

N° d'ordre : 3990

THESE

présentée à

l'Université Bordeaux 1

Ecole Doctorale des Sciences Physiques et de l'Ingénieur

présentée par

Julien MAIRESSE

pour obtenir le grade de

Docteur de L'Université Bordeaux 1

Spécialité : Mécanique

Le 22 Janvier 2010

**Modélisation numérique du comportement rhéologique
du bois soumis à une large gamme de vitesses de
déformation : application au liège et au balsa**

Après avis de :

M. Sohbi SAHRAOUI, Professeur, Université du MaineRapporteur
M. Sohbi SAHRAOUI, Professeur, Université du MaineRapporteur

Devant la commission d'examen formée de :

M. Eric MARTIN, Professeur, Université de Bordeaux Président
M. Christophe BACON, Professeur, Université de Bordeaux Examineur
M. Antonio COSCULLUELA, Ingénieur CEA-CESTA Examineur
M. Sohbi SAHRAOUI, Professeur, Université du Maine Examineur
M. Bernard TOSON, Ingénieur CEA-CESTA Examineur
M. Philippe VIOT, Professeur, Université de Bordeaux Examineur
M. Han ZHAO, Professeur, Université Pierre et Marie Curie Examineur

Remerciements

Je souhaite remercier, en premier lieu, l'ensemble des membres du jury pour avoir accepté de contribuer à l'évaluation de ce travail de thèse et en particulier Monsieur Eric Martin d'en avoir accepté la présidence et Messieurs Sohbi Sahraoui et Han Zhao pour leurs rapports complets et intéressants sur ces travaux.

Je tiens à remercier Antonio Cosculluela pour m'avoir confié cette thèse et pour avoir mis à ma disposition les moyens nécessaires au bon déroulement de ces travaux.

Je remercie Messieurs Christophe Bacon et Philippe Viot, mes deux co-directeurs, pour leur aide tout au long de ces trois ans et pour leurs conseils avisés afin de répondre aux difficultés rencontrées.

Je remercie Bernard Toson et Nathalie Coutanceau-Bardon pour leur encadrement au sein du CEA, particulièrement pour leurs précieux conseils sur les modèles numériques.

Enfin je tiens à saluer et remercier l'ensemble des personnes que j'ai pu cotoyer dans les laboratoires auxquels j'étais rattaché, au CEA et à l'université Bordeaux 1. J'y ai rencontré des scientifiques de très haut niveau qui ont su m'aider, toujours au moment opportun, à effacer les difficultés sur lesquelles je m'attardais. Je vous remercie donc, François, Jacques, Jean-Pierre, Le Basque, Dédé, . . . Et tous ceux que je pourrais oublier.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance très particulière pour trois personnes sans qui ce travail n'aurait pu être. Benoit, Eric et Sylvain, vous avez su me conseiller et me soutenir régulièrement pendant trois ans, toujours de manière très avisée, et je vous en remercie profondément.

Je tiens aussi à souligner le soutien indéfectible de mes plus anciens amis durant cette période, Philippe, Christophe, Steph, la Peña Coutenu avec Pascal, Maryse, Jérémy, J-B, Joffrey, Mamie, Tutu, Hélène, Aurélien, Steph, Vanessa, etc. . . mais aussi Zaza et Antho.

Enfin, mon plus grand remerciement vient à ma famille notamment mes parents, mon frère, mes grands-parents et dernièrement Maylis qui m'ont supporté et encouragé et sans qui ce travail ne serait pas.

Table des matières

Nomenclature et notations	5
Introduction	7
I Etude bibliographique et théorie	9
1 Les matériaux cellulaires	9
1.1 Comportement statique	9
1.2 Comportement dynamique	10
1.3 Distinction du comportement des matériaux étudiés	11
2 Restriction d'étude	13
3 Modélisation des matériaux isotropes et isotropes transverses	13
3.1 Hypothèses	14
3.2 Définition du critère d'admissibilité	14
3.3 Application au liège	16
3.4 Application au balsa	17
4 Choix de la loi d'écoulement	18
5 Définition des deux axes d'étude de la thèse	18
II Modélisation du liège aggloméré	21
1 Introduction	21
2 Du critère d'admissibilité général au modèle "crushable foam" d'Abaqus	21
3 Le sous-modèle à écrouissage isotrope	23
3.1 Critère d'admissibilité	23
3.2 Loi d'écoulement	24
3.3 Fonction d'écrouissage	25
3.4 Prise en compte de la vitesse de déformation	25
4 Spécificité du code de calcul Abaqus : le sous-modèle à écrouissage volumétrique	26
4.1 Critère d'admissibilité	26
4.2 Loi d'écoulement	26
4.3 Fonction d'écrouissage	28
4.4 Prise en compte de la vitesse de déformation	29
5 Paramétrisation du modèle	30
5.1 Définition des paramètres	30
5.2 Schéma d'obtention : mise en place d'une campagne expérimentale	30
6 Essais expérimentaux sur le matériau liège	31
6.1 Grandeurs expérimentales	31
6.2 Description de la campagne sur le liège	31
6.3 Les essais de compression uniaxiale	31
6.3.1 Les essais quasi-statiques	33

6.3.2	Les essais sur roue inertielle	34
6.3.3	Les essais sur barres de Hopkinson	34
6.3.4	Résultats	34
6.4	Les essais de traction uniaxiale	40
6.5	Les essais de compression hydrostatique	41
6.6	Les impossibilités expérimentales	43
6.7	L'essai brésilien	43
6.8	Les essais sur tour de chute	46
6.9	Conclusions sur la campagne d'essais sur le liège	47
7	Modélisation	48
7.1	Comportement du modèle crushable foam	48
7.2	Définition des paramètres du modèle, méthode de résolution	52
7.3	Modélisation de l'essai brésilien	58
7.4	Modélisation d'un essai sur tour de chute	65
7.5	Modélisation d'un crash de conteneur	69
8	Conclusion de l'étude du matériau liège	72
III	Modélisation du balsa	75
1	Introduction	75
2	Modèle continu pour l'étude statique du balsa	75
2.1	Comportement élastique	76
2.2	Critère d'admissibilité	77
2.3	Loi d'écoulement, condition de consistance, multiplicateur plastique et tenseur tangent	77
2.4	Les conditions de charge/décharge du problème : les conditions de Kuhn-Tucker	79
2.5	Définition des paramètres du modèle	80
3	Intégration numérique dans une loi utilisateur ABAQUS.	81
3.1	Les schémas d'intégration	81
3.2	Application d'un schéma implicite au modèle continu	82
3.3	Intégration dans une VUMAT, agencement	87
3.4	Vérification de l'implémentation du programme	87
3.4.1	Description des essais de vérification réalisés	87
3.4.2	Comparaison avec une loi élasto-plastique Abaqus à critère de Von Mises	90
3.4.3	Comparaison avec le modèle numérique d'Abaqus, "crushable foam"	92
3.4.4	Conclusion des simulations de comparaison entre la programmation VUMAT et les lois références du code Abaqus	94
3.4.5	Modélisation d'un matériau isotrope transverse	94
3.4.6	Conclusions	95
4	Personnalisation du programme numérique à l'étude dynamique du balsa	95
4.1	Présentation des modifications apportées	96
4.2	Descriptif	96
5	Campagne expérimentale de caractérisation et d'essais sur structures du balsa	98
5.1	Campagne d'identification	99
5.1.1	Description des essais d'identification	99
5.1.2	L'isotropie transverse du matériau balsa	99
5.1.3	Bilan des essais de caractérisation sur le matériau balsa	101
5.2	Campagne d'essais sur structures	101
5.2.1	Description des essais d'indentation	101

5.2.2	Conclusion sur les essais d'indentation	102
5.3	Conclusions sur la campagne d'essais sur le balsa	102
6	Modélisation des essais sur structures	103
6.1	Simulation des essais d'indentation	103
6.2	Simulation de l'essai sur tour de chute sur le liège	107
6.3	Discussion sur la modélisation, ouvertures	111
	Conclusion et perspectives	113
	Annexe 1 : algorithme général du module explicite	118
	Annexe 2 : campagne expérimentale d'identification du matériau balsa	119
1	Description des essais	119
2	Description des différents types d'éprouvettes	119
3	Les essais sur éprouvette de type 1	122
3.1	Résultats quasi-statiques	122
3.2	Résultats dynamiques	124
4	Les essais sur éprouvette de type 2	124
4.1	Résultats quasi-statiques	124
4.2	Résultats dynamiques	126
5	Les essais sur éprouvette de type 3	127
5.1	Résultats quasi-statiques	127
5.2	Résultats dynamiques	128
6	Les essais sur éprouvette de type 4	129
6.1	Résultats quasi-statiques	129
6.2	Résultats dynamiques	131
7	Les essais sur éprouvette de type 6	132
7.1	Résultats quasi-statiques	132
7.2	Résultats dynamiques	133
	Annexe 3 : campagne expérimentale sur structures du matériau balsa	135
1	Description des essais d'indentation	135
2	Résultats	136
2.1	Essais réalisés avec un poinçon conique d'angle au sommet 140°	136
2.2	Essais réalisés avec un poinçon conique d'angle au sommet 120°	137
2.3	Essais réalisés avec un poinçon conique d'angle au sommet 60°	139
2.4	Essais réalisés avec poinçon cylindrique	140
	Annexe 4 : moyens expérimentaux	142
1	La machine de traction compression universelle	142

2	La roue inertielle	143
3	Les barres de Hopkinson	144
4	La cellule de compression hydrostatique	147
5	La tour de chute	148
6	Les moyens d'acquisition numérique	149

Nomenclature

$\bar{\sigma}$: Contrainte équivalente	Pa
Y	: Contrainte seuil	Pa
Φ	: Critère d'admissibilité général	Pa
p	: Contrainte en pression hydrostatique	Pa
q	: Contrainte équivalente de Von Mises	Pa
p_t	: Seuil de contrainte / Contrainte en traction hydrostatique	Pa
p_c	: Contrainte en compression hydrostatique	Pa
p_c^0	: Seuil de contrainte en compression hydrostatique	Pa
σ_c	: Contrainte en compression quasi-statique uniaxiale	Pa
σ_c^0	: Seuil de contrainte en compression quasi-statique uniaxiale	Pa
α	: Facteur de forme	<i>adim.</i>
k	: Rapport d'écrouissage des contraintes en compression	<i>adim.</i>
k_t	: Rapport d'écrouissage des contraintes hydrostatiques	<i>adim.</i>
$\bar{\sigma}_c$: Contrainte en compression uniaxiale pour une vitesse de déformation non-nulle	Pa
H	: Module d'écrouissage	Pa
E	: Module d'Young	Pa
K	: Coefficient de compressibilité	Pa
ε_{vol}^{pl}	: Déformation plastique volumique	<i>adim.</i>
ε_{eq}^p	: Déformation plastique équivalente	<i>adim.</i>
ν_p	: Coefficient de Poisson plastique	<i>adim.</i>
ν	: Coefficient de Poisson	<i>adim.</i>
$\dot{\varepsilon}^{pl}$: Vitesse de déformation plastique équivalente	s^{-1}
$\bar{\varepsilon}^{pl}$: Déformation plastique équivalente	<i>adim.</i>
$\dot{\varepsilon}_{axial}^{pl}$: Vitesse de déformation plastique axiale	s^{-1}
γ	: Multiplicateur plastique	s^{-1}
\mathbf{I}	: Tenseur identité	<i>adim.</i>
\mathbf{n}	: Tenseur identité	<i>adim.</i>
$\boldsymbol{\sigma}'$: Tenseur des contraintes déviatoriques	Pa
$\boldsymbol{\sigma}$: Tenseur des contraintes	Pa
$\boldsymbol{\sigma}^{pr}$: Tenseur des contraintes prédictifs	Pa
\mathbf{S}^e	: Tenseur des souplesses élastiques	Pa
\mathbf{C}	: Tenseur d'élasticité	Pa
\mathbf{P}	: Tenseur plastique	<i>adim.</i>
\mathbf{r}	: Résidu tensoriel	Pa
Ξ	: Jacobien	Pa
ρ	: Masse volumique	kg/m ³

Notations

En s'inspirant de la littérature attenante à la formulation par éléments finis, nous allons par la suite proposer, dès que cela est nécessaire pour une meilleure compréhension, une représentation tensorielle simplifiée des grandeurs mécaniques utilisées. Ainsi, on explicitera :

- pour les tenseurs d'ordre 4, une représentation par une matrice 6*6,
- pour les tenseurs d'ordre 2, une représentation par un vecteur à 6 composantes.

Par exemple, les tenseurs d'ordre 2 des déformations totales, des déformations élastiques et plastiques et des contraintes seront réécrits comme suit :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{23} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^e = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22}^e \\ \varepsilon_{33}^e \\ 2\varepsilon_{12}^e \\ 2\varepsilon_{13}^e \\ 2\varepsilon_{23}^e \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^p = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^p \\ \varepsilon_{22}^p \\ \varepsilon_{33}^p \\ 2\varepsilon_{12}^p \\ 2\varepsilon_{13}^p \\ 2\varepsilon_{23}^p \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix}.$$

Les tenseurs d'ordre 4 seront représentés par des tenseurs d'ordre 2, sous forme matricielle. Pour exemple, le tenseur des souplesses élastique se réécrira de la manière suivante :

$$\mathbf{S}^e = \begin{bmatrix} S_{1111} & S_{1122} & S_{1133} & S_{1112} & S_{1113} & S_{1123} \\ & S_{2222} & S_{2233} & S_{2212} & S_{2213} & S_{2223} \\ & & S_{3333} & S_{3312} & S_{3313} & S_{3323} \\ & & & S_{1212} & S_{1213} & S_{1223} \\ & & & & S_{1313} & S_{1323} \\ & & & & & S_{2323} \end{bmatrix}$$

Ce type de représentation ne sera proposé que pour une meilleure compréhension, l'ensemble des équations explicitées dans les modèles développés respectant l'ordre initial des grandeurs mécaniques utilisées.

Introduction

La simulation numérique est devenue un outil indispensable et indissociable du développement et de la validation de tout nouveau produit. En particulier, les conteneurs de transport sont soumis à des tests de validation drastiques en terme de tenue aux crashes inspirés des recommandations faites par l'AIEA ¹ ce qui rend la simulation numérique primordiale. L'AIEA conseille notamment plusieurs séries de crash tests, indispensables pour la validation du produit, mais qui peuvent être facilement optimisées grâce à la simulation numérique.

Les matériaux les plus souvent utilisés comme matériaux absorbeurs de chocs sont les mousses, comme par exemple pour les casques de vélo ou moto. Cependant, le transport d'objets ou de matériaux sensibles au sein du CEA ² est réalisé à l'aide de conteneurs de transport dont le principal matériau absorbeur est le bois, avec des essences aussi diverses que le liège, le balsa, le peuplier, le séquoia, chacune ayant une fonction bien particulière suivant le type de produit transporté ou les conditions de transports. Les conteneurs du CEA sont constitués de différentes couches de bois confinées par des coques de matériaux métalliques. Les différents types de conteneurs sont soumis à un programme de validation de produit incluant des crashs tests (figure 1) et des essais de chute libre à différentes vitesses d'impact (jusqu'à $V_{\text{impact}} = 100 \text{ ms}^{-1}$) sur surface plane ou sur poinçons (cylindrique, conique, ...) ainsi que des essais de résistance à l'embrasement et aux hautes températures, toujours réalisés dans les conditions les plus pénalisantes pour le produit. L'étude approfondie des différentes essences entrant dans leur fabrication est absolument indispensable dans le cadre de ce programme de validation. En effet, la plupart des tests réalisés sont des simulations numériques de crashes (dans un souci de diminution des coûts et d'optimisation des essais) et la modélisation précise des matériaux est primordiale dans ce contexte.

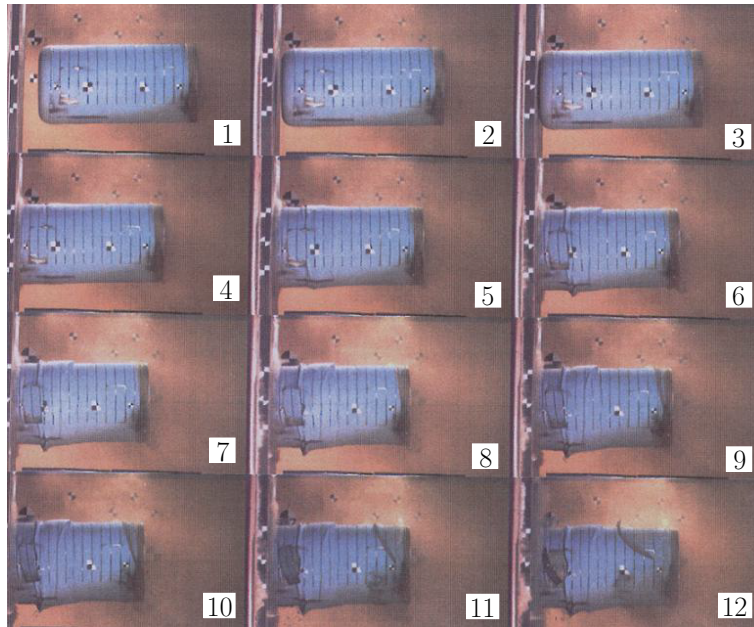


FIG. 1 – Essai d'impact de conteneur à $V = 90 \text{ ms}^{-1}$ (référence CEA)

¹L'Agence Internationale de l'Energie Atomique

²Commissariat à l'Energie Atomique

Le bois, matériau naturel, est de plus en plus utilisé et ses domaines d'application sont nombreux, notamment pour l'absorption d'énergie, l'isolation, . . . De fait, des essences telles que le balsa ont fait l'objet de plusieurs publications et les caractéristiques principales étudiées de ces matériaux sont maintenant bien connues : vitesse de déformation, température, densité . . . Très peu de publications ont été faites sur le liège, et le matériau liège reconstitué (liège aggloméré) utilisé par le CEA n'a fait l'objet d'aucune étude de modélisation complète à notre connaissance. Le travail de thèse présenté ici porte sur les deux essences évoquées ci-dessus.

La premier chapitre de ce mémoire (Partie II) est une étude bibliographique ciblée sur les matériaux cellulaires dont fait partie le bois. En s'appuyant sur plusieurs ouvrages de référence, le comportement caractéristique de cette famille matériau est détaillé et les paramètres influant sont mis en avant, notamment le paramètre vitesse de déformation qui est au coeur de cette étude. Plus particulièrement, un état de l'art sur le balsa et le liège aggloméré est réalisé afin de pouvoir orienter au mieux la recherche et le développement de modèles matériau. L'ensemble de ces observations permet de définir deux axes d'étude : les matériaux isotropes d'une part avec le liège aggloméré, les matériaux orthotropes, voir isotropes transverses d'autre part avec le balsa. La partie suivante (Partie III) est l'occasion de présenter l'ensemble des moyens à disposition afin de réaliser les campagnes expérimentales sur ces matériaux.

Ainsi, le deuxième chapitre est consacré au matériau liège aggloméré (Partie IV). Après une présentation du modèle matériau "crushable foam" du code de calculs Abaqus, une étude avancée de cette essence de bois est exposée. Elle a été réalisée ainsi que l'ensemble des essais expérimentaux de cette thèse au sein des locaux du LAMEFIP ³. Comme évoqué précédemment, le principal paramètre pris en compte pour ces essais est la vitesse de déformation, de la quasi-statique à la dynamique rapide. La campagne de caractérisation porte sur l'obtention de courbes de contrainte-déformation en prenant en compte l'influence de ce paramètre, ce qui permet par la suite de simuler les essais réalisés lors de la campagne expérimentale sur structures : essais brésilien, essais sur tour de chute mais aussi crashes test de structures plus complexes. Le bilan de cette étude sur le matériau liège permet de conclure sur la modélisation retenue et d'orienter la suite des travaux, notamment le développement du modèle matériau pour la simulation du balsa.

Le troisième chapitre (Partie V), consacré au matériau balsa, débute par la définition de la loi de comportement développée au cours de cette thèse et du modèle continu associé. Après la justification du choix d'un schéma d'intégration implicite, le modèle discret correspondant est détaillé ainsi que son intégration via le module utilisateur VUMAT au sein du code Abaqus. Les équations permettant la prise en compte du paramètre vitesse de déformation ainsi que l'architecture globale de la programmation du modèle de prédiction/correction sont explicitées. De la même manière que pour le matériau liège, les résultats de la campagne expérimentale de caractérisation du balsa ainsi qu'une campagne d'essais sur structures (toutes deux réalisées par le LAMEFIP pour le compte du CEA) sont exposés. Ces essais permettent en fin de chapitre de conclure sur le modèle proposée ainsi que la programmation réalisée et de définir l'ensemble des possibilités d'amélioration.

Enfin, un bilan mettant en parallèle campagne de caractérisation, campagne d'essais sur structures ainsi que les simulations numériques effectuées à partir de modèles matériau pré-existants au sein du code ou développés spécifiquement pour ces travaux de thèse est réalisé (Partie VI).

³Laboratoire Matériaux Endommagement Fiabilité et Ingénierie des Procédés

Chapitre I

Etude bibliographique et théorie

1 Les matériaux cellulaires

Le liège aggloméré et le balsa, matériaux principalement étudiés au cours de cette thèse, font partie de la famille des matériaux cellulaires, solides composés de plusieurs cellules (dont le caractère peut être ouvert ou fermé) reliées par un réseau de poutres et de plaques solides. Les principales caractéristiques de ces matériaux sont les suivantes :

- une porosité dont la valeur est supérieure à 70%,
- une très faible densité relative, à savoir le rapport entre la densité du matériau cellulaire et la densité du matériau constituant le squelette. Cette densité est représentée par la fraction volumique de matière donnée par l'équation (1).

$$d_r = \frac{\rho_m}{\rho_s} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \rho_m & \text{masse volumique du matériau cellulaire} \\ \rho_s & \text{masse volumique du solide constitutif} \end{cases} \quad (1)$$

- une grande résistance spécifique en terme de masse,
- une faible conductivité thermique,
- une très bonne absorption acoustique,
- d'excellentes propriétés mécaniques en terme d'absorption de chocs, notamment dues à la structure alvéolaire de ces matériaux.

Ces matériaux sont de nos jours largement utilisés dans le monde industriel compte tenu de leurs très bonnes caractéristiques mécaniques associées à un souci permanent d'allègement des structures et à un faible coût de production. En effet, compte tenu de l'ensemble des caractéristiques propres à ces matériaux, leurs applications industrielles sont diverses et variées :

- l'absorption d'énergie au cours d'impacts notamment dans le domaine des transports en tant que sécurité passive, que ce soit par exemple dans l'industrie automobile (pare-chocs) ou dans l'aménagement de systèmes de sécurité [34],
- l'isolation mécanique par absorption des vibrations (plaques isolantes des machines-outils, des pots vibrants),
- l'isolation thermique et acoustique dans le domaine du bâtiment (structures à cellules fermées telles que les mousses servant de retardateurs d'incendies ou les isolants thermiques dans l'habitat),
- etc ...

1.1 Comportement statique

Le comportement quasi-statique des matériaux cellulaires a fait l'objet de nombreuses études dans la littérature ([5] [24] [14] [23] [25] [31] [33] [41]). La courbe typique contrainte-déformation en compression uniaxiale (cf. figure 2) dont les caractéristiques suivent est généralisable à l'ensemble des matériaux de cette famille :

- une phase élastique linéaire peu marquée en tout début de chargement, restreinte à de très faibles déformations, avec un module d'Young pouvant atteindre 1 GPa pour les mousses de métaux et de céramiques,

- après déformation élastique, il y a apparition d’un seuil d’écrouissage σ_{seuil} suivi d’un plateau quasi-parfait (début de déformation des cellules, flexion et flambage, et apparition des premières bandes de cisaillement) se poursuivant jusqu’à effondrement total de l’ensemble des parois des cellules. Ce plateau correspond à une phase de forte dissipation d’énergie du matériau. Le comportement du matériau au niveau de ce plateau peut être rhéo-adoucissant (matériau élastoplastique avec apparition d’un pic σ_{pic} puis chute de la rigidité du matériau avant remonté jusqu’à σ_{pic} puis consolidation) ou alors croissant (matériau élastomérique avec coefficient directeur positif du plateau jusqu’à consolidation),
- le matériau se consolide par la suite après densification ou fermeture totale des porosités avec une augmentation importante de la rigidité du matériau pour de faibles déformations additionnelles, c’est la phase de densification,
- enfin le comportement en décharge varie suivant les matériaux, la déformation “plastique” résiduelle étant plus ou moins importante suivant le matériau étudié (la courbe de décharge représentée sur la figure 2 correspond au comportement du liège aggloméré étudié).

Ces caractéristiques générales sont fortement sensibles aux propriétés du matériau cellulaire telles que la densité relative, le caractère ouvert ou fermé des cellules, le matériau constitutif du squelette, ...

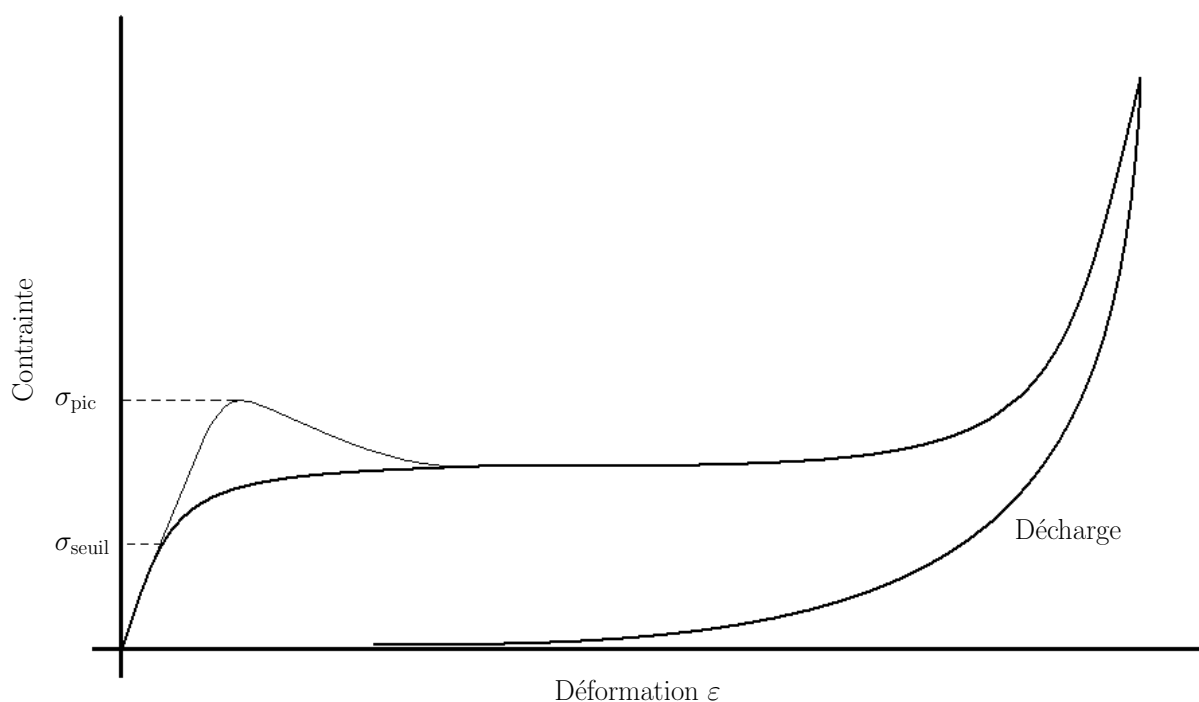


FIG. 2 – Courbe contrainte déformation schématique de matériaux cellulaires

1.2 Comportement dynamique

Les matériaux cellulaires sont sensibles au paramètre vitesse de déformation ([5] [7] [24] [13] [12] [14] [16] [23] [25] [31] [33] [41]). Les courbes de contrainte-déformation obtenues sous chargement dynamique (jusqu’à la dynamique rapide des chocs) conservent les mêmes caractéristiques générales des courbes quasi-statiques évoquées plus haut. Cependant apparaît un accroissement de nombreuses caractéristiques mécaniques telles que le module de rigidité initial ou le niveau de contrainte du plateau en fonction de la vitesse de déformation.

1.3 Distinction du comportement des matériaux étudiés

Compte tenu des essences étudiées au cours de cette thèse, deux comportements matériaux distincts et donc deux sous-familles de matériaux distinctes se dégagent :

- les matériaux cellulaires à comportement isotrope représentés ici par le liège aggloméré,
- les matériaux cellulaires à comportement orthotrope, que l'on peut considérer pour le balsa, comme ayant un comportement isotrope transverse.

Cette possibilité de classement par famille des matériaux étudiés nous permet de restreindre l'étude de cette thèse à deux types de modèle, les matériaux et modèles numériques isotropes d'un côté et les matériaux et modèles numériques orthotropes de l'autre, en se limitant pour la deuxième catégorie à l'étude et la modélisation complète du balsa, représentative de sa famille matériau.

Spécificité du matériau liège

Le matériau liège a fait l'objet d'études [2] [22] [20] [24] menées sur du liège naturel ou encore l'étude d'une simulation numérique de l'écrasement d'un tube d'aluminium rempli de liège aggloméré [21] (étude reprise dans les exemples du code de calcul Abaqus).

Les courbes contrainte-déformation en compression uniaxiale disponibles dans ces articles montrent que le comportement du liège s'apparenterait au comportement des mousses élastomériques (figure 3) avec une forte dépendance au paramètre vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$. La phase élastique de ce matériau est donc due à la compression des parois des cellules tandis que le comportement au niveau du plateau de dissipation d'énergie est dû à un phénomène d'effondrement des cellules par flambement élastique. Une fois l'ensemble des cellules effondrées successivement autour des bandes de cisaillement, le matériau se consolide et se densifie.

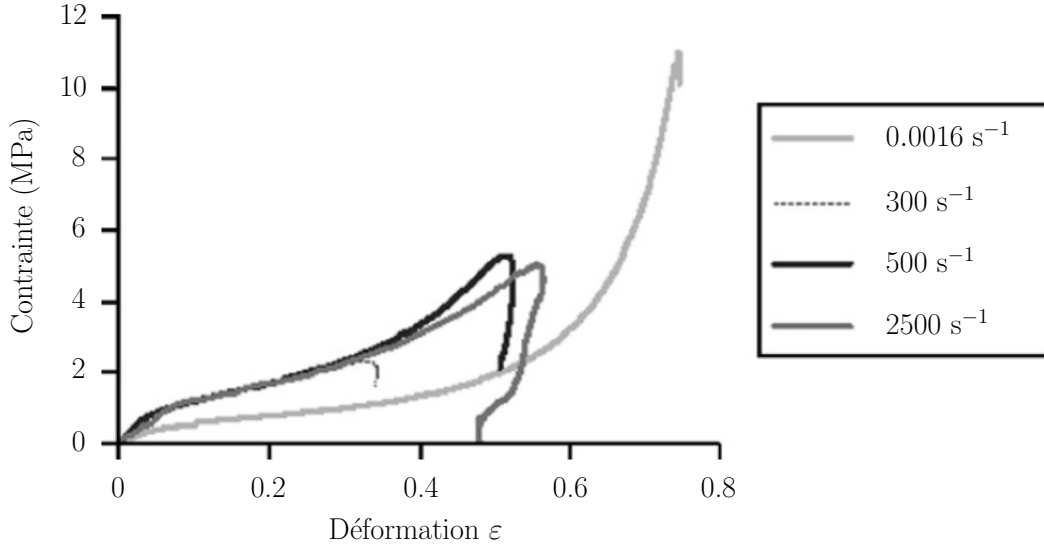


FIG. 3 – Courbe contrainte-déformation en compression uniaxiale du liège en fonction du paramètre vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ [20]

Le liège à l'état naturel est un matériau anisotrope. Le liège étudié, agglomérat de liège naturel concassé, a un comportement théoriquement isotrope : cette spécificité sera vérifiée au cours de la campagne expérimentale.

Compte tenu du peu de données disponibles sur ce matériau et de nos besoins pour la modélisation réalisée par la suite, une étude expérimentale complète du liège aggloméré sera menée au sein du LAMEFIP. Les caractéristiques des moyens expérimentaux ainsi que les détails de la campagne d’essais mise en place pour l’étude de ce matériau seront explicités par la suite.

Spécificité du matériau balsa

L’article de Tagarielli *et al.* [40] comporte une partie expérimentale mettant en évidence les principales caractéristiques mécaniques du matériau balsa et affirmant les conclusions de Easterling *et al.* quant au caractère isotrope transverse de son comportement [24]. Y sont explicités une description globale de la réponse statique du matériau ainsi que les ordres de grandeurs de composantes mécaniques telles que les modules d’Young, modules de cisaillement et quelques courbes de réponses aux tests de compression uniaxiale (figure 4), etc. . . en fonction de la densité du matériau.

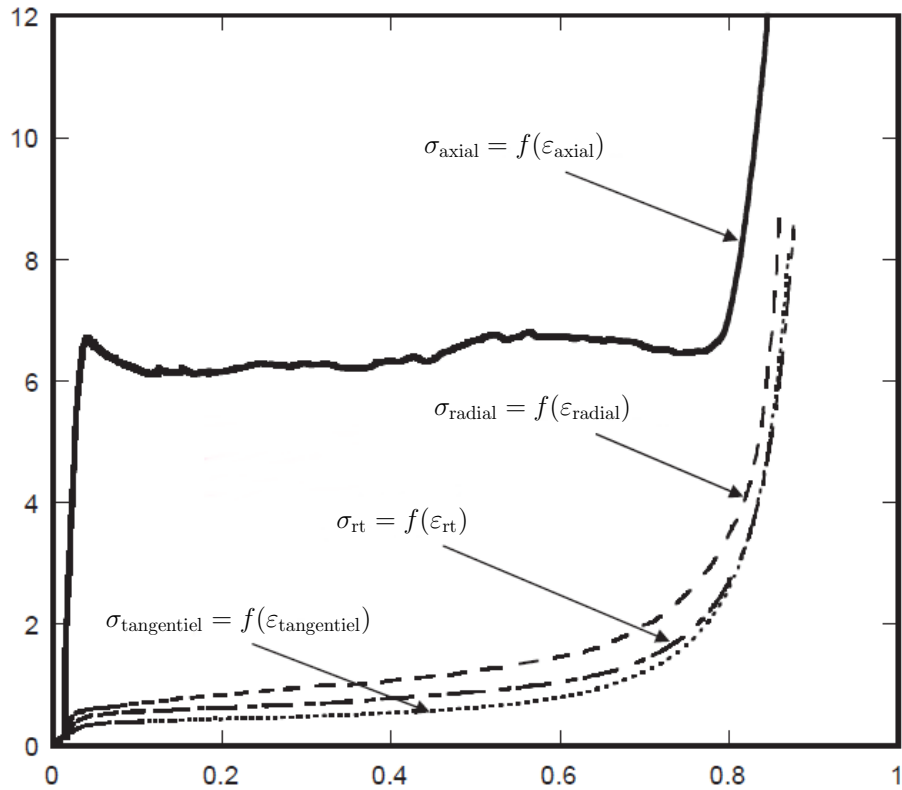


FIG. 4 – Exemple de courbes de réponse du balsa en compression uniaxiale suivant les directions longitudinale, radiale, tangentielle et suivant une direction médiane des directions radiale et tangentielle (référéncée “rt” sur le graphe) (d’après [40])

Ces observations serviront de base à la mise en place d’une campagne expérimentale afin de les compléter, notamment dans le domaine de la dynamique. Ainsi, à l’identique du matériau liège, un descriptif complet et approfondi du comportement du balsa sera mené dans le chapitre “Modélisation du balsa, matériau isotrope transverse” (Partie V).

2 Restriction d'étude

Cette thèse entre dans le cadre d'une étude de validation du produit "conteneur" du CEA-CESTA. Il est donc important de noter qu'à ce titre, nombre de paramètres influant habituellement sur la famille des matériaux cellulaires à laquelle le liège et le balsa appartiennent ne sera pas pris en compte par la suite.

Ainsi la densité, paramètre influant fortement sur les caractéristiques de ces matériaux [29] [24], ne sera pas étudiée compte tenu des restrictions attenantes à la sélection des essences utilisées pour la fabrication des conteneurs. En effet, des plages de variation précises de densité entraînant de très faibles variabilités sont exigées au sein du CEA pour les deux essences de bois évoquées. La conformité de ce paramètre sera donc simplement vérifiée avant chaque campagne expérimentale.

L'humidité relative du matériau est un paramètre contrôlé précisément de la sélection des matériaux bruts jusqu'au stockage des conteneurs en service en passant par leur fabrication. En effet, le bois est présent à l'état confiné dans les conteneurs et une humidité relative supérieure à 15% entraînerait la détérioration du matériau [24]. Pour pallier ce problème, un taux d'humidité situé entre 12 et 14% est maintenu tout au long de la durée de vie du conteneur (que ce soit au moyen de chambres climatisées et régulées au cours de la fabrication mais aussi au cours de l'utilisation). Nous ne prendrons donc pas en compte ce paramètre par la suite.

Enfin la température, si elle était considérée (elle ne le sera pas au cours de ce travail de thèse), devrait répondre aux normes de l'aviation civile et de l'AIEA (Agence Internationale de l'Energie Atomique), à savoir une plage de variation allant de -40°C (température minimale pour toute conception d'un produit destiné à un usage aérien) à $+70^{\circ}\text{C}$ (limite dépendant de conditions cumulées d'ensoleillement et d'utilisation). L'ensemble de l'étude se fera donc à température ambiante et une mesure de ce paramètre sera effectuée avant chaque essai pour en contrôler l'exactitude et la faible variabilité d'un essai à l'autre.

3 Modélisation des matériaux isotropes et isotropes transverses

Afin de modéliser les matériaux cellulaires étudiés au cours de ce travail de thèse, deux méthodes peuvent être mises en avant :

- celle utilisant un modèle découplé où le comportement du matériau dépend de courbes renseignées par l'utilisateur et ce pour chaque direction matérielle. Le comportement du matériau peut de cette manière être complètement distinct dans chacune de ses directions.
- Celle via un modèle reposant sur une surface de charge quadratique pilotée par une courbe de référence. Le comportement du matériau évolue alors en fonction de la courbe d'écrouissage et de la forme de la surface de charge initialement renseignées par l'utilisateur.

La première technique est appuyée par les travaux initialement menés par François [18] puis repris et approfondis par Adalian [1] mettant en lumière le comportement "découplé" du matériau bois. Ces deux travaux de thèse reposent sur la caractérisation expérimentale de chacune des essences de bois étudiées ainsi que sur la mise en place d'un critère dit "boîte". L'adoption d'un tel critère permet d'en modéliser efficacement le caractère "découplé", une sollicitation dans une direction principale n'ayant aucune influence sur les autres.

La seconde est appuyée principalement par les observations sur les matériaux cellulaires faites par Gibson et Ashby [24], Deshpande et Fleck [13] ainsi que Tagarielli *et al.* [40]. Dans ces différentes publications, il apparaît clairement la diversité des comportements au sein de cette famille de matériau. Deshpande et Fleck, suite à une campagne expérimentale avancée sur les mousses d'aluminium, mettent en évidence une surface de charge quadratique à facteur de forme constant permettant d'en régir l'écrouissage plastique. Tagarielli *et al.* reprennent cette idée pour simuler des essais d'indentation sur du balsa, objet de ce travail de thèse.

En conséquence, le choix de modélisation effectuée au cours de cette étude s'est porté sur un critère d'admissibilité général basé sur une définition quadratique de la surface de charge incluant un tenseur plastique paramétrable afin de l'adapter au comportement spécifique des matériaux cellulaires étudiés. Ainsi, ce modèle continu peut être particularisé de manière à seoir au comportement des matériaux isotropes tels que le liège et au comportement des matériaux isotropes transverses tels que le balsa.

Nota Bene : Les modèles permettant de modéliser la famille de matériaux isotropes d'une part et isotropes transverses d'autre part, sont décrits dans des chapitres spécifiques ("Modélisation du liège aggloméré, matériau isotrope" (Partie IV) et "Modélisation du balsa, matériau isotrope transverse" (Partie V)). Ne sont reprises dans les paragraphes suivants que les équations permettant de mettre en place le plan de ce travail de thèse.

3.1 Hypothèses

On suppose la décomposition de la déformation totale ε en une partie élastique ε^e et une partie plastique ε^p comme indiqué par l'équation (2), où la différentiation effectuée est faite en fonction du temps.

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p \quad (2)$$

3.2 Définition du critère d'admissibilité

A partir du critère de plasticité général explicité ci-dessous, le modèle continu développé dans ce travail de thèse peut être réduit à la modélisation du liège et du balsa.

En se basant sur les théories de plasticité générale exposées notamment par Simo et Hughes [39], le critère d'admissibilité général $\Phi(\sigma, Y)$ est défini par l'équation (3) où $\bar{\sigma}$ est la contrainte équivalente et Y la contrainte seuil.

$$\Phi(\sigma, Y) = \bar{\sigma} - Y \leq 0 \quad (3)$$

En se basant sur l'équation (3), l'évolution du matériau (état élastique ou plastique) est régie par les conditions du système (4). Ces conditions d'évolution seront détaillées plus en avant lors de l'établissement de la loi d'écoulement propre à chaque modèle étudié ou mis en place (on précisera notamment le caractère associée ou non associée de cette loi).

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi(\sigma, Y) < 0 \\ \Phi(\sigma, Y) = 0 \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} \dot{\Phi}(\sigma, Y) < 0 \\ \dot{\Phi}(\sigma, Y) = 0 \end{array} \right. \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} \text{comportement élastique} \\ \text{décharge élastique} \\ \text{comportement neutre ou charge plastique} \\ \text{(différence explicitée plus tard lors de la mise en} \\ \text{place de la loi d'écoulement du matériau)} \end{array} \quad (4)$$

La contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ est définie par l'équation (5) et le tenseur plastique \mathbf{P} est défini par l'équation (6) sous sa forme matricielle pour une meilleure compréhension (matrice explicitée dans les axes d'orthotropie matériau). Ce tenseur, par définition, est défini positif [39].

$$\bar{\sigma}^2 \equiv \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma} = P_{11} \sigma_{11}^2 + P_{22} \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 - 2 P_{12} \sigma_{11} \sigma_{22} - 2 P_{23} \sigma_{22} \sigma_{33} - 2 P_{13} \sigma_{11} \sigma_{33} + P_{12} \sigma_{12}^2 + P_{23} \sigma_{23}^2 + P_{13} \sigma_{13}^2 \quad (5)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & -P_{12} & -P_{13} & & & \\ -P_{12} & P_{22} & -P_{23} & & & \\ -P_{13} & -P_{23} & 1 & & & \\ & & & P_{44} & & \\ & & & & P_{55} & \\ & & & & & P_{66} \end{bmatrix} \quad (6)$$

L'apparition de la valeur $P_{33} = 1$ dans le tenseur plastique \mathbf{P} indique que l'ensemble du comportement du matériau est défini en fonction du comportement de celui-ci suivant la direction 3. La détermination des paramètres du tenseur sera explicitée, lorsque cela est nécessaire, pour chaque étude de matériau. On montrera en effet que pour l'étude du liège, on peut s'affranchir de la détermination de l'ensemble des paramètres par simplification du critère d'admissibilité.

Nota Bene : La définition des paramètres P_{ij} sera explicitée dans le chapitre relatif à la modélisation du balsa, leur définition dans cette partie n'étant pas nécessaire à la compréhension de la modélisation du liège aggloméré.

La contrainte seuil est définie par l'équation (7) où σ_0 représente la contrainte seuil initiale, $H(\varepsilon_{eq}^p)$ le module d'écrouissage et ε_{eq}^p la déformation plastique équivalente.

$$Y = \sigma_0 + H(\varepsilon_{eq}^p) \varepsilon_{eq}^p \quad (7)$$

De part la définition du tenseur \mathbf{P} , l'identification de la contrainte seuil passe par la réalisation d'un essai uniaxial suivant la direction 3 (compression ou traction suivant le type d'étude).

Ce modèle général inclut notamment la plasticité de "Von Mises" en prenant les valeurs de paramètres définies en (8).

$$P_{11} = P_{22} = P_{33} = 1, \quad P_{12} = P_{23} = P_{13} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad P_{44} = P_{55} = P_{66} = 3 \quad (8)$$

On retrouve ainsi le tenseur plastique typique P_{VM} et la contrainte équivalente de Von mises définis respectivement par les équations (9) et (10).

$$\mathbf{P}_{VM} = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 & & \\ -1/2 & 1 & -1/2 & & \\ -1/2 & -1/2 & 1 & & \\ & & & 3 & \\ & & & & 3 \\ & & & & & 3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\bar{\sigma}_{VM}^2 = \frac{1}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2)] \quad (10)$$

Au travers de ce critère, on s'aperçoit que la pression hydrostatique p n'a aucune influence sur le comportement du matériau. Cette remarque est illustrée par le graphique 5 mettant en évidence la surface d'écrouissage de Mises représentée dans le plan méridional des contraintes (p, q) , q étant la contrainte équivalente de Von Mises (la définition des grandeurs p et q sera explicitée dans la partie "Du critère d'admissibilité général au modèle "crushable foam" d'Abaqus" (Paragraphe IV.1)).

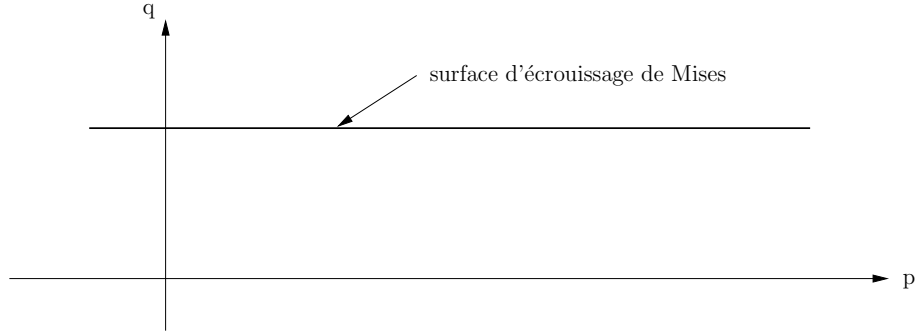


FIG. 5 – Représentation graphique de la surface d'écrouissage de Von Mises dans le plan (p, q)

3.3 Application au liège

La particularisation du critère général de l'équation (3) pour la modélisation du matériau isotrope liège se base sur les observations faites par Gibson et Ashby [24], Gameiro *et al.* [22] ainsi que sur la campagne expérimentale menée par Deshpande et Fleck [13] sur les mousses d'aluminium.

Gibson et Ashby consacrent une partie de leur ouvrage à l'étude du liège naturel au cours duquel sont exposées notamment les réponses de ce matériau à des sollicitations simples : compression uniaxiale, traction uniaxiale, etc. ... Ils exposent les grandeurs mécaniques extraites de ces essais (sans en communiquer les courbes de réponse) ainsi que le caractère compressible de ce matériau. Ils concluent enfin quant au comportement de ce matériau s'identifiant aux mousses élastomériques. Cette conclusion est confirmée par les travaux de Gameiro *et al.*

L'étude réalisée par Deshpande et Fleck sur les mousses d'aluminium en expose le comportement aux sollicitations en compression, uniaxiale ou hydrostatique. Grâce à une méthode expérimentale précise, ils ont étudié la forme de la surface d'écrouissage de ce matériau ainsi que son évolution et en ont proposé une modélisation.

Le comportement du liège aggloméré se rapproche de celui des mousses. Les différentes observations faites sur ce matériau par les auteurs cités précédemment (Gameiro, Gibson, Ashby *et al.*) permettent d'en orienter

la modélisation vers une surface de charge quadratique à facteur de forme α constant.

Ainsi, pour la modélisation du liège, la contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ retenue est définie par l'équation (12). Les composantes du tenseur \mathbf{P} associé sont définies par les équations (11) (la définition du facteur de forme α sera donnée lors de la description du modèle dans la partie “Du critère d’admissibilité général au modèle “crushable foam” d’Abaqus”).

$$P_{11} = P_{22} = P_{33} = 1, \quad P_{12} = P_{23} = P_{13} = \frac{1 - 2\alpha^2/9}{1 + \alpha^2/9} \quad \text{et} \quad P_{44} = P_{55} = P_{66} = \frac{3}{2(1 + \alpha^2/9)} \quad (11)$$

$$\bar{\sigma}^2 = \sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 - \frac{1 - 2\alpha^2/9}{1 + \alpha^2/9} (\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{11}\sigma_{33}) + \frac{3}{2(1 + \alpha^2/9)} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2) \quad (12)$$

L’adoption de cette contrainte équivalente et du critère d’admissibilité associé permet de se ramener aux définitions du modèle “crushable foam” d’Abaqus, basé sur les travaux de Deshpande et Fleck [13]. Ce modèle est adapté à la modélisation des mousses compressibles, dont le comportement du liège aggloméré se rapproche. Ainsi, à partir de la définition de ce critère, on explicitera les équations régissant ce modèle dans le chapitre “Modélisation du liège aggloméré, matériau isotrope” (Partie IV).

Nota Bene : Une représentation graphique de ce critère sera proposée dans le chapitre consacré au liège par la figure (7). Le facteur de forme α sera lui aussi défini dans ce chapitre.

3.4 Application au balsa

Le balsa fait partie de la famille des matériaux cellulaires à comportement orthotrope, voire isotrope transverse ([40], [24]). En conséquence, pour la modélisation du balsa, la contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ retenue est définie par l'équation (14). Du fait de la prise en compte de l’isotropie transverse du matériau, les composantes du tenseur \mathbf{P} associé sont définies par les équations (13).

$$P_{11} = P_{22}, \quad P_{13} = P_{23} \quad \text{et} \quad P_{55} = P_{66} \quad (13)$$

$$\bar{\sigma}^2 = P_{11} (\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2) + \sigma_{33}^2 - 2 P_{12} \sigma_{11} \sigma_{22} - 2 P_{13} (\sigma_{22} \sigma_{33} + \sigma_{11} \sigma_{33}) + P_{44} \sigma_{12}^2 + P_{55} (\sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2) \quad (14)$$

Cette définition de contrainte équivalente correspond à un comportement isotrope transverse. L’ensemble des équations nécessaires à la modélisation de ce type de matériau tel que le balsa sera explicité dans le chapitre “Modélisation du balsa, matériau isotrope transverse” (Partie V) où seront précisés notamment le type de loi d’écoulement retenue, les conditions de charge/décharge, etc ...

4 Choix de la loi d'écoulement

Lors de la définition d'une loi d'écoulement, il est nécessaire de déterminer si celle-ci est associée ou non. En effet deux cas de figures peuvent se présenter :

- la direction d'écoulement est confondue avec la normale à la surface d'écrouissage. La loi d'écoulement est alors associée, le potentiel d'écoulement correspondant à la définition du critère d'admissibilité;
- la direction d'écoulement n'est pas confondue avec la normale à la surface d'écrouissage. La loi d'écoulement est alors non-associée, le potentiel d'écoulement est généralement déterminé par une campagne expérimentale sur le matériau.

La figure 6 propose une représentation graphique de ces deux cas de figure : dans le cas (a) la loi est de type associée, la surface d'écrouissage et d'écoulement sont confondues, dans le cas (b), la loi est de type non-associée, les deux surfaces sont dissociées et la définition d'un potentiel d'écoulement est nécessaire.

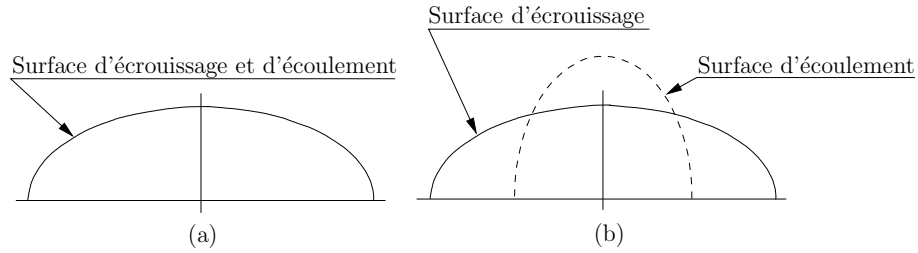


FIG. 6 – Représentation schématique de la surface d'écrouissage et de la surface d'écoulement : (a) dans le cas d'une loi associée, (b) dans le cas d'une loi non-associée.

Ces considérations ainsi que la théorie amenant à ces conclusions sont détaillées dans les références [11] et [17]. Pour l'ensemble des modèles présentés, le type de loi d'écoulement sera à chaque fois précisé.

5 Définition des deux axes d'étude de la thèse

Les définitions du critère d'admissibilité, de la contrainte équivalente et de la matrice plastique faites précédemment ainsi que la particularisation de ces grandeurs à la modélisation des deux familles de matériaux étudiées amènent les deux axes de recherche suivants :

- dans un premier temps, le liège a été modélisé grâce au modèle “Crushable foam” d'Abaqus. L'ensemble des équations de ce modèle a été mis en place et leur lien avec les équations de la surface de charge quadratique explicitées précédemment a été précisé. Une campagne expérimentale complète a été menée afin de caractériser le matériau (avec notamment la prise en compte de la vitesse de déformation) et de renseigner l'ensemble des paramètres nécessaires au fonctionnement du modèle. Cette campagne a permis de statuer sur le comportement général du matériau, grâce notamment aux essais de compression hydrostatique et de traction uniaxiale ainsi que les essais de compression uniaxiale pour différentes vitesses de déformation (de la statique avec $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ à la dynamique rapide avec $\dot{\epsilon} = 1000 \text{ s}^{-1}$). Des essais sur structures ont été menés (essais brésilliens, essais sur tour de chute, ...) afin d'obtenir la base de tests nécessaires à la vérification de la modélisation du liège. Les observations faites et les conclusions tirées de cette étude ont permis de cibler au mieux les travaux d'étude et de modélisation sur les matériaux isotropes transverses, et plus particulièrement sur le balsa.
- Dans un deuxième temps, le balsa a été modélisé grâce à un modèle dont le critère a été évoqué précédemment. Comme pour le matériau liège, une campagne expérimentale complète a été réalisée afin de caractériser le balsa. Le retour sur expérience de la campagne sur le liège a permis d'opti-

miser au mieux les essais élémentaires et les essais sur structures. Un modèle numérique permettant de modéliser le balsa a été développé en prenant en considération les difficultés rencontrées lors de la modélisation du liège.

Ces deux points sont développés dans les deux prochains chapitres de ces travaux de thèse. L'analyse et la comparaison de ces deux axes de recherches distincts permettront de conclure quant au comportement et à la modélisation de ces deux familles de matériaux (isotrope et isotrope transverse) dans le domaine de la simulation de crash.

Chapitre II

Modélisation du liège aggloméré

1 Introduction

Au cours de ce chapitre, le matériau “liège”, matériau isotrope, est caractérisé puis modélisé. Dans un premier temps, le modèle “Crushable foam”, modèle retenu pour la modélisation de ce matériau, est présenté avec une mise en avant de l’ensemble des paramètres nécessaires à renseigner pour son utilisation. Cette démarche a abouti à la mise en place d’une campagne expérimentale qui est exposée dans un deuxième temps. l’ensemble des essais expérimentaux (de caractérisation et sur structures) est détaillé ainsi que les résultats obtenus. Les caractéristiques matériau nécessaires au modèle numérique sont rappelées. Enfin, la troisième partie porte sur la modélisation numérique qui reprend la modélisation des essais élémentaires ainsi que sur structures. La concordance entre expérimental et numérique est analysée afin de conclure en fin de chapitre sur la modélisation du matériau liège aggloméré.

2 Du critère d’admissibilité général au modèle “crushable foam” d’Abaqus

Comme stipulé dans le chapitre “Etude bibliographique et théorie” (Partie II), la modélisation du liège aggloméré s’est orientée sur un modèle reposant sur une surface de charge quadratique. Le critère d’admissibilité général ainsi que la contrainte équivalente associée sont rappelés ci-dessous respectivement par les équations (15) et (16).

$$\Phi(\boldsymbol{\sigma}, Y) = \bar{\sigma} - Y \leq 0 \quad (15)$$

$$\bar{\sigma}^2 = \sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 - \frac{1 - 2\alpha^2/9}{1 + \alpha^2/9} (\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{11}\sigma_{33}) + \frac{3}{2(1 + \alpha^2/9)} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2) \quad (16)$$

Ces définitions peuvent aisément se ramener au modèle “crushable foam” d’Abaqus par la méthode suivante. Soient p la pression hydrostatique définie par l’équation (17) et q la contrainte équivalente de Von Mises définie par l’équation (18). Le tenseur des contraintes déviatorique $\boldsymbol{\sigma}'$ est défini par l’équation (19).

$$p = \frac{1}{3} \text{trace } \boldsymbol{\sigma} \quad (17)$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}'} \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - p\mathbf{I} \quad (19)$$

Ainsi, par ces définitions, la contrainte équivalente de Von Mises se résume à l’équation (20).

$$q^2 = \frac{3}{2} \boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}' = \sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 - (\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33} + \sigma_{22}\sigma_{33}) + \frac{3}{2}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2) \quad (20)$$

La définition de la pression hydrostatique par l'équation (17) amène l'équation (21).

$$p^2 = \frac{1}{9} [\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 + 2(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33} + \sigma_{22}\sigma_{33})] \quad (21)$$

En utilisant les équations (20) et (21), l'équation (16) se réduit à l'équation (22).

$$\left(1 + \frac{\alpha^2}{9}\right) \bar{\sigma}^2 = q^2 + \alpha^2 p^2 \quad (22)$$

Si l'on se place dans le plan méridional des contraintes (p, q) , l'équation (22) est celle d'une ellipse de facteur de forme α dont on propose une représentation graphique 7 ci-dessous. Le coefficient α est le facteur de forme du convexe elliptique défini par $\alpha = B/A$ avec A la longueur du demi-axe du convexe elliptique suivant l'axe des pressions hydrostatiques et B celle du demi-axe suivant l'axe des contraintes de Von Mises.

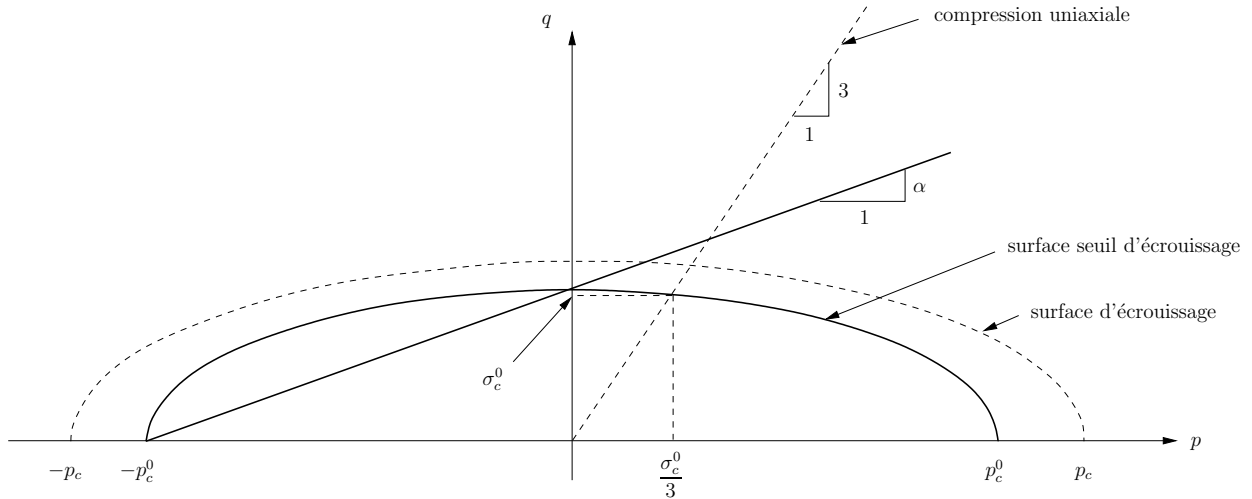


FIG. 7 – Représentation graphique de l'ellipse définie par l'équation 22. La surface d'écrouissage en "pointillé" représente l'évolution de la surface seuil d'écrouissage au cours de la plastification du matériau.

L'utilisation de l'équation (22) dans la définition (16) du critère d'admissibilité général permet d'obtenir la définition particulière de ce critère pour le liège aggloméré (équation (23)).

$$\Phi(\sigma, Y) = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\alpha^2}{9}} (q^2 + \alpha^2 p^2)} - Y \leq 0 \quad (23)$$

Soit B la longueur du demi-axe de l'ellipse suivant l'axe des contraintes de Von Mises. A partir de la représentation graphique proposée ci-dessus, on en déduit que $B = \alpha p_c$. Ainsi, grâce à l'équation (22), on obtient l'équation (24).

$$B = \alpha p_c = \sigma_c \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{3}\right)^2} \quad (24)$$

En utilisant l'équation (23) ainsi que l'équation (24), on obtient le critère d'admissibilité tel que défini dans le modèle "crushable foam" à écrouissage isotrope (équation (25)).

$$F = \sqrt{q^2 + \alpha^2 p^2} - B \leq 0 \quad (25)$$

Présentation du modèle

Le modèle de plasticité "crushable foam" de la bibliothèque du code de calcul Abaqus [10] est basé sur les travaux de Deshpande et Fleck [13]. Il est dédié à l'étude des mousses compactables généralement utilisées comme matériau absorbeur (notamment lors de chocs). Les travaux initiés par Deshpande et Fleck sont à l'origine de l'option à écrouissage isotrope, Abaqus développant pour sa part la deuxième option disponible dans ce modèle, l'option à écrouissage volumétrique, ainsi que les options de dépendance au paramètre vitesse de déformation.

Deux types d'écrouissage sont donc disponibles pour ce modèle :

- l'écrouissage dit "isotrope",
- l'écrouissage dit "volumétrique".

Caractéristiques communes

Le comportement élastique du modèle est isotrope tandis que le comportement plastique est représenté par une ellipse dans le plan méridional des contraintes (p - q), p étant la pression hydrostatique et q la contrainte équivalente de Von Mises. Depuis la version 6.7.1 du code, les deux options d'écrouissage sont disponibles à la fois dans la partie standard du code (ABAQUS/Standard) et dans sa partie explicite (ABAQUS/Explicit).

Pour définir l'écrouissage du matériau, il est nécessaire de renseigner le modèle avec la réponse du matériau en compression uniaxiale, à savoir l'expression de la contrainte vraie (contrainte de Cauchy) en fonction de la déformation plastique vraie (déformation logarithmique).

3 Le sous-modèle à écrouissage isotrope

3.1 Critère d'admissibilité

La surface d'écrouissage de cette option est donc une ellipse centrée sur l'origine du plan méridional des contraintes (p - q). L'écrouissage du matériau et l'évolution de la surface du convexe se font à facteur de forme α constant. Il est piloté par la valeur de la déformation plastique équivalente. La surface d'écrouissage est définie par la fonction (25).

Le rapport k , défini par l'équation (26), est suffisant pour le paramétrage de l'option à écrouissage isotrope

$$k = \frac{\sigma_c^0}{p_c^0} \quad \text{avec} \quad 0 \leq k < 3 \quad (26)$$

Dans l'équation précédente, σ_c^0 et p_c^0 représentent respectivement le seuil d'écrouissage en compression statique uniaxiale et en compression hydrostatique. Le cas particulier où $k = 0$ correspond à la plasticité de Mises. Afin de déterminer ce rapport, des essais de compression statique uniaxiale et de compression hydrostatique sont nécessaires.

3.2 Loi d'écoulement

Pour le modèle "crushable foam" à écrouissage isotrope, la loi d'écoulement étant définie non-associée, le potentiel d'écoulement G est défini par l'équation (27) où β est le facteur de forme de l'ellipse représentative de ce potentiel dans le plan des contraintes (p - q) défini par l'équation (28) (le coefficient de Poisson plastique est noté ν_p). Le choix de ces deux définitions est motivé par des essais expérimentaux menés par la société détentrice du code Abaqus ([38]).

$$G = \sqrt{q^2 + \beta^2 p^2} \quad (27)$$

$$\beta = \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1 - 2\nu_p}{1 + \nu_p}} \quad (28)$$

Le coefficient de Poisson plastique ν_p (qui pour rappel est le ratio entre la déformation plastique transverse et la déformation plastique longitudinale pour un état de compression uniaxiale) doit être compris dans l'intervalle $[-1, 0.5]$, la limite supérieure ($\nu_p = 0.5$) correspondant au cas de compression plastique isovolume (soit d'écoulement plastique incompressible ($\beta = 0$)), les coefficients de Poisson négatifs correspondant aux matériaux auxétiques. Pour la plupart des mousses étudiées habituellement, le coefficient de Poisson plastique est pratiquement nul ce qui correspond à un facteur de forme $\beta \approx 2.12$.

L'écoulement plastique est de type associé lorsque la valeur de α est égale à celle de β . De fait, par défaut, l'écoulement plastique est non-associé de façon à ce que α soit indépendant de ν_p .

Lors d'un écoulement associé, en utilisant les équations (26) et (28), l'équation (24) mène au développement suivant :

$$\begin{aligned} \alpha &= k \sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{9}} \\ \Leftrightarrow \quad \frac{9}{2} \frac{1 - 2\nu}{1 + \nu} &= k^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{1 - 2\nu}{1 + \nu} \right) \\ \Leftrightarrow \quad 1 &= \frac{k^2}{3(1 - 2\nu)} \end{aligned}$$

Ainsi à partir du développement précédent, si pour un matériau donné on dispose uniquement du coefficient de Poisson plastique et que l'on désire un écoulement plastique associé, le rapport k peut être déterminé simplement par l'équation (29).

$$k = \sqrt{3(1 - 2\nu_p)} \quad (29)$$

D'une autre manière, à partir de l'équation (29), si l'on dispose uniquement du facteur de forme de la surface d'érouissage et que l'on désire un écoulement plastique associé, le coefficient de Poisson plastique peut être obtenu par l'équation (30).

$$\nu_p = \frac{3 - k^2}{6} \quad (30)$$

3.3 Fonction d'érouissage

Par choix, le test de compression statique uniaxiale est le test permettant de définir l'évolution de la surface d'érouissage du matériau. La loi d'érouissage est alors définie par la fonction reliant la valeur de la contrainte en compression uniaxiale du matériau en fonction de la valeur absolue de la déformation plastique axiale $\varepsilon_{\text{axial}}^{\text{pl}}$. Pour des valeurs $\varepsilon_{\text{axial}}^{\text{pl}}$ supérieures à celles renseignées par l'utilisateur, la fonction contrainte-déformation est extrapolée à partir des dernières données tabulées. Si nécessaire, cette fonction peut aussi être dépendante d'autres paramètres tels que la température (on peut définir jusqu'à 8 variables).

3.4 Prise en compte de la vitesse de déformation

Ce paragraphe expose les outils mis en place au sein d'Abaqus pour prendre en compte la vitesse de déformation. Le comportement de la plupart des matériaux modélisés par le modèle "crushable foam" est dépendant du paramètre vitesse de déformation. Cela se traduit par une augmentation de la réponse en contrainte du matériau dès que la gamme de vitesse de déformation $[0.1 \text{ s}^{-1}, 1 \text{ s}^{-1}]$ est atteinte, cette augmentation pouvant devenir très importante pour des vitesses de déformation de l'ordre de $[100 \text{ s}^{-1}, 1000 \text{ s}^{-1}]$, vitesses de déformation habituellement observées en dynamique rapide, notamment lors de crashes [10].

Deux sous-options sont disponibles afin de traduire cet état de fait et donc de définir la dépendance du matériau au paramètre vitesse de déformation :

- la sous-option "overstress power law",
- la sous-option "yield ratio".

Pour ces deux sous-options, le facteur de forme du convexe d'érouissage est identique quelle que soit la vitesse de déformation utilisée.

Sous option "Overstress power law"

Cette sous-option permet de définir une loi type Cowper-Symonds [10] comme indiquée équation (31).

$$\dot{\varepsilon}^{\text{pl}} = D (R - 1)^n \quad \text{avec} \quad \begin{cases} R \geq 1 \\ R \equiv \frac{\bar{\sigma}_c}{\sigma_c} \end{cases} \quad (31)$$

σ_c correspond ici aux valeurs de contrainte en compression quasi-statique uniaxiale renseignées dans la courbe d'érouissage ayant donc la plus petite valeur de vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ tandis que $\bar{\sigma}_c$ correspond aux valeurs de contrainte en compression uniaxiale à vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ non nulle. Le rapport R s'obtient donc en effectuant le rapport de ces deux valeurs pour une valeur de déformation plastique axiale $\varepsilon_{\text{axial}}^{\text{pl}}$

donnée.

$\dot{\varepsilon}^{\text{pl}}$ est le taux de déformation plastique équivalent, qui ici est égal au taux de déformation plastique en compression uniaxiale.

Sous option “Yield ratio”

Cette sous-option permet de définir directement la dépendance à la vitesse de déformation en implémentant le rapport r ($r \equiv \frac{\sigma_c}{\sigma_c}$) en fonction de la valeur absolue de la déformation plastique axiale $\varepsilon_{\text{axial}}^{\text{pl}}$.

4 Spécificité du code de calcul Abaqus : le sous-modèle à écrouissage volumétrique

4.1 Critère d’admissibilité

Comme précédemment, la contrainte déviatorique du modèle à écrouissage volumétrique dépend de manière elliptique de la pression hydrostatique, l’évolution de ce convexe étant pilotée par la déformation plastique volumétrique. La surface d’écrouissage évolue ici suivant la fonction (32), permettant un “excentrage” du critère par rapport à l’origine du plan méridional des contraintes (p - q) et donc une différence de comportement du matériau entre les états de contraintes en traction et en compression.

$$F = \sqrt{q^2 + \alpha^2(p - p_0)^2} - B = 0 \quad (32)$$

La pression hydrostatique p ainsi que la contrainte équivalente de Von Mises q ont été définies par les équations (17) et (18).

Le centre de l’ellipse a alors pour abscisse p_0 défini par $p_0 = \frac{p_c - p_t}{2}$ où p_t est la contrainte en traction hydrostatique et p_c la contrainte en compression hydrostatique.

Dans le plan déviatorique des contraintes, la surface d’écrouissage correspond au cercle de Von Mises alors que dans le plan méridional des contraintes, elle est représentée par une ellipse (figure 8).

Deux rapports particuliers sont nécessaires au paramétrage de l’option à écrouissage volumétrique :

- le rapport k , rapport d’écrouissage des contraintes en compression,
- le rapport k_t , rapport d’écrouissage des contraintes hydrostatiques, définis par l’équation (33).

$$k = \frac{\sigma_c^0}{p_c^0} \quad \text{et} \quad k_t = \frac{p_t}{p_c^0} \quad (33)$$

σ_c^0 ainsi que p_c^0 ont les mêmes définitions que pour l’option à écrouissage isotrope ; p_t est le seuil de contrainte en traction hydrostatique. Il est nécessaire que $0 < k < 3$ et que $k_t \geq 0$ (hypothèses définies par le modèle).

4.2 Loi d’écoulement

Pour ce sous-modèle, l’écoulement est non-associé (figure 9). L’écoulement non associatif implique que les directions principales du matériau soient découplées (un chargement dans une direction principale ne

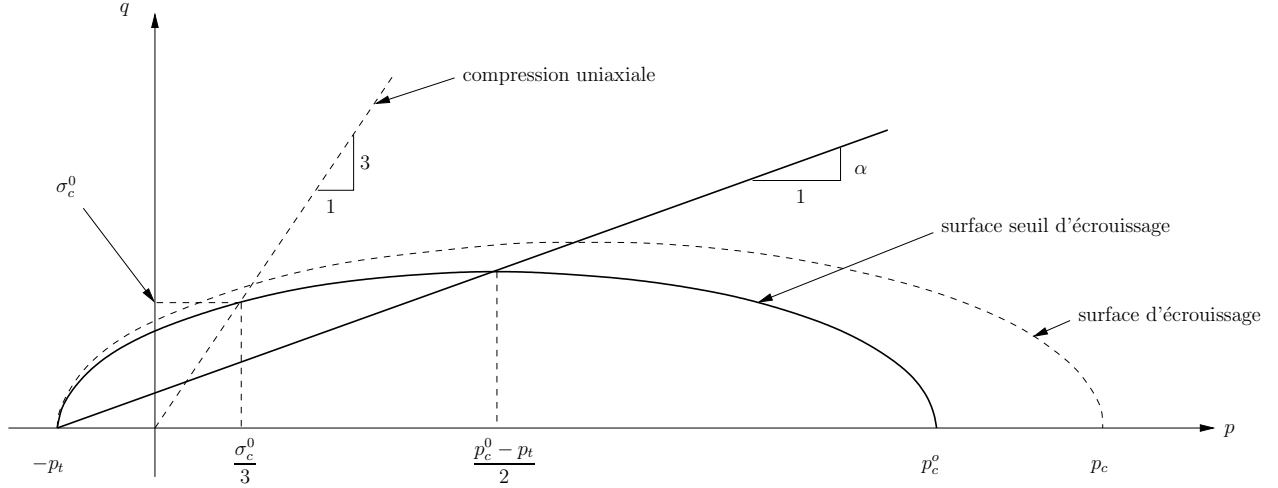


FIG. 8 – Evolution de la surface d'écroutissage du modèle “crushable foam” dans le plan des contraintes p - q . La surface d'écroutissage en “pointillé” représente l'évolution de la surface seuil d'écroutissage au cours de la plastification du matériau.

provoquent aucune déformation dans les autres directions) et donc que le coefficient de Poisson plastique ν_p soit nul. Ce comportement peut aisément se vérifier sur un test de compression uniaxiale quasi-statique.

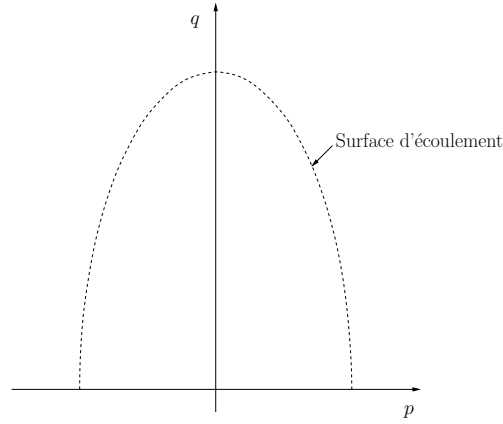


FIG. 9 – Loi d'écoulement du modèle “crushable foam” à option d'écroutissage volumétrique dans le plan des contraintes p - q

Le taux de déformation plastique est défini par l'équation (34).

$$\dot{\epsilon}^{pl} = \dot{\epsilon}^{pl} \frac{\partial G}{\partial \sigma} \quad (34)$$

G est le potentiel d'écoulement (équation (35)), le taux de déformation plastique équivalent est noté $\dot{\epsilon}^{pl}$ (équation (36)).

$$G = \sqrt{q^2 + \frac{9}{2}p^2} \quad (35)$$

$$\dot{\bar{\epsilon}}^{pl} = \frac{\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{pl}}{G} \quad (36)$$

En compression uniaxiale, la relation entre le taux de déformation plastique équivalent et le taux de déformation plastique axial est définie par l'équation (37).

$$\dot{\bar{\epsilon}}^{pl} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\epsilon}_{axial}^{pl} \quad (37)$$

4.3 Fonction d'écrouissage

Pour le modèle à écrouissage volumétrique, la contrainte en traction hydrostatique p_t reste inchangée lors de tout écrouissage plastique du matériau et égale au seuil initialement fixé. La contrainte en compression hydrostatique p_c est quant à elle étroitement liée à l'évolution de la densité du matériau et donc à la compression ou à la dilatation de celui-ci. L'évolution de la surface d'écrouissage peut s'exprimer par la fonction reliant la longueur de l'axe du convexe elliptique suivant l'axe des contraintes hydrostatiques, dimension égale à $p_c + p_t$, à la valeur de la déformation plastique volumique $-\epsilon_{vol}^{pl}$ (équation (41)).

Ainsi, si l'on considère un champ de contrainte uniaxiale (équation (38)) avec par hypothèse $\sigma_c \left(\epsilon_{axial}^{pl} \right) > 0$, la contrainte hydrostatique prend la valeur définie par l'équation (39) et la contrainte déviatorique celle définie par l'équation (40).

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$p = -\frac{\sigma_c}{3} \quad (39)$$

$$\boldsymbol{\sigma}' = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}\sigma_c \\ -\frac{\sigma_c}{3} \\ -\frac{\sigma_c}{3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

Lors de déformations plastiques, l'équation (25) amène au développement suivant pour finalement aboutir à l'équation (41) :

$$\begin{aligned}
q^2 + \alpha^2(p - p_0)^2 &= B^2 \\
\Leftrightarrow \quad \sigma_c^2 + \alpha^2\left(\frac{\sigma_c}{3} + \frac{p_c - p_t}{2}\right)^2 &= \alpha^2\left(\frac{p_c + p_t}{2}\right)^2 \\
\Leftrightarrow \quad \sigma_c \left[\sigma_c \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{9} \right) - \frac{p_t}{3} \right] &= -\left(\frac{p_c - p_t}{2}\right)^2 + \left(\frac{p_c + p_t}{2}\right)^2 + \frac{p_c \sigma_c}{3} \\
p_c \left(\varepsilon_{vol}^{pl} \right) &= \frac{\sigma_c \left(\varepsilon_{axial}^{pl} \right) \left[\sigma_c \left(\varepsilon_{axial}^{pl} \right) \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{9} \right) - \frac{p_t}{3} \right]}{p_t - \frac{\sigma_c \left(\varepsilon_{axial}^{pl} \right)}{3}} \quad (41)
\end{aligned}$$

On prend ici comme hypothèse que, pour la compression uniaxiale, $\varepsilon_{axial}^{pl} = \varepsilon_{vol}^{pl}$. En conséquence pour définir la loi d'érouissage du matériau, il faut alimenter le modèle avec la courbe de compression uniaxiale donnant l'évolution de la contrainte de Cauchy en fonction de la déformation logarithmique plastique axiale. Cette loi peut être définie dépendante de paramètres (pour un nombre maximum de 8) lors de l'implémentation du modèle.

4.4 Prise en compte de la vitesse de déformation

Tout comme le sous-modèle à érouissage isotrope, le sous-modèle à érouissage volumétrique permet de prendre en compte l'influence de la vitesse de déformation sur le comportement du matériau. Les deux mêmes sous-options sont disponibles, "overstress power law" et "yield ratio", la définition de la première évoluant quelque peu de part la spécificité du critère d'admissibilité de l'érouissage volumétrique.

Description des modifications de la sous-option "overstress power law" pour le sous-modèle à érouissage volumétrique

Comme dans le sous-modèle à érouissage isotrope, une loi type Cowper-Symonds est définie comme indiquée par l'équation (42).

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = D (R - 1)^n \quad \text{avec} \quad \begin{cases} R \geq 1 \\ R \equiv \frac{\bar{B}}{B} \end{cases} \quad (42)$$

Ici, B correspond à la taille de la surface d'érouissage quasi-statique tandis que \bar{B} correspond à la taille de la surface d'érouissage pour une vitesse de déformation non nulle. Le rapport R s'obtient donc en effectuant le rapport de ces deux valeurs pour une valeur de déformation plastique axiale ε_{axial}^{pl} donnée.

Le taux de déformation plastique équivalent $\dot{\varepsilon}^{pl}$ est toujours égal au taux de déformation plastique axial en compression uniaxiale.

5 Paramétrisation du modèle

5.1 Définition des paramètres

Le modèle “crushable foam”, et ce quelle que soit l’option d’écroutissage choisie, nécessite plusieurs paramètres d’entrée afin de le définir complètement. Ces données sont :

- la densité du matériau,
- le module d’Young du matériau,
- la courbe de compression uniaxiale en fonction de la déformation plastique logarithmique, sachant que la première donnée correspond au seuil en compression uniaxiale σ_c^0 , défini donc pour $\varepsilon^{pl} = 0$,
- le seuil en compression hydrostatique p_c^0 ,
- le seuil en traction hydrostatique p_t pour le modèle à écroutissage volumétrique.

Une fois l’ensemble de ces valeurs intégré au module “crushable foam”, des simulations numériques peuvent être réalisées. Mais il est absolument nécessaire d’implémenter ces valeurs pour déterminer le convexe d’admissibilité initial et son évolution lors de la plastification. Cette évolution est gérée par le logiciel au travers du calcul permanent pour chaque incrément de la valeur de la déformation plastique volumique donnée par $\varepsilon_{vol}^{pl} = -\text{trace}(\boldsymbol{\varepsilon}^{pl})$.

Une campagne expérimentale de compression uniaxiale à différentes vitesses de déformation peut aussi être entreprise afin d’utiliser les options de dépendance à la vitesse de déformation.

5.2 Schéma d’obtention : mise en place d’une campagne expérimentale

L’organigramme 10 explicite la démarche expérimentale retenue par la suite afin de déterminer l’ensemble des paramètres du modèle et afin de pouvoir effectuer les simulations numériques.

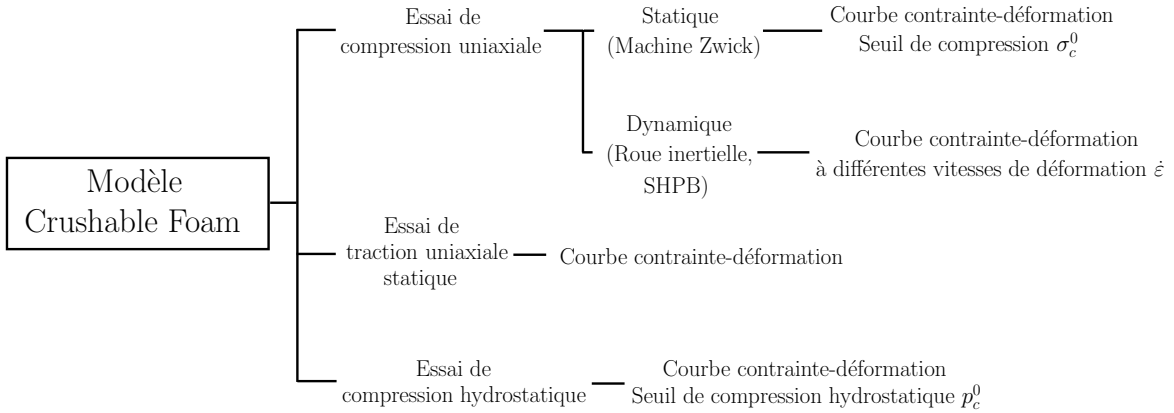


FIG. 10 – *Organigramme de la campagne expérimentale pour la détermination des paramètres du modèle “crushable foam”*

En fin de chapitre, une discussion sera menée sur la pertinence de la démarche proposée dans cette organigramme, notamment dans l’utilisation des courbes de traction uniaxiale.

6 Essais expérimentaux sur le matériau liège

6.1 Grandeurs expérimentales

Les courbes contrainte-déformation présentées par la suite sont exprimées en termes de contrainte nominale (équation (44)) et déformation nominale (équation (43)).

$$\varepsilon_{\text{nominale}} = \frac{h - h_0}{h_0} \quad (43)$$

$$\sigma_{\text{nominale}} = \frac{F}{S_0} \quad (44)$$

Il est à noter cependant que ces données devront être exprimées pour la modélisation numérique en termes de contrainte vraie de Cauchy et de déformation logarithmique comme exprimées par les équations (45), (46) et (47) (la déformation logarithmique plastique sera utilisée lors de la définition des courbes d'écrouissage).

$$\sigma_{\text{vraie}} = \sigma_{\text{nominale}}(1 + \varepsilon_{\text{nominale}}) \quad (45)$$

$$\varepsilon_{\text{ln}} = \ln(1 + \varepsilon_{\text{nominale}}) \quad (46)$$

$$\varepsilon_{\text{ln}}^{\text{pl}} = \ln(1 + \varepsilon_{\text{nominale}}) - \frac{\sigma_{\text{vraie}}}{E} \quad (47)$$

De plus, l'ensemble des grandeurs mécaniques présentées par la suite seront exprimées en valeur absolue, convention habituellement admise.

6.2 Description de la campagne sur le liège

Ont été réalisés sur ce matériau des essais de compression uniaxiale (les essais quasi-statiques étant un paramètre de base nécessaire au modèle tandis que les essais dynamiques permettent d'alimenter les options de dépendance vis-à-vis de la vitesse de déformation), des essais de compression hydrostatique et des essais de traction uniaxiale. Cette campagne a été mise en place dans le but de mettre en évidence le comportement de ce matériau, notamment la surface seuil plastique ainsi que son écrouissage dans le plan méridional des contraintes (p,q).

6.3 Les essais de compression uniaxiale

Isotropie du matériau

Le brut de liège aggloméré se présente sous la forme d'un cylindre de diamètre $\phi = 500$ mm et d'une hauteur $h_0 = 15$ mm. Il est obtenu par moulage à chaud d'un agglomérat de granulés de liège et d'un liant organique. Ce procédé de fabrication peut laisser supposer l'existence d'une direction privilégiée impliquant une anisotropie du matériau. L'isotropie de ce matériau a été contrôlée sur des éprouvettes cubiques de dimensions 15 mm \times 15 mm \times 15 mm. Un essai a été conduit pour chaque direction géométrique de ces échantillons sur la machine de traction-compression Zwick. Les courbes de contrainte-déformation obtenues étant quasi-similaires (cf. figure 11), l'isotropie du matériau a été supposée acquise pour le reste de l'étude.

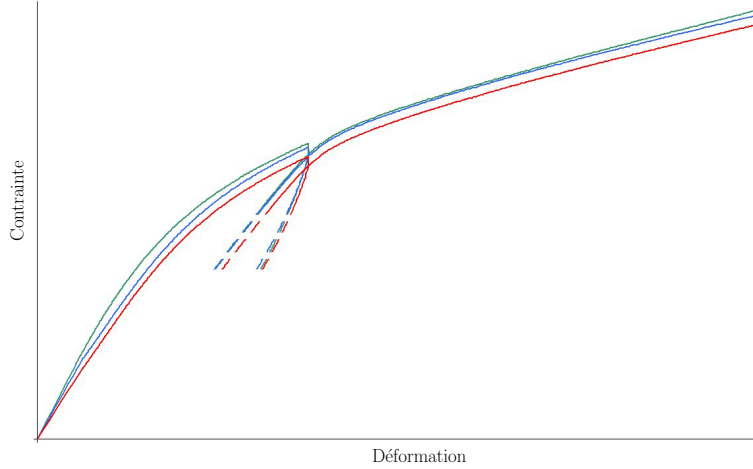


FIG. 11 – Courbe de contrainte-déformation obtenues dans les 3 directions matériau (le cyclage n'est pas représenté pour une meilleure lisibilité)

Volume élémentaire représentatif et forme de l'échantillon

Afin de vérifier le respect de l'hypothèse de volume élémentaire représentatif pour l'ensemble des essais de caractérisation, deux essais de compression quasi-statique ont été menés pour deux hauteurs de compression différentes, 15 mm et 20 mm (seules hauteurs pouvant être obtenues compte tenu de la taille du brut à disposition). Les résultats en terme de contrainte-déformation obtenus avec une hauteur de 15 mm sont similaires à ceux obtenus pour une hauteur de 20 mm. De plus, l'influence de la forme de l'échantillon a été étudiée. Ainsi, sur la figure 15, sont représentées les courbes contrainte-déformation obtenues avec plusieurs formes d'échantillon différentes (cubiques et cylindriques) : les résultats sont quasi identiques.

La suite de l'étude se fera donc avec des échantillons cylindriques de diamètre $\phi = 25$ mm et de hauteur $h_0 = 15$ mm, la forme de la base de l'échantillon n'influant aucunement sur les résultats et l'effet tonneau étant pallié, le cas échéant, en lubrifiant la surface de contact pour obtenir un coefficient de frottement quasi-nul à l'interface échantillon/système d'essai.

L'ensemble des essais préliminaires décrits ci-dessus a permis de conclure quant à la répétabilité du moyen d'essai (notamment la gamme d'utilisation et le bon échantillonnage des capteurs, que ce soit des capteurs de force ou de déplacement) et des résultats présentés. Ce point ne sera pas mentionné par la suite mais il a été vérifié pour les deux autres moyens d'essai utilisés, à savoir la roue inertielle et les barres de Hopkinson.

Paramètres

Les essais ont tous été effectués avec plusieurs paramètres communs, constants et imposés, l'étude de ce matériau se faisant dans un contexte industriel (cf. "Restriction d'étude", paragraphe II.2). Par exemple, la température de l'échantillon imposée pour l'ensemble des essais de la thèse à 20°C, a été vérifiée.

Les essais de compression uniaxiale ont été réalisés pour trois gammes de vitesse de déformation :

- la gamme quasi-statique avec une vitesse de déformation de $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$,
- la gamme de vitesse intermédiaire avec une vitesse moyenne de $\dot{\epsilon} = 200 \text{ s}^{-1}$,
- la gamme de dynamique rapide avec une vitesse de déformation allant de 1000 s^{-1} à 1200 s^{-1} .

6.3.1 Les essais quasi-statiques

Cette campagne a été réalisée sur la machine de traction-compression universelle avec les échantillons cylindriques évoqués plus haut. La hauteur des échantillons étant de 15 mm, la compression de l'échantillon s'est faite à vitesse de déplacement constante de la traverse ($V_{\text{traverse}} = 9 \text{ mm/min}$) permettant ainsi d'avoir une vitesse de déformation initiale quasi-statique de $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$.

Trois types d'essais sont à distinguer :

- les essais à vitesse de chargement V_{charg} avec deux boucles de cyclage de relaxation à $\varepsilon_{10} = 10\%$ et $\varepsilon_{30} = 30\%$ (une fois la valeur de ε_{10} (ou ε_{30}) atteinte, retour de la traverse jusqu'à F_{mini} pré-déterminée puis reprise du chargement avec V_{charg}), chargement jusqu'à ε_{max} imposé à environ 55 – 60% de h_0 à V_{charg} puis retour de la traverse et mesure de la hauteur résiduelle de l'échantillon ;
- les essais à vitesse de chargement V_{charg} jusqu'à un taux de déformation ε_{max} imposé à 75% de h_0 avec retour de relaxation et mesure de la hauteur résiduelle de l'échantillon ;
- les essais à vitesse de chargement V_{charg} jusqu'à un taux de déformation ε_{max} imposé à 75% de h_0 avec retour de relaxation suivi d'un nouveau cycle de compression jusqu'au même ε_{max} toujours à vitesse de chargement V_{charg} suivi d'un retour de la traverse et de la mesure de la hauteur résiduelle de l'échantillon.

La vitesse de retour de la traverse est pilotée automatiquement, sa valeur minimum étant imposée à $-V_{\text{charg}}$ afin d'éviter le décollement aux interfaces échantillon/plateaux. La machine régule la vitesse de déplacement de la traverse afin de respecter la condition d'effort F_{mini} .

Un exemple de cycle de charge est représenté sur la figure 12 pour les essais avec deux boucles de cyclage à 10% et 30% (ces courbes ne sont pas représentables pour les autres types d'essais compte tenu de l'échelle de temps très longue).

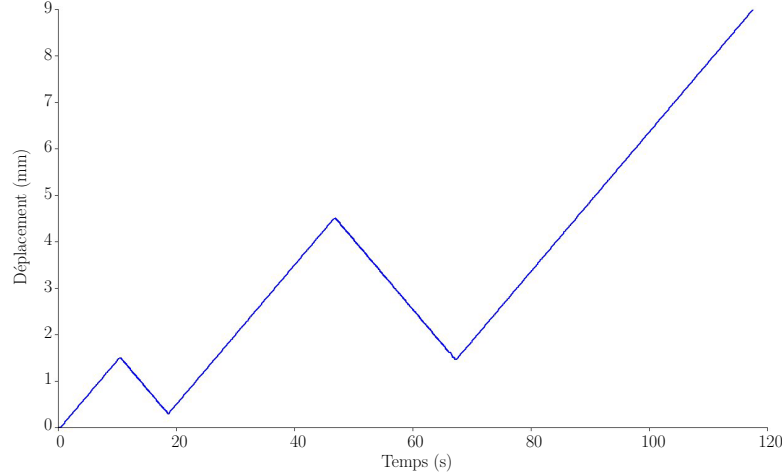


FIG. 12 – Exemple de cycle de charge-décharge pour les essais avec deux boucles de cyclage à 10% et 30%

L'intérêt de ces essais est de mettre en évidence le comportement du matériau lors de cyclage (évolution du module d'élasticité) ainsi que lors de décharge (avec cycle de relaxation très long).

6.3.2 Les essais sur roue inertielle

Compte tenu des dimensions de l'échantillon et du dispositif d'essai, la vitesse de rotation de la roue a été fixée à 40 rpm. Des essais de compression simple à vitesse de déformation quasi-constante de $\dot{\epsilon} = 150 \text{ s}^{-1}$ à $\dot{\epsilon} = 200 \text{ s}^{-1}$ ont été réalisés. Le capteur d'effort avait une résolution de 1000 N/V tandis que le déplacement du piston était mesuré par deux lasers différents, un fournissant un signal de 1 V pour 10 mm de déplacement, le second fournissant un signal de 9,68 V pour 20 mm de déplacement. Le doublement de cette mesure a permis, par comparaison, de conforter les résultats.

6.3.3 Les essais sur barres de Hopkinson

Pour rappel, compte tenu des propriétés mécaniques du liège, les barres incidente et de transmission utilisées étaient en nylon. Trois essais pour trois pressions de chambre différentes (5, 10 et 15 bars) ont été réalisés permettant ainsi d'atteindre une déformation maximale de 60%.

6.3.4 Résultats

Les essais quasi-statiques

Sont présentés sur la figure 13 les résultats des essais avec retour de relaxation (d'une durée de 30 min) avec une nouvelle charge jusqu'à la même valeur de déformation puis retour de la traverse. Plusieurs conclusions peuvent être tirées de cette courbe :

- la zone élastique de ce matériau est faible avec un seuil en compression uniaxiale σ_c^0 peu marqué,
- on note le comportement de type mousse élastomérique évoqué dans le chapitre d'étude bibliographique avec un long plateau ayant une pente positive,
- la zone de densification apparaît à partir de 50% – 60% de compaction du matériau avec un module tangent de compaction supérieur au module d'Young du matériau,
- le retour de relaxation du matériau reste identique malgré le cyclage (il n'y a pas de variation de la courbe de retour de relaxation, que ce soit au niveau du module tangent ou des niveaux de contraintes

atteints).

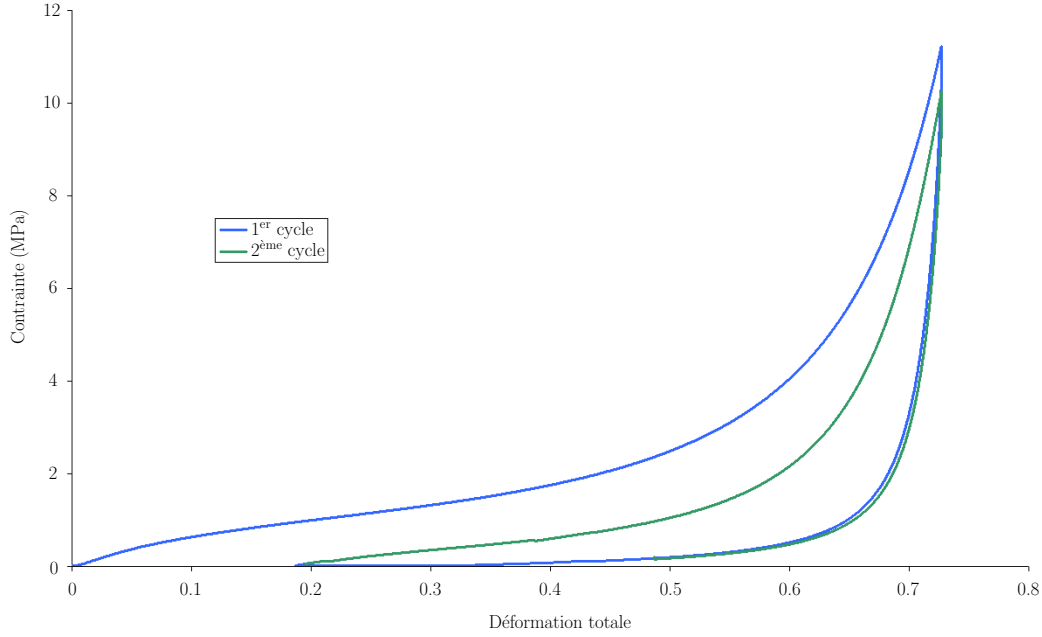


FIG. 13 – *Courbe de contrainte-déformation pour un essai de compression statique uniaxiale avec cycle de relaxation*

La figure 14 représentant les essais de cyclage à 10% et 30% montre une baisse du module élastique du matériau à chaque cycle. Cela traduit un endommagement de ce matériau. Enfin la figure 15 (superposition de l'ensemble des différents types d'essais réalisés) montre le peu de dispersion obtenue sur la courbe de charge contrainte-déformation (dispersion de l'ordre de 1% à 2%) et la répétabilité de cette campagne d'essai quasi-statique.

Deux caractéristiques quasi-statiques de ce matériau ont pu être quantifiées (tableau 1). Cependant, compte tenu des courbes obtenues (notamment un seuil de compression uniaxiale peu marqué), ces résultats sont à prendre avec précautions. En effet, les résultats présentés ci-dessous ont été obtenus par une technique graphique mise en évidence par la figure 16 (méthode des tangentes). Cette technique est délicate à mettre en place, les résultats obtenus sont donc un compromis afin de pouvoir les utiliser lors des travaux de simulation numérique. Par exemple, sur la figure 16, le module d'Young a été déterminé pour une valeur de déformation totale n'excédant pas $\varepsilon_{\text{young}} = 0,05$: la tangente a été recherchée pour la portion de courbe comprise entre $\varepsilon = 0$ et $\varepsilon_{\text{young}}$, cette dernière valeur étant choisie de manière arbitraire.

Module d'Young (MPa)	6,56
Contrainte seuil (MPa)	0,45

TAB. 1 – *Résultats en compression quasi-statique uniaxiale*

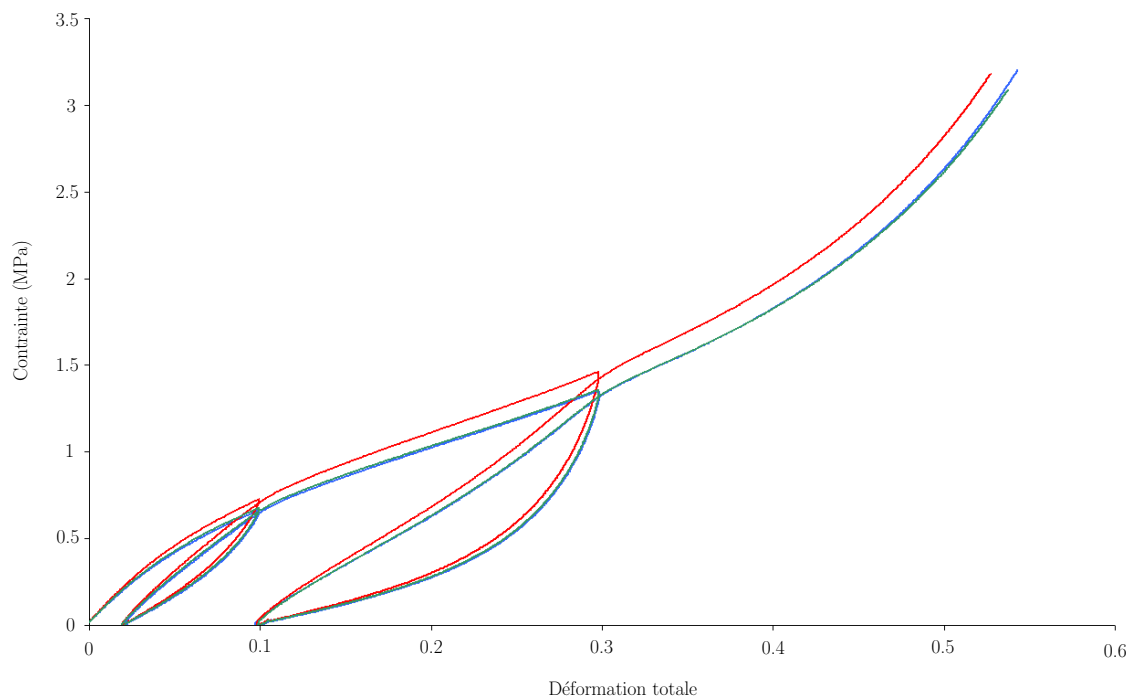


FIG. 14 – *Courbe de contrainte-déformation pour un essai de compression statique uniaxiale avec cycles*

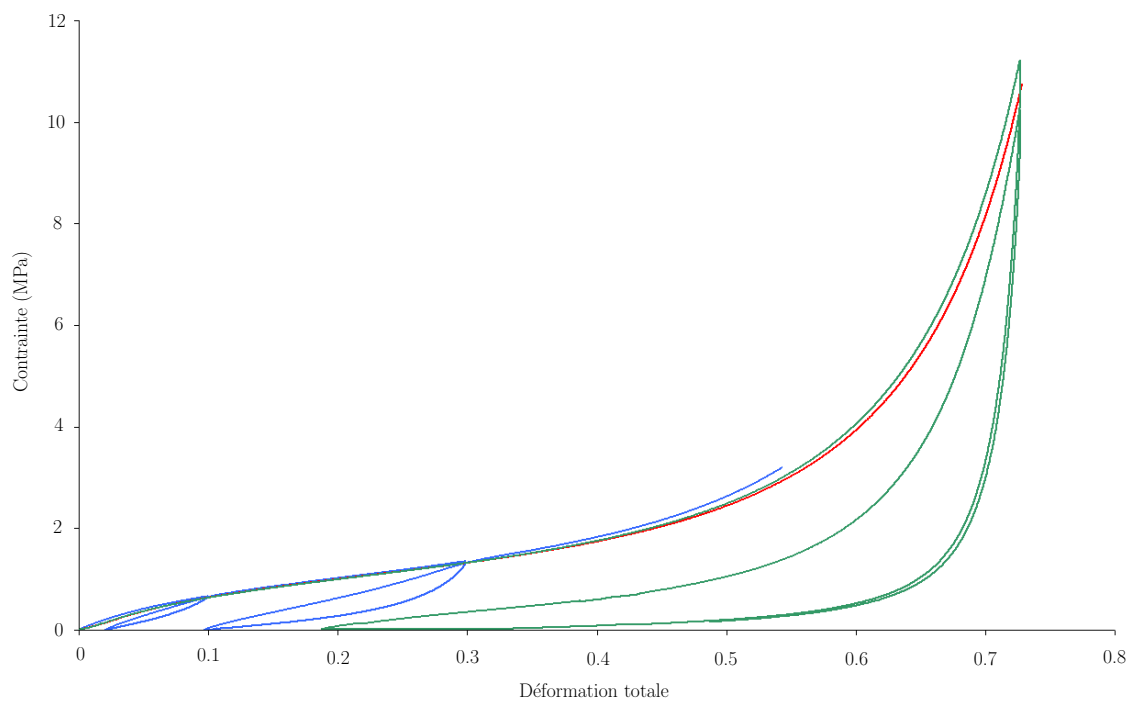


FIG. 15 – *Comparaison entre les différents essais quasi-statiques*

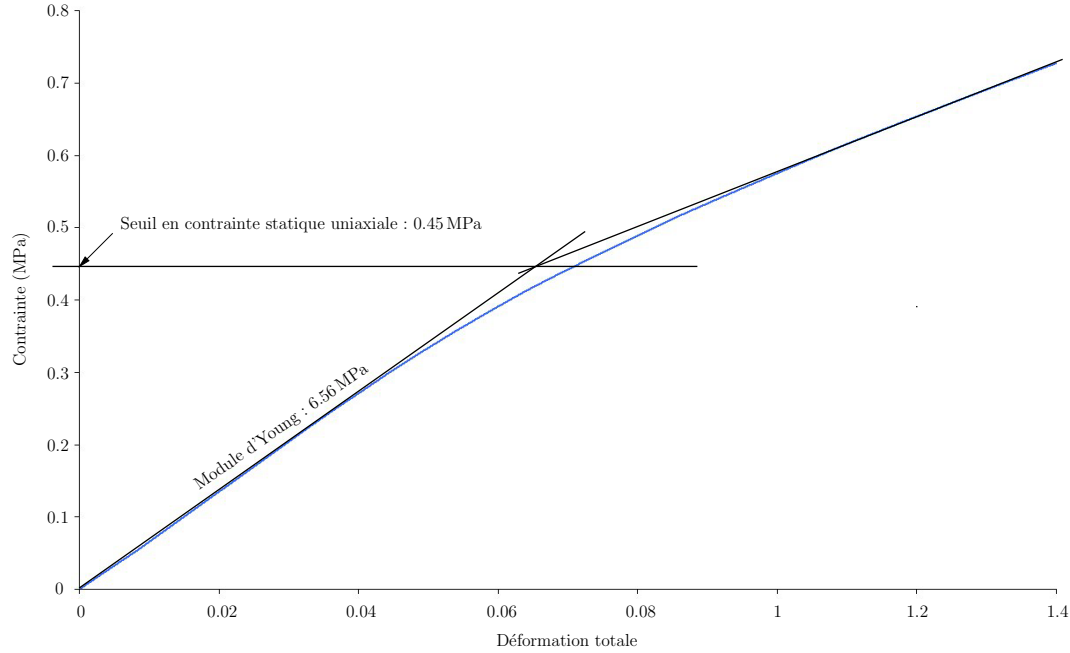


FIG. 16 – Détermination du seuil en compression statique uniaxiale et du module d'Young

Influence de la vitesse de déformation : les essais sur roue inertielle et barres de Hopkinson

Les résultats obtenus sur la roue inertielle sont représentés sur la figure 17 tandis que les résultats obtenus sur les barres de Hopkinson sont représentés sur la figure 18. Ces deux graphes font clairement apparaître la forte dépendance de ce matériau vis-à-vis de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ comme généralement observé sur les matériaux cellulaires :

- le module d'Young augmente de façon significative avec l'augmentation de la vitesse de déformation,
- les niveaux de contraintes atteints à déformation égale sont plus élevés.

Ces courbes font aussi apparaître clairement une transition plus marquée entre la phase élastique et la phase plastique du matériau : la détermination des grandeurs expérimentales est plus aisée que sur les résultats statiques.

La dispersion sur les résultats pour les courbes en dynamique rapide sur barres de Hopkinson est très faible, de l'ordre de 1 à 2%, alors que celle des résultats obtenus sur la roue inertielle est beaucoup plus importante pour des valeurs de déformation supérieures à 40%. Sur ces dernières courbes, la dispersion est inférieure à 5% pour des valeurs de déformation inférieures à 40%. Les principaux résultats sont résumés dans le tableau 2.

Module d'Young des essais sur roue inertielle (200 s^{-1})	11.6 MPa
Contrainte seuil des essais sur roue inertielle	0.7 MPa
Module d'Young des essais sur barres de Hopkinson ($1000 - 1200 \text{ s}^{-1}$)	14.8 MPa
Contrainte seuil des essais sur barres de Hopkinson	1.2 MPa

TAB. 2 – Résultats en compression dynamique uniaxiale

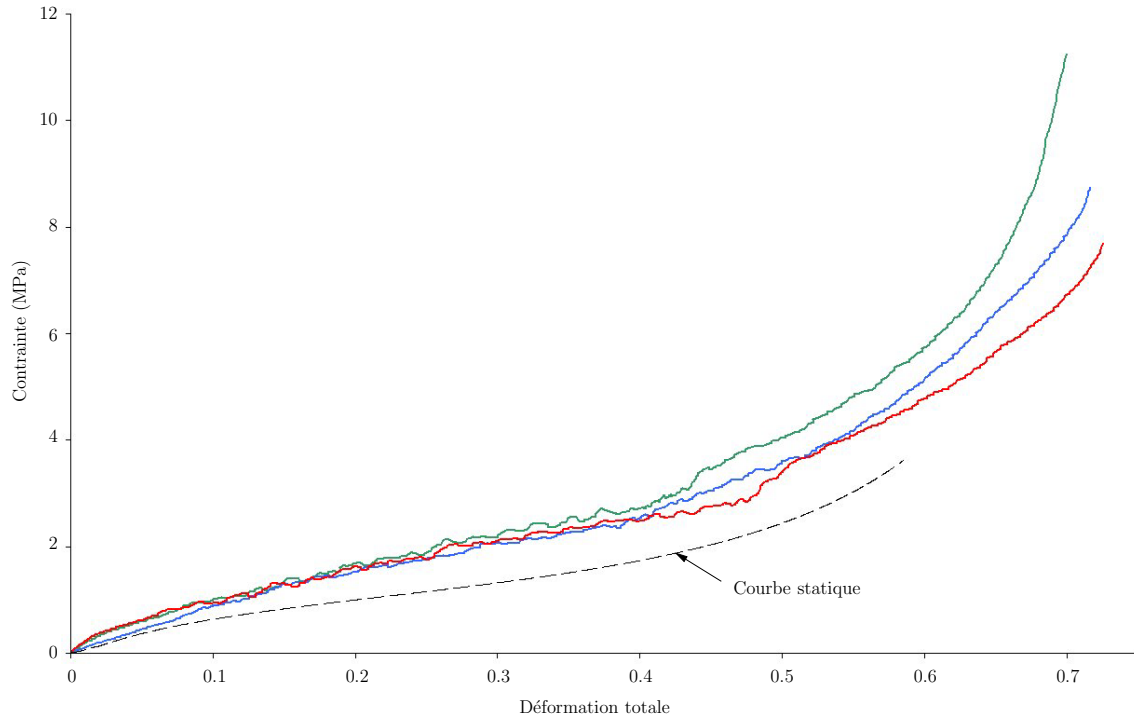


FIG. 17 – *Courbes de contrainte-déformation des essais de compression sur roue inertielle*

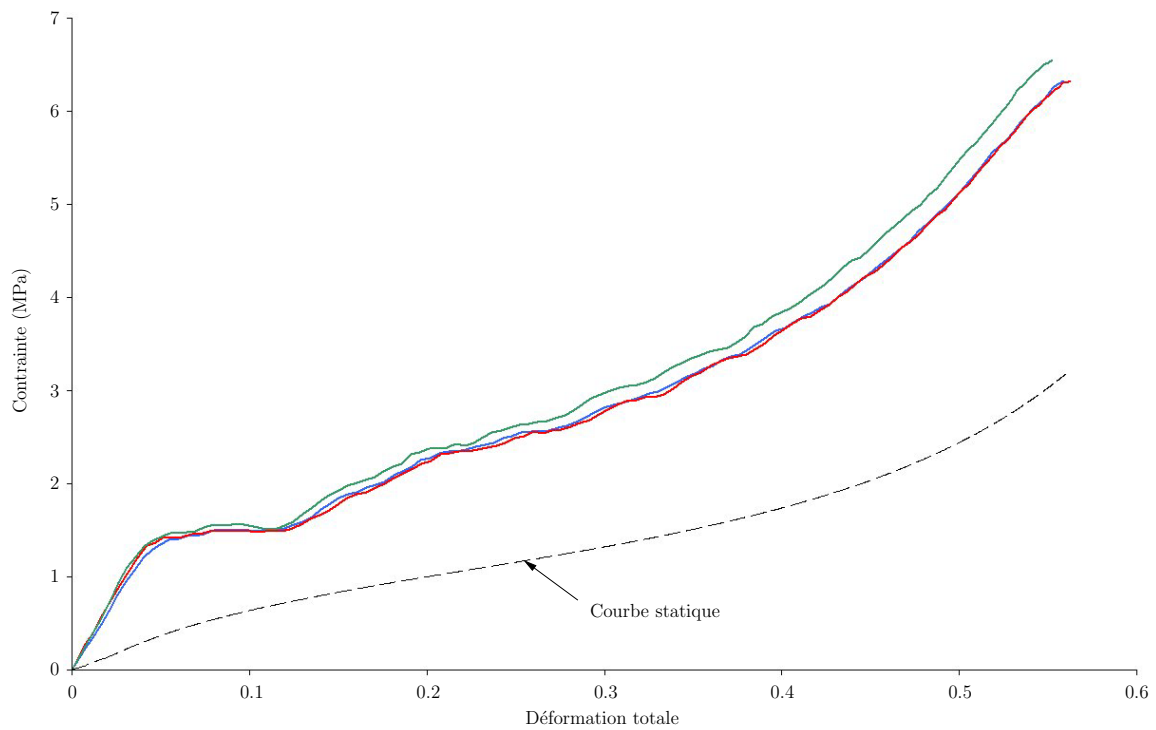


FIG. 18 – *Courbes de contrainte-déformation des essais de compression sur barres de Hopkinson*

Détermination des coefficients de Poisson élastique et plastique par corrélation d'images

A partir d'un essai de compression quasi-statique sur un échantillon parallélépipédique de dimensions $20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$, les coefficients de Poisson élastique et plastique ont été déterminés par post-traitement des épreuves numériques réalisées. Par cette technique, la dimension D_l de l'échantillon a été déterminée par rapport à sa valeur initiale D_{l0} tout au long de l'essai, comme représenté figure 19.

Cette analyse s'est faite pour des temps d'essais conséquents, correspondant à des déformations dans la hauteur de l'échantillon de plus de 45%, que l'on considère donc comme des déformations plastiques. Une valeur moyenne ε_l de l'ordre de 1.10^{-3} a été déterminée avec $\varepsilon_l = \frac{D_l}{D_{l0}}$. On peut donc conclure à une valeur nulle des coefficients de Poisson élastique et plastique ($\nu_{\text{élastique}} = \nu_{\text{plastique}} = 0$).

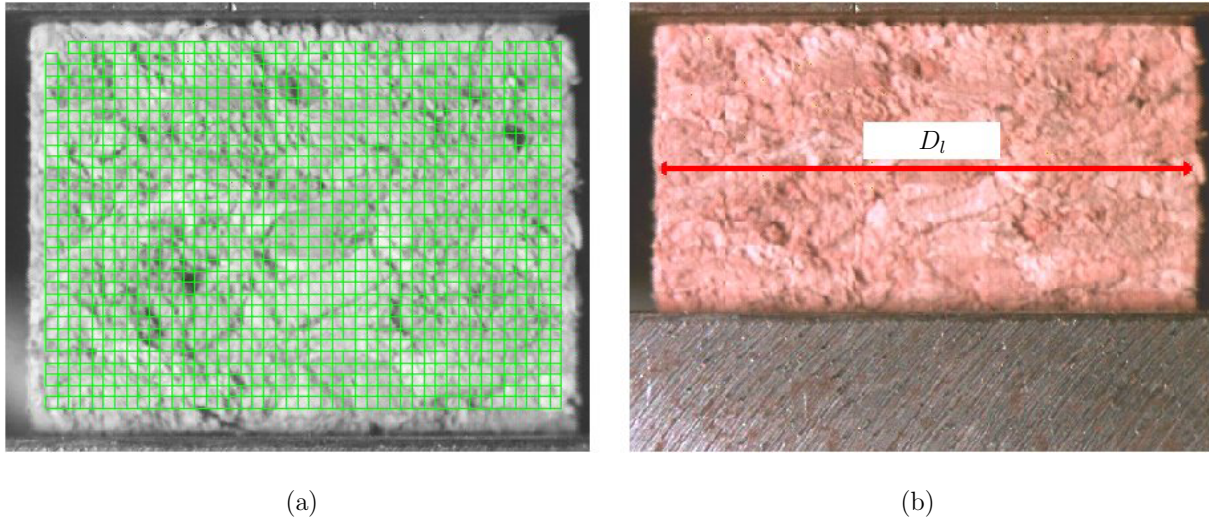


FIG. 19 – (a) : image de référence de l'échantillon non-déformé; (b) : exemple d'image utilisée pour la corrélation (ici image correspondant à 27% de déformation de l'échantillon dans sa hauteur)

Comparaison des résultats

Les deux courbes 20 et 21 représentent respectivement l'évolution du module d'Young et du seuil d'élasticité en fonction de la vitesse de déformation. Ces graphes montrent bien l'accroissement des caractéristiques mécaniques du liège aggloméré avec l'augmentation du paramètre vitesse de déformation.

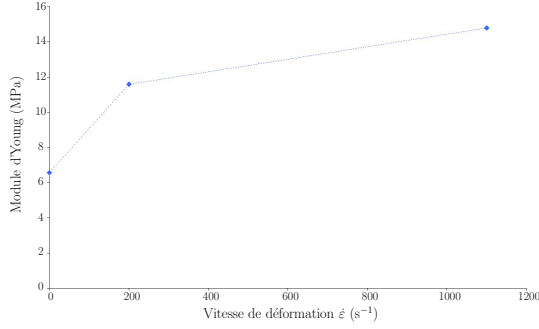


FIG. 20 – Evolution du module d'Young en fonction de la vitesse de déformation

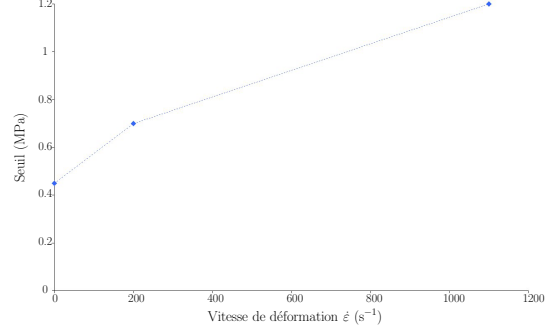


FIG. 21 – Evolution du seuil d'élasticité en fonction de la vitesse de déformation

6.4 Les essais de traction uniaxiale

Paramétrage, méthodologie

Ces essais ont été menés sur la machine Zwick (un total de 5 essais) grâce à l'utilisation de mors spécifiques auto-serrants. Les caractéristiques géométriques des éprouvettes utilisées pour ces essais sont représentées sur la figure 22. Leur épaisseur est de 15 mm.

La déformation est supposée constante dans toute la zone utile de l'éprouvette. Le système de mesure utilisé est le capteur de force de 10 kN de la machine ainsi qu'un extensomètre laser pour mesurer l'allongement de l'éprouvette de façon locale (entre deux points de la zone utile) et non de manière globale en prenant en compte le déplacement de la traverse. Les essais ont été réalisés à vitesse de déformation constante de 10 mm/min, vitesse voulue spécifiquement basse afin d'assurer une vitesse de déformation quasi-statique (inférieure à $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$) compte tenu de la taille des éprouvettes. Ces essais ont été filmés pour une utilisation par la suite du logiciel de corrélation d'images.

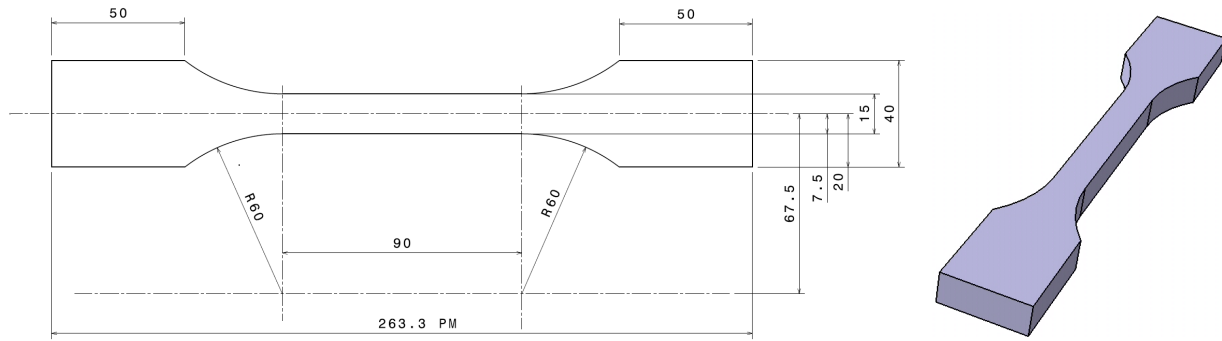


FIG. 22 – Plan détaillé et vue générale des éprouvettes de traction

Résultats

Un total de cinq essais a été mené (deux éprouvettes sur cinq se sont rompues en dehors de la zone utile, durant la phase de plastification du matériau). La répétabilité des essais a été vérifiée (une dispersion inférieure à 1% a été observée sur les courbes contrainte/déformation) et les courbes résultats de ces essais sont présentées sur la figure 23 (pour une meilleure lisibilité, on ne présente ici que trois résultats sur cinq).

Il apparait clairement que le matériau étudié est plus “rigide” en traction qu’en compression. En effet le module d’Young en traction, estimé ici à $E_{\text{traction}} = 30 \text{ MPa}$, est par quatre à cinq fois supérieur au module d’Young déterminé en compression. Les niveaux de contrainte atteints en traction sont plus élevés qu’en compression, rapportés à la même déformation totale mesurée. On peut de plus noter le caractère fragile de ce matériau en traction, avec une rupture franche de l’éprouvette une fois la valeur maximale de contrainte en traction atteinte.

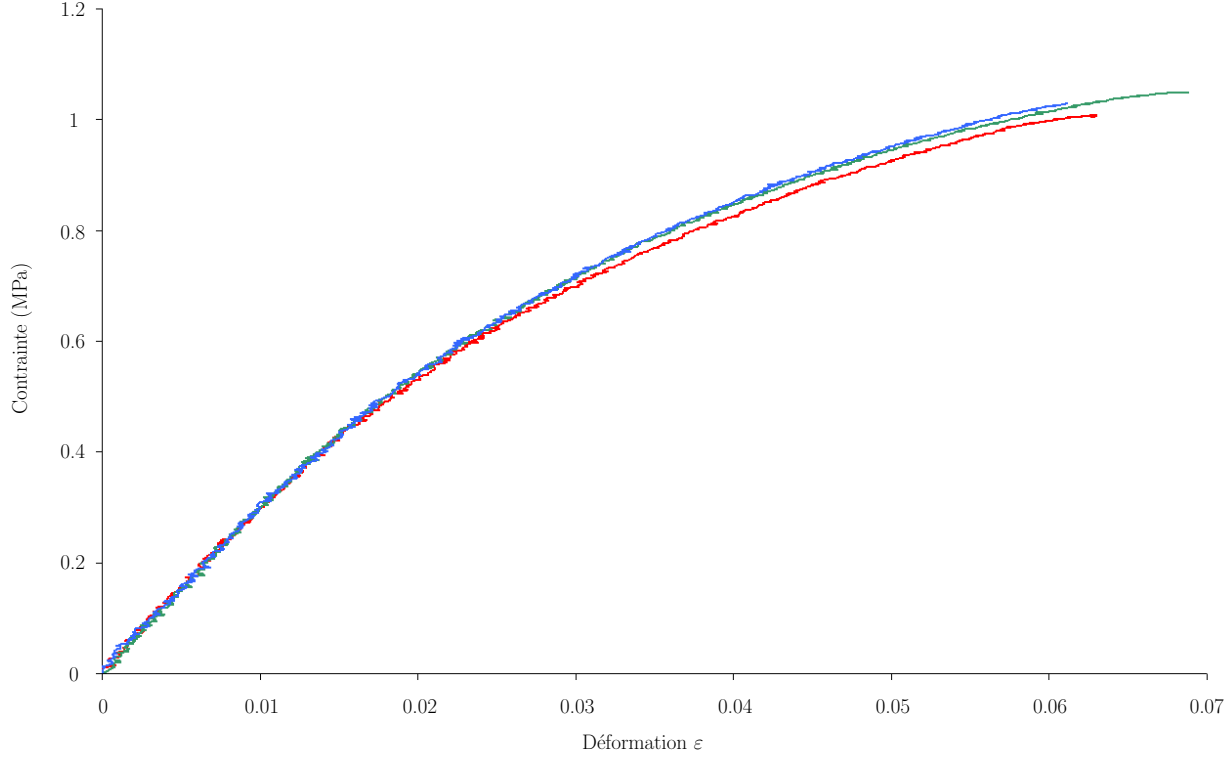


FIG. 23 – *Courbes de contrainte-déformation des essais de traction quasi-statique*

6.5 Les essais de compression hydrostatique

Présentation et méthode de dépouillement

Cette campagne d’essais a été réalisée sur la machine Zwick avec la cellule de compression hydrostatique présentée précédemment (cf. “La cellule de compression hydrostatique”, paragraphe III.4). Les échantillons cylindriques, de diamètre $\phi = 25 \text{ mm}$ et de hauteur $h_0 = 15 \text{ mm}$, ont été au préalable imperméabilisés avec du silicone. La mesure de contrainte hydrostatique ainsi que celle de la variation de volume de l’échantillon se fait au travers du capteur de pression de la cellule et du capteur de déplacement de la traverse de la machine par la méthode de dépouillement suivante.

Soit V_{ethanol} le volume de l’éthanol, $V_{\text{echantillon}}$ le volume de l’échantillon étudié, V_{cellule} le volume de la cellule, l la position à l’instant t du piston et S_{piston} la surface du piston. Soit l’équation suivante :

$$V_{\text{ethanol}} + V_{\text{echantillon}} = V_{\text{cellule}} - l_0 \cdot S_{\text{piston}}$$

avec l_0 la position initiale du piston (longueur de tige du piston initialement à l'intérieur de la cellule).

Cela amène l'équation suivante :

$$\Delta V_{ethanol} + \Delta V_{echantillon} = \Delta V_{cellule} - \Delta l.S_{piston}$$

Si on suppose pour l'étalonnage de la cellule un échantillon en aluminium considéré comme indéformable, alors $\Delta V_{echantillon} = 0$. Ainsi :

$$\Delta(V_{cellule} - V_{ethanol}) = \Delta l.S_{piston} = f_0(P)$$

La déformation globale du système {cellule + éthanol} est ainsi reliée à la mesure du capteur de pression. Si l'échantillon est un échantillon de liège, alors :

$$\Delta V_{echantillon} = \Delta(V_{cellule} - V_{ethanol}) - \Delta l.S_{piston}$$

et donc :

$$\Delta l.S_{piston} = \Delta(V_{cellule} - V_{ethanol}) - \Delta V_{echantillon} = f_0(P) - \Delta V_{echantillon} = f_1(P)$$

La contrainte hydrostatique exercée sur l'échantillon est ainsi reliée à la différence de volume de l'échantillon par rapport à son volume initial.

Résultats

Le bilan des premiers essais fut mitigé car la cellule était sous-dimensionnée pour ce matériau (problème de fuites d'éthanol au niveau des joints dues à une surpression interne). Après modification de la cellule, une série de trois essais a pu être réalisée, reproductible. Le bilan de ces essais est représenté sur la figure 24.

Les courbes ci-dessous expriment la contrainte hydrostatique p en fonction de la variation relative de volume θ ($\theta = \frac{\Delta V_{echantillon}}{V_0}$). La dispersion sur ces résultats reste inférieure à 2%. On obtient un seuil en compression hydrostatique $p_c^0 = 0,15$ MPa par la même méthode de détermination du seuil lors des essais de compression uniaxiale.

De ces courbes est déterminée la valeur du coefficient de compressibilité K donnée par la formule (48) ; ainsi $K = 9,25$ MPa.

$$p = -K.\theta \tag{48}$$

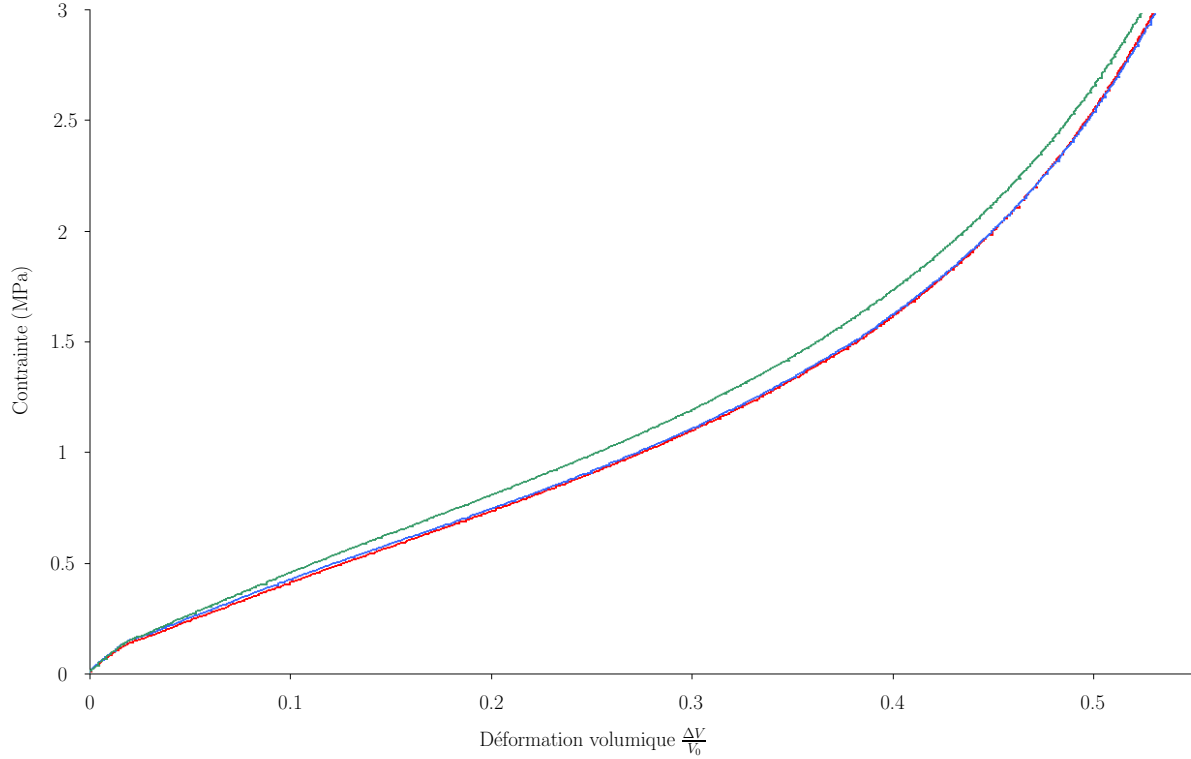


FIG. 24 – *Courbe de contrainte-déformation des essais de compression hydrostatique*

6.6 Les impossibilités expérimentales

Le modèle “Crushable foam” à écroutissage volumétrique nécessite de nombreux paramètres dont le seuil en traction hydrostatique. Compte tenu de la nature du matériau étudié (agglomérat de particules de liège et de liant organique), des dimensions des échantillons bruts à notre disposition et des moyens d’essais du LAMEFIP, une campagne d’essais afin de l’obtenir n’a pu être réalisée. Sa détermination “directe” nécessite en effet une machine de traction triaxiale.

Deux méthodes seront mises en place pour tenter de déterminer ce paramètre dans la partie “modélisation” de ce chapitre :

- une méthode inverse basée sur la campagne d’essais brésiliens,
- une méthode basée sur les essais en compression statique uniaxiale et compression hydrostatique.

On conclura alors cette analyse sur la possibilité ou non d’accéder à ce paramètre et les conséquences sur les simulations numériques effectuées.

6.7 L’essai brésilien

Principe

L’essai brésilien est un essai fréquemment utilisé dans l’étude des matériaux fragiles pour en déterminer les caractéristiques mécaniques en traction à partir d’un essai de compression, simple de mise en oeuvre. En effet le principe de l’essai brésilien est de réaliser un essai de compression statique d’un échantillon cylindrique suivant un plan passant par l’axe de symétrie de l’échantillon et par une de ses génératrices [37] [36]

[19] [35] (figure 25).

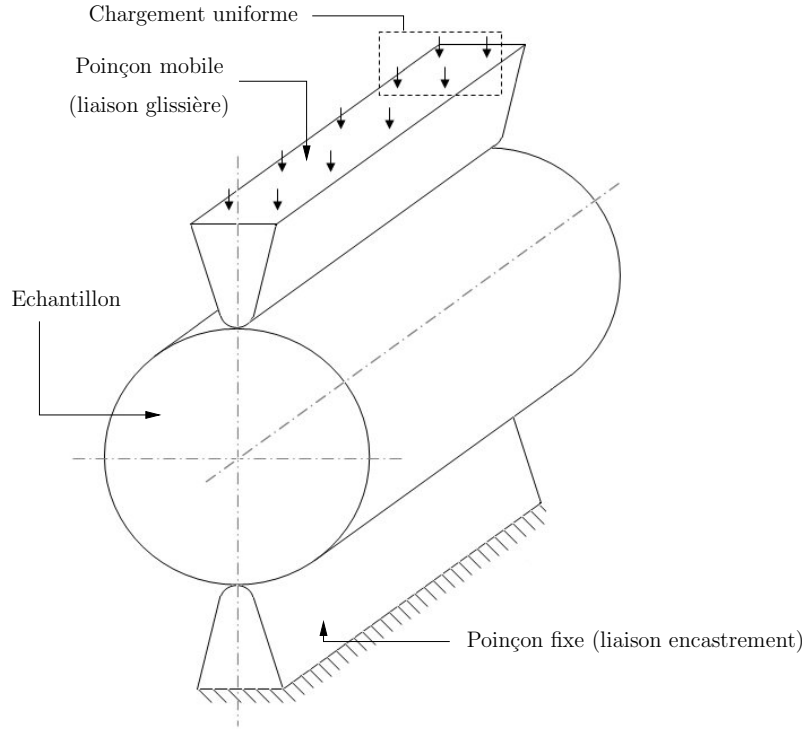


FIG. 25 – Schéma de principe d'un essai brésilien

Dans cette configuration d'essai (la zone de contact entre les poinçons et l'échantillon doit être la plus faible possible), on obtient un champ de contrainte en traction sur l'axe vertical suivant l'axe horizontal, la compression se faisant en principe jusqu'à rupture en traction des matériaux utilisés. Le dépouillement des résultats au niveau de l'axe de symétrie de l'échantillon permet d'accéder aux courbes usuelles de contrainte-déformation du matériau en traction simple.

Essais

Le but de cette campagne d'essais brésilien est d'obtenir un essai permettant de mettre en jeu un champ de sollicitations complexes dans l'échantillon et ainsi le comparer à la simulation numérique de cet essai sous ABAQUS pour validation ou non de la modélisation du matériau liège par le modèle "crushable foam" : ces essais sont donc des essais de structure.

Lors de ces essais, les surfaces planes du bâti et de la traverse de la machine de traction/compression ont été substituées aux poinçons décrits sur la figure 25. Le but n'étant pas d'obtenir des courbes de contrainte-déformation en traction, cette substitution n'a pas d'incidence sur le résultat recherché pour cette étude.

Pour ce faire, l'ensemble de cette campagne a été filmée par les moyens numériques évoqués plus haut afin de pouvoir post-traiter les essais pour l'étude numérique.

Lors de cette campagne, 7 échantillons cylindriques ont été testés, échantillons de diamètre $\phi = 25\text{mm}$ et de hauteur $h_0 = 15\text{mm}$. Les surfaces d'appui utilisées étaient les plateaux originaux de la machine Zwick (surfaces planes).

Deux capteurs d'efforts ont été utilisés :

- le capteur standard de la machine d'une capacité de 10 kN,
- un capteur additionnel dont la plage de mesure s'étend de -1000 N à $+1000$ N afin d'éviter des mesures plus précises en début d'essai.

L'ensemble des essais réalisés, repertoriés dans le tableau 3, ont les caractéristiques communes suivantes :

- Caractéristiques de l'essai :
 - la pré-contrainte appliquée à chaque échantillon est de 2 N,
 - le chargement s'effectue jusqu'à un écrasement de l'échantillon de 10 mm,
 - la décharge est réalisée tant que l'effort mesuré est supérieur à 50 N.
- Caractéristiques de la caméra :
 - vitesse de capture : 50 fps,
 - diaphragme : 11,
 - vitesse d'obturation : $1/4000$ s,
 - taille de l'image en sortie : 512 pixels \times 512 pixels.

N° d'essai	N° éch.	Charge		Décharge	
		$V = 9$ mm/min	$V = 90$ mm/min	$V = 9$ mm/min	$V = 90$ mm/min
1	3	×			×
2	1	×			×
3	8	×			×
4	2	×		×	
5	5	×		×	
6	6		×		×
7	7		×		×

TAB. 3 – *Caractéristiques des essais brésiliens. Une vitesse de la traverse de $V = 9$ mm/min (resp. $V = 90$ mm/min) correspond à une vitesse de déformation de $\dot{\epsilon} = 5,85.10^{-3} s^{-1}$ (resp. $\dot{\epsilon} = 5,85.10^{-2} s^{-1}$). L'abréviation "éch." du tableau signifie échantillon.*

Résultats

L'essai numéro 1 avec l'échantillon 3 a servi d'essai de calibration de l'instrumentation (plage de fonctionnement des capteur, mise en place de l'instrumentation, etc ...) mais il est présenté ici avec les courbes résultats. Le graphe 26 représente les courbes d'effort mesurées en fonction du déplacement de la traverse.

Ce graphe permet de tirer les conclusions intermédiaires suivantes :

- les essais menés sont reproductibles, ce qui, considérant l'ensemble des paramètres influants, restait le premier point à vérifier. En effet, les essais ayant les mêmes caractéristiques donnent la même réponse en effort mesuré par les capteurs en fonction du déplacement de la traverse ;

- on peut clairement identifier l'influence de la vitesse de déformation sur le comportement de l'échantillon par une augmentation de la réponse en effort et du module tangent initial ;
- en revanche, la vitesse de retour n'influe pas sur le module de décharge.

Les épreuves numériques de cette campagne seront utilisés lors des simulations numériques effectuées sous Abaqus, les données étudiées seront explicitées dans la partie numérique de ce chapitre.

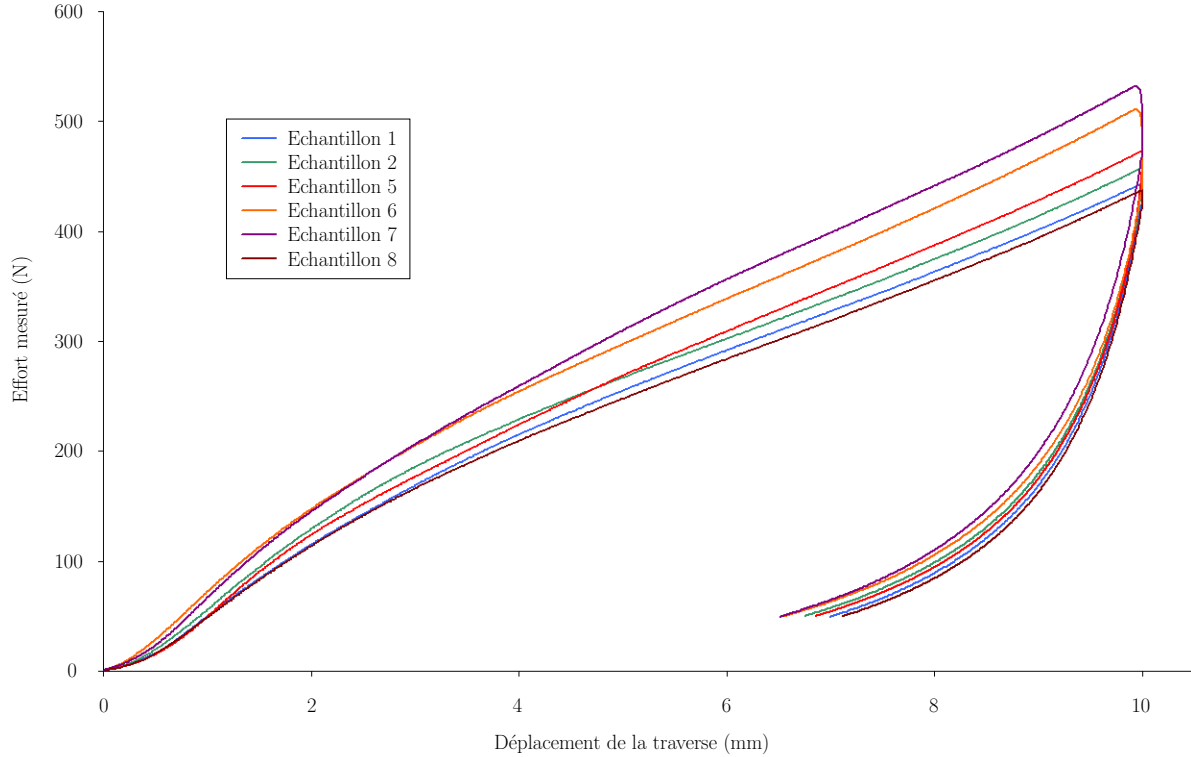


FIG. 26 – Courbe de réponse des essais brésiliens

6.8 Les essais sur tour de chute

Ces essais sont utilisés par la suite comme essais sur structures afin d'évaluer les performances des modèles lors des simulations numériques. Une plaque de liège a donc été impactée sur tour de chute. L'impacteur utilisé est une sphère de diamètre $d = 40$ mm, le capteur d'effort a une résolution de 1000 N/V et le capteur de déplacement a une résolution de 5 mm/V. La fréquence d'échantillonnage pour les deux capteurs est de 100 kHz, valeur suffisante compte tenu du temps d'essai. Trois essais ont été réalisés, leurs caractéristiques sont résumées tableau 4.

Dénomination de l'essai	Masse impactante (g)	Hauteur de chute (mm)	Vitesse d'impact (ms^{-1})
h33-m0	2305	330	2.55
h33-m1	4024	330	2.55
h66-m0	2305	660	3.60

TAB. 4 – Caractéristiques des essais sur tour de chute

Les courbes résultats d'effort mesuré en fonction de l'écrasement de l'échantillon (obtenus par traitement du signal de déplacement de l'impacteur) sont représentées sur la figure 27. Pour une meilleure lecture, les données sont présentées en valeur absolue.

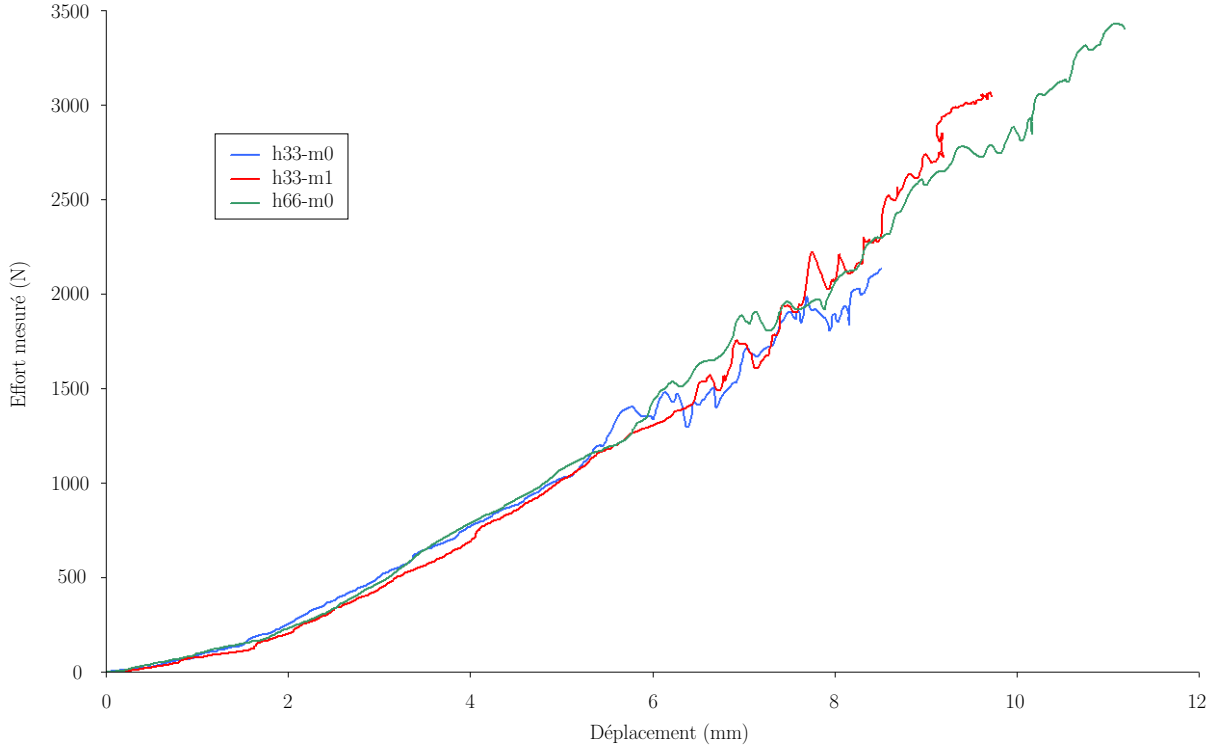


FIG. 27 – Résultats des essais sur tour de chute

A partir des valeurs de vitesses d'impact, on peut estimer que théoriquement les vitesses de déformation initiales $\dot{\epsilon}_0$ localisées sous l'impacteur (on considère ici la vitesse de déformation du point de contact initial entre l'impacteur hémisphérique et l'échantillon, situé donc sur l'axe de symétrie de l'impacteur) sont $\dot{\epsilon}_0 = 170 \text{ s}^{-1}$ pour une hauteur de chute de 330 mm et $\dot{\epsilon}_0 = 240 \text{ s}^{-1}$ pour une hauteur de chute de 660 mm. La figure 27 montre que, pour les essais réalisés, les vitesses d'impact n'ont eu qu'une faible influence sur les courbes d'effort/écrasement obtenues, résultat cohérent compte tenu de leur plage de variation restreinte. Cependant les résultats présentés sont à prendre avec beaucoup de précaution pour des écrasements supérieurs à 5 mm, soit plus de 33% d'écrasement. En effet, compte tenu de la variabilité observée sur les résultats, il semble que la pertinence des courbes proposées ne soit plus acquise. De fait, lors de la comparaison avec les simulations numériques, plus loin dans ce chapitre, on se limitera à des écrasements inférieurs à 5 mm.

6.9 Conclusions sur la campagne d'essais sur le liège

Cette campagne d'essais a permis d'étudier largement le matériau liège aggloméré, campagne nécessaire compte tenu du faible nombre de résultats issus de la littérature.

L'ensemble des essais de caractérisation a permis de mettre en évidence le caractère visqueux de ce matériau (viscoélastique et viscoplastique) de part sa forte dépendance au paramètre vitesse de déformation (en particulier l'augmentation de la valeur du module d'Young et de la réponse du matériau en terme de contrainte avec l'augmentation de $\dot{\epsilon}$). En effet, l'utilisation de plusieurs moyens expérimentaux (machine de traction-compression universelle, roue inertielle et barres de Hopkinson) permettant de réaliser un même

type d'essai pour une large gamme de vitesse de déformation est à la base de ces constatations. De plus, de nombreux paramètres nécessaires au modèle ont pu être déterminés (σ_c^0 , p_c^0 , courbe contrainte-déformation en compression uniaxiale). Pour un certain nombre d'entre eux (module d'Young et contrainte seuil), la technique d'identification par la méthode des tangentes s'est révélée délicate à mettre en oeuvre, la limite de la zone d'élasticité et de la zone de plasticité du matériau étant peu marquée. Le tableau 5 reprend les principales caractéristiques mécaniques du liège mis en évidence.

Module d'Young des essais sur machine de traction/compression (10^{-2} s^{-1})	6,56 MPa
Contrainte seuil des essais sur machine de traction/compression	0,45 MPa
Module d'Young des essais sur roue inertielle (200 s^{-1})	11.6 MPa
Contrainte seuil des essais sur roue inertielle	0.7 MPa
Module d'Young des essais sur barres de Hopkinson ($1000 - 1200 \text{ s}^{-1}$)	14.8 MPa
Contrainte seuil des essais sur barres de Hopkinson	1.2 MPa

TAB. 5 – Principales caractéristiques du liège mise en évidence au cours de la campagne expérimentale

Une campagne d'essais de traction hydrostatique n'a pu être menée alors que le seuil en traction hydrostatique p_t est nécessaire pour le modèle crushable foam à écrouissage volumétrique.

Enfin, les essais sur structures (essais brésiliens et essais d'impact sur tour de chute) servent de base expérimentale aux simulations permettant de conclure par la suite sur les performances du modèle numérique "crushable foam".

7 Modélisation

Une grande partie des simulations numériques a été réalisée avec le code de calcul ABAQUS version 6.6.1. La version 6.7.1 n'a été disponible qu'à la fin de la rédaction de ce chapitre. Cette dernière version permet l'utilisation de l'option d'écroutissage isotrope du modèle "crushable foam" dans le module standard d'ABAQUS, ce que ne permettait pas la version 6.6.1. Le module ABAQUS/CAE a été utilisé pour la réalisation des géométries et des maillages correspondants.

7.1 Comportement du modèle crushable foam

Avant intégration au code de calcul, l'ensemble des modèles numériques dont le modèle "crushable foam" est vérifié par de nombreux tests numériques (Benchmarks) qui sont disponibles dans la documentation en ligne du code. De plus, de nombreux essais de vérification sont menés pour étudier la réponse des modèles. Le modèle "crushable foam" à écroutissage volumétrique a notamment subi les tests de maille élémentaire avec les paramètres matériaux définis dans le tableau 6 ainsi que la courbe d'écroutissage du graphe 28.

Module d'Young (MPa)	3
Coefficient de Poisson élastique	0,2
Rapport d'écroutissage des contraintes en compression k	1,1
Rapport d'écroutissage des contraintes hydrostatiques k_t	0,1

TAB. 6 – Paramètres matériau du modèle "crushable foam" pour tests benchmarks (matériau fictif)

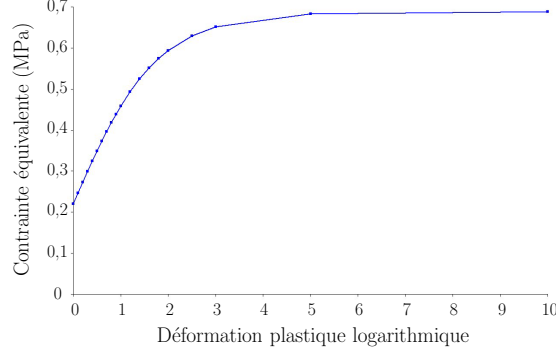


FIG. 28 – Courbe d’écrouissage du modèle “crushable foam” pour tests benchmarks (matériau fictif)

Afin de mieux appréhender le comportement réel du modèle (en comparaison avec sa définition théorique) et de se familiariser avec celui-ci, quatre tests sur maille élémentaire dans le module standard du code ont été reconduits. La modèle numérique est composé d’une maille élémentaire C3D8 (éléments briques linéaires à 8 noeuds avec 3 degrés de liberté par noeud, à intégration complète (8 points d’intégration)) du code dont une représentation est proposée sur les figures 29 et 30.

Les conditions aux limites de ces essais sont les suivantes (le repère $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ a pour origine O , non représenté ici pour une meilleure lisibilité) :

- une condition de symétrie suivant la direction (O, \vec{X}) , donc par rapport au plan (O, \vec{Y}, \vec{Z}) est imposée sur le plan 6,
- une condition de symétrie suivant la direction (O, \vec{Y}) , donc par rapport au plan (O, \vec{X}, \vec{Z}) est imposée sur le plan 3,
- une condition de symétrie suivant la direction (O, \vec{Z}) , donc par rapport au plan (O, \vec{X}, \vec{Y}) est imposée sur le plan 1.

Les quatre simulatons réalisées sont les suivants :

- un essai de compression statique uniaxiale : une condition de déplacement négatif suivant l’axe (O, \vec{X}) est imposée sur le plan 2 ;
- un essai de traction statique uniaxiale : une condition de déplacement positif suivant l’axe (O, \vec{X}) est imposée sur le plan 2 ;
- un essai de compression hydrostatique : trois conditions simultanées de déplacement négatif sont imposées suivant les axes (O, \vec{X}) , (O, \vec{Y}) et (O, \vec{Z}) respectivement sur les plans 2, 3 et 1 ;
- un essai de traction hydrostatique : trois conditions simultanées de déplacement positif sont imposées suivant les axes (O, \vec{X}) , (O, \vec{Y}) et (O, \vec{Z}) respectivement sur les plans 2, 3 et 1.

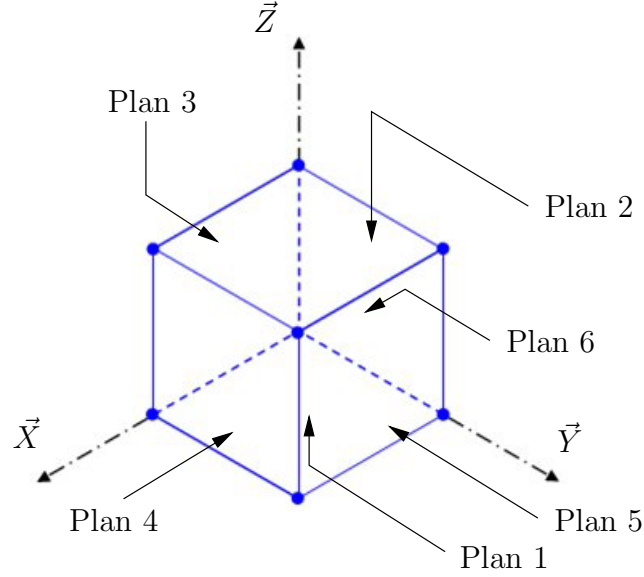


FIG. 29 – Représentation du maillage pour les essais sur maille élémentaire

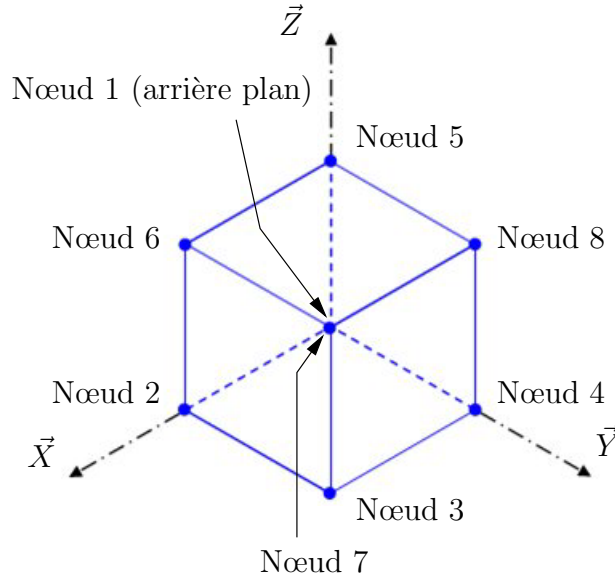


FIG. 30 – Répartition des noeuds pour les essais sur maille élémentaire

Les résultats de ces quatre essais, représentés par les figures 31 et 32, permettent de tirer les conclusions suivantes :

- la réponse en compression uniaxiale concorde parfaitement avec la courbe initialement implémentée dans le modèle ;
- l'écroutissage en compression hydrostatique répond bien à l'équation (41) évoquée dans la partie se rapportant à la description complète du modèle "crushable foam" ;
- l'évolution théorique de la surface d'écroutissage en traction uniaxiale, en traction hydrostatique ainsi qu'en cisaillement pur n'est pas respectée, l'écroutissage étant plastique parfait pour l'ensemble des états de contrainte se situant dans la partie $p < 0$ du plan méridional des contraintes, ce qui est en contradiction avec les équations régissant le modèle.

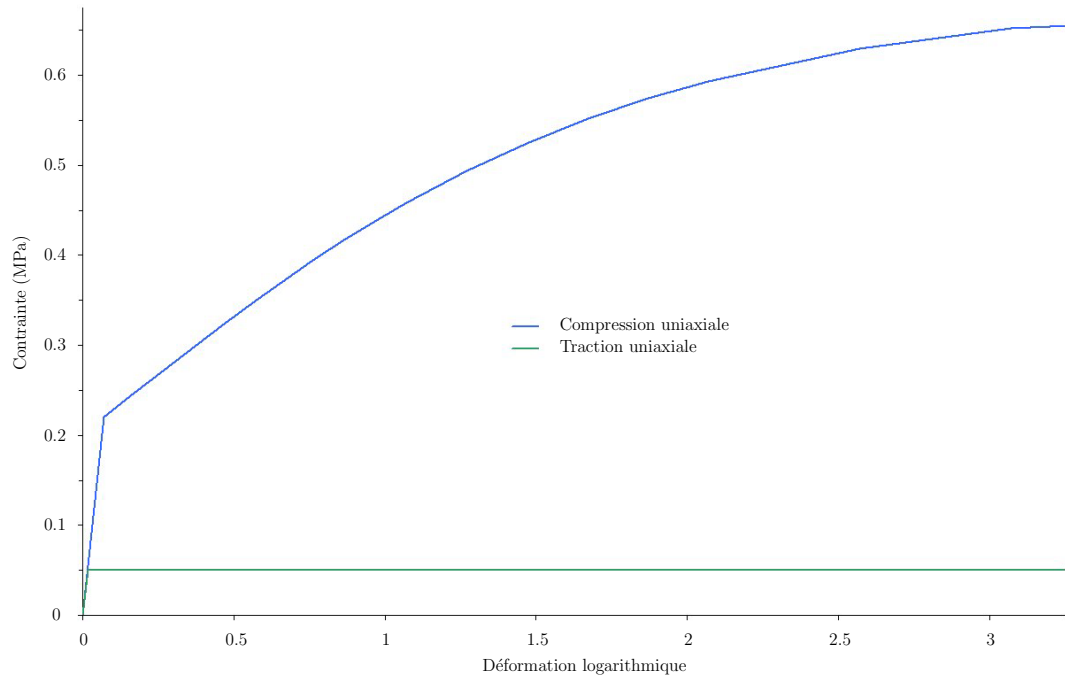


FIG. 31 – Simulation numérique d’essai de traction et de compression uniaxiale quasi-statique avec le modèle “crushable foam” sur maille élémentaire

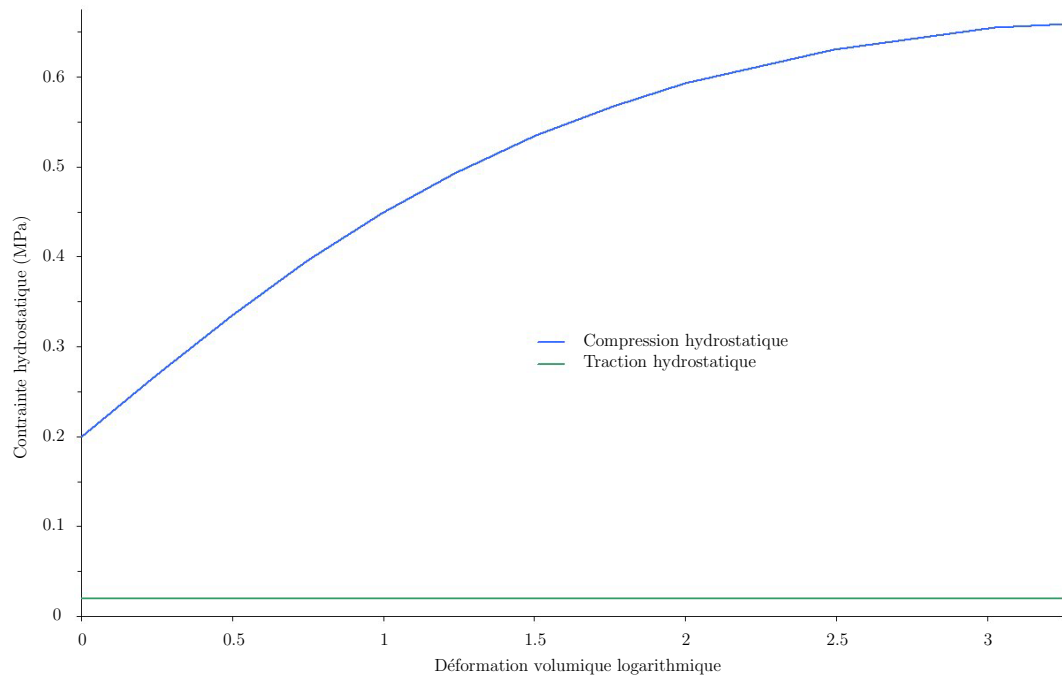


FIG. 32 – Simulation numérique d’essai de traction et de compression hydrostatique avec le modèle “crushable foam” sur maille élémentaire

Pour l’instant, il apparait donc difficile suite à ces constatations de reproduire efficacement le comportement du type de matériau étudié dès lors qu’il est soumis à un champ de contrainte en traction, combiné ou non avec un autre champ de sollicitation. De plus, la réponse du modèle dès lors que l’on s’approche d’un champ de contraintes de cisaillement pur apparait aléatoire compte tenu de la discontinuité de l’évolution du convexe au cours de l’écroutissage (entre les deux cadrans $p > 0$ et $p < 0$) et des approximations numériques liées au méthode de calculs du code.

Comme mis en évidence lors de la campagne expérimentale, la différence de comportement du matériau liège entre la traction et la compression ne permet pas de s’orienter vers le modèle “crushable foam” à écroutissage isotrope mais vers le modèle à écroutissage volumétrique. Cependant, lors des simulations évoquées plus tard, on fera référence au modèle isotrope pour avoir un ordre d’idée de ses performances.

7.2 Définition des paramètres du modèle, méthode de résolution

Comme indiqué dans le paragraphe “Les impossibilités expérimentales” (Paragraphe IV.5.6), le modèle “crushable foam” à écroutissage volumétrique nécessite la détermination du seuil en traction hydrostatique. Le contexte expérimental de ce travail de thèse ne permet pas d’accéder directement à ce paramètre.

Deux méthodes sont mises en place pour tenter de déterminer ce paramètre dans la partie “modélisation” de ce chapitre :

- une méthode basée sur les essais en compression statique uniaxiale et compression hydrostatique ;
- une méthode inverse basée sur la campagne d’essais brésiliens.

La première méthode est basée sur les résultats expérimentaux déjà obtenus. Le paramètre “seuil en traction hydrostatique” va être recherché en s’appuyant sur les caractéristiques géométriques de la surface d’écroutissage.

Pour la seconde méthode, les essais brésiliens vont être utilisés. Par une méthode inverse, on va tenter de déterminer le paramètre manquant. Cette analyse sera explicitée dans le paragraphe “Modélisation de l’essai brésilien” (Paragraphe IV.6.3).

Ces deux méthodes permettront de conclure sur deux points essentiels :

- peut-on déterminer le seuil en traction hydrostatique à partir des observations expérimentales à disposition ?
- Malgré cette lacune expérimentale, le modèle “crushable foam” peut-il rendre le comportement du matériau pour des sollicitations complexes comme lors d’un essai brésilien ?

Présentation

Un des paramètres nécessaires au modèle “crushable foam” à écroutissage volumétrique est le seuil en traction hydrostatique du matériau. Compte tenu des moyens d’essais à disposition et de la nature du matériau étudié, cette dernière caractérisation représente une impossibilité expérimentale.

Cependant, le modèle “crushable foam” est piloté par le paramètre “PEEQ” (nom du paramètre donné par le code, sans traduction littérale), fonction de la valeur de la déformation volumique plastique ε_{vol}^{pl} pour cette option (“PEEQ” est fonction de la déformation plastique équivalente $\bar{\varepsilon}^{pl} \equiv \int \frac{\boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}}{\sigma_c}$ pour l’option à écroutissage isotrope avec σ_c la contrainte uniaxiale de compression). Pour rappel, cela signifie que chaque état de contrainte à un instant t situé sur un convexe écroui possède la même valeur “PEEQ”.

Ainsi si l'on considère un champ de contrainte uniaxiale (traction ou compression) comme indiqué par l'équation (49), alors la valeur "PEEQ" correspondant à cet état de contrainte sera définie par l'équation (50).

$$\sigma_t = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (49)$$

$$\text{PEEQ}_{\sigma_t} = \ln(1 + \varepsilon_{\text{nom}1}) - \frac{\sigma_1}{E} \quad (50)$$

De même un champ de contraintes indiqué par l'équation (51) aura la valeur de PEEQ indiquée par l'équation (52), et ce quelque soient les valeurs algébriques de σ_1 , σ_2 et σ_3 .

$$\sigma_t = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad (51)$$

$$\text{PEEQ}_{\sigma_t} = \sum_{i=1}^3 \left[\ln(1 + \varepsilon_{\text{nom}i}) - \frac{\sigma_i}{E} \right] \quad (52)$$

En considérant les résultats expérimentaux de deux des champs de contraintes déjà étudiés (compression uniaxiale et compression hydrostatique), on propose une méthode qui tente de pallier les impossibilités expérimentales de cette campagne d'essai. Cette méthode est similaire à l'idée évoquée par l'équation (41) définissant la relation qui existe entre la contrainte en compression hydrostatique et la contrainte en compression uniaxiale. Ainsi on va déterminer plusieurs binômes de points, chaque binôme étant constitué d'un point pris dans un état de contrainte donné (compression uniaxiale ou compression hydrostatique) pour une valeur de "PEEQ" donnée et d'un autre point correspondant à un état de contrainte différent mais ayant la même valeur de "PEEQ".

La méthode mise en place permet de relier les courbes expérimentales à disposition par le paramètre "PEEQ", fonction donc de la déformation plastique volumétrique $\varepsilon_{\text{vol}}^{\text{pl}}$.

Méthode

On se place dans le repère R correspondant au plan méridional des contraintes (p, q) , soit $R = (O, \vec{p}, \vec{q})$. On note ici par analogie \vec{p} (respectivement \vec{q}) le vecteur directeur de la droite de la pression hydrostatique p (respectivement la droite de la contrainte équivalente de Von Mises q). Soient deux binômes de points (A_0, A'_0) et (A_1, A'_1) (figure 33), correspondant chacun à une valeur de $\varepsilon_{\text{vol}}^{\text{pl}}$ ($\varepsilon_{\text{vol}0}^{\text{pl}}$ pour le binôme (A_0, A'_0) et $\varepsilon_{\text{vol}1}^{\text{pl}}$ pour le binôme (A_1, A'_1)), appartenant chacun à deux convexes différents correspondant à deux écrouissages quelconques du matériau (pas nécessairement le convexe initial). Les points A_0 et A_1 appartiennent à une droite (D) de vecteur directeur β passant par l'origine tandis que les points A'_0 et A'_1 appartiennent à une droite (D') de vecteur directeur β' passant aussi par l'origine. Dans notre cas d'étude, la droite (D) correspond à la représentation de la compression uniaxiale et la droite (D') à la représentation de la compression hydrostatique dans le repère R .

Pour rappel :

- on note α le facteur de forme des ellipses défini par $\alpha = \frac{b_i}{a_i}$ avec b_i la longueur du demi-axe vertical du $i^{\text{ème}}$ convexe et a_i la longueur du demi-axe horizontal du $i^{\text{ème}}$ convexe (confondu donc avec l'axe \vec{p} des abscisses) ;

- x_{0i} est le centre du $i^{\text{ème}}$ convexe ;
- p_t est la valeur algébrique du seuil en traction hydrostatique.

Le système d'équations \mathbf{S}_0 (système (53)) répond donc aux spécifications imposées par le modèle à savoir un seuil p_t constant, un facteur de forme α constant au cours de l'écroutissage et des ellipses dont les demi-grands axes sont confondus avec l'axe p des pressions hydrostatiques.

$$\mathbf{S}_0 \Longleftrightarrow \begin{cases} \alpha^2(x_1 - x_{01})^2 + \beta^2 x_1^2 = b_1^2 \\ \alpha^2(x'_1 - x_{01})^2 + \beta'^2 x_1'^2 = b_1^2 \\ \alpha^2(x_2 - x_{02})^2 + \beta^2 x_2^2 = b_2^2 \\ \alpha^2(x'_2 - x_{02})^2 + \beta'^2 x_2'^2 = b_2^2 \\ x_{01} - p_t = a_1 = \frac{b_1}{\alpha} \\ x_{02} - p_t = a_2 = \frac{b_2}{\alpha} \end{cases} \quad (53)$$

Ce système permet théoriquement de déterminer de manière exacte le modèle à partir d'un groupe de quatre points.

Résolution

Prenons par exemple un groupe de quatre points répartis en deux binômes de deux points issus des essais de compression statique uniaxiale et de compression hydrostatique. Soit B_0 le binôme défini par $B_0 = (A_0, A'_0)$ et B_1 le binôme défini par $B_1 = (A_1, A'_1)$. La définition des points A_0 , A'_0 , A_1 et A'_1 est indiquée ci-dessous :

$$A_0 = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_0}{3} \\ \sigma_0 \end{pmatrix} \quad ; \quad A'_0 = \begin{pmatrix} p_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad A_1 = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_1}{3} \\ \sigma_1 \end{pmatrix} \quad ; \quad A'_1 = \begin{pmatrix} p_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Soient de plus c_0 et c_1 les abscisses respectives des centres des ellipses (E_0) et (E_1) . L'ensemble des caractéristiques géométriques est explicité par la figure 33.

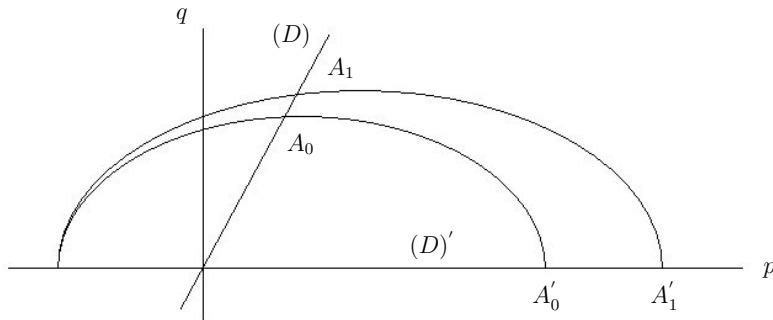


FIG. 33 – Représentation graphique de la résolution du problème

Le système \mathbf{S}_0 amène alors, appliqué à l'ellipse (E_0) , le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \alpha^2(\frac{\sigma_0}{3} - c_0)^2 + \sigma_0^2 = b_0^2 & (a) \\ \alpha^2(p_0 - c_0)^2 = b_0^2 & (b) \end{cases}$$

Par définition, les quantités α , $(p_0 - c_0)$ et b_0 sont positives. L'équation (b) équivaut alors à l'équation (b').

$$(b') \iff c_0 = p_0 - \frac{b_0}{\alpha}$$

(b') injectée dans (a) donne :

$$\begin{aligned} (a) \iff \alpha^2(\frac{\sigma_0}{3} - p_0 + \frac{b_0}{\alpha})^2 + \sigma_0^2 &= b_0^2 \\ \iff b_0 &= -\frac{\alpha^2(\frac{\sigma_0}{3} - p_0)^2 + \sigma_0^2}{2\alpha(\frac{\sigma_0}{3} - p_0)} \quad (a'') \end{aligned}$$

De plus, la relation géométrique (c) entre b_0 , p_t et p_0 issue de $\mathbf{S_0}$ injectée dans (a'') donne l'équation (d).

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{b_0}{\alpha} = \frac{p_0 - p_{t0}}{2} \quad (c) \\ p_t &= \frac{\alpha^2(\frac{\sigma_0}{3} - p_0)^2 + \sigma_0^2}{\alpha^2(\frac{\sigma_0}{3} - p_0)} \quad (d) \end{aligned}$$

Ce raisonnement est entièrement répétable pour les points de l'ellipse (E_1) ce qui aboutit à l'équation (d_1).

$$p_t = \frac{\alpha^2(\frac{\sigma_1}{3} - p_1)^2 + \sigma_1^2}{\alpha^2(\frac{\sigma_1}{3} - p_1)} \quad (d_1)$$

A partir des équations (d) et (d_1), on obtient finalement l'équation (54).

$$\alpha = \sqrt{\left(\frac{\sigma_1^2}{\frac{\sigma_1}{3} - p_1} - \frac{\sigma_0^2}{\frac{\sigma_0}{3} - p_0}\right) \frac{3}{\sigma_0 - \sigma_1}} \quad (54)$$

L'équation (54) définit donc directement la relation entre le paramètre α et les quatres points prédéfinis A_0 , A'_0 , A_1 et A'_1 .

Résultats

Les premiers résultats graphiques présentés sur la figure 34 ont été réalisés avec les paramètres définis par le système (55).

$$\begin{cases} \text{le binôme } (\sigma_0 = 608kPa, p_0 = 983kPa) & \text{pour l'ellipse } E_0 \\ \text{le binôme } (\sigma_1 = 911kPa, p_1 = 1979kPa) & \text{pour l'ellipse } E_1 \\ \text{une variabilité de } \varepsilon = \pm 500Pa & \text{sur les quatre valeurs } \sigma_0, p_0, \sigma_1, p_1 \end{cases} \quad (55)$$

La figure 34 représente l'ensemble des ellipses passant par les points A_0, A'_0, A_1 et A'_1 définis par les paramètres du système (55), zone de tolérance prise en compte. Un programme de résolution a été mis en place et l'ensemble des valeurs numériques possibles pour ces quatres points a été étudié. Sont tracées les seules ellipses respectants les contraintes définies par le système \mathbf{S}_0 .

La variabilité sur les deux résultats attendus, à savoir p_t et α , bien qu'existante reste limitée et un ordre de grandeur se dégage pour ces deux valeurs ce qui peut permettre de s'orienter et de déterminer une valeur moyenne afin de pouvoir alimenter le modèle "crushable foam". En effet, l'erreur commise sur la détermination de p_t reste comprise dans une fourchette de $\pm 9.5\%$ autour de 2 MPa.

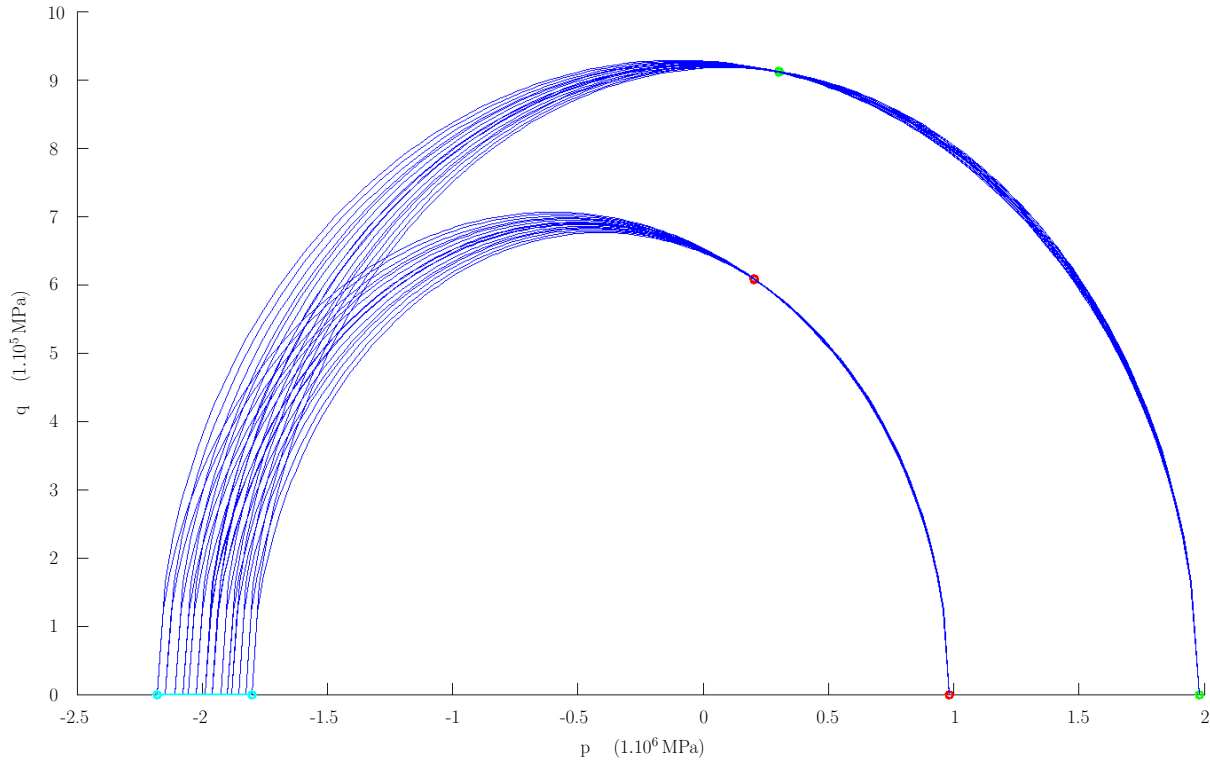


FIG. 34 – Représentation graphique des ellipses obtenues avec les paramètres du système (55)

Cependant, les seconds résultats graphiques présentés sur la figure 35 ont été réalisés avec les paramètres définis par le système (56) amenant à tempérer cette conclusion. Ces résultats sont obtenus en utilisant la même méthode pour déterminer les ellipses possibles ainsi que le paramètre α .

$$\begin{cases} \text{le binôme } (\sigma_0 = 694kPa, p_0 = 1177kPa) & \text{pour l'ellipse } E_0 \\ \text{le binôme } (\sigma_1 = 845kPa, p_1 = 1665kPa) & \text{pour l'ellipse } E_1 \\ \text{une variabilité de } \varepsilon = \pm 1000Pa & \text{sur les quatre valeurs } \sigma_0, p_0, \sigma_1, p_1 \end{cases} \quad (56)$$

La variabilité obtenue avec ces valeurs est beaucoup plus importantes (une erreur de $\pm 60\%$ sur la valeur de p_t) et ne permettent donc pas une détermination des paramètres du modèle.

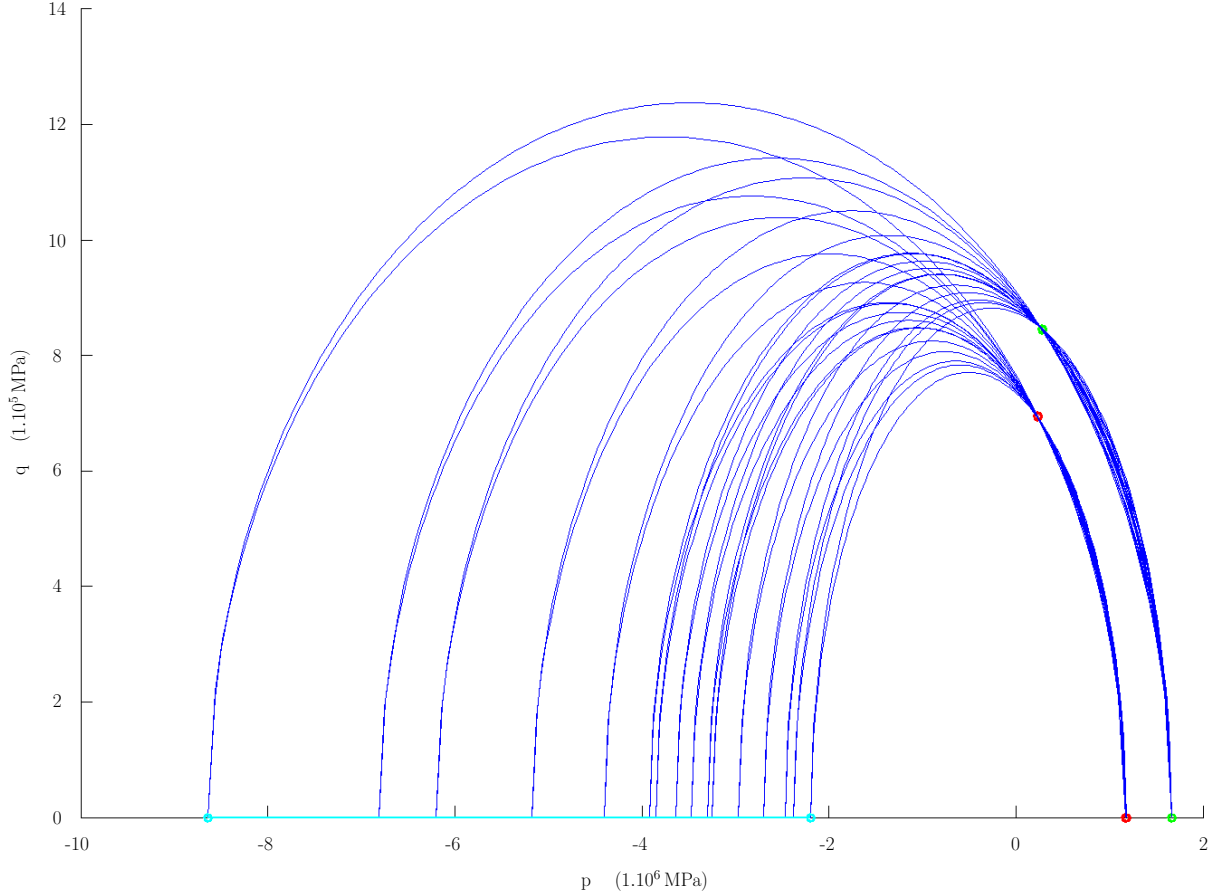


FIG. 35 – Représentation graphique des ellipses obtenues avec les paramètres du système (56)

La méthode présentée ci-dessus, théoriquement exacte, est sujette à la variabilité des binômes déterminés à partir des courbes expérimentales. En effet, malgré une détermination précise des valeurs des points des binômes, la définition obligatoire d'une marge d'erreur afin de déterminer une solution exacte entraîne une trop grande variabilité des résultats. On s'aperçoit qu'une faible variation des valeurs d'entrée implique une trop grande dispersion des valeurs résultats (p_t et α).

Conclusion

De cette étude peuvent être tirées les conclusions suivantes :

- Cette résolution exige une très grande précision dans la détermination des binômes de points, précision souvent incompatible avec les résultats obtenus lors des essais expérimentaux. Il semble en effet difficile d’obtenir la précision nécessaire à cet exercice à partir des courbes d’identification. Ainsi la prise en compte d’une erreur même minime sur la détermination de ces groupes de points peut entraîner une forte variabilité des résultats trouvés.
- Le faible écart angulaire (angle formé par les deux droites) entre les deux droites (D) et (D') dans le plan (p,q) et donc des couples de points déterminés à partir des courbes de compression uniaxiale et compression hydrostatique, le tout en excluant la courbe de traction uniaxiale, entraîne aussi une forte variabilité des résultats (il est en effet impossible d’associer la courbe de traction uniaxiale aux deux courbes de compression sachant que le système d’équations est basé sur les caractéristiques géométriques du modèle à écrouissage volumétrique (surface d’écrouissage quadratique avec point fixe en traction hydrostatique)).

Même en prenant une faible marge d’erreur sur les valeurs des binômes de points (hypothèse peu plausible compte tenu de l’incertude sur la mesure des résultats expérimentaux), la variabilité des résultats obtenus restent trop élevée et ne permet pas d’obtenir le dernier paramètre p_t indispensable au modèle “crushable foam”.

Par la suite, l’essai brésilien a donc été modélisé afin de pouvoir conclure sur le modèle “crushable foam”. Cette modélisation permettra notamment d’étudier les deux points suivants (et par la même de conclure sur la faisabilité du premier) :

- la détermination du seuil en traction hydrostatique par méthode inverse,
- les performances du modèle “crushable foam” pour le matériau étudié.

7.3 Modélisation de l’essai brésilien

Précédemment, la résolution par une méthode basée sur les essais de caractérisation n’a pas permis de déterminer le dernier paramètre nécessaire au modèle “crushable foam”, p_t . La modélisation de l’essai brésilien va donc aborder les deux points suivants :

- par plan d’expérience, on va faire varier la valeur du rapport k_t (et donc de p_t , p_c^0 étant fixé (équation (33)) lors de plusieurs simulations numériques et tenter de déterminer la valeur de p_t adéquate à l’obtention des grandeurs mesurées lors de la campagne expérimentale portant sur l’essai brésilien.
- Cette partie de l’étude va aussi permettre, par simulation de cet essai mettant en jeu un champ de contrainte complexe faisant intervenir notamment de la traction pure, de statuer sur le choix de ce modèle quant à sa capacité à modéliser le liège aggloméré.

La simulation de cet essai permettra ainsi de conclure quant à la possibilité de déterminer le seuil en traction hydrostatique par des méthodes inverses mais aussi quant à la qualité de modélisation du liège aggloméré par le modèle “crushable foam”.

La modélisation de cet essai a été réalisée avec l’outil ABAQUS/CAE et exécutée dans le module Standard du code (module de calcul implicite). Afin de minimiser les temps de calculs, l’essai a été modélisé en problème plan (il est à noter que la modélisation sous ABAQUS tient tout de même compte de la profondeur de l’échantillon). La géométrie du modèle est représentée sur la figure 36.

Le modèle se compose de deux plans analytiques rigides représentant le bâti et la traverse de la machine de traction-compression et d’un disque représentant l’échantillon. Les contacts au niveau des plans sont

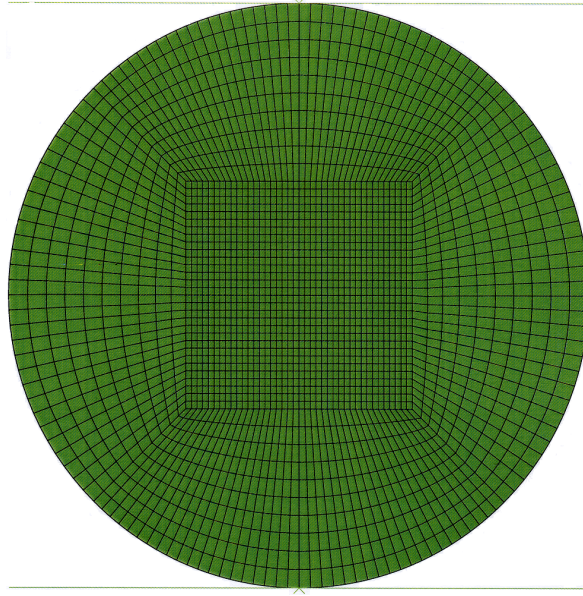


FIG. 36 – Représentation de la géométrie et du maillage du modèle numérique pour l’essai brésilien

soumis à deux propriétés :

- condition de non-pénétration dans une direction normale aux plans,
- mise en place d’un coefficient de frottement pour la direction tangentielle au plan.

Les éléments attribués pour le maillage de l’échantillon sont des quadrilatères bilinéaires à 4 noeuds, à déformation plane et à intégration réduite (CPE4R dans ABAQUS), le modèle “crushable foam” interdisant l’utilisation d’éléments à contrainte plane. Une étude de convergence du maillage a été réalisée afin de l’optimiser et d’en étudier l’influence sur les résultats numériques obtenus.

Les essais de compression statique uniaxiale et de compression hydrostatique permettent d’accéder au rapport k (équation (33)). Les simulations numériques suivantes ont été pilotées en déplacement, le plan rigide représentant la traverse (déplacement maximum en fin de calcul fixé à $d_{\text{final}} = 9 \text{ mm}$).

Les paramètres communs aux différentes simulations sont rappelés dans le tableau 7. Un dernier calcul en prenant le module isotrope du modèle “crushable foam” a été effectué avec les mêmes paramètres et en prenant un coefficient de Poisson élastique nul. La courbe d’écroutissage commune est définie graphe 37.

Densité (kg/m^3)	268
Module d’Young (MPa)	6.56
Coefficient de Poisson élastique	0
Seuil en compression hydrostatique (MPa)	0.146
Rapport k	2.99

TAB. 7 – Paramètres du modèle à écroutissage volumétrique et isotrope pour les simulations des essais brésiliens

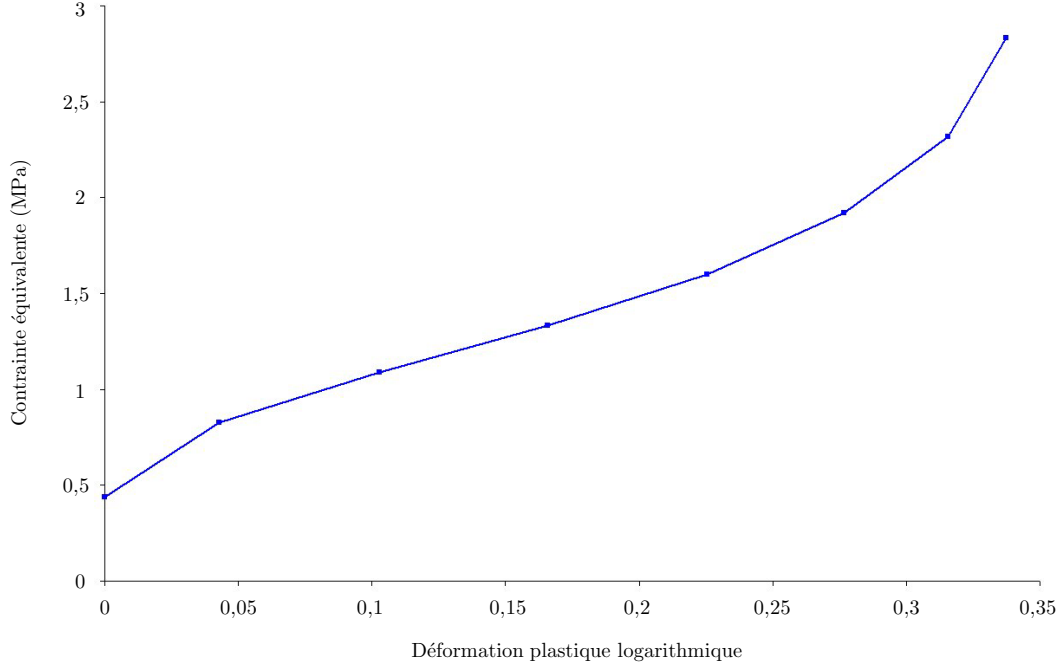


FIG. 37 – Courbe d’écrouissage du modèle “crushable foam” pour les simulations des essais brésiliens

Le choix de la valeur du seuil en compression hydrostatique p_c^0 , ici fixée à $p_c^0 = 146,5$ kPa, valeur très légèrement inférieure au seuil expérimental déterminé lors de la campagne de compression hydrostatique (pour rappel, $p_{c\text{experimental}}^0 = 150$ kPa) a été fait afin de respecter la définition du rapport des contraintes hydrostatiques k du modèle (pour rappel, on a $0 \leq k = \frac{\sigma_c^0}{p_c^0} < 3$).

Les simulations réalisées n’ont pas toutes abouties. Le tableau 8 indique les temps maximum de calcul obtenus (sachant qu’un calcul terminé aura pour temps final $t_{\text{final}} = 1$) et donc l’écrasement maximum de l’échantillon obtenu avant arrêt du calcul. L’erreur commune entraînant l’arrêt prématuré des calculs effectués provient de la mauvaise adaptation du modèle aux champs de contrainte en traction (remarque indiquée dans la documentation du logiciel et évoquée plus haut, le comportement du modèle pour des champs de contrainte en traction étant plastique parfait). L’augmentation du rapport des contraintes hydrostatiques repousse mathématiquement l’apparition de la plasticité du matériau pour des champs de contrainte en traction à des seuils (limite d’élasticité) beaucoup plus élevés et donc repousse le moment où le code se retrouvera dans une situation d’erreur.

De plus, l’augmentation du rapport k_t augmente mathématiquement la “zone d’élasticité” du matériau essentiellement pour des champs de contraintes en traction (figure 38). Il apparaît donc mathématiquement une valeur limite pour ce rapport à partir de laquelle le matériau n’évoluera plus que dans le domaine d’élasticité pour des sollicitations en traction. Une fois cette valeur atteinte, ce rapport n’aura donc plus d’influence sur les résultats obtenus, et notamment sur l’accroissement diamétral de l’échantillon.

Le traitement d’images de la campagne expérimentale sur le liège a été réalisée conjointement avec les simulations numériques effectuées dans le but de répondre aux objectifs de cette partie (recherche du paramètre p_t et conclusion sur les capacités du modèle). Ainsi le tableau 8 résume les valeurs de k_t retenues pour effectuer ces simulations et indique l’écrasement maximum de l’échantillon obtenu avant arrêt du calcul.

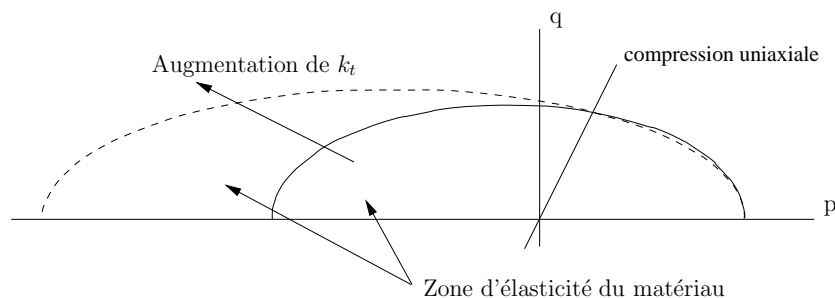


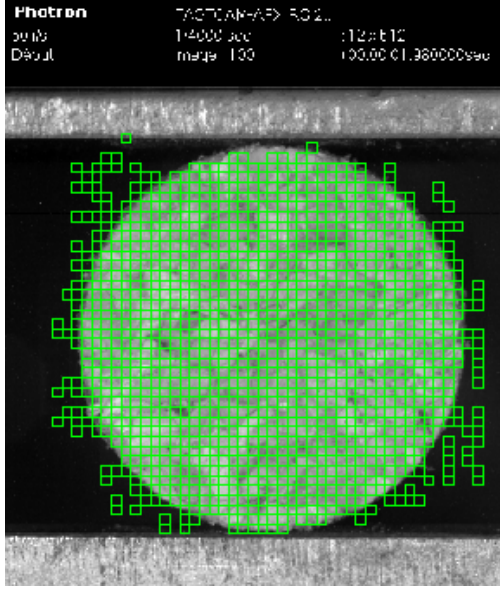
FIG. 38 – Evolution de la surface d'écroutissage initiale et donc de la zone d'élasticité du matériau en fonction de l'augmentation du rapport k_t

N° de simulation	Valeur de k_t	Temps maximum de calcul obtenu	Ecrasement maximum équivalent de l'échantillon obtenu par le calcul (mm)
1	0,02	0,250	2.251
2	0,04	0,301	2.708
3	0,06	0,360	3.241
4	0,08	0,402	3.617
5	0,10	0,431	3.880
6	0,12	0,455	4.098
7	0,14	0,475	4.277
8	0,16	0,503	4.524
9	0,18	0,533	4.798
10	0,20	0,566	5.092
11	0,30	0,762	6.857
12	0,40	1	9
13	0,50	1	9
14	1,00	1	9

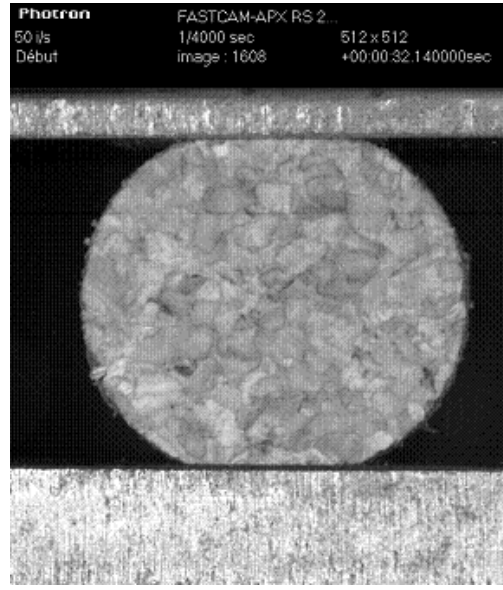
TAB. 8 – Résultats des simulations des essais brésiliens

En se basant sur ces résultats, les images correspondant aux écrasements maximum obtenus par simulation numérique indiqués par le tableau 8 ont été extraits des films numériques des essais et elles ont été comparées à l'image de référence correspondant à l'échantillon en début d'essai (échantillon non écrasé).

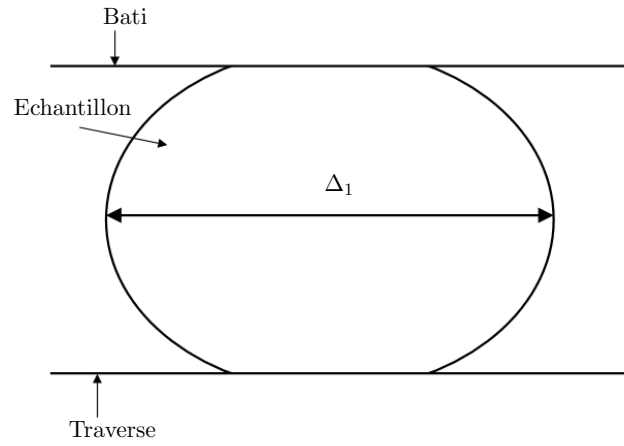
Le résultat expérimental analysé en particulier est le diamètre horizontal maximum de l'échantillon pour chaque écrasement ; il est comparé au même diamètre obtenu par les différentes simulations numériques (cf. figure 39).



(a)



(b)



(c)

FIG. 39 – (a) : image de référence pour le traitement d'images - (b) : exemple d'image en cours d'essai utilisée pour le traitement d'images - (c) : définition de l'accroissement diamétral Δ_1

Les tableaux 9, 10 et 11 indiquent l'accroissement diamétral relevé sur l'ensemble des simulations numériques réalisées ainsi que sur les essais expérimentaux effectués et ce pour différents écrasements de l'échantillon (et donc par équivalence différents temps de calcul).

		Accroissement de diamètre
Expérimental par traitement d'images		0.10 mm
Numérique pour le modèle à écouissage volumétrique pour différentes valeurs de k_t	$k_t = 0,02$	0.246 mm
	$k_t = 0,40$	0.205 mm
	$k_t = 1$	0.202 mm
Numérique pour le modèle à écouissage isotrope		0.199 mm

TAB. 9 – *Résumé des accroissement diamétraux relevé lors des simulations numérique pour un temps de calcul de 0,250 correspondant à un écrasement de 2.251 mm de l'échantillon pour les essais expérimentaux*

		Accroissement de diamètre
Expérimental par traitement d'images		0.17 mm
Numérique pour le modèle à écouissage volumétrique pour différentes valeurs de k_t	$k_t = 0,06$	0.457 mm
	$k_t = 0,18$	0.407 mm
	$k_t = 0,40$	0.382 mm
	$k_t = 1$	0.368 mm
Numérique pour le modèle à écouissage isotrope		0.341 mm

TAB. 10 – *Résumé des accroissement diamétraux relevé lors des simulations numérique pour un temps de calcul de 0,360 correspondant à un écrasement de 3.241 mm de l'échantillon pour les essais expérimentaux*

		Accroissement de diamètre
Expérimental par traitement d'images		0.36 mm
Numérique pour le modèle à écouissage volumétrique pour différentes valeurs de k_t	$k_t = 0,20$	0.947 mm
	$k_t = 0,40$	0.857 mm
	$k_t = 1$	0.785 mm
Numérique pour le modèle à écouissage isotrope		0.673 mm

TAB. 11 – *Résumé des accroissement diamétraux relevé lors des simulations numérique pour un temps de calcul de 0,566 correspondant à un écrasement de 5.092 mm de l'échantillon pour les essais expérimentaux*

Il apparait assez clairement des simulations numériques effectuées que le modèle “crushable foam” ne rend pas le comportement réel de ce matériau pour ce type d'essai. En effet, les variations de diamètre obtenues par simulation sont par deux à trois fois supérieures à celle observées par traitement d'images à partir des essais expérimentaux. Ce résultat ne peut être imputé aux paramètres tels que le coefficient de frottement au niveau des contacts échantillon - plan analytique rigide, les simulations prenant en compte l'ensemble de ces paramètres.

Cette conclusion est appuyée par la figure 40 représentant la comparaison des courbes d'effort réactif mesuré sur le bâti en fonction du déplacement de la traverse, obtenues expérimentalement et numériquement. La différence d'effort mesuré pendant l'intégralité de l'essai (l'effort mesuré expérimentalement est globalement plus important que l'effort simulé à déplacement de traverse équivalent) indique une mauvaise prise en compte par le modèle numérique du comportement en traction du liège aggloméré. En effet, la diminution nette de l'effort simulé est due à la faible rigidité du matériau en traction impliquant un accroissement

diamétral plus important que lors des essais expérimentaux. Cet écart entre effort simulé et effort réel atteint son maximum pour un déplacement de la traverse de $d = 4.3$ mm. On constate alors un écart de 73 N, soit 33% d'écart entre les courbes expérimentales et théoriques.

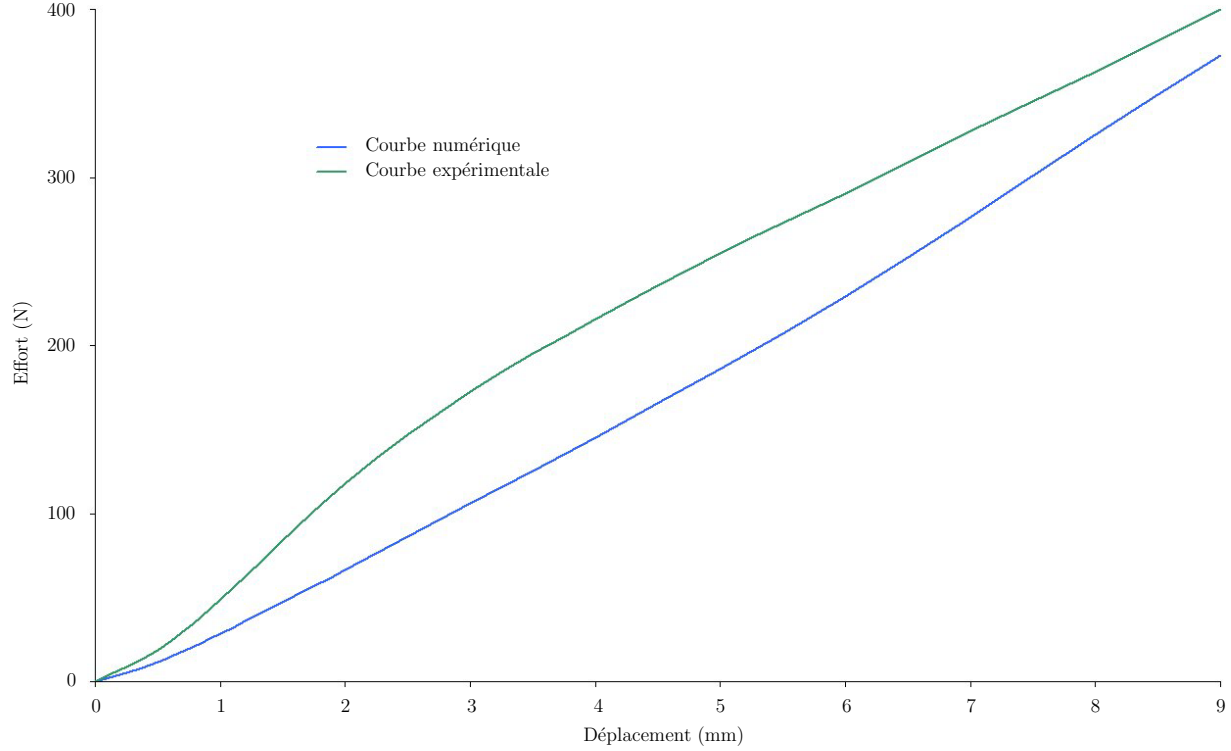


FIG. 40 – Comparaison des courbes résultats des essais brésiliens (expérimental et simulation numérique) exprimant l'effort mesuré sur le bâti en fonction du déplacement de la traverse

En considérant les remarques précédentes, il est impossible de déterminer le paramètre k_t par méthode inverse à partir d'un essai de structure, en l'occurrence l'essai brésilien. En effet, la première conclusion de ce paragraphe vient étayer les constatations énoncées plus haut sur le comportement du modèle soumis à des champs de contraintes en traction. Malgré un plan d'expérience complet portant sur ce paramètre, la superposition des simulations numériques et des essais expérimentaux (via la technique de traitement d'images) n'a jamais pu être réalisée : cette méthode n'a pas permis de trouver la valeur adéquate de p_t correspondant aux essais réels.

Plusieurs pistes peuvent expliquer ces deux conclusions :

- le caractère plastique parfait du modèle “crushable foam” pour des champs de contraintes en traction n'est pas représentatif du comportement réel du matériau et implique un comportement insuffisamment “rigide” du modèle soumis à ces champs de contrainte.
- la représentation quadratique de la surface d'écrouissage du modèle “crushable foam” décentrée vers les valeurs positives de la contrainte hydrostatique p (le centre de l'ellipse dans le plan méridional des contraintes ne peut évoluer que sur le demi-axe positif des contraintes p) biaise la réponse des simulations. En effet, cette modélisation vient en contradiction avec les constatations de la campagne expérimentale qui a en effet laissé supposer, au travers des essais de traction uniaxiale, que le matériau liège reconstitué a des caractéristiques mécaniques plus élevées en traction qu'en compression (cette remarque est visible ne serait-ce qu'en comparant la limite d'élasticité en traction statique uniaxiale par rapport à celle en compression statique uniaxiale).

Une solution possible pour conclure de manière définitive sur le comportement du modèle “crushable foam” serait de pouvoir réaliser une campagne d’essais de traction hydrostatique sur machine de traction triaxiale, essais actuellement non réalisables. Ce dernier essai couplé à la campagne expérimentale effectuée plus haut permettrait de reconstituer la surface seuil initiale du matériau dans le plan (p,q) ainsi que son évolution.

7.4 Modélisation d’un essai sur tour de chute

Remarque préliminaire

L’essai sur tour de chute est un essai de validation dynamique. Sa modélisation numérique nécessite donc de prendre en compte les effets dynamiques, notamment au niveau des lois de comportement matériau. Dans le modèle “crushable foam”, deux sous-options permettent de prendre en compte le paramètre vitesse de déformation, la sous-option “power law” et la sous-option “yield ratio”. Cette possibilité, au sein du code Abaqus, est issue des modèles de plasticité de Von Mises et a été transposée tel quel pour la loi de comportement “crushable foam”. Cependant, les remarques suivantes semblent rédhibitoires à l’utilisation de ces sous-options dans la modélisation de cet essai :

- les deux-sous options n’ont aucune influence sur le comportement élastique du matériau. En effet, quelle que soit la vitesse de déformation au sein du matériau au cours de la simulation, le module d’Young retenu reste égal au module d’Young statique initialement renseigné. Ceci vient en contradiction avec le comportement réel du liège mis en évidence au cours de la campagne expérimentale.
- Elles ne permettent pas non plus d’implémenter dans le modèle un faisceau de courbes d’érouissage, chaque courbe correspondant à une vitesse de déformation donnée. Par exemple, pour la sous-option “yield ratio”, les courbes d’érouissage sont “extrapolées” par le code comme cela est représenté par la figure 41.

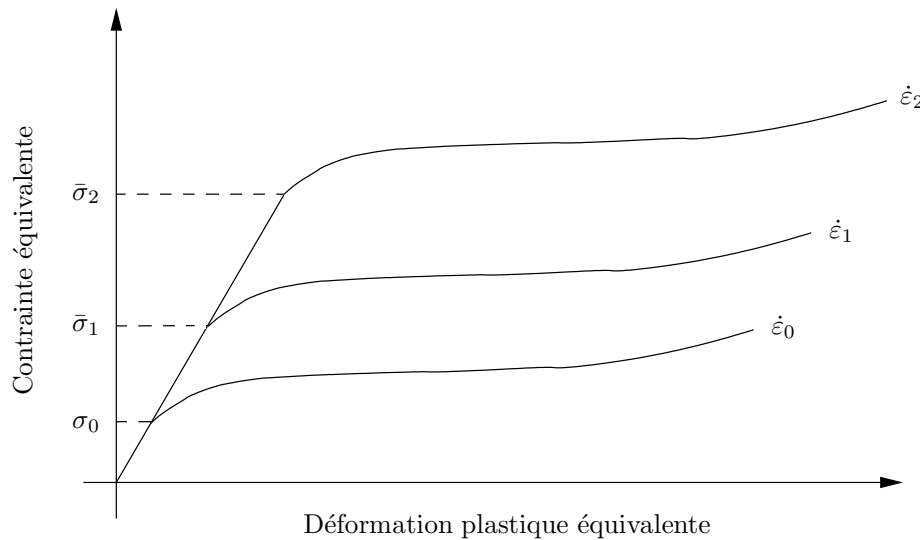


FIG. 41 – Faisceau de courbes d’érouissage généré par le code de calcul Abaqus pour la sous-option “yield ratio”

Des simulations préliminaires ont été effectuées en utilisant ces sous-options, la courbe de compression statique uniaxiale étant la courbe d’érouissage de référence. Ces tests n’ont pas abouti aux résultats escomptés.

Est présentée par la suite une méthode basée sur l'hypothèse que compte tenu de l'inertie de l'impacteur au moment du choc, la vitesse de déformation mesurée au sein de l'échantillon suivant l'axe d'impact (axe de symétrie de l'impacteur hémisphérique) va rester quasi-constante et ce pour une déformation globale de l'échantillon inférieure à 30 – 35%. Cette hypothèse sera étayée par la suite.

Ainsi la courbe d'écroutissage renseignée pour l'essai de tour de chute ci-dessous correspondra à la courbe contrainte/déformation obtenue par un des essais de compression uniaxiale sur roue inertielle, la valeur de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ étant très proche pour ces deux types d'essais.

Simulation numérique

L'essai sur tour de chute a été modélisé avec les paramètres matériaux du tableau 12 en prenant une valeur de k_t suffisamment grande pour ne pas remettre en cause l'intégrité du calcul. Le modèle numérique 3D retenu, représenté sur la figure 42, est constitué de deux corps analytiques rigides axisymétriques (le bâti et l'impacteur) et d'un solide déformable composé de 6000 éléments 3D. Ces éléments sont des briques linéaires à 8 noeuds (dénomination C3D8R du code de calcul), à intégration réduite avec contrôle du "hourglass" [11] (option "enhanced" du code de calcul).

Densité (kg/m ³)	268
Module d'Young (MPa)	11.59
Coefficient de Poisson élastique	0
Seuil en compression hydrostatique (MPa)	0.695584
Rapport k	2.99

TAB. 12 – Paramètres du modèle à écroutissage volumétrique pour les simulations des essais sur tour de chute

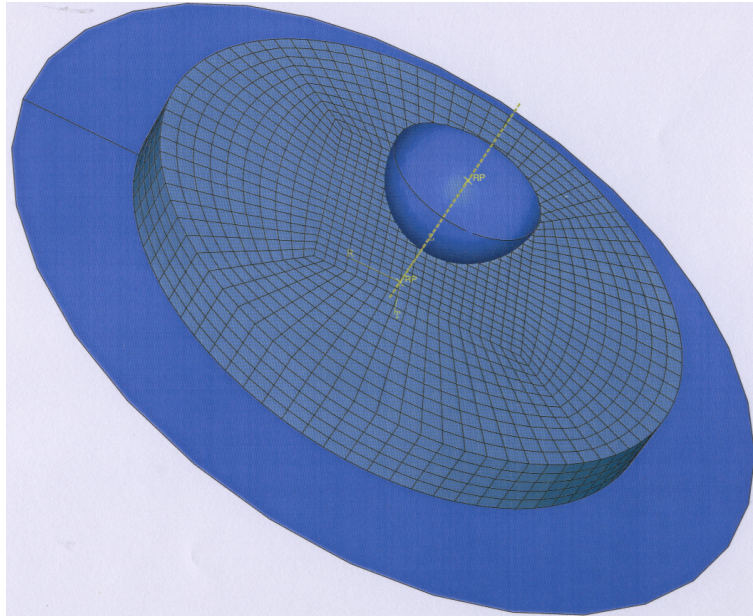


FIG. 42 – Modèle numérique de l'essai de tour de chute

La courbe d'écroutissage retenue pour la modélisation de cet essai est représentée par la figure 43 (cf. re-

marque préliminaire ci-dessus). Elle correspond à une valeur de vitesse de déformation moyenne de $\dot{\varepsilon} = 170 \text{ s}^{-1}$. Elle est obtenue à partir des essais de compression uniaxiale sur roue inertielle.

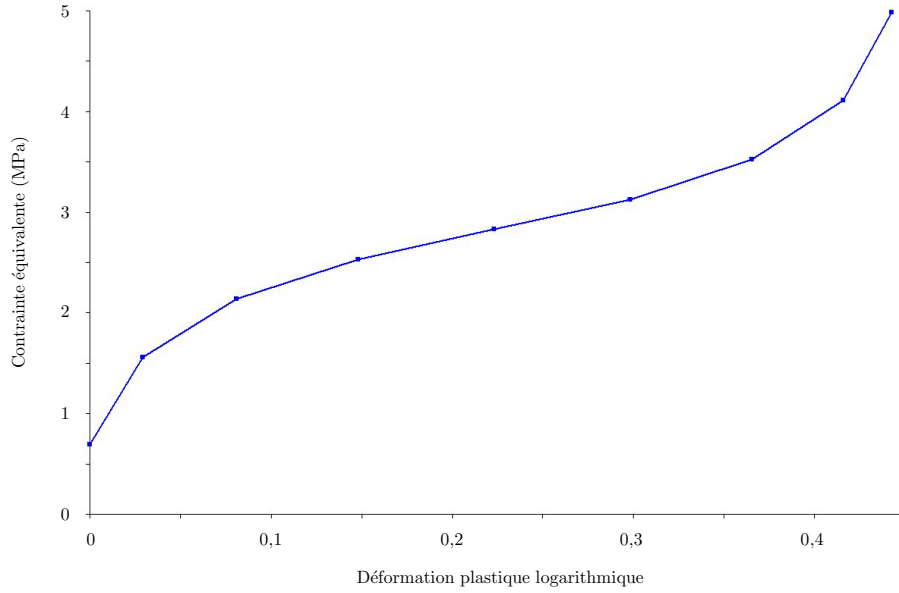


FIG. 43 – Courbe d'écrouissage du modèle "crushable foam" pour les simulations des essais de tour de chute

Les contacts au niveau des interfaces corps rigides/solide déformable sont contraints avec une condition de non-pénétration dans la direction normale à la surface des corps rigides ainsi que :

- une condition de frottement au niveau de l'interface impacteur/solide (prise égale à $f = 0,2$),
- une condition de non-glissement à l'interface bâti/solide.

La vitesse d'impact est modélisée grâce à l'option de champ de vitesse prédéfini simulant les conditions initiales du problème.

La figure 44 représente la superposition de la partie exploitable des essais expérimentaux et des essais numériques réalisée avec le modèle décrit ci-dessus.

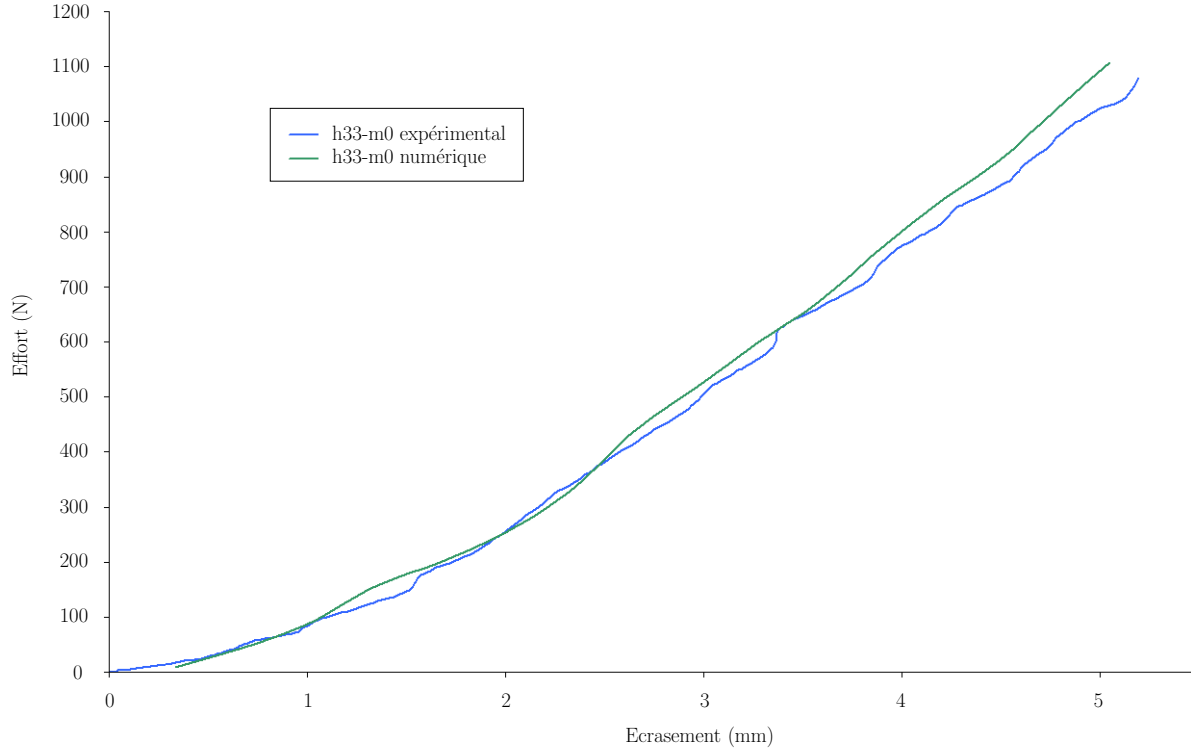


FIG. 44 – Comparaison d’un essai de tour de chute et de sa simulation numérique (pour la dénomination de l’essai, cf. les essais sur tour de chute de la partie expérimentale de ce chapitre)

L’erreur commise par le modèle reste modérée (une erreur maximum de l’ordre de 7% est constatée pour un déplacement de 5 mm) avec cependant un écart entre les deux courbes se creusant pour des écrasements supérieurs à 4mm. Nous pouvons cependant conclure, que soumis à un champ de contrainte de quasi-compression pure (les phénomènes de flexion et de cisaillement sont minimes), le modèle “crushable foam” rend bien le comportement du liège observé.

Enfin l’hypothèse forte permettant d’utiliser la courbe d’écroutissage issue des essais en compression dynamique sur roue inertielle est étayée par la courbe 45 représentant la vitesse de déformation de l’échantillon sous l’impacteur suivant la direction d’impact. La courbe continue est une courbe moyenne des valeurs instantanées représentées par la courbe discontinue. Celle-ci est quasi-constante autour d’une valeur moyenne de 170 s^{-1} correspondant à la valeur de vitesse de déformation de la courbe d’écroutissage 43, et ce pour des déformations totales de l’échantillon allant jusqu’à 35%.

Cette hypothèse sera notamment reprise pour le modèle numérique mis en place dans le chapitre “Modélisation du balsa, matériau isotrope transverse” (Partie V). Cet exemple montre en effet tout l’intérêt de renseigner un faisceau de courbes d’écroutissage en fonction du paramètre vitesse de déformation pour moduler la réponse mécanique du matériau suivant les vitesses de sollicitation.

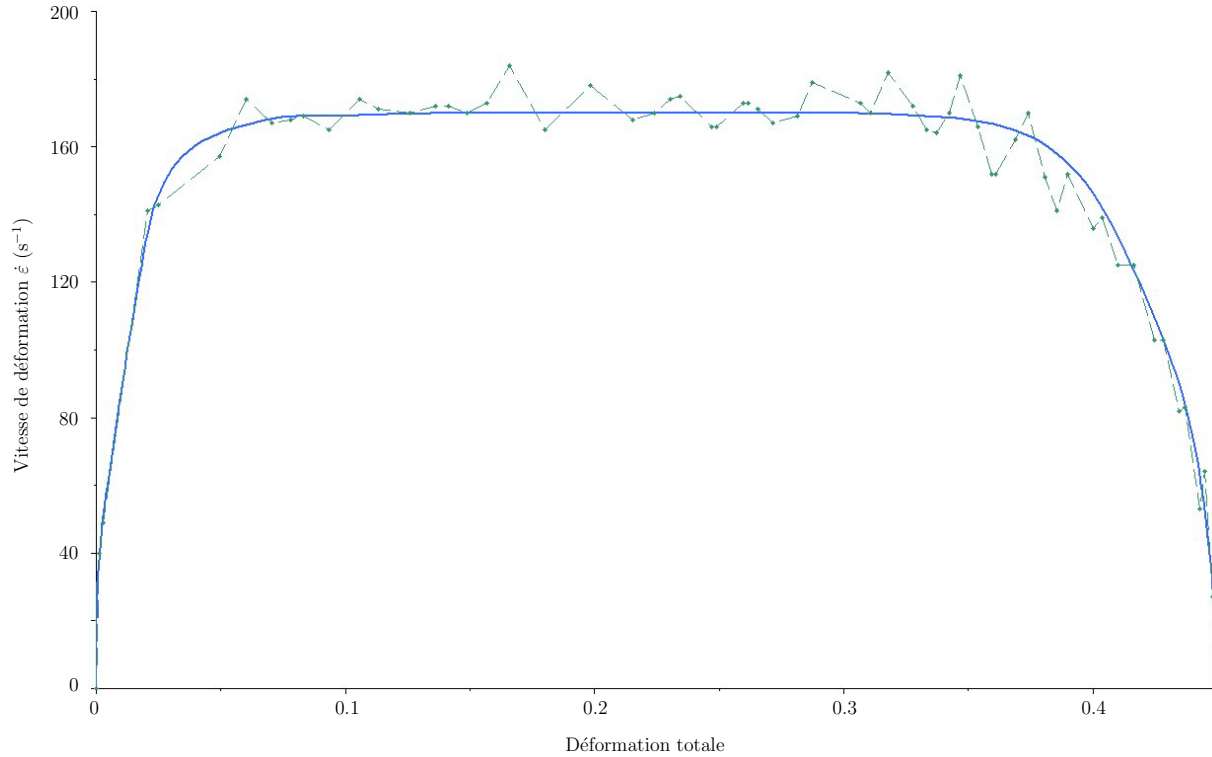


FIG. 45 – *Vitesse de déformation en fonction de la déformation totale de l'échantillon suivant l'axe de chute*

7.5 Modélisation d'un crash de conteneur

Comme indiqué en introduction, le Commissariat à l'Energie Atomique utilise des conteneurs dont le matériau absorbeur est le liège aggloméré étudié dans ce chapitre. Dans le cadre du processus de validation, ce produit subit notamment des tests de chute libre d'une hauteur prédéterminée, sur surface plane ou sur poinçon. L'ensemble de ces tests de validation est directement issu des recommandations de l'AIEA ⁴. Le modèle numérique de simulation présenté ci-après est une chute sur surface plane d'une hauteur de 9m.

Modèle numérique

Le modèle numérique du conteneur est issu des programmes de validation du CEA et a été réalisé pour un autre code de calculs. Le maillage a été importé sous ABAQUS, les conditions aux limites, les conditions initiales et les autres paramètres ont été retranscrits pour ce code, la loi de comportement du matériau liège étant remplacée par la loi "crushable foam" du code Abaqus. Le modèle numérique est constitué de 85000 éléments, dont 63000 éléments briques et 22000 éléments coques ce qui représente une structure comprenant un total de 103000 noeuds. Les éléments briques sont répartis en deux familles :

- les éléments dénommés C3D8R qui sont des éléments briques linéaires à 8 noeuds avec 3 degrés de liberté par noeud, à intégration réduite (1 point d'intégration) et avec le contrôle du "hourglass" [11],
- les éléments dénommés C3D8 qui sont des éléments briques linéaires à 8 noeuds avec 3 degrés de liberté par noeud, à intégration complète (8 points d'intégration).

Les éléments coques sont dénommés S4R, coques minces doublement courbées à 4 noeuds avec 6 degrés de libertés par noeud, à intégration réduite (un point d'intégration) et avec contrôle du "hourglass". La struc-

⁴L'Agence Internationale de l'Energie Atomique

ture complète a un poids de 117kg et elle est constituée de trois autres matériaux dont les caractéristiques sont reprises dans les tableaux 13 , 14 et 15.

Densité (kg/m ³)	7800	
Module d'Young (GPa)	210	
Coefficient de Poisson	0.3	
Courbe d'écroutissage	Contrainte (MPa)	Déformation plastique
	240	0
	466.2	0.231

TAB. 13 – *Acier E24-2*

Densité (kg/m ³)	7970	
Module d'Young (GPa)	195	
Coefficient de Poisson	0.33	
Courbe d'écroutissage	Contrainte (MPa)	Déformation plastique
	260	0
	780	0.35

TAB. 14 – *Inox 316L*

Densité (kg/m ³)	2700	
Module d'Young (GPa)	70	
Coefficient de Poisson	0.3	
Courbe d'écroutissage	Contrainte (MPa)	Déformation plastique
	135	0
	347.5	0.223

TAB. 15 – *Aluminium 5086*

Une vue complète du modèle est donnée sur la figure 46. Les matériaux, dont la description est donnée ci-dessus, sont répartis sur cette figure en fonction du code couleur suivant :

- en jaune, l'acier 24-2 ;
- en bleu, l'inox 316L ;
- en rouge-ocre, l'aluminium 5086 ;
- enfin en vert, le liège représenté par la loi “crushable foam”.

La loi “crushable foam” est programmée de la même manière que pour la simulation d'essai sur tour de chute, les paramètres élastiques ainsi que la courbe d'écroutissage étant adaptés à la vitesse de déformation initiale suivant l'axe de chute de $\dot{\varepsilon} = 220 \text{ s}^{-1}$ (paramètres issus des essais de compression simple sur roue inertielle). Afin de réaliser cette simulation de chute et de crash, le module explicite du code a été utilisé. L'ensemble des paramètres additionnels de cette simulation sont les suivants :

- la vitesse de chute a été modélisée par un champ de vitesse prédéfini au moyen de la carte “*INITIAL VELOCITY”,
- l’angle d’inclinaison de chute a été respecté,
- les sorties requises pour post-traitement sont identiques à celles mesurées au cours de l’essai afin de faciliter le recalage de la simulation,
- le temps de simulation est suffisamment élevé pour prendre en compte le rebond de la structure, en particulier pour pouvoir comparer les vitesses et accélérations extremum de la structure (avant et après le rebond).

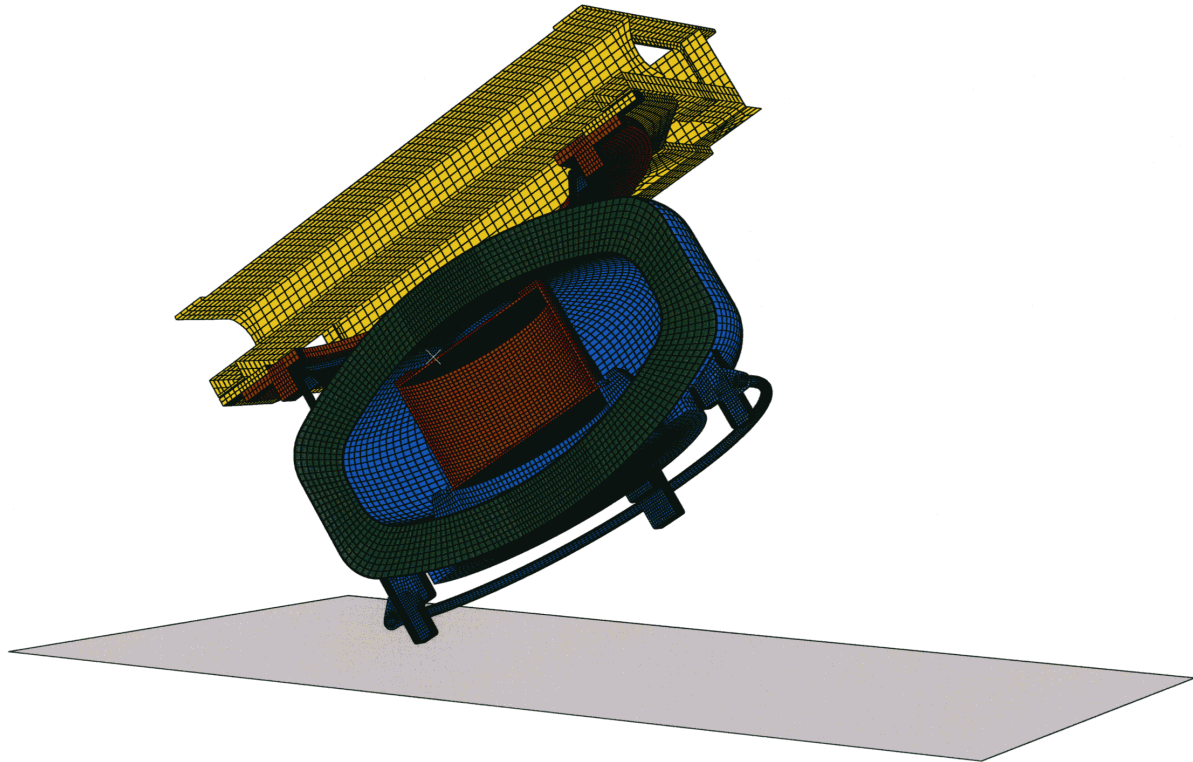


FIG. 46 – *Représentation graphique du modèle numérique du conteneur*

Résultats

Le principal résultat observé ici est la déformée après impact de la couche de liège, et plus particulièrement l’épaisseur résiduelle après choc de cette couche et sa forme. La coupe numérique de la figure 47 montre ces principaux résultats. Expérimentalement, l’épaisseur de couche résiduelle est de 42 mm ; par simulation elle est de 36mm. Cela représente un écart conséquent de 14,3%.

Ce simple résultat montre l’insuffisance du modèle “crushable foam” à rendre le comportement du liège soumis à des chargements multi-axiaux. En effet, dans la zone A représentée figure 47, le matériau est soumis à la fois à des états de traction et de compression.

Ce résultat portant uniquement sur la simulation du liège et donc sur le modèle “crushable foam” ne permet pas de statuer quant aux performances de la modélisation du conteneur dans son ensemble. Par exemple, la comparaison entre calcul numérique et essai expérimental portant sur d’autres signaux, tel que

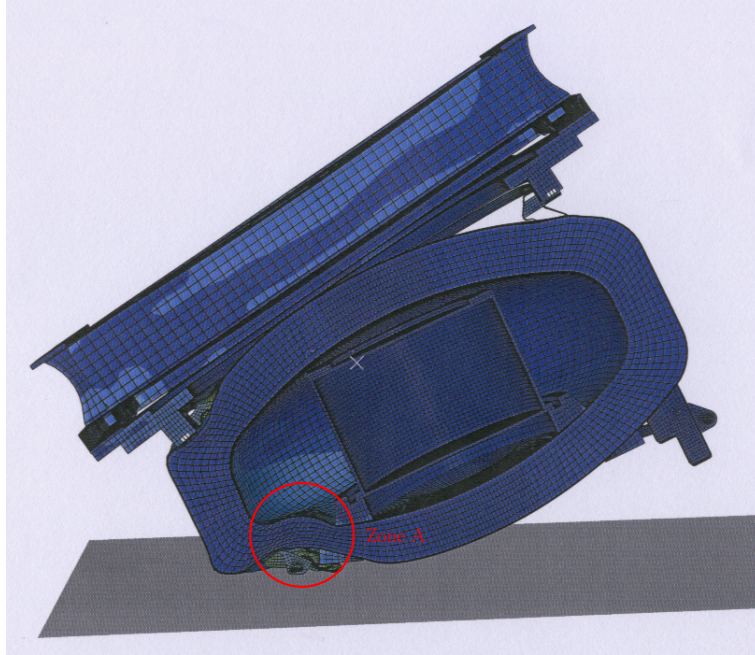


FIG. 47 – Représentation graphique de la simulation de crash du conteneur (en coupe)

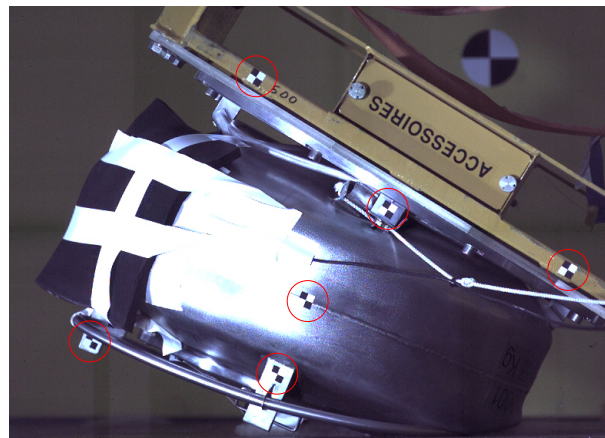


FIG. 48 – Crash test du conteneur - Mise en évidence des cibles

le suivi de mires sur les cibles apposées sur le conteneur (permettant d'en déterminer les déplacements ainsi que les vitesses (cibles explicitées en rouge sur la figure 48)) semble inapproprié.

8 Conclusion de l'étude du matériau liège

Une étude bibliographique spécifique au matériau étudié dans ce premier chapitre, le liège aggloméré, a permis de mettre en place le cadre de cette partie, notamment le but industriel des recherches sur ce matériau. En effet, la modélisation du liège aggloméré entre dans le cadre du programme de simulation de crashes de conteneurs de transport du CEA/CESTA. Dans cette optique, après la bibliographie sur le comportement usuel des matériaux cellulaires et plus spécifiquement du liège, nous avons ciblé le modèle

matériau “crushable foam” du code de calculs industriels Abaqus, susceptible de répondre à nos attentes quant à sa modélisation. Ce choix s’est opéré à partir de la définition quadratique de la fonction d’écroutissement. Ce modèle a ensuite été présenté de manière précise en explicitant les équations le régissant et en mettant en avant les paramètres nécessaires à son fonctionnement. Cette étape a permis de mettre en place le plan de la campagne expérimentale.

La campagne expérimentale menée au sein du LAMEFIP a permis de caractériser de manière approfondie le liège aggloméré étudié avec comme paramètre principal la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ (compression uniaxiale pour différentes vitesses de déformation, compression hydrostatique, traction uniaxiale quasi-statique). Les essais en traction hydrostatique n’ont pu être menés compte tenu d’impossibilités expérimentales. Cependant de nombreux paramètres caractérisant ce matériau ont été déterminés. Cette campagne a permis de mettre en relief le comportement visqueux de ce matériau ainsi que sa dépendance au paramètre vitesse de déformation : le comportement du liège aggloméré peut donc être qualifié de visco-élastoplastique. Des essais de validation ont aussi été conduits (essais sur tour de chute et essais brésiliens) afin de pouvoir conclure quant à la performance du modèle à rendre le comportement du matériau. Enfin cette campagne a mis en évidence les lacunes expérimentales et nous a permis de les combler afin que l’étude beaucoup plus complexe sur le balsa soit facilitée.

Dans la section numérique de cette partie, le comportement du modèle “crushable foam”, retenu pour modéliser le liège, a été étudié en effectuant des tests sur maille élémentaire. Ces premiers résultats ont mis en évidence le comportement plastique parfait du modèle soumis à un champ de contraintes en traction, comportement ne correspondant pas aux équations le régissant ainsi qu’au comportement réel du liège. Dans un deuxième temps, une méthode a été mise en place pour tenter de définir les paramètres manquants compte tenu de l’impossibilité expérimentale évoquée plus haut. Malgré l’exactitude de cette méthode, la prise en compte nécessaire d’incertitudes sur les mesures expérimentales n’a pas permis de définir le seul paramètre manquant, le seuil en traction hydrostatique. Un des essais de validation, l’essai brésilien, a alors été considéré comme essai d’identification et de validation. On a démontré la faiblesse du modèle à rendre le comportement du matériau en état de traction ce qui a entraîné l’impossibilité de déterminer par méthode inverse le seuil en traction hydrostatique. Enfin, cette inadéquation du modèle pour les états de traction n’a donc pas permis de correctement simuler le crash d’un conteneur. Cependant, la simulation numérique d’indentation (simulation d’un essai sur tour de chute) a donné d’excellents résultats, les états de contraintes au cours de celui-ci étant majoritairement des états de contraintes en compression. De plus, cette dernière simulation a montré l’importance d’intégrer le paramètre vitesse de déformation lors de la définition des courbes d’écroutissement du matériau. Cette remarque, essentielle, permettra d’orienter la modélisation des matériaux isotropes transverse sous sollicitations dynamiques dans le prochain chapitre.

Le modèle crushable foam était cependant le meilleur modèle existant (le plus abouti) dans les codes de calculs pour simuler les matériaux cellulaires tels que le liège aggloméré. Ces conclusions amènent donc à développer, à l’instar d’études actuelles sur le sujet [40], un modèle utilisateur pour les matériaux bois.

Chapitre III

Modélisation du balsa

1 Introduction

Le but de ces travaux de thèse est de pouvoir simuler des problèmes de crashes, événements fortement non-linéaires et se déroulant sur de brefs instants, par le développement d'un modèle matériau prenant en compte la vitesse de déformation et pouvant être utilisé dans le domaine des grandes transformations. C'est pourquoi le choix du module explicite du code de calculs Abaqus s'est naturellement imposé, la programmation via le module utilisateur VUMAT permettant de plus de simuler des processus quasi-statiques et facilitant la gestion du contact.

Au cours de ce chapitre, le modèle de comportement matériau permettant a posteriori la simulation d'essais réalisés sur le balsa est décrit. Partant des équations continues, un schéma d'intégration est proposé et l'implémentation de la loi de comportement matériau (et donc du problème discret) dans le code de calculs Abaqus est détaillée. Les paramètres nécessaires au fonctionnement du modèle sont mis en évidence et une campagne expérimentale sur le matériau balsa est proposée. Les domaines de la quasi-statique à la dynamique rapide sont abordés. En complément de cette campagne de caractérisation du matériau, des essais sur structures sont réalisés. Ainsi, l'essai d'indentation quasi-statique avec différentes formes de poinçon est retenu afin de pouvoir réaliser en fin de chapitre des simulations numériques de comparaison permettant de conclure quant à la validité du modèle matériau et de sa programmation numérique exposés. La prise en compte du paramètre vitesse de déformation dans le modèle et son influence sur le modèle numérique sont décrits, la validation de cette proposition étant réalisée sur les essais de tour de chute sur le matériau liège du chapitre "Modélisation du liège aggloméré, matériau isotrope" (Paragraphes IV.5.8 et IV.6.4). En effet, des essais dynamiques sur structure avec le matériau balsa n'ont pu être réalisés au cours de ces travaux de thèse. Cependant, l'ensemble des simulations de vérification proposé dans ce chapitre permettent de conclure sur le modèle matériau et de proposer des pistes d'amélioration en fin de chapitre.

2 Modèle continu pour l'étude statique du balsa

Préambule

La technique de résolution d'un problème de dynamique au travers de la méthode aux éléments finis n'est pas reprise dans ce chapitre de thèse. Ce sujet est très largement traité par la littérature et l'annexe 1 reprend les grandes lignes de cette technique en proposant les références nécessaires à sa compréhension.

La simulation et la modélisation de matériaux compressibles tels que le balsa imposent de pouvoir prendre en compte le comportement rhéo-adoucissant de ceux-ci. En effet, lors d'un calcul numérique, des concentrations de contrainte peuvent apparaître au niveau d'une maille et ainsi empêcher le bon déroulement de celui-ci. Ce problème numérique ne sera pas non plus traité dans ce travail de thèse ; C.Adalian en propose une description détaillée et exhaustive dans son mémoire [1] ainsi que le manuel théorique du code Abaqus [11]. Cependant, dès que cela est possible et que ça n'affecte pas le bon déroulement et les résultats des simulations, le comportement rhéo-adoucissant sera utilisé.

Présentation

Le modèle présenté dans ce rapport est un modèle élasto-plastique général qui est par la suite adapté aux matériaux cellulaires compressibles à comportement isotrope transverse (le caractère compressible ainsi que le comportement spécifique du matériau sont déterminés par la forme du tenseur plastique \mathbf{P}). Ce modèle ne

différencie pas le comportement du matériau en compression et en traction. Il est basé sur une fonction seuil quadratique, pilotée par une fonction d'écrouissage dont on propose une définition. L'écoulement plastique est supposé associé et la surface d'écoulement conserve son rapport de forme initial au cours de l'écrouissage, rapport calibré par la réponse du matériau aux essais de caractérisation dans l'ensemble de ses directions. Pour l'étude du balsa, la courbe pilote correspond à la réponse du matériau en compression uniaxiale suivant la direction des fibres, soit la direction longitudinale. L'ensemble des paramètres du modèle peut être déterminé par un total de quatre essais de compression et cisaillement uniaxiaux. La méthode expérimentale sera explicitée plus loin.

Dans les paragraphes suivants, l'ensemble des équations définissant le modèle est explicité :

- le comportement élastique du modèle est défini notamment par le tenseur des souplesses élastique et les paramètres le constituant ainsi que par la loi de Hooke (Paragraphe V.2.1) ;
- le comportement plastique se décompose en deux parties : l'une définissant le critère d'admissibilité (Paragraphe V.2.2), l'autre la loi d'écoulement retenue avec notamment une définition du multiplicateur plastique, de la condition de constance et du tenseur tangent (Paragraphe V.2.3) ;
- enfin les conditions d'évolution du modèle matériau sont reprises dans les conditions de Kuhn-Tucker (Paragraphe V.2.4).

Ces équations forme un ensemble nécessaire pour définir le modèle continu permettant de modéliser un comportement matériau.

2.1 Comportement élastique

On considère un solide compressible isotrope transverse dont les axes d'orthotropie sont les axes $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ de façon à ce que l'axe \vec{x}_3 soit l'axe longitudinal du matériau et le plan formé par les axes (\vec{x}_1, \vec{x}_2) soit le plan d'isotropie dit "transverse" du matériau.

La décomposition de la déformation totale ε a été définie par l'équation (2). Les propriétés élastiques du matériau sont décrites par l'équation (57) où \mathbf{S}^e représente le tenseur des souplesses élastique.

$$\varepsilon^e = \mathbf{S}^e : \sigma = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_1 & -\nu_{13}/E_3 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_1 & -\nu_{13}/E_3 \\ -\nu_{13}/E_3 & -\nu_{13}/E_3 & 1/E_3 \\ & 2(1+\nu_{12})/E_1 & & \\ & & 1/E_{13} & \\ & & & 1/E_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} \quad (57)$$

où :

- E_1 et E_3 sont respectivement les modules d'Young suivant les directions 1 et 3,
- ν_{12} et ν_{13} sont respectivement les coefficients de Poisson définis par $\nu_{12} = -\varepsilon_{22}^e/\varepsilon_{11}^e$ et par $\nu_{13} = -\varepsilon_{33}^e/\varepsilon_{11}^e$ pour une contrainte uniaxiale suivant l'axe \vec{x}_1 ,
- E_{13} est le module de cisaillement dans le plan (\vec{x}_1, \vec{x}_3) .

L'équation (57) peut s'écrire sous la forme de la loi de Hooke généralisée (équation (58)) où \mathbf{C} est le tenseur d'élasticité d'ordre 4.

$$\sigma = \mathbf{C} : \varepsilon^e \quad (58)$$

Le tenseur d'élasticité \mathbf{C} est défini par $\mathbf{C} = \mathbf{S}^{-1}$.

2.2 Critère d'admissibilité

Le critère d'admissibilité général $\Phi(\boldsymbol{\sigma}, Y)$ a été défini par l'équation (3), la contrainte seuil par l'équation (7).

La contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ retenue a été définie par l'équation (14), les termes du tenseur plastique \mathbf{P} par l'équation (13). Pour rappel, on a ainsi :

$$\bar{\sigma}^2 = P_{11}(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2) + \sigma_{33}^2 - 2P_{12}\sigma_{11}\sigma_{22} - 2P_{13}(\sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{11}\sigma_{33}) + P_{44}\sigma_{12}^2 + P_{55}(\sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & -P_{12} & -P_{13} & & & \\ -P_{12} & P_{11} & -P_{13} & & & \\ -P_{13} & -P_{13} & 1 & & & \\ & & & P_{44} & & \\ & & & & P_{55} & \\ & & & & & P_{55} \end{bmatrix}$$

2.3 Loi d'écoulement, condition de consistance, multiplicateur plastique et tenseur tangent

Loi d'écoulement

La loi d'écoulement utilisée dans ce modèle est une loi d'écoulement associée. Le taux de déformation plastique $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$, défini par l'équation (100), est considéré comme normal à la surface seuil d'écoulement (plasticité associée). On note γ le multiplicateur plastique avec $\gamma \geq 0$.

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \gamma \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (59)$$

On définit le tenseur normal \mathbf{n} par l'équation (60).

$$\mathbf{n} = \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (60)$$

En rappelant que le tenseur \mathbf{P} est symétrique, on calcule la dérivée partielle du critère d'admissibilité Φ par rapport à $\boldsymbol{\sigma}$ par le développement suivant :

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \\
\Leftrightarrow & \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{2\sqrt{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}}} \partial_{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}) \\
\Leftrightarrow & \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}}{\bar{\sigma}}
\end{aligned}$$

Remarque : La contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ est homogène de degré 1 car le développement ci-dessus implique le résultat suivant : $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \boldsymbol{\sigma} = \frac{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}}} = \bar{\sigma}$.

L'équation (100) de l'écoulement plastique se réécrit sous la forme de l'équation (61).

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \gamma \mathbf{n} \quad \text{avec} \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}}{\bar{\sigma}} \quad (61)$$

Lors de déformations plastiques, on introduit le taux de déformation plastique équivalente $\dot{\varepsilon}_{eq}^p$ au travers de l'équation du travail plastique qui s'écrit sous la forme de l'équation (62).

$$\bar{\sigma} \dot{\varepsilon}_{eq}^p = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \quad (62)$$

On en déduit alors que $\dot{\varepsilon}_{eq}^p = \gamma$ grâce au développement suivant :

$$\begin{aligned}
& \bar{\sigma} \dot{\varepsilon}_{eq}^p = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \\
\Leftrightarrow & \bar{\sigma} \dot{\varepsilon}_{eq}^p = \frac{\gamma}{\bar{\sigma}} [\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}] \\
\Leftrightarrow & \bar{\sigma} \dot{\varepsilon}_{eq}^p = \gamma \bar{\sigma}
\end{aligned}$$

L'obtention de cette équation est essentielle par la suite pour l'intégration du modèle dans le code Abaqus. Elle permet en effet de relier l'évolution du multiplicateur plastique à celle de la déformation plastique équivalente, soit l'évolution de la plastification du matériau en fonction de la courbe d'écrouissage utilisateur retenue.

Condition de consistance, multiplicateur plastique

La définition de la condition de consistance, condition nécessaire à l'évolution du matériau, permet d'obtenir une équation sur le multiplicateur plastique indispensable à l'intégration du modèle dans le code de calcul. Ainsi, lors de déformations plastiques, la relation de consistance est définie par l'équation (63).

$$\dot{\Phi} = 0 = \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varepsilon}_{eq}^p} \dot{\varepsilon}_{eq}^p \quad (63)$$

La différentiation de la loi de Hooke généralisée (équation (58)) par rapport au temps est donnée équation (64).

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e \quad (64)$$

A partir de la définition du critère d'admissibilité (équation (3)) et de l'équation (2), on obtient le développement suivant :

$$\begin{aligned} (63) \quad & \Leftrightarrow \quad \dot{\Phi} = \mathbf{n} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} - H \dot{\varepsilon}_{eq}^p \\ & \Leftrightarrow \quad \dot{\Phi} = \mathbf{n} : \mathbf{C} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \gamma \mathbf{n}) - H \gamma = 0 \end{aligned}$$

Ainsi le multiplicateur plastique γ est déterminé par l'équation (65).

$$\gamma = \frac{\mathbf{n} : \mathbf{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{H + \mathbf{n} : \mathbf{C} : \mathbf{n}} \quad (65)$$

Tenseur tangent

Le tenseur tangent du modèle continu est donnée ici à titre indicatif. Il est nécessaire pour l'intégration numérique du modèle dans le module utilisateur UMAT permettant de réaliser des calculs dans le module standard du code Abaqus (simulations en quasi-statique). Il se détermine à partir de l'équation (64) par le développement suivant :

$$\begin{aligned} & \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : [\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p] \\ \Leftrightarrow & \quad \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : [\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \gamma \mathbf{n}] \\ \Leftrightarrow & \quad \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \left[\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{\mathbf{n} : \mathbf{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{H + \mathbf{n} : \mathbf{C} : \mathbf{n}} \mathbf{n} \right] \\ \Leftrightarrow & \quad \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \left[\mathbf{C} - \frac{\mathbf{C} : \mathbf{n} \otimes \mathbf{C} : \mathbf{n}}{H + \mathbf{n} : \mathbf{C} : \mathbf{n}} \right] : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \end{aligned}$$

A partir de ce développement, l'expression du tenseur tangent \mathbf{C}^{ep} est donnée par l'équation (66).

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}^{ep} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad \text{avec} \quad \mathbf{C}^{ep} = \mathbf{C} - \frac{\mathbf{C} : \mathbf{n} \otimes \mathbf{C} : \mathbf{n}}{H + \mathbf{n} : \mathbf{C} : \mathbf{n}} \quad (66)$$

2.4 Les conditions de charge/décharge du problème : les conditions de Kuhn-Tucker

Les conditions de charge/décharge du problème continu sont celles du système (67).

$$\begin{cases} \gamma \geq 0 \\ \Phi(\boldsymbol{\sigma}, Y) \leq 0 \\ \gamma \Phi(\boldsymbol{\sigma}, Y) = 0 \end{cases} \quad (67)$$

La condition de consistance du problème est déterminée par l'équation (68).

$$\gamma \dot{\Phi}(\boldsymbol{\sigma}, Y) = 0 \quad (68)$$

Ainsi le problème continu obéit aux conditions suivantes (cf. équations (69))

$$\begin{cases} \Phi(\boldsymbol{\sigma}, Y) < 0 & \implies \gamma = 0 \quad (\text{Comportement élastique}) \\ \Phi(\boldsymbol{\sigma}, Y) = 0 & \text{et} \quad \begin{cases} \dot{\Phi}(\boldsymbol{\sigma}, Y) < 0 & \implies \gamma = 0 \quad (\text{Décharge élastique}) \\ \dot{\Phi}(\boldsymbol{\sigma}, Y) = 0 & \text{et} \quad \gamma = 0 \quad (\text{Comportement neutre}) \\ \dot{\Phi}(\boldsymbol{\sigma}, Y) = 0 & \text{et} \quad \gamma > 0 \quad (\text{Charge plastique}) \end{cases} \end{cases} \quad (69)$$

2.5 Définition des paramètres du modèle

L'identification des paramètres du modèle sont étroitement liés à la campagne expérimentale du balsa, les explications suivantes sont donc à mettre en parallèle avec la partie "Campagne expérimentale de caractérisation et d'essais sur structures du balsa" (Partie V.5).

Un ensemble de 10 paramètres (5 élastiques : E_{11} , E_{33} , E_{13} , ν_{12} et ν_{13} et 5 plastiques : P_{11} , P_{12} , P_{13} , P_{44} et P_{55}) ainsi qu'une fonction d'écrouissage $Y(\varepsilon_{eq}^p)$ est nécessaire pour le modèle mis en place dans ce chapitre. Cet ensemble de paramètres est déterminé à partir des courbes de réponse contrainte en fonction de la déformation de 4 essais :

- deux essais compression uniaxiale (ou traction suivant le type d'étude. On se limitera dans ce travail de thèse à la modélisation du matériau par ses paramètres issus des essais en compression) suivant les directions 1 et 3 permettent de déterminer les modules d'Young E_{11} et E_{33} ainsi que le coefficient de Poisson ν_{13} . Au cours du chargement uniaxial suivant la direction 3, la contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ est égale à $|\sigma_{33}|$ tandis que ε_{eq}^p est égale à $|\varepsilon_{33}^p|$. Dans ce cas, la fonction d'écrouissage recherchée $Y(\varepsilon_{eq}^p)$ est la fonction exprimant la contrainte de Cauchy $|\sigma_{33}|$ en fonction de la déformation plastique logarithmique $|\varepsilon_{33}^p|$.
- Un essai de cisaillement dans le plan (\vec{x}_1, \vec{x}_3) permet d'accéder au module de cisaillement E_{13} . Un essai de cisaillement additionnel dans le plan (\vec{x}_1, \vec{x}_2) permet d'accéder au coefficient de Poisson ν_{12} par la relation suivante :

$$E_{12} = \frac{E_{11}}{2(1 + \nu_{12})}$$

- Les essais évoqués dans les deux points précédents permettent d'accéder aux constantes de la matrice plastique \mathbf{P} . Des équations (3) et (14) on en déduit les égalités suivantes :

$$P_{11} = \frac{Y_{33}^2}{Y_{11}^2} = \frac{Y_{33}^2}{Y_{22}^2}, \quad P_{44} = \frac{Y_{33}^2}{Y_{12}^2} \quad \text{et} \quad P_{55} = \frac{Y_{33}^2}{Y_{23}^2} = \frac{Y_{33}^2}{Y_{13}^2}$$

où les termes Y_{ij} correspondent aux contraintes en début de plasticité ($\varepsilon_{eq}^p = 0$). Les constantes P_{12} et P_{13} sont quant à elles obtenues à partir des coefficients de Poisson plastiques ν_{12}^p et $\nu_{13}^p = \nu_{23}^p$. A partir de la définition du coefficient de Poisson plastique ($\nu_{ij}^p = -\frac{\varepsilon_{jj}^p}{\varepsilon_{ii}^p}$ pour une contrainte uniaxiale suivant l'axe x_{ii}) et en considérant la loi d'écoulement (100), on obtient les égalités suivantes :

$$P_{12} = P_{11}\nu_{12}^p \quad \text{et} \quad P_{13} = \nu_{31}^p = \nu_{32}^p$$

3 Intégration numérique dans une loi utilisateur ABAQUS.

Présentation

Afin d'implémenter le modèle continue présenté dans les paragraphes précédents dans le code de calcul Abaqus, il est nécessaire de les équations différentielles par des méthodes de calcul numérique dont la méthode par éléments finis fait partie. L'utilisation de cette méthode permet ainsi d'obtenir une solution approchée du problème, qui ne peut qu'être difficilement résolu de manière analytique.

Ainsi dans les paragraphes suivants, les schémas d'intégration potentiels pour la résolution du problème continue sont exposés. Après le choix de l'un de ces schémas (en l'occurrence ici un schéma d'intégration implicite), il est appliqué à l'ensemble des équations présentées dans les paragraphes précédents afin d'obtenir un nouveau système d'équation pouvant être implémenté dans le code de calcul Abaqus. Le problème continue est donc transformé en problème discret.

3.1 Les schémas d'intégration

On recherche la solution de l'équation différentielle définie ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) & \text{avec } f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, \text{ fonction continue} \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$$

On considère le schéma d'intégration d'ordre 1 suivant plus communément appelé la règle du point milieu généralisée :

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \Delta t f(x_{n+v}) \\ x_{n+v} = v x_{n+1} + (1-v) x_n \end{cases} \quad \text{où } v \in [0, 1]$$

On discrétise alors le temps en choisissant un pas de temps Δt . Ainsi l'approximation de l'algorithme consiste à attribuer à la valeur exacte de $x(t_{n+1})$ la valeur $x_{n+1} \equiv x(t_{n+1})$ au temps $t_{n+1} = t_n + \Delta t$. On peut citer plusieurs familles d'algorithmes communément utilisés telles que :

- le schéma d’intégration “forward Euler”, schéma d’intégration dit explicite obtenu pour $v = 0$,
- le schéma d’intégration du point milieu (“midpoint rule”) obtenu pour $v = 1/2$,
- le schéma d’intégration “backward Euler”, schéma d’intégration dit implicite obtenu pour $v = 1$.

Plusieurs ouvrages traitent de la consistance, de la stabilité et de la précision de ces différents schémas ([39], [15]). En particulier, une précision du deuxième ordre ne peut être obtenue que pour le schéma d’intégration du point milieu ($v = 1/2$) tandis qu’une stabilité dite “inconditionnelle” requiert $v \geq 1/2$. L’ensemble de ces questions, largement traité dans les références évoquées ci-dessus, ne sera pas abordé dans ce travail de thèse. La méthode choisie pour intégrer les équations du modèle est la méthode d’intégration implicite (Backward Euler) avec $v = 1$.

Le schéma choisi consiste à approcher les valeurs $x(t_{n+1})$ de la solution par les valeurs x_{n+1} vérifiant la récurrence $x_{n+1} = x_n + \Delta t f(x_n)$ avec $x_0 = x(t_0)$. La précision de ce schéma est du premier ordre en terme de temps ce qui signifie que l’erreur réalisée par cette approximation sur un pas de temps est proportionnellement linéaire à Δt .

3.2 Application d’un schéma implicite au modèle continu

La démarche d’intégration explicitée ci-dessus repose sur les principes suivants :

- on connaît à l’instant t_n les champs des grandeurs mécaniques représentant l’état du matériau, à savoir le tenseur des déformations ε , le tenseur des contraintes σ ainsi que les variables internes nécessaires au calcul, comme par exemple γ ;
- on se donne un incrément de temps Δt auquel correspond un incrément de déformation $\Delta \varepsilon$ et on va chercher les champs des grandeurs évoquées ci-dessus plastiquement admissible à l’instant t_{n+1} ;
- une fois cette opération réalisée (convergence du problème), les grandeurs sont mises à jour et le cycle recommence.

Le but de ce paragraphe est donc d’appliquer le schéma d’intégration implicite d’Euler au problème continue afin de pouvoir réaliser la démarche exposée ci-dessus dans le code de calcul Abaqus. Par hypothèse, l’incrément d’une grandeur mécanique A est noté ΔA où $\Delta A = A_{n+1} - A_n$ avec A_{n+1} (resp. A_n) la valeur de cette grandeur mécanique à l’instant t_{n+1} (resp. t_n).

L’application de ce schéma d’intégration pour la simulation d’un matériau dans le cadre des grandes transformations implique de prendre des précautions pour le respect du critère d’objectivité. L’écriture du modèle continu dans le repère d’orthotropie du matériau ainsi que la prise en compte par le code Abaqus des grandes rotations dans le cadre de la programmation d’une loi utilisateur permettent de respecter ce principe [11] [15].

Ainsi, par application du schéma d’intégration, les conditions de Kuhn-Tucker sont traduites par le système (70).

$$\begin{cases} \Delta \gamma \geq 0 \\ \Phi(\sigma_{n+1}, Y_{n+1}) \leq 0 \\ \Delta \gamma \Phi(\sigma_{n+1}, Y_{n+1}) = 0 \end{cases} \quad (70)$$

Par application du schéma d’intégration, l’équation (61) et l’égalité $\dot{\varepsilon}_{eq}^p = \gamma$ se réécrivent sous la forme des équations (71) et (72).

$$\Delta \varepsilon^p = \Delta \gamma \mathbf{n}_{n+1} \quad (71)$$

$$\Delta \varepsilon_{eq}^p = \Delta \gamma \quad (72)$$

La notation $\Delta \gamma$ est un abus de notation fréquemment utilisé dans la littérature et repris ici pour plus de commodité. A partir de la définition de la loi de Hooke généralisée et de l'équation (71), le tenseur des contraintes à l'instant t_{n+1} s'écrit sous la forme de l'équation (73).

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{pr} - \Delta \gamma \mathbf{C} : \mathbf{n}_{n+1} \quad (73)$$

Ici, le terme $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{pr}$ représente la valeur prédictive du tenseur des contraintes à l'instant t_{n+1} calculée à partir de la valeur du tenseur des contraintes à l'instant t_n et basé sur une évolution élastique du critère. Son expression est donnée par l'équation (74).

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{pr} = \boldsymbol{\sigma}_n + \mathbf{C} : \Delta \varepsilon \quad (74)$$

L'équation (70.2) peut se réécrire sous la forme de l'équation (75).

$$\Phi(\boldsymbol{\sigma}_{n+1}, \Delta \gamma) \leq 0 \quad (75)$$

Les équations (74) et (75) forment un système d'équations non-linéaires dont les variables sont $\boldsymbol{\sigma}$ et $\Delta \gamma$ données à la fin d'un incrément de temps, soit au temps t_{n+1} . En prenant en compte la symétrie du tenseur des contraintes, on a donc à résoudre un système de sept équations à sept inconnues. Cet algorithme d'intégration est dénommé "Cutting Plane Algorithm" [39], la mise à jour des équations entre l'instant t_n et t_{n+1} étant réalisée grâce à un schéma de Newton-Raphson itératif. La recherche de convergence de ce schéma est alors réalisée à partir de la valeur du critère à la sous-itération précédente et non à partir de la valeur prédictive du tenseur des contraintes. L'ensemble des équations non-linéaires faisant référence aux valeurs d'état à l'instant t_{n+1} , ce schéma d'intégration est qualifié de schéma d'intégration implicite complet.

Résolution du système d'équations non-linéaires

Au cours de la $k^{\text{ième}}$ itération de convergence de l'algorithme, on introduit le résidu tensoriel par l'équation (76).

$$\mathbf{r}^k = \boldsymbol{\sigma}^k - \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{pr} + \Delta \gamma^k \mathbf{C} : \mathbf{n}^k \quad (76)$$

Un développement en série de Taylor limité à l'ordre 1 est appliqué à l'équation (76) afin d'obtenir l'équation (77) donnant l'expression du résidu à l'itération suivante, soit à l'itération $k + 1$.

$$\mathbf{r}^{k+1} = \mathbf{r}^k + \frac{\partial \mathbf{r}^k}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : d\boldsymbol{\sigma}^k + \frac{\partial \mathbf{r}^k}{\partial \Delta \gamma} d\Delta \gamma^k \quad (77)$$

Pour les mêmes motifs, un développement en série de Taylor limité à l'ordre 1 est appliqué au critère Φ afin d'obtenir l'équation (78).

$$\Phi^{k+1} = \Phi^k + \frac{\partial \Phi^k}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : d\boldsymbol{\sigma}^k + \frac{\partial \Phi^k}{\partial \Delta\gamma} d\Delta\gamma^k \quad (78)$$

Ces deux dernières équations ((77) et (78)), imposées nulles, forment un système d'équation linéaires dont les inconnues sont l'incrément par itération du tenseur des contraintes $d\boldsymbol{\sigma}^k$ et l'incrément itératif du multiplicateur plastique $d\Delta\gamma^k$. La résolution de ce système permet d'accéder à la mise à jour du tenseur des contraintes et de la déformation plastique équivalente lors d'un incrément de temps. Ainsi, l'équation (77) amène au développement suivant :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}^{k+1} &= 0 \\ \Leftrightarrow \quad \mathbf{r}^k + \left[\mathbf{I} + \Delta\gamma \mathbf{C} : \frac{\partial \mathbf{n}^k}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right] : d\boldsymbol{\sigma}^k + (\mathbf{C} : \mathbf{n}^k) d\Delta\gamma^k &= 0 \\ \Leftrightarrow \quad \mathbf{Q} : d\boldsymbol{\sigma}^k &= -\mathbf{r}^k - (\mathbf{C} : \mathbf{n}^k) d\Delta\gamma^k \end{aligned}$$

Le tenseur \mathbf{Q} est alors défini par $\mathbf{Q} = \mathbf{I} + \Delta\gamma \mathbf{C} : \frac{\partial \mathbf{n}^k}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$ et ainsi l'incrément du tenseur des contraintes est défini par l'équation (79).

$$d\boldsymbol{\sigma}^k = -\mathbf{Q}^{-1} : [\mathbf{r}^k + (\mathbf{C} : \mathbf{n}^k) d\Delta\gamma^k] \quad (79)$$

De même, l'équation (78) amène au développement suivant :

$$\begin{aligned} \Phi^{k+1} &= 0 \\ \Leftrightarrow \quad \Phi^k + \mathbf{n}^k : [-\mathbf{Q}^{-1} : (\mathbf{r}^k + (\mathbf{C} : \mathbf{n}^k) d\Delta\gamma^k)] - H d\Delta\gamma^k &= 0 \\ \Leftrightarrow \quad \Phi^k - \mathbf{n}^k : \mathbf{Q}^{-1} : \mathbf{r}^k - d\Delta\gamma^k \mathbf{n}^k : \mathbf{Q}^{-1} : \mathbf{C} : \mathbf{n}^k - H d\Delta\gamma^k &= 0 \end{aligned}$$

L'incrément de la déformation plastique équivalente est donc défini par l'équation (80).

$$d\Delta\gamma^k = \frac{\Phi^k - \mathbf{n}^k : \mathbf{Q}^{-1} : \mathbf{r}^k}{H + \mathbf{n}^k : \mathbf{Q}^{-1} : \mathbf{C} : \mathbf{n}^k} \quad (80)$$

Remarque : calcul de $\frac{\partial \mathbf{n}^k}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$

La définition du tenseur \mathbf{Q} passe par la calcul de la dérivé partielle du tenseur normal \mathbf{n} par rapport au tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ à la $k^{\text{ième}}$ itération. Le développement suivant donne l'expression de la dérivée partielle de l'inverse de la contrainte équivalente par rapport au tenseur des contraintes à la $k^{\text{ième}}$ itération :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \left(\frac{1}{\bar{\sigma}^k} \right) &= -\frac{1}{2} (\bar{\sigma}^k)^{-\frac{3}{2}} (\boldsymbol{\sigma}^k : \mathbf{P} + \mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}^k) \\ &= -(\bar{\sigma}^k)^{-\frac{3}{2}} \mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}^k\end{aligned}$$

Ainsi, le développement suivant amène à l'équation (81) recherchée :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{n}^k}{\partial \boldsymbol{\sigma}} &= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \left(\frac{\mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}^k}{\bar{\sigma}^k} \right) \\ &= \frac{\mathbf{P}}{\bar{\sigma}^k} + \mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}^k \otimes \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \left(\frac{1}{\bar{\sigma}^k} \right) \\ &= \frac{\mathbf{P}}{\bar{\sigma}^k} + \mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}^k \otimes \left[-(\bar{\sigma}^k)^{-\frac{3}{2}} \mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}^k \right] \\ &= \frac{\mathbf{P}}{\bar{\sigma}^k} - \frac{\mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}^k \otimes \mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}^k}{(\bar{\sigma}^k)^3} \\ &= \frac{1}{\bar{\sigma}^k} \left[\mathbf{P} - \frac{\mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}^k \otimes \mathbf{P} : \boldsymbol{\sigma}^k}{(\bar{\sigma}^k)^2} \right] \\ \\ \frac{\partial \mathbf{n}^k}{\partial \boldsymbol{\sigma}} &= \frac{1}{\bar{\sigma}^k} (\mathbf{P} - \mathbf{n}^k \otimes \mathbf{n}^k)\end{aligned}\tag{81}$$

Définition du tenseur Jacobien du problème incrémental

Nota Bene : Le but de ce paragraphe est de définir le tenseur Jacobien du problème incrémental dans l'hypothèse d'une intégration dans un module utilisateur UMAT.

L'équation (82) définit le tenseur Jacobien Ξ du problème incrémental telle qu'il doit être implémenté dans le code ABAQUS :

$$d_{n+1} \Delta \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial_{n+1} \Delta \boldsymbol{\sigma}}{\partial_{n+1} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^t} : d_{n+1} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^t = \Xi : d_{n+1} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^t\tag{82}$$

A l'instant $t|_{n+1}$, à la fin d'un incrément, on a le développement suivant qui mène à l'équation (83) :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}_{n+1} &= \mathbf{C} : (\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^t - \Delta \gamma \mathbf{n}_{n+1}) \\ \Longleftrightarrow d\boldsymbol{\sigma}_{n+1} &= \mathbf{C} : \left(d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^t - d\Delta \gamma \mathbf{n}_{n+1} - \Delta \gamma \frac{\partial \mathbf{n}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : d\boldsymbol{\sigma}_{n+1} \right)\end{aligned}$$

$$\Longleftrightarrow \mathbf{Q}_{n+1} : d\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \mathbf{C} : (d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^t - d\Delta\gamma \mathbf{n}_{n+1}) \quad (83)$$

Le tenseur \mathbf{Q}_{n+1} de l'équation (83) est ici défini par $\mathbf{Q}_{n+1} = \mathbf{I} + \Delta\gamma \mathbf{C} : \frac{\partial \mathbf{n}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$.

Soit l'équation (84) donnant l'expression de la différentielle du critère d'admissibilité général à l'instant $t|_{n+1}$:

$$d\phi_{n+1} = \frac{\partial \phi_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \boldsymbol{\sigma}_{n+1} + \frac{\partial \phi_{n+1}}{\partial \Delta\gamma} d\Delta\gamma \quad (84)$$

Lors de déformations plastiques, cette équation se résume à l'équation (85).

$$0 = \mathbf{n}_{n+1} : \boldsymbol{\sigma}_{n+1} + H d\Delta\gamma \quad (85)$$

Si l'on injecte l'équation (83) dans l'équation (85), on obtient l'expression de l'incrément de déformation plastique $d\Delta\gamma$ donnée par l'équation (86) grâce au développement suivant :

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{n+1} : \boldsymbol{\sigma}_{n+1} + H d\Delta\gamma &= 0 \\ \Longleftrightarrow \mathbf{n}_{n+1} : \mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} : [d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^t - d\Delta\gamma \mathbf{n}_{n+1}] + H d\Delta\gamma &= 0 \\ \Longleftrightarrow d\Delta\gamma &= \frac{\mathbf{n}_{n+1} : \mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} : d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^t}{\mathbf{n}_{n+1} : \mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} : \mathbf{n}_{n+1} - H} \end{aligned} \quad (86)$$

A partir de la définition de l'incrément de déformation plastique donnée par l'équation (86) et en utilisant l'équation (83), on obtient après le développement proposé ci-dessous l'expression du tenseur Jacobien du problème incrémental (équation (87)) :

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{n+1} : d\boldsymbol{\sigma}_{n+1} &= \mathbf{C} : (d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^t - d\Delta\gamma \mathbf{n}_{n+1}) \\ \Longleftrightarrow d\boldsymbol{\sigma}_{n+1} &= \mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} : \left(d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^t - \frac{\mathbf{n}_{n+1} : \mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} : d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^t}{\mathbf{n}_{n+1} : \mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} : \mathbf{n}_{n+1} - H} : \mathbf{n}_{n+1} \right) \\ \Longleftrightarrow d\boldsymbol{\sigma}_{n+1} &= \left[\mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} - \frac{\mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} : \mathbf{n}_{n+1} \otimes \mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} : \mathbf{n}_{n+1}}{\mathbf{n}_{n+1} : \mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} : \mathbf{n}_{n+1} - H} \right] : d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^t \\ \Longleftrightarrow d\boldsymbol{\sigma}_{n+1} &= \boldsymbol{\Xi} : d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^t \end{aligned} \quad (87)$$

Le tenseur Jacobien est donc défini par $\boldsymbol{\Xi} = \mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} - \frac{\mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} : \mathbf{n}_{n+1} \otimes \mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} : \mathbf{n}_{n+1}}{\mathbf{n}_{n+1} : \mathbf{Q}_{n+1}^{-1} : \mathbf{C} : \mathbf{n}_{n+1} - H}$.

Remarque : calcul de $\frac{\partial \mathbf{n}_{n+1}}{\partial \sigma}$ pour la détermination de \mathbf{Q}_{n+1}

Par analogie avec le développement amenant à l'équation (81), l'équation (88) donne l'expression de la dérivée partielle du tenseur \mathbf{n}_{n+1} par rapport à la contrainte à l'instant $t|_{n+1}$.

$$\frac{\partial \mathbf{n}_{n+1}}{\partial \sigma} = \frac{1}{\bar{\sigma}_{n+1}} (\mathbf{P} - \mathbf{n}_{n+1} \otimes \mathbf{n}_{n+1}) \quad (88)$$

3.3 Intégration dans une VUMAT, agencement

L'organigramme 49 reprend l'architecture des différents calculs successifs intégrés dans la programmation VUMAT traduisant les équations évoquées précédemment (cf. page suivante).

3.4 Vérification de l'implémentation du programme

Nota Bene : Des tests sur maille élémentaire (à l'identique de ceux réalisés pour le modèle “crushable foam”) ont été réalisés préalablement au paragraphe suivant afin de valider le comportement basique de la programmation, notamment sur des essais de compression simple, de chargement multiple, avec boucle de charge-décharge, etc. ... Ces vérifications préliminaires ont bien entendu donné les résultats escomptés.

3.4.1 Description des essais de vérification réalisés

Afin d'en vérifier l'exactitude, la programmation du modèle présenté ci-dessus dans le module utilisateur VUMAT a été comparée aux lois de comportement matériaux pré-existantes dans le code de calcul. Ces tests ont permis de conclure quant à la validité des équations mises en place ainsi que la programmation en langage Fortran au sein du code.

Pour ce faire, deux lois de comportement ont été utilisées :

- une loi via les modules “*ELASTIC” et “*PLASTIC” permettant de définir une loi de comportement élasto-plastique à critère de Von Mises,
- la loi “crushable foam” à écrouissage isotrope.

Les résultats obtenus ont été comparés aux mêmes calculs effectués grâce au modèle codé dans le module VUMAT. De plus, le test d'une loi de comportement isotrope transverse a été réalisé afin d'appréhender la réponse des équations mises en place soumis à ce type de comportement matériau.

Présentation des courbes d'écrouissage utilisées

Plusieurs types de courbes d'écrouissage ont été utilisés. Elles ont été définies de manière arbitraire. Par les termes “courbes d'écrouissage”, on entend la courbe qui pilote le critère d'admissibilité du matériau. Il ne sera donc pas question dans ce paragraphe de la partie élastique du matériau, notamment des modules d'Young, qui sera précisée individuellement pour chaque simulation. Ces courbes sont exprimées par $\bar{\sigma} = f(\varepsilon_{eq}^{pl})$, soit la contrainte plastique équivalente en fonction de la déformation plastique équivalente. Les représentations graphiques des courbes d'écrouissage utilisées pour les calculs numériques de cette partie sont données par les figures 50 et 51.

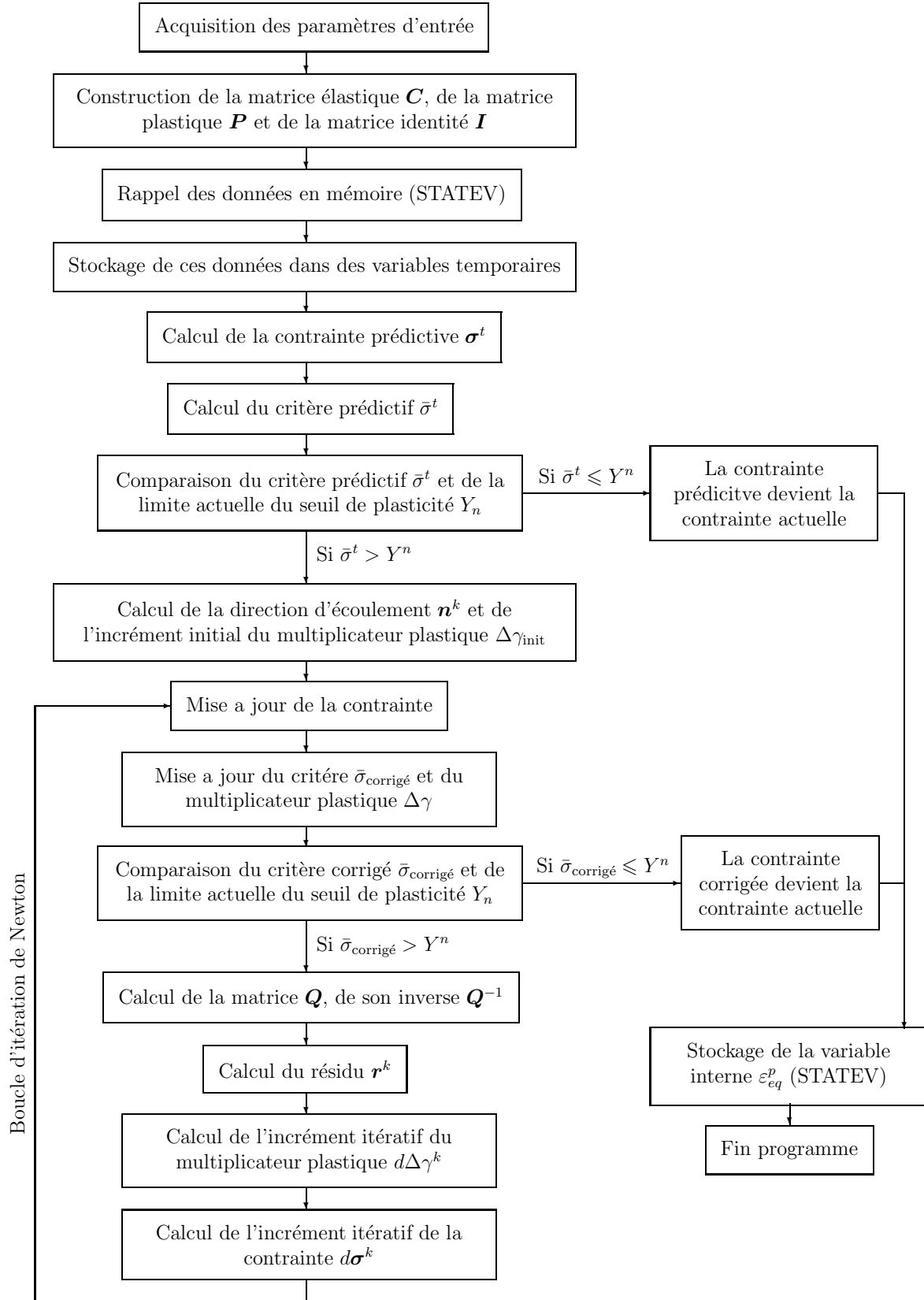


FIG. 49 – Architecture de la VUMAT sans prise en compte de la vitesse de déformation

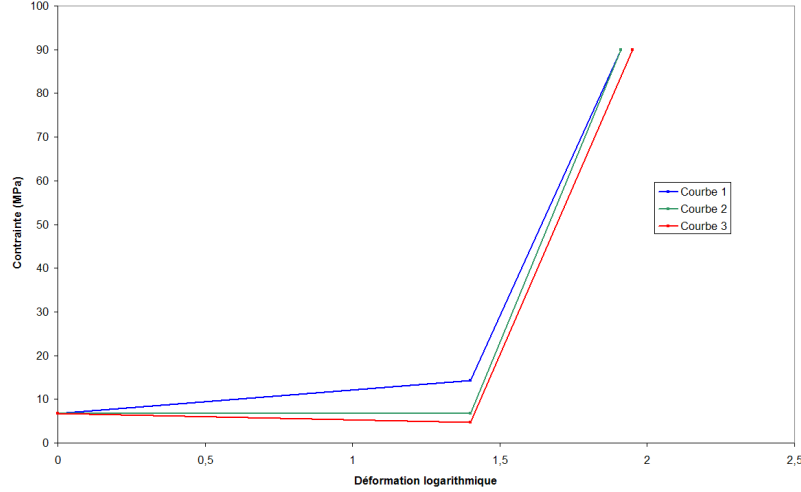


FIG. 50 – Représentation graphique des courbes 1, 2 et 3

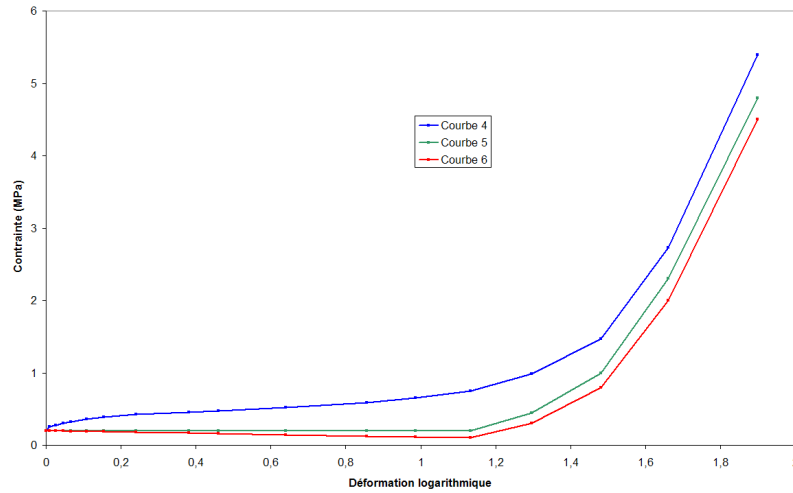


FIG. 51 – Représentation graphique des courbes 4, 5 et 6

Caractéristiques communes à l'ensemble des calculs

Le test retenu pour les simulations de comparaison est un test d'indentation d'un échantillon parallélépipédique de dimension $35 \text{ mm} \times 35 \text{ mm} \times 16 \text{ mm}$ par un cône d'angle au sommet de 140° , la dimension de 16 mm de l'échantillon correspondant à la direction d'indentation. Une représentation graphique du modèle numérique 3D utilisé est proposée sur la figure 52. Afin de réduire les temps de calcul, seul un quart d'échantillon a été modélisé, les conditions de symétrie nécessaires étant imposées et la base de l'échantillon étant considérée encastree. Ce modèle est constitué d'éléments C3D8 du code de calcul Abaqus, briques linéaires à 8 noeuds avec 3 degrés de liberté par noeud, à intégration complète (huit points d'intégration) et avec contrôle du "hourglass" [11]. Plusieurs tests de convergence de maillage ont été réalisés afin de s'assurer de la justesse du résultat obtenu. Ainsi, pour chaque calcul, le maillage le plus adéquat (en terme de nombre d'éléments constituant le modèle) a été retenu.

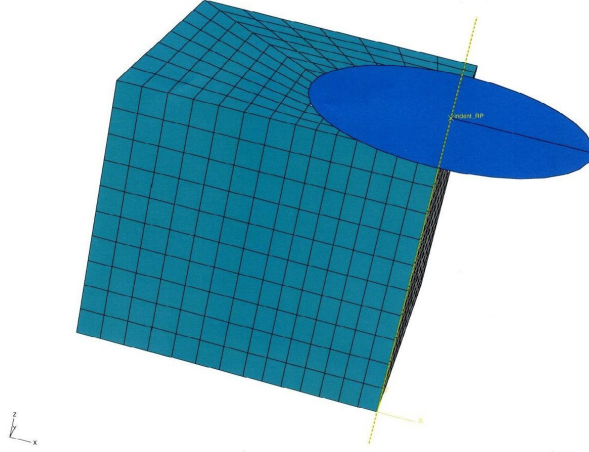


FIG. 52 – *Quart modèle numérique 3D*

Pour l'ensemble des calculs, les coefficients de Poisson élastique et plastique sont fixés nuls et ce pour toutes les directions d'isotropie/orthotropie. La profondeur d'indentation est pré-définie à 2 mm. Lors de la simulation sur matériau isotrope transverse, l'axe d'indentation est confondu avec la direction longitudinal du matériau (direction 3 du modèle numérique, les directions 1 et 2 formant le plan d'isotropie transverse).

3.4.2 Comparaison avec une loi élasto-plastique Abaqus à critère de Von Mises

Dans ce paragraphe, la loi de comportement élasto-plastique Abaqus obtenue grâce au module élastique *ELASTIC et au module plastique *PLASTIC et la Vumat programmée pour obtenir le même type de comportement sont comparées. Quatre types d'écrouissage ont été testés, les écrouissages des courbes 1 à 4. Pour les écrouissages des courbes 1 à 3, le module d'Young choisi est $E_{\text{simulation 1 à 3}} = 895 \text{ MPa}$ tandis que pour la courbe d'écrouissage 4, le module d'Young retenu est $E_{\text{simulation 4}} = 7,5 \text{ MPa}$.

Sont représentées par la figure 53 les courbes résultats exprimant l'effort en fonction du déplacement ($F = f(u)$) du poinçon au cours des quatre essais réalisés.

Une comparaison entre les isocontours des composantes du tenseur des contraintes σ_{33} et σ_{13} pour l'essai avec écrouissage par la courbe 1 est donnée respectivement par les figures 54 et 55. Cette comparaison met en parallèle les deux types de simulation avec la même courbe d'écrouissage, soit via la loi élasto-plastique du code, soit via la VUMAT.

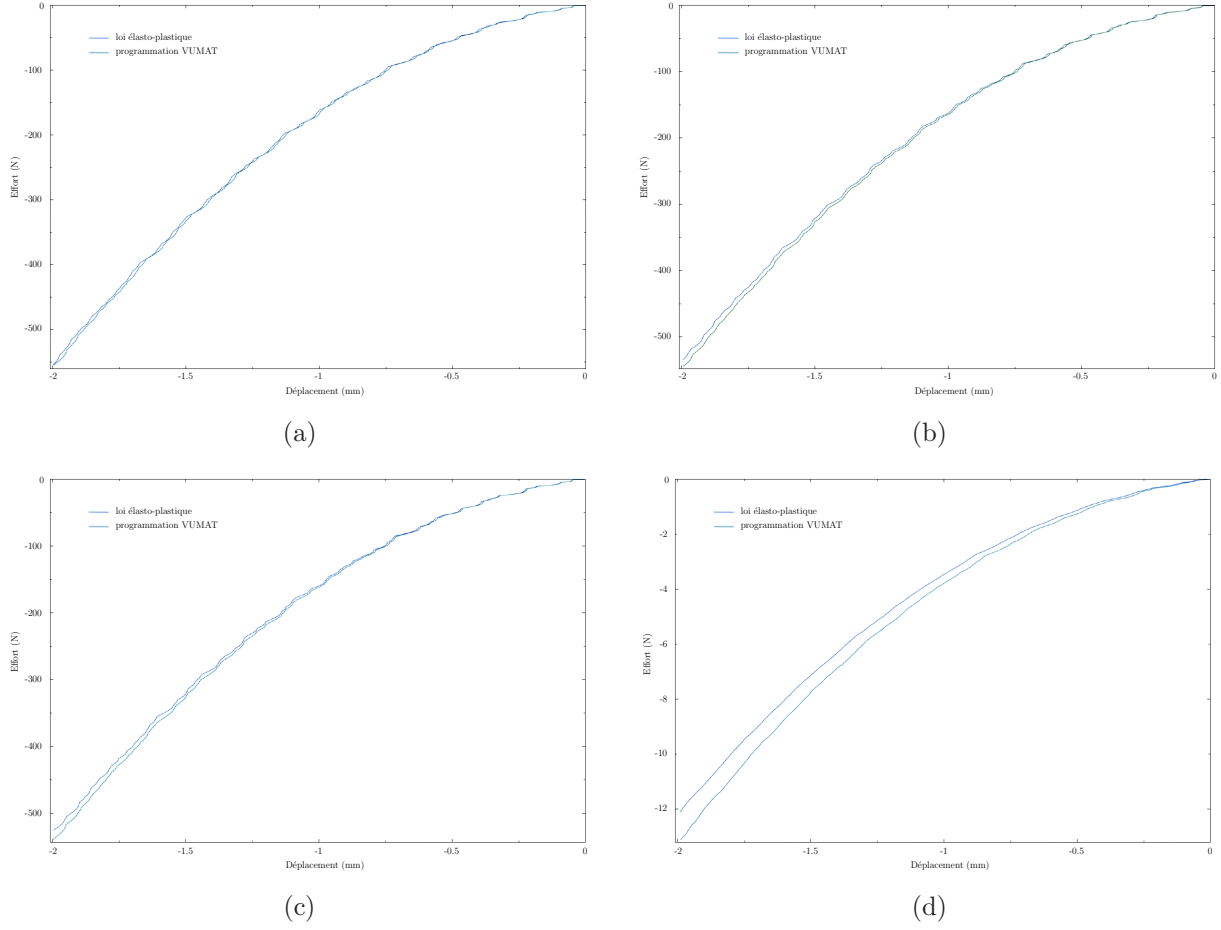


FIG. 53 – Comparaison des courbes réponses entre la loi élasto-plastique et la programmation VUMAT obtenues : (a) pour la courbe d'écrouissage 1, (b) pour la courbe d'écrouissage 2, (c) pour la courbe d'écrouissage 3 et (d) pour la courbe d'écrouissage 4.

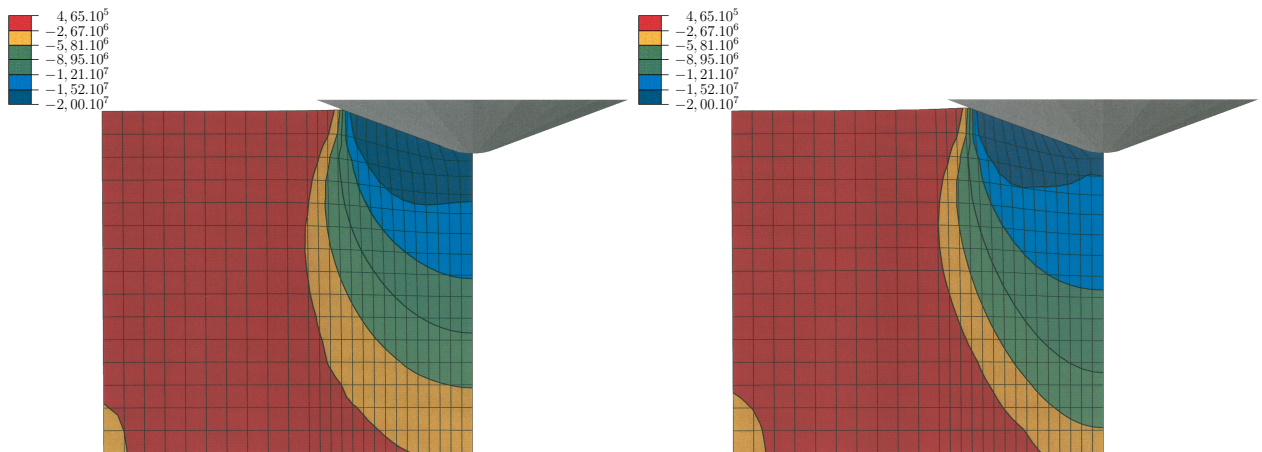


FIG. 54 – Comparaison des isocontours de la composante du tenseur des contraintes σ_{33} obtenus avec la loi élasto-plastique d'Abaqus (figure de gauche) et la programmation VUMAT (figure de droite). Les données numériques sont exprimées en Pa

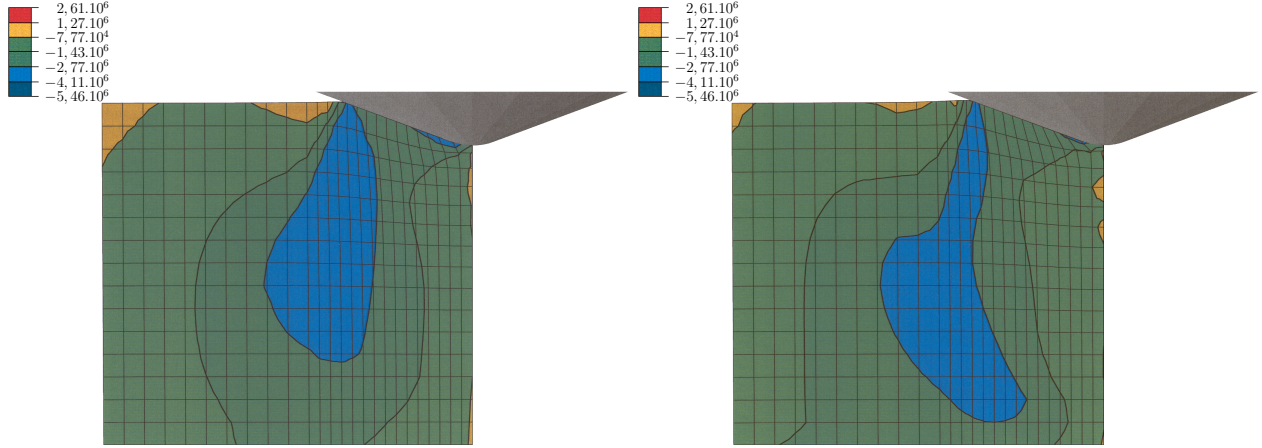


FIG. 55 – Comparaison des isocontours de la composante du tenseur des contraintes σ_{13} obtenus avec la loi élasto-plastique d’Abaqus (figure de gauche) et la programmation VUMAT (figure de droite). Les données numériques sont exprimées en Pa

Conclusion

La comparaison entre les courbes de sortie $F=f(U)$ obtenues via la loi élasto-plastique d’Abaqus ou via la VUMAT montre une très bonne corrélation des résultats, et ce pour les quatre types d’écroutissage utilisés. Concernant la comparaison des isocontours, les résultats sont fortement similaires malgré quelques écarts (les différentes zones de couleur correspondant à différentes valeurs de contraintes n’ont pas la même étendue) et permettent de conforter la précédente conclusion.

3.4.3 Comparaison avec le modèle numérique d’Abaqus, “crushable foam”

Dans ce paragraphe, la loi de comportement “Crushable Foam” d’Abaqus à écroutissage isotrope et la Vumat programmée pour obtenir le même type de comportement sont comparées. Quatre types d’écroutissage ont été testés, les écroutissages des courbes 1 à 4. Pour les écroutissages des courbes 1 à 3, le module d’Young choisi est $E_{\text{simulation 1 à 3}} = 895 \text{ MPa}$ tandis que pour la courbe d’écroutissage 4, le module d’Young retenu est $E_{\text{simulation 4}} = 7,5 \text{ MPa}$. Le rapport k retenu pour la loi “Crushable Foam” est pris égal à $k = 1,732$ (on rappelle que $k = \frac{\sigma_c^0}{p_c^0}$ avec σ_c^0 la limite élastique en compression uniaxiale et p_c^0 la limite élastique en compression hydrostatique).

Sont représentées par la figure 56 les courbes résultats exprimant l’effort en fonction du déplacement ($F = f(u)$) du poinçon au cours des quatre essais réalisés.

Une comparaison entre les isocontours des composantes du tenseur des contraintes σ_{33} et σ_{13} cette fois-ci pour l’essai avec écroutissage par la courbe 4 est donnée respectivement par les figures 57 et 58. Cette comparaison met en parallèle les deux types de simulation avec la même courbe d’écroutissage, soit via la loi “crushable foam” du code, soit via la VUMAT.

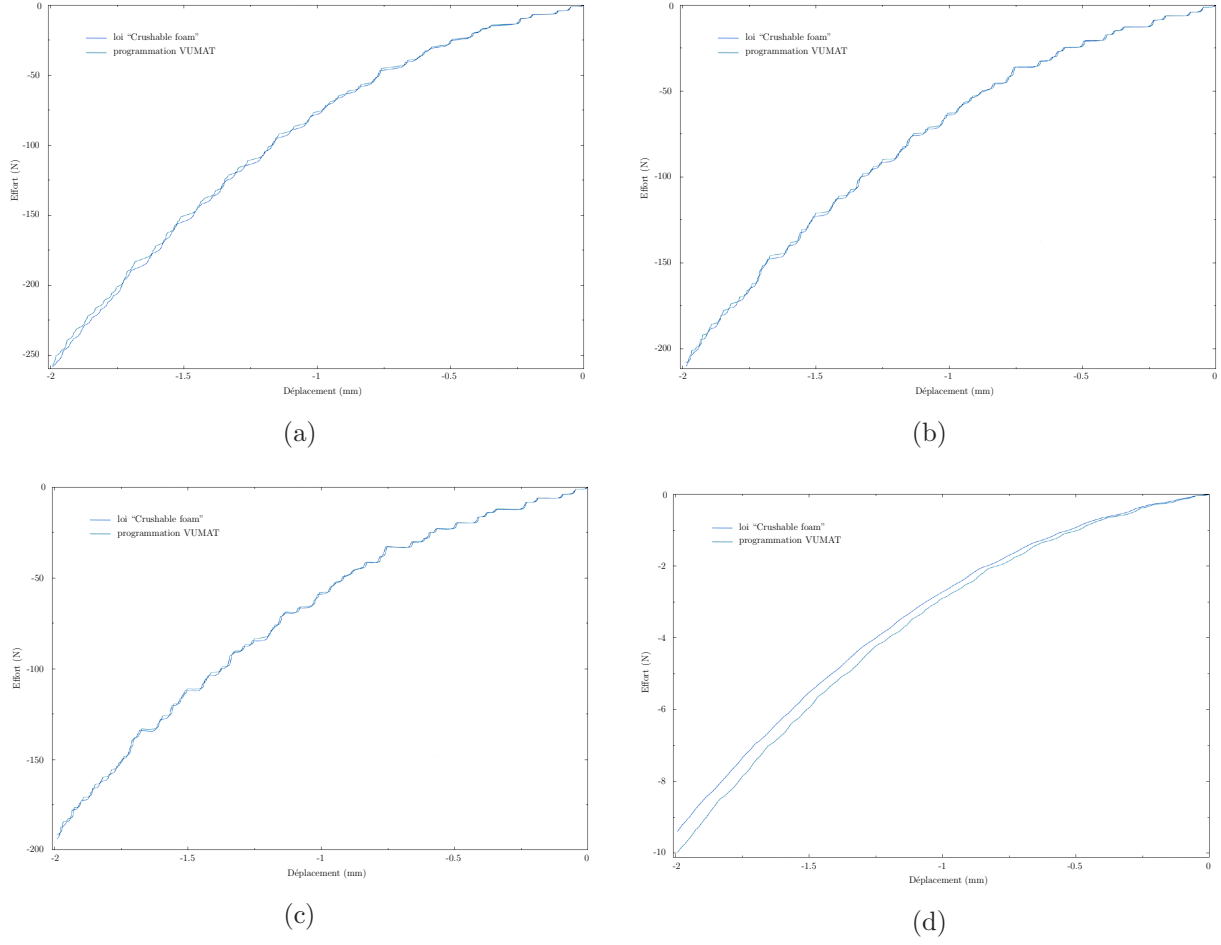


FIG. 56 – Comparaison des courbes réponses entre la loi “crushable foam” et la programmation VUMAT obtenues : (a) pour la courbe d’écroutissage 1, (b) pour la courbe d’écroutissage 2, (c) pour la courbe d’écroutissage 3 et (d) pour la courbe d’écroutissage 4.

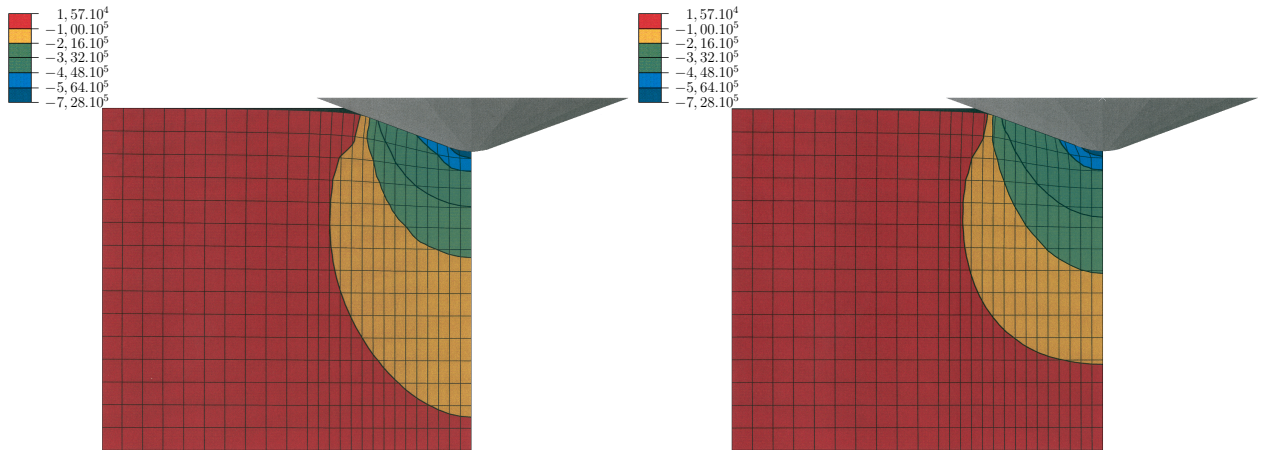


FIG. 57 – Comparaison des isocontours de la composante du tenseur des contraintes σ_{33} obtenus avec la loi “Crushable foam” d’Abaqus (figure de gauche) et la programmation VUMAT (figure de droite). Les données numériques sont exprimées en Pa

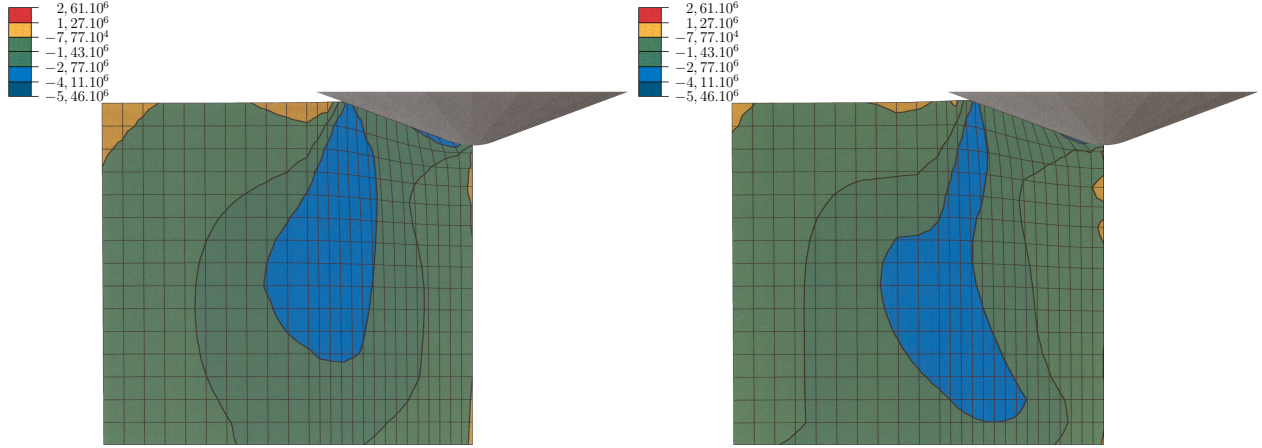


FIG. 58 – Comparaison des isocontours de la composante du tenseur des contraintes σ_{13} obtenus avec la loi “Crushable foam” d’Abaqus (figure de gauche) et la programmation VUMAT (figure de droite). Les données numériques sont exprimées en Pa

Conclusion

A l’identique du paragraphe précédent, la comparaison entre les courbes de sortie $F=f(U)$ obtenues via la loi “Crushable Foam” à écoulement isotrope d’Abaqus ou via la VUMAT ainsi que la comparaison des tracés des isocontours montrent une très bonne corrélation des résultats, et ce pour les quatre types d’écoulement utilisés.

3.4.4 Conclusion des simulations de comparaison entre la programmation VUMAT et les lois références du code Abaqus

La comparaison entre la VUMAT et les lois matériaux de référence du code au travers d’un essai d’indentation a permis de conclure quant à la validité des équations mises en place et de la programmation effectuée. En effet, les résultats obtenus en terme d’effort réactif/déplacement de l’indenteur sont comparables, et ce quelle que soit le type de loi considéré. L’analyse des tracés des isocontours laisse apparaître quelques différences. Cependant, les résultats apparaissent la aussi pratiquement similaires et tendent à appuyer la conclusion énoncée ci-dessus.

3.4.5 Modélisation d’un matériau isotrope transverse

La programmation VUMAT est ici testée pour la simulation d’un matériau à comportement isotrope transverse. Pour ces simulations, les courbes d’écrouissage 4, 5 et 6 ont été utilisées. Les rapports d’anisotropie retenus pour l’ensemble de ces simulations sont les suivants :

- $P_{11} = P_{22} = 100$
- $P_{33} = 1$
- $P_{12} = P_{13} = P_{23} = 0$
- $P_{44} = 900$
- $P_{55} = P_{66} = 25$

Les modules d’Young des différentes simulations sont rappelés tableau 16. Ont été utilisées pour les calculs 1, 2 et 3 respectivement les courbes d’écrouissages 4, 5 et 6 (il en est de même pour les groupes de calculs 4 à 6, 7 à 9 et 10 à 12).

	Calcul 1-3	Calcul 4-6	Calcul 7-9	Calcul 10-12
Module d'Young axial (direction 3) (MPa)	7.5	15	30	60
Module d'Young radial (direction 1-2) (MPa)	0.75	1.5	3	6
Module de cisaillement E_{13} (MPa)	0.75	1.5	3	6

TAB. 16 – *Définition des modules d'élasticité pour les calculs 1 à 12*

Résultats

Les calculs 1, 4, 7, et 10 ainsi que les calculs 3, 6, 9 et 12 ont abouti, ce moyennant un ajustement de la densité de maillage au fur et à mesure de l'augmentation des modules d'élasticité ou du type d'écrouissage choisi (les simulations avec l'écrouissage 5 et 6 nécessitent une densité de maillage inférieure aux simulations avec l'écrouissage 4). En effet, afin de prévenir une distortion excessive des éléments directement en contact avec le poinçon, il a été nécessaire d'augmenter la taille de ces mailles et donc de diminuer la densité du maillage (la densité de maillage a oscillé entre 2304 mailles et 10500 mailles).

Les calculs 2 et 5 se sont déroulés convenablement. Cependant les calculs 8 et 11 n'ont jamais aboutis, et ce malgré une diminution drastique de la densité de maillage.

Conclusion

Il apparaît de ces derniers calculs qu'il est extrêmement difficile de modéliser l'essai d'indentation pour des matériaux cellulaires compressibles, la forme de la courbe d'écrouissage ou l'augmentation des modules élastiques nécessitant d'adapter en permanence la densité de maillage afin de prévenir les distorsions excessives d'éléments. La simulation d'un écrouissage plastique parfait pose de plus des problèmes de convergence.

Afin de pallier ces problèmes, et notamment la déformation excessive des mailles, l'utilisation de l'option de remaillage automatique du logiciel peut se révéler nécessaire. Cependant, il est à noter que l'adoption de cette technique contraint l'utilisateur à n'utiliser que des éléments à intégration réduite. Cette combinaison sera étudiée plus loin lors de la simulation des essais d'indentation sur le balsa.

3.4.6 Conclusions

Il apparaît de l'ensemble de ces tests que le comportement matériau programmé via la VUMAT arrive à s'adapter à la majorité des simulations numériques réalisées. Les résultats obtenus via la VUMAT en comparaison aux lois du codes de calcul Abaqus sont très satisfaisantes. Ces résultats permettent de conforter la modélisation adoptée, la technique d'intégration numérique retenue ainsi que la programmation Fortran effectuée au sein du module utilisateur VUMAT pour l'ensemble des simulations réalisées au cours de ces travaux de thèse.

4 Personnalisation du programme numérique à l'étude dynamique du balsa

A partir des constatations du paragraphe "Modélisation d'un essai de tour de chute" lors de la modélisation du matériau liège (paragraphe IV.6.4), le programme numérique présenté ci-dessus va être modifié afin de pouvoir prendre en compte le paramètre vitesse de déformation influant fortement sur le comportement des matériaux cellulaires dans le but de réaliser des simulations d'essais sur structure en dynamique rapide. La méthode employée, les équations additionnelles ainsi que les modifications apportées à la programmation déjà

en place vont être explicitées.

4.1 Présentation des modifications apportées

Lors de la simulation numérique d'un essai sur tour de chute réalisé sur le matériau liège dans la première partie de ce travail de thèse, l'importance du choix de la fonction d'écrouissage en corrélation avec la vitesse de déformation instantanée de l'échantillon a été mise en évidence. Ainsi, l'idée développée dans les paragraphes suivants afin de prendre en compte la vitesse de déformation va être d'adapter pour chaque incrément de calcul les paramètres matériau en fonction de cette donnée. Les paramètres matériau, élastiques et plastiques, seront ainsi déterminés en amont du calcul de la contrainte matériau en fonction du calcul du tenseur vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$.

4.2 Descriptif

L'idée retenue ici est donc de permettre au modèle matériau programmé d'adapter pour chaque incrément de calcul les paramètres matériau, élastiques ou plastiques, en fonction du tenseur local de la vitesse de déformation (par local, on entend ici pour chaque maille du modèle numérique). Ainsi, à l'aide de la campagne expérimentale réalisée sur les différents matériaux étudiés en fonction de ce paramètre, le modèle sera à même de pouvoir déterminer les grandeurs matériaux nécessaires au calcul.

Le principe présenté ci-après s'appuie sur le graphique de la figure 59 représentant un faisceau de courbe d'écrouissage matériau en fonction du paramètre vitesse de déformation.

Sur la figure 59, sont représentées les données matériau suivantes :

- trois courbes d'écrouissage obtenues pour trois vitesses de déformation différentes ;
- leurs modules d'Young respectifs E_1 , E_2 et E_3 pour les vitesses de déformations $\dot{\varepsilon}_1$, $\dot{\varepsilon}_2$ et $\dot{\varepsilon}_3$ ainsi que leurs modules d'écrouissage H_1 , H_2 et H_3 ;
- leurs seuils élastiques respectifs σ_1^0 , σ_2^0 et σ_3^0 .

En considérant les notations ci-dessus, le modèle numérique a été modifié de la manière suivante :

1. A la fin de l'incrément " $n-1$ ", la contrainte seuil équivalente ainsi que la déformation plastique équivalente sont respectivement $\bar{\sigma}_1$ et ε_{eq}^p . Le matériau a une déformation totale équivalente égale à ε_{eq}^{tot} . En considérant le module d'Young E_1 , la déformation plastique correspondant à cet état est ε^p . La vitesse de déformation au cours de cet incrément est $\dot{\varepsilon}_1$. A la fin de celui-ci, l'ensemble des valeurs évoquées précédemment sont calculées et stockées dans la mémoire interne du code grâce aux bits mémoire "STAT-EV".
2. On se place maintenant au début de l'incrément " n ". Deux cas de figure peuvent se présenter :
 - 2.a Au début de l'incrément " n ", la vitesse de déformation est calculée et correspond à la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_2$. Chaque composante du tenseur des vitesses de déformation est calculée en fonction de chaque composante de l'incrément de déformation $\Delta\varepsilon_{ij}$ et du pas de temps Δt suivant l'expression de l'équation (89) :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\Delta\varepsilon_{ij}}{\Delta t} \quad (89)$$

Connaissant $\dot{\varepsilon}_2$, les paramètres élastiques et plastiques du matériau ainsi que sa courbe d'écrouissage correspondants sont définis. Manque le seuil de plasticité permettant de déterminer, à partir du calcul

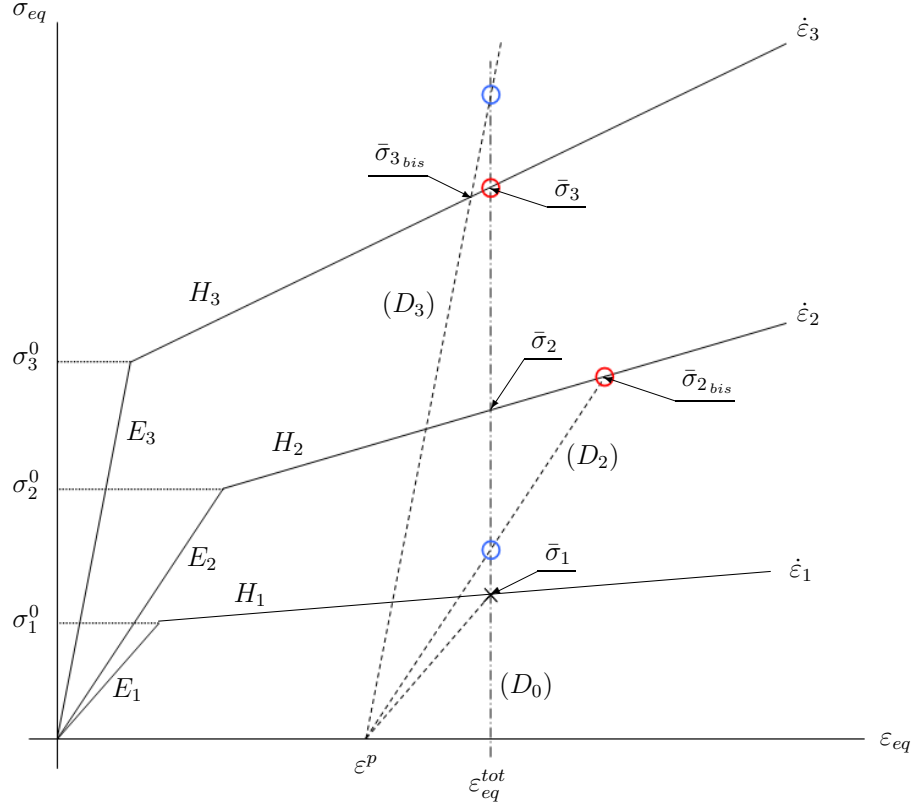


FIG. 59 – Exemple de faisceau de courbes d'écrouissage matériau du modèle numérique à surface de charge quadratique

de la contrainte prédictive, l'évolution de l'état du matériau. Ici, deux données vont être calculées : les valeurs $\bar{\sigma}_2$ et $\bar{\sigma}_{2bis}$, basées sur le calcul de ε_{eq}^{tot} et de ε^p . En effet, entre les deux incréments, l'état de plastification du matériau ne peut avoir changé : il est donc nécessaire de déterminer la correspondance entre l'état du matériau à la fin de l'incrément " $n-1$ " pour une vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_1$ et l'état du matériau au début de l'incrément " n " pour une vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_2$. L'état "équivalent" du matériau pour l'incrément " n " respectant les données ε_{eq}^{tot} et ε^p se situe donc à l'intersection des droites (D_0) et (D_2) , cerclée ici de bleu. La contrainte équivalente correspondant à cet état est la contrainte $\bar{\sigma}_{2bis}$, le matériau est alors en situation de retour élastique pour cette nouvelle courbe d'écrouissage.

- 2.b Au début de l'incrément " n ", la vitesse de déformation est calculée et correspond maintenant à la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_3$. Comme dans le point précédent, connaissant cette donnée, l'ensemble des grandeurs mécaniques du matériau sont définies. Les deux valeurs $\bar{\sigma}_3$ et $\bar{\sigma}_{3bis}$ sont déterminées, toujours basées sur le calcul de ε_{eq}^{tot} et de ε^p . Ainsi, comme précédemment, l'état "équivalent" du matériau pour l'incrément " n " se situe à l'intersection des droites (D_0) et (D_3) , cerclée ici de bleu. La contrainte équivalente correspondant à cet état est la contrainte $\bar{\sigma}_{3bis}$. Ainsi lors de l'incrément " n ", le matériau est donc en situation de correction plastique réalisés au cours de l'incrément " n " par les équations de correction déjà mises en place dans le modèle.
3. Pour chacun des deux cas possibles évoqués ci-dessus, la contrainte équivalente de l'incrément " n " retenue est la maximale entre les deux valeurs calculées $\bar{\sigma}_i$ et $\bar{\sigma}_{ibis}$. Dans ces deux cas, la valeur retenue est donc celle correspondant au point cerclé de rouge sur le graphique (59).

Ainsi modifiée, la programmation réalisée prend en compte le paramètre vitesse de déformation à chaque

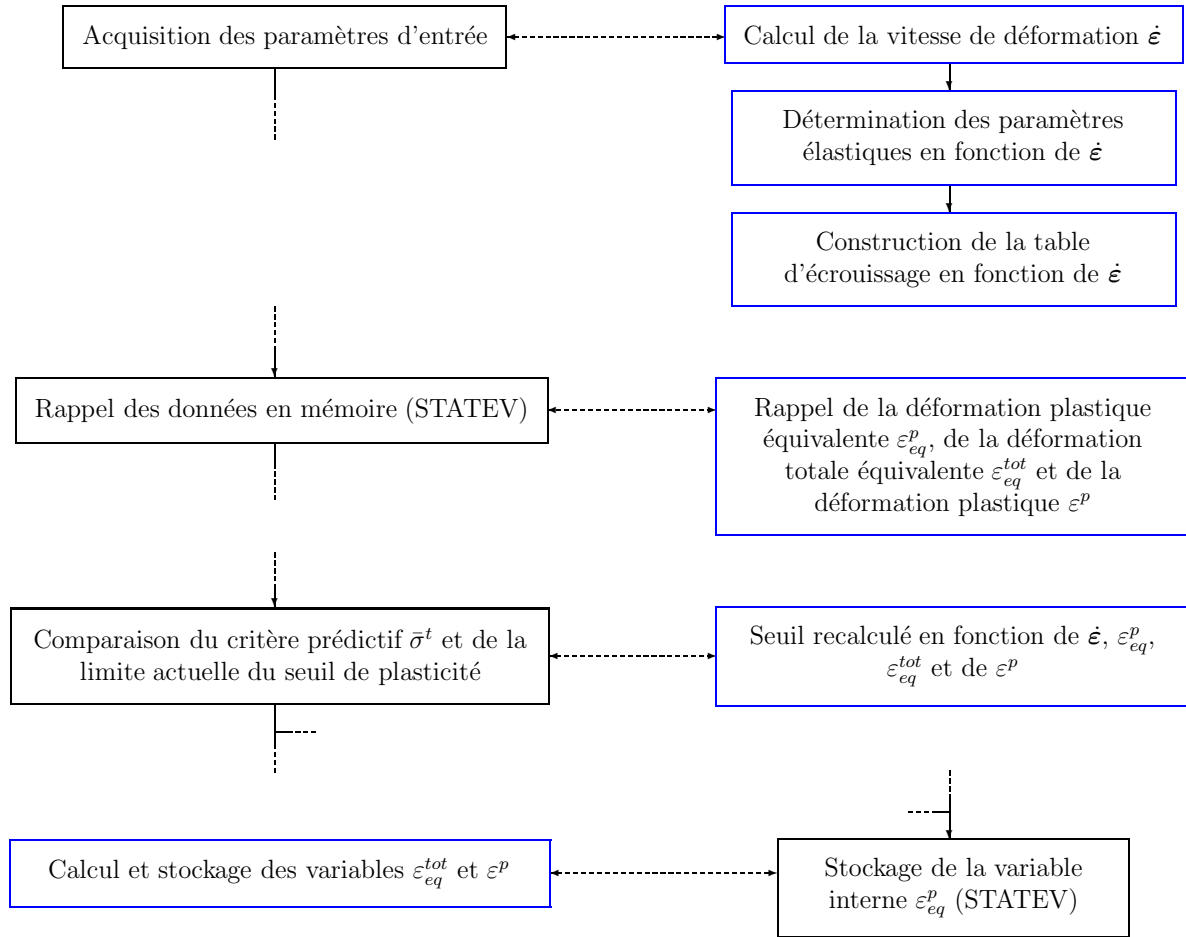


FIG. 60 – *Étapes additionnelles ajoutées à la programmation initiale de la VUMAT pour prise en compte de la vitesse de déformation : les cellules noires correspondent aux étapes initialement programmées dans la VUMAT, celles colorées en bleu les étapes ajoutées pour prendre en compte la vitesse de déformation.*

incrément de calcul, de manière locale au niveau des mailles du modèle numérique (la programmation VUMAT intervenant dans le calcul à chaque point d'intégration du maillage). L'organigramme 60 montre comment ces modifications ont été intégrées à l'architecture de la VUMAT.

5 Campagne expérimentale de caractérisation et d'essais sur structures du balsa

Présentation

L'étude du balsa est indispensable sur deux points :

- l'identification des caractéristiques mécaniques de ce matériau afin d'obtenir les éléments et paramètres

nécessaires à la programmation VUMAT réalisée précédemment, tels que les paramètres P_{ij} ainsi que les courbes d'écroutissage par exemple ;

- la mise en place d'une base de données expérimentale reposant sur des essais sur structures permettant la réalisation de simulations numériques de vérification afin de valider la programmation retenue sur des essais mettant en jeu des sollicitations complexes.

Concernant le balsa, l'ensemble de la campagne expérimentale a été réalisée dans le cadre d'un contrat d'accompagnement de thèse mettant en place une collaboration entre le CEA et le LAMEFIP au cours duquel sont intervenus Philippe Viot et Jean-Luc Barou [43] [44].

Les résultats de ces essais sont repris en Annexe 2 et Annexe 3. Dans les paragraphes suivants, les grandes lignes de cette campagne expérimentale sont exposées et un bilan sur le comportement du balsa est établi.

5.1 Campagne d'identification

5.1.1 Description des essais d'identification

Au cours de la campagne d'identification, trois types d'essais ont été réalisés sur le balsa :

- des essais de compression uniaxiale quasi-statique ;
- des essais de compression par paliers quasi-statique ;
- des essais de compression uniaxiale dynamique.

Les deux premiers types d'essais sont réalisés sur la machine de traction-compression Zwick, les essais dynamiques étant quant à eux réalisés sur barres de Hopkinson pour une gamme de vitesse de déformation de l'ordre de $850 - 900 \text{ s}^{-1}$. L'ensemble de ces essais a pour but d'identifier les caractéristiques mécaniques du matériau, en fonction de la densité propre de chaque échantillon, de façon à pouvoir déterminer les paramètres du modèle explicités dans le paragraphe "Définition des paramètres du modèle" (Paragraphe V.2.5).

Un des points importants étudié au cours de cette campagne d'identification est le caractère isotrope transverse du comportement du balsa. A partir des essais décrits ci-dessus et exposés dans l'Annexe 2, un bilan a été établi ci-dessous de façon à pouvoir conclure sur ce point.

5.1.2 L'isotropie transverse du matériau balsa

Le but de ce paragraphe est d'étudier le degré d'isotropie du matériau dans son plan transverse et donc ainsi de comparer ses caractéristiques mécaniques dans la direction radiale et dans la direction transverse. Cette comparaison s'appuie sur les résultats exposés dans l'Annexe 2. Le graphe 61 est une superposition des résultats statiques obtenus ci-dessus en fonction de la direction de sollicitation et de la densité. Cette représentation nous permet de conclure sur la quasi-isotropie transverse statique du matériau : en effet, malgré quelques différences, la corrélation de l'augmentation des caractéristiques mécaniques et de la densité est bien vérifiée tout comme la bonne adéquation des courbes contrainte-déformation pour une même densité et ce quelque soit la direction de sollicitation considérée.

Cependant, pour des sollicitations dynamiques, ces conclusions ne sont pas valides. En effet, à partir du graphe 62 représentant la superposition des résultats dynamiques obtenus ci-dessus toujours en fonction de la direction de sollicitation et de la densité, on note la nette prédominance de la direction radiale sur la direction tangentielle. Ainsi la courbe repérée "Radiale, 176.7 kg/m^3 ", bien que représentant une éprouvette de densité inférieure à l'éprouvette représentée par la courbe repère "Tangentielle, 183.2 kg/m^3 ", montre des caractéristiques mécaniques supérieures (il en est de même pour les courbes repérées "Radiale, 223.6 kg/m^3 " et "Tangentielle, 239.4 kg/m^3 ").

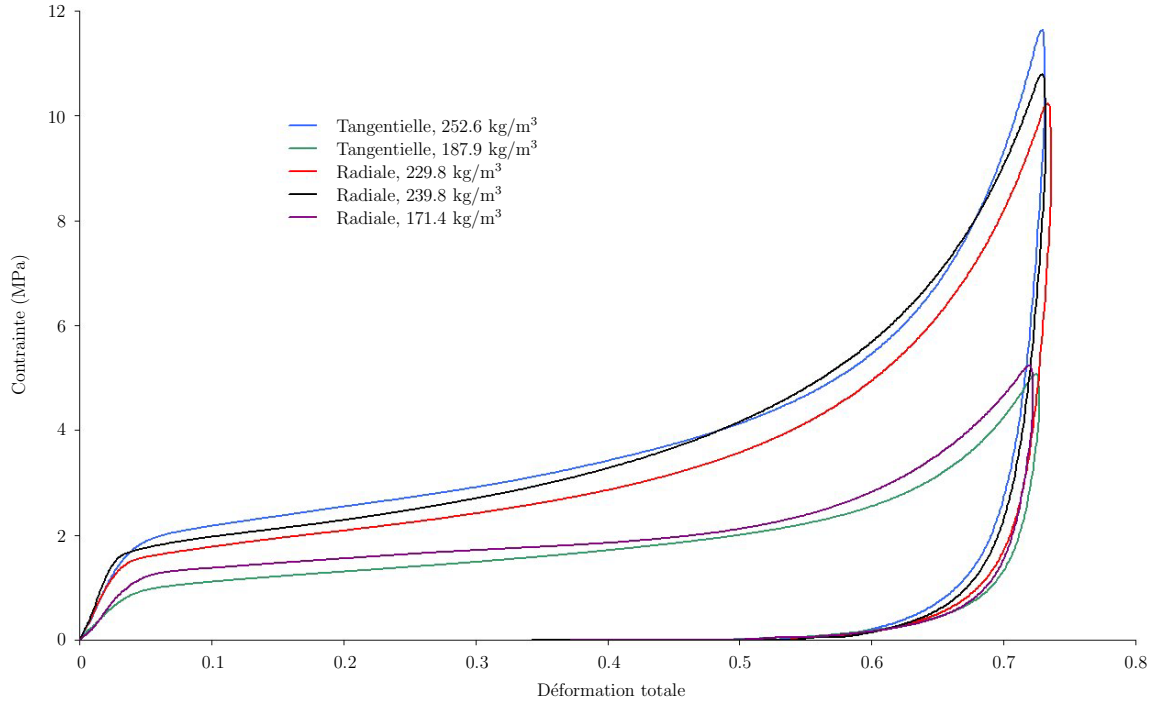


FIG. 61 – Comparaison des résultats pour les directions radiale et tangentielle en compression quasi-statique

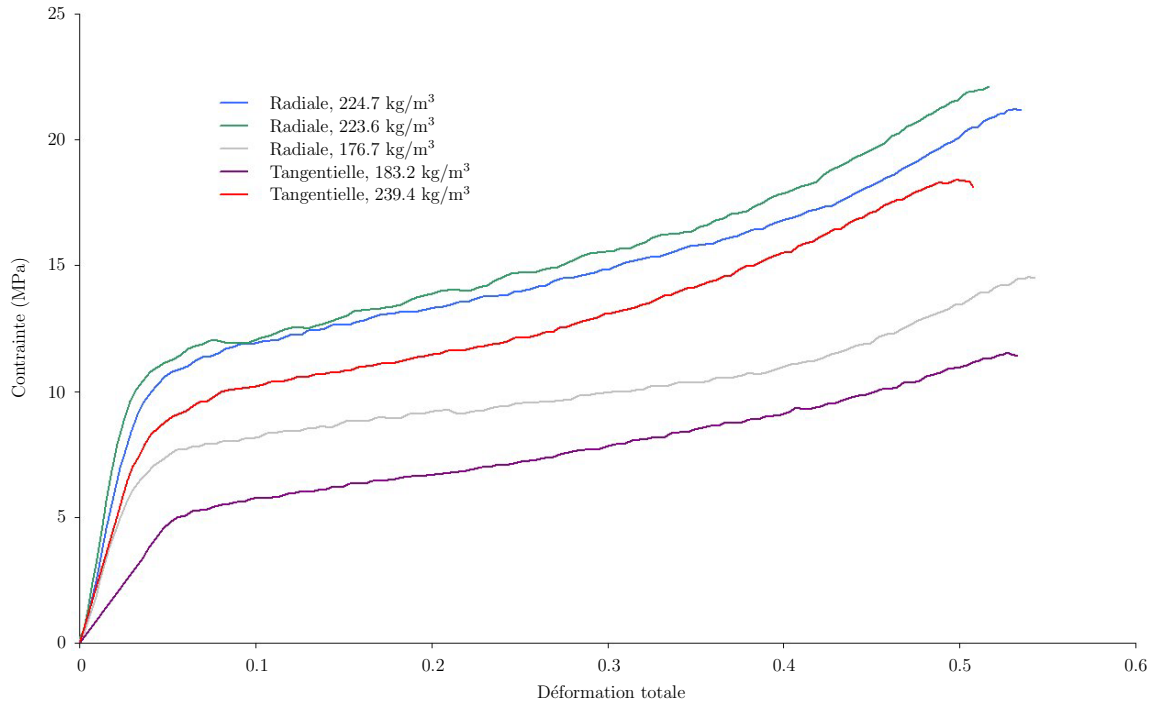


FIG. 62 – Comparaison des résultats pour les directions radiale et tangentielle en compression dynamique

Des résultats présentés ci-dessus, l'isotropie transverse du balsa est acquise pour son comportement en statique. Pour des sollicitations dynamiques, la direction radiale du matériau prédomine sur la direction

tangentielle, les caractéristiques mécaniques étant plus élevées pour la première à densité égale.

5.1.3 Bilan des essais de caractérisation sur le matériau balsa

Les essais de caractérisations ont permis d’obtenir de nombreux paramètres matériaux, en quasi-statique et en dynamique rapide. Deux facteurs influant ont été mis en avant, la densité et la vitesse de déformation. Ainsi, les caractéristiques mécaniques du matériau balsa croissent avec l’augmentation de la densité et de la vitesse de déformation. Ces constatations sont en accord avec le comportement généralement observé des matériaux cellulaires.

De plus, le caractère isotrope transverse quasi-statique de ce matériau a été démontré. Cependant, pour des sollicitations dynamiques, un écart conséquent entre la direction transverse et tangentielle est à dénoter.

L’ensemble de ces paramètres permettra par la suite la modélisation du balsa par la programmation VUMAT exposée précédemment.

5.2 Campagne d’essais sur structures

Tout comme lors de l’étude du matériau liège aggloméré, des essais sur structures mettant en jeu des champs de contraintes complexes sont nécessaires afin tester la robustesse du modèle numérique mis en place. Ainsi, des essais d’indentation quasi-statiques sur des échantillons de balsa parallélépipédiques à l’aide de poinçons de différentes formes ont été réalisés.

L’ensemble des résultats expérimentaux de ces essais est présenté en Annexe 3, la comparaison avec les modélisations numériques est réalisée quant à elle dans la partie “Modélisation des essais sur structures” (Partie V.6). Après une description des essais réalisés, un bilan de cette campagne sur structures est ensuite proposé.

5.2.1 Description des essais d’indentation

Ces essais ont été réalisés sur machine de traction-compression universelle. Des échantillons de balsa parallélépipédiques de dimension $30\text{ mm} \times 30\text{ mm} \times 100\text{ mm}$ ont été indentés avec quatre poinçons de forme différentes et suivant deux directions de sollicitations pour chacun des poinçons.

Les deux directions de sollicitations matériaux testées sont les suivantes :

- une correspondant à la direction axiale du matériau, suivant les fibres,
- l’autre suivant une direction transverse aux fibres, bissectrice des directions tangentes et radiales du matériau.

Les quatre types de poinçons utilisés sont les suivants :

- trois poinçons coniques ayant chacun un angle au sommet différent (140° , 120° et 60°),
- un poinçon cylindrique de rayon $R = 35\text{ mm}$.

Pour chaque essai, la vitesse de déplacement de la traverse est fixé à $V_{\text{traverse}} = 2\text{ mm/min}$ ce qui compte tenu des dimensions des éprouvettes et de la hauteur indentée (30 mm) correspond à une vitesse de déformation d’échantillon initiale de l’ordre de $\dot{\epsilon} = 10^{-3}\text{ s}^{-1}$. Ainsi, on se situe dans une gamme de vitesse de déformation quasi-statique. Deux schémas de principe de ces essais sont donnés par les figures 63 et 64.

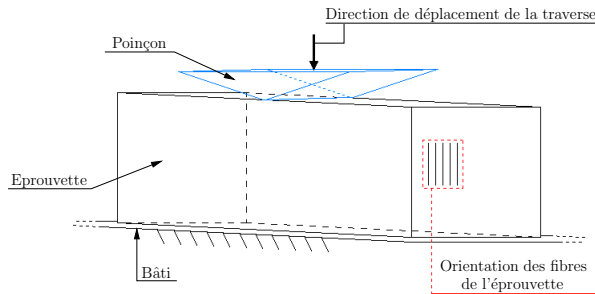


FIG. 63 – Schéma de principe de l'essai avec un poinçon conique suivant la direction des fibres du matériau (direction longitudinale du matériau)

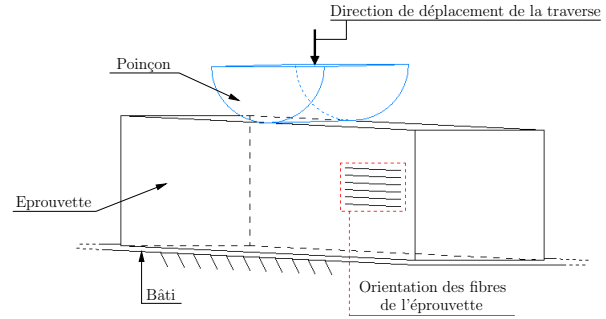


FIG. 64 – Schéma de principe de l'essai avec un poinçon cylindrique suivant une direction transverse aux fibres du matériau (direction bissectrice des directions tangente et radiale du matériau)

5.2.2 Conclusion sur les essais d'indentation

Le grand nombre d'échantillons testés et ce pour de multiples densités constitue une base de données conséquente pour les simulations de vérifications réalisées par la suite. On note que la forme de l'indenteur influe fortement sur la réponse de l'éprouvette, essentiellement pour les sollicitations dans le sens longitudinal des fibres. En effet, plus l'angle au sommet du cône est faible, moins l'effort réactif de l'éprouvette est important (cette remarque s'applique aussi au poinçon cylindrique pour lequel la réponse de l'échantillon est comparable à celle pour le poinçon conique d'angle au sommet 140°). Par contre, la forme du poinçon n'influe que peu sur la réponse de l'échantillon pour la direction de sollicitation "transverse". Il est intéressant de noter aussi que pour le poinçon d'angle au sommet 60° , l'effort réactif pour une sollicitation dans la direction longitudinale est beaucoup moins important que pour une sollicitation dans la direction "transverse". Ce principe est aisément compréhensible si on le compare à l'action d'une hache sur un rondin de bois : il est toujours plus facile de fendre une bûche dans le sens des fibres de l'arbre que perpendiculairement à celles-ci. En effet, au niveau des cellules constituant le matériau, les efforts de cohésion inter-cellules sont plus faibles que l'effort nécessaire pour briser une cellule [24]. Ainsi, la disposition et la forme géométrique des cellules suivant une direction privilégiée expliquent la moindre résistance du matériau dans la direction de sollicitation longitudinale par rapport à la direction de sollicitation transverse pour l'essai d'indentation avec le poinçon d'angle au sommet 60° .

Les oscillations apparaissant sur les courbes pour la direction de sollicitation longitudinale trouvent une explication dans le caractère cellulaire et hétérogène du bois. Ainsi, l'effort réactif transmis à l'indenteur va fluctuer au fur et à mesure de l'effondrement successif des cellules élémentaires de l'échantillon (et donc des phases successives d'absorption d'énergie et de densification) ainsi qu'en fonction de la variation de densité interne de l'échantillon. En effet, suivant les zones sollicitées, celles-ci seront plus ou moins "résistantes" en fonction de leur densité locale. On note enfin que l'augmentation de l'effort réactif n'est plus corrélée à l'augmentation de la densité de l'échantillon, comme lors des essais de caractérisation.

5.3 Conclusions sur la campagne d'essais sur le balsa

Cette campagne expérimentale a dans un premier temps mené à l'obtention de l'ensemble des caractéristiques mécaniques nécessaires à la modélisation du matériau balsa. Elle a montré que les paramètres densité et vitesse de déformation influent fortement sur la réponse de ce matériau. De plus, la comparaison entre les directions radiale et tangentielle ont permis de conclure quant à l'isotropie transverse du comportement du balsa, dans le domaine de la quasi-statique. Cette conclusion ne semble cependant pas valable en dynamique rapide.

Les essais d'indentation réalisés dans un second temps forment la base de données essentielle à la val-

idation de la programmation VUMAT réalisée précédemment. Ainsi, la modélisation de ces essais va être entreprise dans le paragraphe suivant afin de réaliser une validation du comportement statique du programme.

6 Modélisation des essais sur structures

6.1 Simulation des essais d'indentation

Les essais d'indentation réalisés au cours de la campagne expérimentale sur le balsa vont être modélisés, la loi de comportement matériau étant implémentée dans la programmation VUMAT réalisée plus haut. La simulation de ces essais via le module explicite du code de calculs Abaqus est possible moyennant notamment l'adoption de certaines hypothèses (par exemple, les effets dynamiques artificiels générés au cours du calcul doivent rester négligeables). Un des principaux avantages de la simulation de ces essais quasi-statiques via le module explicite du code réside notamment dans le gain de temps de calcul réalisé, la gestion des contacts, ... en comparaison avec le module standard du code.

Présentation du modèle

Le modèle numérique réalisé conserve l'architecture du schéma présenté sur la figure 63 et repris par la figure 65. Les dimensions du modèle correspondent aux dimensions des éprouvettes utilisées lors de la campagne expérimentale.

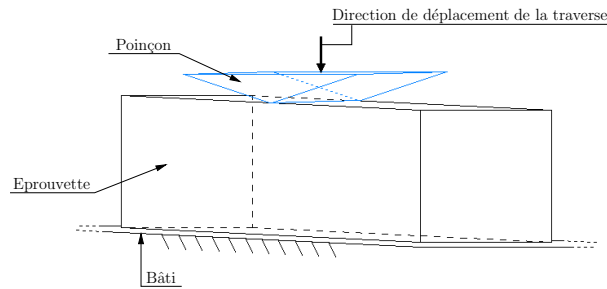


FIG. 65 – Architecture du modèle numérique pour la simulation des essais d'indentation

Les hypothèses de modélisation sont les suivantes :

- l'indenteur ainsi que le bâti sont représentés par des solides indéformables ;
- l'échantillon est en liaison plane avec le bâti ;
- le contact entre l'échantillon et l'indenteur est considéré à coefficient de frottement nul ;
- une condition de déplacement linéaire d'une valeur totale de 5mm est imposée sur l'indenteur.

Pour chaque essai de la campagne de caractérisation, les paramètres matériau ont été mis en évidence pour une densité proche de 240 kg/m^3 : cette densité et les paramètres associés seront donc ceux retenus pour les simulations réalisées ci-dessous. Ainsi, concernant la loi de comportement, les paramètres matériau retenus sont ceux exposés dans le tableau 17.

Dans le tableau 17, les paramètres de cisaillement retenus pour la direction \vec{x}_{13} sont issus d'essais expérimentaux réalisés en fin de thèse et non présentés dans ce rapport car encore incomplets. Ils ont été obtenus sur machine de torsion permettant de réaliser des essais quasi-statiques.

Grandeurs	Valeur
Densité kg/m ³	240
E_{33} (MPa)	550
E_{11} (MPa)	60
E_{13} (MPa)	220
$\nu_{12} = \nu_{13}$	0
P_{33}	1
$P_{11} = P_{22}$	144
$P_{12} = P_{23} = P_{13}$	0
P_{44}	121
$P_{44} = P_{55} = P_{66}$	16

TAB. 17 – Paramètres matériau utilisés pour la modélisation des essais d’indentation sur le matériau balsa à l’aide de la programmation VUMAT

La courbe d’érouissage est issue de l’extrapolation des résultats présentés pour les essais de compression simple suivant la direction longitudinale du matériau. Les valeurs retenues sont récapitulées dans le tableau 18.

Déformation plastique équivalente	contrainte équivalente (MPa)
0	24
1,3	15
1,4	60

TAB. 18 – Courbe d’érouissage utilisée pour la modélisation des essais d’indentation sur le matériau balsa à l’aide de la programmation VUMAT

La valeur de $\bar{\sigma} = 60$ MPa pour une déformation plastique équivalente $\varepsilon_{eq}^p = 1,4$ est une donnée issue des observations bibliographiques (cf. “spécificité du matériau balsa”, inclu dans le paragraphe II.1.3) et représentant la densification du matériau après effondrement complet de l’ensemble de ses cellules.

Remarque sur le maillage retenu et son influence sur les résultats

Lors des tests de vérification du modèle menés dans le paragraphe “Vérification de l’implémentation du programme” (paragraphe V.3.4), de nombreuses difficultés sont apparues dans la simulation d’un essai d’indentation sur un matériau isotrope transverse. Le principal problème observé concernait la distorsion excessive du maillage. Le coeur de ce problème est en fait le résultat d’une combinaison de plusieurs points :

- la définition des paramètres du critère quadratique, paramètres influant directement sur le schéma de prédiction-correction mis en place,
- la densité de maillage retenue,
- l’adoption ou non de la technique de remaillage.

Afin de mener les simulations dans de bonnes conditions, il est nécessaire de trouver le mariage adéquat de l’ensemble de ces paramètres. La technique de remaillage du logiciel est une option permettant de prévenir

la distortion du maillage par sa régénération à intervalles réguliers, prédéfinis par l'utilisateur. Elle impose l'utilisation d'éléments à intégration réduite. Cependant, l'utilisation de cette technique peut entraîner l'arrêt prématuré du calcul dû à la génération d'énergie cinétique artificielle trop importante. En effet, lors de la simulation d'événements quasi-statiques via le module explicite du code, il est impératif de conserver une énergie cinétique artificielle la plus faible possible comparée à l'énergie interne du système. Le non-respect de cette recommandation a pour conséquence la divergence de l'algorithme de convergence utilisé et donc l'arrêt de la simulation. Ainsi, lors de simulations préliminaires réalisées avec les paramètres matériau définis ci-dessus et avec l'adoption d'un critère de remaillage trop strict, les calculs ont échoué à simuler les essais d'indentation jusqu'à une profondeur de 5mm et se sont pour la plupart arrêtés après une indentation de 2.5-3mm. De plus, ces simulations préliminaires ont montré une corrélation entre la densification progressive du maillage (toujours combinée à l'option de remaillage automatique) et l'arrêt de plus en plus rapide du calcul.

Cependant, l'utilisation de cette technique est nécessaire. En effet, la figure 66 montre de manière schématique une simulation réalisée sans son adoption mais avec deux densités de maillage différentes, assez faibles pour prévenir tout arrêt prématuré du calcul, utilisant des éléments à intégration complète. Il apparaît assez clairement des oscillations régulières sur les courbes résultats, entièrement dépendantes du maillage. On a ainsi superposé sur le graphe deux courbes résultats pour ces deux densités de maillage différentes, le maillage repéré B étant 4 fois plus dense que le maillage A. On peut conclure qu'une densification du maillage permettrait de pouvoir estomper ces oscillations mais cette action a pour conséquence de précipiter l'arrêt du calcul pour distortion excessive du maillage.

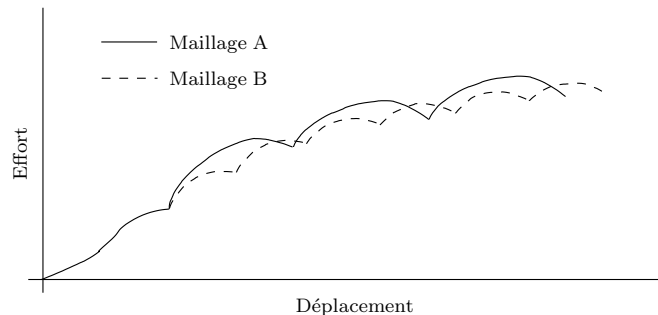


FIG. 66 – *Courbes de réponse schématiques de la simulation d'un essai d'indentation pour deux densités de maillage différentes*

Une combinaison de la technique de remaillage automatique avec une densité de maillage adéquate semble indispensable et a amené aux résultats présentés ci-dessous. N'ayant pu obtenir de résultats dépourvus d'oscillations, la densité de maillage (couplée à l'option de remaillage) a été ajustée afin d'obtenir des courbes réponse dont les oscillations restent contenues dans une fourchette de $\pm 2\%$ autour de courbes moyennes, résumées dans le paragraphe suivant. Le maillage est constitué de 40000 éléments C3D8R répartis de la manière suivante : 20 éléments pour chaque dimension de 30 mm et 100 éléments suivant la dimension de 100mm.

Résultats

Deux résultats vont être présentés, pour la même direction de sollicitation matériau, la direction longitudinale. Les deux poinçons modélisés sont le poinçon conique d'angle au sommet 140° ainsi que le poinçon cylindrique. Les courbes réponses obtenues sont superposées aux courbes expérimentales respectivement sur les figures 67 et 68.

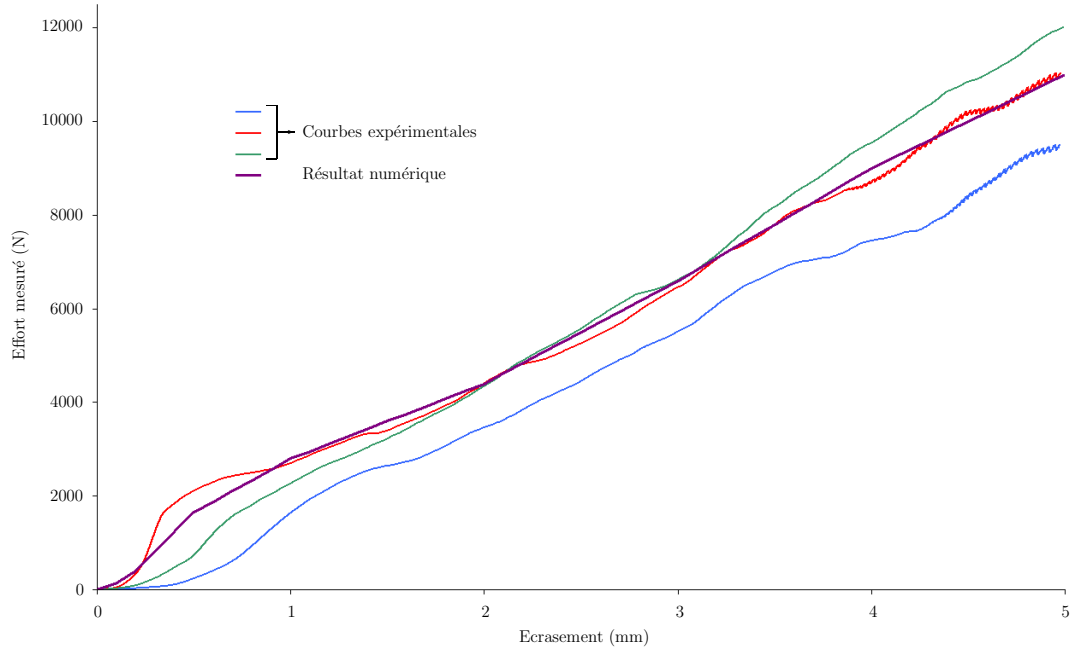


FIG. 67 – Superposition des courbes de réponse expérimentales et de la courbe de réponse de la simulation numérique pour l'essai d'indentation avec le poinçon conique d'angle au sommet 140° avec comme direction de sollicitation la direction longitudinale du matériau

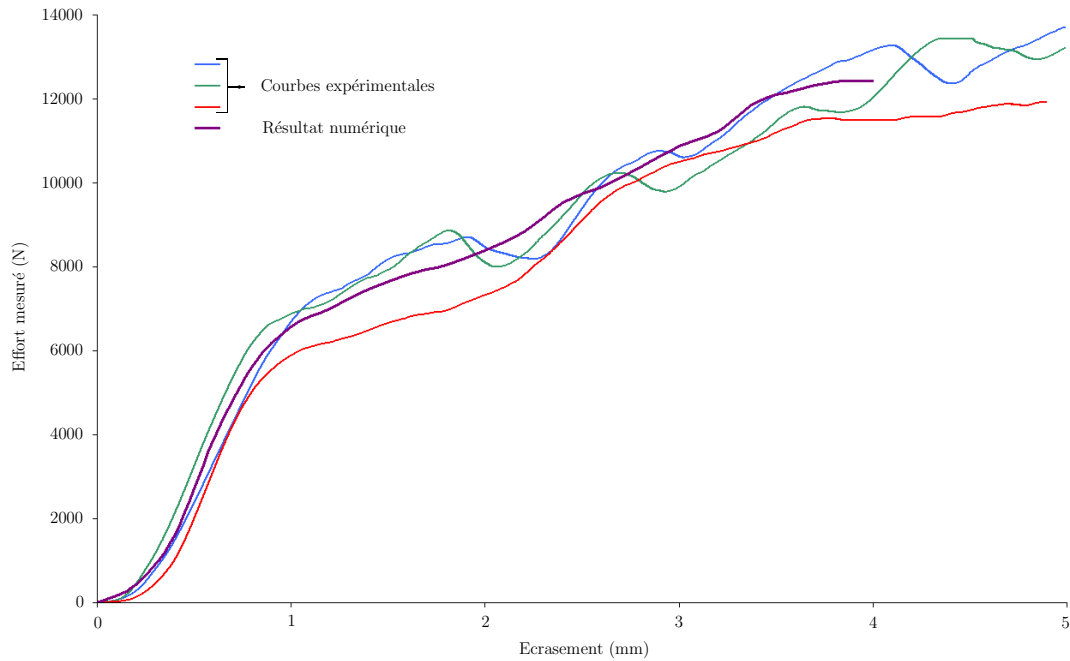


FIG. 68 – Superposition des courbes de réponse expérimentales et de la courbe de réponse de la simulation numérique pour l'essai d'indentation avec le poinçon cylindrique avec comme direction de sollicitation la direction longitudinale du matériau

Concernant la figure 68, il est à noter que la simulation numérique a échoué à modéliser l'essai expérimental

dans son ensemble, celle-ci se terminant sur une profondeur d'indentation de 4 mm pour un défaut de convergence de l'algorithme. Ce problème n'a pu être résolu avant la fin de rédaction de ce mémoire de thèse mais sera évoqué dans les remarques du paragraphe de conclusion des simulations réalisées avec le modèle matériau de ce chapitre (cf. "Discussion sur la modélisation, ouvertures", paragraphe V.6.3).

Enfin, le respect de l'hypothèse concernant l'énergie cinétique artificielle évoquée plus haut a été vérifié.

Conclusion

Les résultats présentés ci-dessus montrent une adéquation satisfaisante entre la modélisation numérique et les essais expérimentaux. Malgré l'utilisation de courbe "tendance" gommant les oscillations évoquées plus haut, le comportement du balsa pour ce type d'essai est bien rendu.

Cependant, et ce point n'a pas été totalement élucidé au cours de ces travaux de thèse, il est nécessaire de comprendre d'où viennent ces instabilités. Une des pistes à explorer est l'étude de la bonne adéquation d'éléments à intégration réduite avec le modèle numérique adapté aux matériaux isotropes transverses, ces éléments étant imposée par la technique de remaillage automatique. L'utilisation d'éléments à intégration complète affinerait les résultats, sachant que le comportement du matériau est fortement non-linéaire.

De plus, les variations d'effort observées sur les courbes expérimentales ne sont pas rendu par la simulation numérique. Ce problème a certainement pour origine la prise en compte par le modèle numérique d'une densité homogène pour le matériau, en contradiction avec l'hétérogénéité naturelle du balsa. Ainsi, la simulation ne "voit" pas les augmentations ou diminutions locales de densité présentes dans les échantillons utilisés lors de la campagne expérimentale (apparition par exemple de "noeuds" caractéristiques du bois au sein de l'éprouvette) et ne peut donc que fournir une courbe "lissée" exempte de ces légères variations locales.

Un bilan plus exhaustif des améliorations et ouvertures pour les simulations et le modèle sera réalisé plus loin dans le paragraphe "Discussion sur la modélisation, ouvertures" (paragraphe V.6.3).

6.2 Simulation de l'essai sur tour de chute sur le liège

Nota Bene : Les essais dynamiques d'indentation sur le matériau balsa n'ont pu être réalisés au cours de ces travaux de thèse. La validation du modèle numérique prenant en compte la vitesse de déformation va donc s'appuyer sur les essais de tour de chute réalisés lors de l'étude du matériau liège. Les équations du modèle prenant place dans cette partie de la rédaction, la simulation de ces essais est donc incluse ci-après et non dans la partie portant sur le liège aggloméré.

Présentation du modèle

La partie précédente sur la simulation des essais d'indentation a permis de valider la programmation numérique pour des essais statiques. Afin de valider la mise en équation prenant en compte la vitesse de déformation et donc appartenant au domaine de la dynamique, les essais sur tour de chute exposés dans la première partie de ce travail de thèse (avec le matériau liège) vont être simulés à l'aide de la VUMAT développée dans ce chapitre.

Ainsi, le modèle numérique utilisé dans le paragraphe "Modélisation d'un essai sur tour de chute" (Paragraphe IV.6.4) va être repris en substituant la loi de comportement matériau "Crushable foam" par la programmation VUMAT (l'ensemble des paramètres annexes tels que la densité de maillage, les hypothèses de contact et de vitesse initiale, ...est conservé). Pour cela, trois courbes vont servir de référence :

- la courbe contrainte/déformation obtenue lors des essais de compression simple sur le liège, obtenue sur machine de traction/compression universelle, dans une gamme de vitesse de déformation quasi-statique ;
- celle obtenue sur roue inertielle pour une gamme de vitesse de l'ordre de $\dot{\epsilon} = 150 - 200\text{s}^{-1}$;
- et enfin celle obtenue sur les barres de Hopkinson pour une gamme de vitesse de l'ordre de $\dot{\epsilon} = 1000 - 1200\text{s}^{-1}$.

A partir de ces trois courbes, les données élastiques et plastiques ainsi que les courbes d'écrouissage du matériau vont être automatiquement interpolées au fur et à mesure du calcul en fonction de la vitesse de déformation du matériau. Le schéma de la figure 69 représente les données interpolées à partir des trois courbes références.

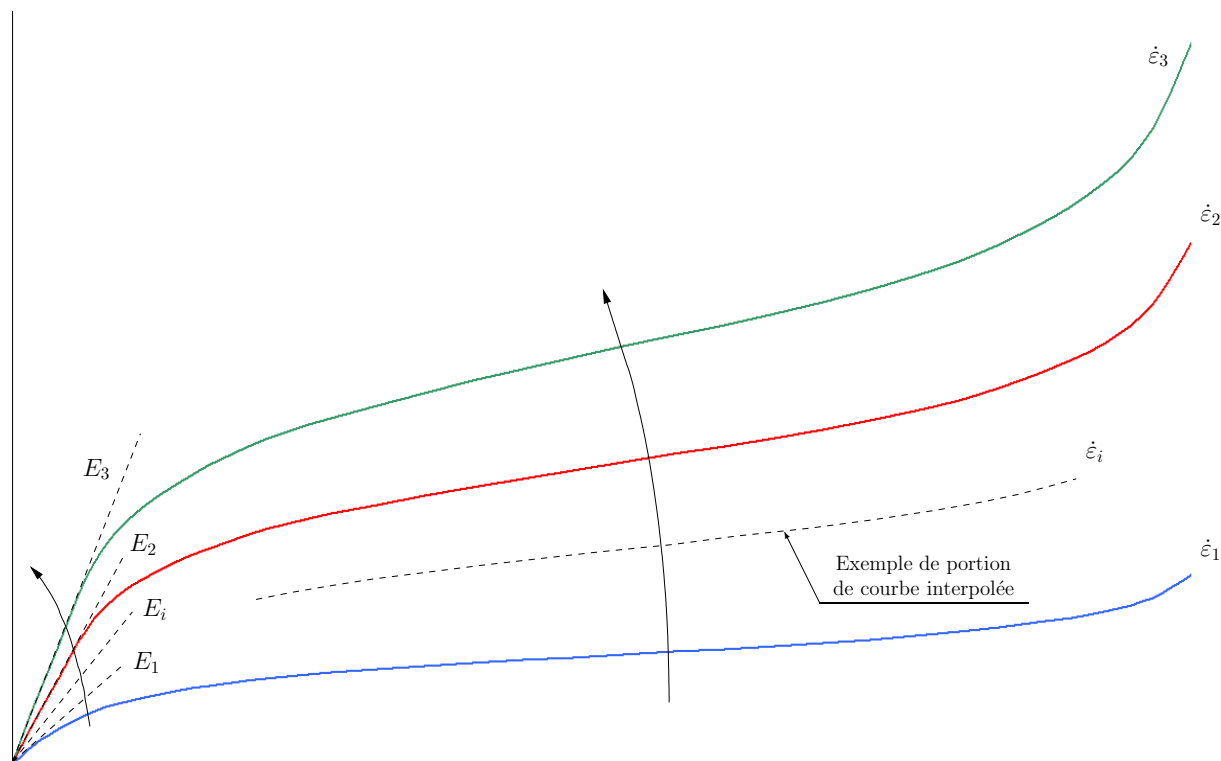


FIG. 69 – Méthode d'interpolation permettant d'obtenir les paramètres matériau à partir des courbes de références en fonction de la vitesse de déformation

En fonction de la vitesse de déformation du matériau $\dot{\epsilon}_i$ au fur et à mesure de l'avancement de la simulation numérique, l'ensemble des données évoquées ci-dessus seront réajustées en se basant sur les trois courbes références données pour trois vitesses de déformations différentes $\dot{\epsilon}_1$, $\dot{\epsilon}_2$ et $\dot{\epsilon}_3$. La fonction d'interpolation permettant d'introduire un rapport de proportionnalité entre les différentes courbes est libre de choix en fonction du comportement du matériau observé lors de la campagne expérimentale. En pratique, la programmation réalisée peut se suffire de deux courbes références correspondant aux vitesses de déformation limites (vitesse de déformation quasi-statique et vitesse de déformation correspondant aux essais sur barres de Hopkinson) afin de construire le faisceau de courbes nécessaire à la paramétrisation du modèle. Cependant, pour des raisons évidentes, un plus grand nombre de courbes références (en rajoutant des courbes à des vitesses de déformation intermédiaires) permettra d'augmenter la précision des résultats obtenus en affinant l'interpolation réalisée.

Pour les résultats présentés ci-dessous, une fonction d'interpolation linéaire entre les trois courbes référence

à disposition a été retenue. Les paramètres matériaux et paramètres élastiques utilisés sont récapitulés par le tableau 19 (le cas échéant en fonction de la vitesse de déformation). On rappelle que pour sa partie élastique, le matériau est considéré comme isotrope.

Densité (kg/m ³)		268
Coefficient de Poisson élastique (indépendant de $\dot{\epsilon}$)		0
Vitesse de déformation considérée	Module d'Young correspondant (MPa)	
Quasi-statique : 10 ⁻² s ⁻¹	6.56	
Intermédiaire : 170s ⁻¹	11.59	
Dynamique rapide : 1000s ⁻¹	16.5	

TAB. 19 – Paramètres utilisés pour la modélisation d'un essai de tour de chute sur le matériau liège à l'aide de la programmation VUMAT

Pour compléter les données nécessaires au calcul, il reste à déterminer les paramètres plastiques du matériau P_{ij} . Pour ce faire, la donnée α , facteur de forme de la surface d'écrouissage pour cette modélisation (cf. "Spécificité du code de calcul Abaqus : le sous-modèle à écrouissage volumétrique" (Paragraphe IV.3) ainsi que "Modélisation des matériaux isotrope et isotrope transverse : application au liège (Paragraphe II.3.3)) est indispensable. A partir de la présentation du modèle effectuée dans les chapitres sus-cités, le facteur de forme α s'obtient par l'équation (90).

$$\alpha = \frac{3k}{\sqrt{(3k_t + k)(3 - k)}} \quad (90)$$

Pour rappel, les coefficients P_{ij} sont donnés par (cf. équation(11)) :

$$P_{11} = P_{22} = P_{33} = 1, \quad P_{12} = P_{23} = P_{13} = \frac{1 - 2\alpha^2/9}{1 + \alpha^2/9} \quad \text{et} \quad P_{44} = P_{55} = P_{66} = \frac{3}{2(1 + \alpha^2/9)}$$

Les rapports k et k_t (cf. équation (33)) étant fixés à $k = 2.99$ et $k_t = 10$ lors de la simulation effectuée sur le liège, les paramètres plastiques P_{ij} prennent les valeurs rappelées dans le tableau 20.

Grandeurs	Valeur
k	2.99
k_t	10
α	15.62
$P_{11} = P_{22} = P_{33}$	1
$P_{12} = P_{23} = P_{13}$	1.893
$P_{44} = P_{55} = P_{66}$	0.053

TAB. 20 – Paramètres plastiques utilisés pour la modélisation d'un essai de tour de chute sur le matériau liège à l'aide de la programmation VUMAT

Résultats

Le principal résultat observé sur ce type d'essai est l'effort réactif mesuré sur le bâti en fonction de l'écrasement de l'échantillon. Sont superposés sur le graphique 70 les résultats de la simulation numérique effectuée ainsi que ceux obtenus lors de la campagne expérimentale sur le matériau liège.

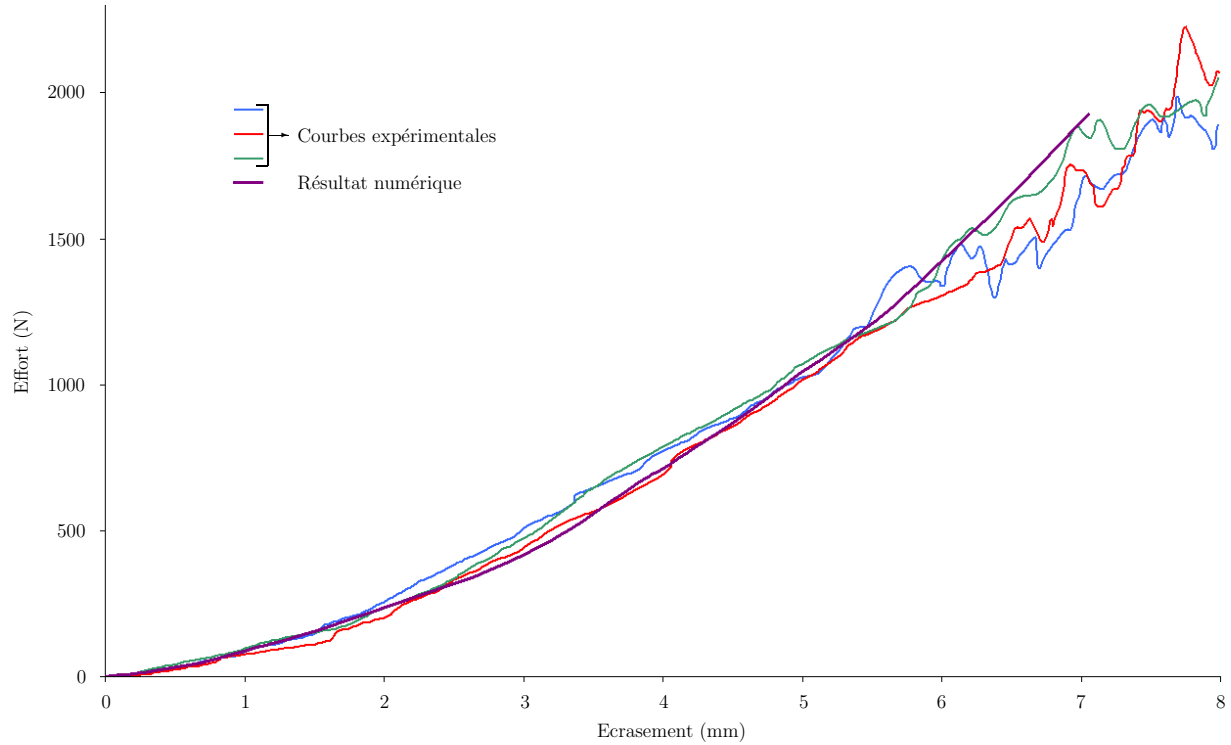


FIG. 70 – Comparaison des courbes de réponse expérimentales et de la simulation numérique réalisée à l'aide de la programmation VUMAT prenant en compte le paramètre vitesse de déformation pour les essais de tour de chute sur le matériau liège

Conclusion

En comparaison avec les résultats obtenus dans “Modélisation d’un essai sur tour de chute” dans la partie attenante au matériau liège (Paragraphe IV.6.4), on note une amélioration quant à la justesse du calcul et ce sur deux points :

- lors de la simulation initiale réalisée avec le modèle matériau “Crushable foam”, un écart quantifiable entre simulation et expérimentation a été mis en avant, notamment au delà d’un écrasement de 4mm. En effet, les deux courbes résultats tendaient à diverger pour des écrasements supérieurs à cette valeur, l’écart augmentant avec l’écrasement. De plus, compte tenu des hypothèses prises pour réaliser cette simulation initiale (notamment sur la courbe d’écroutissage), il n’était pas envisageable de pouvoir comparer les deux courbes au delà d’un écrasement de 5mm. Ici, la comparaison entre simulation et expérience peut se réaliser jusqu’à un écrasement de 7mm correspondant au rebond de l’impacteur sur l’échantillon (et donc de la fin du contact entre ces deux entités).
- l’écart relatif entre les courbes expérimentales et la simulation numérique s’est réduit, les courbes pouvant maintenant quasiment se superposer.

L’ensemble de ces améliorations peuvent s’expliquer par la prise en compte du paramètre vitesse de déformation de manière plus précise (pour chaque incrément de temps et “localement” au niveau de chaque maille du modèle numérique contrairement à la simulation initiale où la vitesse de déformation était évaluée de manière globale et uniforme).

Les quelques écarts encore visibles sur ce résultat (notamment l’écrasement maximum atteint lors de la simulation) peuvent s’expliquer par la méthode d’interpolation des paramètres matériaux. Ainsi, l’utilisation d’une interpolation d’ordre supérieure (non effectuée au cours de ces travaux de thèse) par rapport à une interpolation linéaire permettrait sûrement d’affiner les résultats. Une densification du maillage serait aussi une voie de progression substantielle car cela permettrait de prendre en compte la vitesse de déformation du matériau de manière plus précise, au détriment cependant du temps de calcul.

6.3 Discussion sur la modélisation, ouvertures

Sur les deux types de simulation réalisée, les résultats numériques montrent une adéquation satisfaisante avec les résultats expérimentaux observés, et ce pour des gammes de vitesse de déformation quasi-statique et dynamique rapide. Ainsi, concernant les essais d’indentation sur le matériau balsa, le modèle matériau s’est montré performant malgré quelques aléas sur les résultats. La simulation sur tour de chute avec le matériau liège aggloméré a permis de conforter la programmation prenant en compte le paramètre vitesse de déformation mais surtout l’hypothèse forte d’adéquation des paramètres matériau en fonction du paramètre instantané vitesse de déformation. Compte tenu des résultats obtenus pour cette dernière, on peut conclure sur la validation de la méthode proposée et des hypothèses retenues.

Cependant, ces résultats sont à nuancer. En effet, même s’ils sont satisfaisants, il convient de concéder qu’ils ne sont pas exhaustifs. La validation d’un modèle de comportement matériau intégré dans un code de calculs nécessite ainsi des vérifications plus nombreuses permettant de déceler par exemple les défauts de modélisation dans certains cas particuliers, les carences face à des comportements matériau difficiles à appréhender, etc ...

De fait, on peut proposer, pour l’amélioration du modèle et de sa programmation, les points suivants :

- il est nécessaire de mener d’avantage de vérifications sur la robustesse de la programmation concernant les arrêts intempestifs (pour défaut de convergence) et les oscillations d’origine numérique observés lors des simulations d’essai d’indentation. L’adéquation des éléments choisis pour le maillage et de l’option de remaillage automatique du code est une des premières pistes pour expliquer ce constat. De plus, lors de tests additionnels menés en dehors de ces travaux de thèse, il est apparu que les paramètres matériau de cisaillement, élastique et plastique, influaient fortement sur la stabilité des calculs réalisés ;

- il semble judicieux d’étudier la prise en compte de l’hétérogénéité des matériaux, ce paramètre influant fortement sur le comportement des matériaux cellulaires ;
- la prise en compte du paramètre vitesse de déformation par l’analyse de la réponse expérimentale du matériau impose de mener des essais plus nombreux afin de pouvoir affiner les résultats obtenus. En effet, corrélérer plus précisément les paramètres matériaux en fonction de la vitesse de déformation, en prenant en compte un plus grand nombre de gammes de vitesse, ne pourrait être que bénéfique quant à la précision des simulations effectuées ;
- compléter le modèle présenté en prenant en compte la viscosité (comme cela est habituellement fait notamment dans les modèles viscoplastiques à critère de Von Mises) conjugué à la prise en compte de la vitesse de déformation telle qu’elle a été présentée dans ces travaux de thèse est une voie de développement à étudier avec beaucoup d’intérêt. En effet, les modèles viscoplastiques donnent d’excellents résultats pour la modélisation des matériaux isotropes et son adaptation aux modèles isotropes transverses semble prometteuse ;
- enfin, une étude de caractérisation matériaux plus étoffée permettrait de statuer sur le type de loi d’écoulement retenue. En effet, le choix du potentiel d’écoulement permet d’améliorer la réponse du modèle et ainsi de l’adapter au mieux au matériau étudié.

Ces quelques remarques semblent, à la vue des résultats exposés dans ce chapitre, les premiers points d’amélioration à étudier en vue de compléter le modèle proposé.

Conclusion et perspectives

Le principal but de ces travaux de thèse était le développement d'un modèle de comportement matériau s'adaptant au bois, permettant de réaliser des simulations de crash dans le cadre de la validation du produit "conteneur" développé par le CEA et prenant donc en compte le paramètre "vitesse de déformation". A partir des moyens de simulation numérique disponibles au sein du CEA et des moyens expérimentaux du LAMEFIP, l'étude s'est focalisée sur deux essences différentes, le liège aggloméré et le balsa, tout deux matériaux cellulaires mais au comportement distinct (isotropie et orthotropie/isotropie transverse) et sur le code de calculs Abaqus.

Une étude bibliographique a permis de différencier ces deux essences de bois dans leur comportement général tout en mettant en avant l'influence du paramètre vitesse de déformation. La densité, élément important pour l'étude des matériaux cellulaires, a volontairement été mise de côté compte tenu de la littérature et des modèles numériques associés abondants à son sujet. Suite à ces observations, le choix d'un critère quadratique comme pierre angulaire des modèles matériau a été arrêté et a par la suite permis de définir deux axes de recherche, correspondant aux deux comportements distincts de ce matériau. Ainsi, le modèle "crushable foam" du code Abaqus a été retenu pour l'étude du liège aggloméré, le développement d'un modèle utilisateur étant réalisé pour l'étude du balsa.

Cet état de l'art a mis en évidence la démarche à adopter pour toute étude de modélisation d'un matériau, quelque soit sa nature. La démarche retenue pour ces travaux de thèse et donc pour la modélisation et l'étude de lois de comportement du matériau bois est la suivante :

- dans un premier temps, l'analyse du triptyque suivant est essentielle :
 - le premier point est "l'identification expérimentale" : elle se décompose en une campagne de caractérisation et une campagne d'essais sur structures. La campagne d'expérimentation permet de mettre en évidence les caractéristiques du matériau ainsi que ses grandeurs mécaniques telles que densité, module d'Young, courbe de contrainte-déformation en compression quasi-statique uniaxiale, ... L'ensemble de ces éléments vient "alimenter" la loi de comportement du modèle numérique avec les données nécessaires à son fonctionnement. La campagne d'essais sur structures (par exemple test sur tour de chute, crash test de conteneurs) sert de base de données afin de vérifier la bonne adéquation du modèle numérique mis en place ;
 - le second point est le choix de la loi de comportement à intégrer dans le modèle numérique. Il est essentiel d'orienter de la manière la plus précise possible les équations retenues pour la constitution de la loi de comportement.

Ces deux points sont à mener en parallèle car chacun peut avoir une influence sur l'autre. En effet, des conclusions tirées de l'état de l'art peuvent orienter au mieux la campagne expérimentale tout comme des observations expérimentales sur le comportement du matériau peuvent influencer sur les équations de la loi de comportement ;

- le troisième point est la mise en place du modèle numérique dans le code de calcul, pour simulation. Ce modèle est étroitement lié aux deux points précédents, des problèmes numériques (maillage par exemple) pouvant avoir un impact sur eux et réciproquement ;
- dans un deuxième temps, une simulation d'essais sur structures, basée sur le modèle numérique mis en place, est réalisée afin de vérifier sa bonne adéquation avec les résultats expérimentaux. Deux possibilités s'offrent alors :
 - si l'adéquation est faible, le triptyque évoqué plus haut est alors repris afin de corriger le modèle numérique mis en place ;
 - en cas d'adéquation jugée satisfaisante, l'ensemble des travaux réalisés (identification expérimentale, loi de comportement, modélisation numérique) est validé.

Cette démarche a été appliquée à chaque étude d'essence de bois, le liège aggloméré et le balsa, pour aboutir aux résultats ci-dessous.

Pour le matériau liège aggloméré, le modèle matériau retenu étant le modèle “crushable foam”, il a été nécessaire de bâtir une campagne de caractérisation permettant d'obtenir les paramètres nécessaires à son fonctionnement. Ainsi, des essais de compression simple pour différentes gammes de vitesse de déformation et des essais de compression hydrostatique ont été réalisés. Cette campagne a été complétée par des essais de traction simple. Cependant, compte tenu des moyens expérimentaux à disposition, le seuil en traction hydrostatique, paramètre indispensable au modèle, n'a pu être déterminé. Concernant les essais sur structures, des essais brésiliens, des essais sur tour de chute mais aussi le crash d'un conteneur viennent former la base de données nécessaire à la validation de la modélisation. Afin de palier l'impossibilité expérimentale, des techniques de méthode inverse et d'analyse des épreuves numériques ont été mises en place afin de pouvoir conclure sur la validité de la modélisation du matériau liège par la loi du code Abaqus.

Au bilan, le modèle “crushable foam” n'a pas réussi à rendre le comportement du liège soumis à un champ de sollicitations complexes (essai brésilien et crash de conteneur). Ce modèle a en effet montré ses limites notamment pour des champs de contrainte en traction, en partie dues au choix des équations constituant la loi de comportement. Cependant, une information essentielle est ressortie de la simulation de l'essai sur tour de chute. En prenant en compte l'évolution de la réponse du matériau en fonction du paramètre vitesse de déformation, le modèle s'est révélé satisfaisant pour la simulation de ces essais. Cette observation a orienté les travaux de développement du modèle pour le matériau balsa.

Dans la deuxième partie de ce mémoire, portant sur le matériau balsa, un modèle reposant sur un critère d'admissibilité quadratique a été mis en place. Après une description détaillée du problème continu, le schéma d'intégration implicite d'Euler a été retenu pour l'obtention du problème incrémental. L'idée maîtresse d'adapter en permanence les caractéristiques matériau aux composantes du tenseur de la vitesse de déformation est à la base du développement du modèle matériau via le module utilisateur explicite du code (le module VUMAT) permettant par la suite de réaliser des simulations aussi bien dans le domaine de la quasi-statique que dans le domaine de la dynamique rapide. La campagne de caractérisation s'est articulée autour de l'obtention des paramètres nécessaires aux modèles, notamment au travers d'essais de compression simple dans les trois directions d'orthotropie matériau, les directions de cisaillement, et ce pour des gammes de vitesse de déformation quasi-statique et dynamique. La campagne d'essais sur structures s'est composée d'essais d'indentation pour différentes formes de poinçon et différentes directions de sollicitations. Concernant l'implémentation du modèle au sein du code de calcul, la première étape a consisté en une vérification de la programmation VUMAT en la confrontant aux lois de comportement pré-existantes (loi élasto-plastique et loi “crushable foam”) sur des simulations d'essais d'indentation. Suite aux résultats satisfaisants obtenus, les résultats des simulations des essais d'indentation sur le balsa ainsi que des essais de tour de chute sur le liège aggloméré, au travers de la programmation VUMAT, ont été comparées aux campagnes expérimentales réalisées au sein du LAMEFIP.

Au bilan, l'ensemble des simulations réalisées (essais de vérification, d'indentation et de tour de chute) a donné des résultats très satisfaisants, encourageants. La programmation mise en place, couplée aux caractéristiques mécaniques du balsa, a cependant montrée les “limitations numériques” du modèle, en particulier en mettant en évidence les problèmes de concentration de contrainte et de distortion du maillage.

Suite à ces travaux de thèse, et notamment la modélisation, un ensemble de perspectives ont été proposées à la fin du chapitre III, paragraphe 6.3. Les principales voies mises en évidence sont les suivantes :

- la vérification de la robustesse de la programmation proposée et de sa bonne adéquation avec les options numériques retenues telles que le choix du maillage, de la technique de remaillage automatique, etc ... Le problème de la concentration de contrainte, problème largement identifié dans la littérature, est à analyser de manière approfondie, notamment pour une application (comme c'est le cas dans ces travaux de thèse) à des matériaux au comportement “adoucissant” ;

- la prise en compte de la densité du matériau et en particulier du caractère hétérogène du bois ;
- une campagne expérimentale plus poussée permettrait d’affiner la loi de comportement retenue (mêmes essais réalisées à un plus grand nombre de vitesses de déformation, meilleure détermination du cisaillement) ;
- la prise en compte de la viscosité du matériau (comme habituellement dans les lois de comportement viscoplastiques à critère de Von Mises) conjugué au paramètre vitesse de déformation semble d’un grand intérêt et prometteur.

Ces quelques perspectives ne sont pas exhaustives, les voies d’amélioration étant nombreuses, mais elles sont essentielles à une meilleure compréhension (et modélisation) des matériaux cellulaires dont le bois, avec le liège aggloméré et le balsa, fait partie.

Références

- [1] C. Adalian. *Comportement du bois en compression dynamique multiaxiale - Application à la simulation de crashes de conteneurs*. PhD thesis, Ecole doctorale des sciences physiques de l'ingénieur, Université Bordeaux 1, 1998.
- [2] O. Anjos, H. Pereira, and E. Rosa. Relation between mechanical properties of cork from quercus suber.
- [3] C. Bacon. An experimental method for considering dispersion and attenuation in a viscoelastic hopkinson bar. *Experimental Mechanics*, 38, 1998.
- [4] C. Bacon. Separation of waves propagating in an elastic or viscoelastic hopkinson pressure bar with three-dimensionnal effects. *International Journal of Impact Engineering*, 22(1) :55–69, 1999.
- [5] J-S. Blazy. *Comportement mécanique des mousses d'aluminium : caractérisations expérimentales sous sollicitations complexes et simulations numériques dans le cadre de l'élasto-plasticité compressible*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2003.
- [6] R. Bouix, P. Viot, and J-L. Lataillade. Polypropylene foam behaviour under dynamic loading : strain rate, density and microstructure effects. *International Journal of Impact Engineering*, 36(2) :329–342, 2009.
- [7] R. Bouix, Ph. Viot, and J.L. Lataillade. Phenomenological study of a cellular material behaviour under dynamic loadings. *Journal de Physique IV*, 134 :109–116, 2006.
- [8] M.N. Bussac, P. Collet, G. Gary, and R. Othman. An optimisation method for separating and rebuilding one-dimensional dispersive waves from multi-point measurements. application to elastic or viscoelastic bars. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 50 :321–349, 2002.
- [9] E. Chauvet. *Ref. Ensemble CEA : 7099D200*.
- [10] Dassault Systemes. *Abaqus analysis user's manual, volume 3 : materials*, version 6.7 edition, 2007.
- [11] Dassault Systemes. *Abaqus theory manual*, version 6.9 edition, 2009.
- [12] V.S. Deshpande and N.A. Fleck. High strain rate compressive behaviour of aluminium alloy foams. *International Journal of Impact Engineering*, 24 :277–298, 2000.
- [13] V.S. Deshpande and N.A. Fleck. Isotropic constitutive model for metallic foams. *Journal of the mechanics and physics of solids*, 48 :1253–1276, 2000.
- [14] T. Dillard. *Caractérisation et simulation numérique du comportement mécanique des mousses de nickel : morphologie tridimensionnelle, réponse élastoplastique et rupture*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004.
- [15] F. Dunne and N. Petrinic. *Introduction to computational plasticity*. Oxford University Press, 2007.
- [16] I. Elnasri. *Comportement des matériaux cellulaires sous impact et de panneaux sandwichs sous perforation dynamique*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2006.
- [17] D. François, A. Pineau, and A. Zaoui. *Comportement mécanique des matériaux. Elasticité et plasticité*. Hermes, 1995.
- [18] P. François. *Plasticité du bois en compression multiaxiale*. PhD thesis, Université Bordeaux 1, 1992.
- [19] F. Galvez and V. Sanchez Galvez. Numerical modelling of shpb splitting tests. *Journal de Physique IV*, 110, 2003.
- [20] C.P. Gameiro and J. Cirne. Dynamic axial crushing of short to long circular aluminium tubes with agglomerate cork filler. *International Journal of Mechanical Sciences*, 49 :1029–1037, 2007.
- [21] C.P. Gameiro, J. Cirne, and G. Gary. Dynamic crushing behaviour of aluminium tubes filled with cork. *Journal de Physique IV France*, 134 :1207–1214, 2006.
- [22] C.P. Gameiro, J. Cirne, and G. Gary. Experimental study of the quasi-static and dynamic behaviour of cork under compressive loading. *Journal of Materials Sciences*, 42 :4316–4324, 2007.
- [23] G. Gary and J.R. Klepaczko. Quasi-static and impact tests of honeycomb. *Journal de Physique IV*, 134 :819–826, 2006.
- [24] L.J. Gibson and M.F. Ashby. *Cellular Solids, structure and properties - second edition*. Cambridge University Press, 1997.

- [25] V. Goussery-Vafiadès. *Caractérisations microstructurale et mécanique de mousses de nickel à cellules ouvertes pour batteries de véhicules hybrides*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004.
- [26] B. Hopkinson. A method of measuring the pressure produced in the detonation of high explosives or by the impact of bullets. *Philos. Trans. Royal Soc. of London*, 213 :437–456, 1914.
- [27] Graff K.F. *Wave motion in elastic solids*. Ohio State University Press, 1975.
- [28] H. Kolsky. An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading. *Proc. Phys. Soc. of London*, 62 :676–700, 1949.
- [29] Forest Products Laboratory. Wood hand book : wood as an engineering material, 1987.
- [30] LAMEFIP. <http://www.lamef.bordeaux.ensam.fr/plate-forme-tech/pdfimpact/tourdechute.pdf>.
- [31] M. Laroussi. *Modélisation du comportement des mousses solides à porosité ouverte : une approche micromécanique*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2002.
- [32] B. Lundberg and A. Henchoz. Analysis of elastic waves from txo-point strain measurement. *Experimental Mechanics*, 17(6) :213–218, 1977.
- [33] S. Patoffatto. *Comportement dynamique du béton frais. Application au procédé de fabrication des parpaings*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2004.
- [34] M.J. Pronk. A fe model for energy absorber timber elements in highway guardrail. *University of Delft*, Avril 2002.
- [35] M. Quidot. Numerical simulation of the dynamic brazilian test on a high filled polymer. *Journal de Physique IV*, 110, 2003.
- [36] C. Rocco, G.V. Guinea, J. Planas, and M. Elices. Size effect and boundary conditions in the brazilian test : experimental verification. *Material and Structures*, 32 :210–217, 1999.
- [37] C. Rocco, G.V. Guinea, J. Planas, and M. Elices. Size effect and boundary conditions in the brazilian test : theoretical analysis. *Material and Structures*, 32 :437–444, 1999.
- [38] Bilkhu S. *Communication privée interne*. Dassault Systèmes, 1987.
- [39] J.C. Simo and T.J.R. Hughes. *Computational inelasticity*. Springer, 2000.
- [40] V.L. Tagarielli, V.S. Deshpande, N.A. Fleck, and C. Chen. A constitutive model for transversely isotropic foams, and its application to the indentation of balsa wood. *International Journal of Mechanical Sciences*, 47 :666–686, 2005.
- [41] Y. Tillier. *Identification par analyse inverse du comportement mécanique des polymères solides ; applications aux sollicitations multiaxiales et rapides*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1998.
- [42] P. Viot. Hydrostatic compression on polypropylene foam. *International Journal of Impact Engineering*, 36(7) :975–989, 2009.
- [43] P. Viot and J-L. Barou. Caractérisation d’un balsa sous sollicitations de compression statique et dynamique. Technical report, LAMEFIP, ENSAM de Bordeaux, 2009.
- [44] P. Viot and J-L. Barou. Caractérisation d’un matériau bois sous sollicitations statique et dynamique. Technical report, LAMEFIP, ENSAM de Bordeaux, 2009.
- [45] H. Zhao and G. Gary. A three dimensional analytical solution of the longitudinal wave propagation in an infinite linear viscoelastic cylindrical bar. application to experimental techniques. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 43 :1335–1348, 1995.
- [46] H. Zhao and G. Gary. A new method for the separation of waves. application to the shpb technique for an unlimited duration of measurement. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 45(7) :1185–1202, 1997.
- [47] H. Zhao and G. Gary. On the use of a viscoelastic spilt hopkinson pressure bar. *International Journal of Impact Engineering*, 19(4) :319–330, 1997.

Annexe 1 : algorithme général du module explicite

Algorithme général du module explicite

L'équilibre d'un problème général de dynamique est régi par le système $\mathbf{S_d}$ (système (91)).

$$\mathbf{S_d} \Longleftrightarrow \begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}(\mathbf{t}) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}(\mathbf{t}) + \mathbf{K}\mathbf{U}(\mathbf{t}) = \mathbf{P}(\mathbf{t}) \\ \mathbf{U}(\mathbf{0}) = \mathbf{U}_0 \\ \dot{\mathbf{U}}(\mathbf{0}) = \mathbf{V}_0 \end{cases} \quad (91)$$

Dans le système $\mathbf{S_d}$:

- \mathbf{U}_0 et \mathbf{V}_0 correspondent aux conditions initiales du problème,
- $\mathbf{K}\mathbf{U}(\mathbf{t})$ représente les efforts élastiques,
- $\mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}(\mathbf{t})$ les efforts d'amortissement,
- $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}(\mathbf{t})$ les efforts d'inertie,
- $\mathbf{P}(\mathbf{t})$ le chargement extérieur.

Dans la formulation aux éléments finis, ce système d'équations se traduit par l'équation (92) :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{I} - \mathbf{P} = \mathbf{0} \quad (92)$$

avec :

- \mathbf{M} la matrice de masse invariante,
- la matrice \mathbf{I} regroupant les efforts élastiques ($\mathbf{K}\mathbf{U}(\mathbf{t})$) ainsi que les efforts d'amortissement ($\mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}(\mathbf{t})$),
- la matrice \mathbf{P} traduisant le terme $\mathbf{P}(\mathbf{t})$.

Ainsi la discrétisation spatiale de la méthode des éléments finis permet de transformer le système $\mathbf{S_d}$ d'équations différentielles en espace et en temps en une équation différentielle en temps, non-linéaire. Ce système est maintenant résoluble par des méthodes numériques. L'ensemble des méthodes utilisés par le code de calculs ainsi que les équations associées sont référencées de manière précise dans le manuel théorique du code [11].

Annexe 2 : campagne expérimentale d'identification du matériau balsa

Présentation

Cette annexe expose la campagne expérimentale d'identification du matériau balsa [43]. Elle a été réalisée dans le cadre d'un contrat d'accompagnement de thèse mettant en place une collaboration entre le CEA et le LAMEFIP. L'ensemble des résultats exposés ci-dessous sont issus du rapport établi par Philippe Viot et Jean-Luc Barou.

1 Description des essais

Au cours de cette campagne expérimentale, trois types d'essais ont été réalisés sur le balsa :

- des essais de compression uniaxiale quasi-statique jusqu'à une déformation totale de l'échantillon de l'ordre de 75%,
- des essais de compression par paliers quasi-statique avec cyclage comme lors de la campagne sur le liège jusqu'à une déformation totale de l'échantillon de l'ordre de 75%. Les paliers sont fixés ici de manière arbitraire à 8, 33%, 25%, 37, 5%, 50% et 62, 5% de déformation totale de l'échantillon ;
- des essais de compression uniaxiale dynamique jusqu'à une déformation totale de l'échantillon de l'ordre de 75%.

Les deux premiers types d'essais sont réalisés sur la machine de traction-compression Zwick, les essais dynamiques étant quant à eux réalisés sur barres de Hopkinson pour une gamme de vitesse de déformation de l'ordre de $850 - 900 \text{ s}^{-1}$. L'ensemble de ces essais a pour but d'identifier les caractéristiques mécaniques du matériau, en fonction de la densité propre de chaque échantillon, de façon à pouvoir déterminer les paramètres du modèle explicités dans le paragraphe “Définition des paramètres du modèle” (Paragraphe V.2.5).

Pour la détermination des modules d'élasticité en compression ainsi que des seuils d'élasticité, la méthode des tangentes exposée lors de l'étude expérimentale sur le liège aggloméré sera appliquée. Chaque courbe de réponse sera associée à la densité de l'éprouvette étudiée.

Le balsa étant un matériau considéré comme orthotrope, plusieurs types d'éprouvettes ont été réalisées afin de caractériser chaque direction d'orthotropie du matériau ainsi que les directions de cisaillement. Le descriptif de ces éprouvettes est réalisé ci-après.

2 Description des différents types d'éprouvettes

Plusieurs types d'éprouvettes ont été réalisés afin de caractériser le matériau balsa en compression dans l'ensemble des directions nécessaires au modèle numérique mis en place. Les essais portent sur des éprouvettes parallélépipédiques de dimension $24 \text{ mm} \times 24 \text{ mm} \times 16 \text{ mm}$, la direction de 16 mm étant à chaque fois la direction de sollicitation. Le descriptif des éprouvettes (ainsi que leur représentation associée) est le suivant [9] :

- les éprouvettes dites de “Type 1” pour une sollicitation dans la direction longitudinale du matériau. Une représentation graphique ainsi qu'un schéma de son obtention à partir du brut sont donnés par les figures 71 et 72.

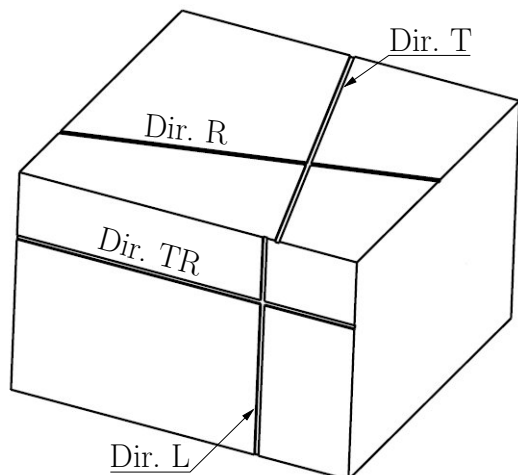


FIG. 71 – Vue 3D de l'éprouvette Type 1 et de l'orientation des fibres

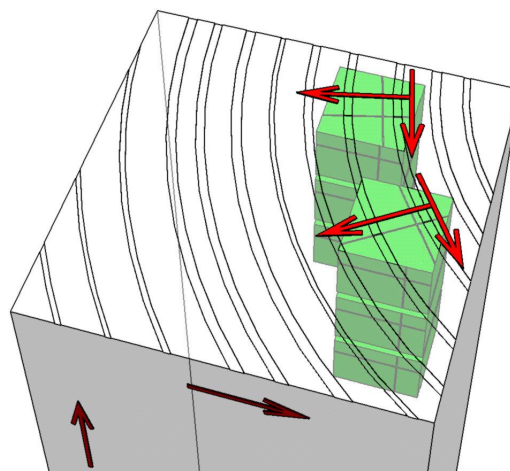


FIG. 72 – Positionnement de l'éprouvette dans le chevron de brut en vue de son obtention

- Les éprouvettes dites de “Type 2” pour une sollicitation dans la direction radiale du matériau. Une représentation graphique ainsi qu'un schéma de son obtention à partir du brut sont donnés par les figures 73 et 74.

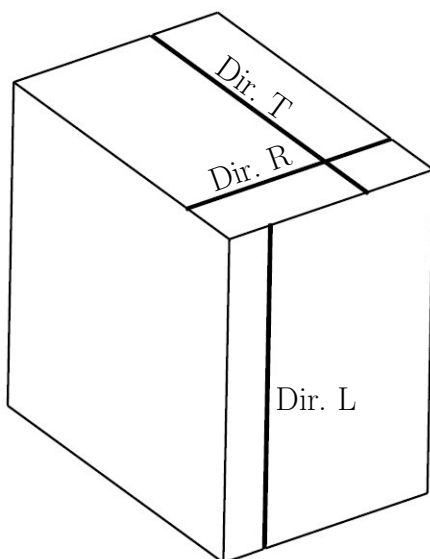


FIG. 73 – Vue 3D de l'éprouvette Type 2 et de l'orientation des fibres

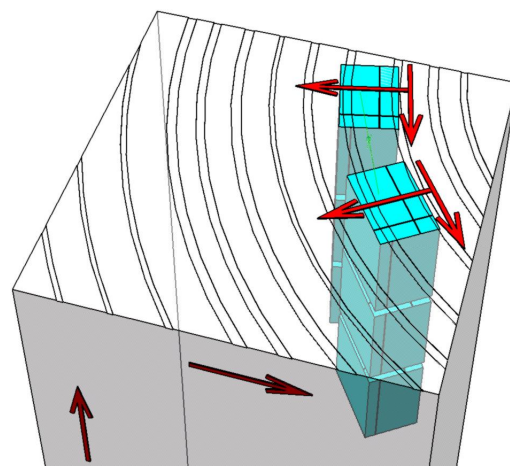


FIG. 74 – Positionnement de l'éprouvette dans le chevron de brut en vue de son obtention

- Les éprouvettes dites de “Type 3” pour une sollicitation dans la direction tangentielle du matériau. Une représentation graphique ainsi qu'un schéma de son obtention à partir du brut sont donnés par les figures 75 et 76.

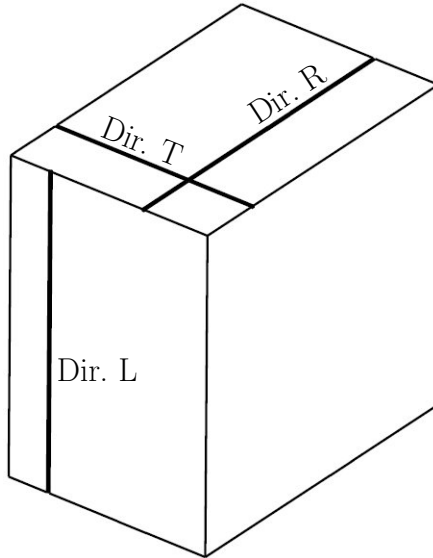


FIG. 75 – Vue 3D de l'éprouvette Type 3 et de l'orientation des fibres

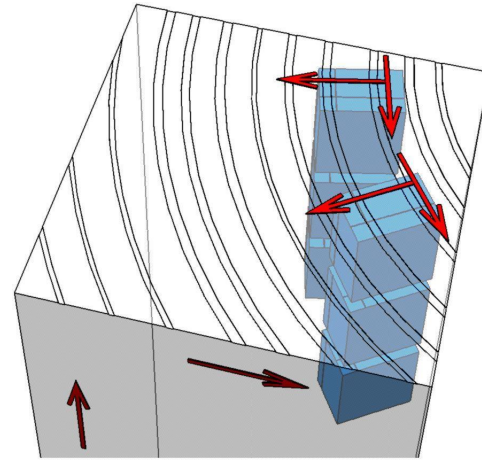


FIG. 76 – Positionnement de l'éprouvette dans le chevron de brut en vue de son obtention

- Les éprouvettes dites de “Type 4” pour une sollicitation dans la direction à 45° entre la direction radiale et la direction tangentielle du matériau. Une représentation graphique ainsi qu'un schéma de son obtention à partir du brut sont donnés par les figures 77 et 78.

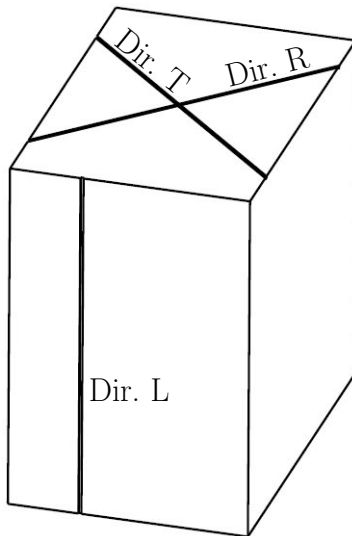


FIG. 77 – Vue 3D de l'éprouvette Type 4 et de l'orientation des fibres

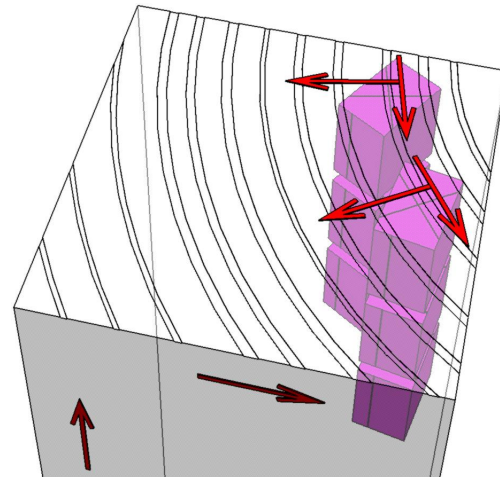


FIG. 78 – Positionnement de l'éprouvette dans le chevron de brut en vue de son obtention

- Les éprouvettes dites de “Type 6” pour une sollicitation dans la direction à 45° entre la direction longitudinale et une direction comprise dans le plan transverse du matériau. Ces éprouvettes sont composées de trois éprouvettes collées entre elles : deux échantillons type 6_1 de dimension $24 \text{ mm} \times 6 \text{ mm} \times 16 \text{ mm}$ et un échantillon type 6_2 de dimension $24 \text{ mm} \times 12 \text{ mm} \times 16 \text{ mm}$ dont une représentation graphique est proposée sur la figure 79. Lors de l'assemblage de ces trois échantillons, la direction longitudinale de l'échantillon 6_1 sera collée en concordance avec la direction du plan tangent/radial de l'échantillon 6_2 (raisonnement identique avec la direction du plan tangent/radial de l'échantillon 6_1).

avec la direction longitudinale de l'échantillon 6₂). L'éprouvette finale est ainsi de dimension 24 mm × 24 mm × 16 mm dont la direction de sollicitation est celle évoquée en début de paragraphe. Un schéma d'obtention des échantillons 6₁ et 6₂ à partir du brut est donné par la figure 80.

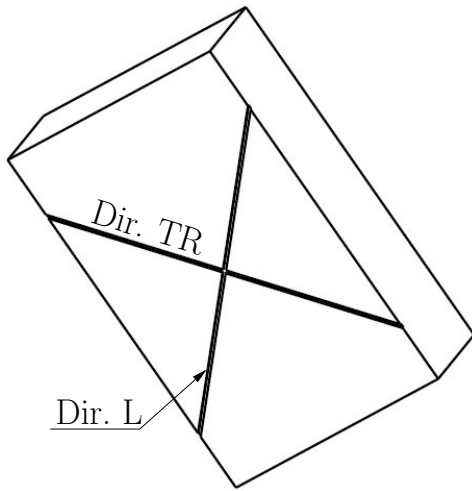


FIG. 79 – Vue 3D des échantillons Type 6₁ et 6₂ et de l'orientation des fibres

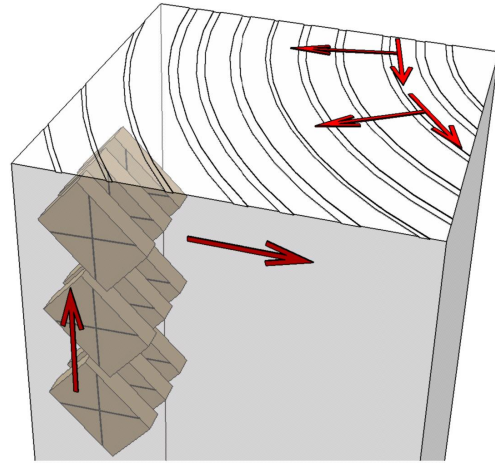


FIG. 80 – Positionnement des échantillons dans le chevron de brut en vue de leur obtention

3 Les essais sur éprouvette de type 1

3.1 Résultats quasi-statiques

Compression simple

Sont représentés sur la figure 81 les courbes réponses du matériau pour les essais de compression simple. On note une nette augmentation de ses caractéristiques mécaniques avec l'augmentation de sa densité. Le matériau a de plus un comportement plastique rhéadoucissant pour cette direction de sollicitation.

Compression par paliers

Sont représentés sur la figure 82 les courbes réponses du matériau pour les essais de compression par paliers avec cyclage. On tire de ces résultats les mêmes remarques que précédemment (augmentation de la réponse mécanique en fonction de la densité) et on note une légère diminution du module d'élasticité du matériau au cours de sa plastification.

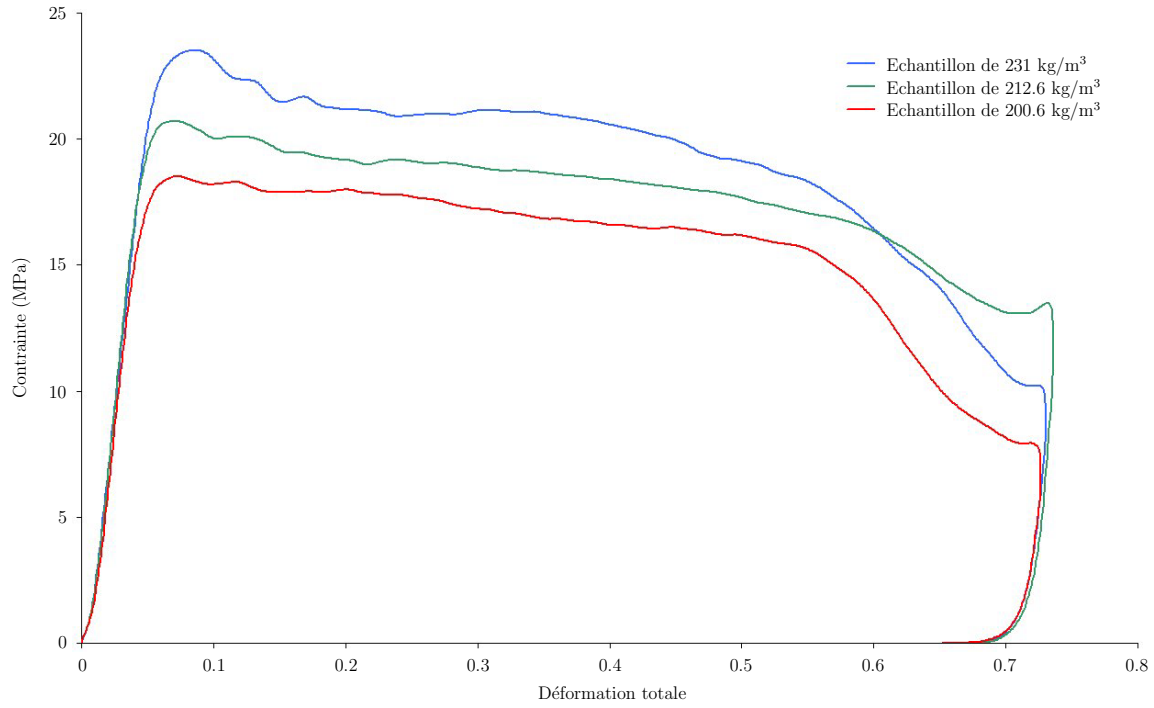


FIG. 81 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression quasi-statique uniaxiale simple sur les éprouvettes de type 1

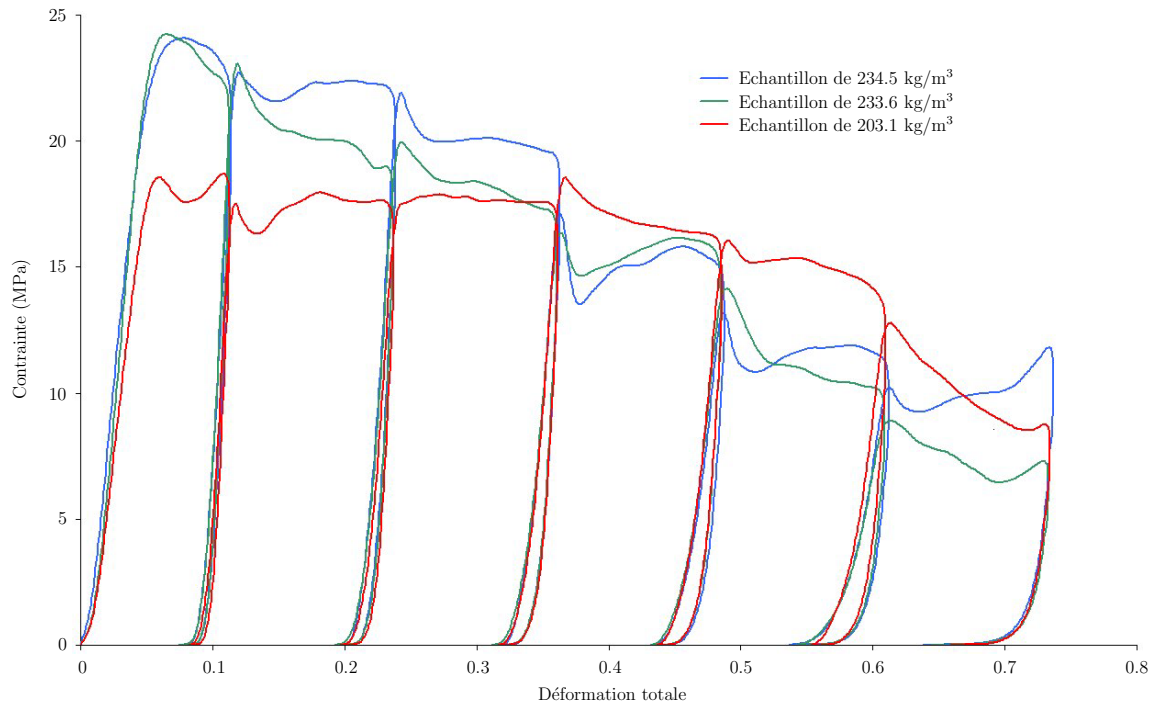


FIG. 82 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression quasi-statique uniaxiale par paliers sur les éprouvettes de type 1

Résultats

Les caractéristiques mécaniques estimées pour ces essais sont résumées dans le tableau 21.

Densité (kg/m ³)	Module d'élasticité (MPa)	Seuil d'élasticité (MPa)
200.6	500	18.4
203.1	408	18.6
212.6	510	20.6
231	535	23.5
233.6	547	24.1
234.5	550	23.95

TAB. 21 – *Résultats en compression quasi-statique simple et par paliers dans la direction longitudinale du matériau*

3.2 Résultats dynamiques

Compte-tenu des moyens à disposition, les essais de compression uniaxiale suivant la direction longitudinale du matériau n'ont pu être réalisés sur les barres de Hopkinson au cours de ces travaux de thèse.

4 Les essais sur éprouvette de type 2

4.1 Résultats quasi-statiques

Compression simple

Sont représentés sur la figure 83 les courbes réponses du matériau pour les essais de compression simple. Comme pour les essais dans la direction longitudinale, on note une nette augmentation de ses caractéristiques mécaniques avec l'augmentation de sa densité. Le matériau a de plus un comportement plastique type mousse élastomérique pour cette direction de sollicitation, comportement similaire à celui mis en évidence pour le liège aggloméré.

Compression par paliers

Sont représentés sur la figure 84 les courbes réponses du matériau pour les essais de compression par paliers avec cyclage. On tire de ces résultats les mêmes remarques que précédemment (augmentation de la réponse mécanique en fonction de la densité) et on note une diminution marquée du module d'élasticité du matériau au cours de sa plastification.

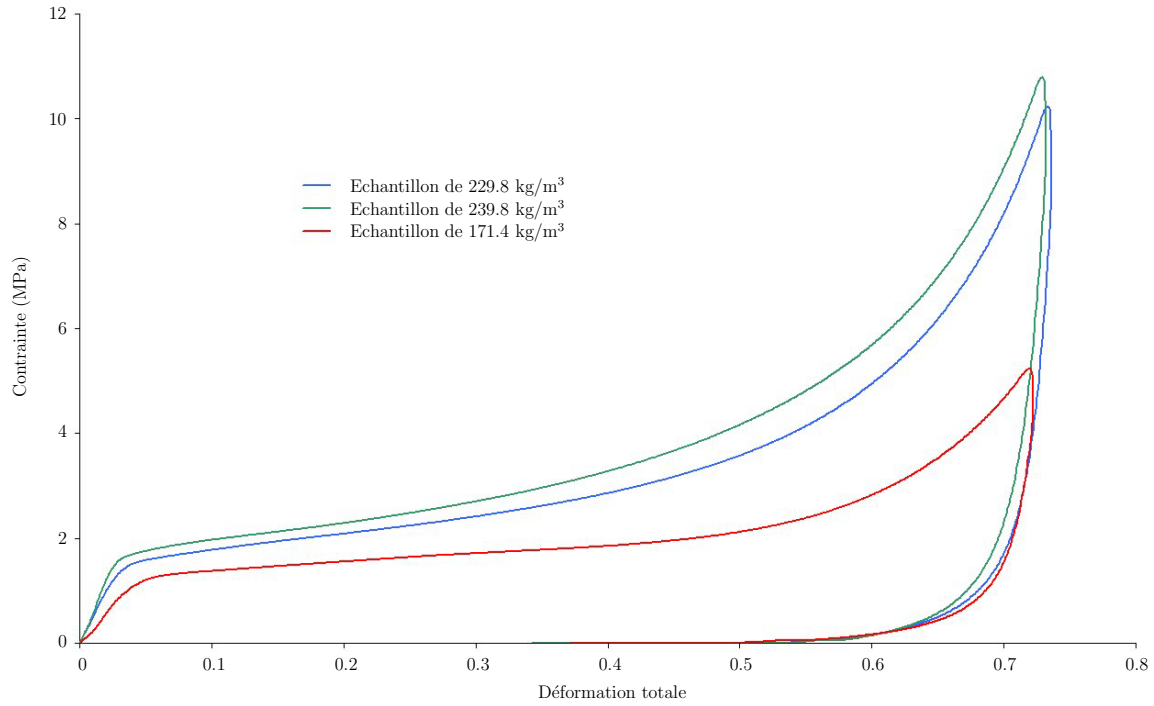


FIG. 83 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression quasi-statique uniaxiale simple sur les éprouvettes de type 2

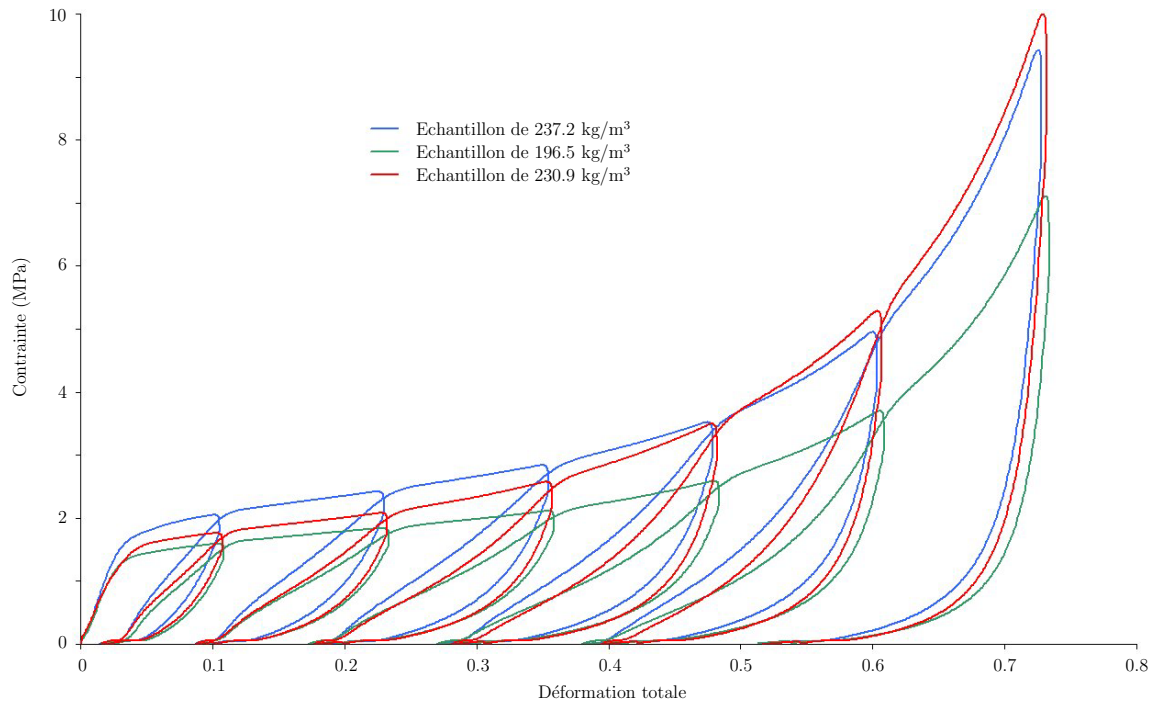


FIG. 84 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression quasi-statique uniaxiale par paliers sur les éprouvettes de type 2

Résultats

Les caractéristiques mécaniques estimées pour ces essais sont résumées dans le tableau 22.

Densité (kg/m ³)	Module d'élasticité (MPa)	Seuil d'élasticité (MPa)
171.4	29	1.32
196.5	47	1.5
229.8	49	1.55
230.9	47	1.6
237.2	57	1.9
239.8	61	1.72

TAB. 22 – Résultats en compression quasi-statique simple et par paliers dans la direction radiale du matériau

4.2 Résultats dynamiques

Sont représentés sur la figure 85 les courbes réponses du matériau pour les essais de compression dynamique. On tire de ces résultats les mêmes remarques que précédemment (augmentation de la réponse mécanique en fonction de la densité), ce malgré l'exception de l'éprouvette de 223.6 kg/m³. Ce graphe montre aussi la très nette augmentation de la réponse mécanique du matériau avec l'augmentation du paramètre vitesse de déformation.

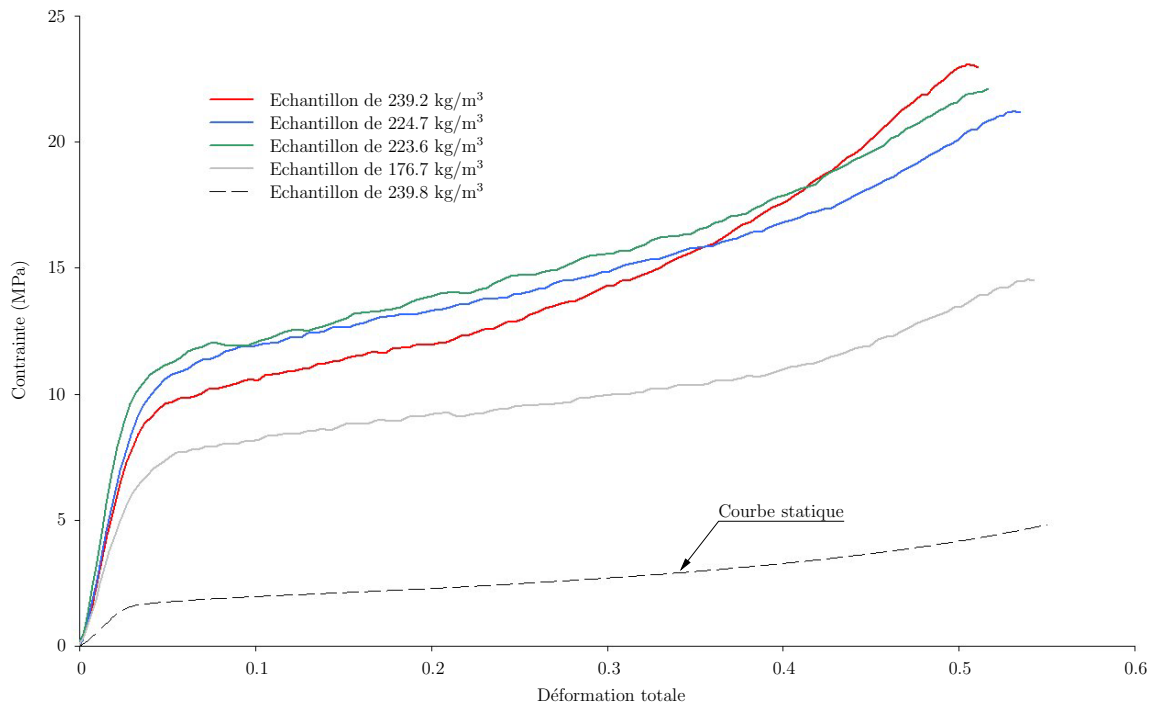


FIG. 85 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression uniaxiale dynamique sur les éprouvettes de type 2

Les caractéristiques mécaniques estimées pour ces essais sont résumées dans le tableau 23.

Densité (kg/m ³)	Module d'élasticité (MPa)	Seuil d'élasticité (MPa)
176.7	230	7.8
223.6	400	11
224.7	310	10.9
239.2	305	9.6

TAB. 23 – Résultats en compression dynamique uniaxiale dans la direction radiale du matériau

5 Les essais sur éprouvette de type 3

5.1 Résultats quasi-statiques

Compression simple

Sont représentés sur la figure 86 les courbes réponses du matériau pour les essais de compression simple. Les conclusions sont ici identiques à celles pour le même type d'essai dans la direction radiale du matériau.

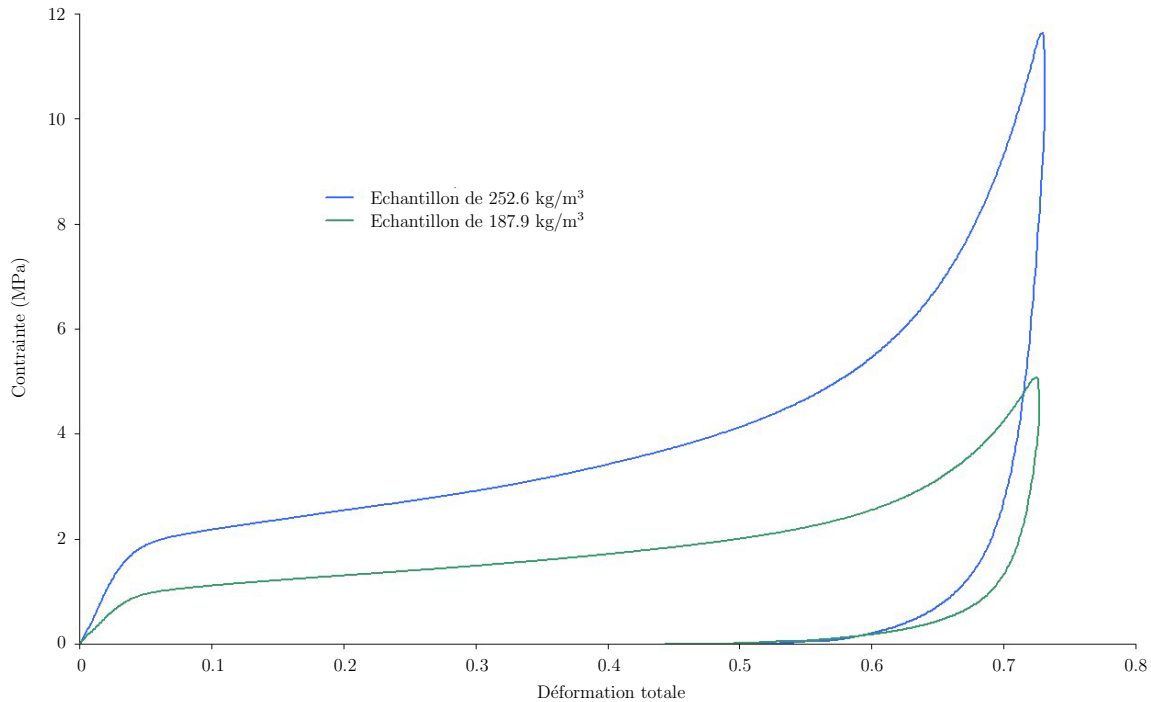


FIG. 86 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression quasi-statique uniaxiale simple sur les éprouvettes de type 3

Compression par paliers

Sont représentés sur la figure 87 les courbes réponses du matériau pour les essais de compression par paliers avec cyclage. Les conclusions sont ici identiques à celles pour le même type d'essai dans la direction radiale du matériau.

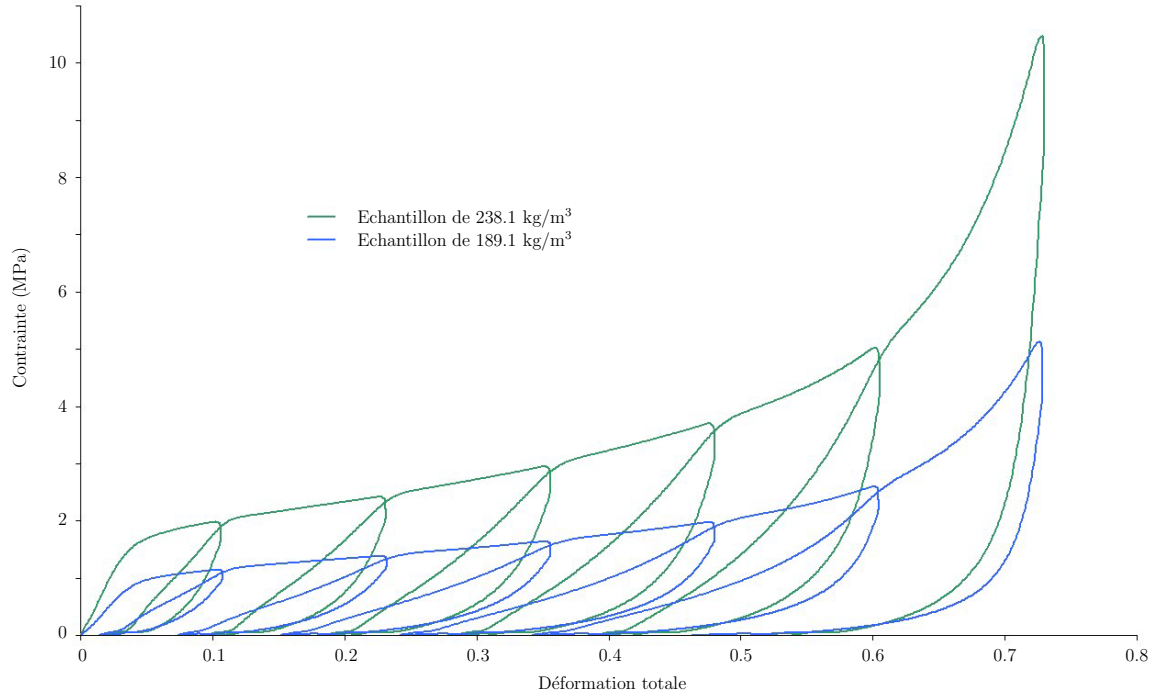


FIG. 87 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression quasi-statique uniaxiale par paliers sur les éprouvettes de type 3

Résultats

Les caractéristiques mécaniques estimées pour ces essais sont résumées dans le tableau 24.

Densité (kg/m ³)	Module d'élasticité (MPa)	Seuil d'élasticité (MPa)
187.9	25	1
189.1	22	1
238.1	43	1.75
252.6	48	1.95

TAB. 24 – Résultats en compression quasi-statique simple et par paliers dans la direction tangentielle du matériau

5.2 Résultats dynamiques

Sont représentés sur la figure 88 les courbes réponses du matériau pour les essais de compression dynamique. Les conclusions sont ici identiques à celles pour le même type d'essai dans la direction radiale du matériau.

Les caractéristiques mécaniques estimées pour ces essais sont résumées dans le tableau 25.

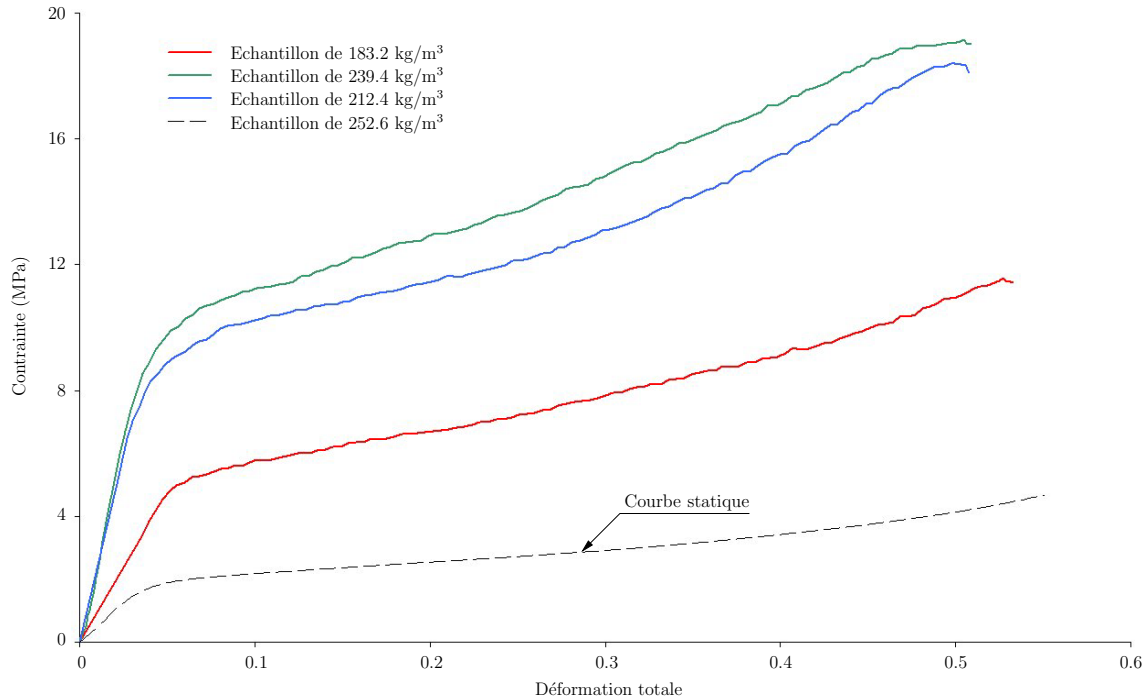


FIG. 88 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression uniaxiale dynamique sur les éprouvettes de type 3

Densité (kg/m ³)	Module d'élasticité (MPa)	Seuil d'élasticité (MPa)
183.2	95	5.3
224.6	240	10.2
239.4	240	9.5

TAB. 25 – Résultats en compression dynamique uniaxiale dans la direction tangentielle du matériau

6 Les essais sur éprouvette de type 4

6.1 Résultats quasi-statiques

Compression simple

Est représentée sur la figure 89 la courbe réponse du matériau pour les essais de compression simple. Un seul essai a pu être mené. On note un comportement de type mousse élastomérique (comme pour le liège aggloméré) pour cette direction de sollicitation.

Compression par paliers

Sont représentés sur la figure 90 les courbes réponses du matériau pour les essais de compression par paliers avec cyclage. Cet essai vient conforter la conclusion de l'essai de compression simple. On note de plus une nette diminution du module d'élasticité au fur et à mesure de la plastification du matériau.

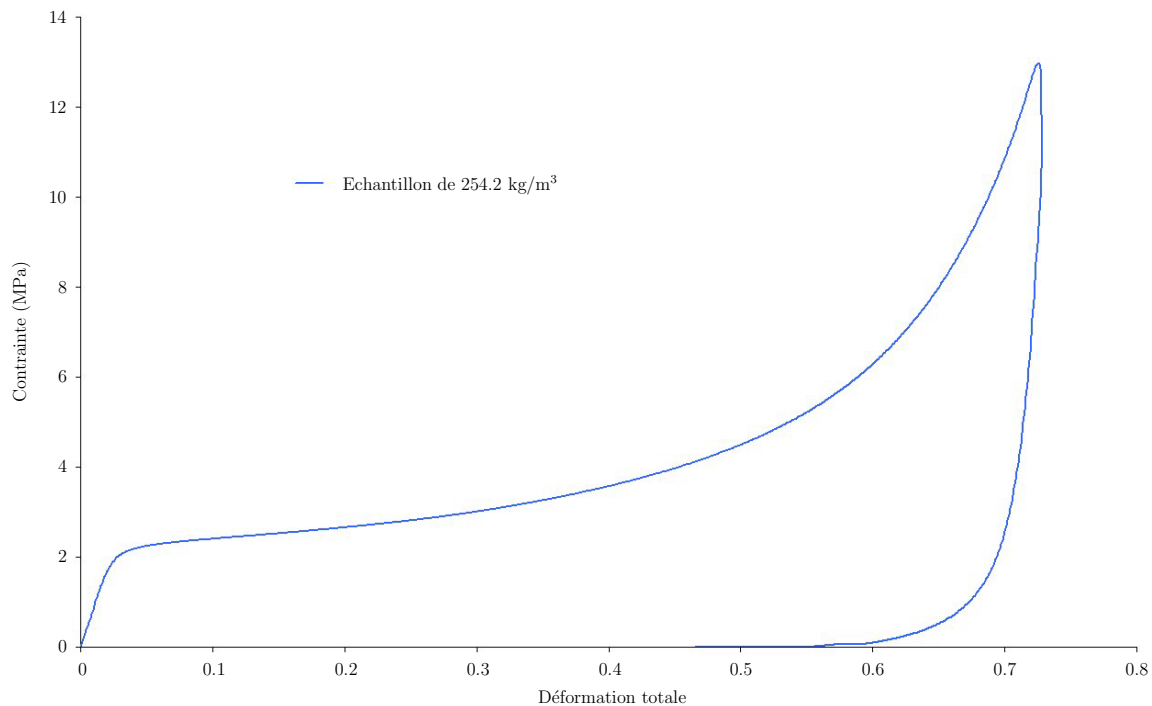


FIG. 89 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression quasi-statique uniaxiale simple sur les éprouvettes de type 4

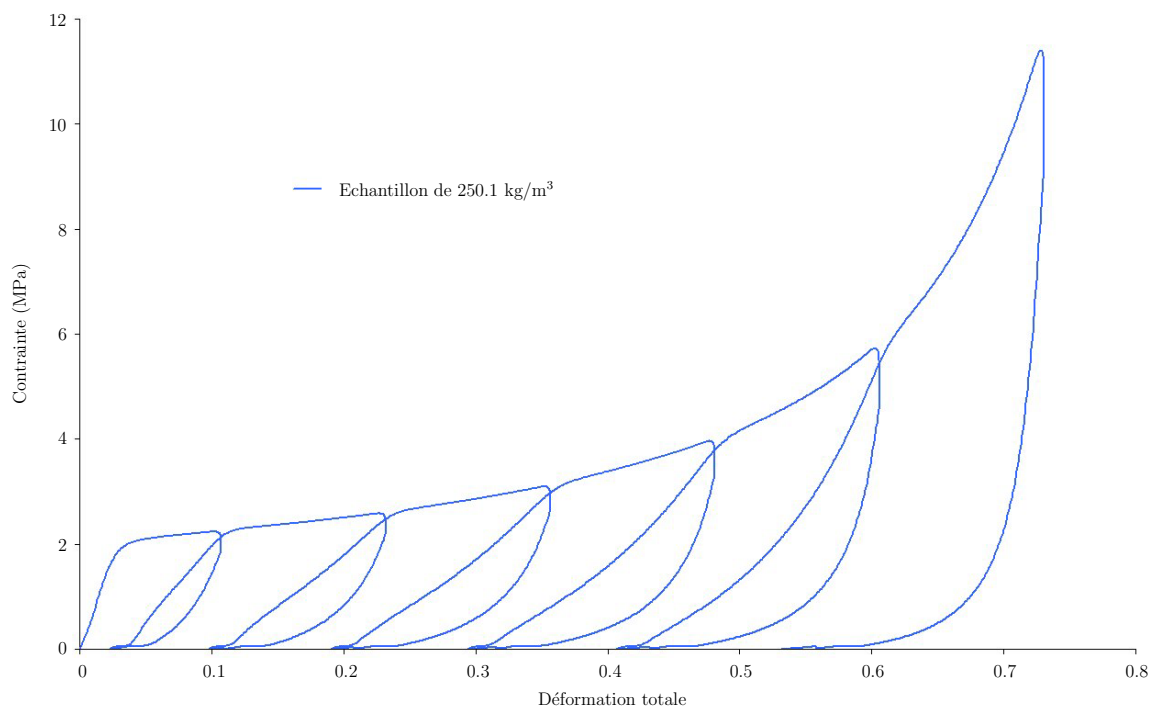


FIG. 90 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression quasi-statique uniaxiale par paliers sur les éprouvettes de type 4

Résultats

Les caractéristiques mécaniques estimées pour ces essais sont résumées dans le tableau 26.

Densité (kg/m ³)	Module d'élasticité (MPa)	Seuil d'élasticité (MPa)
250.1	69	2.05
254.2	85	2.24

TAB. 26 – Résultats en compression quasi-statique simple et par paliers à 45° des directions radiale et tangentielle

6.2 Résultats dynamiques

Sont représentés sur la figure 91 les courbes réponses du matériau pour les essais de compression dynamique. Ce graphe montre la très nette augmentation de la réponse mécanique du matériau avec l'augmentation du paramètre vitesse de déformation.

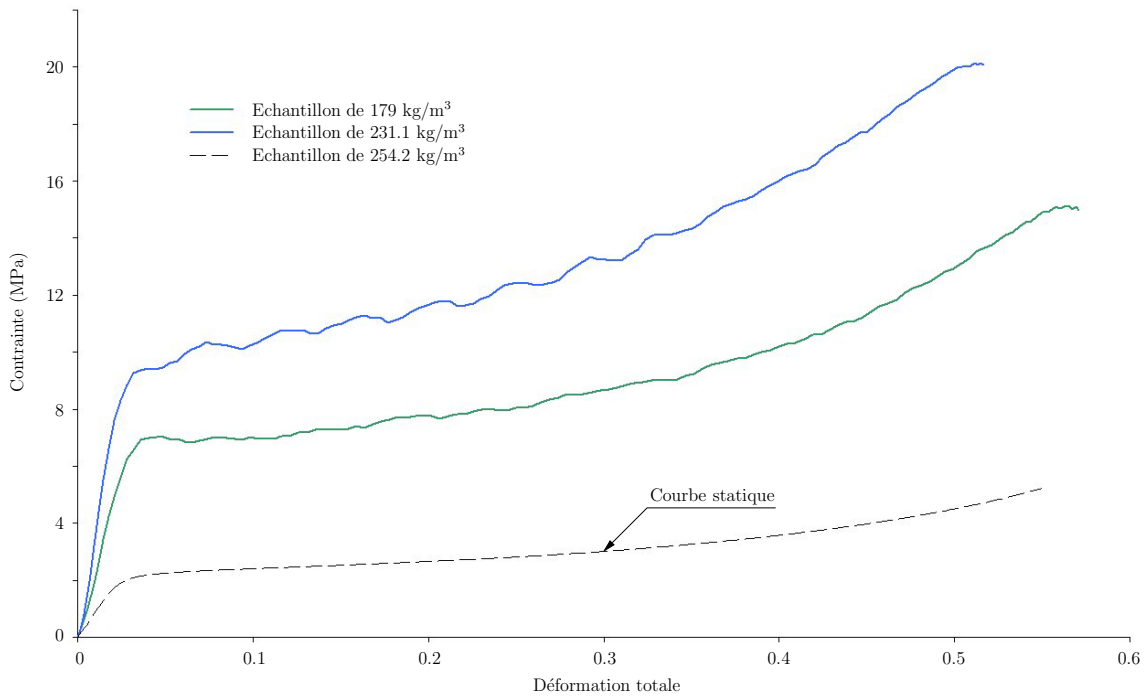


FIG. 91 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression dynamique uniaxiale sur les éprouvettes de type 4

Les caractéristiques mécaniques estimées pour cet essai sont résumées dans le tableau 27.

Densité (kg/m ³)	Module d'élasticité (MPa)	Seuil d'élasticité (MPa)
179	257	6.75
231.1	420	9.4

TAB. 27 – Résultats en compression dynamique à 45° des directions radiale et tangentielle

7 Les essais sur éprouvette de type 6

7.1 Résultats quasi-statiques

Compression simple

Sont représentés sur la figure 92 les courbes réponses du matériau pour les essais de compression simple. Les conclusions sont ici identiques à celles pour le même type d'essai dans les directions géométriques du matériau. On peut observer cependant sur la courbe correspondant à une densité matériau de 209,8 kg/m³ une baisse significative de la contrainte matériau pour la plage de déformation totale [0.4 – 0.6]. Cette baisse peut être expliquée par une dissociation prématurée des trois échantillons composant l'éprouvette.

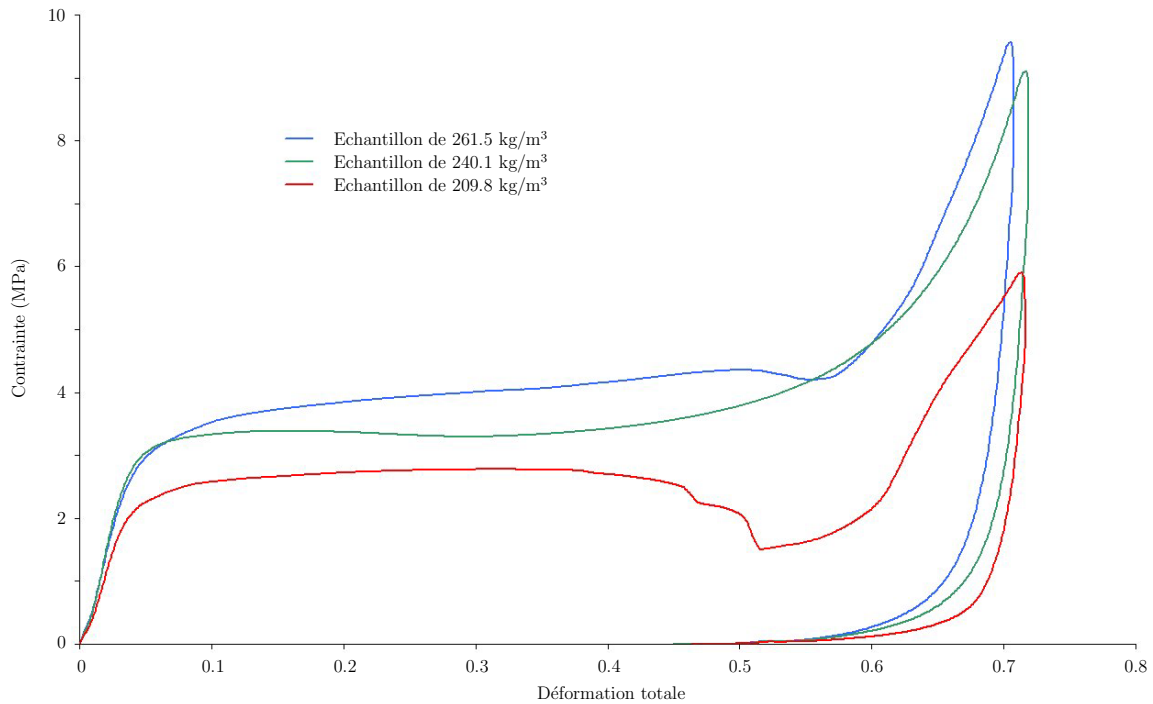


FIG. 92 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression quasi-statique uniaxiale simple sur les éprouvettes de type 6

Compression par paliers

Sont représentés sur la figure 93 les courbes réponses du matériau pour les essais de compression simple. Les conclusions sont ici identiques à celles pour le même type d'essai dans les directions géométriques du matériau.

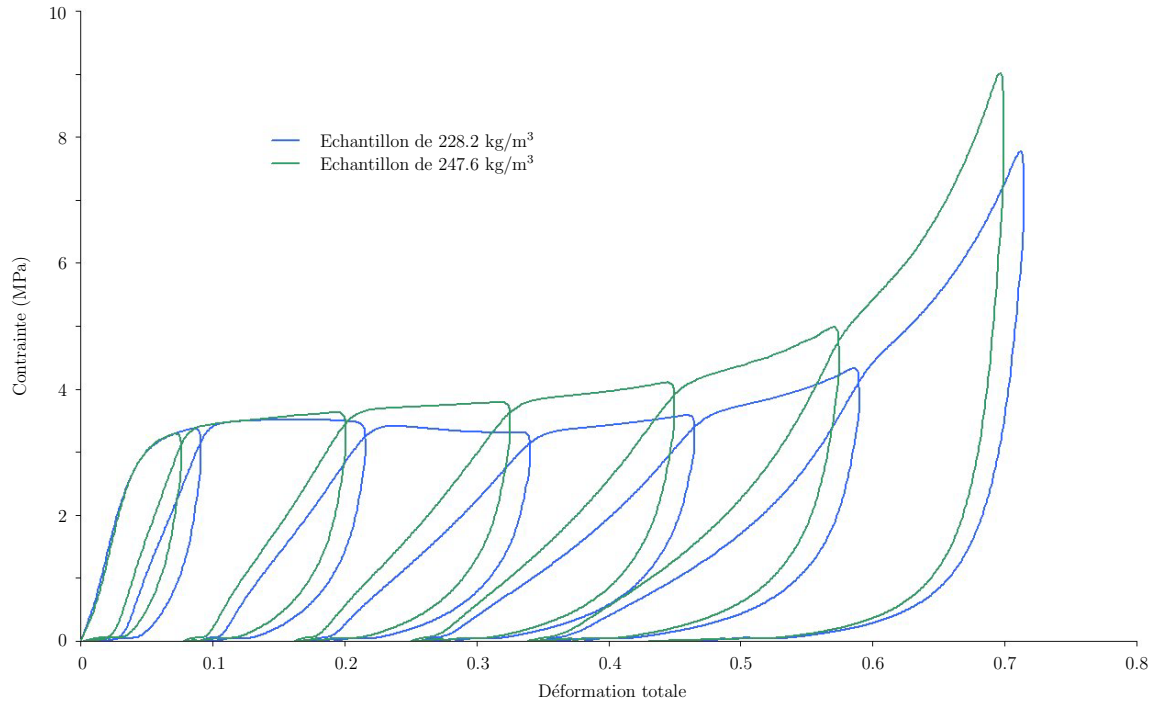


FIG. 93 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression quasi-statique uniaxiale par paliers sur les éprouvettes de type 6

Résultats

Les caractéristiques mécaniques estimées pour cet essai sont résumées dans le tableau 28.

Densité (kg/m ³)	Module d'élasticité (MPa)	Seuil d'élasticité (MPa)
209.8	65	2.75
228.2	84	3.4
240.1	87	3.35
247.6	84	3.4
261.5	86	3.60

TAB. 28 – Résultats en compression quasi-statique simple et par paliers à 45° de la direction longitudinale et d'une direction comprise dans le plan transverse

7.2 Résultats dynamiques

Cet essai est présenté ici pour information mais n'est pas directement exploitable (graphe 94). En effet, au cours de celui-ci, l'intégrité de l'éprouvette n'a pu être garantie, l'assemblage des échantillons la composant n'ayant pas résisté à la vitesse de l'impacteur du système des barres de Hopkinson.

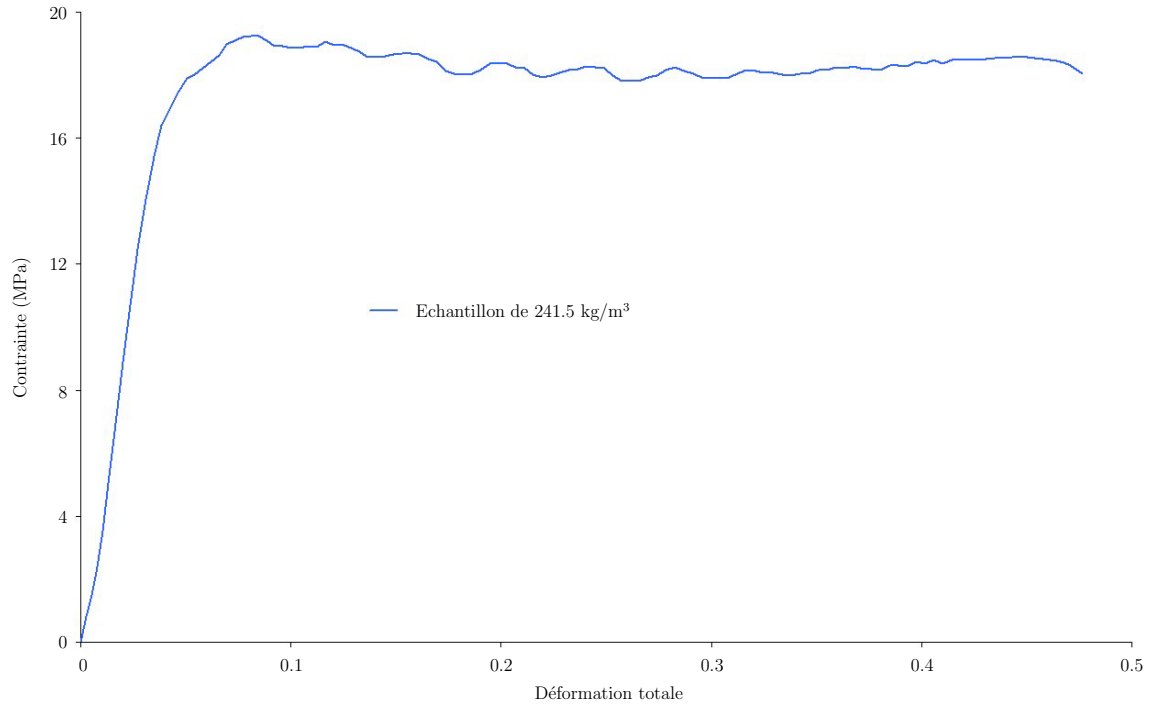


FIG. 94 – Courbe de contrainte-déformation pour les essais de compression dynamique uniaxiale sur les éprouvettes de type 6

Les caractéristiques mécaniques estimées pour cet essai sont résumées dans le tableau 29.

Densité (kg/m^3)	Module d'élasticité (MPa)	Seuil d'élasticité (MPa)
241.5	530	19.3

TAB. 29 – Résultats en compression dynamique à 45° de la direction longitudinale et d'une direction comprise dans le plan transverse

Annexe 3 : campagne expérimentale sur structures du matériau balsa

Présentation

Cette annexe expose la campagne expérimentale sur structures réalisée sur le matériau balsa [44]. Ces essais se composent d'essais d'indentation avec différentes formes de poinçons. Cette campagne a été réalisée dans le cadre d'un contrat d'accompagnement de thèse mettant en place une collaboration entre le CEA et le LAMEFIP. L'ensemble des résultats exposés ci-dessous sont issus du rapport établi par Philippe Viot et Jean-Luc Barou.

1 Description des essais d'indentation

Ces essais ont été réalisés sur machine de traction-compression universelle. Des échantillons de balsa parallélépipédiques de dimension $30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ ont été indentés avec quatre poinçons de forme différentes et suivant deux directions de sollicitations pour chacun des poinçons.

Les deux directions de sollicitations matériaux testées sont les suivantes :

- une correspondant à la direction axiale du matériau, suivant les fibres,
- l'autre suivant une direction transverse aux fibres, bissectrice des directions tangentes et radiales du matériau.

Les quatre types de poinçons utilisés sont les suivants :

- trois poinçons coniques ayant chacun un angle au sommet différent (140° , 120° et 60°),
- un poinçon cylindrique de rayon $R = 35 \text{ mm}$.

Pour chaque essai, la vitesse de déplacement de la traverse est fixé à $V_{\text{traverse}} = 2 \text{ mm/min}$ ce qui compte tenu des dimensions des éprouvettes et de la hauteur indentée (30 mm) correspond à une vitesse de déformation d'échantillon initiale de l'ordre de $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Ainsi, on se situe dans une gamme de vitesse de déformation quasi-statique. Deux schémas de principe de ces essais sont donnés par les figures 95 et 96.

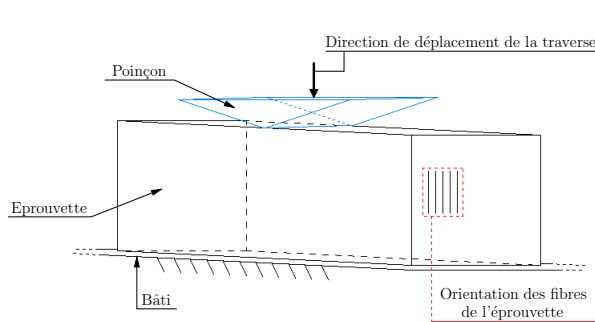


FIG. 95 – Schéma de principe de l'essai avec un poinçon conique suivant la direction des fibres du matériau (direction longitudinale du matériau)

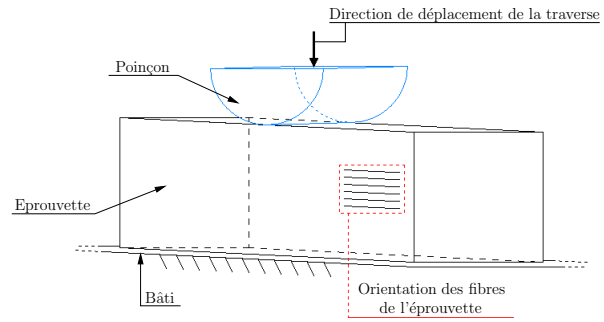


FIG. 96 – Schéma de principe de l'essai avec un poinçon cylindrique suivant une direction transverse aux fibres du matériau (direction bissectrice des directions tangente et radiale du matériau)

Les résultats vont être présentés ci-dessous par type de poinçons. La masse volumique de l'éprouvette est

rappelée pour chaque résultat. Ils feront l'objet d'une analyse commune à la fin de cette partie.

2 Résultats

2.1 Essais réalisés avec un poinçon conique d'angle au sommet 140°

Sont représentés ci-dessous les résultats pour les essais d'indentation obtenus avec le poinçon conique d'angle au sommet 140° :

- la figure 97 représente la courbe réponse de l'effort réactif mesuré en fonction de l'écrasement de l'échantillon pour un essai suivant la direction longitudinale du matériau,
- la figure 98 représente la courbe réponse de l'effort réactif mesuré en fonction de l'écrasement de l'échantillon pour un essai suivant la direction bissectrice des directions tangente et radiale du matériau.

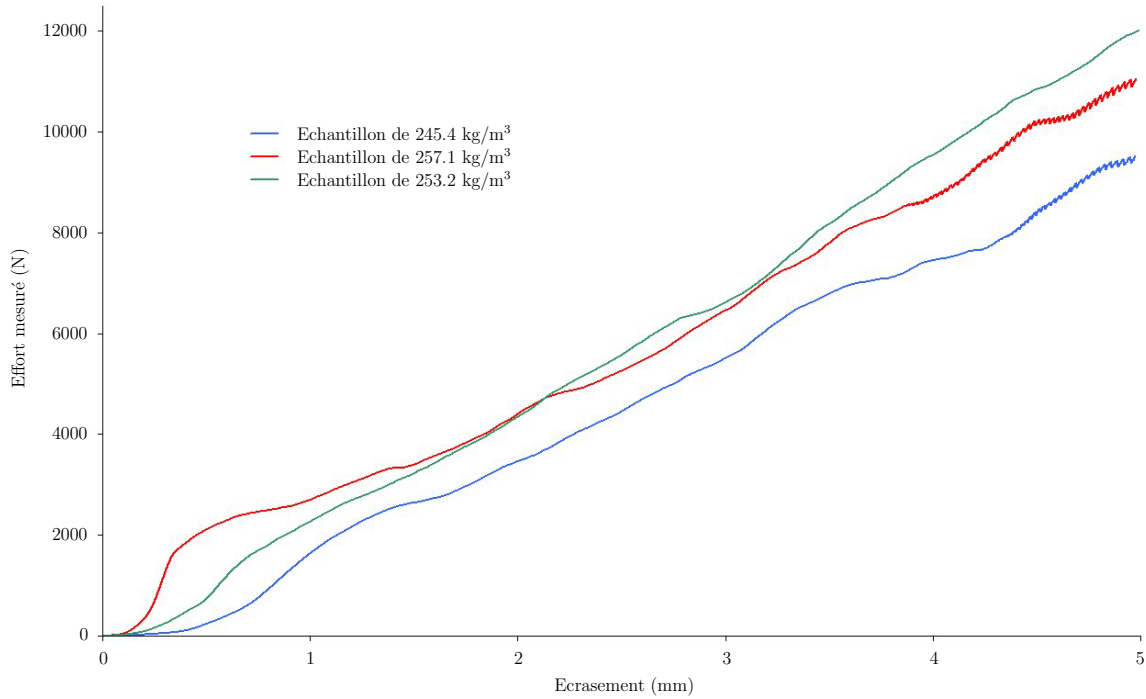


FIG. 97 – Courbes réponse pour les essais d'indentation avec le poinçon conique d'angle au sommet 140° avec comme direction de sollicitation la direction longitudinale du matériau

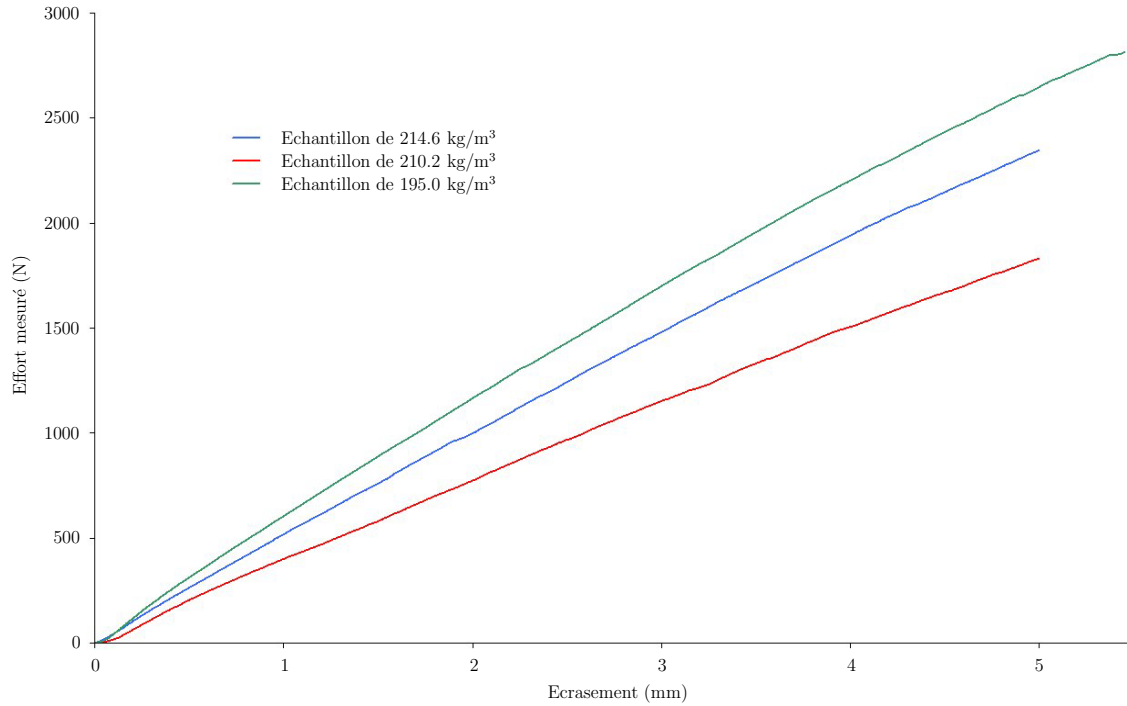


FIG. 98 – Courbes réponse pour les essais d'indentation avec le poinçon conique d'angle au sommet 140° avec comme direction de sollicitation la direction bissectrice des directions tangente et radiale du matériau

2.2 Essais réalisés avec un poinçon conique d'angle au sommet 120°

Sont représentés ci-dessous les résultats pour les essais d'indentation obtenus avec le poinçon conique d'angle au sommet 120° :

- la figure 99 représente la courbe réponse de l'effort réactif mesuré en fonction de l'écrasement de l'échantillon pour un essai suivant la direction longitudinale du matériau,
- la figure 100 représente la courbe réponse de l'effort réactif mesuré en fonction de l'écrasement de l'échantillon pour un essai suivant la direction bissectrice des directions tangente et radiale du matériau.

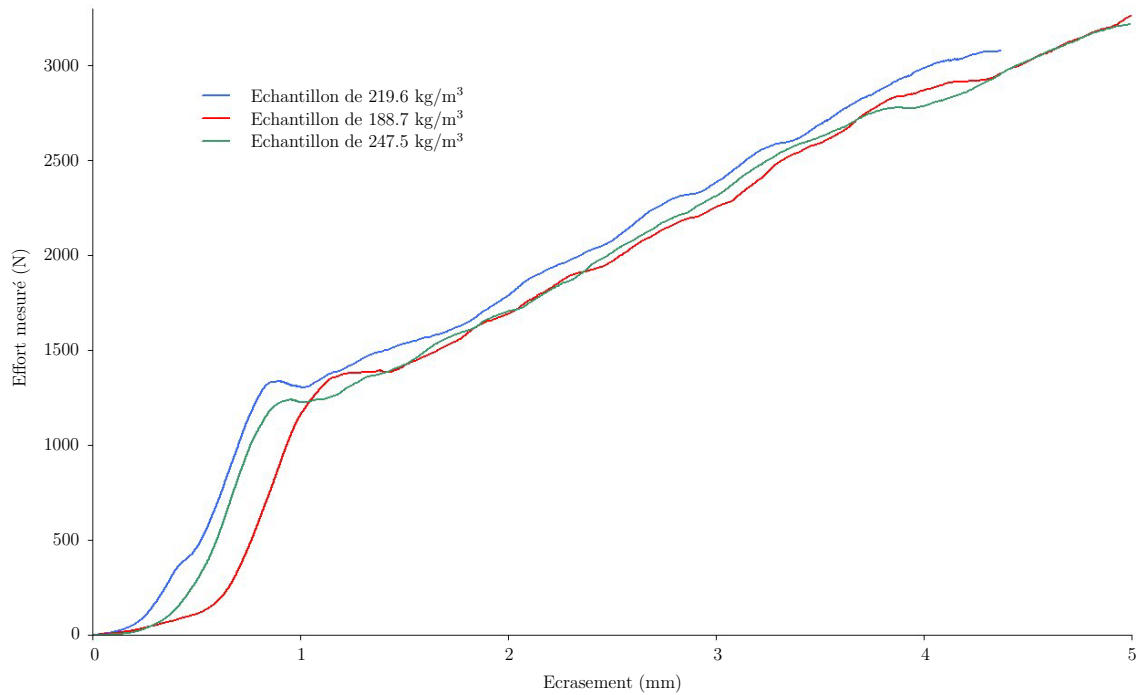


FIG. 99 – Courbes réponse pour les essais d'indentation avec le poinçon conique d'angle au sommet 120° avec comme direction de sollicitation la direction longitudinale du matériau

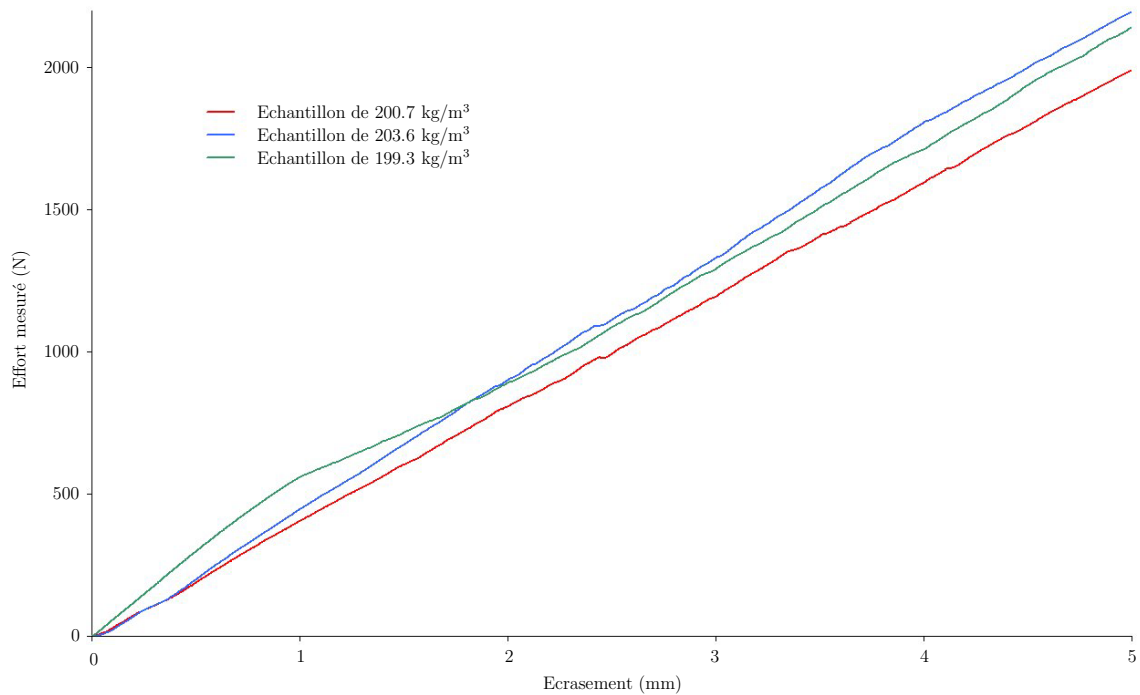


FIG. 100 – Courbes réponse pour les essais d'indentation avec le poinçon conique d'angle au sommet 120° avec comme direction de sollicitation la direction bissectrice des directions tangente et radiale du matériau

2.3 Essais réalisés avec un poinçon conique d'angle au sommet 60°

Sont représentés ci-dessous les résultats pour les essais d'indentation obtenus avec le poinçon conique d'angle au sommet 60° :

- la figure 101 représente la courbe réponse de l'effort réactif mesuré en fonction de l'écrasement de l'échantillon pour un essai suivant la direction longitudinale du matériau,
- la figure 102 représente la courbe réponse de l'effort réactif mesuré en fonction de l'écrasement de l'échantillon pour un essai suivant la direction bissectrice des directions tangente et radiale du matériau.

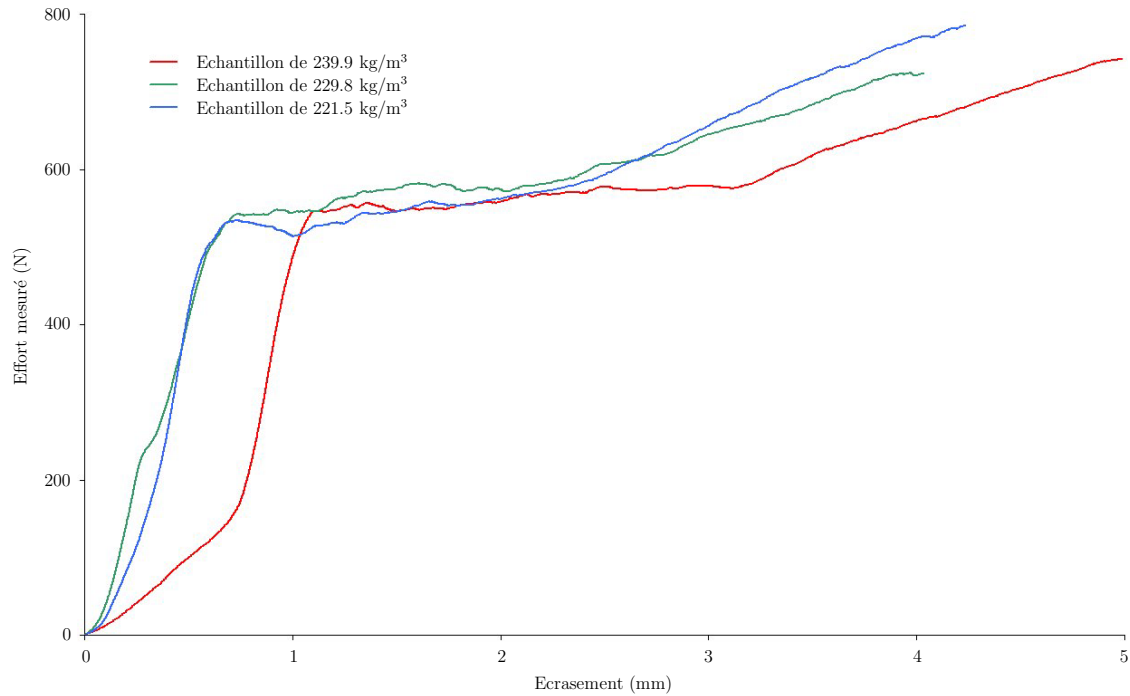


FIG. 101 – *Courbes réponse pour les essais d'indentation avec le poinçon conique d'angle au sommet 60° avec comme direction de sollicitation la direction longitudinale du matériau*

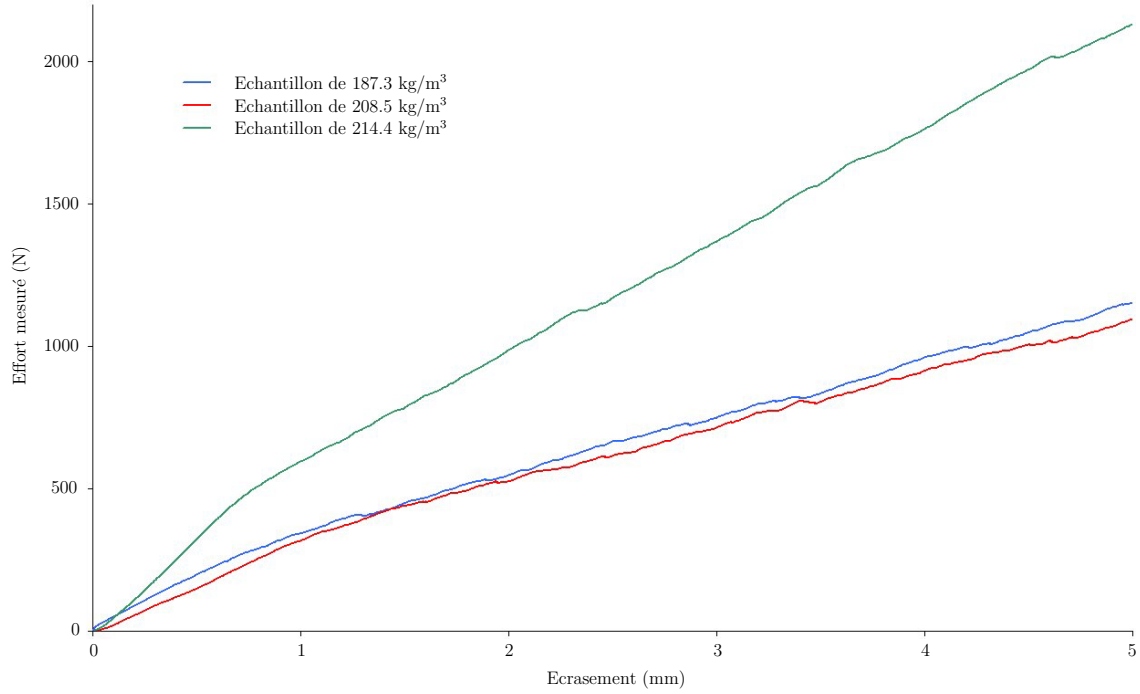


FIG. 102 – *Courbes réponse pour les essais d'indentation avec le poinçon conique d'angle au sommet 60° avec comme direction de sollicitation la direction bissectrice des directions tangente et radiale du matériau*

2.4 Essais réalisés avec poinçon cylindrique

Sont représentés ci-dessous les résultats pour les essais d'indentation obtenus avec le poinçon cylindrique de rayon $R = 35$ mm :

- la figure 103 représente la courbe réponse de l'effort réactif mesuré en fonction de l'écrasement de l'échantillon pour un essai suivant la direction longitudinale du matériau,
- la figure 104 représente la courbe réponse de l'effort réactif mesuré en fonction de l'écrasement de l'échantillon pour un essai suivant la direction bissectrice des directions tangente et radiale du matériau.

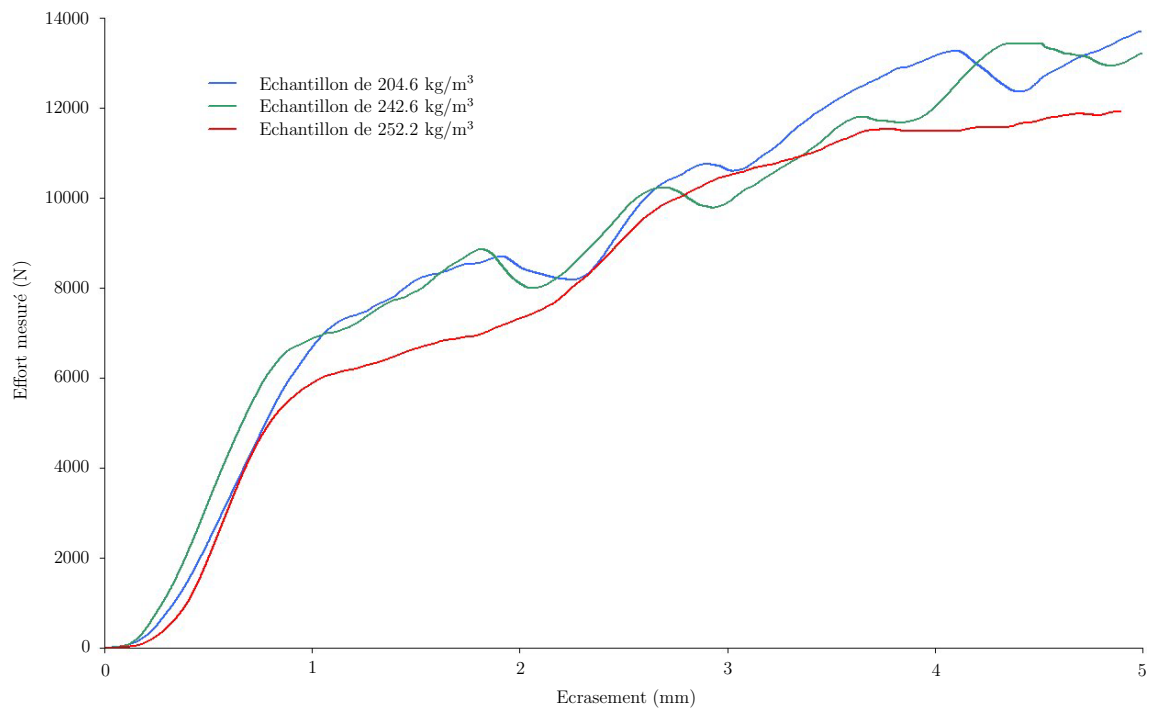


FIG. 103 – Courbes réponse pour les essais d'indentation avec le poinçon cylindrique avec comme direction de sollicitation la direction longitudinale du matériau

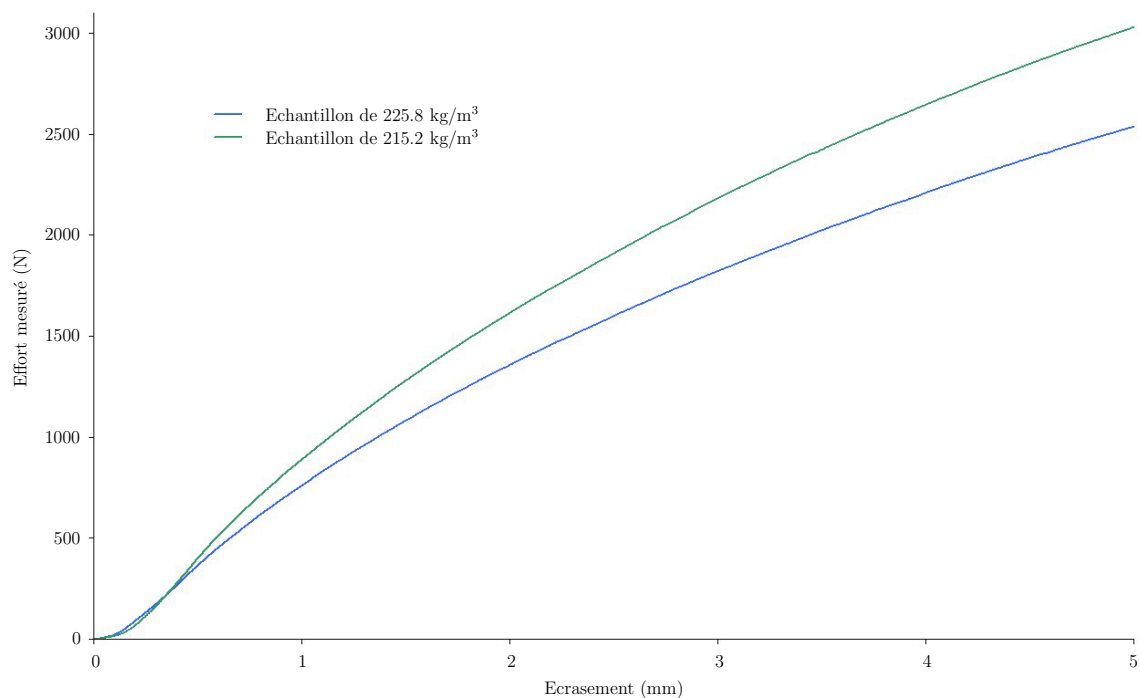


FIG. 104 – Courbes réponse pour les essais d'indentation avec le poinçon cylindrique avec comme direction de sollicitation la direction bissectrice des directions tangente et radiale du matériau

Annexe 4 : moyens expérimentaux

Le LAMEFIP situé à Bordeaux au sein de L'ENSAM ⁵ est le laboratoire où est réalisé l'ensemble des essais expérimentaux de cette étude. Les moyens à disposition permettent notamment d'étudier la réponse des matériaux à des sollicitations dynamiques afin de le caractériser à différentes vitesses de déformation. De nombreux paramètres sont nécessaires pour alimenter les modèles numériques, que ce soit le modèle "Crushable foam" ou le modèle pour matériaux isotropes transverses.

Ainsi, des essais de caractérisations ont été réalisés (essais de compression uniaxiale de la statique à la dynamique rapide, essais de traction uniaxiale, essais de compression hydrostatique, essais de torsion, ...) ainsi que des essais sur structures (essais brésiliens, essais de tour de chute, ...).

La figure (105) représente l'ensemble des vitesses de déformation $\dot{\epsilon}$ exploré au cours de cette campagne d'essais ainsi que chaque moyen d'essai associé à sa gamme de vitesses.

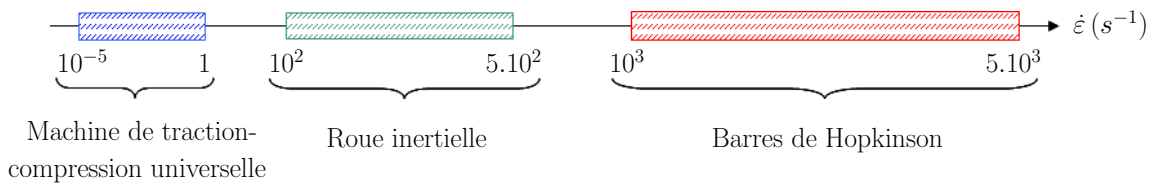


FIG. 105 – Répartition des moyens d'essais par gamme de vitesse de déformation

Cette partie fait une présentation complète des moyens expérimentaux utilisés au cours de ce travail de thèse. L'ensemble des essais expérimentaux réalisé est issu d'un contrat d'accompagnement mettant en place une collaboration entre le CEA et le LAMEFIP. L'auteur a participé et réalisé de nombreuses manipulations sur le matériau liège, les essais portant sur le balsa étant quant à eux réalisés par les équipes techniques du LAMEFIP. La campagne expérimentale sur ces deux essences de bois a fait l'objet de rapports d'étude pour le compte du CEA.

1 La machine de traction compression universelle

La machine de traction compression utilisée au cours de cette étude est une Zwick Roell Z250 de la gamme Allround-Line dont les caractéristiques principales intéressantes pour nos essais sont rappelées dans le tableau 30.

Force d'essai maximum F_n en direction de traction/compression	250 kN
Vitesse maximum de la traverse V_{trav}	600 mm/min

TAB. 30 – Caractéristiques de la machine de traction-compression universelle Zwick Roell 250

La machine est équipée d'un capteur d'effort de même marque d'une capacité de 10kN ayant une résolution de l'ordre du $1/10^{\text{ème}}$ de Newton ainsi que d'un capteur de déplacement de traverse.

⁵Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers

2 La roue inertielle

La roue inertielle [7] [42] est un moyen d'essai développé au sein du LAMEFIP pour réaliser des essais de traction et de compression, uniaxiale (traction et compression) ou hydrostatique (compression) grâce au montage adaptatif de la cellule spécifique de compression hydrostatique, pour une gamme moyenne de vitesse de déformation allant de 100 s^{-1} à 500 s^{-1} (figure 106).

Ce système est composé d'une roue en acier d'un mètre de diamètre, de masse $m = 617 \text{ kg}$, supportant le marteau. La roue est entraînée en rotation jusqu'à une vitesse constante par un moteur asynchrone piloté électroniquement afin de la régler de manière précise. Une fois la vitesse de rotation désirée obtenue, un verin pneumatique vient sortir l'impacteur de l'enclume. Cette enclume fait partie intégrante du palonnier fixée par une liaison pivot au bâti. Le marteau vient alors impacter l'enclume, le palonnier est entraîné en rotation et transmet son mouvement au système de compression de l'échantillon, fixé par une liaison glissière au bâti. L'actionneur pneumatique étant simple effet, un système de fusible protège le palonnier (et ainsi l'échantillon) d'un nouvel impact de la roue. Ce système est intégré dans le percuteur, il permet de le désolidariser du palonnier.

Si l'on considère l'inertie importante de la roue ($I = 77 \text{ kg.m}^2$) en comparaison du faible niveau de contrainte plastique du liège, nous pouvons considérer que les essais de compression se font à vitesse de déformation quasi-constante. La déformation de l'échantillon est obtenue par la mesure d'un capteur de déplacement laser dont l'échantillonnage temporel est de 10^{-4} s^{-1} , valeur suffisante pour obtenir une excellente résolution des relevés. Les efforts de compression sont mesurés à l'aide d'un capteur d'effort situé directement sur le système de compression (figure 106).

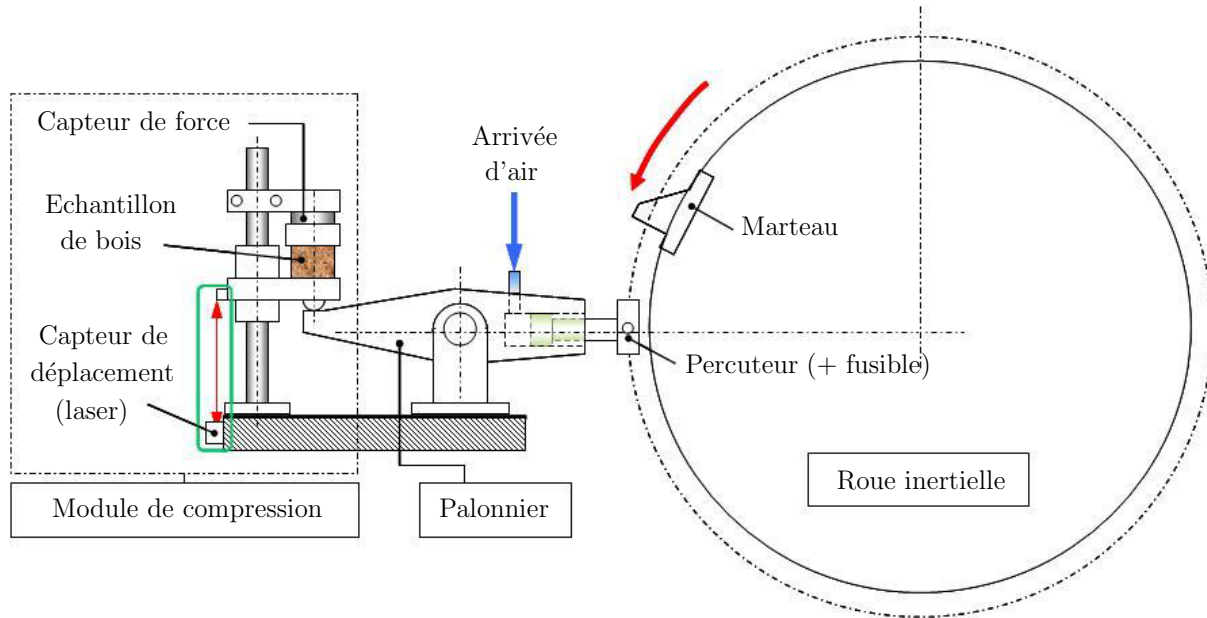


FIG. 106 – Représentation schématique de la roue inertielle [42]

3 Les barres de Hopkinson

Principe

Ce dispositif a pour origine les travaux menés par Hopkinson en 1914 [26]. La configuration actuelle de l'essai en tant que dispositif expérimental dédié à l'étude des matériaux solides soumis à de grandes vitesses de déformation uniaxiale est due à Kolsky (en 1949 [28]).

La technique utilisée dans cette campagne expérimentale, dont une représentation graphique est proposée figure 107, est la technique SHPB (pour "Split Hopkinson Pressure Bar").

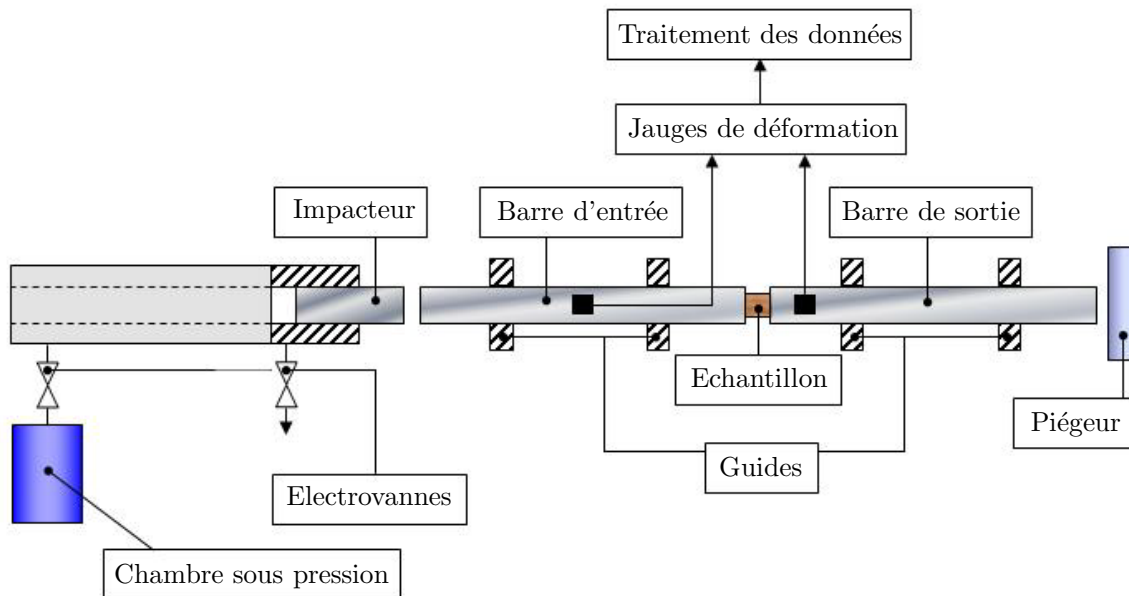


FIG. 107 – Schéma des Barres de Hopkinson (technique SHPB)

Le dispositif est constitué de deux barres : une barre entrante et une barre sortante entre lesquelles est placé l'échantillon matériau à tester et un impacteur, projetée à grande vitesse sur la barre entrante grâce à un système pneumatique. L'impact de ce projectile sur la barre entrante induit une onde de compression dynamique dans celle-ci (onde incidente à l'interface barre entrante/échantillon). Une partie de cette onde est réfléchie dans la barre entrante, l'autre partie est transmise à l'échantillon qui subit alors un champ de contrainte de compression à grande vitesse et qui à son tour transmet une onde à la barre sortante (onde transmise à l'interface échantillon/barre sortante). Grâce à l'analyse de ces différentes ondes au travers des jauges de déformation apposées sur les barres entrantes et sortantes et disposées en pont complet de Wheatstone, on peut alors déterminer le comportement dynamique de l'échantillon et donc du matériau par post-traitement des signaux. La longueur de l'impacteur doit absolument être strictement inférieure à la moitié de celle de la barre entrante afin d'éviter la superposition des ondes si le point de mesure est situé au centre de la barre entrante. L'utilisation de multiples jauges de mesure (nombre variant en fonction de la longueur de barre et de la méthode de transport des ondes utilisée) permet de pallier ce problème et aussi de limiter la longueur des barres [32] [4] [46] [8].

Une représentation graphique des signaux bruts à post-traiter est proposée sur la figure 108. On y distingue très clairement les signaux des ondes incidente, réfléchie et transmise. Les barres métalliques, barres

les plus communément utilisées, conviennent parfaitement à la caractérisation de matériaux de hautes caractéristiques mécaniques (type métaux). Dans ce cas, le principe des barres de Hopkinson repose sur la théorie de propagation des ondes dans les solides élastiques (Graff [27]). Cependant, le dispositif à barres métalliques produit des signaux de faibles intensités couplé à des matériaux dont les caractéristiques mécaniques sont plus faibles tels que les matériaux cellulaires (les signaux produits sont alors du même niveau que le bruit de mesure). Il convient donc d'adapter l'impédance des barres à l'impédance du matériau testé.

Ainsi, dans le cas des matériaux cellulaires, il est préférable d'utiliser des barres de faible impédance, communément des barres en nylon, dont le comportement est considéré comme viscoélastique. L'utilisation de ce type de barres impliquent de prendre en compte les effets de l'atténuation des ondes due à la viscosité du matériau et de la dispersion des ondes due à l'inertie radiale provoquée par le diamètre important des barres [45] [3] [47] [8].

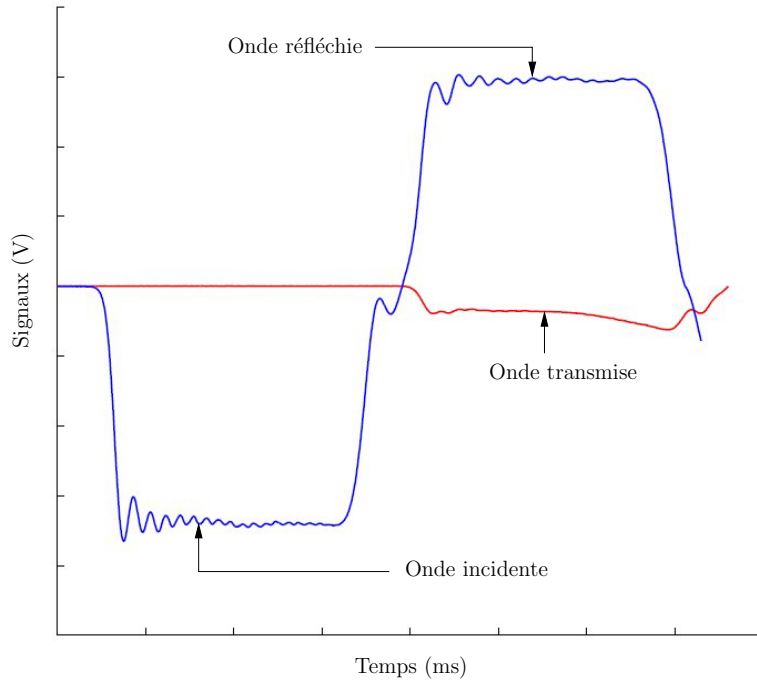


FIG. 108 – *Reproduction schématique de signaux bruts obtenus lors d'un essai sur barres de Hopkinson*

Mise en place des équations

La méthode utilisée est celle présentée par Bacon [3]. On se place dans l'hypothèse de propagation d'onde unidimensionnelle impliquant une géométrie élancée des barres : leur longueur est grande par rapport à leur rayon.

Soit ρ la densité des barres considérées comme viscoélastiques dont l'axe d'axisymétrie est (O, \vec{x}) . A l'instant t et pour une abscisse x donnée, la contrainte longitudinale $\sigma(x, t)$ et la déformation longitudinale $\varepsilon(x, t)$ sont reliées au déplacement axial $u(x, t)$ par le système d'équations (93).

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma(x, t)}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \\ \varepsilon(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \end{cases} \quad (93)$$

On se place dans le domaine fréquentiel de Fourier où la pulsation s'exprime par $\omega = 2\pi f$ avec f la fréquence. Soient $\hat{\sigma}(x, \omega)$ et $\hat{\varepsilon}(x, \omega)$ les transformées de Fourier respectives de la contrainte $\sigma(x, t)$ et de la déformation $\varepsilon(x, t)$. La transformée de Fourier d'une fonction $f(t)$ est définie par $\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$. On note de plus $E^*(\omega)$ le module d'Young complexe régissant la loi de comportement viscoélastique linéaire des barres. Ainsi la relation reliant la contrainte et la déformation est donnée par l'équation (94).

$$\hat{\sigma}(x, \omega) = E^*(\omega)\hat{\varepsilon}(x, \omega) \quad (94)$$

A partir de cette définition, le système (93) amène l'équation (95).

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \hat{\sigma}(x, \omega) = -\rho\omega^2 \hat{\varepsilon}(x, \omega) \quad (95)$$

Soit $\zeta^*(\omega)$ le nombre d'onde complexe défini par $\zeta^{*2}(\omega) = \frac{\rho\omega^2}{E^*}$ permettant de prendre en compte le coefficient d'atténuation $\vartheta(\omega)$ ainsi que la dispersion de l'onde dans la barre lors de sa propagation dans celle-ci. L'équation (96) relie le nombre d'onde complexe $\zeta^*(\omega)$ au coefficient d'atténuation d'onde $\vartheta(\omega)$ ainsi qu'à la dispersion de l'onde dans la barre et donc à la célérité de l'onde $c(\omega)$ dans la barre.

$$\zeta^*(\omega) = \frac{\omega}{c(\omega)} - i\vartheta(\omega) \quad (96)$$

La définition de $\zeta^*(\omega)$ permet de réécrire l'équation (95) en l'équation différentielle (97).

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \zeta^{*2} \right) \hat{\varepsilon}(x, \omega) = 0 \quad (97)$$

En notant $\hat{\varepsilon}_R(\omega)$ et $\hat{\varepsilon}_L(\omega)$ les transformées de Fourier des déformations en $x = 0$ dues aux ondes se propageant respectivement dans le sens des x croissants et dans le sens des x décroissants, la solution générale de l'équation (97) est donnée par l'équation (98).

$$\hat{\varepsilon}(x, \omega) = \hat{\varepsilon}_R(\omega)e^{-i\zeta^*x} + \hat{\varepsilon}_L(\omega)e^{i\zeta^*x} \quad (98)$$

Les transformées de Fourier de la force $\hat{F}(x, \omega)$, de la vitesse particulière $\hat{V}(x, \omega)$ et du déplacement $\hat{U}(x, \omega)$ appliquée à la section d'abscisse x sont alors données par le système (99) (S est la section de la barre).

$$\begin{cases} \hat{F}(x, \omega) = \frac{\rho S \omega^2}{\zeta^{\star 2}} \left(\hat{\varepsilon}_R(\omega) e^{-i\zeta^{\star} x} + \hat{\varepsilon}_L(\omega) e^{i\zeta^{\star} x} \right) \\ \hat{V}(x, \omega) = -\frac{\omega}{\zeta^{\star}} \left(\hat{\varepsilon}_R(\omega) e^{-i\zeta^{\star} x} - \hat{\varepsilon}_L(\omega) e^{i\zeta^{\star} x} \right) \\ \hat{U}(x, \omega) = \frac{i}{\zeta^{\star}} \left(\hat{\varepsilon}_R(\omega) e^{-i\zeta^{\star} x} - \hat{\varepsilon}_L(\omega) e^{i\zeta^{\star} x} \right) \end{cases} \quad (99)$$

Le nombre d'onde complexe $\zeta^{\star}(\omega)$ est déterminé à l'aide d'un essai préliminaire d'impact d'une barre viscoélastique libre à son extrémité [3]. Ainsi, à partir du système (99), il est aisé de déterminer les couples déplacement/force $(\hat{U}_{\text{ent}}(\omega), \hat{F}_{\text{ent}}(\omega))$ et $(\hat{U}_{\text{sort}}(\omega), \hat{F}_{\text{sort}}(\omega))$ aux interfaces barre incidente/échantillon et échantillon/barre sortante, moyennant la détermination des déformations dues aux ondes se propageant dans les deux sens (l'équilibre entre force entrante et force sortante est traité par Bouix [6]). À l'aide d'une transformée de Fourier inverse ($f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega$), ces grandeurs permettent d'obtenir les courbes contrainte nominale/déformation nominale de l'essai au travers du système (100) (la hauteur et la section initiales de l'échantillon sont respectivement notées L_0 et S_0).

$$\begin{cases} \varepsilon(t) = \frac{u_{\text{sort}}(t) - u_{\text{ent}}(t)}{L_0} \\ \sigma(t) = \frac{F_{\text{sort}}(t) + F_{\text{ent}}(t)}{2S_0} \end{cases} \quad (100)$$

Au cours de notre campagne expérimentale, les barres de Hopkinson ont permis l'étude des matériaux en compression dynamique uniaxiale pour une gamme de vitesse de déformation s'étalant de 1000 s^{-1} à 1200 s^{-1} .

4 La cellule de compression hydrostatique

Cette cellule (voir vue 109) est une structure cubique dont quatre des faces sont vitrées dans le but d'utiliser les moyens techniques d'imagerie rapide à disposition permettant de filmer les échantillons placés au centre de l'enceinte (cf. "Les moyens d'acquisition numérique" (Paragraphe III.6)) [42]. Elle est équipée d'un capteur de pression apposé sur une des surfaces vitrées dont il mesure la déformation et dont l'étalonnage a été déterminé afin d'obtenir par post-traitement une mesure de la pression interne de la cellule. La démarche d'un essai de compression hydrostatique est la suivante :

- un échantillon cylindrique ou cubique est placé au centre de la cellule,
- la cellule est remplie d'éthanol, liquide considéré comme incompressible (comparé aux caractéristiques mécaniques du matériau étudié),
- la compression hydrostatique est obtenue grâce au déplacement du piston de la cellule placée dans le moyen d'essai (machine Zwick pour de la compression statique ou la roue inertielle pour de la compression dynamique) qui vient comprimer l'éthanol,
- la mesure de pression se fait via le capteur de pression fixé sur la cellule.

La nature même du liquide de compression et de l'échantillon impose d'imperméabiliser ce dernier avant l'essai, opération réalisée avec du silicone. Compte tenu de ses caractéristiques mécaniques, ce matériau permet de ne pas perturber la mesure des caractéristiques de l'échantillon.

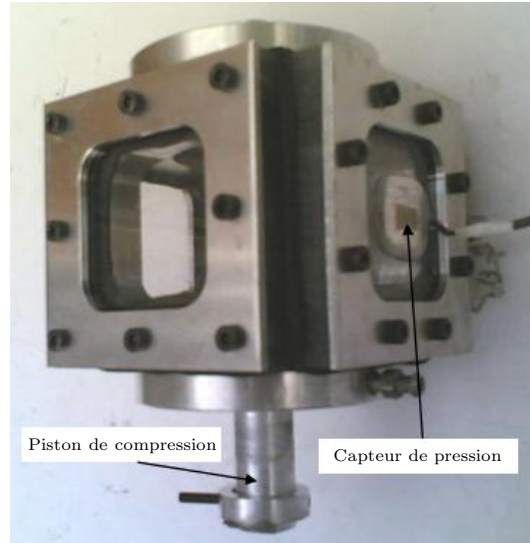


FIG. 109 – *Cellule de compression hydrostatique*

5 La tour de chute

La tour de chute permet de réaliser des essais d'impact type masse tombante (cf. figure 110).

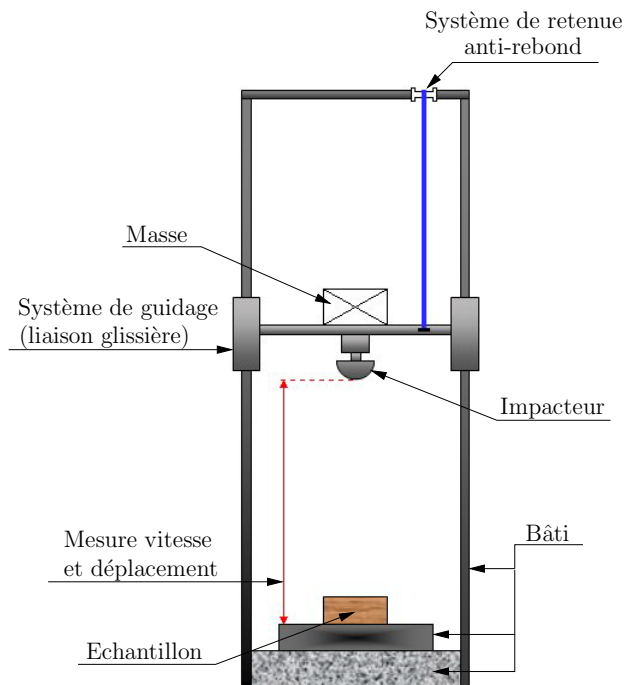


FIG. 110 – *Représentation schématique d'un dispositif de tour de chute*

Ce moyen d'essai est utilisé pour tester des structures et non pour caractériser les matériaux. La masse et la hauteur de chute sont ajustables pour obtenir les caractéristiques d'essais requises ($h_{\max} = 3$ m et $P_{\max} = 30$ kg). Le système est équipé d'un socle récepteur en béton armé où est fixé le montage d'essai

supportant l'échantillon et d'une structure métallique guidant en translation verticale l'impacteur (liaison glissière). Il est de plus équipé d'un système anti-rebond après impact. L'ensemble de l'essai est monitoré à l'aide de capteurs laser pour les déplacements et de capteurs piézoélectriques et d'accéléromètres pour les efforts d'impacts et la mesure des accélérations. Une notice du moyen d'essai du LAMEFIP est disponible dans la référence [30].

6 Les moyens d'acquisition numérique

L'ensemble des essais expérimentaux a été filmé grâce à une caméra numérique rapide Photron APX-RS dont les caractéristiques techniques importantes sont rappelées dans le tableau (31). La caméra est équipée d'un capteur CMOS et possède de nombreuses optiques permettant de s'adapter à l'ensemble des conditions d'essais rencontrées.

Les possibilités techniques de cette caméra sont amplement suffisantes pour le post-traitement par corrélation d'images (notamment en terme de résolution et de vitesse d'acquisition), le seul inconvénient étant la capacité mémoire interne limitant la durée des films réalisés (ce problème ne se pose uniquement que pour les essais quasi-statique où la durée d'essai est importante). Les films ainsi réalisés ont été ensuite post-traités par un logiciel de corrélation d'images.

Vitesse d'acquisition maximale	250000 fps
Résolution maximale	1024.1024 pixels.pixels
Mémoire interne disponible pour l'acquisition	8 Go

TAB. 31 – *Caractéristiques de la caméra numérique APX-RS*