



THÈSE

PRÉSENTÉE A

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 1

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES DE L'INGENIEUR

Par

Bérengère LÉGER

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : MÉCANIQUE ET INGÉNIERIE

ÉTUDE DE L'ESSORAGE EN VUE D'ASSISTER THERMIQUEMENT LE PROCÉDÉ

Thèse dirigée par Jean-Rodolphe Puiggali

Soutenue le 19 Décembre 2008

Après avis de :

Mme MIETTON-PEUCHOT Martine, Professeur des Universités, Bordeaux II
M ANDRIEU Julien, Professeur des Universités, Lyon I
M. VAXELAIRE Jean, Maître de conférences, LaTEP-ENSGTI, Pau

Rapporteur
Rapporteur
Rapporteur

Devant la commission d'examen formée de :

M. JOMAA Wahbi, Professeur des Universités, Bordeaux I
M. GINISTY Pascal, Responsable Etudes et Recherche, IFTS, Foulayronnes
M. COUTURIER Stéphane, chef de projet, Veolia, Annet sur Marne
M. PUIGGALI Jean-Rodolphe, Professeur des Universités, Bordeaux I
Mme MIETTON-PEUCHOT Martine, Professeur des Universités, Bordeaux II
M ANDRIEU Julien, Professeur des Universités, Lyon I
M. VAXELAIRE Jean, Maître de conférences, LaTEP -ENSGTI, Pau

Président
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur
Examineur
Examineur

Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier Monsieur Jean-Rodolphe Puiggali pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire TREFLE dont il était directeur lorsque j'ai débuté ma thèse, et pour avoir accepté d'encadrer mon travail en tant que directeur de thèse. Je remercie également Monsieur Eric Arquis, directeur actuel du TREFLE.

J'exprime ici toute ma gratitude à Mme Martine Mietton-Peuchot Professeur à l'Université Bordeaux II, ainsi qu'à Messieurs Julien Andrieu Professeur à l'Université Lyon 1, et Jean Vaxelaire Maître de conférence au LaTEP ENSGTI de Pau pour avoir examiné mon travail.

Je remercie également Stéphane Couturier chargé de la Recherche et du Développement jusqu'en 2007 à l'IFTS et Pascal Ginisty, responsable Etudes et Recherche à l'IFTS pour avoir suivi mon travail au cours de ces trois années et pour avoir participé au jury de ma thèse.

Je remercie Marc Valat pour son investissement tout au long de ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de ma plus grande reconnaissance et amitié. Je remercie aussi Wahbi Jomaa pour la qualité de son encadrement scientifique et le temps qu'il m'a accordé en particulier pour déboguer certains codes. Leur soutien permanent m'a permis de réaliser ce travail de thèse dans des conditions plus qu'agréables.

Une partie de ce travail a été menée à l'IFTS, et n'aurait pu être menée à bien sans le personnel réactif et compétent de l'IFTS. Je remercie particulièrement Frédéric Lantin du Bureau d'Etude, pour la conception des diverses pièces innovantes qui instrumentent maintenant l'essoreuse. Je remercie aussi Denis Catala à la métrologie pour son aide précieuse apportée pour l'instrumentation de l'essoreuse.

Je remercie Marian, Cédric et Aurélien, techniciens à l'IFTS pour leur aide et leur amitié.

Je remercie également Dimitri Jaupart et Alain Ochsenhofer techniciens de l'ENSAM et du TREFLE pour la réalisation de certaines pièces destinées à instrumenter l'essoreuse.

Merci à Sylviane Boya, comptable, Muriel Bore, secrétaire et Marian Antos, Ingénieur informaticien pour leur gentillesse.

Je tiens à exprimer toute ma sympathie à mes camarades de thèse pour tous les bons moments passés ensemble au laboratoire ainsi qu'à l'extérieur : Jérôme, Zoubir, Samuel, Christophe, Jean-Luc, Matthieu, Vincent M., Vincent S., Vladimir, Mario, Malik, Olfa, Vanessa, Andrzej, Cécile, Julien, Essam, etc...

Enfin je tiens à remercier pour leur amitié et leur soutien : Damien Leinekugel (que je remercie pour avoir relu deux chapitres de ma thèse) Damien E., Mathieu, Thibaut, Alex, Claudia, Céline, Caroline, Isabelle, mes parents, et tout particulièrement Roger, Rosy, Patrick et Cathy qui m'ont toujours soutenu.

SOMMAIRE

Introduction générale.....	1
Chapitre 1 : Synthèse bibliographique.....	4
I.1. Description du procédé et des suspensions.....	5
I.1.1. Les étapes d'un cycle d'essorage centrifuge.....	5
I.1.2. Difficultés de séparation liées aux produits à traiter.....	6
I.1.2.1. Effet de la taille des particules.....	7
I.1.2.2. Effet de la distribution de taille de particules.....	7
I.1.2.3. Effet de la forme des particules.....	8
I.1.2.4. Nature du fluide.....	8
I.1.3. Lesessoreuses.....	8
I.1.3.1. L'essoreuse à fonctionnement discontinu ou semi continu.....	10
I.1.3.2. L'essoreuse à siphon rotatif.....	10
I.1.3.3. L'essoreuse à fonctionnement continu.....	11
I.1.3.4. Les buses d'alimentation.....	11
I.1.4. Les procédés hybrides.....	12
I.1.4.1. Déshydratation mécanique couplée à un champ électrique et/ou acoustique.....	12
I.1.4.2. Déshydratation mécanique couplée à un apport thermique.....	13
I.1.4.3. Procédés hybrides de séparation liquide-solide pour produits spéciaux.....	14
I.1.5. Le chauffage par micro-ondes.....	14
I.2. Physique des procédés de filtration et de drainage.....	16
I.2.1. Filtration.....	16
I.2.1.1. Initialisation de la filtration.....	16
I.2.1.2. Formation du gâteau.....	16
I.2.1.3. Phénomènes de compression du gâteau de filtration.....	17
I.2.2. Drainage.....	18
I.2.2.1. Effets capillaires.....	19
I.2.2.2. Mobilité d'une phase par rapport à l'occupation de l'espace poral de l'autre phase.....	19
I.3. Description des modèles existants.....	19
I.3.1. Filtration Sédimentation / Compressibilité.....	20
I.3.1.1. Bases de la filtration sur support.....	20
I.3.1.2. Loi de Darcy.....	21
I.3.1.2.a. Filtration frontale.....	21
I.3.1.2.b. Filtration centrifuge.....	22
I.3.1.3. Résistance du média filtrant.....	22
I.3.1.4. Sédimentation.....	24
I.3.1.5. Compressibilité du milieu poreux.....	27
I.3.1.5.a. Concept de pression solide.....	27
I.3.1.5.b. Compressibilité en filtration centrifuge.....	28
I.3.2. Drainage.....	31
I.3.2.1. Modèle capillaire.....	32
I.3.2.2. Modèle du film.....	34

I.3.2.3. Modèle issu de l'approche de Darcy généralisé.....	34
I.3.2.3.a. Pression capillaire et perméabilité relative.....	36
I.3.2.3.b. Détermination de la pression d'entrée p_b	43
I.4. Conclusion.....	45
Chapitre II : Quelques aspects de modélisation : filtration centrifuge – drainages gravitaire et centrifuge.....	47
II.1 Modèles de filtration centrifuge.....	48
II.1.1. Cas de la formation de gâteaux compressibles.....	48
II.1.2. Cas de la formation de gâteaux incompressibles.....	49
II.1.3. Résultats numériques.....	51
II.2. Modèles de drainage gravitaire et centrifuge.....	58
II.2.1. Modèle de Darcy généralisé.....	58
II.2.2. Drainage gravitaire, importance de la formulation du modèle et de la résistance du média filtrant.....	59
II.2.2.1. Formulation du modèle.....	59
II.2.2.1.a. Formulation en saturation.....	59
II.2.2.1.b. Formulation en pression.....	63
II.2.2.1.c. Résultats numériques comparant les deux formulations du modèle.....	69
II.2.2.2. Résistance du média filtrant.....	70
II.2.3. Drainage centrifuge, prise en compte de l'effet du média filtrant.....	71
II.2.3.1. Modèle du drainage gravitaire transposé au drainage centrifuge.....	71
II.2.3.2. Modélisation du drainage centrifuge, effet du média filtrant.....	71
II.3. Conclusion.....	77
Chapitre III. Filtration et drainage : Etude expérimentale et validation.....	79
III.1. Drainage gravitaire.....	80
III.1.1. Matériels et méthodes.....	81
III.1.1.1. Fluides et milieux poreux.....	81
III.1.1.2. Dispositif expérimental.....	84
III.1.1.3. Description de la technique d'atténuation de rayon gamma.....	85
III.1.1.3.a. Loi d'atténuation du rayonnement.....	85
III.1.1.3.b. Dispositif lié à la gammamétrie.....	85
III.1.1.3.c. Détermination de la porosité et de la saturation liquide locales par gammamétrie.....	86
III.1.2. Protocole expérimental.....	88
III.1.2.1. Détermination expérimentale des paramètres.....	88
III.1.2.1.a. Longueur ajoutée de colonne d'eau.....	89
III.1.2.1.b. Porosités locale et moyenne du milieu poreux.....	89
III.1.2.1.c. Perméabilité du milieu poreux.....	91
III.1.2.1.d. Résistance hydraulique du média filtrant.....	92
III.1.2.1.e. Pression d'entrée.....	95
III.1.2.1.f. Saturation locale en dynamique.....	96
III.1.2.1.g. Suivi de la saturation moyenne.....	97

Introduction générale

Depuis quelques années, des normes de plus en plus exigeantes pour préserver l'environnement et une politique de réduction de consommation d'énergie contraignent les industriels à améliorer les procédés préexistants ou à en concevoir de nouveaux respectant cette tendance.

L'opération de séparation liquide – solide est pratiquée dans de nombreux secteurs industriels tels que l'industrie chimique, pharmaceutique et agroalimentaire et n'échappe pas à ces nouveaux enjeux environnementaux. Le procédé de filtration est un procédé de séparation liquide – solide largement répandu il est opéré sous pression, sous vide ou sous champs d'accélération centrifuge. La filtration centrifuge est certainement un des procédés de séparation liquide - solide des plus efficace mais consommateur d'énergie. Il s'adresse alors généralement à des produits à forte valeur ajoutée, le produit « noble » étant très fréquemment le solide.

Lesessoreuses centrifuges sont des machines réalisant la filtration d'une suspension mais aussi le lavage et l'essorage du gâteau issu de l'étape de filtration. Suite à la phase d'essorage, le gâteau de filtration est souvent convoyé vers un séchoir afin d'en éliminer la teneur en eau résiduelle. Dans le but de supprimer les transferts de matière de l'essoreuse au sécheur, de réduire les coûts énergétiques globaux du procédé, de réduire les risques d'exposition des personnels aux produits solides toxiques et/ou solvants et d'avoir une installation plus compacte, le couplage de la déshydratation mécanique et du séchage dans la même machine est également très recherché par les industriels. De plus, assister la séparation mécanique par un apport énergétique supplémentaire pendant une phase de filtration difficile peut être efficace, et, pendant l'étape de séchage, le fait que la machine tourne permet d'homogénéiser le champ magnétique et donc le chauffage micro-ondes.

Ces opérations étant très coûteuses à l'investissement et plus encore en frais d'exploitation, l'industriel oriente de plus en plus ses recherches vers le dimensionnement le plus adapté de sa machine ou l'optimisation de ses cycles de production. Les industriels souhaitent de plus en plus s'affranchir d'essais pilotes, coûteux en temps, en matière première et en énergie et souhaitent s'appuyer sur des outils expérimentaux à l'échelle laboratoire ou numériques pour prédire et optimiser les performances des machines dans les usines. On note ici les nécessaires aller retours entre les différentes dimensions du problème.

Avec le soutien de l'ADEME (Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie), l'Institut de Filtration et des Techniques Séparatives (IFTS), Centre Technique, et le TREFLE (laboratoire inter-établissement, Université de Bordeaux, CNRS) un projet portant sur l'étude du couplage d'un procédé d'essorage à un procédé de séchage a été mis en place. L'objectif étant d'intégrer sur une technologie d'essoreuse un procédé de séchage adapté et compatible avec les contraintes de l'essoreuse. Une pré étude a permis d'établir que l'apport d'énergie volumique par micro-ondes était des plus favorable à la mise en place in situ.

Le travail présenté dans ce mémoire constitue la première étape du projet de couplage essorage séchage. Une modélisation du procédé d'essorage et sa validation expérimentale sont proposées.

Si l'étape de filtration est aujourd'hui mieux connue, il n'en est pas de même pour l'opération d'essorage ou de drainage. En effet, la prédiction en terme de teneur en eau finale du produit et en terme de durée de l'opération reste difficile. L'un des objectifs de ce travail est d'obtenir un outil de simulation donnant accès à ce genre d'information, sans avoir recours à de trop nombreux essais expérimentaux sur la machine. L'analyse bibliographique met en évidence certains modèles dont les fondements permettent une analyse plus ou moins fine de l'opération de séparation. La présentation de ces différents modèles et des hypothèses afférentes fait l'objet du premier chapitre du mémoire.

Après cette description et les analyses associées nous avons retenu un modèle particulier dont l'utilisation dans la bibliographie a montré certaines lacunes. L'objet du deuxième chapitre réside en l'amélioration de ce dit modèle. Le choix de la variable privilégiée dans ce modèle a été modifié, et nous avons incorporé l'effet de deux paramètres importants dont l'un deux est la résistance hydraulique du média filtrant. Quel que soit le type de modèle utilisé dans la littérature, l'influence de ce paramètre sur la cinétique de drainage est fréquemment négligée parce que difficile à introduire dans la formulation mathématique de ces modèles. Il est pourtant admis qu'elle peut modifier la cinétique de drainage de façon significative.

Dans le troisième et dernier chapitre de ce document, nous traitons de l'étude expérimentale que nous avons menée, afin de valider la modélisation présentée dans le précédent chapitre. Certaines informations étant difficiles à obtenir voire indisponibles sur une machine tournante, nous avons tout d'abord effectué un travail expérimental en drainage gravitaire sur un milieu poreux modèle constitué de billes de verres afin de valider expérimentalement le modèle choisi. Puis, nous avons modifié et instrumenté uneessoreuse afin d'obtenir les cinétiques de déshydratation expérimentales d'un produit modèle que nous avons comparé aux résultats de l'outil de simulation.

Dans la conclusion nous présentons les perspectives et le dispositif que nous avons conçu et réalisé intégrant l'apport micro-ondes dans l'essoreuse.

CHAPITRE I.
Synthèse bibliographique

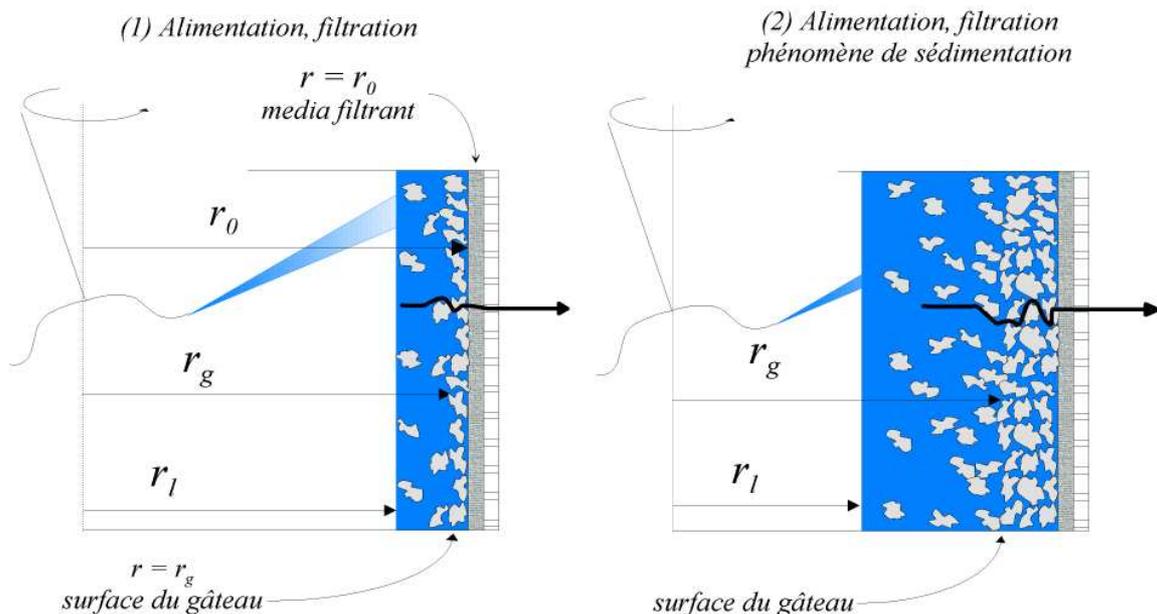
Dans un premier temps, en s'appuyant sur la bibliographie, nous allons décrire un cycle d'essorage puis déterminer les problèmes posés par les différentes caractéristiques des suspensions à filtrer, présenter les procédés hybrides destinés à séparer une phase liquide d'une matrice poreuse et enfin introduire le procédé de séchage par micro-ondes. Puis nous décrirons les phénomènes physiques rencontrés lors des étapes de formation du gâteau et de déshydratation mécanique. Enfin, nous présenterons les modèles de filtration, sédimentation et drainage issus de la littérature.

A partir de cette étude, nous justifierons le choix du modèle d'essorage en vue d'assister thermiquement les procédés de filtration et d'essorage : le choix d'une modélisation précise de l'étape d'essorage est primordial, car l'association en parallèle ou en série d'un apport thermique à venir, nécessite de connaître précisément l'état de saturation du gâteau à tout moment de l'essorage.

I.1 Description du procédé et des suspensions

I.1.1 Les étapes d'un cycle d'essorage centrifuge

Le produit à traiter est une suspension, elle est tout d'abord introduite dans le panier en rotation (Fig.I.1.(1)). Le liquide passe à travers le média filtrant et les particules solides sont en partie retenues par le média filtrant. L'accumulation de ces particules solides sur le média filtrant constitue le gâteau qui participe ensuite à la filtration. Au cours de la formation du gâteau, il peut se produire un phénomène de sédimentation, les particules solides se dirigeant plus vite vers le média filtrant que le liquide (Fig.I.1.(2)). Lorsque les particules solides ont sédimenté, elles laissent derrière elles un anneau liquide clair qui passe au travers du gâteau formé, c'est l'étape de perméation (Fig.I.1.(3)). Il est possible d'effectuer un pré-essorage, de laver ensuite le gâteau avec un liquide clair pour éliminer les impuretés, et enfin d'effectuer l'essorage. L'essorage débute lorsque la phase gazeuse pénètre dans le gâteau en remplaçant le liquide (Fig.I.1.(4 ; 5 et 6)). Le débit de liquide diminue au cours de l'opération d'essorage jusqu'à s'annuler. Le gâteau ainsi déshydraté présente un gradient de saturation dans son épaisseur (Fig.I.1.(5 et 6)). L'extraction du gâteau peut être effectuée manuellement ou automatiquement pour être généralement transporté vers un séchoir.



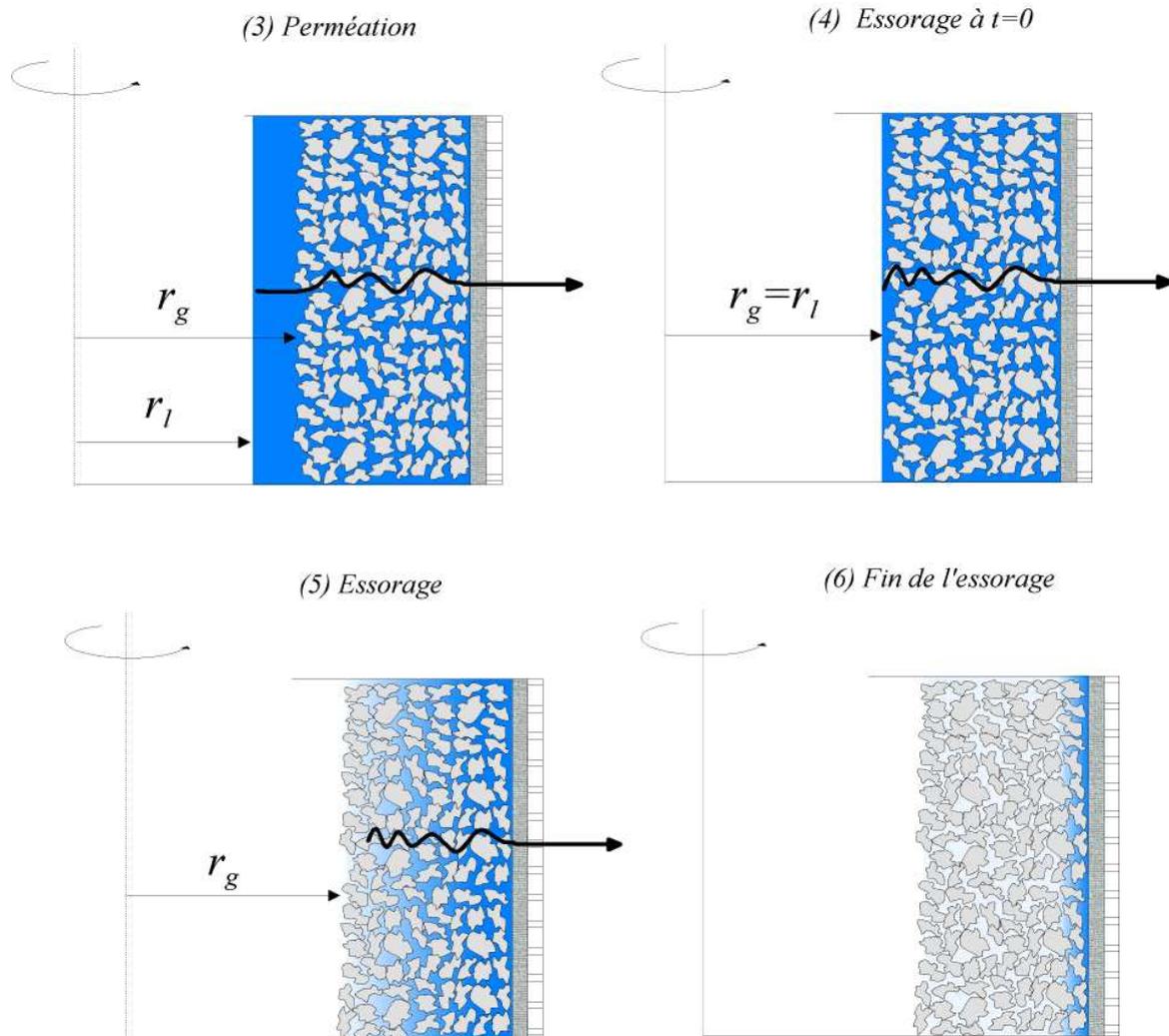


Figure I.1 Les différentes étapes du cycle d'uneessoreuse

I.1.2 Difficultés de séparation liées aux produits à traiter

Les suspensions à traiter peuvent présenter des problèmes lors de la séparation de la phase dispersée (particules solides) et de la phase continue (liquide). En effet, la qualité et la vitesse de la séparation dépendent de plusieurs paramètres classés en trois catégories permettant de décrire un système liquide-solide (Wakeman et Tarleton, 1999 et Wakeman, 2006) :

- Les propriétés des phases en présence :

Elles peuvent être mesurées indépendamment des composants du système. Elles comprennent les propriétés physiques du liquide et du solide, la taille des particules solides, la distribution de taille de particule, la forme des particules et les propriétés de surface dans leur environnement. La manière dont les particules interagissent avec leur environnement devient d'autant plus importante que les particules sont de petites dimensions, (notamment $<10\mu\text{m}$), à partir du moment où les forces d'attraction ou de répulsion entre les particules deviennent significatives devant les forces induites par la gravité ou l'hydrodynamique. Ces paramètres peuvent indiquer si les particules, par

exemple, sédimentent lentement ou rapidement, si elles peuvent être retenues sur certains média filtrants...

- L'état du système :

Cela inclut la concentration de la suspension, la dispersion des particules, la porosité du gâteau de filtration. Prenons pour exemple le cas de la sédimentation. Ce phénomène est fonction de la concentration de la suspension et de l'homogénéisation de la suspension. Plus la suspension est concentrée plus l'écoulement autour des particules sédimentant gêne la chute des particules avoisinantes. Pour ce qui est de l'état du gâteau, généralement, plus il est poreux et perméable, plus la vitesse de filtration est grande.

- Les propriétés macroscopiques :

Elles sont mesurées pour étudier l'application d'une méthode de séparation particulière. De telles mesures peuvent être la perméabilité du gâteau ou sa résistance spécifique, la vitesse terminale de chute des particules ou la vitesse de sédimentation des particules dans la suspension.

Les propriétés macroscopiques du système liquide-solide sont intimement liées aux propriétés de chacune des phases. Parmi les plus importantes, la taille des particules solides, la distribution de taille de particule, la forme des particules et la nature du fluide environnant ont une influence toute particulière sur la séparation liquide-solide.

I.1.2.1 Effet de la taille des particules

La taille des particules a un effet significatif sur le comportement de la séparation liquide-solide de la suspension. D'une manière générale, plus les particules sont de taille importante, plus la filtration est rapide : la perméabilité est plus élevée et il y a moins de risque d'obstruction des pores du média filtrant et du gâteau.

Pour les cycles de filtration-essorage sous vide ou sous pression, le fait d'augmenter la taille moyenne de particules diminue le temps nécessaire à la déshydratation mécanique. En effet, le fait que les pores soient plus grands augmente la perméabilité du gâteau. Le fait d'augmenter la différence de pression réduit aussi le temps de la déshydratation et augmente la vitesse du liquide mais l'effet n'est pas si important que le changement de taille des particules (Wakeman et Tarleton, 2005).

Sur lesessoreuses centrifuges, l'effet de l'augmentation de la taille de particule est considérable, comme elle joue sur la résistance hydraulique du gâteau mais aussi sur la teneur en eau résiduelle du gâteau en fin d'essorage, conduisant à une réduction significative du temps de l'opération.

I.1.2.2 Effet de la distribution de taille des particules

Dans la plupart des problèmes, on ne considère souvent que le diamètre moyen des particules, pour caractériser la suspension par exemple. En réalité les plus petites particules dans la distribution de taille sont celles qui ont les effets les plus importants dans toutes les étapes du cycle de filtration. Ce sont celles qui passent à travers le média filtrant au début de la formation du gâteau. Elles peuvent migrer à travers le gâteau pendant sa formation et tendent à se concentrer dans les couches du gâteau les plus proches du média filtrant (formation d'un talon). Ce sont elles qui présentent la plus grande surface spécifique (rapport surface/volume) et qui sont responsables de la très grande résistivité des gâteaux (Wakeman, 2006). Les vitesses de filtration, lavage et essorage sont plus faibles et les gâteaux résultants présentent une teneur en eau plus élevée due à la formation de pores plus petits. Des gradients de pression plus élevés sont nécessaires pour évacuer l'eau restante dans les pores de petites tailles lors de l'étape d'essorage.

I.1.2.3 Effet de la forme des particules

La forme de la particule joue sur le volume et la surface des particules et donc sur leur surface spécifique (rapport de la surface sur le volume de la particule) et sur la vitesse du fluide à travers le gâteau formé. Wakeman (2006) envisage trois formes modèles de particules : le cube, la sphère et le cylindre. Le cylindre selon ses dimensions peut aussi représenter une fibre ou une plaquette. Un gâteau constitué de particules fibreuses arrangées de façon aléatoire a une très grande porosité comprise entre 0,5 et 0,8 et sa résistance spécifique à l'écoulement est faible. En revanche un gâteau constitué de plaquettes peut avoir une résistance spécifique à l'écoulement de l'ordre de 10^3 à 10^4 fois plus grande qu'un gâteau constitué de fibres (Wakeman, 2006). Par conséquent la durée d'une filtration en est très fortement affectée. Par exemple, la filtration d'une suspension constituée de particules fibreuses peut durer 100 fois plus longtemps qu'une filtration de particules cubiques arrangées de façon aléatoire.

La forme de la particule a un effet sur le colmatage du média filtrant. Pour des particules rigides, elles peuvent être piégées entre les fibres et conduire à une importante obstruction des pores du média filtrant. La toile filtrante nécessite alors un lavage régulier voire à chaque fin de cycle.

I.1.2.4 Nature du fluide

La masse volumique et la viscosité du fluide ont une importance dans le procédé de filtration. Pour les procédés tels que la sédimentation centrifuge, la différence de masse volumique entre le solide et le liquide est primordiale pour la séparation. Mais la masse volumique est un paramètre que l'on ne peut pas souvent contrôler. Il est plus facile de contrôler la viscosité du fait qu'elle est très sensible aux variations de température. La vitesse de filtration peut être augmentée par une relativement faible augmentation de la température qui cause une chute de la viscosité du liquide (ceci n'est pas vrai pour les gaz qui voit leur viscosité augmenter lorsque la température augmente). Une alimentation chaude en suspension laisse du liquide chaud dans les pores avant d'effectuer l'essorage, ce qui le rend plus rapide et conduit à une teneur en liquide libre plus faible.

I.1.3 Lesessoreuses

L'évolution dans le domaine de l'essorage concerne souvent plus les applications que la technologie des machines en elles-mêmes. C'est pour cela que nous allons nous attacher beaucoup plus à lister les nouveaux domaines d'application qu'à décrire et comparer les différentes machines existantes. On trouvera dans la littérature une comparaison des performances de ces machines : Fournet (1988), Wakeman et Tarleton (1991), Robatel et Borel (1989). Nous décrirons plus particulièrement deux types d'essoreuse (l'essoreuse à fonctionnement discontinu et à axe vertical que nous avons utilisée et l'essoreuse à siphon rotatif) ainsi que les différents types de buses d'alimentation existantes puisque qu'au cours de notre étude nous avons été confrontés à un problème de distribution hétérogène de la suspension dans le panier. Un résumé descriptif des autres types de machines figure en Annexes A et B.

Historiquement, lesessoreuses sont utilisées dans l'industrie nucléaire, chimique et pharmaceutique, c'est d'ailleurs dans ce dernier domaine que l'équipementier français Rousselet-Robatel (spécialiste mondial de la séparation solide-liquide et de l'extraction

liquide-liquide) fait encore son plus gros chiffre d'affaire. Les nouveaux domaines d'application sont :

- les matières textiles : après teinture, blanchiment, carbonisage, lavage, lesessoreuses à axe vertical à déchargement par filet (Annexe A, figure.A.1) ou manuel sont utilisées pour l'extraction maximale du liquide afin de faciliter les opérations de séchage. Le diamètre des paniers non amovibles ou amovibles (Annexe A, figure A.2) et interchangeables peut varier de 20 cm à 2 mètres. Toutes les matières textiles sont concernées ainsi que les produits des industries du cuir, du papier et de la blanchisserie.

- la mécanique métallurgique. Les matériaux traités sont des copeaux ou des pièces usinées souillées par des huiles ou des émulsions. En effet, l'usinage d'une pièce est facilité en abaissant la température de la pièce par l'ajout d'huile de coupe ou d'émulsion huile/eau. Les copeaux sont stockés dans des bacs puis traités par centrifugation pour séparer les phases fluides de la phase solide. Les copeaux sont refondus et les huiles recyclées et réutilisées. Les coûts de stockage et de transport sont ainsi diminués puisque l'huile représente 10% en masse des copeaux destinés à la fonte.

- la protection de l'environnement, le recyclage de sous-produits, le contrôle qualité de produits semi-finis ou finis:

→ Traitement des déchets en vue de leur recyclage, de leur compactage : copeaux métalliques, déchets plastiques broyés ou encore déchets de papier, textiles provenant d'industries sensibles (nucléaire)

→ Traitement de boues : de rectification, de rodage, d'ébavurage, d'extraction de minerais,...

→ Épuration d'eaux dans les domaines de la taille du verre, de la découpe du plastique et d'effluents de chaînes de traitement des surfaces,...

→ Épuration de bains : d'usinage électrochimique, de phosphatation, d'anodisation, de passivation, d'extrusion, ...

→ Contrôle qualité : centrifugation de cartouches d'encre, de colle afin d'éliminer les bulles d'air ou d'en vérifier l'étanchéité

→ Clarifications : encres, pigments, infusions de plantes...

Les caractéristiques communes à toutes lesessoreuses sont de comporter un panier, un support pour le média filtrant et un média filtrant. On peut cependant les classer selon leur mode de fonctionnement : semi-continu ou discontinu.

On ne présente ci-après, ainsi qu'en annexe, que les machines jouant un rôle de centrifugeuses et nous mettons volontairement l'accent sur deuxessoreuses fonctionnant en discontinu présentant un intérêt particulier pour notre étude.

Ces centrifugeuses sont réalisées soit :

- à axe vertical, le déchargement du gâteau étant effectué à l'arrêt (fonctionnement discontinu) ou à faible vitesse de rotation par le fond du panier (fonctionnement semi-continu)
- à axe horizontal, le déchargement du gâteau étant généralement effectué en pleine vitesse grâce à un dispositif racleur (fonctionnement continu).

I.1.3.1 L'essoreuse à fonctionnement discontinu ou semi continu

Les essoreuses discontinues sont généralement choisies pour des filtrations difficiles ou pour des suspensions composées de particules de petites tailles ($>5\mu\text{m}$).

L'essoreuse discontinue à axe vertical déchargement manuel à l'arrêt est utilisée dans l'industrie chimique ou pharmaceutique pour l'essorage :

- de suspensions de cristaux relativement fins (50 à $100\mu\text{m}$) nécessitant de bons lavages, et dont le bris doit être évité ;
- de produits à forte valeur ajoutée élaborés en petite quantité par campagnes ;
- de produits difficilement essorables comme pour des particules très fines nécessitant de longs cycles ($>1\text{h}$)

Les diamètres des paniers de ce type d'essoreuse vont de 200 à 1500mm. Le déchargement de la phase solide est exécuté à l'arrêt par le dessus du panier soit manuellement soit par un dispositif à sac (Annexe A, Figure A.3). Dans le chapitre III, les expériences décrites ont été réalisées sur ce type d'essoreuse avec déchargement manuel.

Certaines essoreuses sont équipées de racloir pour effectuer le déchargement. Le fond du panier de ces essoreuses est ouvert autour de l'axe de rotation du panier pour permettre le déchargement du solide. Le déchargement se déroule à petite vitesse (10 à 50tr/min) grâce à un racloir qui décolle et dirige le solide vers la perforation du fond du panier.

Les diamètres de ces essoreuses vont de 600 à 1600mm. Leur application est la même que pour les essoreuses décrites dans le précédent paragraphe, mais l'automatisation du déchargement permet des productions plus importantes (jusqu'à 5t/h de solide).

Les essoreuses à axe horizontal ont une capacité pouvant aller de 2,5 à 1500 litres. Le débit-masse de solide est élevé et peut atteindre 20t/h, elles sont donc particulièrement adaptées à l'essorage de cristaux ou particules de taille moyenne (100 à $300\mu\text{m}$). Certaines de ces essoreuses effectuent leur déchargement à l'aide d'un racloir (Annexe A, Figure A.4). ou encore par retournement de toile (Annexe A, Figure A.5).

I.1.3.2 L'essoreuse à siphon rotatif

Il existe une catégorie d'essoreuse dite à siphon rotatif, il s'agit d'une variante d'essoreuse à axe horizontal fonctionnant en discontinu, dans laquelle le rotor comporte une chambre annulaire dans laquelle plonge un tube siphon (Fig.I.2). Ce dispositif permet d'augmenter la pression de filtration diminuant ainsi le temps d'essorage et la teneur en eau résiduelle du gâteau et peut être utilisé sur des essoreuses à axe vertical. Dans les expériences réalisées en perméation gravitaire de ce document (Chapitre III), nous utilisons ce principe d'augmentation de la pression de filtration en ajoutant une hauteur de colonne d'eau en sortie du média filtrant. L'effet de cette hauteur de colonne d'eau pourra être pris en compte dans le modèle de filtration et drainage.

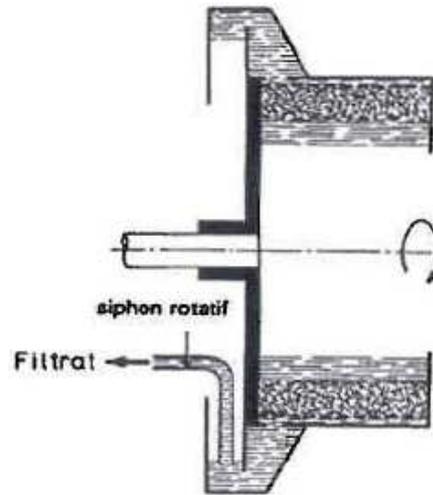


Figure I.2. Essoreuse à siphon rotatif (Techniques de l'Ingénieur, Robatel et Borel, 1989)

I.1.3.3 L'essoreuse à fonctionnement continu

D'une manière générale, on utilise lesessoreuses continues pour leur grande capacité de production. Ces centrifugeuses fonctionnent à vitesse de rotation constante pendant toutes les phases du procédé de centrifugation (l'alimentation, la filtration, et l'évacuation du solide). Leur fonctionnement continu permet d'atteindre de gros débits (jusqu'à 300t/h de solide) mais cesessoreuses ne sont utilisées que pour des produits facilement essorables. Quelques exemples sont donnés en Annexe B.

I.1.3.4 Les buses d'alimentation

On présente ci-après les buses que l'on trouve pour équiper lesessoreuses à axe vertical (Fig.I.3) ou à axe horizontal (Fig.I.4). Ces buses sont étudiées pour distribuer uniformément la suspension sur toute la hauteur du panier. L'un des objectifs de cet outil est d'obtenir un gâteau d'une hauteur uniforme dans tout le panier afin d'éviter les phénomènes de balourds de la machine. Dans notre étude, où il s'agit de comparer résultats de modélisation et résultats expérimentaux, l'uniformité de l'épaisseur du gâteau est primordiale.

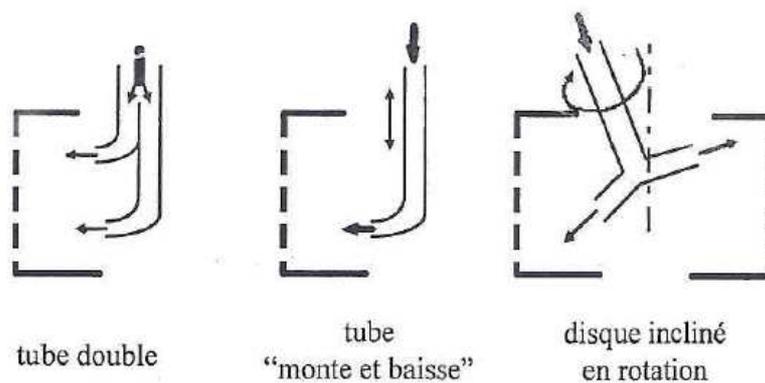


Figure I.3. Buses d'alimentation suressoreuse à axe vertical (document interne Robatel)

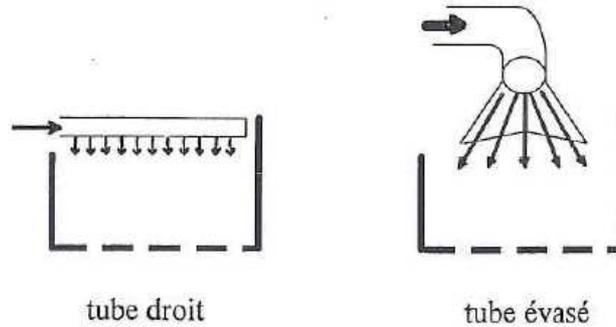


Figure I.4. Buses d'alimentation suressoreuse à axe horizontal (document interne Robatel)

I.1.4 Les procédés hybrides

A la fin de l'étape d'essorage, le niveau de teneur en eau résiduelle peut être encore élevé. Par exemple, on trouve dans ce document, pour un gâteau de talc de porosité 50% et d'épaisseur 11,5mm tournant à 4200 tr/min dans uneessoreuse de 32mm de diamètre, que le volume d'eau résiduelle contenu dans les pores est de 60%. L'association en série d'une déshydratation mécanique et d'un séchage thermique permet d'obtenir une faible teneur en eau finale du produit. Néanmoins, la quantité de chaleur fournie lors du séchage thermique est considérable (80 à 1000kW/m³, source ADEME) comparée à l'énergie nécessaire pour extraire l'eau d'un gâteau par essorage (2 à 20kW/m³, source ADEME). De plus, cette association nécessite la mise en place dans la chaîne de traitement de plusieurs appareils volumineux. Enfin, les gâteaux déshydratés mécaniquement sont convoyés à travers un réseau de pompes et canalisations vers l'unité de séchage thermique, ce qui, pour certains produits délicats (produits pharmaceutiques) peut compromettre leur qualité finale.

Il est donc intéressant d'extraire le maximum de solvant pendant l'opération de déshydratation mécanique afin de réduire les coûts des traitements annexes. Cependant, le procédé de filtration se caractérise par l'apparition d'une résistance à l'écoulement (gâteau de filtration) qui augmente de façon considérable lorsque la taille des particules solides est faible (Reichmann et Tomas, 2001). Ainsi, même si l'opération est peu coûteuse en terme d'énergie (0,2 à 2kW/m³, source ADEME), les temps de filtration deviennent vite très longs. Les opérations assistées, combinant déshydratation mécanique et apports énergétiques (champ électrique, magnétique ou acoustique, flux thermique) ont émergé comme alternatives possibles aux procédés de filtration traditionnels (Bongiovanni, 1998). Ainsi la filtration peut être assistée d'un apport thermique afin de faciliter les filtrations difficiles (procédés hybrides).

Cette association en parallèle de deux procédés est envisageable aussi sur uneessoreuse. Dans ce cas, on peut envisager d'utiliser l'apport thermique pour faciliter les filtrations ainsi que le procédé de déshydratation mécanique pour faciliter l'extraction de la vapeur d'eau générée par l'apport thermique au cours de l'étape de séchage.

I.1.4.1 Déshydratation mécanique couplée à un champ électrique et/ou acoustique

Wakeman et Tarleton (1991) et Tarleton (1992) décrivent l'utilisation d'un champ électrique ou acoustique pour assister le procédé de séparation mécanique. L'addition de ces champs se caractérise par le phénomène d'électro-osmose (mouvement du liquide sous l'action d'un champ électrique). Les gâteaux formés sont ainsi plus ouverts et moins résistifs, les temps de filtration sont alors largement réduits (Weber et Stahl, 2002). Ces procédés hybrides seraient très utiles car ils permettraient d'avoir accès à de l'eau qui ne peut être

expulsée par une opération de filtration (ou compression) classique (eau liée piégée dans les cellules organiques, Bouzrara et Vorobiev, 2002). Smythe et Wakeman (2000) montrent que le couplage d'un champ électrique et d'un champ acoustique améliore de façon considérable les cinétiques de filtration par rapport à l'utilisation du seul champ électrique. Si l'addition d'un champ électrique pendant l'étape de filtration s'avère efficace pour réduire les durées de traitement, Weber et Stahl (2002) ne décrivent pourtant aucune influence significative sur la teneur en eau et la porosité des gâteaux après compression.

Les effets observés en laboratoire, et plus particulièrement la réductions des temps de traitement, sur des matériaux spécifiques (oxyde de titane, particules de quartz) sont très souvent de moindre amplitude en environnement industriel avec des matériaux différents. Ceci couplé à un coût non négligeable des générateurs des différents champs justifie difficilement un effort économique.

I.1.4.2 Déshydratation mécanique couplée à un apport thermique

La littérature fournit peu d'information sur un couplage en parallèle d'une déshydratation mécanique et d'un apport thermique dans le domaine de la séparation solide-liquide. Les essais réalisés en température (généralement 80 °C) ont généralement pour but de réduire la viscosité du liquide contenu dans la suspension (pour de l'eau, la viscosité est réduite de 70 %). Il s'agit ici de diminuer la durée des essais. Mais cette technique impose une mise en température globale du système suspension/dispositif expérimental, entraînant ainsi un coût énergétique conséquent. Dans les procédés de séparation gaz-solide, les températures peuvent atteindre 600 °C (Peukert, 1997).

Schlünder (1996) puis Peuker et Stahl (1999, 2001) proposent de sécher les gâteaux de filtration avec de la vapeur surchauffée plutôt qu'avec de l'air comprimé habituellement utilisé. Il s'agit là d'un procédé de soufflage. Cette technique nommée par les auteurs « déshydratation thermomécanique » permet d'obtenir des gâteaux de faible teneur en eau par rapport à celle obtenue par un séchage classique. Cependant, il ne s'agit pas ici d'une association en parallèle (ou procédé hybride). En effet, les gâteaux sont d'abord consolidés par une opération de déshydratation mécanique classique puis soumis au traitement décrit par les auteurs.

Couturier (2002) a mis en évidence l'intérêt de l'association parallèle d'un procédé de déshydratation mécanique (filtration/compression) et d'un apport thermique. Parmi les aspects importants relatifs à l'utilisation d'un apport thermique destiné à aider la déshydratation mécanique, on note :

- l'évolution de la résistance hydraulique du média filtrant par colmatage qui peut atteindre jusqu'à 30% de la résistance totale du système {gâteau+média filtrant},
- un effet de peau, dans le cas de matériaux extrêmement compressibles (comme par exemple des boues biologiques floculées) pour lesquelles une augmentation de la pression de filtration ne se traduit pas par une augmentation du débit de filtrat (au-delà d'une certaine pression critique).

L'étude expérimentale qui a suivi l'étape de conception/réalisation a été réalisée avec des suspensions de talc et de kaolin. Des expériences ont montré que l'apport thermique au niveau du média filtrant pouvait être particulièrement intéressant. En effet, une diminution de la viscosité du filtrat localement, dans une zone où le gâteau est le moins perméable et où le média filtrant peut offrir une résistance à l'écoulement importante permet d'accélérer la filtration de manière très significative. De plus, il a été observé que l'élévation de température modifie la structuration du gâteau et entraîne une augmentation de la résistance spécifique du gâteau. Un effondrement du gâteau a même été observé en effectuant l'apport thermique au

cours de la compression, lorsque la température au niveau du média filtrant atteint la température d'ébullition du liquide. La teneur en eau obtenue après effondrement peut être nettement inférieure à celle obtenue à température ambiante (jusqu'à 20% en moins) et le temps nécessaire pour atteindre une teneur en eau donnée est très largement réduit.

Ces résultats montrant l'intérêt d'un apport thermique pour assister une opération de séparation liquide solide ont motivé le projet de la mise au point d'un dispositif expérimental d'essorage centrifuge assisté thermiquement ; l'étude de l'essorage centrifuge étant présentée dans ce document.

Les techniques de séchage utilisables peuvent être de type conductif, convectif ou micro-ondes. La thèse de Baillon (1996) a mis en évidence l'intérêt du séchage par micro-ondes dont l'efficacité dépend des propriétés diélectriques du solvant et des solides.

I.1.4.3 Procédés hybrides de séparation liquide-solide pour produits spéciaux

Plus récemment, l'extraction liquide-solide sur des produits thermosensibles tels que des produits agroalimentaires a pu être réalisée en les soumettant à un apport de chaleur à température modérée (pour préserver ce type de produits) et à un champ électrique pulsé (Lebovka *et al.*, 2004). Ce nouveau type de procédé apporte une amélioration notable en comparaison à l'extraction par pression.

Larue *et al.* (2006) ont travaillé sur des suspensions colloïdales ou gélatineuses conduisant à la formation de gâteaux à basse perméabilité. Les techniques de déshydratation basées sur une force motrice seule (pression, vide, centrifuge) sont inefficaces pour ce type de suspensions. Les floculants augmentent la filtrabilité mais réduisent la siccité du produit et peuvent altérer la qualité finale du produit. La Désaturation par Electro-osmose Pressurisée (DEP) avec l'élimination continue des constituants produits au niveau des électrodes par électrolyse est une technique assistée thermiquement au niveau de la cellule de filtration. Ce procédé hybride permet une meilleure déshydratation (Larue *et al.*, 2006).

I.1.5 Le chauffage par micro-ondes

Le travail développé tout au long de ce mémoire de thèse s'inscrit dans un projet visant à terme de coupler la déshydratation mécanique à un apport thermique pour sécher le produit. Le mode de séchage qui a été choisi est le chauffage par micro-ondes qui a pour avantage de générer l'apport de chaleur au cœur du produit mais nécessite une conduite du procédé plus sophistiquée. Nous allons décrire dans ce qui suit la nature de ces ondes, leur interaction avec le produit, et nous classerons les matériaux en fonction de comportement (appelée susceptibilité diélectrique) lorsqu'ils sont soumis à des micro-ondes.

Les micro-ondes sont des ondes électromagnétiques de longueur d'onde intermédiaire entre l'infrarouge et les ondes de radiodiffusion. Elles correspondent à la propagation simultanée dans l'espace d'un champ électrique et d'un champ magnétique. Les micro-ondes ont des longueurs d'onde centimétriques ou décimétriques, c'est-à-dire du même ordre de grandeur que les dimensions des objets à chauffer ou à sécher. Il s'ensuit des profondeurs de pénétration également du même ordre de grandeur, contrairement aux infrarouges dont la profondeur de pénétration est très faible et qui est donc un mode de chauffage surfacique où la conductivité thermique va toujours jouer un rôle important. Avec les micro-ondes, le dégagement de chaleur se fait instantanément dans le volume du produit.

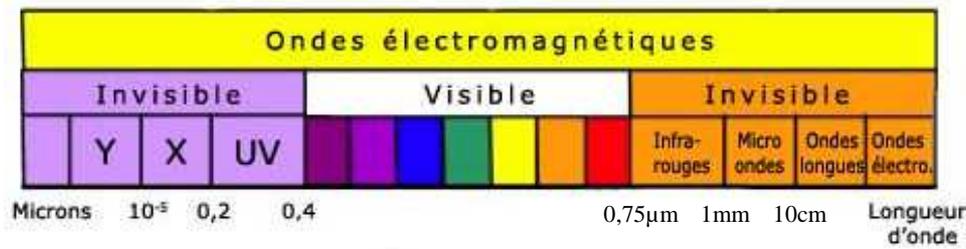


Tableau I.1 Les ondes électromagnétiques et les plages de longueur d'onde associées

Les premières applications thermiques, notamment en agroalimentaire, ont vu le jour après la seconde guerre mondiale. Cependant si le four à micro-ondes grand public a connu un très large succès, la pénétration de cette technique dans le milieu industriel a été beaucoup plus chaotique. En effet si l'idée d'un chauffage à cœur est intéressante et si l'efficacité du four à micro-ondes est importante en terme de temps de cuisson, la maîtrise de l'homogénéité des températures dans un produit composite ou dans un produit dont une des dimensions est importante (plusieurs dizaines de centimètres) suppose une bonne connaissance des phénomènes électromagnétiques et une bonne maîtrise de la technologie micro-ondes (Baillon, 1996).

Lorsqu'une onde traverse un milieu, il se produit plusieurs phénomènes. Une partie de l'onde est réfléchiée à l'interface délimitant le milieu, une autre partie est transmise (elle va traverser toute l'épaisseur du milieu) et la dernière partie sera absorbée par le milieu. On distingue alors trois classes de matériaux suivant leur comportement vis-à-vis des micro-ondes (Sicre, 2006):

- Les conducteurs : ce sont des matériaux contenant les électrons libres. Leur conductivité est grande. La propagation des ondes électromagnétiques n'y est pas possible et elles sont réfléchies. Ces matériaux sont donc utilisés pour la réalisation des enceintes et des guides d'onde devant conduire les micro-ondes. Dans les conducteurs réels, l'onde pénètre sur une très faible épaisseur et cela provoque des courants induits qui entraînent des pertes par effets Joule dans les parois.
- Les isolants parfaits : un isolant parfait a une conductivité et des pertes par polarisation nulles. L'onde est donc intégralement transmise, sans atténuation. Ces matériaux sont donc « transparents » aux ondes. Ils vont donc servir pour fabriquer les supports ou les récipients contenant les produits à traiter.
- Les diélectriques : ce sont des isolants imparfaits, ils absorbent l'énergie des ondes et la convertissent en chaleur par des mécanismes de polarisation. C'est notamment le cas de l'eau et des produits en contenant. L'onde s'atténue au fur et à mesure qu'elle cède de l'énergie au matériau diélectrique sous forme de chaleur c'est-à-dire au fur et à mesure de sa pénétration dans le matériau.

Dans le procédé de filtration-essorage couplé à un procédé de chauffage par micro-ondes, il faudra donc veiller à ce que les particules de la suspension à traiter soient des isolants parfaits (ou des diélectriques faibles). En effet, tout au long du procédé de chauffage, l'énergie absorbée par le solvant est consommée pour évaporer le solvant. Si tout le solvant est évaporé, l'énergie fournie par les micro-ondes peut être partiellement absorbée (lié à des modifications de propriétés diélectriques) sans pouvoir être évacuée, on a alors à faire à un emballement thermique. Il est donc préférable que les particules solides soient des isolants parfaits. Pour ce qui est du solvant de la suspension, il devra être un diélectrique comme c'est le cas de l'eau.

I.2 Physique des procédés de filtration et de drainage

I.2.1 Filtration

I.2.1.1 Initialisation de la filtration

Lors de l'étape de filtration, la suspension à traiter est introduite dans le panier de l'essoreuse en rotation, au fond duquel se trouve le média filtrant. Il autorise le passage du fluide et bloque les premières particules solides. Le média filtrant est généralement réalisé par tissage de fibres métalliques ou synthétiques. Le choix d'un média filtrant plus ou moins « fermé » se fait suivant la taille des particules en suspension et les applications.

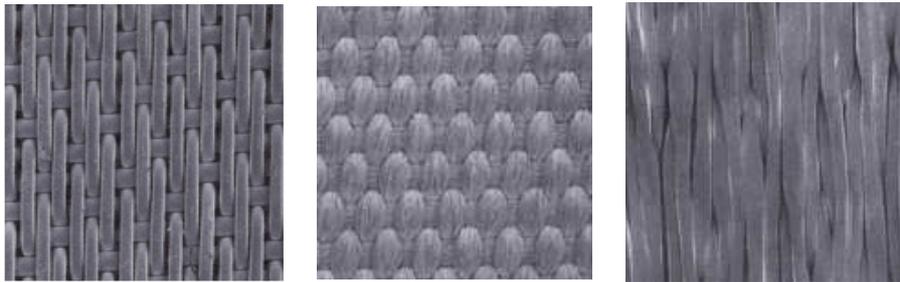


Figure I.5. Toiles filtrantes synthétiques (Wakeman et Tarleton, 1999)

Dès les premiers instants de l'alimentation du panier, des particules solides se déposent à la surface du média filtrant. Quelques-unes pénètrent dans les interstices de la toile et sont susceptibles de boucher en partie certains des pores du média filtrant (Tiller *et al.*, 1981 ; Granger *et al.*, 1985 ; Hosten et San, 1999). Ainsi, le média filtrant, au départ propre voit sa résistance hydraulique augmenter dès les premiers instants de la séparation (Willis *et al.*, 1983). Ce phénomène de colmatage initial peut être plus ou moins important suivant le type de tissage employé et la concentration de la suspension (Lu *et al.*, 1997).

Ce milieu poreux en formation que constitue le gâteau va lui-même progressivement effectuer la filtration (Wakeman et Tarleton, 1999). Le débit de filtrat diminue continuellement du fait que le gâteau s'épaissit créant une perte de charge à ses bornes de plus en plus importante.

I.2.1.2 Formation du gâteau

Dans la plupart des séparations liquide-solide, la phase liquide est moins dense que le solide que l'on veut séparer. Au cours de la filtration, la vitesse des particules solides est donc supérieure à la vitesse du liquide. Ainsi, pour des particules de densité élevée, le phénomène de sédimentation peut avoir une certaine importance.

Dans uneessoreuse, le phénomène de sédimentation est amplifié par l'accélération centrifuge et la cinétique de dépôt en filtration s'en trouve totalement modifiée. Plus la différence de densité entre les phases est élevée, plus la sédimentation sera importante. L'accélération de la particule est liée à sa position radiale dans l'essoreuse. Par conséquent, la concentration au sein de la suspension dans l'anneau liquide est fonction de la variable d'espace ; la concentration de particules solides sera plus élevée vers la surface du gâteau qu'en surface de l'anneau liquide.

Le phénomène de sédimentation est aussi fonction de la concentration de la suspension. Une particule solide est gênée dans sa chute par la proximité d'autres particules et

par le mouvement ascendant du liquide lié au mouvement descendant des autres particules. Le phénomène de sédimentation est donc facilité et plus important lorsque la concentration de la suspension est faible.

Négliger le phénomène de sédimentation revient à sous-estimer la vitesse de formation du gâteau et donc à surestimer la vitesse de filtration à un temps donné. Tiller *et al.* (1995) montrent que les mesures de résistance à l'écoulement du gâteau sont faussées car la masse de gâteau sec déposé par unité de volume de filtrat est sous-estimée.

I.2.1.3 Phénomène de compression du gâteau de filtration

Dans le gâteau, les particules solides sont en contact les unes avec les autres (Sorensen *et al.*, 1996) et subissent non seulement les frottements dus à l'écoulement du fluide mais aussi les efforts transmis par les particules avoisinantes (Tiller et Leu, 1980). Les efforts se transmettent de particule à particule et s'accumulent tout au long du gâteau (Tosun et Willis, 1983). Maximaux au niveau du média filtrant, ils sont nuls à la surface du gâteau (Tiller et Shirato, 1964).

Sous un champ gravitaire, chaque élément de volume (liquide ou solide) pris individuellement a le même « poids » quelle que soit sa position dans le gâteau ou dans l'anneau liquide (phase liquide au dessus du gâteau) car le champ de pesanteur est uniforme. Ce n'est pas le cas dans une essoreuse car l'accélération centrifuge augmente avec le rayon.

Une première classification peut être alors effectuée en fonction du comportement du gâteau. Si une variation de pression solide ne modifie pas les propriétés internes du gâteau, celui-ci est dit incompressible. Si, au contraire, une modification de la pression de fonctionnement entraîne une modification de la porosité et de la résistance spécifique, on dit qu'il est compressible (Willis *et al.*, 1974). Il s'agit là de la majorité des gâteaux rencontrés en déshydratation mécanique (Willis et Tosun, 1980). Ce type de gâteau est généralement constitué de fines particules (minérales, organiques ou biologiques).

Les variations de porosité dans un gâteau entraînent une variation de la résistance à l'écoulement et modifient la vitesse locale du liquide (Tiller et Cooper, 1960). Les compressions internes se manifestent par une restructuration de la matrice solide. Il ne s'agit pas d'une déformation des grains solides, supposés indéformables, mais d'un réarrangement des particules (Fig.I.6).

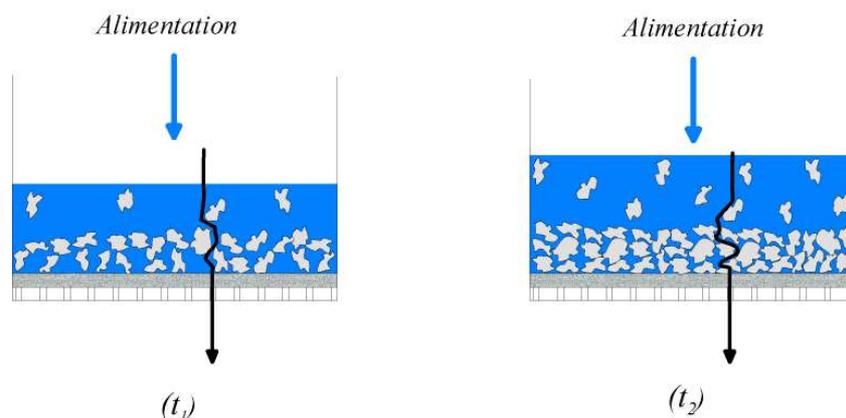


Figure I.6 Compressibilité du gâteau au cours de la filtration centrifuge

Ainsi, tout au long du procédé, le gâteau de filtration et le média filtrant sont susceptibles de voir leur structure interne (porosité et perméabilité) se modifier du fait des compressions internes mais aussi à cause d'une migration éventuelle de fines (Tien *et al.*, 1997 ;

Civan, 1998). L'opération de filtration se poursuit jusqu'à ce que toutes les particules solides soient intégrées au gâteau.

Divers travaux ont montré que certains gâteaux (boues biologiques flocculées par exemple), ont un comportement singulier en filtration. On observe en effet qu'un talon très peu perméable (partie du gâteau particulièrement tassée) supportant 80 à 90% de la perte de charge à travers le gâteau, se forme au niveau du média filtrant (Tiller et Green, 1973 ; Sorensen et Hansen, 1993).

I.2.2 Drainage

Le drainage est le procédé d'élimination de la phase mouillante (ici la phase liquide) occupant les pores d'un milieu poreux. Une phase non mouillante (la phase gazeuse) prend l'espace que la phase liquide laisse libre. Quand le milieu est saturé, il ne contient que la phase mouillante (liquide).

Pour caractériser la distribution de phases au sein du milieu poreux, on définit une grandeur, la saturation (liquide) notée S_l , pour décrire le niveau d'imprégnation du gâteau (Eq.I.1) :

$$S_l = \frac{V_l}{V_p} \quad (\text{I.1})$$

où V_l est le volume qu'occupe la phase liquide et V_p le volume de pore total.

On définit aussi la saturation réduite S_{rl} :

$$S_{rl} = \frac{S_l - S_{l\infty}}{1 - S_{l\infty}} \quad (\text{I.2})$$

D'un point de vue théorique, la saturation irréductible $S_{l\infty}$ correspond à un état de saturation pour lequel la phase liquide n'apparaît que sous la forme d'anneaux pendulaires discontinus (Fig.I.7). Mécaniquement, il n'est plus possible d'évacuer le liquide contenu dans ces anneaux puisque la phase liquide est alors discontinue. Mais la saturation irréductible ne peut être atteinte en théorie que pour des pressions capillaires « infinies ». Donc, en fin de drainage, certaines zones s'approchent de $S_{l\infty}$ mais n'atteignent pas cette valeur. La valeur de la saturation irréductible $S_{l\infty}$ dépend entre autres de la nature du milieu poreux.

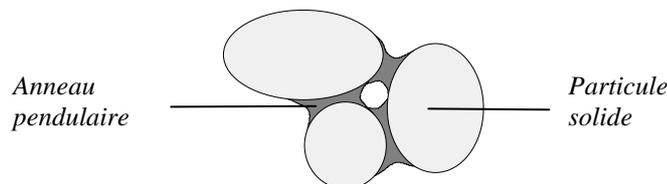


Figure I.7. Schéma d'un milieu poreux proche de la saturation irréductible.

Lorsque l'interface liquide-gaz franchit la surface du gâteau de filtration, c'est le début du drainage, plus communément appelé essorage. Cette intrusion de la phase gaz au sein du milieu poreux contenant une autre phase fluide non miscible avec le gaz implique de nouveaux phénomènes physiques.

I.2.2.1 Effets capillaires

Afin de décrire les mécanismes physiques du drainage, opérons un changement d'échelle et observons les phénomènes à l'échelle du pore représenté de façon simplifiée par un capillaire (Fig.I.9).

Le fait de plonger l'une des extrémités d'un tube de petit diamètre dans une phase liquide mouillante provoque une remontée de liquide dans le capillaire. C'est ce que l'on appelle l'imbibition spontanée. La force de gravité et la force capillaire sont deux forces opposées. Dans ce cas, la force capillaire supérieure à la force de gravité fait remonter le liquide dans le capillaire. A l'inverse, lorsque la force gravitaire est plus élevée que la force capillaire, le capillaire voit son niveau de liquide descendre – c'est le drainage – jusqu'à atteindre une hauteur de liquide correspondant à un équilibre entre les forces gravitaires et les forces capillaires. Cette hauteur de liquide d'équilibre est appelée la hauteur capillaire ou pied capillaire. La hauteur du pied capillaire h_c est la même pour l'imbibition et le drainage. Seul le drainage laisse un film liquide sur les parois du capillaire.

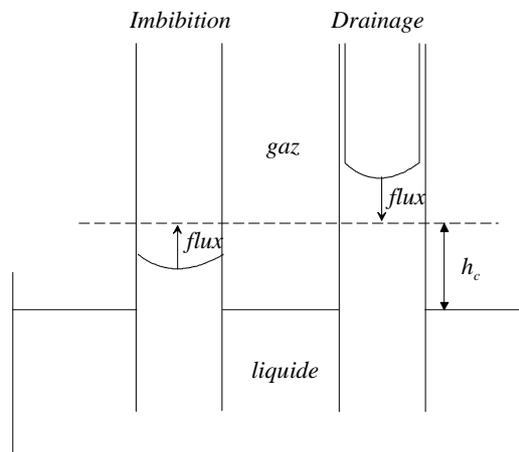


Figure I.8. Écoulement diphasique dans un capillaire

Figure I.9. Écoulement dans un capillaire

I.2.2.2 Mobilité d'une phase par rapport à l'occupation de l'espace poral de l'autre phase

Nous venons de voir que des effets capillaires étaient engendrés par l'intrusion d'une autre phase fluide non miscible dans un milieu poreux saturé. Lorsque la phase gazeuse pénètre dans le milieu poreux, plus l'espace est occupé par la phase liquide, moins la phase gaz a d'espace pour s'écouler dans les pores. Autrement dit, l'écoulement de chacune des phases fluides est gêné par la présence dans les pores de l'autre phase fluide.

I.3 Description des modèles existants

Les phénomènes physiques engendrés au cours des étapes de filtration, drainage et séchage étant décrits, nous rapportons dans cette partie quelques modèles les décrivant issus de la littérature.

I.3.1 Filtration Sédimentation / Compressibilité

I.3.1.1 Bases de la filtration sur support

Nous nous plaçons dans le cas d'un fluide Newtonien incompressible s'écoulant de façon isotherme dans un milieu poreux où les particules solides sont supposées indéformables. Les effets de la pesanteur sont négligés et il n'y a aucun transfert de masse entre les phases fluide et solide. Dans la plupart des simulations du procédé de filtration sur support, l'équation décrivant le procédé s'écrit (Rushton *et al.*, 2000) :

$$\frac{dt}{dV} = \frac{\mu_l \alpha_m w}{A^2 \Delta p_T} V + \frac{\mu_l R_m}{A \Delta p_T} \quad (I.3)$$

où t est le temps de filtration, V le volume de filtrat, μ_l la viscosité du liquide, α_m la résistance spécifique moyenne du gâteau de filtration, w la masse de gâteau sec par unité de volume de filtrat, A la surface filtrante, R_m la résistance du média filtrant, et Δp_T la différence de pression totale.

En considérant les grandeurs α_m , w et R_m constantes tout au long de l'opération, l'équation précédente peut être intégrée pour une opération à pression constante donnant l'expression de l'inverse du débit moyen de filtrat (t/V) sous la forme suivante :

$$\frac{t}{V} = \frac{\mu_l \alpha_m w}{2A^2 \Delta p_T} V + \frac{\mu_l R_m}{A \Delta p_T} \quad (I.4)$$

Cette équation suggère que α_m et R_m peuvent être déterminées respectivement par la pente et par l'ordonnée à l'origine de la courbe t/V en fonction de V (Fig.I.10).

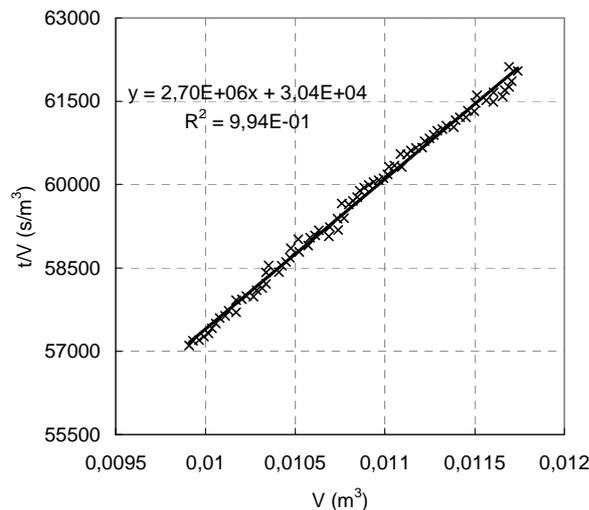


Figure I.10. Filtration centrifuge d'une suspension de talc, (fraction massique en solide dans la suspension : 0,2; $\Delta p_T = 2,9\text{bar}$, hauteur d'anneau liquide maintenue constante)

En toute rigueur, l'équation (I.4) a un domaine de validité limité puisque les hypothèses dont il découle sont relatives à des matériaux incompressibles et à un média filtrant de

résistance hydraulique constante (Tiller, 1975 dans Meeten, 2000). L'utilisation de l'équation (I.4) à des cas où ces conditions ne sont pas remplies peut conduire à des erreurs importantes (Tosun *et al.*, 1993). L'occurrence de matériaux rigoureusement incompressibles est cependant assez rare. En effet, la plupart (si ce n'est la totalité) des suspensions rencontrées conduisent à des gâteaux compressibles (Willis et Tosun, 1980). De plus, différents auteurs (Hosten et San, 1999 ; Tiller et Leu, 1983) ont montré que la résistance du média filtrant peut évoluer par colmatage au cours de la filtration et que, dans ces conditions, l'exploitation de la courbe t/V en fonction de V conduisait à des valeurs de R_m erronées. Cependant l'expérience montre que ce modèle reste largement utilisé (même avec des matériaux très compressibles) par les ingénieurs et qu'il est encore à la base d'un grand nombre de dimensionnements industriels.

I.3.1.2 Loi de Darcy

La loi générale de l'écoulement d'un fluide incompressible et newtonien au travers d'un milieu poreux s'écrit (Whitaker, 1986a) :

$$\vec{v}_l = \frac{\bar{k}}{\mu_l} \bar{\nabla}(p_l + \Phi) \quad (I.5)$$

Avec \vec{v}_l le vecteur vitesse de filtration, \bar{k} le tenseur de perméabilité du milieu poreux, μ_l la viscosité du fluide, p_l la pression liquide, Φ le potentiel volumique des forces de volume agissant sur le liquide.

I.3.1.2.a Filtration frontale

Au cours d'une filtration frontale, la section du gâteau en cours de formation reste constante (Fig.I.11).

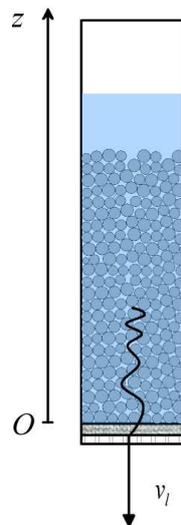


Figure I.11. Filtration frontale

Dans le cas de la filtration frontale, la loi de Darcy (I.5) devient :

$$v_l = -\frac{k}{\mu_l} \left(\frac{\partial p_l}{\partial z} + \rho_l g \right) \quad (I.6)$$

La vitesse est comptée négativement car le sens de l'écoulement est opposé au sens de l'axe (Oz), (Fig.I.11).

Si l'on n'impose pas de pression aux bornes du milieu poreux et que la gravité est le seul moteur de la filtration, on parle de filtration gravitaire.

Dans le cas où l'on impose une pression à la surface du milieu poreux, on parle de filtration sous pression. De même, si l'on tire sous vide au niveau du média filtrant, on parle de filtration sous vide. Dans les deux cas le gradient de pression liquide $\frac{\partial p_l}{\partial z}$ est alors très supérieur au terme $\rho_l g$ faisant intervenir l'accélération gravitaire, le terme $\rho_l g$ est alors négligé. La loi de Darcy s'écrit alors :

$$v_l = -\frac{k}{\mu_l} \frac{\partial p_l}{\partial z} \quad (I.7)$$

I.3.1.2.b Filtration centrifuge

On suppose que l'écoulement du fluide ne se fait que selon r (Fig.I.12). La section de filtration diminue au cours de la formation du gâteau.

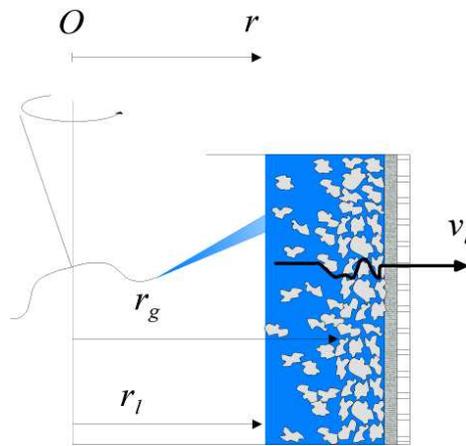


Figure I.12. Filtration centrifuge

L'accélération gravitaire est négligée face à l'accélération centrifuge. L'équation générale de la filtration (I.5) appliquée au cas de la filtration centrifuge devient :

$$v_l = \frac{k}{\mu_l} \left(-\frac{\partial p_l}{\partial r} + \rho_l \omega^2 r \right) \quad (I.8)$$

I.3.1.3 Résistance du média filtrant

Dans l'équation (I.4), il est supposé que la résistance du média filtrant est constante pendant toute la durée de la filtration. Pour déterminer la résistance du média filtrant R_m , on

utilise l'ordonnée à l'origine des courbes expérimentales $t/V = f(V)$ (Fig.I.10). Cependant, sa valeur est susceptible d'évoluer au cours de l'opération de séparation. Divers facteurs peuvent en effet modifier la perméabilité du média filtrant k_m définie par la relation (I.9) où e_m représente l'épaisseur du média filtrant.

$$k_m = \frac{e_m}{R_m} \quad (\text{I.9})$$

Des fines peuvent pénétrer dans la structure interne du filtre ce qui donne lieu à un colmatage dont l'amplitude évolue au cours du temps (Tiller et Leu, 1983b). La charge exercée par le gâteau peut comprimer les fibres constituant le média, réduisant ainsi la surface disponible à l'écoulement du fluide (Chase *et al.*, 1994). De plus, différentes valeurs de R_m sont fréquemment mesurées pour un même matériau et une même pression, en ne changeant que la concentration de la suspension (Yim *et al.*, 2001). Ainsi, il apparaît que la résistance hydraulique n'est pas constante et que la valeur donnée par la méthode analytique (Eq.I.4), est à considérer avec précaution. Cette méthode donne parfois des valeurs de R_m négatives lors d'un fort colmatage (Hosten et San, 1999).

De manière générale, la résistance du média filtrant peut être mesurée à partir de la perte de charge aux bornes du média filtrant Δp_m :

$$R_m = \frac{\Delta p_m}{Q_l \mu_l} \quad (\text{I.10})$$

Tiller et Leu (1983a) établissent une corrélation avec les résultats de Notebaert *et al.* (1975) qui permet de représenter l'augmentation continue de la résistance hydraulique du média filtrant depuis sa valeur initiale (R_{m0}) jusqu'à une valeur limite ($R_{m\infty}$) sous la forme :

$$R_m = R_{m\infty} - (R_{m\infty} - R_{m0}) \exp \left[-B \left(\frac{w}{A} \right)^2 \right] \quad (\text{I.11})$$

où B est un paramètre constant. La valeur initiale de la résistance du média filtrant R_{m0} peut être mesurée de façon simple en faisant percoler du liquide clair à travers le média. Le terme $-B (w/A)^2$ détermine la vitesse à laquelle la résistance du média filtrant atteint sa valeur limite (Fig.I.13).

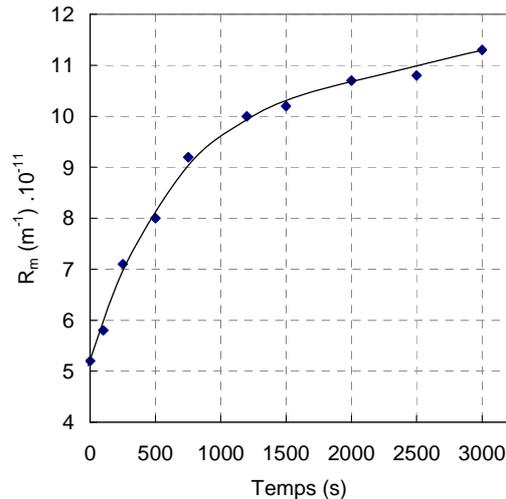


Figure I.13. Évolution de la résistance du média filtrant au cours du temps (papier filtre Whatman n°1) pour une suspension de kaolin filtrée à 3,65bar et de fraction massique en solide dans la suspension à 0,05 (d'après Tiller et Leu, 1983a)

La littérature fournit d'autres modèles de colmatage, notamment Lee (1997) qui obtient une nouvelle expression de R_m à partir d'un modèle statistique simple. Nous ne discuterons pas ici de la validité de ces modèles.

Ainsi, seule la mesure de la chute de pression à travers le média filtrant permet d'obtenir de façon certaine la résistance R_m au cours de l'opération.

Afin d'éviter la discussion sur la valeur de R_m , certains auteurs (Tien *et al.*, 2001) négligent la résistance R_m dans le cas de gâteaux très résistifs. Cependant, d'autres auteurs (Hosten et San, 1999) ont montré que pour du kaolin donnant des gâteaux de résistance spécifique élevée, R_m pouvait représenter 25 à 30 % de la résistance totale, même en fin d'opération.

Couturier (2002) a étudié l'impact d'un apport thermique localisé au niveau du média filtrant. Une réduction de la viscosité de la phase fluide au niveau du média filtrant contribue à diminuer la perte de charge à ses bornes. Le colmatage n'est pas affecté en tant que tel, mais le débit de liquide est amélioré.

I.3.1.4 Sédimentation

Le phénomène de sédimentation a une influence sur la vitesse de formation du gâteau et donc sur la résistivité du gâteau au cours de sa formation. Valleroy et Maloney (1960) parlent de 20% d'écart sur les résistances spécifiques. Oyama et Sumikawa (1954) ont reconnu que les résistances spécifiques en filtration centrifuge sont plus importantes que celles obtenues en filtration à pression constante pour des différences de pression égales dans les deux procédés.

Le phénomène de sédimentation est une fonction de la concentration de la suspension (Sambuichi *et al.*, 1987 et 1988). En effet, plus la suspension est concentrée plus la vitesse des particules solides est faible. En effet, la chute d'une particule est gênée par le déplacement de fluide qu'occasionne la chute des particules avoisinantes.

Le phénomène de sédimentation tend donc à former un gâteau plus rapidement que si les particules ne sédimentaient pas mais cette vitesse des solides est nuancée par la concentration en solide de la suspension.

Dans la suite du paragraphe, deux types de modèles sont présentés. Le premier décrit une sédimentation plus ou moins gênée fonction de la fraction volumique en solide, il s'applique aussi au gâteau en formation. En effet, il existe une continuité entre les différentes zones (Fig.I.14) au travers de la fraction volumique de solide locale ϕ . Le second modèle décrit la sédimentation dans l'anneau liquide en fonction de la concentration de la suspension, la compressibilité du gâteau est fonction de la pression solide. Les deux zones sont distinctes et présentent une discontinuité de la fraction volumique de solide locale.

1) Le premier modèle donne la variation de la fraction volumique en solide dans la suspension. Selon la valeur de ce paramètre on se situe dans une zone de liquide clair de sédimentation ou de gâteau en formation.

Les particules dans la suspension n'étant pas en contact ne se transmettent aucun effort. En revanche, leur chute induit un mouvement du fluide vers le haut pouvant gêner la chute des particules voisines. Buscall et White (1987) ont pris en compte cet effet dans leur théorie phénoménologique sur la séparation liquide-solide au travers d'un facteur de sédimentation gênée $R(\phi)$. Dans cette théorie, le comportement du réseau de particules en formation (comprenant la zone de chute et la zone de consolidation) est déterminé par la fraction volumique de solide locale ϕ (Fig.I.14) dont dépendent deux paramètres :

- la fonction de sédimentation gênée $R(\phi)$. Lorsque les particules forment un gâteau c'est le point de gel, $\phi > \phi_g$.

- la pression limite d'élasticité du réseau $p_y(\phi)$ qui, en deçà d'une certaine valeur n'engendre pas de déformation du réseau et au-delà, crée une compression du milieu poreux.

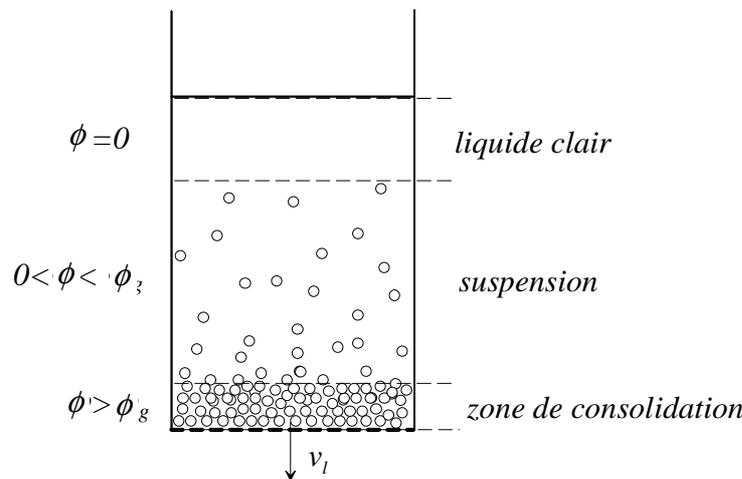


Figure I.14. Vitesses de sédimentation en décantation et filtration

Dans ce modèle on peut noter qu'il existe une continuité dans le paramètre ϕ au travers des différentes zones.

Green *et al.*, (1996) ont utilisé cette approche pour modéliser l'état d'équilibre d'une suspension consolidée dans une centrifugeuse tube (correspondant à un problème de coordonnées cartésiennes dans un champ d'accélération centrifuge). La théorie a aussi été utilisée pour modéliser la sédimentation de suspension sous champ gravitationnel dans le cas de batch (Howells *et al.*, 1990) ou de procédé continu (Landman *et al.*, 1988) ou encore en filtration sur support à pression constante (Landman et White, 1994 ; Landman et White, 1997) et en filtration gravitaire (Lester *et al.*, 2005).

Stickland *et al.*, (2006) ont poursuivi le travail de Buscall et White (1987) sur la sédimentation centrifuge. Ils partent d'un instant initial où la suspension est présente dans le panier et dont la concentration est homogène dans tout l'anneau liquide et où il n'y pas encore de gâteau, cette configuration est peu réaliste : la sédimentation, la formation du gâteau et l'augmentation de l'épaisseur de l'anneau liquide interviennent en même temps. De plus, ils estiment que la concentration de la suspension ne varie que dans le temps, et donc qu'à tout instant la suspension est homogène dans la zone de chute des particules.

2) Le second modèle exposé décrit la sédimentation au travers de la vitesse de chute des particules. On néglige ici le facteur de sédimentation gênée.

Dans le cas de la décantation, la vitesse des particules solides est celle de la sédimentation (Fig.I.15.a). En décantation centrifuge, l'accélération augmente avec le rayon r donc la vitesse des particules augmente au cours de leur déplacement. En décantation gravitaire, la vitesse des particules peut atteindre une valeur limite de chute.

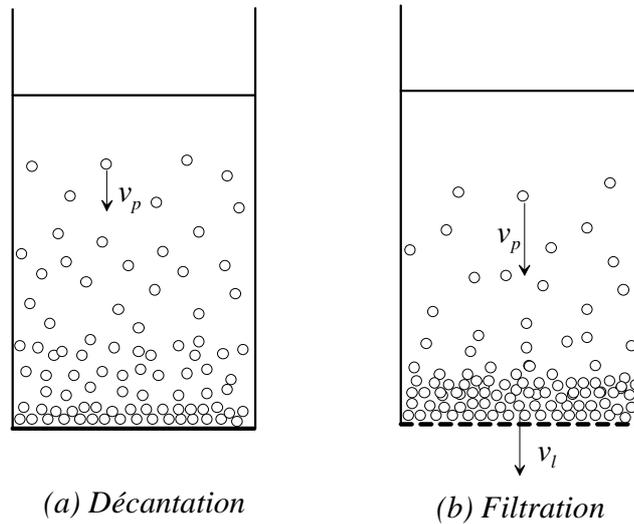


Figure I.15. Vitesses de sédimentation en décantation et filtration

Dans le cas de la filtration, les particules solides sont entraînées par le mouvement du liquide et sédimentent au sein de ce liquide (Fig. I.15.b). La vitesse des particules solides v_p est donc la somme des vitesses de filtration v_l et de sédimentation v_s (Sambuichi *et al.*,1987 et 1988).

$$v_p = v_l + v_s \quad (I.12)$$

En filtration centrifuge, la vitesse de sédimentation v_s est obtenue à partir de la vitesse de sédimentation gravitaire v_g :

$$v_s = \frac{r\omega^2}{g} v_g \quad (I.13)$$

avec ω la vitesse de rotation, et g l'accélération gravitaire. La vitesse du fluide $v(r)$ en r est définie par la relation (I.14), v_l étant la vitesse de filtration en $r = r_0$. Cette relation est vérifiée pour des suspensions diluées.

$$v(r) = \frac{r_0}{r} v_l \quad (\text{I.14})$$

La description de la sédimentation dans l'anneau liquide peut se faire de façon relativement directe en considérant un modèle de sédimentation en masse dans lequel la vitesse de chute des particules n'est fonction que de la concentration en particules selon l'hypothèse de Kynch. La vitesse de sédimentation, dans une gamme donnée de concentration en solides peut être représentée par l'équation de Colin :

$$v_g = \psi C^{-\zeta} \quad (\text{I.15})$$

où ψ et ζ sont deux constantes positives caractéristiques de la suspension. L'équation (I.15) montre que la vitesse de chute des particules diminue lorsque la concentration augmente.

I.3.1.5 Compressibilité du milieu poreux

I.3.1.5.a Concept de pression solide

Lors d'un écoulement à travers un milieu poreux, la force de frottement créée par le liquide s'écoulant autour des particules se traduit par une compression progressive des couches poreuses dans la direction de l'écoulement p_f (dp_f correspond à la perte de charge du liquide). A cette force s'ajoute la pression p_w résultant de l'action du champ gravitaire agissant sur les particules solides et le liquide. Ces compressions engendrent alors un gradient de porosité sur toute la hauteur du gâteau.

Si dp_s désigne la variation élémentaire de la pression totale exercée sur le solide sur une épaisseur de gâteau dz , on a :

$$dp_s = dp_f + dp_w \quad (\text{I.16})$$

où l'expression de dp_w est donnée par :

$$dp_w = (\rho_s - \rho_l)g(1 - \varepsilon)dz \quad (\text{I.17})$$

et l'expression de dp_f provient de la loi de Darcy (Eq.I.7) :

$$dp_f = \frac{Q_l \mu_l}{Ak} dz \quad (\text{I.18})$$

La quantité d'énergie en terme de pression que le liquide cède aux particules solides sur une épaisseur dz de milieu poreux s'exprime comme suit :

$$dp_l = \rho_l g dz - dp_f + dp_{v_l} \quad (\text{I.19})$$

où dp_{vl} est la variation d'énergie cinétique du liquide. Dans le cas d'une filtration sous vide ou à pression constante avec une surface filtrante constante, on peut négliger l'action du champ de pesanteur et le terme dp_{vl} (la vitesse étant constante), ainsi la diminution d'énergie du liquide n'est due qu'aux frottements fluide-particule, l'équation (I.19) devient :

$$dp_l = -dp_f \quad (I.20)$$

L'équation (I.16) se simplifie et devient :

$$dp_s = dp_f \quad (I.21)$$

En égalisant les équations (I.20) et (I.21), on obtient :

$$dp_l + dp_s = 0 \quad (I.22)$$

Soit sous forme intégrée :

$$p_l + p_s = p_{app} \quad (I.23)$$

Ainsi, en tout point du gâteau la somme de la pression liquide et de la pression solide est égale à la pression appliquée p_{app} (Fig.I.16).

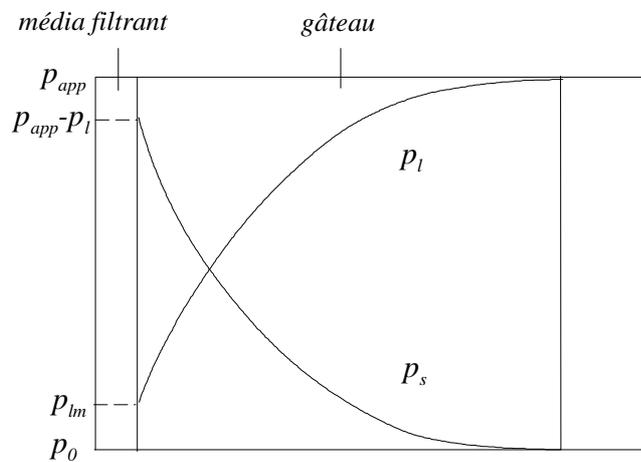


Figure I.16. Profils de pressions liquide et solide dans le gâteau

Cette pression, que la matrice solide subit, est à l'origine du réarrangement des particules. Le gradient de pression solide dans le gâteau peut créer un gradient de porosité.

I.3.1.5.b Compressibilité en filtration centrifuge

Le concept de pression solide ayant été introduit dans le paragraphe précédent, on peut maintenant s'intéresser à décrire la filtration d'un gâteau compressible dans uneessoreuse.

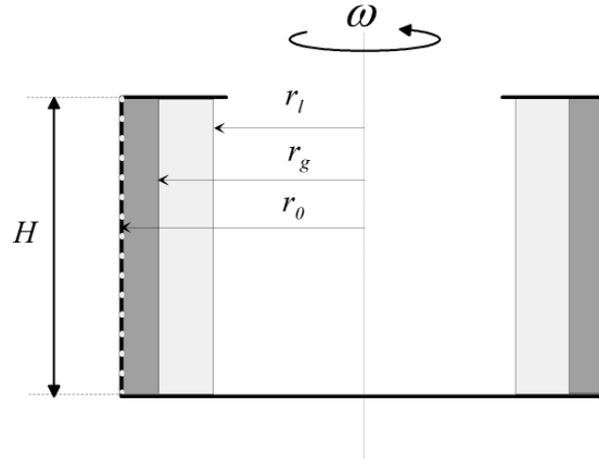


Figure I.17. Filtration centrifuge

La figure (I.17) représente le panier de l'essoreuse, le gâteau de filtration en cours de formation compris entre les rayons r_0 et r_g et l'anneau liquide compris entre les rayons r_g et r_l .

Le modèle permet de déterminer l'évolution des rayons r_g , et r_l , du débit de filtration Q_l et de la structure du gâteau représentée par les fonctions $\varepsilon(r)$ et $k(r)$. Le modèle de base est celui de Sambuichi *et al.*, (1987). La résolution du modèle sera modifiée par rapport à celle proposée dans le travail original, dans le but d'avoir une résolution numérique plus efficace. Dans ce modèle, les gradients de débit de liquide dans le gâteau liés aux variations de porosité ne sont pas pris en compte. Il en résulte une erreur sur le bilan du liquide qui sera supposée négligeable si la compressibilité des gâteaux considérés reste modérée. La première équation provient d'un bilan matière global effectué sur le panier de l'essoreuse, Q_0 représentant le débit d'alimentation :

$$-2\pi H r_l \frac{dr_l}{dt} = Q_0 - Q_l \quad (\text{I.24})$$

De façon analogue, on peut écrire un bilan sur les solides accumulés dans le panier, en supposant négligeable le volume de solide dans le filtrat :

$$2\pi H \left\{ \int_{r_0}^{r_g} (1 - \varepsilon) r dr + \int_{r_g}^{r_l} C r dr \right\} = \int_0^t C_0 Q_0 dt \quad (\text{I.25})$$

Ce qui donne l'équation suivante :

$$\pi(r_0^2 - r_g^2)((1 - \bar{\varepsilon}) + C) = C_0 Q_0 t \quad (\text{I.26})$$

où l'on a défini la porosité moyenne du gâteau par :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{r_0^2 - r_g^2} \int_{r_g}^{r_0} \varepsilon r dr \quad (\text{I.27})$$

On peut encore écrire un bilan sur une portion du panier située entre le rayon du panier r_0 et un rayon r arbitraire situé dans la suspension. Il vient alors :

$$2\pi r C \left(\frac{r\omega^2}{g} v_g + \frac{Q_l}{2\pi r H} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left[\pi C (r_g^2 - r) + \pi \bar{\varepsilon} (r_0^2 - r_g^2) \right] \quad (\text{I.28})$$

En réarrangeant les différents termes de l'équation (I.28), en l'écrivant en $r = r_g$, on obtient :

$$2r_g C \left(\frac{r_g \omega^2}{g} v_g + \frac{Q_l}{2\pi r_g H} \right) = 2r_g C \frac{\partial r_g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left[\bar{\varepsilon} (r_0^2 - r_g^2) \right] \quad (\text{I.29})$$

On écrit la loi de Darcy (Eq.I.8) sur une couronne de gâteau d'épaisseur dr :

$$\frac{Q_l}{2\pi r H} = \frac{k}{\mu_l} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ -p_l + \frac{1}{2} \rho_l r^2 \omega^2 \right\} \quad (\text{I.30})$$

Dans l'équation (I.30), la perméabilité est une fonction de la pression solide. La distribution de pression solide dans le gâteau peut être obtenue en écrivant un bilan de force sur un élément de gâteau (χ_0 étant le rapport de la contrainte latérale et de la contrainte normale) :

$$\frac{\partial p_l}{\partial r} + \frac{\partial p_s}{\partial r} + (1 - \chi_0) \frac{p_s}{r} = (\rho_s (1 - \varepsilon) + \rho_l \varepsilon) r \omega^2 \quad (\text{I.31})$$

En combinant les équations (I.30) et (I.31), il est possible d'éliminer le gradient de pression liquide :

$$\frac{\mu_l Q_l}{k 2\pi r H} = \frac{\partial p_s}{\partial r} + (1 - \chi_0) \frac{p_s}{r} - (\rho_s - \rho_l) (1 - \varepsilon) r \omega^2 \quad (\text{I.32})$$

Aux bornes du média filtrant, la loi de Darcy (Eq.I.8) prend la forme suivante :

$$\frac{Q_l}{2\pi r_0 H} = \frac{1}{\mu_l R_m} (p_{lm} - p_0) \quad (\text{I.33})$$

Pour fermer le modèle, on a besoin des équations constitutives qui relient perméabilité et solidosité (notée ε_s , $\varepsilon_s = 1 - \varepsilon$) à la pression solide p_s . Ces équations prennent habituellement la forme suivante (Tiller et Leu, 1980) :

$$k = k_0 \left(1 + \frac{p_s}{p_a} \right)^{-\delta} \quad (\text{I.34})$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{s0} \left(1 + \frac{p_s}{p_a} \right)^\beta \quad (\text{I.35})$$

$$\alpha = \alpha_0 \left(1 + \frac{p_s}{p_a} \right)^\vartheta \quad (\text{I.36})$$

où α_0 , ε_{s0} et k_0 sont respectivement la résistance spécifique, la solidosité et la perméabilité du milieu poreux à pression solide nulle et où β , δ et ϑ sont des constantes à déterminer. On a aussi :

$$\alpha_0 = \frac{1}{k_0 \rho_s \varepsilon_{s0}} \quad (\text{I.37})$$

$$\delta = \vartheta + \beta \quad (\text{I.38})$$

Le travail de Borel (1986) a pour but de dimensionner des essoreuses centrifuges. Cela repose sur une expérimentation réalisée sur une Cellule de Compression et Perméabilité (CCP) ou une essoreuse pilote. L'association expérimentation-calcul constitue une méthodologie systématique de dimensionnement des essoreuses.

Borel (1986) a déterminé expérimentalement lors d'une opération de filtration centrifuge l'évolution de la résistance spécifique $\alpha(p_s)$ et de la porosité $\varepsilon(p_s)$ de plusieurs façons sur trois matériaux compressibles différents (Rafles de maïs, Cellulose, particules de PVC) :

- sur une CCP. Il utilise trois relations issues de la littérature (Grace, 1953 ; Rushton et Spears, 1975 ; Borel, 1986)
- sur une essoreuse pilote, en filtration centrifuge à pression constante.

Les résultats sur CCP sont sensiblement identiques quelle que soit la relation utilisée et s'écartent de 10 à 20% des valeurs obtenues en filtration centrifuge à pression constante. La CCP est une méthode ne nécessitant que de petites quantités de produit et permettant d'obtenir les données de compression d'un milieu poreux avec une précision correcte.

Fournet (1988) a étudié le cycle d'essorage centrifuge complet appliqué à l'acide salicylique. Il confronte les valeurs de résistance spécifique obtenues de trois manières différentes : en perméation gravitaire, en cellule cylindrique centrifugée et sur une essoreuse pilote.

I.3.2 Drainage

La modélisation du drainage repose sur l'élaboration d'une relation exprimant l'évolution de la saturation liquide moyenne d'un milieu poreux au cours du temps $\bar{S}_l(t)$ ainsi que la détermination du profil de saturation final du milieu $S_l(z)|_{t=\infty}$.

A partir des lois de la mécanique appliquées à l'intérieur de pores de formes quelconques, certains auteurs ont abouti à l'échelle macroscopique à des équations complexes qui font intervenir des paramètres qu'il est difficile de déterminer expérimentalement. L'idée généralement adoptée dans les études pratiques est de schématiser les pores par des formes géométriques simples afin d'évaluer la saturation et la teneur en eau résiduelle de la couche poreuse.

On distingue plusieurs types de modèles décrivant l'écoulement de deux phases fluides immiscibles dans un milieu poreux :

- le modèle d'écoulement capillaire, qui assimile le milieu poreux à un réseau de pores cylindriques (capillaires) dont la distribution des diamètres reste à déterminer afin de quantifier l'action des forces de capillarité.
- le modèle d'écoulement par film qui suppose qu'après l'écoulement d'une majeure partie du liquide, un film de liquide retenu sur la surface des parois s'écoule dans la zone insaturée à une vitesse plus faible.
- le modèle de Darcy généralisé qui prend en compte les effets capillaires induit par l'introduction d'une phase gazeuse dans un milieu poreux saturé et où l'écoulement d'une des phases fluide est gêné par la présence dans les pores de l'autre phase fluide.

I.3.2.1 Modèle capillaire

Le gâteau est assimilé à un réseau de pores cylindriques de diamètre unique. Le débit du liquide Q_l suit la loi de Hagen-Poiseuille (Middleman, 1998) qui s'écrit comme suit pour des capillaires de diamètre d_c :

$$Q_l = \frac{\pi d_c^4 \Delta p_l}{128 \mu_l L} \quad (I.39)$$

On peut obtenir l'expression du débit de filtrat de deux manières différentes, soit en effectuant un bilan de quantité de mouvement exprimé en terme de pression dans la phase liquide, ou en effectuant un bilan matière. L'équation de drainage centrifuge obtenue est la suivante :

$$\frac{dr_l}{dt} = \frac{\frac{1}{2} \rho_l \omega^2 (r_0^2 - r_l^2) - p_c}{\left(1 - \frac{h_\infty}{1 - h_\infty} \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \frac{\rho_s}{\rho_l}\right) \varepsilon \mu_l r_l \left(\rho_s \int_{r_l}^{r_0} \alpha (1 - \varepsilon) \frac{dr}{r} + \frac{R_m}{r_0} \right)} \quad (I.40)$$

Cette équation différentielle est résolue numériquement (Runge Kutta à 4 étapes) et conduit à une expression discrète du profil de $r_l(t)$. La hauteur d'eau résiduelle h_∞ se calcule grâce à l'expression suivante :

$$h_\infty = \frac{\pi H (r_0^2 - r_{l_\infty}^2) \rho_l \varepsilon}{\pi H (r_0^2 - r_{l_\infty}^2) \rho_l \varepsilon + (1 - \varepsilon) \rho_s \pi H (r_0^2 - r_g^2)} \quad (I.41)$$

avec r_{l_∞} le rayon où se situe la limite entre la zone saturée et la zone désaturée :

$$r_{l_\infty} = \sqrt{r_0^2 - \frac{2 p_c}{\rho_l \omega^2}} \quad (I.42)$$

Si le réseau capillaire est constitué de pores cylindriques parallèles dont la distribution de taille des pores suit une loi de Boltzmann :

$$g(d_c) = \frac{2\varepsilon d_c}{\pi d_{c \max}^4} \exp\left(-0,5\left(\frac{d_c}{d_{c \max}}\right)^2\right) \quad (\text{I.43})$$

Zeitsch (1978) donne l'expression de l'évolution de la saturation au cours du temps :

$$S(t) = S_{l_\infty} + \frac{1}{D^2\left(\frac{1}{D} + \zeta t\right)} \left[\frac{\exp\left(-\frac{1}{D} - \zeta t\right)}{\frac{1}{D} + \zeta t} - \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\frac{1}{D} + \zeta t}} \left(1 - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{1}{D} + \zeta t}\right)\right) \right] \quad (\text{I.44})$$

avec S_{l_∞} la saturation irréductible :

$$S_{l_\infty} = 1 - \exp\left(-\frac{1}{D}\right) + \frac{\sqrt{\pi D}}{2D} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{D}}\right)\right] \quad (\text{I.45})$$

avec D appelé le nombre de drainage centrifuge (adimensionnel) :

$$D = \frac{k r_0^2 \omega^4 \rho_l^2 (r_0 - r_g)^2}{\varepsilon \sigma_{gl}^2 \cos^2 \theta} \quad (\text{I.46})$$

avec ζ le facteur de vitesse de drainage défini comme suit :

$$\zeta = \frac{\sigma_{gl}^2 \cos^2 \theta}{2\mu_l (r_0 - r_g)^3 \rho_l r_0 \omega^2} \quad (\text{I.47})$$

avec $\operatorname{erf}(x)$ représentant la « fonction erreur » de x :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-u^2) du \quad (\text{I.48})$$

L'intérêt majeur d'une telle modélisation réside dans l'absence de paramètres déduits de l'expérience. Mais l'hypothèse de départ concernant la fonction de répartition des diamètres de pores (type Boltzmann) est peu souvent vérifiée expérimentalement.

Borel (1986) propose une comparaison entre la déshydratation issue d'un modèle capillaire et la déshydratation expérimentale d'un gâteau. Cependant, il utilise une méthode consistant à prélever à des temps mesurés un élément représentatif de tout le gâteau sur une machine ayant des périodes d'accélération et de freinage très courts. Il mesure ainsi la cinétique d'essorage et présente les résultats sous forme de teneur en eau du milieu poreux en fonction du temps. Cependant le fait d'arrêter la machine afin d'effectuer le prélèvement de gâteau peut conduire à une redistribution des phases.

I.3.2.2 Modèle du film

Dans le gâteau, l'écoulement est le résultat de l'effet des forces gravitaires, centrifuges et de pression. Le liquide s'écoule pour la plus grande part suivant un modèle piston, un film glisse le long de la paroi dans la zone insaturée à une vitesse faible et son épaisseur décroît dans le temps. Au niveau de la zone saturée, on applique la loi de Darcy.

L'évolution de la saturation moyenne du gâteau d'essorage au cours du temps est donnée par la loi suivante (Nenniger et Storrow, 1958) :

$$S_l = \frac{r_0 - r_l}{r_0 - r_{cap}} (1 - S_{l\infty}) + S_{l\infty} + \frac{2}{3} \frac{s_0}{\varepsilon} \left[\frac{\mu_l (r_0 - r_{cap})}{\rho_l g G} \right]^{1/2} \sqrt{\frac{1 - \frac{r_0 - r_l}{r_0 - r_{cap}}}{(t - t_0)}} \quad (\text{I.49})$$

où s_0 est la surface spécifique du milieu poreux, G le nombre de g et $r_0 - r_c$ la hauteur capillaire. Ce modèle ne présente pas de problèmes de résolution mais les effets capillaires y sont pris en compte de façon simplifiée, ce qui a pour effet de surestimer la cinétique de déshydratation du milieu poreux. De plus, certains paramètres ne sont pas toujours accessibles tels que la surface spécifique du milieu poreux s_0 .

Shirato *et al.*, (1981) proposent un modèle théorique similaire à celui de Nenniger et Storrow (1958) qui permet de déterminer à chaque instant le profil de saturation à l'intérieur du milieu poreux. Ils prennent en compte l'effet de la décélération du film par rapport à l'écoulement moyen dans les capillaires. La loi empirique qu'ils utilisent alors est la suivante :

$$S(t) = S_{l\infty} + \frac{1 - S_{l\infty}}{3 \exp(\tau) - 2} \quad (\text{I.50})$$

avec

$$\tau = \frac{\rho_l g k}{3 \mu_l L (1 - S_{l\infty})^2} t \quad (\text{I.51})$$

Ils observent une bonne correspondance entre les résultats expérimentaux et leur modèle pour des billes de verre et des grains de sable.

I.3.2.3 Modèle issu de l'approche de Darcy généralisé

Le modèle de Darcy généralisé est une extension de la loi de Darcy appliquée à la filtration (écoulement monophasique en milieu poreux) afin de traiter des problèmes de drainage (écoulement diphasique en milieu poreux). Le modèle de Darcy généralisé prend en compte les effets capillaires et le fait que l'écoulement d'une des phases fluides est gêné par la présence dans les pores de l'autre phase fluide. Nous développerons ces phénomènes dans le paragraphe I.3.2.3.a.

Le modèle de drainage est basé sur l'équation de continuité (Eq.I.52) et la loi de Darcy généralisée (Eq.I.53). Ces équations sont valables pour les drainages gravitaire et centrifuge dont les modèles sont développés par la suite (Whitaker, 1986b).

$$\frac{\partial(\varepsilon S_l)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_l) = 0 \quad (\text{I.52})$$

$$\vec{v}_l = -\frac{kk_{rl}}{\mu_l} \vec{\nabla}(p_l + \Phi) \quad (\text{I.53})$$

Bear *et al.*, (1984) proposent une modélisation de la filtration et de l'essorage centrifuge pour les milieux poreux déformables insaturés. La modélisation est basée sur la loi de Darcy et l'équation de continuité. Ils présentent les conditions initiales et aux limites qu'ils utilisent, les courbes de perméabilité relative et pression capillaire obtenues numériquement, les profils de saturation évoluant dans le temps ainsi que des cinétiques de déshydratation pour différentes vitesses de rotation. Cependant, les résultats numériques présentés ne sont pas confrontés à des résultats expérimentaux.

Wakeman et Vince (1984) ont modélisé le drainage gravitaire dans un gâteau homogène et incompressible où la résistance du média filtrant est négligeable devant celle du gâteau. Cependant ils négligent les effets capillaires. Dans cet article, ils mettent en avant le fait que la résistance du média filtrant peut avoir un effet non négligeable sur la cinétique de déshydratation.

Wakeman et Vince (1986) ont développé ce modèle dans le cas de l'essorage centrifuge. Les hypothèses du modèle sont les suivantes :

- Le panier de l'essoreuse tourne à une vitesse constante,
- L'influence de la gravité sur le procédé de drainage est supposée négligeable,
- Le milieu poreux à cette étape du cycle est supposé incompressible et homogène. Ils considèrent que la compression du milieu poreux intervient en grande partie pendant la période de formation du gâteau.

En tenant compte de ces hypothèses, la combinaison des équations de continuité (Eq.I.52) et de Darcy généralisée (Eq.I.53). mène à l'équation différentielle de base décrivant l'essorage centrifuge :

$$\frac{\partial S_l}{\partial t} = -\frac{k}{\varepsilon \mu_l} \left[k_{rl} \left(\rho_l \omega^2 + \frac{\partial^2 p_c}{\partial r^2} \right) + \left(\rho_l \omega^2 r + \frac{\partial p_c}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial k_{rl}}{\partial r} + \frac{k_{rl}}{r} \right) \right] \quad (\text{I.54})$$

Pour fermer le problème, Wakeman et Vince (1986) utilisent le modèle de Brooks et Corey (1964) qui définissent les fonctions $p_c(S_l)$ et $k_{rl}(S_l)$ (Eq.I.58 et I.63). Ils déterminent p_b avec la relation (I.78) mais ils ne donnent aucune information sur la valeur de λ .

Les conditions aux limites et initiale qu'ils proposent sont les suivantes :

- A l'instant initial de l'essorage, tout le milieu poreux est saturé :

$$\text{A } t = 0, \text{ on a } S_{rl} = 1, \text{ pour } r_g \leq r \leq 1$$

- Au niveau du média filtrant, ils proposent la condition limite suivante :

$$\text{En } r = r_0, \text{ pour } t > 0, \text{ on a } \frac{\partial S_{rl}}{\partial r} = \text{constante}$$

Cette condition à la limite n'est pas explicitée par Wakeman et Vince.

- Ils supposent qu'à la surface du milieu poreux, la saturation irréductible $S_{l\infty}$ est atteinte dès les premiers instants de l'essorage.

En $r = r_g$, pour $t > 0$, on a $S_{rl} = 0$, ce qui signifie théoriquement que la pression capillaire est infinie et que la pression liquide est négative d'après l'équation (I.55) avec $p_g = p_0 = 1 \text{ atm}$.

Le passage de $S_{rl} = 1$ (à $t = 0$) à $S_{rl} = 0$ (pour $t > 0$) en un seul pas de temps révèle des instabilités numériques.

Kulkarni *et al.*, (1998) ont étudié l'écoulement eau-huile dans un milieu poreux. Le modèle d'écoulement diphasique est celui de Darcy généralisé. Ils utilisent une méthode de détermination des courbes de perméabilité relative et de pression capillaire non conventionnelle : les expériences incluant la détermination de profils de saturation et de l'injection de fluide à différentes vitesses permettent de déterminer plus précisément ces courbes. Mais les fonctions les représentant contiennent un certain nombre de paramètres à identifier. Dans cet article, ils montrent aussi que les courbes simulées et les points expérimentaux de volume de fluide écoulé se superposent. Ces points n'ont pas été utilisés pour l'estimation de paramètre. Cela fournit donc une validation du modèle de Darcy généralisé pour un écoulement diphasique.

Chan *et al.*, (2003) proposent un algorithme pour résoudre le modèle d'essorage de Wakeman et Vince (1986) auquel ils n'apportent cependant aucune amélioration.

Barr et White décrivent un modèle rhéologique de drainage rendant compte essentiellement de la compression du gâteau au cours de la filtration centrifuge (Barr et White, 2006a) et du drainage centrifuge (Barr et White, 2006b). Ils déterminent les profils de concentration solide du gâteau. Ce modèle nécessite la connaissance des fonctions $p_y(\phi)$ (pression limite d'élasticité du réseau) et de la contrainte de sédimentation gênée $R(\phi)$. Barr et White (2006b) montrent que le milieu poreux ne se comprime pas lors du drainage. Néanmoins, la désaturation du gâteau est peu décrite. Ils calculent la saturation moyenne évoluant dans le temps par bilan matière. La pression capillaire est fonction de la fraction solide ce qui signifie que dans un milieu poreux incompressible, il n'y a qu'une valeur de pression capillaire pour chacun des points du gâteau quelque soit le moment du drainage. La position du front étant connue, on a l'évolution de la taille de zone saturée, le retrait du fluide fait place à un profil de saturation figé. De plus, aucun des résultats numériques n'ont été vérifiés expérimentalement.

I.3.2.3.a Pression capillaire et perméabilité relative

Pour fermer le problème de Darcy généralisé, il est nécessaire de définir la pression capillaire p_c et la perméabilité relative k_{rl} , les notions d'effets capillaires et de mobilité réduite d'une phase par rapport à l'occupation porale de l'autre phase dans les paragraphes I.2.2.1 et I.2.2.2. Nous allons évoquer ici quelques corrélations existantes reliant p_c et k_{rl} à la saturation.

→ Pression capillaire

Nous avons vu qu'un capillaire contenant un gaz dont l'extrémité est plongée dans un liquide voit son niveau de liquide monter jusqu'à une hauteur d'équilibre h_c appelée pied capillaire. Dans le capillaire, les deux phases fluides immiscibles en présence sont séparées par une interface courbe au travers de laquelle il existe une discontinuité de densité de matière et de pression. Cette interface est due à l'existence de forces interfaciales qui agissent uniquement aux frontières des phases séparées et qui sont tangentiellles à l'interface. Dans le cas de fluides miscibles, ces forces n'existent pas.

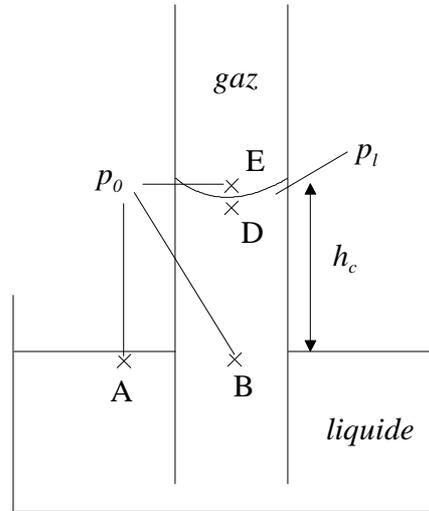


Figure I.18. Écoulement diphasique dans un capillaire

En effet, si l'on observe la figure (I.18), la pression dans le liquide au point A est celle de la pression atmosphérique p_0 . En dehors du capillaire, la continuité des pressions est vérifiée. Dans le capillaire, la pression liquide au niveau du point B correspond à la pression atmosphérique p_0 , il en est de même dans le gaz au point E. Pour qu'une hauteur de liquide persiste, le point D dans le liquide est nécessairement en dépression par rapport au point B. Le point B étant à la même pression que le point E, il existe donc une discontinuité de la pression entre les deux phases fluides (points D et E). Cette différence de pression est la pression capillaire $p_c(S_{rl})$ fonction de la saturation (Eq.I.55) où p_l est la pression liquide au niveau de l'interface (point D).

$$p_c(S_{rl}) = p_0 - p_l \quad (I.55)$$

Ces effets capillaires tendent à retenir le fluide mouillant sur la phase solide et sont donc en grande partie responsables de la limite de la déshydratation d'un milieu poreux.

Si l'on augmente la pression du gaz dans un capillaire, ou si l'on diminue la pression liquide p_l , la pression capillaire p_c augmente (Eq.I.55) et l'interface gaz-liquide se déplace. Dans notre cas, le gaz remplace une partie de l'espace que le liquide occupait. La saturation du capillaire a donc diminué avec l'augmentation de la pression capillaire :

$$S_l = f(p_c) \quad (I.56)$$

Au cours du drainage, un milieu poreux voit sa saturation diminuer et son niveau de pression capillaire augmenter. A cette échelle, la taille et la forme des pores sont très variables, nous avons donc recours à des modèles pour prendre en compte les effets capillaires dans la globalité du milieu poreux. Les effets capillaires sont pris en compte sous la forme d'une fonction liant la pression capillaire et la saturation (Fig.I.21).

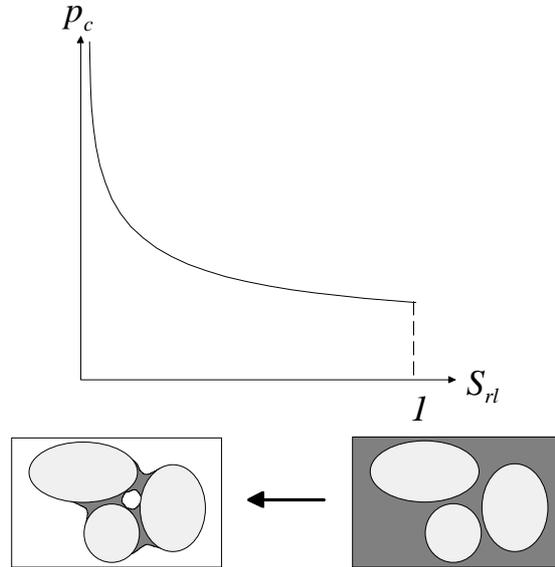


Figure I.19. Courbe de pression capillaire (Eq.I.58)

Nous venons de voir que l'entrée d'une phase gazeuse dans un milieu poreux saturé d'une phase fluide (non miscible avec le gaz) engendrait des effets capillaires et que l'écoulement dans les pores de chaque phase fluide était fonction de la saturation. On pourrait s'attendre à ce que la pression capillaire, lors du retrait du fluide mouillant, provoque une compression du milieu poreux mais Barr et White (2006b) montrent qu'un milieu poreux au cours du drainage ne se comprime pas. En effet, la pression solide reste inférieure à la pression limite d'élasticité du milieu poreux.

→ *Perméabilité relative*

Nous avons vu précédemment que des effets capillaires étaient engendrés par l'intrusion d'une autre phase fluide non miscible dans un milieu poreux saturé et que l'écoulement d'une phase fluide était fonction de l'occupation de l'espace poral de l'autre phase fluide. En représentant la présence d'une phase fluide dans les pores par la saturation, on peut prendre en compte le fait que l'écoulement d'une phase est gêné par la présence de l'autre phase. Ce phénomène est pris en compte au travers de la perméabilité du milieu poreux relative au fluide considéré : k_{rl} est la perméabilité relative au liquide, et k_{rg} la perméabilité relative au gaz. La figure (I.20) représente la perméabilité relative à chacune des phases en fonction de la saturation liquide. On observe qu'en début de drainage (en $S_l = 1$), la perméabilité relative à la phase liquide est maximale ($k_{rl} = 1$) alors que celle du gaz est minimale ($k_{rg} = 0$), la phase gaz n'a pas d'espace pour s'écouler. Lorsque le liquide s'écoule, la phase gazeuse (non mouillante) va passer préférentiellement dans les pores les plus gros

laissant le liquide (phase mouillante) dans les pores les plus petits. La perméabilité relative au gaz augmente pendant que la perméabilité relative au liquide diminue jusqu'à s'annuler pour $S_l = S_{l\infty}$. Le liquide (phase mouillante) s'écoule lentement sur la phase solide jusqu'à ce que le film s'affine puis se rompt, l'écoulement s'arrête alors.

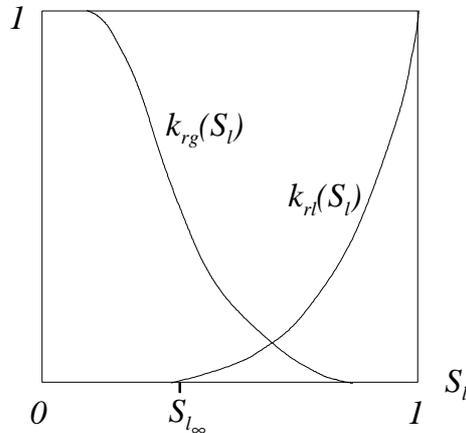


Figure I.20. Courbes de perméabilité relative aux phases gaz et liquide

Pour l'essorage centrifuge ou le drainage gravitaire, la différence de viscosité entre la phase liquide et la phase gazeuse, et le fait que la phase gazeuse n'occupe que l'espace poral abandonné par la phase liquide, permet de traiter la phase gazeuse comme une phase passive.

La loi de Darcy généralisée se différencie donc de la loi de Darcy du fait que la perméabilité locale de chaque phase fluide est liée à la saturation locale et du fait que la pression liquide locale p_l est affectée par des effets capillaires (Eq.I.55). Les effets capillaires sont pris en compte au travers de la pression capillaire p_c qui est une fonction de la saturation $p_c(S_l)$ et le lien entre la perméabilité et la saturation locale est pris en compte au travers de la perméabilité relative (Eq.I.57).

$$k_l = k k_{rl}(S_l) \quad (I.57)$$

où k_l est la perméabilité liquide et k_{rl} la perméabilité relative à la phase liquide qui dépend de la saturation locale (S_l).

Il existe plusieurs représentations des courbes de pression capillaire $p_c(S_l)$ et de perméabilité relative $k_{rl}(S_l)$, nous présentons plusieurs relations dans le paragraphe suivant.

→ Les relations $p_c(S_l)$ et $k_{rl}(S_l)$

- Les équations de Brooks et Corey (Corey, 1994)

Avant drainage, le milieu poreux est totalement saturé ($S_l = 1$), il n'y a pas d'effets capillaires. En tout début de drainage apparaissent les premiers ménisques en surface du milieu poreux : la pression capillaire est la pression d'entrée p_b . Puis, plus le milieu poreux se désature, plus la pression capillaire augmente, et plus l'écoulement ralentit. Brooks et Corey (1964) proposent de représenter la courbe de pression capillaire (Fig.I.21) par la fonction suivante (Eq.I.58) avec λ l'indice de distribution de taille de pores.

$$S_{rl} = \left(\frac{p_b}{p_c} \right)^\lambda \quad \text{pour } p_c > p_b \quad (\text{I.58})$$

En fin de drainage, la saturation tend vers la saturation irréductible S_{l_∞} soit $S_{rl} = 0$. Le liquide restant ne pourra être évacué que par un procédé de séchage.

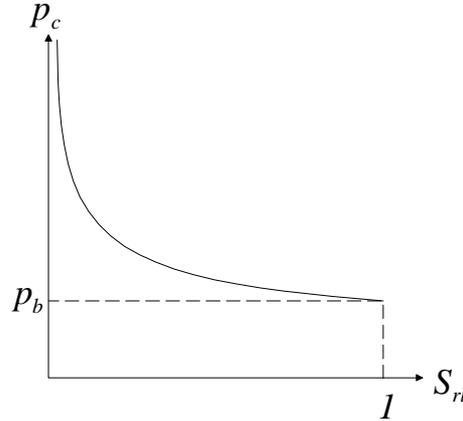


Figure I.21. Courbe de pression capillaire (Eq.I.58)

Comme le montre la figure.I.21 la saturation est très proche de 1 pour une pression capillaire appelée pression d'entrée et notée p_b , ce sont les premiers ménisques qui apparaissent à la surface du gâteau. Quand la valeur de pression capillaire dépasse p_b , la saturation décroît rapidement.

En pratique, pour obtenir la courbe de drainage, on part d'un milieu complètement saturé $S_{rl} = 1$ et l'on introduit la phase non mouillante (ici le gaz) dans le milieu en appliquant des paliers de pression de niveau constant. Chaque état d'équilibre correspond à un point de la courbe de pression capillaire. L'interprétation de la courbe de pression capillaire est liée au fait qu'aux faibles pressions capillaires p_c , seuls les plus gros pores peuvent être désaturés. Lorsque la pression capillaire augmente, des pores de taille plus petite sont accessibles et ainsi de suite. Lorsque la pression capillaire tend vers l'infini, la saturation tend vers la saturation irréductible S_{l_∞} .

Wakeman (1976) propose une relation pour déterminer la saturation irréductible S_{l_∞} de gâteaux issus de d'une déshydratation sous pression ou sous vide, en fonction du nombre capillaire, N_{cap1} , qui exprime le rapport entre les forces capillaires tendant à déshydrater le milieu et les forces de tension de surface retenant le fluide dans le gâteau (Eq.I.59). Cette relation (Eq.I.60) est valable pour un drainage sous vide ou sous pression et pour une grande variété de gâteaux plus ou moins compressibles :

$$N_{cap1} = \frac{\bar{\epsilon}^3 d_p^2 (\rho_l g L + \Delta p_l)}{(1 - \bar{\epsilon})^2 L \sigma_{gl}} \quad (\text{I.59})$$

$$S_{l_\infty} = 0,155 + 0,031 N_{cap1}^{-0,49} \quad (\text{I.60})$$

Pour un gâteau issu de déshydratation centrifuge, Wakeman et Rushton (1977) propose une estimation de la saturation irréductible (Eq.I.62) avec le nombre capillaire N_{cap2} défini comme suit :

$$N_{cap2} = \frac{\bar{\epsilon}^3 d_p^2 \rho_l \omega^2 r}{(1 - \bar{\epsilon})^2 \sigma_{gl}} \quad (I.61)$$

$$\begin{aligned} S_{l_\infty} &= 0,0524 N_{cap2}^{-0,19} \text{ pour } 10^{-5} < N_{cap2} < 0,14 \\ S_{l_\infty} &= 0,0139 N_{cap2}^{-0,86} \text{ pour } 0,14 < N_{cap2} < 10 \end{aligned} \quad (I.62)$$

Le paramètre λ est l'indice de distribution de taille de pores (Eq.I.58). Pour des milieux poreux ayant des pores de taille uniforme, l'indice est élevé et peut théoriquement tendre vers l'infini. A l'inverse, les milieux poreux avec une large gamme de taille de pores ont des valeurs faibles de l'indice pouvant tendre théoriquement vers zéro (Corey, 1994). La sédimentation naturelle de sable donne un indice compris entre 4 et 6. Dans notre cas, les billes de verre utilisées pour fabriquer le milieu poreux étant d'une taille uniforme et le milieu poreux bien tassé, la taille de pores est relativement uniforme et l'indice de distribution de taille de pores élevé ($\lambda > 10$). La figure (I.22) montre l'influence de la valeur de λ sur la courbe de pression capillaire. Le milieu poreux se désature d'autant plus facilement que l'indice de distribution de taille de pore est grand (uniformité de la taille des pores).

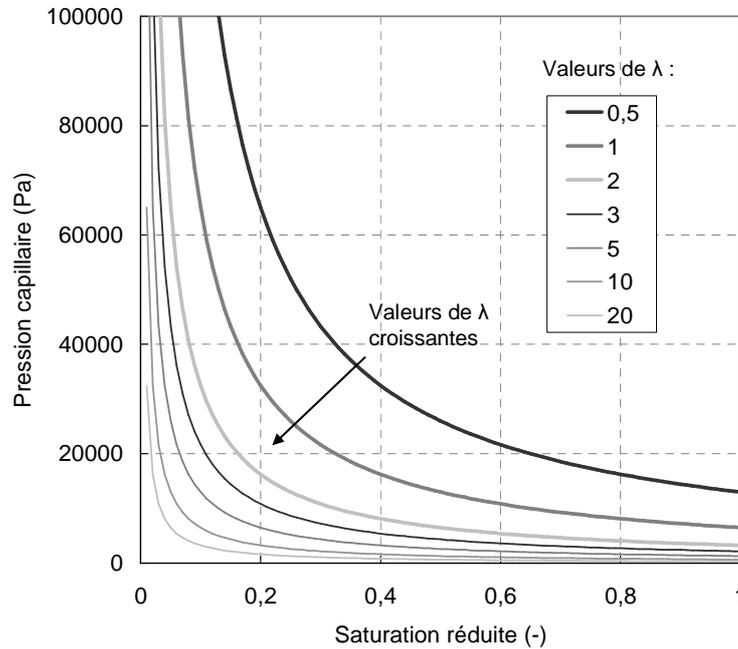


Figure I.22. Courbes de pression capillaire (Eq.I.58) pour différentes valeurs de λ , avec $p_b = 6300 \text{ Pa}$

La relation entre k_{rl} et S_{rl} a l'avantage d'une part de ne comporter qu'un paramètre à déterminer, d'autre part ce paramètre est commun à la relation (I.58) : l'indice de distribution de taille des pores λ .

$$k_{rl} = S_{rl}^{\left(\frac{2+3\lambda}{\lambda}\right)} \quad (I.63)$$

La figure suivante présente l'influence du paramètre λ sur la perméabilité relative au liquide.

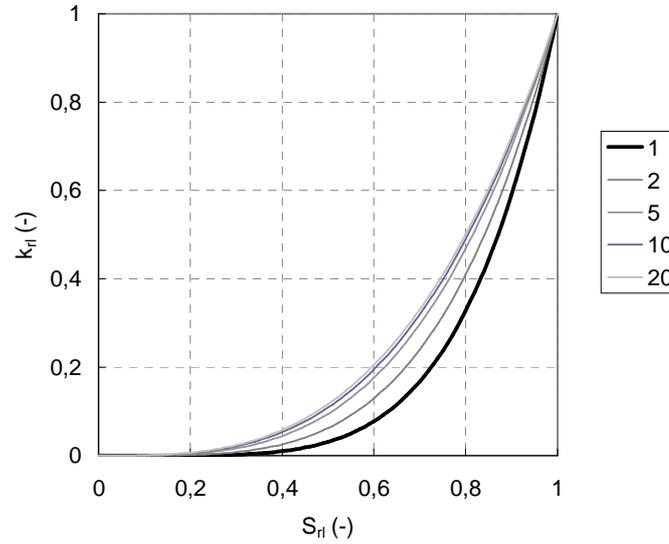


Figure I.23. Courbes de perméabilité relative à la phase fluide pour différentes valeurs de λ (Eq.I.63)

La détermination expérimentale de la courbe de pression capillaire permet d'obtenir les paramètres p_b et λ .

- L'équation de Gardner de la forme (citée dans Fredlund et Xing, 1994)

$$S_{rl} = \frac{1}{1 + g_1 p_c^{g_2}} \quad (\text{I.64})$$

où g_1 et g_2 sont des paramètres à identifier.

- L'équation de Farell et Larson (citée dans Fredlund et Xing, 1994)

$$S_{rl} = \frac{1}{f_1} \ln \frac{p_c}{f_2} \quad (\text{I.65})$$

où f_1 et f_2 sont des paramètres à identifier.

- Van Genuchten (1980) recommande une forme plus générale que l'équation de Gardner (Eq. I.64) :

$$S_{rl} = \left(\frac{1}{1 + (gn_1 p_c)^{gn_2}} \right)^{gn_3} \quad (\text{I.66})$$

gn_1 , gn_2 , gn_3 étant des paramètres à identifier. Van Genuchten (1980) propose une méthodologie pour estimer les paramètres de son équation, mais que pour certains cas. En

combinant l'équation (I.66) avec le modèle de Mualem (1986), il donne aussi une expression de la perméabilité relative de la phase mouillante :

$$k_{rl}(S_{rl}) = S_{rl}^{1/2} \left[1 - \left(1 - S_{rl}^{1/gn_3} \right)^{gn_3} \right]^2 \text{ si } gn_3 = 1 - \frac{1}{gn_2} \quad (0 < gn_3 < 1) \quad (\text{I.67})$$

Certains auteurs référencent cette dernière équation comme le modèle de Mualem-Van Genuchten.

- L'équation de McKee et Bumb (aussi appelée distribution de Boltzmann, citée dans Fredlund et Xing, 1994) :

$$S_{rl} = \exp\left(\frac{-(p_c - m_1)}{m_2}\right) \quad (\text{I.68})$$

m_1 et m_2 sont des paramètres à identifier.

- Fredlund et Xing (1994), visant à une meilleure description de la courbe de pression capillaire suggère l'équation suivante :

$$S_{rl} = \left[\frac{1}{\ln(2,71828 + (p_c / fr_1)^{fr_2})} \right]^{fr_3} \quad (\text{I.69})$$

fr_1 , fr_2 et fr_3 sont des paramètres à identifier.

Parmi tous ces modèles, nous choisisons le modèle de Brooks et Corey pour représenter les courbes de pression capillaire et de perméabilité relative. Ce modèle présente à la fois une relation reliant la pression capillaire et la saturation (I.58) et une relation reliant la perméabilité relative et la saturation (I.63). Il ne comporte que deux paramètres p_b et λ à déterminer dont l'un deux, le paramètre λ , est commun aux deux relations (I.58) et (I.63). Ce modèle ayant fait ses preuves est encore très largement utilisé (Mishra *et al.*, 1989 ; Mayr et Jarvis, 1999 ; Valiantzas et Londra, 2008).

I.3.2.3.b Détermination de la pression d'entrée p_b

Il est possible d'obtenir une estimation de la valeur de la pression d'entrée p_b , paramètre du modèle de Brooks et Corey (1964), à partir du modèle basé sur un ensemble de tubes cylindriques de rayon moyen r_t . La loi de Hagen-Poiseuille donne le débit-volume de liquide :

$$Q_l = n \frac{\pi r_t^4}{8\mu_l} \frac{\Delta p_l}{L} \quad (\text{I.70})$$

En définissant la porosité d'un milieu poreux ayant une section transversale rectangulaire ab constitué de n capillaires de rayon r_t , la porosité moyenne du milieu poreux $\bar{\varepsilon}$ s'écrit comme suit :

$$\bar{\varepsilon} = n \frac{\pi r_t^2}{ab} \quad (\text{I.71})$$

En injectant la porosité moyenne dans la loi de Hagen-Poiseuille :

$$\frac{Q_l}{ab} = \frac{\bar{\varepsilon} r_t^2}{8\mu_l} \frac{\Delta p_l}{L} \quad (\text{I.72})$$

La loi de Darcy aux bornes du milieu poreux de section ab donne :

$$\frac{Q_l}{ab} = \frac{k}{\mu_l} \frac{\Delta p_l}{L} \quad (\text{I.73})$$

En égalisant les deux précédentes relations, on obtient le rayon moyen d'un capillaire :

$$r_t = \sqrt{\frac{8k}{\bar{\varepsilon}}} \quad (\text{I.74})$$

On peut alors déterminer la pression capillaire issue de la loi de Jurin :

$$p_c = \frac{2\sigma_{gl}}{r_t} \cos \theta \quad (\text{I.75})$$

En supposant le liquide totalement mouillant, $\theta \approx 0$ alors $\cos \theta = 1$, la relation précédente devient :

$$p_c = \frac{2\sigma_{gl}}{r_t} \quad (\text{I.76})$$

En combinant la relation (I.74) et la relation (I.76), on obtient une estimation de la valeur de la pression d'entrée p_b :

$$p_b = \sqrt{\frac{\bar{\varepsilon}}{2k}} \sigma_{gl} \quad (\text{I.77})$$

Wakeman et Vince utilisent la relation (I.78) pour déterminer p_b :

$$p_b = \frac{4,6(1-\varepsilon)\sigma_{gl}}{\varepsilon d_p} \quad (\text{I.78})$$

Nous montrerons dans le chapitre III que nous pouvons aussi obtenir une estimation de p_b expérimentalement.

I.4 Conclusion

Afin d'éviter les problèmes liés aux particules ou à la compressibilité des gâteaux, nous travaillerons avec des matériaux modèles tels que le talc (gâteau faiblement compressible) et les billes de verre (gâteaux considérés comme incompressibles)

La suite de notre étude se penche tout particulièrement sur l'essorage, nous ne nous intéresserons donc plus au phénomène de sédimentation, il sera négligé. La compressibilité du gâteau ne sera prise en compte que lors de l'étape de formation du gâteau.

Si la vitesse de rotation est la même pendant les phases de filtration et d'essorage, la compressibilité du gâteau, la structure du gâteau formé sera supposée ne pas varier pendant l'essorage.

Pour la modélisation de l'essorage centrifuge, parmi tous les modèles décrits dans le précédent paragraphe, le modèle le plus général pouvant répondre à nos attentes est le modèle de Darcy généralisé. En effet, ce modèle prend en compte les effets capillaires au travers de la pression capillaire et l'encombrement d'une phase fluide dans les pores gênant l'écoulement de l'autre phase fluide au travers de la perméabilité relative. C'est aussi un modèle proposant le calcul d'une saturation locale, ce qui nous permet d'obtenir les profils de saturation dynamiques. L'intérêt est de connaître à tout moment de l'essorage la distribution des phases, paramètre d'entrée pour le séchage.

Ainsi notre modélisation reposera sur le modèle de Wakeman et Vince (1986). Nous lui apporterons certaines améliorations essentielles dans le prochain chapitre telles que le changement de variable privilégiée (Saturation) et l'introduction de la résistance du média filtrant (Léger *et al.*, 2006). Pour valider le modèle, un travail expérimental conséquent sera présenté dans le chapitre dévolu à la modélisation.

CHAPITRE II.

**Quelques aspects de modélisation : filtration centrifuge -
drainages gravitaire et centrifuge**

En s'appuyant sur les divers développements de modèles analysés au chapitre précédent, dans ce chapitre, sont présentés des éléments de modélisation de la filtration centrifuge et du drainage dans les cas gravitaire et centrifuge.

La première partie est consacrée à la description de la formation d'un gâteau de filtration dans une centrifugeuse. Le modèle adopté est celui développé par Sambuichi *et al.* (1987) qui permet de prendre en compte de façon simplifiée la compressibilité du gâteau. Seule la stratégie de résolution des équations du modèle diffère de celle proposée par Sambuichi *et al.* Les résultats présentés mettent en évidence les aspects fondamentaux des mécanismes mis en jeu et montrent l'importance de la compressibilité du gâteau. Ils donnent, en outre, les caractéristiques du gâteau (distribution de porosité et perméabilité) à la fin de la filtration dont dépendent en grande partie l'évolution de la saturation au cours du drainage.

La description du drainage, encore appelée essorage dans le cas centrifuge repose sur le modèle de Darcy généralisé. En effet, la synthèse bibliographique a permis de montrer que le problème pouvait être abordé de façon très générale avec ce type de modèle moyennant la connaissance des relations pression capillaire-saturation et perméabilités relatives-saturation.

Des difficultés apparaissent néanmoins lorsqu'on traite le cas d'un gâteau compressible pour lequel l'inhomogénéité de structure modifie les effets capillaires et les écoulements des phases. Pour cela, la description du drainage n'est présentée que dans le cas de gâteaux homogènes. Wakeman et Vince (1986) ont étudié dans ce cadre là, la déshydratation d'un gâteau de filtration. On montre que leurs travaux reposent sur une formulation du problème et des conditions aux limites qui conduisent à une estimation erronée de la cinétique du drainage. Par ailleurs, leur modèle ne permet pas de prendre en compte la résistance hydraulique du média filtrant qui peut jouer un rôle important au cours de la séparation

Pour une question liée à la validation expérimentale du modèle abordée au chapitre suivant, le cas du drainage gravitaire sera présenté en premier lieu. Les résultats obtenus permettent de montrer l'influence des différents paramètres et seront comparés aux résultats expérimentaux au chapitre suivant.

Le cas du drainage centrifuge est ensuite abordé.

II.1 Modèle de filtration centrifuge

Dans ce paragraphe, nous apportons une résolution du problème de filtration centrifuge sur des gâteaux compressibles et incompressibles.

II.1.1 Cas de la formation de gâteaux compressibles

On propose ici une procédure de calcul analogue à celle développée par Sambuichi *et al.* (1987), (§I.3.1.5.b), le phénomène de sédimentation est négligé. On établit tout d'abord la liste des inconnues et des équations disponibles (tab.II.1).

Inconnue	Définition	Équation
r_l	Rayon d'anneau liquide (m)	$-2\pi H r_l \frac{dr_l}{dt} = Q_0 - Q_l$ (I.24)
r_g	Rayon du gâteau (m)	$2r_g C \left(\frac{r_g \omega^2}{g} v_g + \frac{Q_l}{2\pi r_g H} \right) = 2r_g C \frac{\partial r_g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} [\bar{\varepsilon} (r_0^2 - r_g^2)]$ (I.29)
Q_l	Débit de filtrat (m ³ /s)	$\frac{Q_l}{2\pi H} = \frac{k}{\mu} \frac{\partial}{\partial r} \left(-p_l + \frac{1}{2} \rho_l r^2 \omega^2 \right)$ (I.30)
p_s	Pression solide (Pa)	$\frac{\partial p_l}{\partial r} + \frac{\partial p_s}{\partial r} + (1 - \chi_0) \frac{p_s}{r} = (\rho_s (1 - \varepsilon) + \rho_l \varepsilon) r \omega^2$ (I.31)
p_l	Pression liquide (Pa)	$\Delta p_l = \frac{\omega^2}{2} [\rho_{susp} (r_g^2 - r_l^2)]$ (II.1)

Tableau II.1. Liste des inconnues et des équations de la filtration centrifuge sur gâteau compressible (Sambuichi et al., 1987)

On initie le calcul en incompressible jusqu'à un temps t_1 petit mais arbitraire. On suppose donc que si t_1 est faible et donc le gâteau très fin, les effets de compressibilité sont négligeables. Pour obtenir les valeurs des différentes inconnues au temps $t_1 + \Delta t$, on se donne un débit initial Q_l pour le nouveau pas de temps. On calcule alors en résolvant l'équation (I.32) le profil de pression solide $p_s(r)$ qui correspond à ce débit. Connaissant le profil de pression solide, on calcule la porosité moyenne du gâteau par (I.27). On recalcule le rayon du gâteau en utilisant l'équation (I.26). On calcule à partir de l'équation de Darcy (I.30) le profil de pression liquide $p_l(r)$. On peut alors comparer la pression liquide au niveau du média filtrant (en $r = r_0$) calculée par (I.30) et celle calculée par la loi de Darcy écrite aux bornes du média filtrant (I.33). Si l'écart entre ces deux valeurs est supérieur à un critère de convergence fixé, on incrémente le débit d'une quantité positive ou négative, selon le signe de l'écart, jusqu'à ce que le critère de convergence soit atteint. Une fois le critère atteint, on calcule le rayon d'anneau liquide pour le pas de temps suivant au moyen de l'équation (I.24). On réitère alors le calcul selon la même procédure.

II.1.2 Cas de la formation de gâteaux incompressibles

Nous présentons dans ce paragraphe un modèle de filtration centrifuge sur gâteaux incompressibles et négligeant le phénomène de sédimentation. Ce modèle néglige aussi la gravité et suppose que le liquide est newtonien et incompressible et qu'il s'écoule de façon isotherme dans un milieu poreux constitué de particules supposées indéformables. Il permet d'obtenir en quelques secondes l'évolution de l'anneau liquide, l'épaisseur d'un gâteau et le débit de filtrat. Nous gardons du modèle précédent le bilan de matière global (Eq.I.24) et la loi de Darcy (Eq.I.30). En intégrant la loi de Darcy entre r_g et r_0 , on obtient :

$$\frac{Q_l}{2\pi H} \ln \left(\frac{r_0}{r_g} \right) = \frac{k}{\mu_l} \left(p_l(r_g) - p_l(r_0) + \frac{1}{2} \rho_l \omega^2 (r_0^2 - r_g^2) \right) \quad (\text{II.2})$$

Les termes $p_l(r_g)$ et de $p_l(r_0)$ sont déterminés comme suit :

- Pression liquide à l'interface liquide – surface du gâteau $p_l(r_g)$:

Dans l'anneau liquide le gradient de pression liquide s'écrit :

$$\frac{\partial p_l}{\partial r} = \rho_l r \omega^2 \quad (\text{II.3})$$

En intégrant entre r_g et r_l , on obtient :

$$p_l(r_g) = \frac{1}{2} \rho_l \omega^2 (r_g^2 - r_l^2) + p_l(r_l) \quad (\text{II.4})$$

Avec la pression au niveau de l'anneau liquide égale à la pression atmosphérique :

$$p_l(r_l) = p_0 \quad (\text{II.5})$$

- Pression liquide à l'interface solide - média filtrant $p_l(r_0)$:

Appliquons la loi de Darcy aux bornes du média filtrant :

$$\frac{Q_l}{2\pi r H} = \frac{1}{\mu_l R_m} \left(-\frac{\partial p_l}{\partial r} + \rho_l r \omega^2 \right) \quad (\text{II.6})$$

En intégrant entre la surface inférieure r_0 et la surface extérieure $r_0 + e_m$ du média filtrant :

$$\frac{Q_l}{2\pi r_0 H} = \frac{1}{\mu_l R_m} \left[p_l(r_0) - p_0 + \frac{1}{2} \rho_l \omega^2 (2r_0 e_m) \right] \quad (\text{II.7})$$

L'expression de $p_l(r_0)$ est issue de la relation précédente :

$$p_l(r_0) = \frac{Q_l \mu_l R_m}{2\pi r_0 H} + p_0 - \frac{1}{2} \rho_l \omega^2 (2r_0 e_m) \quad (\text{II.8})$$

En insérant les équations (II.4) et (II.8) dans l'équation (II.2), on obtient l'expression du débit-volume de filtrat suivante :

$$Q_l = \frac{k \frac{1}{2} \rho_l \omega^2 (r_0^2 - r_l^2)}{\mu_l \left(\frac{1}{2\pi H} \ln \left(\frac{r_0}{r_g} \right) + \frac{k R_m}{2\pi r_0 H} \right)} \quad (\text{II.9})$$

Cette expression est insérée dans le bilan matière global (Eq.II.24) d'où l'on extrait la variation du rayon de l'anneau liquide r_l qui est lié au volume accumulé dans le panier de l'essoreuse :

$$\frac{dr_l}{dt} = \frac{1}{2\pi H r_l} \left[\frac{k \frac{1}{2} \rho_l \omega^2 (r_0^2 - r_l^2 + 2r_0 e_m)}{\mu_l \left(\frac{1}{2\pi H} \ln \left(\frac{r_0}{r_g} \right) + \frac{k R_m}{2\pi r_0 H} \right)} - Q_0 \right] \quad (\text{II.10})$$

Déterminons à présent l'évolution du rayon du gâteau r_g par bilan matière sur le solide :

$$Q_l C_0 = \frac{d}{dt} (C_0 \pi H (r_g^2 - r_l^2)) + (1 - \varepsilon) (r_0^2 - r_g^2) \pi H \quad (\text{II.11})$$

En intégrant entre l'instant initial 0 et un temps quelconque t , on obtient l'évolution du rayon du gâteau $r_g(t)$:

$$r_g(t) = \sqrt{\frac{C_0 r_l^2 - (1 - \varepsilon) r_0^2 + \frac{Q_l C_0 t}{\pi H}}{C_0 - 1 + \varepsilon}} \quad (\text{II.12})$$

II.1.3 Résultats numériques

L'outil de simulation permet d'obtenir l'évolution des hauteurs de gâteau $h_g = r_0 - r_g$ et d'anneau liquide $h_{al} = r_0 - r_l$ pour des filtrations centrifuges sur gâteaux compressibles ou incompressibles.

Si l'on connaît les propriétés de la suspension et du gâteau à former, cet outil de simulation permet d'optimiser les conditions opératoires de la filtration à réaliser. Par exemple, une vitesse de rotation trop forte ou un débit d'alimentation trop faible peut amener à la rentrée prématurée de l'anneau liquide dans le gâteau (Fig.II.1). À l'inverse, on peut observer le débordement de l'anneau liquide (Fig.II.2). Les paramètres en commun des simulations ayant généré les figures (II.1), (II.2) et (II.3) sont répertoriées dans le tableau suivant.

r_0 (m)	$\bar{\varepsilon}$ (-)	C_m (kg/m ³)	μ_l (Pa.s)	k (m ²)	R_m (m ⁻¹)	ρ_l (kg/m ³)	ρ_s (kg/m ³)	β (-)	ϑ (-)
0,158	0,496	250	$1 \cdot 10^{-3}$	$7,6 \cdot 10^{-16}$	$5 \cdot 10^{11}$	1000	2707	0	0

Tableau II.2. Paramètres ayant servis aux simulations, figures (II.1), (II.2) et (II.3)

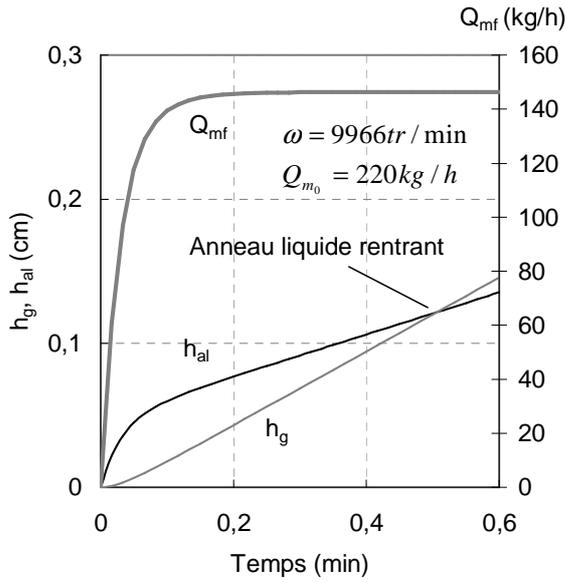


Figure II.1. Évolution de l'épaisseur du gâteau h_g et de la hauteur de l'anneau liquide h_{al} au cours d'une filtration centrifuge. Cas de l'anneau liquide rentrant dans le gâteau.

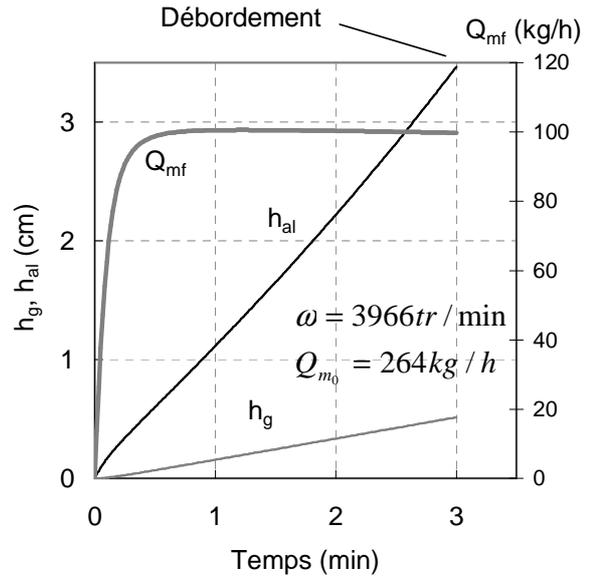


Figure II.2. Évolution de l'épaisseur du gâteau h_g et de la hauteur de l'anneau liquide h_{al} au cours d'une filtration centrifuge. Cas de débordement de l'anneau liquide.

On montre ci-après (Fig.II.3) une l'évolution de la hauteur de gâteau h_g et de l'épaisseur de l'anneau liquide h_{al} dont les conditions opératoires ont été choisies pour éviter les phénomènes illustrés figures (II.1) et (II.2).

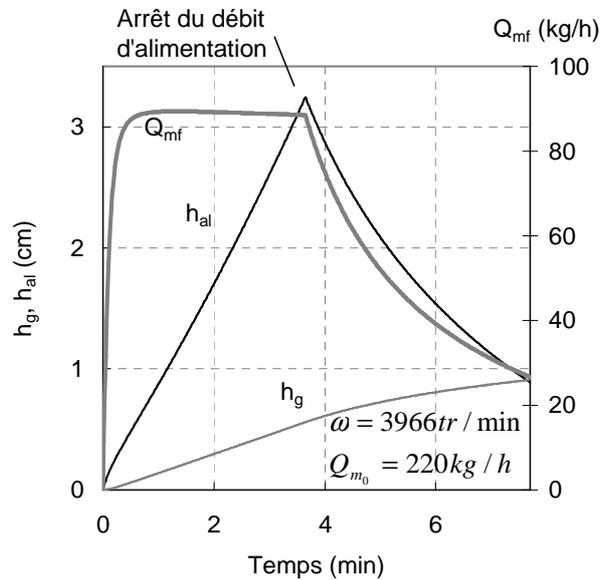


Figure II.3. Évolution de la hauteur du gâteau h_g et de la hauteur de l'anneau liquide h_{al} au cours d'une filtration centrifuge.

Dans le cas où le phénomène de sédimentation n'est pas pris en compte, l'évolution de l'épaisseur du gâteau s'arrête ($dh_g/dt = 0$) lorsque l'anneau liquide disparaît, et c'est au moment où l'anneau liquide pénètre dans le gâteau que commence l'essorage.

La figure (II.4) montre l'évolution de la hauteur d'anneau liquide dans le cas :

- d'une filtration centrifuge où la formation d'un gâteau a lieu, la résistance hydraulique totale est celle du gâteau et du média filtrant ($R_m + R_g$),
- d'une perméation centrifuge où la concentration de la suspension est nulle, il ne se forme pas de gâteau, la résistance hydraulique totale est donc celle du média filtrant R_m .

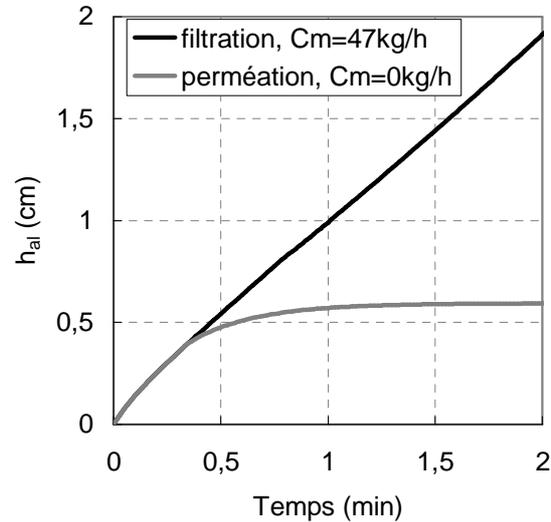


Figure II.4. Évolution de la hauteur de l'anneau liquide h_{al} au cours d'une filtration centrifuge et au cours d'une perméation centrifuge

La figure (II.4) permet de montrer que dans les premiers instants de la filtration, seule la résistance hydraulique du média filtrant influence l'évolution du rayon d'anneau liquide dans le panier. En effet, si l'on calcule l'évolution de l'anneau liquide dans le panier pour une simple perméation à travers le média filtrant, on constate que la courbe obtenue correspond à la courbe de filtration aux premiers instants et ce d'autant plus longtemps que le rapport entre la perméabilité du gâteau et celui du média filtrant est faible. Cette propriété sera utilisée dans l'interprétation des résultats expérimentaux pour estimer la résistance hydraulique du média filtrant.

Le champ de pression dans l'anneau liquide et dans le gâteau peut être aussi déterminé (Fig.II.5), C_m étant la concentration en masse de solide dans la suspension et Q_{m_0} le débit-masse de suspension à l'alimentation. Dans le cas du modèle simple présenté ici, la pression liquide dans le gâteau peut passer par un minimum dont la position est définie par :

$$r_{\min_p} = \sqrt{\frac{Q_l \mu_l}{2\pi H k \rho_l \omega^2}} \quad (\text{II.13})$$

On montre aussi que la pression relative dans le gâteau (Fig.II.6), dans certaines conditions, peut devenir négative, comme l'indique Borel (1986). Ce phénomène peut entraîner le dégazage du liquide et être à l'origine de certaines anomalies dans le déroulement de la filtration.

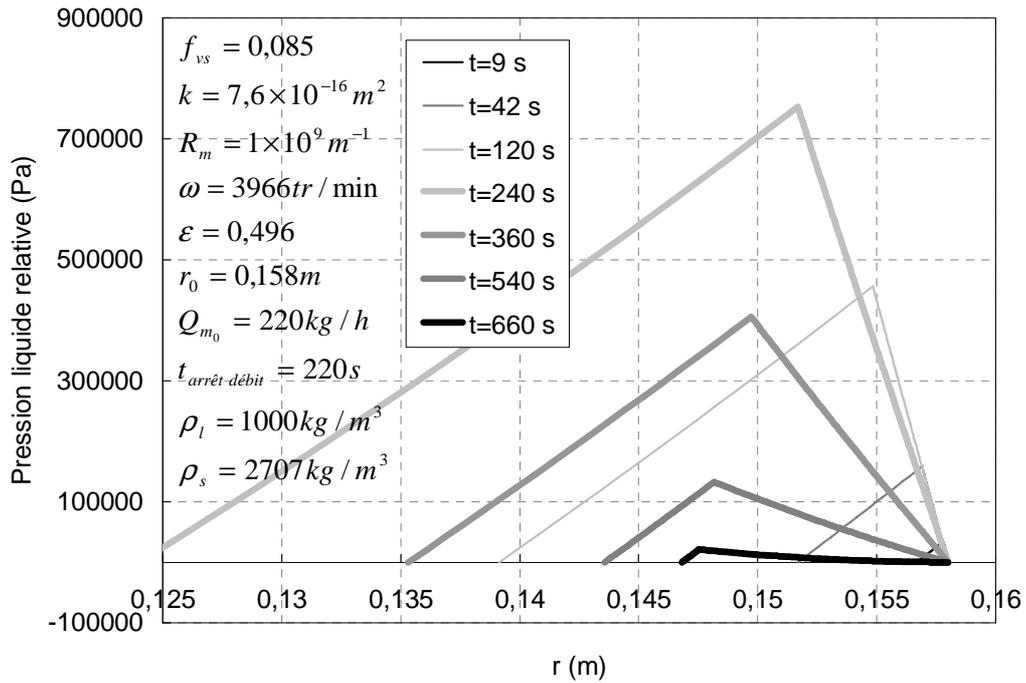


Figure II.5. Champ de pression dans l'anneau liquide et dans le gâteau à différents instants de la filtration centrifuge

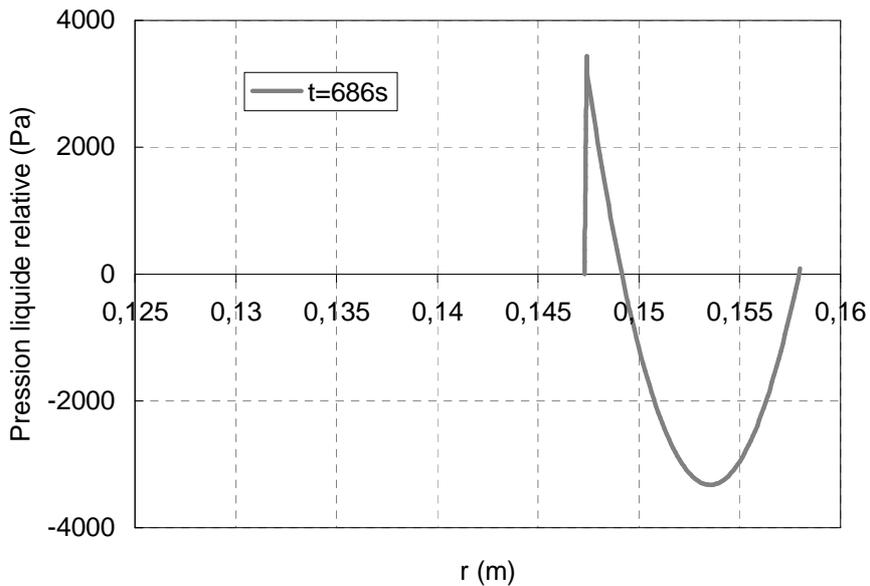


Figure II.6. Champ de pression dans l'anneau liquide et dans le gâteau au cours de la filtration centrifuge à t=686s. Mêmes paramètres que figure (II.5)

L'outil de simulation prend en compte la compressibilité des gâteaux. On montre sur la figure (II.7) l'évolution de l'épaisseur du gâteau h_g et de la hauteur de l'anneau liquide h_{al} pour la filtration d'une suspension de talc et la filtration d'une suspension de kaolin. Les gâteaux ainsi formés sont faiblement compressibles pour le talc (données de compression du gâteau : $\vartheta=0,48$; $\beta=0,15$) et très compressibles pour le kaolin ($\vartheta=1,17$; $\beta=0,21$), (Couturier, 2002). Les simulations sont effectuées sur un panier de 320mm de diamètre et de 200mm de hauteur. La concentration des suspensions est fixée à 250kg/m^3 d'eau. Le débit d'alimentation est de 440kg/h et la vitesse de rotation constante est de 3070tr/min . Aucune limite de débordement n'a été fixée. Les paramètres des équations constitutives pour le talc et le kaolin sont répertoriés dans le tableau (II.3).

	Talc	Kaolin
ε_{s_0} (-)	0,34	0,32
α_0 (m/kg)	$1,02 \cdot 10^{10}$	$4,1 \cdot 10^{10}$
ϑ (-)	0,48	1,17
β (-)	0,15	0,21
p_a (Pa)	6200	12500

Tableau II.3. Paramètres des équations constitutives pour le talc et le kaolin (Couturier, 2002)

En début d'opération, l'épaisseur de gâteau étant nulle ou très faible, la filtration est effectuée par le média filtrant. On observe bien que la hausse de l'anneau liquide est identique les 20 premières secondes pour la suspension de talc et la suspension de kaolin (Fig.II.7), il en est de même pour le débit de filtrat. Puis le gâteau de kaolin étant plus compressible que le gâteau de talc, la hauteur d'anneau liquide de la suspension de kaolin augmente plus rapidement du fait que le débit de filtrat diminue plus rapidement que pour le talc. En effet, le gâteau de kaolin plus compressible devient moins perméable et moins poreux. La sédimentation n'étant pas prise en compte, l'anneau liquide contient une certaine quantité de particules solides non déposées. Cela explique le fait que le gâteau de kaolin augmente moins vite que celui du talc.

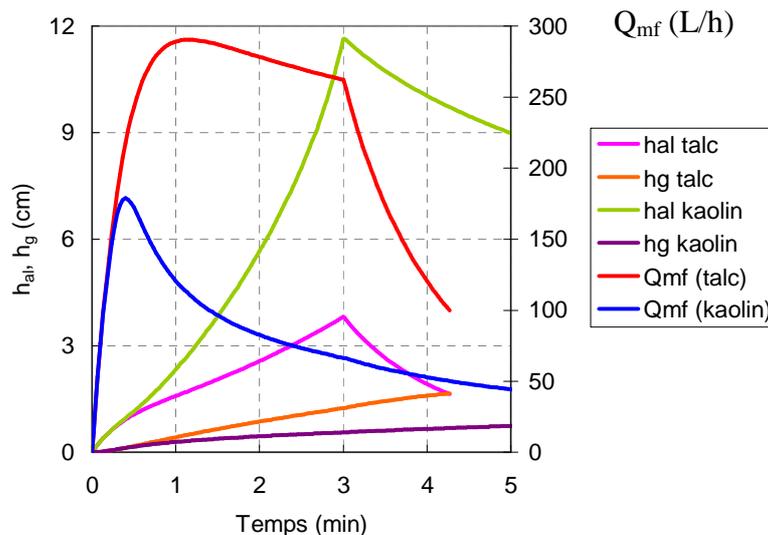


Figure II.7. Filtrations centrifuges de suspensions de talc et de kaolin d'une filtration centrifuge de kaolin, $0 < t < 5\text{min}$

Du fait de la compressibilité du gâteau de kaolin, la filtration de cette suspension dure plus longtemps. Dans notre exemple (Fig.II.8), la filtration de la suspension de kaolin met 8 fois plus de temps que la filtration de suspension de talc. En fin de filtration, l'épaisseur du gâteau de kaolin est un peu plus faible que celle du gâteau de talc. La valeur de l'épaisseur du gâteau obtenue par simulation à la fin de la filtration est un paramètre d'entrée pour les simulations de cinétiques de drainage (phase d'essorage).

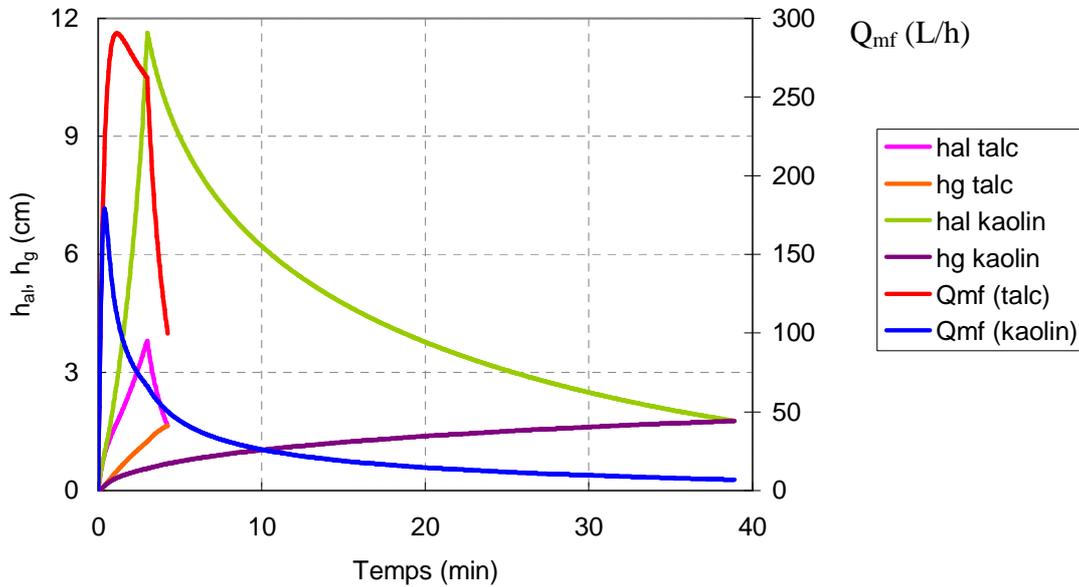


Figure II.8. Même graphique que Figure (II.7) mais à une échelle de temps différente, $0 < t < 40 \text{ min}$

On compare le débit de filtrat de trois filtrations différentes, sur des gâteaux incompressibles (données de compression du gâteau : $\nu=0$; $\beta=0$) faiblement compressible pour le talc ($\nu=0,48$; $\beta=0,15$) et très compressible pour le kaolin ($\nu=1,17$; $\beta=0,21$), (Couturier, 2002). On observe (Fig.II.9) que l'allure du débit de filtrat au cours de la filtration caractérise le niveau de compressibilité du gâteau.

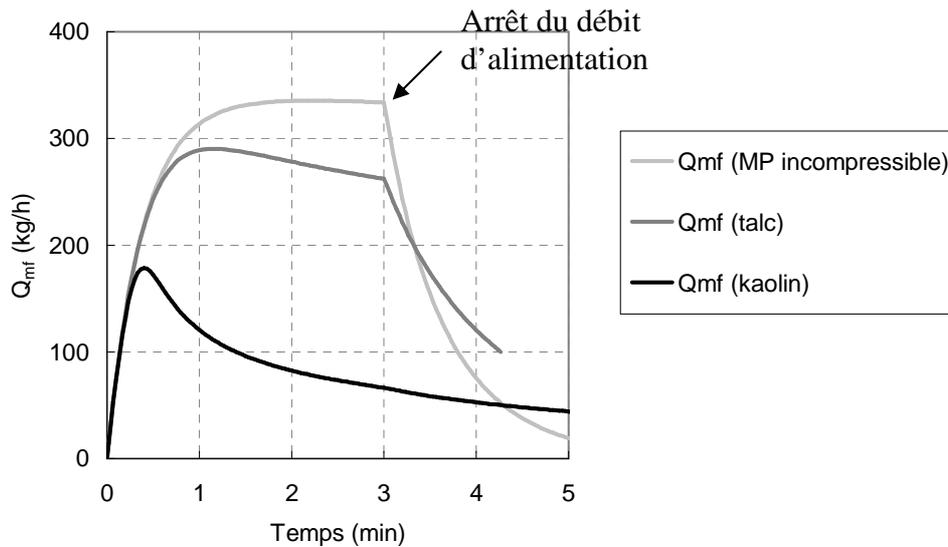


Figure II.9. Débit de filtrat au cours de 3 filtrations réalisées sur des gâteaux de compressibilités différentes

Sur les deux graphiques suivants, on représente l'évolution du débit de filtrat pour le talc (Fig.II.10) et le kaolin (Fig.II.11) en tenant compte d'une erreur de plus ou moins 20% qui peut être effectuée lors de la détermination des paramètres β , ϑ et p_a des équations constitutives (I.35) et (I.36).

Les valeurs des paramètres β , ϑ et p_a sont données dans le tableau (II.3) et donnent lieu aux courbes grises des figures (II.10) et (II.11). Ces courbes grises sont encadrées par des courbes « erreur » en noir qui représentent l'évolution du débit de filtrat pour une erreur de plus ou moins 20% sur les paramètres β , ϑ et p_a . Les erreurs sur les paramètres β , ϑ et p_a vont toutes dans le sens d'une diminution de débit de filtrat ou toutes dans les sens d'une augmentation de débit de filtrat. Pour augmenter le débit de filtrat, il faut diminuer ϑ (-20% par rapport au tableau II.3) et augmenter β et p_a (+20% par rapport au tableau II.3).

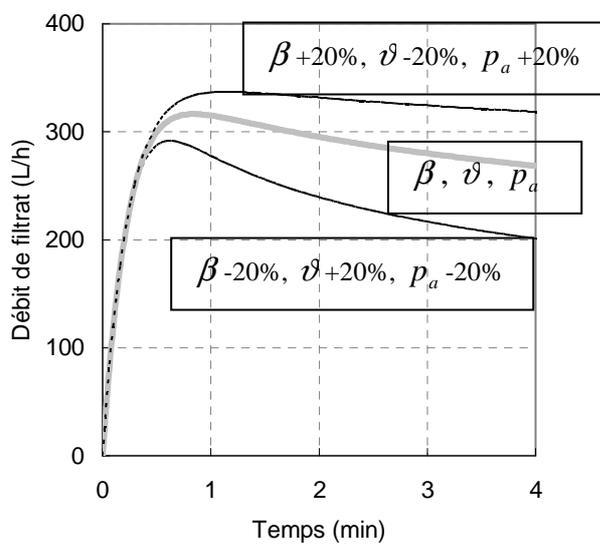


Figure II.10. Évolution du débit de filtrat pour une suspension de talc. Prise en compte d'une erreur de $\pm 20\%$ effectuée sur les paramètres β , ϑ et p_a .

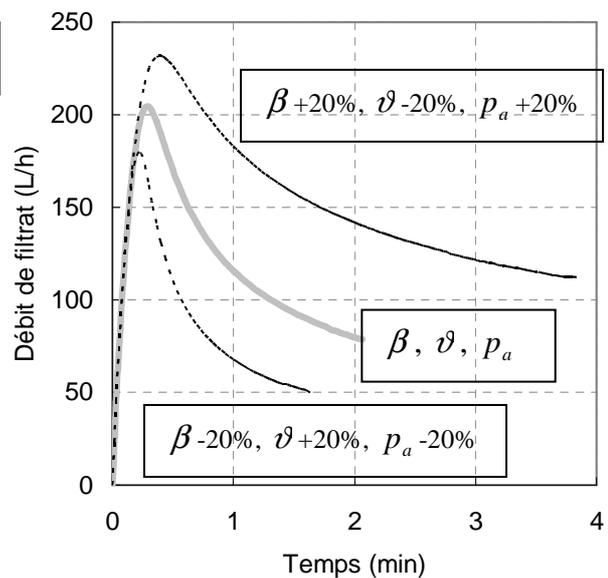


Figure II.11. Évolution du débit de filtrat pour une suspension de kaolin. Prise en compte d'une erreur de $\pm 20\%$ effectuée sur les paramètres β , ϑ et p_a .

On observe que l'erreur cumulée sur les paramètres β , ϑ et p_a génère une erreur significative sur la prédiction du débit de filtrat. Si l'on identifiait les paramètres β , ϑ et p_a avec le débit de filtrat par une inversion de modèles, l'erreur sur les paramètres β , ϑ et p_a serait moins importante.

II.2 Modèles de drainage gravitaire et centrifuge

II.2.1 Modèle de Darcy généralisé

Dans cette partie, nous décrivons le modèle d'écoulement diphasique en milieu poreux que nous avons choisi. Ce modèle est applicable sous champ centrifuge comme sous champ gravitaire ; le modèle de drainage gravitaire nous étant utile pour une validation expérimentale préalable du modèle. En effet, la validation expérimentale en drainage gravitaire est plus facile à réaliser et les expériences donnent accès à plus d'informations qu'en essorage. La validation du modèle est effectuée par comparaison des courbes expérimentales et numériques de déshydratation du milieu poreux au cours du temps.

Le modèle dit de Darcy généralisé décrit le drainage gravitaire comme le drainage centrifuge. Dans le cas du drainage gravitaire, le liquide sort du milieu poreux sous l'action du champ de pesanteur et la direction du liquide est parallèle à l'axe vertical (Oz) (Fig. II.12a). La section du milieu poreux traversé par les phases fluides est constante.

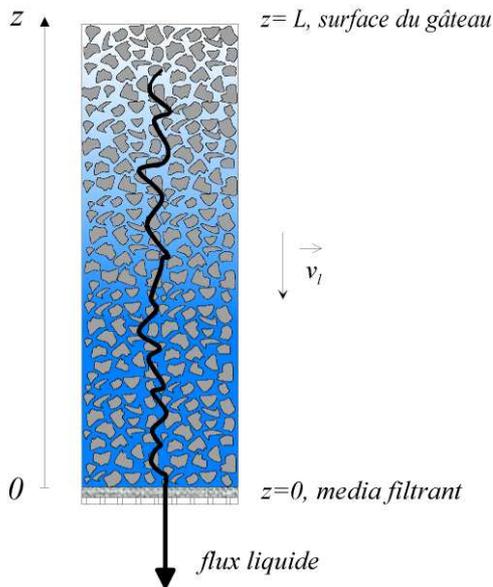


Figure II.12a : Écoulement en milieu poreux sous champ gravitaire

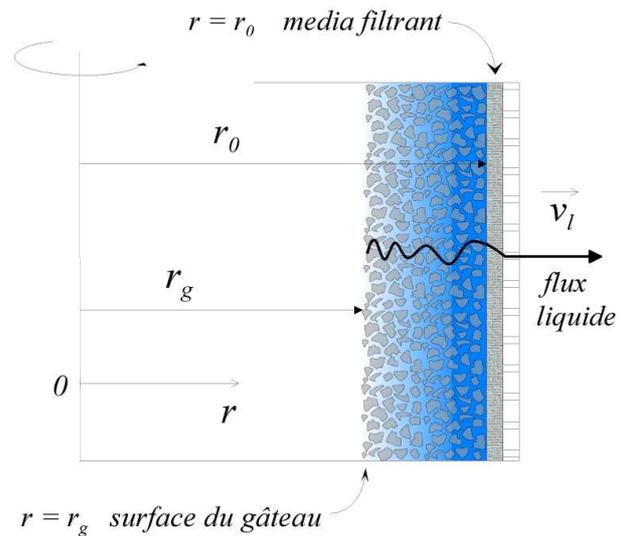


Figure II.12b : Écoulement en milieu poreux sous champ centrifuge

Dans le cas du drainage centrifuge, le moteur de l'écoulement est la force centrifuge qui varie avec la position radiale r . Le flux liquide sort radialement du milieu poreux. La force de Coriolis étant généralement négligeable par rapport à la force centrifuge (Bürger et Concha, 2001), le flux de liquide passant au travers du gâteau est considéré mono-dimensionnel. La section du gâteau varie avec la position radiale (fig.II.12b). La vitesse de rotation (ω) est constante durant le drainage.

Dans les deux cas, le gaz remplaçant le liquide est traité comme une phase passive dont la pression est constante à travers la zone insaturée du gâteau et égale à la pression atmosphérique p_0 . Le gâteau est supposé incompressible pendant cette étape.

II.2.2 Drainage gravitaire, importance de la formulation du modèle et de la résistance du média filtrant

Le milieu poreux est considéré comme incompressible. La porosité moyenne et la perméabilité du milieu poreux sont donc constantes durant le drainage.

La combinaison de l'équation de Darcy et de l'équation de continuité permet de former une équation différentielle d'une seule variable. La variable privilégiée peut être soit la saturation liquide (S_l) (Wakeman et Vince, 1986) soit la pression liquide (p_l) (Léger *et al.*, 2006).

L'équation aux dérivées partielles est donnée pour les deux formulations dans le cas du drainage gravitaire.

II.2.2.1 Formulation du modèle

II.2.2.1.a Formulation en saturation

Pour décrire le drainage gravitaire sur gâteau incompressible, le modèle de Darcy généralisé combine les équations de continuité (Eq.I.52) et de Darcy généralisé (Eq.I.53). Il est formulé en saturation comme le proposent Wakeman et Vince (1986). On obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial S_l}{\partial t} = \frac{k}{\varepsilon \mu_l} \frac{\partial}{\partial z} \left[k_{rl}(S_{rl}) \left(\frac{\partial p_l(S_{rl})}{\partial z} + \rho_l g \right) \right] \quad (\text{II.14})$$

Dans la formulation en saturation, la pression liquide de l'équation (II.14) doit être exprimée comme une fonction de la saturation réduite $p_l(S_{rl})$. La pression liquide est reliée à la pression capillaire par l'équation (I.55) que nous dérivons, ce qui donne la relation suivante :

$$\frac{\partial p_l(S_{rl})}{\partial z} = - \frac{\partial p_c(S_{rl})}{\partial z} \quad (\text{II.15})$$

La combinaison des équations (II.14) et (II.15) mène à l'équation aux dérivées partielles formulée en saturation :

$$\frac{\partial S_l}{\partial t} = \frac{k}{\varepsilon \mu_l} \frac{\partial}{\partial z} \left[k_{rl}(S_{rl}) \left(- \frac{\partial p_c}{\partial S_{rl}} \frac{\partial S_{rl}}{\partial z} + \rho_l g \right) \right] \quad (\text{II.16})$$

Si à titre d'exemple, on utilise le modèle de Corey pour représenter les courbes de pression capillaire (I.58) et de perméabilité relative (I.63), ainsi que les conditions aux limites et initiale suivantes :

- A l'instant initial du drainage, tout le milieu poreux est saturé :

$$S_{rl} \Big|_{t=0} = 1 \quad (\text{II.17})$$

- Au niveau du média filtrant ($z = 0$), le milieu poreux est saturé tout au long du drainage :

$$S_{rl} \Big|_{z=0} = 1 \quad (\text{II.18})$$

- Aucun flux n'entre ni ne sort de la surface supérieure du milieu poreux, soit $v_l=0$. La loi de Darcy généralisée donne alors:

$$-\frac{\partial p_c}{\partial z} + \rho_l g = 0 \quad (\text{II.19})$$

En introduisant la variable qui nous intéresse S_{rl} , l'équation précédente devient :

$$-\frac{\partial p_c}{\partial S_{rl}} \frac{\partial S_{rl}}{\partial z} + \rho_l g = 0 \quad (\text{II.20})$$

L'expression du terme $\frac{\partial p_c}{\partial S_{rl}}$ est issue de la dérivée de l'équation de la courbe de pression capillaire (Eq.I.58) :

$$\frac{\partial p_c}{\partial S_{rl}} = -\frac{p_b}{\lambda} S_{rl}^{-\left(\frac{1}{\lambda}+1\right)} \quad (\text{II.21})$$

La combinaison des deux dernières équations donne la condition en saturation à la surface du gâteau :

$$\frac{\partial S_{rl}}{\partial z} = -\frac{\rho_l g \lambda}{p_b} S_{rl}^\lambda \quad (\text{II.22})$$

En regardant les profils de saturation numériques issus du modèle de Darcy généralisé formulé en saturation, on observe au tout premier instant du drainage que tous les points du milieu poreux sont passés de $S_{rl}=1$ où $S_{rl}<1$ (sauf le point imposé par la condition à la limite en $z=0$ où $S_{rl}=0$). Le milieu poreux commence à se désaturer dès les premiers instants sur toute sa hauteur, sans même prendre en compte l'existence du pied capillaire ; zone qui reste normalement saturée tout au long du drainage.

Dans le cas des profils de saturation numériques présentés en figure (II.13), le pied capillaire devrait être de 25cm, mais les profils de la figure (II.13) ne présentent pas de zone saturée.

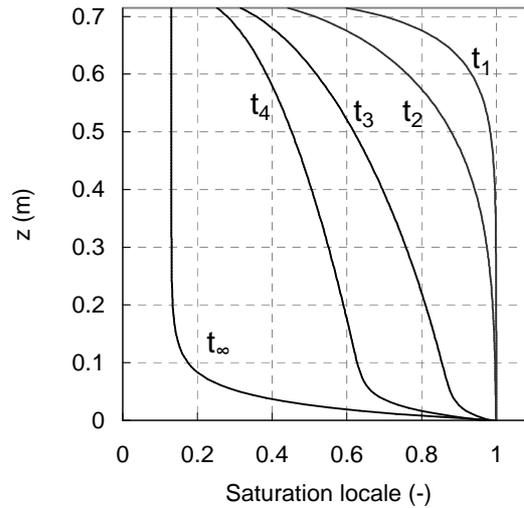


Figure II.13. Profils de saturation pour différents instants pendant le drainage gravitaire. Formulation en saturation du modèle de Darcy généralisé. Pied capillaire non pris en compte.

On peut tenter d'apporter une amélioration à ce modèle formulé en saturation en imposant une zone qui resterait saturée tout au long du drainage qui représenterait le pied capillaire. La modification s'effectue au niveau de la condition à la limite en modifiant l'équation (II.18). Entre le média filtrant ($z = 0$) et la hauteur capillaire d'équilibre ($z = h_c$), le milieu poreux est saturé :

$$S_{rl} \Big|_{z \leq h_c} = 1 \quad (\text{II.23})$$

Cette condition limitera la zone de calcul à la zone qui sera drainée au dessus du pied capillaire. On montre sur la figure (II.14) les profils de saturation avec la prise en compte de cette nouvelle condition à la limite (Eq.II.23). Ici, une zone saturée de 25cm représente le pied capillaire imposé. Dans ces conditions, le problème mène au bon profil de saturation à l'équilibre (profil t_∞ , figure (II.14)), mais on observe toujours que dès les premiers instants du drainage tous les points du milieu poreux passent de $S_{rl}=1$ à $S_{rl}<1$ (sauf au niveau du pied capillaire, la condition à la limite imposant $S_{rl}=1$). Ainsi, il n'est pas possible de suivre correctement le front de saturation (limite entre la zone saturée et la zone désaturée) au cours du drainage. Il passe de $z = L$ à $z = h_c$ immédiatement alors qu'il devrait évoluer progressivement d'une limite à l'autre.

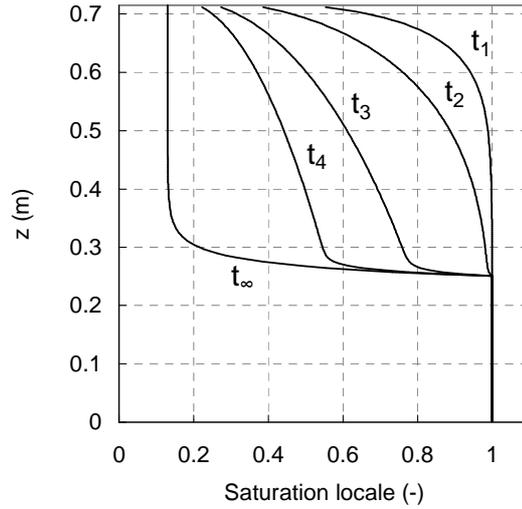


Figure II.14. Profils de saturation pour différents instants pendant le drainage gravitaire. Formulation en saturation du modèle de Darcy généralisé. Pied capillaire pris en compte.

Cette accélération de la cinétique est particulièrement importante en drainage gravitaire car les effets capillaires ramenés à la force motrice de l'écoulement sont plus marqués en drainage gravitaire qu'en drainage centrifuge. En effet, la vitesse du front de saturation est beaucoup moins importante en drainage gravitaire qu'en drainage centrifuge.

Nous pouvons montrer que la formulation en saturation surestime la cinétique de drainage. Écrivons l'équation de Darcy généralisée (Eq.I.63) dans le cas d'un drainage gravitaire effectué avec un milieu poreux et un fluide incompressibles, on obtient l'expression suivante :

$$v_l = -\frac{kk_{rl}(S_{rl})}{\mu_l} \left(\frac{\partial p_l(S_{rl})}{\partial z} + \rho_l g \right) \quad (\text{II.24})$$

Dans la formulation en saturation, la pression liquide de l'équation (II.24) doit être exprimée comme une fonction de la saturation liquide $p_l(S_{rl})$:

$$v_l = -\frac{kk_{rl}(S_{rl})}{\mu_l} \left(\frac{\partial p_l}{\partial S_{rl}} \frac{\partial S_{rl}}{\partial z} + \rho_l g \right) \quad (\text{II.25})$$

Dans la zone saturée, on a $\frac{\partial S_{rl}}{\partial z} = 0$ donc le terme $\frac{\partial p_l}{\partial S_{rl}} \frac{\partial S_{rl}}{\partial z} = 0$, par conséquent l'équation précédente devient (avec $k_{rl}(S_{rl}) = 1$ dans la zone saturée) :

$$v_l = -\frac{k}{\mu_l} \rho_l g \quad (\text{II.26})$$

Or, en réalité le gradient de pression liquide dans la zone saturée du milieu poreux (terme $\frac{\partial p_l}{\partial z}$ de l'équation (II.24) n'est pas nul et vaut $-\frac{p_b}{h_l}$ (h_l étant la hauteur de la zone saturée), donc la vitesse du fluide dans la zone saturée est surévaluée. Tant que la zone saturée existe, le flux de liquide sortant du milieu est faux.

II.2.2.1.b Formulation en pression

Nous venons de voir que la formulation en saturation vidangeait le milieu poreux sur toute sa hauteur dès les premiers instants et qu'il n'était pas possible de suivre l'évolution progressive du front de saturation. Dans ce paragraphe, nous montrons comment obtenir la formulation en pression liquide du modèle de Darcy généralisé et comment le front de saturation est facilement localisé. A partir de la pression liquide (variable privilégiée), il est ensuite aisé de remonter à la saturation liquide qui est la variable qui nous intéresse dans l'absolu.

En développant l'équation (II.14), on obtient :

$$\frac{\partial S_l}{\partial t} = \frac{k}{\varepsilon \mu_l} \left[k_{rl} \frac{\partial^2 p_l}{\partial z^2} + \frac{\partial k_{rl}}{\partial z} \left(\frac{\partial p_l}{\partial z} + \rho_l g \right) \right] \quad (\text{II.27})$$

Chacun des termes S_l , k_{rl} , $\partial k_{rl} / \partial z$, peut s'exprimer en fonction de la pression liquide p_l :

L'expression de la saturation S_l en fonction de la pression liquide p_l (Eq.II.29 ou Eq.II.28 selon si la zone est saturée ou non) est obtenue en combinant l'expression de la pression capillaire (Eq.I.58), la relation entre pression liquide p_l , pression capillaire p_c et pression du gaz p_g (Eq.I.55) et la définition de la saturation réduite (Eq.I.2).

$$\left\{ \begin{array}{l} S_l = \left(\frac{p_b}{p_0 - p_l} \right)^\lambda (1 - S_{l\infty}) + S_{l\infty} \text{ pour } p_c \geq p_b \text{ ou } p_l \leq p_0 - p_b \\ S_l = 1 \text{ pour } p_c < p_b \text{ ou } p_l > p_0 - p_b \end{array} \right. \quad (\text{II.28})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_l = 1 \text{ pour } p_c < p_b \text{ ou } p_l > p_0 - p_b \end{array} \right. \quad (\text{II.29})$$

L'équation (II.27) fait intervenir la dérivée de S_l par rapport au temps qui peut s'exprimer en fonction de $\frac{\partial p_l}{\partial t}$ sous la forme:

$$\frac{\partial S_l}{\partial t} = -\lambda p_b^{-\lambda} (1 - S_{l\infty}) (p_0 - p_l)^{-(\lambda+1)} \frac{\partial p_l}{\partial t} \quad (\text{II.30})$$

En introduisant cette expression dans l'équation (II.27), on obtient la formulation en pression du modèle de Darcy généralisé décrivant le drainage gravitaire :

$$\frac{\partial p_l}{\partial t} = -\frac{k}{\varepsilon \mu_l \lambda p_b^{-\lambda} (1 - S_{l\infty})} (p_0 - p_l)^{\lambda+1} \left[k_{rl} \frac{\partial^2 p_l}{\partial z^2} + \frac{\partial k_{rl}}{\partial z} \left(\frac{\partial p_l}{\partial z} + \rho_l g \right) \right] \quad (\text{II.31})$$

Les termes k_{rl} et $\partial k_{rl}/\partial z$ sont remplacés par leur expression liée à la pression liquide en combinant les expressions des courbes de perméabilité relative (Eq.I.63) et pression capillaire (Eq.I.58) :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{rl} = \left(\frac{p_b}{p_0 - p_l} \right)^{2+3\lambda} \quad \text{pour } p_c \geq p_b \text{ ou } p_l \leq p_0 - p_b \\ k_{rl} = 1 \quad \text{pour } p_c < p_b \text{ ou } p_l > p_0 - p_b \end{array} \right. \quad \text{(II.32)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial k_{rl}}{\partial p_l} = -(2+3\lambda) p_b^{2+3\lambda} (p_0 - p_l)^{-3(\lambda+1)} \quad \text{pour } p_c \geq p_b \text{ ou } p_l \leq p_0 - p_b \\ \frac{\partial k_{rl}}{\partial p_l} = 0 \quad \text{pour } p_c < p_b \text{ ou } p_l > p_0 - p_b \end{array} \right. \quad \text{(II.34)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial k_{rl}}{\partial p_l} = -(2+3\lambda) p_b^{2+3\lambda} (p_0 - p_l)^{-3(\lambda+1)} \quad \text{pour } p_c \geq p_b \text{ ou } p_l \leq p_0 - p_b \\ \frac{\partial k_{rl}}{\partial p_l} = 0 \quad \text{pour } p_c < p_b \text{ ou } p_l > p_0 - p_b \end{array} \right. \quad \text{(II.35)}$$

Contrairement à la formulation en saturation, la limite entre les zones saturée et désaturée (front de saturation) est très bien localisée : sur la courbe de pression capillaire, le front de saturation est situé en $p_c = p_b$ (ou $p_l = p_0 - p_b$). Pour $p_c > p_b$, c'est la zone désaturée ($S_{rl} < 1$), et pour $p_c < p_b$, la zone est saturée ($S_{rl} = 1$). Dans la zone saturée la pression capillaire n'existe pas alors que la pression liquide, elle, est définie dans tout le milieu poreux. Dans la zone désaturée, la pression liquide est reliée à la pression capillaire par la relation $p_l = p_0 - p_c$.

Avant de présenter les conditions aux limites et initiales il faut noter que nous avons dû modifier la configuration initiale du dispositif expérimental (configuration (1), Fig.II.15). En effet, lors des essais de drainage gravitaire (présentés dans le chapitre suivant), les effets capillaires au sein du milieu poreux sont tels que la taille du pied capillaire est presque aussi importante que celle du milieu poreux. La taille de la zone drainée s'en retrouve très limitée comme on peut le voir sur la configuration (1), Fig.II.15. Afin d'augmenter la taille de la zone drainée, on ajoute un tube de longueur l_a en sortie de colonne (configuration (2), Fig.II.15). Remarquons que quelle que soit la longueur du tube, la hauteur du pied capillaire reste la même.

Au niveau du front de saturation la pression liquide est égale à $p_0 - p_b$. En sortie de milieu poreux (configuration (1)) et en sortie du tube ajouté (configuration (2)) la pression liquide est égale à la pression atmosphérique p_0 . Sur la configuration (2), la pression liquide en sortie de milieu poreux est donc égale à $p_0 - \rho_l g l_a$.

Le terme $(p_0 - \rho_l g l_a)$ est la pression qui règne entre le média filtrant et le haut du tube en sortie de colonne de longueur l_a .

Dans le milieu poreux saturé, au dessus du média filtrant, la loi de Darcy s'écrit :

$$v_{l0} = \frac{k}{\mu_l} \left(\frac{\partial p_l}{\partial z} + \rho_l g \right) \quad (\text{II.39})$$

En égalisant les deux équations précédentes, on obtient l'expression suivante :

$$\left. \frac{\partial p_l}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{1}{kR_m} (p_{lm} - (p_0 - \rho_l g l_a)) - \rho_l g \quad (\text{II.40})$$

Cas particuliers :

Si $R_m \rightarrow \infty$ alors $v_l = 0$ donc $\left. \frac{\partial p_l}{\partial z} \right|_{z=0} = -\rho_l g$, c'est l'équilibre hydrostatique.

si $R_m = 0$ alors $p_{lm} = p_0 - \rho_l g l_a$

- A $t=0$, la vanne située sous la colonne est ouverte, donc le fluide est en écoulement, le gradient de pression dans le milieu poreux est linéaire et s'écrit :

$$\left. \frac{\partial p_l}{\partial z} \right|_{t=0} = \frac{(p_0 - p_b) - p_{lm}(t=0)}{L} \quad (\text{II.41})$$

En intégrant l'équation précédente, on obtient la valeur la valeur de la pression liquide à la côte z :

$$p_l(z) = \frac{(p_0 - p_b) - p_{lm}(t=0)}{L} z + p_{lm}(t=0) \quad (\text{II.42})$$

L'expression de la pression p_{lm} est extraite de la relation (II.38) :

$$p_{lm} = v_{l0} \mu_l R_m + p_0 - \rho_l g l_a \quad (\text{II.43})$$

La loi de Darcy s'applique aux bornes du milieu poreux encore totalement saturé:

$$v_l \Big|_{t=0} = \frac{k}{\mu_l} \left(\frac{(p_0 - p_b) - p_{lm}}{L} + \rho_l g \right) \quad (\text{II.44})$$

En combinant les 2 dernières équations et en regroupant les termes en p_{lm} , on obtient :

$$p_{lm}(t=0) = \frac{1}{1 + \frac{kR_m}{L}} \left[\frac{kR_m}{L} (p_0 - p_b + \rho_l g L) + p_0 - \rho_l g l_a \right] \quad (\text{II.45})$$

En insérant cette expression de p_{lm} à $t=0$ dans la relation (II.42), on obtient l'expression du profil initial de pression linéaire.

Le choix des paramètres de simulation (taille du milieu poreux, perméabilité du milieu poreux du milieu poreux) pour générer les graphiques, est justifié dans le paragraphe III.1.1.1 Matériels et procédures du chapitre III.

Nous avons montré plus haut que le front de saturation était localisé en $p_l = p_0 - p_b$. Connaissant maintenant les conditions initiale et aux limites, nous pouvons obtenir les profils de pression dynamiques lors du drainage gravitaire. Les simulations ont été effectuées pour un milieu poreux de hauteur 71,5cm. Sur la figure (II.16) sont représentés trois profils de pression liquide en tout début de drainage ($t=0$), au bout de 27 min de drainage et à l'équilibre capillaro-gravitaire. Pour chaque profil de pression liquide (Fig.II.16), la limite entre les zones drainée et saturée se trouve en $p_l = p_0 - p_b$. Pour $p_l > p_0 - p_b$, le milieu est saturé, et pour $p_l < p_0 - p_b$ le milieu est désaturé. On représente les profils de saturation pour deux profils de pression liquide (pour $t=27\text{min}$ et à l'équilibre capillaro-gravitaire), (Fig.II.16).

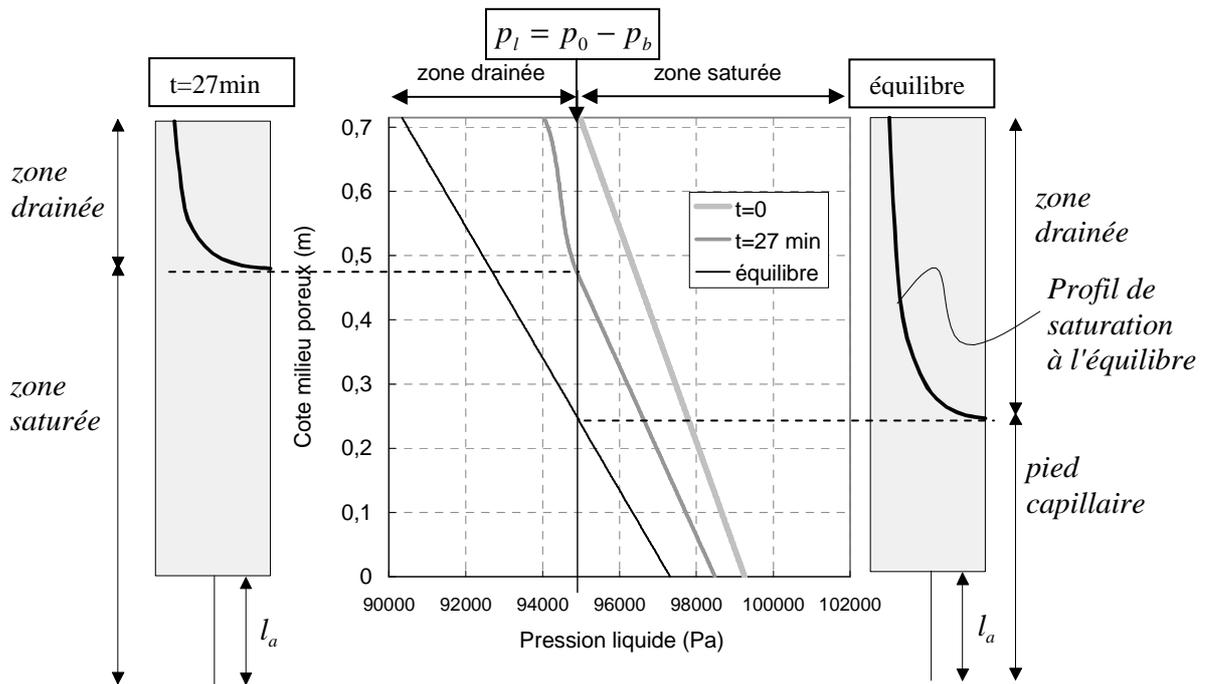


Figure II.16. Profils de pression pour un milieu constitué de billes de verre, à trois instants différents du drainage ($t=0$; 27min ; ∞), longueur du tube en sortie de colonne : $l_a=0,407\text{m}$

Nous pouvons montrer à titre d'illustration les profils de pression liquide pour la configuration configuration (1), Fig.(II.15). Au tout début de drainage, les profils initiaux de pression liquide sont les mêmes pour les configurations (1) et (2) (Fig.II.17 et II.16). A l'équilibre capillaro-gravitaire, dans le cas où $l_a=0$ (Fig.II.17), la limite entre les zones drainée et saturée ($p_l = p_0 - p_b$) est située à environ 65cm, la zone drainée du milieu

mesurant 71,5cm est restreinte. En ajoutant un tube sous la colonne de longueur $l_a=0,407m$, les profils de pression sont modifiés (Fig.II.16). A l'équilibre capillaro-gravitaire, le front est situé à 25cm. L'ajout d'un tube en sortie de colonne permet donc d'agrandir la zone drainée. La hauteur du pied capillaire reste inchangée (65cm) mais le pied capillaire est translatée dans le tube.

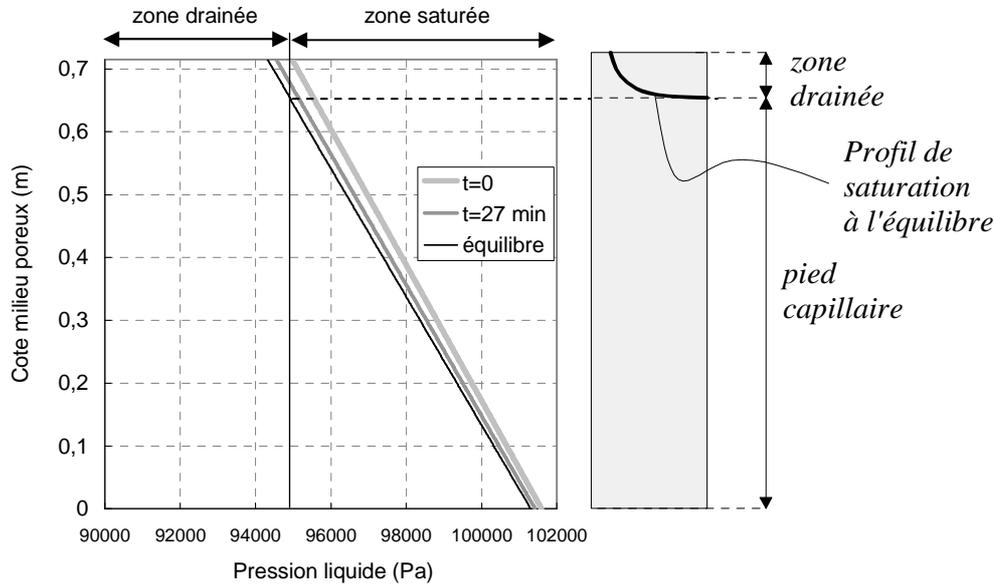


Figure II.17. Profils de pression pour un milieu constitué de billes de verre, à trois instants différents du drainage ($t=0$; 27min ; ∞), pas de tube en sortie de colonne : $l_a=0$

La pression liquide n'étant pas la variable qui nous intéresse dans l'absolu, nous montrons enfin les profils de saturation à différents instants du drainage. On constate que le front de saturation a une évolution progressive au cours du temps. Cette formulation prend en compte l'existence d'une zone saturée. Il existe donc une zone franche entre la zone saturée et la zone désaturée, ce qui respecte la physique.

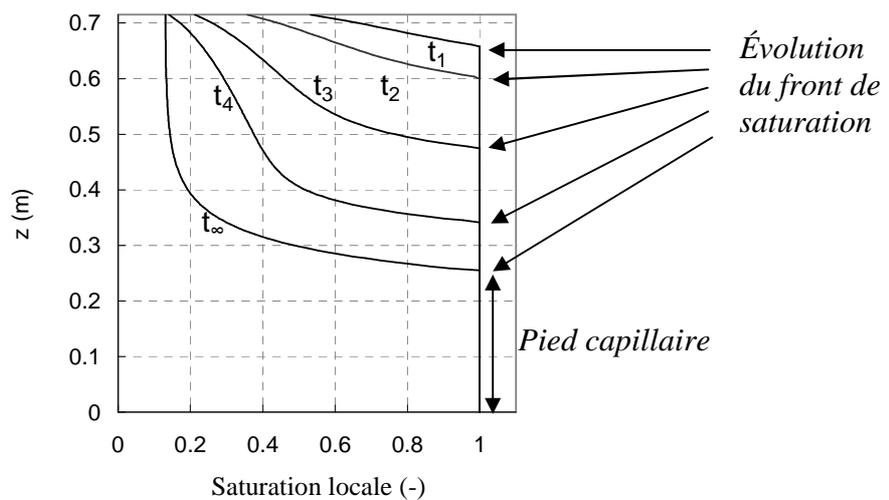


Figure II.18. Profils de saturation pour différents instants durant le drainage gravitaire. Modèle de Darcy généralisé formulé en pression.

Pour conclure, la formulation en pression liquide permet de suivre le front de saturation et ainsi de séparer les zones saturée et désaturée. Les équations à appliquer ne sont pas les mêmes selon si la zone est saturée ou désaturée. Cette formulation permet aussi d'introduire deux paramètres (la longueur ajoutée de tube et la résistance du média filtrant) ayant un impact sur la cinétique de drainage.

II.2.2.1.c Résultats numériques comparant les deux formulations du modèle

Afin d'illustrer nos propos concernant la différence de comportement des deux formulations, une résolution numérique des deux problèmes a été effectuée dans le cas du drainage gravitaire.

Pour la formulation en saturation, nous avons imposé une zone qui restera saturée tout au long du drainage car à l'origine cette formulation désature l'intégralité du milieu poreux sans prendre en compte l'existence du pied capillaire (§II.2.2.1.a).

La figure (II.19) montre la progression du front liquide-gaz dans le gâteau, la formulation en saturation conduit effectivement à une progression extrêmement rapide. La figure (II.20) montre l'évolution du profil de saturation à différents instants du drainage et pour les deux formulations du modèle. Au voisinage de la surface supérieure du gâteau ($z=0,715\text{m}$), la condition à la limite imposée conduit à des profils de saturation identiques pour les deux formulations. Les profils s'écartent au fur et à mesure que l'on évolue dans l'épaisseur du gâteau. Notons que l'état d'équilibre est bien sûr le même pour les deux formulations (Fig.II.20). La formulation en saturation place ainsi très vite le front liquide-gaz au niveau de sa position d'équilibre.

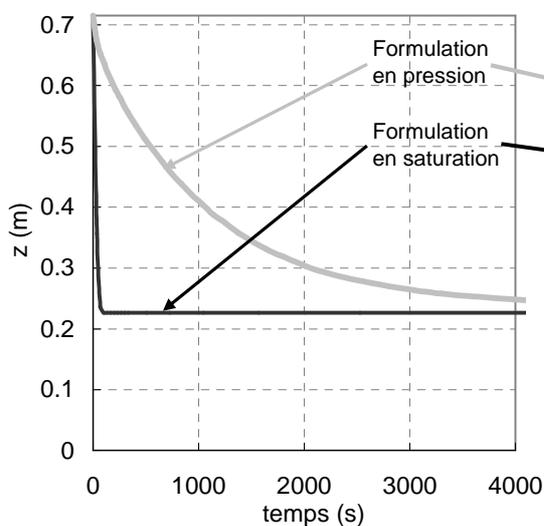


Figure II.19. Suivi du front liquide-gaz dans le gâteau pour le modèle écrit en saturation et en pression.

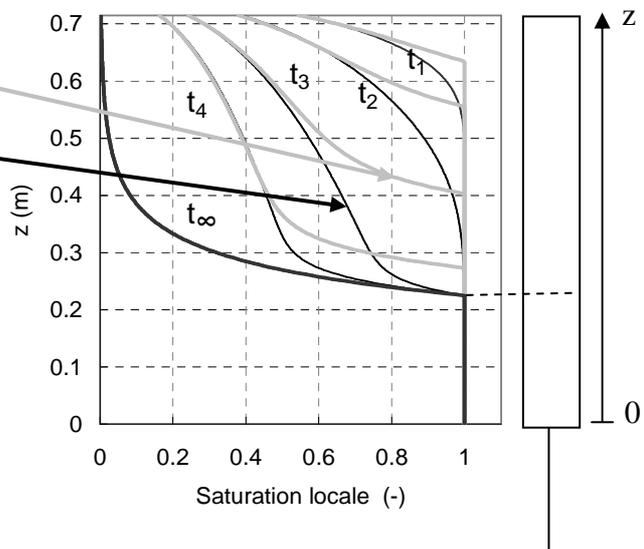


Figure II.20. Évolution du profil de saturation pour le modèle écrit en saturation et en pression.

Par conséquent, la formulation en saturation surestime la vitesse de déshydratation comme le montre la figure (II.21) qui compare les deux situations en terme de cinétique. Sur la figure (II.21), les cinétiques de déshydratation pour les deux formulations convergent bien vers la même valeur de saturation moyenne.

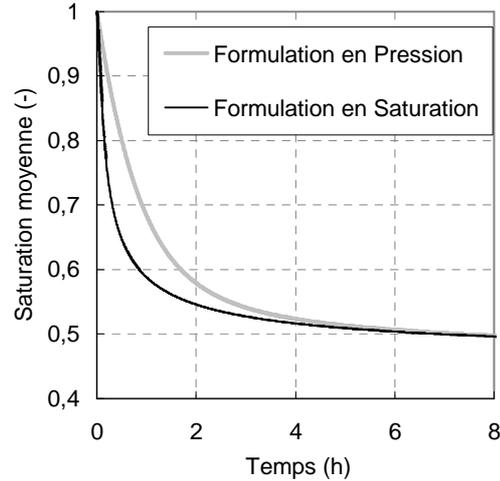


Figure II.21. Cinétiques de déshydratation en drainage gravitaire pour le modèle écrit en saturation et en pression.

La formulation en pression permet donc de prendre en compte l'existence de deux zones distinctes (saturée et désaturée) et permet d'introduire la résistance du média filtrant R_m ainsi que la longueur de tube ajoutée en sortie de colonne l_a et d'en estimer l'influence sur la cinétique de drainage. Par la suite, le drainage centrifuge sera donc formulé uniquement en pression.

II.2.2.2 Résistance du média filtrant

Pour illustrer l'influence de l'effet du média filtrant sur la cinétique de drainage, nous montrons des résultats de simulations numériques dans le cas du drainage gravitaire pour trois valeurs du rapport de la résistance du média filtrant et de la résistance du gâteau R_m / R_g (Fig.II.22). Ces résultats montrent clairement l'importance de l'effet du média filtrant.

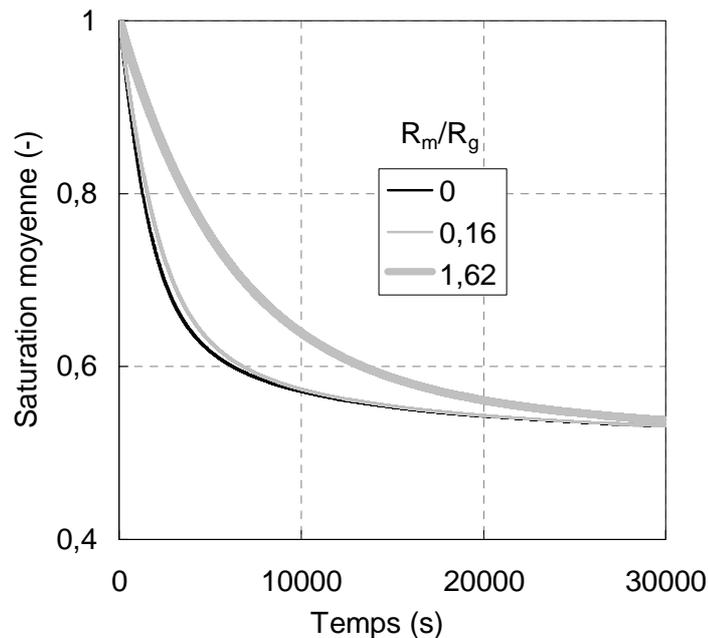


Figure II.22. Cinétiques de déshydratation numériques pour trois valeurs différentes du rapport R_m/R_g

II.2.3 Drainage centrifuge, prise en compte de l'effet du média filtrant

II.2.3.1 Modèle du drainage gravitaire transposé au drainage centrifuge

Le modèle de Darcy généralisé s'applique aussi bien pour le drainage gravitaire que pour l'essorage centrifuge. Dans le cas de l'essorage, le liquide est extrait radialement du milieu poreux sous l'action de la force centrifuge qui varie avec le rayon. La vitesse de rotation est constante pendant l'essorage et la force de Coriolis est négligeable par rapport à la force centrifuge (Bürger et Concha, 2001). Par ailleurs, l'ordre de grandeur du nombre de Reynolds particulaire Re_p dans cette étude reste très faible, le régime d'écoulement reste donc laminaire. La définition du Reynolds particulaire est rappelée ci-dessous :

$$Re_p = \frac{v_l d_p \rho_l}{\mu_l (1 - \varepsilon)} \quad (II.46)$$

A titre d'exemple, pour un écoulement au début de l'essorage d'un gâteau de talc d'épaisseur 16mm et de porosité 0,5, tournant à la vitesse de rotation élevée de 4000tr/min, le débit de filtrat est de 4g/s et le nombre de Reynolds particulaire est de 6.10^{-4} pour un panier de 320mm de diamètre.

II.2.3.2 Modélisation du drainage centrifuge, effet du média filtrant

En suivant la même procédure pour obtenir l'équation (II.31) en drainage gravitaire, on obtient pour le drainage centrifuge l'équation suivante :

$$\frac{\partial p_l}{\partial t} = \frac{1}{\lambda \varepsilon (1 - S_{l\infty}) p_b^\lambda} (p_0 - p_l)^{\lambda+1} \left[-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k k_{rl}}{\mu_l} \left(-\frac{\partial p_l}{\partial r} + \rho_l \omega^2 r \right) \right) \right] \quad (II.47)$$

On pose :

$$A_1 = -\frac{k}{\lambda \varepsilon (1 - S_{l\infty}) p_b^\lambda \mu_l} \quad (II.48)$$

L'équation (II.47) devient :

$$\frac{\partial p_l}{\partial t} = A_1 (p_0 - p_l)^{\lambda+1} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r k_{rl} \left(-\frac{\partial p_l}{\partial r} + \rho_l \omega^2 r \right) \right) \right] \quad (II.49)$$

En développant l'équation précédente, on obtient l'équation générale décrivant l'écoulement diphasique en milieu poreux dans une essoreuse.

$$\frac{\partial p_l}{\partial t} = A_1 (p_0 - p_l)^{\lambda+1} \left[k_{rl} \left(\rho_l \omega^2 - \frac{\partial^2 p_l}{\partial r^2} \right) + \left(\rho_l \omega^2 r - \frac{\partial p_l}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial k_{rl}}{\partial r} + \frac{k_{rl}}{r} \right) \right] \quad (II.50)$$

Les expressions de k_{r_l} et $\partial k_{r_l} / \partial z$ sont données respectivement par les équations (II.32) et (II.34) pour un milieu désaturé ou encore (II.33) et (II.35) pour un milieu saturé, selon le modèle de Corey.

Les conditions aux limites et initiale sont données ci-dessous, ce sont les mêmes que pour le drainage gravitaire. On prend en compte l'épaisseur de la paroi du panier qui joue le rôle de tube ajouté en sortie de panier ou encore qui représente la hauteur de colonne d'eau créée dans l'essoreuse à siphon rotatif (cf. chapitre 1 Synthèse Bibliographique).

- En $r=r_g$, on considère que la surface du milieu poreux n'est traversée par aucun flux de liquide. Pour $t>0$, $v_l=0$, d'où la condition en pression liquide à la surface du milieu poreux :

$$-\frac{\partial p_l}{\partial r} + \rho_l \omega^2 r = 0 \quad (\text{II.51})$$

- En $r=r_0$, la pression qui règne au sein du milieu poreux juste au niveau du média filtrant est notée p_{lm} . La loi de Darcy s'applique aux bornes du média filtrant saturé.

$$v_{l_0} = \frac{1}{\mu_l R_m} \left(p_{lm} - \left(p_0 - \frac{1}{2} \rho_l \omega^2 \left((r_0 + l_a)^2 - r_0^2 \right) \right) \right) \quad (\text{II.52})$$

Le terme $p_0 - \frac{1}{2} \rho_l \omega^2 \left((r_0 + l_a)^2 - r_0^2 \right)$ est la pression qui règne entre le média filtrant et la surface du panier en contact avec le média (la longueur l_a caractérisant ici l'épaisseur de la paroi du panier).

La loi de Darcy s'écrit au niveau interne du média filtrant sous la forme :

$$v_{l_0} = \frac{k}{\mu_l} \left(-\frac{\partial p_l}{\partial r} + \rho_l \omega^2 r_0 \right) \quad (\text{II.53})$$

En égalisant les deux équations précédentes (égalité des flux entre l'intérieur du média et la surface du média), on obtient l'expression suivante du gradient de pression liquide au niveau du média filtrant :

$$\left. \frac{\partial p_l}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \frac{1}{k R_m} \left(p_{lm} - \left(p_0 - \frac{1}{2} \rho_l \omega^2 \left((r_0 + l_a)^2 - r_0^2 \right) \right) \right) + \rho_l \omega^2 r_0 \quad (\text{II.54})$$

Cas particuliers :

Si $l_a=0$, comme tel est le cas pour l'essoreuse sans siphon rotatif et dont l'épaisseur de la paroi du panier est négligeable, alors $\frac{\partial p_l}{\partial r} = \frac{1}{k R_m} (p_{lm} - p_0) + \rho_l \omega^2 r_0$

Si $R_m \rightarrow \infty$ alors $\left. \frac{\partial p_l}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \rho_l \omega^2 r_0$, il s'agit de l'équilibre hydrostatique.

$$\text{Si } R_m = 0 : p_{lm} = p_0 - \frac{1}{2} \rho_l \omega^2 \left((r_0 + l_a)^2 - r_0^2 \right)$$

- Pour $t=0$, on recherche le gradient de pression liquide dans le milieu poreux encore saturé. Comme pour la condition initiale pour le modèle de drainage gravitaire, le fluide est en écoulement ; il ne s'agit pas d'un équilibre hydrostatique.

La loi de Darcy s'applique aux bornes du milieu poreux encore saturé :

$$v_l(r) = \frac{k}{\mu_l} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho_l \omega^2 r^2}{2} - p_l \right) \quad (\text{II.55})$$

La vitesse dans l'épaisseur du gâteau n'est pas une constante puisque la surface à travers laquelle passe le fluide augmente selon r . Cependant le débit-volume est constant en fonction de la variable d'espace.

$$Q_l = 2\pi r H v_l(r) \quad (\text{II.56})$$

$$\frac{Q_l}{2\pi r H} = \frac{k}{\mu_l} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho_l \omega^2 r^2}{2} - p_l \right) \quad (\text{II.57})$$

L'intégration suivant la variable de l'espace de l'équation précédente donne :

$$\int_r^{r_0} \frac{Q_l}{2\pi r H} = \frac{k}{\mu_l} \left[\frac{\rho_l \omega^2 r^2}{2} - p_l \right]_r^{r_0} \quad (\text{II.58})$$

L'expression du profil de pression est alors la suivante :

$$p_l(r) = \frac{Q_l}{2\pi H} \frac{\mu_l}{k} \ln \left(\frac{r_0}{r} \right) - \frac{\rho_l \omega^2}{2} (r_0^2 - r^2) + p_{lm} \quad (\text{II.59})$$

L'expression de la pression p_{lm} est extraite de la relation (II.52) :

$$p_{lm} = v_{l_0} \mu_l R_m + p_0 - \frac{1}{2} \rho_l \omega^2 \left((r_0 + l_a)^2 - r_0^2 \right) \quad (\text{II.60})$$

En reprenant l'expression du débit-volume (II.58) à $t=0$, intégrée entre r_g et r_0 :

$$\frac{Q_l}{2\pi H} \ln \left(\frac{r_0}{r_g} \right) = \frac{k}{\mu_l} \left[\frac{\rho_l \omega^2}{2} (r_0^2 - r_g^2) - p_{lm} + p_0 - p_b \right] \quad (\text{II.61})$$

$$\text{or } \frac{Q_l}{2\pi H} = v_{l_0} r_0 \quad (\text{II.62})$$

$$d'o\grave{u} \ v_{l0} = \frac{k}{r_0 \mu_l \ln\left(\frac{r_0}{r_g}\right)} \left[\frac{\rho_l \omega^2}{2} (r_0^2 - r_g^2) - p_{lm} + p_0 - p_b \right] \quad (\text{II.63})$$

En insérant la relation précédente dans la relation (II.60), et en regroupant les termes en p_{lm} , on a :

$$p_{lm}(t=0) = \frac{1}{1 + \frac{kR_m}{r_0 \ln\left(\frac{r_0}{r_g}\right)}} \left[\frac{kR_m}{r_0 \ln\left(\frac{r_0}{r_g}\right)} \left(\frac{\rho_l \omega^2}{2} (r_0^2 - r_g^2) + p_0 - p_b \right) + p_0 - \frac{1}{2} \rho_l \omega^2 (r_0 + l_a)^2 - r_0^2 \right] \quad (\text{II.64})$$

L'expression du terme $\frac{Q_l}{2\pi H}$ s'exprime à partir de la relation (II.61) :

$$\frac{Q_l}{2\pi H} = \frac{k}{\mu_l \ln\left(\frac{r_0}{r_g}\right)} \left[\frac{\rho_l \omega^2}{2} (r_0^2 - r_g^2) - p_{lm} + p_0 - p_b \right] \quad (\text{II.65})$$

En insérant les deux relations précédentes dans la relation (II.59), on obtient l'expression du profil de pression liquide à $t=0$.

Le choix des paramètres de simulation (taille du milieu poreux, perméabilité du milieu poreux du milieu poreux) pour générer les graphiques, est justifié dans le paragraphe III.1.1.1 Matériels et procédures du chapitre III.

La figure (II.23) montre les profils de pression liquide dans le gâteau au cours de son essorage. Lorsque les niveaux de pressions capillaire sont élevés (ici pour $p_c > p_0$) la pression liquide dans le gâteau p_l est négative (car $p_l = p_0 - p_c$).

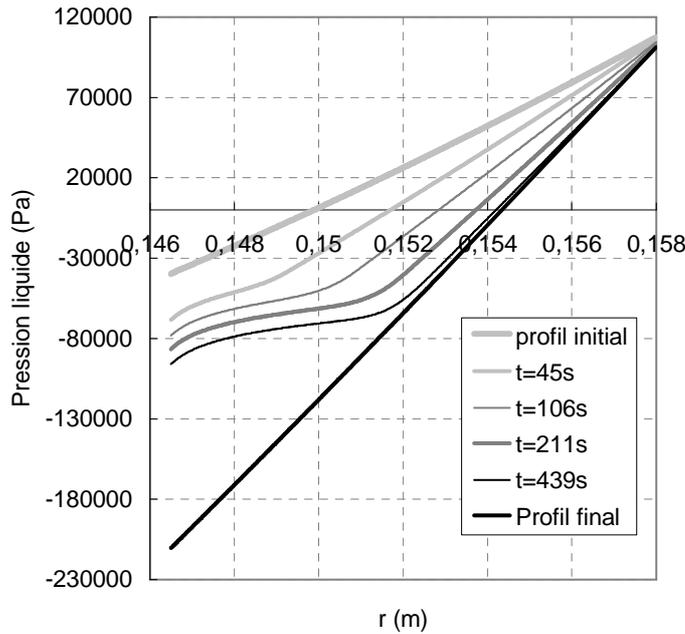


Figure II.23. Profils de pression liquide dans un gâteau d'essorage

Les valeurs des paramètres introduites dans le code de calcul ayant généré les figures (II.23) et (II.24) sont indiquées dans le tableau (II.4).

h_g (mm)	$\bar{\varepsilon}$ (-)	r_0 (m)	ω (rad.s ⁻¹)	k (m ²)	R_m (m ⁻¹)	p_b (Pa)	λ (-)	$S_{l\infty}$ (-)
11,5	0,5	0,158	422	$9 \cdot 10^{-16}$	$5 \cdot 10^{11}$	$1,4 \cdot 10^5$	6	0,04

Tableau II.4. Valeurs des paramètres introduits dans l'outil de simulation pour les figures (II.23) et (II.24)

La figure (II.24) montre l'évolution du profil de saturation réduite au cours de l'essorage de l'instant initial à l'équilibre final. Les profils de saturation sont issus des profils de pression liquide de la figure précédente.

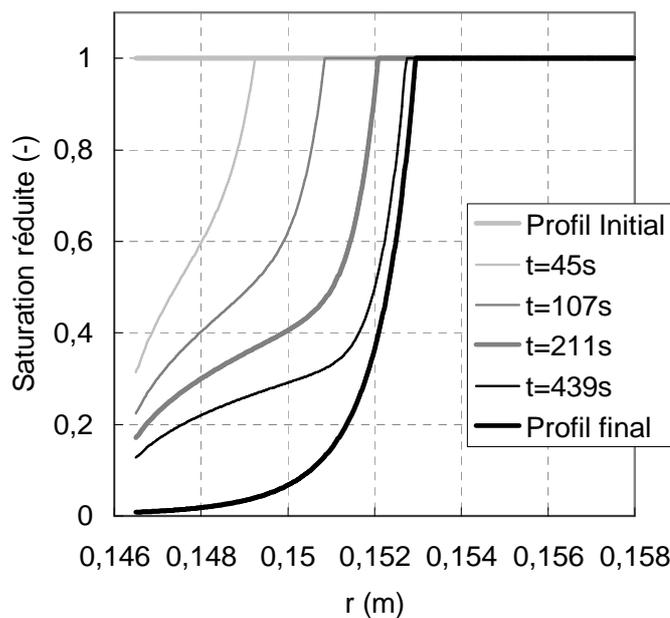


Figure II.24. Profils de saturation réduite dans un gâteau d'essorage

On note que la hauteur du pied capillaire (6mm) pour un gâteau de Talc d'épaisseur 11,5mm n'est pas négligeable (Fig.II.24).

On montre sur la figure suivante des cinétiques de drainage centrifuge pour différentes résistances du média filtrant R_m rapportées à une résistance de gâteau R_g :

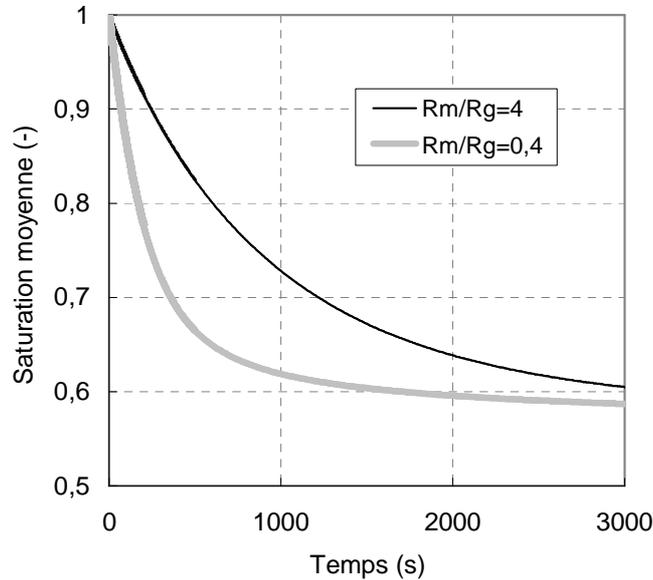


Figure II.25. Cinétiques de drainage centrifuge pour différents rapports R_m/R_g

Les paramètres ayant servis pour générer les cinétiques de drainage numériques de la figure (II.25) sont listés dans le tableau (II.5).

r_0 (m)	h_g (mm)	μ_l (Pa.s)	k (m ²)	$\bar{\varepsilon}$ (-)	ω (rad.s ⁻¹)	p_b (Pa)	λ (-)	$S_{l\infty}$ (-)
0,158	11,5	1.10^{-3}	9.10^{-16}	0,50	422	140000	6	0,07

Tableau II.5. Valeurs des paramètres introduits dans l'outil de simulation.

Il s'agit d'un milieu poreux constitué de talc ayant une résistance hydraulique de $R_g = h_g/k = 1,3.10^{13} \text{ m}^{-1}$ et une épaisseur h_g de 11,5mm dont le diamètre moyen de particules est de 11,6 μm . S'il l'on imagine que des particules de diamètre 10 fois plus petit forme un talon d'épaisseur 0,05mm au niveau du media filtrant, la perméabilité du gâteau étant proportionnelle au carré du diamètre de particules (Equation de Kozeny Carman : Eq.II.66) on aura alors une résistance du talon $R_m = h_g/k = 0,5.10^{-3}/(9.10^{-16}/10^2) = 5,55.10^{13} \text{ m}^{-1}$. Le rapport R_m/R_g sera de 0,4. Si l'épaisseur du talon fait 0,5mm, le rapport R_m/R_g sera de 4 (Fig.II.25).

$$k = (d_p)^2 \varepsilon^3 / (150(1 - \varepsilon)^2) \quad (\text{II.66})$$

Dans le cas présenté (Fig.II.25), on constate que négliger la résistance R_m liée au colmatage de la toile ou à la présence du talon, sur la cinétique de drainage centrifuge, conduit à une grossière erreur sur le temps d'essorage.

II.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fourni une méthode de résolution pour analyser et interpréter la filtration centrifuge sur gâteaux compressibles. L'outil de simulation construit permet de prévoir la cinétique de l'opération et d'optimiser les conditions opératoires.

Un modèle de drainage gravitaire a été présenté et nous confrontons les simulations à des essais expérimentaux dans le chapitre suivant. Ces essais expérimentaux nous servent à déterminer les paramètres du modèle. Il est ensuite possible de comparer les profils de saturation expérimentaux et simulés, ainsi que les cinétiques de drainage expérimentales et simulées.

Ce modèle de drainage gravitaire est formulé de deux façons différentes : en saturation puis en pression. Nous montrons que la formulation en saturation n'est pas appropriée car elle ne s'adapte pas à un écoulement présentant un front de saturation. La formulation de Wakeman et Vince (1986) n'est donc pas recommandée. En drainage centrifuge, l'écart entre les résultats obtenus avec la formulation en saturation et celle en pression en terme de saturation moyenne est moins marqué, parce que le front de saturation disparaît plus vite et que le pied capillaire ne représente qu'une fraction réduite de la saturation finale.

La formulation en pression en revanche prend en compte l'existence du pied capillaire ainsi qu'une évolution progressive du front de saturation entre la surface du gâteau h_g et la hauteur du pied capillaire h_c . Le front de saturation est localisé à chaque instant à la valeur de la pression liquide égale à $p_0 - p_b$. Cette formulation permet aussi de prendre en compte deux paramètres : la longueur de tube ajoutée l_a et la résistance du média filtrant R_m . On montre d'ailleurs l'impact de l'ajout d'un tube en sortie de colonne sur la désaturation du milieu poreux. Le pied capillaire étant translaté dans le tube, la zone drainée est plus grande et la saturation moyenne du milieu poreux s'en trouve diminuée. On montre aussi l'importance de l'effet de la résistance du média filtrant sur la cinétique de drainage. Ces deux paramètres ont donc un effet non négligeable sur la cinétique de drainage.

Le modèle de drainage centrifuge est formulé en pression et tient compte de ces deux paramètres. Des simulations numériques montrent l'impact de la résistance du média filtrant sur la cinétique de drainage centrifuge et l'erreur qui est faite en la négligeant.

CHAPITRE III.

Filtration et drainage : étude expérimentale et validation

L'objectif de ce chapitre est de décrire l'étude expérimentale mise en oeuvre pour la réalisation des drainages effectués sous champs gravitaire et centrifuge.

Les essais menés en drainage gravitaire ont pour but principal de valider le modèle présenté dans le chapitre II « Quelques aspects de modélisation : filtration centrifuge – drainages gravitaire et centrifuge ». Chaque essai de drainage gravitaire nécessite une phase de préparation au préalable et de caractérisation du milieu poreux en termes de propriétés physiques. Le milieu poreux employé est un milieu composé de billes de verre contenues dans une colonne en plexiglas. Les paramètres qu'il faut déterminer pour pouvoir alimenter l'outil de simulation sont les suivants : la porosité moyenne ε , la perméabilité du milieu poreux k , la résistance du média filtrant R_m , la pression d'entrée p_b , l'indice de distribution de taille de pores λ et la saturation irréductible S_{l_∞} . On utilise une méthode d'atténuation de rayons gamma pour déterminer les valeurs de la porosité moyenne, la pression d'entrée, l'indice de distribution de taille de pores et la saturation irréductible S_{l_∞} . La procédure des essais de drainage couplée aux mesures gammamétriques est détaillée. Nous confrontons enfin les cinétiques de drainage expérimentales et simulées afin de savoir si le modèle de drainage basé sur la loi de Darcy généralisée formulé en pression et tenant compte de la résistance du média filtrant est satisfaisant.

Pour ce qui est de la filtration et de l'essorage, une instrumentation spécifique a été mise en place sur le pilote. Il était en effet nécessaire d'être en mesure de fabriquer des gâteaux d'épaisseur homogène afin de repérer l'instant initial du drainage, avoir une épaisseur moyenne du gâteau moyenne précise pour l'insérer dans l'outil de simulation, faciliter les calculs pour les bilans de matière. Il était aussi nécessaire de suivre la masse de filtrat en temps réel afin d'obtenir par bilan de matière un suivi de la hauteur d'anneau liquide et de la hauteur du gâteau pendant la phase de filtration, ainsi que la cinétique de drainage centrifuge expérimentale. Nous comparons les évolutions des hauteurs d'anneau liquides et de gâteau expérimentales et simulées pour valider le modèle de filtration centrifuge sur gâteau incompressible. L'utilisation de la méthode d'atténuation de rayons gamma n'étant pas réalisable sur une machine tournante, nous avons dû déterminer différemment la pression d'entrée p_b , l'indice de distribution de taille de pores λ et la saturation irréductible S_{l_∞} . Nous comparons ensuite les cinétiques de drainage centrifuge simulées et expérimentales afin de savoir si le modèle de drainage centrifuge est validé.

III.1 Drainage gravitaire

Le but de notre étude expérimentale est de valider le modèle de Darcy généralisé décrivant l'écoulement diphasique en milieu poreux non consolidé. Ce modèle formulé en pression prend en compte la résistance du média filtrant. Il est valable sous champ gravitaire comme sous champ centrifuge. Nous avons choisi de valider ce modèle en premier lieu grâce à des essais de drainage gravitaire pour les raisons suivantes :

- L'accès aux informations est facilité sur une colonne cylindrique et statique. En effet, la détermination des profils de porosité et de saturation final du milieu poreux par gammamétrie n'est réalisable que dans ces conditions. On comprend aisément que ce type de mesures n'est pas facilement envisageable sur une machine tournante.

- Divers bancs équipés de détecteurs gammamétriques sont opérationnels et très utilisés au laboratoire. Cependant il convient pour chaque type d'expérimentation de bien définir et maîtriser la cellule support d'expérience et les protocoles souhaités.

La validation du modèle est effectuée par comparaison entre les courbes expérimentales et numériques de déshydratation du milieu poreux au cours du temps. Au cours d'une expérience de drainage, l'évolution de la saturation moyenne est obtenue par bilan de matière avec la pesée du liquide sortant du milieu poreux. Pour ce qui est de la simulation numérique, l'outil de simulation est alimenté par des paramètres déterminés expérimentalement : la porosité moyenne ε , la perméabilité du milieu poreux k , la résistance du média filtrant R_m , la pression d'entrée p_b , l'indice de distribution de taille de pores λ et la saturation irréductible $S_{l\infty}$.

III.1.1 Matériels et procédures

III.1.1.1 Fluides et milieu poreux

L'ensemble du dispositif est situé dans une salle climatisée à 20°C. Les expériences de drainage gravitaire sont réalisées en employant comme fluide mouillant de l'eau déminéralisée et dégagée et de l'air comme fluide non mouillant.

Le tableau (III.1) répertorie les propriétés de ces fluides à 20°C ainsi que certains paramètres utiles pour calculer la saturation locale. La masse volumique de l'eau est mesurée avec un densimètre et le coefficient d'atténuation de l'eau par gammamétrie dans une cellule (mesures à vide puis remplie d'eau).

Masse volumique de l'eau, ρ_l (kg.m ⁻³)	998,2 ± 0,1
Viscosité dynamique de l'eau, μ_l (Pa.s)	0,001
Coefficient d'atténuation gamma de l'eau, ξ_l (cm ⁻¹)	0,202 ± 0,001

Tableau III.1 Tableau de valeurs

Les expériences de drainage gravitaire sont réalisées avec une colonne en plexiglas de 4cm de diamètre interne, un média filtrant est placé en bas de la colonne. La colonne est ensuite remplie de billes de verre dont le diamètre moyen d_p est de 122µm, jusqu'à l'obtention d'un milieu poreux de 71,5cm de hauteur (Fig.III.2). La distribution granulométrique des billes est donnée en figure (III.1). Afin d'obtenir un milieu incompressible et homogène, les billes de verre sont introduites par petites couches dans la colonne (de 5mm en 5mm d'épaisseur), le milieu ainsi constitué est tassé au fur et à mesure à l'aide d'un maillet. Sa porosité moyenne est voisine de 35% et sa perméabilité est de l'ordre de 7 à 10 Darcy. Le modèle de Kozeny-Carman (Eq.II.66) donne une perméabilité de 8,49 Darcy.

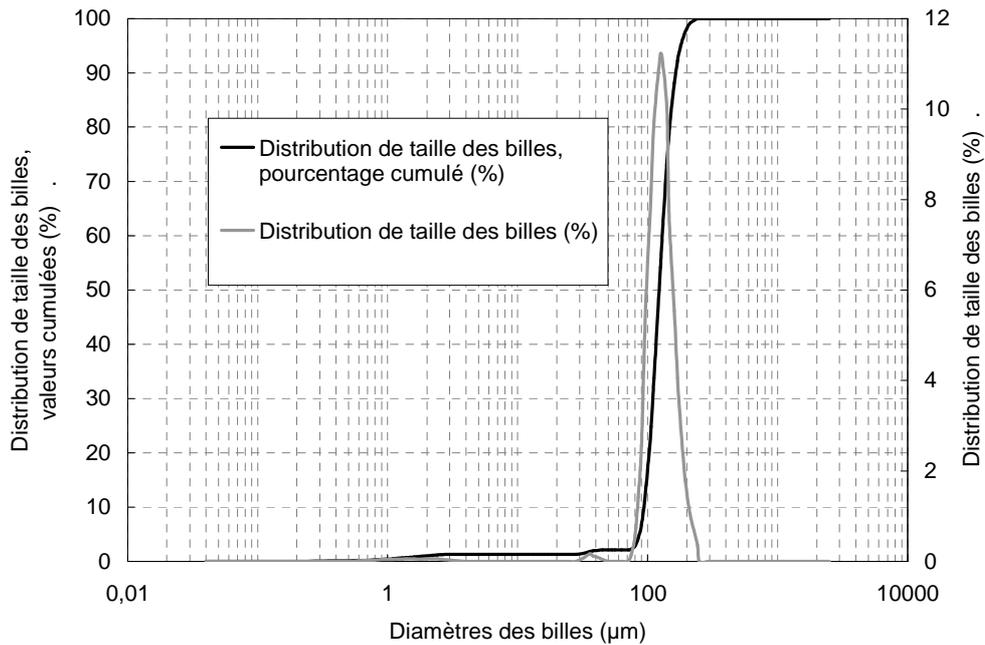


Figure III.1. Distribution granulométrique des billes de verre utilisées pour les essais de drainage

Nous avons choisi ce milieu pour les raisons suivantes :

- C'est un milieu modèle constitué de particules sphériques,
- Le verre ne réagit pas avec le fluide mouillant et ne l'absorbe pas,
- Il est possible d'avoir un milieu d'extension verticale suffisante pour obtenir une zone désaturée conséquente non perturbée par les extrémités de la colonne,
- Le milieu possède de bonnes qualités d'homogénéité ce qui facilite l'interprétation phénoménologique des résultats et assure une bonne reproductibilité des expériences. Le milieu est constitué en suivant toujours la même procédure,
- La perméabilité et la porosité sont assez élevées, ce qui permet d'effectuer des écoulements assez rapides et d'obtenir l'équilibre capillaro-gravitaire en quelques jours,
- Les billes de verre une fois sorties de la colonne et après avoir été séchées sont réutilisables.

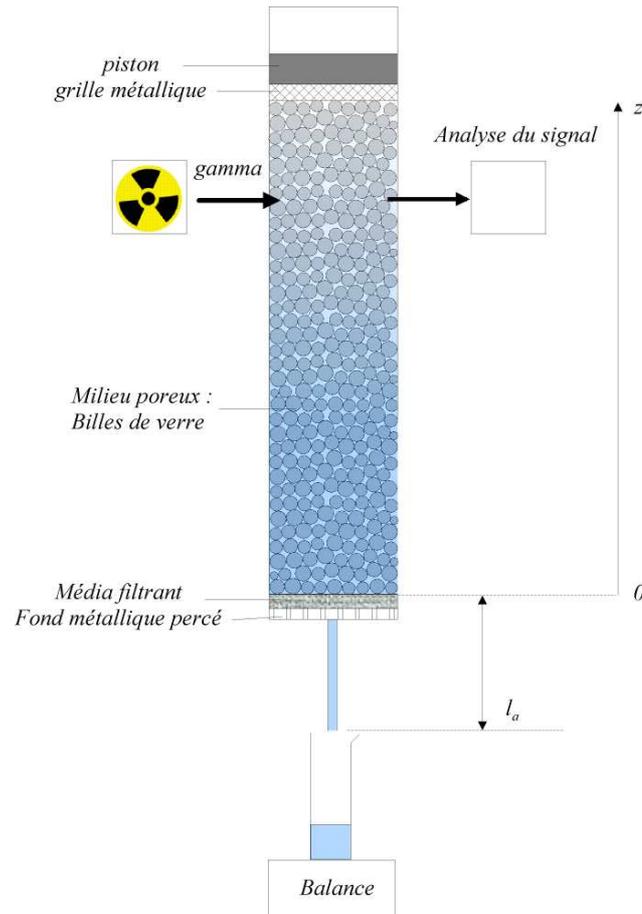


Figure III.2. Milieu poreux utilisé pour les essais de drainage gravitaire

Pour les essais d'essorage centrifuge, on utilise un autre milieu poreux modèle incompressible : du talc dont les particules ont un diamètre moyen de $15\mu\text{m}$. Ce milieu assez résistif à l'écoulement (Kozeny-Carman, Eq.II.66, $k=3,12 \cdot 10^{-12}\text{m}^2$) et capillaire ($p_b=11060\text{Pa}$, Eq.II.85, Wakeman et Vince, 1986 ou $p_b=22800\text{Pa}$, Eq.II.18, lois de Hagen-Poiseuille et Darcy combinées) nous permet de suivre une cinétique d'essorage relativement lente. La cinétique d'essorage des billes de verre étant de l'ordre de quelques secondes, il ne nous aurait pas été possible de la suivre comparée à la faible fréquence du transfert du signal de masse de la balance vers l'ordinateur (une valeur toutes les 2s).

Les essais expérimentaux en drainage gravitaire étaient prévus au départ avec du talc, mais la capillarité du milieu était telle que nous n'aurions pas pu avoir d'écoulement. En effet, nous sommes limités par la taille de la cellule qui ne peut contenir qu'un milieu poreux dont la taille n'excède pas 72cm, alors que le pied capillaire en drainage gravitaire (de taille h_c , Eq.III.1) fait plus d'1m selon les expressions utilisées : 1,13m d'après Wakeman et Vince, 1986 (Eq.II.85) et 2,33m avec la combinaison des lois de Hagen-Poiseuille et de Darcy (Eq.II.18).

$$h_c = \frac{p_b}{\rho_l g} \quad (\text{III.1})$$

Un milieu constitué de billes de verre (de diamètre moyen $122\mu\text{m}$ ou $152\mu\text{m}$) est beaucoup moins capillaire mais il ne doit pas être trop perméable pour pouvoir suivre la

saturation locale de façon relativement précise par gammamétrie (1% d'erreur). La saturation ne doit pas évoluer de façon significative pendant le comptage qui dure près d'une minute.

Il nous fallait trouver un juste milieu entre un pied capillaire inférieur à 72cm et une cinétique assez lente. Nous avons choisi les billes de verre de diamètre moyen 122 μ m. Le pied capillaire est d'une cinquantaine de centimètres environ ($h_c=49$ cm, Wakeman et Vince, 1986 (Eq.II.85), h_c (expérimental)=65cm), $k=7,76.10^{-12}$ m² et la cinétique assez lente pour accéder à la saturation locale avec moins d'1% d'erreur sur sa détermination.

III.1.1.2 Dispositif expérimental

Pour déterminer les propriétés physiques du milieu (perméabilité et porosité), les paramètres du modèle (Pression d'entrée, saturation irréductible et indice de distribution de taille des pores), le suivi de la saturation locale en un point du milieu et celui de la saturation moyenne, le dispositif expérimental nécessaire est le suivant (Fig.III.3):

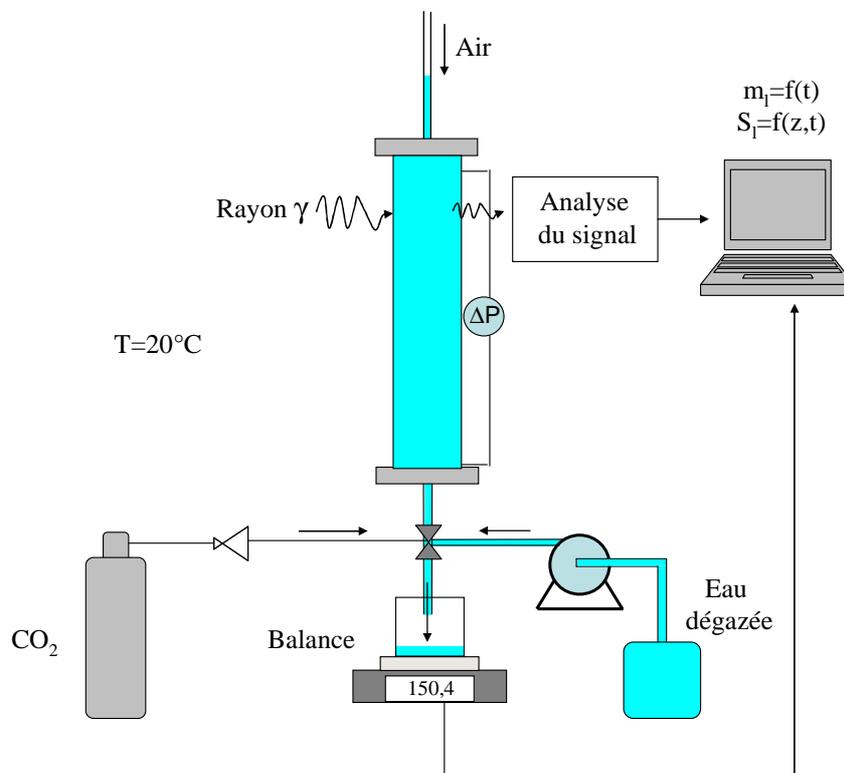


Figure III.3. Drainage gravitaire et gammamétrie : dispositif expérimental

- Un dispositif d'injection de dioxyde de carbone pour chasser l'air du milieu poreux avant l'injection d'eau.
- Un dispositif d'injection d'eau, utilisant une pompe volumétrique à pistons. L'eau dégazée est injectée par le bas de la colonne.
- Un dispositif de maintien du milieu poreux en position verticale, intégré au banc de déplacement de la source radioactive.
- Un dispositif de détermination de la saturation locale par atténuation de rayon gamma pour des situations dynamiques ou statiques.
- Un capteur de pression différentielle (Rosemount® 0-100mbar) permettant de déterminer la perméabilité du milieu poreux.

- Une balance pour le suivi de la masse d'eau écoulée au cours du drainage et permettant de remonter à l'évolution de la saturation moyenne du milieu poreux.
- Deux ordinateurs et un système d'acquisition permettant d'enregistrer en continu la masse d'eau écoulée et les comptages pour remonter à la saturation.

III.1.1.3 Description de la technique d'atténuation de rayonnement gamma

III.1.1.3.a Loi d'atténuation du rayonnement

Le dispositif de mesure doit permettre d'évaluer à tout instant la saturation liquide du milieu poreux. Il ne doit en outre ni perturber l'écoulement ni conduire à la destruction de l'échantillon. La technique d'atténuation des rayons gamma est donc adaptée à ce type de mesure.

Le rayonnement gamma est affaibli lorsque qu'il traverse de la matière. Ainsi, nous pouvons obtenir de l'atténuation du rayonnement, la porosité et la saturation d'un milieu poreux :

- plus un milieu est poreux, moins le rayonnement est atténué,
- le rayonnement est d'autant plus atténué que le milieu poreux est saturé.

La loi d'atténuation du rayonnement déduite d'une loi de type Beer (Caubit, 2004) est la suivante :

$$N = N_0 \exp\left(-\sum \xi_i x_i\right) \quad (\text{III.2})$$

où N et N_0 désignent respectivement le nombre de photons incident et celui n'ayant subi aucune atténuation, ξ_i et x_i désignent respectivement le coefficient d'atténuation linéique et la longueur équivalente de la phase i .

III.1.1.3.b Dispositif lié à la gammamétrie

La source radioactive (Américium) est scellée dans un porte-source en plomb percé en un point pour laisser passer le rayonnement gamma (Fig.III.4). Ce porte-source est situé sur un dispositif permettant de déplacer la source dans 2 dimensions de l'espace (sur un plan vertical de 1m sur 1m). Le banc de déplacement (Fig.III.5) utilise un moteur pas à pas dont la précision annoncée par le constructeur (Microcontrole[®]) est 10 μ m. La précision de déplacement a été vérifiée par Caubit (2004). Cependant, la plus grande incertitude réside dans le repérage de la position de la source par rapport à un point de référence du milieu poreux ($\Delta z = \pm 2mm$). Une autre source d'erreur est liée au diamètre non négligeable du faisceau. Au total, l'incertitude sur la position du point de mesure est de l'ordre de $\Delta z = \pm 4mm$.

Le milieu poreux dont on souhaite évaluer la saturation liquide est positionné entre la source et le dispositif de comptage qui mesure l'intensité du rayonnement gamma atténué (Fig.III.4).

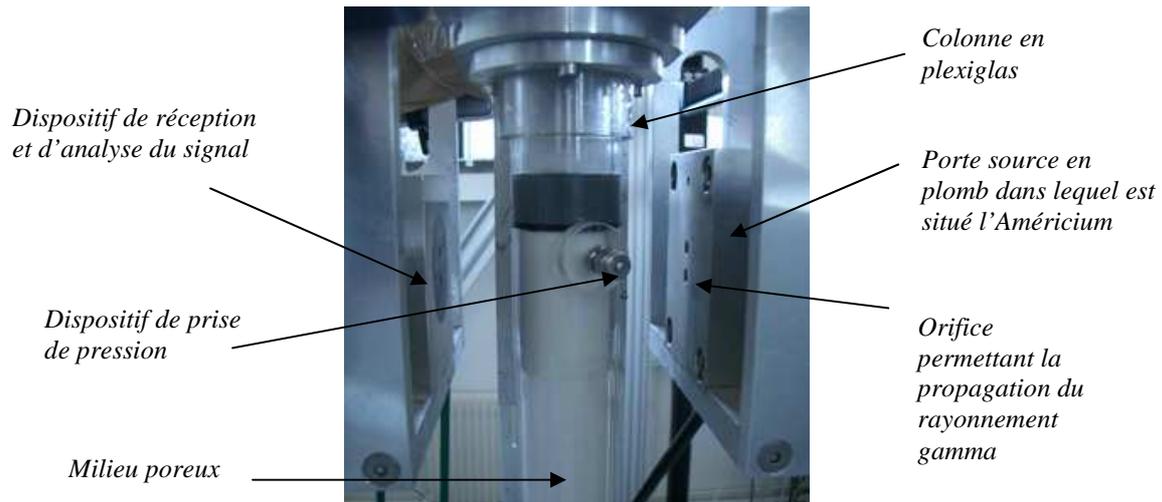


Figure III.4. Photo du porte source et du milieu poreux

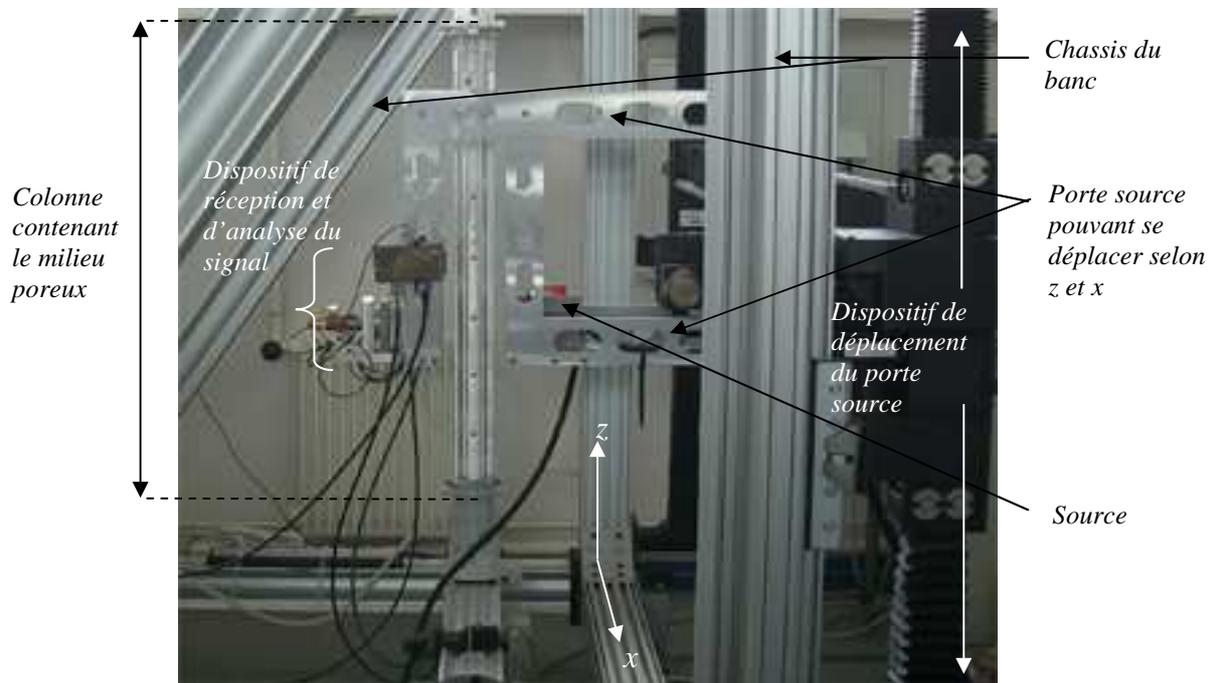


Figure III.5. Photo du banc de déplacement de la source radioactive

III.1.1.3.c Détermination de la porosité et de la saturation liquide locales par gammamétrie

a) Mesure de la porosité locale par gammamétrie

La détermination de la porosité locale s'effectue en deux temps :

- Un comptage de photon en un point du milieu poreux sec N_1
- Un comptage lorsque le milieu poreux est saturé, de même durée que le précédent comptage et au même point N_2 :

On détermine la porosité locale ε à l'aide de la relation suivante :

$$\varepsilon = \frac{1}{\xi_l d} \ln \left(\frac{N_1 N_0^{(2)}}{N_2 N_0^{(1)}} \right) \quad (\text{III.3})$$

ξ_l : Coefficient d'atténuation de la phase liquide (cm^{-1})

d : Diamètre interne de la colonne (cm)

N_1 est le nombre de photons ayant traversé le milieu poreux sec.

$N_0^{(1)}$ correspond au nombre de photons avant passage dans le milieu poreux donc avant atténuation du faisceau. C'est un comptage effectué dans l'air ambiant sans cellule. Ce comptage dit à vide doit être réalisé le même jour que le comptage effectué à travers le milieu poreux sec N_1 .

N_2 : Nombre de photons ayant traversé le milieu poreux saturé

$N_0^{(2)}$: Nombre de photons ayant traversé l'air (comptage à vide fait le jour du comptage N_2)

La phase gaz n'atténuant que très peu le rayonnement (en comparaison avec les phases liquide et solide), son influence est négligée et n'est donc pas prise en compte dans la précédente relation.

L'incertitude sur la mesure de la porosité est donnée par Caubit (2004) utilisant une méthode différentielle :

$$\Delta\varepsilon = \frac{1}{\xi_l} \left(\frac{1}{\sqrt{N_1}} + \frac{1}{\sqrt{N_2}} \right) \quad (\text{III.4})$$

b) Mesure de la saturation liquide locale par gammamétrie

La détermination de la saturation liquide locale nécessite le comptage effectué à travers le milieu poreux sec (N_1) et un comptage dans le milieu désaturé (N_3). Les deux comptages doivent être de même durée et doivent avoir lieu au même endroit. On détermine la saturation liquide locale en un point du milieu poreux avec la relation suivante :

$$S_l = \frac{1}{\xi_l d \varepsilon} \ln \left(\frac{N_1 N_0^{(3)}}{N_3 N_0^{(1)}} \right) \quad (\text{III.5})$$

L'incertitude sur la détermination de la saturation donnée par Caubit (2004) utilisant une méthode différentielle :

$$\Delta S_l = \frac{1}{\left[\ln \left(\frac{N_1}{N_2} \right) \right]^2} \left[\left| \ln \left(\frac{N_1}{N_2} \right) - \ln \left(\frac{N_1}{N_3} \right) \right| \frac{1}{\sqrt{N_1}} + \left| \ln \left(\frac{N_1}{N_3} \right) \right| \frac{1}{\sqrt{N_2}} + \left| \ln \left(\frac{N_1}{N_2} \right) \right| \frac{1}{\sqrt{N_3}} \right] \quad (\text{III.6})$$

III.1.2 Protocole expérimental

Les différentes étapes d'un essai de drainage gravitaire sont les suivantes :

a) Le milieu poreux constitué de billes de verre est saturé en CO_2 . Il faut faire passer à travers le milieu poreux un volume de CO_2 équivalent à 20 fois le volume de pores du milieu pour en chasser l'air. Cette procédure est nécessaire pour éviter le piégeage de gaz dans le milieu poreux, qui pourrait avoir un effet sur la cinétique de déshydratation. L'air, en particulier le diazote, se dissout peu dans l'eau. Le CO_2 , quant à lui, se dissout dans l'eau dans de plus grandes proportions que l'air. A raison d'un débit de CO_2 de 5mL/min, il faut environ 30h pour balayer le volume de pore de la colonne. Des comptages gammamétriques sont effectués dans l'air (à vide) puis en 33 points le long de la colonne quand le milieu poreux est sec.

Remarque : En principe, les comptages devraient être effectués sur le milieu poreux sec contenant de l'air (avant le balayage en CO_2). Comme il ne faut pas déplacer la colonne entre deux comptages, nous avons d'abord balayé la colonne en CO_2 puis fait les comptages à sec et en saturé, plutôt que d'intercaler le balayage entre les deux comptages. Ceci n'a pas d'incidence sur les mesures car les gaz (l'air et le CO_2) ont des coefficients d'atténuation très proches.

b) La colonne est saturée avec de l'eau déminéralisée préalablement dégazée, à raison de 300mL/h. Ici encore, un volume d'eau équivalent à 10 volumes de pores passe à travers le milieu. L'alimentation dure environ 15h. Des comptages gammamétriques sont à nouveau effectués dans l'air (à vide) puis en 33 points le long de la colonne, le milieu poreux étant saturé.

Remarques : Les comptages à sec et en milieu saturé n'étant pas faits le même jour, ce sont les comptages à vide incorporés dans les calculs qui nous permettent de nous affranchir de l'influence de l'environnement (pression, température de l'air). Les comptages dans le milieu sec puis saturé servent à la détermination de la porosité en chacun des 33 points.

c) La détermination de la perméabilité du milieu poreux est réalisée lorsque la colonne est saturée à l'aide d'un capteur de pression différentiel et d'une pompe.

d) Un essai de perméation au travers du milieu poreux et du média filtrant permet de déterminer la résistance du média filtrant.

e) Le drainage peut commencer. On peut suivre par gammamétrie la saturation en un point du milieu poreux. Le suivi de la masse écoulee permet de remonter par bilan de matière à la saturation moyenne du milieu poreux en fonction du temps.

f) Nous estimons que lorsque la masse d'eau pesée en sortie de colonne n'évolue plus, l'équilibre est atteint (au bout de sept jours) ; on peut alors faire des comptages le long du milieu poreux (en 33 points) et ainsi déterminer le profil de saturation final.

III.1.2.1 Détermination expérimentale des paramètres

Les expériences de drainage permettent d'obtenir les paramètres indispensables au fonctionnement du programme de simulation : la longueur de colonne d'eau en sortie de milieu l_a , la perméabilité k , la porosité moyenne du milieu poreux $\bar{\epsilon}$, la résistance du média filtrant R_m , la pression d'entrée p_b , l'indice de distribution de taille des pores λ , la saturation irréductible S_{l_∞} .

III.1.2.1.a Longueur ajoutée de colonne d'eau

Afin d'agrandir la zone désaturée, on ajoute une hauteur de colonne d'eau l_a en sortie de colonne qui comprend toute la zone saturée en dessous du média filtrant (Fig.III.6). La cinétique de déshydratation est très sensible à ce paramètre et afin de l'illustrer, nous comparerons les résultats des essais 4 et 5 dont la longueur ajoutée de colonne d'eau l_a est respectivement de $0,407 \pm 0,005$ m et $0,246 \pm 0,005$ m.

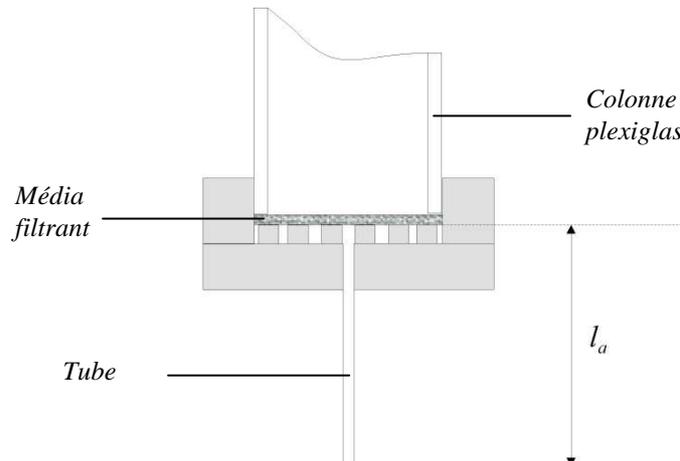


Figure III.6. : Longueur ajoutée de colonne d'eau sous le milieu poreux

III.1.2.1.b Porosités locale et moyenne du milieu poreux

La porosité locale est déterminée par gammamétrie avec l'expression (III.3). Les comptages sont assez longs (10 min) afin de minimiser l'incertitude sur la détermination de la saturation. Dans ce cas, l'incertitude sur la mesure de la porosité est de $\Delta\varepsilon = 0,004$ (Eq.III.4). La figure (III.7) montre les profils de porosité pour les deux essais que nous exposons dans ce chapitre. Le milieu poreux a été constitué de billes de verre de même diamètre. Un tassage différent peut expliquer la différence entre les deux profils, ou encore le mauvais positionnement de la colonne. Un angle de 1° entre la verticale et la colonne peut provoquer ce type de déviation de la porosité. Mais à ce stade des essais, une précaution particulière a été apportée quant à la verticalité de la colonne.

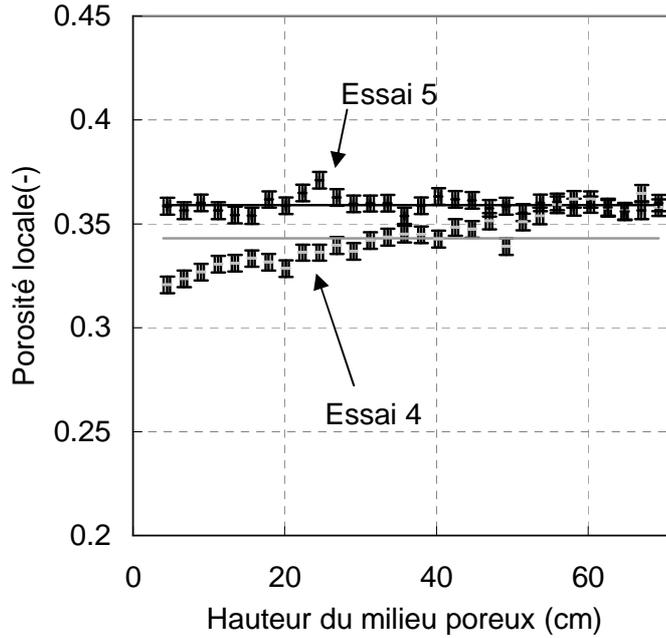


Figure III.7. : Profils de porosité du milieu poreux pour deux essais

La porosité moyenne du milieu poreux ($\bar{\varepsilon}$) est déterminée de deux façons :
 - en faisant la moyenne des porosités locales :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{N_p} \sum_j^{N_p} \varepsilon_j \quad (\text{III.7})$$

N_p est le nombre total des points du milieu poreux où est déterminée la porosité. ε_j est la porosité en l'un des 33 points j du milieu poreux. La porosité locale est obtenue par gammamétrie, à l'aide de l'équation (III.3).

- Le volume d'eau contenu dans le milieu poreux est déterminé via la différence de masse entre le milieu poreux saturé m_{MPsat} et le milieu poreux sec m_{MPsec} . Le milieu poreux saturé ne devant pas être manipulé à cette étape de l'essai, il faudra ajouter la masse du milieu poreux désaturé $m_{MPdésaturé}$ et la masse d'eau drainée m_l à la fin de l'essai pour obtenir la masse du milieu poreux saturé. L'expression de la porosité moyenne déterminée via les pesées est la suivante :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\left(\frac{m_{MPdésaturé} + m_l - m_{MPsec}}{\rho_l} \right)}{V_{MP}} \quad (\text{III.8})$$

où V_{MP} est le volume du milieu poreux (m^3) et ρ_l la masse volumique du liquide mesurée.

La porosité moyenne mesurée par gammamétrie est représentée par une horizontale pour chacun des deux essais (III.7). Le tableau comparatif suivant donne les valeurs des porosités moyennes déterminées par gammamétrie pour deux essais.

Porosité moyenne	Gammamétrie	Pesée
Essai 4	0,343 ± 0,004	0,362 ± 0,003
Essai 5	0,359 ± 0,004	0,369 ± 0,003

Tableau III.2 Porosité moyenne déterminée par gammamétrie et par pesée

La différence observée entre la porosité déterminée via la gammamétrie et par pesée peut être due à la prise en compte de l'eau contenue dans les volumes mort au moment de la pesée du milieu poreux désaturé ; dans l'absolu, on peut donc s'interroger sur la précision retenue pour les mesures par pesée. Ces valeurs de porosité peuvent être comparées à des valeurs théoriques pour des dépôts parfaitement organisés de billes (Tab.III.3).

Milieu poreux	Porosité
Sphères uniformes maille élémentaire « cubique »	0,48
Sphères uniformes maille élémentaire « cubique centré »	0,32
Sphères uniformes maille élémentaire « cubique face centrée »	0,26
Sphères uniformes empilement normal (Corey, 1994)	0,35

Tableau III.3 Porosités théoriques d'arrangements parfaitement organisés de billes

III.1.2.1.c Perméabilité du milieu poreux

La perméabilité du milieu poreux k est déterminée par la mesure de la différence de pression ΔP (Pa) aux bornes du milieu poreux (mesurée avec un capteur de pression différentielle), en imposant un débit de liquide traversant le milieu poreux à l'aide d'une pompe (Fig.III.3) et en appliquant la loi de Darcy (Eq.III.9):

$$k = \frac{\mu_l L Q_l}{A \Delta p_l} \quad (\text{III.9})$$

L : Longueur du milieu poreux (m)

Q_l : Débit-volume de liquide mesuré (m³/s)

A : Section de la colonne (m²)

Notons que nous annulons la différence de pression aux bornes du milieu poreux avant de commencer les mesures de Δp_l . Les effets gravitaires ne sont donc pas pris en compte dans la mesure de la perte de charge.

Le tracé du débit-volume en fonction de la différence de pression aux bornes du milieu poreux donne une droite de pente $\frac{\mu_l L}{kA}$, d'où l'on extrait la perméabilité.

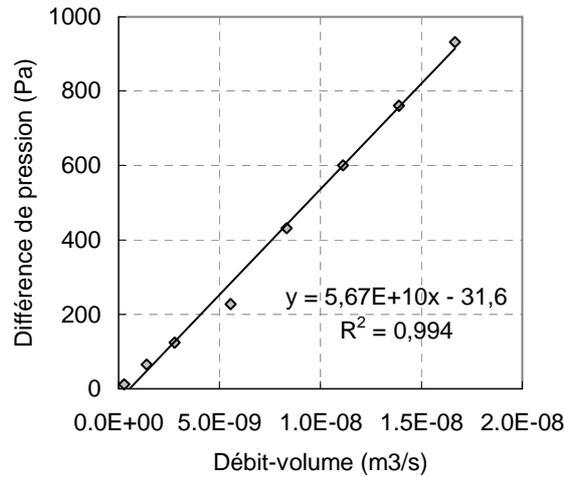


Figure III.8. : $\Delta p_l = f(q)$, Détermination de la perméabilité du milieu poreux de l'essai 4

La perméabilité de chacun des essais est donnée dans le tableau suivant et comparée à la valeur que donne la relation de Kozeny-Carman (Eq.II.66). Le calcul est effectué avec un diamètre de particules moyen de 122,2 μ m et la porosité moyenne déterminée par gammamétrie.

Perméabilité k (m ²)	Expérience	Kozeny-Carman
Essai 4	$10,0 \cdot 10^{-12} \pm 0,4 \cdot 10^{-12}$ m ²	$7,8 \cdot 10^{-12}$ m ²
Essai 5	$9,8 \cdot 10^{-12} \pm 0,4 \cdot 10^{-12}$ m ²	$9,3 \cdot 10^{-12}$ m ²

Tableau III.4 Perméabilité déterminée expérimentalement et avec la loi de Kozeny-Carman

III.1.2.1.d Résistance hydraulique du média filtrant

La détermination de la résistance hydraulique du média filtrant R_m se fait à l'aide de la partie perméation de la courbe de production (suivi de la masse d'eau écoulée au cours d'un essai de perméation et drainage gravitaires, Fig.III.9).

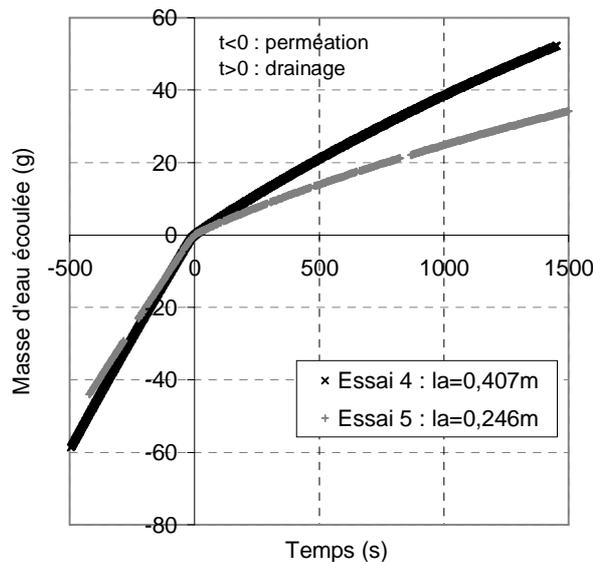


Figure III.9. Courbes de production de deux essais avec une hauteur ajoutée de colonne d'eau différente. Mise en évidence de la rupture de débit entre la perméation et le drainage

La pente de la courbe de perméation à $t = 0^-$ ($t=0$ étant le début du drainage) nous donne accès à la résistance hydraulique totale R_T (média filtrant et milieu poreux), (Eq.III.18). Connaissant la résistance du milieu poreux R_g , on peut remonter à la résistance du média filtrant R_m (Eq.III.19). La figure (III.10) représente un essai de perméation gravitaire: un liquide clair s'écoule à travers le milieu poreux et le média filtrant.

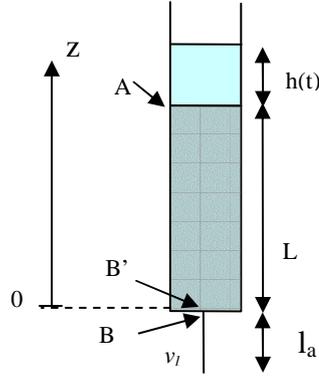


Figure III.10. Perméation à travers le milieu poreux et le média filtrant

La pression liquide au point A (à la surface du milieu poreux) s'écrit, $h_l(t)$ étant la hauteur d'eau au-dessus du milieu poreux et diminuant au cours de la perméation :

$$p_A = p_0 + \rho_l g h_l(t) \quad (\text{III.10})$$

Juste avant le début du drainage, à $t = 0^-$, $h_l(t) = 0$ et la pression liquide au point A devient :

$$p_A = p_0 \quad (\text{III.11})$$

La pression liquide au point B s'écrit (juste en dessous du média filtrant) :

$$p_B = p_0 - \rho_l g l_a \quad (\text{III.12})$$

La loi de Darcy s'applique aux bornes du milieu poreux, en prenant $v_l > 0$:

$$v_l = \frac{k}{\mu_l} \left(\frac{\partial p_l}{\partial z} + \rho_l g \right) \quad (\text{III.13})$$

Si on intègre sur z , on obtient :

$$v_l = \frac{k}{\mu_l} \left(\frac{p_A - p_{B'}}{L} + \rho_l g \right) \quad (\text{III.14})$$

La loi de Darcy aux bornes du média filtrant s'écrit, avec p_{lm} la pression juste au dessus du média filtrant, $p_{lm} = p_B$:

$$v_l = \frac{1}{R_m \mu_l} (p_{lm} - p_B) \quad (\text{III.15})$$

D'où l'on obtient l'expression de juste p_{lm} :

$$p_{lm} = v_l R_m \mu_l + p_B \quad (\text{III.16})$$

L'expression de p_{lm} est insérée dans l'équation (III.14), pour obtenir l'expression de la vitesse du liquide :

$$v_l = \frac{1}{\mu_l R_T} \rho_l g (L + l_a) \quad (\text{III.17})$$

Le débit-masse juste avant le début du drainage (à $t = 0^-$) est obtenu expérimentalement et donné par l'expression suivante :

$$\left. \frac{dm_l}{dt} \right|_{t=0^-} = \rho_l v_l A = \frac{\rho_l A}{\mu_l R_T} \rho_l g (L + l_a) \quad (\text{III.18})$$

Compte tenu des dimensions du système (longueur du milieu L et longueur de tube ajoutée sous le milieu l_a), la masse d'eau produite lors de la production varie quasiment de façon linéaire pendant la perméation gravitaire. L'estimation du débit-masse juste avant le début du drainage permet de déterminer précisément la résistance hydraulique totale. Nous pouvons ensuite en déduire la résistance du média filtrant par la relation suivante (avec $R_g = L/k$) :

$$R_m = R_T - R_g \quad (\text{III.19})$$

Les figures (III.11) et (III.12) montrent les courbes de production des essais 4 et 5 dont les longueurs de tube en sortie de colonne sont différentes.

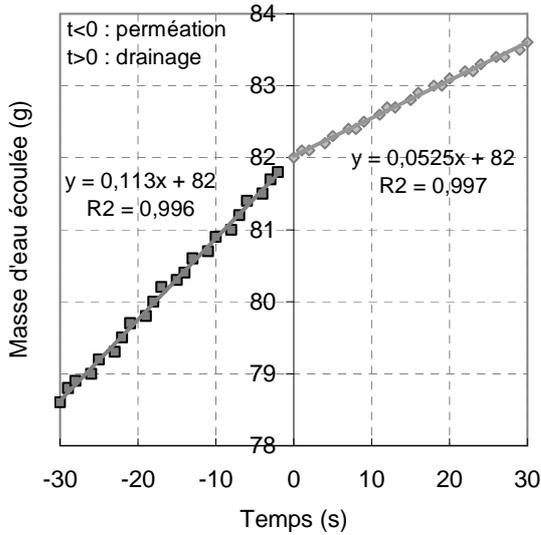


Figure III.11. Suivi de la masse d'eau écoulée lors d'un essai de perméation gravitaire suivi du drainage (Essai 4 : $l_a=0,407m$)

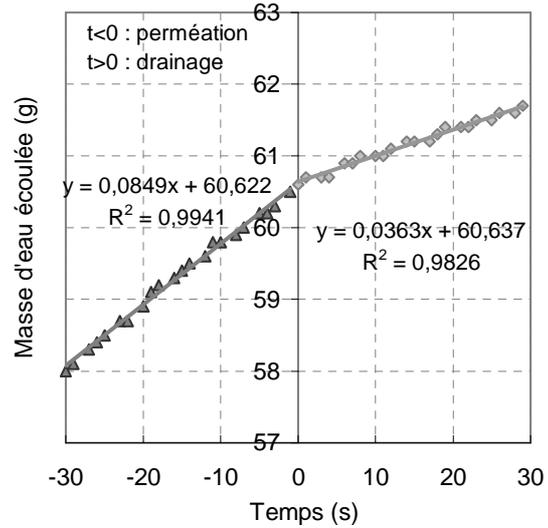


Figure III.12. Suivi de la masse d'eau écoulée lors d'un essai de perméation gravitaire suivi du drainage (Essai 5 : $l_a=0,246m$)

Le tableau suivant donne les valeurs de la résistance hydraulique totale R_T , la résistance du gâteau R_g calculée avec la perméabilité déterminée expérimentalement, et la résistance du média filtrant R_m .

	R_T	R_g	R_m
Essai 4	$12,2 \cdot 10^{10} m^{-1}$	$7,15 \cdot 10^{10} m^{-1}$	$5,05 \cdot 10^{10} \pm 0,62 \cdot 10^{10} m^{-1}$
Essai 5	$14,0 \cdot 10^{10} m^{-1}$	$7,32 \cdot 10^{10} m^{-1}$	$6,73 \cdot 10^{10} \pm 0,37 \cdot 10^{10} m^{-1}$

Tableau III.5 Résistances hydrauliques du gâteau et du média filtrant pour deux essais

Des essais de perméation gravitaire ont été effectués avec le média filtrant en l'absence de milieu poreux, et la valeur de la résistance du média filtrant a été évaluée à $1,5 \cdot 10^{10} m^{-1}$. Le fait que les billes de verre puissent comprimer le média filtrant et en obstruer certains de ses pores augmente considérablement la résistance du média filtrant.

III.1.2.1.e Pression d'entrée

Il est possible d'identifier la pression d'entrée p_b en utilisant la partie drainage de la courbe de production. Dès que le drainage débute, c'est-à-dire dès que les premiers ménisques apparaissent dans les pores situés au sommet du milieu, la pression liquide au point A (Fig.III.10) passe brutalement de p_0 (Eq.III.11) à $(p_0 - p_b)$, ce qui se traduit par une variation quasi instantanée du débit de production; le débit-masse en début de drainage (à $t = 0^+$) est obtenu expérimentalement et donné par l'expression suivante :

$$\left. \frac{dm_l}{dt} \right|_{t=0^+} = \rho_l v_l A = \frac{\rho_l A}{\mu_l R_T} (\rho_l g (L + l_a) - p_b) \quad (III.20)$$

La variation de débit entre la perméation (Eq.III.18) et le drainage (Eq.III.20) est mise en évidence sur les figures (III.11) et (III.12). L'estimation du débit-masse juste après le

début du drainage (Eq.III.20) permet de déterminer la valeur de la pression d'entrée p_b . Le tableau (III.6) donne les pressions d'entrée et la hauteur capillaire équivalente h_c pour deux essais.

	p_b	h_c
Essai 4	5882 ± 301 Pa	$60,3 \pm 3,1$ cm
Essai 5	5400 ± 323 Pa	$55,1 \pm 3,3$ cm

Tableau III.6 Pression d'entrée déterminée via la courbe de production

L'avantage de cette méthode quoique peu précise réside en la facilité de la détermination de la pression d'entrée. Expérimentalement, on observe que le pied capillaire avoisine les 65cm. La pente de la courbe de drainage donne un bon ordre de grandeur de la pression d'entrée mais le profil de saturation à l'équilibre apportera un résultat plus satisfaisant. La méthode de détermination de la pression d'entrée par la pente à l'origine de la courbe de drainage sera utilisée en essorage puisque nous n'aurons pas d'autre moyen de la déterminer.

III.1.2.1.f Saturation locale en dynamique

La saturation locale S_l (en un point fixe du milieu poreux) est suivie au cours du temps, par gammamétrie (Eq.III.5). Le temps pendant lequel la mesure gammamétrique est effectuée doit être assez court de façon à ce que la saturation n'évolue pas de façon significative, mais il doit être suffisamment long afin de minimiser l'incertitude sur la saturation ($\Delta S_l < 4\%$). Pour un comptage durant 50s, l'incertitude sur la saturation est de 4%. La figure suivante montre le suivi de la saturation locale en un point situé à la hauteur $z=55,8$ cm. La barre d'erreur n'a été reportée que sur quelques points. La cinétique de déshydratation en un point du milieu pourra être comparée aux résultats de simulation afin d'évaluer la précision du modèle.

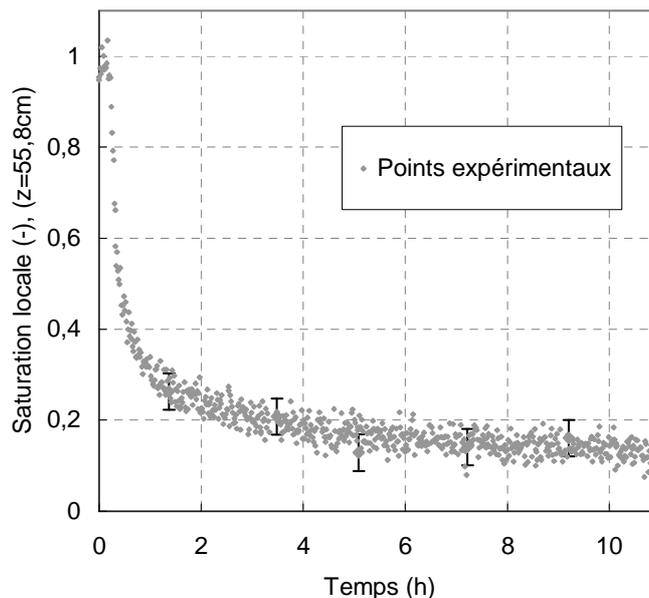


Figure III.13 : Suivi de la saturation en eau en un point de la colonne ($z=55,8$ cm) par gammamétrie, $S_l = f(t)$, le bas du milieu poreux correspond à $z=0$

III.1.2.1.g Suivi de la saturation moyenne

Le suivi de la masse d'eau écoulée permet de déterminer la saturation moyenne du milieu poreux évoluant dans le temps :

$$\bar{S}_l = \frac{m_{eau\ MP} - m_l}{m_{eau\ MP}} \tag{III.21}$$

avec m_l la masse d'eau drainée suivie par ordinateur, $m_{eau\ MP}$ la masse totale d'eau contenue dans le milieu poreux, et $m_{eau\ MP} = \bar{\epsilon} \rho_l V_{MP}$.

La figure (III.14) montre bien l'influence de la longueur ajoutée de colonne d'eau en sortie du milieu poreux sur la cinétique de drainage. Un tube de 16,1cm plus long permet de réduire la saturation moyenne finale de 0,21 (Tableau III.7). Autrement dit, 1cm de tube ajouté correspond à une diminution de plus de 1% sur la saturation moyenne. La validation du modèle se fait en comparant les courbes de la figure (III.14) et les résultats de simulation.

	l_a	\bar{S}_l
Essai 4	40,7cm	0,483
Essai 5	24,6cm	0,693

Tableau III.7 Saturation moyenne en fin de drainage

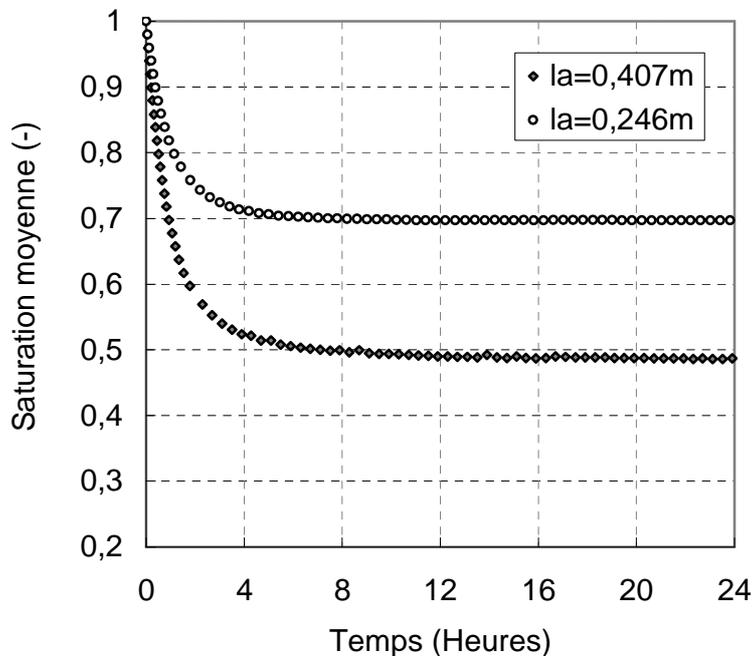


Figure III.14. : Cinétiques de drainage pour deux essais à longueur de tube différente

III.1.2.1.h

Détermination des paramètres de la courbe

de pression capillaire (p_b , λ , $S_{l\infty}$)

Comme nous l'avons vu dans le chapitre III, nous avons choisi de représenter les courbes de pression capillaire et de perméabilité relative par le modèle de Corey (1964). Les relations reliant la pression capillaire et la perméabilité relative à la saturation font intervenir trois paramètres à déterminer : la pression d'entrée p_b , l'indice de distribution de taille de pore λ , la saturation irréductible $S_{l\infty}$). La pression d'entrée p_b peut être déterminée de manière très précise à l'aide du profil de saturation final obtenu par gammamétrie (Fig.III.15). Ces profils ont été obtenus avec une durée de comptage de 10 minutes pour chaque point, ce qui permet d'obtenir une précision sur les valeurs de la saturation locale de 1%. L'incertitude sur la cote de chaque point est de ± 4 mm. Les barres erreurs sont reportées pour chaque point sur la figure (III.15).

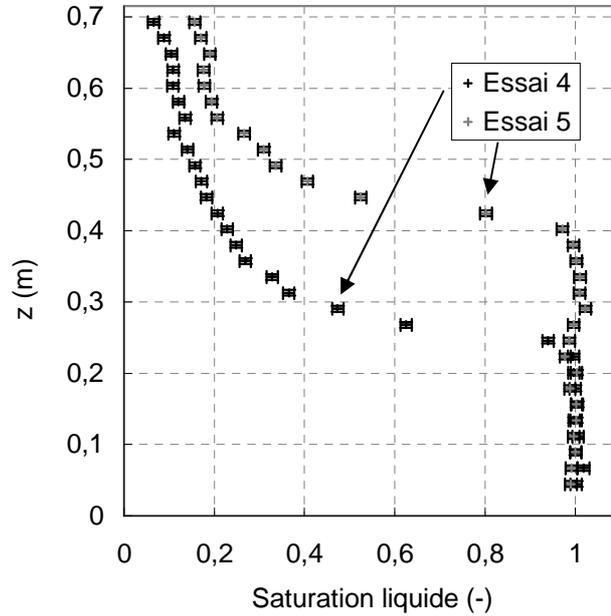


Figure III.15 : Profils de saturation finaux obtenus par gammamétrie

A l'équilibre capillaro-gravitaire, la distribution de pression dans le liquide correspond à un équilibre hydrostatique. On a :

$$-\vec{\nabla} p_l + \rho_l \vec{g} = \vec{0} \quad (\text{III.22})$$

L'intégration de l'équation précédente en prenant en compte la condition à la limite en $z = -l_a$ (Eq.III.23), permet d'obtenir le champ de pression liquide le long du milieu poreux (Eq.III.24).

$$p_l = p_0 \quad (\text{III.23})$$

$$p_l = p_0 - \rho_l g(z + l_a) \quad (\text{III.24})$$

L'expression de la pression capillaire en fonction de la cote z est alors donnée par :

$$p_c = \rho_l g(z + l_a) \quad (III.25)$$

On peut utiliser une autre condition à la limite, qui est équivalente à la première, pour laquelle on écrit que la pression liquide au sommet du pied capillaire (localisée à l'abscisse $z = z_c$) est égale à $p_l = p_0 - p_b$. L'expression de la pression liquide est alors donnée en fonction de z_c et p_b :

$$p_l = p_0 - p_b + \rho_l g(z_c - z) \quad (III.26)$$

La pression capillaire dans la zone insaturée peut alors s'écrire en fonction de z sous la forme suivante :

$$p_c = p_b + \rho_l g(z - z_c) \quad (III.27)$$

En combinant les équations (III.25) et (III.27), on obtient une relation qui lie p_b à l_a et z_c :

$$p_b = \rho_l g(z_c + l_a) \quad (III.28)$$

L'abscisse z_c est déterminée par l'intersection de la verticale $S_l = 1$ et la droite que forme les deux points les plus proches du pied capillaire dans la zone désaturée (estimation de la pente, Fig.III.16).

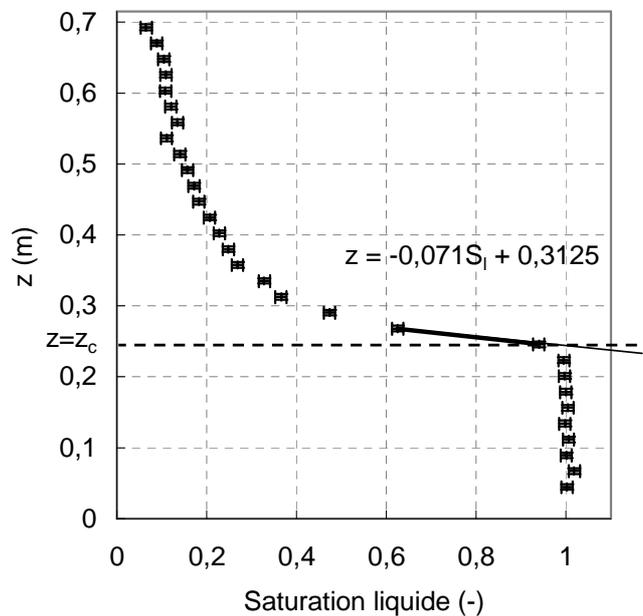


Figure III.16 : Profil de saturation final (essai 4), détermination de la pression d'entrée p_b

Cette méthode est précise car la pente de la droite que forme les deux points proches de la verticale $S_l = 1$ est faible et que le point d'abscisse $S_l > 0,9$ est très proche du point

d'intersection. L'erreur sur la détermination de p_b est donc faible. La pression d'entrée p_b déterminée pour deux essais est donnée dans le tableau (III.8).

	p_b	h_c
Essai 4	$6349 \pm 103 \text{ Pa}$	$65 \pm 2 \text{ cm}$
Essai 5	$6318 \pm 94 \text{ Pa}$	$65 \pm 1 \text{ cm}$

Tableau III.8 Pression d'entrée déterminée avec le profil de saturation à l'équilibre

Les paramètres λ et $S_{l\infty}$ sont déterminés en faisant correspondre au mieux les points expérimentaux du profil de saturation final $S_l = f(z)$ obtenu par gammamétrie avec le modèle de courbe de pression capillaire choisi $S_{rl} = f(p_c)$; la saturation réduite S_{rl} étant liée à la saturation S_l , et la pression capillaire p_c liée à la côte dans le milieu poreux z .

En utilisant le modèle de courbe de pression capillaire de Brooks et Corey (1964) pour représenter la courbe de pression capillaire et en y introduisant la relation (III.25), on obtient le profil de saturation final suivant:

$$S_l = S_{l\infty} + (1 - S_{l\infty}) \left(\frac{p_b}{\rho_l g (z + l_a)} \right)^\lambda \quad \text{(III.29)}$$

Il est alors possible de comparer le profil de saturation expérimental $S_l = f(z)$ à celui donné par la relation (III.29) pour identifier λ et $S_{l\infty}$.

L'équilibre étant atteint, cela nous permet d'effectuer des comptages plus longs (10min) pour déterminer la saturation locale avec une incertitude faible.

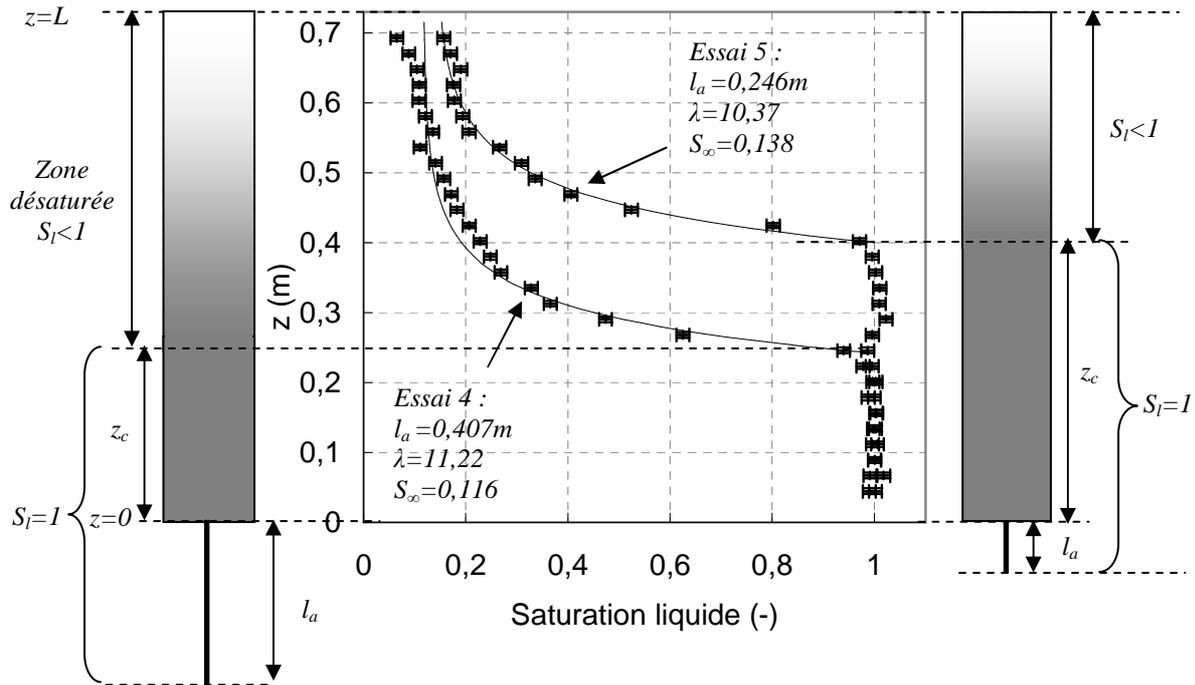


Figure III.17 : Profils de saturation à l'équilibre.

Sur la figure (III.17) sont présentés les profils de saturation à l'équilibre de deux essais dont la grande différence réside en la longueur de tube. A la fin du drainage, la hauteur du pied capillaire est la même pour les deux essais ($h_c = z_c + l_a$). Mettre un tube plus long revient à agrandir d'autant la zone désaturée.

On identifie l'indice de distribution de taille des pores λ et la saturation irréductible $S_{l\infty}$ en comparant le profil de saturation expérimental $S_l = f(z)$ à celui qui est donné par la relation (III.29). L'identification des paramètres ainsi obtenue ne sera valable qu'à condition que l'équilibre capillaro-gravitaire soit effectivement atteint. Les comptages pour obtenir le profil d'équilibre de l'essai 4 ont été effectués après trois jours de drainage, mais il a semblé que malgré le fait que la masse d'eau écoulée n'évolue plus, l'équilibre ne soit pas atteint. Le profil de saturation final de l'essai 5 a été réalisé après sept jours de drainage. Sur la figure (III.17), sont représentés les points correspondants aux données expérimentales et la courbe théorique (Eq.III.29) obtenue avec les paramètres λ et $S_{l\infty}$ optimisés. La correspondance entre la courbe théorique et les points expérimentaux est convenable, mais il apparaît qu'avec cette méthode, l'estimation de $S_{l\infty}$ sera imprécise. Pour les cas étudiés, les estimations des paramètres λ et $S_{l\infty}$ sont données dans le tableau suivant. L'incertitude indiquée pour les valeurs de λ et $S_{l\infty}$ est donnée par le logiciel déterminant la valeur de ces paramètres. Elle est très sous-estimée car l'incertitude des points expérimentaux n'est pas prise en compte.

	λ	S_{∞}
Essai 4	$11,2 \pm 0,6$	$0,12 \pm 0,01$
Essai 5	$10,4 \pm 0,8$	$0,14 \pm 0,02$

Tableau III.9 Indice de distribution de taille de pore λ et saturation irréductible $S_{l\infty}$ pour deux essais

La relation de Wakeman (1976) donne une saturation irréductible de 0,41 pour l'essai 4 et de 0,40 pour l'essai 5, ce qui paraît peu probable en regardant les profils de saturation des deux essais.

En intégrant les profils de saturation (Fig.III.17), on obtient la quantité d'eau contenue dans le milieu ; ajoutée à la quantité d'eau écoulée, nous pouvons retrouver la masse totale d'eau que peut contenir le milieu poreux entièrement saturé. Les masses totales d'eau expérimentales et théoriques ont été comparées et l'écart est de 1,5% pour l'essai 4 et de 1,2% pour l'essai 5.

III.1.2.1.i Jeu de paramètres pour deux essais

Essai 4			Essai 5		
l_a	0,407	(m)	l_a	0,246	(m)
$\bar{\epsilon}$	0,343	(-)	$\bar{\epsilon}$	0,359	(-)
k	$10,0 \cdot 10^{-12}$	(m ²)	k	$9,77 \cdot 10^{-12}$	(m ²)
R_m	$5,05 \cdot 10^{10}$	(m ⁻¹)	R_m	$6,73 \cdot 10^{10}$	(m ⁻¹)
p_b	6349	(Pa)	p_b	6318	(Pa)
λ	11,22	(-)	λ	10,37	(-)
$S_{l\infty}$	0,116	(-)	$S_{l\infty}$	0,138	(-)

Tableau III.10. Valeurs des paramètres introduits dans l'outil de simulation.

III.1.3 Validation expérimentale du modèle de drainage gravitaire

III.1.3.1 Validation sur l'essai 4

La validation du modèle de drainage gravitaire formulé en pression prenant en compte la résistance du média filtrant, se fait au travers des comparaisons des cinétiques de déshydratation expérimentales et simulées. Les cinétiques expérimentales sont issues du suivi de la masse écoulée au cours du drainage. Les cinétiques simulées sont générées par un outil de simulation dont les paramètres d'entrée sont déterminés expérimentalement : la longueur de colonne d'eau en sortie de milieu l_a , la perméabilité k , la porosité moyenne du milieu poreux $\bar{\epsilon}$, la résistance du média filtrant R_m , la pression d'entrée p_b , l'indice de distribution de taille des pores λ , la saturation irréductible $S_{l\infty}$.

En effectuant une simulation avec les valeurs des différents paramètres estimés expérimentalement (Tab.III.10), on peut comparer l'évolution de la saturation moyenne en fonction du temps aux données expérimentales. Pour l'essai 4, on constate un bon accord entre l'expérience et la simulation en début de drainage. Toutefois, on observe un écart significatif entre la saturation moyenne simulée et les points expérimentaux lorsque la cinétique de drainage est moins importante. (après 2,5h Fig.III.18).

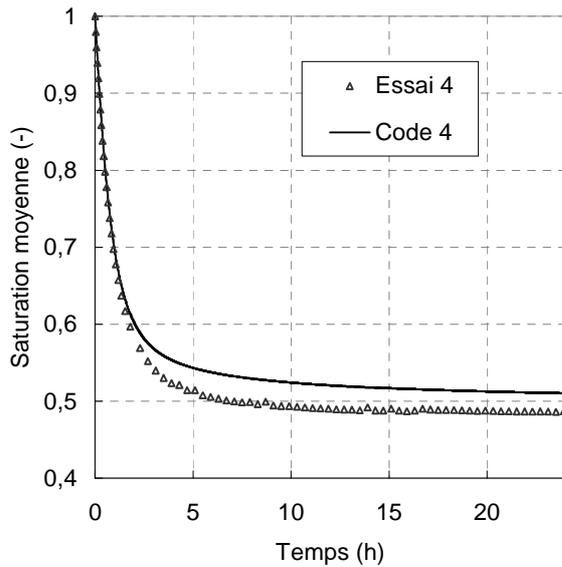


Figure III.18 : Cinétiques de drainage expérimentales (essai 4) et simulées

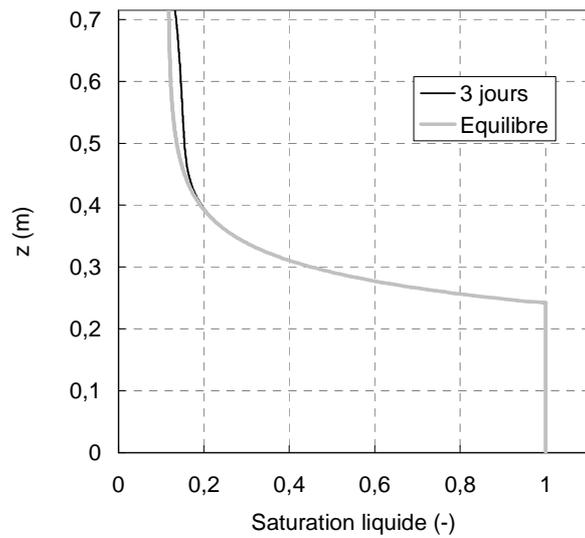


Figure III.19 : Profils de saturation simulés à 3 jours de drainage et à l'état final (essai 4)

D'autre part, si l'on regarde le profil de saturation calculé pour un temps de drainage de trois jours (Fig.III.19), on observe que l'équilibre capillaro-gravitaire n'est pas atteint. En particulier, si le profil d'équilibre est quasi établi au voisinage du pied capillaire, les zones de plus faibles saturations (pour lesquelles la perméabilité relative au liquide est faible) sont encore relativement éloignées de l'équilibre. En effet, l'équilibre n'est pas atteint à l'endroit où l'on doit se rapprocher le plus de la saturation irréductible $S_{l\infty}$ (en $z=0,715\text{m}$). Dans ces conditions, l'identification des paramètres λ et surtout $S_{l\infty}$ à partir du profil déterminé en fin d'expérience conduit à des valeurs erronées.

III.1.3.1.a Correction du paramètre λ

Une identification réalisée en donnant un poids plus important aux points situés au voisinage du pied capillaire (où l'on est certain d'avoir atteint l'équilibre comme le montre la fig.(III.19)) donne une meilleure valeur de λ (Fig.III.20).

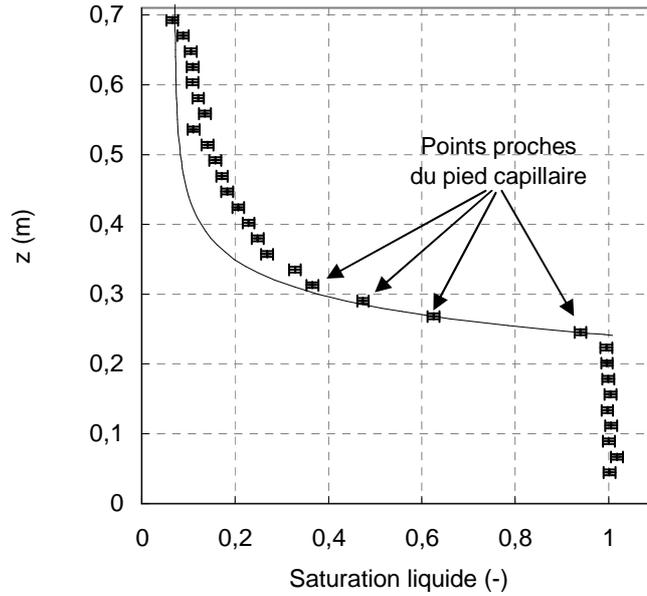


Figure III.20 : Profil de saturation final (essai 4), correction du paramètre λ en mettant un poids plus important aux points ayant atteint l'équilibre.

Les points n'ayant pas atteint l'équilibre (en haut du milieu poreux) contribuent largement à la surestimation de la valeur de la saturation irréductible $S_{l\infty}$.

III.1.3.1.b

Correction du paramètre $S_{l\infty}$

Nous pouvons ensuite corriger la valeur de $S_{l\infty}$ en faisant correspondre parfaitement la cinétique de drainage expérimentale avec la simulation numérique. Ainsi, pour des valeurs de $\lambda=12,8$ et $S_{l\infty}=0,07$, on obtient un excellent accord entre la courbe expérimentale de drainage et la courbe théorique (Fig.III.21). La valeur de $S_{l\infty}$ ainsi corrigée est très proche de la valeur de la saturation en $z=69\text{cm}$: $S_l=0,065$ (Fig.III.17).

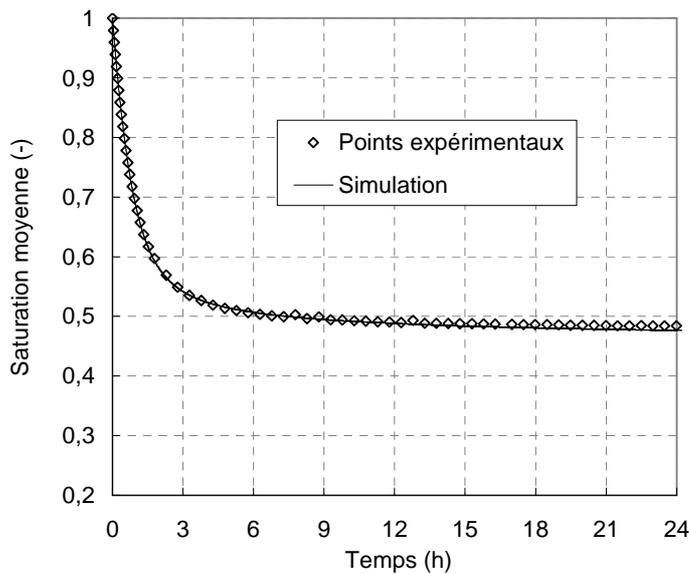


Figure III.21 : Cinétiques de drainage expérimentale et simulée avec les paramètres corrigés (essai 4)

III.1.3.1.c Validation en dynamique

Toujours afin de valider le modèle développé, nous pouvons aussi comparer les résultats du suivi expérimental de la saturation en un point du milieu poreux (en $z=55,8\text{cm}$, essai 4) aux résultats générés par l'outil de simulation. Deux simulations ont été effectuées avec les paramètres déterminés avec le profil de saturation après trois jours de drainage, et avec les paramètres corrigés (Fig.III.22).

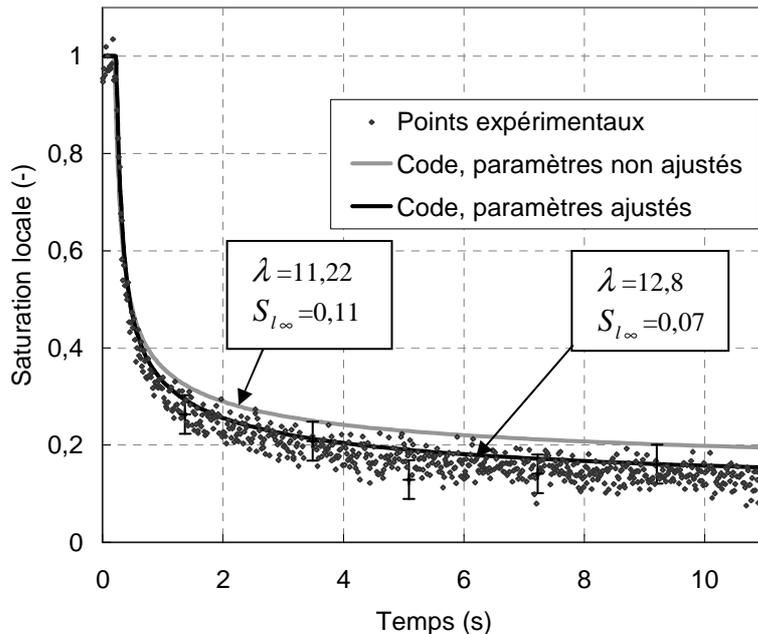


Figure III.22 : Suivi de la saturation locale ($z=55,8\text{cm}$) expérimental (essai 4) et simulés (paramètres corrigés et non corrigés)

Tout comme pour les cinétiques de drainage, le suivi de la saturation locale simulée correspond bien au suivi de la saturation locale expérimentale les 40 premières minutes avec les paramètres corrigés ou non. La dynamique du système est parfaitement respectée par notre modèle. Lorsqu'un ralentissement de la déshydratation s'opère, la simulation avec les paramètres corrigés à l'aide de la cinétique de drainage ($\lambda=12,8$ et $S_{l\infty}=0,07$) suit correctement les points expérimentaux.

III.1.3.2 Validation sur l'essai 5

Pour l'essai 5, la confrontation des résultats montre un bien meilleur accord entre simulation et expérience (Fig.III.23), du fait que les paramètres λ et $S_{l\infty}$ ont été identifiés à l'aide d'un profil de saturation final obtenu après sept jours de drainage. En effet, on constate (Fig.III.24) que les profils de saturation simulés après sept jours de drainage et à l'équilibre sont identiques (Fig.III.24).

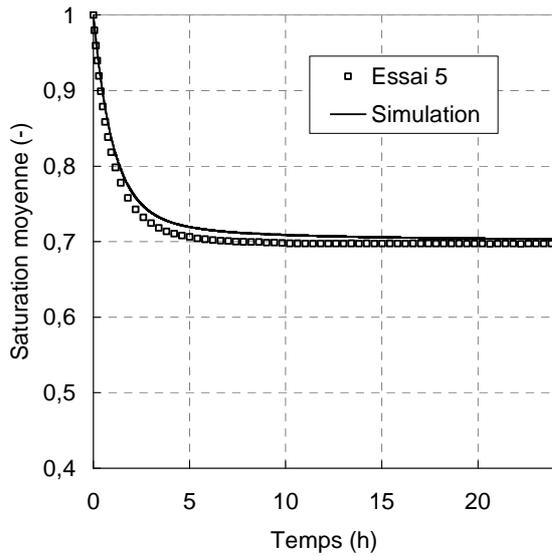


Figure III.23 : Cinétiques de drainage expérimentales (essai 5) et simulées

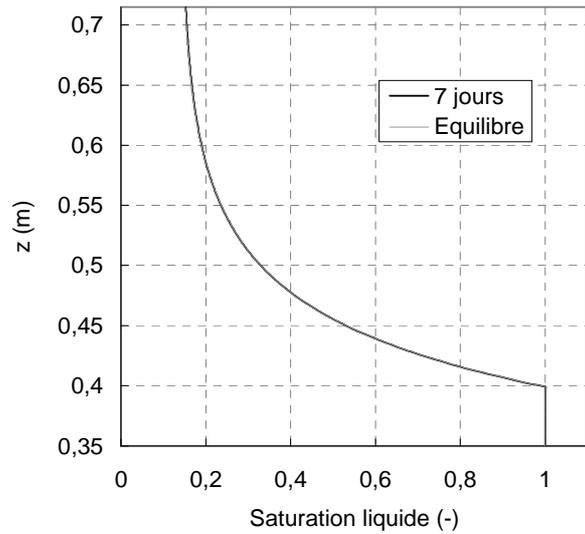


Figure III.24 : Profils de saturation simulés à 7 jours de drainage et à l'état final (essai 5)

Tout en conservant la valeur du paramètre λ déterminée par le profil d'équilibre final, nous pouvons corriger la valeur de la saturation irréductible pour faire correspondre la cinétique de drainage numérique avec la cinétique expérimentale. Une valeur de $S_{l,\infty}=0,1$ (Fig.III.25) rapproche la courbe simulée de la courbe expérimentale, bien que la saturation moyenne simulée diminue continûment alors qu'expérimentalement on observe quasiment l'arrêt de l'écoulement vers $t=10h$. On observe expérimentalement l'arrêt du drainage lorsqu'il y a égalité entre la masse d'eau évaporée dans le collecteur et la masse d'eau produite par drainage.

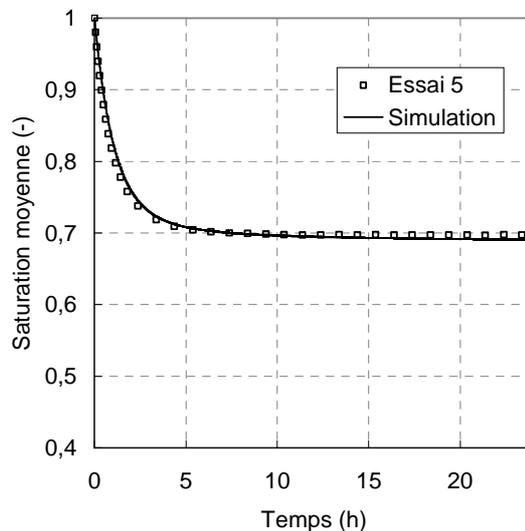


Figure III.25 : Cinétiques de drainage expérimentale et simulée avec les paramètres corrigés (essai 5)

III.1.3.3 Influence de la formulation du modèle et de la résistance du média filtrant R_m

Pour finir, en figures (III.26) et (III.27), nous proposons une comparaison des cinétiques de drainage expérimentales (Courbe [1]), simulées avec une formulation en saturation (Courbe [2]), simulées avec une formulation en pression (avec et sans prise en compte du média filtrant, Courbes [4] et [3]). Les simulations utilisent les mêmes conditions aux limites et les mêmes paramètres : $l_a=0,407\text{m}$; $\bar{\epsilon}=0,343$; $k=10,0 \cdot 10^{-12}\text{m}^2$; $p_b=6349\text{Pa}$; $\lambda=12,8$ et $S_{l\infty}=0,07$. La formulation en saturation (Wakeman et Vince, 1986) ne peut pas prendre en compte la résistance du média filtrant mais les conditions aux limites ont été remplacées par celles que nous préconisons et qui tiennent compte de l'existence du pied capillaire, ce qui améliore considérablement le modèle en particulier en drainage gravitaire.

Il apparaît que la formulation en saturation proposée par Wakeman et Vince (1986), (encore très utilisée dans le monde industriel) surestime très largement la vitesse de déshydratation en particulier quand celle-ci est importante en début de drainage (Courbe [2], fig.III.26).

D'autre part, en comparant les courbes [3] et [4], on peut voir que l'effet de la résistance du média filtrant sur la cinétique de drainage n'est pas négligeable.

Enfin, la seule simulation suivant parfaitement l'essai de drainage gravitaire est celle se basant sur le modèle formulé en pression prenant en compte la résistance du média filtrant, ce qui nous permet de valider le modèle de drainage gravitaire. A partir de là, nous pouvons tenter de tester ce modèle en drainage centrifuge.

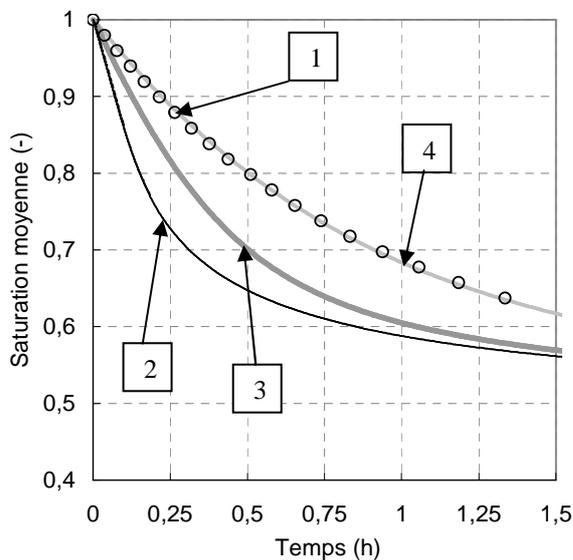


Figure III.26. Comparaison des cinétiques de déshydratation expérimentale et simulée dans le cas du drainage gravitaire. $t < 1\text{h}30$

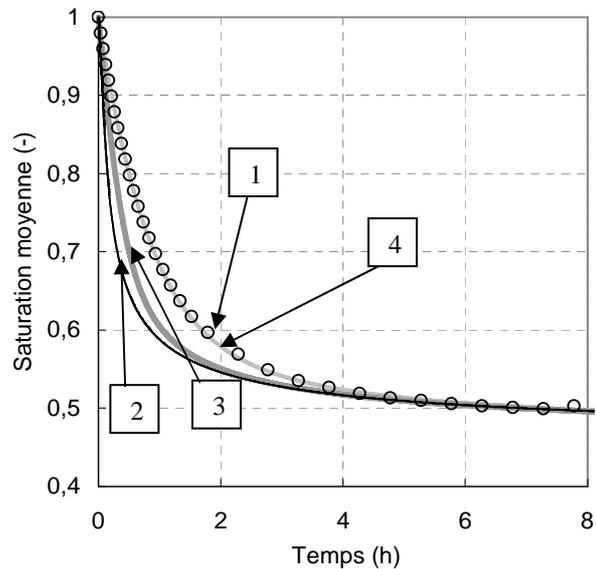


Figure III.27. Comparaison des cinétiques de déshydratation expérimentale et simulée dans le cas du drainage gravitaire. $0 < t < 8\text{h}$

Courbe [1] : Points expérimentaux,

Courbe [2] : Modèle formulé en saturation (Wakeman et Vince, 1986) avec prise en compte du pied capillaire, résistance du média filtrant non introduite,

Courbe [3] : Modèle formulé en pression en négligeant la résistance du média filtrant,

Courbe 4 : Modèle formulé en pression en prenant en compte la résistance du média filtrant, $R_m=5,05.10^{10} m^{-1}$.

Nous pouvons constater que la saturation moyenne finale est la même pour tous les modèles (Fig.III.27). En effet, la valeur de la saturation moyenne finale résulte uniquement des paramètres (p_b , λ , $S_{l\infty}$) du milieu poreux et non du choix du modèle. Le but de notre étude n'est pas d'attendre que l'essorage soit terminé pour lancer le séchage, auquel cas un modèle formulé en saturation aurait pu nous satisfaire (mais en prenant en compte l'existence du pied capillaire). Nous souhaitons savoir à quel moment l'essorage perd de son efficacité afin de démarrer le séchage au moment opportun, et comment seront distribuées les phases fluides à cet instant (profil de saturation).

III.1.4 Conclusion

Les essais de drainage gravitaires permettent d'obtenir plus d'informations que des essais en drainage centrifuge. Ce qui rend la validation du modèle plus accessible. Les essais ont été réalisés sur des billes de verre car c'est un milieu moins capillaire que le talc. Le pied capillaire ne dépasse pas la taille de la cellule destinée aux essais. La perméabilité du milieu constitué de billes de verre est assez élevée pour permettre des mesures gammamétriques (pouvant durer de quelques dizaines de secondes à quelques minutes pour chaque point du milieu) et obtenir une précision de moins de 1% sur la saturation locale pour les comptages longs (profil d'équilibre) et de 4% pour les comptages courts (évolution de la saturation en un point au cours du drainage). Les cinétiques sont donc assez lentes et un essai dans sa globalité dure près de deux semaines. Les essais permettent de déterminer les paramètres indispensables au fonctionnement de l'outil de simulation :

- la longueur de colonne d'eau en sortie de milieu l_a
- la perméabilité du milieu poreux k déterminée par injection d'un débit imposé
- les porosités locale ε et moyenne du milieu poreux $\bar{\varepsilon}$ déterminées par gammamétrie
- la résistance du média filtrant R_m déterminée par perméation
- la pression d'entrée p_b , l'indice de distribution de taille des pores λ et la saturation irréductible $S_{l\infty}$ déterminés à l'aide du profil de saturation à l'équilibre, obtenu lui-même par gammamétrie.

Si les paramètres de la courbe de pression capillaire (p_b , λ et $S_{l\infty}$) sont déterminés à partir du profil de saturation final à l'équilibre (après sept jours de drainage), les courbes de désaturation simulées et expérimentales sont en assez bon accord. Elles sont même en très bon accord en début de drainage que l'on utilise les valeurs de λ et $S_{l\infty}$ corrigées ou non corrigées. Les incertitudes que nous avons sur la détermination de λ et $S_{l\infty}$ n'influent que sur les temps longs du drainage. La modélisation du drainage basée sur la loi de Darcy généralisée est donc jugée satisfaisante.

III.2 Cycle d'essorage centrifuge

La détermination des courbes de drainage centrifuge est expérimentalement difficile. Fournet (1988) fournit une étude complète sur la filtration centrifuge, y compris la détermination des courbes de drainage. Cependant leur mesure nécessite beaucoup de temps pour effectuer les essais expérimentaux. Hwang *et al.* (2001) présente une méthode pour déterminer une relation entre la pression capillaire, la perméabilité et la saturation. Cependant, leurs résultats sont obtenus pour des effets centrifuges faibles et pour des gâteaux fins. De plus, ils analysent leurs données avec un modèle simple, négligeant, par exemple, les gradients de saturation dans le gâteau.

Dans cette partie, les expériences ont été réalisées sur une suspenseuse pilote modifiée et disponible sur le site de l'IFTS. L'importance des modifications effectuées sur l'essoreuse était double :

- améliorer la formation du gâteau pour obtenir une surface lisse et une épaisseur homogène du gâteau ;
- obtenir la valeur instantanée de la masse de filtrat sortant du panier.

En effet, dans sa configuration initiale, la buse d'alimentation était fixée. Cela provoquait une distribution irrégulière de la suspension dans le panier (Annexe A). La seule modification de la forme de la buse ne menait pas à des améliorations satisfaisantes. Nous avons donc opté pour une buse rotative dont l'axe de rotation est incliné par rapport à l'axe de symétrie du panier. La rotation de la buse permet de balayer toute la surface du panier.

L'autre problème rencontré avec la configuration initiale de l'essoreuse était l'impossibilité d'obtenir la masse instantanée de filtrat. Le filtrat était en fait collecté dans le carter de la machine avant de s'écouler dans un récipient pesé à l'extérieur la machine. L'accumulation de filtrat dans l'essoreuse pouvait atteindre quelques litres nous empêchant de mesurer précisément la masse de filtrat. Un dispositif original a été conçu et testé avec succès. Nous détaillons par la suite ces deux dispositifs.

III.2.1 Développement d'un pilote d'essorage instrumenté

III.2.1.1 Dispositif expérimental original

A l'origine, le dispositif expérimental (Fig.III.28) était constitué :

- d'une essoreuse Robatel dont le diamètre du panier faisait 316mm et 194mm de hauteur. Le filtrat séjournait un temps indéterminé dans le carter avant d'en sortir. La masse de filtrat déterminée en sortie de machine était donc erronée.
- d'un stroboscope dont la fréquence des flashes est calée sur la vitesse de rotation du panier. Ce dispositif permet de figer l'image sur une position unique du panier.
- d'une buse, au travers de laquelle se fait l'alimentation, ne distribuant pas uniformément la suspension dans le panier. En annexe A, des photos de l'ancienne buse en fonctionnement montrent que la distribution de la suspension dans le panier était hétérogène et fonction du débit d'alimentation.

Deux bacs contenant de la suspension et de l'eau sont reliés à la centrifugeuse. La suspension est convoyée du bac à l'essoreuse à l'aide d'une pompe centrifuge. Le débit-masse est mesuré avec un débitmètre à effet Coriolis. La centrifugeuse est alimentée à débit constant avec de la suspension (pour la filtration) ou de l'eau (pour une perméation ou le lavage du gâteau). Aucun suivi des données n'était réalisé.

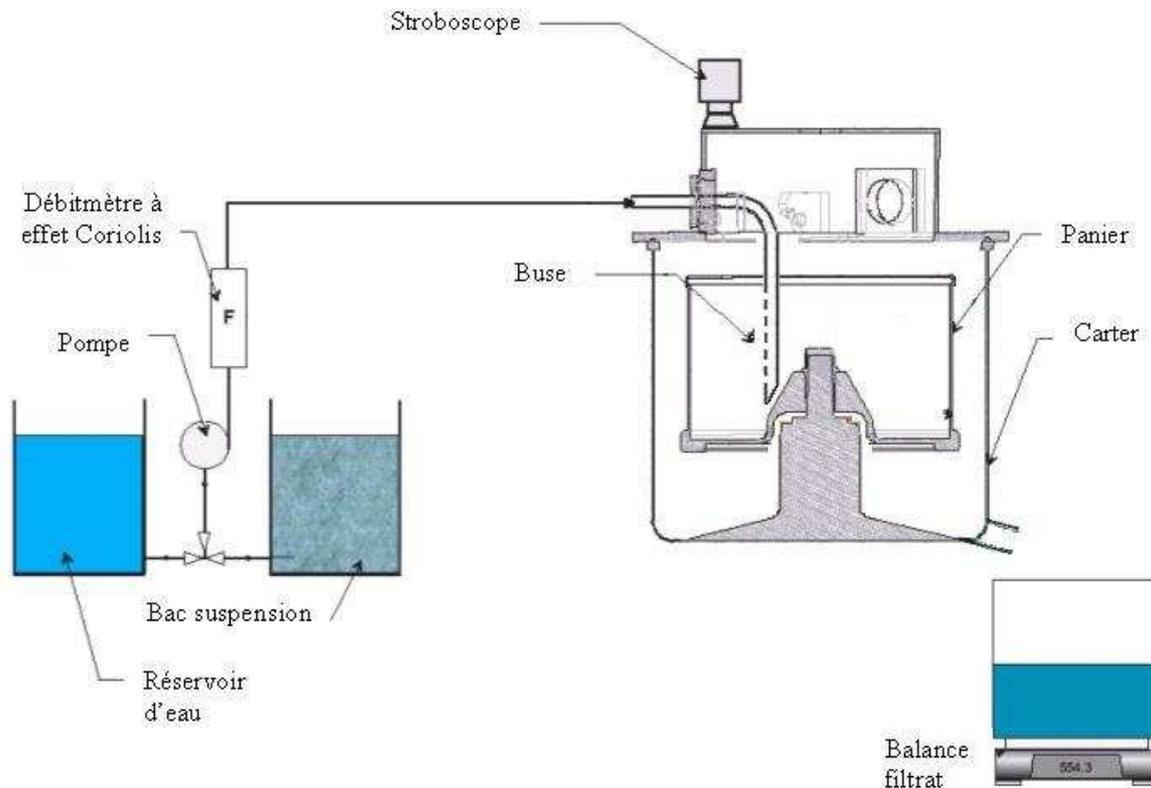


Figure III.28 : Dispositif expérimental à l'origine

III.2.1.2 Nouveau dispositif expérimental

Les expériences ont été réalisées avec l'essoreuse Robatel décrite dans le précédent paragraphe. La suspension à traiter utilisée dans les expériences est faite de poudre de talc (Luzenac, France) et d'eau. La concentration des suspensions fabriquées est comprise entre 47 à 250g/L. La distribution cumulée de taille des particules est donnée figure (III.29). Le diamètre de particules moyen a été évalué à $11,6\mu\text{m}$ et la masse volumique des particules à 2707kg/m^3 . L'ensemble du dispositif est schématisé figure (III.30). Un système de double pesée du filtrat ainsi qu'une nouvelle buse d'alimentation ont été conçus et sont décrits dans les deux paragraphes suivants. Un dispositif d'acquisition de données a aussi été mis en œuvre.

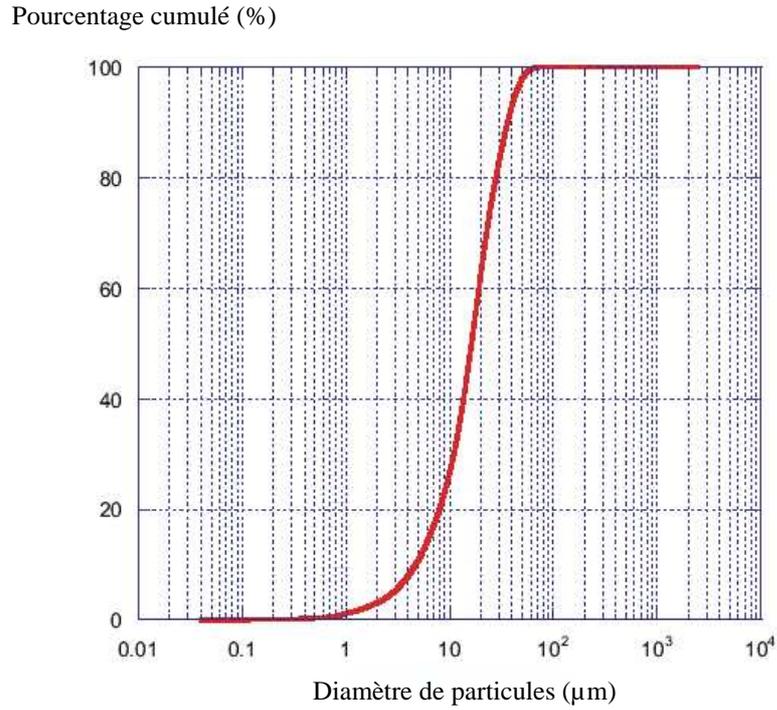


Figure III.29 : Distribution de taille des particules de talc cumulée

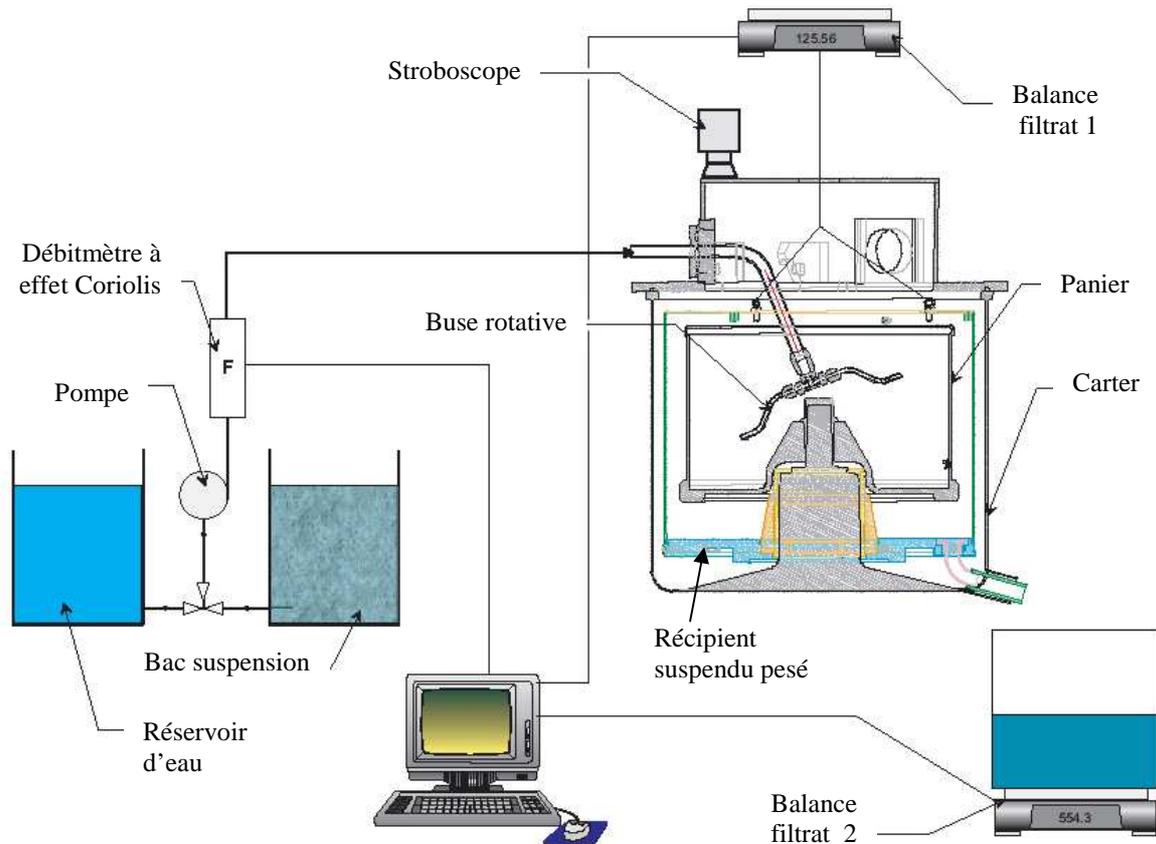


Figure III.30 : Schéma de l'ensemble du dispositif mis en œuvre autour de l'essoreuse

III.2.1.2.a Buse d'alimentation

Comme nous l'avons mentionné auparavant, un outil innovant a été conçu spécialement pour une distribution homogène de la suspension dans le panier. Cet outil est une buse tournant sur elle-même lors du passage de la suspension. La figure (III.31) montre les détails du montage et une représentation schématique de l'impact des jets sur la surface interne du panier. Les figures (III.32) et (III.33) montrent des photos de la buse.

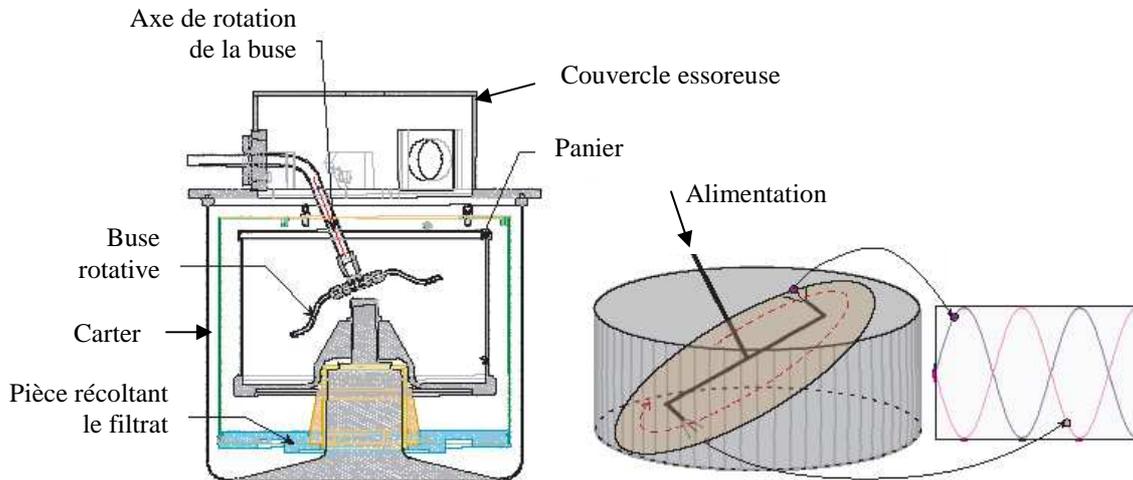


Figure III.31 : Schéma de la buse rotative d'alimentation



Figure III.32. Buse rotative vue de profil

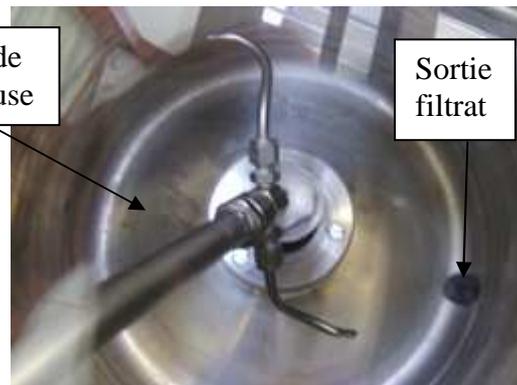


Figure III.33. Buse rotative vue de haut

La surface des gâteaux obtenus avec ce montage est lisse et les gâteaux montrent une épaisseur homogène sur leur hauteur à l'exception de la partie haute et de la partie basse du panier due au dispositif de fixation du média filtrant qui perturbe l'écoulement sur les parties supérieure et inférieure du panier (Fig.III.34).

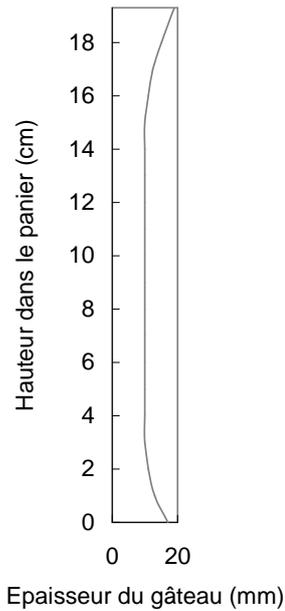


Figure III.34 : Profil d'un gâteau de filtration

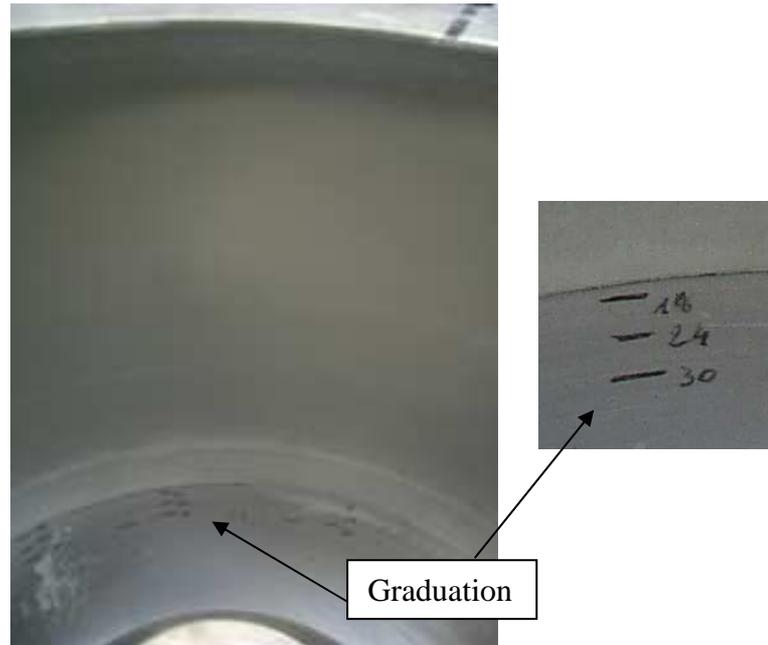


Figure III.35. Photo d'un gâteau de talc

Figure III.36: Graduation au fond du panier

Des essais de filtration ont été réalisés avec l'ancienne buse et la figure III.37 montre le genre de profils de gâteau que nous obtenions. Avec un profil aussi irrégulier il n'était pas possible de déterminer le moment où débute l'essorage, ce qui ne nous permettait pas d'obtenir les cinétiques de déshydratation expérimentales ainsi qu'une hauteur de gâteau représentative.

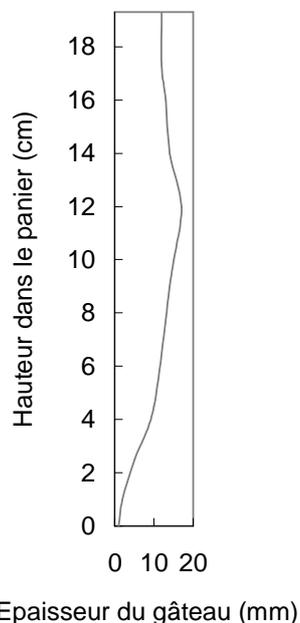


Figure III.37 : Profil d'un gâteau obtenu avec l'ancienne buse

III.2.1.2.b Récipient guidé suspendu de récupération de filtrat

Avec le montage original, la mesure de la masse de filtrat n'était pas possible à cause de l'accumulation d'une masse de filtrat dans le carter de la machine. Le filtrat

séjournait pendant une durée indéterminée dans le carter avant d'être pesé en sortie de carter. Pour éviter ce problème, un récipient non rotatif autour du panier récolte le filtrat. Ce récipient est guidé verticalement et suspendu à une balance pesant la masse de filtrat sortant directement du panier. Pour éviter l'accumulation dans cette pièce cylindrique, un tuyau permet la sortie du filtrat qui est récupéré à l'extérieur du carter sur une autre balance. La somme des masses de filtrat dans le récipient (masse de filtrat 1) et dans le bac de sortie (masse de filtrat 2) donne la masse totale de filtrat en temps réel. Le récipient suspendu est schématisé (a) et photographié (b) figure (III.38). On montre l'importance de la présence de cette pièce dans les bilans matière §.III.2.1.2.b.

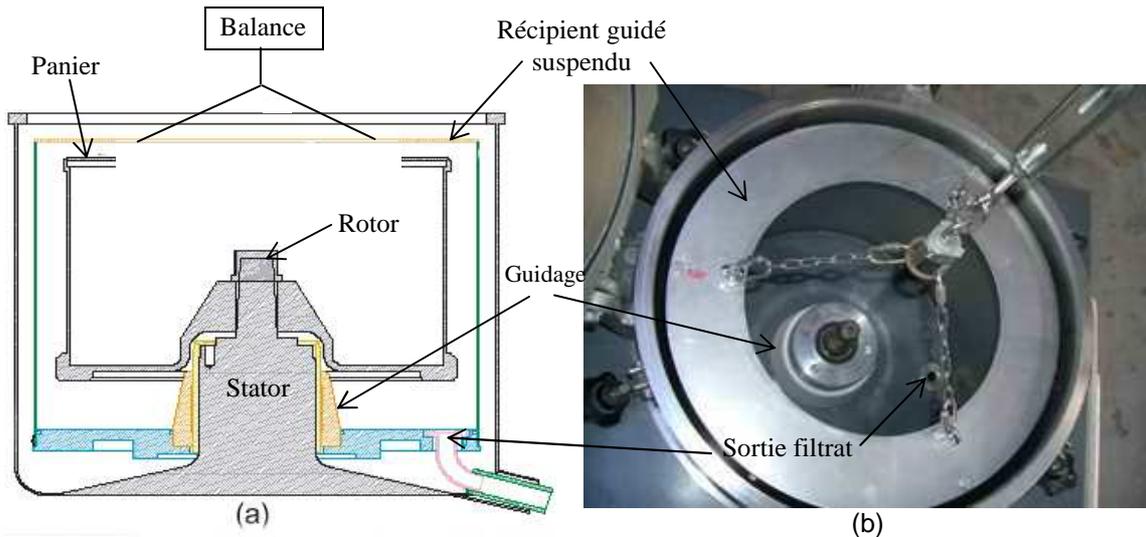


Figure III.38 : Schéma (a) et photo (b) du récipient suspendu récupérant le filtrat. Sur la photo le panier est manquant.

III.2.1.3 Résultats expérimentaux

III.2.1.3.a Acquisition et mesures

Les mesures qui sont enregistrées (Fig.III.39) au cours d'un essai de filtration et drainage centrifuge sont les suivantes :

- la vitesse de rotation de la machine ω ,
- le débit-masse de l'alimentation (suspension ou eau) Q_{m0} ,
- la masse de filtrat 1 (récipient suspendu à la balance) $M_{f1}(t)$,
- la masse de filtrat 2 (bas en sortie du récipient) $M_{f2}(t)$,
- la somme des masses ($M_{f1}(t) + M_{f2}(t)$),
- le relevé de l'épaisseur de l'anneau liquide h_{al} pendant la filtration grâce à une graduation marquée au fond du panier et à un stroboscope dont la fréquence est réglée automatiquement sur la vitesse de rotation de la machine, ce qui permet de fixer l'image.

Les différentes phases d'un essai sont numérotées sur la figure (III.39) :

- Courbe 1 : lancement de la machine (augmentation de la vitesse de rotation),
- Courbe 2 : début d'alimentation en suspension, la phase de formation du gâteau commence,
- Courbe 3 : début de l'essorage,

- Courbe 4 : fin du drainage et de l'essai, arrêt de la machine.

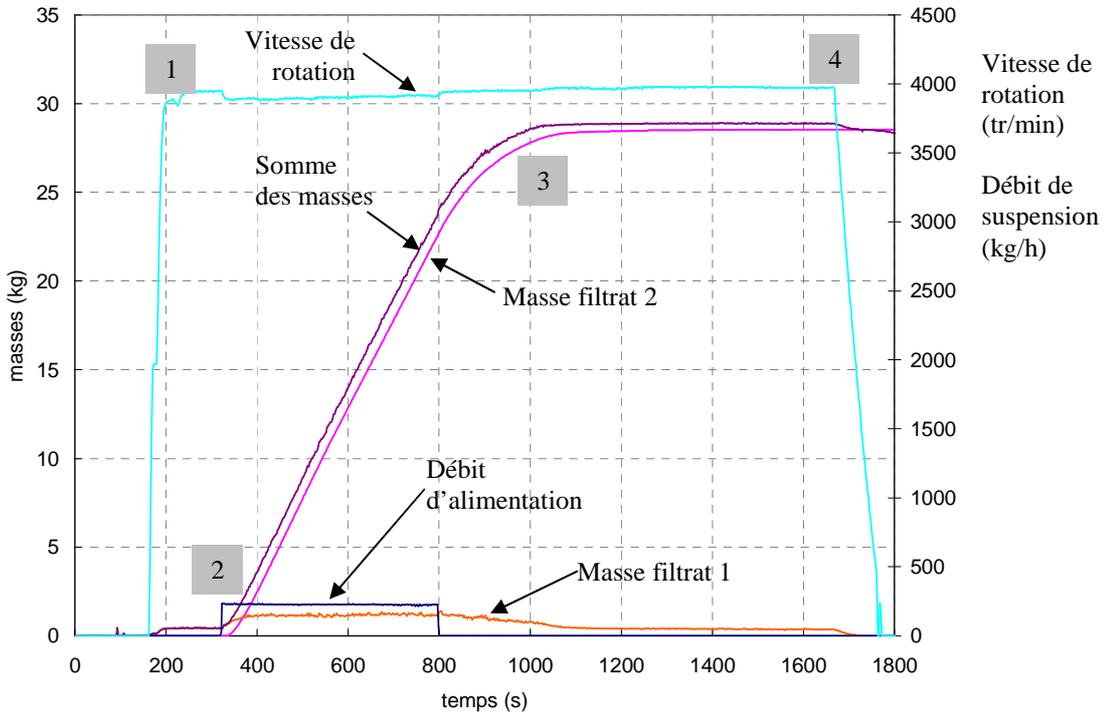


Figure III.39 : Acquisition lors d'un cycle de filtration et drainage centrifuges

Les mesures effectuées après un cycle de filtration et drainage centrifuges sont les suivantes :

- pesée du panier pour effectuer le bilan de matière et déterminer la porosité du gâteau,
- détermination du profil du gâteau. Une mesure d'épaisseur est effectuée chaque centimètre sur toute la hauteur du gâteau (Fig.III.34),
- carottage du gâteau en différents points. Les carottes après pesée sont mises à sécher dans une étuve à 105°C pendant 24h. On pourra alors connaître la siccité moyenne du gâteau en fin d'essorage. C'est aussi une autre manière de déterminer la porosité, le volume de la carotte étant connu.

III.2.1.3.b Exploitation des bilans de matière

Afin de vérifier que les bilans de matière sont justes, on compare la hauteur d'anneau liquide relevée à l'aide de la graduation et du stroboscope et celle qui est déterminée par bilan matière.

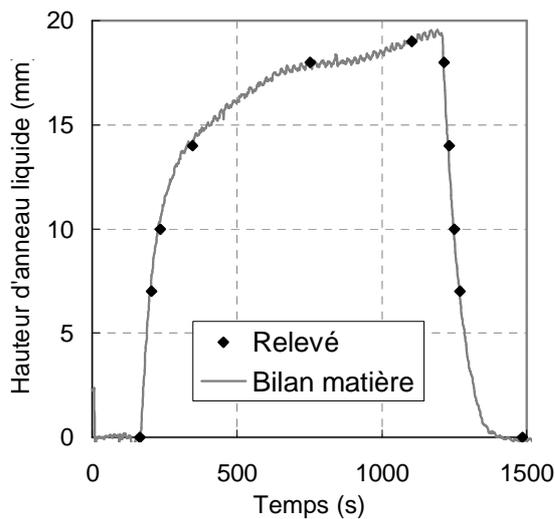
Le volume contenu dans le panier au cours du cycle $V_{Tp}(t)$ est obtenu par bilan de matière (f_{ms} étant la fraction massique de solide dans la suspension):

$$V_{Tp}(t) = \frac{f_{ms} Q_{m0}(t)}{\rho_s} + \frac{\int_0^t q_{m0}(t) dt - (M_{f1}(t) + M_{f2}(t)) - f_{ms} Q_{m0}(t)}{\rho_l} \quad (III.30)$$

La hauteur d'anneau liquide dans le panier h_{al} se calcule donc comme suit :

$$h_{al} = r_0 - \sqrt{r_0^2 - \frac{V_{Tp}(t)}{\pi H}} \quad (\text{III.31})$$

Pour cela, on réalise des essais de perméation centrifuge avec la pièce suspendue (Fig.III.40) et sans la pièce suspendue (Fig.III.41). On alimente uniquement avec de l'eau : $f_{ms} = 0$.



Hauteur d'anneau liquide obtenue par bilan matière et par relevé au cours d'une perméation centrifuge.
Figure III.40 : Dispositif avec double pesée

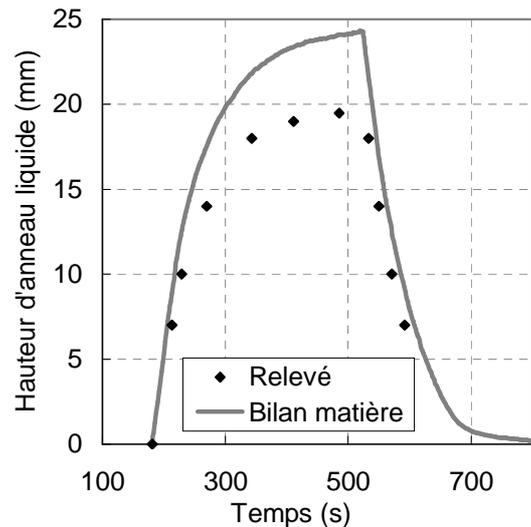


Figure III.41 : Dispositif sans double pesée

Quand l'alimentation démarre, la hauteur d'anneau liquide est faible, la différence de pression liquide Δp_l est faible, alors le débit de filtrat Q_l est faible ; la hauteur d'anneau liquide augmente alors très vite. Lorsque la hauteur d'anneau liquide h_{al} est assez élevée, le débit de filtrat est plus grand, ce qui explique que la hauteur d'anneau liquide tende à se stabiliser. On constate que le relevé et le calcul de h_{al} sont superposés pour le dispositif utilisant la double pesée (Fig.III.40). Par contre, on montre très clairement l'erreur commise dans les bilans de matière avec le dispositif d'origine (Fig.III.41). Les bilans de matière sont faussés à cause de l'accumulation de filtrat dans le carter de la machine. Cette quantité d'eau contenue dans le carter est prise en compte de façon erronée dans le panier. On voit donc plus d'eau dans le panier qu'il n'y en a réellement. L'erreur de 5mm sur l'évaluation de h_{al} présentée en figure (III.41) représente 860g d'eau, ce qui est l'équivalent de la masse d'eau que peut contenir un gâteau de porosité 0,5 et de 9mm d'épaisseur dans un panier de 158mm de rayon.

Des essais de filtration centrifuge ont ensuite été réalisés : $f_{ms} \neq 0$. La figure (III.42) montre la comparaison entre la hauteur d'anneau liquide calculée et celle qui est relevée. L'alimentation en suspension est démarrée à $t=330s$. La différence de pression liquide Δp_l est faible au début, donc le débit de filtrat Q_l est faible. C'est pourquoi une forte hausse de l'épaisseur de l'anneau liquide est notable au début de la filtration. Le gâteau étant d'une épaisseur faible, la hausse de l'anneau liquide est essentiellement liée à la résistance hydraulique du média filtrant. Le débit d'alimentation est coupé vers $t=790s$ et l'épaisseur de l'anneau liquide diminue jusqu'à atteindre la surface du gâteau, c'est le

début de l'essorage. La figure (III.42) montre que les hauteurs d'anneau liquide h_{al} relevée et calculée par bilan se superposent. La méthode de la double pesée pour déterminer la masse de filtrat est donc précise et sera utile pour obtenir la saturation du gâteau par bilan de matière durant le drainage. Il est possible aussi de suivre par bilan matière la hauteur du gâteau h_g au cours de sa formation mais il faut connaître la porosité du gâteau.

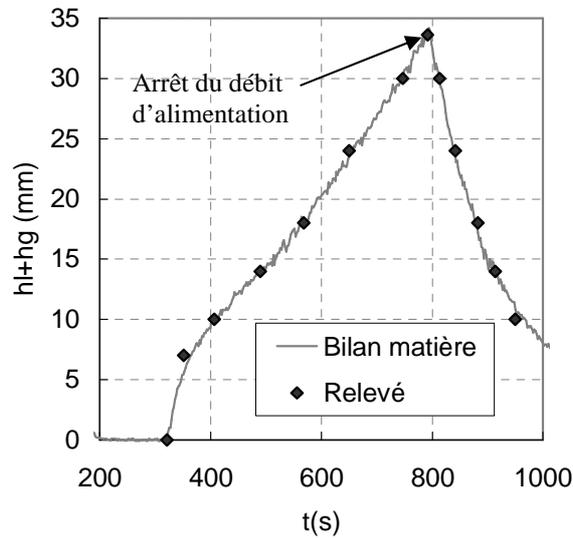


Figure III.42 : Hauteur d'anneau liquide obtenue par bilan matière et par relevé au cours d'une filtration. Dispositif avec double pesée

La saturation moyenne du gâteau est calculée par bilan matière (Eq.III.32) :

$$\bar{S}_l(t) = 1 - \frac{(M_{f1}(t) + M_{f2}(t)) / \rho_l}{\bar{\epsilon} V_g} \quad \text{(III.32)}$$

A titre d'illustration, on montre un essai de drainage centrifuge ayant été effectué sans le dispositif de double pesée (Fig.III.43). Dans cette configuration, l'équation suivante donne le suivi de la saturation moyenne :

$$\bar{S}_l(t) = 1 - \frac{M_{f2}(t) / \rho_l}{\bar{\epsilon} V_g} \quad \text{(III.33)}$$

On observe que la saturation moyenne déterminée par bilan de matière atteint des valeurs négatives. Le moment où l'anneau liquide atteint la surface du gâteau correspond au début du drainage. L'accumulation de filtrat dans le carter de la machine au cours de la filtration fait que l'on mesure une masse de filtrat restant dans le gâteau beaucoup plus importante que le gâteau peut en contenir. L'accumulation de filtrat dans le carter peut atteindre 2kg, ce qui représente plus de 2 fois la quantité d'eau que peut contenir un gâteau d'épaisseur 1 cm et de porosité 0,5 dans un panier de 158mm de rayon.

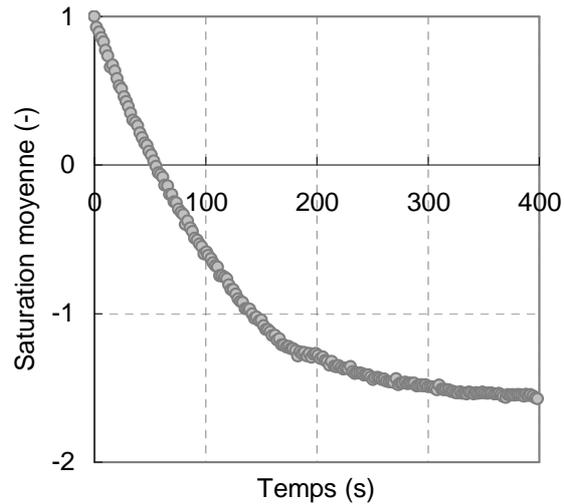


Figure III.43 : Suivi expérimental de la saturation moyenne sans le dispositif de double pesée

III.2.2 Filtration et essorage centrifuges : Validation expérimentale des modèles

Les résultats de cinq essais sont présentés dans ce paragraphe (*Exp1* à *Exp5*). Les conditions opératoires, la fraction massique en solide dans la suspension, ainsi que les caractéristiques du gâteau sont résumées dans le tableau (III.11). Les essais *Exp1* et *Exp2* se sont déroulés dans les mêmes conditions opératoires pour tester la répétabilité des expériences. A cause de la forte résistance hydraulique du gâteau, la filtration et le drainage ont été effectués à la vitesse de rotation maximale de la machine à l'exception de l'essai *Exp5* : la vitesse de rotation pendant la filtration était de 420 rad/s tandis que pendant la phase d'essorage la vitesse était de 369 rad/s. Des vitesses plus basses n'ont pas pu être testées car en deçà de 350 rad/s l'effet centrifuge n'était pas suffisant pour désaturer les gâteaux. Pour les expériences *Exp3* et *Exp4*, nous avons formé des gâteaux d'épaisseurs différentes. On constate d'ailleurs que plus un gâteau est épais, plus sa porosité est faible. Pour l'essai *Exp3*, la fraction massique de solide dans la suspension est plus faible que pour les autres essais, et ce dans le but d'obtenir un gâteau plus fin.

Essai	ω (rad/s)	Q_{m0} (kg/h)	f_{ms} (kg/kg)	h_g (mm)	ε (-)
<i>Exp1</i>	422	228	0,2	11,5	0,50
<i>Exp2</i>	424	209	0,2	11,5	0,49
<i>Exp3</i>	416	229	$4,49 \cdot 10^{-2}$	6	0,53
<i>Exp4</i>	418	215	0,2	16	0,46
<i>Exp5</i>	420/369	208	0,2	10,8	0,49

Tableau III.11 : Conditions opératoires et caractéristiques de la suspension et du gâteau.

III.2.2.1 Filtration centrifuge

Un outil de simulation de filtration centrifuge sur gâteau incompressible a été réalisé à l'aide du modèle décrit dans le paragraphe III.1.1 du chapitre III. Cet outil de simulation nous donne les évolutions de la hauteur d'anneau liquide et de l'épaisseur du gâteau. En superposant la hauteur d'anneau liquide issue de l'outil de simulation et celle

que nous obtenons expérimentalement par bilan matière ou par relevé, nous pouvons déterminer la perméabilité du gâteau ainsi que la résistance du média filtrant qui sont en fait les variables d'entrée de l'outil de simulation.

En effet, au tout début de la filtration, le débit de filtrat dépend surtout de la résistance du média filtrant (Fig.II.4). Inversement, quand le gâteau est formé, si la résistance du gâteau est plus forte que celle du média filtrant, le débit de filtrat dépend essentiellement de la perméabilité du gâteau. Il nous a donc été possible d'évaluer la perméabilité du gâteau k et la résistance du média filtrant R_m en tentant de superposer les courbes de simulation et expérimentales de l'évolution de l'anneau liquide (Fig.III.44) par une méthode essai-erreur.

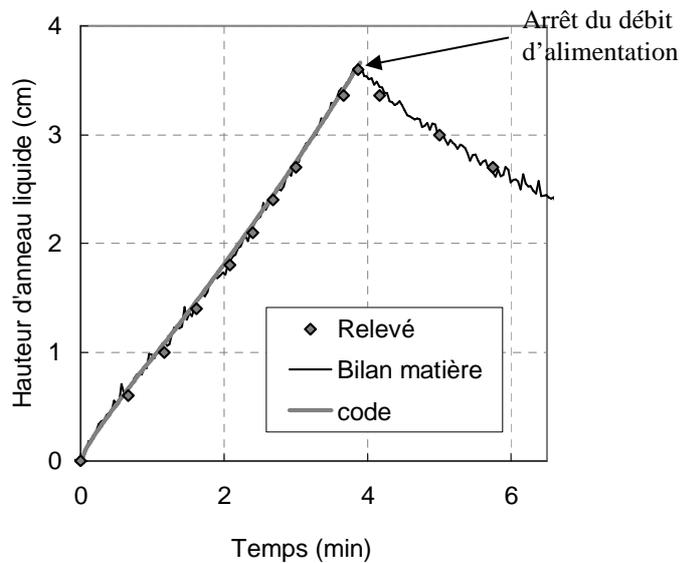


Figure III.44 : Hauteur d'anneau liquide obtenue par bilan matière, relevé et simulation. Essai de filtration centrifuge, Exp2.

Les évaluations de k et R_m pour les essais *Exp1* à *Exp5* sont répertoriées dans le tableau (III.12).

Essai	k (m ²)	R_m (m ⁻¹)
<i>Exp1</i>	$9,0 \cdot 10^{-16}$	$5,0 \cdot 10^{11}$
<i>Exp2</i>	$7,5 \cdot 10^{-16}$	$5,0 \cdot 10^{11}$
<i>Exp3</i>	$18 \cdot 10^{-16}$	$6,5 \cdot 10^{11}$
<i>Exp4</i>	$9,0 \cdot 10^{-16}$	$6,0 \cdot 10^{11}$
<i>Exp5</i>	$6,0 \cdot 10^{-16}$	$4,0 \cdot 10^{11}$

Tableau III.12 : Evaluation de la perméabilité du gâteau k et de la résistance du media filtrant R_m pour les essais *Exp1* à *Exp5*.

Nous montrons sur les figures suivantes une mauvaise identification de la résistance du média filtrant (Fig.III.45) et de la perméabilité (Fig.III.46). Sur la figure (III.45), le résultat de la simulation de filtration avec une résistance de média filtrant divisée par deux par rapport à la résistance réelle ($R_m=(6,5 \cdot 10^{11})/2$ m⁻¹) montre un décalage entre la hauteur d'anneau liquide simulée et le relevé stroboscopique. Ce

décalage se crée en début de filtration c'est-à-dire au moment où la filtration est effectuée par le media filtrant seul. Sur la figure (III.46) la résistance du média filtrant est bien identifiée (le début des deux courbes est similaire) mais la perméabilité a été divisée par deux ($k=(1,77.10^{-15})/2$ m²). La simulation montre donc une évolution plus rapide de l'anneau liquide due à une sous-estimation de la perméabilité du gâteau.

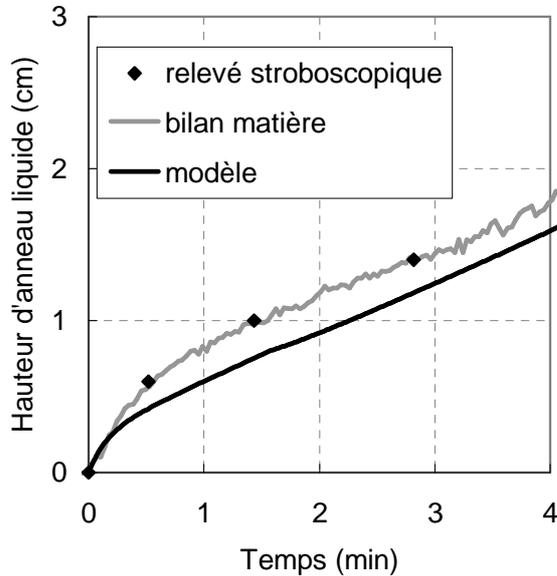


Figure III.45 : Mauvaise identification de la résistance du média filtrant

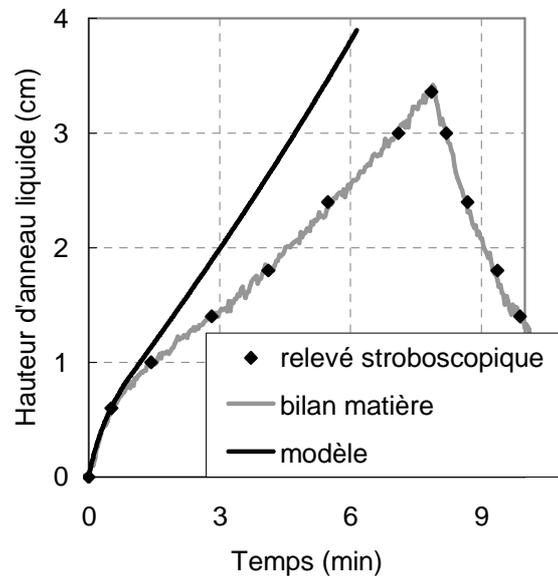


Figure III.46 : Mauvaise identification de la perméabilité

L'erreur sur la détermination de la perméabilité et de la résistance du média filtrant est de 7% pour la perméabilité et 10% pour la résistance du média filtrant. Ces erreurs représentent le plus petit écart significatif entre la courbe du modèle et la courbe expérimentale de l'évolution de la hauteur d'anneau liquide.

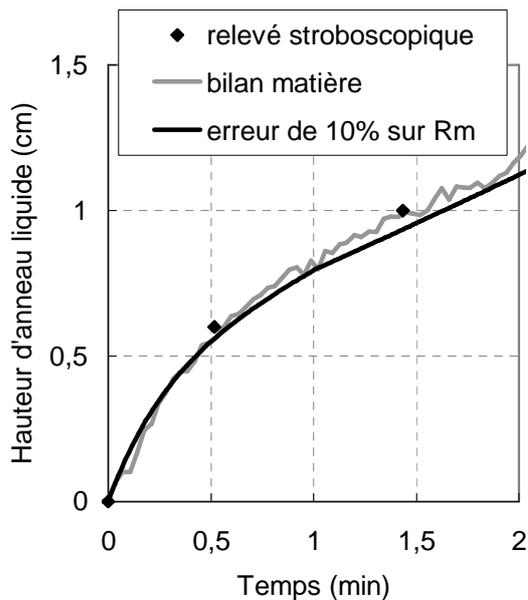


Figure III.47 : Identification de la résistance du média filtrant avec une erreur de 10%

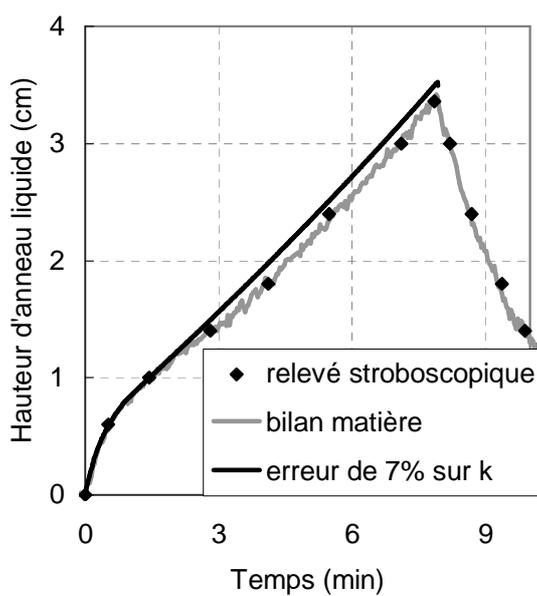


Figure III.48 : Identification de la perméabilité avec une erreur de 7%

III.2.2.2 Drainage centrifuge

Afin de valider le modèle de drainage centrifuge basé sur la loi de Darcy généralisée, il nous faut comparer les cinétiques de déshydratation expérimentales et simulées. Certaines variables d'entrée de l'outil de simulation de drainage centrifuge sont manquantes : la pression d'entrée p_b , l'indice de distribution de taille de pores λ et la saturation irréductible $S_{l\infty}$. Nous expliquons comment les déterminer dans les paragraphes suivants.

III.2.2.2.a Détermination de la pression d'entrée p_b

Comme le précisent Nenniger et Storrow (1958), quand le gaz commence à pénétrer dans les pores du gâteau, la pression liquide passe de p_0 à $p_0 - p_b$, en raison de la formation du ménisque. En intégrant la loi de Darcy aux bornes du gâteau et en utilisant la loi de Darcy appliquée aux bornes du média filtrant, on obtient l'expression du débit initial de drainage :

$$Q_{ini} = \frac{2\pi H}{\mu_l} \frac{\frac{1}{2} \rho_l \omega^2 (r_0^2 - r_g^2) - p_b}{\frac{\ln(r_0/r_g)}{\bar{k}} + \frac{R_m}{r_0}} \quad (III.34)$$

Un bilan de matière au début du drainage ($t = 0$), donne une relation entre la pente initiale de la courbe de déshydratation et le débit initial de drainage.

$$\left. \frac{\partial \bar{S}_l}{\partial t} \right|_{t=0} = - \frac{Q_{ini}}{\pi H \bar{\epsilon} (r_0^2 - r_g^2)} \quad (III.35)$$

En combinant les équations (III.34) et (III.35) pour éliminer la variable Q_{ini} , on obtient l'expression de la pression d'entrée en fonction de la pente à l'origine de la courbe de déshydratation $\left. \frac{\partial \bar{S}_l}{\partial t} \right|_{t=0}$:

$$p_b = \frac{1}{2} (r_0^2 - r_g^2) \left(\rho_l \omega^2 + \mu_l \bar{\epsilon} \left. \frac{\partial \bar{S}_l}{\partial t} \right|_{t=0} \frac{\ln(r_0/r_g)}{\bar{k}} + \frac{R_m}{r_0} \right) \quad (III.36)$$

Cette équation avec l'évaluation de la pente à l'origine de la courbe de déshydratation expérimentale mène à la détermination de p_b .

Il a été possible d'obtenir un ordre de grandeur de la pression d'entrée pour un gâteau de talc d'une autre manière. Dans une cellule de filtration, un gâteau a été formé par filtration gravitaire. L'enregistrement de l'évolution de la masse de filtrat au cours du

temps (débit-masse de filtrat : Q_m) conduit à la résistance hydraulique globale du média filtrant R_m et du gâteau R_g :

$$(R_m + R_g) = \frac{\rho_l A \Delta p_T}{\mu_l Q_m} \quad (\text{III.37})$$

où A est la surface filtrante et Δp_T la différence de pression liquide totale aux bornes du gâteau et du média filtrant. Quand l'interface liquide-gaz atteint la surface du gâteau, un changement soudain de débit apparaît dû aux effets capillaires (Fig.III.49).

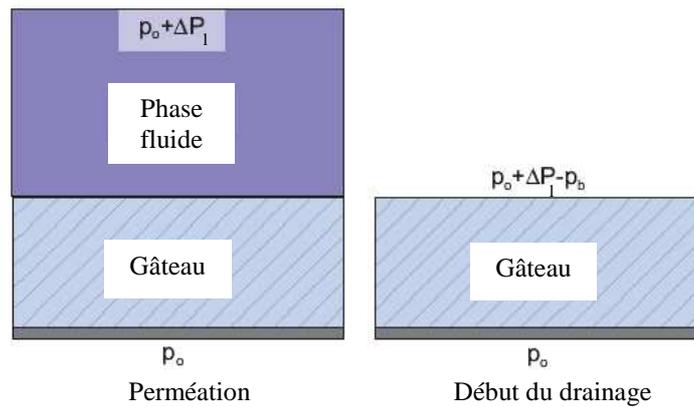


Figure III.49 : Apparition des effets capillaire à la surface du gâteau en tout début de drainage.

Comme le précisent Nenniger et Storow (1958), le changement de débit intervient lorsque le gaz pénètre dans les pores. A ce moment, la pression liquide à la surface du gâteau passe de $p_0 + \Delta p_l$ à $p_0 + \Delta p_l - p_b$ à cause de la formation de ménisques. La détermination du débit de filtrat au début du drainage donne une estimation de la pression d'entrée :

$$p_b = \Delta p_l - \mu_l (R_m + R_g) \frac{Q_m}{\rho_l A} \quad (\text{III.38})$$

Le résultat expérimental est montré figure (III.50).

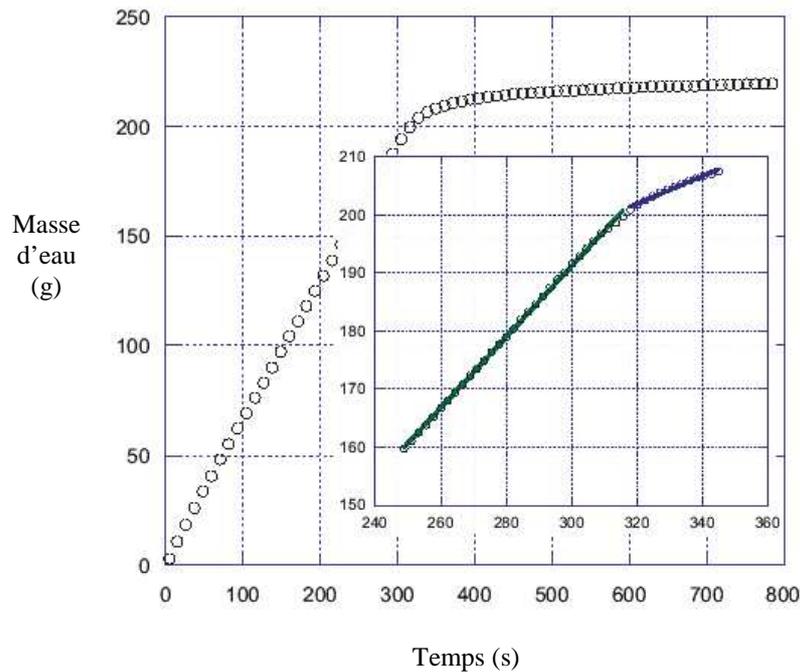


Figure III.50 : Détermination expérimentale de la pression d'entrée

L'expérience a été menée avec une pression appliquée de $\Delta p_l = 2$ bar. L'évaluation de p_b à l'aide de l'équation (III.38) donne une valeur de $1,2 \cdot 10^5$ Pa ; cette valeur est accord avec les valeurs obtenues avec les données de centrifugation. Dans les différents essais, les valeurs de la pression d'entrée vont de 1 bar à 1,6 bar. L'équation de Laplace (III.39) donne une bonne estimation du rayon de pore d'entrée en supposant un angle de contact nul. Le rayon de pore d'entrée va de $1 \mu\text{m}$ à $1,5 \mu\text{m}$.

$$r_p = \frac{2\sigma_{gl}}{p_b} \quad (\text{III.39})$$

Basé sur un modèle simple, Wakeman et Vince (1986) utilisent la relation (II.78) pour estimer p_b . Il faut noter que cette équation prédit une valeur de p_b pour le talc de 0,3bar. Cette équation (II.78) bien qu'utile, est à utiliser avec précaution.

III.2.2.2.b Estimation de λ et $S_{l\infty}$

L'estimation de l'indice de distribution de taille de pores et de la saturation irréductible peut-être obtenue à partir de la saturation moyenne du gâteau qui est définie par :

$$\bar{S}_l = \frac{\int_{r_0}^{r_g} \varepsilon S_l 2\pi r H dr}{\int_{r_0}^{r_g} \varepsilon 2\pi r H dr} \quad (\text{III.40})$$

A l'équilibre, la distribution de pression liquide est donnée par :

$$p_l = p_0 - \frac{1}{2} \rho_l \omega^2 (r_0^2 - r^2) \quad (\text{III.41})$$

A partir de l'équation (II.11), si $p_l \geq p_0 - p_b$ alors $S_l = 1$. On définit le rayon capillaire (pour lequel $p_l = p_0 - p_b$) comme suit :

$$r_{cap} = \sqrt{r_0^2 - \frac{2p_b}{\rho_l \omega^2}} \quad (\text{III.42})$$

Donc la saturation à l'équilibre en fonction de r est calculée en utilisant les équations (I.58), (II.11) et (III.41).

- Si $r \leq r_{cap}$ alors :

$$S_l = S_{l\infty} + (1 - S_{l\infty}) \left(\frac{p_b}{\frac{1}{2} \rho_l \omega^2 (r_0^2 - r^2)} \right)^\lambda \quad (\text{III.43})$$

- Si $r \geq r_{cap}$ alors:

$$S_l = 1 \quad (\text{III.44})$$

Un exemple de profil de saturation à l'équilibre est donné figure suivante :

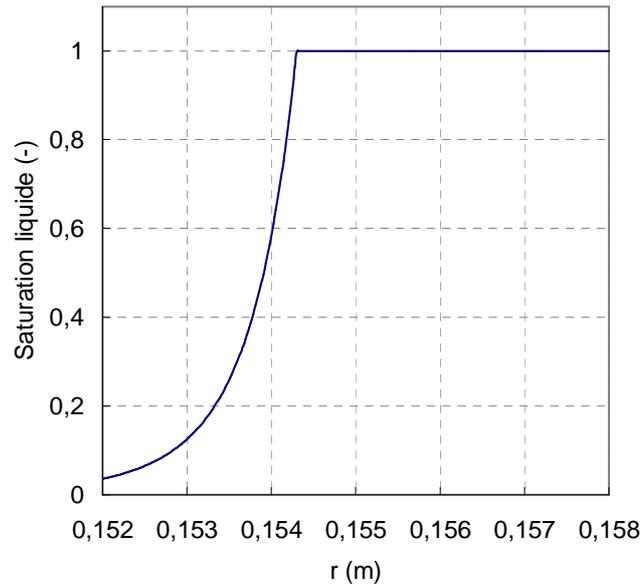


Figure III.51 : Profil de saturation à l'équilibre

A partir du profil de saturation à l'équilibre, il est possible de calculer la saturation moyenne du gâteau à l'équilibre :

$$\bar{S}_{eq} = \frac{(r_0^2 - r_{cap}^2) + S_{l\infty}(r_{cap}^2 - r_g^2) + (1 - S_{l\infty}) \left(\frac{p_b}{\frac{1}{2} \rho_l \omega^2} \right)^\lambda \frac{(r_0^2 - r_g^2)^{1-\lambda} - (r_0^2 - r_{cap}^2)^{1-\lambda}}{1 - \lambda}}{r_0^2 - r_g^2} \quad (III.45)$$

En utilisant la valeur de p_b dans l'équation précédente, on peut évaluer λ et $S_{l\infty}$ à l'aide d'une méthode d'estimation appropriée.

III.2.2.2.c Courbes de drainage centrifuge

Pour les deux essais qui ont été réalisés dans les mêmes conditions (*Exp1* et *Exp2*) nous montrons les courbes de désaturation figure (III.52).

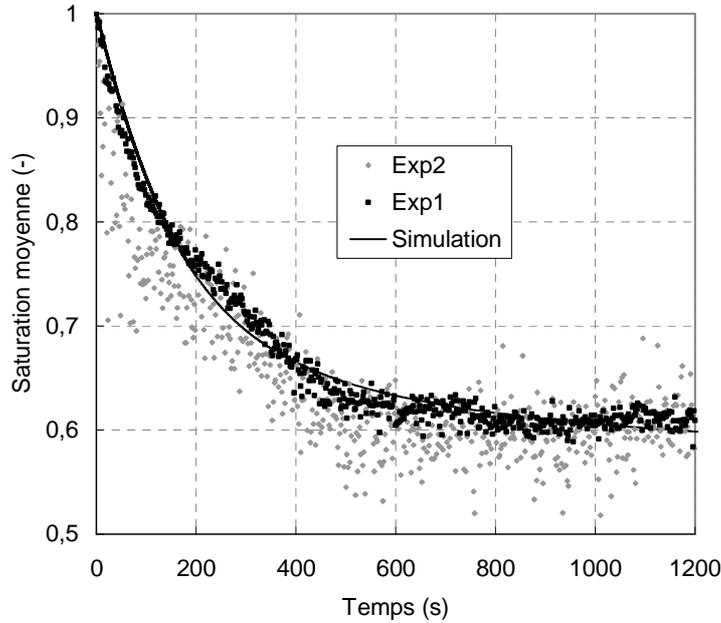


Figure III.52 : Comparaison des cinétiques expérimentales et simulée.
Essais de répétitivité des résultats expérimentaux

On voit que les deux courbes expérimentales ont la même tendance et malgré une dispersion des points plus importante pour l'essai *Exp2*, les résultats sont cohérents. Sur la figure (III.52), un résultat de simulation issu du modèle de drainage est tracé. Les valeurs de la pression d'entrée ont été évaluées comme expliqué précédemment (§III.2.2.2.a). Les valeurs de l'indice de distribution de taille des pores et de la saturation irréductible ont été déterminées à partir de la mesure de la saturation moyenne à l'équilibre et de l'équation (III.45). Ces paramètres pour les essais *Exp1* à *Exp5* sont reportés dans le tableau suivant. La figure (III.52) montre un bon accord entre le modèle et les deux essais expérimentaux.

Les courbes de désaturation expérimentales et issues du modèle pour les essais *Exp3* à *Exp5* sont comparées figures (III.53) à (III.55).

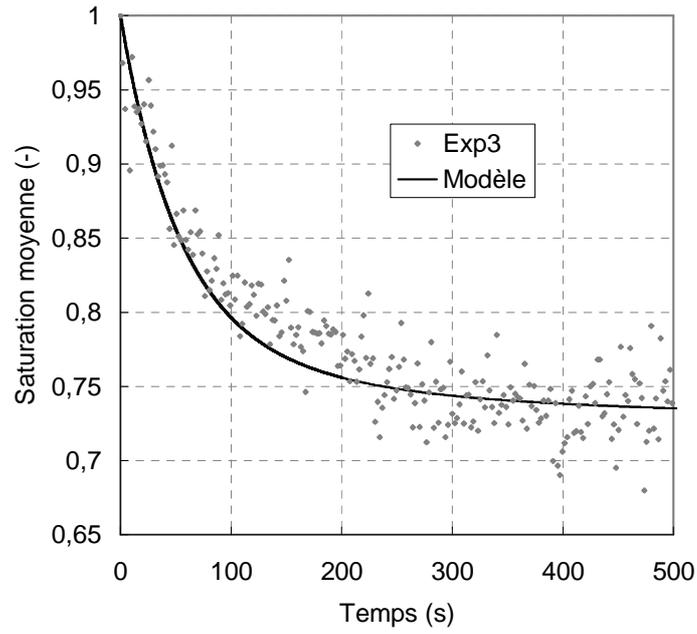


Figure III.53 : Comparaison des cinétiques expérimentales et simulée.
Essai sur un gâteau plus fin que les 4 autres essais (6mm)

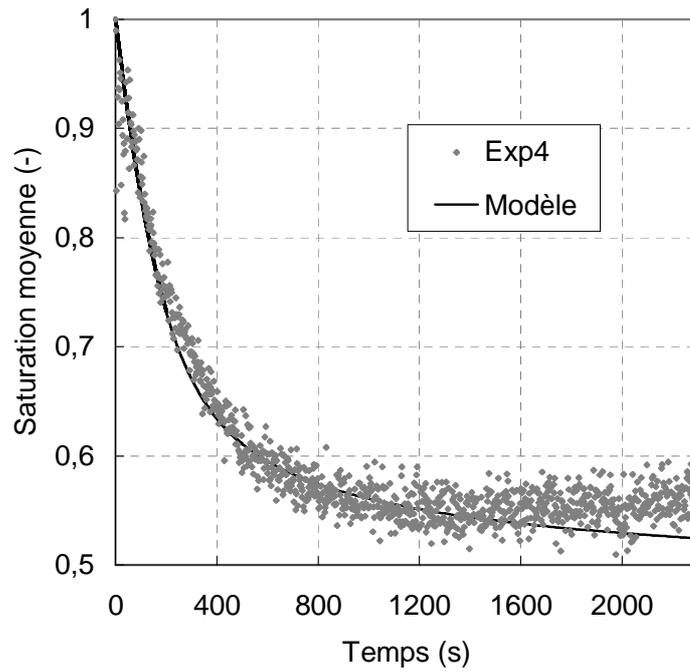


Figure III.54 : Comparaison des cinétiques expérimentales et simulée.
Essai sur un gâteau plus épais que les 4 autres essais (16mm)

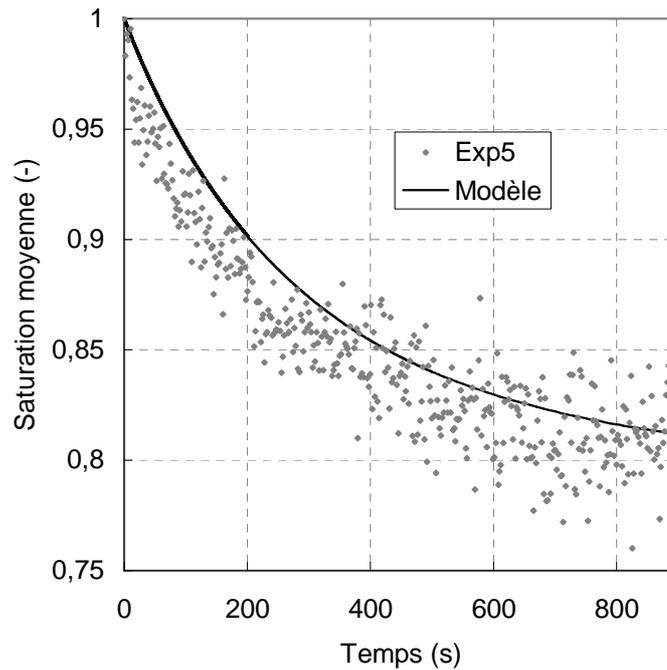


Figure III.55 : Comparaison des cinétiques expérimentales et simulée.
Essai avec une vitesse de rotation plus faible que les 4 autres essais (369rad/s)

Dans tous les cas, les résultats numériques s'accordent aux résultats expérimentaux. De plus, tous les paramètres capillaires obtenus pour les gâteaux de talc sont cohérents entre eux. Les pressions d'entrée, les indices de distribution des pores et les saturations irréductibles évaluées pour les différents essais sont proches.

Essais	p_b (Pa)	λ (-)	$S_{l,\infty}$ (-)
Exp1	$1,4 \cdot 10^5$	6	0,04
Exp2	$1,4 \cdot 10^5$	6	0,04
Exp3	$1,0 \cdot 10^5$	7	0,04
Exp4	$1,6 \cdot 10^5$	6	0,04
Exp5	$1,5 \cdot 10^5$	6	0,04

Tableau III.13 Paramètres capillaires des gâteaux des essais Exp1 à Exp5

III.2.2.2.d Phénomène de cavitation dans le gâteau durant le drainage

Une question se pose quand on regarde la valeur de la pression d'entrée du talc. Lorsque le gaz entre dans les pores, la pression liquide décroît brusquement et atteint en principe une valeur négative. En effet, $p_l = p_0 - p_b$ avec $p_0 < p_b$. Si les rayons de pores sont assez petits, la désaturation du pore implique une pression capillaire et une force centrifuge élevées.

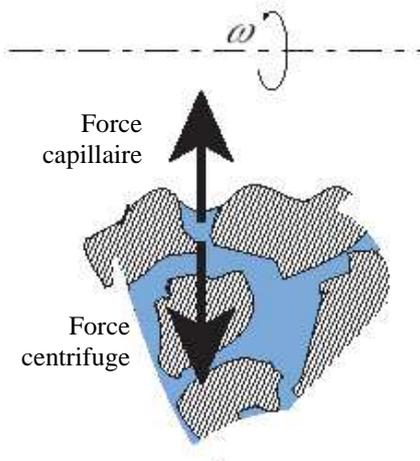


Figure III.56 : Traction subie par le fluide due aux forces capillaires et centrifuge

Le liquide est donc soumis à une force de traction due d'un côté aux forces capillaires et d'un autre côté à la force centrifuge (Fig.III.56). Il existe deux possibilités : le liquide peut être maintenu dans un état métastable ou ne peut pas l'être (à des pressions en dessous de la pression de vapeur saturante). Si la nucléation se produit, de la cavitation se développe dans la phase liquide. Caupin et Herbert (2006) ont listé les travaux expérimentaux sur la cavitation dans l'eau. Ils ont mis en évidence le fait que l'observation d'un état métastable du liquide était très dépendante de la présence d'impuretés et des propriétés de mouillabilité des surfaces solides impliquées. Le seuil de cavitation est donc largement influencé par la nucléation hétérogène. De plus, ils citent plusieurs études expérimentales dans lesquelles la cavitation apparaît à des pressions allant de 0 à -140MPa. Dans la structure du pore, avec un liquide non pur et la présence de petites particules, il n'est pas évident de savoir si la cavitation va survenir. Cependant, il n'y a rien qui indique une cavitation hétérogène dans le gâteau dans nos expériences. Les effets de la cavitation au sein du gâteau sur le drainage sont difficiles à évaluer tant les mécanismes impliqués peuvent être complexes.

III.2.3 Eléments de synthèse

L'étude expérimentale du drainage centrifuge du gâteau n'est pas simple à mettre en œuvre à cause des difficultés liées à la métrologie sur un système tournant. Pour cette raison, très peu de données sont utilisables sur les cinétiques de drainage centrifuge.

Dans cette étude, un dispositif spécifique a été mis en place et utilisé permettant le suivi de la masse de filtrat sortant du panier. En dépit d'importantes fluctuations de la masse enregistrée, dues principalement aux vibrations, la détermination de la saturation du gâteau pendant le drainage était alors possible par bilan de matière.

A partir des courbes de désaturation de gâteau, il est possible d'évaluer la pression d'entrée des gâteaux de talc. Les conditions opératoires menaient à un niveau de pression d'entrée élevé correspondant théoriquement à des pressions liquides négatives dans le gâteau. L'éventualité d'une cavitation pendant le drainage dans ces conditions est alors dépendante du maintien ou non du liquide à des pressions en dessous de la pression de vapeur saturante. L'effet de la cavitation sur la désaturation du gâteau est difficile à prédire. Cependant, les gâteaux fabriqués ne montraient aucune déformation que la cavitation aurait pu occasionner. De plus, la description du drainage d'un gâteau à partir du modèle de la loi de Darcy généralisée (n'incluant pas le phénomène de cavitation) et

des paramètres d'entrée déduits des données expérimentales décrit correctement la désaturation du gâteau.

III.3 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre traitant du drainage gravitaire, nous déterminons tous les paramètres nécessaires à alimenter l'outil de simulation. La méthode d'atténuation de rayon gamma permet d'obtenir la porosité, la pression d'entrée, l'indice de distribution de taille de pores et la saturation irréductible. La perméabilité est déterminée par débit imposé dans le milieu poreux. La résistance du média filtrant est déterminée par perméation gravitaire.

Tous ces paramètres sont déterminés d'une manière différente en drainage centrifuge, car une métrologie est difficilement réalisable sur une machine tournante. La buse rotative et la pièce suspendue pesée sont les outils indispensables mis en œuvre pour quantifier un grand nombre de paramètres au travers des bilans de matière. Ainsi, la perméabilité et la résistance du média filtrant sont déterminées en superposant les évolutions de la hauteur d'anneau liquide de la phase de filtration par une méthode d'essai-erreur ; méthode non utilisée en gravitaire car nous n'avons pas étudié la filtration gravitaire. La pression d'entrée a été identifiée par la méthode de la pente à l'origine de la courbe de drainage, cette méthode n'est pas précise mais donne tout de même une bonne idée de la valeur de ce paramètre. Enfin, l'indice de distribution de taille de pore et la saturation irréductible sont déterminés grâce à une méthode d'estimation appropriée utilisant la saturation moyenne finale expérimentale et la saturation moyenne donnée par le profil d'équilibre tracé avec ces paramètres recherchés.

Nous montrons expérimentalement en drainage gravitaire que seul le modèle de drainage formulé en pression et tenant compte de la résistance du média filtrant est correct. Il devance tout particulièrement les autres modèles en début de drainage, c'est-à-dire lorsque la vitesse de déshydratation est la plus élevée. C'est d'ailleurs le début de la cinétique de drainage qui nous intéresse, puisque c'est lorsque le fort ralentissement de la cinétique débute qu'il est plus judicieux de passer à la phase de séchage plutôt que de continuer à essorer inefficacement.

Des expériences ont été menées en drainage centrifuge avec différentes conditions opératoires. Toutes les cinétiques de drainage simulées ou expérimentales sont en bon accord, quelle que soit l'épaisseur du gâteau et quelle que soit la vitesse de rotation. Le modèle de drainage centrifuge basé sur le modèle de Darcy généralisé formulé en pression et tenant compte de la résistance du média filtrant est donc validé. L'hypothèse d'un éventuel phénomène de cavitation dans le gâteau est alors écartée.

Quelques conclusions et perspectives

Dans ce travail, nous proposons une étude concernant le cycle d'essorage centrifuge. Notre objectif était de connaître l'état de saturation du gâteau au cours de l'essorage pour démarrer le séchage au moment le plus opportun.

L'étude bibliographique nous apporte un modèle de filtration sur gâteau compressible (Sambuichi *et al.*, 1987). Elle nous a permis aussi de choisir un modèle d'essorage parmi les plus complets et généraux : le modèle de Darcy généralisé. Ce modèle prend en compte les effets capillaires au travers de la pression capillaire et l'encombrement d'une phase fluide dans les pores gênant l'écoulement de l'autre phase fluide au travers de la perméabilité relative. Ce modèle permet d'obtenir le profil de saturation du gâteau à tout moment de l'essorage ainsi que l'évolution de la saturation moyenne.

La modélisation de la filtration centrifuge prend en compte la compressibilité du gâteau. C'est un phénomène qui a un impact important sur la porosité, la perméabilité ainsi que l'épaisseur du gâteau en formation. Le phénomène de sédimentation bien qu'ayant un effet sur la vitesse de formation du gâteau et donc sur la vitesse de filtration, sera négligé dans notre modélisation. Ce phénomène a un intérêt très limité étant donné que le centre de nos préoccupations reste l'essorage et non la vitesse à laquelle se forme le gâteau et il n'a pas d'impact sur la porosité, la perméabilité et l'épaisseur finale du gâteau. Seule la stratégie de résolution des équations du modèle de filtration centrifuge diffère de celle proposée par Sambuichi *et al.* (1987).

La modélisation de l'essorage centrifuge repose sur le modèle de Wakeman et Vince (1986). Mais nous proposons une reformulation du modèle : la variable privilégiée n'est plus la saturation mais la pression liquide. En effet, la formulation en saturation introduit la notion de pression capillaire, grandeur qui n'a pas de sens pour un milieu saturé. La pression liquide en revanche existe que le milieu soit saturé ou non. On montre que l'emploi de la formulation en saturation désature le milieu poreux sur toute sa hauteur sans prendre en compte la présence du pied capillaire. La cinétique de désaturation est ainsi très surestimée. La formulation en pression permet tout d'abord de respecter la cinétique de désaturation, de prendre en compte le pied capillaire mais aussi d'introduire la résistance du média filtrant dans le modèle, paramètre dont l'influence sur la cinétique d'essorage est très souvent négligée. La modélisation proposée prend aussi en compte une hauteur de colonne d'eau ajoutée en sortie de panier. Ce paramètre a un effet très important sur la cinétique, on le rencontre par exemple sur l'essoreuse à siphon rotatif.

La partie expérimentale repose tout d'abord sur une validation expérimentale du modèle de drainage sous champ gravitaire sur un milieu poreux modèle constitué de billes de verre de $120\mu\text{m}$ de diamètre. L'avantage de ces essais est la possibilité d'acquérir un grand nombre de données, ce qui reste difficile sur une machine tournante telle qu'uneessoreuse. Les essais de drainage gravitaire ont permis de déterminer les paramètres indispensables au fonctionnement de l'outil de simulation : la longueur de colonne d'eau en sortie de milieu l_a , la perméabilité du milieu poreux k déterminée par injection d'un débit imposé, les porosités locale ε et moyenne du milieu poreux $\bar{\varepsilon}$ déterminées par gammamétrie, la résistance du média filtrant R_m déterminée par perméation, ainsi que la pression d'entrée p_b , l'indice de distribution de taille des pores λ et la saturation irréductible S_{l_∞} déterminés à l'aide du profil de saturation à l'équilibre, obtenu lui-même par gammamétrie. Enfin, nous avons comparé le

suivi de la saturation moyenne obtenu par bilan matière à l'évolution de la saturation moyenne obtenue numériquement, et nous avons obtenu une bonne concordance des résultats, ce qui nous a permis de valider le modèle de Darcy généralisé formulé en pression. Nous pouvons donc tenter de l'appliquer au cas de l'essorage centrifuge.

Afin d'obtenir le maximum de données pendant l'essorage, une instrumentation adaptée a été mise en place. Une nouvelle buse d'alimentation a été conçue pour distribuer la suspension de façon uniforme afin d'obtenir des gâteaux d'épaisseur homogène et d'être en mesure de repérer le début de l'essorage. Un système de double pesée permet de récupérer le filtrat dès sa sortie du panier et ainsi de peser le filtrat en temps réel en évitant son accumulation dans le carter de l'essoreuse. Grâce à ce système nous pouvons effectuer des bilans de matière nous permettant d'accéder aux différents paramètres. En filtration, cela nous permet de faire correspondre le suivi de la hauteur d'anneau liquide relevée et l'évolution de cette hauteur générée par le code de filtration sur gâteau incompressible. En superposant les deux courbes (expérimentales et simulées) nous arrivons à déterminer la résistance du média filtrant ainsi que la perméabilité du gâteau. Cela repose sur l'hypothèse que les gâteaux de talc sont incompressibles. Le système de double pesée permet aussi de suivre l'évolution de la saturation moyenne au cours de l'essorage. La pente à l'origine de cette courbe nous donne ainsi une estimation de la pression d'entrée. L'indice de distribution de taille des pores et la saturation irréductible sont évalués à l'aide d'une méthode d'estimation appropriée.

Ainsi les cinétiques de désaturation expérimentales et simulées ont été comparées et leur bon accord valide le modèle de Darcy généralisé.

La modélisation de l'essorage apportée et validée nous permet de connaître l'état de saturation d'un gâteau au cours de l'essorage. Nous pouvons envisager maintenant de coupler ce procédé à un procédé de séchage. On le rappelle, l'intérêt de coupler le procédé est multiple :

- faciliter les filtrations difficiles par un apport thermique diminuant la viscosité du liquide,
- homogénéiser le champ électromagnétique et donc le chauffage par micro-ondes, pour cela il n'est pas nécessaire que le panier tourne très vite,
- éviter le convoyage du produit de l'essoreuse à un séchoir.
- apporter l'énergie de chauffage au moment le plus opportun. Le fait est que le chauffage micro-ondes est d'autant plus efficace qu'il y a d'eau mais ce procédé de chauffage est très coûteux. Il est plus judicieux de déshydrater mécaniquement jusqu'à un fort ralentissement de la déshydratation mécanique, cinétique désormais connue par simulation numérique mais le chauffage micro-onde est d'autant plus efficace que le gâteau est saturé. Il faut donc trouver le compromis pour démarrer le chauffage micro-ondes au moment opportun.

Le dispositif de chauffage micro-ondes est constitué d'une tête micro-ondes et d'un générateur micro-ondes de 2,45GHz dont la puissance de sortie est de 1,2kW. La tête micro-ondes intègre un magnétron refroidi et monté sur guide d'onde.

Un nouveau couvercle sur l'essoreuse a été spécialement conçu pour y fixer le guide d'onde mais aussi pour y installer un dispositif permettant d'arrêter la buse sans arrêter la machine et de ce fait sans provoquer de redistribution des phases liquide et gaz dans le gâteau ; la buse peut ainsi être extraite de l'essoreuse sans arrêter la machine. En effet, il était nécessaire de supprimer toute antenne métallique à l'intérieur de l'essoreuse lors du chauffage micro-ondes.

Un premier essai a été effectué ; la filtration et la première phase de l'essorage avant le fort ralentissement de la déshydratation mécanique ont été effectués à 3900tr/min, puis lors du

chauffage micro-onde la vitesse de rotation a été réduite à 800tr/min. Les mesures de puissance ont permis de montrer que le dispositif expérimental ne présentait pas de fuite micro-ondes. Le gâteau en cours d'essorage a pu être chauffé par l'apport micro-ondes mais une production importante de vapeur d'eau dans le carter de l'essoreuse a été constatée, il faudra concevoir un système d'évacuation de cette vapeur.

Le dispositif micro-ondes a donc été mis en place (Fig.1) mais les vibrations au cours de l'essorage nous obligent à concevoir un dispositif isolant mécaniquement le guide d'onde du couvercle de l'essoreuse dont le but serait de faire en sorte de ne pas endommager le guide d'onde. Une instrumentation est prévue pour la mesure d'humidité dans le carter et la mesure de température. On prévoit aussi la mise en place d'un dispositif d'évacuation de la vapeur d'eau par mise en dépression du carter de la machine avec un dispositif de type pompe à vide et piège d'humidité ou trompe à vide.



Figure 1 : Photo de l'ensemble du dispositifessoreuse-guide d'onde

Nomenclature

- A (m²) Surface filtrante
 C (-) Concentration volumique en solide dans l'anneau liquide
 C_0 (-) Concentration volumique en solide dans la suspension au niveau de l'alimentation
 C_m (kg/m³) Concentration massique en solide dans le volume de la suspension
 d (m) Diamètre de la colonne
 d_c (m) Diamètre de capillaire
 d_p (m) Diamètre de particule
 D (-) Nombre de drainage centrifuge
 e_m (m) Epaisseur du média filtrant.
 f_{ms} (-) Fraction massique en solide dans la suspension
 g (m.s⁻²) Accélération gravitaire
 G (-) Nombre de g
 h_{al} (m) Hauteur d'anneau liquide ($r_0 - r_l$)
 h_c (m) Hauteur du pied capillaire
 h_g (m) Hauteur de gâteau
 h_l (m) Hauteur d'eau au-dessus du milieu poreux
 h_∞ (-) Humidité résiduelle
 H (m) Hauteur du panier
 \bar{k} le tenseur de perméabilité du milieu poreux
 k (m²) Perméabilité du milieu poreux
 k_l (m²) Perméabilité liquide
 k_m (m²) Perméabilité du média filtrant
 k_{rg} (-) Perméabilité relative au gaz
 k_{rl} (-) Perméabilité relative au liquide
 L (m) Longueur du milieu poreux
 l_a (m) Longueur du tube ajoutée en sortie de colonne
 $m_{eau\ MP}$ (kg) Masse totale d'eau contenue dans le milieu poreux
 m_l (kg) Masse d'eau drainée
 $m_{MP\ désaturé}$ (kg) Masse du milieu poreux désaturé
 $m_{MP\ sec}$ (kg) Masse du milieu poreux sec
 $m_{MP\ sat}$ (kg) Masse du milieu poreux saturé
 $M_{f1}(t)$ (kg) Masse de filtrat 1 (récipient suspendu à la balance)
 $M_{f2}(t)$ (kg) Masse de filtrat 2 (bas en sortie du récipient)
 n (-) Nombre de capillaires
 N (-) Nombre de photons incidents
 N_0 (-) Nombre de photons n'ayant subi aucune atténuation, comptage à vide
 $N_0^{(1)}$ (-) Nombre de photons traversant l'air ambiant, comptage effectué le même jour que le comptage N_1

$N_0^{(2)}$ (-) Nombre de photons traversant l'air ambiant, comptage effectué le même jour que le comptage N_2

$N_0^{(3)}$ (-) Nombre de photons traversant l'air ambiant, comptage effectué le même jour que le comptage N_3

$N_0^{(4)}$ (-) Nombre de photons traversant l'air ambiant, comptage effectué le même jour que le comptage N_4

N_1 (-) Nombre de photons en un point du milieu poreux sec

N_2 (-) Nombre de photons en un point du milieu poreux saturé

N_3 (-) Nombre de photons en un point du milieu poreux en cours de désturation

N_4 (-) Nombre de photons en un point du milieu poreux à l'équilibre capillaro-gravitaire

N_{cap} (-) Nombre capillaire

N_p (-) Nombre total des points du milieu poreux où l'on effectue une mesure

p_0 (Pa) Pression atmosphérique

p_a (Pa) Paramètre empirique défini par les équations constitutives d'un gâteau

p_{app} (Pa) Pression appliquée

p_b (Pa) Pression d'entrée

p_c (Pa) Pression capillaire

p_g (Pa) Pression du gaz

p_l (Pa) Pression liquide

p_{lm} (Pa) Pression liquide au niveau du média filtrant côté gâteau

p_s (Pa) Pression solide

p_w (Pa) Pression résultant de l'action du champ gravitaire agissant sur les particules solides et le liquide.

$p_y(\phi)$ (Pa) Pression limite d'élasticité du réseau

Q_0 (m³/s) Débit-volume de l'alimentation

Q_{ini} (m³/s) Débit-volume initial de drainage

Q_l (m³/s) Débit-volume de filtrat

Q_{m0} (kg/s) Débit-masse de l'alimentation

Q_m (kg/s) Débit-masse de filtrat

r (m) Rayon (coordonnée cylindrique)

r_0 (m) Rayon du panier

r_{cap} (m) Rayon du pied capillaire

r_g (m) Rayon du gâteau

r_l (m) Rayon de l'anneau liquide

$r_{l\infty}$ (m) Rayon du front de saturation dans le gâteau

r_p (m) Rayon de pore

r_t (m) Rayon d'un tube (capillaire)

r_{min_p} (m) Rayon où la pression liquide passe par un minimum

R_g (m^{-1}) Résistance hydraulique du gâteau
 R_m (m^{-1}) Résistance hydraulique du média filtrant
 R_{m0} (m^{-1}) Résistance hydraulique initiale du média filtrant
 $R_{m\infty}$ (m^{-1}) Résistance hydraulique limite du média filtrant
 R_T (m^{-1}) Résistance hydraulique totale (gâteau et média filtrant)
 $R(\phi)$ (-) Facteur de sédimentation gênée
 Re_p (-) Nombre de Reynolds particulaire
 s_0 (cm^2/cm^3) Surface spécifique du milieu poreux
 S_l (-) Saturation liquide locale
 \bar{S}_l (-) Saturation liquide moyenne d'un gâteau
 $S_{l\infty}$ (-) Saturation liquide irréductible
 S_{rl} (-) Saturation réduite liquide locale
 t (s) Temps
 $v(r)$ (m/s) Vitesse du fluide en r dans un gâteau (filtration centrifuge)
 v_g (m/s) Vitesse de sédimentation gravitaire
 v_l (m/s) Vitesse de filtration du liquide
 v_{l0} (m/s) Vitesse de filtration en $z=0$
 \vec{v}_l le vecteur vitesse de filtration
 v_p (m/s) Vitesse des particules solides
 v_s (m/s) Vitesse sédimentation
 V (m^3) Volume de filtrat
 V_l (m^3) Volume de liquide contenu dans les pores du gâteau
 V_{MP} (m^3) Volume total du milieu poreux
 V_p (m^3) Volume de pore
 V_{Tp} (m^3) Volume total (liquide et solide) contenu dans le panier
 w (kg/m^3) Masse de gâteau sec déposé par unité de volume de filtrat
 x_i (m) Longueur équivalente de la phase i
 z (m) Coordonnée de l'espace
 z_c (m) Hauteur d'une partie de pied capillaire comprise dans le milieu poreux ($z_c = h_c - l_a$)

Lettres grecques :

α_m (m/kg) Résistance spécifique moyenne du gâteau
 α (m/kg) Résistance spécifique du gâteau
 α_0 (m/kg) Résistance spécifique du gâteau pour une pression solide nulle.
 β (-) Exposant de l'équation constitutive du gâteau reliant la solidosité à la pression solide
 χ_0 (-) Rapport de la contrainte latérale et de la contrainte normale
 δ (-) Exposant de l'équation constitutive du gâteau reliant la perméabilité à la pression solide
 $\partial p_l, \Delta p_l$ (Pa) Différence de pression liquide
 Δp_m (Pa) Différence de pression liquide aux bornes du média filtrant
 Δp_T (Pa) Différence de pression totale aux bornes de l'ensemble milieu poreux/média filtrant

ε (-) Porosité locale
 $\bar{\varepsilon}$ (-) Porosité moyenne du gâteau
 ε_j (-) Porosité du $j^{\text{ème}}$ point du milieu poreux
 ε_s (-) Solidosité
 ε_{s_0} (-) Solidosité pour une pression solide nulle
 ϕ (-) Fraction volumique de solide locale
 ϕ_g (-) Fraction volumique de solide locale au point de gel
 Φ (Pa) Forces de volume agissant sur le liquide
 λ (-) Indice de distribution de taille de pores
 μ_l (Pa.s) Viscosité du liquide
 θ (rad) Angle que fait l'interface fluide-fluide avec la surface solide
 ϑ (-) Exposant de l'équation constitutive du gâteau reliant la résistance spécifique à la pression solide
 ρ_l (kg/m³) Masse volumique du liquide
 ρ_s (kg/m³) Masse volumique du solide
 ρ_{susp} (kg/m³) Masse volumique de la suspension
 σ_{gl} (N.m⁻¹) Tension superficielle gaz-liquide
 ω (rad/s) Vitesse de rotation
 ξ_i (cm⁻¹) Coefficient d'atténuation gamma linéique de la phase i
 ξ_l (cm⁻¹) Coefficient d'atténuation gamma linéique de l'eau
 ψ (-) Constante positive caractéristique de la suspension (Equation de Colin)
 ζ (-) Constante positive caractéristique de la suspension (Equation de Colin)
 ς (-) facteur de vitesse de drainage

ANNEXE A

Les différents types d'essoreuses et leur déchargement



Figure A.1. Essoreuse centrifuge à déchargement par filet destinée aux textiles (document interne Robatel)

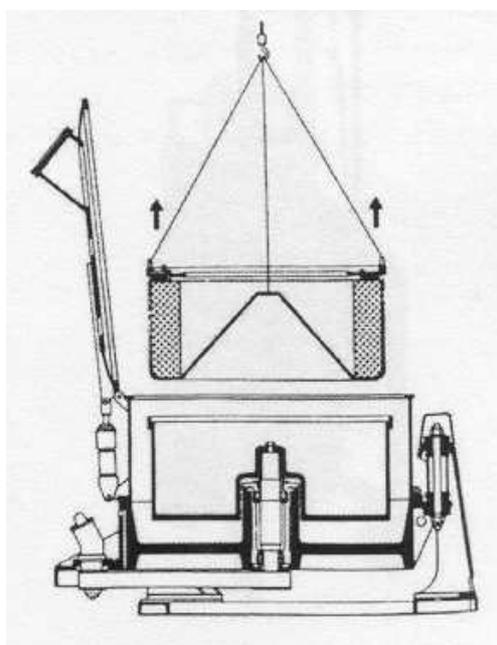


Figure A.2 : Essoreuse à axe vertical à panier amovible (document interne Robatel)

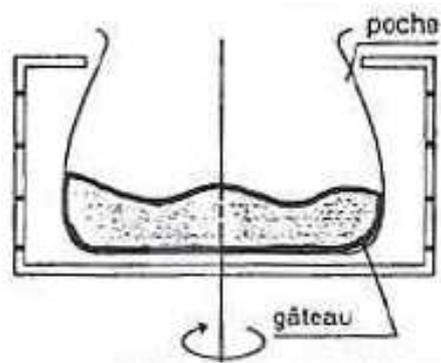
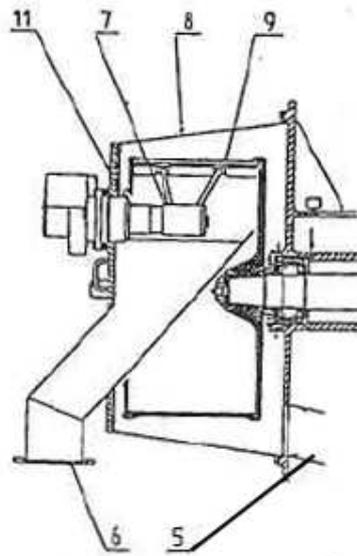


Figure A.3 : Essoreuse à axe vertical à déchargement par poche (document interne Robatel)



- 5 : sortie liquide
- 6 : sortie solide
- 7 : racloir
- 8 : cuve
- 9 : panier
- 11 : porte

Figure A.4. Essoreuse à axe horizontal et déchargement par racloir (document interne Robatel)

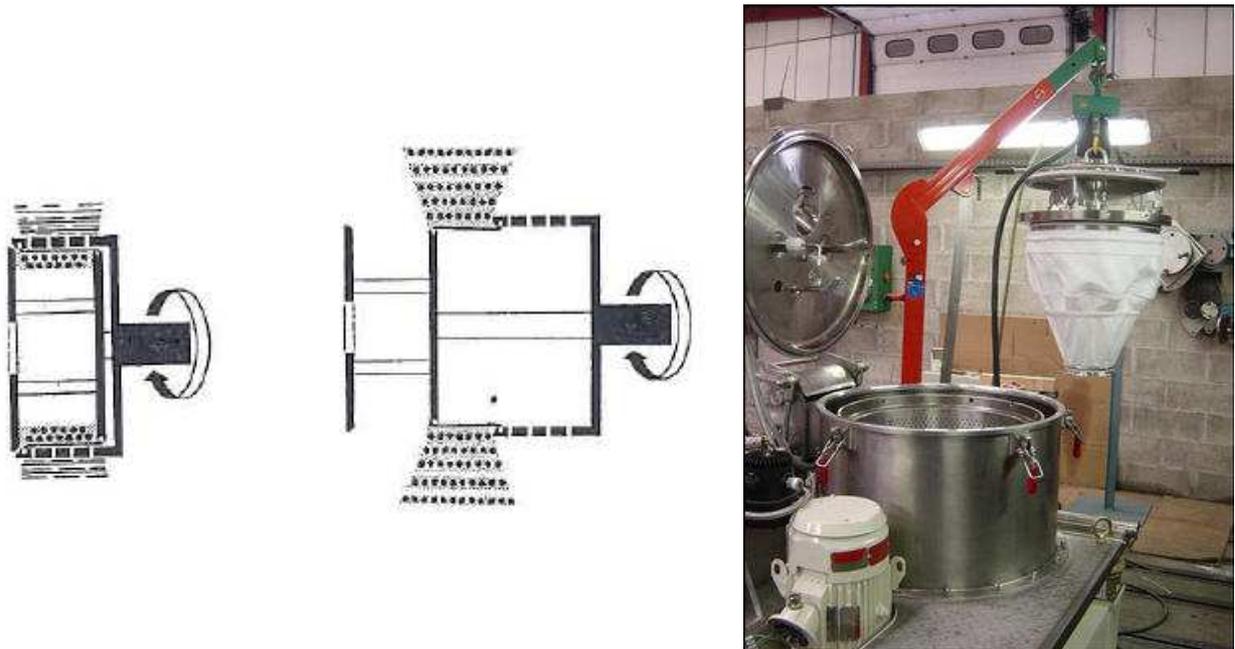


Figure A.5. Essoreuses à axe horizontal à retournement de toile (document interne Robatel)

ANNEXE B

Quelques exemples d'essoreuses à fonctionnement continu

Selon le mode d'évacuation des solides essorés on distingue plusieurs types d'essoreuses à fonctionnement continu :

- Essoreuses à panier conique, ces centrifugeuses à axe vertical ou horizontal comportent un panier conique dont l'angle d'ouverture est tel que le solide essoré s'écoule par glissement naturel le long des parois.

- Essoreuses à vis racleuse : L'élément filtrant est de structure grossière. Une vis racleuse qui tourne de 20 à 100tr/min assure le cheminement du solide.

- Essoreuses à poussoir : L'axe est horizontal et l'évacuation du solide se fait par un poussoir qui tourne à la même vitesse et animé d'un mouvement de va et vient. Le poussoir entraîne le gâteau vers la partie antérieure du panier. L'élément filtrant est de structure métallique. Ces machines existent aussi à étages multiples (Figure B.1).

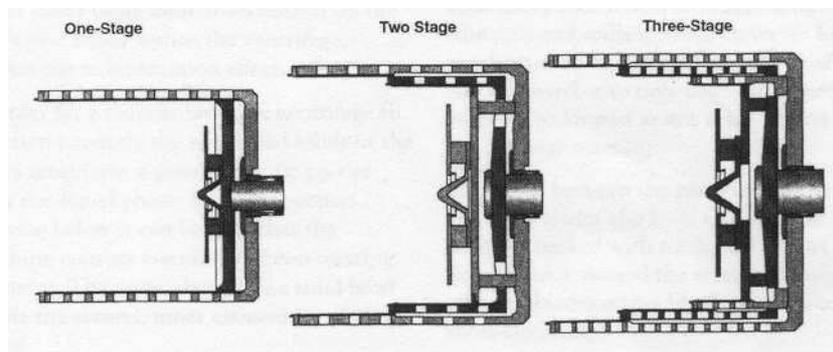


Figure B.1 : Paniers d'essoreuses à axe horizontal à poussoir mono et multi-étagés
(document interne Robatel)

ANNEXE C

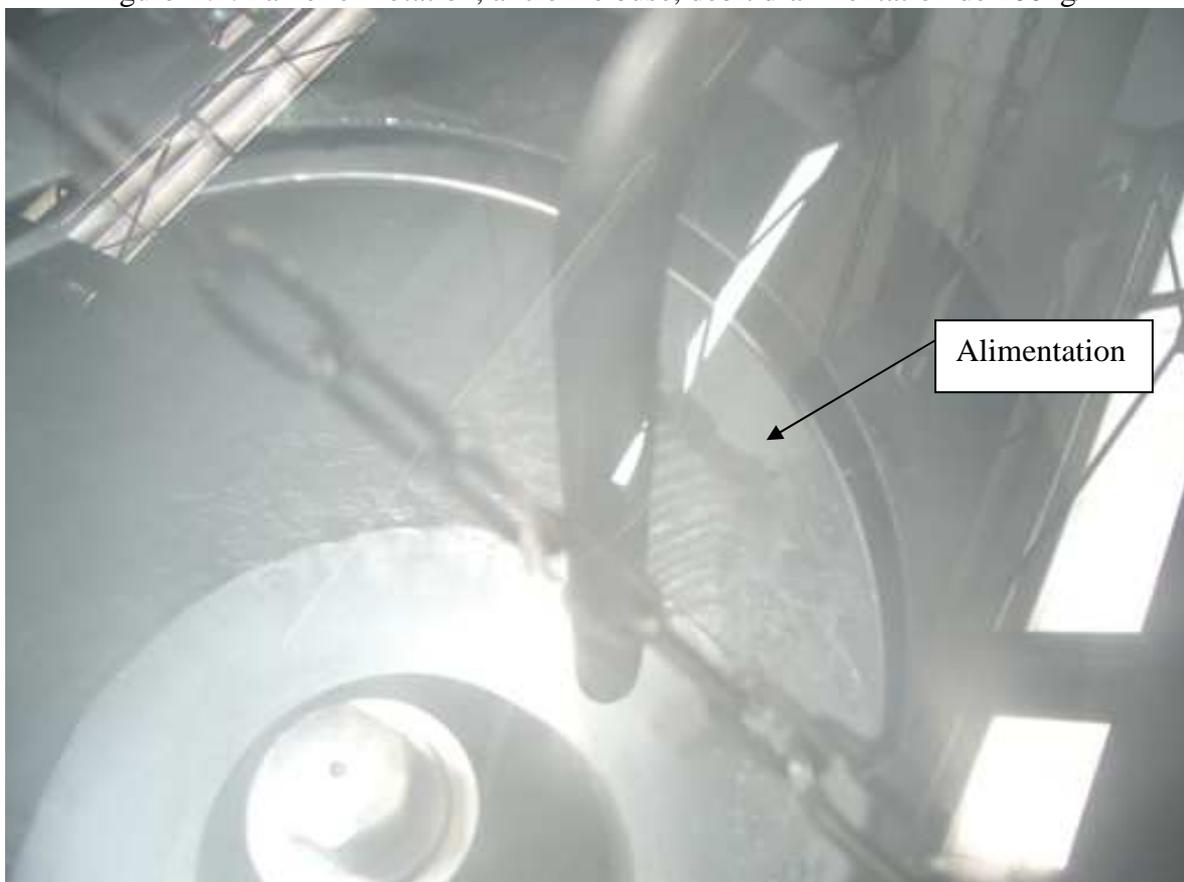
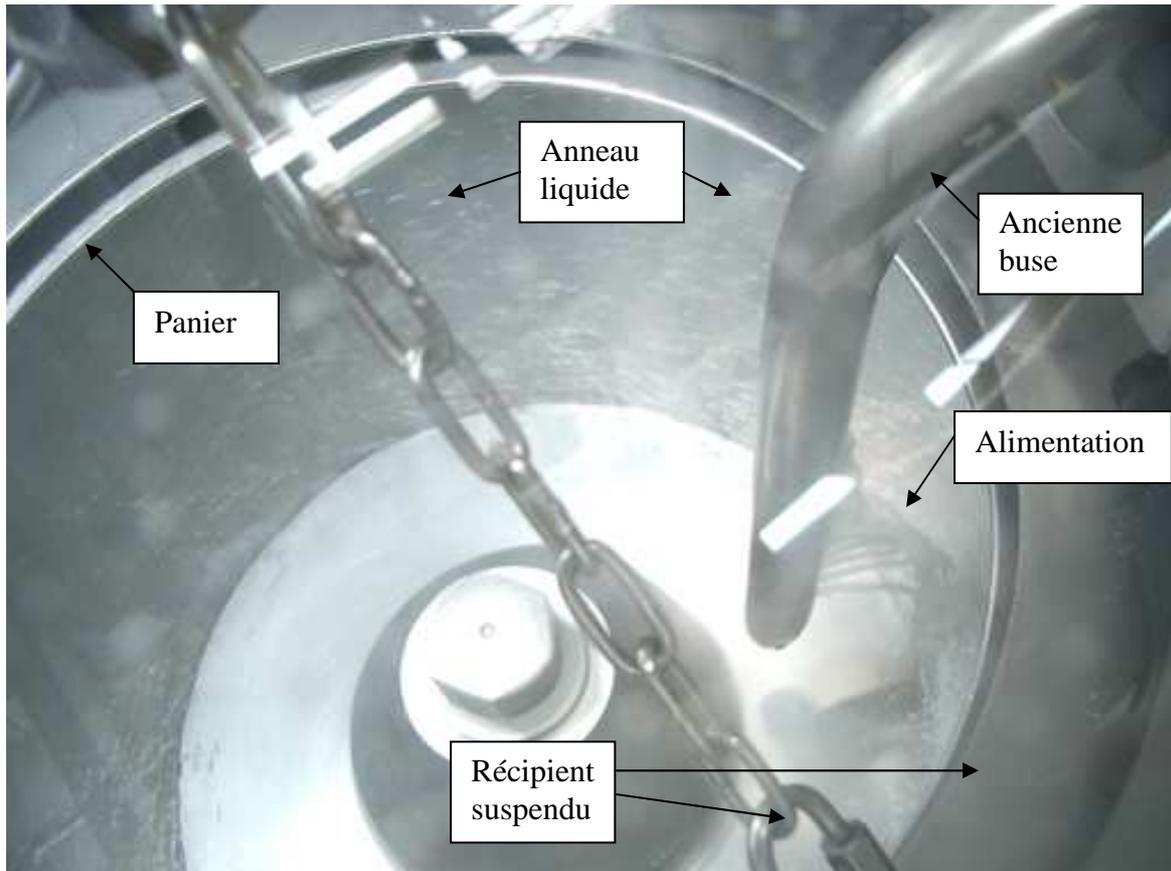
Hétérogénéité de l'alimentation avec l'ancienne buse

L'ancienne buse est constituée d'un tube en acier perforé sur toute sa hauteur.

Les deux photos (Figure B.1 et B.2) représentent l'intérieur du panier en rotation. On distingue le flux de suspension distribué par la buse au travers de ses perforations.

Sur la Figure B.1, le débit d'alimentation est de 200kg/h et on observe une différence de débit entre chacune des perforations. Les jets ne sont pas perpendiculaires, la gravité prenant le pas sur la vitesse de projection du fluide. Nos expériences sont réalisées à ce débit d'alimentation. Un débit trop fort ferait très vite débordé l'anneau liquide et nous n'aurions pas le temps de constitué un gâteau d'épaisseur suffisante.

Sur la Figure B.2, le débit d'alimentation est de 500kg/h, on observe toujours une différence de débit entre chacune des perforations mais dans une moindre mesure qu'à un débit de 200kg/h. Les jets issus des perforations situées en bas de la buse sont perpendiculaires à cette dernière, ce n'est pas le cas des jets situés en haut de la buse.



Références bibliographiques

- Baillon B., 1996, Séchage sous vide micro-ondes combinés de granulés pharmaceutiques. Thèse de l'Université de Pau et des Pays de l'Adour.
- Barr J.D., White L.R., 2006a, Centrifugal Drum Filtration: I. A Compression Rheology Model of Cake Formation, *AIChE Journal*, Vol. 52, No.2, pp. 545-556.
- Barr J.D., White L.R., 2006b, Centrifugal Drum Filtration: II. A Compression Rheology Model of Cake Drainage, *AIChE Journal*, Vol. 52, No.2, pp. 557-564
- Bear J., Corapcioglu M.Y., Balakrishna J, 1984, Modelling of centrifugal filtration deformable porous media. *Advances in Water Resources*, 7(4):150-167.
- Bear J., 1988, *Dynamics of Fluids in Porous Media*, Dover, ISBN N° 0-486-65675-6
- Bongiovanni J.M., 1998, Traitements des boues résiduairees par l'association en série d'une déshydratation mécanique et d'un séchage thermique. Thèse de l'Université de Pau et des Pays de l'Adour.
- Borel P., 1986, Etude expérimentale et modélisation de la filtration centrifuge. Application au dimensionnement desessoreuses. Thèse (Institut National Polytechnique de Toulouse).
- Bouzrara H., Vorobiev E., 2002, Solid-liquid expression of cellular materials enhanced by pulsed electric field, *Chemical engineering and processing*, 42(4): 249–257.
- Brooks R.H., Corey A.T., 1964, Hydraulic properties of porous media, *Colorado State University Hydrology Paper N°3*, March, 27 p.
- Bürger R., Concha F., 2001, Settling Velocities of Particulate Systems:12. Batch Centrifugation of Flocculated Suspensions, *Int. J. Miner. Process*, 63, pp. 115-145.
- Buscall R., White L.R., 1987, The Consolidation of Concentrated Suspensions. Part 1. The Theory of Sedimentation. *J. Chem. Soc., Faraday Trans. 83*, 873-891
- Caubit C., 2004, Influence de la Mouillabilité sur les saturations limites lors d'écoulements triphasiques en milieu poreux, thèse de l'ENSAM Bordeaux.
- Caupin F. et Herbert E., 2006, Cavitation in water : a review, *C.R. Physique*, 7: 1000-1017
- Chan S.H., Kiang S., Brown M.A. 2003, One Dimensional Centrifugation Model, *AIChE* 49 (4), 925-938
- Chase G.G., Arconti J., Kanel J., 1994, The effect of filter cakes on filter medium resistance, *Separation science and technology*, 29, 16, pp. 2179-2196.
- Civan F., 1998, Practical model for compressive cake filtration including fine particle invasion, *AIChE Journal*, 44, 11, pp. 2388-2398.
- Corey A.T., 1994, *Mechanics of Immiscible Fluids in Porous Media*, Water Res. Publications, ISBN N°0-918334-83-7
- Couturier S., 2002, Étude de la Déshydratation Mécanique Assistée Thermiquement, Thèse de l'Université Bordeaux1.
- Couturier S., Valat M., Vaxelaire J., Puiggali J.R., 2002, Liquid pressure measurements in filtration-compression cell, *Soumis à Separation Science and Technology*
- Darcy H., 1856, *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Dalamont, Paris.

- Fournet F., 1988, Étude d'un cycle de filtration - lavage - essorage centrifuge, Thèse (Institut National Polytechnique de Lorraine).
- Fredlund D.G., Xing A., 1994, Equations for the soil-toilets characteristic curve. *Can. Geotech. J.* 31, 521-532.
- Grace H.P., 1953, Resistance and Compressibility of Filter Cakes (Part I), *Chem. Eng. Prog.* 49, (6), p.303-318
- Granger J., Dodds J., Leclerc D., 1985, Filtration of low concentration of latex particles on membrane filters, *Filtration and Separation*, 22, p. 58
- Green M.D., Eberl M., Landman K.A., 1996, Compressive Yield Stress of Flocculated Suspensions: Determination via Experiment. *AIChE J.*, 42(8), 2308-2318
- Hosten C., San O., 1999, Role of clogging phenomena in erroneous implications of conventional data analysis of constant pressure cake filtration, *Separation Science and Technology*, 34, pp. 1759-1772.
- Howells I. Landman K.A., Panjkov A., Sirakoff C., White L.R., 1990, Time Dependent Batch settling of Flocculated Suspensions. *Appl. Math. Model.*, 14, 77-86
- Hwang K.J., Chu W.T., Lu W.M., 2001, A method to determine the cake properties in centrifugal dewatering. *Separation Science and Technology*, 36(12):2693-2706.
- Kulkarni R., Watson A.T., Nordtvedt J.E., Sylte A., 1998, Two-Phase Flow in Porous Media : Property Identification an Model Validation, *AIChE Journal*, 44, No.11, 2337-2350.
- Landman K.A., White L.R., Buscall R., 1988, The Continuous Flow Gravity Thickener : Steady State Behaviour. *AIChE J.*, 34(2), 239-252
- Landman K.A., White L.R., 1994, Solid/Liquid Separation of flocculated suspensions. *Adv. Colloid Interface Sci.*, 51, 175-246
- Landman K.A., White L.R., 1997, Predicting Filtration Time and Maximizing Throughput in a Pressure Filter. *AIChE J.* 43(12), 3147-3160
- Larue O., Wakeman R.J., Tarleton E.S., Vorobiev E., 2006, Pressure electroosmotic dewatering with continuous removal of electrolysis products. *Chem. Eng. Science* (61) 4732-4740
- Léger B., Valat M., Jomaa W., Couturier S., Puiggali J.R. (2006). Drainage kinetic: filter media hydraulic resistance effect. 2nd European Conference of Filtration and Separation, Compiègne.
- Lebovka N.I., Praporscic I., Vorobiev E., 2004, Combined treatment of apples by pulsed electric fields and by heating at moderate temperature, *Journal of food Engineering* 65, pp 211-217.
- Lee D.J., 1997, Filter media clogging during cake filtration, *AIChE journal*, 43, 1, pp. 273-276.
- Lester D.R., Usher S.P., Scales P.J., 2005, Estimation of the Hindered Settling function $R(\phi)$ From Batch Settling Tests. *AIChE J.*, 51(4), 1158-1168
- Lu W.M., Tung K.L., Hwang K.J., 1997, Effect of woven structure on transient characteristics of cake filtration, *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 11, pp. 1743-1756.
- Mayr T., Jarvis N. J., 1999, Pedotransfer functions to estimate soil water retention parameters for a modified Brooks–Corey type model *Geoderma*, Volume 91, Issues 1-2, August 1999, Pages 1-9
- Meeten G.H., 2000, Septum and filtration properties of rigid and deformable particle suspensions, *Chemical engineering science*, 55, pp. 1755-1767.
- Middleman S., 1998, An introduction to fluid dynamics, ISBN 0-471-18209-5, John Wiley & Sons, Inc.

- Mishra S., Parker J.C., Singhal N., 1989, Estimation of soil hydraulic properties and their uncertainty from particle size distribution data *Journal of Hydrology*, Volume 108, 1989, Pages 1-18
- Mualem Y., 1986, Hydraulic conductivity of unsaturated soils: prediction and formulas, methods of soil analysis. Part 1. Physical and mineralogical methods – Agronomy monograph no.9 (2nd ed.), Madison, USA, pp.799-823.
- Nenniger E., Storrow J.A., 1958, Drainage of Packed Beds in Gravitational and Centrifugal Force Fields, *AIChE J.* 4, (3), p.305-316
- Notebaert F.F., Wilms D.A., Van Haute A.A., 1975, a new deduction with a larger application of the specific resistance to filtration sludges, *Water research*, 9, pp. 667-673.
- Oyama Y., Sumikawa S., 1954, On the Fundamental Study of Centrifugal Filtration, *Kagaku Kogaku, J. Chem. Eng. Japan*, 18, 593
- Peukert W., 1997, High temperature filtration in the process industry, *Filtech Europa*, Düsseldorf, Allemagne.
- Peuker U.A., Stahl W., 1999, Scale-up of steam pressure filtration, *Chemical engineering and processing*, 38, pp. 611-619
- Peuker U.A., Stahl W., 2001, Steam pressure filtration : mechanical-thermal dewatering process, *Drying technology*, 19, 5, pp. 807-848.
- Reichmann B., Tomas J., 2001, Expression behaviour of fine particle suspensions and the consolidated cake strength, *Powder technology*, 121, pp. 181-189.
- Robatel M. et Borel P., 1989, Centrifugation, *Technologie, Techniques de l'Ingénieur, Traité Génie des Procédés*, A5560.
- Rushton A., Spear M., 1975, The Behaviour of Filter Cloths in Centrifugation, *Filtration and Separation* 5 – 6, p.254-256
- Rushton A., Ward A.S., Holdich, R.G., 2000. *Solid-Liquid Filtration and separation technology*, second ed. Wiley-VCH, Weinheim, Germany
- Sambuichi M., Nakakura H., Osasa K., and Tiller F.M., 1987, Theory of Batchwise Centrifugal Filtration, *AIChE Journal*, 33(1) pp.109-120.
- Sambuichui M., Nakakura H., Osasa K., 1988, Comparison of Batchwise Centrifugal and Constant-Pressure Filtration, *J. Chem. Eng. Japan*, Vol.21 No.4
- Schlünder E.U., 1996, Thermomechanical dewatering, *International drying symposium*, Krakow, Pologne.
- Shirato M., Murase T., Mori H., 1981, Gravitational Drainage of a Granular Packed Bed, *Int. Chem. Eng.*, 21, (2), p.294-30
- Sicre N., 2006, Séchage sous vide avec apport énergétique de micro-ondes. Modélisation à l'échelle du produit et du procédé, Thèse de l'Université Bordeaux 1
- Smythe M.C., Wakeman R.J., 2000, The use of acoustic fields as a filtration and dewatering aid, *Ultrasonics*, 38, pp. 657-661.
- Sorensen P.B., Hansen J.A., 1993, Extreme solid compressibility in biological sludge dewatering, *Water Science and technology*, 28, 1, pp. 133-143.
- Sorensen P.B., Moldrup P., Hansen J.A., 1996, Filtration and expression of compressible cakes, *Chemical Engineering science*, 51, 6, pp. 967-979.
- Sperry D.R., 1916, The principles of filtration, *Met. Chem. Eng.*, 15, pp.198-203.

- Stickland D., White L.R., Scales P.J., 2006, Modeling of Solid-Bowl Centrifugation of Flocculated Suspensions, *AIChE J.* 2006, Vol.52, No.4.
- Tarleton E.S., 1992, The role of field assisted techniques in solid/liquid separation, *Filtration and separation*, 29, pp. 246-252.
- Tien C., Bai R., Ramarao B.V., 1997, Analysis of cake growth in cake filtration : Effect of fine particle retention, *AIChE Journal*, 43, pp. 33
- Tien C., Teoh S.K., Tan R.B.H., 2001, Cake analysis – the effect of the relationship between the pore liquid pressure and the cake compressive stress, *Chemical engineering science*, 56, pp. 5361-5369.
- Tiller F.M., 1953, The role of porosity in filtration : I. Numerical methods for constant flow and constant pressure filtration based on Kozeny's law, *Chemical Engineering Progress*, 49, 9, pp.467-479.
- Tiller F.M., 1975, Compressible cake filtration, *The scientific basis of filtration*, Series E, 2, Noordhof.
- Tiller F.M., Cooper H.R., 1960, The role of porosity in filtration : IV. Constant pressure filtration, *AIChE Journal*, Vol. 6, pp. 595-601.
- Tiller F.M., Cooper H.R., 1962, The role of porosity in filtration : V. Porosity variation in filtration cake, *AIChE Journal*, Vol. 8, pp. 445-449.
- Tiller F.M., Shirato M., 1964, The role of porosity in filtration : VI. New definition of filtration resistance, *AIChE Journal*, 10, 1, pp. 61-67.
- Tiller F.M., Green T.C., 1973, The role of porosity in filtration : IX. Skin effect with highly compressible materials, *AIChE Journal*, Vol. 19, pp. 1266-1269.
- Tiller F.M., Hsyung N.B., Cong, D.Z., 1995, Role of porosity in filtration : XII. Filtration with sedimentation, *AIChE Journal*, 41, 5, pp. 1153-1164.
- Tiller F.M., Leu W.F., 1980, Basic data-fitting in filtration. *J. Chinese Inst. Chem. Eng.*, pp.11-70.
- Tiller F.M., Leu W., 1983a, Experimental study of the mechanism of constant pressure cake filtration : Clogging of filter media, *Separation science and technology*, 18, 13, pp. 1351-1369.
- Tiller F.M., Leu W.F., 1983b, Cake compressibility – critical element in solid-liquid separation, *World filtration congress IIIrd*, Philadelphia, pp. 270-279.
- Tiller F.M., Weber W., Davies O., 1981, Clogging phenomena in the filtration of liquefied coal, *Chemical engineering progress*, 77, pp. 61-68.
- Tosun I., Willis M.S., 1983, Drag stress – pressure drop relationship in filtration, *Chemical Engineering Science*, 38, 3, pp. 485-487.
- Tosun, I., Yetis U., Willis M.S., Chase G.G., 1993, Specific cake resistance : myth or reality?, *Water science technology*, 28, 1, pp.91-101
- Valiantzas J.D., Londra P.A., 2008, Direct determination of the Brooks-Corey hydraulic functions by fitting an extended power function to the outflow method data, *Journal of Hydrology*, In Press, Corrected Proof, Available online 11 September 2008
- Valleroy V., Maloney J.O., 1960, Comparison of the Specific Resistances of Cakes Formed in Filters and Centrifuges, *AIChE J.*, 6, 382.
- Van Genuchten, Mr. Th., 1980. A closed-form equation for the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 44, 892-898.

- Wakeman R.J., 1976, Vacuum Dewatering and Residual Saturation of Incompressible Filter Cakes, *International Journal of Mineral Processing*, 3, pp 193-206.
- Wakeman R.J., 1981, Thickening and filtration : a review and evaluation of recent research, *Transaction of the Institution of chemical Engineers*, 59, pp. 147-160.
- Wakeman R.J., Rushton A., 1977, Dewatering properties of particulate beds, *J. Powder Bulk Solids Techol.*, 1, 64-69.
- Wakeman R.J., Vince A., 1983, A Preliminary Investigation of Gravity Drainage from Particulate Beds, *Proceedings International Symposium on Advances in Solid/Liquid Separation*, Society of Chemical Industry, London, 1983, pp 100-110.
- Wakeman R.J., Vince A., 1986, Engineering Model for the Kinetics of Drainage for Centrifuge Cakes, *Chem. Eng. Res. Des.*, 64(2), pp. 104-108.
- Wakeman R.J., Tarleton E.S., 1991, An experimental study of electroacoustic crossflow microfiltration, *Transaction of the Institution of chemical Engineers*, 69, pp. 386-397.
- Wakeman R.J., Tarleton E.S., 1999, *Filtration. Equipment selection modeling and process simulation*, Elsevier Editions.
- Wakeman R.J., Tarleton E.S., 2005, *Solid/Liquid Separation : Principle of Industrial Filtration*, Elsevier, Oxford
- Wakeman R.J., 2006, The influence of particle properties on filtration, 2nd European Conference of Filtration and Separation, Compiègne.
- Weber K., Stahl W., 2002, Improvement of filtration kinetics by pressure electrofiltration, *Separation and purification technology*, 26, pp. 69-80.
- Willis M.S., Shen M., Gray K.J., 1974, Investigation of the fundamental Assumptions relating compression-permeability data with filtration, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 52, pp. 331-337.
- Willis M.S., Tosun I., 1980, A rigorous cake filtration theory, *Chemical engineering science*, 35, pp. 2427-2438.
- Willis M.S., Collins R.M., Bridges W.G., 1983, Complete analysis of non-parabolic filtration behavior, *Chemical Engineering Research and Design*, 61, pp. 96-109.
- Whitaker S. 1986a, Flow in porous media I : A theoretical derivation of Darcy's law, *Transport in porous media*, 1, 3-25.
- Whitaker S. 1986b, Flow in porous media II : The governing equations for immiscible two-phase flow, *Transport in porous media*, 1, 105-125.
- Yim S.S., Kwon Y.D., Kim H.I., 2001, Effect of pore size, suspension concentration, and pre-sedimentation on the measurement of filter medium resistance in cake filtration, *Korean Journal of Chemical Engineering*, 18, 5, pp. 741-749.
- Zeitsch K., 1978, Theory of Centrifugal Drainage, *Int. Symp. of Liquid/Solid Separation*, Antwerp, p.89-107

