabrication d'un « faux passé » est également une fiction nécessaire étant donné l'hétérogénéité de la compréhension et des souvenirs privés. L'enseignant transforme ainsi des rapports personnels au savoir en rapports officiels. La standardisation du passé est rapportée à l'ignorance du véritable passé de chacun des élèves (J. Centeno, 1995, 170).

Avec Centeno, la notion de mémoire didactique s'oriente ainsi vers un type de questionnement que n'impliquaient pas les modèles antérieurs. Les phases de reconstruction du passé sont, ici, considérées à la fois comme utiles et comme une défaillance d'un système didactique, incapable de prendre en compte l'hétérogénéité des

biographies didactiques (J. Centeno, 1995, 172). Un passé « réellement vécu » par seulement quelques élèves devient ainsi – grâce à la relecture sélective du maître, des faits vécus en classe – le passé commun de l'ensemble d'une classe, au prix de la négation des rapports privés au savoir de chaque élève (J. Centeno, 1995, 170).

Centeno manifeste donc une sensibilité nouvelle, quoique teintée de méfiance³⁸, à l'égard de phénomènes présidant à la reconstruction du passé. Quels sont les rôles respectifs joués par les différents acteurs dans une telle reconstruction ? L'enseignant y joue un rôle central, dans l'équilibre entre ce qu'il faut rappeler ou oublier ; dans l'adaptation de son enseignement et de ses méthodes à des groupes d'élèves de niveaux différents (J. Centeno, 1995 : 168, 185). Les élèves, également, y jouent un rôle.

« Lorsque le maître plaque un passé dont il a besoin pour avancer sur celui de l'élève sans que l'élève ait besoin lui-même de faire d'anamnèse, il écrase le passé de l'élève sous le passé qu'il lui fabrique. Par contre une bonne manière de falsifier en quelque sorte le passé de l'élève, c'est de lui faire reconstruire sa propre histoire autour de ce qu'on est en train de lui dire. C'est l'obliger à se rappeler des choses et à revoir sa propre histoire. L'élève a une mémoire flageolante et si le maître lui dit : « Ça s'est passé comme ça... ». Il va l'aider à refaire le sens. L'élève est alors obligé de reconstruire son propre passé autour de ce que le maître lui dit. »
(J. Centeno, 1995, 171)

La question de la mémoire de l'enseignant, de celle des élèves et de ce qu'en fait le système didactique est donc posée. Au-delà de la situation-automate, la responsabilité de gérer les différents statuts des connaissances, ainsi que les difficultés des élèves relèvent du *topos* de l'enseignant. C'est à lui de faciliter et d'accélérer l'accès aux savoirs visés. Le rapprochement avec la thèse historico-culturelle de Vygotski est, ici, évident et revendiqué (J. Centeno, 1995, 134).

De la même façon, accepter de se souvenir dans un cadre fixé par l'enseignant relève du *topos* de l'élève. Il en ressort une mémoire commune, construite autour de ce que les élèves acceptent de ce que dit celui-ci sur leur passé ; une mémoire falsifiée. Plusieurs techniques sont alors utilisées :

- rappeler à l'élève une histoire qu'il n'a pas vécue ;
- donner au vécu un sens que l'élève ne lui avait pas donné (J. Centeno, 1995, 171).

³⁸ Dans la thèse de Centeno, on retrouve ainsi des termes tels que « manipulation », « standardisation », « fabrication » d'un « faux » passé, pour qualifier les phases de réorganisation du passé didactique (J. Centeno, 1995, p. 167, 172, 170).

3-1-3 LA MEMOIRE DIDACTIQUE : MEMOIRE DU PROFESSEUR, DE L'ELEVE, DU SYSTEME ?

« Que doit retenir le maître et comment va-t-il s'en servir ? Pour pouvoir faire avancer un élève, le maître doit se souvenir des savoirs que l'élève a rencontrés et de la façon dont il l'avait fait. Il y aura donc une matrice des élèves et des savoirs à gérer. »

(J. Centeno, 1995, 185)

Pour Centeno, il faut distinguer plusieurs types de mémoire, pour chaque élève.

- Une mémoire privée, psychologique ;
- une mémoire officielle de la classe contenue dans un même registre, commun à toute la classe (cahier, fichier, tableau, film, livre de texte etc.) ; on peut parler, dans ce cas, d'une externalisation de la mémoire portant sur des connaissances et des savoirs plus ou moins anciens et établis ;
- une mémoire didactique de la classe, « commune aux élèves et au maître » (J. Centeno, 1995, 190-191).

Cette dernière mémoire comprend un certain nombre de caractéristiques :

- elle est organisée selon les normes propres à l'institution scolaire ;
- elle est spécifique au groupe qui constitue la classe ;
- elle est temporaire : une fois la connaissance maîtrisée, la mémoire didactique de la classe ne sert plus car le savoir est enregistré dans la mémoire psychologique³⁹.
- elle est incomplète : elle sert seulement si elle entre en interaction avec la mémoire de l'enseignant à des fins d'institutionnalisation du savoir visé ;
- elle ne concerne pas le savoir culturel (J. Centeno, 1995, 190-191).

Nous voici donc en présence d'une mémoire provisoire et incomplète, ne pouvant servir qu'une fois corrélée avec celle de l'enseignant ; une mémoire qui permet l'acculturation mais ne renvoie pas à la culture ; une mémoire soumise aux normes de l'institution scolaire et supposée être commune au maître et aux élèves.

³⁹ On peut interpréter cette définition comme suit : la mémoire didactique de la classe est la mémoire de savoirs contextualisés vécus avec le maître. Ces savoirs n'étant pas suffisamment identifiés et réorganisés via la décontextualisation propre à l'institutionnalisation, ils ne peuvent pas, non plus, être facilement codifiés dans une mémoire personnelle (G Brousseau, J. Centeno, 1991, p. 201-202).

3-1-4 QUELLE MEMOIRE DU SYSTEME ?

Des remarques ont donc été énoncées vis-à-vis de la notion de « mémoire du système » que Centeno n'a pas eu le temps de préciser (A. – M. Chacon, 2008, 32). Dans ses réflexions sur la nature et le fonctionnement de la mémoire didactique, celle-ci paraît, en effet, hésiter entre deux paradigmes ; l'un psychologique, l'autre systémique sans réussir, véritablement, à créer un lien entre les deux : ainsi, comment passer de mémoires psychologiques privées et différentes à une mémoire commune reposant sur la standardisation du passé ?

- D'une part, elle décrit le rôle joué, dans cette construction, par les mémoires privées des enseignants et des élèves :
 - risques de surcharge cognitive de la mémoire de l'enseignant ;
 - forte hétérogénéité des différentes mémoires psychologiques.

L'articulation de ces différentes mémoires ne peut se réaliser qu'au prix d'une « manipulation du passé » qu'elle estime non satisfaisante.

- D'autre part, elle cherche à mettre en place les éléments d'une mémoire systémique à l'aide des sous-systèmes élèves et enseignant. La mémoire didactique est alors envisagée comme le résultat d'une négociation entre plusieurs mémoires privées, permettant la reconstruction du passé et la fiction d'une mémoire commune. Elle n'explique pas cependant le fonctionnement d'une telle mémoire.

Ce faisant, elle remet à l'honneur un débat qui, selon Namer, avait autrefois opposé Halbwachs à son ancien professeur Bergson et qui, depuis, n'a jamais été véritablement tranché⁴⁰ : la mémoire des individus réside-t-elle dans leur esprit ou leur environnement social ; nécessite-t-elle que l'on s'isole « à la fois des autres hommes et des exigences de l'action » ou bien est-elle le résultat d'une « reconstruction rationnelle du passé faite à partir des éléments et des mécanismes actuellement présents dans la conscience du groupe » (M. Halbwachs, 1994, 316-20) ?

⁴⁰ Nous en voulons pour preuve la remise à l'honneur des travaux de Halbwachs sur la mémoire collective au travers d'articles récents et d'analyses, revisitant cette notion (J.-C. Marcel, L. Mucchielli, 1999 ; Y. Deloye, C. Haroche, 2004)

L'enseignant organise un passé commun à partir des faits et événements didactiques, tout en tenant compte du contrat didactique qui le lie à ses élèves : (conformité aux normes de l'institution scolaire / recevabilité par les autres membres du groupe). Il porte un *récit* organisé, dans sa forme et son contenu, par une histoire collective comme le sont, par exemple, les récits des groupes familiaux.

« Le récit n'est rien s'il n'est récit que pour moi. Ce qui soutient l'identité narrative n'est pas seulement la capacité d'un récit, c'est la capacité d'un récit pour quelqu'un. [...] je crois maîtriser mon récit, mais pourtant il m'échappe en partie, car il est organisé dans sa forme et même parfois dans son contenu par l'histoire collective dans laquelle il s'insère. Il prend une forme et un sens qui lui viennent du dehors, du groupe auquel j'appartiens, de la famille dont je fais partie. [...] je sais implicitement comment je dois raconter les choses, je sais ce que je dois taire, je sais ce qui ne sera pas accepté, je sais comment je dois raconter pour être compris. »

(G. Comet, A. Lejeune, C. Maury-Rouan, 2008, 149)

Ce récit sur les objets et des écritures mathématiques est donc autant le fruit de l'institution dont l'enseignant est le représentant, que celui d'une histoire partagée et d'un passé reconstruit avec les élèves.

- Il est contrôlé par l'enseignant qui fait en sorte qu'il puisse être compréhensible et recevable par ses élèves. Par exemple, l'enseignant veillera à conserver la non problématique des connaissances enseignées, afin d'éviter un rejet de la part de ses élèves et une incompréhension générale dont la responsabilité lui incomberait. Il « oublie » les réponses erronées ou non conformes à ses attentes. Il ne retient que les formulations idoines aux savoirs visés. Il opère un tri dans les interventions didactiques des élèves, afin de n'en garder que certains événements significatifs susceptibles de faciliter l'avancée du temps didactique. Tout cela ne peut se faire sans l'adhésion tacite de ses élèves qui savent que l'enseignant est là pour faciliter leur apprentissage.
- Il s'articule avec les remarques, les questions, réponses et explications des élèves qui, à leur tour, font en sorte que leur discours puisse être recevable par l'enseignant au sein d'une institution donnée. Par exemple lors des phases de rappels en début et fin de séances, ils mobilisent leurs souvenirs de telle sorte qu'ils correspondent à la demande du professeur. Non seulement ils ne rappellent pas les réponses erronées, mais en outre ils oublient certaines connaissances justes non compatibles avec la chronogénèse.

Pour qu'une mémoire didactique soit *commune* au maître et aux élèves, il faut donc, en accord avec le contrat didactique, que le récit porté par l'enseignant sur les connaissances et les savoirs mathématiques soit aussi un récit-pour-l'autre. Autrement dit l'enseignant doit être clair, simple, cohérent, ce qui revient à dire que les institutions doivent respecter un principe de cohérence.

3-2 Recherches en TAD : finalisation de la modélisation anthropologique

3-2-1 ROLE DES OSTENSIFS DANS LES PHENOMENES DE REMEMORATION

Depuis les premières formalisations et modélisations théoriques de la mémoire didactique à la fin des années 80, les différentes notions de mémoire (mémoire officielle ; mémoire privée ; mémoire provisoire, mémoire du système didactique, mémoire didactique de l'enseignant) ont continué à faire l'objet de recherches, notamment dans la Théorie Anthropologique du Didactique où il a été montré le rôle déterminant joué par le professeur dans la gestion du travail mémoriel de ses élèves, au travers de *gestes ostensifs* d'enseignement (Y. Matheron, M.-H. Salin, 2002 ; A. Fluckiger, A. Mercier, 2002, 29).

Salin et Matheron considèrent les mathématiques comme une discipline conditionnée par les ostensifs sonores, gestuels, scripturaux mis en jeu. La production d'un geste approprié suppose une mémoire portée par une communauté mathématique ou une institution éducative (famille, classe, etc.). Tout au long des échanges avec les élèves, le professeur peut mobiliser certains ostensifs langagiers, graphiques, gestuels faisant référence à la mémoire institutionnelle. Ce recours persistant à l'ostension, qu'elle soit *assumée* ou *déguisée*, semble ainsi une constante de la pratique des enseignants⁴¹. En créant un « milieu pour l'enseignement » d'un objet nouveau, le professeur ne se contente pas d'homogénéiser les pratiques personnelles antérieures des élèves au travers de l'institutionnalisation. Il *réorganise* publiquement la mémoire officielle et *reconstruit* ainsi un passé didactique supposé commun à la classe en désignant les « savoirs » et « savoir-faire » anciens, utiles à l'avancée du temps didactique (Y. Matheron, M.-H. Salin, 2002, 61 et suivantes)⁴².

⁴¹ Plusieurs raisons sont avancées pour expliquer cette persistance, et cela malgré l'influence du constructivisme piagétien :

- l'épistémologie empiriste des professeurs ;
- les contraintes « de base » des situations didactiques (contrôle du savoir et des erreurs ; avancée du temps didactique) ;
- les processus essentiellement inconscients liés à l'habitus de toute personne en situation didactique par rapport à une autre (G. Matheron, M.-H. Salin, 2002, 60-61)

⁴² « [...] pour enseigner, le professeur doit pouvoir porter à la connaissance de la classe les savoirs et savoir-faire anciens qu'elle aura à mobiliser, “ garder présents à l'esprit ”. En retour, il doit pouvoir aussi évaluer le degré de reconnaissance de ces objets anciens par un nombre suffisant d'élèves avant de s'engager dans

Des conclusions similaires émanent des travaux de Mercier et Fluckiger : certains maîtres ne dévoluent à leurs élèves la responsabilité des apprentissages qu'au niveau langagier, se réservant la maîtrise des écrits mathématiques. Ils désignent ainsi un « espace de pensée libre », tout en mobilisant des ostensifs scripturaux indiquant certains invariants opératoires appartenant au champ conceptuel pertinent (A. Fluckiger, A. Mercier, 2002, 34).

Ces recherches font écho à d'autres travaux, contemporains ou non, entrepris sur la mémoire dans d'autres champs de recherche. Le sociologue Halbwachs considérait ainsi la mémoire comme une « reconstruction rationnelle du passé », faite à partir de mécanismes présents dans une collectivité à un moment donné de son histoire (Halbwachs, 1994, 317-318). Plus récemment, l'étude menée en ethnologie par Martinelli a montré l'importance de la mémoire ostensive dans des institutions didactiques ancestrales (Y. Matheron, 2002, 237)

3-2-2 ROLE DES INSTITUTIONS DANS LES PHENOMENES DE REMEMORATION

Nous nous arrêterons plus longtemps sur les travaux de Matheron, du fait du travail important de théorisation des phénomènes de mémorisation réalisé par ce chercheur, au sein de la Théorie Anthropologique du Didactique et du rôle qu'il continue à jouer dans l'approche anthropologique des recherches portant sur la mémoire didactique.

Relevant les insuffisances de la sociologie de la connaissance et de la psychologie cognitive – incapables selon lui, de tenir compte de la spécificité de savoirs hautement techniques – Matheron cherche à se placer sur une troisième voie à l'articulation de ces deux champs : l'anthropologie, définie comme « science des groupements humains, de leur culture et de leur histoire, indépendamment du degré de développement de ces groupes » (Y. Matheron, 2009, 39).

l'enseignement d'un objet nouveau. Il ne crée pas alors un milieu adidactique, puisque porteur d'une forte intention didactique, mais plutôt un ensemble de souvenirs de notions jugées communes à un nombre suffisant d'élèves, afin que l'enseignement puisse être mené sous forme coopérative, et non comme un monologue duquel les élèves sont exclus. » (Y. Matheron, M.-H. Salin, 2002, 63)

3-2-2-1 MEMOIRE DES OUTILS, MEMOIRE PRATIQUE ET MEMOIRE OSTENSIVE INSTITUTIONNELLE

Ses travaux sont référés à la TAD qui replace les mathématiques, leur étude, leur enseignement et leur production « dans le vaste ensemble des activités humaines qui se déploient à l'intérieur d'institutions sociales » (Y. Matheron, 2009, 32). A la métaphore des mathématiques comme langage, est préférée celle des mathématiques comme travail, c'est-à-dire « activité parmi d'autres qui se réalise par le moyen d'instruments ostensifs spécifiques et sous des "contraintes de significations" déterminées. » (M. Bosch, Y. Chevallard, 1999, 112).

En s'appuyant sur le modèle du système didactique, le questionnement sur la mémoire se trouve élargi au-delà du triangle didactique enseignant / apprenant / savoir, jusqu'à l'histoire des concepts, des notions mathématiques ainsi qu'aux phénomènes de transposition didactique auxquels ils sont soumis. Une tension entre « mémoire pratique », mémoire « cristallisée » dans les outils mathématiques et « mémoire ostensive institutionnelle » de la classe est mise en évidence, quand Centeno établissait cette même tension entre les mémoires privées des élèves et de l'enseignant.

Il existe ainsi :

« le pôle du savoir en tant que mémoire d'expériences, de problématiques et de pratiques collectives comme réponses à des questions cristallisées sous forme de théorie pour ce qui concerne le savoir savant [...] ;
 le pôle du professeur qui [...] utilise sa propre épistémologie des savoirs [...], qui utilise de même la mémoire qu'il a des difficultés ou des succès rencontrés dans les apprentissages précédents par les élèves [...] et qui, lorsqu'il enseigne en classe, utilise la mémoire des savoirs et des connaissances qu'il pense pouvoir attendre des élèves en tant que membres de la petite communauté à laquelle il s'adresse ;
 le pôle de l'élève, dont la mémoire des connaissances anciennes est directement sollicitée par le professeur lors de la classe, dont la mémoire de ce qui a été enseigné et appris est nécessaire pour l'engagement dans les activités demandées (un exercice, un contrôle) [...] »
 (Y. Matheron, 2009, 35)

La distinction établie entre les savoirs techniques dont les conditions d'étude sont disposées dans l'environnement et ceux qui nécessitent des « dispositifs intentionnels », tels l'Ecole, lui permet d'aborder la question de l'enseignement de savoirs hautement techniques, au sein d'institutions spécialisées (Y. Matheron, 2009, 37-40).

3-2-2-2 INSTITUTION ET PRINCIPE DE COHERENCE INSTITUTIONNELLE

Le terme d' « institution » est utilisé dans le sens que lui donne Mary Douglas ; celui d'un groupement social légitimé, disposant d'une autorité légitimante ou reposant sur un principe fondateur général (M. Douglas, 2004, 81). Les institutions exercent ainsi un rôle déterminant sur les phénomènes de remémoration ; l'expression de la mémoire pratique des individus est contrainte par les institutions auxquelles ces derniers sont assujettis.

Pour Matheron, les institutions sont soumises à un « principe de cohérence institutionnelle », développé par Mary Douglas dans ses travaux sur les institutions. En reprenant différents exemples historiques dans le champ de la recherche (paradoxe de Condorcet ; théorie de la perception de Bartlett) celle-ci montre comment certaines productions et créations ont, de fait, été oubliées par l'institution dont elles étaient pourtant issues, car elles ne rentraient pas dans le cadre défini par celle-ci.

- Le paradoxe de Condorcet risquait de remettre en cause le principe du suffrage universel à un moment clé de l'histoire de France – la Révolution – et de fragiliser ainsi l'élan démocratique qui traversait le pays. Il a été « oublié » jusqu'à sa remise à l'honneur à la suite des travaux de l'économiste et prix Nobel Kenneth Arrow.
- La seconde partie de l'ouvrage de Bartlett sur la mémoire et sa dimension sociologique ne lui permettait pas de relier son idée de principes de sélection institutionnels avec les thèses établies de la recherche en psychologie. Il dû y renoncer (M. Douglas, 2004).

Il existe donc une différence et une tension entre les connaissances mises en avant par une institution et les connaissances privées des différents sujets de ces institutions. Un tel constat fait immédiatement penser aux observations de Brousseau sur l'oubli et l'impossibilité qu'ont les élèves à se rappeler, seuls, de ce qu'ils ont fait, il y a quelques semaines ou quelques mois, du fait de leur passage dans une classe supérieure. On ne peut se rappeler certaines connaissances sans l'aide d'un « témoin » ou d' « exemples culturellement reconnus » permettant de pallier à la disparition de la mémoire du contexte (G. Brousseau, 1998, 160, 323).

Le rôle joué par l'institution permet alors de mieux comprendre l'impossibilité de se rappeler : elle ne retient du passé que certaines pratiques susceptibles d'être mobilisées pour faire avancer le temps didactique. Pour être reçues et acceptées, les pratiques des élèves doivent, en vertu de l'adhésion au contrat didactique, correspondre aux attentes de

l'enseignant – et donc à celle de l'institution – en termes de reproductions de comportements, relevant d'une classe de niveau X (Y. Matheron, 2009, 53).

Matheron va donc plus loin qu'Halbwachs dans sa caractérisation des contraintes pesant sur les phénomènes de remémoration, au sein des institutions. Le principe de cohérence institutionnelle s'exerce aussi bien sur la mémoire de la classe que sur les pratiques des élèves : on ne se souvient que de ce qui peut être accepté par l'institution (Y. Matheron, 2009, 77-84).

Il cite l'exemple d'un texte remarquable d'une élève de première S, Suzanne, traitant des aventures d'une suite U tendant vers zéro, qui ne peut être reçu au sein de la classe.

- Il ne correspond à aucune demande de la part de son professeur de mathématiques, à qui elle l'a adressé.
- Il contredit le principe de cohérence sur lequel est fondé le contrat didactique de la classe.
- Le professeur ne sachant qu'en faire, le remet alors à un autre collègue. Le texte est ainsi « éloigné » de la classe, au sein de laquelle il ne peut remplir aucun rôle.
- En revanche, il ne contredit pas le principe de cohérence propre à l'institution où travaillent les didacticiens de l'IREM, qui le tirent alors de l'anonymat (Y. Matheron, 2009, 80-81).

D'où le principe de cohérence institutionnelle :

« Tout sujet d'une institution qui se trouve occuper une position donnée dans cette institution, ne peut pas faire preuve de certaines connaissances pratiques, qu'il pourrait montrer par ailleurs, si les conditions institutionnelles ou sa position à l'intérieur de l'institution étaient différentes. Il y a prééminence des conditions institutionnelles, qui ne retiennent de la personne que l'expression de certaines de ces connaissances pratiques personnelles : celles qui sont conformes au principe de cohérence institutionnelle. » (Y. Matheron, 2000, 100)

Il en va souvent de même des souvenirs des séances précédentes. L'institution ne peut se permettre de retenir et de se souvenir de certaines des réponses pertinentes et non pertinentes données par des élèves, soit parce-que les connaissances mobilisées sont erronées ; soit parce qu'elles impliquent des connaissances non encore abordées en classe.

Synthèse générale de la première partie

Le développement de la notion de mémoire didactique dans la TSDM et la TAD permet de fournir un certain nombre d'éléments théoriques pour penser la temporalisation du savoir au sein d'institutions didactiques disposant de temps institutionnels différents, telles que le collège et l'école élémentaire. La temporalisation du savoir est consubstantielle à sa transmission. La complexité des savoirs implique une mémoire didactique ; une mémoire des longues chaînes de raison permettant la construction de ces derniers et la légitimité de cette construction au sein d'une société donnée.

Avec les notions de mémoire du système didactique (G. Brousseau, J. Centeno, 1991), puis celle de mémoire ostensive institutionnelle (Y. Matheron, 2000), la mémoire didactique est envisagée à la fois, comme tension entre mémoire privée et systémique, entre mémoire pratique et institutionnelle et comme dépassement de cette tension.

Cette mémoire devient le résultat d'une reconstruction collective du passé soumise aux contraintes et nécessités propres aux institutions didactiques, dispensant des savoirs hautement techniques.

- En tant que reconstruction collective, elle présente un certain nombre de traits communs avec les mémoires décrites par Halbwachs.
- En tant que mémoire contrôlée par une institution exerçant de fortes contraintes sur le comportement et la mémoire des individus, elle relève d'un principe de cohérence développé par Douglas (Y. Matheron, 2000).

La modélisation broussaldienne d'une mémoire systémique préprogrammée, sous le seul contrôle de l'enseignant, s'enrichit ainsi de l'apport anthropologique, pour devenir celle de la mémoire d'un groupe, sous le contrôle d'une institution. La mémoire didactique serait donc, à la fois, une mémoire *collective*, publiquement et collectivement construite par un groupe social et une mémoire *prospective*, contrôlée par une institution maîtrisant l'avenir et l'évolution des connaissances produites en son sein. Au travers du contrôle de la

mémoire didactique, notamment à l'aide des rappels, l'enseignant – agent de cette institution et garant de ce principe de cohérence – ne se contente pas, en effet, d'oublier les réponses erronées. Il met également en avant certaines connaissances importantes, au vu de la stratégie didactique arrêtée, construisant ainsi la visibilité institutionnelle des connaissances produites dans le milieu didactique.

Si de telles modélisations sont correctes, il devrait être possible de mettre en évidence les processus qui leur correspondent tout au long des séances relevant de l'étude d'un même objet mathématique. C'est ce à quoi nous nous attacherons, notamment dans la troisième partie, lors de l'étude microdidactique de la gestion des oublis et des rappels, inhérents au processus d'institutionnalisation.

Auparavant, nous préciserons la méthode de recueil de données retenue et nous évaluerons l'impact du découpage du temps institutionnel en CM2 et en sixième, sur les activités engagées et les formes de mémorisation. Ce sera l'objet de la deuxième partie, qui débutera par la présentation des enseignants enquêtés et l'exposition des critères qui ont conduit à leur sélection.

DEUXIEME PARTIE

TEMPS ET MEMOIRE

Etude macrodidactique

Chapitre 4

4 LA METHODE

L'objet de recherche dicte souvent la méthode à mettre en place.

Dans le cas d'une recherche portant sur l'influence du découpage du temps institutionnel sur les pratiques enseignantes et la gestion de la mémoire didactique, l'étude des processus de remémoration et d'institutionnalisation impliquait notamment l'enseignement de concepts suffisamment riches et complexes pour nécessiter de nombreuses séances et donc de nombreux rappels.

Notre choix s'est donc porté sur l'étude des fractions et des nombres décimaux ; choix qui avait déjà été celui de Brousseau et Centeno, dans leur étude de la mémoire didactique de l'enseignant (G. Brousseau, J. Centeno, 1991 ; J. Centeno, 1995). Entre le mois de septembre 2006 et le mois de février 2007, quatre classes de CM2 et quatre classes de sixième ont donc été observées sur un ensemble de quatre à sept séances successives, relevant du même objet mathématique. Nous avons ainsi tenté de contrôler un certain nombre de variables susceptibles d'influer sur l'étude comparative, telles que le type d'objet mathématique étudié, la proximité des niveaux scolaires et l'âge des élèves.

4-1 Recueil des données

4-1-1 CONSTITUTION DE L'ECHANTILLON

4-1-1-1 CRITERES DE SELECTION

Les enseignants enquêtés devaient remplir un certain nombre de critères dépassant largement les possibilités de notre réseau personnel.

- Ils devaient enseigner uniquement sur des classes de CM2 et de sixième.

- Ils ne devaient être ni enseignant-formateur, ni enseignant débutant, afin de pouvoir étendre les conclusions de la recherche à l'ensemble des classes de CM2 et de sixième où est dispensé un enseignement classique, ordinaire. De fait, six des huit enseignants ont plus de vingt ans d'ancienneté. Seul deux enseignants ont quelques années d'expériences. L'un, parce qu'il est relativement jeune. L'autre, parce qu'il a eu une première vie professionnelle hors enseignement.
- Ils ne devaient pas enseigner en ZEP⁴³.
- Enfin, et ce n'était pas la moindre contrainte, ils devaient accepter une observation filmée, de surcroît, relativement longue (entre 4 à 7 séances), concernant l'étude d'un objet mathématique bien précis : les nombres décimaux.

4-1-1-2 APPROCHES DIRECTES ET INDIRECTES

L'approche indirecte et l'introduction, par un tiers, de l'enquêteur auprès des enquêtés a toujours constitué une méthode efficace au cours de nos enquêtes précédentes. Elle permet, en effet, aux enseignants de décliner plus facilement une offre émanant d'un intermédiaire, étranger aux divers enjeux d'une recherche.

En ce qui concerne le recrutement des enseignants du premier degré, instituteurs et professeurs des écoles, nous avons utilisé, pour deux d'entre eux, notre propre réseau de connaissances. Pour les deux autres enseignants, nous avons fait fonctionner notre réseau professionnel en passant par un conseiller pédagogique d'une circonscription de la CUB⁴⁴, particulièrement sensibilisé aux questions soulevées par l'enseignement des mathématiques.

Pour les enseignants du second degré, nous avons eu recours à la médiation de deux principaux de collège.

Au total, nous avons donc utilisé les services d'intermédiaires officiels, pour six des huit enseignants enquêtés. Ces derniers ont grandement facilité notre recrutement. *A contrario*, leur statut au sein de l'administration scolaire a probablement rendu plus difficile l'expression d'un refus en renforçant les enjeux concernant la réputation et la

⁴³ Zone d'éducation prioritaire.

⁴⁴ Communauté urbaine de Bordeaux.

présentation de soi. Ainsi, comment décliner une proposition appuyée par sa propre hiérarchie, quand on est un enseignant expérimenté et apprécié par celle-ci ?

Les conditions de recueil des données rendaient cependant inévitables l'accord et l'intervention des chefs d'établissements, des inspecteurs et des directeurs d'école.

- Il fallait filmer des élèves dans l'enceinte scolaire, à l'intérieur des classes, pendant plusieurs séances de mathématiques.
- Il fallait obtenir, de la part des parents d'élèves, l'autorisation de filmer leur enfant.

4-1-2 CARACTERISTIQUES DE L'ECHANTILLON

Dans un premier temps, nous allons dresser le profil professionnel de chaque enseignant. Puis nous reviendrons, un peu plus longuement, sur leurs carrières respectives, ainsi que sur la stratégie didactique retenue par chacun, vis-à-vis des fractions et/ou des nombres décimaux.

4-1-2-1 CARACTERISTIQUES SOCIOPROFESSIONNELLES DES ENSEIGNANTS

Figure 4 : Caractéristiques socioprofessionnelles des enseignants de CM2 et de sixième

Enseignant CM2	Sexe		Tranche d'âge				Ancienneté	Expérience sur le CM2		
	H	F	20 – 30 ans	30 – 40 ans	40 – 50 ans	50 – 60 ans		Aucune	Deux années	Plusieurs années
Philippe	X	—	—	—	—	X	33 ans	—	—	X
Béatrice	—	X	—	—	—	X	22 ans	—	—	X
Yves	X	—	X	—	—	—	4 ans	—	X	—
Luc	X	—	—	—	—	X	34 ans	—	—	X

Enseignant sixième	Sexe		Tranche d'âge				Ancienneté	Expérience sur la sixième		
	H	F	20 – 30 ans	30 – 40 ans	40 – 50 ans	50 – 60 ans		Aucune	Deux années	Plusieurs années
Joséphine	—	X	—	—	—	X	30 ans	—	—	X
Thierry	X	—	—	—	X	—	3 ans	—	—	X
Bernard	X	—	—	—	—	X	29 ans	—	—	X
Diane	—	X	—	—	—	X	35 ans	—	—	X

Lecture : Philippe est un enseignant de plus de 50 ans, entré dans l'Education Nationale il y a 33 ans. Il exerce sur une classe de CM2 ; niveau sur lequel il a une expérience de plusieurs années.

* Cette ancienneté ne prend pas en compte les éventuelles interruptions (autres responsabilités dans l'Education Nationale ; années de disponibilité, etc.). C'est le cas, par exemple, de Luc qui a passé plusieurs années sur des postes administratifs à l'étranger, tout en possédant, par ailleurs, une solide expérience sur le CM2.

Six des huit enseignants constituant notre échantillon (3 en CM2 ; 3 en sixième) possèdent une solide expérience, non seulement sur le CM2, mais également sur l'ensemble des niveaux relevant du collège ou du primaire. Quant aux deux enseignants récemment entrés dans le métier, les études techniques qu'ils ont tous deux menées, font qu'ils sont particulièrement intéressés par les mathématiques et interpellés par les difficultés de son enseignement.

4-1-2-2 PORTRAITS DIDACTIQUES

Les enseignants de CM2

Philippe est un enseignant confirmé, exerçant sur la même commune de la CUB depuis plusieurs décennies. Après une formation à l'école normale et deux années de formation (1974-1976), il exerce pendant quelques années comme remplaçant avant d'occuper un premier poste, pendant treize années, dans une école voisine de celle où il exerce actuellement. Il occupe alors la fonction de maître ZEP. Puis il change d'école pour s'installer dans celle dont il est maintenant directeur. Chaque année, il emmène ses élèves en classe de neige. C'est un enseignant convaincu, très impliqué dans son travail. Les séances que nous avons observées portent sur les fractions décimales. Lors de la première séance, Philippe propose à ses élèves d'exprimer la longueur de bandes de papier découpées, à partir d'une bande-unité partagée en dixièmes. Cette première situation lui permettra, ultérieurement, de décomposer les fractions décimales en nombres entiers et fractions inférieures à un, préparatoires à l'introduction des nombres décimaux⁴⁵.

Béatrice a suivi un parcours un peu similaire, en dépit d'une formation initiale quasi inexistante. Après six années de travail dans un laboratoire d'analyses médicales, elle est recrutée avec un niveau DEUG⁴⁶, en 1982, puis part sur le terrain avec, en tout et pour tout, quelques semaines de formation. Elle exerce sur différents niveaux en maternelle et en élémentaire et occupe rapidement un poste de direction. Parallèlement, elle mène, tambour battant, une vie familiale active et prend un congé parental de trois ans. Elle occupe ensuite, pendant cinq années, un poste ZIL au cours duquel elle effectue de très nombreux remplacements. Elle revient, dans les années qui suivent, sur des postes fixes de

⁴⁵ Pour plus de détails sur le déroulement des différentes séances, consulter les annexes (cf. Annexes, Section 3, « Distribution temporelle des activités sur les séances observées en CM2/6^{ème} »).

⁴⁶ DEUG : Diplôme d'études universitaires générales.

cycle 3 et prend un poste de direction dans un quartier assez aisé du centre de Bordeaux. C'est une enseignante dynamique, qui reçoit souvent des stagiaires et qui a l'habitude d'être observée dans l'exercice de son métier. Béatrice a choisi d'introduire la notion de nombre décimal à partir de problèmes donnant lieu à des divisions avec ou sans reste partagé. En comparant les résultats de fractions – calculés à l'aide de la division euclidienne – à ceux obtenus avec une calculette, elle établit un lien entre la partie fractionnaire de l'écriture fractionnaire décomposée ($69/4 = 17 + 1/4$) et la partie décimale du nombre décimal de la calculette (17,25). Une telle association est rendue possible au moyen d'écritures fractionnaires équivalentes, établies lors d'une étude précédente portant sur les fractions non décimales ($1/4 = 25/100$).

Yves est un jeune enseignant qui, au même titre que Béatrice, a suivi une formation scientifique, dans un IUT⁴⁷ de génie mécanique. Tout au long de ses études supérieures, il donne des cours particuliers de mathématiques à des élèves de niveaux très variés (du collège à l'université). Déçu par le monde de l'entreprise, il bifurque en fin d'études vers la fonction d'enseignant, à l'issue d'un DEA⁴⁸ en génie des polymères. Formé en IUFM⁴⁹, il exerce depuis quatre ans, en poste fixe, sur des niveaux de cycle 3 (CM1-CM2). Pour obtenir un poste relativement proche de son lieu d'habitation, Yves occupe un poste USEP⁵⁰ qui l'amène à encadrer des élèves sur des activités sportives, le mercredi. Pour aborder les fractions décimales et non décimales, Yves suit les manipulations et les mesures proposées par le manuel scolaire Cap-Maths (comparaisons et mesures de différentes surfaces à l'aide d'une surface-unité). Son objectif est d'amener les élèves à trouver des écritures fractionnaires équivalentes.

Luc est un enseignant expérimenté qui a exercé plusieurs activités professionnelles, en France comme à l'étranger. A la suite d'une formation à l'école normale dont il sort en 1975, il enseigne plusieurs années sur Talence, à l'école Jules Michelet, abritant le COREM⁵¹, où Brousseau a pu expérimenter et étalonner un certain nombre de situations adidactiques. Il part ensuite en Amérique du Sud, où il fonde une

⁴⁷ Institut Universitaire de Technologie.

⁴⁸ Diplôme d'études approfondies.

⁴⁹ Institut universitaire de formation des maîtres.

⁵⁰ Union sportive de l'enseignement du premier degré.

⁵¹ Centre pour l'Observation et la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

famille et exerce la fonction d'enseignant, avant de travailler au sein de l'Alliance Française. De retour en France au milieu des années quatre-vingt-dix, il revient sur l'école Jules Michelet, avant d'occuper un poste de brigade, quelques années plus tard. Il a ainsi notamment assuré des remplacements longs de plusieurs mois des classes de CM2. C'est un enseignant chaleureux, particulièrement compétent en mathématiques. Son approche des fractions décimales et des nombres décimaux doit beaucoup aux situations adidactiques proposées par Brousseau. Lors du jeu du « nombre-cible », il fait progressivement prendre conscience aux élèves de la nécessité d'harmoniser les dénominateurs des fractions choisies, afin de faciliter les comparaisons, ce qui lui permet d'introduire les fractions décimales. Le tableau de numération est alors présenté comme un moyen de traiter les différentes informations permettant de gagner à ce jeu, puis l'écriture décimale comme une autre façon de les organiser. Soumises aux contraintes d'un milieu didactique antagoniste, les connaissances sur les fractions évoluent ainsi, successivement :

- en écritures fractionnaires décimales ;
- en informations organisées dans un tableau de numération ;
- en informations organisées hors du tableau de numération.

Les enseignants de collègue

A la suite de son baccalauréat, en 1970, et d'une première année en classe préparatoire de Mathématiques Spéciales, Joséphine passe le concours des IPES⁵² qui lui permet de devenir « élève fonctionnaire » et donc de suivre des études tout en ayant un traitement. Mariée à un médecin militaire, elle suit son époux, successivement, en Afrique, en Allemagne et aux Antilles françaises. Sa première expérience de quatre années, en tant que maître formateur dans une école normale du Niger, a été probablement déterminante pour la suite donnée à sa carrière. Enseignant à des élèves de première et de terminale des programmes correspondant à un niveau mathématique de faculté et donc « très durs à vendre », elle apprend, sur le tas, à intéresser ses élèves et à se faire accepter par eux. Les missions à l'étranger alternant avec les nominations en France, Joséphine effectue la moitié de sa carrière hors de France. Ses autres nominations, en métropole, lui font notamment découvrir les collèges ZEP où elle apprend à travailler avec des élèves difficiles. Depuis

⁵² Instituts préparatoires à l'enseignement du second degré.

cinq années, elle enseigne dans un collège de la CUB avec des élèves issus de quartiers populaires. Joséphine introduit les nombres décimaux comme une extension de \mathbb{N} ⁵³, conformément à la progression proposée dans le manuel de mathématiques. A ces fins, elle mobilise plusieurs connaissances-outils (lecture signifiante d'un nombre décimal ; placement de fractions et de nombres décimaux dans un tableau de numération, etc.).

Avant d'enseigner en collège, Thierry débute son cursus professionnel, d'abord aux PTT.⁵⁴, puis à France Telecom. Successivement agent, puis responsable commercial, son désir de transmettre et d'enseigner le conduit, pendant une quinzaine d'années, à enseigner les mathématiques ainsi que les matières liées aux télécommunications, à de jeunes adultes, dans le cadre de la formation professionnelle. Puis les réductions d'effectifs et les réorientations stratégiques de l'entreprise le conduisent à abandonner sa fonction de formateur. Il rentre alors, très rapidement, dans l'Education Nationale comme professeur de mathématiques, à la suite de plusieurs missions en IUT, à l'INSERM⁵⁵ et à la faculté de sciences de Bordeaux. Depuis trois ans, il enseigne dans le même collège que Joséphine. Une de ses grandes surprises, en tant que « jeune » professeur de collège, a été de constater l'énergie qu'il fallait investir pour gérer la classe et motiver les élèves. En dépit des difficultés et des obstacles rencontrés, il conserve une image positive de ses élèves et de son évolution professionnelle. Thierry a été ainsi un des enseignants avec qui nous avons eu le plus l'occasion d'échanger sur nos expériences professionnelles respectives. Il possède le même manuel que Joséphine et présente les nombres décimaux de la même façon, c'est-à-dire comme une extension des entiers naturels, à l'aide de connaissances-outils telles que le placement de fractions décimales et de nombres décimaux dans le tableau de numération et de l'algorithme de la division par dix.

Hormis l'enseignement à l'étranger, Bernard présente un profil professionnel assez proche de celui de Joséphine. Après quelques années passées en classe préparatoire de mathématiques, il rentre finalement en deuxième année de faculté puis réussit le concours des IPES. Il obtient alors sa licence, puis sa maîtrise en mathématiques. Pendant cinq ans il devient maître auxiliaire dans un lycée technique. Titularisé en tant qu'adjoint

⁵³ Ensemble des entiers naturels : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11...

⁵⁴ Postes, télégraphes et téléphones.

⁵⁵ Institut national de la santé et de la recherche médicale.

enseignant, il passe le CAPES⁵⁶ interne. Ses mutations successives lui permettent de suivre sa femme au gré des changements d'activités professionnelles de cette dernière. En région parisienne, il enseigne notamment dans un lycée situé en zone sensible, cinq ou six années, qui lui font gagner suffisamment de points pour obtenir sa titularisation. De retour en Gironde, il enseigne depuis neuf ans dans un collège situé dans un quartier plutôt aisé d'une commune de la CUB. Bernard garde une certaine nostalgie de son passage en lycée et demande, régulièrement, sa mutation sur ce type d'établissement. C'est un enseignant qui reste intéressé par la discipline qu'il enseigne. Avec Diane – la quatrième enseignante de sixième qui exerce dans le même collège – il a l'habitude de préparer certaines leçons importantes, telles que celles portant sur les nombres décimaux.

Diane est la seule des quatre enseignants de mathématiques de collège à avoir passé le concours d'entrée de l'École Normale d'instituteurs et d'institutrices en 1965. A l'époque, ce concours était considéré, pour reprendre les termes de Diane, comme la « voie royale » pour les bons élèves issus de milieux modestes. L'apparition de postes PEGC⁵⁷ coïncide avec l'obtention de son baccalauréat. Diane décide alors de reprendre des études en faculté en maths / physique, pendant deux années, puis présente le certificat d'aptitude à l'enseignement et devient PEGC, en 1971. Elle enseigne, depuis trente-cinq ans, les mathématiques en collège. Son questionnement perpétuel sur l'enseignement des mathématiques, ainsi que le climat de travail qu'elle réussit à créer dans sa classe, sont la marque d'un grand professionnalisme. Au cours de nos différents entretiens, elle mentionne notamment son intérêt pour certains de ses stages, portant sur l'articulation des enseignements entre le CM2 et la sixième. Diane et Bernard ont ainsi choisi, cette année, une nouvelle approche des nombres décimaux, à l'aide de fractions dyadiques considérées comme les abscisses de points appartenant à une demi-droite. Les divisions successives en quarts et en huitièmes permettent de présenter les fractions décimales comme une technique plus simple et plus heuristique.

4-1-2-3 IMPLICATION DES ENQUETES

La plupart des enquêtés ont émis le souhait d'avoir un retour de l'enquête. Celle-ci prendra certainement la forme d'une adresse Internet sur laquelle on pourra consulter la

⁵⁶ Certificat d'aptitude au professorat de l'enseignement du second degré.

⁵⁷ Professeur d'enseignement général de collège. A partir des années soixante, l'opportunité a été donnée aux normaliens et aux enseignants des cours complémentaires et des écoles primaires supérieures, d'intégrer le collège pour faire face à l'explosion scolaire et la massification de la scolarité dans le second degré.

thèse en ligne. Il y aura également un compte-rendu ou plutôt un résumé de la recherche qui sera transmis aux deux principaux qui nous ont ouvert leurs portes.

Six enseignants sur huit ont désiré se faire communiquer la totalité des DVD correspondant aux enregistrements vidéo des séquences de mathématiques. Un enseignant de collège a saisi l'opportunité d'une rencontre avec un observateur extérieur pour discuter et échanger sur sa pratique professionnelle. C'est avec cet enseignant que les échanges ont été les plus riches, en ce domaine.

Figure 5 : Retours d'enquêtes souhaités par les enseignants de CM2 et de 6^{ème}

	Vidéos	Résumé de la thèse	Consultation de la thèse
Principaux de collège	—	X	—
Joséphine	X	X	X
Thierry	X	X	—
Bernard	X	—	—
Diane	X	—	X
Yves	X	X	X
Luc	X	X	X
Béatrice	—	X	X
Philippe	X	X	—

4-1-2-4 CODIFICATION DE L'ECHANTILLON

Afin d'éviter la confusion entre enseignants et de faciliter la suite de la lecture, nous avons opté pour une codification liée au niveau d'enseignement :

- EE pour enseignant école élémentaire.
- EC pour enseignant collège.

EE1 : Philippe

EC1 : Joséphine

EE2 : Béatrice

EC2 : Thierry

EE3 : Yves

EC3 : Bernard

EE4 : Luc

EC4 : Diane

Cette codification entre, dès maintenant, en application.

4-1-3 NEGOCIATION DE L'OBSERVATION

4-1-3-1 DROIT A L'IMAGE ET CLAUSES DE CONFIDENTIALITE

La loi du 6 janvier 1978 modifiée, portant sur le droit à l'image, garantit les droits des personnes filmées. Elle stipule, notamment, que l'autorisation pour filmer une personne doit être expresse, et suffisamment précise quant à l'utilisation qui sera faite des images. Les contraintes liées aux observations filmées que nous nous proposons de réaliser étaient donc loin d'être anodines. Il fallait obtenir l'accord de la hiérarchie – seule à même de délivrer les autorisations administratives – avoir un entretien avec chaque enseignant, puis avec leurs élèves. Enfin, il fallait convaincre les parents.

4-1-3-2 NEGOCIATION AUPRES DES ENSEIGNANTS

Le caractère « cellulaire » du travail enseignant (C. Lessard, M. Tardif, 1999), n'encourage ni au partage, ni à la confrontation de l'expérience professionnelle. De nombreux auteurs ont ainsi souligné les difficultés pour trouver des enseignants acceptant un tel dispositif dans leur classe (P. Bressoux, 2002, 179 ; L. Demailly, 1991, 66). Il fallait donc apporter d'autant plus de garanties de non jugement et de compréhension des pratiques engagées. La proximité sociale et professionnelle du chercheur – enseignant, confronté à des difficultés analogues – a constitué un atout, dans la plupart des cas⁵⁸.

Dans un premier temps, nous avons discuté du protocole de recherche avec chacun des huit enseignants (cf. Annexes, Section 1). La logique d'une discussion qui se veut franche, entre gens du métier, voudrait que l'on en expose les raisons, car, finalement, c'est ce qui intéresse le plus les enquêtés – au même titre que l'éventuelle utilisation de titres universitaires pour changer d'orientation professionnelle ! Bien évidemment, nous ne pouvions aller aussi loin dans les explications sans courir le risque d'influencer, d'une manière ou d'une autre, les enquêtés.

⁵⁸ La plus ou moins grande proximité sociale ou professionnelle du chercheur, vis à vis de son objet de recherche, a souvent fait l'objet d'affirmations péremptoires et inconciliables. Certains pensent qu'elle constitue un obstacle à l'objectivité de la recherche (L. Albarello, 1999) ; d'autres, qu'elle permet d'éviter les malentendus en incitant les agents à rentrer dans leurs activités, et en évitant les risques de dissymétrie et d'imposition liés à l'objectivation de l'enquêté (P. Bourdieu, 1993). Selon nous, la neutralité de l'enquêteur est un « mythe », au même titre que la parfaite « technicité » des enquêtes réalisées. Nous pensons, avec certains, que la sincérité et la confiance – et à travers elles, la subjectivité – sont décisives dans la réussite d'enquêtes microsociologiques (S. Beaud, 1996, 244).

Nous nous sommes donc, maintes fois, trouvé dans la situation de nous appuyer sur le protocole – transmis à chacun des enseignants quelques jours avant l’entretien – et de le reprendre mot pour mot, afin de ne pas aller au-delà de la limite que nous nous étions fixée. Nous avons également relativisé les espoirs de certains enseignants, concernant l’impact d’une telle recherche sur les pratiques professionnelles.

En fin d’entretien, nous avons insisté sur les clauses de confidentialité vis-à-vis de la hiérarchie et des milieux d’interconnaissance des enseignants⁵⁹. La notification écrite des garanties déontologiques accompagnant ce genre d’enquêtes répondait au même objectif.

- Mise hors champ de certains élèves.
- Mise à disposition de chaque enseignant d’un DVD reprenant l’intégralité des séquences filmées⁶⁰.
- Anonymat des établissements scolaires, des enseignants et des élèves (changement des prénoms et des lieux).

4-1-3-3 NEGOCIATION AUPRES DES ELEVES

Nous nous sommes présenté dans chacune des huit classes à une heure convenue avec les enseignants. Nous avons opté pour une présentation d’une quinzaine de minutes, afin de les préparer à l’observation, sans, toutefois, en exagérer l’importance et les enjeux. A cette occasion, nous avons donné un certain nombre de précisions concernant le type de caméra et de micro utilisés, leur localisation, le nombre de séquences impliquées par le dispositif et le lieu d’observation choisi par l’enquêteur pendant les séquences.

Au début de cette réunion, nous avons également tenu à rassurer les élèves dont les parents étaient susceptibles de refuser le protocole. Nous avons ensuite répondu à l’ensemble des questions. La première concernait le fait de savoir si cette enquête allait

⁵⁹ On peut consulter, à ce titre, les recommandations tout à fait pertinentes de Beau et Weber concernant les règles déontologiques élémentaires de l’enquête de terrain (S. Beaud, F. Weber, 1997, 116).

⁶⁰ Sept enseignants les ont acceptés et visionnés. Nous pensions obtenir un retour de leur part, comme ce peut être le cas avec des techniques d’« autoconfrontation⁶⁰ ». Tel n’a pas été le cas. Nous interprétons cette absence de retour comme la manifestation de la distance symbolique séparant celui qui regarde de celui qui prend le risque de se laisser regarder. La pratique professionnelle reste une activité où la subjectivité de l’enseignant est engagée de manière trop importante pour qu’il accepte facilement d’en parler avec quelqu’un avec qui il n’a pas eu le temps de nouer des relations de confiance.

faire l'objet d'un reportage télévisé ! Certains élèves ont également demandé les raisons de la recherche : filmer dans un endroit aussi banal qu'une salle de classe les intriguait. D'autres, enfin, ont demandé ce qui se passerait, dans le cas où des parents refuseraient de les voir filmer. Dans toutes les classes de sixième et de CM2, il s'est ainsi trouvé, à chaque fois, un ou deux élèves qu'il a fallu placer hors champ. Nous avons répondu à toutes les questions posées, de façon précise.

4-1-3-4 NEGOCIATION AUPRES DES PARENTS

Nous avons préparé une demande d'autorisation de filmer, à destination des parents, que nous avons fait passer aux quatre enseignants de collège qui avaient donné leur accord, à la rentrée scolaire de l'année 2006-2007. Pour les enseignants de CM2, nous avons adopté le même procédé, entre novembre 2006 et janvier 2007.

Cette demande contenait un certain nombre d'informations, visant à indiquer le sérieux de la recherche et son caractère officiel.

- Titre universitaire de l'enquêteur ; nom de l'Université à laquelle il est rattaché.
- Accord officiel des principaux protagonistes au niveau de l'établissement scolaire (principal de collège / directrice d'école / enseignant enquêté) ;
- Rappel des principaux droits des enquêtés, référencés à la loi du six janvier 1978 modifiée sur le droit à l'image (cf. Annexes, Section 1).

Les parents ont alors donné leur accord ou refusé, sans demander plus de précisions.

4-1-4 DEROULEMENT DES OBSERVATIONS

4-1-4-1 CONDITIONS D'ENREGISTREMENT

Caractéristiques techniques

Le recueil des données a bénéficié d'un double dispositif technique, complété d'une prise de notes exhaustive au cours même des observations, permettant de recouper certaines informations voire de les compléter⁶¹.

- Une caméra vidéo numérique, en fond de classe ; plan fixe, objectif grand angle.

⁶¹ Sur la quarantaine d'observations réalisées, il nous est arrivé de faire une fois une erreur de manipulation et d'effacer une quarantaine de minutes d'une séance, en réenregistrant sur la même cassette. Le doublage du dispositif nous a alors permis de retranscrire l'intégralité des échanges manquants et des inscriptions concomitantes sur le tableau de la classe.

- Un micro-cravate fixé sur la veste ou la chemise de l'enseignant et relié à un dictaphone numérique⁶².

Comportement de l'enquêteur

Nous avons strictement respecté notre statut d'observateur, même lorsqu'il est arrivé, une ou deux fois, que l'enseignant quitte sa classe, quelques minutes, et la laisse sans surveillance.

- Aucune intervention pendant le cours, individuelle ou collective, si ce n'est à la suite d'une question posée par un élève passant à côté de la caméra.
- Discussion avec les enquêtés uniquement à l'issue de chacune des observations.

Au cours de l'observation, nous nous sommes tenu en fond de classe, à côté de la caméra, afin de contrôler l'enregistrement des données. Nous avons complété un cahier d'observation qui nous a permis, ultérieurement, de vérifier les écritures inscrites au tableau ainsi que les graphiques, droites, schémas et tableaux ; ceci afin d'interpréter correctement les différentes énonciations des enseignants et des élèves.

4-1-4-2 CADRE SPATIAL ET TEMPOREL DES OBSERVATIONS

En sixième, les observations en classes de sixième se sont réalisées entre le mois de septembre et le mois d'octobre 2006⁶³. Celles des classes de CM2 se sont étalées sur quatre mois : novembre / décembre 2006 ; janvier / février 2007.

⁶² Cet enregistrement supplémentaire nous a été très utile, notamment quand les séances dépassaient largement l'heure et nécessitaient un changement de cassette sur la caméra. Il nous a permis également de vérifier et confirmer les différents temps d'enseignement chronométrés par la caméra.

Observations en CM2

Tableau 1 : Distribution temporelle des observations filmées en CM2

Professeurs	Temps scolaire			Emplacement de l'école	
	DATE	DEBUT	FIN	MILIEU RURAL	CUB*
EE1	05/12/07	10h30	11h30		
	06/12/07	10h30	11h30		X
	12/02/07	9h00	10h10		
	13/02/07	10h30	11h30		
EE2	22/01/07	13h30	15h00		
	29/01/07	10h30	11h30		X
	01/02/07	10h30	11h30		
	02/02/07	10h30	11h30		
EE3	04/12/06	11h00	12h05		
	05/12/06	11h00	12h05	X	
	07/12/06	11h00	12h05		
	08/12/06	9h05	10h35		
EE4	23/11/06	10h20	11h30		
	24/11/06	10h20	11h30		X
	27/11/06	10h20	11h30		
	28/11/06	10h20	11h30		
	30/11/06	10h20	11h30		

Lecture _ Entre le 23/11/06 et le 30/11/06, 5 observations filmées ont été réalisées dans la classe de EE4.

Important : Les débuts et fins de séances renvoient aux temps administratifs ; non aux durées effectives d'enseignement.

CUB : Communauté urbaine de Bordeaux

Les quatre classes observées sont situées hors ZEP.

L'école de EE3 se situe à une vingtaine de kilomètres, au sud de Bordeaux.

Les trois autres écoles sont situées dans la Communauté urbaine de Bordeaux.

EE1 et EE2 sont les directeurs de leur école. EE4, enseignant titulaire mobile, a été nommé à l'année sur la classe.

Observations en sixième

Tableau 2 : Distribution temporelle des observations filmées en 6^{ème}

Professeurs	Temps scolaire			Emplacement du collège
	DATE	DEBUT	FIN	
EC1	25/09/06	11h15	12h10	CUB* Quartier populaire
	27/09/06	9h 00	9h 55	
	28/09/06	11h15	12h10	
	29/09/06	13h45	14h 40	
	02/10/06	10h15	11h10	
EC2	29/09/06	8h 00	8h 55	
	02/10/06	9h 00	9h 55	
	03/10/06	10h15	11h10	
	05/10/06	9h 00	9h 55	
	06/10/06	9h 00	9h 55	
EC3	09/10/06	8h 00	8h 55	CUB
	09/10/06	10h15	11h10	
	10/10/06	16h 00	17h 00	
	12/10/06	11h15	12h10	
	16/10/06	8h 00	8h 55	
EC4	16/10/06	10h15	11h10	
	09/10/06	9h 00	9h 55	
	09/10/06	10h15	11h10	
	11/10/06	9h 00	9h 55	
	12/10/06	10h15	11h10	
	17/10/06	9h 00	9h 55	
	17/10/06	10h15	11h10	
	18/10/06	9h 00	9h 55	

Lecture _ Entre le 25/09/06 et le 02/10/06, 5 observations filmées ont été réalisées dans la classe de EC1. Seule la quatrième séance s'est déroulée l'après-midi. EC1 et EC2 travaillent dans le même collège situé dans un quartier populaire de la CUB.

Important : Les débuts et fins de séances renvoient aux temps administratifs ; non aux durées effectives d'enseignement.

*CUB : Communauté urbaine de Bordeaux

EC1 et EC2 travaillent dans le même établissement, dans un quartier populaire d'une commune de la CUB. EC3 et EC4 travaillent dans un autre collège de la CUB, dans un quartier plus aisé. Par ailleurs, ces deux derniers enseignants ont souvent l'habitude de préparer ensemble certaines des activités prévues en classe de sixième.

4-2 Analyse des données et mise en forme

4-2-1 EVOLUTION DES CONNAISSANCES ET MILIEUX NON ANTAGONISTES

Rappelons, d'abord, que notre recherche s'inscrit dans le cadre de la TSDM, au sein de laquelle la notion de mémoire didactique a été créée et développée (M-J Perrin-Glorian, 1994) et qu'elle traite des rapports entre temps d'enseignement et gestion de la mémoire didactique dans des classes ordinaires de CM2 et de sixième. La mémoire didactique est envisagée, ici, comme un outil de gestion du contrat didactique et de l'institutionnalisation. Elle porte sur la conversion de connaissances finales en savoirs propres à une culture, ainsi que sur la gestion, c'est-à-dire le *rappel* et l'*oubli* des différents statuts de connaissances transitoires.

Il nous faut, par conséquent, créer des indicateurs susceptibles de rendre compte des phénomènes de remémorations et d'oublis des connaissances, ainsi que de la mise en avant de certaines d'entre elles.

Les activités mobilisées dans les situations classiques d'enseignement sont, en effet, différentes de celles engagées lors de situations adidactiques : le milieu didactique n'est pas toujours un milieu antagoniste susceptible de provoquer, à lui seul, l'adaptation des connaissances.

- Dans l'enseignement ordinaire, les connaissances produites ne relèvent pas de situations d'action, de validation, de formulation et d'institutionnalisation, telles qu'elles ont été définies au sein de la TSDM. Par exemple, le statut de « connaissances formulées » ne renvoie pas à n'importe quel moment, ni à n'importe quel type de formulation⁶⁴. Ce type d'énonciations orales, mobilisé dans des contextes de communication très spécifiques, n'est pas, en effet, suffisamment généralisé dans l'enseignement classique pour servir

⁶⁴ Centeno définit une connaissance formulée comme « un apprentissage en cours que les élèves sont capables de formuler dans un langage plus ou moins adapté mais qui possède un sens dans le savoir officiel de la classe. Il existe un langage pour en parler et ceci permet au maître d'identifier l'objet et de le rendre explicite. Mais c'est encore une connaissance paramathématique : pas encore analysée et prouvée. » (J. Centeno, 1995, 32). Dans la TSDM, les situations d'action, de formulations, de validation et d'institutionnalisation correspondent ainsi aux différentes étapes de l'évolution historique des concepts mathématiques, passant, au cours des siècles, du statut de connaissance implicite à celui de connaissance formalisée, inscrite au sein d'une théorie qui en rend compte. Ces différents types d'énonciations sont mobilisés lorsqu'il y a des recherches en équipes et que « la formulation d'une stratégie est le seul moyen qu'a un élève de la faire appliquer par celui qui va au tableau. » (G. Brousseau, 1998, 35)

d'indicateur. Ce n'est donc pas dans ce sens que nous utiliserons le terme de « connaissance formulée ».

- Dans le même ordre d'idée, le statut de « connaissance structurée » ne renvoie pas à n'importe quelle connaissance, même reformulée de nombreuses fois. De telles notions ne peuvent donc être utilisées, telles quelles, hors des situations pour lesquelles elles ont été définies.

4-2-1-1 CONTRAINTES PESANT SUR LES INDICATEURS

Afin d'utiliser de façon constructive, les outils et notions développés au sein de la TSDM et d'éviter une analyse « en négatif » de l'enseignement des mathématiques en classes ordinaires (M.-J. Perrin-Glorian, 1999, 316-317), il fallait créer un certain nombre d'indicateurs adaptés aux phénomènes observés, puis les interpréter à partir des notions de contrat didactique et d'institutionnalisation.

Dans ces classes, le milieu créé est rarement antagoniste et l'enseignant est autant un créateur de situations, un organisateur de débats que celui qui, d'un geste, d'une phrase, d'une intonation n'a de cesse de *montrer, désigner, souligner* ce qu'il faut retenir et oublier. Il accélère et facilite ainsi l'accès à des outils intellectuels pour aller au-delà de ce que ses élèves pourraient trouver ou construire par eux-mêmes.

4-2-1-2 L'INSTITUTIONNALISATION : UNE PRATIQUE SOCIALE ET PUBLIQUE

Contrairement aux situations adidactiques, les situations proposées dans les classes observées ne peuvent, à elles seules, imposer une évolution suffisante des connaissances initiales des élèves. Cela ne signifie pas, bien évidemment, qu'il n'existe pas de processus d'institutionnalisation, mais que ce dernier, loin de clore l'étude, s'étend probablement sur l'ensemble de celle-ci, via les rappels récurrents de connaissances jugées importantes, égrenés tout au long des séances. Une telle publicité garantit ainsi, aux connaissances qui en sont l'objet, une visibilité institutionnelle que l'organisation du milieu didactique n'est pas en mesure, à lui seul, de procurer. L'institutionnalisation des

connaissances est donc, intrinsèquement, liée à des manifestations publiques et objectivables⁶⁵.

Une telle approche s'apparente, à bien des égards, à l'*accountability* dont font preuve les membres d'une institution ou d'une société, lorsqu'ils classifient, ordonnent, organisent et temporalisent leurs actions respectives. Il ne suffit pas, en effet, de débattre et échanger sur des connaissances. Il faut également signifier aux autres ce que l'on est en train de transmettre ; se rendre mutuellement visible et accessible la compréhension que l'on a de la situation.

« [...] les membres, qui disposent d'une compétence ordinaire, coordonnent leurs activités de façon à produire, manifester, établir, dans les détails incarnés de leur vivre-ensemble, des phénomènes d'ordre dont on peut rendre compte localement et naturellement – autrement dit, des phénomènes mettant en jeu de la logique, de la causalité, des classifications, de la temporalité, de la cohérence, de l'uniformité, des analyses de détails, du sens, des méprises, des erreurs, des accidents, des coïncidences, de la facticité, de la raison, de la vérité et des méthodes. »
(H. Garfinkel, 2001, 41)

L'enseignement peut donc être compris, ici, comme un accomplissement pratique où chacun – enseigné et enseignant – manifeste sa compétence de membre affilié à la communauté didactique, en extériorisant des comportements attendus, permettant la coordination de l'action et l'avancée du temps didactique. Traiter de la gestion de la mémoire didactique, c'est ainsi traiter de l'institutionnalisation de certaines connaissances et de leur visibilité, au travers de pratiques sociales publiques.

« La manipulation sociale des savoirs dans les relations sociales exige des connaissances personnelles de la part de l'acteur, mais le produit de cette activité est une explicitation de certaines connaissances devenues publiques, puis institutionnelles. »
(G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 176)

« Que l'on songe à l'organisation spatiale d'une classe, avec son tableau face auquel se trouvent assis les élèves afin qu'ils le « voient bien », au maître qui parle face à la classe afin d'être entendu de tous, aux élèves qui sont sollicités oralement ou par passage au tableau, afin qu'il puisse être donné à tous d'entendre ou de voir, par un élève singulier, sa manière de faire, ce qu'il pense, ses idées, ses erreurs éventuelles. Ainsi l'espace et les gestes des uns et des autres, sont-ils sciemment organisés dans la classe pour que certains événements didactiques puissent se produire « au vu et au su » de tous. Ceux-ci vont permettre que soient emmagasinés, oubliés ou rappelés certains souvenirs. C'est en ce sens que l'on peut, entre autres, parler de la mémoire didactique ostensive de la classe, parce qu'elle s'appuie sur des événements qui ont été publiquement et intentionnellement pour une grande partie d'entre eux, donnés à voir (ou à entendre, manipuler, etc.). »
(Y. Matheron, 2000, 105)

⁶⁵ Rappelons que c'était déjà le cas avec les situations adidactiques.

« Le système didactique ne peut pas laisser la gestion de la mémoire au seul niveau de ces mémoires personnelles [celles des élèves et de leurs maîtres]. Il doit donc dans le traitement qu'il effectue du savoir, *recueillir et prévoir des éléments de mémoire, au vu et au su de tous (élèves et maîtres)* (c'est nous qui soulignons, en italique).» (A. Rouchier, 1991, 29-30)

Au même titre que les différentes enquêtes pratiques, réalisées par différents personnels dans le cours de leurs activités professionnelles⁶⁶, l'institutionnalisation peut-être considérée comme un « compte-rendu » réalisé par les enseignants, visant autant à rendre compte de la production des connaissances et de leur évolution, qu'à montrer l'intelligibilité, la rationalité et la cohérence de leur enseignement.

4-2-2 CONSTRUCTION DES INDICATEURS

Nous considérerons les connaissances, ici, comme des moyens de contrôler une situation et d'y obtenir un certain résultat, conformément aux attentes d'une société (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 176). Nous ne les envisagerons pas en tant que représentations mentales des élèves – ce qu'elles sont aussi – mais en tant que productions publiques, objectivables au travers de leur sémiotisation.

Que constate-t-on, en effet ?

- Qu'un certain nombre de connaissances apparaissent dans le milieu didactique, via la mobilisation d'exercices et d'activités propres à l'étude d'un objet mathématique.
- Que le contenu mathématique de ces connaissances, notamment grâce au langage et à certain nombre de techniques discursives, est progressivement négocié, amandé, enrichi et formalisé, tout au long d'une « chaîne sémiotique » alternant interactions verbales et passages à l'écrit, via les phases de corrections et de réorganisations collectives auxquelles donnent lieu les différentes activités et exercices proposés.
- Qu'à la suite de ces échanges et de ces écrits, succèdent dans les classes de sixième et de CM2, *des phases de rappels*, voire la *copie d'un résumé* de quelques phrases sur le cahier de leçons ou sur une *affiche*.

⁶⁶ Garfinkel cite différents exemples de comptes-rendus et d'enquêtes de différents personnels sur des sujets très divers tels que les causes de morts non naturelles, le traitement judiciaire de cas de négligence, la sélection de malades pour un suivi psychiatrique ou le codage de dossiers médicaux dans une clinique. Il montre que les membres de ces différentes organisations manifestent leur affiliation et leur compétence en « rendant transparent dans leur conduite le parcours qui aboutissait à un choix spécifique ». Par exemple, les différents documents collectés par les enquêteurs et médecins légistes du Centre de prévention du suicide permettent de « formuler une description de la manière dont la société a procédé pour produire ces restes, une description défendable professionnellement, dont les membres peuvent reconnaître le caractère rationnel, la cohérence, la normalité, la typicité, la validité, l'uniformité, l'intentionnalité ». De telles descriptions et comptes-rendus doivent donc, entre autres, être capables de résister à un examen de conformité et sont conçus pour y parvenir (H. Garfinkel, 2007, 65-74). De la même façon, les enseignants doivent faire en sorte de rendre visible la cohérence et la rationalité de leur démarche, afin que celle-ci puisse résister à l'appréciation des élèves et à celle de leurs parents. Cela passe, entre autres, par la visibilité institutionnelle des connaissances visées par l'étude au travers des rappels, de la réalisation d'exercices, de devoirs et de la copie de leçons.

4-2-2-1 PRISE EN COMPTE DU ROLE CENTRAL DU LANGAGE

Les indicateurs retenus doivent donc rendre compte d'une telle publicité des connaissances. *Publicité, selon nous, de nature essentiellement discursive*, si l'on songe que tous les gestes, mimiques, intonations de voix ou positionnements du corps accompagnent et nuancent – sans toutefois, le plus souvent, fondamentalement les modifier – les très nombreuses énonciations orales et écrites, engagées au cours des interactions didactiques.

La notion d'ostension, notamment développée au sein de la TAD (M. Bosch, Y. Chevallard, 1999) permet de distinguer les concepts des ostensifs langagiers, scripturaux, gestuels qui les véhiculent. Cependant, la généricité d'un tel terme rend difficile son utilisation dans les processus de désignation et de visibilité institutionnelle dont sont l'objet les connaissances visées par l'étude, au cours des processus d'institutionnalisation.

- D'une part, la notion d'ostensif langagier implique l'idée que le langage sert essentiellement à décrire une réalité – celle des non ostensifs –, sans possibilité d'action sur elle.
- D'autre part, les différentes énonciations orales d'une même connaissance mathématique ne sont pas différenciées entre elles ; la simple formulation est mise sur le même plan que sa reprise, sa répétition ou son rappel : celle d'un ostensif langagier.

4-2-2-2 LE POUVOIR DE NOMMER

Si maintenant, nous nous tournons vers la TSDM, on constate l'existence d'une hiérarchie des connaissances, selon qu'elles sont ou non mises en mots et argumentées, via les situations de formulation (cf. Chapitre 2).

- L'explicitation de connaissances en acte permet de faire exister celles-ci en leur conférant un statut – celui de connaissances formulées – grâce au langage.
- La situation de formulation constitue un passage obligé vers la formalisation.

« Nommer, c'est créer », pour reprendre une belle formule de Douglas. Les processus d'étiquetage et de désignation, liés à la production de nouvelles catégories par les institutions, modèlent les comportements des gens qui s'en emparent et les endossent. La puissance de nomination est sans limite, même si « la relation entre les gens et les choses qu'ils nomment n'est jamais statique » (M. Douglas, 2004, 144, 146). Les institutions imposent ainsi des manières de faire et de penser qui leur sont propres.

« Une institution I est un dispositif social « total » qui peut certes n'avoir qu'une extension très réduite dans l'espace social (il existe des « micro-institutions »), mais qui permet – et impose – à ses *sujets*, c'est à dire aux personnes x qui viennent y occuper des différentes positions p offertes dans I , la mise en jeu de *manières de faire et penser propres*. »
(Y. Chevallard, 2002, 2)

Les énonciations de connaissances mathématiques peuvent ainsi être considérées comme un processus d'étiquetage et de désignation, sur lequel s'appuie l'enseignant – et à travers lui, l'institution dont il est l'agent – destiné à faire évoluer le rapport personnel au savoir de chaque élève.

4-2-2-3 LE LANGAGE COMME ACTION SUR LE STATUT DES CONNAISSANCES

En nous appuyant sur la théorie pragmatique du langage et la notion d'actes de langage, développées par Austin et Searle (J. L. Austin, 1970 ; J. Searle, 1972), nous pensons qu'il est possible d'aller plus loin dans la différenciation des énonciations orales portant sur des connaissances mathématiques mobilisées dans les situations d'enseignement. En faisant intervenir la force et la valeur illocutoires de différents actes de langage – et donc l'intentionnalité de l'enseignant-locuteur, essentielle dans les situations d'institutionnalisation – une telle théorie nous paraît en mesure de rendre compte du traitement discursif et sémiotique des différentes connaissances mathématiques en jeu.

Prenons l'exemple d'une connaissance mathématique, formulée une première fois lors de la correction d'un exercice ou de la résolution de problèmes, puis rappelée, ultérieurement, hors contexte, lors d'une phase d'institutionnalisation.

- Dans le premier cas, la formulation de cette connaissance peut relever d'un acte de langage *assertif*, portant sur une connaissance mathématique, contribuant à l'administration de la preuve et utile à l'avancée du temps didactique.
- Dans le second, le rappel de cette connaissance peut relever d'un acte de langage *déclaratif* véhiculant une intentionnalité différente de la part du locuteur qui l'énonce, en ce sens que la force illocutoire s'ajoutant au contenu proprement mathématique de la proposition énoncée, signifie son importance pour l'enseignant et donc pour ses élèves.

4-2-2-4 ACTES DE LANGAGE ET INSTITUTIONNALISATION

Le langage ne permet donc pas, seulement, de montrer et nommer des connaissances utiles à l'avancée du temps didactique. Il permet, également, d'exercer directement une action sur elles, en modifiant leur statut, au travers de la désignation

publique de celles qu'il faudra retenir, assurant du même coup, leur visibilité et leur publicité au travers de répétitions, reprises, rappels et inscriptions sur un support officiel (affiche ; cahier de leçons).

La forte intentionnalité didactique des milieux créés pour l'étude d'un objet mathématique (Y. Matheron, M.-H. Salin, 2002, 63) est susceptible, par conséquent, de s'accompagner d'une intentionnalité toute aussi forte, liée au traitement discursif et sémiotique des connaissances mobilisées, notamment au travers d'actes de langage tels que les rappels, contrôlés par l'enseignant et relevant de son *topos*. De la même façon, la reconnaissance de cette même intentionnalité relèverait du *topos* de l'élève, lors des phases d'institutionnalisation. Un des apports décisifs de Centeno réside ainsi, probablement, dans sa mise en avant des rappels, envisagés en tant que formulations spécifiques de connaissances mathématiques ; mise en avant que, pour notre part, nous nommerons « visibilité institutionnelle » et considérerons comme inhérente au traitement discursif et sémiotique différencié dont ces mêmes connaissances sont l'objet, tout au long de l'étude d'un objet mathématique.

En tant qu'actes de langage possédant non seulement un contenu propositionnel mais aussi une valeur illocutoire spécifique, les rappels didactiques désignent, aux yeux des élèves, les énoncés mathématiques visés par l'étude, en même temps qu'ils sont les vecteurs d'une certaine *intention* du locuteur, c'est-à-dire, ici, celle de l'enseignant.

« [...] pour toute signification X, et pour tout locuteur L, chaque fois que L veut signifier (à l'intention de transmettre, désire communiquer, etc.) X, alors il est possible qu'il existe une expression E, telle que E soit l'expression exacte ou la formulation exacte de X. »
(J. Searle, 1972, 56 et suivantes)

L'une des hypothèses que nous soumettrons à l'épreuve sera par conséquent, celle d'envisager les rappels comme des actes de langage participant de la visibilité institutionnelle des connaissances visées et intervenant dans leur institutionnalisation⁶⁷.

⁶⁷ Dans la typologie établie par Centeno, on se souvient, en effet, que les rappels sont référés aux statuts didactiques des connaissances tels qu'ils sont définis dans cette même théorie. Le statut de connaissance institutionnalisée CI est ainsi distingué de son rappel R_{CI} et il en est de même pour l'ensemble des différents statuts concernant une connaissance mathématique (J. Centeno, 1995, 31-38). Une telle distinction implique qu'une connaissance peut être institutionnalisée, au sein de situations adidactiques, sans pour cela en passer par des rappels, des répétitions ou des reprises ; distinction qui, selon nous, ne prend pas suffisamment en compte le nombre de connaissances différentes engagées par les professeurs et qui nécessite, comme nous le verrons au cours des prochains chapitres, un système de régulation impliquant des phases de rappels.

4-2-3 DEFINITIONS DES INDICATEURS

Nous allons commencer par une définition assez générale de la notion de visibilité institutionnelle, reprenant et précisant la première définition (cf. Chapitre 2).

Visibilité institutionnelle : *Traitement discursif et sémiotique des connaissances mathématiques produites dans le milieu didactique, permettant de les distinguer et de les hiérarchiser entre elles, suivant le niveau de visibilité. La visibilité institutionnelle comprend trois modalités correspondant aux formes de mémorisation et de fixation des savoirs observées dans les classes :*

- *Première modalité : Connaissance formulée*
- *Deuxième modalité : Connaissance rappelée*
- *Troisième modalité : Connaissance inscrite*

Nous avons donné une première définition, assez générale, de la formulation :

Formulation : *énonciation orale portant sur une connaissance mathématique apparue dans le milieu, au cours de l'étude d'un objet mathématique.*

Une telle définition ne permet pas, cependant, de distinguer les simples formulations de connaissances de leurs rappels, susceptibles de constituer un autre type d'énonciation, dans un contexte différent, selon la théorie des actes de langage.

Nous avons donc précisé cette définition, en distinguant trois catégories : les connaissances formulées, les connaissances rappelées et les connaissances inscrites.

Connaissance formulée⁶⁸ : *Connaissance apparaissant dans le milieu didactique au cours de l'étude d'un objet mathématique donné, énoncée oralement, sans référence au passé didactique. Nous appelons également ce type d'énonciation « formulation ». Il peut exister plusieurs formulations d'une même connaissance tout au long de l'étude ; ce sont des reformulations.*

Connaissance rappelée : *Connaissance apparaissant dans le milieu didactique au cours de l'étude d'un objet mathématique donné, énoncée oralement et référée au passé didactique*⁶⁹. *Nous appelons également ce*

⁶⁸ Nous n'utilisons pas, ici, le terme d'énonciation orale dans son acception linguistique, impliquant la position institutionnelle et la posture énonciative des différents énonciateurs / locuteurs en situation de co-énonciation ou de sur-énonciation (A. Rabatel, 2004). La formulation d'une seule connaissance peut, en effet, donner lieu à une analyse riche d'enseignements, même si elle ne constitue pas le coeur de notre problématique, consacrée aux rapports entre temps institutionnel, activités et formes de mémorisation. La notion d'« oral réflexif » explicitant, enregistrant et construisant la pensée, nous paraît ainsi constituer une approche directement applicable aux techniques discursives liées à l'institutionnalisation.

⁶⁹ Nous verrons qu'il existe des formes de rappels – comme les répétitions ou les reprises – qui ne sont pas explicitement référées au passé didactique de la classe, puisqu'elles succèdent, immédiatement, aux

type d'énonciation « rappel ». Il peut exister plusieurs rappels d'une même connaissance tout au long de l'étude.

Connaissance inscrite : *Connaissance écrite sur un support officiel (affiche, cahier de leçons) ayant fait, au préalable, l'objet de diverses énonciations orales, sous la forme de formulations et/ou de rappels. Rapportée à la typologie des connaissances développée par Centeno, les connaissances inscrites correspondent à des connaissances institutionnalisées (J. Centeno, 1995, 31-32), c'est-à-dire au niveau d'institutionnalisation le plus élevé.*

Outre la prise en compte du processus de visibilité institutionnelle propre à l'institutionnalisation des connaissances dans les classes ordinaires, la détermination des indicateurs s'appuie sur un certain nombre de constats, tels que le rôle fondamental joué, au sein des interactions didactiques, par les interactions verbales, ainsi que l'objectivation ultime que permet l'écrit, en détachant le savoir des corps (P. Bourdieu, 1980, 123-124). Les définitions retenues pour ces trois indicateurs impliquent ainsi une hiérarchisation entre les différentes connaissances mathématiques mobilisées et présentent un certain nombre de points communs avec les différents statuts des connaissances de la TSDM.

- Connaissances implicites, ne faisant l'objet d'aucun traitement discursif sous la forme d'énonciations orales.
- Connaissances faisant l'objet d'un traitement discursif⁷⁰ sous la forme d'énonciations orales (formulations / rappels).
- Connaissances faisant l'objet, à la fois, d'énonciations orales et d'inscriptions sur un support officiel, afin de constituer la mémoire officielle de la classe.

Selon nous, une telle hiérarchisation peut être étayée, à la fois, par l'anthropologie et par l'histoire. Le Goff distingue ainsi deux fonctions de l'écrit qui se différencient très rapidement, dès l'apparition de l'écriture au cours de l'Antiquité :

- une fonction *commémorative* grâce, notamment, à l'*inscription* ;

connaissances qu'elles rappellent. Nous les considérerons, par conséquent, comme des rappels dont la portée (c'est-à-dire la distance temporelle les séparant de la précédente énonciation orale du même énoncé mathématique) est nulle (cf. Chapitre 11).

⁷⁰ Le terme « discursif » est utilisé, ici, dans son sens linguistique : qui a trait au discours. Les connaissances mathématiques faisant l'objet d'un traitement discursif correspondent aux connaissances qui sont énoncées oralement, qu'elles soient ou non écrites en même temps.

- une fonction *cumulative* et *réorganisatrice* rendue possible par « l'extraction » des morphèmes du discours oral et leurs multiples réagencements dans des contextes différents (J. Le Goff, 1988, 116 et suivantes ; J. Goody, 1979, 145-146).

Des sociétés sans écriture aux sociétés urbanisées, la fixation et la mémorisation des savoirs suivent donc une évolution historique, *allant des corps vers l'écrit*. Dans les sociétés sans écriture, le savoir n'est pas détachable des corps ; il est incorporé.

« Ce qui est appris par le corps n'est pas quelque chose que l'on a, comme un savoir que l'on peut tenir devant soi, mais quelque chose que l'on est. Cela se voit particulièrement dans les sociétés sans écriture où le savoir ne peut survivre qu'à l'état incorporé. Jamais détaché du corps qui le porte, il ne peut être restitué qu'au prix d'une sorte de gymnastique destinée à l'évoquer, *mimesis* qui, Platon le notait déjà, implique un investissement total et une profonde identification émotionnelle. [...] le corps se trouve ainsi continûment mêlé à toutes les connaissances qu'il reproduit et qui n'ont jamais l'objectivité que donne l'objectivation dans l'écrit et la liberté par rapport au corps qu'elle assure. »

(P. Bourdieu, 1980, 123)

A contrario, le développement de sociétés urbanisées implique une extériorisation de la mémoire collective, au travers de l'écrit, afin de fixer ce qui ne peut l'être autrement (actes juridiques, économiques et religieux, etc.).

« La mémoire collective, au début de l'écriture, n'a pas à rompre son mouvement traditionnel, sinon pour ce qu'il y a intérêt à fixer exceptionnellement dans un système social naissant. Ce n'est donc pas par coïncidence que l'écriture note ce qui ne se fabrique ni ne se vit normalement, mais ce qui fait l'ossature d'une société urbanisée, pour laquelle le nœud du système végétatif est dans une économie de circulation entre producteurs, célestes ou humains, et dirigeants. L'innovation porte sur la tête du système et englobe sélectivement les actes financiers et religieux, les dédicaces, les généalogies, le calendrier, tout ce qui, dans les structures nouvelles des cités, n'est fixable mémorativement de manière complète ni dans des chaînes de gestes, ni dans des produits. »

(A. Leroi-Gourhan, 1965, 67-68)

Dès son apparition, l'écriture prend ainsi très rapidement le pas sur la forme orale⁷¹, notamment en ce qui concerne les actes administratifs et juridiques. Cette prééminence, historiquement datable, ne fait que s'accroître au cours des périodes qui succèdent à l'Antiquité (J. Le Goff, 1988, 115-148). Les processus d'institutionnalisation, en cours dans les institutions éducatives vouées à l'enseignement de savoirs hautement techniques, reproduisent, en partie, ce mouvement des corps vers l'écrit lié à la désincarnation et à l'objectivation du savoir. Nous avons ainsi distingué différents niveaux d'institutionnalisation des connaissances, en respectant la chronologie de leur apparition et évolution, au travers des différentes énonciations orales – formulations, rappels – et inscriptions de connaissances (affiches ; cahier de leçons).

⁷¹ « *Verba volant, scripta manent* », disaient les Romains (proverbe latin : « *Les paroles s'envolent, les écrits restent.* »).

La forme écrite est donc, ici, considérée comme le geste ultime de décontextualisation du savoir, dégageée des variations prosodiques et gestuelles, comme des approximations sémantiques et syntaxiques, propres au discours oral. Ceci ne signifie pas, cependant, que les formes orales des interactions didactiques doivent passer au second plan. Ici, la hiérarchisation ne signifie pas suprématie, mais, plutôt, complémentarité via un processus d'institutionnalisation et de visibilité institutionnelle continu.

4-2-4 ANALYSE DES DONNEES

4-2-4-1 CLASSIFICATION DES CONNAISSANCES

Comment isoler les connaissances les unes des autres, quand elles s'étayent mutuellement et s'additionnent pour constituer de nouvelles connaissances ? Comment les qualifier, de façon claire et concise, sans trahir la richesse des interactions langagières, ni se perdre dans des échanges longs, parfois, de plusieurs minutes ?

Pour répondre à ces questions, la classification retenue a pris en compte, d'une part, les « coupures » opérées par les professeurs dans leur propre discours ; d'autre part, la grille de lecture choisie (J. Centeno, 1995, 38).

- Les enseignants séparent ainsi les connaissances les unes des autres, dans le temps et dans l'espace, à l'aide de nombreuses interjections, adverbes et locutions adverbiales (« bien ! » ; « bon ! » ; « alors », « alors, maintenant... », etc.).
- Les différents indicateurs retenus pour rendre compte du traitement discursif des connaissances – connaissances formulées / rappelées / inscrites – impliquent leur distribution dans le temps et dans l'espace (chronogénèse), suivant le rôle joué par chacun (topogénèse⁷²).
- Aux élèves, la responsabilité de la production des connaissances, à partir des situations et exercices proposés.
- Au professeur, la responsabilité des rappels et de l'inscription de certaines d'entre elles.

⁷² La chronogénèse implique, en effet, la distribution temporelle des connaissances. Elle a également facilité la classification de connaissances inévitablement proches les unes des autres via l'introduction d'un critère de classification supplémentaire : le degré de proximité temporelle des connaissances entre elles. Le *topos* de l'élève l'assigne à produire des connaissances au cours des activités proposées. Celui du professeur permet de rappeler et d'explicitier la signification d'une connaissance, via les différentes reformulations mobilisées dans des contextes différents. La topogénèse favorise ainsi la visibilité institutionnelle des connaissances.

La distribution spatiale et temporelle des connaissances, comme celle du traitement discursif dont elles sont l'objet, a ainsi rendu possible leur classification. Il était donc nécessaire de retranscrire précisément l'ensemble des interactions didactiques, afin d'identifier les coupures dans le discours professoral, et d'évaluer le degré de proximité syntaxique et sémantique des différents énoncés à partir de la stratégie de l'enseignant.

Ont été également notées les inscriptions copiées sur le tableau de la classe (écritures mathématiques ; symboles, phrases, graphiques, droites graduées, surfaces unités, tableau de numération, etc.), ainsi que certains gestes, significatifs pour l'enseignement⁷³. L'ensemble a été souvent accompagné de commentaires sur les exercices proposés.

4-2-4-2 MISE EN FORME DES DONNEES

A partir de ce corpus, nous avons « condensé » chaque formulation de connaissance en un court énoncé. Du fait des contraintes de communication, de très nombreuses formulations et reformulations présentent, en effet, un caractère elliptique, pour qui ne connaît pas les arrière-plans sous-tendant leur production. Il a donc été nécessaire de les présenter de façon claire et synthétique, en reprenant, si possible, certains des termes utilisés dans les échanges.

Un exemple de mise en forme des données dans une classe de CM2

EE1 : « Hop ! Retour en arrière, on rembobine ! Si je partage en deux je vais obtenir... ? [Elève : Heu... Cinq... Cinq dixièmes !]... Non... Pas... J'ai mon unité ; si je la partage en deux, je vais obtenir des... ? [Elèves : Des demis !]... Des demis ! Si je la partage en trois ? [Elèves : Des tiers !]... Si je la partage en cinq ? [Elèves : Cinq dixièmes !]... Si je la partage en dix ? [Elèves : Dixièmes !]... Ça, on l'a vu, on est d'accord ? »
(EE1, début de 1^{ère} séance)

Cette interaction didactique portant sur la première connaissance énoncée dans la classe de EE1 a été numérotée C01-1. Elle porte sur la signification de dénominateurs différents de fractions unitaires, afin d'expliquer la consigne d'un énoncé où il est demandé

⁷³ Par exemple, quand, sans rien dire, un enseignant montre, d'un geste, une écriture mathématique inscrite quelques minutes avant au tableau, il « rappelle » la ou les connaissances antérieures que cette écriture représente, établissant ainsi un lien avec la ou les connaissances mobilisées maintenant. La définition que nous avons retenue pour les rappels ne permet cependant pas de considérer ce geste comme un rappel, en ce sens qu'elle n'est pas explicite, contrairement à une énonciation orale.

aux élèves de mesurer des bandes de différentes longueurs, à l'aide d'une bande unité exprimée en dixièmes.

Par ailleurs, elle renvoie à une connaissance abordée au cours des semaines précédentes sur le partage des unités en demis, tiers, cinquièmes et dixièmes ; connaissance qui est donc rappelée dès le début de l'étude. On peut donc la coder CR01-1 (connaissance C01-1 rappelée). Nous définissons le terme de « connaissance » de la façon suivante.

Connaissance : *Énoncé mathématique, explicitement formulé, rappelé et/ou inscrit par l'enseignant, qui le fait ainsi exister en tant que connaissance, permettant de prendre une décision, effectuer un calcul, justifier une procédure ou une écriture, lors de l'étude d'un objet mathématique. Chaque énoncé est l'objet d'un traitement discursif et sémiotique différencié allant de la simple formulation jusqu'au rappel et/ou à l'inscription sur le cahier de leçons, suivant son rôle dans la stratégie didactique de l'enseignant.*

Exprimée sous une forme indépendante des arrière-plans de la communication, conformément au principe d'exprimabilité⁷⁴, la connaissance CR01-1 peut être condensée dans l'expression suivante :

*CR01-1: Si on partage une unité en deux on obtient des demis ; en trois, on obtient des tiers ; en cinq, on obtient des cinquièmes ; en dix, on obtient des dixièmes*⁷⁵.

La production de certaines connaissances, correspondant à des interactions orales assez longues, a pu ainsi donner lieu à des énonciations relativement courtes, comme dans l'exemple suivant.

EE1 : « [...] je ne vais pas le rappeler, c'est vous qui allez le rappeler, quand même, hein !— parce qu'il y en a qui se posent toujours la question ; qui hésitent toujours... *A priori*, dans notre situation, le segment unité, il a quoi... Comment il est partagé ; qu'est-ce qu'il a de particulier ? [...] [Vincent : Dix]... Dix morceaux !... Donc, *à priori* ... [EE1 trace au tableau une unité qu'il partage en dix fractions de 1/10]... S'il est partagé en dix morceaux, ça veut dire quoi ? [EE1 joue d'une intonation moins forte pour indiquer qu'il faut faire attention à ce qui se dit] ... [Silence]... Qu'est-ce qu'on peut en dire ?... On sait que c'est notre unité : OK, voilà... ! [EE1 écrit 0 et 1 en face des 2 extrémités de l'unité] [...] [Elève : Ça sera toujours des dixièmes !]... *D'accord* ! On est bien d'accord ! S'il est partagé en dix morceaux, ce sont des ... ? [Elèves : Dixièmes !] »
(EE1, début de 1^{ère} séance)

⁷⁴ « [...] pour toute signification X, et pour tout locuteur L, chaque fois que L veut signifier (à l'intention de transmettre, désire communiquer, etc.) X, alors il est possible qu'il existe une expression E, telle que E soit l'expression exacte ou la formulation exacte de X. [...] Le principe d'exprimabilité a de multiples conséquences et présente un grand nombre de ramifications. [...] Il a pour conséquence que, d'un point de vue théorique, il n'est pas essentiel pour la communication linguistique d'envisager les cas où le locuteur ne dit pas exactement ce qu'il veut signifier. Parmi ces cas, les principaux sont : les sous-entendus, les imprécisions, les ambiguïtés, et les expressions incomplètes. » (J. SEARLE, 1972, 56-58)

⁷⁵ Cf. Annexes, Sections 4 et 5, EE1 (début de 1^{ère} séance).

Cette connaissance est un rappel de la connaissance précédente C01-1, renvoyant elle-même, nous l'avons vu, à des savoirs abordés au cours des semaines précédentes. Elle a donc été notée CR01-1 et a été condensée dans l'expression suivante :

CR01-1 : Si on partage une unité en dix, on obtient des dixièmes.

La connaissance C01-1, correspondant à la première des connaissances reformulées par EE1, fera ainsi l'objet de multiples reformulations et rappels, tout au long des séances observées.

Traitant d'un même objet mathématique, en fonction d'une stratégie didactique donnée, l'enseignant induit une plus ou moins grande proximité entre les connaissances, suivant les exercices et situations proposés. On peut ainsi constater une proximité syntaxique et sémantique entre C01-1 et deux connaissances voisines, formulées ultérieurement.

La première de ces connaissances voisines est formulée quelques secondes après le premier rappel CR01-1, toujours afin d'expliquer l'énoncé de la consigne portant sur la mesure de bandes de longueurs différentes à l'aide d'une bande unité graduée en dixièmes.

EE1 « Donc, ça veut dire que je l'ai... on va dire, graduée en dixièmes, d'accord ? ! Donc, *de là à là* [EE1 indique la distance séparant le 0 de la première fraction d'unité qu'il vient de tracer au tableau]... Ça représente *quelle* fraction de l'unité ? [Elève : Un dixième]...Et jusque là [EE1 indique la distance qui sépare 0 de la notation 2/10] ? [Elève : Deux... dixièmes]... [EE1 montre la distance trois dixièmes.] [Elève : Trois dixièmes]... Et cetera, et cetera !... On est d'accord, hein ? ! » (EE1, début de 1^{ère} séance)

Cette connaissance porte sur la signification de numérateurs de fractions décimales. Elle n'est donc pas exactement identique à C01-1 traitant des dénominateurs de fractions décimales et non décimales. Nous l'avons donc notée C01-2. Par ailleurs, elle a fait l'objet d'une simple formulation ; non d'un rappel. On peut donc la coder CF01-2 (connaissance C01-2 formulée)⁷⁶. Elle a été condensée sous la forme suivante :

CF01-2 : Une part de l'unité partagée en dixièmes représente un dixième : 1/10. Deux parts de l'unité partagée en dixièmes représentent deux dixièmes : 2/10. Trois parts de l'unité partagée en dixièmes représentent trois dixièmes : 3/10.

⁷⁶ Afin d'éviter une certaine lourdeur dans les tableaux récapitulants le traitement sémiotique et discursif des différentes connaissances mobilisées dans les classes, nous avons opté pour un codage basé sur trois couleurs : un fond blanc pour les connaissances formulées ; jaune ou orange pour les connaissances rappelées ; rose pour les connaissances inscrites (copiées sur un support officiel : cahier de leçons ou affiche). Si l'on reprend les exemples cités, les connaissances CF01-2 (connaissance formulée C01-2) et CR01-1 (connaissance rappelée C01-1) ont été ainsi respectivement codées : C01-2 et **C01-1** (cf. Annexes, Section 5).

La deuxième connaissance, proche de C01-1, fait l'objet d'un rappel vers la fin de la première séance. Suite à un exercice où il est demandé de chercher la fraction représentant la partie coloriée d'un carré-unité divisé en centièmes et à la réponse erronée d'un élève ($5/8$), EE1 revient sur la signification de cette fraction, abordée lors des semaines précédentes, afin de montrer que ce n'est pas la bonne réponse.

EE1 « Petit retour en arrière – je sais, je vous embête, mais tant pis, j'insiste – là, Alicia [EE1 montre la fraction qu'il vient d'écrire au tableau], si la partie rose représente $5/8$ de ABCD, ça veut dire quoi, $5/8$ de ABCD ? [...] j'aimerais savoir, tout simplement, qu'est-ce que ça veut dire prendre cinq huitièmes de quelque chose ? [...] [Elève : Ça veut dire que l'unité, c'est huit]... Mal dit...mais, heu... L'unité fait huit et que... ? ! [Elève : Et qu'on en prend cinq !]... Et on en prend cinq ! Alors, plutôt que « L'unité fait huit », ça veut dire... Plutôt que « fait », c'est quoi ? [Elève : Elle est partagée !]...Elle est partagée en huit, on en prend cinq. Et qu'on en prend cinq ! »
(EE1 ; fin de 1^{ère} séance)

Cette connaissance se distingue à la fois de C01-1 et C01-2 car elle porte sur la signification concomitante du numérateur et du dénominateur d'une fraction non unitaire. Nous l'avons donc notée C01-3. Comme il s'agit d'une connaissance rappelée, nous l'avons codée CR01-3. Elle a été condensée sous la forme suivante :

CR01-3 : Cinq huitièmes d'ABCD signifie que l'unité est partagée en huit et qu'on en prend cinq.

On voit bien que ces trois connaissances présentent, syntaxiquement et sémantiquement, un « air de famille », puisqu'elles traitent toutes des écritures et de la signification du numérateur et/ou du dénominateur de fractions décimales et non décimales. Par ailleurs, une telle proximité n'existe que parce qu'existent les connaissances ainsi caractérisées. Autrement dit, la proximité des connaissances est liée à la stratégie retenue par l'enseignant et le choix de provoquer l'apparition de certaines connaissances servant son projet didactique. Nous les avons donc regroupées derrière une même connaissance générique C01, traitant de la signification du numérateur et du dénominateur d'une fraction. Nous définissons ce terme de la façon suivante.

Connaissance générique : *Énoncé mathématique général regroupant un certain nombre d'énoncés mathématiques dont la proximité syntaxique et sémantique est notamment liée à la stratégie didactique de l'enseignant, lors de l'étude d'un objet mathématique⁷⁷.*

⁷⁷ Il est important de préciser que les connaissances apparaissant dans le milieu didactique ne sont pas explicitement regroupées derrière des connaissances génériques. Nous avons établi cette classification supplémentaire, afin de mieux saisir les correspondances entre, d'une part, la stratégie didactique arrêtée par chaque enseignant et, d'autre part, les principaux « blocs » de connaissances, mobilisés dans ce but. Suivant

Dans le même ordre d'idées, les connaissances C02-1 et C02-2 présentent un air de famille qui permet de les regrouper derrière une définition générale C02 (décomposition d'une fraction décimale) et de les différencier des connaissances relevant de C01. Les connaissances relevant de C01 et celles relevant de C02 ne traitent pas, en effet, des mêmes propriétés des fractions, pas plus qu'elles ne mobilisent les mêmes écritures ; elles sont, syntaxiquement et sémantiquement, différentes.

Voici un extrait de la classification de connaissances à laquelle ont donné lieu les interactions didactiques dans la classe de EE1⁷⁸.

Figure 6 : EE1 / Distribution des connaissances formulées et rappelées (extrait)

C01-1	Si on partage une unité en deux on obtient des demis. Si on partage une unité en trois, on obtient des tiers. Si on partage une unité en cinq, on obtient des cinquièmes. Si on partage une unité en dix, on obtient des dixièmes.
C01-1	Si on partage une unité en dix, on obtient des dixièmes.
C01-1	Comme il y a « cent petits carrés » dans le carré ABCD, ce sont des centièmes.
C01-1	Quand on coupe un carré en cent petits carrés, ce sont des centièmes.
C01-1	Quand un carré est partagé en cent parties égales, on obtient des centièmes.
C01-1	Dans l'exercice l'unité de mesure est la seconde. Elle est partagée en cent.
C01-1	Si on partage un segment en dix parties égales on obtient des dixièmes. Et si on partage à nouveau un dixième en dix, on obtient 1/100 car en tout dans l'unité on aurait 100/100.
C01-1	Si on partage une unité en mille on obtient des millièmes
C01-2	Une part de l'unité partagée en dixièmes représente un dixième : 1/10. Deux parts de l'unité partagée en dixièmes représentent deux dixième : 2/10. Trois parts de l'unité partagée en dixièmes représentent trois dixièmes : 3/10.
C01-2	Un dixième < six dixièmes < vingt dixièmes
C01-2	Si je prends 40 petits carrés dans le carré ABCD, j'obtiens 40/100.
C01-2	Une des fractions colorées du carré représente 40/100.
C01-3	Cinq huitièmes de ABCD signifie que l'unité est partagée en huit et qu'on en prend cinq.
C01-3	$5 \times 8 = 5 / 8$
C02-1	$11/10u = 10/10u + 1/10u$
C02-1	$2u + 8/10u = 28/10u = 10/10u + 10/10u + 8/10u$ (« écritures équivalentes »).
C02-1	$2u + 1/10u = 21/10u = 10/10u + 10/10u + 1/10u$
C02-1	$92/10 = 90/10 + 2/10 = 9 + 2/10$
C02-1	Dix-huit dixièmes c'est un plus huit dixièmes
C02-1	$50/10 + 6/10 = 56/10$
C02-1	$176/10 = 170/10 + 6/10$
C02-1	$7300/1000 = 7000/1000 + 300/1000$
C02-2	$26/10 = 20/10 + 6/10 = 2 + 6/10$; donc $2 < 26/10 < 3$
C02-2	$94/10 = 90/10 + 4/10 = 9 + 4/10$; $9 < 94/10 < 10$
C02-2	En décomposant [une fraction décimale], on peut l'encadrer entre deux nombres

Lecture _ Les couleurs correspondent au traitement discursif et sémiotique de chaque connaissance. En blanc, figurent les formulations ; en jaune et orange les rappels. La connaissance C01-1 a fait l'objet de 3 formulations, 5 rappels et d'aucune inscription.

Dans la figure ci-dessus, les connaissances rappelées sont indiquées sur fond jaune ou orange, suivant le type de rappels dont elles sont l'objet⁷⁹ ; les connaissances formulées sur fond blanc. Un tel classement rend ainsi possible une analyse à la fois qualitative et quantitative (traitement discursif et sémiotique des connaissances /

la stratégie, en effet, les connaissances et les blocs de connaissances qui les regroupent sont assez différents. Nous en trouverons des exemples, notamment dans le chapitre 10, avec EC1/EC2 et EC3/EC4.

⁷⁸ Pour consulter l'ensemble de la classification, consulter les annexes : Section 5 / EE1.

⁷⁹ Une typologie des rappels et des phases de rappels, liée au type d'activités engagées, sera proposée, dans la deuxième partie (cf. Chapitre 8).

fréquence), en permettant notamment de comparer les connaissances faisant ou non l'objet de rappels avec celles qui seront finalement institutionnalisées.

Ce premier classement renvoie à une classification en connaissances et en connaissances génériques, dont nous donnons un extrait dans la figure suivante⁸⁰.

Figure 7 : EE1 / Connaissances génériques et stratégie didactique (extrait)

C01	Signification du numérateur et du dénominateur d'une fraction	
	C01-1	Signification du dénominateur: si on partage une unité en deux, trois, cinq, dix, cent, on obtient des demis, tiers, cinquièmes, dixièmes, centièmes
	C01-2	Fraction décimale : signification du numérateur et du dénominateur ; addition / multiplication de fractions de même dénominateur
	C01-3	Fractions non décimales : signification du numérateur et du dénominateur
C02	Décomposition d'une fraction décimale	
	C02-1	Décomposition "partielle" d'une écriture fractionnaire décimale
	C02-2	Décomposition "complète" d'une écriture fractionnaire décimale (nombre entier + fraction décimale < 1)

***Lecture** – La connaissance générique C02 portant sur la décomposition d'une fraction décimale entre deux nombres entiers successifs est constituée de deux connaissances C02-1, C02-2 qui constituent deux procédures différentes permettant de réaliser la même tâche (la décomposition d'une fraction décimale).*

Celle-ci permet à son tour de mieux évaluer la stratégie retenue par l'enseignant dans son étude des fractions décimales⁸¹. Précisons que la numérotation des connaissances génériques (C01/C02/C03...) ne correspond pas à l'ordre d'apparition des connaissances

⁸⁰ On trouvera l'ensemble des classements de connaissances et de connaissances génériques, pour chacun des enseignants de collège et d'élémentaire, en Annexes (cf. Annexes, Section 5).

⁸¹ Dans le cas de EE1, la mobilisation de connaissances portant, respectivement, sur la signification du dénominateur et du numérateur d'une fraction (C01), sur la décomposition partielle ou totale d'une fraction décimale (C02) sur les différentes écritures fractionnaires décimales de l'unité (C03) et sur l'enlèvement au numérateur de 1, 2 ou 3 chiffres suivant qu'on le divise par 10, 100 ou 1000, va rendre ultérieurement possible l'encadrement de fractions décimales exprimées en dixièmes, centièmes et millièmes entre deux nombres entiers, comme dans l'exemple suivant, mobilisé lors de la dernière séance :

- $297\ 300/1000 = 200\ 000/1000 + 90\ 000/1000 + 7\ 000/1000 + 300/1000$;
- $297\ 300/1000 = 200 + 90 + 7 + 3/10$;
- $297\ 300/1000 = 297 + 3/10$.

Ces connaissances vont également permettre l'introduction du *Nombre cible* – jeu dans lequel les élèves doivent trouver un nombre choisi par EE1 à l'aide d'encadrements successifs de plus en plus petits – préparatoire à l'approche des nombres décimaux.

au cours des différentes leçons sous forme de reformulations ou de rappels⁸². La chronogenèse des connaissances dans la classe de EE1 fait ainsi état de la connaissance C02-1 *avant* la connaissance C01-3.

4-3 Synthèse

Notre objet de recherche – l'étude comparative des effets du découpage du temps institutionnel sur la gestion de la mémoire didactique – impliquait la satisfaction d'un nombre important de conditions.

En premier lieu, il fallait identifier deux niveaux suffisamment proches pour que l'on puisse les comparer et sur lesquels il était possible de mettre en évidence des organisations de temps institutionnels suffisamment différentes. Le choix s'est donc porté sur le CM2 et la sixième, étudiés depuis longtemps par la recherche, pour leur grande proximité et également leurs grandes différences.

En second lieu, il fallait trouver un objet mathématique qui se prête à l'étude du fonctionnement de la mémoire didactique. De part les changements de statuts et la forte contextualisation des connaissances qu'implique leur enseignement (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 205-206), les nombres décimaux se sont imposés.

Enfin, il fallait trouver des enseignants de CM2 et de sixième susceptibles d'accepter les contraintes liées à la mise en place du dispositif d'observation. Plusieurs séances devaient, en effet, être filmées afin de rendre possible la transcription très précise des faits et gestes des enseignants, susceptibles d'intervenir dans le traitement discursif et sémiotique des connaissances mobilisées. Les méthodes d'enseignement devaient également être représentatives des pratiques habituelles. La proposition d'un maître formateur, enseignant dans un quartier difficile de la CUB a ainsi été écartée.

Nous avons eu recours, par conséquent, à une approche à la fois officielle et indirecte, imposée par l'objet de recherche.

- En amont, il fallait obtenir l'accord des autorités administratives responsables (principaux de collège, inspecteurs de circonscriptions) et si possible, l'appui du personnel encadrant (conseillers pédagogiques).

⁸² La connaissance générique C01 a ainsi été reformulée en premier sous la forme d'une première connaissance C01-1.

- En aval, il fallait obtenir l'accord des élèves et des parents, conformément à la loi sur le droit à l'image.

Cette approche a donc, probablement, facilité le recrutement des enseignants enquêtés, en conférant à notre recherche un caractère officiel : aucun des enseignants contactés par sa hiérarchie n'a ainsi ultérieurement, refusé le dispositif mis en place. Nous ne sommes pas certain, étant donnée la lourdeur du dispositif, que tous auraient si facilement accepté de se prêter à des observations filmées, si nous avions cherché à les contacter par une autre voie. En revanche, l'intérêt pour ce type de recherche était sincère ; deux enseignants de collège nous ont fait part, ainsi, des différents stages de liaison CM2 / sixième auxquels ils avaient participé.

Entre la fin du mois de septembre 2006 et la mi-février 2007, quatre enseignants de CM2 de quatre écoles différentes et quatre enseignants de sixième de deux collèges différents ont donc accepté, au sein de leurs classes, la présence d'un observateur et d'un dispositif d'observation contraignant, sur un ensemble de quarante séances : dix-sept en CM2 ; vingt-trois en sixième.

Une fois les données recueillies, nous les avons codées et analysées à partir d'indicateurs rendant compte des processus d'institutionnalisation, au sein de l'enseignement élémentaire et secondaire. Processus qui, selon nous, est concomitant de la mise en place d'une *visibilité* élective des savoirs relevant de l'étude.

Cette visibilité est liée à la publicité du processus d'institutionnalisation ; la traiter, c'est traiter de sa mise en œuvre au travers de pratiques sociales publiques. D'une façon ou d'une autre, l'enseignant doit, en effet, rendre visible, rationnel et compréhensible, le processus qui conduit à construire et ne retenir que quelques connaissances.

Le fait de nommer et désigner celles-ci, constitue, par conséquent, un premier palier dans le processus d'institutionnalisation. La formulation explicite de certaines des connaissances produites au sein du milieu didactique, les fait exister en tant que telles, induisant, à terme, une modification des rapports au savoir des élèves.

Les rappels constituent un deuxième palier dans la désignation des connaissances visées par l'étude et dans l'organisation de la visibilité institutionnelle. Ils constituent, en

effet, des formulations spécifiques, en ce sens qu'ils satisfont à deux contraintes fondamentales de l'institutionnalisation.

- D'une part, ils portent sur les connaissances mathématiques relevant de l'étude, au même titre que les simples formulations et reformulations de connaissances.
- D'autre part, en tant qu'actes de langage spécifiques, liés à un discours d'institution (P. Bourdieu, 1982), ils confèrent aux connaissances rappelées une importance et une visibilité que les simples formulations ne sont pas en mesure de procurer.

Enfin, plus souvent dans les classes de sixième que dans celles de CM2, nous verrons qu'il existe un troisième et dernier palier, lié à la fixation et à la formalisation des connaissances par l'écrit.

Nous avons donc classé les connaissances énoncées dans les classes observées selon trois modalités liées aux différents paliers de visibilité institutionnelle.

- Premier palier : celui des connaissances formulées.
- Deuxième palier : celui des connaissances rappelées.
- Troisième palier : celui des connaissances inscrites.

Ces trois modalités nous permettront, entre autres, de différencier les processus de mémorisation et d'institutionnalisation en cours sur les deux niveaux et de poser la question de l'existence de cultures professionnelles différentes, sous-tendant les pratiques.

Dans les prochains chapitres de la deuxième partie, nous poserons la question de l'influence du découpage du temps institutionnel sur les activités et les formes de mémorisation engagées, comme nous avons pu le mettre en évidence vis-à-vis des titulaires remplaçants du premier degré.

Le chapitre cinq traitera, plus spécifiquement, des temps d'enseignement dont disposent, à chaque séance, les enseignants du premier et du second degré.

Chapitre 5

5 TEMPS INSTITUTIONNEL, TEMPS DE PRESENCE, TEMPS EFFECTIF D'ENSEIGNEMENT

5-1 Divergence ou convergence des temps d'enseignement ?

Dans la première partie, nous avons évoqué le rôle joué par la durée des missions des enseignants titulaires remplaçants du premier degré sur les activités engagées et la gestion du passé didactique de la classe. Puis, nous avons élargi la problématique au second degré.

- Existe-t-il, d'une façon générale, un lien entre le temps d'enseignement, les activités engagées et les formes de mémorisation ?
- Existe-t-il des différences suffisamment importantes entre les classes de CM2 et de sixième, pour que l'on puisse parler de cultures didactiques différentes, comme on a pu parler, vis-à-vis des remplaçants, d'identités professionnelles et de formes de professionnalisation spécifiques ?

Avant de répondre à une telle question, on doit par conséquent, être en mesure de constater une différence suffisamment importante entre les temps d'enseignement des classes de sixième et de CM2. Pour cela nous avons construit et défini deux indicateurs que nous avons adjoints au temps institutionnel.

- 1 Le temps de présence de l'enseignant devant les élèves.
- 2 Le temps d'enseignement effectif des mathématiques.

5-1-1 TEMPS INSTITUTIONNEL

A priori, on pourrait penser que, l'enseignement des mathématiques étant quotidien dans les classes de CM2 et quasi quotidien dans les classes de collège, les temps

institutionnels quotidiens alloués à l'enseignement des mathématiques dans les classes de CM2 et de sixième sont également très proches. En réalité, il n'en est rien.

L'arrêté du 14/01/2002⁸³ fixe à 4 heures le temps hebdomadaire consacré à l'enseignement des mathématiques pour le cycle d'adaptation (classes de 6^{ème}). Celui du 25/01/2002⁸⁴ attribue une fourchette horaire (5h /5h30) au temps hebdomadaire consacré à l'enseignement des mathématiques, pour le cycle des approfondissements (classes de CM2).

Il existe, par conséquent, dès le départ, une différence de volume horaire entre le premier et le second degré qui s'explique, entre autres, par l'attribution, au collège, d'un temps minimum garanti pour chaque discipline et qui entraîne, dans le même mouvement, la rigidité du temps institutionnel : tous les enseignants doivent cesser leur cours en même temps pour permettre au système de fonctionner.

Nous avons donc construit deux autres mesures du temps d'enseignement afin d'estimer l'impact temporel des contraintes organisationnelles et administratives pesant sur les séances de mathématiques dans le premier et le second degré. Ce qui nous intéresse, en effet, c'est d'arriver à distinguer le temps d'enseignement effectif des mathématiques de toute autre considération temporelle liée à des contraintes exogènes – administratives et organisationnelles – et d'établir un lien avec les activités engagées et la gestion de la mémoire didactique.

5-1-2 TEMPS DE PRESENCE DES ENSEIGNANTS DEVANT LEURS ELEVES

5-1-2-1 PRISE EN MAIN DE LA CLASSE

L'influence de l'installation, comme de la prise en main de la classe est, depuis longtemps, une réalité bien connue des chercheurs qui s'intéressent au collège. Dans son analyse sociologique de la crise des collèges au début des années 90, Demailly évoque déjà le temps nécessaire pour y parvenir.

« [...] [au collège] il faut retirer aux séquences de 55 mn le temps de déplacement, celui de l'installation (négociation des emplacements dans la salle sortie du matériel, éventuellement négociation du matériel) et le temps de fixation de l'attention. Ce préalable relativement bref dans une bonne classe peut durer un certain temps ailleurs ; la situation peut de plus à chaque seconde

⁸³ Journal Officiel du 09/02/2002, Bulletin Officiel n°8 du 21/02/2002.

⁸⁴ Journal officiel du 10/02/2002, Bulletin Officiel Hors série, n°1 du 14/02/2002.

« dégénérer » si l'enseignant n'est pas sur le qui-vive et le « préalable » doit être recommencé toutes les heures, à chaque « prise en main » d'un nouveau groupe-classe. » (L. Demailly, 1991, 114)

Au collège, la coordination de l'action d'enseignants spécialistes d'enseignements spécialisés entraîne inévitablement le déplacement des professeurs et/ou des élèves en des lieux d'enseignement différents. Les professeurs de sport, de musique ou de physique ne peuvent, en effet, se passer d'un minimum de matériel pédagogique sans lequel leur enseignement n'aurait aucun sens. Ils disposent, par conséquent, de lieux fixes consacrés exclusivement à leur enseignement. C'est le cas, également, de la plupart des autres professeurs enseignant des disciplines différentes, ce qui entraîne le déplacement d'une heure à l'autre, d'un cours sur l'autre, des élèves.

On peut donc supposer que le temps administratif ne correspond pas exactement au temps de présence devant les élèves, contrairement à ce qui se passe dans l'enseignement du premier degré, où la coordination de l'action se résume, la majorité du temps, à la coordination des enseignements les uns avec les autres, puisque, la plupart du temps, il n'y a qu'un seul enseignant face aux élèves⁸⁵.

5-1-2-2 DEFINITION ET RECUEIL DE LA MESURE

On peut définir le temps de présence des enseignants de la façon suivante.

***Temps de présence :** Temps pendant lequel les enseignants sont en présence des élèves de leurs classes, lors des séances de mathématiques, qu'ils enseignent cette discipline ou qu'ils règlent des questions d'ordre organisationnel ou administratif.*

Nous avons déclenché le chronomètre au moment où le professeur faisait entrer ses élèves en classe. Nous l'avons arrêté à la fin de la dernière intervention orale collective.

Exemples :

- Il peut arriver que le professeur reste encore quelques minutes avec un ou plusieurs élèves ; mais il ne s'agit plus alors d'un temps collectif et le chronomètre a été arrêté.
- Une alerte incendie interrompt la première séance de EC4, au bout d'une trentaine de minutes. la suite de la séance a été néanmoins chronométrée jusqu'au moment où EC4

⁸⁵ La mise en place des cycles (loi de 1989), puis la mise en place de l'enseignement d'une langue étrangère dès le cycle des apprentissages fondamentaux a bien eu pour conséquence, dans le premier degré, de rendre possible des décloisonnements sur une ou plusieurs matières. Mais ces décloisonnements ne concernent, majoritairement, qu'une, voire deux matières. Le professeur des écoles demeure un enseignant qui assure l'essentiel des enseignements pour une seule cohorte d'élèves.

quitte ses élèves, dans la cour, au moment de la récréation, une dizaine de minutes plus tard.

5-1-2-3 RESULTATS DES MESURES

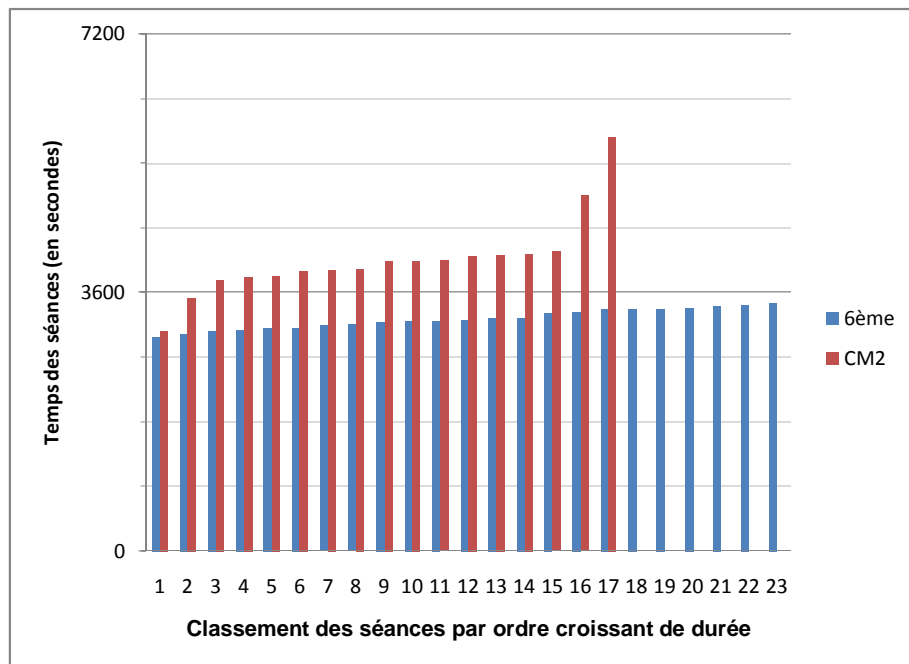
Le temps de chaque séance, exprimé en minutes et en secondes, permet d'aboutir à une durée moyenne des séances, pour chaque professeur. On constate une différence de l'ordre de près de treize minutes entre la durée moyenne des séances de mathématiques dans l'enseignement du premier degré et celle du second degré (très exactement : 13mn 49s)⁸⁶.

La durée moyenne des séances de collège étaient attendues : du fait d'un strict découpage temporel lié à la coordination de l'action à la fois simultanée et successive de très nombreux agents éducatifs, celles-ci ne peuvent, en effet, dépasser les horaires impartis sans prendre le risque de désorganiser l'ensemble du système. Ce qui surprend, en revanche, c'est le dépassement fréquent de l'heure de cours dans l'enseignement du premier degré et la durée de certaines séances.

Dans l'histogramme suivant, les temps de présence des professeurs d'école et de collège devant leurs élèves sont rangés par ordre croissant et permettent une visualisation des différences de distribution des temps de présence des enseignants dans le premier et le second degré.

⁸⁶ Le tableau récapitulatif de l'ensemble des temps de présence des quarante séances de CM2 et de 6^{ème} observées est consultable en Annexes, sous l'intitulé « Distribution du temps de présence des enseignants devant leurs élèves, en CM2 et en 6^{ème} » (cf. Annexes, Section 2).

Figure 8 : Distribution des temps de présence des enseignants en CM2 et en 6^{ème}



Lecture _ L'axe des ordonnées est gradué en heures (3600 secondes) ; le quadrillage secondaire correspond aux quarts d'heure (900 secondes). Les temps de présence des professeurs de collège devant leurs élèves relèvent d'une augmentation régulière, peu importante et assimilable à une fonction affine. La dispersion des temps de présence observés en CM2 est plus importante.

La distribution des temps de présence en sixième fait état d'une croissance faible et régulière (écart-type : 2mn 19s). Celle mesurée en CM2 montre une dispersion quatre fois plus importante (écart-type : 9mn 35s). Au-delà des pratiques déclarées⁸⁷, les enseignants d'élémentaire sont ainsi à même de multiplier par deux leur temps de présence devant leurs élèves, pour peu qu'ils débutent la matinée ou l'après-midi par des séances de mathématiques : la sonnerie, dans les écoles, ne retentit pas toutes les heures...

Cela a été le cas pour EE2 et EE3 qui ont dirigé les deux séances les plus longues en CM2.

- Celle de EE2 était située en début d'après-midi ;
- Celle de EE3 en début de matinée.

⁸⁷ Certains professeurs des écoles se sont expliqués à l'issue de séances particulièrement longues : ils n'auraient jamais fait aussi longs si nous n'avions pas été là. Même si l'on sait qu'une observation a toujours des incidences sur le milieu observé, il n'est pas sûr que cette raison soit la bonne. En effet, même en enlevant les deux séances les plus longues observées en élémentaire – la première séance de EE2 et la dernière séance de EE3 – l'écart-type calculé reste deux fois plus important qu'au collège. Par ailleurs, 15 des 17 séances de mathématiques enseignées en élémentaire (88%) sont *supérieures* au temps institutionnel quotidien imparti (1 heure), alors qu'au collège 9 séances sur 23 (39 %) sont légèrement au-delà du temps institutionnel (55 minutes).

En conséquence, on peut dire que la modulation des temps de séances est beaucoup plus importante chez les professeurs des écoles et que cette modulation est en corrélation directe avec les activités mobilisées, nécessitant des temps importants de manipulation et de recherche personnelle ou en groupes.

5-1-3 TEMPS EFFECTIF D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

5-1-3-1 DEFINITION ET RECUEIL DE LA MESURE

Pour estimer le temps effectif d'enseignement des mathématiques, il fallait en soustraire toutes les tâches qui ne relevaient pas directement d'une activité mathématique.

- Appel des élèves ; rappel à l'ordre ; distribution des devoirs corrigés ; récupération des devoirs à faire chez soi ; recherche sur le manuel de la page et de l'exercice à corriger, retour au calme (début de séance).
- Copie des devoirs sur le cahier de textes ; mots copiés sur le cahier de correspondance pour les élèves indisciplinés ou qui ne font pas leurs devoirs (fin de séance).

On peut donc définir ce temps de la façon suivante.

Temps d'enseignement effectif des mathématiques⁸⁸ : *Temps exclusivement consacré aux activités mathématiques (évaluations ; phases de recherche, de correction, de réorganisation), indépendamment des tâches organisationnelles et administratives.*

Nous avons donc déclenché le chronomètre, au moment de la première énonciation orale collective débutant, effectivement, la séance de mathématiques. Nous l'avons arrêté au moment de la dernière énonciation collective concluant, effectivement, la séance de mathématiques.

Exemples :

- En début de cinquième séance – après distribution des évaluations, explication du code de la correction et collage sur le cahier d'exercices – EC4 demande que quelqu'un rapporte le cahier de textes de la classe, oublié dans le cours précédent. Puis elle récupère les devoirs-maisons et fait une remarque au sujet de l'heure qui avance : « Ça fait dix minutes qu'on est rentré, les enfants, là, hein ! ». EC4 demande aux élèves d'ouvrir leur livre à la page de l'exercice à corriger ; certains élèves discutent, d'autres cherchent leur manuel ou leur

⁸⁸ Nous utiliserons indifféremment, au cours des chapitres suivants, les termes de « temps effectif d'enseignement » et de « temps d'enseignement effectif ».

cahier de devoirs. Deux minutes passent encore ; puis EC4 demande à un élève d'aller au tableau pour répondre à la première question. Nous avons déclenché le chronomètre à la fin de la consigne demandant à l'élève de passer au tableau.

- En milieu de première séance, EC4 interrompt son cours au bout d'une trentaine de minutes, suite à une alerte incendie. Elle pose sa craie, demande aux élèves de sortir dans le calme et sort avec eux, dans la cour. Nous avons arrêté le chronomètre au début du déclenchement de l'alarme, au moment où la voix de EC4 était couverte par le bruit de la sirène.
- En fin de séance, EC3 répond à une question d'un élève au sujet d'une écriture mathématique écrite au tableau. Puis il demande aux élèves de sortir leur cahier de texte ou leur donne des informations de dernière minute au sujet de la réunion de parents d'élèves qui aura lieu dans quelques jours. Nous arrêtons le chronomètre à la fin de la réponse du professeur vis-à-vis de l'écriture mathématique.

Le temps effectivement consacré à l'enseignement des mathématiques ou temps effectif d'enseignement se distingue, par conséquent, du temps de présence d'un enseignant devant ses élèves, de la même façon qu'il se distingue du *temps effectif alloué* à une discipline, utilisé dans les écoles pour évaluer les différences de temps alloués à chacune des disciplines dans différentes classes, voire à une même discipline, au sein d'une même classe (A. Delhaxhe, 1997)⁸⁹.

5-1-3-2 RESULTAT DES MESURES

Au collège, les nécessités organisationnelles et administratives doivent être réglées pour chacune des classes, heure par heure. Si, en outre, les enseignants sont professeurs principaux – ce qui était le cas, sur les classes de sixième observées, de deux

⁸⁹ L'indicateur que nous avons construit – le temps effectif d'enseignement consacré aux mathématiques – permet de comparer des temps d'enseignement sur des niveaux différents, en CM2 et en sixième. Il trouve sa justification dans le décalage observé entre le moment où débute un nouvel enseignement et le moment précis où sont effectivement engagées les activités relevant de ce même enseignement – fait courant au collège et inhérent aux tâches administratives et organisationnelles auxquelles les enseignants doivent faire face. Pour reprendre l'un des exemples précédents, utilisé pour définir ce même indicateur, le temps consacré par EC4 à la distribution des évaluations, à leur collage sur le cahier d'exercices puis à l'explication des codes de correction, n'a pas été pris en compte dans le temps effectif d'enseignement tel que nous l'avons défini, *alors qu'il pouvait parfaitement relever du temps effectif alloué aux mathématiques*. Il s'agit, par conséquent, d'un indicateur plus restrictif que celui de temps alloué à une discipline.

des quatre professeurs de collège – des nécessités administratives viennent alors s’ajouter aux contraintes précédentes (élections des parents d’élèves et des délégués de classe ; informations diverses liées à l’établissement scolaire, etc.). C’est donc sur leur temps de cours que ces professeurs assurent ces tâches.

En élémentaire, en revanche, les contraintes sont moins nombreuses ou peuvent être, en partie, reportées :

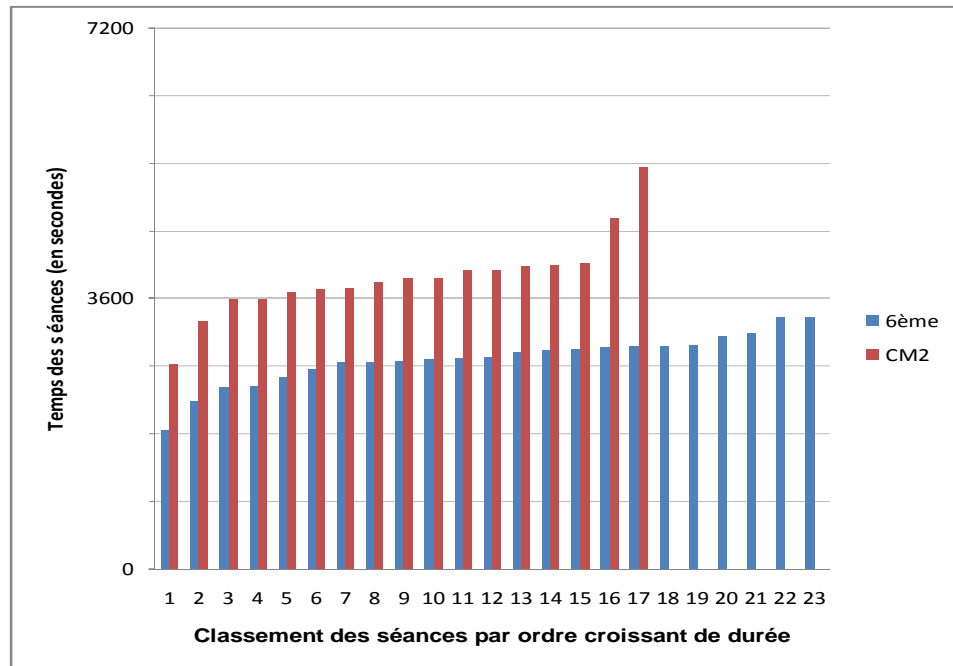
- l’appel n’est effectué qu’une fois dans la journée ;
- les explications et informations liées au fonctionnement de l’établissement peuvent être déplacées sur d’autres plages horaires ;
- les devoirs copiés en fin de cours au collège, le sont en fin de journée, souvent en dehors des créneaux horaires consacrés aux mathématiques.
- Les contraintes liées à la coordination de l’action à celle d’autres enseignants étant moins impérieuse, il est souvent plus facile d’allonger et de raccourcir une séquence en fonction de son déroulement et des aléas extérieurs⁹⁰.

L’ensemble de ces remarques permettait d’anticiper une accentuation de l’écart entre les temps moyens d’enseignement effectifs en CM2 et en sixième. Les résultats obtenus confirment une telle accentuation : en moyenne, l’écart passe de treize minutes et quarante-neuf secondes, à dix-huit minutes et sept secondes⁹¹.

⁹⁰ Prenons l’exemple d’un cas que nous avons rencontré lors de nos observations au collège : celle d’un cours interrompu en plein milieu par une alarme incendie. A la fin de cette alerte, pour peu que celle-ci ne soit pas trop longue, les élèves d’élémentaire auraient pu revenir dans leur classe pour poursuivre leur séance de mathématiques ; chose que n’ont pas pu faire les élèves de 6^{ème} qui sont restés à l’extérieur de l’établissement, puis sont partis sur un autre cours. Il n’était, en effet, pas possible de reprendre le cours en rallongeant la séance.

⁹¹ Temps d’enseignement effectif moyen en CM2 : 64mn 43s ; en sixième : 46mn 36s. La différence de ces deux temps moyens est donc de 18mn 07s. Le tableau récapitulant l’ensemble des temps effectifs d’enseignement des quarante séances de CM2 et de 6^{ème} observées est consultable en Annexes, sous l’intitulé « Distribution du temps effectif d’enseignement, en CM2 et en 6^{ème} » (cf. Annexes, Section 2).

Figure 9 : Distribution des temps effectifs d'enseignement en CM2 et en 6^{ème}



Lecture Comme c'était le cas en ce qui concerne le temps de présence, le temps d'enseignement effectif des mathématiques est supérieur en élémentaire. Pour les classes de 6^{ème}, on constate un net éclatement des temps que l'on n'observait pas avec le temps de présence et lié à des contraintes organisationnelles et administratives des établissements du second degré généralement traitées en début de séance : récupération / distribution de devoirs maisons ; appel en début de chaque cours ; informations administratives diverses ; alertes incendies, etc.

Vis-à-vis des temps de présence, on observe une diminution plus forte au collège qu'en élémentaire (7mn 16s contre 2mn 58 s). Par ailleurs, l'écart-type des temps d'enseignement effectif du second degré fait plus que doubler (on passe de 2mn 19s, à 5mn 39s). La séance tronquée de EC4 n'explique pas tout. En effet, si l'on ne tenait pas compte de cette séance d'enseignement, anormalement courte, l'écart type ne serait pas loin, malgré tout, de doubler (il passerait de 2mn 19s à 4mn 35s). Ce résultat est à comparer à la faible diminution concomitante des temps effectifs d'enseignement vis-à-vis des temps de présence des enseignants.

Que peut-on en tirer comme enseignements ?

D'une part, que les enseignants du premier degré *choisissent* de moduler le temps d'enseignement de leurs séances selon les situations qu'ils mobilisent, alors que les enseignants du second degré *subissent* des modulations de leur temps d'enseignement liées à des contraintes exogènes organisationnelles et administratives qu'ils ne peuvent que difficilement contrôler.

Suivant les indicateurs retenus, la différence entre les temps moyens d'enseignement au collège et en élémentaire, par séance, ne cesse ainsi de s'agrandir.

- Différence entre les temps institutionnels alloués à chaque séance : cinq minutes.
- Différence entre les temps moyens de présence : treize minutes, quarante-neuf secondes.
- Différence entre temps moyens effectifs d'enseignement : dix-huit minutes, sept secondes.

5-1-4 AGIR SUR D'AUTRES MODALITES DU DECOUPAGE DU TEMPS INSTITUTIONNEL

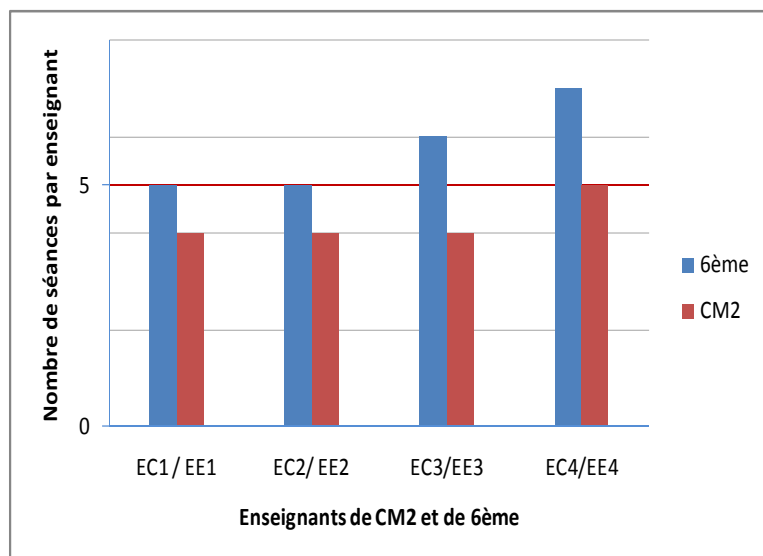
5-1-4-1 LE NOMBRE DE SEANCES

Il paraît donc logique que les professeurs de collèges agissent sur d'autres variables, afin de minimiser les conséquences de contraintes exogènes sur le temps effectif d'enseignement. Le nombre de séances est l'une d'entre elles. Dans tous les cas, ce nombre est supérieur ou égal à celui observé en CM2⁹².

- 17 séances consécutives ont été consacrées à l'étude des nombres décimaux et/ou des fractions décimales dans les classes de CM2.
- 23 séances consécutives ont été consacrées à l'étude des nombres décimaux et/ou des fractions décimales dans les classes de sixième ; soit une différence de six séances.

⁹² Il existe d'autres modalités du découpage du temps institutionnel sur lesquelles les professeurs peuvent encore jouer : par exemple le « tuilage didactique », c'est-à-dire la reprise et l'approfondissement, à un autre moment de l'année, de ce qui vient d'être enseigné. Une telle modalité n'a pu être prise en compte, du fait du temps de présence qu'elle aurait nécessité.

Figure 10 : Distribution du nombre de séances observées en CM2 et en 6^{ème}



5-1-4-2 TEMPS TOTAL D'ENSEIGNEMENT EFFECTIF

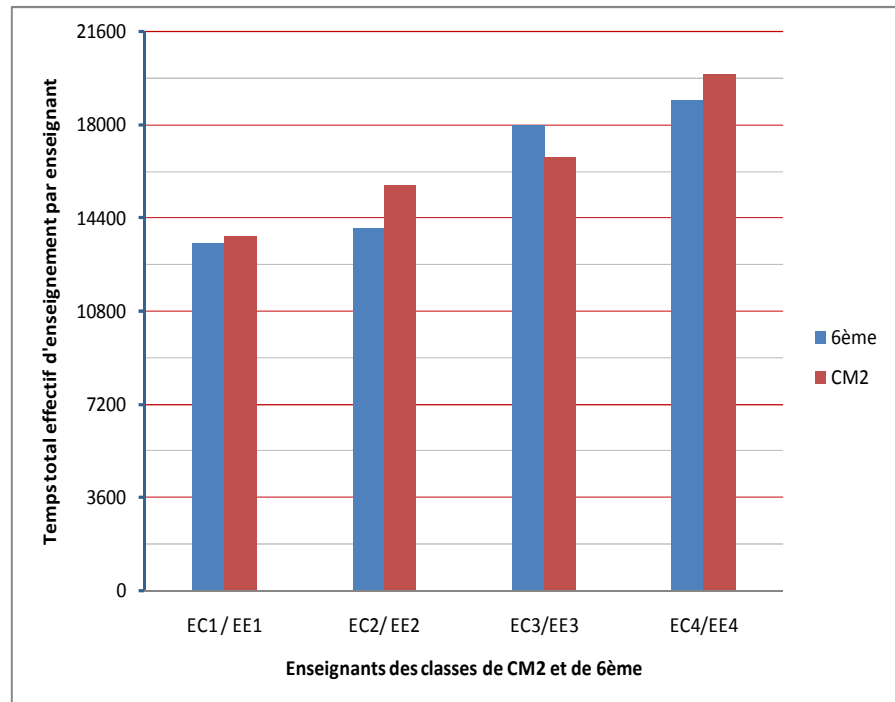
En agissant sur cette variable d'ajustement que constitue le nombre des séances, les enseignants de collège compensent ainsi, en grande partie, un temps moyen effectif d'enseignement nettement inférieur à celui observé en CM2. Si l'on calcule, cette fois, la *durée* totale d'enseignement effectif des mathématiques au collège et en élémentaire, on constate que l'écart diminue fortement (de 38 % à, environ, 3 %).

- Le volume horaire global d'enseignement effectif des mathématiques dans le second degré représente ainsi un peu plus de 97% de celui des enseignants du premier degré (17h 51mn 55s dans les classes de sixième; 18h 20 mn 08s dans les classes de CM2)⁹³.
- Cependant, même avec six séances de moins, le total du temps effectif d'enseignement au CM2 reste supérieur d'une trentaine de minutes.

Dans trois cas sur quatre, les maîtres et maîtresses de CM2 continuent à consacrer un peu plus de temps à l'étude du même objet mathématique.

⁹³ Une telle adéquation des temps effectifs d'enseignement peut être rapprochée de l'invariance temporelle, constatée dans les classes de cycle 3, entre le temps de recherche laissé aux élèves et la durée globale de résolution des problèmes (E. Allègre, J.-J. Maurice, 2002, 115-124).

Figure 11 : Distribution du temps total d'enseignement effectif, par classe



***Lecture** _ Sur l'axe des ordonnées figurent les heures (exprimées en secondes). EE1 en CM2 et EC1 en 6^{ème} consacrent ainsi chacun un peu plus de 3 heures et demies à l'étude des fractions décimales et des nombres décimaux. EE4 et EC4 y consacrent le plus de temps (plus de cinq heures).*

On observe une forte corrélation entre le nombre de séances et le temps total d'enseignement effectif par enseignant, confirmant le rôle de variable d'ajustement joué par ce même nombre. Ceux qui consacrent moins de séances à l'étude d'un objet mathématique choisissent, également, de disposer de moins de temps effectif d'enseignement.

Il s'agit donc d'une stratégie générale, propre à chaque enseignant, fonction du nombre d'objets mathématiques du programme, de la difficulté et de l'importance qu'il accorde à chacun d'entre eux.

5-2 Synthèse

5-2-1 DIVERGENCE DES TEMPS D'ENSEIGNEMENT EFFECTIFS EN CM2 ET EN SIXIEME

La construction successive de deux nouveaux indicateurs temporels – temps de présence / temps effectif d'enseignement – a mis en évidence une différence allant croissant, entre le premier et le second degré.

Au collège, pour pallier à un temps effectif d'enseignement nettement inférieur au temps administratif (47 mn / 55 mn), les enseignants augmentent le nombre de séances, compensant ainsi l'essentiel de la différence. *Il reste, cependant, qu'ils n'ont aucun moyen d'agir sur le temps effectif de chacune de leurs séances ; temps inférieur de 30 %, à celui du CM2⁹⁴.*

Par ailleurs, comme le montrent les écarts-types moyens des temps effectifs en CM2 et en sixième (9mn 08s contre 5mn 39s), les enseignants de sixième ont moins la possibilité de moduler le temps d'une séance, afin de mobiliser des activités plus chronophages, liées à des situations didactiques complexes nécessitant le travail en équipe et la confrontation des idées. La modulation du temps est donc toujours une modulation subie, à la baisse⁹⁵.

5-2-2 UN TEMPS DIFFERENT POUR DES PRATIQUES DIFFERENTES ?

Les différences observées nous semblent donc suffisamment importantes et uniformément réparties, pour poser la question de leurs conséquences, en termes d'activités engagées ou de gestion de la mémoire didactique.

A l'image des « *fast-thinkers* » – évoqués par Bourdieu dans son étude sur la télévision – les enseignants de collège et de lycée ne seraient-ils pas alors des « *fast-*

⁹⁴ Si l'on fait le rapport entre le temps effectif moyen, exprimé en secondes, des classes de 6^{ème} (46mn 36s = 2796s) avec celui des classes de CM2 (64mn 43s = 3883), on obtient un résultat de 0,72 (≈ 0,7), correspondant par conséquent à 70 % du temps moyen d'enseignement effectif au CM2.

⁹⁵ Sur 23 séances observées en 6^{ème}, un seul temps effectif d'enseignement des mathématiques dépasse la barre des 55 minutes (4,35 % ≈ 1 séance sur 25) et aucun temps ne dépasse la barre des 60 minutes. Au CM2, 13 séances sur 17 vont au-delà du temps légal et dépassent la barre des 60 minutes (76,48 % ≈ 19 séances sur 25). Le tableau récapitulatif l'ensemble des temps effectifs des séances de CM2 et de 6^{ème} est consultable en Annexes, sous l'intitulé « Distribution du temps effectif d'enseignement, en CM2 et en 6^{ème} » (cf. Annexes, Section 2).

teachers », soumis, à la fois, à la rigidité du temps institutionnel ainsi qu'à un ensemble de contraintes exogènes qu'ils ne peuvent ni éviter, ni différer ?

« [...] il y a un lien entre la pensée et le temps. Et un des problèmes majeurs que pose la télévision, c'est la question des rapports entre la pensée et la vitesse. Est-ce qu'on peut penser dans la vitesse ? Est-ce que la télévision, en donnant la parole à des penseurs qui sont censés penser à vitesse accélérée, ne se condamne pas à n'avoir jamais que des *fast-thinkers*, des penseurs qui pensent plus vite que leur ombre... »

(P. Bourdieu, 2008, 30)

A l'inverse, les enseignants de CM2 – détachés des contraintes liées à la coordination de l'action d'enseignants spécialistes – ne seraient-ils pas des « *slow-teachers* », disposant d'un temps extensible, hors contrôle ? Au travers de cette question c'est donc la problématique plus générale, des rapports entre temps institutionnel, activités et formes de mémorisation qui se trouve posée.

Dans le chapitre suivant, nous commencerons par identifier les différentes activités mobilisées dans les classes de sixième et de CM2, en mesurant les temps respectifs qui leur sont consacrés.

Chapitre 6

6 TEMPS ET ACTIVITES EN CM2 ET EN SIXIEME

6-1 Phases de recherches, de jeux, de corrections et de réorganisations

6-1-1 DEFINITIONS

Conformément à notre problématique – celle de l’hypothèse d’un lien entre découpage du temps institutionnel, activités engagées et formes de mémorisation – nous avons construit quatre indicateurs, afin de distinguer les activités à la charge des élèves et celles à la charge de l’enseignant.

L’étude du processus d’institutionnalisation demande, en effet, que l’on fasse la différence entre les moments où les élèves, conformément à leur *topos*, essaient de réaliser les situations et les exercices proposés et les moments où, l’enseignant, conformément à son *topos*, désigne les connaissances importantes liées à cette réalisation et/ou institutionnalise certaines d’entre elles.

6-1-1-1 PHASES DE RECHERCHE

Les phases de recherche correspondent à la première possibilité, qu’il s’agisse de la réalisation individuelle d’exercices proposés en classe ou de la résolution, en groupes plus ou moins importants, de problèmes inhérents aux situations proposées.

Nous avons défini ce type de phase de la façon suivante.

Activités de recherche : Phases au cours desquelles les élèves réalisent – individuellement, en petits groupes, en grands groupes, en classe entière – les exercices et situations proposées.

- Les rappels sont alors individuels ou destinés à un groupe restreint. Ils ne renvoient donc pas à un processus d’institutionnalisation, par définition collectif.

- Ils concernent, le plus souvent, des connaissances qui contribuent à la construction des savoirs visés, énoncées quelques minutes auparavant.

Exemple

- EE2 explique à une seule élève, confrontée à un exercice individuel, comment classer des nombres décimaux qui ont la même partie entière (15,9 ; 15,08 ; 15,38 ; 15,4 ; 15,1).

EE2 : « Donc, tu vas regarder : ils ont tous la même partie entière. A partir de quinze, tu mettras quinze et puis on regarde les dixièmes... alors... Là, il y a combien de dixièmes [EE2 désigne le nombre 15,9] ? [Elève : Neuf !]... Ici ? [Elève : Huit, mais...]... Ha non !... [Elève : Il n'y en a pas !]... Alors, il y en a combien de dixièmes, s'il n'y en a pas ? [Elève : Zéro ?] Voilà !... [Elève : Heu... trente-huit...]... Des dixièmes, je te demande... [Elève : Ha ! Trois !... Quatre et un !]... D'accord ? Donc, maintenant, tu peux les classer, OK ? [Elève : Mais là...]... C'est fini !... [Elève : En fait, là, j'ai un problème, parce que là, ça fait quinze...]... Quinze et huit centièmes !... Il y a huit centièmes ; **mais on a vu qu'il y avait zéro dixième. Donc, il vient tout de suite après quinze...** [Elève : Hmm !]... D'accord ? Et juste avant : quinze et un dixième – zéro dixième, c'est plus petit que un ! Et huit centièmes... Là, ça ferait dix centièmes, si tu le mettais en centièmes, d'accord ? »

(EE2, fin de la 3^{ème} séance)

6-1-1-2 PHASES DE CORRECTION, DE REORGANISATION ET DE JEUX

Les phases de correction, de réorganisation et de jeux correspondent à la deuxième possibilité, car elles sont collectives⁹⁶.

Nous les avons définies de la façon suivante.

Activités de jeux : phases au cours desquelles les élèves jouent les uns contre les autres – en petits groupes ou tous ensemble contre un élève, un groupe d'élèves ou le professeur – devant la classe entière.

Activités de correction : Phases collectives au cours desquelles l'enseignant corrige les exercices et les situations proposées en classe (CM2), aussi bien que les exercices et les recherches proposés hors temps scolaire (sixième).

Activités de réorganisation : Phases collectives, succédant souvent à des phases de jeux et de correction, au cours desquelles enseignant et élèves reviennent et réfléchissent ensemble sur ce qui a été cherché et corrigé.

- Les rappels sont alors collectifs et renvoient à un processus d'institutionnalisation.

⁹⁶ Les phases de jeux sont forcément collectives, en ce sens qu'il faut, la plupart du temps, être au moins deux pour jouer. Mais on peut tout à fait distinguer les jeux où des petits groupes s'affrontent entre eux, des jeux où ce sont des demi-classes, voire la classe entière, qui participent au même jeu. Dans le cadre de notre recherche, une telle distinction n'est pas importante puisque nous ne tenons compte que des rappels concernant la collectivité entière des élèves.

- Ils concernent des connaissances plus ou moins anciennes, plus ou moins importantes, destinées ou non à l'institutionnalisation.

Exemples

Un exemple de début de phase de correction :

En début de deuxième séance EC1 corrige un exercice consistant à passer de l'écriture littérale d'un nombre à son écriture chiffrée. Pendant qu'un premier élève dicte le nombre (quarante-cinq millions six cent), un second l'écrit au tableau (45 000 000 600 : erreur !).

EC1 : « Alors est-ce que ça te convient ? [Premier élève : Non !]... On va faire : « unités, dizaines, centaines »... Ici, dans la partie des mille, on va faire « unités, dizaines, centaines »... Dans la partie des millions, on va faire « unités, dizaines, centaines »... [EC1 réécrit le tableau de numération de la séquence précédente]... On laisse tomber de ce côté [EC1 parle de la partie décimale]... Alors tu te mets là [EC1 indique au second élève le tableau de numération]... Tu n'effaces pas, pour l'instant, et tu me mets quarante-cinq millions six cent. Oui... [L'élève place « 45 » dans les colonnes des millions]... Quarante-cinq millions, ça te fait quatre dizaines de millions et cinq unités... Et il faut que tu ailles maintenant me mettre « six cent »... C'est à dire six centaines... Voilà !... [L'élève au tableau écrit correctement le reste du nombre dans le tableau de numération.] »

(EC1, début de 2^{ème} séance)

Un exemple de début de phase de réorganisation :

- A la suite du jeu *Le nombre cible* consistant à encadrer – plus vite que l'équipe adverse et dans un intervalle plus petit – la fraction choisie par celle-ci, EE4 demande à ses élèves de revenir sur les difficultés rencontrées au cours du jeu.

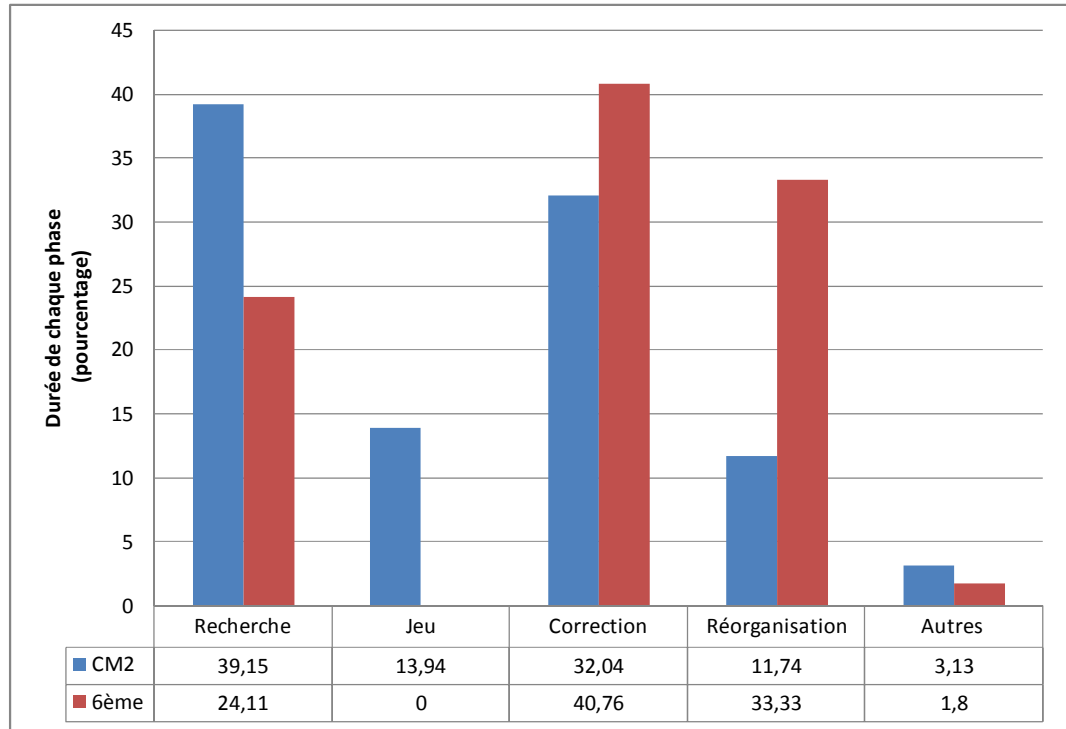
EE4 « Bien ! Alors vu l'heure qu'il est, on va s'arrêter ; on va faire le point de la partie... de cette partie. Parce que là, on ne peut pas continuer à chercher, comme ça... ! Et on va essayer de faire des remarques sur ce qui s'est passé. [...] Est-ce qu'on a réussi à trouver un intervalle assez petit ? Oui... ? [Elève : Mais on a du mal à répondre aux questions...] Ha ! On a eu du mal à répondre aux questions !... Pourquoi on a eu du mal à répondre ? [Elèves : Parce que c'était compliqué !... Parce que les intervalles, ils étaient espacés. Et, des fois, nos fractions, elles n'avaient pas le même dénominateur !]... Ha ! On retombe un peu sur les mêmes problèmes. C'est-à-dire qu'on comprend bien les questions qu'ils posent... mais on n'a pas le même dénominateur. Donc, on a des calculs à faire. Mais les calculs, est-ce qu'ils sont... [Elève : Ils sont plus faciles !]... Hé ! Plus difficiles, aussi difficiles, moins difficiles, je ne sais pas !... Comment vous avez trouvé ? [Elève : Moyen !]... Pourquoi ? [Autre élève : Ben, ça dépend !]... ça dépend !... Autre remarque ?... [Elève : J'ai trouvé que les équipes, elles se sont rap... Elles se sont plutôt rapprochées rapidement...] Et qui est-ce qui a gagné, là ? Qui est-ce qui a l'intervalle... Qui a réussi à encadrer la fraction dans l'intervalle le plus petit ? [Silence]... C'est-à-dire, puisque... On ne l'a pas attrapée... On ne les a pas attrapées, les fractions ! Donc, il fallait trouver l'intervalle le plus petit... »

(EE4, milieu/fin de 2^{ème} séance)

6-1-2 RESULTATS DES MESURES

Nous avons réuni, sur le même tableau, les activités mobilisées en CM2 et en sixième et la durée de chacune d'entre elles, exprimée en pourcentage. Comme on pouvait s'y attendre, les deux distributions sont assez hétérogènes.

Figure 12 : Distribution des activités et de leurs durées, en CM2 et en 6^{ème}



Lecture – Dans les classes de 6^{ème} observées, le temps consacré à la recherche correspond à 24,11 % du temps effectif d'enseignement, contre 39,15 % dans les classes de CM2. A l'inverse, le temps consacré à la correction est plus important en 6^{ème} qu'au CM2.

La catégorie « autres » correspond aux activités induites par l'enseignement des mathématiques : par exemple, en 6^{ème}, l'explication des barèmes affectés aux différentes évaluations ou en CM2, la présentation d'une activité importante de recherche et l'explication circonstanciée des règles de jeux.

6-1-2-1 UNE GESTION DU TEMPS DIFFERENTE

Dans les classes de CM2, les phases les plus longues correspondent aux recherches individuelles ou en groupe. Dans les classes de sixième, elles correspondent aux phases de correction collective. A un temps important de recherche au CM2 (39,15 %) correspond, par conséquent, un temps équivalent de correction en sixième (40,76 %). Au collège, l'effort semble donc moins porter sur l'évolution des représentations des élèves que sur la recherche de la conformité et de l'exactitude des réponses.

« [...] les professeurs de collège privilégient le savoir alors que les enseignants de primaire mettent davantage l'accent sur l'autonomie de l'élève. Les premiers se sentent plus tenus de « faire le

programme » que les seconds qui accordent plus de place à la prise en compte des besoins de leurs élèves [...]. Les enseignants de CM2 s'appuient davantage que ceux de 6^e sur la diversité des solutions des élèves pour les mettre en débat. Les productions des élèves sont moins souvent prises en compte en 6^e qu'en CM2, ce qui peut les conduire à plus de réserve quant à la recherche de solutions originales. »
(J. Colomb, 2006, 57-58)

La correction et la réorganisation des connaissances correspondent ainsi à environ 74% du temps total d'enseignement effectif dans les classes de sixième, contre seulement 44% dans les classes de CM2. Les phases longues de recherche liées à des situations riches et complexes sont souvent sacrifiées au profit des temps de correction et de réorganisation visant, prioritairement, la conformité et la canonicité des connaissances produites.

Une telle différence s'explique, notamment, par l'absence de *devoirs* dans les classes de CM2, alors que dans les classes de sixième, la correction des devoirs prend presque la moitié du temps consacré à ce type d'activités (43,71% : un peu plus de 3 heures). Il n'existe pas de phases de jeux collectifs dans les séances observées en sixième, pas plus qu'il n'existe de phases de corrections de devoirs effectués à la maison dans les classes de CM2. Les phases de correction des classes de CM2 concernent, uniquement, les activités engagées sur le temps scolaire, en classe.

Les durées des phases de recherche et de réorganisation sont très nettement divergentes sur les deux niveaux. Le temps consacré aux phases de réorganisation est ainsi deux fois plus long en sixième qu'en CM2. Les activités de recherche et de jeu, ainsi que les activités de correction qui leur sont inhérentes correspondent à 85,13% du temps d'enseignement effectif des mathématiques en CM2, contre seulement 64,87% en sixième.

6-1-2-2 DES ACTIVITES DIFFERENTES

Mais les différences ne s'arrêtent pas là. Certaines activités n'existent pas dans les classes de CM2 observées. C'est le cas des corrections de devoirs réalisés à la maison et de l'institutionnalisation écrite des connaissances. En sixième au contraire, les débuts de séance sont souvent consacrés à la correction d'exercices, commencés ou non en fin de séance précédente (12 séances sur 23 commencent par une correction de devoirs ; soit la moitié). De la même façon, les temps d'institutionnalisations écrites s'étendent parfois sur la séance entière⁹⁷.

⁹⁷ C'est le cas de la 4^{ème} séance de EC2 et de EC3, qui durent, environ, 42 minutes et 49 minutes (cf. Annexes, Section 2, « Distribution du temps effectif d'enseignement des mathématiques, en CM2 et en 6^{ème} »).

D'autres activités disparaissent dans les classes de sixième observées. C'est le cas des phases de jeux. Il faut, évidemment, se garder de toute généralisation hâtive : ces données n'indiquent qu'une tendance. Mais, là encore, les différences constatées sont telles, qu'elles font penser à une tendance de fond.

6-1-2-3 DES CULTURES DIFFERENTES ?

Au CM2 :

- on joue et on cherche trois fois plus longtemps qu'en sixième ;
- on prend deux fois moins de temps pour réorganiser les connaissances qu'en sixième⁹⁸.

En sixième :

- on corrige plus qu'en CM2 ;
- on effectue très régulièrement des devoirs ;
- on prend beaucoup de temps pour réorganiser les connaissances et les institutionnaliser par écrit.

Les différences de temps effectif d'enseignement observées entre enseignants de CM2 et enseignants de sixième – liées à un découpage du temps institutionnel différent – entraînent un certain nombre de conséquences en termes de temps consacrés aux différentes activités.

Deux raisons sont susceptibles de rendre compte de l'hétérogénéité de la distribution du temps et des activités.

- Un temps réduit d'enseignement effectif en sixième, obligeant les enseignants à gérer de façon différente les temps de recherche et les temps collectifs.
- Une construction socio-historique des collèges et des écoles, entraînant des cultures et des pratiques professionnelles différentes (cf. Première partie).

Nous allons, maintenant, examiner la validité de chacune de ces explications.

⁹⁸ Jusqu'à présent, nous avons envisagé les différences de durées des activités *en pourcentage*. On peut également effectuer une comparaison directe *des durées* des différentes activités engagées en CM2 et en sixième. Ainsi 11,74% de temps effectif d'enseignement consacré à la réorganisation en CM2 correspond à une moyenne de 7mn 36s par séance (le temps effectif moyen est de l'ordre de 64mn 43s en CM2) ; 33,33% de temps consacré à la réorganisation en sixième correspond à une moyenne de 15mn 32s par séance (le tiers de 46mn et 36s). On réorganise et on institutionnalise donc deux fois plus longtemps en sixième, qu'en CM2. En revanche, on y cherche et on joue trois fois moins (34mn 21s en CM2 ; 11mn 14s en sixième). A l'inverse, les temps de correction, comparables dans l'absolu (20mn 44s en CM2 et 19 mn en sixième par séance), correspondent à des pourcentages différents, une fois rapportés aux durées moyennes d'une séance en CM2 et en sixième (32,04 % en CM2 ; 40,76% en sixième).

6-2 Temps effectif d'enseignement et activités au collège

L'obsession temporelle liée à la réalisation des programmes et les contraintes de temps sont des constantes de la fonction enseignante, régulièrement soulignées tout au long de ces dernières décennies, particulièrement dans le second degré (L. Demailly, 1991, 114 ; Rapports inspection générale, 1997, 195-196 ; B. Dantier, 1999 ; E. Roditi, 2005, 26-27). Les enseignants de collège sont ainsi enjoins, séance après séance, à une véritable course contre la montre ; course qui incite à organiser des milieux didactiques alliés plutôt qu'antagonistes, suscitant rapidement le consensus autour des objets mathématiques proposés et évitant les activités chronophages.

6-2-1 ACTIVITES ENGAGEES AU COLLEGE

6-2-1-1 INDIFFERENCIATION DES ELEVES

Lors des phases de correction, il arrive souvent que plusieurs élèves soient envoyés en même temps au tableau, quand un exercice est constitué de plusieurs parties indépendantes les unes des autres, afin de gagner du temps.

6-2-1-2 INDIFFERENCIATION DES CORRECTIONS ET DES RECHERCHES

Dans les classes de EC1 et de EC4, les phases de corrections s'effectuent souvent *en même temps* que les phases de recherche. Tandis que des élèves se succèdent au tableau pour la correction des exercices, les autres réfléchissent et écrivent leurs réponses sur leurs cahiers. Il n'y a donc pas différenciation de ces différentes phases, contrairement à ce que l'on observe dans les classes de CM2. EC1 s'exprime, sur ce sujet, à plusieurs reprises devant ses élèves. Par exemple, lors d'un exercice dans lequel les élèves doivent trouver l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire, elle s'adresse ainsi à eux.

EC1 : « Alors, nous sommes dans le cahier d'exercices ; nous le faisons ensemble parce qu'on a déjà perdu trop de temps ; donc, on va tourner, chacun son tour. »
(EC1, 3^{ème} séance)

A la fin de cette même séance, n'ayant pas réalisé tout ce qu'elle avait prévu, elle effectue une nouvelle remarque d'ordre temporel.

EC1 : « Bon, je n'ai pas le temps de vous faire écrire toutes ces écritures, parce qu'on perd trop de temps. Je n'arrive pas à mettre dans l'heure tout ce qu'il y a à mettre, parce qu'on perd trop de temps avec les élèves agités, avec les remises en ordre, etc. Donc, on n'est pas encore opérationnel comme on devrait l'être dans une classe de sixième, hein ! Donc, on recommencera demain ! » (EC1, fin de la 3^{ème} séance)

6-2-1-3 EXTENSION DES PHASES DE CORRECTION

EC2, qui dispose d'une classe faible, donne fréquemment des exercices sous forme de devoirs. Il « bascule » le temps ainsi récupéré, sur le temps de correction, ce qui lui donne plus de temps pour l'explication. A l'inverse, EC3, qui dispose d'une classe d'un meilleur niveau, donne très peu de devoirs, ce qui lui permet de consacrer plus de temps aux phases de recherche. On voit bien comment les devoirs constituent une variable d'ajustement permettant d'ajuster les différentes activités au niveau de la classe.

Outre une économie temporelle appréciable, susceptible d'être transférée sur d'autres segments d'activités, la réalisation d'exercices hors temps scolaire permet, en outre, la rapide prise en main de la classe, en début de séance suivante, liée à un relatif consensus autour des résultats.

6-2-1-4 REDUCTION DE LA RECHERCHE

Pour deux des quatre enseignants de sixième, EC2 et EC4, le temps consacré à la correction est comparable à celui consacré à la correction des exercices réalisés uniquement en classe. Par contre, EC1 et EC3 présentent des temps de recherche trois à sept fois moins importants que les temps de correction.

6-3 Temps effectif d'enseignement et pratiques professionnelles

6-3-1 REPRESENTATIONS DES ENSEIGNANTS SUR LES MATHEMATIQUES ET LEUR ENSEIGNEMENT

Nous avons vu que les contraintes liées au temps effectif d'enseignement entraînent un certain nombre de conséquences importantes, en termes de rapport au temps et de types d'activités engagées. Dès lors, la question de leur influence dans la constitution des habitus professionnels peut être posée. Une étude comparative entre enseignants de mathématiques de sixième et de CM2, met en évidence un certain nombre de différences dans les représentations du métier (J. Colomb, 2006, 13-58).

Figure 13 : Représentations du métier par les enseignants de CM2 et de 6^{ème}

	CM2	SIXIEME
Causes de l'échec scolaire	<ul style="list-style-type: none"> Milieu familial (55%) Désintéret pour l'effort (47%) 	<ul style="list-style-type: none"> Désintéret pour l'effort (63%) Milieu familial (51%)
Objectifs de l'enseignement	<ul style="list-style-type: none"> Apprendre à penser et à agir (49%) Acquisition de connaissances de base spécifiques aux mathématiques (32%) 	<ul style="list-style-type: none"> Acquisition de connaissances de base spécifiques aux mathématiques (57%) Apprendre à penser et à agir (24%)
Faire des mathématiques	<ul style="list-style-type: none"> C'est savoir élaborer des stratégies de recherche (79%) Mathématiques et rigueur sont synonymes (73%) 	<ul style="list-style-type: none"> Mathématiques et rigueur sont synonymes (71%) C'est savoir élaborer des stratégies de recherche (55%)
Correction de problèmes	<ul style="list-style-type: none"> Provoquer la confrontation de plusieurs solutions (84%) Exposer la solution d'un élève qui a échoué ; demander aux élèves d'en discuter (69%) Exposer la solution d'un élève qui a réussi (52%) 	<ul style="list-style-type: none"> Exposer la solution d'un élève qui a réussi (61%) Provoquer la confrontation de plusieurs solutions (55%) Exposer la solution d'un élève qui a échoué ; demander aux élèves d'en discuter (49%)
Rôle du cahier	<ul style="list-style-type: none"> Informers les familles (44%) 	<ul style="list-style-type: none"> Informers les familles (82%)
Leçons à apprendre	<ul style="list-style-type: none"> Moins d'une fois par semaine (69%) Très peu ou jamais (25%) 	<ul style="list-style-type: none"> Plus d'une fois par semaine (85%)
Travail hebdomadaire à la maison	<ul style="list-style-type: none"> Moins d'une heure (deux enseignants sur trois : 66%) Entre une heure et deux heures (un enseignant sur trois : 33%) 	<ul style="list-style-type: none"> Entre une heure et deux heures (deux enseignants sur trois : 60%) Moins d'une heure (un enseignant sur cinq : 20%)

Lecture _ Pour 47% des enseignants de CM2 et 63% des enseignants de 6^{ème}, les causes de l'échec scolaire sont liées à un désintéret pour l'effort. Pour 49% des enseignants de CM2 et 24% des enseignants de sixième, un des objectifs de l'enseignement consiste à apprendre, à penser et à agir.

6-3-1-1 CHOIX DE LA FONCTION

Le haut du tableau rend compte des représentations de la discipline et des causes de l'échec scolaire. On peut expliquer une partie des différences constatées par les raisons d'entrer dans la fonction.

- Les enseignants de primaire déclarent être entrés dans le métier pour enseigner et travailler avec de jeunes enfants.
- En revanche, les enseignants de collège déclarent être entrés dans le métier afin d'enseigner une discipline qu'ils apprécient. Le contact avec les élèves, la transmission de savoirs et de connaissances ne viennent qu'après (J.-L. Auduc, 2008, 6-7).

Un rapport plus ou moins privilégié entretenu avec les mathématiques permettrait, par conséquent, d'expliquer une perception différente de la non-réussite des élèves. D'un

côté, les enseignants d'élémentaire auraient tendance à un peu plus « sociologiser » l'échec scolaire et à relativiser la responsabilité de l'élève ; de l'autre, les enseignants de collège auraient tendance à un peu plus « psychologiser » ce même échec et à l'imputer au manque d'engagement personnel.

6-3-1-2 TEMPS EFFECTIF D'ENSEIGNEMENT

Le choix d'enseigner dans le primaire ou le secondaire explique beaucoup moins, en revanche, la conception assez différente du rôle des mathématiques. Pourquoi les professeurs de collège mettent-ils si en avant les acquisitions disciplinaires et l'esprit de rigueur, au détriment du développement de la pensée ou de l'utilité pratique et sociale des mathématiques ? Une réponse pourrait venir de l'influence du temps effectif d'enseignement sur les activités de recherche. Devant l'impossibilité d'engager des situations riches mais chronophages, les enseignants de collège se rabattraient sur des objectifs plus accessibles, influençant, à leur tour, leurs représentations.

« L'aspect déclaratif du savoir est important en sixième ; l'élève doit donc le mémoriser pour le restituer. En CM, c'est l'aspect procédural du savoir qui prédomine, il est important que l'élève sache faire. Une autre hypothèse explicative complémentaire peut être avancée, elle tient dans la nature différente des tâches susceptibles d'être demandées aux élèves. Alors que l'élève reste avant tout dans l'action, l'élève de 6^e commence à valider son action en référence à des propriétés dûment formulées.»

(J. Colomb, 2006, 55)

De la même façon, la forte réduction du temps de recherche est susceptible d'expliquer la moindre prise en compte, en sixième, des productions et des difficultés individuelles des élèves.

« [...] les enseignants de CM2 s'appuient davantage que ceux de 6^e sur la diversité des solutions des élèves pour les mettre en débat. Les productions des élèves sont moins souvent prises en compte en 6^e qu'en CM2, ce qui peut les conduire à plus de réserve quant à la recherche de solutions originales. Sur ce point, la divergence entre enseignants de CM2 et de 6^e s'est accrue en vingt ans. Il en va de même pour l'individualisation dans le traitement des difficultés, plus affirmée à l'école qu'au collège [...] »

(J. Colomb, 2006, 58)

Les contraintes temporelles et leurs conséquences en termes d'activités pourraient donc agir comme « intériorisation de l'extériorisation », produisant des systèmes de dispositions durables – les habitus – structurant les pratiques et les représentations des agents (P. Bourdieu, 2000, 256).

Le bas du tableau illustre parfaitement l'influence du temps effectif d'enseignement sur les activités engagées et donc sur les pratiques professionnelles.

- Deux enseignants sur trois en CM2 et seulement un enseignant de sixième sur cinq déclarent donner, chaque semaine, moins d'une heure de devoirs en mathématiques.
- Le cahier de leçons et d'exercices joue, en sixième, un rôle d'informations auprès des familles deux fois plus important qu'en CM2.

Outre la fréquence moins importante des réunions parents / professeur, on peut interpréter la place prise par les devoirs et par ce type de documents, comme une conséquence directe de l'externalisation du travail personnel des élèves et d'un temps effectif d'enseignement amputé, environ, de trente pour cent vis-à-vis de celui dont disposent les enseignants de CM2, pour chacune de leurs séances.

6-3-1-3 MODALITES D'EVALUATION DES ENSEIGNANTS

Par ailleurs, l'évaluation du travail des professeurs ne peut que renforcer cette tendance à l'externalisation⁹⁹ de la recherche. En réduisant la cohérence d'une séance au seul fait qu'elle doit être constituée d'un début, un milieu et, surtout, d'une fin qui ne saurait être interrompue par une sonnerie, elle ne peut qu'inciter les enseignants à faire en sorte que cela n'arrive jamais, les poussant à mobiliser des activités de recherches toujours plus simples et plus courtes¹⁰⁰.

Les professeurs de collège apprennent ainsi, lors de leur formation initiale, qu'une séance – même amputée de plusieurs minutes, du fait de contraintes organisationnelles ou administratives – doit toujours correspondre à « une unité pédagogique achevée ». Afin de ne pas prendre de retard, les professeurs sont donc amenés à traiter en classe « les parties théoriques d'un contenu renvoyant à la maison les tâches pratiques : exercices

⁹⁹ L'utilisation d'un terme issu du monde de l'entreprise et de l'économie n'est pas fortuite ; on pourrait même ajouter que les enseignants de collège « sous-traitent » ainsi une partie de l'enseignement auprès des familles.

¹⁰⁰ On peut lire ainsi dans un guide destiné aux professeurs débutants: « **Les IPR [Inspecteurs Pédagogiques Régionaux] sont particulièrement sensibles à la cohérence d'une séance** [en caractères gras dans le texte] : elle doit avoir un début, un déroulement variable et ajustable aux nécessités du moment, et une fin. *Il n'est pas question d'être interrompu par une sonnerie au milieu d'une phrase, et de reprendre là où on en était resté la fois précédente*, comme si rien ne s'était passé entre les deux phrases. Il vaut mieux, si on voit qu'on n'aura pas le temps de terminer, s'interrompre à un moment pertinent, faire alors une conclusion provisoire et partielle, reformuler ce qui a été fait, annoncer ce qui reste à faire. Il sera alors nécessaire, au début de la séance suivante, de repartir de l'interruption précédente, de récapituler avant de partir dans le détail d'une suite d'activités [C'est nous qui soulignons, en italique]. » (C. LEDUC-CLAIRE, G. PY, 2005, 244).

d'application, techniques de l'apprentissage d'une leçon, savoir faire un brouillon » (A. Husti, 1994, 80-81).

6-3-2 DES VALEURS ET DES ACTIVITES DIFFERENTES

Nous venons de voir les exigences et les valeurs temporelles mises en avant par les formateurs et les inspecteurs chargés de l'encadrement des enseignants de collège. Elles relèvent d'un éthos temporel bureaucratique propre aux employés et aux cadres moyens, liés à la régularité de la tâche et à la ponctualité (M. Verret, 1975, 225-228 ; 230-231)

Elles renvoient également à un temps d'enseignement, différent de celui du primaire.

- Le temps d'enseignement du primaire est cyclique et répétitif. Il repose sur une logique de formation pratique et concrète, où les notions sont revues d'années en années. C'est ainsi que les enseignants de CM2 reviennent régulièrement dans l'année tout au long de l'année sur des objets mathématiques tels que les nombres décimaux et les fractions décimales.
- Le temps d'enseignement du secondaire est plus linéaire. De surcroît, il repose sur une logique d'excellence scolaire et de spécialisation disciplinaire (cf. Première partie). Ainsi, la double fonction démocratique et méritocratique du collège, dont dépendent les carrières scolaires des élèves, assigne-t-elle ce type d'établissement, d'une part, à l'élévation du niveau ; d'autre part à l'évaluation d'une génération (H. Romian, 2000, 71-74 ; F. Dubet, 2003, 354).

6-3-3 MODÈLE COOPÉRATIF, MODÈLE SÉLECTIF

Dans un tel contexte, le travail en groupes, identifié à l'enseignement mutuel, « ne correspond pas à un fonctionnement répertorié du travail scolaire » (J.-L. Derouet, Y. Dutercq, 2004, 223-224). Ce type d'activités ne permet pas, en effet, une évaluation fine et régulière de chacun des élèves. Il renvoie à un modèle coopératif plutôt que compétitif et sélectif en vigueur, depuis l'origine, dans les collèges. Il n'est donc pas intégré dans les pratiques enseignantes du second degré¹⁰¹, alors même que la communication, essentiellement orale, ne permet pas une réelle participation de l'élève.

¹⁰¹ Un des enseignants de collège observé, EC2, nous a ainsi confié, hors micro, qu'il se sentait incapable d'assurer des travaux de groupes, plusieurs fois par jour, de surcroît dans le temps imparti. Le manque de temps pour boucler les programmes est également invoqué.

Les phases de recherche en groupe sont donc, une fois de plus, dévalorisées au profit de recherches plus individualisées, à l'intérieur comme à l'extérieur de l'établissement. Les effets d'entraînement et d'émulation, liés à l'enseignement entre pairs, sont mis de côté, alors même qu'ils ont fait leur preuve, en études dirigées, avec les élèves en échec.

« Trop peu de professeurs exploitent la dynamique de groupe, même dans des groupes restreints, ni pour faire parler, ni pour faire dire par les élèves eux-mêmes les difficultés qu'ils rencontrent et les points qui les bloquent. Si le groupe restreint est l'occasion d'un travail plus individualisé, il n'est pas encore le lieu où l'élève s'exprime ; il reste un cours où la relation « du maître-qui-sait-et-de-l'élève-qui-apprend » reste l'essence même de l'enseignement. En revanche, les études dirigées donnent l'occasion d'« une autre relation, d'une autre démarche, qui trouve toute sa valeur avec les élèves en échec ou en refus. » (Rapports Inspection générale, 1997, 322)

6-3-4 UNE DOUBLE INFLUENCE

Les raisons avancées par les enseignants du second degré pour justifier de pratiques qu'ils ne choisissent pas toujours, corroborent l'idée d'une double influence : celle de la culture professionnelle et celle de la rigidité du temps institutionnel. Telle cette professeure de lycée qui évoque les représentations qu'ont les professeurs de leur fonction.

« [...] la durée imposée du cours : cinquante-cinq minutes réduites par toute sorte de contingences en début et en fin de cours [...] ne permet pas facilement de mettre les élèves en chantier pour une recherche individuelle. Il y a trop peu de temps. [...] Toutes ces conditions font que beaucoup de professeurs ne sont pas disposés à mettre leurs élèves dans des conditions de recherche individuelle. Peut-être pourraient-ils trouver des solutions à ces problèmes difficiles ? Beaucoup ne les cherchent pas parce qu'ils ont une autre idée de leur fonction, de leur rôle de professeur. Ils pensent qu'ils doivent dispenser le savoir sans trop se poser de questions sur la manière dont il est reçu. Sans manquer de bonne volonté, ils ne se rendent pas toujours compte que leurs élèves n'ont ni les moyens ni surtout le temps d'assimiler tout ce qu'ils leur disent. »

(A. Husti, 1994, 60)

6-4 Durée des activités : une modalité de sélection ?

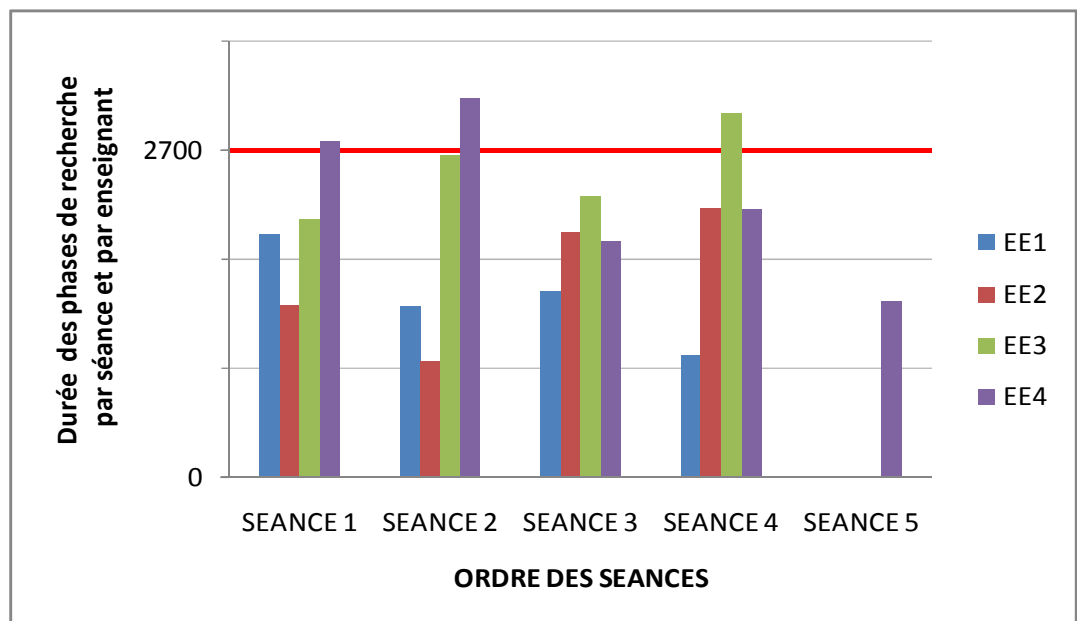
On ne peut cependant imputer la totalité des différences observées entre le premier et le second degré, à la seule rigidité du temps institutionnel ou à la culture professionnelle. Comment, par exemple, expliquer la totale disparition de phases de jeux et l'explosion du temps consacré à la réorganisation des connaissances, dans les classes de sixième observées ?

6-4-1 ADAPTATION DES ACTIVITES AU DECOUPAGE DISCIPLINAIRE ET TEMPOREL

6-4-1-1 DES ACTIVITES DE RECHERCHE CHRONOPHAGES

En réalité, le temps d'enseignement effectivement disponible pour les mathématiques semble bien exercer une influence, non seulement sur la durée des différentes phases de travail, mais également sur leur *nature*. Comme le montre la figure suivante, les longues phases de recherche et de débats inhérentes aux situations proposées en CM2 sont difficilement compatibles avec le temps disponible, en moyenne, pour l'enseignement des mathématiques dans le second degré.

Figure 14 : Distribution, par enseignant et par séance, du temps consacré aux phases de recherche et de jeux, en CM2



Lecture _ L'axe des ordonnées est gradué en quart d'heures (900s / 1800s / 2700s). Les phases de recherche et de jeux des 2 premières séances de EE4 et de la 4^{ème} séance de EE3 présentent des durées supérieures ou égales au temps moyen d'enseignement effectif en 6^{ème} : 46mn 36s ($\approx 3/4$ d'heure : 2700s). Au total, 11 des 17 séances observées en CM2 présentent des temps de recherche et de jeux supérieurs aux deux tiers de ce même temps (30 minutes : 1800 s).

Au cours de certaines séances en CM2, il arrive que le temps consacré aux seules phases de recherche (individuelle ou en groupe) et de jeux, dépasse, à lui seul, le temps moyen d'enseignement effectif des mathématiques au collège (46mn 36s). Plus de la moitié des séances observées au CM2 présentent un temps de recherche supérieur à trente minutes (11 séances sur 17 : 64,7 %). Arithmétiquement, de telles phases de recherche sont donc tout simplement inenvisageables, dans les classes de sixième.

- Elles impliquent un temps de manipulations et de débats, difficilement compressible.
- Le temps nécessaire à leur effectuation est difficilement prévisible et dépend de facteurs difficilement contrôlables, telle que la plus ou moins rapide convergence des points de vue et stratégies de chaque élève ou groupes d'élèves¹⁰².

6-4-1-2 INTERIORISATION DES CONTRAINTES EXOGENES

On peut en conclure que, du fait de la rigidité du temps institutionnel dans le second degré et du caractère chronophage de certaines situations riches et complexes, les enseignants de sixième sont souvent tentés de sacrifier la recherche et ses aléas, au profit de phases de correction et de réorganisation visant, prioritairement, la conformité et la canonicité des connaissances produites, plus facilement contrôlables.

« [...] les professeurs de collège privilégient le savoir alors que les enseignants de primaire mettent davantage l'accent sur l'autonomie de l'élève. Les premiers se sentent plus tenus de « faire le programme » que les seconds qui accordent plus de place à la prise en compte des besoins de leurs élèves [...]. Les enseignants de CM2 s'appuient davantage que ceux de 6^e sur la diversité des solutions des élèves pour les mettre en débat. Les productions des élèves sont moins souvent prises en compte en 6^e qu'en CM2, ce qui peut les conduire à plus de réserve quant à la recherche de solutions originales. »

(J. Colomb, 2006, 57-58)

Le manuel de mathématiques

Dans les classes de sixième, nous avons constaté que les phases de recherche correspondaient, essentiellement, à la réalisation individuelle d'exercices tirés des manuels scolaires. Ces derniers sont d'ailleurs considérés, par l'Institution elle-même, comme de véritables « banques d'exercices » pour la classe et la maison (Inspection générale de l'éducation Nationale, 1997, 25).

¹⁰² Exemple : EE1, après avoir proposé en deuxième séance, de classer par ordre croissant différents temps (15s et $3/10/15s$ et $25/100/15s$ et 2 dixièmes / 15s et 8 centièmes), se trouve confronté à la proposition d'une élève, consistant à convertir toutes les fractions en dixièmes ; ce qui aboutit à l'écriture de nombres à virgule au numérateur ! Dans un premier temps, il considère cette approche intéressante, même s'il estime qu'elle n'est pas fonctionnelle : « Ça, ce n'est pas résolu, il faut que je le garde ici... ». Il écrit au tableau les conversions en dixièmes de fractions en centièmes proposées par cette élève ($8/100 = 0,8/10$; $25/100 = 2,5/10$). Ce n'est que dans un deuxième temps, après avoir hésité plusieurs minutes, qu'il réalise qu'une telle écriture arrive trop tôt. De surcroît, elle est fautive (dans une fraction, le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers). Il profite alors de la remarque d'un autre élève qui déclare que ce type d'écriture sera appris « plus tard ». EE1 demande alors ce que l' « on pourrait faire d'autre ». Puis il valide la technique proposée par d'autres élèves, c'est-à-dire la réduction au même dénominateur (centièmes) de la totalité des fractions, en s'aidant pour cela, d'une connaissance officielle affichée au mur de la classe ($1/2 = 2/4$; $2/2 = 4/4 = 3/3$; $1/2 > 1/3 > 1/4$).

Trois des quatre professeurs de collège enquêtés s'appuient ainsi sur des manuels de mathématiques. Les exercices qu'ils contiennent sont surtout utilisés en fin d'étude pour renforcer les nouvelles techniques développées.

- Donner l'écriture décimale d'une fraction décimale.
- Trouver le numérateur d'une fraction décimale, dont on donne le dénominateur et le nombre décimal équivalent.
- Donner une écriture fractionnaire d'un nombre décimal, etc.

6-5 Synthèse

L'analyse des activités respectivement mobilisées dans les classes de CM2 et de sixième indique une profonde divergence qui confirme la distinction entre « slow-teachers » et « fast-teachers ».

Au CM2, les enseignants disposent de trois fois plus de temps pour engager des activités de recherche, de débats et de jeux (cf. Figure 12). Trois enseignants sur quatre utilisent, de loin en loin le manuel de mathématiques comme pourvoyeur d'activités pour les élèves qui terminent rapidement ou pour commencer la séance.

En sixième, les enseignants ne disposent pas du temps nécessaire pour engager des activités de recherche aussi longues qu'au CM2. L'utilisation du manuel scolaire comme pourvoyeur de situations et d'exercices – au même titre que l'exposé magistral ou le cours dialogué – constitue une réponse adaptée au découpage disciplinaire.

« Le professeur voudrait avoir le temps qu'il faudra à l'écoute des élèves, pour repérer leurs difficultés et essayer de les résoudre, mais le risque est alors pour tous de ne pas finir la tâche proposée, donc de ne pas en avoir saisi la globalité au moment où « la cloche sonne » et d'être obligé de reprendre ce qui a déjà été fait. Il apparaît donc que le fonctionnement traditionnel en heures de cours *nous limite dans notre démarche pédagogique.* »

(A. Husti, 1994, 88)

- Beaucoup d'exercices sont conçus pour être réalisés dans un temps relativement court (les élèves en font plusieurs par séance, sans compter les devoirs).
- Portant sur des savoirs décontextualisés et formalisés, ils ne nécessitent pas de manipulations importantes et permettent de faire l'économie de recherches et de débats contradictoires.

Par ailleurs, ils sont mandatés par l'état pour évaluer les élèves. L'externalisation des temps de recherche, du collège vers les familles, au travers des devoirs, au même titre que l'explosion des temps de réorganisation liés à la contractualisation plus poussée de

l'évaluation et incarnée par la copie très régulière de textes courts sur le cahier de leçons, sont ainsi les conséquences de contraintes organisationnelles et institutionnelles externes.

Conséquences qui, à leur tour, entraînent un certain nombre de conséquences didactiques, notamment en termes de gestion de la mémoire de la classe. C'est cette dernière conséquence qui sera notamment examinée au cours du prochain chapitre.

Chapitre 7

7 ETUDE LOGISTIQUE ET CHRONOMETRIQUE DES PHASES DE RAPPELS

La problématique que nous avons dégagée repose sur l'hypothèse d'un lien entre découpage du temps institutionnel, type d'activités mobilisées et modalités de gestion de la mémoire didactique. Elle pose également la question des valeurs véhiculées par des temps qui se sont construits différemment, sur des tempos didactiques différents (« slow-teachers » / « fast-teachers »).

- Quelles en sont les conséquences en termes de gestion de la mémoire didactique ?
- Existe-t-il des formes de mémorisation spécifiques sur chacun des niveaux ?

7-1 Distribution des phases de rappels en CM2 et en sixième

7-1-1 DEFINITION

Dans ce but, nous avons entrepris d'examiner, dans un premier temps, ce que nous nommons les « phases » de rappels. Quand un enseignant mobilise le passé didactique de ses élèves, il effectue en effet, un ou plusieurs rappels successifs, « en rafale », concernant une ou plusieurs connaissances. C'est l'ensemble de ces rappels successifs qui constitue ce que nous nommons une « phase de rappel ».

Nous avons défini les phases de rappels de la façon suivante¹⁰³ :

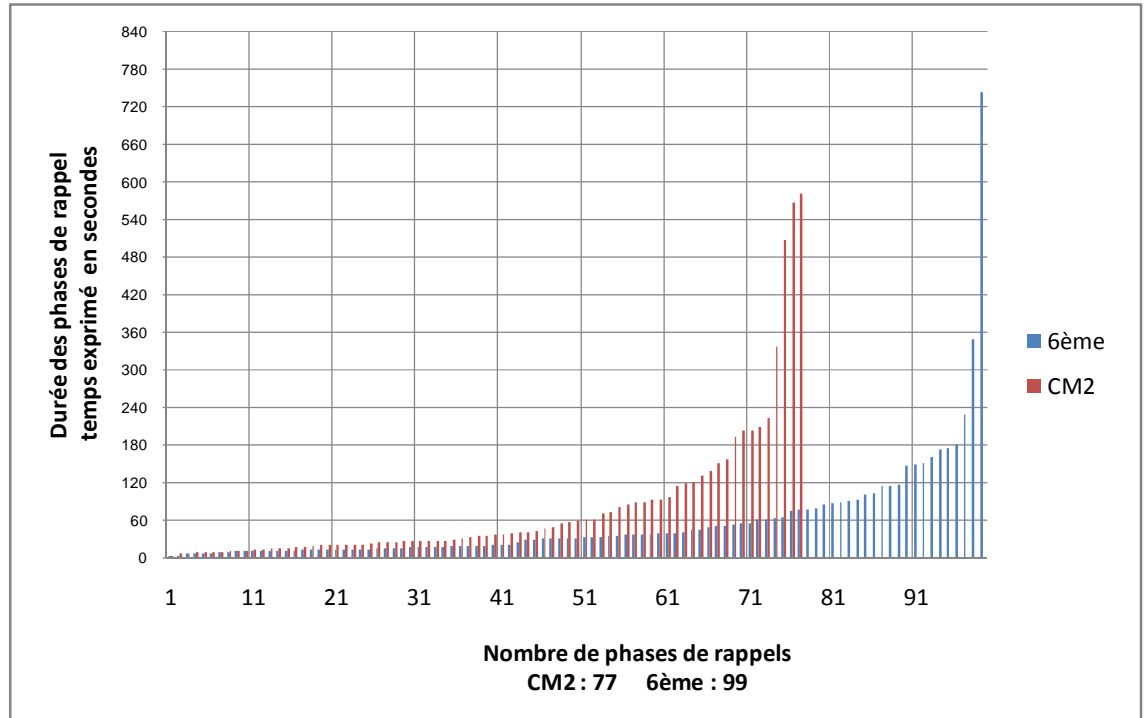
Phase de rappels : *Enonciation orale contenant un ou plusieurs rappels portant sur une ou plusieurs connaissances, explicitement référée au passé didactique de la classe, voire à un passé plus lointain, réel ou fictif, liée à l'étude d'un objet mathématique donné.*

¹⁰³ Cette définition évoluera au fur et à mesure que nous avancerons dans notre compréhension et notre caractérisation des phénomènes de remémoration.

7-1-2 DES DISTRIBUTIONS DIFFERENTES

Nous avons donc chronométré et dénombré la totalité des phases de rappels sur les deux niveaux étudiés, et les avons classées par ordre croissant de durée.

Figure 15 : Distribution des phases de rappels et de leurs durées, en CM2 et en 6^{ème}

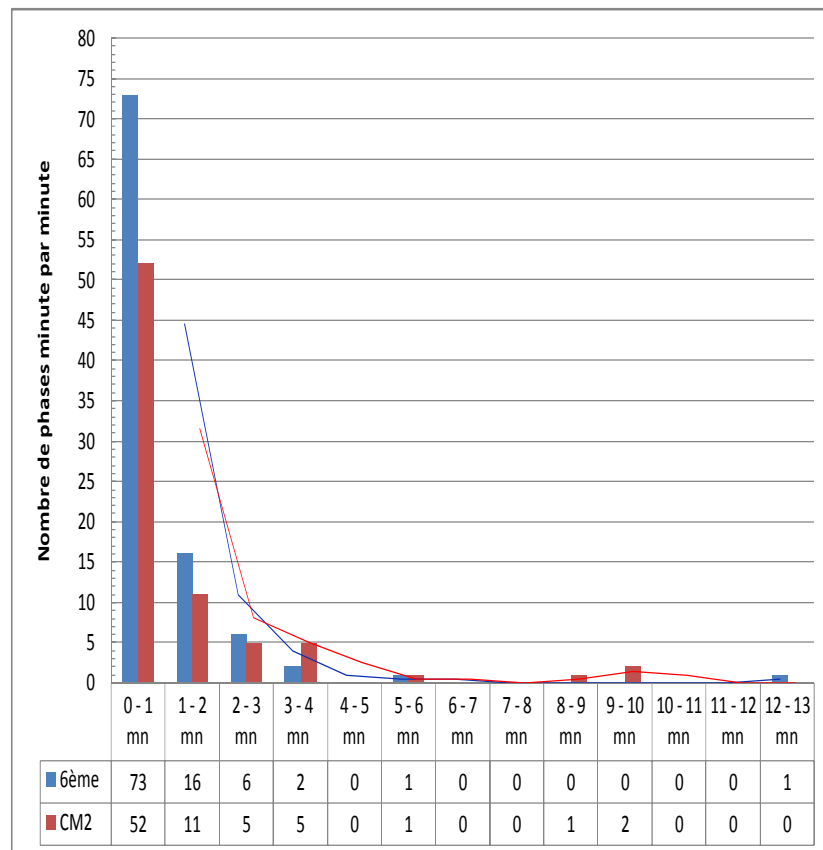


Lecture - 99 phases de rappels ont été comptabilisées dans les classes de 6^{ème} ; 77 pour les classes de CM2. Le rappel le plus long se trouve dans une classe de 6^{ème} et dépasse les 12 minutes (744 secondes). A partir d'une durée supérieure à 3 minutes (180 secondes), on constate que les phases de rappels sont légèrement plus nombreuses dans les classes de CM2 que dans celles de 6^{ème}.

Les deux courbes d'évolution sont assez ressemblantes, en ce qui concerne la partie gauche de la distribution ; soit, environ, la moitié des rappels les plus courts de CM2 et de sixième. En revanche, elles sont nettement différente en ce qui concerne la partie droite, c'est-à-dire les phases de rappel les plus longues.

Au-delà de trois minutes, on observe ainsi plus de phases de rappels au CM2 qu'en sixième, même si le rappel le plus long a été observé dans une classe de collègue. Afin de faire apparaître les tendances les plus importantes de cette distribution, nous avons construit treize modalités successives de la variable durée, d'une minute chacune.

Figure 16 : Distribution des phases de rappels et de leurs durées, en CM2 et en 6^{ème}



Lecture – 73 phases de rappel de moins de 1 minute ont été mobilisées dans les classes de 6^{ème} contre 52 dans les classes de CM2. La tendance s'inverse au-delà de trois minutes : 4 phases de rappel sont mobilisées dans les classes de 6^{ème} contre 9 dans les classes de CM2. La moyenne mobile de la courbe de tendance des phases de rappels de CM2 marque ainsi une inflexion légèrement plus importante que celle des phases de 6^{ème} (partie droite de la distribution). Une seule phase de rappel dépasse 12 minutes ; celle de EC4.

On constate que le nombre de phases de rappel inférieures à 3 minutes est, fort logiquement, plus important dans les classes de sixième que dans les classes de CM2 (95 phases en sixième contre 68 en CM2). Au-delà de trois minutes, le rapport s'inverse.

- En CM2, on observe neuf phases de plus de trois minutes ; en sixième, quatre.
- En CM2, ces neuf phases les plus longues correspondent à la moitié du temps total consacré aux phases de rappels ; en sixième, les quatre phases les plus longues correspondent au quart du temps total consacré aux phases de rappels.

La question de l'existence d'une différence significative dans le nombre et la distribution des durées des phases de rappels en sixième et au CM2 peut donc être posée.

7-1-2-1 FREQUENCE DES PHASES DE RAPPELS

Le calcul de l'écart réduit permet d'affirmer que les phases de rappels sont significativement plus nombreuses en sixième qu'en CM2 ($\mathcal{E} = 2,46$; $p = 0,013$).

Ces résultats viennent conforter des recherches portant sur les rapports entre temps légal et temps didactique. Dans sa thèse, Chopin a ainsi mis au point un dispositif expérimental permettant d'étudier les effets d'une variation du temps légal allant du simple au double, sur le type d'interactions didactiques engagées et l'avancée du temps didactique.

« [...] plus de temps permettrait de laisser davantage d'espace à la communication des élèves : entre pairs (dans le travail de groupe) ou de façon plus collégiale (parole aux élèves, propositions...). Dans les CLAM [classes de CM2 dans lesquelles deux fois moins de temps a été attribué aux enseignants pour la réalisation de séquences d'enseignement sur le calcul relationnel], la réduction du temps légal semblerait conduire à une centration sur le savoir en jeu (établissement de la réponse et *institutionnalisations*), une « orchestration » du professeur plus importante (davantage de régulations) et *moins de situations d'échange et de collaboration entre les élèves (surreprésentation du travail individuel)* [c'est nous qui soulignons, en italique]. »
(M.-P. Chopin, 2007, 109)

Les enseignants de sixième, disposant d'un temps moyen d'enseignement effectif nettement inférieur à celui de leurs collègues de CM2, lié à la rigidité d'un temps institutionnel interdisant toute modulation temporelle significative (cf. Chapitre 5), peut être rapprochée de celle des enseignants de CLAM.

- Ils institutionnalisent plus souvent qu'en CM2 : les phases de rappels sont plus fréquentes (cf. supra).
- Ils organisent moins de situations d'échanges entre élèves, du fait d'une forte diminution du temps de recherche et de la rareté du travail en groupe, trop chronophage (cf. Chapitre 6).

7-1-2-2 DUREE DES PHASES DE RAPPELS

Si l'on distribue les phases de rappels observées dans les classes de CM2 et de sixième, suivant trois modalités (phase de moins de 1 minute ; entre 1 et 3 minutes ; de plus de 3 minutes), on obtient le tableau suivant.

Tableau 3 : Distribution des phases de rappels selon leurs durées

Durée des phases		Moins de 1 minute	Entre 1 et trois minutes	Plus de trois minutes	Total
Niveau d'enseignement					
CM2	Effectifs observés	$n_1 = 52$	$n_2 = 16$	$n_3 = 9$	77
	Effectifs théoriques	$n'_1 = 54,69$	$n'_2 = 16,62$	$n'_3 = 5,69$	
6 ^{ème}	Effectifs observés	$n_4 = 73$	$n_5 = 22$	$n_6 = 4$	99
	Effectifs théoriques	$n'_4 = 70,31$	$n'_5 = 21,38$	$n'_6 = 7,31$	
Total		125	38	13	176

χ^2 corrigé calculé : 2,63 ; d.d.l. = 2 ; n. s. à P = .05 (χ^2 lu = 5,99)

L'hypothèse nulle ne peut être rejetée. Il n'existe pas de différence significative dans la distribution des durées des phases de rappels, entre le CM2 et la sixième. Cependant, la part prise par les phases de rappels les plus longues de CM2 et de sixième, dans le temps total consacré aux rappels, nous font penser qu'elles renvoient à certaines modalités de gestion, spécifiques et importantes, de la mémoire didactique.

Nous avons donc cherché le dénominateur commun de ces phases les plus longues. En CM2, nous avons constaté qu'elles étaient situées sur un enclavement temporel électif : les débuts et fin de séances.

7-2 Enclavement temporel des phases de rappels en CM2 et en sixième

7-2-1 DEFINITION

Dans sa thèse, Centeno définit les variables susceptibles de « favoriser le repérage des objets rappelés » ; parmi ces variables, elle identifie ce qu'elle appelle le « moment » du rappel constitué de trois modalités : mobilisation en début / milieu / fin de leçon¹⁰⁴ (J. Centeno, 1995, 34-35). De tels moments correspondent à ce que nous nommons l'*enclavement temporel* des phases de rappels. Cette notion nous paraît mieux rendre compte, en effet, de l'intentionnalité didactique de l'enseignant, puisque, comme le rappelle Centeno, le moment où le rappel a lieu « n'est pas indépendant des formes de savoir que le maître voudrait voir émerger dans la classe » (J. Centeno, 1995, 35).

¹⁰⁴ Centeno utilise le terme « leçon » pour chacune des séances composant l'étude d'un objet mathématique ; par exemple, dans le chapitre consacré à l'explication de son dispositif expérimental (J. Centeno, 1995, 40-47).

Nous avons défini l'enclavement temporel de la façon suivante.

Enclavement temporel : *Empan temporel d'une activité ou d'une phase de rappels lors d'une séance de mathématiques. Cette insertion présente trois modalités qui renvoient au « moment » où le rappel a lieu (J. Centeno, 1995, 34-35).*

- *Enclavement de début de séance*
- *Enclavement de milieu de séance*
- *Enclavement de fin de séance*

7-2-2 DISTRIBUTION SPATIALE ET TEMPORELLE

Quelles phases trouve-t-on, plutôt, en début, milieu ou fin de séances ? Pour y répondre, nous avons établi précisément la cartographie de l'enclavement temporel de chacune des phases de rappels, sur les deux niveaux, pour chacun des enseignants. Chaque phase a été ainsi définie à l'aide de 2 mesures caractéristiques d'un enclavement :

- le moment où a lieu le rappel ;
- sa durée¹⁰⁵.

Les distributions, en sixième, présentent une répartition plus homogène sur l'ensemble de la séance que les distributions observées en CM2.

- En sixième seules neuf séances correspondent à un enclavement temporel de début ou de fin ; quatre-vingt-dix correspondent à un enclavement temporel de milieu de séance.
- En CM2, vingt-deux séances correspondent à un enclavement temporel de début ou de fin ; cinquante-cinq correspondent à un enclavement temporel de milieu de séance.

7-2-2-1 UN ENCLAVEMENT TEMPOREL ELECTIF EN CM2

- En CM2, huit des neuf phases supérieures à trois minutes coïncident avec le début ou la fin des séances. Chaque enseignant de CM2 mobilise au moins *trois* phases de rappels, en début ou en fin de séance. Et tous ont, au moins, une phase de rappels supérieure à trois minutes.
- En sixième, 2 des 4 phases supérieures à trois minutes correspondent à des enclavements temporels de début et fin de séances. Chaque enseignant de sixième

¹⁰⁵ On pourra consulter, en annexes, les distributions des phases de rappels, en CM2 et 6^{ème} (cf. Annexes, Section 6 : « Distribution spatiale et temporelle des phases formelles et informelles de rappels »).

mobilise au moins *une* phase de rappels, en début ou en fin de séance. Seule EC4 présente des phases de rappels supérieures à trois minutes.

La question de l'existence d'une différence significative dans l'enclavement temporel des phases de rappels en sixième et au CM2 peut donc être posée.

Tableau 4 : Distribution des phases de rappels suivant leur enclavement, en CM2 et 6^{ème}

Enclavement temporel des phases de rappels		Début / fin de séances	Autres	Total
Niveau d'enseignement				
CM2	Effectifs théoriques	n₁ = 22	n₂ = 55	77
	Effectifs observés	n'₁ = 13,56	n'₂ = 63,44	
6 ^{ème}	Effectifs théoriques	n₃ = 9	n₄ = 90	99
	Effectifs observés	n'₃ = 17,44	n'₄ = 81,56	
Total		31	145	176

χ^2 calculé : 11,33 ; d.d.l. = 1 ; s. à P = .05 ; χ^2 lu = 3,84 (à P = .01, χ^2 lu = 6,64)

L'hypothèse nulle peut être rejetée : *les phases de rappels de début et de fin de séances sont plus nombreuses en CM2 qu'en sixième*. En dépit d'un nombre supérieur de séances qui aurait mécaniquement conféré à ce type de stratégies une ampleur plus importante dans les classes de sixième¹⁰⁶, les phases de rappels de début et de fin de séances sont sous-représentées sur ce même niveau.

7-3 Synthèse

7-3-1 DES CONVERGENCES DANS LA GESTION DE LA MEMOIRE DIDACTIQUE

Nous avons montré, temporellement et quantitativement, l'importance des phases de rappels dans les processus d'enseignement du premier et du second degré. Elles partagent ainsi, un certain nombre de points communs, sur ces deux niveaux.

¹⁰⁶ Les enseignants de 6^{ème} ont en effet mobilisé 23 séances pour l'étude des nombres décimaux et des fractions décimales. Ce qui porte à 46 (2 x 23), le nombre potentiel de phases de début et de fin de séances qui auraient pu être l'objet de phases de rappels dans les classes de 6^{ème}, contre 34 (2x17) dans les classes de CM2. Pourtant, ce sont les classes de CM2 qui ont le plus utilisé les enclavements temporels de début et de fin de séances (59 % d'utilisation des débuts et fins de séances pour les classes de CM2 ; trois fois moins pour les classes de 6^{ème} : 9/46, soit 20 %).

- La présence de phases de rappels sur l'ensemble des segments temporels des séances observées est attestée¹⁰⁷. Les rappels sont régulièrement utilisés tout au long des séances de CM2 et de sixième.
- Certaines phases de rappels sont particulièrement longues, dépassant ou approchant dix minutes sur les deux niveaux¹⁰⁸.
- D'autres, souvent beaucoup plus courtes, sont très nombreuses.

Il est donc probable – comme nous le montrerons lors des prochains chapitres – que les phases de rappels longues et courtes correspondent à des modalités différentes de gestion de la mémoire didactique.

7-3-2 DES DIVERGENCES DANS LA GESTION DE LA MEMOIRE DIDACTIQUE

Par ailleurs, comme ce fut le cas pour le temps effectif d'enseignement, puis pour le type et la durée des activités engagées, les classes de CM2 et de sixième présentent un certain nombre de divergences dans la gestion des phases de rappels.

- L'enclavement temporel électif de début et fin de séances des phases de rappels de CM2 est deux fois plus importants qu'en sixième (22 phases en CM2 ; 9 phases en 6^{ème}).
- Dans les classes de CM2, huit de ces phases correspondent aux deux tiers du temps consacré aux rappels. Dans les classes de sixième, la totalité des neuf phases correspond à seulement à trente pour cent du temps total consacré aux rappels.

Cette dernière spécificité de l'élémentaire est à mettre en relation avec la durée de certaines des activités engagées, notamment les activités de groupe et les débats qui en découlent. Rappelons ainsi que les phases de recherche, de jeux et de correction mobilisent, en CM2, plus des trois quarts du temps total d'enseignement effectif des mathématiques (cf. Figure 12). Les longues phases de rappels sont donc, fort logiquement, renvoyées en début ou en fin de séance, tandis que le reste du temps est totalement occupé par la recherche, le jeu et les débats inhérents à la correction. Les enseignants de CM2, disposent ainsi de plus de temps pour récapituler et expliquer ce qui a été fait au cours des séances précédentes.

¹⁰⁷ Cf. Annexes, Section 6 : « Distribution des phases formelles et informelles de rappels dans les classes de CM2/ 6^{ème} ».

¹⁰⁸ La phase de rappels la plus longue a été enregistrée dans la classe de EC4 : elle s'arrête dans la 13^{ème} minute (12 mn 24s) ; en CM2 on trouve deux phases de rappels dépassant 9 minutes chez EE2 (cf. Annexes, Section 6 : « Distribution des phases formelles et informelles de rappels dans les classes de CM2/6^{ème} »).

En sixième, en revanche, le faible nombre de phases de rappels situées en début ou en fin de séance n'est pas suffisamment représentatif pour leur conférer la même importance et la même influence, vis-à-vis des processus de remémoration et d'institutionnalisation.

Le prochain chapitre sera, par conséquent, consacré à la recherche d'un nouveau classement, susceptible de rendre compte de façon plus satisfaisante de l'ensemble des processus de remémoration et d'institutionnalisation sur les deux niveaux.

Chapitre 8

8 ACTIVITES ET FORMES DE MEMORISATION

8-1 Vers un nouveau classement

8-1-1 UNE VARIABLE INSUFFISAMMENT REPRESENTATIVE

Nous avons pu mettre en évidence une différence significative d'enclavement temporel des phases de rappels de CM2 et de sixième.

- En CM2, une telle variable permet de rendre compte de la gestion globale des phases de rappels. Les phases de rappels les plus longues sont essentiellement mobilisées en début et fin de séance et rendent compte de l'essentiel du temps consacré aux rappels.
- Tel n'est plus le cas en sixième, où n'existent pas d'enclavements temporels aussi différenciés. Cela est dû, notamment, à la forte diminution des temps de recherches et de débats : les phases de rappels ne sont plus reléguées en début ou en fin de séances.

L'enclavement temporel ne constitue donc pas une variable suffisamment représentative en sixième ; les rappels les plus longs ne rendent pas compte de l'essentiel des phases de rappels observées.

Tableau 5 : Nombre et durée des phases de rappels de début et fin de séances, en CM2 et en 6^{ème}

Niveau	Phases de rappels début / fin de séance (%)	Nombre de phases	Durée des phases
	CM2		28,57 % (22/77)
6 ^{ème}		9,1 % (9/99)	28,08%

Lecture - Dans les classes de CM2, 22 phases de rappels sur 77 (28,57 %) sont situées en début ou en fin de séances et correspondent à 60 % du temps total consacré aux rappels (59,9 %).

8-1-2 LE TYPE D'ACTIVITES : UNE VARIABLE PLUS REPRESENTATIVE

La typologie des activités engagées (cf. Chapitre 6) trouve alors un nouveau sens et un nouvel intérêt. Si l'on change d'échelle et de niveau d'analyse, on observe, en effet, que la plupart des phases longues de rappels, dans le premier degré comme dans le second degré, sont mobilisées sur ce que nous avons précédemment nommé les phases de réorganisation des connaissances¹⁰⁹.

Rappelons que de telles phases de réorganisation correspondent à des temps où l'enseignant revient sur ce qui a été cherché et corrigé ; où les élèves s'appuient sur les explications données, comme sur les remarques de leurs pairs, afin de retrouver la logique de raisonnements, l'enchaînement d'écritures mathématiques et les relations qui existent entre elles.

Le classement des phases de rappels selon l'activité engagée nous paraît plus pertinent que le précédent et cela pour plusieurs raisons.

- Il est aussi discriminant que le précédent, dans la mesure où l'on y retrouve huit des neuf phases de rappels les plus longues de CM2 et trois des quatre phases de rappels les plus longues de sixième.
- Il permet d'établir un lien entre certaines activités et certaines formes de rappels – ce qui constitue un des objectifs de cette recherche –, susceptible, à terme, de nous aider à construire une typologie fonctionnelle des rappels.
- Il permet de prendre en considération des phases de rappels situées en milieu de séance et relevant des temps de réorganisation qui, jusque là, n'avaient pas été distinguées d'autres phases de rappels situées sur les mêmes segments temporels et engagées au cours des activités de correction et de recherche.
- Enfin, il est plus représentatif en ce qui concerne les phases de rappels mobilisées en sixième.
 - Les vingt-deux phases de début et fin de séance de CM2 (59,9 %) sont ainsi comprises dans les vingt-huit phases de rappels relevant des temps de réorganisation (62,82 %).
 - En sixième, on passe de neuf phases (28 % du temps total de rappel), à cinquante-trois phases correspondant à des temps de réorganisation (63,64 % du temps total de rappels).

¹⁰⁹ Les différents schémas sont consultables, en Annexes, sous l'intitulé « Distribution spatiale et temporelle des phases formelles et informelles de rappels » (cf. Annexes, Section 6).

Tableau 6 : Nombre et durée des phases de rappels des temps de réorganisation, en CM2 et en 6^{ème}

Niveau	Phases de rappels liées aux temps de réorganisation	Nombre	Durée
	CM2	36,36 % (28/77)	64,19 % (65mn 52s)
	6^{ème}	53,53 % (53/99)	63,64 % (60 mn 58s)

***Lecture** - Dans les classes de CM2, 28 phases de rappels sur 77 (28,57 %) sont situées en début ou en fin de séances et correspondent à environ 65 % du temps total consacré aux rappels (64,19 %).*

La nouvelle classification nous permet d'associer différentes formes de mémorisation aux différentes activités engagées lors des cours de mathématiques. Elle établit, notamment, une relation décisive entre les phases de rappels les plus longues, aussi bien en CM2 qu'en sixième et les phases de réorganisation détachées des tâches les plus routinières, telles que la recherche et la correction. Dans le cas des phases de CM2, elles sont, de plus, souvent situées sur des segments temporels singularisés, tels que les débuts et les fins de séance.

On aura compris qu'une telle singularité, entièrement sous le contrôle de l'enseignant, nous fait penser à l'organisation d'une visibilité institutionnelle des connaissances jugées les plus importantes.

8-1-3 TYPOLOGIE DES PHASES DE RAPPELS

8-1-3-1 PHASES MOBILISEES SUR LES TEMPS DE REORGANISATION

Il existe des phases de rappels, relevant des temps de réorganisation, permettant une première distanciation vis-à-vis de ce que l'on vient de chercher et de corriger il y a quelques secondes, quelques minutes, voire quelques jours (dans le cas d'une phase de rappels située en début de séance). Les rappels mobilisés sur ces phases formelles seront nommés « rappels formels ».

Nous les avons définis de la façon suivante.

Phase formelle¹¹⁰ de rappels : Énonciations orales mobilisées sur des phases de réorganisation de connaissances, contenant un ou plusieurs rappels portant sur une ou plusieurs connaissances, explicitement référées au passé didactique de la classe, voire à un passé plus lointain, réel ou fictif, liée à l'étude d'un objet mathématique donné.

Rappels formels : Rappels portant sur une ou plusieurs connaissances appartenant à une phase formelle de rappels.

8-1-3-2 PHASES MOBILISEES SUR LES TEMPS DE RECHERCHE ET DE CORRECTION

Il existe des phases de rappels correspondant à des activités de correction et de recherche. Nous les nommerons « phases informelles de rappels ». Comme pour les phases formelles de rappels il n'existe pas d'enclavement temporel, commun aux classes de CM2 et de sixième vis-à-vis des phases informelles.

Les rappels mobilisés sur ces phases informelles seront nommés « rappels informels ».

Nous les avons définis de la façon suivante.

Phase informelle de rappels : Énonciations orales mobilisées sur des activités de recherche et de correction, contenant un ou plusieurs rappels portant sur une ou plusieurs connaissances, explicitement référées au passé didactique de la classe, voire à un passé plus lointain, réel ou fictif, liée à l'étude d'un objet mathématique donné.

Rappels informels : Rappels portant sur une ou plusieurs connaissances appartenant à une phase informelle de rappels.

8-2 Temps effectif d'enseignement et formes de mémorisation

8-2-1 MODULATIONS DU TEMPS D'ENSEIGNEMENT ET FORMES DE MEMORISATION

La rigidité du temps institutionnel, observée dans le second degré, participe à l'éviction de pratiques de recherches chronophages, plus souvent mobilisées en CM2,

¹¹⁰ Le terme « formel » renvoie, ici, au caractère formel de la phase de réorganisation – comprise comme règle et convention sociale – sur laquelle elle est énoncée et qui lui confère son importance.

impliquant le travail en groupe et où l'on mobilise plus souvent des supports et des outils et des supports plus variés qu'en sixième¹¹¹ (J. Colomb, 2006, 103).

- Disposant d'un temps institutionnel moins rigide que dans les classes de collège, les enseignants de CM2 ont davantage les moyens d'engager, sur certaines de leurs séances, des activités très coûteuses en temps. Ils mettent l'accent sur l'autonomie des élèves, la diversité des solutions trouvées et la mise en débat.
- Disposant d'un temps institutionnel plus rigide, les enseignants de collège n'ont plus les moyens d'engager de telles activités, alors même que les temps d'enseignement effectif sont très proches sur les deux niveaux (CM2 : 18h 20mn 08s ; 6^{ème} : 17h 51mn 55s ; cf. Chapitre 5). Ils mettent plus l'accent sur les savoirs et prennent moins en compte les productions de leurs élèves (J. Colomb, 2006, 57, 58).

A leur tour, les activités engagées exercent une influence sur les formes de mémorisation.

- En CM2 les temps de recherche et de jeux – deux fois plus longs qu'en sixième – pourraient, à leur tour, expliquer des phases de rappels plus longues qu'en sixième (« slow-teachers »).
- En sixième, à l'inverse, la très forte augmentation des temps de réorganisation des connaissances – trois fois plus longs, en moyenne, qu'au CM2 (cf. Figure 12) – correspond à un nombre plus élevé de phases de rappels au collège et à une institutionnalisation plus rapide des connaissances (« fast-teachers »).

Il existe, par conséquent, une relation indirecte entre le découpage du temps institutionnel et les formes de mémorisation. Relation que, pour l'instant, nous ne sommes pas en mesure d'expliquer. Pourquoi, en effet, n'assiste-t-on pas à des phases de rappels encore plus longues et plus nombreuses qu'en CM2, puisque le temps de réorganisation est plus important ? Rappelons que le temps total de phases formelles de rappels, en sixième, tourne autour d'une heure sur l'ensemble des quatre classes (cf. Tableau 6). Il est donc loin

¹¹¹ Tout au long de l'étude des fractions décimales et/ou des nombres décimaux, les élèves de CM2 ont ainsi mobilisé une gamme de supports, d'outils plus variées que dans les classes de collège : machines à calculer (EE2), manipulations et mesures de surfaces à l'aide de rectangles-unités par pliage, découpage ; manipulation de droites graduées en tiers, quarts, demis, dixièmes (EE3 ; EE1). Par ailleurs ils ont également mobilisé des procédures complexes :

- réduction de fractions complexes (nombres à 3 chiffres au numérateur et au dénominateur) au même dénominateur (EE4) ;
- recherche de problèmes nécessitant le calcul de divisions avec ou sans restes et le passage à l'écriture fractionnaire du reste (EE2), etc.

de rendre compte des six heures correspondant au temps total de réorganisation sur ce même niveau...

A quoi donc peuvent correspondre, par conséquent, les activités de réorganisation des connaissances, si les seules phases de rappels ne permettent d'expliquer qu'un sixième du temps en question ?

8-2-2 PHASES DE REORGANISATION ET FORMES DE MEMORISATION

8-2-2-1 L'INSTITUTIONNALISATION ECRITE : UNE FORME SPECIFIQUE DE FIXATION DES CONNAISSANCES EN SIXIEME

La question de la corrélation entre certaines phases de rappel et les phases de réorganisation pourrait donc bien devenir celle de l'existence de formes de remémoration et de fixation spécifiques suivant les niveaux.

Alors qu'il n'existe, dans les classes de CM2 observées, aucune institutionnalisation écrite sur le cahier de leçons, les quatre classes de sixième observées ont eu régulièrement recours à ce type d'institutionnalisation, tout au long des séances.

- Au premier degré, les longues phases orales de rappels sur des segments temporels singularisés (début / fin de séances).
- Au second degré, les longs temps de réorganisation consacrés à la copie de leçons sur le cahier de leçons, préparatoires à de prochaines évaluations.

L'essentiel des temps de réorganisation correspond ainsi à des temps de copie de leçons¹¹². Ces résultats corroborent ceux d'une recherche de l'INRP, portant sur l'étude comparative des pratiques observées en mathématiques dans les classes de CM2 et de sixième, où l'on constate que l'institutionnalisation écrite est moins fréquente à l'école qu'au collège (J. Colomb, 2006, 103-104)¹¹³.

¹¹² Le temps de copie de leçons a été mesuré à partir du moment où l'enseignant demande aux élèves de sortir leur cahier de leçons et le moment où il signifie oralement que la copie est terminée. Rappelons que sur le temps d'enseignement effectif global en 6^{ème}, environ le tiers (33,33 %) est consacré, en moyenne, à la réorganisation des connaissances (cf. Figure 12) et environ 20 % est consacré à la copie de leçons.

¹¹³ Les critères retenus dans cette recherche (oral magistral / relationnel / organisationnel ; écrits transcriptions / copie / de recherche) ne permettent pas, cependant, de distinguer les temps de recherche individuelle et en groupe, des temps collectifs beaucoup plus maîtrisés par l'enseignant et caractéristiques des temps de réorganisation et de correction. Des échanges de type question / réponse qui, selon les auteurs, « occupent les deux tiers de la totalité des prises de parole » dans les classes de CM2 et de 6^{ème}, peuvent ainsi renvoyer à des objectifs très différents : maintien de la continuité et de la cohérence des enseignements à l'aide d'explications et de démonstrations ; construction de la visibilité institutionnelle élective de certaines connaissances visées par l'étude, etc.

8-2-2-2 VISIBILITE INSTITUTIONNELLE DES CONNAISSANCES VISEES PAR L'ETUDE

Qu'est-ce qui peut, par conséquent, justifier une institutionnalisation écrite aussi longue dans certaines des classes de sixième, quand ce même temps pourrait être mobilisé pour des activités de recherches et de débats ? Nous avons déjà répondu en partie à cette question : la rigidité du temps institutionnel ne permettant pas la mobilisation d'activités de recherche chronophages, les enseignants de collège ont recours à des exercices plus courts, nécessitant moins de temps (cf. Chapitre 6).

Il leur faut cependant assurer la visibilité institutionnelle des connaissances visées par l'étude ou simplement utiles à l'avancée du temps didactique ; connaissances dont la construction et l'évolution sont moins garanties au sein de milieux didactiques alliés plutôt qu'antagonistes. La mobilisation d'activités singularisées telles que les phases de réorganisation pourrait donc venir pallier le manque de visibilité institutionnelle des connaissances sur les temps de recherche et de correction.

8-3 Synthèse

Le passage de l'enclavement temporel à l'activité engagée constitue un changement décisif de variable, dans l'approche de la gestion de la mémoire didactique en élémentaire et au collège.

- D'une part ce changement a permis d'établir un lien direct entre certaines phases de rappels particulièrement longues en CM2 et en sixième et les phases de réorganisation.
- Ce faisant, nous avons été en mesure d'établir une typologie des phases de rappels à la fois plus représentative et heuristique, distinguant les phases informelles de rappels mobilisées sur les temps de correction et de recherche, des phases formelles de rappels mobilisées sur les temps de réorganisation.
- Nous avons pu ainsi mesurer l'écart significatif, existant dans les classes de sixième, entre, d'une part, le temps consacré aux phases de rappels ; d'autre part, le temps consacré à la réorganisation des connaissances. Cette différence a pu alors être rapportée à une forme spécifique de fixation de la mémoire au collège : l'institutionnalisation écrite. Les temps consacrés à la copie de leçons – sur lesquels

on trouve également certaines phases formelles de rappels – occupent ainsi l’essentiel des temps de réorganisation.

L’institutionnalisation écrite des connaissances visées par l’étude, constitue, par conséquent, une dimension fondamentale de la gestion de la mémoire didactique dans les classes de sixième, au même titre que les remémorations orales et collectives, représentées par les phases formelles et informelles de rappels.

Synthèse générale de la deuxième partie

Cette approche macrodidactique a mis en évidence les liens existant, d'une part, entre le découpage du temps institutionnel et les activités ; d'autre part, entre les activités et les formes de mémorisation.

En CM2, un temps effectif d'enseignement à la fois plus modulable et plus important permet l'engagement d'activités temporellement coûteuses, en termes de recherches, de jeux et de débats.

Les formes de mémorisation correspondantes sont notamment constituées par de longues phases de rappels, reléguées en début ou en fin de certaines séances, du fait du temps important consacré aux phases de recherche, de correction et de réorganisation. L'institutionnalisation, essentiellement de type oral, mobilise ainsi des phases formelles et informelles de rappels, respectivement sur des temps de réorganisation et des temps de recherche et de correction. L'utilisation restreinte de l'institutionnalisation écrite, au CM2, ne permet pas, cependant, de préjuger de la fréquence de son utilisation au cours de l'année scolaire, au vu du temps passé dans les classes observées (4 à 5 séances de mathématiques par enseignant). Nous pouvons simplement souligner que, pour des temps effectifs d'enseignement comparables, une seule enseignante de CM2, EE2, a eu recours à cette forme de mémorisation.

En sixième, un temps effectif d'enseignement moins important, peu ou pas modulable, entraîne un certain nombre de conséquences importantes.

- Forte diminution du temps consacré aux phases de recherche, de jeux et de travail en groupe.
- Externalisation d'une partie significative de cette recherche, sous la forme de devoirs.

- Forte augmentation des temps consacrés à la réorganisation, liée à la fixation par écrit, sur un cahier de leçons, des connaissances destinées à l'institutionnalisation ; institutionnalisation se superposant ou se juxtaposant aux phases formelles de rappels, suivant les cas.

Le recours massif à l'institutionnalisation écrite dans les classes de collège, ajouté aux phases formelles de rappels, place ainsi les activités de réorganisation au cœur des stratégies didactiques des enseignants, mobilisant le tiers du temps global d'enseignement effectif. La question du temps mobilisé sur ce type d'écrit, est donc posée : pourquoi un temps aussi important – qui pourrait être utilisé, par exemple, à la réalisation et à la correction d'un nombre plus important d'exercices ?

Une réponse pourrait venir de l'impossibilité, pour les enseignants de collège, d'organiser une visibilité institutionnelle suffisante, à l'aide des seules phases formelles et informelles de rappels, du fait de temps de recherche contraints, induisant l'organisation de milieux didactiques alliés. L'institutionnalisation écrite aurait alors pour fonction de *doubler l'institutionnalisation orale*.

Pour tester cette hypothèse il nous faudrait être capable de construire une mesure de la visibilité institutionnelle de chacune des connaissances, en fonction du type d'activités sur lequel elles sont rappelées (phases formelles / phases informelles) et du type d'institutionnalisation (orale / écrite) dont elles sont l'objet.

La construction d'une telle mesure sera au cœur de l'approche microdidactique de la troisième partie. A l'aide de nouveaux indicateurs, nous caractériserons, successivement, les phases informelles et formelles de rappels et détermineront leur rôle respectif dans la gestion de l'institutionnalisation.

Dans le premier chapitre de cette troisième et dernière partie, nous commencerons par définir deux processus simultanés conditionnant toute institutionnalisation et traversant toutes les situations d'enseignement : l'extension et la réduction didactiques. Ces deux notions nous permettront de mieux comprendre les mécanismes de construction de la visibilité institutionnelle.

TROISIEME PARTIE

MEMOIRE ET RECIT

Etude microdidactique

Chapitre 9

9 EXTENSION ET REDUCTION DIDACTIQUES

" Si nous nous souvenions de tout, nous serions, dans la plupart des cas, aussi mal lotis qu'en ne nous souvenant de rien. Pour nous rappeler une période écoulée, il nous faudrait autant de temps que cette période en a pris, et notre pensée n'avancerait pas. Toute durée remémorée implique des raccourcis et ceux-ci sont dus à l'omission d'une énorme quantité de faits qui remplissaient la durée en question. [...]

Sans l'oubli total d'une quantité prodigieuse d'états de conscience, sans l'oubli momentané d'un grand nombre d'entre eux, nous ne pourrions nous souvenir de rien..."
(D. Boorstin, 2004, 482 ; citation de William James)

9-1 Production et sélection des connaissances

9-1-1 UN PROCESSUS D'INFLATION ET DE DEFLATION

Nous savons très peu de choses sur la transmission des savoirs dans les classes ; celle-ci s'apparente à une boîte noire¹¹⁴, ne livrant pas facilement ses secrets (Y. Chevallard, 1997, 45-64).

Enseigner, c'est donc ouvrir et fermer une succession de boîtes noires, constituées des différentes connaissances des élèves sur différents savoirs relevant du curriculum. En ouvrant celles traitant des fractions et/ou des nombres décimaux, l'enseignant fait un premier état des lieux des connaissances de ses élèves. Il provoque de multiples reformulations et rappels de connaissances proches ou différentes : de nombreux algorithmes, procédures sont travaillés, formulés, répétés, écrits.

En quelques séances, on assiste ainsi à une inflation considérable des connaissances, liée autant à leur diversité qu'à celle des différents registres sémiotiques mobilisés (scriptural, oral, gestuel, etc.).

¹¹⁴« Parler d'un savoir et de sa transmission [...] c'est reconduire l'image de la boîte noire, celle de la classe où le savoir supposé est supposé se « transmettre », où l'on n'ira pas voir, et où, si l'on y va voir, on verra d'abord le professeur, ensuite les élèves, et presque jamais le savoir, toujours forcément invisible [...]. » (Y. Chevallard, 1997, 45-64)

Puis vient le moment où, les connaissances initiales ayant suffisamment évolué, il faut *fixer* – sous une forme institutionnelle et pendant une durée plus ou moins importante – un nombre réduit de connaissances finales et refermer la boîte.

Enseigner, c'est donc, également, oublier. En vertu du contrat didactique qui le lie à ses élèves, le professeur ne retient, parmi la multitude de connaissances apparues dans le milieu, que celles, plus rares, directement impliquées dans la construction des savoirs visés, c'est-à-dire celles que la société considère comme utiles à son prolongement et à sa survie.

Une telle prodigalité et sélection se retrouvent d'ailleurs dans l'ensemble du monde vivant. Tout le monde sait, par exemple, qu'en automne et au début de l'hiver, les feuilles mortes recouvrent le sol des forêts. Ce que l'on sait moins, c'est que si ces feuilles mortes ne se détruisaient pas rapidement sous l'action de décomposeurs, les forêts disparaîtraient, progressivement étouffées en quelques centaines d'années (J. F. Dobremez, 1992, 67). L'oubli de nombreuses connaissances transitoires et de nombreuses connaissances outils, inhérent au processus de réduction didactique, s'apparente ainsi à la nécessaire disparition des feuilles mortes, préservant les cycles vitaux d'une asphyxie consécutive à l'accumulation.

Le processus de sélection se poursuit tout au long d'une « chaîne sémiotique », mobilisant successivement – et, le plus souvent, simultanément – différents codes et langages (énonciations orales, gestes, langage du corps, écritures mathématiques, symboles, signes, chiffres, tableaux, droites numériques, etc.).

Progressivement, les premières énonciations mathématiques se débarrassent de leur gangue corporelle – énonciations, intonations, gestes, postures – caractéristique de l'oral¹¹⁵, en même temps que s'estompent les situations dans lesquelles elles ont été mobilisées. Les reformulations et rappels successifs d'une même connaissance produisent ainsi une série de distanciations, propices à leur remaniement.

¹¹⁵ On trouve une illustration saisissante de la péjoration de toute formulation orale vis-à-vis de l'écrit dans les réflexions de Michel de Certeau au sujet de la transcription écrite de paroles enregistrées. Pour cet historien, la corporalité de la parole renvoie à l'imperfection et à la trivialité organique du corps : « Hésitations, phrases inachevées, redoublements, bruits de corps, mots avalés, paroles noyées dans des “explétifs” incohérents, des “eh” et des “hein” ! Pensant qu'il me faut remettre tout cela en bon français, je me corrige, ma norme devient l'écrit. Je rajoute des “pas”, remplace des “il”, bannissant ces indécents “i” qui font trop populaire. » (M. de Certeau, 1980, 274). Pour Cifali, l'oral ne peut ainsi être détaché de ces « bruits de corps », où la parole se cherche en même temps qu'elle se dit (M. Cifali, 1998, 232).

Enfin, dans une dernière phase, certaines connaissances trouvent place sur une affiche co-construite par le professeur et les élèves ou bien sont inscrites sur le cahier de leçons. Du discours oral – dans laquelle l'énonciateur a une visée pragmatique et cherche à convaincre ou à séduire – aux écrits à visée scientifique, existe ainsi une distanciation croissante entre le pôle sémantique et le pôle phonétique (M. Brossard, 2004, 83-84). Le processus d'institutionnalisation s'accompagne ainsi d'un *double processus d'extension et de réduction didactiques*, lié à l'adaptation et à l'évolution progressive des connaissances initiales en connaissances finales.

9-2 Extension didactique

9-2-1 DIALECTIQUE DES SAVOIRS ET DES CONNAISSANCES

La construction de nouveaux savoirs nécessite la formalisation, la maîtrise et l'assemblage d'un ensemble d'écritures, de procédures différentes. On se trouve dans une dialectique objet / outil¹¹⁶, dans laquelle certaines connaissances non destinées à l'institutionnalisation sont pourtant formulées de nombreuses fois, voire rappelées, car elles sont utiles à la construction de nouveaux savoirs.

Le raisonnement mathématique implique ainsi le déploiement de longues chaînes de raisons successives et ordonnées, telles que les décrit René Descartes, dans la deuxième partie de son *Discours de la méthode*.

« Ces longues chaînes de raisons, toutes simples et faciles, dont les géomètres ont coutume de se servir pour parvenir à leurs plus difficiles démonstrations, m'avaient donné occasion de m'imaginer que toutes les choses, qui peuvent tomber sous la connaissance des hommes, s'entre-suivent en même façon et que, pourvu seulement qu'on s'abstienne d'en recevoir aucune pour vraie qui ne le soit, et qu'on garde toujours l'ordre qu'il faut pour les déduire les unes des autres, il n'y en peut avoir de si éloignées auxquelles enfin on ne parviennne, ni de si cachées qu'on ne découvre. »
(R. Descartes, 1987, 43-44)

Tout enseignement qui se déploie sur la longue durée, doit ainsi faire face à la dialectique incessante entre connaissances et savoirs ; entre connaissances outils et connaissances objets de l'enseignement.

¹¹⁶ Pour Douady, la dialectique objet / outil renvoie à l'usage que l'on fait d'un concept mathématique. Un concept est un outil quand « nous focalisons notre intérêt sur l'usage qui en est fait pour résoudre un problème. Un même outil peut être *adapté* à plusieurs problèmes, plusieurs outils peuvent être adaptés à un même problème. ». Un concept mathématique devient un objet quand il a sa place « dans un édifice plus large qui est le savoir savant à un moment donné, reconnu socialement. » (R. Douady, 1986, 9). Quant à nous, nous utiliserons le terme de « connaissances outils » vis-à-vis de connaissances non visées par l'institutionnalisation mais néanmoins indispensables dans la stratégie didactique arrêtée par l'enseignant et la construction de nouveaux savoirs.

Pour Centeno, l'élève se fabrique des conceptions « provisoires » dont certaines non contrôlées et non voulues par l'enseignant – entre l'instant t_1 où le système enseignant met dans sa mémoire « quelque chose qu'il va vouloir utiliser dans un enseignement postérieur », et l'instant t_2 où ce quelque chose réapparaît exactement sous la même forme (J. Centeno, 1995, 175). La dialectique savoirs/connaissances dépend ainsi de contraintes de communication et de contraintes temporelles inhérentes à toute pratique didactique (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 190), comme par exemple, l'oubli des circonstances et des contextes dans lesquels connaissances et savoirs ont été abordés, d'un niveau d'enseignement à l'autre. (G. Brousseau, 1998, 323).

La construction et l'institutionnalisation de nouveaux savoirs supposent, par conséquent, la réactivation de connaissances et de savoirs anciens (révisions), aussi bien que la maîtrise et l'articulation de nombreuses connaissances entre elles.

Il s'en suit un processus d'extension didactique, caractéristique de l'enseignement.

9-2-2 UN EXEMPLE EN SIXIEME

Nous avons vu que le déploiement de la pensée et celui des longues chaînes de raisons qui la constituent, prend du temps. On ne peut transmettre un certain nombre de savoirs sur un objet mathématique, de façon immédiate et frontale.

Le temps de l'enseignement coïncide ainsi rarement avec celui de l'apprentissage. En réalité, les difficultés commencent dès que l'on a défini les compétences relevant de la maîtrise d'un concept, à un niveau d'enseignement donné et que l'on cherche à mettre en face les connaissances nécessaires. A l'image de l'artisan manipulant plusieurs dizaines d'outils pour la réalisation d'un seul meuble, il arrive fréquemment que, pour une seule compétence, les enseignants mobilisent bien plus d'une connaissance, comme dans l'exemple suivant, tiré de la classe de EC2.

9-2-2-1 PLUSIEURS CONNAISSANCES POUR UNE MEME COMPETENCE

La compétence « Associer diverses désignations d'un nombre décimal : écriture à virgule, fractions décimales » concernant l'intitulé « Nombres entiers et décimaux » du

programme 2004 pour les classes de sixième, a nécessité plusieurs connaissances dans la classe de EC2.

- 1 C07-1 : Passage du nombre décimal aux fractions décimales (première technique)
 - Conversion des unités obtenues en fractions décimales en s'aidant des équivalences déjà connues ($7,8 = 7 \times 1 + 8 \times 0,1 = 7 \times 10/10 + 8 \times 1/10$)
 - En faire la somme ($7 \times 10/10 + 8 \times 1/10 = 70/10 + 8/10 = 78/10$)
- 2 C07-2 : Passage du nombre décimal aux fractions décimales (seconde technique)
 - Placer le nombre décimal dans un tableau de numération
 - Chercher l'unité correspondant au dernier chiffre de droite
 - Enlever la virgule
 - Ecrire la fraction avec un numérateur correspondant au nombre placé dans le tableau (sans la virgule) et un dénominateur dont l'unité correspond à celle du chiffre de droite
- 3 C08-1 : Passage des fractions décimales au nombre décimal (seconde technique)
 - Placement du numérateur dans un tableau de numération
 - Placement de la virgule entre les unités et les dixièmes
- 4 C08-2 : Passage des fractions décimales au nombre décimal (première technique)
 - une fraction décimale peut être comprise comme une division par 10, 100, 1000
 - diviser un nombre par dix revient à décaler d'un cran la virgule vers la gauche ; diviser par cent, à la décaler de deux crans ; diviser par mille, à la décaler de trois crans¹¹⁷.

En outre, le passage d'une écriture fractionnaire décimale à une écriture décimale nécessite d'autres connaissances aussi importantes, concernant :

- le rôle joué par la virgule (séparation de la partie décimale et de la partie entière) ;
- le rôle joué par le zéro dans les écritures décimales et fractionnaires (zéros utiles / inutiles)

De loin en loin, les enseignants se trouvent, par conséquent, contraints à l'explicitation de nombreuses connaissances outils, inhérentes à l'étude d'un même objet. Ce n'est qu'ultérieurement que les élèves seront en mesure de les relier entre elles, sous la forme d'une écriture unique.

¹¹⁷ Cf. Annexes, Section 5, EC2.

9-2-2-2 PLUSIEURS ENONCIATIONS POUR UNE MEME CONNAISSANCE

De façon concomitante, une telle inflation se double d'un traitement discursif et sémiotique différencié de chacune des connaissances, lié au processus de différenciation et d'institutionnalisation.

- Certaines connaissances sont seulement formulées.
- D'autres sont seulement rappelées.
- D'autres sont à la fois formulées et rappelées.
- D'autres sont formulées, rappelées et copiées sur le cahier de leçons ou sur une affiche.

Les différentes modalités de ce traitement discursif et sémiotique portent aussi bien sur le type d'énonciations orales ou écrites (simples formulations / répétitions / rappels explicitement référés au passé didactique de la classe ; simples écritures au tableau / textes courts copiés sur le cahier de leçons), que sur la fréquence de chacune d'entre elles.

L'ensemble de ces énonciations orales et écrites constitue l'extension didactique.

9-2-3 DEFINITION

Nous avons vu que l'enseignement de nouveaux savoirs impliquait à la fois :

- l'articulation de différentes connaissances ;
- un traitement discursif et sémiotique différencié de chacune de ces mêmes connaissances, portant à la fois sur les différents types d'énonciations et leur fréquence.

L'ensemble de ces différents énoncés mathématiques et de leurs différentes énonciations constituent ce que nous avons nommé l'extension didactique.

Nous avons défini ce terme de la façon suivante.

***Extension didactique :** Ensemble des énonciations orales et écrites (formulations, rappels, inscriptions) de connaissances identiques ou différentes, consubstantiel à l'étude d'un objet mathématique donné et à la temporalisation du savoir.*

L'extension didactique s'accompagne d'un processus concomitant de réduction didactique.

9-3 Réduction didactique

Brousseau a montré – au travers des paradoxes du contrat didactique – que les élèves ne pouvaient à, eux seuls, distinguer les connaissances socialement reconnues parmi celles qu'ils fabriquaient et/ou manipulaient (G. Brousseau, 1998, 72-77).

« Le sujet banalise la question dont il connaît les réponses dans la mesure où il n'a pas les moyens de savoir si d'autres se la sont posée avant lui, ou si personne n'a su y répondre, ou encore si d'autres questions lui ressemblent ou lui sont liées par le fait qu'elles pourront recevoir une réponse grâce à celle-ci..., etc. Il faut donc que quelqu'un d'extérieur [l'enseignant] vienne pointer ses activités et identifie celles qui ont un intérêt, un statut culturel. »
(G. Brousseau, 1998, 76-77)

Cette responsabilité ne peut être laissée à la charge de l'élève. Les savoirs visés ne peuvent se déduire des situations créés par le professeur ; leur identification relève, avant tout, d'un travail culturel et historique (G. Brousseau, 1998, 77). Au fur et à mesure que les élèves avancent dans l'étude d'un objet mathématique, l'enseignant est donc amené à institutionnaliser *et à rendre visible cette institutionnalisation*, en hiérarchisant les connaissances et en distinguant celles qui correspondent aux savoirs visés.

« Choisir certaines questions parmi celles que l'on sait résoudre, les placer au cœur d'une problématique qui confère aux réponses que ces questions appellent un statut de savoir plus ou moins important, les relier à d'autres questions et à d'autres savoirs, constitue finalement l'essentiel de l'activité scientifique. »
(G. Brousseau, 1998, 77)

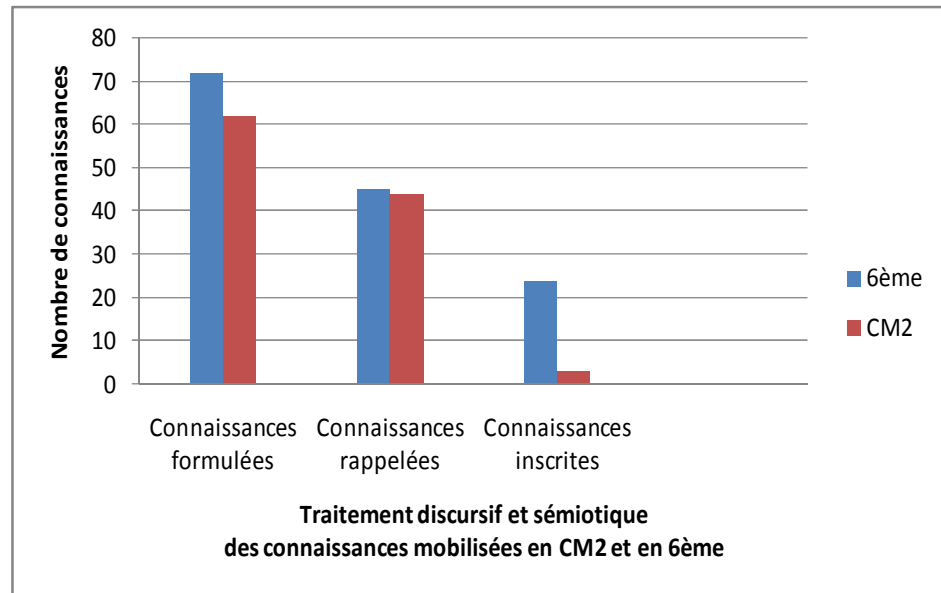
L'institutionnalisation s'accompagne ainsi d'un vaste mouvement de sélection didactique, au bout duquel seules certaines connaissances sont l'objet d'une institutionnalisation orale, voire d'une institutionnalisation écrite, sur le cahier de leçons.

9-3-1 UN TRAITEMENT DISCURSIF ET SEMIOTIQUE DIFFERENCIE

9-3-1-1 SELECTION DES CONNAISSANCES

Les indicateurs construits – connaissances formulées / rappelées / inscrites¹¹⁸ (cf. Chapitre 4) – rendent compte des différentes modalités d’institutionnalisation, dans les classes observées en CM2 et en sixième.

Figure 17 : Distribution du nombre de connaissances différentes, en CM2 et en 6ème



Lecture : En CM2, 62 connaissances différentes ont fait l’objet de formulations ; 44 de rappels ; 3 d’institutionnalisations écrites. En 6^{ème}, 72 connaissances différentes ont fait l’objet de formulations ; 45 de rappels ; 24 d’institutionnalisations écrites.

Comme nous l’avons déjà constaté, on observe la présence d’une institutionnalisation écrite beaucoup mieux représentée dans les classes de sixième que dans les classes de CM2 (cf. Chapitre 8).

- En CM2, et uniquement dans la classe de EE2, quatre connaissances font l’objet d’une institutionnalisation écrite, sous la forme d’une affiche co-construite avec les élèves. Aucune copie sur le cahier de leçons n’est effectuée.

¹¹⁸ Rappelons brièvement leur définition.

Connaissance formulée¹¹⁸ : Énonciation orale – non explicitement référée au passé didactique – d’un énoncé mathématique apparu dans le milieu didactique au cours de l’étude d’un objet mathématique donné, accompagné ou non d’une énonciation écrite. Nous appelons également ce type d’énonciation « formulation ».

Connaissance rappelée : Énonciation orale – explicitement référée au passé didactique¹¹⁸ – d’un énoncé mathématique apparu dans le milieu didactique au cours de l’étude d’un objet mathématique donné, accompagnée ou non d’une énonciation écrite. Nous appelons également ce type d’énonciation « rappel ».

Connaissance inscrite : Inscription de connaissance sur un support officiel (affiche, cahier de leçons) ayant fait, au préalable, l’objet de diverses énonciations orales, sous la forme de formulations et/ou de rappels (cf. Chapitre 4).

- En sixième, sur l'ensemble des quatre classes, vingt-quatre connaissances font l'objet d'institutionnalisations écrites sur le cahier de leçons¹¹⁹.

9-3-1-2 UN PROCESSUS DECROISSANT

Sur les deux classes, on constate également une décroissance régulière du nombre de connaissances formulées, rappelées et inscrites. Cette décroissance est-elle significative ? Pour tester cette hypothèse, comparons les deux distributions (CM2 / sixième) à celles obtenues si l'on n'observait aucune décroissance entre les formulations et les inscriptions de connaissances.

Tableau 7 : Nombre de connaissances formulées, rappelées et inscrites, en CM2

Traitement sémiotique et discursif		Connaissances formulées	Connaissances rappelées	Connaissances inscrites	Total
Niveau d'enseignement					
CM2	Effectifs observés	$n_1 = 62$	$n_2 = 44$	$n_3 = 3$	109
	Effectifs théoriques	$n'_1 = 45,817$	$n'_2 = 39,166$	$n'_3 = 24,017$	
Modèle non décroissant	Effectifs observés	$n_4 = 62$	$n_5 = 62$	$n_6 = 62$	186
	Effectifs théoriques	$n'_4 = 78,183$	$n'_5 = 66,834$	$n'_6 = 40,983$	
Total		124	106	65	295

χ^2 calculé : 39,18 ; d.d.l. = 2 ; s. à P = .05 ; χ^2 lu = 5,99 (à P = .01 ; χ^2 lu = 9,21)

Tableau 8 : Nombre de connaissances formulées, rappelées et inscrites, en 6^{ème}

Traitement sémiotique et discursif		Connaissances formulées	Connaissances rappelées	Connaissances inscrites	Total
Niveau d'enseignement					
6 ^{ème}	Effectifs observés	$n_1 = 72$	$n_2 = 45$	$n_3 = 24$	141
	Effectifs théoriques	$n'_1 = 56,874$	$n'_2 = 46,210$	$n'_3 = 37,916$	
Modèle non décroissant	Effectifs observés	$n_4 = 72$	$n_5 = 72$	$n_6 = 72$	216
	Effectifs théoriques	$n'_4 = 87,126$	$n'_5 = 70,79$	$n'_6 = 58,084$	
Total		144	117	96	357

χ^2 calculé : 15,14 ; d.d.l. = 2 ; s. à P = .05 ; χ^2 lu = 5,99 (à P = .01 ; χ^2 lu = 9,21)

L'hypothèse nulle peut être rejetée avec un haut seuil de probabilité : dans les classes de CM2 et de sixième, les distributions du nombre de connaissances formulées, rappelées et inscrites sont décroissantes. *La réduction didactique, liée au traitement*

¹¹⁹ Le tableau intitulé « Distribution du traitement discursif et sémiotique des connaissances en 6^{ème} » peut être consulté, à ce sujet, en Annexes (Annexes, Section 5).

discursif et sémiotique des connaissances mobilisées est donc un phénomène attesté sur les deux niveaux.

9-3-1-3 UN PROCESSUS DIFFERENCIE

Cette décroissance se distribue-telle différemment dans les classes de CM2 et de sixième ?

Tableau 9 : Nombre de connaissances formulées, rappelées et inscrites, en CM2 et en 6^{ème}

Nombre de connaissances		Connaissances formulées	Connaissances rappelées	Connaissances inscrites	Total
Niveau d'enseignement					
CM2	Effectifs observés	$n_1 = 62$	$n_2 = 44$	$n_3 = 3$	109
	Effectifs théoriques	$n'_1 = 58,424$	$n'_2 = 38,804$	$n'_3 = 11,772$	
6 ^{ème}	Effectifs observés	$n_4 = 72$	$n_5 = 45$	$n_6 = 24$	141
	Effectifs théoriques	$n'_4 = 75,576$	$n'_5 = 50,196$	$n'_6 = 15,228$	
Total		134	89	27	250

χ^2 calculé : 13,37 ; d.d.l. = 2 ; s. à P = .05 (à P = .01 ; χ^2 lu = 9,21)

L'hypothèse nulle peut être rejetée. *Il existe une différence dans les modes d'institutionnalisation observés sur les deux niveaux, se traduisant notamment par une institutionnalisation écrite nettement plus fréquente, en sixième.*

9-3-1-4 DEFINITION

Nous avons défini le terme de « réduction didactique » de la façon suivante.

Réduction didactique : *Ensemble des connaissances différentes, rappelées et/ou inscrites, jugées importantes et/ou visées par l'étude, consubstantiel du processus d'institutionnalisation et lié à l'étude d'un objet mathématique donné.*

La réduction didactique est un processus concomitant de l'extension didactique et accompagne celle-ci, dès les premières séances.

9-3-2 FREQUENCES DES FORMULATIONS, RAPPELS ET INSCRIPTIONS

Le processus de sélection et de réduction didactique peut être observé dans deux dimensions complémentaires.

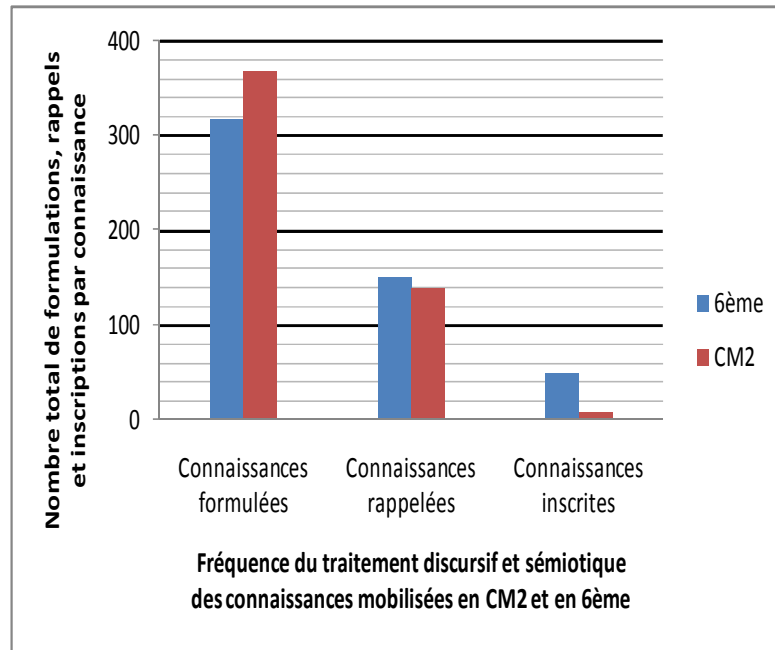
- Celle que nous venons d'étudier, c'est-à-dire le traitement discursif et sémiotique des connaissances mathématiques engagées.

- Il existe des connaissances qui sont uniquement rappelées ;
- Il en existe d'autres qui sont uniquement formulées ; d'autres, formulées, non rappelées et inscrites ; d'autres, formulées, rappelées et inscrites, etc.
- Celle de la fréquence de formulations, de rappels et d'inscriptions de chacune des connaissances mathématiques engagées. Par exemple, pour une connaissance donnée, il peut exister trois formulations, deux rappels et aucune inscription ; ou bien deux formulations, un rappel et une inscription, etc.

9-3-2-1 UN PROCESSUS DECROISSANT

Ce second graphique fait donc état de la fréquence de formulations, rappels et inscriptions sur l'ensemble des connaissances mobilisées en CM2 et en sixième.

Figure 18 : Distribution du nombre de formulations, rappels et inscriptions de connaissances en CM2 et en 6^{ème}



Lecture : En 6ème, 317 formulations et 150 rappels portant sur des connaissances identiques ou différentes ont été oralement énoncés ; 49 inscriptions différentes ont été réalisées sur les cahiers de leçon.

On observe une décroissance comparable à la précédente. Dès lors, nous pouvons nous poser les mêmes questions que précédemment.

- Cette décroissance est-elle significative, en CM2 et en sixième ?
- Les distributions de formulations, rappels et inscriptions observées en CM2 et en sixième sont-elles significativement différentes ?

La réponse est évidente pour la première question : les différences numériques, encore plus importantes que celles constatées vis-à-vis du traitement discursif et sémiotique de chaque connaissance, ne peuvent qu'entraîner, mécaniquement, l'augmentation de la différence avec le modèle non décroissant.

La réduction didactique, liée aux fréquences de formulations, rappels et inscriptions des différentes connaissances mobilisées en CM2 et en sixième est donc, également, un phénomène attesté sur les deux niveaux.

9-3-2-2 NOUVELLE DEFINITION

Ce nouveau constat, à son tour, nous permet de préciser la définition de la réduction didactique, en adjoignant la fréquence au traitement discursif et sémiotique des connaissances.

***Réduction didactique** : Ensemble des différents rappels et inscriptions de connaissances identiques ou différentes, organisant la visibilité institutionnelle des connaissances visées par l'étude et consubstantiel du processus d'institutionnalisation, lié à l'étude d'un objet mathématique donné.*

9-3-2-3 UN PROCESSUS DIFFERENCIE

Nous allons donc nous centrer sur la deuxième question. Comme pour la première question et pour les mêmes raisons, la réponse est positive, du fait de différences numériques encore plus importantes et d'une institutionnalisation écrite ultra minoritaire dans les classes de CM2 observées, tant en nombre de connaissances qu'en nombre d'inscriptions. Il paraît donc plus judicieux de se poser la question de l'influence de ces modes d'institutionnalisation différents sur les formulations et les rappels qui, eux, sont comparables.

Tableau 10 : Distribution du nombre de formulations et de rappels, en CM2 et en 6^{ème}

Nombre d'énonciations		Formulations	Rappels	Total
Niveau d'enseignement				
CM2	Effectifs observés	n₁ = 368	n₂ = 138	506
	Effectifs théoriques	n'₁ = 356,23	n'₂ = 149,77	
6 ^{ème}	Effectifs observés	n₄ = 317	n₅ = 150	467
	Effectifs théoriques	n'₃ = 328,77	n'₄ = 138,23	
Total		685	288	973

χ^2 calculé : 2,74 ; d.d.l. = 1 ; n. s. à P = .05 (χ^2 lu = 3,84)

L'hypothèse nulle ne peut être rejetée.

Au collège, les connaissances ne font pas l'objet d'une institutionnalisation orale plus fréquente qu'en CM2, même si elles sont l'objet d'une institutionnalisation écrite plus systématique. Si les « fast teachers » compensent la diminution du temps de recherche par une augmentation concomitante de la visibilité institutionnelle, celle-ci ne passe donc pas par une augmentation significative du nombre de rappels.

9-4 Synthèse

L'approche microdidactique nous a fait basculer dans une dimension nouvelle qui, de prime abord, présente peu de points communs avec nos réflexions sur le temps effectif d'enseignement, les activités engagées et les formes de mémorisation.

Nous avons caractérisé et défini deux processus concomitants permettant d'organiser la visibilité institutionnelle des connaissances visées par l'étude.

- L'extension didactique, qui rend compte de la production et de la formulation de nombreuses connaissances indispensables à la construction de nouveaux savoirs.
- La réduction didactique, au cœur des processus d'institutionnalisations orales et écrites, qui rend compte du traitement discursif différencié dont les différentes connaissances sont l'objet.
- On observe ainsi :
 - une diminution concomitante du nombre de connaissances rappelées et du nombre de rappels énoncés, comparée au nombre de connaissances formulées et au nombre de formulations ;

- une diminution concomitante du nombre de connaissances inscrites et du nombre d'inscriptions, comparée au nombre de connaissances rappelées et aux rappels.

Les termes d'extension et de réduction ostensives ayant déjà été utilisés pour le développement de la notion d'ostensif (M. Bosch, Y. Chevallard, 1999), un certain nombre de précisions s'impose, afin de les distinguer des notions d'extension et de réduction didactiques.

La réduction ostensive qui succède à l'extension ostensive consacre les ostensifs scripturaux, notamment les ostensifs algébriques propres aux mathématiques. Il y a une volonté d'accorder aux écritures mathématiques le rôle clé, dans les activités mathématiques.

- Les écritures mathématiques constituent, en effet, une spatialisation de la pensée que ne permet pas l'oral.
- Par ailleurs, les mathématiciens manipulent essentiellement des écritures mathématiques.

Les processus sur lesquels nous nous sommes penché étendent la notion d'extension et de réduction aux énoncés mathématiques eux-mêmes.

- Le processus de réduction ostensive aboutit à l'établissement d'une hiérarchie, au sein des instruments ostensifs entre, d'une part, les ostensifs scripturaux et d'autre part, les registres du graphique et de l'oral (M. Bosch, Y. Chevallard, 1999, 105). Dans le cas de la réduction didactique, le processus n'aboutit pas toujours à des inscriptions sur un cahier de leçons, notamment lors des activités de réorganisation en CM2. Les longues phases de rappels qu'on y observe réorganisent, autour d'un *récit oral*, aussi bien, des ostensifs scripturaux et graphiques que des ostensifs langagiers.
- Ceci s'explique, probablement, par des échelles de temps différentes. Tant que les savoirs visés par l'étude ne sont pas solidement ancrés dans le récit didactique de la classe, aussi bien que dans les pratiques des élèves, il est probable que des ostensifs langagiers tels que les rappels demeurent importants pour assurer leur visibilité institutionnelle. Ce n'est qu'une fois acquise leur maîtrise que les ostensifs scripturaux demeurent les seuls véhicules de ces savoirs.
- L'extension et la réduction didactique concernent, non seulement, les ostensifs mais également les énoncés mathématiques qu'ils représentent. En plus d'une diminution des rappels vis-à-vis des formulations et d'une diminution des inscriptions vis-à-vis des rappels, la réduction didactique consiste également en une diminution du nombre

d'énoncés mathématiques rappelés vis-à-vis de celui des énoncés mathématiques formulés et en une diminution des énoncés inscrits vis-à-vis des énoncés rappelés.

Tout au long d'une chaîne sémiotique allant de la première formulation d'un énoncé mathématique jusqu'à son éventuelle inscription sur le cahier de leçons, le nombre de ces énoncés ne cesse ainsi de décroître. Les connaissances visées par l'étude ou simplement utiles à l'avancée du temps didactique, c'est-à-dire à la construction de connaissances nouvelles, devraient donc, fort logiquement, être les premières à bénéficier de cette réduction didactique.

Cela revient à vérifier que la sélection des connaissances, par l'intermédiaire des rappels, vise électivement celles destinées à l'institutionnalisation.

Une telle vérification est notamment possible dans les classes de sixième où l'institutionnalisation est essentiellement à dominante écrite. Nous voulons dire par là qu'en sixième, les connaissances peuvent être rappelées oralement, mais qu'il n'y a pas de contrôle important avant la copie d'une leçon. Les connaissances institutionnalisées sont donc, essentiellement, des connaissances inscrites.

Ce sera l'objet de notre prochain chapitre.

Chapitre 10

10 LA VISIBILITE INSTITUTIONNELLE EN SIXIEME

10-1 Traitement discursif des connaissances et stratégie didactique

Si, comme nous le pensons et comme l'implique le processus d'institutionnalisation, les rappels permettent de distinguer les connaissances jugées les plus importantes par l'enseignant – notamment celles visées par l'étude – il doit être possible de mettre en évidence un degré de proximité plus élevé entre connaissances rappelées et connaissances inscrites.

Dans la recherche de ce degré de proximité, les indicateurs retenus – connaissances formulées / rappelées / inscrites – vont nous permettre de prendre en compte :

- la totalité des différentes connaissances (C01-1 ; C01-2...) mobilisées dans les classes de CM2 et de sixième;
- le traitement discursif et sémiotique de chacune de ces connaissances.

10-1-1 RENDRE VISIBLE LES CONNAISSANCES IMPORTANTES

10-1-1-1 VISIBILITE INSTITUTIONNELLE : RAPPEL DE LA PREMIERE DEFINITION

Reprenons la définition que nous avons donnée de la visibilité institutionnelle (cf. Chapitre 4).

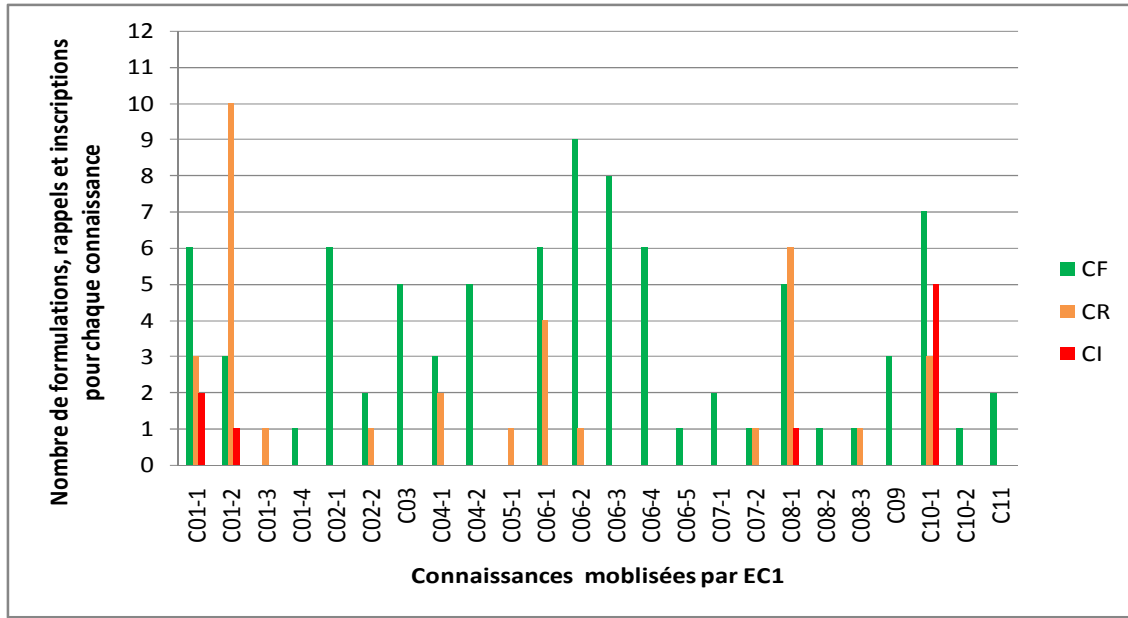
***Visibilité institutionnelle** : Traitement discursif et sémiotique des différents énoncés mathématiques produits dans le milieu didactique, permettant de les distinguer et de les hiérarchiser suivant leur visibilité. La visibilité institutionnelle comprend trois modalités correspondant aux formes de mémorisation et de fixation des savoirs observées dans les classes :*

- *Première modalité : Connaissance formulée*
- *Deuxième modalité : Connaissance rappelée*
- *Troisième modalité : Connaissance inscrite*

10-1-1-2 UN EXEMPLE EN CLASSE DE 6^{EME}

Le seuil d'analyse retenu met ainsi à jour certains mécanismes de visibilité mobilisés par les enseignants enquêtés ; mécanismes dont le tableau suivant rend compte, dans le cas de EC1.

Figure 19 : EC1 / Distribution du nombre de formulations, rappels et inscriptions par connaissance



Lecture _ 24 connaissances, relevant de 11 connaissances génériques (C01/ C02/C03... C11) ont été mobilisées dans la classe de EC1. La connaissance C06-2 est la connaissance la plus formulée ; elle est également rappelée, mais pas inscrite (elle ne fait l'objet d'aucune inscription sur le cahier de leçons). La connaissance C01-2 est la connaissance la plus rappelée (10 rappels pour seulement 3 formulations !). Elle a été inscrite sur le cahier de leçons.

Légende : CF : connaissance formulée ; CR : connaissance rappelée ; CI : connaissance inscrite.

Immédiatement, on constate une forte disparité, à la fois dans la fréquence et le traitement discursif et sémiotique des différentes connaissances mobilisées. C'est ainsi que plusieurs connaissances formulées ne sont pas rappelées, tandis que des connaissances à la fois formulées et rappelées ne sont pas inscrites.

- Douze connaissances ne font l'objet d'aucun rappel sur les vingt-quatre mobilisées (1 connaissance sur 2).
- Seules quatre des vingt-deux connaissances formulées font l'objet d'une inscription sur le cahier de leçons (une connaissance sur 6).

Un tel phénomène peut être constaté, avec une plus ou moins grande ampleur, pour les trois autres classes de sixième et peut être étendu aux classes de CM2. Il correspond aux phénomènes conjoints d'extension et de réduction didactique (cf. Chapitre 9), caractéristique des phénomènes d'enseignement. Au fur et à mesure que les

connaissances sont produites dans le milieu didactique et qu'elles se combinent entre elles (extension didactique), elles sont également l'objet d'un traitement discursif et sémiotique différencié qui, *de facto*, établit une hiérarchie entre elles, en assurant la visibilité institutionnelle de celles qui sont rappelées et/ou inscrites (réduction didactique) et la relative invisibilité des autres.

Simplification des distributions : élimination de la fréquence

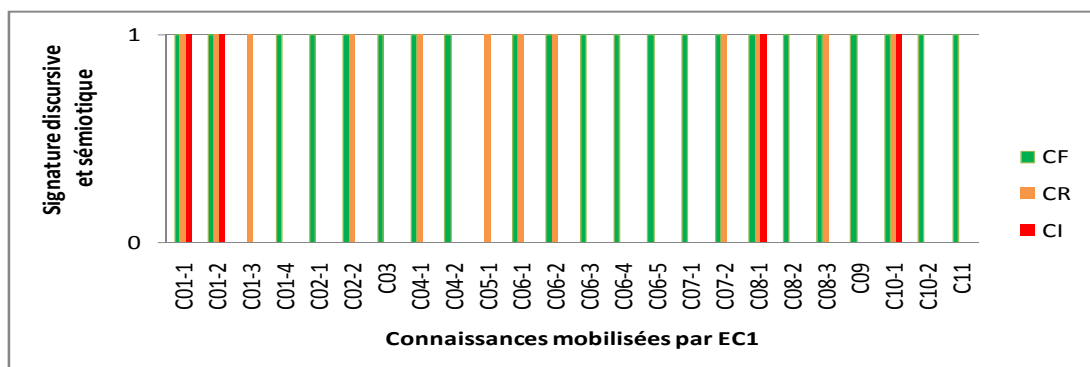
On constate, également, que la fréquence des formulations et/ou des rappels n'est pas automatiquement corrélée à une institutionnalisation écrite.

- La connaissance la plus formulée, C06-2, ne fait l'objet que d'un seul rappel et d'aucune inscription.
- La connaissance C06-1, formulée six fois et rappelée quatre fois, ne fait l'objet d'aucune inscription.

Afin de faciliter la lecture des autres distributions, nous avons donc écarté la fréquence des formulations, rappels et inscriptions pour chacune des connaissances, afin de ne conserver que le type de traitement discursif et sémiotique qui leur est assigné : la connaissance Cx a-t-elle été seulement formulée ? Formulée et rappelée ? Formulée, rappelée et inscrite ? Etc.

La distribution précédente concernant les connaissances de EC1 ressemble ainsi à un code barre.

Figure 20 : EC1 / Traitement discursif et sémiotique des connaissances mobilisées



Ce code rend compte de la signature discursive et sémiotique de chacune des connaissances, c'est-à-dire de son niveau de visibilité institutionnelle. Précisons, dès maintenant, que les connaissances numérotées ne sont pas exactement les mêmes d'une

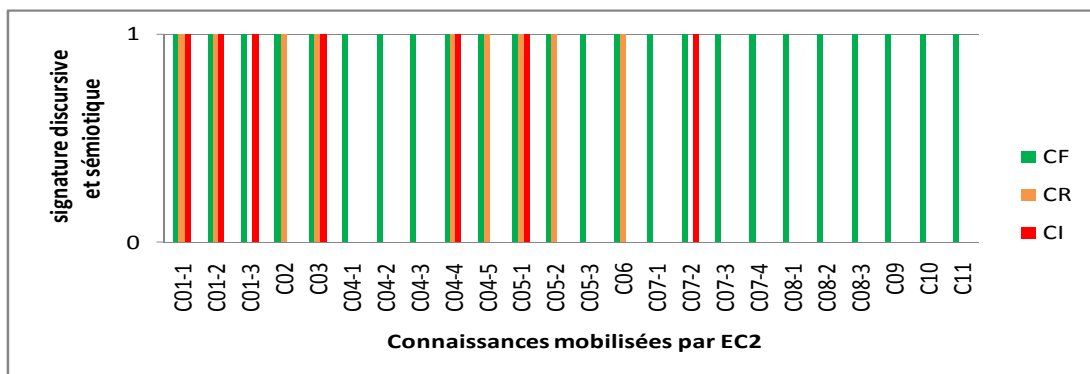
classe à l'autre et qu'elles relèvent de la stratégie didactique et de la chronogenèse mises en place par chaque enseignant¹²⁰.

- Il rend compte du nombre de connaissances mobilisées pour l'étude des fractions décimales et de nombres décimaux dans chacune des classes observées.
- Il rend compte du codage discursif et sémiotique assigné à chaque connaissance et donc de la stratégie didactique retenue : chaque enseignant n'insiste pas, en effet, de la même façon sur les mêmes connaissances.

10-1-1-3 TRAITEMENTS DISCURSIFS ET SEMIOTIQUES COMPARABLES : EC1 ET EC2

Prenons, maintenant le cas de EC2, utilisant le même manuel de mathématiques que EC1 et travaillant dans le même établissement. Comparons leurs stratégies didactiques respectives, à l'aide des distributions respectives de connaissances et de traitement discursif et sémiotique de ces connaissances.

Figure 21 : EC2 / Traitement discursif et sémiotique des connaissances mobilisées



On constate que les deux figures sont assez proches.

- Il existe un nombre identique de connaissances, relativement important (24 connaissances).

¹²⁰ Par exemple, la connaissance C02-1 renvoie

- dans la classe de EC1, à la signification du zéro dans la numération décimale (zéros utiles / inutiles);
- dans la classe de EC4, au placement de points sur une demi-droite graduée à l'aide d'un point d'origine et d'une unité de longueur, à l'aide de leurs abscisses.

EC1, en effet, a choisi de présenter les nombres décimaux comme une extension de N (ensemble des entiers naturels). Les connaissances mobilisées portent, par conséquent, dès le début sur la signification des zéros dans un nombre à virgule et dans un nombre entier. EC4, par contre, a choisi de présenter les nombres décimaux comme une autre écriture des fractions décimales ; fractions décimales elles-mêmes présentées comme abscisses de points appartenant à une droite. Elle a donc commencé ses séances par le placement de points sur des demi-droites graduées à partir de leurs abscisses exprimées sous forme de fractions (cf. Annexes, Section 5 ; Tableaux intitulés « Connaissances génériques et stratégie didactique »).

- Il existe un traitement discursif et sémiotique assez comparable (dans la classe de EC2, 9 connaissances sur 24 sont rappelées, soit 36 % ; 7 connaissances sont inscrites, soit 29,17 %).
- Enfin, les connaissances mobilisées sont proches. EC1 et EC2 utilisent ainsi des procédures similaires pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire décimale et vice versa.

Passage d'un nombre décimal à une fraction décimale :

- utilisation, dans les deux cas, du tableau de numération ;
- Recherche de l'unité qui correspond au dernier chiffre (de droite) de la partie décimale et qui est égale au dénominateur de la fraction décimale équivalente (connaissance C06-3 pour EC1 ; connaissance C07-3 pour EC2) ;

Passage d'une fraction décimale à un nombre décimal :

- Utilisation, dans les deux cas, du tableau de numération ;
- Placement de la fraction décimale dans le tableau de numération à partir de sa lecture signifiante ; rajout de la virgule après l'unité (connaissance C06-1 pour EC1 ; connaissance C08-1 pour EC2)¹²¹.

Par ailleurs, ces connaissances peuvent être considérées comme des connaissances outils : comme l'indiquent les deux figures précédentes, elles ne sont pas institutionnalisées et une seule d'entre elles fait l'objet d'un rappel (C06-1 chez EC1).

10-1-1-4 DES STRATEGIES DIDACTIQUES PROCHES

Les stratégies didactiques retenues par EC1 et EC2 sont, en effet, très proches. Tous deux envisagent ainsi l'ensemble \mathbb{D} des nombres décimaux comme une extension de l'ensemble \mathbb{N} des entiers naturels. Dans cette stratégie, le recours au tableau de numération constitue un passage presque obligé.

- La plupart des élèves maîtrise ce genre de nombres, à l'issue du CM2 ;
- L'utilisation du tableau de numération a été également abordée, en élémentaire, par exemple pour convertir des unités de mesure de longueurs ou de poids.

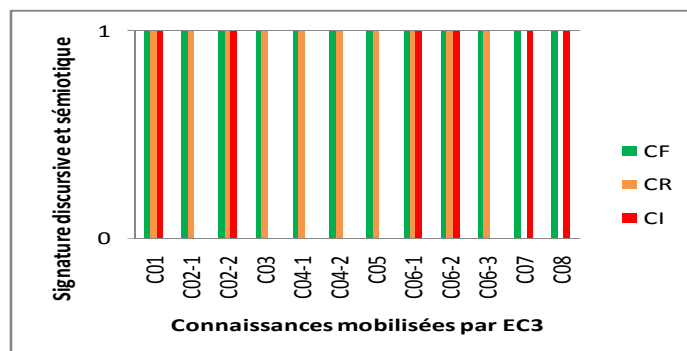
En revanche, le nombre de connaissances alourdit les séances proposées.

¹²¹ Pour plus de détails consulter, en Annexes, les figures concernant le traitement discursif et sémiotique de EC1 et EC2, ainsi que le classement des connaissances génériques et la stratégie didactique (cf. Annexes, Section 5).

10-1-1-5 DES STRATEGIES DIDACTIQUES DIFFERENTES

Prenons, maintenant, le cas de EC3, ne travaillant pas dans le même établissement que EC1 et EC2 et utilisant – peu ou pas – un autre manuel de mathématiques.

Figure 22 : EC3 / Traitement discursif et sémiotique des connaissances mobilisées



On constate, cette fois, que les deux figures sont très différentes.

- Il existe un nombre très inférieur de connaissances (12 connaissances ; 2 fois moins que pour EC1 et EC2). EC3 n'utilise pas, en effet, le tableau de numération pour obtenir l'équivalence entre nombres décimaux et fractions décimales, ce qui diminue considérablement le nombre de connaissances différentes à gérer.
- Il existe un traitement discursif et sémiotique également différent (dans la classe de EC3, 10 connaissances sur 12 sont rappelées, soit 83,33 % ; 7 connaissances sont inscrites, soit plus d'une connaissance sur 2).
- Enfin, les connaissances mobilisées sont différentes ; l'équivalence entre écritures décimales et écritures fractionnaires décimales, basée sur une comparaison historique, permet ainsi d'éviter le recours à de nombreuses connaissances outils¹²².

EC3, en effet, n'a pas arrêté le même type de stratégie didactique. Il n'a pas besoin de passer par des procédures de placement des nombres décimaux dans un tableau de numération. Le passage de la fraction au nombre décimal, justifié historiquement, est abordé à l'aide de l'écriture décomposée d'un nombre entier, puis de celle d'un nombre décimal. La partie décimale est considérée comme une succession de divisions par 10, de

¹²² EC1 a ainsi recours à la lecture signifiante d'un nombre décimal et à des procédures de placement de fractions décimales et de nombres décimaux (C03 ; C06-1 ; C06-2 ; C06-3) correspondant au tiers des formulations de connaissances. Aucune de ces connaissances ne fera l'objet d'une institutionnalisation.

la même façon que le placement de points sur la droite numérique avait permis d'utiliser des fractions dyadiques exprimées en demis, quarts, huitièmes¹²³.

Passage du nombre décimal à la fraction décimale

- C06-3 : $1,75 = 1 + 7/10 + 5/100 = 1 + 75/100$

Passage de la fraction décimale au nombre décimal

- C06-2 : signification de la partie entière et de la partie décimale (d'un côté on regroupe successivement par 10 ; de l'autre, on divise successivement par 10)
- C06-1 : 2345 4/10 9/100 7/1000 signifie : « deux mille ; trois cent ; quatre dizaines ; cinq unités ; quatre dixièmes ; neuf centièmes et sept millièmes »

10-1-1-6 RAPPELS ET STRATEGIES DIDACTIQUES

Par conséquent, les stratégies de EC1 et EC2 sont différentes de celles de EC3 et correspondent à des traitements discursifs différenciés de connaissances différentes. Plus de la moitié des connaissances rappelées par EC3 – directement liée à son approche des nombres décimaux comme abscisses de points qu'il faut placer sur une droite – ne correspondent pas à celles rappelées par EC1 et EC2¹²⁴.

En revanche, plus de la moitié des connaissances rappelées par EC2 correspondent aux mêmes connaissances également rappelées chez EC1¹²⁵.

Les rappels semblent donc être corrélés aux stratégies didactiques et à l'intentionnalité didactique des enseignants. Pour en être sûr, nous allons estimer la force

¹²³ Au cours de sa deuxième séance, EC3 retrace ainsi les grandes étapes de l'évolution de l'écriture des nombres fractionnaires à l'aide notamment d'un schéma synchrétique :

$$\begin{array}{cccccccc}
 & \times 10 & \times 10 & \times 10 & & & & \\
 \left. \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \right\} & & \left. \begin{array}{c} 4 \\ 10 \end{array} \right\} & & \left. \begin{array}{c} 9 \\ 100 \end{array} \right\} & & \left. \begin{array}{c} 7 \\ 1000 \end{array} \right\} & \\
 :10 & :10 & :10 & :10 & :10 & :10 & :10 & \\
 \\
 2 & 3 & 4 & 5 & \underline{14} & \underline{29} & \underline{37} & \\
 \\
 2 & 3 & 4 & 5 & 4 & \frac{1}{10} & 9 & \frac{1}{100} & 7 & \frac{1}{1000} \\
 \\
 2 & 3 & 4 & 5, & 4 & 9 & 7 & & &
 \end{array}$$

¹²⁴ C'est le cas de C01 ; C02-1 ; C03 ; C04-1 ; C04-2 ; C05 ; C07 ; C08. Soit les 2/3 des connaissances mobilisées (8/12). Voir aussi en annexes, section 5, les figures intitulées « EC1 / EC2 / EC3 / Connaissances génériques et stratégie didactique ».

¹²⁵ 6 des 9 connaissances rappelées par EC2 (les 2/3) correspondent à des connaissances rappelées chez EC1 : C01-1 ; C01-2 ; C03 ; C04-5 ; C05-1 ; C05-2. Cf. Annexes, Section 5 ; Figures intitulées « EC1/EC2/EC3 : Connaissances génériques et stratégie didactique ».

de la liaison entre les connaissances rappelées et les connaissances inscrites. Si la liaison est avérée, cela signifiera :

- que les connaissances rappelées correspondent aux stratégies didactiques retenues ;
- que les rappels dont elles sont l'objet leur confèrent une visibilité institutionnelle supplémentaire.

10-2 Rappels et institutionnalisation

10-2-1 ESTIMATION DU LIEN ENTRE CONNAISSANCES RAPPELEES ET CONNAISSANCES INSCRITES

10-2-1-1 CODIFICATION BINAIRE

Nous venons de voir que les indicateurs retenus permettent de se faire une idée de la stratégie didactique de chaque enseignant, fonction du type de connaissances mobilisés et de la signature discursive et sémiotique de chacune d'entre elles. En fonction de leur rôle et de leur utilité vis-à-vis de la stratégie didactique arrêtée, les différentes connaissances mobilisées par l'enseignant sont distinguées, au travers de celles qu'il rappelle, comme de celles qu'il ne rappelle pas.

- Il existe des connaissances formulées, rappelées et non inscrites (ex. : C06-2 chez EC1).
- Il existe des connaissances formulées, non rappelées et inscrites (ex : C01-3 chez EC2 ; cf. Figure 19).
- Il existe des connaissances uniquement formulées (ex : C02-1 chez EC1)
- Il existe des connaissances uniquement rappelées (ex. : C01-3 chez EC1).
- Il existe des connaissances formulées, rappelées et inscrites (ex. : C01-1 et C10-1 chez EC1).

Il devient alors possible d'établir une correspondance entre chacune de ces possibilités et un système binaire (0 / 1), suivant qu'une connaissance a été ou non formulée, rappelée, inscrite¹²⁶ et cela sur l'ensemble des connaissances mobilisées en sixième.

¹²⁶ Si l'on reprend les exemples précédents :

- C06-2 chez EC1 sera codée (1 – 1 – 0) : connaissance formulée / rappelée / non inscrite.
- Viennent ensuite C01-3 chez EC2 : (1 – 0 – 1) ; C02-1 chez EC1 : (1 – 0 – 0) ; C01-3 chez EC1 : (0 – 1 – 0) ; C01-1 chez EC1 (1 – 1 – 1).

Tableau 11 : Traitement discursif et sémiotique des connaissances, en 6^{ème}

EC1	CF	CR	CI	EC2	CF	CR	CI	EC3	CF	CR	CI	EC4	CF	CR	CI
C01-1	1	1	1	C01-1	1	1	1	C01	1	1	1	C01	1	1	0
C01-2	1	1	1	C01-2	1	1	1	C02-1	1	1	0	C02-1	1	1	0
C01-3	0	1	0	C01-3	1	0	1	C02-2	1	1	1	C02-2	0	1	0
C01-4	1	0	0	C02	1	1	0	C03	1	1	0	C03-1	1	1	1
C02-1	1	0	0	C03	1	1	1	C04-1	1	1	0	C03-2	1	1	0
C02-2	1	1	0	C04-1	1	0	0	C04-2	1	1	0	C04	1	1	1
C03	1	0	0	C04-2	1	0	0	C05	1	1	0	C05-1	1	1	1
C04-1	1	1	0	C04-3	1	0	0	C06-1	1	1	1	C05-2	1	1	0
C04-2	1	0	0	C04-4	1	1	1	C06-2	1	1	1	C06-1	1	1	1
C05	0	1	0	C04-5	1	1	0	C06-3	1	1	0	C06-2	1	1	1
C06-1	1	1	0	C05-1	1	1	1	C07	1	0	1	C06-3	1	1	0
C06-2	1	1	0	C05-2	1	1	0	C08	1	0	1	C07-1	1	1	0
C06-3	1	0	0	C05-3	1	0	0					C07-2	1	1	1
C06-4	1	0	0	C06	1	1	0					C07-3	1	1	1
C06-5	1	0	0	C07-1	1	0	0					C07-4	1	1	0
C07-1	1	0	0	C07-2	1	0	1								
C07-2	1	1	0	C07-3	1	0	0								
C08-1	1	1	1	C07-4	1	0	0								
C08-2	1	0	0	C08-1	1	0	0								
C08-3	1	1	0	C08-2	1	0	0								
C09	1	0	0	C08-3	1	0	0								
C10-1	1	1	1	C09	1	0	0								
C10-2	1	0	0	C10	1	0	0								
C11	1	0	0	C11	1	0	0								
EC1	CF	CR	CI	EC2	CF	CR	CI	EC3	CF	CR	CI	EC4	CF	CR	CI
TOTAL	22	12	4	TOTAL	24	9	7	TOTAL	12	10	6	TOTAL	14	15	7

Lecture _ CF : connaissances formulées ; CR : connaissances rappelées ; CI : connaissances inscrites. Dans la classe de EC2, 24 connaissances sont mobilisées dans l'étude des fractions décimales et des nombres décimaux. Sur ces 24 connaissances, 24 font l'objet d'au moins une formulation ; 9 font l'objet d'au moins 1 rappel ; 7 font l'objet d'une institutionnalisation écrite. En revanche, EC3 mobilise moins de connaissances et une autre stratégie didactique. Sur les 12 connaissances engagées, 10 font l'objet d'au moins un rappel ; 6 font l'objet d'une institutionnalisation écrite.

Rappelons, une nouvelle fois, que les numérations identiques des connaissances des différentes classes ne signifient pas qu'il s'agit des mêmes connaissances : des stratégies didactiques différentes entraînent la mobilisation de connaissances différentes. De la même façon, deux connaissances, de deux classes différentes et numérotées différemment, peuvent correspondre à une même connaissance, mobilisée à un moment différent¹²⁷.

¹²⁷ C'est souvent le cas avec EC1 et EC2 qui utilisent le même manuel ; même chose avec EC3 et EC4 qui ont préparé ensemble les leçons sur les fractions décimales et les nombres décimaux (cf. Annexes, Section 5 ; EC1/EC2/EC3/EC4. Figures intitulées « Connaissances génériques et stratégie didactique »).

10-2-1-2 ESTIMATION DU LIEN ENTRE CONNAISSANCES FORMULEES, RAPPELEES, INSTITUTIONNALISEES

Avec cette codification binaire, nous disposons d'un moyen de mettre à l'épreuve l'hypothèse de l'existence d'un lien, en sixième, entre :

- les connaissances formulées et les connaissances inscrites ;
- les connaissances rappelées et les connaissances inscrites.

Voici les résultats obtenus, dans les deux cas, avec le « r » de Bravais-Pearson.

- 1 Estimation du lien entre connaissances formulées et connaissances institutionnalisées par écrit.

r_{BP} calculé = 0,14 ; nb. d.d.l = 70

A P = .05, r_{BP} lu = 0,23 ; H_0 ne peut être rejetée

La liaison estimée n'est pas différente d'une liaison nulle.

- 2 Estimation du lien entre connaissances rappelées et connaissances institutionnalisées par écrit.

r_{BP} calculé = 0,33 ; nb. d.d.l = 70

A P = .05 r_{BP} lu = 0,23 (à P = .01, r_{BP} lu = 0,30) ; H_0 peut être rejetée

La liaison estimée est différente d'une liaison nulle.

Il existe, par conséquent, un lien entre les connaissances faisant l'objet d'un rappel et celles qui sont institutionnalisées par écrit dans les classes de sixième. Sur ce niveau, les rappels organisent la visibilité institutionnelle élective des connaissances visées avant leur formalisation et objectivation ultimes sur le cahier de leçons : la mémoire didactique est donc également une mémoire prospective.

Les calculs ont donc permis de préciser le rôle des rappels dans l'institutionnalisation écrite des connaissances, dans les classes de sixième: quand une connaissance est rappelée, sa visibilité institutionnelle est majorée. Le rappel constitue ainsi le vecteur d'une intentionnalité didactique spécifique.

- Non seulement la connaissance est utile, mais elle est importante, puisque l'enseignant la rappelle.
- De plus, sa probabilité d'institutionnalisation augmente ; probabilité qui peut être calculée.

10-2-2 OBJECTIVATION DE LA VISIBILITE INSTITUTIONNELLE : LA PROBABILITE D'INSTITUTIONNALISATION

Il est possible de calculer la probabilité d'institutionnalisation d'une connaissance, suivant le traitement discursif dont celle-ci est l'objet, ainsi que le seuil de visibilité qu'elle a atteint.

10-2-2-1 PROBABILITE D'INSTITUTIONNALISATION ET TRAITEMENT DISCURSIF

On peut s'intéresser :

- à une connaissance formulée et rappelée $(CF \wedge CR)^{128}$.

La probabilité P, pour une connaissance formulée et rappelée, d'être inscrite CI, correspond à l'ensemble des connaissances formulées, rappelées et inscrites $(CF \wedge CR \wedge CI)$, rapporté à l'ensemble des connaissances formulées et rappelées $(CF \wedge CR)$. Cette probabilité peut s'écrire : $P(CF \wedge CR \Rightarrow CI)$.

- à une connaissance seulement formulée $(CF \wedge \neg CR)$.

La probabilité P, pour une connaissance seulement formulée, d'être inscrite CI, correspond à l'ensemble des connaissances formulées, non rappelées et inscrites $(CF \wedge \neg CR \wedge CI)$, rapporté à l'ensemble des connaissances formulées, et non rappelées $(CF \wedge \neg CR)$. Cette probabilité peut s'écrire : $P(CF \wedge \neg CR \Rightarrow CI)$.

- à une connaissance seulement rappelée $(\neg CF \wedge CR)$.

La probabilité P, pour une connaissance seulement rappelée d'être inscrite CI, correspond à l'ensemble des connaissances non formulées, rappelées et inscrites $(\neg CF \wedge CR \wedge CI)$, rapporté à l'ensemble des connaissances rappelées (CR) . Cette probabilité peut s'écrire : $P(\neg CF \wedge CR \Rightarrow CI)^{129}$.

10-2-2-2 SEUILS DE VISIBILITE RETENUS

On peut s'intéresser à la probabilité d'institutionnalisation :

- d'une connaissance formulée (rappelée ou non).

La probabilité P pour une connaissance formulée CF, d'être inscrite CI, correspond à l'ensemble des connaissances formulées et inscrites $(CF \wedge CI)$, rapporté à l'ensemble des connaissances formulées (CF) . Cette probabilité peut s'écrire : $P(CF \Rightarrow CI)$

- d'une connaissance rappelée (formulée ou non).

¹²⁸ Nous avons utilisé les connecteurs issus des langages logiques :

- un connecteur de négation (\neg) ;
- un connecteur de conjonction (\wedge) ;
- un connecteur d'implication (\Rightarrow) .

¹²⁹ Le cas d'une connaissance qui, à la fois, est l'objet d'une institutionnalisation écrite, sans avoir été, au moins une fois, rappelée ou formulée, n'a pas été traité. Il correspond, en effet, à des savoirs socialement reconnus, en dehors de tout contexte d'enseignement, tels qu'on les trouve, par exemple, dans des ouvrages scientifiques, voire des ouvrages de vulgarisation.

La probabilité P, pour une connaissance rappelée CR, d'être inscrite CI, correspond à l'ensemble des connaissances rappelées et inscrites ($CR \wedge CI$), rapporté à l'ensemble des connaissances rappelées (CR). Cette probabilité peut s'écrire : $P(CR \Rightarrow CI)$

10-2-2-3 RESULTATS

On peut ainsi mettre en évidence une augmentation régulière de la probabilité d'institutionnalisation, de la connaissance seulement rappelée jusqu'à la connaissance à la fois formulée et rappelée comme le montre le tableau suivant.

Tableau 12 : Institutionnalisation écrite et profil discursif d'une connaissance, en 6^{ème}

Traitement discursif	Probabilité d'institutionnalisation	Calcul	Probabilité (pourcentage)
$\neg CF \wedge CR$	$P(\neg CF \wedge CR \Rightarrow CI)$	0/3	0,0 %
$CF \wedge \neg CR$	$P(CF \wedge \neg CR \Rightarrow CI)$	4/29	13,8 %
$CF \wedge CR$	$P(CF \wedge CR \Rightarrow CI)$	20/43	46,5 %

Lecture _ La probabilité d'institutionnalisation écrite d'une connaissance formulée et non rappelée, est de l'ordre de 13,8 %. Ce taux atteint 46,5 % dans le cas de connaissances à la fois formulées et rappelées.

- La probabilité, pour une connaissance seulement rappelée, d'être inscrite sur le cahier de leçons est nulle ; il n'existe aucune connaissance uniquement rappelée et inscrite¹³⁰.
- La probabilité pour une connaissance, formulée et non rappelée, d'être inscrite est faible (une chance sur huit ; 13,8 %). Nombre d'entre elles correspondent à des connaissances-outils, utilisées par EC1 et EC2 dans la conversion écriture décimale / écriture fractionnaire décimale.
- En revanche, la probabilité pour une connaissance formulée et rappelée d'être institutionnalisée semble plus importante.

¹³⁰ Seules 3 connaissances ont été seulement rappelées (EC1 : C01-3 / C05 ; EC4 C02-2). Il s'agit, dans tous les cas, de connaissances plus ou moins anciennes, abordées lors des semaines ou des années précédentes – ce qui explique l'absence d'institutionnalisation. Dans le cas de EC4, C02-2 renvoie aux définitions des points et des abscisses. Dans le cas de EC1, C01-3 / C05-1 renvoient aux notions de classes de milliers et de millions ; aux regroupements par 3 des chiffres dans un nombre entier supérieur à 999 ; à la définition d'un nombre entier).

10-2-3 DES SEUILS DE VISIBILITE INSTITUTIONNELLE

10-2-3-1 RAPPEL ET INSTITUTIONNALISATION

Testons, statistiquement, la proximité des distributions correspondant à deux des modalités de traitement discursif.

- 1 Première modalité : connaissance formulée, non rappelée
- 2 Deuxième modalité : connaissance formulée et rappelée

Hypothèse nulle : il n'existe aucune différence dans la répartition des connaissances institutionnalisées et non institutionnalisées, soumises à un traitement discursif différencié.

Tableau 13 : Institutionnalisation écrite et profil discursif d'une connaissance, en 6^{ème}

Institutionnalisation écrite		Connaissances institutionnalisées	Connaissances non institutionnalisées	Total
Traitement discursif	Effectifs observés	$n_1 = 4$	$n_2 = 25$	29
CF \wedge \negCR	Effectifs théoriques	$n'_1 = 9,67$	$n'_2 = 19,33$	
	Effectifs observés	$n_3 = 20$	$n_4 = 23$	43
CF \wedge CR	Effectifs théoriques	$n'_3 = 14,33$	$n'_4 = 28,67$	
Total		24	48	72

Lecture _ 4 des 29 connaissances formulées et non rappelées ont été inscrites sur les cahiers de leçons, dans les classes de 6^{ème} observées, contre 20 des 43 connaissances à la fois formulées et rappelées.

$\chi^2_{\text{corrigé}}$ calculé : 6,94 ; d.d.l. = 1 ; s. à P = .05, $\chi^2_{\text{lu}} = 3,84$ (s. à P = .01, $\chi^2_{\text{lu}} = 6,64$)

Nous pouvons affirmer, avec un seuil de probabilité élevé, que les deux distributions sont significativement différentes et que cette différence est bien due aux rappels. *En sixième, une connaissance formulée et rappelée a environ trois fois plus de chances d'être institutionnalisée qu'une connaissance seulement formulée.*

Si, maintenant, nous comparons ces résultats à la probabilité pour une connaissance formulée d'être institutionnalisée, on obtient une probabilité d'institutionnalisation de l'ordre de 33 % (24/72). Pourquoi, alors, ne retrouve-t-on pas des différences aussi importantes que celles observées entre connaissances seulement formulées et connaissances à la fois formulées et rappelées ? Tout simplement, parce que la plupart des connaissances formulées sont également rappelées. Il n'y a pas contradiction entre les deux résultats, mais bien confirmation du rôle fondamental joué par les rappels dans la désignation des connaissances destinées à être copiées sur le cahier de leçons.

Il nous semble, également, important de préciser que l'augmentation de la visibilité institutionnelle est moins liée au fait que les rappels désignent plus de connaissances destinées à l'institutionnalisation écrite, qu'au fait qu'ils désignent moins de connaissances non destinées à l'institutionnalisation. Il y a ainsi deux fois moins de connaissances rappelées que de connaissances formulées, qui ne sont pas institutionnalisées¹³¹.

Par conséquent, nous pouvons affirmer qu'à la suite des formulations, *les rappels amplifient la visibilité institutionnelle des connaissances destinées à l'institutionnalisation.*

10-2-3-2 SEUILS DE VISIBILITE INSTITUTIONNELLE

Nous venons de mettre en évidence deux seuils de visibilité institutionnelle.

Le premier seuil correspond aux connaissances uniquement formulées. Des connaissances engagées dans le milieu didactique sont formulées de façon explicite. Même si les formulations en question sont très différentes des situations de formulation définies par la TSDM – elles n'impliquent pas, par exemple, la nécessité pour un élève, de trouver les arguments pour convaincre les autres partenaires de son équipe – elles permettent de nommer, de définir et d'enrichir les connaissances, notamment par ajouts et juxtapositions (effets Jourdain). Il existe alors deux possibilités. Soit la connaissance formulée ne fait pas l'objet de rappels et alors sa probabilité d'institutionnalisation est très faible (cf. Tableau n° 12) ; soit elle est, ultérieurement, l'objet de rappels, franchissant alors un deuxième seuil de visibilité.

Le deuxième seuil correspond aux connaissances à la fois formulées et rappelées. Certaines des connaissances engagées dans le milieu didactique, formulées au cours de recherches et de corrections, sont également l'objet de répétitions, reprises et rappels, sur des phases de réorganisation, de recherche ou de correction. Désormais, elles ont, pratiquement, une chance sur deux d'être institutionnalisées, ce qui triple leur probabilité d'institutionnalisation. Leur visibilité institutionnelle augmente ainsi, considérablement.

¹³¹ 20 connaissances rappelées et 23 connaissances formulées ont été institutionnalisées. En revanche, 49 connaissances formulées et 25 connaissances rappelées (deux fois moins) n'ont pas été institutionnalisées (cf. Tableau 12).

10-2-3-3 VISIBILITE INSTITUTIONNELLE : NOUVELLE DEFINITION

Le rôle des rappels ayant été mis en évidence, à l'aide d'une mesure statistique que nous avons construite, la probabilité d'institutionnalisation, nous pouvons désormais préciser la notion de visibilité institutionnelle et la notion de seuil.

***Visibilité institutionnelle** : Processus induit par la réduction didactique, au cours duquel les connaissances jugées les plus importantes, notamment celles visées par l'étude d'un objet mathématique donné sont, proportionnellement, plus rappelées que les connaissances non visées par l'étude, augmentant ainsi leur visibilité.*

La visibilité institutionnelle de chaque connaissance s'évalue à partir du traitement discursif dont elle est l'objet et permet de calculer sa probabilité d'institutionnalisation.

***Probabilité d'institutionnalisation** : Probabilité, pour une connaissance produite au sein du milieu didactique d'être institutionnalisée par écrit, en fonction du traitement discursif dont elle est l'objet.*

***Seuil de visibilité institutionnelle** : niveau de visibilité institutionnelle d'une connaissance, constitué de deux modalités, liée à sa probabilité d'institutionnalisation.*

Première modalité : connaissance uniquement formulée (seuil de visibilité faible).

Deuxième modalité : connaissance formulée et rappelée (seuil de visibilité trois fois plus important).

10-3 Synthèse

L'observation fine du traitement discursif et sémiotique dont les différentes connaissances sont l'objet, dans les classes de sixième, a conduit à deux conclusions.

En premier lieu, nous avons établi le lien entre le traitement discursif des différentes connaissances mobilisées et la stratégie didactique de chaque enseignant.

- EC1 et EC2, travaillant dans le même collège, avec le même manuel et le même type d'élèves, mobilisent le même nombre de connaissances, rappellent et inscrivent souvent les mêmes connaissances.
- Mêmes remarques en ce qui concerne EC3 et EC4, travaillant dans le même établissement et ayant préparé ensemble les leçons sur les nombres décimaux.

En second lieu, nous avons pu établir un lien entre les connaissances rappelées et la stratégie didactique de l'enseignant. Pour cela, nous avons vérifié que la sélection de

certaines connaissances, provoquée par les rappels, visait *de façon beaucoup plus ciblée* celles destinées à l'institutionnalisation.

Ce faisant, nous avons pu établir deux seuils de visibilité institutionnelle, liant la probabilité d'institutionnalisation (P) d'une connaissance (C) au type de traitement discursif dont elle est l'objet.

- Pour une connaissance, le premier seuil de visibilité institutionnelle est franchi quand elle fait l'objet de formulations et de reformulations orales. De telles énonciations reviennent à la considérer comme suffisamment utile, dans la stratégie didactique retenue par l'enseignant, pour la faire passer de l'implicite à l'explicite. Même si ce premier seuil ne présente qu'une faible visibilité institutionnelle ($P(CF \wedge \neg CR \Rightarrow CI) = 13,8\%$), il permet de faire sortir de l'implicite des connaissances utiles ou importantes (connaissances outils / connaissances objets) et de les faire exister aux yeux de tous.
- Le deuxième seuil de visibilité institutionnelle est franchi, pour une connaissance, quand elle a été formulée et qu'elle a été l'objet de rappels. De telles énonciations reviennent à la considérer comme suffisamment centrale, dans la stratégie didactique retenue par l'enseignant. Le franchissement de ce second seuil triple la probabilité d'institutionnalisation et correspond, par conséquent, à une visibilité institutionnelle nettement plus importante.

L'idéal aurait alors été de mettre en face de ces résultats, ceux obtenus au CM2. Si l'absence quasi générale d'institutionnalisation écrite, sur ce niveau, au cours de nos observations, interdit une telle comparaison, elle n'en reste pas moins lourde de signification : *l'institutionnalisation écrite, dominante au collège, cède en partie la place à l'institutionnalisation orale, en élémentaire.*

- Au CM2, les phases informelles de rappels joueraient-elles alors, vis-à-vis des phases formelles, le même rôle que les phases informelles et formelles, vis à vis de la copie de leçons et de l'institutionnalisation écrite ?
- Ou bien, au contraire, les deux types de phases sont-elles indifférenciées, du fait d'une visibilité institutionnelle diffuse, liée à une évolution plus lente des idées et des représentations d'élèves plus jeunes ?

Pour répondre à cette question, il nous faudrait pouvoir mesurer la probabilité d'institutionnalisation liée à ces deux types de phases.

Ce sera l'objet des prochains chapitres, notamment le prochain, consacré à la construction d'indicateurs permettant de caractériser les phases formelles et informelles de rappels. Cette étude nous permettra de comprendre la fonctionnalité de ces deux types de phases et d'en tirer un certain nombre d'enseignements, utiles à la compréhension des processus d'institutionnalisation dans les classes de CM2.

Chapitre 11

11 AMPLITUDE ET PORTEE DES PHASES DE RAPPELS

L'évolution de notre recherche rend nécessaire l'étude et la caractérisation de phases formelles et informelles de rappels. En effet, L'hypothèse d'une fonctionnalité différente de chacune des deux phases, liée à l'institutionnalisation orale doit être étudiée.

- Elles sont mobilisées sur des activités et des durées différentes, notamment au CM2.
- C'est sur ce même niveau, également, que l'institutionnalisation écrite peu représentée et que les différences observées entre phases formelles et informelles sont les plus importantes, tant en terme de durée que d'enclavement temporel.

La transcription des interactions didactiques de l'ensemble des séances observées en CM2 et en sixième a ainsi constitué un outil puissant, en ce sens que nous avons été en mesure, non seulement d'évaluer le nombre de rappels et le type de phases sur lesquelles ils étaient mobilisés, mais également le degré d'ancienneté de chacune des connaissances rappelées.

La construction de deux nouveaux indicateurs – amplitude des phases de rappels / portée des rappels – va ainsi venir compléter le dispositif d'analyse et nous permettre, notamment, de quantifier les processus mémoriels en jeu.

11-1 Apports théoriques de la philosophie et de l'analyse littéraire

11-1-1 MNEME ET ANAMNESIS : UNE DIFFERENCE FONDATRICE

C'est à Aristote que l'on doit la différenciation fondatrice entre *mnēmē* et *anamnēsis* ; entre simple souvenir et rappel. L'anamnèse y est définie comme une recherche active, supposant l'existence d'une distance temporelle entre l'impression première et son retour.

« La distinction entre *mnēmē* et *anamnēsis* repose sur deux traits : d'un côté le simple souvenir survient à la manière d'une affection, tandis que le rappel consiste en une recherche active. De l'autre côté, le simple souvenir est sous l'emprise de l'agent de l'empreinte, alors que les mouvements et toute la séquence de changement que l'on va dire ont leur principe en nous. [...] L'acte de se souvenir (*mnēmoneuein*) se produit lorsque du temps s'est écoulé [...]. Et c'est cet intervalle de temps, entre l'impression première et son retour, que le rappel parcourt. [...] Ce propos d'Aristote confirme la thèse selon laquelle la notion de distance temporelle est inhérente à l'essence de la mémoire et assure la distinction de principe entre mémoire et imagination (c'est nous qui soulignons). »
(P. Ricoeur, 2000, 22-23)

Il faut attendre Ricoeur et son approche phénoménologique de la mémoire pour envisager celle-ci au sein d'un monde et d'un espace vécus.

Le philosophe reprend la distinction aristotélicienne entre la survenance d'un souvenir (*mnēmē*) et ce qu'il considère comme un effort de recherche, propre au rappel (*anamnēsis*). Le rappel est une intellection ; non une affection. En cela, il s'oppose à la « mémoire habitude » telle que l'a définie Bergson. Il ne s'agit pas de réciter, ni d'évoquer, mais de se souvenir et de rechercher (P. Ricoeur, 2000, 30-37).

« Nous dirons que « l'effort de rappel consiste à convertir une représentation schématique dont les éléments s'entrepénètrent en une représentation imagée dont les parties se juxtaposent. C'est en cela que l'effort de rappel constitue un cas d'effort intellectuel et s'apparente à l'effort d'intellection [...]. Des combinaisons anciennes résistent au remaniement exigé tant du schéma dynamique que des images elles-mêmes dans lesquelles le schéma cherche à s'inscrire. C'est l'habitude qui résiste à l'invention. »
[P. Ricoeur, 2000, 36]

11-1-2 EVENEMENTS ET RECIT DES EVENEMENTS

Reprise notamment dans le champ linguistique et littéraire du 20^{ème} siècle, la notion de rappel s'est inscrite dans un vaste mouvement de refondation de la rhétorique. Au travers de l'étude de l'œuvre proustienne, Genette définit ainsi certaines figures de style – analepses et prolepses – comme autant des procédés littéraires permettant la rétrospection et l'anticipation de faits qui se sont produits ou qui vont se produire (G. Genette, 1972).

Dans la construction des récits, il établit notamment l'existence de deux strates temporelles différentes :

- celle des évènements ;
- celle du discours qui les prend en charge.

Genette introduit ainsi un parallélisme entre l'ordre des évènements qui constitue la matière du récit (la diégèse) et l'ordre du récit (la séquence narrative) qui se prête à la

formalisation et à la généralisation (G. Genette, 1972, 77-120). Il traite notamment du cas des analepses – c'est-à-dire les rappels d'évènements romanesques jusque là ignorés par le lecteur.

Dans le droit fil de Genette, Saint Gelais a proposé une schématisation des relations des deux séquences, à l'aide de couples formés de segments narratifs et diégétiques (a_i / A_i) (R. Saint-Gelais, 2002). Schématisation qui, à son tour, permet d'approfondir la réflexion sur certaines caractéristiques des analepses, telles que la portée, l'amplitude de la référence à un évènement antérieur ou postérieur à ce qu'il nomme le « récit premier » (G. Genette, 1972, 89-91).

La relation non biunivoque entre séquences diégétique et narrative, ainsi que la variabilité, potentiellement infinie, de la position des analepses sur l'axe temporel, trouve alors sa finalisation avec les notions d'*amplitude* et de *portée* des rappels.

- L'amplitude d'une analepse correspond ainsi à la « durée d'histoire plus ou moins longue » qu'elle couvre.
- La portée d'une analepse correspond à la distance temporelle séparant les analepses du moment précis de l'histoire où le récit s'interrompt pour leur laisser la place (G. Genette, 1972, 89).

11-2 Transpositions dans le champ didactique des mathématiques

11-2-1 AMPLITUDE ET PORTEE DES PHASES DE RAPPELS

Une telle conception de la construction narrative du récit permet d'interroger, à son tour, celle du récit didactique. Au même titre qu'il est possible, dans un roman, de distinguer les évènements du discours qui les organise, il est possible de distinguer les connaissances mobilisées pour l'étude d'un objet mathématique, du traitement discursif et sémiotique dont elles sont l'objet.

11-2-1-1 LA NOTION D'AMPLITUDE

Dans le champ littéraire, l'amplitude d'une analepse correspond à l'amplitude temporelle de l'histoire rappelée. Genette entend ici que la *durée* des segments diégétiques peut être très variable. Dans le champ didactique, nous parlerons de l'amplitude d'une

phase de rappels, plutôt que de l'amplitude d'un rappel¹³². L'amplitude correspondra au nombre de connaissances et/ou de savoirs rappelés au cours de cette phase. Plus l'amplitude d'une phase sera importante, plus elle portera sur un nombre élevé de connaissances et de savoirs.

11-2-1-2 LA NOTION DE PORTEE

Distance temporelle séparant rappel et connaissance rappelée

La notion de portée, quant à elle, renvoie, dans le champ littéraire, à la distance temporelle séparant l'analepse de l'évènement rappelé (G. Genette, 1972, 89). Dans le champ didactique, elle renvoie à la « condition temporelle » du rappel déclinable selon des modalités fonction du degré d'ancienneté de la chose rappelée.

« Nous disons *passé récent* pour signifier un rappel de quelque chose qui a été vécu la veille, ou deux ou trois jours auparavant. Nous parlerons de *passé moins récent* s'il s'agit de rappels de choses vécues la semaine passée, le mois passé, avant les vacances (dans un même année scolaire), et de *passé lointain* s'il fait référence à l'année précédente ou même à des temps plus anciens. »
(J. Centeno, 1995, 33-34)

Ces deux définitions sont donc suffisamment proches pour être confondues. La portée d'une phase de rappels sera ainsi définie comme la distance temporelle séparant la ou les connaissances et/ou savoirs rappelés au cours de cette phase, de leurs énonciations précédentes (simples formulations ou rappels). Plus cette portée sera importante, plus la ou les connaissances et/ou savoirs seront anciens. Quand la phase de rappels ne comprendra qu'un seul rappel – ce qui arrive souvent – sa portée correspondra à celle du rappel.

Rappels internes et externes

Genette définit deux types d'analepses suivant leur antériorité ou leur appartenance au récit premier.

- Les analepses externes correspondent à des évènements antérieurs au début du récit.
- Les analepses internes correspondent à des évènements postérieurs au début du récit, avec les risques de redondance que cela suppose (G. Genette, 1972, 91)

Dans le champ didactique, nous retrouvons une distinction semblable avec les différentes modalités de rappels, construites par Centeno, concernant la « condition temporelle » des rappels.

¹³² Conformément à la définition qu'en donne Centeno, le rappel porte, en effet, sur *un* seul savoir « dont maître et élèves se sont déjà occupés dans le passé » (J. Centeno, 1995, 33).

- Il existe des rappels correspondant à un « passé récent » ; à une chose « vécue la veille, ou deux ou trois jours auparavant ».
- Il existe des rappels correspondant à un « passé moins récent » ; à des choses « vécues la semaine passée, le mois passé, avant les vacances (dans une même année scolaire) ».
- Il existe, enfin, des rappels correspondant à « un passé lointain, s'il fait référence à l'année précédente ou même à des temps plus anciens ». » c'est-à-dire quelque chose « qui a été vécue la veille, ou deux ou trois jours auparavant » (J. Centeno, 1995, 34).

Nous distinguerons, par conséquent, les rappels de connaissances en fonction de leur distance temporelle, c'est-à-dire la valeur de leur portée.

- On parlera de rappel « interne », quand celui-ci s'appliquera à une connaissance mathématique dont la portée n'excède pas les limites temporelles relevant de l'étude présente d'un objet mathématique.
- On parlera de rappel « externe », quand celui-ci s'appliquera à une connaissance mathématique dont la portée excède les limites temporelles relevant de l'étude présente d'un objet mathématique.

Des rappels de portée nulle

Dans la plupart des cas, nous aurons ainsi affaire à des rappels portant sur des souvenirs ou sur des événements plus ou moins récents, vis-à-vis desquels existe une certaine distance temporelle. Cependant, la mobilisation de très nombreux rappels internes, de portée inférieure à la durée d'étude d'un objet mathématique donné, entraîne inévitablement, un certain nombre de répétitions et de reprises, succédant immédiatement à une énonciation portant sur la même connaissance.

Il n'existe plus, alors, de distance temporelle entre ce type de rappels et la connaissance rappelée ; la portée est nulle.

Dans ce cas précis, la référence explicite au passé, comme condition *sine qua non* du rappel n'a plus de raison d'être, puisque la reprise ou la répétition porte sur une connaissance énoncée quelques secondes auparavant. Nous avons, par conséquent, considéré ces répétitions et ces reprises comme des rappels portant sur des connaissances immédiatement antérieures et pour lesquelles n'existe aucune distance temporelle justifiant une référence explicite au passé.

- Le terme de répétition sera utilisé dans le cas d'une énonciation orale d'une connaissance reprenant *exactement* les termes d'une énonciation orale immédiatement antérieure de cette même connaissance.
- Le terme de reprise sera utilisé dans le cas de l'énonciation orale d'une connaissance reprenant approximativement les termes d'une énonciation orale immédiatement antérieure de cette même connaissance, afin de la développer ou l'expliquer plus précisément.

11-2-2 DEFINITIONS

Nous pouvons maintenant définir les notions d'amplitude et de portée des phases de rappels.

Amplitude d'une phase de rappels : Nombre de rappels portant sur des connaissances et des savoirs identiques ou différents, mobilisés sur une même phase de rappels. Plus l'amplitude sera importante, plus le nombre de rappels sera élevé ; c'est ainsi le cas avec les longues phases de rappels observées en début et fin de séance dans les classes de CM2 et de sixième. Quand l'amplitude d'une phase sera égale à un, la phase de rappels se confondra avec le seul rappel engagé.

Portée d'une phase de rappels : Distance temporelle séparant le rappel de la précédente énonciation de la connaissance rappelée, voire d'énonciations antérieures. Plus cette portée sera importante, plus la ou les connaissances et/ou savoirs rappelés seront anciens.

Portée d'un rappel : Quand la phase de rappels ne comprendra qu'un seul rappel – ce qui arrive souvent – sa portée correspondra à celle de ce rappel. La portée d'un rappel varie ainsi de 0 (portée nulle) à plusieurs années.

Rappel externe : Rappel ou phases de rappels dont la portée est supérieure à la durée de l'étude engagée. Les rappels externes concernent les connaissances et les savoirs récents ou anciens produits il y a quelques jours/ quelques mois / quelques années.

Rappel interne_ : Rappel ou phases de rappels dont la portée est inférieure à la durée de l'étude engagée. Les rappels internes portent alors aussi bien sur des connaissances objets de l'étude que sur les connaissances outils qui permettent de les construire.

Répétition_ : Rappel interne de portée souvent nulle, succédant à l'énonciation orale de cette même connaissance et en reprenant exactement les termes, sans rien y ajouter.

Reprise : rappel interne de portée souvent nulle, succédant à l'énonciation orale de cette même connaissance afin de la développer et de l'expliquer plus précisément.

11-3 Synthèse

Le parallélisme prudent, établi entre récit littéraire et récit didactique nous a permis de construire et de définir des indicateurs susceptibles de caractériser, à la fois, les phases de rappels et les rappels qu'elles contiennent.

Les phases de rappels formelles et informelles peuvent ainsi être définies :

- par l'ampleur de la remémoration (amplitude) ;
- par la mobilisation de connaissances plus ou moins anciennes (portée).

Les rappels peuvent être définis :

- par la mobilisation de connaissances relevant de l'étude (rappel interne) ou antérieures à l'étude (rappel externe) ;
- par la mobilisation de connaissances relevant de l'étude et succédant immédiatement à une autre énonciation orale de cette même connaissance (rappel interne de portée nulle : répétition/ reprise).

Ces indicateurs vont donc rendre possible la caractérisation de chacune des phases de rappels, quantitativement et qualitativement. Nous pourrions ainsi tenter de comprendre les mécanismes inhérents à l'institutionnalisation orale, forme d'institutionnalisation la plus répandue dans les classes de CM2 observées où, par ailleurs, les différences entre phases formelles et informelles sont également les plus importantes, en termes de durées et d'enclavements temporels.

L'institutionnalisation orale fonctionne-t-elle de façon indifférenciée sur les deux types de phases ? Implique-t-elle, au contraire, des gestes mémoriels, des amplitudes, des durées et des portées spécifiques ? C'est à ces questions que nous allons commencer à fournir des éléments de réponse.

Dans les deux prochains chapitres, nous nous intéresserons, successivement, aux phases informelles de rappels, puis aux phases formelles de rappels.

Chapitre 12

12 PHASES INFORMELLES DE RAPPELS

12-1 Durée, amplitude et portée des phases informelles

L'identification des différentes activités inhérentes à l'enseignement des mathématiques nous a permis de les mettre en relation avec deux types de phases de rappels.

- Il existe des phases formelles contenant des rappels formels situés ou non sur des segments temporels singularisés, de durée assez longue, mobilisées sur des temps de réorganisation des connaissances.
- Il existe des phases informelles contenant des rappels informels, de durée souvent moins longue, mobilisées sur des temps de recherche et de correction.

La construction de nouveaux indicateurs (portée / amplitude) va nous permettre de préciser les caractéristiques des phases informelles.

12-1-1 DUREE ET AMPLITUDE DES PHASES DE RAPPELS

La durée et l'amplitude moyenne des phases informelles vont nous fournir un certain nombre d'indications concernant leur fonctionnalité.

- Des rappels courts et isolés peuvent correspondre à une connaissance que l'on ne cherche pas à expliquer.
- Des rappels plus nombreux, sur un temps plus long, peuvent correspondre à des phases de récapitulation.

Dans un deuxième temps, nous croiserons ces données quantitatives avec l'étude qualitative de quelques extraits de phases informelles, tirés des classes de CM2 et de sixième.

Tableau 14 : Amplitude et durée moyenne des phases informelles, en CM2 et en 6^{ème}

Niveau	CM2	6 ^{ème}
Phases informelles		
Nombre de phases	49	46
Nombre de rappels	53	59
Temps total	36mn 33s	36mn 05s
Amplitude moyenne	1,08	1,28
Durée moyenne	46s	47s

Lecture _ L'amplitude moyenne des phases de rappels informelles dans les classes de CM2 est de l'ordre de 1,08 ; il est de 1,28 dans les classes de 6^{ème}.

On remarque que l'amplitude moyenne des phases informelles, aussi bien dans les classes de CM2 que dans les classes de sixième, se rapproche de l'unité. Les phases informelles sont donc, essentiellement, constituées d'un seul rappel. La forte similitude des résultats observés sur les deux niveaux, aussi bien en termes d'amplitude moyenne que de temps moyen pourrait s'expliquer par une fonctionnalité identique.

12-1-2 PORTEE DES RAPPELS

12-1-2-1 UNE FORTE VARIABILITE

La portée des rappels informels est liée au type de difficultés rencontrées par les élèves. Elle porte aussi bien sur les connaissances nouvelles, que sur les connaissances et les savoirs plus anciens, sous-tendant leur construction. Elle présente ainsi une forte variabilité.

- Elle peut être nulle, dans le cas de la reprise d'une connaissance qui vient juste d'être énoncée ou de sa répétition (rappel interne de portée nulle).
- Elle peut correspondre à une connaissance en cours de construction ou à une connaissance outil mobilisée le temps de l'étude (rappel interne de portée non nulle).
- Elle peut dépasser le cadre de l'année scolaire en cours dans le cas de savoirs abordés une, voire plusieurs années auparavant (rappel externe).

Les rappels informels peuvent donc être internes aussi bien qu'externes. En voici quelques exemples en CM2 et en sixième.

12-1-3 DES EXEMPLES DE PORTEES DIFFERENTES EN CM2 ET EN SIXIEME

12-1-3-1 UN EXEMPLE DE REPRISE EN CM2

Au bout d'une vingtaine de minutes, pendant la première séance, EE3 demande aux élèves de retrouver oralement différentes techniques permettant de tracer un segment correspondant à $5/4$ de la longueur d'une bande unité. Un élève propose de mesurer la longueur de l'unité, de la plier en quatre ; puis de mesurer la nouvelle longueur et de l'ajouter à la longueur de l'unité. Pendant ce temps, EE3 effectue, une première fois, la manipulation devant la classe. Comme celle-ci est un peu compliquée, mais qu'elle permet de faire émerger une nouvelle connaissance concernant la décomposition d'une fraction (C03-1 ; $4=1+1/4$), EE3 la reprend immédiatement et recommence, une deuxième fois, la manipulation proposée par l'élève devant la classe à l'aide de la bande-unité¹³³.

EE3 : « On répète, hein ! J'ai mes quatre parties, comme ça... [EE3 déplie complètement la bande unité]... Ce que j'ai dans la main, maintenant, là, ça vaut combien ? [EE3 replie en quatre la bande unité]... Geoffrey ? [Geoffrey : Un quart !]... J'ai un quart ! OK ! [EE3 déplie une seconde fois la bande unité]... Tu continues, Hugo ? [Hugo : Après, je l'ai tracée sur mon cahier...]... Non, mais... j'en... J'en suis ici !... [EE3 montre sa bande unité dépliée]... Je t'écoute... [Hugo : Hé bien, j'ai mesuré combien ça faisait : ça fait trois centimètres] Ha ! Hugo, il a mesuré combien faisait chaque petite partie... Elles font combien ? [Hugo : Trois centimètres !]... Trois centimètres ! [Hugo : Tu fais « douze plus trois » ; ça fait quinze ! Et tu traces un trait de quinze centimètres !]... Donc, Hugo a trouvé que chaque petite partie faisait trois centimètres. Et après ? [Hugo : Et, après, je fais « douze plus trois » ; et ça fait quinze !]... Pourquoi... tu fais : « douze plus trois » ? [Hugo : En fait ; euh !... Quatre plus une unité, ça fait cinq unités ! Enfin, non ! Cinq, heu !...]... On répète ! Ça, c'est quoi, en bas ? [EE3 montre le dénominateur de $5/4$] [Hugo : H ben, combien il y a de parts !]... Il y en a combien ? Quatre, en effet ! [EE3 désigne à nouveau le dénominateur] Avec ton système, on a réussi à faire quatre parts... [EE3 montre la bande unité dépliée et les quatre parts obtenues par pliage] ... D'accord ? Et tu fais comment, après, ensuite ? Tu dois en prendre combien ? [Hugo : Cinq !]... Cinq ! Donc, tu traces un segment qui correspond à ta bande-unité entière... [EE3 déplie sa bande au tableau et trace un trait qui correspond à sa longueur]... D'accord ? Donc, j'ai quatre quarts, ici... J'ai une unité entière ! Et ensuite ? [Hugo : Et je rajoute « un quart » !]... C'est-à-dire ? Tu rajoutes encore ? [Elèves : Trois centimètres !]... Un quart ! Trois centimètres ! [...] [EE3 allonge le trait et écrit : à côté : 12 cm + 3 cm ; 1 u +] [...] Donc, on a fait combien... On a fait comment, Quentin ? On a rajouté une unité, ici... [Quentin : Et trois centimètres !]... Plus... Avec une fraction, ça fait combien, ce que j'ai rajouté ? Florian ? [Florian : Ben : Plus un quart !]... Plus un quart !... Très bien ! [EE3 complète : $1u + 1/4$]. »

(EE3, 1^{ère} séance)

12-1-3-2 UN EXEMPLE DE REPRISE EN SIXIEME

Au cours de la troisième séance, EC2 qui institutionnalise un certain nombre de connaissances en les faisant copier sur le cahier de leçons, introduit une connaissance

¹³³ Dans les extraits suivants liés à la portée, les reprises et les rappels sont indiqués en caractères gras.

C04-4 définissant le nombre décimal comme possédant un nombre fini de chiffres non nuls après la virgule ; connaissance qu'il n'a jamais, auparavant, formulée ni rappelée et qu'il énonce juste avant de l'institutionnaliser. Ceci provoque une incompréhension de la part de certains élèves qui se traduit par la question de l'un d'entre eux et qui entraîne la reprise de l'explication.

« Donc, un nombre décimal, est un nombre qui a un nombre de chiffres fini après la virgule... Et, en *contre-exemple* – un nombre qui ne sera pas un nombre décimal – ce sera, par exemple, « dix tiers »... D'accord ? Et, dans les nombres décimaux, on va avoir, par exemple, « quatre virgule vingt-cinq », « trois virgule vingt-quatre », « cinq virgule soixante-deux » ou, Franck, *tous les nombres entiers* : « neuf », « quatre-vingt-dix », « cent dix », et cetera... [EC2 montre successivement ces différents nombres au tableau]... Alors, maintenant vous notez cette définition !... [Elève : Monsieur, ça veut dire quoi : « a un nombre de chiffres fini » ?]... Fini ? Ben... [Elèves : Défini !... Infini !... On l'a déjà expliqué !]... **Je reprends : un nombre qui est fini, ça veut dire que l'on peut compter... Un nombre fini, c'est un nombre que l'on peut compter... Un nombre infini, on ne peut pas le compter ! On ne sait pas mettre un nombre en face !... « Quatre virgule vingt-cinq » : je sais qu'il y a deux chiffres après la virgule ; « trois virgule vingt-quatre », il y a deux chiffres après la virgule ! Et, même si j'écris... [EC2 rajoute à 4,25 : 4,256543289]... j'écris ce nombre là, ben, il y a un nombre fini après la virgule ! Il y aura : un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf chiffres après la virgule [EC2 compte les chiffres après la virgule] !... Et c'est un nombre fini, après la virgule... ! Par contre, ici, c'est infini [EC2 montre l'écriture 3,333333...]... parce que, si tu fais la division, ben, il n'y aura que des trois !... et tu... Et, ça ne s'arrêtera jamais ! »**

(EC2, 3^{ème} séance)

12-1-3-3 UN EXEMPLE DE RAPPEL EXTERNE EN CM2

Lors de la deuxième séance EE2, fait chercher l'écriture décimale de fractions décimales exprimées en centièmes. Suite à une erreur d'un élève ($4300/100 = 430$), elle se réfère à des savoirs anciens sur la numération de position et la différence entre chiffre et nombre de centaines. Pour débloquer la situation, elle décide de prendre un nombre plus simple et de revenir sur des notions très anciennes.

« Donc, dans la partie entière, que représente le huit, là... [EE2 montre le chiffre 8 du nombre entier 28] ? [Elèves : La partie... Les unités... Les dixièmes]... **Dans les nombres entiers : les nombres que l'on voit depuis le CP ? !** [Elèves : Unités]... **Unités...** [EE2 place une flèche sous le chiffre 8, puis une autre sous le chiffre des dizaines et demande la signification de ce deuxième chiffre. *En utilisant les flèches elle rappelle la signification de la position de chaque chiffre dans un nombre*] ? [Elèves : Dizaines !]... Dizaines !... Ici, que représente le zéro [EE2 montre successivement le zéro de deux écritures : $4300/100 = 4300 : 100$] ? [Elève : Les unités de mille !]... C'est quatre mille... [Quelques élèves : Les unités... ! Les unités !]... Oui, aïe, aïe ! **Unités** !... Ici [EE2 rappelle, en écrivant successivement au-dessous de chacun des chiffres composant le nombre 4300 : u, d, c, u de mille, que l'on fait référence à la position et à la signification des chiffres dans le nombre] ? ! [Elèves : Dizaines !]... **Dizaines** ! Ici ? [Elèves : Centaines !]... Et là ? [Un élève : Unité !]... **Unité de mille** !... Quand je divise par cent, je dois trouver quoi ? [Un élève : Des centaines ?]... Le nombre de centaines... Combien j'ai de centaines dans ce nombre : quatre mille trois cent ?... [Un élève : Quarante-trois !]... EE2 sépare à l'aide d'un trait le nombre 4300 en deux dans la division : $4300/100 = 43 \mid 00 : 100$]... Quel est le résultat ? [Un élève : Quarante-trois !]... EE2 rajoute : $4300/100 = 43 \mid 00 : 100 = 43$ »

(EE2, 2^{ème} séance)

12-1-3-4 UN EXEMPLE DE RAPPEL EXTERNE EN SIXIEME

Lors de la quatrième séance, EC4 cherche à faire décomposer les fractions non décimales en une partie entière et une fraction inférieure à un. Devant les difficultés rencontrées par un élève, elle dédramatise la situation en se référant à des connaissances abordées « à l'école » : la soustraction et l'addition à trous ($37 - 25 = 12$ ou $25 + 12 = 37$; donc $37/25 = 25/25 + 12/25$).

EC4 : « Alors on a trente-sept vingt-cinquièmes... ça devient *grand* ! Ça devient grand, là... [D. désigne la droite numérique que vient de tracer Ali]... Alors de zéro jusqu'à un, on a... combien de... ? [Elève : On en a vingt-cinq !]... On en a vingt-cinq ! ... Ici, on a vingt-cinq vingt-cinquièmes ; et on va aller jusqu'à trente-sept vingt-cinquièmes... [D. écrit 25/25 et un peu plus loin 37/25]... Alors, on aura combien de vingt-cinquièmes entre notre unité et trente-sept vingt-cinquièmes ? [Elève non interrogé : Il faut que tu comptes ! Un deux, trois, quatre, cinq... !]... Qu'est-ce qu'il faut compter ? Quelle est l'opération qui va nous permettre de trouver ça ?... Alexis ? [Autre élève interrogé : Ça fait douze !]... Ça fait douze ! Et comment tu trouves douze ? ! [Même élève : En comptant de vingt-cinq vers trente-sept !]... Très bien ! **Alors, en calcul mental, comment vous avez fait ça, à l'école ? On lève la main ! Comment vous avez fait ça, Marie ? [Marie : Ben, avant on faisait trente-sept moins vingt-cinq et on trouvait douze !]... Avant on faisait : « trente-sept moins vingt-cinq et on trouvait douze ! »... Hé bien, en sixième, on fait toujours pareil ! Oui ! ... [Rire bref]... Mais en calcul mental, on peut, peut-être, avoir des méthodes... ? [...] Roxanne ? [Roxanne : On fait « vingt-cinq plus dix » ; ça fait trente-cinq. Plus deux, ça fait trente-sept !] *Voilà* ! On ajoute une dizaine ! Vingt-cinq plus dix ça fait trente-cinq ; et... plus deux... Donc, c'est bien Ali ! »**
(EC4, 4^{ème} séance)

L'ensemble de ces rappels est relativement court et se rapproche de la durée moyenne, à l'exception du premier extrait (2mn 18s), particulièrement longue qui correspond à une connaissance sur laquelle EE3 veut insister. On peut constater la grande variabilité de la valeur de la portée des rappels, liée au rappel de connaissances relevant ou non de l'étude.

12-2 Une fonction chronoéconomique

12-2-1 RAPPELS ET TECHNIQUES DE RECUPERATION EN MEMOIRE

Sur les phases informelles les enseignants mobilisent ainsi des rappels portant sur une connaissance bien précise, ancienne ou non, qu'il s'agit de fixer en la reprenant, la répétant et la rappelant. Ils présentent ainsi des points communs avec des techniques de récupération en mémoire mobilisées en psychologie cognitive (D. Gaonac'h ; P. Larigauderie, 2000), sans qu'on puisse toutefois les confondre avec elles.

- La reconnaissance est la technique de récupération en mémoire la plus puissante

- Le rappel indicé est la technique de rappel la plus puissante. Elle « fournit au sujet une aide à la récupération (mots, phrases, images) dont le degré de similarité avec l'information à rappeler varie. ».
- Le rappel libre est le moyen le plus faible car il est subordonné à la capacité limitée de la mémoire à court terme et à quelques indices à court termes ou contextuels (D. Gaonac'h, P. Larigauderie, 2000, 161-162 ; A. Lieury, 2005, 204).

La hiérarchie entre les différentes techniques de récupération en mémoire est ainsi fonction du niveau de fidélité de restitution des informations.

12-2-1-1 UN EXEMPLE DE RECONNAISSANCE VISUELLE EN CM2

Lors de la troisième séance, EE1 mobilise 3 connaissances – relevant de la connaissance générique C07 : « Encadrement d'une fraction décimale entre deux nombres entiers successifs »¹³⁴ –, lors d'exercices rapides sur ardoise où des fractions décimales de dénominateurs différents doivent être, tour à tour, encadrées.

- C07-1 (1^{ère} technique) : Pour encadrer des fractions exprimées en dixièmes ou en centièmes avec des nombres entiers, on met tout en dixièmes ou en centièmes. Puis on regarde si c'est dans la même unité. $8 = 800/100$; $9 = 900/100$; donc $8 < 87/100 < 9$
- C07-1 (2^{ème} technique) : [Pour encadrer des fractions avec des nombres entiers], on regarde si c'est supérieur à l'unité. $157/10 > 1 (10/10)$
- C07-2 (3^{ème} technique) : Une fraction en dixièmes est une division par dix. Encadrer une fraction en dixièmes avec des nombres entiers, revient donc à chercher le nombre de dizaines [au numérateur]. Il y en a 15 dans $157/10$. Donc $15 < 157/10 < 16$.

Cette dernière connaissance est, dans un second temps, inscrite au tableau en toutes lettres.

Si ce sont des dixièmes, elle recherche le nombre de dizaines au numérateur. $157/10 = 150/10 + 7/10$
donc $15 < 157/10 < 16$

Cela ne suffit pas, cependant, pour éviter les erreurs de certains élèves qui, ne maîtrisant pas suffisamment l'algorithme de la division par 10, enlèvent autant de chiffres au numérateur qu'il y en a au dénominateur : $27 < 2731/10 < 28$ (erreur !). EE1 a alors recours au tableau de numération, construit en début d'année et affiché à la droite du tableau, pour mobiliser une nouvelle connaissance.

EE1 : « N'empêche que – je ne sais plus si on l'a... Si, on l'a toujours, ça existe toujours !
C'est merveilleux, hein [EE1 se dirige vers le côté droit du tableau où se trouve un tableau

¹³⁴ Cf. Annexes, Section 5 ; Figure intitulée « EE1 / Connaissances génériques et stratégie didactique ».

de numération] !... Le « d » veut dire... [EE1 montre le d situé entre les centaines et les unités dans le tableau de numération affiché sur le mur de droite] ?

MILLIARDS			MILLIONS			MILLIERS			UNITES SIMPLES		
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
							2	5	7	0	0
						2	5	0	0	0	0
							1	3	7	0	0
		2	3	0	0	0	1	3	6	2	0

[Elèves : Dizaines !]... Ha oui, c'est ça, ça me semblait bien !... Donc, en fait, le nombre de dizaines, euh ! ... unités, dizaines... Ce n'est pas compliqué, quand même, hein !... C'est des choses qu'on a vu et revu, hein ! [...] C'est des choses qu'on fait depuis le CE1 ! » (EE1, milieu de 3^{ème} séance)

A l'aide de la reconnaissance d'un tableau de numération – technique de récupération en mémoire la plus puissante (A. Lieury, 2005) –, EE1 tente de remobiliser une connaissance établie en CM1 et renvoyant à des connaissances sur la numération de position en CE1 : la différence entre chiffre et nombre de dizaines. Il cherche, également, à relativiser les difficultés rencontrées par certains élèves, lors de l'encadrement de fractions entre deux entiers, en établissant un lien entre une telle activité et un ensemble de savoirs plus anciens portant sur le tableau de numération et la numération de position.

La référence visuelle à un tableau de numération – élaboré et affiché dans la classe, en début d'année – sert donc de « marqueur mémoriel », censé réactiver tout un réseau de savoirs portant sur les entiers naturels, que l'on peut étendre aux nombres décimaux¹³⁵.

12-2-1-2 UN EXEMPLE DE RECONNAISSANCE VISUELLE EN SIXIEME

Pendant la troisième séance de EC2, un exercice est consacré à l'écriture décimale de fractions exprimées en dixièmes, centièmes et millièmes. Lors de la recherche du nombre décimal correspondant à 230/100, deux réponses justes sont proposées : 2,3 et 2,30.

¹³⁵ Les fractions décimales et les nombres décimaux ne constituent pas, en effet, une simple extension de \mathbb{N} , l'ensemble des entiers naturels et les règles de fonctionnement des nombres entiers ne peuvent être étendues aux nombres décimaux (J. Bolon, 1992).

EC2 se propose alors de montrer, à l'aide d'une décomposition, que les deux écritures sont justes. Cependant, il va être gêné car, jusqu'à présent, il n'a pas introduit la notion de partie entière et de partie décimale, pour un nombre décimal. Même s'il peut utiliser les connaissances sur les dixièmes ($0,3 = 3/10$), et la connaissance de l'algorithme de la division par dix (quand on divise par dix, on a un chiffre après la virgule), la décomposition de $2,3$ ($2 + 0,3$) n'a jamais été envisagée. Par ailleurs les élèves n'ont pas été incités à s'aider de la lecture signifiante du nombre décimal – « deux et trois dixièmes » ou « deux et trente centièmes » – qui pourrait les aider à passer des écritures $2 + 3/10$ et $2 + 3/100$ à celles de $2,3$ et $2,03$. EC2 utilise donc un « mixte » entre ces deux bonnes réponses ($2,3 / 2,30$) et certaines connaissances qui ont déjà été identifiées ($10/10 = 100/100 = 1 : 3/10 = 300/100 = 0,3$).

Pour cela, il rappelle un certain nombre de connaissances – relevant de la connaissance générique C05 et traitant des fractions décimales exprimées en dixièmes, centièmes, millièmes et de leurs équivalences avec l'unité ou les nombres décimaux – évoquées lors de la deuxième séance à l'aide d'un rectangle-unité dont il projette une nouvelle fois l'image sur le tableau de la classe, *exactement comme il l'avait fait lors de la deuxième séance*.

EC2 : « Alors, maintenant, « trente centièmes », c'est quelque chose que nous avons vu [...] [EC2 installe le rétroprojecteur pour visionner le rectangle unité découpé en centièmes]... Donc, rappelez-vous, quand nous avons vu le... le rectangle... Donc, on avait vu que *ce rectangle*, donc il représentait l'unité : un !... Heu !... Il est donc divisé en dix parties égales – donc, une partie correspond à un dixième, d'accord ? Et si on veut prendre trois dixièmes, on prend trois parties – donc ces trois parties, ça va correspondre à trois dixièmes, d'accord [successivement EC2 hachure les trois bandes de un dixième après avoir écrit 1 pour le rectangle-unité et $1/10$ pour une des bandes de ce rectangle] ? Et ensuite, qu'est-ce que nous avons fait ? Nous avons pris chacune de ces colonnes que nous avons divisées en dix parties égales. Donc *l'ensemble* – donc, le un ou l'unité – sera divisé en... ? [Elèves : Cent !] Cent parties égales !... [Rappel à l'ordre]... Donc cette partie ici, ça va correspondre à quoi ? Ça va correspondre à un centième... [EC2 hachure un centième et écrit à côté $1/100$]... D'accord ? Et maintenant, si je veux prendre « *trente centièmes* », je vais en prendre dix, plus dix, plus dix... [EC2 montre tour à tour chacune des bandes représentant un dixième]... Donc, *ici*... Donc, je vais avoir mes trente centièmes – ça, ça correspond à trente centièmes [EC2 hachure ensemble trois bandes juxtaposées de un dixième et écrit à côté : $30/100$]. C'est trente petits rectangles parmi cent, nous sommes bien d'accord ? – et ça correspond à quoi, ceci ? Ça correspond à trois bandes !... Et ces trois bandes qui sont ici, ben, ça correspond également à trois dixièmes... [EC2 montre les trois bandes qu'il vient de hachurer]... D'accord ? Trente centièmes, c'est la même chose que trois dixièmes [EC2 rajoute : $30/100 = 3/10$]... Donc, si on écrit « deux virgule trois », c'est « deux plus trois dixièmes » ; et « deux virgule trente », c'est deux plus trente centièmes » [EC2 montre les deux égalités précédentes : $230/100 = 2,3 = 2 + 0,3 = 2 + 3/10$ et $2,30 = 2 + 0,30 = 2 + 30/100$]. Et qu'est-ce qu'on vient de voir ? C'est que trente centièmes, c'est égal à trois dixièmes [...] Donc, qu'est-ce qu'on peut dire des deux écritures « deux virgule trois » et « deux virgule trente » ? [Elève : C'est pareil ?!]... C'est pareil... »
(EC2, milieu de 3^{ème} séance)

EC2 mise, par conséquent, sur la reconnaissance du rectangle-unité, présenté lors de la deuxième séance, pour faciliter la récupération en mémoire des connaissances qui lui sont associées, afin de prouver que $2,3 = 2,30$. La reconnaissance agit, ici, comme une technique à la fois chronoéconomique et heuristique, permettant de se référer à plusieurs connaissances (C05-1 / C05-2) *sans avoir besoin de revenir en détail sur les explications*.

Un tel geste mémoriel permet, par conséquent, de se référer au passé, sans perdre un temps précieux à reconstituer les longues chaînes de raison aboutissant aux formulations de C05-1 et C05-2. Ici, EC2 fait une utilisation métaphorique du passé, visant moins l'exactitude des schémas antérieurement présentés que l'articulation entre passé et présent didactique. Il ne teste pas, en effet, la capacité de ses élèves à retrouver exactement les étapes successives de fractionnements des rectangles-unités en dixièmes et centièmes, mais tente plutôt de mobiliser les écritures qui leur sont liées car elles constituent le cœur de sa stratégie didactique.

12-2-1-3 UN EXEMPLE DE RECONNAISSANCE ORALE EN CM2

Les enseignants s'appuient souvent sur les énonciations antérieures de connaissances pour avancer dans le temps didactique. C'est néanmoins, une façon d'établir un lien entre ce qui a déjà été dit et ce que l'on est en train de chercher. Le passé tient ainsi souvent lieu de caution à ce qui se construit au présent.

Dans l'extrait suivant, EE4 fait référence aux difficultés rencontrées par les équipes se mesurant au jeu du *nombre-cible* pour répondre aux questions de l'équipe adverse. Les nombres recherchés sont, en effet, des fractions non décimales ; pour être sûrs que l'adversaire ne trouvera pas le nombre choisi, les élèves de chaque équipe ont donc recours à des nombres à trois chiffres au numérateur comme au dénominateur. Quand une équipe propose un encadrement entre deux fractions dont le dénominateur ne correspond pas à celui de la fraction choisie par l'autre équipe, on mesure le défi que constitue une réduction au même dénominateur...

EE4 tente alors d'en faire comprendre la raison – les fractions n'ont pas le même dénominateur – à l'aide d'un rappel de remarques qu'aurait tenus un élève, quelques minutes auparavant.

EE4 : « Pourquoi, à votre avis – j'ai entendu : quelqu'un l'a dit, tout à l'heure – « j'avais du mal à... à répondre ; à faire les calculs, parce qu'il fallait que je fasse des calculs compliqués, au début. Et là, c'était plus facile. » ? » (EE4, milieu 2ème séance)

Si l'on compare ce rappel avec *ce qui a été vraiment dit* avant, on constate des différences sensibles, caractéristiques de la transmission créatrice propre au langage oral (J. Goody, 1979, 208). En réalité, EE4 fait ainsi référence à ce qu'ont dit *deux* élèves différents, à quelques minutes d'intervalles.

Premier élève « Par exemple, nous, c'étaient des cinquièmes ; et eux, ils demandaient en troisièmes ou en deuxièmes... en tiers ou en demis. Donc il fallait, euh !... **Il fallait avoir le même dénominateur ... pour dire oui on non ! Parce qu'on ne peut pas comparer des centièmes avec des demis !** »

(EE4, phase de rappels de début de 2^{ème} séance ; 2^{ème} minute)

Deuxième Elève : Oui ! Parce que je me suis dit : « **Dix c'est facile à calculer ! C'est comme un !** Et tu enlèves le zéro : c'est comme un ! »

(EE4, 2^{ème} séance, 17^{ème} minute)

EE4 n'a pas, en effet, les moyens de se rappeler, *exactement*, de ce qui a été dit. Par ailleurs, il lui faut avancer dans le temps didactique et légitimer la progression de son cours, en établissant des liens entre les énonciations passées et présentes. Ce rappel lui permet, par conséquent, d'introduire la connaissance C04-3 portant sur les fractions décimales et son intérêt dans les classements et les comparaisons.

Peut-on alors parler de « manipulation » de la mémoire ? Nous ne le pensons pas et cela pour plusieurs raisons. D'une part, il faudrait qu'une telle manipulation soit délibérée, alors même que EE4 n'est pas en situation de se rappeler, *exactement*, de toutes les interventions de ses élèves. D'autre part, il faudrait que de telles approximations des enseignants, dans leur restitution du passé, soient considérées comme des pratiques condamnables et que l'on se donne les moyens de les mettre en évidence lorsqu'elles se produisent au moyen par exemple d'enregistrements audio, ce qui, évidemment, n'est pas le cas.

12-2-1-4 UN EXEMPLE DE RECONNAISSANCE ORALE EN SIXIEME

Dans un exercice consistant à écrire sous forme de nombre décimal une fraction décimale exprimée en dixièmes, centièmes ou millièmes, un élève de la classe de EC1 propose $230/100 = 2,30$. Après discussion et placement sur le tableau de numération, les élèves en arrivent à la conclusion que $2,3 = 2,30$ ¹³⁶ ce que confirme EC1 en ajoutant que le zéro de 2,30 est inutile.

¹³⁶ Connaissance C02-1 : cf. Annexes, Section 5, « EC1 : Traitement discursif et sémiotique des connaissances ».

Cependant Delphine, une élève en grande difficulté en mathématiques, n'a toujours pas compris cette écriture, ni son placement sur le tableau de numération¹³⁷. Au bout d'une ou deux minutes alors que la classe corrige une autre écriture de ce même exercice, elle intervient pour signifier son incompréhension en affirmant que $230/100 = 230/10$.

EC1: « [Delphine : Madame, madame !]... Oui ? [Delphine : Pour le deux cent trente centièmes...]... Oui... [Mais, si on enlève le zéro, ça fait deux cent trente dixièmes !]... Ha !... C'est une question intéressante ! Comment est-ce qu'on aurait pu *aussi* l'écrire, celui-là, si... Si on ne met pas le zéro [EC1 montre le nombre qu'elle vient d'écrire, **2,30** et dont elle a effacé et réécrit plusieurs fois le zéro, en cachant le zéro barré avec sa main] ? [...] Ben, on regarde ici... [EC1 se dirige vers le tableau de numération]... Regardez ici ! Si j'enlève le zéro [Elle efface à nouveau le zéro de 2,30 : **2,3**]... et que je ne mets pas la virgule [EC1 efface la virgule : **23**], j'ai vingt-trois quoi ? [...] [Autre élève : Vingt-trois dixièmes... !]... *Oui* ! [...] On lit vingt-trois *dixièmes*... [EC1 montre 23 puis remonte le long de la colonne du 3 pour lire les dixièmes] ! Donc, ça peut *aussi* s'écrire sous quelle *fraction* décimale [EC1 trace la barre de la fraction] ? [Delphine : Vingt-trois sur dix !...] Ben oui [EC1 écrit $230 : 100 = 2,30 = 23/10$]...! **Donc, quand tu me disais tout à l'heure « On peut aussi écrire deux cent trente sur dix ! » : Non ! [...] Ça ne va pas être deux cent trente sur dix [EC1 montre la fraction 230/100] ! C'est vingt-trois sur dix [EC1 montre la fraction 23/10] !... C'est à dire que le zéro inutile qui était là, hé bien, on enlève aussi le zéro en dessous... [EC1 montre le 0 de 230, puis le 0 de 100]. On enlève le zéro en haut, on enlève le zéro en dessous : on divise par 10 en haut, on divise par 10 en bas... [EC1 montre alternativement le numérateur et le dénominateur de 230/100]... Donc, fais attention, et ne me dis pas que c'est égal à 0,23 parce que ce n'est pas vrai ! *C'est 2,3* : il n'y a *qu'une seule* écriture décimale ! OK ? »**

EC1 intervient en deux temps.

- 1^{er} temps : Elle montre, à nouveau, au tableau, la fraction 230/100 correctement placée dans le tableau de numération, pour prouver à Delphine que 230/100 est équivalent à 23/10, à l'aide de l'intitulé des différentes colonnes.
- 2^{ème} temps : Elle reprend l'assertion erronée ($230/100 = 230/10$) et la compare à ce qu'elle vient de prouver ($230/100 = 23/10$).

Les enseignants s'appuient souvent sur les assertions pertinentes et non pertinentes de leurs élèves, au besoin en les rappelant, afin d'avancer dans le temps didactique.

12-2-1-5 INDICES LANGAGIERS, SCRIPTURAUX, GESTUELS

Nous pourrions citer d'autres exemples de rappels informels utilisant différents indices pour aider à la remémoration

¹³⁷ EC1 utilise le tableau de numération comme outil permettant de passer d'une écriture fractionnaire décimale à une écriture décimale. Pour cela, elle a également recours à la connaissance C06-2 : après lecture de la fraction décimale – deux cent trente centièmes – on la place dans le tableau en s'aidant de la colonne intitulée « centièmes » ; puis on place la virgule entre la colonne des dixièmes et des unités (cf. Annexes, Section 5. Figure intitulée « EC1 / Connaissances génériques et stratégie didactique »).

- Indices gestuels

L'enseignant peut faire un geste, mimer une action, spécifiquement référencé à un évènement antérieur très particulier.

- Indices langagiers

Il peut rappeler oralement une situation déjà vécue ; aiguiller les élèves vers la bonne réponse à l'aide de questions fermées ; utiliser un mot fortement connoté, lié à une situation d'apprentissage vécue par la classe il y a quelques jours, quelques semaines ou quelques mois.

- Indices scripturaux

Il peut, d'un regard ou d'un geste, désigner au tableau une écriture mathématique produite il y a quelques secondes ou quelques minutes et la rapporter à ce qui se dit ou s'écrit maintenant.

Il existe, cependant, plusieurs différences fondamentales entre les techniques de rappels indicés et les rappels didactiques, aussi bien dans le but recherché que dans les critères d'efficacité.

- Dans le champ de la psychologie cognitive, les rappels présentent une dimension expérimentale, orientée vers l'étude du fonctionnement du système nerveux central. La fidélité de la restitution de l'information constitue ainsi l'un des critères d'étalonnage des différentes techniques de mise en mémoire.
- Dans le champ didactique, les rappels visent la construction d'une culture commune, au travers de l'institutionnalisation de certaines connaissances. C'est donc le maintien de l'identité didactique du groupe au travers de la cohérence et de la congruence des enseignements proposés – non la restitution à l'identique des connaissances rappelées – qui est visé.

12-3 Un geste mémoriel : l'évocation

12-3-1 UN GESTE A LA CHARGE DE L'ENSEIGNANT

On voit que les phases de rappels informelles correspondent à des connaissances permettant d'expliquer ou de justifier *une* écriture, *un* résultat, *un* graphique ou *une* stratégie, à l'aide d'une connaissance plus ou moins ancienne, en s'appuyant ou non sur certaines remarques énoncées par certains élèves. Ces phases sont donc soumises à la contingence, en ce sens qu'elles dépendent des difficultés et incompréhensions des élèves et des réponses qu'il faut leur apporter.

Plusieurs techniques peuvent alors être choisies.

- 1 Rappeler certaines assertions, pertinentes ou non pertinentes des élèves, pour prouver et affirmer des connaissances utiles à l'avancée du temps didactique.
- 2 Reprendre les explications qui viennent juste d'être données et entreprendre une seconde explication de ce qui vient d'être dit.
- 3 Se référer à une connaissance ancienne et maîtrisée, afin de dédramatiser et débloquer la situation à l'aide de la nouvelle approche que celle-ci permet.

Dans tous les cas, la nouvelle explication peut durer quelques secondes ou prendre, plus rarement, plusieurs minutes. C'est ce qui explique des temps moyens très proches dans les classes de sixième et de CM2.

L'enseignant demande donc aux élèves de se rappeler de l'assertion de l'un d'entre eux ou d'une connaissance précise, afin de l'utiliser dans le contexte présent. Il n'est pas demandé d'effort particulier de réflexion, ni de distanciation par rapport à ce qui est dit et écrit. Cet effort, en effet, est entièrement à l'initiative de l'enseignant qui guide les élèves à l'aide de questions fermées vers la connaissance qu'il cherche à rappeler. Les rappels informels renvoient ainsi à un geste mémoriel bien particulier : celui de l'évocation.

12-3-2 UN GESTE MECANIQUE

On doit à Ricoeur la reprise de la distinction établie par Aristote puis par Bergson, entre, d'une part, la collection passive des traces du passé sous forme d'affections correspondant au degré zéro de la recherche et, d'autre part la reconstruction de la cohérence globale des séquences dans lesquelles ces affections sont prises correspondant au « rappel laborieux » (P. Ricoeur, 2000, 30-36).

C'est à la première distinction que l'évocation se réfère. Les rappels informels sont, pour la plupart d'entre eux, d'ordre mécanique. Ils ne demandent pas d'effort intellectuel particulier de la part des élèves : l'effort de remémoration reste à la charge de l'enseignant. C'est lui-même qui effectue ainsi le lien entre les connaissances en construction et certains savoirs plus ou moins anciens ; entre certaines réponses, pertinentes ou erronées proposées par les élèves et ce qui a été dit ou écrit, il y a quelques secondes, quelques minutes, voire quelques jours.

L'évocation relève ainsi d'un geste mémoriel spécifique ne relevant pas du topos de l'élève.

12-4 Synthèse

L'analyse quantitative et qualitative met en évidence la grande similitude des phases de rappels informelles mobilisées en CM2 et en sixième, liées aux activités de recherche et de correction sur lesquelles elles sont mobilisées.

- Les amplitudes et les durées sont très voisines. Les phases informelles doivent permettre, en effet, une action immédiate sur le milieu didactique. C'est ce qui explique une durée et une amplitude très réduites : un seul rappel, le plus souvent. L'effort mémoriel est ciblé, rattaché à un seul fait, une seule connaissance, un seul savoir.
- On trouve une même variabilité de la portée.
 - Il existe des rappels internes dont la portée est nulle : les connaissances sont répétées ou reprises, immédiatement après une première formulation orale et/ou écrite.
 - Il existe des rappels internes dont la portée n'excède pas les limites temporelles de l'étude. Sur certains points on peut les rapprocher des techniques de récupération en mémoire étudiées en psychologie cognitive (reconnaissance ; rappels indicés). La comparaison s'arrête, cependant, assez vite, car la fonction de ces rappels vise moins l'adéquation exacte aux connaissances ou savoirs évoqués, que la mise en avant d'un principe de continuité et de cohérence institutionnelle, destiné à dédramatiser les enjeux didactiques et à conforter l'identité du groupe.
 - Il existe, également, des rappels dont la portée, de l'ordre de plusieurs années, dépasse très largement les limites de l'étude et qui font un usage métaphorique du passé ; le rappel n'est plus étayé par des indices gestuels, langagiers, scripturaux.

Par ailleurs, l'analyse qualitative met en évidence la récurrence d'un geste mémoriel : celui de l'évocation.

Il s'agit de rappeler des connaissances permettant de justifier ou d'expliquer une écriture, en mobilisant différents « marqueurs mémoriels » disposés dans l'espace et le passé de la classe : dessins, signes, gestes et paroles associés à des formes temporaires de savoir (J. Centeno, 1995, 168). Les rappels portent sur des connaissances isolées, plus ou moins anciennes, permettant de lever certaines des difficultés rencontrées par les élèves, lors des temps de recherche et de correction.

L'effort de remémoration est à l'initiative et à la charge de l'enseignant.

Le chapitre suivant sera consacré à l'étude de ces mêmes indicateurs (amplitude / portée) en ce qui concerne les phases formelles de rappels. Comme nous l'avons déjà constaté, lors de l'étude logistique et chronométrique des rappels (cf. Chapitre 7), un certain nombre de différences significatives vont être mises à jour, d'une part, entre les phases formelles et informelles ; d'autre part, entre les classes de CM2 et celles de sixième.

Chapitre 13

13 PHASES FORMELLES DE RAPPELS

13-1 Durée, amplitude et portée des phases formelles

Les analyses logistiques et chronométriques ont montré que les phases informelles de rappels, liées essentiellement aux phases de correction, ne constituaient qu'une partie des phases mobilisées sur l'ensemble des séances, aussi bien dans les classes de CM2 que dans celles de sixième.

- Elles ne rendent compte que de 40 %, environ, du temps consacré aux rappels.
- En sixième, elles sont moins nombreuses que les phases formelles (cf. chapitre 8, tableau 6).

13-1-1 DUREE ET AMPLITUDE DES PHASES DE RAPPELS

Retrouve-t-on, sur les phases formelles mobilisées des temps de réorganisation, les caractéristiques observées sur les phases informelles des temps de recherche et de correction ?

Tableau 15 : Amplitude et durée moyenne des phases formelles, en CM2 et en 6^{ème}

Niveau	CM2	6 ^{ème}
Phases formelles		
Nombre de phases	28	53
Nombre de rappels	85	91
Temps total	65mn 31s	60mn 58s
Amplitude moyenne	3,03	1,72
Durée moyenne	140s	69s

Lecture _ L'amplitude moyenne des phases de rappels formelles dans les classes de CM2 est de l'ordre de 3,03 connaissances ; il est de 1,72 dans les classes de 6^{ème}. La durée moyenne d'une phase formelle est environ deux fois plus longue en CM2 qu'en 6^{ème}.

13-1-1-1 DIVERGENCE DES PHASES FORMELLES ET INFORMELLES EN CM2 ET EN SIXIEME

En CM2 et en sixième, la durée et l'amplitude des phases formelles est supérieure à celles des phases informelles.

- D'une manière générale, les phases formelles de rappels sont plus longues et portent sur un plus grand nombre de connaissances.
- On constate, également, une durée et une amplitude supérieures pour les phases formelles de CM2.

13-1-1-2 DIVERGENCE DES PHASES FORMELLES DE CM2 ET DE SIXIEME

Les différences inter-niveau observées sont-elles significatives ? C'est ce que nous allons voir, maintenant, en reprenant les informations du tableau et en testant statistiquement trois hypothèses.

- 1^{ère} hypothèse : les phases formelles sont plus nombreuses dans les classes de sixième.
- 2^{ème} hypothèse : les rappels formels sont plus nombreux dans les classes de CM2.
- 3^{ème} hypothèse : les phases formelles sont plus longues dans les classes de CM2.

Test statistique de la première hypothèse

Lors de l'étude logistique des phases de rappels mobilisées en sixième et en CM2, nous avons montré que les phases de rappels positionnées sur des segments temporels de début et fin de séances étaient plus nombreuses dans les classes de CM2 que dans les classes de sixième observées (cf. Chapitre 8).

Nous allons maintenant tester l'hypothèse, plus générale, d'une divergence dans la distribution des phases formelles et informelles sur les deux niveaux.

Tableau 16 : Distribution du nombre de phases formelles et informelles en CM2 et en 6^{ème}

Type de phases		Phases formelles	Phases informelles	Total
Niveau d'enseignement				
CM2	Effectifs observés	n₁ = 28	n₂ = 49	77
	Effectifs théoriques	n'₁ = 35,44	n'₂ = 41,56	
6 ^{ème}	Effectifs observés	n₃ = 53	n₄ = 46	99
	Effectifs théoriques	n'₃ = 45,56	n'₄ = 53,44	
Total		81	95	176

χ^2 calculé : 5,14 ; s. à P = .05 (χ^2 lu = 3,84)

La première hypothèse est confirmée : entre le CM2 et la sixième, il existe une différence significative de distribution des phases formelles et informelles.

Dans les classes de sixième, les phases formelles de rappels sont plus nombreuses que dans les classes de CM2 (36,36 % de phases formelles en CM2 ; 53,53 % en 6^{ème}).

Test statistique de la deuxième hypothèse

L'amplitude des phases formelles en CM2 est plus importante que celle observée en sixième. Cela correspond-t-il à une distribution différente du nombre de rappels, entre le CM2 et la sixième, sur les phases formelles et informelles ?

Tableau 17 : Distribution du nombre de rappels formels et informels en CM2 et en 6^{ème}

Type de rappels		Rappels formels	Rappels informels	Total
Niveau d'enseignement				
CM2	Effectifs observés	n₁ = 85	n₂ = 53	138
	Effectifs théoriques	n'₁ = 84,33	n'₂ = 53,67	
6 ^{ème}	Effectifs observés	n₃ = 91	n₄ = 59	150
	Effectifs théoriques	n'₃ = 91,67	n'₄ = 58,33	
Total		176	112	288

d.d.l. = 1 ; χ^2 calculé : 0,03 ; n. s. à P = .05 (χ^2 lu = 3,84)

La deuxième hypothèse peut être rejetée : il n'existe pas de différence significative dans la distribution du nombre de rappels sur les deux types de phases en CM2 et en sixième. Cependant, il existe, en sixième comme en CM2, un nombre plus important de rappels sur les phases formelles¹³⁸. Si l'on met ce résultat en rapport avec la première hypothèse confirmée (il y a plus de phases formelles de rappels en sixième qu'en CM2), on arrive à la conclusion suivante.

- en sixième, le nombre élevé de rappels formels s'explique par le nombre élevé de phases formelles ;

¹³⁸ Il suffit pour le montrer, de comparer les fréquences observées aux fréquences théoriques (autant de rappels sur les phases formelles que sur les phases informelles).

CM2 : n₁ = 85, n₂ = 53, n'₁ = 69 ; n'₂ = 69 (138/2)

χ^2 calculé : 7,42 ; s. à P = .05, (χ^2 lu = 3,84)

6^{ème} : n₁ = 91, n₂ = 59, n'₁ = 75 ; n'₂ = 75 (150/2)

χ^2 calculé : 6,83 ; s. à P = .05 (χ^2 lu = 3,84)

- en CM2, le nombre élevé de rappels formels s'explique par le nombre élevé de rappels par phase formelle.

En CM2, l'amplitude des phases formelles de rappels est donc, significativement, plus importante que celle observée en sixième.

Test statistique de la troisième hypothèse

L'étude chronométrique des phases de rappels a montré qu'il n'existait pas de différence dans la distribution de la durée des phases de rappels mobilisées sur les deux niveaux (cf. Chapitre 8). La distinction, désormais établie entre phases formelles et informelles, nous permet de poser autrement la question d'une divergence de durée des phases de rappels en élémentaire et au collège : les phases formelles sont-elles plus longues en CM2 qu'en sixième ?

Pour cela, nous avons déterminé le nombre de phases supérieures ou inférieures à la minute, pour chaque niveau et chaque type de phases. Les résultats se trouvent rassemblés dans le tableau suivant.

Tableau 18 : Distribution de la durée des phases formelles dans les classes de CM2 et de 6^{ème}

Durée des phases formelles		Moins d'une minute	Plus d'une minute	Total
Niveau d'enseignement				
CM2	Effectifs observés	n₁ = 12	n₂ = 16	28
	Effectifs théoriques	n'₁ = 16,25	n'₂ = 11,75	
6 ^{ème}	Effectifs observés	n₃ = 35	n₄ = 18	53
	Effectifs théoriques	n'₃ = 30,75	n'₄ = 22,25	
Total		47	34	81

χ^2 calculé : 4,05 ; s. à P = .05 (χ^2 lu = 3,84)

La troisième hypothèse est confirmée : il existe une différence significative dans la distribution des durées des phases formelles de rappels de CM2 et de sixième. En CM2, les phases formelles sont souvent plus longues.

Les trois hypothèses mises à l'épreuve mettent en évidence des divergences d'amplitude et de durée concernant les phases formelles mobilisées en CM2 et en sixième ; divergences que l'on ne retrouve pas avec les phases informelles¹³⁹. *Ces différences*

¹³⁹ Par exemple, il n'existe pas de différence significative de durée des phases informelles entre les deux niveaux. En CM2, 36 phases informelles durent moins d'une minute ; 13 durent plus d'une minute. En 6^{ème}, 35 phases informelles durent moins d'une minute ; 11 durent plus d'une minute. d.d.l. = 1 ; χ^2 calculé : 0,09 ; n. s. à P = .05, (χ^2 lu = 3,84)

laissent supposer des formes de mémorisation, lors des phases de réorganisation, différentes de celles mobilisées lors des temps de recherche et de correction, sur ces deux niveaux.

13-1-2 PORTEE DES RAPPELS

La portée des phases formelles de rappels est liée aux phases de réorganisation de connaissances portant, essentiellement, sur les connaissances en cours de construction. Il est donc logique que leur portée ne dépasse pas, le plus souvent, celle de l'étude. On a donc affaire à des rappels internes portant sur des connaissances en cours de construction, ainsi que sur des connaissances outils, utiles à cette construction.

13-2 Une fonction synthétique

L'amplitude et la durée des phases informelles posent la question de l'existence de formes de mémorisation spécifique sur ce type de phases. Est-il possible de mettre en évidence un geste mémoriel les caractérisant ? Pour répondre à cette question, nous allons nous pencher sur deux extraits de phases formelles, l'un en CM2 ; l'autre, en sixième.

13-2-1 UN EXEMPLE EN CM2

Après avoir consacré sa première séance sur les fractions décimales au classement de segments et de temps respectivement exprimés en centimètres, dixièmes de centimètres, secondes, dixièmes de secondes et centièmes de secondes, EE1 éprouve le besoin de rappeler, en début de deuxième séance, quatre connaissances relevant de deux connaissances génériques C01 / C04 traitant, respectivement, de la définition d'une fraction décimale et de la signification du numérateur et du dénominateur d'une fraction¹⁴⁰.

EE1 : « Bon, on est reparti sur les fractions... [...] Bon test : est-ce que il y a quelqu'un qui pourrait leur [les élèves absents la séance précédente] expliquer un peu ce sur quoi on a travaillé hier ? [...] Alors, Sybil ? [Sybil : Sur les fractions décimales, on a travaillé] [Autres élèves : Avec des trucs à virgule ! ... Avec les dixièmes, centièmes] [...] Première question, parce que il y en a qui

¹⁴⁰C04-1: Une fraction décimale, c'est une fraction avec des dixièmes, des centièmes et des millièmes et au-delà. C04-1 : Les fractions en tiers, demis, quarts ne sont pas des fractions décimales. Les fractions décimales sont, par exemple, en dixièmes, centièmes et millièmes. C01-1 : Quand un carré est partagé en cent parties égales, on obtient des centièmes. C01-2 : Une des fractions colorées du carré représente 40/100. Cf. Annexes, Section 5, « EE1 : Distribution des formulations, des rappels informels et formels et des inscriptions pour chaque connaissance ».

n'étaient pas là, non plus... Là, Joachim, il ne sait pas de quoi on parle ; **Joachim, c'est quoi une fraction décimale, au fait ?** [Joachim : Une fraction à... à nombre à virgule]... Ha, c'est une fraction avec un nombre à virgule [...] Donc, lui, il n'était pas là ; et ceux qui étaient là, c'est quoi une fraction décimale ? [Elève : Une fraction avec les dixièmes]... Des fractions et des dixièmes. [Autre élève : Avec des centièmes, millièmes, heu !]...Centièmes, millièmes. [Elèves : milliards...milliardè...]... Oui, enfin, on ne va pas faire toute la liste ! ... Mais, concrètement, on a fait quoi ?... Mathias ? [Mathias : On a placé des fractions sur des segments]... **On a placé les fractions sur des segments...** [Mathias : Sur un tableau]... **Sur un tableau...** [...] Qu'est-ce qu'on a fait, en fait... **Ces segments ?...On a fait quoi ?**...Tout simplement ? [Elève : On les a mesurés avec une bande !]... **On les a mesurés avec une bande unité ! Avec seulement une chose, Joachim, c'est que notre bande unité, qu'est-ce qu'elle avait de particulier ?** [Elève : Elle était coupée en dixièmes !]... **Elle était graduée en dixièmes !...** D'accord ?... Or, si tu te souviens – parce que toi tu as été absent ; depuis longtemps, tu as été malade – la dernière fois qu'on s'était vu, on avait toujours travaillé sur les fractions, mais nos bandes... nos bandes étaient graduées en quoi ? On avait gradué en ... ? [...] **On avait travaillé sur les fractions les plus simples. Or, ça avait été donc des... ?** [Elève : Des demis... des tiers... quarts]... **Et quarts... On avait travaillé surtout là dessus... Là, la seule différence, c'est qu'on a travaillé non plus sur ces fractions simples, mais on a commencé à travailler sur des fractions décimales** – fraction décimale, c'est ce que disait Dorian, c'est les fractions. C'est, par exemple, les dixièmes... Et Audrey rajoute : « Oui, mais c'est aussi les centièmes et les millièmes... ! **Et, justement, hier, on a terminé sur... la petite chose qu'il y avait sur le livre où il y avait un carré qui était gradué... qui était découpé en... ?** [Elève : **En centièmes...**]... Comment on sait qu'il était découpé en centièmes ? [Elève : Ben, j'ai... J'ai calculé combien il y avait de carreaux]... C'est à dire ? Ça veut dire quoi ? ... Léo ? [Léo : Des carreaux !]... Voilà : des carreaux, il y en avait combien ? [Léo : Cent !]... **Et, on était sur la question de savoir... Il y avait une partie qui était coloriée en vert, une en rose, une en jaune et il fallait savoir quelle... Qu'est-ce que ça représentait ; quelle fraction du carré ça représentait... Hein, c'était ça ?!** ... Et donc, on avait commencé ; on avait trouvé qu'il y en avait un qui faisait quarante centièmes... [...] C'était le rose... Et cetera... et cetera ! »
(EE1, Début de 2^{ème} séance)

Cette phase est également l'occasion, pour EE1, de réfuter certaines réponses (les fractions sont des nombres à virgule) et d'articuler logiquement entre elles ces connaissances (en caractères gras dans l'extrait ci-dessus), en rappelant le contexte.

13-2-2 UN EXEMPLE EN SIXIEME

A l'issu de trois séances consacrées à la lecture, l'écriture, la décomposition et l'équivalence avec les fractions décimales de nombres décimaux, grâce notamment au tableau de numération, EC1 n'a plus le temps de faire copier la leçon qu'elle avait prévue. Faute de mieux, elle mobilise une série de rappels qui vont lui permettre rapidement de récapituler, juste avant la sonnerie, quatre écritures différentes de nombres à l'aide du rappel de quatre connaissances différentes¹⁴¹.

¹⁴¹ C07-2 : On peut écrire un nombre avec des lettres ;

C1-2 : On peut écrire un nombre en écriture décimale, avec une virgule et des chiffres ;

C08-3 On peut écrire un nombre en écriture fractionnaire ;

EC1 : « Quelles sont les différentes sortes d'écriture que vous connaissez ? [Elève : La décomposition canonique !]... Hou la !!! [...] Moi, je te demande le type d'écriture qu'on a... ? [Elève : Les chiffres !]... Oui !... Alors il y a... [Elève : ... Les lettres]... **Alors, il y a une écriture en lettres ; ça, c'est une façon d'écrire !** Une autre... ! [Elève : Une écriture décimale]... Décimale ! Ça comporte quoi ? [EC1 désigne la virgule sur le tableau de numération tracé au tableau] [Elèves : Une virgule... !]... Une virgule et des chiffres ! **Qu'est-ce qu'on a d'autre, comme écriture ?** [Elève : Une écriture entière !]... Ben, une écriture entière, **c'est comme l'écriture décimale...** [Elève : Une écriture fractionnaire]... Fractionnaire ! Une écriture fractionnaire !... **Et puis, il y a une écriture décomposée – c'est ce qu'il appelle la décomposition canonique [EC1 désigne l'élève qui avait utilisé ce terme], mais je n'emploierai pas le terme de « décomposition canonique »... Mais c'est l'écriture décomposée. Donc, on va avoir quatre façons d'écrire les nombres : décimale, en lettres, fractionnaire ou carrément la décomposition [EC1 montre 4 doigts de sa main gauche]... Dans laquelle on utilisera, soit l'écriture décimale, soit l'écriture fractionnaire.** Bon, je n'ai pas le temps de vous faire écrire toutes ces écritures, parce qu'on perd trop de temps. Je n'arrive pas à mettre dans l'heure tout ce qu'il y a à mettre, parce qu'on perd trop de temps avec les élèves agités, avec les remises en ordre, etc. Donc, on n'est pas encore opérationnel comme on devrait l'être dans une classe de sixième, hein ! Donc, on recommencera demain ! »
(EC1, fin de 3ème séance)

Nous nous trouvons, par conséquent, en présence de phases de rappels plus complexes que les phases informelles et qui présentent un certain nombre de points communs.

- Elles sont plus longues, car elles portent sur un plus grand nombre de connaissances (4 pour chacun des deux exemples précédents).
- Elles commencent toutes les deux par une question ouverte¹⁴² et se poursuivent par une série de questions fermées, destinées à guider les élèves dans leur effort de remémoration.
- Les connaissances qu'elles contiennent sont reliées entre elles (en caractère gras dans le texte), plus qu'elles ne sont définies précisément à l'aide de chacune de leurs propriétés.

13-3 Un geste mémoriel : l'anamnèse

13-3-1 UN GESTE EGALEMENT A LA CHARGE DE L'ELEVE

Nous nous trouvons, par conséquent, en présence d'un geste mémoriel différent de l'évocation : il ne s'agit pas de réciter ou d'évoquer, mais de se souvenir et, surtout, de chercher.

C04-1 : On peut écrire un nombre de façon décomposée soit à l'aide d'une écriture décimale ; soit à l'aide d'une écriture fractionnaire. Voir aussi, en Annexes, EC1 : Traitement discursif et sémiotique des connaissances.

¹⁴² Question ouverte de EE1 : « Bon test : est-ce que il y a quelqu'un qui pourrait leur [les élèves absents la séance précédente] expliquer un peu ce sur quoi on a travaillé hier ? ».

Question ouverte de EC1 : « Quelles sont les différentes sortes d'écriture que vous connaissez ? ».

- On ne rappelle pas, cette fois, une connaissance pour administrer la preuve, expliquer ou corriger ; on revient sur ce que l'on a dit, écrit et fait, lors de la séance en cours (EC1) ou lors de la séance précédente (EE1).
- La question ouverte appelle donc un effort à la charge des élèves, qui n'existait pas avec l'évocation. L'enseignant attend de ces derniers qu'ils participent activement à la reconstruction du passé.

13-3-2 UN GESTE D'INTELLECTION

En reprenant la distinction aristotélicienne entre la survenance d'un souvenir et l'effort de recherche (anamnēsis) propre au rappel, Ricoeur caractérise ainsi le rappel par l'intellection ; non par l'affection.

« Nous dirons que « l'effort de rappel consiste à convertir une représentation schématique dont les éléments s'entrepénètrent en une représentation imagée dont les parties se juxtaposent. C'est en cela que l'effort de rappel constitue un cas d'effort intellectuel et s'apparente à l'effort d'intellection [...]. Des combinaisons anciennes résistent au remaniement exigé tant du schéma dynamique que des images elles-mêmes dans lesquelles le schéma cherche à s'inscrire. C'est l'habitude qui résiste à l'invention. »

(P. Ricoeur, 2000, 36)

L'anamnèse correspond bien, en effet, à cet effort de synthèse mobilisé sur les temps de réorganisation, afin de hiérarchiser les connaissances et distinguer l'articulation des raisonnements qui y conduisent. Comme pour les rappels informels, on peut la rapprocher d'une technique de récupération en mémoire propre à la psychologie cognitive, en l'occurrence la plus difficile : le rappel libre.

Il ne s'agit plus de se référer à une connaissance plus ou moins ancienne portant sur une écriture, un résultat, un graphique ou une stratégie, mais bien de retrouver le fil conducteur et la logique qui lie, entre elles, plusieurs connaissances, dans un *avenir* et un destin communs. Ainsi, dans la question ouverte de EE1 : « [...] est-ce qu'il y a quelqu'un qui pourrait [...] expliquer un peu ce sur quoi on a travaillé hier ? », les élèves doivent aussi entendre « Est-ce qu'il y a quelqu'un qui pourrait expliquer sur quoi on a travaillé hier, *qui pourrait nous être utile aujourd'hui et dans les jours qui viennent* ? ».

Les élèves, d'ailleurs, ne s'y trompent pas et ne racontent jamais, dans le détail, ce qui a été fait : ils savent que ce n'est pas ce que l'enseignant leur demande. L'anamnèse est donc, également, effort de projection dans l'avenir didactique.

13-3-3 TEMPS EFFECTIF D'ENSEIGNEMENT ET ANAMNESE

Dans les deux extraits précédents tirés des classes de EE1 et de EC1, on peut constater que l'enseignant de CM2 s'appuie plus sur les réponses de ses élèves, que ne le fait l'enseignante de sixième.

- Plus de temps est consacré à la négociation des représentations des élèves et, lorsque le cas se présente, à la reprise et à la correction des erreurs.
- Une place importante est consacrée à la reconstitution du contexte (exercices / situations proposées) qui a permis de construire ces nouvelles connaissances ; chose que ne fait pas EC1 qui fournit, elle-même, une bonne partie des réponses.

Au collège, la rigidité du temps institutionnel contraint donc les professeurs à faire beaucoup d'autres choses qu'enseigner et tend à infléchir ce type de geste, en attribuant, une nouvelle fois, l'effort de mémorisation à l'enseignant.

13-4 Plusieurs gestes mémoriels sur une même phase

Aussi bien en CM2 qu'en sixième, on trouve, au sein même des phases formelles, un certain nombre de phases de rappels relevant de l'évocation. Quel rôle peut alors jouer un tel geste mémoriel – caractérisant plutôt des rappels « historiques » – sur des temps de réorganisation ?

13-4-1 EVOCATIONS ET ANAMNESES EN CM2

A la fin de la première séance au cours de laquelle les élèves de EE4 ont joué au nombre cible et ont cherché à encadrer et trouver des nombres exprimés sous la forme de fractions possédant des dénominateurs différents, cet enseignant revient sur les raisons des difficultés rencontrées. Il cherche à leur faire formuler la nécessité d'une harmonisation des dénominateurs choisis par les différentes équipes et à proposer des fractions décimales, conformément à sa stratégie didactique. EE4 rappelle ainsi 4 connaissances¹⁴³.

¹⁴³ C04-1 : Comparer la fraction que l'on a choisie aux bornes de l'intervalle proposé par l'autre équipe pose problème.

C04-2 : Pour comparer deux fractions qui sont dans le même intervalle et qui ont des dénominateurs différents, on peut tracer le segment compris dans l'intervalle et le partager en fonction de la valeur des deux dénominateurs.

C04-1 : [Pour comparer des fractions] On peut aussi chercher un même dénominateur

C02 : Il existe beaucoup de fractions différentes (C02).

Cf. Annexes, Section 5 ; EE4 : Traitement discursif et sémiotique des connaissances.

Nous avons mis en caractères gras, dans l'extrait suivant, deux évocations précises du passé didactique de la classe. L'une portant sur la remarque d'une élève au sujet des difficultés rencontrées pour comparer une fraction aux bornes de l'intervalle proposé par l'équipe adverse ; l'autre portant sur le fait qu'il existe beaucoup de fractions et qui correspond à la dernière connaissance rappelée (C02).

EE4 : « Pourquoi est-ce qu'on a eu autant de mal – ça, c'est pour savoir ce qu'il va falloir essayer de régler demain... ? Il y a quelque chose... Je crois qu'on a eu beaucoup de difficultés ; on a fait beaucoup de calculs... Qu'est-ce qui vous a gênés ? [Elève : C'est comparer les fractions]... *Comparer les fractions* ! Bon... Il y a Océane qui trouve que c'est un problème... Comparer les fractions... Est-ce qu'on a les moyens de comparer les fractions ? [...] **C'est-à-dire Océane, c'est intéressant ce qu'elle dit. Elle dit : « Ce qui est difficile, c'est de comparer la fraction que l'on a choisie à quoi ?... [Elève au tableau : A celle qu'ils nous ont demandée ! A la question !]... Aux bornes ! – ça, ça s'appelle les bornes de l'intervalle !** [EE4 montre l'intervalle $[45/5 ; 47/5[$] – aux bornes de l'intervalle ! Pour savoir si c'est dedans ou pas dedans... C'est-à-dire – j'essaie de traduire ce qu'a dit Jonathan – d'abord, il a partagé l'intervalle en deux. Pourquoi en deux ? [Jonathan : Ben, parce que eux, ils demandaient des demis !]... Ben, parce que eux, ils demandaient des demis ! Six demis ; sept demis ; donc, six demis, sept demis [EE4 montre le point $3 (6/2)$ et le point $7/2$ tracé au milieu du segment $3/4$]... Et ensuite, sur son cahier, l'autre fraction elle était en quoi ? [Même élève : En cinquièmes !]... En cinquièmes !... Donc, il a partagé le même intervalle en ... cinq [...] [Elève : Et eux, leur fraction, elle était plutôt vers là... Il montre la seconde moitié du segment $[7/2 ; 4[$] [...] Elle était où votre fraction ? C'était laquelle votre fraction ? [Elève : Dix-neuf cinquièmes !]... Voilà ! [...] Alors, ça, c'est une manière, oui... avec, euh... le dessin de répondre à la question... *Mais*... Est-ce qu'il y a une autre manière de répondre à la question ?... une autre... Une autre façon – ça c'en est une ! D'accord ! [Elève : Le même dénominateur ?]... C'est-à-dire... en essayant de trouver, comme ils l'ont fait, là-bas, le même... ? [Elève : Dénominateur !] Dénominateur !... **Vous m'avez tous dit, en début, vous m'avez dit : « Oui, mais il y a beaucoup de fractions ! Parce qu'on peut faire... ». Vous m'avez dit : « On peut faire des cinquièmes, on peut faire des quarts, on peut faire des tiers... [.]** Peut-être qu'il faudra réfléchir aux questions que l'on pose ; à la manière dont on *partage* l'intervalle... Est-ce qu'on est d'accord ? »

A l'aide de deux reconnaissances orales (caractères gras), mais également de questions fermées (rappels indicés), EE4 prend ainsi en charge la récupération en mémoire de certaines remarques et oriente les réponses de ses élèves. Il allège ainsi leur charge cognitive, afin que les élèves puissent répondre à la question ouverte introduisant la phase de rappels et portant sur la recherche des difficultés rencontrées avec les comparaisons de fractions.

On ne peut, cependant, caractériser les phases qui les contiennent comme des évocations ; l'objectif du rappel de la connaissance C02 vise moins, en effet, les propriétés qui la caractérisent que son inscription au sein d'une suite de connaissances *logiquement articulées entre elles*. On trouve ainsi de nombreuses évocations de connaissances à l'intérieur d'un geste mémoriel plus général, l'anamnèse, qui les englobe.

13-4-2 EVOCATIONS ET ANAMNESES EN SIXIEME

Lors des temps d'institutionnalisation écrite, la copie de phrases courtes sur le cahier de leçons permet d'égrener, un à un, différents savoirs qui seront évalués à l'issue de l'étude. Certains font l'objet d'un rappel, juste avant leur inscription sur le cahier de leçons.

Au cours de sa quatrième séance – entièrement consacrée à la copie d'une leçon sur les différentes écritures des nombres décimaux et à leur correspondance avec les points d'une droite – EC3 effectue un rappel général sur les notions d'abscisse, de point et de droite graduée, en même temps qu'il écrit la leçon.

« Alors, je rappelle... on a dit que... On a parlé d'abscisse, quand on avait quoi ? [...] [Elève : Une droite graduée !]... Une droite graduée... Donc, pour pouvoir parler d'abscisse d'un point, il va falloir avoir une droite graduée... Une droite graduée : sur une droite, on a des points ; et chaque point peut être associé à un... ? [...] On est en train de travailler sur quoi ? Sur des... ? [Elève : Nombres]... Nombres ! Donc, à chaque fois, on peut associer un nombre ! Et c'est ce qu'on appelle l'« abscisse du point ». Donc, on va le mettre en rouge : « Sur une droite graduée [EC3 écrit au tableau : **Sur une droite graduée**]... Sur une droite graduée... On dit, aussi, comment ? Au lieu de « droite graduée » ? [Silence]... Je vous l'ai dit !... [Elèves : Une fraction !... Une..... Un axe ! Ha, je ne savais pas, moi !]... Un axe ! Droite graduée ou axe ! [EC3 rajoute : Sur une droite graduée (**un axe**)]... Virgule ! « On repère chaque point... par un nombre » [EC3 rajoute : Sur une droite graduée (**un axe**), **on repère chaque point par un nombre**] « On repère chaque point par un nombre qu'on appelle son abscisse » [EC3 rajoute : Sur une droite graduée (**un axe**), on repère chaque point par un nombre **qu'on appelle son abscisse**] »

- 1 Après avoir indiqué qu'il faisait un rappel, EC3 pose un ensemble de questions fermées sur les notions de droite graduée et de nombres relevant de la même connaissance (C01).
 - On a parlé d'abscisse, quand on avait quoi ?!...
 - [...] sur une droite, on a des points ; et chaque point peut être associé à un... ?!
 - On est en train de travailler sur quoi ? Sur des... ?!...
- 2 Puis il reprend ou non, oralement, ce que les élèves lui répondent.
- 3 En même temps, il inscrit, au tableau, certaines de ses reprises.

Dans toutes les classes de sixième, l'institutionnalisation écrite des connaissances visées par l'étude est ainsi constituée d'une succession d'évocations, portant chacune sur une connaissance bien précise, suivie d'une ou plusieurs reformulations et de leurs paraphrases écrites.

C'est ce qui explique une moyenne de rappels par phase formelle inférieure à celle observée dans les classes de CM2, puisque la plupart du temps ce type de phases

formelles ne correspond qu'à une seule connaissance rappelée, suivie d'une institutionnalisation écrite.

13-5 Synthèse

Dans la figure suivante, nous avons récapitulé les principales caractéristiques et fonctionnalités des phases formelles et informelles de rappels.

Figure 23 : Caractéristiques des phases formelles et informelles, en CM2 et en 6^{ème}

	Phases informelles Recherches et corrections				
	CM2		SIXIEME		
Amplitude	1,08		1,28		
Durée	46s		47s		
Portée	interne/ externe		interne / externe		
Geste mémoriel	EVOCATION		EVOCATION		
Récupération en mémoire	Reconnaissance Indices langagiers gestuels scripturaux		Reconnaissance Indices langagiers gestuels scripturaux		
Fonction	Chronoéconomique		Chronoéconomique		
	Phases formelles Réorganisation de connaissances				
	CM2		SIXIEME		
Amplitude	3,03		1,72		
Durée	140s		69s		
Portée	interne		interne		Interne (portée très faible)
Geste mémoriel	ANAMNESE	EVOCATION	ANAMNESE	EVOCATION	EVOCATION
Récupération en mémoire	Rappel libre	Reconnaissance Indices langagiers gestuels scripturaux	Rappel plus dirigé	Reconnaissance Indices langagiers gestuels scripturaux	Reconnaissance Indices langagiers gestuels scripturaux
Fonction	Synthétique	Chronoéconomique	Synthétique	Chronoéconomique	Institutionnalisant

Lecture _ Dans les classes de 6^{ème}, les phases formelles présentent deux gestes mémoriels et trois fonctions différentes :

- On trouve des anamnèses à fonction synthétique.
- On trouve des évocations à fonction heuristique.
- On trouve des évocations à fonction institutionnalisante.

Les différences observées d'une part entre le CM2 et la 6^{ème}; d'autre part, entre phases formelles et informelles sont signalées en caractères gras.

Les indicateurs construits (portée / amplitude) ont permis de mettre en évidence deux gestes mémoriels fondamentaux.

- L'évocation est un geste mémoriel court, à la charge de l'enseignant, portant le plus souvent sur une seule connaissance, mobilisé non seulement sur des temps de correction et

de recherche mais également sur des temps de réorganisation. Dans ce dernier cas, soit il contribue à l'institutionnalisation écrite (6^{ème}) ; soit il facilite un effort de remémoration plus général : l'anamnèse (CM2 / 6^{ème}).

- Le geste d'anamnèse est un geste mémoriel plus long, à la charge des élèves aussi bien que de l'enseignant, portant sur plusieurs connaissances différentes, mobilisé uniquement sur des temps de réorganisation où l'on cherche à articuler logiquement entre elles les longues chaînes de raisons conduisant à de nouveaux savoirs.

Les phases informelles contiennent ainsi des rappels que l'on peut qualifier d'« historiques », portant sur des savoirs parfois très récents, énoncés quelques secondes auparavant (répétitions, reprises), parfois très anciens (plusieurs années) ou reprenant des connaissances en cours de construction (quelques minutes, quelques heures ou quelques jours).

Mais ce sont les phases formelles de rappels qui présentent des modes de gestion de la mémoire didactique les plus riches. Elles seules, en effet, contiennent des anamnèses dont la durée, l'amplitude et surtout la portée, *plus resserrée sur la période de temps consacrée à l'étude* (il s'agit de rappels internes) nous font penser qu'elles jouent un rôle clé dans la visibilité institutionnelle des connaissances visées.

L'anamnèse, impliquant un retour et une prise de distance vis-à-vis des tâches accomplies, trouve naturellement sa place, au sein du découpage du temps institutionnel, comme introduction et conclusion des différentes séances. Nous avons pu montrer, en CM2, l'existence de ce type d'enclavement électif (cf. Chapitre 7, Tableau 4).

En sixième, une multitude de petites tâches qu'on ne peut ni éviter, ni reporter¹⁴⁴, encombrant les plages temporelles de début et de fin de séances, empiétant de façon significative sur le temps effectif d'enseignement. L'anamnèse cède alors souvent la place à d'autres formes d'institutionnalisation, où alternent des gestes d'évocation et des reformulations, assorties de leurs paraphrases écrites. La rigidité du temps institutionnel

¹⁴⁴ En début de séance, il faut faire l'appel, diffuser les informations aux parents, vérifier les devoirs et les signatures des mots écrits sur les cahiers de correspondance, rendre les évaluations. En fin de séance, il faut se garder une poignée de secondes ou de minutes, pour faire copier les devoirs, écrire éventuellement un mot sur le cahier de correspondance d'un ou plusieurs élèves et compléter le cahier de texte de la classe. Tous les enseignants de sixième observés ont ainsi recours aux exercices du manuel de mathématiques et à la recherche individuelle, en fin de séance. C'est un moyen de ne pas être interrompu, en plein milieu d'une explication collective, par la sonnerie de fin de cours et de trouver du temps pour aider les élèves en difficulté.

tend ainsi à réduire l'importance d'un geste mémoriel – essentiel vis-à-vis de la genèse sémantique des causes du savoir et de la genèse syntaxique des raisons de savoir (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 201) – en même temps qu'il le *modifie*.

Au CM2, l'anamnèse est un geste mémoriel mobilisé sur des temps singularisés, impliquant plus de connaissances, sur des temps deux fois plus longs (cf. Tableau 15). De même qu'ils consacrent plus de temps aux phases de recherche et de jeux, les « *slow-teachers* » consacrent, également, plus de temps aux anamnèses.

L'hypothèse d'un rôle central joué par les phases formelles de rappels, dans la construction d'une mémoire collective et dans l'institutionnalisation des connaissances se trouve, une fois de plus, confortée. Il est temps de la tester statistiquement.

Chapitre 14

14 PHASES FORMELLES ET VISIBILITE INSTITUTIONNELLE

14-1 Rôle des phases formelles en sixième

L'hypothèse d'un rôle spécifique joué par les phases formelles dans la construction de la visibilité institutionnelle, inhérent aux gestes mémoriels qui les caractérisent, a été proposée. Les anamnèses disposent, en effet, de portées plus resserrées autour des connaissances en cours de construction. De par leur fonction synthétique, elles durent également plus longtemps et mobilisent plus de connaissances.

A contrario, les phases informelles, caractérisées par un geste mémoriel plus mécanique – l'évocation – durent moins longtemps, portent sur une seule connaissance et contiennent de nombreux rappels historiques de portée nulle ou dépassant les limites de l'étude, moins centrés sur les savoirs en jeu. Elles semblent, par conséquent, moins concernées par cet a-venir didactique que les phases formelles de rappels.

14-1-1 ETUDE STATISTIQUE

14-1-1-1 ESTIMATION DU LIEN ENTRE CONNAISSANCES RAPPELEES ET INSTITUTIONNALISEES SUIVANT LE TYPE DE RAPPEL

Nous allons tester, par conséquent, cette hypothèse, en estimant la liaison respective des deux types de phases de rappels avec les connaissances institutionnalisées par écrit. Pour cela, nous avons eu recours aux mêmes types de tableaux que celui qui nous avait permis de prouver l'existence d'un lien entre les distributions de connaissances rappelées et les distributions de connaissances institutionnalisées¹⁴⁵.

¹⁴⁵ Contrairement au tableau 11 du chapitre 10 – les deux tableaux de CM2 et de 6^{ème} distinguent les phases formelles et informelles de rappels, respectivement symbolisés par les couleurs orange et jaune. Ils sont

- Estimation du lien entre connaissances faisant l'objet de rappels informels sur des temps de correction et de recherche, et les connaissances institutionnalisées par écrit :

r_{BP} calculé = 0,18

nb. d.d.l = 70

A $P = .05$, r_{BP} lu = 0,23 ; H_0 ne peut être rejetée

La liaison estimée n'est pas différente d'une liaison nulle.

- Estimation du lien entre connaissances faisant l'objet de rappels formels sur des temps de réorganisation et les connaissances institutionnalisées par écrit :

r_{BP} calculé = 0,47

nb. d.d.l = 70

À $P = .05$, r_{BP} lu = 0,23 (à $P = .01$, r_{BP} lu = 0,30) ; H_0 peut être rejetée

La liaison estimée est différente d'une liaison nulle.

La liaison observée précédemment entre les connaissances rappelées et les connaissances institutionnalisées s'explique donc, totalement, par les seules phases formelles de rappels.

Statistiquement, cela s'explique par le fait que les rappels formels présentent une proportion plus importante de connaissances destinées à être inscrites sur le cahier de leçons, que celle obtenue avec les rappels informels. Dix-neuf des trente-quatre rappels formels désignent des connaissances institutionnalisées par écrit (55,88 %), contre douze des vingt-huit rappels informels (42,85 %) ¹⁴⁶.

Le resserrement des rappels formels autour des connaissances en cours, lié à une portée ne dépassant pas les limites temporelles de l'étude, explique le meilleur ciblage des connaissances visées par l'étude.

consultables en Annexes, Section 5, sous les intitulés «Distribution du traitement discursif et sémiotique des connaissances en CM2/6^{ème}».

¹⁴⁶Cela revient à dire que la proportion de connaissances non visées par l'étude parmi les connaissances non prises en compte par les rappels formels est plus importante que celle obtenue avec les rappels informels (sur les 41 connaissances n'ayant fait l'objet d'aucun rappel formel, 36 ne seront pas institutionnalisées : 87,8 % ; sur les 47 connaissances n'ayant fait l'objet d'aucun rappel informel, 35 ne seront pas institutionnalisées : 74,47 %).

14-1-1-2 PROBABILITE D'INSTITUTIONNALISATION SUIVANT LE TYPE DE RAPPEL

On peut, également, mettre en évidence une augmentation régulière de la probabilité d'institutionnalisation, suivant le type de rappel informel ou formel dont une connaissance est l'objet, comme le montre le tableau suivant.

Afin de différencier les deux types de rappels nous leur adjoindrons désormais une codification différente.

- La codification ne change pas pour une connaissance formulée (CF)
- Connaissance faisant l'objet d'un rappel informel (CRI).
- Connaissance faisant l'objet d'un rappel formel (CRF).

Tableau 19 : Probabilité d'institutionnalisation d'une connaissance suivant le type de rappels dont elle est l'objet, en 6^{ème}

Traitement discursif	Probabilité d'institutionnalisation	Calcul	Probabilité (pourcentage)
CF \wedge CRI \wedge \negCRF	$P(CF \wedge CRI \wedge \neg CRF \Rightarrow CI)$	1/10	10,0 %
CF \wedge \negCRI \wedge \negCRF	$P(CF \wedge \neg CRI \wedge \neg CRF \Rightarrow CI)$	4/29	13,8 %
CF \wedge \negCRI \wedge CRF	$P(CF \wedge \neg CRI \wedge CRF \Rightarrow CI)$	8/17	47 %
CF \wedge CRI \wedge CRF	$P(CF \wedge CRI \wedge CRF \Rightarrow CI)$	11/16	68,8 %

***Lecture** – La probabilité d'institutionnalisation écrite d'une connaissance à la fois formulée et objet de rappels seulement informels (CRI : connaissance objet d'un rappel informel) est de 10 %. Elle est de l'ordre de 47 % si elle est formulée et objet de rappels seulement formels (CRF : connaissance objet de rappels formels).*

Le faible nombre de connaissances concernées par certains traitements discursifs interdit la plupart des calculs statistiques¹⁴⁷, en particulier la comparaison *directe* de $P(CF \wedge \neg CRI \wedge CRF \Rightarrow CI)$ et $P(CF \wedge CRI \wedge \neg CRF \Rightarrow CI)$.

Plusieurs enseignements peuvent cependant être tirés de ce tableau, au besoin en inversant le raisonnement statistique, afin d'obtenir des fréquences sur lesquelles il est possible d'effectuer des calculs.

- 1 Si seulement une connaissance sur dix soumises à un traitement discursif du type $CF \wedge CRI \wedge \neg CRF$ est finalement institutionnalisée par écrit (cf. Tableau n°19, 1^{ère} ligne), cela signifie, à l'inverse, que neuf connaissances sur dix ne le sont pas (90 %). De la même façon, si huit connaissances sur dix-sept soumises à un traitement discursif du type

¹⁴⁷ Par exemple, les effectifs observés du tableau 19 ne peuvent donner lieu à aucune comparaison de pourcentages, concernant $CF \wedge CRI \wedge \neg CRF$ et $CF \wedge \neg CRI \wedge \neg CRF$ ($n_1 \times p_1$ et $n_2 \times p_2 < 5$; test de l'écart réduit), pas plus qu'à des calculs de khi-deux ($N < 30$; effectifs théoriques < 5).

$CF \wedge \neg CRI \wedge CRF$ sont institutionnalisées par écrit (cf. Tableau n°19, 3^{ème} ligne), cela signifie que neuf connaissances sur dix-sept ne le sont pas (52,9 %). On obtient alors deux fréquences présentant un écart significatif¹⁴⁸. *Les connaissances à la fois formulées, objets de rappels exclusivement informels sont plus souvent non institutionnalisées que celles faisant l'objet à la fois de formulations et de rappels exclusivement formels.*

Comme il n'existe, pour chacune des connaissances, que deux possibilités vis-à-vis de l'institutionnalisation – être ou ne pas être institutionnalisée par écrit et cela indépendamment du type de traitement discursif dont elles sont l'objet – cela revient à dire que *les connaissances à la fois formulées et objets de rappels exclusivement informels sont moins souvent institutionnalisées que celles faisant l'objet à la fois de formulations et de rappels exclusivement formels.*

- 2 Si l'on compare la probabilité d'institutionnalisation de connaissances objets de l'un des deux traitements discursifs suivants, $CF \wedge \neg CRI \wedge CRF$ et $CF \wedge CRI \wedge CRF$, on obtient deux fréquences qui ne sont pas statistiquement différentes, quelle que soit la méthode retenue¹⁴⁹. *La probabilité d'institutionnalisation d'une connaissance à la fois formulée et rappelée sur des temps de réorganisation (rappel formel) est indépendante de son rappel éventuel sur des temps de recherche et de correction (rappel informel).*

Ces deux résultats semblent donc aller dans le sens d'un rôle prépondérant joué par les phases formelles de rappels dans la constitution d'un second seuil de visibilité institutionnelle, jusque là attribué à l'ensemble des phases de rappels, formelles et informelles (cf. Chapitre 10).

Sommes-nous en mesure d'attribuer un tel seuil aux seuls rappels formels, c'est à dire aux seules phases de réorganisation ? Pour répondre à cette question, nous allons reconsidérer le second seuil de visibilité institutionnel (cf. Chapitre 10) et refaire les calculs en tenant compte, cette fois, des seules phases formelles.

¹⁴⁸ La comparaison des deux fréquences 9/10 et 9/17 à l'aide de la méthode de l'écart réduit, entraîne le rejet de l'hypothèse nulle ($\mathcal{E} = 1,973$ avec $p. = 0,048$).

¹⁴⁹ On est en présence des deux fréquences suivantes :

$CF \wedge \neg CRI \wedge CRF \Rightarrow CI : 8/17$ (tableau n°19 ; 3^{ème} ligne) ; $CF \wedge CRI \wedge CRF \Rightarrow CI : 11/16$ (tableau n°19 ; 4^{ème} ligne).

Méthode de l'écart réduit : $\mathcal{E} = ; 1,26$; n.s. à $p. = 0,207$. On ne peut rejeter l'hypothèse nulle.

Méthode du khi : $\chi^2_{\text{corrigé}} \text{ calculé} = 0,82$; d.d.l.=1 ; n. s. à $P = .05$ ($\chi^2_{\text{lu}} = 3,84$). On ne peut rejeter l'hypothèse nulle.

14-1-1-3 DISTRIBUTION DE L'INSTITUTIONNALISATION SUIVANT LE TYPE DE RAPPELS DONT UNE CONNAISSANCE EST L'OBJET

Rappels formels

Comparons la distribution de l'institutionnalisation des connaissances à la fois formulées et non rappelées sur les phases formelles (cf. Tableau n°19, 1^{ère} et 2^{ème} lignes : 5/39) avec celle des connaissances à la fois formulées et rappelées sur des phases formelles (cf. Tableau n°19, 3^{ème} et 4^{ème} lignes : 19/33). Si nous obtenons une différence statistiquement significative, alors le second seuil de visibilité pourra être attribué aux seules phases formelles de rappels.

Tableau 20 : Institutionnalisation écrite d'une connaissance objet de rappels formels, en 6^{ème}

Institutionnalisation écrite		Connaissances institutionnalisées	Connaissances non institutionnalisées	Total
Traitement discursif	Effectifs observés	n₁ = 5	n₂ = 34	39
	CF ∧ ¬CRF Effectifs théoriques	n'₁ = 13	n'₂ = 26	
CF ∧ CRF	Effectifs observés	n₃ = 19	n₄ = 14	33
	Effectifs théoriques	n'₃ = 11	n'₄ = 22	
Total		24	48	72

χ^2 calculé : 16,11 ; d.d.l. = 1 ; s. à P = .05, (χ^2 lu = 3,84) ; s. à P = .01 (χ^2 lu = 6,64)

L'hypothèse nulle peut être rejetée. Nous pouvons affirmer, avec un seuil élevé de probabilité, qu'une connaissance à la fois formulée et rappelée sur des temps de réorganisation a une probabilité d'institutionnalisation quatre fois plus élevée que celle d'une connaissance formulée et / ou rappelée sur d'autres types d'activités¹⁵⁰. Si le premier seuil de visibilité institutionnelle est bien représenté par la formulation des connaissances, le deuxième seuil, lui, peut être représenté par les seules phases formelles de rappels, mobilisées sur des temps de réorganisation étroitement contrôlés par l'enseignant¹⁵¹.

¹⁵⁰ Ce résultat est à comparer avec celui que l'on obtiendrait si, à la place de CRF, on évaluait la possibilité pour les rappels informels (CRI) de constituer, à lui seul, ce second seuil d'institutionnalisation. On obtiendrait : $CF \wedge \neg CRI \wedge CI = 12/46$ (Tableau 19 : 2^{ème} et 3^{ème} lignes) ; $CF \wedge CRI \wedge CI = 12/26$ (Tableau 19 : 1^{ère} et 4^{ème} lignes).

Quelle que soit la méthode retenue les différences entre les deux fréquences ne sont pas significatives.

Méthode de l'écart réduit : n. s. ; $\mathcal{E} = 1,735$ avec $p = 0,082$.

Méthode du khi : d.d.l. = 1 ; $X^2_{\text{corrigé}} = 2,17$; n. s. à p. 05 (X^2 lu = 3,84).

¹⁵¹ Nous voulons dire par là que l'enseignant est seul à décider du moment où il les déclenche et où il les interrompt, ce qui est moins le cas lors des phases de recherche et de correction, au cours desquelles les élèves peuvent poser des questions et effectuer des remarques, auxquelles l'enseignant doit répondre.

14-2 Rôle des phases formelles en CM2

Le recours massif à l'institutionnalisation orale dans les classes de CM2 observées, a écarté, un temps, ce niveau de l'étude statistique du rôle joué par les rappels dans l'institutionnalisation écrite des connaissances (cf. Chapitre 10).

Les données plus précises dont nous disposons, maintenant, sur les phases formelles et informelles de rappels, justifient que l'on effectue un certain nombre de calculs afin de vérifier si l'on retrouve, en CM2, les différences constatées en, sixième, entre les phases formelles et informelles.

14-2-1 EE2 : DISTRIBUTION DE L'INSTITUTIONNALISATION

En CM2, EE2 est la seule enseignante à avoir recours à l'institutionnalisation écrite, lors de l'étude des nombres décimaux. Nous allons utiliser les données recueillies dans sa classe, concernant le traitement discursif et sémiotique et les soumettre aux mêmes calculs statistiques que ceux que nous venons d'effectuer pour les classes de sixième. Si ces résultats corroborent ceux obtenus au collège, cela constituera un argument supplémentaire en faveur de l'hypothèse d'une fonctionnalité, également différente, des deux types de phases sur ce niveau.

14-2-1-1 LIEN ENTRE CONNAISSANCES FORMULEES, RAPPELEES ET INSTITUTIONNALISEES

Nous allons donc pouvoir mesurer avec elle la force de deux liaisons.

- 1 Liaison connaissances formulées / connaissances inscrites.
 - 2 Liaison connaissances rappelées / connaissances inscrites.
- Estimation du lien entre connaissances formulées et connaissances institutionnalisées par écrit :
 - r_{BP} calculé = 0
 - nb. d.d.l. = 16
 - À $P = .05$, r_{BP} lu = 0,47 ; H_0 ne peut être rejetée
 - La liaison estimée n'est pas différente d'une liaison nulle.
 - Estimation du lien entre connaissances rappelées et connaissances institutionnalisées par écrit :
 - r_{BP} calculé = 0,38
 - Nb. d.d.l. = 16

À $P = .05$, $r_{BP} \text{ lu} = 0,47$; H_0 ne peut être rejetée
La liaison estimée n'est pas différente d'une liaison nulle.

14-2-1-2 LIEN ENTRE CONNAISSANCES OBJETS DE RAPPELS FORMELS OU INFORMELS ET INSTITUTIONNALISEES

Retrouve-t-on cette absence de liaison en distinguant, cette fois les rappels formels des rappels informels ?

- Estimation du lien entre connaissances rappelées sur des phases informelles, et connaissances institutionnalisées par écrit :

$$r_{BP} \text{ calculé} = 0,43$$

$$\text{Nb. d.d.l.} = 16$$

n. s. à $P = .05$ ($r_{BP} \text{ lu} = 0,47$) ; H_0 ne peut être rejetée

La liaison estimée n'est pas différente de celle d'une liaison nulle.

- Estimation du lien entre connaissances rappelées sur des phases formelles et les connaissances institutionnalisées par écrit :

$$r_{BP} \text{ calculé} = 0,56$$

$$\text{Nb. d.d.l.} = 16$$

À $P = .02$, $r_{BP} \text{ lu} = 0,54$; H_0 peut être rejetée

La liaison estimée est différente d'une liaison nulle.

Au seuil retenu $P.05$, seule l'existence d'un lien entre connaissances objets de rappels formels et connaissances institutionnalisées, peut être établie.

14-2-1-3 PROBABILITE D'INSTITUTIONNALISATION SUIVANT LE TYPE DE RAPPEL

Le tableau suivant présente les différents taux d'institutionnalisation des connaissances suivant le traitement discursif dont elles sont l'objet.

Tableau 21 : EE2 / taux d'institutionnalisation des connaissances suivant le type de rappels

Traitement discursif	Connaissances institutionnalisées	
$CF \wedge CRI \wedge \neg CRF$	$CF \wedge CRI \wedge \neg CRF \Rightarrow CI$	1/7
$CF \wedge \neg CRI \wedge \neg CRF$	$CF \wedge \neg CRI \wedge \neg CRF \Rightarrow CI$	0/6
$CF \wedge \neg CRI \wedge CRF$	$CF \wedge \neg CRI \wedge CRF \Rightarrow CI$	0/1
$CF \wedge CRI \wedge CRF$	$CF \wedge CRI \wedge CRF \Rightarrow CI$	3/4

***Lecture** _ Dans la classe de EE2, 1 seule connaissance sur 7 à la fois formulées et objet de rappels seulement informels a fait l'objet d'une institutionnalisation écrite. En revanche, 3 des 4 connaissances à la fois formulées et rappelées sur des phases formelles et informelles ont fait l'objet d'une institutionnalisation écrite.*

- Sept connaissances, sur les onze rappelées sur des phases informelles, ne sont pas institutionnalisées ($CF \wedge CRI \wedge \neg CRF \Rightarrow CI$ et $CF \wedge CRI \wedge CRF \Rightarrow CI$).
- Deux connaissances, sur les cinq rappelées sur des phases formelles, ne sont pas institutionnalisées ($CF \wedge \neg CRI \wedge CRF \Rightarrow CI$ et $CF \wedge CRI \wedge CRF \Rightarrow CI$).

Cependant, même si ces résultats semblent confirmer l'hypothèse d'un rôle clé joué par les phases formelles de rappels dans la visibilité institutionnelle des connaissances, le faible nombre de connaissances concernées interdit toute conclusion statistique. Il nous faut donc nous tourner vers un autre type de démarche pour tenter de dépasser cette difficulté.

14-2-1-4 LIEN ENTRE CONNAISSANCES OBJETS DE RAPPELS FORMELS ET INFORMELS EN CM2 ET EN SIXIEME

Si nous parvenons à confirmer, statistiquement, une absence de liaison entre les connaissances rappelées sur les phases formelles et celles rappelées sur les phases informelles, nous aurons confirmation d'une différence de distribution des connaissances rappelées sur les phases formelles et informelles et donc confirmation d'une différence de fonctionnalité de ces deux types de phases.

- Estimation du lien entre connaissances objets de rappels informels, et connaissances objets de rappels formels, en sixième :

$$r_{BP} \text{ calculé} = 0,18$$

$$\text{Nb. d.d.l.} = 70$$

$$\text{n. s. à } P = .05 (r_{BP} \text{ lu} = 0,23) ; H_0 \text{ ne peut être rejetée}$$

La liaison estimée n'est pas différente de celle d'une liaison nulle.

- Estimation du lien entre connaissances objets de rappels informels, et connaissances objets de rappels formels, en CM2 :

$$r_{BP} \text{ calculé} = 0,08$$

$$\text{Nb. d.d.l.} = 60$$

$$\text{n. s. à } P = .05 (r_{BP} \text{ lu} = 0,25) ; H_0 \text{ ne peut être rejetée}$$

La liaison estimée n'est pas différente de celle d'une liaison nulle.

En sixième comme au CM2, les connaissances rappelées sur les phases formelles et informelles de rappels ne sont pas liées.

14-2-1-5 DES FONCTIONNALITES DIFFERENTES POUR DES PHASES DE RAPPELS DIFFERENTES

Non seulement la force du lien estimée au CM2 correspond à celle estimée en sixième, mais elle a tendance à légèrement l'amplifier.

- En sixième, sur les soixante-quinze connaissances mobilisées, trente sont rappelées soit sur des phases formelles, soit sur des phases informelles (40 %), contre seize rappelées sur les deux types de phases (21,3 %). Le test de l'écart réduit permet de rejeter l'hypothèse nulle (s. à p. = 0,013).
- En CM2, sur les soixante-six connaissances mobilisées, trente sont rappelées soit sur des phases formelles, soit sur des phases informelles (45,5 %), contre quatorze rappelées sur les deux types de phases (21,2 %). Le test de l'écart-réduit permet également de rejeter l'hypothèse nulle à un seuil de probabilité encore plus important (s. à p. = 0,003).

Sur les phases formelles et informelles, en sixième comme au CM2, on rappelle moins de connaissances identiques qu'on ne rappelle de connaissances différentes. Les différences de fonctionnalité des phases formelles et informelles sont donc avérées sur les deux niveaux, renvoyant ainsi à deux modalités différentes de gestion de la mémoire didactique.

14-3 Synthèse

Dans les classes de 6^{ème}, l'étude statistique de la distribution de l'institutionnalisation suivant le type de rappels dont les connaissances sont l'objet a permis de prouver le lien entre les rappels sur des phases formelles et une probabilité d'institutionnalisation élevée. En revanche, dans les classes de CM2 observées, une telle probabilité a été impossible à déterminer, du fait d'une institutionnalisation écrite moins systématique. Cependant, comme dans les classes de sixième, les calculs de corrélation mettent en évidence une fonctionnalité différente des phases formelles et informelles de rappels.

Sur ces deux niveaux, les phases informelles ont pour principale fonction le maintien de la cohérence et de la continuité de l'enseignement, au besoin en rappelant des connaissances anciennes ou très récentes afin de faciliter la compréhension des

connaissances en cours de construction. Les connaissances destinées à l'institutionnalisation font également l'objet de rappels.

Proportionnellement, cependant, c'est sur les phases formelles de rappels que les connaissances destinées à l'institutionnalisation sont le plus rappelées et que les connaissances, non destinées à l'institutionnalisation, sont les plus oubliées. Les phases formelles – au même titre que les activités de réorganisation sur lesquels elles sont mobilisées – peuvent donc être différenciées : elles seules sont susceptibles de présenter une dimension prospective, prévue par la modélisation théorique de la mémoire didactique. L'anamnèse, souvent introduite par une question ouverte, invite ainsi les élèves à un effort conjoint de remémoration du passé et de projection vers l'à-venir didactique. Dans le second degré, ce geste mémoriel s'accompagne de rappels chronoéconomiques et institutionnalisants relevant de l'évocation, au moment de la copie de la leçon.

Le lien, établi très tôt, entre les phases de rappels et les activités mobilisées par l'enseignant (cf. Chapitre 8), nous permet d'affiner le modèle initial d'organisation de la visibilité institutionnelle.

- Il existe, pour un énoncé mathématique, un premier seuil de visibilité institutionnelle représenté par sa formulation, voire son rappel éventuel sur des phases seulement *informelles* ; la probabilité d'institutionnalisation d'une connaissance formulée et rappelée sur des phases informelles n'est pas, en effet, significativement différente de celle d'une connaissance formulée, indépendamment de son rappel ultérieur ou de son oubli¹⁵².
- Il existe, pour un énoncé mathématique, un deuxième seuil de visibilité institutionnelle, représenté par son rappel sur des phases *formelles*. La probabilité d'institutionnalisation est alors significativement différente de celle d'un énoncé seulement formulé. Un tel résultat confirme le lien constaté entre connaissances institutionnalisées et connaissances rappelées sur des phases formelles.

¹⁵² Cela peut être confirmé par une comparaison de pourcentages, avec le test de l'écart réduit. 24 connaissances sur les 72 formulées font l'objet d'une institutionnalisation ; ce n'est plus le cas que de 12 connaissances sur les 26 à la fois formulées et rappelées sur des temps de recherche et de correction. $\chi = 1,162$ avec $p. = 0,245$; il n'existe pas de différence significative entre les deux pourcentages observés.

- Enfin, en sixième, il existe, pour un énoncé mathématique, un troisième et dernier seuil de visibilité institutionnelle, représenté par son inscription sur le cahier de leçons¹⁵³.

De telles considérations statistiques échappent évidemment aux élèves. Ce qu'ils savent, en revanche, c'est que lorsque l'enseignant demande de récapituler ce qui a été fait, voire qu'il co-construit une affiche ou fait copier quelques lignes sur le cahier de leçons, il s'agit de moments importants : le décryptage de l'intentionnalité didactique de l'enseignant fait partie du métier d'élève. La visibilité institutionnelle, liée au traitement discursif et sémiotique différencié de chaque connaissance et objectivée à l'aide de calculs de probabilités, se matérialise, par conséquent, à travers l'engagement et l'alternance d'activités différentes sur des temps différents.

Le premier seuil de visibilité correspond aux temps de recherche et de corrections sur lesquels sont formulées et rappelées les connaissances. Les deuxième et troisième seuils correspondent aux temps de réorganisation sur lesquels sont institutionnalisées oralement ou par écrit certaines connaissances.

Autrement dit, les enseignants distinguent les connaissances visées par l'étude, en distinguant également les activités sur lesquelles elles sont rappelées. Ce faisant, ils mobilisent un certain nombre de techniques permettant de renforcer l'identité du groupe, en ne fixant du passé que ce qui en est digne. C'est à de telles techniques que sera consacré le dernier chapitre de cette recherche.

¹⁵³ Dans ce dernier cas, la probabilité d'institutionnalisation est de 100 %.

Chapitre 15

15 INSTITUTIONNALISATION ET TECHNIQUES DE SOLENNISATION

15-1 Ritualisation didactique des phases de réorganisation

15-1-1 RAPPELS ET INSCRIPTIONS : MISE EN ORDRE DE LA MEMOIRE COLLECTIVE

Dans une recherche qu'il a dirigée au cours des années soixante, Bourdieu et son équipe se sont intéressés à la fonction sociale de la photographie et aux rapports entretenus avec le langage d'institution et la délégation d'autorité (P. Bourdieu, 1965, 1982). Un certain nombre de « techniques de solennisation » permettant de renforcer le sentiment d'unité du groupe en ne fixant du passé que ce qui renforce sa cohésion, ont pu ainsi être mises à jour, (P. Bourdieu, 1965, 50).

« Si on ne fixe pas tout sur la pellicule, ce n'est pas seulement parce qu'il s'agirait d'une entreprise infinie : **le rite photographique ne solennise que ce qui en est digne.** [...] derrière chaque photographie on doit pouvoir retrouver un jugement d'importance, décision d'un individu, et à travers elle, indice des valeurs que le groupe légitime [C'est nous qui soulignons, en italique]. » (P. Bourdieu, 1965, 294)

Parmi toutes les photographies prises, certaines, choisies tout particulièrement, viendront enrichir l'album de famille dont la consultation relève de rites d'intégration pour les nouveaux membres (conjoint, amis, belle famille, enfants, petits enfants, etc.). L'album de famille est construit comme un *récit autobiographique*, organisé autour des arrivées et départs successifs de ses différents membres, c'est-à-dire autour de la chronologie des grandes étapes de son histoire (naissances, décès, anniversaires, alliances, séparations, etc.).

Un tel ouvrage constitue, par conséquent, l'objectivation ultime d'un passé en totale conformité avec les valeurs du groupe domestique, de ses représentations et de l'image qu'il veut donner de lui – même¹⁵⁴.

« L'album de famille exprime la vérité du souvenir social. Rien ne ressemble moins à la recherche artistique du temps perdu que ces présentations commentées des photographies de famille, rites d'intégration que la famille fait subir à ses nouveaux membres. Les images du passé rangées selon l'ordre chronologique, « ordre des raisons » de la mémoire sociale, évoquent et transmettent le souvenir des événements qui méritent d'être conservés parce que le groupe voit un facteur d'unification dans les monuments de son unité passée ou, ce qui revient au même, parce qu'il retient de son passé les confirmations de son unité présente. C'est pourquoi il n'est rien de plus décent, plus rassurant et plus édifiant qu'un album de famille : *toutes les aventures singulières qui enferment le souvenir individuel dans la particularité d'un secret en sont bannies et le passé commun ou, si l'on veut, le plus petit commun dénominateur du passé, a la netteté presque coquette d'un monument funéraire fidèlement fréquenté (c'est nous qui soulignons, en italique).*»

(P. Bourdieu, 1965, 53-54)

Au même titre que les affiches et les anamnèses dans les classes de CM2 ou le cahier de leçons dans les classes de 6^{ème}, l'album de famille constitue une mise en ordre des raisons de la mémoire sociale, respectueuse de la chronologie des événements, dans la mesure où celle-ci permet de mettre en avant certains souvenirs au détriment d'autres, moins conformes.

Le traitement différencié des photographies – au fond d'un tiroir ; dans un album de famille ; sur une table de chevet – peut être ainsi rapproché du traitement discursif et sémiotique dont les connaissances sont l'objet, visant à renforcer la cohésion du groupe en homogénéisant ses représentations autour de savoirs canoniques, à l'aide d'un passé reconstruit, bannissant les aventures singulières avec le savoir et les souvenirs trop individuels. Les phases de réorganisation des connaissances constituent autant de rites didactiques contribuant à solenniser les connaissances qu'elles contiennent.

15-1-2 UNE INSTITUTIONNALISATION A DOMINANTE ORALE EN CM2

15-1-2-1 SINGULARISATION TEMPORELLE : UNE PREMIERE TECHNIQUE DE SOLENNISATION

Pour Eliade, la sacralisation du temps implique une rupture avec les activités routinières, liées au temps profane ; le temps sacré est un temps à part, spatialement et temporellement singularisé (M. Eliade, 1965, 60-98).

¹⁵⁴ En cas de divorce ou de séparation, un coup de ciseau fera éventuellement disparaître – à défaut de pouvoir l'oublier – l'ex conjoint ou conjointe. Au pire on brûlera les photographies communes, symboles d'une union passée et malheureuse.

L'assignation régulière et récurrente des phases de rappels en début et en fin de séance – provoquée par la temporalisation du savoir et le découpage du temps institutionnel – s'apparente ainsi à une ritualisation didactique, isolant un temps spécifique pour des activités également spécifiques. .

- Les rappels en début de première séance, *parce qu'ils introduisent l'objet d'étude*, tissent le lien entre présent et passé didactique en retrouvant les raisons de l'étude. Leur portée s'étend au-delà de l'étude en cours.
- Les rappels en début de chaque séance, *parce qu'ils introduisent une séance* relevant de l'objet d'étude, ne peuvent porter que sur la ou les séances précédentes concernées par le même objet d'étude, en même temps qu'ils incitent à se projeter dans le devenir de ces connaissances.
- Les rappels de fin de séance, *parce qu'ils concluent les séances*, portent sur la séance qui s'achève ; leur portée ne dépasse pas la séance en cours.

La parfaite concordance entre un geste mémoriel, son ancrage temporel et sa portée, concourent ainsi à solenniser ce type d'activités et de rappels, leur conférant, du même coup, une visibilité que ne possèdent pas les autres phases de rappels et les autres activités.

15-1-2-2 SINGULARISATION DU GESTE MEMORIEL : UNE SECONDE TECHNIQUE DE SOLENNISATION

L'absence d'institutionnalisation écrite, dans trois des quatre classes de CM2, constituent un bon indice des formes de mémorisation qui y sont mobilisées : l'institutionnalisation des connaissances est à dominante orale. L'absence de liaison, entre les connaissances rappelées sur les phases formelles et celles qui le sont sur les phases informelles, nous apprend également qu'il existe, sur ce niveau, des différences importantes entre les deux types de phases, impliquant des fonctionnalités différentes. *Sur les phases formelles et informelles, en sixième comme au CM2, on rappelle moins de connaissances identiques qu'on ne rappelle de connaissances différentes.*

Les « slow-teachers » compensent alors des temps de réorganisation trois fois moins importants qu'en sixième, à l'aide de gestes mémoriels plus longs, fortement différenciés sur des temps singularisés.

- Les anamnèses les plus longues sont situées en début et fin de séance.
- Sur vingt-deux phases de rappels situées en début et en fin de séances, dix-sept correspondent à des anamnèses.

- Chaque phase contient plusieurs rappels.
- La portée de ces rappels ne dépasse pas le temps consacré à l'étude (rappels internes).

Comparé aux autres phases de rappels, le contraste d'amplitude et de durée de ces phases formelles, valorise d'autant plus les gestes de remémoration et d'anticipation didactique qu'elles contiennent.

On y trouve des formes de mémorisation plus partagées qu'en sixième, liées à la maîtrise, par les enseignants, du temps effectif d'enseignement. Disposant de plus de temps, les « slow-teachers » travaillent plus sur les représentations de leurs élèves. En élémentaire, se souvenir, c'est souvent se rappeler avec l'aide du groupe ; les indices de rappels fournis par les uns servent d'appui mémoriel pour les autres. Au-delà de l'anamnēsis aristotélicienne, le rappel du passé implique des personnes et des indices *extérieurs* à l'individu.

« On ne se souvient pas seulement de soi, voyant, éprouvant, apprenant, mais des situations mondaines dans lesquelles on a vu, éprouvé, appris. Ces situations impliquent le corps propre et le corps des autres, l'espace vécu, enfin l'horizon du monde et des mondes, sous lequel quelque chose est arrivé. »

(P. Ricoeur, 2000, 44)

Les enseignants de CM2 disposent ainsi de formes de mémorisations lentes et puissantes, compensant des temps de réorganisation deux fois moins importants, en moyenne et par séance.

15-1-3 UNE INSTITUTIONNALISATION A DOMINANTE ECRITE EN SIXIEME

15-1-3-1 DES PHASES INFORMELLES ET FORMELLES EN VOIE D'INDIFFERENCIATION

Au collège, l'institutionnalisation est à dominante écrite. La diminution du temps effectif d'enseignement conduit les « fast teachers », d'une part à engager des temps de recherche nettement moins longs ; d'autre part, à en externaliser une partie. Les exercices proposés se prêtent souvent à des corrections ne nécessitant pas de retrouver le cheminement de chaque élève. Ils entraînent un plus faible contraste d'amplitude et de durée des différents gestes mémoriels aboutissant à une relative indifférenciation. Les rituels commémoratifs et remémoratifs observés en CM2, cèdent donc la place à des phases de rappels plus courtes, proches de celles mobilisées pendant les temps de

correction et de recherche. Les anamnèses, rendues moins nécessaires du fait de recherches plus individuelles, collectivement moins partagées et d'exercices présentant des difficultés circonscrites, sont ainsi doublées par des temps d'institutionnalisation écrite correspondant à des formes d'évaluation plus individualisées et contractualisées qu'en CM2.

- Les anamnèses situées en début et fin de séances sont moins nombreuses, du fait de la multiplicité des contraintes pesant sur les enseignants (appel des élèves, diffusion d'informations diverses, distribution des devoirs corrigés, devoirs, signature des parents sur le cahier de correspondance, etc.).
- Les évocations – et leurs paraphrases écrites sur le cahier de leçons – constituent, par conséquent, les techniques de solennisation les plus courantes (deux fois plus de temps est consacré à la copie de leçons qu'aux phases de rappels).

Faute de temps et d'activités suffisamment complexes, l'institutionnalisation orale est donc complétée par une institutionnalisation écrite. Pressés par le temps, les « fast teachers » mobilisent des exercices courts, alternant avec des phases de correction. L'anamnèse individuelle – celle de l'enseignant – prend alors le pas sur l'anamnèse collective¹⁵⁵, tandis que la visibilité institutionnelle des connaissances s'organise autour d'autres moments solennels et récurrents : l'inscription des connaissances visées par l'étude.

¹⁵⁵ Voici, par exemple, la phase de rappels mobilisée par EC2 en début de quatrième séance (durée de la phase de rappels : 01mn 54s). L'essentiel de l'anamnèse renvoie à un long monologue de l'enseignant. EC2 : « Alors, je vous rappelle... Je vous rappelle ce que nous avons défini, euh... auparavant... Tout d'abord, on avait défini ce qu'était un *dixième*... Donc, un *dixième*, comment on avait fait pour le définir ? On avait pris *une* unité [T. inscrit au tableau : **1**] – donc, pour nous, c'était un rectangle, d'accord ? – que l'on avait divisé en dix [T. rajoute **1 : 10**]... ... Donc, le résultat, une des parties, c'était *une* parmi dix... Et donc, ça donnait un *dixième* [T. rajoute : **1/10**]. Alors, on avait dit que « un dixième », écrit comme ceci, c'était l'écriture *fractionnaire*... Et en étant encore un peu plus précis, l'écriture fractionnaire *décimale*, dans la mesure où le dénominateur est égal à dix... Et, si on l'écrivait en décimales, on écrivait ceci : zéro virgule un... [T. rajoute **1/10 = 0,1**]... d'accord ? Donc, une partie parmi dix, c'était « un dixième ». Et donc, si on prenait les dix parties, hé bien, l'on prenait dix dixièmes. Et on prenait l'entité totale. Donc, on avait écrit, également, que dix dixièmes étaient égal à un [T. rajoute : **10/10 = 1**]... Voilà ce que nous avons écrit... Alors, de la même façon, on avait continué et on avait pris l'unité divisée par cent [T. écrit : **1 : 100**]... Et donc, ça nous donnait un *centième* [T. rajoute : **1/100**]... Et l'écriture décimale, c'était... ? [Elèves : Zéro virgule zéro un !... Zéro virgule zéro, zéro, un !... [T. hoche la tête en signe de difficulté]... [Elèves : Zéro un !]... C'est mieux [T. rajoute : **1/100 = 0,01**]... ! Et de la même façon, on peut écrire aussi que *cent centièmes*, c'est égal à un [T. écrit : **100/100 = 1**]... D'accord ? Et on peut continuer encore avec « un divisé par mille » [T. écrit : **1 : 1000**]... ça fait... ? [Elèves : Un millième !]... Un millième [T. rajoute : **1/1000**]... [Elèves : Zéro virgule zéro, zéro un... !]...Voilà !... [T. rajoute : **1/1000 = 0,001**]... et après... Après, on pourrait continuer... D'accord ? On est d'accord là-dessus... » (EC2, Phase de rappels ; début de 4^{ème} séance)

15-1-3-2 OBJECTIVATION ECRITE DES SAVOIRS ET EVALUATION

En sixième, les élèves copient plus régulièrement qu'en CM2 des leçons sur leur cahier (J. Colomb, 2006, 104) ; leçons qui feront l'objet d'évaluations dans les jours suivants. Le collège est ainsi confronté à la rencontre d'un principe démocratique, celui de la scolarité commune et d'un principe méritocratique, celui de la sélection des talents (F. Dubet, 2003, 354). La systématisation de l'institutionnalisation écrite est donc liée au caractère plus prégnant de la dimension évaluative, du fait de la double fonction du collège.

- Transmission d'une culture commune.
- Différenciation et hiérarchisation des carrières scolaires (H. Romian, 2000, 71-74).

L'évaluation fixe le tempo des leçons et des contrôles et, par voie de conséquence, influe indirectement sur les activités engagées dans les classes de 6^{ème}. Dans le cas de EC4, le contrat pédagogique prend la forme suivante :

- Pas d'étude d'un objet mathématiques dépassant une durée de trois semaines.
- Pas de « petits » contrôles sans leçon écrite, une ou plusieurs fois avant la fin de l'étude.
- Pas de « grands » contrôles sans avertissement, une fois toutes les 3 semaines¹⁵⁶.

Les contrôles de synthèse, assortis de contrôles de rattrapage, permettent de relativiser et de dédramatiser les difficultés des élèves tout en concourant, un peu plus, au morcellement des activités. Dans un tel contexte, l'institutionnalisation écrite que représente la copie de la leçon, constitue un moment particulièrement solennel, au cours duquel l'enseignant fixe définitivement la forme des savoirs sur lesquels portera la

¹⁵⁶ Voici l'extrait de l'échange informel entre EC4 et ses élèves, suite à la demande de précisions, de la part d'un élève, au sujet du statut des différents contrôles que cette enseignante propose.

EC4 « [Elève : C'est quand notre prochain contrôle sur vingt ?]... *Ha ! Alors*, comme j'ai dit que c'était toutes les trois semaines... [Autre élève : Il faut apprendre toutes les trois semaines !]... [...] vous le ferez au retour des vacances... [...] Bien... Alors, il y a un autre petit détail ; c'est que, quand on va avoir *les notes* sur cinq, hein !... les notes sur cinq... [EC4 écrit au tableau : **notes sur cinq**]... Elles vont donner... des notes sur... ? [Elèves : Vingt !]... Vingt ! [EC4 rajoute après une flèche : notes sur cinq...**notes sur vingt**] *Et* il y aura des contrôles qui donneront *directement* une note sur... ? [Elèves : Sur vingt !]... Vingt ! [EC4 rajoute en dessous : **contrôles... sur vingt**]... Vous serez, pour ces contrôles là, prévenus à l'avance, comme ça a été le cas pour le contrôle numéro un ... Ces contrôles là, ils font une synthèse de tout ce que l'on a vu depuis le début de l'année. On multipliera cette note par... quatre ; alors que celle-ci, on la multipliera simplement par un, pour faire votre *moyenne* du trimestre. [EC4 rajoute : notes sur cinq... notes sur vingt **x 1** ; contrôles... sur vingt **x 4**]... Ce qui fait qu'on donnera plus de *poids*, hein... *plus d'importance* aux notes de contrôle sur vingt, de cette façon là. On expliquera une nouvelle fois, à la fin du trimestre, comment on fait cette moyenne... » [EC4 ; début de 4^{ème} séance]

prochaine évaluation. En sixième, ce type d'institutionnalisation double une institutionnalisation orale rendue moins nécessaire, du fait de la fermeture et de la fragmentation des tâches.

« Elle [la fermeture des tâches] garantit l'existence d'une procédure unique dont la mise en œuvre méthodique est à la fois nécessaire et suffisante pour faire correctement le travail demandé. [...] Une tâche ouverte, au contraire, oblige le maître à entrer dans le raisonnement et le cheminement de chacun. Il ne suffit plus, d'un coup d'œil sur un cahier, *il faut un dialogue qui prend du temps*, fixe le maître auprès d'un élève et amoindrit son contrôle sur l'ensemble. [...] Il est beaucoup plus facile de contrôler une série de tâches courtes indépendantes qu'une tâche unique demandant un travail équivalent, *qui sera donc plus important et plus complexe*. [C'est nous qui soulignons, en italique] »
(P. Perrenoud, 1994, 105)

En outre, elle parachève l'externalisation d'une partie des activités de recherche, laissées à la charge de l'environnement familial¹⁵⁷.

15-2 Le discours professoral

15-2-1 PHASES DE RAPPELS ET DISCOURS D'INSTITUTION

15-2-1-1 ADEQUATION DE LA PERSONNE, DE LA FORME ET DE LA SITUATION

De telles techniques ne doivent cependant pas faire oublier qu'au bout du compte, elles constituent, essentiellement, la manifestation d'une autorité *déléguée* et que leur efficacité est directement liée à la légitimité de celui qui les mobilise (P. Bourdieu, 1982, 105 et suivantes). Tout discours d'institution doit ainsi être prononcé par la *personne légitime*, pour des *récepteurs légitimes*, dans une *forme* et une *situation légitimes* (P. Bourdieu, 1982, 105-111). Le discours professoral, tenu par un professeur lors d'un cours

¹⁵⁷ Quand on les questionne sur le rôle du cahier d'exercices et de leçons en mathématiques, 44% des enseignants de CM2 déclarent ainsi que celui-ci est important pour informer les familles contre 82% des enseignants de 6^{ème}. L'explication avancée est la suivante : « [...] les structures scolaires différentes de l'école et du collège occasionnent une fréquence différente des rencontres entre les enseignants et leurs familles. Le professeur de mathématiques voyant moins souvent les parents trouve dans le cahier un moyen de les tenir informés de l'avancée du cours. Il est également probable qu'au CM2, le cahier n'est pas rapporté à la maison quotidiennement, mais une fois par semaine ou même plus rarement alors qu'en sixième, il ne reste jamais au collège. » (J. Colomb, 2006, 53-54). Ceci est à mettre en relation avec la fréquence des leçons et des devoirs au collège et en élémentaire. Dans cette même étude, 69% des enseignants de CM2 déclarent donner moins d'une fois par semaine des leçons à apprendre contre 85% des enseignants de 6^{ème} qui en donnent plus d'une fois par semaine (J. Colomb, 2006, 54-55).

de mathématiques, dans une classe de CM2 ou de 6^{ème}, est donc aussi un discours d'institution.

- L'adéquation de la forme au discours est assurée par la conformité lexicale et syntaxique de celui-ci aux normes du langage mathématiques.
- L'adéquation des personnes au discours est assurée par l'autorité institutionnellement déléguée à l'enseignant qui le prononce, vis-à-vis d'élèves qui le reçoivent.

« La spécificité du discours d'autorité (cours professoral, sermon, etc.) réside dans le fait qu'il ne suffit pas qu'il soit *compris* (il peut même en certains cas ne pas l'être sans perdre son pouvoir), et qu'il n'exerce son effet propre qu'à condition d'être reconnu comme tel. Cette reconnaissance – accompagnée ou non de la compréhension – n'est accordée, sur le mode du cela va de soi, que sous certaines conditions, celles qui définissent l'usage légitime : il doit être prononcé par la personne légitime à le prononcer, le détenteur du *skeptron*, connu et reconnu comme habilité et habile à produire cette classe particulière de discours, prêtre, professeur, poète, etc. [...] »
(P. Bourdieu, 1982, 105-111)

- Enfin, l'adéquation de la situation au discours est assurée à la fois, par la singularisation temporelle et l'indépendance des phases formelles de rappels, vis-à-vis des activités mathématiques habituellement mobilisées (recherche / correction).

Les techniques de solennisation du discours professoral portent donc autant sur la forme et le moment où celui-ci est prononcé, que sur la personne qui le prononce. Affirmer, en classe, l'importance d'une connaissance mathématique, ne suffit pas, en effet, à faire de celle-ci une connaissance importante, structurée et / ou institutionnalisée : il faut être en mesure de l'exprimer de façon appropriée, au moment approprié et avoir l'autorité pour le faire.

15-2-2 LES RAPPELS COMME ACTES DE LANGAGE

Les phases formelles de rappels de début et fin de séances dans les classes de CM2, comme celles relevant des anamnèses ou de l'inscription sur le cahier de leçons des savoirs visés par l'étude dans les classes de 6^{ème}, sont propices à l'énonciation d'actes de langage *déclaratifs* susceptibles de provoquer une action sur le Monde du fait de leur énonciation (J.-L. Austin, 1970 ; J. Searle, 1972), dans la mesure où ils sont énoncés par la personne légitime, en un moment et sous une forme légitimes.

« Essayer de comprendre linguistiquement le pouvoir des manifestations linguistiques, chercher dans le langage le principe de la logique et de l'efficacité du langage d'institution, c'est oublier que l'autorité advient au langage du dehors, comme le rappelle concrètement le *skeptron* que l'on tend,

chez Homère, à l'orateur qui va prendre la parole. Cette autorité, le langage tout au plus la représente, il la manifeste, il la symbolise : il y a une rhétorique caractéristique de tous les discours d'institution, c'est-à-dire de la parole officielle du porte-parole autorisé s'exprimant en situation solennelle, avec une autorité qui a les mêmes limites que la délégation de l'institution : les caractéristiques stylistiques du langage des prêtres et des professeurs et, plus généralement, de toutes les institutions, comme la routinisation, la stéréotypisation et la neutralisation, découle de la position qu'occupent dans un champ de concurrence ces dépositaires d'une autorité déléguée. » (P. Bourdieu, 1982, 105)

Leur efficacité symbolique – et, dans le cas qui nous concerne, didactique – est indissociable de la légitimité institutionnelle de celui qui a autorité pour les convoquer au moment où il veut et faire en sorte qu'ils soient reçus *dans le silence*.

EC4 « On reprend : pour trouver un tiers d'unité [EC4 écrit : **1/3 d'unité**]... On prend une unité [EC4 écrit : **1 unité**]... On la partage en trois parts égales [EC4 écrit : **partagée en trois parties égales**]... Et on choisit une partie [EC4 écrit : **on choisit une partie**]... Voilà... ça, c'est un tiers d'unité... Maintenant, je veux un *centième* d'unité [EC4 écrit : **1/100 d'unité**]... Donc, c'est une unité [EC4 écrit : **1 unité**]... [Elèves : Partagée... partagée en parties... Partagée en dix parties égales !]... partagée en... ? *cent* parties [EC4 écrit : **partagée en cent parties**]... Alors... *Personne n'a la parole pour l'instant!* ... Comment je vais faire pour partager en *cent* parties ?... Si je dis que j'en ai dix parties, ici [EC4 se déplace de l'autre côté de son bureau et montre les dix centièmes contenus dans le premier dixième de la bande numérique tracée au tableau]... [Elève : On choisit dix unités !]... *Tu n'as pas la parole pour l'instant!* ... Je cherche *un centième* d'une unité... Donc là je l'ai partagé en dix parties : j'en ai *dix* parties [EC4 montre entre deux doigts l'espace correspondant sur la droite numérique] ... De là jusque là, j'en ai vingt [EC4 montre entre deux doigts l'espace correspondant sur la droite numérique]... De là jusque là... [EC4 continue jusqu'à cent. Les élèves récitent avec elle : « Quarante, cinquante, soixante, soixante-dix, quatre-vingts, quatre-vingt-dix, cent ! »]... [...] Alors... Donc, effectivement, ici... j'ai bien... Je partage mon unité – sur votre dessin, là... [EC4 prend la feuille d'exercices d'une élève placée devant elle et montre à la classe la droite numérique de cette feuille]... *L'unité* entre zéro et un est partagée en *cent* petites parties égales [EC4 longe avec son doigt l'unité représentée sur la droite numérique]. Alors, *un dixième*, c'est combien de *centièmes* ? [EC4 efface **10 x 1/100** et écrit : **- - /100**] [...] Un dixième, c'est combien de centièmes ? Rémi ? [Rémi : Dix centièmes !]... Dix centièmes ! [EC4 complète : **10/100**]... »

(EC4, milieu de 5^{ème} séance)

EC4 rappelle ainsi oralement (et également par écrit) trois connaissances sous la forme de trois actes de langage déclaratifs.

- Un tiers d'unité c'est une unité partagée en trois parts égales et dont on prend une part (C01 : Signification d'une écriture fractionnaire).
- Un centième ce n'est pas la même chose qu'une unité. Pour trouver un centième, il faut partager l'unité en cent parties et les dixièmes en dix (C06 : Définition des dixièmes et des centièmes).
- Un dixième égale dix centièmes ; $1/10 = 10/100$ (C04-2 : Ecritures fractionnaires équivalentes : $1/10 = 10/100$).

15-3 Synthèse

La mise en évidence de fonctionnalités spécifiques, pour chaque type de phases de rappels, ne doit pas entraîner leur réification. La probabilité d'institutionnalisation plus importante des connaissances sur les phases formelles renvoie ainsi à des activités et à des temps singularisés, indépendants des moments de recherche et de correction. L'anamnèse au même titre que la copie de leçons préparatoire à l'évaluation, constituent autant de techniques de solennisation visant à focaliser l'attention des élèves sur ce qu'il est digne d'être retenu.

Dans les classes de CM2, l'institutionnalisation à dominante orale s'appuie sur des gestes mémoriels dont l'amplitude, la durée et l'enclavement temporel contrastent fortement avec ceux engagés sur les temps de recherche et de correction. Les anamnèses correspondent ainsi à des activités de recherche souvent collectives, assez longues et relativement complexes, impliquant, pour les enseignants et leurs élèves, un rapport aux mathématiques pragmatique et instrumenté.

Ces derniers ont alors recours à plus de manipulations et à plus de matériel supplémentaire que leurs collègues en sixième (J. Colomb, 2006, 103).

- Découpages, manipulations et mesures de bandes à partir d'une bande unité, également découpée (EE1).
- Calculs de divisions avec ou sans restes partagés ; manipulations de calculatrices (EE2).
- Découpages, manipulations et mesures de différentes surfaces à partir d'une surface unité découpée (EE3).
- Réductions aux mêmes dénominateurs de fractions non décimales possédant des nombres à trois chiffres (EE4). Estimation du nombre de fractions en centièmes contenues dans un intervalle exprimé en dixièmes.

Dans les classes de sixième observées, le temps effectif moyen d'enseignement par séance entraîne un certain nombre de conséquences sur la temporalisation des savoirs.

- Le temps moyen de recherche par séance, trois fois plus courts qu'en CM2, induit à son tour des exercices également plus courts, ainsi qu'une externalisation partielle de ce type d'activités, sous la forme de devoirs.

- Le temps moyen de réorganisation pour chaque séance, deux fois plus longs qu'en CM2, est essentiellement consacré à l'institutionnalisation écrite¹⁵⁸. Il correspond à des formes d'évaluations plus individualisées et contractualisées, ainsi qu'à la nécessité de renforcer la visibilité institutionnelle des connaissances visées par l'étude, à l'aide de gestes mémoriels moins longs que l'anamnèse, mais plus nombreux.

La copie de leçons, préparatoire à la prochaine évaluation, plus fréquente qu'en CM2 (J. Colomb, 2006, 103-104), constitue ainsi une technique de solennisation particulièrement efficace, relevant d'un rapport aux mathématiques plus abstrait et plus formalisé, de la part des enseignants de collège.

« L'aspect déclaratif du savoir est important en sixième ; l'élève doit donc le mémoriser pour le restituer. En CM, c'est l'aspect procédural du savoir qui prédomine, il est important que l'élève sache faire. Une autre hypothèse explicative complémentaire peut être avancée, elle tient dans la nature différente des tâches susceptibles d'être demandées aux élèves. Alors que l'élève reste avant tout dans l'action, l'élève de 6^e commence à valider son action en référence à des propriétés dûment formulées. Si la pratique de l'apprentissage de leçons est usuelle et fréquente en 6^e, un élève sur quatre arrive au collège en n'ayant que très rarement eu à apprendre une leçon jusque là. » (J. Colomb, 2006, 55)

¹⁵⁸ En sixième, les temps de recherche et de jeux correspondent à 23,14 % du temps effectif d'enseignement contre 53,09 % en CM2. Les temps de réorganisation correspondent à 33,33 % du temps effectif d'enseignement, contre 11,74 % en CM2 (cf. Chapitre 6, Figure 12). Ils sont, essentiellement, consacrés à la copie de leçons (20 % du temps effectif d'enseignement).

Synthèse générale de la troisième partie

En début de troisième partie, nous avons mis en évidence, au sein des institutions scolaires, deux processus inhérents à la temporalisation des savoirs : l'extension et la réduction didactique.

L'extension didactique correspond à l'exposition et à l'explicitation des longues chaînes de raisons, conduisant à la construction de nouveaux concepts. Au cours de l'étude d'un objet mathématique, un nombre important d'énonciations orales et écrites portant sur des connaissances différentes, sont alors mobilisées.

Parallèlement et de façon concomitante à cette temporalisation, se met en place une sélection progressive des connaissances visées par l'étude, inhérente au processus d'institutionnalisation. La réduction didactique rend compte d'une telle sélection, au fur et à mesure de l'avancée du temps didactique.

- Il y a *moins* de connaissances rappelées, que de connaissances formulées.
- Il y a *moins* de connaissances rappelées sur des phases formelles, que de connaissances rappelées.
- Il y a *moins* de connaissances inscrites sur un support officiel, que de connaissances rappelées sur des phases formelles.

Les rappels et les inscriptions jouent, par conséquent, un rôle particulier dans le processus de désignation des connaissances visées par les institutions dispensant des savoirs hautement techniques. Un des apports décisifs de Centeno réside ainsi, probablement, dans sa mise en avant des rappels, envisagés en tant que formulations spécifiques de connaissances mathématiques (J. Centeno, 1995). Les rappels construisent la visibilité institutionnelle des connaissances qui en sont l'objet – au même titre que les énonciations écrites spécifiques que sont les inscriptions.

Dans les classes de 6^{ème}, il a été possible d'identifier différents niveaux de visibilité institutionnelle d'une connaissance.

- 1^{er} niveau de visibilité : Les connaissances sont *formulées*, mais non rappelées sur des *phases formelles*. La probabilité d'institutionnalisation est de l'ordre de 13 % (cf. Chapitre 14, Tableau 19). Toutes correspondent à des connaissances utiles ou importantes, visées ou non par l'étude.
- 2^{ème} niveau de visibilité : Les connaissances sont à la fois *formulées* et rappelées sur des *phases formelles*. Elles correspondent à des connaissances visées par l'étude ou intervenant directement dans leur construction. Leur probabilité d'institutionnalisation est de l'ordre de 58 % (cf. Chapitre 14, Tableau 19).
- 3^{ème} niveau de visibilité : Certaines connaissances, allant jusqu'au bout du processus de désincarnation, sont objectivées et fixées définitivement, sur le cahier de leçons. La visibilité institutionnelle, désormais totale, parachève le processus d'étiquetage. Ce sont sur ces nouveaux savoirs, désignés par les institutions comme socialement importants, que les élèves seront évalués les jours suivants.

Ces différents seuils de visibilité institutionnelle et leurs probabilités d'institutionnalisation ne sont pas, en tant que tels, accessibles aux élèves. Certaines techniques de solennisation facilitent alors l'identification des moments collectifs importants, détachés des activités plus routinières de recherche et de correction, où l'on récapitule et où l'on revient sur ce qui a été fait, dit ou écrit.

- Le sens, en effet, n'est jamais donné d'avance. Il se construit à partir d'une culture, au travers de relations et d'interactions. Le tissage du présent avec le passé contribue à donner du sens aux apprentissages.
- Le décryptage des phases formelles, en tant qu'expression des intentions didactiques de l'enseignant susceptible d'alléger l'effort cognitif, renvoie au métier d'élève. Il relève du « travail mental » que chaque élève doit faire, pour survivre en tant qu'acteur dominé, au sein des institutions scolaires (P. Perrenoud, 1994, 162-163).

Les connaissances franchissent un premier seuil de visibilité, une fois formulées. Certaines de ces connaissances, correspondant à des savoirs plus ou moins anciens, permettent d'établir un lien avec le passé didactique de chaque élève. D'autres connaissances franchissent un deuxième, puis un troisième niveau de visibilité, lors des phases de réorganisation. Elles correspondent alors, notamment, aux savoirs visés par l'étude. Ces deux derniers seuils correspondent à la réduction didactique.

Les processus de nomination et de désignation sont accompagnés d'un certain nombre de techniques permettant de solenniser, aux yeux des élèves, les moments de réorganisation.

- Singularisation spatiale et temporelle des phases de rappels et des gestes mémoriels qu'elles contiennent (CM2).
- Objectivation écrite et évaluation des savoirs (sixième).

Au travers d'une telle « omnipotence temporelle¹⁵⁹ » l'enseignant manifeste, aux yeux de tous, sa maîtrise de la chronogénèse. Maîtrise qui peut, également, être illustrée par les anticipations didactiques, introduisant et concluant certains rappels et certaines formulations, en CM2 et en 6^{ème}, comme le montre la présentation succincte des nombres décimaux, par EE2, en début de première séance et l'anticipation de l'étude de certains nombres décimaux, à l'issue de cette même séance¹⁶⁰.

¹⁵⁹ Le terme d'omnipotence temporelle a à voir avec les notions d'« ubiquité temporelle » et d'« omnitemporalité », développées par Genette. L'omnipotence de l'enseignant vis-à-vis des connaissances qu'il fait apparaître et disparaître au fur et à mesure de l'avancée du temps didactique peut ainsi être comparée à celle du narrateur – et donc de l'écrivain – vis-à-vis de son récit. Genette envisage ainsi l'œuvre proustienne comme récit « à chaque instant tout entier présent à lui-même dans l'esprit du narrateur, qui [...] ne cesse d'en tenir tous les fils à la fois, d'en percevoir à la fois tous les lieux et tous les moments, entre lesquels il est constamment à même d'établir une multitude de relations “ télescopiques ” : ubiquité spatiale mais aussi temporelle, “ omnitemporalité ” [...]. [C'est nous qui soulignons, en italique] » (G. Genette, 1972, 115).

¹⁶⁰ Cf. Annexes, Section 4 : « EE2 : Transcriptions des interactions didactiques ». Les anticipations didactiques ont été intégralement transcrites, au même titre que les phases de rappels. Elles sont codées en bleu. Voir également l'anticipation didactique importante de EC2, en milieu de première séance.

CONCLUSION

Cultures et institutions : entre oublis et rappels

On attribue à Edouard Herriot la formule, devenue célèbre : « La culture c'est ce qui reste dans l'esprit, quand on a tout oublié ». L'inverse pourrait être tout aussi vrai : c'est parce que l'on oublie qu'existe la culture. Deux dangers guettent, en effet, les sociétés et les institutions qu'elles abritent : tout oublier ; ne rien oublier.

Confrontées aux guerres, aux invasions mais aussi à la fragilité de la mémoire humaine, les institutions ont, de tout temps, inventé des techniques pour tenter de préserver le passé, au besoin en le recréant. Lors de la désagrégation du monde carolingien, au onzième siècle, Geary cite ainsi le cas de deux moines, qui réinventèrent totalement le passé de leurs monastères respectifs – Novalèse et Benediktbeuern – l'un en récupérant des morceaux de parchemin trouvés, ça et là, puis en les cousant ensemble pour en faire un long rouleau ; l'autre en constituant une liste de donateurs de terres, de défenseurs et de destructeurs du monastère (P. Geary, 1996).

A contrario, nos sociétés modernes, câblées et numérisées, sont soumises au danger inverse : ne rien oublier et tout conserver dans un présent immanent et définitif. La capacité de stockage informatique doublant chaque année, selon la loi de Kryder, le tri devient inutile. Tout peut être conservé ; tout « fait mémoire » (E Hoog, 2009, 111-122).

Les mémoires didactiques, en tant que mémoires contrôlées par des institutions, montrent l'équilibre qu'il faut trouver, entre oubli total et absence totale d'oublis, pour qu'une culture continue à évoluer, sans se figer ou disparaître.

D'un côté, la temporalisation de savoirs complexes implique un processus d'extension didactique, via la mobilisation de nombreuses connaissances et d'énonciations orales et écrites différentes. Il en découle une accumulation, qui, à elle seule, justifierait l'existence d'une mémoire didactique afin de réguler et traiter une telle masse d'informations. De l'autre, le nombre et l'évolution des connaissances impliquent un processus de réduction didactique se caractérisant par la sélection et l'identification d'un nombre restreint de connaissances, en tant que savoirs socialement reconnus. Les élèves,

en tant que membres d'une institution dispensant des savoirs hautement techniques, sont alors invités à manifester leur affiliation, en adaptant leur comportement et leurs pratiques aux savoirs nouvellement construits et identifiés.

Rôle de l'oubli dans la constitution d'une mémoire commune

Enseigner, c'est désigner, parmi les connaissances produites au sein du milieu didactique, celles qu'il est nécessaire de conserver et celles qu'il faut oublier. Seules deux connaissances sur cinq, en CM2, et une connaissance sur deux, en sixième, sont ainsi rappelées sur des phases formelles et des temps de réorganisation. De la même façon, une connaissance non rappelée sur les temps de réorganisation, voit sa probabilité d'institutionnalisation fortement diminuée.

L'oubli joue, par conséquent, un rôle déterminant dans l'organisation de la visibilité des connaissances ; une culture se fonde autant sur l'ensemble des oublis consentis, que sur une façon de penser commune.

« [...] je soutiens que les membres d'un groupe ou d'une société partagent principalement ce qu'ils ont oublié de leur passé commun. La mémoire collective est sans doute davantage l'ensemble de leurs oublis que l'ensemble de leurs souvenirs car ceux-ci sont avant tout et essentiellement le résultat d'une élaboration individuelle alors que ceux-là ont en commun précisément le fait d'avoir été oubliés. » (J. Candau, 2008)

Constitutive de la culture et de l'identité didactique d'un groupe d'élèves, la mémoire didactique s'appuie sur l'ensemble des connaissances qui n'ont pas été rappelées, afin d'organiser la visibilité institutionnelle de celles jugées les plus importantes.

- Les professeurs écartent les réponses erronées et les solutions non conformes à la stratégie arrêtée et aux pratiques attendues¹⁶¹.
- Les élèves approuvent les solutions retenues.

Contrairement aux archivistes du Bas Moyen-âge, les enseignants n'en sont donc pas réduits, fort heureusement, à imposer un passé réinventé. Ils doivent seulement faire en sorte que leurs rappels soient suffisamment proches des souvenirs de quelques uns de leurs élèves, pour susciter un minimum de consensus autour des faits vécus en classe. Le conflit que l'on pouvait craindre, à juste titre, entre les différentes mémoires privées, ne semble donc pas être le commun des interactions didactiques entre enseignants et enseignés. A cela, plusieurs raisons peuvent être avancées.

¹⁶¹ Un exemple de ce type d'oubli, sur une classe de CM2, est donné en annexes (cf. Annexes, Section 7).

Aucun des protagonistes n'est véritablement en mesure de prouver une quelconque manipulation du passé. Il faudrait, pour cela, qu'existent des dispositifs capables de mettre celle-ci en évidence *et que l'on estime qu'une telle pratique est condamnable*. L'absence de moyens de vérifications de l'exactitude des propos rappelés ou récités, prouve que celle-ci n'est pas nécessaire à la cohérence des enseignements.

Pour Goody, la remémoration orale peut ainsi être considérée comme un acte de création. Ceux qui écoutent les récitations successives du mythe Bagre ne croient pas forcément qu'elles sont exactement les mêmes, mais peuvent toutefois s'en persuader, dans la mesure où ce sont les aînés qui récitent et où n'existe pas de base écrite (J. Goody, 1979, 204). Comme il était autrefois inenvisageable de contester le savoir des Anciens, la dissymétrie des statuts élèves / enseignants écarte, *a priori*, toute possibilité de contestation. Mieux : l'oubli des réponses non conformes aux stratégies didactiques des enseignants relève, probablement, du contrat didactique.

La mise en temps et en texte du savoir induit ainsi un temps des pratiques mathématiques et un présent de leur remémoration, qui inclut également la non remémoration (Y. Matheron, 2009, 45).

Rôle des rappels dans la constitution d'une mémoire commune

Notre recherche a montré que les rappels présentaient une *double fonctionnalité* contribuant au maintien de l'identité culturelle et didactique de groupes d'élèves, soumis à la pression de milieux didactiques fortement évolutifs, via le contrôle concomitant du passé et du futur didactique.

- Lors des temps de recherche et de correction, les rappels informels tissent des liens entre les énonciations orales et écrites des connaissances présentes et anciennes, confortant la congruence des enseignements. Les gestes mémoriels d'évocation constituent un moyen à la fois heuristique et chronoéconomique permettant la remémoration de connaissances-outils, utiles à l'élaboration des connaissances nouvelles. Le principe de cohérence institutionnelle est conforté, dédramatisant les enjeux cognitifs.
- Lors des temps de réorganisation, les rappels formels, tournés électivement vers l'à-venir didactique de connaissances visées par l'étude, organisent la visibilité institutionnelle de celles-ci. Du fait de leur durée, de leur amplitude et de leur portée, les anamnèses sont alors susceptibles de constituer des lieux de *partage* du

sens donné aux activités engagées en classe, libérant la parole vis-à-vis des connaissances et de leurs représentations. Elles facilitent le travail mental des élèves, en même temps qu'elles correspondent à des formes d'enseignement plus ou moins négociées.

Au travers de cette double fonctionnalité, l'enseignant et l'institution didactique qu'il représente, manifestent une omnipotence temporelle constitutive de la maîtrise du récit didactique. La dimension *prospective* de la mémoire didactique, envisagée comme une mémoire *collective*, constitue ainsi le deuxième intérêt de cette recherche.

La mémoire didactique est une mémoire collective

On doit beaucoup aux travaux de Douglas sur la façon dont les institutions influencent la façon de penser des individus (M. Douglas 2004 ; Y. Matheron, 2000). Il revient cependant à Halbwachs d'avoir su développer la notion de mémoire collective dont relève, selon nous, la mémoire didactique de la classe. A partir de ses écrits, il nous semble possible de dégager un certain nombre de « principes », présidant au fonctionnement de ce type de mémoire, que l'on peut appliquer à la mémoire didactique.

Principe de localité

Toute mémoire collective suppose un groupe limité dans l'espace et dans le temps (M. Halbwachs, 1997, 137). D'une part, elle s'appuie, dans son espace, sur les objets de l'environnement matériel – portant aussi bien notre marque que celle des autres – qui constituent autant de repères dans l'organisation des souvenirs. D'autre part, elle est référée à un temps et un calendrier – religieux, marchand, rural, urbain – qui lui sont propres (M. Halbwachs, 1997, 193 et suivantes).

Il en est de même pour les mémoires didactiques. D'une part, elles s'appuient sur les « lieux de mémoire » constitués par les différents affichages de la classe et les différents supports de la mémoire officielle (cahier du jour ; cahiers de leçons, etc.). D'autre part, elles s'adaptent aux calendriers scolaires et aux différents découpages du temps institutionnel.

- Alternance des périodes de travail et de repos : l'institutionnalisation des connaissances doit précéder l'arrivée des vacances (G. Brousseau, J. Centeno, 1991, 181).

- Alternance des temps d'enseignement et des temps d'évaluations : l'institutionnalisation des connaissances doit précéder les contrôles.
- Alternance et enclavement temporel des activités au sein des séances : l'institutionnalisation des connaissances correspond à des phases de réorganisation spatialement et temporellement singularisées.

Principe de continuité

Toute mémoire collective privilégie les similitudes plutôt que les ruptures. Elle constitue un « tableau des ressemblances » – opposé au tableau des changements décrit par l'Histoire – inhérent à la construction identitaire du groupe et à son besoin de stabilité, au travers du temps (M. Halbwachs, 1997, 138-140).

De la même façon, les rappels informels facilitent l'adaptation des élèves à un environnement en forte évolution, reprenant les énoncés mathématiques de l'étude, renvoyant à des savoirs anciens connus et maîtrisés, et oubliant toute connaissance – juste ou erronée – ne relevant pas de la stratégie arrêtée par l'enseignant. Parallèlement, les rappels formels construisent un récit autour de la genèse sémantique des causes du savoir ou de la genèse syntaxique des raisons de savoir.

- Ils favorisent la mise en relation de connaissances, plus ou moins éloignées syntaxiquement et sémantiquement.
- Ils contribuent à l'élaboration d'un fil directeur reliant les connaissances les plus importantes entre elles, au plus près des actions réalisées.

Principe d'évolutivité

Toute mémoire collective s'appuie sur celle de chacun de ses membres. Limitée, elle doit « s'alléger », au fur et à mesure qu'évolue son environnement et que « grossit le flot des événements qu'elle doit retenir » (M. Halbwachs, 1997, 184). Halbwachs cite l'exemple des groupes familiaux modifiant la direction de leur pensée et leur intérêt avec la venue d'un nouvel enfant : plus un groupe comprend de membres, plus il entre en contact avec la société. L'évolution d'un groupe implique, par conséquent, un perpétuel remaniement de sa pensée (M. Halbwachs, 1997, 187).

L'extension didactique correspond à ce flot d'événements que le groupe formé par un enseignant et ses élèves doit impérativement intégrer, s'il veut conserver une identité. En limitant le nombre de connaissances destinées à l'institutionnalisation et à l'évaluation,

les rappels, au travers de la réduction didactique, « allègent » et uniformisent la mémoire du groupe.

La mémoire didactique est une mémoire prospective

L'étude d'Halbwachs trace ainsi les contours d'une mémoire dynamique, adaptant le passé aux nécessités du présent et privilégiant les similitudes plutôt que les ruptures liées à cette adaptation. Par ailleurs, en tant qu'émanation et moyen d'action du contrat didactique (B. Sarrazy, 1995, 102 ; M.-J. Perrin-Glorian, 1994, 136), la mémoire didactique voit s'étendre ses capacités au-delà de la plupart des mémoires collectives. Contrôlant l'avenir des connaissances visées, elle est en mesure d'en organiser la visibilité institutionnelle, tout au long des séances.

Une telle omnipotence temporelle constitue, à la fois, la force et l'originalité de ce type de mémoire et c'est tout le mérite des modèles cybernétiques proposés par Brousseau et Centeno, que d'avoir su la mettre en avant (G. Brousseau, J. Centeno, 1991). La mémoire didactique est une mémoire collective *et* prospective, capable de transformer le rapport au savoir des élèves en un rapport institutionnel, en fonction d'une programmation et d'une stratégie didactique établies *en amont* de l'étude. Les anticipations didactiques en constituent, également, la parfaite illustration¹⁶².

La visibilité institutionnelle des connaissances

Si l'on conçoit l'enseignement comme un processus d'hétérogénéisation-homogénéisation, la notion de *visibilité institutionnelle* peut alors être considérée comme complémentaire de celle de *visibilité didactique* (M.-P. Chopin, 2007 ; M.-P. Chopin, B. Sarrazy, 2009). De la même façon que la visibilité didactique est une condition du contrôle des processus de régulation des hétérogénéités didactiques, la visibilité institutionnelle est une des conditions du contrôle des processus d'homogénéisation didactique. L'enseignant doit ainsi, alternativement, créer une hétérogénéité didactique, la reconnaître en tant que telle, puis la réduire, à l'aide, notamment, de la visibilité institutionnelle des connaissances visées par l'étude. Il rend ainsi visible les difficultés rencontrées par ses élèves, comme il rend visible, aux yeux de ces derniers, ses propres intentions didactiques.

¹⁶² On trouvera de nombreux exemples de ce type de formulations, en bleu, dans les transcriptions des interactions didactiques, en particulier celle de EC2, en milieu de première séance (cf. Annexes, Section 4).

Face au processus massif d'étiquetage et de désignation de connaissances, inhérent aux processus d'enseignement, il devient essentiel, pour l'enseignant, de soulager la charge cognitive de ses élèves.

A un premier niveau, il formule de nombreuses connaissances, n'en rappelle que certaines et en inscrit très peu. Cette réduction didactique rend alors possible le classement et la hiérarchisation des connaissances mobilisées, objectivables à partir du calcul de la probabilité d'institutionnalisation. Rappelons qu'en sixième, une connaissance formulée a environ quatre fois plus de chances d'être institutionnalisée par écrit, si elle a été rappelée sur des phases formelles de rappels.

A un second niveau, les rappels correspondent à des phases d'amplitude, de durées différentes, qui leur confèrent une plus ou moins grande visibilité. Plus les phases sont longues, plus elles contiennent de rappels et plus la visibilité institutionnelle des connaissances concernées augmente.

- Les gestes d'évocation correspondent à des rappels courts, de portée variable (nulle ; interne ; externe) permettant de justifier ou d'expliquer une écriture, une procédure, un algorithme, en mobilisant une connaissance plus ou moins récente.
- Les anamnèses correspondent à des rappels internes dont la durée et l'amplitude impliquent que l'on cherche à reconstituer les raisons ou les causes de l'étude, plus qu'à rappeler une connaissance précise.

Enfin, à un troisième niveau, les phases de rappels et les gestes mémoriels qu'elles contiennent prennent véritablement tout leur sens, une fois mis en relation avec les activités de recherche, de correction et de réorganisation. La correction et la recherche s'accommodent ainsi, parfaitement, de phases de rappels de durée et d'amplitude limitées, liées à l'administration de la preuve et à l'explication. De la même façon, l'amplitude et la durée plus importante des phases formelles de rappels, ainsi qu'une portée plus resserrée autour des connaissances et des savoirs en construction, renvoient à des temps de réorganisation et de synthèse, assurant, aux yeux des élèves, la visibilité des connaissances les plus importantes.

La fonctionnalité des phases de rappels est donc, fort logiquement, en adéquation avec celle des activités qui les contiennent et sont perçues comme telles par les élèves. Il devient alors possible d'établir un lien entre les formes de mémorisation mobilisées dans la classe et les intentions didactiques de l'enseignant.

Institutionnalisation et techniques de solennisation

Différentes techniques permettent d'assurer la solennisation des connaissances rappelées sur les phases formelles.

- Au CM2, les rituels didactiques de remémoration sont facilités par la singularisation temporelle des phases formelles de rappels et la singularisation des anamnèses qu'elles contiennent, en termes de durée, d'amplitude et de portée.
- En sixième, la ritualisation didactique est assurée par l'objectivation écrite, sur le cahier de leçons, des connaissances visées par l'étude et par l'évaluation des savoirs qui lui succède.

Temps d'enseignement et culture didactique des enseignants

L'existence d'une institutionnalisation à dominante orale, dans les classes de CM2 comme celle d'une institutionnalisation à dominante écrite, dans les classes de sixième, pose alors la question de l'influence du découpage du temps institutionnel sur l'enseignement des mathématiques et, d'une façon plus générale, sur la culture didactique des agents chargés de cet enseignement. La mise en évidence, en CM2 et en sixième, de temps effectifs d'enseignement significativement différents ainsi que leurs conséquences sur les activités engagées et les habitus professionnels, constituent le troisième apport de cette recherche.

En sixième, des temps effectifs d'enseignement de l'ordre, en moyenne, de quarante-cinq minutes ainsi qu'une modulation temporelle réduite, interdisent l'engagement d'activités mathématiques particulièrement chronophages. Les exercices courts, tirés du manuel scolaire, contribuent au calibrage des temps de recherche et de correction. Parallèlement, une part importante de la recherche s'externalise, sous la forme de devoirs. La mobilisation de connaissances déjà partiellement formalisées, en CM2, sur les nombres décimaux et ne relevant donc pas des moments de premières rencontres (Y. Chevillard, 1999, 250 et suivantes), favorise une institutionnalisation écrite plus rapide des connaissances. L'écrit, en tant que distance réflexive et rapport analytique et conscient à la langue (E. Nonnon, 2002, 75), nécessite, en effet, une décontextualisation des connaissances à laquelle il est, probablement, plus long d'aboutir, dans les classes de CM2 confrontés, notamment à des moments de premières rencontres avec les nombres décimaux. Dans le même temps, les « *fast-teachers* » doublent les temps

d'institutionnalisation orale, par des temps d'institutionnalisation écrite. Ce faisant, ils renforcent la visibilité institutionnelle de connaissances que les exercices mobilisés ne permettent pas toujours de faire évoluer suffisamment, au sein de milieux didactiques alliés.

Le rapport aux mathématiques de ces enseignants est donc à la fois plus théorique et plus abstrait. Il correspond à une culture didactique où l'accent est mis, prioritairement, sur l'aspect déclaratif des savoirs ; où l'exactitude et la précision des savoirs prennent le pas sur l'élaboration et la confrontation de stratégies de recherche. Pour les « *fast-teachers* », l'objectif de l'enseignement consiste plus, par conséquent, à acquérir des connaissances relatives à une discipline synonyme de rigueur, qu'à apprendre à penser et à agir. La fixation écrite des savoirs visés par l'étude satisfait l'ensemble de ces exigences.

En CM2, les « *slow-teachers* », disposant de temps effectifs moyens d'enseignement dépassant l'heure ainsi que de temps de recherche et de jeux plus importants qu'en sixième, sont à même d'engager des travaux de groupe, impliquant échanges et débats. Ces activités induisent, à leur tour, des formes de remémoration partagées : les anamnèses. Le caractère elliptique et ambigu du langage oral invite alors à une véritable recreation du passé, que n'autorisent ni la précision de la langue écrite, ni la formalisation du langage mathématique.

La distinction, établie par Goody entre la récitation du mythe Bagre et les formes de remémoration imposées par le système scolaire et le langage écrit, implique, en effet, l'hypothèse d'une *remémoration générative*, inhérente au langage oral (J. Goody, 1994, 199). L'accumulation d'énonciations différentes d'énoncés mathématiques différents, rend impossible toute reconstruction précise du passé et, du même coup, en autorise l'interprétation. Au même titre que les formulations, les rappels pourraient faire l'objet de reprises créatrices facilitant, à la fois, la formalisation et l'évolution des connaissances, par ajouts lexical et sémantique¹⁶³.

Le rapport aux mathématiques de ces enseignants, plus pragmatique et instrumenté qu'en sixième, pourrait donc favoriser des formes de savoirs et de mémorisation plus *négociées*, mettant l'accent sur l'aspect procédural des savoirs.

¹⁶³ On trouvera, en Annexes, quelques exemples de techniques discursives mobilisées lors des phases de rappels, organisant la visibilité institutionnelle des connaissances jugées importantes et éventuellement les enrichissant à l'aide d'« effets Jourdain » (cf. Annexes, Section 8). Un certain nombre d'« effets Jourdain » ont également été indiqués, en annexes, dans la transcription des interactions didactiques (cf. Annexes, Section 4, colonne « Rappels »).

Ainsi pensent les institutions, invitant les élèves à adapter leurs comportements aux connaissances qu'elles désignent et modelant les représentations des enseignants, au travers du temps qu'elles leur assignent.

Perspectives de recherche

Un premier axe de recherche pourrait s'organiser autour des déterminants spatiaux, temporels et organisationnels de l'enseignement considéré comme un *travail*, exerçant leur influence, non seulement sur les pratiques professionnelles des enseignants (C. Lessard, M. Tardif, 1999), mais également sur les représentations de leur métier et les modalités didactiques de leurs actions.

Comme l'a fait Latour avec les non-humains (B. Latour, 1993), nous ne sommes pas loin de penser que les institutions didactiques, véhiculent un certain nombre de valeurs et de conséquences, au travers de leur organisation. Certaines d'entre elles seraient voulues, d'autres non. Le découpage du temps institutionnel pourrait bien ainsi présenter des conséquences inattendues, aussi bien en termes de construction des récits (institutionnalisation orale / écrite), de gestion d'une mémoire commune (amplitude et portée des phases formelles de rappels), que de constitution des milieux didactiques (plus ou moins allié / plus ou moins antagoniste). Si une telle approche venait à être confirmée, elle pourrait fournir de nouveaux éléments de réflexion sur les difficultés rencontrées par le collègue unique dans son entreprise de démocratisation (A. Prost, 1997).

A partir de la modélisation du récit littéraire, une modélisation de ce que nous nommons le « récit didactique » pourrait constituer un second axe de recherche. Un enseignant ne peut, en effet, se contenter de créer des hétérogénéités didactiques ; il doit, également, créer une homogénéité autour des connaissances jugées les plus importantes. Les phases formelles de rappels, notamment au travers des anamnèses, participent à cette homogénéisation en élaborant un récit privilégiant les continuités plutôt que les ruptures, préservant ainsi l'identité didactique du groupe constitué par l'enseignant et ses élèves, et l'image qu'il se donne de lui-même.

Les différences entre récit littéraire et didactique sont cependant nombreuses. Les connaissances enseignées ne peuvent ainsi être assimilées aux événements intangibles,

relatés dans les romans. Cela tient au fait qu'elles apparaissent *dans le même temps* qu'elles se construisent et se formalisent, via un discours qui les organise. Une même connaissance peut faire ainsi l'objet de plusieurs énonciations orales successives et différentes (formulations, répétitions, reprises, etc.), avant de se stabiliser sous une forme écrite institutionnalisée¹⁶⁴.

Un tel procédé, exceptionnel en littérature¹⁶⁵, est très commun lors des interactions didactiques et suppose que l'on distingue, comme nous l'avons fait, l'énoncé mathématique de son énonciation. La répétition constitue toujours, en effet, un changement de « perspective énonciative » (E. Prak-Derrington, 2008, 1), susceptible de modifier la formulation initiale. En tant que telle, elle constitue une technique discursive mise au service des intentions didactiques de l'enseignant et contribue à l'homogénéisation didactique.

Dans le même ordre d'idées, l'organisation du récit littéraire suppose que l'analepse porte sur un événement qui, jusque là, n'appartenait pas encore à la séquence diégétique. Autrement dit, un événement antérieur, jusque là non divulgué, apparaît sous la forme d'une analepse. La logique propre au récit littéraire se différencie alors de celle caractérisant le récit didactique. Il est rare, en effet, qu'une connaissance mathématique prenne la forme d'un rappel sans avoir, *auparavant*, fait l'objet d'une ou plusieurs formulations, alors qu'il est fréquent qu'un événement, relaté dans un roman, le soit.

La comparaison entre récit littéraire et récit didactique s'arrête donc là. Les connaissances mathématiques n'ont de cesse de se construire et d'évoluer, tout au long de l'étude, d'une formulation à l'autre ; d'un rappel à l'autre ; d'une inscription à l'autre. La relation entre un énoncé mathématique et son énonciation est biunivoque : à chaque énoncé correspond une unique énonciation, participant de son évolution et de sa visibilité, à un instant t , différente de son énonciation ultérieure, à l'instant $t+1$.

¹⁶⁴ Par exemple, une connaissance peut faire l'objet, successivement, sur une même séance, d'une formulation, d'un rappel, d'une seconde formulation et d'un second rappel, comme c'est le cas pour EC2, en milieu de quatrième séance, avec la connaissance C04-5 portant sur la définition d'un nombre décimal (un nombre décimal est composé d'une partie entière constituée d'unités et d'une partie décimale qui est plus petite que l'unité), lors de la phase de réorganisation et la copie de la leçon sur le cahier (cf. Annexes, Section 4, EC2 : milieu de 4^{ème} séance).

¹⁶⁵ L'usage de la répétition renvoie, alors, au style de l'auteur. On peut en trouver des exemples saisissants dans certains romans de Thomas Bernhard (E. Prak-Derrington, 2008).

Le couple énoncé mathématique / énonciation ne véhicule donc jamais, tout à fait exactement, la même connaissance, mettant ainsi à jour le rôle et l'importance des stratégies énonciatives dans la construction d'un récit et l'élaboration d'une culture commune, au sein des institutions didactiques.

GLOSSAIRE*

Activité de correction : activité au cours de laquelle l'enseignant corrige collectivement les exercices et les situations proposés en classe (CM2, sixième), aussi bien que les exercices et les recherches proposés hors temps scolaire (sixième).

Activité de jeux : activité au cours de laquelle les élèves jouent, tous ensemble, individuellement ou en groupes de tailles plus ou moins importantes, à des jeux proposés par l'enseignant. On peut jouer contre le professeur, un élève ou un autre groupe.

Activité de recherche : activité au cours de laquelle les élèves réalisent – individuellement, en petits groupes ou en grands groupes – les exercices et situations mathématiques proposés.

Activité de réorganisation : activité au cours de laquelle élèves et professeur récapitulent et reviennent sur ce qui vient d'être dit et corrigé. Ce sont des moments où l'on structure et formalise certaines connaissances produites au sein du milieu didactique, indépendamment des activités de recherche et de correction. Il peut cependant exister des phases de réorganisation, longues de plusieurs minutes, au sein même des activités de correction.

Amplitude (d'une phase de rappels) : nombre de rappels portant sur des connaissances identiques ou différentes, que contient une même phase de rappels. Plus une phase contient de rappels, plus son amplitude est importante.

Connaissance : Énoncé mathématique, explicitement formulé, rappelé et/ou inscrit par l'enseignant, qui le fait alors exister en tant que connaissance permettant de prendre une décision, effectuer un calcul, justifier une procédure ou une écriture, lors de l'étude d'un objet mathématique. Chaque énoncé est l'objet d'un traitement discursif et sémiotique différencié allant de la simple formulation jusqu'au rappel et/ou à l'inscription sur le cahier de leçons, suivant son rôle dans la stratégie didactique de l'enseignant.

Connaissance générique : Énoncé mathématique général regroupant un certain nombre d'énoncés mathématiques syntaxiquement et sémantiquement proches, inhérent à la stratégie didactique de l'enseignant.

Enclavement temporel : insertion spatiale et temporelle d'une activité ou d'une phase de rappels au sein d'une séance de mathématiques. Ce positionnement présente trois modalités définies par Centeno à propos du « moment » où le rappel a lieu (J. Centeno, 1995, 34-35).

Extension didactique : ensemble des différentes connaissances et des différentes énonciations orales et écrites (formulations, rappels, inscriptions) dont ces mêmes connaissances sont l'objet, consubstantiel à l'étude d'un objet mathématique.

Phase de rappels : Phase orale contenant un ou plusieurs rappels portant sur une ou plusieurs connaissances inhérentes à l'étude d'un objet mathématique donné, explicitement référée au passé didactique de la classe, voire à un passé plus lointain, réel ou fictif. Une phase de rappels est notamment caractérisée par sa durée, son amplitude son amplitude, le geste mémoriel qui la caractérise et l'activité sur laquelle elle est mobilisée.

Phase formelle de rappels : phase orale mobilisée sur les temps de réorganisation des connaissances et correspondant au processus de réduction didactique. La probabilité d'institutionnalisation élevée des connaissances rappelées sur les phases formelles fait de celles-ci

un outil fondamental dans l'organisation de la visibilité institutionnelle des connaissances visées par l'étude.

Phase informelle de rappels : phase de rappels mobilisée seulement sur les temps de recherche et de correction.

Portée : distance temporelle séparant le rappel d'une connaissance donnée, de l'énonciation orale précédente la plus récente. Plus la portée d'un rappel est importante, plus la connaissance ou le savoir qui en est l'objet est ancien.

Rappel externe : rappel dont la portée, excédant les limites temporelles de l'étude, correspond à une connaissance relativement ancienne (au moins quelques jours). La notion de rappel externe présente des points communs avec celle d'analepse externe (G. Genette, 1972).

Rappel formel : rappel mobilisé sur une phase formelle (phase de réorganisation).

Rappel informel : rappel mobilisé sur une phase informelle (phases de recherche et de correction).

Rappel interne : rappel dont la portée n'excède pas les limites temporelles de l'étude en cours. Il correspond souvent à une connaissance en cours de construction. La notion de rappel interne présente des points communs avec celle d'analepse interne, propre au champ littéraire (G. Genette, 1972).

Réduction didactique : réduction discursive, sémiotique et sémantique des énoncés mathématiques, à l'aide de rappels et/ou d'inscriptions, engagés sur des phases formelles de rappels et des activités de réorganisation, afin d'assurer la visibilité institutionnelle de certains d'entre eux. Ce processus est concomitant à celui de l'extension didactique.

Segment temporel : fraction plus ou moins importante de la durée d'un cours ou d'une séance, correspondant à une activité mathématique (recherche, jeu, correction, réorganisation).

Temps de présence des professeurs devant leurs élèves : temps pendant lequel les enseignants sont en présence des élèves des classes de 6^{ème} et de CM2 observées, qu'ils enseignent les mathématiques ou qu'ils règlent des questions d'ordre organisationnel et administratif.

Temps effectif d'enseignement des mathématiques : temps consacré uniquement aux mathématiques et à leur enseignement, correspondant aux activités de recherche, de correction et de réorganisation. Cet indicateur est plus restrictif que celui de temps d'enseignement effectif *alloué* à une discipline (A. Delhaxe, 1997, 121).

Temps institutionnel : temps administratif, prévu dans les textes officiels, attribué à l'enseignement des mathématiques dans les classes de 6^{ème} et de CM2.

Visibilité institutionnelle : processus par lequel une institution didactique rend visible certains énoncés mathématiques, tout au long de l'étude d'un objet mathématique, jusqu'à leur rattachement à des savoirs socialement reconnus. La visibilité institutionnelle et la visibilité didactique (M.-P. Chopin, 2007) constituent les deux faces complémentaires du processus d'enseignement, envisagé comme processus d'hétérogénéisation-homogénéisation (M.-P. Chopin, B. Sarrazy, 2009).

** Les définitions données dans ce glossaire sont définitives et permettent au lecteur une première appréhension des notions définies. Des définitions évolutives sont également données dans le corps de texte, au fur et à mesure de l'avancée de la recherche.*

ABREVIATIONS

CAPES : Certificat d’Aptitude au **P**rofessorat de l’**E**nseignement du **S**econd degré

COREM : Centre pour l’**O**bservation et la **R**echerche sur l’**E**nseignement des **M**athématiques

CUB : Communauté **U**rbaine de **B**ordeaux

DEA : **D**iplôme d’**E**tudes **A**pprofondies

DEUG : **D**iplôme d’**E**tudes **U**niversitaires **G**énérales

EE1, EE2, EE3, EE4 : **E**nseignants d’**E**cole élémentaire (Philippe, Béatrice, Yves, Luc)

EC1, EC2, EC3, EC4 : **E**nseignants de **C**ollège observés (Joséphine, Thierry, Bernard, Diane)

INRP : **I**nstitut **N**ational de **R**echerche **P**édagogique

INSERM : **I**nstitut **N**ational de la **S**anté **E**t de la **R**echerche **M**édicale

IPES : **I**nstituts **P**réparatoires à l’**E**nseignement du **S**econd Degré

IUFM : **I**nstitut **U**niversitaire de **F**ormation des **M**âîtres

IUT : **I**nstitut **U**niversitaire de **T**echnologie

PEGC : **P**rofesseur d’**E**nseignement **G**énéral de **C**ollège

PTT : **P**ostes, **T**élégraphes et **T**éléphones

RDM : **R**echerche en **D**idactique des **M**athématiques

TAD : **T**héorie **A**nthropologique du **D**idactique

TSDM : **T**héorie des **S**ituations en **D**idactiques en **M**athématiques

USEP : **U**nion **S**portive de l’**E**nseignement du **P**remier **D**egré

ZEP : **Z**one d’**E**ducation **P**rioritaire

ZIL : titulaire remplaçant affectée sur une **Z**one d’**I**ntervention **L**imitée

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ALLEGRE E., MAURICE J.-J. (2002). « Invariance temporelle des pratiques enseignantes : le temps donné aux élèves pour chercher », *Revue Française de Pédagogie* n°138, p. 115-124.
- ARAYA-CHACON, A.-M. (2008). *La gestion de la mémoire didactique par le professeur dans l'enseignement secondaire des mathématiques : Etude du micro-cadre institutionnel en France et au Costa Rica*, Thèse de doctorat, Université Toulouse III – Paul Sabatier, 361 p.
- ARBORIO A.-M., FOURNIER P. (2005). *L'observation directe*, 2^{ème} édition, Paris : Armand Colin, 127 p., coll. 128.
- AUDUC, J.-L., « Quels enseignants, pour quelles missions, pour quel(s) métier(s) ? », [réf. du 08/09/10]. Consultable sur Internet :
http://sgen-alsace.org/spip/IMG/pdf/QUELS_ENSEIGNANTS_POUR_QUELLES_MISSIONS.pdf
- AUSTIN, J. L., (1970). *Quand dire c'est faire*, Paris : Seuil, 183 p., coll. L'Ordre philosophique.
- BAILLAUQUES S., FERRY G., LOUVET A. (1992). *La prise de fonction des instituteurs*, Paris : INRP, 160 p., coll. Politiques, pratiques et acteurs de l'éducation.
- BARTHES, R. (1967). *Système de la mode*, Paris : Seuil, 326 p.
- BEAUD S., WEBER F. (1997). *Guide de l'enquête de terrain : Produire et analyser des données ethnographiques*, Paris : La Découverte & Syros, 327 p., coll. Guides Repères.
- BECCHI E., JULIA D. (1998). *Histoire de l'enfance en occident : 1. De l'Antiquité au XVII^e siècle*
 2 Du XVIII^e siècle à nos jours / sous la direction de E. BECCHI, D. JULIA, Paris : Seuil, 473 p. (tome 1), 516 p. (tome 2), coll. L'Univers Historique.

- BOLON, J. (1992). « L'enseignement des décimaux à l'école élémentaire », *Grand N*, n°52, pp. 49-79.
- BOSCH M., CHEVALLARD Y. (1999). « La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique », *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, n°1, pp. 77-124.
- BOUILLON, S. (2002). *Titulaire mobile : Les raisons d'entrer dans la fonction*, Mémoire de Master 1, Université de Bordeaux 2 Victor Segalen.
- BOUILLON, S. (2005). *Les maîtres sans mémoire : Ethnométhodes des titulaires remplaçants de l'enseignement public du premier degré*, Mémoire de Master 2, Université de Bordeaux 2 Victor Segalen, 310 p.
- BOURDIEU, P. (1965). *Un art moyen : Essai sur les usages sociaux de la photographie* / sous la direction de : P. BOURDIEU, Paris : Les Editions de minuit, 360 p., coll. Le Sens commun.
- BOURDIEU, P. (1982). *Ce que parler veut dire : L'économie des échanges linguistiques*, Paris : Fayard, 244 p.
- BOURDIEU, P. (1993). *La misère du monde* / sous la direction de P. BOURDIEU, Paris : Seuil, 1460 p., coll. Points.
- BOURDIEU, P. (1994). *Raisons pratiques : Sur la théorie de l'action*, Paris : Seuil, 247 p., coll. Points Essais.
- BOURDIEU P. (2000). *Esquisse d'une théorie de la pratique*, Paris : Seuil, 429 p., coll. Points Essais.
- BOURDIEU P. (2008). *Sur la télévision*, Paris : Raisons d'agir, 95 p.
- BOURDONCLE, R. (1993). « La Professionnalisation des enseignants : les limites d'un mythe », *Revue Française de Pédagogie*, n° 105, pp. 83-119.

- BRESSOUX, P. (2002). « Les stratégies de l'enseignant en situation d'interaction », Note de synthèse pour Cognitique, Programme Ecole et Sciences Cognitives [ARCHIVE-EDUTICE, base de données en ligne] [réf. du 07/10/2006]. Consultable sur Internet : archive-edutice.ccsd.cnrs.fr/docs/00/00/17/90/RTF/Bressoux.rtf.
- BRIAND J.-P., CHAPOULIE J.-M. (1992). *Les collèges du peuple : L'enseignement primaire supérieur et le développement de la scolarisation prolongée sous la Troisième République*, Paris : INRP, 544 p.
- BROSSARD, M. (2004). *Vygotski : Lectures et perspectives de recherches en éducation*, [traducteurs : O. ANOKHINA, M. BROSSARD], Villeneuve d'Ascq : Presses universitaires du Septentrion, 255 p., coll. Education et didactiques.
- BROUSSEAU, G. (1986). « Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques », *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 7, n°2, pp. 33-115.
- BROUSSEAU G., CENTENO J. (1991). « Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant », *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 11, n° 2/3, pp. 167-210.
- BROUSSEAU, G. (1997). « La Théorie des situations didactiques », Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal, [réf du 20/04/2010]. Consultable sur Internet : pagesperso-orange.fr/daest/.../Brousseau.htm.
- BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques : Didactique des mathématiques 1970-1990*, Grenoble : La Pensée sauvage, 395 p., coll. Recherche en didactique des mathématiques.
- CANDAU, J. (2005). *Anthropologie de la mémoire*, Paris : Armand Colin, 201 p., coll. Cursus Sociologie.
- CANDAU, J. (2008). « Le partage de l'oubli : lieux d'amnésie et déni commémoratif », *Mémoire & Médias*. Etudes réunies par Louise Merzeau et Thomas Weber [AVINUS-Magazin], [réf

du 29/04/2010]. Consultable sur Internet : http://www.avinus-magazin.eu/html/candau_-_le_partage_de_l_oubli.html.

CERTEAU, M. de (1980). *L'invention au quotidien* : tome 1 Arts de faire, Paris : UGE, 350 p., coll. 10/18.

CHEVALLARD Y., MERCIER A. (1987). *Sur la formation historique du temps didactique*, Publications de l'IREM d'Aix-Marseille, n°8.

CHEVALLARD, Y. (1991). *La transposition didactique* : du savoir savant au savoir enseigné, Paris : La Pensée Sauvage, 240 p., coll. recherches en didactique des mathématiques.

CHEVALLARD, Y. (1996). « Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique », pp. 145-196, in *Didactique des mathématiques* / sous la direction de J. BRUN, Lausanne : Delachaux et Niestlé, 348 p., coll. Textes De Base.

CHEVALLARD, Y. (1997). « Les savoirs enseignés et leurs formes scolaires de transmission : un point de vue didactique », *Skholê*, n° 7, p. 45-64.

CHEVALLARD, Y. (1998). Questions vives, savoirs moribonds : le problème curriculaire aujourd'hui, [Yves Chevallard, Textes et publications], [réf. du 04/09/10]. Consultable sur Internet : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=19.

CHEVALLARD, Y. (1999). « Pratiques enseignantes en théorie anthropologique », *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, n°2, pp. 221-266.

CHEVALLARD, Y. (2002). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques, [Yves Chevallard, Textes et publications], [réf. du 25/08/10]. Consultable sur Internet : <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/plan.php3>.

CHEVALLARD, Y. (2005). « L'homme est un animal didactique », pp. 81-89, in *Sur la théorie des situations didactiques* : Questions, réponses, ouvertures, Hommage à Guy Brousseau / sous la direction de P. CLANCHE, M.-H. SALIN, B. SARRAZY, Grenoble : La Pensée Sauvage, coll. Recherches en didactique des mathématiques.

- CHOPIN, M.-P. (2007). « *Le temps didactique dans l'enseignement des mathématiques : approche des phénomènes de régulation des hétérogénéités didactiques* », Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 2, 337 p.
- COLOMB, J. (2006). *Articulation école-collège en mathématiques : ruptures et continuités* / sous la direction de J. Colomb, Lyon : INRP, 232 p., coll. Documents et travaux de recherche en éducation.
- COMET G., LEJEUNE A., MAURY-ROUAN C. (2008). *Mémoire individuelle, mémoire collective et histoire* / sous la direction de G. COMET, A. LEJEUNE, C. MAURY-ROUAN, Marseille : Solal, 216 p., coll. Résiliences.
- COMPÈRE, M.-M. (1997). *Histoire du temps scolaire en Europe* / sous la direction de M-M COMPÈRE, Paris : INRP : Editions Economica, 392 p.
- COMPÈRE, M.-M. (2001). "L'histoire du temps scolaire en Europe", pp. 93-115, in *Le temps en éducation : Regards multiples* / sous la direction de C. ST-JARRE, L. DUPUY-WALKER, Sainte-Foy : Presses de l'Université du Québec, 434 p., coll. Education Recherche.
- DANTIER, B. (1999). *Séparation ou désintégration de l'école ? : L'espace-temps scolaire face à la société : de l'opposition créatrice à l'adaptation destructrice*, Paris : L'Harmattan, coll. Logiques Sociales.
- DELHAXHE A. (1997). « Le temps comme unité d'analyse dans la recherche sur l'enseignement », *Revue française de pédagogie*, n°118, p. 107-125.
- DELOYE Y., HAROCHE C. (2004). « Espaces, mémoires et psychologie collective » in *Maurice Halbwachs* / sous la direction de Y. DELOYE, C. HAROCHE C. Paris : Publications de la Sorbonne, 203 p., coll. Science Politique.
- DEMAILLY, L. (1991). *Le collège : crise, mythes et métiers*, Lille : Presses Universitaires de Lille, 373 p., coll. Sociologie « Mutations ».

- DEROUET J.-L., DUTERCQ Y. (2004). *Le collège en chantier* : Retour sur le collège unique / sous la direction de J.-L. DEROUET, Y. DUTERCQ, ST-FONS : INRP, 290 p., coll. Educations, Politiques, Sociétés.
- DESCARTES, R. (1987). *Discours de la méthode*, Paris : Grands écrivains.
- DESCLES, J.-P. (1991). « Langues naturelles et langages artificiels », pp. 148-158, in *Systèmes naturels, systèmes artificiels* / sous la direction de F. TINLAND, Seyssel : Champ Vallon, 249 p., coll. Milieux.
- DESEEZ P., LACHAUD P., MOREL L., MOUSSET F., VITTE J. (1991). *La valise du remplaçant*, Paris : Hachette, 223 p., coll. Hachette Ecoles.
- DOBREMEZ, J.-F. (1992). *Les forêts* : Des arbres toujours, mais tant d'autres choses, Paris : Rageot, 173 p., coll. Planète verte.
- DOUADY, R. (1986). « Jeux de cadres et dialectique outil-objet », *Recherche en didactique des mathématiques*, vol. 7, n°2, pp. 5-31.
- DOUGLAS, M. (2004). *Comment pensent les institutions*, Paris : La Découverte, 218 p., coll. La Découverte / Poche.
- DUBET F., DURUT-BELLAT M. (2000). *L'hypocrisie scolaire* : Pour un collège enfin démocratique, Paris : Seuil, 231 p., coll. L'épreuve des faits.
- DUBET, F. (2003). « Les épreuves du collège », p. 353-366, in *Le collège unique en questions* / sous la direction de J.-L. DEROUET, Paris : PUF, 409 p., coll. Education et Formation.
- DURKHEIM, E. (1999). *L'évolution pédagogique en France*, Paris : PUF, 403 p., coll. Quadriges
- DURKHEIM, E. (2005). *L'éducation morale*, Paris : Fabert, 356 p., coll. Pédagogues du monde entier.
- ELIADE, M. (1965). *Le sacré et le profane*, Paris : Gallimard, 186 p., coll. Idées.

- FLUCKIGER A., MERCIER A. (2002). « Le rôle d'une mémoire didactique des élèves, sa gestion par le professeur », *Revue Française de pédagogie*, n°141, pp. 27-35.
- GAONAC'H D., LARIGAUDERIE P. (2000). *Mémoire et fonctionnement cognitif* : La mémoire de travail, Paris : Colin, 284 p., coll. U.
- GARFINKEL, H. (2001). « Le programme de l'ethnométhodologie », p. 31-56 [traducteur : L. QUERE], in FORNEL M., OGIEN A., QUERE L., *L'ethnométhodologie*, Paris : La Découverte, 444 p., coll. Recherches.
- GARFINKEL, H. (2007). *Recherches en ethnométhodologie*, [traducteurs : M. BARTHELEMY, B. DUPRE, J.-M. DE QUEIROZ, L. QUERE], Paris : PUF, 473 p., coll. Quadrige.
- GEARY, P. (1996). *Mémoire et oubli à la fin du premier millénaire*, [traducteur : J.-P. RICARD], Paris : Aubier, 338 p., coll. Histoires.
- GENETTE, G. (1972). *Figures III*, Paris : Seuil, 285 p., coll. Poétique.
- GIOLITTO, P. (1983). *Histoire de l'enseignement primaire au XIX^e siècle* : L'organisation pédagogique, Paris : Nathan, 1983, 287 p., coll. Nathan-Université.
- GIORDAN A., VECCHI G. de (1994). *Les origines du savoir* : Des conceptions des apprenants aux concepts scientifiques, Lausanne : Delachaux & Niestlé, 212 p., coll. Actualités pédagogiques et psychologiques.
- GOODY, J. (1979). *La raison graphique* : la domestication de la pensée sauvage, [traducteurs : J. BAZIN, A. BENSA], Paris : Les Editions de Minuit, 274 p., coll. Le sens commun.
- GOODY, J. (1994). *Entre l'oralité et l'écriture*, Paris : PUF, 323 p., coll. Ethnologies.
- GUITTEL, G. (1975). *Histoire comparée des numérations écrites*, Paris : Flammarion, 851 p., coll. Nouvelle bibliothèque scientifique.
- HALBWACHS, M. (1994). *Les cadres sociaux de la mémoire*, Paris : Albin Michel, 367 p., coll. Bibliothèque de « L'Evolution de l'Humanité ».

- HOOG, E. (2009). *Mémoire année zéro*, Paris : Seuil, 207 p.
- HUSTI, A. (1994). *Gagner, perdre du temps dans l'enseignement* : opinions d'élèves et de professeurs, Paris : INRP, 183 p., coll. Politiques, pratiques et acteurs de l'éducation.
- ILLICH, I. (1971). *Libérer l'avenir* : Appel à une révolution des institutions, [traducteur : G. DURAND], Paris : Seuil, 187 p., coll. Points.
- ILLICH, I. (1971). *Une société sans école*, [traducteur : G. DURAND], Paris : Seuil, 219 p., coll. Points.
- INHELDER B., PIAGET J. (1968). *Mémoire et intelligence*, Paris : PUF, 487 p., coll. Bibliothèque scientifique internationale.
- INSPECTION GENERALE DE L'EDUCATION NATIONALE (1997). *Le collège : 7 ans d'observations et d'analyse*, Paris : CNDP Hachette éducation, 373 p., coll. Les rapports de l'Inspection générale de l'éducation nationale.
- LATOUR, B., (1993), *Petites leçons de sociologie des sciences*, Paris : La Découverte, 251 p., coll. Points Sciences.
- LEDUC-CLAIRE C., PY G. (2005). *Guide du professeur stagiaire* : Comment débiter dans l'enseignement secondaire, 2^{ème} édition, Paris : Vuibert, 379 p., coll. Guides.
- LE FLOC'H, M.-C. (2001). « Les enseignants titulaires mobiles de l'enseignement élémentaire », *Recherche et Formation*, n° 37, pp. 141-160.
- LE GOFF, J. (1988). *Histoire et mémoire*, Paris : Gallimard, 409 p., coll. Folio histoire.
- LEGROS, D. (2001). *Titulaire mobile : un autre métier*, Mémoire de maîtrise en Sciences de l'Education, Université de Caen, 79 p.
- LEON, A. (1999). *Histoire de l'enseignement en France*, Paris : PUF, 9^{ème} édition, 127 p., coll. Que sais-je ?

- LEROI-GOURHAN, A. (1965). *Le geste et la parole : La mémoire et les rythmes*, Paris : Albin Michel, 285 p., coll. Sciences d'aujourd'hui.
- LES DOSSIERS, Ministère de l'Éducation nationale, Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, *Enseigner en collège et lycée en 2008*, [<http://media.education.gouv.fr>], [réf. du 17/09/10]. Consultable sur Internet :
http://media.education.gouv.fr/file/194/13/9/dossier194_123139.pdf.
- LESSARD C., TARDIF M., *Le travail enseignant au quotidien : Expérience, interactions humaines et dilemmes professionnels*, Bruxelles : Deboeck Université, 1999, 575 p., coll. Perspectives en Education.
- LIAISON CM2/6^{EME} SUR INTERNET [réf. du 17/09/10]. Consultable sur Internet :
<http://tiry73.free.fr/suppl/suppdos/cm2-6e.pdf>
- LIEURY, A. (1993). *La mémoire : Du cerveau à l'école*, Paris : Flammarion, 126 p., coll. Dominos.
- LIEURY, A. (1997). *Mémoire et réussite scolaire*, 3^{ème} édition, Paris : Dunod, 1997, 153 p.
- LIEURY, A. (2005). *Psychologie de la mémoire : Histoire, théories, expériences*, Paris : Dunod, 299 p.
- MARCEL J.-C., MUCCHIELLI L. (1999). Un fondement du lien social : la mémoire collective selon Maurice Halbwachs, pp. 63-88, in *Mémoire de la technique et techniques de la mémoire* / sous la direction de V. HAVELANGE et C. LENAY, Ramonville : érès, 243 p., coll. Technologies / Idéologies / Pratiques.
- MARCHIVE, A. (1999). « Ruptures d'habitus et rituels didactiques : l'exemple des leçons de mathématiques à l'école primaire », *Actualité de la recherche en éducation et formation* [Cédérom].
- MARCHIVE, A. (2005). « D'Emile à Gaël : Situation, dévolution, contrat chez Rousseau et Brousseau », pp. 319-327, in P. CLANCHE, M.-H. SALIN, B. SARRAZY, *Sur la théorie*

des situations didactiques, Grenoble : La Pensée Sauvage, coll. Recherches en didactique des mathématiques.

MARX, K. (1993). *Le capital* : Critique de l'économie politique, Livre premier / sous la direction de J.-P. LEFEBVRE, Paris : PUF, 940 p., coll. Quadrige.

MATHERON, Y. (2000). *Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée. Quelques exemples*. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille I, 404 p.

MATHERON Y., M.-H. SALIN (2002). « Les pratiques ostensives comme travail de construction d'une mémoire officielle de la classe dans l'action enseignante », *Revue Française de Pédagogie*, n° 141, pp. 57-66.

MATHERON, Y. (2009). *Mémoire et Etude des Mathématiques* : Une approche didactique à caractère anthropologique, Rennes : Presses Universitaires de Rennes, 219 p., coll. Paideia.

MATRICON J., ROUMETTE J. (1991). *L'invention du temps*, Paris : Presses Pocket, 127 p., coll. Explora.

MAY, G. (1994). *Rousseau*, Paris : Seuil, 208 p., coll. Ecrivains de toujours.

MERCIER, A. (2002). « La transposition des objets d'enseignement et la définition de l'espace didactique, en mathématiques », *Revue Française de Pédagogie*, n° 141, pp. 135-171.

MORVAN, M. (2003). « Informatique : un petit effort de mémoire », *Le temps des savoirs*, n°6, pp. 51-67.

NONNON, E. (2002). « Des interactions entre oral et écrit : notes, canevas, traces écrites et leurs usages dans la pratique orale », *Pratiques*, n° 115-116.

OBIN, J.-P. (1993). *La crise de l'organisation scolaire* : De la centralisation bureaucratique au pilotage par objectifs et projets, Paris : Hachette Education, 351 p., coll. Former, organiser pour enseigner.

- PERRENOUD, P. (1984). *La fabrication de l'excellence scolaire : du curriculum aux pratiques d'évaluation* : Vers une analyse de la réussite, de l'échec et des inégalités comme réalités construites par le système scolaire, Genève : Librairie DROZ, 326 p.
- PERRENOUD, P. (1994). *Métier d'élève et sens du travail scolaire*, Paris : ESF, 207 p., coll. Pédagogies.
- PERRIN-GLORIAN, M.-J. (1994). « Théorie des situations didactiques : naissance, développement, perspectives », pp. 96-147, in M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavnignot, *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, Grenoble : La Pensée sauvage, 415 p., coll. Recherche en didactique des mathématiques.
- PERRIN-GLORIAN, M.-J. (1999). « Problèmes d'articulation de cadres théoriques : l'exemple du concept de milieu », *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, n°3, pp. 279-322.
- PIAGET, J. (1977). *La naissance de l'intelligence chez l'enfant*, 9^{ème} édition, Paris : Delachaux et Niestlé, 370 p., coll. Actualités pédagogiques et psychologiques.
- PIAGET, J. (1997). *L'éducation morale à l'école : de l'éducation du citoyen à l'éducation internationale*, Paris : Anthropos, 186 p., coll. Exploration interculturelle et sciences sociales.
- PLATON (1991). *Ménon*, [traductrice : M. CANTO-SPERBER], Paris : GF Flammarion, 350 p.
- PRAK-DERRINGTON, E. (2008). « Thomas Bernhard, la répétition im-pertinente ou le refus de reformulation. L'exemple du récit autobiographique : La cave. Un retrait », in M.-C. LEBOT, E. RICHARD, M. SCHUWER, *La reformulation : marqueurs linguistiques et stratégies énonciatives*, Rennes : Presses Universitaires de Rennes, 264 p., coll. Rivages linguistiques.
- PREVOT, J. (1981). *L'utopie éducative Comenius*, Paris : Belin, 287 p., coll. Fondateurs de l'éducation.

- PRONOVOST, G. (1996). *Sociologie du temps*, Paris : De Boeck Université, 183 p., coll. ouvertures sociologiques.
- PROST, A. (1968). *Histoire de l'enseignement en France 1800-1967*, Paris : Armand Colin, 524 p., coll. U.
- PROST, A. (1997). *Education, société et politiques : Une histoire de l'enseignement en France de 1945 à nos jours*, Paris : Seuil, 236 p., coll. Points.
- QUERE, L. (1993). « Le langage de l'action et questionnement sociologique », p. 53-83, in P. LADRIERE, P. PHARO, L. QUERE, *La théorie de l'action*, Paris : CNRS Editions, 339 p., coll. CNRS Sociologie.
- RABATEL, A. (2004). « Stratégies d'effacement énonciatif et posture de surénonciation dans le Dictionnaire philosophique de Comte-Sponville », *Langages*, n° 156, [réf. du 26/04/2010] http://www.persee.fr/web/revues/home/prescript/article/lgge_0458-726x_2004_num_38_156_961
- RAULIN, D. (2006). *Les programmes scolaires : Des disciplines souveraines au socle commun*, Paris : Retz, 191 p., coll. Défis d'éducation.
- REBOUL, O. (1992). *Les Valeurs de l'éducation*, Paris : PUF, 249 p., coll. Premier cycle.
- RODITI, E. (2005). *Les pratiques enseignantes en mathématiques : Entre contraintes et liberté pédagogique*, Paris : L'Harmattan, 191 p., coll. Savoir et Formation.
- ROGALSKI, J. (2003). « Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert », *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 23, n°3, pp. 343-388.
- ROMIAN, H. (2000). *Pour une culture commune de la maternelle à l'université / sous la direction de H. ROMIAN*, Paris : Hachette, 571 p., coll. Hachette Education.

- ROUCHIER, A. (1991). *Etude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatique élémentaires : proportionnalité, structures itérativo-récurrentes, institutionnalisation*, Thèse d'état, Université d'Orléans, 566 p.
- ROUSSEAU, J.-J. (1966). *Emile ou de l'Education*, Paris : Flammarion, 629 p., coll. Garnier-Flammarion.
- SAINT-GELAIS, R. (2002). « Littérature et mathématiques : jalons pour une approche perpendiculaire », [érudit, base de données en ligne ; version numérique de l'article publié dans Tangence, n° 68, p. 9-21], 2002, [réf. Du 21/01/10]. Consultable sur Internet : <http://id.erudit.org/iderudit/008244ar>
- SALLABERRY, J.-C. (2004). *Dynamique des représentations et construction des concepts scientifiques : Perspectives pour la didactique des sciences physiques*, Paris : L'Harmattan, 183 p., coll. Cognition & Formation.
- SARRAZY, B. (1995). « Le contrat didactique », *Revue Française de Pédagogie*, note de synthèse, n° 112, pp. 85-118.
- SARRAZY B., CHOPIN M.-P. (2009). « Apports du modèle d'hétérogénéisation didactique à l'étude des pratiques d'enseignement en mathématiques : Perspectives théoriques et praxéologiques », [4^{ème} congrès international de l'Espace Mathématique Francophone], [réf. du 24/09/10]. Consultable sur Internet : http://www.fse.ulaval.ca/ldeblois/pdf/CHOPIN_SARRAZY.pdf.
- SAVARESSE, E. (2006). *Méthodes des sciences sociales*, Paris : ellipses, 186 p.
- SCHABANEL, N. (2006). « Machine de Turing ? Automates finis ? A pile ? Visite guidée dans le bestiaire informatique », [réf. du 26/08/08]. Consultable sur Internet : <http://www.ens-lyon.fr/asso/groupe-seminaires/seminaires/voirsem.php?id=nschabanel2>
- SEARLE, J. (1972). *Les actes de langage : essai de philosophie du langage*, [traducteur : H. Pauchard], Paris : Hermann, 261 p., coll. Savoir.

- SUCHAUT, B. (2009). « L'organisation et l'utilisation du temps scolaire à l'école primaire : enjeux et effets sur les élèves », Irédu-CNRS et Université de Bourgogne Mai 2009 [réf du 17/09/10] Consultable sur Internet :
http://www.eduquerensemble.fr/e_upload/pdf/suchaut_temps_scolaire.pdf
- VERRET, M. (1975). *Le temps des études*, Lille : Atelier Reproduction des thèses, 837 p.
- VYGOTSKI, L (1997). *Pensée et langage*, 3^{ème} édition, [traductrice : F. SEVE], Paris : la Dispute, 536 p.
- WEBER, M. (1992). *Essais sur la théorie de la science*, [traducteur : J. FREUND], Paris : Pocket, 478 p., coll. Agora.
- WEBER, M. (2003). *L'éthique protestante et l'esprit du capitalisme*, [traducteur : J.-P. GROSSEIN], Paris : Gallimard, 531 p., coll. Tel.

TEMPS, CULTURE DES PROFESSEURS ET MEMOIRE DIDACTIQUE

Une étude comparée des modes de gestion de la mémoire
dans l'enseignement des mathématiques
au collège et à l'école primaire

Annexes

SECTION 1

1 Négociation de l'observation

1-1 Protocole de recherche adressé aux enquêtés

Stéphane Bouillon,
Doctorant en Sciences de l'Education,
Université Bordeaux 2

Objet de l'observation :

Etude et compréhension des phénomènes d'enseignement en mathématiques (cycle 3 élémentaire et collège);

Comment se planifie et se réajuste une série de leçons en fonction des réponses des élèves ?

Il s'agit d'un travail sur les interactions maîtres / élèves au cours de séquences portant sur un thème ou un concept. J'aimerais observer un thème développé sur 4 ou 5 séquences avec des élèves de 6^{ème}.

Les observations seront donc limitées dans le temps.

Déontologie :

Celle appliquée habituellement dans le cas de recherches en sciences humaines

- pas de diffusion, de quelque façon que ce soit, des séquences filmées ;
- enseignants et établissements protégés par l'anonymat ;

Contraintes

- vidéo en fond de classe durant l'intégralité de chaque séquence ;
- temps d'observation : ensemble des séquences concernées par la leçon ;
- l'ensemble des séquences devra se dérouler avant février 2007 (limite de mon congé de formation professionnelle).

Renseignements complémentaires

- demande d'autorisation parentale (droit à l'image) ;
- prolongements ultérieurs éventuels : consultation possible d'éléments évaluatifs concernant le niveau des élèves (évaluation 6^{ème} ; évaluation des professeurs).
- téléphone et adresse électronique personnels :
- 01 23 45 67 89 ; Doctorant@yahoo.fr

Retours possibles

- compte-rendu de la recherche ;
- copie de l'intégralité des séquences filmées (CD).

1-2 Demandes d'autorisation de filmer

AUTORISATION POUR L'ENREGISTREMENT VIDEO DE SEQUENCES DE MATHEMATIQUES EN CLASSE

Nom de l'élève.....

En collaboration avec Mme A., directrice de l'école X et M. B., et en accord avec Mme C., inspectrice de l'Education nationale de la circonscription Y, M. Bouillon, étudiant rattaché à l'Université de Bordeaux 2, effectuera des observations filmées portant sur des séquences de mathématiques, dans le cadre d'une recherche de 3^{ème} cycle (doctorat Sciences de l'Education).

Les données recueillies demeureront strictement confidentielles et ne serviront que pour analyse.

Elles ne feront l'objet d'aucune diffusion, ni sur un site web, ni dans le cadre scolaire ou universitaire.

- J'accepte que mon enfant soit filmé en classe et en groupe***
- Je refuse que mon enfant soit filmé**

Date et signature du parent responsable :

* Autorisation à retourner, au plus tard, le _____

La loi du 6 janvier 1978 modifiée portant sur le droit à l'image, stipule que l'autorisation pour filmer une personne doit être expresse, et suffisamment précise quant à l'utilisation de cette image. Elle précise également que, dans le cas d'images prises dans les lieux publics, seule l'autorisation des personnes isolées et reconnaissables est nécessaire.

AUTORISATION POUR L'ENREGISTREMENT VIDEO DE SEQUENCES DE MATHÉMATIQUES EN CLASSE

Nom de l'élève.....

En collaboration avec Mme A et M. B, professeurs de mathématiques du collège X et en accord avec M. C., Principal du collège,
M. BOUILLON, étudiant rattaché à l'Université de Bordeaux 2, effectuera des observations filmées, portant sur des séquences de mathématiques, dans le cadre d'une recherche de 3^{ème} cycle (doctorat Sciences de l'Education).

Les données recueillies demeureront strictement confidentielles et ne serviront que pour analyse.

Elles ne feront l'objet d'aucune diffusion, ni sur un site web, ni dans le cadre scolaire ou universitaire.

- J'accepte que mon enfant soit filmé en classe et en groupe***
- Je refuse que mon enfant soit filmé**

Date et Signature du parent responsable :

* Autorisation à retourner, au plus tard, le _ _ _ _ _

La loi du 6 janvier 1978 modifiée portant sur le droit à l'image, stipule que l'autorisation pour filmer une personne doit être expresse, et suffisamment précise quant à l'utilisation de cette image.

Elle précise également que, dans le cas d'images prises dans les lieux publics, seule l'autorisation des personnes isolées et reconnaissables est nécessaire.

SECTION 2

2 Temps de présence et temps effectifs d'enseignement

2-1 Temps de présence des professeurs devant leurs élèves

Distribution du temps de présence des enseignants devant leurs élèves, en CM2 et en 6^{ème}

	Premier degré				Second degré			
	EE1	EE2	EE3	EE4	EC1	EC2	EC3	EC4
séance n°1	63' 30"	82' 24"	64' 44"	67' 22"	54'03"	55' 02"	57' 25"	50' 16"
séance n°2	58' 40"	65' 25"	63' 48"	68' 30"	57'15"	56' 23"	51' 43"	53' 20"
séance n°3	69' 29"	62' 46"	67' 04"	67' 10"	56'17"	55' 17"	54' 04"	53' 23"
séance n°4	50' 58"	65' 07"	96' 05"	69' 00"	53'31"	53' 05"	51' 18"	51' 43"
séance n°5				68' 37"	56'09"	56' 03"	56' 58"	49' 47"
séance n°6							52' 25"	52' 28"
séance n°7								51' 07"
Ecart-types	07' 50"	09' 04"	15' 30"	00' 49"	01'35"	01' 17"	02' 40"	01' 25"
Durée moyenne d'une séance	60' 39"	68' 56"	72' 55"	68' 08"	55'27"	55' 10"	53' 59"	51' 43"
Ecart-types moyens	09' 35"				02' 19"			
Durée moyenne d'une séance 1 ^{er} et 2 ^{ème} degrés	67' 41"				53' 52"			

Lecture – La 1^{ère} séance de EC1 a duré 54 minutes et 03 secondes. L'objet mathématique étudié a mobilisé 5 séances. La durée moyenne de ces séances est de 55 minutes et 27 secondes. La durée moyenne d'une séance observée dans le second degré est de l'ordre de 53 minutes 52 secondes.

2-2 Temps effectifs d'enseignement des mathématiques

Distribution du temps effectif d'enseignement des mathématiques, en CM2 et en 6^{ème}

	Premier degré				Second degré			
	EE1	EE2	EE3	EE4	EC1	EC2	EC3	EC4
séance n°1	59' 50"	77' 40"	63' 26"	66' 19"	44' 13"	46' 13"	55' 46"	30' 50"*
séance n°2	54' 58"	62' 16"	62' 05"	66' 12"	45' 45"	55' 42"	46' 55"	49' 10"
séance n°3	67' 29"	59' 43"	64' 37"	64' 40"	37' 17"	40' 19"	46' 38"	49' 18"
séance n°4	45' 25"	61' 27"	89' 09"	67' 49"	46' 58"	42' 23"	49' 43"	45' 42"
séance n°5				67' 03"	49' 21"	48' 37"	52' 12"	40' 35"
séance n°6							48' 09"	51' 36"
séance n°7								48' 33"
Ecart-type	09' 14"	08' 20"	12' 56"	01' 10"	04' 33"	06' 00"	03' 32"	07' 13"
Durée moyenne d'une séance	56' 56"	65' 17"	69' 49"	66' 25"	44' 43"	46' 39"	49' 54"	45' 06"
Ecart-types moyens	09' 08"				05' 39"			
Durée moyenne d'une séance 1 ^{er} et 2 ^{ème} degrés	64' 43"				46' 36"			

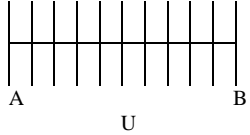
Lecture – Le temps effectif d'enseignement des mathématiques de la 1^{ère} séance de EC1 est de l'ordre de 44 minutes 13 secondes. 5 séances ont été mobilisées. La durée moyenne d'enseignement effectif des mathématiques, en ce qui la concerne, est de l'ordre de 44 minutes et 43 secondes. La durée moyenne d'une séance sur les 4 classes observées dans le second degré est de l'ordre de 46 minutes et 36 secondes.

* Nous avons tenu compte, malgré l'alarme incendie, du temps de la 1^{ère} séance de EC4, considérant que ce type d'interruptions de cours, même annoncé à l'avance, relevait de l'organisation générale des établissements secondaires et de la rigidité du temps institutionnel.

SECTION 3

3 Quels temps pour quelles activités ?

3-1 Distribution des activités et du temps qui leur est consacré, en CM2

EE1	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°1	Temps de présence : 63'30" Temps effectif : 59'50"				
	00'00"	04'55"	04'55"	<p>Exercice livre Mathelem. « On choisit comme unité u le segment [AB]</p>  <p>En combien de parties égales l'unité est-elle partagée ? Quelle fraction de l'unité représente chaque part ? Reporte sur le bord d'une feuille blanche le segment unité avec ses graduations et utilise-le pour trouver la mesure des segments suivants par rapport à l'unité. »</p>	
	04'55"	22'39"	17'44"	<p>Les élèves peuvent venir le voir s'ils ont un problème, travailler seul ou à deux... Ils doivent reproduire la bande unité du livre sur une feuille blanche que leur distribue EE1 Consigne supplémentaire pour les élèves qui pensent avoir trouvé les mesures des segments, ce qui va lui permettre de laisser du temps aux derniers tout en gardant en activité les premiers. P écrit au tableau : CD = ; EF = ; GH = ; Puis, A1B1 = 6/10 de u ; C1D1 = 19/10 de u ; E1F1 = 27/10 de u. Il vérifie les productions qui lui sont amenées ; dans le cas où c'est juste il renvoie aux activités suivantes. Dans le cas contraire il discute avec les élèves. EE1 vérifie en les manipulant les bandes construites.</p>	Recherche individuelle ou à deux
	22'39"	40'13"	17'34"	<p>P fait comparer les différentes mesures produites par les élèves. GH = 11/10 de u = 1u + 1/10 de u = 10/10 de u + 1/10 de u CD = 2 u + 8/10 u = 28/10 u = 10/10 u + 10/10 u + 8/10 u EF = 2 u + 1/10 u = 21/10 u = 10/10 u + 10/10 u + 1/10 u = 20/10 u + 1/10 u Correction de l'exercice supplémentaire pour les élèves en avance, où il fallait construire des segments à partir de leur mesure. EE1 explique qu'« on est d'accord » : il s'agit toujours de segments gradués en dixièmes [donc il faudra savoir utiliser les dixièmes d'unités pour construire les segments], mais qu'il s'agit de la « démarche inverse » : avant il fallait « mesurer » ; maintenant il faut « construire » par rapport à des « mesures » qui sont données. EE1 écrit au tableau : A1B1 < 1 u ; 1u < C1D1 < 2 u Une élève intervient et dit qu'à « un centième près... ». Elle arrête devant la mine déconfitée de EE1 Puis elle corrige et dit qu'« au dixième près, ça fait deux unités... parce que c'est dix-neuf dixièmes »... EE1 réfère cela à ce qu'il a dit précédemment : « Ha oui, l'autre jour, on a fait un truc comme ça... ». Pour l'encadrement de E1F1, EE1 écrit les diverses propositions des élèves les unes en dessous des autres au tableau.</p>	Phase collective correction
	40'13"	49'58"	09'45"	<p>Cahier de brouillon Construction des 3 segments A1B1 = 6/10 de u ; C1D1 = 19/10 de u ; E1F1 = 27/10 de u.</p>	Recherche individuelle
	49'58"	50'14"	00'16"	<p>Exercice n°4 p. 75 concernant la recherche de la fraction représentant la partie coloriée d'un carré-unité.</p>	Préparation de l'activité
	50'14"	51'12"	00'58"	<p>Les élèves lisent silencieusement la consigne.</p>	Recherche individuelle
	51'12"	59'50"	08'38"		Phase collective Explication de la consigne et correction

EE1	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°2	Temps de présence : 58'40'' Temps effectif : 54'58''				
	00'00''	05'44''	05'44''	EE1 prend prétexte de l'absence de plusieurs élèves lors de la séance précédente pour faire un « test » en demandant aux élèves présents hier de rappeler à leurs camarades absents ce qui avait été fait. Devant la difficulté du rappel,	Réorganisation Rappel début de séance
	05'44''	09'16''	03'32''	Problème : classement de fractions décimales. Retrouver l'ordre d'arrivée d'une course de 100m (temps chronométrés). EE1 lit le problème. « Des élèves participent à une course de 100m que tous effectuent en un temps compris entre 15 et 16 secondes. Roxane : 15s 3 / 10 ; Julien : 15s 25 / 100 ; Selim : 15 s et 2 dixièmes ; Laura : 15s et 8 centièmes. Qui a gagné ? »	Recherche en groupe Préparation de l'activité
	09'16''	18'43''	09'27''	Au bout de cinq minutes, EE1 précise que leur temps à tous est entre 15 et 16 secondes. Il trace au tableau un segment au bout de ses deux extrémités il écrit 15 et 16. « Je ne dis rien, mais juste une chose. Leur temps à tous est entre 15 et 16 secondes... Le problème que vous avez, c'est quoi ? Une élève : « C'est les dixièmes et les centièmes ! EE1 : C'est les dixièmes et les centièmes... et comme d'habitude, on ne peut pas mélanger des choses qui ne sont pas... ! Ha, débrouillez vous ! Réfléchissez un petit peu... ! Je vous revoie dans... ! ». C'est une façon de donner des indices : il va falloir transformer certaines fractions pour pouvoir les comparer.	Recherche par groupe de 2
	18'43''	29'08''	10'25''	Les élèves réfléchissent sur les rapports entre dixièmes et centièmes. Ils arrivent très vite à $10/10 = 100/100 = 1$, puis à $1/10 = 10/100$ que EE1 validera à l'aide d'un graphique. Après toutes les explications données, EE1 demande qu'en « deux minutes » tous les élèves finissent le classement des temps « du plus rapide au plus lent ».	Retour sur une connaissance utile à la résolution du problème
	29'08''	34'14''	05'06''		Recherche par groupe de 2
	34'14''	43'22''	09'08''	EE1 écrit les résultats au tableau, puis les remet dans l'ordre à la demande d'un élève : - Roxanne : 15s 30/100 ; - Julien : 15s 25/100 - Selim : 15s 20/100 - Laura : 15s 8/100	Phase collective correction
	43'22''	44'50''	01'28''	EE1 donne 4 nouveaux temps et demande aux élèves, une nouvelle fois, de les classer.	Préparation de l'activité
	44'50''	48'50''	04'00''	L'exercice est plus simple que le précédent puisqu'il n'y a pas deux écritures différentes de fractions (écritures littérale / fractionnaire).	Recherche individuelle
	48'50''	54'48''	05'58''	La solution retenue est de tout mettre en centièmes. EE1 met au frigo la solution proposée par une élève consistant à tout mettre en dixièmes, même avec des nombres à virgule au dénominateur. « [Delphine : Ben... Tout mettre en dixièmes !]... Tout mettre en dixièmes ! Sachant qu'il y a ça, où il va falloir qu'on se batte pour se mettre d'accord [EE1 montre les résultats qu'il avait mis au frigo sur le panneau arrière du tableau] [...] Sur le principe, Delphine, je respecte parfaitement ce que tu as envie de... Je pense que ce que tu veux dire n'est pas idiot. Mais, pour le moment, la virgule on ne l'a jamais utilisée ! Tu nous utilises une virgule, je ne sais même pas !... L'année dernière, vous l'avez fait avec Madame C. [les nombres avec des virgules] ? [Un élève : Oui !]... Si ! Vous avez dû travailler un tout petit peu là-dessus !... [Même élève : Un tout petit peu !]... Un tout petit peu... C'est pourquoi je me méfie des choses quand ce n'est pas sûr... »	Phase collective correction
	54'48''	54'58	00'10''		Réorganisation

EE1	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°3	Temps de présence : 69'29'' Temps effectif : 67'29''				
	00'00''	02'03''	02'03''	Mathelem : exercice 6 p. 75 : « Encadre les fractions par deux entiers successifs. 26/10 94/10 87/100 157/10 92/10 »	Présentation de l'exercice
	02'03''	08'13''	06'10''		Recherche individuelle
	08'13''	30'14''	22'01''	Pour répondre les élèves proposent plusieurs techniques : Juliette explique que « déjà, on peut faire vingt dixièmes plus six dixièmes ; EE1 écrit $26/10 = 20/10 + 6/10$... Des élèves disent qu'elle « décompose ». Dans les réponses suivantes certains élèves commencent par encadrer les fractions avec d'autres fractions décimales : $94/10 > 93/10$; $80/100 < 87/100 < 90/100$. Une élève intervient et dit qu'elle convertit tout en centièmes puis elle « trace la bande dans la tête ! » EE1 ne reprend que cette partie de son intervention. Une autre élève explique qu'elle « regarde si c'est supérieur à l'unité » ; et après si c'est supérieur à un elle regarde « les dizaines et je sais qu'il y en a quinze... Donc, c'est entre quinze et seize ». P reprend cette intervention.] $157/10$ c'est $157 : 10$; ce qui revient à chercher le nombre de dizaines contenu dans 157 EE1 dit et écrit au tableau : « Si ce sont des dixièmes, elle recherche le nombre de dizaines au numérateur ». Puis il poursuit le raisonnement et écrit $157/10 = 150/10 + 7/10$ $15 < 157/10 < 16$. EE1 identifie ainsi 2 méthodes. 1 ^{ère} méthode : décomposition $87/100 = 8 + 7/100$; $8 < 87/100 < 9$; 2 ^{ème} méthode : division d'un nombre entier par 10 : on cherche le nombre de dizaines ou de centaines contenus dans le numérateur.] Axel explique à son tour sa méthode avec une fraction que donne EE1 ($2710/100$) : on enlève autant de chiffres au numérateur qu'il y a de zéros au dénominateur et cela donne la partie entière. EE1 la reconnaît comme une troisième méthode, mais similaire aux deux autres.	Phase collective correction
	30'14''	30'59''	00'45''	Recherche sur ardoise : préparation du matériel.	Préparation de l'activité
	30'59''	33'41''	02'42''	Avant que la recherche sur ardoise ne commence, Axel explique à son tour une troisième méthode avec une fraction que donne EE1 ($2710/100$) : on enlève autant de chiffres au numérateur qu'il y a de zéros au dénominateur et cela donne la partie entière. EE1 la reconnaît comme une troisième méthode, mais similaire aux deux autres, c'est à dire qu'on cherche le nombre de centaines dans tous les cas.	Phase collective correction
	33'41''	34'13''	00'32''	69/10	Recherche individuelle
	34'13''	34'50''	00'37''	$6 < 69/10 < 7$	Phase collective correction
	34'50''	35'35''	00'45''	$2731/10$	Recherche individuelle
	35'35''	39'53''	04'18''	3 réponses vraies ou fausses sont écrites au tableau $\begin{array}{l} \text{---} 2 < 2731/10 < 3 \\ - 273 < 2731/10 < 274 \\ \text{---} 27 < 2731/10 < 28 \end{array}$ EE1 demande d'imaginer les erreurs qui ont été faites (bonne technique pour donner des idées aux élèves qui se sont trompés, sans les désigner). Les mauvaises réponses sont effacées.	Phase collective correction

EE1	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°3 (suite)	Temps de présence : 69'29'' Temps effectif : 67'29''				
	39'53''	41'13''	01'20''	18 430/100	Recherche individuelle
	41'13''	41'43''	00'30''	$184 < 18\,430/100 < 185$	Phase collective correction
	41'43''	42'29''	00'46''	54/100	Recherche individuelle
	42'29''	43'15''	00'46''	$5 < 54/100 < 6$	Phase collective correction
	43'15''	44'07''	00'52''	10 054/1 000	Recherche individuelle
	44'07''	52'13''	08'06''	<p>Normalement cette technique devrait maintenant être bien maîtrisée mais l'encadrement de la fraction suivante va poser des problèmes : il y a « des rebelles qui ne sont pas d'accord ! » dit-il. En outre, EE1 interroge un élève qu'il n'interroge que rarement sur des questions difficiles (Vincent dont il a constaté les difficultés dans les deux exercices précédents) ; <i>c'est l'occasion d'effectuer un certain nombre de rappels de connaissances en cours, plus ou moins installées, mais pas toujours institutionnalisées</i> millième signifie partager en mille ; on enlève trois chiffres au numérateur puisqu'il y a 3 zéros au dénominateur ; $1 = 1000/1000$; $6 = 6\,000/1000$; $15 = 15\,000/1000$; $23 = 23\,000/1000$; $18 = 18\,000/1000$; $28 = 2800/100$; $4 = 400/100$; $110 = 11\,000/100$.</p> <p>$10 < 10\,054/1\,000 < 11$</p> <p>Mise au frigo : Une élève demande comment on fait quand on a par exemple 26/14... Une élève déclare alors « On ne fait pas avec les zéros, vu qu'il n'y a plus de zéros ! ». Dans un premier temps, EE1 déclare que « c'est autre chose » ; que les élèves savent faire aussi mais que ça ne vaut pas le coup de se perdre une nouvelle fois. Il rapporte la question à quelque chose de plus simple et de plus connu : chercher à encadrer $3/2$ entre deux entiers successifs.</p>	Phase collective correction
	52'13''	58'03''	05'50''	<p>Exercice sur le cahier du jour. EE1 copie un exercice au tableau et les enfants le recopient sur une feuille distribuée. Il s'agit de trouver, pour cinq fractions exprimées en dixièmes et en centièmes, leurs parties entière et fractionnaire. A la suite d'une question posée par un élève sur la notion de partie entière à partir de l'exemple qu'il donne : dans $94/10$, la partie entière, c'est $90/10$, EE1 reprend cet exemple et le copie au tableau avant d'écrire les fractions sur lesquelles il faut travailler.</p> <p>Lundi 12 février 2007 Les fractions décimales</p> <p>Pour chaque fraction recherche la partie entière et la partie fractionnaire</p> <p>Ex. $9 < 94/10 < 10$ $94/10 = 9 + 4/10$ ($90/10 + 4/10$)</p> <p>$73/10$, $238/10$, $842/100$, $2\,030/100$, $8\,650/100$</p>	Recherche individuelle Préparation de l'activité
	58'03''	67'29''	09'26''	EE1 passe dans les rangs et vérifie les productions. Une idée lui vient pour aider Vincent : il lui donne une bande de papier millimétrée sur laquelle sont tracées 4 droites numériques divisées respectivement en unités, dixièmes, centièmes et millièmes. Il regarde ce qu'il fait. Puis il lui demande de l'appeler quand il en est aux centièmes. Il reste un long moment avec lui. La cloche a déjà retenti depuis plusieurs minutes. EE1 demandera à ceux qui ont terminé de sortir. De nombreux élèves resteront encore plusieurs minutes dans la classe.	Recherche individuelle cahier du jour

EE1	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°4	Temps de présence : 50'58" Temps effectif : 45'25"				
	00'00''	02'40''	02'40''	Rappel général. EE1 va commencer par rappeler ce qui a été fait. <i>En interrogeant des élèves qu'il sait efficaces et en les aidant à l'aide de signes des mains</i> , il obtient le rappel sur la « partie entière » et la « partie décimale ».	Réorganisation
	02'40''	04'30''	01'50''	Décomposition de fractions décimales en partie entière et partie fractionnaire. EE1 propose successivement plusieurs fractions décimales qu'il faut décomposer en partie entière et partie fractionnaire. Les élèves auront le droit « d'employer » le « moyen » qu'ils veulent. Puis il écrit ce qu'il désire comme présentation : $56/10 = - - + - - / - -$ (il ne faut pas encadrer la fraction).	Préparation de l'activité ardoise
	04'30''	05'00''	00'30''	$56/10$	Recherche individuelle
	05'00''	05'59''	00'59''	$56/10 = 5 + 6/10$. Explications des élèves : $50/10 = 5$ unités et $56/10 = 50/10 + 6/10$	Phase correction
	05'59''	06'42''	00'43''	$176/10$	Recherche individuelle
	06'42''	07'50''	01'08''	$176/10 = 170/10 + 6/10 = 17 + 6/10$	Phase collective correction
	07'50''	08'42''	00'52''	$8\ 840/100$	Recherche individuelle
	08'42''	12'14''	03'32''	Puis il écrit le résultat $8\ 840/100 = 88 + 40/100$ et va utiliser la réponse fautive d'un élève pour approfondir les connaissances sur les parties entières et fractionnaires en millièmes et en centièmes.	Phase collective correction
	12'14''	12'49''	00'35''	$7\ 639/1\ 000$	Recherche individuelle
	12'49''	13'49''	01'00''	$7\ 639/1\ 000$	Phase correction
	13'49''	15'00''	01'11''	$297\ 300/1\ 000$; EE1 précise que l'on a droit à plusieurs réponses.	Recherche individuelle
	15'00''	22'31''	07'31''	EE1 demande à la rangée d'élèves côté fenêtre de lever les ardoises pour que l'on puisse observer leurs résultats. Tous les élèves ont écrit la même chose : $297 + 300/1\ 000$. Dans la deuxième rangée, un élève a écrit un nombre à virgule mais EE1 lui explique que « ça ne l'intéresse pas » ; il s'agit d'une mise au frigo. Un élève utilise une autre écriture que certains élèves contestent et que d'autres approuvent : $290 + 7\ 300/1\ 000$. EE1 confirme et valide cette écriture que non seulement il écrit au tableau, mais qu'il justifie également. Dans un premier temps il demande à cet élève d'expliquer ce qu'il a fait avant d'intervenir à son tour. EE1 demande aux élèves « une intense concentration » car il veut plusieurs réponses sur la dernière fraction mais il n'en a eu qu'une. Il fait poser les veledas et demande ce qu'il aurait pu avoir comme autres réponses. Dans un premier temps, il n'obtient que des décompositions de la partie entière : $200 + 90 + 7 + 300/1\ 000$. Puis il donne, comme indice, que ce qu'il désire comme réponse se trouve dans la partie fractionnaire : il cherche à obtenir plusieurs écritures équivalentes à $300/1000$ ($30/100$; $3/10$), ce qui lui permettrait d'embrancher sur l'activité suivante basée sur des droites numériques exprimées en unités, dixièmes et centièmes.	Phase collective correction
	22'31''	32'21''	09'50''	Les élèves sont amenés à compléter des égalités entre les dixièmes, centièmes et millièmes, du type : $3/10 = 30/100 = 300/1000$. Puis il propose le jeu du Nombre cible. Les élèves doivent trouver une fraction en centièmes comprise entre 0 et 10. ils ont le droit d'utiliser la grande bande numérique, aussi bien que les différentes droites graduées.	Phase collective Préparation de l'activité jeu

EE1	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°4 (suite)	Temps de présence : 50'58" Temps effectif : 45'25"				
	32'21"	45'25"	13'04"	<p>Après deux questions (« Est-ce que c'est plus grand que $5/10$? » ; « Est-ce que c'est plus petit que $9/10$? ») auxquelles il a répondu par l'affirmative, il dessine en dessous de sa bande numérique un trait à l'extrémité duquel il place ces deux fractions, en incitant les élèves à en faire autant car il remarque qu'ils n'utilisent pas leur ardoise ; qu'ils ne marquent rien : EE1 souhaite qu'ils utilisent la bande numérique pour réaliser les encadrements successifs (économie cognitive), mais c'est un nouveau jeu et les élèves sont tout à sa découverte et n'ont pas encore développé de stratégie.</p> <ul style="list-style-type: none"> - $< 75/100$? Oui [EE1 barre $81/100$ et place 75/100] - $< 73/100$? Non [P barre $70/100$ et place 73/100] - $74/100$ réponse juste <p>Variante : si on propose un nombre mais que ce n'est pas cohérent avec les réponses précédemment données, on est éliminé. Les questions fusent (7 questions)... Mathias fait alors une réflexion : « On est entre cinquante centièmes et $70/100$! ». EE1 le félicite car il vu qu'il a pris des notes sur son ardoise et s'empresse d'en faire autant au tableau. Au bout d'un moment les élèves bloquent, car $69/100 < x < 70/100$: il faut passer aux millièmes !</p>	Phase collective jeu

EE2	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°1	Temps de présence : 82'24'' Temps effectif d'enseignement : 77'40''			Explication de l'enregistrement aux élèves de CE2 d'une collègue absente ; mise en place d'activités pour les CE2 : dessin ; lecture ; exercices (collègue absent)	
PROBLEMES NECESSITANT LA DIVISION AVEC OU SANS RESTE PARTAGE ET CORRECTION	00'00''	03'13''	03'13''	Après une courte présentation, EE2 ouvre le tableau sur lequel sont écrits quatre problèmes numérotés : <i>Si on partage équitablement 126 images entre 3 enfants, quelle est la part de chacun ? Mon calcul :</i> <i>Si on partage équitablement 155 billes entre 7 enfants, quelle est la part de chacun ? Mon calcul :</i> <i>Si on partage équitablement 69 euros entre 4 enfants, quelle est la part de chacun ? Mon calcul :</i> <i>Si on partage équitablement 7 mètres de réglisse entre 2 enfants, quelle est la part de chacun ? Mon calcul :</i> 3 des 4 problèmes sont donc conçus pour avoir des restes ; ces derniers peuvent être encore divisés ou non. S'il faut poser l'opération on le fait sur le cahier de brouillon. Puis elle fait partager l'ardoise en 4 parties pour les 4 calculs. Les élèves doivent poser les opérations sur le cahier de brouillon. La vérification se fera ultérieurement à la calculette.	Présentation de l'activité (situations problèmes nécessitant une division) Explication des consignes
	03'13''	12'50''	09'37''	EE2 passe dans les rangs.	Recherche individuelle
	12'50''	27'56''	15'06''	Les élèves se succèdent les uns après les autres au tableau pour chacun des problèmes. Il en ressort qu'il y a des divisions avec reste et des divisions avec un reste partagé.	Phase collective correction
REFAIRE LES OPERATIONS AVEC UNE CALCULETTE	27'56''	32'23''	04'27''	EE2 donne à chaque élève une calculette. La consigne est de refaire les mêmes opérations à la. Au départ les élèves trouvent la même chose (1 ^{er} problème) ; mais les choses se compliquent rapidement dès le second problème ($22 + 1/7$). Deux élèves s'exclament alors et se déplacent pour voir si leurs camarades trouvent pareil (« Moi, elle me dit : Un quatre deux huit cinq, sept... » ; « Hou la... !!! Maîtresse, qu'est-ce que ça fait ?!!! »	Recherche individuelle
	32'23''	40'39''	08'16''	Comme le résultat de la calculette est différent de celui trouvé par les élèves, une élève dit que les deux résultats sont justes, ce qui est contredit par EE2 : « Nous, nous trouvons <i>vingt-deux cartes</i> par enfant et la calculette nous dit : On peut en donner <i>vingt-deux et cent quarante-deux ...huit cent cinquante-sept cent millièmes...</i> Qu'est-ce qui a raison : il y en a un des deux qui a tort, hein !... C'est la calculette ou nous, hein !... Certains élèves ont des difficultés à admettre que la calculette a tort. EE2 explique alors que la calculette, ne sait pas que c'est des billes ; donc elle continue à partager...	Phase collective correction
	40'39''	42'12''	01'33''	Les nombres décimaux sont des nombres à virgule ; que derrière la virgule on a une partie d'unité, une fraction décimale ; 1 chiffre après la virgule on a les dixièmes. Il y a des restes non partagés où on n'utilise pas la calculette.	Réorganisation
	42'12''	48'48''	06'36''	Cahiers d'exercices, page 15. Travail sur les équivalences d'écriture entre une division, une écriture fractionnaire, les calculs et l'affichage de la calculette.	Phase collective correction
	48'48''	53'36''	04'48''	Les élèves cherchent le résultat de la division $52/4$ et des divisions suivantes.	Recherche individuelle
	53'36''	68'08''	14'32''	Correction d'exercices ($7/10$; $1/2$; $320/10$; $870/100$) qui vont permettre d'introduire la notion de nombre entier, de nombre décimal, de partie entière et de partie décimale, tout en expliquant le fonctionnement de la calculette : elle s'arrête dès qu'elle peut, elle ne note pas les zéros inutiles, etc.	Phase collective correction

EE2	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°1 (suite)	Temps de présence : 82'24'' Temps effectif d'enseignement : 77'40''				
	68'08''	76'26''	08'18''	<p>Comparaisons écritures fractionnaires / décimales</p> <ul style="list-style-type: none"> - Que remarque-t-on ? <p>1^{ère} question : « Dans quel cas la calculette n'affiche-t-elle pas de point ou de virgule ? ». quand le nombre est entier car il n'a pas de reste.</p> <p>2^{ème} question : « Que représente le chiffre qui, parfois, apparaît à droite du point ? ».</p> <p>3^{ème} question : « Dans quel cas la calculette affiche un nombre qui commence par zéro ? » les élèves répondent aux questions du livre sur leur cahier d'exercices.</p> <p>Réponse n°1 : Quand il n'y a pas de reste dans la division il n'y a pas de virgule.</p> <p>Réponse n°2 : La partie du nombre avant la virgule s'appelle la partie entière ; après, c'est la partie décimale, parce que ce sont des dixièmes, des fractions : 8,5 correspond à $8 + \frac{5}{10}$; rapprochement avec l'écriture $8 + \frac{1}{2}$ ($\frac{5}{10}$)</p> <p>Réponse n°3 : Quand le numérateur de la fraction est plus petit que le dénominateur, le nombre commence par un zéro</p>	Réorganisation
	76'26''	77'40''	01'14''	<p>Rappel de fin de séance</p> <ul style="list-style-type: none"> - on a vu des nombres à virgule avec un chiffre derrière la virgule - les nombres décimaux remplacent les fractions - les nombres décimaux sont constitués d'une partie entière et d'une partie décimale - dans la partie décimale, on a mis un chiffre qui correspond aux fractions en dixièmes - la prochaine fois on verra les nombres décimaux avec deux et trois chiffres après la virgule qui correspondent aux centièmes et aux millièmes 	Réorganisation

EE2	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°2	Temps de présence : 65'25'' Temps effectif : 62'16''				
	00'00''	09'28''	09'28''	EE2 va co-construire progressivement un texte avec les élèves qu'elle écrit au fur et à mesure des réponses à ses questions sur une feuille blanche. Les nombres décimaux $18 \quad , \quad 5$ $\square \quad \square$ partie entière partie décimale - Résultat de la $./$ fraction - Ecriture d'une fraction	Longue phase de rappels
RECHERCHE SUR ARDOISE	09'28''	10'48''	01'20''	Dictée de nombres décimaux sur ardoise et équivalences avec des fractions décimales. Distribution de feutres et d'ardoises. EE2 consulte une feuille d'exercice. Puis elle dicte plusieurs nombres décimaux.	Préparation de l'activité Phase coll.
	10'48''	11'23''	00'35''	« deux virgule trois dixièmes » ; une fois que les élèves l'ont écrit elle leur demande le même nombre en fractions.	Recherche
	11'23''	11'35''	00'12''	EE2 écrit la réponse, en même temps qu'elle la prononce : $2,3 = 2 + 3/10$ (correspondance reste fractionné / partie décimale du nombre décimal)	Correction
	11'35''	12'10''	00'35''	« quatorze et huit dixièmes ». elle demande à un élève de l'écrire en fractions.	Recherche
	12'10''	12'46''	00'36''	Elle écrit au tableau la réponse et explique à l'élève son erreur	Correction
	12'46''	13'23''	00'37''	« cent vingt-quatre virgule six dixièmes »	Recherche
	13'23''	14'13''	00'50''	EE2 tend une ardoise et demande « quel est le problème ».	Correction
	14'13''	15'18''	01'05''	« deux mille soixante-cinq, virgule cinq dixièmes » ; EE2 ne fait pas de correction collective	Recherche
	15'18''	15'43''	00'25''	« quatre-vingt-trois dixièmes » EE2 prévient que « ça va être compliqué » ; elle demande à ce qu'on l'écrive en nombre décimal.	Recherche
	15'43''	20'43''	05'00''	Plusieurs élèves passent au tableau. la difficulté vient du fait que cette fois le nombre est exprimé totalement sous la forme d'une fraction décimale sans passer par la décomposition nombre entier / partie décimale.	Correction
	20'43''	21'36''	00'53''	« quarante-six dixièmes » ; EE2 corrige de plus en plus souvent individuellement avant la correction collective (routinisation des pratiques).	Recherche
	21'36''	21'59''	00'23''	Une élève vient au tableau montrer ses résultats.	Correction
	21'59''	22'45''	00'46''	« soixante-neuf dixièmes »	Recherche
	22'45''	22'52''	00'07''		Correction
	22'52''	23'27''	0'35''	« cent-vingt-trois dixièmes »	Recherche
	23'27''	26'44''	03'17''	EE2 demande comment on peut arriver à 12,3. quand on entend « dixièmes », on a un chiffre après la virgule.	Correction
	26'44''	27'07''	00'23''		Recherche
	27'07''	29'01''	01'54''		Correction
	29'01''	30'07''	01'06''	« un demi » ; $\frac{1}{2}$	Recherche
	30'07''	30'59''	00'52''		Correction
30'59''	32'23''	01'24''	Quand on entend dixièmes dans une fraction, le nombre décimal correspondant a 1 chiffre après la virgule. Après les dixièmes, on trouve les centièmes et les millièmes.	Réorganisation	
32'23''	33'42''	01'19''	« deux et trente-six centièmes »	Recherche	
33'42''	34'17''	00'35''		Correction	


EE2	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°2 (suite)	Temps de présence : 65'25'' Temps effectif : 62'16''				
	34'17''	40'11''	05'54''	Exercices sur le cahier de mathématiques. Le groupe de garçons brillants travaille en autonomie pendant que EE2 poursuit avec les élèves qui ont besoin d'aide. Travail silencieux. Les élèves doivent copier la date, le titre de la leçon puis passer aux exercices notés au tableau. EE2 déplace la feuille blanche à droite et efface toute la partie gauche du tableau (panneau central + panneau gauche). Elle écrit : Jeudi 29 janvier Les nombres décimaux : les centièmes + n° 5, 7, 8, 9, 11 Les garçons brillants travaillent seuls sur ces exercices et passent à des ateliers quand ils ont terminé. EE2 continue les activités sur ardoise avec les autres élèves en expliquant qu'on va passer des fractions en centièmes au nombre décimal. Cette fois les élèves n'utilisent plus l'ardoise pour écrire leurs résultats. Il s'agit d'une solennisation de l'activité, liée à un passage à l'écrit destiné à rester.	Distribution du travail Organisation du travail en autonomie pour les élèves les plus brillants
RECHERCHE SUR ARDOISE	40'11''	41'11''	01'00''	EE2 écrit 176/100 et demande d'écrire le nombre décimal qui correspond.	Phase recherche
	41'11''	44'05''	02'54''	Une fois la correction terminée, EE2 demande aux élèves d'écrire toute la ligne : $176/100 = 176 : 100 = 1 + 76/100 = 1,76$.	Phase coll. correction
	44'05''	45'23''	01'18''	4300/100	Phase recherche
	45'23''	49'52''	04'29''		Phase coll. correction
	49'52''	51'45''	01'53''	6708/100	Phase recherche
	51'45''	53'07''	01'22''		Phase coll. correction
	53'07''	53'45''	00'38''	72/100	Phase recherche
	53'45''	55'02''	01'17''		Phase coll. correction
	55'02''	56'21''	01'19''	3/4	Phase recherche
	56'21''	58'12''	01'51''	$3/4 = 75/100 = 0,75$	Phase coll. correction
	58'12''	59'49''	01'37''	8/100	Phase recherche
	59'49''	61'39''	01'50''		Phase coll. correction
	61'39''	62'16''	00'37''	EE2 demande ce que l'on remarque quand on a un nombre en centièmes ; il s'agit d'une récapitulation qui n'a pas besoin d'être explicitement rattachée au passé puisque la correction des exercices vient juste d'être terminée. <ul style="list-style-type: none"> Un nombre décimal en centièmes a deux chiffres après la virgule. 	Réorganisation

EE2	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°3	Temps de présence : 62'46'' Temps effectif : 59'43''				
	00'00''	01'28''	01'28''	<p>Les nombres décimaux</p> <p>18,5</p> <p>partie entière , partie décimale</p> <p>virgule</p> <p>nombre décimal : -</p> <ul style="list-style-type: none"> - écriture d'une fraction décimale - résultat d'une fraction décimale <p>$25 : 4 = 6 + 1/4 = 6 + 25/100 = \underline{6}, \underline{25}$</p> <p>partie entière / partie décimale</p> <p>18,5 se lit « dix-huit virgule cinq dixièmes »</p> <p>chiffre des dixièmes</p> <p>6,25 se lit « six virgule vingt-cinq centièmes »</p> <ul style="list-style-type: none"> • chiffre des centièmes 	Réorganisation à partir de l'affiche co-construite la séance précédente
	01'28''	01'53''	00'25''	EE2 dicte successivement les nombres suivants en utilisant la dénomination avec ou sans la virgule : 3,4 – 0,12 – 13,07 – 0,09 – 0,5 – 24,28 – 0,39 – 0,04. Consigne : il faut écrire <i>uniquement</i> en nombre décimal : les élèves peuvent s'aider des fractions s'ils ont du mal à l'écrire. A chaque fois, EE2 regarde les productions des élèves et commente par des appréciations ; au fur et à mesure qu'elle donne des nombres, elle va de plus en plus loin dans sa classe. Elle écrit les nombres au fur et à mesure et utilise les productions des élèves qui sont erronées pour maintenir l'attention et effectuer des rappels sur l'écriture décimale.	Explication de la consigne
DICTEE DE NOMBRES DECIMAUX	01'53''	2'07''	00'14''		recherche
	2'07''	2'17''	00'10''		correction
	2'17''	2'35''	00'18''		recherche
	2'35''	03'03''	00'28''		correction
	03'03''	03'24''	00'21''		recherche
	03'24''	04'38''	01'14''		correction
	04'38''	05'06''	00'28''		recherche
	05'06''	05'22''	00'16''		correction
	05'22''	05'36''	00'14''		recherche
	05'36''	05'41''	00'05''		correction
	05'41''	06'12''	00'31''		recherche
	06'12''	06'20''	00'08''		correction
	06'20''	07'09''	00'49''	EE2 a recours à une remédiation individuelle au tableau, qui laisse le temps aux autres élèves de terminer leurs exercices.	recherche
	07'09''	07'13''	00'04''		correction
	07'13''	07'29''	00'16''		recherche
	07'29''	07'46''	00'17''		correction
07'46''	08'01''	00'15''	EE2 demande de ranger ces nombres par écrit (ardoise / cahier de brouillon) dans l'ordre croissant « C'est à dire je monte... Du plus petit au plus grand... ».	Explication consigne	
08'01''	13'20''	05'19''		recherche	
13'20''	19'24''	06'04''	EE2 dégage une règle pour ranger les nombres décimaux : on regarde en premier la partie entière, puis les dixièmes, puis les centièmes et on ne classe pas en fonction du nombre de chiffres derrière la virgule.	Phase coll. correction + dégageement d'une règle	

EE2	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°3 (suite)	Temps de présence : 62'46'' Temps effectif : 59'43''				
CLASSEMENT DE NOUVEAUX NOMBRES DECIMAUX	19'24''	20'19''	00'55''	Une liste de 5 nombres décimaux est écrite au tableau afin de renforcer la nouvelle connaissance « classement par ordre croissant de nombres décimaux » : 11,08 ; 11,2 ; 11,45 ; 12 ; 11,99.	Explication consigne
	20'19''	22'39''	02'20''	Pendant que les élèves écrivent leurs réponses sur l'ardoise, EE2 va voir successivement Léa et Charlotte, c'est à dire deux élèves en difficulté par rapport à ces nouvelles notions. Elle rappelle l'algorithme régissant le classement des nombres décimaux. Puis elle effectue un tour plus rapide auprès d'autres élèves pour se faire une idée des réponses et donc de la compréhension globale de l'activité.	Phase recherche
	22'39''	25'38''	02'59''		correction
	25'38''	26'07''	00'29''	Nouvelle activité : EE2 demande de trouver un nombre compris entre deux nombres décimaux : $12,6 < _ _ _ < 12,9$.	Nouvelle consigne
	26'07''	26'45''	00'38''	Travail sur ardoise.	recherche
	26'45''	29'04''	02'19''	EE2 prend les différentes réponses de plusieurs élèves. Certains d'entre eux ont trouvé des nombres avec des centièmes : Jeanne 12,8 ; Benjamin : 12,7 ; Louis : 12,75 ; Alexis 12,73 ; Thomas : 12,69 ; Siriane : 12,88. Discussion entre les élèves. EE2 n'a certainement pas pris au hasard ces différents élèves pour obtenir des réponses différentes. Puis elle demande s'il y en a d'autres et explique qu'on peut mettre tous les nombres compris entre 12,60 et 12,90.	correction
	29'04''	30'12''	01'08''	Nouvelle recherche d'un nombre encadré $0,7 < _ _ _ < 0,8$	recherche
	30'12''	32'56''	02'44''		correction
	32'56''	38'35''	05'39''	EE2 fait distribuer les cahiers et organise le travail. Correction de l'exercice 5 fait hier et repris sauf pour 2 élèves (Thomas ; Florent) ; EE2 écrit sur le panneau de droite : Jeudi 1 ^{er} février Ordre sur les nombres décimaux p. 81 n° 7, 9, 10 p. 82 F Tout le monde doit faire les exercices de la page 81. Pour le numéro 7 écrire le nombre en lettres. Nelson, Benjamin, Nicolas, Lucas et François ont à faire le numéro 5 : EE2 les réunit pour constituer un groupe. Elle va travailler avec eux pendant 5 minutes pendant que des élèves maîtres vont aider les élèves qui font les exercices p. 81 et 82.	Organisation du travail personnel explications des exercices EE2 s'occupe d'un groupe en difficulté.
	38'35''	39'39''	01'04''	Les 5 élèves travaillant avec EE2 calculent $31/4$. Vérification avec la machine à calculer pour vérifier leurs réponses.	Recherche personnelle
	39'39''	48'22''	08'43''	EE2 écrit les réponses au tableau : $0,75 / 7,3 / 28,3 / 12,50 / 12,3$; elle écrit l'égalité $31/4 = 7 + 3/4 = 7 + 75/100 = 7,75$. Puis elle fait recopier cette ligne de correction. Et elle poursuit la correction avec les autres exercices. Calcul de $9/2 : 8/2 + 1/2 = 4 + 5/10 = 4,5$ $1/4$: on n'a pas besoin de la machine car c'est $25/100$ $1/4 = 0,25$ $10/4 = 2 + 2/4 = 2 + 5/10 = 2,5$	Phase coll. correction avec le petit groupe
	48'22''	59'43''	11'21''	EE2 demande aux cinq élèves de poursuivre la correction sans elle. Tout le monde est désormais en situation de travail personnel.	Recherche personnelle

EE2	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°4	Temps de présence : 65'07'' . Temps effectif : 61'27''				
	EE2 demande à des élèves de donner un nombre décimal chacun leur tour et est exigeante sur la lecture. C'est également l'occasion de rappeler l'ordre des chiffres dans un nombre décimal avec « seize virgule deux dixièmes » où un élève écrit 16,02 ; nouvelle intervention pour l'écriture de 3 centièmes où un élève se trompe et écrit 0,3. Une nouvelle difficulté arrive avec les millièmes : « cent vingt-quatre virgule quatre-vingts millièmes » ; c'est l'occasion pour EE2 de rappeler que le troisième chiffre après la virgule est le chiffre des millièmes et de faire la différence entre 8 millièmes et 80 millièmes dans les écritures 124,008 et 124,080. <i>Ce sont les élèves faibles qui sont systématiquement repris sur leurs erreurs et qui passent au tableau.</i>				
DICTÉE DE NOMBRES DECIMAUX	00'00''	00'26''	00'26''	Choix et discussion sur la dénomination du nombre décimal	Préparation de l'activité
	00'26''	00'39''	00'13''		Recherche
	00'39''	00'47''	00'08''		correction
	00'47''	01'05'	00'18''		Recherche
	01'05'	02'02''	00'57''		correction
	02'02''	02'16''	00'14''		Recherche
	02'16''	02'26''	00'10''		correction
	02'26''	02'40''	00'14''		Recherche
	02'40''	02'47''	00'07''		correction
	02'47''	03'12''	00'25''		Recherche
	03'12''	03'28''	00'16''		correction
	03'28''	03'47''	00'19''		Recherche
	03'47''	04'03''	00'16''		correction
04'03''	04'48''	00'45''	-	Recherche	
04'48''	06'26''	01'38''		correction	
Jeu du « nombre cible ». EE2 fait prendre aux élèves une feuille toute blanche, recto verso. C'est un jeu qui a déjà été mobilisé. Un élève écrit un nombre cible qui peut aller jusqu'aux centièmes. Le nombre est compris entre zéro et cent.					
LE NOMBRE CIBLE	06'26''	20'09''	13'43''	EE2 choisit l'élève qui ira au tableau. EE2 précise qu'on s'arrête aux centièmes. EE2 fait représenter une droite de 10 carreaux qui représente la droite de 0 à 100. Elle trace cette droite au tableau qui représente la suite des nombres de 0 à 100. EE2 modifie les règles du jeu : Ce sont les élèves – et non plus EE2 – qui devront éliminer les nombres en s'aidant des questions et des réponses. C'est l'élève interrogé par ses camarades – et non plus EE2 – qui écrit ses réponses sous forme mathématique.	Phase de recherche collective
	20'09''	23'36''	03'27''		Recherche
	23'36''	25'58''	02'22''	EE2 confirme l'intervalle et l'agrandit. Elle demande aux élèves les différents nombres du nouvel intervalle agrandi [79,3 ; 79,4].	correction
	25'58''	28'39''	02'41''		Recherche
	28'39''	29'22''	00'43''	EE2 confirme l'intervalle et l'agrandit. Elle demande aux élèves le nombre cible du nouvel intervalle identifié [79,34 ; 79,36].	correction
	29'22''	29'46''	00'24''	Les élèves cherchent le nombre cible et l'écrivent : 79,35.	Recherche
29'46''	30'46''	01'00''		correction	
CLASSEMENT DE NOMBRES DECIMAUX PLACEMENT SUR LA DROITE DES FRACTIONS	30'46''	45'15''	14'29''	Les élèves sont 2 par 2 ; EE2 referme les panneaux du tableau derrière lesquels sont fixées des étiquettes roses et sur lesquelles sont écrites des nombres décimaux. Chaque groupe doit choisir une des étiquettes dans un ordre croissant. Puis, chacun son tour, un groupe devra placer cette étiquette sur la droite des fractions. 4,1 3,7 1,25 0,1 2,3 2,05 3,82 2,7 3,45 1,8 13 0,5 0,01 0,75 1,5	Phase de recherche collective

EE2	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°4 (suite)	Temps de présence : 65'07". Temps effectif : 61'27"				
	45'15"	61'27"	16'12"	<p>Distribution des cahiers. EE2 écrit au tableau : Vendredi 2 février</p> <p>Les nombres décimaux</p> <p>p. 82 B D Petite évaluation. Les élèves vont devoir placer des nombres décimaux sur des droites où sont représentées des centièmes, des dixièmes, des unités, et où sont déjà placés d'autres nombres décimaux. EE2 va s'occuper prioritairement d'élèves faibles et tenter de remédier à leurs difficultés au cas par cas. Il s'avèrera qu'une partie des exercices proposés n'est pas faisable du fait de la mobilisation de la notion de millièmes qui n'a pas été officiellement abordée, ce qui constitue un cas de rupture de contrat didactique : EE2 demandera alors de ne faire que les exercices n'impliquant pas cette notion.</p> <p>A la fin de la séance, EE2 fait coller la feuille d'évaluation et récupère les cahiers.</p>	Evaluation + exercices individuels

EE3	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°1	Temps de présence : 64'44'' Temps effectif : 63'26''				
	00'00''	03'29''	03'29''	Phase de rappel sur les fractions et les notions de dixièmes, centièmes et millièmes.	Réorganisation
	03'29''	06'54''	03'25''	Des demis et des quarts de cercle sont affichés, ainsi qu'un cercle entier figurant l'unité.  Il s'agit de trouver oralement l'écriture fractionnaire de différentes portions de la surface d'un disque unité.	Phase orale Recherche coll.
	06'54''	09'54''	03'00''	EE3 fait copier sur le cahier du jour une consigne que lui-même écrit sur le panneau arrière-gauche : « Trace un segment dont la longueur représente 5/4 de la longueur de cette bande unité. ». Il lit la consigne à voix haute et distribue, à chaque élève, une bande unité.	Recherche individuelle Préparation de l'activité
	09'54''	16'12''	06'18''	EE3 passe dans les rangs et parle longuement avec certains élèves. Il aide un élève qui a compris ce que signifie 5/4 mais qui ne sait pas partager sa bande-unité en quatre. EE3 lui demande de chercher comment il peut parvenir à obtenir des parts de même longueur. L'élève propose de passer par la mesure. EE3 approuve et lui glisse qu'il existe une méthode plus rapide. Il aide d'autres élèves qui bloquent.	Recherche individuelle
	16'12''	20'44''	04'32''	Il existe plusieurs façons d'obtenir 5/4 d'une bande-unité. EE3 va récapituler les connaissances et revenir sur certaines d'entre elles. La première technique est ainsi formulée par un élève et reprise par EE3 : Formulation : on peut mesurer la longueur de l'unité, la plier en quatre et mesurer la nouvelle longueur et l'ajouter à la longueur de l'unité Reprise : On peut plier la bande en 4, mesurer la longueur d'un quart (3 cm) et l'ajouter à l'unité car $1u + 1/4 = 4/4 + 1/4 = 5/4$. La bande-unité mesure 12 cm. On obtient donc : $12 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$.	Phase coll. correction
	20'44''	24'55''	04'11''	Trouver et commenter l'écriture fractionnaire d'une surface rapportée à celle du rectangle unité. CAP MATHS CM2 (unité 7, séance 1, exercice 3, p. 74) : Choisis la surface R, S ou T et écris avec une fraction celle que tu as choisie.	Recherche en groupe Préparation de l'activité
	24'55''	31'53''	06'58''	Il s'agit d'un travail en groupe où, une fois la surface choisie et la fraction écrite, on échange les résultats avec un autre groupe. Les élèves ont le droit, sur la deuxième feuille de découper ou de tracer. $R = 1/4$; $S = 1/2$; $T = 5/4$.	Recherche en groupe de trois Echanges avec un autre groupe
	31'53''	44'18''	12'25''	EE3 reste au tableau et montre démontre par pliage et superposition les différentes réponses.	Phase coll. correction
	44'18''	46'32''	02'14''	EE3 fait copier sur le cahier du jour la consigne qu'il copie au tableau : Ecris sous la forme d'une fraction l'aire des surfaces U, V, W. Il explique qu'ils doivent seuls terminer l'exercice avec les surfaces U, V, W et qu'ils ont toujours le droit de découper et tracer sur la deuxième feuille pour s'aider.	Préparation de l'activité
	46'32''	56'05''	09'33''	EE3 passe dans les rangs et regarde les productions des élèves.	Recherche individuelle
	56'05''	63'26''	07'21''	EE3 exécute différentes manipulations des surfaces U, V, W en fonction des explications données par les élèves. $U = 1/6$; $V = 1/3$; $W = 2/3$	Phase coll. correction

EE3	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°2	Temps de présence : 63'48'' Temps effectif : 62'05''				
	00'00''	01'00''	01'00''	EE3 fait un rappel sur les fractions.	Réorganisation
	01'00''	04'48''	03'48''	Cap Maths : exercice n°1, p. 75. Exprimer l'aire d'un rectangle sous la forme d'une fraction de surface unité. Il s'agit d'un exercice où l'on donne un rectangle unité et où l'on doit trouver la mesure d'aire correspondant à un autre rectangle, de surface plus importante ($3/2$ u) ;	Recherche en groupe Préparation de l'activité
	04'48''	19'20''	14'32''	EE3 passe dans les rangs et commente les productions. Pour certains groupes il rappelle la signification du numérateur et du dénominateur d'une fraction. EE3 manipule, trace pour valider ou invalider les différentes propositions.	Recherche par groupe de trois
	19'20''	24'31''	05'11''		Phase coll. correction
	24'31''	27'46''	03'15''	EE3 demande aux élèves de marquer la deuxième consigne. Construis les surfaces qui correspondent aux fractions $1/8$; $3/6$; $3/3$; $10/8$. Il rappelle que lorsqu'on partage une surface en six, on doit obtenir des parts de surfaces égales, ce qu'il n'a pas toujours constaté. Il précise que les élèves peuvent plier tracer découper sur cette surface-unité.	Recherche individuelle Préparation de l'activité
	27'46''	32'32''	04'46''	EE3 demande à une élève comment elle va faire avec $1/8$. L'élève répond qu'elle va partager en huit. Il lui demande alors combien elle va garder de parts. Elle répond qu'elle va en prendre une seule. Il répète plusieurs fois cette question et les réponses afférentes, afin de s'assurer que les élèves ont bien compris la signification de l'écriture fractionnaire $1/8$.	Recherche individuelle
	32'32''	33'47''	01'15''	EE3 propose de faire ensemble le premier exercice	Phase coll. correction
	33'47''	35'49''	02'02''		Recherche individuelle
	35'49''	37'14''	01'25''	EE3 arrive à Laurie qui n'a pas effectué les mêmes pliages pour construire un huitième de la surface unité. Il décide de rendre publique cette production qui permet de montrer qu'une même fraction peut correspondre à des aires de formes différentes.	Phase coll. correction
	37'14''	40'24''	03'10''	EE3 vient en aide à un élève au sujet de la fraction $3/6$ et $3/3$. L'élève s'est trompé sur la dernière fraction. Il a partagé l'unité en trois mais n'a pris qu'une part ; ce que lui signale EE3. L'élève corrige immédiatement son erreur. Il demande à une autre élève de partager en six, le rectangle unité, puis il fait constater à l'élève qu'elle n'a pas pris la moitié des parts.	Recherche individuelle
	40'24''	45'53''	05'29''	Correction de $3/6$ et $10/8$	Phase coll. correction
	45'53''	47'31''	01'38''	EE3 repasse à nouveau dans les rangs et vérifie les constructions des élèves pour $10/8$. Romane a une autre technique qu'elle explique à EE3 et qui va repercuter au niveau du grand groupe.	Recherche individuelle
	47'31''	47'53''	00'22''		Phase coll. correction
	47'53''	50'07''	02'14''	EE3 vient en aide à un élève. Sarah a des difficultés avec dix huitièmes. Elle semble ne pas savoir pas quoi faire avec une fraction plus grande que un. Il réexplique, une nouvelle fois, la construction de $10/8$ à une autre élève.	Recherche individuelle
	50'07''	51'56''	01'49''	EE3 fait copier la consigne suivante correspondant aux exercices n°3 et 4, p. 75, au tableau : « Parmi les fractions du tableau : Laquelle est égale à la fraction $1/2$? Laquelle est égale à 1 ? Lesquelles sont plus grandes que 1 ? ». Le travail est individuel.	Recherche individuelle Préparation de l'activité
	51'56''	58'59''	07'03''		Recherche individuelle
	58'59''	62'05''	03'06''		Phase coll. correction

EE3	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°3	Temps de présence : 67'04'' Temps effectif : 64'37''				
	00'00''	03'12''	03'12''	Rappel début de séance à partir de fractions écrites au tableau : $7/2$; $2 + 2/3$; $2 + 4/6$; $16/5$; $15/4$; $3 + 1/2$. EE3 rappelle la signification de la fraction $7/2$ (on partage l'unité en deux et on prend sept parts) ; puis il fait le lien avec $3 + 1/2$.	Réorganisation
	03'12''	07'06''	03'54''	Placement de fractions sur des droites graduées partagées en tiers, demis, cinquièmes, sixièmes et quarts. EE3 précise qu'ils ont le droit de tracer ce qu'ils veulent.	Recherche individuelle Préparation de l'activité
	07'06''	13'01''	05'55''	Etant donné que les élèves n'ont pas abordé l'étude de la réduction au même dénominateur, une première technique à leur portée des élèves pourrait consister à décomposer chacune des fractions en une partie entière et une partie fractionnaire. Mais cela ne résoudrait pas les difficultés pour comparer des fractions exprimées en tiers, quarts ou demis. Devant les difficultés rencontrées, EE3 conseille de commencer par classer seulement quelques fractions.	Recherche individuelle
	13'01''	17'19''	04'18''	EE3 ouvre le tableau sur lequel sont tracés des droites graduées en unités et en sous unités (tiers, quarts, demis, cinquièmes, sixièmes, etc.) et possédant le même segment-unité. <u>$7/2$, $16/5$, $2 + 2/3$, $15/4$, $2 + 4/6$, $3 + 1/2$.</u> Le jeu est le suivant : il y a plusieurs enfants, Tom, Lola, Théo, Lou, Zoé et Arthur qui ont fait un parcours. Il s'agit de savoir à quel endroit de son parcours chaque enfant s'est arrêté.	Recherche en groupe Préparation de l'activité
	17'19''	31'36''	14'17''	EE3 passe dans les groupes, valide et invalide les productions et aide les élèves en leur demandant comment ils vont s'y prendre pour placer les fractions. Il demande à un groupe le problème qui se pose avec la fraction $2 + 2/3$: l'unité est partagée en six, alors qu'on a des tiers ! Il rappelle que pour avoir une unité entière il fallait qu'il y ait le même chiffre en haut et en bas.	Recherche par groupe de trois
	31'36''	47'33''	15'57''	Tour à tour des élèves viennent au tableau expliquer le positionnement des différentes fractions sur les droites graduées, les placent et les écrivent. <u>A la fin de la correction EE3 revient sur la correction et demande aux élèves « Qu'est-ce qu'on remarque ? ».</u> <u>Des égalités entre écritures fractionnaires sont rappelées: $7/2 = 3 + 1/2$.</u>	Phase collective correction
	47'33''	47'46''	00'13''	Quel élève est-il allé le plus loin ? Pour cela il explique qu'il faut reclasser les fractions de la plus petite à la plus grande et il leur demande de constater s'ils se sont trompés ou non.	Explication de la consigne
	47'46''	49'28''	01'42''		Recherche individuelle
	49'28''	52'02''	02'34''	EE3 rajoute en dessous des droites graduées du tableau des inégalités : $2 + 4/6$; $2 + 2/3 < 16/5 < 7/2$; $3 + 1/2 < 15/4$	Phase collective correction
	52'02''	56'55''	04'53''	Sur les mêmes bandes, EE3 demande aux élèves de placer successivement : - $7/5$ sur la bande de Lola (partagée en cinquièmes) ; - $2 + 1/2$ (à placer sur plusieurs bandes) ;	Recherche individuelle Préparation de l'activité
	56'55''	57'35''	00'40''	Puis il demande sur quelles bandes on pourrait placer la fraction $35/10$. Il demande aux élèves de copier la question sur la feuille recherche: Sur quelle(s) bande(s) pourrait-on placer $35/10$?	
	57'35''	61'23''	03'48''		Recherche individuelle
	61'23''	64'27''	03'04''	Des égalités entre différentes écritures fractionnaires sont mises en évidence.	Phase collective correction
	64'27''	64'37''	00'10''		Réorganisation

EE3	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°4	Temps de présence : 96'05'' Temps effectif : 89'09''				
	00'00''	09'17''	09'17''	Placement de fractions sur des droites graduées. Au tableau, les six droites graduées en unités et sous-unités (demis, tiers, quarts, cinquièmes, sixièmes, dixièmes) de la séance précédente.	Phase collective correction
	09'17''	10'04''	00'47''	Cap Maths, CM2, p. 77 ; unité 7, séance 4 « Zoé évite un chien en A. Lola tombe au repère B. Arthur perd son dossard en C. Ecris une fraction qui correspond à ces trois repères. ». Les repères A, B, C sont placés, sur la feuille d'exercice distribuée, sur des droites graduées comme précédemment, en demis, cinquièmes, sixièmes, huitièmes, tiers et dixièmes. Le repère A est placé sur la droite graduée en tiers et correspond à $4/3$. Le repère B est placé sur la droite graduée en cinquièmes et correspond à $4/5$. Le repère C est placé sur la droite graduée en dixièmes et correspond à $32/10$.	Préparation de l'activité
	10'04''	24'12''	14'08''	EE3 passe dans les rangs et aide les élèves.	Recherche
	24'12''	36'33''	12'21''	Un élève propose une nouvelle écriture équivalente à $32/10$. L'attitude d'EE3 laisse, en effet, penser aux élèves qu'il se passe quelque chose d'important qui leur a échappé, mais pas à Tao. Ce dernier rajoute : $C = 3 + 2/10 = 32/10 = 3 + 1/5 = 16/5 = 64/20$, alors qu'aucune graduation d'aucune droite graduée n'est en vingtièmes. EE3 en conclut qu'on pourrait encore diviser par 2 puis par 2 pour trouver des fractions équivalentes.	Phase collective correction
	36'33''	51'46''	15'13''	Trouver les fractions équivalentes à $5/2$ en s'aidant des droites graduées différemment Les élèves copient la seconde consigne : « Seuls certains joueurs peuvent placer $5/2$ en face d'un repère marqué sur leur piste. Ecris la fraction sur leur piste en face du bon repère. Explique ta réponse. ». Certains élèves finissent très rapidement. EE3 corrige individuellement les réponses de ses élèves. Les explications sont difficiles à fournir pour quelques élèves.	Travail individuel
	51'46''	58'34''	06'48''		correction
	58'34''	62'42''	04'08''	CAP MATHS CM2, n° 5, p. 77 « Combien y a-t-il de minutes dans trois quarts d'heure ? Combien y a-t-il de minutes dans deux tiers d'heure ? Combien y a-t-il de minutes dans cinq douzièmes d'heure ? Quelle fraction d'heure représente dix minutes ? ».	Recherche individuelle Préparation de l'activité
	62'42''	66'43''	04'01''		Recherche
	66'43''	73'40''	06'57''	EE3 fait lire la consigne, à voix haute, et effectue un <u>rapide rappel</u> de ce qui doit être su pour répondre aux questions.	Préparation de l'activité
	73'40''	75'38''	01'58''	Les élèves travaillent individuellement pendant quelques minutes. Pendant ce temps, EE3 passe dans les rangs et vérifie les productions.	Travail individuel
	75'38''	79'20''	03'42''	EE3 demande aux élèves qui ont réussi à répondre de venir expliquer comment ils ont fait ou d'expliquer de leur place.	Phase collective
	79'20''	81'15''	01'55''	Pendant que les élèves cherchent les solutions, EE3 reste au tableau et repasse sur ses horloges tracées au tableau ainsi que sur les parts hachurées. Puis il passe dans les rangs, valide ou invalide les résultats sans plus de commentaires.	Travail individuel
	81'15''	85'32''	04'17''		correction
	85'32''	86'41''	01'09''		Recherche
	86'41''	89'09''	02'28''		correction

EE4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°1	Temps de présence : 67'22'' Temps effectif : 66'19''				
	00'00''	01'58''	01'58''	Rappel de début de séance	Réorganisation
	01'58''	03'53''	01'55''	Explication du jeu du Nombre-cible. EE4 explique l'objectif du jeu : il faut choisir une fraction et un représentant et la stratégie.	Présentation de l'activité (jeu et modifications)
	03'53''	07'02''	03'09''	Cahier de brouillon. Les élèves, répartis en deux équipes, et regroupés autour de deux bureaux situés aux extrémités de la classe choisissent les fractions et préparent leur stratégie. Pendant ce temps, EE4 prépare le tableau pour recevoir les différentes réponses des élèves.	Recherche en groupe
	07'02''	22'28''	15'26''	Le jeu commence : chacun des deux élèves pose, à son tour, une question. EE4 demande aux élèves de chercher des fractions entre 3 et 4. le jeu continue. EE4 rajoute une règle : celle qui gagne c'est celle qui l'encadre dans un intervalle plus petit que 1. il faut essayer de trouver par petits groupes de 3 avant de se remettre en grande équipe des intervalles plus petits que 1 pour encadrer les fractions.	Phase collective (Jeu)
	22'28''	31'52''	09'24''	EE4 aide les groupes à avancer dans leurs réflexions.	Recherche petits groupes
	31'52''	36'58''	05'06''	EE4 constate qu'il y a des équipes qui ne fonctionnent pas du tout. Il essaie de les faire réfléchir sur les difficultés qu'ils rencontrent. <ul style="list-style-type: none"> - Les intervalles ne sont pas les mêmes. - Difficultés de trouver une fraction car il y en a beaucoup dans les deux intervalles. 	Réorganisation
	36'58''	44'15''	07'17''	EE4 passe plusieurs fois voir chacun des grands groupes et reste longtemps avec eux.	Recherche en grands groupes
	44'15''	47'11''	02'56''	EE4 constate que les groupes ont eu du mal à trouver les intervalles. Puis le jeu recommence. La 1 ^{ère} question posée par un des groupes « est-ce que la fraction est comprise entre $\frac{6}{2}$ et $\frac{7}{2}$ n'est pas comprise. L'élève interrogé explique qu'il n'y a rien entre ces deux fractions. EE4 repose la même question au grand groupe qui n'est pas sûr de sa réponse. L'autre groupe pose la question est-ce que la fraction appartient entre $\frac{45}{5}$ et $\frac{47}{5}$. les élèves ne savent pas répondre. EE4 leur demande en conséquence de revenir à leur place et de chercher la réponse.	Phase collective (Jeu)
	47'11''	51'20''	04'09''	Un groupe a fini avant l'autre. EE4 vérifie l'adéquation des propositions des différents groupes.	Recherche grands groupes

EE4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°1 (suite)	Temps de présence : 67'22" Temps effectif : 66'19"				
	51'20"	53'41"	02'21"	Comme le deuxième groupe ne trouve toujours pas, EE4 propose aux élèves de venir expliquer leurs difficultés à l'autre groupe. EE4 reprend la question d'un groupe « est-ce que la fraction est entre $\frac{45}{5}$ et $\frac{47}{5}$? » et demande au représentant de l'autre groupe d'expliquer pourquoi ils ne sont pas arrivés à répondre à la question. Une autre élève du même groupe explique qu'ils étaient en train de chercher le même dénominateur que leur fraction pour répondre. EE4 reformule pour aider les autres élèves de l'autre groupe à comprendre. EE4 propose alors au premier groupe de se partager le travail s'il y a beaucoup de calculs. Quant au deuxième groupe, il leur propose de poursuivre la liste des questions ultérieures. « la suite... on voit si on peut encore continuer à aller plus... Allez ! »	Réorganisation
	53'41"	57'43"	04'02"	EE4 va aider le groupe en difficulté à trouver une réponse en réduisant au même dénominateur.	Recherche grand groupe
	57'43"	66'19"	08'36"	L'élève qui avait été interrogé répond par l'affirmative : elle est entre $\frac{45}{5}$ et $\frac{47}{5}$. EE4 constate les difficultés et demande comment on pourrait faire pour que ce soit plus facile ? Ensuite il demande qui a gagné quelle est la fraction la plus petite $\frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{5}$? Un élève propose de réduire au même dénominateur : $\frac{5}{10}$ et $\frac{4}{10}$. donc l'équipe B a gagné. Un élève propose un dessin pour répondre. EE4 récapitule les deux techniques. Il demande à ce que l'on réfléchisse à la manière dont il faut partager les intervalles.	Réorganisation

EE4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°2	Temps de présence : 68'30" Temps effectif : 66'12"				
	00'00"	03'23"	03'23"	Rappel de la nouvelle règle du jeu de la 1 ^{ère} séance Il faut réduire au même dénominateur. C'est mieux que d'utiliser une droite numérique qui permet de répondre à la question posée mais pas d'effectuer des calculs.	Réorganisation Rappel début de séance
	03'23"	9'20"	05'57"	EE4 propose un nouveau jeu : il joue contre les élèves. Une fraction a été écrite sur une feuille par EE4. Les élèves doivent essayer d'attraper la fraction. EE4 ne répond pas à toutes les questions, notamment si elles sont trop difficiles ou s'il y a trop de calculs à effectuer. Intervalle de recherche : $[0 ; 10[$. « Essayez de trouver <i>un moyen</i> de désigner un intervalle pour que moi je puisse répondre facilement et rapidement.» Les élèves peuvent utiliser le cahier de brouillon pour chercher.	Phase collective (jeu avec nouvelle règle)
	09'20"	09'57"	00'37"	Un temps de recherche est alloué pour chercher un nouvel intervalle plus petit que $[7, 8[$	Recherche individuelle
	09'57"	31'39"	21'42"	EE4 rappelle la difficulté d'avoir des dénominateurs différents. Il faut donc trouver des dénominateurs permettant d'éviter de faire des calculs compliqués. Les élèves proposent des fractions en demis et en cinquièmes : EE4 constate qu'à chaque fois il doit faire des calculs. Comment répondre facilement ? Nouvelle proposition en quarts. Erreur ! EE4 constate qu'il y a erreur sur l'intervalle qui n'est pas entre 7 et 8. Cela continue encore avec des fractions en demis. La question est bonne mais, dit EE4, les fractions en quarts, demis et cinquièmes demandent des calculs. Comment faire ? Nouvelle proposition en tiers. Nouvelle remarque identique aux autres. Nouvelles fractions en demis en neuvièmes... EE4 demande de chercher des bornes ou un intervalle avec un autre dénominateur. La fraction en dixièmes tombe. $[72/10 \ 79/10[$ EE4 répond de façon positive. Le jeu continue jusqu'à ce que soit attrapée la fraction. EE4 montre la feuille sur laquelle il avait inscrit la fraction recherchée : $10/8$! Coup de théâtre ! Comment faire pour vérifier la réponse ?	Phase collective (jeu)
	31'39"	34'08"	02'29"	EE4 passe dans les différents groupes pour voir les vérifications possibles.	Recherche en petit groupe
	34'08"	36'03"	01'55"	Un groupe propose une fraction en 800 : $125/100 = 1000/800 = 10/8$ et valide la réponse donnée. EE4 demande d'attraper plus vite la fraction de l'équipe adverse. Il propose de refaire le même jeu qu'hier : 2 grandes équipes / 2 représentants et une fraction.	Phase collective
	36'03"	40'40"	04'37"	EE4 passe d'un groupe à l'autre.	Recherche en grand groupe

EE4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage								
Séance n°2 (suite)	Temps de présence : 68'30'' Temps effectif : 66'12''												
	40'40''	42'16''	01'36''	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Equipe A</th> <th>Equipe B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>[0 ; 5[: oui</td> <td>[5 ; 10[: non</td> </tr> <tr> <td>[0 ; 1[: oui</td> <td>[0 ; 2[: oui</td> </tr> <tr> <td>[8/10 ; 10/10[: ?</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Au début du jeu les 2 groupes utilisent la même stratégie de diviser l'intervalle autorisé par le milieu, afin d'éliminer le maximum de possibilités tout en disposant d'information suffisamment précise. Arrivé à la troisième question posée par l'équipe B, le représentant ne sait pas répondre. EE4 renvoie les deux groupes à leur place, l'un pour répondre à la question ; l'autre pour préparer la prochaine question.</p>	Equipe A	Equipe B	[0 ; 5[: oui	[5 ; 10[: non	[0 ; 1[: oui	[0 ; 2[: oui	[8/10 ; 10/10[: ?		Phase collective jeu
Equipe A	Equipe B												
[0 ; 5[: oui	[5 ; 10[: non												
[0 ; 1[: oui	[0 ; 2[: oui												
[8/10 ; 10/10[: ?													
	42'16''	47'54''	05'38''	EE4 il va aider le premier groupe qui doit donner une réponse. Celui-ci a choisi une fraction en /850, ce qui ne facilite pas la réduction au même dénominateur. Les élèves ont compris qu'ils doivent chercher quelque chose en commun dans la table de 850 et dans la table de 10. EE4 les incite à aller dans cette direction. EE4 apporte une calculatrice à un groupe pour les aider pour faire éventuellement ultérieurement des calculs.	Recherche en grand groupe								
	47'54''	49'09''	01'15''	Quand le jeu recommence il s'interrompt presque immédiatement, parce que les représentants ont des difficultés à répondre aux questions posées par l'équipe adverse, du fait de la différence de dénominateurs entre les bornes de l'intervalle et la fraction choisies.	Phase collective jeu								
	49'09''	52'51''	03'42''	EE4 aide chaque groupe	Recherche en groupe								
	52'51''	53'42''	00'51''	Le jeu recommence. Il s'interrompt à nouveau presque aussitôt car les élèves ont choisi des fractions très complexes en centièmes ou millièmes.	Phase collective jeu								
	53'42''	56'10''	02'28''	EE4 aide chaque groupe	Recherche en groupe								
	56'10''	59'07''	02'57''	EE4 demande à chaque groupe ce qu'il sait sur la fraction à chercher. Il fait un schéma au tableau (file numérique) pour chaque groupe.	Réorganisation dans la phase de jeu								
	59'07''	60'29''	01'22''		Recherche en groupe								
	60'29''	66'12''	05'43''	EE4 remarque que l'on ne peut pas continuer à jouer comme ça. Il faut faire le point. Les difficultés viennent du fait que les dénominateurs sont différents. Les élèves trouvent les calculs plus ou moins difficiles. Peut-on savoir qui a gagné en encadrant dans l'intervalle le plus petit. EE4 arrive à faire dire aux élèves que c'est plus facile de savoir qui a gagné avec les dixièmes et les centièmes car c'est plus facile de convertir.	Réorganisation Bilan de la partie								

EE4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage						
Séance n°3	Temps de présence : 67'10'' Temps effectif : 64'40''										
	00'00''	00'23''	00'23''	Rappel de début de séance	Réorganisation						
	00'23''	12'55''	12'32''	<p>Les élèves jouent contre EE4 et ont leur cahier de brouillon.</p> <p>[0 ; 5 [: oui [0 ; 3 [: oui [0 ; 1 [: oui [5/10 ; 6/10 [[0 ; 4/10 [[7/10 ; 10/10 [: oui [7/10 ; 9/10 [: oui [7/10 ; 8/10 [[8/10 ; 9/10 [[83/100 ; 84/100[[830/1000 ; 835/1000[EE4 fait venir au tableau un élève pour désigner l'intervalle proposé ; puis il place la fraction 835/1000]. Puis il infirme cette proposition : [830/1000 ; 835/1000[. [835/1000 ; 837/1000[EE4 place 837/1000 sur la droite et indique qu'elle est attrapée : 835/1000</p>	Phase collective (jeu)						
	12'55''	15'55''	03'00''	<p>Equipes de 2 élèves. Chaque équipe affronte une autre équipe. Prendre une « feuille de jeu » : la plier en trois*. Une feuille par équipe et par fraction. But : attraper la fraction adverse</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Fraction choisie</th> <th>Intervalles proposés et réponses obtenues</th> <th>Fraction attrapée</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table> <p>*Le pliage permet de cacher la fraction proposée tout en permettant, à la fin, à l'équipe adverse de vérifier que les adversaires n'ont pas modifié en cours de route leur fraction.</p>	Fraction choisie	Intervalles proposés et réponses obtenues	Fraction attrapée				Présentation de l'activité d (jeu)
Fraction choisie	Intervalles proposés et réponses obtenues	Fraction attrapée									
	15'55''	35'46''	19'51''	EE4 incite à travailler à deux.	Recherche en groupes (jeu)						
	35'46''	50'03''	14'17''	<p>EE4 demande aux élèves de faire des remarques sur le jeu. Un élève explique qu'il peut être long. Un autre explique que certaines fractions sont difficiles. EE4 demande aux élèves ce qu'ils ont appris sur la fraction qu'ils cherchent. Il interroge un groupe sur le plus petit intervalle dans lequel il a réussi à encadrer la fraction cherchée (100/100). Il note les résultats au tableau.</p> <p>[0/100 ; 1/100[[99/100 ; 100/100[[100/100 ; 101/100[Il demande à un autre groupe un intervalle plus petit [99/100 ; 100/100[. Il interroge plusieurs autres élèves. Il y a beaucoup d'erreurs dans les encadrements.</p>	Réorganisation Mise au point collective						
	50'03''	64'40''	14'37''	EE4 revient sur une fraction qui avait été attrapée : 835/1000. en cherchant la fraction on a trouvé $8/10 + 3/100 + 5/1000$. Les élèves trouvent qu'ils ont décomposé la fraction.	Réorganisation						

EE4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°4	Temps de présence : 69'00'' Temps effectif : 67'49''				
	00'00''	02'27''	02'27''	Rappel début de séance	Réorganisation
	02'27''	11'57''	09'30''	Travail sur cahier de brouillon. EE4 propose aux élèves de décomposer la fraction 1635/1000 sur le modèle de 835/1000. Il agrandit successivement les segments correspondants aux chiffres de la décomposition.	Phase collective correction
	11'57''	16'32''	04'35''	EE4 propose aux élèves de décomposer d'autres fractions et de les représenter sur la droite pour voir où elles se trouvent. 355/100	Recherche individuelle
	16'32''	21'01''	04'29''	EE4 commence à écrire la décomposition avec l'aide des élèves. Il demande ensuite à un élève de la placer sur la droite.	Phase collective correction
	21'01''	24'02''	03'01''	24/100	Recherche individuelle
	24'02''	30'21''	06'19''		Correction
	30'21''	42'04''	11'43''	EE4 demande aux élèves s'ils seraient capables de poser des questions sur la décomposition d'une fraction. Cette fois, la classe entière joue contre un élève qui sort dans le couloir tandis que le groupe choisit une fraction : 365/1000. L'élève sorti aura, cette fois, le droit de poser des questions sur la décomposition de la fraction, mais pas sur son encadrement, afin d'attraper la fraction.	Nouveau jeu Recherche d'une fraction et réflexion sur sa signification
	42'04''	47'18''	05'14''	Deuxième partie EE4 constate les erreurs de certains élèves contestées par le reste de la classe et fait repartir l'élève dans le couloir.	
	47'18''	48'12''	00'54''	EE4 fait chercher sur leur cahier de brouillon la décomposition. La correction collective donne 9 ; 6/10 ; 3/100.	Recherche individuelle
	48'12''	50'45''	02'33''	EE4 fait se mettre les élèves de la classe sur la décomposition de la fraction. EE4 écrit la décomposition et procède à des réductions de dénominateurs. $9000/1000 + 600/1000 + 30/1000$ $\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 6/10 & & 3/100 \end{array}$	Phase collective correction
	50'45''	55'33''	04'48''	L'élève demande combien il y a de dizaines. EE4 lui fait rectifier et il demande le nombre de dixièmes : 6. Il rajoute 6 à l'écriture qu'il avait laissée : 60/1000. Il demande combien il y a de centièmes : 3 ; il rajoute 3 : 360/1000. Il demande combien il y a de millièmes : 0. Il ne rajoute rien et se trompe. EE4 demande aux élèves de l'aider. A ce moment, l'élève pense qu'il a « inversé » les chiffres des dixièmes et des centièmes. Mais c'est toujours faux (630/1000). Les élèves lui disent alors qu'il n'a pas placé les unités. En fait, l'élève a posé deux fois la même question : « Combien de millièmes, », alors que la seconde fois il aurait dû demander : « Combien d'unités ? ». EE4 fait constater qu'on aurait pu écrire le même nombre en centièmes.	Phase collective jeu

EE4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°4 (suite)	Temps de présence : 69'00'' Temps effectif : 67'49''				
	55'33''	62'09''	06'36''	<p>Troisième partie EE4 fait monter les enjeux en demandant que cette fois l'élève qui sort <i>doit trouver la fraction</i>. C'est Camille qui est désignée. La classe choisit 883/100. Manifestement, EE4 espérait une autre fraction. EE4 fait décomposer collectivement la fraction décimale. L'élève revient et demande si la fraction est en centièmes (oui) et millièmes (non) ; elle reprend la stratégie de l'élève précédent. Puis elle écrit : /100. Ensuite elle repose des questions sur les millièmes alors qu'on lui a dit qu'il n'y en avait pas. Les élèves réagissent et disent que ça ne sert à rien de poser de telles questions. Puis elle pose des questions pour connaître le nombre de centièmes. EE4 l'incite à poser des questions « plus rapides » et demander combien il y a de centièmes. Puis combien de dixièmes et d'unités. Elle obtient les réponses suivantes et les écrit : 3/100 ; 8/10 ; 8. Elle complète correctement sa fraction : 883/100.</p> <p>Les élèves font des remarques sur sa stratégie. Le premier constate qu'elle a posé deux fois le même type de questions ; donc il faut éviter les questions inutiles ; le second remarque que, puisqu'elle avait demandé si la fraction était en dixièmes et en millièmes et qu'elle avait obtenu une réponse négative, la fraction ne pouvait qu'être en centièmes. EE4 va rebondir sur cette remarque en constatant que c'est une « question intéressante ». Puis il va expliquer qu'on peut réduire l'intervalle sans jamais s'arrêter.</p>	Phase collective jeu
	62'09''	67'49''	05'40''	EE4 revient sur ce qui a été dit sans prolonger le jeu. «Je voudrais qu'on reste à cette question de... quelques minutes, de Benjamin. Est-ce qu'on a appris, là, à votre avis, les dixièmes, les centièmes, les millièmes... Est-ce qu'on a appris ça ?... <i>Appris ?</i> [EE4 fait la grimace] [Elèves : Non... non...]. Comment on a <i>trouvé</i> ceux-ci ? D'où ils viennent ?!»	Réorganisation

EE4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage										
Séance n°5	Temps de présence : 68'37" Temps effectif : 67'03"														
	00'00"	01'00"	01'00"	Rappel début de séance	Réorganisation										
	01'00"	05'18"	04'18"	<p>EE4 propose de reprendre le jeu mais en s'organisant pour prendre des notes. Les élèves proposent un tableau</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>1</td> <td>1/10</td> <td>1/100</td> <td>1/1000</td> <td>1/10 000</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Un élève sort et les autres élèves prennent leur cahier de brouillon pour noter la fraction. La fraction choisie est 99 999/10 000. EE4 précise que « pour l'instant » on propose des fractions entre zéro et dix et demande aux élèves de vérifier si la fraction proposée se trouve bien dans cet intervalle.</p>	1	1/10	1/100	1/1000	1/10 000						Explication des nouvelles règles du jeu
1	1/10	1/100	1/1000	1/10 000											
	05'18"	09'33"	04'15"	<p>L'élève reprend la stratégie suivie de la séance précédente : Est-ce que la fraction est en millièmes, centièmes, unités ? EE4 recadre les questions en demandant de poser des questions sur la décomposition de la fraction. L'élève écrit : 99 999 / 10 000</p>	Phase collective jeu										
	09'33"	10'51"	01'18"	<p>Nouvelle partie EE4 demande aux élèves de trouver une fraction moins facile à attraper, puisque les élèves constatent que la fraction précédente était très facile à attraper. Les élèves choisissent 1996/1000. Leur stratégie de complexification repose donc sur le choix de chiffres différents.</p>	Phase collective de jeu										
	10'51"	15'03"	04'12"	<p>L'élève qui rentre demande d'abord si la fraction est en centièmes puis en millièmes. Il écrit : /1000. Puis il demande le nombre de centièmes, de millièmes, de dix millièmes et d'unités et les place dans le tableau de numération (19960), ce qui lui permet de trouver facilement la fraction sachant qu'elle est en millièmes : 1996/1000. Remarques des élèves.</p>	Phase collective jeu										
	15'03"	18'05"	03'02"	<p>Placement de fractions dans le tableau de numération. EE4 a noté des fractions précédemment proposées par les élèves et demande à certains d'entre eux de venir les placer au tableau. Il propose 884/100.</p>	Réorganisation										

EE4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage																																																									
Séance n°5 (suite)	Temps de présence : 68'37'' Temps effectif : 67'03''																																																													
	18'05''	19'50''	01'45''	Tous les élèves construisent le tableau de numération. EE4 propose en premier 325/100.	Recherche																																																									
	19'50''	20'20''	00'30''	Puis un élève place correctement la fraction.	Correction																																																									
	20'20''	21'27''	01'07''	1240/10 Une discussion s'ensuit concernant le placement des chiffres dans le tableau.	Recherche																																																									
	21'27''	28'54''	07'27''	Benjamin est désigné pour placer 1240/10 dans le tableau. <table border="1" style="margin: 5px auto;"> <tr> <td>100/1</td> <td>10/1</td> <td>1</td> <td>1/10</td> <td>1/100</td> <td>1/1000</td> <td>1/10000</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Une élève se rappelle un autre tableau (le « tableau de mesures »). EE4 prolonge le tableau vers la gauche oralement (milliers, dizaines de milliers...). Analogie avec le tableau de mesures.</p>	100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000	1	2	4	0											Correction																																				
100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000																																																								
1	2	4	0																																																											
	28'54''	32'54''	04'00''	EE4 écrit au tableau 4 fractions que les élèves vont devoir placer sur leur tableau de numération : 7345/100 ; 7345/10 ; 7345/10000 ; 7345/1000 . La similitude des chiffres au numérateur va permettre aux élèves de se focaliser sur le placement dans le tableau. Comment faire pour différencier des écritures quasi identiques ?	Recherche																																																									
	32'54''	43'52''	10'58''	<table border="1" style="margin: 5px auto;"> <tr> <td>C</td> <td>D</td> <td>U</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>100/1</td> <td>10/1</td> <td>1</td> <td>1/10</td> <td>1/100</td> <td>1/1000</td> <td>1/10000</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>7</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>7</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> </tr> </table> <p>Des élèves passent au tableau chacun leur tour et placent une fraction. EE4 demande à ce que les fractions soient lues. EE4 écrit alors 4 fois le nombre 7435 sorti du tableau, en face des 4 fractions qu'il avait demandé de placer dans le tableau : 7345/100 ; 7345/10 ; 7345/10000 ; 7345/1000. Puis il demande à ce qu'il faut faire pour que ce ne soit pas le même nombre... Comme les élèves ne sont pas en situation de le trouver seuls il explique le positionnement de la virgule.</p> <table style="margin: 5px auto;"> <tr> <td>7345/100</td> <td style="text-align: right;">73,45</td> </tr> <tr> <td>7345/10</td> <td style="text-align: right;">734,5</td> </tr> <tr> <td>7345/10000</td> <td style="text-align: right;">0,7345</td> </tr> <tr> <td>7345/1000</td> <td style="text-align: right;">7,345</td> </tr> </table>	C	D	U					100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000	1	2	4	0					7	3	4	5			7	4	3	5							7	3	4	5			7	3	4	5		7345/100	73,45	7345/10	734,5	7345/10000	0,7345	7345/1000	7,345	Correction
C	D	U																																																												
100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000																																																								
1	2	4	0																																																											
	7	3	4	5																																																										
7	4	3	5																																																											
			7	3	4	5																																																								
		7	3	4	5																																																									
7345/100	73,45																																																													
7345/10	734,5																																																													
7345/10000	0,7345																																																													
7345/1000	7,345																																																													
	43'52''	45'20''	01'28''	EE4 propose aux élèves de leur écrire une fraction qu'ils devront écrire sous la forme d'un nombre à virgule.	Recherche																																																									
	45'20''	47'48''	02'28''		Correction																																																									
	47'48''	50'55''	03'07''	EE4 donne d'un coup deux autres fractions qu'il faut écrire sous forme décimale : 48/1000 ; 2/100.	Recherche																																																									

EE4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage																																										
Séance n°5 (suite)	Temps de présence : 68'37'' Temps effectif : 67'03''																																														
	50'55''	57'59''	07'04''	<table border="1"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>D</th> <th>U</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>100/1</td> <td>10/1</td> <td>1</td> <td>1/10</td> <td>1/100</td> <td>1/1000</td> <td>1/10000</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>8</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>4</td> <td>8</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>2</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>$48/100 = 0,048$ $7345,0000$ $2/100 = 0,02$ $0,48 = 48/100$</p>	C	D	U					100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000			2	4	5					0	0	4	8				0	4	8					0	0	2			Phase collective Correction
C	D	U																																													
100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000																																									
		2	4	5																																											
		0	0	4	8																																										
		0	4	8																																											
		0	0	2																																											
	57'59''	58'28''	00'29''	Nouveau jeu EE4 propose, cette fois, « le travail inverse », c'est dire des nombres décimaux, et il faut retrouver la fraction. Premier nombre décimal : 2,5 (« deux virgule cinq »).	Recherche individuelle																																										
	58'28''	60'37''	02'09''	L'élève écrit $2,5 = 25/10$ Une autre pose une question à propos de $7345/100$. EE4 pose la question aux autres élèves : on place la virgule après les unités.	Phase collective Correction																																										
	60'37''	63'15''	02'38''	EE4 propose d'écrire sous forme décimale 3 nombres décimaux : 154,75 ; 13,525 ; 0,01. Il passe comme d'habitude dans les rangs et incite le élèves à mieux présenter leurs résultats (il leur conseille d'écrire au crayon à papier dans leur tableau de numération comme ça « vous pourrez effacer ! ») ; à plus s'engager dans l'activité et à vérifier leurs résultats.	Recherche individuelle																																										
	63'15''	67'03''	03'48''	<table border="1"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>D</th> <th>U</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>100/1</td> <td>10/1</td> <td>1</td> <td>1/10</td> <td>1/100</td> <td>1/1000</td> <td>1/10000</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>2</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>5</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>$2,5 = 25/10$ $154,75 = 15475/100$ $13,525 = 13525/1000$ $0,01 = 1/100$</p>	C	D	U					100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000			2	5					7	3	4	5			1	5	4	7	5				1	3	5	2	5		Phase collective Correction
C	D	U																																													
100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000																																									
		2	5																																												
	7	3	4	5																																											
1	5	4	7	5																																											
	1	3	5	2	5																																										

3-2 *Distribution des activités et du temps qui leur est consacré, en sixième*

EC1	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°1	Temps de présence : 54'03'' Temps effectif : 44'13''			Sortie du devoir maison et vérification par J à l'aide d'une fiche récapitulative (points en moins pour les élèves qui ne l'ont pas apporté / cahiers de correspondance sortis pour les élèves concernés).	
	00'00''	11'13''	11'13''	4 adjectifs numériques avec lesquels il faut écrire des nombres : quatre, vingt, cent, mille. Il y a 16 nombres à trouver. - Rappel de la signification de la position de chaque chiffre dans un nombre ; - Rappel du rôle joué par le zéro ; - Jouer sur la différence entre écriture chiffrée et mise en chiffre de l'écriture littérale – quatre-vingts (80) ≠ quatre vingt (4 20) ;	Phase collective correction devoirs
	11'13''	21'48''	10'35''	Exercice A1, p. 10 : Ecrire un nombre avec des espaces. Travail oral d'abord, car l'activité est présentée comme facile : « Nous la faisons par oral parce que vous allez voir, c'est vraiment du rappel ». les élèves recherchent les nombres qui ne sont pas écrits correctement et en quelques secondes une élève puis une autre passent au tableau. EC1 incite les élèves à aller vite. EC1 profite de l'erreur d'un élève pour construire le tableau de numération. Exercice A2, p. 10. Supprimer les zéros inutiles dans des nombres entiers et décimaux. Le travail est là aussi présenté comme un rappel « Alors, vous connaissez l'histoire des zéros inutiles ? » Là aussi, en quelques secondes les élèves passent au tableau les uns après les autres et répondent. EC1 pointe les connaissances utiles. La construction du tableau de numération s'étend à la partie décimale.	Phase coll. correction immédiate sans temps de recherche individuelle
	21'48''	28'34''	06'46''	Exercice A3, p. 10. Décomposition de nombres entiers. Cette fois, EC1 demande un temps de recherche individuelle sur le cahier de brouillon. - $5\ 789 = 5 \times 1000 + 7 \times 100 + 8 \times 10 + 9 \times 1$ - $60\ 407$ Elle explique la décomposition du premier nombre à l'aide du tableau de numération où elle place les nombres (1'23''). EC1 envoie un élève au tableau. Elle demande aux élèves de continuer la recherche sur cahier de brouillon s'ils ne l'ont pas terminée. Tant que les élèves ne se trompent pas, la recherche individuelle continue. Elle dit « On respecte le rythme de chacun. Il y en a qui vont plus vite que d'autres dans ce domaine. Ce n'est peut-être pas ceux qui courent le plus vite ! ». Une élève fait une petite erreur d'écriture sans gravité : elle demande aux élèves de regarder cette erreur et de la commenter.	Recherche individuelle
	28'34''	32'13''	3'39''	A la suite de cette première précision les élèves ne vont plus au tableau mais dictent leurs résultats (c'est un moyen d'économiser les temps de déplacements). La correction devient de fait collective et c'est EC1 qui copie les réponses (économie de temps également). C'est un élève à chaque fois différent qui donne la réponse.	Phase collective correction
	32'13''	44'13''	12'00''	Copie de leçon	Réorganisation

EC1	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°2	Temps de présence : 57'15'' . Temps effectif : 45'45''			Régularisation des absences d'un élève (vie scolaire/ cahier correspondance ; signification du cahier d'absences : « document officiel très important »). Appel et rappel sur le comportement : certains élèves doivent récupérer leur cahier de liaison. Vérification des devoirs maison. Certains élèves doivent apporter leur cahier de correspondance. Vérification des cahiers de liaison signés.	
	00'00''	20'40''	20'40''	Exercice 3 p. 15 : Ecrire en chiffres des nombres décimaux lus à l'aide du tableau de numération. Exercice 4 p. 15 : Ecriture littérale de nombres décimaux	Phase coll. correction devoirs + 1 phase de réorganisation de 2 mn
	20'40''	26'24''	05'44''	Exercice p. 29 Reprise d'une connaissance ancienne : EC1 veut montrer aux élèves comment construire les rectangles qui vont lui permettre d'introduire les fractions décimales. Le terme est prononcé, ici, pour la première fois, même s'il a été entendu avant. EC1 va donc utiliser le rectangle unité. 2 rectangles-unités sont tracés au tableau ; le premier divisé en dix colonnes. Dont 3 sont hachurées (3/10) ; puis J trace un second rectangle-unité divisé en cent. Signification des écritures 1/10 ; 1/100 ; 3/10 ; 30/100	Réorganisation (fractions décimales)
	26'24''	28'28''	02'04''	Exercice n°1, p. 11 : Questions sur des écritures fractionnaires, décimales et littérales équivalentes. Correction collective immédiate d'exercices d'application.	Phase collective correction
	28'28''	39'51''	11'23''	Compléter sur le cahier de brouillon le tableau comprenant ces différents types d'écritures. Pendant ce temps EC1 passe dans les rangs et regarde les tableaux qu'il fallait recopier sur le cahier de cours. Elle fait des commentaires et des rappels sur la présentation (tableau ; partie cours / exercices ; application / présentation ; utilisation du stylo rouge, de la règle ; retourner le cahier, tracer la marge). Elle distribue des croix aux élèves qui n'ont pas fait leurs devoirs. Elle explique ce qui doit être refait à la maison (les cadres, les soulignements, etc.	Recherche individuelle.
	39'51''	42'02''	02'11''	Correction du tableau sur les différentes écritures d'un nombre décimal.	Phase collective correction
	42'02''	45'45''	03'43''	Exercice 3 p. 11. Rechercher dans un nombre le chiffre des dizaines, des centaines, unités, rôle de la virgule. Correction immédiate.	Phase collective correction

EC1	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°3	Temps de présence : 56'17" Temps effectif : 37'17"			EC1 a un problème à régler à l'extérieur de la classe avec la CPE et une élève de la classe de quatrième. Elle fait rentrer les élèves ; une élève de 4 ^{ème} ne se présente pas à l'heure le matin (problèmes familiaux). Importance de la présence à tous les cours. Rappel sur le comportement de certains élèves. Vérification des cahiers de liaison de deux d'entre eux. Commentaires sur les devoirs maison ; explication de la notation : <ul style="list-style-type: none"> - P : Présentation ; - S : Soins : 2,5 ; - T : présentation du tableau : 2,5 ; - D : présentation du diagramme : 2,5 ; - Précision des indications : 2,5 EC1 fait des commentaires particuliers en distribuant les devoirs aux élèves sur la présentation d'un diagramme. Elle précise qu'elle souhaite que l'on écrive au stylo. Classement du devoir : collé dans le cahier : « Il faut qu'ils apparaissent toujours les devoirs » ; laisser une page blanche en face.	
	00'00''	15'29''	15'29''	Exercice n°8c p. 15 : Décomposition de nombres décimaux à l'aide de fractions décimales Exercice n°10 p. 15 : Compléter avec les mots qui conviennent des propositions sur l'écriture décimale d'un nombre. Exercice n°9, p. 15 : Manipulation des chiffres d'un nombre décimal. Il s'agit d'un exercice facultatif. Les trois exercices sont corrigés oralement sans temps de recherche individuelle.	Phase coll. correction devoirs
	15'29''	22'21''	06'52''	Partie exercices Exercice n° 5 p. 15 : Donner l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire à l'aide du tableau de numération. Cet exercice ne fait pas partie des devoirs ; il est fait sur le cahier d'exercices mais EC1 précise qu'il est fait <u>en même temps</u> au tableau, faute de temps. « Alors, nous sommes dans le cahier d'exercices ; nous le faisons ensemble parce qu'on a déjà perdu trop de temps ; donc, on va tourner chacun son tour. » Après une explication de l'exemple d'environ 1'30'', EC1 interroge tour à tour les élèves. Elle demande aux élèves qui n'ont pas compris de réagir et les aide au tableau à trouver leurs erreurs à l'aide du tableau de numération. Elle demande aux élèves de finir chez eux cet exercice.	Phase collective correction d'exercices non donnés en devoirs concomitante de leur réalisation
	22'21''	36'08''	13'47''	Copie de leçon EC1 constate qu'elle n'a pas le temps de faire copier un tableau récapitulatif des différentes écritures d'un nombre décimal. Elle fait sauter 5 lignes aux élèves et leur dit qu'elle leur en fera une photocopie.	Réorganisation
	36'08''	37'17''	01'09''	Rappel des différentes écritures possibles d'un nombre décimal. Il s'agit donc d'une récapitulation	Réorganisation orale

EC1	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°4	Temps de présence : 53'31" Temps effectif : 46'58"				
	00'00''	07'34''	07'34''	<p>Calcul mental dans des cases pré-positionnées sur une feuille distribuée.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Dans 72, combien de fois 8 ? - Ecrire en chiffres le nombre quarante mille soixante quinze. - Ecrire en chiffres 35 et 2 deuxièmes en écriture décimale. - Que faut-il ajouter à 57 pour obtenir 100 ? - Ecrire en chiffres quatre cent soixante quinze mille trente. - Ecrire le chiffre des dizaines de 523,78. - Ecrire le chiffre des centièmes de 523,78. - Ecrire le chiffre des millièmes de 2054,317. - Ecrire le chiffre des centaines de 2054,317. - Ecrire le chiffre des dixièmes de 2054,317. <p>EC1 relève les feuilles. Correction immédiate.</p>	Evaluation calcul mental et correction
	07'34''	10'12''	02'38''	<p>Explication sur les devoirs maisons : remarques sur la présentation, l'application, les élèves qui n'ont pas rendu les devoirs. Un élève pose la question de ce que l'on doit faire en mathématiques pour progresser (son père lui a fait recommencer l'exercice).</p>	Travail à rendre organisation
	10'12''	31'26''	21'14''	<p>Partie exercices</p> <p>Exercice n°5b p. 15 : Convertir une écriture fractionnaire en écriture décimale</p> <p>Exercice n°6 p. 15 : Donner une écriture fractionnaire d'un nombre décimal</p>	Phase coll. correction devoirs
	31'26''	42'11''	10'45''	<p>Partie cours</p> <p>Le cours porte sur les différentes écritures d'un nombre à virgule. Pour y parvenir, J interroge les élèves. Les erreurs fréquentes sont corrigées devant le groupe ; c'est l'occasion de mobiliser des rappels implicites et de mises en forme, au fur et à mesure de la copie de la leçon. On assiste à une co-construction de la leçon orale et écrite, couramment utilisée par les professeurs de collège. J prend comme exemple 504,67.</p>	Réorganisation leçons
	42'11''	46'58''	04'47''	<p>Recherche individuelle (ou par deux) : Exercices n°60, 62, 63 p. 22</p> <p>«Recopier et compléter les égalités suivantes. Elle passe dans les rangs et aide les élèves : $24/\dots = 2,4$; $\dots/100 = 12,54$. ; $12\ 863/\dots = 12,863$; $\dots/10 = 3,9$. ; $9/\dots = 0,9$; $\dots/1\ 000 = 3,9$. »</p>	Recherche individuelle ou par deux

EC1	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°5	Temps de présence : 56'09" Temps effectif : 49'21"				
	00'00"	16'24"	16'24"	Exercice n° 48 p. 21 : décomposition de nombres décimaux. Exercice n° 61 p. 22 : Recopier et compléter les égalités suivantes. a) .../10 = 3,2 ; 56/... = 0,56 b) .../1 000 = 62,47 ; 12/... = 0,012. c) .../100 = 1,7 ; 678/... = 6,78. Exercice n° 63 p. 22 : Décomposer en une somme de fractions décimales et de nombres entiers les nombres suivants. a) 0,281 6. b) 60,821. c) 6,082 1, etc.	Phase collective correction devoirs
	16'24"	27'14"	10'50"	Recherche sur cahier de brouillon. Exercice n°59 p. 22 « Retrouver les quantités égales : - le dixième d'une centaine ; - une centaine de millièmes ; - un millier de millièmes ; - un millier de centièmes ; - le centième d'une dizaine. Explications des différentes formulations et écritures au tableau sous la forme de fractions décimales. Les élèves doivent maintenant retrouver les quantités égales. Là, également, il n'y a pas de temps détaché pour la recherche individuelle : les élèves écoutent les explications données par l'enseignante.	Phase collective correction
	27'14"	31'26"	04'12"	Exercice n° 58 sur le cahier de brouillon. « Curieusement, le professeur Oublitout et ne se souvient jamais de la suite des 3 chiffres qui lui permet d'ouvrir son coffre. Mais il a retenu cette phrase : « Le chiffre des unités est le double du chiffre des dixièmes et son chiffre des centièmes est la somme du chiffre des unités et des dixièmes. Quelles peuvent être les combinaisons de ce coffre ? » EC1 insiste pour lire attentivement. Elle encourage les élèves qui peuvent tous réussir. Elle explique les mots « double »	Présentation de l'activité Explication de la consigne de certains mots
	31'26"	35'04"	03'38"	Recherche individuelle : EC1 passe voir les élèves qui ont besoin d'aide. La correction n'est plus immédiate. Elle donne du travail supplémentaire aux élèves qui ont terminé et encourage tout le monde à écrire. En fait, elle cherche à leur faire adopter un comportement de recherche : « Faire des mathématiques, c'est <i>chercher</i> !... Et chercher, ce n'est pas rester la tête en l'air ! <i>Chercher, c'est écrire</i> ! C'est chercher des possibilités puis regarder si elles marchent ! »	Recherche individuelle
	35'04"	37'57"	02'53"	Correction de l'exercice 58	Phase correction
	37'57"	43'33"	05'36"	Exercices sur la numération romaine. Exercice n° p. 26 EC1 explique le fonctionnement de la numération romaine (les différentes lettres et leur signification) à partir d'exemples.	Présentation de l'activité
	43'33"	46'47"	03'14"	Cahier de brouillon Même exercice. Après avoir demandé aux élèves s'ils ont compris, EC1 passe dans les rangs. De temps à autre elle passe au tableau pour écrire les égalités à compléter ou effectuer des précisions.	Recherche individuelle
	46'47"	49'21"	02'34"	Correction de l'exercice d'écriture en chiffres romains	Phase collective correction

EC2	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°1	Temps de présence : 55'02'' Temps effectif : 46'13''			EC2 vérifie les devoirs maison pendant que les élèves s'installent et vérifie les signatures des parents sur les cahiers.	
	00'00''	22'16''	22'16''	Correction des devoirs Exercice A1, p. 10 : Réécrire correctement des nombres avec ou sans virgule en utilisant des espaces (34 174 ; 65 98 ; 28731 ; 778 6 ; 590 ; 234 56 ; 5413) Exercice A2, p. 10 : Enlever les zéros inutiles (042 334 ; 60 590 ; 28,70 ; 07,06 ; 7 900 ; 820,405 ; 0,500 ; 07,54) Exercice A3, p. 10 : Décomposition d'un nombre entier Exercice B1, p. 10 : Bien lire et bien écrire (littéralement) un nombre	Phase collective correction devoirs révision
	22'16''	46'13''	23'47''	Présentation générale des séances prochaines (travail sur les nombres décimaux) et construction collective de la leçon sur la numération de position dans l'ensemble des entiers naturels.	Réorganisation leçons + copie

EC2	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage																
Séance n°2	Temps de présence : 56'23" Temps effectif d'enseignement : 55'42"																				
	00'00"	14'30"	14'30"	EC2 a amorcé une réflexion sur la notion de 1/10, 1/100. Il présente cette présentation comme une façon de bien revoir ce qu'étaient les dixièmes et les centièmes EC2 : « Donc, ça, c'était, simplement un exercice pour euh... bien revoir ce que sont les dixièmes et les centièmes ». Des schémas sont projetés au tableau et correspondant à des schémas du livre. Il y a 2 rectangles-unités; le premier sans division; le second divisé en dix colonnes. Dont 3 sont hachurées (3/10); puis EC2 dévoile un troisième rectangle unité divisé en cent; en gris sont hachurées des surfaces de 1/100 et 30/100.	Réorganisation connaissances anciennes (révision)																
	14'30"	22'12"	07'42"	Recherche individuelle. EC2 demande de relire les consignes « Lorsque l'on partage une unité en dix quantités égales, on obtient un dixième. L'écriture fractionnaire décimale d'un dixième s'écrit 1/10. 1 Quelle quantité obtient-on lorsqu'on partage une unité en cent quantités égales ? 2 Quelle quantité obtient-on lorsqu'on partage une unité en mille quantités égales ? »	Recherche individuelle																
	22'12"	24'50"	02'38"	<u>EC2 qui corrige seul au tableau.</u>	Phase collective correction																
	24'50"	27'58"	03'08"	Les connaissances exposées, recherchées et corrigées sont maintenant réorganisées dans un tableau récapitulant les différentes écritures. Cet exercice n'était pas dans les devoirs à faire; il permet de réorganiser les connaissances sur les dixièmes et les centièmes. <u>Une élève passe au tableau.</u>	Réorganisation à l'aide d'un graphique projeté au tableau																
				<table border="1"> <thead> <tr> <th>Partage</th> <th>Ecriture décimale</th> <th>Lecture</th> <th>Ecriture fractionnaire décimale</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 :10</td> <td>0,1</td> <td>un dixième</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>0,01</td> <td></td> <td>1/100</td> </tr> <tr> <td>1 :1 000</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Partage	Ecriture décimale	Lecture	Ecriture fractionnaire décimale	1 :10	0,1	un dixième			0,01		1/100	1 :1 000				
Partage	Ecriture décimale	Lecture	Ecriture fractionnaire décimale																		
1 :10	0,1	un dixième																			
	0,01		1/100																		
1 :1 000																					
	27'58"	50'25"	22'27"	EC2 demande aux élèves de sortir leur cahier partie leçon. La copie de leçon amorcée lors de la séance précédente se poursuit.	Réorganisation connaissances																
	50'25"	55'42"	05'17"	EC2 met les élèves au travail sur un exercice (n°3 p. 11); recherche individuelle. Il replace son rétroprojecteur face au tableau. Il l'allume pour expliquer la consigne et ce qu'il est attendu des élèves car il a observé que certains d'entre eux recopiaient l'exercice. En devoir il demande aux élèves de terminer cet exercice et il ajoute les exercices 5 et 6, p. 15 où il faut passer d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale et vice-versa.	Recherche individuelle																

EC2	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°3	Temps de présence : 55'17" Temps effectif : 40'19"			Il faut enlever plusieurs minutes consacrées à des activités étrangères à l'enseignement des mathématiques et correspondant à des informations générales <ul style="list-style-type: none"> - Modifications de l'heure de vie - Elections de délégués de classe dans les jours prochains - Distribution convocation parents (rencontre individuelle des professeurs) Ensuite, EC2 répond à différentes questions n'ayant aucun rapport avec les exercices à corriger ; il vérifie que les exercices ont été faits et note les noms de ceux qui ne les ont pas faits.	
	00'00"	26'47"	26'47"	Exercice n°5 p. 15 donné en devoir. Donner une écriture décimale des nombres suivants : <ul style="list-style-type: none"> a) $243/10$; $674/1000$; $230/100$; $204/1000$ b) $84/1000$; $67/10$; $9000/10$; $360/1000$ c) $7/100$; $5/1000$; $300/1000$; $204/10$ Le n°6 n'est pas corrigé entièrement pour permettre l'écriture du cours (EC2 le dit explicitement).	Phase coll. correction devoirs + réorganisation de deux minutes en cours de correction
	26'47"	40'19"	13'32"	EC2 fait sortir les cahiers de leçons. Après une rapide présentation orale de ce qu'il va dire il passe à la copie de la leçon.	Réorganisation leçons

EC2	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage																																																
Séance n°4	Temps de présence : 53'05'' Temps effectif d'enseignement : 42'23''			Le cours, à proprement parler, commence plus de 9 minutes après, du fait de l'élection des représentants d'élèves. Entre le moment où EC2 annonce le début du cours mathématique, il se passe encore plus d'une minute.																																																	
	00'00''	01'54''	01'54''	Phase rapide de rappel.	Réorganisation																																																
	01'54''	16'20''	14'26''	<p>Les élèves commentent un tableau qui se trouve dans le livre de maths et que EC2 projette au mur. Il y a une partie entière et une partie décimale.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="7">partie entière</th> <th colspan="5">partie décimale</th> </tr> <tr> <th>millions</th> <th>centaines</th> <th>dizaines</th> <th>milliers</th> <th>centaines</th> <th>dizaines</th> <th>unités</th> <th>dixièmes</th> <th>centièmes</th> <th>millièmes</th> <th>dix</th> <th>cent</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>4</td> <td>5</td> <td>8</td> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>7</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>9</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>C'est pour EC2 l'occasion d'amener l'importance des décimaux. Il prend l'exemple de la monnaie : la partie décimale c'est la partie d'une unité pour aller au-delà de l'unité. Il s'agit d'une réorganisation collective à l'aide de supports extraits du livre (tableau, écriture mathématique). Après avoir expliqué la signification des différents chiffres, les élèves répondent oralement aux questions du livre. A aucun moment il n'y a de manipulation ni de recherche individuelle. Il ne s'agit pas, non plus, d'une correction collective puisque cet exercice n'était pas donné en devoirs à la fin du cours précédent.</p>	partie entière							partie décimale					millions	centaines	dizaines	milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	dix	cent				4	5	8	2											7	6	4	9				Réorganisation
partie entière							partie décimale																																														
millions	centaines	dizaines	milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	dix	cent																																										
			4	5	8	2																																															
					7	6	4	9																																													
	16'20''	42'23''	26'03''	Les élèves sortent leur cahier partie cours (copie de leçon).	Réorganisation leçon																																																

EC2	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°5	Temps de présence : 56'03" Temps effectif : 48'37"			Explication de l'organisation de la réunion de rentrée. Distribution d'un document informant les parents de la date et de l'heure de la réunion.	
	00'00"	01'27"	01'27"	Rappel sur les derniers développements des connaissances sur les décimaux <u>Dans un nombre décimal, il y a une partie entière et une partie décimale.</u> <u>Dans la partie entière, on trouve comme type de chiffres les unités des dizaines des centaines.</u> <u>La partie entière est séparée de la partie décimale par une virgule.</u> <u>Dans la partie décimale, on trouve les dixièmes, les centièmes, les millièmes.</u> <u>On pourrait continuer au-delà des dix millièmes.</u>	Réorganisation orale
	01'27"	48'37"	47'10"	EC2 corrige collectivement des exercices donnés à la maison. Il s'agit d'un renforcement de la technique.	Phase collective Correction devoirs

EC3	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°1	Temps de présence 57'25'' Temps d'enseignement effectif : 55'46''				
	00'00''	03'58''	03'58''	Recherche individuelle : suite d'une fiche sur les abscisses et les fractions. Placement de points dont les abscisses sont des fractions sur des droites numériques	Recherche individuelle
	03'58''	05'53''	01'55''	A la suite de la question d'un élève qui ne comprend pas un mot de la consigne de l'exercice à faire, EC3 effectue un premier rappel. C'est pour lui l'occasion de rappeler ce qu'est un point, l'abscisse d'un point, le rôle d'une droite graduée (permet le placement de points), sa construction à partir d'un point d'origine et d'une unité.	Explication de la consigne
	05'53''	16'24''	10'31''	EC3 interrompt cette phase pour voir si les élèves suivent : « Bon, on va corriger le premier [exercice] pour voir si vous y êtes arrivés... »	Recherche individuelle
	16'24''	19'38''	03'14''	Correction collective. Une élève effectue le premier exercice. Il l'aide à voir une erreur. Cette phase s'arrête après que l'élève soit revenue à sa place ; qu'il ait demandé à 4 élèves successivement s'ils avaient compris et qu'ils aient répondu par l'affirmative.	Phase collective correction
	19'38''	27'08''	07'30''	La recherche individuelle reprend. A chaque fois qu'il y a recherche individuelle, EC3, complète des droites graduées au tableau ou bien va aider des élèves et vérifier l'ensemble des productions.	Recherche individuelle
	27'08''	31'49''	04'41''	Correction collective. Après avoir interrogé une élève, EC3 demande si des élèves n'ont pas compris ; puis il laisse les élèves continuer. Quelques secondes plus tard il vérifie que beaucoup d'élèves n'ont pas encore fini en le leur demandant.	Phase collective correction
	31'49''	34'15''	02'26''	Recherche individuelle	Recherche individuelle
	34'15''	51'22''	17'07''	Correction collective. La plupart des élèves ont terminé. EC3 fait passer une élève puis demande aux élèves qui n'ont pas compris de se signaler. Il va expliquer à une élève du premier rang. Il envoie une élève qui a des difficultés, pour qu'elle explique comment elle a fait. Puis un troisième élève	Phase collective correction
	51'22''	52'13''	00'51''	Rappel EC3 interrompt un instant la correction pour effectuer un rappel sur la technique permettant de passer de 3 à 36/12 (3 x 12/12).	Dans Phase correction plutôt que Réorganisation
	52'13''	55'46''	03'33''		Phase collective Correction

EC3	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°2	Temps de présence : 51'43''				
	Temps d'enseignement effectif : 46'55''				
	00'00''	09'49''	09'49''	Exercice : trouver l'écriture fractionnaire de segments en utilisant le segment unité. C'est l'occasion d'effectuer 2 rappels	Recherche individuelle
	09'49''	10'03''	00'14''	Correction collective	Phase collective
	10'03''	11'10''	01'07''		Recherche individuelle
	11'10''	11'41''	00'31''	Mesure d'un segment plus petit que l'unité	Phase collective
	11'41''	12'00''	00'19''		Recherche individuelle
	12'00''	13'08''	01'08''	Correction collective	Phase collective
	13'08''	13'37''	00'29''		Recherche individuelle
	13'37''	16'02''	02'25''	Correction collective	Phase collective
	16'02''	16'12''	00'10''		Recherche individuelle
	16'12''	16'30''	00'18''	Correction collective	Phase collective
	16'30''	17'05''	00'35''		Recherche individuelle
	17'05''	24'03''	06'58''		Phase collective
	24'03''	46'55''	22'52''	<p>Les divisions successives par 2 dans les fractions du type $2 + \frac{3}{4} = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ sont rapprochées des fractions égyptiennes (divisions successives en deux). Puis EC3 demande d'additionner deux segments ensemble, ce qui donne $3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{2}{8}$</p> <p><u>Pour additionner des écritures fractionnaires de dénominateur différent, il faut additionner les fractions qui ont le même dénominateur.</u></p> <p>On n'est plus dans des exercices réalisés à partir d'une fiche ; il s'agit d'une phase où tout se passe au tableau. Ces additions et ces alignements de fractions sont rapprochés des additions dans N, à l'aide d'un rappel : l'alignement des nombres quand on additionne. Le changement de colonne est rapproché de la retenue.</p> <p>Tout au long de cette longue phase de réorganisation les phases de rappel succèdent aux explications dessinées au tableau. Comme dans le cas de EE4, les élèves ne trouvent pas spontanément le partage en dix comme meilleure technique pour additionner des fractions de dénominateurs différents ; il faut un certain nombre d'effets Jourdain inévitables au vu de la complexité de la notion. C'est le cas de EC3 avec le passage aux fractions décimales</p> <p>La mesure de segments plus petits que 1 et de plus en plus petit est associée à des divisions successives par 10.</p>	Réorganisation

EC3	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°3	Temps de présence : 54'04'' Temps effectif : 46'38''			Les élèves prennent le cahier de texte à peine entrés dans la classe : visite de la conseillère d'orientation pour expliquer son rôle le 23 octobre. Questionnaire à remplir par les élèves pour le 23 octobre.	
	00'00''	04'14''	04'14''	EC3 distribue de nouveaux exercices. Puis réorganisation (rappel début de séances : 2'27'') et explication de la consigne.	Réorganisation
	04'14''	07'21''	03'07''	Immédiatement après, un rappel lié à la question d'un élève (2'54''). Le rappel permet la réalisation de l'exercice ; il est différent du précédent.	Recherche
	07'21''	21'27''	14'06''	Recherche individuelle <ul style="list-style-type: none"> • Placement de points d'abscisses en fractions décimales sur des droites graduées • EC3 rappelle ce qui avait été dit en début d'année sur les modalités d'évaluation (une fois toutes les deux ou trois semaines) et sur le droit ou pas de poser des questions • Fractions décimales équivalentes à trouver (après placement des points) 	Recherche individuelle
	21'27''	46'38''	25'11''	Correction collective	Phase collective

EC3	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°4	Temps de présence : 51'18'' Temps effectif : 49'43''				
	00'00''	49'43''	49'43''	Copie de leçon sur les nombres décimaux sur l'ensemble de la séance.	Réorganisation

EC3	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°5	Temps de présence : 56'58'' Temps effectif d'enseignement : 52'12'' Les évaluations 6 ^{ème} vont être communiquées aux parents ; les élèves doivent ramener l'information signée aux élèves.				
	00'00''	10'25''	10'25''	Copie de leçon sur les nombres décimaux Recherche collective de classement de 5 nombres décimaux : 5 nombres sont classés au tableau et doivent être classés	Réorganisation
	10'25''	14'20''	3'55''	Application de la leçon : classement de 5 nombres sur le cahier de brouillon. EC3 annonce qu'il y aura immédiatement correction derrière. Pour gagner du temps il demande de les classer directement sans les recopier tels qu'il les a écrits au tableau.	Recherche individuelle
	14'20''	16'47''	02'27''	Un élève donne ses résultats ; EC3 demande aux autres élèves s'ils sont d'accord ; comme ce n'est pas le cas, il donne l'explication et la procédure (la partie décimale ce n'est pas un nombre entier)	Phase collective Correction
	16'47''	19'23''	02'36''	EC3 fait copier sur le cahier de leçons la correction du tableau. Pendant ce temps il écrit en titre « Encadrement d'un nombre ».	Réorganisation
	19'23''	33'00''	13'37''	EC3 demande aux élèves s'ils connaissent la signification d'« encadrer » un nombre. Il annonce que c'est la fin de la leçon	Réorganisation
	33'00''	42'57''	09'57''	EC3 propose une suite d'exercices ; il fait sortir les cahiers d'exercices (p. 20 exercice 1 en rouge : passer d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale). Les élèves sont invités à « aller vite ».	Recherche individuelle
	42'57''	47'35''	04'38''	EC3 fait venir 4 élèves en même temps au tableau pour corriger. C'est l'occasion pour EC3 d'effectuer une remarque sur l'égalité entre des deux écritures fractionnaires et décimales et la nécessité d'ajouter entre elles le signe « égal »	Phase collective Correction
	47'35''	52'12''	04'37''	Exercice n°2, p. 20 : passer d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale	Recherche individuelle

EC3	Début*	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°6	Temps de présence : 52'25'' Temps effectif d'enseignement : 48'09''				
	00'00''	10'20''	10'20''	Exercice : Passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire (trouver le numérateur). EC3 fait passer plusieurs élèves en même temps, pour aller plus vite. Il en profite pour faire également quelques rappels sur les traits de fraction	Phase coll. correction devoirs
	10'20''	15'53''	05'33''	Exercice 4 : Donner une écriture fractionnaire d'un nombre décimal	Recherche individuelle
	15'53''	20'20''	04'27''	Correction exercice 4	Phase collective Correction exercice
	20'20''	24'12''	03'52''	Exercice 7	Recherche individuelle
	24'12''	29'29''	05'17''	Correction exercice 7	Phase collective Correction exercice
	29'29''	37'31''	08'02''	Exercice 10 p. 21 : Décomposition de nombres décimaux en partie entière et fractions décimales	Recherche individuelle
	37'31''	43'12''	05'41''	Correction exercice 10 p. 21	Phase collective correction exercice
	43'12''	48'09''	04'57''	Exercice n°14 p. 21	Recherche individuelle

EC4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°1	Temps de présence : 50'16" Temps effectif : 30'50" Reprise au bout de 7 mn. Diane récupère les exercices (devoirs maison), énumère le nom des élèves qui n'ont pas encore rendu leur devoir, fait distribuer les devoirs corrigés, répond à quelques réclamations des élèves au sujet du rendu des devoirs et fait sortir les cahiers de leçons, d'exercices et les livres de maths.				
	00'00"	12'24"	12'24"	Phase de rappel. EC4 est seule au tableau, face à ses élèves.	Réorganisation
	12'24"	30'50"	18'26"	Exercice 2a : Placer sur un axe gradué des fractions : $1/2$; $3/2$; $5/2$; $2/2$ Exercice 2b, 2c, 2d : Placer sur un axe gradué des fractions : $2/4$; $7/4$; $4/4$; $1/2$; $2/3$ <u>Dans ces exercices, la correction est effectuée en même temps que la recherche</u> ; c'est-à-dire que les élèves viennent au tableau les uns après les autres pour placer des points en même temps que EC4 fait des commentaires.	Phase collective Correction

EC4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°2	Temps de présence : 53'20'' Temps effectif : 49'10''				
	00'00''	01'10''	01'10''	Retour sur l'erreur de Rémi et vérification qu'elle a été bien comprise	Rappel début séance
	01'10''	03'31''	02'21''	Correction exercice 2e : Placement de fractions sur la droite numérique partagée en douzièmes (11/12 15/12 23/12 7/12). Observation des différentes écritures de l'unité suivant la façon de partager. Les élèves se succèdent rapidement étant donné l'absence de calcul ou de manipulation.	Phase collective correction
	03'31''	10'05''	06'34''	Observations et remarques sur les différentes fractions placées sur les droites graduées étant donné que les unités de toutes les droites graduées différemment sont les mêmes. On a plusieurs façons d'écrire le même nombre Numérateur = dénominateur : fraction = 1 Numérateur > dénominateur : fraction > 1 Numérateur < dénominateur : fraction < 1	Réorganisation
	10'05''	10'41''	00'36''	Rappel oral de ces différentes observations	Réorganisation
	10'41''	16'40''	05'59''	Copie de la leçon (utilisation des droites graduées différemment pour trouver des fractions égales à 2 ou à 1/2 <u>Fractions égales à 1 :</u> $1 = 2/2 = 3/3 = 4/4 = 6/6 = 12/12$ <u>Des fractions égales à 1/2 :</u> $1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8 = 6/12$ <u>Des fractions égales à 2 :</u> $2 = 4/2 = 8/4 = 6/3$ Question d'un élève : comment écrire une fraction égale à 3 (oralement 9/3 ; 12/4)	Réorganisation leçon
	16'40''	20'43''	04'03''	Cours magistral : il existe d'autres façons d'écrire les nombres (écriture fractionnaire décomposée) $D (3/2) = 1 + 1/2$ $E (5/4) = E (1 + 1/4)$ $F (7/4) = F (1 + 3/4)$ Rappel de ce qui vient d'être dit	Réorganisation
	20'43''	49'10''	28'27''	Exercice n°3 distribué aux élèves : Placer des points d'après leur abscisse sur la droite de l'exercice n°2. Compléter les écritures des abscisses Recherche individuelle : Réinvestissement des connaissances abordées lors de ces deux séances : - passage d'une écriture fractionnaire à une écriture décomposée (partie entière + partie fractionnaire) ; - placement de points dont les abscisses sont des fractions sur une droite graduée.	Recherche individuelle

EC4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°3	Temps de présence : 53'23'' Temps effectif : 49'18''			Remise de quelques devoirs aux élèves ; quelques élèves rendent également des devoirs.	
	00'00''	16'15''	16'15''	Exercices 3a, 3b, 3c, 3d, 3e donné en devoirs : Placement de points sur des demi-droites à partir de leur abscisse exprimée sous la forme d'écritures fractionnaires décomposées ; compléter l'écriture des abscisses avec des fractions (écritures fractionnaires non décomposées). Les élèves se succèdent au tableau.	Phase collective Correction devoirs
	16'15''	27'20''	11'05''	Approfondissement des connaissances produites sur les écritures fractionnaires décomposées. Pendant ce temps long, aucun élève ne va au tableau. <u>Rappels d'écritures fractionnaires qui ont été réalisées.</u> Puis énonciation de nouvelles connaissances formulées : une écriture décomposée est composée d'unités et d'une fraction inférieure à 1. EC4 les renforce à l'aide d'exemples où il faut produire une écriture fractionnaire décomposée à partir d'une abscisse donnée sous la forme d'une fraction. EC4 fait trouver la forme décomposée d'abscisses qu'elle désigne au tableau sur les droites numériques correspondantes : $1 + 1/3$; $2 + 1/6$; $1 + 4/6$; $2 + 1/12$; $1 + 2/4$; $1 + 2/6$	Réorganisation
	27'20	31'25''	04'05''	Copie sur le cahier de leçon et copie des exercices à faire IV Décomposer une fraction sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1. $3/2 = 1 + 1/2$ $7/6 = 1 + 1/6$ $5/2 = 2 + 1/2$ $17/6 = 2 + 5/6$ Exercice n°52 p. 103 Exercice 3 (photocopie) A la suite d'une question d'un élève, EC4 explique pourquoi elle fait noter sur le cahier de leçon des exercices : c'est pour que l'on sache les refaire. Elle les avertit indirectement également qu'il y aura probablement une petite évaluation lors de la prochaine séance.	Réorganisation
	31'25''	49'18	17'53''	Recherche individuelle ou à deux. Les consignes de recherche individuelle sont ensuite données. Les élèves doivent terminer à la suite de la copie de leçon, la fiche photocopiee et l'exercice 52 sur le cahier d'exercice. Ensuite ils doivent faire des exercices de géométrie. Recherche individuelle ou à deux, jusqu'aux devoirs.	Recherche individuelle ou à deux

EC4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°4	Temps de présence : 51'43'' Temps effectif : 45'42''			2 minutes supplémentaires pour la remise de devoirs maisons et le début de la distribution des contrôles.	
	00'00''	09'13''	09'13''	Evaluation : Placement des points C, A, T, H, d'abscisses respectives $\frac{2}{6}$; $1 + \frac{4}{6}$; $\frac{12}{6}$; $\frac{2}{3}$ sur une droite numérique partagée en sixièmes Décomposition comme somme d'une fraction inférieure à 1 et d'un nombre entier de $\frac{5}{3}$ et $\frac{22}{10}$. Le contrôle n'est pas corrigé collectivement.	Recherche individuelle Evaluation
	09'13''	15'54''	06'41''	A la suite de la question d'une élève, EC4 explique les modalités d'évaluation, ce que les élèves peuvent mettre sur leur contrôle, les barèmes (notes sur 5 : plus locaux / sur 20 : plus globaux ; toutes les 3 semaines ; note qui a le plus de poids ; coefficient 4), etc. Le cours reprend 17mn 54'' après l'entrée en classe.	Modalités d'évaluation
	15'54''	29'23''	13'29''	Correction collective de l'exercice n°52, p. 103 (décomposer une fraction en un nombre entier et une fraction inférieure à 1). Les élèves se succèdent un à un au tableau.	Phase coll. correction devoirs
	29'23''	32'55''	03'32''	Présentation orale des nombres décimaux. Après avoir travaillé avec des petits nombres (au numérateur et au dénominateur), il va falloir également apprendre à travailler sur des grands nombres. Aucun élève ne va au tableau.	Réorganisation
	32'55''	35'51''	02'56''	Copie de la leçon : présentation de fractions décimales V Fractions décimales Leur dénominateur est 10, 100, 1000, 10000 Par exemple $\frac{2}{10}$; $\frac{4}{100}$; $\frac{15}{10}$; $\frac{10}{10000}$ sont des fractions décimales.	Réorganisation leçon
	35'51''	45'42''	09'51''	Fiche de travail à coller dans le cahier d'exercices et à compléter Placement de points sur la demi-droite graduée d'après leur abscisse. Compléter l'écriture de leur abscisse (dans le tableau avec des fractions). A la fin de l'heure, les mêmes exercices sont donnés en devoirs à finir à la maison. Pour les élèves qui ont fini EC4 donne un nouvel exercice. Temps arrêté à la phrase de EC4 : « Vous pouvez partir »	Recherche individuelle

EC4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°5	Temps de présence : 49'47" Temps effectif : 40'35"			Distribution des résultats des évaluations. EC4 explique qu'il y a un codage pour expliquer les petites erreurs. L'évaluation est collée dans le cahier d'exercices. EC4 demande que quelqu'un prenne en charge le cahier de textes de la classe. Puis EC4 demande un retour des devoirs maisons. Une élève ramène le cahier de la classe. EC4 demande aux élèves de refaire pour demain ce qui n'a pas été fait et demande de ne pas perdre de temps. « Ça fait dix minutes qu'on est rentré, les enfants, là, hein ! ». Il se perd encore environ 2 minutes nécessaires pour retrouver le bon exercice et obtenir que tous les élèves soient prêts (Un élève doit remettre son cahier de liaison du fait de bavardages).	
	00'00"	04'28"	04'28"	Phase de rappel : consignes d'un exercice précédent et connaissances impliquées. <u>Le rappel ne porte donc pas sur l'ensemble des connaissances vues la fois précédente</u> , mais sur les connaissances liées à l'exercice commencé l'heure d'avant et qui va donner lieu à une correction.	Réorganisation Phase début séance
	04'28"	27'48"	23'20"	Correction collective exercice 4 Placer différents points sur une demi-droite graduée en unités, dixièmes, Compléter, pour certains d'entre eux, l'écriture de leur abscisse avec une fraction en dixièmes ou en centièmes. Les élèves se déplacent les uns après les autres au tableau. Au cours de cette phase de nombreux rappels sont effectués et relèvent de la phase de correction collective. <u>Une phase de rappel de plus de 3 mn (3'01'')</u> est également mobilisée Même aussi longue, une telle phase est liée à la contingence, c'est-à-dire à l'incompréhension rencontrée ou non pendant la correction. <u>Sur cette phase les élèves n'ont pas le droit à la parole.</u> Ensuite la correction collective reprend.	Phase collective Correction Devoirs
	27'48"	40'35"	12'47"	Recherche individuelle ou à deux : Les élèves sont invités à terminer l'exercice 4 : placer sur une droite graduée des points dont les abscisses sont données. Les élèves qui l'ont déjà fait chez eux viennent voir l'enseignante qui leur donne un exercice supplémentaire du livre (n°97, p. 107). Pendant ce temps, EC4 passe dans les rangs et intervient auprès des élèves en difficulté. Certains resteront à la récréation avec elle pour terminer l'activité.	Recherche individuelle

EC4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°6	Temps de présence 52'28'' Temps effectif : 51'36'' Presque immédiatement EC4 donne des consignes pour sortir les cahiers de leçons.				
	00'00''	29'56''	29'56''	Copie de leçon , alternant avec des phases de rappels et des connaissances nouvelles emblématisées. Les connaissances rappelées sont relativement proches puisque nous sommes dans la deuxième heure de suite (les séances 5 et 6 se suivent, au même titre que les séances 1 et 2). <u>Durant toute cette période, aucun élève ne va au tableau. EC4 est seule pour expliquer et questionner. Il ne s'agit pas d'une phase de correction collective.</u>	Réorganisation leçon
	29'56''	30'51''	00'55''	Mise en application des nouvelles connaissances institutionnalisées : 2,408 et 2,48. Les élèves cherchent, d'abord, sur leur cahier de brouillon sur un temps très court puisque l'activité n'est pas une recherche mais un jeu d'écriture.	Recherche individuelle
	30'51''	35'56''	05'05''	Puis, tour à tour, plusieurs élèves passent au tableau. Le rôle du zéro dans l'écriture décimale est souligné. EC4 pointe une connaissance qui vient d'être travaillée.	Phase collective Correction
	35'56''	39'29''	03'33''	Copie de leçons	Réorganisation
	39'29''	51'36''	12'07''	EC4 donne dans l'ordre les exercices à faire pendant la fin du cours : Finir exercice 4, 50 et 55 p. 103 + Exercice n°13 p 21 Recherche individuelle ou à deux. Puis EC4 passe dans les rangs et aide les élèves ou les incite à poursuivre.	Recherche individuelle

EC4	Début	Fin	Durée	Activités proposées	Codage
Séance n°7	Temps de présence : 51'07'' Temps effectif : 48'33'' Récupération des devoirs maison				
	00'00''	09'47''	09'47''	Correction des exercices proposés en devoirs (n°55 p 103).	Phase collective Correction devoirs
	09'47''	10'35''	00'48''	<u>Pendant la correction, phase de rappels récapitulative : association entre fractions non décimales et décimales.</u>	Phase collective Correction
	10'35''	19'45''	09'10''	Poursuite avec un exercice qui n'était pas obligatoire en devoirs et qui est immédiatement corrigé collectivement. N°13, p.21 : Transformer une écriture à virgule en écriture fractionnaire.	Phase collective correction
	19'45''	32'20''	12'35''	Présentation orale d'une nouvelle activité et recherche individuelle. EC4 demande aux élèves de placer une nouvelle fiche, sans la coller, à côté de la fiche 4 déjà collée sur le cahier d'exercices. Puis elle demande d'écrire les abscisses avec l'écriture à virgule. Elle donne un exemple avec F (8/10) car certains élèves ne comprennent pas la consigne : il faut écrire l'écriture décimale (0,8) sur la ligne au-dessous de F (8/10). Puis recherche individuelle	Recherche individuelle
	32'20''	41'09''	08'49''	Correction collective : Interruption de la recherche individuelle pour vérifier que tout le monde « a bien démarré ». EC4 en profite pour glisser des connaissances et des rappels ; entre autres celles liées à la présentation des écritures mathématiques dans les exercices du livre. Elle se projette également dans l'avenir avec une <u>anticipation didactique sur le rangement dans l'ordre croissant de fractions décimales et de nombres décimaux</u> , qui devra être ultérieurement maîtrisé.	Phase collective correction
	41'09''	48'33''	07'24''	Recherche individuelle à nouveau	Recherche individuelle

SECTION 4

4 Transcriptions des interactions didactiques

Dans cette section, on trouvera l'ensemble des transcriptions didactiques – sous la forme d'extraits les plus significatifs – et de leur condensation sous la forme d'énonciations orales et écrites des différentes connaissances mobilisées par chacun des enseignants de CM2 et de 6^{ème}.

Chacune de ces énonciations peut être considérée comme un acte de langage assertif (formulations et rappels informels de connaissances) ou déclaratif (rappels formels de connaissances et inscriptions), selon le principe d'exprimabilité proposé par J. Searle (J. SEARLE, 1972, 56-58).

4-1 Conventions de transcription

- EC2 : « Donc ce zéro, effectivement... L'écrire comme ceci... n'est pas faux, d'accord ? ! ... *Mais* c'est un zéro, ben, qui ne sert pas à grand chose ; donc, *il vaut mieux* ne pas le mettre, et mettre directement, donc, quarante-deux mille trois cent trente-quatre... »
Entre guillemets, ensemble des remarques, reformulations, rappels, questions émanant du professeur et des élèves lors de l'interaction verbale
- *mais... il vaut mieux*
Mots faisant l'objet d'une prononciation ou intonation appuyée (*italique*)
- Ahhhhhhhhhh
Rallongement syllabique
- tabl...
Mot tronqué : interruption liée à une nouvelle formulation ou à une remarque d'un élève
- Encadrer un nombre, c'est donner un nombre plus petit et un nombre plus grand que lui.
Textes copiés / affichés au tableau par le professeur ; recopiés ou non par les élèves
- [...] Partie de l'échange enlevée, car non significative. Certaines de ces parties durent parfois plusieurs minutes, dans le cas notamment de formulations de connaissances
- EE2 : « Nous, on avait : « trois plus un demi »... [EE2 écrit : $7 : 2 = 3 + 1/2 =$] ? On sait qu'un demi, c'est... ? [Elève : ça fait cinq dixièmes !]... Un demi, c'est cinq dixièmes... [EE2 rajoute : $7 : 2 = 3 + 1/2 = 3 + 5/10$]... C'est aussi... ? [Cinquante centièmes !]... Très bien Léa !... Cinquante centièmes... [EE2 rajoute : $7 : 2 = 3 + 1/2 = 3 + 50/100$] ! »
En caractères gras, les nombres, écritures et symboles progressivement rajoutés ou rayés sur le tableau de la classe, voire sur une affiche
- [Rappel à l'ordre]
Recadrage lié au dispersement de l'attention : de quelques secondes à quelques minutes
- [Elève : ...] [Même élève : ...] [Elèves : ...] [Deux élèves : ...]
Réponse d'un élève : du même élève que celui de l'interaction précédente ; réponses simultanées ou successives de plusieurs élèves : de deux élèves. Pour distinguer les propos tenus par les professeurs de leurs élèves, les remarques et réponses de ces derniers sont encadrées par des crochets : [].
- [[]] Remarques d'élèves et actions concomitantes : nombres, signes, symboles, tableaux, droites, graphisme inscrits au tableau ; gestes, etc.
- [EC2 propose une « décomposition », mais va être gêné car jusqu'à présent, il n'a pas introduit la notion de partie entière et de partie décimale dans un nombre décimal.]

Commentaires du transcripteur utiles à la clarté et à la compréhension générale des échanges (Arial police 7 ou 8, entre crochets).

- [Silence] / [Long silence]
Silence de quelques secondes / silence de plus de dix secondes
- EC2 « **Comment a-t-on fait pour diviser, pour définir le dixième ? On prend une unité ; on la divise en dix parties égales. Et ensuite, on va prendre un dixième, deux dixièmes, trois dixièmes...** [EC2. revient au schéma dessiné au tableau des dixièmes]... D'accord ? Alors, maintenant, je veux refaire la même chose... la même chose pour mille ; comment va-t-on faire pour définir le millième ? On va prendre [Elèves : Une unité !]... Une unité, et on va la diviser en mille parties égales. »
En rouge, la ou les connaissances rappelées
- EE2 : « **Nous entamons l'étude des nombres décimaux... C'est une étude qui va être rapide, puisque les nombres décimaux, on va voir que c'est des nombres fractionnaires... C'est des fractions, qu'on écrit différemment... D'accord ?** »
En bleu les anticipations didactiques.

Codage des connaissances

(Cx) : connaissance utilisée pour en construire une autre

CFx : connaissance formulée et/ou reformulée par le professeur à partir des réponses des élèves ou à partir de sa propre formulation (CF : connaissance formulée; x : ordre chronologique d'apparition de la connaissance ; CF01 / CF02...)

CRx : connaissance rappelée par le professeur ou – beaucoup plus rarement – par un élève (CR01 ; CR02...)

Rappel contextuel : rappel ne portant pas sur des connaissances mathématiques précises mais sur le contexte au cours duquel elles ont été formulées

CIx : connaissance inscrite sur le cahier de leçon, officialisée au tableau ou à l'aide d'une affiche

CRx-A : rappel de connaissance correspondant à une anamnèse.

CRx-E : rappel de connaissance correspondant à une évocation

CRx-EI : rappel de connaissance correspondant à une évocation immédiatement suivie d'une institutionnalisation écrite (classes de 6^{ème} ; rappels institutionnalisants ; cf. Chapitre ; Figure).

Exemples :

- CR01-A : Connaissance C01, rappelée au sein d'une anamnèse.
- CR04-E : Connaissance C04, rappelée sous la forme d'une évocation
- CI03 : Connaissance C03 objet d'une inscription sur le cahier de leçon.
- CR05-EI : Connaissance C05, rappelée sous la forme d'une évocation à visée institutionnalisante.

La distinction entre anamnèse et évocation n'est toutefois pas toujours aussi tranchée. Nous avons vu ainsi qu'il existait des évocations au sein même des anamnèses, comme il existe beaucoup d'évocations à visée institutionnalisante lors des phases formelles liées à la copie de leçons dans les classes de sixième (cf. Chapitre 13). Cela correspond à la nécessité, pour les enseignants, de reprendre chacune des connaissances, une à une, et de les distinguer avant de les institutionnaliser.

Dans les classifications suivantes, seules les connaissances génériques ont été codées. Pour savoir à quelle connaissance est, très précisément, rapporté un rappel ou une institutionnalisation écrite, on se reportera aux différents tableaux récapitulant le traitement discursif et sémiotique des différentes connaissances (Section 5).

4-2 Classes de CM2

EE1 1^{ère} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice n°1 p. 74 (Mesures de segments à partir d'une bande-unité papier graduée en dixièmes)		Explication de la consigne <u>Si on partage une unité en deux on obtient des demis.</u> <u>Si on partage une unité en trois, on obtient des tiers.</u> <u>Si on partage une unité en cinq, on obtient des cinquièmes.</u> <u>Si on partage une unité en dix, on obtient des dixièmes.</u> EE1 : « Hop ! Retour en arrière, on rembobine ! Si je partage en deux je vais obtenir... ? [Elève : Heu... Cinq... Cinq dixièmes !]... Non... Pas... J'ai mon unité ; si je la partage en deux, je vais obtenir des... ? [Elèves : Des demis !]... Des demis ! Si je la partage en trois ? [Elèves : Des tiers !]... Si je la partage en cinq ? [Elèves : Cinquièmes !]... Si je la partage en dix ? [Elèves : Dixièmes !]... Ça, on l'a vu, on est d'accord ? »	CR01 – E
		<u>Si on partage une unité en dix, on obtient des dixièmes.</u> EE1 : « [...] je ne vais pas le rappeler, c'est vous qui allez le rappeler, quand même, hein ! – parce qu'il y en a qui se posent toujours la question ; qui hésitent toujours... <i>A priori</i> , dans notre situation, le segment unité, il a <i>quoi</i> ... Comment il est partagé ; qu'est-ce qu'il a de particulier ? [...] [Vincent : Dix]... Dix morceaux !... Donc, <i>à priori</i> ... [EE1 trace au tableau une unité qu'il partage en dix fractions de 1/10]... S'il est partagé en dix morceaux, ça veut dire quoi ? [EE1 joue d'une intonation moins forte pour indiquer qu'il faut faire attention à ce qui se dit] ... [Silence]... Qu'est-ce qu'on peut en dire ?... On sait que c'est notre unité : OK, voilà... ! [EE1 écrit 0 et 1 en face des 2 extrémités de l'unité] [...] [Elève : Ça sera toujours des dixièmes !]... <i>D'accord</i> ! On est bien d'accord ! S'il est partagé en dix morceaux, ce sont des ... ? [Elèves : Dixièmes !]	CR01 – E
	CF01	<u>Une part de l'unité partagée en dixièmes représente un dixième : 1/10. Deux parts de l'unité partagée en dixièmes représentent deux dixième : 2/10. Trois parts de l'unité partagée en dixièmes représentent trois dixième : 3/10.</u> EE1 « Donc, ça veut dire que je l'ai... on va dire, gradué en dixièmes, d'accord ? ! Donc, <i>de là à là</i> [EE1 indique la distance séparant le 0 de la première fraction d'unité qu'il vient de tracer au tableau]... Ça représente <i>quelle</i> fraction de l'unité ? [Elève : Un dixième]... Et jusque là [EE1 indique la distance qui sépare 0 de la notation 2/10] ? [Elève : Deux... dixièmes]... [EE1 montre la distance trois dixièmes.] [Elève : Trois dixièmes]... Et cetera, et cetera !... On est d'accord, hein ? ! »	
	CF02 CF03	<u>$\frac{11}{10}u = \frac{10}{10}u + \frac{1}{10}u$</u> <u>$\frac{10}{10}u = 1u$; donc $\frac{10}{10}u + \frac{1}{10}u = 1u + \frac{1}{10}u$</u>	
	CF03 CF02	<u>$\frac{10}{10}u = 1u$</u> <u>$2u + \frac{8}{10}u = \frac{28}{10}u = \frac{10}{10}u + \frac{10}{10}u + \frac{8}{10}u$ (« écritures équivalentes »).</u> EE1 : « Moi, j'ai marqué ce que vous m'avez dit... Est ce que je pourrais mettre égal...oui on non ? [Elèves : Oui !]... Est-ce que deux unités plus huit dixièmes c'est la même chose que vingt-huit dixièmes ? [Elèves : Oui !]... Oui !... Est-ce que c'est la même chose que dix dixièmes plus dix dixièmes plus huit dixièmes ? [Elèves : Oui !]... On est d'accord là-dessus ?... Bon... [EE1 écrit le signe égal entre les trois termes] »	
	CF02 CF03	<u>$\frac{10}{10}u = 1u$</u> <u>$2u + \frac{1}{10}u = \frac{21}{10}u = \frac{10}{10}u + \frac{10}{10}u + \frac{1}{10}u$</u> EE1 : « Mathias, d'après toi, ça se vaut [EE1 montre les 4 dernières écritures fractionnaires de EF] ? [Mathias : Ça se vaut]... Donc, c'est égal ?... Est-ce que je peux dire que deux unités plus un dixième c'est égal à vingt et un dixièmes ? [Mathias : Oui !... [EE1 écrit le signe égal entre les deux termes]... Oui... Est-ce que je peux dire que vingt et un dixièmes c'est égal à dix dixièmes plus dix dixièmes plus un dixième ? [Elèves : Oui !]... [EE1 écrit le signe égal entre ces deux écritures] Est-ce que je peux dire que dix dixièmes plus dix dixièmes plus un dixième, c'est égal à vingt dixièmes plus un dixième ? [Elèves : Oui !]... [EE1 écrit le signe égal entre ces deux écritures]... Ben on est d'accord, donc... ! »	
	CF01 CF03 CF03 CF03	<u>Un dixième < six dixièmes < vingt dixièmes</u> <u>Dix dixièmes < dix-neuf dixièmes < vingt dixièmes</u> <u>Vingt-sept dixièmes > une unité</u> <u>Vingt-sept dixièmes < trois unités ou trente dixièmes</u> <u>Vingt-sept dixièmes > deux unités ou vingt dixièmes</u> EE1 : «Donc, c'est vrai que c'est [19/10] plus grand que un dixième et que c'est plus petit que vingt dixièmes. Mais qu'est-ce qu'on peut dire encore [EE1 montre le savoir visé, à savoir un encadrement d'une écriture fractionnaire à l'aide de deux autres fractions] ? [Elève : Que c'est plus grand que dix dixièmes et que c'est plus petit que vingt dixièmes]... Alors, s'il est plus grand que dix dixièmes et s'il est plus petit que vingt dixièmes [...] [Pour l'encadrement de E1F1, EE1 écrit les diverses propositions des élèves les unes en dessous des autres au tableau] [Elève : Vingt-sept dixièmes, c'est plus grand qu'une unité !] [EE1 écrit $1u < E1F1$] [Elève : C'est plus petit que trois unités parce que trois unités c'est trente dixièmes !] [EE1 rajoute $1u < E1F1 < \frac{30}{10}u$] [Elève : C'est plus grand que deux unités parce que deux unités c'est vingt dixièmes !] [EE1 écrit en dessous : $2u < E1F1 < \frac{30}{10}u$ $\frac{3}{10}u$] »	

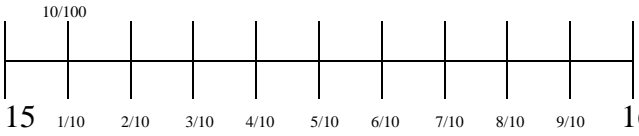

EE1 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice n°1 p. 74 (Mesures de segments à partir d'une bande-unité papier graduée en dixièmes)		Fraction rose du carré $5/8$ ABCD (erreur) Cinq huitièmes d'ABCD signifie que l'unité est partagée en huit et qu'on en prend cinq. EE1 : « Petit retour en arrière – je sais, je vous embête, mais tant pis, j'insiste – là, Alicia [EE1 montre la fraction qu'il vient d'écrire au tableau], si la partie rose représente $5/8$ de ABCD, ça veut dire quoi, $5/8$ de ABCD ? [...] j'aimerais savoir, tout simplement, qu'est-ce que ça veut dire prendre cinq huitièmes de quelque chose ? [...] [Elève : Ça veut dire que l'unité, c'est huit]... Mal dit...mais, heu... L'unité fait huit et que... ? ! [Elève : Et qu'on en prend cinq !]... Et on en prend cinq ! Alors, plutôt que « L'unité fait huit », ça veut dire... Plutôt que « fait », c'est quoi ? [Elève : Elle est partagée !]...Elle est partagée en huit, on en prend cinq. Et qu'on en prend cinq ! »	CR01 – E
	CF01	Comme il y a « cent petits carrés » dans le carré ABCD, ce sont des centièmes. <u>1 gâteau entier = 2 demis parts = quatre quarts = huit huitièmes = seize seizièmes = cent centièmes de part</u> EE1 : « [Elève : Mais, maître – c'est une question – tous les carrés... Tous les petits carrés qu'il y a dans le grand carré, il y en a cent...]. Oui [Elève : ... Donc, ça... Ben là, en fait, ça fera des centièmes ? !]... <i>Ha, peut-être !</i> ... est-ce que... Attends [EE1 demande à Delphine d'arrêter ses explications] !... <i>Est-ce que tout le monde entend bien ce que dit Delphine ?</i> [Elèves : Oui !]...Elle est en train de nous que, en fait, elle, elle a compté... ? [Elèves : les carrés !]... Elle a compté <i>tous les petits carrés</i> qu'il y avait dans le carré ABCD [...] Et tu as trouvé qu'il y en avait... ? [Elève : Cent ? !] [...] Alors, je reviens à mon truc très bête : il y a un grand anniversaire ; j'ai un grand gâteau [les élèves répètent « un grand gâteau »]... génial, super, grand. [Elève : Tu vas inviter cent personnes !]... Je le coupe en deux : je vais avoir... [EE1 trace un grand cercle figurant le gâteau et on fur et à mesure qu'il interroge les élèves, le partage successivement en deux, en quatre, en huit, et en seize] ? [Elèves : Un demi... Deux demis]... Deux demis !... Je le coupe en quatre... [Elèves : Quatre quarts !] [Cette fois sans rien dire ni demander, EE1 divise le cercle en huit puis en seize parts et les élèves répondent « huit quarts... huit huitièmes !... seize seizièmes !] [...] Et si je le coupe en cent parts, je vais avoir des... ? [Elèves : Centièmes !]... Hé ben, alors, on est d'accord ? ! »	R contextuel CR03 – E Connaissance ancienne
	CF01	<u>Si je prends 40 petits carrés dans le carré ABCD, j'obtiens $40/100$.</u> EE1 : « [Elève : Et donc, le carré rose, je fais un côté fois un côté ; ça fait cinq fois huit : quarante-cinq !]... Cinq fois huit, quarante-cinq : ouais, c'est ça!!!... [Ton ironique et rire de EE1 devant cette erreur] Donc... [Elève : Le côté rose – enfin, la partie rose –, elle fait quarante centièmes !... La partie rose fait quarante centièmes... »	
	CF01	<u>$5 \times 8 \neq 5/8$</u> EE1 : « Pourquoi lui a dit que ça fait cinq huitièmes [EE1 parle de Vincent]? Expliquez-nous !... Moi, je pense savoir pourquoi !... Adèle ! [...] [Adèle : Il a compté la longueur et la largeur et il a fait]... Exactement ! Qu'est-ce qu'il a compté, lui, en fait ? [Elèves : Il a compté la longueur, la largeur et après il a mis machin / machin !]... Hé oui ! »	
		<u>Quand on coupe un carré en cent petits carrés, ce sont des centièmes.</u> EE1 : « Mais enfin, bon : ce qu'a expliqué Delphine, ce n'est pas idiot ; c'est que, puisque c'est coupé en cent petits carrés, c'est sûrement des centièmes... »	CR01 – E

EE1 2^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel général de la séance précédente		<p>Une fraction décimale c'est une fraction avec des dixièmes, des centièmes et des millièmes et au-delà.</p> <p>EE1 : « Pour le moment, ça ne les aide pas à savoir ce sur quoi on a travaillé... Alors, Sybil ? [Sybil : Sur les fractions décimales, on a travaillé] [Autres élèves : Avec des trucs à virgule ! ... Avec les dixièmes, centièmes] [...] Première question, parce que il y en a qui n'étaient pas là, non plus... Là, Joachim, il ne sait pas de quoi on parle ; Joachim, c'est quoi une fraction décimale, au fait ? [Joachim : Une fraction à... à nombre à virgule]... Ha, c'est une fraction avec un nombre à virgule [...] Donc, lui, il n'était pas là ; et ceux qui étaient là, c'est quoi une fraction décimale ? [Elève : Une fraction avec les dixièmes]... Des fractions et des dixièmes. [Autre élève : Avec des centièmes, millièmes, heu !...Centièmes, millièmes. [Elèves : milliards...milliardè...]... Oui, enfin, on ne va pas faire toute la liste ! ... »</p>	CR04 – A
		<p>Les fractions en tiers, demis et quarts ne sont pas des fractions décimales. Les fractions décimales sont, par exemple, en dixièmes, centièmes et millièmes.</p> <p>EE1 : « Qu'est-ce qu'on a fait, en fait... Ces segments ?...On a fait quoi ?...Tout simplement ? [Elève : On les a mesurés avec une bande !]... On les a mesurés avec une bande unité ! Avec seulement une chose, Joachim, c'est que notre bande unité, qu'est-ce qu'elle avait de particulier ? [Elève : Elle était coupée en dixièmes !]... Elle était graduée en dixièmes !... D'accord ?... Or, si tu te souviens – parce que toi tu as été absent ; depuis longtemps, tu as été malade – la dernière fois qu'on s'était vu, on avait toujours travaillé sur les fractions, mais nos bandes... nos bandes étaient graduées en quoi ? On avait gradué en ... ? [...] On avait travaillé sur les fractions <i>les plus simples</i>. Or, ça avait été donc des... ? [Elève : Des demis... des tiers... quarts]... Et quarts... On avait travaillé surtout là dessus... Là, la seule différence, c'est qu'on a travaillé non plus sur ces fractions simples, mais on a commencé à travailler sur des fractions décimales – fraction décimale, c'est ce que disait Dorian, c'est les fractions. C'est, par exemple, les dixièmes... Et Audrey rajoute : « Oui, mais c'est aussi les centièmes et les millièmes... ! ». »</p>	CR04 – A
		<p>Quand un carré est partagé en cent parties égales, on obtient des centièmes.</p> <p>Une des fractions colorées du carré représente 40/100.</p> <p>EE1 : « Et, justement, hier, on a terminé sur... la petite chose qu'il y avait sur le livre où il y avait un carré qui était gradué... qui était découpé en... ? [Elève : En centièmes...]... Comment on sait qu'il était découpé en centièmes ? [Elève : Ben, j'ai... J'ai calculé combien il y avait de carreaux]... C'est à dire ? Ça veut dire quoi ? ... Léo ? [Léo : Des carreaux !]... Voilà : des carreaux, il y en avait combien ? [Léo : Cent !]... Et, on était sur la question de savoir... Il y avait une partie qui était coloriée en vert, une en rose, une en jaune et il fallait savoir quelle... Qu'est-ce que ça représentait ; quelle fraction du carré ça représentait... Hein, c'était ça ? ! ... Et donc, on avait commencé ; on avait trouvé qu'il y en avait un qui faisait quarante centièmes... [...] C'était le rose... Et cetera... et cetera !... »</p>	CR01 – A CR01 – A R contextuel
Problème : classement de fractions décimales Retrouver l'ordre d'arrivée d'une course de 100 m (temps chronométrés (travail en groupe)	CF01	<p>Dans l'exercice l'unité de mesure est la seconde. Elle est partagée en cent.</p> <p>EE1 : « Mais c'est quoi qui est partagé en cent ? ! [Elève : L'unité !]... L'unité... Dans notre cas, là, c'est quoi l'unité ? [Elève : La seconde !]... C'est la seconde ! D'accord... »</p>	
	CF03 CF05	<p>Cent centièmes et dix dixièmes font la même chose, car les deux font une unité.</p> <p>Si on multiplie le numérateur et le dénominateur par le même nombre, on ne modifie pas la fraction.</p> <p>EE1 : « [Elève : Si, par exemple, il y a cent centièmes et dix dixièmes, c'est exactement pareil !]... Cent centièmes et dix dixièmes, c'est la même chose ! Vrai ou faux ? ! [Elèves : Ha oui, parce que les deux ça fait un !... On multiplie par dix... Parce que les deux c'est une unité ! [...] Oui, parce que, maître, si c'est dix dixièmes et cent centièmes, si on rajoute un zéro à dix dixièmes, ça va faire cent centièmes et si on enlève un zéro à cent centièmes, ça va faire dix dixièmes !... Ça fait toujours une unité !]... Ça fait toujours une unité ! D'accord, je suis d'accord ! »</p>	

EE1 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Problème : classement de fractions décimales (suite)	CF06	<p>On ne peut pas comparer des fractions exprimées en dixièmes et en centièmes. Il faut avoir la même unité.</p> <p>EE1 : « D'accord ! Donc, là, tu es en train de dire que là, notre problème c'est qu'on a des dixièmes, on a des centièmes. Tant qu'on a des dixièmes et des centièmes, on ne peut pas calculer : il faut avoir la même unité... ! [Elève : Oui ! Et là, on doit transformer !]... Et là, il va falloir transformer ! »</p>	
	CF05 CF05	<p>$1/10 = 10/100$</p> <p>Si on multiplie par 10 le numérateur et le dénominateur de la fraction $1/10$, on obtient $10/100$ et c'est le même résultat.</p> <p>Si on multiplie le numérateur et le dénominateur d'une fraction par le même nombre, on obtient le même résultat ($1/2 = 2/4$).</p> <p>EE1 : « [Elève : Ben, un dixième c'est la même chose que dix centièmes !... Puisqu'on multiplie par dix !]... Ha, tu me dis qu'un dixième, c'est pareil que dix centièmes [EE1 écrit au tableau : $1/10 = 10/100$] [Elève : Dix fois dix, ça fait cent !]... Dix fois dix, ça fait cent... ! [Elève : Donc un fois dix, ça fait dix... Le dix d'en bas, quand on fait « fois dix », ça fait cent ; et le un d'en haut, quand on fait « fois dix », ça fait dix... [Autre élève : Oui, parce que vous nous aviez dit que si on multiplie le numérateur et le dénominateur par le même nombre, le résultat il est pareil !]... Ha oui ! C'est ce qu'on avait vu quand on faisait les demis et les quarts, c'est ça ? Puisqu'on avait trouvé ça quand on avait comparé un demi et deux quarts ; et donc, là, vous êtes en train de me dire que ça marche aussi ici, c'est à dire que un dixième ça va faire dix centièmes parce que c'est dix fois plus et dix fois plus... »</p>	CR05 – E
	CF01 CF03 CF05	<p>Si on partage un segment en dix parties égales on obtient des dixièmes. Et si on partage à nouveau un dixième en dix, on obtient $1/100$ car en tout dans l'unité on aurait $100/100$.</p> <p>$100/100 = 1$ ($1 = 10/10 = 100/100$).</p> <p>Il y a dix centièmes dans un dixième : $1/10 = 10/100$</p> <p>EE1 : « N'empêche que moi je pose la question et c'est à tout le monde : c'est que là, les dixièmes, vous les voyez : parfait... [Elève : On voit aussi les centièmes !]... Mais les centièmes, ils sont où ? ! ... [Des élèves proposent de faire une autre droite. EE1 reformule la question : « Ils sont où les centièmes ? » Un élève propose de partager en cent les dixièmes ; puis il hésite et propose de partager en dix un dixième.]... [EE1 montrant les centièmes : Donc, on va avoir dix ... ?] [Elèves : Dix dixièmes !... Dix centièmes !]... Dix centièmes !... Là, ça en fera... ? [Elèves : Vingt centièmes, trente centièmes !] Donc ça va ? ! On retombe sur nos pattes ? ! ... On retombe sur nos cent centièmes !... Oui ?... Oui, oui ? »</p>	
		<p>Si on partage un dixième d'une droite numérique en dix parties égales, on va avoir dix centièmes qui correspondent à un dixième.</p>  <p>EE1 : « Donc, pour ce que vient de dire, quand même, Joachim... Il a dit que, en fait, ça revient à faire quoi ? Ça revient à chaque... ici... Repartager ça en dix petits [intervalles]... [EE1 partage le premier dixième en dix centièmes à l'aide de petits traits] ! Ça veut dire que je vais en avoir cent !... ça veut dire que j'aurai bien mes dixièmes et mes centièmes... Donc, ça veut dire concrètement – et c'est ce que vous avez dit aussi – un dixième, c'est aussi... ? [Elèves : dix centièmes !]... Même chose ! »</p>	CR05 – E
	CF06	<p>Si on place les temps exprimés en secondes, dixièmes et centièmes de seconde de chaque élève sur une droite numérique où sont indiqués les unités, les dixièmes et les centièmes, une méthode consiste à convertir les dixièmes en centièmes de seconde</p> <p>$15u + 8/100 < 15u + 20/100 < 15u + 25/100 < 15u + 30/100$</p> <p>Laura $10/100$ Selim/Julien/Roxanne</p> 	

EE1 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF05 CF06	$\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$ $\frac{4}{10} = \frac{40}{100}$ <p>Si on classe des temps, une méthode consiste à convertir les dixièmes en centièmes. EE1 : « [Juliette écrit 30/100 sur le tableau blanc à gauche du tableau noir]...Donc, c'est quoi, ça ? ! [Juliette : Ça fait, heu... trente centièmes !]... C'est quoi, trente centièmes ? [Juliette: Ben, c'est... C'est le temps de Rachel!]... Heu... C'est <i>seize secondes</i> plus ça, donc ? [Juliette : Oui !]... Donc, c'est tes trois dixièmes qui sont devenus trente centièmes ?... D'accord ! ... [Juliette : Après, on va passer à Suzie... Juliette écrit en dessous : 40/100]... Oui, Suzie... Quatre dixièmes, ça va faire quarante centièmes... Et donc... [Juliette : Loïc... ça va faire quatre-vingt-dix centièmes]... Quatre-vingt-dix... Ben, c'est déjà en centièmes ! [...] Donc, tu as fait le travail !... Donc, si je suis ton raisonnement... Donc là, c'est devenu... <i>seize secondes</i> et <i>trente</i> centièmes [EE1 montre au tableau noir le temps de Rachel et rajoute un 0 au numérateur et au dénominateur de la fraction de seconde correspondant au temps de Rachel : 30/100] ; là, ça n'a pas bougé [EE1 fait allusion au temps de Lucas] ; et là, c'est... [EE1 rajoute un 0 au numérateur et au dénominateur de la fraction correspondant au temps de Suzie pour faire 40/100]... Et donc, concrètement, si on les classe ?... Le plus rapide... ? [Juliette : Loïc !]... Donc, ça serait lui... [EE1 indique 1 devant Loïc]</p>	
	CF06	<p>Quand on a des fractions exprimées en dixièmes et en centièmes, la bonne méthode consiste à <u>transformer les fractions exprimées en dixièmes en centièmes, pour pouvoir les comparer</u>. Pour comparer des fractions exprimées en dixièmes et en centièmes, une solution a été trouvée : <u>tout ramener en centièmes</u> EE1 : « Qu'est-ce qu'il faut faire alors ? [Elève : Le mettre en centièmes !]... Tout mettre en centièmes, pour tout comparer... Ça peut être une solution... Est-ce qu'il y a d'autres aides qui peuvent arriver ?... Delphine ? [Delphine : Heu... Tout mettre en dixièmes !]... Tout mettre en dixièmes ! Sachant qu'il y a ça, où il va falloir qu'on se batte pour se mettre d'accord [EE1 montre les résultats qu'il avait mis au frigo sur le panneau arrière du tableau : $\frac{25}{100} = 2,5/10$; $\frac{8}{100} = 0,8/10$] [...] Sur le principe, Delphine, je respecte parfaitement ce que tu as envie de... Je pense que ce que tu veux dire n'est pas idiot. Mais, pour le moment, la virgule on ne l'a même pas utilisée ! Tu nous utilises une virgule, je ne sais même pas !... L'année dernière, vous l'avez fait avec Madame C. ? [...] [Elève : Un tout petit peu !]...Un tout petit peu... C'est pourquoi je me méfie des choses, quand ce n'est pas sûr [...] Donc... Moralité : vous avez déjà trouvé une solution ! C'est à dire que là, votre truc, ça a été : on ramène tout... « On ramène tout en centièmes ». Ça permet d'avoir, euh !... quelque chose qui est comparable... »</p>	CR06 – A

EE1 3^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscrites	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Correction exercice 6 p. 75 (Encadrement de fractions par deux entiers successifs)	CF02	$26/10 = 20/10 + 6/10 = 2 + 6/10$; donc $2 < 26/10 < 3$	
	CF02	C'est « décomposé » $94/10 = 90/10 + 4/10 = 9 + 4/10$; $9 < 94/10 < 10$	
	CF03	87/100 entre 8 et 9 (erreur) $8 = 800/100$; $9 = 900/100$; donc $87/100 < 8$ Entre 0 et 1, car « entre zéro et un il y a des... il y a des centièmes » (élève). $0 < 87/100 < 1$ car $87/100 < 100/100$ EE1 : « On revient sur ce qu'on a dit, au début : quatre-vingt-sept centièmes, première chose que je peux remarquer, c'est... ? [...] [Elève : Plus petit !... Inférieur à un !] Hé oui ! Donc, là, elle a raison ! On ne peut rien faire de plus que « plus grand que zéro ; plus petit que un... » »	CR03 – E
	CF07 CF07 CI07	157/10 1 ^{ère} technique : Pour encadrer des fractions avec des nombres entiers, on met tout en centièmes. Pour cela, il faut « tracer la bande dans sa tête ». Puis on regarde si c'est dans la même unité. 2 ^{ème} technique : [Pour encadrer des fractions avec des nombres entiers], on regarde si c'est supérieur à l'unité. $157/10 > 1$ ($10/10$) <u>Une fraction en dixièmes est une division par dix</u> [Pour encadrer une fraction en dixièmes avec des nombres entiers], on recherche le nombre de dizaines [au numérateur]. Il y en a 15 dans 157/10. Donc $15 < 157/10 < 16$. EE1 : « Ça... On en a déjà parlé, je crois... [Elève : Les fractions c'étaient comme les divisions sur les calculettes... Donc, les fractions, c'est un peu comme si c'étaient des divisions... Quand on divise cent cinquante-sept par dix !]... C'est tout à fait au début qu'on avait travaillé comme ça, je m'en souviens...! [...] « Donc, toi, tu dis... Tu regardes ici ; tu vois que c'est des dixièmes [EE1 montre le dénominateur de la fraction 157/10]... Donc, toi, tu vas regarder, tu m'as dit ? [Elève : Les dizaines !]... Les dizaines... Et elle voit que dans 157, il y a quinze dizaines... Donc, tu en conclus que c'est plus grand que... [Elève : C'est entre quinze et seize !]... Intéressant, aussi !... Alors attends !... [EE1 se tourne vers le tableau pour écrire la procédure suivie par Elisa, tandis qu'un autre élève commente la technique]. Si ce sont des dixièmes, elle recherche le nombre de dizaines au numérateur. $157/10 = 150/10 + 7/10$ donc $15 < 157/10 < 16$	CR08 – E
	CF03	$92/10$ <u>Une unité égale dix dixièmes ; cinq unités égalent cinquante centièmes et neuf unités égalent quatre-vingt-dix dixièmes</u>	
Même activité sur ardoise avec des fractions en centièmes et en millièmes	CF02	$92/10 = 90/10 + 2/10 = 9 + 2/10$ EE1 : « Dixièmes, ça veut dire que l'unité égale... ? [Elève : Un dixième ?... Une unité égale combien de dixièmes ? [Elève : Dix ?]... Oui !... Deux unités ? [Elève : Vingt !]... Oui !... Cinq unités ? [Elève : Cinquante !]... Oui !... On est d'accord. Alors... ? Alors... ? [...] [Elève : Quatre-vingts... Quatre-vingt-dix dixièmes !]... Oui ! Tu es en train... Donc, tu as quatre vingt dix dixièmes, plus... [Elève : Deux dixièmes !]... Plus deux dixièmes... Or, quatre-vingt-dix dixièmes, c'est combien ?... Puisque c'est... [Elève : Neuf unités !]... C'est neuf unités : très bien !... Donc, c'est neuf plus deux dixièmes. Donc, quatre vingt douze dixièmes, c'est entre... ? [Elève : Neuf !]... Et... ? [Elève : Deux !]... Et deux ? ! Pourquoi ? ! ... Non : nombre entier... [Elève : Et dix !]... Et dix !... Ça va, c'est bon ? »	
	CF07	$2710/100$ [Pour encadrer des fractions en centièmes avec des nombres entiers], on cherche le nombre de centaines [du numérateur].	
	CF07	[Pour encadrer des fractions en centièmes par des nombres entiers], on enlève deux chiffres en haut [au numérateur], puisqu'il y a deux zéros [au dénominateur]. EE1 : [Elève : Alors, je cherche combien il y a... il y a de zéros. Et, vu que j'en ai deux, j'enlève deux chiffres en haut... Et je vois que ça fait vingt-sept]... Tout à fait !... Alors on est exactement sur trois méthodes similaires. On n'a pas... On n'a pas les mêmes mots, mais ce qui est intéressant c'est que vous avez compris qu'on recherche le nombre de centaines... Puisque vous avez compris que ça revient aussi à diviser par cent ! C'est très bien !... Parfait ! »	
	CF07	$3721/1000$ [Pour encadrer des fractions en millièmes par des nombres entiers], on enlève trois chiffres [au numérateur], puisqu'il y a trois zéros [au dénominateur]. EE1 : « [Elève : Hé ben alors, on enlève heu !... Il reste trois]... Donc, c'est entre... ? [Elève : Trois et quatre !] »	
	CF09	Dans $26/10 = 2 + 6/10$, 2 est la partie entière et 6/10 est la partie fractionnaire. EE1 : « Alors, je vais juste rajouter, heu... deux mots... Quand on fait ça, là – mais, de toute façon, c'est quelque chose que vous savez, hein !... Mais, sauf qu'on va quand même le dire ! – On obtient, ici, ce qu'on appelle la « partie entière » et ça, la « partie fractionnaire »... [EE1 désigne successivement 2 et 6/10 dans l'égalité trouvée au début de la séquence $26/10 = 20/10 + 6/10 = 2 + 6/10$] [Elève : Décimale !]... « Fractionnaire » puisque que c'est une fraction... « Décimale », c'est ce qui va suivre... [Elève : C'est avec les virgules... !]... Oui, c'est après !... Ça, c'est le prochain épisode ; c'est demain ! »	Projection dans l'avenir didactique

EE1 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels																																																																								
Suite des activités sur ardoise	CF07	<p>2731/10 3 réponses différentes proposées $2 < 2731/10 < 3$ (erreur) $27 < 2731/10 < 28$ (erreur) $273 < 2731/10 < 274$ [Pour encadrer 2731/10 par des nombres entiers], comme il y a un zéro au dénominateur on enlève un chiffre au numérateur, et non deux chiffres ; ça fait 273. EE1 : « [Elèves : Pour la 27, à mon avis, ils ont peut-être décomposé, mais ils ont... Comme ils se sont dit que c'était « dix »... Peut-être qu'ils se sont dit : « C'est deux chiffres ! Donc, on prend deux chiffres... Autre élève : « Parce que, c'est dix !... Comme c'est dix, ils ont dit qu'on met deux chiffres de dix, et ils n'ont pas mis de un !... Ha ! Oui, oui !... Voilà, elle a raison !... Voilà... Elle dit... Elle pense que là, eux, ceux qui ont fait ça, ils ont pris deux chiffres, donc ils ont éliminé deux chiffres ; ils ont fait ça... [EE1 souligne les deux derniers chiffres de 2731]</p> <p>CF07 Même élève : Et ils n'ont pas... Ils n'ont pas enlevé le un ! » [Pour encadrer 2731/10 par deux nombres entiers] on peut s'aider du tableau de numération. Dans le tableau de numération, « d » signifie dizaines. [Pour encadrer 2731/10 par deux nombres entiers] on peut s'aider du tableau de numération. Dans le tableau de numération, « d » signifie dizaines ; on peut l'utiliser pour trouver le nombre de dizaines d'un nombre. EE1 : « N'empêche que – je ne sais plus si on l'a... Si, on l'a toujours, ça existe toujours ! C'est merveilleux, hein [EE1 se dirige vers le côté droit du tableau où se trouve un tableau de numération] !... Le « d » veut dire... [EE1 montre le d situé entre les centaines et les unités dans le tableau de numération affiché sur le mur de droite] ?</p> <table border="1" data-bbox="667 857 1302 1068"> <thead> <tr> <th colspan="3">milliards</th> <th colspan="3">millions</th> <th colspan="3">milliers</th> <th colspan="3">unités simples</th> </tr> <tr> <th>c</th><th>d</th><th>u</th> <th>c</th><th>d</th><th>u</th> <th>c</th><th>d</th><th>u</th> <th>c</th><th>d</th><th>u</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td>2</td><td>5</td> <td>7</td><td>0</td><td>0</td> </tr> <tr> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> <td>2</td><td>5</td><td>0</td> <td>0</td><td>0</td><td>0</td> </tr> <tr> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td></td><td></td> <td></td><td>1</td><td>3</td> <td>7</td><td>0</td><td>0</td> </tr> <tr> <td></td><td></td><td>2</td> <td>3</td><td>0</td><td>0</td> <td>0</td><td>1</td><td>3</td> <td>6</td><td>2</td><td>0</td> </tr> </tbody> </table> <p>[Elèves : Dizaines !]... Ha oui, c'est ça, ça me semblait bien !... Donc, en fait, le nombre de dizaines, euh ! ... unités, dizaines... Ce n'est pas compliqué, quand même, hein !... C'est des choses qu'on a vu et revu, hein ! [...] C'est des choses qu'on fait depuis le CE1 ! »</p>	milliards			millions			milliers			unités simples			c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u								2	5	7	0	0							2	5	0	0	0	0								1	3	7	0	0			2	3	0	0	0	1	3	6	2	0	CR07 – E Connaissance ancienne
	milliards			millions			milliers			unités simples																																																																	
	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u																																																															
							2	5	7	0	0																																																																
						2	5	0	0	0	0																																																																
							1	3	7	0	0																																																																
		2	3	0	0	0	1	3	6	2	0																																																																
CF08	<p>$184 < 18430/100 < 185$ Une fraction en centièmes revient à diviser un nombre par cent, c'est à dire à chercher son nombre de centaines. EE1 : « Puisque ce sont des centièmes, ça revient à chercher le nombre de centaines [au numérateur] : 184... »</p>																																																																										
	<p>$1 < 10054/1000 < 2$ (erreur) Si on partage une unité en mille on obtient des millièmes $1 = 1000/1000 ; 6 = 6000/1000 ; 15 = 15000/1000 ; 18 = 18000/1000$ EE1 : « Là, cette fraction ce sont des quoi ? Ce sont des... ? [Vincent : Des nombres entiers !]... Des nombres entiers !!! ... Bon, là, ça me pose problème !... C'est une fraction !... bon... Ce nombre, en bas, indique quoi ?... Les... ? [Vincent : Millièmes !]... Alors ce sont les millièmes... Des millièmes, ça veut dire quoi ? [...] [Elève : On partage en mille !]... On a partagé en mille quoi ?... [Silence de Julie]... Ben, tout simplement... ? !... Les unités ! Donc, il y a un truc... Je ne sais pas, je reviens là-dessus... Si ce sont des millièmes – allez, on y va, on revient très rapidement !... Vous me dites ça... On va faire comme en début d'année quand on compte ! [...] Alors, un, Monsieur Jeremy, ça fait combien de millièmes ? [...] [Autre élève : Mille millièmes, parce que c'est l'unité !]... Mille millièmes !... Six... ? [Elève : Ben, six millièmes !]... Articule ! [Elève : Six millièmes !]... Non !... Hou la !!! On se perd ! [Elève : Six mille millièmes !]... Six mille millièmes !... Si je vous dis : quinze... ? [Elève : Quinze mille millièmes !]... Oui !... Si je vous dis : vingt-trois... [Autre élève : Vingt-trois mille millièmes !]... Oui !... Si je vous dis : dix huit... ? [Autre élève : Dix-huit mille millièmes !] »</p>	CR01 – E CR03 – E																																																																									

EE1 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
		<p>[$1 = 100/100$] $12 = 1200/100$; $9 = 900/100$; $28 = 2800/100$</p> <p>EE1 : « Alors, attends, parce que, là... Je crois que là, on est en train de revenir sur des choses... Alors, en centièmes, Mathias : douze ! [...] Je te demande, douze !... Douze unités, ça fait combien de centièmes ? [Autre élève : Cent vingt centièmes ?]... Ha non !... Ce sont des centièmes ! [Mathias : Mille deux cent !]... <i>Mille deux cent</i> !... [S'adressant à un autre élève] Si je te dis, heu... neuf ! Neuf unités : combien de centièmes ? [Elève : cent centièmes... Cent un ?... Heu, non : neuf cent !] [...] Heu, Léo, si je te dis : vingt-huit...? [Léo : Heu... Centièmes ? Vingt-huit centièmes ?]... Combien ça fait de centièmes ? Vingt-huit unités, combien ça fait de centièmes ? [...] [Léo : Deux mille huit cent ?]... Oui ! »</p>	CR03 – E
	CF07	<p>Pour chercher la partie entière [d'une fraction], on cherche le nombre de dizaines [du numérateur] si la fraction est en dixièmes, et le nombre de centaines si la fraction est en centièmes.</p> <p>[Pour trouver l'écriture fractionnaire d'un nombre entier], on rajoute un zéro si la fraction est en dixièmes et deux zéros si la fraction est en centièmes.</p> <p>EE1 : « Vous êtes en train de faire ce que je disais, le contr... enfin... C'est vraiment... Vous avez compris le truc ! Tout à l'heure, vous m'avez dit que, pour chercher partie entière... Si c'étaient les dixièmes, on cherchait le nombre de dizaines ; si c'étaient les centièmes, on cherchait... ? [Elève : On rajoute les... On rajoute les zéros, en fait !]... <i>Hé bien oui</i>, c'est... ! C'est exactement la même chose ! Ça vous l'avez bien compris ! [Elève : Par exemple, dans dixièmes, on rajoute un... un zéro ; et en centièmes on rajoute deux zéros !]... Hé bien oui, tout à fait ! »</p>	CR07 – E
Encadrement de fractions entre deux nombres entiers (Copie d'un exercice sur une feuille distribuée et relevée)	Connaissances seulement inscrites sur le tableau	<p>Lundi 12 février 2007</p> <p>Les fractions décimales</p> <p>Pour chaque fraction recherche la partie entière et la partie fractionnaire</p> <p>Ex : $9 < 94/10 < 10$ $94/10 = 9 + 4/10$ ($90/10 + 4/10$)</p> <p>$73/10$, $238/10$, $842/100$, $2030/100$, $8650/100$</p> <p>La partie entière d'une fraction c'est un nombre entier. La partie fractionnaire d'une fraction c'est ce qui reste.</p> <p>EE1 : « [Elève : Maître, mais là, dans l'exercice, par exemple... Par exemple dans $94/10$, la partie entière, c'est $90/10$?]... Ben, c'est ce qu'on a fait tout à l'heure dans l'exercice : la partie entière, c'est le nombre entier ; la partie fractionnaire, c'est ce qui reste. [Elève : Oui mais dans $94/10$, là, c'est $90/10$?]... Dans lequel ?!... [Elève : Là, dans $94/10$?]... Alors, allons-y ! Alors... Exemple... Vous m'avez dit... [EE1 écrit l'inégalité avec $94/10 : 9 < 94/10 < 10$ $94/10 = 9 + 4/10$] [...] Si vous avez besoin de faire des choses en plus... Je reviens à ce que vous faisiez... Tout à l'heure, il y en a certains qui décomposent en quatre vingt dix dixièmes, puisqu'en dixièmes, c'est très bien aussi, hein !... Là, si vous voulez... Je mets en rouge... il y en a qui m'ont fait ça tout à l'heure... ça marche aussi, hein !... [EE1 écrit en rouge, en fin de ligne : $90/10 + 4/10$] »</p>	CR09 – E

EE1 4^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel général sur les notions de partie entière et de partie fractionnaire		<p>En décomposant [une fraction décimale], on peut l'encadrer entre deux nombres. A partir d'une fraction décimale on peut trouver la partie entière, faite d'unités et la partie fractionnaire plus petite qu'une unité. Dix-huit dixièmes, c'est entre un et deux. C'est « un » – partie entière – « plus huit dixièmes » –</p> <p>EE1 : « Qu'est-ce qu'elle a retenu d'hier, Julie?... Qu'est-ce qu'on a fait, hier je ne m'en souviens plus, moi ! [Julie : hier ?]... Oui... [[Julie : Hé ben, on a fait, heu...des fractions et on a, heu... On a fait des fractions décimales... [EE1 l'aide en mimant avec ses mains l'action de séparer quelque chose en deux morceaux]... Ha oui !... On a décomposé les nombres, là !... pour savoir si... [EE1 ; continue ses mêmes ; il veut obtenir de Julie les termes de « partie entière » et « partie fractionnaire », mais n'y arrive pas]... On devait encadrer deux nombres, par un nombre entier... Successif !... [Julie : Successif...] Je m'en souviens bien, de ça... [Rire bref de EE1 qui fait ici allusion aux difficultés de vocabulaire rencontrées dans l'exercice 6 p. 75] !... [...] [Elève : Et on devait trouver en décomposant ou en faisant... et les élèves sont venus montrer des techniques.]... Oui... Et le but, c'est d'arriver à quoi, à la fin ? [Elève : A trouver les nombres qui encadraient... ?] [...] Et à l'arrivée – ce qu'on a fait hier – on obtenait quoi, à l'arrivée ? Deux choses... Il y avait... ? [Elève : On devait trouver l'unité... et la partie fractionnaire... la partie entière !]... Voilà !... Et on était, hier laissé sur ça. C'est sur... On arrivait dans une... A partir d'une fraction décimale, à trouver la partie entière, la partie fractionnaire... OK, OK ? !!! hein ?! [...] Par exemple, heu...Dix-huit dixièmes ! Et, aussitôt, Jeremy qui sautait en l'air et qui disait : « Dix huit dixièmes, bon sang, mais c'est bien sûr ! C'est... » ? ! [Elève : C'est entre un et deux... ?]... C'est entre un et deux !... Donc, la partie entière, c'est... ? Dix-huit dixièmes ?! [Elève : Un !]... Un, plus... ? [Elève : Huit dixièmes !]... Donc, c'est une unité, plus quelque chose qui est plus petit qu'une unité, hein ! On est d'accord ? »</p>	<p>CR02 – A CR09 – A</p> <p>CR02 – A CR03 – A</p>
Décomposition de fractions décimales en partie entière et partie fractionnaire (ardoise)	CF03 CF02	<p>$56/10 = 5 + 6/10$ (difficulté) car $50/10 = 5$ et $50/10 + 6/10 = 56/10$ EE1 « Juliette, ce qu'ont mis tes camarades, c'est ça... [EE1 écrit au tableau la correction : $56/10 = 5 + 6/10$]... Qu'est-ce qu'on peut lui dire simplement ? Pourquoi c'est ça et pas autre chose ? [...] Cinq unités : cinquante dixièmes !... Cinquante dixièmes plus six dixièmes, ça fait... ? [Elève : cinquante-six dixièmes !]... Hop ! »</p> <p>$176/10 = 17 + 6/10$ (difficulté) $176/10 = 170/10 + 6/10$ Cent soixante-dix dixièmes c'est dix-sept [plus six dixièmes] ; $170/10 + 6/10 = 17 + 6/10$ EE1 « Alors je vais essayer de t'aider... Je ne sais pas... Ce qu'on a fait hier, c'est ça... On avait décomposé [EE1 écrit $176/10 = 170/10 + 6/10$]... Et on sait que cent soixante dix dixièmes, c'est dix sept... Donc + plus... [EE1 écrit : $176/10 = 170/10 + 6/10 = 17 + 6/10$] »</p> <p>$8\ 840/100$; $8 + 840/100$ (erreur) $8 = 800/100$; donc $800/100 + 840/100$ est différent de $8840/100$ [Pour trouver la partie entière d'une fraction en centièmes] on cherche le nombre de centaines [au numérateur]. Pour cela, on peut s'aider du tableau de numération. EE1 « [Elève : En fait, c'est faux parce que... car... en fait... moi, je me dis que dans huit cent, il n'y a que deux zéros ; donc, il ne va y avoir que deux chiffres.]... Oui... Bon... [Elève : Il a compté le « un »... « cent », quoi ! Il a compté le un !]... Oui ! [...] Ce qu'est en train de dire Camille, c'est ce qu'on a déjà dit hier. C'est, heu... le problème des gens, qui, pour chercher le nombre de centaines, je ne sais pas comment ils font, mais, enfin, ils ont... ! Vous n'avez pas le tableau dans la tête hein, pour certains !... Vous l'avez oublié le tableau de... de numération avec « Où sont les centaines ? » ; « Où sont les dizaines ? »... »</p>	<p>CR02 – E CR03 – E</p> <p>CR07 – E</p>
	CF02 CF03	<p>$297\ 300/1000 = 297 + 300/1000$ / nombre à virgule (mise au frigo) / $290 + 7300/1000$ P rapproche la dernière réponse de la première. Il interprète cette réponse différente comme une réponse au fait qu'il avait dit que plusieurs solutions étaient possibles pour cette fraction. $7300/1000 = 7000/1000 + 300/1000 = 7 + 300/1000$ $290 + 7300/1000 = 290 + 7 + 300/1000 = 297 + 300/1000$ EE1 : « Alors, il a dit : « deux cent quatre-vingt-dix unités – c'est ce qu'il a dit – sept mille trois cent millièmes, c'est sept mille millièmes – ça fait sept unités – plus trois cent millièmes... Et deux cent quatre-vingt-dix plus sept, ça fait deux cent quatre-vingt-dix-sept ; donc, ça marche... ! » $300/1000 = 30/100 = 3/10$ Si on ajoute ou enlève le même nombre de zéro au numérateur et au dénominateur la fraction ne change pas. EE1 : « [Elève : Comme la dernière fois, on avait vu que cinquante-trois dixièmes, c'était pareil que cinq cent trente centièmes – on avait ajouté un zéro au numérateur et au dénominateur – ça veut dire qu'on peut aussi enlever des zéros !... Donc, heu... trente millièmes... trois cent millièmes, ça peut faire trente centièmes... ! [...] Si on enlève zéro au numérateur, on doit en enlever un au dénominateur. Et si on en rajoute un [au numérateur], on en rajoute [un au dénominateur] !]... Donc, toi, tu as dis... En plus, ce que tu as proposé, c'est ça... [EE1 rajoute : $30/100 = 300/1\ 000 = 3/10$]... A priori, il n'y a rien de nouveau, hein !... C'est des choses que l'on sait... »</p>	<p>CR05e – E</p>

EE1 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Compléter des blancs sur des bandes numériques (même unité partagée en dixièmes, centièmes ou millièmes)	CF05	$\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = \frac{700}{1000}$ EE1 : « Mon unité, je l'ai partagée en... ? ! [Elèves : Dixièmes !]... En... ? ! [Elèves : Centièmes !]... Et en... ? ! [Elèves : Millièmes !]... Et donc, par exemple, ça veut dire concrètement... Est-ce que vous êtes capable de repérer où ça se situe... allez : sept dixièmes ?... Est-ce que vous voyez où c'est ? [...] Sept dixièmes, ça fait quoi... ? En centièmes ?... [Elève : soixante-dix !]... Et en millièmes... ? [Elève: Sept cent...] »	
Jeu : « nombre cible » Recherche d'écritures fractionnaires équivalentes en dixièmes, centièmes et millièmes	CF03	1 ^{er} nombre cible (74/100) $\frac{5}{10} < x < \frac{9}{10}$ $\frac{800}{100} = 8$ EE1 : « [Elève : Huit cent centièmes ?]... Non !... Heu... Petit détail : « huit cent centièmes », ça fait quoi ? ... Ça fait huit unités... ! On est à côté, là ! »	
	CF05	<u>Entre $\frac{7}{10}$ et $\frac{81}{100}$ il y a 11 réponses possibles en centièmes, car $\frac{7}{10} = \frac{70}{100}$ et $\frac{70}{100} + \frac{11}{100} = \frac{81}{100}$</u> EE1 : « Question idiote... Mais très, très simple... Vous savez que c'est plus grand que sept dixièmes ; vous savez que c'est plus petit que quatre-vingt-un centièmes. Mais il y a combien de solutions entre sept dixièmes et quatre-vingt-un centièmes ? ! [...] [Elève : Entre soixante-dix et quatre-vingt-un il y a onze] ... Ben oui, puisque sept dixièmes, c'est soixante-dix centièmes ! Donc, il y a onze solutions... Vous allez essayer, à chaque fois, onze solutions ? ! »	
	CF05	2 ^{ème} nombre cible (693/1000) $\frac{69}{100} < x < \frac{70}{100}$ <u>Entre $\frac{69}{100}$ et $\frac{70}{100}$ existent des fractions en millièmes.</u> EE1 : « On a un problème : il [le nombre cible] est entre soixante-neuf centièmes et soixante-dix centièmes ! [Elèves : Ben, c'est en millièmes !]... Et donc, on est obligé de passer à quoi ? [Elèves : Aux millièmes !]... Hé oui !... Je sais, ce n'est pas bien, hein, ce que je fais ! »	

EE2 1^{ère} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Résolution de 4 problèmes mobilisant deux techniques différentes de division	CF01	<p><u>Les nombres décimaux sont des nombres fractionnaires.</u> EE2 : « Nous entamons l'étude des nombres décimaux... C'est une étude qui va être rapide, puisque les nombres décimaux, on va voir que c'est des nombres fractionnaires... C'est des fractions, qu'on écrit différemment... D'accord ? »</p>	Anticipation didactique
	CF01	<p>1^{er} problème : 126 : 3 q 42 r 0 126 : 3 = 42 <u>Dans la division avec reste le reste apparaît car on ne peut pas aller plus loin dans le partage.</u> Cette division n'est pas à confondre avec la division fraction. EE2 : « Quelle est la différence entre les deux [divisions] ? [Elève : C'est que la première, on ne peut pas partager des images... ! Et après on les partage... Autre élève : On ne peut pas les couper en deux !]... Quand on ne peut pas les couper en deux, quelle fraction...heu ! Quelle division on utilisait ? [Elèves : La division fraction !]... Hé non !... La division... ? [Elèves : Avec reste !]... Avec reste !... Les images, on ne peut pas les couper !... Donc, là, comme il n'y a pas de reste, ce n'est pas gênant... D'accord ? Mais, sinon, c'est la division avec reste ; c'est à dire que le reste apparaît... »</p>	
		<p>2^{ème} problème : 155 : 7 q = 22 r = 1 155 : 7 = 22 + 1/7 Comme on ne peut pas diviser une bille en sept, on utilise la division avec reste. Et on notera <u>cette division avec un point d'interrogation.</u> EE2 : « Egale, tu as dit ?... Egale vingt-deux plus un septième... Ce qui sur une division, peut être juste [murmures dans la classe]... ! [...] C'est le problème qui se posait, Siriane, ici... [EE2 montre le premier problème]... C'est à dire que, ce résultat – on a quarante-deux : il n'y a pas de reste ! Donc, c'est vrai que la présentation... ! Mais, dans l'absolu, c'est vrai que c'est notre division, qu'on notait au départ comme ça, avec le point d'interrogation ... [EE2 trace un point d'interrogation après l'écriture 126 : 3 = ?] Et... Je ne peux pas diviser des billes en sept parts : prendre un marteau, casser et dire : « Tiens, tu vas avoir un morceau, un morceau... », pour jouer, ça... ! C'est comme les cartes ! S'il y a un reste, bon... S'il y a quelqu'un qui a un morceau de carte, il n'est pas content... ! »</p>	CR01 – E
	CF01 CF01 CF02 CF01 CF01	<p>3^{ème} problème : 3 réponses différentes 69 : 4 = 17,25 69 : 4 = 17 euros + 25 c 69 : 4 = 17 + 1/4 <u>Comme on peut continuer la division des euros en centimes, on a affaire à une division fraction où le reste peut s'écrire sous la forme d'une fraction.</u> EE2 : « Pourquoi [l'euro] on peut encore le distribuer ?... Elèves : Parce qu'il y a des centimes !... EE2 : Parce que, dans la monnaie, il y a des centimes... bien !... Donc, là, on a une <i>division fraction</i> [EE2 montre la dernière écriture avec 1/4] »</p> <p><u>Vingt-cinq centimes d'euros c'est comme vingt-cinq centièmes.</u> 1/4 = 25/100 = 25 cent[imes]</p> <p>EE2 : « Pourquoi les trois résultats sont justes... ? Pourquoi celui-là, il est juste [EE2 montre la deuxième écriture] ?... [Elève : Parce que, vingt-cinq... On peut mettre aussi vingt cinq centièmes : et c'est égal à un quart]... Vingt-cinq centimes d'euros c'est comme vingt-cinq centièmes – tu entends Marie-Christine ? centimes / centièmes ! – et... [Elève : Comme un quart c'est pareil que vingt-cinq centièmes...] comme un quart, c'est pareil que vingt-cinq centièmes... [EE2 se déplace et montre un résultat sur la bande, située sous le tableau, et sur laquelle il y a des fractions équivalentes qui ont déjà été recherchées et écrites : 25 cent = 25/100 = 1/4]... D'accord ? »</p> <p><u>Les nombres décimaux sont des nombres à virgule.</u> 17,25 est un nombre décimal dans lequel il y a vingt-cinq centièmes. EE2 : « [Elève : C'est... Après la virgule, c'est des nombres décimaux ?]... Oui ! Ce sont les nombres décimaux, là... [EE2 montre l'écriture 17,25]... Effectivement... Qui est-ce qui nous a mis le résultat, là ? [...] Voilà : toi, tu nous l'as donné directement en nombre décimal ; c'est ce qu'on va comprendre maintenant : on va l'entamer aujourd'hui... Aujourd'hui, on va travailler sur les dixièmes ; là, on est dans les centièmes, effectivement... Là, c'est équivalent à vingt-cinq centièmes... »</p>	<p><i>Il s'agit d'une comparaison par analogie ; non d'un rappel explicite</i></p> <p>Anticipation didactique</p>

EE2 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Résolution des 4 problèmes : suite et fin	CF01 CF02 CF02	<p>4^{ème} problème : $7 : 2 = 3,5$ (m) $7 : 2 = 3 + 1/2$</p> <p>Comme on peut continuer le partage du réglisse « Baouba » au-delà des mètres en divisant un mètre en deux on peut utiliser la division fraction.</p> <p>Un mètre divisé par deux se note $1/2$.</p> <p>EE2 : « Donc, quand la division est posée, les deux filles, il y a trois mètres de Baouba qui sont distribués à chaque enfant... Et qu'est-ce qui reste ? ! [...] [Elève : Un mètre !]... Un mètre !... Qu'on va, à nouveau, partager en deux... [EE2 montre la fraction $1/2$] »</p> <p>$7 : 2 = 3 + 2/4$ $2/4$ est un résultat équivalent à $1/2$ Appliqué au problème $2/4$ ne signifie pas la même chose que $1/2$.</p> <p>EE2 : « Ho, mais attends... Chut, chut !!!... Tu le sors d'où, deux quarts ?... Est-ce que le résultat de Benjamin est acceptable dans ce... ? ! [Elèves : Non !]... Pourquoi, non ? ! ... [Elèves : C'est deux quarts... deux quarts... C'est plutôt un demi !... C'est parce que... C'est parce qu'il y a deux enfants... ! Et pas quatre !]... Voilà !... Tu nous as mis... Si ... je t'avais demandé de me trouver un résultat équivalent à celui-là : oui !... Mais ce n'est pas la solution du problème, parce que ça veut dire qu'il resterait deux mètres, que je partage entre quatre enfants... [EE2 écrit $2\text{ m} / 4$]... OK ? Donc, il ne va pas avec le problème, hein ! »</p> <p>$7 : 2 = 3,50$ (mise au frigo ; EE2 : « On verra ça plus tard »)</p>	Ici, la référence au réglisse / baouba n'est pas centrale : ce n'est pas un rappel explicite, mais plutôt la recontextualisation d'une autre connaissance C1.
Les 4 calculs sont refaits à l'aide de la calculatrice	CF01 CF01	<p>Quand la calculatrice met un point, c'est comme une virgule.</p> <p>EE2 : « Votre calculatrice, quand elle met un point, c'est comme une virgule : ça, il faut le savoir... [...] Donc, chaque fois que vous voyez un point sur la calculatrice, c'est une virgule. Et nous, on le notera « virgule ». »</p> <p>La calculatrice partage l'unité, même si ça n'a pas de sens. Elle peut partager des chaises, des élèves et des tables.</p> <p>EE2 : « Quels sont les problèmes que l'on risque d'avoir avec la calculatrice et les décimaux ? [Elève : C'est que, parfois, on ne peut pas partager l'unité]... Voilà... Le reste ! ... Le reste... ! C'est à dire que, la calculatrice – même si c'est une machine qui est censée ne pas se tromper – elle, elle va vous partager des billes, elle va vous partager des chaises, elle va vous partager des tables, elle va partager même des élèves... »</p>	
	CF01 CF01 CF03	<p>$69 : 4 = 17,25$</p> <p>La calculatrice trouve le même résultat parce qu'elle partage aussi les euros [les unités]. $17 + 1/4 = 17 + 25/100$</p> <p>La calculatrice transforme $17 + 25/100$ en $17,25$.</p> <p>On ne dit pas « virgule vingt-cinq », mais « virgule vingt-cinq centièmes » « dix-sept virgule vingt-cinq centièmes » ($17,25$) veut dire « dix sept et vingt-cinq centièmes » ($17 + 25/100$)</p> <p>EE2 : « Alors, pourquoi la calculatrice trouve le même résultat que nous... ? [...] [Elève : Parce que les euros ça se partage et la calculatrice elle... Elle partage aussi...] Parce qu'avec les euros, on continue le partage... Nous, on était arrivé à dix-sept plus un quart [EE2 écrit au tableau : $17 + 1/4 = 17$]... On a vu, tout à l'heure, que dix sept plus un quart, c'est pareil que... ? [Elève : Dix-sept virgule vingt-cinq]... En fractions ? [Elèves : Vingt-cinq centièmes !]... Un quart c'est vingt-cinq centièmes... [EE2 rajoute : $17 + 1/4 = 17 + 25/100$] et la calculatrice, elle vous dit : « Chaque enfant a dix sept euros... [EE2 rajoute : $17 + 1/4 = 17 + 25/100 = 17$] [Elèves : Virgule vingt-cinq]... Et... Pas « virgule vingt-cinq » : « virgule vingt-cinq centièmes... »... [EE2 rajoute : $17 + 1/4 = 17 + 25/100 = 17,25$] !... Elle, elle vous affiche ça !... Cette écriture se transforme en ça... [EE2 montre successivement la deuxième et la troisième écriture]... Mais on dit bien : dix-sept euros et vingt-cinq centièmes... En disant : « virgule vingt-cinq centièmes ! »</p>	CR02 – E

EE2 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Suite des calculs sur la calculette	<p>CF02</p> <p>CF01</p> <p>CF01</p> <p>CF01</p>	<p>$3 : 2 = 3,5$ et $3 + 1/2$ $1/2 = 5/10$; $1/2 = 50/100$; donc $5/10 = 50/100$.</p> <p>EE2 : « Pourquoi elle est d'accord avec nous [la calculette] – nous, on avait : « trois plus un demi »... [EE2 écrit : $7 : 2 = 3 + 1/2 =$] ? On sait qu'un demi, c'est... ? [Elève : ça fait cinq dixièmes !]... Un demi, c'est cinq dixièmes... [EE2 rajoute : $7 : 2 = 3 + 1/2 = 3 + 5/10$]... C'est aussi... ? [Cinquante centièmes !]... Très bien Léa !... Cinquante centièmes... [EE2 rajoute : $7 : 2 = 3 + 1/2 = 3 + 50/100$] ! »</p> <p><u>Quand on écrit le reste partagé sous la forme d'une fraction, la calculette nous donne toujours le résultat sous la forme d'un nombre décimal.</u></p> <p>« Trois virgule cinq dixièmes » est un nombre décimal et 3,5 correspond à l'écriture $3 + 5/10$</p> <p>EE2 : « Alors là, on va avoir l'explication des deux écritures [EE2 efface les deux zéros qu'elle vient de rajouter $7 : 2 = 3 + 1/2 = 3 + 50/100$ et montre deux écritures au tableau : celle qu'elle n'avait pas commentée lors de la première correction : $7 : 2 = 3,50$; puis celle donnée par Léa : $7 : 2 = 3,5$] !... Cinq dixièmes : trois virgule cinq dixièmes... [EE2 rajoute : $7 : 2 = 3 + 1/2 = 3 + 5/10 = 3,5$]... C'est le nombre décimal... La calculette nous donne tout le temps le nombre décimal – nous on faisait avec les fractions – et elle donne trois virgule cinq dixièmes [...] La calculette, elle nous donne le nombre décimal qui est la même chose que la fraction ... trois virgule cinq dixièmes »</p> <p><u>Cinq dixièmes, c'est aussi cinquante centièmes</u></p> <p>La calculatrice donnerait à la place de la fraction $3+50/100=3,50$</p> <p>EE2 : « Léa me disait : « Cinq dixièmes, c'est comme cinquante centièmes... »... [EE2 écrit en dessous : $3 + 50/100$]... Et qui c'est qui est venu écrire ça ? [EE2 montre une écriture précédente $7 : 2 = 3,50$] [...] Louis !... Là si on l'écrit, la calculette elle nous donnerait quoi ? [Louis : Trois virgule cinquante !]... Trois virgule cinquante centièmes : ce que nous avait donné Louis, d'accord ?... [EE2 rajoute : $3 + 50/100 = 3,50$] ! »</p>	<p>CR02 – E</p>
		<p><u>Les nombres décimaux sont des nombres à virgule</u></p> <p>EE2 : « Donc, les nombres décimaux, qu'est-ce qu'on peut en conclure... ? [...] [Elève : Il y a des nombres à virgule]... Que ce sont des nombres à virgule ! »</p> <p><u>Les nombres décimaux sont plus clairs que les fractions où il faut rechercher les écritures équivalentes.</u></p> <p>EE2 : « Ensuite !... Par rapport aux fractions, qu'est-ce qu'on peut dire ? [Deux élèves : C'est plus clair !]... Pourquoi c'est plus clair ? [Elèves : Parce que... Parce que c'est dans la précision... Par exemple, cinquante centièmes... Ben, quand on regarde un demi, d'habitude... c'est...]... Il faut faire l'équivalence [entre fractions décimales et non décimales], tandis que le nombre décimal, on aura vraiment les centièmes ! » EFFET JOURDAIN</p> <p><u>Dans un nombre décimal, derrière la virgule on a une partie d'unité, une fraction décimale.</u></p> <p>Dans 0,5 le chiffre 5 correspond à la fraction décimale $5/10$.</p> <p>EE2 : « Qu'est-ce qu'on peut dire encore... sur les nombres décimaux... ? [Elève : Que, par exemple, quand on a un quart, c'est vingt-cinq centièmes et ça va quand même faire vingt-cinq... virgule vingt-cinq... C'est comme si c'étaient des centièmes derrière...]... Que derrière la virgule, on a une partie d'unité... Derrière la virgule, on a une fraction décimale... Quand elle s'arrête là, on a quoi... Ici ?... Ça correspond à quoi, ce chiffre ? A quelle fraction ? [Elèves : Cinquante centièmes... Trois plus cinq dixièmes]... Cinq dixièmes... D'accord ? »</p> <p>EFFET JOURDAIN</p> <p><u>Quand on ne peut pas partager le reste, on n'utilise pas de calculette car on ne peut pas écrire le résultat en nombre décimal.</u></p> <p>EE2 : « A quoi il faut faire attention, avec les premiers problèmes ? [Elève : Qu'on peut... Quand il y a un reste, qui ne peut pas se partager, heu... !]... On ne prend pas la calculette... D'accord ?... On pense que le reste, ce n'est pas bon... On ne peut pas le mettre en nombre décimal... »</p>	<p>Phase de rappel CR01 – A</p> <p>CR01 – A</p> <p>CR01 – A CR01 – A</p> <p>CR01 – A</p>

EE2 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercices p. 15 (cahier d'exercices) Technique opératoire de la division ; comparaison avec le résultat de la calculette	CF01	<p>Une fraction est une division où le trait signifie « divisé »</p> <p>EE2 : « Pourquoi on vous met fraction et division ? Parce que, la division, c'est une fraction... [Elève : La division, c'est pour la calculette et la fraction, c'est pour nous]... Non, pas forcément... [Autre élève : Parce qu'une fraction, c'est une division]... Parce que la fraction, c'est une division ; le trait de la fraction, c'est comme s'il y avait « divisé »... D'accord ?... Donc, c'est les mêmes opérations... »</p>	
	CF04	<p>$39/10 = 3 + 9/10$</p> <p>mise au frigo : $39/10 = 390/100$</p> <p>L'écriture décomposée de $39/10$ est $30/10 + 9/10$</p> <p>EE2 : « Alors, trente-neuf divisé par dix [...] si on le fait avec les fractions – trente neuf dixièmes, on peut écrire que c'est quoi ?... Julie ? [Julie : Trois plus neuf dixièmes]... Alors, on va le faire pas à pas... [EE2 écrit : $39/10 =$]... Trente-neuf dixièmes, c'est égal ... ? [Elève : Trois virgule quatre-vingt-dix]... Qu'est-ce qui peut m'écrire ça ? [EE2 rajoute : $39/10 = - - / 10 + - - / 10$] [...] Trente-neuf dixièmes : je décompose ; c'est quoi ? [Elèves : Trois dixièmes plus neuf dixièmes... Alexis : C'est trois dixièmes plus neuf dixièmes...]... Alexis, il me dit ça : « C'est trois dixièmes plus neuf dixièmes » [EE2 rajoute : $39/10 = 3/10 + 9/10$]... ? [Elèves : Non, trente !... Non, c'est trente dixièmes !] [EE2 hoche affirmativement la tête et rajoute : $39/10 = 30/10 + 9/10$] »</p> <p>CF05</p> <p>$30/10 = 300/100$</p> <p>$30/10 = 300/100 = 3000/1000 = 30000/10000$</p> <p>$30/10 = 10/10 + 10/10 + 10/10$</p> <p>$10/10 = 1$</p> <p>EE2 : « Trente dixièmes, c'est équivalent à quoi ? [Elèves : A trois dixièmes !... Trois cent centièmes... ! Trois dixièmes... Ben oui, puisque trois, c'est trois cent centièmes]... Ben oui, mais est-ce que c'est... [EE2 écrit au-dessus de son égalité : $300/100$, pendant que le débat continue entre les élèves]... Chut !... Stop ! Stop !... On rassemble tous les morceaux... On se calme... ! Trente dixièmes, c'est trois cent centièmes, c'est trois mille millièmes, c'est trente mille dix millièmes, et cetera... ! Mais, qu'est-ce que ça représente aussi, trente dixièmes ? [Elèves : Trois !... Un !... Unité !... Premier !... Trois !... [EE2 écrit 3 en dessous] Je reprends : trente dixièmes, c'est dix dixièmes, plus dix dixièmes, plus dix dixièmes... [en dessous de l'égalité et à gauche du chiffre 3 qu'elle vient d'écrire, EE2 écrit : $10/10 + 10/10 + 10/10$]... Est-ce que vous êtes d'accord ?... Et dix dixièmes, c'est... ? [Elèves : Un... ! Un... !]... Deux et trois !... OK tout le monde ? »</p>	CR05 – E CR04 – E CR06 – E
	CF03	<p>On ne dit pas « trois virgule neuf » mais « trois virgule neuf dixièmes » ; il faut donner la signification du chiffre.</p> <p>EE2 : « Comment on lit ce nombre... ? [Elèves : Trois virgule neuf !... trois, plus... ?... trois plus neuf dixièmes]... On le lit... Alors, on ne dit pas « trois virgule neuf » !... C'est : « trois virgule neuf dixièmes » : il faut donner la signification du chiffre ! »</p>	
	CF01	<p>Dans un nombre décimal, ce qui est avant la virgule ou le point, c'est ce qui est entier ; ce ne sont ni des dixièmes, ni des centièmes.</p> <p>EE2 : « Ce qu'elle donne [la calculette] avant le point, avant la virgule, c'est ce qui est entier... D'accord ?... Quand ce n'est pas des dixièmes, des centièmes, c'est entier... D'accord ? »</p>	
		<p>$4237 : 10 = 423 + 7/10$</p> <p>Pour diviser un nombre par dix :</p> <ul style="list-style-type: none"> - on cherche le chiffre puis le nombre de dizaines ; - ce qui reste, on le partage <p>EE2 : « Quatre mille deux cent trente sept... Tu prends les premiers [chiffres]... oui... Tu gardes juste... C'est à dire : on divise... On l'avait vu, la division par dix... Pour diviser un nombre par dix... [EE2 écrit $4237 : 10$]... Qu'est-ce qu'il faut chercher le nombre de quoi, dans ce nombre ? [Elève : Des dizaines]... Pour avoir... Les dizaines !... [EE2 sépare d'un trait : $4237 : 10$]... Trois est le chiffre des dizaines... [EE2 indique par une flèche au-dessus du chiffre 3 du nombre 4237 qu'il est le chiffre des dizaines]... C'est bon ou non ?... Et pour avoir le nombre de dizaines, je prends tout... [EE2 entoure 432 dans le nombre 4237]... D'accord ?... Donc, on a quatre cent vingt trois et il nous reste sept qu'on doit partager en dix... [EE2 écrit dans le tableau le résultat : $423 + 7/10$] [...] Qui n'a pas compris, là... ? Pour diviser un nombre par dix ? Je rappelle !... [...] C'est comme si je voulais distribuer quatre mille deux cent trente-sept euros entre dix enfants de la classe. Chacun aurait... le nombre de dizaines ; et, par contre, le nombre d'euros restants, je dois les distribuer entre les dix... Plus sept dixièmes ! C'est toujours cette division fraction... »</p>	CR07 – E
	CF03	<p>423,7 se lit « quatre cent vingt-trois virgule sept dixièmes » ou « quatre cent vingt-trois et sept dixièmes »</p> <p>EE2 : « Donc : virgule sept dixièmes... Quatre cent vingt-trois virgule sept dixièmes ou quatre cent vingt-trois et sept dixièmes [EE2 montre les deux écritures au tableau]</p> <p>432, 7/10 (erreur)</p>	
	CF01	<p>Dans 423,7 le chiffre sept se lit « sept dixièmes » et correspond à la fraction 7/10.</p> <p>On écrit 423,7 ou $423 + 7/10$ mais on ne mélange pas les deux écritures</p> <p>EE2 : « Quand on le voit écrit comme ça, ce nombre correspond à cette fraction, Alexis... [EE2 entoure successivement le chiffre 7 dans l'écriture calculette 423,7 et la fraction 7/10 dans la division effectuée par les élèves $423 + 7/10$]... Donc, ce sont des dixièmes. »</p>	

EE2 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercices p. 15 (cahier d'exercices) Technique opératoire de la division ; comparaison avec le résultat de la calculette	CF02 CF01	17/2 ou 17 : 2 = 8 + 1/2 = 8,5, - 1/2 = 5/10 ; - 8 + 5/10 se lit « huit et cinq dixièmes » et peut donc s'écrire 8,5. EE2 : « Pourquoi elle affiche « huit virgule cinq »... Léa ? [...] [Elèves : Parce que c'est cinq dixièmes... ! Cinq, c'est un demi !]... Parce que « un demi », c'est « cinq dixièmes »	
	CF01	7/10 s'écrit 0,7 en nombre décimal. EE2 : « Sept dixièmes est écrit ici en nombre décimal. [EE2 entoure 7/10 et fait une flèche jusqu'au sept de l'écriture décimale 0,7, comme pour le calcul précédent 17/2] »	
	CF03 CF01 CF01 CF07	843/10 = 84 + 3/10 = 84,3 La bonne lecture est : « huit cent quarante-trois dixièmes » On écrit 84,3 et non 84,3/10. 3/10 s'écrit 3 dans 84,3. Quand on divise par dix, on cherche le chiffre puis le nombre de dizaines [du numérateur] et ce qui reste on le partage. EE2 : « [EE2 écrit : 84, 3/10]... ça ?... Est-ce qu'on peut l'écrire, ça ?... Qu'est-ce qu'il devrait mettre là ?... Plus ! [Elle efface la virgule et écrit le signe plus à la place : 84 + 3/10]... Quatre-vingt-quatre... [...] Je dois partager en dix. Donc, je cherche le chiffre des dizaines et je prends le nombre total de dizaines... [EE2 trace successivement une flèche sous le chiffre 4, puis entoure le nombre 84 afin de distinguer chiffre et nombre comme elle l'avait fait dans l'écriture du numérateur dans 4237/10] Ce qui reste, je le partage [...] Tu me le lis bien, Clément : quatre-vingt-quatre virgule... ? [Clément : Trois dixièmes]... Trois dixièmes... [EE2 entoure 3/10 dans l'écriture 84 + 3/10 et la relie à l'aide d'une flèche au chiffre 3 de l'écriture décimale 84,3]... Le voilà ! »	Rappel gestuel non pris en compte
	CF02 (CF03) CF01 CF02	1/2 ou 1 : 2 1/2 = 50/100 0,5 = « zéro virgule cinq dixièmes » = 5/10 50/100 = 5/10 EE2 : « La machine donne quoi ? [Elèves : Zéro virgule cinq... Zéro virgule cinq]... Cinq quoi ? ! [Elèves : Centièmes... Dixièmes !]... Ha... La machine, elle donne zéro virgule cinq dixièmes ! [...] Où il est le problème, maintenant ? [Elèves : Ben, c'est qu'ils ont affiché... Mais non... Ils ont dit : « Cinq dixièmes !... Ils l'ont fait en dixièmes, tandis que nous, on l'a fait en centièmes !]... Et en dixièmes, ça nous donnerait quoi ? [Elèves : Cinq dixièmes !]... Voilà... Cinquante centièmes, c'est cinq dixièmes... »	
	CF01	La calculette ne tient pas compte des 0 inutiles. EE2 : « La machine, elle va s'arrêter... Dès qu'elle peut s'arrêter, elle s'arrête, hein ! Elle ne rajoute pas des zéros en trop partout, hein !... Quand ils ne sont pas utiles, elle les enlève... »	
	CF07	320/10 Pour diviser par 10 le nombre 320, je prends le nombre de dizaines. EE2 : « Voilà le chiffre des dizaines et je prends le nombre de dizaines... [Elle trace successivement une flèche sous le chiffre 3 dans le nombre 32, puis entoure le nombre 32] »	
	CF04 CF05	870/100 = 0,870 (erreur) 870/100 = 800/100 + 70/100 3 = 300/100 ; 2 = 200/100 Donc 800/100 = 8 et 870/100 = 8 + 70/100 EE2 : « Huit cent soixante-dix, c'est huit cent centièmes, plus soixante-dix centièmes, plus... ? [...] Huit cent centièmes, c'est quoi ? [...] [Elèves : Huit... Huit !]... C'est le nombre entier !... Huit cent divisé par cent... J'ai huit cent quelque chose à distribuer entre cent personnes ; chacune en aura... ? [Alice : Huit !]... Huit... Donc, tu l'écris au-dessous [...] Regarde Alice !...Trois... Trois cent centièmes... [EE2 montre une frise en dessous du tableau sur laquelle est tracée une bande numérique avec des fractions équivalentes : 3, 30/10, 300/100 ; 1/2, 5/10, 50/100...] [...] Deux... Deux cent centièmes... Donc huit cent centièmes, c'est... ? [Alice : Huit dixièmes !]...Huit !... Huit, tout seul !... [Alice réécrit sa fraction : 800 : 100 = 8]... Bon : on reprendra... D'accord ?... Et le reste ? !... Huit et quoi, on a ? [Alice : Soixante dix centièmes]... Soixante-dix centièmes... »	La comparaison analogique ne s'accompagne pas d'un rappel explicite ; il ne s'agit pas d'un rappel tel que nous l'avons défini
	CF03 CF01	« Huit et soixante-dix centièmes » font sur la calculette « huit et sept dixièmes » : 8,70 = 8,7. 70/100 = 7/10 EE2 : « EE2 : Qu'affiche la calculette, Léa... ? [Léa : Huit virgule sept...]... Quoi ? [Léa : Dixièmes !]... Pourquoi « sept dixièmes », alors que nous, on a des centièmes ? [Silence]... Charlotte, pourquoi ma calculette affiche des sept dixièmes alors qu'on a des centièmes ? ! [Charlotte : ben, parce que les zéros, elle les enlève]... Parce que soixante dix centièmes égale sept dixièmes... »	
Rappel à l'issue des cette comparaison	Un nombre sans virgule correspond à une division dont le reste est nul. Ce sont des nombres entiers. EE2 : « Qu'est-ce que vous remarquez en regardant le tableau ?... En regardant... les résultats ? Qu'est-ce qu'on peut remarquer ? [...] Qu'est-ce qu'on remarque dans le tableau, entre nos résultats et ceux de la calculette ? Julie ? [Julie : C'est que, quand le nombre tombe pile, il n'y a pas de virgule]... Quand il n'y a pas de reste dans la division, il n'y a pas de virgule... On a l'exemple dans 13 et 32 [EE2 montre ces deux résultats au tableau]. C'est ce qu'on appelle une partie... un nombre entier, d'accord ? »	CR01 – A	

EE2 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel lié à l'exercice de comparaison entre l'algorithme opératoire et le résultat de la calculatrice		Le résultat d'une division avec un reste non nul donne un nombre à virgule. Avant la virgule il y a la partie entière ; après la virgule il y a la partie décimale. EE2 : « Quand il y a un reste... ? [Elève : Ben, il y a une virgule]... Il y a une virgule. Alors, vous regardez dans ce nombre... Quand on prend ce nombre avant la virgule, on a ce qu'on appelle la partie entière [EE2 entoure dans le tableau le chiffre 8 du quatrième résultat affiché par la calculatrice : 8,5 ; puis elle écrit « partie entière » en dessous de ce chiffre]... Ça correspond au nombre entier... Et, de l'autre côté, comment ça s'appelle ? [Elève : Le reste]... La partie décimale... »	CR01 – A CR01 – A
		Dans la partie décimale il y a des dixièmes, des fractions derrière [la virgule]. Dans 8,5 le chiffre 5 est derrière la virgule et correspond à une fraction : 5/10. EE2 : « Pourquoi on l'appelle « partie décimale »... ? [Elèves : Parce que c'est des... En dixièmes !... Parce que ce sont...]... Parce que ce sont des dixièmes [EE2 écrit « partie décimale » en dessous de la partie décimale de 8,5]... D'accord ?... Parce que ce sont des fractions : c'est toujours des fractions derrière [EE2 montre au tableau successivement l'écriture la fraction 5/10 entourée précédemment dans l'écriture 8 + 1/2 (5/10), et reliée à l'aide d'une flèche au chiffre 5 dans l'écriture 8,5] ! Ça correspond à une fraction... »	CR01 – A CR01 – A
Réponse écrite à 4 questions sur ces exercices		La calculatrice donne un résultat sans virgule quand le nombre est entier. EE2 : « Qu'est-ce qu'on remarque d'autre ? On va lire les questions qu'il y a au-dessous, pour voir si on a bien observé... Alors, première question... ? [...] [Elève : Dans quel cas la calculatrice n'affiche-t-elle pas de point ou de virgule ? Heu... Quand le nombre tombe pile !]... C'est à dire que... [Autre élève : Il est entier !]... Qu'il est entier, parce que... ? [Elèves : Parce qu'il n'y a pas de reste]... Parce qu'il n'y a pas de reste, d'accord ? Vous pouvez l'écrire : Le résultat est entier parce qu'il n'y a pas de reste... »	CR01 – A
	Inscription sur le cahier d'exercice	[Quand la calculatrice donne un résultat sans virgule] Le résultat est entier car il n'y a pas de reste	
		La partie décimale peut être constituée de plusieurs chiffres possédant chacun une signification. Le premier chiffre de la partie décimale est celui des dixièmes. EE2 : « Que représentent ces chiffres ? [EE2 montre successivement les chiffres des dixièmes des derniers résultats] [Elèves : Les dixièmes ou les centièmes]... Là, non ! Celui-là... Celui-là, uniquement... [Elève : Les dixièmes !]... Les dixièmes de la partie... Ce n'est pas la partie décimale... ! Parce que la partie décimale, ça peut être tout ça... [EE2 montre au tableau un nombre comprenant 3 chiffres dans la partie décimale]... Et chaque chiffre a une signification... Donc, ce chiffre, c'est les dixièmes de la partie décimale... »	CR01 – A
		La partie décimale correspond à la fraction du reste, à un reste distribué, et non au reste. EE2 : « [Elèves : C'est le reste... ! C'est le reste... !]...Heu... Non, on ne peut pas dire que [les dixièmes de la partie décimale] c'est le reste... C'est la fraction du reste... ! Si le reste égale quatre, heu... ! C'est l'erreur que vous m'aviez faite ici, où il y en a qui avaient mis huit virgule un... Huit virgule un parce qu'il restait un : c'est faux hein !... [EE2 montre au tableau l'écriture concernée par cette erreur : 8 + 1/2 et écrit au-dessus 8,1, puis elle barre le 1 : 8,1]... Ce n'est pas le reste !... C'est le reste distribué : la fraction... [Elle termine d'écrire en dessous du chiffre 7 : « les dixièmes de la partie décimale »] »	CR01 – E Rappel contextuel
		La calculatrice affiche un nombre qui commence par zéro dans le cas où le numérateur est plus petit que le dénominateur. EE2 : « On regarde au départ ! [EE2 inscrit au tableau N et D, sous la forme N/D, en face des numérateurs et dénominateurs de 7/10, 843/10 et 1/2] [Elèves : Quand le dénominateur est plus grand que le numérateur ... le numérateur... voilà !]... Quand le numérateur... est quoi ?... Vous m'avez dit... ? [Elèves : Plus grand ... ! plus petit !]... Quand le numérateur de la fraction est plus petit que le dénominateur, le nombre commence par un zéro – le nombre décimal. D'accord ... [EE2 montre successivement N, D écrits à droite de la fraction 1/2 et le résultat affiché par la calculatrice : 0,5]... ? Alors, vous l'écrivez... Je vous l'écris ici, c'est un peu brouillon ... [EE2 écrit « Quand le numérateur < dénominateur »]	CR08 – A
	Inscription sur le cahier d'exercices	[La calculatrice affiche un nombre qui commence par 0] Quand le numérateur < dénominateur	
		Quand le numérateur est plus petit que le dénominateur, la fraction est plus petite que 1. EE2 : « [Elève : Maîtresse, mais il y a aussi... Après la virgule, c'est plus petit que un !... Ça commence par un zéro quand c'est plus petit que un... »]... Parce qu'effectivement, la fraction, on a vu qu'elle était... Quand le numérateur était plus petit que le dénominateur, la fraction était plus petite que un ! On l'avait vu, ça, c'est bien Célia... ! Donc, on a un nombre plus petit que un... »	CR08 – E

EE2 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel général de la séance	CF01	<p><u>Les nombres décimaux ont une virgule.</u> <u>Les nombres décimaux remplacent des fractions.</u> <u>Le nombre décimal est constitué d'une partie entière et d'une partie décimale.</u> <u>Dans la partie décimale on a vu un seul chiffre qui remplace une fraction en dixièmes. Donc on a vu le nombre décimal avec des dixièmes.</u> <u>Il existe des nombres décimaux avec des centièmes (deux chiffres après la virgule) et des millièmes (trois chiffres après la virgule) dans la partie décimale.</u></p> <p>EE2 : « Alors, on va arrêter là pour aujourd'hui... Et, jeudi, nous passerons aux...? [Elèves : Exercices !... Aux décimaux !... Aux fractions !] Alors... Là, on a vu les nombres décimaux avec quoi ? [Elèves : La virgule... !. La division !]... Virgule !... Et derrière il y avait combien de chiffres, dans tout ce qu'on a vu ?... [Elèves : Deux... ! Un... !]... Un chiffre. On a appelé ce chiffre comment ? [Elèves : Partie décimale !... Partie entière...] [...] Non... Attends ! On reprend la leçon d'aujourd'hui... Aujourd'hui, on a vu des nombres décimaux. Les nombres décimaux remplacent des fractions... Qui est-ce qui peut me résumer ? Comment est fait le nombre décimal ?... [...] Le nombre décimal est constitué de combien de parties et lesquelles... ? Gaëlle... ? La... ? ! [Gaëlle : La... La partie décimale et la partie... La partie entière et la partie décimale...]... Qu'est-ce qu'on a vu aujourd'hui dans la partie décimale ? On a mis combien de chiffres, chaque fois ? [Elèves : Un !]... Un ! Il remplace quelle fraction ? [Elève : Les dixièmes !]... Les dixièmes... D'accord. Donc, on a vu le nombre décimal avec des dixièmes... La prochaine fois, on va attaquer quels nombres décimaux ? [Elèves : Milliers !... Les centièmes...]... Centièmes !... Et après ? [Elèves : Millièmes...]... Bien ! Centièmes : il y aura combien de chiffres après la virgule ? [Elèves : Deux !]... Millièmes... ? [Elèves : Trois !]... C'est tout, d'accord ?... »</p>	CR01 – A CR01 – A CR01 – A CR01 – A

EE2 2^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel général sur le nombre décimal Co-construction d'un texte copié au tableau		<p><u>Les nombres décimaux sont des nombres à virgule.</u> EE2 : « Bon, on va essayer – vu qu'on a arrêté les nombres décimaux depuis lundi dernier – on va essayer de se rappeler ensemble ce qu'on avait fait sur les nombres décimaux ; ce que vous avez <i>retenu</i>. Qu'est-ce que c'est un nombre décimal ? Comment on a fait pour les trouver ? On essaie de récapituler un petit peu, d'accord ? Alors, vous cherchez un peu dans votre cerveau... [Elève : Ben, les nombres décimaux, ce sont des nombres à virgule]... Ce sont des nombres à virgule : c'est déjà pas mal... »</p>	CR01 – A
	CI01	<p>Les nombres décimaux 18 , 5</p>	
		<p><u>Dans les nombres décimaux il y a une partie entière et une partie décimale. La partie entière se trouve à gauche et la partie décimale est derrière la virgule.</u> EE2 : « [...] qu'est-ce que c'est qu'un nombre décimal – c'est pareil que quoi ? [Elèves : C'est comme les centièmes. Il y a la partie entière et...]... Et... ? [Elève : La partie décimale.]... Alors, il y a une partie entière et une partie <i>décimale</i>. [...] Dans ce nombre... [EE2 montre 18,5 écrit sur la feuille]... On a dit : « Il y a une <i>partie entière</i> – qui représente quelque chose d'entier – et une partie <i>décimale</i>... Quelle est la partie entière, Clément ? [Clément : Heu... c'est... C'est dix-huit !]... D'accord ? La partie entière, c'est ce qui se trouve à <i>gauche</i> de la virgule... [EE2 souligne 18 dans 18,5 et écrit en dessous : partie entière]... Et, la partie derrière la virgule, c'est... ? [Elèves : La partie décimale]... Décimale... »</p>	CR01 – A
	CI01	<p>18 , 5 partie entière partie décimale</p>	
		<p><u>Le nombre décimal c'est le résultat d'une division fraction.</u> <u>Il n'est pas utilisé dans le cas d'une division avec reste.</u> EE2 : « Comment on obtient un nombre décimal ?... Qui est-ce qui permet de l'obtenir ? [...] [Elève : Par exemple, quand on veut faire des calculs... Au lieu de s'arrêter... Par exemple, dans la division, si on peut continuer, on continue...]... Alors, il a dit un mot important : lequel ... ? Une opération importante... ? [Elèves : La division !]... <i>Dans la division</i>... ! Donc, le nombre décimal, c'est le résultat de quoi... ? [Elèves : De la division !]... De <i>quelle</i> division ? [...] [Maelys : De la division fraction]... D'accord ?... <i>D'une</i> division fraction : Si j'ai trente-six billes à partager entre 5 enfants, est-ce que je vais avoir un nombre décimal ?... [EE2 écrit à droite de la feuille blanche : 36 : 5 ?] [Elèves : Non]... Pourquoi ?... [Elève : On ne peut pas couper des billes !]... On ne peut pas couper des billes... Donc, le nombre décimal ne va pas être utilisé avec la division <i>avec reste</i>... C'est le résultat d'une <i>division fraction</i>. »</p>	CR01 – A
CF09	<p><u>Pour trouver une écriture décimale, on passe par la fraction : c'est la division-fraction</u> <u>Pour trouver l'écriture décimale de 36/5</u> - on utilise la table de multiplication correspondant au dénominateur (5) pour <u>approcher du numérateur (36)</u> ; - on écrit le reste partagé sous la forme d'une fraction (1/5) dont on trouve le résultat à l'aide de la machine [et on l'additionne au quotient]. EE2 : « Par quoi on était passé pour trouver le nombre décimal... ? Qui s'en rappelle ? [Elève : Par la fraction ?]... Par la fraction !... Vous vous rappelez quand on a fait les fractions [EE2 écrit en dessous une troisième écriture : 36 : 5 =] ?... Vous m'avez appelé ça les « divisions-fractions »... ? Alors, ça va donner quoi, en divisions-fractions ? [...] [Elève : Trente-six, heu !... cinquièmes ?]... C'est <i>pareil</i> que trente-six cinquièmes [EE2 rajoute : 36 : 5 = 36/5] !... Très bien... ! Trente six cinquièmes, ça donne quoi, en partie entière... ? Dans la table de cinq, qu'est-ce qui s'approche de trente-six... ? Gaëlle... ? [Gaëlle : Sept... ?]... Sept fois cinq, trente cinq [EE2 rajoute : 36 : 5 = 36/5 = 7]... et il reste... ? [Elèves : Un !]... Un que je dois partager en... [EE2 rajoute : 36 : 5 = 36/5 = 7 + 1] ? [Elèves : En cinq... En deux cinquièmes !]... Un cinquième... [EE2 termine son égalité : 36 : 5 = 36/5 = 7 + 1/5]... D'accord ?... Et un <i>cinquième</i>, si on le fait à la machine, ça fait zéro virgule deux... D'accord ? »</p>	CR01 – E R contextuel	

EE2 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel général (suite)	CF01	On utilise les nombres décimaux dans les mesures de longueurs, de poids, de capacité. 1m50 peut s'écrire 1,50 m. La partie entière correspond à un mètre. EE2 : « [Elèves : Les nombres décimaux, c'est souvent utilisé pour la monnaie !]...C'est souvent utilisé pour la monnaie !... C'est souvent utilisé pour quoi ?... Dans quoi, on en a des nombres décimaux... ? [Elève : Dans les litres ?]... Dans les litres ! dans les capacités... ? [Autre élève : Dans les mesures]... Dans les mesures de quoi ?... [Autre élève : De poids !]...De poids... ! [Autre élève : De longueur !]...De longueur !... Combien tu mesures en mètres... heu !... Thomas ? [Thomas : Un mètre cinquante !]...Un mètre cinquante... Donc, quand on dit : « un mètre cinquante »... [EE2 écrit 1m 50 toujours à droite de la feuille blanche]... On peut l'écrire effectivement... [EE2 : rajoute en dessous : 1,50 m]... Et la <i>partie entière</i> [EE2 entoure le 1 de 1,50 et à l'aide d'une flèche, le rapporte à l'unité de mesure, le mètre] ... D'accord ? Donc, on l'utilise aussi dans les longueurs... dans les mesures... »	
		Le nombre décimal est le résultat d'une division fraction. EE2 : « <i>Alors, le nombre décimal : qui est-ce qui me rappelle ce que c'est ? !... C'est le résultat de... ? ! Ce qu'on vient de faire... ?</i> [Elève : De la division-fraction... [EE2 rajoute sur la feuille blanche : - Résultat de la - / - - fraction] »	CR01 – A
	CI01	- Résultat de la <i>. / .</i> Fraction	
		Le nombre décimal est une autre écriture des fractions. EE2 : « <i>Et c'est une autre écriture de quoi ?... [Comme aucun élève ne répond, EE2 fait le geste d'entourer 36/5 et 7 + 1/5 dans l'écriture : 36 : 5 = 36/5 = 7 + 1/5] [Elève : Des ... des fractions ? !]... C'est une autre écriture des fractions... Bon... D'accord ? »</i>	CR01 – A
	CI01	- Ecriture d'une fraction	
		Dans 18,5, le chiffre huit représente les unités. Le chiffre un représente les dizaines. Le chiffre cinq représente les dixièmes. EE2 : « <i>Alors on avait vu autre chose lundi dernier [...] On va reprendre dix-huit virgule cinq [EE2 écrit 18,5 à droite de la feuille blanche] ... <i>Que</i> représentait le cinq ?... [EE2 entoure le 5 dans 18,5]... Qui s'en rappelle ? [Silence]. Que représente le huit ?... Le chiffre huit, dans ce nombre qu'est-ce qu'il représente [EE2 trace une petite flèche au-dessus du chiffre 8 de 18,5]... ? [Elèves : Les unités !]... Les unités... [EE2 écrit u au-dessous du chiffre 8 de 18,5]... Que représente le chiffre un [EE2 trace une petite flèche au-dessus du 1 de 18,5]... ? [Elèves : Les dizaines !]...Les dizaines... [EE2 écrit d au-dessous du 1 de 18,5] ! Que représente... [Elève : Les centièmes !]... le chiffre cinq ? [Elève : Les dixièmes]...<i>Les dixièmes</i>... [EE2 trace une flèche au-dessus du chiffre 5 entouré de 18,5 puis elle écrit : dixièmes] »</i>	CR01 – A Rappel contextuel
		18,5 = 18 + 5/10 EE2 : « <i>Parce que, dix-huit virgule cinq, je peux l'écrire comme quoi ?... Dix-huit plus quoi... [EE2 écrit 18,5 = 18 +]... ? [Elèves : Cinq centièmes !... Cinq dixièmes !]... Cinq dixièmes !... Bon, on va reprendre un petit peu ça... [EE2 rajoute : 18,5 = 18 + 5/10] »</i>	CR01 – A
Dictée de nombres sur ardoise	CF01 CF01	« Quatorze et huit dixièmes » Dans le nombre décimal 14,8, on ne peut écrire le chiffre des dixièmes "8/10" comme dans 14 + 8/10. C'est la place du nombre [chiffre] dans le nombre qui indique que ce sont des dixièmes. EE2 : « [EE2 écrit 14 + 8/10]... Quand j'écris en nombre décimal, c'est quatorze virgule huit... [EE2 rajoute : 14 + 8/10 = 14,8]... Clément et Christine... ? Je n'écris plus ici « dixièmes » puisque la <i>place du nombre</i> , ça veut dire que ça correspond à huit dixièmes... [EE2 entoure le 8 de l'écriture 14,8 et l'associe par un geste à la fraction 8/10 de l'écriture 14 + 8/10]... C'est pour ça que je dis « huit dixièmes »	
	CF01	« Cent vingt-quatre virgule six dixièmes » 124 6/10 (erreur) Soit on écrit le nombre en fractions (124 + 6/10) ; soit on écrit en nombre décimal (124,6) ; le 6 correspond à 6/10. On ne met pas de fraction dans l'écriture décimale : c'est ou la fraction ou le nombre décimal. EE2 : « <i>Soit</i> tu écris le nombre en fractions : « plus six dixièmes »... [EE2 rajoute le signe plus à la place de la virgule : 124 + 6/10]... <i>Soit</i> l'écriture du nombre décimal ; c'est avec la virgule : « virgule six » !... [EE2 rajoute, en dessous de 124 + 6/10, à gauche de la feuille blanche : 124,6]... Et ce six correspond à six dixièmes... [EE2 montre le 6 de l'écriture décimale : 124,6 et l'associe à 6/10 qu'elle entoure dans l'écriture fractionnaire : 124 + 6/10]... D'accord... ? Mais on ne met pas des dixièmes dans les fractions... C'est ou la fraction... ou la fraction ou le nombre décimal... »	

EE2 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	<p>CF03</p> <p>CF03</p> <p>CF03</p> <p>CF07 CF01</p> <p>CF06</p> <p>(CF01) CF06</p> <p>CF04</p> <p>CF01</p>	<p>« quatre-vingt-trois dixièmes » 0,83 (erreur) 0,83 se lit « quatre-vingt-trois centièmes » et non « quatre-vingt-trois dixièmes ». Donc c'est faux. EE2 : « Pourquoi tu me le lis : « zéro virgule quatre-vingt-trois centièmes ? [Elève : Parce que le huit, c'est les dixièmes ; et le trois, c'est les centièmes !]... Le huit, c'est les dixièmes ; Le trois c'est les centièmes... [EE2 écrit en dessous de 83/10 dix / cent]... Donc, ça ne peut pas être ça ! » 83,10 (erreur) 83,10 se lit « quatre-vingt-trois virgule dix centièmes » et non « quatre-vingt-trois dixièmes ». Donc, c'est faux. EE2 : « Moi, j'ai dit, au départ... [EE2 écrit tout en haut du tableau : quatre-vingt-trois dixièmes]... Je vous ai dit que c'étaient... dixièmes !... Donc, là, on a quatre-vingt-trois virgule dix centièmes : ça ne correspond pas à ce que j'ai dit... » 83,1 (erreur) 83,1 se lit « quatre-vingt-trois virgule un dixième » et non « quatre-vingt-trois dixièmes ». Donc, c'est faux. EE2 : « [élève : Quatre-vingt-trois virgule un dixième]... Quatre-vingt-trois virgule un dixième... Est-ce que c'est ce que j'ai demandé ? [EE2 montre ce qu'elle vient d'écrire tout en haut du tableau : quatre-vingt-trois dixièmes]... ? [Elèves : Non !] »</p> <p>8,3 (juste) Dans une division par dix on cherche le nombre de dizaines. Il y a 8 dizaines. Dans 8,3, le 8 représente le nombre entier et 3 est le nombre décimal (partie décimale) EE2 : « On part d'ici, et tu essaies de nous expliquer pourquoi ce serait ça... [EE2 écrit sur le tableau central 83/10]... Et tout le monde essaie de bien écouter, bien regarder... ! Comment on arrive de quatre-vingt trois dixièmes à huit virgule trois dixièmes ? [Elève : Parce que... Dans huit, il y a huit dizaines]... Dans quatre-vingt-trois, il y a huit dizaines... Donc... ? [Elève : Ben... Huit, c'est le nombre entier... Et trois, c'est un nombre décimal] » Deuxième explication : $10/10 = 1$; donc $80/10 = 8 \times 10/10 = 8$; il reste 3 [dixièmes]. EE2 : « [Elève : Quatre-vingt-trois dixièmes. Là, il y a huit ... L'élève entoure le 8 de la fraction 83/10 que vient d'écrire EE2] – quand c'est dix dixièmes, ça fait un – donc, huit : là, déjà, c'est huit... Le reste c'est trois]... C'est juste aussi ton explication... » Troisième explication : $83/10 = 8 + 3/10$ EE2 : « EE2 demande à un élève de venir expliquer au tableau : il « va falloir écrire des choses pour que les gens comprennent hein !... ». Elève : Quatre-vingt-trois dixièmes, comme une fraction c'est comme une division, ça fait ... Ça fait huit plus trois dixièmes ; et trois dixièmes, ça fait huit virgule trois... [Il rajoute : $83/10 = 8 + 3/10 = 8,3$] » Quatrième explication : Quand on a des difficultés pour passer de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale, on passe par la décomposition : $83/10 = 80/10 + 3/10$ $80/10 + 3/10 = 8 + 3/10$ car $10/10 = 1$; $20/10 = 2$; $30/10 = 3$; $50/10 = 5$ $8 + 3/10 = 8,3$ Quatre-vingt-trois dixièmes, c'est... ? On pourrait l'écrire comment [EE2 écrit au tableau : $83/10 = - - /10 + - - /10$] ?... C'est par-là qu'il faut passer quand on a un peu de mal... Là, qu'est-ce que je mets ? [Elève : Quatre-vingts... plus trois... EE2 complète : $83/10 = 80/10 + 3/10$]... Quatre-vingt dixièmes, ça correspond à huit fois dix dixièmes ; donc à huit... D'accord ? Vous vous rappelez ... ? [EE2 se dirige vers la bande numérique en dessous du tableau] ? Dans les fractions... Quand on arrive à un, on voit que c'est dix dixièmes [EE2 prend l'étiquette correspondante] !... Quand on arrive à deux, ça s'appelle ? [Elèves : Vingt dixièmes !]... Vingt dixièmes !... Quand on arrive à trois... ? [Elèves : Trente dixièmes !]... Quand on arrive à cinq, comment il s'appelle ? [Elèves : Cinquante dixièmes !]... Cinquante dixièmes... »</p>	<p>CR06 – E</p>
	<p>CF09 (CF04) (CF06) (CF03)</p>	<p>Pour passer d'une écriture fractionnaire 46/10 à une écriture décimale :</p> <ul style="list-style-type: none"> - on décompose la fraction $46/10 = 40/10 + 6/10$; - on écrit le nombre entier $40/10 = 4$; - on lit la partie décimale de façon signifiante : « quatre et six dixièmes » s'écrit 4,6. <p>EE2 : « Quarante-six dixièmes, c'est quel nombre décimal ? » [EE2 écrit 46/10 au tableau. Elle utilise Alice qui a écrit des égalités pour trouver l'écriture décimale : $46/10 = 40/10 + 6/10 = 4 + 6/10$ et lui demande de venir au tableau et de montrer son ardoise à la classe.]... Alice, elle a fait quarante dixièmes, six dixièmes... quarante dixièmes, elle sait que c'est quatre ; plus six dixièmes... Et maintenant, pour écrire le nombre, c'est facile : c'est quatre et six dixièmes... »</p>	

EE2 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF03 CF01	<p>« deux et trente-six centièmes » 2,36 / 23,6 (erreur) <u>2,36 se lit « deux virgule trente-six centièmes ».</u> <u>Dans 23,6 la partie entière n'est pas 2 mais 23 ; donc cette écriture est fausse.</u> EE2 : « Alors, comment tu écris, François, « deux et trente six centièmes »... ? Marie-Louise, quand tu lis, tu me lis ce que je suis en train d'écrire... [EE2 écrit : 2, 23,] [Marie-Louise : Deux virgule... Vingt-trois virgule]... Donc, quand je dis <i>deux</i>, virgule trente-six centièmes, ça va être là ou là [EE2 montre successivement les deux écritures précédentes] ? [Marie-Louise : En haut]... En haut, d'accord ?... Sinon, tu as vingt-trois dans la partie entière... »</p>	
Exercices 5, 7, 8, 9, 11 De la fraction en centièmes au nombre décimal (cahiers de maths)	CF01 CF07 CF03 CF03 CF01 CF07	<p><u>La fraction 176/100 est la même chose que la division 176 : 100.</u> <u>400/100 = 4 car dans quatre cent il y a quatre centaines (4 x 100 = 4).</u> <u>Diviser par cent revient à chercher le nombre de centaines.</u> <u>« Un plus soixante-seize centièmes » s'écrit en nombre décimal : 1,76.</u> <u>176/100 = 176 : 100 = 1 + 76 : 100 = 1 + 76/100 = 1,76</u> EE2 : « La fraction, c'est pareil que quoi ? [Elève : La division !]... Que la division ! [...] C'est pareil que quelle division ? [Elève : Cent soixante-seize divisé par cent !]... Cent soixante-seize divisé par cent... EE2 rajoute : 176/100 = 176 : 100 [...] Pour diviser par cent, je dois chercher le nombre de quoi ? [Elèves : De centièmes !]... Attends... [EE2 écrit tout en bas du tableau pour montrer qu'il s'agit d'une remarque à part : 400 : 100] ! Quatre cent divisé par cent ?... [Elève : Ben, c'est quatre !]... Pourquoi ? [...] [Elève : Dans quatre cent, combien de fois cent : quatre !]... Dans quatre cent, il y a quatre centaines... [EE2 écrit en dessous de 400 : 100 800 : 100] [...] <i>Cent soixante-seize divisé par cent</i> : il y a combien de centaines dans cent soixante seize ? [Elèves : Un !... Un]... Donc, ça fait : « un », plus... [EE2 revient à sa fraction et rajoute : 176/100 = 176 : 100 = 1 +] ? [Elèves : Soixante seize centièmes... ! Seize centièmes... EE2 rajoute : 176/100 = 176 : 100 = 1 + 76/100]... Et quel est ce nombre décimal ? [Elève : Un virgule soixante-seize !]... OK ? [EE2 rajoute : 176/100 = 176 : 100 = 1 + 76/100 = 1,76] ... Vous m'écrivez toute la ligne, là... »</p>	
	CI03 CI01 CI07	<p>[Phrase copiée sur le cahier de mathématiques] 176/100 = 176 : 100 = 1 + 76/100 = 1,76</p>	
		<p><u>Quand on a des dixièmes, il y a un chiffre après la virgule. Quand on a des centièmes, on a deux chiffres après la virgule.</u> EE2 : « [Elève : Aussi, on avait dit que, quand c'étaient des dixièmes, il y avait un chiffre ; aussi, après les centièmes, c'est deux chiffres... ?]... Célia nous dit : « On a vu que, quand c'étaient des dixièmes, c'était toujours un chiffre à droite de la virgule. Et avec les centièmes, on risque d'avoir deux chiffres à droite de la virgule... C'est ce qu'on va vérifier aujourd'hui... »</p>	CR01 - E
	CF07	<p>4300/100 430 (erreur : EE2 comme EC2 n'écrit pas cette réponse à côté de la fraction !). EE2 interprète cette erreur comme une confusion entre unité dizaines centaines milliers et entre chiffre et nombre de centaines. Pour débloquer la situation elle décide de prendre un nombre plus simple et de revenir sur des notions très anciennes. <u>Dans 4300, les chiffres représentent respectivement les unités, les dizaines, les centaines et des unités de mille.</u> <u>Quand on divise un nombre entier par cent, on doit trouver le nombre de centaines.</u> EE2 : « <i>Donc</i>, dans la partie entière, que représente le huit, là... [EE2 montre le chiffre 8 du nombre entier 28] ? [Elèves : La partie... Les unités... Les dixièmes]... Dans les nombres entiers : les nombres que l'on voit depuis le CP ? ! [Elèves : Unités]... Unités... [EE2 place une flèche sous le chiffre 8, puis une autre sous le chiffre des dizaines et demande la signification de ce deuxième chiffre. En utilisant les flèches elle rappelle la signification de la position de chaque chiffre dans un nombre] ? [Elèves : Dizaines !]... Dizaines !... Ici, que représente le zéro [EE2 montre successivement le zéro de deux écritures : 4300/100 = 4300 : 100] ? [Elève : Les unités de mille !]... C'est quatre mille... [Quelques élèves : Les unités... ! Les unités !]... Oui, aïe, aïe ! Unités !... Ici [EE2 rappelle, en écrivant successivement au-dessous de chacun des chiffres composant le nombre 4300 : u, d, c, u de mille, que l'on fait référence à la position et à la signification des chiffres dans le nombre] ? ! [Elèves : Dizaines !]... Dizaines ! Ici ? [Elèves : Centaines !]... Et là ? [Un élève : Unité !]... Unité de mille !... Quand je divise par cent, je dois trouver quoi ? [Un élève : Des centaines ?]... Le nombre de centaines... Combien j'ai de centaines dans ce nombre : quatre mille trois cent ?... [Un élève : Quarante-trois !... EE2 sépare à l'aide d'un trait le nombre 4300 en deux dans la division : 4300/100 = 43 00 : 100]... Quel est le résultat ? [Un élève : Quarante-trois !... EE2 rajoute : 4300/100 = 43 00 : 100 = 43] »</p>	CR01 - E (rappel référencé à un savoir ancien)

EE2 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercices 5, 7, 8, 9, 11 De la fraction en centièmes au nombre décimal (suite)	CF01	<p>43,00</p> <p><u>Un nombre entier n'est pas en dixièmes ou en centièmes.</u></p> <p>Dans 43,00 les zéros sont dans la partie décimale qui est donc nulle. 43 est un nombre entier.</p> <p>EE2 : « Alors, Léa a écrit ça... Regarde Alexis ! Essaie de comprendre, hein !... [EE2 écrit en dessous : 43,00] ! Ça t'éclaire un peu ?... Quand tu as un nombre entier, Alexis – vingt-huit ; quatre mille trois cent – ce n'est pas des... Ecrit comme ça, sans rien, ce n'est pas des dixièmes, ni des centièmes : c'est un nombre entier. Unités, dizaines, centaines, unités de mille, les millions et cetera... Les premiers nombres !... Là, est-ce que c'est juste [EE2 montre l'écriture 43,00] ? [Elèves : Oui !... Oui, mais c'est inutile !... Les zéros sont inutiles]... Oui, c'est juste !... Mais les zéros sont inutiles. Si je te dis, heu !... « Cette partie du tableau mesure quarante trois centimètres et zéro centièmes de quelque chose. »... ? [Une élève : C'est inutile]... C'est inutile. Donc, effectivement, on écrit quarante-trois... »</p>	
	CF03 CF01	<p>6708/100 : 67,08 et 67,8 (erreur)</p> <p><u>On lit « soixante-sept et huit centièmes » et « soixante-sept et huit dixièmes » ; donc on peut écrire :</u></p> <p><u>6708/100 = 67 + 8/100 = 67,08 (quand il y a deux chiffres après la virgule ce sont des centièmes).</u></p> <p><u>67,8 = 67 + 8/10 = 67,8 (quand il y a un chiffre après la virgule ce sont des dixièmes)</u></p> <p>Dans ce dernier cas on a affaire à des dixièmes et non à des centièmes. Donc la deuxième solution est fautive.</p> <p>EE2 : « Comment il faut le lire ce nombre ? Tu ne me l'as pas lu comme il fallait ? ! [Elèves : Soixante-sept, virgule huit centièmes !... Et celui d'en bas, c'est : « huit dixièmes » !]... Chut !... Là, il se lit : « soixante-sept virgule huit centièmes ». C'est comme si j'écrivais soixante-sept plus huit centièmes... [EE2 rajoute : 6 708/100 = 67,08 = 67 + 8/100]... Et en bas, Siriane, c'est... ? [Siriane : Soixante-sept virgule... Soixante-sept plus huit dixièmes... EE2 rajoute au-dessous : 67,8 = 67 + 8/10] [Elèves : Hé oui ! Parce que... Quand il y a un nombre [chiffre], c'est obligé d'être les dixièmes !...Oui ! C'est obligé d'être les dixièmes !... Quand il y en a deux, c'est « centième » !]... Alors... quelle est la bonne solution, donc ? [Elèves : La première !... Heu ! Soixante-sept virgule huit centièmes ?]... Très bien ! Et on lit... ? [...] On lit donc : « soixante-sept huit centièmes », sinon, là, on n'a que des dixièmes !... Alors qu'on demandait des centièmes !... OK ? »</p>	
	CF03	<p>72/100</p> <p>7,2 (erreur)</p> <p><u>Si le numérateur de la fraction est plus petit que le dénominateur, la fraction est plus petite que un : 72/100 = 0,72.</u></p> <p><u>Quand la fraction est plus petite que 1, ça s'écrit « zéro virgule... ».</u></p> <p><u>7,2 c'est dans les dixièmes et non dans les centièmes (on lit « sept et deux dixièmes »)</u></p> <p>EE2 : « Qui peut me rappeler une règle des fractions ?... « Quand on a dans une fraction... »... Qui est-ce qui se rappelle d'une règle [EE2 montre successivement le numérateur et le dénominateur puis s'arrête sur le numérateur] ? [...] [Elèves : ... [si] le numérateur est plus petit que le dénominateur]... La fraction est... [EE2 écrit loin de la fraction < 1] ? [Elève : plus petite que un !]... Plus petite que un !... Et quand on est plus petit que un... [EE2 rajoute : 72/100 = 0,] [Deux élèves : Ça fait « zéro virgule »... Si tu ne mets pas de zéro, on dirait]... Zéro et virgule soixante douze centièmes ! ... Qu'est-ce que tu avais trouvé, Marie-Louise ? [Marie-Louise : Heu... Sept virgule deux]... Hé non ! Tu es dans les dixièmes ! On cherche des centièmes !... Deux chiffres après la virgule... [EE2 rajoute : 72/100 = 0,72] »</p>	CR08 - E
	CF01 CF08	<p>3/4 : 75/100</p> <p>Un nombre décimal est un nombre en dixièmes, centièmes, millièmes ; on entend « déci » : dix.</p> <p><u>Comme 72/100 = 0,72, 75/100 = 0,75</u></p> <p><u>On pouvait prévoir avec 3/4 que le résultat serait égal à zéro virgule quelque chose : comme trois est plus petit que quatre, la fraction est plus petite que 1.</u></p> <p>EE2 : « Soixante-quinze centièmes : elle a raison... c'est... La fraction équivalente c'est soixante-quinze centièmes... Heu... Clément, attends !... Clément, il faut trouver sur... Les nombres <i>décimaux</i> : j'entends <i>déci</i>, <i>dix</i> ; c'est dixièmes, centièmes, millièmes... [s'adressant à nouveau à Hélène] Donc, je ne peux pas faire à partir de trois quarts ! Je transforme en centièmes et ça me fait quel nombre ?... Regarde en haut ?... [Hélène : Heu... !]... Tac ! [EE2 montre la fraction 72/100 = 0,72] ! [Hélène : Zéro virgule]... Hé oui !... C'est l'équivalent ! Tu comprends ?... Soixante quinze centièmes ; et c'est égal à zéro virgule soixante quinze centièmes... ! [Hélène rajoute : 3/4 = 75/100 = 0,75] [...] Est-ce qu'on pouvait prévoir à trois quarts, que le résultat serait zéro virgule quelque chose ? [Elèves : Oui !]... Pourquoi Alexis ? [Alexis : Parce qu'il aurait fallu quatre quarts pour que ça soit un nombre entier]... Voilà !... Trois est plus petit que quatre : le numérateur est plus petit que le dénominateur, donc je dois trouver un résultat plus petit que un [EE2 montre successivement le chiffre 3 et le chiffre 4 de la fraction 3/4 ; puis elle rajoute : 3/4 = 75/100 = 0,75 < 1] »</p>	Comparaison analogique non référée explicitement au passé

EE2 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercices 5, 7, 8, 9,11 De la fraction en centièmes au nombre décimal (suite)	CF03	8/100 0,80 (erreur) 0.80 se lit « quatre-vingts centièmes » ou « huit dixièmes » ; ce n'est pas « huit centièmes ». EE2 : « Alors... Siriane, elle nous écrit « huit centièmes, c'est <i>zéro virgule</i> zéro dixièmes et huit centièmes » – quand on lit le nombre, Gaëlle, c'est « zéro virgule <i>huit</i> centièmes » –, donc, ça doit être juste !... Toi, tu nous as écrit : « zéro virgule quatre-vingts centièmes » ou... ? [Elèves : Huit centièmes... Huit dixièmes !]... Non... huit... ? [Elèves : Huit dixièmes !]... EE2 : OK ? Donc, on n'est pas à huit centièmes...»	
Rappel fin de séance		Un nombre décimal en centièmes a deux chiffres après la virgule. EE2 : « [S'adressant à toute la classe]... Alors, aujourd'hui, nous allons... Heu... Qu'est-ce qu'on peut remarquer – Pardon !... Sur les nombres en centièmes : qu'est-ce qu'on remarque quand on écrit un nombre décimal en centièmes ? [Elèves : Deux nombres après la virgule !... Il y a deux nombres après la virgule !]... Il y a <i>deux nombres</i> après la virgule... Soixante-seize centièmes, huit centièmes [Elève : Ce n'est pas un décimal s'il y en a un !... Ce n'est pas un décimal !]... D'accord ? Jeudi, on oubliera, un petit peu les fractions et on sera carrément dans les décimaux. Et on essaiera de les ranger, de les ordonner, voir comment ils se succèdent...»	CR01 – A + anticipation didactique

EE2 3^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel général sur les nombres décimaux	Affiche au tableau	<p>Les nombres décimaux</p> <p>18,5</p> <p>partie entière , partie décimale</p> <p>virgule</p> <p>nombre décimal : -</p> <ul style="list-style-type: none"> - écriture d'une fraction décimale - résultat d'une fraction décimale <p>$25 : 4 = 6 + 1/4 = 6 + 25/100 = 6,25$</p> <p>partie entière / partie décimale</p> <p>18,5 se lit « dix-huit virgule cinq dixièmes »</p> <p>chiffre des dixièmes</p> <p>6,25 se lit « six virgule vingt-cinq centièmes »</p> <p>chiffre des centièmes</p>	
		<p><u>Les nombres décimaux sont des nombres à virgule.</u></p> <p>Devant la virgule il y a la partie entière et derrière la partie décimale.</p> <p><u>Un nombre décimal est le résultat d'une division fraction. où on peut continuer à partager le reste.</u></p> <p>$1/4 = 25/100$; $25/100$ est une fraction décimale.</p> <p><u>La fraction décimale devient la partie décimale du nombre décimal</u></p> <p><u>Le premier chiffre derrière la virgule est celui des dixièmes et le deuxième, celui des centièmes.</u></p> <p>EE2 : « On regarde cette affiche que j'ai remise au propre ; qu'on avait commencée la dernière fois... Les nombres décimaux : c'est un nombre avec une... ? [Elèves : Virgule !]... Virgule ...</p> <p>Devant la virgule il y a la partie... ? [Elèves : Entière !]... Entière ... Et derrière... ? [Elèves : Partie décimale !]... <i>Bien !</i>... On avait vu que c'était le résultat d'une division fraction – vingt-cinq divisé par quatre, par exemple. C'est à dire, une division fraction : qu'est-ce qu'elle a de spécial ? [Un élève : C'est que le reste, c'est une fraction]... Voilà ! Le reste, on peut le partager, hé ?... On peut <i>continuer</i> à le partager... Donc, on obtient une fraction : six plus un quart. On sait que un quart, c'est vingt-cinq centièmes – d'accord ?... fraction décimale – et c'est cette fraction décimale qui devient la <i>partie</i> décimale du nombre décimal... C'est bon, tout le monde ?... Voilà... Et puis, on avait vu que dix huit virgule cinq dixièmes, le premier chiffre derrière la virgule, c'était le chiffre des dixièmes... Six, virgule... Qui me lit ce nombre, tiens... ? Vas – y Alexis ! Lis-moi ce nombre... ici... [Elève : Six virgule vingt-cinq]... Quoi ?... [Alexis : Heu... Centièmes]... Centièmes... Donc, quand on a deux chiffres après la virgule, on arrive aux centièmes. Et le second chiffre, c'est le chiffre des centièmes. C'est bon pour tout le monde... ? [Elèves : Oui !]... Bien ! »</p>	<p>CR01 – A</p> <p>CR01 – A</p> <p>CR01 – A</p> <p>CR02 – A</p> <p>CR01 – A</p> <p>CR01 – A</p> <p>Rappel indicé (affiche)</p>
Dictée de nombres (ardoise / brouillon)	CF03	<p>« douze centièmes »</p> <p>1,2 (erreur)</p> <p><u>1,2 se lit « un virgule deux dixièmes » et non « douze centièmes » ; donc c'est faux.</u></p> <p>EE2 : « Je prends le nombre qu'a écrit Marie-Louise... [EE2 écrit au tableau : 1,2]... Lis-moi ton nombre, Marie-Louise...</p> <p>[Marie-Louise : Un virgule deux]... Deux quoi ? [Marie-Louise : Dixièmes]... Dixièmes... !</p> <p>Donc, tu n'as pas écrit « douze centièmes »... ! [Marie-Louise : Ha !... Il faut mettre un zéro ?]... Hé oui, il faut mettre un zéro... ! Donc il s'écrit zéro virgule douze centièmes... [EE2 écrit au tableau : 0,12]... D'accord ? »</p>	
	(CF03) CF01	<p>« treize virgule sept centièmes »</p> <p>13,7 (erreur) ; 1,37 (erreur) ; 13,07</p> <p><u>13,7 se lit « treize virgule sept dixièmes » ; donc c'est faux.</u></p> <p><u>1,37 se lit « un virgule trente-sept centièmes » ; donc c'est faux.</u></p> <p><u>13,07 se lit « treize virgule sept centièmes ».</u></p> <p>EE2 : « Célia, peux-tu me lire ce nombre [EE2 désigne le nombre 13,7] ? [Célia : treize virgule sept dixièmes !]... Sept dixièmes... Corrige ce que tu as fait, donc... Lis-moi ce nombre Charlotte [EE2 désigne 1,37]... [Charlotte : Un virgule trente-sept centièmes]... Moi, j'ai dit « treize virgule sept centièmes »... Léa « treize virgule »... pas « dix-sept » ! »</p> <p><u>Dans 13,07, le 0 n'est pas inutile car si on l'enlève ça fait « treize virgule sept dixièmes ».</u></p> <p>EE2 : « [Elève : Le zéro, il est quand même inutile ?]... Il est <i>inutile</i> ?... [Elèves : Non !... Ben, non !]... Pourquoi il ne l'est pas ?... [Elèves : Parce que sinon, ça ferait dixièmes... ! Il sert à faire des centièmes !]... Il sert à ... ? [Autre élève : A faire des centièmes]... Non !... Il sert à ... C'est le zéro de quoi ? [Elèves : Des dixièmes !]... Si je l'enlève Gaëlle [EE2 écrit au tableau en dessous de 13,07 : 13,7] ? [Autre élève que Gaëlle : Ça fait « treize virgule sept dixièmes » !]... D'accord ? Et sept dixièmes, ce n'est pas sept centièmes... Donc il n'est pas inutile, celui-là, attention hé !... OK ?</p>	

EE2 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Dictée de nombres (ardoise / brouillon)	CF01	<p>« trente-neuf centièmes » 39,00 (erreur) Dans 39,00, la partie entière [devant la virgule] est 39 ; les centièmes sont dans la partie décimale. EE2 : « Ha non ! [...] Trente-neuf, tu m'écris !... Gaëlle [EE2 sépare les deux zéros de trente-neuf et indique le zéro le plus à droite : 39,00] !... Partie entière : qu'est-ce que tu lis ? ! [Trente-neuf !]... Les centièmes, ils sont là ! Il n'y a rien !... Allez, écris-moi trente-neuf centièmes... Qu'est-ce qu'il y a dans la partie entière ? [Elèves, chuchotant : Zéro !... Gaëlle : Zéro]... Hé oui !... Voilà ! »</p>	
	CF02 CF010	<p>0,5 (erreur) – 0,04 – 0,12 – 0,39 – 3,4 – 13,07 – 24,28 <u>0,5 (5/10) = 0,50 (50/100)</u> Pour comparer des nombres décimaux en dixièmes et en centièmes et dont la partie entière est la même, on transforme les dixièmes en centièmes. EE2 : « [Elève : On peut mettre, par exemple, zéro virgule cinquante centièmes. C'est la même chose, et puis on l'a mis en centièmes]... Pour comparer entre centièmes et dixièmes, je peux transformer les dixièmes en centièmes [en dessous de 0,5, EE2 écrit : 0,50] [...] Léa, combien de centièmes, là ? [Léa : Ben, quatre !]... Combien de centièmes ? [Léa : Neuf !]... Combien de centièmes [EE2 montre 0,50 et non 0,5 pour éviter que l'élève interrogée ne se trompe] ? [Léa : Cinquante !]... Combien de centièmes ? [Léa : Douze !]... Combien de centièmes ? [Léa : trente-neuf ! EE2 regarde alors fixement sans rien dire Léa avec un léger sourire indiquant qu'il faut trouver quelque chose. Léa : Ha !... C'est z... !]... Quelle est la partie entière dans tous ces nombres [EE2 indique le chiffre zéro de la partie entière des quatre premiers nombres écrits par Clément 0,04 ; 0,09 ; 0,5 et 0,12] ? [Léa : C'est zéro]... D'accord ? Est-ce que tu vois, Léa, où il faut mettre « zéro virgule cinq dixièmes » ? [...] [Léa : Ici... Léa fait une barre entre 0,39 et 3,4]... <i>Oui...</i> »</p>	
	CF010	<p>« Pour comparer des nombres décimaux, on regarde en premier leur partie entière, en second les dixièmes et en troisième les centièmes. » EE2 : « Alors, qui est-ce qui pourrait trouver une règle pour ranger les nombres décimaux ? Qu'est-ce qu'il faut regarder en premier, puis en second, puis en troisième ? [...] Léa ? [Léa : Les mettre en centièmes... comme ça... Ensuite, qu'est-ce qu'il faut regarder en premier pour les ranger ? Parce que... Pourquoi tu n'as pas eu de problèmes pour ranger ça, Clément [EE2 indique les nombres 3,4, 13,07, et 24,28] ? [Clément : Parce que... Parce qu'il y avait une partie entière devant !] [...] Donc, qu'est-ce qu'on regarde en premier ? [Elève : La partie entière !]... Partie entière !... Et on les range suivant la partie entière, comme pour les nombres entiers [...] Par contre, là, on avait tout le temps... Partie entière : qu'est-ce qu'on avait [EE2 montre les nombres 0,04, 0,09, 0,5, 0,12 et 0,39 et repasse successivement sur le zéro de la partie entière de chacun de ces nombres] ? [Elèves : Zéro !] Zéro !... Donc, qu'est-ce qu'on va regarder en suivant ? [Elèves : Les centièmes !... Pas de réaction de EE2... Les dixièmes !]... Les dixièmes ! [...] D'accord ? Donc, en suivant, on regarde les dixièmes. On classe par ...ordre croissant, dans les dixièmes... Et, en dernier, qu'est-ce qu'on regarde, quand on se retrouve avec ça [EE2 trace un grand cercle autour de 0,04 et 0,09] – c'est à dire qu'ils ont, tous les deux, zéro comme dixièmes – on regarde les... ? [Elèves : Centièmes !]... Centièmes... D'accord ? »</p>	
Classement de nombres décimaux	CF010	<p>11,08 – 11,45 – 11,99 – 11,2 (erreur) – 12 Pour comparer des nombres décimaux possédant la même partie entière : - on regarde le chiffre des dixièmes ; On peut transformer des dixièmes en centièmes. EE2 : « Le premier chiffre après la virgule, c'est les... ? [Elève : Les dixièmes !]... Dixièmes ! [Dixièmes... Ha oui !]... Et ça, c'est les... ? ! [Elève : Heu... centièmes !]... Donc, là, il y a combien de dixièmes ? [Elève : Zéro !]... Zéro !... Ici ? ! [EE2 montre le nombre 11,45]... [Elève : Ça, c'est quatre dixièmes !]... Quatre... [EE2 montre le nombre 11,99] ? [Elève : neuf]... Neuf [EE2 montre le nombre 11,2] ! [Elève : Deux... au fur et à mesure qu'elle donne les réponses, Charlotte souligne ces chiffres en rouge selon la consigne donnée : 11,08 ; 11,45 ; 11,99 ; 11,2 ; 12... Et là, il y en a]... Deux ! Et là, il n'y en a pas !... Mais là, c'est le plus gros puisqu'on a douze, OK ? ! [Elève : Oui]... Est-ce que c'est bien rangé, maintenant que tu as souligné le chiffre des dixièmes ? Ils commencent tous par onze... [Elève : Non]... Lequel est mal rangé ? [EE2 montre le nombre 11,2]... Alors tu le mets à sa place ! Mets-le là où il faut, vas-y ! [...] Voilà, elle nous a rétabli... Et ensuite, quarante-cinq... ça va, ça va... Très bien ! [...] Ce que nous expliquait tout à l'heure – je ne sais pas qui – on peut tout mettre en centièmes... Charlotte... Ça, c'est un truc, hein, ce n'est pas trop mathématique ! Ça va faire onze, virgule... Charlotte ! Onze virgule vingt – et là, tu t'en aperçois plus, tu vois – huit centièmes, vingt, quarante-cinq centièmes, quatre-vingt-dix-neuf [EE2, à chaque fois, montre le nombre de centièmes dans chacun des nombres] »</p>	CR010 – E

EE2 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
<p style="text-align: center;">Jeu : Trouver tous les nombres compris entre 2 nombres décimaux</p>	CF010	<p>$12,6 < ___ < 12,9$ Réponses proposées : 12,8 / 12,7 / 12,75 / 12,73 / 12,69 / 12,88 <u>On peut convertir les dixièmes en centièmes pour trouver un décimal encadré par deux décimaux. Si on continue avec les millièmes les dix millièmes il va y avoir une infinité de solutions.</u> EE2 : « Est-ce qu'on les a tous, les nombres ? [Elèves : Non !... Il y en a à l'infini !... Non il n'y en a pas à l'infini !]... Pourquoi il y en a à l'infini ? Chut, chut !... Lucas ? [Lucas : Non, parce que... il n'y a... Il n'y a pas de fin... Donc, on peut faire les... les millions, les milliards !... Un autre élève en parlant de l'écriture 12,75 : Parce qu'après, il y a sept cent cinquante ; sept mille cinq cent !] [...] Oui... C'est bon : il y en a à l'infini, oui... ! [Autres élèves : Hé ben, c'est faux, parce que... enfin... ça s'arrête... Ça s'arrête à douze virgule neuf !... Et après, tu peux les mettre en millièmes !... en dix millièmes !... Hé bien, si tu mets tout sur en centièmes, hé bien, là, ça fait douze virgule soixante !]... <i>Stop</i> !... Douze et six dixièmes, c'est combien en centièmes [EE2 écrit au tableau en dessous de 12,6 : 12,] ?... Six dixièmes, c'est combien de centièmes ? [...] Tu peux faire soixante... [EE2 rajoute : 12,60]... [Elève : Ha ! D'accord !]... Et là, c'est combien, en centièmes [EE2 montre le nombre 12,9] ? [Elève : Là, c'est quatre-vingt-dix !]... <i>Douze</i> virgule quatre-vingt-dix centièmes... Donc, tu peux mettre <i>tous les centièmes</i> qu'on peut mettre entre soixante et quatre-vingt-dix... D'accord ? »</p>	
	CF010	<p>$0,7 < ___ < 0,8$ Réponses proposées : 0,70 / 0,79 / 0,775 / 0,75 / 0,7777 / 0,799 / 0,77 / 0,76 / 0,78 <u>Quand on cherche un nombre décimal compris entre 2 nombres décimaux en dixièmes, on trouve des nombres décimaux en centièmes. Puis on peut pousser aux millièmes.</u> EE2 : « Je ne sais plus où les mettre ! J'espère qu'on a fini !... Bien, <i>stop</i> !... Alors... Quand on cherche... Bon, vous avez compris : un nombre entre deux nombres décimaux. .. Quand je suis dans les <i>dixièmes</i>, je trouve des nombres qui se terminent avec des <i>centièmes</i> : zéro virgule soixante et onze centièmes, soixante-douze centièmes, soixante-treize centièmes, soixante-quatorze, soixante-quinze... Puis je peux pousser aux millièmes, mais ça, on le verra un peu plus tard. C'est compris pour l'ordre des nombres décimaux ? »</p>	
Exercices p. 81, n°7 ; p. 82 exercice F	CF02 CF02 CF02	<p>$10/4$ $10/4 = 2 + 2/4$ $2/4 = 1/2$ $1/2$ donne 0,5. $2 + 0,5 = 2,5$ EE2 : « Alors, quand on fait « dix divisé par quatre », Lucas, il nous dit : « deux virgule deux », c'est ça [EE2 écrit <i>en bas du tableau</i> 10 : 4 = 2,] ? [Elèves : Deux !... Deux !]... Alors, « deux » [EE2 corrige : 10 : 4 = 2 +] [Elèves : Plus deux !... Deux dixièmes !... Plus deux quarts !]... Deux quarts, c'est pareil que... [EE2 rajoute <i>et n'attend pas la réponse</i> : 10 : 4 = 2 + 2/4 (1/2). Elle considère, ici, que l'on a affaire à une connaissance désormais maîtrisée] ? [Elève : Un demi !... Un demi]... La machine va donner quoi ?... La machine va donner quoi ? [Elève : Zéro virgule cinq !]... Sur un demi, oui !... Donc, sur l'ensemble ? [Elèves : Ça fait zéro virgule cinquante !... Deux virgule cinq !]... <i>Deux virgule cinq</i> !... <i>Donc</i>, zéro virgule quatre, c'est <i>quatre dixièmes</i> [à côté de la mauvaise réponse 0,4, EE2 écrit 4/10] ! C'est tout ! »</p>	
	CF011	<p><u>Une « double inégalité » c'est quand on a deux inégalités successives et que l'on cherche à la fois un nombre plus petit que quelque chose et plus grand que quelque chose.</u> « Une inégalité, c'est <i>plus petit</i> ou <i>plus grand</i>... [EE2 trace au tableau les signes < et >]... Donc <i>double</i> inégalité, c'est quand on vous met les <i>deux</i> signes successivement [EE2 trace en dessous de < et > : < >]... Et que vous devez chercher un nombre qui est « plus grand que » et « plus petit que » [EE2 montre successivement les deux signes qu'elle vient d'écrire] ... Voilà !... C'est tout ! »</p>	

EE2 4^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Dictée de nombres décimaux (par les élèves)	CF03	<p>« dix-sept virgule cinq »</p> <p>On ne dit pas « dix-sept virgule cinq » mais « dix-sept virgule vingt-cinq centièmes »</p> <p>EE2 : « Allez, qui peut donner un nombre décimal et vous allez l'écrire... Benjamin, très fort ! [Benjamin : Dix-sept virgule vingt-cinq !]... Hé, ce n'est pas possible ! [Benjamin : Alors dix-sept virgule deux !]... Ce n'est pas possible... Célia, tu reprends son nombre... [Célia : Heu... Deux ? !]... Tu reprends un des deux nombres... Le premier... [Célia : Dix sept virgule vingt-cinq centièmes]... Merci... On l'écrit... »</p>	
	CF01 CF03	<p>« seize virgule deux dixièmes »</p> <p>16,02 (erreur)</p> <p><u>Le premier chiffre après la virgule est celui des dixièmes.</u></p> <p><u>Le deuxième chiffre après la virgule est celui des centièmes.</u></p> <p><u>16,02 se lit « seize virgule deux centièmes » et non « seize virgule deux dixièmes ».</u></p> <p>EE2 : « Deux dixièmes, Marine !... Tu me lis ce nombre [EE2 écrit au tableau la réponse fausse de l'élève : 16,02 en dessous de 17,25] [Marine : Heu... Seize virgule deux... centièmes !]... Pourquoi « centièmes » ? [Marine : Ben parce que, c'est... C'est « zéro deux » ! [...]. C'est le nombre qui est après la virgule ! [...]. Attends, attends ! Après la virgule, qu'est-ce qu'il y a ?... Zéro quoi ? [EE2 trace une flèche sous le chiffre 0 : 16,02] ... [Elèves : Zéro centième... Zéro dixième !]... Le premier chiffre après la virgule, c'est le chiffre des dixièmes !... [EE2 rajoute 1/10 à côté de la flèche]... Et ça, c'est le chiffre des... ? [Elèves : Centièmes !]... Centièmes [EE2 trace une seconde flèche en dessous de 2 et écrit à côté 1/100] !... Donc, Marine, tu viens m'écrire au tableau « seize virgule deux dixièmes »... [Marine écrit 16,2] »</p>	
	CF03	<p>« trois centièmes »</p> <p>0,3 (erreur)</p> <p><u>0,3 se lit « zéro virgule trois dixièmes » et non « zéro virgule trois centièmes »</u></p> <p>EE2 : « Charlotte, tu viens me l'écrire au tableau... Trois centièmes... [Charlotte rajoute 0,03 mais elle s'était trompée sur son ardoise et avait écrit 0,3]... Hé oui ! Qu'est-ce que tu avais écrit, toi ? [Charlotte : Moi, j'ai écrit « zéro virgule trois centièmes, heu... dixièmes »]... Et donc, tu avais écrit... ? [Charlotte : « Zéro virgule trois dixièmes »]... Tu avais écrit « trois dixièmes »... »</p>	
	CF01 CF03 CF01	<p>« cent vingt-quatre virgule quatre-vingts millièmes »</p> <p>124,008 (erreur)</p> <p><u>Le troisième chiffre après la virgule est celui des millièmes.</u></p> <p><u>124,008 se lit « cent vingt-quatre virgule huit millièmes » ; donc c'est faux.</u></p> <p><u>Comme il y a trois chiffres après la virgule puisque la fraction est en millièmes, on peut écrire : 124,080.</u></p> <p>EE2 : « Alors, effectivement, puisqu'elle l'a abordé, Julie, le troisième chiffre sera le chiffre des ... ? [Elèves : Millièmes !]... Millièmes [EE2 trace un troisième flèche en lieu et place de la troisième décimale de 16,02 et écrit à côté : 1/1000] !... Donc, Siriane, tu me lis ce nombre [EE2 écrit le nombre proposé par Siriane : 124,008] [Siriane : Cent vingt-quatre virgule heu... zéro, zéro [...]. Zéro dixièmes... zéro centièmes... et... huit...]. Millièmes !... Puisque c'est le troisième chiffre... Donc, on a cent vingt-quatre, virgule... ? [Elèves : Huit millièmes !]... Chut !... Huit millièmes [...]. [Elève : Le nombre pour les millièmes, c'est... Il y a trois virg... Non : il y en a trois, après la virgule... c'est... Il y a le... le nombre entier ; et après il y a trois nombres décimaux]... Il y a trois décimales après la virgule, effectivement, pour les millièmes... [s'adressant à Siriane] Parfait !... D'accord ? Donc, le nombre de Julie : « cent vingt-quatre virgule quatre-vingts millièmes » [EE2 écrit en dessous de 124,008 : 124,080] »</p>	
Jeu : « Nombre cible » (nombres compris entre 0 et 100 pouvant aller jusqu'aux centièmes)	CF01 CF04 CF06	<p>$70,9 + 1/10 = 80$ (erreur)</p> <p>$70,9 = 70 + 9/10$; donc $70,9 + 1/10 = 70 + 9/10 + 1/10$;</p> <p>$9/10 + 1/10 = 10/10$ et $10/10 = 1$</p> <p>Donc $70 + 9/10 + 1/10 = 70 + 1 = 71$</p> <p>EE2 : « Donc, après « soixante-dix virgule neuf », quand j'ajoute un dixième – tu vas de dixième en dixième, là, hein ! – on arrive à « quatre-vingts » [EE2 écrit au fur et à mesure qu'elle parle : 70,9 + 1/10 = 80] ? [Charlotte : Oui]... Soixante-dix virgule neuf, c'est quoi ? [EE2 écrit en dessous : 70]... C'est soixante-dix, plus... combien de dixièmes... ? [Charlotte : C'est neuf dixièmes... EE2 rajoute : $70 + 9/10$]... Plus un dixième... C'est d'accord, hein ? [EE2 montre la fraction 1/10 de l'égalité précédente ; puis elle rajoute : $70 + 9/10 + 1/10$]... Neuf dixièmes plus un dixième, Charlotte, ça fait combien [EE2 fait une accolade en dessous $9/10 + 1/10$] ? [Charlotte : Dix dixièmes]... Dix dixièmes !... Et dix dixièmes, ça fait combien, tu m'as dit ? [Charlotte : Un]... EE2 : Un !</p> <p>[EE2 rajoute successivement :</p> $70 + 9/10 + 1/10$ $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{10/10 = 1}$ <p>... Soixante-dix plus un ?... [Charlotte : Soixante et onze... Ha oui !] »</p>	

EE2 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Jeu : « Nombre cible » (suite)	CF010	<u>Pour trouver un nombre décimal encadré par des décimaux, on peut partager un intervalle de une dizaine en dix unités. On peut ainsi descendre de dix en dix fois plus petit.</u> EE2 : « Là, c'était Charlotte, la ligne des <i>dizaines</i> : dix, vingt, trente, quarante, cinquante... [EE2 montre la première ligne tracée]... On va agrandir de <i>dix en dix</i> ... D'accord?... On descend de dix en dix dans les petits. Donc, après les dizaines, on descend dans les ... ? <i>Unités</i> , d'accord?... Dizaines, unités ! Tu ne sautes pas une étape !... »	
	CF010	<u>Pour trouver un nombre décimal encadré par des décimaux, un intervalle de une unité peut être partagée en dix dixièmes.</u> EE2 : « [comme le nombre est entre soixante-dix-neuf et quatre-vingts] Donc, on agrandit... ? [...] [entre] soixante-dix-neuf et quatre-vingts !... On va le diviser en portions de combien maintenant ? [...] Virgule un... C'est à dire, les... ? [...] Dixièmes ! »	
	CF010	<u>Pour trouver un décimal encadré par deux décimaux, un intervalle de un dixième peut être partagé en dix centièmes.</u> « Donc, le nombre est situé entre ça et ça [EE2 montre au tableau l'intervalle (79,3 : 79,4)]... On agrandit cette portion pour terminer et on met en... Gaëlle... ? [...] Centièmes !... Et c'est reparti ! »	
	(CF03) CF01	<u>79,3 = 79,30</u> EE2 : « Comment s'appelle ce nombre en centièmes ? [EE2 montre sur la dernière droite numérique le nombre 79,3]... C'est soixante-dix-neuf virgule trois ou soixante dix-neuf... virgule ? [Elève : Trente centièmes !]... Trente centièmes... Donc, maintenant, ça va tout seul ! »	
		Dans une double inégalité telle que $_ < _ < _$ le nombre encadré est compris dans <u>l'intervalle mais n'est pas égal [à l'une des bornes]</u> . « Vous vous rappelez, la dernière fois ? Le nombre est <i>compris</i> , mais il n'est pas <i>égal</i> !... <i>Donc il ne nous a pas colorié les deux nombres de chaque côté ; c'est pour ça qu'on n'avait plus qu'une seule possibilité... Vous pouvez aussi, dans vos questions, demander : « Est-ce que le nombre est plus grand ou égal... ? »... Compliqué, hein, pour celui qui fait... Donc, on recommencera une autre fois... »</i>	CR011 – E
Classement de nombres décimaux (1,5 – 1,8 – 2,3 – 0,01 – 0,1 – 0,5 – 1,25 – 1,3 – 0,75 – 2,05) Placement sur une bande numérique	CF010	1 ^{er} groupe : 0,01 (pas de justification) 2 ^{ème} groupe : 0,1 <u>Quand la partie entière de plusieurs nombres décimaux en dixièmes est nulle, 0,1 en est le plus petit nombre.</u> EE2 : « Pourquoi c'est la plus petite, d'après toi ? [Elève : Parce que c'est « un »... « zéro virgule un dixième »]... Parce que, la partie entière, c'est... ? ! [Elèves : Zéro !... zéro]... Et dans les dixièmes, il n'y a pas plus petit dans les zéros. Allez, vous allez la placer ! »	
	CF02	3 ^{ème} groupe : 0,5 <u>0,5 = 1/2 (5/10)</u> EE2 : « [Elève : Parce que là, il y a un demi et ça, c'est la moitié de un ; et ça, c'est « un demi ». Et puis, il y a « cinq dixièmes » et puis, ça c'est [...] Zéro virgule cinq, c'est la moitié de un ; et là, on l'a placé à la moitié de un, parce que]... A un demi ! [Elève : A un demi]... D'accord ? Et François disait que c'est « cinq dixièmes »... »	
	CF08 CF08 CF03	4 ^{ème} groupe : 1,25 (erreur) <u>Il placer 3/4 avant 1,25 car il est inférieur à 1 : le numérateur est inférieur au dénominateur.</u> <u>3/4 = 75/100 = « zéro virgule soixante-quinze »</u> <u>« zéro virgule soixante-quinze » = 0,75</u> EE2 : « [Elève : Parce que « trois-quarts », c'est comme « zéro virgule soixante-quinze » ; et « trois-quarts », c'est égal à « zéro virgule soixante-quinze »]... Qui peut expliquer pourquoi « trois-quarts », c'est comme « zéro virgule soixante-quinze centièmes »... ? Alexis : [...] Trois quarts, c'est soixante-quinze centièmes... Comme « soixante-quinze centièmes, c'est en dessous de un, c'est soixante quinze]... Hou, excellent !!! [...] Donc, deux raisons excellentes : trois quarts, c'est soixante quinze centièmes ; et, trois quarts, c'est plus petit que un, il nous a dit... Puisque le numérateur est plus petit que le dénominateur. <i>Très bien... !</i> »	
	CF01 CF010	5 ^{ème} et 6 ^{ème} groupes 1,3 (erreur) ; un autre groupe propose 1,25 <u>Si on met 1,3 en centièmes, il se lit « un virgule trente centièmes », qui est plus grand que « un virgule vingt-cinq centièmes ». Donc il faut d'abord placer « un virgule vingt-cinq centièmes ».</u> <u>Pour comparer des nombres décimaux, on regarde en premier leur partie entière, et en second les dixièmes.</u> EE2 : « Si on met en centièmes, c'est « un virgule <i>trente</i> centièmes » !... <i>Même si on ne met pas en centièmes, j'ai combien de dixièmes, là, Léa... [Léa : Ben, deux !]... Et là ? [Léa : Trois !] [...] Et qui est-ce qui pourrait donner une autre explication ? Pourquoi il va se placer là [1,25]... ? [...] Au départ, il s'appelle « un virgule <i>trois dixièmes</i> »... Pourquoi on le place là, sans regarder les centièmes ? [...] Ce n'est pas la peine de penser aux centièmes ! Un grand trait, on sait que ça représente les dixièmes [...] Donc, un virgule un dixième ; un virgule deux dixièmes ; un virgule trois dixièmes... <i>On se rappelle que les grands traits, ce sont les dixièmes – les centièmes, c'est dix petits traits. C'est ce qu'on vient de faire sur le nombre cible... »</i></i>	R contextuel non pris en compte

EE2 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Classement de nombres décimaux (suite)	CF010	7 ^{ème} groupe <u>Pour comparer des nombres décimaux on peut utiliser la bande numérique.</u> EE2 : « [Elève : Parce que là, c'est « un virgule quatre dixièmes » ; et là, c'est « un virgule cinq dixièmes »... Très bien ! Il vient là, effectivement... C'est une raison suffisante...»	
	CF010	8 ^{ème} groupe 1,8 9 ^{ème} groupe 2,3 (erreur : il fallait placer 2,05) <u>Pour comparer des nombres décimaux, on regarde en premier leur partie entière, et en second les dixièmes.</u> EE2 : « [Elève : Parce que « deux virgule trois centièmes... trois dixièmes, c'est exactement pareil que « deux virgule trois... trente centièmes »...] [...] Et puis combien de dixièmes, là, Gaëlle ? là ? [Gaëlle : Trois !]... <i>Trois dixièmes</i> ! Combien il y a de dixièmes, là ? [EE2 montre le nombre 2,05] [Autre élève de la dyade : Cinq !]... Non ! ça, c'est des centièmes ! Combien il y a de dixièmes ? [Même élève : Zéro]... Donc, on regarde le chiffre des dixièmes !... Là, il est plus grand ! Donc, on s'arrête ; on ne s'occupe pas des centièmes... »	
Exercices	Placement de nombres décimaux sur des droites numériques Graduations en unités, dixièmes, centièmes (travail individuel)		

EE3 1^{ère} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel général de ce qui a été fait l'année d'avant et cette année		<p><u>L'année dernière et cette année, on a déjà travaillé un petit peu sur les fractions.</u> EE3 : « <u>Alors, on va commencer un travail sur quatre séances, sur les fractions, sachant que ce n'est pas, tout à fait nouveau pour vous : l'année dernière, en CM1, vous avez déjà travaillé dessus, un petit peu ; cette année, on a déjà vu le mot fraction... D'accord ?</u> »</p> <p><u>Une fraction c'est un nombre en haut et un nombre plus bas, comme un sur deux.</u> EE3 : « <u>Ça vous fait penser à quoi ? Andy ? [Elève : Un sur deux !]... Toi... tu dis : « un sur deux » [EE3 trace la fraction dans l'espace de haut en bas] ; c'est-à-dire... [Andy : Un demi !]... tu penses à un nombre en haut ; un nombre plus bas... D'accord ! »...</u></p> <p><u>On peut passer d'un nombre représenté par une fraction à un nombre à virgule, parce que un demi, c'est zéro virgule cinq.</u> EE3 : « <u>Ça vous fait penser, aussi, à quelle notion sur les nombres ?... Que l'on avait déjà sur les nombres décimaux, et cetera... Euh !... [Autre élève : Aux nombres à virgule !]... Alors, toi, ça te fait penser aux nombres à virgule ? En effet ! Pourquoi ! [Même élève : Ben, parce que... Euh !... Un demi, c'est... C'est « zéro, virgule cinq » !]... D'accord... Donc, toi, tu sais déjà comment on peut passer d'un nombre représenté par une fraction, à un nombre à virgule. Donc, on va être amené à travailler sur ça... La correspondance, Florian, entre les nomb... entre les fractions et les nombres à virgule, on les verra dans... quelques temps. »</u></p> <p><u>Un dixième c'est une bande que l'on coupe en dix, où la bande représente une unité.</u> <u>Un centième c'est la même bande que l'on coupe en cent.</u> <u>Un millième, c'est la même bande que l'on coupe en mille.</u> <u>Une unité ce peut être une bande mais aussi un segment, un carré, un rectangle, un gâteau ou un cercle.</u></p> <p>EE3 : « <u>Est-ce que ça ne vous dit rien, les... les fractions, avec les... des petits « dix », des... des « cent », des « mille » ?... [Silence] Sur le bas ? On a vu, déjà, cette écriture là... [EE3 écrit sur le panneau droit du tableau : 1/10 1/100 1/1000]... Qui est-ce qui peut en parler ?... Florian ? [Florian : Il y a un dixième, un centième et un millième !]... D'accord ! On a vu, déjà, les mots « un dixième » ; « un centième » ; « un millième »... Et on a déjà vu des fractions... [EE3 montre les fractions qu'il vient d'écrire]... qui correspondent à ces mots là... Qui est-ce qui peut rappeler, ce que ça veut dire : « un dixième », « un centième » ou un millième ? Tao ? [Tao : C'est, euh !... Un dixième... C'est une bande, que tu coupes en dix !]... Alors, toi, tu penses à une bande ? Je... Je dessine une bande... [EE3 trace un rectangle horizontal, au-dessus des fractions qu'il vient d'écrire]... Je la fais comment ? Petite ? Plus grande ? Comme ça ? Elle... Elle te va ?... [Elève : Euh ! Oui... Et tu la coupes en dix !]... D'accord ! Donc, ça... ça... ça correspond à quoi ? [Même élève : Ça correspond à « un u »]... La bande, elle correspond à un « u »... [EE3 écrit : 1 u]... C'est quoi, le « u » ? [Même élève : Unité !]... Unité !... D'accord... Donc, « un dixième », qu'est-ce que cela veut dire ? [Même élève : Un dixième, ça veut dire euh !... Une part sur dix ?]... Oui... Mais qu'est-ce que cela veut dire, pour l'unité... ? Un dixième ? Tu l'as dit ? [Même élève : C'est... que tu coupes en dix !]... Voilà : que l'on coupe cette bande unité en dix ! Donc un centième, Geoffrey ? [Geoffrey : C'est pareil, sauf que tu coupes en cent !]... Tu coupes en cent ! Et un millième, tu coupes en mille : d'accord ! Euh !... Est-ce que cette unité, je pourrais la faire autrement ? [Silence]... Est-ce que je suis obligé de faire une bande, par exemple, Andy ? [Andy : Non ! Tu peux faire aussi un segment !]... Un segment... alors... Je peux faire... Je peux faire un segment, en effet... [EE3 trace un segment en dessous des fractions qu'il vient d'écrire]... Qu'est-ce que je pourrais faire, aussi ? Qu'on pourrait partager ! Pensez, peut-être, à la cuisine, chez vous ou... ! Florian ? [Florian : Un carré ou un rectangle !] [Camille : Ou à un gâteau !]... Un carré, un rectangle ! Toi, Camille, tu penses à un gâteau ; donc, tu penses à quelle forme ? [Camille : A un cercle !]... A un cercle ! D'accord ? »</u></p>	<p>CR01 – A</p> <p>CR01 – A</p> <p>CR02 – A</p> <p>anticipation didactique</p> <p>CR01 – A</p> <p>CR01 – A</p>

EE3 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscrites	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Trouver oralement l'écriture fractionnaire de différentes portions de la surface d'un disque unité.	CF01	<p><u>La moitié d'un gâteau vaut un demi et s'écrit 1/2. Le nombre 2 représente le nombre de parts du gâteau ; le nombre 1 représente le nombre de parts que je prends.</u></p> <p>EE3 : « Qui est-ce qui peut me dire, avec une fraction [...] ce que vaut... ce que j'ai mis en dessous ? [EE3 montre le demi-cercle, placé en dessous du cercle unité]... Romane ? [Romane : Un demi !]... Alors, un demi, je l'écris comment ?... Un demi ? [Elève : Un !]... Qu'est-ce que c'est « un demi » ?... Je l'écris comment ?... Ophélie ? [Ophélie : Un sur deux ?]... Je mets un « un » ; et un « deux » en dessous... [EE3 écrit, à côté du demi-cercle : 1/2]... OK ! Tiens !... Qui est-ce qui pourra expliquer pourquoi je mets un « un », ici ; et un « deux », ici ? [EE3 montre successivement les deux chiffres de la fraction qu'il vient d'écrire]... Pourquoi on se retrouve avec ça... ? Hugo ? [Hugo : Hé bien, parce que, comme ça, tu as coupé le... le cercle en deux ; donc, on marque « deux » en dessous. Et tu n'en as pris qu'une... part...]... Tiens ! Je... Je retrouve mon cercle initial, ici... [EE3 colle au premier demi-cercle un second demi cercle qui le complète pour faire le même cercle unité que celui qui est déjà affiché sur le panneau]... d'accord... je... Je le coupe en deux ! [EE3 montre successivement le cercle unité et les deux demi-cercles] [Hugo : Et tu marques le deux en dessous !]... Donc, le deux, c'est quoi, en fait ? [Elèves : Hé ben, c'est... En combien de parts, et... la moitié...]... [EE3 montre successivement des deux demi-cercles]... C'est le nombre de parts... de ton gâteau !... Et le « un » ? [EE3 enlève un des deux demi-cercles] [Hugo : C'est... J'en prends une partie !]... C'est le nombre de parts que je prends... D'accord ? OK ? »</p>	
		<p><u>Le quart d'un gâteau s'écrit 1/4. Le nombre 4 signifie qu'on a partagé le cercle en 4. Le nombre 1 signifie qu'on a pris une des quatre parts. Dans 3/4 on prend trois des quatre parts du gâteau. Dans 1/2, 1/4, 3/4, le nombre d'en bas représente en combien de fois on découpe l'unité et le nombre du haut le nombre de parts que je prends.</u></p> <p>EE3 : « Qui est-ce qui peut me répondre pour cette part là, maintenant ? [EE3 désigne un quart de cercle] Sarah ? [Sarah : Un quart ?]... Alors, un quart !... Sachant qu'on a, déjà, vu les mots... Euh !... Les notions : « demi » ; « tiers » et « quart »... C'est vu... [Elève : Et ça s'écrit : « un sur quatre ! »]... Un sur quatre ! [EE3 écrit : 1/4 à côté du quart de cercle]... Pareil ! Est-ce que tu peux nous expliquer pourquoi on met un « un » au dessus et un « quatre » en bas ? [EE3 désigne, successivement, les deux chiffres de la fraction 1/4] [Même élève : Ben parce que, le cercle, on l'a partagé en quatre. Et on n'a pris qu'une part...]... OK ! Hop ! Hop et hop ! Mon cercle je l'ai partagé en quatre... [EE3 rapproche quatre quarts de cercle]... et je n'en prends qu'une... D'accord ? Donc on retrouve les quatre parts qui sont ici... Très bien ! Si... Si je prenais ça ? [EE3 enlève un quart]... J'ai quelle fraction, maintenant ? Laura ? [Laura : Trois quarts ?]... Explique-nous pourquoi ! [Laura : Ben, parce que... euh ! On a découpé en quatre et on en a pris que trois !]... On découpe le cercle en quatre... et je prends trois parts. [EE3 fait mine de partager en quatre le cercle composé maintenant de trois quarts et de prendre les trois quarts de cercle. Puis il écrit : 3/4]... Très bien ! Donc, on retient que le nombre du bas, c'est quoi ? [EE3 désigne successivement les dénominateurs de 1/2 ; 1/4 ; 3/4] [Elèves : C'est en combien de fois... Combien on a coupé de... En combien de fois on a pris !]... En combien de fois on découpe notre unité. Et le nombre du haut, c'est... ? [Elève : Euh ! Combien de parts on prend !]... Combien de parts je prends ! OK !... »</p>	CR01 – E
Tracer un segment correspondant à 5/4 de la longueur d'une bande unité (cahier du jour)		<p>EE3 fait sortir le cahier du jour. Il fait copier une consigne que lui-même écrit sur le panneau arrière-gauche : « Trace un segment dont la longueur représente 5/4 de la longueur de cette bande unité. ». Il lit la consigne à voix haute et distribue, à chaque élève, une bande unité. Puis il reformule la consigne : « Donc, je vous ai distribué une bande-unité. Vous, ce que vous avez à faire, c'est tracer un segment qui mesure cinq quarts de cette bande unité... Vous avez deux, trois minutes et on en reparle après ! ». Le travail est individuel.</p>	
	CF03	<p><u>Il existe plusieurs façons d'obtenir 5/4 d'une bande-unité.</u></p> <p>1^{ère} technique : on peut mesurer la longueur de l'unité, la plier en quatre et mesurer la nouvelle longueur et l'ajouter à la longueur de l'unité</p> <p>On peut plier la bande en 4, mesurer la longueur d'un quart (3 cm) et l'ajouter à l'unité car $1u + 1/4 = 4/4 + 1/4 = 5/4$. La bande-unité mesure 12 cm. On obtient donc : $12 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$.</p>	CR03 – E
	CF03	<p>2^{ème} technique : Sans mesurer la bande, on rajoute une longueur de 1/4 à la bande-unité car $5 = 4 + 1$; donc $5/4 = 4/4 + 1/4 = 1u + 1/4$.</p>	
	CF04	<p>3^{ème} technique : Si une bande-unité mesure 12 cm, 1/4 de cette bande mesure $12 : 4 = 3 \text{ cm}$. Et $12 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$.</p> <p>EE3 : « Allez, on va faire un bilan sur les différentes... J'ai vu différentes façons de faire ! Certains ont mesuré, certains ont plié, certains ont... mélangé ces deux manières... On en parle ! Première proposition !... Hugo ? [Hugo : Hé bien, en fait... hé bien, j'ai mesuré combien elle fait, la bande...]... Alors, tu as trouvé combien ? [Hugo : Douze centimètres !]... Qui... [EE3 écrit en dessous de la consigne qu'il a copiée : 12 cm] [Hugo : Après, j'ai... je l'ai... Je l'ai pliée en deux. Ensuite, en quatre !]... Ha ! Après, toi... Toi, tu as plié ! Alors, je le fais... [EE3 prend la bande unité qu'il a affichée au tableau] Tu fais comment ? [Hugo : En deux ; puis après...]... Tu plies en deux ?! [Hugo : Et après, en quatre !]... OK ! Je le fais ! Ensuite, tu plies... Et, euh !... Pour le replier en quatre, tu fais comment ? »</p>	

EE3 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Tracer un segment correspondant à $\frac{5}{4}$ de la longueur d'une bande unité (cahier du jour)		<p>EE3 : « [Hugo : Là et le ramène bien là ; et de l'autre côté : pareil !]... Tu replies ça, en deux ? [Hugo : Oui...] Très bien... OK ! [EE3 plie en quatre la bande unité] [Hugo : Après, je mesure combien ça fait : ça fait : trois centimètres !]... Donc, ce que j'ai dans la main, là, ça vaut combien, là ? [EE3 montre la bande unité qu'il a pliée en quatre]... On répète, hein ! J'ai mes quatre parties, comme ça... [EE3 déplie complètement la bande unité]... Ce que j'ai dans la main, maintenant, là, ça vaut combien ? [EE3 replie en quatre la bande unité]... Geoffrey ? [Geoffrey : Un quart !]... J'ai <i>un quart</i> ! OK ! [EE3 déplie une seconde fois la bande unité]... Tu continues, Hugo ? [Hugo : Après, je l'ai tracée sur mon cahier...]... Non, mais... j'en... J'en suis ici !... [EE3 montre sa bande unité dépliée]... Je t'écoute... [Hugo : Hé bien, j'ai mesuré combien ça faisait : ça fait trois centimètres] <i>Ha !</i> Hugo, il a mesuré combien faisait <i>chaque</i> petite partie... Elles font combien ? [Hugo : Trois centimètres !]... <i>Trois centimètres !</i> [Hugo : Tu fais « douze plus trois » ; ça fait quinze ! Et tu traces un trait de quinze centimètres !]... Donc, Hugo a trouvé que chaque petite partie faisait <i>trois</i> centimètres. Et après ? [Hugo : Et, après, je fais « douze plus trois » ; et ça fait quinze !]... Pourquoi... tu fais : « douze plus trois » ? [Hugo : En fait ; euh !... Quatre plus une unité, ça fait cinq unités ! Enfin, non ! Cinq, heu !...]... <i>On répète !</i> Ça, c'est quoi, en bas ? [EE3 montre le dénominateur de $\frac{5}{4}$] [Hugo : H ben, combien il y a de parts !]... Il y en a combien ? Quatre, en effet ! [EE3 désigne à nouveau le dénominateur] Avec ton système, on a réussi à faire quatre parts... [EE3 montre la bande unité dépliée et les quatre parts obtenues par pliage] ... D'accord ? Et tu fais comment, après, ensuite ? Tu dois en prendre combien ? [Hugo : Cinq !]... <i>Cinq !</i> Donc, tu traces un segment qui correspond à ta bande-unité entière... [EE3 déplie sa bande au tableau et trace un trait qui correspond à sa longueur]... D'accord ? Donc, j'ai <i>quatre quarts</i>, ici... J'ai une unité entière ! Et ensuite ? [Hugo : Et je rajoute « un quart » !]... C'est-à-dire ? Tu rajoutes encore ? [Elèves : Trois centimètres !]... Un quart ! Trois centimètres ! [...] [EE3 allonge le trait et écrit : à côté : 12 cm + 3 cm ; 1 u +] [...] Donc, on a fait combien... On a fait comment, Quentin ? On a rajouté une unité, ici... [Quentin : Et trois centimètres !]... Plus... Avec une fraction, ça fait combien, ce que j'ai rajouté ? Florian ? [Florian : Ben : Plus un quart !]... Plus un quart !... Très bien ! [EE3 complète : 1u + 1/4] [...] Vas-y Andy ! [Andy : On savait que cinq c'était quatre... quatre plus un ! Donc, on savait qu'il y avait, déjà, une unité...]... Oui... [Andy : Donc, ça, on le sait ! Et après... après, on fait comme pour l'autre !... Pour moi... ça ne serv... on... On repartait ! On prenait une autre bande ; on repartait ! On faisait un petit trait, au début de la bande et un petit trait... à la fin et on n'avait pas, vraiment, besoin de mesurer les centimètres !] ... D'accord ! Donc, pour toi, ce... Cela ne servait à rien de reporter, <i>cinq fois</i>... un quart ! [Andy : Ben, en fait, j'ai reporté...j'ai... J'ai reporté, <i>une fois</i>, une unité. Parce qu'il y a déjà, quatre quarts !]... Il y a déjà... Dans une unité, il y a, déjà, quatre quarts ! [Andy : Après, j'ai replié. Et après j'ai fait « un quart !]... Et tu as rajouté un quart ! [Andy : Mais, je... Mais je n'ai pas mesuré la bande !]... C'était plus simple, en effet ! [...] Maxence, tu as encore une autre solution ? [Maxence : Euh ! Oui ! J'ai mesuré douze centimètres... Après, je sais que, si on partage douze centimètres en quatre, ça fait trois !]... Oui... [Maxence : Et j'ai rajouté trois centimètres !]... D'accord... Ça marche ! »</p>	
Trouver et commenter l'écriture fractionnaire d'une surface rapportée à celle du rectangle unité (travail en groupe)	CF01	<p>EE3 distribue à nouveau deux fiches identiques à chaque élève. La première est à coller et la seconde est à garder. Puis il copie la consigne au tableau qui correspond à un exercice du manuel CAP MATHS CM2 (unité 7, séance 1, exercice 3, p. 74) : Choisir la surface R, S ou T et écrire avec une fraction celle que tu as choisie. Il s'agit d'un travail en groupe de trois où, une fois la surface choisie et la fraction écrite, on échange les résultats avec un autre groupe. Les élèves ont le droit, sur la deuxième feuille de découper ou de tracer. $R = \frac{1}{4}$; $S = \frac{1}{2}$; $T = \frac{5}{4}$. Ils peuvent ainsi comparer par pliage et découpage les différentes surfaces avec la surface unité.</p> <p><u>Le rectangle T (7,5 cm x 3 cm) ne peut pas être égal à un demi du rectangle unité (6 cm x 3cm) car un demi signifie l'unité divisée par deux. Et là, on voit que T est plus grand que le rectangle unité.</u></p> <p>EE3 : « Oui ? [Quentin : On... c'était comme la... le... l'unité « u ». Sauf qu'on rajoutait un... un centimètre, et... cinq millimètres !]... <i>Ha !</i> Voyons ! Vous dites que c'est <i>comme</i> l'unité « u » – donc je peux la mettre dessus – et que l'on rajoute combien ? [EE3 détache le rectangle unité et le superpose sur le rectangle dont on doit trouver la fraction] [Elève : Un centimètre et cinq millimètres !]... Et que l'on rajoute ça... OK ? [EE3 complète la superposition précédente en traçant une accolade en dessous de ce qui dépasse du rectangle unité et en écrivant : 1,5 cm]... Alors ensuite ? [Silence]... Qu'est-ce qu'on remarque ? Comment vous avez fait pour trouver une fraction ? [Silence]... Est-ce que tu peux nous dire, Andy, quelle fraction vous avez écrite ? [Andy : Un demi...]... Vous, vous avez écrit : « un demi »... [EE3 écrit : $\frac{1}{2}$]... Est-ce que celle qui est en vert, c'est « un demi », par rapport à celle qui est en blanc ? Par rapport à l'unité ? [Elèves : Non... Non...]... Hugo ? [Hugo : C'est un quart, là !]... Oui... Explique-nous, Andy ? [Andy : Ben, ce n'est pas... Ça ne peut pas être ça... Parce qu'on voit que c'est plus grand que l'unité !... On dit que « un demi »... c'est... ça veut dire l'unité divisée par deux !]... Voilà... On voit que celle-ci, elle est beaucoup plus grande... Elle est plus grande que celle-ci [EE3 montre successivement le rectangle-unité et la surface T]... Donc, celle-ci, elle ne peut pas valoir « un demi » [EE3 désigne l'écriture $\frac{1}{2}$]... [Andy : On ne peut pas mettre deux fois T, dans...]... Voilà ! »</p>	

EE3 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Trouver et commenter l'écriture fractionnaire d'une surface rapportée à celle du rectangle unité (travail en groupe)	CF03 CF01	<p><u>Un demi c'est la moitié d'une unité.</u> Comme on peut faire 5 parts de 1,5 cm dans T et 4 parts de 1,5 cm dans le rectangle-unité, $T = \frac{5}{4}u = 1u + \frac{1}{4}$.</p> <p><u>On peut vérifier par pliage que $T = \frac{5}{4}u$ en reportant 5 fois le quart de l'unité ou en juxtaposant à l'unité un quart.</u></p> <p>EE3 : « Qu'est-ce qu'on a vu que c'était, un demi, Quentin ? Cela veut dire quoi ? [Quentin : Hé ben, un demi, c'est deux... C'est la moitié !]... Cela veut dire la moitié : on voit bien que la verte, elle ne vaut pas la moitié par rapport... à la blanche... [...] Tao ? [Tao : On pourrait partager le... le T en... de un virgule cinq ? Des parts de un, virgule cinq ?]... <i>Ha !</i>... Tao, il se dit : « Tiens ! Je peux faire des parts de... Je peux faire des parts de un virgule cinq »... [EE3 détache le rectangle unité superposé, pour découvrir complètement le rectangle T]... Je peux en faire combien ? [Tao : Ben, tu peux en faire cinq !]... [EE3 partage en cinq parts le rectangle T au tableau]... Tao, il a vu que je pouvais faire <i>cinq</i> parts... qui faisaient, chacune « un, virgule cinq »... Donc, ça va valoir combien ? Tao, euh ! Nathan ? [Nathan : Euh !... Euh !... Cinq sur quatre ?]... Rose ? [Rose : Euh !... Cinq quarts ?]... Toi, tu penses à cinq quarts. Pourquoi ? [EE3 écrit en dessous de $\frac{1}{2} : \frac{5}{4}$] [Rose : Ben, parce que l'unité, on peut la partager en quatre !]... <i>Ha !</i> Rose, elle dit : « L'unité, en effet, je peux la partager en quatre ! » [EE3 partage en quatre le rectangle unité]... [Rose : Et six partagé en quatre, ça fait un virgule cinq !]... Six, partagé en quatre, en effet, ça fait « un virgule cinq »... Donc, en effet, euh !... la surface T, elle va bien faire cinq quarts... J'ai reporté <i>cinq fois</i>... [EE3 désigne le partage en quarts du rectangle unité]... d'accord ? Des quarts ! Et je peux m'en rendre compte comment, aussi ? Cinq quarts, cela veut dire que je partage l'unité en combien ? Cinq quarts, Nathan ? [Nathan : En quatre !]... En quatre ! C'est le nombre du bas... Je le fais !... Je fais, comme tout à l'heure avec ma bande : je la partage en quatre... [EE3 a détaché le rectangle unité et le plie en quatre, devant les élèves]... C'est bon ?... ça... Ça, ça vaut « un quart » ! [EE3 montre le rectangle plié en quatre]... On voit qu'avec T, je la reporte combien de fois ? Deux, trois, quatre <i>et cinq</i> ! [EE3 superpose le rectangle unité plié en quatre, cinq fois sur le rectangle T]... [Elève : On pouvait dire, aussi, que c'est « un u, plus un quart » !]... Et on pouvait dire, aussi, que c'était « une unité... plus un quart » ! [EE3 superpose le rectangle unité, cette fois déplié ; puis il le replie en quatre, pour compléter sa superposition sur le rectangle T]... D'accord ? [...] Donc, on est d'accord pour T : ça vaut « cinq quarts » ! »</p>	CR01 – E
	CF01	<p><u>En posant le rectangle R sur le rectangle-unité, on constate qu'on peut le superposer quatre fois, ce qui correspond à $\frac{1}{4}$ de u.</u></p> <p>EE3 : « Qui a trouvé, maintenant, parmi les groupes, qui est-ce qui avait choisi... euh !... R ou S ? Romane, tu nous expliques pour l'un ou l'autre ? [Romane : La R ?]... Oui... [Romane : Ben, on a... On a coupé, sur une feuille, la... la R !]... Oui... [Romane : On l'a posé sur la... sur « un u »...]... Donc, sur... sur la deuxième feuille, ils ont découpé R... comme moi, ici... [EE3 montre le rectangle R]... Ensuite, vous avez fait quoi ? [Romane : On l'a posé sur « un u » !]... Oui... On la pose dessus... [Romane : Non : dans l'autre sens !]... <i>Ha !</i> Dans l'autre sens : OK ! [EE3 joue sur les mots pour ne pas poser exactement le rectangle comme il faut. Rires de quelques élèves] [...] [Romane : Ensuite, on a fait un trait... Enfin : là où ça finissait...]... Oui... [EE3 trace le trait]... [Romane : On a... On a continué ; ça a fait un deuxième trait !]... OK ! [Romane : On a refait un trait...]... Vous avez refait un trait ? [Romane : Et ainsi de suite ! Et on a trouvé que ça faisait un quart !]... OK ! [EE3 a partagé le rectangle unité à l'aide de R en quatre parties égales]... Donc, en effet, vous avez vu que R, vous pouviez la mettre combien de fois dans l'unité ? A peu près ? [Romane : Quatre fois !]... <i>Quatre fois</i> ! Donc, elle va valoir combien, en fractions ? Ophélie ? [Ophélie : Euh ! Quatre, virgule...] Euh !... Un, virgule quatre !... Euh ! Non !... Un sur quatre !]... <i>Ha !</i> Je peux... Je peux écrire, hein ! Mais tu... Tu nous expliques, par contre ! Un quart ! C'est ça ? [Ophélie : Oui...] [EE3 écrit en dessous de la surface R : $R = \frac{1}{4}$]... OK ! C'est bon ! »</p>	
	CF01 CF01 CF05	<p><u>Comme on peut superposer deux fois le rectangle S sur le rectangle-unité, $S = \frac{1}{2}$.</u> $S = 2R$; $R = \frac{1}{4}u$ car on peut le mettre 4 fois dans l'unité. $S = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$</p> <p>EE3 : « [Laura : Horizontalement, on l'a posée !]... Tu la poses sur l'unité, horizontalement... Comme ça ? OK ? [EE3 pose horizontalement S sur le rectangle unité]... [Laura : Voilà ! Et ap... On a fait un trait !] [EE3 trace le trait]... Ensuite ? [Laura : Après, on l'a posée en haut, au dessus...]... Oui... [Laura : Et après, on a vu que c'était la moitié ; donc, on a marqué « un demi » !]... OK ! Donc, vous avez vu que S, vous pouvez la mettre combien de fois, dans... dans l'unité ? [Laura : Deux fois !]... Donc, S, elle va avoir combien ? [Laura : Un demi !]... Un demi !... [EE3 écrit en dessous de S : $S = \frac{1}{2}$]... OK ! C'est bon ? [...] Ha oui ! Il y avait une remarque intéressante, là-bas : Amélie ? [Amélie : Deux quarts !]... Explique-nous pourquoi ? [Amélie : Parce que, euh !... On peut, aussi, mettre le quart... Si on le couche !... on le met...]... Oui... Je couche quoi ? [Amélie : Euh ! Le quart !]... Tu veux dire quoi : que je le mets dans le sens... Horizontalement, comme ça ?... [Amélie : Horizontalement ! Voilà !]... OK ! [Amélie : Et, on le met deux fois... on le met deux... On le met, euh !... deux fois... à côté de...]... Où ça ? [Amélie : Ben, à côté de l'unité ! Euh ! Au début !]... A quel endroit ? Sur quelle figure ? [Amélie : Sur la S !]... Sur la S, en effet !... [EE3 superpose R, sur S]... On voit qu'on peut le mettre... ? ! [Elèves : Deux fois !]... Deux fois ! »</p>	

EE3 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
		EE3 : « Donc qu'est-ce qu'on peut dire, aussi, avec la remarque d'Amélie ? [Elève : Qu'on peut le mettre quatre fois ? Non...]... Et en effet, Mélanie remarque qu'on pourrait le mettre, quatre fois, ici ! Donc, avec la remarque d'Amélie, « un demi », on pourrait l'écrire comment, aussi ? [Elève : Un sur... Euh !... Deux sur quatre !] [EE3 écrit $S = 1/2$ ou $S = 2/4$]... Voilà : on a vu que, là-dedans, on pouvait mettre <i>deux fois</i> celle-ci ! [EE3 montre successivement S et R]... D'accord ? Très bien ! Mais ça, on... Dans quelques séances, on reverra les m... les différentes manières de pouvoir écrire, euh !... des manières de pouvoir exprimer une fraction de différentes façons possibles... En effet, Amélie a bien vu qu'on pouvait exprimer... qu'un demi, ça pouvait, aussi, être égal à deux quarts... OK ! [EE3 désigne successivement les deux écritures de S] »	Anticipation didactique
Trouver et commenter l'écriture fractionnaire d'une surface rapportée à celle du rectangle unité (cahier du jour)		EE3 fait copier sur le cahier du jour la consigne qu'il copie au tableau : Ecris sous la forme d'une fraction l'aire des surfaces U, V, W. Il explique qu'ils doivent seuls terminer l'exercice et qu'ils ont toujours le droit de découper et tracer sur la deuxième feuille pour s'aider. Au bout de 9 mn, correction collective. EE3 exécute différentes manipulations des surfaces U, V, W en fonction des explications données par les élèves. $U = 1/6$; $V = 1/3$; $W = 2/3$	
	CF01 CF03	<u>Comme on peut superposer six fois le rectangle U sur le rectangle-unité, $U = 1/6$.</u> <u>Une autre technique consiste à mesurer la largeur de U (1 cm) et de la comparer à celle du rectangle unité (6 cm). Comme l'unité est 6 fois plus grande, $U = 1/6$.</u> EE3 : « [EE3 superpose le rectangle U au bord du rectangle unité et trace un trait]... [Laura : Tu traces un trait... et voilà !]... Cette fois, je vais... je vais le faire de l'autre côté... Je t'écoute ! On trace un trait ! [Laura : Oui...]. Oui... Ensuite ? [Laura : Après, tu le décales, pour qu'il soit contre l'autre trait...]... Oui... [Laura : Tu traces un autre trait !]... Oui... Je continue ! [EE3 décale U, le place au bord du premier trait, et trace un autre trait] [...] Je trace encore un trait... [Laura : Après, tu en refais un autre !] OK ? ! Et tu le fais combien de fois, ça ? [Laura : Euh !... Six fois !]... Six fois ! Donc, Ophélie, Laura, elle a trouvé que « u »... d'accord ? [EE3 termine de partager le rectangle unité en six à l'aide de U]... Sur l'unité, je pouvais le reporter... <i>six fois</i> ! Donc, on t'écoute Ophélie... [Ophélie : Ce sera « un sur six » !]... Pourquoi je mets « six »... en dessous ? [EE3 écrit : en dessous de U : $1/6$] [Ophélie : Parce qu'il y a six parts]... Parce que je découpe l'unité en six ! Et je prends combien de parts ? [...] [Ophélie : Euh ! On en prend... une ?]... Je prends une part... [EE3 rajoute : $1/6$]... Certains me l'ont montré en mesurant, aussi ! Qui est-ce qui m'explique ? Ça pouvait être beaucoup plus rapide ! Tao ? [Tao : Ben, euh !... Moi, j'ai mis... mesuré le « u » !]... Oui... Tu as mesuré quoi ? [Tao : Le... le trait ! La longueur !]... Tu as mesuré la longueur ? [Tao : Euh, non ! La largeur !]... La largeur ! Le petit côté, il mesurait combien ? [Tao : Ça faisait un centimètre !]... Ensuite, tu as trouvé que la longueur... ? [Tao : La longueur du... de l'unité, elle faisait « six ». Donc, c'était « un virgule... » Euh !... un sur... « Un sur six » !]... Donc, tu as que tu... que tu pouvais la mettre <i>six fois</i> , en mesurant ! »	
	CF01 CF01	<u>Comme on peut superposer trois fois V sur le rectangle-unité, $V = 1/3$, ce qui signifie qu'on a partagé l'unité en trois et qu'on en a pris une part.</u> <u>Comme on peut superposer deux fois V sur le rectangle W, $W = 1/3 + 1/3 = 2/3$.</u> EE3 : « Adrien, on t'écoute ! Pour le V !... [Adrien : Ben, moi, j'ai... J'ai mesuré le « V » en largeur !]... Oui... [Adrien : J'ai trouvé deux centimètres...]... Donc, tu as trouvé que ça faisait deux centimètres, oui... [Adrien : Et je l'ai mis sur l'unité...]... Oui... Tu l'as mis sur l'unité : comme ça ? OK ! [Adrien : Et j'ai tracé un trait !]... Oui... [Adrien : Après... J'ai trouvé que...]... Et qu'est-ce que tu as vu ? Que tu pouvais faire quoi ? [Adrien : Qu'on pouvait le mettre...]... Allez, vite ! Que tu pouvais la reporter... ? [Adrien : Trois fois ! On peut le mettre...]... Que tu pouvais – le « V » –, que tu pouvais le mettre, sur l'unité, <i>trois fois</i> ! Donc, Ophélie qui n'avait pas compris tout à l'heure, « V », ça va valoir combien, si je peux le mettre, sur l'unité, trois fois ? [Ophélie : Euh ! ça va faire « un sur trois » ?]... Ça veut dire que je fais quoi ? ! Je coupe l'unité en combien ? [EE3 trace un trait de fraction en dessous de V : $1/3$] [Ophélie : En trois !]... En trois ! [EE3 rajoute : $2/3$]... et je prends... ? [Ophélie : Une part !]... Une part ! [EE3 rajoute : $1/3$]... On termine avec le W... Cette fois, il y avait une petite difficulté... Florian ? [Florian : Hé ben, moi, j'ai pris le V...]... Oui... [Florian : Je l'ai mis horizontalement sur le W...]... <i>Exact</i> ! Florian, il a – après avoir trouvé « un tiers » pour le V – il a pris le V, celui-ci... [EE3 montre à la classe le rectangle découpé V]... et qu'est-ce qu'il a fait ? [Florian : J'ai mis le V horizontalement sur le W...]... Oui... [EE3 superpose le V sur le W horizontalement] [Florian : Je trace un trait ; je le mets de l'autre côté...]... Et tu l'as reporté deux fois ? ! [Florian : Oui !] [Elève : Ben, là, ça fait « deux tiers » !] [...] Donc, Florian il a vu qu'il avait <i>deux fois</i> un tiers. Donc, ça fait <i>deux tiers</i> ! D'accord ? »	

EE3 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
<p>Trouver et commenter l'écriture fractionnaire d'une surface rapportée à celle du rectangle unité (cahier du jour)</p>	<p>CF01 CF05</p>	<p><u>Si on partage l'unité en huit huitièmes, on constate que $W = 6/8$.</u> <u>Donc $2/3 = 6/8$.</u> Cette connaissance est fausse, mais elle sert EE3 dans la mesure où elle montre qu'on peut écrire une fraction à l'aide de numérateur et dénominateur différents. EE3 : « [Autre élève : Moi, j'ai fait « six huitièmes » pour le W !]... Candy, elle a... euh ! une... une modification, peut être, à apporter pour le W ! Tu nous expliques pourquoi ? [Candy : Ben, c'est parce que j'ai partagé mon unité en huitièmes !]... Oui... [Candy : Et j'ai essayé de reporter avec plusieurs huitièmes. Donc, en mettant plusieurs huitièmes horizontalement... horizontalement, on...]. Attends, je le fais en même temps que toi [...] Je partage en combien ? En huit ! Donc je partage en deux... Puis encore en deux... [Candy : Et encore en deux !]... Et encore en deux ! [Candy : En longueur ! En longueur !]... Ha ! [...] OK ! [EE3 a recommencé le partage en huitièmes dans l'autre sens] [Candy : Et après, j'en ai pris trois... J'ai pris « trois huitièmes »... Et avec trois huitièmes...]... Tu as fait comment, avec ça ?! [Candy : Avec ça, j'en ai pris trois...]... Tu en prends trois ? [Candy : J'en prends trois !] Tu en prends trois... [Candy : Comme ça ! Et après tu le mets horizontalement... Et tu peux le reporter deux fois !... Et ça fait « six huitièmes » !]... Candy, elle a vu que de chaque côté, en coupant en huit, elle a, à chaque fois « trois huitièmes » et « trois huitièmes », de chaque côté ! [Long silence pendant lequel EE3 termine sa manipulation]... D'accord ! OK ! Notez au moins « un sixième » ; « un tiers » et « deux tiers »... on reparlera les séances d'après... »</p>	

EE3 2^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel de début de séance		<p>Dans une fraction, le nombre du haut correspond au nombre de parts que l'on prend et le nombre du bas correspond au nombre de parties découpées. On peut découper les parts dans un gâteau, un segment, une forme géométrique, une surface ou un cercle. Dans 1/2 j'ai découpé en deux mon gâteau et je n'ai pris qu'une part. EE3 : « Alors, hier, on a commencé – du moins : on a commencé... vous l'aviez, un petit peu vu – un travail sur... [Elèves : Les fractions !]... les fractions ! Qui est-ce qui me cite une fraction, au hasard ? Quentin ? [Quentin : Un demi !]... Un demi, OK ! [EE3 écrit : 1/2]... Oui... ? [Quentin : Le chiffre du haut, c'est... on en pr... c'est... enfin... Ça veut dire qu'on en prend qu'une partie...]... Alors, le chiffre du haut, donc, c'est le... ? nombre de... ? Parts que l'on prend ! [Quentin : Que l'on prend, oui ! Et « deux », c'est en combien de... En combien de parties, on l'a découpé !]... En combien de parties, on découpe, euh !... On découpe, donc, quoi ? [Elèves : Ben... Le gâteau !... Une forme !]... Ça peut être... Ça peut être une forme géométrique, une surface ; quelqu'un l'a dit, hier : ça peut être, aussi... ? Un segment, tout simplement... D'accord ? Donc, mon gâteau, je le découpe en deux, d'accord ? [EE3 trace un cercle qu'il divise en deux parties égales]... Je le découpe en deux, mais je ne prends qu'une part ! [EE3 efface une moitié du gâteau]... OK ? »</p>	<p>CR01 – A CR01 – A CR01 – A</p>
Exprimer l'aire d'un rectangle sous la forme d'une fraction de surface unité (travail en groupe de trois)	CF01	<p>Si une surface fait 6/4 de l'unité, on doit reporter 6 fois un quart sur cette surface, en la divisant obtenir des parts dont les surfaces sont égales. Il s'agit d'un exercice où l'on donne un rectangle unité et où l'on doit trouver la mesure d'aire correspondant à un autre rectangle, de surface plus importante (3/2 u). EE3 fait copier la consigne de l'exercice tiré de Cap Maths (exercice n°1, p. 75) : Dans ce tableau, retrouve la mesure d'aire qui correspond à la figure bleue. Puis il la fait reformuler par une élève et la reformule. Au bout de 22 minutes, EE3 demande aux élèves de marquer la deuxième consigne : Construis les surfaces qui correspondent aux fractions 1/8 ; 3/6 ; 3/3 ; 10/8. Il précise que lorsqu'on partage une surface en six, on doit obtenir des parts de surfaces égales, ce qu'il n'a pas toujours constaté. Il précise que le travail, cette fois, sera individuel. Il distribue d'autres surfaces unités pour cette activité.</p>	
		<p>Comme on peut superposer six rectangles – correspondant chacun à 1/4 du rectangle-unité – sur le rectangle recherché. Celui-ci correspond à la fraction 6/4, ce qui signifie qu'on a partagé l'unité en quatre et qu'on en a pris six. EE3 : « Donc – Amélie, s'il te plaît ! – Roman vient de nous expliquer qu'il vient de partager l'unité en quatre... Il a vu que sur la figure grise, il pouvait reporter six fois, donc, chaque petite partie qu'il a obtenue... Donc, qui est-ce qui peut nous rappeler... Est-ce que tu peux nous rappeler ce que c'est que cette fraction ? [Amélie : C'est, euh !...]. Qu'est-ce qu'on va mettre, déjà... en bas... de la fraction ? [Amélie : C'est « quart »]... Quart ! Pourquoi ? [Amélie : Un quart ?! Parce que... parce que... Puisqu'on l'a partagée en quatre, ici ! Donc, c'est en quatre ! Amélie montre que la surface unité a été partagée en quatre. Puis elle écrit : /4]... Oui... Il faut bien retenir qu'on a partagé en quatre l'unité !... Oui... Très bien ! [Amélie : Et, après, comme ici, il y a « six »]... Oui... [Amélie : ... on met un « six » en haut ! Amélie complète : 6/4]... Très bien ! Donc, c'est « six quarts... »</p>	CR01 – E
		<p>Dans 6/4, le nombre du bas correspond au nombre de parts que l'on fait dans l'unité. EE3 : « Donc, ça va être à vous, maintenant, de tracer sur votre cahier quatre surfaces, qui font : la première, « un huitième » ; la seconde, « trois sixièmes » ; la troisième, « trois tiers » ; et la quatrième « dix huitièmes ». D'accord ? Et pour cela, vous avez le droit d'utiliser votre surface unité. Vous avez le droit de plier, de tracer, et cetera... [...] Et on retient bien que le nombre du bas, il correspond à quoi ? Qui est-ce qui peut le rappeler ? Le nombre d'en bas, le quatre [EE3 traverse la classe et montre le dénominateur de la fraction 6/4]... C'est le nombre de parts que l'on fait dans quoi, le quatre ?... Oui ? [Elève : Dans l'unité ?]... Dans l'unité ! [EE3 montre le rectangle unité, plié en quatre, affiché au tableau] »</p>	CR01 – E
	CF01	<p>Pour obtenir 1/8 de la surface unité, je dois partager celle-ci en huit parts et en prendre une, par pliage ou par traçage. EE3 : « Le premier, on le fait ensemble. Qui est-ce qui explique pour un huitième ? Tao ? [Tao : Tu partages ta... ton unité en huit !]... la surface unité, je la partage en... ? [Tao : En huit !]... [EE3 montre le rectangle unité]... Le nombre d'en bas ! [EE3 désigne le dénominateur de 1/8]... [Elève : Oui !]... Et qu'est-ce que je fais ? [Tao : Ben, ensuite, comme ça... Comme après, il y aura... huit... Quand il y aura huit petits carreaux, sur ton unité, Hé ben, ce sera, euh !... Ce sera un seul !]... D'accord ! Je fais comment pour la partager en huit ? [EE3 montre une nouvelle fois le rectangle unité]... Ophélie ? [Ophélie : On la... On la plie en huit !]... Ha oui ! Je veux bien ! Mais je vais faire comment pour la plier ?! [Ophélie : On la plie en deux...]. Je la plie en deux... [Ophélie : On la replie en deux...]. Je la replie en deux... [Ophélie : Et après, tu la replies, mais dans l'autre sens !]... Je la replie en deux... [Ophélie : Voilà ! On la replie en deux !]... D'accord ! [A chaque explication, EE3 effectue un pliage supplémentaire devant la classe]... Donc, on voit bien : je me retrouve avec huit petits carrés : un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit... [EE3 déplie la surface du rectangle unité et compte les huit parts qu'il vient d'obtenir par pliage]... Et pour la tracer, je dois en prendre combien ? [Elèves : Un !... Un !...]. Un seul ! D'accord ? [...] Donc, soit vous pouvez plier ou vous pouvez tracer, dessus ! »</p>	

EE3 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
		EE3 arrive à Laurie qui n'a pas effectué les mêmes pliages pour construire un huitième de la surface unité. Il décide de rendre publique cette production qui permet de montrer qu'une même fraction peut correspondre à des aires de formes différentes.	
	CF01	<p><u>On peut partager l'unité en huit huitièmes différemment, à l'aide d'un pliage différent.</u> EE3 : « Ha ! Autre solution donnée par Laurie... Tu as partagé comment, Laurie, toi ? [Laurie : En...]... Tu as partagé comment, en huit ? [Laurie : Comme ça ! !]... Oui, mais est-ce que tu as partagé de cette façon là ? [EE3 désigne, successivement, les huit huitièmes du rectangle unité qu'il a affiché] [Laurie : Non !]... D'accord ? Tu as partagé comment ? [Laurie : Euh !... Moi, j'ai fait en colonnes... enfin...]... Toi, tu as fait... ? En... ? [Laurie : En colonnes !... Et j'en ai fait huit !] [EE3 prend une nouvelle surface unité qu'il partage en huit colonnes]... OK !... Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit... [EE3 compte les huit bandes verticales qu'il vient de tracer]... Donc, autre solution... [EE3 trace une bande verticale à côté de la surface unité et écrit à côté : 1/8]... Un huitième, aussi !... D'accord ? »</p>	
	CF05	<p><u>Par pliage on voit que trois parts sur six, c'est la moitié. On peut donc plier en six et en prendre trois, ou plier en deux le rectangle-unité et ne prendre qu'une part, pour construire 3/6 du rectangle-unité.</u> <u>Pour obtenir 3/6 d'une surface on peut la plier en deux ou en six et en prendre la moitié. Il y a deux façons d'obtenir la moitié de la figure</u> « EE3 : « Trois sixièmes !... Qui est-ce qui vient expliquer aux copains, au tableau ? Florian ? [...] [Florian : Moi, comme euh !... Je ne l'ai pas découpée en six... la bande, là !... Comme six sixièmes c'est une unité – six sur six, c'est une unité –, comme trois c'est la moitié, je ne la découpe qu'en deux !]... Oui... [Florian : Et... ça, ça fait : trois sixièmes !]... D'accord ! Florian, il a vu que trois, c'était la moitié de six ; il a pris la moitié, tout simplement... Certains ont eu des difficultés pour partager cette figure en six. Comment il fallait faire ? Tu leur montre ? [...] Explication de Candy : « Je la partage en six ; je la plie, d'abord, en deux... » [Deux élèves dont Candy : Non ! Tu la partages en deux... Non, tu la plies en trois !]... Je la plie, d'abord, en trois – on se perd dans les pliages... [EE3 plie la surface unité en trois devant la classe]... et ensuite en deux ! Ça fait bien six parts ! Et je prends trois parts : un, deux, trois ! [EE3 déplie la figure et compte, devant la classe, trois parts]... Et, en effet, qu'est-ce qu'on voit, vite fait ? Que trois parts, c'est quoi ? [Elève : La moitié !]... On voit bien que <i>trois parts</i>, c'est la moitié ! [EE3 montre à nouveau les trois parts]... Donc, Florian, il avait bien vu qu'il suffisait de plier en deux la figure et c'était bon !... [EE3 plie la surface en deux et la montre à la classe]... C'était ça !... D'accord ? Donc, « trois sixièmes »... ma figure... « Un u »... Je la plie en deux, c'est ça !... [EE3 a tracé le rectangle unité et l'a partagé en deux]... Ou alors, en six... [EE3 trace le même rectangle unité à côté qu'il partage en deux puis en trois]... Et je prends la moitié ! [EE3 hachure trois des six parts, et écrit, entre les deux rectangles : 3/6]... [Candy : Maintenant, on voit qu'il y a bien deux façons de faire la moitié de... la figure... !]... Voilà ! »</p>	CR05 – E
	CF01 CF01	<p>Trois tiers c'est égal à une unité, parce qu'on partage l'unité en trois et qu'on prend les trois parts. Quand on a le même chiffre en haut et en bas de la fraction, cela fait toujours une unité : <u>1u.</u> <u>10/10 = 3/3 parce qu'on partage en dix et qu'on prend toutes les parts.</u> EE3 : « OK ! Trois tiers ! Ensuite... Allez... Florian ! [...] [Florian : Ben, c'est facile ! Trois tiers, c'est, euh !... « Un u » !]... Pourquoi... Pourquoi, euh !... Mélanie, trois tiers, c'est « un u » ? [EE3 trace un troisième rectangle unité]... [Mélanie : Ben...]... Pourquoi, trois tiers, c'est... <i>une unité</i>, en fait ? [Silence] [Mélanie : Parce que, quand on le fait, ça fait « un u » ?]... OK ! Mais, « trois tiers » : je partage l'unité en combien... en combien de... de parties ? [Mélanie : Ben, en trois !]... En trois ! Je la partage en trois... [EE3 partage le troisième rectangle unité en trois]... Et j'en prends combien, des parties ? [Mélanie : Trois !]... Trois ! Donc, finalement, je prends tout ! [EE3 montre le numérateur de 3/3 et hachure les trois parts qu'il vient de tracer]... Donc, qu'est-ce qu'on remarque quand j'ai le <i>même chiffre</i> en haut et en bas ? C'est quoi ? [Elève : Un u !]... Une unité ! Si j'avais écrit : « dix dixièmes »... [EE3 écrit sur le panneau gauche : 10/10] [Elève : Une unité !]... Est-ce que c'est plus grand, plus petit, ou c'est... Ou est-ce que c'est la même chose que ça ? [EE3 montre la surface unité] [Elève : La même chose que ça !]... Hé oui ! Parce que je partage en dix ; et je prends tout ! J'en prends dix ! D'accord ? »</p>	
	CF03	<p><u>Pour obtenir dix huitièmes, on partage l'unité en huit huitièmes, comme lorsqu'on cherchait à obtenir 1/8 de la surface-unité.</u> <u>Puis on rajoute deux huitièmes (10/8 = 8/8 + 2/8 = 1 + 2/8).</u> EE3 : « Dix huitièmes », maintenant... ? [...] Tu le replies en huit ! Tu le déplies... C'est ce qu'on avait fait, tout à l'heure, avec le « un huitième »... J'ai mes huit parties ! [EE3 déplie la surface unité, pliée en huit par Vincent, et la montre à la classe]... [Vincent : voilà ! Et on doit en prendre dix ! Donc, je l'ai posée ; j'ai fait les huit. Ensuite, j'en ai rajouté deux ! Vincent plaque la surface au tableau et fait mine d'en faire le tour]... OK ! Tu en fais huit ; tiens, on va faire comme toi [...] Hop ! Hop ! Et j'en rajoute deux ! OK ! [EE3 partage la surface unité en huit et la prolonge à l'aide de 2 bandes supplémentaires de 1/8. Il écrit à côté : 10/8]... OK, c'est bon ? [...] »</p>	CR01 – E

EE3 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Trouver des fractions inférieures, supérieures et égales à 1		EE3 fait copier la consigne suivante correspondant aux exercices n°3 et 4, p. 75, au tableau : Parmi les fractions du tableau : Laquelle est égale à la fraction $1/2$? Laquelle est égale à 1 ? Lesquelles sont plus grandes que 1 ? Travail individuel.	
	CF05	<u>Trois sixièmes égal un demi car, à chaque fois, on a affaire à la moitié de $3/3$.</u> <u>Un demi, ça veut dire que l'on partage l'unité en deux parts et qu'on en prend une. Trois sixièmes, cela veut dire que l'on partage l'unité en six et qu'on en prend trois.</u>	CR01 – E
	CF01	<u>Quand on a le même nombre en haut et en bas de la fraction, c'est égal à 1. Donc trois tiers égal un.</u>	
CF01	<u>$10/8$ et $7/3 > 1$ car on prend plus de parts que le nombre de parts qui partagent l'unité.</u> EE3 : « Dans ton tableau, on a « trois sixièmes », « sept tiers », « trois tiers », « un huitième », « six quarts » et « dix huitièmes ». Quelle est celle qui va être égale à « un demi » ? [Silence]... Sarah ? [Sarah : Ben, la « A » !]... C'est-à-dire, c'est combien ? [Sarah : Ben, c'est « trois sur six » ! Parce que...]... [EE3 écrit en face de la première question : $3/6$]... <i>Pourquoi</i> ... Pourquoi, « trois sixièmes », c'est égal à « un demi » ? Ophélie ? [Ophélie : Parce que, là, on voit bien, sur la figure qu'on a mise sur notre cahier, que, par rapport à trois tiers... Euh !... Il y a bien la moitié de... de trois tiers !]... Oui... [EE3 trace deux surfaces unités l'une à côté de l'autre]... <i>Qu'est-ce que ça veut dire « un demi » ? ! On répète, Nathan !</i> [Nathan : Euh !... Un demi, c'est la moitié de... deux ! De « un u » !]... « Un demi », cela veut dire que je partage l'unité en... ? [Elèves : Deux !]... Et je prends ? [Elèves : Un !]... [EE3 partage l'unité en deux et hachure une des deux parts]... Trois sixièmes, cela veut dire que je partage l'unité en combien ? [Elèves : Trois !... Trois ! Euh ! En six !]... Nombre d'en bas, Maxence, six... [Elève : Et on en prend trois !... Et on en prend trois...]... D'accord ! Et j'en prends trois ! [EE3 partage, en six parts, le second rectangle unité et en hachure trois]... Donc, Camille... Camille, est-ce que, finalement, je me retrouve avec la même chose hachurée ? Je me retrouve avec la moitié, à chaque fois ! D'accord ? Maintenant, quelle est celle qui est égale à un ? Maxence ? [Maxence : Ben, trois troisièmes !]... Alors, oui... tu peux... Tu peux le dire comme ça. Mais on a appris que, quand il y avait un « trois », en bas, on dit... [Elèves : Trois tiers !]... Trois tiers ! D'accord ? Quand il y a le même nombre, donc, en haut et en bas, c'est égal à un ! Parce que ça veut dire que je découpe en trois ; mais je prends tout !!! Et ensuite, quelles sont celles qui sont <i>plus grandes</i> que un ? [...] [Elève : Euh ! J'ai mis, euh !... « dix huitièmes » et « sept tiers » !] [...] [D'autres élèves rajoutent $6/4$]... OK ! Pourquoi ce sont ces surfaces qui sont <i>plus grandes</i> que un ? Tao ? [Tao : Parce que, elles... il y a... On prend plus de parts qu'on en a coupées !]... Alors, on prend plus de parts... que de parts... que de parts qui partagent l'unité... Donc, on prend plus qu'une unité ? D'accord ? Voilà ! »		

EE3 3^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
		<p>Au tableau sont écrites 6 fractions : $\frac{7}{2}$; $2 + \frac{2}{3}$; $2 + \frac{4}{6}$; $\frac{16}{5}$; $\frac{15}{4}$; $3 + \frac{1}{2}$.</p> <p>Dans une fraction le chiffre du haut s'appelle le numérateur et celui du bas le dénominateur. Le dénominateur c'est l'unité découpée en un nombre de morceaux [égaux]. La fraction $\frac{7}{2}$ signifie qu'on partage en deux l'unité et qu'on en prend sept. Elle peut aussi s'écrire $3 + \frac{1}{2}$.</p> <p>EE3 : « Alors, on poursuit sur nos fractions... [rappel à l'ordre]... Alors, un petit rappel... sur la leçon...qu'il y avait à voir hier soir. Qu'est-ce qu'on a commencé à voir sur ces fractions ? Louis ? [Louis : Ben, on a commencé à voir, euh !... comment heu !... Le ... le lire ?]... Oui... [Louis : Et on... Et, on sait que le chiffre <i>du haut</i>, ça s'appelle le numérateur ; et celui du bas, le dénominateur...]. Le chiffre d'en bas s'appelle le <i>dénominateur</i>, d'accord. A quoi correspondent ces... ces chif... ces chiffres, oui ?... Tao ? [...] [Tao : Le dénominateur, c'est, euh !... l'unité que tu découpes en morceaux...]. D'accord !... [Tao : Et le numérateur, c'est combien de morceaux tu prends !]... D'accord ! <i>Par exemple</i>, si je... Si on parle de cette première fraction, là ? Tao ? Qu'est-ce qu'elle <i>voudrait</i> dire ? [EE3 montre la fraction $\frac{7}{2}$ écrite au tableau] [Tao : Ben, euh !... le... enfin... unité... L'unité : tu la coupes en deux !]... OK ! Alors si, par exemple, je prends une unité de cette forme là... [EE3 trace un segment au tableau] Qu'est-ce que je fais ? [Tao : Tu... Tu prends deux parts égales ! Egales !]... Deux parts égales ! Donc, je partage en... ? [Tao : Deux !]... En deux ! OK ! [EE3 partage en deux parts égales le segment qu'il vient de tracer] [Tao : Et tu en prends sept !]... Et j'en prends sept ! Une deux ! [EE3 montre les deux premières parts contenues dans le segment initial]... trois, quatre... cinq, six... Et sept ! OK ? [EE3 rallonge le segment à l'aide de cinq autres parts égales]... La b... La barre que... finale, que j'ai tracée au tableau, je... pourrais dire qu'elle vaut... Je pourrais la... l'exprimer comment, aussi ? Je pourrais dire qu'elle vaut <i>combien d'unités</i>, finalement ? Cette barre là ? [Silence]... Sarah ? [Sarah : Cinq unités, plus... Plus une demi-unité !]... Comment ?! [Sarah : Six unités, plus une demi-unité !]... Six unités plus une demi-unité ! C'est-à-dire... Est-ce que tu peux venir expliquer aux copains, en venant au tableau ? [Sarah se déplace au tableau : Ça, ça fait une unité...]. Alors, ça, ça fait une unité... OK ! [EE3 trace une accolade sous les deux premières parts, et écrit en dessous : 1 u]... [Sarah : Pareil là !]... Je prends quoi ? Je prends la même chose, je prends ça ? [Sarah : Oui !] [EE3 trace une deuxième accolade et écrit en dessous : 1 u. Puis il trace une dernière accolade et écrit, à nouveau, en dessous : 1 u] [Sarah : Pareil de l'autre côté ! Et après, il ne reste que... Euh ! Ben, ça ferait...]. Donc, finalement, j'ai combien d'unités ?! Laurie ? [Laurie : Trois !]... Une, deux, trois ! [EE3 montre successivement les trois unités qu'il vient de tracer]... J'ai trois unités... ? [EE3 écrit : 3 u +] [Elève : Plus un demi !]... <i>Plus</i>... ? [Elèves : Un demi ! Un demi !]... La moitié ! Que... Que je vais écrire comment ? Un demi !... [EE3 rajoute : 3u + 1/2]... OK ? Très bien ! »</p>	<p>CR01 – A CR01 – A CR01 – A CR03 – A</p>
<p>Placement de fractions sur des droites graduées partagées en tiers, demis, cinquièmes, sixièmes et quarts :</p> <p>$\frac{7}{2}$, $\frac{16}{5}$, $2 + \frac{2}{3}$, $\frac{15}{4}$, $2 + \frac{4}{6}$, $3 + \frac{1}{2}$</p>	<p>CF01 CF03</p>	<p>Les élèves copient la consigne de l'exercice, qu'EE3 rajoute aux fractions déjà écrites au tableau : R ange es fractions de la plus petite à la plus grande.</p> <p>Au bout de neuf minutes, EE3 interrompt l'exercice en signifiant que même si l'exercice n'est pas fini, « ce n'est pas grave [...] Le principal, c'est que vous ayez commencé à y réfléchir ; à y penser un petit peu... ». Puis il fait coller sur le cahier de mathématiques, à la suite, un papier qu'il distribue sur lequel des droites graduées sont placées à côté de chaque fraction.</p> <p>Enfin, il ouvre le tableau sur lequel sont tracées des droites graduées en unités et en sous unités (tiers, quarts, demis, cinquièmes, sixièmes, etc.) et qui possèdent le même segment-unité.</p> <p>Deux demis font une unité ; six demis font trois unités. ($\frac{7}{2} = 6 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$)</p> <p><u>Dans une unité il y a cinq cinquièmes ; donc, dans trois unités il y a quinze cinquièmes ; plus un quinzième, ça fait seize quinzièmes ($\frac{16}{5} = \frac{15}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = 3 + \frac{1}{5}$)</u></p> <p>EE3 : « [Quentin : On a mis sept demis parce qu'on a... Ça, ça faisait une unité... Quentin désigne, à l'aide de l'équerre de la classe, l'espace correspondant à la première unité de la première droite graduée]... Oui... [Quentin : Et la moitié d'une unité, ça... C'était là ! Quentin désigne à l'aide de l'équerre la moitié du segment-unité]... Oui... [Quentin : Donc, ça faisait un demi. Donc, on allait jusqu'à sept. Donc, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept ! [Quentin désigne successivement les espaces relevant de chaque demi-unité]... Donc, on l'a placé là... Quentin désigne le point d'abscisse $\frac{7}{2}$]... OK ! Tu... Tu le places ? [Quentin va chercher une chaise et écrit $\frac{7}{2}$ au bon endroit] [...] [Laurie : Ben, là, on sait qu'il y en a déjà cinq ! Laurie désigne les cinq cinquièmes du premier segment unité de la deuxième droite graduée. Et, il faut...]. Alors, il y en a cinq, où ?! C'est-à-dire... ?! [Laurie : Dans une... Dans une unité !]... Dans une unité, il y a cinq petites parts. Donc, on sait que ce sera des... ? Chaque petite part, des... ? [...] [Laurie et un autre élève : Des cinquièmes... Des cinquièmes !]... Des cinquièmes ! OK ! [Laurie : Et il en faut seize...]. OK ! [Laurie : Donc, euh !... c'est...]. Comment tu comptes rapidement, là ? Arrivé à un, tu en as combien ? Au un, tu en as combien ? [Laurie : Cinq !]... <i>Cinq</i> ! Au deux ? [Laurie : Cinq ! Donc, il y en a dix !]... <i>Dix</i> ! Ensuite ? [Laurie : Cinq : il y en a quinze ; et, plus un, ça fait seize ! Laurie désigne successivement les trois premières unités au fur et à mesure qu'elle avance de cinq en cinq. Puis elle écrit au bon endroit : 16/5]. »</p>	

EE3 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Placement de fractions sur des droites graduées partagées en tiers, demis, cinquièmes, sixièmes et quarts : 7/2, 16/5, 2 + 2/3, 15/4, 2 + 4/6, 3 + 1/2	CF05	<p>Pour représenter une fraction exprimée en tiers sur une droite graduée en sixièmes, on prend deux sixièmes, à chaque fois, pour obtenir un tiers ($2 + 2/3 = 2 + 4/6$).</p> <p>EE3 : « [Maxence : Ben... on... Ben, déjà, il y a deux unités !]... Donc, tu sais que, déjà, tu vas arriver... ? [Maxence : A deux !]... Au deux ! Qu'est-ce qu'il te reste à rajouter ? [Maxence : Ben, les d... deux... deux tiers !]... Deux tiers ! C'est quoi le petit souci qui se pose, là ? [...] Tao ? [Tao : C'est des sixièmes, au lieu des tiers !]... Ha ! Cha... Chaque unité est partagée en... ? [Elèves : Six !]... En six ! Et toi, on te demande des... ? [Maxence : Des... troisièmes ! Euh !... Des tiers !]... Des tiers ! Ok ? Donc, comment tu vas régler ce petit souci, là ? [...] Comment tu vas régler ce petit souci là, pour... que ton unité soit partagée en... trois ? [Maxence : Ben : c'est la moitié, de la moitié... de la moitié ? ! Murmures des élèves]... Ha ! Regarde ! Une unité : je fais la moitié... [Sur le panneau droit, EE3 trace un segment et le partage en deux parties égales] [Maxence : Oui...]. de la moitié, de la moitié... [EE3 partage la première moitié en deux, puis à nouveau la première moitié en deux] [Elève non interrogée : Ça fait des huitièmes !]... C'est des huitièmes !... [EE3 complète et obtient un segment-unité partagé en huit]... Chut ! Regarde bien, au tableau, <i>ton unité</i>. Comment tu vas pouvoir faire pour la partager en trois ? [...] [Maxence : Ben... A chaque fois, on en prend deux ? Quentin désigne les deux premiers sixièmes]... Ha ! Prends une craie rouge ! OK ! Tu fais un grand trait au second ! Voilà ! Et tu appuies bien !... OK ! Encore ! OK !... [Quentin repasse en rouge un sixième sur deux dans le premier segment-unité]... Donc, est-ce que Maxence vient... vient bien de partager l'unité en tiers ? [Elèves : Oui !... Oui !]... Oui, puisqu'il a fait trois parts. »</p>	
		<p>Deux sixièmes sont différents de deux tiers : un tiers vaut deux sixièmes.</p> <p>EE3 : « Quelle est l'erreur que beaucoup avaient faite ? [Elève : Deux plus deux sixièmes !... Deux plus deux sixièmes !]... Beaucoup avait placé les deux tiers... deux, plus deux tiers, ici ! [EE3 désigne le point d'abscisse $2 + 2/6$]... Et qu'est-ce qu'ils avaient rajouté, en fait, au lieu de rajouter deux tiers, Manon et Camille ? Qu'est-ce qu'ils avaient rajouté, au lieu de rajouter deux tiers ? En mettant un trait, ici ? Nathan ? [Nathan : Deux sixièmes !]... Deux sixièmes ! Parce que l'unité est bien partagée en six ! [EE3 désigne successivement chacun des sixièmes représentés sur le troisième segment-unité]... Il fallait bien faire attention, à en prendre... deux, à chaque fois. [EE3 écarte l'index et le majeur pour prendre à chaque fois deux sixièmes, afin de matérialiser un tiers] »</p>	CR05-E
	CF05 CF03	<p>Pour représenter une fraction en quarts sur une droite graduée en huitièmes, on prend deux huitièmes pour chaque quart.</p> <p>Dans une unité il y a quatre quarts : donc dans trois unités il y a douze quarts, auxquels on ajoute trois autres quarts.</p> <p>EE3 : « Euh ! Le suivant... Allez, Tao : Quinze quarts !... Pareil ! Qu'est-ce qu'on a comme... comme petit souci, là, ici ? [Rappel à l'ordre]... Qu'est-ce qu'on a comme... comme petit souci, là ? [Elève : C'est des quarts ?]... C'est des quoi ? [Autre élève : C'est des huitièmes !] [...] C'est partagé en huit ! Donc ce sont des... ? [Elèves : Quarts ! Huitièmes !]... <i>Huitièmes</i> ! Tu nous expliques ça, Tao ? [Tao : Donc, nous, il fallait... qu'on change quatre... Donc, euh !... Comme il y en avait huit ; et que, ça devait, euh !... être partagé en... en quatre, on sait que la moitié de... de huit, c'est... c'est quatre. Donc, alors, euh !... comme c'est partagé en quatre... Tao matérialise l'espace correspondant à un quart en prenant deux huitièmes] [Rappel à l'ordre]... Prends une craie bleue ! Parce que le rouge, en effet, on ne voit pas très bien. [...] Tiens ! Et on te regarde ! [Tao : Alors, la moitié de huit, comme c'est quatre... Euh !... hé ben... Tao compte trois sixièmes et trace un trait bleu]... Un grand trait bleu ! Et... et appuie fort ! Au-dessus, en dessous ! Très bien ! [Tao : Ha non ! Ce n'est pas possible ! Tao réalise qu'il a partagé le segment-unité en deux et non en quatre !]... Tu as partagé en combien, là ? [Tao : Là, j'ai partagé en demis !]... Mais il te faudrait partager en combien ? [Tao : Il faudrait partager en quarts ! Donc, la moitié de...]. Donc, comment il va faire, Manon, là, Tao, pour pouvoir partager en quatre... entre zéro et un... l'unité ? [Silence]... En mettant des traits bleus ? [Manon : On prend deux petits, euh !...]. Oui... Tu en prends deux, à chaque fois ! On te regarde ! Mets tes grands traits bleus... OK... OK... OK ! [Tao trace les quarts, en s'aidant de deux huitièmes, à chaque fois, sur le premier segment-unité de la quatrième droite graduée]... Et maintenant, tu comptes ! Il t'en faut combien ? [Tao : Il m'en faut... quinze !]... <i>Quinze</i> ! De zéro à un, tu en as combien ? [Tao : De zéro à un, il y en a quatre !]... <i>Quatre</i> ! Tu arrives à deux ? [Tao : Deux ! De deux, il y a huit !]... <i>Huit</i> !... Tu rajoutes encore quatre... [Tao matérialise les quarts du deuxième et du troisième segment-unité]... Donc, à trois, tu en as combien ? [Silence] [Tao : Ça doit arriver sur le quatre... Il trace les quarts sur le quatrième segment-unité]... Donc, sur le un, on en a quatre ; sur le deux, on en a huit ; sur le trois... ? Encore quatre ! ça fait douze ! [Tao : Ensuite, on en rajoute trois !]... Treize, quatorze, quinze ! Et tu le notes ! Tu le places en bleu, s'il te plaît... [Elève non interrogée : Par contre, maître, ce qu'on peut faire, aussi, qui était plus facile, c'était : quatre fois quatre, seize...]. Oui... [Même élève : Et on enlevait, euh !... deux petits carrés...]. Oui... Candy, elle avait vu, aussi, que sur le... sur le quatre, des quarts, j'en avais seize ! [EE3 désigne la totalité de la quatrième droite graduée]... Parce qu'on... Quatre, huit, douze, seize ! [EE3 décompose les quarts, unité après unité]... J'en enlève un : un quart ! Ça faisait quinze ! [EE3 désigne le dernier quart du quatrième segment-unité]...</p>	

EE3 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Placement de fractions sur des droites graduées partagées en tiers, demis, cinquièmes, sixièmes et quarts : $7/2$, $16/5$, $2 + 2/3$, $15/4$, $2 + 4/6$, $3 + 1/2$	CF05	<p>Pour placer quatre sixièmes sur une droite graduée en tiers, on partage chaque tiers en deux parts égales et on prend quatre de ces parts pour obtenir quatre sixièmes.</p> <p>EE3 : « [Mélanie : On part de deux... Elle montre sur la cinquième droite graduée le point d'abscisse 2]... OK ! Quel est le problème qui se pose, là ? [Mélanie : Là ?]... Oui... [Mélanie : Ben...] ... On a un petit souci ! [Mélanie : Parce que c'est des sixièmes !]... Ha ! On te demande « quatre sixièmes » ! Et ton unité, elle est... elle est partagée en combien ? [Mélanie : En quatre !... En deux !... En trois !]... Montre les parts ! [Mélanie : Un, deux, trois !]... Un, deux, trois ! [EE3 compte les tiers que lui montre, successivement, Mélanie, sur le premier segment-unité]... Donc, il... Qu'est-ce qu'il faudrait que tu fasses ? [Mélanie : Ben, que j'en prenne deux ! Ça fait six !]... Je ne sais pas ! On t'écoute ! [Mélanie : Il faut que je les partage en... ?]... Vas-y ! Fais-le ! Oui... [Mélanie : Je continue ? Mélanie partage les tiers en sixièmes sur le premier segment-unité]... Essaie de... de bien les partager, quand même ! En deux... OK ! [Mélanie poursuit son partage des tiers en sixièmes sur la deuxième segment-unité]... Donc, Mélanie, elle repartage en deux. [...] Alors, Tanguy : deux... Deux, plus quatre sixièmes ? [Silence]... Rose ? Oui... Tu essayes ? Vas-y ! [Rose : Ben, d'abord tu vas ajouter des unités... Mélanie se place sur le point d'abscisse 2]... OK ! J'arrive directement au deux ! Ensuite ? [Rose : Euh !... Et après, tu prends quatre petits morceaux ?]... <i>Oui !</i> Puisqu'on a partagé en sixièmes, j'en prends quatre ! [Mélanie écrit au-dessus du point à trouver : $2 + 4/6$]... OK ! Deux plus quatre sixièmes... »</p>	
	CF05	<p>Pour placer une fraction exprimée en unités et en demis ($3 + 1/2$) sur une droite graduée en dixièmes, on prend à chaque fois cinq dixièmes pour faire un demi.</p> <p>EE3 : « [Hugo : Alors, il y a trois unités...]... Très bien ! Tu vas directement au trois ! Quel est le problème qui se pose ? [Hugo : Hé ben, c'est qu'après, ben, il faut la moitié d'une unité !]... Oui... [Hugo : Un demi...]... Oui... [Hugo : Donc, on va... On va... prendre la moitié. Il y a dix carreaux. Donc on va couper au milieu, là ! Hugo montre la moitié du quatrième segment unité]... Oui ! Vas-y ! Fais... Fais un gros trait en bleu !... [Hugo trace un trait bleu au point d'abscisse $3 + 5/10$]... Voilà !... Pourquoi il fait ça, Adrien, Hugo ?! Pourquoi il veut... il est en train de faire ça, là ? [Adrien : Ben, c'est parce que... il y a la moitié, là !]... On veut rajouter un... un demi ! Donc, en lisant « un demi », on va partager l'unité en combien de parts ? [Adrien : En deux ?]... En deux ! Et c'est ce qu'Hugo fait ! Tu le places ?... Chut ! [Hugo écrit $3 + 1/2$ au bon endroit sur la dernière droite graduée]... Trois, plus un demi ! »</p>	
		<p>En comparant les droites graduées on constate que $3 + 1/2 = 7/2$.</p> <p>EE3 : « <i>Qu'est-ce qu'on remarque, en comparant toutes les bandes... avec trois plus un demi ?</i> [...] <i>Qu'est-ce qu'on remarque, en comparant toutes les bandes avec trois plus un demi, Hugo ?</i> [Hugo : Hé ben, c'est que euh !... Celle de Lou, hé ben, elle est toute seule. Mais c... celle de Tom et celle d'Arthur, elles sont au même niveau ! Et puis celle de Zoé...]... Attends, attends !!! Celle de... Celle de qui ? De Tom... ? [Hugo : Et d'Arthur !]... Et d'Arthur ! On voit qu'elles sont au même niveau ! Donc, qu'est-ce qu'on remarque ? Que « sept demis », c'est la même chose que... ?! [Elèves : Trois plus un demi !]... Trois plus un demi ! D'accord ? [EE3 désigne, successivement, les points d'abscisse $7/2$ et $3 + 1/2$, situés, respectivement, sur la première et la dernière droite graduées]... Et on remarque ce qu'on... ce qu'on avait vu, ici, derrière : trois unités plus un demi, c'est la même chose que sept demis. D'accord ? »</p>	CR03 – A
		EE3 demande de répondre seul, maintenant, à la question qui était initialement posée : quel élève est-il allé le plus loin ?	
	CF06 CF03 CF05	<p>Si on classe les fractions de la plus petite à la plus grande on obtient : $2 + 4/6$; $2 + 2/3 < 16/5 < 7/2$; $3 + 1/2 < 15/4$ $2 + 4/6 = 2 + 2/3$; $7/2 = 3 + 1/2$</p> <p>EE3 : « Qu'est-ce qu'on obtient comme ordre, finalement ? Sarah ? [Sarah : Ben...]... La plus petite ? [Sarah : Ben... Il y en a deux !]... On t'écoute... [Sarah : Il y a deux plus quatre sixièmes !] [EE3 écrit : $2 + 4/6$]... [Maxence : Non !]... Ha ? Oui... Pourquoi, Maxence ? [Maxence : Il... Il est avant : deux plus trois... deux plus deux... Deux, plus deux tiers ! Rires d'autres élèves]... Regarde sur ta feuille : est-ce que « deux, plus deux tiers » et « deux, plus quatre sixièmes », vu que tu les as placés, est-ce qu'ils sont avant ? [Maxence : Euh ! Ha non ! Elèves : Ben non ! Ils sont pareils !... Euh !... Attends !]... Sarah ? [Sarah : Ils sont pareils !]... Oui ! Ils sont au même endroit ! D'accord ? [EE3 rajoute : $2 + 4/6$; $2 + 2/3$] [...] <i>Donc</i>, je ne mets pas de signe, vu que ce sont les mêmes – on connaît, maintenant, ce signe là... [EE3 rajoute : $2 + 4/6$; $2 + 2/3 <$]... Ces deux fractions là sont plus petites que... ? Tao ? [Tao : Que seize cinquièmes !]... OK ! Oui... [EE3 rajoute : $2 + 4/6$; $2 + 2/3 < 16/5$]... Ensuite ?... Nathan ? [Nathan : Heu !... Sept euh !... Euh, non !... Sept demis !]... Oui... [Nathan : Et... trois demis...]... Et trois demis [sic] – on a vu qu'elles étaient au même niveau... [EE3 rajoute : $2 + 4/6$; $2 + 2/3 < 16/5 < 7/2$; $3 + 1/2$]... [Nathan : Non : Trois, plus un demi !]... Et, finalement ? Romane ? [Romane : Quinze quarts !]... [EE3 complète : $2 + 4/6$; $2 + 2/3 < 16/5 < 7/2$; $3 + 1/2 < 15/4$]... Donc, qui c'est qui... qui est allé le plus loin ?... Manon ? [Manon : C'est Lou !]... C'est Lou !... [EE3 rajoute : C'est Lou qui est allé le plus loin.] »</p>	

EE3 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Nouveau jeu : Placer de nouvelles fractions sur des droites graduées ($7/5$; $2 + 1/2$)		<p>Sur les mêmes bandes, EE3 demande aux élèves de placer successivement :</p> <ul style="list-style-type: none"> - $7/5$ sur la bande de Lola (partagée en cinquièmes) ; - $2 + 1/2$ (à placer sur plusieurs bandes) ; <p>Puis il demande sur quelles bandes on pourrait placer la fraction $35/10$. Au vu des productions des élèves il précise la consigne : il ne doit pas être nécessaire de placer de nouveaux repères sur les droites pour parvenir à positionner $35/10$.</p> <p>Ces différentes activités sont présentées comme un jeu où les élèves peuvent intervenir pour aider leur camarade interrogé.</p>	
	CF01	<p><u>Pour placer une fraction exprimée en cinquièmes sur une droite graduée également en cinquièmes, il suffit de compter le nombre de parts que l'on prend.</u></p> <p>EE3 : « Alors, qui est-ce qui peut aller me placer sur la... deuxième barre... euh !... Sept cinquièmes ?! Sur la barre de Lola... Sept cinquièmes !... Sept cinquièmes ! Allez, Laura ! Tu commences : sept cinquièmes sur la barre de Lola ! [Laura se déplace au tableau] [...] Sur la... sur la barre de Lola : sept cinquièmes ! [Laura : Ben... Au début, ça, on l'a partagé en... cinq ?]... Alors, c... Oui !... C'est partagé en combien ? [Laura : Un, deux, trois, quatre, cinq ! Laura compte les cinquièmes à l'aide de l'équerre de la classe]... Donc, ça tombe bien ! Où est-ce que tu vas placer sept cinquièmes ? [Silence] [Laura : Par là ? Elle montre, avec l'équerre, le premier segment-unité]... Compte les cinquièmes ! Compte-les, en partant du début ! [Laura : Un, deux, trois, quatre, cinq... six et...?]... OK ! Montre le trait ! Celui qui est convenable... <i>Sept cinquièmes</i> ! [Laura : Euh !... Elle balaie le premier segment-unité avec l'équerre d'un air hésitant, puis se place sur le point d'abscisse six cinquièmes... Celui-là ?]... Tu es sûre ? Tu en as pris combien, là ? [Laura : Ha ! C'est là !]... Pourquoi ?... Recompte ! [Laura : Parce que, là, c'est... un, deux, trois, quatre, cinq, six et sept !]... OK ! »</p>	
	CF05	<p><u>Deux plus un demi, c'est la même chose que deux plus cinq dixièmes, deux plus trois sixièmes ou deux plus quatre huitièmes, parce que cinq c'est la moitié de dix, trois, c'est la moitié de six et quatre, c'est la moitié de huit.</u></p> <p>Deux plus un demi ? Romane ? [...] [Romane : Comme ça, c'est des demis... ça !... Romane montre les sous-unités de la première droite graduée]... Oui... [Romane : On va à deux, déjà... Romane montre le point d'abscisse 2. Et je compte un demi... Elle repasse sur le point d'abscisse $2 + 1/2$]... D'accord ! OK ! Ensuite ? est-ce que... Est-ce qu'il y en a d'autres ? [Romane : Ici, il y en a une !... Romane indique la dernière droite graduée]... Deux, plus un demi : sur quelle autre bande ? [Romane : Sur celle-là ! Elle désigne, une seconde fois, la dernière droite]... Alors, c'est où ?! [Romane : Je vais à deux !]... Oui... [Romane : Je compte, euh !... Je compte cinq petits trucs... carrés...]... <i>Pourquoi tu n'en comptes que... Pourquoi tu en comptes cinq ?!</i> [Romane : Ben, parce que c'est la moitié ! Enfin, c'est... comment dire ?... c'est !...] [Silence]... Adrien ? [Adrien : Il y a dix petits carreaux !]... Il y a... Il y a dix petits carreaux ! Et tu en prends la... la moitié ; c'est-à-dire combien ? [Adrien : Cinq !]... Cinq ! Montre-nous où c'est !... [Romane désigne le point d'abscisse $2 + 5/10$]... Et, en effet, on voit bien que c'est au même niveau que deux plus un demi ! Est-ce qu'il y a une autre bande ?... Rose, oui ? [Rose : Euh ! Celle de Zoé !]... <i>Ha ! Montre-nous Romane !</i> Rose pense que <i>sur celle de Zoé</i>, c'est possible ! Tu expliques, Rose, en même temps ? [Rose : Ben, d'abord, il y a deux !]... Oui... [Rose : Et, après, tu fais, euh !... trois carreaux ?]... Trois carreaux ! Pourquoi ? [Rose : Ben, parce que c'est la moitié de six ! Laura trace le point d'abscisse $2 + 3/6$]... OK ! Parce que l'unité est partagée en six ! C'est bon, Mélanie ? Tu commences à comprendre ? Est-ce qu'il y en a une autre... qui est convenable ? Deux, plus un demi, Candy ? [Candy : Il y a celle de Lou !] [...] Celle de Lou, oui... [Candy : Celle de Lou, elle est euh !... On l'avait partagée en quatre ! Donc tu vas à deux... Laura se place sur le point d'abscisse 2 de la droite de Zoé... Tu vas à deux et, après, tu comptes euh !... quatre petits carreaux... Laura compte quatre carreaux... Parce que c'est... C'était divisé en huit ; et la moitié de huit, c'est quatre !]... C'est partagé en huit ! OK ! [Laura : Voilà ! Elle repasse sur le point d'abscisse $2 + 4/8$] [...] OK ! »</p>	
Placer $35/10$ sur les droites graduées précédentes		<p>Travail individuel : chercher sur quelles droites graduées on pourrait placer $35/10$. EE3 précise qu'il faut parvenir à placer cette fraction sans utiliser ou tracer d'autres repères que ceux déjà existant sur les différentes droites.</p>	
	CF05	<p><u>Une fraction peut s'écrire de différentes façons puisqu'on peut la placer sur des bandes graduées différemment : trente-cinq dixièmes égale trois unités et un demi, sept demis, trois unités et trois sixièmes, trois unités et quatre huitièmes.</u></p> <p>EE3 : « Sur quelles bandes, Sarah ? [Sarah : On peut le placer sur Arthur !]... Toi, tu penses qu'on ne peut le placer <i>que</i>... que sur Arthur ! Pourquoi ? [Sarah : Ben parce que... il y a... Il y a dix petits ... carreaux...]... L'unité, elle est partagée en combien ? En... ? [Sarah : Dix !]... En dix ! Donc, là, j'en aurai combien : dix... ? [Elèves : Dix, vingt, trente ! trente-cinq ! quarante !]... <i>Trente-cinq</i> ! D'accord ? [Maxence : Donc, en fait, « trois, plus un demi », c'est pareil que... trente-cinq dixièmes !]... Attends ! Trente-cinq dixièmes, je peux le placer là ! Où ça, aussi ?! Tao ? [Tao : Tu peux le placer sur la bande de... sur la bande de Tom !]... Sur la bande de Tom ! Où ça ? [Tao : A... A sept demis, aussi ! Parce que, quand tu vas... Quand tu... Comme c'est pareil que... que la bande d'Arthur...]... Oui, d'accord... [Tao : Et aussi, il y a comme... La bande d'Arthur, c'est la... en... en demis !] »</p>	

EE3 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Placer 35/10 sur les droites graduées précédentes		<p>Suite</p> <p><u>On peut écrire une fraction de différentes façons</u></p> <p>EE3 : « Oui... [Tao : Hé ben, on voit : euh !... Dans le « un », on peut dire qu'il y a dix dixièmes...]... Oui... [Tao : Dix dixièmes encore, et trois aussi. Et, euh !... Dans.... A trois... trois... trois et un demi, tu peux... Comme c'est euh !... Dix cinquièmes, euh !... Un cinquième ! Cinquième...]... Cinq ?! [Tao : Cinq cinquièmes ! Donc euh !... Et comme, heu !]... Tu voulais dire cinq dixièmes, je pense ! D'accord ? Bon ! OK ! Est-ce qu'il y avait une autre bande... ? [Elève : Oui !]... où on pouvait... Où on pouvait le... le rajouter, encore ? [Même élève : Oui !]... Qui... qui correspondait à trente-cinq dixièmes... ou à sept demis ; à trois et demi... ? Nathan ? [Nathan : Celle de... Théo ?]... Celle de Théo ! OK ! Je me place où ? [Nathan : Tu le places à trois et... euh !]... A trois et trois... ? Sixièmes ! C'est partagé en six ! Et Maxence ? [Maxence : Et après, il y a celle de Lou !]... Celle de Lou ! Je le place où ? [Maxence : Euh ! Pareil !]... C'est-à-dire : je fais comment ? [Maxence : A trois et euh !...]</p> <p>[Long silence]... Romane ? [Romane : Ben, là où tu as fait les autres ! Euh, non ! A Lou, c'est... !]... Mais il faudrait <i>réussir</i> à me <i>l'expliquer</i> avec des mots ! [Romane : C'est au trois ! A trois « u » !]... Plus quoi ? [Romane : Plus quatre !]... Plus quatre quoi ? [Romane : Plus quatre...]... Ce sont des quoi ?! On a dit... ? <i>Ici</i>, c'est partagé en combien... l'unité ? [Sarah : En huitièmes !]... Oui, Sarah ? [Sarah : En huitièmes !]... En huit ! <i>Plus quatre huitièmes</i> ! OK !... Donc, on remarque, on commence à voir qu'une fraction, on peut l'écrire de différentes façons... Donc on continuera à le voir... »</p>	CR05 – A

EE3 4^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Placement de 2/3, 7/4 et 20/8 sur les mêmes droites graduées que celles de la séance précédente		Au tableau, les six droites graduées en unités et sous-unités (demis, tiers, quarts, cinquièmes, sixièmes, dixièmes) de la séance précédente. EE3 fait venir des élèves au tableau pour placer des fractions qu'il donne.	
	CF01 CF05 CF05 CF03	<p><u>Un tiers c'est une unité partagée en trois.</u> <u>Sur une droite partagée en sixièmes on en prend deux à chaque fois pour faire un tiers.</u> <u>Pour placer 7/4 sur une droite graduée en huitièmes, on sait que un quart c'est la même chose que deux huitièmes.</u> <u>Une unité fait quatre quarts : deux unités font huit quarts auxquels on enlève un quart.</u> EE3 : « Un volontaire pour aller me placer sur la... droite graduée, donc, certaines fractions que je vais vous demander... Allez : sur deux tiers ! Deux tiers... Quentin ? Tu nous expliques, hein, en même temps ! [Quentin : Euh !... Deux tiers... Sur laquelle ?!]... Je te laisse faire... [Quentin : Ben, euh !... Un tiers, déjà, c'est euh !... De là, à là ! Quentin désigne le point d'abscisse 2/6 sur la droite graduée de Théo]... <i>Ha</i> ! Alors, toi, tu as choisi celle de Théo. Alors, explique-nous pourquoi c'est de là, à là ? [Quentin : Parce que, euh !... Les tiers, ben, c'est une unité partagée en trois !]... Oui... D'accord !... Oui... [Quentin : Donc, euh !... Hé ben, cette unité partagée en trois, euh !... Hé ben, c'est là ! Quentin désigne, à nouveau, le point d'abscisse 2/6]... OK ! [Quentin : Et, deux tiers – donc, on en rajoute un – et ça fera là ! Quentin désigne le point d'abscisse 4/6]... OK ! C'est ça !... Un autre... Sept quarts !... Sept quarts !... Geoffrey ? [Geoffrey : Hé ben... Euh !... On partage en quatre. Alors on peut couper... celle là, en une, deux... Une, deux, trois et quatre ! Geoffrey désigne la droite de Lou, graduée en huitièmes, à l'aide de l'équerre de la classe]... D'accord ! Donc, là, à chaque fois, dans celle de Lou, tu prends combien de petites parts ? [Geoffrey : Euh !... Quatre !]... Pour faire un quart ? [Geoffrey : Euh !... Deux petites parts ! Geoffrey désigne le point d'abscisse 2/8]... OK ! Alors on t'écoute, pour essayer de placer <i>sept quarts</i> ! [Geoffrey : Alors, euh ! On prend un quart ; deux quarts ; trois quarts ; quatre quarts !... Geoffrey montre, successivement, les segments correspondant à 2/8, 4/8, 6/8 et 8/8... Alors, on sait que, pour aller à un, ça fait quatre quarts. Donc, à deux, ça fera huit quarts ! Geoffrey désigne le pont d'abscisse 2]... D'accord ! [Geoffrey : Donc on enlève un quart...]... OK ! [Geoffrey : Et c'est jusqu'à ici ! Geoffrey désigne le point d'abscisse 14/8]... OK ! »</p>	
	CF01 CF03 CF05	<p><u>Pour placer une fraction exprimée en huitièmes sur une droite également graduée en huitièmes il suffit de compter le nombre de parts que l'on prend.</u> <u>Une unité fait huit huitièmes ; deux unités font seize huitièmes auxquels on rajoute quatre huitièmes.</u> <u>Vingt huitièmes est au même niveau que 2 + 3/6.</u> EE3 : « [Candy : Vingt huitièmes : on cherche une unité qui est partagée en huit !]... OK ! [Candy : Il y a... celle de Lou ! Candy montre la droite de Lou partagée en huitièmes... Quatre, cinq, six, sept, huit !]... Oui... [Candy : Et... Après, on sait que huit fois deux ça fait seize ! Candy désigne successivement les intervalles [0 ; 1] et [1 ; 2]]... Oui... [Candy : Donc, après, on en rajoutera quatre : un, deux, trois, quatre ! Candy désigne les points d'abscisse 2 + 1/8, 2 + 2/8, 2 + 3/8, 2 + 4/8... Donc, c'est au même niveau... Elle désigne, successivement, les points d'abscisse 20/8 et 2 + 3/6]... D'accord ! »</p>	
		Sur les autres droites graduées EE3 fait repérer le point qui a la même abscisse que 20/8. Puis il demande à différents élèves de trouver l'abscisse correspondant à chacun des points placés.	
Placement de 2/3, 7/4 et 20/8 sur les mêmes droites graduées que celles de la séance précédente	CF05	<u>Des points situés sur des droites graduées différemment s'écrivent à l'aide de fractions différentes et égales à vingt huitièmes : $20/8 = 7/2 = 15/6$</u>	
	CF03	<p><u>$15/6 = 6/6 + 6/6 + 3/6 ; 5/2 = 2/2 + 2/2 + 1/2$</u> EE3 : « On a vu que, dans celle de Lou, ici, on avait... vingt huitièmes... [A l'extrémité droite de la droite graduée de Lou, EE3 écrit : 20/8]... Qui est-ce qui peut me dire – sur les... donc, les autres où l'on... où l'on a noté un petit rond – quelle fraction on aura ? [Silence]... Sur les trois autres, où on a mis un petit rond... ? Au lieu de « vingt huitièmes » – en effet, on pourrait avoir <i>vingt huitièmes</i>, parce que c'est au même endroit – mais on a vu que les autres parcours sont partagés autrement ? Donc, quelles fractions on pourrait mettre à cet endroit là... Sarah ? [Sarah : Euh !... A celle de Théo : quinze sixièmes !]... Quinze sixièmes !... Explique-nous pourquoi ! [...] [Sarah : Ben, parce que là... Parce que là, j'en ai... j'en ai compté six ! Sarah désigne le premier segment-unité de la droite de Théo, partagée en sixièmes]... Oui... [Sarah : Et six et six, ça fait douze ! Et... Douze plus trois, ça fait...]... Oui ! Montre-les aux copains ! [Sarah : Ben, là... Là, ça fait six ; et là, ça fait six ! Sarah montre successivement les deux premiers segments unités de cette droite]... Douze ! Et montre les trois !... [Sarah montre les trois derniers sixièmes placés après 2 : 2 + 1/6, 2/6, 3/6]... Treize, quatorze, quinze : OK ! Tu peux le marquer sur le côté... [Sarah écrit à droite de la droite graduée de Théo : 15/6]... OK ! Euh !... Les autres petits ronds : Tao ? [Tao : On va faire cinq demis...]... OK ! Tu vas le montrer aux copains... [Tao : On va faire, euh !... là... Parce que, comme tu sais que, dans l'unité, il y en a deux... plus deux et plus un : donc, ça fait cinq demis ! Tao désigne successivement la première et la seconde unité et la moitié de la troisième unité]... Mhhh !... [Tao écrit à droite de la droite de Tom : 5/2] [Elève non interrogée : On peut, aussi, le dire autrement, cinq demis ?... C'est deux unités et cinq dixièmes !]... Oui... »</p>	

EE3 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Placement de $2/3$, $7/4$ et $20/8$ sur les mêmes droites graduées que celles de la séance précédente	CF05	<p>$20/8 = 15/6 = 5/2 = 25/10$ et pourtant elles n'ont pas les mêmes chiffres. <u>Dans une fraction, le nombre en bas s'appelle le dénominateur ; celui d'en haut le numérateur.</u> <u>Les fractions $5/2$; $15/6$; $20/8$; $25/10$ n'ont pas les mêmes chiffres mais sont les mêmes.</u> <u>Le dénominateur est un nombre important car il permet de savoir en combien de parts est partagée l'unité.</u> EE3 : « Kevin, est-ce que tu pourrais essayer de nous dire quelle est la fraction du dernier... du dernier petit rond, sur le parcours d'Arthur ? [Kevin : Hé ben... c'est...]. Alors, Arthur, il a partagé son unité en combien de parts ? [Long silence]... [Kevin : Je ne sais pas...]. Tu ne sais pas ? Euh !... Ophélie ? [Ophélie : Alors, une unité : il l'a partagée, euh !... dix ! Dix parts !]... Regarde ! L'u... L'unité, elle est partagée en dix ! D'accord ? [EE3 désigne la première unité de la dernière droite, partagée en dixièmes]... Donc, le dix, dans ta... dans ta fraction, tu sais que ça va être quel... quel chiffre ? [Kevin : Vingt ?... Non...]. [Silence]... Le chiffre, dans ta fraction – celle que je vais écrire ici [EE3 écrit, à droite de la dernière bande graduée : /]... tu sais que ça va être quel chiffre ? L'unité, elle est partagée en dix... Celui d'en haut ou celui d'en bas ? [Kevin : Celui d'en bas !]... Mhhh !... [EE3 écrit : / 10]... Très bien ! On fait dix parts dans l'unité ; c'est le chiffre que l'on met en bas... Qui est-ce qui me rappelle comment s'appelle... le nombre... le chiffre, euh !... le nombre d'en bas ?... Oui ? [Elève interrogé : Le dénominateur !]... Le dénominateur, oui ! Et celui d'en haut ?... Adrien ? [Adrien : Le numérateur !]... OK ! Alors, Kevin, maintenant, est-ce que tu peux nous dire : le petit rond... combien ça va être ? Ici, on a... On a combien, on a dit ? Jusqu'ici ? Dix ! [EE3 désigne la première unité, partagée en dixièmes. Puis il désigne la seconde unité] [Kevin : Vingt !] [EE3 désigne ensuite les dixièmes qui succèdent à deux unités]... [Kevin : Un, deux, trois, quatre, cinq ! Entre vingt et cinq ?]... Ça fait vingt-cinq ! [EE3 complète la fraction : 25/10] [Autre élève : Sinon, ça fait deux unités et cinq dixièmes ?]... Oui... Donc, qu'est-ce qu'on peut dire de... de toutes ces fractions-là ?... [EE3 désigne successivement, de haut en bas du tableau les fractions qui viennent d'être écrites à droite des droites graduées : $5/2$; $15/6$; $20/8$; $25/10$]... Finalement ?... Tao ? [Tao : Ce sont les mêmes !]... Ce sont les mêmes ! D'accord ? Je ne pense pas que... Qui c'est que je... Je ne pense pas que... Je pense que, peu d'entre vous, auraient été capables de dire, il y a... quelques jours, de dire : « Tiens ! Je vois ces fractions : ce sont les mêmes ! »... [EE3 désigne successivement les quatre fractions équivalentes : $5/2$; $15/6$; $20/8$; $25/10$]... Ça semblait étonnant, quand même, hein ! Comment ? [Elève : Ce n'est pas du tout les mêmes chiffres !]... Ce n'est, pas du tout, les mêmes chiffres, en effet ! Donc, c'est pour cela que c'est important... de... voir en combien de parts est partagée l'unité ! [EE3 désigne le dénominateur de chacune des quatre fractions]... C'est, vraiment ça, le... le nombre le plus important ! Très bien ! »</p>	CR01 – A CR05 – A CR01 – A
Exercice individuel sur cahier de maths Ecrire l'abscisse de points A, B, C, situés sur des droites partagées respectivement en tiers, dixièmes et cinquièmes	CF03	<p>Travail individuel : les élèves doivent copier la consigne écrite au tableau, et coller la feuille d'exercice correspondante sur leur cahier de mathématiques (Cap Maths, CM2, p. 77 ; unité 7, séance 4) : Zoé évite un chien en A. Lala tombe au repère B. Arthur perd son dossard en C. Ecris une fraction qui correspond à ces trois repères. Les repères A, B, C sont placés, sur la feuille d'exercice distribuée, sur des droites graduées comme précédemment, en demis, cinquièmes, sixièmes, huitièmes, tiers et dixièmes. Le repère A est placé sur la droite graduée en tiers, le B sur la droite graduée en cinquièmes et le C sur la droite graduée en dixièmes. Leurs abscisses respectives sont $4/3$, $7/5$ et $32/10$.</p> <p><u>$A = 4/3 = 1 + 1/3$; quatre tiers égal un plus un tiers</u> EE3 : « [Sarah : Alors, moi, j'ai trouvé, pour le repère A, quatre tiers ! Parce que l'unité est partagée en trois...]. Oui... [Sarah : Et quatre tiers ça fait quatre ! Sarah désigne le point d'abscisse $4/3$]... D'accord ! [Sarah écrit en dessous de la consigne copiée au tableau : A = 4/3] [...] OK ! Est-ce que quelqu'un a trouvé une autre fraction, pour le point A ?... Hugo, tu viens nous expliquer ? [Hugo : Hé ben, il y a... une unité, déjà... ?]... Oui... [Hugo : Plus... un tiers ! Hugo désigne, successivement, le premier segment unité de la droite de Zoé ; puis, le premier tiers du second segment-unité]... Ha ! En effet, on pouvait tout à fait écrire comme ça ! Tu peux l'écrire à la suite ! [Hugo complète : A = 4/3 1 + 1/3]... Un... plus un tiers ! Et ce que tu vas faire, entre les deux : tu vas mettre « égal » ! Quatre tiers... Après quatre tiers, tu vas mettre « égal » ! Pour montrer que tout... tout ça, c'est... c'est égal... Entre quatre tiers et un !... Oui !... [Hugo complète : A = 4/3 = 1 + 1/3]... OK !... En effet, on pouvait l'écrire « un plus un tiers », aussi... »</p>	
	CF03 CF05	<p><u>$A = 4/3 = 1 + 1/3$; $A = 8/6 = 1 + 2/6$</u> <u>$A = 4/3 = 8/6$</u> EE3 : « Qui est-ce qui a trouvé une autre façon, pour le point A... ? Ophélie ? [Ophélie : Il y a celle de Théo, aussi ?]... Ha ! Vas-y ! Tu vas le montrer aux copains ? [Ophélie : J'ai trouvé...]. Tu la montres, celle de Théo ? [Ophélie : Ici ! Elle désigne un point sur la droite de Théo qui correspond à A]... En effet, ça venait, pile-poil dessus... OK ! Ha ! Par contre, il me faut une petite fraction... [Ophélie rajoute : A = 4/3 = 1 + 1/3 8/6] OK ! Par contre, il faudrait, encore une fois, un petit « égal », entre... ! [Ophélie rajoute : A = 4/3 = 1 + 1/3 = 8/6]... [EE3 va au tableau près des droites graduées]... En effet, Ophélie, elle a vu que... entre là... et ici, c'était la même chose. Là, ce s... c'étaient des tiers ; là, ce sont des sixièmes ! [EE3 désigne tour à tour la droite de Zoé et la droite de Théo]... Il y en a un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept et huit !... »</p>	

EE3 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
<p>Exercice individuel sur cahier de maths</p> <p>Ecrire l'abscisse de points A, B, C, situés sur des droites partagées respectivement en tiers, dixièmes et cinquièmes</p>		<p>Suite</p> <p>EE3 : « [Autre élève : Il y en a encore une autre !]... Tu en as encore une autre ?! Tu nous dis laquelle ? [Même élève : Ben... Sur celle de Lou !]... Celle de Lou... ? Euh !... Vas-y ! Montre-nous ! [Elève se déplaçant au tableau : Ben... Ici ?! Il désigne un point, sur la droite de Lou, d'abscisse $1 + 2/6$]... [Autre élève : Oui ! C'est juste en dessous !] [Elève : Donc, « huit sixièmes », on peut, aussi, l'écrire : « un plus deux sixièmes » !]... Oui... [...] [Une élève complète : $A = 4/3 = 1 + 1/3 = 8/6 = 1 + 2/6$]... OK ! »</p>	
	CF03 CF05	<p>$B = 7/5 = 1 + 2/5$; $B = 14/10 = 1 + 4/10$ $B = 7/5 = 14/10$</p> <p>EE3 : « Le B, Manon... ? [Manon : Euh !... Ben, on sait que... Euh !... De zéro à un, il y en a cinq ; plus un, plus deux, ça fait, euh !... sept ! Manon désigne successivement le premier segment-unité, puis les deux premiers cinquièmes du la deuxième unité]... Oui... [Manon : Alors, c'est « sept sur cinq » !]... Sept sur cinq... C'est quoi ?! [Manon : C'est... Sept sur euh !... cinquièmes !]... Sept cinquièmes, oui !... [Manon complète : $B = 7/5$]... Sept cinquièmes !... Une autre façon de... de l'écrire, Romane ? [Romane : Moi, déjà... Là, il y a un... Elle désigne le premier segment unité de la droite de Lola]... Oui... [Romane : Et, comme on sait qu'il y a cinq... Elle désigne les cinq cinquièmes de la deuxième unité]... Oui... [Romane : Ça fait « un, plus deux cinquièmes » !]... Oui ! OK ! [Romane complète : $B = 7/5 = 1 + 2/5$]... OK ! [...] Qui est-ce qui en a trouvé une autre, pour le B, éventuellement ? Florian ? [Florian : Il y avait, aussi... il y avait... En fait, euh !... Deux, ça fait un cinquième !]... Ha ! En effet ! Si on en... Si on en compte deux, ça fait une graduation de celle de Lola... D'accord ! [Florian : Il y en avait cinq... Donc, là, ça fait dix !... Florian montre successivement le segment-unité de Lola partagé en cinquièmes, puis le segment-unité d'Arthur, partagé en dixièmes... Dix !... Et on rajoute deux cinquièmes ; et ça fait... Un, deux !... On arrive à quatorze dixièmes ! Sur la droite partagée en dixièmes, Florian avance de deux dixièmes en deux dixièmes, pour les quatre derniers dixièmes]... D'accord ! Donc, on se rend compte que B, c'est aussi quatorze dixièmes... [Florian complète : $B = 7/5 = 1 + 2/5 = 14/10$]... Il y en a une autre, peut-être ? Ophélie ? [Silence]... Nathan ? [Nathan : Ben, il y a « un, plus, euh !... quatre, euh ! »...]... Tu vas l'écrire, aussi ! Voilà ! C'est « un, plus... En effet, si on se repère sur la dernière bande, celle d'Arthur, on va d'abord jusqu'au « un » et on rajoute quatre petites graduations : quatre dixièmes [...] [Nathan complète : $B = 7/5 = 1 + 2/5 = 14/10 = 1 + 4/10$] [...] OK ! »</p>	
	CF03 CF05 CF05	<p>$C = 3 + 2/10 = 32/10$; $C = 3 + 1/5 = 16/5$ ($C = 2 + 12/10$ cette dernière écriture, bien que juste, ne sera pas retenue car non conforme aux définitions canoniques) $C = 32/10 = 16/5$</p> <p>On pourrait trouver énormément de fractions égales.</p> <p>EE3 : « On passe à la C ! Allez, Laura ! Tu nous expliques, Laura ! Tu essayes ! [Laura : Moi, j'ai marqué, euh !... trois ! Parce que, là, déjà, il y a trois !]... OK ! [Laura : Trois, plus... Et, euh !... Là, il y en a un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf et dix ! Et on en prend que deux ! Laura compte les dixièmes du troisième segment-unité ; puis elle montre les deux dixièmes qu'elle retient]... Et on en prend que deux, dans cette unité ! Oui, OK ! [Laura : Donc, ça fait trois... trois unités, plus... deux dixièmes ?]... OK ! [Laura complète : $C = 3 + 2/10$]... OK ! Euh ! Une autre façon ! Allez, Manon ! [Manon : Hé ben... Hé ben... De zéro à un, il y en a dix ! Manon montre le premier segment-unité de la droite d'Arthur partagée en dixièmes]... Oui ! [Manon : Et de un à deux, il y a vingt... Et de deux à trois, il y a trente... Plus, euh !... deux ; ça fait trente-deux ! Elle désigne, successivement, le deuxième et troisième segment-unité, puis les deux premiers dixièmes de la quatrième unité]... Trente-deux... ? [Manon : Sur dix !]... Trente-deux sur dix... et... C'est-à-dire... Tu le dis comment, ça : trente-deux... ?! [Manon : Dixièmes !]... Trente-deux dixièmes, oui !... [Manon complète : $C = 3 + 2/10 = 32/10$]... Est-ce qu'éventuellement, il y a, encore, une façon ? [Elève : Oui ! Il y en a plein !]... Romane, oui... [Romane : Donc, sur la bande de Lola...]... La bande de Lola, oui... [Romane : Ben... C'est là que je l'ai trouvée... Romane désigne le point correspondant à C sur la droite de Lola]... Oui... [Romane : Puisque... Je suis allée au... Je suis allée au trois, tout de suite...]... Oui... [Romane : Et, comme il y avait cinq, euh ! Romane désigne les cinquièmes de la quatrième unité]... Cinq graduations, oui... Cinq parts dans l'unité, oui... [Romane : Ça fait un cinquième ! Trois, plus un cinquième !]... D'accord ! Trois, plus un cinquième ! [Romane complète : $C = 3 + 2/10 = 32/10 = 3 + 1/5$]... OK ! Qui est-ce qui en a une autre ? Sarah ! [Sarah : J'ai trouvé, euh !... sur la bande de... de Lola...]... Sur la bande de Lola, oui ! [Sarah : Seize cinquièmes !]... Alors, explique-nous ? [Sarah : Ben... Là, il y en a... Il y en a cinq !]... Oui... [Sarah : Là, il y en a encore cinq !]... Dix ! Ça fait dix ! [Sarah : Et là, il y en a encore cinq... Sarah désigne successivement les cinquièmes de la première, deuxième et troisième unité sur la droite de Lola]... Quinze ! Et encore un : seize ! OK... [Sarah complète : $C = 3 + 2/10 = 32/10 = 3 + 1/5 = 16/5$]... Hugo, tu en as une autre ? [Hugo : Euh !... Oui !... On fait... deux unités, plus... Douze dixièmes ? Hugo désigne, successivement les deux premières unités, puis les douze dixièmes suivants]... Ha ! C'est vrai qu'alors, on pourrait en avoir énormément... [EE3, au travers de mimiques faciales, exprime une certaine circonspection]... On est d'accord ! On ne va pas la... la noter, Hugo ; mais c'est juste !...»</p>	

EE3 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
<p>Exercice individuel sur cahier de maths</p> <p>Ecrire l'abscisse de points A, B, C, situés sur des droites partagées respectivement en tiers, dixièmes et cinquièmes</p>	<p>CF03</p> <p>CF05</p> <p>CF05</p>	<p>EE3 : « [Tao lève la main]... J'aimerais bien que Tao nous explique quelque chose... Tu y vas ? Alors explique... Explique aux copains, puisque tu as trouvé... [Tao : Ben, moi, j'ai...]... <i>Ecris-là, directement, d'ailleurs !</i>... A la suite ! »</p> <p>Tao revient à sa place pour retrouver l'écriture qu'il a produite. Puis il repart au tableau, tandis que ses voisins de droite et de gauche se penchent sur le cahier où il a écrit sa solution ! L'attitude d'EE3 laisse, en effet, penser aux élèves qu'il se passe quelque chose d'important qui leur a échappé, mais pas à Tao. Ce dernier rajoute : $C = 3 + 2/10 = 32/10 = 3 + 1/5 = 16/5 = 64/20$, alors qu'aucune graduation d'aucune droite graduée n'est en vingtièmes.</p> <p>$C = 3 + 2/10 = 32/10$; $C = 3 + 1/5 = 16/5$; $C = 64/20$ $C = 32/10 = 16/5 = 64/20$</p> <p><u>On peut écrire beaucoup de fractions équivalentes en doublant la valeur du nombre au dénominateur et en cherchant combien cela fait au numérateur</u></p> <p>EE3 : « [Tao : Soixante-quatre vingtièmes ! Parce que... Comme on sait que de zéro, il y a... Comme on sait que, de zéro à un, il y en a... il y a dix dixièmes... Et comme... Et, moi, je les ai doublés ! Et donc, euh !... J'ai fait... J'ai rajouté dix parts égales, dans... !]... Est-ce que tu peux les doubler sur toute la première unité ? [Tao : Oui...] [Elèves : Hou, la !... Ça fait des vingtièmes !] [Tao partage en deux chaque dixième de la première unité de la droite d'Arthur, afin d'obtenir des vingtièmes]... Tao, il s'est dit : « Tiens ! Je vais... tout repartager en deux ! »... Donc, cette fois, il y en a combien ? [Elèves : Vingt ! Il y en a vingt !]... Si tu vas jusqu'au... jusqu'au « deux », ça en ferait combien ? [Tao : Ça en ferait quarante !]... Oui... [Tao : Et, du deux au trois : soixante... Et ensuite, j'ai rajouté... J'ai partagé, encore une fois, jusqu'à C : ça faisait soixante-quatre !]... Plus quatre : soixante-quatre... OK ! [Autre élève : Et, aussi, on pourrait repartager, tout simplement, trente-deux fois deux !]... <i>Et on pourrait encore repartager en deux !</i> En quarante ! Et encore en deux : ça ferait quatre-vingts ! Et encore en deux : ça ferait cent soixante, et cetera, et cetera... Bon ! [Autre élève : Là, il y en a jusqu'à l'infini !]... Oui... OK ? »</p>	
<p>Trouver les fractions équivalentes à $5/2$ en s'aidant des droites graduées différemment</p>	<p>CF03</p> <p>CF05</p>	<p>Les élèves copient la seconde consigne : Sauf certains joueurs peuvent placer $5/2$ en face d'un repère marqué sur leur piste. Ecris la fraction sur leur piste en face du bon repère. Explique ta réponse.</p> <p>A l'aide des différentes droites graduées, on constate que $5/2 = 2 + 3/6 = 15/6$; $C = 20/8 = 2 + 4/8$; $C = 2 + 5/10 = 25/10$ $C = 5/2 = 15/6 = 20/8 = 25/10$</p> <p>EE3 : « [Elève interrogé : Alors, il faut placer cinq demis... Et comme là, c'est des demis... L'élève désigne la première droite graduée en demis de Tom]... Oui... [Elève : On en compte cinq... On arrive là... L'élève désigne le point d'abscisse $5/2$ sur cette droite]... OK ! [Elève : Ben... On écrit la...]... Tu la places ? [Elève : Ça fait cinq demis ! Et, comme on voit qu'il y en a qui...]... Alors, place cinq demis ! Ecris la fraction « cinq demis » ! [L'élève écrit : $5/2$ sur le point correspondant...]... OK !... Ensuite ? [Elève : Ensuite, euh !... Comme on voit qu'on peut toujours faire la même, euh !... sur d'autres, on fait un trait !]... Tu fais les traits en gros, s'il te plaît... [L'élève repasse sur trois autres traits de trois autres droites : Par contre, ça ne sera pas cinq demis !]... Alors, explique-nous ! [Elève : Alors... Ben, je dis avec, euh !... le... le chiffre ?]... Oui ! [Elève : Alors là, ça sera deux... plus trois sixièmes !]... D'accord ! Vas-y ! [L'élève écrit $2 + 3/6$ au-dessus du point correspondant sur la droite de Théo]... [Autre élève : Ou quinze sixièmes !]... Ou alors, tu peux le dire de quelle manière, aussi ? [Elève : Ou alors, je peux dire... Six et six seize ! Je peux dire : vingt...]... Six et six ? [Elève : Non ! Six et six, douze !... Quinze ! Sinon, je peux dire : « quinze sixièmes » !]... Oui !... [L'élève écrit à côté de $2 + 3/6$: $15/6$]... D'accord ! Euh !... On va laisser... « Egal », là, entre les deux ! »... [L'élève rajoute : $2 + 3/6 = 15/6$]... OK ! Tanguy, tu essaies de... nous faire celle de Lou. Il a déjà repéré, Roman... [Tanguy : Ben, sur celle de Lou, ici, c'est pareil ! Il y en a huit... Tanguy compte les sous-unités]... Oui... [Tanguy : En tout, ça fait « vingt huitièmes !]... Vingt huitièmes, oui... [Tanguy écrit $20/8$ sur le point correspondant de la droite de Lou] [...] OK ! Et, si tu l'écrivais sous la forme, euh !... Sous la forme d'une addition ? Avec un plus ? Tu ferais comment ? [Silence]... [Tanguy : Ha ! Ben, deux !]... Oui... Plus ? [Tanguy : Plus, euh !... quatre... quatre huitièmes ?]... Quatre huitièmes, oui !... [Tanguy rajoute : $20/8 = 2 + 4/8$]... OK ! [...] Et Laurie, tu fais la dernière ? [...] Alors, ça fait combien ? [Laurie : Celle-là ? Laurie désigne la droite graduée d'Arthur]... Oui... [Laurie hésite, écrit : 2 puis, un peu plus loin, 5]... Donc, ça fait deux, plus... ? [Laurie complète : $2 + 5/10$: Cinq dixièmes !]... Cinq dixièmes ! Oui... Et, sous la forme d'une seule fraction ? [Long silence] [Laurie : Vingt-cinq dixièmes ?]... <i>Vingt-cinq dixièmes !</i> Vingt-cinq petites graduations... OK... [Laurie rajoute : $2 + 5/10 = 25/10$]... Euh ! « Egal », entre... entre les deux ! [Laurie rajoute : $2 + 5/10 = 25/10$]... »</p>	

EE3 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Trouver les fractions équivalentes à $5/2$ en s'aidant des droites graduées différemment (suite)		<p>$5/2 = 2,5$</p> <p><u>Cette connaissance sera abordée plus tard</u></p> <p>EE3 : « Euh !... <i>Mélanie</i>, toi, tu... Tu avais eu – par contre, je... je voulais cette correction, là, hein ! on demandait des... des fractions ! – par contre, toi, tu... Tu penses à autre chose, là !... Tu nous expliques ? [<i>Mélanie</i> : Hé ben, par exemple, à ... A <i>Zoé</i>...]. Oui... [<i>Mélanie</i> : Il y a... Quand on fait sept tiers...]. Oui... [<i>Laurie</i> rajoute : Et qu'on fait : « plus la moitié d'une », hé ben, ça fait un, plus... Comment dire ?] [<i>Silence</i> : <i>Mélanie</i> n'arrive pas à s'expliquer]... Il me semble que c'était plus simple à expliquer pour les exemples que l'on vient de traiter, ce que tu voulais dire... Pour cinq demis, par exemple... <i>Non</i> ?! [<i>Mélanie</i> : Ben, je n'arrive pas à expliquer !]... Bon ! Tant pis ! Parce que ce... [<i>Candy</i> : Moi, j'ai compris !]... Ce dont tu voulais parler, on... C'est ce... ce dont on parlera, dans... dans quelques temps... <i>Candy</i> ... ? Oui, peut-être ? [<i>Candy</i> : Ben, j'ai compris ! C'est-à-dire que... Deux, plus un demi, c'est aussi égal à deux virgule cinq !]... En effet ! ... On repère que cette fraction là... ça... On peut l'écrire « deux, virgule cinq »... [EE3 rajoute au-dessus de l'écriture $5/2$: $2,5$. Mais... Mais l'exemple pourrait... Pourrait prêter à confusion [Rire bref] !... On... On... [Autre élève : Mais, je l'ai mis, ça !]... On le traitera plus tard ! [EE3 efface l'écriture $2,5$]. D'accord ? On en reparlera !... En effet ! »</p>	CR02 – E
		<p>EE3 demande de copier la consigne d'un exercice du livre (CAP MATHS CM2, n° 5, p. 77), présenté comme tout à fait différent :</p> <p>Combien y a-t-il de minutes dans trois quarts d'heure ?</p> <p>Combien y a-t-il de minutes dans deux tiers d'heure ?</p> <p>Combien y a-t-il de minutes dans cinq douzièmes d'heure ?</p> <p>Quelle fraction d'heure représente dix minutes ?</p> <p>A chaque élève, EE3 distribue une pendule sur laquelle on peut tracer des traits. Il préconise l'utilisation du crayon à papier. Puis il fait lire la consigne, à voix haute, et effectue un rapide tour de ce qui doit être su pour répondre aux questions.</p>	
Exprimer des fractions d'heure en un nombre de minutes. Exprimer un nombre de minutes en fraction d'heure.	CF07 CF01	<p><u>Dans une heure, il y a soixante minutes.</u></p> <p><u>Les fractions doivent être écrites à l'aide de nombres alors qu'elles sont écrites en lettres dans la consigne : cinq douzièmes = $5/12$; trois quarts = $3/4$; deux tiers = $2/3$.</u></p> <p>EE3 : « Qu'est-ce qu'il faut savoir pour résoudre cet exercice, déjà ? [...] [<i>Elève</i> : Euh ! Combien il y a de minutes dans une heure ?]... Oui... [<i>Même élève</i> : Et combien il y a de minutes... de minutes, dans un quart d'heure...]. D'accord... mais... Mais ça, vous... Vous pouvez le trouver, tout seul ! Ensuite ?... Donc, <i>combien</i> y a-t-il de minutes dans une heure, <i>Quentin</i> ? [<i>Quentin</i> : Euh ! Soixante !]... Soixante minutes, d'accord ?! [...] Par ailleurs, j'ai écrit mes... mes fractions sous quelle forme, là, au tableau... ? <i>Tanguy</i> ? [<i>Silence</i>]... <i>Tanguy</i>, je les ai écrites comment, mes fractions, là ? [<i>Silence</i>]... Comment elles sont écrites ? [<i>Tanguy</i> : Hé ben, comme... Sur douze ! Sur trois !]... Mais... <i>Mes fractions</i>, je les ai écrites comment... ? [<i>Silence</i>]... Au tableau ? [<i>Silence</i>]... Est-ce que tu vois des fractions, écrites au tableau ? <i>Non</i> ? [<i>Tanguy</i> : <i>Non</i>...]. <i>Non</i> ? Tu n'en vois pas ?! D'accord ! Qui est-ce qui en voit ? Il n'y a que... que <i>Quentin</i> qui voit des... des fractions écrites au tableau ?! <i>Sarah</i> ? [<i>Sarah</i> : Euh !... Cinq douzièmes ?]... <i>Ha</i> ! Où ça ?!... <i>Ha</i> oui ! Donc, <i>Tanguy</i> ! Comment je les ai écrites mes... mes fractions, là ? [<i>Tanguy</i> : En lettres ?]... Je les ai écrites <i>en lettres</i> ! Donc, qu'est-ce que... qu'est-ce que... [<i>Autre élève</i> : Il y a quinze douzièmes...]. <i>Quinze douzièmes</i> ?! [<i>Tanguy</i> : Heu, non ! Cinq douzièmes !]... D'accord... Comment je vais éc... Comment... je les écrirais, mes fractions, en... Je t'écoute : dans... Dans chaque exemple ?... Dans le premier : combien y a-t-il de minutes dans trois quarts d'heure... J'écris ma fraction, comment ? Avec un nombre ? Allez !... [<i>Tanguy</i> : Ben, quarante...]. Comment ? [<i>Tanguy</i> : Quarante-cinq ?]... Une fraction ? [<i>Silence</i>]... Bon : quelqu'un d'autre : <i>Quentin</i> ? [<i>Quentin</i> : Heu ! Ben, cinq douzièmes, on pourrait l'écrire, euh !... Cinq ! et en dessous, euh !... Douze !... Cinq au numérateur !]... OK ! [EE3 écrit : $5/12$]... <i>Tanguy</i>, ici : trois quarts ?! [<i>Tanguy</i> : Euh !... Euh !... Trois, en haut... et quatre !]... OK ! [EE3 écrit en face de la pendule correspondante : $3/4$]... <i>Kevin</i>, deux tiers, je pourrais l'écrire comment, ici ? [<i>Kevin</i> : Hé ben, deux sur trois !]... OK ! [EE3 écrit : $2/3$] [...] D'accord ! »</p>	
	CF07	<p><u>Dans un quart d'heure, il y a quinze minutes.</u></p> <p>EE3 : « Donc, essayez de trouver, dans ces trois premiers exercices, combien y a-t-il de minutes, pour le premier, dans trois quarts d'heure ; l'autre dans deux tiers d'heure ; et le dernier, dans <i>cinq douzièmes</i> d'heure... Il va falloir essayer de comprendre, qu'est-ce que cela peut bien vouloir dire, <i>parler</i> de deux tiers d'heure ou <i>parler</i> de cinq douzièmes d'heure ?... Qu'est-ce que ça veut dire, <i>Tanguy</i>, « parler de trois quarts d'heure » ? [<i>Tanguy</i> : Euh !... Silence... Ben, dans un quart d'heure, il y a quinze minutes !]... <i>Ha</i> ! Alors, toi, tu dis quoi ? Dans un quart d'heure, il y a... ? Quinze minutes ? [<i>Tanguy</i> : Quinze minutes !]... Pourquoi, il y a... ? C'est correct ! »</p>	

EE3 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exprimer des fractions d'heure en un nombre de minutes. Exprimer un nombre de minutes en fraction d'heure (suite)	CF01 CF07	<p><u>Dans un quart d'heure, il y a quinze minutes parce qu'on partage une heure en quatre et qu'on prend une part.</u></p> <p><u>Dans le quart d'une heure on a quinze tous petits traits qui correspondent à quinze minutes.</u></p> <p>EE3 : « Mais, pourquoi est-ce qu'il y... Peux-tu nous expliquer, pourquoi dans... <i>un quart d'heure</i> [EE3 écrit : 1/4]... il y a quinze minutes ? Tu peux le faire, hein, maintenant... ? [Silence]... Qu'est-ce que ça veut dire : « un quart », à ton avis, Tanguy ? [Tanguy : Ben, euh !] [Silence]... Ophélie ? [Ophélie : Ben...]... Qu'est-ce que ça veut dire, « un quart », Ophélie ? [Ophélie : Ça veut dire, euh !... Par exemple, un gâteau : tu coupes en quatre ?]... Par exemple, j'ai mon gâteau – c'est ma pendule, là – c'est mon <i>unité</i>... [EE3 montre la pendule dessinée au tableau] [Ophélie : Tu la partages en quatre !]... Tanguy, je la partage en... ? [Tanguy : En quatre !]... Comment je fais pour la partager en quatre ? [Tanguy : Tu mets le... Tu fais un trait comme ça...EE3 partage la pendule en deux parts égales... avec... un autre trait... EE3 partage en quatre la pendule à l'aide d'un deuxième trait horizontal...]... ça... Ça s'appelle comment ? Vertical et... ? [Elèves : Et horizontal !]... Et horizontal... Donc, peux-tu nous expliquer, maintenant, Tanguy, pourquoi, dans <i>un quart d'heure</i>, il y a quinze minutes... ? [Tanguy : Hé ben, tu le... Comment dire ?]... Qu'est-ce que ça veut dire, un quart ? [Tanguy : Qu'on partage en quatre !]... Oui ! Mais je prends combien de parts ? [Tanguy : Tu en prends une !]... Je n'en prends qu'une seule ! [EE3 hachure un quart de la pendule qu'il vient de partager en quatre]... Donc, peux-tu nous expliquer, maintenant, pourquoi dans un quart d'heure, il y a quinze minutes ? [Silence]... Deborah ? [Deborah : Euh !... parce qu'à chaque fois qu'on compte, on sait qu'on avance de cinq en cinq minutes]... Oui, mais à chaque fois, qu'est-ce qu'on sait ? On sait que... à chaque fois que j'avance... [EE3 trace les graduations de cinq en cinq minutes dans le quart d'heure qu'il vient de hachurer] [Deborah : Il y a cinq petits... traits !]... On le voit sur... sur votre pendule et la pendule que vous avez avec vous... [EE3 désigne, successivement, la pendule de la classe et les pendules qui ont été distribuées pour faire l'activité]... [Deborah : On a cinq minutes !]... Entre le douze et le un, on a cinq tous petits traits qui correspondent aux cinq minutes... Cinq minutes, dix minutes, quinze... quinze minutes ! [EE3 désigne successivement chacune des trois graduations de cinq minutes qu'il vient d'ajouter]... Sauf que, dans la première question, les quarts d'heure, j'en veux <i>trois</i> ! [EE3 désigne le quart d'heure hachuré]... D'accord ? »</p>	
	CF01 CF01	<p><u>Deux tiers signifie que l'on a partagé le gâteau en trois et qu'on en prend deux.</u></p> <p><u>Cinq douzièmes d'heure signifie qu'on a partagé le gâteau (l'horloge) en douze et qu'on en a pris cinq.</u></p> <p>EE3 : « Ensuite, <i>deux tiers d'heure</i>, qu'est-ce que ça va vouloir dire, Kevin ? [Kevin : Qu'il y a trois parties !]... <i>Ha !</i> Que je partage mon gâteau en combien de parties ? [Kevin : En trois !]... <i>En trois</i> ! [Kevin : Et tu en prends deux !]... Et j'en prends deux ! [...] Qu'est-ce que ça va vouloir dire, Candy, cinq douzièmes d'heure ? [Candy : Ben, tu part... <i>Ha non</i> !]... Si, si, si !!! [Candy : Que tu partages en cinq ?]... On partage en combien... le gâteau, là ? [Candy : En douze ?]... On le partage en douze ; et je prends combien de parties ? [Candy : Cinq !]... D'accord ? »</p>	
		Correction collective	
	CF01 CF05	<p><u>Pour partager l'horloge en douze, on partage d'abord en quatre puis en trois chacun des quarts.</u></p> <p><u>Pour partager en tiers une horloge partagée en douze, on tire des traits (partant du centre) rejoignant, respectivement, les chiffres 3, 7, 11 ($1/3 = 4/12$).</u></p> <p>EE3 : « [Camille : Ben moi, je partage l'horloge en quatre...]... Oui... Pour lequel ? Douze ? [Camille : Oui !]... Oui... Tu partages en quatre, c'est ça ? [EE3 partage en quatre l'horloge correspondant à la fraction 5/12] [Camille : Voilà !]... Ensuite ? [Camille : Après, tu partages, euh !... Euh !... Tu fais une... Je peux venir le faire ? ! L'élève se déplace au tableau pour expliquer... Elle partage, à nouveau, chaque quart en trois] [...] On sait que, dans une heure, il y a combien de... dans... dans une journée, il y a combien d'heures... Tanguy ? [Tanguy : Vingt-quatre !]... Vingt-quatre ! On sait que, dans une journée, notre... notre aiguille des heures, elle fait combien de fois le tour de l'horloge ? [EE3 trace des cercles superposés devant lui, dans l'espace]... Candy ? [Candy : Deux fois !]... Deux fois ! D'accord ? De... de minuit, jusqu'à midi ; et de midi, pour revenir à minuit... [EE3 trace, une nouvelle fois, un cercle devant lui, dans l'espace]... D'accord ? Donc, là, j'ai mes douze heures... [EE3 fait le tour de l'horloge qu'il a dessinée pour la fraction 5/12]... Je veux les partager en douze : donc, je prends, à chaque fois, un quartier qui correspond à chaque heure... [EE3 désigne, successivement, plusieurs quartiers correspondant à un douzième]... Qui est-ce qui a réussi à la partager en trois, ici... ? [EE3 désigne d'un geste l'horloge correspondant à la fraction 2/3]... Romane ? [Romane : J'ai pris, euh !]... Tu as fait comment ? [Romane : J'ai tracé un trait du onze... au sept. J'ai touché le milieu avec... Je suis allée au sept...]... Du onze au sept, oui !... [EE3 trace un trait qui part de la onzième graduation de l'horloge, passe par le centre du cercle puis se termine sur la septième graduation] [Romane : Après, j'ai fait du... onze au trois...]... Oui... »</p>	

EE3 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF01 CF01	<p>Deux tiers d'heure signifient que je prends deux parts sur les trois qui partagent l'horloge. Cinq douzièmes d'heure signifient que je prends cinq parts sur les douze qui partagent l'horloge.</p> <p>EE3 : « [Romane : Et voilà !]... [EE3 trace un trait qui part de la onzième graduation de l'horloge, passe par le centre du cercle puis se termine sur la troisième graduation] [...] Mélanie, dans... la deuxième horloge, là, je prends pour combien de parties ? [EE3 désigne l'horloge correspondant à la fraction 2/3] [Mélanie : Deux !]... Deux ! [EE3 hachure deux parts sur les trois]... Et là, dans la troisième horloge, je prends combien de parties, euh !... Adrian ? [EE3 désigne l'horloge correspondant à la fraction 5/12] [Silence]... Dans la troisième horloge, je prends combien de parties ? [Adrian : Cinq !]... Cinq ! Un, deux, trois, quatre, cinq ! [EE3 hachure cinq des douze parts de l'horloge partagée en douzièmes]... Donc, on trouve combien chacune des parties que j'ai hachurées va représenter... »</p>	
Exprimer des fractions d'heure en un nombre de minutes. Exprimer un nombre de minutes en fraction d'heure.	CF07 CF01 CF04 CF01 CF07 CF01 CF04 CF01	<p>Dans une heure il y a soixante minutes. Dans un quart d'heure il y a quinze minutes. Dans trois quarts d'heure il y a trois fois quinze minutes : quarante-cinq minutes. Le tiers d'une heure, c'est vingt minutes car soixante divisé par trois fait vingt. Deux tiers font deux parts donc quarante minutes. Cinq minutes font un(e part sur douze). Vingt-cinq minutes font cinq fois plus donc cinq douzièmes d'heure. Dix minutes représente un sixième d'heure parce que si on divise soixante par dix, ça fait six. Il y a donc six parts de dix minutes. Dans 1/6, 6 représente en combien de parts on a partagé l'unité et 1 le nombre de parts qu'on a pris.</p> <p>EE3 : « [Roman : Alors, déjà, je sais que, dans une heure, il y a soixante minutes...]... Oui... [Roman : Et de... douze jusqu'à trois, il y a un quart d'heure... Roman désigne successivement la graduation de midi et celle de trois heures...]... C'est-à-dire, combien de minutes ? [Roman : Quinze !]... Quinze... [Roman : Comme on sait que, quinze plus quinze, ça fait trente, donc deux quarts d'heure, ça fait une demi-heure... Deux, ça fait trente minutes. Et après, on remet quinze minutes...]... Ça fait ? [Roman : Quarante-cinq minutes !]... Quarante-cinq ! Tu marques le résultat, s'il te plaît : « Il y a quarante-cinq minutes » [L'élève écrit : Il y a quarante-cinq minutes.] [...] Le second... ? Florian !... Je t'écoute... [Florian : Soixante divisé par trois, ça fait vingt minutes...]... Chut !!! Soixante minutes, partagées en trois, ça fait... ? [Florian : Ça fait vingt minutes !]... Vingt minutes ! Et tu prends deux parts... [Florian : Ça fait quarante minutes !]... Est-ce que tu peux vérifier, avec ce que l'on vient de tracer, si ça fait bien quarante minutes ? [Florian : Oui... Là, ça fait cinq... dix, quinze, vingt, vingt-cinq, trente, trente-cinq, quarante ! Florian avance de cinq en cinq minutes de la graduation de la onzième heure à celle de la septième et correspondant aux deux tiers de l'horloge]... OK ! Donc, il y a quarante minutes [Florian écrit, à côté de l'horloge : Il y a quarante minutes.] [...] Hugo, le dernier ! [Elèves : Ha !]... [Hugo : Hé ben, on prend cinq minutes : ça fait un !]... Oui... [Hugo : Dix minutes : ça fait deux... Quinze minutes, ça fait trois ; vingt minutes, ça fait quatre ; et vingt-cinq minutes, ça fait cinq ! Hugo pointe successivement les cinq premières graduations de cinq minutes]... OK ! Il y a vingt-cinq minutes ! [Hugo écrit à côté de l'horloge : Il y a vingt-cinq minutes.] [...] On lit la dernière consigne : Vincent, s'il te plaît ? [Vincent : Quelle fraction d'heure représente dix minutes ?]... Donc, maintenant, qui est-ce qui peut m'expliquer, avec... avec ses mots, le sens de la question ? Tao ?... [Tao : Il faut que tu trouves une fraction euh !... pour dire ce que c'est, dix minutes !]... Alors... Comment je pourrais faire une part qui vaut dix minutes, là ?... Comment je pourrais faire une part, qui vaut dix minutes ? Ophélie ? [Ophélie : Euh ! On fait, déjà, comme, euh !... Douze à un : ça fait cinq !]... Oui... [Ophélie : Donc, on va... ! Et que cinq, pour aller à deux, ça fait dix ! Donc, on partage...]... OK ! Ça, c'est quelle fraction ? Dix minutes – ces dix minutes-là [EE3 repasse sur l'arc de cercle qui correspond à dix minutes] – c'est quelle fraction ? [Candy : Ben, moi, j'ai fait soixante – vu qu'il y a soixante minutes...]... Oui... [Candy : Divisé par dix minutes...]... Oui... [Candy : Et ça faisait six !]... Six ! Comment... [Candy : Donc, euh !... C'est un sixième !]... Comment on pourrait... on pourrait représenter le fait que tu trouves six, toi, là, euh !... sur... sur ma pendule ? [Candy : Hé bien, c'est euh !... Si tu fais six fois dix, ça fait soixante, euh !... minutes !]... D'accord ! [Candy : C'est-à-dire qu'il y aurait six fois... six fois dix minutes !]... Donc, je pourrais... Là, je... J'ai représenté une part... Qu'est-ce qu'il faut que je fasse ? [EE3 désigne la graduation correspondant à dix minutes] [Candy : Il faut que tu la représentes encore, euh !... encore... euh !... cinq fois !]... Donc, des parts, je peux en faire... ? [Candy : Six !]... J'ai bien : une, deux, trois, quatre, cinq, six parts... ! [EE3 désigne, successivement, les six sixièmes de l'horloge en avançant de dix en dix minutes]... J'en... J'en ai pris combien, Adrian ? Sur les six ? [Adrian : Une !]... Une, oui... Ça fait quelle fraction, ça ? Ça fait quelle fraction ? [Silence]... J'ai partagé en six ; je n'ai pris qu'une part ?... Allez ! [Silence]... Laura ? [Adrian : Un sixième !]... Oui, c'est ça, Adrian ! Un sixième ! Très bien !... [EE3 écrit à côté de l'horloge : 1/6]... »</p>	

EE3 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF07 CF01 CF05	<p>Si on partage l'horloge en douze, une part représente cinq minutes ; Deux parts représentent donc dix minutes et font $2/12$. Si on partage l'horloge en soixante, chaque part fait une minute. Dix parts font donc $10/60$. $1/6 = 2/12 = 10/60$</p> <p>Certains ont trouvé d'autres solutions : Quentin ? [Quentin : Ben, moi, je l'ai partagée en douze, comme en haut !]... Oui... [Quentin : Et, euh !]... Quentin, lui, cette fois, il a partagé en douze ! Comme en haut ! [EE3 rajoute des graduations en douzièmes sur l'horloge] [Quentin : Et comme une part, ça fait cinq minutes...]... <i>Donc, je partage en douze...</i> [EE3 écrit : /12] [Quentin : Et, une part, ça fait cinq minutes !]... Oui... [Quentin : Cinq et cinq : dix ! Donc, on en prend deux !]... Et je prends deux parts ! [EE3 complète : 2/12] [Quentin : Ça fait deux douzièmes !]... OK ! Laura, elle avait encore une solution... [Sarah : Non, c'est Sarah !]... Sarah, pardon ! [Sarah : Hé ben, en fait, je sais que... dans une heure, il y a soixante minutes...]... Voilà ! C'est comme... Donc, je partage... Je prends chaque minute... J'en ai soixante ! [EE3 mime le geste de tracer les soixante graduations sur l'horloge. Puis il écrit : /60]... Et combien j'en prends ? [Sarah : Dix !]... <i>Dix !...</i> [EE3 complète : 10/60]... D'accord ? Tout ça, c'est <i>la même fraction</i>... Voilà ! On notera... On collera la leçon, après...»</p>	

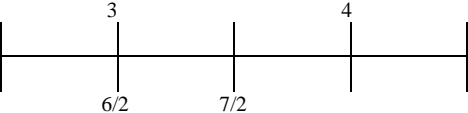
EE4 1^{ère} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels												
Rappel de début de séance		<p>Le dernier jeu a consisté à trouver dans quel intervalle était la fraction que l'équipe adverse avait choisie</p> <p>Savoir encadrer une fraction entre deux nombres entiers peut être utile, car cela permet d'avoir un ordre de grandeur de cette fraction.</p> <p>Une fraction n'est pas entre des intervalles mais entre deux nombres et dans un intervalle</p> <p>Savoir encadrer une fraction permet de la placer sur une droite numérique.</p> <p>EE4 : « Alors, est-ce que vous vous souvenez de ce que nous avons fait la dernière fois, c'est-à-dire mardi ? Gustave ? [Gustave : On a fait des jeux !]... Ha ! On a fait des jeux ! Et alors, ces jeux... Quel était le but de ces jeux ?... De ce jeu ?... [Elève : Ben, en fait, il fallait trouver dans quel intervalle était la fraction que l'équipe ennemie avait choisie...] [...] Entre quel intervalle, en réalité ? [Elève : Entre quels nombres... euh ! nombres entiers !]... Ha ! Dans quel intervalle elle était ou alors entre quels nombres entiers elle était : d'accord !... Est-ce que c'est utile, ça ?... Est-ce que savoir entre quels nombres entiers se situe une fraction, est-ce que ça peut être utile ? [...] [Elève : Si c'est... si le... le... Le nombre qu'on a trouvé a combien de chiffres : en a trois ou quatre...]... Ha ! Tu veux dire que ça pourrait nous donner une idée de grandeur, de l'ordre de grandeur du nombre, oui... Mélanie ? [Mélanie : Heu, oui, parce que... le... Parce que, si on ne comprend pas, comme on a fait cet exercice, on arrive mieux à... à trouver entre... euh ! A trouver quel euh [...] quel intervalle est... entre quels intervalles est placé le chiffre. Donc, ça... ça nous fait réfléchir !]... Attention ! Le chiffre, il n'est pas... Le chiffre n'est pas « entre quels intervalles » ! La fraction elle est entre deux nombres ; elle est dans un intervalle... Léa ? [Léa : C'est pour mieux placer des chiffres...]... Des chiffres ?!!! [Léa : Enfin, des fractions : quand on a une virgule avec des... des unités !]... D'accord ! Tu parles, toi pour savoir placer des fractions sur la... Comment on l'avait appelé, cette ligne [L. fait le geste d'agrandir quelque chose entre ces mains] [Elève : Droite !]... Sur la droite !... La droite numérique... D'accord ! »</p>	<p>CR01 – A</p> <p>CR01 – A</p> <p>CR01 – A</p>												
JEU Encadrer et attraper une fraction	Règle du jeu	<p>La classe est scindée en deux groupes. Chaque équipe se réunit pour choisir une fraction et pour choisir un représentant chargé de venir poser les questions et répondre. EE4 écrit au tableau, au fur et à mesure, les questions posées et les réponses données par les deux représentants des deux groupes.</p> <table border="1" data-bbox="815 994 1139 1151"> <thead> <tr> <th>Equipe A</th> <th>Equipe B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>[0 ; 5[: oui</td> <td>[5 ; 10[: oui</td> </tr> <tr> <td>[1 ; 4[: oui</td> <td>[6 ; 7[: non</td> </tr> <tr> <td>[1 ; 2[: non</td> <td>[5 ; 6[: non</td> </tr> <tr> <td>[2 ; 3[: non</td> <td>[8 ; 9[: oui</td> </tr> <tr> <td>[3 ; 4[: oui</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Entre trois et quatre il y a beaucoup de fractions.</p> <p>Vingt-neuf trentièmes n'est pas dans l'intervalle trois / quatre, car le numérateur est inférieur au dénominateur ; donc c'est une fraction inférieure à un ($30/30 = 1$ et $29/30 < 30/30$)</p> <p>L. : « Le jeu n'est pas fini... Est-ce qu'entre trois et quatre [L. montre le dernier intervalle qu'il a noté au tableau] – là, je m'adresse... – entre trois et quatre, est-ce qu'il n'y a ... il n'y a que la fraction qu'ils ont choisie entre trois et quatre ? [Elèves : Ben, non... Il y en a beaucoup...]... Il y en a beaucoup ?... [Elève : Oui...]... Vous en connaissez, vous, des fractions qui sont entre trois et quatre ? Qui sont dans l'intervalle trois et quatre ? Vous pourriez en trouver, comme ça ? [Elève au tableau : Vingt-neuf trentièmes !]... Vingt-neuf trentièmes [L. écrit 29/30 sur le panneau gauche]... [Même élève : Euh ! Ah non...]... C'est entre trois et quatre, vingt-neuf trentièmes ?! C'est entre ? [Second élève au tableau : C'est entre zéro et un !]... C'est entre zéro et un !... Pourquoi c'est entre zéro et un, vingt-neuf trentièmes ? [Elèves : Parce que ça ne dépasse pas !... Trente, c'est l'unité et vingt-neuf, c'est [inaudible] ?]... Oui... On peut le dire comme ça... [Autre élève : Vingt-neuf, c'est zéro ; et trente, ça dépasse vingt-neuf ; donc, c'est un !... C'est plus de un !]... Je ne comprends pas ce que tu dis !... [Même élève : Vingt-neuf, c'est zéro... Enfin ! C'est entre zéro et un !... Parce que trente, c'est supérieur à vingt-neuf ; et vingt-neuf c'est inférieur à trente...]... D'accord !... Donc, tu dis : « Le numérateur est inférieur au dénominateur [EE4 montre successivement le numérateur et le dénominateur de 29/30]... Donc, cette fraction est plus petite que... ? [Même élève : Zéro !... Euh !... Que un !]... Que un ! » D'accord !... »</p>	Equipe A	Equipe B	[0 ; 5[: oui	[5 ; 10[: oui	[1 ; 4[: oui	[6 ; 7[: non	[1 ; 2[: non	[5 ; 6[: non	[2 ; 3[: non	[8 ; 9[: oui	[3 ; 4[: oui		Effet Jourdain
Equipe A	Equipe B														
[0 ; 5[: oui	[5 ; 10[: oui														
[1 ; 4[: oui	[6 ; 7[: non														
[1 ; 2[: non	[5 ; 6[: non														
[2 ; 3[: non	[8 ; 9[: oui														
[3 ; 4[: oui															
	CF03	<p>Dix sept cinquièmes ($17/5$) est dans l'intervalle trois / quatre car :</p> <p>$15/5 < 17/5 < 20/5$; donc $3 \times 5 / 5 < 17/5 < 4 \times 5 / 5$; $3 < 17/5 < 4$</p> <p>L. : « Toi, tu dis : « dix sept cinquièmes ! »... [EE4 écrit 17/5 en dessous de 29/30]... C'est vrai, elle est bien entre trois et quatre ? [Elève : Oui...]... Pourquoi ?!... [Même élève : Cinq fois trois, ça fait quinze ; et cinq fois quatre ça fait vingt...]... C'est-à-dire ?... Cinq fois trois, ça fait quinze, dit Daniel... C'est-à-dire que trois... quelle est la... Quelle est la fraction que je peux associer au nombre trois ?... Combien de cinquièmes, trois ?... [Elève : Quinze !]... Quinze cinquièmes ! Et quatre ? [EE4 écrit les nombres 3 et 4 et associe trois à 15/5] C'est quelle fraction, quatre ? [Autre élève : Vingt cinquièmes !]... Vingt cinquièmes ! Donc, c'est vrai ! [EE4 associe 20/5 à 4]... Est-ce que vous en avez d'autres... qui sont dans l'intervalle trois/quatre ?... Est-ce que vous pouvez m'en trouver d'autres ? »</p>													

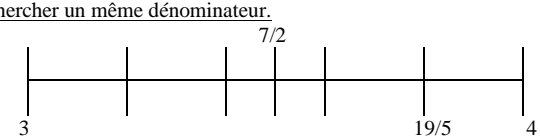
EE4 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
		<u>170/50</u> est compris dans l'intervalle trois/quatre. (pas de justifications ; la réponse est acceptée et inscrite au tableau)	
	CF03	<u>15/5</u> n'est pas dans l'intervalle trois / quatre car « c'est trois ».	
	CF03	Trente trentièmes égalent un ; soixante trentièmes égalent deux ; quatre-vingt-dix trentièmes égalent trois. Et on rajoute un trentième donc 91/30 est compris dans l'intervalle trois quatre [car c'est un peu plus grand que trois]. EE4 : « [Elève : Quatre-vingt-onze trentièmes !]... Quatre-vingt-onze trentièmes... [EE4 écrit 91/30]... Il va falloir que tu nous expliques pourquoi... [Même élève : Alors... Pour avoir un, il me faut trente trentièmes...]... Oui... [Elève : Pour avoir deux il me faut soixante trentièmes : pour avoir trois, il me faut quatre-vingt-dix centièmes... quatre-vingt-dix trentièmes... Et je rajoute un trentième... Donc, c'est bien entre trois et quatre...]... »	
	CF03 CF02	Trois cent soixante dix centièmes appartient à l'intervalle car $3 \times 100 / 100 < 370/100 < 4 \times 100 / 100$; donc $3 < 370/100 < 4$. Il existe sûrement d'autres fractions qui appartiennent à cet intervalle. EE4 : « [Elève : Il y a aussi trente-sept centièmes !]... Trente sept centièmes... oui... Pousse-toi, Benjamin... J'écris... On va voir [EE4 écrit 37/100]... Parce que trente centièmes, c'est trois... [...] [Elèves : Non !... C'est entre zéro et un !... Parce qu'il faut cent centièmes pour faire un !...Premier élève : Ha oui ! Alors c'est <i>trois cent soixante-dix</i> ... centièmes !] [...] Est-ce que cette fraction est bien entre trois et quatre [EE4 rajoute un zéro à la fraction : 370/100]? [même élève : Oui !]... Alors tu dis pourquoi... [Même élève : Ben parce que cent fois trois, ça fait trois cent ; cent fois quatre, ça fait quatre cent ; et trois cent soixante-dix, c'est entre les deux...]... On est d'accord ? [Elèves : Oui !] Bon... On en trouve beaucoup... sûrement qu'il y en a encore d'autres... ! »	
	CF03	72/8 = 9 x 8 / 8 = 9. Et 9 n'appartient pas à l'intervalle [8 ; 9]. EE4 : « Et entre huit et neuf... est-ce qu'il n'y a que la fraction que vous avez choisie ? [Elèves : Non...]... Non... Mais vous pouvez <i>m'en citer</i> , des fractions qui sont entre huit et neuf ? [Silence]... Eulalie ? [Eulalie : Soixante-douze... Soixante-douze huitièmes ?]... Soixante-douze huitièmes... [EE4 écrit 72/8]... [Elève : C'est attrapé !]... Camille, tu es d'accord ? [Elèves : C'est sur, euh !... non... Neuf !... Ben si ! Huit fois neuf !]... Ha ! Huit fois neuf, ça fait soixante-douze ! Donc, cette fraction, c'est neuf ! [EE4 rajoute 72/8 = 9]... ça ne marche pas ! Ce n'est pas dans l'intervalle huit / neuf !... »	
	CF03	88/8 n'appartient pas à l'intervalle [8 ; 9], car $80/8 = 10 \times 8/8 = 10$. Donc comme $88/8 > 80/8$, $88/8 > 10$. EE4 : « Quatre-vingt-huit huitièmes... [EE4 écrit 88/8]... Quatre-vingt-huit huitièmes, qu'est-ce que vous en pensez ? [Elève : C'est entre dix et onze !] ... Estelle ?... Qu'est-ce que tu en penses, toi, Estelle ? [Estelle : Que c'est trop grand !]... Pourquoi ? [Estelle : Parce que, déjà, soixante-douze huitièmes, c'est égal à neuf ; quatre-vingt-huit huitièmes, ça va être plus grand ! Autre élève : Ben oui, parce que dix fois huit ça fait quatre-vingts, et... ! C'est entre dix et onze. !]... Quatre-vingt-huit huitièmes, c'est entre dix et onze ?!... C'est plus grand ! »	
	CF03	190/50 n'appartient pas à l'intervalle [8 ; 9], car $150/50 < 190/50 < 200/50$; $3 < 190/50 < 4$. EE4 : « Cent quatre-vingt-dix cinquantièmes... [EE4 écrit : 190/50]... Est-ce que cette fraction est bien entre huit et neuf ? [...] Camille ?... [Camille : Ben non, parce que... Parce que cinquante... Cinquante fois huit, ça fait deux cents !]... Cinquante fois huit, ça fait... ?! [EE4 grimace signifiant ainsi que la réponse n'est pas bonne] ? [...] [Camille : Parce que, pour arriver déjà à cent cinquante, c'est... c'est... c'est « fois trois »... « fois quatre », ça fait deux cents...]... [EE4 écrit : $50 \times 3 = 150$]... Cinquante fois trois égalent cent cinquante... Donc, cette fraction, elle est... Elle est entre cent cinquante cinquantièmes – c'est-à-dire trois – et deux cent cinquantièmes – c'est-à-dire quatre [EE4 encadre la fraction : 150/50 < 190/50 < 200/50] !... Camille, elle n'est pas dans l'intervalle qui nous intéresse... D'accord ? [EE4 barre la fraction : 290/50] »	
	CF03	42/5 appartient à l'intervalle [8 ; 9], car $40/5 < 42/5 < 45/5$; donc $8 \times 5/5 < 42/5 < 9 \times 5/5$; $8 < 42/5 < 9$. EE4 : « Lissandra nous propose quarante-deux cinquantièmes... [EE4 écrit 42/5]... Est-ce que tu peux, Lissandra, nous expliquer pourquoi tu penses que c'est entre huit et neuf ? [Silence de Lissandra]... Quelqu'un d'autre ? Marvin ! [Marvin : Cinq fois huit, ça fait quarante ; reste inaudible]... C'est-à-dire que huit – si je l'écris en cinquantièmes – huit, c'est... ? Combien ?... Marvin ? Parle plus fort... [Marvin : Quarante !]... Quarante cinquantièmes !... [Elève : Et neuf...]... Et neuf, c'est ? [Marvin : Quarante-cinq cinquantièmes !]... On est d'accord [EE4 encadre sa fraction au fur et à mesure qu'il donne les réponses : 64/8 < 66/8 < 72/8] ! Quarante-deux cinquantièmes !... Est-ce que vous pouvez en trouver d'autres ?... Toujours dans le même intervalle ? »	
	CF03	66/8 appartient à l'intervalle [8 ; 9], car $8 \times 8/8 < 66/8 < 9 \times 8/8$. EE4 : « Soixante-six huitièmes... [EE4 écrit 66/8]... Est-ce que tu peux <i>me prouver</i> qu'il est bien dans l'intervalle ? [Elève : Huit fois huit, soixante-quatre ! Et huit fois neuf, on a vu que ça fait soixante-douze...]... On est d'accord ? Bon, d'accord ! »	

EE4 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF03	800/100 est égal à huit. Il faut prendre la fraction 801/100 [pour qu'elle appartienne à l'intervalle]. EE4 : « Marvin ? [Marvin : Huit cent centièmes !]... Huit cent ? [Marvin : Centièmes...]... [EE4 écrit 800/100]... [Elèves : Non !... Non !... C'est huit !...]. Ha ! Huit cent centièmes, c'est huit ! [Elève : Huit cent un !]... Ha ! Alors toi tu dis : « Il suffit de prendre... ? » [Elève : Huit cent un !]... Ha ! Huit cent un ! [EE4 corrige la fraction : 801/100] Hé oui... Elle est dans l'intervalle... D'accord ! »	
	CF03 CF02	On sait que $64/8 < 66/8 < 72/8$ et $66/8$ appartient à l'intervalle $8/9$; donc $64/8 < 70/8 < 72/8$; et $700/80 = 70/8 \times 10/10 = 70/8$. Donc $700/80$ appartient également à cet intervalle. On peut trouver beaucoup de fractions dans l'intervalle $[8 ; 9]$. EE4 : « [Elève au tableau : Sept cent quatre-vingtièmes !]... Sept cent... [EE4 écrit 700/80] [...] Ha ! Alors là, Camille elle dit : « Moi, je ne sais pas ! »... Est-ce que sept cent quatre-vingtièmes est bien entre huit et neuf ? [Elève : Parce que je n'ai pas encore appris les tables de quatre-vingts !]... Elle n'a pas appris les tables de quatre-vingts ; elle ne peut pas savoir ! [Autre élève : Tu peux enlever un zéro : ça fera la table de huit !... [Les autres élèves approuvent : Ha ben oui !]... Tu enlèves les deux zéros. Et soixante-dix c'est entre soixante-quatre et soixante-douze ; donc je rajoute un zéro...]... Qu'est-ce que tu en penses, Fanny ? Tu es d'accord avec ce qu'il te dit ?... [Fanny : Je n'ai pas compris...]... Elle n'a pas compris ; explique lui ! [Elève au tableau : En fait, j'ai fait comme ça : soixante-dix, c'est entre soixante-quatre et soixante-douze ; et je rajoute un zéro !... Donc ça ne change rien !] Autre élève au tableau : Et soixante-quatre, c'est huit fois huit ; et soixante-douze, c'est huit fois neuf !... C'est-à-dire qu'il te dit que soixante-quatre huitièmes, c'est huit ; soixante douze huitièmes... [Elèves : C'est neuf !]... Alors il a pris un nombre au milieu, soixante-dix huitièmes ; et puis il a rajouté... au numérateur et au dénominateur... ça va ? [...] Alors, bon, vous voyez qu'il y en a quand même beaucoup des fractions dans cet intervalle... »	
Nouvelle règle du jeu	CF02	L'équipe gagnante sera celle qui sera capable d'encadrer la fraction dans le plus petit intervalle. Les élèves réfléchissent par 2 ou 3. Puis retour au grand groupe. Entre six et sept demis, existent peut être des fractions. 	Effet Topaze
	CF04	Pour trouver un encadrement plus petit que l'unité à la fraction choisie, une possibilité est d'essayer d'avoir les mêmes dénominateurs pour les bornes de l'encadrement et pour la fraction. Pour cela on fait des multiplications. EE4 : « Alors, est-ce que vous pourriez expliquer à l'autre équipe pourquoi... ben, vous n'avez pas eu le temps de trouver l'autre réponse ?... Qu'est-ce que vous étiez en train de faire ? [...] [Estelle : On était en train d'essayer d'avoir les mêmes dénominateurs qu'avec notre fraction]... Est-ce que vous comprenez ça ?... C'est-à-dire que, ils étaient... Ils ont une fraction ; et ils voulaient avoir le même dénominateur... [EE4 montre les bornes 45/5 et 47/5] pour les bornes de l'intervalle que pour leur fraction... D'accord ? Et donc ils et... ils sont obligés de... [EE4, s'adressant au groupe en difficulté]... Vous êtes obligés de quoi faire ? [Elève : De faire une multiplication...]... Et donc ils sont obligés de faire des multiplications ; beaucoup de multiplications... »	

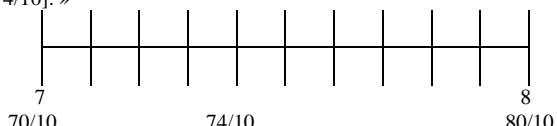
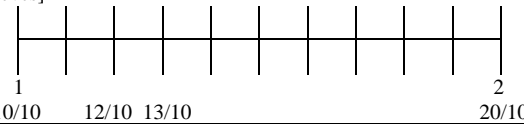
EE4 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF01	<p><u>Si une fraction se trouve dans un intervalle et qu'elle ne se trouve pas dans la première moitié de l'intervalle, alors elle se trouve obligatoirement dans la seconde moitié.</u></p> <p>EE4 : « [Elève : Si ce n'est pas entre 6 et 7 [demis], ça veut dire que... c'est entre sept et huit] [...] Alors, si tu me dis : « La fraction <i>n'est pas</i> entre six demis et sept demis » ; donc elle est dans quel intervalle, tu me dis, Lucas ? [Lucas : Entre sept demis et huit demis]... Donc... [EE4 se déplace vers le tableau et écrit : $7/2$; $8/2$ [...] Elle est, Lucas, entre sept demis et huit demis... [EE4 ajoute : $7/2$; $8/2$: oui]...Et là, Lucas dit : « <i>Je n'ai pas besoin</i> de poser la question. » ; c'est ça ?... Qu'est-ce que vous en pensez ? Est-ce qu'il a raison de dire : « Moi, je sais où elle est ; on l'a encadrée, nous aussi » ? [...] [Elèves : Ben oui !...]... Pourquoi ? [Lucas : Parce que, comme c'est entre trois et quatre, déjà [...] Les demis, c'est la moitié d'un ; si je prends une moitié et que ce n'est pas dans cette moitié, alors c'est obligé que c'est dans l'autre moitié !]... Est-ce qu'on est d'accord ? [Elèves : Oui !] Bon, ben, c'est vrai ! »</p>	
	CF04	<p><u>Pour comparer la taille de deux intervalles dont les bornes sont des fractions aux dénominateurs différents, il faut d'abord réduire les dénominateurs.</u></p> <p>EE4 : « Il y a combien entre sept demis et huit demis ? [Elève : Ben, il y a un demi !]... Il y a un demi ! ça, c'est un intervalle d'un demi. [EE4 écrit $1/2$ en dessous de l'intervalle $7/2$; $8/2$ [...] Entre quarante-cinq cinquièmes et quarante-sept cinquièmes, il y a combien ? [Elèves : Deux cinquièmes !]... Deux cinquièmes [EE4 écrit $2/5$ en dessous de $42/5$; $47/5$ [...] Alors, question : quel est l'intervalle ; quelle est la fraction la plus petite des deux... ? Pour savoir qui a gagné ?... [Silence] [...] [Elève au tableau : Mettre le même dénominateur ?]... Tu as raison ! Réduire au même dénominateur, tout à fait ! »</p>	Effet Jourdain
	CF04 CF03	<p><u>Si on réduit au même dénominateur $1/2$ et $2/5$, on obtient les tailles d'intervalles $5/10$ et $4/10$. L'intervalle le plus petit est donc $4/10$.</u></p> <p>EE4 : « Alors, quel serait ce dénominateur, Benjamin ? <i>Le même</i> dénominateur, ce serait lequel ?... Pour comparer un demi et deux cinquièmes ?... Eulalie ? [Eulalie : Dix !]... Dix !... Alors, un demi, c'est combien de dixièmes ? [EE4 trace la barre de fraction à côté de $1/2$: 1] ? [...] [Elève : Cinq !]... Cinq dixièmes ! [EE4 complète la fraction : $5/10$]... Deux cinquièmes, c'est combien de dixièmes ? [EE4 trace une barre de fraction à côté de $2/5$: 1] [Autre élève : Quatre !]... Quatre... [EE4 complète la barre de fraction : $4/10$]... Quel est l'intervalle le plus petit ? [Elève : B !]... C'est l'intervalle de l'équipe B ; donc, c'est l'équipe B... »</p>	
Rappel fin de séance		<p><u>Comparer la fraction que l'on a choisie aux bornes de l'intervalle proposé par l'autre équipe pose problème.</u></p> <p>EE4 : « <i>Pourquoi est-ce qu'on a eu autant de mal – ça, c'est pour savoir ce qu'il va falloir essayer de régler demain... ? il y a quelque chose... Je crois qu'on a eu beaucoup de difficultés ; on a fait beaucoup de calculs... Qu'est-ce qui vous a gênés ? [Elève : C'est comparer les fractions]... Comparer les fractions ! Bon... Il y a Océane qui trouve que c'est un problème... Comparer les fractions... Est-ce qu'on a les moyens de comparer les fractions ? [...] C'est-à-dire Océane, c'est intéressant ce qu'elle dit. Elle dit : « Ce qui est difficile, c'est de comparer la fraction que l'on a choisie à quoi ?... [Elève au tableau : A celle qu'ils nous ont demandée ! A la question !]... Aux bornes ! – ça, ça s'appelle les bornes de l'intervalle ! [EE4 montre l'intervalle $45/5$; $47/5$] – aux bornes de l'intervalle ! Pour savoir si c'est dedans ou pas dedans... »</i></p>	CR04 – A Effet Jourdain
		<p><u>Pour comparer deux fractions qui sont dans le même intervalle et qui ont des dénominateurs différents, on peut tracer le segment compris dans l'intervalle et le partager en fonction de la valeur des deux dénominateurs.</u> <u>On peut aussi chercher un même dénominateur.</u></p>  <p>EE4 : « C'est-à-dire – j'essaie de traduire ce qu'a dit Jonathan – d'abord, il a partagé l'intervalle en deux. Pourquoi en deux ? [Jonathan : Ben, parce que eux, ils demandaient des demis !]... Ben, parce que eux, ils demandaient des demis ! Six demis ; sept demis ; donc, six demis, sept demis [EE4 montre le point 3 ($6/2$) et le point $7/2$ tracé au milieu du segment $3/4$]... Et ensuite, sur son cahier, l'autre fraction elle était en quoi ? [Même élève : En cinquièmes !]... En cinquièmes !... Donc, il a partagé le même intervalle en ... cinq [...] [Elève : Et eux, leur fraction, elle était plutôt vers là... Il montre la seconde moitié du segment $7/2$; 4] [...] Elle était où votre fraction ? C'était laquelle votre fraction ? [Elève : Dix-neuf cinquièmes !]... Voilà ! [...] Alors, ça, c'est une manière, oui... avec, euh... le dessin de répondre à la question... <i>Mais</i>... Est-ce qu'il y a une autre manière de répondre à la question ?... une autre... Une autre façon – ça c'en est une ! D'accord ! [Elève : Le même dénominateur ?]... C'est-à-dire... en essayant de trouver, comme ils l'ont fait, là-bas, le même... ? [Elève : Dénominateur !] dénominateur !... »</p>	CR04 – A CR04 – A
		<p><u>Il existe beaucoup de fractions différentes.</u></p> <p>EE4 : « Vous m'avez tous dit, en début, vous m'avez dit : « Oui, mais <i>il y a beaucoup de fractions</i> ! Parce qu'on peut faire... Vous m'avez dit : « On peut faire des cinquièmes, on peut faire des quarts, on peut faire des tiers... [...] Peut-être qu'il faudra réfléchir aux questions que l'on pose ; à la manière dont on partage l'intervalle... Est-ce qu'on est d'accord ? »</p>	CR02 – E

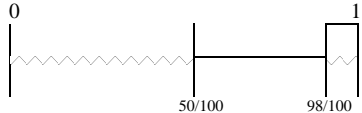
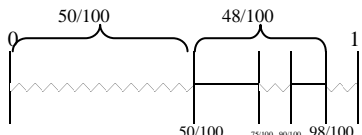
EE4 2^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel de début de séance		<p><u>La règle qui a été rajoutée la dernière fois, était d'encadrer la fraction dans l'intervalle le plus petit.</u> <u>Pour essayer de trouver cet intervalle, il y a eu des difficultés parce que les fractions choisies ainsi que les fractions des bornes des intervalles choisis avaient des dénominateurs différents. Il fallait donc faire des calculs pour avoir les mêmes dénominateurs.</u> <u>Utiliser une droite numérique pour comparer des fractions permet de répondre aux questions posées par l'équipe adverse mais ne permet pas de les poser d'une façon qui permette de simplifier les calculs.</u> EE4 : « Bien... donc... Est-ce que vous vous souvenez du... du travail que nous avons fait hier ? Hier, nous avons rajouté une règle à notre jeu... Quelle est la règle que nous avons rajoutée hier ? [Elève : A chaque fois, il fallait trouver entre... entre deux fractions ?]... J'aimerais qu'on la... qu'on la précise un petit peu mieux : quelle était la <i>nouvelle</i> règle qu'on avait rajoutée, hier, pour encadrer les fractions ? [Autre élève : Il fallait que ce soit le plus petit intervalle possible !]... Il fallait essayer de trouver <i>le plus petit</i> intervalle possible, tout à fait ; <i>et</i>, on avait eu un certain nombre de difficultés. Vous vous souvenez ? Pourquoi ? [...] [Elève : En fait, c'était difficile de trouver entre quelle fraction et quelle fraction était la... la fraction !]... C'était difficile de désigner avec des fractions, tu dis ? De désigner <i>l'intervalle</i> avec les fractions ! Oui... ? [Autre élève : En fait on ne savait pas trop ce que c'était, quand ils disaient la fraction, donc euh !... En fait, quand ils disaient une fraction... Quand ils disaient hé ben, où c'est, à peu près, hé ben, on ne savait pas trop !... Enfin... on... enfin... Ils donnaient une fraction. Et après, on ne savait pas quoi dire ; on ne savait plus... !]... Pourquoi ?... Pourquoi, on ne savait pas quoi dire ; pourquoi on ne savait plus trop où c'était ? [Autre élève : Parce que... Par exemple, nous, c'étaient des cinquièmes ; et eux, ils demandaient en troisièmes ou en deuxièmes... en tiers ou en demis. Donc, il fallait, euh !... Il fallait avoir le même dénominateur ... pour dire oui on non ! Parce qu'on ne peut pas comparer des centièmes avec des demis !]... <i>Ha !</i>... Vous suivez ce que dit... ? C'est vrai qu'on a eu du... du mal, parce qu'on avait des fractions qui avaient des dénominateurs différents. Et les intervalles... Les fractions qui limitaient les intervalles n'avaient pas le même dénominateur. Donc, on a été obligé de faire des calculs [...] Alors, il faudrait, peut-être, pour qu'on puisse faire ce jeu, qu'on trouve un moyen de <i>simplifier</i> les calculs ; ou un moyen de répondre, plus facilement, aux questions... Vous avez comme ça, <i>a priori</i>, des idées ou... comment on pourrait faire ? Oui... ? [Elève : Sur la bande... la... la bande numérique ! Pour savoir où se situe la fraction ?]... Tu penses que ça permettra de répondre, plus facilement, à la question ? Toi, tu veux dire... Si je comprends bien ce que veut dire Océane, elle veut dire qu'on pourrait faire <i>un dessin</i> – le dessin de la droite numérique. Ça, ça peut nous aider à <i>répondre</i> aux questions. <i>Mais</i>, pour poser les questions, qui est-ce qui a une autre idée ? [...] Bon, ben écoutez... Ecoutez, je vous propose un jeu, là... »</p>	<p>CR01 – A</p> <p>CR04 – A</p> <p>CR04 – A</p>
Nouvelle règle Pour encadrer et attraper la fraction		<p>EE4 contre les élèves. Le but est de ne pas perdre l'intérêt du jeu et de plébisciter la recherche d'un même dénominateur pour toutes les fractions. EE4 ne répond pas à toutes les questions (si trop difficiles ou trop de calculs). Intervalle de recherche : $[0 ; 10[$; fraction choisie : 74/10.</p> <p><u>Les calculs sont trop compliqués quand il n'y a pas les mêmes dénominateurs.</u> EE4 : « Bien ! Vous avez des idées ? Je vous rappelle... Vous voyez bien... Est-ce que vous voyez bien le problème qu'on a, là ?... Aujourd'hui, c'est le même problème qu'hier : on avait dit, hier, qu'il y avait des calculs trop compliqués parce qu'on n'avait pas les mêmes dénominateurs... Donc, moi, je n'ai pas envie de faire des calculs compliqués ! Donc, il faut que vous m'aidez... en me posant des questions qui soient... Où je puisse répondre simplement. »</p> <p>CF04 <u>Avec des fractions en demis, quarts ou cinquièmes, il faut faire des calculs.</u> EE4 : « Moi, les demis ça ne me plaît pas trop. Parce que les demis ou les quarts ou les cinquièmes, il f... ! [Elève : Il en faut beaucoup !]... Non ! C'est que je suis obligé de faire des calculs pour pouvoir vous répondre ! »</p> <p>CF04 <u>L'intervalle $[72/10 ; 79/10[$ est bon. Avec un dénominateur égal à dix, c'est facile.</u> EE4 : « Est-ce qu'il est bon cet intervalle ? [Elève : Oui ! Parce que je me suis dit : « Dix c'est facile à calculer ! C'est comme un ! Et tu enlèves le zéro : c'est comme un !]... Oui, je réponds [EE4 rajoute : $[72/10 ; 79/10[$: oui]. »</p> <p>$[72/10 ; 75/10[$: oui $[72/10 ; 73/10[$: non</p> <p>CF01 $[73/10 ; 74/10[$: non Une fraction ne peut pas appartenir en même temps à $[72/10 ; 75/10[$ et $[77/10 ; 78/10[$. Elèves : « Ça ne sert à rien ! »</p> <p>CF01 <u>Si une fraction n'appartient pas à deux intervalles qui se succèdent, elle n'appartient pas non plus à l'union de ces deux intervalles.</u> Elèves : « Ça ne sert à rien ! »</p>	<p>CR04 – E</p> <p>Effet Topaze EE4 oriente les réponses</p> <p>Connaissance non formulée</p> <p>Connaissance non formulée</p>

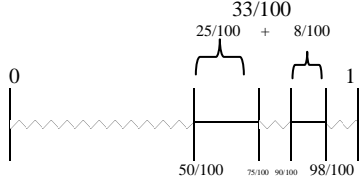
EE4 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF03 CF05	<p>[74/10 ; 75/10] [attrapée EE4 montre aux élèves la fraction 74/10 qu'il avait écrite sur un papier. $7 \neq 74/10 ; 7 = 70/10$ et $8 = 80/10 ; 70/10 < 74/10 < 80/10$</p> <p>Pour placer 74/10 sur la droite numérique, on doit partager l'intervalle [7 ; 8] en dix.</p> <p>EE4 : « Mona ? [Mona : Euh ! Vu que c'est soixante-quatorze dixièmes, la fraction, ça veut dire que, normalement, c'est sept ?]... [Court silence de EE4]... Comment ça... ? ! Elle est où, la fraction ? Voyons voir : où est-ce qu'on peut la placer, ici ? [EE4 se dirige vers la droite numérique qu'il a tracée au tableau et efface les fractions 14/2 et 16/2]... Alors, sept... Tu penses que c'est sept, toi, soixante-quatorze dixièmes ? [Elèves : Non !]... Alors, attendez ! Essayons de la placer sur la droite ! [...] Sept, si je l'écris en fractions ? [Elève : C'est soixante-dix dixièmes !]... C'est soixante-dix dixièmes... [EE4 écrit 70/10 en dessous de 7]... Et huit ? [Elève : Quatre-vingts dixièmes !]... Quatre-vingts dixièmes !... [EE4 écrit 80/10 en dessous de 8]... ça veut dire que j'ai découpé l'intervalle... [Elèves : En dix !]... En dix parties... [EE4 trace dix traits représentant les dixièmes]... Et donc, soixante-quatorze dixièmes est là... [EE4 rajoute 74/10]. »</p> 	
		<p>Maintenant c'est plus facile [avec un dénominateur égal à 10] parce que les calculs sont moins compliqués</p> <p>EE4 : « Pourquoi, à votre avis – j'ai entendu : quelqu'un l'a dit, tout à l'heure – j'avais du mal à... à répondre ; à faire les calculs, parce qu'il fallait que je fasse des calculs compliqués, au début. Et là, c'était plus facile ? [Elèves : C'est comme si tu enlevais un zéro ! Ça fait comme si c'était un. Et après, tu rajoutes un zéro ... Si on fait sept fois un, ça fait sept. Et comme c'est des dizaines, en rajoutant un zéro, ben ça fait soixante-dix...]... Comme ce sont des... ? [Elèves : Dizaines !]... Des dizaines ?! [...] Camille ? [Camille : J'ai pensé, d'abord, à « un première » ou je ne sais pas comment ça se dit... [Camille doit penser à la fraction 1/1]... Et après, puis je me suis dit : « Mais ça va prendre... ça va prendre... ça va être... Ça va prendre longtemps à compter sur ses doigts et tout ! Alors, après, ben, je me suis dit : « Pourquoi pas un dixième ? Parce qu'en fait, je comptais dans ma tête de dix en dix... Et puis je me suis dit : « Tiens ! C'est facile !] »</p>	CR04 – E
Nouvelle partie		<p>EE4 propose toujours de chercher dans l'intervalle [0 ; 10]. Le but, pour les élèves est d'aller plus vite pour attraper la fraction.</p> <p>[5 ; 9] : non [1 ; 5] : oui [2 ; 3] : non [1 ; 2] : oui. EE4 : « Là, vous l'avez encadrée ; vous ne l'avez pas attrapée ! » [11/10 ; 15/10] : oui ; [11/10 ; 13/10] : oui ; [11/10 ; 12/10] : non ; [12/10 ; 13/10] : oui</p>	
	CF02	<p>On peut continuer à chercher des fractions entre 12/10 et 13/10.</p> <p>EE4 : « Elle est encadrée, mais elle n'est pas attrapée ! Alors, attendez ! [Elève : Mais là, on ne peut plus... !]... On ne peut plus, là, c'est fini ! On ne l'a pas trouvée ? [Autre élève : Ben si !]... Ha ! On peut continuer !... Alors, continuons... ! »</p>	
	CF01	<p>Une fraction ne peut pas à la fois être dans l'intervalle [12/10 ; 13/10] et [14/10 ; 15/10].</p> <p>Elève : « On sait que c'est entre douze dixièmes et treize dixièmes ; ça ne peut pas être treize dixièmes et quatorze dixièmes ! »</p>	
	CF03 CF05	<p>Un c'est dix dixièmes ($1 = 10/10$). Deux c'est dix vingtièmes ($2 = 20/10$). L'intervalle a été partagé en dix et la fraction est entre 12/10 et 13/10.</p> <p>EE4 : « On va faire une petite pause, là... Si je représente sur la droite l'endroit où est la fraction... Alors un, c'est combien de dixièmes ? [Elèves : Dix !]... Dix dixièmes... Et deux ? [Elèves : Vingt !]... Alors, on l'a partagée... On a partagé l'intervalle... [Elève : En dix]... En dix... Et elle est entre douze dixièmes et... [Elève : Treize dixièmes !]... Treize dixièmes... [EE4 écrit les différentes fractions sur la droite numérique au fur et à mesure des réponses données par les élèves] »</p> 	C'est une reprise, mais pas un rappel : EE4 ne fait pas référence à une connaissance qui vient d'être formulée ou plus ancienne.
	CF05	<p>[126/100 ; 130/100] : non ; [120/100 ; 125/100] : non ; [122/100 ; 123/100]</p> <p>Si une fraction n'appartient pas à l'intervalle cent vingt centièmes / cent vingt-cinq centièmes, elle n'appartient pas, non plus à l'intervalle cent vingt-deux / cent vingt-trois centièmes.</p> <p>Elève : « Parce qu'en fait... Lucas, je crois, il avait posé la question entre cent-vingt centièmes et cent vingt-cinq centièmes ; et le maître, il a dit non. Et ça ne peut pas être entre cent vingt-deux et cent vingt-trois centièmes ! »</p>	
		<p>[125/100 ; 126/100] : attrapée !</p> <p>EE4 : « Si je ne me suis pas trompé ! [EE4 montre la feuille sur laquelle il avait inscrit la fraction recherchée : 10/8 !] » Les élèves se demandent si c'est la même fraction que 125/100. EE4 les incite alors à le vérifier en petit groupe, sur le cahier de brouillon.</p>	

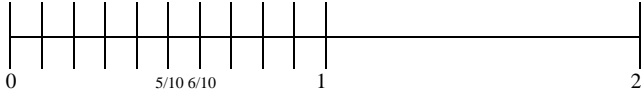
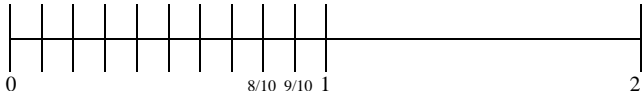
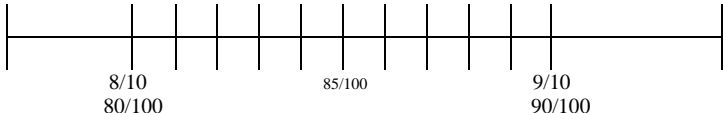
EE4 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF01	<p>Puisque la fraction cherchée appartient aux intervalles $[0; 1]$ et $[50/100; 98/100]$, elle ne se trouve pas dans les intervalles $[0; 50/100]$ et $[98/100; 1]$</p> <p>EE4 [s'adressant à l'autre groupe] : « Vous, là-bas !... Qu'est-ce que vous savez de la fraction qu'avait choisie l'équipe A ?... De l'intervalle où elle se trouve ? [Elève : C'est entre zéro et un...] [...] Alors, elle est entre, on a dit... [Elèves : Zéro et un !]... Zéro et un [EE4 trace un segment et place 0 et 1 à chaque extrémité] !... Et ensuite ?... [Elève : Entre la fraction cinquante centièmes et soixante-dix-huit centièmes !] [...] Alors, je sais qu'elle est entre – je ne vais pas dessiner... Entre cinquante centièmes et quatre-vingt-dix-huit centièmes... [EE4 rajoute 50/100 et 98/100]... Elle n'est pas là ; elle n'est pas là, voilà ! [EE4 hachure les intervalles concernés]... Bien ! »</p> 	
Bilan des recherches		<p>La recherche a été moyennement difficile parce que les fractions n'avaient toujours pas le même dénominateur. Les fractions n'ont pas été encore attrapées.</p> <p>EE4 : « Bien ! Alors vu l'heure qu'il est, on va s'arrêter ; on va faire le point de la partie... de cette partie. Parce que là, on ne peut pas continuer à chercher, comme ça... ! Et on va essayer de faire des remarques sur ce qui s'est passé. [...] Est-ce qu'on a réussi à trouver un intervalle assez petit ? Oui... ? [Elève : Mais on a du mal à répondre aux questions...] Ha ! On a eu du mal à répondre aux questions !... Pourquoi on a eu du mal à répondre ? [Elèves : Parce que c'était compliqué !... Parce que les intervalles, ils étaient espacés. Et, des fois, nos fractions, elles n'avaient pas le même dénominateur !]... Ha ! On retombe un peu sur les mêmes problèmes. C'est-à-dire qu'on comprend bien les questions qu'ils posent... mais on n'a pas le même dénominateur. Donc, on a des calculs à faire. Mais les calculs, est-ce qu'ils sont... [Elève : Ils sont plus faciles !]... Hé ! Plus difficiles, aussi difficiles, moins difficiles, je ne sais pas !... Comment vous avez trouvé ? [Elève : Moyen !]... Pourquoi ? [Autre élève : Ben, ça dépend !]... Ça dépend !... Autre remarque ?... [Elève : J'ai trouvé que les équipes, elles se sont rap... Elles se sont plutôt rapprochées rapidement...] Et qui est-ce qui a gagné, là ? Qui est-ce qui a l'intervalle... Qui a réussi à encadrer la fraction dans l'intervalle le plus petit ? [Silence]... C'est-à-dire, puisque... On ne l'a pas attrapée... On ne les a pas attrapées, les fractions ! Donc, il fallait trouver l'intervalle le plus petit... »</p>	CR04 – A CR02 – A
	CF03	<p>L'équipe B a encadré la fraction dans un intervalle de $5/10$ car entre zéro et cinq dixièmes, il y a cinq dixièmes.</p> <p>EE4 : « Qui est-ce qui a le plus petit, à votre avis ?... Camille ? [Camille : Euh ! A !]... Pourquoi ? [...] [Camille : C'est entre zéro dixième et cinq dixièmes...]... Oui [...] Ici, la fraction est entre zéro et cinq dixièmes : il y a combien entre zéro et cinq dixièmes ? [Autre élève : Cinq dixièmes !]... Cinq dixièmes ! Donc, l'intervalle de cette équipe : cinq dixièmes [EE4 écrit et entoure 5/10 au-dessus du segment correspondant] ! »</p>	
	CF03	<p>L'équipe A a encadré la fraction dans un intervalle de $(75/100 - 50/100) + (98/100 - 90/100)$; soit : $33/100$.</p> <p>EE4 : « Ici !... Vous savez qu'elle est entre quoi et quoi, la fraction ? [Elève : Cinquante centièmes et quatre-vingt-dix-huit centièmes !]... Entre cinquante centièmes et quatre-vingt-dix-huit centièmes ! [...] Mais alors, attends ! Déjà, entre cinquante centièmes et quatre-vingt-dix-huit centièmes [...] Entre cinquante centièmes et quatre-vingt-dix-huit centièmes, il y a combien ? [Elève : Euh !... Quarante-huit ?]... Benjamin ? [Benjamin : Quarante-huit !]... Quarante-huit quoi ? [Elèves : Centièmes !... Centièmes !]... Quarante-huit centièmes [EE4 rajoute et entoure 48/100 au-dessus du segment correspondant]... Et... Et, comme l'a fait remarquer Benjamin, on peut éliminer une partie de cet intervalle – la partie qui est entre soixante-quinze centièmes et... combien ? [Elève : Quatre-vingt-dix centièmes !]... Quatre-vingt-dix centièmes... [EE4 trace des traits pour enlever l'intervalle $[75/100; 90/100]$ qu'il hachure également]... Elle n'est pas là, non plus... »</p> 	

EE4 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Bilan des recherches		<p>EE4 : « [Elève : Il faut convertir !]... Il faut convertir !... C'est-à-dire, qu'est-ce qu'il faut convertir ? [Elèves : Ben, quarante-huit... Ben, non !... Il faut convertir en dixièmes ! Ben, non !]... Estelle, tu as une idée !... [Estelle : Quinze cent... huit... huit centièmes ?]... <i>Là oui !</i> Là, il y a huit centièmes : on est d'accord, ici ! Là, il y a huit centièmes... [Au-dessus de l'intervalle $[90/100 - 98/100]$, EE4 écrit et entoure 8/100]... Et ici ? [Autre élève : Vingt-cinq !]... Il y en a vingt-cinq !... Alors : plus vingt-cinq centièmes... [EE4 complète la fraction par une addition : $8/100 + 25/100$]... [Elève : ça fait trente-trois !]... C'est-à-dire que leur intervalle est de trente-trois centièmes. Alors, des deux équipes, qui a l'intervalle <i>le plus</i>... ce n'est pas quarante-huit, on a dit, mais c'est... ? [Elève : Trente-trois !]... Trente-trois [EE4 efface $48/100$ et écrit à la place 33/100] ! »</p> 	
	CF03	<p>$5/10 > 33/100$ ($5/10 = 50/100$) : pour l'instant, c'est l'équipe B qui a l'intervalle le plus petit.</p> <p>EE4 : « Quelle est l'équipe... <i>Quelle est l'équipe</i> qui a l'intervalle le plus petit ? [...] [Ilea : Moi, je pense qu'il faut convertir... Parce que, sinon, on ne trouvera jamais]... [Jonathan : Mais c'est facile de convertir ! Ben, à cinq, on rajoute un zéro ; et à dix aussi ! Comme ça, ça va faire des centièmes ! Et ça va faire cinquante centièmes ! Donc ce qui est... !]... Attends, attends, attends [EE4 écrit à côté de la fraction entourée $5/10 = 50/100$] !!! Ecoutez ce que dit Jonathan ! Ce qu'il propose ! Cinq dixièmes, c'est cinquante centièmes : est-ce que la conversion est difficile ? [Elève : Non !]... Non !... Cinquante centièmes ; trente-trois centièmes... [EE4 montre successivement les deux résultats trouvés au tableau] [...] Alors, l'équipe B a l'intervalle le plus petit pour l'instant ! »</p>	

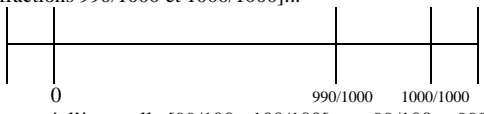
EE4 3^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel début séance		<p>Le jeu a été amélioré grâce à une nouvelle manière de désigner les bornes de l'intervalle.</p> <p>EE4 : « Alors, justement, vous vous souvenez que, vendredi... Bon, nous avons joué. Et on avait amélioré... [Elève : Les règles !]... On n'avait pas amélioré les règles ; mais on avait amélioré la façon – vous vous souvenez ?... [Elève : De jouer !]... de jouer et la façon de désigner quoi ? [Elève : la fraction ! Enfin, pour calculer plus vite !]... C'est-à-dire ? La manière de désigner... ? [Elève : L'intervalle !]... L'intervalle ! Les bornes de l'intervalle ! Tout à fait !... Vous vous souvenez ?... Alors, je vais vous proposer, oui, de refaire un jeu, là, rapidement. On va voir si vous êtes capables d'attraper – je dis bien d'attraper – la fraction que j'ai écrite sur un petit bout de papier... euh !... que j'ai posée ici... Alors, vous prenez votre cahier de brouillon, pour noter, peut-être, ce que vous avez à noter... »</p>	CR04 – A
Nouvelle partie	CF05	<p>Le maître contre les élèves.</p> <p>[0 ; 5 [: oui [0 ; 3 [: oui [0 ; 1 [: oui [5/40 ; 6/40 [</p> <p>Pour voir si la fraction appartenant à [0 ; 1[se trouve entre 5/10 et 6/10, il faut diviser l'unité en dix.</p> <p>EE4 : « Entre cinq et six dixièmes... C'est-à-dire, tu voudrais savoir si elle est où ? Est-ce que tu pourrais me montrer ? Comment on pourrait faire... pour voir où ça se trouve ? [Elève : Cinq dixièmes, c'est la moitié de zéro et un...]. Si ce sont des dixièmes, qu'est-ce que ça veut dire ? Ça veut dire qu'on a divisé... ? [Elèves : Le nombre en dix !... L'unité en dix !... D'accord ? [EE4 partage le segment [0 ; 1[en dix parties égales]... Alors, ici, si j'écris en dixièmes ? C'est combien, la borne de l'intervalle, en dixièmes ? Estelle ? [Estelle : Zéro dixième]... Zéro dixième !... Et ici ? [Estelle : Dix dixièmes]... Dix dixièmes... [EE4 rajoute en dessous de 0 et 14 les fractions 0/10 et 1/10] [...] Toi, tu voudrais savoir si elle est : montre-nous, où ? [Eloïse : Entre cinq dixièmes et six dixièmes]... Entre cinq dixièmes et six dixièmes... Non [EE4 barre l'intervalle [5/40 ; 6/40] !] »</p>  <p>[0 ; 4/40 [: non [7/40 ; 10/40 [: oui [7/40 ; 9/40 [: oui [7/40 ; 8/40 [: non [8/40 ; 9/40 [: oui</p>	
	CF05	 <p>Comme la fraction est encadrée mais pas attrapée dans l'intervalle [8/10 ; 9/10], il faut passer des dixièmes aux centièmes.</p> <p>EE4 : « Vous l'avez encadrée ; mais, moi, je vous ai demandé de l'attraper ! [Elève : Ben, on fait les centièmes ?]... Allez-y ! Posez vos questions ! »</p>	
	CF03	<p>[80/100 ; 85/100 [: oui 8/10 = 80/100 ; 9/10 = 90/100 ; il y a dix centièmes dans l'intervalle [80/100 ; 90/100].</p> <p>EE4 : « Euh !... Alors, je vais agrandir cet intervalle si vous voulez ; pour qu'on puisse le voir, parce que... ! [...] Alors, ça, on va dire que c'est huit dixièmes [EE4 prolonge le trait de huit dixièmes jusqu'au segment qu'il a tracé en dessous de la première droite, afin d'en constituer une première borne. Il l'écrit 8/10]... Et ici... [EE4 fait la même chose avec 9/10 qui constitue la seconde borne]... C'est combien, ici ? [Elèves : Neuf dixièmes !]... On est d'accord ? [EE4 écrit 9/10 sur la seconde droite]</p> <p>[83/100 ; 84/100]... Alors, on va le couper en combien cet intervalle ? [Elèves : Cent !]... Cent ?!... [Elève : En centièmes !]... Je ne sais pas, moi !... Pour avoir des centièmes... Huit dixièmes, c'est combien de centièmes ? [Elèves : Quatre-vingts !... Quatre-vingts !]... Quatre-vingt centièmes... [EE4 écrit en dessous de 8/10 : 80/100]... Et neuf dixièmes ? [Quatre-vingt-dix !]... Quatre-vingt-dix centièmes... [EE4 écrit en dessous de 9/10 : 90/100]... J'ai combien de centièmes de quatre-vingts à quatre-vingt-dix centièmes ? [Elèves : Dix !... Ben, dix !]... Dix !... Allez !... [EE4 sépare le segment [80/100 ; 90/100] en dix parties égales] »</p> <p>EE4 fait revenir l'élève qui a posé la dernière question et lui fait désigner l'intervalle qu'il propose. Il note 85/100 sur la droite. Il confirme que la fraction est bien sur l'intervalle [80/100 ; 85/100]</p> 	


EE4 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Suite du jeu	CF03 CF01	<p>Mise au point. EE4 demande aux élèves de faire des remarques sur le jeu. Un élève explique qu'il peut être long. Un autre explique que certaines fractions sont difficiles. EE4 demande alors à un groupe de donner le plus petit intervalle dans lequel il a réussi à encadrer la fraction cherchée. Il note les résultats au tableau.</p> <p>$[0/100 ; 1/100[$ $1 = 100/100 = 1000/1000$ Donc, $1000/1000$ et $100/100$ n'appartiennent pas à l'intervalle $[0/100 ; 1/100[$</p> <p>EE4 : « Quelle était la fraction que vous avez choisie ? [Elève : Euh !... Mille millièmes !]... <i>Mille millièmes</i> ! [EE4 écrit : 1000/1000]... Alors, moi je pose la question à tout le monde [Elève : Ha ! Mais il l'avait attrapée !]... Attends ! Excuse-moi ! <i>Mille millièmes</i> !... A la suite des questions... des réponses données par Jonathan, il a dit : « Elle est entre zéro centième et un centième »... Est-ce qu'elle est <i>bien</i> entre zéro centième et un centième ? Lucas... ? [Lucas : Non !]... Pourquoi ? [Lucas : Parce que zéro centième et un centième, c'est, euh !... C'est plus grand que... D'accord, c'est plus grand que le millième ; mais, mille millièmes, <i>c'est un</i> !]... Alors, <i>mille millièmes, c'est un</i> ! On est d'accord ! [EE4 rajoute : 1 = 1000/1000]... [Lucas : Et pour faire égalité avec euh... avec des centièmes, hé ben, il aurait fallu cent centièmes pour que ce soit entre... ça soit, enfin... Euh !... Cent... quatre-vingt-dix-neuf centièmes, et [...]] Et cent centièmes... pour que ça soit juste !]... Qu'est-ce que tu en penses, Eulalie ? [Eulalie : Ben, en fait, on s'est trompé !]... Ha, vous vous êtes trompés ! <i>Effectivement</i> ! Est-ce que tout le monde comprend ce que dit Lucas ? Lucas dit : « Si la fraction « mille millièmes », c'est un ; en centièmes, c'est... ? [Elève : Cent !]... C'est combien ? Cent centièmes ! [EE4 complète l'égalité : $1 = 1000/1000 = 100/100$]... Et cent centièmes, <i>ça n'est pas</i> entre zéro et un ! »</p> <p><u>Dans l'intervalle [...], la première borne appartient à l'intervalle mais pas la seconde</u> $[40/100 ; 100[$ signifie que $40/100$ appartient à l'intervalle mais pas $100/100$. La fraction encadrée par l'intervalle $[99/100 ; 100/100[$ est $99/100$. $100/100$ n'appartient pas à l'intervalle $[99/100 ; 100/100[$ mais à $[100/100 ; 101/100[$.</p> <p>EE4 : « Quand on écrit un intervalle... [EE4 écrit $[40/100 ; 100/100[$]... <i>On s'est mis d'accord, le premier jour... pour dire que cette borne là appartient à l'intervalle ; et celle-ci n'appartient pas... [EE4 montre successivement la borne inférieure $40/100$ et la borne supérieure $100/100$] [...]] Pour attraper cent centièmes, il aurait fallu poser la question et désigner quel intervalle ? Est-ce que la fraction est entre... quelle borne et quelle borne ? [Elève : Quatre-vingt-dix-neuf centièmes et cent centièmes !]... Pour l'attraper ?! ... Est-ce que, si je pose la question : « La fraction est entre quatre-vingt-dix-neuf et cent centièmes ? », est-ce que je l'attrape ? [EE4 écrit : 99/100 ; 100/100] ... [Elèves : Ha non ! Elle n'est pas attrapée !... Non !]... Si on me dit : « oui », j'attrape... Si j'attrape une fraction, j'attrape <i>quelle</i> fraction ? [Elève : Quatre-vingt-dix-neuf centièmes !] [...] Quelle est la question qu'il faut poser pour attraper cent centièmes ? Une question... [Elève : Entre cent centièmes et cent un centièmes !]... Alors, est-ce qu'elle est entre cent centièmes, et ?... cent centièmes, et... ? Cent un centièmes... [EE4 écrit : 100/100 ; 101/100] [...] Alors là, oui, elle est attrapée ! [...] [Elève : Ils auraient dû quand même dire oui à quarante centièmes et cent centièmes !]... Ha non !... [Elèves : Non !... A cent centièmes, tu ne l'aurais pas !] [Elève : Oui, mais elle est encadrée !]... Non ! parce que, cent centièmes ne fait pas partie de l'intervalle... »</i></p>	CR01 – E

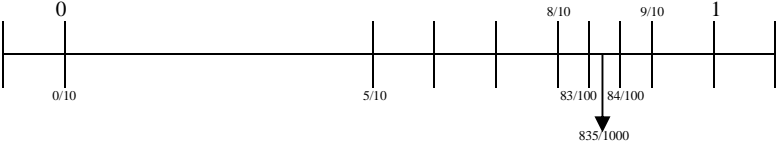
EE4 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Suite du jeu	CF04 CF03 CF03	<p>Pour savoir si $99/1000$ appartient à $[99/100 ; 100/100]$, il faut avoir les mêmes dénominateurs. $99/100 = 990/1000$ et $100/100 = 1000/1000$</p> <p>Il y a dix millièmes dans l'intervalle $[990/1000 ; 1000/1000]$</p> <p>EE4 : « Alors, je vous demande : est-ce que quatre-vingt-dix-neuf millièmes est bien entre quatre-vingt-dix-neuf centièmes et cent centièmes ? [...] [Long silence des élèves]... Camille ? [Camille : Non, parce que, en fait, ce qu'il faut, là, c'est rajouter un zéro à chaque... à chaque... Il faut rajouter un zéro à quatre-vingt-dix-neuf ; et un zéro à... à cent. Comme ça, ça va me faire neuf cent... Neuf cent quatre-vingt-dix cent... Euh ! Millièmes ! Comme ça, je pourrai avoir à la même... le même euh ! ... le même dénominateur...]... Non ! Le même <i>dénominateur</i> ! Donc, toi, tu veux écrire <i>les bornes</i> de l'intervalle en... ? [Elève : Centièmes !]... Millièmes ! [Même élève : Euh ! Millièmes, pardon !]... Elles sont en centièmes : d'accord ! [...] [Elève : Je mets un zéro à cent et à cent... à l'autre fraction. Ça me fait encore des millièmes. Là, ça me fait une unité... Cent... cent, euh ! ... Après, tu rajoutes un zéro : ça va faire mille millièmes]... Alors, cent centièmes ou mille millièmes, c'est un ! [Elève : Une unité !]... D'accord... Alors, <i>mille millièmes</i> ! [EE4 trace une droite sur laquelle il place 0, 1 et 1000/1000]... [Elève : Et, après, je sais que c'est neuf cent... neuf cent quatre-vingt-dix millièmes ; et neuf cent quatre-vingt-dix, c'est... un petit peu moins... Voilà !] [EE4 place sur la droite la fraction 990/1000]... [Elève : ... Neuf cent quatre-vingt-dix millièmes ! Et... et... <i>Entre</i>, je sais qu'il y a dix ! Enfin... il y a dix... Il y a dix... Il y a dix, euh !... Il y a dix, euh !... comment... ! Il y a dix centièmes... Enfin, il y a dix...]. Attends, attends !!! De neuf cent quatre-vingt-dix millièmes à mille millièmes, il y a combien ? [Elève : Ben, dix !]... Dix quoi ? [Elève : Dix, euh !... Dix millièmes !]... <i>Dix millièmes</i> !... Pourquoi, Benjamin ? Pourquoi il y a dix millièmes ?... De neuf cent quatre-vingt-dix <i>millièmes</i> à mille <i>millièmes</i> ?! [Benjamin : Parce qu'on a ... on a... On a transformé en millièmes ! Et de quatre-vingts... de quatre-vingt-dix... De quatre-vingt-dix à mille...]. Non ! Il n'y a pas quatre-vingt-dix ! [Même élève : Enfin, oui, neuf cent quatre-vingt-dix à mille, il y a dix !]... On est bien d'accord ?!... [Elève : C'est obligé que de faire des millièmes, puisqu'on a transformé en millièmes !]... Oui ! Là, il y en a dix ! De neuf cent quatre-vingt-dix à <i>mille</i>... Neuf cent quatre-vingt-dix <i>plus dix</i>, ça fait mille ! [EE4 montre successivement les fractions 990/1000 et 1000/1000]...</p>  <p>CF03</p> <p>$99/1000$ n'appartient pas à l'intervalle $[99/100 ; 100/100]$, car $99/100 = 999/1000$ et $99/1000 < 990/1000$</p> <p>EE4 : « Est-ce que quatre-vingt-dix-neuf millièmes est là ? [Elèves : Non ! Non !] [...] Eulalie, tu as compris ce qu'elle a expliqué ? [Eulalie : Oui !]... Oui ?... Qu'est-ce que tu peux dire, alors, de <i>l'intervalle</i> ? Est-ce que la fraction est bien dans l'intervalle qu'ils ont trouvé ? [Eulalie : Ben, non !]... Hé ben non !... Quatre-vingt-dix-neuf millièmes <i>n'est pas</i> entre neuf cent quatre-vingt-dix millièmes et mille millièmes... »</p>	
	CF01	<p>Pour encadrer une fraction il faut l'encadrer entre deux fractions en dixièmes, en centièmes ou entre deux unités qui se suivent. Sinon, la fraction pourra appartenir à l'intervalle mais ne sera pas encadrée.</p> <p>EE4 : « Pourquoi je dis qu'elle n'est pas encadrée entre cinq dixièmes et dix dixièmes ? Elle <i>est</i> entre cinq dixièmes et cinq dixièmes !!! Est-ce que vous comprenez pourquoi elle n'est pas encadrée ?... Parce que Lucas, là, a eu un petit moment de surprise... J'ai dit : « <i>Non</i>, elle n'est pas encadrée ! Elle est <i>bien</i> dans cet intervalle ! [Elève : Parce qu'ils ne savent pas où elle se trouve ?]... Pour l'encadrer, il faut qu'on la place... ? [Autres élèves : Entre deux fractions !... Entre deux fractions... qui se suivent !]... Camille ? [Camille : Par exemple, cinq dixièmes et six dixièmes !]... Par exemple... C'est-à-dire ?!... C'est-à-dire ? Comment on peut expliquer ça ?! [Elève : Par exemple, entre deux intervalles qui se suivent !]... Ha non ! Ce n'est pas deux intervalles ! [Deux autres élèves : Entre deux fractions !]... Mais entre deux... ? [Elève : Entre deux fractions qui se suivent !]... Euh !... Si ce sont des dixièmes, oui ! Deux dixièmes qui se suivent !... On peut le dire comme ça... Si ce sont des centièmes, entre deux... ? [Elèves : Centièmes !... Centièmes !]... Des unités : entre deux unités. D'accord ? »</p>	

EE4 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF01	<p>Les intervalles $[0 ; 1[$ et $[5/10 ; 9/10[$ ne permettent pas d'encadrer une fraction en dixièmes ou en centièmes car les intervalles choisis sont trop grands.</p> <p>EE4 : « Qu'est-ce que je vais dire ? ! [Elèves : Il faut... ! ... S'il n'y a pas deux dixièmes qui se suivent... !]... Alors... Je ne dis pas que c'est faux ! Je dis, simplement qu'elle est dans cet intervalle, mais elle n'est pas encadrée. Eulalie ? [Eulalie : Moi, entre trois et quatre !] [...] Je t'ai déjà dit que l'intervalle était trop grand... Puisque... Il y a combien entre trois et quatre ? [Eulalie : Un ! Une unité !]... Une unité !... D'accord ? »</p>	
Phase de rappel sur la capture de la fraction $835/1000$ (décomposition d'une fraction décimale)	CF03	<p>Pour capturer la fraction $835/1000$, il a fallu l'encadrer :</p> <ul style="list-style-type: none"> - entre deux unités successives : 0 et 1 ; - entre deux fractions en dixièmes successives $8/10$ et $9/10$; - Entre deux fractions en centièmes successives : $83/100$ et $84/100$; - Entre deux fractions en millièmes successives : $835/1000$ et $836/1000$. <p>$8/10 = 80/100$ et $9/10 = 90/100$ $83/100 = 830/1000$ et $84/100 = 840/1000$</p> <p>EE4 : « On va reprendre la fraction que l'on avait tout à l'heure... Huit cent trente-cinq millièmes... Vous vous souvenez ? Celle que vous avez choisie et que vous avez attrapée... On va imaginer... que je veuille <i>représenter</i> cette fraction sur la droite des nombres... [EE4 trace une droite qui traverse le tableau central]... D'accord ? Alors... Cette fraction, elle est entre... ? [Elève : Zéro et un !]... Zéro et un ! Bon !... [EE4 rajoute 0 et 1]... On est d'abord allé... Qu'est-ce que vous avez trouvé, tout à l'heure ?... Si je veux la... représenter de zéro à un ? Si je veux tracer un ruban, qui... dont la longueur du ruban serait huit cent trente-cinq millièmes ? D'accord ? Il faut que j'aïlle jusqu'où pour tracer le ruban, d'abord ? Qu'est-ce que vous aviez attrapé ? Vous vous souvenez ? [Silence]... Comment vous l'aviez attrapée, huit cent trente-cinq millièmes ?... [Elève : En faisant... entre huit cent trente-cinq millièmes et huit cent trente-six millièmes ?]... Mais avant ! On avait transformé – rappelez-moi ! – on n'avait pas commencé par des millièmes, pour l'attraper !... On avait commencé par quoi ? [Elèves : Par des dixièmes !]... Par des dixièmes ! Bon !... Alors vous l'aviez attrapé... Vous l'aviez d'abord encadrée entre... ? Combien de dixièmes et combien de dixièmes ?... Dans quel intervalle vous l'aviez d'abord encadrée, en dixièmes ?... [Elève : Entre cinq et dix... ?]... D'abord vous l'aviez attrapée... Alors, on avait dit, entre cinq et dix ; ensuite ? [EE4 place 5/10 sur la droite]... [Elève : Entre zéro et trois ?]... Ho, ça, sûrement pas !!! On parle des dixièmes ! [Elève : Ha oui !] [...] Allez ?!... On ne sait plus ?... Alors... Ben, réfléchissez avec votre voisin ; dites-moi, en dixièmes, dans quel intervalle elle est !... Allez ! [EE4 écrit : [/10 ; /10[] [...] [Eloïse : Entre zéro et un ?]... On est bien d'accord : elle est entre zéro et un ; d'accord ! Maintenant, en dixièmes, dans quel intervalle elle est ? [Elève : Entre zéro dixième et un dixième...]... Hé bien, voyez avec le voisin. Essayez de résoudre ce problème ! [...] Benjamin ? [Benjamin : Entre huit dixièmes et neuf dixièmes !]... Alors... « Entre huit dixièmes et neuf dixièmes », propose Benjamin. Est-ce que c'est juste ? [EE4 complète son encadrement : $[8/10 ; 9/10[$] [Elèves : Oui !... Oui !]... Est-ce qu'on est d'accord ! Pourquoi ?... Je ne vous crois pas ! Pourquoi ?!... Pourquoi ? Prouvez-le !... Léa, pourquoi est-ce que tu es d'accord avec ça ? [Silence de Léa ; un élève murmure : Parce que c'est juste !]... Lisa ? [Lisa : Parce que ça commence par... c'est... C'est, forcément, entre huit et neuf !]... Oui, mais entre huit et neuf quoi ?! ... [Elève : Dixièmes]... Pourquoi ?!!! [EE4 rajoute deux flèches en dessous de $8/10$ et $9/10$]... [Elève : Parce que, si on fait euh !... Parce que, si on fait huit fois cent, ça fait huit cent ; et neuf fois cent, ça fait neuf cent !]... C'est à dire ?!... Comment on peut écrire huit dixièmes ?... Comment on peut l'écrire ?... Léa ? [Léa : Huit cent millièmes ?]... Mais bien sûr !!! Huit cent millièmes... [EE4 rajoute 800/1000 en dessous de la première flèche]... Et neuf dixièmes ? [Elève : Quatre-vingts !]... Réfléchis, réfléchis ! [Autre élève : Neuf cent millièmes !]... Neuf cent millièmes ! [EE4 rajoute 900/1000 en dessous de la seconde flèche]... Alors, c'est bien vrai que huit cent trente-cinq millièmes est bien entre huit cent millièmes et neuf cent millièmes... [EE4 place 8/10 et 9/10 sur la droite]...</p> 	CR05 – A

EE4 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel sur la capture de la fraction 835/1000		<p>(Suite)</p> <p>EE4 : « Donc, on l'a bien attrapée entre... D'abord, on l'a encadrée entre huit dixièmes et neuf dixièmes. Ensuite ?... Rappelez-vous ? [...] Ben, il y en a beaucoup, là, des fractions... ?! [EE4 montre, sur la droite des nombres, l'intervalle $[8/10 ; 9/10]$]... Jonathan ? [Jonathan : Entre huit cent trente millièmes...]... Est-ce qu'on avait d'abord posé des questions ?... Après les dixièmes, est-ce qu'on était passé directement aux millièmes ? [Elèves : Non !... Non !]... Lucas ? [Lucas : On a pris... on a... c'était entre... quatre-vingt-trois millièmes...]... Quatre-vingt-trois centièmes ! Et euh !... quatre-vingt-quatre centièmes !... Alors, quatre-vingt-trois centièmes et quatre-vingt-quatre centièmes... [EE4 écrit en dessous de l'intervalle $[8/10 ; 9/10]$, après avoir effacé les flèches et les fractions $800/1000$ et $900/1000$: $[83/100 ; 84/100]$]... Est-ce qu'il a raison de proposer cet intervalle ? Est-ce que c'est bien l'intervalle qu'on avait proposé tout à l'heure ? [Elèves : Non !]... Alors, il faut justifier ! [...] Quatre-vingt-trois centièmes : est-ce qu'elle est bien dans cet intervalle, la fraction ? [...] [Elève : Oui, elle est bien dans cet intervalle. Parce que, quand tu convertis quatre-vingt-trois centièmes, ça fait huit cent trente millièmes ; et quatre-vingt-quatre centièmes, ça fait huit cent quarante millièmes... [EE4 place des flèches et écrit en dessous de $[83/100 ; 84/100]$: $[830/1000 ; 840/1000]$]... Et on voit bien que huit cent trente-cinq millièmes, c'est entre huit cent trente millièmes et... !]... Donc ensuite... On l'avait encadrée entre huit dixièmes et neuf dixièmes... Et ensuite on l'a encadrée entre quatre-vingt-trois centièmes et quatre-vingt-quatre centièmes [EE4 place sur la droite $83/100$ et $84/100$]... puis il épaisit à la craie l'intervalle compris entre ces deux fractions)... D'accord ? Ensuite... ? Quel intervalle vous avez proposé, pour l'attraper ? Eloïse, tu te rappelles ? [Eloïse : Heu, oui !... Entre huit cent trente-cinq millièmes et entre huit cent trente-six millièmes]... [EE4 écrit : $[835/1000 ; 836/1000]$]... »</p> <p>Des élèves font remarquer que ce n'était pas l'intervalle qui avait été retenu. EE4 leur fait comprendre que, même si ce n'est pas le cas, Eloïse a raison de dire que c'est dans cet intervalle, puisque c'est vrai.</p> <p>EE4 : « Donc [EE4 tire une flèche entre l'intervalle $83/100 / 84/100$ de la droite, et écrit en dessous : $835/1000$]... »</p> 	
	CF06	<p>La fraction $835/1000$ correspond, sur la droite numérique, à l'addition des intervalles $[0 ; 8/10]$, $[8/10 ; 83/100]$ et $[83/100 ; 835/1000]$, soit : $8/10 + 3/100 + 5/1000$</p> <p>$8/10 = 80/100$; $83/100 = 830/1000$.</p> <p>EE4 : « [EE4 trace au-dessus de la droite l'intervalle $[0 ; 8/10]$]... On a, ici... ?! [EE4 montre le point d'abscisse $8/10$]... [Silence]... Qu'est-ce qu'on a, là ? On arrive à... ? Huit dixièmes ! D'accord ? Je situe la fraction... Ensuite... Ici, huit dixièmes, vous êtes d'accord ? [EE4 écrit au-dessus de l'intervalle : $8/10 ; 83/100$] ?... De huit dixièmes, on est allé à... ?! Ensuite, on a demandé entre quatre-vingt-trois centièmes et quatre-vingt-quatre centièmes. Qu'est-ce qu'on a, ici ? Quel est... Quel est l'écart de cet intervalle ? [Silence]... Huit dixièmes, vous m'avez dit que c'était combien... en centièmes [EE4 montre sur la droite le point d'abscisse $8/10$] : quatre-vingt-centièmes ! Alors, deux ! Quatre-vingts centièmes à quatre-vingt-trois centièmes, on a combien, là ? [Elève : Trois !]... Trois quoi ? J'entends « trois », mais... ! Trois quoi ? [Elève : Trois dixièmes ?]... Huit dixièmes ou quatre-vingts... ? [Elève : Centièmes !]... [EE4 écrit en dessous de $8/10$ sur la droite : $80/100$]... Et je vais à quatre-vingt-trois centièmes [EE4 montre le point d'abscisse $83/100$]... de quatre-vingts centièmes à quatre-vingt-trois centièmes... Peut-être qu'il faudrait que je mette d'autres couleurs... Là, il y a... [EE4 épaisit l'intervalle $[8/10 ; 83/100]$ à l'aide d'une craie de couleur]... [Elèves : Trois centièmes !... Trois centièmes !]... Trois centièmes ! [EE4 trace une accolade au-dessus de l'intervalle $[8/10 ; 83/100]$, et écrit : $3/100$]... J'ai huit dixièmes. Là, j'ai trois centièmes... [EE4 montre successivement les valeurs des deux intervalles qu'il vient de représenter au-dessus de la droite]... Et ensuite ? Ici, on est à combien ? On est à... [Elève : Quatre-vingt-trois !]... Quatre-vingt-trois... centièmes... [EE4 réécrit $83/100$ en dessous de la droite après avoir tiré une longue flèche afin de bien visualiser l'intervalle]... Et de quatre-vingt-trois centièmes, on a, là... [EE4 épaisit sur la droite avec une autre craie de couleur l'intervalle $[83/100 ; 835/1000]$]... Quatre-vingt-trois centièmes, en millièmes : vous m'avez dit que c'était... ? Combien... ? [Elèves : Huit cent trente millièmes !]... Huit cent trente millièmes ! [EE4 rajoute deux zéros : $830/1000$]... A huit cent trente millièmes, on a combien ici ? Huit cent trente millièmes à huit cent trente cinq millièmes ? [EE4 montre successivement les deux bornes de l'intervalle sur la droite] [Elève : Cinq millièmes !]... Cinq millièmes ! [EE4 trace une accolade au-dessus de l'intervalle $[830/1000 ; 835/1000]$ et écrit : $5/1000$]... Ça veut dire que cette fraction... On a utilisé pour la trouver, pour la représenter : huit dixièmes, plus... plus combien ?... Trois centièmes !... Plus ? [Elève : Cinq millièmes !]... Cinq millièmes... Est-ce que ça fait bien... Est-ce que ça fait bien huit cent trente-cinq millièmes ? Vous pourriez me calculer cette opération ? »</p>	CR03 – E CR03 – E

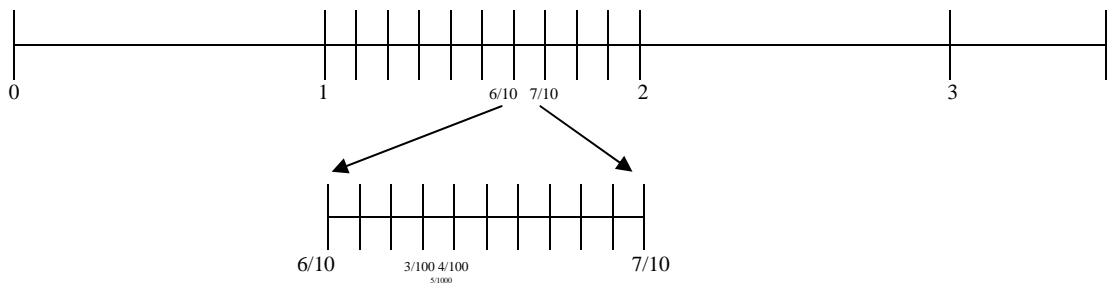
EE4 4^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel de début de séance		<p><u>Le jeu a été amélioré. Une fraction a été décomposée : $835/1000 = 8/10 + 3/100 + 5/1000$</u> <u>On ne peut ajouter dixièmes, des centièmes et des millièmes que si on les convertit</u> EE4 : « Bien... Nous passons à la suite de notre travail sur les fractions... Bien ! Hier, vous vous rappelez ce que nous avons fait... ? [Elève : On a continué le jeu que l'on avait amélioré mardi ?]... Alors, on a continué le jeu qui consistait à encadrer les fractions – on l'avait amélioré – et, à la fin, on a réussi à... ? [Elève : Décomposer !]... <i>Décomposer</i> une fraction ! <i>Alors, c'était la fraction... On avait décomposé la fraction... ? [Elèves : Huit cent trente-cinq millièmes !]... Huit cent trente-cinq millièmes [EE4 écrit : $835/1000$]. Vous vous souvenez, c'était la fraction que vous aviez... que j'avais choisie et que vous aviez... [Elèves : Attrapée !]... <i>attrapée</i>... Vous vous souvenez comment on avait décomposé cette fraction... ? Huit cent trente-cinq <i>millièmes</i>, Daniel ? [Daniel : Huit dixièmes...]. Alors, c'était huit dixièmes, plus... ? [Daniel : Trois centièmes]... Plus... ? [Daniel : Cinq millièmes]... [EE4 écrit au fur et à mesure : $835/1000 = 8/10 + 3/100 + 5/1000$]... C'est bien ça, les autres, vous êtes d'accord ? [Elèves : Oui !] [...] [Camille : Non, parce que tu avais dit qu'on ne pouvait pas ajouter les dixièmes, les centièmes et les millièmes !]... C'est vrai !... Attends ! Mais... Une fois qu'on avait décomposé, qu'est-ce qu'on avait fait, hier ? [Deux élèves : On avait converti !]... On avait converti pour vérifier ! »</i></p>	CR06 – A CR04 – A
Révérification		<p><u>Pour révérifier si $835/1000 = 8/10 + 3/100 + 5/1000$, on peut réduire au même dénominateur.</u> <u>Si on multiplie par cent le numérateur et le dénominateur de huit dixièmes, on obtient huit cent millièmes : $8/10 = 8/10 \times 100/100 = 800/1000$; $3/100 = 30/1000$; $5/1000$</u> $800/1000 + 30/1000 + 5/1000 = 835/1000$ EE4 : « Alors, je vous propose, là, pour voir si Daniel a une bonne mémoire – s'il se souvient bien de ce qu'on a fait hier – on pourrait révérifier... D'accord ?... Comme ça, Camille, tu nous dis : « On ne peut pas ajouter ! » : c'est vrai ! Mais en transformant les fractions, en les réduisant au même... ? [Elève : Dénominateur !]... <i>dénominateur</i>, on va voir si c'est bien juste... Alors, huit dixièmes, c'est égal, Marvin ? [Marvin : Huit millièmes ?]... Attends !... Ce n'est pas égal à huit millièmes, huit dixièmes ?!!! Si je le transforme en millièmes... Lissandra... ? [EE4 trace une flèche en dessous de $8/10$ et écrit : /1000] [Lissandra : Huit cent... millièmes !]... Huit cent millièmes... [EE4 rajoute en dessous de la flèche : 800/1000]... Est-ce qu'on est tous d'accord ? [Elèves : Oui !]... Je multiplie par cent le numérateur et par cent le dénominateur... [EE4 montre successivement le numérateur et le dénominateur de $800/1000$]... Trois centièmes... Erwan ? [EE4 rajoute une flèche en dessous de $3/100$ et écrit : /1000] [Erwan : Euh !... Trente millièmes ?]... Trente millièmes ! [EE4 rajoute : 30/1000]... On est d'accord ! [Elèves : Plus cinq millièmes !]... Cinq millièmes ? [EE4 rajoute une flèche en dessous de $5/1000$ et écrit : 5/1000. Puis il rajoute les signes + entre les différentes réponses données par les élèves]... Huit cent millièmes, plus trente millièmes... plus cinq millièmes, ça fait bien... ? [Elèves : Huit cent trente-cinq millièmes !]... D'accord ! »</p>	CR04 – A CR03 – A
Décomposer une fraction	CF06 CF03	<p>EE4 propose aux élèves de décomposer la fraction $1635/1000$ sur le modèle de $835/1000$. C'est la première fois qu'il les fait travailler individuellement sur le cahier de brouillon.</p> <p><u>$16/10 + 3/100 + 5/1000$ est une décomposition correcte mais incomplète de la fraction $1635/1000$ ($16/10 = 1600/1000$; $3/100 = 30/1000$ et $1600/1000 + 30/1000 + 5/1000 = 1635/1000$). La décomposition complète est : $1 + 6/10 + 3/100 + 5/1000$ ($1635/1000 = 1000/1000 + 635/1000 = 1 + 635/1000$).</u> <u>Mille millièmes égal un.</u> EE4 : « Alors, toi, tu proposes : j'écris : « seize dixièmes »... [EE4 écrit : 16/10]... [Daniel : Plus trois centièmes]... Plus trois centièmes... [EE4 rajoute : $16/10 + 3/100$]... Plus cinq millièmes]... Plus cinq millièmes... [EE4 rajoute : $16/10 + 3/100 + 5/1000$]... Bon... Que pensez-vous, les autres, de cette décomposition de la fraction ?... Eloïse ? [Eloïse : Ben, elle est juste, mais ce n'est pas comme ça qu'il faut... !] Alors, toi, tu pen... C'est juste, d'abord ! Est-ce que vous êtes tous d'accord, avec... ? C'est bien juste ! Seize dixièmes, ça fait... ? [Elève : Mille six cent... millièmes]... On est d'accord ! Ça fait mille six cent millièmes... [EE4 écrit en dessous de $16/10$: 1600/1000]... Vous êtes d'accord ? [Elève : Oui]... Trois centièmes, Erwan, c'est combien ? [Erwan : Trente millièmes ?]... Articule bien ! [Erwan : Trente millièmes !]... Trente millièmes... [EE4 écrit en dessous de $3/100$: 30/1000]... Donc, c'est bien une décomposition... Et alors, Eloïse, tu dis : « Oui, mais la décomposition n'est pas complète ! ». Pourquoi ? [...] [Autre Elève : C'est parce qu'il n'a pas décomposé mille six cent ?]... C'est-à-dire qu'il n'a pas... ? décomposé seize dixièmes... D'accord ! [...] Comment je peux le décomposer, seize dixièmes ? Marvin ? Alors, seize dixièmes – donc on a vu que c'était juste –, toi tu dis que c'est... ? Un... ?! [Marvin : Plus six dixièmes, plus trois centièmes, plus cinq millièmes !]... Alors, après : plus trois centièmes, plus cinq millièmes... [EE4 écrit au fur et à mesure : $1 + 6/10 + 3/100 + 5/1000$]... Est-ce que vous êtes d'accord ?... [Elève : Oui !]... avec ce que... Pourquoi est-ce que c'est vrai ? Pourquoi est-ce que seize dixièmes, c'est la même chose que un plus six dixièmes ? [...] Océane ? [Océane : Ben, parce que mille millièmes, c'est une unité...]. Alors, mille millièmes, c'est une unité : d'accord ! Donc, ce serait cette unité-là ? [EE4 montre l'unité dans l'écriture : $1 + 6/10 + 3/100 + 5/1000$]... Oui... [Océane : Et... Et en fait euh !... Mille millièmes, c'est l'unité. Et après, il nous reste six cent trente-cinq : ça dépasse. Donc, on essaie de la décomposer et... Voilà !] »</p>	

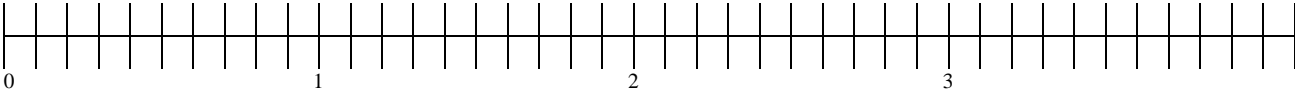
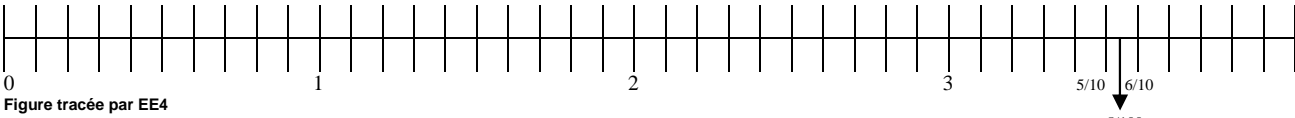
EE4 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Décomposer une fraction	CF06	<p><u>La décomposition complète est $1 + 6/10 + 3/100 + 5/1000$, car $10/10 = 1$; donc $16/10 = 10/10 + 6/10 = 1 + 6/10$</u></p> <p>EE4 : « D'accord ! Mais je crois que... [Océane : C'est pareil que là !]... Attendez ! ma question était : « Voici la proposition de Daniel : seize dixièmes ». Marvin nous dit : « Ben, on écr... On décompose seize dixièmes en un plus six dixièmes... » Vous êtes d'accord ? C'est bien la même chose ? [Elève : Oui !]... Pourquoi ?!... Ce n'est pas très compliqué ! [...] [Elève : Ben, seize dixièmes, on peut le décomposer en dix dixièmes...]. Ha !... [Elève : Un ! Et après, on fait six di... six dixièmes !]... Vous êtes d'accord ? Seize dixièmes, c'est bien dix dixièmes... [Même élève : Dix dixièmes ; et ça fait un !]... plus six dixièmes... Et dix dixièmes, ça fait... ? [Elève : Un !]... Un ! [EE4 écrit au fur et à mesure sur le panneau gauche du tableau : 10/10 + 6/10. Puis il entoure 10/10, trace une flèche en dessous et écrit : 1 ! Donc, c'est bien la même chose... D'accord ! »</p>	
	CF06	<p><u>Représenter 1635/1000 sur une droite numérique, revient à placer et additionner les différentes valeurs des chiffres du numérateur :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - <u>Commencer par placer 1 sur la droite, car 1635/1000 est entre 1 et 2 ($1635/1000 = 1000/1000 + 635/1000$ et $1000/1000 = 1$; de plus, $635/1000 < 1$).</u> - <u>Ajouter 6/10 à l'unité en partageant en dix l'intervalle [1 ; 2].</u> - <u>Ajouter 3/100 à 6/10 en partageant en dix l'intervalle [1 + 6/10 ; 1 + 7/10]</u> - <u>Placer 5/1000 au milieu de l'intervalle [1 + 6/10 + 3/100 ; 1 + 6/10 + 4/100]</u> <p>EE4 : « Qui est-ce qui pourrait... [EE4 trace un grand trait qui traverse le tableau central]... venir me <i>dire</i> où se trouve cette fraction sur la droite des nombres – vous savez, la droite... [EE4 rajoute les points d'abscisses 0, 1, 2, 3]... Bon ! On continue... Je ne sais pas si !... D'abord, elle est entre quel nombre entier et quel nombre entier et quel nombre entier ? [Silence des élèves]... Lissandra ? Mille six cent trente cinq millièmes ?... [Lissandra : Entre un et deux !]... Entre un et deux ! Comment tu le sais qu'elle est entre un et deux ? [Lissandra : Parce que, quand tu fais mille millièmes, hé ben, ça fait un... et... Hé ben, six cent trente-cinq, tu ne dépasses pas de... Tu ne dépasses pas de mille millièmes...] D'accord ! regardez ! On a bien une unité ? [EE4 montre l'unité de l'écriture : $1 + 6/10 + 3/100 + 5/1000$]... Donc elle est bien entre un et deux... [EE4 partage le segment [1 ; 2] en dix parties égales]... Bon ensuite alors... ? Un !... [EE4 trace une accolade en dessous du segment [0 ; 1]]... Voici un. <i>Après</i>, qu'est-ce qu'il faut que je... <i>compte</i> ? Pour la <i>placer</i> sur la droite ? [Elève : Six dixièmes !]... <i>Six dixièmes</i> ! [EE4 place le point d'abscisse 6/10]... Six dixièmes... Ensuite ? [Elève : Il faudrait qu'on... Il faudrait qu'on l'agrandisse !]... Ensuite ? Benjamin ? [Benjamin : Trois centièmes !]... Trois centièmes : alors, là, euh ! ça va être... ! [Elève : Il faut agrandir le morceau !]... Il faudrait agrandir, comme tu dis, <i>pas le morceau</i> ! Il faudrait agrandir quoi ? Quel intervalle ? [Elève : Six dixièmes et sept dixièmes !]... <i>L'intervalle</i> six dixièmes / sept dixièmes... [EE4 rajoute sur la droite numérique le point d'abscisse 7/10]... Donc, si je l'agrandis... six dixièmes – vous vous rappelez ce qu'on a fait hier ? – sept dixièmes... On le partage en combien ? [Elève : Dix !] [EE4, en dessous de la droite numérique, agrandit le segment [6/10 ; 7/10], écrit : 6/10, 7/10 et partage à son tour le nouveau segment en dix parties égales]... Voilà... Et donc, là, il faut que je place combien ? [Elève : trois centièmes !]... <i>Trois centièmes</i>... [EE4 place sur l'agrandissement le point d'abscisse 3/100]... [Elève : Il faudrait encore qu'on agrandisse pour placer cinq millièmes !]... Alors, un, six dixièmes, trois centièmes... [EE4 repasse successivement sur les segments [0 ; 1] et [1 ; 1 + 6/10] de la première droite numérique, puis sur le segment constitué par l'agrandissement de [6/10 ; 7/10]]... Il faudrait ! Mais, ici, j'ai... [Elève : Ha, ben, on prend la moitié !]... Ha, ben voilà ! On prend la moitié ! Donc, elle est entre trois centièmes et quatre centièmes : cinq millièmes, c'est la moitié. Donc on pourrait dire que c'est... Voilà ! [EE4 place le point d'abscisse 5/1000 au milieu du segment 3/100 ; 4/100] de l'agrandissement]... Bon ! On ne va pas agrandir. D'abord, parce que c'est un petit peu difficile ; et puis, c'est, quand même, un peu approximatif... D'accord ? Bon, est-ce que vous avez compris comment on peut la représenter et comment on peut savoir où elle se trouve, la fraction ? Bien ! »</p>	

Figure tracée par EE4



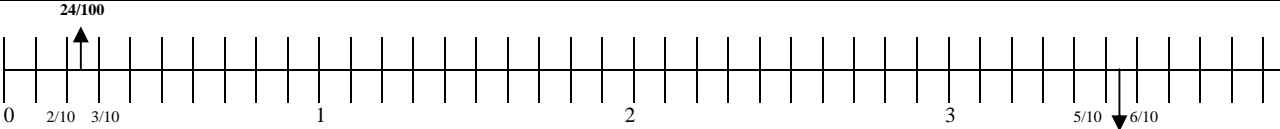
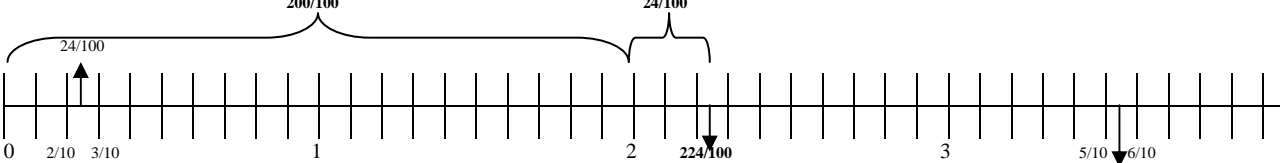
EE4 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Nouvelle partie		355/100 EE4 demande de représenter la droite et d'indiquer où se trouve la fraction. Travail individuel sur le cahier de brouillon. EE4 conseille aux élèves de décomposer la fraction avant de la placer.	
<p>Figure tracée par EE4</p> 			
<p>Décomposition d'une nouvelle fraction 355/100 Placement sur la droite numérique</p>	<p>CF03 CF06</p> <p>CF06</p>	<p>$300/100 = 30/10 = 3$; $50/100 = 5/10$ $355/100 = 300/100 + 50/100 + 5/1000 = 3 + 5/10 + 5/100$</p> <p>Si on veut représenter la fraction, on sait qu'il faudra compter trois unités et qu'elle est entre trois et quatre.</p> <p>EE4 : « Alors, je vous écoute : trois cent cinquante-cinq centièmes, vous le décomposez comment ? Erwan, comment tu as décomposé trois cent cinquante-cinq centièmes ? [...] Erwan, trois cent cinquante-cinq centièmes : dans trois cent cinquante-cinq centièmes, qu'est-ce qu'il y a ? [Erwan après un long silence : Il y a... trois cent centièmes ?]... Ha oui, oui ! Il y a trois cent centièmes ! Ça, tu... tu... Tu as raison ! Et puis ? [EE4 écrit : 300/100] [...] [Erwan : Cinquante dixièmes ?]... Ho, je ne crois pas ! Ce sont des centièmes : trois cent cinquante-cinq centièmes !... Cinquante centièmes, et puis... ? [EE4 rajoute : $300/100 + 50/100$] [Erwan : Cinq centièmes...] [EE4 rajoute : $300/100 + 50/100 + 5/100$]... Et alors ?!... On ne peut pas écrire plus simplement certaines de ces fractions, là ? Benjamin ? [Benjamin : Trente-cinq dixièmes plus cinq centièmes...]... Oui mais attends !... Oui, mais là, on va prendre les fractions que nous a proposées euh !... Erwan... [Benjamin : En dixièmes ?]... Trois cent centièmes : toi, tu proposes ? [Benjamin : Trente dixièmes ?]... Trente dixièmes ! D'accord ! [EE4 trace une flèche en dessous de $300/100$ et écrit : 30/10]... Et... et... Ou alors ?!!! Trente dixièmes ? [Elève : Trois ?]... Ha ben trois, tout simplement ! [EE4 trace une flèche sous $30/10$ et écrit : 3]... Ça veut dire... Qu'est-ce que ça veut dire, ça ? [Elève : Que c'est sur...]... Ça veut dire, que si je place la fraction, il faudra, déjà, que je compte... ? [Elève : Trois et quatre !]... Trois quoi ? [Elèves : Trois unités !]... Trois unités ! Donc la fraction est entre quel nombre et quel nombre ? Entre trois et quatre ! Déjà, ça va nous aider... Bon !... Et cinquante centièmes, Erwan, on ne peut pas l'écrire plus simplement ? [Erwan : Cinq dixièmes ?]... Ha ben cinq dixièmes ! [EE4 trace une flèche sous $50/100$ et écrit : 5/10]... Alors, quelle est la décomposition de la fraction que tu peux écrire ? [Erwan : Trente-cinq dixièmes ?]... Ben, trois, plus... ? [Elève : Cinq dixièmes !]... Cinq dixièmes, plus... ? [Elève : Plus cinq centièmes !]... Ha ben oui : plus cinq centièmes... Il ne faut pas les oublier ! [EE4 écrit au fur et à mesure : $300/100 + 50/100 + 5/100 = 3 + 5/10 + 5/100$] »</p> <p>$355/100$, c'est entre $3 + 5/10$ et $3 + 6/10$.</p> <p>EE4 : « Alors, Erwan, tu crois que tu pourrais la placer, maintenant, sur la droite, à peu près ?... [Erwan : Oui...]... Viens au tableau ! Les autres, regardez pour voir si... Si on est d'accord avec ce qu'il fait [...] [Erwan repère successivement sur le segment [3 ; 4] les trois unités, puis cinq dixièmes qu'il confond avec quatre dixièmes. EE4 l'aide à corriger. Puis Erwan justifie la suite de sa recherche] [Erwan : Comme on voit qu'il y a des centièmes, ça fait plus loin de... Ça va faire un peu plus loin ; donc, un peu plus ici... ?]... Qu'est-ce que vous pensez de ce qu'il... Attends, je vais l'écrire pour qu'on voie... Pardon... Ici, c'est bien... [Elèves : Trois cent cinquante-cinq !]... cinq dixièmes [EE4 place le point d'abscisse 5/10 sur le segment [3, 4]] [...] Ici ? [Erwan : Six dixièmes !]... C'est six dixièmes... ! [EE4 place le point d'abscisse 6/10 sur le segment [3, 4]]... Et moi, il faut que je place, entre les deux... ? [Elève : Cinq...]... cinq centièmes ! Il dit : « C'est à peu près par là ! »... [Erwan : Parce que c'est au milieu !]... Ha ! C'est au milieu ! Vas-y, prends une craie de couleur ! prends la craie rouge ! [Erwan place le point d'abscisse 5/100 sur le segment [5/10 ; 6/10]] [...] Trois cent cinquante-cinq centièmes ! On est d'accord ? [Elèves : Oui !] »</p>	
<p>Figure tracée par EE4</p> 			
Nouvelle décomposition 24/100		EE4 demande aux élèves de placer la fraction sur la même droite des nombres, une fois décomposée. Travail individuel sur le cahier de brouillon.	

EE4 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Nouvelle décomposition 24/100	CF03 CF08 CF03	<p><u>$24/100 \neq 2 + 4/10$, car $2 = 200/100$ et $4/10 = 40/100$; $200/100 + 4/10 = 240/100$ et $240/100 \neq 24/100$</u></p> <p><u>Dans $24/100$, 100 c'est l'unité et 24, c'est ce que l'on prend ; donc c'est moins que 100/100, donc moins que un. $24/100 < 100/100$ et $100/100 = 1$.</u></p> <p>EE4 : « Eloïse, comment tu as décomposé cette fraction ? Posez vos stylos et regardons, qu'on se mette d'accord... Alors, vingt-quatre centièmes... [EE4 écrit : 24/100]... [Eloïse : J'ai fait deux unités...]... Alors, tu as écrit que c'était... c'était la même chose que deux... ? [Eloïse : Et quatre dixièmes !]... Plus quatre dixièmes... [EE4 rajoute : $24/100 = 2 + 4/10$]... Tu es certaine de ceci ? C'est bien deux, plus quatre dixièmes ?... Pourquoi ?... [Autre élève : Ben c'est faux...]... <i>Ha ! C'est faux !</i> [Même élève : Parce qu'en fait, cent... cent, c'est l'unité ! Vingt-quatre, c'est plus petit !] [EE4 trace une flèche sous le nombre 2] [Rappel à l'ordre]... Alors, qu'est-ce qui se passe, là ?! Qui m'explique, clairement, ceux qui ne sont pas d'accord, pourquoi on n'est pas d'accord ?! Sébastien ? [Sébastien : Ben, parce que c'est... c'est vingt-quatre ! Et que l'unité, c'est cent centièmes !]... Ça veut dire que deux – si je l'écris en centièmes, en fraction... [Elève : ça fait deux cent !]... deux, c'est... ? Deux cent... ? [EE4 écrit en dessous de la flèche : 200]... Deux cent quoi ?! [Elèves : Centièmes ! Euh oui ! Centièmes !]... Deux : deux cent centièmes... [EE4 rajoute : 200/100]... Et quatre dixièmes... ? [EE4 trace une flèche sous 4/10]... Si je veux l'ajouter, il faut que je le transforme en... ? <i>En quoi ?</i> [Elèves : En centièmes !]... En centièmes ! Alors, ça fait combien de centièmes, quatre dixièmes ?... [EE4 trace la barre de fraction en dessous de la flèche : /]... Louise ? [Louise : Quarante !]... Quarante centièmes ! [EE4 rajoute : 40/100]... <i>Deux cent centièmes</i>, plus quarante centièmes, ça fait ? [EE4 rajoute : $200/100 + 40/100 = /$]... [Silence]... <i>Deux cent centièmes</i>, plus quarante centièmes, si on ajoute ?! ... [Elève : Deux cent quarante centièmes !]... Deux cent quarante... [EE4 rajoute : $200/100 + 40/100 = 240/100$]... <i>Ha oui !</i> Ça ne fait pas... ? [EE4 montre 24/100 dans la réponse d'Eloïse : $24/100 = 2 + 4/10$] [Elève : Vingt-quatre centièmes !]... ! Ha oui, je n'ai pas le droit d'écrire ici, le signe égal... [EE4 barre le signe égal : $24/100 \neq 2 + 4/10$]... Ce n'est pas la même chose ! Tu es d'accord Eloïse ? [Eloïse : Oui...]... [Elève : Parce que vingt quatre, c'est moins de... Vingt-quatre, c'est inférieur à cent ; et cent, c'est un]... <i>Ha !</i> [Autre élève désigné également par EE4 : Ça, c'est l'unité ! Et vingt-quatre, c'est tout ce qu'on prend ! Enfin, tout ce qu'on prend... !] D'accord ! L'unité, tu dis, ce serait ? [Même élève : Cent !]... ! Ha oui ! Donc, c'est moins !... Est-ce que tu comprends, pourquoi ça ne va pas ? [Autre élève : Oui] »</p>	
	CF03 CF06	<p><u>$24/100 = 20/100 + 4/100$; $20/100 = 2/10$</u></p> <p><u>$24/100 = 2/10 + 4/100$. Pour représenter $24/100$ il faut d'abord placer deux dixièmes. Deux dixièmes ne peut se placer comme $2 + 2/10$ car quand on décompose $24/100$, il n'y a pas d'unité. Donc la fraction est entre 0 et 1 unité. Deux dixièmes et quatre centièmes c'est entre deux dixièmes et trois dixièmes.</u></p> <p>EE4 : « Bon ! Alors, est-ce qu'on arrive ... Est-ce qu'on peut arriver à décomposer vingt-quatre centièmes, d'une manière exacte ? [EE4 écrit : 24/100 =]... [Elève : Vingt centièmes...]... C'est vingt centièmes, plus... ? [EE4 complète l'égalité : $24/100 = 20/100 +$] [Elève : Quatre dixièmes ?]... Quatre... [EE4 rajoute : $24/100 = 20/100 + 4/100$]... Quatre quoi ?! [Elève : Non ! Centièmes !]... Quatre centièmes... [EE4 rajoute : $24/100 = 20/100 + 4/100$]... Et vingt centièmes, on peut l'écrire plus simplement, peut-être... ? [Elève : Deux dixièmes !]... Deux dixièmes, plus quatre centièmes... [EE4 rajoute : $24/100 = 20/100 + 4/100 = 2/10 + 4/100$]... Tu es d'accord Eloïse ? [Eloïse : Oui...]... Bon, alors, Eloïse, viens nous placer cette fraction sur la droite des nombres ! [Eloïse est en difficulté. EE4 intervient] [...] Alors, qu'est-ce qu'il faut que tu regardes ? Il faut que tu regardes deux... ? [Eloïse : Deux dixièmes ?]... Deux dixièmes et quatre centièmes ! [EE4 montre successivement 2/10 et 4/100 dans l'égalité précédente]... Alors, montre-moi où il y a deux dixièmes ! Sur la droite des nombres... C'est deux dixièmes, ça ? [...] Est-ce que sur la droite numérique, depuis le début, ici, ça représente deux dixièmes ? [EE4 montre sur la droite numérique le segment [0 ; 2 + 2/10] [Elève : Non...]... Qu'est-ce que ça représente ?... Estelle ? [Estelle : Vingt-deux dixièmes ?]... <i>Ha !</i> Ça représente – tout ça – deux... Deux quoi, Eloïse ? [EE4 montre le segment [0 ; 2] sur la droite]... Qui peut l'aider, là ? <i>Deux... ?!</i> Camille ? [Camille : Ben, ça fait deux unités !]... Deux unités, plus deux dixièmes... [EE4 montre le segment [2 ; 2 + 2/10] sur la droite]... Est-ce qu'on a des unités, ici, quand on décompose ? [EE4 montre l'égalité : $24/100 = 20/100 + 4/100 = 2/10 + 4/100$]... [Elèves : Non !]... Est-ce que tu comprends, alors, où se trouvent deux dixièmes ? C'est entre quel nombre entier et quel nombre entier ? [Eloïse : Zéro et un !]... Alors ?... [Eloïse désigne le point d'abscisse 2/10 sur la droite]... Tout à fait ! Ecris-le, là, deux dixièmes ! [Eloïse place sur la droite : 2/10]... Et quatre centièmes, c'est entre deux dixièmes et... ? [Eloïse : Et trois dixièmes !]... et trois dixièmes ! Tout à fait ! Donc, c'est quelque part par là... entre les deux, ici... [EE4 place sur la droite : 3/10. Puis il désigne l'intervalle [2/10 ; 3/10]]... à peu près... [Eloïse désigne un point situé entre 2/10 et 3/10]... D'accord ! Donc, ici, on a... Ecris-le au-dessus... [EE4 place une flèche au-dessus de l'emplacement trouvé par Eloïse. Eloïse écrit au-dessus de la flèche : 24/100, puis semble hésiter]... Bien... Si : vingt-quatre centièmes ! »</p>	

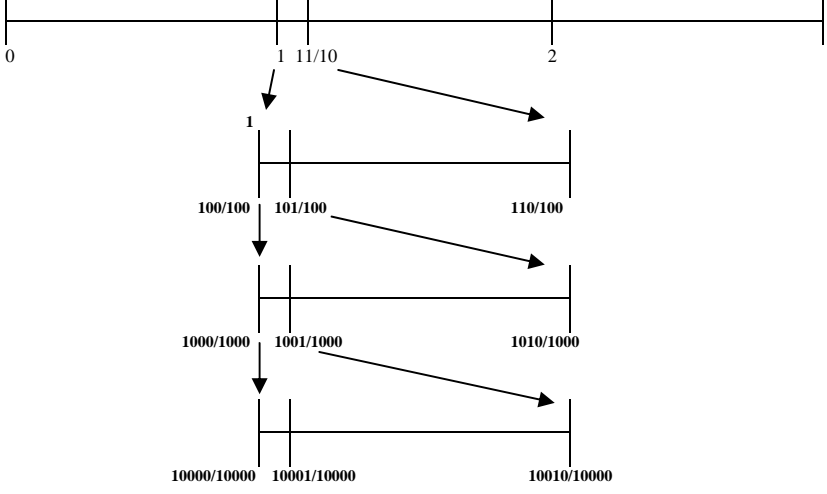
EE4 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
 <p>Figure tracée par EE4</p>			
<p>CF03 CF06</p> <p>$200/100 = 2$; $2/10 = 20/100$ $2 + 2/10 + 4/100 = 200/100 + 24/100 = 224/100$; $2 + 2/10 + 4/100$ ne correspond pas à l'emplacement de $24/100$ car $224/100 \neq 24/100$</p> <p>EE4 : « A l'emplacement qu'elle avait marqué, d'abord... Eloïse... quelle est... Quelle est la fraction qui est là – ce n'est pas vingt-quatre centièmes – mais quelle est la fraction qui serait là ? [EE4 désigne l'emplacement 22/10 initialement choisi par Eloïse] Eulalie ? [Eulalie : Deux cent quarante centièmes ?]... Je... Ici, on a combien, là ? [EE4 trace une accolade au-dessus du segment [2 ; 2 + 2/10 + 4/100]]... [Elève : On a deux dixièmes ! Trois ! Euh ! Trois dixièmes !]... Ben, on a deux dixièmes... Non, c'est... c'est... Voilà ! On a deux dixièmes et puis, à peu près quatre centièmes... [EE4 montre successivement le point d'abscisse 2 + 2/10 et un point situé entre 2/10 et 3/10]... On a vingt-quatre centièmes... [EE4 écrit au-dessus de l'accolade : 24/100]... Mais il faut rajouter... <i>tout ça</i> ! [EE4 trace une seconde accolade au-dessus du segment [0 ; 2] de la droite]... [Elève : Deux unités !]... Ça fait combien, tout ça ? [Elève : Deux cent vingt-quatre !]... Ça fait <i>deux cent centièmes</i>... Est-ce que vous comprenez ça ? [EE4 écrit au-dessus de cette seconde accolade : 200/100] [Elèves : Oui !]... Donc, ici, c'est... ?!... C'est quelle fraction, ici ? [Elève : Deux cent vingt-quatre !]... Deux cent vingt-quatre... ? [Elève : Centièmes !]... centièmes... [EE4 écrit à l'emplacement inexact initialement désigné par Eloïse : 224/100] »</p>			
 <p>Figure tracée par EE4</p>			
<p>Nouveau jeu</p>	<p>CF06</p> <p>CF04</p> <p>CF03 CF06</p>	<p>Cette fois, la classe entière joue contre un élève qui sort dans le couloir tandis que le groupe choisit une fraction : 365/1000. L'élève sorti aura, cette fois, le droit de poser des questions <u>sur la décomposition de la fraction, mais pas sur son encadrement, afin d'attraper la fraction.</u></p> <p><u>1^{ère} partie :</u> EE4 explique à l'élève qui doit trouver la fraction qu'il pourrait poser des questions sur les dixièmes ou les centièmes. L'élève demande s'il y a dix-huit dixièmes !</p> <p>Quand on a une décomposition complète, on ne peut avoir une fraction qui dépasse dix dixièmes.</p> <p>EE4 : « Quand on a la décomposition complète, est-ce qu'on a dix-huit dixièmes ? [Elèves : Non !]... Non !... [Un élève : Non, parce que ça dépasse dix dixièmes !]... <i>Ça dépasse dix dixièmes ! Alors ?</i> »</p> <p>EE4 incite l'élève à écrire ce qu'il a trouvé : 5/1000 6/100 3/10. Il se trompe quand il écrit la fraction : 5630 (il a probablement confondu les signes x et il a ajouté : 5x1000 6x100 et 3x10).</p> <p><u>Pour ajouter des fractions de dénominateurs différents on les réduit au même dénominateur.</u></p> <p>EE4 : « On a <i>tout</i> ce qui compose la fraction. Il faut que j'ajoute tout ça... Que j'ajoute tout ça... Comment on peut faire pour l'ajouter ? [Elève non interrogé : Il faut convertir !]... C'est-à-dire ?... Alors, on ne dit pas « <i>convertir</i> » les fractions ; il faut les <i>réduire</i> au même dénominateur... Oui ! <i>Quel</i> dénominateur ? [Elève au tableau : Des... millièmes ?]... Aux mille ! Ben, vas-y ! »</p> <p><u>2^{ème} partie :</u> La fraction choisie est 9630/1000. L'élève a compris que pour aller plus vite il fallait trouver le dénominateur de la fraction. Il trouve que la fraction est en millièmes. Il écrit : 0/1000. Cette écriture sera en partie la source de son erreur ultérieure. Puis il demande si c'est un millième, deux millièmes, trois millièmes... EE4 lui dit qu'il peut demander le nombre de millièmes. Des réponses fausses sont données. EE4 constate les erreurs de certains élèves et fait repartir l'élève dans le couloir. Puis il fait chercher sur leur cahier la décomposition. Correction collective</p> <p>$9000/1000 = 9$ et $600/1000 = 6/10$ $9630/1000 = 9 + 6/10 + 3/1000$</p> <p>EE4 : « Camille, si je décompose cette fraction, qu'est-ce qu'il y a dans neuf mille six cent trente millièmes ? [Camille : Neuf !]... Alors... mais neuf quoi ?! [EE4 montre le chiffre 9 du numérateur] [Camille : ben, neuf ! Autres élèves : Neuf unités !]... Pourquoi c'est neuf unités, Parce que c'est... ? [Elève : Parce que c'est neuf mille millièmes !] [...] Parce que c'est neuf mille millièmes, d'accord ! [EE4 montre successivement le numérateur et le dénominateur de 9630/1000]... Ensuite ? Qu'est-ce qu'il y a Benjamin ? [Benjamin : Six dixièmes !]... C'est-à-dire : six cent millièmes, c'est bien six dixièmes, d'accord ! [EE4 montre le chiffre 6 du numérateur et esquisse un geste qui embrasse le numérateur et le dénominateur]... Ensuite, Camille ? [...] [Camille : Après, c'est trois centièmes !]... Trois centièmes... Est-ce que ça va maintenant ? [Elèves : Oui !]... Neuf unités, six dixièmes, trois centièmes... [EE4 montre successivement les chiffres 9, 6, 3 du numérateur] »</p>	

EE4 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF03	<p>Une élève remarque que dans 9630/1000, neuf sont les unités, 6 sont les dixièmes, 3 sont les centièmes et 0 sont les millièmes. Mise au frigo de EE4</p> <p>EE4 : « Bon... Ecoute... Ça, on va regarder, tout à l'heure, si c'est vrai, aussi, sur toutes... sur d'autres fractions ! »</p> <p>Une autre élève ne comprend pas la décomposition. Elle conteste l'écriture 6/10 qu'elle veut remplacer par 3 :10 ou 30/10.</p> <p><u>600/1000 = 6/10 : si on enlève deux zéros au numérateur on en enlève aussi deux au dénominateur.</u></p> <p>EE4 : « Six cent millièmes, c'est quoi ? Comment tu peux l'écrire plus simplement ? [EE4 trace une flèche sous 600/1000] [Elisa : Six...]. Six... ? [EE4 écrit en dessous de la flèche : 6/]. Si j'enlève deux zéros, ici, j'en enlève deux là, aussi... [EE4 montre les zéros du numérateur et du dénominateur]... C'est six... ? Six quoi ?!... [Elisa : Dixièmes !]... Six dixièmes ! D'accord ? Et trente millièmes, c'est... ? [Elisa : C'est... Ben...] [EE4 trace une flèche sous 30/1000 ; puis il écrit en dessous de la flèche : 3/]. Trois quoi ? [Elisa : Trois centièmes !]... Trois centièmes... [EE4 opine de la tête et rajoute : 3/100] »</p> <p>9000/1000 + 600/1000 + 30/1000</p> <p style="text-align: center;"> $\begin{array}{ccc} & \downarrow & \downarrow \\ & 6/10 & 3/100 \end{array}$ </p> <p>L'élève demande combien il y a de dixièmes : 6. Il rajoute 6 à l'écriture qu'il avait laissée : 60/1000. Il demande combien il y a de centièmes : 3 ; il rajoute 3 : 360/1000. Il demande combien il y a de millièmes : 0. Il ne rajoute rien et se trompe, puisqu'il a confondu dixièmes et dizaines ; centaines et centièmes ; milliers et millièmes, comme le montre le placement de ses chiffres.</p> <p>EE4 demande aux élèves de l'aider. Les élèves lui disent alors qu'il n'a pas placé les unités. En fait, l'élève a posé deux fois la même question : « Combien de millièmes », alors que la seconde fois il aurait dû demander : « Combien d'unités ? »</p>	
	CF03	<p><u>Pour attraper la fraction il faut demander le nombre de dixièmes, de centièmes et de millièmes qu'elle contient.</u></p> <p><u>9630/1000 = 963/100 : on ne peut pas écrire cette fraction en dixièmes.</u></p> <p>EE4 : « Moi, je voudrais faire une remarque avant que l'on voit si on a encore le temps de faire un jeu [...] La première question que nous a posée Benjamin [...] Est-ce que vous vous souvenez de sa première question [celle de l'élève qui devait trouver la fraction] ? La première, toute première... [Elève : Est-ce que c'est des dixièmes ?]... Oui ! Après, il a demandé : « Est-ce que ce sont des... ? » [Elèves : Centièmes !]... Et après ? [Elèves : Millièmes !]... Et nous, on a répondu... ? [Elèves : Oui !]... Oui, ce sont des millièmes. Alors, moi je pose la question, est-ce que dans cette fraction... il y a bien des millièmes – mais, est-ce qu'on pourrait l'écrire autrement ? [Elèves : Oui !... Oui !...]. Comment on pourrait l'écrire ? Comment on aurait pu l'écrire ? Camille ? [Camille : Euh... Neuf cent... Neuf cent soixante-trois centièmes !]... Oui... Neuf cent soixante-trois centièmes... [EE4 rajoute : 9630/1000 = 963/100]... C'est la même frac... C'est le même nombre. Et on aurait pu aussi l'écrire en... ? [Elèves : Dixièmes !]... centièmes !... Et aussi en dixièmes ? [Elèves : Non !]... Non ? Bien ! »</p>	CR06 – E
	CF06 / CF03	<p>3^{ème} partie : La classe choisit 883/100. EE4 fait décomposer collectivement la fraction décimale.</p> <p><u>Huit cent quatre-vingt-trois centièmes égalent huit cent centièmes, plus quatre-vingts centièmes, plus trois centièmes ; donc : huit unités, huit dixièmes et trois centièmes.</u></p> <p>EE4 : « Bien... Si vous décomposez cette fraction, qu'est-ce qu'il y a dans cette fraction ? Léa ? [Léa : Euh !... Huit cent, euh !... Huit cent centièmes ?]... C'est-à-dire, huit cent centièmes, c'est... ? C'est quel nombre, huit cent centièmes ? [Elève : Huit unités !]... Huit unités, huit cent centièmes ! Tu es d'accord ! Ensuite ?... [Léa : Quatre-vingts centièmes !]... Quatre-vingts centièmes, c'est-à-dire ? [Léa : Huit dixièmes !]... Huit dixièmes ! Et enfin ? [Léa : Trois centièmes !]... Trois centièmes !... D'accord ? »</p> <p>L'élève pose des questions pour connaître le nombre de centièmes. EE4 l'incite à poser des questions « plus rapides » et demander combien il y a de centièmes. Puis combien de dixièmes et d'unités. Elle obtient les réponses suivantes et les écrit : 3/100 ; 8/10 ; 8. Elle complète correctement sa fraction : 883/100. Une élève constate qu'elle a posé deux fois le même type de questions ; donc il faut éviter les questions inutiles ; le second remarque que, puisqu'elle avait demandé si la fraction était en dixièmes et en millièmes et qu'elle avait obtenu une réponse négative, la fraction ne pouvait qu'être en centièmes. EE4 va rebondir sur cette remarque en constatant que c'est une « question intéressante ».</p>	
		<p><u>L'utilisation des dixièmes, centièmes, millièmes est le moyen qu'on a trouvé pour réduire l'intervalle dans lequel se trouve la fraction recherchée</u></p> <p>EE4 : « Je voudrais qu'on reste à cette question de... quelques minutes, de Benjamin. Est-ce qu'on a appris, là, à votre avis, les dixièmes, les centièmes, les millièmes... Est-ce qu'on a appris ça ?... Appris ? [EE4 fait la grimace] [Elèves : Non... non...]. Comment on a trouvé ceux-ci ? D'où ils viennent ?! Comment est-ce qu'on a parlé des dixièmes, des centièmes... [Elèves : Ben, on en a parlé !... Des fractions !... Des milliards on en a parlé !...] Parce que, qu'est-ce qu'on a fait ?... Dans le jeu que l'on avait ? Rappelez-vous du jeu : on a essayé, à chaque fois... ? [Elève : Chercher entre quel nombre entier et quel nombre entier !]... Et après, de réduire l'intervalle – donc, c'est le moyen que l'on a trouvé pour réduire l'intervalle. Est-ce que ça s'arrête, c'est toute la question que tu poses... Est-ce que ça s'arrête aux millièmes ? [Elèves : Non !]... Qu'est-ce qu'il pourrait y avoir après ? [Elève : Des millions, des milliards... !]... »</p>	CR05 – A

EE4 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF05	<p>Si une fraction n'est ni en millièmes, ni en dixièmes, elle peut être autre chose qu'en centièmes, car on peut toujours partager en dix indéfiniment n'importe quel segment de la droite numérique. On diminue la taille des intervalles à l'aide de bornes en dixièmes, centièmes, millièmes, dix millièmes, cent millièmes, à chaque fois plus petits.</p> <p>On peut proposer autre chose que des dixièmes, centièmes et millièmes si on veut poser une question difficile.</p> <p>EE4 : « Alors, si je partage, par exemple, l'intervalle « un, deux » en dix !... Si je le partage en dix. Je vais obtenir des... ? Des quoi ? [Elève : Dixièmes !]... Des dixièmes ! Un, c'est dix dixièmes ; et deux, c'est... [Elève : Vingt dixièmes !]... vingt dixièmes : on est d'accord ? Bien ! [EE4 place 10/10 et 20/10 sur la droite]... Je prends un dixième, là... Ça fait onze dixièmes... [EE4 place 11/10 sur la droite]... D'accord ? Je peux encore le partager... ? [Elève : En dix !]... En dix ! Vous êtes d'accord ? Si je le partage en dix, je vais obtenir des... ? [Elèves : Centièmes !]... Donc, là, j'aurai combien de centièmes ? [Elève : Cent centièmes !]... Cent centièmes ! Et là ? [EE4 trace un segment en dessous et place 100/100 à un bout du segment. Puis il montre l'autre bout du segment] [Elève : Deux cent centièmes !]... Onze dixièmes ? [Elèves : Cent dix ! Cent dix centièmes !]... Cent dix centièmes. [EE4 place 110/100 près de 100/100]... Et je vais prendre – pour réduire – je vais arriver, ici, à combien, là ? [Elève : Cent un centième !]... Cent un... [Elèves : Centièmes !... Et il va encore agrandir !] [EE4 place 101/100 sur le segment]... Si je n'ai pas attrapé la fraction, je peux encore [...] Je peux encore faire de cet intervalle, je peux le partager en... ? [Elèves : Dix !] Alors, là, il faudra que j'agrandisse, oui ! Là et là ! [EE4 trace un second segment en dessous du premier] [...] ici, cent centièmes, ce sera... ? [Elève : Mille millièmes !]... Et ici ? [Elève : Mille dix !]... Mille dix millièmes ! [EE4 place 1000/1000 et 1010/1000 aux extrémités du second segment]... J'en prends un [...] Cet intervalle, ici, c'est mille... [Elèves : un millième !]... un millièmes ! [EE4 place 1001/1000 près de 1000/1000]... Si je ne l'ai pas attrapée... Réfléchissez bien ! Réfléchissez bien ! Je peux encore... J'agrandis encore ! [EE4 trace un troisième segment en dessous des deux premiers]... Je partage en dix ! Ici, j'aurai quelle... La borne, ici, mille millièmes, ce sera quelle fraction ? [...] Lucas ? [Lucas : Dix mille millièmes !]... Dix mille... ? [Lucas : Millièmes !]... Non ! [Autre élève : Dix millièmes !]... Dix mille dix millièmes ! [EE4 place 10000/10000 à l'extrémité du segment]... Et ici ? [Elèves : Dix mille cent !... Dix mille cent !... Dix mille !]... Attendez ! Attendez !... J'ai mille un !... [Elèves : Dix mille dix !... Dix mille dix millièmes !]... Dix mille dix millièmes ! [EE4 place 10010/10000 à l'autre extrémité du troisième segment]... Et vous voyez bien que j'en ai toujours dix, de dix mille dix millièmes à dix mille dix ! [...] Et qu'est-ce qu'on aurait, alors, après les dix millièmes ? [Elèves : Les cent millièmes !]... Cent millièmes... [Elèves : Et après les millions ! Les millions ! Les milliards !] [...] Stop ! Stop ! Tout ça, c'était pour répondre à la remarque de Benjamin qui était intéressante. Il disait que c'était inutile parce qu'on avait tout trouvé. Est-ce qu'elle était vraiment inutile ? [Elèves : Non !]... On aurait pu, si on avait été... Si on avait vraiment voulu poser, trouver une fraction très, très difficile, on aurait pu prendre autre chose que des centièmes, des dixièmes ou des millièmes... »</p> 	CR05 – E
	CF06	<p>Dans 9630/1000, le neuf représente les unités, le six les dixièmes, le trois, les centièmes. C'est la même chose avec 883/100 : huit unités, huit dixièmes, trois centièmes. Dans une fraction, la place des chiffres permet donc de savoir si ce sont des dixièmes, centièmes, millièmes ou autre chose.</p> <p>EE4 : « [Elève à qui EE4 a fait reformuler sa remarque : La dernière fois, j'avais dit que ça faisait neuf... C'était neuf... mille six cent trente... Et ça faisait neuf unités ; et après, ça faisait six... Ça le refait ici : huit unités... !]... Elle dit : « Huit unités, huit dixièmes, trois centièmes »... [EE4 retourne le tableau de gauche derrière lequel était écrit la solution 883/100 et montre successivement chaque chiffre du numérateur en les associant à un chiffre du dénominateur]... C'est intéressant... Vous comprenez ce qu'elle dit ? C'est-à-dire que la place... la place de quoi ? [EE4 montre les chiffres du numérateur de la fraction 883/100]... Des chiffres, dans l'écriture de la fraction, ça nous dit si ce sont des dixièmes, des centièmes ou des millièmes ou autres choses... Hé ben, ça, on le regardera, jeudi, en détail... On regardera cette histoire là, d'accord ? »</p>	CR06 – E Anticipation didactique

EE4 5^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels																				
19'30'' Placement de fractions sur cahier de brouillon Travail individuel	CF06	<p>Tous les élèves construisent le tableau de numération sur le cahier de brouillon afin de placer des fractions. EE4 propose en premier 325/100.</p> <p><u>Quand on place trois cent vingt-cinq centièmes dans le tableau de numération, on trouve trois unités, deux dixièmes et cinq centièmes.</u></p> <p>EE4 : « On est bien d'accord ? Trois cent vingt-cinq centièmes, c'est bien... C'est trois quoi ? [EE4 montre successivement les chiffres 3, 5, 0 dans la colonne des unités, des dixièmes et des centièmes] [Elèves : Trois unités ! [...] Deux dixièmes et cinq centièmes !]...Deux dixièmes et cinq centièmes ! Très bien ! »</p>																					
	CF06	<p>Une nouvelle fraction est notée sur le panneau gauche : 1240/10. Eulalie passe au tableau. Une discussion s'ensuit concernant le placement des chiffres dans le tableau.</p> <p><u>On ne peut pas mettre deux chiffres dans la même colonne d'un tableau de numération.</u></p> <p>EE4 : « [Eulalie place deux chiffres dans la colonne des unités et deux chiffres dans la colonne des dixièmes. C'est probablement un effet de contrat : comme il n'y a pas assez de colonnes à gauche du tableau, Eulalie ne s'autorise pas à en tracer !]... Donc Eulalie dit, d'après ce qu'elle a écrit, qu'il y a – posez vos stylos et regardez ! – douze unités et quarante dixièmes... C'est ça ? Elle a raison ? [Sébastien : Oui...]. Pour quoi, Sébastien, elle a raison ? [Sébastien : Ben, parce que, en fait, c'est... C'est mille deux cent quarante. Et ...]. Benjamin ? [Benjamin : Moi, je dis qu'elle a faux ! On n'a pas le droit de mettre deux chiffres dans la... !] <i>Ha !... Déjà... Déjà, on a un problème ! On ne peut pas mettre deux chiffres dans la même... ?</i> [Elève : Colonne !]... colonne, d'accord ? [EE4 montre une colonne du tableau de numération] »</p>																					
	CF06	<p><u>Si on place 1240 dixièmes avec deux chiffres par colonne dans le tableau de numération, cela signifierait qu'on a douze unités et quarante dixièmes. 160/10 ≠ 1240/10 ; donc c'est faux.</u></p>																					
	CF03	<p><u>12 = 120/10 et 120/10 + 40/10 = 160/10</u></p> <p>EE4 : « Dans mille deux cent quarante dixièmes, est-ce qu'il est bien vrai qu'on a douze unités et quarante dixièmes ? [Elèves : Oui !... Non !...]. Ha ! Oui ou non !!! [Elève : Douze fois dix, ça fait cent vingt !]... Alors, attends ! Douze unités, en dixièmes, ça fait combien... ? Selim ?... Douze, c'est... [Elèves : Cent vingt !]... Cent vingt dixièmes ! On est d'accord ? [EE4 écrit : 12 = 120/10]... Si j'ajoute... [Elève : Ça fait cent vingt-quatre !]... Si j'ajoute cent vingt dixièmes... Et elle a écrit – alors, déjà, ce n'est pas juste : comme vous l'avez dit, on ne peut pas mettre deux chiffres. [EE4 réécrit en dessous de l'égalité précédente : 120/10]... Mais, on a aussi quarante – d'après ceci – quarante dixièmes ! [EE4 montre le nombre 40 inscrit dans la colonne des dixièmes et il rajoute : 120/10 + 40/10]... Ça fait combien tout ça ? [Elève : Quatre cent !]... Cent vingt dixièmes plus quarante dixièmes ? [EE4 rajoute : 120/10 + 40/10 =] [Autres élèves : Cent soixante dixièmes !]... Est-ce que c'est la fraction que nous avons ? [EE4 rajoute : 120/10 + 40/10 = 160/10] [Elèves : Non...]. Est-ce que c'est celle qu'il fallait placer sur le tableau ? [EE4 montre la fraction 1240/10] [Elèves : Non ! Non ce serait... Ce serait, peut-être... des unités !]... Ça ne va pas ! Est-ce que tu es d'accord, Eulalie ? [Eulalie : Oui !]... Ça ne va pas, ça !... Bon ! »</p> <p>Benjamin est désigné à son tour pour placer 1240/10 dans le tableau. Il modifie le tableau de numération.</p> <p>1240/10</p> <table border="1" data-bbox="746 1294 1283 1402"> <tr> <td>100/1</td> <td>10/1</td> <td>1</td> <td>1/10</td> <td>1/100</td> <td>1/1000</td> <td>1/10000</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>12</td> <td>40</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000			12	40				1	2	4	0			
100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000																	
		12	40																				
1	2	4	0																				
CF06	<p><u>Le deuxième placement de 1240/10 dans le tableau de numération est juste, parce qu'il y a un chiffre par colonne et que dans mille deux cent quarante dixièmes, il y a cent vingt-quatre unités. Donc quatre c'est le chiffre des unités [et pas quarante]</u></p> <p>EE4 : « Alors, est-ce que tu pourrais déjà nous dire pourquoi tu continues le tableau ? [Benjamin : Ben, parce que là, c'est « dizaines » !... Je fais les dizaines... les dizaines d'unités, les centaines d'unités !] [Autre élève : Les centièmes d'unités !]... Ha ! Les centaines ou les centièmes ? Parce que j'entends centièmes, là-bas... [Benjamin : Centaines !]... Pourquoi « centaines » ? [Benjamin : Ben parce que, c'est... C'est cent ! Ce n'est pas... C'est « fois »... Ce n'est pas...] Alors, vas-y ! Continue ! [...] [Benjamin place correctement 1240/10 dans le tableau agrandi]... Déjà, dans son tableau, est-ce que c'est juste ? Est-ce qu'il a mis un chiffre par colonne ? [Elèves : Oui !]... Alors ça, déjà, c'est juste ! Ensuite, mille deux cent quarante dixièmes... Dans cette fraction, il y a combien d'unités ? [Silence]... Dans mille deux cent quarante dixièmes... ? [Elève : Deux cent... Non !... cent... Cent vingt-quatre !]... C'est l'écriture du nombre cent vingt-quatre ! Donc... Il a bien écrit qu'il y avait, ici... quatre, c'est le chiffre des unités [...] Il y a combien, ici, d'unités ? [Rappel à l'ordre]... Combien il y a d'unités dans ce qu'il a écrit dans le tableau ? [EE4 montre le nombre écrit par Benjamin] [Silence]... Dans ce nombre qu'il a écrit dans le tableau, il y a combien d'unités ? [Elève : Cent vingt-quatre !]... Cent vingt-quatre ! Donc, ça correspond bien ! [EE4 montre 124 dans 1240 placé dans le tableau] »</p>																						

EE4 5^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels																																																	
		<p>Suite de l'échange <u>Dans le tableau de mesures il y avait écrit U pour les unités ; D pour les dizaines ; C pour les centaines. Et après on aurait les milliers les dizaines de milliers, etc.</u></p> <p>EE4 : « Dites !... J'ai entendu dire... Camille dit : « Ça me rappelle... ! C'est comme le tableau de mesures ! ». Mais nous, on n'avait pas écrit ces choses-là, là ! [EE4 montre les écritures : 100/1 et 10/1]... Qu'est-ce qu'on met dans le <i>tableau</i> des mesures, en général ? Comment on les appelle ces colonnes ? [...] Tu as parlé de la mesure. Mais le tableau... Vous m'avez dit, tout à l'heure, que ce tableau de mes... Ça correspondait au tableau de mesures ou au tableau de <i>numération</i> ! D'accord ? Bon : on a les unités ; qu'est-ce qu'on a, après ? [EE4 montre la colonne des unités puis celle qui des dizaines] [Elève : Les dizaines !]... <i>Hé ben</i>, dix, c'est les <i>dizaines</i> !!! [EE4 écrit au dessus de la colonne 10/1 : D]... Et après : cent ?! [Elèves : Centaines ! Les centaines d'unités !]... Cent sur un, ce sont des <i>centaines</i> d'unités ! [EE4 écrit au dessus de 100/1 : C] [Elèves : Des milliers d'unités !] Et après, qu'est-ce qu'on aurait ?! [Elèves : Des milliers d'unités !]... Des milliers... Et après... ?! [EE4 montre successivement deux colonnes fictives à gauche de celle des centaines] [Elèves : Des millions ! Non : des milliers ! Dix milliers !]... <i>Dizaines</i> de milliers, et cetera ! »</p> <p><u>A droite de U, dans le tableau de numération, on trouve des unités plus petites ; et tout ce qui est à gauche de l'unité est supérieur à l'unité.</u></p> <p>« Qu'est-ce qu'on remarque, là ? [...] Ce tableau, là, que l'on vient de faire, par rapport au tableau que l'on connaissait... ? [Elève : <i>Il est pareil</i> ! Parce que... c'est euh... On va prendre les centimètres... enfin... le tableau des... le tableau des mesures et de... de longueur : il y a les millimètres, les centimètres, les décimètres, le mètre, les décamètres, les hectomètres et les kilomètres !] [A partir du mètre, EE4 montre les colonnes correspondantes sur le tableau de numération]... Bon ! [Visiblement, ce n'est pas la réponse attendue par EE4] [Elève : C'est tout ce qui inférieur au mètre, en fait !]... <i>Alors</i>... Ça, c'est l'unité ! [EE4 rajoute, au dessus de 1 : U]... <i>Alors</i>, oublions les mètres, un petit peu ! parce qu'il n'y a pas que les mesures de longueur ! Ici, on a l'unité... [...] [Benjamin : C'est... c'est inférieur... Tout ce qui après, euh !]... <i>Pas après ! Pas après</i> ! Tout ce qui est... ? [Elève : Derrière !]... <i>Pas derrière</i> ! Dans ce tableau ? [Elève : Avant !]... Avant, je ne comprends pas ! [Elève : Inférieur ?]... Mais... Tout ce qui est à <i>droite</i>, ici... [EE4 fait un geste qui part de la colonne des unités vers la colonne des dix millièmes]... Les colonnes qui sont à <i>droite</i>, ce sont... ? [Elèves : C'est inférieur à... Non ! Supérieur ! Mais non ! C'est inférieur !... Ha oui !... C'est plus petit ! Les millièmes, c'est... Les dix millièmes, c'est plus petit que l'unité. Et après, tout ce qui est à gauche, c'est... supérieur... à l'unité !]... Est-ce qu'on est d'accord, là ? On a remarqué ? »</p> <table border="1" data-bbox="746 1160 1283 1294"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>D</th> <th>U</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>100/1</td> <td>10/1</td> <td>1</td> <td>1/10</td> <td>1/100</td> <td>1/1000</td> <td>1/10000</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	C	D	U					100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000	1	2	4	0											<p>CR06 – A</p> <p>CR06 - A</p>																					
C	D	U																																																		
100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000																																														
1	2	4	0																																																	
Placement de 4 autres fractions		<p>EE4 écrit au tableau 4 fractions que les élèves vont devoir placer sur leur tableau de numération construit sur le cahier de brouillon : 7345/100 ; 7345/10 ; 7345/10000 ; 7345/1000. La recherche est individuelle. La similitude des chiffres au numérateur va permettre aux élèves de se focaliser uniquement sur le placement correct dans le tableau et de réfléchir sur le sens des différences constatées : comment faire pour différencier des écritures quasi identiques ?</p> <table border="1" data-bbox="746 1429 1283 1706"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>D</th> <th>U</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>100/1</td> <td>10/1</td> <td>1</td> <td>1/10</td> <td>1/100</td> <td>1/1000</td> <td>1/10000</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>7</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>7</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	C	D	U					100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000	1	2	4	0					7	3	4	5			7	4	3	5							7	3	4	5			7	3	4	5		
C	D	U																																																		
100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000																																														
1	2	4	0																																																	
	7	3	4	5																																																
7	4	3	5																																																	
			7	3	4	5																																														
		7	3	4	5																																															

EE4 5^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Nouveau jeu 45°20'	CF011 CF011	<p>EE4 propose aux élèves de leur écrire une fraction qu'ils devront écrire sous la forme d'un nombre à virgule. Il propose $245/100$ et la lit : « deux cent quarante-cinq centièmes ! ». Il demande de trouver un moyen pour vérifier que c'est juste. Il pense (mobilisation du tableau de numération).</p> <p><u>Pour passer d'une fraction à un nombre décimal on peut s'aider du tableau de numération. On peut aussi s'aider de la lecture du nombre : $245/100$ peut s'écrire 2,45 et se lire « deux cent quarante-cinq centièmes » ; « deux virgule quarante-cinq » ; « deux unités et quarante-cinq centièmes ».</u></p> <p><u>On ne peut pas écrire 0,245, car il se lit « zéro virgule deux cent quarante-cinq millièmes » ; or on a « deux cent quarante-cinq centièmes » ($245/100$).</u></p> <p>EE4 : « Quel est le moyen, à votre avis, de ne pas se tromper ? Léa ? [Léa : De l'écrire dans le tableau ?]... Ça pourrait être de l'écrire dans le tableau ! Hé bien, viens, si tu veux, tiens !... On va voir ! Allez !... [Léa place correctement le nombre une fois que EE4 a effacé les nombres précédents] [rappel à l'ordre]... <i>Donc...</i> Comment on va l'écrire sous forme d'un nombre décimal ? [Elève : Ben, deux virgule quarante-cinq ?]... Ben, écris-le ! Deux virgule quarante-cinq !... [Léa écrit : 2,45]... <i>Ou bien...</i> comment je peux le lire, aussi ? [Léa : Deux unités et quarante-cinq centièmes !]... Oui ! Qui est-ce qui avait écrit autre chose ? [...] [Elève : Zéro virgule deux cent quarante-cinq !]... Certains avaient écrit : « zéro virgule deux cent quarante-cinq »... [EE4 écrit : 0,245]... Si je lis ce nombre, écoutez bien ! <i>Lis-le</i>, ce nombre ! [Benjamin : Zéro virgule deux cent quarante-cinq !]... Une autre façon de le lire ! [Benjamin : Ben, zéro unité et deux cent quarante-cinq !]... Et deux cent quarante-cinq... ? [Autre élève : <i>Centièmes</i> !] [...] Zéro unité et deux cent quarante-cinq... ? [EE4 montre la partie décimale de 0,245]... [Daniel : <i>Ha oui</i> ! Millièmes ?]... Très bien, Daniel ! Et là, Benjamin, est-ce que tu te rends compte, si vous le lisez comme ça... ? [Rappel à l'ordre] Est-ce que vous vous rendez compte qu'en lisant le nombre – zéro unité deux cent quarante-cinq millièmes [EE4 montre successivement les parties entière et décimale de 0,245] – qu'est-ce qu'on remarque... ? [EE4 montre la fraction $245/100$]... Par rapport à la fraction qui était écrite, ici ? [Elève : Que c'est faux ?]... Pourquoi ? [Même élève : Parce que c'est deux cent quarante-cinq millièmes !]... <i>Ici</i> !!! [EE4 tape au tableau sur l'écriture 0,245]... <i>Et là</i>, c'est deux cent quarante-cinq... ? [EE4 montre $245/100$] [Elèves : Centièmes !]... donc... Donc, vous avez : <i>un</i>, le tableau ; mais, <i>lisez</i> aussi le nombre que vous écrivez ! En lisant, vous allez pouvoir vérifier si c'est le même nombre... Deux, virgule... [EE4 rajoute : $245/100 = 2,45$] »</p>	
		EE4 donne d'un coup deux autres fractions qu'il faut écrire sous forme décimale : $48/1000$; $2/100$. Il passe dans les travées et vérifie les réponses. Il conseille l'utilisation du tableau pour trouver la solution pour les élèves qui « travaillent un petit peu au hasard ».	
	CF011	<p><u>$48/1000$ s'écrit 0,048 ; on place 48, puis on va jusqu'aux unités en rajoutant deux zéros. 0,048 se lit « zéro virgule zéro quarante-huit » ou « zéro unité et quarante-huit millièmes ». Il ne peut pas se lire « zéro unité et quarante-huit dix millièmes [car le dernier chiffre de droite, 8, se trouve dans la colonne des millièmes]. Il ne peut pas non plus se lire « zéro quarante-huit millièmes » [car il faut préciser où sont les unités].</u></p> <p>EE4 : « Alors est-ce que tu as bien écrit « quarante-huit millièmes », dans le tableau ? [Léa : Oui !]... D'accord ! Alors, il faut, maintenant, que l'on transforme ce nombre... cette fraction, en nombre <i>décimal</i>. [...] Qu'est-ce qui te gêne, Léa ? [Léa : Il y a deux zéros !]... Mais qu'est-ce qui te gêne, là ? [Léa : Ben, les unités !]... <i>Ha</i> ! Il faut aller jusqu'aux unités ! Hé bien, vas-y ! Complète le tableau, pour voir ce qu'il faudrait ! Ici, on n'a rien dans le tableau !... Dans une colonne... [Léa place deux zéros : 0 / 0, dans la colonne des unités et des dixièmes] Oui !... Et la virgule, où est-ce qu'on va la placer ? Sébastien ? [Sébastien : Ben, après le zéro !... le...]... Après <i>le chiffre</i> de quoi ?!... [Sébastien : Ben, euh... Léa : Des unités !]... Des unités !... Tu peux l'écrire, maintenant, en mettant une virgule après le chiffre des unités ? [Elève non interrogé : La virgule, elle prend une colonne ?]... Attends, attends !... [Léa rajoute : $48/1000 = 0,048$]... Et lis ce nombre ? [Léa : Euh !... Zéro virgule quarante-huit...]... <i>Non</i> ! Est-ce qu'elle a écrit « zéro virgule quarante-huit ? [Elèves : Non !] [...] Non, tu n'as pas écrit : « zéro, quarante... » ; tu as écrit : « zéro virgule... zéro quarante-huit » ! [EE4 montre l'écriture 0,048]... <i>Ou bien</i>, qui peut me lire autrement ? Pour vérifier ? [Elève : Euh !... Zéro unité et zéro, quarante-huit millièmes !]... [EE4 montre successivement les parties entière et décimale de 0,048]... On ne dit pas : « zéro quarante-huit millièmes » ! Donc, zéro unité et... ? [Elèves : Quarante-huit !... Quarante-huit dix millièmes !]... Quarante-huit dix millièmes ?! [Même élève : Ben oui ! Ben oui, parce que...]... Attends ! Attends ! Attends !... Quarante-huit... ? [EE4 montre la partie décimale de 48 dans le tableau de numération et remonte avec son doigt jusqu'au titre de l'unité adjointe au chiffre 8 : $1/1000$] [Même élève : Millièmes ! Ha oui ! Je me suis trompé !]... Donc, zéro unité, quarante-huit millièmes... [EE4 montre successivement les parties entière et décimale de 0,048] »</p>	

EE4 5^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF011	<p>Suite de l'échange <u>On peut rajouter autant de zéros qu'on veut à 7345.</u> <u>Il existe des zéros importants [0,048] et des zéros inutiles [7345,0000]. Si on ne met pas un autre zéro à 0,48, ça fait zéro unité et quarante-huit centièmes au lieu de zéro unité et quarante-huit millièmes. $0,48 = 48/100 : 0,048 = 48/1000$</u> EE4 : « Qui est-ce qui a une remarque à faire sur « zéro virgule zéro quarante-huit » ? Jonathan ? [Jonathan : C'est que, comme moi, j'avais fait avec les zéros qui étaient inutiles – ceux-là... ceux que j'ai fait, c'est inutile – mais eux, ils sont très, très importants !]... <i>Ha ! Explique-nous ça !</i> [Jonathan : Hé bien parce que si on ne met pas de zéro...]... Attendez ! Je vous rappelle... Tout à l'heure, il nous avait dit : « quand on écrit sept mille trois cent quarante-cinq, on pourrait rajouter des zéros... [EE4 écrit : 7345,0000] [Jonathan : Ils sont inutiles... Comme avait dit Lucas]... Oui... [Jonathan : Mais ceux de quarante-huit millièmes, ils sont très, très importants, parce que... Parce que, si on n'avait pas mis de zéro, ça aurait fait zéro unité et quarante-huit centièmes ! Et ce n'est pas pareil !] Vous comprenez ce qu'il explique ? Zéro virgule quarante-huit, <i>en réalité</i>, c'est... [EE4 écrit : 0,48]... Zéro virgule quarante-huit, c'est quarante-huit... ? [EE4 montre la place de 0,48 dans le tableau de numération, puis inscrit 0,48 dans le tableau de numération. Ensuite, il remonte le long de la colonne du chiffre 8 et montre 1/100]... C'est quelle fraction, alors, zéro virgule quarante-huit ? [Elève : Euh !... c'est... C'est « centième » !]... Et alors, c'est quelle fraction ? [Silence]... Vous me dites : « C'est quarante-huit centièmes. »... ? [Deux élèves : Quarante-huit centièmes !... Quarante-huit centièmes...]... Quarante-huit centièmes ! [EE4 rajoute : 0,48 = 48/100]... Ce n'est pas quarante-huit... ? [Elèves : Millièmes...]... [EE4 montre l'égalité : $0,048 = 48/1000$]... Alors, la remarque de Jonathan, c'est vrai ! Là, les zéros... <i>Ceux-là</i> ils sont très importants ! »</p>	CR011 – E
	CF011	<p><u>Pour écrire 2/100 en nombre décimal, on imagine les colonnes. Les centièmes c'est deux colonnes [après celle des unités]. Une fois le deux placé il reste la colonne des dixièmes où on place un zéro car il est important. Comme il y a aussi zéro unité on écrit zéro virgule [zéro deux]</u> <u>Pour écrire 2/100 en nombre décimal on peut aussi l'imaginer dans sa tête : on place en premier 2 dans la colonne des centièmes : comme il n'y a pas de chiffres dans la colonne des dixièmes et des unités, on complète par deux zéros et on rajoute la virgule.</u> EE4 : « [Autre élève : Parce que, normalement, en plus, les grands, ils font... Ils ne font pas... Ils ne s'amuse pas à faire le tableau chaque fois qu'il y a une fraction !... Ils n'ont pas besoin de faire le tableau et de compléter les zéros, ils... !]... Tu dis : « Les grands, ils n'ont pas besoin de compléter le tableau à chaque fois qu'ils écrivent un nombre décimal ou une fraction. Comment ils font, alors ?! [Autre élève : Avec une calculatrice ?] Même sans calculatrice, il faut les écrire ! Comment ils font ? [Elèves : Ben, dans la tête ! Ben, avec un papier ! Ben comme nous, aussi !]... Attendez ! Est-ce que quelqu'un pourrait me... Imagine comment on fait, si on ne fait pas le tableau ! Par exemple : deux centièmes... [EE4 montre la fraction 2/100]... Est-ce qu'on peut imiter les grands et essayer écrire deux centièmes, sans l'écrire dans le tableau ? [Elève : Oui !]... Comment tu ferais, toi ? [Elève : Ben, moi, je... je sais... J'imagine le tableau dans ma tête...] [...] [Elève : Je me dis : Les centièmes, c'est deux co... C'est deux colonnes après les unités. [EE4 ajoute : $2/100 = \underline{\quad} \underline{\quad}$]... Le deux, je vais le... je vais le... Je vais le placer. Et puis, ben... Il me reste la colonne des...]... <i>Posez vos... Posez vos stylos ! Parce que, ce qu'elle explique, je crois que c'est assez intéressant !</i> [[Même élève : Des dixièmes ! Je marque... S'il n'y a rien... Il est très important, ce zéro ; donc, je le note... [EE4 ajoute : $2/100 = \underline{02}$]... Enfin, je le marque !... Et puis, j'ai zéro unité. Donc je mets, ben : « virgule, zéro » ! Zéro virgule zéro deux !]... [EE4 ajoute : $2/100 = \underline{0,02}$]... Qu'est-ce qu'elle a dit ? Elle a dit : « J'ai deux centièmes ! [EE4 montre 2/100] [...] Deux centièmes ! Alors, <i>avant</i>, j'ai des... [Elève : Dixièmes !]... Dixièmes ! Il n'y en a pas ! Et avant, j'ai encore des... ? Avant les dixièmes ? [Elèves : Des unités !]... Des unités ! Et la virgule sera là ! [EE4 place une virgule entre deux chiffres virtuels qu'il n'a pas notés : $\underline{\quad}, \underline{\quad}2$]... <i>Et là</i>, il faut que j'ai un chiffre pour chaque... ? Pour chaque quoi ? [Elève : Chaque colonne !]... Chaque colonne, chaque rang, comme vous voulez ! <i>Donc</i>, elle dit : « Ben, je rajoute des zéros ! »... [EE4 rajoute : 0, 0 2]... Est-ce que vous êtes d'accord ? Est-ce que deux centièmes, c'est bien zéro virgule zéro deux ? [Elèves : Oui !]... »</p>	CR011 – E

EE4 5^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels																																										
	CF06 CF011	<p>On peut placer 2/100 dans le tableau de numération en plaçant seulement le chiffre 2 dans la colonne des centièmes. Si on sort ce nombre et qu'on l'écrit sous forme décimale il faut lui rajouter deux zéros [et une virgule]. EE4 : « On vérifie ! Qui veut écrire deux centièmes dans le tableau – on va vérifier ?! [...] [Selim place correctement 0 0 2 dans le tableau de numération]... Et donc, oui, si on veut... Deux centièmes, en réalité, c'est ça ! [EE4 cache les deux zéros de 002 placé dans le tableau de numération : 002]...Vous êtes d'accord ? Il a fini ! Et si on veut l'écrire sous forme décimale, il faut rajouter ces deux zéros... [EE4 montre les deux zéros qu'il avait cachés]... Bien ! »</p> <table border="1" data-bbox="711 510 1249 750"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>D</th> <th>U</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>100/1</td> <td>10/1</td> <td>1</td> <td>1/10</td> <td>1/100</td> <td>1/1000</td> <td>1/10000</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>2</td> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>8</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>4</td> <td>8</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>2</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>48/100 = 0,048 2/100 = 0 02</p> <p>7345,0000 0,48 = 48/100</p>	C	D	U					100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000			2	4	5					0	0	4	8				0	4	8					0	0	2			
C	D	U																																											
100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000																																							
		2	4	5																																									
		0	0	4	8																																								
		0	4	8																																									
		0	0	2																																									
Nouveau jeu		EE4 propose, cette fois, « le travail inverse », c'est dire des nombres décimaux, et il faut retrouver la fraction. Premier nombre décimal : 2,5 (« deux virgule cinq »).																																											
	CF012	<p>2,5 peut s'écrire 25/10 car comme on sait où sont les unités grâce à la virgule on peut placer correctement le nombre dans le tableau de numération. Après, il suffit de lire la fraction en prenant pour unité celle qui correspond au dernier chiffre de droite. EE4 : « Bien ! Océane, qu'est-ce que tu proposes comme fraction pour deux virgule cinq ? [Océane : Vingt-cinq dixièmes !]... Vingt-cinq dixièmes ! Est-ce que tu peux prouver ça ? Est-ce que tu peux le prouver ? Vas-y, vas-y ! Va au tableau ! Ecris !... [Océane va au tableau et place en premier le chiffre 2 dans la colonne des unités]... Est-ce que tu es s... Attends ! Stop ! Est-ce que tu es sûre que c'est deux unités ? [Elève : Oui !]... Pourquoi ? [Elève : Ben, parce que c'est après... C'est juste avant la virgule !]... Ha ! C'est juste avant la virgule ! Donc, deux unités : d'accord ! Après... ? [Océane place le chiffre 5 dans la colonne des dixièmes]... Océane ? [Océane : Cinq... Cinq dixièmes ?]... Donc, quelle est la fraction ? [Océane : Vingt-cinq dixièmes !] [...] D'accord ! Egal vingt-cinq dixièmes : on est d'accord !...</p>																																											
		<p>Une élève veut poser une question mais n'arrive pas à se faire comprendre. EE4 lui demande de passer au tableau. Elle place de mémoire 7345/100 dans le tableau de numération : 7345 ; puis elle pose sa question en montrant le chiffre 7 dans la colonne des dizaines. 7345/100 s'écrit 73,45 : on met la virgule après les unités. EE4 : « [Elève : Et quand on est ici, hé ben, le nombre décimal, comment on l'écrit, ici ?]... Alors, cette fraction, pourtant, on l'avait écrite, tout à l'heure ? [Elèves : Oui...]. Attends ! « Sept mille trois cent quarante-cinq centièmes »... Et comment on l'écrit sous forme d'un nombre décimal ? [Silence]... [Elève au tableau : Ha oui, c'est vrai !]... Comment on l'écrit ? [Océane : On... Comme ça... ? Elle écrit à côté du tableau de numération : 73,45]... Oui ! C'est-à-dire qu'on met la virgule après les unités ! C'est pareil ! »</p>	CR011 – E																																										
		<p>EE4 propose, d'un coup, 3 nouveaux nombres décimaux qu'il écrit les uns en dessous des autres :</p> <table border="1" data-bbox="655 1514 1193 1664"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>D</th> <th>U</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>100/1</td> <td>10/1</td> <td>1</td> <td>1/10</td> <td>1/100</td> <td>1/1000</td> <td>1/10000</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>2</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>2,5 = 25/10 154,75 13,525 0,01</p> <p>Il passe comme d'habitude dans les rangs et incite le élèves à mieux présenter leurs résultats (il leur conseille d'écrire au crayon à papier dans leur tableau de numération comme ça « vous pourrez effacer ! ») ; à plus s'engager dans l'activité et à vérifier leurs résultats.</p>	C	D	U					100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000			2	5					7	3	4	5																	
C	D	U																																											
100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000																																							
		2	5																																										
	7	3	4	5																																									

EE4 5^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels																																										
	CF012	<p>154,75 se lit «cent cinquante-quatre unités, soixante-quinze centièmes». La fraction correspondante a donc un dénominateur en centièmes. On place 154,75 dans le tableau de numération et on lui donne un dénominateur en centièmes : 15475/100. 15475/100 se lit «quinze mille quatre cent soixante-quinze centièmes»</p> <p>EE4 : « [Estelle : cent cinquante-quatre virgule soixante-quinze !]... Oui ! Benjamin, lis-moi ce nombre autrement ! [Rappel à l'ordre] [...] [Marvin : Cent cinquante... Cent cinquante-quatre unités et soixante-quinze centièmes !]... <i>Très bien !</i> Ça veut dire quoi : « Cent cinquante-quatre unités et soixante-quinze centièmes »?... Ça veut dire que notre fraction, on va l'écrire avec <i>quel</i> dénominateur ? [Elèves : Cent !... Cent !...]. Cent ! Des centièmes !... Cent cinquante-quatre... Voilà ! [EE4 écrit : /100] Qui vient m'écrire – <i>donc</i>, dans le tableau, Marvin ! – cent cinquante-quatre virgule soixante-quinze [Rappel à l'ordre] [...] [Marvin place correctement 15475 dans le tableau de numération]... Bien ! Alors est-ce que tu peux l'écrire en centièmes ? [...] [Marvin rajoute : 15475/100]... Et est-ce que tu peux la lire ? [Marvin : Quinze mille quatre cent soixante-quinze...]... Quinze mille quatre cent soixante-quinze... ? [Marvin : Centièmes !]... Centièmes ! »</p>																																											
	CF012	<p>13,525 est égal à 13525/1000. 13525/1000 se lit «treize mille cinq cent vingt-cinq millièmes».</p> <p>EE4 : « [Louise place correctement 13525 dans le tableau de numération. Puis elle rajoute, à côté : 13,525 = 13525/1000]... Allez ! Nous t'écoutons ! [Louise : Treize mille cinq cent vingt-cinq millièmes !]... Treize mille cinq cent vingt-cinq millièmes ! »</p>																																											
	CF012	<p>0,01 = 1/100, car 0,01 signifie 0 unité, zéro dixième et un centième.</p> <p>EE4 : « Sandy, est-ce que tu saurais écrire « zéro virgule zéro un » sous la forme d'une fraction ? [Sandy passe au tableau et écrit sans passer par le tableau de numération : 0,01 = 1/100] [...] Tu es sûre ? [Sandy : Oui...]... Pourquoi ?!... Non, mais tu n'as pas écrit dans le tableau : tu as le droit ! Mais pourquoi ?! Ça, ce sont... [EE4 montre, successivement, les trois chiffres de 0,01]... C'est zéro... ? [Elève : Unité !]... unité ; zéro... ? [...] [Elèves : Dixièmes !]... dixièmes... ? [Elève : Un centième !]... un centième ! Donc, un centième ! (EE4 montre la fraction 1/100) »</p> <table border="1" data-bbox="711 949 1249 1176"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>D</th> <th>U</th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>100/1</td> <td>10/1</td> <td>1</td> <td>1/10</td> <td>1/100</td> <td>1/1000</td> <td>1/10000</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>2</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>5</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>2,5 = 25/10 154,75 = 15475/100 13,525 = 13525/1000 0,01 = 1/100</p>	C	D	U					100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000			2	5					7	3	4	5			1	5	4	7	5				1	3	5	2	5		
C	D	U																																											
100/1	10/1	1	1/10	1/100	1/1000	1/10000																																							
		2	5																																										
	7	3	4	5																																									
1	5	4	7	5																																									
	1	3	5	2	5																																								

4-3 *Classes de sixième*

EC1 1^{ère} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels																																
Exercice conçu par EC1 : Ecrire tous les nombres possibles à partir de quatre, vingt, cent, mille		<p>Difficulté : écrire cent vingt mille quatre en chiffres. Quand on écrit « cent vingt mille quatre » en chiffres, le chiffre 4 ne veut pas dire 4 [unités], mais 4 dizaines, comme le montre le tableau de numération. Un nombre à 6 chiffres est constitué d'unités, de dizaines, de centaines, de milliers, de dizaines de milliers, de centaines de milliers.</p> <p>EC1 : « Alors il y a un problème, parce que tu ne sais pas où placer tes chiffres en fait, hein ! C'est ça ! Alors on va revenir : unités dizaines, centaines... unités de mille, dizaines de mille, centaines de mille... [EC1 trace un tableau de numération pour les nombres entiers. [...]] Et ton quatre, tu vas le mettre où ? [Esther écrit.]</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>cent mille</th> <th>dix mille</th> <th>mille</th> <th>c</th> <th>d</th> <th>u</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>4</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>EC1 Regarde où tu me l'as mis là... Tu l'as mis dans quelle colonne ? [Elève : Dans les dizaines !]... Donc, ça se lit comment dans les dizaines ? [Elève : Cent vingt mille quatre !]... Ça, ça veut dire que c'est quatre dizaines [EC1 montre le 4 dans le tableau de numération] ! Donc, ça fait combien, quatre dizaines ? [L'élève écrit la suite du nombre sans se tromper dans le tableau de numération.] »</p>	cent mille	dix mille	mille	c	d	u	1	2	0	0	4		CR01-E																				
cent mille	dix mille	mille	c	d	u																														
1	2	0	0	4																															
Exercice A1, p. 10 Ecrire un nombre avec des espaces		<p>Quand on écrit un nombre on regroupe les chiffres par « famille », c'est à dire par groupe de trois. Après la famille unités / dizaines / centaines, on a celle des mille (unités de mille / dizaine de mille / centaines de mille) puis celle des millions (unités de millions / dizaines de millions).</p> <p>EC1 « Qu'est-ce que vous avez l'habitude de faire, vous ? [...] Si tu l'avais écrit comme ça, tu ne te serais pas trompé !... Parce que vous avez l'habitude, effectivement, de... regrouper les chiffres - alors vous dites par familles, peut-être - les unités, dizaines, centaines... Et après, on passe aux mille : alors les unités de mille, les dizaines de mille, les centaines de mille... Et puis après, on passe à quoi ? ! [Elèves : ... Les millions !... Les dizaines de mille !]... Les millions ! Alors les unités de millions, les dizaines de millions, etc. [EC1 poursuit le tracé de son tableau de numération]... D'accord ? Donc on regroupe par... par groupe de trois ! »</p>	CR01-E																																
Exercice A2, p. 10 Supprimer les zéros inutiles dans des nombres entiers et décimaux	CF02	<p>Dans 07.06, le zéro de gauche est inutile. Le zéro de droite ne l'est pas car il permet au six de se trouver à la place des centièmes [au lieu de celle des dixièmes]</p> <p>EC1 « Ce zéro là est inutile ; est-ce que celui-ci est inutile [EC1 montre celui de droite] ?... Hé non ! Celui-ci il a une position qui est importante parce que, du coup, le six se retrouve à quelle place ? ! C'est quelle place, là ? [Elèves : Les centièmes !] [...] Les centièmes ; nous verrons cela dans les jours prochains... »</p>																																	
	CF01	<p>0,500 : Aucun nombre ne commence par une virgule. Il faut toujours un chiffre à la place des unités, [même si c'est 0].</p> <p>EC1 « Alors qu'est-ce qui est inutile ?... [L'élève barre le 0 de gauche : 0,500]... Ha... Alors tu t'écartes ! [Puis, s'adressant aux autres élèves] : Est-ce que vous êtes d'accord ? [Elèves : Non !]... Est-ce qu'il y a beaucoup de nombres qui commencent par une virgule comme ça ? Ha non hein ! Il faut toujours un chiffre à la place des... C'est quelle place celle-là ? [Elèves : Les unités !]... A la place des unités ! Sinon, vous ne... Vous ne le lisez pas ! Ce n'est pas correct ! »</p>																																	
	CF02	<p>Dans 0.500, ce sont les autres zéros qu'il faut barrer car ils n'apportent aucun élément.</p> <p>EC1 « Alors, qu'est-ce qui est inutile dans l'exemple que tu as pris ? L'élève montre les deux 0 de droite.]... Voilà ! C'est ceux là que tu barres ! Et tu me remets celui qui est indispensable [...] Bon, ceux là [les deux zéros inutiles], ils ne nous apportent aucun élément. »</p>																																	
	CF01	<p>On peut prolonger le tableau de numération avec les dixièmes, centièmes, millièmes et au-delà. « Cinq dixièmes » signifient que le cinq est dans la colonne des dixièmes.</p> <p>EC1 « Et ça se lit comment, ce nombre ? [Elève : Zéro virgule cinq !]... Zéro virgule cinq !... Je veux une autre lecture de ce nombre ! Qui peut donner une autre lecture ? [...] en utilisant cette écriture là [elle montre l'écriture 0,5], lisez-le moi autrement ! [Elève : Cinq dixièmes !]... Bien ! Ça peut aussi se lire cinq dixièmes ! Et ça, ça veut nous dire que le cinq est à quelle position ? [Elève : Dixièmes !]... Ben oui, en position... A la position des dixièmes ! Alors, je peux continuer, ici, mon tableau [EC1 se dirige vers le tableau de numération]... Dites-moi ce que je vais mettre là... [Elle indique la colonne des dixièmes] !... [Elève : les dixièmes !] [...] et ici ? ! ... [Elèves : Centièmes !]... Oui ! Et ici ?... [Elèves : Millièmes ! [Au fur et à mesure, J'écris « centièmes » et « millièmes » en haut des colonnes].</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>million</th> <th>cent mille</th> <th>dix mille</th> <th>mille</th> <th>c</th> <th>d</th> <th>u</th> <th>dixièmes</th> <th>centièmes</th> <th>millièmes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>[...] On pourrait continuer, mais pas tout de suite ! »</p>		million	cent mille	dix mille	mille	c	d	u	dixièmes	centièmes	millièmes			1	2	0	0	4	4						1	2	0	0	0	4			
	million	cent mille	dix mille	mille	c	d	u	dixièmes	centièmes	millièmes																									
		1	2	0	0	4	4																												
		1	2	0	0	0	4																												
	CF01	<p>La virgule se place toujours à un endroit précis [entre les unités et les dixièmes].</p> <p>EC1 : « Et qu'est-ce qu'il y a ici [EC1 montre en le martelant avec sa craie le trait séparant la colonne des unités de celle des dixièmes] ? [Elèves : La virgule !]... Hé oui !... Là, je mets la virgule ! [EC1 écrit la virgule sur le trait séparant les 2 colonnes.] Elle est toujours à cet endroit là ! »</p>																																	

EC1 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice A2, p. 10 (suite)	CF03	<u>Vingt-huit virgule sept est une « lecture directe ». Il existe une lecture plus précise : vingt-huit unités et sept dixièmes.</u> EC1 « Alors, comment ça va se lire, ça ? [Elève : Vingt-huit virgule sept !]... Bon, ça c'est la lecture directe !... Alors, maintenant, une lecture plus précise ! [Elève : Vingt-huit virgule sept dixièmes !]... Voilà ! Ça nous explique que nous avons vingt-huit... Vingt-huit quoi, en fait ? [Elèves : Vingt-huit unités !]... Vingt-huit unités et sept dixièmes !... Alors nous allons travailler sur tout ça... »	
Exercice A3, p. 10 Décomposition de nombres entiers	CF04	<u>5 789 = 5x1000 + 7x100 + 8x10 + 9x1. Pour obtenir la forme décomposée d'un nombre (5 789), on le place dans un tableau de numération et on rapporte chacun des chiffres à l'unité de la colonne dans laquelle il se trouve.</u>	
	CF01	<u>Chaque chiffre indique le nombre d'unités, dizaines, centaines et milliers composant le nombre.</u> EC1 : « Alors : cinq [EC1 écrit 5 à côté du nombre qu'elle vient de nommer : 5 789 = 5] ... Le cinq qui est là... [EC1 montre le 5 du nombre 5 789]... on le lit « cinq mille »... Ça veut dire que, si je le mets dans le tableau, je vais avoir mon cinq ici [EC1 part vers le tableau de numération et place le cinq dans la colonne des milliers], et comme son nom l'indique, ça veut dire que je vais avoir <i>cinq fois mille</i> [Elle revient vers le nombre 5 789, elle montre le 5 et elle écrit : 5 789 = 5 x 1 000]... Qu'est-ce que je fais après ? J'ajoute : <i>plus</i> ! [Elle écrit : 5 789 = 5 x 1000 +]... Le nombre qui est là... [Elle montre le 7 et va l'écrire dans le tableau de numération]... il est dans la colonne des centaines. Ça veut dire que j'ai sept centaines. Donc ça va s'écrire « sept fois cent »... [Elle écrit : 5 789 = 5 x 1 000 + 7 x 100 +]... Plus celui-là... [Elle montre le 8 de 5 789]... colonne des dizaines. Ça veut dire que j'ai huit dizaines [elle écrit 8 dans le tableau de numération]... Donc « huit fois dix » [elle écrit 5 789 = 5 x 1 000 + 7 x 100 + 8 x 10 +]... Et puis, le petit dernier, c'est le neuf ! [Elle écrit 5 789 = 5 x 1 000 + 7 x 100 + 8 x 10 + 9]... Neuf unités !... Alors, vous allez me faire le même travail... à votre place... Avec tous ceux qui vous sont donnés. C'est quelque chose qui doit vous être familier. »	
	CF04	<u>Dans une décomposition, les zéros utiles le sont moins, puisqu'ils représentent une quantité nulle (60 407).</u> EC1 « Est-ce qu'il est nécessaire d'indiquer qu'il y a un zéro ici [EC1 montre le 0 à droite du 6 dans le nombre 60 407] ? [Elèves : non !]... Ce n'est pas obligatoire, mais on pourrait l'écrire ! On pourrait écrire : « C'est zéro fois mille » ! Mais ce n'est pas la peine de l'écrire, puisque c'est zéro ; ça fait qu'il n'y a plus de chiffres ! »	
CF04	<u>Dans une décomposition on considère séparément chacun des chiffres. On ne peut pas mettre deux chiffres dans la même colonne.</u> EC1 « Alors, ce qu'il avait dit n'était pas faux ! Il avait dit : « vingt fois mille ! »... Ce n'était pas faux ; donc vingt mille, ça pouvait se concevoir. Mais on ne peut pas mettre vingt, ici [elle place 20 dans la colonne des milliers du tableau de numération] ! On ne peut pas mettre deux chiffres dans la même colonne [elle efface le 20 et met un chiffre par colonne] ! Donc, nous, on veut la décomposition <i>par colonne</i> ! c'est d'accord ? »		
Leçon : Ecrire un nombre décimal	CF01	<u>Pour écrire un nombre décimal, on utilise une virgule et des chiffres.</u> EC1 « Pour écrire un nombre décimal, on utilise... ? Alors, <i>qu'est-ce qu'on utilise</i> pour écrire un nombre décimal, Elodie ?... Pricillia ? [Elève : Une virgule !]... Oui, une virgule ! Mais avant ? ! ... [Elèves : Un nombre !... Des nombres !... Un zéro !... Des chiffres !]... On n'utilise pas des <i>nombres</i> ! [Elèves : Des chiffres !]... <i>On utilise des chiffres !</i> »	
		<u>Il n'y a que 10 chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et une infinité de nombres.</u> <u>Les lettres sont comme les chiffres : des outils avec lesquels on peut écrire des mots.</u> EC1 « Vous vous rappelez la différence entre chiffres et nombres ?... Est-ce qu'on en a déjà parlé ? [...] Combien y a-t-il de chiffres ? Oui... ? [Elève : Dix !]... Dix !... Sofiane, quels sont les dix chiffres ? [...] [Sofiane : ... Zéro, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf... !] [...] Bon ! Il y a combien de nombres que l'on peut écrire ? [Elèves : Plein !... Infini !]... Ben, plein ! Une infinité ! Ça veut dire que... On peut toujours en trouver de nouveaux ! Donc, la différence entre <i>chiffres</i> et <i>nombres</i>, c'est que les chiffres, c'est ce qu'on <i>utilise</i> ; c'est notre outil, <i>pour</i> écrire les nombres... Je crois que je vous ai dit que c'était la même chose... dans notre manière d'écrire... Qu'est-ce que l'on peut comparer aux <i>chiffres</i> dans notre manière d'écrire ? [Elève : Les lettres !]... Les lettres !... Et les lettres, elles servent à écrire quoi ? [Elèves : Les mots]... Des mots !... Ben, ce n'est pas la même chose une lettre et un mot. »	CR01-A CR01-A
	CI01	Pour écrire un nombre décimal, on utilise 10 chiffres (0 ; 1 ; ... ; 9)	
	CF01	<u>La virgule sert à séparer deux parties : celle de gauche et celle de droite.</u> <u>La partie décimale est à droite et la partie entière est à gauche.</u> EC1 « A quoi elle sert la virgule ? [Un élève : A séparer les ...]... Qu'est-ce qu'elle sépare ? ! [Elèves : Les chiffres... Les unités avec les... Avec les nombres décimaux !]... Alors, si elle sépare, c'est qu'il y a deux parties : une partie à gauche ; une partie à droite !... [EC1 indique ces deux parties différentes sur son tableau de numération]... Comment elles s'appellent ces deux parties ? [Elève : La partie décimale !]... Elle est où la partie décimale ? [Elève : A droite !]... Oui ! ... Et l'autre ? [...] [Elève : La partie entière !]... <i>Bien</i> !... La partie entière ! »	CR01-A
CI01	et une virgule qui sépare la partie entière et la partie décimale.		
Reproduction 1 ^{ère} ligne tableau numération		Devoir : Les élèves devront finir de recopier, sur une feuille la première ligne du tableau de numération distribuée par J, la première ligne. Sur ce tableau sont indiqués les différentes écritures – littérale, fractionnaire, décimale – des différentes unités de la numération de position allant de la classe des millions à celle des millièmes.	

EC1 2^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice 3 p. 15 Ecrire en chiffres des nombres décimaux lus à l'aide du tableau de numération		<p>$45\ 000\ 000 + 600 = 45\ 000\ 600$; $45\ 000\ 000\ 600 \neq 45\ 000\ 600$ (erreur d'un élève)</p> <p>Dans « quarante-cinq millions six cent, le six est à la place des centaines et 45 à celle des millions.</p> <p>EC1 « On va faire : « unités, dizaines, centaines »... Ici, dans la partie des mille, on va faire « unités, dizaines, centaines »... Dans la partie des millions, on va faire « unités, dizaines, centaines »... [...] Tu as écrit de manière juxtaposée : c'est dire que tu as posé ton quarante-cinq millions, et à côté tu as écrit ton six cent ! Or ça, ce n'est pas une écriture ! Si tu veux écrire ça, tu es obligé de faire « plus six cent » [EC1 efface les 600 de la fin du nombre écrit par Kassem : 45 000 000 600. Puis, elle écrit: 45 000 000 + 600 = 45 000 600] ! D'accord ? Donc ça s'écrit quarante-cinq millions six cent, et le six est à la place des centaines... [EC1 montre le 6 de 45 000 600 et le rapporte au 6 de la colonne des centaines, placé par Kassem]... D'accord ? [...] On ne le recopie pas, hein ! C'est du travail, vraiment de rappel... On ne le recopie pas sur le cahier d'exercices ! »</p>	CR04-E
Temps de réorganisation à l'intérieur d'une phase de correction		<p>Les nombres qui n'ont pas de virgule sont des nombres entiers.</p> <p>Dans un nombre à virgule il y a une partie décimale.</p> <p>EC1 « Alors ... On regarde deux minutes tous ensemble ! Jusque là, on a travaillé avec des nombres qui sont comment lorsqu'il n'y a pas de virgule ? Ils s'appellent comment... ? [Elèves : Entiers !]... Entiers ! Bon, là, maintenant, on vous parle de centièmes. Donc, on fait intervenir une partie décimale [ce dernier terme est repris en chœur par la classe] ! La partie décimale, elle se met ici [elle écrit « partie décimale » en haut et à droite du tableau de numération]... Vous êtes d'accord ? »</p>	CR05-A CR01-A
		<p>Entre la partie décimale et la partie entière, il y a une virgule.</p> <p>La virgule est collée à l'unité et est à sa droite.</p> <p>EC1 : « Et qu'est-ce qu'il y a entre la partie décimale... [Elève : dixièmes, centièmes !]... et la partie entière ? [en même temps qu'elle pose la question, J place une colonne à droite des unités et met la virgule tout en haut ; les élèves sont incités à donner cette réponse.] [Elèves : la virgule !]... Une virgule ! On va écrire... On va laisser une place pour la virgule : on va mettre ici « virgule » [Elle efface la virgule, écrit « virgule » en travers et efface les 37 centièmes.] ! Voilà !... Donc, la virgule, elle va intervenir ici ! La virgule elle est collée à l'unité [mouvement circulaire de J, englobant la colonne de la virgule et celle de l'unité] ! Elle est toujours à la droite de l'unité. »</p>	CR01-A CR01-A
		<p>Dans la partie décimale on trouve les dixièmes, les centièmes et les millièmes.</p> <p>EC1 « Donc, vous avez ici [dans le tableau de numération] « dixièmes » ; ensuite... ? [Elèves : centièmes !]... « Centièmes », et enfin « millièmes » [EC1 écrit en travers les noms de chacune des colonnes de la partie décimale.]... ! Et puis après on continue ! Donc, le trois est là et le sept est là [Elle indique la position de chacun des 2 chiffres dans la colonne des dixièmes et centièmes.] »</p>	CR01-A
		<p>Pour écrire correctement en chiffres des nombres décimaux lus, il faut utiliser le tableau de numération.</p> <p>EC1 : « Tous ceux qui n'ont pas bien compris ce tableau ne peuvent pas se débrouiller sur ces exercices là. Et, en sixième, il faut que ça soit parfaitement compris ! Donc, on va faire un certain nombre d'exercices... »</p>	CR06-A
Suite de la correction	CF06	<p>Pour écrire correctement en chiffres un nombre décimal lu, des zéros peuvent servir à rejoindre la virgule et au-delà.</p> <p>EC1 : « Donc, il y a des 0 à mettre pour rejoindre la virgule ! [...] Voilà ! La virgule, on la met... Puis zéro, zéro, quatre ! »</p>	
	CF06	<p>« Vingt-sept mille trois cent quarante dixièmes » (lecture inhabituelle de 2 734). Mais les élèves n'ont pas appris qu'on pouvait lire un nombre décimal autrement qu'en lecture « directe » ou lecture « précise ».</p> <p>Pour placer correctement « trois cent quarante dixièmes » on place d'abord le chiffre de droite dans la colonne des dixièmes. On place ensuite les chiffres de droite à gauche, et la virgule [entre les unités et les dixièmes].</p> <p>EC1 « C'est quel chiffre, le chiffre que tu vas mettre dans la colonne des dixièmes ? [Elève : Trois !]... Ben non ! Ce n'est pas trois dixièmes, c'est trois cent quarante dixièmes ! Ben oui, un zéro... [L'élève vient de comprendre comment les placer, et mets un 0 dans la colonne des dixièmes] !... Où vas-tu mettre la virgule ? Elle va forcément aller là ; elle est coincée, la virgule. Voilà ! Et tu complètes... [...] Vous avez vu le piège ? Le piège venait de 340 dixièmes ! Donc, il fallait mettre le 0 de 340 dans la colonne des dixièmes. Alors après, ben, les... les chiffres, ils... Ils viennent automatiquement, hein ! »</p>	
Exercice 4 p. 15 Ecriture littérale de nombres décimaux	CF07	<p>Mille ne s'écrit « jamais » avec un « s ».</p> <p>EC1 : « Est-ce qu'il faut mettre des « s » ? [Elèves : Non !]... Non ! Il ne faut jamais mettre de « s » sauf 2 exceptions ! Alors lesquelles Manon ? [Manon : Mille et vingt !]... Mille : jamais ! »</p>	
	CF07	<p>« Cent » et « vingt » prennent un « s » quand ils sont multipliés et qu'ils ne sont pas suivis derrière par un autre nombre.</p> <p>EC1 : « [Autre élève : Vingt et cent !]... Oui Thomas ! Vingt et cent !... Mais pas tout le temps ! [Autre élève : Quand il n'y a rien derrière !]... Quand il n'y a pas de nombre derrière ! Par exemple, quand je dis « quatre-vingts », je mets un « s » ; si je dis « quatre cents », Je mets un « s » ! Mais dans tous les autres cas, je ne mets pas de « s »... Quatre cent trois : je ne mets pas de « s ». »</p>	
	CF07	<p>On peut avoir besoin d'écrire correctement un nombre, par exemple pour les chèques.</p> <p>EC1 : « A quel moment de la vie courante vous aurez besoin d'écrire les nombres en lettres ? [...] [Elève : ... En payant par chèque !]... Oui ! En payant par chèque ! Ça vous arrivera à tous... de payer par chèque ! Quand on paye par chèque, comme les gens n'écrivent pas très bien, on leur fait écrire la somme en chiffres, et on leur fait écrire la somme en lettres ! »</p>	
	CF03	<p>8,2 ne se lit pas « huit virgule deux », mais « huit et deux dixièmes ». On ne précise pas les unités.</p> <p>EC1 : « Ha, tu ne vas pas l'écrire sous la forme « huit virgule deux » ! Tu vas l'écrire sous la forme... ? [Elèves : Huit dixièmes !... Huit unités !... Huit unités et deux dixièmes !]... Est-ce qu'on dit « huit unités » ? ! [Elèves : Non !... Huit et deux dixièmes !]... Huit et deux dixièmes ! »</p>	

EC1 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice 4 p. 15 Ecriture littérale de nombres décimaux (suite)	CF03	Les 2 lectures (« directe » vs « précise ») d'un nombre décimal sont justes. EC1 : « [Elève : Zéro et quatre millièmes !]... Zéro et quatre millièmes ! Est-ce qu'on va dire « zéro »... ? [Elèves : Non ! Quatre millièmes !]... Quatre millièmes, directement ! [...] Alors, quatre millièmes, c'est bien ! Tu vas à ta place. Mais ce que nous disait Sofiane était juste : vous pouviez écrire : « Zéro, virgule, zéro, zéro, quatre ». Et, à ce moment là, tu ne dis pas « millièmes » Sofiane, entendu ? »	
	CF03 CF02	On ne mélange pas lecture précise et lecture directe d'un nombre décimal. Les zéros permettent de savoir la position des chiffres non nuls dans le nombre. EC1 : « Si tu mets « virgule zéro six », tu ne mets pas « centièmes » [EC1 efface le dernier mot qu'avait commencé d'écrire Sofiane : cinq virgule zéro six centièmes] ! C'est si tu dis « cinq et six centièmes » ! Tu comprends ? Dès que tu dis « virgule zéro », on voit la place du six ; donc, ce n'est pas la peine d'aller dire « six centièmes »	
Révision sur les écritures fractionnaires décimales Signification des écritures 1/10 ; 1/100 ; 3/10 ; 30/100 2 rectangles-unités sont tracés au tableau ; le premier divisé en dix colonnes. Dont 3 sont hachurées (3/10) ; puis J trace un second rectangle-unité divisé en cent.	CF08	Si la surface d'un rectangle correspond à une unité et si on le divise en dix bandes [égales], une bande correspond à « un dixième » qui s'écrit « un sur dix » : $1/10$. EC1 « Alors, regardez ce que je vais vous montrer d'abord au tableau, pour pouvoir faire notre exercice, page 29... Je vais tracer ici un rectangle [EC1 trace un rectangle au tableau]. Je vais dire que ce rectangle correspond à l'unité ; au nombre 1 ! Je vais donc supposer que la surface de ce rectangle correspond à l'unité. D'accord ? Si je divise ce rectangle en 10, je vais faire 10 petites bandes. Alors 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5 [...] A quoi va correspondre une bande par rapport à la surface du grand rectangle [EC1 hachure la première bande du deuxième rectangle] ? [Elève : Un dixième !]... Un dixième ! [...] Comment ça s'écrit ce « un dixième » ? Vous avez plusieurs façons de l'écrire... [Elève : Un sur dix !]... Un sur dix [EC1 écrit : $1/10$] !... D'accord ? »	
	CF08	Il y a dix dixièmes en tout dans ce rectangle. Dix dixièmes est la même chose qu'une unité : $10/10 = 1$ EC1 : « Alors j'ai combien de dixièmes en tout dans ce rectangle ? Clément ? [Clément : Il y en a 10 !]... Il y en a 10 ! Donc on peut dire que 10 dixièmes, c'est quoi ? [Elève : C'est une unité !]... Hé bien, c'est la même chose qu'une unité [EC1 écrit : $10/10 = 1$] ! Vous êtes d'accord ? »	
	CF08	Trois dixièmes s'écrivent « trois sur dix » : $3/10$ EC1 « Si je prends ici 3 bandes, ça correspond à quelle partie de mon rectangle unité [EC1 hachure les 7 ^{ème} , 8 ^{ème} et 9 ^{ème} bandes] ? Anthony ? [Anthony : Trois dixièmes !]... Trois dixièmes ! Comment je vais l'écrire ? [Anthony : Trois sur dix !]... Trois sur dix ! Je vois que vous êtes tout à fait au point ! »	
	CF08	Si la surface d'un rectangle correspond à une unité et si on la divise en cent petits rectangles, un petit rectangle correspond à « un centième » qui s'écrit « un sur cent » : $1/100$. EC1 : « Maintenant, je vais refaire un autre rectangle unité : pareil ; je vais le repartager en 10 : pareil ; et je vais encore le partager, mais cette fois ci... Je vais le partager encore... en petites bandes... Voilà !... Et en 10 bandes comme ça [EC1 partage le rectangle en 100 parties] [...] Alors ça va correspondre à quoi le tout petit rectangle qui est là [EC1 montre un petit rectangle] ? [Elève : Un centième !]... J'ai combien de petits rectangles comme ça ? [Elèves : Cent !]... J'en ai cent ! Donc, ça s'écrit comment, ça [elle montre un des cent petits rectangles] ? [Elèves : Un centième !]... Un sur cent [EC1 écrit : $1/100$] ! »	
	CF08	Si on divisait chacun de ces petits rectangles à nouveau en dix, on obtiendrait des millièmes. EC1 : « Et là, je ne vais pas pouvoir le faire, mais si je divisais encore chaque petit rectangle en dix, j'obtiens des ... ? [Elèves : Millièmes !]... Millièmes ! ... Vous êtes d'accord ? »	
	CF08	Si on prend trente petits carreaux, ils correspondent à $3/10$ (3 bandes) ou $30/100$ (trente petits carreaux) : $3/10 = 30/100$ EC1 : « Bon, si je colorie, par exemple, toute cette partie là... [EC1 colorie 30/100 de l'unité rectangle]... Alors, comment vous allez pouvoir me la décrire, toute cette partie que j'ai coloriée, là ? ... On réfléchit et on me donne deux façons... Elodie ! [Elodie : Il y a trois dixièmes, aussi !]... Il y a trois dixièmes !... Ou encore... ? [Elodie : Trente centièmes !]... Voilà... ou trente centièmes [EC1 écrit : $3/10 = 30/100$] »	
Exercice n°1 p. 11 Questions sur des écritures fractionnaires, décimales et littérales équivalentes	L'exercice joue le rôle de rappel	Lorsqu'on partage une unité en dix quantités égales, on obtient un dixième. Ecriture fractionnaire décimale d'un dixième : $1/10$. Lorsqu'on partage une unité en cent quantités égales, on obtient un centième. Lorsqu'on partage une unité en mille parties égales, on obtient des millièmes. EC1 : « [Elève : Lorsqu'on partage une unité en 10 quantités égales, on obtient 1 dixième]... Bon ! On l'a vu... [Léo : ... L'écriture fractionnaire décimale d'un dixième s'écrit « $1/10$ »... un sur dix]... Oui !... Continue !... [Léo : Quelle quantité obtient-on lorsqu'on partage l'unité en cent quantités égales ?] [...] [Damien : On obtient un centième !]... [...] Hé oui, on obtient un centième ; on vient de le voir ! [...] [Thomas : On obtient un millième !]... On obtient un millième !... »	CR08-E CR08-E CR08-E CR08-E
Exercice n°3 p. 11 Signification des chiffres dans un nombre entier et décimal	CF06	Pour connaître le chiffre des centièmes de 4582, il faut le placer dans le tableau de numération et rajouter des zéros jusqu'à la colonne des centièmes. C'est un effet de contrat lié au contrat didactique : dans un manuel de mathématiques les questions posées sont censées être renseignées à partir de ce qui est écrit. On veut montrer dans cet exercice que les nombres entiers sont des décimaux. EC1 : « Pour pouvoir le trouver, il faut que vous remettiez la... Les zéros qui n'y sont pas... Regardez [...] Quatre mille cinq cent quatre-vingt-deux... Alors, on met la virgule... Et on met le zéro... On rejoint ! C'est des zéros inutiles ! [EC1 place le nombre dans le tableau de numération, et rajoute la virgule et deux zéros pour aller jusqu'aux centièmes] »	

EC1 3^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels																						
Exercice n°8c p. 15 Décomposition de nombres décimaux à l'aide de fractions décimales		<p>$9,7291 = 9 + 7/10 + 9/1000 + 1/10000$</p> <p>Pour identifier chaque chiffre, il faut avoir sous les yeux le tableau de numération. « Sept dixièmes » s'écrit $7/10$. Le chiffre qui vient juste à droite de la virgule est le chiffre des dixièmes.</p> <p>EC1 : « Regarde ton tableau !... Dans ton tableau, le chiffre qui vient <i>juste à droite</i> de la virgule, c'est le chiffre des quoi ? [Silence]... Est-ce que tu as ton tableau de numération devant toi ? [Richard : Ben, non !] Prends-le ! Repars sur ton cahier de cours ! [...] Elle [la feuille sur laquelle se trouve le tableau de numération] doit être sous vos yeux tout le temps ! Donc, vous devez l'avoir à disposition... Alors regarde Richard : tu as le chiffre des unités [EC1 montre la colonne des unités sur le tableau de numération]... Ici, c'est le neuf ; à droite, qu'est-ce que c'est ? Le chiffre des... ? ! [Richard : Dizaines !]... <i>Dixièmes</i>... ! A ne pas confondre avec le chiffre des dizaines... Donc, tu vas écrire que c'est sept quoi, que tu as là ? [Richard : Sept dixièmes !]... Ben, voilà ! Et ça s'écrit « sept sur dix »... [EC1 écrit : $9,7291 = 9 + 7/10$] ! »</p>	CR06-E CR08-E CR01-E																						
	CF01	<p><u>Au-delà des millièmes, on trouve les dix millièmes, les cent millièmes.</u></p> <p>EC1 : « Parce qu'après, sur notre tableau, ben après les millièmes, c'est les dix millièmes, les cent millièmes, etc. [EC1 montre les colonnes à droite des millièmes sur la feuille volante du tableau de numération] »</p>																							
	CF04	<p>$0,3072 = 3/10 + 7/1000 + 2/10000$</p> <p>Dans 0,3072, le zéro des centièmes a de l'importance car il indique une position. Mais comme zéro centième est égal à zéro, on ne l'écrit pas (dans une décomposition).</p> <p>EC1 « Que se passe-t-il ? ! [Elève : Ben, dans la colonne des centièmes, il n'y a pas de...]... Oui ! Il y a zéro ! Est-ce que c'est un zéro inutile ? [Elèves : Non !]... Hé ben non ! Il a de la place ! Il a de l'importance, ce zéro ! Puisqu'il indique que c'est zéro pour les centièmes ! Alors, on ne l'écrit pas [...] Vous pourriez l'écrire, hein [le zéro des centièmes] ! Ce n'est pas... Ce n'est pas faux ! Mais zéro centième, ça fait zéro ! Donc ce n'est pas la peine de l'écrire... »</p>																							
	CF03	<p><u>On ne mélange pas les deux façons de lire un nombre décimal (4,008).</u></p> <p>EC1 : « Alors, ne dis pas « Quatre virgule... », à ce moment là !... Soit, tu me dis : « Quatre et huit millièmes » ; soit, <i>tu lis</i> ta virgule et tu dis les zéros qui sont utiles ! Donc, tu diras : « Quatre, virgule, zéro, zéro, huit ». Mais il ne faut pas mélanger les deux façons de dire, hein !... Ce n'est pas la peine ! »</p>																							
	CF04	<p><u>Pour décomposer un nombre décimal en fractions décimales, il faut :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - repérer leur place, une fois placés dans le tableau de numération. - « traduire » cette place sous la forme d'une fraction décimale. <p>EC1 : « Donc vous repérez dans votre tableau que vous devez avoir devant les yeux... la place de chacun de vos chiffres. Et vous traduisez ça de cette manière... Il y en a qui n'ont pas besoin du tableau ! Ils le font directement. C'est ce qu'il faudrait réussir à faire. D'accord ? »</p>																							
Exercice n°10 p. 15 Compléter avec les mots qui conviennent des propositions sur l'écriture décimale d'un nombre.		<p>Difficultés de Kassem : EC1 refait le tableau de numération et effectue un rappel sur les différentes unités du tableau et la position de la virgule.</p> <p><u>De part et d'autre de la virgule on a les dixièmes, centièmes, millièmes, et les unités, dizaines, centaines, unités de mille, dizaines de mille, centaines de mille.</u></p> <p>Les erreurs des élèves sont interprétées comme une gestion défaillante du tableau de numération et non comme un obstacle de nature épistémologique et didactique : l'assimilation de la partie décimale à un nombre entier.</p> <p style="text-align: center;">MILLIER</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 40px; text-align: center;">c</td> <td style="width: 20px; height: 40px; text-align: center;">d</td> <td style="width: 20px; height: 40px; text-align: center;">u</td> <td style="width: 20px; height: 40px; text-align: center;">c</td> <td style="width: 20px; height: 40px; text-align: center;">d</td> <td style="width: 20px; height: 40px; text-align: center;">u</td> <td style="width: 20px; height: 40px; text-align: center;">,</td> <td style="width: 20px; height: 40px; text-align: center;">dixièmes</td> <td style="width: 20px; height: 40px; text-align: center;">centièmes</td> <td style="width: 20px; height: 40px; text-align: center;">millièmes</td> <td style="width: 20px; height: 40px;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 20px; height: 40px;"></td> <td style="width: 20px; height: 40px;"></td> <td style="width: 20px; height: 40px;"></td> <td style="width: 20px; height: 40px;"></td> <td style="width: 20px; height: 40px;"></td> <td style="width: 20px; height: 40px;"></td> <td style="width: 20px; height: 40px;"></td> <td style="width: 20px; height: 40px;"></td> <td style="width: 20px; height: 40px;"></td> <td style="width: 20px; height: 40px;"></td> <td style="width: 20px; height: 40px;"></td> </tr> </table> <p>EC1 : « Alors nous allons reprendre un petit peu de temps pour refaire le tableau ! [...] [EC1 retrace un tableau de numération.] Je mets ici les unités. Donc, ma virgule, elle va être là [sur le tableau aux colonnes vides, J place « u » et positionne la virgule sur le trait séparant les unités des dixièmes ; elle ne met plus de colonne pour la virgule.] ! Ici, j'ai les « quoi », Kassem ? [Elèves : Dixièmes !]... Ici ? ! [Elèves : Centièmes !]... Ici ? ! [Elèves : Millièmes !]... D'accord ? Ici, les dizaines, ici, les centaines, ici, <i>les unités de mille</i>... [EC1 rajoute « d » « c » « u » dans les colonnes, au fur et à mesure]. Donc là, on a les milliers, les <i>dizaines</i> de mille, les centaines de mille... Vous avez votre tableau, hein, devant vous ! [EC1 rajoute « d » « c » « u » dans les milliers. »</p>	c	d	u	c	d	u	,	dixièmes	centièmes	millièmes													CR01-E
c	d	u	c	d	u	,	dixièmes	centièmes	millièmes																

EC1 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels																				
Exercice n°10 p. 15 (suite)		<p><u>Quand on place un nombre dans le tableau de numération :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - On place chaque chiffre dans une colonne différente - la virgule est toujours accrochée aux unités : - elle sépare les deux « côtés » d'un nombre. <p><u>Pour savoir à quoi se rapporte chaque chiffre d'un nombre :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - on place le nombre dans le tableau de numération ; - on remonte jusqu'en haut de la colonne de chaque chiffre; - on lit le titre de la colonne. <p>EC1 : « Alors, on regarde Kassem ! On a... le cinq qui est là... le neuf... le six, le sept ! [Elle place chacun des chiffres dans sa colonne] <i>Et de l'autre côté</i> – la virgule est toujours accrochée aux unités ; à droite des unités – le quatre, le deux, le zéro, le huit... [EC1 place ces chiffres dans le tableau de numération].</p> <p style="text-align: center;">Milliers</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="width: 20px; text-align: center;">c</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">d</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">u</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">c</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">d</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">u ,</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">dixièmes</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">centièmes</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">millièmes</td> <td style="width: 20px;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">9</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> </table> <p>EC1 : « [...] Le deux, tu remontes, il est dans quelle colonne [EC1 l'enjoint de regarder au-dessus du 2 pour trouver dans quelle colonne ce chiffre se trouve] ? [Kassem : Centièmes !]... Centièmes !... Le six, il est dans quelle colonne ? [...] Montre-le... ! [Kassem montre la colonne]. C'est quoi, cette colonne ? [Kassem : Centaines !]... Les centaines ! Donc, il faut que tu utilises ton tableau ! Il ne faut pas que tu répondes au hasard ! »</p>	c	d	u	c	d	u ,	dixièmes	centièmes	millièmes				7	6	9	5	4	2	0	8	CR06-E (CR01) CR06-E
c	d	u	c	d	u ,	dixièmes	centièmes	millièmes															
		7	6	9	5	4	2	0	8														
Exercice n°9, P. 15 Manipulation des chiffres d'un nombre décimal.	CF09	<p><u>Le triple d'un nombre veut dire trois fois ce nombre.</u></p> <p>EC1 : « Est-ce qu'il est le triple du chiffre des centièmes ? Quel est le chiffre des centièmes ? [Elève : Deux !]... Et le triple, ça veut dire quoi ? [S'adressant et répondant à la classe]... Pas « trois fois » : « trois fois » !!! [...] Donc, le chiffre des centaines – c'est 6 –, c'est égal à trois fois le chiffre des centièmes. »</p>																					
	CF09	<p><u>Le tiers d'un nombre veut dire trois fois moins que ce nombre.</u></p> <p>EC1 : « Alors, quel est le chiffre des dixièmes ? [Elève : Un !]... Un ! Et le tiers, ça veut dire quoi ? [Elève : Trois fois moins !]... Trois fois moins ! Donc, c'est trois divisé par trois [EC1 montre successivement au tableau le 3 des unités et le 1 des dixièmes] ! Et ça donne bien un ! »</p>																					
	CF06 (CF01) (CF01) (CF01)	<p><u>Pour placer un nombre décimal dans le tableau de numération :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - on place en premier la virgule car elle est toujours à la même place ; - puis on place le chiffre des unités qui est à gauche de la virgule ; - on écrit ensuite le reste de la partie entière et enfin on place les autres chiffres [partie décimale]. <p>EC1 : « Regarde le tableau : quel est le chiffre des dizaines ? [EC1 fait venir l'élève au tableau et lui fait placer le nombre 623,12 sur le tableau de numération.]... Mets-moi la virgule ! Elle est où la virgule ? ! Elle est toujours à la même place : elle est fixée, elle ne bouge pas... Bon !... [Anthony place la virgule dans le tableau de numération] Et tu m'écris ton nombre – six cent vingt-trois – en partant de la virgule. Où va être le trois... ? [Anthony hésite entre la colonne des dizaines et celle des unités.]... Regarde ! La virgule elle est là ! Le trois, il est à gauche ! Alors mets-le ! Vite... ! [EC1 montre successivement la virgule et le chiffre 3 des unités du nombre qu'elle a écrit au tableau.]... Voilà ! [...] Quel est le chiffre des dizaines ? [Elève : Le deux !]... Oui ! ... Il est là ! [EC1 se déplace près d'Anthony et montre la colonne des dizaines et le 2 placé dans cette colonne]. »</p>																					
	CF09	<p><u>Le double d'un nombre veut dire deux fois plus grand que ce nombre.</u></p> <p>EC1 : « Quel est le chiffre des dixièmes ? [Elève : Le un !]... Le un, c'est bien ! Est-ce que le deux est le double du un ? [Elève : Oui !]... Ça veut dire quoi, « le double » ? [Elève : Ça veut dire, heu... C'est deux fois un... !]... Deux fois plus grand ! C'est bien ! Tu vas à ta place... »</p>																					
Exercice n° 5 p. 15 Donner l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire.	CF06 (CF01)	<p>243/10 = 24,3</p> <p><u>Pour obtenir l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - on place ce nombre correctement dans le tableau de numération en s'aidant de sa lecture ; - on place la virgule dans le tableau de numération et on obtient un nombre décimal. <p>EC1 : « Tu me le marques dans le tableau, ce nombre. Tu écoutes bien ce qu'on te dit : « deux cent quarante-trois dixièmes » ! [L'élève place d'abord le 2 dans la colonne des dizaines, puis le 4 et enfin le 3 dans celle des dixièmes.]... C'est bien !... Est-ce que vous êtes d'accord avec Elodie ? [Elèves : Oui !... Il manque la virgule !]... Bon ! Alors... Tu peux rajouter la virgule... Et qu'est-ce qu'on a obtenu ici ? L'écriture décimale ! OK ? »</p>																					

EC1 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice n° 5 p. 15 (suite) Donner l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire.	CF06 (CF01)	<p>674/1000 = 6,074 (erreur)</p> <p>Pour obtenir l'écriture décimale du nombre fractionnaire 674/1000 :</p> <ul style="list-style-type: none"> - on place en premier le chiffre 4 dans la colonne des millièmes du tableau de numération et on écrit le reste des chiffres ; - on place la virgule au bon endroit. <p>EC1 : « Esther, tu viens au tableau, et tu me marques ce nombre là au tableau ! [EC1 montre le nombre 674/1000]... Ce nombre se lit « six cent soixante quatorze millièmes ! ». Où est la colonne des millièmes ? [Elève : Là !... (Elle montre la bonne colonne.)]... Bon ! Tu marques « six cent soixante-quatorze millièmes » ! [Esther place correctement les chiffres ; elle finit par le zéro des unités.]... Et il faut que tu l'écrives, maintenant, en mettant la virgule au bon endroit. [Esther place la virgule]... Donc, elle [Caroline] a raison »</p>	
	CF02	<p>230/100 = 2,3 / 2,30 (deux réponses de deux élèves)</p> <p>2,3 et 2,30 sont justes</p> <ul style="list-style-type: none"> - Dans 2,30 le zéro est inutile ; on n'est pas obligé de le mettre. Mais l'écriture est juste. - Donc 2,3 = 2,30 = 2,300 = 2,3000... <p>EC1 : « Qui a raison : Damien ou Thomas ? [Elèves : Les deux !... Damien !... Thomas !]... Les deux !... Ben oui ! Parce que deux virgule trente, c'est la même chose que deux virgule trois [EC1 barre à nouveau le zéro de 2,30 : 2,30] ! Comment s'appelle ce zéro ? Comment on dit qu'il est ? ! [Elèves : Les millièmes !... Facultatif !] [...] Il est i-nu-tile ! C'est un zéro qui n'a... On n'est pas obligé de le mettre. Alors, on peut le mettre, on peut ne pas le mettre : deux virgule trois, c'est la même chose que deux virgule trente ! Donc, ils avaient tous les deux raison, d'accord ? [...] [Elève : Et donc, si on en met trois, c'est pareil que... !]... Si on met trois zéros ? [Elève : Oui ! Ça fait pareil que...]... Ben oui : si tu mets deux virgule trois mille, c'est pareil ! Deux virgule trente mille, c'est pareil ! »</p>	
	CF06 (CF03) (CF01) (CF01)	<p>204/1000</p> <p>Pour obtenir l'écriture décimale du nombre fractionnaire 204/1000</p> <ul style="list-style-type: none"> - on entend ce qu'on lit ; - on place le chiffre 4 dans la colonne des millièmes, puis les autres chiffres ; - on place la virgule toujours à la même place : accrochée à l'unité ; - on rajoute un 0 quand il n'y a pas d'unité. <p>EC1 : « Deux cent quatre millièmes ! [L'élève interrogé hésite]... Alors va au tableau, puisque tu as besoin du tableau !... Va l'écrire au tableau ! On entend ce qu'on lit : « deux cent quatre millièmes » ! Donc, on place deux cent quatre avec le nombre quatre, le chiffre quatre à la place des millièmes ! [Elodie place correctement deux cent quatre millièmes dans le tableau de numération]... C'est ce qu'elle a fait ! Et on rejoint l'écriture de la virgule et de l'unité ! Alors, où est-ce que tu vas mettre ta virgule ? [Elodie place la virgule et le zéro de l'unité]... Toujours à la même place : accrochée à l'unité qui est égale à zéro. Donc, ça fait [...] zéro virgule deux cent quatre [EC1 écrit : 0,204] »</p>	
	CF06 (CF01) CF06 CF06	<p>Pour obtenir l'écriture décimale du nombre fractionnaire 230/100, on le place dans le tableau de numération ; on lui rajoute une virgule : 2,30. Si on lui enlève le 0 et la virgule on peut lire « vingt-trois dixièmes » ; donc « vingt-trois dixièmes » peut s'écrire 23/10 ; et 230/100 = 23/10.</p> <p>230/100 ≠ 230/10 ; on peut enlever 0 à 2,30 = 2,3. Mais on ne peut pas faire la même chose pour 230/100</p> <p>EC1 : « Regardez ici ! Si j'enlève le zéro [Elle efface le zéro de 2,30 : 2,3]... et que je ne mets pas la virgule [EC1 efface la virgule : 23], j'ai vingt-trois quoi ? [...] [Elève : Vingt-trois dixièmes... !]... Oui ! [...] On lit vingt-trois dixièmes... [EC1 montre 23 puis remonte le long de la colonne du 3 pour lire les dixièmes] ! Donc, ça peut aussi s'écrire sous quelle fraction décimale [EC1 trace la barre de la fraction] ? [Elèves : Vingt-trois sur dix !] [...] Ben oui [EC1 écrit 230 : 100 = 2,30 = 23/10]...! Donc, quand tu me disais tout à l'heure « On peut aussi écrire deux cent trente sur dix ! » : Non ! [...] Ça ne va pas être deux cent trente sur dix [EC1 montre la fraction 230/100] ! C'est vingt-trois sur dix [EC1 montre la fraction 23/10] !... C'est à dire que le zéro inutile qui était là, hé bien, on enlève aussi le zéro en dessous... [EC1 montre le 0 de 230, puis le 0 de 100 dans la fraction 230/100].»</p> <p>Enlever un zéro au numérateur et au dénominateur de la fraction 230/100, revient à les diviser par dix et ne change pas le résultat. On obtient 23/10.</p> <p>La fraction 230/100 n'a qu'une seule écriture décimale.</p> <p>EC1 : « On enlève le zéro en haut, on enlève le zéro en dessous : on divise par 10 en haut, on divise par 10 en bas... [EC1 montre alternativement le numérateur et le dénominateur de 230/100]... Donc, fais attention, et ne me dis pas que c'est égal à 0,23 parce que ce n'est pas vrai ! C'est 2,3 : il n'y a qu'une seule écriture décimale ! OK ? »</p>	CR02-E
Leçon	CF06	<p>Pour placer un nombre décimal (238,457) dans un tableau de numération :</p> <ul style="list-style-type: none"> - on commence par placer la virgule (entre les unités et les dixièmes) ; - on place l'unité ; - on place la partie entière et enfin la partie décimale. <p>EC1 : « Ce nombre, vous l'inscrivez dans votre tableau ! Alors, naturellement, sans vous trompez... Parce qu'on est sur le cours !... Alors, pour ne pas vous trompez, vous commencez par la place de la virgule ! Elle est là... Je la marque... [EC1 place la virgule sur le trait séparant les unités des dixièmes] ... Donc, je marque mon unité... Et après, ça va tout seul... Quatre cent cinquante sept ! [EC1 inscrit d'abord l'unité, puis la dizaine, la centaine et enfin la partie décimale qu'elle oralise : 238,457] »</p>	

EC1 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Leçon (suite)	CI01	238,457 - 3 est le chiffre des dizaines ; - 4 est le chiffre des dixièmes ; - 7 est le chiffre des millièmes. 4 009,07 - 0 est le chiffre des dizaines, des centaines et des dixièmes.	
		<p><u>Les nombres plus petits que 1 commencent par « zéro virgule ».</u> <u>Pour représenter des nombres plus petits que 1, on utilise les dixièmes, centièmes et les millièmes.</u> <u>Si un rectangle correspond à une unité, divisé en dix il donne des dixièmes et, divisé en cent, il donne des centièmes.</u> EC1 : « Les nombres plus petits que un, quand ils sont écrits sous forme décimale, ils commencent par quoi ? [Elève : Par zéro !]... Par zéro ! Zéro virgule... Et alors, pour pouvoir les écrire, on utilise comme on l'a vu, les dixièmes, les centièmes et les millièmes. Donc, on va s'intéresser, essentiellement, aux nombres plus petits que un qui correspondent à un dixième, un centième, un millième. [...] Pour écrire les nombres plus petits que un, on utilise des ... ? [Elèves : ... Des nombres décimaux !... Des virgules !]... Non ! Des dixièmes, des centièmes, etc. ! Et – vous vous rappelez, heu... – je vous avais dessiné un rectangle ; et je vous avais dit : « Ce rectangle correspond à un... à l'unité ». Et après, je l'avais divisé... en dix : ça m'avait donné des dixièmes ; en cent : ça m'avait donné des centièmes, etc. Et après, on a vu comment on l'écrivait. Alors, vous écrivez : « On utilise des dixièmes... » »</p>	CR01-A CR01-A CR08-A + Rappel contextuel
	CI08	II Les différentes écritures d'un nombre décimal. 1 Les nombres plus petits que 1 Pour écrire les nombres plus petits que 1, on utilise des dixièmes (1/10 de l'unité), des centièmes (1/100 de l'unité)...	
Rappels fin de séances	CF010	<ul style="list-style-type: none"> - <u>On peut écrire un nombre avec des lettres</u> - <u>On peut écrire un nombre en écriture décimale (avec une virgule et des chiffres)</u> - <u>On peut écrire un nombre en écriture fractionnaire ;</u> - <u>On peut écrire un nombre de façon décomposée dans laquelle on utilise soit l'écriture décimale, soit l'écriture fractionnaire</u> <p><u>On peut donc écrire les nombres de 4 façons différentes : écriture en lettres ; écriture décimale ; écriture fractionnaire ; écriture décomposée</u> EC1 : « Quelles sont les différentes sortes d'écriture que vous connaissez ? [Elève : La décomposition canonique !]... Hou la !!! [...] Moi, je te demande le type d'écriture qu'on a... ? [Elève : Les chiffres !]... Oui !... Alors il y a... [Elève : ... Les lettres]... Alors, il y a une écriture en lettres ; ça, c'est une façon d'écrire ! Une autre... ! [Elève : Une écriture décimale]... Décimale ! Ça comporte quoi ? [EC1 désigne la virgule sur le tableau de numération tracé au tableau] [Elèves : Une virgule... !]... Une virgule et des chiffres ! Qu'est-ce qu'on a d'autre, comme écriture ? [Elève : Une écriture entière !]... Ben, une écriture entière, c'est comme l'écriture décimale... [Elève : Une écriture fractionnaire]... Fractionnaire ! Une écriture fractionnaire !... Et puis, il y a une écriture décomposée – c'est ce qu'il appelle la décomposition canonique [EC1 désigne l'élève qui avait utilisé ce terme], mais je n'emploierai pas le terme de « décomposition canonique »... Mais c'est l'écriture décomposée. Donc, on va avoir quatre façons d'écrire les nombres : décimale, en lettres, fractionnaire ou carrément la décomposition [EC1 montre 4 doigts de sa main gauche]... Dans laquelle on utilisera, soit l'écriture décimale, soit l'écriture fractionnaire. »</p>	CR07-A CR01-A CR08-A CR04-A

EC1 4^{ème} séance

	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Correction interrogation en calcul mental	CF01	<u>Le nombre de centaines n'est pas la même chose que le chiffre de centaines.</u> <u>Pour connaître le nombre de centaines dans 2 054.317, il faut prendre en compte les chiffres qui sont à la gauche du chiffre des centaines.</u> EC1 : « Quand je demande combien il y en a <i>en tout</i> , je ne m'intéresse pas <i>uniquement</i> aux chiffres [EC1 montre le chiffre zéro des centaines dans le nombre écrit au tableau] !... Là-dedans, il y a combien de centaines – c'est un peu plus difficile ce que je vous demande, là, hein ? ! ... [Elève : Vingt !]... Il y en a vingt ! Il y a <i>vingt</i> centaines [EC1 fait le geste de couper avec le doigt le nombre à droite du zéro, pour indiquer qu'il faut lire 20 centaines et non zéro centaine] ! Il faut prendre en compte le ... le... Le chiffre qui est devant. Ce n'est pas ce que je demandais, hein ! Je vous demandais le <i>chiffre</i> des centaines ; mais pas le <i>nombre</i> des centaines ! C'est autre chose... »	
	CF01	<u>Il ne faut pas confondre le chiffre des dixièmes et celui des dizaines.</u>	
	CF06	<u>Le tableau de numération doit servir de référence.</u> EC1 : « <i>Tout le monde</i> devrait avoir devant les yeux son tableau ! Vous savez, celui que je vous ai donné <i>en liberté</i> ! Celui-là... Parce que, dès qu'il y a un élève qui ne comprend pas ou qui n'est pas d'accord, il prend son crayon à papier et <i>il essaie</i> sur son tableau... C'est le tableau qui vous sert de référence... ».	
Exercice n°5b p. 15 Ecriture fractionnaire / Ecriture décimale	(CF01)	$67/10 = 6,7$ ou $0,67$ (erreur) <u>Pour obtenir l'écriture décimale du nombre fractionnaire $67/10$:</u> - <u>on place le 7 dans la colonne des dixièmes ;</u> - <u>on place le reste des chiffres ;</u> - <u>on place la virgule qui est accrochée à l'unité.</u> EC1 : « Prends ton tableau ! Dans ton tableau... [EC1 trace un tableau de numération sur le tableau de gauche]... Si j'ai ici les unités, les dizaines, les centaines – je vous rappelle que j'ai ici la virgule... [EC1 place la virgule sur le trait séparant les unités des dixièmes] – ici, j'ai les dixièmes... Alors on te dit qu'il y en a combien des dixièmes ? [Elève : Soixante-sept !]... Bon ! Alors tu regardes ta colonne des dixièmes et tu mets <i>le sept</i> dans la colonne des dixièmes [EC1 place le sept dans cette colonne, après avoir montré celle-ci au tableau] !... Ça te fait bien soixante-sept dixièmes [EC1 place le six dans la colonne des unités] ! Tu es d'accord ?... Et ta virgule elle est toujours accrochée à la même place, elle... ! [EC1 place la virgule entre le 6 et le 7]... Elle est accrochée à l'unité ! Donc, six, c'est le chiffre des unités ; sept, c'est le chiffre des dixièmes ! D'accord ? »	CR06-E
	CF06	<u>Pour écrire neuf mille centièmes, on part de la droite et on va vers la gauche : on place le 0 dans la colonne des centièmes. Puis on écrit le reste du nombre.</u> EC1 : « Et comment tu vas l'écrire ton « neuf mille » ? En partant de là, et en allant vers la gauche ! [Elève : De là, vers la gauche ? ! Il désigne successivement la colonne des centièmes où il vient de placer le zéro, puis la colonne des unités]... Oui !... Alors, vas-y progressivement : il y a combien de zéros à mettre ? [Elève : Ben, trois !]... Ben oui !... Ben, alors, tu me mets les trois ! [...] Donc, il faut <i>que tu regardes</i> bien la position de ton <i>centième</i> [EC1 montre la colonne des centièmes] ! Neuf mille centièmes, comme son nom l'indique, ça veut dire que le... le... Le zéro, il se met dans la colonne des centièmes. Et j'écris neuf mille ! »	
	CF02	<u>Dans $9000/100$, les 0 de 9000 ne sont pas inutiles, car il n'y a pas de virgule.</u> EC1 : « Là, ils ne sont pas inutiles [EC1 montre les zéros de la fraction $9\ 000/100$]... Sinon, on aurait mis une virgule ! Mais, là, elle n'y est pas la virgule... [EC1 montre le 9000 de la fraction $9000/100$ pour faire constater qu'il n'y a pas de virgule après le neuf] ! [...] Donc là, neuf mille, c'est neuf mille ! Tu ne peux pas changer le nombre qui t'a été proposé... »	
	CF06 (CF02)	<u>Pour obtenir l'écriture décimale de $9000/100$, on place 9000 dans le tableau, on rajoute la virgule et on enlève les zéros inutiles. On peut barrer les 0 après la virgule et inutiles dans 90.00 mais pas dans le numérateur de $9000/100$.</u> EC1 : « La virgule, elle va être là ! Je te la rajoute... La virgule elle va <i>toujours</i> être là... <i>Et il faut toujours que tu utilises ton tableau, à chaque fois...</i> [...] Donc, ça, ça fait quatre-vingt-dix... [elle écrit $9000/100 = 90$]... alors... <i>Si vous avez laissé la virgule, ça fait ça</i> [elle rajoute la virgule et deux zéros : $90,00$] ! Et qu'est-ce qu'on peut faire ? ! [Elève : Quatre-vingt-dix, heu... !]... Oui, mais qu'est-ce qu'on peut faire de ces zéros ?... [Elèves : Quatre-vingt-dix... On peut les barrer !]... On peut les barrer, mais seulement maintenant [EC1 barre les deux zéros qu'elle vient d'écrire : $9\ 000/100 = 90,00$] !... On ne peut pas les barrer là-haut [EC1 montre les zéros de $9\ 000$ dans la fraction $9\ 000/100$] »	
	CF06	$90 / 1 = 90$ $90/1=900/10=9000/100$ EC1 : « On peut écrire « quatre-vingt-dix » [EC1 écrit $9\ 000/100 = 90,00 = 90$] [Elève : ... Sur Un... !]... On peut l'écrire sur un, si on veut... On le laisse comme ça, c'est bon, hein ! [Elève : Si tu mets sur zéro, ça ne va pas...]. Heu... On aurait pu aussi l'écrire... Neuf cent sur dix ! Quatre-vingt-dix sur un ! Tout ça est... est... est identique. [EC1 montre la fraction $9\ 000/100$] »	
	CF01 CF02	$360/1000 = 0,360 = 0,36$ <u>Le zéro des unités est indispensable : la place des unités doit toujours être remplie.</u> <u>Le zéro des millièmes est inutile car il ne changera pas la valeur des autres chiffres.</u> EC1 : « <i>Celui-là, il a sa place</i> [EC1 parle du chiffre 0 des unités] ! La place des unités, elle est <i>toujours</i> remplie ! C'est <i>indispensable</i> d'avoir le chiffre des unités... Alors, lequel est inutile ? [Elève : Le dernier !]... Ben oui ! Parce que celui-ci, que tu le mettes ou pas, ton... [EC1 barre le zéro : $0,360$] [...]Alors, quel que soit le nombre de zéros que tu mets à côté, ça vaudra toujours six... Six centièmes et trois dixièmes... Et celui-là, par contre, il faut l'écrire : c'est indispensable... [dans le tableau de numération, J place le zéro des unités et positionne la virgule : $0,360$] »	

EC1 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF02	$300/1000 = 0,300 = 0,3$ Dans 0,300 les deux derniers 0 ne sont pas nécessaires. EC1 : « Comment tu peux l'écrire également, Jérémy?... Celui-là, est-ce que je peux l'écrire autrement ? [...] [Jérémy : Zéro virgule trois !]... Voilà : zéro virgule trois... [EC1 écrit : $300/1000 = 0,300 = 0,3$]... C'est à dire que ces deux zéros là, on peut ne pas les mettre... [EC1 barre deux zéros inutiles dans l'écriture décimale : $300/1000 = 0,300 = 0,3$] »	
	CF06	$204/10 = 20,04$ (erreur) Pour obtenir l'écriture décimale de $204/10$ on le place dans le tableau de numération : en premier le 4 dans la colonne des dixièmes ; puis on écrit les autres chiffres. EC1 : « Reprends ton tableau... et... Et mets-moi le quatre ; à quelle colonne, Sofiane [EC1 montre le quatre de $204/10$] ? [Sofiane : Hein ? !]... Ton quatre, là, tu vas le mettre à quelle colonne... ? [Sofiane : ... Dix !]... Hé oui, à la colonne des dixièmes ! Et puis, tu vas écrire zéro et deux ! [...] C'est d'accord ? Tu n'auras pas deux zéros ! Donc, tu vois, à chaque fois que tu as un petit doute, tu prends ton tableau, tu écris dessus et tu ne feras pas d'erreurs... »	
	CF06 (CF03) (CF03)	Pour obtenir l'écriture fractionnaire à partir de l'écriture décimale (0,8): - on lit le nombre de façon précise : « huit dixièmes » ; - on place le dernier chiffre de droite dans la colonne de l'unité lue ; - on complète avec les autres chiffres du nombre ; - on lit le nombre obtenu avec l'unité lue ; - on écrit le numérateur et le dénominateur qui correspondent à cette lecture (8/10). EC1 : « Huit sur dix, il a raison... C'est une écriture-fraction. Ça peut se dire également : « Huit dixièmes »... Et c'est même comme ça qu'on la trouve, l'écriture ! Parce que, quand on regarde la place de huit, c'est la place des dixièmes ; donc on va lire : « Huit dixièmes ! »... [EC1 montre le 8 de $8/10$ puis montre la colonne des dixièmes dans le tableau de numération.] »	
Exercice n°6 p. 15 Donner une écriture fractionnaire d'un nombre décimal	CF06 (CF01) (CF01)	$15,537 = 15,537/1000$ Pour obtenir l'écriture fractionnaire à partir de l'écriture décimale : - on place la virgule entre les unités et les dixièmes ; - on écrit la partie entière d'un côté de la virgule et la partie décimale de l'autre côté ; - on ne tient plus compte de la virgule ; - on regarde dans quelle colonne se trouve le chiffre de droite ; on lit le nombre en entier avec l'unité correspondant à cette colonne ; - on écrit la fraction qui correspond à cette lecture. EC1 : « La virgule, elle va être où ?... Elle est toujours au même endroit [...] Elle est entre les deux, hein... [EC1 place la virgule exactement sur le trait séparant les unités des dixièmes]... Elle est là ! Exactement entre les deux ... Alors tu me marques « quinze » comme il faut... [...] Le cinq, il va être où ? [Elève : Là ? Il montre la colonne des dizaines]... Non, regarde... Ta virgule elle est accrochée à ton chiffre des unités... là, là, là... ! [EC1 montre la colonne des unités]... [Oliver attends l'approbation de J pour placer le 5 dans la colonne des unités]... Oui, cinq... Le un : là !... [EC1 montre à Oliver où il doit placer la dizaine dans le tableau de numération]... Voilà, ça fait quinze ! Quinze, ça s'appelle la partie... ? ! [Elèves : Entière !]... La partie entière ! Donc, maintenant, on va écrire la partie... ? [Elèves : Décimale !]... Décimale ! Alors tu viens : en suivant, le cinq, le trois, le sept... [EC1 indique à Oliver où il doit écrire ces 3 chiffres sur le tableau de numération ; Oliver s'exécute et place 15, 537 dans le tableau]... Et maintenant on regarde tous ! [...] Cette virgule, on ne s'en occupe plus [EC1 efface la virgule : 15 537] : on regarde dans quelle colonne on est... [EC1 montre le dernier chiffre de 15 537, c'est à dire sept, puis remonte le long de la colonne où est placé ce chiffre afin d'en montrer l'intitulé] [Elève : Millièmes]... Et on lit ce nombre... C'est quoi ce nombre ? [Elève : Quinze mille cinq cent trente sept]... Et on dit... ? [Elève : Millièmes !] Voilà ! Quinze mille cinq cent trente sept millièmes ! ... Alors qu'est-ce que j'écris, moi... ici ? [EC1 écrit 15, 537 = 15 537 /]... Qu'est-ce que j'écris au-dessus ?... [Elève : Quinze... Quinze mille cinq cent trente sept]... Oui... Et qu'est-ce que j'écris en dessous ? [Elève : Millièmes !]... Mille !... Ça se lit « Quinze mille cinq cent trente-sept sur mille »... Quinze mille cinq cent trente-sept millièmes... Est-ce que tu comprends ? »	
	CF06 (CF01)	$264,1 = 2641/10$ Pour obtenir l'écriture fractionnaire à partir de l'écriture décimale d'un nombre : - on regarde à quelle unité correspond le chiffre de droite de ce nombre ; on en fait le dénominateur de la fraction ; - on écrit le nombre décimal sans la virgule au numérateur. EC1 : « Deux mille six cent quarante et un [EC1 écrit : $264,1 = 2 641/10$]... Alors, vous pouvez simplement regarder la position du chiffre de droite [EC1 montre le 1 de 264,1]... et ça vous indique ce que vous mettez en dessous [EC1 indique le dénominateur] ... Pour ceux qui n'ont pas encore tout à fait bien compris... »	
	CF06	Pour obtenir l'écriture fractionnaire à partir de l'écriture décimale d'un nombre ($79 = 79/1$) : on regarde à quelle unité correspond le chiffre de droite de ce nombre et on en fait le dénominateur de la fraction. EC1 : « Le neuf est en quelle position ? [Elève : Ce n'est pas soixante-dix-neuf dixièmes]... Hé non ! Parce que le neuf n'est pas à la position des dixièmes ! [Autre élève : Il n'y a pas de virgule !]... Il est à quelle position, le neuf ?... [Sofiane : Une unité !]... Hé oui !... Donc, qu'est-ce que je vais écrire en dessous ? [Sans attendre la réponse, EC1 écrit : $79 = 79/1$] [...] Hé bien oui, je vais écrire « soixante-dix-neuf sur un »... [EC1 écrit : $79 = 79/1$] ... [...] Je regarde la position du neuf et j'écris cette position en dessous [EC1 montre successivement le neuf du nombre 79 et le 1 de la fraction $79/1$] ! »	

EC1 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice n°6 p. 15 Donner une écriture fractionnaire d'un nombre décimal (suite)	CF06	$79 = 79/1 = 790/10 = 7900/100 = 79\ 000/1000$ Si on rajoute le même nombre de 0 au dénominateur et au numérateur, la fraction ne change pas. Il existe une infinité d'écritures fractionnaires pour le même nombre. EC1 : « Alors tu écris ce qu'elle a dit : 790 dixièmes... [Clément commence à placer le 0 de sept cent quatre vingt dix dans la colonne des dizaines et non des dixièmes.]... <i>Sept cent quatre vingt dix dixièmes</i> ... Attention, attention, attention, Clément !!! [Clément : Ha ! Sept cent quatre vingt dix !]... Où est-ce qu'ils sont les dixièmes ? [Clément : Là... Il montre la colonne des dixièmes.]... Bon, on recommence ! [...] C'est tout à fait possible d'écrire ça comme ça [EC1 montre la fraction 790/10] !... Elle a <i>raison</i> !... [Elève : Oui mais... Il y a un zéro qui ne sert à rien !]... Ce n'est pas la peine, mais <i>c'est juste</i> ! Et on pourrait même faire encore <i>pire</i> : mettre encore plus de chiffres ! Qu'est-ce qu'on pourrait faire d'autre... [EC1 rallonge, de façon démesurée, la barre de la fraction, en attendant la réponse des élèves.]... ? [Elève : Sept mille neuf cent centièmes !!!]... Voilà ! On pourrait écrire : « sept mille neuf cent sur cent »... [EC1 écrit : $790/10 = 7900/100$] [Autre élève : Soixante dix neuf mille millièmes !!!]... <i>Stop</i> ! Vous avez compris... <i>Moralité</i> : il y a combien d'écritures fractionnaires pour un nombre décimal ? [Elève : ... Infini !!!]... Il y en a autant que vous voulez... Il suffit de changer, à chaque fois, votre dénominateur et vous en trouvez autant que vous voulez... »	
LEÇON Copie sur le cahier de leçon	CF10	<u>504,67 est une écriture décimale</u> EC1 : « La première écriture que nous allons écrire, c'est l'écriture décimale... [EC1 écrit : Ecriture décimale]... Alors je prends un exemple... Je prends « cinq cent quatre virgule soixante-sept »... [EC1 rajoute : 504,67]... Je pars de ce nombre écrit... C'est l'écriture décimale... »	
	CI10	2 Plusieurs écritures 504,67 : écriture décimale	
	CF10	<u>504,67 peut également s'écrire sous forme d'une fraction décimale : $50\ 467/100$.</u> EC1 : « En dessous, on va l'écrire sous la forme d'une fraction... [Elève : Ecriture fractionnaire !]... Alors je ne vais pas dire « écriture fractionnaire », mais je vais dire directement « fraction décimale »... [EC1 rajoute en dessous : Fraction décimale]... Fraction décimale !... Qui est-ce qui me la donne ? [...] [Elève : Heu !... Cinquante mille... quatre cent soixante-sept... centièmes... ?] [EC1 rajoute : 50467/100]... Je suis d'accord ! »	
	CI10	50 467/100 : fraction décimale	
		Il existe une autre écriture qu'on avait appelée canonique mais qui est une forme décomposée. EC1 : « Pensez à ce qu'a dit Richard, hier... [...] Alors, il avait parlé de « décomposition canonique » – le mot « canonique », je ne le prends pas ! – mais une forme « décomposée ». Donc, nous allons écrire ce nombre sous forme décomposée... »	CR10-EI
	CF010	$504,67 = (5 \times 100) + (4 \times 1) + (6,01)$ erreur J corrige à l'aide de la réponse d'un élève : $6 \times 0,1$ Elle demande une autre écriture donnée par un élève : $6/10$. EC1 transforme cette écriture en $6 \times 1/10$, sans totalement pouvoir la justifier explicitement. C'est une reformulation de la décomposition de nombres entiers et décimaux, sous forme d'addition de fractions décimales et de nombres entiers. $0,6 = 6/10 = 6 \times 0,1 = 6 \times 1/10$ $0,07 = 7/100 = 7 \times 0,01 = 7 \times 1/100$ <u>$(5 \times 100) + (4 \times 1) + (6 \times 0,1) + (7 \times 0,01)$ correspond à la forme décomposée de 504,67</u> <u>504,67 signifie 5 fois cent, plus quatre fois une unité, plus six fois un dixième, plus sept fois un centième ; c'est l'écriture du nombre sous forme décomposée</u> EC1 : « Voilà ! C'est complètement décomposé ! C'est ça que Richard appelait la... la décomposition canonique... [...] Alors, en fait, ça veut dire quoi ? Hé bien ça veut dire que... chut !... Je décompose à partir de la position de chaque chiffre : « cinq », ça veut dire cinq centaines ; donc « cinq fois cent »... le zéro, je ne l'écris pas... Quatre, c'est le « quatre unités » ; donc « quatre fois une unité » ; « six », c'est le chiffre des dixièmes ; donc « six fois un dixième »... Plus « sept fois un centième »... [Au fur et à mesure qu'elle parle, EC1 désigne avec son stylo chacun des chiffres composant le nombre 504,67 dans la forme décomposée.] » 	CR10-EI
	CI010 (CF04 CF01)	Forme décomposée $504,67 = (5 \times 100) + (4 \times 10) + (6 \times 0,1) + (7 \times 0,01)$	
	CF010 CF010	<u>Dans 504,67, le chiffre 6 correspond à $6 \times 1/10$ ($6 \times 1/10 = 6/10$)</u> $504,67 = (5 \times 100) + (4 \times 10) + (6 \times 1/10) + (7 \times 1/100)$ <u>On peut décomposer de 2 façons : sous forme décimale ou fractionnaire</u> EC1 : « Deuxième façon : qu'est-ce que tu avais proposé, Esther ? [...] [Esther : Heu !... Six sur dix !]... [EC1 rajoute : $5 \times 100 + 4 \times 1 + 6$]... Alors, toi tu avais proposé « six sur dix » : c'est juste. Mais je vais détailler en disant « six fois »... ? [Elèves : Six fois zéro un !... Un sur dix !]... Un sur dix !... [EC1 rajoute : $5 \times 100 + 4 \times 1 + 6 \times 1/10$]... Et ici, je vais écrire que c'est « sept fois »... ? [EC1 rajoute : $5 \times 100 + 4 \times 1 + 6 \times 1/10 + 7 \times$]... [Esther : Heu... Un sur... un sur cent !]... Voilà... [EC1 rajoute : $5 \times 100 + 4 \times 1 + 6 \times 1/10 + 7 \times 1/100$]... Voilà deux façons de décomposer... ça dépendra si on veut sous forme décimale ou sous forme fractionnaire... » 	CR10-EI
CI010 (CF04 CF08)	$504,67 = (5 \times 100) + (4 \times 10) + (6 \times 1/10) + (7 \times 1/100)$		

EC1 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
LEÇON (suite)	CF010 CF010	<p><u>Une somme est le résultat d'une addition.</u> <u>La dernière écriture consiste à différencier et ajouter parties entière et décimale.</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - <u>La partie entière sera écrite sous la forme d'un nombre entier.</u> - <u>La partie décimale sera écrite sous la forme d'une fraction décimale.</u> <p>EC1 : « Et puis on peut encore vous demander... C'est quelque chose qu'on vous demandera peut-être... Alors, j'écris « somme d'un nombre entier »... Je vais dire directement « d'un entier et d'une fraction décimale »... [EC1 écrit : Somme d'un entier et d'une fraction décimale]... [...] C'est aussi une possibilité, ça... C'est à dire que je vais <i>différencier</i> la partie entière et la partie décimale... La partie entière, je vais la mettre sous forme d'un nombre entier, et la partie décimale je vais la mettre sous forme d'une fraction décimale... Alors, qu'est-ce que ça va donner, dans ce cas-là ? [...] Ça veut dire quoi « somme » ? [...] C'est donc le résultat d'une addition ; donc il a y avoir un <i>plus</i>... [EC1 écrit : +]... Alors « plus », entre quoi et quoi ? ! [...] Qui veut proposer le nombre entier : facile !... [EC1 reprend la bonne réponse d'une élève]... Cinq cent quatre... C'est le nombre entier, c'est la partie entière ! [EC1 écrit : 504 +] ... Et qui me donne la partie décimale sous forme d'une fraction décimale ?... [EC1 reprend la réponse d'une autre élève]... Voilà ! Soixante-sept centièmes... [EC1 écrit 504 + 67/100] »</p>	Anticipation didactique
	CI010	Somme d'un entier et d'une fraction décimale : 504 + 67/100	
Exercice n°60 p. 22 Compléter des égalités entre fractions décimales et nombres décimaux		Travail individuel ou en dyade. Vérification individualisée de J Les élèves qui ont fini passent à d'autres exercices	

EC1 5^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice n°48 p. 21 Décomposition d'un nombre décimal en nombre entier et fractions décimales	CF04	28,203 <u>Dans une décomposition on ne tient pas compte des quantités nulles.</u> EC1 : « [Kassem : Deux fois dix, plus huit fois un, plus deux dixièmes, plus trois... Plus trois millièmes]... [EC1 copie et acquiesce, au fur et à mesure que Kassem s'exprime. Elle écrit : 28,203 = (2x10) + (8x1) + 2/10 + 3/1000]... C'est bien ! Tu n'es pas tombé dans le piège... Il fallait sauter la colonne des centièmes... On n'avait pas besoin d'écrire de centièmes, puisque c'est <i>zéro</i> centième... »	
	CF04	45,04 = (4 x 10) + (5 x 1) + (4 /100) <u>Le zéro des dixièmes n'est pas inutile : il indique la position des dixièmes. Mais on ne l'écrit pas.</u> EC1 : « Et des dixièmes, il y en a combien Anthony ? [Anthony : Zéro]... Ben, il y en a zéro... C'est pour ça que je ne les écris pas... Donc, <i>il faut tenir compte</i> de ce zéro... Toi, tu as fait, dans ta tête, comme s'il n'existait pas... Ce zéro, il indique la position des dixièmes... Du coup, le quatre, il est à la position des centièmes... Est-ce que c'est un zéro inutile ? [Elèves : Non !]... Ben non !... Il faut en tenir compte... »	
Exercice n°61 p. 22 Compléter des égalités entre écritures fractionnaires et nombres décimaux	CF06	6247/1000 = 62,47 (erreur car 6247/1000 = 6,247) <u>Pour compléter le numérateur dans une égalité entre fraction décimale et nombre décimal :</u> - on place le 7 dans la colonne des millièmes du tableau de numération ; - on écrit le reste des chiffres ; - on place la virgule. EC1 : « Alors, si j'ai six mille deux cent quarante-sept <i>millièmes</i> , tu dois avoir ton tableau en face de toi... Le sept va être... A quelle place ?... A quelle position ? [EC1 montre le chiffre 7 de la fraction]... [Elève : Les... Les millièmes... ? ! En même temps que la réponse de Jérémy, J montre le dernier zéro du nombre 1000 du dénominateur]... Ben, les millièmes !... Donc, le quatre, il va être à quelle position ? [EC1 montre le chiffre 4 de la fraction, puis le second zéro du dénominateur]... [Elève : Centièmes !]... [Donc le deux, il va être à quelle position ? J montre le chiffre 2 de la fraction, puis le troisième zéro du dénominateur]... [Elève : Dixièmes !]... Donc, la... Les unités, ça va être quoi ? [EC1 montre la droite du nombre 6247] [Elève : Le six]... Alors, <i>la virgule, elle est où ?</i> [Elève : Heu !... Ben, six virgule deux cent]... Hé voilà ! Donc, ça ne va pas ! »	
	CF06	62 470/1000 = 62,47 <u>Pour compléter le numérateur dans une égalité entre fraction décimale et nombre décimal :</u> - on place le nombre décimal dans le tableau de numération ; - on lit le nombre obtenu sans la virgule avec l'unité lue dans la dernière colonne de droite ; - on écrit le numérateur et le dénominateur qui correspondent à cette lecture. EC1 : « [Elève : Soixante-deux mille quatre cent soixante-dix]... Hé ben voilà !... On va changer tout ça de place... [EC1 écrit : 62 470/1000]... On va <i>décaler</i> d'un rang... <i>De manière...</i> à ce que... Ben, le deux, ça tombe bien sur les unités... [EC1 montre le 2 de 62,47]... Et que la virgule, ben, elle tombe bien là... [EC1 montre successivement l'espace à droite du chiffre 2 du numérateur 62 470, puis la virgule du nombre 62,47]... D'accord ? Donc, c'est soixante-deux mille quatre cent soixante-dix sur mille... Soixante-deux mille quatre cent soixante-dix millièmes ! »	
	CF06	12 / 1000 = 0,012 <u>Pour compléter le dénominateur dans une égalité entre fraction décimale et nombre décimal :</u> - on entend ce qu'on lit ; - on place le chiffre 2 dans la colonne des millièmes, puis les autres chiffres ; - on place la virgule toujours à la même place : accrochée à l'unité ; - on rajoute des 0 pour rejoindre l'unité. EC1 : « Alors... Douze millièmes égale zéro virgule zéro douze... [EC1 écrit : 12/1000 = 0,012]... Est-ce que les autres sont d'accord ? [Elèves : Oui !]... Oui !... Le deux est à la place des millièmes... [EC1 montre successivement le chiffre 2 du numérateur, le zéro des millièmes du dénominateur, puis le 2 de 0,012]... On est d'accord. Le un, du coup, est à la place des centièmes [EC1 montre successivement le chiffre 1 du numérateur, puis celui de 0,012 et celui du dénominateur] et on est obligé de rejoindre... De remettre un zéro, pour rejoindre la virgule et la place des unités [EC1 montre le zéro des dixièmes de 0,012] » Dans ce cas précis, il suffit de lire de façon précise le nombre décimal pour trouver immédiatement la fraction décimale correspondante.	

EC1 5^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels						
Exercice n°61 p. 22 (suite)	CF06	<p>$170/100 = 1,7$ <u>Pour obtenir le numérateur dans une égalité entre fraction décimale et nombre décimal :</u> - on place 1,7 dans le tableau de numération ; - on rajoute le zéro dans la colonne des centièmes ; - on enlève la virgule. EC1 : « Un virgule sept... [EC1 écrit : $170/100 = 1,7$]... Alors, oui... Le zéro : place des centièmes [EC1 montre le chiffre 0 du numérateur] ; le sept... ? [Elèves : Place des dixièmes]... Place des dixièmes, et on se retrouve avec la virgule et le un, qui est bien... égal à « un virgule sept »... [EC1 montre successivement chacun des chiffres au numérateur.] »</p>							
Exercice n°63 p. 22 décomposition d'un nombre décimal en une somme de fractions décimales et de nombres entiers		<p>$0,2816 = 0 + 2/10 + 8/100 + 1/1000 + 6/10000$ <u>La virgule sert à séparer deux parties : la partie entière et la partie décimale. Dans 0,2816 la partie entière est égale à zéro.</u> EC1 : « Le nombre entier, ça va être quoi ?... La partie entière, c'est quoi dans ce nombre... ? [Yann ne dit rien]... C'est facile, Yann, ce que je te demande... Caroline ? [Caroline : C'est zéro]... Ben, c'est zéro, ici... ! Tu te rappelles dans le tableau ?... Dans le tableau, tu as une partie entière... la virgule et une partie décimale... [EC1 écrit au tableau]</p> <table border="1" data-bbox="576 674 916 775"> <tr> <td style="text-align: center;">partie entière</td> <td style="text-align: center;">,</td> <td style="text-align: center;">partie décimale</td> </tr> <tr> <td style="width: 100px; height: 30px;"></td> <td></td> <td style="width: 100px; height: 30px;"></td> </tr> </table> <p>[...] Tu te rappelles, ça ?... [Yann acquiesce de la tête]... Bon ! Quand je te demande le nombre entier, ben c'est la partie entière... [EC1 montre la partie entière qu'elle vient de matérialiser au tableau]... Et ici, c'est zéro... Donc zéro plus... Je n'ai plus de craie... Alors on décompose en fractions décimales... [EC1 écrit : $0,2816 = 0 +$]... Vas-y, je t'écoute ! »</p>	partie entière	,	partie décimale				CR01-E
partie entière	,	partie décimale							
	CF04	<p>$8,1602 = 8 + 1/10 + 6/100 + 2/10000$ <u>Quand on trouve un 0 dans un nombre décimal que l'on doit décomposer, on saute sa position.</u> EC1 : « [Elève : Huit plus un dixième, plus six centièmes, plus un dix millième] [EC1 acquiesce et écrit : 8,160 2 = 8 + 1/10 + 6/100 + 2/10000]... Très bien... Tu as sauté directement aux dix millièmes... Parce qu'il fallait bien tenir compte de ce zéro... [EC1 montre le 0 de 8,1602]... De même qu'ici... [EC1 montre la fraction 8/100 de l'égalité précédente : $6,0821 = 6 + 8/100 + 2/1000 + 1/10000$]... il fallait sauter la position des dixièmes... »</p>							
Exercice n°59 p. 22 Dixième d'une centaine ; centaine de millièmes... Retrouver les quantités égales	CF011	<p><u>Pour trouver le dixième d'une centaine :</u> - on n'essaie pas de le dire directement ; - on essaie d'écrire l'expression sous la forme d'une fraction. EC1 : « [Elève : On prend une centaine et on le partage en dixièmes]... Hé bien oui ! On va prendre une centaine et on va la partager en dix ! Ça peut être une solution... Comment est-ce qu'on peut dire ça ?... [Autre élève : Un millième ?]... On n'essaie pas de dire directement ; on essaie d'écrire cette expression ! Le dixième d'une centaine [...] Comment ça s'écrit, une centaine ? [Autre élève : Cent !]... Ben oui, cent ! [...] Alors, comment est-ce que je peux écrire le dixième de cent ? [Elève : Ben, ça, tu mets cent au début... Et en bas, tu mets dix !] [...] ton idée est bonne ! On va l'écrire... Alors, il y en a donc qui proposent de mettre cent – c'est une centaine – et d'en prendre le dixième... [EC1 a effacé le tableau et écrit : 100/10]... On écrit cent dixièmes... Le dixième d'une centaine, ça peut s'écrire cent dixièmes [EC1 montre la fraction 100/10]... Vous êtes d'accord ? »</p>							
Exercice n°59 p. 22 Dixième d'une centaine ; centaine de millièmes... Retrouver les quantités égales	CF011	<p><u>Le centième d'une dizaine, c'est dix sur cent : 10/100.</u> EC1 : « Le centième d'une dizaine... Manon, qu'est-ce que tu proposes ? [Manon : Ben... Dix sur cent]... Dix sur cent !... Est-ce que vous êtes d'accord ?... [Elèves : Oui !]... Ben oui !... Parce que le centième, c'est un centième... [EC1 écrit : 10/100]... Donc le cent va se retrouver... en bas... [EC1 montre le dénominateur]... Et le centième d'une dizaine – une dizaine, c'est dix – donc, dix sur cent... »</p>							
	CF06	<p>$10/100 = 100/1000$ (Elodie). <u>Si on rajoute un zéro au numérateur et au dénominateur, c'est la même chose car, quand on place les deux fractions obtenues dans le tableau de numération, on est toujours sur le même nombre.</u> EC1 « [Elodie : Dix centièmes : on rajoute un zéro à... à dix – ça fait cent. Et on rajoute un zéro à cent – ça fait, heu ! ... Cent millièmes [...] Tu veux dire qu'on peut les écrire en faisant ça, et ça ? ... [EC1 rajoute à la fois un zéro au numérateur et au dénominateur de la fraction 10/100, qu'elle vient d'écrire il y a quelques minutes : 100/1000]... [Elodie : Oui] [...] Si on le fait... Regardez... [EC1 complète le tableau qu'elle avait tracé précédemment en rajoutant les différents intitulés des colonnes] [...] Manon tu viens au tableau et tu m'écris « dix centièmes » au tableau !... Et alors, Elodie nous propose d'écrire autre chose... D'écrire cent millièmes... Est-ce que c'est la même chose ? [Elèves : Non !... Oui !]... Ben oui, c'est la même chose !... Cent millièmes c'est simplement que j'ai... réécrit un zéro ici... [EC1 montre le dernier zéro rajouté par Manon]... Mais je suis toujours sur le même nombre !... Dix centièmes, c'est la même chose que cent millièmes... [EC1 montre les dix centièmes écrits en premier par Manon, puis les cent millièmes du fait du zéro rajouté]... Donc, c'est une proposition intéressante... »</p>							

EC1 5^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels																					
Exercice n°59 p. 22 (suite)	CF06 CF06	<p>$10/100 = 100/1000 = 0,100 = 0,10$</p> <p>Pour obtenir l'écriture décimale à partir d'un nombre fractionnaire placé dans un tableau de numération</p> <ul style="list-style-type: none"> - on place la virgule toujours à la même place : accrochée à l'unité ; - on rajoute un 0 quand il n'y a pas d'unité. <p>EC1 : « Si je l'écris en écriture décimale, qu'est-ce qu'il faut que je rajoute ici ?... [EC1 montre la colonne des unités] [Elève : Zéro !]... Zéro !... Et puis ?... [Elèves : Virgule !]... Virgule... [EC1 rajoute la virgule et le zéro des unités dans le tableau.]</p> <p style="text-align: center;">partie entière , partie décimale</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>mille</th> <th>c</th> <th>d</th> <th>u</th> <th>dixième</th> <th>centième</th> <th>millième</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>,</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <p>EC1 « Vous êtes d'accord ? [Elèves : Oui !]... Ce qu'elle est en train de dire, Elodie, c'est que, écrire « dix centièmes », c'est la même chose qu'écrire « cent millièmes ». Et ça correspond à quel nombre décimal, finalement ?... [Silence]... Lisez-le ! [D'un geste, J indique à la classe qu'il faut lire le nombre de la gauche vers la droite, en partant du zéro des unités]... Oui... ? [EC1 donne la parole à un élève qui vient de la demander.] [Elève : Zéro virgule cent]... Zéro virgule cent... Qui peut s'écrire aussi zéro virgule un... Qui peut s'écrire aussi zéro virgule dix... Tout ça, c'est la même chose ! C'est <i>le même</i> nombre ! C'est <i>plusieurs</i> manières de l'écrire... »</p>	mille	c	d	u	dixième	centième	millième				0	,	1	0						0	0	
mille	c	d	u	dixième	centième	millième																		
			0	,	1	0																		
					0	0																		
	CF06	<p>$10,0 = 100/10 = 1000/100 = 10$</p> <p>$0,100 = 0,10 = 0,1 = 1/10 = 10/100 = 100/1000$</p> <p>EC1 « Bon, je voudrais qu'on les écrive <i>tous</i> sous forme décimale, ces nombres... Celui-là, il correspond à quoi ? [EC1 montre la fraction $100/10 = 1000/100$]... Il correspond à quoi, celui-là... Sous forme décimale ? [Elèves : Cent dixièmes... Un virgule... Non ! Dix virgule zéro !]... Bien ! Dix virgule zéro !... [EC1 écrit : 10,0 = $100/10 = 1000/100$]... On peut écrire aussi que c'est dix... C'est bien Thomas... Et celui-ci, il peut s'écrire comment ? [EC1 montre la fraction suivante, correspondant à une centaine de millièmes : $100/1000 = 10/100$]... On l'a au tableau, hein !... C'était celui-là... [EC1 montre le premier nombre écrit dans le tableau de numération : 0, 100]... [Elève : Zéro virgule cent]... Zéro virgule cent... Ou zéro virgule dix ; c'est pareil... <i>Voilà !</i> »</p>																						

EC2 1^{ère} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice A1, p. 10 Réécrire correctement des nombres avec ou sans virgule en utilisant des espaces (34 174 ; 65 98 ; 28731 ; 778 6 ; 590 ; 234 56 ; 5413)	CF01	Un nombre qui a plus de 3 chiffres s'écrit avec des espaces. EC2 : « Donc, qu'est-ce que tu appliques comme règle ? [...] [Elève : Tous les trois nombres, il faut, à chaque fois, mettre un espace... !] D'accord... Donc, il va falloir <i>regrouper</i> , effectivement, les chiffres par groupe de trois... Et donc... [...] [Elève : les unités, les dizaines et les centaines ; espace... !] D'accord ! »	
	CF01	Dans un nombre le quatrième chiffre en partant de la droite est le chiffre des unités de mille. Ce chiffre n'a aucun rapport avec les millièmes. EC2 : « Oui... Alors, Romain, lis-moi ce nombre ! [...] Donc, tu me dis bien que c'est « sept mille »... [EC2 montre le 7 des unités de mille dans 7 786]... D'accord ?... Donc, <i>ce chiffre</i> ... Hein, ce chiffre représente les « mille »... [EC2 écrit mille en dessous du 7 des unités de mille de 7 786]... »	
	CF01	Le chiffre des unités de mille ne doit pas être confondu avec les millièmes. EC2 « D'accord ? Et ça sera les unités de mille... D'accord ? Les millièmes, ça sera autre chose... »	
	CF01	Dans un nombre entier à 4 chiffres, on a, de droite à gauche : le chiffre des unités, des dizaines, des centaines et des milliers. EC2 « On va rester, pour l'instant, sur les nombres entiers ; et donc on est d'accord que ce chiffre [EC2 montre le chiffre des unités : 6] est le chiffre des ... ? [Elèves : Centaines... ! Unités !]... Des unités !... Le chiffre des... ? ! [EC2 montre le chiffre des dizaines : 8]... [Elèves : Dizaines !]... Des dizaines !... Le chiffre des ... ? ! [EC2 montre le chiffre des centaines : 7]... [Elèves : Centaines... !] Centaines !... Et le chiffre des ... ? ! [EC2 montre le chiffre des milliers : 7]... [Elèves : Milliers... !]... Milliers ou unités de mille... Je suis d'accord avec vous. »	
Exercice A2, p. 10 Enlever les zéros inutiles (042 334 ; 60 590 ; 28,70 ; 07,06 ; 7 900 ; 820,405 ; 0,500 ; 07,54)	CF02	042 334 Il vaut mieux éviter de mettre des zéros inutiles dans un nombre entier. EC2 : « Donc ce zéro, effectivement... L'écrire comme ceci... [EC2, d'un geste, désigne le nombre 042 334 qu'il vient d'écrire]... n'est pas faux, d'accord ? ! ... <i>Mais</i> c'est un zéro, ben, qui ne sert pas à grand chose ; donc, <i>il vaut mieux</i> ne pas le mettre, et mettre directement, donc, quarante-deux mille trois cent trente-quatre... »	
	CF02	28,70 Les zéros à droite du dernier chiffre non nul situé après la virgule sont inutiles. EC2 « Donc, qu'est-ce que tu donnerais comme règle ?... Donc ce zéro, tu penses qu'il est en trop [EC2 place des parenthèses autour du chiffre des centièmes : 28,7(0).] [Elève : Ben, quand il y a une virgule avant... Et si on met plein de zéros après le sept, ben c'est pareil !]... <i>D'accord !</i> Donc, <i>tous les chiffres</i> qui seront à droite [du dernier chiffre non nul], après la virgule ce seront des zéros inutiles. D'accord... »	
	CF02	0,500 Quand, dans un nombre, il y a une virgule, les zéros inutiles sont ceux qui se trouvent à droite du nombre. EC2 « Bon alors, qu'est-ce que tu viens de dire [...] Maxence, quelle était la règle, qu'on...qu'on... Tu me rappelles simplement la règle – tu ne me donnes pas la réponse ; simplement la règle ! [Maxence : Ben, on sait que...] Quand il y a une virgule, quels sont les zéros inutiles ? ! [Maxence : On sait que c'est « cinq dixièmes » !]... <i>D'accord, oui ! Sans rentrer dans ces détails là ! Ça, on va le voir, après, effectivement...</i> Quand il y a une virgule quels sont les zéros inutiles ? [Maxence et d'autres élèves : Il ne faut jamais mettre... ! Après la virgule !... Après la virgule !] <i>D'accord !... Les chiffres qui seront... Les zéros qui seront à droite du nombre [EC2 les montre au tableau]... seront des zéros inutiles !... C'est ce qu'on a appliqué ici [EC2 montre 28,70]... C'est ce qu'on peut appliquer ici... [EC2 montre 0,500]... Et donc, « zéro virgule cinq cent », c'est la même chose que quoi ? [Elève : Que zéro virgule cinq !]... Que zéro, virgule cinq... [EC2 rajoute : 0,500 = 0,5]... D'accord... »</i>	CR02-E
Exercice A3, p. 10 Décomposition d'un nombre entier	CF03	$5\ 789 = 5000 + 700 + 80 + 9 = (5 \times 1000) + (7 \times 100) + (8 \times 10) + (9 \times 1)$ EC2 « Donc, un nombre – vous êtes bien d'accord que « cinq mille sept cent quatre-vingt-neuf », c'est égal à « cinq mille »... [...] plus « sept cent », plus « quatre-vingts », plus « neuf »... D'accord ? [...] Et vous êtes bien d'accord que « cinq mille » c'est « cinq fois mille » ; « sept cent », c'est « sept fois cent » et « quatre-vingts », c'est « huit fois dix », et enfin, « neuf », c'est « neuf fois un », d'accord... ? Donc on peut écrire « cinq mille sept cent quatre-vingt-neuf » comme ceci... [EC2 montre les deux écritures] »	

EC2 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Construction collective de la leçon sur la numération de position dans l'ensemble des entiers naturels	CF04	<p>Les nombres décimaux sont des nombres à virgule.</p> <p>EC2 « On va travailler, dans cette leçon, sur la connaissance des nombres. Alors c'est quelque chose qui est très important. Très important, pourquoi ? Hé bien, parce que après, nous allons travailler sur les opérations... [Rappel à l'ordre]... et pour travailler correctement sur les opérations – addition, soustraction, multiplication, division – <i>il est capital</i> de... de connaître les nombres... [Rappel à l'ordre]... Donc, le... <i>Normalement, vous devez connaître correctement l'usage des... des nombres entiers – c'est ce que nous avons revu ici.</i> Mais on va travailler <i>beaucoup plus</i> sur les nombres dits « décimaux » – donc, des nombres avec virgule – <i>et ça</i>, ben il s'avère que c'est <i>moins connu</i>. Parce que ce sont des choses qui sont en cours d'acquisition dans le primaire et que l'on va continuer cette année. <i>Par contre</i>, à la fin de cette année, il faut <i>très bien</i> maîtriser l'usage de ces nombres et bien les comprendre, d'accord ?... Donc, <i>déjà</i> il faut bien comprendre comment est construit un nombre, <i>savoir</i> quel est le rôle de chacun des chiffres dans un nombre, d'accord ? Ça, c'est un premier point. Et après ces... Ces éléments là, on va les utiliser pour... dans les opérations. Donc, écoutez bien tout ce que l'on va dire ! Donc, <i>au début</i>, ça peut vous sembler simple – ça sera des définitions – mais <i>après</i>, ça peut devenir un peu plus compliqué et si vous n'assimilez pas correctement les choses, après, vous aurez de gros problèmes pour faire correctement les... les opérations, d'accord ? Donc l'enjeu est... est important. »</p>	anticipation didactique
	CF01 CF01	<p>Les nombres sont constitués de chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.</p> <p>Cette numération s'appelle la numération décimale car il y a dix chiffres.</p> <p>EC2 « Alors, d'après vous, <i>comment</i> seront constitués les nombres ?... Avec quoi va-t-on constituer les nombres ?... [Elève : Avec des chiffres !]... Avec des chiffres ! Quels sont les chiffres que l'on va utiliser ?... [Autre élève : Zéro, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf !]... D'accord !... Donc, effectivement, notre système de numération comporte dix chiffres – zéro, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf – et c'est pour ça qu'on appelle notre numération, la numération ?!... [Silence des élèves]... Il y a <i>dix chiffres</i>, donc c'est la numération ?!... [Elève : Dizaine !]... Il y a <i>dix chiffres</i>, donc c'est la numération ?!... [Elèves : Arabe !... Dix chiffres ?]... décimale !... [Elèves : Ha oui !]... D'accord ?!... Numération décimale... »</p>	
	CF01	<p>Il existe d'autres systèmes de numération. Les chiffres romains utilisent la numération décimale.</p> <p>EC2 « Est-ce que vous connaissez d'autres systèmes de numération ?... [Rappel à l'ordre]... Oui ?... [Elève : Les chiffres romains !]... Les chiffres romains, d'accord ; c'est un autre système de numération... [Autre élève : Les chiffres latins !]... C'est à dire ?... [Même élève : Ben, les romains, ils écrivent en latin !]... C'est à dire ?!... [Silence de l'élève]... [Autre élève : Les chiffres latins, ce sera comme nous ?]... Voilà ! Les chiffres romains, ce sera comme nous... ! [Autre élève : Les chiffres gaulois ?]... C'est à dire ?!... Donc, il... [Sébastien : ... les chiffres arabes !]... Oui, c'est à dire ?!... [Elèves : les premiers chiffres... !]... Oui, donc la numération décimale – dont on a parlé, qui utilise les chiffres de 0 à 10... »</p>	
	CF01 CF01	<p>L'affichage digital change la forme des chiffres mais ce sont les mêmes.</p> <p>Il existe d'autres systèmes de numération tels que celui utilisé en informatique, où il n'y a que des zéros et des uns.</p> <p>EC2 « [...] mais après, un autre système que vous pouvez connaître ?! [...] Oui ? [Elève : En chiffres digital ?]... C'est à dire ?!... Ha ! Digital... [Même élève : Heu, le « un » : une barre comme ça, après... ! [L'élève trace dans l'espace un trait vertical. Il veut parler de l'affichage numérique existant par exemple sur les montres digitales]... Par exemple, un... un millimètre !]... D'accord ! Donc, là, ce sera... Là, tu ajoutes la forme, mais il n'empêche que, même si la forme, c'est du « digital » [...] Donc, même si c'est en digital, ce sera toujours les mêmes chiffres qui seront utilisés. Et ce sera le même système. Alors, on verra, peut-être à la fin du cours, si on a du temps, on va travailler sur un autre système de numération... Où on va travailler non pas avec <i>dix</i> chiffres, mais, uniquement, avec <i>deux</i> chiffres... Uniquement, avec « zéro » et « un »... Est-ce que quelqu'un sait me dire dans quel cas on peut utiliser ce système pour compter ?... [Silence] [Autre élève : De dix en dix !]... De dix en dix ?!... Comment ça !... Tu as uniquement <i>deux</i> chiffres, zéro et un, au lieu d'avoir <i>dix</i> chiffres... [EC2 écrit : 0, 1]... Et avec ça, tu vas compter de dix en dix ?!... Hum !... Si tu as trois pommes à compter, ben, il faut pouvoir dire : « Il y a trois pommes ! »... Bon... Personne ne sait ?... Bon, on en parlera à la fin du cours... Ben, c'est... C'est en informatique, où toutes les informations, dont le comptage, se fera uniquement avec « zéro » et « un »... Alors, <i>pourquoi</i>, uniquement, zéro et un ? Parce que, dans une machine informatique, il va y avoir deux états : il y a un courant ou il n'y a pas de courant. Et la machine informatique ne sait faire que ça... D'accord ? Donc, vous, sur votre clavier, ben vous allez taper un nombre... un nombre quelconque. Et <i>derrière</i>, des calculs vont se faire en utilisant <i>que</i> des zéros et des uns... Bien ! On en reparlera un peu plus tard... <i>On va écrire ce que nous avons déjà à retenir et ce que nous avons dit...</i> »</p>	anticipation didactique
	CI 1	<p>Les nombres</p> <p>1 Notre système de numération compte 10 chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.</p>	

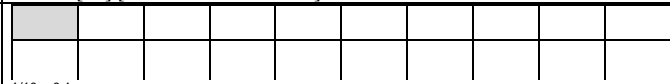
EC2 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
EC2 présente comme des rappels toute une panoplie de connaissances qui n'ont pas été rappelée mais qui sont voisines des connaissances précédentes formulées même si on ne peut pas les déduire.	CF01	Notre système a dix chiffres et non neuf parce qu'il ne faut pas oublier le zéro.	
	CF01	Dix est un nombre composé de deux chiffres. Ce n'est pas un chiffre. [EC2 Montrant la première phrase copiée du cours] : « Et on ne dit pas « neuf chiffres », parce qu'il ne faut pas oublier, hein, le... le zéro !... [S'adressant à une élève, puis à l'ensemble de la classe.] : Alors, là, c'est faux !... Alors ne marquez pas : « Zéro, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf... dix ! »... Parce que « dix », ça va être ?... Ça va être un... ?! [Elèves : Nombre !]... Un nombre ! D'accord ? Dix va être un nombre... [Elève : On prend deux chiffres, aussi !]... Oui, mais au-delà de ça... Au delà de ça... Déjà, mettre dix dans la liste des chiffres, est une faute ! Dix est un nombre. Et ce nombre sera composé par deux chiffres : le chiffre zéro et le chiffre un... ! [EC2 montre les chiffres 1 et 0 qu'il a écrits dans la première phrase du cours. Puis il écrit la phrase suivante] »	
	CI01	Ces chiffres se regroupent pour former des nombres.	
		Une numération à dix chiffres s'appelle la numération décimale.	CR01- EI
Construction collective de la leçon sur la numération de position dans l'ensemble des entiers naturels	EC2	« Donc, il est important de ne pas confondre ce qu'est un chiffre et ce qu'est un nombre... Alors, pour faire une analogie, ben, les chiffres, c'est comme les lettres de l'alphabet ; d'accord ? Et les nombres, ben, c'est comme les mots que l'on va utiliser... Et les mots seront constitués par plusieurs lettres de l'alphabet... [...] Donc, encore une fois, pour insister sur la différence entre chiffres et nombres, ayez en tête la différence entre les lettres de l'alphabet, et puis les mots... Donc, ceci c'est la numération qu'on a appelé la numération ? [Elèves : décimale !] ... Décimale ! Alors, on va commencer par les nombres entiers – donc, c'est un rappel, par rapport à ce que vous avez pu voir. »	
	CI01	C'est la numération décimale	
	CF01	Les nombres entiers servent à compter des unités. Les unités peuvent représenter des choses très différentes	
	EC2	« Grand un : Les nombres entiers »... [EC2 écrit : 1 Les nombres entiers]... Alors, d'après vous, à quoi vont servir les nombres entiers ? [...] Mais, à quoi ils servent, globalement, les nombres entiers ? On va dire qu'ils servent à compter quoi ? Ils vont servir à compter des unités... Et les unités, qu'est-ce que ça va être ? [...] Ben ça va être des choux, ça va être des carottes, d'accord ?... Ça va être des unités... »	
Construction collective de la leçon sur la numération de position dans l'ensemble des entiers naturels	CI01	Les nombres entiers : Ecriture en chiffres	
		On utilise les nombres entiers pour désigner un nombre d'unités. Ils peuvent s'écrire sans utiliser de virgule	
	CF01	« Mille cinquante-quatre » veut dire mille cinquante-quatre unités. Cela désigne un nombre entier constitué de 4 chiffres.	
	EC2	« Mille cinquante-quatre... Donc qu'est-ce que c'est « mille cinquante-quatre » ? ! ... C'est mille cinquante-quatre... ? [EC2 désigne le terme unités qu'il vient d'écrire dans la phrase du cours.] [...] Unités !... Mille cinquante-quatre, c'est mille cinquante-quatre unités. Nous sommes d'accord !... Et donc, qu'est-ce que c'est ceci ?... [EC2 désigne le nombre ; les élèves pensent qu'il désigne un de ses chiffres]... C'est un ? ! [...] C'est un nombre... Un nombre entier !... Et il est constitué de quoi ? [Elèves : D'unités !... D'unités, de dizaines, de centaines et de milliers !]... D'accord ! Et on peut dire, globalement, qu'il est constitué de quatre... ? [Elèves : Chiffres !]... Chiffres... »	
Construction collective de la leçon sur la numération de position dans l'ensemble des entiers naturels	CI 1	1 054 est un nombre entier constitué de 4 chiffres	
	CF01	Si on a 7 tout seul, c'est un nombre entier constitué par un chiffre.	
	EC2	« Sept est une unité ? ! ... Non, il y a sept unités et c'est un nombre de pommes. Donc, sept, qu'est-ce que ça va être ?... Qu'est-ce que ça va être, sept ? [Elève : Un nombre entier constitué par un chiffre !]... Très bien ! C'est un nombre entier constitué par un chiffre !... D'accord ? »	
	CI01	7 est un nombre entier constitué par un chiffre	
Construction collective de la leçon sur la numération de position dans l'ensemble des entiers naturels		Si derrière sept il y a une unité, c'est un nombre. Si 7 fait partie d'un nombre, c'est un chiffre.	
	EC2	« Donc, les nombres... Enfin, quand... quand... on voit écrit... entre zéro et neuf : ça peut être un chiffre ; ça peut être un nombre. D'accord ?... Ça dépend de quoi on parle... Si, derrière sept, il y a une unité – il y a quelque chose –, ben, ce sera un nombre... S'il fait partie d'un nombre, ben ce sera un chiffre ! D'accord ?... Donc, il est important de bien distinguer ces deux choses : nombres et chiffres ! »	CR01- EI

EC2 2^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
		EC2 essaie de faire découvrir à ses élèves les notions de dixièmes et de centièmes en s'aidant de trois rectangle-unités identiques et dont les deux derniers sont, respectivement, divisés en dix et en cent.	
2 rectangles-unités sont projetés au tableau ; le premier sans division ; le second divisé en dix colonnes. Dont 3 sont hachurées (3/10) ; puis T dévoile un troisième rectangle unité divisé en cent ; en gris sont hachurées des surfaces de 1/100 et 30/100	CF05	Quand on partage un rectangle-unité en dix parties égales, on obtient des dixièmes.	
	CF05	Un nombre décimal peut s'écrire soit en écriture fractionnaire, soit en écriture décimale : 3/10 est l'écriture fractionnaire ; 0,3 est l'écriture décimale.	
	CF04	Un virgule cinq est plus grand que un, car c'est plus qu'une unité. EC2 « Quand on voit « un virgule cinq », on voit qu'il y a une... ? [EC2 entoure le 1 de 1,5] [Elève interrogée : Unité entière !]... <i>unité entière</i> ... Et on va rajouter quelque chose... [EC2 entoure la partie décimale : 1,5.]... Mais il y a plus que l'unité !... Donc, « un virgule cinq », c'est <i>plus grand que un</i> ... D'accord ? »	
	CF04	1,5 peut s'écrire en écriture fractionnaire. EC2 « Dans cet exercice, qu'est-ce qu'on fait ? On prend une unité et on la <i>partage</i> en plusieurs parties ; et on va prendre une quantité <i>plus petite</i> que l'unité... Donc, on a vu qu'on pouvait le traduire, soit en écriture... [rappel à l'ordre] Fractionnaire !... D'accord ? »	
	CF04	Quand on prend une quantité plus petite qu'une unité, la valeur du chiffre qui sera avant la virgule sera toujours zéro. EC2 « Zéro !... <i>Ce sera toujours zéro</i> !... D'accord ? Si on prend une quantité qui est plus petite que l'unité, c'est « zéro virgule quelque chose » ; <i>ça ne peut pas être</i> « un virgule quelque chose »	
	CF05	Sept dixièmes, en écriture fractionnaire, c'est 7/10 ; et en écriture décimale c'est 0,7. EC2 « Sept dixièmes... [EC2 écrit en dessous du second rectangle projeté : 7/10 .] [...] C'est l'écriture... ?... <i>Fractionnaire</i> ...! [réponse en même temps que celle d'Amandine]... Et si on l'écrivait en décimale, ça donnerait quoi ? Florian, ça donnerai quoi en décimale ? [Florian : Zéro virgule sept !]... Très bien : zéro virgule sept !... [EC2 écrit à côté de 7/10 : 0,7 .] »	
CF05	Quand on divise un rectangle-unité en cent parties égales, on obtient des centièmes. Un centième c'est une partie sur les cent. On le note 1/100 et en écriture décimale 0,01. EC2 « On va garder nos dix bandes, d'accord ?... Et chacune d'elles va être divisée en 10 parties égales [...]. L'unité... va être divisée en combien de parties ? [Elèves : ... En cent !]... <i>En cent parties</i> , d'accord ?... Donc, cette partie là va représenter combien ?... [EC2 hachure un petit carré] [...] On a déjà dit qu'il y avait dix et il y en avait dix... [EC2 montre successivement les colonnes et les lignes du troisième rectangle unité divisé en 10 colonnes et en 10 lignes.]... Donc, en tout, il y a cent cases ! [Elève interrogée : Un centième !]...Très bien !... Donc ceci, ça va être ... un centième... [EC2 écrit : 1/100] ... Et si on l'écrivait en [...] décimale ? [...] Zéro, virgule zéro un !... Très bien, parfait... ! [EC2 écrit à côté de la fraction 1/100 : 0,01 , alors que ce n'est ni la réponse donnée par Cente, ni celle des autres élèves qui ont répondu « zéro, zéro virgule un » ou « zéro virgule cent »] »		

EC2 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF05	<p>Trente carreaux hachurés dans une surface de cent carreaux font trente centièmes. $30/100$ ($1/100 + 1/100 \dots$ 30 fois).</p> <p>EC2 « Je vais prendre... cette partie là !... [EC2 hachure 30 petits carreaux du troisième rectangle unité]... Regardez bien, c'est important !... [Elèves : Trente centièmes !][...] Laurie, cette partie là ? ! [...] Donc, on a dit qu'ici il y avait dix lignes : d'accord... Et il y a ici dix colonnes... Je t'écoute ! ... Cette partie hachurée représente quelle partie de l'unité ? [...] [Laurie : Trente sur cent !]... D'accord ! Trente centièmes !... [EC2 écrit : 30/100.] »</p>	
	CF05 CF05	<p>En écriture décimale, $30/100 = 0,3$ ou $0,30 \neq 0,03$</p> <p>Difficulté : comme avec l'écriture décimale de $1/100$, les élèves n'arrivent pas à s'entendre sur l'écriture décimale de $30/100$ ($0,003 / 0,03 / 0,030$; Romain propose $0,3$ car « un petit rectangle c'est un... heu ! Zéro virgule zéro un ! » T reformule cette réponse à l'aide de rappels et d'un NOUVEAU SAVOIR lié à CF06, non formulé explicitement : $3 \times 0,1 = 0,3$ (ces opérations n'ont pas encore été abordées) $0,030 = 0,03$ (CF06) ; et le petit carré représentant un centième s'écrit $0,01$, $0,03$ serait trois fois ce petit carré, donc trois carrés. Et ce n'est pas la même chose que les <u>trente petits carrés représentant trente centièmes.</u></p> <p>Donc $0,03 \neq 30/100$ et $30/100 = 0,3$ ou $0,30$</p>	CR05-E
Exercice n° 1, p. 11 2 questions simples sur les centièmes et les millièmes ; compléter un tableau où les nombres décimaux sont écrits sous forme littérale, chiffrée, fractionnaire et sous la forme d'une division par 10, 100 ou 1000		<p>Quand une quantité est divisée en dix parties égales, on obtient un dixième [des dixièmes].</p> <p>EC2 « Donc, rappelez-vous... quand on... Une quantité, elle sera divisée en dix parties égales et donc, on obtient ici un dixième... [EC2 montre le premier rectangle unité puis le partage en dixièmes du second rectangle.]... C'est ce que nous avons vu tout à l'heure... »</p> <p>CF05 Les fractions qui vont avoir en dénominateur dix, cent ou mille seront appelées des fractions décimales</p> <p>EC2 « Alors, les fractions qui vont avoir en dénominateur... dix, cent ou mille seront appelées des fractions décimales, d'accord ? [...] Donc, il faut bien comprendre qu'on parle de l'écriture fractionnaire <i>décimale</i> !... Bon, moi, je vous ai parlé de l'écriture fractionnaire ; mais là, on précise [dans la consigne de l'exercice] : c'est l'écriture fractionnaire <i>décimale</i>... »</p> <p>CF05 Quand une quantité est divisée en cent parties égales, une de ces parties sera un centième.</p> <p>EC2 « Donc, ici, on <i>divise</i>... l'unité ou la quantité en cent parties égales ; donc cette partie là, ce sera un centième... [A côté du troisième rectangle unité, T trace une petite flèche partant d'un des cent petits rectangles et écrit : 1/100] »</p> <p>CF05 Pour obtenir des dixièmes, on divise une unité en dix parties égales ; c'est un divisé par 10 ($1 : 10$). $1/10$ (écriture fractionnaire) = $0,1$ (écriture décimale)</p> <p>EC2 « Alors, effectivement, rappelez-vous qu'on avait pris l'unité, la quantité... [Rappel à l'ordre] Donc, on prend l'unité – donc un – et on l'a divisée en dix parties égales. Donc c'est bien « un divisé par dix » !... [EC2 montre $1 : 10$ dans la première écriture de la première ligne du tableau : $1 : 10 / 0,1 /$ un dixième]... Donc l'écriture décimale de ceci, c'est... ? [Elève : Zéro virgule un !]... Alors, tu continues ; ça se lit... ? [Elève : Un dixième !]... Un dixième... ! [Elève : Et l'écriture fractionnaire, ça s'écrit « un sur dix »... L'élève écrit : 1/10.] »</p> <p>CF05 Un sur cent, c'est un centième ; c'est une unité divisée par cent. Donc $1 : 100 = 1/100 = 0,01$.</p> <p>EC2 « Un sur cent !... Ça veut dire... Qu'est-ce qu'on a fait, là ? [Elève interrogée : On a divisé par cent ?]... Qu'est-ce qu'on a divisé par cent ? [Elève interrogée : Un !]... D'accord ! <i>On a pris l'unité</i> et on la divise par cent ; donc, c'est bien « un divisé par cent »... [EC2 montre l'écriture $1 : 100$ que vient d'écrire cette élève.]</p> <p>CF05e Un millième = $1/1\ 000 = 1 : 1\ 000 = 0,001$</p> <p>Elève « Un divisé par mille [...] C'est zéro virgule zéro, zéro, un... [l'élève écrit : 0,001.]... La lecture, c'est « un millième » !... [L'élève écrit : un millième.] [...] Et l'écriture fractionnaire c'est « un sur mille » [...] [L'élève écrit : 1/1000.] »</p>	CR05-E
Construction collective de la leçon Rappel général sur les dixièmes et les centièmes à l'aide d'un segment unité	CI 5	 <p>$1/10 = 0,1$</p> <p>EC2 trace un segment qu'il divise en dix parties égales</p> <p>CF05 Un dixième peut correspondre au dixième de « un », d'une quantité ou d'un rectangle. On peut prendre le dixième de la quantité que l'on veut (plaque de chocolat, segment...).</p> <p>EC2 « Alors, on a vu que le dixième, c'est le dixième de quoi ? Dixième de... d'une quantité ou dixième de un, d'accord ? Et dans l'activité précédente, c'était le dixième d'un rectangle. Ben, là, je prends un deuxième exemple : c'est le dixième d'un segment... D'accord ? Et je peux prendre le dixième d'une plaque de chocolat ; et je peux prendre le dixième de la quantité que l'on veut, d'accord ? ! ... Donc, on va écrire « Quand on coupe... Quand on coupe une unité en dix parties égales, on obtient des... des dixièmes. »</p> <p>CI 5 2 Sous multiples de l'unité</p> <p>Les dixièmes</p> <p>Quand on coupe une unité en dix parties égales, on obtient des dixièmes.</p>	CR05-EI

EC2 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Construction collective de la leçon (suite)	CF05	Un dixième = $1/10 = 0,1 = 1 : 10$ EC2 « Bon, retenez bien que « un dixième » se note « un sur dix » et « zéro virgule un » »	
	CF05	Dans une unité, il y a dix dixièmes : $1 = 10/10$ EC2 « Donc, dans l'unité, on voit qu'il y a dix dixièmes : un dixième, deux dixièmes, trois dixièmes, quatre dixièmes, etc. [EC2 montre chacun des segments concernés] [...] On peut en déduire que « un », l'unité entière, elle est égale à dix dixièmes [en dessous, EC2 écrit $1 = 10/10$ »	
	CF05	Vingt dixièmes, c'est deux fois plus que dix dixièmes qui est égal à un. Donc ça fait 2 ; $20/10 = 2$ EC2 « Si tu prends dix dixièmes, ça fait un ; vingt dixièmes, c'est quoi par rapport à dix dixièmes : c'est deux fois plus !... Donc, vingt dixièmes, ça va faire deux et plus trois dixièmes... D'accord ? Donc, on peut laisser comme ceci. [EC2 rajoute : $20/10 + 3/10 = 2 + 3/10$ »	
	CF05 CF05	Trois dixièmes c'est zéro virgule trois : $3/10 = 0,3$ $20/10 + 3/10 = 2 + 3/10 = 2 + 0,3 = 2,3$. EC2 « Et maintenant, si je veux tout écrire en décimales : donc, c'est deux plus trois dixièmes, Anaïs, c'est quoi en décimales ? Heu, écrit avec une virgule [EC2 rajoute : $20/10 + 3/10 = 2 + 3/10 = 2 +$] [Anaïs : Zéro virgule trois] [...] Zéro virgule trois [EC2 rajoute : $20/10 + 3/10 = 2 + 3/10 = 2 + 0,3$]... et donc, le résultat, ça fera combien ? [Anaïs : Deux virgule trois] ...Deux virgule trois, d'accord [EC2 rajoute : $20/10 + 3/10 = 2 + 3/10 = 2 + 0,3 = 2,3$]... Donc, le nombre décimal « deux virgule trois », on peut le décomposer en « deux plus zéro virgule trois » ou en « deux plus trois dixièmes » ou en « vingt dixièmes et trois dixièmes »... [EC2 montre successivement les trois égalités qu'il vient d'écrire]... D'accord ? Bien !... »	
		Quand on coupe un segment-unité en cent, on obtient des centièmes. C'est comme avec les dixièmes. EC2 « Alors nous allons voir les centièmes... [EC2 écrit en titre : Les centièmes]... Donc, on va trouver le même type de formulation : Quand on coupe [...]... Quand on coupe une unité en cent parties, égales, on obtient des centièmes... Bon ! Je ne vais pas vous faire représenter des centièmes, hein !... On ferait la même chose en prenant un segment qu'on diviserait en cent parties égales, d'accord... ? On va écrire... « On le note : “ un centième ” ou “ zéro virgule zéro ” »	CR05-EI
	CI 5	Les centièmes Quand on coupe une unité en cent parties égales, on obtient des centièmes. La surface devient quantité, puis unité	
	CF05	Quand on coupe une unité en cent parties égales, on obtient des centièmes Dans une unité il y a cent centièmes : $1 = 100/100$ EC2 « Dans l'unité – dans un ! – combien y aura-t-il de centièmes ?... Sachant que – rappelez-vous ceci – quand on coupe une unité en cent parties égales, on obtient des centièmes... [EC2 montre la phrase qu'il vient de copier au tableau]... [Elèves : Cent !... Cent !]... Donc, dans l'unité il y aura, effectivement, cent centièmes ; donc, on peut écrire : « Un égal cent centièmes » [EC2 écrit : $1 = 100/100$ »	CR05-E
	CF05 CF05	Décomposition de fractions décimales : $31/100 = 30/100 + 1/100$ T aide l'élève interrogé en deux temps : $31/100 = - - / - - + 1/100$; (effet topaze) $31/100 = - - /100 + 1/100$; (effet topaze) $31/100 = 30/100 + 1/100$ $30/100 = 0,30 = 0,3$ $31/100 = 0,31$ ($30/100 = 0,30 = 0,3$; donc $31/100 = 0,3 + 1/100$; $1/100 = 0,01$; donc $0,3 + 0,01 = 0,31$) EC2 : « Alors maintenant – donc, vous êtes bien d'accord : trente et un centième c'est trente centièmes plus un centième [EC2 montre successivement les égalités écrites au tableau] – et maintenant, trente centièmes, est-ce qu'on ne peut pas l'écrire autrement ? Rappelez-vous... ce que nous avons... l'autre division de tout à l'heure... ? Trente centièmes ! [Rappel à l'ordre]... Trente centièmes, comment tu pourrais l'écrire autrement ? [Elève : Zéro virgule zéro trois ? [...]] Non, monsieur, je me suis trompé : zéro virgule trente !]... Ha ! C'est mieux !... D'accord... d'accord... Donc, ça fait, effectivement, « zéro virgule trente » ou « zéro virgule trois », plus... [EC2 efface 0,03 et écrit en dessous des autres égalités : $0,3 +$]... Et un centième, ça faisait ?... Un centième ?!... [Elèves : Zéro virgule zéro un !]... EC2 : D'accord... [EC2 rajoute : $0,3 + 0,01$]... donc... Et donc, « zéro virgule trois » plus « zéro virgule zéro un », ça fait bien « zéro virgule trente et un : on est d'accord... » Cette égalité, EC2 ne peut la prouver puisqu'il s'agit d'une addition sur les nombres décimaux ; addition qu'il n'a pas encore étudiée.	CR05-E
	CF05 CF05 CF05	Quand on coupe une unité en dix ou en cent parties égales, on obtient des dixièmes et des centièmes Quand on coupe une unité en mille parties égales, on obtient des millièmes. EC2 « Bon, tu as vu ce qu'on a écrit, là, avec les dixièmes, avec les centièmes [...] Qu'est-ce que tu écrirais, Amandine ?... [silence]... Hermès ? [...] [Hermès : Quand on coupe une unité en mille parties égales, on obtient des millièmes]... Très bien ! Et on le note ? [Hermès : Un millième !]... Un millième s'écrit $1/1000$ ou $0,001$. EC2 : « Un millième ! Donc, ce serait « un sur mille »... [EC2 écrit sur un coin du tableau : $1/1000$] [...] [...]] Et le « millième » s'écrit « zéro virgule zéro, zéro, un » [EC2 écrit au tableau : $0,001$ » Dans une unité, il y a mille millièmes. EC2 : « Et après, on pourrait... Et dans l'unité, Hermès, il y... Il y aurait combien de millièmes ? [Hermès : Ben, mille !]... Mille... Bien. »	CR05-E

EC2 3^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
<p>Exercice 5 p. 15 Donner une écriture décimale de nombres fractionnaires (243/10 / 674/1000 / 230/100 / 204/1000)</p>	CF05	<p>243/10 = 24,3 (Aurélie) Une écriture fractionnaire est décimale quand son dénominateur est égal à dix, cent ou mille. EC2 « Alors, si on veut être plus précis, on peut dire que c'est une écriture fractionnaire... ? Décimale ! [EC2 fait le geste avec son doigt d'entourer le dénominateur]... Dans la mesure où dans le dénominateur, on va trouver « dix » dans ces cas là, ou cent ou « mille », d'accord ? » 0,243 : (erreur : Hermès) Quand on coupe une unité en dix parties égales, on obtient des dixièmes. Un dixième c'est une de ces parties. EC2 « Hermès, est-ce que tu pourrais me rappeler, ce que c'est qu'un dixième – là, nous avons deux cent quarante-trois dixièmes, et nous avons écrit ce qu'était un dixième – est-ce que tu peux nous rappeler sa définition, du dixième ? [...] [autre élève : Un dixième, en fait, c'est... On prend une unité : on la partage en dix !... Et on en prend un sur dix !] [...]... Donc, « un dixième » : on va diviser un en dix parties égales... Heu... Un, deux trois quatre cinq... Voilà... [EC2 trace un segment et le partage en dix parties égales] [...] Et donc, un dixième, qu'est-ce que ça va être ? Ben, un dixième, ça sera une partie... [EC2 hachure le premier dixième] parmi dix !... [EC2 écrit au-dessus de la partie hachurée : 1/10] » Dix dixièmes font une unité EC2 « Donc, on a rappelé ce qu'était un dixième, d'accord ? Alors maintenant, dix dixièmes, ça vaut combien ?... Dix dixièmes ? [...] [Elèves : Un !...Ça fait une unité !]... C'est un !... C'est un ! [...] « dix dixièmes », je divise un en dix parties égales et j'en prends dix ! Donc, je prends la totalité de un ! Donc, « dix dixièmes », c'est un, d'accord ? [...] Donc, je vous rappelle, on l'avait écrit – que dix dixièmes étaient égal à un... [EC2 écrit : 10/10 = 1]... D'accord ? » Vingt dixièmes = 20/10 = 2 ; trente dixièmes = 30/10 = 3 ; 40/10 = 4 ; 100/10 = 10 ; 200/10 = 20 ; 243/10 = 24,3 Cette réponse ne peut facilement se déduire ; Hermès l'a probablement donnée parce qu'il savait qu'il avait tort du fait du placement de sa réponse ; parce qu'il existait une autre réponse donnée par un élève et proche de 20 : 24,3. <i>autre proposition</i> Un dixième correspond à l'unité divisée en dix ; 1/10 = 0,1 ; on divise l'unité en dix parties égales. Donc 243/10 peut être compris comme une division par dix (243 : 10)</p>	CR05-E
	CF06	<p>EC2 : [Elève « Moi, pour savoir... au lieu... pour faire autrement... En fait, je vois qu'à dix il n'y a qu'un zéro ; alors je sais que, après la virgule, il y aura un chiffre !] [...] Qu'est-ce qu'on avait écrit dans l'activité définissant le dixième ? On avait écrit que « un dixième était égal à zéro virgule un » [EC2 écrit : 1/10 = 0,1] et on avait dit, également, que ça correspondait à l'unité divisée par dix [EC2 écrit : 1 : 10], d'accord ? On divisait l'unité en dix parties égales, d'accord ? Donc, effectivement, quand on prend « deux cent quarante-trois dixièmes », on peut aussi dire que c'est deux cent quarante-trois qu'on divise en dix parties égales [EC2 montre la fraction 243/10]... D'accord ? Donc on peut traiter ceci, également, comme une division... Et donc, là, ben, il faut se rappeler ce qu'on a vu, un petit peu, dans le chapitre précédent : ben, comment faire la division par dix ? »</p>	CR05-E
	CF05	<p>674/1000 = 0,674 : Difficulté Un centième c'est une unité partagée en cent parties égales et on prend une de ces parties 674/1000 < 1 car 1 = 1000/1000 et 1000 > 674 EC2 « Regardez bien... Regardez bien ! Si on reprend l'exemple de tout à l'heure : un centième, qu'est-ce que c'est [EC2 fait une analogie au segment qu'il vient juste de tracer au tableau et qu'il a partagé en dix] ?... On va prendre l'unité – alors je ne vais pas le représenter – mais on va le diviser en mille parties égales... Et je vais en prendre combien parmi les mille ? Je vais en prendre six cent soixante-quatorze... [EC2 trace un segment représentant l'unité. Puis il trace une accolade au-dessus et écrit « 1000 parties égales ». Enfin, il représente six cent soixante quatorze millièmes à l'aide d'une fraction de ce segment, d'une accolade au-dessous de laquelle est écrit 674] [...] donc je vais en prendre six cent soixante quatorze, d'accord ? Et il en aura moins de mille... Le nombre décimal correspondant, obligatoirement, doit être inférieur à ... ? [Elèves : Mille !... Mille !] ...Inférieur à... ? [Elèves : Cent... A une unité !] » Quand on divise une unité en dix parties égales on obtient des dixièmes. Une part fait un dixième : 2 parts, 2 dixièmes, 3 parts, 3 dixièmes... EC2 « S'il vous plaît... Ecoutez bien ! Comment a-t-on fait pour diviser, pour définir le dixième ? On prend une unité ; on la divise en dix parties égales. Et ensuite, on va prendre un dixième, deux dixièmes, trois dixièmes... [EC2 revient au schéma dessiné au tableau des dixièmes]... D'accord ? Alors, maintenant, je veux refaire la même chose... la même chose pour mille ; comment va-t-on faire pour définir le millième ? On va prendre [Elèves : Une unité !]... Une unité, et on va la diviser en mille parties égales. »</p>	CR05-E
	CF05 CF04	<p>Mille millièmes égalent un. 674/1000 < 1000/1000 ; donc 674/1000 < 1 La valeur du chiffre qui sera avant la virgule sera toujours zéro ; donc 674/1000 = 0,674. EC2 « Il y a mille parties [EC2 montre la totalité de l'unité au tableau] ; et parmi les mille, Tony... ? [...] Je n'en prends que une partie ; je n'en prends que six cent soixante-quatorze [EC2 montre la fraction d'unité correspondant à 674/1000]. Donc, comme il y en a moins de mille, ce sera moins qu'un ! Donc, le nombre décimal, obligatoirement, on va commencer par un... [EC2 montre l'écriture 674/1000 = 0,674] ? [Elèves : Zéro !]... Zéro !... D'accord ? »</p>	CR05-E

EC2 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
<p>Exercice 5 p. 15 Donner une écriture décimale de nombres fractionnaires (suite)</p>	CF05	<p>$230/100 = 2,3 / 2,30$ EC2 propose une « décomposition », mais va être gêné car jusqu'à présent, il n'a pas introduit la notion de partie entière et de partie décimale <u>dans un nombre décimal</u>. Même s'il peut utiliser les connaissances sur les dixièmes ($0,3 = 3/10$), et la connaissance sur la division par dix (quand on divise par dix on a un chiffre après la virgule), la décomposition de 2,3 en $2 + 0,3$ n'a jamais été envisagée. Par ailleurs les élèves n'ont pas été incités à s'aider de la lecture signifiante du nombre décimal (« deux et trois dixièmes » ou « deux et trente centièmes ». EC2 utilise donc un « mixte » entre les bonnes réponses de certains élèves (les élèves essaient de deviner la bonne réponse au travers des indications et des attitudes du professeur qui pose sa question jusqu'à ce qu'il obtienne celle qu'il veut), et les connaissances qu'il a déjà identifiées. Au moment d'écrire l'égalité $2 + 0,30 = 2 + 30/100$, il rappelle le découpage du rectangle-unité en dix et cent parties égales et l'écriture obtenue : $3/10 = 0,3$ $30/100 = 3/10$ (démonstration avec les bandes hachurées sur le rectangle unité) <u>Un centième, c'est un petit rectangle parmi cent qui forment le rectangle unité. Trente centièmes, c'est donc trente petits rectangles qui correspondent aussi aux trois bandes de un dixième.</u> $230/100 = 2,3 = 2 + 0,3 = 2 + 3/10$; $230/100 = 2,30 = 2 + 0,30 = 2 + 30/100$ EC2 « Alors, maintenant, « trente centièmes », c'est quelque chose que nous avons vu [...] [EC2 installe le rétroprojecteur pour visionner le rectangle unité découpé en centièmes]... Donc, rappelez-vous, quand nous avons vu le... le rectangle... Donc, on avait vu que ce rectangle... et écrit à côté $1/10$... D'accord ? Et maintenant, si je veux prendre « trente centièmes », je vais en prendre dix, plus dix, plus dix... [EC2 montre tour à tour chacune des bandes représentant un dixième]... Donc, ici... Donc, je vais avoir mes trente centièmes – ça, ça correspond à trente centièmes [EC2 hachure ensemble trois bandes juxtaposées de un dixième et écrit à côté : $30/100$]. C'est trente petits rectangles parmi cent, nous sommes bien d'accord ? – et ça correspond à quoi, ceci ? Ça correspond à trois bandes !... Et ces trois bandes qui sont ici, ben, ça correspond également à trois dixièmes... [EC2 montre les trois bandes qu'il vient de hachurer]... D'accord ? Trente centièmes, c'est la même chose que trois dixièmes [EC2 rajoute : $30/100 = 3/10$]... Donc, si on écrit « deux virgule trois », c'est « deux plus trois dixièmes » ; et « deux virgule trente, c'est deux plus trente centièmes » [EC2 montre les deux égalités précédentes : $230/100 = 2,3 = 2 + 0,3 = 2 + 3/10$ et $2,30 = 2 + 0,30 = 2 + 30/100$]. Et qu'est-ce qu'on vient de voir ? C'est que trente centièmes, c'est égal à trois dixièmes [...] Donc, qu'est-ce qu'on peut dire des deux écritures « deux virgule trois » et « deux virgule trente » ? [Elève : C'est pareil ?]... C'est pareil... »</p>	CR05-A
	CF06	<p>$204/1000 = 0,204 / 0,0204$ (erreur) ; T mobilise une technique trouvée par un élève. <u>Quand on divise par 10, on décale la virgule d'un cran vers la gauche</u> <u>Quand on divise par 100 ou 1000, on décale de deux ou trois crans vers la gauche.</u> EC2 « Si on reprend la méthode de Célia, et si on dit que, deux cent quatre millièmes, c'est deux cent quatre... Quelle opération on pourrait faire, Kevin ? Pour trouver le résultat ? [...] [Elève : Deux cent quatre divisé par mille !]... Alors... On peut le voir de plusieurs façons... Tu veux travailler avec les fractions ou avec une opération ?... Tu te rappelles de l'opération que nous avait montrée Célia, tout à l'heure ? Non ? On avait dit que « un dixième », c'était l'unité, un, qu'on divisait en dix parties égales. Donc on avait dit : « un dixième, c'est la même chose que un divisé par dix » [dans un autre endroit du tableau, EC2 écrit : $1/10 = 1 : 10$]... C'est la même chose que un, divisé par dix... Donc, si on faisait la même chose à ceci, comment tu pourrais faire [EC2 montre la fraction $204/1000$] ? [...] [Laurie : Deux cent quatre divisé par mille !]... Très bien ! Deux cent quatre divisé par mille... Et comment on peut faire « deux cent quatre divisé par mille » [EC2 écrit $204 : 1000$] ?... Donc, quelle était la règle que nous avions vue ? [...] Qui est-ce qui pourrait me rappeler la règle « comment on fait pour diviser par dix » ? [...] [Célia : Heu, on avance la virgule d'un... d'un rang !] [...] Donc, on la décale d'un rang vers la gauche. Donc, le résultat sera « vingt virgule quatre » [EC2 rajoute : $204 : 10 = 20,4$]. Comment on fait pour diviser deux cent quatre par cent [EC2 écrit en dessous de l'égalité précédente : $204 : 100$] ? [...] [On décale la virgule] De deux rangs vers la gauche !... Et ça va faire « deux virgule zéro quatre » [EC2 rajoute : $204 : 100 = 2,04$] ; et comment on va faire, là, pour diviser deux cent quatre par mille [EC2 écrit : $204 : 1000$] ? [...] Il y a trois zéros ; donc, on va décaler la virgule de trois rangs vers la gauche : un... deux... et trois. Donc, le résultat sera deux cent... zéro virgule deux cent quatre... [Après avoir montré au tableau comment on décalait la virgule de trois rangs, EC2 rajoute : $204/1000 = 0,204$] D'accord ? Donc, ça, c'est en utilisant la méthode que Célia nous avait proposée tout à l'heure ; donc, en faisant simplement... ? [Elève : Une division...]... La division... » Extension de cette connaissance CF06e à la division par cent, puis par mille (on décale la virgule vers la gauche de 2 ou 3 rangs).</p>	CR06-E

EC2 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice 6 p. 15 Donner une écriture fractionnaire de nombres décimaux	CF03	0,8 = 8/10 « Zéro virgule un » égal « un dixième » : $0,1 = 1/10$; Donc, « zéro virgule huit » c'est huit fois plus : « huit dixièmes » ($0,8 = 8 \times 0,1 = 8 \times 1/10 = 8/10$) EC2 « <i>Alors, rappelez-vous : « zéro virgule un », c'est un dixième [EC2 écrit : 0,1 = 1/10] ; donc « zéro virgule huit » c'est huit fois plus et donc, ça va faire « huit dixièmes »...</i> »	CR05-E
Leçon et copie de la leçon	CF04	Un nombre décimal a un nombre de chiffres [non nuls] fini après la virgule. EC2 « Je vais dire quelque chose d'un peu compliqué... Donc, je vais le redire et on va, tous ensemble essayer de l'interpréter... Je vais vous dire que, un nombre décimal est un nombre qui a un nombre de chiffres qui est fini après la virgule... Alors, ça veut dire quoi ? Qui est-ce qui peut me donner un exemple ? ... Qui est-ce qui peut me donner un exemple de nombre décimal, qui tient compte de la définition que je viens de donner ?... Je vais l'écrire, la définition – vous ne la copiez pas ; vous la copiez après, d'accord ? « Un nombre décimal est un nombre qui a un nombre de chiffres fini après la virgule »	
	CI04	Les nombres décimaux Un nombre décimal est un nombre qui a un nombre de chiffres [non nuls] fini après la virgule.	
	CF04	Question posée aux élèves : Existe-t-il un exemple de nombre qui n'a pas un nombre fini de chiffres après la virgule ? 5,0 (erreur) EC2 profite de cette erreur (opportunité didactique) pour identifier une nouvelle connaissance à partir d'une connaissance CF02 qu'il ne formule pas, énoncée lors de la première séance : les zéros à droite du dernier chiffre non nul situé après la virgule sont inutiles. Comme un nombre entier peut s'écrire sous la forme d'un nombre à virgule, C'est un nombre décimal ($5,0 = 5$) EC2 « Comment tu peux l'écrire autrement, « cinq virgule zéro » [EC2 rajoute : 5,0 =] ? [Elève : Cinq !]... Cinq [EC2 rajoute : $5,0 = 5$] ! Bien ! On dira que les nombres entiers... Les nombres entiers peuvent s'écrire, effectivement, avec une virgule, d'accord [EC2 montre l'écriture 5,0] ?... Et donc, ils vont faire partie des nombres décimaux... Un nombre entier sera un nombre décimal. »	
	CF04	Comme un nombre entier est un nombre décimal, un nombre décimal ne s'écrit pas forcément avec une virgule. EC2 « Alors, ce que je vous dis, ce que je vous affirme, c'est que les nombres entiers... Les nombres entiers font partie des nombres décimaux... D'accord ? Donc, un nombre décimal n'a pas forcément une virgule. »	
	CF04	Il existe des nombres qui ne sont pas des nombres décimaux car ils ont une infinité de chiffres après la virgule ($10/3$ trouvé avec la calculatrice). EC2 « Alors, maintenant, est-ce que vous vous rappelez le résultat de dix divisé par trois [EC2 écrit : 10 : 3] ? [...] Prenez votre calculatrice !... Prenez votre calculatrice... Et vous tapez « dix divisé par trois »...! [...] Ça fait ... ? « Trois virgule... » [EC2 écrit : 3,333333...] [Elève : Egal trois virgule trois, trois, trois, trois, trois, trois !] [...] Donc, sur votre calculatrice, il y en a... Bon, il faut bien s'arrêter parce que le... l'afficheur est... est limité, d'accord ? Mais, s'il y avait la place, il y aurait une infinité de trois... Donc, comme il y a une infinité de trois, après la virgule, ce nombre là... Ce nombre là, n'est pas un nombre décimal [EC2 montre 3,333333...]... Et ce nombre là, on va l'écrire de quelle façon ? On va l'écrire sous la forme « dix tiers »... [EC2 rajoute : $10/3 = 3,3333333$] »	
	CI 4	Difficulté avec la notion de nombre « fini » de chiffres Un nombre fini de chiffres, ça veut dire que l'on peut compter les chiffres. Un nombre infini de chiffres on ne peut pas les compter. EC2 « Monsieur, ça veut dire quoi : « a un nombre de chiffres fini » ?! [...] [Elèves : In-fini !... On l'a déjà expliqué !]... Je reprends : un nombre qui est fini, ça veut dire que l'on peut compter... Un nombre fini, c'est un nombre que l'on peut compter... Un nombre infini, on ne peut pas le compter ! On ne sait pas mettre un nombre en face !... « Quatre virgule vingt-cinq » : je sais qu'il y a deux chiffres après la virgule ; « trois virgule vingt-quatre », il y a deux chiffres après la virgule ! Et, même si j'écris... [EC2 rajoute à 4,25 : 4,256543289]... j'écris ce nombre là, ben, il y a un nombre fini après la virgule ! Il y aura : un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf chiffres après la virgule [EC2 compte les chiffres après la virgule] !... Et c'est un nombre fini, après la virgule... ! Par contre, ici, c'est infini [EC2 montre l'écriture 3,333333...]... parce que, si tu fais la division, ben, il n'y aura que des trois !... et tu... Et, ça ne s'arrêtera jamais ! »	CR04-E CR04-E

EC2 4^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels																																																
Rappel général de la séance précédente		<p><u>Un dixième c'est une partie parmi dix parties [égales] d'une unité divisée en dix.</u> EC2 « Alors, je vous rappelle... Je vous rappelle ce que nous avons défini, euh... auparavant... Tout d'abord, on avait défini ce qu'était un dixième... Donc, un dixième, comment on avait fait pour le définir ? On avait pris une unité [EC2 inscrit au tableau : 1] – donc, pour nous, c'était un rectangle, d'accord ? – que l'on avait divisé en dix [EC2 rajoute 1 : 10]... Donc, le résultat, une des parties, c'était une parmi dix... Et donc, ça donnait un dixième [EC2 rajoute : 1/10]. » L'écriture fractionnaire décimale de un dixième c'est 1/10 ; son écriture décimale c'est 0,1. EC2 « Alors, on avait dit que « un dixième », écrit comme ceci, c'était l'écriture fractionnaire... Et en étant encore un peu plus précis, l'écriture fractionnaire décimale, dans la mesure où le dénominateur est égal à dix... Et, si on l'écrivait en décimales, on écrivait ceci : zéro virgule un... [EC2 rajoute 1/10 = 0,1]... d'accord ? » <u>10/10 = 1 ; dix dixièmes refont une entité (unité).</u> EC2 « Donc, une partie parmi dix, c'était « un dixième ». Et donc, si on prenait les dix parties, hé bien, l'on prenait dix dixièmes. Et on prenait l'entité totale. Donc, on avait écrit, également, que dix dixièmes étaient égal à un [EC2 rajoute : 10/10 = 1]... Voilà ce que nous avons écrit... » <u>Une unité divisée par cent donne un centième : 0,01 en écriture décimale ; 1/100 [en écriture fractionnaire].</u> <u>Cent centièmes égalent un.</u> EC2 « Alors, de la même façon, on avait continué et on avait pris l'unité divisée par cent [EC2 écrit : 1 : 100]... Et donc, ça nous donnait un centième [EC2 rajoute : 1/100]... Et l'écriture décimale, c'était... ? [Elèves : Zéro virgule zéro un !... Zéro virgule zéro, zéro, un !... [EC2 hoche la tête en signe de difficulté]... [Elèves : Zéro un !]... C'est mieux [EC2 rajoute : 1/100 = 0,01]... ! Et de la même façon, on peut écrire aussi que cent centièmes, c'est égal à un [EC2 écrit : 100/100 = 1]... D'accord ? » Une unité divisée par mille donne un millièm : 1/1000 [écriture fractionnaire] ; 0,001 [écriture décimale]. Cela continue au-delà des millièmes. EC2 « Et on peut continuer encore avec « un divisé par mille » [EC2 écrit : 1 : 1000]... ça fait... ? [Elèves : Un millièm !]... Un millièm [EC2 rajoute : 1/1000]... [Elèves : Zéro virgule zéro, zéro un... !]...Voilà !... [EC2 rajoute : 1/1000 = 0,001]... et après... Après, on pourrait continuer... D'accord ? On est d'accord là-dessus... »</p>	<p>CR05-A</p> <p>CR05-A</p> <p>CR05-A</p> <p>CR05-A</p> <p>CR05-A</p> <p>CR05-A</p>																																																
Observation d'un tableau de numération) Il s'agit d'une réorganisation des connaissances à l'aide de tableau pris sur le livre et de rappels courts de ce qui a déjà été dit.	<p>CF04</p> <p>CF04e</p> <p>CF01</p> <p>CF04</p> <p>CF04</p>	<table border="1" data-bbox="619 981 1331 1173"> <thead> <tr> <th colspan="7">partie entière</th> <th colspan="5">partie décimale</th> </tr> <tr> <th>millions</th> <th>centaines de</th> <th>dizaines de</th> <th>milliers</th> <th>centaines</th> <th>dizaines</th> <th>unités</th> <th>dixièmes</th> <th>centièmes</th> <th>millièmes</th> <th>dix millièmes</th> <th>cent millièmes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>4</td> <td>5</td> <td>8</td> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>7</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>9</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Un nombre décimal est composé d'une partie entière et d'une partie décimale, séparées par une virgule. Un nombre décimal est composé d'une partie entière et d'une partie décimale, séparées par une virgule. EC2 « Alors, est-ce que vous pourriez commenter ceci ? [EC2 parle du tableau de numération et des nombres qui y sont placés]... [Elève : Monsieur ?]... Oui ? [Même élève : Il y a une partie entière et une partie décimale...]... D'accord ! [Même élève : Et elle est partagée par une virgule...]... Voilà ! Alors, à quoi sert ce... ce tableau ? Ce tableau il va servir à placer ou à écrire à l'intérieur, des nombres décimaux... D'accord ? Et donc, dans ces nombres décimaux, il apparaît, effectivement, une partie entière et une partie décimale [EC2 montre les deux parties sur le tableau projeté] [L'élève au premier rang veut à nouveau s'exprimer. EC2 lui explicite alors le contrat pédagogique : il doit apprendre à partager son temps de parole pour laisser ses camarades participer ; s'il veut poser des questions par contre, il peut intervenir]... Donc, ce que tu avais dit également et que je reprends, c'est que la partie entière et la partie décimale, sont séparées par une virgule... [...] donc, euh !... Donc, pour l'instant, donc on sépare, dans un nombre décimal la partie entière et la partie décimale... Et ils sont séparés par une virgule... »</p> <p>Les nombres entiers servent à compter des unités. Qu'est-ce qu'on ne peut pas compter avec les unités ? Difficulté : du fait du manque de manipulation, les élèves appliquent le contrat didactique qui consiste à avancer dans le texte du savoir à partir des exercices proposés et de leur présentation. T se rabat sur la monnaie. La partie entière correspond au nombre d'unités entières ; la partie décimale à une partie d'unités. EC2 « [...] la partie entière, ce sera le nombre d'unités entières. Et ensuite, dans la partie décimale, qu'est-ce qu'on aura ? On aura une partie d'unités... pour aller au-delà de... de l'unité... [...] Donc, un nombre décimal sera composé d'une partie entière et d'une partie décimale, séparés par une virgule... »</p> <p>Dans un nombre entier chaque chiffre a un poids particulier : unité = 1 ; dizaine = 10. Après la virgule, le poids d'un dixième est : 0,1 ; un centième : 0,01 ; un millièm : 0,001. EC2 : « Alors, on avait dit, pour le nombre entier, que chaque chiffre... heu... avait un poids... avait un poids particulier. Donc, dans le chiffre des unités... chaque... chaque... Le poids c'est un !... Le chiffre des dizaines : ben, des dizaines ! Donc, le poids ce sera dix... [...] Et, par contre, après la virgule, on va avoir des dixièmes, des... ? [Elèves : Centièmes !]... Des... ? [Elèves : Millièmes !]... Des... ? [Elèves : Dix millièmes !]... Et des... ? [Elèves : Cent millièmes !]... Très bien ! Donc, on a défini ce qu'était un dixième, un centième et un millièm, d'accord ? Donc, le poids du chiffre qui est ici, ce sera « zéro, un » ; ici, ce sera : « zéro, zéro, un » ; et ici : « zéro virgule zéro, zéro, un... » d'accord ? Donc, c'est ce qu'on avait revu ici... »</p>	partie entière							partie décimale					millions	centaines de	dizaines de	milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	dix millièmes	cent millièmes				4	5	8	2											7	6	4	9				<p>CR04-A</p> <p>CR04-A</p> <p>CR04-A</p> <p>CR04-A</p> <p>CR04-A</p>
partie entière							partie décimale																																												
millions	centaines de	dizaines de	milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	dix millièmes	cent millièmes																																								
			4	5	8	2																																													
					7	6	4	9																																											

EC2 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels													
Suite de la réorganisation	CF04	<u>Comme pour la partie entière, chaque chiffre de la partie décimale aura un « poids » en dixièmes (0,1), en centièmes (0,01), en millièmes (0,001), en dix millièmes, en cent millièmes.</u> EC2 : « Si on va de la... droite vers la gauche, chaque fois qu'on prend le chiffre dans la colonne qui est juste à côté, ce chiffre là va peser dix fois plus !... Ici, ça pèse « un » [EC2 montre la colonne des unités]... Donc, ici, ça va peser dix fois plus [EC2 montre la colonne des dizaines] ! Donc, ça va peser « dix » ! Si ça pèse dix, celui qui est dans la colonne à côté, il pèse dix fois plus ! Donc, ça fait « cent » : dix fois dix, cent !... Et inversement, quand on va vers la droite, ça sera... ça faisait dix fois moins : c'était cent ; ça devient dix ! C'était dix : ça devient un ! Et « ça devient un », c'est dix fois plus petit. Et donc, ça va faire « zéro virgule un »... Et on continue vers la droite : « zéro virgule zéro, un » ! »														
	CF04	Les parties décimales sont des parties fractionnées.														
		<u>La virgule sert à séparer la partie entière de la partie décimale.</u> EC2 « Alors, maintenant, à quoi sert la virgule dans l'écriture d'un nombre ? Nous l'avons déjà dit [...] [Florian : Pour séparer la partie entière et la partie décimale ?]...Voilà ! Ça peut être dit comme ceci... D'accord... »	CR04-A													
Leçon et copie de la leçon (décomposition d'un nombre décimal)		T repart du dernier nombre copié sur le cahier de leçon et va le faire décomposer. $1\ 345,789 = (1 \times 1000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1)$ EC2 « Donc, trois c'est le chiffre des centaines ; donc, ça va faire « trois que multiplie cent » [EC2 rajoute : $1345,789 = (1 \times 1000) + (3 \times 100)$]... Et on va continuer : « plus quatre fois dix, plus cinq fois un » [EC2 rajoute : $1345,789 = (1 \times 1000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1)$] – donc, ça, on l'avait déjà... On l'avait déjà écrit pour les nombres entiers... »	CR03-A													
		<u>Quand on décompose un nombre décimal, on rajoute la partie décimale qui est une partie plus petite que l'unité, au nombre d'unités de la partie entière.</u> EC2 : <i>Alors, regardez bien ! Qu'est-ce qu'on a dit ? On a dit que, la partie entière, c'était un nombre d'unités entières ; et la partie décimale, c'est une partie qui est plus petite que l'unité... Une partie, Tony, qui est plus petite que l'unité. Mais qu'il faut rajouter... qu'il faut rajouter au nombre d'unités... [..] Je vais prendre un autre exemple que vous ne notez pas »</i>	CR04-A													
		<u>La partie entière c'est le nombre d'unités entières ; la partie décimale c'est une partie d'une unité.</u> EC2 « Donc, qu'est-ce que je fais entre les deux [parties entière et décimale] ? Je fais la partie entière plus la partie décimale [EC2 montre successivement les parties entière et décimale de 3,52]... D'accord ? Donc, je vais continuer et je vais mettre ici le signe plus [EC2 rajoute : $1345,789 = (1 \times 1000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1) +$]... Il faut rajouter ! La partie décimale, c'est quelque chose qu'il faut rajouter... au nombre d'unités... d'accord ? Ça représente une quantité plus petite que « un », plus petite qu'une unité, mais qu'il faudra rajouter au nombre d'unités entières... Je répète... Je répète : la partie entière, c'est le nombre d'unités entières ; et la partie décimale, c'est une partie de « une » unité. Mais il faut la rajouter à la partie entière... D'accord ? Donc, c'est pour ça que je mets ici le signe plus... Et je ne mets, surtout pas, une virgule... D'accord ? »	CR04-A Répétition de rappel													
	CF04	<u>Dans un nombre décimal, chaque chiffre représente une certaine quantité : unités, dizaines, centaines, milliers, et dans l'autre sens [partie décimale] : dixièmes, centièmes, millièmes. Cette quantité dépend de sa place dans le nombre et par rapport à la virgule.</u> EC2 « [...] chaque chiffre dans ce nombre... [EC2 montre les chiffres du nombre 1345,789]... Chaque chiffre, dans ce nombre, va représenter une certaine quantité. Et cette quantité va dépendre de quoi ? De la place du chiffre dans l'écriture du nombre et de sa place par rapport à la virgule... Le premier qui est à gauche, c'est les unités ; le deuxième qui est à gauche, c'est les dizaines ; le troisième, c'est les centaines. Ensuite, les unités de mille... D'accord ? Et dans l'autre sens, ce sera les dixièmes, les centièmes et les millièmes... [EC2 montre successivement les différentes places correspondantes dans le nombre.] » T ne parle plus de « poids » mais de « quantité »														
	CF03	<u>Un dixième = $0,1 = 1/10$; sept dixièmes = $7 \times 1/10 = 7 \times 0,1$ et 8 centièmes = $8 \times 1/100 = 8 \times 0,01$</u> EC2 « Qu'est-ce qu'on a dit ? [...] On a dit que, « un dixième », c'était « un dixième » ou « zéro virgule un ». Donc, on peut l'écrire comme ceci ; mais on peut aussi l'écrire comme ceci... [EC2 montre l'écriture initiale qu'il a laissée au tableau : $1 : 10 \quad 1/10 = 0,1$] [...] Moi, je vais faire le choix [...] Donc, sept fois combien ? « Sept fois zéro virgule un » et on va continuer [EC2 rajoute : $1345,789 = (1 \times 1000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1) + (7 \times 0,1)$] – vous, vous continuez la suite – plus, « huit fois quoi... » ? [Elève : « Huit fois zéro virgule zéro un »!]... Huit fois zéro virgule zéro un !... et ensuite plus... ? [Elève : Neuf fois zéro virgule zéro, zéro, un !]...Très bien [EC2 rajoute au fur et à mesure : $1345,789 = (1 \times 1000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1) + (7 \times 0,1) + (8 \times 0,01) + (9 \times 0,001)$]... »	CR05-EI													
	CI 3	$1\ 345,789 = (1 \times 1\ 000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1) + (7 \times 0,1) + (8 \times 0,01) + (9 \times 0,001)$														
CF05	<u>On peut continuer [la décomposition] après les millièmes : dix millièmes, cent millièmes, millionièmes...</u> EC2 « Alors on va s'arrêter là, mais après, on pourrait continuer : dix millièmes, cent millièmes, millionièmes...! »															
CI 5	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>C</td> <td>D</td> <td>U</td> <td>,</td> <td>dixième</td> <td>centième</td> <td>millième</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	C	D	U	,	dixième	centième	millième								
C	D	U	,	dixième	centième	millième										

EC2 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels																											
Leçon et copie de la leçon	CF04	<p><u>Tous les nombres entiers sont des nombres décimaux</u> EC2 « Donc, ce type d'écriture [17,00] peut... On peut le rencontrer. Donc, ça veut dire que dix-sept, c'est un nombre entier – c'est une bonne réponse – mais c'est également un nombre décimal... Ce qui veut dire que tous les nombres entiers sont des nombres décimaux... d'accord ? »</p>																												
	CF03 (CF01) (CF05)	<p>$7,8 = (7 \times 1) + (8 \times 0,1)$ EC2 « « Sept virgule huit »... Comment on pourrait <i>décomposer</i> « sept virgule huit » ? [...] Si on appliquait ce qui est marqué au tableau ?... Comment on peut écrire ceci sous la forme d'une somme [EC2 rajoute : $7,8 = () + ()$] ? [Elève : Ben... A sept fois un!]... <i>Sept fois un !</i>... Pourquoi ? Ben, parce que c'est sept unités... [EC2 rajoute : $7,8 = (7 \times 1) + ()$]... et huit dixièmes, donc huit fois... ? [Elève : « Huit fois zéro, virgule un » !]... Huit fois zéro, virgule un... Très bien !... [EC2 rajoute : $7,8 = (7 \times 1) + (8 \times 0,1)$] »</p>																												
	CF07	<p>$1 = 10/10$; dans une unité, il y a dix dixièmes $7,8 = 7 \times 1 + 8 \times 0,1 = 7 \times 10/10 + 8 \times 1/10 = 70/10 + 8/10 = 78/10$ <u>Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire : on décompose le nombre décimal ; on convertit les unités obtenues en fractions décimales en s'aidant des équivalences déjà connues ; on en fait la somme.</u> EC2 « Ecoutez bien ma question : combien y a-t-il de dixièmes dans « sept virgule huit » ? [...] [Elève : Soixante-dix-huit !]... Soixante-dix-huit !... Pourquoi tu me dis « soixante-dix-huit » ? ! [...] [Silence de Sarah]... Dans « sept » combien y a-t-il de dixièmes ? [Elèves : Sept !... Soixante-dix !...] On a dit, tout à l'heure, que dans une unité c'était égal à dix dixièmes... [EC2 écrit : $1 = 10 : 10$]. Donc, dans une unité il y a dix dixièmes ! [...] Donc, si l'on dit que dans un il y a dix dixièmes, dans sept, il va y avoir <i>sept fois dix</i> donc soixante-dix dixièmes... Et il faut ajouter quoi ? Huit dixièmes !... Donc, ça va faire en tout soixante-dix... heu ! soixante-dix-huit dixièmes... Donc, ceci on peut l'écrire aussi sous... sous une forme fractionnaire, et on peut l'écrire sous la forme « soixante-dix-huit dixièmes » [EC2 rajoute en dessous de l'égalité $7,8 = (7 \times 1) + (8 \times 0,1) : 78/10$]... D'accord ? »</p>	CR05-A																											
CF07	<p><u>Pour écrire un nombre décimal sous forme fractionnaire, on place le nombre dans un tableau de numération. On lit le nombre avec l'unité du chiffre le plus à droite. On écrit la fraction correspondante.</u> EC2 « Sept virgule huit, on l'écrit comme ceci [EC2 montre l'écriture 7,8 placée dans le tableau de numération] ; et ça fait « soixante-dix-huit dixièmes », d'accord ? [EC2 montre successivement les chiffres sept, huit et le terme « dixième » de ce tableau de numération] »</p> <table border="1" data-bbox="576 1003 1209 1167"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>D</th> <th>U</th> <th>,</th> <th>dixième</th> <th>centième</th> <th>millième</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>7</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>7</td> <td>,</td> <td>8</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	C	D	U	,	dixième	centième	millième		1	7							7	,	8										
C	D	U	,	dixième	centième	millième																								
	1	7																												
		7	,	8																										
CI 7		<u>Un nombre décimal peut s'écrire en écriture fractionnaire décimale</u>																												
CF07 CF07 CF07	<p><u>Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire on peut s'aider en le plaçant dans le tableau de numération.</u> EC2 « Ce nombre, je vais l'écrire ici : cinq virgule quatre cent... [EC2 place le nombre 5,432 dans le tableau de numération et demande aux élèves de faire pareil] [...] Donc, pour mieux comprendre, avoir ce tableau en tête, c'est quelque chose... C'est quelque chose qui est important... » <u>Si, dans un nombre décimal, il y a un chiffre après la virgule, il y a un zéro au dénominateur dans l'écriture fractionnaire correspondante : quand il y a 3 chiffres après la virgule, il y a 3 zéros au dénominateur.</u> <u>Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire :</u> - on place le nombre dans le tableau de numération ; - on prend tous les chiffres et on les lit avec l'unité correspondant au chiffre le plus à droite ; - on écrit la fraction correspondante. C'est une nouvelle connaissance proposée par une élève que T reprend à son compte, mais qu'il ne justifie pas. C'est une extension de la réciproque de la connaissance sur la division par 10, 100 et 1000 : diviser par mille un nombre revient à décaler la virgule de trois crans vers sa gauche implique que l'existence de 3 chiffres après la virgule correspond à une division par 1000 ; et comme une division par 1000 est la même chose qu'une fraction dont le dénominateur est 1000, 3 chiffres après la virgule = 3 zéros au dénominateur. EC2 « après, il y a le côté... Je dirais « technique » : on peut se dire : « Quand il y a un chiffre après la virgule, ben, il y aura un zéro au dénominateur »... Quand il y a trois chiffres après la virgule, il y a trois zéros au dénominateur... [EC2 montre successivement la partie décimale de chaque nombre et les zéros au dénominateur] Alors, pourquoi ? Hé bien, simplement, parce que je m'intéresse à quoi ? Aux dixièmes, centièmes, millièmes, d'accord ? Le chiffre « deux », c'est le chiffre des millièmes. Donc, si je prends tous les chiffres – donc « cinq mille quatre cent trente-deux », ben, ça sera des millièmes ; donc, trois chiffres après la virgule : on aura trois zéros au dénominateur [EC2 montre successivement la partie décimale de 5,432 et les trois zéros de la fraction 5432/1000]... D'accord ? »</p> <table border="1" data-bbox="576 1805 1209 1968"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>D</th> <th>U</th> <th>,</th> <th>dixième</th> <th>centième</th> <th>millième</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>7</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>7</td> <td>,</td> <td>8</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>5</td> <td>,</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>	C	D	U	,	dixième	centième	millième		1	7							7	,	8					5	,	4	3	2	
C	D	U	,	dixième	centième	millième																								
	1	7																												
		7	,	8																										
		5	,	4	3	2																								

EC2 5^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel général sur la séance précédente		<p><u>Dans un nombre décimal, il y a une partie entière et une partie décimale.</u> <u>Dans la partie entière, on trouve comme type de chiffres les unités des dizaines des centaines.</u> <u>La partie entière est séparée de la partie décimale par une virgule.</u> <u>Dans la partie décimale, on trouve les dixièmes, les centièmes, les millièmes. On pourrait continuer au-delà des dix millièmes.</u> EC2 « Qui peut me rappeler le tableau que nous avons rempli hier qui permettait de connaître le rôle de différents chiffres ? [Elève : Il y avait une partie entière et une partie décimale !]... Il y avait une partie entière et une partie décimale... Dans la partie entière, qu'est-ce qu'on trouvait comme... type de chiffres ? [Elèves : Des unités... Dizaines...Centaines...]... D'accord ! Donc, on va l'écrire... Donc, on va avoir les unités les dizaines les centaines... d'accord... Et ensuite, la partie entière était séparée... [Elève : Par une virgule]... de la partie décimale par une virgule, d'accord [EC2 a tracé un tableau de numération avec les unités qu'il énonce. Il a également ajouté une colonne spécialement pour la virgule, comme pour élever une barrière infranchissable entre parties entière et décimale] ? Donc, ça, c'est la partie entière... et pour la partie décimale, tu peux me dire le reste ? [...] [Elève : Ben... milliers...] Pardon ? ! Ici qu'est-ce que je vais avoir [EC2 montre la colonne des dixièmes qu'il vient de tracer] ? ! [...] Donc « dixièmes », je l'écris de cette façon là, d'accord [EC2 écrit sous forme fractionnaire] ? Ensuite « centièmes » ; et ensuite, « millièmes »... <i>Voilà !</i>... Et ensuite, « dix millièmes » et puis, on pourrait continuer... »</p>	CR04-A CR01-A CR04-A CR04-A
Exercice 5 p. 15 Donner une écriture décimale de nombres fractionnaires (243/10 ; 674/1000 ; 204/1000 ;	CF08 CF08 CF08	<p>243/10 1 <u>Pour trouver l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire en dixièmes :</u> - <u>on place le numérateur dans le tableau de numération ;</u> - <u>on place la virgule (les dixièmes c'est un chiffre après la virgule).</u> 2 <u>Pour trouver l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire en dixièmes :</u> - <u>diviser par 10 revient à décaler la virgule d'un cran ;</u> - <u>donc on recopie le numérateur et on place un chiffre après la virgule.</u> 3 <u>Pour trouver l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire en dixièmes :</u> - <u>on cherche le nombre de dizaines dans 243.</u></p>	
	CF09	<p><u>Pour lire un nombre décimal on lit la partie entière, puis la partie décimale sans décomposer chiffre par chiffre.</u> EC2 « Donc, je vous demande, à partir de maintenant : ces nombres là, ben, vous allez les exprimer de cette façon là : c'est à dire la partie entière <i>plus</i> la partie décimale [EC2 montre successivement la partie entière et la partie décimale de 0,674]... Et donc, s'il y a un seul chiffre après la virgule, donc ça sera « trois dixièmes » ; s'il y a trois chiffres ça sera « six cent soixante-quatorze millièmes » [EC2 montre successivement la partie décimale de 24,3 et 674/1000]... D'accord ? »</p>	
	CF010	<p>$204/1000 \neq 2,04$ car $1000 / 1000 = 1$ et $204 < 1000$; donc $204 / 1000 < 1$ <u>Pour avoir une fraction en millièmes > 1 il faut que le numérateur soit plus grand que 1000.</u> EC2 « Alors, deux cent quatre millièmes c'est <i>plus grand</i> que un ou c'est <i>moins grand que un</i> ? [Elève : C'est moins grand que un !]... Moins grand que un... Et deux virgule zéro quatre, c'est <i>plus grand que un</i> ou <i>moins grand que un</i> ? [Elève : C'est moins grand !... C'est plus grand ! Pardon, c'est plus grand !]... Donc, est-ce que c'est possible, ça ? [...] Donc, pour avoir plus de une unité, il faut avoir plus de mille, ici – ce sont des millièmes : il faut avoir plus de mille millièmes !... Sinon, ça ne peut pas fonctionner [rappel à l'ordre Sébastien]... Donc, ceci c'est une erreur. »</p>	
	CF09	<p><u>0,204 se lit « zéro virgule deux cent quatre » ou « deux cent quatre millièmes »</u> EC2 « Alors, on ne dit pas comme ça. C'est : « zéro virgule deux cent quatre » [EC2 rajoute $204/1000 = 0,204$]. <i>Ou bien on dit</i> : « deux cent quatre millièmes » ; ou on dit : « zéro virgule deux cent quatre »... D'accord ? »</p>	
	CF06	<p><u>$204/1000 = 2,04/10$</u> EC2 « Heu ! juste pour jouer : « deux cent quatre millièmes », c'est combien de dixièmes ? [...] [Elève : Deux virgule zéro quatre ?]... <i>Très bien !</i> Il y a deux, virgule zéro quatre dixièmes [EC2 montre sans la placer, l'emplacement de la virgule – trait séparant la colonne des dixièmes de celle des centièmes – sur le tableau de numération] ! D'accord... Très bien ! »</p>	
	CF05	<p><u>Il ne faut pas confondre le chiffre et le nombre de dixièmes.</u> EC2 « Alors, il ne faut, surtout pas, confondre <i>le chiffre</i> des dixièmes – le deux – et <i>le nombre</i> de dixièmes que représente ce nombre... ce nombre là... Et qui est égal à deux virgule zéro quatre. D'accord [EC2 montre successivement le chiffre 2 puis la partie décimale 204 du nombre 0,204 dans le tableau de numération] ? »</p>	

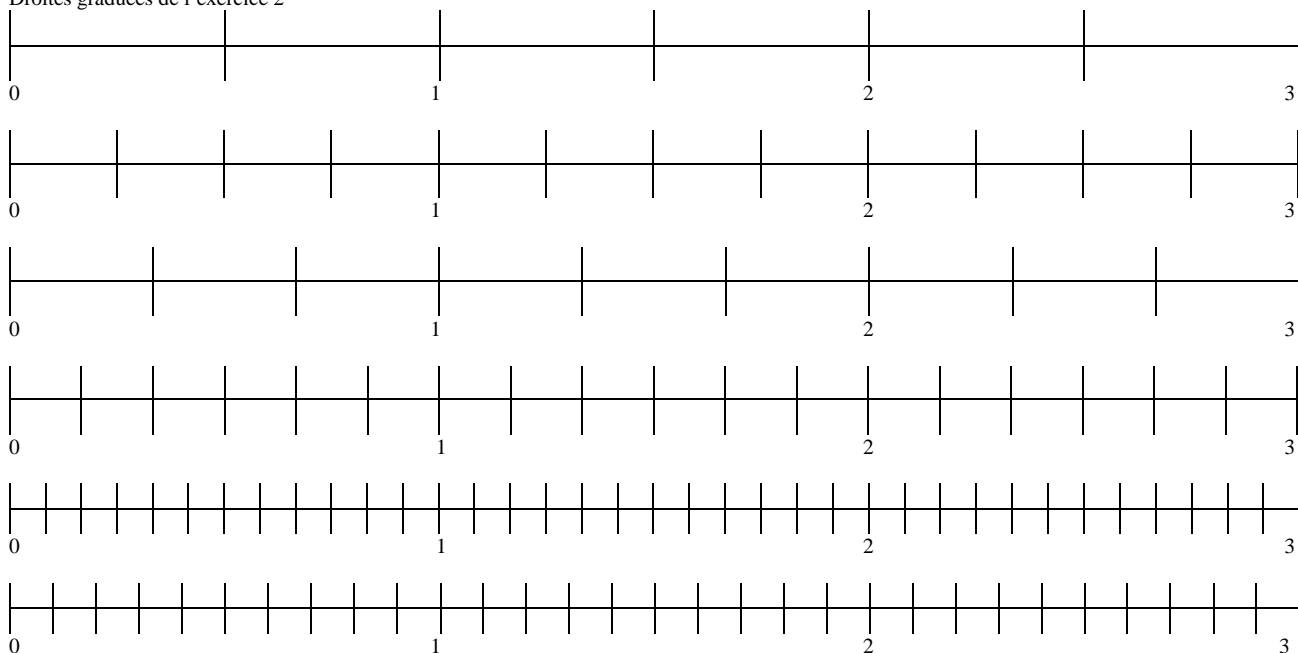
EC2 5^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice 6 p. 15 Donner une écriture fractionnaire de nombres décimaux	CF07	<p>0,94 = 94/100</p> <p>Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire :</p> <ul style="list-style-type: none"> - on place le nombre dans le tableau de numération ; - on regarde dans quelle colonne est le dernier chiffre de droite ; - on réécrit la fraction avec un dénominateur correspondant à cette colonne. <p>EC2 « Donc, tu as bien compris que zéro virgule quatre-vingt-quatorze ... Pour bien comprendre à quoi ça correspond, ben, tu penses au tableau ! D'accord ? Tu le places et tu vois que quatre est le chiffre des... [EC2 montre le chiffre 4 dans 0,94 placé dans le tableau de numération] ? [Elève : Centièmes !]... Centièmes ! D'accord ? Et donc, ça fait quatre-vingt-quatorze centièmes... quatre-vingt-quatorze centièmes... [EC2 montre la fraction : 94/100] »</p>	
	CF07	<p>79 = 790/10 car</p> <p><u>Dans une unité, il y a dix dixièmes : 1 = 10/10</u></p> <p>Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire en dixièmes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - on sait que 1 = 10/10 donc 79x10/10=790/10 <p>EC2 « Qu'est-ce qu'on a dit, au début ?... Une unité, c'est égal à combien de dixièmes [EC2 écrit : 1 = - / 10] ?... une unité ?... [Elève : A... dix dixièmes ?]... A dix dixièmes [EC2 rajoute : 1 = 10/10] ! C'est bien, tu as raison !... Donc, deux unités : combien de dixièmes ? [...] [Elève : Vingt dixièmes !]... Vingt dixièmes ! Et soixante-dix-neuf unités ? [...] [Elève : Sept cent quatre-vingt-dix dixièmes] »</p>	CR05-E
	CF07	<p>Pour passer d'un nombre entier à une écriture fractionnaire en dixièmes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - on le convertit en nombre décimal en lui rajoutant un zéro après la virgule ; - on le place dans le tableau de numération ; - on regarde dans quelle colonne est le dernier chiffre de droite ; - on réécrit la fraction avec un dénominateur correspondant à cette colonne. <p>EC2 « Il faut te rappeler que soixante-dix-neuf, on peut l'écrire aussi : « soixante-dix-neuf virgule zéro » [sur le tableau de numération, EC2 rajoute 0 après 79 : 79,0] ... Et zéro, c'est le chiffre des... [EC2 montre le 0, puis l'intitulé de la colonne] ? [Elève : Des dixièmes !]... Des dixièmes !... Donc, ça fait bien sept cent quatre-vingt-dix dixièmes [D'un geste, EC2 montre la totalité de l'écriture 79,0]. Donc tu peux le placer comme ça sur le tableau et utiliser la méthode précédente... »</p>	
	CF07	<p>64,713 = 64,713 / 1 000 (erreur)</p> <p>Une quantité ne peut pas être égale à cette même quantité divisée par mille (ce n'est pas, à proprement parler, une connaissance).</p> <p>Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire :</p> <ul style="list-style-type: none"> - on cherche la position du dernier chiffre de droite (avec ou sans tableau de numération) ; - on enlève la virgule ; - on écrit la fraction avec un dénominateur qui correspond à cette position. <p>EC2 « Ça, c'est le chiffre des... [EC2 montre successivement chacun des chiffres composant 64,713, de gauche à droite] ? [Elève : Dizaines...]... Le chiffre des... ? [Elève : Unités...]... Le chiffre des... ? [Elève : Dixièmes...]... Des... ? [Elève : Centièmes...]... Et des... ? [Elève : Millièmes...]... On va jusqu'aux millièmes !... On va jusqu'aux millièmes !... Quelle fraction va-t-on écrire ? [...] Donc, il fallait enlever la virgule [EC2 enlève la virgule de 64,713 / 1000] : 64 713 / 1000 ... C'est soixante-quatre mille sept cent treize millièmes !... D'accord ? »</p>	

EC3 1^{ère} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Placement de points dont les abscisses sont des fractions sur des droites numériques		<p>On peut représenter un nombre sur une droite, en définissant un point d'origine et une unité. Si on nomme M le point correspondant à deux unités, on dit que le point M a pour abscisse le nombre deux.</p> <p>EC3 : « <u>Alors, je rappelle : qu'est-ce qu'on a dit ? Pour représenter un nombre... Pour représenter un nombre, on utilise... quoi ?!</u> [...] Ce que vous avez de dessiné, là ! Ce sont des... ? des quoi ?... Mélissa ? [Mélissa : Une droite ?]... Une droite ! On a une droite ! [EC3 trace une droite]... Toute seule ?!!! [Elève : Avec des segments !]... Oui, alors, ça s'appelle des... ? Quoi, ça ? [Elèves : Graduations ?]... des graduations ! Donc, une droite graduée ... D'accord ? Qu'est-ce qu'il vous faut pour avoir une droite graduée ? [Silence]... Qu'est-ce qu'il faut pour graduer une droite ? [Elève : Une unité ?]... Une unité ! Et j'ai entendu autre chose ? [Elève : Un zéro ?]... Un zéro ! D'accord ! Une unité et un zéro ! Alors, le zéro, en général, on dit que c'est... ? [Elève : Le point d'origine !]... Le point d'origine !... [EC3 trace le point d'abscisse 0 sur la droite]... Et il correspond au zéro. Et après, une unité : comment on va faire pour marquer l'unité ? Hé ben, on marque le point qui correspond à la valeur... ? [Elève : Un !]... Un ! [EC3 place le point d'abscisse 1 sur la droite]... Et, ensuite, on peut graduer. D'accord ? <i>Maintenant</i>, sur cette droite, j'ai un point. [EC3 trace un point un point nommé M sur la droite après le point d'abscisse 1]... Ce point, il va correspondre... Allez ! On va dire, à peu près, à deux ! D'accord ? [EC3 rajoute 2 en dessous de M]... Hé ben, ce deux, là... ce nombre... [EC3 entoure le 2]... c'est ça qu'on appelle l'abscisse du point M... J'ai un point et il a une... [Elèves : Abscisse !... Abscisse !]... abscisse ! [EC3 entoure le point M et trace une flèche vers le chiffre 2 qu'il a déjà entouré]... D'accord ? Tout ça, vous saviez le faire ; ce que vous ne saviez pas, c'était le mot... ! »</p>	CR01-E (ce rappel intervient au cours d'un exercice, à la suite de la question d'un élève ; il ne s'agit donc pas d'une phase formelle de rappels)
	CF02 CF03	<p>On sait que $1 = 4/4$ et $2 = 8/4$. Donc :</p> $1 + 1/4 = 4/4 + 1/4 = 5/4$ $2 + 1/4 = 8/4 + 1/4 = 9/4$ $1 + 3/4 = 4/4 + 3/4 = 7/4$ <p>Pour placer des points dont les abscisses sont des fractions en quarts, on peut compter les quarts sur la droite numérique.</p> <p>EC3 : « [Elève : Un, c'est quatre quarts ? L'élève montre sur la deuxième droite le point d'abscisse 1]... Oui... [Elève : Donc, après, on rajoute un : ça fait cinq quarts ...] D'accord... Donc, tu n'as presque pas besoin du dessin, alors !... Tu fais « un » : tu sais que c'est quatre quarts. Comme on te l'avait écrit : « un plus un quart », tu me dis : un, c'est... quatre quarts, plus un quart » ; donc, pratiquement, tu peux le faire sans le dessin ! [EC3 écrit successivement : $1 + 1/4$; $4/4 + 1/4$]... D'accord ? Bon : Le L, comment tu vas nous l'expliquer, là ? [Elève : C'est deux plus un quart !]... Oui... Alors, je te l'écris... [EC3 écrit : $2 + 1/4$]... Si tu veux, tu peux t'aider du dessin, hein ! [Elève : Merci ! Euh !...]... Regarde ton dessin !... [Elève : Neuf ? Heu, non !]... Allez, compte ! Avec les doigts ! <i>Allez</i> ! Tu as le droit de... ! [EC3 s'approche de la droite et montre à l'élève, un par un les différents quarts entre 1 et 2. Puis il écrit en dessous de $2 + 1/4$: $8/4 + 1/4$]... [L'élève rajoute : L ($8/4$)]... Qu'est-ce que j'ai écrit ? [EC3 montre $1/4$ dans $8/4 + 1/4$]... [Elève : Un quart ?]... Oui... [L'élève corrige correctement : L ($9/4$)]... Et le dernier, c'est P. C'est... ? [Elève : C'est six plus un quart !... Six quarts, plus un quart ?]... Il est où, P ? [Elève : Là ? L'élève désigne le bon endroit]... Oui... [Elève : Et c'est...]... Ha, d'accord ! Six quarts plus un quart ! [Elève : Sept ? Puis elle complète : P ($7/4$)]... Il y a des questions, là ? [Elève : Non !] »</p>	
	CF02 CF03	<p>$1 = 3/3$ et $2 = 6/3$; donc : $2 + 1/3 = 6/3 + 1/3 = 7/3$; $4/3 = 3/3 + 1/3 = 1 + 1/3$</p> <p>On peut s'aider du dessin et compter les tiers, pour placer des points dont les abscisses sont des fractions en tiers.</p> <p>EC3 : « Deux, plus un tiers, ça fait sept tiers ? [Elève : Euh !... Oui !]... Explique-moi ! [Elève : Parce que deux, ça fait euh !... ça fait six... Et plus un, ça fait sept !]... Alors, ça serait six tiers plus un tiers ? [EC3 rajoute : $7/3 = 6/3 + 1/3$]... Tout le monde est d'accord avec ça... ? [Elèves : Oui !... Non ! Oui, moi je suis d'accord ! Si, si, si ! C'est ça, hein !]... Vous êtes d'accord ? Hé ben alors, voilà ! Donc c'était donc sept tiers ! Et ce six tiers, là ! Est-ce qu'on te demandait « six tiers » ? [EC3 désigne $6/3$ dans $6/3 + 1/3$] [Elève : Hé ben, oui ! Parce que deux, ça fait « six tiers » !]... Ha non ! On te demandait : « deux » !... [EC3 corrige l'écriture $6/3 + 1/3$: $2 + 1/3$]... On retrouve bien ce qu'on avait ici, hein !... [EC3 montre successivement $6/3$ et 2 dans $2 = 6/3$ et $2 + 1/3 = 7/3$]... D'accord ?... Quand on te demandait : « quatre tiers »... Et je vais pouvoir l'écrire comment, quatre tiers ? [Elève : Un et un tiers... Un plus un tiers !]... Un, plus... ? [Elève : Un tiers !]... Un tiers ! [EC3 écrit : $4/3 = 1 + 1/3$] [...] Si tu ne comprends pas, regarde sur le dessin ! Tu as bien placé... « deux plus un tiers » ? [Elève : Oui !]... Montre-moi le !... sur le dessin !... Alors, qu'on te demande ?... Deux, il est où ?... Oui... Et après... ? Voilà ! Il est là ! Alors, tu comptes !... Tu comptes maintenant ! »</p>	

EC3 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Droites graduées de l'exercice 2			
Placement de points dont les abscisses sont des fractions sur des droites numériques	CF03	<p><u>Pour trouver combien font $12/6$ et $2 + 5/6$,</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - <u>On place $12/6$ et $2 + 5/6$ sur la droite numérique divisée en sixièmes ;</u> - <u>On compte le nombre total de sixièmes ;</u> - <u>$12/6 = 2 ; 2 + 5/6 = 17/6$.</u> <p>EC3 : « [Elève : douze sixièmes... Alors douze sixièmes... Alors, c'est en sixièmes...]... [Marie place correctement $12/6$ et place une croix au 2]... Oui... Et c'est... R ! [Marie rajoute R : Après...]... Après, il faudra que tu me complètes, ici... [EC3 écrit : R ()] [Marie : D'accord !... Ils me disent « sept sixièmes »... Elle place correctement $7/6$ sur la droite]... Oui... Vas-y : sept sixièmes... [EC3 écrit : A (1 + 1/6)] [Marie : Sept sixièmes... Elle rajoute A sur la droite... Après... c'est sept sixièmes... Non : deux plus cinq sixièmes...]... Deux ? [EC3 écrit : C (1/6)] [Marie : Alors, c'est... Elle rajoute : R (12)]... Regarde où tu l'as mis... le point R ! <i>Regarde où tu l'as mis le point R !</i>... Il correspond à quel... A quoi ? [Marie corrige : R (2)]... Oui... [Marie : Euh... A... J'ai mis...]... Il est où, le point A ? [Marie : Euh...]... Regarde sur le dessin !... <i>Regarde sur le dessin !</i> Tu as rajouté « un » après le un : un quoi ?!... [Marie : Un sixième ? Marie rajoute $A (1 + 1/6)$]... Donc, euh !... [Marie : Et le « un sixième », ça fait...]... Tu es sûre ? [Marie : Oui !]... Ben, compte !... Ne fais pas comme Zoé qui a compté en suivant, sinon, tu vas en oublier ! [Marie : Dix sept sixièmes !]... »</p>	
	CF02	<p><u>$1 = 12/12 ; 24/12 = 2 ; 24/12 + 11/12 = 24/12 + 11/12 = 35/12 ; 1 + 8/12 = 12/12 + 8/12 = 20/12$</u></p> <p>EC3 : « Alors, explique-moi comment tu as trouvé « treize douzièmes » ! [Elève : Ben !... Ben, il y a marqué, euh !... Ha ben, non, c'est douze ! C'est douze douzièmes !]... Alors pourquoi tu mets treize, alors !!! [Elève : Parce qu'avec les lettres, je me confonds et je suis parti avec le f [L'exercice suivant] ! Il corrige son erreur : 12/12]... Alors, pour le D ?! On l'a déjà donné en douzièmes ; il faut l'écrire autrement ! [Elève : C'est vingt-quatre ! C'est vingt-quatre ! Parce qu'ici, j'ai...]... Oui, mais moi, ce que je veux, c'est... ça, là ! [EC3 montre sur la fiche : D (...)] [Elève : Ha oui ! Il corrige : D (2)]... Oui... Alors ce n'est pas fini ! Ton S ?! Tu t'es trompé sur toute la ligne ! [Elève après un long silence : Il n'est pas bon le S ?!] [Elèves : Si !] Je te le demande ! [Elève : Oui, parce que deux, plus onze.. onze douzièmes, ça fait trente-cinq douzièmes !]... Deux plus onze... ?! Ha oui ! On est d'accord... Ensuite ? [Elève : Et le U, euh... Un plus un douzième... Plus huit... Douze plus huit, ça fait vingt ?]... D'accord ! »</p>	

EC3 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Placement de points dont les abscisses sont des fractions sur des droites numériques	CF02	$1 + 1/12 = 13/12$ car $12/12 = 1$; $3 = 3 \times 12/12 = 36/12$; $2 + 3/12 = 24/12 + 3/12 = 27/12$ EC3 : « Ensuite, le P ? [Noémie : C'est... Un... plus un douzième ! Elle complète : P (1 + 1/12)]... Alors, pourquoi « un plus un douzième » ? [Noémie : Parce que j'ai... c'est]... On te donne combien, pour P ? [Noémie : Treize douzièmes !]... Oui... [Noémie : Douze douzièmes, c'est un ! Noémie montre le nombre entier 1 dans 1 + 1/12]... Douze douzièmes, c'est un ! [Noémie : Et après, c'est un douzième ! Noémie montre la fraction 1/12]... Un douzième !... Ensuite, le S !... On te donne ? [Noémie : Trois...]... Trois... [Noémie : C'est trente-six douzièmes !]... Comment tu fais pour trouver trente-six ? [Noémie : C'est... euh !... douze... Douze fois trois ? Noémie rajoute : S (36/12)]... Douze fois trois... D'accord ! [Noémie : Et le T, c'est vingt-cinq douzièmes... Noémie complète : T (27/12). Parce que... deux c'est vingt-quatre douzièmes ; plus trois douzièmes, ça fait vingt-sept douzièmes]... » $1 = 12/12$; donc $3 = 3 \times 12/12 = 36/12$ <u>Le numérateur est en haut de la fraction ; le dénominateur est en bas de la fraction.</u> <u>Quand on multiplie douze douzièmes par trois, on multiplie le numérateur par trois.</u> EC3 : « Alors, qui me rappelle comment elle a trouvé trente-six... ? Audrey ? [Audrey : Elle a fait trois fois douze !]... Elle a fait trois fois douze ! Parce qu'on est sur des... ? [Elève : Douzième !]... Douzième !... Et un, c'est douze douzièmes. Et ensuite, donc, si on veut avoir trois, on multiplie... ? [Elèves : Par trois !]... Par trois ! Mais quoi ? [Elèves : Trois troisièmes !... Trois douzièmes !]... Ha non ! Pas les douzièmes, justement ! [Elève : Les... les unités !]... On a dit – hé ! Vous avez oublié !... ça s'appelle comment, là ? [EC3 montre le numérateur de 12/12]... [Elève : L'absçasse !... Le dénominateur !... L'abscisse !... Le numérateur !]... Le numérateur !... Et ça, ça s'appelle comment ? [EC3 montre le dénominateur de 12/12] [Elèves : Le narrateur !... Le narrateur !]... le quoi ?!!! [Elèves : Le narrateur ! le dénominateur !]... Ho, ho ! Pas tout le monde en même temps ! On lève la main... [Elève : Le dénominateur !]... Le dénominateur ! Nu-mérateur et... ?! [Elèves : Dénominateur !]... dé-nominateur ! D'accord ? » 	CR02 – E CR03 – E CR02 – E
	CF03	<u>La règle de la classe, comme la droite numérique, a son unité partagée en centièmes. Ce sont donc les mêmes graduations.</u> EC3 : « Bon ! Pourquoi je n'ai pas fait le dernier ? [Margot : Parce qu'on est fainnant !]... Margot a bien retenu la leçon ! [Elèves : Tu es fainnant ? Hou ! Hou !] Et j'utilise... ? [EC3 montre la règle jaune de la classe, longue de un mètre] [Elèves : La règle !]... la règle qui est toute graduée... Et j'ai combien de graduations, ici... ? [EC3 montre la dernière droite où les unités sont partagées en centièmes] [Elèves : Mille ! Dix !... Cent !... Mille ! Dix mille !] [...] [Margot : Cent !]... Cent ! Et, justement, mon « un », il est partagé en combien, là, sur le dernier ? [Elèves : Dix !... En dix !... Dix !... Un !... Non, non, non !]... Non ! Le dernier, là, sur la feuille ? [Elèves : Ha oui ! En cent !]... En cent !... Donc, j'ai les mêmes graduations, ici, que... sur la feuille ! [EC3 montre une nouvelle fois la règle jaune à la classe]... D'accord ? Donc, c'est pour ça que je n'ai pas fait le dessin... »	
	CF02 CF02	$3/10 = 30/100$; $9/10 = 90/100$ $51/100 = 5/10 + 1/100$ EC3 : « Alors, qui vient me montrer où il faut mettre un dixième ?... Margot : un dixième ?... [Margot : Euh !... Au dix ?]... Ici ? [Margot : Oui !]... Alors, on va mettre le « un dixième » ici... [EC3 trace un trait à la craie sur la règle jaune à 10 cm]... D'accord tout le monde ? [Elèves : Oui ... Oui... Où ?]... Ici, Cloé ? [EC3 met un doigt sur le trait qu'il a tracé et monte un peu plus haut la règle pour que Cloé la voit]... Un dixième ! D'accord ? Ensuite ! Trois dixièmes ! [Elève : Euh ! Ben, à... trente !]... A trente ! Ici ? [Elève : Oui !]... Trois dixièmes, ici ? [EC3 montre l'emplacement des trente centimètres et trace un nouveau trait]... [Elève : Oui !]... D'accord ! [EC3 lève, une nouvelle fois, sa règle, un peu plus haut] [...] Ensuite ! Neuf dixièmes !... Caroline ? [Caroline : Euh !... A !... A soixante-dix ?]... Neuf dixièmes ! [Caroline : Euh !... Quatre-vingt-dix ?]... Quatre-vingt-dix ! Ici ! [EC3 montre l'emplacement des quatre-vingt-dix centimètres et trace un troisième trait]... D'accord ?... Quatre-vingt dix ! Et il nous reste ? [Elève : M ! Sept centièmes !]... Sept centièmes ! [Même élève : Euh ! A sept centièmes...]... Sept centimètres ! [même élève : Voilà !]... Ici ! [EC3 montre l'emplacement de 7 centimètres]... On finit ! D'accord ? [...] Et il me restait après ? Cinquante et un centièmes ! [Elève : C'est au milieu ! C'est au milieu ! Enfin, au... au cinq... et au premier... et, à la première... à la première graduation !] Et plus un ! [EC3 trace un dernier trait à cinquante et un centimètres]... J'ai une dernière question ! Ici ! [EC3 montre le trait qu'il vient de tracer bien haut]... dernière question... [...] [EC3 se retourne et écrit : $51/100 = /10 + /100$]... Qui peut me le faire, vite fait ? Audrey ? [Audrey : ça fait zéro virgule... Attends ! ça fait cinq virgule un dixième...]... Non ! Je veux des dixièmes, plus des centièmes ! [Audrey : Ça fait cinq dixièmes plus un centième !]... Cinq dixièmes, plus un centième ! Ici, on n'a fait aucun calcul ! Il suffit de reprendre les chiffres ! »	

EC3 2^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice : trouver l'écriture fractionnaire de segments en utilisant le segment unité	CF04	<p>Quand on veut mesurer quelque chose de plus petit que un, on utilise des fractions. Comme le segment que l'on doit mesurer est deux fois plus petit que l'unité, on obtient des demis.</p> <p>EC3 : « <u>Qu'est-ce qu'on a fait jusqu'à maintenant quand on avait quelque chose de plus petit que un ?</u> [Elèves : Hé ben, on a gradué ! Une fraction !]... <i>Des fractions !</i> Quand on avait quelque chose de plus petit que un, pour le moment, qu'est ce qu'on faisait : hé ben on partageait le « un » en... ? [Elèves : Six ! Deux]... <i>fractions !</i> Alors, si on regarde pour le premier... segment qui est plus petit que... un orteil : on va le partager en combien ? [Elève : En deux !]... Pourquoi en deux ?! [...] Est-ce que quelqu'un a une raison pour partager en deux ? [...] Qu'est-ce qu'il a le segment EF ? [Elèves : Il est deux fois plus petit !... Voilà !]... Il est deux fois plus petit que quoi ? [Elève : Que l'orteil !]... Que l'unité ! Ou que l'orteil, oui... D'accord ? Donc, on va partager l'orteil en... [Elève : Deux !]... deux ! Et on va obtenir des... ? [Elèves : Orteils ! Des minis orteils !]... demis !... [Elève : Des bébés orteils ! Rires]... »</p>	CR04 – E
		<p><u>Le segment AB se note : [AB]. La longueur du segment AB se note : AB.</u></p> <p>EC3 : « <i>Je rappelle ! Première leçon de l'année !</i> Quand je veux noter la longueur d'un segment – par exemple, la longueur du segment [AB] – j'écris ça, comment ? [Elève : Entre par... Euh ! Entre crochets !... Non !... Entre parenthèses !] [EC3 écrit : [AB]]... <i>Ça, ça veut dire quoi ?</i> [Elève : Segment !]... <i>Le segment AB ! Est-ce que c'est la longueur du segment ?</i> [Elèves : Non !]... Non !... [Elève : C'est AB sans crochets !]... <i>C'est AB sans crochets ! Sans rien ! Donc, quand j'écris AB sans rien, ça veut dire la longueur du segment AB... »</i></p>	CR01 – E
	CF04	<p><u>EF = 1/2 ; EF est plus petit que l'unité. Pour le mesurer, il suffit de partager l'unité en deux et de prendre un demi.</u></p> <p>EC3 : « Donc... Suite à la question à Dylan, on a dit que le segment EF qui est plus petit que l'unité, pour le mesurer, il va falloir partager l'unité... En regardant bien, on s'aperçoit qu'il est facile de le mesurer en partageant l'unité en... ? [Elèves : Deux !]... Deux !... Donc, je vais obtenir des... [Elève : Demis !]... <i>Demis !</i> Partager en deux : j'obtiens des demis ; et la longueur du segment EF, ça fait combien ? [Elève : Zéro virgule cinq !]... Non !... [Autre élève : Un demi !]... Un demi !... [EC3 se retourne et complète : EF = 1/2] »</p> <p><u>GH est plus grand que l'unité. On cherche son nombre entier, c'est-à-dire le nombre d'unités qu'il contient. Comme il représente une fois l'unité plus un demi, on peut écrire : GH = 1 + 1/2. Comme KL est plus petit que EF, il faut encore partager les demis en deux : on obtient des quarts.</u></p> <p>EC3 : « <i>Bon ! Ensuite !</i> [EC3 écrit : GH =]... Est-ce qu'il est plus petit que l'unité, celui-là ? [Elèves : Non !... Non !]... Non, il est plus grand qu'une unité... [Elèves : <i>Le problème, c'est que ce n'est pas un nombre...</i> [Elève : Entier !]... <i>entier, d'unités...</i> Donc, il va falloir qu'on trouve combien de nombre entier... [Elève : De nombres décimaux ?]... est-ce qu'il y a en plus ! [EC3 lève un doigt près de son visage pour souligner l'importance de ce qu'il annonce]... D'accord ? Alors, <i>ici</i>, j'ai combien de fois le nombre... un nombre entier d'orteils dans celui là... ? [Elève : Un !]... Une fois ! Donc, ça va être « un » plus quelque chose qui est comment ? [EC3 écrit : GH = 1 +] [Silence]... Plus petit que... ? [Elève : Un orteil !... Un orteil !]... <i>Un !</i> D'accord ? Et en fait, ça fait combien, ici ? [Elève : Un demi !]... Un demi ! [EC3 se retourne et complète : GH = 1 + 1/2] [...] <i>Ensuite ?</i> [EC3 écrit : KL]... [Elève : Il est plus petit !]... Il est... ? [Elève : Plus petit !]... Plus petit ! [Elève : Il est plus petit qu'un demi !]... Plus petit que un demi !... Donc, qu'est-ce qu'on va faire ? On va partager... [Rappel à l'ordre]... Donc, on en était à... Le demi qu'on avait, on va, à nouveau le... ? [Elèves : Partager !]... Partager ! Et en... ? [Elèves : Deux ! Trois !]... Deux ! Alors, j'ai des demis ; je partage mes demis en deux. J'obtiens des quoi, Mathilde ? [Mathilde : Des... des... Des quarts !]... <i>Des quarts !</i> [EC3 complète : KL =] [Elève : Un quart !]... Un quart ? Tout le monde est d'accord sur le « un quart » ? [Elèves : Oui !... Oui !] [EC3 complète : KL = 1/4] »</p>	
CF04	<p><u>Quand on partage les unités de la droite numérique en demis et en quarts, on constate que : $2 + 3/4 = 2 + 1/2 + 1/4$. Donc : $3/4 = 1/2 + 1/4$</u></p> <p>EC3 : « [EC3 écrit : OP =]... [Elève : Deux !... Deux, plus...]... <i>Deux ?!</i> Tout le monde a deux ?! [Elève : Deux plus un quart ! Trois quarts !... Deux plus...]... Deux, plus... ? [EC3 rajoute : OP = 2 +]... Elève : Un quart !]... Un quart ? [Elèves : Non !... Deux ! Trois... Un demi ! Oui, un tiers !... Trois quarts ! Oui : trois quarts !]... Quand on a... Alors, quand on a, ici... Donc, « trois quarts » vous me dites... [EC3 complète : OP = 2 + 3/4] [Elève : Oui !]... Et on avait commencé par partager en quoi ? [Elève : En demi !]... En demis ! Donc, ça fait deux, plus combien ? [EC3 rajoute : OP = 2 + 3/4 = 2 +] [Elève : Deux plus un quart !]... Non... [Elèves : Plus trois quarts !... Ça fait un demi... plus un quart ?]... [EC3 complète : OP = 2 + 3/4 = 2 + 1/2 + 1/4]... Donc, ici, je peux écrire soit... ? [EC3 entoure successivement : 3/4 et 1/2 + 1/4] [Elève : Trois quarts !]... Trois quarts ! Soit... ? Un demi, plus... ? [Elèves : Un quart !... Un quart !]... un quart !... C'est bon pour tout le monde ? [Elèves : Oui !] »</p>		

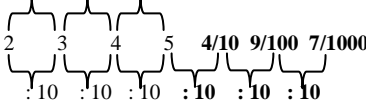
EC3 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
<p>Exercice : trouver l'écriture fractionnaire de segments en utilisant le segment unité</p>	CF04	<p><u>Comme QR est plus petit que KL, qui lui-même, est plus petit que EF, il faut encore partager les quarts en deux : on obtient des huitièmes. Si on veut être plus précis, on peut continuer à partager en deux. On obtient des seizièmes, trente-deuxièmes, et cetera.</u> EC3 : « Alors, Cloé, qu'est-ce que tu peux me dire sur le segment QR ? [...] Regarde-le, ce segment ! Ce n'est pas au tableau ! Il n'est pas au tableau, le segment !... Sur ta feuille, qu'est-ce que tu peux dire de ce segment ? [Cloé : Qu'il est plus petit ?]... Oui, mais plus petit que quoi ? [Cloé : Qu'un pouce ? Non...]... Plus petit que quoi ? [Cloé : Qu'un orteil ?]... Oui... Et même plus petit que quoi ? [Silence] [Cloé : Que KL ?]... Plus petit que la longueur du segment KL ! Et le segment KL, on a dit que c'était... ? [Cloé : Un quart !]... Un quart... Donc, on va mesurer, à nouveau, quelque chose qui est encore plus petit... Qu'est-ce qu'on va faire ?... On va... ? Qu'est-ce qu'on va faire ? ! [Autre élève : Ha ! Hé ben, on va le partager en deux !]... <i>Quoi ?</i> [Même élève : Hé ben... le...]... <i>le...</i> ? [Cloé : Le...]... Qu'est-ce qu'on partage en deux ? [Même élève : Ben, le segment !]... Lequel ? [Même élève : Le « un quart » ?]... Ben, non... C'est lequel, qu'on partage en deux ? [Autre élève : Le segment KL !]... Le segment KL ! [Cloé : Ha oui !]... [Autre élève : Ça va faire un huitième !]... Ça va faire un huitième ! Tout le monde est d'accord sur le « un huitième » ? [Elèves : Oui !]... Mathilde ? Pas trop sûre, hein ! [Mathilde : Non...]... On va regarder !... [EC3 trace une droite sur le panneau droit sur lequel il place de points. Il note l'un d'eux : 1]... J'avais « un » ! Je l'ai partagé en... ? [Elèves : Deux !]... Deux ! Donc, là, j'avais... ? [Elève : Un demi !]... Un demi et un demi ! [EC3 partage le segment en deux et écrit au-dessus de chaque segment : 1/2]... On a pris plus petit. On a dit : « On partage, à nouveau, en... [Elèves : Deux !]... Deux !]... deux ! ? [EC3 partage les demis en quarts sur la droite]... Donc, là, maintenant, mes parts, ce sont des... [Elève : Huitièmes !]... Des quarts !]... Des quarts ! On nous dit, maintenant : « Ça ne nous suffit pas ! Il faut être encore plus précis ! On repartage, à nouveau, en... ? [Elève : Deux ?]... Deux ! [EC3 partage chaque quart en huitièmes] [Elèves : Et là, c'est en huitièmes !]... <i>Ha oui !</i>]... Et j'en ai combien ? [Elèves : Un huitième !]... Un huitième !]... <i>Oui ! Et alors,</i> si je continue ? Si je veux être encore plus précis ?... [Rappel à l'ordre]... S'il faut être encore plus précis, je vais, à nouveau, partager en deux. Je vais avoir <i>quoi ?</i> Mathilde ? [Mathilde : Ben, un... En seizième ?]... Des seizièmes, voilà !... Hé oui ! Seizièmes ! Et ensuite ? [Elèves : Trente-deux ! Des trente-deuxièmes !]... Oui... [Ensuite des soixante-quatrièmes, des...]... On va s'arrêter là, parce que, là, ça va être très précis, là hein ! D'accord ? »</p>	
	CF04	<p><u>Je peux écrire une seule fraction ou bien passer par les différentes graduations que j'ai choisies : demis, quarts, huitièmes, et cetera.</u> $1 + 7/8 = 1 + 1/2 + 1/4 + 1/8$ EC3 : « Il ne nous reste plus que le dernier à mesurer... Auréa ? [Auréa : Un, plus sept huitièmes]... [EC3 écrit : $UV = 1 + 7/8$]... Un plus sept huitièmes ! Mais si je fais comme ici ? [EC3 montre l'écriture : $OP = 2 + 3/4 = 2 + 1/2 + 1/4$]... Je passe par les demis, les quarts et les huitièmes, ça va faire <i>quoi ?</i>... Noémie ? [Noémie : Un, plus un demi, plus un quart, plus un huitième !]... [EC3 complète : $UV = 1 + 7/8 = 1 + 1/2 + 1/4 + 1/8$]... Donc, même chose, ici ! Je peux l'écrire, <i>tout</i>, sous forme de... ? [EC3 entoure successivement $7/8$ et $1/2 + 1/4 + 1/8$]... Huitièmes ! <i>Où alors,</i> passer par mes différentes graduations : j'ai eu des demis ; j'ai eu des quarts ; maintenant, j'en suis aux huitièmes ! Et si on voulait être de plus en plus précis, on pouvait continuer comme ça... »</p>	
	CF04	<p><u>Autrefois, pour mesurer, les Egyptiens divisaient toujours par deux. Mais pour passer d'une écriture fractionnaire à l'autre – de $3/4$ à $1/2 + 1/4$ et de $7/8$ à $1/2 + 1/4 + 1/8$ – ce n'était pas facile.</u> EC3 : « Alors, ça... Il y a eu une époque, où,... D'accord ? Donc, ils faisaient comme ça et ils allaient, toujours, en divisant par deux... Les Egyptiens, ils faisaient comme ça, pour faire leurs mesures. Il y a eu une époque, où, chaque fois qu'ils avaient à mesurer des choses plus petites, ben, leurs mesures, ils les divisaient par... ? [Elèves : Deux !]... Par deux... D'accord ? Il y a juste un petit problème, là... C'est que, pour passer de trois quarts à ça, ce n'est pas facile ; pour passer de sept huitièmes à ça, c'est encore un petit peu plus difficile... [EC3 montre successivement les écritures $1/2 + 1/4$ et $1/2 + 1/4 + 1/8$]... D'accord ? »</p>	

EC3 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF05	<p><u>Il est plus pratique d'additionner des dixièmes, centièmes, millièmes que des demis, quarts huitièmes, seizièmes ou des sixièmes, douzièmes, trente-sixièmes.</u></p> <p>EC3 : « Mais c'est un petit peu compliqué... tout ça... C'est beaucoup plus simple quand on fait du travail, non pas en partageant en deux, quatre et huit, mais en partageant en quoi ? [Elève : En six ?]... En six ? [Froncement de sourcils de EC3]... Donc, je partage en six ; après, je repartage en six : ça va faire des... ? [Elèves : Douzièmes... C'est des douzièmes !] ... Non... [Elève : Et pourquoi ?]... Si je partage en six et que ce que j'ai partagé en six, je le repartage en six... ? [Elèves : Seizièmes... Dix-huitièmes... treizièmes ?]... Non... [Elèves : Ça fait des trente sixièmes !... Des trente-sixièmes !]... Des trente-sixièmes ! Est-ce que c'est vraiment pratique, ça ? [Elèves : Non !] Qu'est-ce qui est plus pratique ? [...] [Elève : En fraction ?]... Oui ! <i>Quelle</i> fraction ? On vient de dire que, ça, c'était très compliqué ? [Elèves : Des centièmes, des millièmes !... Numérateur... Soixante-douzièmes !]... Alors, je partage sous forme de quelle fraction ? Qui sont plus pratiques... à utiliser ? [Elève : Des centièmes !]... Des... ? [Elève : Centièmes !]... Alors, avant les centièmes ? [...] [Elève : Des dixièmes !]... Des dixièmes ! Donc, si je partage en <i>dixièmes, ensuite</i>, les dixièmes je vais les partager en <i>dix</i> ! Ça va me donner des... ? Cloé ? [Silence] [...] [Elèves : Cinquièmes ! Centièmes !]... <i>centièmes</i> ! Et ensuite, on peut continuer comme ça, d'accord ? On partage de <i>dix en dix</i> !... Donc, ici, ce qui serait plus pratique ce serait, non pas de partager en demis, quarts et huitièmes, mais en... ? Dixièmes, centièmes et... ? [Elèves : Millièmes !]... Millièmes ! »</p>	
		<p><u>Dans deux mille trois cent quarante-cinq, le cinq signifie « cinq unités » ; le quatre signifie « quatre dizaines » ; le trois signifie « trois centaines » ; le deux signifie « deux milliers ».</u></p> <p><u>Chaque fois que l'on passe d'un chiffre à l'autre, on multiplie par dix dans le sens unités – milliers et on divise par dix dans le sens milliers – unités.</u></p> <p>EC3 : « <u>Un petit rappel</u> : si j'écris ce nombre là... [EC3 écrit : 2345]... le cinq il veut dire quoi ? [Elèves : Le cinq il veut dire « millièmes » !... Unités]... <i>On lève la main</i> ! Yannis ? [Yannis : Le cinq, il veut dire cinq unités !]... Cinq unités ! <i>Le quatre</i> ? [Autre élève : Dixièmes ! [EC3 fronce les sourcils d'un air perplexe]...Dizaines !]... <i>Quatre</i> dizaines ! D'accord ? <i>Le trois</i> ? [Autre élève : Centaines !]... Centaines ! Et le deux ? [Autre élève : Millièmes !]... <i>Millièmes</i> ?! [Même élève : Ha non ! Ha, comment on dit, déjà ?]... Milliers ! [Même élève : Ha oui, voilà !]... D'accord ? Donc, <i>ici</i>, ce sont des unités, des dizaines, des centaines et des milliers [EC3 pointe successivement chacun des chiffres de 2345]... Ce qui veut dire que, chaque fois que je passe d'un nombre à l'autre, je fais quelle opération ? [Elève : Fois !]... Fois quoi ? [Elève : Dix !]... Fois dix ! Ici... [EC3 trace des accolades au-dessus des chiffres et écrit : x 10]</p> $\begin{array}{cccc} & \frown & \frown & \frown \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{array}$ <p>... D'accord ou pas ? Et si je vais dans l'autre sens ? [Elèves : Diviser par dix ! On divise par dix !]... Je divise par dix ? [Elève : Ben oui !]... D'accord ? [EC3 trace de nouvelles accolades en dessous du nombre et écrit : 10]... »</p> $\begin{array}{cccc} & \smile & \smile & \smile \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{array}$ $: 10 \quad : 10 \quad : 10$	CR06 – E Connaissance ancienne
		<p><u>Quand on veut mesurer des nombres plus petits que un, on effectue des partages successifs en dix. Au-delà des unités, on obtient ainsi des dixièmes, des centièmes et des millièmes.</u></p> <p>EC3 : « ... <u>Et qu'est-ce qu'on vient de dire ?</u> Ben, que quand on veut mesurer des nombres <i>plus petits que un</i>, on continue en... ? Divisant par... ? [Elèves : Dix !]... Dix ! Alors, je continue ici... [EC3 prolonge l'accolade à droite et en dessous du chiffre 5 et écrit : 10]... Et j'obtiens des... ? [Elève : Dixièmes ?]... <i>Dixièmes</i> !... Alors, moi, je ne sais pas !... On va mettre <i>quatre</i> dixièmes [EC3 place 4/10 au dessus de l'accolade qu'il vient de tracer]... <i>Ensuite</i>, je redivise par dix [EC3 prolonge l'accolade à droite et en dessous de la fraction 4/10 et écrit : 10]... Je vais avoir quoi, Cloé ? [Cloé : Euh !... enfin... Dix ?]... Oui, alors, je vais avoir des... [Cloé : Des centièmes !]... Centièmes ! [EC3 place 9/100 au dessus de l'accolade qu'il vient de tracer]... Allez, on va le faire encore une fois ! ... Des... [Elèves : Millièmes !]... Millièmes ! [EC3 prolonge l'accolade à droite et en dessous de la fraction 9/100 et écrit : 10]... Puis il place 7/1000 au-dessus de l'accolade qu'il vient de tracer]... <i>D'accord ou pas</i> ? [Elève : Oui !] »</p>	CR04 – E

EC3 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF06	<p>2345 4/10 9/100 7/1000 signifie : « deux mille ; trois cent ; quatre dizaines ; cinq unités ; quatre dixièmes ; neuf centièmes et sept millièmes »</p> <p>EC3 : « J'ai écrit : « deux mille ; trois cent ; quatre dizaines ; cinq unités ; quatre dixièmes ; neuf centièmes et sept millièmes » [EC3 désigne successivement les trois chiffres de la partie décimale : 4, 9, 7]... D'accord ? »</p> <p>x10 x10 x10</p> 	
	CF04	<p>Quand on écrit un nombre entier, la place du chiffre donne sa signification. A un moment de l'Histoire, on s'est dit que l'on pouvait étendre cette notation aux nombres plus petits que un. On a mis très très longtemps pour arriver à cela.</p> <p>EC3 : « Pourquoi est-ce qu'ici, je suis obligé de marquer « dixièmes », « centièmes », « millièmes » ; et là, je ne suis pas obligé de marquer « cent »... ?! [Elève : Hé bien, parce que !... Parce que ce n'est pas des nombres entiers ! Euh ! quatre...]... Oui... Donc, ici, il y a une différence entre les deux... ? [Elève : Ceux qui sont vers la droite, ils sont inférieurs à un... Et ceux qui sont vers la gauche, ben, ils ne sont pas inférieurs... !]... Oui !... Mais, alors, pourquoi est-ce qu'ici, je n'ai pas marqué « quatre dizaines », « trois centaines » et « deux milliers » ? [EC3 montre successivement les chiffres 4, 3, 2 de la partie entière de 2345 4/10 9/100 7/1000] [...] Ça, c'est parce qu'il y a quelque chose que vous oubliez un tout petit peu. C'est que... quand on écrit un nombre entier, ce qui est important, c'est la place du chiffre ! Si j'écris le chiffre tout seul, j'ai des unités... [EC3 écrit : 2]... Si, devant, il y a un autre chiffre, le « deux », maintenant, ce sont des... ? [EC3 rajoute 24 et montre le chiffre 2] [Elèves : Dizaines !]... Dizaines ! Pourquoi ? Parce qu'il a changé de... ? [Elèves : De place !]... De place, de position... D'accord ? Donc, ce que signifie le deux, ça dépend de la position qu'il occupe dans le... ? Nombre !... Ben, ici, comme on avait exactement la même façon de faire pour les nombres entiers que pour les nombres qui sont plus petits que un... [EC3 montre l'ensemble du nombre 2345 4/10 9/100 7/1000], on s'est dit : « Pourquoi ne pas avoir la même notation ? »... Alors, on a mis très très longtemps pour avoir ça, hein !... Très très longtemps ! »</p>	CR06 – E Connaissance ancienne
		<p>Les nombres ont d'abord été inventés pour compter des nombres entiers. Puis on les a utilisés pour mesurer des choses plus petites que l'unité choisie. Il a donc fallu utiliser des nombres plus petits que l'unité.</p> <p>EC3 : « [Elèves : Ho !... Monsieur ? Les mathématiques, ça... Ça a existé il y a combien d'années ?] [...] Quelles mathématiques ? [Elève : Euh ! Je ne sais pas... Euh !... Autre élève : Qui a inventé les mathématiques ?]... Personne ! [...] [Elèves : Mais c'est une personne, un jour, elle a eu l'idée... Elle a eu l'idée... ! Dès qu'ils sont nés ?! Dès qu'il y a eu le premier homme qui existe !]... Non !... Non plus... [Autre élève : On a inventé les nombres et puis après, ils ont dit...]... Et à ton avis, pourquoi on a inventé les nombres ?! [Elèves : Pour faire des mathématiques ! Hé bien pour compter !... Pour compter !]... Oui... [...] Regardez !... ce qu'on a fait tout à l'heure... Ce qu'on a fait tout à l'heure !... Les gens, ils ont commencé à... ? avoir besoin de compter !... Alors, c'était pour compter des nombres entiers... d'abord... Donc, on a d'abord... [Rappel à l'ordre]... Donc on a été obligé de commencer à utiliser des nombres entiers... Et on a mis longtemps pour se mettre d'accord sur la façon d'écrire les nombres entiers... D'accord ? Ensuite... Hé ben, ce qui s'est passé, c'est qu'on a eu des choses à mesurer... Et comme on a fait tout l'heure, on avait à mesurer des choses qui, parfois, étaient plus petites que l'unité qu'on avait choisie... Donc, il a fallu utiliser des nombres plus petits que l'unité... »</p>	CR04 – E
	CF04	<p>Les Egyptiens utilisaient des demis, quarts, huitièmes, c'est-à-dire un système difficile. On a donc essayé de simplifier les écritures. On s'est entendu sur l'écriture des nombres entiers, puis sur celle des partages en dix. Le premier partage en dix était accompagné du nombre 1 ; le second partage, du nombre 2 et ainsi de suite. A chacun de ces nombres était associée une valeur (dixièmes, centièmes, millièmes).</p> <p>EC3 : « Et je vous disais, tout à l'heure : « Au départ les Egyptiens, les très vieux Egyptiens, ils... utilisaient des... demis, des quarts, des huitièmes et ainsi de suite... D'accord ? Et, petit à petit, on a trouvé que c'était trop difficile à utiliser – il n'y avait que des savants qui arrivaient à les utiliser – on a essayé de simplifier les écritures ! De façon à ce que tout le monde puisse l'utiliser... Mais ce n'est pas venu du... premier... Là, ce nombre !... [EC3 réécrit : 2345] [...] Je suppose, déjà, qu'on s'est mis d'accord sur la façon d'écrire les nombres entiers ! D'accord ? Et ensuite, on s'est dit : « Voilà ! Maintenant, j'ai pris des dixièmes !!! Les dixièmes, c'est la première... le premier partage que je fais... de l'unité ! J'ai partagé l'unité, une première fois, en dix ! Donc, on mettait un « un » pour indiquer que c'était le premier partage ; et ensuite on indiquait le... quatre ! [EC3 rajoute le chiffre 1 à la suite de 2345 et l'entoure. Puis il montre le chiffre 4 dans l'écriture 2345 4/10 9/100 7/1000 et rajoute également ce chiffre : 2345 1 4]... J'ai partagé une fois en dix ; j'en ai quatre... [EC3 montre, successivement, les chiffres 1 et 4]... »</p>	CR04 – E

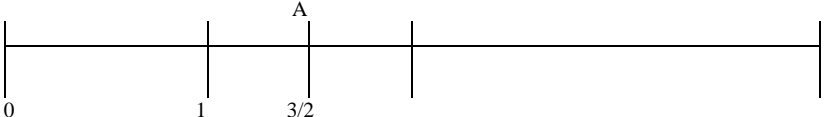
EC3 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
		<p>[...] il faut que je repartage une... ? [Elève : Dernière... !]... <i>Deuxième fois</i> ! [EC3 rajoute le chiffre 2 qu'il entoure : 2345 <u>1</u> 4 <u>2</u>]... Je partage <i>une deuxième fois</i> : donc, j'ai des... ? [Elèves : Ha oui, des... ! Des cent !... Centièmes !]... Centièmes ! Et j'en ai neuf ! [EC3 rajoute : 2345 <u>1</u> 4 <u>2</u> <u>9</u>]... <i>Ça ne suffit pas</i> et il faut que je repartage encore une fois... ? [Elèves : En millièmes !] [EC3 rajoute : 2345 <u>1</u> 4 <u>2</u> <u>9</u> <u>3</u> 7]... Voilà ce que ça avait donné ! On écrivait le nombre comme ça !... [Elèves : Hein !... Non, c'est vrai ?]... <i>Ici</i>, c'est un nombre entier [EC3 montre les chiffres constituant la partie entière]... <i>Ici</i>, j'ai fait un premier partage en dix [EC3 montre le chiffre 1 entouré]... Ce que j'avais partagé en dix, je l'ai, à nouveau, partagé en dix ; et ensuite, je l'ai encore partagé en dix [EC3 montre successivement les chiffres entourés 2 et 3] »</p>	
	CF04	<p><u>Une autre notation consistait à écrire l'unité choisie en écriture fractionnaire et à l'associer au chiffre.</u> EC3 : « Il y a eu, aussi, des notations... comme ça ! [EC3 écrit en dessous : 2 3 4 5 4 ^{1/10} 9 ^{1/100} 7 ^{1/1000}]... On indiquait : « Le quatre il correspond aux dixièmes ; le neuf, il correspond aux centièmes ; le sept, il correspond aux... » ? [EC3 montre successivement le chiffre des dixièmes (4), puis son unité en exposant (1/10) ; le chiffre des centièmes (9), puis son unité en exposant (1/100) ; le chiffre des millièmes (7), puis son unité en exposant (1/1000)] [Elèves : Millièmes !]... millièmes !... Est-ce que c'est des notations que vous avez vues, vous ? [Elèves : Euh !... Oui... Non... Non !... Ben oui, hein ! Non !]... Vous les avez vues, celles-là ?! Vous avez déjà vu les nombres notés comme ça ? [EC3 montre les deux écritures : 2345 <u>1</u> 4 <u>2</u> <u>9</u> <u>3</u> 7 et 2 3 4 5 4 ^{1/10} 9 ^{1/100} 7 ^{1/1000}]... [Elèves : Non !... Oui !...]... <i>Non</i> ! [Elève : Si !] »</p>	
	CF06	<p><u>Ensuite, on a introduit la virgule : cette fois, la position de chaque chiffre détermine ce que chacun d'entre eux représente, que les nombres soient plus grands ou plus petits que un. Pour cela, il suffit de regarder la position du chiffre par rapport à la virgule.</u> EC3 : « ... Parce qu'on est a... Parce qu'on est allé <i>encore plus loin</i>... On a commencé par introduire quelque chose qui s'appelle la... ? [Elève : Numér... ! Mesure !]... Là, j'ai mon deux mille trois cent quarante-cinq [EC3 recopie en dessous : 2345]... Et regardez ! On a dit : « <i>Ici</i>, ce n'était pas la même chose : <i>ici</i> et <i>ici</i> ! » [EC3 montre successivement la partie décimale et la partie entière de 2345 <u>1</u> 4 <u>2</u> <u>9</u> <u>3</u> 7]... [Elève : La fraction !]... Qu'est-ce qu'on fait pour les séparer, les deux ?! [Elève : Ha, c'est vrai !... Un tiret !... On fait un trait !]... Sébastien ? [On met une virgule !] [...] On met une virgule ! [EC3 rajoute une virgule : 2345,] [...] Et on sait que, ce qui se passe après, <i>c'est quoi</i> ? [...] Des <i>nombres</i>... ? [Elèves : Décimaux !]... plus petits... ? [Elèves : Que le un !]... que le un ! D'accord ou pas ? [Elèves : Oui !]... Et donc, <i>ici</i>, hé ben, on s'est dit : « Puisque le quatre, il veut dire « dizaines », mon quatre qui est ici, il va vouloir dire... ? [EC3 montre successivement les deux 4 de l'écriture 2 3 4 5 4 ^{1/10} 9 ^{1/100} 7 ^{1/1000}] [Elèves : Centièmes !] [Haussement de sourcils de EC3] [Elèves : Dixièmes !]... <i>Dixièmes</i> ! [EC3 rajoute : 2345,4]... <i>Le neuf</i> que je vais mettre, ici ? [Elève : Millièmes ! Centièmes !]... <i>Centièmes</i> ! [EC3 rajoute : 2345,49]... <i>Et le sept</i> que je vais mettre ici ? [Elèves : Millièmes !]... [EC3 rajoute : 2345,497]... Donc, <i>ici</i>... <i>Ici</i>, c'était la position du nombre qui indiquait ce qu'il représentait [EC3 montre la partie entière de 2345,497] ; et <i>ici</i>, c'est quoi qui indique ce qu'il représente ? [Elèves : Hé ben, les millièmes !... Les dixièmes !]... C'est <i>sa</i>... ? Sa position... Je regarde où il est placé par rapport à la... ?! [Elève : Virgule !]... virgule !... D'accord ? »</p> <p style="text-align: center;">x10 x10 x10</p> $\begin{array}{cccccccc} \underbrace{2} & \underbrace{3} & \underbrace{4} & \underbrace{5} & 4/10 & 9/100 & 7/1000 & \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \\ :10 & :10 & :10 & :10 & :10 & :10 & :10 & \end{array}$ <p style="text-align: center;">2 3 4 5 <u>1</u> 4 <u>2</u> 9 <u>3</u> 7</p> <p style="text-align: center;">2 3 4 5 4 ^{1/10} 9 ^{1/100} 7 ^{1/1000}</p> <p style="text-align: center;">2 3 4 5, 4 9 7</p>	

EC3 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF06	<p><u>La virgule est une convention qui est remplacée par un point chez les Anglo-Saxons. Sur les calculatrices, c'est le point qui est également utilisé. Inversement, on regroupe les chiffres dans les nombres par groupes de trois. Autrefois, en France, on utilisait le point pour cela. Et les Anglo-Saxons utilisent la virgule. Dans 1,437 \$, le chiffre 1 ne signifie pas « un dollar », mais « mille dollars ».</u></p> <p>EC3 : « Une dernière remarque : donc, <i>ici</i>, cette convention là, elle marche pour nous, en France, la virgule. [EC3 montre la partie décimale de 2345,497]... Est-ce que vous avez déjà utilisé une calculatrice ? [Elèves : Oui !]... Est-ce que vous avez une virgule ? [Elèves : Oui !... Non !... <i>C'est un point !</i>... Elles sont en haut, les... ! Ce n'est pas une virgule, en plus !]... Ce n'est pas une virgule, c'est un point ! Donc, <i>nous</i>, on a pris comme convention, de marquer une virgule, pour séparer... [EC3 fait le geste de séparer les parties entière et décimale de 2345,497]... Et les Anglais et les Anglo-saxons, ils ont pris comme... convention de marquer un... ? [Elèves : Point !]... point ! Et comme la plupart des calculatrices sont fabriquées par des gens qui parlent anglais, hé ben, ils ont continué à garder le point sur la calculatrice... <i>Ça va même plus loin !</i>... [Sonnerie et rappel à l'ordre]... [EC3 écrit : 2 345 497]... Quand j'étais petit... Il y a très longtemps... [Elèves : Ha oui, hein !!! Rires]... entre... On regroupait, donc, les nombres, ici, par groupe de trois... Vous le faites toujours, vous ?! [Elèves : Oui...]. Et vous mettez quoi, entre ? [Elèves : Rien !]... Rien ! Et quand j'étais petit, il fallait mettre un point ! [EC3 montre l'espace entre 2 et 345 dans 2 345 497] [Rappel à l'ordre]... Il fallait mettre un point ! Et, devinez ce que font les Anglais ? [Elèves : Ils mettent un point ! Ils mettent un point !]... <i>Eux</i>, ils mettent une virgule ! [EC3 rajoute : 2, 345, 497]... Donc, faites bien attention, quand vous allez sur Internet ! Et que vous regardez <i>des prix</i>, aux Etats-Unis... [EC3 écrit : 1, 437]... Si vous voyez ça, en dollars, ce n'est pas « un dollar » ! [EC3 montre le chiffre 1 dans 1, 437]... C'est... ?! [Elèves : Mille !... Mille !]... Mille dollars ! D'accord ? [Elève : Ça, c'est méchant !]... Bon, allez ! »</p>	

EC3 3^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel de début de séance		<p>La première idée qu'on a eue pour évaluer des choses plus petites que un, c'est d'utiliser des fractions, en faisant des partages. Comme les partages en deux étaient un peu compliqués, quand il s'agissait de faire des calculs avec, on a utilisé des partages en dix tels qu'ils existaient déjà avec les nombres entiers. Si on divise une unité en dix, on obtient des dixièmes. Si on redivise en dix, on obtient des centièmes, puis des millièmes, et ainsi de suite.</p> <p>Les fractions dont le dénominateur est dix, cent, mille s'appellent des fractions décimales.</p> <p>EC3 : « <u>Donc, je rappelle... ce qu'on a fait depuis le début !</u> La question, c'était : « Comment faire pour évaluer des choses qui sont plus petites que un ? ». Donc, la première idée qu'on avait eue, c'était d'utiliser des fractions en faisant <i>des partages</i>. C'est l'exemple qu'on a vu, qui était les mesures de longueur, on a commencé par faire des partages en... ? [Elèves : Abscisses !]... <i>Deux</i> ! Que j'ai repartagé en deux, et qu'on repartageait en deux et ainsi de suite ! D'accord ?... On a vu que ça permettait... bien de mesurer ; mais après, si on avait, éventuellement, des calculs à faire, c'était, peut-être, un petit peu plus compliqué... Donc, on s'est dit qu'il valait <i>mieux</i>... ? <i>Utiliser</i> ce qu'on a déjà vu pour les nombres entiers, c'est-à-dire quelque chose qui va de... ? Combien en combien ? [Silence]... Quand vous utilisez les nombres entiers ? [Elève : De dix en dix !]... De dix en dix ! [...] Donc, on a dit qu'il valait mieux se placer dans le cas où on allait de dix en dix... Sur les nombres entiers, on faisait des paquets de dix, qui donnaient les dizaines, ensuite les centaines, et ainsi de suite ; ici, on <i>divise</i> en dix, ce qui donne des... ? [Elève : Dixièmes !]... Dixièmes ! Ensuite, on redivise ça en dix, ça va donner des... ? [Elèves : Centièmes !]... Centièmes ! [Elève : Et millièmes !]... Et ainsi de suite... D'accord ? Donc, on va, maintenant, travailler sur les fractions... qui ont pour dénominateur, <i>quoi</i> ? [Elève : Les dixièmes !... Ha oui ! Inférieur à un !]... Non !... Les <i>fractions</i> qui ont pour dénominateur, quoi ? [Elèves : Un !... Dix !]... Non... [Elèves : Dix !... Dix !]... <i>Dix</i>... ? [Elèves : Cent !... Mille !]... <i>Cent, mille et dix mille</i>, d'accord ? Ce type de fractions, on appelle ça des fractions <i>décimales</i> ! D'accord ? Donc, là on ne va travailler que sur des fractions, dont les dénominateurs sont dix, cent ou mille... C'est le même principe que <u>ce qu'on a fait jusqu'à maintenant, sauf que maintenant, on partage en... ? Dix !</u> »</p>	<p>CR04 – A</p> <p>CR04 – A</p>
Placement de points d'abscisses en fractions décimales sur des droites graduées		<p>Les abscisses servent à représenter des nombres sur une droite. Pour les représenter, j'ai besoin d'un point d'origine et d'une unité. Ensuite, je peux placer sur ma droite des points qui représentent des nombres. Quand on dit : « Le point A a pour abscisse trois demis », on associe un point à un nombre sur une droite graduée. Le point représente le nombre sur l'axe. Trois demis s'écrit, maintenant, 3/2. Avant on l'écrivait 1 + 1/2</p> <p>EC3 : « <u>Alors, on recommande !</u> [...] C'est quoi, les abscisses ? Ça sert à <i>représenter des nombres</i> sur une... ? [Elève : Fraction !]... Non... [Elèves : Non ! Euh !... droite !... Droite !]... Sur une droite !... Je vais représenter... des nombres – et, en particulier, donc, des fractions – sur une droite... [EC3 trace une droite sur la longueur du panneau central] [Rappel à l'ordre]... Pour représenter ces nombres sur cette droite, il me faut <i>quoi</i> ? [Rappel à l'ordre] [Elève : Un point d'origine...]. Un point d'origine... Et... ? [Même élève : Une unité !]... Une unité !... D'accord ? [EC3 place les points d'abscisses 0 et 1 sur la droite]... Et quand j'ai mon point d'origine et mon unité, je peux placer sur la droite des <i>points</i> qui représentent des nombres... Par exemple, <i>ici</i>... [EC3 place un trait représentant les points d'abscisses 2 et 3/2]... Si je me mets, ici, je représente quel nombre ? [Elève : Dix !]... Ici ! Non, non ! Regardez au tableau ? [EC3 montre le point d'abscisse 3/2] [Elève : Un et demi !]... <i>Un et demi</i> ? Oui, mais... Tu as raison, Hamin ; mais... ça ne se dit plus, ça... <i>Alors, ça, tiens</i> !... Justement !... Un et demi... Ça s'écrivait comme ça, d'accord ? [EC3 écrit en haut du tableau central : 1 1/2]... On l'écrivait, autrefois, comme ça... Surtout, quand c'étaient <i>des notes</i> ! De un à dix !... Vous aviez une note de « un et demi », ça voulait dire quoi ? [Silence] Qu'est-ce qu'il vous mettrait, maintenant, le... le professeur ? [Elève : Un virgule cinq !]... Un virgule cinq ! C'était « un, plus un demi »... D'accord ? Donc, ce qu'a dit Hamin, c'est juste, mais on ne l'utilise plus, en fait, ça ! D'accord ? C'est « un plus un demi » ou « trois demis » ! D'accord ? [EC3 fait le geste de montrer successivement les intervalles [0 ; 1] et [1 ; 1+1/2]]... Donc, ici, ce point... C'est un point... Je peux lui donner un nom de points ; par exemple, le point A... [EC3 écrit A au dessus du point d'abscisse 3/2]... [Rappel à l'ordre]... Et je sais que ce point représente trois demis... [EC3 écrit 3/2 en dessous]... D'accord ? Et donc, <i>ce point A</i>, il a pour abscisse <i>le nombre</i> « trois demis »... [EC3 entoure successivement A et 3/2] [Elève : D'accord !]... Quand on a une droite graduée, on a toujours une association : un point / une abscisse : un point, ben c'est un point ; une abscisse, c'est un nombre !... Ils marchent ensemble ! Le point représente le nombre... sur l'axe. D'accord ? ! »</p> 	<p>CR01 – E</p> <p>CR02 – E</p>

EC3 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Placement de points d'abscisses en fractions décimales sur des droites graduées		<p><u>En géométrie, on écrit les points avec des lettres majuscules.</u> EC3 : « Alors, je rappelle qu'on a dit – dans la leçon sur la géométrie – que les points on les notait avec... ? Des... ? [Silence]... Les points, quand on donne un nom, on le note avec... ? une... ? [Elève : Lettre !]... Une majuscule d'imprimerie ! D'accord ? Pas des trucs de fantaisie ! [Kevin : Ha !]... Et je croyais que tu m'avais dit que F, ça faisait : « France » ?! [Kevin : Mais oui, mais c'est un peu bizarre ! Rires des autres élèves]... Ha bon ?! »</p>	CR01 – E
	CF04 répétition	<p><u>Un dixième divisé par dix, ça fait un centième.</u> <u>Un centième partagé en dix, ça fait un millième.</u> EC3 : « Alors, pourquoi tu le mets là, le point A ? [Noémie : Parce que c'est un centième ; et, ici, c'est un dixième. Donc un dixième je le divise en dix et ça fait un centième ?] [...] Alors répète, Noémie, puisqu'il y en a qui n'ont pas entendu et que, pour une fois, il y avait quelque chose d'intéressant ! [Noémie : Euh !... Ici, j'ai un millième...]. Oui... [Noémie : Un dixième divisé par dix, ça fait un centième. Donc, on place là un centième] [...] Alors, explique-moi, maintenant ! [Noémie : Alors, S, c'est un millième... S c'est un millième. Donc, euh !]... On partage... [Noémie : On partage un centième en dix !]... Bon ! Là, ce n'est pas fait au tableau mais on a la règle qui va permettre de le faire... »</p>	
Fractions décimales équivalentes à trouver (après placement des points)	CF02	<p><u>1/10 + 5/100 et 15/100 représentent deux fois le même nombre, écrit d'une façon différente.</u> <u>On peut donc mettre le signe égal (=) entre les deux. 6/10 = 60/100 ; 1/10 = 10/100 ; 2/10 = 20/100 ; 9/10 = 90/100 ; 31/100 = 310 + 1/100</u> EC3 : « Alors, pour le B... [EC3 écrit : 1/10 + 5/100]... Pour le B, il fallait l'écrire sous forme de... ? Centièmes ! Alors, un dixième, plus cinq centièmes, ça fait quoi, Agnès ? [Agnès : Quinze centièmes !]... Quinze centièmes ! [EC3 rajoute : 1/10 + 5/100 15/100]... Et je peux mettre quoi, ici ? [Elève : Egal !]... Egal ! [EC3 rajoute : 1/10 + 5/100 = 15/100]... Puisqu'ici, j'ai un nombre ; ici, j'ai un nombre et que, en plus, ils sont les mêmes ! [EC3 montre successivement les deux côtés de l'égalité]... On a écrit deux fois le même nombre, de deux façons différentes... Donc, je peux mettre le signe « égal ». Ensuite, même chose... Il fallait transformer ça en centièmes... [EC3 écrit : 6/10 = 60/100]... [L'élève interrogé se fait souffler la réponse par un autre élève et essuie une remarque de EC3] [...] Donc, soixante ! Et je peux mettre le signe égal... [EC3 rajoute : 6/10 = 60/100]... Ensuite ! Un dixième... même chose ! Il fallait l'exprimer en centièmes ! [EC3 écrit 1/10 = 10/100]... Jimmy ? [Jimmy : Dix centièmes !]... Tout le monde est d'accord ? [EC3 complète : 1/10 = 10/100]... Ensuite ! Deux dixièmes... Il fallait l'écrire sous forme de... centièmes ! [EC3 écrit : 2/10 = 20/100]... Dylan ? [Dylan : Vingt centièmes !]... Vingt centièmes ! [EC3 complète : 2/10 = 20/100]... Ensuite, neuf dixièmes... [EC3 écrit : 9/10 = 90/100]... Caroline ? [Caroline : Euh ! Quatre-vingt-dix centièmes !]... Quatre-vingt-dix centièmes ! [EC3 complète : 9/10 = 90/100]... Ensuite ! [...] Trente et un centièmes ! Alors, il fallait l'écrire sous la forme de... quelque chose en dixièmes, plus quelque chose en centièmes ! [EC3 écrit : 31/100 = 310 + 1/100]... Mathilde ? [Mathilde : Trois dixièmes et un centième !]... Trois dixièmes et un centième ! [EC3 complète : 31/100 = 310 + 1/100] »</p>	
	CF02	<p><u>L'écriture 3/10 + 1/100 et 1 + 3/100 sont des écritures décomposées ; la valeur de chacun des chiffres est précisée. 1 + 3/100 est différent de 13/100 car : 1 + 3/100 > 1 ; c'est un plus quelque chose ; 13/100 < 1 et 1 + 3/100 = 103/100</u> EC3 : « ... Alors, ça... Quand on écrit quelque chose comme ça, on dit qu'on... ? Décompose ! [EC3 montre l'écriture qu'il a complétée]... D'accord ? Ici, je suis passé de « trente et un centièmes » à « trente centièmes et un centième » ; je décompose en ne prenant que, ici, un seul chiffre, à chaque fois ! [EC3 montre successivement les deux chiffres 3 et 1 du numérateur de 31/100]... J'ai trois dixièmes et un centième [EC3 montre successivement 3/10 et 1/100 dans l'égalité]... J'ai décomposé ce nombre que j'avais écrit, en précisant, exactement, quels sont les... valeurs qui sont concernées... D'accord ? Pour chacun des chiffres ! [EC3 montre, à nouveau, les deux chiffres 3 et 1 du numérateur de 31/100]... J'ai décomposé !... Ensuite ! Un plus trois centièmes ! [EC3 écrit : 1 + 3/100]... Ici, le nombre, il est écrit sous une forme... ? [Silence]... Sous forme quoi ?! [Silence]... Je viens de le dire ! [Sourire de EC3 et EFFET TOPAZE]... [Elèves : De décomposition !]... Sous forme décomposée ! On l'a décomposé ; on a fait une décomposition... Et on voudrait l'écrire ici sous la forme d'une fraction... Et ce sont, ici, des centièmes... [EC3 complète : 1 + 3/100 = 103/100]... Alors, ça nous donne combien de centièmes... Daniel ?... [Daniel : Treize centièmes !]... Combien ? [EC3 approche la main de son oreille comme s'il n'avait pas bien entendu] [Daniel : Treize centièmes !]... Treize centièmes ? Tout le monde est d'accord ? [EC3 complète : 1 + 3/100 = 13/100] [...] A votre avis, treize centièmes, c'est plus grand ou plus petit que un ? [Elèves : Plus petit !]... Là, c'est « un, plus quelque chose »... [EC3 montre 1 + 3/100]... Donc il faut quelque chose de plus grand [...] D'accord ? Donc, ici, ce n'est pas « treize », mais... ? [Elèves : Cent trois !]... Cent trois ! [EC3 efface treize et écrit 103/100] »</p>	

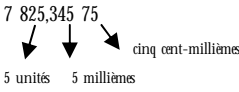
EC3 4^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Copie de leçon sur les nombres décimaux	CF02	<p><u>Le seul endroit où l'on écrit les nombres en lettres, c'est sur les chèques, parce que c'est obligatoire. « Trois cent quatorze et un dixième et six centièmes » est une première écriture d'un nombre.</u></p> <p>EC3 : « Donc, là, on a déjà une écriture. C'est une écriture... ? [Elève : En lettres !]... <i>En lettres !</i> [...] Pratiquement, le seul endroit où l'on s'en sert, maintenant, c'est où ?... Même dans les textes, maintenant, on ne l'écrit pas comme ça ? Hé vous n'avez pas l'habitude ! Le seul endroit où l'on s'en sert vraiment c'est <i>sur les chèques</i> ! Parce qu'on <i>doit</i>, obligatoirement, écrire le chiffre... le nombre en... ? [Elève : Lettres et en chiffres !]... <i>Lettres !</i> Et en chiffres... D'accord ? »</p>	
	CI02	<p><u>l'écriture de nombres décimaux</u></p> <p><u>Exemple :</u></p> <p>Le nombre trois cent quatorze et un dixième et six centièmes</p>	
	CF02	<p><u>(3 x 100) + (1 x 10) + (4 x 1) + (1 x 1/10) + (6 x 1/100) est une écriture décomposée de « trois cent quatorze et un dixième et six centièmes ».</u></p> <p>EC3 : « Alors, le nombre « trois cent quatorze... et un dixième et six centièmes » [EC3 écrit : Trois cent quatorze et un dixième et six centièmes]... Le nombre « trois cent quatorze et un dixième et six centièmes » [...] Donc, <i>ce nombre</i>... qui peut se décomposer en... [EC3 complète : Trois cent quatorze et un dixième et six centièmes qui peut se décomposer en] [...] Alors, c'est d'abord « trois cent »... [EC3 tapote cette écriture au tableau]... Donc, quand on <i>décompose</i>, on va l'écrire comment ? [Elève : En chiffres !] Quand on décompose, on écrit comment « trois cent » ?!... [Elève : Un trois, avec deux zéros ! Un zéro !]... Un trois... [Elève : Un zéro !... x !]... centaines ! [EC3 écrit : (3 x 100)]... [Elève : X, x !!!]... Plus !... [EC3 rajoute : (3x100) +] [...] Ensuite ?! [Elève : Un fois... un fois dix !]... Une fois dix ! [EC3 rajoute : (3x100) + (1 x 10) +] [Elève : Quatre !]... Quatre fois un ! [EC3 rajoute : (3 x 100) + (1 x 10) + (4 x 1) +]... Plus ?! [Rappel à l'ordre]... <i>Ensuite ?!</i> [Elève : Plus !]... Plus quoi ? [Elèves : Je n'en sais rien !... Plus un dixième !]... Un dixième ! [EC3 rajoute : (3 x 100) + (1 x 10) + (4 x 1) + (1 x 1/10)]... Plus ? [Elève : Six centièmes !]... Six centièmes ! [EC3 rajoute : (3 x 100) + (1 x 10) + (4 x 1) + (1 x 1/10) + (6 x 1/100)]... Alors, vous avez vu comment j'ai écrit « six centièmes » ? ... <i>Donc, voilà une autre écriture !</i> Cette écriture, on dit qu'on l'a <i>décomposée</i> – donc « décomposer », vous me le soulignez en rouge... »</p>	
	CI02	<p>- qui peut se décomposer en $(3 \times 100) + (1 \times 10) + (4 \times 1) + (1 \times 1/10) + (6 \times 1/100)$</p>	
	CF02	<p><u>Dans un nombre décimal, d'un côté on fait des paquets de 10 : de l'autre on divise par dix.</u></p> <p>EC3 : « <u>Quand j'ai écrit, ici...</u> [EC3 montre les différents termes de la partie décimale du nombre qu'il vient d'écrire]... <u>J'ai bien fait remarquer que j'avais fait des paquets de dix, des paquets de cent, et ainsi de suite... Ici...</u> [EC3 montre dans la décomposition $(1 \times 1/10)$]... <u>Ici, j'ai fait remarquer que j'ai partagé en...</u> [Elève : Un !... Dix !]... <i>Dix !</i> Et que, ici, c'est partagé en... ? [Elèves : Cent !]... <i>Cent !</i> [EC3 montre dans la décomposition $(6 \times 1/100)$]... <u>D'accord ? [Elève : Oui !]... Voilà pourquoi, je n'ai pas écrit directement « six centièmes » ou « un centième »... C'est pour avoir la même chose, ici et ici...</u> [EC3 montre successivement les termes de la décomposition, en commençant par la partie entière] <u>D'accord ? Ici, je fais des paquets de dix... [EC3 montre la partie entière dans la décomposition]... Ici, je divise par dix ! [EC3 montre la partie décimale dans la décomposition]... D'accord ?...</u> »</p> <p>« Trois cent quatorze et un dixième et six centièmes » s'écrit en chiffres : 314,16.</p> <p>EC3 : « Qui me donne l'écriture avec les chiffres ? [...] [Elève : Un trois !]... Un trois... [Autre élève : Avec un « un », et avec un « quatre » !]... Un, quatre ? [Elève : Virgule !]... Virgule ? [Elèves : Seize ! Un « un » ! Et un « six » !]... Un « un » et un « six » ! [Au fur et à mesure, EC3 écrit : 314,16]... Donc, là, c'est avec des... ? Chiffres ! [...] C'est bon pour tout le monde, là ? [Elèves : Oui...] »</p>	CR06 – E
	CI02	<p>- qui s'écrit avec des chiffres : 314,16</p>	
	CF02	<p><u>« Trois cent quatorze et un dixième et six centièmes », s'écrit en fraction décimale 31 416/100. Le dénominateur est en centièmes, car le nombre 314,16 s'arrête aux centièmes.</u></p> <p>EC3 : « Il correspond aussi à la <u>fraction décimale</u>... [EC3 écrit : Il correspond aussi à la fraction décimale]... Fraction décimale... Alors, ça va être quoi ? C'est une <i>fraction</i>... [EC3 trace un trait de fraction : /]... Donc, je devrai trouver son numérateur et son dénominateur... Fraction <i>décimale</i> : donc, forcément, le... dénominateur, c'est... ? [Elève : Cent !]... Pas forcément cent, ça peut être, aussi... ? [Elèves : Dix !... Dix !]... Dix, cent, mille dix mille et ainsi de suite... Alors, ici, je vais prendre combien ? [Elèves : Cent !]... <i>Cent !</i> Pourquoi ? [EC3 complète : /100] Ben parce qu'ici, on s'arrête aux... ? [EC3 montre le chiffre 6 dans 314,16] [Elèves : Centièmes !]... Centièmes ! <i>D'accord ? Et ça va me donner combien de centièmes ?</i> [Elève : Trente et un mille quatre cent seize !]... [EC3 complète : 31416/100] »</p>	
	CI02	<p>Il correspond aussi à la fraction décimale : 31 416/100</p>	

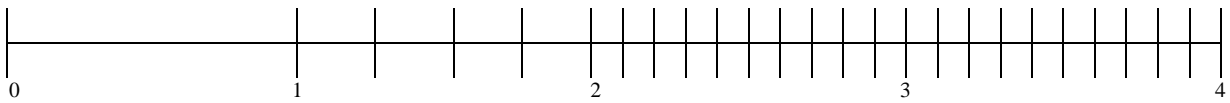
EC3 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Copie de leçon sur les nombres décimaux	CF02	Pour un même nombre, on dispose de quatre écritures différentes : en lettres ; décomposée ; en chiffres ; sous forme de fraction. EC3 : « Donc on a combien d'écritures, ici, pour un même nombre ? [Trois !... Quatre ! Trois !]... Quatre ! En lettres ; décomposée ; avec des chiffres et sous forme de fractions décimales [EC3 montre successivement les quatre écritures au tableau] [...] Donc, voilà toutes les écritures possibles d'un nombre ! »	
	CF06	L'écriture en chiffres d'un nombre décimal se compose de deux parties : partie entière et partie décimale. Dans chacune des deux parties, la position du chiffre détermine sa signification. EC3 : « Donc, ça, vous le mettez en rouge : « L'écriture en chiffres d'un nombre décimal »... [EC3 rajoute : L'écriture en chiffres d'un nombre décimal] [...] Alors : « L'écriture en chiffres d'un nombre décimal se compose de... deux parties ! [EC3 rajoute : L'écriture en chiffres d'un nombre décimal se compose de deux parties]... et comment je fais pour les distinguer, ces deux parties ? [Elève : Il y a une virgule entre les deux !]... Séparé par une virgule !... Deux points ! [EC3 rajoute : L'écriture en chiffres d'un nombre décimal se compose de deux parties séparées par une virgule :]... Alors... Comment on les appelle ces deux parties ? Yanniss ? [Yanniss : Partie entière et partie décimale !]... Partie entière et partie décimale ! [EC3 rajoute : L'écriture en chiffres d'un nombre décimal se compose de deux parties séparées par une virgule : partie entière et partie décimale]... la partie entière et la partie décimale... Un point ! [EC3 rajoute un point à la fin de la phrase qu'il vient de copier] [...] Alors... Maintenant, dans chacune des parties... J'ai des chiffres dans chacune des parties... Et comment je fais pour repérer la signification du chiffre ? [Elève : On regarde où il se place !]... On regarde où il se place ! Donc, on regarde sa... ? Position ! [...] « Dans chacune des parties... dans chacune des parties la position du chiffre détermine... [...] sa signification » [EC3 écrit : Dans chacune des parties la position du chiffre détermine sa signification.] »	
	CI06	L'écriture en chiffres d'un nombre décimal se compose de deux parties séparées par une virgule : partie entière et partie décimale. Dans chacune des deux parties, la position du chiffre détermine sa signification.	
	CF06	La partie décimale peut être plus longue que la partie entière. EC3 : « Alors j'ai pris comme exemple... [EC3 consulte plusieurs fois son cahier de préparations avant d'écrire le nombre : 7 825, 34 575, sans le lire à voix haute] [...] [Elève : Mais la... la partie décimale, elle est plus grande que la partie entière !]... Oui ! Et alors ? C'est interdit ? [Sourire de EC3] [...] Mais pourquoi veux-tu que la partie entière soit plus grande que la partie décimale – la plus grande : ait le plus de chiffres que la partie décimale ? [...] Il n'y a aucune raison ! [...] Il n'y a aucune règle ! C'est vrai que, très souvent, comme on a des mesures qui, pour le moment, sont très peu précises, on s'arrête à des parties entières, euh !... des parties décimales qui sont... relativement courtes... [Avec son pouce et son index, EC3 matérialise un petit espace]... Mais rien n'empêche, ici, euh !... [EC3 fait un geste devant la partie décimale de 7 825, 34 575, signifiant qu'on peut encore le rallonger] »	
	CF06	Dans 7 825,34 575, la partie entière est 7 825 ; 0,34 575 est la partie décimale. La partie décimale permet d'utiliser des nombres plus petits que un. Donc la partie décimale est un nombre plus petit que un. EC3 : « Donc, partie entière, ici... [EC3 rajoute : partie entière :]... C'est quoi ? [...] [Yanniss : Ha ! Sept mille huit cent vingt-cinq !]... Sept mille huit cent vingt-cinq ! [EC3 rajoute : partie entière : 7 825 ; puis il écrit : partie décimale]... La partie décimale ? [Elève : Euh ! Trois cent quarante-cinq mille, soixante-quinze !]... Hein ! [Même élève : Millième ! non !]... Alors, déjà, de toute façon, c'est faux, ça ! [Autre élève : C'est trente-quatre mille cinq cent soixante-quinze !]... Non plus ! On a... Pourquoi est-ce qu'on a fait apparaître une partie décimale ? [Elèves : parce que... hé ben !]... Pourquoi on a... on s'est dit : « On va utiliser une partie décimale ! » – souvenez-vous, on en a parlé ?!... C'était pour... utiliser des nombres... ? [Elève : Inférieurs à zéro !]... Non ! Pas à zéro !... [Elève : A un !]... A un !!! Donc, la partie décimale, c'est un nombre plus petit que... ? [Elève : Un !]... Un !... [Elèves : Ha oui !... Ha !] Alors quelle est la partie décimale ? [Elève : Ha !... trente-quatre mille cinq cent soixante-quinze cent milliers ?]... Oui... Alors, on pourrait l'écrire plus facilement ! Ça, c'est : tu m'as donné la fraction décimale... [EC3 se retourne et tapote l'endroit où la fraction décimale est écrite]... Je vais l'écrire, non pas avec la fraction décimale, mais avec les nombres... [Elève : Ha !]... ça va donner avec les chiffres... ça donne ? [Rires des élèves vis-à-vis de l'exclamation précédente de l'un d'entre eux]... Ho ! Alors, ça donne quoi ? [Elève : ben euh !]... Mélissa ? [Mélissa : Zéro virgule...]... Zéro virgule... ? [Mélissa : trente-quatre mille cinq cent soixante-quinze...] [EC3 complète : partie décimale : 0,34 575] »	CR06 – E
	CI06	7 825,345 75 Partie entière : 7 825 Partie décimale : 0,345 75	

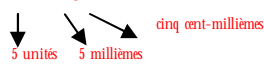
EC3 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Copie de leçon sur les nombres décimaux	CF06	<p><u>Dans 7 825,345 75, la position du chiffre détermine sa signification.</u> <u>Il y a trois fois le même chiffre qui représente à chaque fois une valeur différente : 5 unités ; 5 millièmes ; cinq cent millièmes.</u> EC3 : « Donc, ça c'est les deux parties... [EC3 montre successivement les deux parties entière et décimale qu'il vient de compléter]... <u>Maintenant, on a dit que, dans un nombre, dans l'écriture, la position du chiffre détermine... sa signification... Ici</u>, dans ce chiffre [sic]... [EC3 écrit : 7 825, 34 575]... J'ai trois fois le même chiffre ! le cinq ! [...] Est-ce que, à chaque fois, le cinq il veut dire la même chose ? [Elèves : MM. ! Non !] [...] Ce cinq là, il veut dire quoi ? [EC3 trace une flèche en dessous du chiffre cinq de la partie entière] [Elève : Le chiffre des dizaines ? Autre élève : Non ! Des unités ! Euh !]... Cinq unités ! [EC3 écrit en dessous de la flèche : 5 unités] [rappel à l'ordre]... Cinq unités ! <i>Ici</i> ! [EC3 montre le chiffre cinq des millièmes et trace une flèche en dessous]... [Elève : Cinq millièmes ?]... Cinq <i>millièmes</i> ! [EC3 écrit en dessous de la flèche : 5 millièmes]... Et, enfin, ici ? [Elève : Cinq cent millièmes !]... Cinq cent-millièmes ! [EC3 écrit en dessous de la flèche : 5 cent millièmes] »</p>	CR06 - EI
	CI06		
	CF04	<p><u>La partie entière d'un nombre décimal est un nombre entier. La partie décimale correspond à des partages en dix.</u> EC3 : « <u>Donc, en fait, quand on écrit un nombre décimal, la partie entière, c'est exactement la même règle que vous avez vue pour les nombres... ? Entiers !</u> Donc, la partie entière, c'est un nombre... entier ; la partie décimale, c'est ce qu'on a vu, après, chaque fois qu'on fait des divisions par... ? [Elève : Euh !... Dix !]... Dix !... D'accord ? A chaque fois, ce qu'on a, on le partage en dix. Et donc, ça nous donne la partie décimale... »</p> <p><u>L'écriture décimale a mis du temps à apparaître. Elle permet de faire des opérations le plus simplement possible.</u> EC3 : « Alors cette écriture sous forme de chiffres... elle n'est pas venue tout de suite ! On a cherché pendant longtemps comment faire pour écrire les nombres. Le but, c'était de s'en servir ! D'accord ? Qu'est-ce qu'on fait avec des nombres ? [Elève : On les écr...]... Ben, on les classe, on les additionne, on les soustrait, on les multiplie, on les divise... [EC3 énumère sur les doigts de la main les différentes utilisations d'un nombre]... Et après vous verrez d'autres opérations. Et le but, <i>ici</i>, c'était d'avoir une écriture qui permette de faire ces choses-là, le plus simplement possible. D'accord ? »</p>	CR06 – E
		<p><u>Pour pouvoir parler de l'abscisse d'un point, il faut avoir une droite graduée, où chaque point peut être associé à un nombre. Le nombre associé au point est l'abscisse du point.</u> EC3 : « <u>Alors, je rappelle... on a dit que... On a parlé d'abscisse, quand on avait quoi ? [...]</u> [Même élève : Une droite graduée !]... Une droite graduée... Donc, pour pouvoir parler d'abscisse d'un point, il va falloir avoir une droite <i>graduée</i>... Une droite graduée : sur une droite, on a des points ; et chaque point peut être associé à un... ? [...] On est en train de travailler sur <i>quoi</i> ? Sur des... ? [Elève : Nombres]... <i>Nombres</i> ! Donc, à chaque fois, on peut associer un nombre ! Et c'est ce qu'on appelle l' « abscisse du point ». Donc, on va le mettre en rouge : « Sur une droite graduée [EC3 écrit : Sur une droite graduée]... Sur une droite graduée... On dit, aussi, comment ? Au lieu de « droite graduée » ? [Silence]... Je vous l'ai dit !... [Elèves : Une fraction !... Une..... Un axe ! Ha, je ne savais pas, moi !]... Un axe ! « droite graduée ou axe » [EC3 rajoute : Sur une droite graduée (un axe)]... Virgule ! « On repère chaque point... par un nombre » [EC3 rajoute : Sur une droite graduée (un axe), on repère chaque point par un nombre] « On repère chaque point par un nombre qu'on appelle son abscisse » [EC3 rajoute : Sur une droite graduée (un axe), on repère chaque point par un nombre qu'on appelle son abscisse] »</p>	CR01 - EI
	CI01	<p><u>II Abscisse d'un point</u> Sur une droite graduée (un axe), on repère chaque point par un nombre qu'on appelle son abscisse.</p>	

EC3 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Copie de leçon sur les nombres décimaux	CF01	<p>Pour placer des points sur un axe, j'ai besoin d'un point d'origine d'abscisse 0 et d'une unité, généralement, d'abscisse « un ».</p> <p>EC3 : « Donc, ici, j'ai un axe !... Et je vais placer des points avec les nombres qui correspondent... Je vais commencer par le point A ; et je veux que le point A, il ait pour abscisse quatre... Donc, je le mets où ? [Elève : A quatre centimètres !]... A quatre centimètres de quoi ? [Elèves : Hé ben, de un !... Zéro !... De zéro !]... Mais je n'ai pas de zéro ! [Elève : Il faut le mettre, alors !]... Ha ! Il faut le mettre, le zéro !... Ça s'appelle ? [Elèves : le point d'origine !... Le point d'origine !]... Le point d'origine ! [EC3 trace le point d'abscisse zéro sur l'axe : 0]... Ensuite ? [Elève : Il faut une unité !]... Il faut que je mette une unité ! Pour pouvoir indiquer l'unité, en général, on place le point qui correspond à la valeur « un »...</p>	
	CF01	<p>Pour s'aider dans le placement de points sur une droite graduée, on rajoute souvent, même si ce n'est pas obligatoire, d'autres nombres entiers.</p> <p>EC3 : « Pour avoir un axe, une droite graduée, normalement, ça, ça suffit... Il est vrai que, pour aller encore plus vite quand on va placer les points, on place des graduations... Et, en général, les graduations qu'on place, c'est celles qui correspondent aux... ? [...] Qu'est-ce que vous allez me placer, après, là ? [Elèves : Deux !... Deux !]... Deux ! Après ? [Elèves : Les abscisses !... Trois !... Quatre !... Les nombres entiers !]... Trois ! Donc, ce sont des nombres ? [Elèves : Entiers !]... Entiers ! Donc, en général, pour s'aider – mais ce n'est pas obligatoire ! ici, ça suffit pour avoir une droite graduée, d'accord... ? – donc, en général, on rajoute, pour s'aider... [EC3 à l'aide de la grande règle jaune de la classe reporte plusieurs fois l'unité sur la droite et écrit sous chaque trait : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] »</p>	
	CF01	<p>Quand on veut placer un point dont l'abscisse est un nombre décimal, comme par exemple 3,5, on doit d'abord graduer l'intervalle [3 ; 4] en dixièmes. Si on a un nombre en centièmes, on doit graduer l'intervalle en centièmes, sauf dans le cas où on peut trouver des fractions équivalentes plus simples ;</p> <p>Pour éviter de graduer un intervalle en dixièmes et en centièmes, il est important de connaître des valeurs telles que : $1/4 = 0,25$; $1/2 = 0,5$; $3/4 = 0,75$ (on peut, dans ce cas, partager seulement en quatre chaque unité).</p> <p>EC3 : « Alors, je veux placer le point A. Alors, j'écris... [EC3 écrit : A a pour abscisse 4]... « A a pour abscisse quatre » [...] [Pendant que les élèves placent le point A, EC3 fait de même sur la droite et écrit : 4 ; puis il écrit : B a pour abscisse 3,5]... Ensuite, je vais placer le point B qui a pour abscisse trois virgule cinq... Donc, ici, j'ai un nombre décimal... [EC3 montre 3,5]... Et dans la partie décimale, j'ai des... ? [Silence. Elève : Dixième ?]... Dixièmes ! Donc, il faut que je gradue avec des... ? [Deux élèves : Dixièmes !]... Dixièmes ! [...] [Puis EC3 écrit : 2,3 est l'abscisse du point C]... Et maintenant, je donne : « 2,3 est l'abscisse de... C »... Alors, comment je fais ? [Elève : On place les deux points !... On place deux virgule trois à C ?]... Oui... On place le C à deux virgule trois... [...] [EC3 gradue en dixièmes l'intervalle [2 ; 3] Puis il écrit : C au dessus de 2,3. Ensuite, il écrit : 1,75 est l'abscisse de D]... Et enfin, « un soixante-quinze » est l'abscisse de... D ! [...] Alors, là, il faudrait graduer en... ? [Elève : En cent !]... En cent ! Tu veux dire que, ici, entre un et deux... [EC3 montre l'intervalle [1 ; 2]]... il faudrait que je partage en... ? [Elèves : Cent !]... Cent ! D'accord ? Mais, il y a des valeurs... qu'il faut connaître, par cœur... « Zéro, soixante-quinze », on sait que – on devrait savoir – que c'est... ? [...] [Elève : Trois quarts !]... Trois quarts ! Il y a des choses, comme ça, qu'il va falloir apprendre à associer automatiquement... Un demi, c'est... ? [...] [Elève : Zéro virgule cinq !]... Zéro virgule cinq ! Un quart, c'est... ? [Même élève : Zéro virgule vingt-cinq !]... Zéro virgule vingt-cinq ! Et trois quarts, donc, zéro... soixante-quinze ! Ça, c'est des choses qu'il va falloir avoir l'habitude d'assu... d'associer... Donc, en fait, ici, je devrais partager en... cent... [EC3 désigne l'intervalle [1 ; 2]]... Mais, si j'ai le réflexe de penser que zéro soixante-quinze, c'est trois quarts, je vais partager en quoi ? [Elèves : En tiers !... En quarts !]... En quarts ! Donc, en... ? [Elève : Quatre !]... Quatre ! [EC3 se retourne et partage son intervalle en quatre. Puis il écrit : D à 1,75] »</p>	<p>CR01 – E Allusion hypothétique à un savoir ancien</p>
<p style="text-align: center;">CI01</p>  <p>A a pour abscisse 4. B a pour abscisse 3,5. 2,3 est l'abscisse de C. 1,75 est l'abscisse de D.</p>			

EC3 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Copie de leçon sur les nombres décimaux	CF06 CF01	<p>$1,75 = 1 + 75/100$.</p> <p>Pour placer 1,75 il faudrait donc partager l'intervalle [1 ; 2] en cent. On peut seulement le partager en quatre, si on sait que $3/4 = 0,75 = 75/100$. Il existe d'autres correspondances entre fractions décimales et valeurs décimales dont il faut se souvenir ($1/2 = 0,5$; $1/4 = 0,25$).</p> <p>EC3 : « [Elève : Je n'ai pas compris !... Je n'ai pas compris comment on fait D ?]... On fait quoi ? [Même élève : Le D !]... Le D... Le D, son abscisse, c'est... ? [Elève : Un, virgule...]. Un soixante-quinze ! [EC3 désigne la phrase : « 1,75 est l'abscisse de D ». Puis il écrit : 1,75 =] » Donc, c'est « un, plus... » ? [EC3 rajoute : $1,75 = 1 +$] [Elève : Soixante-quinze !]... Non... Pas « soixante-quinze » ! [Autre élève : Zéro ! Zéro, virgule soixante-quinze !]... Oui, alors, on va l'écrire comment ?! [Elève : Soixante-quinze c... !]... pour savoir en quoi on partage ? Soixante-quinze quoi ? [EC3 rajoute : $1,75 = 1 + 75/$] [Elèves : Trois quarts !... Soixante-quinze centièmes !]... Centièmes ! D'accord ? [EC3 rajoute : $1,75 = 1 + 75/100$]... Donc, si je voulais placer ça, il faudrait que je fasse : « un, plus soixante-quinze centièmes »... [EC3 encadre $1,75 = 1 + 75/100$. Puis, il désigne successivement les intervalles [0 ; 1] et [1 ; 1 + 75/100]] [Rappel à l'ordre]... D'accord ? Donc, il faudrait que je partage ça, en... ? [Elève : Cent !]... Cent ! [EC3 montre successivement l'intervalle [1 ; 2] et le dénominateur de 75/100]... Tu es bien d'accord que ce n'est pas facile ! [...] Par contre, il y a des valeurs dont il faut se souvenir... Il faut se souvenir – alors, vous ne l'écrivez pas, non plus !... Un demi, en décimale, c'est... ? [EC3 écrit : $1/2 =$] [Deux élèves : Euh ! Un... Zéro virgule cinq... Zéro virgule cinq !]... Zéro virgule cinq ! [EC3 complète $1/2 = 0,5$ et rajoute : $1/4 =$]... Un quart, c'est... ? [Elèves : Un quart... Non... Zéro virgule vingt-cinq !]... Zéro, vingt-cinq ! [EC3 complète : $1/4 = 0,25$]... Et, un autre dont il faut se souvenir souvent, aussi, c'est... ? [EC3 écrit : $3/4 =$]... Trois quarts ! [Elèves : zéro soixante-quinze !]... C'est zéro, soixante-quinze ! [EC3 complète : $3/4 = 0,75$]... [Rappel à l'ordre]... Donc, ça, ce sont des valeurs dont il faut se souvenir... [EC3 désigne les 3 égalités qu'il vient d'écrire : $1/2 = 0,5$; $1/4 = 0,25$; $3/4 = 0,75$]... la correspondance entre la fraction et sa valeur décimale... D'accord ? Donc, ici, quand je vois : « plus soixante-quinze centièmes » [EC3 désigne l'égalité $1,75 = 1 + 75/100$]... je pense à... trois quarts ! [EC3 désigne l'égalité : $3/4 = 0,75$]... Voilà ! [Même élève : Ha, j'ai compris !]... C'est pourquoi qu'ici, j'ai partagé en... ? Quatre ! [EC3 désigne l'intervalle [1 ; 2] sur la droite graduée] [Même élève : Ha, d'accord !] »</p>	
	CF07	<p><u>Le but de cette convention d'écriture, c'est de savoir s'en servir.</u></p> <p>EC3 « <u>On a dit que le but de cette convention d'écriture avec des chiffres et des nombres...</u> [EC3 désigne l'écriture : 7 825,345 75] ... c'était de savoir s'en servir ! »</p> <p style="text-align: center;">  </p> <p><u>On peut ranger les nombres dans l'ordre de deux façons : par ordre croissant ou décroissant.</u></p> <p><u>Ranger les nombres dans l'ordre croissant, c'est les ranger du plus petit au plus grand.</u></p> <p>EC3 : « La première utilisation de l'écriture en chiffres, c'est les ranger dans l'ordre ! [...] Alors, les nombres ! Les ranger dans l'ordre... Il y a toujours... [Elève : Un ordre !]... deux possibilités ! Soit, je les range par ordre... ? [Elève : Croissant ?]... Croissant ! Soit, par ordre ? [Elèves : Dé... Décroissant !]... Décroissant ! Les ranger par ordre croissant, c'est quoi ? [Elève : Du plus petit au plus grand !]... Du plus petit au plus grand ! On le note ! « Ranger les nombres dans l'ordre croissant... c'est les ranger du plus petit... au plus grand » [EC3 écrit : Ranger les nombres dans l'ordre croissant, c'est les ranger du plus petit au plus grand.] »</p>	CR06 – E
	CI07	<p>III <u>Ordre</u></p> <p>Ranger les nombres dans l'ordre croissant, c'est les ranger du plus petit au plus grand.</p>	
		<p>« Donc, on précisera, heu – quand est-ce que je vous vois ?... lundi !... [Elèves : Non !... Mais si, en première heure !... Ben, si !]... comment on fait pour ranger les nombres... décimaux, dans l'ordre... On fera ça, lundi... »</p>	Anticipation didactique

EC3 5^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Copie de leçon sur les nombres décimaux	CF06	<p><u>Pour classer des nombres décimaux :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - <u>on regarde le nombre de chiffres de la partie entière ;</u> - <u>si on a le même nombre de chiffres dans la partie entière, on regarde le premier chiffre [à gauche] ;</u> - <u>Si le premier chiffre est le même, on passe au chiffre (de droite) suivant, et ainsi de suite ;</u> - <u>Si les nombres ont la même partie entière, on regarde leur partie décimale, en commençant par les dixièmes, puis les centièmes.</u> <p>EC3 : « Donc, on en était à classer des nombres... Alors on va voir ça sur un exemple... [EC3 écrit : Exemple. Puis il écrit dans le désordre les nombres suivants : 1345,174 ; 2345,174 ; 2325,174 ; 145,174 ; 2345,154] [...] Alors, déjà, ce sont des nombres décimaux. Pour classer les nombres décimaux, on va commencer par regarder <i>quoi</i> ? [Elève : Combien... Combien il y a de chiffres dans la partie entière ?]... Ha ! Alors, on va commencer, déjà, à regarder la... ? [Elèves : Partie entière !]... Partie entière ! [EC3 lève l'index de la main gauche pour signaler l'importance de cette remarque]... Donc, ça revient à comparer des nombres entiers ! Pour comparer des nombres entiers, on commence par quoi ? [nouvelle interruption liée à la même raison que la première]... [Sébastien : Par regarder combien il y a de chiffres !]... Combien il y a de chiffres ! Celui qui a le plus de chiffres est le... ? [Elève : Ben, plus grand !]... Plus grand ! D'accord ? [...] <i>Alors, ensuite !</i>... Quand on a le <i>même nombre</i> de chiffres... ? [Silence]... [Elève : On regarde la partie décimale !]... Non... [Autre élève : On regarde le premier nombre !]... On regarde le premier... ? [Même élève : Chiffre !]... <i>Chiffre !</i> [...] Maintenant, les trois qui nous restent, ils ont le même... ? [Silence]... <i>chiffre... des milliers... Donc, qu'est-ce que je regarde ?</i> [Elève : Le chiffre des centaines !]... Le chiffre des centaines !... Trois, trois, trois !... [EC3 entoure successivement le chiffre des centaines des trois nombres restants]... <i>Donc...</i> ? [Elève : Donc on regarde le chiffre des dizaines !]... Chiffre des dizaines : quatre, deux et quatre !... [EC3 entoure les chiffres des dizaines] [...] D'accord ? <i>Ensuite !</i> Je regarde quoi ? [EC3 barre 2-325,174] [...] J'ai classé en fonction des... ? Des nombres... <i>entiers</i> ! Partie entière : je ne peux plus décider lequel est le plus petit. Donc, il faut que je passe à la partie... ? [Elève : Décimale !]... Décimale ! La partie décimale : je commence par <i>quoi</i> ? [Elève : Le chiffre des dixièmes !]... Le chiffre des... <i>dixièmes</i> ! [...] Donc, <i>là</i>, je ne peux pas comparer ; je continue ! Chiffre des centièmes : sept et cinq... [EC3 entoure le chiffre des centièmes des deux derniers nombres] »</p> <p><u>Pour classer des nombres décimaux :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - <u>on regarde le nombre de chiffres de la partie entière ;</u> - <u>si on a le même nombre de chiffres dans la partie entière, on regarde le chiffre le plus à gauche ;</u> - <u>Si c'est le même, on continue en descendant, et ainsi de suite ;</u> - <u>Si on n'a pas pu les départager sur la partie entière, on passe à la partie décimale et on commence par le chiffre des dixièmes.</u> <p>EC3 : « Donc, je rappelle, hein, pendant que vous copiez : pour classer les nombres décimaux, on commence par les classer en fonction de leur... ? Partie entière ! Donc, ça, c'est classer des nombres entiers ; vous savez déjà le faire. Premièrement : le nombre de chiffres ; ensuite, s'ils ont le même nombre de chiffres, on regarde le premier, le plus à gauche ; si c'est le même, on continue en descendant, et ainsi de suite... Si on n'a pas pu les départager sur les parties entières, on passe aux parties décimales, en commençant par le chiffre des... ? Dixièmes ! »</p> <p><u>Classer les nombres par ordre décroissant, c'est les classer du plus grand au plus petit.</u></p> <p>EC3 : « Alors, ensuite, classer des nombres par ordre décroissant, c'est les classer... cette fois, du... ? [Elève : Plus grand !]... Plus grand... au... plus petit... [EC3 écrit : Classer des nombres par ordre décroissant, c'est les classer du plus grand au plus petit] »</p>	Rappel contextuel
	CF07	Classer des nombres par ordre décroissant, c'est les classer du plus grand au plus petit.	CR06 – E
	CF06	<p><u>Pour classer des nombres décimaux : on regarde leur partie décimale quand ils ont la même partie entière. On regarde le chiffre des dixièmes. Si ce sont les mêmes, le chiffre des centièmes ; et on continue. La partie décimale n'est pas un nombre entier.</u></p> <p>EC3 : « <i>Alors, je regarde !</i> On compare les deux nombres entiers : c'est cinq cent trente-deux et cinq cent trente-deux : donc, même partie entière. On a dit : « Ensuite, on regarde... » ? [Silence]... Le chiffre des... ? [Elève : Dixièmes !]... <i>Dixièmes !</i> Dixièmes, c'est « six » pour les deux... [EC3 montre le chiffre 6 dans les deux nombres]... Donc, je ne peux pas décider. Il faut que je regarde le chiffre des... ? [Elèves : Centièmes...]... <i>Centièmes !</i> Centièmes, <i>ici</i>, c'est « quatre » ; <i>ici</i>, c'est « cinq » ! [EC3 montre successivement le chiffre des centièmes des deux nombres]... [...] D'accord ? [...] Faites attention ! La partie décimale, ce n'est pas un nombre entier ! Donc, il ne fallait pas comparer six cent quarante-huit à... soixante-cinq ! C'est bien : « Pour comparer, je compare les chiffres les uns après les autres ! »... Les chiffres des <i>dixièmes</i> ; si les dixièmes sont égaux : le chiffre des... ? [Elève : Centièmes !]... Centièmes ; si les centièmes sont égaux : je continue ! »</p>	

EC3 5^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Copie de leçon sur les nombres décimaux	CF08	Encadrer un nombre, c'est donner un nombre plus petit et un nombre plus grand que lui. EC3 : « Bon ! Alors, est-ce que quelqu'un a une idée de ce que c'est que l'encadrement d'un nombre ? [Elève : C'est quand on met un... un... On met chiffre au milieu ; et il y a un chiffre plus petit et un chiffre plus...]... Un <i>chiffre</i> ou un <i>nombre</i> ? [Même élève : Un nombre ! Plus petit de... de l'autre côté, à gauche ; et un chiffre... un nombre plus grand de...]... Pourquoi du côté gauche ? [Silence]... Si j'écris comme ça... Si j'écris comme ça... [EC3 montre le classement par ordre décroissant qu'il vient d'écrire]... [Elève : Oui...]... Est-ce que le plus petit sera du côté gauche ?! [Autre élève : Non, mais... !]... Oui, je sais ! On a l'habitude d'écrire comme ça ! Mais ce n'est pas forcément comme ça, d'accord ? En fait, c'est quoi ? Hé bien, c'est donner un nombre qui est... ? Plus grand ; et un nombre qui est... ? [Elève : Plus petit !]... Plus petit ! Donc, on va le noter, ça : « Encadrer un nombre... virgule... Encadrer un nombre... virgule... c'est donner un nombre plus petit <i>et</i> un nombre <i>plus grand</i> que lui »... [EC3 écrit : Encadrer un nombre, c'est donner un nombre plus petit et un nombre plus grand que lui.] »	
	CI08	Encadrer un nombre, c'est donner un nombre plus petit et un nombre plus grand que lui.	
	CF08	L'encadrement $1 < 31,416 < 10.000$ n'est pas assez précis. On peut encadrer un nombre décimal par deux entiers successifs où la différence entre les deux nombres correspond à 1, c'est-à-dire à la plus petite différence existant entre deux entiers. $31 < 31,416 < 32$ est un encadrement de 31,416 à l'unité près, car 31 et 32 sont des nombres entiers successifs. EC3 : « Alors, on va prendre comme exemple, le nombre « trente et un, virgule quatre cent seize »... [EC3 écrit : 31,416]... Et donc, l'encadrer, c'est lui donner un nombre plus grand et plus petit... [EC3 rajoute : $< 31,416 <$]... Alors, c'est vrai qu'on a l'habitude de l'écrire comme ça... Alors, un nombre plus petit : je vais lui donner « un » ; un nombre plus grand : je vais lui donner « dix mille »... [EC3 rajoute : $1 < 31,416 < 10\ 000$] [...] Donc, ici, j'ai donné un encadrement du nombre « trente et un virgule quatre cent seize »... Qu'est-ce que vous en pensez de cet encadrement ? [...] [Elève : Il est trop...]... Il est trop quoi ? [Autre élève : Il est trop grand !]... Il est trop grand ! Il ne sert pas à grand-chose, hein ! D'accord ?! Ce qui veut dire que, quand on va parler d'encadrement, il ne suffira pas de dire « On va encadrer un nombre ! » [...] D'accord ? Donc, quand on va parler d'encadrement, il va falloir, obligatoirement, <i>donner des précisions</i> [...] <i>Première chose</i> ! La première idée, ça serait de le... l'encadrer par des nombres qui seraient des... des <i>quoi</i> ? [Elève : Des nombres entiers !]... Des nombres entiers ! D'accord ? L'encadrer par des nombres entiers. Et, <i>essayer</i> de donner les nombres entiers... ? [Même élève : Les plus proches !]... Les plus proches ! Donc, je vais essayer de trouver deux nombres entiers, les plus proches possibles de trente et un, virgule quatre cent seize : un qui est plus petit ; un qui est plus grand... [EC3 écrit : $< 31,416 <$] [...] Donc, <i>voilà</i> , ici, <i>deux</i> nombres entiers... qui <i>encadrent</i> « trente et un virgule quatre cent seize », et qui sont le plus <i>près</i> possible de trente et un quatre cent seize... Comment est-ce qu'on sait qu'on a réussi à avoir les plus près possible ? Ben, parce que la différence entre les deux, ici, c'est combien ? [EC3 trace une accolade en dessous de l'inégalité allant de 31 à 32]... [Elève : Un !]... <i>C'est un</i> ! Et entre deux nombres entiers, la plus petite différence que l'on peut avoir, c'est, justement ? [Elève : Un !]... Un... On dit que ces deux nombres – trente et un et trente-deux, c'est des nombres entiers... ? [Silence]... Est-ce que quelqu'un sait ?... Des nombres entiers <i>successifs</i> !... Deux nombres entiers successifs, c'est un nombre... entier ; et celui qui le suit, juste derrière. Donc, en rajoutant « un »... D'accord ? <i>Alors, dans ce cas là, j'ai bien donné un encadrement</i> ! Mais, un encadrement avec des nombres entiers ! Pour le préciser, je vais écrire que ça, c'est un encadrement... <i>de</i> trente et un, virgule quatre cent seize à l'unité... près... [EC3 écrit : $31 < 31,416 < 32$ est un encadrement de 31,416 à l'unité près.] »	
	CI08	$31 < 31,416 < 32$ est un encadrement de 31,416 à l'unité près.	
	CF08	<u>Entre trente et un et trente-deux existent une infinité de nombres. On peut donc avoir besoin d'encadrements plus précis à l'aide de nombres décimaux. Si on encadre un nombre à l'aide de deux nombres décimaux qui ont un seul chiffre après la virgule on a un encadrement au dixième près.</u> EC3 : « <i>Mais</i> , si je vous dis : « C'est un nombre compris entre trente et un et trente-deux »... Il y en a combien de nombres, compris entre trente et un et trente-deux ? [Silence] [Elève : Quatre-vingt-dix-neuf ! Non !] [Autre élève : A l'infini !]... Il y en a une infinité ! [...] Donc, je pourrai essayer d'être plus précis ! Pour être plus précis qu'est-ce que je vais faire comme encadrement – je vais le donner avec des nombres qui sont <i>quoi</i> ? [Elève : Des décimaux ?]... <i>Oui</i> [...] [EC3 Rajoute : $31,4 < 31,416 < 31,5$]... Donc, <i>là</i> , j'ai, à <i>nouveau</i> , un encadrement, qui est <i>un petit peu plus</i> précis que celui que j'avais avant ; et donc, je vais dire que <i>ceci</i> , c'est un encadrement... ? [EC3 écrit : est un encadrement de 31,416]... Et alors je vais préciser... Je l'ai donné avec un... nombre... qui a... Enfin, deux nombres qui ont <i>un chiffre</i> après la virgule... Donc, quelle est ma précision ? [Elève : Au dixième près ?]... <i>Au dixième près</i> ! [EC3 complète : est un encadrement de 31,416 au dixième près] »	
	CI08	$31,4 < 31,416 < 31,5$ est un encadrement de 31,416 au dixième près.	

EC3 5^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Copie de leçon sur les nombres décimaux	CF08 CF06 CF08	<p><u>On peut être de plus en plus précis si on a un nombre qui a plusieurs chiffres dans la partie décimale. Avec 31,416, la précision s'arrête aux millièmes : son encadrement, au millième près, donnerait 31,416.</u></p> <p><u>Un nombre décimal est un nombre dont la partie décimale n'est pas infinie, contrairement à d'autres nombres.</u></p> <p><u>Les nombres, comme <i>pi</i>, ne peuvent être qu'encadrés de plus en plus précisément. On parle alors de « valeur approchée ». Donner un encadrement, c'est donc donner deux valeurs approchées de ce nombre : l'une plus petite et l'autre plus grande.</u></p> <p>EC3 : « Et je pourrais continuer ainsi de suite... Et être de plus en plus précis... Avec celui-là, de nombre, il y a l'avantage que... <i>quoi</i> ? C'est que, quand je suis arrivé aux <i>millièmes</i>... ? Quand je vais vouloir le préciser aux millièmes, qu'est-ce qui se passe... ? [Elèves : Ben... Silence]... Quand je vais arriver aux millièmes ? [Silence]... Qu'est-ce qui se passe quand je suis aux millièmes ? [Elève : Ben, pareil !... Ça va être la même chose !]... Oui, ça ne sera plus un encadrement, là ! Ce sera... ? Le nombre lui-même, puisqu'il s'arrête aux dixièmes [sic] ! <i>Ce nombre là</i>... [EC3 va au tableau et désigne 31,416]... après, il va jusqu'aux millièmes. Donc, quand je vais vouloir le donner aux millièmes près, ben, en fait, ce que je vais donner, ça va être... ? Le nombre lui-même ! D'accord ? Alors <i>ça</i>, c'est parce que c'est un nombre décimal. Et un nombre décimal, quand on l'écrit, on est obligé, à un moment, de s'arrêter dans la partie décimale... Par contre, il existe des nombres... dont la partie décimale, elle est <i>infinie</i>... Donc, on ne pourra jamais donner que des... <i>encadrements</i> de ces nombres... [EC3 désigne au tableau les deux bornes : 31,4 et 31,5]... D'accord ? On ne pourra jamais donner que des encadrements. Et, on essaie de donner des encadrements qui sont de plus en plus précis – il y en a un que vous devez connaître, de nombre comme ça, dont on ne peut donner que des encadrements... ? [Elève : Pi !... Pi !]... <i>Pi</i> !... D'accord ? <i>Ce nombre là</i>, on ne peut jamais donner sa valeur <i>exacte</i>... avec des nombres décimaux... Donc, tout ce qu'on fait, c'est de donner des encadrements qui sont de plus en plus précis... Alors, bon ! Euh !... On est à plus de... un milliard de... nombres après la virgule, sur les calculs... C'est pour les gens qui veulent des calculs, très, très, très, très, très précis... <i>Mais</i>, on ne pourra jamais donner sa valeur <i>exacte</i> avec un nombre décimal... D'accord ? Tout ce qu'on peut donner avec des nombres décimaux, c'est des valeurs qui sont de plus en plus <i>près</i> de sa valeur à lui. On dit que ce sont des valeurs « approchées ». Donc, quand je donne un encadrement, je donne des valeurs approchées... [EC3 désigne les encadrements au tableau]... du nombre. Et j'en donne <i>deux</i> !... Celle-ci, elle est plus petite... [EC3 désigne 31,4]... Et celle-ci, elle est... ? [Elève : Plus grande]... Plus grande ! »</p>	
	CF08	<p><u>Dans un encadrement, la valeur approchée, la plus grande, est une valeur approchée « par excès » ; la valeur approchée, la plus petite, est une valeur approchée « par défaut ».</u></p> <p>EC3 : « Alors, quand on a quelque chose de plus grand, on dit qu'on a fait de... ? [Silence]... Quand on va plus vite que la vitesse autorisée, on a fait un... ? ! [Deux élèves : Un excès !... Un excès !]... Un excès... Donc, ici, si je donne une valeur plus grande, la valeur plus grande, on dira que c'est une valeur... approchée par... ? [Elève : Excès !]... Excès ! D'accord ? Et si je donne la valeur plus petite ? [EC3 désigne 31,4]... <i>On dira</i> : « valeur approchée par... <i>défaut</i> » ! Donc, pour donner, en fait, un encadrement, je donne une valeur approchée <i>par</i> excès et une valeur approchée <i>par</i> défaut... Mais, vous avez vu que « encadrement », tout seul, ça ne veut rien dire, parce qu'on peut toujours donner quelque chose... qui ne sert à rien, en fait ! Il faut préciser quel <i>type</i> d'encadrement vous voulez, à chaque fois ! Encadrement à l'unité près, au dixième près, au centième près, au millième près et ainsi de suite ! [EC3 montre successivement les deux encadrements réalisés] »</p>	
Exercice : Passer d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale	CF06	<p><u>$128/100 = 1,28$; on peut mettre le signe égal car $128/100$ est une fraction – c'est-à-dire un nombre – et $1,28$ est une autre façon d'écrire le même nombre.</u></p> <p>EC3 : « Cent vingt-huit... centièmes ! [...] Et là, il m'a écrit... ? [EC3 désigne la fraction $128/1000$] [Elève : Cent vingt-huit millièmes !]... Cent vingt-huit millièmes... D'accord ? Donc, si je veux transformer ça en centièmes, déjà, j'ai ça... [EC3 efface un zéro du dénominateur : 128/100]... A partir de là, l'écriture qui est ici, elle est fautive... ! [EC3 montre l'écriture 0,128 et l'efface]... Et je dois écrire... ? Sébastien ? [Sébastien : Un virgule vingt-huit !]... Un, virgule vingt-huit... [EC3 rajoute : 1,28 $128/100$] Bon ! Une autre remarque : vous ne savez pas trop ce qu'il faut mettre, ici... [EC3 désigne l'espace entre 12,35 et $1235/100$]... Vous m'avez écrit, ici : « Ça c'est un nombre ! »... <i>Ça</i>, c'est quoi ? ! [Elèves : Ça, c'est un chiffre !... Une fraction !... Une fraction !]... Et une fraction, ça représente... ? [Elèves : Un chiffre décimal !... Un chiffre !... Un nombre !... Un nombre !]... <i>Un nombre</i> ! Donc, <i>ici</i>, j'ai un nombre ; <i>ici</i>, j'ai un nombre... [EC3 désigne, successivement 12,35 et $1235/100$]... Et si j'ai bien fait mon travail, c'est le... ? [Elève : Même !]... <i>Même</i> nombre ! [Autre élève : Ben, égalité, quoi !]... Ça veut donc dire que j'ai écrit de deux façons différentes le <i>même</i> nombre : je peux mettre entre les deux, un signe... [Elève : Egal !]... <i>Egal</i> ! [EC3 complète : $12,35 = 1235/100$; $7,13 = 713/100$; $10,209 = 10\ 209/1000$; $1,28 = 128/100$] »</p>	

EC3 6^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice : Passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire (trouver le numérateur)		<p>Le trait de fraction se trace avec une règle, en face du signe « égal ».</p> <p>EC3 : « <i>Bon ! Je rappelle que... les traits de fraction, en principe, il vaut mieux essayer de les tracer... ?</i> [Elèves : Droit !... Droit !]... <i>Droit !... [Rappel à l'ordre]... Donc, le trait de fraction !</i> [EC3 trace un trait de fraction horizontal]... <i>Une autre remarque</i> : en général, quand on écrit le signe égal avec un trait de fraction, on s'arrange, ici, pour bien placer... le signe égal, en face du trait de fraction... [EC3 place le signe égal de part et d'autre de la barre horizontale du trait de fraction]... <i>Parce que, vous verrez, plus tard, quand vous aurez à travailler avec plusieurs traits de fraction, si vous placez mal votre signe égal, vous ne saurez plus quelle est la fraction vous avez utilisée... Donc, c'est une habitude à prendre – c'est vrai que, pour le moment, ce n'est pas très... important. Et quand vous aurez des fractions un petit peu plus compliquées, il y aura plusieurs traits de fractions, éventuellement. Il faut prendre l'habitude de bien placer le signe égal, correspondant au trait de fraction qui nous intéresse... D'accord ? Donc, essayez de le faire tout de suite... Ça sera plus facile après... »</i></p>	<p>CR02-E</p> <p>Anticipation didactique</p>
	<p>CF02</p> <p>CF06</p>	<p>80 = 800/10 car dans chaque unité on a dix dixièmes, puisqu'on les partage en dix.</p> <p>EC3 : « Alors, quatre-vingts, c'est quatre-vingts quoi ? [Silence. Elèves : Ben, euh !... Centièmes ?]... Quatre-vingts quoi ? [Elèves : Centièmes !... Unités !]... <i>Unités !</i> Et on vous demande de l'écrire avec des... ? Dixièmes ! [Elève : Ben ça fait huit cent...].... Alors : des dixièmes ; on a partagé en... ? Combien d'unités... [Elèves chuchotant : Huit cent...].... pour avoir des dixièmes ? [Elèves : En dix !... Hé ben, huit cent !]... <i>En dix !</i> On a partagé l'unité en dix. On en a quatre-vingts et dans chaque unité, on dix parties... Donc, au total, ça nous fait... ? [Elèves : Huit cent !]... Huit cent dixièmes ! Donc, ici, c'est « huit cent dixièmes » ! [EC3 corrige : 80 = 800/10] »</p> <p>7,690 = 7 690/1000. Le zéro de 7,690 est inutile. Mais au numérateur d'une fraction en millièmes, il faut le garder.</p> <p>EC3 : « <i>Ici, on a le chiffre des... ?</i> [Elèves : Dixièmes !]... <i>Ici, le chiffre des... ?</i> [Elèves : Centièmes !]... Ici, on a un zéro. [EC3 montre successivement les différents chiffres de la partie décimale de 7,690]... On peut considérer qu'il est... ? [Elève : Faux ! Enfin...].... Non, il n'est pas faux ! Non... [Elève : Il n'existe pas !]... Si ! Il existe... Mais, il est... ? [Elève : On peut... On peut le supprimer !]... <i>Inutile !</i> [Même élève : Voilà !... C'est ce que j'ai dit !]... Il est inutile. Donc, on peut, éventuellement, l'enlever. Si je l'enlève, ça veut dire que je m'arrête, ici, aux... ? [Elèves : Centièmes !]... <i>Centièmes !</i> Donc, ici, il l'a effectivement enlevé ; ce sont des centièmes ! [EC3 montre le numérateur de la fraction écrite au tableau : 769/1000]... Par contre, il aurait pu mettre des millièmes ! A ce moment là, qu'est-ce qu'il pu mettre ? [Elèves : Un zéro !... Un zéro !]... Ben, il aurait fallu laisser le zéro, ici, d'accord ? Alors, ne me mélangez pas... ! D'accord ? Et, éventuellement, il pouvait écrire avec des millièmes et avoir le zéro ! D'ailleurs, c'est ce qu'on vous demandait, hein ! D'accord ? Donc, <i>il faut le garder le zéro ! Là, il n'est pas inutile !</i> D'accord ? Il est inutile, quand on l'a écrit sous forme décimale ; si on veut le passer, ici, aux millièmes, on est obligé de le mettre ! [EC3 rajoute : 7,690 = 7690/1000] »</p>	
Exercice : Donner une écriture fractionnaire d'un nombre décimal	CF02	<p><u>Il existe plusieurs écritures fractionnaires d'un même nombre décimal.</u></p> <p>EC3 : « Et personne n'a écrit autrement ?... Le texte, il dit <i>quoi</i> : « Donner... une écriture »... Ça voudrait donc dire qu'il y a plusieurs écritures possibles – Caroline, tu es d'accord ? [Caroline : Oui...].... Donc, il y a plusieurs écritures possibles. Comment ça se fait que vous avez <i>tous</i> la même ?!... [Elève : On a pris le plus simple !]... Vous avez pris, tous, le plus simple, oui... Il y a possibilité de faire autrement. Par exemple, ici, j'aurais pu donner ça... [EC3 rajoute : 2,68 = 268/100 = 2680/1000]... D'accord ? C'est pour ça qu'on ne vous dit pas : « <i>la</i> »... Enfin : « l'écriture fractionnaire » ; mais « une écriture fractionnaire »... Quand on en a une, on peut en écrire plusieurs !... D'accord ? »</p>	
	CF06	<p><u>Dans 58,032, le zéro n'est pas inutile car si on l'enlève, le chiffre 3 ne signifie plus « trois centièmes », et le chiffre 2 ne signifie plus « deux millièmes ».</u></p> <p>EC3 : « Victor ? [Victor : Moi, sinon, j'ai enlevé le zéro pour... cinq mille... Moi, j'ai mis : « cinq mille huit cent trente-deux »... les... enfin, en centièmes !]... <i>Alors... Ça voudrait dire que le zéro, ici, est... ?</i> [EC3 montre le zéro dans l'écriture 58,032] [Elève : Barré !]... Non... Oui, mais pourquoi tu peux l'enlever ? [Victor : Ben, parce qu'il ne sous sert à rien !]... <i>Parce qu'il ne servirait à rien ?!</i> D'accord ? [Elèves : Mais si !]... Donc, je regarde ici... Ce trois, là, il veut dire <i>quoi</i> ? [Elèves : Centièmes !... Centièmes !]... C'est Victor, pour le moment, qui travaille ! [Victor : Trois centièmes !]... Trois centièmes !... [Victor : Deux millièmes !]... Deux millièmes ! [EC3 montre successivement les chiffres 3 et 2 du nombre décimal : 58,032]... Alors, si le zéro ne sert à rien, le trois, qui est ici, voudrait toujours dire... ? [Victor : Centaines !]... Centièmes !... [Victor : Oui : centièmes...].... Et le deux voudrait toujours dire... ? [Victor : Millièmes !]... Millièmes !... Est-ce que c'est le cas ? [Victor : Non...].... Non ! Ce n'est pas un zéro... ? [Elève : Inutile !]... Inutile !... Donc, s'il n'est pas inutile, on n'a pas le droit de le supprimer... »</p>	

EC3 6^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CF06	<p>« Trois » signifie « trois unités ». Et trois unités ne peuvent pas être égales à trois dixièmes. Donc $3 \neq 0,3$; $3/10 = 0,3$. Pour que « trois » signifie « trois dixièmes » il faut qu'il soit placé juste après la virgule ; et il faut rajouter un zéro : 0,3. 0,3 ne veut pas dire la même chose que 0,002 car 3 et 2 ne sont pas à la même position.</p> <p>EC3 : « Bon ! Qu'est-ce qui fait dire qu'il a, sûrement, oublié quelque chose ? C'est que, ici, j'ai... ? [Rappel à l'ordre]... J'ai quoi, là ? [EC3 montre le nombre 3, dans l'égalité $3 = 3/10$] [Elèves : Trois !... Trois !... Trois unités]... Trois quoi ? [Elèves : Trois dixièmes !... Non ! Trois unités !... Unités !]... Là, j'ai trois unités ! Ici, j'ai... ? [Elèves : Trois dixièmes !]... <i>Trois dixièmes</i> ! Est-ce qu'il y a des chances qu'ils soient égaux ? [Elèves : Non ! Pas du tout !]... Donc il a sûrement oublié quelque chose. Donc, je rappelle que le texte... il faut l'écrire en entier... D'accord ? [EC3 corrige : $3/10 = 0,3$] [...] Ici, ce qu'on veut, c'est des... ? [EC3 montre l'égalité : $3/10 = 3$] [Elève interrogé : Dixièmes !]... Dixièmes ! D'accord ? Alors, j'en ai trois, de dixièmes... Pour que ce trois signifie « dixièmes », il faut que je le place où ? [Elève interrogée : Après la virgule !]... Juste après la virgule ! D'accord ? Donc ici [EC3 complète : $3/10 = ,3$]... Et pour que ça signifie quelque chose, je suis obligé de rajouter le zéro devant... [EC3 complète : $3/10 = 0,3$]... Tu vois la différence entre les deux ? Là, il y a... Le deux, il n'est pas à la même position que ce tr... que se trouve le trois, ici ! [EC3 tapote le chiffre 3 dans 0,3]... D'accord ? On a changé de position. Donc, ça ne veut plus dire la même chose... »</p>	
Exercice Décomposition de nombres décimaux en partie entière et fractions décimales	CF06	<p>Quand un chiffre est aussi un nombre c'est parce que ce nombre n'a qu'un seul chiffre. Dans 0,69, il y a quatre signes, dont trois chiffres, qui forment un nombre.</p> <p>EC3 : « Donc, ça, c'est un... ? [Elève : Nombre !]... C'est un nombre ! [EC3 écrit : 0,69]... Et tu viens de me dire que c'était un... ? [Elève interrogé et autres élèves : Chiffre !... Chiffre !]... <i>Chiffre ! Alors</i>, il y a bien des nombres qui sont des chiffres. Mais ce sont des nombres qui n'ont... qu'un seul... ? Chiffre ! Là, il y en a trois, de chiffres... Alors... ? Alors, qu'est-ce qu'il fallait dire ? [Elève : Le chiffre des centièmes est « zéro virgule soixante-neuf ! »]... Donc, ça c'est un chiffre... C'est un <i>chiffre</i> ? [EC3 désigne 0,69] [Elèves : Oui... Non...]... C'est <i>quoi</i>, un chiffre ? [Rappel à l'ordre]... C'est un <i>signe</i> ! Il y a un signe, là ! D'accord ? Est-ce que tu as <i>un seul signe</i>, ici ? Tu en as quatre ! Donc... Tu as bien utilisé des chiffres ; mais avec ces chiffres, tu as écrit un... ? [Silence] [Elève interrogé : Un nombre !]... Un nombre ! »</p>	

EC4 1^{ère} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel général		<p>EC4 demande aux élèves de rappeler l'exercice sur les fractions réalisé lors de la séance précédente. Au fur et à mesure, elle trace les baguettes prédécoupées, la partie grisée qui représentait les sandwiches. Lorsque des élèves ne comprennent pas les explications elle passe à un autre élève pour donner un autre raisonnement. Elle formule notamment le fait que 1 sandwich représente 1/6 d'une baguette.</p> <p><u>Si chaque baguette est prédécoupée en six sandwiches, chaque sandwich représente 1/6 d'une baguette.</u></p> <p><u>S'il y a deux baguettes et 11 sandwiches grisés, ça fait onze sixièmes.</u></p> <p>« Alors, on reprend un petit peu, tout ce qu'on a fait sur les fractions... Alors, Geoffroy, tu nous rappelles, un petit peu, ce qu'on a vu ? [...] Tu nous rappelles un petit peu ? [Geoffroy : Alors, on a... fait un exercice...] Oui... [Geoffroy :... sur les... les baguettes de pain qui étaient prédécoupées...]... Les baguettes de pain qui étaient prédécoupées, pour en faire des... ? [Geoffroy : Des... Des fractions !]... Oui !... Des sandwiches ! [Rire bref de EC4 qui vient de tracer une première baguette au tableau]...Et donc des fractions ! [...] Oui ! Et qu'est-ce qu'on a fait, à ce moment là ? [Geoffroy : Hé ben, on a écrit la fraction que ça représentait...]... Oui... Alors : explique un peu plus !... [Geoffroy : Heu... Il y avait... En fait, il y avait deux baguettes...]... Il y avait <i>deux baguettes</i> [EC4 dessine la deuxième baguette au tableau] !... [Geoffroy : Et on a compté combien il y avait de... de morceaux de baguettes enlevées...]... Voilà ! <i>Prédécoupées</i> ! On faisait des morceaux ; et avec les morceaux, on faisait des sandwiches ! Oui... Je voudrais que tout le monde ait cette feuille sous les yeux... [EC4 montre une feuille d'exercices sur laquelle sont représentées des baguettes de pain prédécoupées en six parts égales et dont on prend une ou plusieurs parts qui sont grisées] [...] Alors, la première baguette, Marylise, qu'on avait découpée... petit « 1 »... Qu'est-ce qu'on demandait Marylise ? [Marylise : Heu... ! Onze sixièmes !]... Oui ! Onze sixièmes, c'était quoi ? [Silence] [...] [Marylise : Combien il y avait de baguettes...]... Combien il y avait de... ? [Marylise : De sandwiches !]... De sandwiches !... Alors, la baguette, elle est... Comment on le savait ? Comment on les comptait, ces sandwiches ? [Marylise : On comptait... C'était la partie grisée !]... <i>C'était la partie grisée</i> qui représentait les sandwiches, oui !... Oui, c'est bien !... Et donc, comment on faisait pour compter ? [Silence]... Océane ? [Océane : Hé ben, euh ! Vu qu'on... Sur une baguette, il y en avait six !]... La baguette était partagée en ... ? [Océane : Six !]... Six ! [Océane : Et l'autre baguette aussi !]... Et l'autre baguette, aussi ! [EC4 partage les deux baguettes qu'elle a dessinées en six]... [Océane : Mais à part qu'il y avait une autre partie, elle était blanche !]... Cette partie était blanche ! [EC4 montre la partie à l'extrémité de la deuxième baguette]... [Océane : Et les autres, elles étaient colorées...]... Et les autres, elles étaient colorées ou grisées, hein !... [EC4 hachure les onze autres parts des deux baguettes]...Voilà !... [Océane : Et... Et donc, en fait, tout ça, ça faisait douze...EC4 montre les douze parts des deux baguettes... Et moi, la... la... le sandwich qui n'était pas colorié, hé ben, ça fait onze ! et... Et donc... dans une baguette, hé ben... Enfin, une baguette c'est six ! Donc, c'était onze sixièmes !] [...] [Certains élèves ne comprennent pas l'explication qui vient d'être donnée. Samir tente une autre formulation] [Samir : En fait, on prend le nombre qu'il y a, euh !... de sandwiches... Heu, ça veut dire douze...] Euh !... Oui !... [Samir : Enfin, non !]... On peut en faire douze ! [Samir : On peut en faire douze, voilà. Et le nombre de parties grisées c'est le nombre de sandwiches qu'on va faire ! Alors, euh !... Sur douze sandwiches ; sur douze parties, on peut en prendre onze !]... Oui... Alors ?... [Sourire de EC4] [...] [Abdelkader : Ben, moi, j'ai fait... J'ai fait, euh ! mes baguettes. Quand j'ai vu qu'il y en avait un qui était blanc, je l'ai enlevé : ça fait onze ! J'ai écrit onze. Et puis, j'ai écrit six parce que, dans la baguette, il y a six morceaux !] Alors quelle est la... la différence, un petit peu, entre vos raisonnements, là ? [...] Qu'est-ce qu'on avait du préciser, au moment de faire cet exercice ? [EC4 montre les deux baguettes qu'elle a tracées au tableau]... Que chaque sandwich... c'était... ? Ça repré... chaque... Un sandwich : un, deux, trois, quatre, cinq, six : six sandwiches ! <i>Chaque sandwich</i> représente... [Elèves : Une baguette ! Un sixième d'une baguette !] <i>Un sixième</i> d'une... d'une baguette !!! <i>Un sixième</i> d'une baguette... [EC4 trace une flèche en dessous de la première part de la première baguette. Puis elle écrit : 1/6 d'une baguette]... Voilà ! [Elève : Ha ! OK ! Et donc, il y en a... onze grisées ; ça fait onze sixièmes !]... Voilà !... D'accord !... Voilà ! »</p>	<p>CR01 – A</p> <p>CR01 – A</p> <p>Rappel contextuel</p> <p>Reconnaissance</p>
		<p>EC4 : « Alors, donc... On va reprendre, maintenant, à la suite, l'exercice 2... [...] Alors on reprend dans l'exercice 2 le petit a : on avait un axe gradué... Alors, vous allez me rappeler – peut-être que vous avez besoin du livre pour vous souvenir, un petit peu, de ce qu'on avait fait – il y avait... Dans votre cahier de leçon, on vous renvoie au « 8 »... Grand trois : qu'est-ce que je lis, Maxime, au grand trois ? [Maxime : Heu !... C'est sur le cahier, là ?]... Oui ! Sur le cahier de leçon, grand trois, qu'est-ce que tu lis ? [Maxime : Heu... « Demi-droites graduées, leçon page trente-deux, numéro 1 : à savoir »...]... A savoir !... Donc, on prend son livre page 32, pour se remettre en mémoire la leçon... Aujourd'hui, on se la remet en mémoire avec le livre. Peut être que, demain, on se la remettra en mémoire sous forme d'un petit contrôle ! »</p>	

EC4 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel général		<p>Pour graduer une demi-droite :</p> <ul style="list-style-type: none"> - on place un point d'origine (A) ; - on place une unité de longueur (AB) ; - on indique un sens de A vers B. on reporte l'unité de longueur plusieurs fois à l'aide du compas. <p>« 2 est l'abscisse de C » signifie que l'unité de longueur est reportée deux fois à partir du point A qui est l'origine.</p> <p>EC4 : « Alors, Anaïs, comment on a fait pour graduer une demi-droite ? [...] [Anaïs : Ben, euh !... On place plusieurs points...]... Oui... [Anaïs : Pour... c'est... On prend un point d'origine...] Alors le point appelé « origine »... [Anaïs : Et... Et il faut plusieurs points origine !]... Plusieurs points origines ? [Anaïs : de la demi... de la demi-d... Non !... un point... On place un point origine...]... Un point origine... [EC4 place au début de la demi-droite qu'elle a tracée le point 0] [Anaïs : Et zéro !]... Et zéro ! Et ensuite ? [Anaïs : On va placer une unité de longueur...] Oui... On place une unité de longueur [EC4 trace un trait après le point 0]... et on écrit ? [Anaïs : Un !]... Un ! [EC4 écrit 1 sous le trait]... Et ensuite ? [Autre élève : Il s'appelle B !]... Qui s'appelle B ? [Même élève : Il y a un autre point au bout !]... Ha oui ! Sur ton livre, on l'appelle B... ce point... [EC4 écrit B au-dessus de 1]... et celui-là, on va... on l'a appelé A... [EC4 écrit A au dessus de 0]... Oui... [...] [Anaïs : Et... Et il faut plusieurs points origine, aussi !]... Alors, il faut placer un sens, aussi. Donc, on a dit... [EC4 indique la direction sur la demi-droite au-delà du point B]... [Anaïs : De... Euh !]... De... ? [EC4 désigne le point origine 0]... [Anaïs : AB !]... AB... vers... ? [Elève : AB !]... le point B... Oui ! Et qu'est-ce qu'on a fait, encore Gaëtan ? [silence]... Pour continuer la graduation, qu'est-ce qu'on a fait au tableau ? [Gaëtan : Euh ! On l'a notée]... Oui, mais encore ? [silence] Alors, Océane ? [Océane : Ben, on continue ce que l'on fait !]... Oui... [Océane : Et, par contre, aussi, il faut marquer entre AB, un trait... !]... Attends... Pour l'instant, on établit une graduation... Donc, on a besoin, on a dit, de quoi ? Roxanne ? [Roxanne : Euh ! D'avoir... une unité de longueur !]... D'avoir une unité de longueur ! Oui... Donc, on a une origine... On a écrit « un » ; et on a une unité de longueur. Roxanne, c'est quoi l'unité de longueur ?... Ici ? [Roxanne : Euh ! AB ?]... C'est la longueur AB ! Et pour graduer la demi-droite, on a besoin de quoi ? [Silence]... Maintenant qu'on a notre unité de longueur ? [Silence]... On va... Comment on continue ? [Silence]... Pauline ? [Pauline : On la reporte plusieurs fois !]... On la reporte plusieurs fois ! Et on l'avait reportée avec le compas, ce qui vous avait, un petit peu étonnés, la dernière fois... Donc on la prend... mon unité de longueur entre mes deux pointes de compas... Je la reporte une deuxième fois... [Elève : Une troisième fois !]... Et je peux continuer, encore... [EC4 en parlant prend le compas de la classe et reporte successivement deux fois la longueur AB pour poursuivre les graduations] [Autre élève : Madame, en fait, là, sur l'exercice, ça parlait aussi des abscisses, enfin !]... Alors, ça parlait des abscisses ! Théo, explique-nous ce que... ! Alors, oui ? [Même élève : Alors : « un est l'abscisse... » Enfin : « un est l'abscisse de B » : l'abscisse, c'est le nombre d'un point !]... Oui... Mais [rire bref]... on ne dit pas « le nombre d'un point » ! Euh !... Essayez de... Essayez de préciser ta pensée ! [Autre élève : La fraction !]... Essayez de préciser ta pensée... J'écris le nombre... la lettre « c » en face de deux, là... [EC4 écrit C au dessus de la deuxième unité de longueur]... Est-ce que tu peux faire une phrase avec le mot abscisse ? [Théo : Ben...]... Et avec le nombre deux ? [Théo : Deux est l'abscisse de C !] ... Deux est l'abscisse de C ! Alors, qu'est-ce que ça signifie... Qu'est-ce que ça signifie : « deux est l'abscisse de C », Pauline ? [Pauline : Ça veut dire que... euh... Euh !... l'unité... enfin !]... Oui... [Pauline : L'unité de longueur, elle est reportée...]... Elle est reportée ? [Pauline : Deux fois !] A partir ? [Pauline : A partir d'un point A ! Et]... Qui est... ?!!! [EC4 montre le point A sur la demi-droite] [Pauline : Qui est l'origine !]... l'origine... Voilà ! [...] Du point A au point C, la longueur, c'est deux fois l'unité de longueur que l'on a choisie... [...] [Océane : Mais c'est pareil que pour faire un triangle ! On prend les mesures et puis, on... !]... Alors... Océane faisait une petite remarque : tu la fais tout haut ! [Océane : C'est pareil que si on faisait un petit triangle ; parce que, on la mesure... Enfin, là, on n'a pas la mesure, mais !... Quand on veut faire un triangle, sur le cahier, il y a écrit la mesure ! Et, des fois, il faut la reporter... pour faire le triangle...]... Voilà !... Alors qu'est-ce qui est pareil ? Qu'est-ce qui te... ? Qu'est-ce qui te... ? Qu'est-ce qui se ressemble entre ces deux situations ?... Le triangle et cette situation que l'on est en train de voir ? [Silence]... Pourquoi tu les rapproches, les deux situations ? [Océane : Ben parce qu'on se sert du compas !]... Parce qu'on se sert du compas ! Très bien, pour... ? [Océane : Pour euh ! ...]... Pour... ?! On lève la main ! Julie ? [Julie : Pour reporter la même longueur ?] ... Pour reporter la longueur ! Très bien ! »</p>	<p>CR02 – A</p> <p>CR02 – A</p>

EC4 1^{ère} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Exercice 2a Placer sur un axe gradué des fractions : 1/2 ; 3/2 ; 5/2 ; 2/2		<p>Quand on partage l'unité en deux parts, on obtient des demis. 1/2, c'est la moitié de chaque unité de longueur : on partage l'unité en deux parts et on en choisit une.</p> <p>EC4 : « Alors, comment tu places « un demi » ? [Elève : Je fais la moitié de un !]... La moitié de un...Oui... et comment tu fais la moitié de un ? [Elève : Hé ben, je fais la... la moitié de un demi !]... [Samir ! Avec la règle !]... La moitié de un demi ou la moitié de un ? [Samir : Avec la règle ! On mesure et on cherche sa... sa moitié !] Heu... Oui... [...]... Là, sur la graduation, vous aviez... <i>Sur votre exercice</i>, vous aviez le zéro, le un... [EC4 montre les points d'abscisses 0 et 1]... et des barres que je n'ai pas écrites [EC4 trace les traits correspondant à la moitié de chaque unité de longueur]... Alors ? Julie ? Euh, Marie ? [Marie : C'est la moitié de... !]... Oui ? [Marie : De chaque, euh !]... De chaque ? [Deux autres élèves : Mesure !... Mesure !]... de chaque... ? [Elèves : Unités de longueur !]... <i>Unités de longueur</i>, oui ! Alors, est-ce que ça a un lien avec les... [EC4 désigne les sandwiches qu'elle avait dessinés au début du rappel général]... les sandwiches ? [Silence]... Rémi, est-ce que ça a un lien avec les sandwiches et les ba... et les baguettes ? [Rémi : Oui !]... Oui ? Alors, explique ! [Rémi : Ben, parce que c'est pareil : on... On partage !]... On partage... non pas notre baguette, mais notre ... ? [Rémi : Notre demi-droite !]... On partage la demi-droite ? [Rémi : Euh !... Notre... notre unité !]... Notre unité... en... ? [Rémi : En parts !]... En parts ! Donc, là, on a partagé en combien de parts ? [Rémi : En deux parts !]... En deux parts ; et on en a choisi... ? [Elèves : Une !]... Une... »</p>	CR01 – E
Exercice 2b, 2c, 2d Placer sur un axe gradué des fractions : 2/4 ; 7/4 ; 4/4 ; 1/2 ; 2/3 ; 5/3 ; 9/3 3/6 ; 2/3 ;		<p>2/4 (erreur : Théo hésite sur 4/4 puis place 8/4 au lieu de 2/4, car les unités cette fois sont partagées en quarts. Maxime vient l'aider).</p> <p>Dans une unité partagée en quatre on a quatre quarts.</p> <p><u>Partager une unité en quatre c'est comme si on avait partagée la baguette en quatre sandwiches.</u></p> <p>EC4 : « Tu expliques, Théo, comment tu places ! [Théo : Les deux quarts ?]... Oui... [Théo : Ben, un quart : on voit que... il y en a ... il y en a, ben... quatre demis ! [Théo montre les quatre quarts de la première unité de longueur]... [Rires de la classe ; un élève lui dit qu'il a trouvé un et non deux quarts]... On reprend les baguettes et les sandwiches, je crois... Réfléchis ! Regarde au tableau plutôt que de regarder... ! [EC4 demande à l'élève de regarder le schéma sur les sandwiches, que EC4 a tracé au début de la leçon] [Silence de Théo] [...] [Maxime : Dans l'unité de un, il y a quatre quarts.]... Oui... [Maxime : Donc, un quart, c'est ça... [L'élève montre le quart de l'unité] ; et deux quarts, c'est ça... [Il montre la deuxième graduation en quart] [...] [A son tour, Gwendal passe au tableau et explique ce que les deux autres élèves n'avaient pas réussi à formuler] [Gwendal : On prend la moitié ! Vu que... !] ... <i>Ha ! Attends ! Tu peux nous expliquer comment on place deux quarts, s'il te plaît ? [Gwendal : Ça, c'est un quart... Donc, on en prend deux !... Il désigne le premier quart. Puis il montre le second]... Pourquoi c'est un quart ? [Gwendal : Parce qu'il y en a quatre !]... Alors, il y a quatre quoi ? [Gwendal : Quatre quarts !]... Quatre... ? [Gwendal : Quarts !... Dans une unité !]... Quatre quarts dans une unité. Pourquoi ? Parce qu'on a... ? [Silence]... On a partagé l'unité en quatre, comme on a partagé la baguette : en quatre sandwiches ! Donc, chacun, c'est « un quart »... »</i></p>	CR03 – E CR01 – E Rappel contextuel
		<p><u>1/2 et 2/4 c'est pareil.</u></p> <p>EC4 : « Alors, tu avais remarqué, tout à l'heure... ? [Elève : Un demi et deux quarts, c'est égal... C'est égal à la même chose !]... Oui...Gwendal, c'était justement ce que tu voulais faire, tout à l'heure, hein ? [Gwendal : Oui...]... Donc, un demi et deux quarts, vous avez remarqué que c'était... ? pareil ! [Elève : Pourquoi ?]... Alors... Pourquoi Samir ? [Samir : Parce que deux quarts, c'est un demi !]... Tu l'as remarqué que c'est comme ça... ? Oui ? [Autre élève : Un demi, c'est égal à un quart !]... Un demi c'est égal à deux quarts ! On va peut-être le laisser et on le regardera tout à l'heure... De nouveau, peut être, qu'on aura d'autres... On aura d'autres situations du même genre... »</p>	CR04 – E
		<p><u>L'abscisse 3 est égale à 9/3. On a encore deux façons d'écrire le même nombre.</u></p> <p>EC4 : « [Elève : L'abscisse trois est égale à neuf tiers !]... L'abscisse trois c'est égale à neuf tiers ! On a encore... deux façons d'écrire le même nombre... Hein ! C'est ce que vous aviez remarqué... Bien ! »</p>	CR04 – E
CF04		<p>2/3 (erreur) ; des élèves se succèdent et placent 2/3 à des emplacements incorrects, car la demi-droite est graduée en sixièmes ! Il faut placer 2/3 à 4/6.</p> <p>EC4 : « On réfléchit... On repense aux baguettes... »</p> <p><u>2/3 signifie qu'on partage l'unité en trois et qu'on en prend deux.</u></p> <p><u>Pour placer 2/3 sur la demi droite partagée en sixièmes, on prend quatre sixièmes car 1/3 = 2/6.</u></p> <p><u>Donc 2/3 font deux fois plus 2 x 2/6 = 4/6.</u></p> <p>EC4 : « [Elève : Un tiers, ça vaut deux machins comme ça...Il montre les graduations en sixièmes] [...] Montre bien en séparant les parts avec ta craie de couleur ! Ici on a un zéro... Ici, on a un... Donc on partage notre unité en... [Elèves : Tiers !]... Trois parts ! Pour avoir des tiers. Et on en prend... [EC4 désigne deux parts au moment où sonne l'alarme] »</p>	Rappel contextuel

EC4 2^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Retour sur une erreur d'un élève		<p>Retour sur l'erreur de Rémi qui avait placé 2/3 à 2 <u>2/3 ne signifie pas deux tiers de trois unités mais deux tiers d'une unité</u> EC4 : « Alors, j'aimerais bien qu'on revienne, un petit peu, sur cette droite graduée et sur ce deux tiers, là, qui est resté... au tableau... [EC4 montre l'emplacement d'abscisse 2, où Rémi avait placé 2/3 et s'était trompé]... Rémi, est-ce que tu pourrais nous redire pourquoi tu as placé deux tiers, ici ? [Rémi : Ben, parce que, euh !... il y a trois unités...]. Il y a trois unités, là ? [EC4 désigne l'abscisse 2 placée sur la demi-droite] [Rémi : Non ! Mais, je veux dire, euh !... sur... Sur la demi-droite, il y a trois unités ; et donc, euh !... Deux tiers, pour moi, ça représente, ben !... deux fois... enfin, deux fois un tiers !...]. Ha, d'accord ! [EC4 hoche la tête pour signifier qu'elle a compris le raisonnement de Rémi] [Rémi : Donc je l'ai placé sur la deuxième !]... D'accord, ça y est, j'ai compris ! Vous avez compris ? [Elève : Non ! Il a sur la droite !]... Voilà ! Donc, il a vu qu'il y avait trois ici, et il en a pris deux parts. Autrement dit, il a pris... Rémi, tu as pris deux tiers de quoi, là ? [Rémi : J'ai pris deux tiers de la demi-droite ?]... de la demi-droite ?!!! [EC4 balaye avec sa main le côté gauche de la demi-droite, pour signifier qu'elle est infinie] [Autres élèves : Non, de l'unité ! De l'unité !]... Deux tiers de quoi ? [Rémi : Deux tiers de trois unités !]... <i>Deux tiers de trois unités</i>, tu as pris ! D'accord ! On a compris ? [Elèves : Oui !]... enfin... <i>Tu as compris pourquoi ça ne va pas ? Ce n'est pas deux tiers de trois unités que l'on demandait ; c'est deux tiers d'une unité... Donc, on peut l'enlever... [EC4 efface le trait placé la première heure par Rémi au point d'abscisse deux]... Bien !</i> »</p>	<p>CR01 – A</p> <p>Rappel contextuel</p>
Placement de fractions sur la droite numérique partagée en douzièmes (11/12 15/12 23/12 7/12)		<p>EC4 demande de chercher les ressemblances entre les abscisses et donc entre les différentes fractions. <u>Il existe des longueurs qui sont les mêmes [sur les différentes droites graduées]</u> EC4 : « Alors, on avait commencé à regarder, un petit peu ; à voir que, il y avait, peut-être, des... <i>longueurs</i> [EC4 fait un geste vers les droites graduées au tableau en dessous des segments d'une 1/2 unité de longueur], ici, qui étaient <i>les mêmes</i>, et sur lesquelles on pouvait dire, euh !... peut-être quelque chose... »</p>	<p>CR04 – A CR03 – A</p>
Observation des différentes écritures de l'unité suivant la façon de partager	CF03	On a plusieurs façons d'écrire l'unité selon le partage qu'on a choisi. $2/2 = 4/4 = 3/3 = 6/6 = 12/12 = 1$	
	CF01	6/6 veut dire qu'on a partagé l'unité en six et qu'on les a toutes choisies.	
	CF03	Quand le numérateur est aussi grand que le dénominateur on obtient le nombre 1.	
	CF04	$1/2 = 2/4 = 4/8 = 3/6 = 8/16 = 9/18 = 40/80$. Quand le numérateur est la moitié du dénominateur, c'est toujours la moitié. C'est toujours le même nombre.	
Retour sur ce qui a été observé Extension / reformulation de la règle	CF03	<p>Quand les fractions ont un dénominateur égal au numérateur, elles sont égales à 1. <u>Les fractions plus petites que 1 ont un dénominateur supérieur au numérateur.</u> <u>Les fractions plus grandes que 1 ont un numérateur supérieur au dénominateur.</u> EC4 : « Alors, maintenant, on a vu que... les fractions qui sont égales à un, elles ont le numérateur et le dénominateur aussi grands l'un que l'autre... [Elève : Egal !]... Egal ! Maintenant, celles qui sont <i>plus petites</i> que un ? [EC4 montre à nouveau les fractions 1/2 et 1/4] [Elève : Le dénominateur il est plus grand !] Voilà ! [...] Donc, le dénominateur quand elles sont plus petites que un il est [...] supérieur au... ? [Elèves : Numérateur !!!]... Et celles qui sont plus grandes que un ? [Elève : C'est le numérateur qui est supérieur au dénominateur !]... D'accord ! »</p>	<p>CR03 – A CR03 – A</p>
Copie de la leçon Les connaissances ne sont pas à nouveau formulées explicitement sous forme de rappels	CI03	Fractions égales à 1 : $1 = 2/2 = 3/3 = 4/4 = 6/6 = 12/12$	
	CI04	Des fractions égales : $1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8 = 6/12$	
	CI04	Des fractions égales à 2 : $2 = 4/2 = 8/4 = 6/3$	
	CF04	$3 = 9/3 = 12/4$	

EC4 2^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
<p>Ecrire décomposée d'une fraction</p> <p>Recherche collective orale puis reprise écrite</p>	<p>CF05</p> <p>CF05</p> <p>CF05</p> <p>CF05</p> <p>CF05</p>	<p>On peut écrire, d'une autre façon, une fraction quand elle est supérieure à un, sous la forme d'une addition :</p> <p>$D(3/2) = 1 + 1/2$</p> <p>$E(5/4) = E(1 + 1/4)$</p> <p>$F(7/4) = F(1 + 3/4)$</p> <p>L'abscisse de E peut s'écrire une unité plus un quart ; $E(5/4) = E(1 + 1/4)$</p> <p>L'abscisse de F peut s'écrire un plus trois quarts $F(7/4) = F(1 + 3/4)$</p> <p>EC4 : « On reviens ici... [...] Alors, l'abscisse de E, je peux l'écrire une unité, plus... <i>quelle fraction</i> Gwendal ? [EC4 écrit : $E(1 +)$]... [Gwendal : Un quart !]... Un quart [EC4 rajoute : $E(1 + 1/4)$]... L'abscisse du point F je peux l'écrire... <i>comment</i>... Alexis ? [EC4 écrit en dessous de l'écriture de E : $F()$]... [Alexis : Sept quarts !]... Sept quarts, oui, ou... ? [EC4 rajoute : $F(7/4) =$]... je peux l'écrire, l'abscisse du point F ? Une unité, plus... ? [Alexis : Trois quarts !]... Trois quarts... oui... [EC4 rajoute : $F(7/4) = 1 + 3/4$]... Maintenant, si je prends l'abscisse du point G, ici, je peux l'écrire... ? [EC4 écrit : $G()$]... Je peux l'écrire, Julie ? [Julie : Euh ! Long silence...]... De beaucoup de façons... Pauline ? [Pauline : Neuf quarts !]... je peux l'écrire... [Pauline : Neuf quarts !]... Neuf quarts... [EC4 rajoute : $G(9/4)$]... Et je peux l'écrire, aussi... [Pauline : Deux u...]... Deux unités !... [Pauline et autres élèves : Plus un quart !]... Plus un quart ! Oui... [EC4 rajoute : $G(9/4) = 2 + 1/4$]... [...] Bien ! On a encore différentes façons d'écrire... le même nombre... »</p> <p>$G(9/4) = G(2 + 1/4)$</p> <p>EC4 pensait faire écrire la règle de décomposition des fractions supérieures à 1 du type de celles qu'elle venait de faire copier aux élèves ; mais elle juge que « ce n'est pas encore au point » et les lance sur des exercices pour se familiariser avec les écritures fractionnaires décomposées</p>	<p>CR05 – E</p> <p>CR05 – E</p>
<p>Exercice n°3</p> <p>Placer des points d'après leur abscisse sur la droite de l'exercice n°2</p> <p>Compléter les écritures des abscisses</p>		<p>Travail individuel :</p> <p>Réinvestissement des connaissances abordées lors de ces deux séances :</p> <ul style="list-style-type: none"> - passage d'une écriture fractionnaire à une écriture décomposée (partie entière + partie fractionnaire) ; - placement de points dont les abscisses sont des fractions sur une droite graduée. <p>Pas de correction collective à la fin du cours ; beaucoup d'élèves n'ont pas terminé à l'issue du cours.</p>	
		<p>Devoirs :</p> <p>Exercice n°3 : a, b, c, d, e à terminer pour demain.</p>	

EC4 3^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Correction exercice 3 Placement de points sur des demi-droites à partir de leur abscisse ; compléter l'écriture des abscisses avec des fractions (décomposition d'écritures fractionnaires)	CF05	$1 + 1/2 = 3/2$	
	CF04	$3 = 6/2$ car si on compte les demis à partir de l'origine il y en a six jusqu'au point C de l'abscisse 3 EC4. : « Le point C tu vas le placer ; et quelle est son autre écriture ? [Elève : Trois unités et six demis !]... C'est à dire trois unités et six demis ! »	
	CF05	$2 + 1/2 = 5/2$ EC4. : « Deux plus un demi... Que vous avez écrit, aussi, sous quelle forme ? [Elève : Cinq demis !]... Cinq demis... »	
	CF05	$1 + 1/4 = 5/4$ EC4. : « S : un plus un quart... Qu'on pourrait appeler comment autrement ? Avec une fraction ? [...] [Elève : Cinq quarts !]... Cinq quarts... ! »	
	CF05	$2 + 1/4 = 9/4$ EC4. : « Très bien... Qu'on pourrait appeler... d'une autre... d'un autre nom... Alexis ? [Alexis : Neuf quarts !]... Neuf quarts... Comment on a fait pour trouver neuf quarts Abdel ? [Abdel : On a compté !]... On a compté... les parts... C'est à dire les quarts, ici, oui... »	
	CF05	Pour placer $1 + 1/3$: - on repère l'unité sur la droite numérique partagée en tiers ; - on lui ajoute $1/3$	
	CF01	$1/3$ c'est une part de l'unité partagée en trois ; $2/3$ c'est deux parts ; trois tiers c'est trois parts ; $4/3$ c'est quatre parts. EC4. : « Où c'est « un tiers » ? [...] tu repères un tiers à partir de l'origine... D'abord un tiers et ensuite ? [...] On a ici 0 et un ; ça veut dire quoi ? Ça veut dire qu'on a, ici... ? [Elève : Une unité !]... une unité. Et on l'a partagée en... ? Combien de parts, là ? [Elève : Heu !... Trois...] Trois parts [...] Donc, ici, je pars de zéro ; j'ai, ici... ? [Elèves : Un tiers !]... Ici ? [Elève : Deux tiers !]... Ici ? [Elève : Trois tiers !]... Ici ? [EC4 montre les graduations suivantes. Abdel les compte à haute voix jusqu'à sept tiers]... Sept tiers et ainsi de suite... On peut continuer... »	
	CF05	$2 + 1/3 = 7/3$ EC4. : « Alors ça fait... combien de tiers, Julie ? [Julie : Heu !... Ben, Sept...] Sept tiers : oui... »	
	CF05	$7/6 = 1 + 1/6$ EC4. : « Quelle est l'autre écriture ? [Elève : Un plus un sixième !]... Un plus un sixième ! Tout le monde est d'accord ? »	
	CF05	$2 + 5/6 \neq 11/6$; car $2 = 6/6 + 6/6 = 12/6$ et $12/6 > 11/6$ EC4. : « Deux plus cinq sixièmes : il est où le point ? [Elève : là !]... Ici... Et c'est combien de sixièmes, Gwendal ? [Elève : Onze sixièmes !]... Tu le marques !... On est d'accord ? ! On regarde bien ? [...] Douze sixièmes il est où ? [Elève : Il est au point R ?]... Au point R !... C'est deux ! Six sixièmes, plus six sixièmes... ça fait deux... »	
	CF03	$1 = 12/12$ EC4. : « Alors E c'est... C'est quoi ? [Elève : Une unité !]... Une unité oui... Et tu le places le point E. Et Fatia tu continues à lire la fraction qui est l'abscisse de E... [Elève : E, douze douzièmes !]... Douze douzièmes... »	
	CF04	$2 = 24/12$ EC4. : « Elève : D, deux unités... D, deux unités... Et c'est combien de douzièmes ? [Elève : Vingt-quatre !]... Vingt-quatre douzièmes ! »	
	CF05	$2 + 11/12 = 35/12$ EC4. : « Deux plus onze douzièmes... C'est bien... Et comment tu l'écris d'une autre façon ? [Elève : Trente-cinq douzièmes !]... Trente-cinq douzièmes... Oui... Comment tu as fait pour trouver trente-cinq douzièmes, Gaétan ? Tu en as compté... ? ! Tu les as compté un par un ? [Elève : Non...]... Tu ne sais plus... Geoffrey ? [Heu ! J'ai fait vingt-quatre, plus euh !... Plus onze !]... Oui : vingt-quatre plus onze ! On n'est pas obligé de partir du zéro ! On peut partir, aussi, de vingt-quatre, puisque c'est déjà compté, hein ! »	
CF05	$1 + 8/12 = 20/12$ EC4. : « On est tous d'accord ? [Elèves : Oui...]... Bon... »		

EC4 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel et retour sur ce qui vient d'être dit	CF05 CF05	<p>On peut écrire des abscisses sous forme de sommes. $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$; $\frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$ Pour cela, on essaie de trouver un nombre entier et on lui rajoute une fraction. $\frac{7}{6} = 1 + \frac{1}{6}$; $\frac{17}{6} = 2 + \frac{5}{6} = 3 - \frac{1}{6} = \frac{12}{6} + \frac{5}{6} = 1 + \frac{11}{6}$. Il y a beaucoup d'écritures pour une même fraction</p> <p>Pour écrire des fractions sous forme de sommes, on cherche d'abord à repérer les unités en trouvant combien de fois le nombre du dénominateur est contenu dans le nombre du numérateur.</p> <p>EC4. : « Alors... On a fait quelques remarques, hier, à propos de ces fractions... de certaines fractions particulières qu'on a repérées. Et aujourd'hui, on a écrit des abscisses sous forme de sommes, hein !... Par exemple, « trois demis », on l'a écrit « un plus un demi » [...] [EC4 écrit : $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$]... Euh... Qu'est-ce qu'on pourrait dire, aussi ?... Cinq demis, on l'a écrit : « deux plus un demi »... [EC4 rajoute : $\frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$] [Elève : En fait, on l'a départagé...]... Voilà ! On a essayé de... de trouver un nombre d'unités entier et on a ajouté une fraction... [...] Là, on a écrit des demis ; on peut aussi écrire, par exemple, des sixièmes... Si je prends sept sixièmes [EC4 écrit $\frac{7}{6}$]... Sept sixièmes, Théo, je peux l'écrire... ? [Théo : Sept sixièmes, euh !...]... comme l'addition de quel nombre entier avec quelle fraction ? [Théo : Sept sixièmes ? ... Sept plus six sixièmes ?]... Oui... Sept plus six... ? [Théo : Sept plus sept sixièmes !]... Sept unités... Ça veut dire, sept unités plus sept sixièmes ? [EC4 rajoute $\frac{7}{6} = 7 + \frac{7}{6}$] [Théo : Non ! Sept, plus six sixièmes !]... Sept, plus six sixièmes... ? [EC4 efface puis rajoute : $\frac{7}{6} = 7 + \frac{6}{6}$] [Beaucoup d'élèves désapprouvent] [Théo : Une sixième ! Un sixième !]... Un sixième... [Théo : Sept, plus un sixième !]... Ha ! ... Sept, plus un sixième ! [EC4 corrige : $\frac{7}{6} = 2 + \frac{1}{6}$]... Donc sept unités, plus un sixième ? Il y en a qui ne sont pas d'accord... Alors, Paul ? [Paul : Une unité, plus un sixième !]... Une unité... Regarde bien sur la droite graduée... Une unité, plus un sixième ! [EC4 corrige : $\frac{7}{6} = 1 + \frac{1}{6}$]... [...] Avec sept sixièmes, on a un, plus un sixième... On aurait pu, aussi, prendre dix-sept sixièmes... [EC4 écrit : $\frac{17}{6}$]... Avec dix-sept sixièmes, on aurait pu écrire une somme [EC4 rajoute : $\frac{17}{6} =$]... Et quelle somme, par exemple, euh... Gwendal ? [Gwendal : On peut faire, soit deux plus cinq sixièmes]... Oui... Deux, plus cinq sixièmes... [EC4 rajoute : $\frac{17}{6} = 2 + \frac{5}{6}$]... [Gwendal : Ou alors, on peut faire trois, moins un sixième !]... Trois, moins un sixième... [EC4 rajoute : $\frac{17}{6} = 2 + \frac{5}{6} = 3 - \frac{1}{6}$]... Est-ce que vous avez d'autres possibilités... ? Je crois qu'il y en a d'autres... Celles-ci sont très bonnes !... Roxanne ? [Roxanne : Douze sixièmes, plus cinq sixièmes...]... Douze sixièmes, plus cinq sixièmes, ce serait la même chose qu'ici... [EC4 désigne l'écriture précédente]... mais j'ai deux fractions ! [EC4 rajoute : $\frac{17}{6} = 2 + \frac{5}{6} = 3 - \frac{1}{6} = \frac{12}{6} + \frac{5}{6}$]... J'ai écrit deux fractions ; je n'ai pas écrit de nombre entier ! Oui... Oui ? [Autre élève : Un, plus...]... Oui ?... Une unité... ? [Même élève : Plus, euh !... onze... Onze sixièmes !]... [Autres élèves : Treize ! Quatorze ! Dix !... Onze !]... Alors... Six et... ? [Elèves : Onze !... Onze !]... Onze ! [Un élève : Onze !]... [EC4 rajoute : $\frac{17}{6} = 2 + \frac{5}{6} = 3 - \frac{1}{6} = \frac{12}{6} + \frac{5}{6} = 1 + \frac{11}{6}$]... Alors voilà beaucoup d'écritures !... beaucoup d'écritures... Donc, on cherche, finalement, ici, à repérer des unités... Et pour repérer les unités, si l'unité est partagée en six, il faut que je cherche... combien de fois j'ai six parts... »</p>	CR05 – A CR05 – A CR05 – A Rappel contextuel
Ecrire une fraction sous la forme d'une somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1 (révision de la notion de fractions décomposées)	CF03 CF05	<p>Dans les écritures $\frac{17}{6} = 2 + \frac{5}{6}$ et $\frac{17}{6} = 1 + \frac{11}{6}$, $\frac{5}{6}$ est plus petit que 1 et $\frac{11}{6}$ est plus grand que 1.</p> <p>Chercher à obtenir l'addition d'un nombre entier et d'une fraction plus petite que 1 s'appelle décomposer une fraction.</p> <p>EC4. : « Bien ! Alors... Dans ce... Si on compare, maintenant, ces deux là... [EC4 désigne $\frac{17}{6} = 2 + \frac{5}{6}$ et $\frac{17}{6} = 1 + \frac{11}{6}$ et efface les autres] [...] Ici, on a pris « deux » ; ici, on a pris « un »... Ici... Ces deux fractions, si on les compare... ? [EC4 désigne au tableau les fractions $\frac{11}{6}$ et $\frac{5}{6}$]... Qu'est-ce qu'on peut remarquer, à propos de ces deux fractions ? Pauline ? [Pauline : Alors, elles sont, toutes les deux, partagées avec une unité plus une fraction ; et, euh !... En fait, là, on a enlevé une unité... de deux ; et on l'a transformée en six sixièmes...]... Oui... Là, on a pris... C'est comme si on avait fait « un, plus un, plus un sixième » [EC4 écrit en dessous de la première écriture : $1 + 1 + \frac{1}{6}$] ; c'est ça que tu me dis ? [Pauline : Oui...]... Hein ! On pourrait dire : « c'est six sixièmes, plus six sixièmes, plus cinq sixièmes »... [EC4 rajoute en dessous : $\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{5}{6}$]... Mais, je ne parlais pas... je... Ma question portait sur cette fraction là, et cette fraction là... [EC4 entoure $\frac{5}{6}$ et $\frac{11}{6}$; et elle efface les égalités qu'elle vient juste d'écrire]... Oui ? [Elève : Elles ont le même dénominateur !]... Elles ont le même dénominateur, puis qu'on est toujours... Notre unité est toujours partagée en... sixièmes ! Elles ont toutes les deux le même dénominateur ; celle-ci est plus petite que un et celle-ci est plus grande que un... [EC4 désigne successivement les fractions $\frac{5}{6}$ et $\frac{11}{6}$]... Alors, je vais vous faire faire un exercice où je vais vous demander de trouver à décomposer des fractions en sommes de un nombre entier et une fraction plus petite que un... »</p>	

EC4 3^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Mise en application à l'aide d'exemples	CF05	$\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$ <p>Si on veut obtenir une fraction sous la forme d'une addition d'un nombre entier plus une fraction plus petite que un :</p> <ul style="list-style-type: none"> - on localise cette fraction sur la droite numérique ; - on repère l'unité qui s'en rapproche le plus ; - on lui ajoute la fraction restante <p>EC4. : « Si je prends cette abscisse [EC4 montre sur les droites graduées l'abscisse 4/3... Comment je peux l'écrire sous la forme d'une addition d'un nombre entier plus une fraction plus petite que un ? (Elève : Un plus un tiers !)... Un... Une unité, plus un tiers... »</p> <p>EC4. fait trouver la forme décomposée d'abscisses qu'elle désigne au tableau sur les droites numériques correspondantes : $2 + \frac{1}{6}$; $1 + \frac{4}{6}$; $2 + \frac{1}{12}$; $1 + \frac{2}{4}$; $1 + \frac{2}{6}$</p>	
Copie sur le cahier de leçon	CI05	<p>IV Décomposer une fraction sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.</p> $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2} \qquad \frac{7}{6} = 1 + \frac{1}{6}$ $\frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2} \qquad \frac{17}{6} = 2 + \frac{5}{6}$	
ex. n°3 ex. n°52 p. 103 + ex. suppl. en géométrie		<p>Exercice n°52, p. 103 et exercice 3 (photocopie)</p> <p>« Décomposer chaque fraction comme somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1 : $\frac{3}{2}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{17}{10}$; $\frac{15}{8}$; $\frac{37}{25}$ »</p>	

EC4 4^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Evaluation Placement de points dont les abscisses sont des fractions ou des fractions décomposées ; décomposition de 5/3 et 22/10		Evaluation : Placement des points C, A, T, H, d'abscisses respectives 2/6 ; 1 + 4/6 ; 12/6 ; 2/3 sur une droite numérique partagée en sixièmes Décomposition comme somme d'une fraction inférieure à 1 et d'un nombre entier de 5/3 et 22/10. Le contrôle n'est pas corrigé collectivement. EC4 explique les modalités d'évaluation, ce que les élèves peuvent mettre sur leur contrôle, les barèmes (notes sur 5 : plus locaux / sur 20 : plus globaux ; toutes les 3 semaines ; note qui a le plus de poids ; coefficient 4), etc. Le cours reprend 17mn 54" après l'entrée en classe.	
Exercice n°52, p. 103 (décomposer une fraction en un nombre entier et une fraction inférieure à 1)	CF01	Dans 3/2, il faut partager en deux, puisque c'est des « demis ». L'unité est partagée en deux parts égales. $3/2 = 2/2 + 1/2 = 1 + 1/2$ Cette écriture n'a pas été abordée ; un autre élève en écrit une autre : $3/2 = 1$ (erreur) (confusion entre 1/2 et 1/3 ; l'élève partage au tableau son unité en trois puis il compte : « Un demi, deux demis, trois demis... »)	
	CF05	$7/5 = 1 + 2/5$ Dans une unité il y a cinq parts. Il en reste deux pour faire 7/5. EC4 : « Dans sept cinquièmes, on en a [Elève : Deux...]... Deux de plus que l'unité... »	
	CF05	$15/8 = 1 + 7/8$ Une élève n'est pas d'accord. Elle a écrit $1 + 3/8$ (erreur)	
	CF03	Dans une unité il y a huit huitièmes. $8/8 + 7/8 = 15/8$	
	CF05	37/25 = 1 + 10/25 (erreur) L'élève retrace la droite pour trouver la solution. Pour décomposer une fraction avec des grands nombres on peut passer par le calcul mental : - on cherche l'unité qui se rapproche le plus de la fraction ($1 = 25/25$) ; - on compte le nombre de vingt-cinquièmes entre cette unité et trente-sept <u>A l'école en calcul mental, on peut faire $37 - 25 = 12$; ou on ajoute une dizaine puis deux unités pour arriver à 37 ($37 = 25 + 12$) ;</u> EC4 : « Une unité, c'est quoi ? Explique-nous ce que tu fais, Abdelkader ?... Oui, alors... ? Donc, jusque là... ? [Abdelkader écrit : $37/25 = 1 + 10/25$]... Alors, on a un petit problème de méthode, là, hein ! ... Alors on a trente-sept vingt-cinquièmes... ça devient <i>grand</i> ! Ça devient grand, là... [EC4 désigne la droite numérique que vient de tracer Abdelkader]... Alors de zéro jusqu'à un, on a... combien de... ? [Elève : On en a vingt-cinq !]... On en a vingt-cinq ! ... Ici, on a vingt-cinq vingt-cinquièmes ; et on va aller jusqu'à trente-sept vingt-cinquièmes... [EC4 écrit 25/25 et un peu plus loin 37/25]... Alors, on aura combien de vingt-cinquièmes entre notre unité et trente-sept vingt-cinquièmes ? [Elève non interrogé : Il faut que tu comptes ! Un deux, trois, quatre, cinq... !]... Qu'est-ce qu'il faut compter ?! Quelle est l'opération qui va nous permettre de trouver ça ?... Alexis ? [Autre élève interrogé : Ça fait douze !]... Ça fait douze ! Et comment tu trouves douze ? ! [Même élève : En comptant de vingt-cinq vers trente-sept !]... Très bien ! Alors, en calcul mental, comment vous avez fait ça, à l'école ? On lève la main ! Comment vous avez fait ça, Marie ? [Marie : Ben, avant on faisait trente-sept moins vingt-cinq et on trouvait douze !]... Avant on faisait : « trente-sept moins vingt-cinq et on trouvait douze ! »... Hé bien, en sixième, on fait toujours pareil ! Oui ! ... [rire bref]... Mais en calcul mental, on peut, peut-être, avoir des méthodes... ? [...] Roxanne ? [Roxanne : On fait « vingt-cinq plus dix » ; ça fait trente-cinq. Plus deux, ça fait trente-sept !] <i>Voilà</i> ! On ajoute une dizaine ! Vingt-cinq plus dix ça fait trente-cinq ; et... plus deux... Donc, c'est bien Abdelkader ! »	CR05 – E Connaissance ancienne
Copie sur le cahier de leçon	CF06	<u>Au départ, on a travaillé sur des petits nombres [numérateurs et dénominateurs] ; on peut maintenant travailler sur des nombres plus grands</u> <u>Les fractions ont des numérateurs et des dénominateurs qui sont des nombres entiers. Une fraction décimale est en centièmes ou en dixièmes, etc. Le dénominateur peut être 10, 100, 1000, 10 000.</u> EC4 : « Alors, on arrête là... Vous avez compris que... je vous ai donné des petits nombres pour bien comprendre au départ ; et maintenant on va devoir aussi savoir – maintenant qu'on a compris – savoir travailler sur des nombres plus grands... Alors, en particulier sur <i>certaines fractions</i> ... qui vont nous intéresser davantage, maintenant... [Un élève : « Centièmes » !]... Des centièmes, des dixièmes : ce qu'on appelle des <i>fractions décimales</i> ... [...] Je voudrais que tout le monde soit près, là... Stop ! Tout le monde suit ! Ce sont des fractions. Donc elles ont un <i>numérateur</i> et un <i>dénominateur</i> qui sont des nombres entiers. Et les <i>dénominateurs</i> , c'est dix, cent, mille, dix mille, et cetera... »	CR06 – E Anticipation de certains élèves
	CF06	Une fraction décimale est en dixièmes, centièmes, millièmes et on peut continuer. Les chiffres du dénominateur ne peuvent être que 1 ou 0. EC4 : « Donc, vous mettez, deux points : leur dénominateur... est – on continue la phrase ! ... est dix, point-virgule, cent, point virgule, mille, point virgule... [...] et on peut continuer... [EC4 écrit à la suite du titre : Leur dénominateur est 10 ; 100 ; 1000 ; 10 000] [Elève : On peut presque dire « qui commence par 1 et qui finit par zéro »...]... Oui, mais il n'y a aucun autre chiffre que un et zéro !... Hein ! ça ne peut pas être cent cinquante, par exemple... [...] Par exemple deux dixièmes, quatre centièmes, quinze dixièmes, dix millièmes si vous voulez... On va s'arrêter là... [...] sont des fractions décimales... [EC4 écrit : Par exemple 2/10 ; 4/100 ; 15/10 ; 10/10000 sont des fractions décimales.]... J'ai pris quelques exemples... »	

EC4 4^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
	CI06	V Fractions décimales Leur dénominateur est 10, 100, 1000, 10000 Par exemple $\frac{2}{10}$; $\frac{4}{100}$; $\frac{15}{10}$; $\frac{10}{10000}$ sont des fractions décimales.	
Evaluation (cahier d'exercices) Placement de fractions décimales		Présentation des activités sur les nombres décimaux <u>[Pour décomposer des fractions décimales] on va devoir faire du calcul mental puisque les nombres [au dénominateur] sont plus grands</u> EC4. : « Donc, il va falloir, dans les exercices que je vais vous donner par la suite, faire un peu de calcul mental comme tout à l'heure, hein !... Puisque les nombres vont devenir un petit peu plus grands... » Explication et modification de la consigne Placement de points sur la demi-droite graduée d'après leur abscisse Compléter l'écriture de leur abscisse (dans le tableau avec des fractions)	CR05 – E + Anticipation didactique
		Devoirs : Exercice 4 (a et b)	

EC4 5^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Rappel début de séance		<p><u>Sur une demi-droite [celle de l'exercice], l'unité c'est 1 ;</u> <u>Quand l'unité est partagée en dix parts, chaque part est un dixième.</u> EC4 : « Alors, si on reprend cette feuille et cet exercice quatre, de quoi s'agissait-il, Marie ? [Marie : De... De classer les points sur la demi-droite graduée, d'après leur abscisse ?]... Oui... [EC4 trace une demi-droite partant du bord gauche du panneau gauche ; elle place le point d'abscisse 0 et écrit 0]... [Marie : Et il fallait compléter l'écriture de leur abscisse... sur le tableau... avec des fractions...]... Voilà ! Et là, on avait une graduation : on avait un, deux, trois, ainsi de suite... Ici, dix... Pour le petit a... [EC4 trace successivement sur la demi-droite les unités qu'elle nomme et écrits 1, 2, 3, 10]... Donc, notre unité, Jeremy, notre unité... ? [Jeremy : C'est le « un » !]... Elle est <i>ici</i> ! <i>Oui</i> ! [EC4 désigne le segment compris entre 0 et 1] ... Et ensuite, cette unité, elle avait été partagée en... ? Combien de parties ? [Silence] Notre unité : regarde sur ta feuille ! Elle avait été partagée en... ? [Jeremy : Deux ?]... Deux ?! <i>On n'est pas là</i> ! [EC4 s'approche une première fois de Jeremy et lui indique l'endroit où se trouve la demi-droite graduée sur sa feuille d'exercice]... Alors, elle est partagée en combien de parties, l'unité ?... [Jeremy : Huit !]... En huit ? [EC4 écrit la réponse au tableau sans rien dire : 1 unité est partagée en dix parties]... Elle est partagée en... ? [Jeremy : Onze !]... <i>Onze</i> !!!! [Murmure de désapprobation du reste de la classe ; certains d'entre eux soufflent la réponse : Non... dix... dix]... [EC4 revient une nouvelle fois vers Jeremy qui est au fond de la classe]... Il y a onze parts ?... [Jeremy : <i>Ha non</i> ! Il y en a dix !]... Il y en a dix, oui !... Et chaque part, c'est donc... ? Chaque part, c'est donc... ? <i>Quelle</i> fraction d'une unité ? [Jeremy : Une dixième !] [...] Chaque part, c'est quelle frac... Je n'ai pas entendu ! C'est... ? [Autre élève : C'est une unité !... Jeremy : Une dixième ?... Un dixième !]... <i>Voilà</i> ! Chaque part, c'est <i>un dixième</i>, voilà !... Alors, je le fais grossièrement : un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix !... [EC4 partage la première unité en dix parts]... Chaque part, c'est un dixième !... <i>Bien</i> ! »</p>	CR02 – A CR06 – A Rappel de début de séance (consignes d'un exercice et connaissances impliquées)
Correction exercice 4 a Placer différents points sur une demi-droite graduée en unités, dixièmes, Compléter, pour certains d'entre eux, l'écriture de leur abscisse avec une fraction en dixièmes ou en centièmes	CF02	Placement du point R = 1 (erreur : l'élève place l'abscisse 1 sur le point 0) <u>L'unité est indiquée par la longueur entre 0 et 1.</u>	
	CF06	F (8/10) (erreur de la même élève qui confond 8 dixièmes et 8 unités ; une élève vient l'aider) <u>Les unités ne sont pas des dixièmes.</u>	
		N (51/10) <u>On peut écrire vingt dixièmes ou deux.</u> EC4 : « Alors, comment tu comptes ? Montre comment tu comptes !... [Fatia : Là, comme il y a neuf, euh !... enfin, il y en a dix...]... <i>Dix dixièmes</i> ! [Derrière Fatia, EC4 pointe l'unité] [Fatia : Vingt, trente, quarante, cinquante... et]... Oui... [...] <i>Je remarque, aussi, qu'on aurait pu écrire, ici, vingt dixièmes, hein</i> ! [EC4 écrit en dessous de l'abscisse 2 : 20/10]... Deux ou vingt dixièmes, on a dit, tout à l'heure... [Dans l'exercice précédent une autre élève avait placé le point a d'abscisse 20/10 au dessus de 2 ; EC4 avait alors répété : Vingt dixièmes » pour souligner l'égalité $2 = 20/10$] »	CR03 – E
		$E = 10 + 2/10 = 102/10$ (difficultés) <u>Cent deux dixièmes, c'est : dix, vingt, trente, quarante, cinquante... cent dixièmes et cent deux dixièmes [chaque unité vaut 10/10] ».</u> EC4 : « Alors... Ha ! Il y a des élèves qui n'ont pas trouvé ça [102/10]... <i>On reprend, ici</i> !... <i>Dix dixièmes, vingt dixièmes, trente dixièmes, quarante dixièmes, cinquante dixièmes, et cetera... cent dixièmes, cent deux dixièmes</i> ! [EC4 désigne successivement les points d'abscisse 1, 2, 3, 4, 85 et 10] »	CR03 – E
		C (70/10) <u>On ne peut pas dire « C égal soixante-dix dixièmes » car un nombre ne peut être égal à un point. Un nombre peut être égal à un nombre : un point peut être égal à un point. Si deux points sont égaux, on dit qu'ils sont confondus.</u> EC4 : Alors, j'ai entendu, tout à l'heure : « C égal soixante-dix dixièmes... »... Alors, je ne le vois pas sur vos cahiers, mais... Est-ce qu'on peut dire « C égal soixante-dix dixièmes », Pauline ? [Pauline : Non, parce que notre feuille, on l'avait marqué d'une autre façon... Autre élève : On l'a mis entre parenthèses !]... On peut le mettre entre parenthèses mais on ne peut pas écrire le mot... le signe « égal », parce qu'on a d'un côté un nombre et de l'autre côté, un point... On peut écrire qu'un nombre est égal à un autre nombre... Mais pas à un point, hein ! Et si on écrit qu'un point est égal à un autre point, qu'est-ce que ça veut dire, sur un dessin, « un point égal un autre point » ? [...] [Elève : Ça veut dire qu'il appartient à un autre point !]... [Avec sa main, EC4 signifie à l'élève que sa formulation est approximative]... Je ne sais pas trop ce que ça veut dire qu'un point appartient à un autre point ; mais si on dit qu'un point A égal un point B, ben, un point A est là... [EC4 écrit au tableau : A]... Un point A égal un point B, ça veut dire que le point A et le point B, ils sont con-fon-dus ! [EC4 écrit B juste à côté du point A]... »	CR02 - E
	C (1/10) <u>C n'est pas égal à un dixième. C'est l'abscisse de C qui est égal à un dixième car l'abscisse est un nombre.</u> EC4 : « C... <i>Egal</i> ? Qu'est-ce qu'on vient de dire à l'instant ? Océane ? [Océane : Ben, C est égal à un dixième !]... Heureusement que je viens d'expliquer... [Autre élève : Ce n'est pas égal !]... qu'on n'écrit pas... qu'on ne dit pas « égal » entre un point et un nombre ! Qu'est-ce qu'on doit dire correctement... ? [Autre élève : On l'a dit six fois ! C...]... L'abscisse de C est égale à un dixième ! [Autre élève : Oui, mais vous avez bien dit « est égal » ?]... <i>L'abscisse de C... Oui... C'est un nombre, l'abscisse de C...</i> »	CR02 – E	

EC4 5^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
<p>Correction exercice 4 a (Placer différents points dont les abscisses sont des fractions décimales en centièmes sur une demi-droite graduée en unités et centièmes)</p>	<p>CF06 CF06 CF06</p>	<p>R (1/100) (l'élève ne sait pas faire. Les graduations en centièmes ne sont pas indiquées sur la droite du tableau, contrairement à celle de la feuille d'exercices) <u>Un centième, c'est une unité qu'on a partagée en cent</u> <u>Un dixième, c'est une unité partagée en dix parties</u> <u>Dans un dixième, il y a dix fois un centième</u> EC4 : « Alors, comment on a fait pour trouver un centième ? Gwendal ? [Gwendal : Un centième, c'est comme un dixième !]... C'est un dixième qu'on a part... C'est une unité qu'on a partagée en... ?]... [Même élève : Cent !]... cent parties !]... [L'élève ne sait toujours pas comment faire]... Alors, là, on l'a partagé en... ? Dix parties ! Et on en a pris une... Alors, si l'unité est partagée en cent parties ?... Une de ces parties se trouve où ? [...] [Plusieurs élèves tentent d'aider l'élève en difficulté, mais sont également en difficulté ; finalement, EC4 fait intervenir Roxanne qui a trouvé la solution et place correctement 1/100 sur la demi-droite graduée. EC4 exige le silence pour les explications]... On explique ! Roxanne, tu expliques comment tu trouves la place de un centième... Un centième d'unité !... ça veut dire ? [Roxanne : C'est... J'ai pris un centimètre !]... Oui ! ... Il a fallu partager l'unité en... ? [Roxanne : Cent !]... Cent parties !... Alors, c'est fait sur votre dessin ! L'unité... l'unité, là... [EC4 désigne l'unité sur la feuille d'exercice]... Comment est-elle partagée en cent parties, Roxanne ? [Roxanne : Euh...]. Le dixième, il est partagé en... ? [EC4 désigne le premier segment de longueur 1/10 sur la demi-droite] [Roxanne : Cent ! Elle revient à sa place sans avoir pu expliquer comment elle avait fait]... Le dixième, il est partagé en cent ? [...] Margot ? [Margot : En dix ! Et comme il y a dix dixièmes, ça fait euh !]... Alors... On a ici, un deux, trois... Tout le monde suit !... quatre, cinq, six, sept, huit, neuf et dix !... [Les élèves répètent la comptine numérique pendant que EC4 montre les différents centièmes qu'elle vient de tracer sur le premier dixième de la demi-droite] Donc, ici, on a dix fois un... [EC4 écrit : 10 fois 1/100] [Elève : Un centième !]... Un centième !... [Un élève manifeste son incompréhension : Je n'ai pas compris, là !] » Devant l'incompréhension d'une partie de la classe, EC4 effectue un rappel sur la signification de 1/3 d'unité, à partir duquel elle va expliquer la signification de 1/100. elle demande aux élèves de poser leur stylo, de regarder au tableau et de mettre les mains sur la table. <u>Un tiers d'unité c'est une unité partagée en trois parts égales et dont on prend une part</u> <u>Un centième ce n'est pas la même chose qu'une unité. Pour trouver un centième, il faut partager l'unité en cent parties et les dixièmes en dix (10 x 1/100) : 1/10 c'est 10/100)</u> <u>Dans un dixième j'ai dix centièmes ; dans cinq dixièmes, j'ai cinquante centièmes</u> EC4 : « On reprend : pour trouver un tiers d'unité [EC4 écrit : 1/3 d'unité]... On prend une unité [EC4 écrit : 1 unité]... On la partage en trois parts égales [EC4 écrit : partagée en trois parties égales]... Et on choisit une partie [EC4 écrit : on choisit une partie]... Voilà... ça, c'est un tiers d'unité... Maintenant, je veux un centième d'unité [EC4 écrit : 1/100 d'unité]... Donc, c'est une unité [EC4 écrit : 1 unité]... [Elèves : Partagée... partagée en parties... Partagée en dix parties égales !]... partagée en... ? cent parties [EC4 écrit : partagée en cent parties]... Alors... <u>Personne n'a la parole pour l'instant !</u> ... Comment je vais faire pour partager en cent parties ?... Si je dis que j'en ai dix parties, ici [EC4 se déplace de l'autre côté de son bureau et montre les dix centièmes contenus dans le premier dixième de la bande numérique tracée au tableau]... [Elève : On choisit dix unités !]... <u>Tu n'as pas la parole pour l'instant !</u> ... Je cherche un centième d'une unité... Donc là je l'ai partagé en dix parties : j'en ai dix parties [EC4 montre entre deux doigts l'espace correspondant sur la droite numérique] ... De là jusque là, j'en ai vingt [EC4 montre entre deux doigts l'espace correspondant sur la droite numérique]... De là jusque là... [EC4 continue jusqu'à cent. Les élèves récitent avec elle : « Quarante, cinquante, soixante, soixante-dix, quatre-vingts, quatre-vingt-dix, cent ! »]... [...] Alors... Donc, effectivement, ici... j'ai bien... Je partage mon unité – sur votre dessin, là... [EC4 prend la feuille d'exercices d'une élève placée devant elle et montre à la classe la droite numérique de cette feuille]... L'unité entre zéro et un est partagée en cent petites parties égales [EC4 longe avec son doigt l'unité représentée sur la droite numérique]. Alors, un dixième, c'est combien de centièmes ? [EC4 efface 10 x 1/100 et écrit : - - /100] [...] Un dixième, c'est combien de centièmes ? Rémi ? [Rémi : Dix centièmes !]... Dix centièmes ! [EC4 complète : 10/100]... Donc ici, j'ai combien de dixièmes et combien de centièmes ? [EC4 place en dessous de la cinquième graduation en dixièmes : - - /10 - - /100]... Léa ? [Léa : euh ! Cinq dixièmes !]... Cinq dixièmes ! Et ici ? [Léa : Cinquante centièmes !]... Cinquante centièmes ! [EC4 écrit successivement à la suite des réponses de Léa : 5/10 50/100]... »</p>	<p>CR01-A CR06-A CR04-A</p>
	<p>CF06</p>	<p>A (6/100) (erreur) Pour trouver les centièmes on partage une unité en dix. Puis chaque dixième est partagé en dix. EC4 : « Alors... Il faut savoir que les dixièmes... Comment on les trouve les centièmes, heu... ? [Elève : heu...] Comment on les trouve les centièmes euh !... Margot ? [Margot : Ben, dans une unité, il y a dix !]... Dix dixièmes ! [Margot : Dix dixièmes...]... Et chaque dixième est partagé en... ? [Margot : En dix !]... Dix quoi ? [Margot : Dix centièmes !] »</p>	

EC4 5^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
<p>Correction exercice 4 a (Placer différents points dont les abscisses sont des fractions décimales en centièmes sur une demi-droite graduée en unités et centièmes)</p>	CF05	<p>I ($1/10 + 5/100$) L'élève, dans un premier temps, « bloque ». Elle sait placer $5/100$ mais au-delà de $1/10$, il n'y a plus de graduations. EC4. l'encourage à les tracer et l'élève place correctement le point I. $1/10 + 5/100 > 5/100$. Pour placer $1/10 + 5/100$, on trouve d'abord le point d'abscisse $1/10$; puis on place $5/100$ à la suite. EC4. : « [Face au blocage d'Océane] Montre-moi un centième, là... ! [Océane : C'est... C'est là ? Elle montre le bon emplacement]... Oui... On veut un dixième, plus cinq centièmes... [Elève : Ben, cinq centièmes, c'est là ! Océane montre une deuxième fois l'emplacement correspondant à l'abscisse $5/100$]... On veut <i>un dixième</i> [EC4 montre l'emplacement de $1/10$ pour lui signifier que $1/10 + 5/100$ est forcément au-delà] <i>plus</i> cinq centièmes... [Elève : Ha !...]. Il manque le partage ! Tu le fais, le partage !... [Océane : Et ici, je fais le... Océane montre l'emplacement après $1/10$]... Oui ! Tu le fais le partage ! [...] Alors combien on en fait ? [Océane : Dix, mais...]... On en fait <i>dix</i> dans un dixième... Oui ! [EC4 montre l'emplacement correspondant à l'abscisse $2/10$] [Océane : Et après, donc, j'en prends cinq ! Margot trace les graduations des centièmes sur le segment correspondant à $2/10$]... Et j'en prends cinq... [...] l'abscisse de I, c'est... ? [Margot : Quinze centièmes ?]... Quinze centièmes ! On est d'accord ?... L'abscisse de I, c'est quinze centièmes ? [Elèves : Oui !...] »</p>	
		<p>Les élèves sont invités à terminer l'exercice 4 (placer sur une droite graduée des points dont les abscisses sont données. Les élèves qui l'ont déjà fait chez eux viennent voir l'enseignante qui leur donne un exercice supplémentaire du livre (n°97, p. 107). Pendant ce temps, EC4. passe dans les rangs et intervient auprès des élèves en difficulté. Certains resteront à la récréation avec elle pour terminer l'activité.</p>	

EC4 6^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES		Rappels																		
Copie sur le cahier de leçon		Les fractions décimales ont dix, cent, mille comme dénominateurs. EC4. : « On avait mis « Grand cinq » : Les fractions décimales. Leur dénominateur est dix, cent, mille... ou... on pouvait continuer indéfiniment... »		CR06 – E																		
		Un dixième d'unité, c'est partager une unité en dix parts égales et choisir une part. EC4. : « Alors on va écrire ce qu'on a vu tout à l'heure... Quand on partage, donc... Je l'écris au-dessous... Je partage une unité... Heu ! Avant d'écrire, peut-être, vous attendez de voir... Je partage une unité en dix parts égales, j'en choisis une : c'est un dixième de l'unité [EC4 écrit au tableau : Je partage une unité en 10 parts égales, j'en choisis 1, c'est 1/10 de l'unité.] »		CR06 – EI																		
	CI06	Je partage une unité en 10 parts égales, j'en choisis 1, c'est 1/10 de l'unité																				
		Un centième d'unité c'est partager un dixième d'unité en dix parts égales et en choisir une. EC4. : « Alors, au-dessous, je continue... Je partage... cette fois, un dixième de l'unité en dix parts égales, j'en choisis une... J'en choisis une, virgule : c'est... [EC4 écrit au tableau : Je partage 1/10 de l'unité en 10 parts égales, j'en choisis 1, c'est - / - de l'unité.] [...] Alors, vous réfléchissez en pensant à votre graduation. Et vous essayez de trouver la fraction. Vous l'écrivez sur votre cahier [EC4 s'est rapprochée du tableau et pointe la fraction qu'il faut compléter] [...] Sami ? [Sami : C'est un centième !]... C'est un centième, vous mettez, de l'unité ! »		CR06 – EI																		
	CI06	Je partage 1/10 de l'unité en 10 parts égales, j'en choisis 1, c'est 1/100 de l'unité																				
	CF05	$\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$; $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ EC4. : « Alors, on pose le stylo, maintenant. On regarde le tableau... Je repars toujours de la graduation... [EC4 trace une droite au tableau. Elle place 0 et 1 puis le point A dont elle demande l'abscisse aux élèves : $A = \frac{3}{2}$]... Trois demis... Ou un, plus... ? [Elèves : Un demi !]... Un demi ! [EC4 écrit au-dessous de A : $\frac{3}{2}$ ou $1 + \frac{1}{2}$]... Oui ! Maintenant, si j'ai un point placé là... au milieu... juste entre celui-là et celui-là [EC4 trace un trait entre $\frac{3}{2}$ et 2]... Le point P, par exemple. Je peux donner son abscisse [...] de plusieurs manières... [Les élèves proposent successivement $1 + \frac{3}{4}$; $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; EC4. ne s'attendait pas à la première réponse car avec des gestes en direction de l'écriture $1 + \frac{1}{2}$, elle invitait les élèves à produire en premier la seconde réponse]... Alors, je peux donner des quarts en effet, hein ! Puisque j'ai été obligée de partager mon demi en deux parties [EC4 partage le second dixième en quarts]... Ça m'oblige, effectivement, à partager mon unité en parts égales. Si je veux des parts égales, j'en obtiens quatre... oui, voilà... Et je continue ici [EC4 poursuit le partage en quarts sur le premier dixième]... Donc, ça peut être « un plus trois quarts », oui... [EC4 écrit au dessus de la droite : P 1 + 3/4]... Et ça peut être aussi « un, plus un demi, plus... ? » [Elève : Un quart !]... Un quart ! [...] [Une élève propose une « troisième façon » : $\frac{8}{4}$. EC4. la corrige avec l'aide des élèves : $\frac{7}{4}$. Elle ne note pas cette 3 ^{ème} écriture]... »																				
CF07 CF07	Pour continuer à placer certains points sur la droite numérique, il faut faire des parts de plus en plus petites. On peut partager en trois, puis encore en trois ; ou en quatre. Pour simplifier les gens ont décidé d'utiliser un système décimal, c'est-à-dire de partager toujours en dix. Tout cela a pris des siècles. EC4. : « Alors, si je veux continuer à placer des points – par exemple, ici [EC4 montre un point situé entre $1 + \frac{3}{4}$ et 2]... je vais être obligée de faire des parts de plus en plus... ? [EC4 avec ses doigts représente un écart qui diminue progressivement. Elèves : Petites !]... Petites !... Je vais faire des parts de plus en plus petites... Alors, on pourrait faire la même chose avec des tiers... [EC4 représente les points correspondants aux abscisses 0, 1, 2, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $1 + \frac{1}{3}$, $1 + \frac{2}{3}$. Puis elle place le point P entre 1 et $1 + \frac{1}{3}$, au premier tiers, après avoir divisé cet espace à nouveau en trois]... S'il est là, mon point P, il a fallu que je partage encore en trois parties. Donc, pour placer tous mes points il va falloir que je fasse des parties de plus en plus... [EC4 avec ses doigts représente un écart qui diminue progressivement. Elèves : Petites !]... Petites !... Alors, en plus, chacun peut se dire : « Moi, je vais partager en quarts ! Moi, je vais partager en tiers ! », et cetera... On peut avoir des systèmes, pour compter, qui vont être très compliqués. Alors, pour simplifier un petit peu les choses, au cours de l'histoire des nombres, on a décidé de – enfin, les mathématiciens et les commerçants et ainsi de suite – tous les gens qui avaient besoin des nombres, ils ont décidé d'utiliser le système <i>dé-ci-mal</i> . C'est-à-dire de faire le partage de l'unité en dix parties : on obtient des dixièmes ; encore on partage les dixièmes en dix parties : on obtient des centièmes, voilà... ! [Les élèves donnent la suite : On partage encore en dix on obtient des millièmes...]... Alors tout cela, ça a mis des siècles à se mettre en place. »																					
Présentation d'une affiche documentaire réalisée à partir des recherches des élèves au CDI en petits groupes	CI07	<table border="1" data-bbox="572 1704 1398 1951"> <thead> <tr> <th data-bbox="572 1704 847 1765">Dates</th> <th data-bbox="847 1704 1121 1765">Exemples de façons de noter les nombres au cours de l'histoire</th> <th data-bbox="1121 1704 1398 1765"></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="572 1765 847 1794">Jusqu'au 16^{ème} siècle</td> <td data-bbox="847 1765 1121 1794">471 2/10 1/100 3/1000</td> <td data-bbox="1121 1765 1398 1794"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="572 1794 847 1861">1585</td> <td data-bbox="847 1794 1121 1861">471 (0) 2(1) 1(2) 3(3) ↓ Rang du chiffre après la virgule</td> <td data-bbox="1121 1794 1398 1861">STEVIN</td> </tr> <tr> <td data-bbox="572 1861 847 1890">1595</td> <td data-bbox="847 1861 1121 1890">471 · 213</td> <td data-bbox="1121 1861 1398 1890">BURGS</td> </tr> <tr> <td data-bbox="572 1890 847 1919">1595</td> <td data-bbox="847 1890 1121 1919">471. 213</td> <td data-bbox="1121 1890 1398 1919"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="572 1919 847 1948"></td> <td data-bbox="847 1919 1121 1948">471, 213</td> <td data-bbox="1121 1919 1398 1948"></td> </tr> </tbody> </table>		Dates	Exemples de façons de noter les nombres au cours de l'histoire		Jusqu'au 16 ^{ème} siècle	471 2/10 1/100 3/1000		1585	471 (0) 2(1) 1(2) 3(3) ↓ Rang du chiffre après la virgule	STEVIN	1595	471 · 213	BURGS	1595	471. 213			471, 213		
Dates	Exemples de façons de noter les nombres au cours de l'histoire																					
Jusqu'au 16 ^{ème} siècle	471 2/10 1/100 3/1000																					
1585	471 (0) 2(1) 1(2) 3(3) ↓ Rang du chiffre après la virgule	STEVIN																				
1595	471 · 213	BURGS																				
1595	471. 213																					
	471, 213																					

EC4 6^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Présentation d'une affiche documentaire réalisée à partir des recherches des élèves au CDI en petits groupes	CF07	<p>Jusqu'au 16^{ème} siècle, on décomposait les nombres sous forme de fractions décimales. Les nombres entre parenthèses signifiaient le rang du chiffre. Puis ces nombres ont disparu ; on a utilisé les points pour désigner le chiffre des unités.</p> <p>EC4 : « Jusqu'au 16^{ème} siècle, on écrivait de cette façon là [Elève : On décomposait les nombres !]... On décomposait effectivement – enfin... Le nombre, si tu veux. Donc, vous reconnaissez nos fractions décimales – donc on partageait toujours en dix parties. Ici, qu'est-ce qu'on pourrait dire, Paul, de cette écriture là ? [Silence de Paul]... Vous reconnaissez quoi ici, [EC4 montre les parenthèses] ?... Qu'est-ce que c'est que ces petits... ces nombres entre les parenthèses, Margot ? [Margot : Les dixièmes, les centièmes, les millièmes... !]... Oui... Donc on a marqué « un, deux, trois » ; ça voulait dire quoi ?... Ce « Un, deux, trois », ça voulait dire quoi ? [Elève : Premier chiffre après la virgule ; deuxième chiffre après la virgule ; troisième chiffre après la virgule !]... Voilà ! Exactement ! Sauf qu'on n'avait pas de virgule ! Donc, le zéro nous indiquait le chiffre des unités. C'est-à-dire que notre partie entière s'arrêtait là. Ensuite... Ensuite, donc, on indiquait le rang – ça s'appelle le rang – ça s'appelle le rang ? [Elève : Ben, après... Après, ils ont disparu !]... Voilà ! Après, ces petits chiffres entre parenthèses ont disparu [EC4 montre les chiffres entre parenthèses]... Et on a écrit de cette façon là... [EC4 montre l'écriture décimale avec un point.]... [Elève : Oui. Et après, on a pris celle-là...] Ici, on a repéré quoi ?... [Elèves : Le petit point ! Le petit point pour désigner les unités !]... Les unités ! Le chiffre des unités !... [...] Ensuite, le petit point il est arrivé... ? en bas. Donc, il a séparé... ? [Elève : quatre cent soixante et onze et deux cent treize !]... Oui... Donc, en fait, on ne voit presque plus ce qu'on voyait ici... ou là, hein... [Elève : Oui, mais la deuxième, là ? On l'apprend aussi maintenant !]... Donc celle-ci, c'est celle que l'on utilise encore maintenant. En fait, ici, on essaie de montrer un peu mieux que là ce que représente chacun des chiffres. »</p>	
Copie de la leçon		<p>Il y a eu plusieurs façons d'écrire les nombres décimaux, dans le temps.</p> <p>EC4 : « Bien... Donc... Qu'est-ce qu'on a appris là, en fait ? Si on résumait ce qu'on a appris ou ce qu'on a revu puisque vous l'aviez vu au CDI ?... [Silence]... Pauline ? [Pauline : Il y a plusieurs façons d'écrire les nombres décimaux en fonction du temps...]... En fonction du temps, des époques, oui... et on va... Alors, les chiffres selon leur place n'ont pas... ? [Silence] On va voir ça plus tard... »</p>	CR07 – A
		<p>Dans l'Histoire, on a fait le lien entre les fractions et l'écriture des nombres décimaux [EC4 revient au tableau et pointe l'affiche]... Il a fallu beaucoup de siècles pour arriver à l'écriture qu'on a maintenant, car beaucoup de choses sont contenues dans cette écriture.</p> <p>EC4 : « Alors, il y en a... J'ai entendu tout à l'heure : « Est-ce que c'est la leçon ? » ; vous retournez au titre de la leçon ! On a marqué : « chapitre... deux »... Chapitre deux... Fractions et écritures des nombres décimaux... Alors, en fait, on fera d'autres leçons sur les fractions. Le but n'était pas de faire, euh ! ... d'apprendre tout ce qu'on doit savoir sur les fractions, mais de faire le lien entre les fractions et l'écriture des nombres décimaux. Et là, vous voyez que dans l'Histoire... Dans l'Histoire, on a fait le lien entre les fractions et l'écriture des nombres décimaux [EC4 revient au tableau et pointe l'affiche]... Et vous voyez, aussi, qu'il a fallu beaucoup de siècles pour arriver à l'écriture qu'on a maintenant... [EC4 pointe l'écriture contemporaine : 421, 213]... Et dans l'écriture qu'on a, maintenant, beaucoup de choses sont contenues dans cette écriture... Beaucoup de choses sont contenues... »</p>	CR07–A
		<p>Dans l'histoire, au cours des siècles, il y a eu différentes écritures des nombres décimaux.</p> <p>EC4 : « [...] Alors vous pouvez écrire dessous : « Il y a eu différentes écritures... des nombres décimaux... on peut dire au cours des siècles, dans l'Histoire. »</p>	CR07–E I
	CI07	VI Histoire de l'écriture des nombres décimaux Il y a eu différentes écritures des nombres décimaux au cours des siècles.	
		<p>Quatre cent soixante et onze, deux dixièmes, un centième, trois millièmes, s'écrivait d'au moins 3 façons</p> <p>EC4 : « Alors, par exemple ; et vous allez mettre trois exemples... [...] Quatre cent soixante et onze, virgule, deux dixièmes, un centième, trois millièmes, s'écrivait ... »</p>	CR07 – EI
	CI07	<p>Par exemple :</p> <p>471,213 s'écrivait 471 2/10 1/100 3/1000 ou 471 2(1) 1(2) 3(3) ou 471' 213</p>	
		<p>Maintenant, le point a cédé la place à la virgule : 471,213 ≠ 471.213</p> <p>EC4 : « Alors si on était un élève étourdi au 16^{ème} siècle, à l'époque où l'on écrivait les nombres de cette façon [EC4 montre 471' 213 copié au tableau], Rémi, qu'est-ce que... [rire bref]... A la place de... du nombre qui est écrit là, on écrivait un autre nombre complètement différent : « quatre cent soixante et onze mille deux cent treize », ce qui n'a rien à voir... ! [Elève : Pour nous, mais pour nous maintenant ça ne veut plus rien dire !]... Pour nous, maintenant, ça ne veut plus rien dire ! Cette écriture a été abandonnée au profit de celle qu'on utilise maintenant, qui est la virgule. Mais il y a encore... cette... Le point est encore utilisé... »</p>	CR07–A

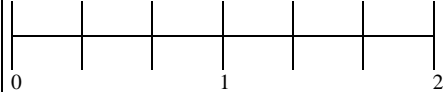
EC4 6^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Copie de la leçon	CF07	<p><u>Les nombres entre parenthèses indiquaient autrefois le rang de chaque chiffre</u> Dans 11,1111, chacun des chiffres a une signification différente : 1 dizaine (10), 1 unité (1); 1 dixième (1/10); 1 centième (1/100); 1 millième (1/1000); 1 dix millième (1/10000). EC4 : « Donc, qu'est-ce qu'on a introduit finalement, ici, là ? [EC4 montre l'écriture : 471 2(1) 1(2) 3(3)... Ce "un", ce "deux", ce "trois", ils nous indiquent quoi ? [Elève : Heu... Ben, l'emplacement des...]. Voila ! La place, le rang, on dit – le rang de chaque chiffre. [...] Je voudrais que tout le monde soit prêt et suive au tableau... [EC4 écrit au tableau : 11,1111] [...] Tout le monde arrête d'écrire et suit au tableau... Tous les stylos sont posés sur la table... Donc, j'écris un nombre ici... Qu'est-ce qu'on peut dire de tous ces uns... et du sens de tous ces « uns » [Sourire de EC4.] ? [Elève : Ils ont une signification !]... Ils ont une signification : chacun en a une différente de l'autre. C'est-à-dire, Pauline ? [Pauline : Les deux premiers comme ils sont devant la virgule, c'est la partie entière...]. C'est la partie entière, oui... [Elève : Après, le premier après la virgule, c'est celui des dixièmes. Le deuxième...]. Oui... Autrement dit, ce "un", là [EC4 indique le chiffre 1 des dixièmes dans 11,1111], si je l'écris sous forme de <i>fraction</i>, je vais écrire quelle fraction Alexis ? [Alexis : Un dixième !]... Un dixième... [EC4 écrit en dessous du chiffre des dixièmes 1/10] Il vaut <i>un dixième d'unité</i> celui-là... [...] Celui là Gaëtan ? [EC4 indique le chiffre 1 des centièmes dans 11,1111] [Gaëtan : Il vaut un centième !]... Un centième [EC4 écrit en dessous du chiffre des centièmes 1/100]... Et on l'écrit comme ça... Celui-là, Geoffrey ? [Geoffrey : Un millième !]... Un millième [EC4 écrit en dessous du chiffre des millièmes 1/1000]... Celui-là ? [EC4 montre le chiffre des dix-millièmes] [Elèves : Un millionnaire !... Un millième !... Un dix-millièmes !]... Un dix-millièmes ! [EC4 écrit en dessous du chiffre des dix-millièmes 1/10000]... Alors, celui-là, ben, c'est... ? [EC4 montre le chiffre des unités] [Elèves : Un cent millième ! Non, c'est un ! Une unité !]... Une unité [EC4 écrit en dessous du chiffre des unités : 1. Puis elle montre le chiffre des dizaines]... [Elèves : Dixièmes ! Dizaines !]... <i>Dizaines</i> ! [EC4 écrit en dessous du chiffre des dizaines 10]... Une dizaine... Donc, là, c'est dix unités... »</p>	CR07–A
	CF07	<p><u>Un dixième c'est dix fois plus petit qu'une unité. On a divisé l'unité en dix parties</u> Dans 11,1111 il y a toujours le chiffre 1, mais pour passer du chiffre de gauche à celui qui est à sa droite, on divise toujours par 10. EC4 : « Maintenant, on a dit que le dixième, c'était comment par rapport à l'unité ? [EC4 Trace un demi-cercle rejoignant les écritures 1 et 1/10 placées sous 11,1111]... C'étaient des parts qui étaient... ? [Elèves : Petites !]... <i>Combien... de fois ?!</i> [Elèves : Une fois ! Dix fois !]... <i>Dix fois ! On a partagé en dix parties ! En fait, on a divisé – on peut dire comme ça... [EC4 écrit en dessous du demi-cercle : 10]... On a divisé en... ? Dix parties !... On en a pris une.</i> Quand on est passé du dixième au centième, qu'est-ce qu'on a fait ? [EC4 Trace un demi-cercle rejoignant les écritures 1/10 et 1/100 placées sous 11,1111]... Oui ? [Elève : On a divisé par cent ?]... Du dixième au centième ! [Elève comprenant son erreur : Ha !]... Oui !... Qu'est-ce qu'on a divisé par cent ? [Elèves : L'unité !... Heu... Ben, l'unité]... L'unité !... Mais, du dixième au centième ? [Elève : On a divisé par dix !]... On a divisé, Alexis ? [Alexis : Par dix !]... Par dix ! [EC4 écrit en dessous du demi-cercle : 10]... Quand on passe de la dizaine... d'une dizaine à une unité, qu'est-ce qu'on fait ? [EC4 Trace un demi-cercle rejoignant les écritures 10 et 1 placées sous 11,1111]... [Elève : Toujours diviser par dix !]... Toujours diviser par dix !... [EC4 écrit en dessous du demi-cercle : 10]... Quand on passe... [EC4 trace un demi-cercle] [Elèves : Diviser par dix !] [EC4 trace un demi-cercle] [Elèves : Toujours diviser par dix !]... Toujours diviser par dix !... [EC4 écrit en dessous du demi-cercle : 10]... Donc en fait j'écris toujours « un » ; <i>mais</i>, selon la <i>place</i> occupée par ce « un », il n'a pas la même <i>valeur</i>... D'où l'importance de notre <i>virgule</i>... Alors, vous allez écrire ce que j'ai écrit au tableau, là – ce grand nombre avec des uns – et vous écrivez, au-dessous, la <i>valeur</i> de chaque chiffre. »</p>	CR07–E
	CI07	$ \begin{array}{cccccc} 1 & 1 & , & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10 & 1 & 1/10 & 1/100 & 1/1000 & 1/10000 & \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \\ :10 & :10 & :10 & :10 & :10 & & \end{array} $	

EC4 6^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Copie de la leçon	CF07	<p>2.408 signifie : deux unités (2), quatre dixièmes (4/10), zéro centièmes (0/100) ; huit millièmes (8/1000).</p> <p>EC4 : « Alors, on va écrire un autre nombre... Par exemple, si vous écrivez « deux, virgule, quatre, zéro, huit » [EC4 écrit au tableau : 2,408], vous écrivez au-dessous la valeur de chaque... de chaque chiffre [EC4 place les flèches sous chacun des chiffres]... Vous l'écrivez... [...] [Un élève demande si on utilise les divisions par dix de l'exemple 11,1111]... Non !... Alors, vous écrivez la valeur avec les fractions décimales. Et ensuite, on va réfléchir, si on veut diviser par dix... [...] Le quatre il signifie quoi ? [Elève : Un dixième. Elle écrit au-dessous du chiffre 4 et de la flèche : 1/10]... Alors, le quatre, là, il vaut un dixième... [Pauline : Il vaut quatre dixièmes !]... Hé oui ! On n'en a pas un dixième ; là, on en a quatre ! [L'élève efface le 1 de 1/10 et écrit : 4/10]... Théo ? [Théo : Ben, ça fait, là, deux unités...]... Deux unités... [Théo écrit en dessous des 2 unités de 2,408 : 2. Théo : Là, ça fait... Ben... zéro centièmes !]... Oui !... Tu l'écris... [Théo écrit 0/100]... Et... ? [Théo : Là, ça fait... ben, huit millièmes !]... Oui... [Théo écrit : 8/1000]... Bien, tu vas à ta place... »</p>	
	CF07	<p>Dans 2,408, le zéro est utile car si on l'enlève, on change la valeur attribuée au chiffre 8 (8/100 au lieu de 8/1000). Dans l'écriture à virgule décimale, la valeur de chaque chiffre dépend de son rang.</p> <p>EC4 : « Alors, si on avait « deux... » [EC4 écrit : 2,48]... [...] [L'élève interrogée au tableau place 2, 4/10 et 8/100 aux bons endroits sous les flèches] [...] Le zéro qu'on avait là [EC4 montre le chiffre zéro dans 2,408], il était <i>important</i> ? [Elèves : Oui !... Non !...] Oui !... Pourquoi il était important ce zéro, Gwendal ? [Gwendal n'arrive pas à expliquer]... Rémi ? [Rémi : Parce que, si on l'enlève, ça fait « deux virgule quarante-huit !] [Autres élèves : Parce qu'il n'y a pas d'unités ! Ben, c'est pareil ! Parce que deux virgule quatre cent huit... Il n'y a pas... Comment ça s'appelle ?... de... de... Ça n'aurait pas le même sens !] [Rémi : Ça changerait !]... Ça changerait le nombre effectivement, parce que le huit n'aurait plus la même... ? [Elèves : Valeur !]... <i>valeur</i>, hein ! Ça n'aurait plus la même valeur : au lieu de huit millièmes, ça ferait huit centièmes... Donc, ici, ce zéro, il est <i>utile</i>... Voilà... Alors vous écrivez au-dessous. Et on en terminera là... La virgule, elle va nous donner l'indication du rang de chaque chiffre, et donc la valeur de chaque chiffre, hein, qui va... dépendre de son rang... Donc, on en est là... [EC4 consulte le cahier d'un élève pour voir ce qui a été précédemment copié]... Vous écrivez au-dessous que dans l'écriture du nombre décimal, la valeur de chaque chiffre dépend de son rang... [EC4 se rapproche du tableau et écrit tout en lisant ce qu'elle écrit.]... Dans l'écriture à virgule d'un nombre décimal, la valeur de chaque chiffre dépend de son rang [EC4 écrit : Dans l'écriture à virgule décimale, la valeur de chaque chiffre dépend de son rang.]</p>	
	CI07	<p>Dans l'écriture à virgule du nombre décimal, la valeur de chaque chiffre dépend de son rang.</p>	
		<p>Deux virgule quatre dixièmes, huit centièmes peut s'écrire : $2,48 = 2 + 4/10 + 8/100$.</p> <p>EC4 : « Grand sept, à la suite : donner une écriture d'un nombre décimal avec des fractions [EC4 écrit : VII Donner une écriture d'un nombre décimal avec des fractions]... Par exemple – on va reprendre, hein ! – « deux virgule quatre dixièmes, huit centièmes », on peut l'écrire... [EC4 écrit : 2,48 = 2 + 4/10 + 8/100]... »</p>	CR07–EI
	CI07	<p>VII Donner une écriture d'un nombre décimal avec des fractions $2,48 = 2 + 4/10 + 8/100$</p> <p>50 et 55 p 103</p> <p>Exercice n°13 p 21</p>	
		<p>EC4 donne dans l'ordre les exercices à faire pendant la fin du cours :</p> <p>Finir exercice 4</p> <p>50 et 55 p 103</p> <p>Exercice n°13 p 21</p> <p>Puis elle passe dans les rangs et aide les élèves ou les incite à poursuivre.</p>	

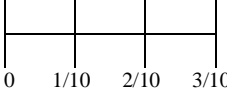
EC4 7^{ème} séance

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Correction de l'exercice n°55, p. 103 (a, b, c : Donner l'abscisse de points placés sur une droite graduée sous la forme de fractions)	CF05	<p><u>A (4/3) peut aussi s'écrire (1+1/3)</u> EC4 : « Alors, vous étiez en train de faire un exercice... Alors, quel exercice... Pierre, tu nous rappelles ce que vous aviez à faire pour aujourd'hui ? [...] Alors, le numéro cinquante-cinq... Samir ! [Samir : Euh ! Alors, euh... le petit a, c'est euh... quatre tiers !]... Quatre tiers, l'abscisse de A... On peut l'écrire, par exemple, de cette façon... [EC4 écrit : A (4/3)]... Quatre tiers... Qui n'est pas d'accord ? [Elève : On peut mettre un, plus un tiers !]... On peut aussi mettre un, plus un tiers ! [EC4 rajoute : A (4/3) (1+1/3)]... Oui »</p>	
	CF05 CF03	<p><u>B (7/3) ou (2+1/3)</u> <u>Une unité, c'est trois tiers ; deux unités c'est six tiers</u> EC4 : « Donc sept tiers... On est d'accord... Alors, comment tu les comptes, Sami... ? Deux unités, donc, ça fait... ? [Sami : ça fait, heu... Six !]... Six, puisque une unité, c'est trois tiers, hein... ! [EC4 trace au tableau un segment partagé en trois.]... Une unité, c'est trois tiers. Deux unités, c'est... ? [Elève : Six tiers !]... Six tiers !... [EC4 prolonge le segment jusqu'à deux unités]... »</p>  <p>EC4 : Donc sept tiers : on a une unité supplémentaire... »</p>	
	CF05	<p><u>A (11/4) ou (2 + 3/4)</u> EC4 : « Donc, onze quarts, on a repéré que c'est deux unités. Donc, on quatre quarts ; encore quatre quarts et trois quarts [EC4 écrit au-dessous après avoir tracé une flèche allant vers l'écriture $2 + 3/4 : 4/4 \quad 4/4 \quad 3/4$]... Nos deux unités et trois quarts... [EC4 montre successivement les deux fractions 4/4, puis la fraction 3/4. Puis elle efface cette écriture]... Oui... »</p>	
	CF05 CF05 CF03 CF04 CF05 CF05	<p>$2 + 2/3 = 8/3$ <u>A (4 + 2/3) ou (14/3)</u> $1 = 3/3$ $4 = 12/3$ $12/5 = 2 + 2/5$ $3 + 2/5 = 17/5$</p> <p>EC4 : « Quatre unités, plus deux tiers ou.. ? [Silence de l'élève interrogée]... Rémi, tu fais le raisonnement. Tu suis, Julie : tu vas le refaire après... Quatre unités ?... [Rémi : Donc, ça fait quatorze tiers ?]... Oui... Quatre unités : on les partageait en... ? L'unité est partagée en... ? [Elèves : Quart !... Non, tiers !... Tiers...]... On est au petit c : l'unité est partagée en... ? [Elèves : Tiers !]... Tiers... [EC4 trace à nouveau un segment qu'elle partage en trois.]... Donc, chaque fois qu'on a une unité, on a... ? [Rémi : Trois tiers !]... Trois tiers !... Tu suis Julie ? L'unité est partagée en tiers [EC4 montre successivement 4 et 2/3 dans l'écriture de l'abscisse $4 + 2/3$]... Chaque fois qu'on a une unité on a trois tiers [EC4 pointe le chiffre 4 dans $(4+2/3)$]... Comme on a quatre unités, on a... [Elève non interrogé : Ha !]... Oui ? [Même élève : Douze tiers !]... Douze tiers !... Et comme on en a deux de plus... ? [Elèves : Quatorze tiers !]... Quatorze tiers... [EC4 écrit à côté de $(4 + 2/3) : (14/3)$] »</p>	
		<p>Dans le système décimal, on ne fait pas de partage en quarts, tiers ou cinquièmes. On fait des <u>partages en dix</u>. EC4 : « Alors, là [EC4 montre l'ensemble du tableau et toutes les écritures qui y sont écrites], on a fait des partages d'unités en tiers, en... ? [Elèves : Quarts !]... quarts ! En... ? [Elèves : Cinquièmes !]... cinquièmes ! On a vu que dans le système décimal [Elève : Une unité !]... on faisait des partages en... ? [Elèves : Parts entières !... En unités !]... Dans l'écriture décimale, dans ce qu'on appelle le <i>système</i> décimal [Elève : A virgule !]... On fait des partages en dix parties !... Les unités sont partagées en dix parties. Puis, les dixièmes sont partagés en dix parties et ainsi de suite : on partage, toujours, en dix parties. Mais le raisonnement est le même [EC4 montre les écritures fractionnaires écrites au tableau.]... quand on veut passer d'une écriture à une autre... C'est ce qu'on va faire... par la suite. C'est ce qu'on a déjà fait, d'ailleurs... »</p>	CR06-E
Correction exercice n°13 p. 21 (Transformer une écriture à virgule en écriture fractionnaire)	CF07 CF06	<p><u>La virgule permet de faire des graduations de plus en plus petites.</u> <u>La virgule indique où se trouve le chiffre des unités. Donc, dans 156,2, le chiffre 6 est celui des unités.</u> <u>Le chiffre 2 [2/10] signifie qu'on a partagé une unité en dix parties et qu'on en a choisies deux : $156,2 = 156 + 2/10$.</u> EC4 : « Donc, on avait vu hier... que la virgule nous permettait... quoi, Rémy ? [Rémi : De... D'écrire les nombres encore plus précis ?]... Oui... C'est-à-dire... Effectivement, de partager notre... C'est ça que tu veux dire ? Sur notre graduation ; de faire des graduations avec des parts de plus en plus petites... C'est ça que tu voulais dire... Oui !... Donc, ici... [EC4 se rapproche du tableau et montre l'écriture 156,2]... C'est la virgule qui nous indique que notre chiffre des unités, c'est le six. Ensuite, on a... partagé notre unité en dix parties et on en a choisies... ? [Elève : Deux !]... deux ! [EC4 montre successivement le chiffre 6 et le chiffre 2 de 156,2]... »</p>	CR07-E

EC4 7^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Correction exercice n°13 (suite)	CF07 CF07	<p>$14,025 = 14 + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$</p> <p>Dans 14,025, la valeur du chiffre 2 est indiquée par la virgule et par le zéro. Dans $14 + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$, la valeur du chiffre 2 est donnée par la fraction $\frac{2}{100}$. Il est donc inutile d'écrire $14 + \frac{0}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$.</p> <p>EC4. : « Alors qui a quelque chose à dire ? [Abdel : Il manque le zéro, parce que sinon, ça va changer le chiffre ! ça va faire...]... [Elève interrogée et Abdel : Ben, je n'ai pas mis deux dixièmes ! Hé ben, il manque les dixièmes ! Mais non !...]... Bon je crois que vous parlez tous les deux, là et que l'on ne se comprend pas trop bien... Abdelkader tu as eu une bonne remarque : là, il y a un zéro... C'est ça que tu voulais dire ? Là ou là ? [EC4 montre successivement 156,2 et $14 + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$]... [Abdel : Ben, dans l'ordre !... Dans quatorze virgule...]... Dans cette écriture là, il y a un zéro. Si on l'oubliait, qu'est-ce qui se passerait ?... [Elève : Ça changerait le nombre !]... Chut, chut !... Abdelkader ? [Abdelkader : Ça changerait le nombre !]... Ça changerait le nombre !... Donc, on est obligé de le marquer et dans l'écriture qui est <i>ici</i>... [EC4 montre l'écriture décomposée : $14 + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$]... on pourrait écrire : « Quatorze, plus zéro dixième, plus deux centièmes, plus cinq millièmes [EC4 écrit au-dessous : $14 + 0/10 + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$]... [Elève : Ça revient au même]... C'est juste ! [Abdelkader : Mais l'autre aussi c'est juste, parce que... !]... Mais ça aussi c'est juste, puisqu'<i>ici</i>, en fait, on n'est pas obligé d'écrire qu'on a zéro dixième, puisque là [EC4 montre la seconde écriture décomposée : $14 + \frac{0}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$], on aura toujours « deux centièmes » puisque c'est écrit dans la fraction, en fait... le fait que « deux », c'est « centièmes »... Puisqu'on a écrit : « deux centièmes »... On est sûr que c'est deux centièmes !... Là... Pardon !... le... Le fait que deux... est le chiffre des centièmes nous est indiqué par le... la place de ce chiffre... par rapport à la virgule [EC4 montre l'écriture 156,2]... <i>Ici</i> [EC4 montre l'écriture $14 + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$], le fait que deux est le chiffre des centièmes est indiqué par la fraction... »</p>	
	CF07	<p>$14\ 025$ n'est pas une écriture du nombre 14.025. $14\ 025$ peut aussi s'écrire: $14 + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$ ou $14 + \frac{0}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$</p> <p>EC4. : « Alors, tu me disais aussi, Abdelkader que tu as écrit d'une autre façon avec des fractions. C'est-à-dire que tu as écrit : « quatorze » de cette façon [EC4 écrit : 14]... Et dessous, tu as écrit deux dixièmes – c'est ça ? – et puis cinq centièmes...</p> <p>[EC4 rajoute : $140 \begin{matrix} ? \\ \downarrow \\ 2/10 \end{matrix} \begin{matrix} 5 \\ \downarrow \\ 5/1000 \end{matrix}$]</p> <p>Oui... Il semble que ce n'est pas une écriture ... Disons que c'est, simplement, la signification de ce que signifie chaque chiffre... [Elève : On a appris comme ça ! C'est la même chose ?]... Ça veut dire, oui... On comprend !... On comprend... Mais ça, ce n'est pas une écriture du nombre ! [EC4 montre ce qu'elle vient d'écrire.]... Hein [Sourire de EC4.] ! Une écriture du nombre, ça peut être celle-ci, celle-ci ou celle-ci... [EC4 montre successivement 14,025 ; $14 + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$; $14 + \frac{0}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$]... Donc, ce que tu as fait, ce n'est pas faux. Mais ce n'est pas, tout à fait, la réponse à la question posée. Alors tu écris <i>quand même</i> la manière qu'on a, nous, d'écrire... le nombre... [Abdelkader recopie les différentes écritures sur son cahier.] »</p>	
	CF07	<p>$65,0003 = 65 + \frac{3}{10000}$. A droite de la virgule, on a le chiffre des dixièmes (et non celui des dizaines). Il est inutile d'écrire $0/100$ et $0/10$</p> <p>EC4. : « Alors, comment tu le lis, ce chiffre ? [Elève : Soixante-cinq mille...]... [EC4 soupire en signe de léger découragement]... Il y a une virgule, là [EC4 montre la virgule de 65,003] ? [Elève : Oui...]... Donc... ? [Elève : Soixante-cinq...]... Marie ? [Marie : Soixante virgule trois mille ?]... Soixante virgule trois mille ? [Elèves : Non !...] [...]... [Elève interrogée : trois millièmes...]... Trois mi-llièmes ?!!! [Elèves : Non ! Trois dix millièmes, madame !]... Trois dix millièmes ! [...] [EC4 trace une flèche et écrit au-dessous du chiffre 3 de 65,0003 : $\frac{3}{10000}$]... Donc, la virgule nous indique, ici, que, à droite de la virgule, on a quoi, Anaïs [EC4 indique successivement la virgule puis la partie décimale de 65,0003] ? Le chiffre des ... ? [Anaïs : Dizaines ! Comme EC4. maintient toujours son doigt sur la partie décimale, l'élève comprend qu'elle a fait une erreur. Elève : Heu !... Des dixièmes, pardon !]... Dixièmes ? [EC4 montre successivement les trois autres chiffres de la partie décimale]... [Elèves : Centièmes, millièmes, dix millièmes !]... Voilà ! Et, ici... ? [EC4 trace une flèche au-dessus de l'unité]... [Elève : C'est l'unité !]... Et... ? [EC4 trace une flèche au-dessus de la dizaine]... [Elèves : Dizaines !]... Dizaines !... Bien... Donc, on peut écrire « soixante-cinq plus trois... ? [EC4 écrit $65 + \frac{3}{10000}$]... [Elèves : Dix millièmes !]... Dix millièmes [EC4 rajoute : $65 + \frac{3}{10000}$]... Alors, on n'a pas besoin d'écrire, Abdelkader, « zéro dixième, zéro centième... »</p>	
Fiche d'exercices similaires à la fiche 4 (passer de l'écriture fractionnaire d'une abscisse à son écriture décimale)	CF07	<p>EC4. demande aux élèves de placer une nouvelle fiche, sans la coller, à côté de la fiche 4 déjà collée sur le cahier d'exercices. Puis elle demande d'écrire les abscisses avec l'écriture à virgule. Elle donne un exemple avec F (8/10) car certains élèves ne comprennent pas la consigne : il faut écrire l'écriture décimale (0,8) sur la ligne au-dessous de F (8/10).</p> <p><u>Le premier chiffre écrit à droite de la virgule est le chiffre des dixièmes.</u></p> <p>EC4. : « La virgule [dans le nombre 0,8] nous indique que le premier chiffre écrit à droite de la virgule [EC4 montre le chiffre 8 dans 0,8], c'est le chiffre des dixièmes. »</p> <p>Les élèves ont le droit de refaire la feuille en entier, placement des abscisses sur la droite compris. EC4. passe ensuite dans les rangs pour vérifier les productions. Elle rajoute deux exercices au tableau pour ceux qui n'ont pas compris (n°59,60, p. 24).</p>	

EC4 7^{ème} séance (suite)

ACTIVITES	Formulations Inscriptions	TRANSCRIPTION DES INTERACTIONS DIDACTIQUES CONNAISSANCES ENONCEES	Rappels
Fiche d'exercices similaires à la fiche 4 (suite)		<p>Pour être sûre que les élèves ont compris la consigne, EC4 en fait corriger le début au bout de quelques minutes.</p> <p>$1 = 1,0 = 1,00$; ce sont des zéros inutiles (ils ne changent pas la valeur du chiffre 1)</p> <p>EC4 : « Alors, on a expliqué, oui, avec certains élèves, que « un », c'était pareil que « un virgule... ? » [EC4 écrit : 1,]... [Elèves : Zéro !]... Zéro dixième, effectivement ; zéro centième, et cetera [EC4 rajoute : 1,00] ! Et que, ces zéros, là, ils étaient <i>inutiles</i> [EC4 montre les zéros de 1,00], puisque dans les deux cas, « un » était le chiffre de nos <i>unités</i> [EC4 montre successivement le chiffre un dans les nombres 1 et 1,00]... »</p>	CR07-E
	CF07	<p>(Correction exercice 4b)</p> <p>C (0,1) ; E (0,9) ; R (0,01) ; I (0,15) N (0,6) ; A (0,6)</p> <p>$15/100 = 0,15 = 0 + 1/10 + 5/100$; $60/100 = 0,60 = 0,6 = 0 + 6/10$</p> <p>EC4 : « Alors, je voudrais attirer votre attention sur l'écriture sous forme de fractions qui est donnée pour le I ; c'est-à-dire « quinze centièmes » [EC4 écrit : 15/100]... ou pour le N : « soixante centièmes » [EC4 écrit : 60/100]... On peut avoir une écriture de quinze centièmes sous plusieurs formes... On peut avoir vous m'avez dit : « zéro virgule quinze » [EC4 écrit : 0,15] : zéro unité ; un dixième ; cinq centièmes [EC4 pointe successivement les trois chiffres de 0,15]... Zéro unité, plus un dixième, plus cinq centièmes [EC4 écrit au-dessous : 0 + 1/10 + 5/100]... [Rappel à l'ordre]... Ici, au lieu d'avoir ces deux fractions [EC4 montre alternativement 1/10 et 5/100], on peut avoir <i>une seule fraction</i> [EC4 montre 15/100]... En fait, je vais vous demander de savoir utiliser ces <i>trois</i> écritures, selon les situations rencontrées... Alors, on reprend « soixante centièmes ». Soixante centièmes, on pouvait l'écrire sous la forme d'un nombre à virgule, Rémi ? [Rémi : Heu !... Zéro virgule soixante !]... Soixante ou zéro virgule six [EC4 écrit au-dessus de la fraction 60/100 déjà écrite : 0,60 ou 0,6]... Et on pouvait l'écrire sous forme d'additions de fractions : zéro... ? [EC4 écrit : 0] [...] Gwendal ? [Gwendal : Zéro plus six dixièmes !]... Zéro plus six dixièmes [EC4 écrit : 0 + 6/10], par exemple, oui... »</p>	
	CF04 CF04 CF07	<p>$3/10 + 1/100 = 31/100 = 0,31$</p> <p>$1/10 = 10/100$; donc, $2/10 = 20/100$ et $3/10 = 30/100$ (justification à l'aide de la droite graduée en dixièmes et en centièmes)</p> <p><u>En divisant à nouveau des dixièmes par dix pour obtenir des centièmes, on obtient des parts de plus en plus fines [qui permettent de mesurer des quantités de plus en plus fines]</u></p> <p>EC4 : « Je prends un autre exemple dans cette liste. J'ai « trois dixièmes plus un centième » [EC4 écrit : 3/10 et 1/100]... On peut l'écrire comment ?... Sous forme de nombre à virgule et sous forme d'<i>une seule</i> fraction ?... Maxime ? [Maxime : Heu !... Sous forme de fraction ?... Ben, ça fait « zéro virgule trente et un !]... Ha ça, c'est une jolie fraction, en effet !... Zéro virgule trente et un... [EC4 sourit et écrit au-dessus de 3/10 et 1/100 : 0,31]... Rémi ? [Rémi : Trente et un sur cent !]... Trente et un sur... centièmes... [EC4 rajoute au-dessous de 3/10 + 1/100 : 31/100]... Alors, comment tu fais pour trouver « trente et un centièmes » ?... Rémi ? [Rémi : Moi, je rajoute un zéro à trois et je rajoute un zéro à dix ; et j'additionne les deux...]... Oui... Alors, tu rajoutes un zéro, ici et tu rajoutes un zéro ici [EC4 rajoute deux zéros à 3/10 : 30/100]... Qu'est-ce que ça veut dire par rapport à nos droites graduées... ? Tu ne sais pas... ? [EC4 semble hésiter un temps sur la suite à donner à sa question. Puis elle interroge un autre élève.]... Gwendal ? [Gwendal : Ben, sur une droite, trois dixièmes, ça fait trente centièmes !] ... Effectivement ! Sur une droite, quand on a trois dixièmes – zéro, un dixième, deux dixièmes, trois dixièmes [EC4 trace un segment qu'elle partage en trois et sous lequel elle écrit 1/10 ; 2/10 ; 3/10]... »</p>  <p>[Gwendal : ça fait trente centièmes !]... Ça fait trente centièmes, puisque chaque dixième a été partagé... [EC4 partage le premier dixième en dix centièmes.] [...] Donc, ici, j'ai un centième... je rappelle... Donc, ici, j'ai effectivement dix centièmes [EC4 place sur la droite les points d'abscisses 1/100 et 10/100. Elle place 10/100 sous 1/10] [...] Un dixième, c'est pareil que dix centièmes. Et c'est pareil, ici... deux dixièmes... Deux <i>dixièmes</i>, c'est combien de <i>centièmes</i> ?... Pauline ? [Pauline : Vingt centièmes !]... Vingt centièmes, hein [EC4 rajoute deux zéros à 2/10 : 20/100] !... C'est-à-dire qu'en fait j'ai... obtenu des <i>parts</i> – à partir de mon dixième, j'ai obtenu des parts <i>plus fines</i>, en divisant par dix. Comme les parts ont été divisées par dix, j'en ai pris... cent au lieu de dix, mais, il faut que je... j'ai... enfin... J'ai partagé <i>en cent</i> mon unité, mais il faut – au lieu de dix... Mais il faut que je prenne davantage de <i>petites parts</i> pour obtenir la <i>même</i> abscisse... Ensuite « trois dixièmes » : là, c'est pareil ; c'est trente [Elèves : centièmes !]... centièmes [EC4 rajoute deux zéros : 30/100] ! »</p>	
Devoirs		EC4. passe à nouveau dans les rangs pendant que les élèves réalisent leurs exercices pour les aider individuellement.	Devoirs : faire le n°59 ou le n° 60, p. 24.

SECTION 5

5 Le traitement discursif et sémiotique des connaissances

5-1 Codage des connaissances

Le codage retenu distingue deux strates dans la construction du récit didactique, en s'appuyant sur les distinctions établies :

- dans le récit littéraire, entre les événements et le discours qui les prend en charge (G. Genette, 1972) ;
- en didactique des mathématiques, entre les énoncés mathématiques et le discours oral et écrit qui les prend en charge (connaissances formulées / rappelées / inscrites) (G. Brousseau, J. Centeno, 1991 ; J. Centeno, 1995).

1^{ère} strate : les énoncés mathématiques (C01-1, C01-2, C02-1, C02-2, etc.).

2^{ème} strate : leur traitement discursif et sémiotique (connaissance formulée CF01-1 / rappelée CR01-1 / inscrite CI01-1), codées à l'aide de couleurs différentes.

- Connaissances formulées / fond blanc
- Connaissances rappelées :
 - rappels informels / fond jaune
 - rappels formels / fond orange
- Connaissances institutionnalisées par écrit sur un support officiel (affiche ; cahier de leçons) / fond rose



Connaissances formulées



Connaissances objet de rappels informels



Connaissances objet de rappels formels



Connaissances inscrites

5-2 Classes de CM2

EE1 : Distribution des formulations, des rappels informels et formels et des inscriptions pour chaque connaissance

C01-1	Si on partage une unité en deux on obtient des demis. Si on partage une unité en trois, on obtient des tiers. Si on partage une unité en cinq, on obtient des cinquièmes. Si on partage une unité en dix, on obtient des dixièmes.
C01-1	Si on partage une unité en dix, on obtient des dixièmes.
C01-1	Comme il y a « cent petits carrés » dans le carré ABCD, ce sont des centièmes.
C01-1	Quand on coupe un carré en cent petits carrés, ce sont des centièmes.
C01-1	Quand un carré est partagé en cent parties égales, on obtient des centièmes.
C01-1	Dans l'exercice l'unité de mesure est la seconde. Elle est partagée en cent.
C01-1	Si on partage un segment en dix parties égales on obtient des dixièmes. Et si on partage à nouveau un dixième en dix, on obtient 1/100 car en tout dans l'unité on aurait 100/100.
C01-1	Si on partage une unité en mille on obtient des millièmes
C01-2	Une part de l'unité partagée en dixièmes représente un dixième : 1/10. Deux parts de l'unité partagée en dixièmes représentent deux dixième : 2/10. Trois parts de l'unité partagée en dixièmes représentent trois dixièmes : 3/10.
C01-2	Un dixième < six dixièmes < vingt dixièmes
C01-2	Si je prends 40 petits carrés dans le carré ABCD, j'obtiens 40/100.
C01-2	Une des fractions colorées du carré représente 40/100.
C01-3	Cinq huitièmes de ABCD signifie que l'unité est partagée en huit et qu'on en prend cinq.
C01-3	$5 \times 8 \neq 5 / 8$
C02-1	$11/10u = 10/10u + 1/10u$
C02-1	$2u + 8/10 u = 28/10 u = 10/10 u + 10/10 u + 8/10 u$ (« écritures équivalentes »).
C02-1	$2u + 1/10u = 21/10u = 10/10u + 10/10u + 1/10u$
C02-1	$92/10 = 90/10 + 2/10 = 9 + 2/10$
C02-1	Dix-huit dixièmes c'est un plus huit dixièmes
C02-1	$50/10 + 6/10 = 56/10$
C02-1	$176/10 = 170/10 + 6/10$
C02-1	$7300/1000 = 7000/1000 + 300/1000$
C02-2	$26/10 = 20/10 + 6/10 = 2 + 6/10$; donc $2 < 26/10 < 3$
C02-2	$94/10 = 90/10 + 4/10 = 9 + 4/10$; $9 < 94/10 < 10$
C02-2	En décomposant [une fraction décimale], on peut l'encadrer entre deux nombres
C03-1	$10/10u = 1u$
C03-1	$10/10u = 1u$
C03-1	$10/10u = 1u$
C03-1	Cent centièmes et dix dixièmes font la même chose, car les deux font une unité. $100/100 = 10/10$
C03-1	Cent centièmes égalent un.
C03-1	$8 = 800/100$; $9 = 900/100$; donc $87/100 < 8$
C03-1	$0 < 87/100 < 1$ car $87/100 < 100/100$
C03-1	Une unité égale dix dixièmes ; cinq unités égalent cinquante centièmes et neuf unités égalent quatre-vingt-dix dixièmes
C03-1	$1 = 1000/1000$; $6 = 6000/1000$; $15 = 15\ 000/1000$; $18 = 18\ 000/1000$
C03-1	$[1 = 100/100]$ $12 = 1200/100$; $9 = 900/100$; $28 = 2800/100$
C03-1	$50/10 = 5$
C03-1	Cent soixante-dix dixièmes c'est dix-sept [plus six dixièmes] ; $170/10 + 6/10 = 17 + 6/10$
C03-1	$8 = 800/100$; donc $800/100 + 840/100$ est différent de $8840/10$
C03-1	$7000/1000 = 7$
C03-1	$800/100 = 8$
C03-2	Dix dixièmes < dix-neuf dixièmes < vingt dixièmes
C03-2	Vingt-sept dixièmes > une unité
C03-2	Vingt-sept dixièmes < trois unités ou trente dixièmes
C03-2	Vingt-sept dixièmes > deux unités ou vingt dixièmes
C03-2	1 gâteau entier = 2 demis parts = quatre quarts = huit huitièmes = seize seizièmes = cent centièmes de part ($2/2=4/4=8/8=16/16=100/100=1$)
C03-2	Dix-huit dixièmes, c'est entre un et deux.
C04	Une fraction décimale c'est une fraction avec des dixièmes, des centièmes et des millièmes et au-delà.
C04	Les fractions en tiers, demis et quarts ne sont pas des fractions décimales. Les fractions décimales sont, par exemple, en dixièmes, centièmes et millièmes.
C05-1	Si on multiplie le numérateur et le dénominateur par le même nombre, on ne modifie pas la fraction.
C05-1	$1/10 = 10/100$ Si on multiplie par 10 le numérateur et le dénominateur de la fraction 1/10, on obtient 10/100 et c'est le même résultat.
C05-1	Si on multiplie le numérateur et le dénominateur d'une fraction par le même nombre, on obtient le même résultat ($1/2 = 2/4$ C Ancienne)
C05-1	Il y a dix centièmes dans un dixième : $1/10 = 10/100$
C05-1	Si je partage un dixième d'une droite numérique en dix parties égales, on va avoir dix centièmes qui correspondent à un dixième.

C05-1	$3/10 = 30/100$; $4/10 = 40/100$
C05-1	Si on ajoute ou enlève le même nombre de zéro au numérateur et au dénominateur la fraction ne change pas.
C05-1	$7/10 = 70/100 = 700/1000$
C05-2	Entre $7/10$ et $81/100$ il y a 11 réponses possibles en centièmes, car $7/10 = 70/100$ et $70/100 + 11/100 = 81/100$
C05-2	Entre $69/100$ et $70/100$ existe des fractions en millièmes (de $690/1000$ à $700/1000$)
C06-1	On ne peut pas comparer des fractions exprimées en dixièmes et en centièmes. Il faut avoir la même unité.
C06-1	Si on place les temps exprimés en secondes, dixièmes et centièmes de seconde de chaque élève sur une droite numérique où sont indiqués les unités, les dixièmes et les centièmes, une méthode consiste à convertir les dixièmes en centièmes de seconde.
C06-1	Si on classe des temps, une méthode consiste à convertir les dixièmes en centièmes.
C06-1	Quand on a des fractions exprimées en dixièmes et en centièmes, la bonne méthode consiste à transformer les fractions exprimées en dixièmes en centièmes, pour pouvoir les comparer.
C06-1	[Pour comparer des fractions exprimées en dixièmes et en centièmes] une solution a été trouvée : tout ramener en centièmes
C07-1	[Pour encadrer des fractions avec des nombres entiers], on regarde si c'est supérieur à l'unité. $157/10 > 1$ ($10/10$)
C07-2	[Pour encadrer une fraction en dixièmes avec des nombres entiers], on recherche le nombre de dizaines [au numérateur]. Il y en a 15 dans $157/10$. Donc $15 < 157/10 < 16$.
C07-2	[Pour encadrer des fractions en centièmes avec des nombres entiers], on cherche le nombre de centaines [du numérateur].
C07-2	[Pour encadrer $2731/10$ par deux nombres entiers] on peut s'aider du tableau de numération. Dans le tableau de numération, « d » signifie dizaines ; on peut l'utiliser pour trouver le nombre de dizaines d'un nombre.
C07-2	Pour chercher la partie entière [d'une fraction], on cherche le nombre de dizaines [du numérateur] si la fraction est en dixièmes, et le nombre de centaines si la fraction est en centièmes.
C07-2	Pour trouver l'écriture fractionnaire d'un nombre entier, on fait le contraire [que pour trouver la partie entière d'une fraction] : on rajoute un zéro si la fraction est en dixièmes et deux zéros si la fraction est en centièmes.
C07-2	[Pour trouver la partie entière d'une fraction en centièmes] on cherche le nombre de centaines [au numérateur]. Pour cela, on peut s'aider du tableau de numération.
C07-3	[Pour encadrer des fractions en centièmes par des nombres entiers], on enlève deux chiffres en haut [au numérateur], puisqu'il y a deux zéros [au dénominateur].
C07-3	[Pour encadrer des fractions en millièmes par des nombres entiers], on enlève trois chiffres [au numérateur], puisqu'il y a trois zéros [au dénominateur].
C07-3	[Pour encadrer $2731/10$ par des nombres entiers], comme il y a un zéro au dénominateur on enlève un chiffre au numérateur, et non deux chiffres ; ça fait 273.
C08	Une fraction en dixièmes est une division par 10
C08	Une fraction en centièmes revient à diviser un nombre par cent, c'est à dire à chercher son nombre de centaines.
C09	Dans $26/10 = 2 + 6/10$, 2 est la partie entière et $6/10$ est la partie fractionnaire.
C09	La partie entière d'une fraction c'est un nombre entier. La partie fractionnaire d'une fraction c'est ce qui reste.
C09	A partir d'une fraction décimale on peut trouver la partie entière, faite d'unités et la partie fractionnaire plus petite qu'une unité.

EE1 : Connaissances génériques et stratégie didactique

C01	Signification du numérateur et du dénominateur d'une fraction	
	C01-1	signification du dénominateur: si on partage une unité en deux, trois, cinq, dix, cent, on obtient des demis, tiers, cinquièmes, dixièmes, centièmes
	C01-2	Fraction décimale : signification du numérateur et du dénominateur ; addition / multiplication de fractions de même dénominateur
	C01-3	Fractions non décimales : signification du numérateur et du dénominateur
C02	Décomposition d'une fraction décimale	
	C02-1	Décomposition "partielle" d'une écriture fractionnaire décimale
	C02-2	Décomposition "complète" d'une écriture fractionnaire décimale (nombre entier + fraction décimale < 1)
C03	Ordre de grandeur d'une fraction décimale	
	C03-1	Ecriture fractionnaire de l'unité (10/10 ; 100/100 ; 1000/1000) ; de nombres entiers (800/100 ; 900/100; 6000/1000 ; 18 000/1000)
	C03-2	Classement de fractions décimales en dixièmes vis-à-vis du nombre entier précédent ou suivant
C04	Définition d'une fraction décimale (dénominateur en dixièmes, centièmes, millièmes ; les fractions en demis, quarts, tiers ne sont pas décimales)	
C05	Equivalence entre fractions décimales ; nombre de fractions décimales en centièmes dans un intervalle inférieur à 1.	
	C05-1	Fractions décimales équivalentes (multiplication du numérateur et dénominateur par le même nombre)
	C05-2	Nombre de solutions possibles de fractions en centièmes dans un intervalle exprimé en dixièmes
C06	Comparaison de fractions décimales de dénominateurs différents : nécessité de la conversion	
C07	Encadrement d'une fraction décimale entre deux nombres entiers successifs	
	C07-1	Vérifier si la fraction est > 1
	C07-2	Si la fraction est supérieure à 1, recherche du nombre de dizaines, de centaines ou de milliers du numérateur à l'aide du tableau de numération
	C07-3	Si la fraction est supérieure à 1, "enlèvement" de 1, 2 ou 3 chiffres au numérateur en divisant par 10, 100 ou 1000
C08	Fractions en dixièmes et centièmes et divisions par 10 ou par 100	
C09	Parties entière et décimale d'une fraction : définition	

EE2 : Distribution des formulations, des rappels informels et formels et des inscriptions pour chaque connaissance

C01-1	Les nombres décimaux sont des nombres fractionnaires.
C01-1	Dans la division avec reste le reste apparaît car on ne peut pas aller plus loin dans le partage. Cette division n'est pas à confondre avec la division fraction.
C01-1	Comme on ne peut pas diviser une bille en sept, on utilise la division avec reste. Et on notera cette division avec un point d'interrogation.
C01-1	Comme on peut continuer la division des euros en centimes, on a affaire à une division fraction où le reste peut s'écrire sous la forme d'une fraction.
C01-1	Comme on peut continuer le partage du réglisse Baouba au-delà des mètres en divisant un mètre en deux on peut utiliser la division fraction.
C01-1	La calculette partage l'unité, même si ça n'a pas de sens. Elle peut partager des chaises, des élèves et des tables.
C01-1	La calculette partage aussi les euros [les unités].
C01-1	Quand on écrit le reste partagé sous la forme d'une fraction, la calculette nous donne toujours le résultat sous la forme d'un nombre décimal.
C01-1	Les nombres décimaux sont plus clairs que les fractions où il y a plusieurs écritures équivalentes possibles.
C01-1	Dans un nombre décimal, derrière la virgule on a une partie d'unité, une fraction décimale.
C01-1	Une fraction est une division où le trait signifie « divisé »
C01-1	Un nombre entier correspond à une division dont le reste est nul ; c'est un nombre sans virgule. 13 et 32 sont des nombres entiers.
C01-1	Le résultat d'une division avec un reste non nul donne un nombre à virgule.
C01-1	Les nombres décimaux remplacent des fractions.
C01-1	Le nombre décimal c'est le résultat d'une division fraction. Il n'est pas utilisé dans le cas d'une division avec reste.
C01-1	Pour trouver une écriture décimale, on passe par la fraction : c'est la division-fraction
C01-1	le nombre décimal est le résultat d'une division fraction.
C01-1	Résultat de la . / . fraction
C01-1	Le nombre décimal est une autre écriture des fractions.
C01-1	Quand on entend dixièmes dans une fraction, le nombre décimal correspondant a 1 chiffre après la virgule. Après les dixièmes, on trouve les centièmes et les millièmes.
C01-1	Ecriture d'une fraction: dixièmes (1/10) : 1 chiffre derrière la ,
C01-1	La fraction 176/100 est la même chose que la division 176 : 100.
C01-1	176/100 = 176 : 100
C01-1	176/100 = 176 : 100
C01-1	Un nombre décimal est le résultat d'une division fraction. : on peut continuer à partager le reste.
C01-2	17,25 est un nombre décimal dans lequel il y a vingt-cinq centièmes.
C01-2	La calculette transforme $17 + 25/100$ en 17,25.
C01-2	« Trois virgule cinq dixièmes » est un nombre décimal et 3,5 correspond à l'écriture $3 + 5/10$
C01-2	Comme cinq dixièmes c'est aussi cinquante centièmes, la calculatrice donnerait à la place de la fraction $3+50/100=3,50$
C01-2	Dans 0,5 le chiffre 5 correspond à la fraction décimale 5/10.
C01-2	Dans 423,7 le chiffre sept se lit « sept dixièmes » et correspond à la fraction 7/10. On écrit 423,7 ou $423 + 7/10$ mais on ne mélange pas les deux écritures
C01-2	$8 + 5/10$ se lit « huit et cinq dixièmes » et peut donc s'écrire 8,5.
C01-2	$7/10$ s'écrit 0,7 en nombre décimal.
C01-2	On écrit 84,3 et non $84,3/10$.
C01-2	$3/10$ s'écrit 3 dans 84,3.
C01-2	$0,5 =$ « zéro virgule cinq dixièmes » = $5/10$
C01-2	Dans 8,5 le chiffre 5 est derrière la virgule et correspond à une fraction : 5/10.
C01-2	18,5 = $18 + 5/10$
C01-2	Dans le nombre décimal 14,8, on ne peut écrire le chiffre des dixièmes "8/10" comme dans $14 + 8/10$
C01-2	Soit on écrit le nombre en fractions ($124 + 6/10$) ; soit on écrit en nombre décimal (124,6) ; le 6 correspond à 6/10. On ne met pas de fraction dans l'écriture décimale : c'est ou la fraction ou le nombre décimal.
C01-2	$8 + 3/10 = 8,3$
C01-2	$70,9 = 70 + 9/10$; donc $70,9 + 1/10 = 70 + 9/10 + 1/10$
C01-2	$79,3 = 79,30$
C01-2	Si on met 1,3 en centièmes, il se lit "un virgule trente centièmes" qui est plus grand que "un virgule vingt-cinq centièmes"
C01-3	Vingt-cinq centimes d'euros c'est comme vingt-cinq centièmes.
C01-3	Les nombres décimaux sont des nombres à virgule.
C01-3	Quand la calculette met un point, c'est comme une virgule.
C01-3	Les nombres décimaux sont des nombres à virgule
C01-3	Quand on ne peut pas partager le reste, on n'utilise pas de calculette car on ne peut pas écrire le résultat en nombre décimal.
C01-3	Dans un nombre décimal, ce qui est avant la virgule ou le point, c'est ce qui est entier ; ce ne sont ni des dixièmes, ni des centièmes
C01-3	La calculette ne tient pas compte des 0 inutiles.

C01-3	$70/100 = 7/10$
C01-3	Avant la virgule il y a la partie entière ; après la virgule il y a la partie décimale.
C01-3	Dans la partie décimale il y a des dixièmes, des fractions derrière [la virgule].
C01-3	La calculette donne un résultat sans virgule quand le nombre est entier.
C01-3	[Quand la calculette donne un résultat sans virgule] Le résultat est entier car il n'y a pas de reste
C01-3	La partie décimale peut être constituée de plusieurs chiffres possédant chacun une signification. Le premier chiffre de la partie décimale est celui des dixièmes.
C01-3	La partie décimale correspond à la fraction du reste, à un reste distribué, et non au reste.
C01-3	Les nombres décimaux ont une virgule.
C01-3	Le nombre décimal est constitué d'une partie entière et d'une partie décimale.
C01-3	Dans la partie décimale on a vu un seul chiffre qui remplace une fraction en dixièmes. Donc on a vu le nombre décimal avec des dixièmes.
C01-3	Il existe des nombres décimaux avec des centièmes (deux chiffres après la virgule) et des millièmes (trois chiffres après la virgule) dans la partie décimale.
C01-3	Les nombres décimaux sont des nombres à virgule.
C01-3	Les nombres décimaux : 18, 5
C01-3	Dans les nombres décimaux il y a une partie entière et une partie décimale. La partie entière se trouve à gauche et la partie décimale est derrière la virgule.
C01-3	18 (partie entière) , 5 (partie décimale)
C01-3	On utilise les nombres décimaux dans les mesures de longueurs, de poids, de capacité. 1m50 peut s'écrire 1,50 m. La partie entière correspond à un mètre.
C01-3	Dans 18,5, le chiffre huit représente les unités. Le chiffre un représente les dizaines. Le chiffre cinq représente les dixièmes.
C01-3	C'est la place du nombre [chiffre] dans le nombre qui indique que ce sont des dixièmes.
C01-3	Dans 8,3, le 8 représente le nombre entier et 3 est le nombre décimal (partie décimale)
C01-3	Comme ce sont des dixièmes, derrière la virgule il n'y a qu'un chiffre
C01-3	Quand on entend « dixièmes » on a 1 chiffre après la virgule ;
C01-3	143 et 143,0 correspondent au même nombre.
C01-3	Dans 23,6 la partie entière n'est pas 2 mais 23
C01-3	Quand on a des dixièmes, il y a un chiffre après la virgule. Quand on a des centièmes, on a deux chiffres après la virgule.
C01-3	Dans 4300, les chiffres représentent respectivement les unités, les dizaines, les centaines et des unités de mille.
C01-3	Un nombre entier n'est pas en dixièmes ou en centièmes. Dans 43,00 les zéros sont dans la partie décimale qui est donc nulle ; 43 est un nombre entier.
C01-3	67,08 se lit "soixante-sept virgule huit centièmes, car quand il y a deux chiffres après la virgule ; ce sont des centièmes. 67,8 se lit "soixante-sept et huit dixièmes, car quand il y a un chiffre après la virgule ; ce sont des dixièmes.
C01-3	Un nombre décimal est un nombre en dixièmes, centièmes, millièmes ; j'entends déci : dix.
C01-3	Un nombre décimal en centièmes a deux chiffres après la virgule.
C01-3	Les nombres décimaux sont des nombres à virgule.
C01-3	Devant la virgule il y a la partie entière et derrière la partie décimale.
C01-3	La fraction décimale devient la partie décimale du nombre décimal
C01-3	Le premier chiffre derrière la virgule est celui des dixièmes et le deuxième, celui des centièmes.
C01-3	Dans 13,07, le 0 n'est pas inutile car si on l'enlève ça fait « treize virgule sept dixièmes ».
C01-3	Dans 39,00, la partie entière [devant la virgule] est 39 ; les centièmes sont dans la partie décimale.
C01-3	Le premier chiffre après la virgule est celui des dixièmes. Le deuxième chiffre après la virgule est celui des centièmes.
C01-3	Le troisième chiffre après la virgule est celui des millièmes.
C01-3	Comme il y a trois chiffres après la virgule puisque la fraction est en millièmes, on peut écrire : 124,080.
C02	$1/4 = 25/100 = 25 \text{ cent}$
C02	Un mètre divisé par deux se note $1/2$
C02	$2/4$ est un résultat équivalent à $1/2$. Appliqué au problème $2/4$ ne signifie pas la même chose que $1/2$.
C02	$17 + 1/4 = 17 + 25/100$
C02	$1/2 = 5/10$; $1/2 = 50/100$; donc $5/10 = 50/100$
C02	Cinq dixièmes, c'est aussi cinquante centièmes
C02	$1/2 = 5/10$
C02	$1/2 = 50/100$
C02	$50/100 = 5/10$
C02	Sur la frise, $1/2 = 5/10$
C02	$1/4 = 25/100$; $25/100$ est une fraction décimale.
C02	$0,5 (5/10) = 0,50 (50/100)$
C02	$10/4 = 2 + 2/4$
C02	$2/4 = 1/2$
C02	$1/2$ donne 0,5 ($5/10$)
C02	$0,5 = 1/2$ (5 dixièmes)
C03	On ne dit pas « virgule vingt-cinq », mais « virgule vingt-cinq centièmes » « dix-sept virgule vingt-cinq centièmes » (17,25) veut dire « dix sept et vingt-cinq centièmes » ($17 + 25/100$)
C03	On ne dit pas « trois virgule neuf » mais « trois virgule neuf dixièmes » ; il faut donner la signification du chiffre.
C03	423,7 se lit « quatre cent vingt-trois virgule sept dixièmes » ou « quatre cent vingt-trois et sept dixièmes »

C03	843/10 se lit : « huit cent quarante-trois dixièmes »
C03	« Huit et soixante-dix centièmes » font sur la calculette « huit et sept dixièmes » : $8,70 = 8,7$.
C03	0,83 se lit « quatre-vingt-trois centièmes » et non « quatre-vingt-trois dixièmes ».
C03	83,10 se lit « quatre-vingt-trois virgule dix centièmes » et non « quatre-vingt-trois dixièmes ».
C03	83,1 se lit « quatre-vingt-trois virgule un dixième » et non « quatre-vingt-trois dixièmes ».
C03	2,36 se lit « deux virgule trente-six centièmes ».
C03	« Un plus soixante-seize centièmes » s'écrit en nombre décimal : 1,76.
C03	On lit « soixante-sept et huit centièmes » et « soixante-sept et huit dixièmes » ;
C03	7,2 c'est dans les dixièmes et non dans les centièmes (on lit « sept et deux dixièmes »)
C03	0,80 se lit « quatre-vingts centièmes » ou « huit dixièmes » ; ce n'est pas « huit centièmes ».
C03	1,2 se lit « un virgule deux dixièmes » et non « douze centièmes »
C03	13,7 se lit « treize virgule sept dixièmes »
C03	1,37 se lit « un virgule trente-sept centièmes »
C03	13,07 se lit « treize virgule sept centièmes ».
C03	On ne dit pas « dix-sept virgule cinq » mais « dix-sept virgule vingt-cinq centièmes »
C03	16,02 se lit « seize virgule deux centièmes » et non « seize virgule deux dixièmes ».
C03	0,3 se lit « zéro virgule trois dixièmes » et non « zéro virgule trois centièmes »
C03	124,008 se lit « cent vingt-quatre virgule huit millièmes »
C03	« zéro virgule soixante-quinze » = 0,75
C03	1,3 en centièmes, il se lit « un virgule trente centièmes ».
C04-1	L'écriture décomposée de $39/10$ est $30/10 + 9/10$
C04-1	$30/10 = 10/10 + 10/10 + 10/10$
C04-1	$870/100 = 800/100 + 70/100$
C04-1	$9/10 + 1/10 = 10/10$
C04-2	Quand on a des difficultés pour passer de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale, on passe par la décomposition : $83/10 = 80/10 + 3/10$
C05-1	$30/10 = 300/100 = 3000/1000 = 30000/10000$
C05-1	$3 = 300/100$; $2 = 200/100$: donc $800/100 + 70/100 = 8 + 70/100$
C06-1	$10/10 = 1$
C06-1	$10/10 = 1$
C06-2	$10/10 = 1$; donc $80/10 = 8 \times 10/10 = 8$
C06-2	$83/10 = 8 + 3/10$
C06-2	$80/10 + 3/10 = 8 + 3/10$ car $10/10 = 1$; $20/10 = 2$; $30/10 = 3$; $50/10 = 5$
C07	Quand on divise par dix, on cherche le chiffre puis le nombre de dizaines [du numérateur] et ce qui reste on le partage.
C07	Quand on divise par dix, on cherche le chiffre puis le nombre de dizaines [du numérateur] et ce qui reste on le partage.
C07	Pour diviser par 10 le nombre 320, je prends le nombre de dizaines.
C07	Dans une division par dix on cherche le nombre de dizaines. Il y a 8 dizaines.
C07	$400/100 = 4$ car dans quatre cent il y a quatre centaines ($4 \times 100 = 400$). Diviser par cent revient à chercher le nombre de centaines.
C07	$176/100 = 1 + 76/100$
C07	$176/100 = 1 + 76/100$
C07	Quand on divise un nombre entier par cent, on doit trouver le nombre de centaines.
C08	La calculette affiche un nombre qui commence par zéro dans le cas où le numérateur est plus petit que le dénominateur.
C08	[La calculette affiche un nombre qui commence par 0] Quand le numérateur est inférieur au dénominateur.
C08	Quand le numérateur est plus petit que le dénominateur, la fraction est plus petite que 1.
C08	Si le numérateur de la fraction est plus petit que le dénominateur, la fraction est plus petite que un : $72/100 = 0,72$. Quand la fraction est plus petite que 1, ça s'écrit « zéro virgule... ».
C08	Comme $72/100 = 0,72$, $75/100 = 0,75$.
C08	On pouvait prévoir avec $3/4$ que le résultat serait égal à zéro virgule quelque chose : comme trois est plus petit que quatre, la fraction est plus petite que 1.
C08	Dans l'ordre croissant, il faut placer $3/4$ avant 1,25 car il est inférieur à 1 : le numérateur est inférieur au dénominateur.
C09-1	Pour trouver l'écriture décimale (de $36/5$) : on utilise la table de multiplication correspondant au dénominateur (5) pour se rapprocher du dénominateur (36) ; on écrit le reste partagé sous la forme d'une fraction ($1/5$) dont on trouve le résultat à l'aide de la machine : 0,2 [et on l'additionne au quotient].
C09-1	Pour passer d'une écriture fractionnaire en dixièmes à une écriture décimale on a deux techniques. (1) C'est la même chose qu'une division par 10 : on cherche le chiffre puis le nombre de dizaines du numérateur ; après il y a des dixièmes, de l'autre côté de la virgule (1ère technique). (2) Comme ce sont des dixièmes, derrière la virgule il n'y a qu'un chiffre (2ème technique).
C09-2	Pour passer d'une écriture fractionnaire $46/10$ à une écriture décimale : on décompose la fraction $46/10 = 40/10 + 6/10$; on écrit le nombre entier $40/10 = 4$; on lit la partie décimale de façon signifiante : « quatre et six dixièmes » s'écrit 4,6.
C10-1	Pour comparer des nombres décimaux en dixièmes et en centièmes, dont la partie entière est la même, on transforme les dixièmes en centièmes.
C10-1	Pour comparer des nombres décimaux, on regarde en premier leur partie entière, en second les dixièmes et en troisième les centièmes.

C10-1	Pour comparer des nombres décimaux possédant la même partie entière : on regarde le nombre de dixièmes.
C10-1	On peut aussi transformer des dixièmes en centièmes.
C10-1	Quand la partie entière de plusieurs nombres décimaux en dixièmes est nulle, 0,1 en est le plus petit nombre.
C10-1	Pour comparer des nombres décimaux, on regarde en premier leur partie entière, et en second les dixièmes.
C10-1	Pour comparer des nombres décimaux, on regarde en premier leur partie entière, et en second les dixièmes.
C10-2	Pour comparer des nombres décimaux, on peut utiliser la bande numérique.
C10-3	[Pour trouver un décimal encadré par deux décimaux], on peut convertir les dixièmes en centièmes. Si on continue avec les millièmes les dix millièmes et au-delà il peut y avoir une infinité de solutions.
C10-3	[Pour trouver un nombre décimal compris entre 2 nombres décimaux en dixièmes], on trouve des nombres décimaux en centièmes. Puis on peut pousser aux millièmes.
C10-3	[Pour trouver un nombre décimal encadré par des décimaux] on peut partager un intervalle de une dizaine en dix unités. On peut ainsi descendre de dix en dix fois plus petit.
C10-3	[Pour trouver un nombre décimal encadré par des décimaux] un intervalle de une unité peut être partagée en dix dixièmes.
C10-3	[Pour trouver un décimal encadré par deux décimaux] un intervalle de un dixième peut être partagé en dix centièmes.
C11	Une « double inégalité » c'est quand on a deux inégalités successives et que l'on cherche à la fois un nombre plus petit que quelque chose et plus grand que quelque chose.
C11	Dans une double inégalité telle que $__ < __ < __$ le nombre encadré est compris dans l'intervalle mais n'est pas égal [à l'une des bornes].

EE2 : Connaissances génériques et stratégie didactique

	Nombre décimal / Fraction décimale / Division avec reste partagé	
C01	C01-1	Le nombre décimal comme autre écriture d'une fraction décimale et comme résultat d'une division avec reste partagé sur la calculatrice
	C01-2	Correspondance entre partie décimale et reste partagé (fraction < 1) ; correspondance entre écritures décimales (décomposées en parties entières et décimales) et fractions décimales
	C01-3	Nombres décimaux: virgule, partie entière, décimale (reste partagé) ; dixièmes et centièmes (1 ou 2 chiffres après la virgule)
C02	Écritures fractionnaires équivalentes ($5/10$ et $50/100$; $1/4$ et $25/100$) ; équivalence entre $1/2$, $2/4$ et $0,5$	
C03	Lecture signifiante de nombres décimaux (dénomination à l'aide des dixièmes, centièmes, etc.)	
C04	Décomposition d'une fraction	
	C04-1	Exemples
	C04-2	Intérêt de l'écriture décomposée (passage d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale)
C05	Écritures fractionnaires de nombres entiers ($30/10 = 300/100 = 3000/1000 = 30000/10000 = 3$; $2 = 200/100$)	
C06	Décomposition d'une fraction	
	C06-1	Écritures fractionnaires d'une unité ($1 = 10/10$)
	C06-2	Intérêt de l'écriture fractionnaire de l'unité : décomposition d'une fraction en partie entière et fraction < 1
C07	Décomposition d'une fraction : équivalence entre fractions décimales à 1, 2 chiffres et division par dix ou cent	
C08	Fraction décimale et nombre décimal < 1	
	C08-1	Quand le numérateur est plus petit que le dénominateur, la calculatrice affiche un nombre commençant par 0
	C08-2	Quand le numérateur est plus petit que le dénominateur, la fraction est < 1
C09	Passage d'une écriture fractionnaire décimale à une écriture décimale	
	C09-1	Chercher le nombre de dizaines ou de centaines du numérateur ; placement des dixièmes ou centièmes restants de l'autre côté de la virgule
	C09-2	Décomposition de la fraction en écriture fractionnaire d'un nombre entiers et d'une fraction < 1 ; lecture signifiante de cette dernière fraction et positionnement adapté de l'autre côté de la virgule
C10	Comparaison et encadrement de nombres décimaux	
	C10-1	Classement de nombres décimaux : comparaison de la partie entière puis de la partie décimale
	C10-2	Classement de nombres décimaux à partir de la droite numérique
	C10-3	Trouver un nombre décimal encadré par deux nombres décimaux en dixièmes, centièmes et millièmes (partage répété de l'intervalle en dix)
C11	Signification d'une double inégalité et du signe $<$	

EE3 : Distribution des formulations, des rappels informels et formels et des inscriptions pour chaque connaissance

C01-1	L'année dernière, les élèves ont déjà travaillé un petit peu sur les fractions.
C01-1	Une fraction c'est un nombre en haut et un nombre plus bas, comme un sur deux.
C01-1	La moitié d'un gâteau vaut un demi et s'écrit $1/2$. Le nombre 2 représente le nombre de parts du gâteau ; le nombre 1 représente le nombre de parts que je prends.
C01-1	Le quart d'un gâteau s'écrit $1/4$. Le nombre 4 signifie qu'on a partagé le cercle en 4. Le nombre 1 signifie qu'on a pris une des quatre parts. Dans $3/4$ on prend trois des quatre parts du gâteau. Dans $1/2$, $1/4$, $3/4$ le nombre d'en bas représente en combien de fois on découpe l'unité et le nombre du haut le nombre de parts que je prends.
C01-1	Une autre technique consiste à mesurer la largeur de U (1 cm) et de la comparer à celle du rectangle unité (6 cm). Comme l'unité est 6 fois plus grande, $U = 1/6$.
C01-1	Le rectangle T (7,5 cm x 3 cm) ne peut pas être égal à un demi du rectangle unité (6 cm x 3cm) car un demi signifie l'unité divisée par deux. Et là, on voit que T est plus grand que le rectangle unité.
C01-1	Un demi c'est la moitié d'une unité.
C01-1	On peut vérifier par pliage que $T = 5/4 u$ en reportant 5 fois le quart de l'unité ou en juxtaposant à l'unité un quart.
C01-1	En posant le rectangle R sur le rectangle-unité, on constate qu'on peut le superposer quatre fois, ce qui correspond à $1/4$ de u.
C01-1	Comme on peut superposer deux fois le rectangle S sur le rectangle-unité, $S = 1/2$.
C01-1	$S = 2R$; $R = 1/4u$ car on peut le mettre 4 fois dans l'unité.
C01-1	Comme on peut superposer six fois le rectangle U sur le rectangle-unité, $U = 1/6$.
C01-1	Comme on peut superposer trois fois V sur le rectangle-unité, $V = 1/3$, ce qui signifie qu'on a partagé l'unité en trois et qu'on en a pris une part.
C01-1	Comme on peut superposer deux fois V sur le rectangle W, $W = 1/3 + 1/3 = 2/3$.
C01-1	Si on partage l'unité en huit huitièmes, on constate que $W = 6/8$.
C01-1	Dans une fraction, le nombre du haut correspond au nombre de parts que l'on prend et le nombre du bas correspond au nombre de parties découpées.
C01-1	Dans $1/2$ j'ai découpé en deux mon gâteau et je n'ai pris qu'une part.
C01-1	Si une surface fait $6/4$ de l'unité, on doit reporter 6 fois un quart sur cette surface.
C01-1	Comme on peut superposer six rectangles – correspondant chacun à $1/4$ du rectangle-unité – sur le rectangle recherché. Celui-ci correspond à la fraction $6/4$, ce qui signifie qu'on a partagé l'unité en quatre et qu'on en a pris six.
C01-1	Dans $6/4$, le nombre du bas correspond au nombre de parts que l'on fait dans l'unité.
C01-1	Pour obtenir $1/8$ de la surface unité, je dois partager celle-ci en huit parts et en prendre une, par pliage ou par traçage.
C01-1	On peut partager l'unité en huit huitièmes différemment, à l'aide d'un pliage différent.
C01-1	Pour obtenir dix huitièmes, on partage l'unité en huit huitièmes, comme lorsqu'on cherchait à obtenir $1/8$ de la surface-unité.
C01-1	Un demi, ça veut dire que l'on partage l'unité en deux parts et qu'on en prend une. Trois sixièmes, cela veut dire que l'on partage l'unité en six et qu'on en prend trois.
C01-1	$10/8$ et $7/3 > 1$ car on prend plus de parts que le nombre de parts qui partagent l'unité.
C01-1	Dans une fraction le chiffre du haut s'appelle le numérateur et celui du bas le dénominateur.
C01-1	Le dénominateur c'est l'unité découpée en un nombre de morceaux [égaux].
C01-1	La fraction $7/2$ signifie qu'on partage en deux l'unité et qu'on en prend sept.
C01-1	Pour placer une fraction exprimée en cinquièmes sur une droite graduée également en cinquièmes, il suffit de compter le nombre de parts que l'on prend.
C01-1	Un tiers c'est une unité partagée en trois.
C01-1	Pour placer une fraction exprimée en huitièmes sur une droite également graduée en huitièmes il suffit de compter le nombre de parts que l'on prend.
C01-1	Dans une fraction, le nombre d'en bas s'appelle le dénominateur et celui d'en haut le numérateur.
C01-1	Le dénominateur est un nombre important car il permet de savoir en combien de parts est partagée l'unité.
C01-1	Les fractions peuvent être écrites à l'aide de nombres quand elles sont écrites en lettres dans la consigne : cinq douzièmes = $5/12$; trois quarts = $3/4$; deux tiers = $2/3$.
C01-1	Dans un quart d'heure, il y a quinze minutes parce qu'on partage une heure en quatre et qu'on prend une part.
C01-1	Deux tiers signifie que l'on a partagé le gâteau en trois et qu'on en prend deux.
C01-1	Cinq douzièmes d'heure signifie qu'on a partagé le gâteau (l'horloge) en douze et qu'on en a pris cinq.
C01-1	Pour partager l'horloge en douze, on partage d'abord en quatre puis en trois chacun des quarts.
C01-1	Deux tiers d'heure signifient que je prends deux parts sur les trois qui partagent l'horloge.
C01-1	Cinq douzièmes d'heure signifient que je prends cinq parts sur les douze qui partagent l'horloge.
C01-1	Dans trois quarts d'heure il y a trois fois quinze minutes : quarante-cinq minutes.
C01-1	Deux tiers font deux parts donc quarante minutes.
C01-1	Vingt-cinq minutes font cinq fois plus que un douzième d'heure; donc cinq douzièmes d'heure.
C01-1	Dans $1/6$, 6 représente en combien de parts on a partagé l'unité et 1 le nombre de parts qu'on a pris.
C01-1	Deux parts de un douzième représentent donc dix minutes et font $2/12$.
C01-2	Un dixième c'est une bande que l'on coupe en dix, où la bande représente une unité. Un centième c'est la même bande que l'on coupe en cent. Un millième, c'est la même bande que l'on coupe en mille.
C01-3	Une unité ce peut être une bande mais aussi un segment, un carré, un rectangle, un gâteau ou un cercle.

C01-3	On peut découper les parts dans un gâteau, un segment, une forme géométrique, une surface ou un cercle.
C01-4	Trois tiers c'est égal à une unité, parce qu'on partage l'unité en trois et qu'on prend les trois parts. Quand on a le même chiffre en haut et en bas de la fraction, cela fait toujours une unité : 1u.
C01-4	$10/10 = 3/3$ parce qu'on partage en dix et qu'on prend toutes les parts.
C01-4	Quand on a le même nombre en haut et en bas de la fraction, c'est égal à 1. Donc trois tiers égal un.
C01-4	Deux demis font une unité ; six demis font trois unités. ($7/2 = 6 \times 1/2 + 1/2 = 3 + 1/2$)
C02	On peut passer d'un nombre représenté par une fraction à un nombre à virgule, parce que un demi, c'est zéro virgule cinq.
C02	$5/2 = 2,5$ Cette connaissance sera abordée plus tard
C03	Il existe plusieurs façons d'obtenir $5/4$ d'une bande-unité. 1ère technique : on peut mesurer la longueur de l'unité, la plier en quatre et mesurer la nouvelle longueur et l'ajouter à la longueur de l'unité
C03	Pour obtenir $5/4$ d'une bande unité, on peut plier la bande en 4, mesurer la longueur d'un quart (3 cm) et l'ajouter à l'unité car $1u + 1/4 = 4/4 + 1/4 = 5/4$. La bande-unité mesure 12 cm. On obtient donc : $12 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$.
C03	Comme on peut faire 5 parts de 1,5 cm dans T et 4 parts de 1,5 cm dans le rectangle-unité, $T = 5/4 u = 1u + 1/4$.
C03	Puis on rajoute deux huitièmes ($10/8 = 8/8 + 2/8 = 1 + 2/8$).
C03	La fraction $7/2$ peut aussi s'écrire $3 + 1/2$.
C03	Dans une unité il y a cinq cinquièmes ; donc, dans trois unités il y a quinze cinquièmes ; plus un quinzième, ça fait seize quinzièmes ($16/5 = 15/5 + 1/5 = 5/5 + 5/5 + 5/5 + 1/5 = 3 + 1/5$)
C03	Dans une unité il y a quatre quarts ; donc dans trois unités il y a douze quarts, auxquels on ajoute trois autres quarts.
C03	En comparant les droites graduées on constate que $3 + 1/2 = 7/2$.
C03	$7/2 = 3 + 1/2$
C03	Une unité fait quatre quarts ; deux unités font huit quarts auxquels on enlève un quart.
C03	Une unité fait huit huitièmes ; deux unités font seize huitièmes auxquels on rajoute quatre huitièmes.
C03	$15/6 = 6/6 + 6/6 + 3/6$; $7/2 = 2/2 + 2/2 + 1/2$
C03	$20/8 = 15/6 (6/6 + 6/6 + 3/6) = 5/2 (2/2 + 2/2 + 1/2)$
C03	$A = 4/3 = 1 + 1/3$; quatre tiers égal un plus un tiers
C03	$A = 4/3 = 1 + 1/3$; $A = 8/6 = 1 + 2/6$
C03	$B = 7/5 = 1 + 2/5$; $B = 14/10 = 1 + 4/10$
C03	$C = 3 + 2/10 = 32/10$; $C = 3 + 1/5 = 16/5$
C03	$C = 3 + 2/10 = 32/10$; $C = 3 + 1/5 = 16/5$; $C = 64/20$
C03	A l'aide des différentes droites graduées, on constate que $5/2 = 2 + 3/6 = 15/6$; $C = 20/8 = 2 + 4/8$; $C = 2 + 5/10 = 25/10$
C04	Pour obtenir $5/4$ d'une bande-unité, si une bande-unité mesure 12 cm, $1/4$ de cette bande mesure $12 : 4 = 3 \text{ cm}$. Et $12 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$.
C04	Le tiers d'une heure, c'est vingt minutes car soixante divisé par trois fait vingt.
C04	Dix minutes représente un sixième d'heure parce que si on divise soixante par dix, ça fait six. Il y a donc six parts de dix minutes.
C05	$S = 1/4 + 1/4 = 2/4 = 1/2$
C05	Donc $2/3 = 6/8$.
C05	Par pliage on voit que trois parts sur six, c'est la moitié. On peut donc plier en six et en prendre trois, ou plier en deux le rectangle-unité et ne prendre qu'une part, pour construire $3/6$ du rectangle-unité.
C05	Pour obtenir $3/6$ d'une surface on peut la plier en deux ou en six et en prendre la moitié. Il y a deux façons d'obtenir la moitié de la figure
C05	Trois sixièmes égal un demi car, à chaque fois, on a affaire à la moitié de $3/3$.
C05	Pour représenter une fraction exprimée en tiers sur une droite graduée en sixièmes, on prend deux sixièmes, à chaque fois, pour obtenir un tiers ($2 + 2/3 = 2 + 4/6$).
C05	« Deux sixièmes » sont différents de « deux tiers » ; un tiers vaut deux sixièmes.
C05	Pour représenter une fraction en quarts sur une droite graduée en huitièmes, on prend deux huitièmes pour chaque quart.
C05	Pour placer quatre sixièmes sur une droite graduée en tiers, on partage chaque tiers en deux parts égales et on prend quatre de ces parts pour obtenir quatre sixièmes.
C05	Pour placer une fraction exprimée en unités et en demis ($3 + 1/2$) sur une droite graduée en dixièmes, on prend à chaque fois cinq dixièmes pour faire un demi.
C05	$2 + 4/6 = 2 + 2/3$
C05	Deux plus un demi, c'est la même chose que deux plus cinq dixièmes, deux plus trois sixièmes ou deux plus quatre huitièmes, parce que cinq c'est la moitié de dix, trois, c'est la moitié de six et quatre, c'est la moitié de huit.
C05	Une fraction peut s'écrire de différentes façons puisqu'on peut la placer sur des bandes graduées différemment : trente-cinq dixièmes égal trois unités et un demi, sept demis, trois unités et trois sixièmes, trois unités et quatre huitièmes.
C05	On peut écrire une fraction de différentes façons
C05	Sur une droite partagée en sixièmes on en prend deux à chaque fois pour faire un tiers.
C05	Pour placer $7/4$ sur une droite graduée en huitièmes, on sait que un quart c'est la même chose que deux huitièmes.
C05	Vingt huitièmes est au même niveau que $2 + 3/6$.
C05	Des points situés sur des droites graduées différemment s'écrivent à l'aide de fractions différentes et égales à vingt huitièmes : $20/8 = 15/6 = 5/2$

C05	$20/8 = 15/6 = 5/2 = 25/10$ et pourtant elles n'ont pas les mêmes chiffres.
C05	Les fractions $5/2$; $15/6$; $20/8$; $25/10$ sont les mêmes, même si elles n'ont pas les mêmes chiffres
C05	$A = 4/3 = 8/6$
C05	$B = 7/5 = 14/10$
C05	$C = 32/10 = 16/5$
C05	On pourrait trouver énormément de fractions égales
C05	$C = 32/10 = 16/5 = 64/20$
C05	On peut écrire beaucoup de fractions équivalentes en doublant la valeur du nombre au dénominateur et en cherchant combien cela fait au numérateur
C05	$C = 5/2 = 15/6 = 20/8 = 25/10$
C05	Pour partager en tiers une horloge partagée en douze, on tire des traits (partant du centre) rejoignant, respectivement, les chiffres 3, 7, 11 ($1/3 = 4/12$).
C05	Si on partage l'horloge en soixante, chaque part fait une minute. Dix parts font donc $10/60$.
C05	$1/6 = 2/12 = 10/60$
C06	$2 + 4/6$; $2 + 2/3 < 16/5 < 7/2$; $3 + 1/2 < 15/4$
C07	Dans une heure, il y a soixante minutes.
C07	Dans un quart d'heure, il y a quinze minutes.
C07	Dans le quart d'une heure on a quinze tous petits traits qui correspondent à quinze minutes.
C07	Dans une heure il y a soixante minutes. Dans un quart d'heure il y a quinze minutes.
C07	Cinq minutes font un(e part sur douze).
C07	Si on partage l'horloge en douze, une part représente cinq minutes ;

EE3 : Connaissances génériques et stratégie didactique

	Signification de l'écriture fractionnaire	
C01	C01-1	Signification du dénominateur (partage de l'unité en parts égales) ; du numérateur (nombre de parts que l'on prend)
	C01-2	Notions de dixièmes, centièmes, millièmes
	C01-3	Une unité peut être un gâteau, un segment, une forme géométrique, une surface
	C01-4	Cas des numérateurs et dénominateurs identiques (fractions égales à 1)
C02	Equivalences écritures fractionnaires / nombres décimaux	
C03	Décomposition d'une fraction en un nombre entier et une fraction < 1	
C04	La fraction comme division (un tiers, un quart reviennent à diviser par trois ou quatre)	
C05	Equivalences entre fractions possédant des numérateurs et des dénominateurs différents	
C06	Classement de fractions à l'aide d'une droite numérique	
C07	Fractionnement de l'heure en quarts (15 mn), douzièmes (5 mn), soixantièmes (1 mn)	

EE4 : Distribution des formulations, des rappels informels et formels et des inscriptions pour chaque connaissance

C01-1	Savoir encadrer une fraction entre deux nombres entiers peut être utile, car cela permet d'avoir un ordre de grandeur de cette fraction.
C01-1	Savoir encadrer une fraction permet de la placer sur une droite numérique.
C01-1	Pour encadrer une fraction il faut l'encadrer entre deux fractions en dixièmes, en centièmes ou entre deux unités qui se suivent. Sinon, la fraction pourra appartenir à l'intervalle mais ne sera pas encadrée.
C01-2	Une fraction n'est pas entre des intervalles mais entre deux nombres et dans un intervalle
C01-2	15/5 n'est pas dans l'intervalle trois / quatre car « c'est trois ».
C01-2	Si une fraction se trouve dans un intervalle et qu'elle ne se trouve pas dans la première moitié de l'intervalle, alors elle se trouve obligatoirement dans la seconde moitié.
C01-2	La règle qui a été rajoutée la dernière fois, était d'encadrer la fraction dans l'intervalle le plus petit.
C01-2	Une fraction ne peut pas à la fois être dans l'intervalle [12/10 ; 13/10[et [14/10 ; 15/10[.
C01-2	Si une fraction n'appartient pas à l'intervalle cent vingt centièmes / cent vingt-cinq centièmes, elle n'appartient pas, non plus à l'intervalle cent vingt-deux / cent vingt-trois centièmes.
C01-2	Puisque la fraction cherchée appartient à l'intervalle [0 ; 10[et qu'elle n'appartient pas aux intervalles [5/10 ; 8/10[et [8/10 ; 10/10[, alors elle est dans l'intervalle [0 ; 5/10[.
C01-2	Puisque la fraction cherchée appartient aux intervalles [0 ; 1[et [50/100 ; 98/100[, elle ne se trouve pas dans les intervalles [0 ; 50/100[et [98/100 ; 1[
C01-2	1000/1000 et 100/100 n'appartiennent pas à l'intervalle [0/100 ; 1/100[
C01-2	Dans l'intervalle [...], la première borne appartient à l'intervalle mais pas la seconde. [40/100 ; 100/100[signifie que 40/100 appartient à l'intervalle mais pas 100/100. La fraction encadrée par l'intervalle [99/100 ; 100/100[est 99/100. 100/100 n'appartient pas à l'intervalle [99/100 ; 100/100[mais à [100/100 ; 101/100[.
C01-2	Les intervalles [0 ; 1[et [5/10 ; 9/10[ne permettent pas d'encadrer une fraction en dixièmes ou en centièmes car les intervalles choisis sont trop grands.
C02	Entre trois et quatre il y a beaucoup de fractions.
C02	Il existe sûrement d'autres fractions que 370/100 qui appartiennent à l'intervalle [300/100 ; 400/100[.
C02	On peut trouver beaucoup de fractions dans l'intervalle [8 ; 9].
C02	Entre six et sept demis, existent peut être des fractions.
C02	Il existe beaucoup de fractions différentes.
C02	On peut continuer à chercher des fractions entre 12/10 et 13/10.
C02	Les fractions n'ont pas été encore attrapées dans les intervalles choisis.
C02	La fraction se trouve entre 83/100 et 84/100. Elle est encadrée mais pas attrapée.
C03-1	Vingt-neuf trentièmes n'est pas dans l'intervalle trois / quatre, car le numérateur est inférieur au dénominateur ; donc c'est une fraction inférieure à un (30/30 = 1 et 29/30 < 30/30)
C03-1	Dix sept cinquièmes (17/5) est dans l'intervalle trois / quatre car : 15/5 < 17/5 < 20/5 ; donc 3 x 5 / 5 < 17/5 < 4 x 5 / 5 ; 3 < 17/5 < 4
C03-1	Trente trentièmes égalent un ; soixante trentièmes égalent deux ; quatre-vingt-dix trentièmes égalent trois. Et on rajoute un trentième donc 91/30 est compris dans l'intervalle trois / quatre [car c'est un peu plus grand que trois].
C03-1	Trois cent soixante dix centièmes appartient à l'intervalle car 3 x 100 / 100 < 370/100 < 4 x 100 / 100 ; donc 3 < 370/100 < 4.
C03-1	72/8 = 9 x 8 / 8 = 9. Et 9 n'appartient pas à l'intervalle [8 ; 9].
C03-1	88/8 n'appartient pas à l'intervalle [8 ; 9], car 80/8 = 10 x 8/8 = 10. Donc comme 88/8 > 80/8, 88/8 > 10.
C03-1	190/50 n'appartient pas à l'intervalle [8 ; 9], car 150/50 < 190/50 < 200/50 ; 3 < 190/50 < 4.
C03-1	42/5 appartient à l'intervalle [8 ; 9], car 40/5 < 42/5 < 45/5 ; donc 8 x 5/5 < 42/5 < 9 x 5/5 ; 8 < 42/5 < 9.
C03-1	66/8 appartient à l'intervalle [8 ; 9], car 8 x 8 / 8 < 66/8 < 9 x 8/8.
C03-1	800/100 est égal à huit. Il faut prendre la fraction 801/100 [pour qu'elle appartienne à l'intervalle].
C03-1	On sait que 64/8 < 66/8 < 72/8 et 66/8 appartient à l'intervalle 8/9 ; donc 64/8 < 70/8 < 72/8 ; et 700/80 = 70/8 x 10/10 = 70/8. Donc 700/80 appartient également à cet intervalle.
C03-1	7 ≠ 74/10 ; 7 = 70/10 et 8 = 80/10 ; 70/10 < 74/10 < 80/10
C03-1	Un c'est dix dixièmes (1 = 10/10). Deux c'est dix vingtièmes (2 = 20/10).
C03-1	1 = 100/100 = 1000/1000
C03-1	99/100 = 990/1000 et 100/100 = 1000/1000
C03-1	99/1000 n'appartient pas à l'intervalle [99/100 ; 100/100[, car 99/100 = 999/1000 et 99/1000 < 990/1000
C03-1	8/10 = 80/100 et 9/10 = 90/100
C03-1	83/100 = 830/1000 et 84/100 = 840/1000
C03-1	8/10 = 80/100
C03-1	83/100 = 830/1000
C03-1	Si on multiplie par cent le numérateur et le dénominateur de huit dixièmes, on obtient huit cent millièmes : 8/10 = 8/10 x 100/100 = 800/1000 ; 3/100 = 30/1000 ; 5/1000 ; 800/1000 + 30/1000 + 5/1000 = 835/1000
C03-1	Mille millièmes égal un.
C03-1	300/100 = 30/10 = 3 ; 50/100 = 5/10. Si on veut représenter la fraction, on sait qu'il faudra compter trois unités et qu'elle est entre trois et quatre.
C03-1	24/100 ≠ 2 + 4/10, car 2 = 200/100 et 4/10 = 40/100 ; 200/100 + 4/10 = 240/100 et 240/100 ≠ 24/100
C03-1	24/100 < 100/100 et 100/100 = 1. Donc c'est moins que 100/100 et moins que un.
C03-1	24/100 = 20/100 + 4/100 ; 20/100 = 2/10
C03-1	200/100 = 2 ; 2/10 = 20/100
C03-1	9000/1000 = 9 et 600/1000 = 6/10

C03-1	$600/1000 = 6/10$: si on enlève deux zéros au numérateur on en enlève aussi deux au dénominateur.
C03-1	$9630/1000 = 963/100$; on ne peut pas écrire cette fraction en dixièmes
C03-1	Huit cent quatre-vingt-trois centièmes égalent huit cent centièmes, plus quatre-vingts centièmes, plus trois centièmes
C03-1	Trois cent cinquante millièmes ne dépasse pas mille millièmes. Donc, il n'y a pas d'unités.
C03-1	$12 = 120/10$ et $120/10 + 40/10 = 160/10$
C03-2	Entre $4/10$ et $5/10$, l'intervalle le plus petit est donc $4/10$.
C03-2	L'équipe B a encadré la fraction dans un intervalle de $5/10$ car entre zéro et cinq dixièmes, il y a cinq dixièmes.
C03-2	L'équipe A a encadré la fraction dans un intervalle de $(75/100-50/100) + (98/100-90/100)$; soit : $33/100$.
C03-2	$5/10 > 33/100$ ($5/10 = 50/100$) : pour l'instant, c'est l'équipe B qui a l'intervalle le plus petit.
C03-2	$8/10 = 80/100$; $9/10 = 90/100$; il y a dix centièmes dans l'intervalle $[80/100 ; 90/100]$.
C03-2	$83/100 = 830/1000$; $84/100 = 840/1000$ Il y a dix millièmes dans l'intervalle $[830/1000 ; 840/1000]$.
C03-2	Il y a dix millièmes dans l'intervalle $[990/1000 ; 1000/1000]$
C04-1	Pour trouver un encadrement plus petit que l'unité à la fraction choisie, une possibilité est d'essayer d'avoir les mêmes dénominateurs pour les bornes de l'encadrement et pour la fraction. Pour cela on fait des multiplications.
C04-1	Pour comparer la taille de deux intervalles dont les bornes sont des fractions aux dénominateurs différents, il faut d'abord réduire les dénominateurs.
C04-1	Si on réduit au même dénominateur $1/2$ et $2/5$, on obtient les tailles d'intervalles $5/10$ et $4/10$.
C04-1	Comparer la fraction que l'on a choisie aux bornes de l'intervalle proposé par l'autre équipe pose problème.
C04-1	On peut aussi chercher un même dénominateur.
C04-1	Pour essayer de trouver cet intervalle, il y a eu des difficultés parce que les fractions choisies ainsi que les fractions des bornes des intervalles choisis avaient des dénominateurs différents. Il fallait donc faire des calculs pour avoir les mêmes dénominateurs.
C04-1	Les calculs sont trop compliqués quand il n'y a pas les mêmes dénominateurs.
C04-1	Avec des fractions en demis, quarts ou cinquièmes, il faut faire des calculs.
C04-2	Pour comparer deux fractions qui sont dans le même intervalle et qui ont des dénominateurs différents, on peut tracer le segment compris dans l'intervalle et le partager en fonction de la valeur des deux dénominateurs.
C04-2	Utiliser une droite numérique pour comparer des fractions permet de répondre aux questions posées par l'équipe adverse mais ne permet pas de les poser d'une façon qui permette de simplifier les calculs.
C04-2	Pour avoir le même dénominateur avec $10/8$ et $125/100$ on les transforme en $1000/800$ ($100 \times 10 / 100 \times 8$) et $1000/800$ ($8 \times 125 / 8 \times 100$) [on multiplie le numérateur et le dénominateur de chacune des fractions par le dénominateur de l'autre fraction].
C04-2	La recherche a été moyennement difficile parce que les fractions n'avaient toujours pas le même dénominateur.
C04-2	Le jeu a été amélioré grâce à une nouvelle manière de désigner les bornes de l'intervalle.
C04-2	Pour savoir si $99/1000$ appartient à $[99/100 ; 100/100]$, il faut avoir les mêmes dénominateurs.
C04-2	On ne peut ajouter dixièmes, des centièmes et des millièmes que si on les convertit
C04-2	Pour vérifier si $835/1000 = 8/10 + 3/100 + 5/1000$, on peut réduire au même dénominateur.
C04-2	Pour ajouter des fractions de dénominateurs différents on les réduit au même dénominateur.
C04-3	L'intervalle $[72/10 ; 79/10[$ est bon. Avec un dénominateur égal à dix, c'est facile.
C04-3	Maintenant c'est plus facile [avec un dénominateur égal à 10] parce que les calculs sont moins compliqués
C04-3	Pour vérifier si $8/10 + 3/100 + 5/1000 = 835/1000$, il faut convertir les dénominateurs en millièmes.
C05-1	Pour placer $74/10$ sur la droite numérique, on doit partager l'intervalle $[7 ; 8[$ en dix.
C05-1	L'intervalle a été partagé en dix et la fraction est entre $12/10$ et $13/10$.
C05-1	Pour voir si la fraction appartenant à $[0 ; 1[$ se trouve entre $5/10$ et $6/10$, il faut diviser l'unité en dix.
C05-2	Comme la fraction est encadrée mais pas attrapée dans l'intervalle $[8/10 ; 9/10[$, il faut passer des dixièmes aux centièmes.
C05-2	Comme la fraction n'est toujours pas attrapée dans l'intervalle $[83/100 ; 84/100[$, il faut continuer à partager en dix et passer aux millièmes.
C05-2	Pour capturer la fraction $835/1000$, il a fallu l'encadrer : entre deux unités successives : 0 et 1 ; entre deux fractions en dixièmes successives $8/10$ et $9/10$; entre deux fractions en centièmes successives: $83/100$ et $84/100$; entre deux fractions en millièmes successives : $835/1000$ et $836/1000$.
C05-3	L'utilisation des dixièmes, centièmes, millièmes est le moyen qu'on a trouvé pour réduire l'intervalle dans lequel se trouve la fraction recherchée
C05-3	Si une fraction n'est ni en millièmes, ni en dixièmes, elle peut être autre chose qu'en centièmes, car on peut toujours partager en dix indéfiniment n'importe quel segment de la droite numérique. Pour cela, on diminue la taille des intervalles à l'aide de bornes en dixièmes, centièmes, millièmes, dix millièmes, cent millièmes, c'est-à-dire, à chaque fois plus petits.
C05-3	On peut proposer autre chose que des dixièmes, centièmes et millièmes si on veut poser une question difficile.
C06-1	La fraction $835/1000$ correspond, sur la droite numérique, à l'addition des intervalles $[0 ; 8/10[$, $[8/10 ; 83/100[$ et $[83/100 ; 835/1000[$, soit : $8/10 + 3/100 + 5/1000$
C06-1	$800/1000 + 30/1000 + 5/1000 = 835/1000$
C06-1	$8/10 + 3/100 + 5/1000$ est la décomposition de la fraction $835/1000$
C06-1	Hier, le jeu a été amélioré. A la fin, une fraction a été décomposée : $835/1000 = 8/10 + 3/100 + 5/1000$
C06-1	La décomposition complète est $1 + 6/10 + 3/100 + 5/1000$, car $10/10 = 1$; donc $16/10 = 10/10 + 6/10 = 1 + 6/10$
C06-1	Représenter $1635/1000$ sur une droite numérique, revient à placer et additionner les différentes valeurs des chiffres du numérateur : Commencer par placer 1 sur la droite, car $1635/1000$ est entre 1 et 2 ($1635/1000 = 1000/1000 + 635/1000$ et $1000/1000 = 1$; de plus, $635/1000 < 1$). Ajouter $6/10$ à l'unité en partageant en dix l'intervalle $[1 ; 2]$. Ajouter $3/100$ à $6/10$ en partageant en dix l'intervalle $[1 + 6/10 ; 1 + 7/10]$. Placer $5/1000$ au milieu de l'intervalle $[1 + 6/10 + 3/100 ; 1 + 6/10 + 4/100]$

C06-1	$355/100 = 300/100 + 50/100 + 5/1000 = 3 + 5/10 + 5/100$
C06-1	$355/100$, c'est entre $3 + 5/10$ et $3 + 6/10$.
C06-1	$24/100 = 2/10 + 4/100$. Pour représenter $24/100$ il faut d'abord placer deux dixièmes. Deux dixièmes ne peut se placer comme $2 + 2/10$ car quand on décompose $24/100$, il n'y a pas d'unité. Donc la fraction est entre 0 et 1 unité. Deux dixièmes et quatre centièmes c'est entre deux dixièmes et trois dixièmes.
C06-1	$2 + 2/10 + 4/100 = 200/100 + 24/100 = 224/100$; $2 + 2/10 + 4/100$ ne correspond pas à l'emplacement de $24/100$ car $224/100 \neq 24/100$
C06-1	$9630/1000 = 9 + 6/10 + 3/1000$
C06-1	Pour attraper la fraction il faut demander le nombre de dixièmes, de centièmes et de millièmes qu'elle contient.
C06-1	Huit cent quatre-vingt-trois centièmes égal huit unités, huit dixièmes et trois centièmes.
C06-1	Dans $9630/1000$, le neuf représente les unités, le six les dixièmes, le trois, les centièmes.
C06-1	C'est la même chose avec $883/100$: huit unités, huit dixièmes, trois centièmes. Dans une fraction, la place des chiffres permet donc de savoir si ce sont des dixièmes, centièmes, millièmes ou autre chose.
C06-1	$99\ 999/10\ 000 = 9$ unités, 9 dixièmes, neuf centièmes, 9 millièmes, 9 dix millièmes
C06-1	Huit cent quatre-vingt-quatre centièmes signifie huit unités, huit dixièmes et quatre centièmes.
C06-1	Trois cent cinquante millièmes, c'est trois dixièmes, cinq centièmes et zéro millième.
C06-2	Les millièmes sont plus petits que les centièmes et mille fois plus petits que un. Dans les nombres entiers, mille est mille fois plus grand que un.
C06-2	$16/10 + 3/100 + 5/1000$ est une décomposition correcte mais incomplète de la fraction $1635/1000$ ($16/10 = 1600/1000$; $3/100 = 30/1000$ et $1600/1000 + 30/1000 + 5/1000 = 1635/1000$). La décomposition complète est : $1 + 6/10 + 3/100 + 5/1000$ ($1635/1000 = 1000/1000 + 635/1000 = 1 + 635/1000$).
C06-2	Quand on a une décomposition complète, on ne peut avoir une fraction qui dépasse dix dixièmes.
C06-3	Pour essayer de trouver la fraction choisie on a posé des questions sur la décomposition de la fraction. Pour la trouver, il faut s'organiser et noter les nombres et les enseignements pour ne pas se tromper.
C06-3	Pour organiser les renseignements il faut commencer par noter dans un tableau le nombre d'unités, de dixièmes, centièmes, millièmes, etc. Un tel tableau s'appelle un tableau de numération.
C06-3	Pour organiser les renseignements, on utilise un tableau de mesures qui est un tableau de numération.
C06-3	Quand on place trois cent vingt-cinq centièmes dans le tableau de numération, on trouve trois unités, deux dixièmes et cinq centièmes.
C06-3	On ne peut pas mettre deux chiffres dans la même colonne d'un tableau de numération
C06-3	Si on place 1240 dixièmes avec deux chiffres par colonne dans le tableau de numération, cela signifierait qu'on a douze unités et quarante dixièmes. $160/10 \neq 1240/10$; donc c'est faux.
C06-3	Le deuxième placement de $1240/10$ dans le tableau de numération est juste, parce qu'il y a un chiffre par colonne et que dans mille deux cent quarante dixièmes, il y a cent vingt-quatre unités. Donc quatre c'est le chiffre des unités [et pas quarante]
C06-3	Dans le tableau de mesures il y a écrit U pour les unités ; D pour les dizaines ; C pour les centaines. Et après on a les milliers les dizaines de milliers, etc.
C06-3	A droite de U, dans le tableau de numération, on trouve des unités plus petites ; et tout ce qui est à gauche de l'unité est supérieur à l'unité.
C06-3	Les nombres écrits dans le tableau de numération sont différents, même s'ils ont les mêmes chiffres.
C06-3	On peut placer $2/100$ dans le tableau de numération en plaçant seulement le chiffre 2 dans la colonne des centièmes.
C07	Un nombre dont le dénominateur est un ne change pas.
C08	Dans $24/100$, 100 c'est l'unité et 24, c'est ce que l'on prend.
C09	Quand les différents chiffres d'une fraction ont été trouvés, il faut le dire à l'élève, car on peut continuer indéfiniment au-delà des dix-millièmes.
C09	Si on sait qu'une fraction est en millièmes, il est inutile de demander combien il y a de dix millièmes.
C10	On lit le nombre en prenant pour unité celle correspondant au dernier chiffre de droite.
C11-1	Si on sort ces quatre nombres du tableau de numération, il existe un moyen [autre que l'écriture fractionnaire] pour montrer que l'on parle d'unités de dixièmes ou de centièmes.
C11-1	Si on sort les nombres du tableau, on place une virgule après le chiffre des unités. 73,45 peut se lire « soixante-treize virgule quarante-cinq » ou « soixante-treize unités et quarante-cinq centièmes ». Si on dit « unité » on n'a pas besoin de dire « virgule ».
C11-1	$734,5$ peut se lire « sept mille trois cent quarante-cinq dixièmes » ; « sept mille trente-quatre virgule cinq » ; « sept cent quatre unités et cinq dixièmes ». On ne lit pas : « sept cent quatre unités, cinq » car la fraction est en dixièmes [donc il y a cinq dixièmes].
C11-1	Si on regarde les fractions, $743,5$ signifie $7345/10$ et non $7345/10000$ car la virgule est toujours après le chiffre des unités. Comme on est en dessous des unités, il faut mettre un zéro [et une virgule], sinon on a des unités et non des dix millièmes.
C11-1	Tous les nombres que l'on utilise peuvent s'écrire avec des nombres à virgule : il suffit de rajouter autant de zéros que l'on veut ; mais ce serait long et inutile.
C11-1	$7345/1000$ peut se lire « sept virgule trois cent quarante-cinq » ou « sept unités et trois cent quarante-cinq millièmes ». On peut le lire directement de cette façon dans le tableau de numération en différenciant les unités du reste du nombre.
C11-1	On peut rajouter autant de zéros qu'on veut à 7345 derrière la virgule.
C11-1	Le nombre 7345 placé dans le tableau de numération signifie « sept mille trois cent quarante-cinq centièmes »
C11-1	$7345/100$ s'écrit 73,45 : on met la virgule après les unités.
C11-2	$734,5$ et $7345/10$ sont deux écritures différentes d'un même nombre. $735,5$ est un nombre à virgule. Les nombres à virgule sont des nombres décimaux ($7345/10$ est une fraction).

C11-2	7345/10000 s'écrit 0,7345 car quand il n'y a pas d'unités, il faut rajouter un zéro et une virgule, sinon on écrit un autre nombre. 0,7345 se lit « zéro virgule sept mille trois cent quarante-cinq » ou « zéro unité et sept mille trois cent quarante-cinq dix millièmes ». Il ne se lit pas « sept cent trente-quatre virgule cinq » car ceci est un autre nombre : 734,5.
C11-2	Pour passer d'une fraction à un nombre décimal on peut s'aider du tableau de numération. On peut aussi s'aider de la lecture du nombre : 245/100 peut s'écrire 2,45 et se lire « deux cent quarante-cinq centièmes » ; « deux virgule quarante-cinq » ; « deux unités et quarante-cinq centièmes ».
C11-2	245/100 ne s'écrit pas 0,245, car il se lit « zéro virgule deux cent quarante-cinq millièmes » ; or on a « deux cent quarante-cinq centièmes » (245/100).
C11-2	48/1000 s'écrit 0,048 ; on place 48, puis on va jusqu'aux unités en rajoutant deux zéros. 0,048 se lit « zéro virgule zéro quarante-huit » ou « zéro unité et quarante-huit millièmes ». Il ne peut pas se lire « zéro unité et quarante-huit dix millièmes [car le dernier chiffre de droite, 8, se trouve dans la colonne des millièmes]. Il ne peut pas non plus se lire « zéro quarante-huit millièmes » [car il faut préciser où sont les unités].
C11-2	Pour écrire 2/100 en nombre décimal, on imagine les colonnes. Les centièmes c'est deux colonnes [après celle des unités]. Une fois le deux placé il reste la colonne des dixièmes où on place un zéro car il est important. Comme il y a aussi zéro unité on écrit zéro virgule [zéro deux]
C11-2	Pour écrire 2/100 en nombre décimal on peut aussi l'imaginer dans sa tête : on place en premier 2 dans la colonne des centièmes ; comme il n'y a pas de chiffres dans la colonne des dixièmes et des unités, on complète par deux zéros et on rajoute la virgule.
C11-2	Si on sort le nombre 2/100 et qu'on l'écrit sous forme décimale il faut lui rajouter deux zéros [et une virgule].
C11-3	Il existe des zéros importants [0,048] et des zéros inutiles [7345,0000]. Si on ne met pas un autre zéro à 0,48, ça fait zéro unité et quarante-huit centièmes au lieu de zéro unité et quarante-huit millièmes. $0,48 = 48/100$; $0,048 = 48/1000$
C12	2,5 peut s'écrire 25/10 car comme on sait où sont les unités grâce à la virgule on peut placer correctement le nombre dans le tableau de numération. Après, il suffit de lire la fraction en prenant pour unité celle qui correspond au dernier chiffre de droite.
C12	154,75 se lit « cent cinquante-quatre unités, soixante-quinze centièmes ». La fraction correspondante a donc un dénominateur en centièmes. On place 154,75 dans le tableau de numération et on lui donne un dénominateur en centièmes : 15475/100. 15475/100 se lit « quinze mille quatre cent soixante-quinze centièmes »
C12	13,525 est égal à 13525/1000. 13525/1000 se lit « treize mille cinq cent vingt-cinq millièmes ».
C12	$0,01 = 1/100$, car 0,01 signifie 0 unité, zéro dixième et un centième.

EE4 : Connaissances génériques et stratégie didactique

C01	Placement sur une droite numérique de fractions ; encadrement à l'aide d'intervalles	
	C01-1	Placement sur une droite numérique
	C01-2	Exclusion, inclusion et complémentarité d'intervalles semi-ouverts
C02	Intercalation de fractions entre deux fractions exprimées en dixièmes ou en centièmes	
C03	Encadrer une fraction entre deux fractions de même dénominateur ; taille des intervalles	
	C03-1	Encadrement d'une fraction par deux fractions de même dénominateur ; fractions décimales équivalentes ($8/10 = 80/100 = 800/1000$; fractions supérieures / inférieures à 1)
	C03-2	Taille des intervalles exprimés en fractions
C04	Comparaison de fractions	
	C04-1	Comparaison de fractions : réduction au même dénominateur ; intérêt de la technique
	C04-2	Comparaison de fractions : placement sur une droite numérique ; limites de la technique
	C04-3	Comparaison de fractions : intérêt des fractions décimales
C05	Encadrement de fraction dans des intervalles exprimés en dixièmes ou en centièmes	
	C05-1	Encadrement d'une fraction dans un intervalle exprimé en dixièmes
	C05-2	Encadrement d'une fraction dans un intervalle exprimé en centièmes
	C05-3	Technique d'encadrements successifs des fractions décimales dans des intervalles de plus en plus petits
C06	Décomposition de fractions décimales	
	C06-1	Décomposition complète d'une fraction décimale ; signification des chiffres du numérateur
	C06-2	Décomposition complète et incomplète d'une fraction décimale
	C06-3	Organisation des renseignements sur les fractions décimales (tableau de numération)
C07	Fractions de dénominateur égales à 1	
C08	Signification du numérateur et du dénominateur d'une fraction	
C09	Fractions décimales et écriture fractionnaire illimitée	
C10	Lecture d'une fraction décimale dans un tableau de numération	
C11	Écriture décimale d'un nombre décimal	
	C11-1	Le nombre décimal comme technique de réorganisation des fractions décimales ; rôle de la virgule
	C11-2	Passage d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale
	C11-3	Zéros utiles et inutiles dans l'écriture décimale
C12	Passage d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire	

5-3 Classes de 6^{ème}

EC1 : Distribution des formulations, des rappels informels et formels et des inscriptions pour chaque connaissance

C01-1	Quand on écrit « cent vingt mille quatre » en chiffres, le chiffre 4 ne veut pas dire 4 [unités], mais 4 dizaines (tableau de numération). Un nombre à 6 chiffres est constitué d'unités, de dizaines, de centaines, de milliers, de dizaines de milliers, de centaines de milliers.
C01-1	On peut prolonger le tableau de numération avec les dixièmes, centièmes, millièmes et au-delà. « Cinq dixièmes » signifient que le cinq est dans la colonne des dixièmes.
C01-1	Dans 5 789, chaque chiffre donne le nombre de milliers centaines dizaines et unités composant le nombre.
C01-1	Pour écrire un nombre décimal, on utilise une virgule et des chiffres.
C01-1	Il n'y a que 10 chiffres : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 et une infinité de nombres.
C01-1	Les lettres sont comme les chiffres ; des outils avec lesquels on peut écrire des mots (les nombres).
C01-1	Pour écrire un nombre décimal, on utilise 10 chiffres (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
C01-1	Au-delà des millièmes, on trouve les dix millièmes, les cent millièmes.
C01-1	Dans 238,457: 3 est le chiffre des dizaines ; 4 est le chiffre des dixièmes ; 7 est le chiffre des millièmes. Dans 4 009,07 : 0 est le chiffre des dizaines, des centaines et des dixièmes.
C01-1	Il ne faut pas confondre le chiffre des dixièmes et celui des dizaines.
C01-1	Le zéro des unités est indispensable : la place des unités doit toujours être remplie.
C01-2	0,500 : Aucun nombre ne commence par une virgule. Il faut toujours un chiffre à la place des unités, [même si c'est 0].
C01-2	La virgule se place toujours à un endroit précis [entre les unités et les dixièmes].
C01-2	La virgule sert à séparer deux parties : celle de gauche et celle de droite.
C01-2	La partie décimale est à droite de la virgule et la partie entière est à gauche.
C01-2	et une virgule qui sépare la partie entière et la partie décimale.
C01-2	Dans un nombre à virgule il y a une partie décimale.
C01-2	Entre la partie décimale et la partie entière, il y a une virgule. La virgule est collée à l'unité et est à sa droite.
C01-2	Dans la partie décimale on trouve les dixièmes, les centièmes et les millièmes.
C01-2	Le chiffre qui vient juste à droite de la virgule est le chiffre des dixièmes.
C01-2	De part et d'autre de la virgule on a les dixièmes, centièmes, millièmes, et les unités, dizaines, centaines, unités de mille, dizaines de mille, centaines de mille.
C01-2	Les nombres plus petits que 1 commencent par « zéro virgule ».
C01-2	Pour représenter des nombres plus petits que 1, on utilise les dixièmes, centièmes et les millièmes.
C01-2	On peut écrire un nombre en écriture décimale (avec une virgule et des chiffres)
C01-2	La virgule sert à séparer deux parties : la partie entière et la partie décimale. Dans 0,2816 la partie entière est égale à zéro.
C01-3	On regroupe les chiffres par « famille », c'est à dire par groupe de trois. Après la famille unités / dizaines / centaines, on a celle des mille (unités de mille / dizaine de mille / centaines de mille) puis celle des millions (unités de millions / dizaines de millions).
C01-4	Le nombre de centaines n'est pas la même chose que le chiffre de centaines. Pour connaître le nombre de centaines dans 2 054,317, il faut prendre en compte les chiffres qui sont à la gauche du chiffre des centaines.
C02-1	Dans 07,06, le zéro de gauche est inutile. Le zéro de droite ne l'est pas car il permet au six de se trouver à la place des centièmes [au lieu de celle des dixièmes]
C02-1	Dans 0,500, ce sont les autres zéros [à droite du chiffre 5] qu'il faut barrer, car ils n'apportent aucun élément.
C02-1	Les zéros permettent de savoir la position des chiffres non nuls dans le nombre.
C02-1	Dans 2,30 le zéro est inutile ; on n'est pas obligé de le mettre. Mais l'écriture est juste. $2,3 = 2,30 = 2,300 = 2,3000\dots$
C02-1	0,360: Le zéro des millièmes est inutile car il ne changera pas la valeur des autres chiffres.
C02-1	Dans 0,300 les deux derniers 0 ne sont pas nécessaires.
C02-2	$230/100 \neq 230/10$; on peut enlever 0 à $2,30 = 2,3$. mais on ne peut pas faire la même chose pour $230/100$
C02-2	Dans $9000/100$, les 0 de 9000 ne sont pas inutiles, car il n'y a pas de virgule [$9000/100$ n'est pas un nombre décimal].
C02-2	On peut barrer les 0 après la virgule et inutiles dans 90,00 mais pas dans le numérateur de $9000/100$.
C03-1	Vingt-huit virgule sept est une « lecture directe ». Il existe une lecture plus précise : vingt-huit unités et sept dixièmes.
C03-1	8,2 ne se lit pas « huit virgule deux », mais « huit et deux dixièmes ». On ne précise pas les unités.
C03-1	Les 2 lectures (« directe » vs « précise ») d'un nombre décimal sont justes.
C03-1	On ne mélange pas lecture précise et lecture directe d'un nombre décimal.
C03-1	On ne mélange pas les deux façons de lire un nombre décimal (4,008).
C04-1	Pour obtenir la forme décomposée d'un nombre (5 789), on le place dans un tableau de numération et on rapporte chacun des chiffres à l'unité de la colonne dans laquelle il se trouve. $5\ 789 = 5 \times 1000 + 7 \times 100 + 8 \times 10 + 9 \times 1$.
C04-1	Dans une décomposition on considère séparément chacun des chiffres. On ne peut pas mettre deux chiffres dans la même colonne.
C04-1	$45\ 000\ 000 + 600 = 45\ 000\ 600$; $45\ 000\ 000\ 600 \neq 45\ 000\ 600$. Dans « quarante-cinq millions six cent, le six est à la place des centaines et 45 à celle des millions.
C04-1	Dans une décomposition d'un nombre décimal en fractions décimales, il faut : repérer leur place, une fois placés dans le tableau de numération ; « traduire » cette place sous la forme d'une fraction décimale.
C04-1	On peut écrire un nombre de façon décomposée dans laquelle on utilise soit l'écriture décimale, soit l'écriture

	fractionnaire
C04-2	Dans une décomposition, les zéros utiles dans un nombre le sont moins, puisqu'ils représentent une quantité nulle.
C04-2	Dans une décomposition, le zéro des centièmes de 0,3072 a de l'importance car il indique une position. Mais comme zéro centième est égal à zéro, on ne l'écrit pas (dans une décomposition).
C04-2	Dans une décomposition on ne tient pas compte des quantités nulles.
C04-2	Dans une décomposition, le zéro des dixièmes n'est pas inutile [s'il est suivi de chiffres non nuls dans la partie décimale] : il indique la position des dixièmes. Mais on ne l'écrit pas.
C04-2	Quand on trouve un 0 dans un nombre décimal que l'on doit décomposer, on saute sa position.
C05-1	Les nombres qui n'ont pas de virgule sont des nombres entiers.
C06-1	Pour écrire correctement en chiffres des nombres décimaux lus, il faut savoir utiliser le tableau de numération.
C06-1	"Soixante-douze mille quatre millièmes" Pour écrire correctement en chiffres des nombres décimaux lus, des zéros peuvent servir à rejoindre la virgule dans les cases vides.
C06-1	« Trois cent quarante dixièmes » Pour écrire correctement des nombres décimaux lus, on place d'abord le chiffre de droite dans la colonne des dixièmes. On place ensuite les chiffres de droite à gauche, et la virgule [entre les unités et les dixièmes].
C06-1	Pour connaître le chiffre des centièmes de 4582, il faut le placer dans le tableau de numération et rajouter des zéros jusqu'à la colonne des centièmes.
C06-1	Pour identifier chacun des chiffres d'un nombre décimal, il faut avoir le tableau de numération ;
C06-1	Quand on place un nombre [décimal] dans le tableau de numération : on place chaque chiffre dans une colonne différente; la virgule est toujours accrochée aux unités ; elle sépare les deux « côtés » d'un nombre.
C06-1	Pour savoir à quoi se rapporte chaque chiffre d'un nombre : on place le nombre dans le tableau de numération ; on remonte jusqu'en haut de la colonne de chaque chiffre; on lit l'intitulé de l'unité.
C06-1	Pour placer un nombre décimal dans le tableau de numération : on place en premier la virgule car elle est toujours à la même place ; puis on place le chiffre des unités qui est à gauche de la virgule ; on écrit ensuite le reste de la partie entière et enfin on place les autres chiffres [partie décimale].
C06-1	Pour placer un nombre décimal (238,457) dans un tableau de numération : on commence par placer la virgule (entre les unités et les dixièmes) (C1) ; on place l'unité ; on place la partie entière et enfin la partie décimale (C7).
C06-1	Le tableau de numération doit servir de référence.
C06-2	Pour obtenir l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire : on place ce nombre correctement dans le tableau de numération en s'aidant de sa lecture (C3) ; on place la virgule dans le tableau de numération (C1) et on obtient un nombre décimal.
C06-2	Pour obtenir l'écriture décimale du nombre fractionnaire 674/1000 : on place en premier le chiffre 4 dans la colonne des millièmes du tableau de numération et on écrit le reste des chiffres ; on place la virgule au bon endroit (C1).
C06-2	Pour obtenir l'écriture décimale du nombre fractionnaire 204/1000: on entend ce qu'on lit (C3) ; on place le chiffre 4 dans la colonne des millièmes puis les autres chiffres ; on place la virgule toujours à la même place : accrochée à l'unité (C1) ; on rajoute un 0 quand il n'y a pas d'unité (C1).
C06-2	Pour obtenir l'écriture décimale du nombre fractionnaire 230/100, on le place dans le tableau de numération ; on lui rajoute une virgule : 2,30. Si on lui enlève le 0 et la virgule on peut lire « vingt-trois dixièmes » ; donc « vingt-trois dixièmes » peut s'écrire 23/10 ; et $230/100 = 23/10$.
C06-2	Pour obtenir l'écriture décimale du nombre fractionnaire 67/10 : on place le 7 dans la colonne des dixièmes ; on place le reste des chiffres ; on place la virgule qui est accrochée à l'unité.
C06-2	Pour écrire neuf mille centièmes, on part de la droite et on va vers la gauche : on place le 0 [du numérateur] dans la colonne des centièmes. Puis on écrit le reste du nombre.
C06-2	Pour obtenir l'écriture décimale de 9000/100, on place 9000 dans le tableau, on rajoute la virgule et on enlève les zéros inutiles.
C06-2	Pour obtenir l'écriture décimale de 9000/100, on place 9000 dans le tableau, on rajoute la virgule et on enlève les zéros inutiles.
C06-2	Pour obtenir l'écriture décimale de 204/10 on le place [le numérateur] dans le tableau de numération : en premier le 4 dans la colonne des dixièmes ; puis on écrit les autres chiffres.
C06-2	Pour obtenir l'écriture décimale à partir d'un nombre fractionnaire placé dans un tableau de numération: on place la virgule toujours à la même place, accrochée à l'unité ; on rajoute un 0 quand il n'y a pas d'unité.
C06-3	Pour obtenir l'écriture fractionnaire à partir de l'écriture décimale : on lit le nombre de façon précise : « huit dixièmes » (C3) ; on place le dernier chiffre de droite dans la colonne de l'unité lue ; on complète avec les autres chiffres du nombre ; on lit le nombre obtenu avec l'unité lue ; on écrit la fraction qui correspond à cette lecture (C3).
C06-3	Pour obtenir l'écriture fractionnaire à partir de l'écriture décimale : on place la virgule entre les unités et les dixièmes ; on écrit la partie entière d'un côté de la virgule et la partie décimale de l'autre côté ; on ne tient plus compte de la virgule ; on regarde dans quelle colonne se trouve le chiffre de droite ; on lit le nombre en entier avec l'unité correspondant à cette colonne ; on écrit la fraction qui correspond à cette lecture.
C06-3	Pour obtenir l'écriture fractionnaire d'un nombre décimal (264,1): on regarde à quelle unité correspond le chiffre de droite; on en fait le dénominateur de la fraction; on écrit le nombre décimal sans virgule au numérateur.
C06-3	Pour obtenir l'écriture fractionnaire à partir de l'écriture décimale d'un nombre : on regarde à quelle unité correspond le chiffre de droite de ce nombre ; on en fait le dénominateur de la fraction ; on écrit le nombre décimal sans la virgule au numérateur.
C06-3	Pour obtenir l'écriture fractionnaire à partir de l'écriture décimale d'un nombre (79 = 79/1) : on regarde à quelle unité correspond le chiffre de droite de ce nombre et on en fait le dénominateur de la fraction.
C06-3	Pour compléter le numérateur dans une égalité entre fraction décimale et nombre décimal ($-\ - - /1000 = 6,247$) : on place le 7 dans la colonne des millièmes du tableau de numération ; on écrit le reste des chiffres ; on place la virgule.
C06-3	Pour compléter le numérateur dans une égalité entre fraction décimale et nombre décimal ($-\ - - /1000 = 62,47$) : on place le nombre décimal dans le tableau de numération ; on lit le nombre obtenu sans la virgule avec l'unité lue

	dans la dernière colonne de droite ; on écrit le numérateur et le dénominateur qui correspondent à cette lecture.
C06-3	Pour obtenir le numérateur dans une égalité entre fraction décimale et nombre décimal ($- - /100 = 1,7$) : on place 1,7 dans le tableau de numération ; on rajoute le zéro dans la colonne des centièmes ; on enlève la virgule.
C06-4	Enlever un zéro au numérateur et au dénominateur de la fraction $230/100$, revient à les diviser par dix et ne change pas le résultat. On obtient $23/10$.
C06-4	$90=90/1=900/10=9000/100$
C06-4	$79 = 79/1 = 790/10 = 7900/100 = 79\ 000/1000$. Si on rajoute le même nombre de 0 au dénominateur et au numérateur, la fraction ne change pas. Il existe une infinité d'écritures fractionnaires pour le même nombre.
C06-4	$10/100 = 100/1000$ Si on rajoute un zéro au numérateur et au dénominateur, c'est la même chose car, quand on place les deux fractions obtenues dans le tableau de numération, on est toujours sur le même nombre.
C06-4	$10/100 = 100/1000 = 0,100 = 0,10$
C06-4	$10,0 = 100/10 = 1000/100 = 10$; $0,100 = 0,10 = 0,1 = 1/10 = 10/100 = 100/1000$
C06-5	La fraction $230/100$ n'a qu'une seule écriture décimale.
C07-1	Quand on écrit un nombre en lettres, mille ne prend jamais un "s"
C07-1	« Cent » et « vingt » prennent un « s » quand ils sont multipliés et qu'ils ne sont pas suivis derrière par un autre nombre.
C07-2	On peut avoir besoin d'écrire correctement un nombre dans la vie courante par exemple pour les chèques.
C07-2	On peut écrire un nombre avec des lettres
C08-1	Si la surface d'un rectangle correspond à une unité et si on le divise en dix bandes [égales], une bande correspond à « un dixième » qui s'écrit « un sur dix » : $1 / 10$.
C08-1	Trois dixièmes s'écrivent « trois sur dix » : $3/10$
C08-1	Si la surface d'un rectangle correspond à une unité et si on la divise en cent petits rectangles, un petit rectangle correspond à « un centième » qui s'écrit « un sur cent » : $1 / 100$.
C08-1	Si on divisait chacun de ces petits rectangles à nouveau en dix, on obtiendrait des millièmes.
C08-1	Si on prend trente petits carreaux, ils correspondent à $3/10$ (3 bandes) ou $30/100$ (trente petits carreaux) ; $3/10 = 30/100$
C08-1	Lorsqu'on partage une unité en dix quantités égales, on obtient un dixième.
C08-1	Ecriture fractionnaire décimale d'un dixième : $1/10$.
C08-1	Lorsqu'on partage une unité en cent quantités égales, on obtient un centième.
C08-1	Lorsqu'on partage une unité en mille parties égales, on obtient des millièmes.
C08-1	7 dixièmes s'écrit $7/10$
C08-1	Si un rectangle correspond à une unité, divisé en dix il donne des dixièmes et divisé en cent il donne des centièmes.
C08-1	Pour écrire les nombres plus petits que 1, on utilise des dixièmes ($1/10$ de l'unité), des centièmes ($1/100$ de l'unité)...
C08-2	Il y a dix dixièmes en tout dans ce rectangle. Dix dixièmes est la même chose qu'une unité : $10/10 = 1$
C08-3	Ces écritures s'appellent des fractions décimales, parce qu'en dessous [du numérateur] on trouve dix, cent ou mille.
C08-3	on peut écrire un nombre sous la forme d'une fraction décimale
C09	Le triple d'un nombre veut dire trois fois ce nombre.
C09	Le tiers d'un nombre veut dire trois fois moins que ce nombre.
C09	Le double d'un nombre veut dire deux fois plus grand que ce nombre.
C10-1	On peut écrire les nombres de 4 façons différentes : écriture en lettres ; écriture décimale ; écriture fractionnaire ; écriture décomposée
C10-1	504,67 est une écriture décimale
C10-1	504,67 : écriture décimale
C10-1	504,67 peut également s'écrire sous forme d'une fraction décimale : $50\ 467/100$.
C10-1	50 467/100 : fraction décimale
C10-1	Il existe une autre écriture qu'on avait appelée canonique mais qui est une forme décomposée.
C10-1	$(5 \times 100) + (4 \times 10) + (6 \times 0,1) + (7 \times 0,01)$ correspond à la forme décomposée de 504,67
C10-1	504,67 signifie 5 fois cent, plus quatre fois une unité, plus six fois un dixième, plus sept fois un centième ; c'est l'écriture du nombre sous forme décomposée
C10-1	Forme décomposée $504,67 = (5 \times 100) + (4 \times 10) + (6 \times 0,1) + (7 \times 0,01)$
C10-1	Dans 504,67, le chiffre 6 correspond à $6 \times 1/10$ ($6/10 = 6 \times 1/10$)
C10-1	$504,67 = (5 \times 100) + (4 \times 10) + (6 \times 1/10) + (7 \times 1/100)$
C10-1	On peut décomposer de 2 façons : sous forme décimale ou fractionnaire
C10-1	Forme décomposée $504,67 = (5 \times 100) + (4 \times 10) + (6 \times 1/10) + (7 \times 1/100)$
C10-1	La dernière écriture consiste à différencier et ajouter parties entière et décimale. La partie entière sera écrite sous la forme d'un nombre entier. La partie décimale sera écrite sous la forme d'une fraction décimale.
C10-1	Somme d'un entier et d'une fraction décimale : $504 + 67/100$
C10-2	Une somme est le résultat d'une addition.
C11-1	Pour trouver le dixième d'une centaine : on n'essaie pas de trouver directement ; on essaie d'abord d'écrire l'expression sous la forme d'une fraction.
C11-1	Le centième d'une dizaine c'est dix sur cent : $10/100$.

EC1 : Connaissances génériques et stratégie didactique

C01	Signification de la numération décimale	
	C01-1	Signification de chaque chiffre d'un nombre décimal dans la numération de position
	C01-2	Parties entière et décimale pour des nombres décimaux inférieurs ou supérieurs à 1 ; rôle de la virgule
	C01-3	Regroupement des chiffres par trois : classe des unités, milliers, millions
C02	Rôle du zéro dans l'écriture décimale et l'écriture fractionnaire décimale	
	C02-1	Zéros utiles et inutiles dans un nombre décimal
	C02-2	Utilité des zéros dans les écritures fractionnaires
C03	Lecture « signifiante » ou « directe » d'un nombre décimal ("vingt-huit unités et sept dixièmes" / "vingt-huit virgule sept")	
C04	Décomposition d'un nombre entier et décimal ; rôle du zéro	
	C04-1	Décomposition d'un nombre entier et décimal (tableau de numération)
	C04-2	Zéros utiles / inutiles dans l'écriture décomposée d'une fraction décimale
C05	Les nombres sans virgule sont des nombres entiers	
C06	Equivalences nombre décimal / fraction décimale ; placement dans le tableau de numération	
	C06-1	Passage d'une fraction décimale à un nombre décimal 1 ^{ère} procédure : Placement de la fraction décimale dans le tableau de numération à partir de sa lecture signifiante ; rajout de la virgule après l'unité
	C06-2	Passage d'une fraction décimale à un nombre décimal 2 ^{ème} procédure : Placement dans le tableau de numération du chiffre de droite du numérateur, dans la colonne correspondant à la valeur du dénominateur ; rajout de la virgule après l'unité
	C06-3	Passage du nombre décimal à la fraction décimale 1 ^{ère} procédure : lecture signifiante du nombre décimal ; placement de l'unité du chiffre le plus à droite dans le tableau de numération ; cette unité devient le dénominateur ; enlèvement de la virgule
	C06-4	Écritures décimales et fractionnaires équivalentes : multiplication / division du numérateur et du dénominateur par 10, 100, 1000
	C06-5	Une seule écriture décimale (pour plusieurs fractions décimales équivalentes)
C07	Écriture littérale des nombres entiers	
	C07-1	Règles d'accord
	C07-2	Rôle social
C08	Notion de fractions décimales	
	C08-1	Dixièmes, centièmes, millièmes : une part parmi les dix, cent, mille parts égales issues du partage de l'unité
	C08-2	Écritures fractionnaires égales à 1
	C08-3	Définition d'une fraction décimale
C09	Notions de "triple", "tiers" et "double" d'un nombre	
C10	Les différentes écritures d'un nombre (littérale, chiffrée, fractionnaire, décomposées)	
C11	Dixième de centaine / centième de milliers / centième de dizaine / millième de centaine	

EC2 : Distribution des formulations, des rappels informels et formels et des inscriptions pour chaque connaissance

C01-1	Un nombre qui a plus de 3 chiffres s'écrit avec des espaces.
C01-1	Dans un nombre le quatrième chiffre en partant de la droite est le chiffre des unités de mille. Ce chiffre n'a aucun rapport avec les millièmes.
C01-1	Le chiffre des unités de mille ne doit pas être confondu avec les millièmes.
C01-1	Dans un nombre entier à 4 chiffres, on a, de droite à gauche : le chiffre des unités, des dizaines, des centaines et des milliers.
C01-1	Les nombres sont constitués de chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
C01-1	Notre système a dix chiffres et non neuf parce qu'il ne faut pas oublier le zéro.
C01-1	Dix est un nombre composé de deux chiffres. Ce n'est pas un chiffre.
C01-1	Ces chiffres se regroupent pour former des nombres.
C01-1	« Mille cinquante-quatre » veut dire mille cinquante-quatre unités. Cela désigne un nombre entier constitué de 4 chiffres.
C01-1	1 054 est un nombre entier constitué de 4 chiffres
C01-1	Si on a 7, tout seul, c'est un nombre entier constitué par un chiffre.
C01-1	7 est un nombre entier constitué par un chiffre
C01-1	Si derrière sept il y a une unité, c'est un nombre. Si 7 fait partie d'un nombre, c'est un chiffre.
C01-1	Dans un nombre décimal, chaque chiffre représente une certaine quantité : unités, dizaines, centaines, milliers, et dans l'autre sens [partie décimale] : dixièmes, centièmes, millièmes. Cette quantité dépend de sa place dans le nombre et par rapport à la virgule.
C01-1	Dans la partie entière, on trouve comme type de chiffres les unités des dizaines des centaines.
C01-1	Cette numération s'appelle la numération décimale car il y a dix chiffres.
C01-1	Il existe d'autres systèmes de numération. Les chiffres romains utilisent la numération décimale
C01-1	L'affichage digital change la forme des chiffres mais ce sont les mêmes.
C01-1	Il existe d'autres systèmes de numération tels que celui utilisé en informatique, où il n'y a que des zéros et des uns.
C01-2	Les nombres 1 Notre système de numération compte 10 chiffres : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.
C01-2	Une numération à dix chiffres s'appelle la numération décimale.
C01-2	C'est la numération décimale.
C01-2	Dans le tableau de numération, le chiffre d'une colonne pèse dix fois plus que le chiffre de la colonne à sa droite et dix fois moins que le chiffre de la colonne à sa gauche.
C01-3	Les nombres entiers servent à compter des unités. Les unités peuvent représenter des choses très différentes
C01-3	Les nombres entiers Ecriture en chiffres On utilise les nombres entiers pour désigner un nombre d'unités. Ils peuvent s'écrire sans utiliser de virgule.
C01-3	Les nombres entiers servent à compter des unités.
C02	Il vaut mieux éviter de mettre des zéros inutiles dans un nombre entier.
C02	Les zéros à droite du dernier chiffre non nul situé après la virgule sont inutiles.
C02	Quand, dans un nombre, il y a une virgule, les zéros inutiles sont ceux qui se trouvent à droite du nombre.
C02	On ne peut pas enlever les zéros après la virgule s'il y a un chiffre non nul après eux.
C03	$5\,789 = 5000 + 700 + 80 + 9 = (5 \times 1000) + (7 \times 100) + (8 \times 10) + (9 \times 1)$
C03	« zéro virgule huit » c'est huit fois plus : « huit dixièmes » $0,8 = 8 \times 0,1 = 8 \times 1/10 = 8/10$
C03	$1\,345 = (1 \times 1000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1)$
C03	sept dixièmes = $7 \times 1/10 = 7 \times 0,1$ et 8 centièmes = $8 \times 1/100 = 8 \times 0,01$
C03	$1\,345,789 = (1 \times 1\,000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1) + (7 \times 0,1) + (8 \times 0,01) + (9 \times 0,001)$
C03	$7,8 = (7 \times 1) + (8 \times 0,1)$
C03	$15,537 = (1 \times 10) + (5 \times 1) + (5 \times 0,1) + (3 \times 0,01) + (7 \times 0,001)$
C04-1	Les nombres décimaux sont des nombres à virgule.
C04-1	Comme un nombre entier peut s'écrire sous la forme d'un nombre à virgule, c'est un nombre décimal ($5,0 = 5$)
C04-1	Comme un nombre entier est un nombre décimal, un nombre décimal ne s'écrit pas forcément avec une virgule.
C04-1	Tous les nombres entiers sont des nombres décimaux
C04-2	Un virgule cinq est plus grand que un, car c'est plus qu'une unité.
C04-2	Quand on prend une quantité plus petite qu'une unité, la valeur du chiffre qui sera avant la virgule sera toujours zéro.
C04-2	[quand on prend une quantité plus petite que un] La valeur du chiffre qui sera avant la virgule sera toujours zéro ; donc $674/1000 = 0,674$.
C04-3	1,5 peut s'écrire en écriture fractionnaire.
C04-4	Un nombre décimal a un nombre de chiffres [non nuls] fini après la virgule.
C04-4	Les nombres décimaux Un nombre décimal est un nombre qui a un nombre de chiffres [non nuls] fini après la virgule.
C04-4	Il existe des nombres qui ne sont pas des nombres décimaux car ils ont une infinité de chiffres après la virgule (10/3 trouvé avec la calculatrice).
C04-4	Un nombre fini de chiffres, ça veut dire que l'on peut compter les chiffres.
C04-4	Un nombre infini de chiffres on ne peut pas les compter.
C04-4	Ex : 1 345,789
C04-5	Un nombre décimal est composé d'une partie entière et une partie décimale, séparées par une virgule.
C04-5	Un nombre décimal est composé d'une partie entière et une partie décimale, séparées par une virgule.
C04-5	La partie entière correspond au nombre d'unités. La partie décimale est composée d'une partie d'unités.
C04-5	Dans un nombre entier, chaque chiffre a un poids particulier. Unité = 1; dizaine = 10.

C04-5	Après la virgule, le poids d'un dixième est : 0,1 ; un centième : 0,01 ; un millième ; 0,001.
C04-5	Comme pour la partie entière, chaque chiffre de la partie décimale aura un « poids » en dixièmes (0,1), en centièmes (0,01), en millièmes (0,001), en dix millièmes, en cent millièmes.
C04-5	Les parties décimales sont des parties fractionnées.
C04-5	La virgule sert à séparer la partie entière de la partie décimale.
C04-5	Quand on décompose un nombre décimal, on rajoute la partie décimale qui est une partie plus petite que l'unité, au nombre d'unités de la partie entière.
C04-5	La partie entière c'est le nombre d'unités entières ; la partie décimale c'est une partie d'une unité.
C04-5	Dans un nombre décimal, chaque chiffre représente une certaine quantité : unités, dizaines, centaines, milliers, et dans l'autre sens [partie décimale] : dixièmes, centièmes, millièmes. Cette quantité dépend de sa place dans le nombre et par rapport à la virgule.
C04-5	Dans un nombre décimal, il y a une partie entière et une partie décimale.
C04-5	La partie entière est séparée de la partie décimale par une virgule.
C04-5	Dans la partie décimale, on trouve les dixièmes, les centièmes, les millièmes. Et on pourrait continuer au-delà des dix millièmes.
C05-1	Quand on partage un rectangle-unité en dix parties égales, on obtient des dixièmes.
C05-1	Quand on divise un rectangle-unité en cent parties égales, on obtient des centièmes. Un centième c'est une partie sur les cent. On le note 1/100 et en écriture décimale 0,01.
C05-1	Trente carreaux hachurés dans une surface de cent carreaux font trente centièmes. $30/100$ ($1/100 + 1/100 \dots 30$ fois).
C05-1	Quand une quantité est divisée en dix parties égales, on obtient un dixième [des dixièmes].
C05-1	Quand une quantité est divisée en cent parties égales, une de ces parties sera un centième.
C05-1	Pour obtenir des dixièmes, on divise une unité en dix parties égales ; c'est un divisé par 10 (1 : 10).
C05-1	$1/10$ (écriture fractionnaire) = 0,1 (écriture décimale)
C05-1	Un sur cent, c'est un centième ; c'est une unité divisée par cent. Donc $1 : 100 = 1/100 = 0,01$.
C05-1	Un millième = $1/1\ 000 = 1 : 1\ 000 = 0,001$
C05-1	Un dixième peut correspondre au dixième de « un », d'une quantité ou d'un rectangle.
C05-1	On peut prendre le dixième de la quantité que l'on veut (plaque de chocolat, segment...).
C05-1	2 Sous multiples de l'unité Les dixièmes Quand on coupe une unité en dix parties égales, on obtient des dixièmes.
C05-1	Un dixième = $1/10 = 0,1 = 1 : 10$
C05-1	Vingt dixièmes, c'est deux fois plus que dix dixièmes qui est égal à un. Donc ça fait 2 ; $20/10 = 2$
C05-1	Quand on coupe un segment-unité en cent, on obtient des centièmes.
C05-1	Les centièmes Quand on coupe une unité en cent parties égales, on obtient des centièmes.
C05-1	Quand on coupe une unité en cent parties égales, on obtient des centièmes.
C05-1	Dans une unité il y a cent centièmes : $1 = 100/100$
C05-1	Quand on coupe une unité en dix ou en cent parties égales, on obtient des dixièmes et des centièmes
C05-1	Quand on coupe une unité en mille parties égales, on obtient des millièmes.
C05-1	Un millième s'écrit $1/1000$ ou 0,001.
C05-1	Dans une unité, il y a mille millièmes.
C05-1	Quand on coupe une unité en dix parties égales, on obtient des dixièmes. Un dixième c'est une de ces parties.
C05-1	Dix dixièmes font une unité
C05-1	Vingt dixièmes = $20/10 = 2$; trente dixièmes = $30/10 = 3$; $40/10 = 4$; $100/10 = 10$; $200/10 = 20$
C05-1	Un dixième correspond à l'unité divisée en dix ; $1/10 = 0,1$; on divise l'unité en dix parties égales.
C05-1	Un centième c'est une unité partagée en cent parties égales et on prend une de ces parties
C05-1	$674/1000 < 1$ car $1 = 1000/1000$ et $1000 > 674$
C05-1	Quand on divise un [segment] unité en dix parties égales on obtient des dixièmes. . Une part fait un dixième ; 2 parts, 2 dixièmes, 3 parts, 3 dixièmes...
C05-1	Mille millièmes égalent un. $674/1000 < 1000/1000$; donc $674/1000 < 1$
C05-1	Un centième, c'est un petit rectangle parmi cent qui forment le rectangle unité. Trente centièmes c'est donc trente petits rectangles qui correspondent aussi aux trois bandes de 1 dixième. $30/100 = 3/10$
C05-1	Un dixième c'est une partie parmi dix parties [égales] d'une unité divisée en dix.
C05-1	$10/10 = 1$; dix dixièmes refont une entité (unité).
C05-1	Cent centièmes égalent un.
C05-1	On peut continuer [la décomposition] après les millièmes : dix millièmes, cent millièmes, millionnièmes...
C05-1	C D U, dixième centième millième
C05-1	$1 = 10/10$; dans une unité, il y a dix dixièmes
C05-1	Il ne faut pas confondre le chiffre et le nombre de dixièmes.
C05-1	$1 = 100/100$ et 9 unités c'est $9 \times 100/100 = 900/100 \neq 9000/100$
C05-1	Dans une unité il y a dix dixièmes, cent centièmes, mille millièmes. Un millième, c'est une partie sur mille
C05-2	Un nombre décimal peut s'écrire soit en écriture fractionnaire, soit en écriture décimale : $3/10$ est l'écriture fractionnaire ; 0,3 est l'écriture décimale.
C05-2	Sept dixièmes, en écriture fractionnaire, c'est $7/10$; et en écriture décimale c'est 0,7.
C05-2	En écriture décimale, $30/100 = 0,3$ ou $0,30 \neq 0,03$
C05-2	Trois dixièmes c'est zéro virgule trois : $3/10 = 0,3$
C05-2	$20/10 + 3/10 = 2 + 3/10 = 2 + 0,3 = 2,3$.
C05-2	$30/10 = 0,30 = 0,3$
C05-2	$31/100 = 0,31$ ($30/100 = 0,30 = 0,3$; donc $31/100 = 0,3 + 1/100$; $1/100 = 0,01$; donc $0,3 + 0,01 = 0,31$)

C05-2	$230/100 = 2,3 = 2 + 0,3 = 2 + 3/10$; $230/100 = 2,30 = 2 + 0,30 = 2 + 30/100$
C05-2	« zéro virgule un » égal « un dixième » : $0,1 = 1/10$.
C05-2	L'écriture fractionnaire décimale de un dixième c'est $1/10$; son écriture décimale c'est $0,1$.
C05-2	Une unité divisée par cent donne un centième : $0,01$ en écriture décimale ; $1/100$ [en écriture fractionnaire].
C05-2	Une unité divisée par mille donne un millièbre : $1/1000$ [écriture fractionnaire] ; $0,001$ [écriture décimale]. Cela continue au-delà des millièmes.
C05-2	Un dixième = $0,1 = 1/10$.
C05-3	Les fractions qui vont avoir en dénominateur dix, cent ou mille seront appelées des fractions décimales
C05-3	Une écriture fractionnaire est décimale quand son dénominateur est égal à dix, cent ou mille.
C06	$243/10$ peut être compris comme une division par dix ($243 : 10$).
C06	Quand on divise par 10, on décale la virgule d'un cran vers la gauche.
C06	Donc, quand on divise par 100 ou 1000, on décale la virgule de deux ou trois crans vers la gauche.
C06	$204/1000 = 2,04/10$
C07-1	Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire : on décompose le nombre décimal ; on convertit les unités obtenues en fractions décimales en s'aidant des équivalences déjà connues ; on en fait la somme $7,8 = 7 \times 1 + 8 \times 0,1 = 7 \times 10/10 + 8 \times 1/10 = 70/10 + 8/10 = 78/10$
C07-1	Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire en millièmes : on transforme la partie entière en millièmes : $1 = 1000/1000$ donc $15 = 15000/1000$; on lui rajoute la partie décimale convertie en millièmes ($537/1000$) : $15\,537/1000$.
C07-2	Pour écrire un nombre décimal sous forme fractionnaire, on place le nombre dans un tableau de numération. On lit le nombre avec l'unité du chiffre le plus à droite. On écrit la fraction correspondante. C D U, dixième centième millièbre / 1 7 / 7, 8
C07-2	Un nombre décimal peut s'écrire en écriture fractionnaire décimale
C07-2	Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire on peut s'aider en le plaçant dans le tableau de numération.
C07-2	Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire : on place le nombre dans le tableau de numération ; on prend tous les chiffres et on les lit avec l'unité correspondant au chiffre le plus à droite ; on écrit la fraction correspondante.
C07-2	Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire : on place le nombre dans le tableau de numération ; on regarde dans quelle colonne est le dernier chiffre de droite ; on réécrit la fraction avec un dénominateur correspondant à cette colonne.
C07-2	Pour passer d'un nombre entier à une écriture fractionnaire en dixièmes : on le convertit en nombre décimal en lui rajoutant un zéro après la virgule ; on le place dans le tableau de numération ; on regarde dans quelle colonne est le dernier chiffre de droite ; on réécrit la fraction avec un dénominateur correspondant à cette colonne.
C07-2	Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire : on cherche la position du dernier chiffre de droite ; on enlève la virgule ; on écrit la fraction avec un dénominateur qui correspond à cette position.
C07-3	Si, dans un nombre décimal, il y a un chiffre après la virgule, il y a un zéro au dénominateur dans l'écriture fractionnaire correspondante ; quand il y a 3 chiffres après la virgule, il y a 3 zéros au dénominateur.
C07-3	Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire : on cherche à quelle unité correspond le dernier chiffre de la partie décimale ; cette unité correspond au dénominateur de la fraction équivalente
C07-4	Pour passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire en dixièmes : on sait que $1 = 10/10$ donc $79 \times 10/10 = 790/10$
C08-1	Pour trouver l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire en dixièmes : on place le numérateur dans le tableau de numération ; on place la virgule (les dixièmes c'est un chiffre après la virgule).
C08-1	Pour trouver l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire en centièmes : on place le numérateur dans le tableau de numération ; on place la virgule entre les unités et les dixièmes.
C08-2	Pour trouver l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire en dixièmes : diviser par 10 revient à décaler la virgule d'un cran ; donc on recopie le numérateur et on place un chiffre après la virgule.
C08-2	Pour trouver l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire en centièmes : une fraction en centièmes est une division par cent : on décale la virgule de deux rangs ; on recopie le numérateur et on place deux chiffres après la virgule.
C08-3	Pour trouver l'écriture décimale d'un nombre fractionnaire en dixièmes : on cherche le nombre de dizaines dans 243.
C09	Pour lire un nombre décimal on lit la partie entière, puis la partie décimale sans décomposer chiffre par chiffre.
C09	$0,204$ se lit « zéro virgule deux cent quatre » ou « deux cent quatre millièmes »
C10	Pour avoir une fraction en millièmes > 1 il faut que le numérateur soit plus grand que 1000.
C11	Pour passer d'une écriture fractionnaire en millièmes à une écriture en centièmes : on place le numérateur dans le tableau de numération ; on positionne la virgule entre les centièmes et les millièmes et non entre unités et dixièmes.

EC2 Connaissances génériques et stratégie didactique

C01	Numération décimale	
	C01-1	Signification de la numération de position ; écriture de nombres de plus de 3 chiffres (espacement)
	C01-2	Comparaison de la numération décimale avec d'autres systèmes de numération
	C01-3	Rôle des nombres entiers ; différence entre nombres et chiffres
C02	Zéros utiles et inutiles dans les nombres entiers et à virgule	
C03	Décomposition d'un nombre entier et d'un nombre décimal	
C04	Le nombre décimal	
	C04-1	Nombres entiers et décimaux
	C04-2	Nombres décimaux plus grands / plus petits que 1
	C04-3	Nombres décimaux et écritures fractionnaires
	C04-4	Première définition du nombre décimal : nombre de chiffres non nuls fini, après la virgule
	C04-5	Seconde définition du nombre décimal (partie entières / décimales ; rôle de la virgule ; "poids" des chiffres après la virgule)
C05	Fractions décimales exprimées en dixièmes, centièmes et millièmes	
	C05-1	Définition des dixièmes, centièmes et millièmes d'unités ; équivalence entre écritures fractionnaires ; entre écritures fractionnaires et unité
	C05-2	Décomposition de la fraction; équivalence avec une écriture décimale ; équivalence entre écritures multiplicatives fractionnaires et décimales $8/10 = 8 \times 1/10 = 8 \times 0,1 = 0,8$
	C05-3	Définition d'une fraction décimale (dénominateur égal à 10, 100, 1000...)
C06	Division par 10, 100, 1000 (décalage de 1, 2 ou 3 crans de la virgule vers la gauche)	
C07	Passage d'un nombre décimal à une fraction décimale	
	C07-1	1 ^{ère} procédure : Décomposition du nombre décimal ; conversion de la partie entière puis de la partie décimale en dixièmes, centièmes ou millièmes ; addition)
	C07-2	2 ^{ème} procédure : Placement dans le tableau de numération
	C07-3	3 ^{ème} procédure : Recherche de l'unité qui correspond au dernier chiffre (de droite) de la partie décimale et qui est égale au dénominateur de la fraction décimale équivalente
	C07-4	4 ^{ème} procédure : Passage d'un nombre entier à une écriture fractionnaire en dixièmes (écritures fractionnaires égales à 1 et multiplication)
C08	Passage d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale	
	C08-1	1 ^{ère} procédure : Placement dans le tableau de numération
	C08-2	2 ^{ème} procédure : Fraction décimale et division par 10, 100, 1000 (décalage de 1, 2 ou 3 crans de la virgule du nombre au numérateur)
	C08-3	3 ^{ème} procédure : diviser par 10 revient à chercher le nombre de dizaines du numérateur
C09	Lecture signifiante d'un nombre décimal	
C10	Une fraction en millièmes est > 1 si elle a un numérateur > 1000	
C11	Passage d'une écriture fractionnaire en millièmes à une écriture en centièmes	

EC3 : Distribution des formulations, des rappels informels et formels et des inscriptions pour chaque connaissance

C01-1	On peut représenter un nombre sur une droite, en définissant un point d'origine et une unité. Si on nomme M le point correspondant à deux unités, on dit que le point M a pour abscisse le nombre deux.
C01-1	Le segment AB se note : [AB]. La longueur du segment AB se note : AB.
C01-1	Les abscisses servent à représenter des nombres sur une droite. Pour les représenter, j'ai besoin d'un point d'origine et d'une unité. Ensuite, je peux placer sur ma droite des points qui représentent des nombres. Quand on dit : « Le point A a pour abscisse trois demis », on associe un point à un nombre sur une droite graduée. Le point représente le nombre sur l'axe.
C01-1	En géométrie, on écrit les points avec des lettres majuscules.
C01-1	Pour pouvoir parler de l'abscisse d'un point, il faut avoir une droite graduée, où chaque point peut être associé à un nombre. Le nombre associé au point est l'abscisse du point.
C01-1	Il Abscisse d'un point Sur une droite graduée (un axe), on repère chaque point par un nombre qu'on appelle son abscisse.
C01-1	Pour placer des points sur un axe, j'ai besoin d'un point d'origine d'abscisse 0 et d'une unité, généralement, d'abscisse « un ».
C01-1	Pour s'aider dans le placement de points sur une droite graduée, on rajoute souvent, même si ce n'est pas obligatoire, d'autres nombres entiers.
C01-1	Quand on veut placer un point dont l'abscisse est un nombre décimal, comme par exemple 3,5, on doit d'abord graduer l'intervalle [3 ; 4] en dixièmes. Si on a un nombre en centièmes, on doit graduer l'intervalle en centièmes, sauf dans le cas où on peut trouver des fractions équivalentes plus simples.
C01-1	Pour éviter de graduer un intervalle en dixièmes et en centièmes, il est important de connaître des valeurs telles que : $1/4 = 0,25$; $1/2 = 0,5$; $3/4 = 0,75$ (on peut, dans ce cas, partager seulement en quatre chaque unité).
C01-1	Pour placer 1,75 il faudrait donc partager l'intervalle [1 ; 2] en cent. On peut seulement le partager en quatre, si on sait que $3/4 = 0,75 = 75/100$. Il existe d'autres correspondances entre fractions décimales et valeurs décimales dont il faut se souvenir ($1/2 = 0,5$; $1/4 = 0,25$).
C02-1	On sait que $1 = 4/4$ et $2 = 8/4$. Donc : $1 + 1/4 = 4/4 + 1/4 = 5/4$; $2 + 1/4 = 8/4 + 1/4 = 9/4$; $1 + 3/4 = 4/4 + 3/4 = 7/4$
C02-1	$1 = 3/3$ et $2 = 6/3$; donc : $2 + 1/3 = 6/3 + 1/3 = 7/3$; $4/3 = 3/3 + 1/3 = 1 + 1/3$
C02-1	$1 = 12/12$; $24/12 = 2$; $24/12 + 11/12 = 24/12 + 11/12 = 35/12$; $1 + 8/12 = 12/12 + 8/12 = 20/12$
C02-1	$1 + 1/12 = 13/12$ car $12/12 = 1$; $3 = 3 \times 12/12 = 36/12$; $2 + 3/12 = 24/12 + 3/12 = 27/12$
C02-1	$1 = 12/12$; donc $3 = 3 \times 12/12 = 36/12$
C02-1	Quand on multiplie douze douzièmes par trois, on multiplie le numérateur par trois. Le numérateur est en haut de la fraction et le dénominateur est en bas
C02-1	$3/10 = 30/100$; $9/10 = 90/100$
C02-1	$51/100 = 5/10 + 1/100$
C02-1	$2/8 = 1/4$; $1/4 + 1/4 = 1/2$; $1/2 + 1/2 = 1$; $3 + 1/2 + 1/4 + 2/8 = 3 + 1 = 4$
C02-1	Trois demis s'écrit, maintenant, $3/2$. Avant on l'écrivait $1 + 1/2$
C02-1	$1/10 + 5/100$ et $15/100$ représentent deux fois le même nombre, écrit d'une façon différente. On peut donc mettre le signe égal (=) entre les deux. $6/10 = 60/100$; $1/10 = 10/100$; $2/10 = 20/100$; $9/10 = 90/100$; $31/100 = 3/10 + 1/100$
C02-1	L'écriture $3/10 + 1/100$ et $1 + 3/100$ sont des écritures décomposées ; la valeur de chacun des chiffres est précisée. $1 + 3/100$ est différent de $13/100$ car : $1 + 3/100 > 1$: c'est un plus quelque chose ; $13/100 < 1$ et $1 + 3/100 = 103/100$
C02-1	$80 = 800/10$ car dans chaque unité on a dix dixièmes, puisqu'on les partage en dix.
C02-2	Le seul endroit où l'on écrit les nombres en lettres, c'est sur les chèques, parce que c'est obligatoire. « Trois cent quatorze et un dixième et six centièmes » est une première écriture d'un nombre.
C02-2	I Ecriture de nombres décimaux: Exemple : Le nombre trois cent quatorze et un dixième et six centièmes
C02-2	$(3 \times 100) + (1 \times 10) + (4 \times 1) + (1 \times 1/10) + (6 \times 1/100)$ est une écriture décomposée de « trois cent quatorze et un dixième et six centièmes ».
C02-2	qui peut se décomposer en $(3 \times 100) + (1 \times 10) + (4 \times 1) + (1 \times 1/10) + (6 \times 1/100)$
C02-2	« Trois cent quatorze et un dixième et six centièmes » s'écrit en chiffres : 314,16.
C02-2	qui s'écrit avec des chiffres : 314,16
C02-2	« Trois cent quatorze et un dixième et six centièmes », s'écrit en fraction décimale $314 \frac{16}{100}$. Le dénominateur est en centièmes, car le nombre 314,16 s'arrête aux centièmes.
C02-2	Il correspond aussi à la fraction décimale : $31 \frac{416}{100}$
C02-2	Pour un même nombre, on dispose de quatre écritures différentes : en lettres ; décomposée ; en chiffres ; sous forme de fraction.
C02-2	Le trait de fraction se trace avec une règle, en face du signe « égal ». Ce sera très utile quand il y aura plusieurs traits de fraction.
C02-2	Il existe plusieurs écritures fractionnaires d'un même nombre décimal.
C03	Pour placer des points dont les abscisses sont des fractions en quarts, on peut compter les quarts sur la droite numérique.
C03	On peut s'aider du dessin et compter les tiers, pour placer des points dont les abscisses sont des fractions en tiers.

C03	Pour trouver combien font $12/6$ et $2 + 5/6$: on place $12/6$ et $2 + 5/6$ sur la droite numérique divisée en sixièmes ; On compte le nombre total de sixièmes ; $12/6 = 2$; $2 + 5/6 = 17/6$.
C03	Le numérateur est en haut de la fraction ; le dénominateur est en bas de la fraction.
C03	La règle de la classe, comme la droite numérique, a son unité partagée en centièmes. Ce sont donc les mêmes graduations.
C04-1	Quand on veut mesurer quelque chose de plus petit que un, on utilise des fractions. Comme le segment que l'on doit mesurer est deux fois plus petit que l'unité, obtient des demis.
C04-1	$EF = 1/2$; EF est plus petit que l'unité. Pour le mesurer, il suffit de partager l'unité en deux et de prendre un demi.
C04-1	GH est plus grand que l'unité. On cherche son nombre entier, c'est-à-dire le nombre d'unités qu'il contient. Comme il représente une fois l'unité plus un demi, on peut écrire : $GH = 1 + 1/2$.
C04-1	Comme KL est plus petit que EF, il faut encore partager les demis en deux : on obtient des quarts.
C04-1	Quand on partage les unités de la droite numérique en demis et en quarts, on constate que : $2 + 3/4 = 2 + 1/2 + 1/4$. Donc : $3/4 = 1/2 + 1/4$
C04-1	Comme QR est plus petit que KL, qui lui-même, est plus petit que EF, il faut encore partager les quarts en deux : on obtient des huitièmes. Si on veut être plus précis, on peut continuer à partager en deux. On obtient des seizièmes, trente-deuxièmes, et cetera.
C04-1	Je peux écrire une seule fraction ou bien passer par les différentes graduations que j'ai choisies : demis, quarts, huitièmes, et cetera. $1 + 7/8 = 1 + 1/2 + 1/4 + 1/8$
C04-1	Quand on veut mesurer des nombres plus petits que un, on effectue des partages successifs en dix. Au-delà des unités, on obtient ainsi des dixièmes, des centièmes et des millièmes.
C04-1	Les fractions dont le dénominateur est dix, cent, mille s'appellent des fractions décimales.
C04-1	Un dixième divisé par dix, ça fait un centième. Un centième partagé en dix, ça fait un millième.
C04-2	Autrefois, pour mesurer, les Egyptiens divisaient toujours par deux. Mais pour passer d'une écriture fractionnaire à l'autre – de $3/4$ à $1/2 + 1/4$ et de $7/8$ à $1/2 + 1/4 + 1/8$ – ce n'était pas facile.
C04-2	A un moment de l'Histoire, on s'est dit que l'on pouvait étendre cette notation (la numération de position) aux nombres plus petits que un. On a mis très longtemps pour arriver à cela.
C04-2	Les nombres ont d'abord été inventés pour compter des nombres entiers. Puis on les a utilisés pour mesurer des choses plus petites que l'unité choisie. Il a donc fallu utiliser des nombres plus petits que l'unité.
C04-2	Les Egyptiens utilisaient des demis, quarts, huitièmes, c'est-à-dire un système difficile.
C04-2	On a donc essayé de simplifier les écritures. On s'est entendu sur l'écriture des nombres entiers, puis sur celle des partages en dix. Le premier partage en dix était accompagné du nombre 1 ; le second partage, du nombre 2 et ainsi de suite. A chacun de ces nombres était associée une valeur (dixièmes, centièmes, millièmes).
C04-2	Une autre notation consistait à écrire l'unité choisie en écriture fractionnaire et à l'associer au chiffre.
C04-2	La première idée qu'on a eue pour évaluer des choses plus petites que un, c'est d'utiliser des fractions, en faisant des partages. Comme les partages en deux étaient un peu compliqués, quand il s'agissait de faire des calculs avec, on a utilisé des partages en dix tels qu'ils existaient déjà avec les nombres entiers. Si on divise une unité en dix, on obtient des dixièmes. Si on redivise en dix, on obtient des centièmes, puis des millièmes, et ainsi de suite.
C04-2	L'écriture décimale a mis du temps à apparaître. Elle permet de faire des opérations le plus simplement possible.
C05	Pour additionner des écritures fractionnaires de dénominateur différent, c'est encore plus difficile. Il faut aligner les huitièmes ensemble ; les quarts ensemble et les demis ensemble ; c'est-à-dire additionner les fractions qui ont le même dénominateur.
C05	Aligner des parties de l'unité pour les additionner cela fait penser aux additions d'unités, de dizaines et de centaines. On a également des retenues.
C05	Il est plus pratique d'additionner des dixièmes, centièmes, millièmes que des demis, quarts, huitièmes, seizièmes ou des sixièmes, douzièmes, trente-sixièmes.
C06-1	Dans deux mille trois cent quarante-cinq, le cinq signifie « cinq unités » ; le quatre signifie « quatre dizaines » ; le trois signifie « trois centaines » ; le deux signifie « deux milliers ». Chaque fois que l'on passe d'un chiffre à l'autre, on multiplie par dix dans le sens unités – milliers et on divise par dix dans le sens milliers – unités.
C06-1	2345 4/10 9/100 7/1000 signifie : « deux mille ; trois cent ; quatre dizaines ; cinq unités ; quatre dixièmes ; neuf centièmes et sept millièmes »
C06-1	Quand on écrit un nombre entier, la place du chiffre donne sa signification.
C06-1	Ensuite, on a introduit la virgule : cette fois, la position de chaque chiffre détermine ce que chacun d'entre eux représente, que les nombres soient plus grands ou plus petits que un. Pour cela, il suffit de regarder la position du chiffre par rapport à la virgule.
C06-1	La virgule est une convention qui est remplacée par un point chez les Anglo-Saxons. Sur les calculatrices, c'est le point qui est également utilisé. Inversement, on regroupe les chiffres dans les nombres par groupes de trois. Autrefois, en France, on utilisait le point pour cela. Et les Anglo-Saxons utilisent la virgule. Dans 1,437 \$, le chiffre 1 ne signifie pas « un dollar », mais « mille dollars ».
C06-1	Dans chacune des deux parties, la position du chiffre détermine sa signification.
C06-1	Dans 7 825,345 75, la position du chiffre détermine sa signification.
C06-1	Il y a trois fois le même chiffre qui représente à chaque fois une valeur différente : 5 unités ; 5 millièmes ; cinq cent millièmes.
C06-1	<p>7 825,345 75</p> <p>5 unités 5 cent-millièmes 5 millièmes</p>

C06-1	Pour classer des nombres décimaux : on regarde le nombre de chiffres de la partie entière ; si on a le même nombre de chiffres dans la partie entière, on regarde le premier chiffre [à gauche] ; si le premier chiffre est le même, on passe au chiffre (de droite) suivant, et ainsi de suite ; si les nombres ont la même partie entière, on regarde leur partie décimale, en commençant par les dixièmes, puis les centièmes.
C06-1	Pour classer des nombres décimaux : on regarde le nombre de chiffres de la partie entière ; si on a le même nombre de chiffres dans la partie entière, on regarde le premier chiffre [à gauche] ; si c'est le même, on continue en descendant, et ainsi de suite ; si on n'a pas pu les départager sur la partie entière, on passe à la partie décimale et on commence par le chiffre des dixièmes.
C06-1	Pour classer des nombres décimaux : on regarde leur partie décimale quand ils ont la même partie entière. On regarde le chiffre des dixièmes. Si ce sont les mêmes, le chiffre des centièmes ; et on continue. La partie décimale n'est pas un nombre entier.
C06-1	Quand un chiffre est aussi un nombre c'est parce que ce nombre n'a qu'un seul chiffre. Dans 0,69, il y a quatre signes, dont trois chiffres, qui forment un nombre.
C06-2	Dans un nombre décimal, d'un côté on fait des paquets de 10 ; de l'autre on divise par dix.
C06-2	L'écriture en chiffres d'un nombre décimal se compose de deux parties : partie entière et partie décimale. Dans chacune des deux parties, la position du chiffre détermine sa signification.
C06-2	L'écriture en chiffres d'un nombre décimal se compose de deux parties : partie entière et partie décimale.
C06-2	La partie décimale peut être plus longue que la partie entière
C06-2	Dans 7 825,34 575, la partie entière est 7 825 ; 0,34 575 est la partie décimale.
C06-2	La partie décimale permet d'utiliser des nombres plus petits que un. Donc la partie décimale est un nombre plus petit que un.
C06-2	7 825,345 75 Partie entière : 7 825 Partie décimale : 0,345 75
C06-2	La partie entière d'un nombre décimal est un nombre entier. La partie décimale correspond à des partages en dix.
C06-2	Un nombre décimal est un nombre dont la partie décimale n'est pas infinie, contrairement à d'autres nombres.
C06-3	$1,75 = 1 + 75/100$.
C06-3	Le but de cette convention d'écriture, c'est de savoir s'en servir.
C06-3	$128/100 = 1,28$; on peut mettre le signe égal car $128/100$ est une fraction – c'est-à-dire un nombre – et 1,28 est une autre façon d'écrire le même nombre.
C06-3	$7,690 = 7\ 690/1000$. Le zéro de 7,690 est inutile. Mais au numérateur d'une fraction en millièmes, il faut le garder.
C06-3	Dans 58,032, le zéro n'est pas inutile car si on l'enlève, le chiffre 3 ne signifie plus « trois centièmes », et le chiffre 2 ne signifie plus « deux millièmes ».
C06-3	« Trois » signifie « trois unités ». Et trois unités ne peuvent pas être égales à trois dixièmes. Donc $3 \neq 0,3$; $3/10 = 0,3$. Pour que « trois » signifie « trois dixièmes » il faut qu'il soit placé juste après la virgule ; et il faut rajouter un zéro : 0,3. 0,3 ne veut pas dire la même chose que 0,002 car 3 et 2 ne sont pas à la même position.
C07	On peut ranger les nombres dans l'ordre de deux façons : par ordre croissant ou décroissant. Ranger les nombres dans l'ordre croissant, c'est les ranger du plus petit au plus grand.
C07	III Ordre: Ranger les nombres dans l'ordre croissant, c'est les ranger du plus petit au plus grand.
C07	Classer les nombres par ordre décroissant, c'est les classer du plus grand au plus petit.
C07	Classer des nombres par ordre décroissant, c'est les classer du plus grand au plus petit.
C08	Encadrer un nombre, c'est donner un nombre plus petit et un nombre plus grand que lui.
C08	Encadrer un nombre, c'est donner un nombre plus petit et un nombre plus grand que lui.
C08	L'encadrement $1 < 31,416 < 10\ 000$ n'est pas assez précis. On peut encadrer un nombre décimal par deux entiers successifs où la différence entre les deux nombres correspond à 1, c'est-à-dire à la plus petite différence existant entre deux entiers. $31 < 31,416 < 32$ est un encadrement de 31,416 à l'unité près, car 31 et 32 sont des nombres entiers successifs.
C08	$31 < 31,416 < 32$ est un encadrement de 31,416 à l'unité près.
C08	Entre trente et un et trente-deux existent une infinité de nombres. On peut donc avoir besoin d'encadrements plus précis à l'aide de nombres décimaux. Si on encadre un nombre à l'aide de deux nombres décimaux qui ont un seul chiffre après la virgule on a un encadrement au dixième près.
C08	$31,4 < 31,416 < 31,5$ est un encadrement de 31,416 au dixième près.
C08	On peut être de plus en plus précis si on a un nombre qui a plusieurs chiffres dans la partie décimale. Avec 31,416, la précision s'arrête aux millièmes : son encadrement, au millième près, donnerait 31,416.
C08	Les nombres, comme π , ne peuvent être qu'encadrés de plus en plus précisément. On parle alors de « valeur approchée ». Donner un encadrement, c'est donc donner deux valeurs approchées de ce nombre : l'une plus petite et l'autre plus grande.
C08	Dans un encadrement, la valeur approchée, la plus grande, est une valeur approchée « par excès » ; la valeur approchée, la plus petite, est une valeur approchée « par défaut ».

EC3 : Connaissances génériques et stratégie didactique

C01	Représentation d'un nombre sur une droite : point d'origine, unité ; abscisse ; point ; segment ou longueur AB ($[AB]$; AB)
C02	Les différentes écritures d'un nombre
	C02-1 : Ecritures fractionnaires d'une unité ; écritures fractionnaires équivalentes ayant un numérateur et un dénominateur différents ; décomposition d'une écriture fractionnaire C02-2 : Les différentes écritures d'un nombre (littérale, décimale, décomposée sous forme de fractions / sous forme d'une partie entière et d'une partie décimale)
C03	Placement de fractions équivalentes possédant des numérateurs et des dénominateurs différents sur une droite numérique
C04	Evolution historique des écritures fractionnaires
	C04-1 : Partages successifs en deux, quarts, huitièmes; dixièmes, centièmes, millièmes (mesure des segments) C04-2 : Rôle social et évolution historique de l'écriture fractionnaire
C05	Additions de fractions possédant des dénominateurs différents
C06	Les nombres décimaux
	C06-1 : Signification des chiffres dans une écriture décimale ; rôle de la virgule
	C06-2 : Partie entière / partie décimale C06-3 : Correspondance entre nombre décimal / fraction décimale ; rôle du zéro
C07	Classement de nombres (ordre croissant / décroissant)
C08	Encadrement de fractions : valeurs approchées par excès et par défaut à l'unité, au dixième et au centième près

EC4 : Distribution des formulations, des rappels informels et formels et des inscriptions pour chaque connaissance

C01	Si chaque baguette est prédécoupée en six sandwichs, chaque sandwich représente 1/6 d'une baguette.
C01	S'il y a deux baguettes et 11 sandwichs grisés, ça fait onze sixièmes.
C01	Quand on partage l'unité en deux parts, on obtient des demis. 1/2, c'est la moitié de chaque unité de longueur : on partage l'unité en deux parts et on en choisit une.
C01	3/2 c'est trois parts.
C01	Dans une unité partagée en quatre on a quatre quarts ; c'est comme si on avait partagée la baguette en quatre sandwichs.
C01	Partager une unité en quatre c'est comme si on avait partagée la baguette en quatre sandwichs.
C01	Comme dans le cas des baguettes, 2/3 signifie qu'on partage l'unité en trois et qu'on en prend deux.
C01	2/3 ne signifie pas deux tiers de trois unités mais deux tiers d'une unité
C01	6/6 veut dire qu'on a partagé l'unité en six et qu'on les a toutes choisies.
C01	1/3 c'est une part de l'unité partagée en trois ; 2/3 c'est deux parts ; trois tiers c'est trois parts ; 4/3 c'est quatre parts.
C01	Dans 3/2, il faut partager en deux, puisque c'est des « demis ». L'unité est partagée en deux parts égales. $3/2 = 2/2 + 1/2 = 1 + 1/2$
C01	Un tiers d'unité c'est une unité partagée en trois parts égales et dont on prend une part
C02-1	Pour graduer une demi-droite : on place un point d'origine (A) ; on place une unité de longueur (AB) ; on indique un sens de A vers B. on reporte l'unité de longueur plusieurs fois à l'aide du compas.
C02-1	« 2 est l'abscisse de C » signifie que l'unité de longueur est reportée deux fois à partir du point A qui est l'origine.
C02-1	Sur une demi-droite [celle de l'exercice], l'unité c'est 1 ;
C02-1	L'unité est indiquée par la longueur entre 0 et 1.
C02-2	On ne peut pas dire « C égal soixante-dix dixièmes » car un nombre ne peut être égal à un point. Un nombre peut être égal à un nombre ; un point peut être égal à un point. Si deux points sont égaux, on dit qu'ils sont confondus.
C02-2	C n'est pas "égal" à un dixième. C'est l'abscisse de C qui est égale à un dixième car l'abscisse est un nombre.
C03-1	Dans une unité partagée en quatre on a quatre quarts.
C03-1	Il existe des longueurs qui sont les mêmes [sur les différentes droites graduées]
C03-1	On a plusieurs façons d'écrire l'unité selon le partage qu'on a choisi. $2/2 = 4/4 = 3/3 = 6/6 = 12/12 = 1$
C03-1	Quand le numérateur est aussi grand que le dénominateur on obtient le nombre 1.
C03-1	Quand les fractions ont un dénominateur égal au numérateur, elles sont égales à 1.
C03-1	Fractions égales à 1 : $1 = 2/2 = 3/3 = 4/4 = 6/6 = 12/12$
C03-1	$1 = 12/12$
C03-1	Dans une unité il y a huit huitièmes. $8/8 + 7/8 = 15/8$
C03-1	On peut écrire vingt dixièmes ou deux.
C03-1	Cent deux dixièmes, c'est : dix, vingt, trente, quarante, cinquante... cent dixièmes et cent deux dixièmes [chaque unité vaut 10/10] ».
C03-1	Une unité, c'est trois tiers ; deux unités c'est six tiers
C03-1	$1 = 3/3$
C03-2	Les fractions plus petites que 1 ont un dénominateur supérieur au numérateur.
C03-2	Les fractions plus grandes que 1 ont un numérateur supérieur au dénominateur.
C03-2	[Dans les écritures $17/6 = 2 + 5/6$ et $17/6 = 1 + 11/6$], 5/6 est plus petit que 1 et 11/6 est plus grand que 1.
C04	1/2 et 2/4 c'est pareil.
C04	L'abscisse 3 est égale à 9/3. On a encore deux façons d'écrire le même nombre.
C04	Pour placer 2/3 sur la demi droite partagée en sixièmes, on prend quatre sixièmes car $1/3 = 2/6$. Donc 2/3 font deux fois plus $2 \times 2/6 = 4/6$.
C04	Il existe des longueurs qui sont les mêmes [sur les différentes droites graduées]
C04	$1/2 = 2/4 = 4/8 = 3/6 = 8/16 = 9/18 = 40/80$. Quand le numérateur est la moitié du dénominateur, c'est toujours la moitié. C'est toujours le même nombre.
C04	Des fractions égales : $1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8 = 6/12$
C04	Des fractions égales à 2 : $2 = 4/2 = 8/4 = 6/3$
C04	$3 = 9/3 = 12/4$
C04	$3 = 6/2$ car si on compte les demis à partir de l'origine il y en a six jusqu'au point C de l'abscisse 3
C04	$2 = 24/12$
C04	Dans un dixième j'ai dix centièmes ; dans cinq dixièmes, j'ai cinquante centièmes
C04	$4 = 12/3$
C04	$3/10 + 1/100 = 31/100 = 0,31$; $1/10 = 10/100$; donc, $2/10 = 20/100$ et $3/10 = 30/100$ (justification à l'aide de la droite graduée en dixièmes et en centièmes)
C05-1	On peut écrire, d'une autre façon, une fraction quand elle est supérieure à un, sous la forme d'une addition :
C05-1	$3/2 = 1 + 1/2$
C05-1	$5/4 = 1 + 1/4$
C05-1	$7/4 = 1 + 3/4$
C05-1	$3/2 = 1 + 1/2$
C05-1	$5/4 = 1 + 1/4$
C05-1	$7/4 = 1 + 3/4$
C05-1	$3/2 = 1 + 1/2$
C05-1	$5/4 = 1 + 1/4$

C05-1	$7/4 = 1 + 3/4$	
C05-1	$9/4 = 2 + 1/4$	
C05-1	$1 + 1/2 = 3/2$	
C05-1	$2 + 1/2 = 5/2$	
C05-1	$1 + 1/4 = 5/4$	
C05-1	$2 + 1/4 = 9/4$	
C05-1	$2 + 1/3 = 7/3$	
C05-1	$7/6 = 1 + 1/6$	
C05-1	$2 + 5/6 \neq 11/6$; car $2 = 6/6 + 6/6 = 12/6$ et $12/6 > 11/6$	
C05-1	$2 + 11/12 = 35/12$	
C05-1	$1 + 8/12 = 20/12$	
C05-1	On peut écrire des abscisses sous forme de sommes.	
C05-1	$3/2 = 1 + 1/2$; $5/2 = 2 + 1/2$	
C05-1	Pour cela, on essaie de trouver un nombre entier et on lui rajoute une fraction	
C05-1	$7/6 = 1 + 1/6$; $17/6 = 2 + 5/6 = 3 - 1/6 = 12/6 + 5/6 = 1 + 11/6$. Il y a beaucoup d'écritures pour une même fraction	
C05-1	Chercher à obtenir l'addition d'un nombre entier et d'une fraction plus petite que 1 s'appelle décomposer une fraction.	
C05-1	IV Décomposer une fraction sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1. $3/2 = 1 + 1/2$ $7/6 = 1 + 1/6$ $+ 1/2$ $17/6 = 2 + 5/6$	$5/2 = 2$
C05-1	$15/8 = 1 + 7/8$	
C05-1	$3/2 = 1 + 1/2$; $7/4 = 1 + 3/4 = 1 + 1/2 + 1/4$	
C05-1	$4/3 = 1 + 1/3$	
C05-1	$7/3 = 2 + 1/3$	
C05-1	$11/4 = 2 + 3/4$	
C05-1	$2 + 2/3 = 8/3$	
C05-1	$4 + 2/3 = 14/3$	
C05-1	$12/5 = 2 + 2/5$	
C05-1	$3 + 2/5 = 17/5$	
C05-2	Pour placer $1 + 1/3$: on repère l'unité sur la droite numérique partagée en tiers ; on lui ajoute $1/3$	
C05-2	Pour écrire des fractions sous forme de sommes, on cherche d'abord à repérer les unités en trouvant combien de fois le nombre du dénominateur est contenu dans le nombre du numérateur.	
C05-2	Si on veut obtenir une fraction sous la forme d'une addition d'un nombre entier plus une fraction plus petite que un : on localise cette fraction sur la droite numérique ; on repère l'unité qui s'en rapproche le plus ; on lui ajoute la fraction restante	
C05-2	$7/5 = 1 + 2/5$ Dans une unité il y a cinq parts. Il en reste deux pour faire $7/5$.	
C05-2	Pour décomposer une fraction avec des grands nombres on peut passer par le calcul mental : on cherche l'unité qui se rapproche le plus de la fraction ($1 = 25/25$) ; on compte le nombre de vingt-cinquièmes entre cette unité et trente-sept	
C05-2	A l'école en calcul mental, on peut faire $37 - 25 = - - -$; ou on ajoute une dizaine puis les unités pour arriver à 37 ($37 = 25 + - - -$)	
C05-2	[Pour décomposer des fractions décimales] on va devoir faire du calcul mental puisque les nombres [au dénominateur] sont plus grands	
C05-2	$1/10 + 5/100 > 5/100$. Pour placer $1/10 + 5/100$, on trouve d'abord le point d'abscisse $1/10$; puis on place $5/100$ à la suite.	
C06-1	Au départ, on a travaillé sur des petits nombres [numérateurs et dénominateurs] ; on peut maintenant travailler sur des nombres plus grands	
C06-1	Les fractions ont des numérateurs et des dénominateurs qui sont des nombres entiers. Une fraction décimale est en centièmes ou en dixièmes, etc. Le dénominateur peut être 10, 100, 1000, 10 000.	
C06-1	Une fraction décimale est en dixièmes, centièmes, millièmes et on peut continuer. Les chiffres du dénominateur ne peuvent être que 1 ou 0.	
C06-1	V Fractions décimales dénominateur est 10, 100, 1000, 10000 exemple $2/10$; $4/100$; $15/10$; $10/10000$ sont des fractions décimales.	Leur Par
C06-1	Les fractions décimales ont dix, cent, mille comme dénominateurs.	
C06-2	Quand l'unité est partagée en dix parts, chaque part est un dixième.	
C06-2	Un centième, c'est une unité qu'on a partagée en cent	
C06-2	Un dixième, c'est une unité partagée en dix parties	
C06-2	Pour trouver les centièmes on partage une unité en dix. Puis chaque dixième est partagé en dix.	
C06-2	Un dixième d'unité, c'est partager une unité en dix parts égales et choisir une part.	
C06-2	Je partage une unité en 10 parts égales, j'en choisis 1, c'est $1/10$ de l'unité.	
C06-2	Un centième d'unité c'est partager un dixième d'unité en dix parts égales et en choisir une.	
C06-2	Je partage $1/10$ de l'unité en 10 parts égales, j'en choisis 1, c'est $1/100$ de l'unité.	
C06-2	Dans le système décimal, on ne fait pas de partage en quarts, tiers ou cinquièmes. On fait des partages en dix.	
C06-2	Le chiffre 2 [$2/10$] signifie qu'on a partagé une unité en dix parties et qu'on en a choisies deux : $156,2 = 156 + 2/10$.	
C06-3	Les unités ne sont pas des dixièmes.	
C06-3	Dans un dixième, il y a dix fois un centième	
C06-3	Un centième ce n'est pas la même chose qu'une unité. Pour trouver un centième, il faut partager l'unité en cent	

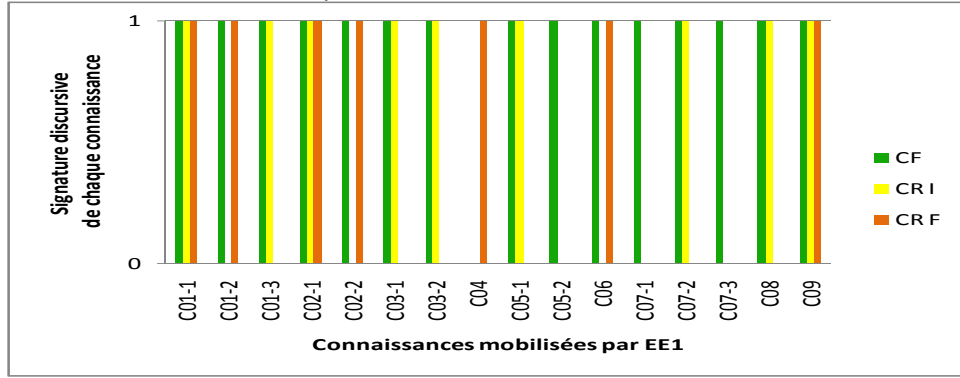
	parties et les dixièmes en dix ($10 \times 1/100$) ; $1/10$ c'est $10/100$)
C07-1	Pour continuer à placer certains points sur la droite numérique, il faut faire des parts de plus en plus petites. On peut partager en trois, puis encore en trois ; ou en quatre.
C07-1	La virgule permet de faire des graduations de plus en plus petites.
C07-1	En divisant à nouveau des dixièmes par dix pour obtenir des centièmes, on obtient des parts de plus en plus fines [qui permettent de mesurer des quantités de plus en plus fines]
C07-2	Pour simplifier les gens ont décidé d'utiliser un système décimal, c'est-à-dire de partager toujours en dix. Tout cela a pris des siècles.
C07-2	les différentes écritures de 471,213 ; Jusqu'au 16 ^{ème} siècle : $471 \frac{2}{10} \frac{1}{100} \frac{3}{1000}$; 1585 : 471 (0) 2(1) 1(2) 3(3) le chiffre entre parenthèses donne le rang du chiffre après la virgule ; 1595 : 471` 213 ; 1595 : 471. 213 ; 471 , 213
C07-2	Jusqu'au 16 ^{ème} siècle, on décomposait les nombres sous forme de fractions décimales. Les nombres entre parenthèses signifiaient le rang du chiffre. Puis ces nombres ont disparu ; on a utilisé les points pour désigner le chiffre des unités.
C07-2	Il y a eu plusieurs façons d'écrire les nombres décimaux, dans le temps.
C07-2	Dans l'Histoire, on a fait le lien entre les fractions et l'écriture des nombres décimaux [D. revient au tableau et pointe l'affiche]... Il a fallu beaucoup de siècles pour arriver à l'écriture qu'on a maintenant, car beaucoup de choses sont contenues dans cette écriture.
C07-2	Dans l'histoire, au cours des siècles, il y a eu différentes écritures de nombres.
C07-2	VI Histoire de l'écriture des nombres décimaux Il y a eu différentes écritures des nombres décimaux au cours des siècles.
C07-2	Quatre cent soixante et onze, deux dixièmes, un centième, trois millièmes, s'écrivait d'au moins 3 façons
C07-2	Par exemple : 471,213 s'écrivait $471 \frac{2}{10} \frac{1}{100} \frac{3}{1000}$ ou $471 \frac{2(1)}{10} \frac{1(2)}{100} \frac{3(3)}{1000}$ ou $471` 213$
C07-2	Maintenant, le point a cédé la place à la virgule : $471,213 \neq 471.213$
C07-2	Les nombres entre parenthèses indiquaient autrefois le rang de chaque chiffre
C07-2	$14,025 = 14 + 2/100 + 5/1000$
C07-2	$15/100 = 0,15 = 0 + 1/10 + 5/100$; $60/100 = 0,60 = 0,6 = 0 + 6/10$
C07-3	Dans 11,1111, chacun des chiffres a une signification différente : 1 dizaine (10), 1 unité (1); 1 dixième (1/10) ; 1 centième (1/100) ; 1 millième (1/1000) ; 1 dix millième (1/10000).
C07-3	Un dixième c'est dix fois plus petit qu'une unité. On a divisé l'unité en dix parties
C07-3	Dans 11,1111 il y a toujours le chiffre 1, mais pour passer du chiffre de gauche à celui qui est à sa droite, on divise toujours par 10.
C07-3	$\begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & & \\ 10 & & 1 & 1/10 & 1/100 & 1/1000 & 1/10000 & \\ & & :10 & :10 & :10 & :10 & :10 & \end{array}$
C07-3	2,408 signifie : deux unités (2), quatre dixièmes (4/10), zéro centièmes (0/100) ; huit millièmes (8/1000).
C07-3	Dans l'écriture à virgule du nombre décimal, la valeur de chaque chiffre dépend de son rang.
C07-3	Deux virgule quatre dixièmes, huit centièmes peut s'écrire : $2,48 = 2 + 4/10 + 8/100$.
C07-3	VII Donner une écriture d'un nombre décimal avec des fractions $2,48 = 2 + 4/10 + 8/100$
C07-3	La virgule indique où se trouve le chiffre des unités. Donc, dans 156,2, le chiffre 6 est celui des unités.
C07-3	Le premier chiffre écrit à droite de la virgule est le chiffre des dixièmes.
C07-4	Dans 2,408, le zéro est utile car si on l'enlève, on change la valeur attribuée au chiffre 8 (8/100 au lieu de 8/1000). Dans l'écriture à virgule décimale, la valeur de chaque chiffre dépend de son rang.
C07-4	Dans 14,025, la valeur du chiffre 2 est indiquée par la virgule et par le zéro. Dans $14 + 2/100 + 5/1000$, la valeur du chiffre 2 est donnée par la fraction 2/100. Il est donc inutile d'écrire $14 + 0/10 + 2/100 + 5/1000$.
C07-4	14 025 n'est pas une écriture du nombre 14,025. 14 025 peut aussi s'écrire: $14 + 2/100 + 5/1000$ ou $14 + 0/10 + 2/100 + 5/1000$
C07-4	$65,0003 = 65 + 3/10000$. A droite de la virgule, on a le chiffre des dixièmes (et non celui des dizaines). Il est inutile d'écrire 0/100 et 0/10
C07-4	$1 = 1,0 = 1,00$; ce sont des zéros inutiles (ils ne changent pas la valeur du chiffre 1)

EC4 : Connaissances génériques et stratégie didactique

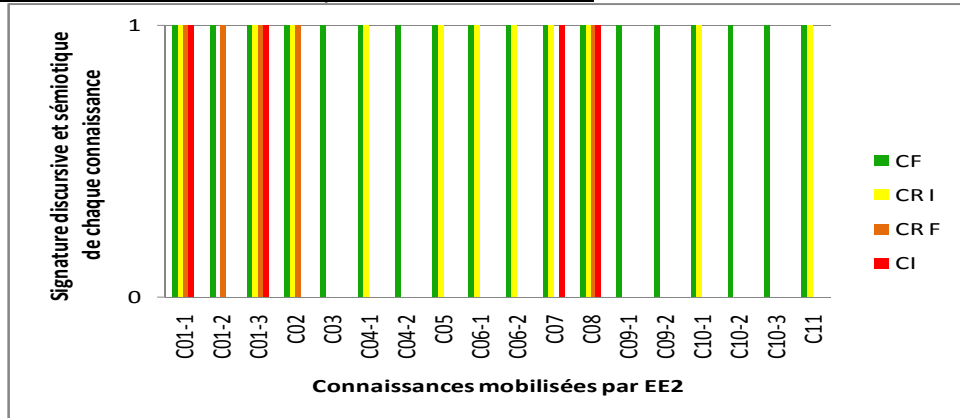
C01	Signification d'une écriture fractionnaire (quand on partage l'unité en six, on obtient des sixièmes ; en deux, des demis ; en trois, des tiers ; en quatre, des quarts ; en dix, des dixièmes)
C02	Notion de demi-droite, de point d'origine, d'unité de longueur, de report d'unités de longueur et d'abscisse
	C02-1 : Graduer une demi-droite (demi-droite; point d'origine; unités; abscisse, points) C02-2 : Distinction point / abscisse
C03	Fractions non décimales inférieures, supérieures ou égales à 1
	C03-1 : Fractions égales à 1 ($2/2 = 3/3 = 4/4 = 6/6 = 12/12$) C03-2 : Fractions inférieures, supérieures à 1 selon que le dénominateur est plus grand, plus petit ou égal au numérateur
C04	Écritures fractionnaires équivalentes : $1/2 = 2/4$; $3 = 9/3$; $1/3 = 2/6$ ($a/b = a/b \times c/c$)
C05	Décomposition d'une fraction supérieure à 1 sous forme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1
	C05-1 : Décomposition de fractions supérieures à 1 1 ^{ère} procédure : trouver l'écriture fractionnaire proche de l'unité ; écrire ce qu'il reste sous la forme de fractions inférieures à 1 C05-2 : Décomposition de fractions supérieures à 1 2 ^{ème} procédure : chercher un multiple du dénominateur qui se rapproche le plus du numérateur pour obtenir l'unité la plus proche de la fraction
C06	Fractions décimales : définitions
	C06-1 : Définition d'une fraction décimale (dénominateur = 10, 100, 1000, 10 000...) C06-2 : Définition des dixièmes, centièmes, millièmes C06-3 : Relations entre unités, dixièmes et centièmes
C07	Équivalence entre écritures fractionnaires décimales et écritures décimales puis à celle du nombre décimal
	C07-1 : Intérêt d'une écriture fractionnaire décomposée (placement de tous les points sur une droite numérique)
	C07-2 : Histoire de l'écriture fractionnaire décimale ; apparition de l'écriture décimale
	C07-3 : Signification des chiffres composant un nombre décimal C07-4 : Rôle de la virgule dans l'écriture décimale (la valeur de chaque chiffre est indiquée par son rang grâce à la virgule qui désigne le chiffre référent des unités)

5-4 Signature discursive et sémiotique de chacune des connaissances mobilisées en CM2

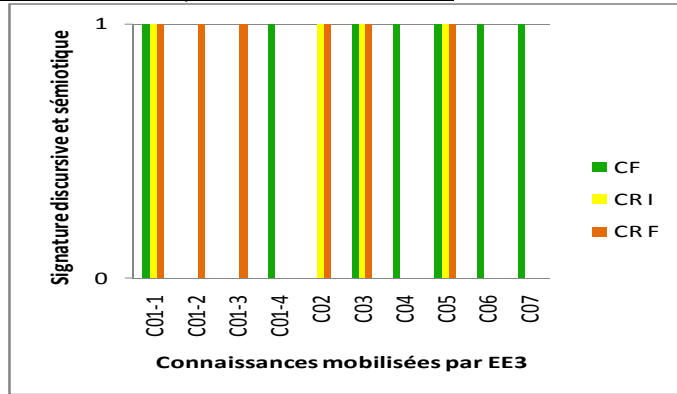
EE1 Traitement discursif et sémiotique des connaissances



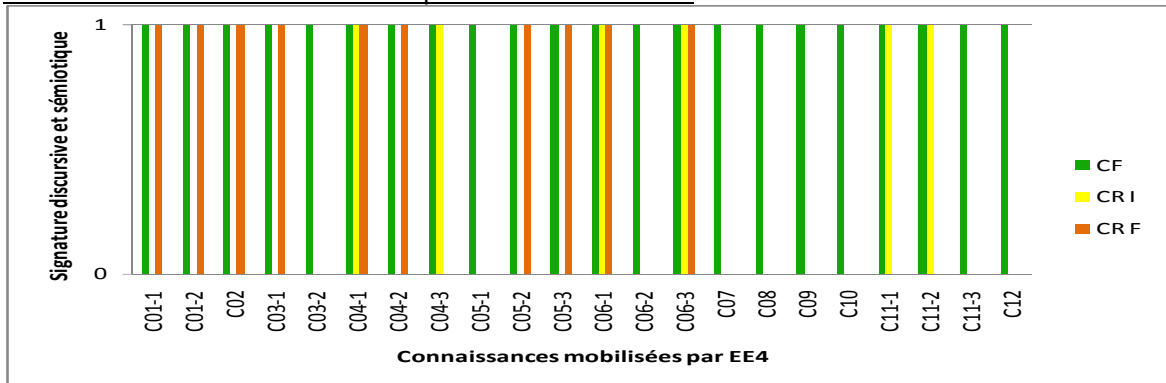
EE2 Traitement discursif et sémiotique des connaissances



EE3 Traitement discursif et sémiotique des connaissances

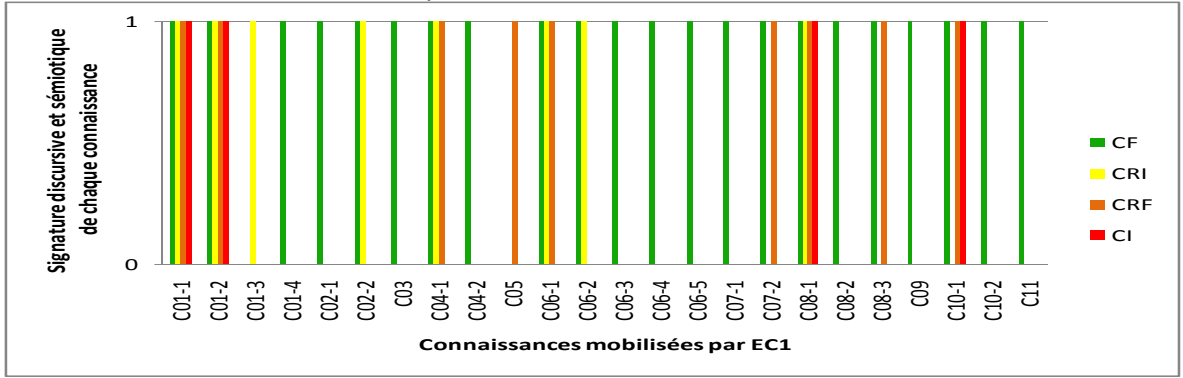


EE4 Traitement discursif et sémiotique des connaissances

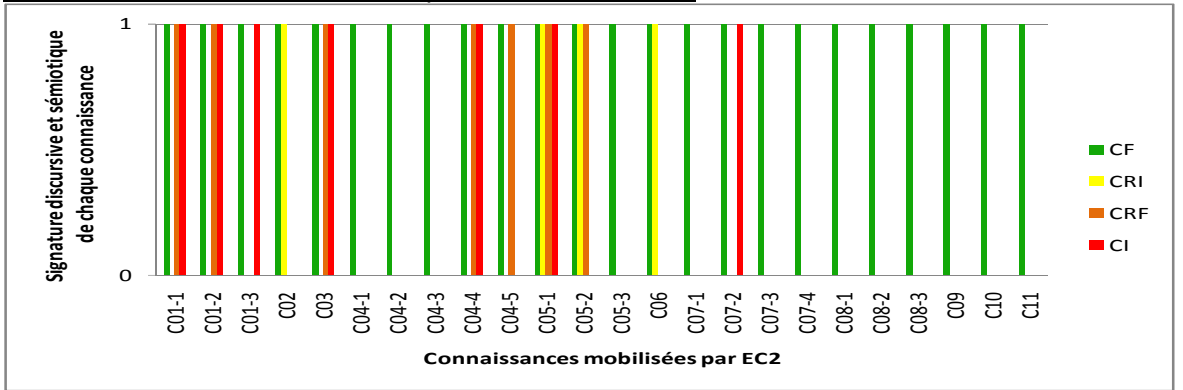


**5-5 Signature discursive et sémiotique de chacune
des connaissances mobilisées en 6^{ème}**

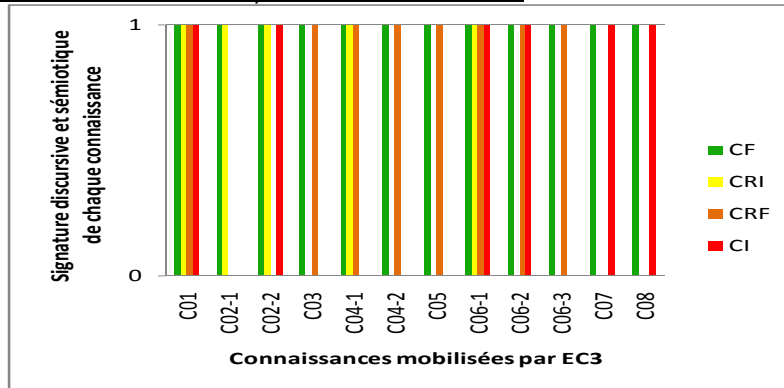
EC1 Traitement discursif et sémiotique des connaissances



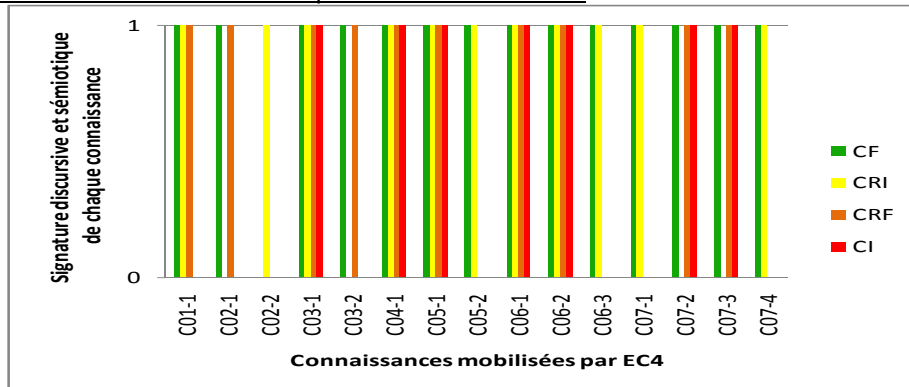
EC2 Traitement discursif et sémiotique des connaissances



EC3 : Traitement discursif et sémiotique des connaissances



EC4 : Traitement discursif et sémiotique des connaissances



5-6 Distribution du traitement sémiotique et discursif des connaissances mobilisées en CM2

5-6-1 CONNAISSANCES FORMULEES, RAPPELEES ET INSCRITES

Distribution du traitement discursif et sémiotique des connaissances en CM2*

EE1	CF	CR	EE2	CF	CR	CI	EE3	CF	CR	EE4	CF	CR
C01-1	1	1	C01-1	1	1	1	C01-1	1	1	C01-1	1	1
C01-2	1	1	C01-2	1	1	0	C01-2	0	1	C01-2	1	1
C01-3	1	1	C01-3	1	1	1	C01-3	0	1	C02	1	1
C02-1	1	1	C02	1	1	0	C01-4	1	0	C03-1	1	1
C02-2	1	1	C03	1	0	0	C02	0	1	C03-2	1	0
C03-1	1	1	C04-1	1	1	0	C03	1	1	C04-1	1	1
C03-2	1	1	C04-2	1	0	0	C04	1	0	C04-2	1	1
C04	0	1	C05	1	1	0	C05	1	1	C04-3	1	1
C05-1	1	1	C06-1	1	1	0	C06	1	0	C05-1	1	0
C05-2	1	0	C06-2	1	1	0	C07	1	0	C05-2	1	1
C06	1	1	C07	1	1	1				C05-3	1	1
C07-1	1	0	C08	1	1	1				C06-1	1	1
C07-2	1	1	C09-1	1	0	0				C06-2	1	0
C07-3	1	0	C09-2	1	0	0				C06-3	1	1
C08	1	1	C10-1	1	1	0				C07	1	0
C09	1	1	C10-2	1	0	0				C08	1	0
			C10-3	1	0	0				C09	1	0
			C11	1	1	0				C10	1	0
										C11-1	1	1
										C11-2	1	1
										C11-3	1	0
										C12	1	0
EE1	CF	CR	EE2	CF	CR	CI	EE3	CF	CR	EE4	CF	CR
TOTAL	15	13	TOTAL	18	12	4	TOTAL	7	6	TOTAL	22	13

Lecture _ CF : connaissance formulée / CR : connaissance rappelée (rappel formel ou informel) / CI : connaissance inscrite.

Dans la classe de EE1, 16 connaissances ont été mobilisées dans l'étude des fractions décimales et des nombres décimaux. Sur ces 16 connaissances, 15 ont fait l'objet d'au moins une formulation ; 13 ont fait l'objet d'au moins 1 rappel ; aucune n'a fait l'objet d'une institutionnalisation écrite. On constate que l'institutionnalisation écrite est moins fréquente qu'en sixième (cf. tableaux suivants). Seule EE2 y a recours. Sur les 18 connaissances qu'elle a engagées, pour l'étude du même objet mathématique, 12 ont fait l'objet d'au moins un rappel et 4 ont été copiées sur le cahier de leçon.

Important : Les numérotations de connaissances ne renvoient pas à des connaissances identiques, d'une classe à l'autre.

*Contrairement au tableau suivant, les phases formelles ne sont pas distinguées, ici, des phases informelles.

5-6-2 CONNAISSANCES FORMULEES, RAPPELEES SUR DES PHASES FORMELLES ET INFORMELLES ET INSCRITES

Distribution du traitement discursif et sémiotique des connaissances en CM2*

EE1	CF	CRI	CRF	EE2	CF	CRI	CRF	CI	EE3	CF	CRI	CRF	EE4	CF	CRI	CRF		
C01-1	1	1	1	C01-1	1	1	1	1	C01-1	1	1	1	C01-1	1	0	1		
C01-2	1	0	1	C01-2	1	0	1	0	C01-2	0	0	1	C01-2	1	0	1		
C01-3	1	1	0	C01-3	1	1	1	1	C01-3	0	0	1	C02	1	0	1		
C02-1	1	1	1	C02	1	1	1	0	C01-4	1	0	0	C03-1	1	0	1		
C02-2	1	0	1	C03	1	0	0	0	C02	0	1	1	C03-2	1	0	0		
C03-1	1	1	0	C04-1	1	1	0	0	C03	1	1	1	C04-1	1	1	1		
C03-2	1	1	0	C04-2	1	0	0	0	C04	1	0	0	C04-2	1	0	1		
C04	0	0	1	C05	1	1	0	0	C05	1	1	1	C04-3	1	1	0		
C05-1	1	1	0	C06-1	1	1	0	0	C06	1	0	0	C05-1	1	0	0		
C05-2	1	0	0	C06-2	1	1	0	0	C07	1	0	0	C05-2	1	0	1		
C06	1	0	1	C07	1	1	0	1				C05-3	1	0	1			
C07-1	1	0	0	C08	1	1	1	1				C06-1	1	1	1			
C07-2	1	1	0	C09-1	1	0	0	0				C06-2	1	0	0			
C07-3	1	0	0	C09-2	1	0	0	0				C06-3	1	1	1			
C08	1	1	0	C10-1	1	1	0	0				C07	1	0	0			
C09	1	1	1	C10-2	1	0	0	0				C08	1	0	0			
				C10-3	1	0	0	0				C09	1	0	0			
				C11	1	1	0	0				C10	1	0	0			
															C11-1	1	1	0
															C11-2	1	1	0
															C11-3	1	0	0
C12	1	0	0															
EE1	CF	CRI	CRF	EE2	CF	CRI	CRF	CI	EE3	CF	CRI	CRF	EE4	CF	CRI	CRF		
TOTAL	15	9	7	TOTAL	18	11	5	4	TOTAL	7	4	6	TOTAL	22	6	10		

Lecture _ CF : connaissance formulée / CRI : connaissance rappelée sur une phase informelle (rappel informel) / CRF : connaissance rappelée sur une phase formelle (rappel formel) / CI : connaissance inscrite.

Dans la classe de EE1, 16 connaissances ont été mobilisées dans l'étude des fractions décimales et des nombres décimaux. Sur ces 16 connaissances, 15 ont fait l'objet d'au moins une formulation ; 9 ont fait l'objet d'au moins 1 rappel informel ; 7 ont fait l'objet d'au moins 1 rappel formel ; aucune n'a fait l'objet d'une institutionnalisation écrite, contrairement à EE2 dont 4 des connaissances sur 18 ont été inscrite sur une affiche.

Important : Les numérotations de connaissances ne renvoient pas à des connaissances identiques, d'une classe à l'autre.

*Contrairement au tableau précédent, les phases formelles sont distinguées, ici, des phases informelles.

5-7 Distribution du traitement sémiotique et discursif des connaissances mobilisées en sixième

5-7-1 CONNAISSANCES FORMULEES, RAPPELEES ET INSCRITES

Distribution du traitement discursif et sémiotique des connaissances en 6^{ème} *

EC1	CF	CR	CI	EC2	CF	CR	CI	EC3	CF	CR	CI	EC4	CF	CR	CI
C01-1	1	1	1	C01-1	1	1	1	C01	1	1	1	C01	1	1	0
C01-2	1	1	1	C01-2	1	1	1	C02-1	1	1	0	C02-1	1	1	0
C01-3	0	1	0	C01-3	1	0	1	C02-2	1	1	1	C02-2	0	1	0
C01-4	1	0	0	C02	1	1	0	C03	1	1	0	C03-1	1	1	1
C02-1	1	0	0	C03	1	1	1	C04-1	1	1	0	C03-2	1	1	0
C02-2	1	1	0	C04-1	1	0	0	C04-2	1	1	0	C04	1	1	1
C03	1	0	0	C04-2	1	0	0	C05	1	1	0	C05-1	1	1	1
C04-1	1	1	0	C04-3	1	0	0	C06-1	1	1	1	C05-2	1	1	0
C04-2	1	0	0	C04-4	1	1	1	C06-2	1	1	1	C06-1	1	1	1
C05	0	1	0	C04-5	1	1	0	C06-3	1	1	0	C06-2	1	1	1
C06-1	1	1	0	C05-1	1	1	1	C07	1	0	1	C06-3	1	1	0
C06-2	1	1	0	C05-2	1	1	0	C08	1	0	1	C07-1	1	1	0
C06-3	1	0	0	C05-3	1	0	0					C07-2	1	1	1
C06-4	1	0	0	C06	1	1	0					C07-3	1	1	1
C06-5	1	0	0	C07-1	1	0	0					C07-4	1	1	0
C07-1	1	0	0	C07-2	1	0	1								
C07-2	1	1	0	C07-3	1	0	0								
C08-1	1	1	1	C07-4	1	0	0								
C08-2	1	0	0	C08-1	1	0	0								
C08-3	1	1	0	C08-2	1	0	0								
C09	1	0	0	C08-3	1	0	0								
C10-1	1	1	1	C09	1	0	0								
C10-2	1	0	0	C10	1	0	0								
C11	1	0	0	C11	1	0	0								
EC1	CF	CR	CI	EC2	CF	CR	CI	EC3	CF	CR	CI	EC4	CF	CR	CI
TOTAL	22	12	4	TOTAL	24	9	7	TOTAL	12	10	6	TOTAL	14	15	7

Lecture _ CF : connaissance formulée / CR : connaissance rappelée (rappel formel ou informel) / CI : connaissance inscrite.

Dans la classe de EC2, 24 connaissances ont été mobilisées dans l'étude des fractions décimales et des nombres décimaux. Sur ces 24 connaissances, 24 ont fait l'objet d'au moins une formulation ; 9 ont fait l'objet d'au moins 1 rappel ; 7 ont fait l'objet d'une institutionnalisation écrite.

Important : Les numérotations de connaissances ne renvoient pas à des connaissances identiques, d'une classe à l'autre. Par exemple, C02-1 renvoie aux notions de point, de point d'origine, d'abscisse, de segment-unité et de demi-droite, dans la classe de EC4. Dans la classe de EC3, C02-1 renvoie aux écritures fractionnaires unitaires équivalentes permettant la décomposition d'une écriture fractionnaire.

*Contrairement au tableau suivant, les phases formelles ne sont pas distinguées, ici, des phases informelles.

5-7-2 CONNAISSANCES FORMULEES, RAPPELEES SUR DES PHASES FORMELLES ET INFORMELLES ET INSCRITES

Distribution du traitement discursif et sémiotique des connaissances en 6^{ème}*

EC1	CF	CRI	CRF	CI	EC2	CF	CRI	CRF	CI	EC3	CF	CRI	CRF	CI	EC4	CF	CRI	CRF	CI
C01-1	1	1	1	1	C01-1	1	0	1	1	C01	1	1	1	1	C01	1	1	1	0
C01-2	1	1	1	1	C01-2	1	0	1	1	C02-1	1	1	0	0	C02-1	1	0	1	0
C01-3	0	1	0	0	C01-3	1	0	0	1	C02-2	1	1	0	1	C02-2	0	1	0	0
C01-4	1	0	0	0	C02	1	1	0	0	C03	1	0	1	0	C03-1	1	1	1	1
C02-1	1	0	0	0	C03	1	0	1	1	C04-1	1	1	1	0	C03-2	1	0	1	0
C02-2	1	1	0	0	C04-1	1	0	0	0	C04-2	1	0	1	0	C04	1	1	1	1
C03	1	0	0	0	C04-2	1	0	0	0	C05	1	0	1	0	C05-1	1	1	1	1
C04-1	1	1	1	0	C04-3	1	0	0	0	C06-1	1	1	1	1	C05-2	1	1	0	0
C04-2	1	0	0	0	C04-4	1	0	1	1	C06-2	1	0	1	1	C06-1	1	1	1	1
C05	0	0	1	0	C04-5	1	0	1	0	C06-3	1	0	1	0	C06-2	1	1	1	1
C06-1	1	1	1	0	C05-1	1	1	1	1	C07	1	0	0	1	C06-3	1	1	0	0
C06-2	1	1	0	0	C05-2	1	1	1	0	C08	1	0	0	1	C07-1	1	1	0	0
C06-3	1	0	0	0	C05-3	1	0	0	0					C07-2	1	0	1	1	
C06-4	1	0	0	0	C06	1	1	0	0					C07-3	1	0	1	1	
C06-5	1	0	0	0	C07-1	1	0	0	0					C07-4	1	1	0	0	
C07-1	1	0	0	0	C07-2	1	0	0	1										
C07-2	1	0	1	0	C07-3	1	0	0	0										
C08-1	1	1	1	1	C07-4	1	0	0	0										
C08-2	1	0	0	0	C08-1	1	0	0	0										
C08-3	1	0	1	0	C08-2	1	0	0	0										
C09	1	0	0	0	C08-3	1	0	0	0										
C10-1	1	0	1	1	C09	1	0	0	0										
C10-2	1	0	0	0	C10	1	0	0	0										
C11	1	0	0	0	C11	1	0	0	0										
EC1	CF	CRI	CRF	CI	EC2	CF	CRI	CRF	CI	EC3	CF	CRI	CRF	CI	EC4	CF	CRI	CRF	CI
TOTAL	22	8	9	4	TOTAL	24	4	7	7	TOTAL	12	5	8	6	TOTAL	14	11	10	7

Lecture _ CF : connaissance formulée / CRI : connaissance rappelée sur une phase informelle (rappel informel) / CRF : connaissance rappelée sur une phase formelle (rappel formel) / CI : connaissance inscrite.

Dans la classe de EC1, 24 connaissances ont été mobilisées dans l'étude des fractions décimales et des nombres décimaux. Sur ces 24 connaissances, 22 ont fait l'objet d'au moins une formulation ; 8 ont fait l'objet d'au moins 1 rappel informel ; 9 ont fait l'objet d'au moins 1 rappel formel ; 4 ont fait l'objet d'une institutionnalisation écrite.

Important : Les numérotations de connaissances ne renvoient pas à des connaissances identiques, d'une classe à l'autre.

*Contrairement au tableau précédent, les phases formelles sont distinguées, ici, des phases informelles.

SECTION 6

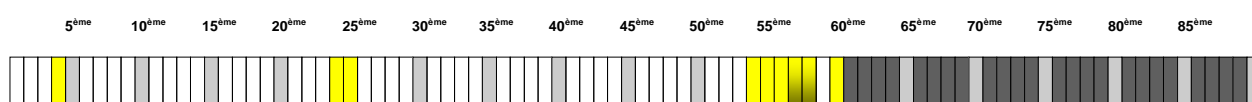
6 Distribution spatiale et temporelle des phases de rappels

6-1 Légende des graphiques

Rappelons, tout d'abord, la distinction établie entre les deux types de phases de rappels. Les phases formelles sont mobilisées sur les temps de réorganisation des connaissances ; les phases informelles sont mobilisées sur les temps de recherche et de correction.

- Chaque bande horizontale correspond à une des séances mobilisées par un enseignant de CM2 ou de 6^{ème} ; quatre bandes horizontales correspondent à quatre séances ; cinq bandes à cinq séances, etc.
- Chaque cas de ces bandes horizontales correspond à une unité temporelle d'une durée d'une minute ; deux cases représentent deux minutes, etc.
- L'ensemble des cases blanches, jaunes, oranges et rouges de chaque bande horizontale correspond au temps effectif d'enseignement d'une séance. Ce choix permet le repérage immédiat des phases de rappels situées en début ou fin de séance (cas fréquent au CM2).
- Les cases noires ne sont pas à prendre en compte, pas plus que les cases grises qu'elles contiennent.

6-1-1 1^{ER} EXEMPLE : 1^{ERE} SEANCE DE EE1



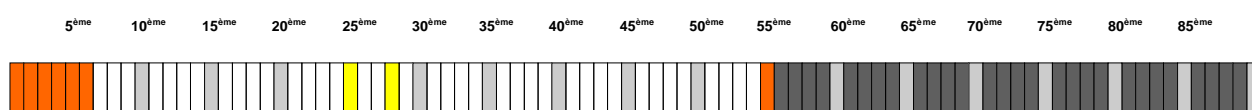
- Le temps effectif d'enseignement de la première séance de EE1 s'achève au cours de la soixantième minute, comme l'indique la dernière graduation, en jaune, ci dessus.
- Sur cette première séance, EE1 mobilise 5 phases de rappels à 5 moments différents, dont une en fin de séance.
- La première phase est mobilisée au cours de la 4^{ème} minute et dure moins d'une une minute. La troisième phase s'étend sur trois minutes : la 54^{ème}, 55^{ème} et 56^{ème} minute.

6-1-2 PHASES FORMELLES ET INFORMELLES

Dans un second temps, nous avons distingué les phases formelles de deux façons.

- Contrairement aux phases informelles de couleur jaune, elles sont représentées par des cases de couleur orange et rouge (rouge pour les phases formelles de rappels contenant des gestes mémoriels d'évocations à visée institutionnalisante ; orange pour les anamnèses et les simples évocations).
- La durée des phases de réorganisation des connaissances sur lesquelles elles sont mobilisées, est matérialisée par un trait rouge, situé juste en dessous.

6-1-3 2^{EME} EXEMPLE : 2^{EME} SEANCE DE EE1

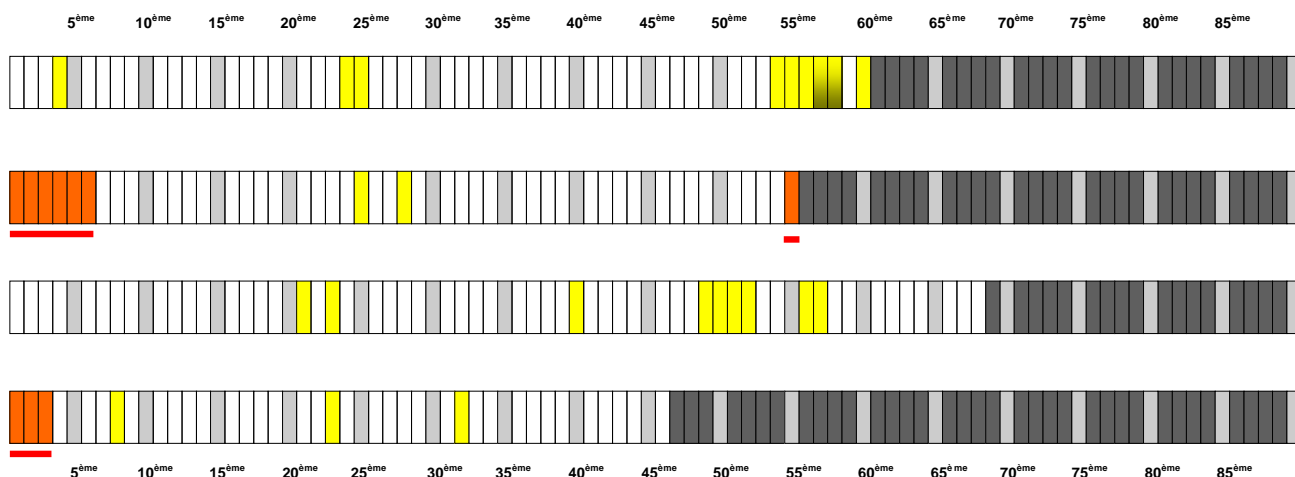


- Le temps effectif d'enseignement de cette séance s'achève avant la 56^{ème} minute.
- EE1 mobilise 4 phases de rappels :
 - 2 phases informelles en milieu de séance (cases de couleur jaune) ;
 - 2 phases formelles en début et en fin de séances (cases de couleur orange) dont la durée correspond exactement au temps de réorganisation des connaissances (traits rouges en dessous).
- La première phase est mobilisée en début de la séance et s'étend sur les six premières minutes (ce qui ne signifie pas qu'elle dure 6 minutes ; une phase peut très bien commencer en fin de première minute de temps effectif, puis se terminer en début de 6^{ème} minute ; soit, en tout, un peu plus de 4 minutes).

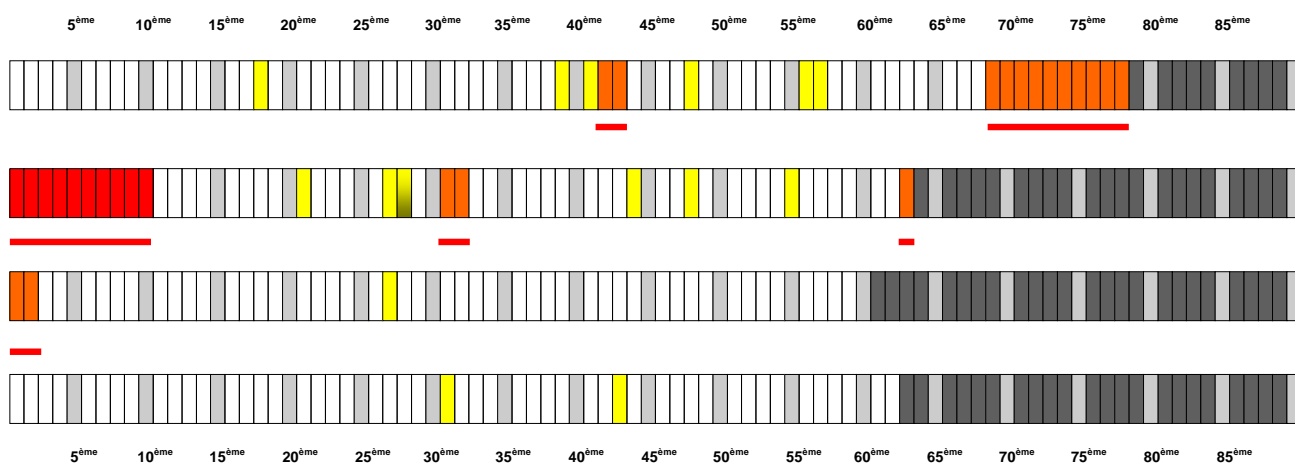
Quand deux nuances de jaune ou d'orange sont juxtaposées, c'est qu'il y a deux phases de rappels distinctes. Les durées de chacune des phases de rappels sont arrondies à la minute supérieure, afin de faciliter la lisibilité des stratégies mémorielles engagées, en exagérant légèrement leur durée.

Dans le cas, assez exceptionnel, où deux phases de rappels très brèves sont engagées sur la même minute, le choix a été fait de déplacer la deuxième phase sur la case voisine, en faisant particulièrement attention à leur coïncidence ou à leur non coïncidence avec les phases de réorganisation des connaissances.

6-2 *Distribution des phases formelles et informelles de rappels dans les classes de CM2*

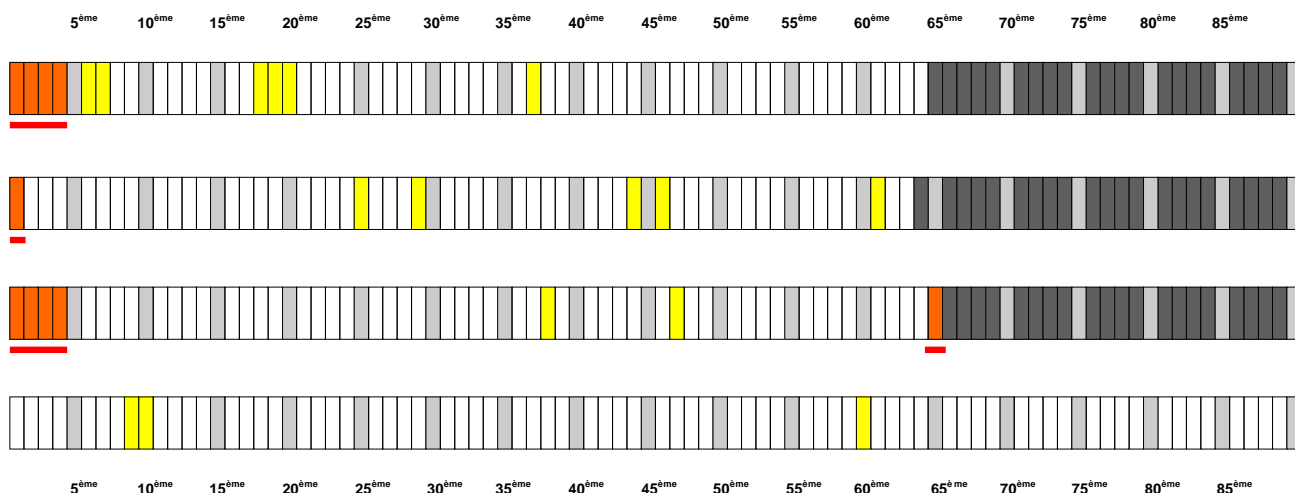


**DISTRIBUTION SPATIALE ET TEMPORELLE
DES PHASES FORMELLES ET INFORMELLES DE RAPPELS
4 SÉANCES
EE1**

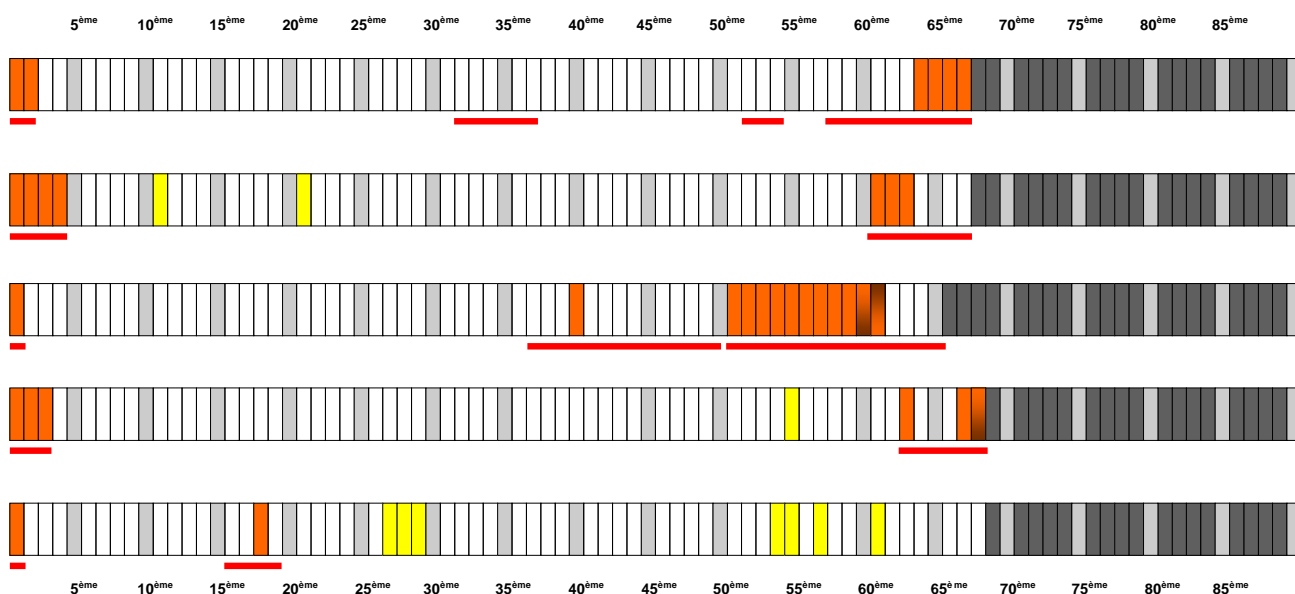


**DISTRIBUTION SPATIALE ET TEMPORELLE
DES PHASES FORMELLES ET INFORMELLES DE RAPPELS
4 SÉANCES
EE2**

***Lecture** Sur la première séance, de EE2 on observe 7 phases de rappels (4 de moins d'une minute ; 2 de moins de deux minutes ; 1 de moins de 10 minutes). La phase la plus longue est une phase formelle située en fin de séance, à l'initiative de l'enseignant sur un temps de réorganisation des connaissances (indiqué par un trait rouge). Elle s'étend de la 69^{ème} et la soixante-dix-huitième minute. Cette première séance est la plus longue de toutes les séances de EE2 (elle s'arrête en cours de 78^{ème} minute).*



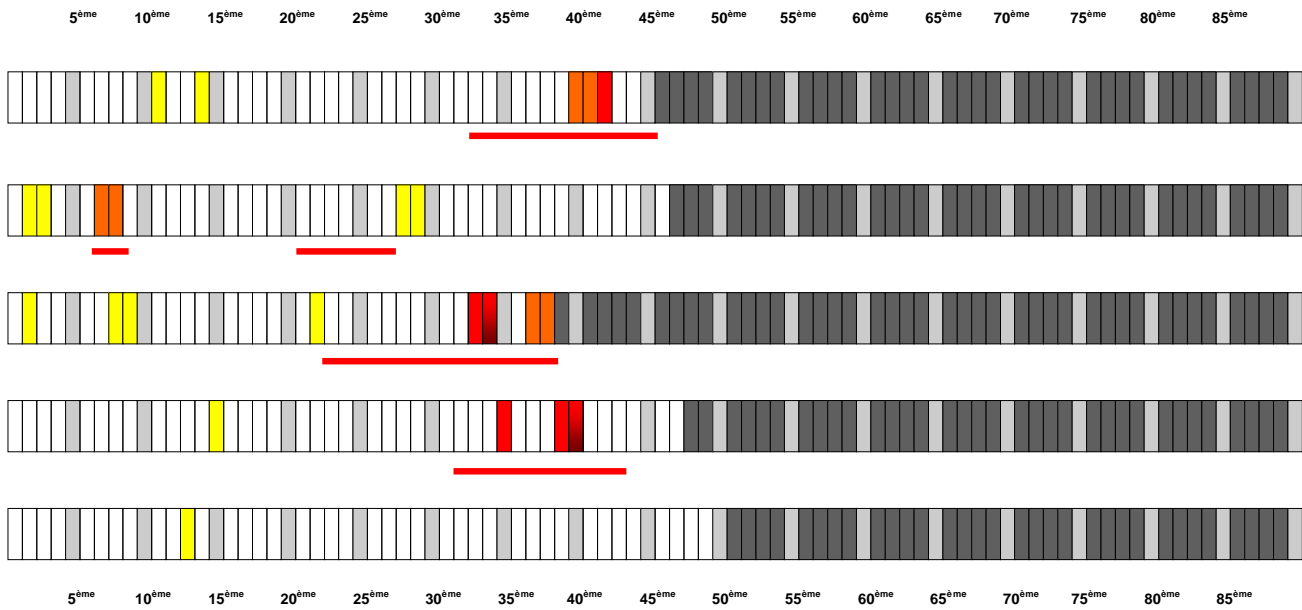
**DISTRIBUTION SPATIALE ET TEMPORELLE
DES PHASES FORMELLES ET INFORMELLES DE RAPPELS
4 SÉANCES
EE3**



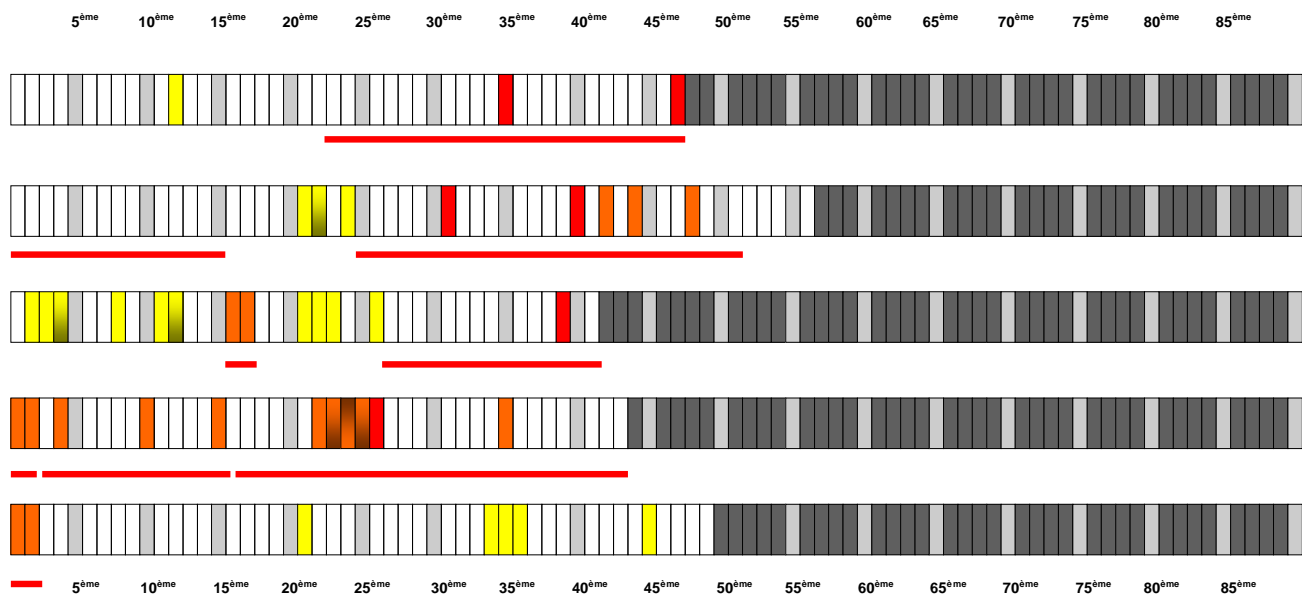
**DISTRIBUTION SPATIALE ET TEMPORELLE
DES PHASES FORMELLES ET INFORMELLES DE RAPPELS
5 SÉANCES
EE4**

Lecture _ Les phases de rappels situées vers la fin de la 2^{ème} et de la 3^{ème} séance sont suivies, pendant quelques minutes, de remarques et d'échanges élèves / enseignant, poursuivant les réflexions amorcées par les anamnèses mobilisées sur les phases formelles des temps de réorganisation (le trait rouge en dessous de la séance). C'est ainsi que la phase située en fin de deuxième séance s'étend de la soixante et unième à la soixante-troisième minute, ce qui ne signifie pas d'ailleurs, comme nous l'avons dit, qu'elle dure trois minutes (elle dure, en réalité, 1mn 32s).

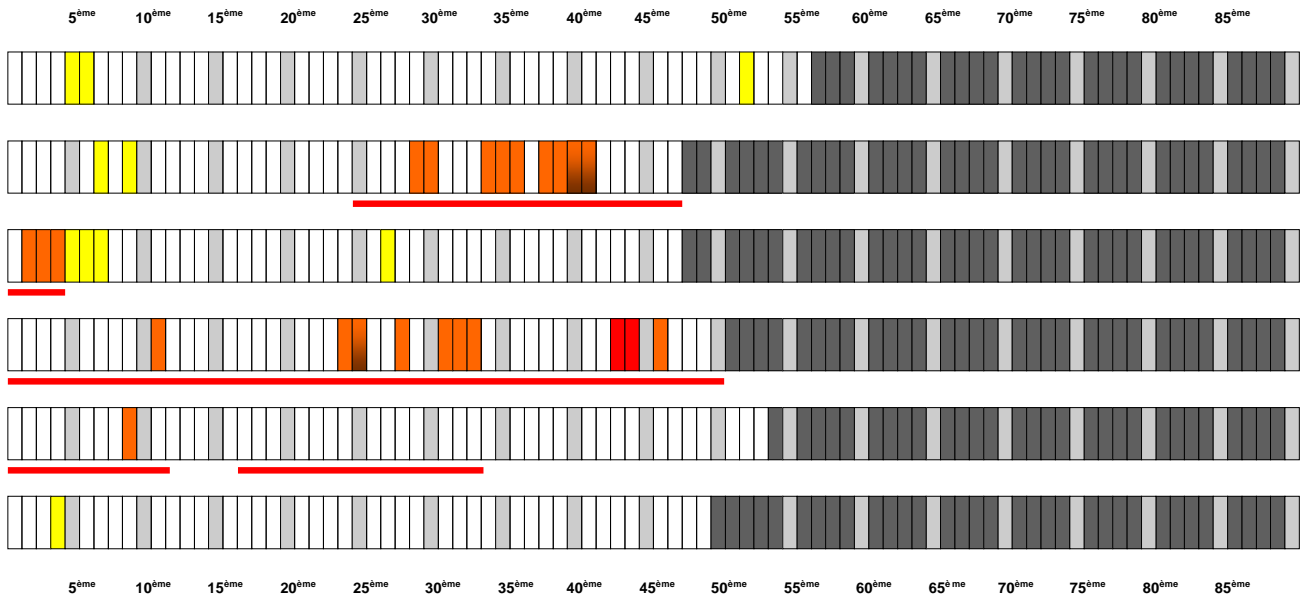
6-3 Distribution des phases formelles et informelles de rappels dans les classes de 6^{ème}



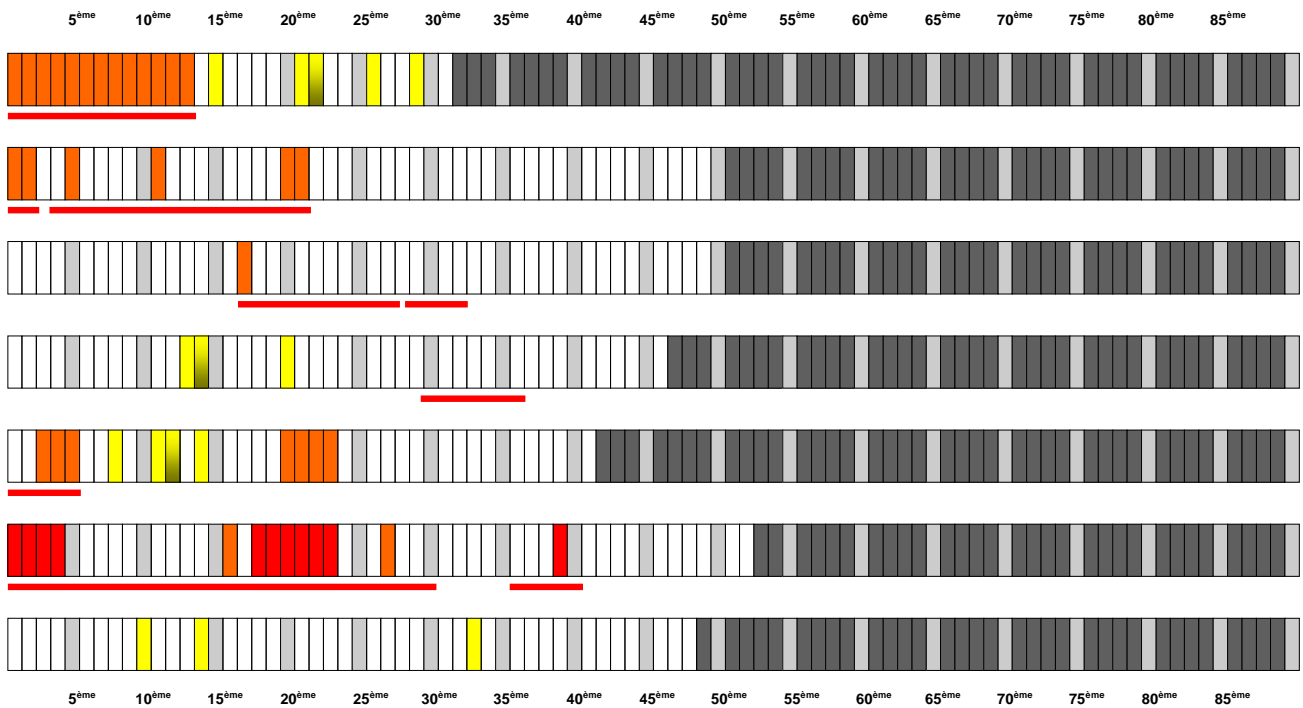
**DISTRIBUTION SPATIALE ET TEMPORELLE
DES PHASES DE RAPPELS FORMELLES ET INFORMELLES
5 SEANCES
EC1**



**DISTRIBUTION SPATIALE ET TEMPORELLE
DES PHASES FORMELLES ET INFORMELLES DE RAPPELS
5 SEANCES
EC2**



**DISTRIBUTION SPATIALE ET TEMPORELLE
DES PHASES DE RAPPELS FORMELLES ET INFORMELLES
6 SEANCES
EC3**



**DISTRIBUTION SPATIALE ET TEMPORELLE
DES PHASES DE RAPPELS FORMELLES ET INFORMELLES
7 SEANCES
EC4**

Rappelons que les traits rouges matérialisent la durée et la distribution spatiale des activités de réorganisation et d'institutionnalisation. D'un simple coup d'œil, on peut constater qu'elles présentent une durée beaucoup plus importante dans les classes de 6^{ème}. Les « fast teachers » compensent ainsi un temps de recherche réduit, par un temps important de réorganisation permettant de renforcer la visibilité institutionnelle des connaissances visées par l'étude.

Vis-à-vis des classes de CM2, plusieurs remarques peuvent également être faites.

- Les phases de rappels situées en début et fin de séances sont plus nombreuses et d'une durée plus importante que la plupart des phases formelles de rappels mobilisées dans les classes de sixième (cf. Chapitre 7).
- Les gestes mémoriels qu'elles contiennent – les anamnèses – constituent ainsi la forme de mémorisation et d'institutionnalisation dominante, dans les classes de CM2 observées. Ceci ne signifie pas que l'institutionnalisation écrite n'existe pas en CM2, mais seulement qu'elle est moins fréquente qu'en sixième et moins fréquente que les anamnèses.

Les critères retenus pour identifier des phases de rappels de fin ou de début de séances sont les suivants.

- Pour l'essentiel d'entre elles, elles doivent être mobilisées :
 - dans la première ou dans la deuxième minute du temps d'enseignement effectif ;
 - dans la dernière ou l'avant dernière minute du temps d'enseignement effectif.
- Pour les phases de fin de séances, il faut toutefois nuancer cette première définition. Celles-ci peuvent, en effet, être prolongées pendant quelques minutes, de remarques et de réflexions qu'elles ont-elles-mêmes initiées et qui ne relèvent plus exactement d'une récapitulation, sans que le type d'activités change pour autant. On en trouve plusieurs exemples avec les deuxième et troisième séances de EE4, où les dernières phases de rappels correspondent à un retour et une première distanciation / décontextualisation vis-à-vis de ce qui vient d'être fait en classe.

SECTION 7

7 Un exemple d'oubli en classe de CM2

Au cours de sa 1^{ère} séance sur les nombres décimaux, EE1 propose d'utiliser un segment-unité partagé en dix parties égales afin de mesurer la longueur de bandes de différentes longueurs. Pour y parvenir, il est conseillé, dans la consigne, de reporter sur le bord d'une feuille le segment-unité et ses graduations, afin de trouver la mesure exacte des différents segments. Cette activité est tirée du manuel de mathématiques utilisé en classe.

La bande-unité doit donc être reproduite sur une feuille blanche avec ses graduations en dixièmes. L'objectif est d'obtenir différentes écritures identiques de la même bande du type :

$$\begin{aligned} GH &= 11/10 \text{ de } u = 1u + 1/10 \text{ de } u = 10/10 \text{ de } u + 1/10 \text{ de } u \\ CD &= 2 u + 8/10 u = 28/10 u = 10/10 u + 10/10 u + 8/10 u \end{aligned}$$

Les manipulations durent assez longtemps, car les élèves qui ont déjà fait ce type d'activités à l'aide de bande-unités divisées en tiers ou en quarts cherchent, par pliage, à reproduire ce type de divisions. EE1 est donc obligé, à plusieurs reprises, d'expliquer que c'est inutile, puisque ce travail est déjà fait avec la graduation en dixièmes de la bande-unité.

Au moment de la correction du deuxième segment (de longueur 28/10), un élève brillant, Vincent, propose une solution imprévue : au lieu d'utiliser la bande-unité pour effectuer les mesures des différentes bandes, il déclare avoir utilisé son double décimètre, avec lequel il a reproduit la bande-unité, pour estimer la longueur de chacune des bandes.

- Comme la bande unité mesure 5 centimètres, il conclut dans un premier temps que $0,5 \text{ cm} = 1/10$.
- Comme la bande qu'il faut mesurer avec la bande-unité mesure 14 centimètres, cela correspond à 28 fois 0,5 cm. Il en conclut qu'il y a 28 dixièmes (28/10).

Cette solution astucieuse n'est pas du goût de certains élèves, pour qui les clauses du contrat didactique n'ont pas été respectées : il *fallait* utiliser la bande-unité, puisque c'était écrit dans la consigne !

Voici un extrait des échanges et de la réaction de EE1.

« [Vincent : J'ai vu que ça faisait 14 centimètres. Vu que la bande-unité, elle faisait 5 centimètres, j'ai... j'ai... J'ai, heu... Vu que un dixième, c'était égal à ... à zéro... à zéro, virgule, cinq centimètres, ben, ça... !]... [EE1 opine du chef et sourit]... Toi, tu m'embêtes, parce que tu es déjà en avance !!! [Rires de EE1, ravi !]... Alors, ce qu'il a dit, c'est vrai – bon, on ne va pas... on

ne va pas... on ne va pas le décortiquer... ! [Autre élève : Oui, mais, d'abord, c'est de la triche !]... Non, c'est... ce n'est pas de la triche ! C'est-à-dire, qu'il a... il a... Il a, parfaitement, pigé le truc ! Donc, ça va, il... Il roule ! [Autre élève : Mais oui, mais...!]... Mais vous aussi, il n'y a pas de problèmes sauf que lui c'est aujourd'hui ; vous, ça sera demain ! Ça ne change rien, hein ! Donc, ce qu'a dit Dorian, moi je trouve ça très bien ! Il a fait ça : donc, une unité ; encore une unité... [Vincent : Et moi, ce n'est pas bien ?!]... Et puis après, quelque chose qui était... plus petit que l'unité. Et donc il a écrit ça et il le traduit en deux unités plus huit dixièmes. »
[EE1, 1^{ère} séance, 33^{ème} minute après l'entrée en classe]

Dans cet extrait, on voit bien que EE1 *ne peut retenir la proposition de Vincent*, car elle correspond à des savoirs sur les nombres décimaux qui seront construits ultérieurement ($1\text{ u} = 10/10\text{ u}$; $1/10\text{ u} = 1\text{ u} / 10$; $5/10 = 0,5$; $28 \times 0,5 = 14$, etc.). Il se trouve ainsi soumis à une injonction paradoxale.

- D'un côté, il y a eu rupture du contrat didactique, puisque l'élève n'a pas véritablement respecté les consignes.
- Il a mesuré la longueur de la bande-unité, au lieu d'en reporter les graduations sur le bord d'une autre feuille.
- Il a également eu recours à un ensemble de savoirs non encore abordés en classe, même s'ils relèvent de pratiques sociales et familiales courantes.
- De l'autre, ce même élève est parvenu à une solution exacte à l'aide d'une méthode ingénieuse *et il le sait* [Vincent : "Et moi, ce n'est pas bien ?! »], manifestant ainsi un certain nombre de compétences attendues par les enseignants, de la part de leurs élèves.

EE1 ne peut, par conséquent, que féliciter tout le monde, en tentant de préserver Vincent tout en éliminant, *de facto*, sa proposition : l'institution dont il est l'agent ne peut, en l'état, que retenir les connaissances conformes à la chronogénèse. La phase de rappels, au début de la séance suivante (2^{ème} séance), en constitue une bonne illustration. Elle porte, en effet, un coup final à la proposition de Vincent tout en révélant certaines facettes du contrat didactique. Ainsi, EE1 n'accepte plus désormais que l'on évoque les nombres à virgule, alors même que, Vincent les avait utilisés la veille.

En voici un extrait.

« **Donc, qu'est-ce qu'on a fait, hier, concrètement ?...** Oui, Jeremy, dis-le ! [Jeremy : Ben, hier, en fait, on a travaillé sur les fractions décimales !]... Oui, c'est ce qu'on vient de dire !... **Mais, concrètement, on a fait quoi ?...** Mathias ? [Mathias : On a placé des fractions sur des segments...]. On a placé les fractions sur des segments... [Mathias : Sur un tableau...]. Sur un tableau... Tania ? [Tania : Heu, il y avait des segments et... Et on avait une bande unité... Et on devait savoir combien de fois on mettait, heu... On pouvait la... la mettre... sur le segment... Et ce qui restait, en fait, c'était le nombre à virgule... Non ! C'était... Non, c'était, heu... ! Autre élève : On n'a rien vu avec les virgules !]... **Heu, attends, j'ai... J'ai dû manquer quelque**

chose hier ! Est-ce qu'hier, à un moment donné, on a *parlé* de virgules ?!... [Elèves : Non !]... *Ha, bon !!!*... Vous me rassurez, parce que, là, j'ai cru que j'avais raté quelque chose !... **Bon, donc, il n'y avait pas de virgules...** Mais, c'est quoi... Qu'est-ce qu'on a fait, en fait... Ces segments ?... On a fait quoi ?... Tout simplement ? [Elève : On les a mesurés avec une bande !]... On les a mesurés avec une bande unité ! Avec seulement une chose Joachim, c'est que notre bande unité, qu'est-ce qu'elle avait de particulier ? [Autre élève : Elle était coupée en dixièmes !]... Elle était graduée en dixièmes !... D'accord ? »
 [EE1, phase de rappels de début de 2^{ème} séance]

Au travers de ce qui pourrait ressembler à un déni de mémoire, se manifeste certaines clauses du contrat didactique qui, implicitement, déterminent ce que chacun des membres de l'institution éducative – enseignés et enseignant – a la responsabilité de gérer.

- Le professeur doit s'assurer « que les acquisitions antérieures et les conditions nouvelles donnent à l'élève la possibilité de l'acquisition ».
- L'élève est « supposé pouvoir satisfaire ces conditions » (G. Brousseau, 1998, 61).

Les acquisitions antérieures des élèves ne permettant pas à ces derniers de comprendre la solution proposée par Vincent, celle-ci n'est donc pas recevable au sein de l'institution classe. Conformément au contrat didactique et au principe de cohérence institutionnelle, elle ne peut être retenue.

Le fait qu'à la question de EE1 « Est-ce qu'hier, à un moment donné, on a parlé de virgules ? », l'ensemble des élèves réponde par la négative, montre que *ces derniers sont également partie prenante et acteurs de cet oubli*. Une des clauses implicites du contrat didactique consiste, par conséquent, à laisser, au final, la responsabilité de l'oubli et du rappel à l'enseignant : Vincent, lui-même, ne conteste pas l'oubli de sa propre procédure.

SECTION 8

8 Des techniques discursives au service de la visibilité institutionnelle

Sur les phases de rappels, comme sur les temps de simples formulations orales de connaissances, les enseignants mobilisent un certain nombre de techniques gestuelles et discursives orientant les réponses des élèves et accélérant l'évolution des connaissances. Ce faisant, implicitement ou explicitement, ils organisent la visibilité des connaissances jugées importantes.

Voici quelques unes de ces techniques.

- Mimer une situation ; reproduire des gestes susceptibles de fonctionner comme des indices mémoriels, des rappels indicés¹ (A. Lieury, 1997 ; 2005).

EE1 : « Qu'est-ce qu'on a fait, hier je ne m'en souviens plus, moi ! [Julie : hier ?]... Oui... [[Julie : Hé ben, on a fait, heu...des fractions et on a, heu... On a fait des fractions décimales... [EE1 **P'aide en mimant avec ses mains l'action de séparer quelque chose en deux morceaux]**... Ha oui !...On a décomposé les nombres, là !... pour savoir si... [EE1 **poursuit ses mîmes ; il veut obtenir de Julie les termes de « partie entière » et « partie fractionnaire », mais n'y arrive pas]**... On devait encadrer deux nombres, par un nombre entier... Successif !... [Julie : Successif...] Je m'en souviens bien, de ça... [Rire bref de EE1 qui fait ici allusion aux difficultés de vocabulaire rencontrées dans l'exercice 6 p. 75] ! »
[EE1, rappel de début de 4^{ème} séance]

- Répéter une question, jusqu'à ce que l'on obtienne la réponse souhaitée ;

EE1 : « [...] [Elève : Et on devait trouver en décomposant ou en faisant... et les élèves sont venus montrer des techniques.]... **Oui... Et le but, c'est d'arriver à quoi, à la fin ?** [Elève : A trouver les nombres qui encadraient... ?] [...] **Et à l'arrivée – ce qu'on a fait hier – on obtenait quoi, à l'arrivée ?**... Deux choses... Il y avait... ?! [Elève : On devait trouver l'unité... et la partie fractionnaire... la partie entière !]... Voilà ! »
[EE1, rappel de début de 4^{ème} séance]

¹ La notion de *reminding* est assez proche de celle de *rappel indicé*, développée en psychologie cognitive. Cette technique de récupération en mémoire « fournit au sujet une aide à la récupération (mots, phrases, images) dont le degré de similarité avec l'information à rappeler varie. » (D. Gaonac'h, P. Larigauderie, 2000, 161-162). Il existe ainsi une hiérarchie de techniques de récupération en mémoire, fonction du niveau de fidélité de restitution des informations. Le *rappel libre* est le moyen le plus faible car il est subordonné à la capacité limitée de la mémoire à court terme et à quelques indices à court termes ou contextuels. Le *rappel indicé* est la technique de rappel la plus puissante. La *reconnaissance* est la technique de récupération en mémoire la plus puissante (A. Lieury, 2005, 204). Il existe, cependant, plusieurs différences fondamentales entre ces techniques de rappel et le rappel de type didactique, aussi bien dans les buts recherchés que dans les critères d'efficacité. Dans le champ de la psychologie cognitive, les rappels présentent ainsi une dimension expérimentale orientée vers l'étude du fonctionnement du système nerveux central des individus. La fidélité de la restitution de l'information constitue, par conséquent, un des critères d'évaluation d'une technique de mise en mémoire. Dans le champ didactique, les rappels visent la construction d'une culture commune, au travers de l'institutionnalisation de certaines connaissances et de certains savoirs. Ce sont les principes d'identité et de cohérence, propres aux institutions, ainsi que la capacité de celles-ci à reconstruire leur passé qui, entre autres, constituent les critères d'efficacité.

- S'effacer derrière l'énonciation des autres. Multiplier les locuteurs et les faire dialoguer entre eux, en se mettant en position de sur-énonciateur : de celui qui se réserve le droit de faire des commentaires ; qui choisit les énonciateurs ; qui autorise certaines énonciations et décide de leur début comme de leur fin (A. Rabatel, 2004, 32). Ce faisant, imposer son point de vue, de telle sorte qu'il prenne, pour paraphraser Bourdieu « toutes les apparences du naturel » (P. Bourdieu, 1994, 104).

« Bon test : est-ce que il y a quelqu'un qui pourrait leur expliquer un peu ce sur quoi on a travaillé hier ? **Alors Delphine...dis nous ?** [...] **Alors, Sybil ?** [Sybil : Sur les fractions décimales, on a travaillé] [Autres élèves : Avec des trucs à virgule ! ... Avec les dixièmes, centièmes] [...] Première question, parce que il y en a qui n'étaient pas là, non plus... **Là, Joachim, il ne sait pas de quoi on parle ; Joachim, c'est quoi une fraction décimale, au fait ?** [Joachim : Une fraction à... à nombre à virgule]... *Ha*, c'est une fraction avec un nombre à virgule [...] Donc, lui, il n'était pas là ; et ceux qui étaient là, c'est quoi une fraction décimale ? **[Elève : Une fraction avec les dixièmes]**... Des fractions et des dixièmes. **[Autre élève : Avec des centièmes, millièmes, heu !]**...Centièmes, millièmes. **[Elèves : milliards...milliardè...]**... Oui, enfin, on ne va pas faire toute la liste ! »

[EE1, début de 2^{ème} séance]

- En gras les interventions des différents locuteurs sollicités par EE1.
- Il est intéressant de noter que la phase de rappels en début de séance est l'occasion de rappeler une connaissance qui jusqu'à présent fonctionnait comme une connaissance implicite – la fraction décimale – et qui devient, à l'occasion de cette anamnèse, une connaissance paramathématique, c'est à dire explicite (Y. Chevallard, 1991, 152 ; G. Brousseau, 1998, 95).
- Utiliser cette même position de sur-énonciation liée à la dissymétrie existant entre enseigné et enseignant, pour reprendre une assertion formulée par un élève et lui accoler une deuxième assertion, faisant que le fait de reconnaître la première induise que l'on soit d'accord avec la seconde (A. Rabatel, 2004, 29). Ce faisant, en changer notablement le sens.

En didactique des mathématiques, de telles techniques sous connues sous le nom d'« effet Jourdain ». Les stratégies d'effacement énonciatif permettent ainsi à l'enseignant d'avancer dans le temps didactique, en faisant évoluer rapidement certaines connaissances.

En voici l'illustration, au travers de trois exemples.

EE2 : « Par rapport aux fractions, qu'est-ce qu'on peut dire ? [Deux élèves : C'est plus clair !]... Pourquoi c'est plus clair ? [Elèves : Parce que... Parce que c'est dans la précision... Par exemple, cinquante centièmes... Ben, quand on regarde un demi, d'habitude...c'est...]... **Il faut faire l'équivalence** [entre fractions décimales et non décimales], **tandis que le nombre décimal, on aura vraiment les centièmes** !... Qu'est-ce qu'on peut dire encore... sur les nombres décimaux... ? [Elève : Que, par exemple, quand on a un quart, c'est vingt-cinq centièmes et ça va quand même faire vingt-cinq... virgule vingt-cinq... C'est comme si c'étaient des centièmes

derrière...].... **Que derrière la virgule, on a une partie d'unité... Derrière la virgule, on a une fraction décimale...** Quand elle s'arrête là, on a quoi... Ici?... Ça correspond à quoi, ce chiffre ? A quelle fraction ? [Elèves : Cinquante centièmes... Trois plus cinq dixièmes]...Cinq dixièmes... D'accord ? »

[EE2, phase de rappels de fin de 1^{ère} séance]

EE4 : « Je crois qu'on a eu beaucoup de difficultés ; on a fait beaucoup de calculs... Qu'est-ce qui vous a gênés ? [Océane : C'est comparer les fractions]... Comparer les fractions ! Bon... Il y a Océane qui trouve que c'est un problème... Comparer les fractions... Est-ce qu'on a les moyens de comparer les fractions ? [...] **C'est-à-dire, Océane, c'est intéressant ce qu'elle dit. Elle dit : « Ce qui est difficile, c'est de comparer la fraction que l'on a choisie, à quoi ?...** [Elève au tableau : A celle qu'ils nous ont demandée ! A la question !]... **Aux bornes ! – ça, ça s'appelle les bornes de l'intervalle !** [EE4 montre l'intervalle $[45/5 ; 47/5[$ – **aux bornes de l'intervalle ! Pour savoir si c'est dedans ou pas dedans... »**

[EE4, phase de rappels de fin de 1^{ère} séance]

EE4 : « [...] quelle était la *nouvelle* règle qu'on avait rajoutée, hier, pour encadrer les fractions ? [Autre élève : Il fallait que ce soit le plus petit intervalle possible !]... **Il fallait essayer de trouver le plus petit intervalle possible, tout à fait ; et, on avait eu un certain nombre de difficultés. Vous vous souvenez ?** Pourquoi ? [...] [Elève : En fait, c'était difficile de trouver entre quelle fraction et quelle fraction était la... la fraction !]... **C'était difficile de désigner avec des fractions, tu dis ? De désigner l'intervalle avec les fractions !** Oui... ? [Autre élève : En fait on ne savait pas trop ce que c'était, quand ils disaient la fraction, donc euh !... En fait, quand ils disaient une fraction... Quand ils disaient hé ben, où c'est, à peu près, hé ben, on ne savait pas trop !... Enfin... on... enfin... Ils donnaient une fraction. Et après, on ne savait pas quoi dire ; on ne savait plus... !]... Pourquoi?... **Pourquoi, on ne savait pas quoi dire ; pourquoi on ne savait plus trop où c'était ?** [Autre élève : Parce que... Par exemple, nous, c'étaient des cinquièmes ; et eux, ils demandaient en troisièmes ou en deuxièmes... en tiers ou en demis. Donc, il fallait, euh !... Il fallait avoir le même dénominateur ... pour dire oui on non ! Parce qu'on ne peut pas comparer des centièmes avec des demis !]... *Ha !*... Vous suivez ce que dit... ? **C'est vrai qu'on a eu du... du mal, parce qu'on avait des fractions qui avaient des dénominateurs différents. Et les intervalles... Les fractions qui limitaient les intervalles n'avaient pas le même dénominateur. Donc, on a été obligé de faire des calculs »**

[EE4, phase de rappels de début de 2^{ème} séance]

- Prendre l'initiative de la totalité du rappel en reconstruisant, unilatéralement, une partie du passé didactique de la classe censé être reconnu par les élèves.

EC2 : « Alors, je vous rappelle... Je vous rappelle ce que nous avons défini, auparavant... Tout d'abord, on avait défini ce qu'était un *dixième*... Donc, un dixième, comment on avait fait pour le définir ? On avait pris *une* unité [EC2 inscrit au tableau : **1**] – donc, pour nous, c'était un rectangle, d'accord ? – que l'on avait divisé en dix [EC2 rajoute **1 : 10**]... ... Donc, le résultat, une des parties, c'était *une* parmi dix... Et donc, ça donnait un *dixième* [EC2 rajoute : **1/10**]. Alors, on avait dit que « un dixième » écrit comme ceci, c'était l'écriture fractionnaire... Et en étant encore un peu plus précis, l'écriture fractionnaire décimale, dans la mesure où le dénominateur est égal à dix... Et, si on l'écrivait en décimales, on écrivait ceci : zéro virgule un... [EC2 rajoute **1/10 = 0,1**]... d'accord ? Donc, une partie parmi dix, c'était un dixième. Et donc, si on prenait les dix parties, hé bien, l'on prenait dix dixièmes. Et on prenait l'entité totale. Donc, on avait écrit, également, que dix dixièmes était égal à un [EC2 rajoute : **10/10 = 1**]... Voilà ce que nous avons écrit. Alors, de la même façon, on avait continué et on avait pris l'unité divisée par cent [EC2 écrit : **1 : 100**]... Et donc, ça nous donnait un *centième* [EC2 rajoute : **1/100**]... Et l'écriture décimale, c'était... ? [Elèves : Zéro virgule zéro un !... Zéro virgule zéro zéro un !... EC2 hoche la tête en signe de difficulté]... C'est mieux [EC2 rajoute : **1/100 = 0,01**]... ! Et de la même façon, on peut écrire aussi que *cent centièmes*, c'est égal à un [EC2 écrit : **100/100 = 1**]... D'accord ? Et on peut continuer encore avec « un divisé par mille » [EC2 écrit : **1 : 1000**]... ça fait... ? [Elèves : Un millième !]... Un millième [EC2 rajoute : **1/1000**]... [Elèves : Zéro virgule zéro, zéro un... !]... Voilà... [EC2 rajoute : **1/1000 = 0,001**]... et après... Après, on pourrait continuer... D'accord ? On est d'accord là-dessus... »

[EC2, rappel de début de 4^{ème} séance]

- Reconstruire, méthodiquement, ce qui s'est passé, avec l'aide des élèves, lors de la séance précédente, en permettant ainsi à certains d'entre eux de se construire de nouvelles représentations mentales. Nous avons pu ainsi observer une phase de rappels, au début de la première séance de Diane. Il s'agit, également, de la phase de rappels la plus longue que nous ayons enregistrée (12 mn 24s)².

On se trouve alors en présence d'une phase de rappel proche des situations de rappel de type 1, décrites par Perrin-Glorian (M.-J. Perrin-Glorian, 1994).

« En essayant de dire collectivement ce qui s'est passé, quel problème a été traité, les élèves sont amenés à repenser le problème, les procédures de traitement envisagées dans la classe. Les élèves qui ne se sont pas construits de représentation mentale lors de la phase d'action trouvent là une nouvelle occasion et une raison de le faire puisqu'ils vont devoir parler de ce qui s'est passé et le décrire sans pouvoir agir à nouveau. D'une part il se produit alors une dépersonnalisation des solutions dans la mesure où elles sont reprises et exposées par d'autres élèves que ceux qui les ont trouvées, d'autre part il se construit une pré-décontextualisation : en reprenant à froid ce qui s'est passé, on élague les détails pour identifier ce qui est important. A cette occasion, le sens caché, le rôle pour l'apprentissage de l'un ou l'autre des problèmes posés peut se révéler à certains élèves. En même temps, par le retour réflexif sur l'action que ces situations supposent, elles favorisent la construction de représentations mentales par les élèves. »

[M.-J. Perrin-Glorian, 1994, 141]

Le coût temporel et cognitif de ce type de rappels, empêche cependant sa fréquente mobilisation. Elèves et professeur effectuent, collectivement, un retour sur tout un ensemble de connaissances, dont il faut retrouver – voire recréer – la logique et la cohérence. Nous nous trouvons alors face à une véritable reconstruction du passé didactique de la classe.

² Diane demande aux élèves de se rappeler de l'exercice sur les fractions, réalisé lors de la séance précédente. Au fur et à mesure, elle trace les baguettes prédécoupées en six parties égales et les parties grisées qui représentaient les sandwiches. Lorsque des élèves ne comprennent pas les explications elle passe à un autre élève pour donner un autre raisonnement. Elle formule, notamment, le fait que 1 sandwich représente 1/6 d'une baguette. Puis elle rappelle, avec les élèves, plusieurs connaissances sur les notions de droite et d'abscisse, qui seront utiles au cours d'une séance essentiellement consacrée au placement de points dont les abscisses sont exprimées en quarts, tiers et demis, sur une droite numérique.

RC1 Si chaque baguette est prédécoupée en six sandwiches, chaque sandwich représente 1/6 d'une baguette.

RC1 S'il y a deux baguettes et 11 sandwiches grisés, ça fait onze sixièmes.

RC2 Pour graduer une demi-droite :

- on place un point d'origine (A) ;
- on place une unité de longueur (AB) ;
- on indique un sens de A vers B. on reporte l'unité de longueur plusieurs fois à l'aide du compas.

RC2 « 2 est l'abscisse de C » signifie que l'unité de longueur est reportée deux fois à partir du point A qui est l'origine.

TABLE DES MATIERES

Tome 1

Introduction.....	13
-------------------	----

Première partie

Problématique

1 Rationalisation des temps et des savoirs.....	19
1-1 <u>Construction historique du temps scolaire.....</u>	19
1-1-1 QUEL TEMPS POUR QUEL ENSEIGNEMENT ?.....	19
1-1-2 ANNEE SCOLAIRE, JOURNEE SCOLAIRE ET HEURE DE COURS.....	24
1-2 <u>Approche contemporaine des rapports entre temps et savoirs.....</u>	29
1-2-1 UNE NOUVELLE NOTION : LA TEMPORALISATION DU SAVOIR.....	29
1-2-2 TEMPS SCOLAIRE ET PRATIQUES PROFESSIONNELLES.....	31
1-2-3 DES TEMPS D'ENSEIGNEMENT DIFFERENTS POUR DES ACTIVITES DIFFERENTES.....	32
1-2-4 ELARGISSEMENT DE LA PROBLEMATIQUE.....	36
2 Cadre théorique.....	39
2-1 <u>Un milieu pour l'apprentissage : influences de Rousseau, Piaget.....</u>	39
2-1-1 CRITIQUE DE L'APPROCHE PIAGETIENNE : L'INFLUENCE DE LA SOCIETE...	40
2-1-2 BROUSSEAU : L'ORGANISATION D'UN MILIEU POUR L'ENSEIGNEMENT.....	42
2-1-3 LES SITUATIONS ADIDACTIQUES : UN IDEAL-TYPE ?.....	60
3 Recherches sur la mémoire didactique.....	63
3-1 <u>Recherches en TSDM : modélisation anthropologique de la mémoire... </u>	63
3-1-1 DISPOSITIF EXPERIMENTAL, ANALYSE ET CONCLUSIONS.....	65
3-1-2 UNE MODELISATION ANTHROPOLOGIQUE DE LA MEMOIRE DIDACTIQUE...	67
3-1-3 MEMOIRE DU PROFESSEUR, DE L'ELEVE, DU SYSTEME ?.....	69
3-1-4 QUELLE MEMOIRE DU SYSTEME ?.....	70
3-2 <u>Recherches en TAD : finalisation de la modélisation anthropologique</u>	72
3-2-1 ROLE DES OSTENSIFS DANS LES PHENOMENES DE REMEMORATION.....	72
3-2-2 ROLE DES INSTITUTIONS DANS LES PHENOMENES DE REMEMORATION...	73
Synthèse générale de la première partie.....	77

Deuxième partie

Temps et mémoire

4	La méthode.....	81
4-1	<u>Recueil des données.....</u>	81
4-1-1	CONSTITUTION DE L'ECHANTILLON.....	81
4-1-2	CARACTERISTIQUES DE L'ECHANTILLON.....	83
4-1-3	NEGOCIATION DE L'OBSERVATION.....	90
4-1-4	DEROULEMENT DES OBSERVATIONS.....	92
4-2	<u>Analyse des données et mise en forme.....</u>	96
4-2-1	EVOLUTION DES CONNAISSANCES ET MILIEUX NON ANTAGONISTES.....	96
4-2-2	CONSTRUCTION DES INDICATEURS.....	99
4-2-3	DEFINITION DES INDICATEURS.....	103
4-2-4	ANALYSE DES DONNEES.....	106
4-3	<u>Synthèse.....</u>	113
5	Temps de présence et temps effectif d'enseignement.....	117
5-1	<u>Divergence ou convergence des temps d'enseignement ?.....</u>	117
5-1-1	TEMPS INSTITUTIONNEL.....	117
5-1-2	TEMPS DE PRESENCE DES ENSEIGNANTS DEVANT LEURS ELEVES.....	118
5-1-3	TEMPS EFFECTIF D'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES.....	122
5-2	<u>Synthèse.....</u>	129
5-2-1	DIVERGENCE DES TEMPS EFFECTIFS D'ENSEIGNEMENT.....	129
5-2-2	UN TEMPS DIFFERENT POUR DES PRATIQUES DIFFERENTES ?.....	129
6	Temps et activités en CM2 et en sixième.....	131
6-1	<u>Phases de recherches, de jeux, de corrections et de réorganisations... </u>	<u>131</u>
6-1-1	DEFINITIONS.....	131
6-1-2	RESULTATS DES MESURES.....	134
6-2	<u>Temps effectif d'enseignement et activités au collège.....</u>	<u>137</u>
6-2-1	ACTIVITES ENGAGEES.....	137
6-3	<u>Temps effectif d'enseignement et pratiques professionnelles.....</u>	<u>138</u>
6-3-1	REPRESENTATIONS DES ENSEIGNANTS SUR LES MATHEMATIQUES	138
6-3-2	DES VALEURS ET DES ACTIVITES DIFFERENTES.....	142
6-3-3	MODELE COOPERATIF, MODELE SELECTIF.....	142
6-3-4	UNE DOUBLE INFLUENCE.....	143
6-4	<u>Durée des activités : une modalité de sélection ?.....</u>	<u>143</u>
6-4-1	ADAPTATION DES ACTIVITES AU DECOUPAGE TEMPOREL.....	144

6-5	<u>Synthèse.....</u>	146
7	Etude logistique et chronométrique des rappels.....	149
7-1	<u>Distribution des phases de rappels, en CM2 et en sixième.....</u>	149
7-1-1	DEFINITION.....	149
7-1-2	DES DISTRIBUTIONS DIFFERENTES.....	150
7-2	<u>Enclavement temporel des phases de rappels, en CM2 et en sixième... </u>	153
7-2-1	DEFINITION.....	153
7-2-2	DISTRIBUTION SPATIALE ET TEMPORELLE.....	154
7-3	<u>Synthèse.....</u>	155
7-3-1	DES CONVERGENCES DANS LA GESTION DE LA MEMOIRE DIDACTIQUE...	155
7-3-2	DES DIVERGENCES DANS LA GESTION DE LA MEMOIRE DIDACTIQUE.....	156
8	Activités et formes de mémorisation.....	159
8-1	<u>Vers un nouveau classement.....</u>	159
8-1-1	UNE VARIABLE INSUFFISAMMENT REPRESENTATIVE.....	159
8-1-2	LE TYPE D'ACTIVITES : UNE VARIABLE PLUS REPRESENTATIVE.....	160
8-1-3	TYPOLOGIE DES PHASES DE RAPPELS.....	161
8-2	<u>Temps effectif d'enseignement et formes de mémorisation.....</u>	162
8-2-1	MODULATIONS DU TEMPS D'ENSEIGNEMENT ET MEMORISATION.....	162
8-2-2	PHASES DE REORGANISATION ET FORMES DE MEMORISATION.....	164
8-3	<u>Synthèse.....</u>	165
	Synthèse générale de la deuxième partie.....	167

Troisième partie

Mémoire et récit

9	Extension et réduction didactiques.....	171
9-1	<u>Production et sélection des connaissances.....</u>	<u>171</u>
9-1-1	PROCESSUS D'INFLATION ET DE DEFLATION.....	171
9-2	<u>Extension didactique.....</u>	<u>173</u>
9-2-1	DIALECTIQUE DES SAVOIRS ET DES CONNAISSANCES.....	173
9-2-2	UN EXEMPLE EN SIXIEME.....	174
9-2-3	DEFINITION.....	176
9-3	<u>Réduction didactique.....</u>	<u>177</u>
9-3-1	UN TRAITEMENT DISCURSIF ET SEMIOTIQUE DIFFERENCIE.....	177
9-3-2	FREQUENCE DES FORMULATIONS, RAPPELS ET INSCRIPTIONS.....	180
9-4	<u>Synthèse.....</u>	<u>183</u>
10	La visibilité institutionnelle en sixième.....	187
10-1	<u>Traitement discursif des connaissances et stratégie didactique</u>	<u>187</u>
10-1-1	RENDRE VISIBLE LES CONNAISSANCES IMPORTANTES.....	187
10-2	<u>Rappels et institutionnalisation.....</u>	<u>194</u>
10-2-1	ESTIMATION DU LIEN ENTRE CONNAISSANCES RAPPELEES ET INSCRITES	194
10-2-2	OBJECTIVATION DE LA VISIBILITE INSTITUTIONNELLE :	196
10-2-3	DES SEUILS DE VISIBILITE INSTITUTIONNELLE.....	199
10-3	<u>Synthèse.....</u>	<u>201</u>
11	Amplitude et portée des phases de rappels.....	205
11-1	<u>Apports théoriques de la philosophie et de l'analyse littéraire.....</u>	<u>205</u>
11-1-1	MNEME ET ANAMNESIS : UNE DIFFERENCE FONDATRICE.....	205
11-1-2	EVENEMENTS ET RECIT DES EVENEMENTS.....	206
11-2	<u>Transpositions dans le champ didactique.....</u>	<u>207</u>
11-2-1	AMPLITUDE ET PORTEE DES PHASES DE RAPPELS.....	207
11-2-2	DEFINITIONS.....	210
11-3	<u>Synthèse.....</u>	<u>211</u>
12	Les phases informelles de rappels.....	213
12-1	<u>Durée, amplitude et portée des phases informelles.....</u>	<u>213</u>
12-1-1	DUREE ET AMPLITUDE DES PHASES DE RAPPELS	213
12-1-2	PORTEES DES RAPPELS.....	214
12-1-3	DES EXEMPLES DE PORTEES DIFFERENTES EN CM2 ET EN SIXIEME.....	215

12-2	<u>Une fonction chronoéconomique.....</u>	<u>217</u>
12-2-1	RAPPELS ET TECHNIQUES DE RECUPERATION EN MEMOIRE.....	217
12-3	<u>Un geste mémoriel : l'évocation.....</u>	<u>224</u>
12-3-1	UN GESTE A LA CHARGE DE L'ENSEIGNANT.....	224
12-3-2	UN GESTE MECANIQUE.....	225
12-4	<u>Synthèse.....</u>	<u>226</u>
13	Les phases formelles de rappels.....	229
13-1	<u>Durée, amplitude et portée des phases formelles.....</u>	<u>229</u>
13-1-1	DUREE ET AMPLITUDE DES PHASES DE RAPPELS.....	229
13-1-2	PORTEE DES RAPPELS.....	233
13-2	<u>Une fonction synthétique.....</u>	<u>233</u>
13-2-1	UN EXEMPLE EN CM2.....	233
13-2-2	UN EXEMPLE EN SIXIEME.....	234
13-3	<u>Un geste mémoriel : l'anamnèse.....</u>	<u>235</u>
13-3-1	UN GESTE EGALEMENT A LA CHARGE DE L'ELEVE.....	235
13-3-2	UN GESTE D'INTELLECTION.....	236
13-3-3	TEMPS EFFECTIF D'ENSEIGNEMENT ET ANAMNESE.....	237
13-4	<u>Plusieurs gestes mémoriels sur une même phase.....</u>	<u>237</u>
13-4-1	EVOICATIONS ET ANAMNESES EN CM2.....	237
13-4-2	EVOICATIONS ET ANAMNESES EN SIXIEME.....	239
13-5	<u>Synthèse.....</u>	<u>240</u>
14	Phases formelles et visibilité institutionnelle.....	243
14-1	<u>Rôle des phases formelles en sixième.....</u>	<u>243</u>
14-1-1	ETUDE STATISTIQUE.....	243
14-2	<u>Rôle des phases formelles en CM2.....</u>	<u>248</u>
14-2-1	EE2 : DISTRIBUTION DE L'INSTITUTIONNALISATION	248
14-3	<u>Synthèse.....</u>	<u>251</u>
15	Institutionnalisation et techniques de solennisation.....	255
15-1	<u>Ritualisation didactique des phases de réorganisation.....</u>	<u>255</u>
15-1-1	RAPPELS ET INSCRIPTIONS : MISE EN ORDRE DE LA MEMOIRE	255
15-1-2	UNE INSTITUTIONNALISATION A DOMINANTE ORALE EN CM2.....	256
15-1-3	UNE INSTITUTIONNALISATION A DOMINANTE ECRITE EN SIXIEME.....	258
15-2	<u>Le discours professoral.....</u>	<u>261</u>
15-2-1	PHASES DE RAPPELS ET DISCOURS D'INSTITUTION.....	261
15-2-2	LES RAPPELS COMME ACTES DE LANGAGE.....	262

15-3 <u>Synthèse</u>	264
Synthèse générale de la troisième partie	267
Conclusion	271
Glossaire	283
Abréviations	285
Références bibliographiques	287

Annexes

Tome 2

Section 1

1 Négociation de l'observation

1-1 <u>Protocole de recherche adressé aux enquêtés.....</u>	305
1-2 <u>Demandes d'autorisation de filmer.....</u>	306

Section 2

2 Temps de présence et temps effectifs d'enseignement

2-1 <u>Temps de présence des professeurs devant leurs élèves.....</u>	310
2-2 <u>Temps effectifs d'enseignement des mathématiques.....</u>	311

Section 3

3 Quels temps pour quelles activités ?.....315

3-1 <u>Distribution des activités et du temps qui leur est consacré en CM2.....</u>	315
3-1-1 EE1.....	316
3-1-2 EE2.....	322
3-1-3 EE3.....	330
3-1-4 EE4.....	334
3-2 <u>Distribution des activités et du temps qui leur est consacré en sixième.....</u>	345
3-2-1 EC1.....	346
3-2-2 EC2.....	351
3-2-3 EC3.....	356
3-2-4 EC4.....	361

Section 4

4 Transcriptions des interactions didactiques..... 371

4-1 <u>Conventions de transcriptions.....</u>	371
4-2 <u>Classes de CM2.....</u>	373
4-2-1 EE1.....	374
4-2-2 EE2.....	384
4-2-3 EE3.....	404
4-2-4 EE4.....	426
4-3 <u>Classes de sixième.....</u>	461
4-3-1 EC1.....	462
4-3-2 EC2.....	477
4-3-3 EC3.....	492
4-4-4 EC4.....	514

Section 5

5	Traitement discursif et sémiotique des connaissances.....	537
5-1	<u>Codage des connaissances.....</u>	<u>537</u>
5-2	<u>Classes de CM2.....</u>	<u>538</u>
5-2-1	EE1.....	538
5-2-2	EE2.....	542
5-2-3	EE3.....	548
5-2-4	EE4.....	552
5-3	<u>Classes de sixième.....</u>	<u>558</u>
5-3-1	EC1.....	558
5-3-2	EC2.....	562
5-3-3	EC3.....	566
5-3-4	EC4.....	570
5-4	<u>Signature discursive et sémiotique des connaissances en CM2.....</u>	<u>574</u>
5-5	<u>Signature discursive et sémiotique des connaissances en sixième.....</u>	<u>576</u>
5-6	<u>Distribution du traitement discursif et sémiotique en CM2.....</u>	<u>578</u>
5-7	<u>Distribution du traitement discursif et sémiotique en sixième.....</u>	<u>580</u>

Section 6

6	Distribution spatiale et temporelle des phases de rappels... 585	
6-1	<u>Légende des graphiques.....</u>	<u>585</u>
6-2	<u>Distribution des phases de rappels dans les classes de CM2.....</u>	<u>587</u>
6-3	<u>Distribution des phases de rappels dans les classes de sixième.....</u>	<u>591</u>

Section 7

7	Un exemple d'oubli en classe de CM2.....	597
----------	---	------------

Section 8

8	Techniques discursives et visibilité institutionnelle.....	603
----------	---	------------

TABLE DES MATIERES.....	608
--------------------------------	------------

LISTE DES TABLEAUX.....	616
--------------------------------	------------

LISTE DES GRAPHIQUES.....	617
----------------------------------	------------

ABREVIATIONS.....	618
--------------------------	------------

RESUME.....	619
--------------------	------------

GLOSSAIRE.....	620
-----------------------	------------

Liste des tableaux

Tableau 1 : Distribution temporelle des observations filmées en CM2.....	94
Tableau 2 : Distribution temporelle des observations filmées en 6 ^{ème}	95
Tableau 3 : Distribution des phases de rappels selon leurs durées.....	153
Tableau 4 : Distribution des phases de rappels, suivant leur enclavement temporel.....	155
Tableau 5 : Nombre et durée des phases de rappels de début et fin de séance.....	159
Tableau 6 : Nombre et durée des phases de rappels des temps de réorganisation, en CM2...	161
Tableau 7 : Nombre de connaissances formulées, rappelées et inscrites en CM2	179
Tableau 8 : Nombre de connaissances formulées, rappelées et inscrites en 6 ^{ème}	179
Tableau 9 : Nombre de connaissances formulées, rappelées et inscrites, en CM2 et en 6 ^{ème} ...	180
Tableau 10 : Distribution du nombre de formulations et de rappels en CM2 et en 6 ^{ème}	183
Tableau 11 : Traitement discursif et sémiotique des connaissances, en 6 ^{ème}	195
Tableau 12 : Institutionnalisation écrite et profil discursif d'une connaissance, en 6 ^{ème}	198
Tableau 13 : Institutionnalisation écrite et profil discursif d'une connaissance, en 6 ^{ème}	199
Tableau 14 : Amplitude et durée moyenne des phases informelles, en CM2 et en 6 ^{ème}	214
Tableau 15 : Amplitude et durée moyenne des phases formelles, en CM2 et en 6 ^{ème}	229
Tableau 16 : Distribution du nombre de phases formelles et informelles en CM2 et en 6 ^{ème} ...	230
Tableau 17 : Distribution du nombre de rappels formels et informels, en CM2 et en 6 ^{ème}	231
Tableau 18 : Distribution de la durée des phases formelles dans les classes de CM2 et de 6 ^{ème}	232
Tableau 19 : Institutionnalisation écrite et types de rappel, pour une connaissance, en 6 ^{ème}	245
Tableau 20 : Institutionnalisation écrite d'une connaissance objet de rappels formels.....	247
Tableau 21 : EE2 / Taux d'institutionnalisation écrite suivant le type de rappels.....	249

Liste des graphiques

Figure 1 : Principe de fonctionnement d'un automate fini.....	45
Figure 2 : Principe de fonctionnement d'un automate à pile de mémoire.....	53
Figure 3 : Evolution de la pile de mémoire.....	53
Figure 4 : Caractéristiques socioprofessionnelles des enseignants.....	83
Figure 5 : Retours d'enquêtes souhaités par les enseignants de CM2 et de 6 ^{ème}	89
Figure 6 : EE1 / Distribution des connaissances formulées et rappelées (extrait).....	111
Figure 7 : EE1 / Connaissances génériques et stratégie didactique (extrait).....	112
Figure 8 : Distribution des temps de présence des enseignants.....	121
Figure 9 : Distribution des temps effectifs d'enseignement des mathématiques.....	125
Figure 10 : Distribution du nombre de séances observées, en CM2 et en 6 ^{ème}	127
Figure 11 : Distribution du temps total d'enseignement effectif, par classe.....	128
Figure 12 : Distribution des activités et de leurs durées, en CM2 et en sixième.....	134
Figure 13 : Représentations du métier par les enseignants de CM2 et de 6 ^{ème}	139
Figure 14 : Distribution du temps consacré aux phases de recherche et de jeux, en CM2.....	144
Figure 15 : Distribution des phases de rappels et de leurs durées, en CM2 et en 6 ^{ème}	150
Figure 16 : Distribution des phases de rappels et de leurs durées, en CM2 et en 6 ^{ème}	151
Figure 17 : Nombre de connaissances différentes, en CM2 et en 6 ^{ème}	178
Figure 18 : Nombre de formulations, rappels et inscriptions, en CM2 et en 6 ^{ème}	181
Figure 19 : EC1 / Nombre de formulations, rappels et inscriptions par connaissance.....	188
Figure 20 : EC1 / Traitement discursif et sémiotique des connaissances mobilisées.....	189
Figure 21 : EC2 / Traitement discursif et sémiotique des connaissances mobilisées.....	190
Figure 22 : EC3 / Traitement discursif et sémiotique des connaissances mobilisées.....	192
Figure 23 : Caractéristiques des phases formelles et informelles en CM2 et en 6 ^{ème}	240

TABLE DES SIGLES ET ABREVIATIONS

CAPES : **C**ertificat d'**A**ptitude au **P**rofessorat de l'**E**nseignement du **S**econd degré

COREM : **C**entre pour l'**O**bservation et la **R**echerche sur l'**E**nseignement des **M**athématiques

CUB : **C**ommunauté **U**rbaine de **B**ordeaux

DEA : **D**iplôme d'**E**tudes **A**pprofondies

DEUG : **D**iplôme d'**E**tudes **U**niversitaires **G**énérales

EE1, EE2, EE3, EE4 : **E**nseignants d'**E**cole élémentaire (Philippe, Béatrice, Yves, Luc)

EC1, EC2, EC3, EC4 : **E**nseignants de **C**ollège observés (Joséphine, Thierry, Bernard, Diane)

INRP : **I**nstitut **N**ational de **R**echerche **P**édagogique

INSERM : **I**nstitut **N**ational de la **S**anté **E**t de la **R**echerche **M**édicale

IPES : **I**nstituts **P**réparatoires à l'**E**nseignement du **S**econd Degré

IUFM : **I**nstitut **U**niversitaire de **F**ormation des **M**âîtres

IUT : **I**nstitut **U**niversitaire de **T**echnologie

PEGC : **P**rofesseur d'**E**nseignement **G**énéral de **C**ollège

PTT. : **P**ostes, **T**élégraphes et **T**éléphones

RDM : **R**echerche en **D**idactique des **M**athématiques

TAD : **T**héorie **A**nthropologique du **D**idactique

TSDM : **T**héorie des **S**ituations en **D**idactiques en **M**athématiques

USEP : **U**nion **S**portive de l'**E**nseignement du **P**remier **D**egré

ZEP : **Z**one d'**E**ducation **P**rioritaire

ZIL : titulaire remplaçant affectée sur une **Z**one d'**I**ntervention **L**imitée

TEMPS, CULTURE DES PROFESSEURS ET MEMOIRE DIDACTIQUE

Une étude comparée des modes de gestion de la mémoire
dans l'enseignement des mathématiques au collège et à l'école primaire

Résumé

Cette recherche s'inscrit, à la fois, dans le champ des recherches portant sur l'organisation du temps scolaire et dans celui traitant de l'articulation des enseignements mathématiques entre école et collège. Il s'agit d'une approche transversale, visant à tisser des liens entre temps d'enseignement, culture des professeurs et mémoire didactique. La thèse montre en quoi la possibilité ou non de mobiliser des situations mathématiques nécessitant des recherches longues et des débats, exerce une influence sur les formes prises par l'institutionnalisation des connaissances et, au-delà, sur le rapport aux mathématiques des enseignants.

Dans le courant de l'année scolaire 2006-2007, quatre classes de sixième et quatre classes de CM2 ont été observées. La production d'un nombre important d'énonciations différentes de connaissances différentes, a été mise en évidence, entraînant une régulation, sous la forme d'un nombre restreint de connaissances rappelées et/ou institutionnalisées par écrit. On peut qualifier ce double processus, d'extension et de réduction didactique.

La réduction didactique assure aux connaissances visées par l'étude une visibilité élective, tout au long du processus d'institutionnalisation. Cette mise en avant de certaines connaissances, liée à un traitement discursif et sémiotique spécifique, a été qualifiée de « visibilité institutionnelle ». L'aptitude de la mémoire didactique à se projeter dans l'avenir comme dans le passé confirme sa dimension prospective et sa capacité à organiser un récit susceptible d'emporter l'adhésion des élèves.

Mots clés : mémoire didactique, visibilité institutionnelle, extension didactique, réduction didactique

GLOSSAIRE*

Activité de correction : activité au cours de laquelle l'enseignant corrige collectivement les exercices et les situations proposés en classe (CM2, sixième), aussi bien que les exercices et les recherches proposés hors temps scolaire (sixième).

Activité de jeux : activité au cours de laquelle les élèves jouent, tous ensemble, individuellement ou en groupes de tailles plus ou moins importantes, à des jeux proposés par l'enseignant. On peut jouer contre le professeur, un élève ou un autre groupe.

Activité de recherche : activité au cours de laquelle les élèves réalisent – individuellement, en petits groupes ou en grands groupes – les exercices et situations mathématiques proposés.

Activité de réorganisation : activité au cours de laquelle élèves et professeur récapitulent et reviennent sur ce qui vient d'être dit et corrigé. Ce sont des moments où l'on structure et formalise certaines connaissances produites au sein du milieu didactique, indépendamment des activités de recherche et de correction. Il peut cependant exister des phases de réorganisation, longues de plusieurs minutes, au sein même des activités de correction.

Amplitude (d'une phase de rappels) : nombre de rappels portant sur des connaissances identiques ou différentes, que contient une même phase de rappels. Plus une phase contient de rappels, plus son amplitude est importante.

Connaissance : Énoncé mathématique, explicitement formulé, rappelé et/ou inscrit par l'enseignant, qui le fait alors exister en tant que connaissance permettant de prendre une décision, effectuer un calcul, justifier une procédure ou une écriture, lors de l'étude d'un objet mathématique. Chaque énoncé est l'objet d'un traitement discursif et sémiotique différencié allant de la simple formulation jusqu'au rappel et/ou à l'inscription sur le cahier de leçons, suivant son rôle dans la stratégie didactique de l'enseignant.

Connaissance générique : Énoncé mathématique général regroupant un certain nombre d'énoncés mathématiques syntaxiquement et sémantiquement proches, inhérent à la stratégie didactique de l'enseignant.

Enclavement temporel : insertion spatiale et temporelle d'une activité ou d'une phase de rappels au sein d'une séance de mathématiques. Ce positionnement présente trois modalités définies par Centeno à propos du « moment » où le rappel a lieu (J. Centeno, 1995, 34-35).

Extension didactique : ensemble des différentes connaissances et des différentes énonciations orales et écrites (formulations, rappels, inscriptions) dont ces mêmes connaissances sont l'objet, consubstantiel à l'étude d'un objet mathématique.

Phase de rappels : Phase orale contenant un ou plusieurs rappels portant sur une ou plusieurs connaissances inhérentes à l'étude d'un objet mathématique donné, explicitement référée au passé didactique de la classe, voire à un passé plus lointain, réel ou fictif. Une phase de rappels est notamment caractérisée par sa durée, son amplitude son amplitude, le geste mémoriel qui la caractérise et l'activité sur laquelle elle est mobilisée.

Phase formelle de rappels : phase orale mobilisée sur les temps de réorganisation des connaissances et correspondant au processus de réduction didactique. La probabilité d'institutionnalisation élevée des connaissances rappelées sur les phases formelles fait de celles-ci

un outil fondamental dans l'organisation de la visibilité institutionnelle des connaissances visées par l'étude.

Phase informelle de rappels : phase de rappels mobilisée seulement sur les temps de recherche et de correction.

Portée : distance temporelle séparant le rappel d'une connaissance donnée, de l'énonciation orale précédente la plus récente. Plus la portée d'un rappel est importante, plus la connaissance ou le savoir qui en est l'objet est ancien.

Rappel externe : rappel dont la portée, excédant les limites temporelles de l'étude, correspond à une connaissance relativement ancienne (au moins quelques jours). La notion de rappel externe présente des points communs avec celle d'analepse externe (G. Genette, 1972).

Rappel formel : rappel mobilisé sur une phase formelle (phase de réorganisation).

Rappel informel : rappel mobilisé sur une phase informelle (phases de recherche et de correction).

Rappel interne : rappel dont la portée n'excède pas les limites temporelles de l'étude en cours. Il correspond souvent à une connaissance en cours de construction. La notion de rappel interne présente des points communs avec celle d'analepse interne, propre au champ littéraire (G. Genette, 1972).

Réduction didactique : réduction discursive, sémiotique et sémantique des énoncés mathématiques, à l'aide de rappels et/ou d'inscriptions, engagés sur des phases formelles de rappels et des activités de réorganisation, afin d'assurer la visibilité institutionnelle de certains d'entre eux. Ce processus est concomitant à celui de l'extension didactique.

Segment temporel : fraction plus ou moins importante de la durée d'un cours ou d'une séance, correspondant à une activité mathématique (recherche, jeu, correction, réorganisation).

Temps de présence des professeurs devant leurs élèves : temps pendant lequel les enseignants sont en présence des élèves des classes de 6^{ème} et de CM2 observées, qu'ils enseignent les mathématiques ou qu'ils règlent des questions d'ordre organisationnel et administratif.

Temps effectif d'enseignement des mathématiques : temps consacré uniquement aux mathématiques et à leur enseignement, correspondant aux activités de recherche, de correction et de réorganisation. Cet indicateur est plus restrictif que celui de temps d'enseignement effectif *alloué* à une discipline (A. Delhaxe, 1997, 121).

Temps institutionnel : temps administratif, prévu dans les textes officiels, attribué à l'enseignement des mathématiques dans les classes de 6^{ème} et de CM2.

Visibilité institutionnelle : processus par lequel une institution didactique rend visible certains énoncés mathématiques, tout au long de l'étude d'un objet mathématique, jusqu'à leur rattachement à des savoirs socialement reconnus. La visibilité institutionnelle et la visibilité didactique (M.-P. Chopin, 2007) constituent les deux faces complémentaires du processus d'enseignement, envisagé comme processus d'hétérogénéisation-homogénéisation (M.-P. Chopin, B. Sarrazy, 2009).

** Les définitions données dans ce glossaire sont définitives et permettent au lecteur une première appréhension des notions définies. Des définitions évolutives sont également données dans le corps de texte, au fur et à mesure de l'avancée de la recherche.*