Nancy-Université
INPL

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.
Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur au même titre que sa version papier. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.
D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite entraîne une poursuite pénale.

Contact SCD INPL: mailto:scdinpl@inpl-nancy.fr

LIENS

Code de la propriété intellectuelle. Articles L 122.4
Code de la propriété intellectuelle. Articles L 335.2 – L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

Institut National Polytechnique de Lorraine

Ecole Doctorale E.M.M.A.

THESE

présentée par

**Mohamed Bader BOUBAKER**

pour l'obtention du grade de

**Docteur de l'Institut National Polytechnique de Lorraine**
Spécialité : Mécanique et Energétique

# Contribution mécanique à la réduction des marges en radiothérapie de la prostate : modélisation et simulation numérique du mouvement et de la déformation des organes pelviens

Soutenue le 03 décembre 2009 devant le jury constitué de :

| | |
|---|---|
| **Pierre BEY** | Professeur radiothérapeute à l'Institut Curie (Rapporteur) |
| **Mathias BRIEU** | Professeur à l'École Centrale de Lille (Rapporteur) |
| **Pierre ALETTI** | Radiophysicien au Centre Alexis Vautrin (Co-directeur de thèse) |
| **Luc CORMIER** | Professeur urologue au CHU de Dijon |
| **Jacques FELBLINGER** | Professeur à l'Université Henri Poincaré de Nancy |
| **Jean-Francois GANGHOFFER** | Professeur à l'INP de Lorraine (Directeur de thèse) |
| **Mohamed HABOUSSI** | Maître de Conférence à l'INP de Lorraine (Co-directeur de thèse) |

**L**aboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée

# Remerciements

Un tel travail reflète trois années de recherche et de développement au sein du Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée, LEMTA, en étroite collaboration avec le Centre de radio-physique Alexis Vautrin (CAV, Nancy). Je tiens donc à remercier Christian MOYNE, directeur du LEMTA, pour m'avoir permis de réaliser les travaux de recherche au sein du laboratoire et surtout pour son souci afin de m'offrir les conditions favorables de travail.

Ce travail, long et très exigeant, ne serait possible sans le suivi rigoureux, les réflexions et les recadrages parfois nécessaires de mes directeurs de thèse. Ainsi, je désire en tout premier lieu exprimer ma profonde gratitude à Jean-François GANGHOFFER pour la liberté et la confiance qu'il m'a accordé au cours de ces trois années, à mon co-directeur de thèse Mohamed HABOUSSI, pour son suivi rigoureux de mon travail numérique et pour ses précieux conseils et à Pierre ALETTI, radiophysicien et responsable de la recherche en radiophysique au Centre Alexis Vautrin, pour avoir préparé le cadre général de ma thèse ainsi que les bonnes conditions pour le déroulement des mes travaux de recherche.

Ce travail de thèse n'aurait pas pu avoir lieu sans le financement de la Ligue Contre le Cancer, Meurthe et Moselle. Je remercie ainsi son Président Yves KESSLER, pour son soutien financier et aussi M. Jean Pierre PILON, pour son accueil chaleureux et son extrême sympathie.

Je remercie aussi MM. Mathias BRIEU et Pierre BEY pour m'avoir fait l'honneur d'être rapporteurs de ma thèse. Le regard critique, juste et avisé qu'ils ont porté sur mes travaux, leur lecture minutieuse de mon manuscrit, m'ont été précieux.

Cette thèse est également le fruit de discussions et d'échanges avec les médecins. Je tiens à remercier particulièrement M. Luc CORMIER, urologue au CHU, et M. Jean Marie GALLAS, urodynamicien au CHU, pour leurs disponibilités et leurs précieuses contributions. Ma reconnaissance va aussi à M. Nguyen TRAN et toute son équipe à l'école de chirurgie de nancy pour leur précieuse aide en me fournissant des échantillons d'organes porcins.

Mon admiration et mon respect vont particulièrement à M. Rachid RAHOUADJ, pas uniquement pour son aide et son savoir faire en matière de mesures expérimentales, mais plutôt pour son état d'esprit et pour ses précieux conseils concernant mon avenir professionnel.

Je pense aussi à toutes les personnes que j'ai pu côtoyer durant ces années de thèse et qui ont participé à son bon déroulement, tant au niveau scientifique, que technique et administratif, qu'amical ou encore personnel. Je souhaite une bonne continuation à Azad. Merci Ali, Nadjim, Norbert, Talel et Cedric pour votre amitié et vos conseils. Je pense pareillement à la gentillesse de Dalida et aux renseignements précieux de Edith et Catherine. De même, je ne peux pas oublier l'intervention des techniciens du laboratoire MM. Alain GERARD et Franck

DEMEURIE pour mettre en place des dispositifs de mesure.

Je dois m'incliner majestueusement devant mes parents qui m'ont bien éduqué et qui se sont dévoués pour mon bien être. Ils m'ont toujours soutenu et aujourd'hui je suis certain qu'ils sont fiers de moi. Je pense avec tant d'émotion à Souha, Sana, Noureddine, Bilel, Chams, Hachem et tous mes proches ainsi que mes amis en Tunisie, qui m'ont énormément soutenu pour décrocher ce précieux diplôme universitaire.

Mouayed, t'es le bienvenu dans la petite famille. Dommage, t'as pas pu assister à la soutenance de ton papa!!

Yosra! You are my wife and you are my life. You have been great with me along this difficult period. Thanks a lot.

يا رب لك الحمد كما ينبغي لجلال وجهك و عظيم سلطانك

# Table des Matières

**Abréviations et Notations** **ix**

**Introduction Générale** **xi**

**I Contexte médical** **1**

I.1 Région pelvienne . . . . . 2

I.2 Cancer de la prostate et son traitement . . . . . 4

I.3 Limitations de la radiothérapie conformationnelle . . . . . 6

I.4 Mobilité de la prostate . . . . . 7

I.5 Marges de sécurité et leur amélioration . . . . . 12

I.6 Conclusion . . . . . 15

**II Comportement hyper-viscoélastique** **17**

II.1 Rappels de mécanique non linéaire . . . . . 18

II.1.1 Cinématique . . . . . 18

II.1.2 Statique . . . . . 19

II.2 Hyperélasticité . . . . . 20

II.2.1 Définition . . . . . 20

II.2.2 La compressibilité et l'incompressibilité . . . . . 21

II.2.3 Anisotropie . . . . . 23

II.2.4 Modèles hyperélastiques isotropes . . . . . 24

II.2.5 Analyse du modèle d'Ogden . . . . . 26

II.3 Viscoélasticité . . . . . 28

II.3.1 Modèles rhéologiques . . . . . 28

II.3.2 Modèles phénoménologiques héréditaires . . . . . 30
II.3.3 Hyper-viscoélasticité . . . . . 32
II.4 Conclusion . . . . . 36

**III Caractérisation et identification des propriétés (visco)-élastiques des tissus pelviens 37**

III.1 Bibliographie . . . . . 38
III.1.1 Propriétés élastiques de la prostate . . . . . 38
III.1.2 Propriétés élastiques du rectum et de la vessie . . . . . 39
III.1.3 Propriétés élastiques : comparaison et discussion . . . . . 41
III.2 Caractérisation expérimentale . . . . . 43
III.2.1 Aspect éthique . . . . . 43
III.2.2 Protocole expérimental . . . . . 43
III.2.3 Mesures expérimentales . . . . . 48
III.2.4 Analyse des mesures . . . . . 50
III.2.5 Comparaison des mesures avec les données de la littérature . . . . . 54
III.3 Identification des paramètres des lois de comportement . . . . . 56
III.3.1 Qualité du lissage selon les modèles de Mooney-Rivlin et d'Ogden . . 56
III.3.2 Identification des paramètres . . . . . 61
III.4 Conclusion . . . . . 63

**IV Modélisation et simulations de la mobilité de la prostate 65**

IV.1 Quelques approches de modélisation numérique . . . . . 67
IV.2 Définition du modèle biomécanique . . . . . 70
IV.3 Simulations par éléments finis . . . . . 79
IV.3.1 Distensions rectale et vésicale (Étapes 1 et 2) . . . . . 80
IV.3.2 Modélisation de la mobilité de la prostate (Étape 3) . . . . . 85
IV.3.3 Etude paramétrique . . . . . 89
IV.4 Conclusion . . . . . 94

**V Discussion : vers un modèle biomécanique plus complet 95**

V.1 Modélisation biomécanique enrichie . . . . . 96
V.1.1 Représentation géométrique enrichie . . . . . 96
V.1.2 Réplétion vésicale . . . . . 98
V.1.3 Lois de comportement . . . . . 98
V.1.4 Effet de la respiration . . . . . 100
V.2 Automatisation du processus . . . . . 101
V.3 Conclusion : amélioration des marges . . . . . 104

**Conclusion générale** **107**

**Annexe 1 : Anatomie pelvienne chez l'homme** **117**

**Annexe 2 : Techniques de mesure des propriétés élastiques des tissus biologiques** **119**

**Annexe 3 : Identification des paramètres** **127**

**Annexe 4 : Comparaison MSC Marc- Simulia Abaqus** **131**
D.1 Interface des deux logiciels . . . . . 131
D.2 Géométrie et discrétisation . . . . . 131
D.3 Modélisation des conditions aux limites . . . . . 132
D.4 Gestion des contacts . . . . . 132
D.5 Déroulement des calculs . . . . . 132

**Summary // Résumé** **135**

# Abréviations et Notations

**Abréviations**

| | |
|---|---|
| *c.à.d.* | c'est à dire |
| $CAO$ | Conception Assistée par Ordinateur |
| $CAV$ | Centre Alexis Vautrin |
| $CHU$ | Centre Hospitalier Universitaire |
| $CT$ | *Computed Tomography* |
| $CTV$ | *Clinical Target Volume* = Volume cible anatomoclinique |
| $EF$ | éléments finis |
| $Gy$ | le Gray : la dose d'énergie absorbée par un milieu homogène d'une masse d'un kilogramme lorsqu'il est exposé à un rayonnement ionisant apportant une énergie d'un joule (1 Gy = 1 J/kg) |
| $Hz$ | Hertz (1/seconde) |
| $HBP$ | Hypertrophie Bénigne de la Prostate |
| $IRM$ | Imagerie par Résonance Magnétique |
| $kPa$ | kilo Pascal |
| $PTV$ | *Planning Target Volume* = Volume cible prévisionnel |

**Notations** **(liste non-exhaustive - Chapitre II)**

| | |
|---|---|
| $\mathbf{A}$ | tenseur d'ordre 2 |
| $\overrightarrow{A}$ | vecteur |
| $\boldsymbol{\nabla}_L$ | opérateur Nabla (gradient) Lagrangien |
| $\boldsymbol{\nabla}_E$ | opérateur Nabla (gradient) Eulérien |
| $\lambda_i$ | élongations pures, i= 1..3 |

# Introduction Générale

Le cancer de la prostate est devenu un problème de santé publique dans certains pays développés ; on estime qu'en France et aux États Unis, cette maladie est la deuxième cause de décès par cancer chez l'homme. D'après une étude menée par Ferlay *et al.* (2002) sur 71 pays, les taux annuels de la mortalité – liés directement au cancer de la prostate – par 100000 habitants sont les suivants :

- Moyenne annuelle des 71 pays : 13.2 morts.
- Taux annuel le plus faible (en Chine et au Vietnam) : 1 mort.
- Taux annuel le plus élevé (en Norvège et en Suède) : 27 morts.

De nombreux facteurs d'origine génétique, toxicologique et liés au régime alimentaire semblent être impliqués dans le développement de ce cancer. Celui-ci peut provoquer des douleurs, une difficulté d'uriner, un dysfonctionnement érectile et d'autres symptômes. La radiothérapie externe est un traitement non-intrusif pour cette pathologie. Cependant, la prostate subit un mouvement aléatoire dans un environnement anatomique complexe ; ne possédant pas une position stable, son traitement peut générer des complications au niveau des organes avoisinants. Dans cette optique, il devient nécessaire, lors du traitement de ce cancer, d'englober non seulement la tumeur, mais aussi des marges prenant en compte la mobilité de l'organe et l'ensemble des erreurs liées à la préparation et à la mise en place du traitement. Cependant, les radiothérapeutes utilisent des marges autour du volume tumoral de la glande qui peuvent empiéter sur les organes sains voisins. Il convient donc de réduire ces marges en prenant en compte la mobilité de la prostate, notamment celle d'origine mécanique.

A cette fin médicale, des recherche sont engagées, depuis quelques années au centre Alexis Vautrin de Nancy ayant pour objectif ultime la minimisation des risques de complications au niveau des organes avoisinants, tout en augmentant le gain thérapeutique du traitement. Le travail de thèse de Keros (2005) au CAV fait partie de ces recherches. Il a porté sur l'analyse, la compréhension et la quantification de la mobilité de la prostate dans son environnement anatomique. Keros a mené une étude expérimentale sur une personne défunte, qui consistait à faire varier le volume des poumons, du rectum et de la vessie et à observer la réaction des organes et plus particulièrement celle de la prostate. Les marges ont été mesurées avant et après la quantification du mouvement de la glande – lui-même dû aux distensions rectale, vésicale et pulmonaire. Ainsi, ce premier travail a montré que l'utilisation d'outils en temps

réel pour localiser la prostate permet la planification d'une nouvelle irradiation avec une marge améliorée. Ce travail constitue le point de départ de la présente étude.

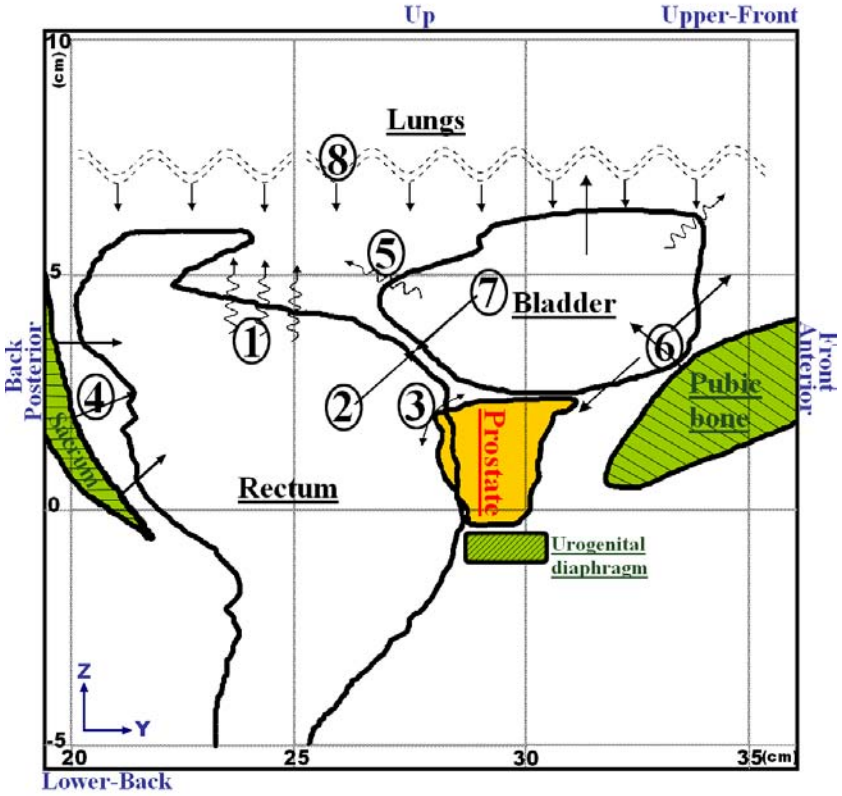



**Figure 1**: Schéma de l'anatomie et des interactions de la région pelvienne chez l'homme : representation des forces (contact) (→) et déformations (⇝) assoiciées aux organes de la région pelvienne. ① : Zone d'expansion rectale sous contrainte pulmonaire ou vésicale opposée au rectum. ② : Force de compression rectale face à la vessie. ③ : Zone de bascule prostatique. ④ : Réaction du Sacrum. ⑤ : Zone d'expansion vésicale sous contrainte pulmonaire et rectale. ⑥ : Réaction de l'os de pubis. ⑦ : Force de compression vésicale face au rectum. ⑧ : Pression (compression) exercée par les poumons.

A cet égard, adoptant ici le point de vue du mécanicien, les organes anatomiques peuvent être considérés soit comme des corps rigides (tels que les os) ou des corps déformables (tels que la prostate et le rectum), caractérisés par leurs propriétés mécaniques, à savoir l'élasticité, la viscosité et l'anisotropie. Ces corps interagissent entre eux sous l'effet des efforts extérieurs tels que la pression due à la respiration, les pressions intra-rectale et intra-vésicale. Ils sont soumis à des blocages imposés par les os et les ligaments (Fig. 1). Il en résulte des déformations et/ou des déplacements de ces entités anatomiques, occasionnant des contacts directs entre eux, avec un coefficient de frottement qui peut être variable. La mécanique des milieux continus apparaît alors comme un cadre de modélisation adéquat, susceptible de prendre en compte ces interactions en vue de simuler numériquement les mouvements au sein de la région pelvienne, et notamment ceux de la prostate.

Ce travail s'inscrit dans la continuité de travail de thèse de Keros (2005) portant sur la mesure du mouvement des organes de la région pelvienne. Son objectif principal est la modélisation numérique par éléments finis du mouvement et de la déformation des organes pelviens lors

d'un chargement statique ou évolutif reproduisant l'état de remplissage de certains organes (vessie, rectum). Cette thèse s'inscrit dans un cadre pluridisciplinaire, dont les acteurs sont :

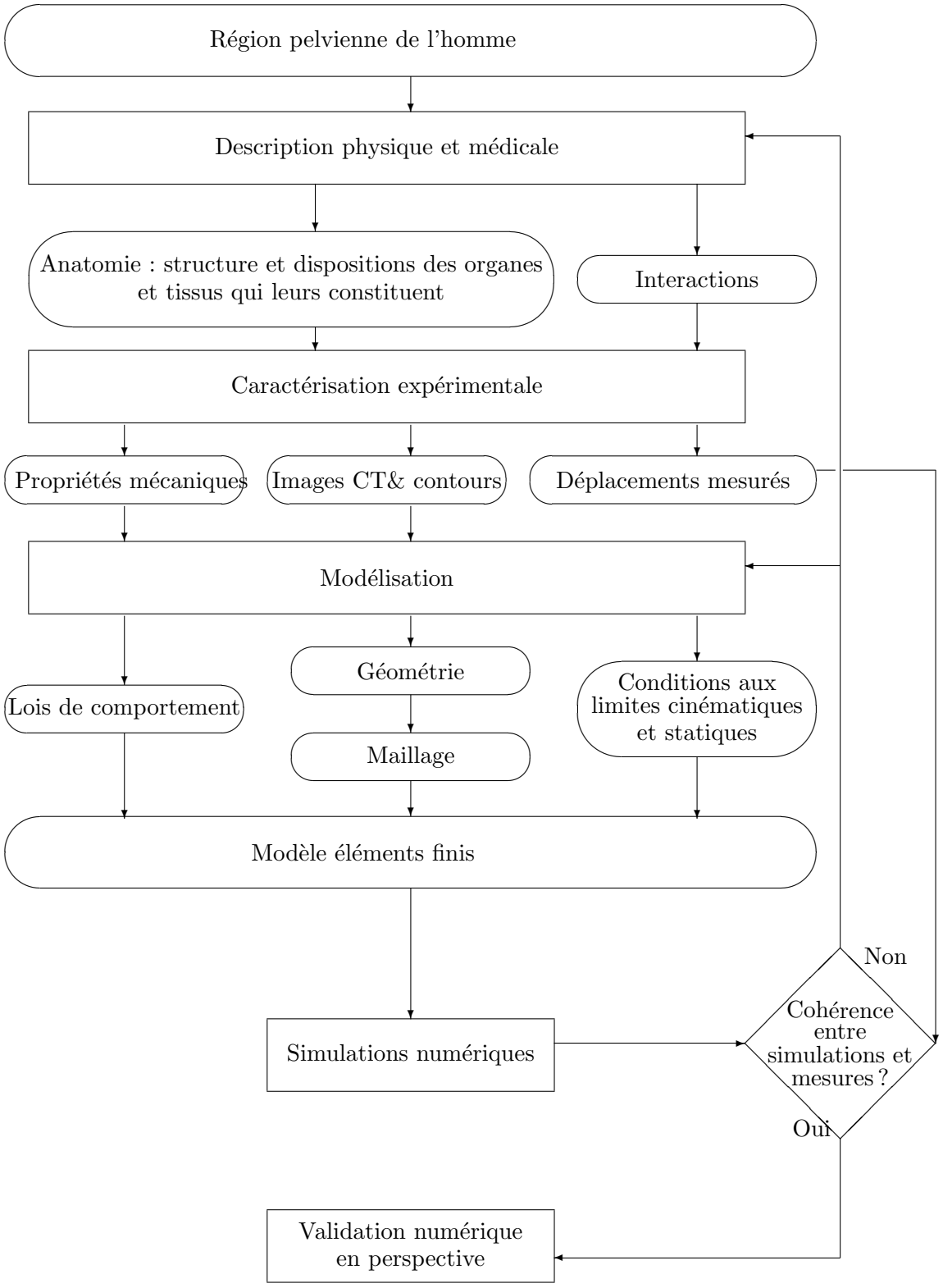
- Le Centre Alexis Vautrin (CAV), unité de recherche spécialisé en radiophysique et radiothérapie ;
- Le Centre Hospitalier Universitaire (CHU-Brabois à Nancy), qui fournit des données anatomiques et urologiques ;
- La Ligue Contre Le Cancer, financeur de cette thèse (la Ligue régionale de Meurthe et Moselle ) ;
- Le Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée, (LEMTA) (Modélisation et simulation numérique), pour l'apport en termes de modélisation et de simulations numériques.

Compte tenu du fait que la mobilité de la glande prostatique n'est pas contrôlée dans l'état actuel de la recherche, les marges de sécurité deviennent nécessaires. Celles-ci englobent la tumeur et les incertitudes techniques, avec la contrainte de ne pas empiéter sur les organes à risque avoisinants. Cette dernière précaution conduit à vouloir réduire les marges, ce qui pourrait être possible dès lors que le mouvement de prostate en temps réel est connu de façon suffisamment précise. Dans cette thèse, on propose un modèle biomécanique prédictif du mouvement de la glande susceptible de répondre à la problématique posée qui est de réduire les marges autour du du volume tumoral de la glande. Ce modèle doit satisfaire certaines exigences liées à la mobilité de la prostate dans son environnement anatomique. Ces derniers sont passées en revue dans le chapitre 1. L'Organigramme 1 reprend la méthodologie suivie pour arriver à ce modèle. Elle est résumée par les par les étapes suivantes :

- Acquisition des images scanner et construction de la géométrie à partir de ces images.
- Exportation de la géométrie vers un logiciel d'éléments finis (EF) et discrétisation de la géométrie.
- Caractérisation des propriétés mécaniques des tissus biologiques et identification des paramètres des lois constitutives.
- Modélisation des conditions aux limites de type effort et déplacement imposés.
- Définition des conditions de contact entre organes.
- Simulations numériques : analyse, validation et critique du modèle.
- Propositions d'améliorations de l'approche biomécanique développée.

Le contexte médical de ce travail est présenté dans le premier chapitre, qui présente en premier lieu l'environnement anatomique de la prostate. Le principe de la radiothérapie conventionnelle est expliqué en détails, afin de bien cerner la problématique médicale en jeu, objet de ce travail de thèse : comment administrer la dose complète à un organe mobile – la prostate – dans son environnement anatomique complexe ?

Dans le deuxième chapitre, de nature essentiellement bibliographique, nous donnons un panorama des lois constitutives hyperélastiques et hyper-viscoélastiques de la littérature, en vue de modéliser ensuite le comportement mécaniques des tissus pelviens.




Organigramme. 1 : Méthodologie d'un modèle biomécanique de mobilité des organes de la région pelvienne

La caractérisation expérimentale des tissus pelviens est ensuite abordée au troisième chapitre. Elle est fondamentale dans ce travail de thèse, car elle permet d'alimenter le modèle biomécanique en terme de données mécaniques des tissus pelviens, un point négligé dans la plupart des travaux [1] de modélisation biomécanique. Nous avons exploité des échantillons de tissus rectal et vésical porcins : la ressemblance à l'homme en termes de physiologie, d'anatomie, de biochimie, voire de pathologie (Elkhaili *et al.*, 1997) fut déterminante dans le choix de cet animal pour les prélèvements. Les paramètres des lois constitutives hyperélastiques sélectionnées sont alors identifiés à partir d'un protocole de mesures.

Le quatrième chapitre est consacré à la modélisation et simulation de la mobilité de la prostate, sur la base des lois de comportement identifiées précédemment. Les données cystométriques propres à la vessie ainsi que les observations anatomiques du mouvement du rectum sont utilisées afin de discriminer les essais réalisés et d'ajuster les paramètres des lois constitutives, qui sont ainsi identifiées. Afin de valider notre modèle, les résultats des simulations numériques sont ensuite analysés et comparés aux mesures de déplacements des organes pelviens réalisées par Keros *et al.* (2006). Par ailleurs, une étude de sensibilité aux paramètres physiques (épaisseur des organes, pressions internes, propriétés élastiques) a été menée, afin de dégager les mécanismes de mobilité de la prostate au regard des réplétions des organes environnant, et de déterminer les coefficients de corrélation entre les paramètres physiques.

Le dernier chapitre est consacré à une discussion critique de notre approche biomécanique ; il en situe les limitations et propose des pistes d'améliorations pour l'avenir.

1. La bibliographique des travaux de modélisation biomécanique est effectuée au début du quatrième chapitre.

# I

# Contexte médical

Nous abordons ici le contexte médical de ce travail : comment administrer une dose optimale à un organe cible mobile (la prostate) situé dans un environnement anatomique complexe, dans le cadre de la radiothérapie conformationnelle, en vue de réduire les marges autour de l'organe cible ? Une brève description de l'environnement anatomique de la prostate est proposée, suivie d'une présentation de la technique de radiothérapie conformationnelle. Ses limitations liées à la prise en compte de la mobilité de la prostate sont décrites, conduisant à l'évaluation des différentes marges de sécurité autour de l'organe cible.

La méthodologie propre à ce travail de thèse est décrite dans ses principales étapes sous forme synthétique, énonçant par la-même les objectifs principaux de ce travail de thèse.

## Sommaire


**I.1 Région pelvienne** . . . . . **2**
**I.2 Cancer de la prostate et son traitement** . . . . . **4**
**I.3 Limitations de la radiothérapie conformationnelle** . . . . . **6**
**I.4 Mobilité de la prostate** . . . . . **7**
**I.5 Marges de sécurité et leur amélioration** . . . . . **12**
**I.6 Conclusion** . . . . . **15**

## I.1 Région pelvienne

La région pelvienne (Fig. I.1) est une zone anatomiquement complexe, située à la partie inférieure du bas du ventre et contenue dans une loge osseuse, le bassin (Fig. A.1 de l'Annexe 1).

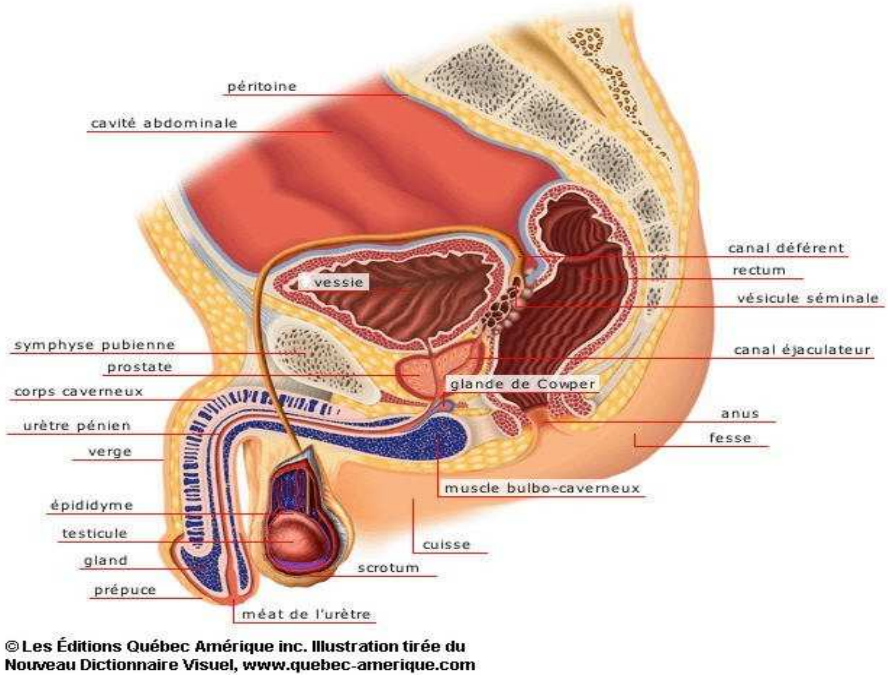



**Figure I.1**: Anatomie de la région pelvienne chez l'homme

Dans sa partie supérieure, on y trouve la vessie qui sert de réservoir dans lequel s'écoule l'urine en provenance des deux urètres et qui s'accumule avant d'être évacuée par l'urètre. L'orifice urétral (col de la vessie) se situe à l'angle inférieur de la vessie.

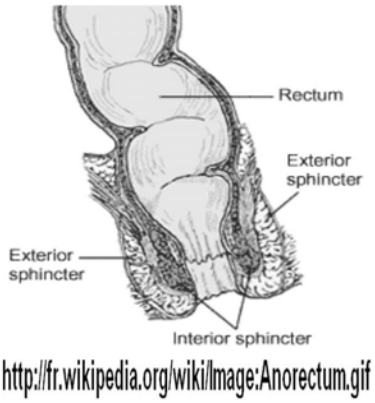



**Figure I.2**: Anatomie du rectum

Dans la partie postérieure du pelvis, réside le rectum, court tube d'environ 12 cm. Il représente la portion terminale du gros intestin (côlon), juste avant que celui-ci ne débouche à l'extérieur

par l'anus (Fig. I.2). Celui-ci est un petit canal d'environ 4 cm de longueur à travers lequel les selles sont expulsées du corps. La paroi du canal anal est maintenue par des muscles sphinctériens puissants qui en se contractant, procurent tonus et continence.

Les ligaments (désignation par "Lig." sur les Figs A.1 et A.2 de l'Annexe 1) et les fascias sont abondants dans cet environnement anatomique . Les ligaments se présentent comme des bandelettes ou fibroconjonctives destinées à maintenir en place un ou plusieurs organes : les ligaments servent comme des supports pour les organes et sont généralement liés aux os. Le ligament pubo-vésical en est un.

Les fascias et les membranes (désignation par "M." sur la Fig. A.2 de l'Annexe 1) sont de minces couches de tissu entourant un organe ou tapissant une cavité. Ils jouent un rôle important dans la stabilisation anatomique des organes et leur séparation : le plancher pelvien en est un. Il s'agit d'une membrane située dans la partie inférieure du bassin et qui forme avec les os le bas de la cavité abdominale. Il est traversé par l'urètre et le rectum (et le vagin chez la femme). Le plancher pelvien est un dispositif puissant et complexe de muscles, de nerfs et de ligaments. Grâce à ceux-ci, nous contrôlons la fermeture de la vessie, du vagin et des intestins. Ce dispositif maintient en outre les organes en place. Les muscles du plancher pelvien sont habituellement contractés, et leur décontraction permet d'uriner, de déféquer et d'avoir des rapports sexuels.

De même, le péritoine est une membrane séreuse [1] continue qui tapisse l'abdomen et qui assure, entre autres, le glissement harmonieux des organes grâce à une mince lame lubrifiante qu'il contient. Il se réfléchit sur la base de la vessie et les deux tiers supérieurs du rectum antérieur pour constituer la poche recto-utérine de Douglas.

Enfin, au centre du pelvis de l'homme, demeure la prostate, une petite glande masculine. Sa fonction principale est de sécréter et de stocker le liquide séminal, l'un des constituants du sperme. Elle permet d'évacuer l'urine pendant la miction [2] et transporter le sperme pendant l'ejaculation. C'est à l'intérieur de la prostate que se fait la jonction entre l'urètre venant de la vessie, et le canal déférent [3] venant de la vésicule séminale.

Cette glande est située au-dessous de la vessie, adhérant au col vésical par sa base et fixée au diaphragme uro-génital (plancher pelvien) par son apex. Sa face postérieure est en rapport avec la paroi antérieure du tiers inférieur du rectum, celui-ci étant bloqué dans sa partie postérieure par les os de la colonne vertébrale. Elle est traversée presque verticalement par l'urètre. Latéralement, elle est enfoncée dans l'entonnoir formé par les élévateurs de l'anus. Au dessus et en arrière de la prostate, les vésicules séminales sont situées entre la vessie et le rectum.

La prostate grossit lentement entre la naissance et la puberté, puis elle subit une poussée de croissance rapide. Le volume qu'elle atteint vers l'age de 30 ans demeure stable –un diamètre d'environ 3.5 cm, elle pèse chez l'homme jeune une vingtaine de grammes – jusqu' environ 45 ans, période ou elle peut commencer à s'hypertrophier (augmentation de volume des cellules

1. Une membrane séreuse est le revêtement lisse des cavités corporelles (thorax et abdomen). Elle est lisse, brillante, translucide et contient une fine couche de liquide.
2. Expulsion naturelle par regorgement (débordement) de l'urine accumulée dans la vessie
3. Canal qui véhicule les spermatozoïdes des testicules jusqu'au canal éjaculateur au niveau de la prostate

qui la compose). D'après l' étude menée par Philips *et al.* (2005) sur 81 prostates – in vitro – atteintes du cancer, appartenant à des personnes âgées entre 40 et 73 ans (moyenne 63.7 ans), le volume de la prostate varie entre 12.8 $cm^3$ et 96.4 $cm^3$ (Tab. I.1).

| | **Volume min.** ($cm^3$) | **Volume max.** ($cm^3$) | **Volume moy.** ($cm^3$) |
|---|---|---|---|
| Prostate | 12.8 | 96.4 | 31.8 |
| Tumeur | 0.3 | 36.2 | 3.6 |

TABLE I.1: Variabilité inter-patients de la taille de la prostate et du volume tumorale détecté sur la glande.

Cet organe peut être victime de diverses affections : la prostatite [4], l'adénome [5] et le cancer de la prostate.

## I.2 Cancer de la prostate et son traitement

Le cancer de la prostate est une tumeur maligne qui se développe aux dépens de tissus glandulaires quand des cellules y mutent pour se multiplier de façon incontrôlée. Celles-ci peuvent s'étendre (se métastaser) en migrant de la prostate jusqu'à d'autres parties du corps (surtout les os et les ganglions lymphatiques). Il survient indépendamment de l'hypertrophie bénigne de la prostate (HBP).

De nombreuses techniques de traitement ont été développées afin d'accroître le contrôle tumoral et d'améliorer l'espérance de vie des patients. Ces techniques sont principalement la prostatectomie – la chirurgie qui consiste en l'ablation de la prostate –, la chimiothérapie, l'hormonothérapie, la curiethérapie – technique particulière de la radiothérapie qui consiste à introduire la source d'irradiation directement au contact de la tumeur – et la radiothérapie. La radiothérapie externe a, depuis de nombreuses années, représenté avec la chirurgie les deux techniques thérapeutiques de choix du cancer de prostate. La radiothérapie externe est l'une des techniques thérapeutiques non-intrusives curatives des cancers localisés de la prostate. Dans certains cas, elle permet d'éviter l'intervention chirurgicale, celle-ci peut engendrer des complications urinaires et éventuel dysfonctionnement érectile. Elle se résume à l'administration de rayons X, sous forme de faisceaux, à puissance énergétique élevée pour détruire les cellules cancéreuses. Le nombre de faisceaux est variable (généralement entre 4 et 5) selon le protocole de traitement de l'équipe et l'avancement du traitement ; une possibilité est 5 faisceaux coplanaires, soient un faisceau postérieur 0°, deux obliques à 60° et à 300° et deux obliques à 150° et 210°, pour un patient en décubitus ventral. La mise en place du traitement peut se décomposer en trois étapes distinctes :

- la séance d'imagerie (tomodensitométrique, imagerie par résonance magnétique, etc.)

4. Une prostatite est une inflammation de la prostate, affection fréquente chez l'homme âgé, généralement d'origine infectieuse. Elle peut être associée à un adénome prostatique ou autres infections urinaires.

5. L'hypertrophie bénigne de la prostate (HBP) ou plus communément appelée adénome prostatique se définit anatomiquement par une augmentation du volume de la prostate essentiellement aux dépens de la zone de transition située au contact de l'urètre (FigIII.1). Elle n'a pas de relation avec un cancer : C'est une maladie bénigne.

ayant pour but de visualiser la position spatiale de la tumeur,

- la détermination du volume à irradier et des organes à risque,
- le choix de la balistique et le calcul de la dose à la tumeur et aux organes à risque.

Jusqu'au début des années 90, la radiothérapie externe, appelée aujourd'hui la radiothérapie conventionnelle, occasionnait des complications essentiellement digestives avec des saignements rectaux et des diarrhées [6]. En effet, il était jusque là difficile de délivrer une forte (mais nécessaire) dose de rayons (65 à 70 Gy) sur la prostate en épargnant les tissus sains avoisinants ; ces derniers subissaient les frais d'un traitement efficace mais toxique : La complexité de l'environnement anatomique de la prostate tel qu'il a été montré dans le paragraphe précédent, en est le majeur responsable.

Depuis quelques années, grâce à de réels progrès techniques et de très importants progrès informatiques, il est devenu possible de délivrer des doses importantes (74 à 80 Gy ; c.à.d. de 10 à 15 % plus importantes qu'auparavant), en diminuant de façon très significative les taux de complications urinaires et digestives. Cette nouvelle technique s'appelle la radiothérapie conformationnelle. Elle a les mêmes indications que la radiothérapie conventionnelle et s'en différencie lors de sa préparation et de sa réalisation, par un meilleur plan de traitement et un meilleur contrôle de qualité (de Gennes *et al.*, 2003).

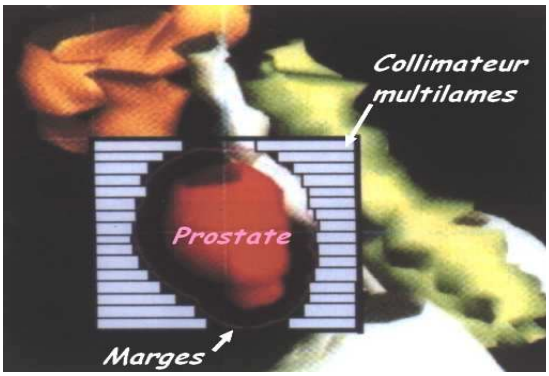



**Figure I.3**: Schéma de principe pour le collimateur multilames utilisé dans la radiothérapie conformationnelle

Techniquement, celle-ci se différencie de la radiothérapie conventionnelle par l'emploi de l'imagerie scanner 3D et la réalisation des simulations virtuelles lors de la préparation. En plus, des collimateurs multilames sont introduits dans la machine de traitement, dans le chemin de chacun des faisceaux (Fig. I.3). Ils forment une sorte de diaphragme modulable installé dans le chemin des rayons X pour ajuster la forme des faisceau au volume cible, en déplaçant les lames sous le contrôle d'une délimitation automatique.

6. Site web : http ://www.arcs.asso.fr/ content/RADIOTHERAPIE%20prostate.html

## I.3 Limitations de la radiothérapie conformationnelle

Malgré le progrès qu'a réalisé la technique de la radiothérapie, des erreurs peuvent survenir pendant le repositionnement du patient ou pendant la planification du balistique.

Une revue (Hurkmans *et al.*, 2001) a évalué les erreurs de repositionnement et a proposé des recommandations pratiques en tenant compte des erreurs systématiques et des erreurs aléatoires (voir Tab. I.2). Les valeurs utiles de déviations standard [7] sont estimés à 2.5 mm pour la prostate. La détection d'une erreur systématique supérieure à la déviation standard devrait être corrigée.

| | La déviation standard des | |
|---|---|---|
| Entités anatomiques | erreurs systématiques | erreurs aléatoires |
| Le pelvis | 1.1 → 4.7 mm | 1.1 → 4.9 mm |
| La prostate | 1.0 → 3.8 mm | 1.2 → 3.5 mm |

TABLE I.2: La déviation standard liée au repositionnement du patient (Hurkmans *et al.*, 2001).

De même, Keros *et al.* (2006) ont montré des erreurs liées à la géométrie de l'organe à traiter suite à la délinéation, celle-ci est une partie intégrante du travail de la planification des balistiques pour le traitement. Dans le travail expérimental de ces auteurs permettant d'évaluer le mouvement des organes pelviens (prostate, rectum, vessie) d'une personne défunte, la délinéation des trois organes pelviens sous différents états de remplissage est réalisée. Les auteurs ont estimé l'incertitude intra-observateur dans la délinéation à $1.6 \pm 1.96$ mm. Cette variation est due au gradient de densité électronique relative à la coupe scanner, ce qui explique généralement la divergence des délinéations entre différents experts. De même, cette difficulté peut provenir du fait que l'épaisseur apparente - sur l'image - de l'organe (vessie, rectum) est excessivement importante, notamment quand l'amplitude d'inclinaison de coupes scanner croît.

Par ailleurs, la mobilité de l'organe contenant le volume tumoral à traiter complique davantage la mission du radiothérapeute, notamment quand l'organe est interne ayant un mouvement difficile à contrôler et à prévoir. C'est le cas de la prostate dont la mobilité résulte des interactions concomitantes des organes qui l'entourent ou de l'extérieur, soit :

- les réplétions rectale et vésicale,
- la toux ainsi que les contractions des muscles du plancher pelvien,
- la respiration,
- et le mouvement des membres inférieurs.

Le risque induit par la mobilité de la prostate et des vésicules séminales d'une séance de radiothérapie à autre est important. Artignan *et al.* (2006) ont récemment synthétisé les travaux déjà menés pour étudier la mobilité interne de la prostate. Il ressort des déviations standard conséquentes, inférieures à 4 mm. Ces mouvements sont étudiés par rapport à un repère fixe lié à la structure osseuse du pelvis (Fig. I.4).

7. 1 SD $\approx$ 68% de la Gaussienne

## I.4 Mobilité de la prostate

Nombreux sont les travaux déjà menés sur des patients et ayant pour but commun l'évaluation des mouvements de la prostate dans son environnement anatomique. Artignan *et al.* (2006) ont récapitulé ces travaux et ont classé les mouvements prostatiques selon deux catégories : ceux susceptibles de survenir tout au long de la radiothérapie (interfraction), soit sur une période de sept semaines environ, et ceux susceptibles de survenir au cours d'une séance d'irradiation (intrafraction), soit une période de quelques minutes à une heure. Les mouvements prostatiques survenant sur une période équivalente à celle d'une radiothérapie complète sont plus marqués que ceux survenant sur une courte période. Ils surviennent principalement dans le sens antéropostérieur, puis craniocaudal, puis dans la direction droite-gauche (Fig. I.4). Les déviations standard observées sont de l'ordre de 0.5 à 1 mm pour les mouvements les moins amples (droite - gauche), jusqu'à 3 mm dans les mouvements les plus importants (antéropostérieurs). Le mouvement de la glande est particulièrement influencé par l'état de réplétion rectale et à un moindre degré par la réplétion et la vacuité vésicale ainsi que les mouvements de rotation des membres inférieurs.

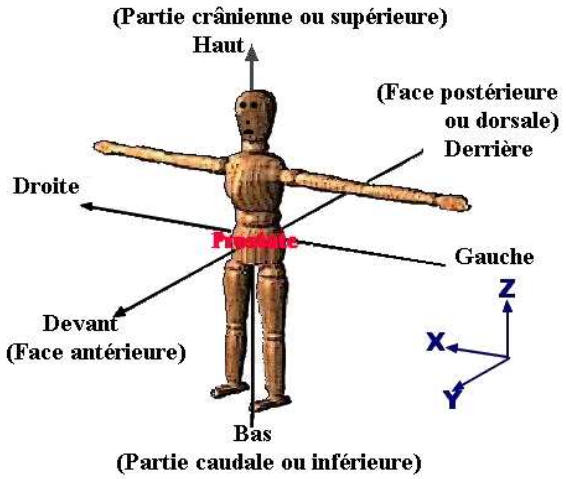



**Figure I.4**: Repère local lié à la structure osseuse du pelvis. Le sens des flèches indique le signe positif des déplacements

Il existe une rotation autour de l'apex en fonction de la distension rectale, principal facteur de mobilité prostatique. A titre indicatif, un mouvement prostatique de moins de 3 mm peut être atteint pendant l'installation du patient au cours de la séance d'irradiation avec un rectum vide.

Keros *et al.* (2006) ont mené une étude expérimentale sur une personne défunte dans l'intention d'analyser et de quantifier les interactions et les mouvements dus aux réplétions rectales, vésicales et

pulmonaires. Cette étude s'est déroulée entre la $23^{ème}$ et la $33^{ème}$ heure post-mortem afin de passer de la phase de rigidité à la phase de rétablissement de l'élasticité musculaire.

Ces auteurs ont fait varier concomitamment les réplétions rectale, vésicale et pulmonaire chez le même sujet positionné en décubitus dorsal. Le remplissage a été assuré en gonflant, par

injection d'air comprimé, les ballons déjà introduits à l'intérieur de ces organes.

L'organigramme représenté sur la Fig. I.5 indique la procédure proposée dans le déroulement de l'expérience : Il y a, en tout, 36 configurations de distension, chacune correspond à une combinaison de trois cases reliées de gauche à droite par une flèche.

Pendant la première partie de son travail expérimental (voir "Réplétion vésicale" de l'organigramme I.5), le rectum se trouve à 0%, 50% ou 100% de remplissage et les poumons sont complètement vides ou pleins, pendant que la vessie subit une distension en passant de l'état V0 à l'état V100, comme le montre les deux cases supérieures à droite. Deux acquisitions scanner sont effectuées pendant ce passage, une à V0 et l'autre à V100. Les images ainsi obtenues sont délinées et les contours des organes sont superposés : le décalage des contours traduit alors le déplacement et les déformations des organes.

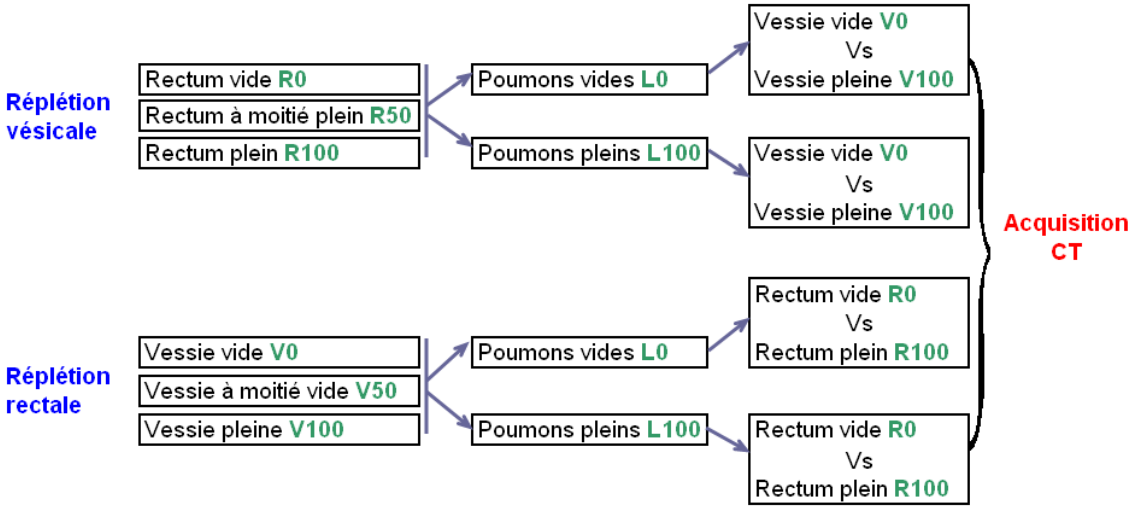



**Figure I.5**: Les différentes configurations de réplétions réalisées par Keros *et al.* (2006) dans son expérience permettant de cerner le mouvement des organes pelviens, notamment celui de la prostate

Les auteurs ont procédé de la même manière jusqu'à avoir balayé toutes les combinaisons des états de remplissage du rectum et des poumons. La deuxième partie ("Réplétion rectale" dans l'organigramme I.5) consiste à inverser les rôles entre la vessie et le rectum en faisant subir à ce dernier la distension pendant que les autres organes ont un état fixe de remplissage.

***N.B. Orientations :***

Les déplacements sont évalués par rapport au repère spatial virtuel de la Fig. I.4, dont le centre coincide avec la prostate. Ce repère est utilisé dans plusieurs études mentionnées dans (Artignan *et al.*, 2006).

***N.B. Notations :*** Dans les tableaux qui suivent, de Tab. I.3 à Tab. I.6, les désignations suivantes sont employées :

**R** : Rectum ; **V** : Vessie ; **L** : Poumons

**0** : vide ; **50** : semi-plein ; **100** : plein

*Par exemple,* **L100** signifie poumons pleins.

**S** : Supérieur(e) ; **A** : Antérieur(e) ; **SA** : Supéro-antérieur(e) ; **IP** : Inféro-postérieur(e) ; **SP** : Supéro-postérieur(e)

Mouvement du rectum et de la vessie

Dans une partie de son travail, Keros (2005) s'est intéressé aux interactions entre les poumons, le rectum et la vessie en quantifiant l'impact des réplétions de chacun de ces organes sur les autres. Dans le Tab. I.3 sont reportés les mouvements observés pour la partie supéro-antérieure du rectum suite à la réplétion vésicale, quand les poumons sont vides ou pleins et quand le rectum lui même est vide, semi-plein ou plein.

| Déplacement du rectum (enfoncement de la vessie dedans) quand il est : | | | |
|---|---|---|---|
| Réplétion vésicale ↓ | R0 | R50 | R100 |
| L0 / Vessie : de V0 à V100 | 2 mm | 5 mm | 7 mm |
| L100 / Vessie : de V0 à V100 | $< 1$ mm | — | 3 mm |

TABLE I.3: Déplacement de la face SA du rectum vers la partie postérieur suite à la réplétion vésicale quand les poumons sont vides ou pleins.

D'après l'auteur, l'effet de la vessie sur le rectum est beaucoup moins prononcé quand les poumons sont pleins.

Par ailleurs, Keros (2005) a constaté que l'expansion de la vessie est quasiment identique que le rectum soit vide ou plein : la vessie se développe majoritairement dans la partie supérieure du pelvis avec un déplacement de +40 mm vers le haut du pelvis et de moins de 5 mm vers le bas. Quand le rectum et les poumons sont pleins, la vessie s'étend aussi vers la partie antérieure du pelvis.

Il a de même caractérisé, en termes de déplacements locaux, la distension rectale, pour différentes combinaisons de réplétions vésicale et pulmonaire (Tab. I.4).

| L'état de remplissage de la vessie et des poumons pendant la réplétion du rectum | Le rectum ; déplacement de sa partie : antérieure **vers SA du pelvis** | supérieure **vers S du pelvis** |
|---|---|---|
| Vessie V0 / Poumons L0 | +9 mm | |
| Vessie V100 / Poumons L0 | +5 mm | |
| Vessie V0 / Poumons L100 | +4 mm | +7 mm |
| Vessie V100 / Poumons L100 | +2 mm | +4 mm |

TABLE I.4: Déplacements du rectum, suite au gonflement, dans plusieurs configurations de réplétion de la vessie et des poumons

Keros (2005) a aussi analysé l'impact de la réplétion rectale sur la vessie, quand celle-ci est vide, semi-pleine, en balayant les deux états de remplissage des poumons, vides ou pleins

(Tab. I.5).

| | V0 | V50 | V100 | |
|---|---|---|---|---|
| L0 / Rectum : de R0 à R100 | 8 mm | 4 mm | 2 mm | du IP à SA du pelvis |
| L100/ Rectum : de R0 à R100 | 11 mm | 7 mm | 3 mm | du IP vers SP du pelvis |
| | 6 mm | 7 mm | 3 mm | du IP vers SA du pelvis |

TABLE I.5: Déplacements de la vessie sous l'influence de la réplétion rectale, quand les poumons sont vides ou pleins

Mouvement de la prostate

Les interactions rapportées dans les tableaux précédents sont, en partie, l'origine du mouvement de la prostate, rapporté dans le Tab. I.6 (nous nous limitons à l'état vide des poumons dans l'intension d'apprécier le mouvement de la prostate dans son environnement anatomique sans perturbations extérieures à l'ensemble pelvien).

| **Réplétions des organes pelviens** | **Réponse de la prostate** |
|---|---|
| V0-R100 à V100-R100 | Compression de 4 mm côté SA |
| | Mouvement de 7 mm vers l'avant |
| R0-V0 à R100-V0 | La base se déplace de 8 mm vers l'avant |
| | Remontée verticale de 7 mm |
| V0 R0 à V100 R100 | Compression postérieure de 3 mm |
| | Descente verticale de 2 mm |

TABLE I.6: Mouvement de la prostate suite aux réplétions des organes pelviens, les poumons étant vides

Keros (2005) s'est référé au travail de Beard *et al.* (1996) pour comparer ses mesures du mouvement de la prostate :

| Déplacement /compression | Beard *et al.* (1996) | Keros (2005) |
|---|---|---|
| Antérieur(e) | 10 mm | 7 mm |
| Postérieur(e) | 13 mm | 13 mm |
| Droite | 5 mm | 6 mm |
| Gauche | 4 mm | 7 mm |
| Inférieur(e) | 8 mm | 6 mm |

TABLE I.7: Déplacements (mm) de la prostate sous l'influence du rectum, avec une vessie vide.

Les écarts trouvés entre les différentes mesures, Tab I.4, peuvent certainement s'expliquer en invoquant les conditions dans les quelles ces expériences ont été réalisées et les incertitudes relatives à l'état de remplissage des organes, la technique de la délinéation, etc. De plus, il est certain que les sujets présentent des anatomies différentes (ex : différents volumes de prostates), ce qui constitue une source importante de variabilité.

D'ailleurs, en se référant aux travaux bibliographiques (Artignan *et al.*, 2006) et (Marchal,

2006, page 47) concernant le mouvement des organes pelviens [8], nous remarquons d'une part une disparité entre les résultats des travaux rapportés, voire même une déviation standard dans la même étude quand plusieurs patients sont considérés. D'autre part, les conditions expérimentales sont différentes ce qui explique, entre autres facteurs, cette variabilité observée dans le mouvement inter-patients des organes. En conclusion, Keros *et al.* (2006) ont mené une étude qui aborde plusieurs configurations de réplétions d'organes et riche en résultats. Ces derniers ont une certaine cohérence avec d'autres études citées dans (Artignan *et al.*, 2006) et (Marchal, 2006, page.47).

### Séance d'échographie endorectale

Dans le souci d'apprécier le mouvement de la prostate dans son environnement anatomique, une séance d'échographie endorectale, au Centre Alexis Vautrin a été organisée par Pr. Luc Cormier. Elle nous a permis d'observer l'effet de la respiration et de la contraction des muscles pelviens sur la position et la forme de la glande.

Le patient, allongé en décubitus [9] (dorsal), doit respirer profondément : Les images échographiques ainsi obtenues montrent un déplacement de la prostate vers la partie inférieure de pelvis d'approximativement $\approx 2$ mm en phase d'inspiration profonde (Fig. I.6 b.) et un retour de l'organe à sa position initiale en phase d'expiration (Fig. I.6 c.).




a. b. c.

**Figure I.6**: Images obtenues par échographie endorectale dans le plan sagittal (coupe médio-sagittale). La flèche blanche indique la limite de l'apex de la prostate qui a bougé de 2 mm à peu près par rapport au repère fixe. L'échelle utilisée est en cm et la distance entre deux points consécutifs de la grille est de 5mm.

Pour mettre en évidence l'effet de la contraction des muscles pelviens sur la prostate, on demande au patient d'effectuer deux enchaînements de toux. L'échographie a montré un léger écrasement de la prostate contre le rectum sous la pression exercée par les muscles (Figs. I.7).

8. Nous ne rapportons pas les résultats qui sont décrits en détails et synthétisés dans ces travaux
9. Position du corps qui repose sur un plan horizontal, couché sur le dos, sur le ventre ou sur le côté.

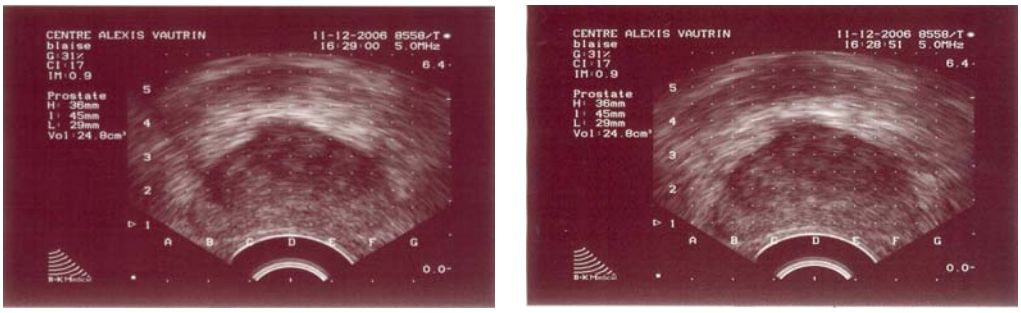



**Figure I.7**: Images obtenues par échographie endorectale dans le plan transverse (dans le plan orthogonal à la direction cranio-caudale). Ces deux acquisitions sont sensées montrer la prostate à l'état normal et puis légèrement aplatie contre le rectum pendant la toux du patient

En raison de la mobilité de la prostate, mise au clair par ces différentes expériences, et les autres erreurs générées pendant la préparation du traitement, le recours à une marge de sécurité autour de la glande devient indispensable.

## I.5 Marges de sécurité et leur amélioration

La phase préliminaire à toute irradiation externe est à la charge du médecin radiothérapeute. Il précise et indique, suite aux examens cliniques et résultats d'examens complémentaires (imagerie, examen histologique, chirurgie, curage ganglionnaire, etc.) les différents volumes irradiés ainsi que les marges préconisées :

**Le volume prostatique** : c'est le volume de la glande dans le cas du traitement de la prostate.

**Le volume cible** : il comprend en général la tumeur, ses extensions infracliniques [10] et les chaînes ganglionnaires satellites. Les notions de volume ont été précisées par le rapport 50 de l'ICRU (International Commission on Radiation Units and Measurements) qui distingue (Fig. I.8) :

**le volume tumoral** : volume de la lésion tel qu'il est objectivé par l'examen clinique, l'endoscopie ou l'imagerie. C'est à priori une notion objective qui dépend de la qualité des examens et de la précision de la mesure ;

**le volume cible anatomoclinique CTV (Clinical Target Volume)** : volume tumoral ainsi que le volume de tissu contenant des cellules néoplasiques infracliniques. C'est un concept anatomoclinique identique pour le chirurgien, le radiothérapeute ou le chimiothérapeute. Aujourd'hui, dans la pratique de la radiothérapie de la prostate, on assimile le CTV au volume prostatique. Dans l'avenir et avec la progrès technologique, on aura peut être à considérer plusieurs CTV séparés dans le même volume prostatique.

10. Qui ne se manifestent pas cliniquement, qui doivent être décelés par des examens de laboratoire.

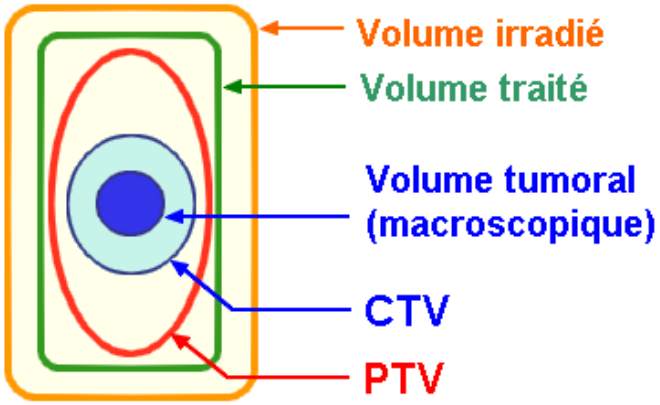



**Figure I.8**: Description des volumes irradiés

**le volume cible prévisionnel PTV (Planning Target Volume) :** les radiothérapeutes préconisent une marge autour du volume cible CTV, nécessaire à la fiabilité de l'irradiation. Cette marge inclut la mobilité interne de la prostate, les erreurs de repositionnement, les erreurs liées à l'équipement, les incertitudes sur la conformation du collimateur à la zone tumorale et le reste des erreurs liées à la préparation et à la mise en place du traitement. La marge choisie doit tenir compte de ces incertitudes en les combinant. Une marge régulière de 15 à 20 mm garantirait l'irradiation de 100% du PTV à chaque séance mais conduirait à un taux de complications inacceptable. A cet égard, il convient habituellement de l'ajuster à 10 mm et on la limite à 5 mm en arrière, pour réduire la dose au niveau de la face antérieure du rectum (Bey *et al.*, 2002).

D'autres avis sur l'estimation des marges autour de la prostate reportés dans le travail bibliographique de Artignan *et al.* (2006), à savoir :

- Une marge de sécurité autour de la prostate de 6 mm en arrière et de 10 mm ailleurs a permis de couvrir 97% du PTV durant l'ensemble du traitement.
- Une marge de 10 mm dans l'axe antéropostérieur et 5.9 mm dans l'axe craniocaudal était suffisante pour englober 95% du volume cible.
- La marge utilisée pour couvrir 99% de la prostate dans l'isodose 95% était de 5.8 mm en limite supérieure, 5.6 mm en limite inférieure, 7.2 mm à la base et 6 mm à l'apex.
- La marge utilisée du CTV au PTV pour couvrir 99% du CTV avec 95% de probabilité était de 7 à 11 mm.
- Les marges nécessaires du CTV au PTV pour couvrir 100% du CTV avec 95% de probabilité dans les directions antéropostérieure et craniocaudale, étaient respectivement de 10.4 et de 5.4 mm.

Ces résultats sont obtenus à partir des travaux cliniques menés sur des patients et dépendent beaucoup de la précision de la technique d'imagerie utilisée (Artignan *et al.*, 2006).

En résumé, plus les marges sont importantes, plus la probabilité d'irradier les organes à risque est importante. Il convient, par conséquent, de minimiser ces marges afin d'accroître le gain thérapeutique en augmentant la dose à la tumeur et minimiser la dose aux organes sains à risque. D'ailleurs, il est rapporté dans (Artignan *et al.*, 2006) que l'utilisation de marqueurs intraprostatiques permettrait par rapport à l'échographie une diminution des marges de 2.9 mm dans l'axe antéropostérieur, 2.7 mm dans l'axe supéroinférieur et 2.8 mm dans l'axe

droite-gauche pour couvrir le même pourcentage de CTV. Dans cette optique, Keros *et al.* (2006) ont montré que le calcul des marges peut être amélioré à partir des informations sur le mouvement de la glande :

### Calcul des marges sans recalage de la tumeur sous le faisceau d'irradiation

Étant données deux images (acquises pour la même coupe au niveau du même sujet), le recalage consiste à trouver la transformation géométrique qui aligne "au mieux" les voxels physiquement homologue. Cette technique[11] permet d'estimer les marges qu'il faudrait rajouter au CTV compte tenu uniquement des déformations de l'organe.

En premier lieu, Keros *et al.* (2006) ont calculé les marges qu'il serait nécessaire de rajouter autour du CTV du sujet, sans connaître la position spatio-temporelle de la prostate et compte tenu des interactions entre les organes pelviens. Ces interactions sont dues aux distensions de différents organes selon l'organigramme de la Fig. I.5. Ce calcul a été effectué en mesurant les écarts existants entre les contours superposés (l'union de l'intersection des volumes, voir Fig. I.9), puis en effectuant un seuillage[12] de l'image obtenue.

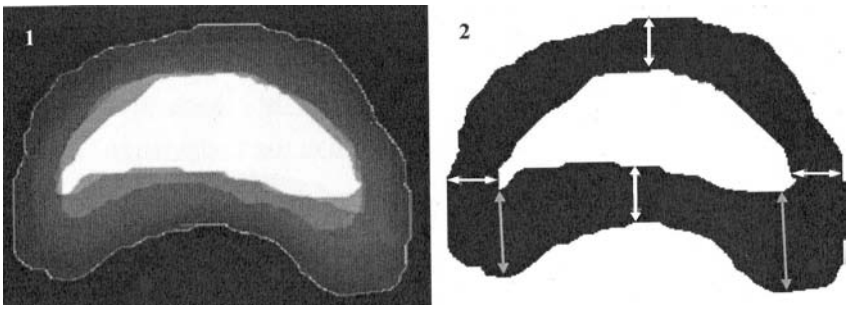



**Figure I.9**: Intersection non seuillée (1) et seuillée (2), des 36 prostates non recalées associées aux 36 configurations pelviennes ; coupe centrale. Les marges appliquées sont alors les écarts existants entre les contours superposés, c.à.d. l'épaisseur de la bordure en noir sur la (2), comme l'indiquent les flèches blanches

Ainsi, les marges nécessaires pour prendre en compte les éventuels déplacements et déformations valent :
- sur le bord latéral droit : 6 mm ;
- sur le bord latéral gauche : 7 mm ;
- sur le bord antérieur : 7 mm ;
- sur le bord postérieur au centre : 7mm ;
- sur le bord postérieur droit : 11 mm ;
- sur le bord postérieur gauche : 13 mm ;
- sur le bord supérieur et inférieur : 6 mm (2 épaisseurs de coupes).

11. Il s'agit de la technique de recalage par information mutuelle. L'information mutuelle indique à quel point le contenu d'une image explique l'autre, et est maximale lorsque les images sont parfaitement recalées.
12. Le seuillage permet de partitionner l'image en deux parties selon le seuil de gris défini par l'opérateur. Le résultat obtenu à partir d'une image en niveaux de gris est alors une image binaire en noire et blanc.

### Calcul des marges avec recalage de la tumeur sous le faisceau d'irradiation

En deuxième lieu, Keros *et al.* (2006) ont calculé les marges (maximales) qu'il faudrait adopter, pour le même sujet, en utilisant la technique de recalage :

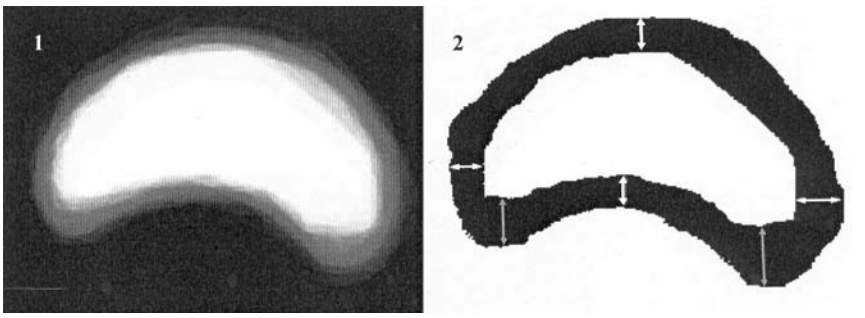



**Figure I.10**: Intersections non seuillée (1) et seuillée (2), des 36 prostates recalées associées aux 36 configurations pelviennes ; coupe centrale. Les marges appliquées sont alors les écarts existants entre les contours superposés, c.à.d. l'épaisseur de la bordure en noir sur la (2), comme l'indiquent les flèches blanches

- sur le bord latéral droit : 4 mm ;
- sur le bord latéral gauche : 5 mm ;
- sur le bord antérieur : 4 mm ;
- sur le bord postérieur au centre : 4 mm ;
- sur le bord postérieur droit : 6 mm ;
- sur le bord postérieur gauche : 7 mm ;
- sur le bord supérieur et inférieur : 6 mm (2 épaisseurs de coupes).

Une nette amélioration des marges est ainsi obtenue en considérant la mobilité de la prostate ayant pour origine les réplétions rectale, vésicale et pulmonaire. Ainsi, l'utilisation d'outils en temps réel pour rendre possible la localisation de la prostate permet la planification d'une nouvelle irradiation avec une marge optimale.

## I.6 Conclusion

La réduction de la marge employée autour du CTV prostatique entraîne un traitement efficace au patient, si on connaît la position exacte de la prostate pendant la séance de la radiothérapie conformationnelle : cette condition est la problématique médicale qu'on espère résoudre par le biais d'un outil numérique fondé sur les principes de la mécanique des milieux continus. En effet, les outils de la mécanique des milieux continus sont susceptibles de prendre en compte les interactions de la région pelvienne en vue de simuler numériquement les mouvements à ce niveau anatomique. Ces simulations seront très utiles pour la prédiction de la position de la prostate en temps réel et par la suite pour la réduction de la marge compte tenu du mouvement de la glande.

Pour atteindre cet objectif, une démarche détaillée dans l'Organigramme 1 (voir introduction générale) est alors établie. Elle est mise en pratique dans les chapitres 3 (partie expérimentale) et 4 (partie modélisation numérique). Un chapitre préliminaire vient précéder ces derniers,

abordant la théorie du comportement mécanique pour les tissus biologiques. Ce chapitre est un travail bibliographique ayant pour but de présenter au lecteur un panel de lois constitutives (hyperélastiques et hyper-viscoélastiques) dont quelques unes seront sélectionnées pour la suite de notre travail de modélisation biomécanique.

**N.B.** *Dans le cadre de ce travail de thèse, on se restreint aux cas de la radiothérapie externe exercée sur des patients positionnés en* ***décubitus*** *(dorsal) : c'est en effet le protocole adopté au centre radiophysique Alexis Vautrin pour traiter le cancer de la prostate. De même, nous nous intéressons uniquement aux mouvements dus aux interactions internes d'un sujet patient supposé immobile : On se limite aux interactions entre la vessie, le rectum, la prostate et les poumons.*

# II

# Comportement hyper-viscoélastique

Les comportements sont des états temporaires. Toute recherche sur le comportement traite donc des formes transitoires qui, à la différence des caractéristiques morphologiques, ne sont pas toujours perceptibles. En biomécanique, un comportement se manifeste en général par des mouvements musculaires, parfois aussi par l'activité de glandes ou des migrations de pigments. Les écoles mécanistes sont persuadés depuis Descartes que tout comportement s'explique en définitive par les lois fondamentales de la mécanique et de la physique, et rejettent le concept de la totalité dont les vitalistes se servent.

La mise en oeuvre d'un modèle biomécanique de la mobilité des organes de la région pelvienne nécessite la connaissance du comportement mécanique de ces mêmes entités anatomiques, par le biais des lois de comportement. L'objectif de ce chapitre est de passer en revue les principales lois constitutives issues de la littérature pour modéliser les tissus mous du vivant dans le domaine élastique (modèles hyperélastiques) et visqueux [1] (modèles viscoélastiques). Quelques lois de comportement sont alors sélectionnées.

**Sommaire**


**II.1 Rappels de mécanique non linéaire . . . . . 18**
II.1.1 Cinématique . . . . . 18
II.1.2 Statique . . . . . 19
**II.2 Hyperélasticité . . . . . 20**
II.2.1 Définition . . . . . 20
II.2.2 La compressibilité et l'incompressibilité . . . . . 21
II.2.3 Anisotropie . . . . . 23
II.2.4 Modèles hyperélastiques isotropes . . . . . 24
II.2.5 Analyse du modèle d'Ogden . . . . . 26
**II.3 Viscoélasticité . . . . . 28**
II.3.1 Modèles rhéologiques . . . . . 28
II.3.2 Modèles phénoménologiques héréditaires . . . . . 30
II.3.3 Hyper-viscoélasticité . . . . . 32
**II.4 Conclusion . . . . . 36**


1. L'élasticité est la propriété des matériaux qui reprennent instantanément leur état d'origine après avoir été déformés. Ce retour à l'état initial n'est plus instantanée quand la matière sollicitée est viscoélastique : celle-ci se comporte comme si elle était composée d'un solide élastique et d'un fluide visqueux.

## II.1 Rappels de mécanique non linéaire

On considère un vecteur $\overrightarrow{dX}$ reliant deux particules infiniment voisines appartenant à un milieu solide dans sa configuration initiale. Ce même vecteur élémentaire devient $\overrightarrow{dx}$ après la transformation $\mathfrak{F}$, de tenseur $\mathbf{F}$.

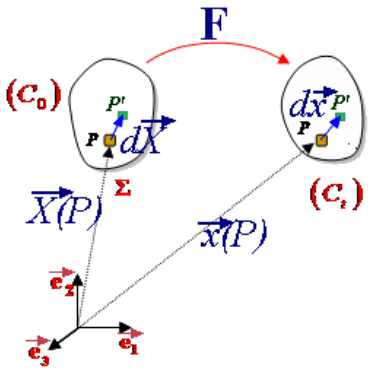



**Figure II.1**: Transformation $\mathfrak{F}$ d'un corps en mouvement d'une configuration initiale $(C_0)$ à une configuration actuelle $(C_t)$. $\vec{X}$ est la variable de Lagrange et $\vec{x}$ est la variable Eulérienne

Cette transformation s'écrit :

$$\overrightarrow{dx} = \mathbf{F}.\overrightarrow{dX} \tag{II.1}$$

où $\mathbf{F} = \boldsymbol{\nabla}_L \overrightarrow{x}$ désigne le tenseur gradient des déformations, dit aussi tenseur gradient de la transformation $\mathfrak{F}$. $\mathbf{F}$ a pour déterminant $J > 0$ qui représente la variation de volume pendant la transformation $\mathfrak{F}$. Ses vecteurs propres sont les élongations pures $\lambda_1, \lambda_2$ et $\lambda_3$.

### II.1.1 Cinématique

A la suite d'une transformation $\mathfrak{F}$, un corps initialement dans une configuration donnée $(C_0)$, se déforme dans sa configuration $(C_t)$ dite actuelle, qui varie avec le temps. Le tenseur des déformations peut s'exprimer selon deux descriptions :

**Description lagrangienne** :

C'est la description dont la référence est la position initiale, on y définit le tenseur des déformations de **Green-Lagrange** :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}\Big(\mathbf{F}^T\mathbf{F} - \mathbf{I}\Big) \tag{II.2}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\nabla}_L^T\vec{U} + \boldsymbol{\nabla}_L\vec{U}) + \frac{1}{2}\boldsymbol{\nabla}_L^T\vec{U}.\boldsymbol{\nabla}_L\vec{U} \tag{II.3}$$

où $\vec{U} = \vec{x}(\vec{X}, t) - \vec{X}$ représente le déplacement pendant la transformation $\mathfrak{F}$.

**Description eulérienne** :

C'est la description dont la référence est l'instant actuel ; elle donne lieu au tenseur des déformations d'**Euler-Almansi** :

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{I} - \left(\mathbf{F}^T\mathbf{F}\right)^{-1}\right) = \mathbf{F}^{-T}\mathbf{E}.\mathbf{F}^{-1} \tag{II.4}$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\nabla}_E^T\vec{U} + \boldsymbol{\nabla}_E\vec{U}) - \frac{1}{2}\boldsymbol{\nabla}_E^T\vec{U}.\boldsymbol{\nabla}_E\vec{U} \tag{II.5}$$

L'indice $E$ fait référence à l'opérateur Nabla Eulérien.

**Petites déformations** :

On parle de petites déformations lorsque les déplacements et les gradients de déplacements sont très petits comparés à l'unité. Dans ce cas, on pourra négliger les termes de second-ordre dans les égalités (II.3) et (II.5) ; on effectue alors une linéarisation des tenseurs finis Lagrangien et Eulérien :

$$\mathbf{E} \approx \mathbf{A} \approx \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T + \mathbf{F}) - \mathbf{I} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\nabla}^T\vec{U} + \boldsymbol{\nabla}\vec{U})$$

Ce qui définit le tenseur linéaire de **Green St-Venant**, appelé aussi tenseur des déformations de **Cauchy**.

On rappelle également la définition du tenseur des dilatations de **Cauchy-Green** à droite :

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T\mathbf{F} = \mathbf{U}^2 = 2\mathbf{E} \ + \mathbf{I}$$

### II.1.2 Statique

On distingue trois tenseurs de contraintes :

- Dans une écriture Eulérienne, le tenseur symétrique de **Cauchy** $\boldsymbol{\sigma}$ est défini par :

  $$d\vec{F} = \boldsymbol{\sigma}(M,t).\vec{n}dS$$

  avec $\overrightarrow{F}$ force surfacique. Le tenseur de Cauchy défini lui-même le tenseur de **Kirchhoff** :

  $$\boldsymbol{\tau} = J\boldsymbol{\sigma}$$

  avec J= det $\mathbf{F}$, le jacobien de la transformation $\mathfrak{F}$.

- Dans une écriture Lagrangienne, on met en évidence le tenseur de **Piola-Lagrange S** qui s'appelle aussi le **Second** tenseur de **Piola-Kirchhoff** :

  $$d\vec{F_0} = \mathfrak{F}^{-1}(d\vec{F}) = \mathbf{S}(M_0,0).\vec{n_0}dS_0$$

  où $\overrightarrow{F_0}$ est la force exercée à l'instant t=0. Le tenseur $\mathbf{S}$ est symétrique et s'écrit en fonction de $\boldsymbol{\sigma}$ et de $\boldsymbol{\tau}$ comme :

  $$\mathbf{S} = \mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\tau}\mathbf{F}^{-T} = J\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-T} \tag{II.6}$$

- Dans une écriture mixte, le tenseur des contraintes de **Boussinesq** (**Premier** tenseur des contraintes de **Piola-Kirchhoff**) se présente sous la forme :

$$d\vec{F} = \mathbf{P}(M_0, t).\vec{n_0}dS_0$$

$$avec \quad \mathbf{P} = \mathbf{FS}$$

**P** est attaché à la fois à la configuration initiale et à la configuration actuelle.

## II.2 Hyperélasticité

### II.2.1 Définition

Dans le cadre de l'hyperélasticité, on postule l'existence d'une fonction énergie de déformation $W$, connue sous le nom de potentiel hyperélastique, qui permet de relier l'état de contrainte à l'état de déformation. La fonction $W$ est souvent exprimée en fonction des invariants du tenseur des déformations $\mathbf{C}$ [2] :

$$\begin{aligned} I_1 &= tr\mathbf{C} = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \frac{1}{2}((tr\mathbf{C})^2) - tr(\mathbf{C})^2)) = \lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_1^2\lambda_3^2 + \lambda_2^2\lambda_3^2 \\ I_3 &= det\mathbf{C} = \lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2 = J^2 \end{aligned}$$

D'une manière générale, la densité volumique d'énergie de déformation $W$ est le travail d'une contrainte $\boldsymbol{\sigma}$, **P** ou **S** sur un volume élémentaire en dual d'une déformation $d\boldsymbol{\varepsilon}$, d**F** ou d**E** :

$$dW = \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{P} : d\mathbf{F} = \mathbf{S} : d\mathbf{E}$$

Dans le cadre des grands déplacements et petites déformations, l'énergie de déformation se présente sous la forme :

$$W = \frac{\lambda}{2}(tr\mathbf{E})^2 + \mu.tr\mathbf{E}^{\,2} \quad avec \quad \lambda \; et \; \mu \; \; coefficients \; de \; Lamé$$

Les invariants sont bien sûr indépendants de la base dans laquelle le tenseur est exprimé ; Ils sont eux-mêmes fonctions des élongations pures $(\lambda_i)_i$. Ceci justifie la proposition de Ogden (1984) qui a considéré $W$ comme une fonction des élongations principales, valeurs propres du tenseur des $\lambda_i$, i = 1,2,3 :

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \tag{II.7}$$

Le but de cette écriture est de faciliter l'exploitation théorique du travail expérimental en exprimant le potentiel $W$ en fonction des grandeurs mesurables. Valanis and Landel (1967) ont suggéré l'hypothèse de séparabilité en $\lambda_i$ soit l'écriture de $W$ en fonction d'une seule fonction $w$ qui ne dépend que d'une seule variable :

$$W = w(\lambda_1) + w(\lambda_2) + w(\lambda_3)$$

2. et parfois en fonction des invariants de **F**

avec

$$\frac{dw}{d\lambda} = 2\ v\ ln(\lambda) \quad v\ est \quad un\ coefficient\ (Pa)\ à\ déterminer$$

A partir des potentiels hyperélastiques, découlent les lois de comportement, mettant en evidence la dépendance entre les déformations et l'évolution des contraintes. C'est ainsi qu'on déduit les différents tenseurs de contraintes dans les différentes configurations spatiales ;

Les tenseurs de Cauchy et de Kirchhoff sont définis par :

$$\boldsymbol{\sigma} = J^{-1}\frac{\partial W(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}}\mathbf{F}^T\ , \quad \boldsymbol{\tau} = J\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial W(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}}\mathbf{F}^T$$

Le second tenseur de Piola-Kirchhoff (PK2) s'exprime selon :

$$\mathbf{S} = \frac{\partial \widehat{\widehat{W}}(\mathbf{E})}{\partial \mathbf{E}} = 2\frac{\partial \widehat{W}(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} \tag{II.8}$$

Le tenseur des contraintes de Boussinesq ou premier tenseur de Piola-Kirchhoff (PK1) :

$$\mathbf{P} = \frac{\partial W(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}}$$

avec $W(\mathbf{F}) = \widehat{W}(\mathbf{C}) = \widehat{\widehat{W}}(\mathbf{E})$. Dans la suite et dans le souci de simplifier les écritures, nous écrirons $W(\mathbf{C})$ au lieu de $\widehat{W}(\mathbf{C})$ et $W(\mathbf{E})$ au lieu de $\widehat{\widehat{W}}(\mathbf{E})$.

### II.2.2 La compressibilité et l'incompressibilité

Lorsque une certaine compressibilité intervient dans la cinématique de déformation, la déformation est décomposée en une partie incompressible / isochore $\overline{\mathbf{F}}$ ou $\overline{\mathbf{C}}$ et une partie de compression volumique pure / sphérique $J^{1/3}\mathbf{I}$ ou $J^{2/3}\mathbf{I}$ respectivement. On écrit :

$$\mathbf{F} = J^{1/3}\overline{\mathbf{F}} \quad et \quad \mathbf{C} = J^{2/3}\overline{\mathbf{C}} \tag{II.9}$$

$\overline{\mathbf{C}}$ et $\overline{\mathbf{F}}$ désignent les parties déviatoriques de tenseur des dilatations de Cauchy-Green $\mathbf{C}$ est de gradient de transformations $\mathbf{F}$, respectivement.

A partir des relations (II.9), le potentiel de déformation $W(\mathbf{C})$ se décompose en une partie isochore et une partie volumique :

$$W(\mathbf{C}) \quad = \quad W_{iso}(\overline{\mathbf{C}}) + W_{vol}(J) \tag{II.10}$$

En combinant les équations (II.8) et (II.10), il en découle la décomposition des contraintes en une partie volumique $\mathbf{S}_{vol}$ et une partie isochore $\mathbf{S}_{iso}$ :

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_{vol} + \mathbf{S}_{iso} \tag{II.11}$$

avec

$$\mathbf{S}_{vol} \quad = \quad 2\frac{\partial W_{vol}(J)}{\partial \mathbf{C}} = 2\frac{\partial W_{vol}(J)}{\partial J}\frac{\partial J}{\partial \mathbf{C}} = Jp\mathbf{C}^{-1} \tag{II.12}$$

$$\mathbf{S}_{iso} \quad = \quad 2\frac{\partial W_{iso}(\overline{\mathbf{C}})}{\partial \mathbf{C}} = J^{-2/3}dev(\mathbf{S}) \tag{II.13}$$

Dans la relation (II.12)$p$ représente la pression hydrostatique. De même, le tenseur des contraintes de Cauchy peut se décomposer, en utilisant l'égalité (II.6), en la somme d'un tenseur sphérique (hydrostatique) $\boldsymbol{\sigma}_{vol}$ et d'un tenseur à trace nulle $\boldsymbol{\sigma}_{iso}$, dit déviateur :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{vol} + \boldsymbol{\sigma}_{iso}$$

avec

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_{vol} &= p\mathbf{I} = \frac{dW_{vol}(J)}{dJ}\mathbf{I} \\ \boldsymbol{\sigma}_{iso} &= dev\boldsymbol{\sigma} \end{aligned}$$

La réponse sphérique provient de la pression/contrainte hydrostatique $p$ :

$$p = \frac{1}{3}tr\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{3}\mathbf{I} : \boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{3}I_{ij}\sigma_{ij} = \frac{1}{3}\sigma_{ii} \tag{II.14}$$

Les composantes $s_{ij}$ de la contrainte déviatorique sont obtenues à partir de $\sigma_{ij}$ selon :

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij} \tag{II.15}$$

Le tenseur déviateur de $\boldsymbol{\sigma}$ est symétrique et admet les mêmes directions principales que le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$. La pression $p$, provenant de la relation (II.14), représente la partie hydrostatique du tenseur des contraintes et le tenseur $dev\boldsymbol{\sigma}$ représente la partie "cisaillement".

Il ressort, pour le cas d'un essai de traction simple, la décomposition du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\sigma}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma}{3} \end{pmatrix}}_{Partie\ \ sphérique} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{2\sigma}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\sigma}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-\sigma}{3} \end{pmatrix}}_{Partie\ \ déviatorique} \tag{II.16}$$

Pour les matériaux incompressibles, on a $W_{vol}(J) = 0$ puisque $J = 1$ lors d'une transformation $\mathfrak{F}$. De plus, on a $I_3 = 1$ et $\lambda_3 = 1/\lambda_1\lambda_2$ . Il en résulte une dépendance vis à vis des deux premiers invariants ou des deux élongations pures $\lambda_1$ et $\lambda_2$. Dans ce cas, la densité d'énergie de déformation s'écrit :

$$W = W(\mathbf{F}) - p(J-1) \tag{II.17}$$

où $p$ est un multiplicateur de Lagrange égal à la pression hydrostatique [3] à déterminer par les conditions aux limites.

3. La variation du volume d'un matériau le long d'une transformation ne peut pas être déduite à partir du tenseur des contraintes. A titre indicatif, quand on applique une pression hydrostatique sur un matériau incompressible, soit J=1, la trace du tenseur des contraintes est non nulle.

Les tenseurs de Cauchy et de Kirchhoff s'obtiennent comme :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\tau} = \frac{\partial W(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}} \mathbf{F}^T - p\mathbf{I} \tag{II.18}$$

$$\mathbf{S} = \frac{\partial W(\mathbf{E})}{\partial \mathbf{E}} = 2\frac{\partial W(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} - p\mathbf{C}^{-1} \quad (PK2) \tag{II.19}$$

$$\mathbf{P} = \frac{\partial W(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}} - p\mathbf{F}^{-T} \quad (PK1) \tag{II.20}$$

Numériquement, quand on travaille avec des matériaux qui manifestent une légère compressibilité, dits quasi-incompressibles [4], il faut rajouter le terme $-p(J-1)$ selon la relation (II.17). Ce terme admet des variantes telles que $+0.5K(J-1)^2$ ou $+4.5K(J^{1/3}-1)^2$ avec $K$ le module de compressibilité initial.

### II.2.3 Anisotropie

L'anisotropie est la caractéristique d'un milieu dont les propriétés varient selon la direction. En mécanique des structures, la définition de l'anisotropie se restreint à un changement de comportement mécanique selon la direction des sollicitations. Ce phénomène est typique pour les tissus biologiques d'autant que la plupart des organes biologiques contiennent des structures fibreuses musculaires ou à base de collagène. Holzapfel *et al.* (2000) ont élaboré un travail riche, qui contient plusieurs approches théoriques pour modéliser le comportement anisotrope des artères en considérant la présence de structure fibreuse dans la paroi.

Cox *et al.* (2006) ont examiné le comportement anisotrope de l'artère aortique [5] soumise à de l'indentation par une petite sphère. Le tenseur $\boldsymbol{\tau}$ de Kirchhoff est décomposé en une partie isotrope $\widehat{\boldsymbol{\tau}}$ liée à la matrice et une partie anisotrope liée aux fibres :

$$\boldsymbol{\tau} \quad = \quad \widehat{\boldsymbol{\tau}} + \sum_{i=1}^{N_f} \phi_f^i \left[ \psi_f^i - \overrightarrow{e}^i_f . \widehat{\boldsymbol{\tau}} . \overrightarrow{e}^i_f \right] \overrightarrow{e}^i_f \otimes \overrightarrow{e}^i_f \tag{II.21}$$

*On note :*

- $N_f$ *le nombre de directions privilégiés* $\overrightarrow{e}^i_f$ *des fibres ;*
- $\phi_f^i$ *la fraction volumique des fibres dans la direction* $\overrightarrow{e}^i_f$ *;*
- $\psi_f^i$ *les contraintes des fibres de collagène, ne travaillant que dans la direction* $\overrightarrow{e}^i_f$ *; qui s'écrivent :*

$$\psi_f^i \quad = \quad k_1 (\lambda_f^i)^2 \left[ e^{k_2 (\lambda_f^i)^2} - 1 \right] \tag{II.22}$$

4. D'après la documentation de MSC Marc, le taux de changement de volume doit être de l'ordre de 0.01 ($J \approx 0.99$).

5. L'aorte est la plus grande artère du corps. Elle part du ventricule gauche du coeur et apporte notamment du sang oxygéné à toutes les parties du corps

*où $\lambda_f^i$ indique l'élongation des fibres dans la direction $\overrightarrow{e}^i_f$, $k_1$ et $k_2$ sont deux paramètres à déterminer expérimentalement.*

Diani *et al.* (2004) ont considéré le cas général d'un comportement élastique non-linéaire anisotrope.

$$W(\mathbf{F}) \quad = \quad = \sum_{i=1}^{n} \omega_i w_d\big(v^i / \|\overrightarrow{e}^i\|^2\big) \tag{II.23}$$

*On note :*
- *$n$ le nombre des directions privilégiées $\overrightarrow{e}^i$ du matériau anisotrope ;*
- *$\omega_i$ (i=1,n ) une fonction de poids selon la direction $\overrightarrow{e}^i$. Elle reste constante dans toutes les directions quand le matériau est isotrope ;*
- *$v^i$ l'élongation appliquée dans la direction $\overrightarrow{e}^i$ ;*
- *$w_d$ la densité d'énergie de déformation.*

### II.2.4 Modèles hyperélastiques isotropes

De nombreux modèles ont été élaborés afin de représenter le comportement mécanique des matériaux hyperélastiques. La difficulté réside dans la détermination de la forme de l'énergie de déformation capable de lier au mieux les déformations à l'évolution des contraintes pour différents modes de sollicitations. Dans la thèse de Marckmann (2004), les modèles hyperélastiques sont discutés en détails. Ici, on se contente de représenter brièvement quelques modèles les plus connus (Heuillet and Dugautier, 1997).

**Modèles de Mooney-Rivlin** (Rivlin, 1948a,b) :

$$W \quad = \quad \sum_{m,n=0}^{\infty} C_{mn}(I_1 - 3)^m (I_2 - 3)^n \quad (C_{00} = 0) \tag{II.24}$$

*où $C_{mn}$ désignent les coefficient caractéristiques du matériau.*

Pour ces modèles, les matériaux utilisés sont incompressibles, puisqu'on considère $I_3 = 1$ et donc $W = W(I_1, I_2)$. Parmi ces modèle, on trouve :

a. le modèle Néo-Hookéen :

$$W \quad = \quad C_{10}(I_1 - 3) \tag{II.25}$$

$C_{10} = G_0/2$ ; $G_0$ est le module de cisaillement à l'état initial. Il s'agit du modèle hyperélastique le plus simple. Il correspond au modèle de Mooney-Rivlin à un seul terme, mais sa justification est plus moléculaire que phénoménologique : $C_{10} = \frac{1}{2}nkT$, avec $n$, $k$ et $T$ représentant respectivement le nombre de chaînes par unité de volume, la constante de Boltzmann et la température absolue.

b. le modèle de Mooney (Mooney, 1940)

$$W \quad = \quad C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \tag{II.26}$$

c. le modèle de Signiorini

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 \tag{II.27}$$

d. le modèle de Yeoh

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \tag{II.28}$$

**Gent et Thomas** (Gent and Thomas, 1985)

Ces auteurs ont présenté leur modèle phénoménologique sous cette forme :

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2 ln\left(\frac{I_2}{3}\right)$$

*avec $C_1$ et $C_2$ des constantes caractéristiques du matériau.*

**Modèles d'Ogden** (Ogden, 1972) :

Ogden (1972) a présenté son modèle d'ordre variable et qui dépend directement des élongations pures $\lambda_i$ (i = 1..3) sous la forme suivante :

$$W = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mu_i}{\alpha_i}\left(J^{-2/3}(\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i}) - 3\right) \tag{II.29}$$

*où* N *désigne l'ordre du modèle ;*
*et $\mu_i$ et $\alpha_i$ sont des constantes caractéristiques du matériau.*

**Modèle d'Arruda-Boyce** (Arruda and Boyce, 1993)

C'est un modèle physique qui considère la présence et l'arrangement des chaînes moléculaires dans la constitution moléculaire des élastomères. Ici, seul le modèle simplifié rapporté par Liu *et al.* (2004) est exposé :

$$W = G_0 \sum_{i=1}^{5} \frac{A_{i0}}{\lambda_m^{2i-2}}\left(I_1^i - 3^i\right) + \frac{1}{D}\left(\frac{J^2 - 1}{2} - lnJ\right) \tag{II.30}$$

$G_0$ est le module de cisaillement à l'état initial et égal au produit $nkT$, où $n$, $k$ et $T$ représentent respectivement le nombre de chaînes par unité de volume, la constante de Boltzmann et la température absolue. $\lambda_m = \sqrt{N}$ définit la limite d'extensibilité des chaînes ; $N$ est le nombre de liens rigides. $D$ est un paramètre du matériau qui dépend de la température et qui est lié au module de compressibilité. Les coefficients $A_{i0}$ sont donnés par $A_{10} = \frac{1}{2}$, $A_{20} = \frac{1}{20}$, $A_{30} = \frac{11}{1050}$, $A_{40} = \frac{19}{7000}$ et $A_{50} = \frac{519}{673750}$.

### II.2.5 Analyse du modèle d'Ogden

Les modèles de Mooney Rivlin et d'Ogden sont les plus utilisés dans la littérature (Fung, 1993; Holzapfel and Ogden, 2006; Miller, 2000, 2002; Qiao *et al.*, 2005) pour modéliser le comportement élastique non-linéaire des tissus d'organes biologiques tels que le cerveau, le foie, la peau, le rectum et la vessie.

Dans ce paragraphe, nous montrons comment on peut exploiter ces modèles mathématiques pour décrire le comportement physique (mécanique) d'un matériau sollicité mécaniquement, à savoir en traction ou en cisaillement. Nous nous pencherons ici vers le modèle phénoménologique d'Ogden dont la fonction énergie de déformation $W$ s'écrit sous la forme (II.29).

D'après Ogden (1984), ce modèle permet d'approcher d'une manière très satisfaisante le comportement des élastomères. Par ailleurs, ce modèle se réduit au modèle Néo-Hookéen pour $N = 1$ et $\alpha = 2$ ou au modèle de Mooney (II.26) pour $N = 2$, $\alpha_1 = 2$ et $\alpha_2 = -2$.

Comme on travaille avec des matériaux supposés isotropes, l'énergie de déformation devient une fonction symétrique de ses arguments :

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad = \quad W(\lambda_3, \lambda_1, \lambda_2) = W(\lambda_1, \lambda_3, \lambda_2) \tag{II.31}$$

En considérant en plus un matériau incompressible, on a $J = \lambda_1.\lambda_2.\lambda_3 = 1$, ce qui réduit à deux le nombre de valeurs propres indépendantes. Il convient, par conséquent, d'éliminer $\lambda_3$ de l'expression explicite :

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad = \quad W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_1^{-1}\lambda_2^{-1}) = \widetilde{W}(\lambda_1, \lambda_2) \tag{II.32}$$

Compte tenu de (II.32), l'expression de (II.29) devient :

$$\widetilde{W} \quad = \quad \sum_{i=1}^{N} \frac{\mu_i}{\alpha_i}(\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_1^{-\alpha_i}\lambda_2^{-\alpha_i} - 3) \tag{II.33}$$

Souvent, les essais de caractérisation sont faits sans rotation de la matière. Il ressort donc $\mathbf{R} = \mathbf{I}$ et $\mathbf{F} = \mathbf{U}$, avec $\mathbf{U}$ est le tenseur des élongations pures. Selon l'expression (II.18), on pourra écrire :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{U}\frac{\partial W}{\partial \mathbf{U}} - p\mathbf{I}$$

Les contraintes principales de Cauchy sont donc données par :

$$\sigma_a \quad = \quad \lambda_a \frac{\partial W}{\partial \lambda_a} - p = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_a} - p \quad ; \qquad a = 1, 2, 3 \tag{II.34}$$

De même, selon les équations (II.19) et (II.20), on a :

$$S_a = \frac{1}{\lambda_a}\frac{\partial W}{\partial \lambda_a} - p\frac{1}{\lambda_a^2} \quad et \quad P_a = \frac{\partial W}{\partial \lambda_a} - p\frac{1}{\lambda_a}$$

Il découle des équations (II.33) et (II.34) les expressions formelles suivantes des contraintes :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \lambda_1 \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} - \lambda_3 \frac{\partial W}{\partial \lambda_3} = \lambda_1 \frac{\partial \widetilde{W}}{\partial \lambda_1} \quad et \quad \sigma_2 - \sigma_3 = \lambda_2 \frac{\partial \widetilde{W}}{\partial \lambda_2} \tag{II.35}$$

On met à profit ces écritures du comportement dans différents cas de chargement :

**Traction simple**

En traction, compression simple selon le premier axe, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ et $\sigma_1 = \sigma, \lambda_1 = \lambda$. Par symétrie, $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{-1/2}$, et la relation (II.35) donne :

$$(\sigma_1 - \sigma_3 =) \quad \sigma \quad = \quad \lambda \frac{\partial \widetilde{W}}{\partial \lambda} \tag{II.36}$$

avec $\widetilde{W} = \widetilde{W}(\lambda, \lambda^{-1/2})$. Donc, on obtient :

$$\sigma = \sum_{i=1}^{N} \mu_i (\lambda^{\alpha_i} - \lambda^{-\frac{1}{2}\alpha_i}) \tag{II.37}$$

**Traction équiaxiale**

Dans ce cas, on a $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ et $\sigma_3 = 0$. De plus, $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ et $\lambda_3 = \lambda^{-2}$. Il s'en suit l'expression constitutive :

$$(\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_2 - \sigma_3 =) \quad \sigma \quad = \quad \frac{1}{2} \lambda \frac{\partial \widetilde{W}}{\partial \lambda} \tag{II.38}$$

au quel cas :

$$\sigma = \sum_{i=1}^{N} \mu_i (\lambda^{\alpha_i} - \lambda^{-2\alpha_i}) \tag{II.39}$$

**Cisaillement pur** Pour cette déformation, $\lambda_3 = 1$ ce qui impose $\sigma_3 \neq 0$. De plus, $\lambda_1 = \lambda$ et $\lambda_2 = \lambda^{-1}$. On a aussi $\sigma_1 = \sigma$ et $\sigma_2 = 0$. On obtient :

$$\sigma = \sum_{i=1}^{N} \mu_i (\lambda^{\alpha_i} - \lambda^{-\alpha_i}) \tag{II.40}$$

**N.B.** : $p$ est souvent déterminée à partir des conditions de Neumann, soit, à titre d'exemple en traction simple :

$$\sigma_3 \quad = \quad \lambda^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial \widetilde{W}}{\partial \lambda^{-\frac{1}{2}}} - p = 0 \tag{II.41}$$

L'extension du comportement hyperélastique à un comportement hyperélastique visqueux est présentée dans ce qui suit.

## II.3 Viscoélasticité

### II.3.1 Modèles rhéologiques

Les modèles mécaniques analogiques permettent de rendre compte du comportement viscoélastique de façon simple en couplant
- un piston qui obéit strictement à la loi de Newton, présentant une réponse visqueuse idéale à l'application d'une contrainte ;
- un ressort qui obéit strictement à la loi de Hooke présentant une réponse élastique idéale à l'application d'une contrainte.

Différents modèles analogiques sont exposés dans ce qui suit.

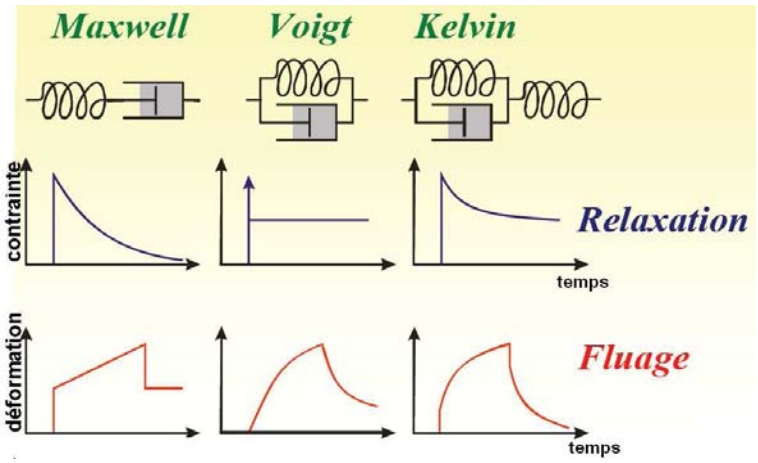



**Figure II.2**: Quelques modèles viscoélastiques élémentaires et leurs réponses en relaxation et en fluage

#### Modèle de Maxwell

Il est constitué d'un piston et d'un ressort couplés en série (voir Fig. II.2) ; il est utilisé pour représenter le comportement en relaxation.

Si on déforme jusqu'à un certain point, puis l'on maintient la déformation à $\varepsilon_0$, il s'ensuit que la contrainte évolue avec le temps, puisque :

$$\frac{d\sigma}{dt} = -\frac{E}{\eta}\sigma$$

avec $\eta$ la viscosité et $E$ le module de traction. Il en résulte par intégration :

$$\sigma = \sigma_0.e^{-\frac{t}{\tau}} = E.\varepsilon_0.e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{II.42}$$

Le paramètre $\tau$ est le temps de relaxation caractéristique du modèle de Maxwell, égal à $\eta/E$.

La contrainte dépend de la déformation via une fonction de relaxation R(t) :

$$\sigma = R(t).\varepsilon_0 \tag{II.43}$$

avec $R(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$.

En revanche, tel qu'on peut le voir sur Fig. II.2, le modèle de Maxwell représente mal le fluage des matériaux caoutchoutiques et par la suite le fluage des tissus biologiques. En effet, si on considère la fonction de fluage $J(t) = 1/E + t/\eta$ qui vérifie l'égalité :

$$\varepsilon(t) = J(t).\sigma_0$$

La fonction de fluage est linéaire en fonction du temps et ne reflète donc pas de réponse de retard des milieux considérés dans cette thèse (voir chapitre 3, partie mesures expérimentales).

### Modèle de Voigt

Appelé souvent modèle de Kelvin-Voigt, il est constitué d'un piston et d'un ressort assemblés en parallèle tel qu'on peut voir sur Fig. II.2. Il est utilisé pour modéliser le fluage : si on maintient constante la force appliquée à l'ensemble, soit $\sigma_0$, la loi de variation de la déformation au cours du temps s'écrit :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{II.44}$$

en posant $\tau = \eta/E$ le temps de retard (en fluage), caractéristique du modèle de Kelvin-Voigt. La fonction de fluage est alors identifiée selon $J(t) = \frac{1}{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

A l'instar du modèle de Maxwell, le modèle de Voigt représente mal le comportement en relaxation des matériaux caoutchoutiques. En effet, sa fonction de relaxation $R(t) = E + \eta.\delta(t)$, telle qu'on peut le voir sur la Fig. II.2, est stationnaire (avec $\delta$ la distribution de Dirac).

### Modèle de Kelvin

L'incapacité des modèles précédents dans la modélisation du comportement viscoélastique en relaxation ou/et en fluage de certains matériaux caoutchoutiques peut être palliée par le recours au modèle de Kelvin (Fig. II.2). Ses fonctions de fluage J(t) et de relaxation R(t) s'écrivent respectivement :

$$J(t) = \frac{1}{E1} + \frac{1}{E2}\left(1 - e^{-t/\tau_f}\right) \tag{II.45}$$

$$R(t) = \frac{E1}{E1 + E1}\left(E2 + E1.e^{-t/\tau_r}\right) \tag{II.46}$$

avec $\tau_f = \eta/E2$ et $\tau_r = \eta/(E1 + E2)$ les temps de retard et de relaxation, respectivement.

Généralement, quand on veut modéliser le comportement hyper-viscoélastique d'un matériau, on peut envisager l'utilisation :

- de ressorts non-linéaires ;
- d'une succession du même modèle (avec des caractéristiques différentes) en série (et éventuellement en parallèle) ; C'est ce qu'on appelle le modèle de Kelvin-Voigt généralisé.

Pour aller plus loin, d'autres combinaisons de ressorts et de pistons permettent de modéliser des comportements viscoplastiques, à l'instar du modèle de Burger, dont la fonction de fluage s'écrit :

$$J(t) = \frac{1}{E} + \frac{1}{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + \frac{t}{\eta} \tag{II.47}$$

### II.3.2 Modèles phénoménologiques héréditaires

D'habitude, les fonctions de fluage J (appelée aussi complaisance : "creep compliance") et de relaxation R (appelée aussi module de relaxation qu'on désigne par E) d'un matériau viscoélastique linéaire sont décrites sous la forme d'un produit de convolution :

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t-\tau)\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}d\tau \ , \qquad \sigma(t) = \int_0^t R(t-\tau)\frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau}d\tau \tag{II.48}$$

Elles ne dépendent que du temps. Par contre, Oza *et al.* (2006) proposent une dépendance des fonctions de relaxation et de fluage en la déformation et la contrainte respectivement, soit :

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t-\tau,\sigma(\tau))\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}d\tau \ , \qquad \sigma(t) = \int_0^t R(t-\tau,\varepsilon(\tau))\frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau}d\tau \tag{II.49}$$

Cette interdépendance contraintes/déformations permet d'avoir une étroite corrélation entre les deux phénomènes, le fluage et la relaxation, notamment pour un matériau viscoélastique non-linéaire. Il en résulte la possibilité de déduire l'un des modèles phénoménologiques à partir de l'autre (Oza *et al.*, 2006).

Pour la résolution du système (II.49), les auteurs ont recours à la décomposition de la réponse en fluage en plusieurs réponses instantanées et décalées en utilisant la fonction de Heaviside :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(0)H(t) + \sum_0^N \Delta\varepsilon_i H(t-t_i)$$

Ils ont déduit la fonction de fluage sous une forme discrète :

$$J(t,\sigma) = g_1 t^n + g_2 \sigma t^{2m}$$

La fonction de relaxation est déterminée à partir de la fonction de fluage et elle s'écrit :

$$R(t,\varepsilon) = f_1 t^{-n} + f_2 \varepsilon t^{-q}$$

Les paramètres $f_1$ et $f_2$ sont identifiés à partir de $g_1$ et $g_2$, coefficients caractéristiques du matériau, eux mêmes identifiés expérimentalement. Les coefficient n et m sont fixés par les auteurs.

Dans une autre approche, Fung (1993) a proposé la théorie de **la viscoélasticité quasi-linéaire** (VQL) qui supprime ce lien entre la relaxation et le fluage. En effet, cette théorie prend en compte les deux caractéristiques rhéologiques fondamentales des tissus biologiques, la nonlinéarité et la viscoélasticité, en séparant les variables temps et déformation :

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \overline{J}(t-\tau)\frac{d\varepsilon}{d\sigma}\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau}d\tau \ , \quad \sigma(t) = \int_0^t \overline{R}(t-\tau)\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau}d\tau \tag{II.50}$$

avec

$$\overline{J}(t-\tau)\frac{d\varepsilon}{d\sigma} = J(t,\sigma) \ , \quad \overline{R}(t-\tau)\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = R(t,\varepsilon)$$

et $\overline{J}$ et $\overline{R}$ symbolisent respectivement les fonctions réduites de fluage et de relaxation.

Les équations précédentes se simplifient davantage si on considère un chargement statique de type $H(t)\sigma_0$ ou cinématique de type $H(t)\varepsilon_0$ ; H(t) est la fonction de Heaviside.

Soit :

$$\varepsilon(\sigma,t) = \sigma_0\overline{J}(t)f(\sigma) \ , \qquad \sigma(\varepsilon,t) = \varepsilon_0\overline{R}(t)g(\varepsilon)$$

En ne s'intéressant qu'aux t > 0 et en utilisant le principe de superposition de Boltzmann, on obtient :

$$\sigma(t) = \int_0^t \overline{R}(t-\tau)\frac{\partial\sigma^e}{\partial\varepsilon}.\underbrace{\frac{\partial\varepsilon}{\partial\tau}}_{Histoire\ de\ déformation}d\tau$$

où $\sigma^e(\varepsilon)$ désigne la réponse élastique, une fonction des seules déformations. La fonction de relaxation réduite $\overline{R}(t)$ telle que $\overline{R}(0) = 1$, ne depend que du temps t.

Pour les tissus où le couple contraintes/déformation et l'hystéresis ne manifestent pas une grande dépendance à la vitesse de déformation, Fung (1993) a proposé :

$$\overline{R}(t) = \frac{1 + C[Y(t/\tau_2) - Y(t/\tau_1)]}{1 + Cln(\tau_2/\tau_1)} \quad avec \quad Y(t) = \int_t^\infty \frac{e^{-t}}{t}dt \tag{II.51}$$

et

$$\sigma^e(\varepsilon) = A(e^{B\varepsilon} - 1)$$

Les coefficients caractéristiques du matériau A, B, C, $\tau_1$ et $\tau_2$ ont été identifiés expérimentalement pour le comportement de relaxation des ligaments par Abramowitch and Woo (2004) en utilisant leur propre méthode de résolution.

Toms *et al.* (2002) proposent une fonction réduite de relaxation des ligaments telles que $R(t) = a.e^{-bt} + c.e^{-dt} + g.e^{-ht}$ avec a, b, c, d, g et h des constantes à déterminer expérimentalement.

### II.3.3 Hyper-viscoélasticité

Un comportement hyper-viscoélastique est une association dans un même matériau des comportements élastique non-linéaire (hyperélastique) et visqueux.

D'après Holzapfel (2000), l'énergie de déformation d'un matériau viscoélastique est de la forme suivante :

$$W(\mathbf{C};\mathbf{\Gamma}_1;...;\mathbf{\Gamma}_m) = \underbrace{W^e_{vol}(J)+W^e_{iso}(\overline{\mathbf{C}})}_{Partie\ \ élastique} + \underbrace{\sum_{\alpha=1}^{m}\Upsilon_\alpha(\overline{\mathbf{C}};\mathbf{\Gamma}_\alpha)}_{Partie\ \ viscoélastique} \tag{II.52}$$

En se basant sur la définition du tenseur de Piola-Kirchhoff $\mathbf{S}$ (Relation II.8), on obtient dans le cas hyper-viscoélastique :

$$\mathbf{S} = 2\frac{\partial W(\mathbf{C};\mathbf{\Gamma}_1;...;\mathbf{\Gamma}_m)}{\partial \mathbf{C}} = \underbrace{\mathbf{S}^e_{vol}+\mathbf{S}^e_{iso}}_{Partie\ élastique} + \underbrace{\sum_{\alpha=1}^{m}\mathbf{Q}_\alpha}_{Partie\ viscoélastique} \tag{II.53}$$

avec

$$\mathbf{S}_{iso} = \mathbf{S}^e_{iso} + \sum_{\alpha=1}^{m}\mathbf{Q}_\alpha$$

$\mathbf{\Gamma}_\alpha$ et $\mathbf{Q}_\alpha$ sont des variables tensorielles internes.

Selon l'égalité (II.53), le tenseur PK2 est dissocié en 3 parties : une partie hydrostatique (purement élastique) $\mathbf{S}_{vol}$ et une autre déviatorique $\mathbf{S}_{iso}$ qui contribue à la fois à la réponse élastique $\mathbf{S}^e_{iso}$ et à la réponse visqueuse exprimée par la composante $\mathbf{Q} = \sum_{\alpha=1}^{m}\mathbf{Q}_\alpha$.

Pioletti and Rakotomanana (2000) ont examiné le comportement hyperviscoélastique des tissus biologiques [6]. Parmi un panel de potentiels élastiques non-linéaires $W^e$ analysés, ils ont retenu celui de Veronda and Westmann (1970) :

$$W^e = \frac{\alpha}{2}e^{\beta(I_1-3)} - \frac{\alpha\beta}{4}(I_2-3) \tag{II.54}$$

En ce qui concerne la partie visqueuse, les auteurs ont utilisé le potentiel $W^v$ suivant :

$$W^v = \frac{\eta}{4}tr(\dot{\mathbf{C}})^2(I_1-3) \tag{II.55}$$

6. Les ligaments, les tendons et la peau, considérés comme isotropes viscoélastiques non-linéaires et incompressibles.

Le tenseur de PK2 s'écrit ainsi, dans le cas de la relaxation :

$$\mathbf{S} = \underbrace{\mathbf{S}^e(\mathbf{C}(t))}_{\textit{Réponse immédiate}} + \underbrace{\mathbf{S}^v\big(\dot{\mathbf{C}}(t),\mathbf{C}(t)\big)}_{\textit{Réponse court terme}} + \underbrace{\int_\delta^t \mathbf{S}^e\big(\mathbf{C}(t-s)\big)\dot{M}(s)ds}_{\textit{Réponse long terme}} \tag{II.56}$$

avec

$$\mathbf{S}^e = 2\rho_0\frac{\partial W^e}{\partial \mathbf{C}} = -p\mathbf{C}^{-1} + \alpha\beta\big(2e^{\beta(I_1-3)} - I_1\big)\mathbf{I} + \alpha\beta\mathbf{C}$$

$$\mathbf{S}^v = 2\rho_0\frac{\partial W^v}{\partial \dot{\mathbf{C}}} = \eta(I_1-3)\dot{\mathbf{C}}$$

$$M(s) = \Big(\sum_{k=1}^{3} a_k e^{-s/\tau_k}\Big)\Big/\Big(\sum_{k=1}^{3} a_k\Big)$$

$$\dot{\mathbf{C}} = \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial t}$$

Neuf paramètres sont à identifier expérimentalement relatifs aux propriétés :
- élastique, $\alpha$[MPa] et $\beta$ ;
- viscoélastique court terme, $\eta$[MPa.s] ; et
- viscoélastique long terme, $a_k$ et $\tau_k$ [s] (k = 1..3).

Merodio and Goicolea (2007) ont proposé des potentiels de déformation pour les tissus biologiques considérés comme hyper-viscoélastiques incompressibles, en tenant compte de l'anisotropie transverse :

$$W^e(I_1,I_4) = \frac{\mu}{2}(I_1-3) + \frac{k_1}{2k_2}\Big(e^{k_2(I_4-1)^2} - 1\Big) \tag{II.57}$$

$$W^v(I_1,I_4,J_2,J_9) = \frac{\eta}{4}J_2(I_1-3) + \gamma J_9\frac{k_1}{2k_2}\Big(e^{k_2(I_4-1)^2} - 1\Big) \tag{II.58}$$

avec

$$I_1 = tr\mathbf{C} \quad I_2 = \frac{1}{2}((tr\mathbf{C})^2) - tr(\mathbf{C})^2)) \quad I_4 = tr(\overrightarrow{M}\otimes\mathbf{C}\overrightarrow{M})$$
$$J_2 = tr(\dot{\mathbf{C}}^2) \quad J_9 = tr(\overrightarrow{M}\otimes\dot{\mathbf{C}}^2\overrightarrow{M}) \quad \dot{\mathbf{C}} = \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial t}$$

Ils ont proposé le vecteur unité $\overrightarrow{M}$ pour indiquer l'orientation initiale des fibres. Le reste des paramètres doit être identifié expérimentalement :
- *$\mu$ le module néohookéen de la matrice ;*
- *$k_1$ et $k_2$ les paramètres élastiques des fibres ;*
- *$\eta$ le module viscoélastique du tissu ;*
- *et $\gamma$ le facteur de viscosité lié aux fibres.*

Dans le cas d'une traction simple dans la direction 1 des fibres, on pose $\sigma_{11} = \sigma$, et on a $\sigma_{ij} = 0$ pour $i \neq j$, $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$, $\lambda_1 = \lambda > 1$ et $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_{-1/2}$. Après la détermination

de la pression hydrostatique p, on obtient l'équation suivante (qui permet d'identifier les paramètres ci-dessus) :

$$\sigma = \mu\left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda}\right) + 2k_1(\lambda^2-1)\lambda^2 e^{k_2(\lambda^2-1)^2}$$
$$+\eta\left(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3\right)\left(2\lambda^3 + \frac{1}{\lambda^3}\right)\dot{\lambda} + \gamma\frac{k_1}{k_2}\left(e^{k_2(\lambda^2-1)^2} - 1\right)4\lambda^3\dot{\lambda}$$

Par ailleurs, pour mettre en pratique la modélisation du comportement viscoélastique d'un matériau dans un code éléments finis, la série de Prony est alors adoptée dans la formulation utilisée dans MSC Marc, inspirée des travaux de Simo (1987). Le potentiel de déformation s'écrit sous la forme d'une série de Prony, de deux manières :

$$W(t) \quad = \quad W^{\infty} + \sum_{n=1}^{N} W^n e^{-t/\tau_n} \tag{II.59}$$

et

$$W(t) \quad = \quad W^{0} - \sum_{n=1}^{N} W^n (1 - e^{-t/\tau_n}) \tag{II.60}$$

$W^0$ indique la fonction d'énergie relative à l'élasticité instantanée. Quand à $W^{\infty}$, elle est relative aux processus très lents (élasticité retardée). $W^n$ est une énergie additionnelle, nécessaire pour caractériser les processus qui dépendent du temps (élasticité différée). Pour chaque $W^n$, une constante de temps $\tau_n$ est associée, caractéristique de la viscoélasticité du matériau. En supposant que chaque fonction$W^n$ est directement liée à l'énergie élastique instantanée par une constante scalaire adimensionnelle $\delta_n$, soit :

$$W^n \quad = \quad \delta_n W^0 \quad \textit{avec n un entier positif} \tag{II.61}$$

la relation (II.59) devient :

$$W(t) \quad = \quad W^{\infty} + \sum_{n=1}^{N} \delta_n W^0 e^{-t/\tau_n} \tag{II.62}$$

Puisqu'aux temps faibles (t $<<$ $\tau_n$), l'énergie élastique (II.60) se réduit à :

$$W = W^0 \quad = \quad W^{\infty} + \sum_{n=1}^{N} W^n$$

alors, $W^0$ et $W^{\infty}$ s'écrivent respectivement :

$$W^0 = W^\infty + W^0 \sum_{n=1}^{N} \delta_n \quad et \quad W^\infty = \left(1 - \sum_{n=1}^{N} \delta_n\right) W^0 \tag{II.63}$$

Finalement, en considérant les expressions (II.63) de $W^0$ et $W^\infty$, la relation (II.59) s'écrit :

$$W(t) \quad = \quad W^0 \left[1 - \sum_{n=1}^{N} \delta_n (1 - e^{-t/\tau_n})\right] \tag{II.64}$$

A partir de cette égalité, une décomposition multiplicative du potentiel de déformation est ainsi considérée dans MSC.Marc, telle que :

$$W(E_{ij}, t) \quad = \quad W^e(E_{ij}).R(t) \tag{II.65}$$

où $W^e(E_{ij})$ est le potentiel hyperélastique de type Mooney Rivlin et R(t) est la fonction de relaxation de Prony :

$$R(t) \quad = \quad 1 - \sum_{n=1}^{N} \delta_n (1 - e^{-t/\tau_n}) \tag{II.66}$$

Si on revoit l'équation (II.10), on peut réécrire la forme générale de l'énergie élastique $W^e$ selon :

$$W^e(\mathbf{C}) \quad = \quad W^e_{iso}(J) + W^e_{vol}\big(\overline{\mathbf{C}}\big)$$

Il ressort de cette écriture et de l'équation (II.65), celle de l'énergie de déformation viscoélastique :

$$W(\mathbf{C}) \quad = \quad (W^e_{iso}(J) + W^e_{vol}\big(\overline{\mathbf{C}}\big)).R(t) \tag{II.67}$$

Beaucoup de modèles de la littérature utilisent la fonction de relaxation sous la forme suivante (N=2) :

$$R(t) = 1 - \delta_1\big(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\big) - \delta_2\big(1 - e^{-\frac{t}{\delta_1}}\big)$$

où $\delta_1$, $\delta_2$, $\tau_1$ et $\tau_2$ sont les amplitudes et les constantes de temps correspondant à des relaxations à court et long termes respectivement.

Par ailleurs, rappelons que la relaxation est considérée comme purement déviatorique et il n'y pas de relaxation associée à la partie hydrostatique ; ce postulat est déjà évoqué dans (Holzapfel, 2000, page 284). Par conséquent, conformément aux équations (II.59) et (II.60), on peut écrire :

$$G(t) \quad = \quad G^\infty + \sum_{n=1}^{N} G^n e^{-t/\tau_n} \tag{II.68}$$

$$G(t) = G^0 - \sum_{n=1}^{N} G^n (1 - e^{-t/\tau_n}) \tag{II.69}$$

$G^\infty$ est appelé le module de cisaillement de long terme ou caoutchoutique et $G^0$ est appelé le module de cisaillement de court terme ou vitreux.

Numériquement, pour les modèles d'Ogden, on a besoin de déterminer les coefficients $\tau_n$, $G^n$ et $G^\infty$ des relations (II.68) et (II.69). En ce qui concerne les modèles de Mooney-Rivlin, il faut identifier $\tau_n$, $\delta^n$ et $W^\infty$ (voir la relation II.62) pour caractériser le comportement en relaxation associé à l'hyperélasticité.

## II.4 Conclusion

Nous avons présenté d'une manière succincte quelques approches fondamentales de la littérature ayant pour objectif de caractériser le comportement des tissus biologiques, qui sont de façon générale des matériaux anisotropes qui manifestent un comportement hyper-viscoélastique.

Puisque l'anisotropie n'est pas considérée dans ce travail, seul le comportement hyperélastique et hyper-viscoélastique sont modélisés. Pour ce dernier, la série de Prony est adoptée et ses paramètres sont identifiés dans le chapitre qui suit à partir des essais de relaxation. De même, nous avons décidé de travailler avec les modèles de Mooney-Rivlin et d'Ogden. D'un point de vue numérique, ces modèles sont déjà implantés dans MSC Marc Mentat.

# III

# Caractérisation et identification des propriétés (visco)-élastiques des tissus pelviens

Le travail de modélisation biomécanique requiert des données expérimentales relatives au comportement mécanique des tissus pelviens. La complexité des tissus mous de la région pelvienne, qui sont des milieux hétérogènes, non-linéaires, anisotropes et quasi-incompressibles (leur teneur en eau représente environ 80% du poids) a conduit les mécaniciens à adopter des hypothèses simplificatrices dans l'écriture des modèles de comportement, utilisées dans ce chapitre. Le protocole de mesure des propriétés mécaniques nécessaire à l'identification des modèles de comportement adoptés est décrit. Une comparaison entre les mesures réalisées et les données de la littérature est menée. Les paramètres du comportement mécanique hyper-viscoélastique de la vessie et du rectum, relatifs à deux lois de comportement sélectionnées dans le chapitre précédent, sont identifiés. Les difficultés inhérentes à la mise en place d'un protocole de mesure fiable et reproductible, propre aux tissus du vivant, sont rappelées en fin de chapitre.

**Sommaire**


**III.1 Bibliographie . . . . . 38**
III.1.1 Propriétés élastiques de la prostate . . . . . 38
III.1.2 Propriétés élastiques du rectum et de la vessie . . . . . 39
III.1.3 Propriétés élastiques : comparaison et discussion . . . . . 41
**III.2 Caractérisation expérimentale . . . . . 43**
III.2.1 Aspect éthique . . . . . 43
III.2.2 Protocole expérimental . . . . . 43
III.2.3 Mesures expérimentales . . . . . 48
III.2.4 Analyse des mesures . . . . . 50
III.2.5 Comparaison des mesures avec les données de la littérature . . . . . 54
**III.3 Identification des paramètres des lois de comportement . . . . . 56**
III.3.1 Qualité du lissage selon les modèles de Mooney-Rivlin et d'Ogden . 56
III.3.2 Identification des paramètres . . . . . 61
**III.4 Conclusion . . . . . 63**

# III.1 Bibliographie

## III.1.1 Propriétés élastiques de la prostate

La prostate est formée d'un tissu glandulaire (75%) et de structures fibro-musculaires (25%). Le tissu glandulaire comprend la zone périphérique (70%), la zone centrale (25%), la zone transitionnelle (5%) ainsi que les glandes péri-urétrales [1] (Fig. III.1).

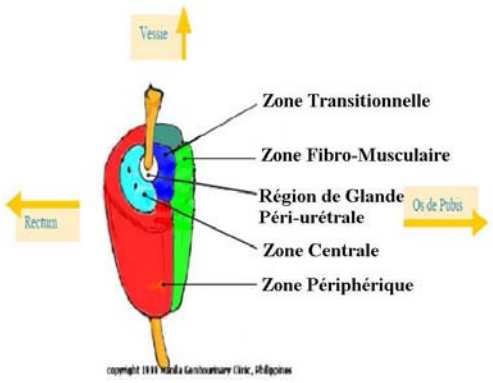



**Figure III.1**: Composition de la prostate

Les zones périphérique et centrale constituent la glande externe, séparées du reste du tissu prostatique par une zone de clivage : la capsule chirurgicale. La zone transitionnelle, prédisposée pour l'hypertrophie bénigne de la prostate (HBP), constitue, avec les glandes péri-urétrales, la glande interne. La portion non glandulaire de la prostate est représentée par le tissu fibro-musculaire, constituant le stroma [2] de la glande.

Erkamp *et al.* (2000) ont mis en évidence le comportement élastique non-linéaire de la prostate soumise à une force de compression, en explorant un domaine de déformation supérieur à 15%.

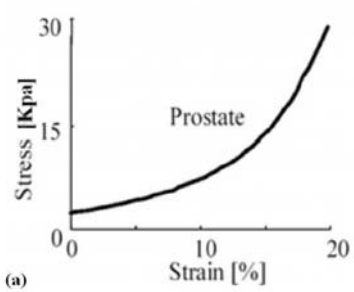



**Figure III.2**: Courbe contrainte nominale-déformation (de l'ingénieur) pour un échantillon de prostate soumis à un essai de compression (Erkamp *et al.*, 2000). Faute d'indication dans la littérature, l'hypothèse d'une précontrainte pourrait justifier le fait que la courbe ne passe pas par l'origine des axes

1. Ces glandes sont situées à la périphérie de l'urètre sur toute sa longueur et concentrées sur le dernier tiers.
2. Le stroma est le tissu qui forme la structure d'un organe.

Kemper *et al.* (2004) ont employé la technique d'élastographie par résonance magnétique pour déterminer les modules de cisaillement des zones centrale et périphérique de la prostate. Ces modules ont été respectivement estimés à $2.2 \pm 0.3$ kPa et $3.3 \pm 0.5$ kPa pour un panel de 7 volontaires. En se basant sur l'hypothèse d'incompressibilité des tissus biologiques, il en résulte des modules d'Young respectivement équivalents à $6.6 \pm 0.9$ kPa et $9.9 \pm 1.5$ kPa pour les zones considérées.

Krouskop *et al.* (1998) ont fait des essais de compression sur des échantillons d'une prostate humaine, soumis à la fois à des précontraintes et à des excitations vibratoires bien déterminées. Ils en ont déduit les modules d'Young suivants (Tab. III.1) :

| **Nature de tissu prostatique (nombre d'éprouvettes, n)** | **Module d'Young (kPa)** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Pré-compression 2%** | | | **Pré-compression 4%** | | |
| | **0.1 Hz** | **1 Hz** | **4 Hz** | **0.1 Hz** | **1 Hz** | **4 Hz** |
| Normal antérieur (n=32) | $55 \pm 14$ | $62 \pm 17$ | $59 \pm 19$ | $60 \pm 15$ | $63 \pm 18$ | $63 \pm 16$ |
| Normal postérieur (n=32) | $62 \pm 19$ | $69 \pm 17$ | $65 \pm 18$ | $68 \pm 14$ | $70 \pm 14$ | $71 \pm 11$ |
| HBP (n=21) | $38 \pm 8$ | $36 \pm 9$ | $38 \pm 8$ | $40 \pm 12$ | $36 \pm 11$ | $41 \pm 13$ |
| Cancer (n=28) | $96 \pm 19$ | $100 \pm 20$ | $99 \pm 18$ | $230 \pm 34$ | $221 \pm 34$ | $241 \pm 28$ |

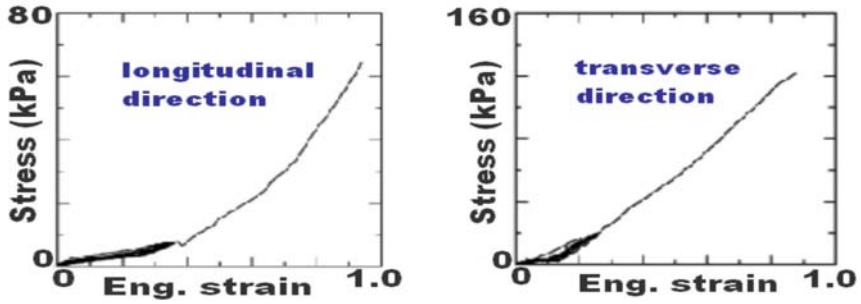
TABLE III.1: Modules d'élasticité pour différents types de tissus prostatiques, soumis aux précompressions de 2% et 4% et à un chargement dynamique variant de 0.1 Hz à 4 Hz (Krouskop *et al.*, 1998). Le coefficient de Poisson est estimé, au préalable, à 0.495.

Nous remarquons que le tissu affecté par l'hypertrophie devient très mou par rapport à un tissu sain. Paradoxalement, le tissu atteint du cancer est beaucoup plus raide : environ 4 fois plus dur qu'un tissu normal quand une pré-compression de 4% est appliquée. D'ailleurs, nous constatons que le module d'Young est variable selon le type de chargement appliquée : les auteurs ont mesuré un module d'Young plus important pour les différents tissus prostatiques quand ils ont augmenté la pré-compression ou la fréquence d'excitation.

### III.1.2 Propriétés élastiques du rectum et de la vessie

Le rectum et la vessie sont des organes musculomembraneux. Leurs parois sont constituées principalement des trois tuniques suivantes : i) l'adventice, une muqueuse externe ; ii) le détrusor, une tunique musculaire intermédiaire et iii) la tunique interne qui est une sous-muqueuse.

Qiao *et al.* (2005) ont pu mettre en évidence l'orthotropie (un matériau est dit orthotrope s'il a deux plans de symétrie de comportement mécanique) et la non-linéarité du comportement mécanique de la paroi rectale d'un porc, (Fig. III.3), au moyen d'essais de traction, compression et cisaillement effectués sur 3 classes de spécimens, distinguées par leurs angles de coupe ($0°; 45° et\ 90°$ : se référer à la Fig. B.3 de l'Annexe 2).




a. b.

**Figure III.3**: Le comportement non-linéaire de la paroi rectale suite à un essai de traction a. dans la direction longitudinale 0° b. dans la direction transverse 90° (Qiao *et al.*, 2005)

Pour ajuster les propriétés élastiques orthotropes (Tab. III.2) d'un modèle linéaire, les auteurs ont fait une régression linéaire sur leurs courbes contrainte-déformation.

| Grandeurs | | Valeur |
|---|---|---|
| Modules d'Young | $E_1$(kPa) | 59.9 ±8.6 |
| | $E_2$(kPa) | 147 ±20.6 |
| | $E_3$(kPa) | 37.3 ±5.7 |
| Modules de cisaillement | $G_{12}$(kPa) | 29.3 |
| | $G_{13}$(kPa) | 10.7 ±6.9 |
| | $G_{23}$(kPa) | 40.6 ±9.6 |
| Coefficients de Poisson | $\nu_{12}$ | 0.54 ±0.12 |
| | $\nu_{13}$ | 0.32 |
| | $\nu_{23}$ | 0.59 |

TABLE III.2: Propriétés élastiques orthotropes de la paroi rectale d'un porc. Les indices 1, 2 et 3 désignent les directions principales : longitudinale, transverse et verticale au plan de la paroi (Qiao *et al.*, 2005)

Frokjaer *et al.* (2005) ont mené une autre approche expérimentale pour évaluer l'élasticité rectale : trois volontaires ont subi une distension rectale par un ballon gonflable introduit dans le rectum ; la pression rectale est déterminée à chaque instant à l'aide d'un capteur de pression. La géométrie ainsi que le volume rectal sont aussi déterminés à chaque instant grâce à la reconstruction 3D du rectum à partir des images IRM de l'organe.

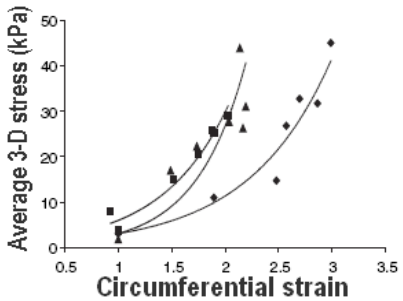
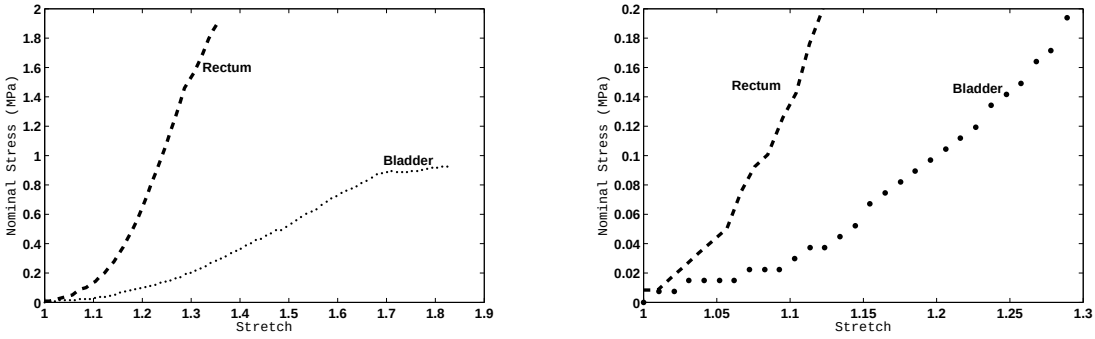



**Figure III.4**: Contrainte tangentielle totale du rectum supposé d'une géométrie cylindrique, en fonction de l'allongement circonférenciel pour trois volontaires (Frokjaer *et al.*, 2005)

En approximant le rectum à un cylindre ou à une sphère, les auteurs ont pu déterminer la contrainte tangentielle (plane), ainsi que l'origine de la déformation rectale, à partir de la pression intra-rectale et du volume rectal. Finalement, les auteurs ont pu obtenir des courbes contrainte moyenne totale / élongation moyenne totale (Fig. III.4).

Rubod *et al.* (2007a) étudient le phénomène de prolapsus chez la femme. Ces auteurs ont fait des essais de traction sur des échantillons des parois rectale et vésicale humaines, en se basant sur un protocole expérimental établi préalablement (Rubod *et al.*, 2007b). Ils ont obtenu les courbes contrainte-déformation représentées sur les Figs. III.5, qui montrent la non-linéarité du comportement élastique du tissu vesical et rectal.




a. b.

**Figure III.5**: Courbes contrainte nominale - élongation suite à un essai de traction des échantillons des parois rectale et vésicale humaines. La Fig. b. est obtenue par zoom à partir de la Fig. a. pour de faibles niveaux de contraintes (Rubod *et al.*, 2007a)

### III.1.3 Propriétés élastiques : comparaison et discussion

Nous avons tout d'abord comparé les mesures des propriétés mécaniques issues des différents travaux de caractérisation de la littérature que nous avons cités précédemment. Cette comparaison a révélé une grande disparité. En effet, selon le Tab. III.3, les modules d'élasticité de la prostate selon Krouskop *et al.* (1998) sont 6 fois supérieurs aux valeurs de Kemper *et al.* (2004) et ils sont à l'inverse, très inférieurs aux modules trouvés à partir des données de Erkamp *et al.* (2000), hormis le module sécant correspondant à 10% de déformation. Ces écarts sont sans doute liées à la technique de caractérisation des tissus biologiques (voir Annexe 2).

| Auteur (type d'experience) | Type de module | | Déformation 10% | Déformation 20% |
|---|---|---|---|---|
| Erkamp *et al.* (2000) (compression statique) | Module tangent* (kPa) | | 104 | 534 |
| | Module sécant* (kPa) | | 50 | 133 |
| Krouskop *et al.* (1998) (compression dynamique : vibrations) | Module de Young (kPa) | zone antérieure | $60 \pm 16$ | |
| | | zone postérieure | $67.5 \pm 15.5$ | |
| Kemper *et al.* (2004) (élastographie par RM) | | zone centrale | $6.6 \pm 0.9$ | |
| | | z. périphérique | $9.9 \pm 1.5$ | |

TABLE III.3: Modules d'élasticité (kPa) du tissu prostatique mesurés dans la littérature

**** Modules élastiques :*** Dans le cas où la loi de comportement élastique est non-linéaire, les modules élastiques peuvent être déterminés, comme le montre la Fig. III.6, localement (modules tangents) ou bien relativement à un certain niveau de déformation (modules sécants).

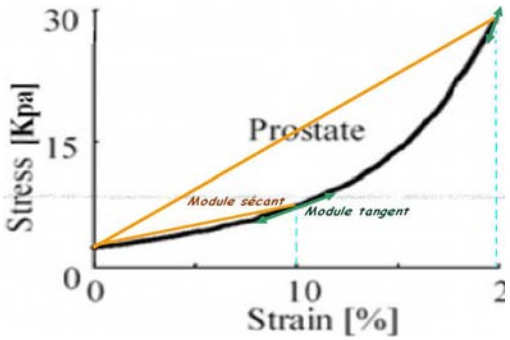



**Figure III.6**: Détermination des modules élastiques, sécants et tangents

Nous avons examiné les courbes non-linéaires contrainte-déformation caractérisant le comportement mécanique vésical et rectal (Figs III.3 , III.4 et III.5). Pour les mêmes niveaux de déformation, nous avons déterminé et comparé les contraintes correspondantes. On note une forte dispersion des valeurs issues des différents travaux cités, qui ne peut être justifiée par seulement la provenance des échantillons, humain ou animal (Tab. III.4).

| Auteur & Expérience | Tissu biologique | | Contrainte appliquée (kPa) Déformation 10% | 20% | 30% |
|---|---|---|---|---|---|
| Qiao *et al.* (2005) (Traction) | Rectum de porc | Direction longitudinale | 02 | 03 | 06 |
| | | Direction transversale | 02 | 13 | 28 |
| | | Direction inclinée | 02 | 04 | 08 |
| Rubod *et al.* (2007a) (Traction) | | Vessie humaine | 30 | 104 | 216 |
| | | Rectum humain | 142 | 654 | 1560 |
| Frokjaer *et al.* (2005) (distension, IRM) | | Rectum humain | 07 | 30 | - |

TABLE III.4: Contraintes appliquées aux tissus pelviens vésical et rectal pour trois différents niveaux de déformation

Cette disparité est sans doute liée à la technique de caractérisation des tissus biologiques (voir Annexe 2). Bien que l'approche de l'équipe danoise (Frokjaer *et al.*, 2005) a l'avantage de caractériser un tissu vivant in-vivo, les nombreuses approximations physiques utilisées et le nombre réduit de points expérimentaux amènent des doutes quand à la validité des mesures. Les travaux de Rubod *et al.* (2007a) sont les seuls relatifs à des tissus humains, rectal et vésical.

Enfin, compte tenu de la disparité de mesures de propriétés constatée dans la littérature, nous avons jugé nécessaire d'établir notre propre base de données expérimentales.

# III.2 Caractérisation expérimentale

## III.2.1 Aspect éthique

L'expérimentation doit être menée dans le respect de l'éthique scientifique et dans le respect de la sécurité des personnes et de l'environnement. Dans le cadre de notre démarche de mesures des propriétés mécaniques des tissus biologiques, notre demande d'effectuer des prélèvements des tissus biologiques ne nécessite pas d'avis de la part du comité de protection des personnes [3].

Par ailleurs, compte tenu de la difficulté de nous procurer des tissus biologiques humains, nous avons du nous contenter d'exploiter des tissus porcins fournis à l'École de Chirurgie de Nancy.

## III.2.2 Protocole expérimental

Le protocole d'expérimentation regroupe la description des conditions et du déroulement d'une expérience ou d'un test ; la description doit être suffisamment claire afin que l'expérience puisse être reproduite à l'identique.

Le protocole expérimental dont nous nous sommes inspirés est celui établi par Rubod *et al.* (2007b) dont l'objectif est de caractériser le comportement mécanique du tissu vaginal chez la femme. Cette étude vise la compréhension et la prévention du phénomène de prolapsus (descente d'organes), pathologie répandue chez les femmes d'âge avancé.

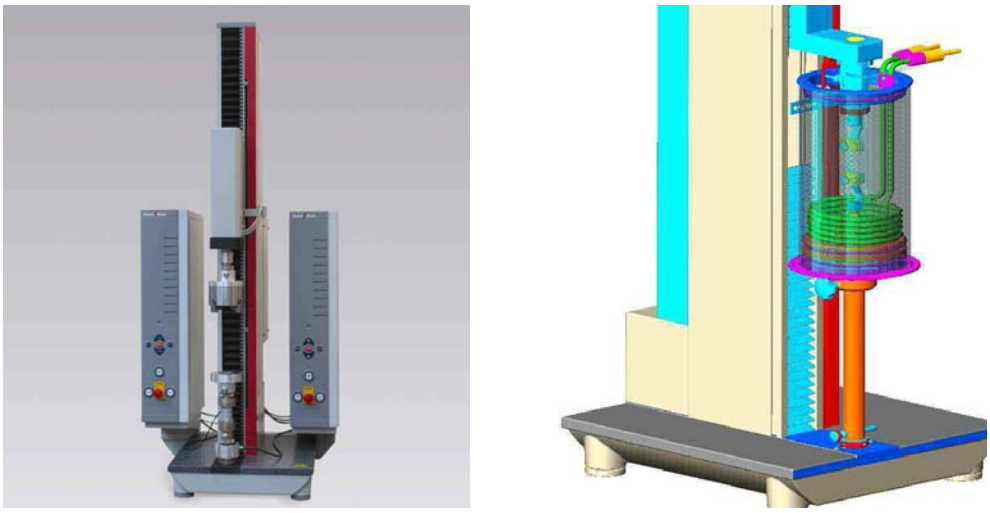
Le protocole comprend plusieurs points que nous détaillerons dans la suite, en citant quelques différences majeures avec celui de Rubod *et al.* (2007b).

### Instrument de mesure

Notre instrument de mesure est une machine de traction (Fig. III.7. a) dont les caractéristiques sont données dans le Tab. III.5. Elle permet de réaliser principalement des essais de traction/compression jusqu'à 2.5 kN et de la torsion jusqu'à 5 Nm avec des plages de vitesses très étendues et des précisons satisfaisantes en terme de déplacements et de force (la sensibilité du capteur de force est de 0.5%).

Cette machine offre la possibilité - cependant non exploitée lors de nos essais - de raccorder d'autres dispositifs, tels qu'une enceinte thermostatée (Fig. III.7. b) ou d'autres extensomètres (infrarouge, optique).

3. D'après le Dr Patrick Peton, membre du conseil d'éthique (Comité éthique, nancy), notre demande d'effectuer des prélèvements des tissus biologiques - à partir des cadavres humains fournis par la faculté de médecine - n'appelle pas d'avis de la part du comité de protection des personnes. En effet, après le don du corps, il n'y a pas de mesure particulière en matière de protection mis à part le respect du corps... En ce qui concerne la réalisation de mesures sur une prostate fraîche, obtenue suite à une prostatectomie, elle est laissée à la libre appréciation de l'opérateur puisqu'il n'y aura pas de conservation après transmission au laboratoire d'anatomopathologie.



a. b.

**Figure III.7**: a. Moyen statique axial / torsion : Zwicki-Line 2,5 kN - Nm
b.Montage du bain tempéré sur la machine

| | |
|---|---|
| Type d'essai | Traction / Compression / Torsion quasi-statiques |
| Type de bâti | Mono-colonne |
| Capteur de force | 2.5 kN / 5 Nm |
| Sensibilité | 0.5 % aussi 0.1 Nm |
| Course de la traverse | 110 mm |
| Vitesse de rotation | 0.1 à 80 tour/mn |
| Vitesse de traverse | 0.001 à 1000 mm/mn |
| Enceinte pour solution biologique | non fournie |
| Logiciel de pilotage | TesteXpert II |
| Mors | non fournies |

TABLE III.5: Caractéristiques de la machine ZWICKI-LINE 2,5 kN - 5 Nm

Dans leur dispositif expérimental, Rubod *et al.* (2007b) se sont servi d'un extensomètre optique dans leur montage afin d'accéder, avec plus de précision, à la déformation longitudinale au centre des éprouvettes. Des mors avec un serrage automatique ont été employés. Une couche rugueuse a été rajoutée aux faces fonctionnelles (entre lesquelles les éprouvettes sont tenues) afin d'éviter tout éventuel glissement.

En ce qui nous concerne, les mors fournis avec la machine pour faire des essais de traction sont déjà de type serrage automatique, et présentant des surfaces fonctionnelles assez rugueuses pour une préhension des tissus biologiques sans glissement ni rupture.

### Prélèvement, conservation et préparation des échantillons

Le tissu biologique se dévascularise dès que le sujet meurt ou dès qu'il est isolé du reste du corps (*ex-vivo*), perdant ainsi une partie de ses propriétés mécaniques. Conscients de ce problème, il nous semble néanmoins intéressant de faire ces mesures *ex-vivo* afin de comparer nos mesures à celles de la littérature, en utilisant les mêmes techniques (Rubod *et al.*, 2007b; Qiao *et al.*, 2005). Par ailleurs, les techniques non-intrusives telles que l'élastographie et l'indentation (voir Annexe 2) sont inaptes à réaliser des essais de caractérisation mécanique en traction d'une paroi, vésicale ou rectale : or, c'est l'aspect de première importance dans notre travail expérimental, puisque nous voulons plus tard modéliser la vessie et le rectum en phase de distention. De même, ces techniques présentent des limites en terme de caractérisations du comportement non-linéaire et de la viscosité des matériaux biologiques.

Les échantillons peuvent être prélevés à partir d'un organe biologique frais : ablation d'une partie ou de l'organe entier réalisée en raison d'une pathologie incurable, ou bien un prélèvement à partir d'un sujet décédé depuis quelques minutes. Si l'organe appartient à un sujet récemment décédé et que ce dernier a entamé la phase de rigidité cadavérique, il devient alors nécessaire d'attendre la phase de rétablissement de l'élasticité musculaire avant d'effectuer les prélèvements. La troisième possibilité consiste à prélever les échantillons à partir d'un organe/cadavre congelé.

Rubod *et al.* (2008) ont opté pour la congélation de leurs échantillons biologiques dans des bains salins à -18°C, même pour des tissus biologiques frais : ils ont en effet vérifié que la congélation n'affecte pas les propriétés viscoélastiques des tissus biologiques. Les échantillons sont découpés selon la direction privilégiée des fibres tissulaires (longitudinalement), de taille 25 x 4 mm (il semble que ces dimensions sont suffisantes pour avoir des mesures représentatives). Par la suite, les échantillons sont conservés dans une solution physiologique - solution isotonique saline - pour une durée minimum de décongélation de 9 heures et une durée maximum de 24 heures avant les essais.

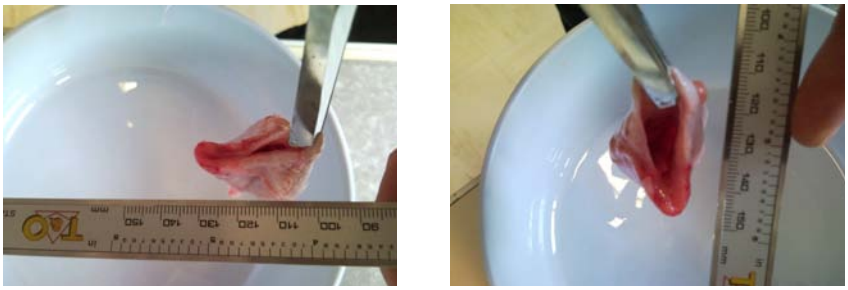


**Figure III.8**: Morphologie de la vessie porcine ex-vivo : la vessie a beaucoup rétréci par rapport à son état rempli. Par ailleurs, l'épaisseur à l'état rétréci vaut à peu près 3 mm, valeur largement supérieure à celle de l'organe très distendu, la paroi est alors très fine et presque transparente

Nous avons décidé de travailler sur des échantillons encore frais sans les congeler, afin de limiter l'altération des propriétés tissulaires. Juste après le prélèvement jusqu' à la découpe d'éprouvettes, les échantillons sont plongés dans de l'huile de paraffine afin de prévenir toute déshydratation ou oxydation des tissus ; cela garantit une durée minimale de préservation du

tissu. Par contre, la solution physiologique telle que la solution isotonique saline garantit en plus l'apport optimal de l'oxygène aux cellules encore vivantes et donc une durée plus longue avant l'altération du tissu biologique.

Puisqu'il nous a été difficile de nous procurer des échantillons humains, nous avons exploité quelques échantillons de tissus rectal et vésical porcins, fournis par l'École de Chirurgie de Nancy (Figs. III.8 et III.9). Cette alternative est motivée par la remarquable ressemblance entre le porc et l'homme en terme de physiologie, d'anatomie, de biochimie, voire de pathologie (Elkhaili *et al.*, 1997). Nous n'avons pu obtenir de prostates puisque les porcs sacrifiés étaient de sexe féminin.

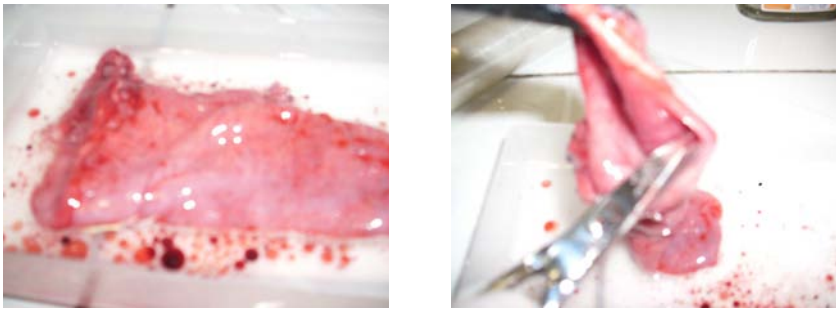


**Figure III.9**: Morphologie du rectum porcin ex-vivo : nous avons pu apercevoir facilement la présence de deux couches séparées par une sorte de gélatine

Les éprouvettes sont découpées manuellement – par le biais d'une paire de ciseaux – et leurs dimensions (largeur, longueur et épaisseur) sont mesurées sur la machine de traction juste après la pré-tension (Fig. III.10). Compte tenu de la complexité de la structure et de la composition des tissus biologiques, nous avons adopté des hypothèses fortes afin de simplifier le travail de caractérisation expérimentale, en optant pour l'homogénéité et l'isotropie. Par contre, en ce qui concerne le rectum, nous avons mesuré les propriétés élastiques de ses couches extérieure et intérieure séparément.



**Figure III.10**: Éprouvette rectale en phase de relaxation suite à la traction. A ce stade, comme au stade suivant immédiatement la pré-tension, les dimensions de l'éprouvette sont facile à mesurer par le biais d'un pied à coulisse.

### Description des essais mécaniques

L'essai mécanique consiste en un test de traction uniaxiale, suivi d'un essai de relaxation, en vue de caractériser le comportement visqueux du tissu biologique sollicité. Le manque d'échantillons explique l'absence des cycles charges/décharges et charges/relaxation qui permettraient de mieux caractériser le comportement viscoélastique du matériau.

Une faible précharge de 5 kPa est appliquée à chaque éprouvette, servant de pré-tension avant de commencer l'essai de traction. Nous avons employé une seule vitesse de traction, soit 20 mm/mn ; celle-ci correspond à un taux de déformation de $2.9 \pm 0.4\ 10^{-2} s^{-1}$, la variation étant liée à celle de la longueur initiale d'éprouvettes. Elle est du même ordre de grandeur que celle appliquée par Rubod *et al.* (2007b), soit $2.10^{-2} s^{-1}$. La course effectuée pendant les essais de traction (dénotée $\Delta$L sur la Fig. III.11), précédant la relaxation (ou fluage) varie de 10 mm jusqu'à 30 mm : il s'agit de la variable pilotée dans la manipulation (et non la contrainte, ou l'élongation), comme indiqué dans la Fig. III.11.

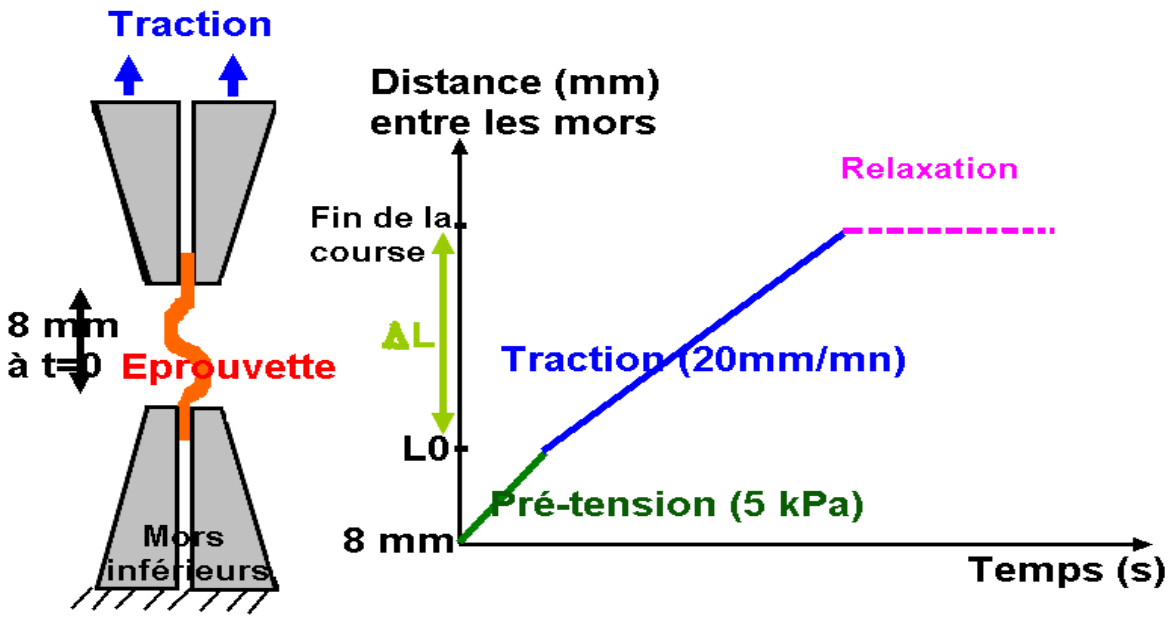



**Figure III.11**: Déroulement de l'essai de traction/relaxation (ou fluage). L0 est la longueur initiale de l'éprouvette considérée dans le calcul de la déformation. La variable pilotée est la course $\Delta$L effectuée par les mors supérieurs juste après l'application de la pré-tension. A la fin de la traction, les mors restent fixes pour relaxer l'éprouvette

Nous avons réalisé nos mesures dans les conditions ambiantes du laboratoire, puisque la température n'a pas d'influence sur les mesures, dès lors que les essais ne sont pas de longue durée (Rubod *et al.*, 2007b).

***N.B. Notations :*** *Dans la suite, les notations ER et EV sont des abréviations de "éprouvette rectale" et "éprouvette vésicale" respectivement. Ces notations désignent aussi les essais, données et courbes qui en résultent.*

### III.2.3 Mesures expérimentales

Pour la vessie, quatre essais de traction suivie de relaxation sont effectués avec de niveaux de déformation variant entre 78% et 143%. Les résultats (contraintes nominales - temps) de ces essais sont reportés sur les Figs. III.12 et III.13 avec une certaine disparité observée entre les courbes EV01, EV02, EV03 et EV04.

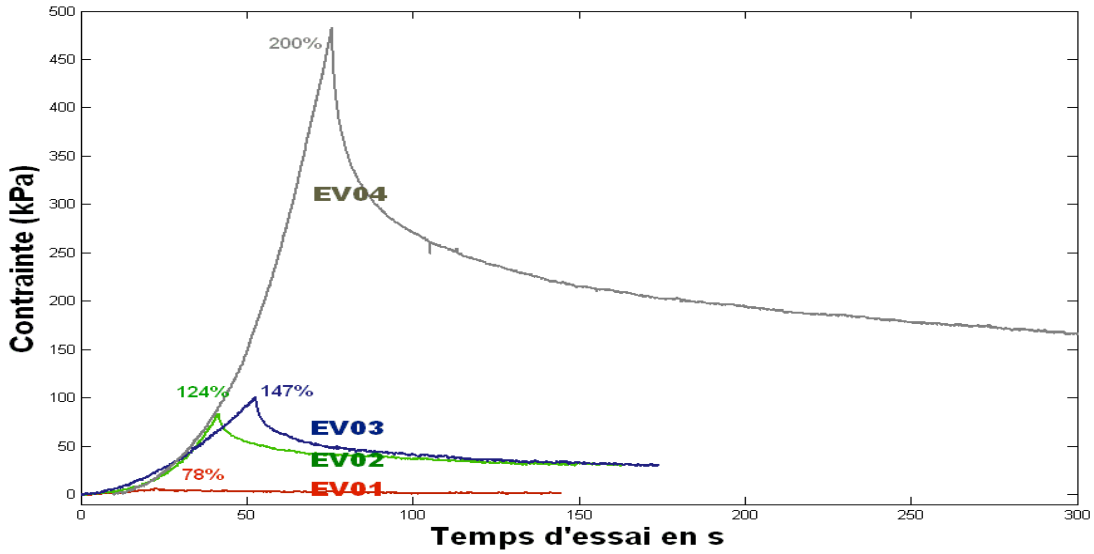



**Figure III.12**: Courbes contrainte-temps issues des essais de traction/relaxation des éprouvettes vésicales EV01, EV02, EV03 et EV04. Chacun des pourcentages affichés (il y a une correspondance de couleurs entre les pourcentages et les courbes) indique la déformation maximale atteinte par l'éprouvette correspondante avant sa relaxation.

Les courbes obtenus pour les essais EV01, EV02 et EV03 sont reproduites, en faisant un zoom de la figure précédente pour les faibles valeurs de contrainte (Fig. III.12) :

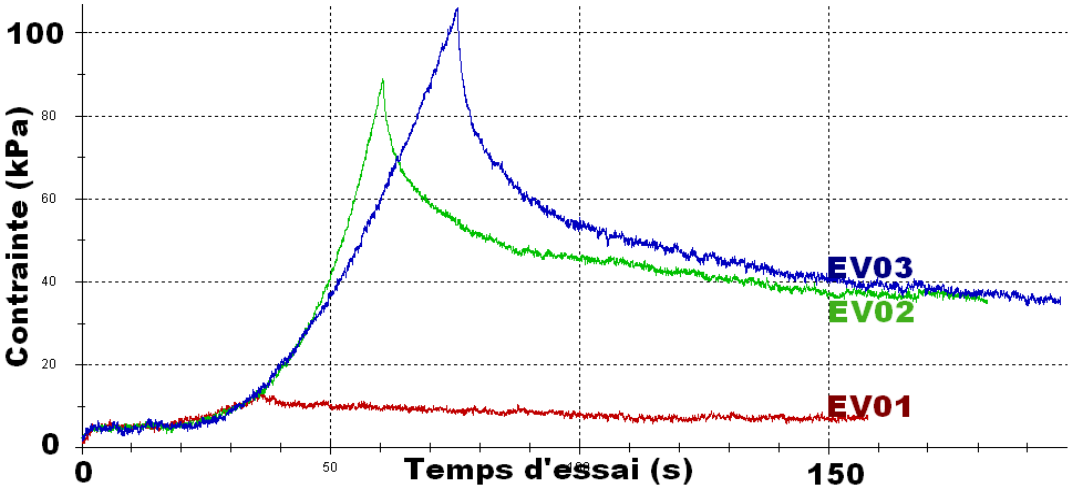



**Figure III.13**: Courbes contrainte-temps issues d'un essai de traction (simple)/relaxation de trois éprouvettes vésicales EV01, EV02 & EV03. Ces courbes sont reproduites (Zoom) à partir de la Fig. III.12, avec les mêmes couleurs

Des essais de traction suivie de fluage sont aussi effectués à 35 kPa et 90 kPa sur les éprouvettes vésicales EV05 et EV06 respectivement (Fig. III.14) ; ces essais reflètent aussi le comportement visqueux du tissu vésical.

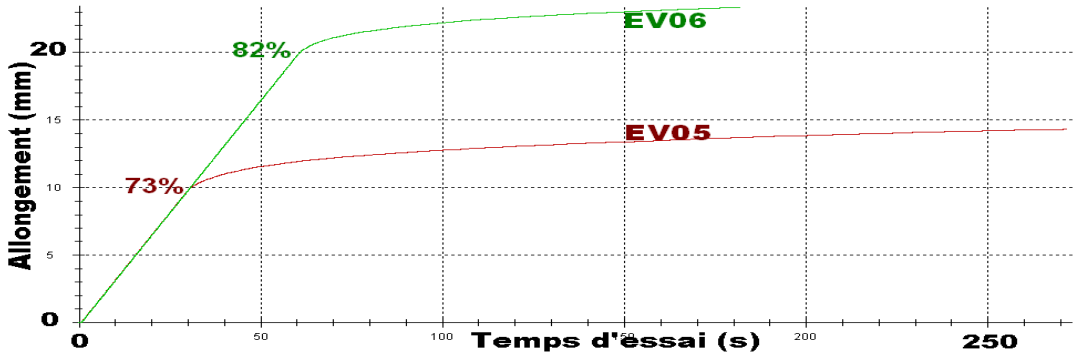



**Figure III.14**: Fluage des éprouvettes vésicale EV05 et EV06. Chacun des pourcentages affichés indique la déformation maximale atteinte par l'éprouvette correspondante avant le fluage. Les contraintes de fluage valent 35 kPa et 90 kPa pour les essais EV05 et EV06 respectivement

De même, des essais de traction/relaxation sont effectuées sur les échantillons du rectum porcin (Fig. III.15). Les essais ER01, ER02 et ER03 sur la Fig. III.15 sont réalisés sur la couche extérieure du rectum. L'éprouvette ER05 est issue de la couche rectale intérieure ; les essais ER04 et ER06 sont réalisés sur la couche entière.

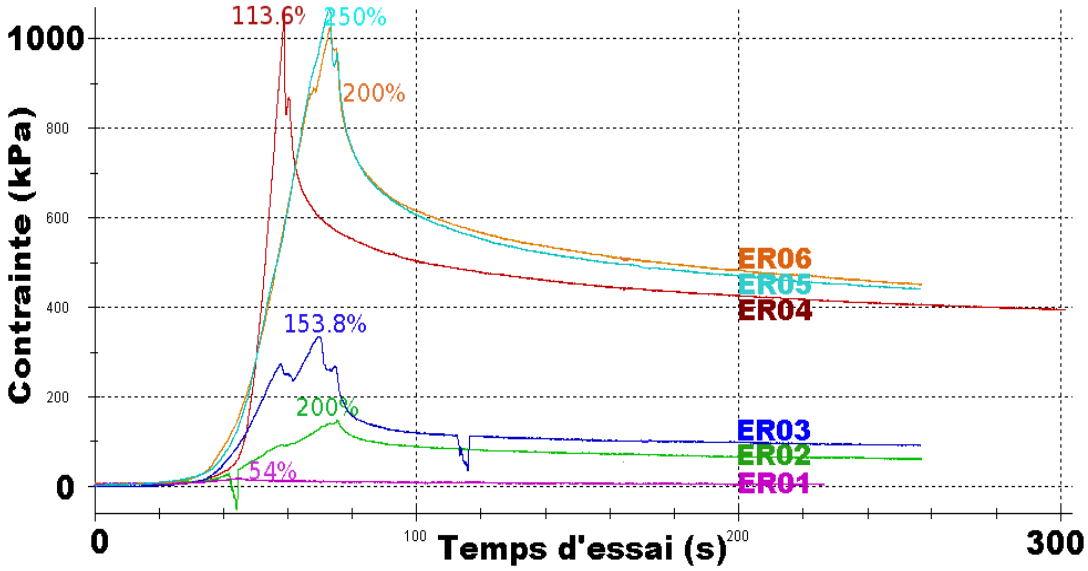



**Figure III.15**: Courbes contrainte-temps issues des essais de traction/relaxation des éprouvettes rectales couche extérieure (ER01, ER02, ER03), couche intérieure (ER05) et couche entière (ER04, ER06). Chacun des pourcentages affichés indique la déformation maximale atteinte par l'éprouvette correspondante avant sa relaxation. Les défauts constatés sur les courbes sont dus aux déchirures des éprouvettes aux phases avancées d'élongation.

### III.2.4 Analyse des mesures

Dans cette partie nous analyserons les mesures expérimentales obtenue. Pour la partie élastique non-linéaire, la comparaison des pentes (modules de traction tangents) est effectuée. Concernant le comportement de relaxation, les courbes correspondantes sont normalisées et regroupées sur les mêmes figures afin de vérifier la reproductibilité.

#### Analyse des mesures vésicales

Nous avons regroupé les six courbes relatives au comportement élastique vésical des Figs. III.12 et III.14 dans la Fig. III.16.

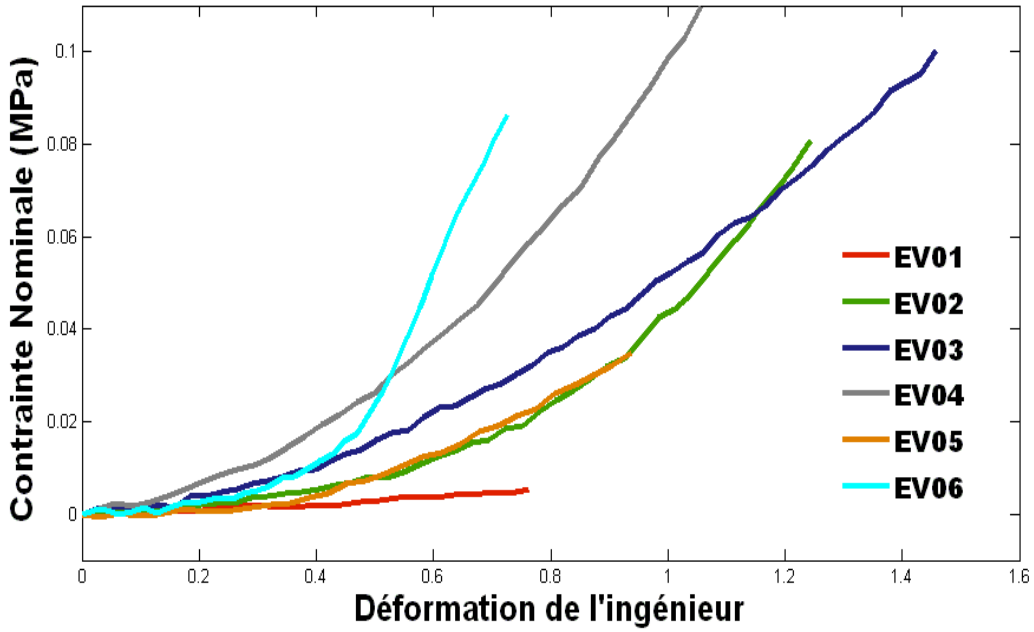



**Figure III.16**: Courbes de traction EV0i (i=1..6) sur une vessie porcine, illustrées sur les Figs. III.12 et III.14 et ci-traduites sans relaxation ni fluage. Déformation de l'ingénieur ≈ Rapport (allongement, longueur initiale de l'éprouvette)

En examinant de plus près le comportement élastique de la vessie sur les Figs. III.12 et III.16, une certaine similitude peut être observée entre les différents essais pour les petites déformations. Néanmoins, d'après la Fig. III.16, EV04 et EV06 reflètent un comportement plus rigide que les autres essais ; ce durcissement peut être justifié par l'état d'anisotropie variable de la vessie, dont nous n'avons pas pu tenir compte lors de la découpe des échantillons.

| Éprouvette | EV01 | EV02 | EV03 | EV04 | EV05 | EV06 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Module d'Young initial E0 (kPa) | 1.24 | 3.37 | 11.9 | 31.5 | 1.55 | 0.56 |

TABLE III.6: Modules d'Young initiaux E0 déterminés pour chaque essai EV0i, i=1..6. Ces valeurs représentent les modules élastiques tangents à l'origine

Le Tab. III.6 donne les valeurs du module d'Young initial E0 évaluées à partir des réponses

de la Fig. III.16. Une disparité est alors remarquée indiquant une variation des réponses élastiques des éprouvettes exploitées. Le tableau confirme la tendance de durcissement observée pour EV04, avec un module initial E0 égal à 31.5 kPa, une valeur largement supérieure aux autres valeurs du tableau. Par contre, le module initial de EV06 est le plus faible, ce qui met en exergue le caractère très souple de cette éprouvette pour les faibles déformations et le fort durcissement pendant les grandes déformations.

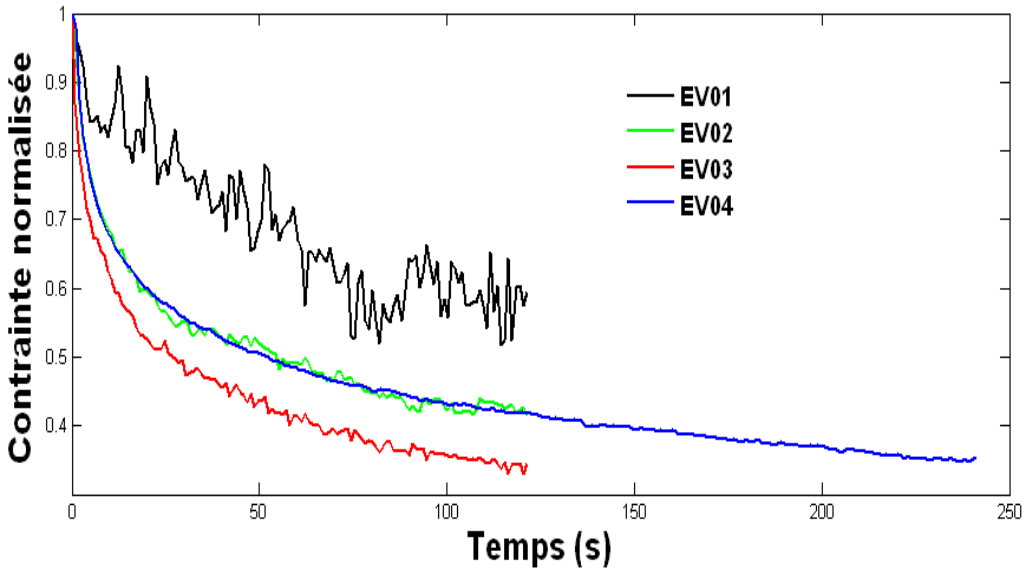



**Figure III.17**: Relaxation des éprouvettes vésicales : contrainte normalisée (contrainte divisée par la contrainte maximale) en fonction du temps

En s'intéressant au comportement visqueux, nous avons ramené toutes les courbes en relaxation de la Fig. III.12 à la même échelle de contraintes (Fig. III.17 et plus loin, la Fig. III.19). Nous avons normalisé la contrainte en divisant la contrainte appliquée par la contrainte maximale (la contrainte atteinte au commencement de la relaxation). Hormis la courbe issue de EV01, une certaine similitude est constatée dans le comportement relaxé, avec une bonne reproductibilité entre EV02 et EV04.

L'effet de relaxation est important et peut donner lien à une mobilité retardée de la prostate, tel peut être le cas par exemple lors de l'allongement du patient en début de séance de radiothérapie (passage de position verticale à la position horizontale), compte tenu de la modification de l'effet pesanteur sur entités anatomiques pelviens.

### Analyse des mesures rectales

Les éprouvettes sont issues de deux porcs différents ; seul ER04 est issue du premier animal, alors que les autres essais proviennent du second animal. De même, les éprouvettes sont découpées à partir de tuniques rectales différentes. Ainsi, on fait les constats suivants :

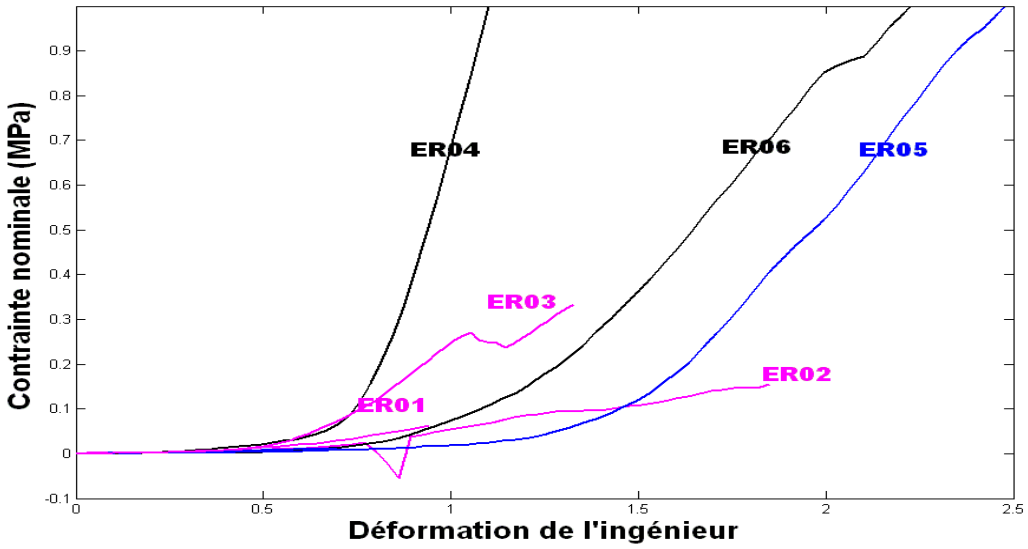



**Figure III.18**: Courbes de traction sur un rectum porcin. Les essais ER0i (i=1..6) sont illustrés sur la Fig. III.15

- Une disparité de comportement inter-sujets est observée : ER04 manifeste un comportement plus rigide (un fort durcissement : voir Fig. III.18) que les autres éprouvettes issues d'un deuxième porc.
- Les tuniques rectales montrent des comportements élastiques différents : la couche intérieure (ER05, Fig. III.18) manifeste un comportement plus souple que la tunique extérieure (ER01, ER02 et ER03, Fig. III.18) et la couche entière (ER04 et ER06, Fig. III.18).
- La tunique extérieure est plus fragile : la fig. III.15 montre des décrochements produits par les importantes déchirures pendant la traction de ER02 et ER03 à faible niveau de sollicitation. L'essai ER02 n'est pas retenu dans l'identification des paramètres vu l'importante déchirure qui a eu lieu à la $40^{ème}$ seconde et qui a engendré un niveau de déformation important (200 %) avec une force appliquée relativement faible.

Les valeurs de module initial pour les différents essais (Tab. III.7) montre que le comportement élastique aux petites déformations est assez proche (même ordre de grandeur des modules élastiques) pour toutes les éprouvettes.

| Éprouvette | ER01 | ER02 | ER03 | ER04 | ER05 | ER06 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Module d'Young initial E0 (kPa) | 6.01 | 3.05 | 3.0 | 6.69 | 2.47 | 1.45 |

TABLE III.7: Modules d'Young initiaux E0 déterminés pour chaque essai ER0i, i=1..6. Ces modules représentent les modules élastiques tangents à l'origine

En ce qui concerne la relaxation, une certaine similitude dans les évolutions de contrainte au cours du temps est aussi constatée (Fig. III.19).

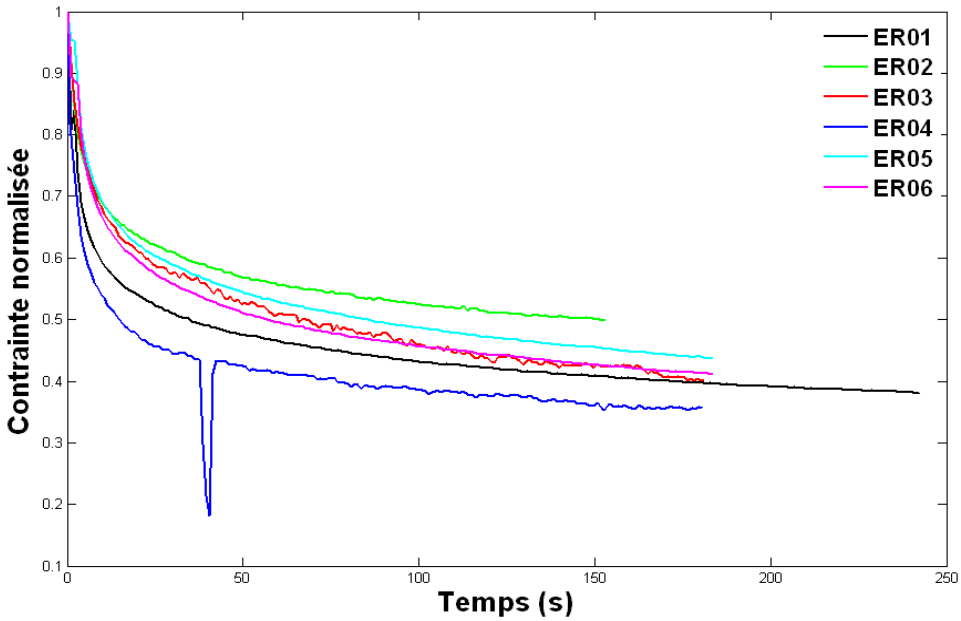



**Figure III.19**: Relaxation des éprouvettes rectales : contrainte normalisée (contrainte divisée par la contrainte maximale) en fonction du temps

Un comportement élastique non-linéaire et une forte relaxation sont observés pour les parois rectale et vésicale, soulignant ainsi un comportement hyper-viscoélastique. Du point de vue de la reproductibilité, une certaine disparité peut être constatée parmi nos propres mesures, qui peut être expliquée par différents facteurs, tels que l'anisotropie du tissu, la disparité inter-sujets, les erreurs opératoires et enfin, la durée non-constante de conservation des tissus avant les essais.

### III.2.5 Comparaison des mesures avec les données de la littérature

Nous cherchons dans ce paragraphe à comparer nos mesures du comportement élastique aux données de la littérature. On note que les mesures de Rubod *et al.* (2007a) sur des tissus humains sont beaucoup plus rigides que les autres données expérimentales (Figs. III.20 pour la vessie et III.21 relative au rectum).

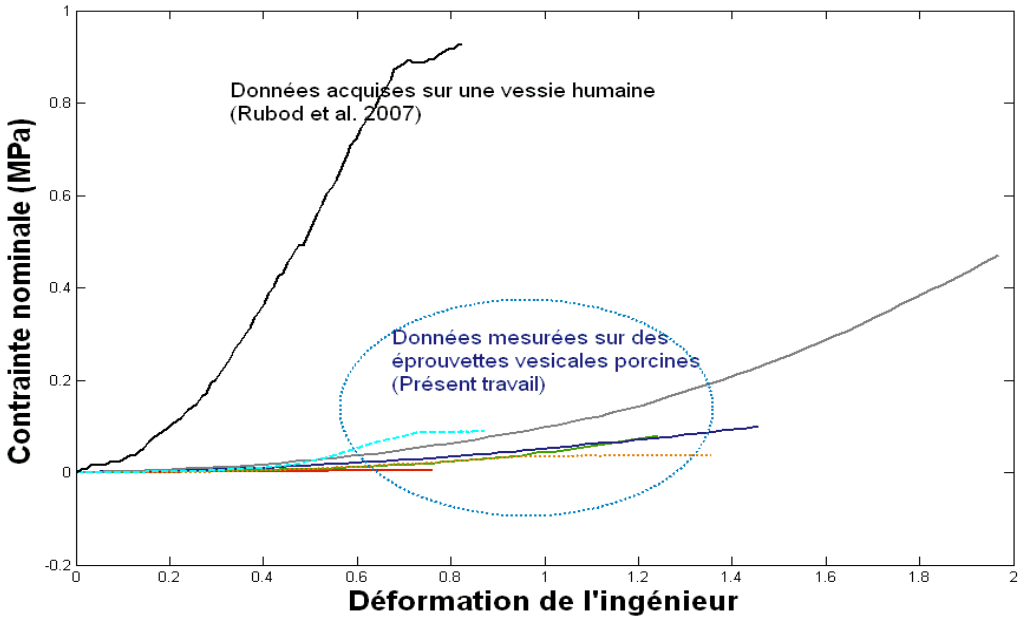



**Figure III.20**: Comparaison de nos mesures sur une vessie porcine (en bleu foncé) aux données de Rubod *et al.* (2007a)

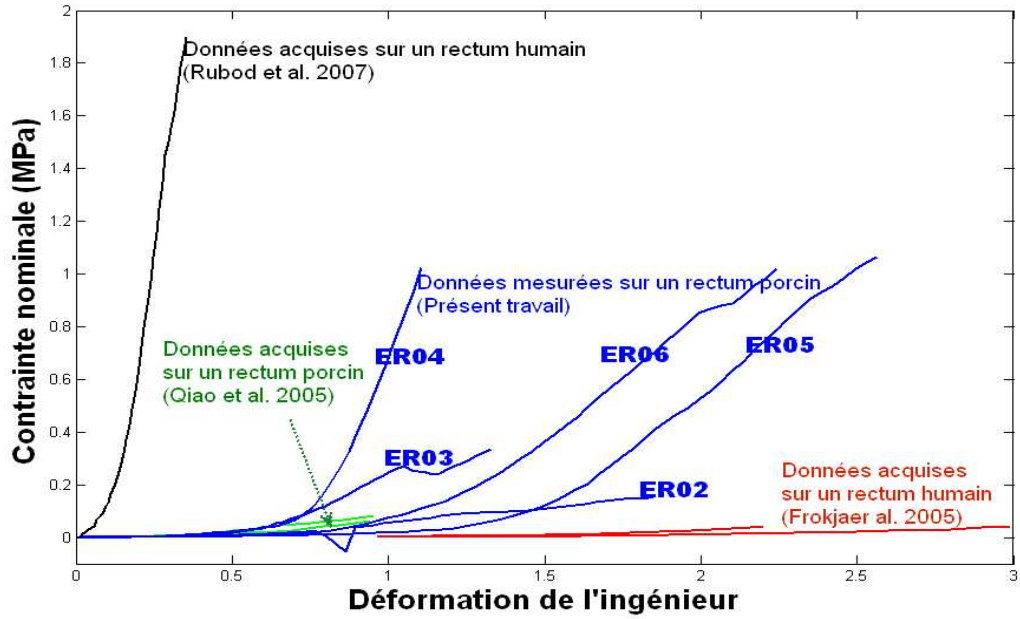



**Figure III.21**: Comparaison de nos mesures sur un rectum porcin (en bleu foncé) aux données de la littérature

A partir des Figs. III.21 et III.22, on voit que les mesures réalisées concernant les propriétés mécaniques du rectum sont du même ordre de grandeur que celles de Qiao *et al.* (2005) (leurs courbes, en vert, sont délimitées par les nôtres, en bleu) ; ces tendances s'expliquent par la similarité de nature des échantillons (porcins) et du type d'essai (essai mécanique, traction simple).

En examinant de plus près les pentes des courbes des Fig. III.21 et III.22, correspondant aux modules élastiques tangents, on fait les constats suivants :

i) Pour les faibles contraintes inférieures à 50 kPa, les données de Rubod *et al.* (2007a) représentent un fort durcissement, à l'opposé des données de Frokjaer *et al.* (2005). Nos mesures présentent des pentes intermédiaires.

ii) Pour le même niveau de contrainte (à partir de 200 kPa) et avec un décalage de niveau de déformation, les pentes de la courbe de Rubod *et al.* (2007a) et de ER04 sont comparables.

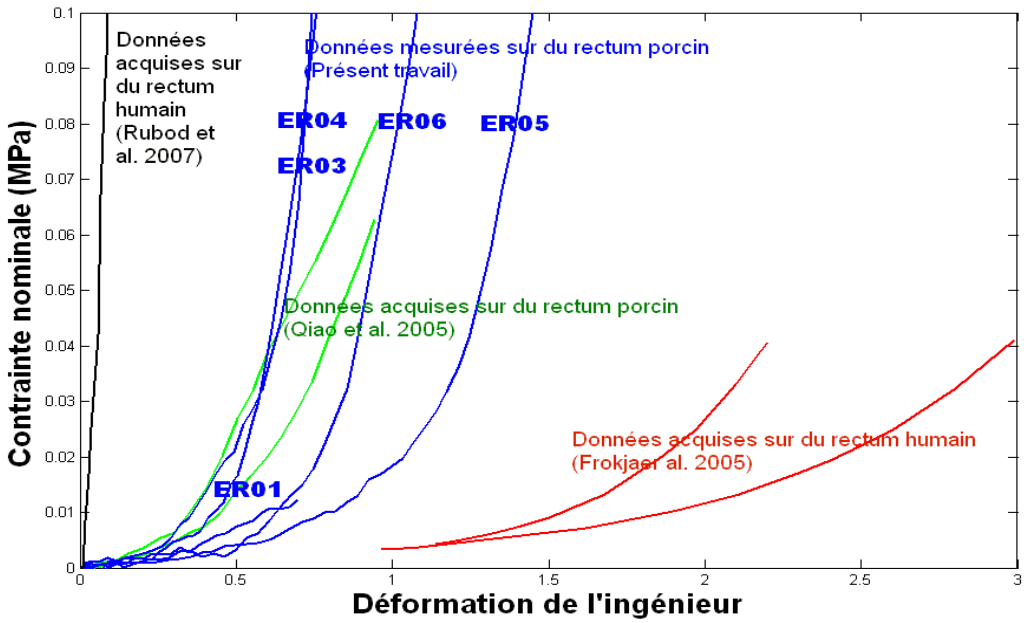



**Figure III.22**: Nos mesures sur un rectum porcin (en bleu foncé) comparées aux autres données rectales de la littérature (Zoom de la Fig. III.21 aux faibles contraintes)

Pour conclure cette section, malgré les difficultés rencontrées pendant notre expérimentation (la découpe d'éprouvettes selon des dimension précises, voir selon une orientation bien déterminée, le manque d'échantillons), nos mesures fournissent des ordres de grandeurs similaires de propriétés élastiques.

## III.3 Identification des paramètres des lois de comportement

Avant de procéder à l'identification des paramètres proprement dit, nous allons commencer par analyser la capacité des modèles hyperélastiques sélectionnés au chapitre II, à savoir les modèles de Mooney-Rivlin et d'Ogden, à décrire le comportement élastique non-linéaire des tissus pelviens tel que nous l'avons mesuré.

### III.3.1 Qualité du lissage selon les modèles de Mooney-Rivlin et d'Ogden

Deux classes de modèles phénoménologiques sont retenues dans notre étude, les modèles de Mooney-Rivlin (III.1) et d'Ogden (III.2), traduits par les densités d'énergie suivantes :

$$W = \sum_{m,n=0}^{N} C_{mn}(I_1-3)^m(I_2-3)^n \quad (C_{00}=0) \tag{III.1}$$

$$W = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mu_i}{\alpha_i}\left(\lambda_1^{\alpha_i}+\lambda_2^{\alpha_i}+\lambda_3^{\alpha_i}-3\right) \tag{III.2}$$

où $N$ désigne l'ordre du modèle ;
$\mu_i$, $\alpha_i$ et $C_{mn}$ sont des constantes caractéristiques du matériau ;
$\lambda_i$ sont les élongations pures et $I_i$ sont les invariants du tenseur de Cauchy-Green à droite.

Par la suite, le nombre des coefficients du modèle choisi est varié jusqu'à obtenir des résultats satisfaisants selon les critères suivants :

- Lissage (ajustement aux données de mesures) : un résidu faible (ce qui traduit un faible écart entre les deux courbes ; voir § 2 de l'Annexe 3) est un avantage mais n'est pas forcément le seul indicateur sur la pertinence du lissage ; puisqu'il peut y avoir des écarts locaux aux faibles déformations. Ce d'autant plus que le résidu ne donne aucune indication sur la qualité de l'extrapolation. La courbe expérimentale et celle obtenue par lissage doivent être très proches l'une de l'autre, notamment pour les faibles déformations ;
- Extrapolation : Il s'agit de déduire les réponses pour les autres types de sollicitations (biaxiales, cisaillements) à partir de la traction simple (voir la fin de l'Annexe 3). Ces courbes extrapolées sont importantes puisque la simulation numérique développe des états de contraintes multiaxiaux ;
- Coefficients identifiés : le nombre réduit des coefficients et leur positivité sont nécessaires pour la stabilité et la rapidité du calcul numérique. De même, il est préférable que ces coefficients interviennent sous une forme linéaire dans la loi constitutive - ce qui par exemple n'est pas le cas pour les $\alpha_i$ dans le potentiel d'Ogden.

Dans un premier temps, le lissage (et extrapolation) est effectué selon les modèles de Mooney-Rivlin. Les coefficients $C_{mn}$ selon (III.1) et le résidu selon (C.1) et (C.2) (Annexe 3) sont déterminés dans le Tab. III.8. La qualité du lissage et de l'extrapolation est analysée visuellement, pour ne retenir, finalement, qu'un seul modèle.

| Modèle | | ER04 | | ER05 | | EV02 | | EV03 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Néo Hookéen (II.25) | C10 | 0.0034 | 0.1 | 0.0034 | | 0.01 | | 0.015 | |
| | Résidu | 20 | 1.92 A | 6.27 A | | 8e-2 A | | 0.1 A | |
| | Qualité | ( - ) | ( - ) | ( - ) | | ( - ) | | ( - ) | |
| Mooney (02) (II.26) | C10 | 0.0369 | | 0.0246 | 0.08 | 0.011 | | 0.015 | |
| | C01 | -0.035 | | -0.02 | 0 | 0 | | 0 | |
| | Résidu | 13 | | 11.23 | 0.3 A | 0.3 A | | 0.1 | |
| | Qualité | ( - ) | | ( - ) | ( - ) | ( - ) | | ( - ) | |
| Mooney (03) | C10 | -0.158 | | -0.243 | 0 | -8.1e-4 | 0 | 1.29e-3 | 2.1e-3 |
| | C01 | 0.184 | | 0.273 | 0 | 8.78e-4 | 0 | 0 | 5.47e-5 |
| | C11 | 5.96e-2 | | 0.105 | 7.68e-2 | 5e-3 | 5.7e-3 | 6.1e-3 | 5.4e-3 |
| | Résidu | 5.94 | | 3.34 | 0.05 A | 2.6 | 6e-5 A | 0.8 | 4.6e-5 |
| | Qualité | ( - ) | ( - ) | ( - ) | | ( - ) | | | |
| Signiorini (II.27) | C10 | -0.11 | 0 | -0.19 | 0 | 5.17e-5 | 1.76e-4 | 1.65e-3 | 3.9e-3 |
| | C01 | 0.14 | 0 | 0.218 | 0 | 5.17e-5 | 0 | 0 | 8.4e-5 |
| | C20 | 0.032 | 0.043 | 0.063 | 0.049 | 3.1e-3 | 2.9e-3 | 3.2e-3 | 2.45e-3 |
| | Résidu | 5.24 | 0.46 A | 2.6 | 0.035 | 13e-4 A | 2.33 | 2.09 | 2.6e-4 |
| | Qualité | ( - ) | | ( - ) | ( + ) | | ( + ) | | |
| Mooney (4) | C10 | 0 | 0 | 0 | | 7.2e-6 | | 7.5e-3 | 1.5e-3 |
| | C01 | 55e-3 | 0 | 0 | | 7.22e-6 | | -6.6e-3 | 2.11e-5 |
| | C11 | 0 | 0 | 0 | | 3.61e-5 | | 4.6e-3 | 1.1e-3 |
| | C20 | 0.01 | 0.043 | 0.049 | | 3.1e-3 | | -7e-6 | 2.6e-3 |
| | Résidu | 9.42 | 0.46 A | 0.03 A | | 1e-4 A | | 2e-5 A | 1.7 |
| | Qualité | | | ( + ) | | | | ( - ) | |
| Mooney (5) | C10 | -0.42 | 0 | -0.16 | 4.1e-4 | 3.5e-4 | | 1.6e-3 | 6.6e-3 |
| | C01 | 0.46 | 0 | 0.18 | 5.7e-4 | 4.15e-5 | | 0 | 2e-6 |
| | C11 | 1.06 | 0 | 0.39 | 2.4e-4 | 4.15e-5 | | 1.9e-3 | 1e-3 |
| | C20 | -0.71 | 0 | -0.27 | 2.4e-4 | 4.15e-5 | | 1.9e-3 | 2.9e-4 |
| | C30 | 0.068 | 0.015 | 0.059 | 0.027 | 8.8e-4 | | 1.14e-5 | 2.3e-4 |
| | Résidu | 0.91 | 0.049 A | 1.14 | 6e-3 A | 1.3e-3 A | | 1.7 | 7.8e-4 A |
| | Qualité | ( - ) | ( + ) | ( - ) | | | | | |
| Yeoh (II.28) | C10 | 0 | | 9.6e-3 | 1.2e-4 | 8.4e-4 | | 2.7e-3 | |
| | C20 | 0 | | -0.023 | 2.79e-3 | 1.9e-3 | | 2.6e-3 | |
| | C30 | 0.015 | | 0.04 | 9.56e-4 | 2.8e-4 | | 0 | |
| | Résidu | 0.05 A | | 1.44 | 3e-2 A | 4e-6 A | | 5.8e-4 A | |
| | Qualité | ( + ) | | ( - ) | ( + ) | ( + ) | | ( + ) | |

TABLE III.8: Identification des paramètres $C_{mn}$ selon (III.1) des différents modèles phénoménologiques et qualité de lissage (et extrapolation des autres sollicitations). Le résidu est défini selon les relations (C.1) et (C.2) de l'Annexe 3.

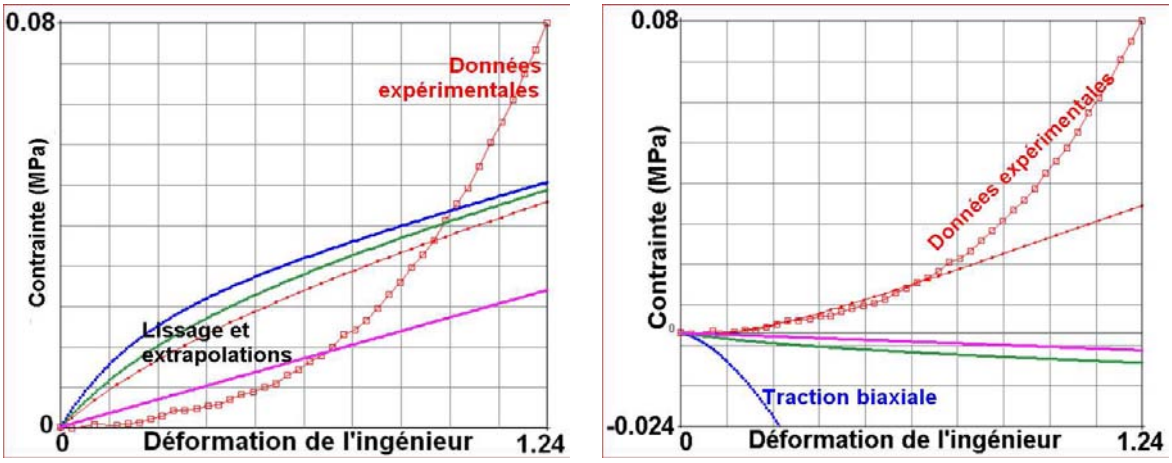
***N.B.*** *Les informations nécessaires pour comprendre le tableau sont les suivantes :*

– *ER et EV désignent respectivement les éprouvettes rectales et vésicales. Le numéro qui suit indique le numéro d'essai, tel que numéroté sur les Figs. III.15 et III.12.*

- *Les signes (-) et (+) indiquent respectivement une mauvaise ou une bonne qualité de lissage (et extrapolation) : cette appréciation est basée sur la valeur du résidu et sur les qualités du lissage et d'extrapolation. L'absence de signes signifie que la qualité est moyenne.*
- *Le signe 'A' signifie que le lissage utilisé est de type absolu (relatif au résidu absolu). Son absence veut dire que le lissage est de type relatif.*
- *Dans ce tableau, nous n'avons retenu que les résultats de lissage exploitables, notamment dans les interprétations qui suivent.*

Nous représentons sur la Fig. III.23 les courbes de réponses en traction simple, extrapolées en traction biaxiale et en cisaillement.

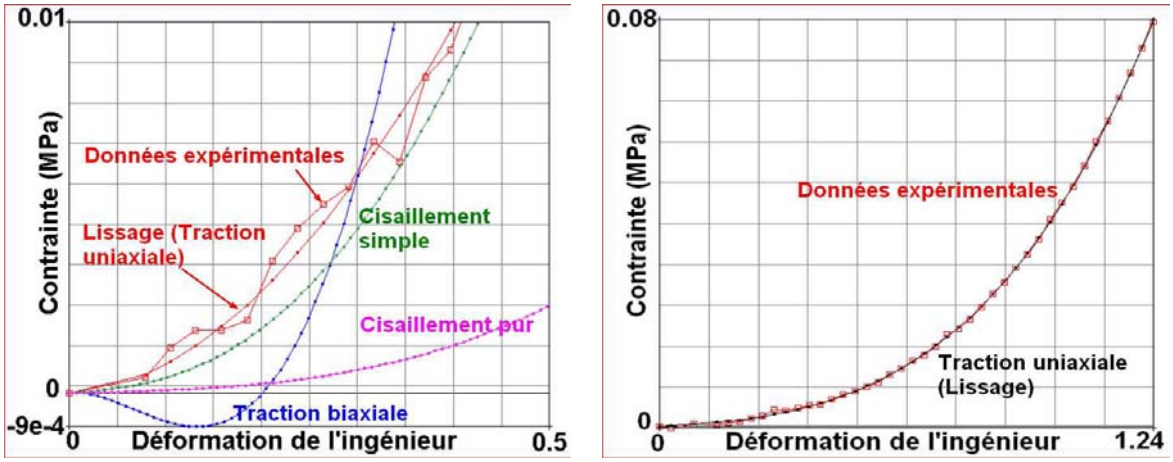
Avec un résidu important et une qualité de lissage médiocre, le modèle Néo-Hookéen (cas particulier de (III.1) ; voir (II.25)) ne peut pas modéliser le comportement de nos tissus biologiques (Tab. III.8 et Fig. III.23. a). De même, en utilisant le modèle de Mooney d'ordre 2, le lissage n'est pas représentatif des données expérimentales. De plus, le comportement biaxial (extrapolé) obtenu avec des contraintes négatives est aberrant (Fig. III.23. b). Quand on impose la positivité des coefficients, le coefficient C01 devient nul : ce modèle est alors équivalent au modèle Néo-Hookéen, avec un lissage insatisfaisant.




a. Modèle Néo-Hookéen b. Modèle de Mooney (2)

**Figure III.23**: Qualité du lissage (et extrapolation en traction biaxiale et en cisaillements pure et simple) des données expérimentales issues de la traction simple d'une éprouvette vésicale porcine, selon a. le modèle Néo-Hookéen b. le modèle de Mooney (2)

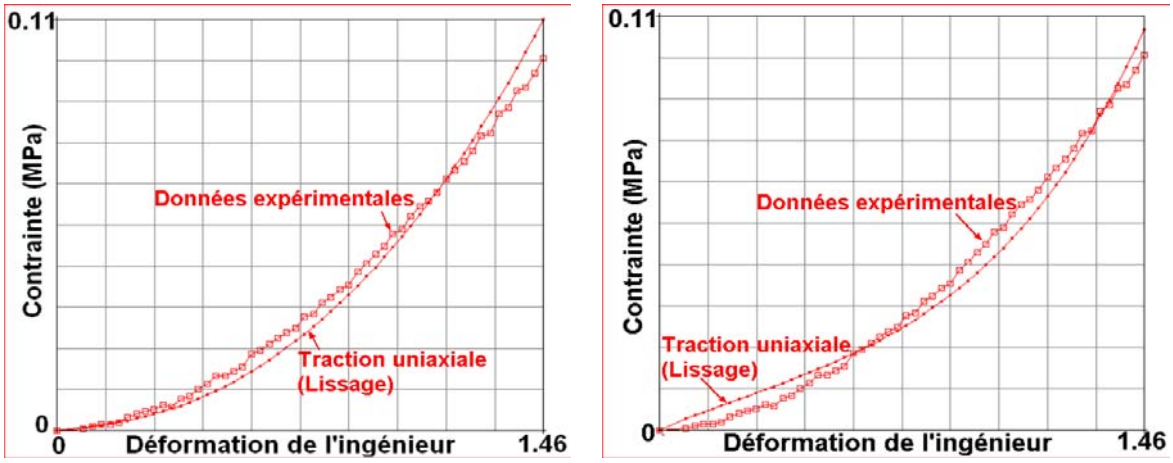
Nous imposons la positivité des coefficients des modèles à identifier afin d'éviter des contraintes négatives pour les autres sollicitations extrapolées (Figs. III.23.b et III.24.a). D'ailleurs, un coefficient négatif engendre localement une énergie de déformation négative, ce qui inadmissible d'un point de vue thermodynamique.




a. Modèle de Mooney(5) b. Modèle de Yeoh

**Figure III.24**: Qualité du lissage (et extrapolation) des données expérimentales issues de la traction simple d'une éprouvette vésicale porcine. a. Mooney(5) avec des coefficients négatifs b. Yeoh avec un lissage absolu

De même, il convient de privilégier un lissage relatif, favorisant ainsi une meilleure qualité de lissage aux faibles déformations ; ce que confirme la fig. III.25. Ceci peut être expliqué par la mise au dénominateur des valeurs des données expérimentales, dans la relation (C.1) de l'Annexe 3.




a. Résidu relatif b. Résidu absolu

**Figure III.25**: Aux faibles valeurs de déformation, la qualité du lissage selon Mooney(5) (des données expérimentales issues de la traction simple d'une éprouvette vésicale porcine) est meilleure en utilisant le résidu relatif (a.), qu'en utilisant le résidu absolu (b.)

La figure III.24. b montre que le lissage absolu des données expérimentales à partir du modèle de Yeoh donne de bons résultats, même aux faibles déformations.

En résumé, avec un nombre de coefficients - positifs - restreint à 3, des résidus très faibles et une qualité de lissage meilleure (Fig. III.24.b), le modèle de Yeoh s'avère capable de donner

de bons résultats de lissage. Théoriquement, vu sa forme et sa dépendance uniquement en l'invariant $I_1$, ce modèle semble bien capable de représenter les données en traction simple des tissus vésical et rectal (Tab. III.8).

Il reste à examiner les modèles d'Ogden. Puisqu'on exploite des données expérimentales correspondant à une traction simple, le degré 1 peut suffire pour le lissage. D'ailleurs, d'après le Tab. III.9, les $2^{ème}$ et $3^{ème}$ ordres du modèle d'Ogden n'apportent pas plus de précisions par rapport au 1er ordre. En se référant à l'équation contrainte-déformation selon le modèle d'Ogden, suivante :

$$\sigma = \sum_{i=1}^{N} \mu_i (e^{\varepsilon \alpha_i} - e^{-\phi \varepsilon \alpha_i})$$

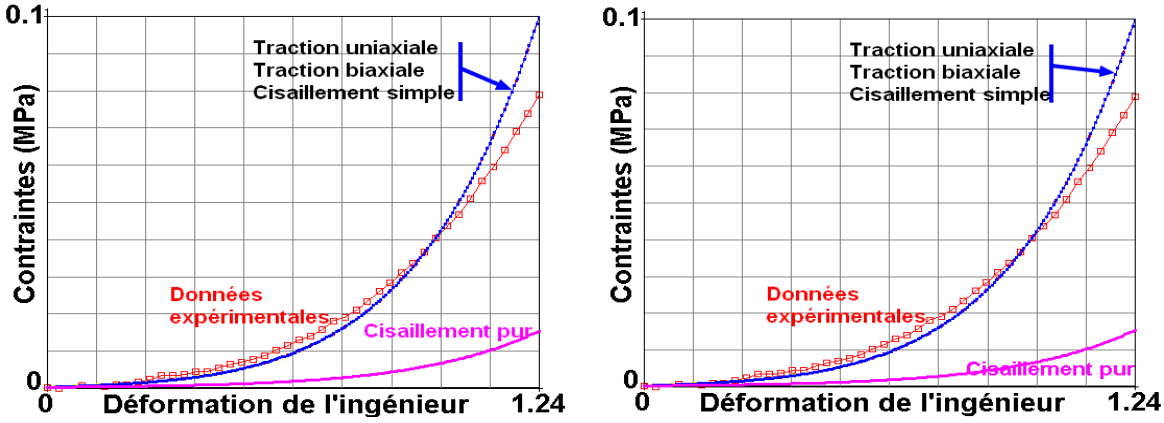
*où $\phi$ varie selon le type de sollicitation (voir Annexe 3).*

et avec des $\alpha_i$ ayant le même ordre de grandeur, on voit clairement l'inutilité des modules d'Ogden $\mu_2$ et $\mu_3$ puisqu'ils sont négligeables par rapport au module $\mu_1$ (Tab. III.9).

| | ER04 | | | EV02 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ordre d'Ogden | 1st | 2nd | 3d | 1st | 2nd | 3d |
| $\mu_1$ (MPa) | 4E-3 | 4E-3 | 4E-3 | 2.7E-4 | 2.7E-4 | 2.7E-4 |
| $\mu_2$ (MPa) | | 4.24E-7 | 3.63E-7 | | 2.16E-9 | 1.16E-9 |
| $\mu_3$ (MPa) | | | 2.2E-8 | | | 3.16E-9 |
| $\alpha_1$ | 11.15 | 11.15 | 11.15 | 8.33 | 8.33 | 8.33 |
| $\alpha_2$ | | 14.6 | 15 | | 1.02 | 2.71 |
| $\alpha_3$ | | | 4.161 | | | 1.6 |
| Coefficient de Poisson ($\nu$) | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 |
| Module ($G_0$) de cisaillement (MPa) | 0.31 | 0.309 | 0.32 | 0.139 | 0.139 | 0.139 |
| Module (K) de compressibilité (MPa) | 15 | 16 | 16 | 6 | 6 | 6 |
| Module ($E_0$) d'Young (kPa) | 0.93 | 0.927 | 0.96 | 0.417 | 0.417 | 0.417 |
| Résidu relatif | 1.2 | 1.115 | 1.234 | 2.65 | 2.65 | 2.65 |

TABLE III.9: Coefficients d'Ogden identifiés à partir des mesures réalisées ER04 et EV02, en utilisant le résidu relatif. Les modules de cisaillement et de traction, sont déterminés à partir des coefficients d'Ogden selon la relation : $\sum_{i=1}^{N} \mu_i \alpha_i = 2G_0 \approx \frac{2}{3} E_0$

Ceci est confirmé par la Fig. III.26, puisqu'une augmentation de l'ordre n'a quasiment pas d'effet sur la qualité du lissage obtenu.




a. Modèle d'Ogden d'ordre 1 b. Modèle d'Ogden d'ordre 3

**Figure III.26**: Résultat du lissage et extrapolation en utilisant le modèle d'Ogden d'ordres 1 et 3. Les réponses calculées ont presque les mêmes allures

### III.3.2 Identification des paramètres

#### Identification des paramètres pour le comportement élastique

Dans la section précédente, nous avons effectué le lissage (et l'extrapolation) des données expérimentales correspondant à quatre de nos essais de traction (EV02, EV03, ER04 et ER05 aux Tabs. III.8 et III.9). A partir des résultats du lissage (ainsi que de l'extrapolation) en utilisant les modèles d'Ogden et de Mooney-Rivlin, il s'avère que le modèle d'Ogden au premier ordre et le modèle de Yeoh (cas particulier des modèles de Mooney-Rivlin) sont les plus aptes à décrire le comportement, selon les critères évoqués au début de la section précédente.

Dans la suite, ces deux modèles sont retenus pour l'identification des paramètres (voir "Identification des paramètres" dans l'Annexe 3) : les coefficients de la loi de comportement des modèles d'Ogden et de Yeoh identifiés à partir de nos mesures sont donnés pour les éprouvettes vésicales EV01 à EV06 et rectales ER01 à ER06 dans les tableaux suivants.

| Éprouvettes | EV01 | EV02 | EV03 | EV04 | EV05 | EV06 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mu$ (MPa) | 01E-04 | 2.7E-4 | 1.29E-3 | 3.8E-03 | 1E-4 | 2.2E-5 |
| $\alpha$ | 8.27 | 8.33 | 6.13 | 5.53 | 10.36 | 17.11 |
| K (MPa) | 2.13 | 5.7 | 19.8 | 53.55 | 2.68 | 0.94 |
| Résidu | 1.66 | 4.65 | 4.01 | 1.06 | 6.21 | 13.6 |

TABLE III.10: Identification des paramètres du comportement élastique des éprouvettes vésicales selon le modèle d'Ogden de premier ordre

| Éprouvettes | EV01 | EV02 | EV03 | EV04 | EV05 | EV06 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| C10 | 3.38E-4 | 8.4E-4 | 1.6E-3 | 4.8E-3 | 1E-5 | 3.2E-5 |
| C20 | 5.35E-4 | 1.98E-3 | 32E-4 | 59E-4 | 2.3E-3 | 7.5E-3 |
| C30 | 1.56E-5 | 2.8E-4 | | | 2.8E-4 | 3.9E-3 |
| Résidu | 2E-6 | 4.5E-6 | 2.08 | 0.41 | 6E-5 | 2E-4 |

TABLE III.11: Identification des paramètres du comportement élastique des éprouvettes vésicales selon le modèle de Yeoh

| Éprouvettes | ER01 | ER02 | ER03 | ER04 | ER05 | ER06 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| couche | ext | | ext | ent | int | ent |
| $\mu$ (MPa) | 57E-5 | | 17E-5 | 4E-4 | 21E-5 | 1E-4 |
| $\alpha$ | 7.03 | | 11.96 | 11.15 | 7.85 | 9.66 |
| K (MPa) | 15 | | 5 | 11.3 | 4.11 | 2.5 |
| Résidu | 0.6 | | 6.39 | 3.13 | 4.53 | 11.66 |

TABLE III.12: Identification des paramètres du comportement élastique des éprouvettes rectales selon le modèle d'Ogden de premier ordre

| Éprouvettes | ER01 | ER02 | ER03 | ER04 | ER05 | ER06 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| couche | ext | | ext | ent | int | ent |
| C10 | 3.7E-4 | | 2.8E-5 | 0.0024 | 1.8E-4 | 1.2E-4 |
| C20 | 2.26E-3 | | 6.7E-3 | | 1.5E-4 | 2.79E-3 |
| C30 | 4.48E-5 | | 3.7E-3 | 0.0088 | 5.6E-4 | 9.56E-4 |
| Résidu | 2.17E-5 | | 1.3E-3 | 0.34 | 1.8E-1 | 3E-2 |

TABLE III.13: Identification des paramètres du comportement élastique des éprouvettes rectales selon le modèle de Yeoh

*On note*

- *$\mu$, $\alpha$ et K : le module d'Ogden, le coefficient exponentiel d'Ogden et le module de compressibilité, respectivement.*
- *C10, C20 et C30 les coefficients du modèle de Yeoh.*
- *ER et EV : éprouvette rectale et éprouvette vésicale, respectivement, numérotées de 01 à 06.*
- *int, ext, ent : couche intérieure, couche extérieure et paroi entière rectales, respectivement.*
- *Résidu : la somme (intégrale) des écarts entre les courbes contrainte-déformation expérimentale et calculée (obtenue par lissage).*

Dans l'état actuel, nous ne cherchons pas à discriminer parmi ces jeux de paramètres, dont la variabilité reflète celle du vivant. Ces paramètres vont être utilisés dans le modèle biomécanique. Les simulations associés aux coefficients identifiés et répertoriés dans les Tabs. III.10 à III.13, seront comparées avec d'autres données expérimentales, à savoir les données de la cystométrie ou des observations anatomiques.

**Identification des paramètres pour le comportement visqueux**

Dans cette partie, on cherche à identifier les paramètres du modèle de relaxation à partir de nos mesures : nous choisissons un essai de relaxation jugé le plus représentatif pour le rectum et la vessie, à savoir ER06 sur la Fig. III.19 et EV04 sur la Fig III.17. Il s'agit donc d'identifier les coefficients de Prony selon les équations (II.62) et (II.68) ré-écrites ci dessous par souci de clarté :

$$\begin{aligned} W(t) &= W^{\infty} + \sum_{n=1}^{N} \delta_n W^0 e^{-t/\tau_n} \\ G(t) &= G^{\infty} + \sum_{n=1}^{N} G^n e^{-t/\tau_n} \end{aligned}$$

Les résultats figurent dans le Tab. III.14. Compte tenu des faibles résidus, le lissage avec la série de Prony d'ordre $N = 2$ est jugé assez satisfaisant.

| Paramètres | $G^1$ | $G^2$ | $\delta_1$ | $\delta_2$ | $\tau_1$ | $\tau_2$ | $G^0$ ou $W^0$ | $G^\infty$ ou $W^\infty$ | Résidu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Vessie EV04 | 0.033 | 0.035 | 0.325 | 0.35 | 3.81 | 49.95 | 0.1 | 0.033 | 0.037 |
| Rectum ER06 | 0.38 | 0.207 | 0.39 | 0.21 | 3.73 | 74.6 | 0.98 | 0.39 | 0.017 |

TABLE III.14: Identification des paramètres de la série de Prony pour le comportement en relaxation des tissus vésical et rectal selon les relations (II.62) et (II.68). Les modules de cisaillement "G" sont exprimés en MPa et les temps de relaxation "$\tau$" en secondes.

.

## III.4 Conclusion

La grande dispersion de valeurs constatée parmi les données de la littérature était le motif déterminant pour mener notre propre campagne de caractérisation des propriétés élastiques des tissus biologiques pelviens.

Dans ce chapitre, nous avons pu identifier les paramètres des lois constitutives de la vessie et du rectum à partir des mesures réalisées sur des éprouvettes porcines. Ces lois constitutives sont mieux représentées par les modèles de Yeoh et d'Ogden d'ordre 1 parmi l'ensemble des modèles considérés. Ils sont capables de décrire la non-linéarité du comportement unidirectionnel élastique de ces tissus en grandes déformations. Cette hypothèse sera justifiée a posteriori par les résultats de simulations dans le chapitre suivant.

Les lois hyperélastiques reposent sur une série de Prony d'ordre 2 qui reproduit le comportement en relaxation. Ces lois constitutives seront intégrées dans le modèle biomécanique dans le chapitre suivant. Les simulations obtenues seront ensuite confrontées aux données expérimentales issues des travaux de mesures des mouvements pelviens ou de la cystométrie.

La prostate ne subissant que de petites déformations avec de grands déplacements, les données de Krouskop *et al.* (1998) sont suffisantes pour modéliser son comportement Hookéen isotrope. Ainsi, la prostate sera affectée d'un module d'Young de 60 kPa.

De même, vu la forte teneur en eau des tissus biologiques mous, la (quasi) incompressibilité est privilégiée dans la suite (le coefficient de poisson pour la prostate est choisi égal à 0.49).

### Vers une caractérisation multiaxiale

D'après Heuillet and Dugautier (1997), de nombreux ouvrages ou articles laissent penser que les lois d'élasticité en grandes déformations peuvent être établies avec des bases de données restreintes ne comportant, par exemple, que de la traction uniaxiale. Théoriquement, il est vrai par exemple que les deux coefficients d'une loi de Mooney-Rivlin peuvent être déterminés à partir d'un simple essai de traction : à l'exception de la traction uniaxiale, utilisée pour déterminer les coefficients élastiques, la loi constitutive ainsi déterminée décrit mal les autres sollicitations (tels que le chargement multiaxial et le cisaillement). Pour que la loi de comportement soit représentative, il est nécessaire que la base de données ne soit pas limitée à une seule sollicitation, il est indispensable de balayer plusieurs combinaisons des invariants I1 et I2.

Dans cette optique et en guise de perspective de nos essais, un dispositif permettant de faire de la traction équiaxiale a été imaginé (Fig. III.27). L'idée consiste à solliciter la paroi vésicale ou rectale dans toutes les directions de son plan, mettant ainsi en jeu les efforts multiaxiaux aux quels ces organes sont réellement soumis pendant la distension. Le dispositif est composé principalement de deux anneaux de maintien de la paroi et un poinçon d'indentation qui étire la membrane.



**Figure III.27**: Dispositif pour la traction biaxiale

L'exploitation de ces données reste restreinte à l'observation de l'évolution de la courbe force/déplacement du poinçon. La question qui se pose est comment exploiter la force exercée par le poinçon afin de déterminer les contraintes qui règnent dans la paroi ? Il conviendra de relier l'effort appliqué par le poinçon aux contraintes développées dans la membrane. Un extensomètre optique sera très utile pour exploiter les déformations de l'éprouvette en temps réel. Nous le concevons comme une grille collée sur l'éprouvette qui servira à déterminer la déformation en fonction du temps ainsi que la force appliquée.

# IV

# Modélisation et simulations de la mobilité de la prostate

Nous abordons la construction d'un modèle biomécanique de la mobilité des organes de la région pelvienne dans ses différentes étapes (génération de la géométrie, conditions aux limites et de contact, intégration des lois constitutives). Notre apport original en termes d'intégration de données expérimentales est mis en exergue par comparaison avec les travaux de la littérature.

La cystométrie et les observations anatomiques concernant le mouvement du rectum sont exploitées, en vue de sélectionner et ajuster les propriétés élastiques identifiées au chapitre précédent. La discrimination entre les modèles d'Ogden et de Yeoh est faite et une seule loi constitutive est alors retenue pour chacun des organes pelviens : les résultats de simulations par éléments finis sont validés par comparaison à des mesures de déplacement localisé dans plusieurs zones anatomiques. Une étude de sensibilité aux principaux paramètres du modèle en menée, afin de faire ressortir les mécanismes de mobilité de la prostate en fonction des états de réplétion des organes environnants.

**Sommaire**


**IV.1 Quelques approches de modélisation numérique . . . . . 67**
**IV.2 Définition du modèle biomécanique . . . . . 70**
**IV.3 Simulations par éléments finis . . . . . 79**
IV.3.1 Distensions rectale et vésicale (Étapes 1 et 2) . . . . . 80
IV.3.2 Modélisation de la mobilité de la prostate (Étape 3) . . . . . 85
IV.3.3 Etude paramétrique . . . . . 89
**IV.4 Conclusion . . . . . 94**

| **Auteurs** | Contexte | But | Méthode | Environnement de travail | | Anatomie | Chargement | Imagerie | Propriétés mécaniques (Module d'Young , Coefficient de Poisson ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Jaillet *et al.* (1998)** | | Modélisation du mouvement de la prostate | Interaction des particules | | 3D | V, R et P | Distension de R et V | CT | - |
| **Yan *et al.* (1999)** | Radiothérapie | Quantification journalière du mouvement du rectum par confrontation des simulations EF et les images CT | | Patient | | **R** | Respiration, pression par les organes environnants, etc. | | R (0.5 Pa ; 0.3) |
| **Mohamed *et al.* (2002)** | Curiethérapie | Analyse du réalisme du modèle EF associé à un modèle statistique afin de prévoir le mouvement/déformation de la prostate durant l'insertion endorectale | | | | R (cylindre) et P(forme d'un oeuf) | | MR & CT | P(2 kPa ; 0.49) et environnement (10kPa ; 0.49) Mooney-Rivlin |
| **Crouch *et al.* (2003)** | | Automatisation des procèdes d'enregistrement et de simulation des organes humains en grandes déformations. | Modélisation | Maquette | | V, R, OB , SV and P | Simulation d'insertion | CT | P(60 kPa ; 0.495) et environnement (10kPa ; 0.495) |
| **Alterovitz *et al.* (2006)** | Traitement (superposition / | Amélioration du traitement d'images médicales pour une détection meilleure du cancer de prostate en utilisant l'IRM : Radiothérapie. | EF | | **2D** | Anatomie pelvienne, en 2D | endorectale | MR | P(60 kPa) et environnement (30kPa) |
| **Hensel *et al.* (2007)** | calage, etc.) | | | Patient | 3D | V, R, OB et P | de balloon / sonde / spirale | MR & CT | B&R(10kPa ; 0.499), P(21kPa ; 0.4) |
| **Bharatha *et al.* (2001)** | d'images médicales | Identification efficace du CTV durant la Curiethérapie par calage à priori d'images en se basant sur la méthode EF. | | | | P (V, VS , R : que la géométrie) | | MR | Plusieurs Modules d'Young et de coeff. de Poisson pour P |

TABLE IV.1: Tableau récapitulatif de quelques approches numériques pour modéliser le mouvement ainsi que la déformation de la prostate dans son environnement anatomique. *Abbreviations* CT : Computed Tomography, MR : Magnetic Resonance, V : Vessie, P : Prostate, R : Rectum, OB : Os de Pubis, VS : Vésicules Séminales .

# IV.1 Quelques approches de modélisation numérique

Des travaux de modélisation ont déjà été menés par d'autres équipes de recherche, dont quelques uns sont cités dans Tab. **??**. Ces travaux concernent la modélisation du mouvement et des déformations de la prostate humaine dans son environnement anatomique.

Mohamed *et al.* (2002) ont développé un modèle biomécanique qui simule le mouvement et les déformations de la prostate résultant de l'insertion d'une sonde trans-rectale ; cette sonde a pour role l'introduction des grains radioactifs à l'intérieur de la prostate. Ils ont réalisé un fantôme [1], assimilant la région pelvienne à un volume homogène de tissu mou (12 cm x 16 cm x 12 cm) où baignent la prostate représentée sous forme d'un oeuf (3 cm x 3 cm x 3.5 cm) et le rectum sous forme d'un cylindre de rayon 0.5 cm situé à 0.25 cm en dessous de la prostate. Les autres organes, telles que la vessie et les vésicules séminales sont représentés dans le modèle par des conditions aux limites. Les tissus ont été considérés comme incompressibles, et l'élasticité initiale de la prostate a été approchée par un module d'Young de 2 kPa, soit 10 fois moins que celle du reste du tissu. Un modèle hyperélastique homogène de type Mooney-Rivlin a été utilisé pour modéliser le comportement mécanique de la prostate et son entourage.

Des insertions ont été effectuées avec des angles et des profondeurs variables et le comportement du milieu, ainsi que les déformations de la prostate, ont été observés : ces résultats expérimentaux ont permis d'avoir une base de données statistique, combiné ultérieurement avec le modèle EF. Ils ont de même servi à la validation des résultats du modèle EF ; celui-ci reproduit approximativement les propriétés mécaniques et matérielles du fantôme. D'après les auteurs Mohamed *et al.* (2002), les résultats numériques (code des éléments finis Abaqus) et expérimentaux sont comparables.

Yan *et al.* (1999) ont généré le volume du rectum à partir des images en coupes CT en tenant compte de sa paroi (épaisseur non nulle). Puis, ils ont construit le modèle éléments finis en utilisant un comportement isotrope élastique linéaire et compressible (module d'Young de 0.5 Pa et coefficient de Poisson 0.3). Les simulations du modèle EF ont été confrontées aux images scanner, acquises avant et après le traitement, et mettent en évidence le mouvement du rectum.

Crouch *et al.* (2003) ont modélisé les déformations de la prostate par un modèle EF programmé sur MATLAB. Le code qu'ils ont obtenu a l'avantage de ne pas être fastidieux en temps de calcul. Dans l'intention de valider leur modèle, les auteurs ont construit un fantôme qui reproduit approximativement l'anatomie de la région pelvienne. On y trouve ainsi le rectum, la vessie, la prostate, les vésicules séminales et les os. Les organes ont été moulés à partir de matériaux différents, de telle sorte qu'on peut facilement les distinguer sur les images scanner. Ainsi, il a été possible de cerner les déformations de l'ensemble sous l'effet du gonflement d'un ballon inséré à l'intérieur du rectum. L'avantage de ce fantôme est qu'il tient compte du volume de la prostate et de sa couche extérieure. Ainsi, les valeurs de module d'Young E = 60 kPa et E = 10 kPa ont été affectées respectivement pour le volume intérieur et la couche extérieure. Le coefficient de Poisson a été choisi de façon uniforme égal à $\nu = 0.495$ .

1. Bloc de matière équivalente au tissu, d'un volume suffisant pour être représentatif d'un système biologique déterminé.

La modélisation géométrique du système a été générée d'une manière automatique par des programmes effectuant la segmentation, l'enregistrement des coordonnées des contours et la discrétisation. Les déformations observées sur le fantôme et les résultats numériques ont été comparés. Une certaine concordance a été constatée.

Bharatha *et al.* (2001) ont travaillé sur l'amélioration de la qualité de l'IRM de 0.5 tesla par superposition et calage d'images médicales avec les simulations numériques par EF. Leur objectif est d'identifier efficacement le CTV durant la curiethérapie. Un modèle géométrique a été construit à partir d'images préopératoires acquises par RM de 1.5 tesla. Seule la prostate a été discrétisée, les autres organes pelviens étant présents dans le calcul EF à travers les conditions aux limites qu'ils imposent. Dans ce travail, la glande a été considérée comme un milieu élastique linéaire hétérogène et sa déformation a été calculée en variant le module d'Young et le coefficient de Poisson.

Alterovitz *et al.* (2006) ont développé un modèle EF en 2D de la région pelvienne à partir d'une coupe sagittale. Dans cette acquisition par IRM, on trouve une coupe de la prostate, du rectum et d'autres entités anatomiques. En affectant un module de 60 kPa à la prostate et 30 kPa au reste de l'environnement anatomique, des simulations numériques du mouvement de la glande, causé par le retrait de la sonde endorectale, ont été réalisées. Les résultats sont comparés aux images acquises par IRM en coupe sagittale pré et post insertion endorectale de la sonde. De même que les auteurs précédents, mais en 3D, Hensel *et al.* (2007) ont construit leur modèle EF en utilisant des propriétés élastiques linéaires issues des résultats de Bharatha *et al.* (2001). Ces travaux s'inscrivent dans le cadre de l'amélioration du traitement d'images médicales pour une meilleure détection du cancer de la prostate en utilisant l'IRM, dans la contexte de la radiothérapie.

Dans le travail de Jaillet *et al.* (1998), les volumes des organes pelviens (rectum, vessie et prostate) ont été générés à partir d'images en coupes CT et remplis par la suite par des particules de formes sphériques. Les particules les plus volumineuses sont réservées à l'intérieur des organes, et les fines vers l'extérieur. Selon la rigidité/élasticité du tissu biologique, les interactions sont décrites par un potentiel de Lennard-Jones (interactions entre particules), la raideur et la viscosité sont modélisées respectivement par des ressorts et des amortisseurs.

Les auteurs ont réussi à modéliser la réplétion rectale et vésicale en augmentant le volume des petites particules et en rajoutant d'autres particules plus petites. En ce qui concerne les chargements, des pressions externes, des forces de poids et de forces d'interaction entre particules sont introduites dans ce modèle. D'après l'auteur, le modèle est simple et les résultats concordent avec la réalité. Le modèle a été considéré comme une étape de départ qui précède la mise en place d'un modèle dynamique.

En résumé, le but des travaux que nous venons de citer est la prédiction du mouvement et de déformation de la prostate dans son environnement anatomique. Le modèle de Mohamed *et al.* (2002) semble être les plus pertinent : les auteurs ont alimenté leur modèle avec des données statistiques, ce qui paraît judicieux compte tenu des grandes disparités de propriétés des tissus biologiques mesurées.

Dans ce travail de thèse nous construisons un modèle biomécanique susceptible de prédire le mouvement de la prostate dans son environnement anatomique suite aux distensions rectale, vésicale et pulmonaire. Le modèle est alimenté par des données expérimentales à savoir les

propriétés matérielles, les pressions internes, les épaisseurs et les géométries d'organes pelviens. Ce travail est une contribution mécanique à la réduction des marges en radiothérapie.

La méthode des éléments finis est alors adoptée comme l'outil mécanique qui nous servira à calculer le mouvement des organes pelviens en temps réel. La méthode des éléments finis fait partie des outils de simulation numérique par des méthodes d'approximation : il s'agit de trouver une solution approchée à des problèmes de géométrie, chargements complexes, et lois de comportement faisant intervenir des équations aux dérivés partielles, en les remplaçant par des problèmes plus simples de résolution de système linéaires. L'idée de base consiste à subdiviser la structure de forme complexe en éléments simples dont on connaît a priori le comportement mécanique.

## IV.2 Définition du modèle biomécanique

Pour construire le modèle biomécanique, nous avons besoin des informations suivantes :
- la géométrie du système anatomique étudié
- le comportement du matériau (des tissus biologique)
- les conditions aux limites et de chargement

### Géométrie et maillage

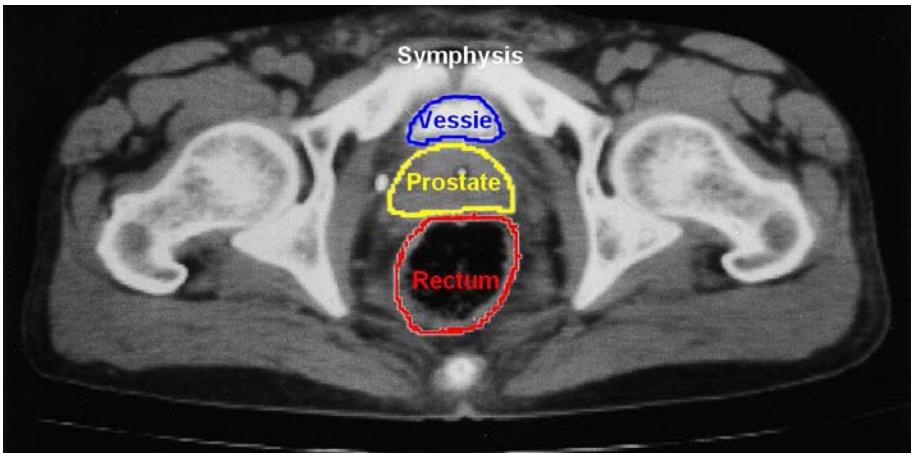
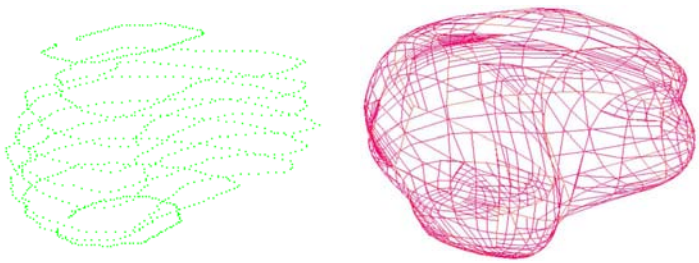



**Figure IV.1**: Image CT scanner d'une coupe transversale du pelvis masculin, avec les trois organes contourés : prostate, rectum et vessie

Pour obtenir la géométrie des organes pelviens, nous avons suivi les étapes suivantes :

1. Acquisition d'images par CT scan.
2. Délinéation des organes (Fig. IV.1).
3. Conversion des contours en nuages de points.
4. Transfert des nuages de points dans un logiciel de CAO tel que "Catia" (Fig. IV.2.a), et construction des géométries (Fig. IV.2 .b).
5. Discrétisation de la géométrie en éléments pour le calcul EF (Fig. IV.3).



a. b.

**Figure IV.2**: Géométrie de la prostate : a. Nuage des points importé au CAO, b. Courbes obtenues par le logiciel "Marc Mentat".

La délinéation des images est faite soit automatiquement pourvu que l'entité anatomique (tels que les os) présente un niveau de gris assez différent des tissus environnants soit par des spécialistes.

Après quoi, les contours sur les coupes transversales sont enregistrés en fichiers de nuages de points dans des dossiers à part : chaque dossier correspond à un organe et contient plusieurs fichiers. Pour ce qui est de l'os de pubis, environ 340 fichiers sont obtenus, dont chacun correspond à une coupe transverse. Un code Matlab est développé pour rassembler l'ensemble des points de chaque organe en un seul fichier ; ces données sont par la suite importés dans le logiciel de CAO Catia. La création de la surface extérieure se fait normalement, à moins d'une complexité de la géométrie d'organe qui engendre l'encombrement des nuages des points et par la suite l'entrecroisement et la non-fermeture des surfaces : dans le cas de l'os du Pubis, l'ensemble du nuage de points est subdivisé en trois parties, chacune étant traitée séparément.

Il y a des cas particuliers où il s'avère difficile voire impossible de générer un nuage de points exploitable, à partir des images scanner. En effet, quand la vessie est vide, le logiciel "Isogray" se montre incapable de reproduire correctement sa géométrie 3D à partir des contours sur les coupes transverses ; ceci est du à la concavité de l'organe. De même, il n'est pas possible d'extrapoler la géométrie à partir des contours faits sur les coupes sagittales. Pour pallier ce problème, la vessie est vidée numériquement par EF en exerçant une pression négative. Dans le fichier "*.dat" de "Mentat", on trouve les coordonnées 3D de tous les noeuds de la structure, à l'état vide. Le nuage des points est par la suite exporté vers le logiciel de CAO Catia pour générer la géométrie d'une vessie vide.

L'étape de CAO qui suit consiste à lisser chacune des surfaces des organes pelviens (hormis les os) pour éliminer les points anguleux. De même pour corriger toute interpénétration entre organes, une translation de surfaces est effectuée. Toutes ces opérations preoperatives sont effectuées pour avoir un modèle géométrique plus conforme à la réalité anatomique.

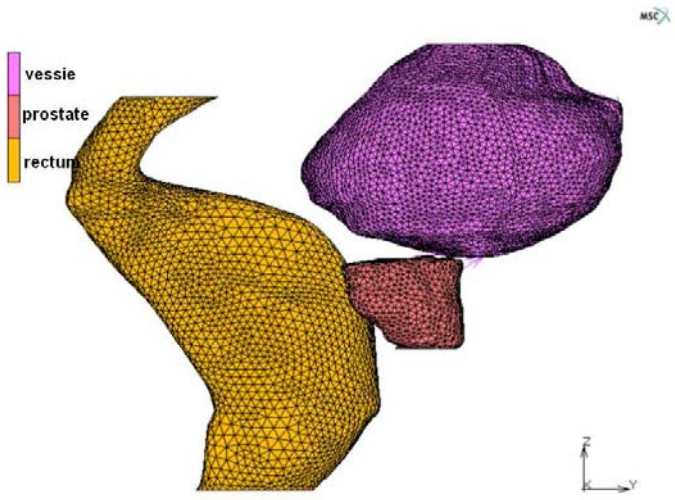



**Figure IV.3**: Géométrie et sa discrétisation

Les géométries sont importées dans le logiciel EF et leurs discrétisation est effectuée : la qualité de la discrétisation est déterminante dans le calcul, surtout lorsqu'on utilise des éléments coques avec des géométries non régulières.

Le modèle construit est 3D (Fig. IV.3) et contient environ 20 000 éléments. Il représente les trois organes pelviens en contact mutuel, soit la prostate, la vessie et le rectum. Vue la structure anatomique du rectum et de la vessie, la structure coque est choisie pour modéliser le comportement des parois de ces organes. Cependant, l'épaisseur de la coque est difficile à préciser puisque, dans la littérature, les valeurs des épaisseurs des parois vésicale et rectale sont très controversées.

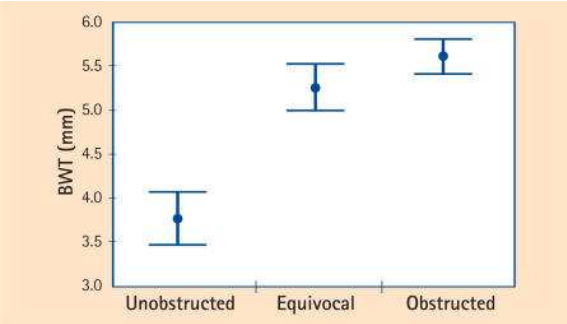



**Figure IV.4**: Épaisseur de la paroi vésicale chez l'homme selon le monogramme d' Abrams-Griffith (Tubaro *et al.*, 2005)

Ainsi, l'épaisseur moyenne de la paroi vésicale, d'après Oelke *et al.* (2002), est de 1.33 mm quand l'organe ne présente aucune anomalie. Tubaro *et al.* (2005) trouvent expérimentalement une valeur de $2.9 \pm 0.9$ mm. Ces mêmes auteurs rapportent, d'après le monogramme d' Abrams-Griffith, que l'épaisseur moyenne varie entre 3.5 et 4 mm (Fig. IV.4).

Huh *et al.* (2003) rapportent que l'épaisseur rectale varie, selon les sujets, entre $2.28 \pm 0.05$ mm et $3.55 \pm 0.43$ mm, avec une muqueuse qui représente à peu près $32 \pm 8\%$ de la paroi rectale. De même, si on examine la Fig. IV.5, obtenue par imagerie RM par Frokjaer *et al.* (2005), l'épaisseur rectale varie entre 1 et 5 mm pour le même sujet, avec une valeur dominante de 3mm.

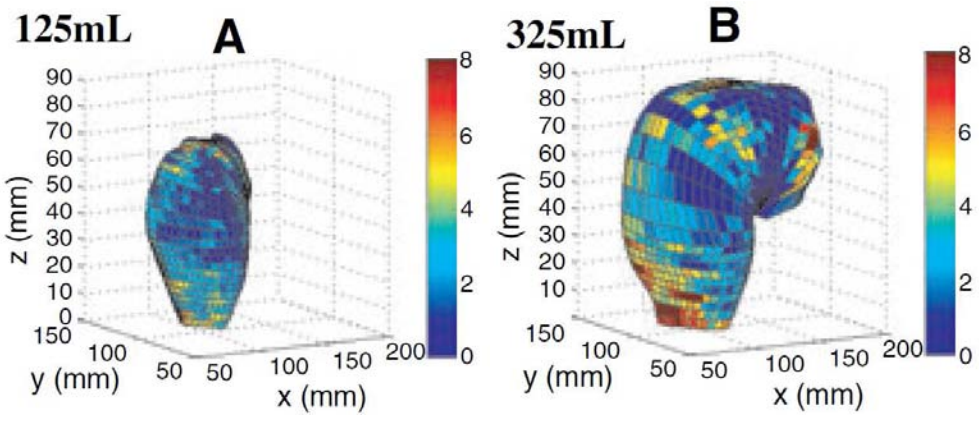



**Figure IV.5**: Épaisseur de la paroi rectale chez un patient déterminée par imagerie RM (Frokjaer *et al.*, 2005)

Plusieurs facteurs peuvent influencer la mesure de l'épaisseur de la paroi rectale ou vésicale. Parmi les quels, on a :

- La précision de la technique utilisée à cet effet,
- L'état de remplissage de l'organe en question puisque l'épaisseur décroît pendant la distension,
- Les couches de l'organe considérées dans la détermination de l'épaisseur, information non précisée dans les revues consultées.

Ces considérations apportent une première explication à la grande disparité constatée dans les valeurs de l'épaisseur de la paroi vésicale trouvées dans la littérature. La valeur de 3mm est toutefois adoptée pour l'épaisseur des parois rectale et vésicale dans la suite de ce travail, en cohérence avec les données de la littérature en moyenne. La prostate étant un organe plein, on l'a modélisée comme un solide volumique (Fig. IV.3).

### Contact entre organes

Les organes pelviens sont en contact deux à deux. Le contact a lieu entre un nœud du premier corps et une facette (d'un élément) du deuxième corps déformable : c'est ce qu'on appelle un contact unilatéral. Dès que le noeud approche la facette d'une certaine distance, les deux corps sont considérés en contact. Le nombre des noeuds en contact évolue d'un incrément à autre. Un noeud qui n'est pas dans le domaine de contact (ou pénétration) par rapport à un corps ne sera pas considéré parmi les noeuds de contact.

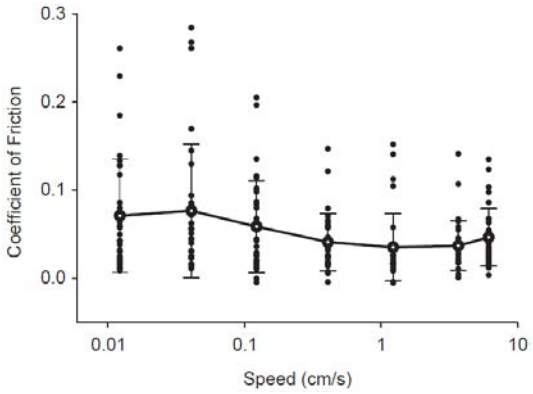



**Figure IV.6**: Valeur du coefficient de frottement selon la vitesse de glissement pour un tissu de mésothélium (Loring *et al.*, 2005)

En réalité, le contact se manifeste par une non-interpénétration numérique et un certain frottement entre surfaces. Ce dernier est généralement caractérisé par ce qu'on appelle un coefficient de frottement statique, défini par $\psi = T/N$ où $T$ est la force tangentielle nécessaire pour produire un glissement entre deux solides soumis, au point de contact, à une force normale $N$. Dans la littérature, il est difficile de trouver des mesures de coefficient de frottement entre les organes biologiques, notamment les organes pelviens. Nous choisissons le contact qui simplifie le calcul, en adoptant une valeur très faible du coefficient de frottement, soit 0.05, inspirée du travail de Loring *et al.* (2005) [2].

2. Le mésothélium est un tissu biologique constitué d'une couche de cellules épithéliales simple pavimenteux qui tapisse la surface interne des cavités séreuses de l'organisme.

### Conditions aux limites cinématiques

Les conditions aux limites (Fig. IV.7) sont de types cinématique (déplacements imposés) ou bien force/statique (efforts imposés). Nous nous sommes basées principalement sur les observations anatomiques de Keros *et al.* (2006) et les discussions avec les médecins de CHU et CAV de Nancy pour cerner qualitativement la nature d'interactions dans la région pelvienne ainsi que les conditions aux limites (présence de zones rigides, impossibilité de mouvement dans certaines directions, Fig. 1).

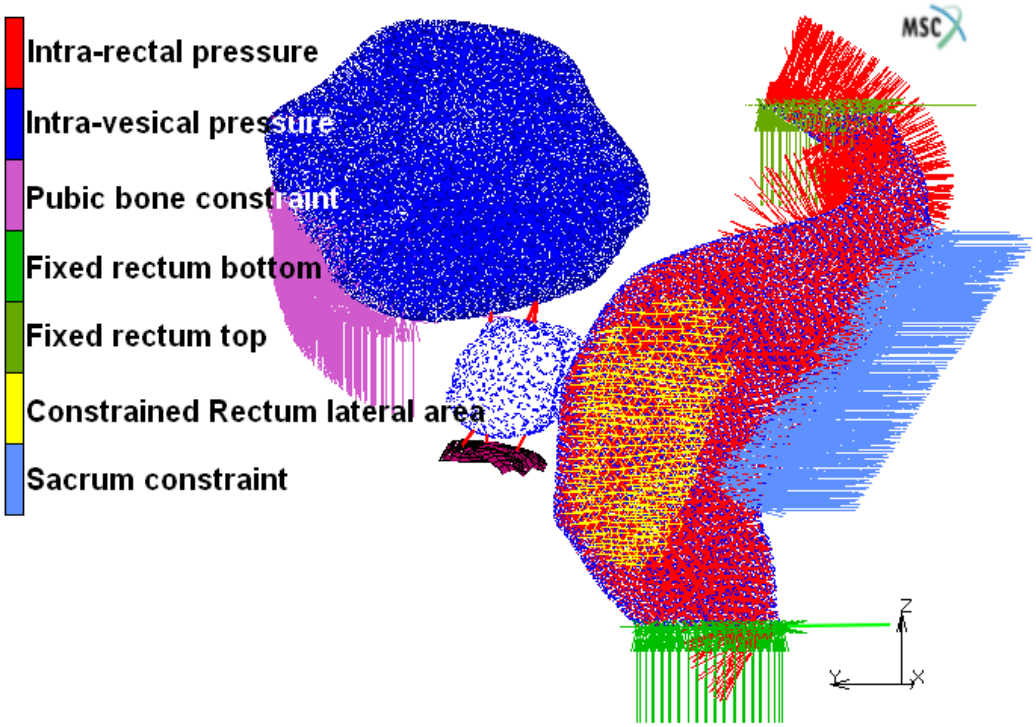



**Figure IV.7**: Conditions aux limites appliquées au modèle

Il ressort de ces observations que la vessie vient en appui contre les os du pubis. Sa capacité d'expansion vers la partie inféro-antérieure du pelvis est donc limitée. Nous avons alors appliqué un blocage visant à limiter le déplacement de la vessie dans cette zone (**Pubic bone constraint**, Fig. IV.7).

L'apex de la prostate (sa partie inférieure) est maintenu par des muscles rigides (plancher pelvien), ce qui limite son déplacement. Il a fallu alors introduire une surface rigide en dessous de la prostate, qui maintient l'apex par des éléments de type poutre. De même, sa base (sa partie supérieure) est liée à la vessie par l'urètre. Il est possible d'utiliser des liens entre noeuds de type rigide ou de type élastique (ressort), linéaire ou non-linéaire, avec un nombre de degrés de liberté à définir, pour modéliser l'adhésion de l'apex de la prostate à la membrane urogénitale et sa base à la vessie.

On a ici adopté des éléments de type poutre (Fig. IV.8) pour modéliser le lien entre la prostate et la vessie et entre la prostate et la membrane urogénitale, comme le montre la Fig. IV.7.

Ces éléments poutre définis par des propriétés élastiques et une section peuvent se déformer par flexion et extension ou rétrécissement selon les conditions de chargement.

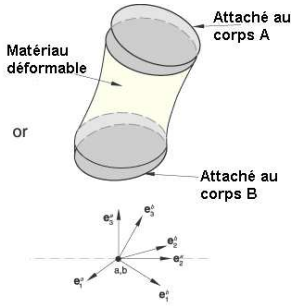



**Figure IV.8**: Comportement d'un élément poutre entre deux corps

Le plancher pelvien est une membrane qui possède une épaisseur et une souplesse permettant l'enfoncement et le décollement de la prostate. Cette membrane est remplacée par un ensemble constituée par la surface rigide et les éléments poutres, ceci permet d'effectuer un modèle qui est simple d'utilisation et relativement adaptée à la physique que nous souhaitons décrire. Par ailleurs, les éléments poutre entre la vessie et la prostate modélisent le lien anatomique qui lie les deux organes tout en laissant une certaine liberté de déplacement à la base de la prostate.

Le rectum quand à lui est entouré de muscles. Par conséquent, une contrainte adéquate est appliquée (**Rectum lateral area**) pour minimiser son expansion latérale. Le bas du rectum, appelé anneau-rectal, composé de muscles rigides, empêche tout déplacement(**Fixed rectum bottom**). De même, on a fixé le haut du rectum (**Fixed rectum top**). On a de plus bloqué la partie postérieure de cet organe dans la direction antéro-postérieur (**Sacrum constraint**) pour modéliser la présence de la colonne vertébrale.

### Conditions aux limites de type statique : le chargement

Des pressions de distension (**Intra-rectal pressure & Intra-vesical pressure**, Fig. IV.7) ont été appliquées à l'intérieur du rectum et de la vessie d'une manière uniforme et évolutive. Suivant la littérature et les données relatives à la cystométrie [3] et à la rectométrie [4] (CHU Brabois, Nancy), les valeurs des pressions sont très controversées.

Dans un travail expérimental réalisé sur 34 femmes saines, Constantinou *et al.* (1984) ont estimé la valeur maximale de la pression interne dans la vessie, pendant le remplissage de celle-ci, à $3.9 \pm 1.3$ kPa. Selon le rapport interne de l'hôpital universitaire de la Caroline du Nord [5], la pression intra-vésicale est considérée comme sensiblement élevée quand elle varie entre 2.6 et 5.2 kPa ; au delà, elle est considérée sérieusement élevée.

3. Mesure de la capacité vésicale et de la pression correspondant au besoin normal ou impérieux d'uriner
4. Mesure de la capacité rectale et de la pression correspondant au besoin normal ou impérieux
5. Voir la page Web www.unchealthcare.org/site/Nursing/nurspractice/procedures/procedures/ procedureb9.pdf

D'après la cystométrie d'un sujet sain (mesurée au CHU, Nancy ; Fig. IV.9) et hormis les fluctuations liées à la respiration, la pression augmente linéairement avec le volume introduit jusqu'à la première sensation de besoin. Elle atteint une intensité de l'ordre de 2 kPa pour un volume de perfusion voisin de 400 ml.

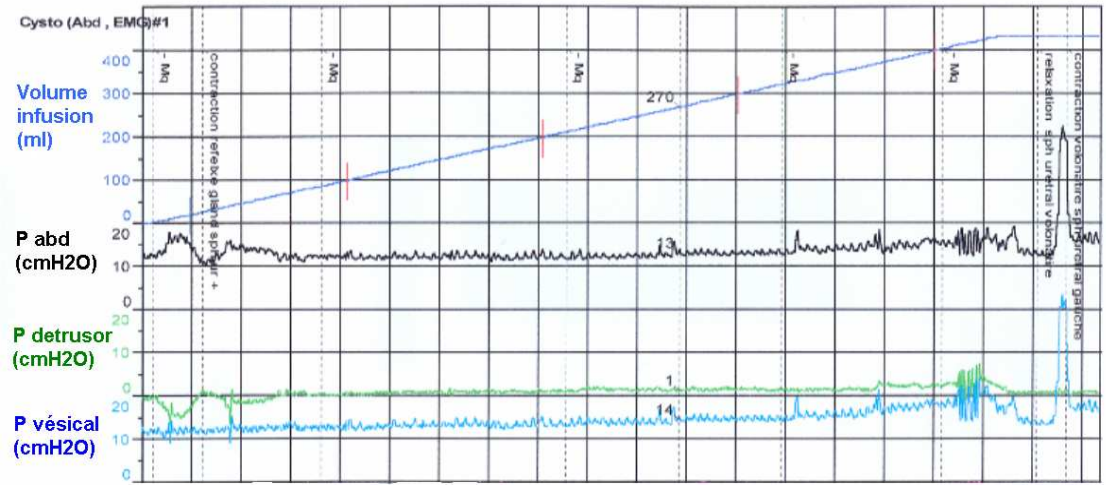



**Figure IV.9**: Courbes de cystométrie : évolution des pressions intra-vésicale (P vésicale), abdominale (P abd) et du detrusor (P detrusor) en fonction du volume de la contenance vésicale (Volume infusion). Effectuée au CHU -Brabois, Nancy.

La Fig. IV.10 montre la tendance générale de l'évolution de la compliance (rapport entre le volume et la pression du fluide que la vessie contient) ; on observe une tendance bilinéaire qui suit l'intensité du besoin (impérieux ou non). Ainsi, la pression vésicale augmente rapidement avec le volume de la contenance de l'organe à partir de la sensation impérieuse du besoin. Cela est du à la pression supplémentaire exercée par le detrusor, le muscle de la vessie.

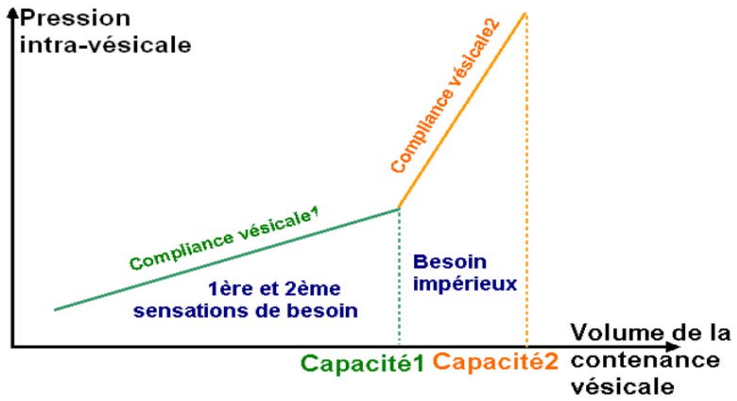



**Figure IV.10**: Tendance générale de l'évolution de la compliance en fonction du volume de la contenance vésicale. La deuxième phase de la compliance montre une vessie moins compliante

Des données statistiques concernant la compliance vésicale et la capacité vésicale liée aux sensations de besoin sont reportées dans le Tab. IV.2. L'effectif total de la population étudiée est d'environ 200 patients. D'après la colonne "Moyenne" du tableau, la pression interne

qui correspond à la capacité maximale (Capacité 2 =0.367 litre) vaut $\approx 0.52kPa$ : c'est la moyenne des pressions maximales. Elle est calculée selon cette équation (Pour plus de clarté, revoir la Fig. IV.10) :

$$\frac{Capacité1}{ComplianceV1} + \frac{Capacité2 - Capacité1}{ComplianceV2} = 328/88 + 39/27\ cmH2O$$

une valeur qui est loin des données citées précédemment (alentour de 3 kPa).

| | Effectif | Moyenne | Écart-type | Loi normale ; valeur à 5% | 25% | 50% | 75% | 95% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Compliance v. 1 (ml/cmH2O) | 199 | 88 | 143 | 24 | 49 | 82 | 133 | 194 |
| Compliance v. 2 (ml/cmH2O) | 19 | 27 | 55 | 0 | 6 | 13 | 25 | 50 |
| Capacité1 (ml) | 199 | 328 | 128 | 89 | 217 | 315 | 388 | 515 |
| Capacité2 (ml) | 19 | 367 | 100 | 0 | 265 | 386 | 480 | 500 |

TABLE IV.2: Statistiques cystométriques issues de la base des données du CHU-Brabois, Nancy. La colonne "Moyenne" indique la moyenne sur toute la population des valeurs des grandeurs en question. La colonne 25% indique la valeur de la grandeur en question à 25% de la loi normale (25% de la population ayant les valeurs inférieures). Même raisonnement pour les autres colonnes

En effet, la pression enregistrée dans les autres travaux est mesurée à partir des capteurs placés à l'intérieur de la vessie, et donc elle englobe aussi la pression extérieure à la vessie, appelée pression abdominale (Fig. IV.9). Il convient donc de retrancher cette dernière pour obtenir la pression intrinsèque à la vessie, appelée pression de détrusor en cystométrie.

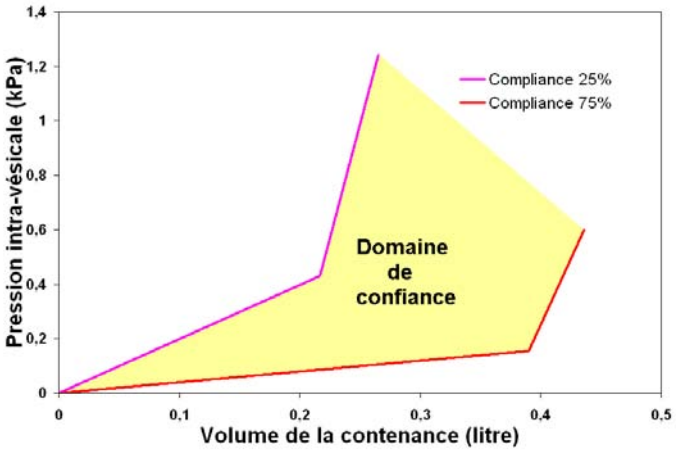



**Figure IV.11**: Domaine de confiance estimée à partir de deux courbes de tendance issues de la cystométrie de plusieurs patients à 25% et 75% de la loi normale ; les courbes "compliance 25%" et "compliance 75%" correspondent respectivement aux colonnes 25% et 75% du Tab. IV.2

Deux courbes de compliance sont aussi tracées à partir des données statistiques du Tab. IV.2, reflétant la tendance générale mise en exergue dans la Fig. IV.10 : ce sont deux courbes de tendance, issues de la cystométrie de plusieurs patients à 25% et 75% de la loi normale (Fig. IV.11). On définit alors le "domaine de confiance" comme étant la zone délimitée par ces deux

courbes, dés lors qu'elle contient les données pression-contenance les plus représentatives, situées à 25% de part et d'autre de la moyenne de la population étudiée. Nous allons retenir pour notre travail de modélisation la valeurs de pressions interne inhérente à la distension vésicale, à savoir 0.5 kPa. Cette valeur est liée à la compliance de l'organe quand celui-ci est plein. Elle est légèrement inférieure à la valeur de 0.52 kPa, supposée induire une sensation de besoin très impérieuse (ce qui sort du cas normal).

Au même titre que la cystométrie, la rectométrie (ou bien la rectomanométrie) concerne le rectum. Selon la rectométrie fournie par l'urodynamicien CHU à Nancy, la pression rectale est située entre 1 et 2 kPa et peut atteindre des valeurs supérieures en cas de besoin (Fig. IV.12). La pression enregistrée à volume nul est environ 1.5 kPa ; celle-ci représente probablement la pression environnante à l'organe. Excepté aux moments de sensation de besoin ; en moyenne, la pression interne reste au même niveau bien que 300 ml de liquide soit injecté à l'intérieur du rectum. Ceci nous fait penser que cette rectométrie appartient à un sujet non-forcément représentatif.

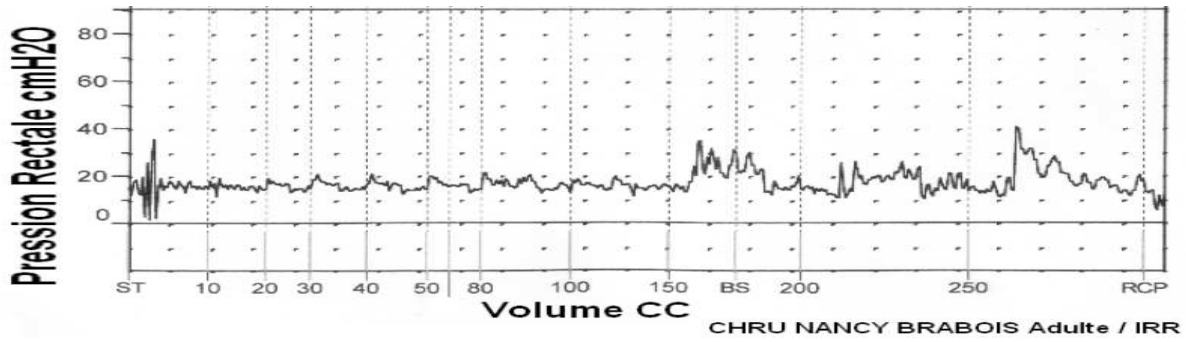



**Figure IV.12**: Rectométrie effectuée sur un patient normal au CHU Brabois , Nancy

Haynes and Read (1982) ont évalué la pression rectale à partir d'une expérience faite sur 18 patients. Elle consiste en la perfusion d'une solution saline dans le rectum jusqu'au remplissage. Il ressort de cette expérience que la pression interne évolue de $2.6 \pm 1.3$ kPa quand on atteint les 300 ml de solution saline à $3.3 \pm 0.3$ kPa quand le rectum est complètement rempli (le volume moyen de remplissage est de 525 ml).

Par ailleurs, il est rapporté [6] que la pression rectale est inférieure à 1 kPa si la personne est bien détendue et n'exerce aucun effort ; cette valeur est inférieure aux données précédentes de la littérature ; ces données peuvent tenir compte en effet de la valeur de la pression extérieure au rectum (explication similaire à celle fournie pour la pression intra-vésicale). La pression de réplétion responsable de la distension de l'organe peut être alors obtenue en soustrayant la pression extérieure à l'organe de celle directement mesurée à l'intérieure.

En conclusion, nous allons retenir pour notre travail de modélisation les valeurs de pressions internes inhérentes aux distensions vésicale et rectale de 0.5 kPa pour le vessie et 1 kPa pour le rectum.

6. D'après le rapport de la page Web *http* : $//pfd.aphp.org/physiologie/motricite/d_econ\ tinence.html$

## IV.3 Simulations par éléments finis

Nous proposons dans la suite une démarche particulière de simulations par EF qui doit prendre en compte la variabilité des propriétés élastiques des organes pelviens obtenues, et qui doit aboutir à des résultats numériques cohérents avec les observations anatomiques. Cette démarche, synthétisée dans l'organigramme ci-dessous, se résume en trois étapes.

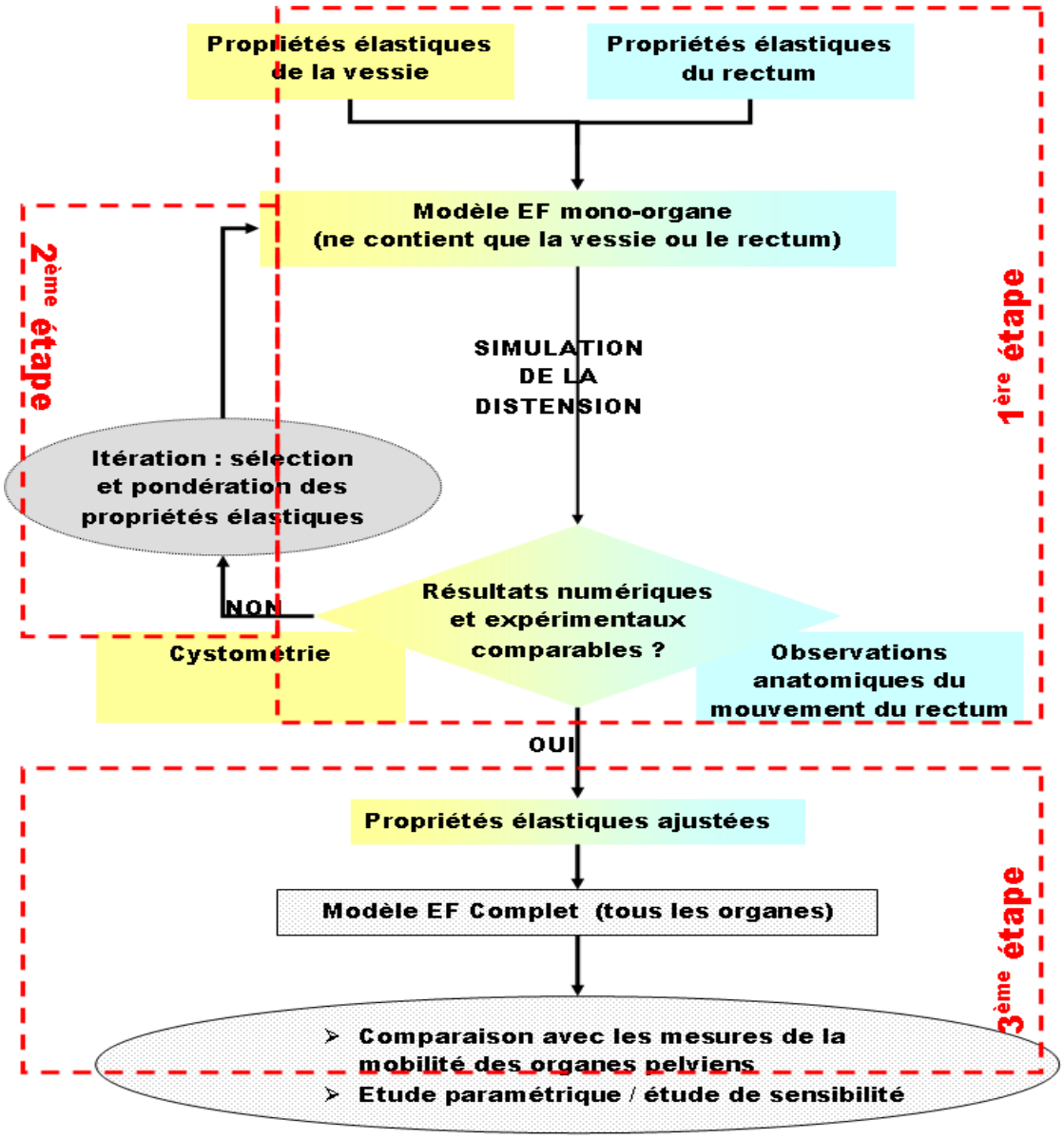



**Figure IV.13**: Organigramme non-exhaustif qui résume la démarche suivie dans les simulations numériques réalisées

La première étape consiste à simuler séparément la distension du rectum et de la vessie ; chacun de ces deux organes est considéré isolément dans un modèle biomécanique mono-organe. Le but recherché est de sélectionner parmi les propriétés élastiques identifiées auparavant

pour chacun des organes pelviens (rectum et vessie, voir les Tabs. III.10 à III.13), celles qui donnent un bon accord entre les résultats numériques et les observations anatomiques. Ces observations sont des données statistiques relatives à la cystométrie/compliance de la vessie et au mouvement du rectum. La rectométrie n'est pas exploitée compte tenu de la difficulté de définir numériquement le volume de la contenance du rectum, celui-ci étant un organe ouvert.

Si l'accord entre les simulations et les observations anatomiques n'est pas bon pour aucune des éprouvettes, un ajustement des modules élastiques est réalisé sur les données anatomiques. Il en résulte un seul jeu de propriétés élastiques qui définit une loi de comportement unique pour chaque organe.

Les lois de comportement ainsi identifiées sont mises à profit pour simuler les interactions et déformations des organes pelviens dans le modèle complet (celui qui regroupe les trois organes pelviens).

Dans la troisième étape, les propriétés élastiques obtenues sont intégrées dans le modèle biomécanique pour comparer les déplacements calculés aux mesures de Keros *et al.* (2006). Une étude paramétrique est menée à la fin de ce chapitre.

### IV.3.1 Distensions rectale et vésicale (Étapes 1 et 2)

Afin d'examiner la validité des mesures des propriétés élastiques réalisées, nous recherchons à comparer les résultats numériques aux données de la cystométrie fournies par le CHU (Brabois, Nancy) et aux observations anatomiques concernant la distension rectale (Keros *et al.*, 2006; Artignan *et al.*, 2006).

Pour ce faire, le rectum et la vessie sont modélisés séparément, chacun dans un modèle isolé. Les conditions aux limites (cinématiques et d'équilibre) mentionnées dans la section précédente sont imposées à chacun des organes respectivement. Les lois constitutives sont identifiées à partir des mesures réalisées selon les deux modèles Ogden ordre 1 et Yeoh (Tabs. III.10 III.11 III.12 III.13 page 67). Les épaisseurs des parois rectale et vésicale sont fixées à 3 mm, une valeur inspirée de la littérature (Huh *et al.*, 2003; Frokjaer *et al.*, 2005).

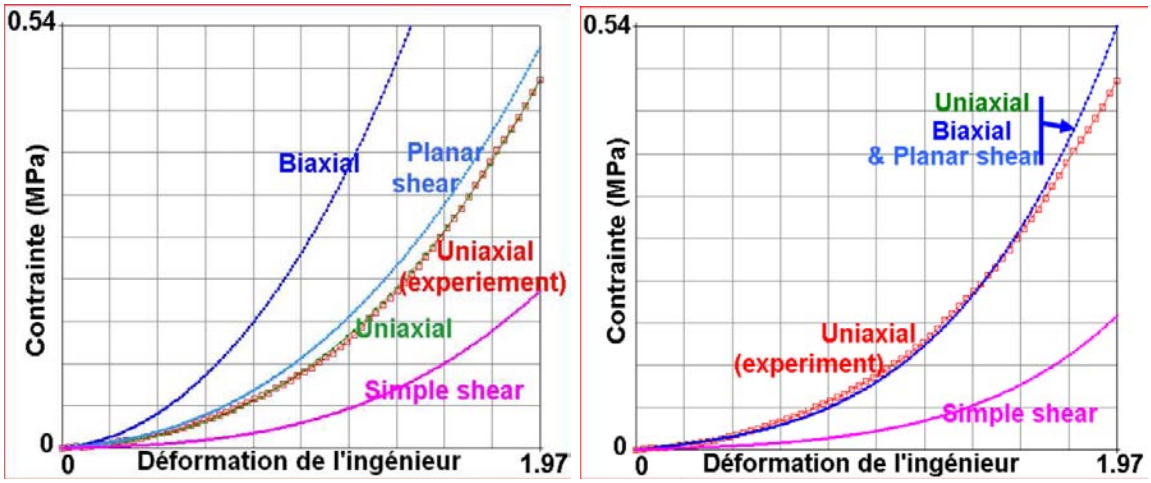
#### Distension vésicale

On considère l'analyse du comportement de la vessie pendant sa réplétion sous l'effet d'un chargement évolutif de 0.5 kPa. Son volume de réplétion est calculé en utilisant les coefficients du modèle d'Ogden ou de Yeoh introduits à partir des Tabs. III.10 et III.11 ; le volume final obtenu est reporté dans le Tab. IV.3.

| Modèle utilisé | Volume de la vessie (litre) pour chacun des essais : EV01 | EV02 | EV03 | EV04 | EV05 | EV06 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ogden | 1.01 | 0.56 | 0.245 | 0.63 | 0.585 | 0.22 |
| Yeoh | 0.52 | 0.18 | 0.128 | 0.06 | 0.212 | 0.116 |

TABLE IV.3: Volume de la réplétion vésicale calculé par EF selon les données élastiques des Tabs. III.10 et III.11. La pression intra-vésicale appliquée est de 0.5 kPa

Une disparité est constatée entre les volumes calculés en utilisant le modèle d'Ogden ou le modèle de Yeoh, qui s'explique fondamentalement par la différence obtenue au niveau du comportement biaxial extrapolé (Fig. IV.14) : rappelons qu'un état de sollicitation biaxiale




a. Modèle de Yeoh b. Modèle d'Ogden

**Figure IV.14**: Lissage et extrapolations de différentes sollicitations des données expérimentales (EV04) selon le modèle a. de Yeoh b. d'Ogden

prévaut dans le calcul numérique ; le comportement biaxial extrapolé en utilisant le modèle de Yeoh est plus rigide comme on peut le constater à la Fig. IV.14. Nous ne pouvons pas juger ces extrapolations dès lors que les données expérimentales en biaxial sont absentes, ce qui souligne, encore une autre fois, la nécessité de mesures multiaxiale.

Les résultats du Tab. IV.3 sont reportés sur la Fig. IV.15. Les points doivent de préférence être compris entre ces deux courbes, puisque celles-ci délimitent le domaine (pression interne-contenance) le plus représentatif de la population étudiée : c'est le domaine de confiance représenté sur la Fig. IV.11.

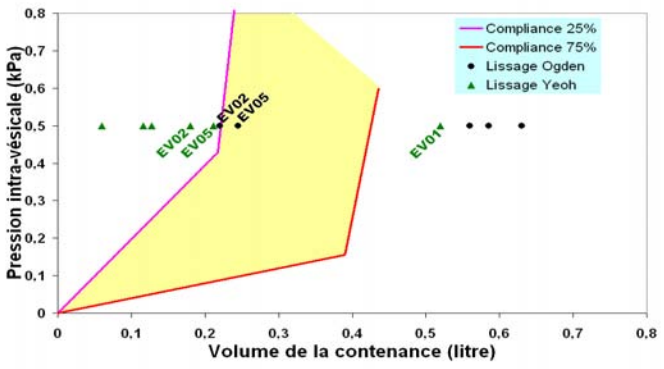



**Figure IV.15**: Volumes calculés à 0.5 kPa de pression interne et selon les mesures réalisées et le modèle de lissage utilisé. Seuls les points les plus proches du domaine de confiance sont libellés selon les éprouvettes de provenance

La Fig. IV.15 montre que les volumes de distension vésicale calculés en utilisant les coefficients d'Ogden et de Yeoh identifiés respectivement à partir des mesures EV02 et EV05 sont les plus

proches des données cystométriques. La loi constitutive obtenue à partir de EV05 selon le modèle d'Ogden est retenue, puisque la distension vésicale obtenue est située dans le domaine de confiance définie sur la Fig. IV.15. Elle s'écrit en traction uniaxiale :

$$\sigma \quad = \quad 10^{-4}(\lambda^{10.36} - \lambda^{-5.18})$$

*On note :*
*$\sigma$ la contrainte (rapport force/surface) appliquée en uniaxiale*
*$\lambda$ l'élongation (rapport longueur finale/longueur initiale de l'éprouvette) selon la direction de la traction.*

La Fig. IV.16 représente une cartographie des déformations (déformations de Green-Lagrange en déformation équivalente selon Von-Mises) après calculs. Nous observons que les valeurs atteintes par ces déformations sont relativement importantes (plus que 90% de déformation dans certaines zones de la vessie) ce qui justifie l'emploi du cadre de grandes déformations dans le présent travail.

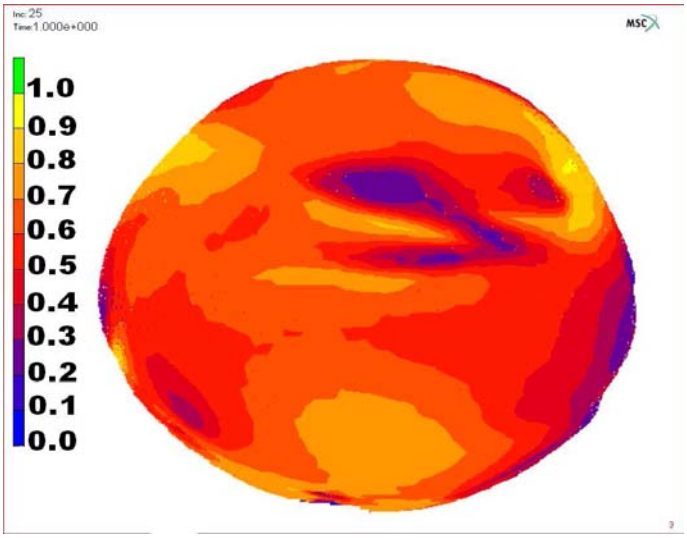



**Figure IV.16**: Cartographie des déformations obtenue suite à la distension vésicale sous une pression interne de valeur 0.5 kPa

### Distension rectale

Dans le souci d'apprécier nos mesures à travers la comparaison des simulations numériques et les observations anatomiques, il est judicieux de se référer plutôt au déplacement de la partie antérieure du rectum plutôt qu'au volume de réplétion, difficile à déterminer puisque le rectum est un organe ouvert.

La simulation diverge au delà d'une certaine distorsion et déformation des éléments. Comme la réponse de Yeoh en biaxiale est plus raide, le niveau de chargement atteint (voir "Niveau de chargement" dans le Tab. IV.4) est plus important en utilisant ce modèle. Cependant, en utilisant le modèle d'Ogden, les grandes distensions sont atteintes pour des faibles chargements.

| Simulation de la distension rectale en s'appuyant sur l' | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Essai ER04 | | Essai ER06 | |
| Modèle de lissage : | Ogden | Yeoh | Ogden | Yeoh |
| Niveau de chargement | 42% | 60% | 12% | 51% |
| déplacement de la partie avant | 16 mm | 13.3 mm | 15.4 mm | 13.3 mm |
| déplacement de la partie haute | 14.8 mm | 8.2 mm | 14 mm | 8.2 mm |

TABLE IV.4: Déplacements de la partie antérieure/ supérieure du rectum. Le chargement maximal appliqué vaut 1 kPa. Le niveau de chargement au quel le calcul de la distension rectale s'est arrêté vaut le pourcentage affichée multiplié par 1 kPa

D'après le Tab. IV.4, les déplacements calculés sont largement supérieurs aux valeurs expérimentales de Keros *et al.* (2006) – selon eux, ce déplacement vaut 9 mm – et à celles rapportées par Artignan *et al.* (2006), bien que la pression interne appliquée soit faible. Nous essayons alors d'ajuster les coefficients du modèle constitutif d'Ogden vis à vis des déplacements mesurés. Nous avons choisi d'utiliser le modèle d'Ogden puisque la pondération de ses modules a un sens physique : multiplier les modules d'Ogden d'ordre $n$ par un facteur $\gamma$ revient à rigidifier ou assouplir le matériau selon que $\gamma$ est supérieure ou inférieure à 1 respectivement. Par contre, la pondération des coefficients de Yeoh est difficile à interpréter physiquement. Le modèle d'Ogden possède aussi l'avantage d'autoriser une certaine compressibilité, par rapport à Yeoh, ce qui reflète mieux la quasi-incompressibilité des tissus biologiques. De plus, numériquement l'incompressibilité de Yeoh pénalise le calcul.

En multipliant le module d'Ogden issu de ER04 par 4 – valeur trouvée par itération –, le rectum s'étend de 8.9 mm vers l'avant, une valeur proche des observations anatomiques.

### Réplétions rectale et vésicale en utilisant des données d'élasticité humaines

Il est important de considérer les résultats numériques des distensions rectale et vésicale quand on utilise des données humaines – à côté de nos propres données, en vue d'une comparaison finale. Compte tenu de la nature humaine des échantillons utilisés dans le travail de caractérisation de (Rubod *et al.*, 2007a), nous avons exploité leurs données dans notre travail numérique.

| Coefficients d'ogden | Données de Rubod *et al.* (2007a) | |
|---|---|---|
| | rectales | vésicales |
| Module d'Ogden (MPa) | 0.0424 | 0.0412 |
| Coefficient exponentiel | 14.598 | 6.76 |

TABLE IV.5: Coefficients du modèle d'Ogden d'ordre 1, tels que déterminés à partir des données expérimentales et ajustés aux observations anatomiques

Le calcul utilisant les propriétés élastiques du rectum identifiées sur les mesures des ces auteurs (Tab. IV.5) montre un déplacement faible, inférieur à 1 mm, vers la partie antérieure, mettant en avant le caractère rigide et la nécessité de pondérer ces données. En divisant le module d'Ogden par 40 – valeur trouvée par itérations–, le rectum se distend de 8.5 mm vers l'avant : une amplitude proche de la valeur expérimentale.

De même, les résultats de simulations de réplétion vésicale en utilisant les données vésicales de ces auteurs donnent des volumes de remplissage très faibles par rapport aux données cystométriques. Le module d'Ogden est alors ajusté - par itérations - à la valeur de 7.5E-4 MPa en divisant par 55 la valeur initiale. La Fig. IV.17 montre des réponses numériques situées dans le domaine de confiance. Le dernier point correspond à la pression appliquée de 0.5 kPa.

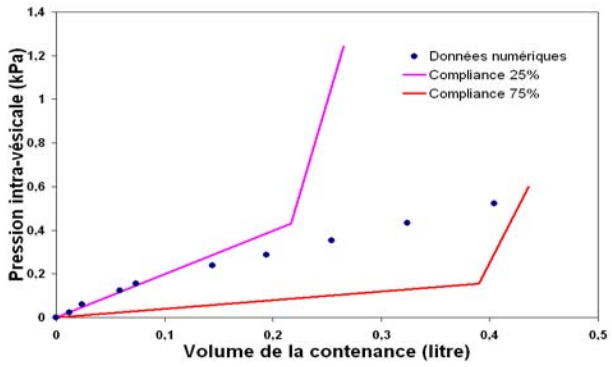



**Figure IV.17**: Comparaison des données numériques et des données de la cystométrie de CHU Brabois concernant la cystométrie vésicale. Les courbe compliance 25% et compliance 75% correspondent respectivement aux colonnes 25% et 75% du Tab. IV.2

Pour résumer, le Tab. IV.6 donne les valeurs des coefficients des lois constitutives pour les quelles les résultats numériques concordent avec les observations anatomiques :

| Coefficients d'ogden | Mesures réalisées | | Données de Rubod *et al.* (2007a) | |
|---|---|---|---|---|
| | Rectum (ER04) | Vessie (EV05) | rectales | vésicales |
| Module d'Ogden (MPa) | 16E-3 | 1E-4 | 0.00106 | 7.5E-4 |
| Coefficient exponentiel | 11.15 | 10.36 | 14.598 | 6.76 |

TABLE IV.6: Coefficients du modèle d'Ogden d'ordre 1 tels que calés aux observations anatomiques

Les lois constitutives ainsi obtenues s'écrivent en uniaxial :

$$\sigma_{vessie} = 10^{-4}(\lambda^{10.36} - \lambda^{-5.18}) \quad \sigma_{rectum} = 16E-3(\lambda^{11.15} - \lambda^{-5.57}) \qquad \text{(IV.1)}$$

$$\sigma_{vessie} = 7.5E-4(\lambda^{6.76} - \lambda^{-3.38}) \quad \sigma_{rectum} = 10^{-3}(\lambda^{14.6} - \lambda^{-7.3}) \qquad \text{(IV.2)}$$

Les réponses de ces modèles en traction uniaxiale sont représentées sur la Fig. IV.18. On rappelle que les coefficients sont calculés respectivement à partir de nos mesures (IV.1) et des données de Rubod *et al.* (2007a) (IV.2).

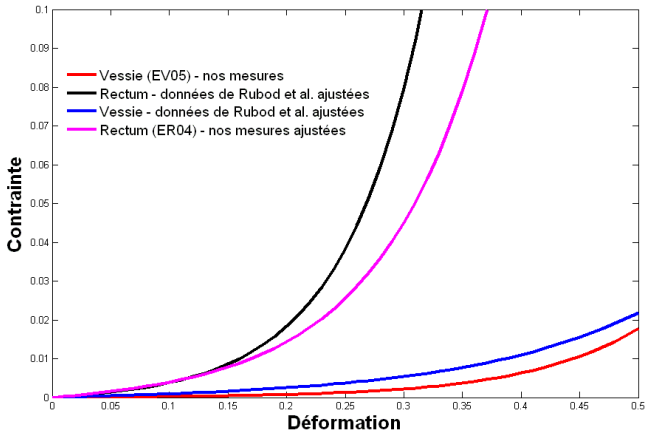



**Figure IV.18**: Réponses de la vessie et du rectum selon les lois de comportement hyperélastiques (IV.1) et (IV.2), établies après ajustement

### IV.3.2 Modélisation de la mobilité de la prostate (Étape 3)

Dans cette section, il s'agit de modéliser la mobilité de la prostate dans son environnement anatomique et de comparer les déplacements calculés aux mesures de Keros *et al.* (2006), en adoptant les lois de comportement hyperélastiques (IV.1) et (IV.2). Nous avons utilisé le modèle EF décrit dans la première partie de ce chapitre. Les paramètres physiques, principalement les pressions de distensions – fixées à 1 kPa et 0.5 kPa pour le rectum et la vessie respectivement –, les propriétés élastiques et les épaisseurs des parois rectale et vésicale – fixées à 3 mm – sont utilisés.

Nous reportons dans ce qui suit les amplitudes et les directions des mouvements simulés pour les trois organes pelviens ; ces informations sont d'un intérêt certain pour le praticien (radiophysicien et radiothérapeute).

Considérons en premier lieu les lois constitutives (IV.1) calculées à partir de nos mesures ER04 et EV05. Numériquement, la distension de la vessie montre que cet organe s'étend de $d1 \approx 38mm$ vers le haut et de $d2 \approx 19mm$ vers le bas. Cette distension provoque la retraction de $d3 \approx 7mm$ du rectum dans sa partie antéro-supérieure. La base de la prostate est entraînée par le mouvement de la vessie de $d4 \approx 3.5mm$ vers la partie postérieure du pelvis.

Quand la vessie est vide, la partie antéro-supérieure du rectum s'étend de $d5 \approx 9mm$ et se réduit à $d6 \approx 5mm$ quand la vessie est pleine.

Le rectum s'étale vers le devant par $d7 \approx 9mm$, basculant la prostate dans la partie antérieure du pelvis de $d8 \approx 10mm$, et la vessie est repoussée vers le haut de $d9 \approx 2.5mm$.

Pendant la distension simultanée du rectum et de la vessie, une expansion du rectum de $d10 \approx 6mm$ vers sa partie antéro-supérieure (rectum) est observée. La prostate est projetée vers le devant de $d11 \approx 3.5mm$ et vers le bas de $d12 \approx 2mm$.

Les di (i = 1-12) symbolisent le déplacement d'une partie d'un organe dans l'une des configurations de chargement et selon une direction précise.

Les tendances de mouvement concordent avec les observations anatomiques explicitées dans la suite. Selon Artignan *et al.* (2006), Keros *et al.* (2006) et Marchal (2006), le rectum influe le plus sur la position et la forme de la prostate mais il est lui-même influencé par la vessie et plus en amont par les poumons. De plus, il a été montré que les déplacements de la prostate sont principalement orientés dans la direction antéropostérieure. Si on revient sur les travaux reportés dans la thèse (Marchal, 2006, page. 47), les déplacements moyens dans la direction antéropostérieure, occasionnés par la réplétion rectale, sont d'environ 5 mm avec un maximum pouvant aller jusqu'à 20 mm selon le patient et le taux de remplissage (pour une prostate mesurant 4 à 5 cm). De même, le rectum entraîne des déplacements de la glande de 3 mm dans la direction supéro-inférieure (cranio-caudale). Les déplacements de la prostate dans les direction latérales sont quasi-inexistants, inférieurs à 1 mm.

Les déplacements dus à la vessie sont principalement orientés dans la direction antéropostérieure, mais également dans la direction supérieure-inférieure. Globalement, la vessie semble moins influencer la position de la prostate que le rectum. Il a été rapporté par Marchal (2006) que la combinaison d'un volume du rectum supérieur à 0.60 litre et d'un volume de la vessie supérieure à 0.40 litre conduit quasiment systématiquement à des déplacements de la prostate supérieurs à 3 mm : les déviations standards des mouvements du centre de gravité de la prostate dans les directions droite-gauche, antéropostérieur et craniocaudale sont respectivement 0.8, 2.9 et 3.3 mm.

Enfin, les résultats numériques semblent cohérents avec les mesures expérimentales (voir Marchal, 2006, page. 47), compte tenu des déviations standards.

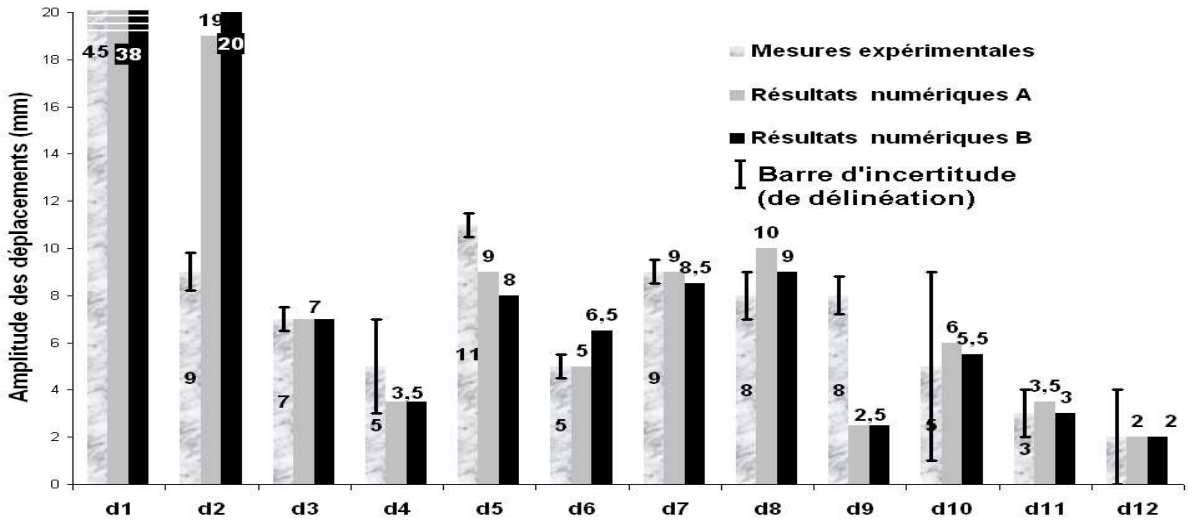



**Figure IV.19**: Comparaison entre les déplacements numériques et expérimentaux pour plusieurs zones anatomiques selon les directions. Ces déplacements correspondent à trois configurations de distension. Les di (i = 1-12) symbolisent le déplacement d'une partie d'un organe dans l'une des configurations de chargement et selon une direction précise. "Mesures expérimentales" représentent les mesures de Keros *et al.* (2006). Les "Résultats numériques" sont les déplacements calculés selon les lois constitutives, A : nos mesures élastiques ajustées , B : les données de Rubod *et al.* (2007a) ajusté(e)s

Les résultats numériques sont comparés aux mesures de Keros *et al.* (2006), issues d'un

protocole expérimental déjà décrit dans le chapitre I, et facilement exploitables dans notre étude. Il est à signaler que la géométrie du modèle numérique est issue du même sujet que celui utilisée pour l'étude expérimentale menée par ces mêmes auteurs.

On remarque que les distensions rectale et vésicale calculées ainsi que les déplacements locaux, en utilisant les lois constitutives (IV.1), sont proches des mesures de Keros *et al.* (2006) ("Résultats numériques A" & "Mesures expérimentales", Fig. IV.19, ) .

De même, un autre calcul numérique est effectué selon les lois constitutives (IV.2). Les résultats sont aussi proches des observations anatomiques. Le calcul d'erreur est effectué selon la définition :

$$erreur^{Relative} = \frac{1}{Ndonnées}\Big[\sum_{i}^{Ndonnées}(1-\frac{déplacement^{i}_{calculé}}{déplacement^{i}_{mesuré}})^2\Big]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(IV.3)}$$

où *Ndonnées* désigne le nombre de valeurs des déplacements *di* à prendre en compte dans l'équation. Dans ce cas-ci, elle prend les valeurs 12 quand on considère le mouvement des trois organes pelviens et 4 si on s'intéresse uniquement aux déplacements de la prostate.

| Erreur | Tous les di, i =1-12 | d4, d8, d11 et d12 : liés à la prostate |
|---|---|---|
| Résultats numériques A (modèle (IV.1)) | 12% | 11% |
| Résultats numériques B (modèle (IV.2)) | 13% | 8% |

TABLE IV.7: Les différentes erreurs liées au déplacements calculés par rapport aux mesures expérimentales

Le Tab. IV.7 montre que l'erreur liée aux résultats numériques "A" est meilleure que celle des résultats "B". Cette tendance s'inverse quand les seuls déplacements de la prostate sont pris en compte. Ces constatations mettent en avant la nécessité d'une représentation fidèle de la géométrie du milieu anatomique : à titre d'exemple, la présence d'un vide anatomique entre la vessie et le rectum conduit à des déplacements exagérés (d2 et d9) lorsqu'on cale les déplacements de la prostate sur les mesures expérimentales.

En prenant en compte des incertitudes de délinéation estimées à $1.6 \pm 1.96$ mm, nous pouvons considérer que les déplacements numériques "A" et "B" de la prostate sont satisfaisants.

En résumé, les valeurs des paramètres physiques identifiées et introduites dans le modèle biomécanique permettent d'avoir des prédictions numériques proches à 12% d'écart près des mesures expérimentales. Ces valeurs ont l'avantage de "vérifier" au préalable les données cystométriques d'une population représentative et d'être en cohérence avec les observations anatomiques concernant le mouvement du rectum.

### Épaisseur des parois

Nous voulons vérifier la capacité des outils numériques (MSC Marc) à prendre en compte la variation d'épaisseur pendant la distension des parois. Pour cela, nous avons examiné

l'épaisseur des parois vésicale et rectale lors de leurs distensions. L'épaisseur initiale de la paroi pour les deux organes vaut 3 mm.

Les Figs IV.20 et IV.21 montrent des parois rectale et vésicale majoritairement plus minces, après distension, avec des épaisseurs non-homogènes : des épaisseurs supérieures à 3 mm sont observées pour le rectum, dues à l'entassement local au niveau des parties supérieure et inférieure de l'organe. Le calcul numérique de l'épaisseur du rectum affiche des valeurs comparables aux valeurs déterminées expérimentalement (Fig. IV.5).

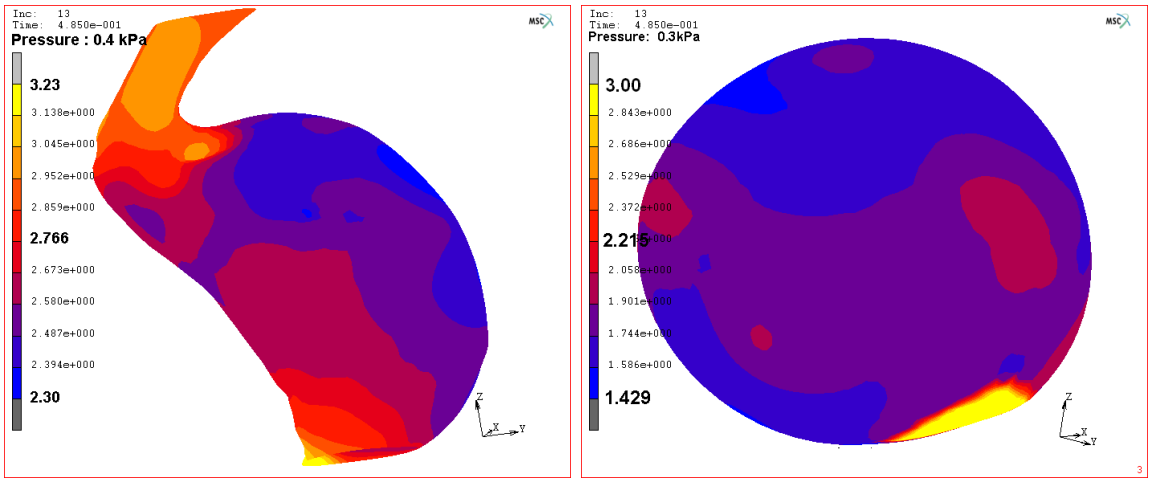



**Figure IV.20**: Iso-épaisseurs des parois rectale et vésicale lors de la distension

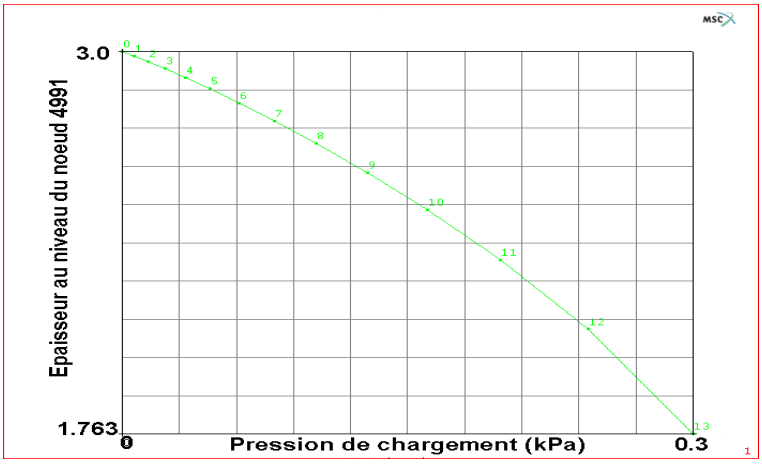



**Figure IV.21**: Evolution de l'épaisseur de la paroi vésicale en fonction de la pression

De plus, la courbe Fig. IV.21 met en évidence la décroissance de l'épaisseur vésicale quand la vessie gonfle. Cette tendance a été déjà constatée pendant le prélèvement de la vessie du porc (Section 2, chapitre3). En effet, quand la vessie est pleine, sa paroi est quasiment transparente. Une fois vide, la paroi vésicale voit son épaisseur augmenter de quelques millimètres.

### IV.3.3 Etude paramétrique

#### Etude préliminaire

Compte tenu de la variabilité des paramètres physiques, une étude de sensibilité est appropriée ; les paramètres considérés sont principalement les pressions de distensions, les propriétés élastiques et les épaisseurs des parois rectales et vésicales. La variabilité géométrique (forme, volume des organes) n'est pas prise en compte, bien que la géométrie considérée dans le modèle biomécanique de cette section corresponde à un autre patient. De même, les conditions aux limites cinématiques ne sont pas concernées par cette étude de variation afin de minimiser le nombre de paramètres à varier.

Nous nous intéressons aux valeurs des paramètres physiques permettant d'obtenir les résultats numériques A les plus proches des mesures, à savoir 0.5 kPa et 1 kPa pour les pressions internes vésicale et rectale respectivement, 3 mm pour les épaisseurs et (0.0016E-3, 1E-4) pour les modules d'Ogden du rectum et de la vessie respectivement. Cette combinaison de valeurs pour ces trois paramètres physique sera désormais désignée par "C1".

L'étude paramétrique consiste alors en variation des valeurs des paramètres physiques en les multipliant par un facteur 2 ou 0.5. On estime ensuite l'impact de cette variation sur le déplacement de la prostate et d'autres organes.

| Configuration | Pression (kPa) | | Épaisseur (mm) de la paroi | | Lois(MPa) constitutives | | Déplacements numériques absolus (mm) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | R. | V. | R. | V. | R. | V. | Devant du R. | Haut de V. | Base de P. | Apex de P. |
| **C0** | 0.5 | 0.25 | 3 | 3 | 16E-3 | 1E-4 | 3,50 | 22,00 | 4,00 | 1,66 |
| C1 | x2 | x2 | | | | | 6,05 | 36,41 | 6,55 | 2,04 |
| C2 | | | x0.5 | x0.5 | | | 6,03 | 36,00 | 5,83 | 1,99 |
| C3 | | | | | x0.5 | x0.5 | 5,85 | 37,00 | 6,47 | 1,90 |
| C4 | x2 | | | | | | 6,33 | 24,82 | 8,55 | 2,19 |
| C5 | | x2 | | | | | 3,58 | 34,00 | 2,05 | 2,00 |
| C6 | | | x0.5 | | | | 6,16 | 23,18 | 7,93 | 1,66 |
| C7 | | | | x0.5 | | | 3,60 | 34,70 | 3,18 | 2,11 |
| C8 | | | | | x0.5 | | 5,91 | 23,00 | 6,57 | 1,59 |
| C9 | | | | | | x0.5 | 3,60 | 35,90 | 3,40 | 2,80 |

TABLE IV.8: Variation des pressions de distensions, des épaisseurs des parois et des modules élastiques et leur impact sur les amplitudes des déplacements. V, R et P désignent respectivement la vessie, le rectum et la prostate

**N.B.**

*Afin de discerner numériquement le mouvement de la prostate provoqué par les distensions des organes avoisinants, nous avons choisi d'augmenter – et non l'inverse – la distension vésicale et/ou rectale. De même, nous voulons éviter les déplacements exagérés et la difficulté de cerner numériquement le mouvement de la prostate, qui serait bloquée par des organes trop*

*gonflés. Par conséquent, nous avons choisi 0.25 kPa et 0.5 kPa comme valeurs des pressions internes vésicale et rectale dans la configuration initiale "C0" (Tab. IV.8) au lieu de 0.5 kPa et 1 kPa ; celles-ci sont retrouvées à à la configuration "C1".*

Le mouvement vers le haut, vers l'avant, vers le bas et dans la direction antérieure- postérieure, respectivement, de la partie supérieure de la vessie (Haut de V.), de la partie antérieure du rectum (Devant du R.), de l'apex (Apex de P.) et du devant de la base de la prostate (Base de P.) sont calculés (Tab. IV.8). Une estimation est faite en moyennant le déplacement de trois noeuds de chaque zone dans la direction indiquée.

Les résultats montrent que si le rectum n'est pas contraint par la distension vésicale (C4, C6 et C8 ; Tab. IV.8), doubler sa pression interne induit un large déplacement de la base de la prostate vers l'avant. Le tableau montre de plus que l'amplitude du mouvement de la base de la prostate vers l'antérieur est étroitement lié à la distension rectale, ce qui concorde avec les observations de Keros (2005) et Artignan *et al.* (2006) : plus la distension rectale est importante, plus la prostate est projetée vers l'avant. Par contre, si la vessie est largement gonflée (C1, C2 et C3 ; Tab. IV.8), le rectum et la prostate sont tous les deux contraints de se distendre ou de bouger respectivement vers l'avant (Résultats comparés respectivement aux déplacements C4, C6 et C8 ; Tab. IV.8).

D'autre part, la prostate descend plus quand la vessie gonfle d'avantage (C9 ; Tab. IV.8) ; ce mouvement peut être aussi contraint par la distension rectale (Comparer avec C3 ; Tab. IV.8). Le déplacement de la partie supérieure de la vessie devient plus important quand le rectum est distendu (Déplacements C1, C2 et C3 comparés respectivement aux ceux C5, C7 et C9 ; Tab. IV.8) : lors de sa réplétion, le rectum pousse la vessie vers le haut, ce que confirment aussi les observations expérimentales.

Le Tab. IV.8 montre aussi que l'augmentation du volume rectal est légèrement plus perceptible quand la pression interne est doublée que lorsque les modules d'Ogden ou l'épaisseur sont divisés par 2. Par contre, la distension vésicale est plutôt influencée par son élasticité que par le chargement. Cette différence inattendue entre l'influence des paramètres physiques sur chacun des organes peut être expliquée par la nature différente des géométries des deux organes (vessie : organe fermée ; rectum : organe ouvert) et les conditions aux limites plus contraignantes pour le rectum.

En résumé, les mouvements de la base et de l'apex de la prostate sont étroitement liés aux degrés de réplétions du rectum et de la vessie respectivement et peuvent être aussi contraints par ces mêmes distensions dans des configurations particulières comme nous l'avons mentionné auparavant. Ainsi, le mouvement de cet organe est influencé par la perturbation des paramètres physiques (augmentation de la pression, de la compliance ou diminution de la rigidité structurale) sans que cette influence varie avec le changement de paramètre perturbé.

Par ailleurs, il faut remarquer que lorsqu'on s'intéresse à un seul organe (vessie ou rectum), ces paramètres physiques sont liés les uns aux autres. Il devient donc pertinent de calculer les corrélations entre ces trois paramètres, et ce pour chaque organe pris isolement.

### Etude de sensibilité

Dans cette section, les deux modèles biomécaniques mono-organes sont reconsidérés séparément ; le premier ne contient que la vessie et le deuxième le rectum. Le but de cette section est de percevoir l'influence intrinsèque de la variation des paramètres physiques sur la distension de chacun des organes pelviens, indépendamment de leur environnement anatomique. De même, nous analyserons les corrélations entre ces paramètres, comme nous l'expliquons dans ce qui suit.

Rappelons que la sensibilité d'un paramètre est donnée par la relation suivante, écrite sous forme normée :

$$S_j^* = \frac{\beta_j}{dep(\beta)} \frac{\partial dep^{pert}}{\partial \beta_j}\bigg|_{\beta_i \quad i \neq j} \tag{IV.4}$$

où $S_j^*$ est la sensibilité vis-à-vis du $j^{ème}$ paramètre $\beta_j$ et $dep^{pert}$ la réponse perturbée du modèle en terme de déplacement quand le $j^{ème}$ paramètre subit une légère variation $\partial\beta_j$. Une forte valeur de $S_j^*$ montre une forte sensibilité de la réponse à la variation du $j^{ème}$ paramètre et *vice versa*.

Une étude analytique de sensibilité n'étant pas envisageable, nous avons traité numériquement le problème de l'estimation de la sensibilité de chaque paramètre en partant de l'approximation suivante de (IV.4) :

$$S_j^* = \frac{\beta_j}{dep} \frac{dep - dep^{pert}}{\Delta\beta_j} \tag{IV.5}$$

où $dep$ est le déplacement numérique pour le jeu de paramètres sans perturbation et $dep^{pert}$ le déplacement pour le même jeu de paramètre, dont le $j^{ème}$ paramètre subit une perturbation d'amplitude $\Delta\beta_j$.

L'étude porte sur les trois paramètres physiques que sont la pression interne, l'épaisseur de la paroi et le module élastique de l'organe pelvien (rectum ou vessie) ; elle est effectuée séparément pour chacun de ces deux organes pelviens. Les valeurs références de ces paramètres physiques sont celles employées dans "C1" (Tab. IV.8), à savoir :

| | Épaisseur de la paroi | Pression interne | Module élastique d'Ogden |
|---|---|---|---|
| Rectum | 3 mm | 1 kPa | 16E-3 |
| Vessie | 3 mm | 0.5 kPa | 1E-4 |

Ces paramètres sont perturbés tour à tour, avec six perturbations pour chacun ; -20%, -10%, -5%, +5%, +10% et +20%. Pour chaque perturbation, le déplacement vers l'antérieur et le déplacement total de l'avant et de la partie supéro-antérieur du rectum sont respectivement examinés. De même, les déplacements vers le haut, vers l'arrière et vers le bas du haut, de la partie inféro-postérieure et du bas de la vessie sont respectivement déterminés.

Les sensibilités sont calculées selon la formule (IV.5) et répertoriées dans le Tab. IV.9. On constate une sensibilité des déplacements à la variation des paramètres faible au niveau de

la vessie et plus importante au niveau du rectum ; la vessie étant dans un état fortement distendu, sa réponse perturbée en terme de déplacement $\partial dep^{pert}$ est alors faible pour une même variation de volume de réplétion vésicale, celle-ci est supposée toujours liée à l'amplitude de la perturbation subie.

| | Sensibilité $S_j^*$ du déplacement de la partie | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | haute | inférieure | inféro-postérieure | Moyenne | devant | supéro-antérieure | Moyenne |
| | **de la vessie** | | | | **du rectum** | | |
| PI | 0.29 | 0.33 | 0.363 | 0.328 | 0.738 | 0.867 | 0.802 |
| ME | -0.291 | -0.33 | -0.366 | -0.329 | -0.731 | -0.86 | -0.796 |
| EP | -0.285 | -0.477 | -0.385 | -0.382 | -0.742 | -0.83 | -0.786 |
| | Corrélation entre les paramètres | | | | | | |
| $\rho$(PI,ME) | -0.98 | -0.881 | -0.994 | -0.995 | -0.999 | -0.995 | -0.998 |
| $\rho$(PI,EP) | -0.993 | -0.677 | -0.938 | -0.961 | -0.999 | -0.994 | -0.998 |
| $\rho$(EP,ME) | 0.993 | 0.781 | 0.911 | 0.895 | 1 | 1 | 1 |

TABLE IV.9: Sensibilité du déplacement des parties de la vessie et du rectum à la variation des paramètres physiques, pression interne (PI), module élastique (ME) et épaisseur de la paroi (EP). Corrélation des paramètres physiques pris deux à deux selon la zone anatomique et la valeur moyenne

Le coefficient de corrélation linéaire est calculé entre les trois paramètres pris deux à deux. Ce coefficient permet d'estimer la dépendance affine entre deux paramètres $\beta_i$ et $\beta_j$ ; il est défini selon l'équation suivante :

$$\rho(\beta_i, \beta_j) \quad = \quad \frac{cov(\beta_i, \beta_j)}{\sqrt{var(\beta_i)}\sqrt{var(\beta_j)}} \tag{IV.6}$$

Il est compris entre -1 et 1 :
- si sa valeur absolue est égale à 1 alors il existe des constantes a et b telles que $\beta_i = a\beta_j + b$ ;
- s'il est nul alors $\beta_i$ et $\beta_j$ sont complètement découplées ;
- si sa valeur est négative alors $\beta_i$ et $\beta_j$ évoluent de manière opposée : si l'un croît, l'autre décroît.

On note "var" la variance des sensibilités de chaque paramètre et "cov" la covariance des sensibilités entre deux paramètres. L'expression de la variance-covariance s'écrit :

$$V(\beta_i, \beta_j) \quad = \quad cov(S_i^*, S_j^*) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left[S_{i\,(k)}^* - \overline{S_i^*}\right]\left[S_{j\,(k)}^* - \overline{S_j^*}\right] \tag{IV.7}$$

avec $\overline{S_i^*}$ et $\overline{S_j^*}$ les sensibilités moyennes sur l'ensemble des essais de perturbations relativement aux paramètres $\beta_i$ et $\beta_j$. Quand $i = j$, la covariance devient la variance du paramètre $\beta_j$. L'indice $k$ correspond aux taux de perturbation effectuée (-20%, -10%, -5%, +5%, +10%, +20%) et n est le nombre de perturbations, égal à 6 dans ce cas précis.

Au premier abord, nous constatons que les paramètres physiques sont fortement corrélés au niveau du rectum et moins corrélés au niveau de la vessie. Quand à la disparité des coefficients

de corrélation intra-organe, elle est plutôt remarquable au niveau de la vessie : en se limitant aux paramètres pression interne et épaisseur de la paroi, on constate une forte corrélation quand le déplacement du haut de la vessie est considéré, et une corrélation moins importante lorsque le déplacement du bas de l'organe est considéré ; les deux paramètres sont alors non-corrélés (le coefficient de corrélation vaut 67%, une valeur largement inférieure à 95%, à partir de laquelle deux paramètres peuvent être considérés comme corrélés). Les valeurs négatives indiquent que la variation des deux paramètres doit se faire de façon opposée (croître / décroître) pour obtenir la même influence sur les résultats : on doit croître la pression de chargement ou diminuer l'épaisseur de la paroi pour que les déplacements augmentent.

En résumé et dans le souci d'améliorer la qualité des simulations, les corrélations déterminées peuvent être utilisées de la façon suivante : pour le rectum, la variation d'un des trois paramètres est suffisante pour le même résultat. Par contre, pour la vessie, selon le résultat recherché et la localisation du déplacement à améliorer, il faut bien distinguer les paramètres et leurs influences.

## IV.4 Conclusion

Nous avons exploité les observations anatomiques, à savoir les données cystométriques du CHU Brabois et les mesures de Keros *et al.* (2006), pour valider nos résultats numériques et affiner les paramètres matériau de la vessie et du rectum selon la démarche suivante :

- Dans un premier temps, les valeurs "brutes" sont identifiées à partir des essais de traction réalisés sur des échantillons porcins (Tabs. III.10 à III.13 dans chapitre 3).
- Par comparaison aux données cystométriques et aux observations anatomiques nous avons pu "valider" une loi de comportement pour chacun des organes pelviens.

En appliquant une pression intra-vésicale de 0.5 kPa, une pression intra-rectale de 1 kPa et en attribuant une valeur de 3 mm aux épaisseurs des parois, on constate que les simulations concordent avec les données expérimentales quand on utilise les lois constitutives (IV.1) et (IV.2) dont les coefficients sont les suivants :

| Coefficients d'Ogden | Mesures réalisées | | Données de Rubod *et al.* (2007a) | |
|---|---|---|---|---|
| | ER04 (Rectum) | EV05 (Vessie) | rectales | vésicales |
| Module d'Ogden pondéré ? | oui | non | oui | oui |
| Module d'Ogden (MPa) | 16E-3 | 1E-4 | 0.001 | 7.5E-4 |
| Coefficient exponentiel | 11.15 | 10.36 | 14.598 | 6.76 |

TABLE IV.10: Coefficients du modèle d'Ogden d'ordre 1, déterminés à partir des données expérimentales et ajustés aux observations anatomiques

Par la suite, ces paramètres ont été intégrés dans le modèle biomécanique constitué de la prostate, le rectum, la vessie et quelques ligaments. Une surface rigide est rajoutée en-dessous de la prostate pour modéliser le plancher pelvien. Les conditions aux limites cinématique sont appliquées pour prendre en compte les blocages induits par l'environnement anatomique. Les déplacements numériques sont alors comparés aux mesures de Keros *et al.* (2006). Une bonne concordance est alors obtenue quand aux déplacements de la prostate avec un écart relatif de 8%.

Après quoi, une étude de sensibilité aux trois paramètres physiques les plus importants – les pressions internes, l'épaisseur des parois et les coefficients des lois constitutives – a été menée. Les résultats permettent de prendre en considération la variabilité des paramètres physiques constatée au niveau des données expérimentales. Nous avons démontré que ces paramètres sont corrélés deux à deux avec des coefficients de corrélations (en valeur absolue) variables, mais très proches de 1 au niveau du rectum.

Les limitations du modèle biomécanique concernent la géométrie, la nature du chargement et les lois constitutives. Ces limitations font l'objet des discussions du chapitre suivant. D'ailleurs, même la démarche utilisée pour créer un modèle biomécanique à partir des images scanner est longue et parfois fastidieuse.

# V

# Discussion : vers un modèle biomécanique plus complet

Une analyse critique du modèle biomécanique développé dans cette thèse est menée. Elle débouche sur un ensemble de perspectives, relatives notamment aux aspects suivants :

- la représentation de la géométrie ;
- la prise en compte des conditions de réplétion ;
- l'identification de lois de comportements plus représentatives ;
- l'effet de la respiration et la construction d'un modèle dynamique ;
- la possibilité d'automatiser les différentes étapes de la simulation dans un logiciel exploitable par les radiophysiciens, objectif ultime de ce travail.

**Sommaire**


**V.1 Modélisation biomécanique enrichie . . . . . 96**
V.1.1 Représentation géométrique enrichie . . . . . 96
V.1.2 Réplétion vésicale . . . . . 98
V.1.3 Lois de comportement . . . . . 98
V.1.4 Effet de la respiration . . . . . 100
**V.2 Automatisation du processus . . . . . 101**
**V.3 Conclusion : amélioration des marges . . . . . 104**

# V.1 Modélisation biomécanique enrichie

## V.1.1 Représentation géométrique enrichie

La description de la région pelvienne proposée dans la première section du chapitre I et la Fig. A.2 de l'Annexe 1 montrent la limitation de la représentation géométrique adoptée dans notre modélisation géométrique. En effet, la géométrie de plusieurs entités anatomiques est absente dans le modèle. Ces entités sont tels que le ligament pubo-vésical, le fascia recto-vésical, le cul de sac recto-vésical de Douglas, le fascia ombilico pré-vésical, le plexus veineux formant la loge prostatique, les membranes élévateurs de l'anus qui entourent de part et d'autre la prostate , les vésicules séminales et la totalité du plancher pelvien. A titre indicatif, l'absence de la poche de Douglas fait que la différence observée entre les déplacements calculés et les mesures expérimentales au niveau des d1, d2 et d9 sur la Fig. IV.19 ($2^{ème}$ partie du chapitre 4) est plus importante quand on essaye d'améliorer les déplacements de la prostate (voir l'évolution opposée des erreurs au Tab. IV.7). Il en résulte la difficulté d'améliorer le réalisme des simulations sans prendre en compte la présence structurale de certaines entités anatomiques dans le modèle biomécanique.

A défaut de représenter géométriquement tous le système anatomique, l'influence des certains organes a été traduite via des conditions aux limites. Ceci présente l'avantage de mener des calculs moins lourds. Cependant, ces conditions aux limites sont incapables de reproduire fidèlement tous les effets cinématiques et statiques engendrés réellement par la présence des entités anatomiques. Des tentatives d'amélioration de la représentation géométrique sont effectuées en plusieurs étapes dans ce qui suit.

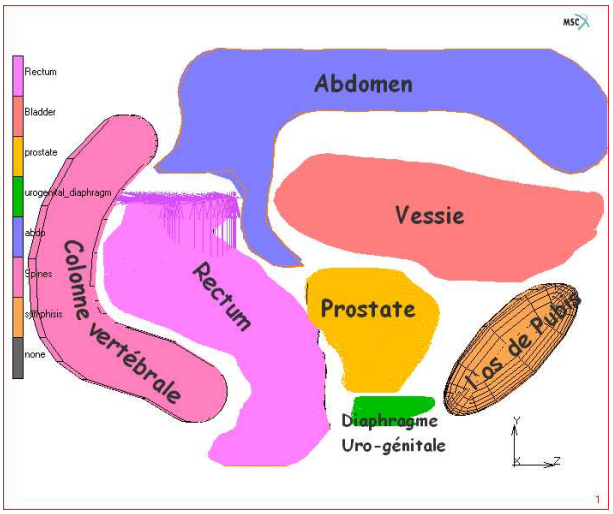



**Figure V.1**: Modèle géométrique issu d'un autre patient. La colonne vertébrale, l'os de pubis et l'abdomen sont des représentations empiriques de l'environnement anatomique des organes pelviens

La Fig. V.1 montre entre autres deux corps rigides qui représentent de façon schématique la colonne vertébrale (dans la partie postérieure du rectum) et l'os du pubis (une sorte d'ellipsoïde dans la partie antéro-inférieure de la vessie). Un troisième corps déformable est introduit dans la partie supérieure de la région pelvienne, afin de simuler la présence de la partie abdominale

au dessus du pelvis. Des éléments poutre sont aussi introduits pour lier la vessie à la prostate, la prostate au diaphragme et la vessie à l'os de pubis. La simulation (Fig. V.2) montre que le rectum s'étale dans toutes les directions, même vers le postérieur, mais majoritairement vers l'avant. De même, la vessie s'étend dans toutes les directions. En raison de la présence d'entités anatomiques, la vessie gonfle majoritairement vers le haut et faiblement vers la partie inféro-antérieure. Ce modèle biomécanique apporte des améliorations qualitatives des simulations puisque les observations constatées concordent avec celles effectuées par (Keros *et al.*, 2006; Marchal, 2006), mettant en exergue l'intérêt d'une représentation géométrique enrichie.

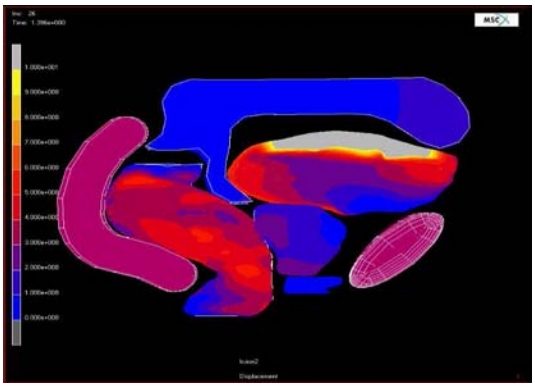


**Figure V.2**: Réplétions rectale et vésicale. Le rectum s'étend dans toutes les directions, même vers le postérieur, mais majoritairement vers l'avant. De même, la vessie s'étend dans toutes les directions, mais la présence des entités anatomiques environnant fait qu'elle gonfle majoritairement vers le haut

Dans cette optique, la présence des os, des ligaments et de quelques membranes telles que le diaphragme urogénital est essentielle pour éviter l'alternative de conditions cinématiques très fortes telles que le blocage du postérieur du rectum ou de l'antérieur de la vessie. Par la suite, nous avons construit la géométrie des os de la région pelvienne (Fig. V.3).

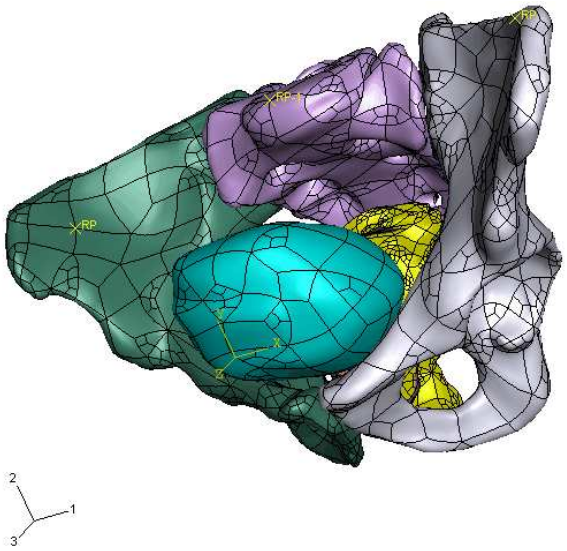
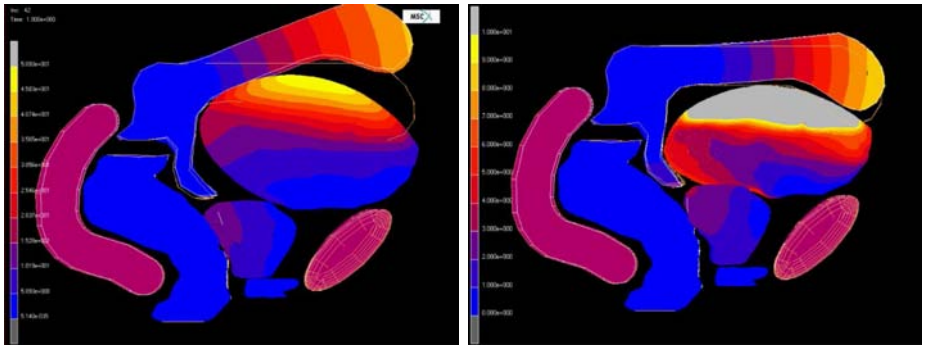



**Figure V.3**: Géométrie de l'os du pubis et des trois organes pelviens (rectum, vessie prostate) obtenue à partir des images scanner au CAV

L'os du pubis englobe presque toute l'anatomie pelvienne, il interagit avec le mouvement des membres inférieures et exerce des contraintes cinématiques sur l'ensemble pelvien. Sa reproduction dans un modèle biomécanique avec la mise en place des contacts nécessaires pourrait améliorer le réalisme des simulations numériques.

### V.1.2 Réplétion vésicale

La distension vésicale calculée par éléments finis (EF) est plutôt proche de la distension d'un ballon qui gonfle dans toutes les directions de façon homogène (Fig. V.4 gauche). Ceci contredit les observations physiques concernant le comportement d'un réservoir élastique lors de sa réplétion avec un liquide. En réalité, la vessie se rempli avec un liquide qui exerce une pression de plus en plus importante sur sa partie basse (principe hydrostatique). Cet organe s'aplati donc, puis gonfle dans sa partie supérieure sans que sa partie inférieure ne décolle.



a. b.

**Figure V.4**: Réplétion vésicale calculée en imposant deux modes de chargement : a. une pression interne homogène b. un chargement évolutif avec une pression interne plus importante vers le bas

L'application d'une pression vésicale interne hétérogène dans les simulations est alors faite en deux étapes. En effet, la première consiste à l'application de trois pressions, de différentes amplitudes, chacune sur une partie distincte de la vessie : partie basse, partie moyenne et partie haute. Dans une première étape, nous n'avons chargé que les deux parties inférieures. Après quoi, l'organe est soumis entièrement à une pression interne qui décroît du bas vers le haut. Les résultats de la simulation (Fig. V.4 droite) montrent une meilleure description de la réplétion vésicale obtenue numériquement, plus proche de la réalité de remplissage de la vessie.

En raison de la difficulté d'application de ce chargement complexe, il faudra faire des simulations numériques avec des codes de calculs qui font intervenir la pression hydrostatique, notamment en ce qui concerne la modélisation de la réplétion vésicale.

### V.1.3 Lois de comportement

Une modélisation précise du comportement mécanique des tissus biologiques requiert à la fois des données expérimentales fiables et des lois constitutives choisies de façon à décrire fidèlement ces données. Le premier critère est fortement lié au protocole expérimental adopté ; il doit permettre une bonne reproductibilité des mesures des propriétés élastiques des tissus

biologiques. A cette fin, il est nécessaire de respecter rigoureusement les points suivants :

- séparer les échantillons selon le sujet de provenance (on parle du même animal) ;
- respecter les mêmes conditions de conservation d'échantillons ;
- respecter l'anisotropie pendant la découpe des éprouvettes ;
- contrôler la précision de la découpe ;
- disposer d'un nombre suffisant (population représentative) d'éprouvettes issu de chaque échantillon (organe).

Pour obtenir une meilleure caractérisation des tissus biologiques (encore frais), il est essentiel de respecter en plus les points suivants :

- temps de conservation court dans une solution isotonique ;
- mettre en place un dispositif de découpe d'éprouvettes plus évolué en vue d'un gain de temps et de précision des dimensions ;
- mener les essais dans des bains salins afin d'éviter le dégorgement (déshydration) des tissus biologiques.

Ces conditions permettent de préserver l'intégrité du tissu biologique et de garantir des mesures proches des conditions in-vivo. Il serait par ailleurs de première importance de pouvoir mener des mesures sur des tissus humains dans la mesure où on considère la différence anatomique entre l'homme qui est bipède et le porc qui est quadrupède.

Il faut également bien choisir les lois constitutives pour mieux décrire le comportement mécanique du tissu biologique : il conviendrait ainsi d'exploiter de façon plus extensive les lois constitutives introduites dans le deuxième chapitre. Par ailleurs, les modèles de Yeoh et Ogden de premier ordre sont deux lois de comportement quasi-linéaires et susceptibles de bien décrire le chargement unidirectionnel. Il va falloir vérifier la capacité de ces lois, voire éventuellement trouver d'autres lois non-linéaires susceptibles de mieux décrire les sollicitations multiaxiales (une fois les mesures multiaxiales disponibles).

Une tentative de prise en compte du comportement hyper-viscoélastique a été menée : le comportement viscoélastique est mis en exergue en terme de volume vésical obtenu suite à la réplétion vésicale sous pression de 0.5 kPa. Ce chargement a été appliquée sous forme d'une rampe linéaire pendant une durée variable, allant de 0.1 à 100 secondes. Les coefficient d'Ogden et de Prony, calculés à partir de EV02, sont introduits dans ce modèle et les volumes sont calculés dans le Tab. V.1 :

| temps de calcul (s) | 0.1 | 1 | 10 | 100 |
|---|---|---|---|---|
| Volume (litre) | 0.523 | 0.53 | 0.539 | 0.541 |

TABLE V.1: Volume vésical obtenu sous pression interne de 0.5 kPa appliquée pendant une durée variable, allant de 0.1 à 100 secondes. La comportement hyper-viscoélastique est considéré

La comparaison entre les volumes obtenus montre l'influence de la durée de chargement sur la réplétion de la vessie quand la loi de comportement de la paroi prend en compte l'effet de la viscosité. Une différence sensible entre les volumes calculés met en évidence l'état de fluage de la paroi de l'organe. En réalité, le remplissage de la vessie jusqu'à un volume constant pendant une certaine durée impose plutôt un allongement suivi de relaxation de la paroi

vésicale, d'où l'importance d'une modélisation plus réaliste de la réplétion vésicale, telle que nous l'avons évoqué dans la section précédente (pression hydrostatique).

En conclusion, l'effet du temps dans les interactions de la région pelvienne ne peuvent être pris en compte que lorsqu'on considère un comportement viscoélastique du tissu biologique approprié dans le modèle biomécanique.

### V.1.4 Effet de la respiration

Les mesures expérimentales de Keros *et al.* (2006) sont en partie réalisées en prenant en considération la réplétion pulmonaire. Il convient alors de reproduire l'effet de la respiration –chargement cyclique– de façon concomitante avec les réplétions rectale et/ou vésicale.

D'après les observations anatomiques, les poumons agissent directement sur le diaphragme abdominal qui se déplace en moyenne de 5 cm d'amplitude dans la cage thoracique. Cette amplitude se réduit en allant vers le bas, ainsi que vers le pelvis. Comme on l'a déjà remarqué dans le premier chapitre, cette influence ne dépasse pas les quelques millimètres au niveau de la prostate. La question qui se pose est la suivante : comment faire pour reproduire numériquement l'influence de la respiration sur le milieu pelvien ?

Si l'on examine le comportement d'un cube soumis à une compression sur sa facette supérieure, on constate un gradient de déplacement décroissant des niveaux supérieurs vers les niveaux inférieurs du cube.

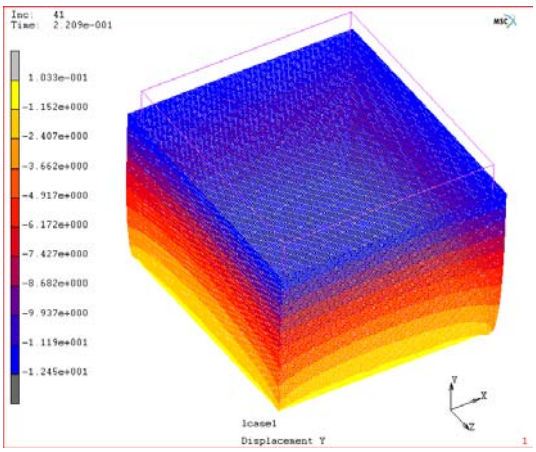
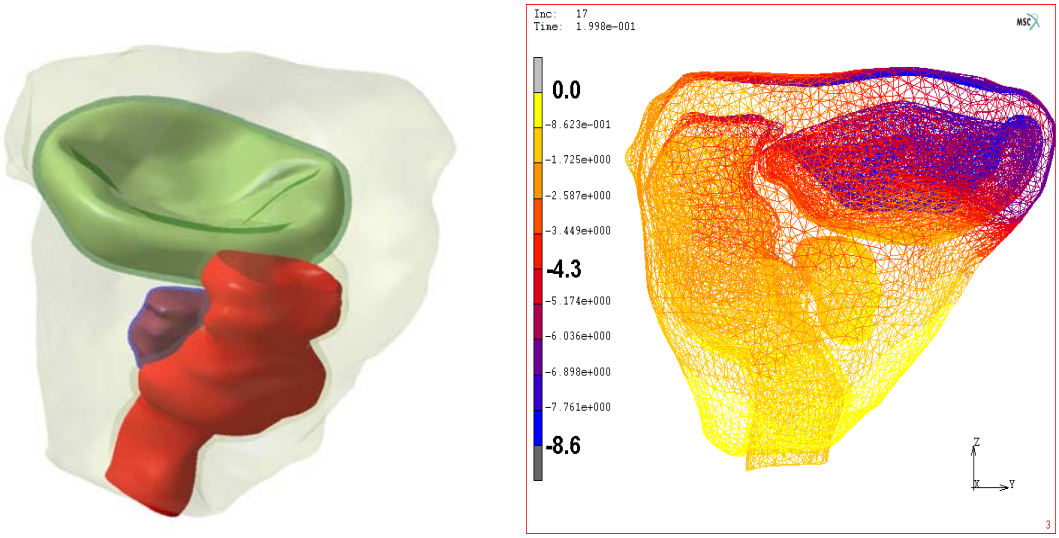



**Figure V.5**: Iso-déplacements (mm) d'un cube comprimé sous l'effet d'une pression exercée sur sa facette supérieure : du jaune vers le bleu, un gradient de déplacement croissant est observé

Dans cet esprit, une manière de représenter l'état de la respiration au niveau de la région pelvienne est d'introduire un milieu 3D homogène (Fig. V.6) entourant les trois organes pelviens (prostate, vessie et rectum). Ce remplissage représente les entités anatomiques du pelvis tels que les fascias, les vaisseaux sanguins, la graisse et les vésicules séminales. L'autre avantage de cette modélisation réside dans le remplacement de certaines des conditions cinématiques trop fortes employées dans le modèle de base telles que les blocages imposés aux organes pelviens dans certaines directions.

Le résultat de la simulation de l'effet de la respiration est satisfaisant (Fig. V.6. b). En effet,

l'ensemble anatomique est entassé, ce qui engendre un déplacement de la prostate conforme aux observations décrites (premier chapitre) relatives à la séance d'échographie endorectale : la prostate bouge verticalement vers le bas, atteignant une amplitude de 2 mm quand une pression abdominale de 5 kPa est exercée. Par ailleurs, il a été rapporté dans le travail de thèse de Marchal (2006) que la respiration a une influence sur le mouvement de la prostate en engendrant un déplacement dans la direction antéro-postérieure égale à 1.6 ±1.1 mm et un déplacement dans la direction supéro-inférieures de 2.9 ±1.7 mm ; ces constats concordent avec les déplacements numériques obtenus de l'apex vers le bas, et de la partie supérieure de la glande vers la zone postérieure, soit 1 mm.




a. b.

**Figure V.6**: a. Milieu plein 3D homogène (gris transparent) entourant les trois organes pelviens (rectum, vessie prostate) b. Isovaleurs de déplacement (mm) selon l'axe z : l'ensemble est entassé sous la pression (compression) exercée.

La limitation de ce modèle est le temps de calcul lourd et la difficulté de simuler les réplétions rectale et/ou vésicale ; ces difficultés sont naturellement liées au grand nombre d'éléments supplémentaires rajoutés provenant du remplissage et au contact imposé sur toutes les surfaces d'organes pour éviter les inter-pénétrations avec le milieu environnant.

## V.2 Automatisation du processus

Dans le chapitre précédent, la démarche nécessaire pour la modélisation biomécanique du domaine anatomique a été expliquée. Rappelons que le but ultime de ce projet est d'exploiter les résultats des simulations numériques en temps réel, à des fins médicales à savoir la réduction des marges utilisées dans la radiothérapie. Ceci a deux corollaires : i) d'une part, la rapidité de modélisation et d'exploitation des résultats offerte ii) et d'autre part, les résultats doivent être exploitables en dosimétrie sans avoir à intervenir sur l'aspect mécanique de la modélisation. Ces précautions et ce cahier des charges nous conduisent à concevoir une sorte de boîte noire dont l'entrée se résume aux images scanner et d'autres paramètres physiques (contours des structures, pression interne ; propriétés élastiques) et la sortie consiste en le

mouvement de la prostate en temps réel. Cette boîte noire est un programme informatique comprenant plusieurs sous programmes réalisant chacun une tâche spécifique :

- Analyse d'image : un code qui fait les contours des organes - délinéation / segmentation. La sortie de ce code est le nuage de points en 3D représentant les organes pelviens.
- Code CAO - Mailleur automatique : dans cette étape, le code est capable de fournir une géométrie discrétisée d'une manière optimale pour un calcul éléments finis complexe.
- Code EF : un code éléments finis approprié pour des géométries très distordues, des lois constitutives développées et des contacts variés.
- Transfert de données : ce programme final doit pouvoir transmettre des informations concernant le mouvement de la prostate en temps réel lisible par le système de radiothérapie.

Dans cette section, nous montrons la faisabilité d'une automatisation du processus de modélisation selon les étapes décrites ci-dessus. Pour ce faire, j'ai choisi de travailler sur Matlab en 2D. Des limitations en termes de contacts et de lois constitutives sont présents dans cette modélisation. Le programme est développé en partant d'une image en 2D en coupe sagittale [1] (FigV.7) :

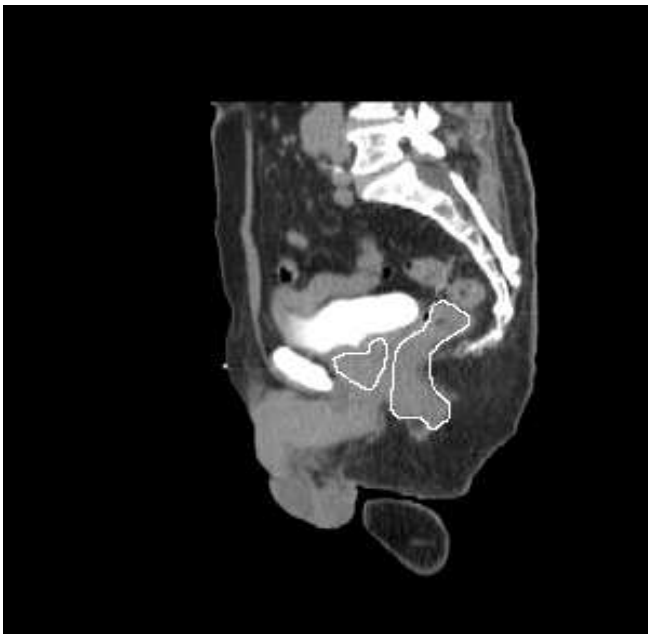


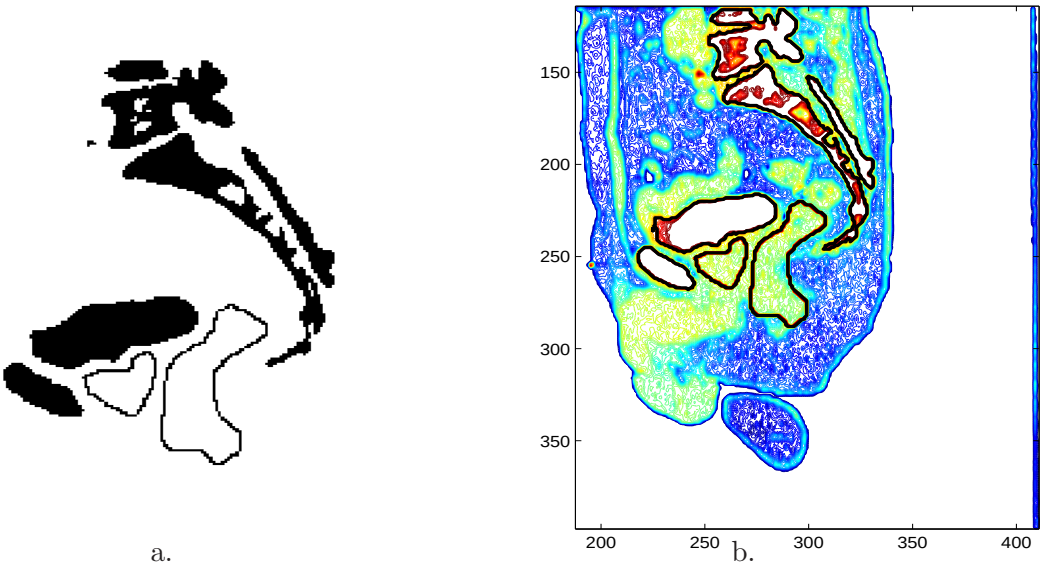
**Figure V.7**: Coupe sagittale de la zone pelvienne chez un patient.

Cette image a été obtenue grâce au logiciel "iQ-VIEW 3D" à partir de l'ensemble des coupes tomographiques transverses effectuées au niveau du bassin pelvien. Os et vessie (avec produit de contrast) sont clairement visibles sur l'image. Par contre, le rectum et la prostate sont difficiles à distinguer et sont par conséquent contourés manuellement. Aujourd'hui, grâce au progrès dans l'imagerie médicale et dans l'analyse d'images, des algorithmes sophistiqués sont capables de faire la délinéation automatique des images scanner, sous contrôle d'experts. Le

1. Plan médian (au milieu), vertical et dans le sens antéropostérieur (d'avant en arrière).

code Matlab élaboré permet de détecter les contours des surfaces ayant un niveau de gris seuil déjà pré-défini.

Le code fournit le seuillage et les contours représentés sur les Figs. V.8 :




a. b.

**Figure V.8**: a. Seuillage selon le niveau de gris b. Contours des organes après seuillage

Les contours sont enregistrés dans des matrices ; celles-ci servent à créer les géométries (Fig. V.9) ainsi que le maillage (Fig. V.10) pour le calcul EF.

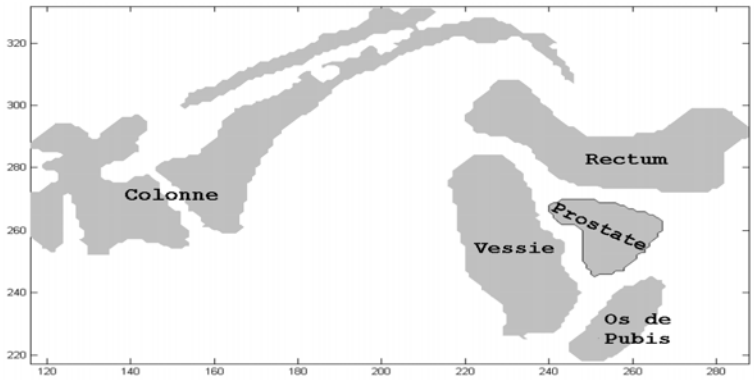



**Figure V.9**: Géométrie en 2D reconstruite après le transfert des contours

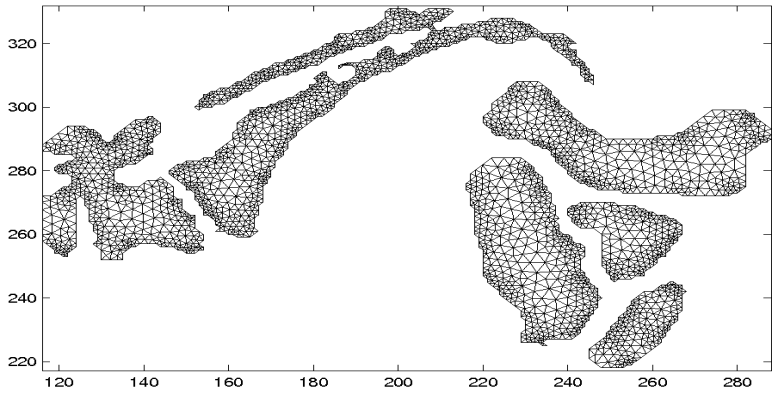



**Figure V.10**: Maillage du modèle en 2D

Des conditions aux limites sont définies en terme de déplacements et de chargement. Les déformations sont par la suite calculées : à titre d'exemple, on obtient la Fig. V.11 qui illustre la déformation du rectum et de la vessie.

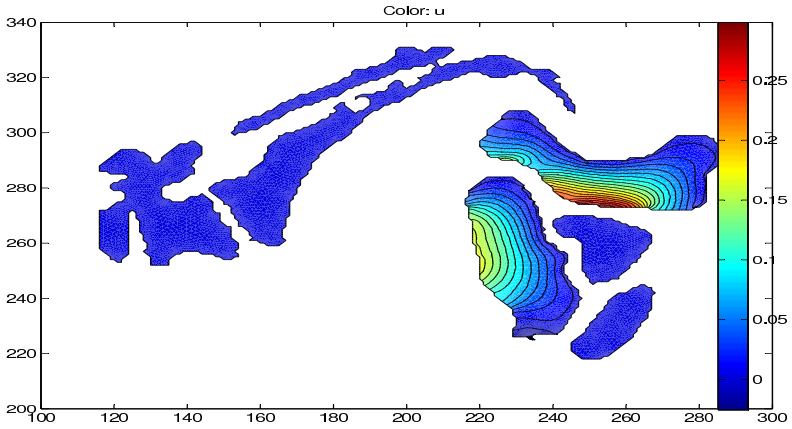



**Figure V.11**: Déformations (en isovaleurs) de la vessie et du rectum, soumis à un chargement le long d'une partie de leurs contours

## V.3 Conclusion : amélioration des marges

Il a été montré dans la revue de Artignan *et al.* (2006) que l'utilisation de marqueurs intra-prostatiques permettait par rapport à l'échographie une diminution des marges de 2.9 mm dans l'axe antéropostérieur, de 2.7 mm dans l'axe supéroinférieur et de 2.8 mm dans l'axe droite-gauche pour couvrir le même pourcentage de volume cible anatomoclinique. De même, Keros *et al.* (2006) ont pu réduire les marges en considérant connue la mobilité de la prostate (voir pages 13 et14 de ce rapport). La réduction des marges obtenue par ces auteurs en soustrayant des valeurs de la marge initiale les valeurs de la marge finale, est de :

- 2 mm sur le bord latéral droit ;
- 2 mm sur le bord latéral gauche ;
- 3 mm sur le bord antérieur ;
- 3 mm sur le bord postérieur au centre ;

- 5 mm sur le bord postérieur droit ;
- 6 mm sur le bord postérieur gauche ;
- 0 mm sur le bord supérieur et inférieur.

Il faut rappeler que les marges initiales que Keros *et al.* (2006) espéraient améliorer, sont importantes, allant jusqu'à 13 mm sur le bord postérieur gauche. Ceci explique pourquoi le gain est aussi important.

Nous rappelons que le volume PTV irradié englobe le CTV et sa mobilité en plus des erreurs de repositionnement, les erreurs liées à l'équipement, les incertitudes sur la conformation du collimateur à la zone tumorale et le reste des erreurs liées à la préparation et à la mise en place du traitement. Supposons que le CTV est immobile par rapport au système d'irradiation, – ce qui revient en même par changement de référentiel si on utilise un dispositif d'irradiation capable de suivre en temps réel le mouvement de CTV – le PTV se réduit alors au CTV en plus des marges autour de ce dernier qui prennent en compte les incertitudes citées ci-dessus. La discussion de ce chapitre permet de déceler les améliorations à apporter au modèle biomécanique actuel dans le but de réaliser un modèle capable de prédire en temps réel le mouvement de la prostate dans son environnement anatomique ; l'objectif visé est de pouvoir réduire les marges autour du CTV.

Les limitations du modèle actuel sont attribuées aux facteurs suivants :

**Interactions :** il faudra prendre en compte les réplétions rectale et vésicale de façon concomitante avec l'effet de la respiration. Les autres effets comme la toux et les contractions pelviens sont aussi importantes dans un modèle biomécanique complet.

**Environnement anatomique :** plusieurs entités anatomiques doivent être reproduites dans le modèle. Le remplissage employé pour simuler la respiration n'est pas représentatif de la forte hétérogénéité du milieu pelvien.

**Caractérisation des tissus biologiques :** des essais de traction en biaxial sont essentiels pour identifier les lois de comportement. Par ailleurs, il est important de mener des mesures sur des échantillons humains.

**Lois de comportement :** il est important de prendre en considération l'hétérogénéité et l'anisotropie des tissus biologiques dans les lois constitutives.

Un modèle complet doit pallier ces limites. De plus, si on arrive à automatiser tout le processus de construction de la géométrie, la modélisation et la simulation, il deviendra facile de mettre en place un outil numérique capable de calculer le mouvement de la prostate en temps réel, où à la rigueur l'emplacement de la prostate pré-opératoire.

Admettant que cet outil existe et supposons qu'on dispose d'un système de radiothérapie (robotique) permettant de suivre en temps réel le mouvement de prostate, les marges appliquées pourront se réduire aux incertitudes de repositionnement, de l'équipement et à celles liées à la préparation et à la mise en place du traitement, celles-ci étant combinées. Les marges finales obtenues sont calculées selon l'une des méthodes existantes, exposées dans (Keros, 2005, page 57). La formule de Van Herk donne une valeur de ces marges :

$$Marge = 2.5\Sigma + 0.7\sigma$$

Les marges sont calculées directement à partir des valeurs d'erreurs systématique $\Sigma$ et aléatoire $\sigma$ – suivant les directions orthogonales craniocaudale, gauche-droite et antéro-postérieure – déterminées à partir des incertitudes, déjà citées, toutes confondues. Pour avoir des valeurs concrètes, il faut évaluer ces incertitudes.

Wu *et al.* (2001) ont mené une étude sur 13 patients débouchant sur les valeurs d'incertitudes liées au repositionnement, répertoriées dans le tableau suivant :

| Type d'erreur | Erreur moyenne (mm) | Intervalle de variation (mm) |
|---|---|---|
| Aléatoire | 2.2 | 0.2 - 7.3 |
| Systématique | 1.4 | 0.3 - 3.3 |

D'après ces valeurs, la marge liée uniquement aux incertitudes de repositionnement couvrant 95% du CTV vaut alors 5 mm ; soit une valeur inférieure aux 10 mm actuellement utilisée dans la radiothérapie.

Enfin, nous pouvons espérer avec le progrès technologique de réduire les incertitudes de préparation et les autres erreurs techniques. La réduction des marges sera alors bénéfique à la condition d'utiliser un système de dosimétrie qui suit le mouvement de la prostate selon les prédictions calculées en temps réel, grâce à un outil métier dévolu à cette tâche.

# Conclusion générale

Ce travail est consacré à la modélisation de la mobilité de la prostate occasionnée par la réplétion des organes (rectum, vessie) et des entités anatomiques qui constituent son environnement. Il est mené dans le cadre d'une collaboration entre un centre hospitalier spécialisé dans le traitement du cancer (le Centre Alexis Vautrin) et une équipe de mécaniciens, dans le contexte du traitement du cancer de la prostate par radiothérapie externe. L'objectif est de développer un outil de simulation prédictif de la mobilité prostatique d'origine mécanique, en vue de réduire les marges autour de la tumeur. Le but recherché est une contribution à l'amélioration du rendement de la radiothérapie externe, dans le sens d'une irradiation plus ciblée et donc plus précise et plus efficace.

Ce travail a jeté les bases d'une approche biomécanique qui intègre des données anatomiques (images scanner issues de différents patients) pour la construction d'un modèle de la région pelvienne et de ses interactions, conduisant ensuite à des simulations du mouvement et de la déformée des organes pelviens par une méthode de discrétisation (éléments finis). La démarche mise en oeuvre peut être synthétisée par les étapes suivantes :

- Acquisition des images scanner et construction de la géométrie à partir de ces images.
- Exportation de la géométrie vers un logiciel éléments finis (EF) et discrétisation de cette même géométrie.
- Caractérisation des propriétés mécaniques des tissus biologiques par des essais mécaniques et identification des paramètres des lois de comportement choisies.
- Modélisation des conditions aux limites, d'ordre statique (pressions de réplétion) et cinématiques (blocages dus à la présence d'entités anatomiques rigides).
- Définition du contact entre organes ainsi que des liens entre les entités anatomiques.
- Simulations numériques : analyse et validation par comparaison avec des mesures de déplacements de certains points à la surface des organes pelviens.

En ce qui concerne la caractérisation du comportement des organes pelviens (vessie, rectum), la grande disparité de données de mesures des organes pelviens dans la littérature nous a conduits à mettre au point un protocole de mesure indépendant, sur des échantillons porcins, animal réputé proche de l'homme. Les paramètres des lois hyperélastiques d'Ogden (premier ordre) et de Yeoh ont été identifiés, par une démarche de recalage sur des données cystométriques obtenues au CHU (Brabois) et de mobilité du rectum. Les déplacements simulés concordent de façon satisfaisante (dans la limite d'un écart de 8%) avec des mesures de déplacement réalisées au niveau de la prostate.

La caractérisation des tissus pelviens est une des pierres d'achoppement principale de notre démarche ; une première campagne de mesures a montré une disparité assez importante des

réponses des éprouvettes testées ex vivo. Outre la dispersion de propriétés inhérentes au vivant, cette variabilité est sans doute due pour une part importante au protocole de mesure adoptée encore largement perfectible, ainsi qu'au manque d'échantillons qui auraient permis une campagne de mesures plus systématique. La définition d'un protocole de mesure de tissus mous du vivant pose des problèmes bien spécifiques, tels que la découpe des éprouvettes à des dimensions parfaitement contrôlées, la préhension des échantillons, leur hétérogénéité, leur nature multiphasique. Il est par ailleurs évident que le comportement ex vivo peut être très différent de celui qui serait mesuré in vivo.

Compte tenu de la complexité de l'anatomie de la région pelvienne, la modélisation repose sur des simplifications, notamment en termes de :

- Représentation de l'anatomie de la région pelvienne. Il n'est pas possible de tenir compte de l'ensemble des entités anatomiques présentes, ni de l'hétérogénéité de ces entités. Notre stratégie a consisté en un enrichissement progressif du modèle, associé à une étude de sensibilité vis-à-vis des paramètres jugés les plus importants.
- Conditions aux limites et de liaisons entre entités anatomiques : contact entre organes, blocages cinématiques, présence de ligaments et de fascia.

Les simulations réalisées dans ce travail sur la base du modèle développé laissent envisager une réduction des marges autour de la zone cible. En supposant que l'on puisse suivre avec précision le mouvement de la zone cible des radiations, les marges appliquées pourront se réduire aux incertitudes de repositionnement, d'équipement et celles liées à la préparation et à la mise en place du traitement, ces dernières étant combinées.

Les points principaux sur lesquels doivent porter les efforts d'amélioration de notre démarche dans l'avenir sont mentionnés ci-dessous.

**Perspectives**

D'un point de vue de l'identification des lois de comportement, la poursuite des campagnes d'essais sur un nombre plus important d'échantillons et dans des conditions mieux contrôlées viseront à réduire la variabilité des réponses mesurées. La constitution d'une base de données de tissus mous du vivant dans des conditions de sollicitation multiaxiales est une nécessité, afin de formuler des lois de comportement aptes à décrire le comportement complexe des tissus. Malgré tout, la mise au point de protocoles de mesure de propriétés de tissus biologiques humains reste un formidable défi. Il nous semble nécessaire d'incorporer cette variabilité intrinsèque au vivant dans la formulation même des lois de comportement, peut être sous forme de modèles de comportement stochastiques (pour tenir compte de la variabilité inter et intra patients). La combinaison de techniques de caractérisation différentes (indentation, essais de traction dans des conditions de sollicitations variées, mesures acoustiques ou ultrasonores) et le recoupement des mesures résultantes est également à envisager, dans une approche multi-techniques. Dans le même esprit, même si l'approche mécanicienne est d'un apport certain vis-à-vis de la problématique posée, la combinaison d'une démarche propre à la mécanique avec des techniques de recalage d'images nous semble une voie prometteuse dans l'avenir.

La prise en compte des facteurs dynamiques de mobilité tels que les réplétions vésicale et rectale, la toux ou la respiration, la présence de comportements visqueux (donc dépendants du temps), est nécessaire si l'on veut disposer d'un outil de simulation en temps réel lors des séances de radiothérapie. De même, la position des organes varie sur des durées de l'ordre de quelques jours, pour un même patient. Un modèle dynamique devra sur le long terme être capable d'intégrer ces différentes sources de mobilité. Cette perspective de temps réel requiert une automatisation de l'ensemble des étapes de modélisation, via un outil métier qui enchaîne toutes les étapes de la démarche biomécanique, de l'acquisition des images scanner à la prévision du déplacement de la zone cible. Cette tâche est rendue complexe par la lourdeur des calculs, compte tenu du caractère fortement non linéaire des problèmes mécaniques à résoudre, et du grand nombre de degrés de liberté à prendre en compte dans les simulations...

# Références


Abramowitch, S. D. Woo, S. L.-Y., 2004. An improved method to analyse the stress relaxation of ligaments following a finite ramp time based on the quasi-linear viscoelastic theory. *Journal of Biomechanical Engineering*, 126, 92–97.

Alterovitz, R., Goldberg, K., Pouliot, J., Hsu, I.-C. J., Kim, Y., Noworolski, S. M., Kurhanewicz, J., 2006. Registration of mr prostate images with biomechanical modeling and non-linear parameter estimation. *Medical physics*, 33, 1446–1454.

Arruda, E. M. Boyce, M. C., 1993. A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 41 (2).

Artignan, X., Rastkhah, M., Balosso, J., Fourneret, P., Gilliot, O., Bolla, M., 2006. Quantification of prostate movements during radiotherapy. *Cancer/Radiothérapie*, 10, 381–387.

Beard, C. J., P., Kijewski, Bussiere, M., Gelman, R., Gladstone, D., Shaffer, K., Plunkett, M., Costello, P., Coleman, C. N., 1996. Analysis of prostate and seminal vesicle motion : implications for treatment planning. *International Journal of Radiation Oncology*Biology*Physics*, 34, 451–458.

Bey, P., Beckendorf, V., Aletti, P., Marchesi, V., 2002. La radiothérapie conformationnelle dans le cancer de prostate : pour qui et comment ? *Cancer Radiothérapie*, 6, 147–153.

Bharatha, A., Hirose, M., Hata, N., Warfield, S. K., Ferrant, M., Zou, K. H., Suarez-Santana, E., Ruiz-Alzola, J., D'Amico, A., Cormack, R. A., Kikinis, R., Jolesz, F. A., Tempany, C. M., 2001. Evaluation of three-dimensional finite element-based deformable registartion of pre- and intraoperative prostate imaging. *Medical Physics*, 28 (12), 2251–2560.

Constantinou, C. E., Djurhuus, J. C., Silverman, D. E., Towns, A. B., Wong, L., Govan, D. E., 1984. Isometric detrusor pressure during bladder filling and its dependency on bladder volume and interruption to flow in control subjects. *Journal of Urology*, 131 (1), 86–90.

Cox, M., Driessen, N., Bouten, C., Baaijens, F., 2006. Mechanical characterization of anisotropic planar biological soft tissues using large indentation : A computational feasibility study. *Journal of Biomechanical Engineering*, 128, 428–436.

Crouch, J., Pizer, S., Chaney, E., Zaider, M., 2003. Medially based meshing with finite element analysis of prostate deformation. In *MICCAI 2003 proceedings*, volume LNCS 2878, pages 108–115.

de Gennes, P.-G., Bey, P., Cosset, J.-M., Fourquet, A., Giraud, P., 2003. La radiothérapie : Après un siècle d'évolution, des nouveaux traitements « sculptés » à la forme de la tumeur. Technical report, Institut Curie.

Diani, J., Brieu, M., Vacherand, J. M., Rezgui, A., 2004. Directional model for isotropic and anisotropic hyperelastic rubber-like materials. *Mechanics of Materials*, 36, 313–321.

Elkhaili, H., Salmon, J., Salmon, Y., Peter, J., Levêque, D., Pompei, D., Meunier, O., Monteil, H., Jehl, F., 1997. Interest of use of miniature pig in pharmacokinetic studies. *Journal de Pharmacie Clinique*, 16 (4), 219–223.

Erkamp, R. Q., Emelianov, S. Y., Skovoroda, A. R., Chen, X., O'Donnell, M., 2000. Exploiting strain-hardening of tissue to increase contrast in elasticity imaging. In *IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 1833–1836.

Ferlay, J., Bray, F., Pisani, P., Parkin, D. M., 2002. Globocan 2002, cancer incidence, mortality and prevalence worldwide. Technical report, International Agency for Research on Cancer, World Health Organization.

Frokjaer, J., Liao, D., Bergmann, A., Mcmahon, B., Steffensen, E., Drewes, A., Gregersen, H., 2005. Three-dimensional biomechanical properties of the human rectum evaluated with magnetic resonance imaging. *Neurogastroenterol Motil*, 17, 531–540.

Fung, Y.-C., 1993. *Biomechanics ; Mechanical properties of living tissues.* Springer-Verlag.

Gent, A. N. Thomas, A. G., 1985. Forms for the stored (strain) energy function for vulcanized rubber. *Journal of Polymer Science*, 28 (118).

Haynes, W. G. Read, N. W., 1982. Ano-rectal activity in man during rectal infusion of saline : a dynamic assessment of the anal continence mechanism. *The Journal of Physiology*, 330, 45–56.

Hensel, J. M., Menard, C., Chung, P. W. M., Milosevic, M. F., Kirilova, A., Moseley, J. L., Haider, M. A., Brock, K. K., 2007. Development of multiorgant finite element-based prostate deformation model enabling registration of endorectal coil magnetic resonance imaging for radiotherapy planning. *International Journal of Radiation Oncology*Biology*Physics*, 68, 1522–1528.

Heuillet, P. Dugautier, L., 1997. *Génie mécanique des caoutchoucs et des élastomères thermoplastiques*, chapter Modélisation du comportement hyperélastique des élastomères compacts, pages 67–103. APPOLOR-INPL-LRCCP-FIRTECH.

Holzapfel, G. A., 2000. *Non-linear solid mechanics ; A continuum approach for engineering.* Wiley.

Holzapfel, G. A., Gasser, T. C., Ogden, R. W., 2000. A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of material models. *Journal of Elasticity*, 61, 1–48.

Holzapfel, G. A. Ogden, R., editors, 2006. *Mechanics of biological tissue.* Springer.

Hu, T. Desai, J. P., 2004. Characterization of soft-tissue material properties : Large deformation analysis. In *Medical Simulation : International Symposium, ISMS 2004*, pages 28–37.

Huh, C. H., Bhutani, M. S., Farfan, E. B., Bolch, W. E., 2003. Individual variations in mucosa and total wall thickness in the stomach and rectum assessed via endoscopic ultrasound. *Physiological Measurement*, 24 (4), 15–22.

Hurkmans, C. W., Remeijer, P., Lebesque, J. V., Mijnheer, B. J., 2001. Set-up verification using portal imaging ; review of current clinical practice. *Radiotherapy and Oncology*, 58, 105–120.

Jaillet, F., Shariat, B., Vandorpe, D., 1998. Deformable object reconstruction with particle systems. *Computers and Graphics*, 22 (2-3), 189–194.

Kemper, J., Sinkus, R., Lorenzen, J., Nolte-Ernsting, C., Stork, A., Adam, G., 2004. M.R. elastography of the prostate gland : Initial in vivo application. *Rofo*, 176 (8), 1094–1099.

Keros, L., 2005. *Evaluation du mouvement et des interactions des organes de la région pelvienne ; Conséquences dosimétriques en radiothérapie externe et modélisation.* Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier à Toulouse, France.

Keros, L., Bernier, V., Aletti, P., Marchesi, V., Wolf, D., Noel, A., 2006. Qualitative estimation of pelvic organ interactions and their consequences on prostate motion : Study on a deceased person. *Medical physics*, 33 (6), 1902–1910.

Krouskop, T. A., Wheeler, T. M., Kallel, F., Garra, B. S., Hall, T., 1998. Elastic modulus of breast and prostate tissues under compression. *Ultrasonic Imaging*, 20, 260–274.

Liu, Y., Kerdok, A. E., Howe, R. D., 2004. A nonlinear finite element model of soft tissue indentation. In *International Symposium of Medical Simulations*, pages 67–76.

Loring, S. H., Brown, R. E., Grouldstone, A., Butler, J. P., 2005. Lubrication regimes in mesothelial sliding. *Journal of Biomechanics*, 38, 2390–2396.

Lu, S.-H., Sacks, M. S., Chung, S. Y., Gloeckner, D. C., Pruchnic, R., Huard, J., de Groat, W. C., Chancellor, M. B., 2005. Biaxial mechanical properties of muscle-derived cell seeded small intestinal submucosa for bladder wall reconstruction. *Biomaterials*, 26, 443–449.

Marchal, M., 2006. *Modélisation des tissus mous dans leur environnement pour l'aide aux gestes médico-chirurgicaux.* Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier.

Marckmann, G., 2004. *Contribution à l'étude des élastomères et des membranes soufflées.* Thèse de Doctorat, Université de Nantes.

Merodio, J. Goicolea, J., 2007. On thermodynamically consistent constitutive equations for fiber-reinfroced nonlinearly viscoelastic solids with application to biomechanics. *Mechanics Research Communications*, 34, 561–571.

Miller, K., 2000. Constitutive modelling of abdominal organs. *Journal of Biomechanics*, 33, 367–373.

Miller, K., 2002. Mechanical properties of brain tissue in tension. *Journal of Biomechanics*, 35, 483–490.

Miller, K., 2005. Method of testing very soft biological tissues in compression. *Journal of Biomechanics*, 38, 153–158.

Mohamed, A., Davatzikos, C., Taylor, R., 2002. A combined statistical and biomechanical model for estimation of intra-operative prostate deformation. In *MICCAI 2002 proceedings*, pages 452–460.

Mooney, M., 1940. A theory of large elastic deformation. *Journal of Applied Physics*, 11, 582–592.

Nelder, J. A. Mead, R., 1965. The downhill simplex method. *Computer Journal*.

Oelke, M., Hofner, K., Wiese, B., Grünewald, V., Jonas, U., 2002. Increase in detrusor wall thickness indicates bladder outlet obstruction (BOO) in men. *World journal of urology*, 19 (6), 443–452.

Ogden, R., 1984. *Non-linear elastic deformations*. Dover Publications.

Ogden, R. W., 1972. Large deformation isotropic elasticity - on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids. In *Proceedings of the Royal Society of London*, pages 565–584.

Oza, A. L., Vanderby, R., Lakes, R., 2006. *Mechanics of biological tissue*, chapter Creep and Relaxation in Ligament : Theroy, methods and experiment, pages 379–397. Springer.

Pan, L., Zan, L., Foster, F. S., 1998. Ultrasonic and viscolelastic properties of skin under transverse mechanical stress *in vitro*. *Ultrasound in Medicine & Biology*, 24 (7), 995–1007.

Philips, S., Yang, T. H. J., Habib, F. K., Reuben, R. L., McNeill, S. A., 2005. Measurement of tissue mechanical characteristics to distinguish between benign and malignant prostatic disease. *Urology*, 66 (2), 447–450.

Pioletti, D. P. Rakotomanana, L. R., 2000. Non-linear viscoelastic laws for soft biological tissues. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 19, 749–759.

Qiao, Y., Pan, E., Chakravarthula, S., Han, F., Liang, J., Gudlavallet, S., 2005. Measurement of mechanical properties of rectal wall. *Journal of Materials Science : Materials in Medicine*, 16, 183–188.

Rivlin, R. S., 1948a. Large elastic deformations of isotropic materials. i. fundamental concepts. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 240, 459–490.

Rivlin, R. S., 1948b. Large elastic deformations of isotropic materials. iv. further developments of the general theory. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 241, 379–397.

Rubod, C., Boukerrou, M., Brieu, M., Cosson, M., Dubois, P., 2007a. Vers une modèlisation du comportement de la cavité pelvienne. In *Congrès Français de Mécanique, CFM 2007*.

Rubod, C., Boukerrou, M., Brieu, M., Dubois, P., Cosson, M., 2007b. Biomechanical properties of vaginal tissue. part1 : new experimental protocol. *The Journal of Urology*, 178, 320–325.

Rubod, C., Boukerrou, M., Brieu, M., Jean-charles, C., Dubois, P., Cosson, M., 2008. Biomechanical properties of vaginal tissue : preliminary results. *International Urogynecology Journal*, 19, 811–816.

Simo, J., 1987. On a fully three-dimensional finite strain viscoelastic damage model : formulation and computational aspects. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 60, 153–173.

Toms, S. R., Dakin, G. J., Lemons, J. E., Eberhardt, A. W., 2002. Quasi-linear viscoelastic behavior of the human periodontal ligament. *Journal of Biomechanics*, 35 (10), 1411–1415.

Tubaro, A., Nunzio, C. D., Trucchio, A., Palleschi, G., Miano, L., 2005. The effect of bladder outlet obstruction treatment on ultrasound-determined bladder wall thickness. *Reviews in Urology*, 7 (6), 35–42.

Valanis, K. C. Landel, R. F., 1967. On the strain energy function of a hyperelastic material in terms of the extension rations. *Journal of Applied Physics*, 38, 2997–3002.

Veronda, D. R. Westmann, R. A., 1970. Mechanical characterization of skin-finite deformations. *Journal of Biomechanics*, 3 (1), 111–124.

Watanabe, T., Omata, S., Lee, J. Z., Constantinou, C. E., 1997. Comparative analysis of bladder wall compliance based on cystometry and biosensor measurements during the micturition cycle of the rat. *Neurology and Urodynamics*, 16, 567–581.

Wu, J., Haycocks, T., Alasti, H., Ottewell, G., Middlemiss, N., Abdolell, M., Warde, P., Catton, A. T. C., 2001. Positioning errors and prostate motion during conformal prostate radiotherapy using on-line isocentre set-up verification and implanted prostate markers. *Radiotherapy and Oncology*, 61, 127–133.

Yan, D., Jaffray, D., Wong, J., 1999. A model to accumulate fractionated dose in a deforming organ. *International Journal of Radiation Oncology*Biology*Physics*, 44 (3), 665–675.

# Annexe 1 : Anatomie pelvienne chez l'homme

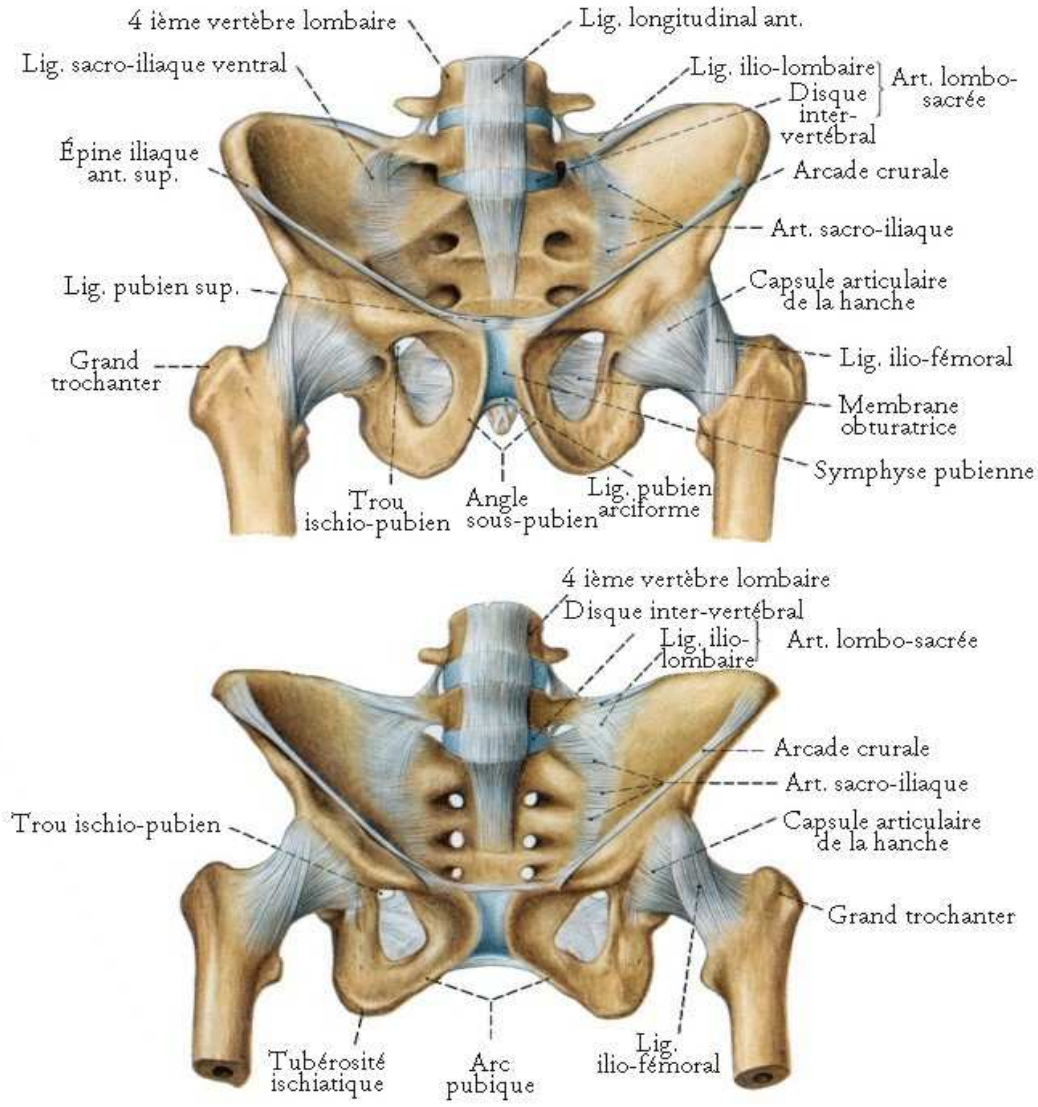



**Figure A.1**: Les différents os et ligaments dans la région pelvienne
*http* : *//www.univ − brest.fr/SCommun/Biblio/ANATOMIE/Webanat* ∗ ∗∗

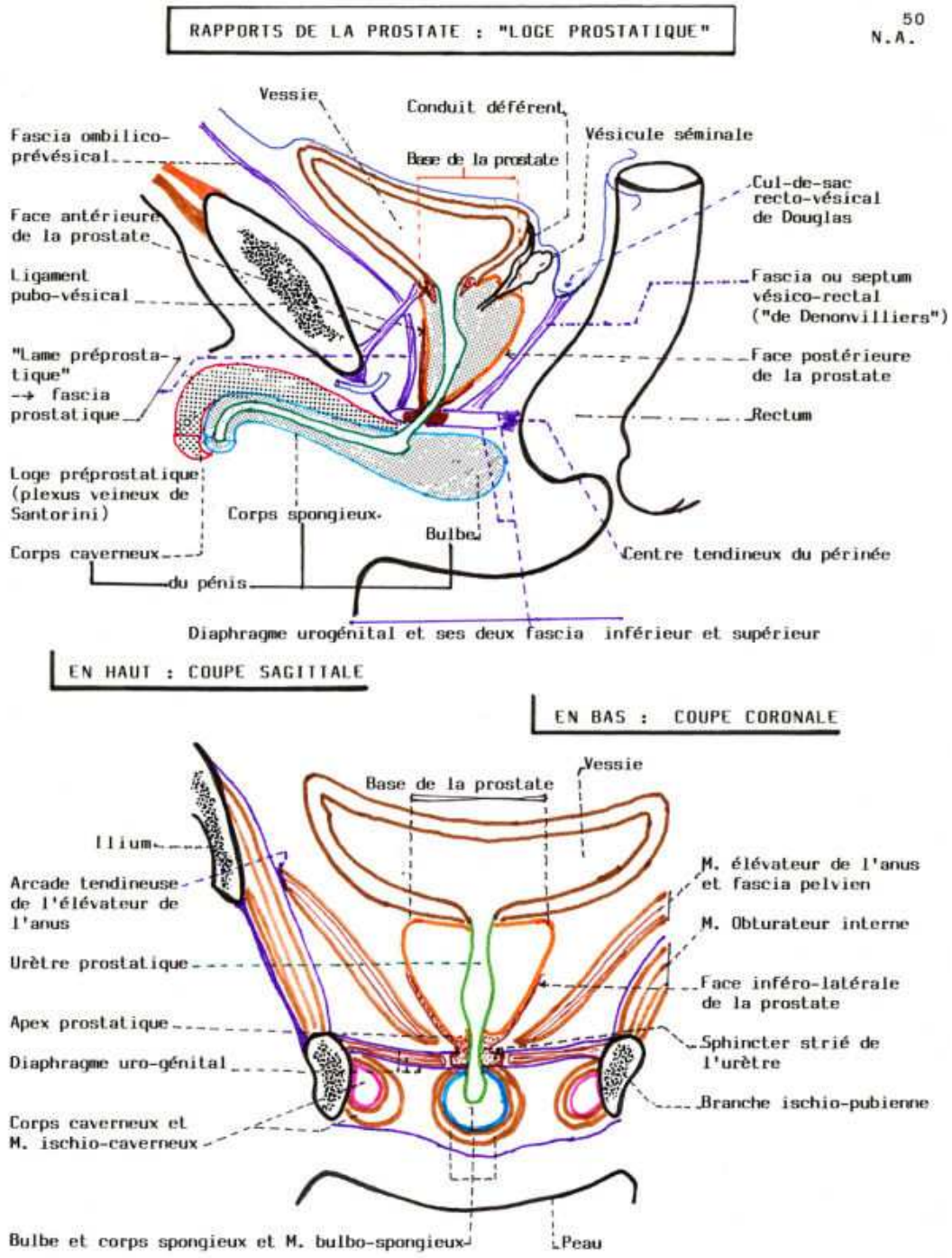



**Figure A.2**: Les différentes membranes et fascias dans la région pelvienne
$http://www.univ-brest.fr/SCommun/Biblio/ANATOMIE/Web_anat**$

# Annexe 2 : Techniques de mesure des propriétés élastiques des tissus biologiques

Dans la littérature, les procédés de mesures diffèrent les uns des autres par le principe de mesurage, sa simplicité ou sa complexité, ses avantages et ses inconvénients. En général, un essai de mesure se résume à stimuler/solliciter le tissu (excitation) et à collecter la réponse (Fig. B.1).




**Figure B.1**: Principe générale d'un déroulement d'un procédé de détermination des propriétés mécaniques d'un matériaux

On distingue, les procédés par les points suivants :

1. Excitation :
   - mécanique statique,
   - mécanique quasi-statique (acquisition des données contrainte/déformation pendant l'application de la charge),
   - vibratoire, ou
   - acoustique.
2. Le tissu biologique peut être sollicité *in-vivo* ou *in vitro*, dans des conditions bien précises selon le procédé (température, dimensions spécimens, etc.)
3. L'acquisition des données diffère d'un procédé à autre. Elle peut être :
   - directe en déterminant les points force appliquée/ déplacement du tissu,
   - par acquisition d'images, ou bien
   - par le biais d'une réponse ultrasonore (de l'excitation acoustique).
4. Traitement des informations :
   Dans le but d'identifier les paramètres et les coefficients inconnus, un algorithme d'identification des paramètres, ou parfois un calcul direct seraient suffisants. On a parfois

recours à une méthode de calculs inverses en utilisant des simulations par éléments finis, ce qui est devenu la plus adéquate pour modéliser un tissu aussi complexe en terme de propriétés. Toutefois, d'après la littérature (Fung, 1993), il semble qu'on ait encore besoin d'approximations et d'hypothèses pour simplifier les calculs.

### Méthodes statiques et quasi-statiques

Ces méthodes incluent l'élastographie (Ophir et al., 1991 ; O'Donnel et al., 1994 ; Ophir et al., 1999), basée sur une compression globale du milieu, et l'imagerie par force de radiation acoustique (ARFI) qui utilise la force de radiation statique crée par un transducteur focalisé pour exercer une compression locale (Nightingale et al. 2001). En élastographie comme en ARFI, une ou plusieurs composantes de déformations sont estimées, mais la contrainte n'est pas mesurable. Dans le cas de l'ARFI, l'amplitude de la force de radiation induite dans les tissus dépend de la pression acoustique locale et des propriétés acoustiques du milieu. Dans les tissus biologiques, cette amplitude n'est généralement pas connue.

Les méthodes quasi-statiques se distinguent des méthodes statiques par un seul point : la considération du facteur temps dans le couple contrainte/ déformation du matériau. Cela généralement se fait pour tenir compte des phénomènes viscoélastiques, ainsi que de l'influence de la vitesse d'excitation sur le comportement mécanique du tissu. Une contrainte de compression, traction ou cisaillement, statique ou quasi-statique est exercée sur les tissus, et les composantes du déplacement ou du tenseur des déformations sont estimées.

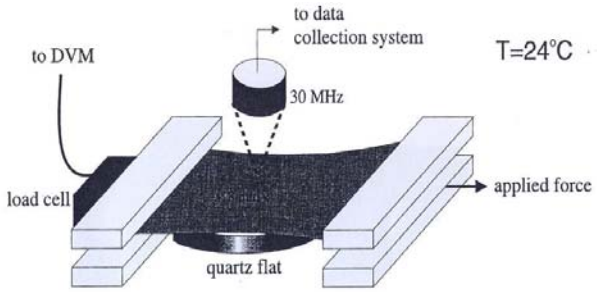



**Figure B.2**: Schéma de principe du dispositif qui permet de faire la traction plane sur un échantillon membranaire, et de déterminer ses propriétés viscoélastiques (Pan *et al.*, 1998)

Pan *et al.* (1998) ont utilisé un appareil qui permet de mesurer à la fois l'élasticité et les propriétés viscoélastiques (fluage, relaxation et hystérésis)à et ultrasoniques d'un tissu biologique tel que la peau (Fig. B.2). L'échantillon, sous forme d'un film, maintenu entre deux paires de pinces, en plexiglass, subit une traction. La première paire de pince, fixe, est connectée à un capteur de force (mesure de contraintes). La deuxième paire se déplace, exerçant une force de traction sur l'échantillon et fourni les informations concernant le déplacement. Un transducteur ultrasonore, placé au dessus du tissu, permet de quantifier l'épaisseur de l'échantillon au milieu pendant l'essai de traction.

Qiao *et al.* (2005) ont préparé des spécimens de la paroi rectale d'un porc, afin d'analyser son anisotropie (Fig. B.3). Ils ont effectué des essais mécaniques quasi-statiques de traction et cisaillement selon les schémas de principe représenté sur les Figs. B.4. Des capteurs de force et de sont mis en place. Les courbes non-linéaires contraintes/déformations sont directement tracés à partir des données expérimentales (Fig. III.3).

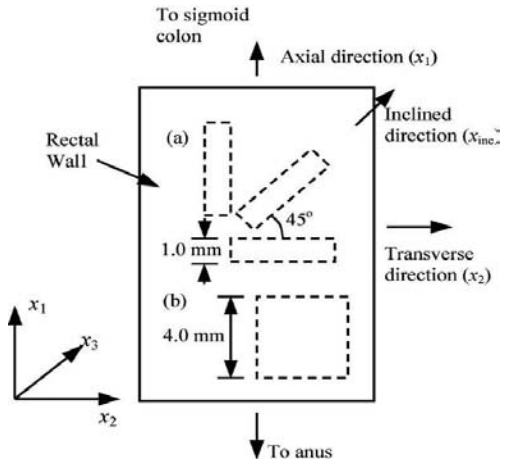



**Figure B.3**: Échantillonnage

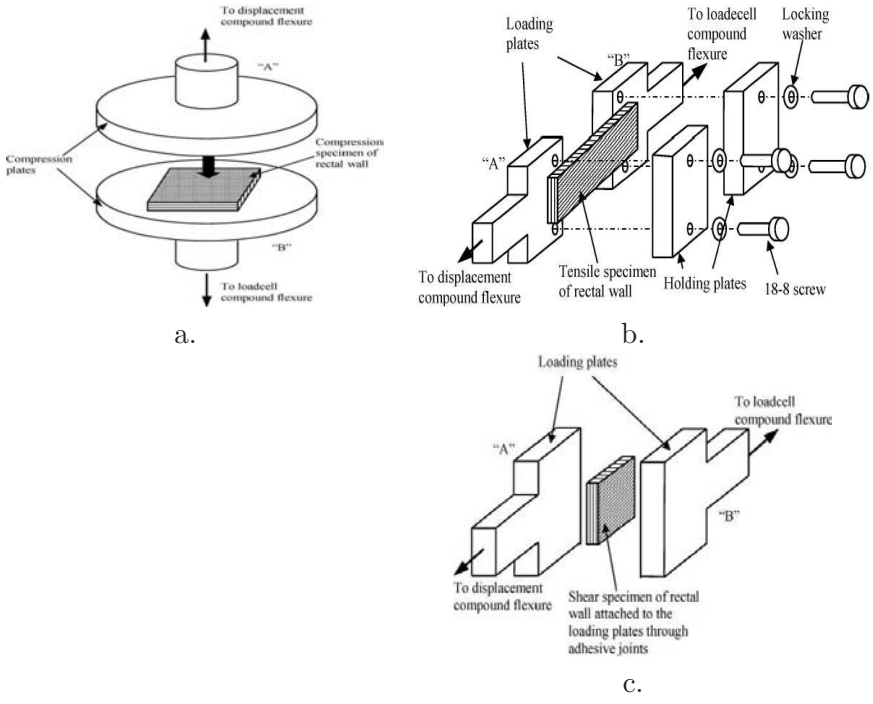
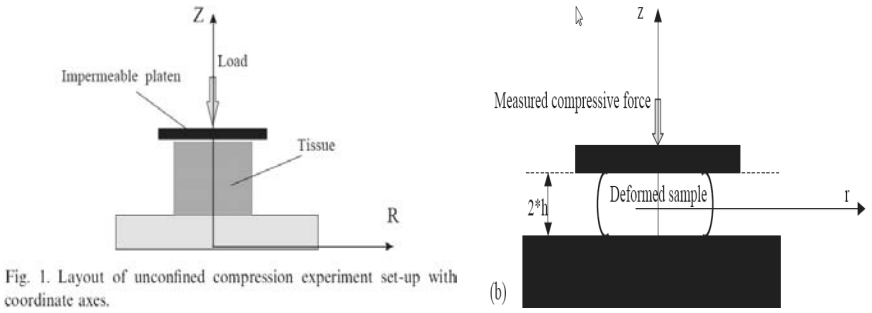



**Figure B.4**: Les différents essais mécaniques : a. essai de compression, b. essai de traction, c. essai de cisaillement simple.

Hu and Desai (2004) ont réalisé un essai de compression sur le foie en le considérant comme un matériau isotrope et élastique, en utilisant un appareillage mécanique permettant de mesurer la force exercée sur l'échantillon en fonction du déplacement. Une courbe non-linéaire a été obtenue et des lois constitutives hyperélastiques ont été, par suite, identifiées. Avec le même dispositif, Miller (2005) s'est focalisé sur l'étude des essais de compression afin d'exploiter au plus large les réponses du tissu, en terme des déformations (Fig. B.5) et de la friction.




a. b.

**Figure B.5**: Schéma de principe d'un essai de compression

Lu *et al.* (2005) ont procédé à un essai de chargement biaxial comme le montre la Fig. B.6 : cet essai consiste à préparer des échantillons carrés de tissus mous ayant des dimensions précises, et on implante dessus des marqueurs formant un carré (côté 5mm de longueur). On exerce deux charges selon les axes orthogonaux et on mesure les déplacements des marqueurs.

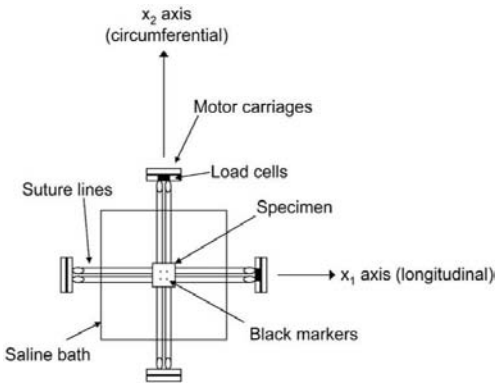
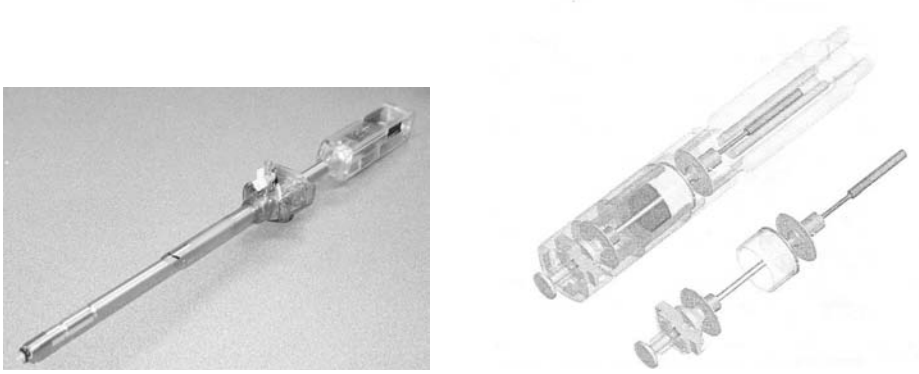



**Figure B.6**: Traction biaxiale



a. b.

**Figure B.7**: Schéma de principe de l'instrument d'indentation TeMPeST

Finalement, les mesures d'indentation ou à l'inverse l'aspiration des tissus biologiques s'avèrent très utiles pour une caractérisation in-vivo sur un tissu vivant, dès lors que le mode opératoire est inoffensif et ne gène pas l'intervention chirurgicale (si l'organe est interne).

La première techniques (voir Fig. B.7) repose sur le principe de la compression du tissu par une petite sonde sphérique (quelques millimètres de diamètre), et qui enregistre à la fois le

rétrécissement surfaciques vs la contrainte appliquée. Le principe de la deuxième technique consiste à déterminer la profondeur du tissu aspirée dans le tube de petite diamètre (quelques millimètres) vs la pression d'aspiration appliquée.

Malgré la grande simplicité opératoire, l'application de ces techniques est limitée : En effet, Il n'est pas possible d'utiliser l'indentation ou même l'aspiration de caractériser l'anisotropie, ou le comportement non-linéaire en grande déformation – notamment en traction – des tissus biologiques.

### Méthodes vibratoires

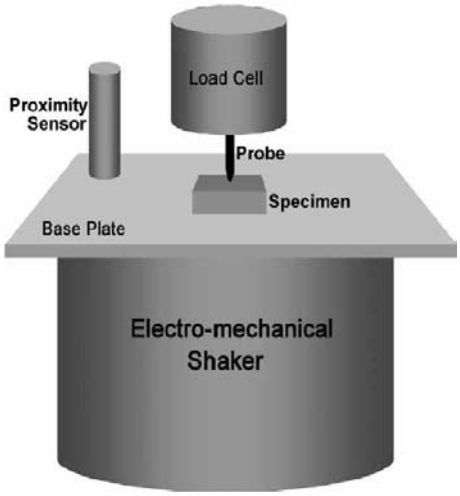



**Figure B.8**: Schéma de principe de l'appareil de mesure appelé le vibreur secoueur électromécanique, qui permet de déterminer des propriétés viscoélastiques d'un matériau.

Les tissus sont soumis à une vibration monochromatique de basse fréquence (typiquement de quelques Hz à quelques kHz), et l'amplitude et éventuellement la phase des déplacements ainsi générés sont mesurées. La vibration est généralement induite de façon mécanique par un vibreur, ou de manière acoustique par une force de radiation monochromatique. Parmi ces techniques, la sonoélasticité est basée sur le déplacement par effet Doppler (Krouskop et al., 1987 ; Lerner et al., 1990 ; Yamakoshi et al., 1990). La vibro-acoustographie (Fatemi et al., 1998) repose sur une mesure de l'amplitude de l'onde acoustique basse fréquence émise par des tissus soumis à une force de radiation vibratoire. La réponse obtenue par ces techniques dépend des propriétés élastiques du milieu mais est aussi perturbée par les ondes stationnaires inhérentes à une excitation monochromatique. La vibro-acoustographie utilise donc généralement des trains d'ondes courts pour tenter d'effectuer la mesure avant l'établissement du régime stationnaire, alors que la sonoélasticité utilise plusieurs mesures à des fréquences différentes afin de moyenner ces perturbations. Tout comme pour l'ARFI, la force de radiation dépend du milieu et n'est généralement pas connue dans les tissus biologiques.

Philips *et al.* (2005) ont conçu un appareil de mesure dont le principe consiste à appliquer à l'échantillon (tissu biologique) une charge cyclique sur sa face inférieure : une excitation in-

duite par le vibreur secoueur électromécanique installé au dessous du support de l'échantillon (Fig. B.8). Le vibreur peut effectuer des cycles de 1 à 50 Hz pour des déplacements compris entre 0.5 et 1 mm. Une sonde de mesure, en contact direct avec la facette supérieure de l'échantillon, mesure la pression produite au cours de l'excitation et la transmet directement au terminal. De même, un capteur de proximité détecte le déplacement du support.

La réponse dynamique produite sert à déterminer l'amplitude $|E^*|$ et le déphasage entre les ondes sinusoïdales de la force d'excitation et celle mesurée à la facette supérieure de l'échantillon. Ces deux grandeurs sont liés directement à la partie élastique et visqueuse du tissu. Cet instrument est utilisé, en première étape, pour comparer les morphologies du tissu prostatique du point de vue rigidité. Les paramètres mécaniques tels que le module de Young et le coefficient de poisson, feront l'objet d'une étude ultérieure.

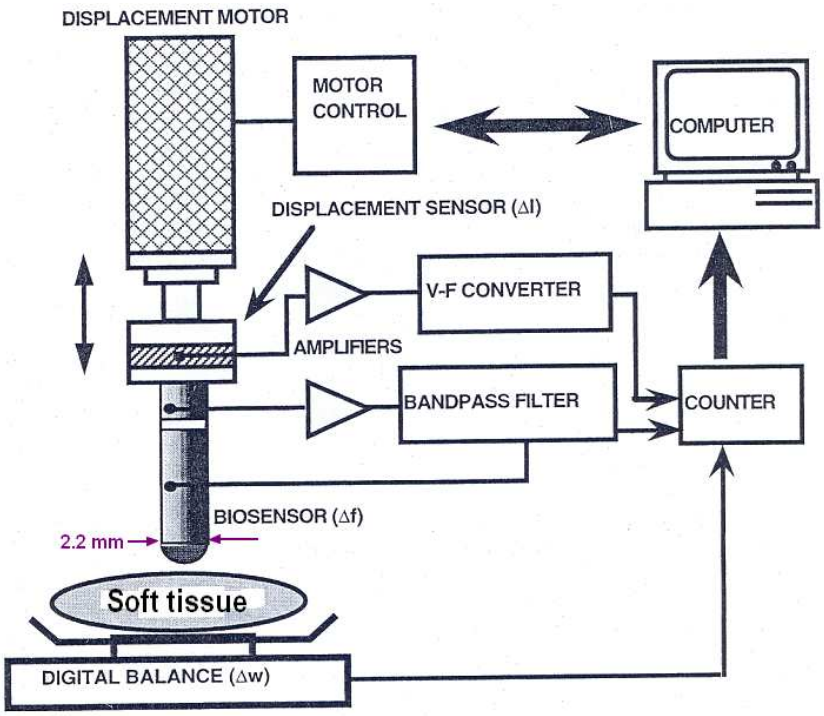



**Figure B.9**: Indentation (dynamique) ex-vivo : principe du "biosensor"

Watanabe *et al.* (1997) ont eu recours au "biosensor" (Fig. B.9) mis en place par Omata et Constantinou (1995) afin de mesurer la rigidité K de n'importe quel tissu biologique in-vitro. Le principe du mesurage est d'émettre une excitation de fréquence f0 et de mesurer la fréquence Df = f- f0 (f fréquence de sortie à travers l'échantillon). Les données charge Dw / déformation Dl sont ensuite facilement déterminées. On obtient alors K=Dw/Dl. Pour tenir compte du comportement viscoélastique du tissu, on introduit Df dans l'expression de K.

### Méthodes transitoires

Les méthodes d'imagerie d'élasticité par ultrasons se divisent en deux groupes principaux, se différenciant par le type d'excitation mécanique auquel les tissus sont soumis. Les principes et les limitations de ces deux groupes de méthodes sont explicités ci-après. Les techniques

d'estimation des déplacements et des déformations quasi-statiques sont basées sur une estimation des délais temporels entre des signaux ultra-sonores acquis avant et après déformation. Le déplacement local des tissus est estimé à partir du délai existant entre des segments des signaux pré et post-compression, et la déformation est estimée à partir du gradient des déplacements. Cette technique requiert que le déplacement local des tissus se fasse dans la même direction que la propagation de l'onde ultrasonore.

L'élastographie transitoire (Sandrin et al., 1999 ; Bercoff et al., 2003) repose sur la mesure de la vitesse de propagation et de l'amplitude d'une onde de cisaillement transitoire (pulsée) pour déterminer les propriétés viscoélastiques du milieu. Une barrette linéaire classique connectée à un échographe ultra-rapide (3000 à 5000 images par seconde) est utilisé pour visualiser l'onde de cisaillement, qui se déplace typiquement à une vitesse comprise entre 1 et $10 m.s^{-1}$. La rapidité de cet échographe est obtenue en transmettant simultanément sur tous les éléments de la barrette afin de former une onde plane, donc au détriment de la focalisation en transmission. Cette méthode a l'avantage d'utiliser une excitation localisée dans l'espace et dans le temps, ce qui simplifie la résolution du problème inverse (identification des propriétés mécaniques).

L'élastographie ultrasonore est une nouvelle technique permettant de réaliser une imagerie quantitative des paramètres élastiques des tissus. Suite à une excitation (généralement acoustique), une évaluation subjective de la rigidité des tissus est faite. L'élastographie met en oeuvre des techniques d'intercorrélation entre images échographiques successives pour suivre la déformation des tissus et former une cartographie du module de rigidité (module d'Young E) tissulaire.

Théoriquement, les ondes de compression et de cisaillment se propagent aux fréquences ultrasonore dans les tissus mous avec les célérités $C_{comp}$ et $C_{cis}$ :

$$C_{comp} = \sqrt{\frac{3K + 4G}{3\rho}} \tag{B.1}$$

$$C_{cis} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \tag{B.2}$$

où $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ est le module de compression et $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ est le module de cisaillement. Puisque les tissus biologiques mous sont considérés comme quasi-incompressibles, c.à.d. $\nu \approx 0.5$, on obtient $G \approx E/3$ et $K \longmapsto \infty$. De ce fait, $C_{comp}$ devient infinie et difficile à exploiter pour en tirer des informations en ce qui concerne le module d'élasticité. A l'inverse, il suffit de calculer G pour déterminer E.

# Annexe 3 : Identification des paramètres

Un essais mécanique peut consister en une traction ou compression simples, ou bien en un essai multiaxial, tel que la traction biaxiale combinée avec la mesure simultanée de l'épaisseur de la paroi et le cisaillement plan. A partir des données obtenues pour l'ensemble des sollicitations, on utilise alors un programme d'identification permettant le calcul des coefficients des lois constitutives.

Le logiciel de Marc Mentat a son propre programme dédié au lissage des courbes expérimentales contrainte-déformation non-linéaires selon des modèles phénoménologiques déjà implantés. Ces courbes traduisent dans notre cas de figure le comportement élastique non-linéaire en simple traction. De même, ce sous-programme permet l'identification des paramètres du comportement viscoélastiques en effectuant le lissage de la courbe de relaxation contrainte-temps décrite selon la série de Prony [2].

Rappelons que l'identification des paramètres, issue du lissage des données expérimentales, repose sur la méthode d'optimisation. Celle-ci consiste à minimiser l'écart entre les valeurs des contraintes calculées (par itération) et les valeurs expérimentales correspondantes. La somme de ces écarts aux différents points (ou bien l'intégrale des écarts le long de la courbe expérimentale) traduit ce qu'on appelle les résidus de minimisation.

On distingue, compte tenu du type du lissage :

### Un algorithme de minimisation linéaire

La méthode des moindres carrés est privilégiée puisque le lissage est de type linéaire. Cet algorithme est consacré au lissage selon les modèles de Mooney-Rivlin ou bien selon les séries de Prony dans le cas de la viscoélasticité.

Le résidu de minimisation peut être relatif (C.1) ou absolu (C.2), en adpotant les définitions suivantes :

$$residu^R = \sum_i^{Ndata} (1 - \frac{\sigma^i_{calc}}{\sigma^i_{exp}})^2 \quad \text{(C.1)}$$

$$residu^A = \sum_i^{Ndata} (\sigma^i_{exp} - \sigma^i_{calc})^2 \quad \text{(C.2)}$$

2. La série de Prony sert dans les logiciels numérique à modéliser la relaxation et le fluage. Sous Marc Mentat, l'identification des propriétés viscoélastiques se fait uniquement à partir des mesures de relaxation.

L'avantage d'utiliser un résidu relatif – ce qui revient à dire un lissage relatif – se manifeste au niveau des faibles déformations, par un lissage optimal (les points de lissage sont très proches des points expérimentaux) des données expérimentales. Par conséquent, les modules initiaux (à l'origine de la courbe) tels que le module initial de cisaillement $G_0$ et le module initial de Young $E_0$ déterminés à partir des courbes de lissage sont représentatifs du comportement réel du matériau.

### Un algorithme de minimisation non-linéaire

Cet algorithme fait appel à la méthode dite "Downhill Simplex" qui est utilisée dans le cas de lissage selon les modèles d'Ogden (Formule II.15) pour déterminer les $\alpha_i$.

$$\frac{|erreur_{max} - erreur_{min}|}{|erreur_{max} + erreur_{min}|} < \frac{tolérance}{2}$$

avec $tolérance$ et $erreur_{min}$ deux paramètre fixés par avance. Le paramètre $erreur_{max}$ correspond à l'un des résidus calculé selon les relations C.1 et C.2. Grâce à sa minimisation par la méthode des moindres carrés, les modules d'Ogden $\mu_i$ sont identifiés.

La méthode de Downhill Simplex (Nelder and Mead, 1965) est un algorithme d'optimisation qui nécessite simplement l'évaluation de la fonction et non pas le calcul des gradients. Si on travaille dans un espace de dimension N, on construit arbitrairement un simplex polyèdre convexe de N+1 sommets. Chaque sommet a N coordonnées : ce sont les variables de la fonction à minimiser. Ce polyèdre se déplace le long de la fonction par homothétie, affinité orthogonale et reflexion (rotation+ translation) jusqu'à ce qu'il atteigne le minimum de la fonction. Le meilleur point (le mieux placé par rapport au minimum) du simplex détermine la solution : ses coordonnées sont les variables inconnues identifiées. Cet algorithme n'est autre qu'une itération d'opérations mathématiques avec des transformations géométriques du simplex qui aboutit au rapprochement maximal des points du simplex au creux [3].

#### Lissage et extrapolation

Les données expérimentales sont introduites sous forme de mesures discrètes, soit des contraintes de l'ingénieur (Contraintes nominales) en fonction des déformations de l'ingénieur $e = \lambda - 1 = exp(\varepsilon) - 1$, où $\varepsilon$ représente la déformation logarithmique (déformation vraie). Ainsi, pour le cas d'une sollicitation uniaxiale d'un matériau dont le comportement est représenté par le modèle phénoménologique d'Ogden, les courbes des données expérimentales peuvent être lissées selon l'équation C.3, qui dérive de la Formule II.15.

$$\sigma = \sum_{i=1}^{N} \mu_i (e^{\varepsilon\alpha_i} - e^{-\phi\varepsilon\alpha_i}) \tag{C.3}$$

Sur l'interface de Marc représentée ci-dessous (Fig. C.1), on défini les types de données

3. le minimum de la fonction vue en 3D

expérimentales à utiliser dans l'identification des paramètres. Dans le cas général, une seule courbe, correspondant à une traction ou une compression uniaxiale, est lissée. Néanmoins, il est possible avec cet interface d'entrer plusieurs courbes à la fois, provenant de différents types de sollicitations (traction/compression uniaxiale, traction biaxiale, cisaillement pur, cisaillement plan).

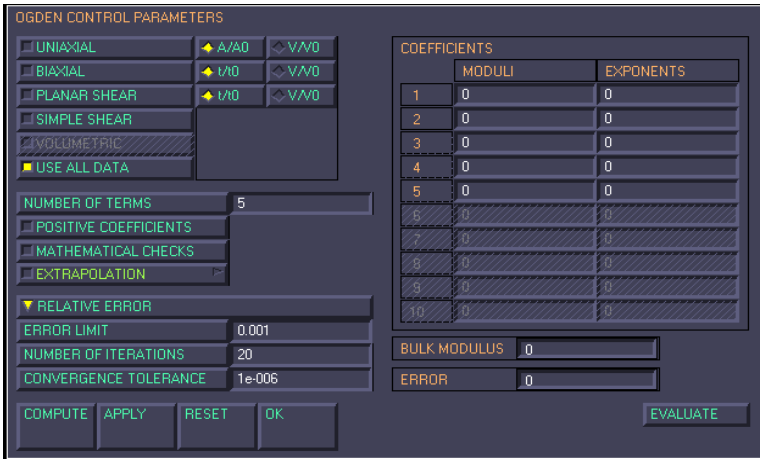



**Figure C.1**: Interface du programme de lissage des courbes expérimentales sous Marc Mentat, dans le cas d'identification des modules et des coefficients exponentiels $\alpha_i$ d'Ogden

Par la suite, l'ordre du modèle, le type d'erreur, des contraintes mathématiques, et d'autres paramètres doivent être définis. Finalement, il suffit de lancer le calcul pour que les coefficients de la loi de comportement soient affichés à droite.

Il est possible d'introduire ces coefficients de la loi constitutive directement dans modèle E.F. si un autre programme d'identification des paramètres est utilisé.

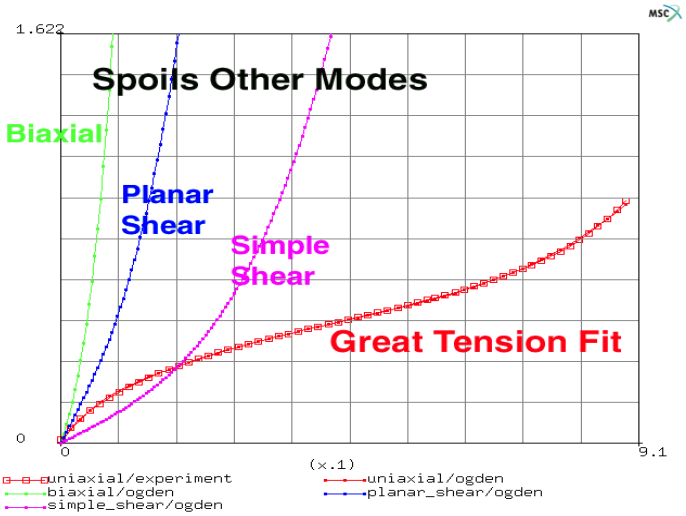



**Figure C.2**: Les différents modes de sollicitations [Documentation MSC Marc].

Enfin, les courbes obtenues après lissage correspondent à la traction simple, traction biaxiale, cisaillement simple, et cisaillement plan (Fig. C.2). Bien que les données expérimentales correspondent simplement à de la traction simple, une extrapolation est faite pour déduire mathématiquement les courbes de réponse pour d' autres sollicitations. Ces extrapolations sont déduites à partir des données expérimentales, pondérées par un coefficient de pondération $\phi$. Ce coefficient est imposé par l'utilisateur s'il peut intuiter le comportement du matériau selon les autres sollicitations. Sinon, et dans le cas du modèle d'Ogden (Eqn. C.3), le $\phi$ est égal à :

- $\phi$=1/2 si traction uniaxiale,
- $\phi$=2 si traction biaxiale,
- $\phi$=1 si traction plan (Cisaillement pur).

# Annexe 4 : Les outils numériques de modélisation par EF : comparaison entre Marc et Abaqus

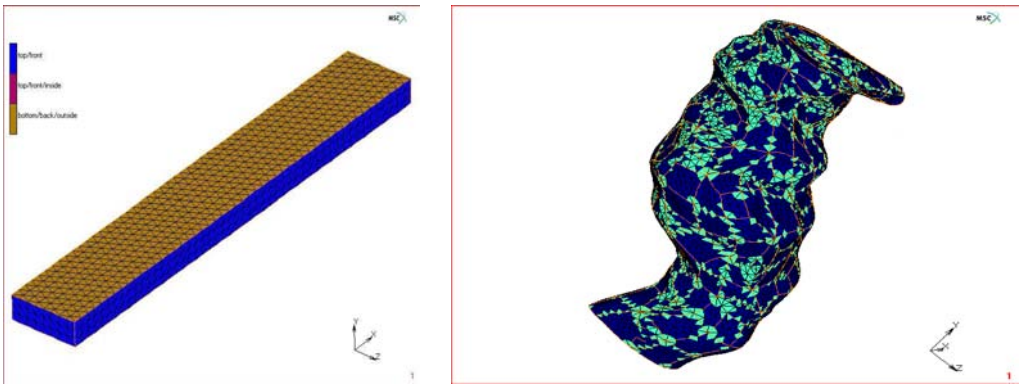
Pour commencer la modélisation, il fallait choisir entre les deux **Logiciels** EF MSC Marc Mentat [4] et Simulia Abaqus [5]. Des modélisations et des calculs sont faits au préalable et la comparaison est effectuée sur plusieurs points (voir Annexe 6). Le choix d'utiliser MSC Marc Mentat est aussi conditionné par l'accessibilité au support technique à partir de notre laboratoire.

## D.1 Interface des deux logiciels

Marc Mentat est convivial. Le menu (barre des tâches) est clair et concis. Cependant, il faut parcourir les menus pour se rappeler des actions effectuées.

L'arbre d'Abaqus visualise l'état d'avancement de la modélisation. La vue en perspective est plus avancée avec Abaqus et en tout cas, plus simple. Du point de vue couleurs, c'est plus esthétique.

## D.2 Géométrie et discrétisation



a. b.

**Figure D.1**: Les défauts du maillage Marc Mentat : a. parallélépipède discrétisé, montrant des éléments avec des facettes faisant partie des surfaces internes (jaune) b. des éléments qui représentent des normales dirigées vers l'intérieure, qu'on doit retourner.

La discrétisation avec Marc est parfois fastidieuse : on doit procéder chaque fois à un nettoyage semi-automatique, et parfois, il faut recommencer notamment quand des éléments croisés persistent. Heureusement, une fois le nettoyage est terminé, le calcul peut se faire sans problèmes liés au maillage.

La qualité de maillage des surfaces distordues telles que celles des organes biologiques est

4. Version 2005r2, relativement ancienne
5. Version récente 6.7.1

limitée, voir médiocre avec le mailleur "free" d'Abaqus. On s'aperçoit vite de ce défaut quand le calcul doit gérer le contact entre des organes de géométries irrégulières. L'affinage du maillage ne résout pas forcément le problème. L'utilisation du logiciel Altair Hyper Mesh s'avère améliorer le calcul.

## D.3 Modélisation des conditions aux limites

L'avantage de Marc réside dans la possibilité de sélectionner des noeuds afin d'appliquer des conditions aux limites de type cinématique ou équilibre, ce qui est très pratique pour certains cas de figure. Par contre, Abaqus propose de créer des sets (de points, de lignes ou de faces directement sur la géométrie) pour appliquer des contraintes ou des chargements locaux à la structure, sans être amené à les redéfinir en cas de changement de maillage.

## D.4 Gestion des contacts

### Corps rigide

Incontestablement, c'est le point fort de Marc Mentat. Pour caractériser un corps rigide, il suffit de déclarer ses surfaces (3D ou 2D, qu'elle que soit la complexité de leurs formes) en tant que rigides et éventuellement en contact avec les autres corps déformables, au niveau du menu Contact.

En revanche, ce n'est pas aussi simple de modéliser des corps rigides avec Abaqus : il faut faire un point de référence, et discrétiser finement là ou il y contact avec les autres organes déformables.

## D.5 Déroulement des calculs

### Suivi du calcul en temps réel

On peut suivre facilement et en temps réel l'avancement de calcul EF avec Marc Mentat : nous avons la possibilité de visualiser l'état de transformation de la structure en temps réel (à chaque incrément) même si le calcul est en cours. Cette visualisation permet de voir la tendance des déformations et des déplacements des organes chargés et par la suite, anticiper des modifications sur le modèle (après avoir arrêté le calcul) en cas de problème détecté, sans avoir besoin d'attendre que le calcul soit fini.

### Qualité des résultats

Nous avons trouvé plus prudent de renoncer à comparer les résultats de peur d'apporter des jugements erronés. De toute façon, pour comparer les résultats numériques, il faut se référer aux données expérimentales d'une expérience. Celle-ci doit être reproduite numériquement, fidèlement aux conditions de son déroulement, avant de procéder au calcul.

INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE
DE LORRAINE

AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

**o0o**

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :
**Monsieur Mathias BRIEU, Professeur, Ecole Centrale de Lille, Villeneuve d'Ascq**

**Monsieur Pierre BEY, Professeur, Hôpital de l'Institut Curie, Paris**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Monsieur BOUBAKER Mohamed Bader**

NANCY BRABOIS
2, AVENUE DE LA
FORET-DE-HAYE
BOITE POSTALE 3
F - 54501
VANDŒUVRE CEDEX

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE, une thèse intitulée :

**"Contribution mécanique à la réduction des marges en radiothérapie de la prostate : modélisation et simulation numérique du mouvement et de la déformation des organes pelviens"**

en vue de l'obtention du titre de :

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Spécialité : « **Mécanique et Energétique** »

Fait à Vandoeuvre, le 18 novembre 2009
Le Président de l'I.N.P.L.,
F. LAURENT

TEL. 33/03.83.59.59.59
FAX. 33/03.83.59.59.55

# Summary // Résumé

## Mechanical approach for reducing margins during prostate radiotherapy : modeling and finite element simulation of the motion and deformation of pelvic organs

The prostate plays an important biological role in the human body, such as secretion of some prostatic liquid essential in the semen composition. Prostate cancer is the first cause of mortality for men at an advanced age. The prostate motion due to the interactions with the surrounding anatomic entities is difficult to predict, hence important margins are usually adopted during X-ray irradiation, in order not to damage the surrounding healthy organs (bladder and rectum). The principal objective of this work is to set up a FE model of the motion and deformation of the human pelvic organs in order to reduce the margins. A first model is constructed from CT-scans of the human pelvic organs, allowing the generation of the organ geometrics. Hyperelastic modeling of the bladder and rectum behaviors were considered whereas a Hookean model was retained for the prostate. The model parameters are fixed by adopting literature data, experimental data (from CHU-Nancy) and experimental measurements achieved on pig. Boundary conditions are defined according either surrounding anatomy kinematic constraints or internal pressures that correspond to the bladder and rectum repletion's.

Simulated displacements show order of magnitudes of the prostate motion very close to measurements carried out by Keros et al. (2006) on a deceased person, with a relative error ranging from 8% to 11%. Those differences are essentially due to the variability in the physical parameters, pointing out the need for a statistical approach in order to take into account the material, geometrical and loading variability related to a panel of patients.

**Key Words** : Soft Tissues, Pelvic Organ Interactions, Organ Motion, Hyperelasticity, Finite element modelling.

# Contribution mécanique à la réduction des marges en radiothérapie de la prostate : modélisation et simulation numérique du mouvement et de la déformation des organes pelviens

La prostate est un organe pelvien qui joue un rôle important dans son environnement anatomique, notamment en assurant la sécrétion d'un liquide essentiel dans la composition du liquide séminal. Le cancer de la prostate représente la première cause mortalité chez l'homme à un âge avancé. Ce travail concerne le développement par la méthode des éléments finis d'un modèle numérique du mouvement des organes pelviens (prostate, vessie, rectum) et de leurs interactions. L'objectif est la réduction des marges d'irradiation du volume cible au cours d'une séance de radiothérapie, afin de ne pas altérer les organes sains avoisinants. Les marges choisies sont importantes compte tenu du fait que la prostate subi des déplacements importants lors des interactions permanentes avec les organes avoisinants. Un premier modèle est construit à partir de la géométrie des organes pelviens générée à partir d'images scanner acquises sur patients. Des lois hyper-élastiques sont adoptées pour modéliser le comportement mécanique du rectum et de la vessie et un comportement Hookéen est considéré pour la prostate. Les paramètres physiques du modèle sont déterminés à partir de la littérature, des données expérimentales et de nos propres mesures. Les conditions aux limites cinématiques et statiques (pressions de distension intra-vésicale et intra-rectale) sont définies à partir des observations anatomiques et reflètent la présence de l'entourage anatomique et les conditions de chargement.

Des comparaisons entre les variations de forme et de position d'organes obtenues par simulation et les mesures obtenues par imagerie scanner (Keros et al. ; 2006) montrent des amplitudes de déplacements proches, avec des écarts variant entre 8% et 11%. Un modèle prenant en compte la variabilité des paramètres physiques inter et intra patients est envisagé en perspectives.

**Mots clefs :** Cancer de la prostate, Mobilité de la prostate, Radiothérapie externe, Méthode des éléments finis.