Nancy-Université
Université Henri Poincaré

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

Toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

➢ Contact SCD Nancy 1 : theses.sciences@scd.uhp-nancy.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

Université Henri Poincaré
Faculté des Sciences et Techniques
U.F.R. Sciences et Techniques de la Matière et des Procédés
École doctorale EMMA

Nancy-Université
Université Henri Poincaré

LES CAPTEURS A ONDES ELASTIQUES DE SURFACE. APPLICATIONS POUR LA MESURE DES BASSES PRESSIONS ET DES HAUTES TEMPERATURES.

Thèse présentée et soutenue publiquement le 10 Décembre 2007
pour l'obtention du

DOCTORAT EN PHYSIQUE DES MICROSYSTEMES

de l'Université Henri Poincaré, Nancy
(Spécialité : Plasmas, Optique, Electronique et Microsystèmes)

par

Pascal NICOLAY

Rapporteurs:

M. S. Ballandras, Directeur de Recherches au CNRS, Besançon
M. S. Zhgoon, Professeur au Power Engineering Institute, Moscou

Examinateurs:

M. P. Bergonzo, Ing.-Chercheur au CEA-Saclay (HdR), Gif-sur-Yvette
M. O. Elmazria, Professeur à l'Université Henri Poincaré (UHP), Nancy
M. H. Kambara, Ingénieur de Recherche (PhD), ALCATEL-ADIXEN, Annecy
M. D. Rebière, Professeur à l'Université de Bordeaux 1, Bordeaux
M. F. Sarry, Maître de Conférences à l'UHP (HdR), Nancy

Invités :

M. P. Alnot, Professeur à l'Université Henri Poincaré (UHP), Nancy
M. J.-M. Doerler, P-DG de la société Doerler Mesures, Vandoeuvre

Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés et Applications - UMR CNRS 7040
Faculté des Sciences et Techniques, Université Henri Poincaré, BP 239 – 54506 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex

A mes parents, Christiane et Jean-Marcel,

Remerciements

Les travaux présentés dans ce document sont le fruit d'un effort collectif de recherche et développement, mené depuis trois ans par une équipe de chercheurs, d'ingénieurs et de techniciens, universitaires comme industriels.

Je dois à l'ensemble de ces personnes d'avoir pu à la fois apporter 'ma petite pierre à l'édifice' et assouvir enfin ma passion dévorante pour les sciences.

Je dois également à l'ensemble du personnel du LPMIA, de l'université Henri Poincaré et de la société DOERLER Mesures d'avoir pu travailler dans une ambiance extrêmement positive et amicale, propice au travail et source d'une grande motivation.

Parmi tous ces collègues, collaborateurs et amis qui m'ont épaulé durant ma thèse, j'aimerais remercier plus particulièrement :

– MM. Dominique Mulot, Jean-Georges Mussot, Jean-François Pautex et Jean-Luc Briançon, pour leur appui technique (atelier mécanique, électronique et informatique),

– M. Nicolas Marché, Mlle Sabrina Perrault et M. Anthony Fournier, mes stagiaires de l'école de l'air, pour la qualité de leurs travaux, leur implication et leur sympathie,

– Mlle. Félicidade Moreira, MM. Thierry Aubert, Denis Beyssen et Philippe Kirsch, mes 'collègues-doctorants', pour leur collaboration active et tous les bons moments passés,

– Mme. Catherine Roch, responsable de la cellule de valorisation de l'université, pour ses nombreux conseils, sa patience et tous ses efforts,

– MM. Badreddine Assouar, Didier Rouxel, Mohammed Belmahi, Stéphane Heuraux et Jamal Bougdira, tant pour leur disponibilité que pour leur aide scientifique, technique et morale,

– MM. Sergeï Zhgoon et Sylvain Ballandras, mes deux rapporteurs de thèse, pour leur considération et leurs conseils,

– MM. Philipe Bergonzo et Dominique Rebière, pour m'avoir fait l'honneur d'être

membre de mon jury de thèse,

– Mme Anne Jonquières, MM. Denis Grandclaude, Alfred Binder, Rene Fachberger, Enrique Espinosa et Emmanuel Wenger, chercheurs extérieurs au LPMIA, pour leur bienveillance, leur ouverture d'esprit et toutes les discussions passionnantes qui furent les nôtres,

– MM. Hisanori Kambara, Roland Bernard, Fabrice Tondo, Jacque Beltz et Thierry Doerler, nos partenaires industriels, pour leur aide financière et intellectuelle, mais également (et surtout !) pour leur grande sympathie et leur confiance toujours renouvellée.

Je tiens à remercier plus vivement encore MM. Laurent Bouvot, Laurent Le Brizoual et Frédéric Sarry, pour leur disponibilité et leur aide précieuse tout au long de ma thèse, et ce dans tous les domaines abordés.

Enfin, j'aimerais témoigner de ma profonde reconnaissance envers M. Omar Elmazria, qui fût pour moi un directeur de thèse exceptionnel, M. Jean-Marie Doerler et M. Patrick Alnot. Rien de tout ceci n'aurait été possible sans eux et je leur dois sans nul doute d'avoir pu vivre dans de si bonnes conditions cette splendide aventure humaine que fût pour moi l'accomplissement d'une thèse de doctorat au sein du Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés et Applications de l'Université de Nancy, France.

Quand Laplace eut publié sa Mécanique Céleste, l'empereur Napoléon le fit venir. L'empereur était furieux.

Comment, s'écria-t-il en apercevant Laplace, vous faites tout le système du monde, vous donnez les lois de toute la création et dans tout votre livre vous ne parlez pas une seule fois de l'existence de Dieu !

Sire, répondit Laplace, je n'ai pas eu besoin de cette hypothèse.

Victor Hugo, Choses vues, 1887

Table des matières

Introduction **2**

1 Historique **3**
1.1 Les origines : de 1963 à 1969 3
1.2 Un développement fulgurant : de 1970 à 1985 13
1.3 Une période de maturation : de 1985 à nos jours... 19
1.4 Les SAW aujourd'hui : état de l'art 23
1.5 Les capteurs SAW 26
1.5.1 Principe(s) de fonctionnement 26
1.5.2 Avantages concurrentiels et premières applications commercialisées 31
1.6 Autres applications des dispositifs SAW 33

2 Les ondes élastiques de surface **37**
2.1 Les principaux types d'ondes élastiques 38
2.2 Modélisation et résolution numérique dans le cas non-piézoélectrique . . 41
2.2.1 Ondes planes progressives en milieu anisotrope 41
2.2.2 Ondes de surface en milieu anisotrope 59
2.3 Modélisation et résolution numérique dans le cas piézoélectrique 65
2.3.1 Qu'est-ce que la piézoelectricité ? 65
2.3.2 Ondes planes dans un cristal piézoélectrique 68
2.3.3 Ondes de surface en milieu piézoélectrique 72
2.3.4 Ondes de surface dans une structure bicouche piézoélectrique . . 74

3 Sensibilité aux perturbations **79**
3.1 Modélisation de l'effet de la température 79
3.2 Modélisation de l'effet d'une déformation mécanique 83

4 Capteur SAW de pression **95**
4.1 Contexte de l'étude 95
4.2 Les capteurs de pression : généralités 95
4.3 Les capteurs SAW à membrane déformable 99
4.3.1 Etat de l'art 99
4.3.2 Modélisation 102
4.3.3 Niveau de performances limite 105
4.4 Le capteur SAW 'Pirani' 111
4.4.1 Modèle théorique 112
4.4.2 Résultats expérimentaux 129

4.4.3 Le SAW-Pirani, capteur 'intelligent' ? 140
4.5 Perspectives 141

5 Capteur SAW de température **143**
5.1 En guise d'introduction 143
5.2 Les capteurs de température : généralités 144
5.3 Un capteur SAW pour les très hautes températures 147
5.3.1 Contexte de l'étude 147
5.3.2 Etude des matériaux de base pour la fabrication du capteur 148
5.3.3 Calcul du TCD pour les structures SAW bicouche. Adaptation pour les hautes températures. 154
5.4 Conclusion et perspectives 167

Conclusion générale **170**

Introduction

Les capteurs à ondes élastiques de surface, ou 'capteurs SAW' d'après leur acronyme anglais 'Surface Acoustic Wave Devices', sont un domaine de recherches en plein essor. Du fait de leurs propriétés de résistance en milieu extrême conjuguées avec une grande sensibilité, une petite taille et la possibilité d'être interrogés à distance sans électronique embarquée (capteurs passifs), les dispositifs SAW semblent en effet promis à un brillant avenir dans le domaine de la métrologie.

Le présent rapport expose certains résultats des travaux conduits depuis trois ans au sein de la société vandopérienne DOERLER Mesures et de l'équipe Micro et Nano Systèmes du Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés et Applications (LPMIA) de l'Université Henri Poincaré, à Nancy. Ces travaux se sont inscrits dans le cadre d'un projet de développement de capteurs SAW pour la mesure des basses pressions et des hautes températures. Ces résultats sont le fruit d'un travail d'équipe réalisé dans le cadre d'un contrat CIFRE porté par l'auteur et co-financé par la société DOERLER Mesures.

Le rapport est divisé en cinq parties. L'objectif du premier chapitre est d'apporter au lecteur non-spécialiste les connaissances de base nécessaires pour une bonne compréhension des travaux présentés ensuite. Puisque l'approche historique est souvent la meilleure pour bien appréhender l'état de l'art d'une technologie déjà mature, nous avons choisi d'aborder la technologie SAW de ce point de vue, en tâchant de bien mettre en exergue les innovations majeures qui ont jalonné l'histoire des dispositifs SAW et ont progressivement conduit à la mise au point des capteurs étudiés aujourd'hui. Le second et le troisième chapitre poursuivent un but similaire. Notre objectif est d'y présenter avec minutie et simplicité les différents concepts scientifiques de base des dispositifs SAW ainsi que les outils de modélisation numérique qui en découlent. Ces deux chapitres visent à donner au lecteur de bons 'outils' pour aborder dans les meilleures conditions les deux principaux chapitres suivants. Les chapitres 2 et 3 ont par ailleurs fait l'objet d'un effort important de vulgarisation. Bien qu'une telle démarche puisse paraître surprenante dans le cadre d'un rapport de thèse, elle nous est apparu utile compte tenu de la difficulté que représente, pour tout doctorant débutant dans le sujet, l'abord des concepts physiques et mathématiques qui sous-tendent la physique des ondes de surface et leur perturbation. L'objectif de ces deux chapitres d'introduction à la physique des ondes acoustiques et aux méthodes pour leur modélisation est également de capitaliser les efforts consentis par l'auteur durant les 18 premiers mois de sa thèse pour (re)développer de zéro tous les outils numériques utilisés dans le cadre du projet, afin de permettre aux doctorants qui prendront sa suite d'économiser ce temps précieux.

A l'issue des trois chapitres de préparation, le lecteur pourra entrer dans le vif du sujet, avec un chapitre 4 consacré intégralement aux développements à la fois expérimentaux et théoriques réalisés autour d'un concept innovant de capteur SAW pour la mesure des basses pressions. Ces travaux ont donné lieu à un dépôt de brevet, et ont été co-financés par la société ALCATEL-ADIXEN. Le cinquième chapitre, quant à lui, est consacré aux développements récents effectués dans le domaine des capteurs SAW à structure bicouche pour la mesure à très haute température. Ces travaux s'inscrivent également dans le cadre d'un contrat industriel, passé cette fois avec la société ARCELOR Research. Seront notamment présentés, dans ce dernier chapitre, une étude comparative des propriétés de différents substrats piézoélectriques pour une application à très haute température, une étude comparative pour la sélection des bonnes constantes du premier ordre en température pour les couches minces de nitrure d'aluminium et une étude de l'effet des contraintes mécaniques engendrées dans une structure bicouche par la dilatation différentielle des matériaux. Le cinquième chapitre se conclura sur une présentation succincte des travaux à venir.

Chapitre 1

Histoire et état de l'art des dispositifs et capteurs SAW

Les dispositifs à ondes élastiques de surface, le plus souvent dénommés d'après leur acronyme anglais Surface Acoustic Wave (SAW) devices, sont le fruit de plus de quarante années de recherche et développement. Les dispositifs SAW sont aujourd'hui utilisés dans de très nombreux domaines. On les retrouve dans les téléviseurs et les magnétoscopes ainsi que dans la plupart des systèmes de communication. Ils sont notamment l'un des éléments clés de la téléphonie mobile. Fabriqués à plusieurs milliards d'exemplaires par an, les dispositifs SAW représentent un marché considérable et sont le coeur d'activité de nombreuses entreprises.

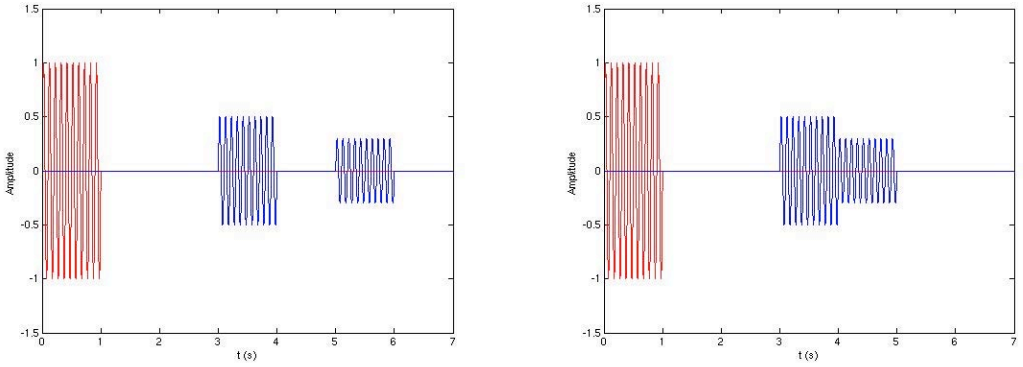
Les recherches conduites au LPMIA dans le domaine des capteurs SAW s'inscrivent dans la continuité de ces travaux. Afin de permettre au lecteur non-spécialiste d'appréhender dans les meilleures conditions les chapitres IV et V du présent document, chapitres consacrés aux résultats obtenus dans le domaine des capteurs SAW de basse pression et de haute température, nous avons choisi de présenter la technologie SAW d'un point de vue historique, passionnant et riche d'enseignements. La première partie du chapitre sera consacrée à la naissance et au développement de la technologie SAW. Elle s'achèvera sur un état de l'art. Dans une seconde partie, les principes fondamentaux des capteurs SAW seront présentés. Le chapitre se concluera sur un bref exposé des autres applications potentielles ou avérées des dispositifs SAW.

1.1 Les origines : de 1963 à 1969

L'origine des dispositifs SAW remonte à la seconde guerre mondiale et plus particulièrement aux travaux réalisés dans le domaine des radars. Il s'agissait alors de trouver un moyen d'améliorer leur résolution spatiale, en se basant sur les travaux théoriques de Klauder *et al.* [1]. De façon très simplifiée, l'idée de base de ces travaux consistait à utiliser un signal de fréquence variable pour pouvoir discerner deux échos retours malgré leur recouvrement partiel dû à une trop grande proximité des cibles réfléchissantes.

En effet, lorsque la distance entre deux cibles est inférieure à la moitié de la longueur

de l'impulsion radar, les signaux réfléchis se recouvrent partiellement (voir fig. 1.1). Dans le cas où l'impulsion est un signal sinusoïdal de fréquence constante, la résolution spatiale vaut donc cT/2, où T est la durée de l'impulsion et c la célérité de l'onde.



(a) (b)

FIG. 1.1 – Une impulsion simple (en rouge) de fréquence 10 Hertz, d'amplitude 1 et de durée 1 seconde génère deux échos atténués (en bleu). Dans le premier cas (a), les cibles sont écartées et les échos sont distinguables. Dans le second cas (b), les cibles sont trop proches et les échos sont confondus [2].

Par contre, dans le cas où l'impulsion est un signal sinusoïdal de fréquence variable (un 'chirp'), il devient possible de discerner les signaux même lorsque ceux-ci se recouvrent partiellement (voir fig. 1.2). En effet, les fréquences des deux signaux dans la zone de recouvrement sont différentes et cette information supplémentaire permet, moyennant la mise en place d'une solution de filtrage adaptée, de séparer les deux échos.

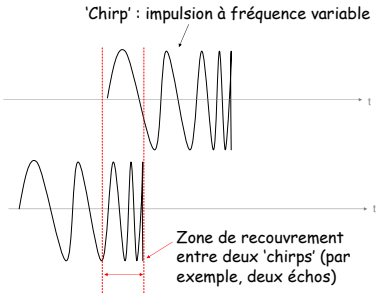


FIG. 1.2 – Impulsion 'chirp' et recouvrement d'échos.

La solution de filtrage adaptée la plus adéquate pour séparer les 'chirps' qui se chevauchent et maximiser le pouvoir de résolution spatiale d'un radar est la compression d'impulsion. Cette opération peut être réalisée en injectant le signal dans un système dispersif, c'est à dire un élément dans lequel le temps de parcours des hautes fréquences est

différent de celui des basses fréquences. Par exemple, si le temps de parcours des hautes fréquences est plus long que celui des basses fréquences, on peut réaliser la compression d'impulsion comme schématisée sur la figure (1.3).

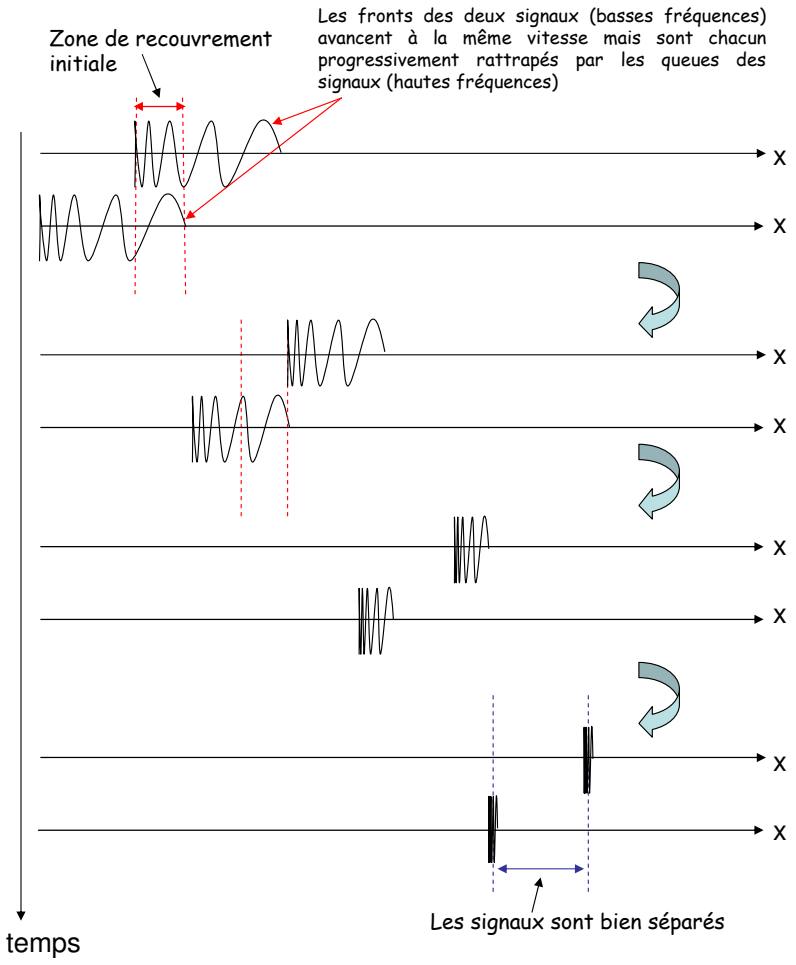
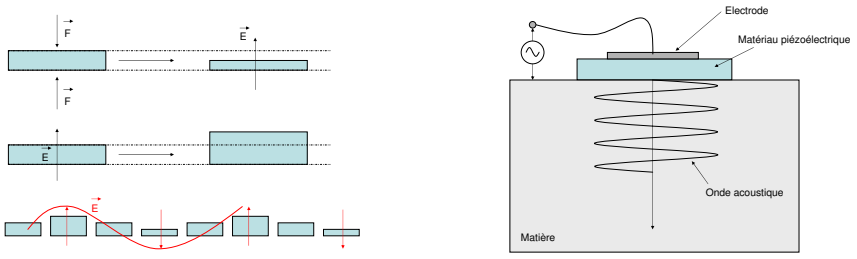


FIG. 1.3 – Principe de la compression d'impulsion.

Le concept présenté ci-dessus était bien connu dès le début des années 60. Il ne manquait plus alors qu'une solution technologique pour le mettre en oeuvre. Compte tenu de la longueur du signal d'interrogation (plusieurs dizaines de microsecondes), la difficulté principale à surmonter concernait la mise au point d'une ligne de transmission capable de fortement retarder un signal sans employer de solutions classiques comme les filtres L-C ou des câbles de longueur donnée. Ces deux solutions sont en effet complètement

inadaptées dans notre cas, car elles sont beaucoup trop encombrantes. Pour obtenir un retard d'une microseconde à l'aide d'un fil conducteur, celui-ci doit, par exemple, mesurer près de 300 mètres !

Comme souvent dans le processus d'innovation technologique, la solution est venue d'un autre champ scientifique et technique. Ce champ est celui de l'analyse ultrasonore des matériaux. A cette époque, cette technologie était déjà bien maîtrisée et plusieurs méthodes éprouvées existaient pour générer des ondes acoustiques dans différents milieux. Ces méthodes faisaient essentiellement usage du phénomène de piézoélectricité, découvert en 1880 par les frères Curie. La piézoélectricité est la capacité naturelle de certains cristaux et matériaux céramiques à générer une tension électrique en réponse à une contrainte mécanique, ou une déformation en réponse à l'application d'un champ électrique (effet piézoélectrique inverse). L'application d'un champ électrique oscillant sur une lame piézoélectrique permet d'exploiter cette propriété pour faire vibrer la lame. Il devient alors possible de générer des ondes mécaniques au sein d'un matériau donné en plaquant la lame vibrante sur la surface du matériau (voir fig. 1.4). La première application technologique de la piézoélectricité, le sonar, a été développée durant la première guerre mondiale, et doit beaucoup aux travaux du physicien français Paul Langevin.



(a) (b)

FIG. 1.4 – (a) Principe de base de la piézoélectricité. (b) Génération d'ondes sonores dans un matériau grâce à la piézoélectricité.

La génération d'ondes acoustiques de surface pouvait être obtenue à l'aide d'un élément piézoélectrique de forme prismatique, équipé sur sa face inclinée d'une ou plusieurs électrodes (voir fig. 1.5). Le prisme était orienté de sorte que la composante horizontale de la vitesse des ondes de volume créées dans le prisme soit égale à la vitesse des ondes de surface du matériau sous-jacent. Grâce à cette égalité, un couplage se crée entre les deux modes et des ondes de surface sont générées par les ondes de volume. Une seconde technique consistait à utiliser un 'peigne' d'électrodes directement plaqué sur la surface considérée [6]. Les premières ondes de surface étudiées étaient du type 'Rayleigh', du nom de leur découvreur, Lord Rayleigh, en 1885 [7, 8]. Les ondes de Rayleigh sont des vagues qui se propagent à la surface d'un matériau solide ou liquide. Leur découverte a permis d'expliquer l'origine des ondes les plus lentes observées lors des tremblements de terre, ondes dévastatrices pour les structures car elles concentrent la plus grande partie de

leur énergie près de la surface.

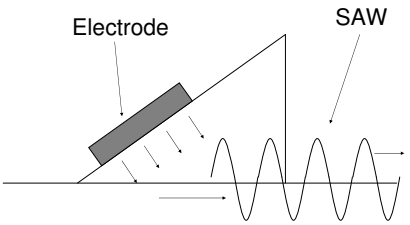


FIG. 1.5 – Principe de génération d'ondes de surface à l'aide d'ondes de volume.

La propriété de ligne à retard des dispositifs d'analyse ultrasonore était connue, car implicite à la technologie : la localisation de fissures nécessite de mesurer le temps de parcours des signaux réfléchis par d'éventuels défauts de surface. L'exploitation de cette technologie a dès lors permis d'apporter une solution concrète, simple et très peu encombrante au problème technologique des forts retards décrit plus haut. Puisque la vitesse acoustique dans un matériau solide est typiquement 10^5 fois plus faible que la vitesse d'une impulsion électromagnétique, il devient en effet possible de retarder des signaux de plusieurs microsecondes à l'aide d'un volume de matière très petit. Par exemple, pour retarder un signal d'une microseconde à l'aide d'un matériau possédant une vitesse acoustique de 5000 m/s, une longueur de 5 mm suffit ! Il ne restait plus alors qu'à trouver le moyen de rendre l'un des dispositifs dispersif, c'est à dire de le rendre capable de retarder différemment les hautes et les basses fréquences, pour réaliser concrètement la solution de filtrage attendue.

Une solution très élégante a été proposée et brevetée par Mortley en 1962 [3], avant d'être publiée en 1965 [4]. Cette solution utilise un matériau piézoélectrique sur lequel sont déposées des électrodes métalliques. Une géométrie astucieuse est proposée pour rendre le système dispersif tout en utilisant des ondes de volume non-dispersives : les électrodes sont déposées avec un espacement croissant sur les deux surfaces inclinées d'un prisme de quartz (voir fig. 1.6). A haute fréquence, les ondes acoustiques sont générées préférentiellement au niveau des électrodes les plus rapprochées tandis que les basses fréquences le sont au niveau des électrodes les plus espacées. Le chemin acoustique horizontal parcouru par les ondes à hautes fréquences est donc plus petit que celui parcouru par les ondes à basse fréquence. D'où le caractère dispersif recherché ici pour l'expansion ou la compression d'un signal.

Bien que très élégante, cette solution est difficile à réaliser en pratique. De surcroît, les ondes de volume se propagent dans toutes les directions, ce qui complexifie le comportement du dispositif. Une solution a été proposée et brevetée par Rowen en 1963, sous la forme d'une version plane du dispositif précédent, fonctionnant avec des ondes acoustiques de surface au lieu des ondes acoustiques de volume [5] (voir fig. 1.7).

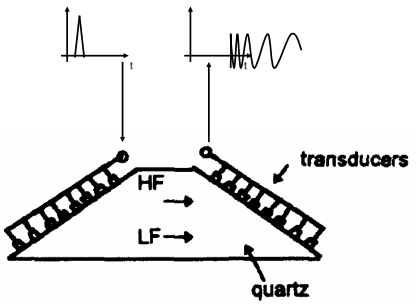


FIG. 1.6 – Ligne à retard dispersive pour l'expansion et la compression d'impulsions (Mortley *et al.*, 1965)

Remarquons ici que les solutions présentées dans le brevet de Rowen concernent la génération d'ondes en surface de matériaux piézo comme non-piézoélectriques. Remarquons également que l'espacement entre les électrodes déposées en surface est toujours variable, l'objectif étant à chaque fois de réaliser une ligne à retard dispersive. Enfin, notons qu'il s'agit là de générer des ondes par contact mécanique entre électrodes et matériau piézoélectrique. Les électrodes sont plaquées (et non déposées) sur la surface du matériau.

Les travaux de Rowen et Mortley constituent les premières publications sur les systèmes à ondes acoustiques de surface (SAW) planaires. La mise au point de ces dispositifs fut une avancée conceptuelle considérable. Ils sont en effet plus simples à modéliser car les ondes ne se propagent que dans une seule direction, et ils sont beaucoup plus simples à réaliser puisqu'il est possible d'utiliser les procédés classiques de la microélectronique pour leur fabrication (notamment le procédé de photolithographie).

La première réalisation expérimentale de dispositifs SAW planaires date de 1965. Elle est l'oeuvre de White et Voltmer [9]. Leur dispositif fait usage d'électrodes interdigitées en aluminium déposées à la surface d'un susbstrat de quartz. Ces électrodes servent à générer et recevoir les ondes qui se propagent à la surface du matériau piézoélectrique (voir fig. 1.8 et 1.9). Les électrodes interdigitées sont immédiatement devenues l'un des éléments clés des dispositifs SAW et sont le plus souvent dénommées d'après leur acronyme anglais IDT(s) pour Inter Digital Transducer(s).

Remarquons que les premiers dispositifs réalisés par White et Voltmer font usage d'IDT(s) à période constante. Les lignes à retard ainsi constituées ne sont donc pas dispersives mais constituent des filtres passe-bande de fréquence centrale f=V/λ, où V est la vitesse acoustique des ondes et λ l'espacement entre paires de doigts successives ($\lambda = p$ sur la figure 1.9). La propriété de filtrage passe-bande peut être expliquée simplement en étudiant la réponse impulsionnelle du système. Comme indiquée sur la figure 1.10, la réponse impulsionnelle du dispositif SAW est une fonction triangle (courbe rouge). Or, la réponse fréquentielle d'un dispositif n'est autre que la transformée de Fourier de sa réponse impulsionnelle. Dans notre cas, la réponse fréquentielle est donc de la forme

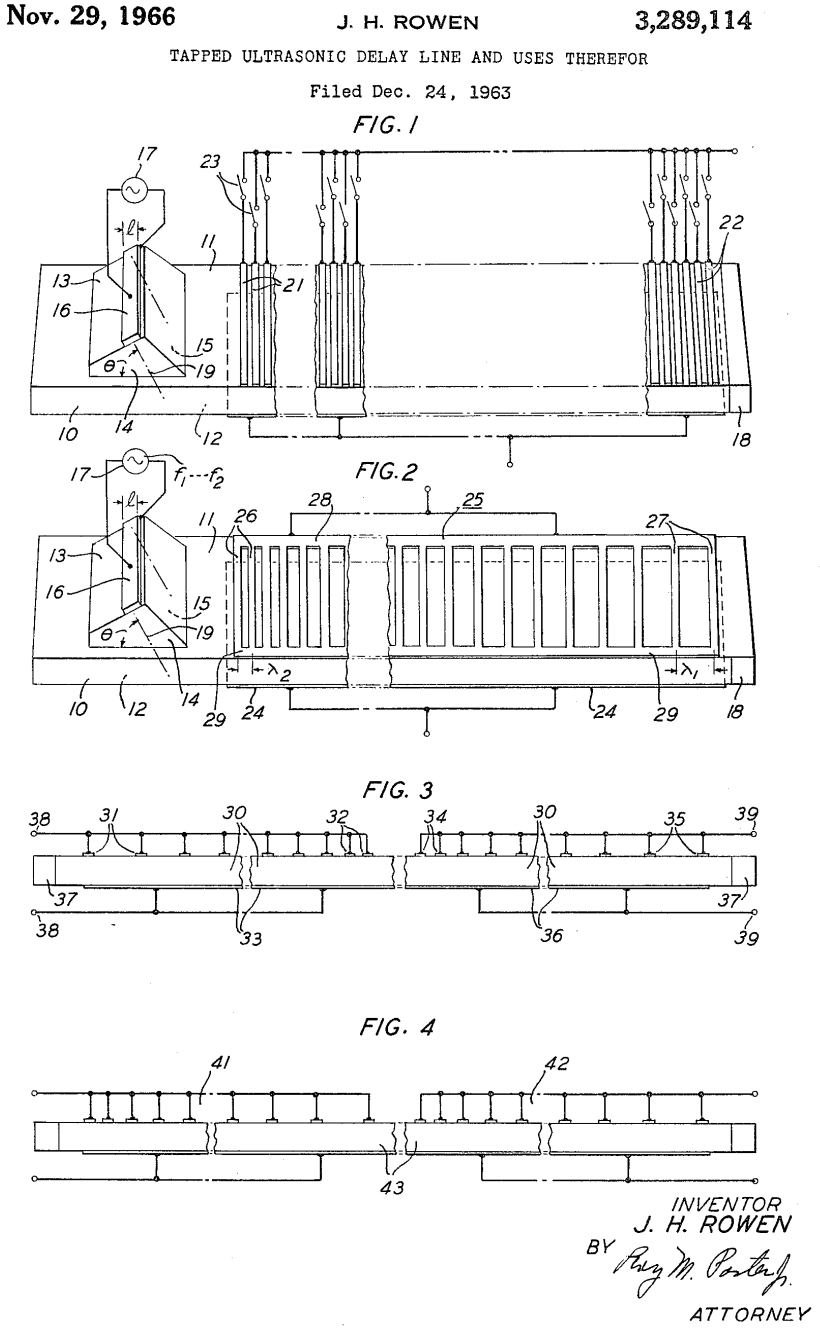


FIG. 1.7 – Extrait du Brevet US3289114, Rowen, 1963

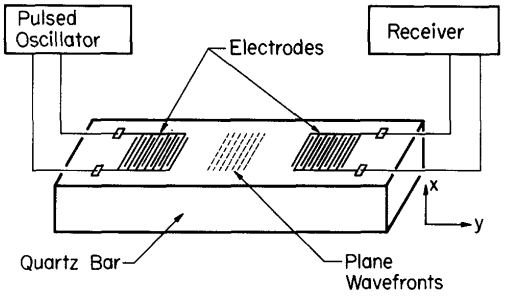


Fig. 1a. Arrangement for surface wave transduction by electrodes on crystalline quartz bar.

FIG. 1.8 – Principe de fonctionnement du système SAW de White et Voltmer, 1965. Extrait de [9].

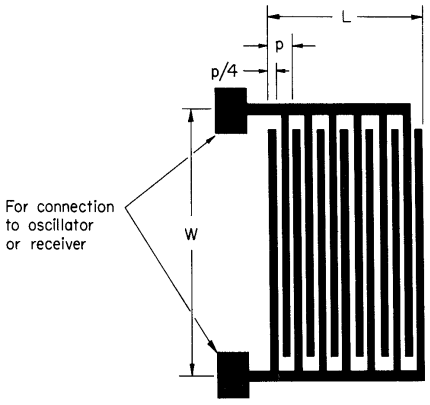
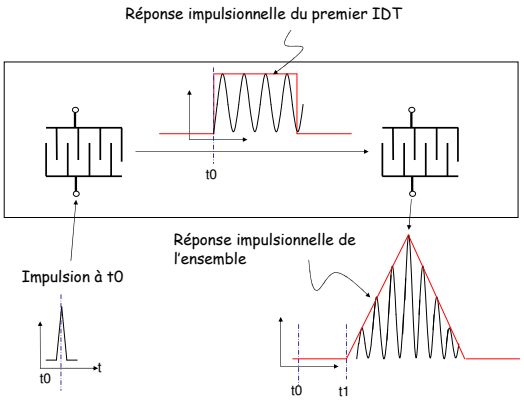


Fig. 1b. Electrode pattern used in (a) at 15 and 45 mc. Approximate dimensions in inches: $p = 0.008$; $W = 0.095$; $L = 0.079$.

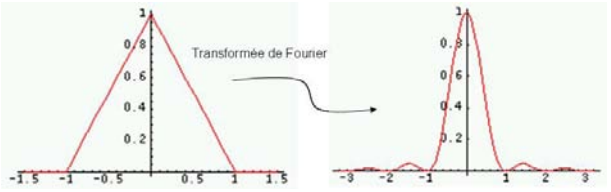
FIG. 1.9 – Electrodes Interdigitées (IDT) de White et Voltmer, 1965. Extrait de [9].

$(\frac{sin(x)}{x})^2$, la 'bande-passante' étant définie par le lobe principal de cette réponse.

Peu après, en 1969, Tancrell *et al.* ont réalisé et publié les premiers résultats obtenus avec une ligne à retard SAW dispersive [10]. Le dispositif fabriqué utilisait un substrat de niobate de lithium ($LiNbO_3$), sa fréquence centrale était de 60 MHz et sa bande passante de 20 MHz. Le dispositif permettait de générer une dispersion temporelle de près de 1 μsec. Tancrell *et al.* ont également suggéré que le taux de recouvrement entre électrodes puisse varier d'une extrémité à l'autre d'un IDT, afin de pouvoir pondérer l'influence de chaque paire de doigts sur le signal émis et/ou reçu et modeler ainsi à façon la réponse impulsionnelle d'un IDT (c'est à dire le signal émis au cours du temps après une excitation ponctuelle, à la manière du son émis par une cloche percutée par un caillou). La réponse fréquentielle d'un filtre étant directement reliée à sa réponse impulsionnelle (par transformée de Fourier), la pondération des électrodes devait *in fine* permettre de modeler à façon la bande-passante d'un filtre SAW. Cette technique fut plus tard dénommée 'apodisation'. Elle est aujourd'hui l'un des outils fondamentaux pour le design des dispositifs SAW.



(a)



(b)

FIG. 1.10 – (a) Réponse impulsionnelle du dispositif SAW de White et Voltmer. (b) Transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle du dispositif (i.e. : réponse fréquentielle du dispositif)

Hartemann et Dieulesaint ont été les premiers à utiliser cette technique pour améliorer les performances des dispositifs SAW utilisés pour la compression d'impulsions radar. L'emploi d'IDT(s) correctement 'apodisées' permet en effet de réduire l'amplitude des lobes voisins du pic central, générés eux-aussi par la recombinaison des différentes fréquences du 'chirp' d'interrogation mais qui ne correspondent à aucune cible réelle [11]. Ces travaux ont été d'une importance cruciale pour le développement de la technologie radar.

Comme expliqué dans l'excellent article de Morgan [6] sur l'histoire des systèmes SAW, les développements décrits ci-dessus sont à l'origine de tous les dispositifs SAW contemporains. La plupart des éléments de base de la technologie SAW étaient identifiés et maîtrisés dès 1969, ce qui en a immédiatement permis l'essor industriel :

– des substrats piézoélectriques bien adaptés aux besoins des dispositifs SAW, le quartz et le niobate de lithium, étaient disponibles et bien connus. Tous deux avaient d'ores et déjà été beaucoup utilisés dans le domaine des ondes de volume et leur procédé de fabrication était bien maîtrisé.

– les IDT(s) avaient fait la preuve de leur grande efficacité et les techniques pour leur fabrication étaient bien établies (photolithographie). Leur comportement restait

encore largement incompris, en raison notamment des phénomènes d'interférence complexes générés par les réflexions multiples des ondes sur les doigts métalliques des IDT(s), mais des travaux fondamentaux avaient déjà été menés [16, 17].

– bien que de nombreux concepts de modélisation restaient enore à découvrir et à investiguer, une théorie fondamentale des ondes élastiques de surface était d'ores et déjà développée et bien comprise [31].

– une méthode de simulation numérique des SAW avait été développée par Campbell et Jones et proposée pour la première fois en 1968. Cette méthode était fondée sur l'utilisation des constantes élastiques des matériaux, constantes précédemment déterminées par mesure sur matériau massif. Elle est toujours largement utilisée de nos jours. Campbell et Jones ont également montré que le coefficient de couplage électromécanique d'une onde de surface pouvait être déduit de la différence $V_0 - V_m$, où V_0 est la vitesse des SAW lorsque la surface est libre (sous vide) et V_m est la vitesse des SAW lorsque la surface est recouverte d'une couche métallique infiniment fine [15]. Cette couche métallique court-circuite les champs électriques tangentiels en surface mais n'a aucun effet mécanique. La formule de calcul (approché) du coefficient de couplage électromécanique, noté K^2, a été donnée en 1969 par Ingebrigtsen : $K^2 = 2(V_0 - V_m)/V_0$ [66]. Le coefficient K^2 est une grandeur fondamentale des dispositifs SAW qui permet de caractériser la capacité d'un matériau piézoélectrique à convertir l'énergie électrique en énergie acoustique de surface (et vice-versa).

De plus, de nombreux travaux avaient d'ores et déjà donné des résultats prometteurs dans plusieurs domaines distincts, le plus souvent liés aux problématiques 'micro-ondes'. En plus des lignes à retard, des recherches exploratoires avaient été menées dans le domaine des guides d'ondes miniatures, des micro émetteurs/récepteurs, de l'amplification des SAW à l'aide de semiconducteurs adjacents et de la réalisation d'oscillateurs SAW ([12]-[14], [39]). Ces recherches ont plus tard donné naissance à de grands courants de R&D spécifiques.

L'année 1969 peut donc être considérée comme une année charnière pour les dispositifs à ondes acoustiques de surface. A cette époque, les dispositifs SAW pouvaient déjà être considérés comme une technologie à part entière, avec son savoir-faire technique pour la fabrication des éléments, ses connaissances théoriques associées et ses premières applications. Les travaux conduits ultérieurement ont visé soit à améliorer les performances des systèmes SAW existants, soit à développer de nouvelles solutions pour de nouvelles applications.

La technologie SAW a immédiatement suscité un fort engouement, en raison notamment du niveau de performances élevé des premiers démonstrateurs et des nombreuses perspectives de développement aussitôt identifiées. Les premiers dispositifs doivent en grande partie leur succès aux propriétés intrinsèques des substrats utilisés, propriétés indispensables pour la réalisation de dispositifs SAW performants. Ces propriétés sont :

– un coefficient de couplage suffisant pour la génération d'ondes de Rayleigh intenses, dans de nombreuses coupes et directions de propagation,

– un faible niveau de diffraction, d'atténuation et de dispersion des ondes,

– une bonne stabilité en température,

– la faiblesse des effets non-linéaires,

– peu d'émission d'ondes de volume parasites et de faibles perturbations dues à la présence des IDT(s).

De surcroît, les dispositifs SAW ont bénéficié d'un heureux concours de circonstances. Ils ont pu, en effet, profiter pleinement des progrès réalisés dans le domaine de la photolithographie grâce aux besoins de l'industrie microélectronique, alors en plein essor. Rappelons, pour situer le contexte, que la société Intel a été fondée en 1968.

Ceci permet d'expliquer l'explosion du thème de recherches 'dispositifs SAW' ainsi que le développement rapide de la technologie SAW dès le début des années 70 (voir fig. 1.11). A compter de cette date, des sections complètes des 'IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques' lui ont régulièrement été consacrées ([12], [19]-[22]).

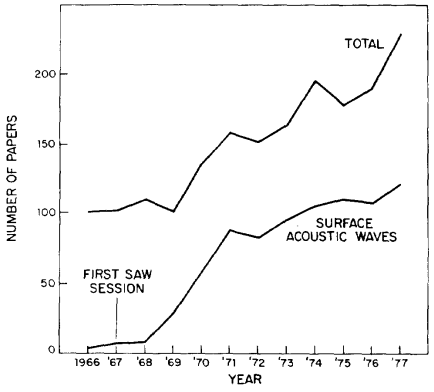


FIG. 1.11 – Nombre de publications sur les dispositifs SAW présentées chaque année au congrès international 'IEEE Ultrasonics' [18].

1.2 Un développement fulgurant : de 1970 à 1985

La période de 1970 à nos jours peut être scindée en deux grandes sous-parties. La première s'étend de 1970 à 1985, et la seconde de 1985 à nos jours. La période 1970-1985 correspond au développement et à l'expansion rapide de la technologie SAW. Les premières applications grand public y ont fait leur apparition (filtres TV IF). La seconde

période correspond plus au perfectionnement d'une technologie déjà mature, essentiellement tractée par les besoins d'une industrie émergente (celle de la téléphonie mobile) et soumise aux impératifs de réduction des coûts, de miniaturisation et d'amélioration des performances de cette dernière.

Durant la période 1970-1985, les efforts ont porté sur les matériaux, le design des IDT(s), l'analyse théorique et le développement de nouvelles applications. Parmi les travaux les plus significatifs, citons :

- la recherche extensive des matériaux, coupes et orientations cristallines répondant le mieux aux besoins des dispositifs SAW [26]. Les propriétés très intéressantes des coupes ST-X du quartz (insensibilité à la température autour de 25°C), Y-Z du $LiNbO_3$ (fort K^2 et diffraction minium), Y+128°-X du $LiNbO_3$ (fort K^2 et quasi-suppression des ondes de volume parasites) ont notamment été mises en évidence respectivement en 1970 [23, 25], 1971 [15, 24] et 1976 [32]. Une loi aujourd'hui bien connue reliant pertes de propagation et fréquence a également été découverte au début de cette période. Cette loi stipule que les pertes (en dB) sont dues à la viscosité du matériau (terme en f^2) et aux ondes de volume émises dans le milieu environnant (terme en f) [27]-[30]. Le premier terme est généralement dominant mais les pertes restent le plus souvent très faibles. Par exemple, dans le cas du $LiNbO_3$ Y-Z, le niveau de pertes est de 1 dB/μsec à 1GHz.

- la recherche des meilleurs matériaux pour les IDT(s), c'est à dire ceux perturbant le moins la propagation des ondes et permettant le meilleur couplage électromécanique entre les électrodes et le substrat. L'aluminium s'est rapidement imposé comme le meilleur candidat pour les applications visées à cette époque.

- l'optimisation du design des IDT(s) pour corriger les problèmes de réflexions multiples, de diffraction des ondes et de distorsion du signal. Des transducteurs à double électrode [64] ou encore à électrodes inclinées [33] ont notamment été proposés et réalisés. L'ajout d'électrodes inactives en regard des électrodes actives a été proposé pour l'homogénéisation des vitesses des ondes [41]. L'ajout de ces doigts inactifs permet aussi de corriger le phénomène de surgravure des électrodes. La géométrie MSC ('Multi Strip Coupler') a été développée pour diminuer l'effet des ondes de volume parasites [43]. De nouvelles géometries d'IDT(s) ont également été mises au point pour réaliser des filtres à faible perte. Ces filtres étaient jusque là difficiles à obtenir. En effet, dans le cas le plus simple d'une ligne à retard comportant un IDT émetteur et un IDT récepteur, l'énergie maximale est transmise lorsque les deux IDT(s) sont électriquement adaptés. Or, si l'IDT récepteur est adapté, il réémet une partie importante de l'énergie incidente vers l'IDT d'entrée, qui lui-même réémet une partie de cette énergie vers son point de départ (l'IDT récepteur). Les ondes réémises, qui ont alors parcouru trois fois la distance inter-IDT(s), peuvent y interférer avec le signal initial qui n'a parcouru qu'un aller simple, et dégrader ainsi les performances du dispositif. La seule possibilité pour corriger ce problème est de désadapter les IDT(s), au prix d'une sévère baisse de rendement. Une première solution à ce problème a consisté à utiliser des guides d'ondes et/ou à disposer les IDT(s)

de façon à ce que l'IDT récepteur recoive des ondes d'intensité identique des deux côtés. Dans ce cas, l'IDT ne réémet pas d'ondes s'il est électriquement adapté. La seconde solution a consisté à mettre au point des IDT(s) unidirectionnels, en faisant usage de taux de métallisation variables et/ou de réseaux réflecteurs additionnels pour créeer des interférences destructives dans un sens et constructives dans l'autre. Citons notamment les géométries SPUDT (Single Phase Unidirectional Transducer) [67] et DART (Distributed Array Reflexion Transducer) [68], proposées respectivement en 1982 et 1986. Brièvement, l'idée de base d'un SPUDT est d'utiliser les réflexions plutôt que de les supprimer, pour amplifier le signal transmis dans une direction et affaiblir du même coup celui transmis dans l'autre direction. Pour ce faire, un SPUDT utilise typiquement des cellules non-symétriques à trois doigts, pour séparer les centres de génération et de réflection de l'onde. Par exemple, en ajustant la position des électrodes et le taux de métallisation, il est possible de séparer ces deux centres d'une distance de $3\lambda/8$. Compte tenu du déphasage additionnel subi par une onde lors de sa réflexion sur un doigt en aluminium ($\lambda/4$), les ondes réfléchies et émises qui se propagent dans le sens de l'onde réflechie sont en phase (elles s'ajoutent) tandis que l'amplitude de l'onde progressant dans le sens opposé est affaiblie (voir fig. 1.12). La mise en cascade de nombreuses cellules permet alors d'obtenir une émission unidirectionnelle.

– la compréhension théorique du comportement des IDT(s) (impédance, réflexions multiples, diffraction etc...). Deux principaux modèles ont été développés, le modèle à fonctions δ et celui des réseaux équivalents [40, 65]. Le modèle à fonctions δ consiste à localiser une source ponctuelle sur chaque bord de chaque électrode. L'intensité des ondes émises par les sources est variable et dépend du recouvrement entre les doigts, ce qui permet de prendre en compte l'apodisation. La réponse de l'IDT est la somme des signaux émis par toutes les sources. Ce modèle est toujours utilisé aujourd'hui. Sa principale limitation concerne le calcul de l'impédance des IDT(s), nécessaire pour rendre compte des pertes d'insertion. Le modèle des réseaux équivalents, ajusté à l'aide de résultats expérimentaux, permet de résoudre ce problème. Bien que dénué de réalité physique, il considère tous les phénomènes présents : capacité, transduction, propagation, réflexion. Une autre avancée majeure a été l'introduction, dès 1969, de la permittivité effective de surface par Ingebrigtsen [66].

– le développement de dispositifs pour la compression d'impulsions radar. Les SAW ont fait de ce concept une réalité (grâce notamment au niveau de performances atteint et au fort degré de reproductibilité des systèmes) et ont ouvert la voie aux nombreux travaux de perfectionnement qui ont suivi. Parmi ceux-ci, citons le développement du RAC (Reflective Array Compressor) pour l'obtention de valeurs plus élevées du paramètre temps-bande passante ('time-bandwidth product') (voir fig. 1.13).

– le développement de filtres SAW passe-bande, suite aux premiers travaux de Hartemann et Dieulesaint [35]. Ces derniers ont en effet montré dès 1969 qu'il était possible d'utiliser l'apodisation d'IDT(s) à écart constant pour synthétiser des fonctions

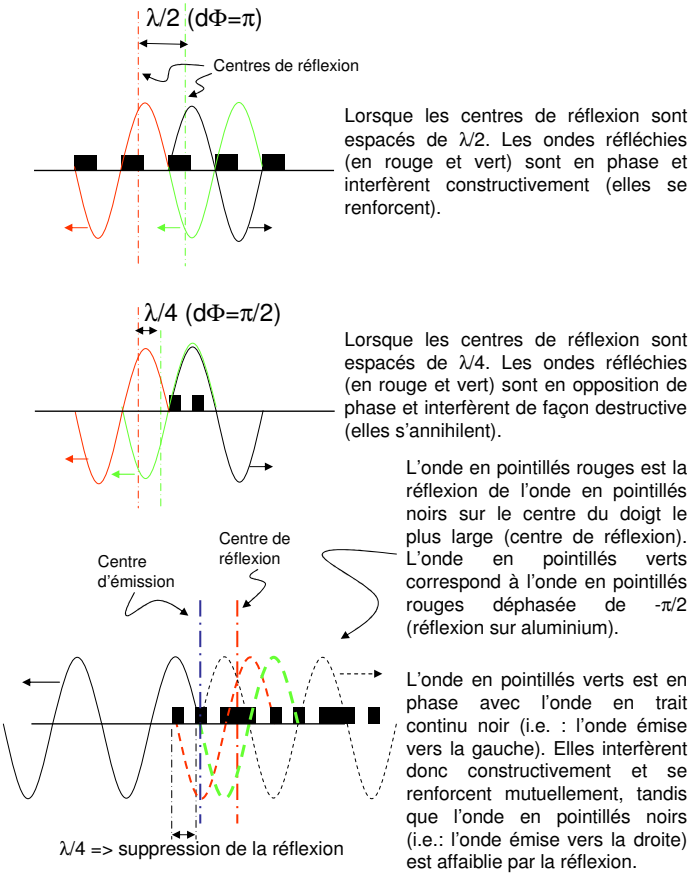


FIG. 1.12 – Principe de fonctionnement d'une cellule SPUDT.

de filtrage passe-bande sur mesure. Hartmann a également proposé, en 1973, la méthode dite de 'suppression d'électrodes', où l'apodisation est remplacée ou complétée par la suppression physique de certains doigts [44]. Parmi les filtres SAW réalisés dans la période 1970-1985, citons plus particulièrement les filtres IF (Fréquence Intermédiaire) pour la télévision, le premier exemple étant celui de Chauvin *et al.* [36] en 1971. Les filtres SAW ont pu s'imposer dans ce domaine face aux filtres L-C classiques grâce à leur petite taille et à l'absence de (pré)réglage/calibrage. Les substrats les plus utilisés pour la fabrication des filtres SAW étaient (et sont toujours) le $LiNbO_3$ Y+128°-X, le $LiTaO_3$ X-Y+112°, des céramiques piézoélectriques et des structures ZnO/verre [37, 38]. Les céramiques et le ZnO sur verre ont été mis au point pour réduire le coût de revient des filtres SAW TV-IF. Des méthodes de design des filtres, basées sur les travaux théoriques de modélisation des IDT(s) réalisés dans la première partie des années 70(s) ont également été élaborées [42].

– le développement de résonateurs SAW. L'idée était ici de créer une cavité résonante

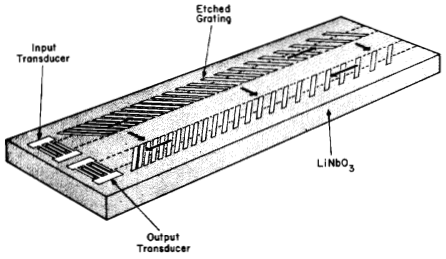


Fig. 1. Schematic diagram of the RAC. Propagation paths at different frequencies are indicated.

FIG. 1.13 – Reflecive Array Compressor [34]

autour des IDT(s) pour obtenir des dispositifs à bande-passante plus étroite [45] et permettre le développement d'oscillateurs SAW très précis. L'emploi de réseaux réflecteurs disposés de part et d'autre des IDT(s) a permis d'atteindre cet objectif [46]. Les réseaux réflecteurs pouvaient être des doigts métalliques, des sillons ou encore des électrodes enchâssées dans des sillons. La réflexion résulte de deux effets distincts : la rupture d'impédance acoustique lors du passage de l'onde sous un doigt et la réémission d'une onde en sens contraire suite à l'interaction électromécanique de l'onde incidente avec le doigt. Le premier effet est prépondérant dans le cas d'un faible K^2. Le second l'est dans le cas contraire d'un fort K^2. La réflexion maximale est atteinte pour un espacement entre les doigts de $\lambda/2$. De nombreux travaux théoriques sont venus étayer au fil des ans les efforts expérimentaux conduits dans le domaine des résonateurs SAW [47, 52]. L'utilisation d'ondes de type 'Leaky Wave' a également conduit à la mise au point d'une géométrie particulière dite 'synchrone'. Dans cette configuration, les électrodes sont la continuation du réseau réflecteur et constituent elles-mêmes une partie de ce réseau (voir fig. 1.14). Cette géométrie présente l'avantage d'éviter tout changement de périodicité entre les doigts. L'absence de 'trous', qui sont autant de sources préférentielles d'ondes 'Leaky', permet de minimiser les pertes et de conserver un facteur de qualité Q élevé. Notons que dans le cas des ondes de Rayleigh, il faut au contraire réaliser des résonateurs avec gap ou changement de périodicité [55]. Des résonateurs SAW présentant un facteur Q de 10^5 et une stabilité de 1 ppm/an ont pu être fabriqués [54]. Les résonateurs SAW sont toujours très employés de nos jours. Ils sont particulièrement bien adaptés pour fonctionner dans la bande [100-2000 MHz]. Notons cependant que les résonateurs SAW ne peuvent pas être employés comme filtres passe-bande, en raison justement de l'étroitesse de leur pic de résonance. La combinaison astucieuse de plusieurs résonateurs permet toutefois de lever cette difficulté et de réaliser des filtres à faible pertes, très utilisés de nos jours dans les téléphones portables [56].

– le développement de convoluteurs à ondes acoustiques de surface. Le produit de convolution de deux signaux est très utile en traitement du signal. Il permet de déterminer le signal en sortie d'un filtre (passe-bas, passe-haut, passe-bande) en fonction du signal entrant $S_e(t)$ et de la fonction de transfert (i.e. la réponse impulsionnelle) du filtre H(t) :

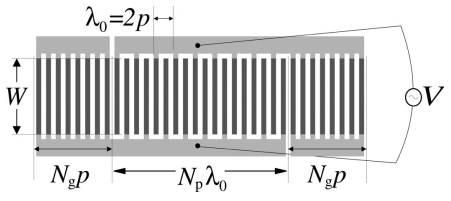


FIG. 1.14 – Exemple de design de résonateur synchrone [57].

$$S_s(t) = S_e * H(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_e(x) * H(t-x)dx$$

La convolution revenant *in-fine* à multiplier un signal donné par un second, inversé et décalé dans le temps de façon à débuter à l'instant t, il devient possible de réaliser cette opération en envoyant le premier signal sur un IDT et le second sur un deuxième IDT, placé en vis-à-vis. Les deux signaux sont alors transformés en trains d'ondes de surface, qui se dirigent l'un vers l'autre. Grâce aux propriétés non-linéaires des substrats, un champ électrique proportionnel à la multiplication des amplitudes des deux ondes de surface est généré lorsque ces dernières se superposent. La 'somme' des champs est lue en mesurant le potentiel d'une couche métallique déposée entre les IDT(s). Le signal de sortie n'est autre que le produit de convolution des deux signaux d'entrée (voir fig. 1.15). Le dispositif se comporte donc mathématiquement comme un filtre linéaire. Son intérêt majeur est de permettre la réalisation de toutes sortes de réponses impulsionnelles, à l'aide des techniques d'apodisation mentionnées plus haut. Le domaine des convoluteurs SAW a été très populaire dans les années 70(s) et a donné lieu à de nombreux travaux [58]-[60]. Puisque les matériaux utilisés sont faiblement non-linéaires, ces travaux ont surtout eu pour objectif de trouver les meilleurs matériaux, les meilleures géométries d'IDT(s) et les meilleures couches métalliques (guides d'ondes) pour concentrer au maximum les ondes et augmenter les effets non-linéaires. La propriété d'amplification des SAW à l'aide de courants de fuite dans des semiconducteurs adjacents (séparés du substrat par une mince lame d'air ou en contact avec le substrat dans le cas des structures ZnO/Si [63]) a également été utilisée [21, 62].

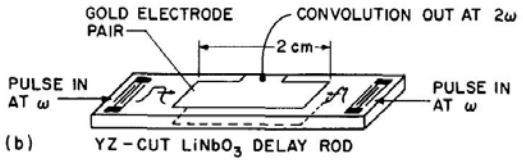


FIG. 1.15 – Convoluteur SAW. Extrait de [58].

1.3 Une période de maturation : de 1985 à nos jours...

La période 1970-1985 a été celle du développement (rapide) de la technologie SAW. A l'issue de cette période, les scientifiques et ingénieurs spécialistes du domaine disposaient d'une 'boîte à outils' complète pour concevoir des dispositifs SAW performants pour de nombreuses applications. Matériaux, types d'ondes, IDT(s), réseaux et méthodes de simulation étaient tous bien connus et maîtrisés. Les grands domaines d'applications étaient identifiés [18, 69].

La période suivante (de 1985 à nos jours) a été celle de la maturation et de l'explosion industrielle d'une technologie déjà bien installée, dynamisée par les besoins de l'industrie 'telecom' naissante. Afin de satisfaire aux exigences drastiques de cette industrie, téléphonie mobile en tête, les objectifs principaux ont été la réduction des prix, de la taille et des pertes d'insertion ainsi que l'augmentation de la fréquence de fonctionnement des dispositifs. Ces objectifs sont toujours d'actualité et ont été source de beaucoup d'innovations.

Pour répondre aux cahiers des charges de l'industrie 'telecom', il a notamment fallu améliorer le design des IDT(s). La figure (1.16) présente quelques-unes des solutions mises au point depuis 1985.

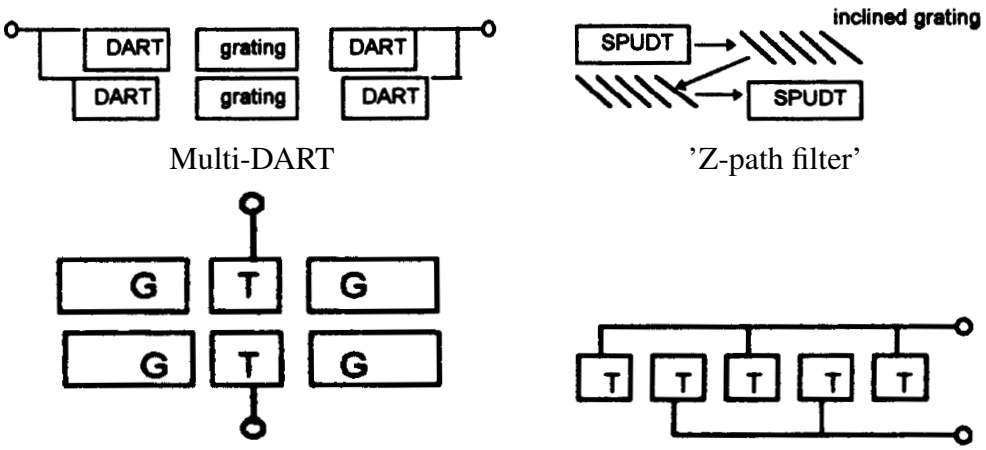


FIG. 1.16 – Design(s) avancés pour l'amélioration des performances des dispositifs SAW [6]. G='Grating', T='single-electrode transducer'.

Il a également fallu utiliser de nouvelles ondes, en lieu et place des ondes de Rayleigh. Dans le cas d'une onde de Rayleigh, les particules se déplacent dans le plan sagittal, ou dans un plan légèrement incliné par rapport à ce dernier. A l'inverse, il existe dans de nombreux matériaux des directions particulières qui autorisent la propagation d'ondes transversales dans le plan de la surface. Ces ondes se propagent donc dans un plan perpendiculaire au plan sagittal. Certaines de ces ondes possèdent des avantages d'ordre pratique sur les ondes de Rayleigh : vitesse supérieure, meilleur K^2, concentration de l'énergie

près de la surface... Ces propriétés les rendent ainsi mieux adaptées pour la réalisation de dispositifs RF à faibles pertes. Parmi ces ondes, citons :

- les SSBW (Surface-Skimming Bulk Wave). Il s'agit d'ondes de cisaillement en volume, qui se déplacent près de la surface. Elles se propagent notamment dans la direction X de la coupe Y du quartz [70]. Ces ondes peuvent être avantageusement piégées en surface par des réseaux de sillons ou par les IDT(s) eux-mêmes [71].

- les pseudo-ondes de surface ou 'Leaky Wave' (ondes à pertes). Identifiées pour la première fois en 1967 [72], ces ondes sont plus rapides que les ondes de volume les plus lentes, elles possèdent un meilleur K^2 et permettent de stocker plus d'energie. Bien que l'appellation 'Leaky Wave' se réfère à une solution d'onde théorique pour laquelle le nombre d'onde peut être complexe de telle sorte que l'amplitude diminue en $e^{-\alpha x}$, il peut exister des directions particulières pour lesquelles l'atténuation est quasi-négligeable. C'est le cas des directions Y+41°-X (surface libre) et Y+64°-X (surface métallisée) du $LiNbO_3$, mais aussi de la direction Y+36°-X du $LiTaO_3$.

Puisque la fréquence de fonctionnement des dispositifs SAW est donnée par le rapport V/λ, trois voies de recherches complémentaires ont logiquement été suivies pour augmenter cette fréquence : la mise au point de substrats 'plus rapides', la recherche d'ondes plus rapides (déjà évoqué plus haut) et la réduction de l'espace interdigital. Le diamant a notamment fait l'objet de beaucoup d'attention [121, 74]. Ce matériau présente la plus grande vitesse acoustique connue mais il n'est pas piézoélectrique. Après croissance de la couche de diamant sur un substrat de silicium, il faut donc déposer sur sa surface une couche mince piézoélectrique généralement faite d'oxyde de zinc, afin de rendre possible la génération d'ondes. Compte tenu de la rugosité de la couche de diamant, qui augmente avec l'épaisseur en raison de la coalescence progressive des grains, il est délicat d'y déposer correctement une couche de ZnO. Il existe deux solutions à ce problème. La première consiste à polir le diamant [75]. La seconde consiste à utiliser la couche de nucléation située à l'interface Si/diamant, après suppression du support de silicium [76]. L'objectif est aujourd'hui de développer des structures diamant/substrat piézoélectrique, pour améliorer les caractéristiques électroacoustiques des dispositifs. La principale difficulté à surmonter est de trouver un matériau piézoélectrique capable de supporter les contraintes thermiques lors du dépôt de la couche de diamant. Des travaux récents font état d'une solution à ce problème, grâce à l'utilisation d'un nouveau matériau piézoélectrique résistant à haute température : le langasite ($La_3Ga_5SiO_{14}$) [77]. Concernant la réduction de l'espace interdigital, les progrès de la lithographie otpique ont permis d'atteindre couramment des écarts de 0,4 μm. L'emploi de la lithographie électronique a permis de diminuer encore cet écart, mais cette technologie ne peut être employée pour une production de masse qu'en association avec une autre technologie émergente : la nanoimpression [78, 79]. Des travaux récents font par ailleurs état de la convergence de ces deux approches, puisque des dispositifs SAW ont été réalisés par lithographie électronique sur des structures AlN/diamant. Ces dispositifs ont permis d'atteindre des fréquences de fonctionnement supérieures à 7 GHz [80].

Plusieurs théories et modèles ont également été proposés ou fortement améliorés de-

puis 1985, pour rendre compte avec toujours plus de précision des comportements complexes observés au niveau des IDT(s) et des structures connexes (guides d'ondes, réseaux réflecteurs...). Citons entre autres l'utilisation des fonctions de Green pour la modélisation en deux dimensions des potentiels électriques de surface, la méthode COM (Coupling Of Modes) et l'approche par éléments finis (FEM/BEM). Enfin, les techniques d'encapsulation ('packaging') les plus avancées ont été utilisées pour protéger les filtres SAW, augmenter leur robustesse et réduire au maximum leur encombrement (dont le 'flip-chip' bonding, pour éliminer les fils de liaison) (voir fig. 1.17).

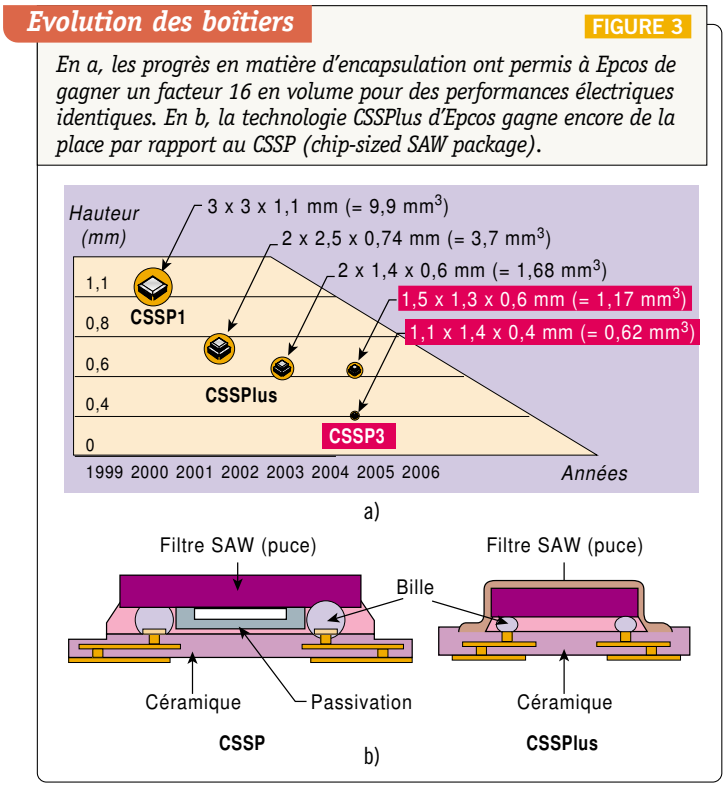


FIG. 1.17 – 'Packaging' des filtres SAW [82].

L'histoire des dispositifs SAW est résumée sur la figure (1.18), sous forme d'un arbre généalogique.

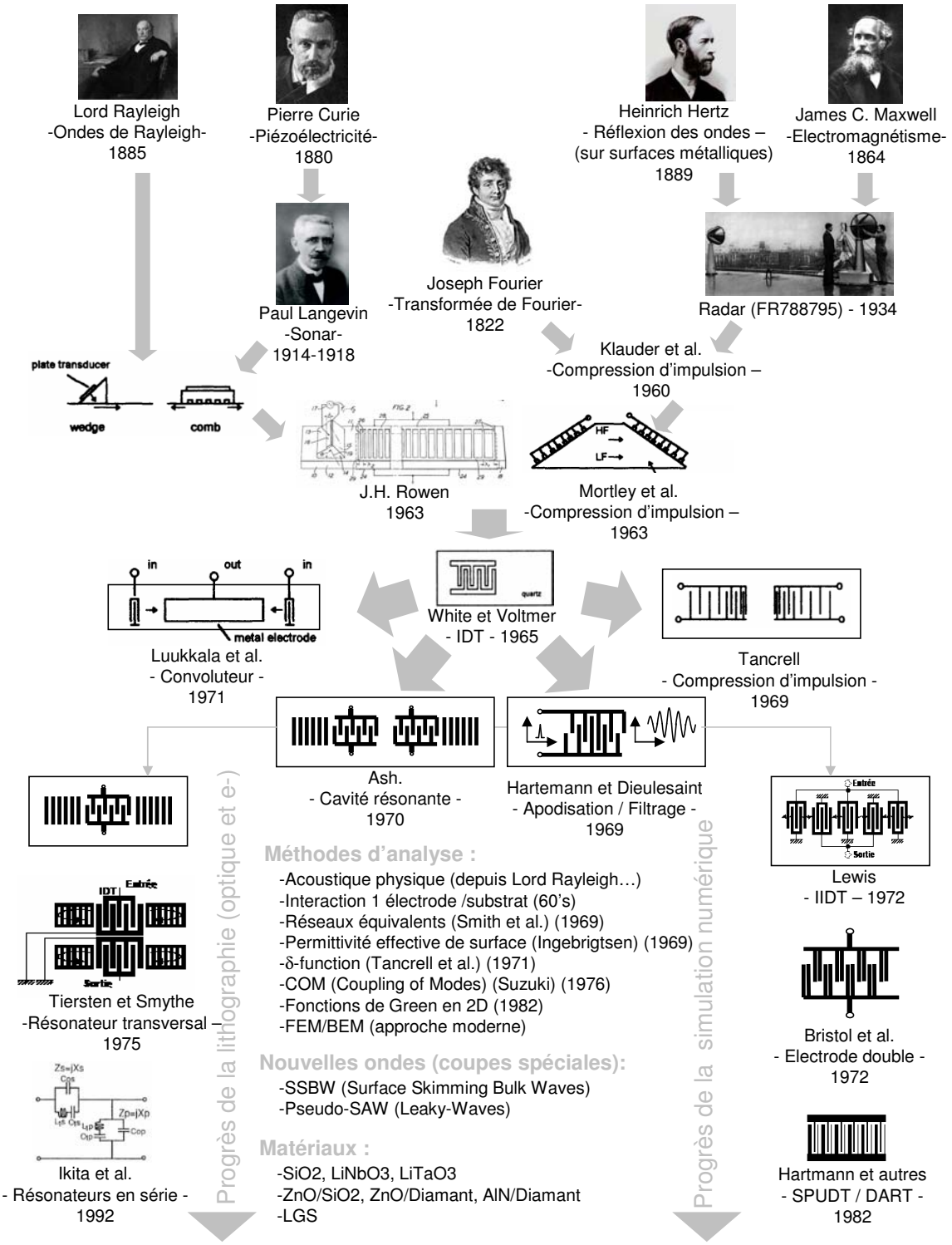


FIG. 1.18 – Arbre généalogique des SAW.

1.4 Les SAW aujourd'hui : état de l'art

Les systèmes SAW se sont finalement imposés sur deux grands types d'applications : les filtres pour la télévision et ceux pour les télécommunications mobiles [81]. Dans les autres domaines, les systèmes analogiques SAW ont le plus souvent dû céder leur place aux filtres et systèmes numériques, plus performants. Le succès des composants à ondes élastiques de surface dans ces deux domaines a été obtenu en exploitant leurs capacités de présenter :

- une grande diversité de réponses en fréquence que l'on peut adapter à un gabarit. L'optimisation de leur structure est alors effectuée par synthèse et simulation de fonctionnement avec des moyens informatiques.

- un encombrement réduit compatible avec une insertion dans les circuits électroniques imprimés et le montage en surface. La réduction de l'encombrement des filtres est recherchée pour permettre une diminution de volume dans les téléphones portables et une augmentation du nombre de fonctions remplies par ces appareils. Au cours des ans, le poids des téléphones et le volume des filtres SAW n'ont pas cessé de décroître simultanément. Par exemple, la surface du filtre à fréquence intermédiaire du système européen GSM dans son conditionnement a été réduite de 20*10 mm^2 en 1993 à 3,8*3,8 mm^2 en 2001,

- un faible coût de production. Ce coût est compris entre 0,5 et 1,6 euros selon le type de filtre. Cette faculté est liée à la précédente. En effet, la miniaturisation implique une réduction des coûteuses surfaces piézoélectriques nécessaires. De plus, les méthodes de fabrication collective, de manipulation et de montage de ces composants sont semblables à celles mises au point pour la fabrication des composants semiconducteurs et ne nécessitent pas la réalisation d'appareillages nouveaux,

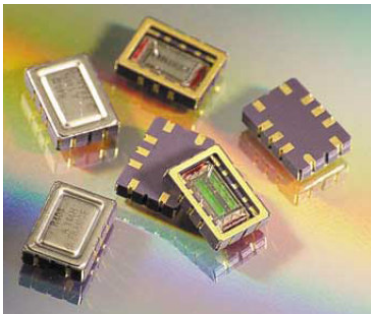
- une grande fiabilité de fonctionnement. Les caractéristiques de ces composants indéréglables sont stables dans des conditions d'utilisation du grand public.

La gamme de fréquence des filtres SAW s'étend de 70 MHz à 2,4 GHz. Au-dessus de 2,4 GHz, l'intervalle entre les doigts des électrodes devient trop petit pour la photolithographie optique. Au-dessous de 70 MHz, la longueur du substrat devient trop grande pour les applications visées. Les filtres SAW se retrouvent soit en tant que filtre RF (filtre d'antenne) placé près de l'antenne pour sélectionner la fréquence attendue (téléphone cellulaire, GPS, WLan...) soit comme filtre de fréquence intermédiaire (IF). Les filtres RF couvrent la gamme de fréquence entre 400 MHz et 2,4 GHz. Les versions IF s'attribuent la plage de 70 MHz à 400 MHz.

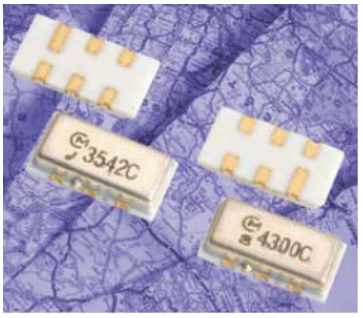
Compte tenu de sa grande attractivité, de nombreuses entreprises, PME et grands groupes, ont cherché à se positionner sur le marché du filtre SAW depuis maintenant plusieurs années (voir tableau récapitulatif 1.1). Bien que la période 1998-2006 ait été marquée par de nombreux rachats et fusions d'entreprises, l'offre constructeur reste très diversifiée, avec le plus souvent des dizaines de références autour d'un même type d'ap-

plications, chaque référence favorisant un paramètre en particulier (voir fig. 1.19). Pour mémoire, les trois paramètres principaux d'un filtre sont la fréquence centrale, la bande passante et les pertes d'insertion. La bande de transition évalue la raideur des flancs et la réjection établit l'immunité (voir fig. 1.20).

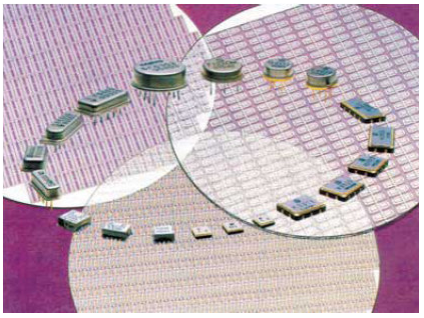
A l'heure actuelle, l'industrie des télécommunications consomme plus de 3 milliards de filtres SAW par an.



TEMEX : tous types d'applications.



MURATA : GPS.



SANYO : téléphonie mobile.



EPCOS : téléphonie mobile.

FIG. 1.19 – Diversité de l'offre constructeurs [82].

I.- Caractéristiques de quelques substrats

Matériau	Coeff. de couplage (K^2)	Vitesse de propagation (m/s)	Coefficient de température (ppm/°C)	Bande passante relative optimale
Quartz	0,16 %	3160	- 0,034 x $(\Delta T)^2$	0,1 à 5 %, bande étroite
Tantalate de lithium (LiTaO3)	0,80 %	3300	- 18	4 à 9 % bande moyenne
Niobate de lithium (LiNbO3)	4,30 %	3480	- 94	7 à 30 % large bande

II.- Paramètres des différentes types de filtres SAW

	Transversal bidirectionnel (classique)	Transversal type SPUDT	Transversal type IIDT	Résonateur
Fréquence	10 à 2500 MHz	10 à 1000 MHz	10 à 1000 MHz	50 à 1250 MHz
Bande passante relative	0,1 à 67 %	0,1 à 8 %	1 à 67 %	0,003 à 0,16 %
Bande de transition	0,2 MHz (min)	0,2 MHz (min)	0,3 MHz (min)	-
Perte d'insertion	15 à 35 dB	2 à 15 dB	5 à 15 dB	3 à 10 dB
Réjection (proche)	35 à 60 dB	20 à 50 dB	35 à 45 dB	35 à 50 dB
Facteur de forme	1,15 à 4	1,5 à 4	1,15 à 4	2,5 à 3
Variations du temps de groupe	10 à 250 ns	10 à 500 ns	10 à 500 ns	100 à 300 ns
Ondulations de l'amplitude	0,1 à 1 dB	0,1 à 1,5 dB	0,1 à 1,5 dB	0,1 à 1 dB

Réponse en fréquence d'un filtre à ondes de surface FIGURE

Les trois caractéristiques principales d'un filtre sont la fréquence centrale, la bande passante et les pertes d'insertion. La bande de transition évalue la raideur des flancs et la réjection établit l'immunité.

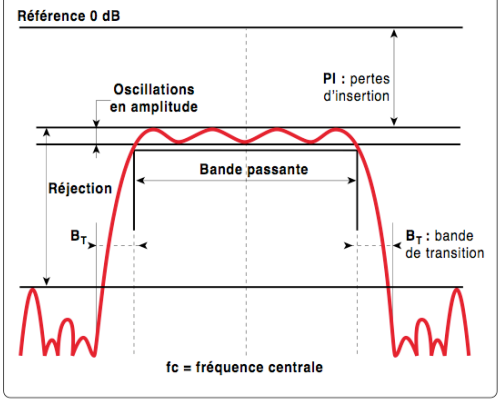


FIG. 1.20 – Caractéristiques principales d'un filtre SAW [82].

TAB. 1.1 – Liste des fabricants de filtres SAW. Le nombre d'employés et le chiffre d'affaires sont donnés à titre indicatif. Ils concernent tous deux l'ensemble de l'entreprise et non la sous-partie dédiée aux dispositifs SAW.

Nom	Nb. employés (année)	CA total (année)	Zone géographique	Site internet
Temex (ex-Thalès Microsonics)	≈ 350	46 M€) (2005)	France	www.temex.com
Murata (r. Oki)	≈ 27000	3153 M€	Japon	www.murata.com
Epcos (ex-Siemens/Matsushita)	≈ 17900	1309 M€	Allemagne	www.epcos.com
Sanyo (d. Endrich)	≈ 106000	15879 M€	Japon	www.sanyo.com www.endrich.com
Vectron (Dover Corp.) (d. Elexience)	≈ 600		USA	www.vectron.com www.elexience.fr
RF Monolithics	≈ 250	>50 M€	USA	www.rfm.com
Sawtek (Gr. Triquint)	≈ 1500	> 300 M€	USA	www.tqs.com
Epson Toyocom (d. Frank et Schulte)	≈ 1700	275 M€	Japon	www.epsontoyocom.com www.frank-schulte.com
Samsung	≈ 80500	59146 M€	Corée	www.samsung.com
NJRC (d. Endrich)	≈ 3060	381 M€	Japon	www.njr.co.jp www.endrich.com
NDK (r. Nec)	≈ 5700	404 M€	Japon	www.ndk.com
IDT(ex-ICS) (r. Andersen Lab.) (d. GigaConcept)	≈ 3000	1671 M€	USA	www.idt.com www.giga-concept.fr
Fujitsu (r. Toshiba)	≈ 158000	31750 M€	Japon	www.fujitsu.com
ECS	≈ 500	22 M€	USA (KS)	www.ecsxtal.com
Dynex (r. Mitel)	≈ 211	17 M€ (2005)	UK	www.dynexsemi.com
AVX (Kyocera Group.)	≈ 12100	1001 M€	USA (SC)	www.avxcorp.com
Amplitronix	PME	?	USA (CA)	www.amplitronix.com
SAW Components	PME	?	Allemagne	www.sawcomponents.de

1.5 Les capteurs SAW

1.5.1 Principe(s) de fonctionnement

Les dispositifs à ondes acoustiques sont sensibles à toute perturbation susceptible d'affecter la vitesse, la distance de parcours ou encore le mode de propagation des ondes. Une perturbation se traduit par une variation de la réponse électrique du dispositif (fréquence, amplitude, retard, phase...). Les systèmes SAW ne font pas exception à cette règle et sont sensibles à trois grands types de perturbations : la variation de température, la déformation et le dépôt d'espèces gazeuses, liquides ou solides en surface.

La variation de température et la déformation provoquent à la fois une variation de la vitesse (altération des coefficients élastiques et piézoélectriques) et une modification de la longueur à parcourir.

Le dépôt d'espèces gazeuses (adsorption/absorption) fait varier la vitesse des ondes. Cette variation peut résulter d'une modification de l'inertie mécanique en surface (augmentation de la masse à mouvoir), d'une modification des coefficients élastiques (consécutive à la diffusion d'espèces chimiques adsorbées dans le milieu de propagation) ou encore d'une perturbation du champ électrique de surface.

Le dépôt d'espèces liquides ou solides modifie quant à lui le mode de propagation des ondes. L'ajout d'une couche de liquide ou d'un film viscoélastique sur la surface peut notamment engendrer l'apparition de modes guidés à des fréquences particulières. La vitesse de ces modes dépend des paramètres physiques de la couche guidante et il est donc possible de les mesurer en suivant l'évolution de la réponse fréquentielle des dispositifs. Ces paramètres sont la viscosité, la densité, la rigidité, l'épaisseur etc...

Tous les capteurs SAW présents sur le marché exploitent l'une ou l'autre de ces trois sensibilités.

Les capteurs de déformation, de pression et de couple utilisent la sensibilité à la déformation mécanique. Dans le cas de la mesure de pression, une membrane piézoélectrique déformable est équipée d'IDT(s). Cette configuration de type 'diaphragme' a été proposée pour la première fois en 1975 par Reeder et Cullen [88]. Un second SAW de référence peut être placé près du premier, de sorte à subir la même variation de température mais sans les contraintes mécaniques (voir fig. 1.21). Ceci permet de compenser, après traitement, l'effet indésirable de la température.

Dans le cas de la mesure de couple sur un arbre de transmission, deux SAW sont disposés à angle droit l'un de l'autre et forment un angle de 45° avec l'axe de l'arbre (voir fig. 1.22). Dans cette configuration classique de mesure de couple, l'une des jauges est en compression et l'autre est en extension. Le fait d'utiliser deux SAW permet à nouveau de compenser directement l'effet de la température [90].

Les capteurs de température utilisent bien évidemment la sensibilité à la température.

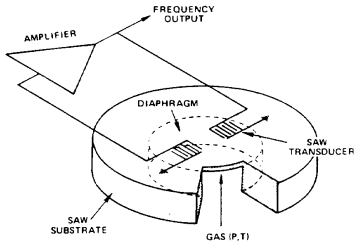


Fig. 1. Schematic view of a temperature and pressure sensor which utilizes a (SAW) oscillator–diaphragm configuration.

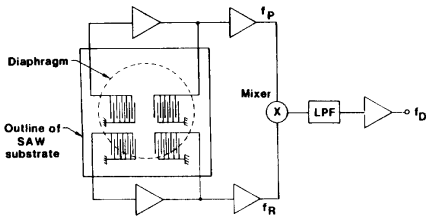


Fig. 2 - Simplified Dual Oscillator SAW Pressure Sensor Circuit

(a) (b)

FIG. 1.21 – (a) La fréquence d'oscillation d'un dispositif SAW change sous contraintes. En utilisant la configuration 'diaphragme', on obtient un capteur de pression [88]. (b) Ajouter un second SAW, judicieusement placé, permet de minimiser l'effet de la température [89].

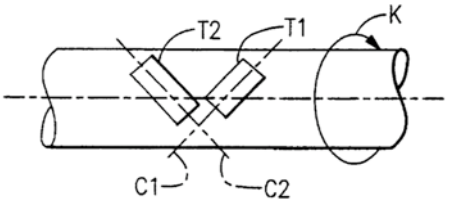


FIG. 1.22 – Mesure de couple sur un arbre de transmission. T1 et T2 sont deux transducteurs à ondes élastiques de surface. C1 et C2 représentent leurs axes principaux (directions de propagation des ondes), formant un angle de 90°.

Le plus souvent basés sur des lignes à retard (oscillateurs SAW), ils atteignent une résolution de l'ordre du millidegré, possèdent une bonne linéarité et un faible hystérésis [87]. Etant cependant très sensibles à l'effet de masse, ils sont généralement scellés dans un boîtier hermétique.

Les balances à quartz, les capteurs de vapeur, de gaz, de liquide et les capteurs biologiques utilisent l'effet de masse. Cet effet est le plus important de tous. Les balances à quartz peuvent atteindre une résolution massique de 3 pg [92]. Dans le cas du capteur d'humidité, qui est un exemple de capteur de vapeur, un dispositif SAW contrôlé en température est plongé dans une enceinte dont on souhaite connaître la concentration en eau. Des gouttes d'eau se forment sur la surface du dispositif lorsque sa température descend au-dessous du point de condensation. La concentration en eau dans l'enceinte est d'autant plus faible que la température de condensation est basse. Ce capteur est bon marché, insensible aux contaminants les plus communs et il est très stable dans le temps [93]. Le rajout d'une couche polymère sensible à la vapeur d'eau permet d'améliorer les performances du dispositif. Dans ce cas, l'onde est perturbée à la fois par la masse des molécules d'eau absorbées dans la couche mais également par leur effet sur les paramètres viscoélastiques et acoustoélectriques de l'ensemble SAW/couche polymère ([94, 95, 101]). Les capteurs de vapeur (y compris les capteurs d'humidité) peuvent aussi fonctionner à température ambiante, sans système de chauffage ni de refroidissement. Ils peuvent, à l'instar des cap-

teurs d'humidité, posséder ou non une couche sensible [96]. Dans ce dernier cas, il reste possible de déduire la pression partielle P et donc la concentration C (mol/l) d'un gaz sous forme de vapeur à partir de la masse de gaz adsorbée sur une surface définie et de la température du milieu. Cette déduction est rendue possible par les courbes de B.E.T, qui relient la quantité de gaz adsorbée au rapport P/P^0, où P^0 est la pression de vapeur saturante du gaz considéré [97]. Pour mémoire, la pression de vapeur saturante P^0 est la pression au-delà de laquelle un gaz (sous forme de vapeur) se condense et devient liquide. P^0 dépend de la nature du gaz et de sa température. La quantité de gaz adsorbée est exprimée en nombre de monocouches déposées. Elle croît fortement à mesure que le rapport P/P^0 tend vers 1 (point de condensation). L'équation B.E.T est la suivante :

$$\frac{n}{n_m} = \frac{cp}{(1-p)(1-p+cp)} \tag{1.1}$$

où n est la quantité de gaz adsorbée, n_m est la quantité de gaz nécessaire pour former une monocouche, c est la constante traduisant l'intensité de l'interaction gaz/surface et $p = P/P^0$. La forme de ces courbes ne dépend que du seul paramètre c. Plus l'interaction est forte, plus le terme c est grand (voir fig. 1.23).

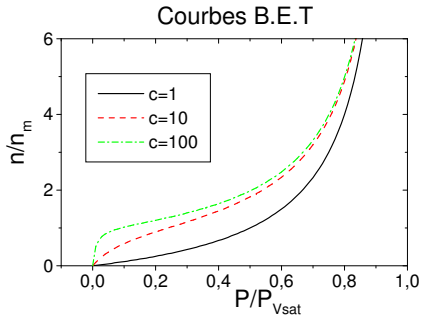


FIG. 1.23 – Courbes de B.E.T pour différentes valeurs de c. Plus l'interaction gaz/surface est forte, plus le coefficient c est grand.

Remarquons qu'il est également possible de procéder en sens inverse et d'utiliser les capteurs SAW pour tracer les courbes B.E.T pour différents gaz en contact avec différentes surfaces [98]. Il suffit pour cela de tracer la variation relative de fréquence df/f en fonction de P/P_0. Le paramètre c pour un couple gaz/surface peut dès lors être directement déduit de la forme de la courbe obtenue. La connaissance préalable de la sensibilité à l'effet de masse du dispositif SAW employé permet de vérifier si la variation de fréquence observée n'est due qu'à un effet de masse ou si d'autres phénomènes perturbatifs entrent également en jeu (modification de la permittivité de surface, viscosité etc...). Le capteur SAW devient alors un outil très intéressant pour l'analyse des interactions gaz/surface et pour la mise au point de couches sensibles plus performantes. Nous avons, par exemple, pu montrer que l'éthanol, l'isopropanol et le butanol ne réagissent pas avec des couches d'oxyde de zinc (c proche de 1), ce qui rend ces couches peu adéquates pour la réalisation de capteurs de vapeurs alcooliques [99] (voir fig. 1.24). Le tracé des courbes $df/f = f(P/P_0)$ permet aussi de mieux interpréter les résultats expérimentaux obtenus

lors du test de couches sensibles sous gaz, résultats généralement indiqués sour la forme $df/f = f(t)$ pour différentes concentrations gazeuses [188].

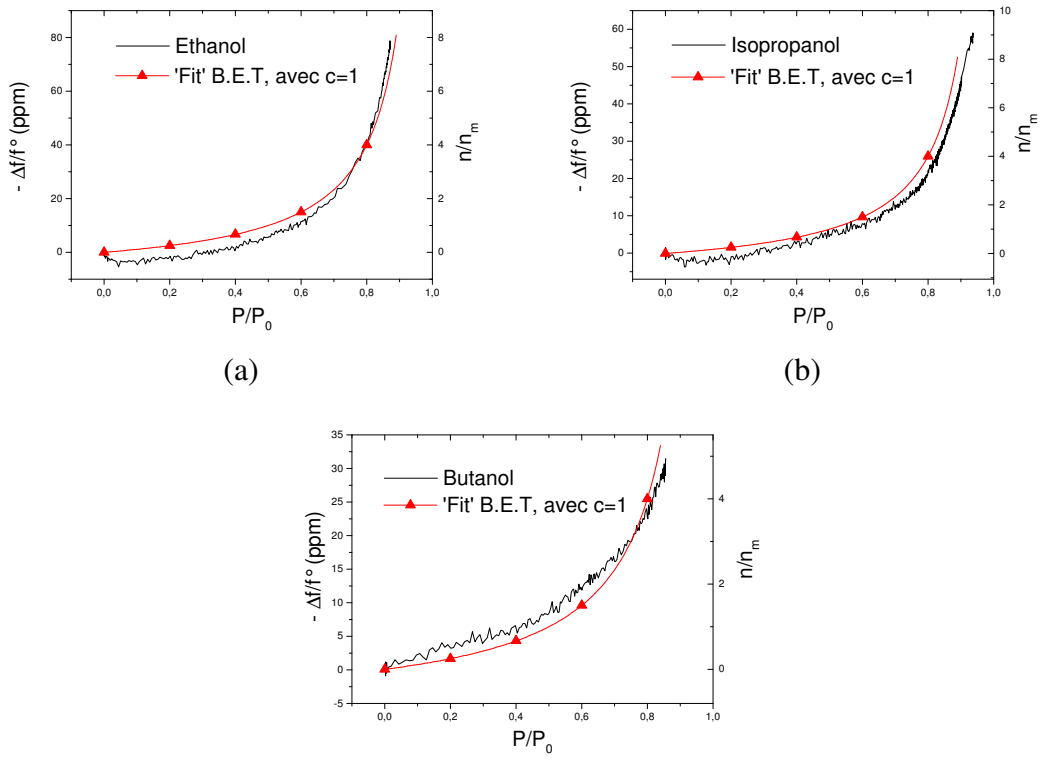


FIG. 1.24 – Etude de l'interaction Gaz/Surface entre des molécules alcooliques et une surface d'oxyde de zinc (ZnO). La couche de ZnO est déposée sur un substrat de quartz ST-35°. (a) Interaction éthanol/ZnO. (b) Interaction isopropanol/ZnO. (c) Interaction butanol/ZnO [99].

Les capteurs de gaz utilisent l'effet de masse selon deux principes distincts. Le premier consiste à placer un capteur SAW en sortie d'une ligne de chromatographie capable de séparer au préalable les gaz. L'élément SAW ne sert plus alors qu'à détecter la présence d'un gaz à un instant donné [103]. Le second principe consiste, là encore, à déposer sur le parcours de l'onde une couche sensible en polymère(s), capable d'absorber préférentiellement certains gaz [102]. L'absorption de gaz dans cette couche modifie à la fois ses propriétés élastiques et sa masse. Comme dans le cas des capteurs de pression, un second SAW nu peut être utilisé comme référence pour minimiser les effets de la température (voir fig. 1.25). Pour augmenter la sélectivité des capteurs, plusieurs SAW peuvent être utilisés en matrice. Dans cette configuration, les SAW sont tous équipés d'une couche sensible différente. Ils sont chacun plus ou moins sensibles à certains gaz et un traitement informatique permet d'améliorer les performances d'ensemble du capteur. La problématique principale des capteurs de gaz reste la mise au point des couches sensibles. Celles-ci doivent être sélectives, réversibles et robustes. Leur épaisseur et leur composition doivent

être très uniformes et reproductibles. La vitesse d'absorption/désorption doit être rapide (idéalement inférieure à $1s$) et le capteur doit pouvoir opérer dans une assez large gamme de température. Enfin, le capteur doit être stable, sensible et les mesures doivent être reproductibles.

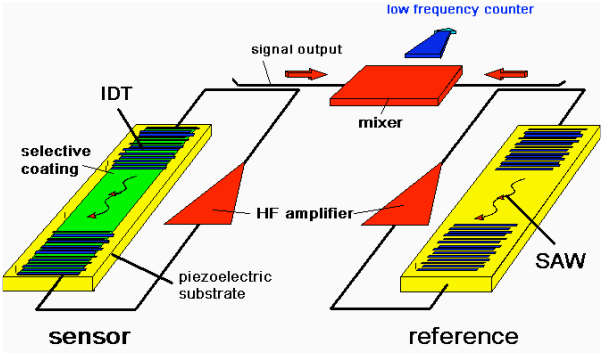


FIG. 1.25 – En déposant sur un dispositif SAW une couche polymère capable d'absorber préférentiellement certains composés chimiques, un capteur chimique de gaz est réalisé. Ajouter un second SAW 'nu' permet d'obtenir une référence pour minimiser l'effet de la température (la différence entre les deux fréquences ne dépend plus que de la quantité de gaz absorbé).

Les capteurs de liquide (détection/mesure d'éléments chimiques ciblés dans un liquide) fonctionnent de la même manière que les capteurs de gaz à couches sensibles. Cependant, il est nécessaire d'utiliser des ondes transverses horizontales au lieu des ondes de Rayleigh, qui sont rapidement amorties car leur composante sagittale génère des ondes de volume dans le liquide. Les ondes transverses horizontales ne possèdent pas de composante dans le plan sagittal et elles ne dissipent donc pas leur énergie sous forme d'ondes longitudinales dans le liquide. Il existe plusieurs sortes d'ondes longitudinales. Parmi les plus utilisées, citons les Surface Transverse Wave (STW) ou Shear Horizontal-SAW (SH-SAW) [104], les SSBW déjà évoquées plus haut et les ondes de Love, qui se propagent dans des structures bicouches lorsque la vitesse des ondes transverses dans la couche est inférieure à celle des ondes transverses dans le substrat [105, 106].

Les capteurs biologiques fonctionnent eux-aussi sur le même principe. Leur surface est 'fonctionnalisée' à l'aide de molécules complémentaires de celles que l'on souhaite détecter. Par exemple, des anticorps sont greffés sur la surface. Une fois le dispositif exposé au liquide à analyser, la masse adsorbée en surface augmente à mesure que les molécules cibles viennent s'associer avec leur complémentaire [107, 108].

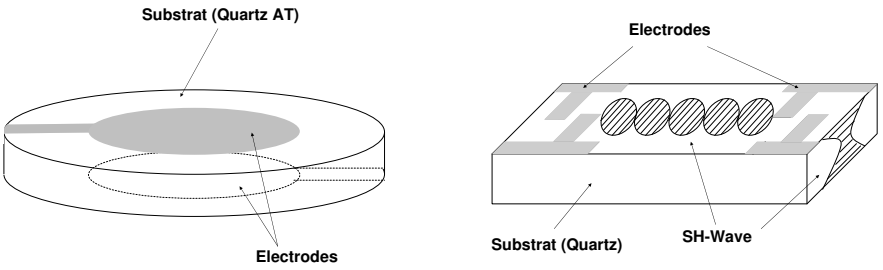
Les détecteurs de liquide et les viscosimètres n'utilisent pas l'effet de masse mais la modification du mode de propagation des ondes, générée par la présence d'un milieu visqueux sur la surface du dispositif. Par exemple, une onde de Rayleigh peut être éteinte lorsqu'un liquide est déposé sur la surface de propagation.

Notons, enfin, que plusieurs matériaux aux propriétés très différentes peuvent être utilisés (seuls ou combinés en structures bicouches) pour réaliser des capteurs SAW. Le quartz est le plus fréquemment utilisé. En choisissant correctement la coupe et la direction de propagation, il est possible de réaliser des dispositifs en quartz insensibles à la température, autour d'une température donnée. Cette propriété fait évidemment du quartz un substrat de choix pour toutes les applications qui nécessitent une stabilité en température : balance à quartz, capteurs de déformations, capteurs chimiques etc... La coupe ST-X est la plus utilisée, car elle est insensible à la température autour de 25°C. Le niobate de lithium et le tantalate de lithium sont également utilisés. A l'inverse du quartz, ces cristaux sont très sensibles à la température. Ils sont donc tout indiqués pour des applications 'capteurs de température', d'autant que la dépendance en température est très linéaire pour toutes les coupes et directions de propagation. D'autres matériaux à fort potentiel industriel sont également utilisés. Parmi eux, citons le langasite (LGS), l'oxyde de zinc (ZnO), le nitrure d'aluminium (AlN), le PZT (Plomb Zirconium Titane) et le PVDF (polyvinylidène fluoride).

1.5.2 Avantages concurrentiels et premières applications commercialisées

Les capteurs SAW possèdent les mêmes atouts que les filtres SAW : coût de revient compétitif, très petite taille, grande légèreté, stabilité et fiabilité. Bien que les variations de vitesse et de longueur de parcours provoquées par les perturbations soient de l'ordre de la dizaine de ppm(s), le fonctionnement à haute fréquence (> 100 MHz) permet également d'obtenir une grande sensibilité. Puisque la sensibilité d'un capteur à ondes acoustiques est en général d'autant plus élevée que l'énergie est concentrée près de la zone perturbée [84], les dispositifs SAW sont plus sensibles que les dispositifs à ondes de volume comme le TSM (Thickness Shear Mode Resonator) ou le SH-APM (Shear-Horizontal Acoustic Plate Mode Resonator) (voir fig. 1.26) [83]. Des progrès importants ont cependant été réalisés dans le domaine des TSM, avec notamment l'avènement des F-BAR (Film-Bulk Acoustic Resonator). Ces dispositifs utilisent de minces films piézoélectriques au lieu d'un disque de quartz (TSM), ce qui permet d'augmenter fortement la fréquence de fonctionnement et donc la sensibilité. Les F-BAR peuvent aussi fonctionner en milieu liquide, grâce au dépôt et à l'utilisation de films minces de ZnO avec axe c incliné, qui permettent de générer les ondes transverses nécessaires [85]. Un autre atout des dispositifs SAW est leur robustesse. Les substrats et les IDT(s) sont pour la plupart capables de supporter des conditions extrêmes de fonctionnement. Les capteurs SAW possèdent enfin l'immense avantage de pouvoir être interrogés à distance et sans électronique embarquée. Comme nous le verrons plus loin, c'est cette dernière propriété qui est à l'origine de l'engouement actuel pour les dispositifs SAW. La propriété d'interrogation sans fil ('wireless'), sans électronique ni énergie embarquée (capteur passif 'batteryless') leur procure en effet un avantage certain sur toutes les solutions concurrentes, en particulier pour la mesure en conditions extrêmes (haute température, haute pression, milieu radiatif etc...) [116].

Les capteurs SAW sont très adaptés pour la mesure dans des objets en mouvement, comme par exemple la mesure de pression dans les pneus de voitures ou de camions.



(a) (b)

FIG. 1.26 – (a) Bien qu'il soit le plus vieux dispositif à ondes acoustiques, le résonateur TSM (Thickness Shear Mode) est encore utilisé de nos jours pour la mesure des taux de déposition de métaux dans les bâtis d'évaporation sous vide. Le TSM est fait d'un disque fin de quartz de coupe AT avec des électrodes circulaires déposées sur chacune de ses deux faces. Il fonctionne typiquement entre 5 et 30 MHz. (b) Dans le capteur SH-APM (Shear-Horizontal Acoustic Plate Mode), les ondes voyagent entre les deux surfaces (mode de plaque), ce qui permet de réaliser des mesures sur chacune des deux faces. Les capteurs SH-APM ont été utilisés avec succès pour détecter des niveaux de pollution au mercure de l'ordre du microgramme par litre [86].

Dans ce domaine, les capteurs SAW passifs et 'wireless' possèdent un avantage certain sur les solutions concurrentes que sont les capteurs capacitifs et piézorésistifs. Un capteur de pression SAW pesant moins de 1 gramme, avec une résolution de 0,73 psi a été testé dès 1997 dans un pneu de voiture avec d'excellents résultats [109]. Les premiers produits finis sont sur le point d'être commercialisés par la société anglaise Transense Technologies. La mesure de pression en temps réel depuis le poste de conduite est actuellement un enjeu majeur dans le monde automobile. En effet, des pneus bien gonflés durent plus longtemps et permettent d'améliorer la sécurité tout en diminuant la consommation de carburant. Le marché potentiel pour ce type de capteurs est donc immense.

Les capteurs SAW sont également tout indiqués pour la mesure de couple sur axe tournant. La société anglaise Sensor Technology propose des dispositifs de ce type depuis déjà plusieurs années. Comparés aux autres capteurs de couple que sont les jauges de déformations, les transducteurs optiques et les barres de torsion, les capteurs SAW sont très bon marché, très fiables, passifs et 'wireless'. Il existe également un marché latent dans l'automobile. Monitorer en temps réel le couple à différents endroits de la chaîne de transmission et de freinage sur les camions et les voitures permettrait en effet de considérablement améliorer la conduite et le freinage. Le marché est donc, là encore, très important.

Les capteurs SAW font aussi de bons capteurs d'humidité et sont très concurrentiels par rapport aux solutions plus classiques du commerce. Celles-ci sont généralement basées sur des techniques optiques qui coûtent cher et présentent des problèmes de contamination, de précision, de sensibilité et de stabilité sur le long-terme. Des capteurs SAW d'humidité sont commercialisés par la société finlandaise Vaisala.

Enfin, des capteurs SAW de gaz sont également d'ores et déjà commercialisés. Toutefois, des progrès en matière de couches sensibles restent à réaliser. Plusieurs sociétés proposent à la vente des capteurs de gaz à base de SAW, dont la société américaine MSI.

Toutes les autres applications potentielles (mentionnées pour certaines dans les paragraphes précédents) sont émergentes. Les capteurs SAW 'wireless' de température et de déformations en conditions extrêmes ainsi que les capteurs SAW de pression très précis capables de mesurer des basses pressions font partie des applications les plus prometteuses.

Le tableau ci-dessous récapitule les entreprises déjà positionnées ou qui cherchent à se positionner sur le marché des capteurs SAW. Le nombre d'employés et le chiffre d'affaires sont donnés à titre indicatif. Ils concernent tous deux l'ensemble de l'entreprise et non la sous-partie dédiée aux dispositifs SAW.

Nom (spécialité)	Nb. employés (année)	CA total (année)	Pays	Site internet
Sensor Technology (Mesure de couple)	$\approx$ 30		UK	www.sensors.co.uk
Transense Technologies (TPMS*)	$\approx$ 20 (2005)	0.81 M€ (2005)	UK	www.transense.co.uk
MSI (Capteurs chimiques)			USA	www.microsensorsystems.com
Vaisala (Capteurs d'humidité)	$\approx$ 1070	220 M€	Finlande	www.vaisala.com
CTR (Capteurs de température/RFID)	$\approx$ 30		Autriche	www.ctr.at
Senseor (TPMS*)	4	/	France	/
Doerler Mesures (Mesure de déformations)	15	2.5 M€	France	www.dmesures.fr

*TPMS : Tire Pressure Monitoring System

1.6 Autres applications des dispositifs SAW

Les applications principales des dispositifs SAW sont le filtrage passe-bande et les capteurs. Cependant, les systèmes à ondes acoustiques de surface peuvent trouver des applications dans de nombreux autres domaines. Les propriétés de ligne à retard et d'interrogation à distance sont notamment exploitées dans le domaine en pleine expansion des RFID (Radio Frequency IDentification). La société américaine RF SAW (www.rfsaw.com) et le centre de recherches autrichien CTR (www.ctr.at) se sont d'ores et déjà positionnés sur ce marché. Les dispositifs à ondes acoustiques de surface peuvent aussi être utilisés en chimie, où certaines propriétés des SAW en matière de catalyse hétérogène ont pu être mises en évidence [110]. Des applications dans le nettoyage et la décontamination de surface (désorption contrôlée, éjection de gouttes, de poussières et de fragments de revêtements...) sont également envisageables. Les SAW trouvent enfin des applications dans le domaine de la microfluidique, où ils peuvent être utilisés pour mixer, chauffer, déplacer et analyser des petites gouttes. Ils pourraient devenir l'un des composants essentiels des futurs laboratoires sur puce ou Lab-on-Chip (LoC). Plusieurs équipes de recherche et des entreprises sont positionnées sur cette thématique, dont la société allemande Advalytix

(www.advalytix.de). Au niveau national, le LPMIA, l'institut FEMTO-ST et l'IEMN travaillent eux-aussi dans ce domaine ([111]-[113]).

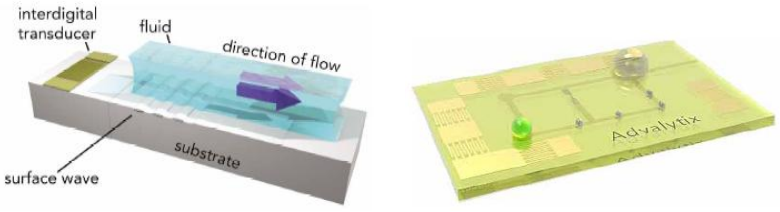


FIG. 1.27 – Microfluidique à base de SAW.

Remarque

L'un des dispositifs les plus attendus est un LoC capable de déplacer des gouttes dans deux directions orthogonales, en plus d'être capable d'analyser les gouttes quelleque soit leur position. En effet, les dispositifs existants sont soit dépourvus de la capacité d'analyse (aucune onde SH) mais capables de déplacer des gouttes dans deux directions (ondes de Rayleigh) [114], soit pourvus de la capacité d'analyse (onde SH) mais capables uniquement de pousser des gouttes dans une seule direction [115].

Nous avons récemment mis au point un tel dispositif, grâce à l'utilisation des propriétés particulières d'un dispositif bicouche ZnO/quartz-ST. Grâce à la présence d'une couche guidante sur le substrat de quartz, les deux modes de Rayleigh et de Love peuvent se propager selon les axes X (ST-X) et Y (ST-90°). Il est donc possible de pousser/chauffer/mixer et d'analyser des gouttes dans les deux directions. De surcroît, les modes qui se propagent dans la direction ST-90° sont purs, ce qui augmente l'efficacité du dispositif dans cette direction. Le mode de Love est notamment particulièrement adéquat pour une mesure dans la direction ST-90°.

La mise au point du dispositif a nécessité d'optimiser plusieurs paramètres, qui tous influencent l'intensité des modes de propagation, la sensibilité des ondes à la température et l'aptitude du dispositif à pousser des gouttes. Ces paramètres sont l'épaisseur et la microstructure du film d'oxyde de zinc ainsi que les dimensions et la position des IDT(s). L'impact de chacun de ces paramètres sur les performances d'ensemble du dispositif a été expérimentalement et numériquement quantifié (voir fig. 1.28). Une structure optimale a été conçue puis réalisée, afin de générer des modes de Love et de Rayleigh tous deux intenses dans la direction ST-90°. Ces travaux et résultats sont détaillés dans [117].

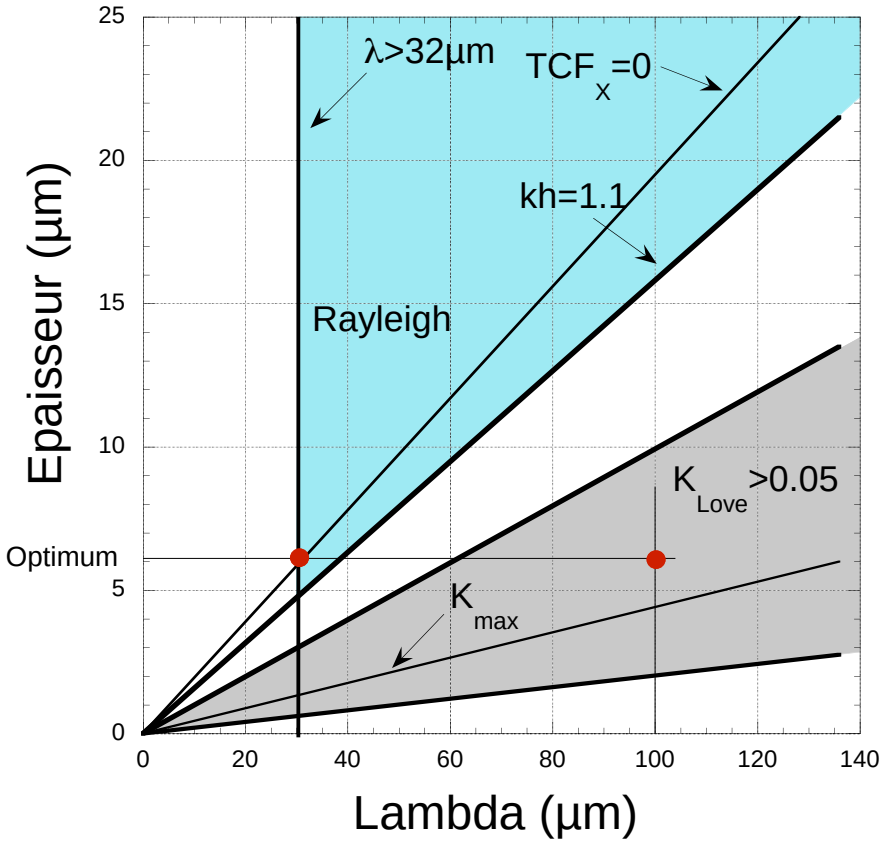


FIG. 1.28 – Optimisation des paramètres d'un dispositif SAW ZnO/Quartz ST-90° pour l'obtention des pics de Rayleigh et de Love les plus intenses possibles. Les cercles rouges correspondent aux paramètres du dispositif expérimental.

Chapitre 2

Les ondes élastiques de surface : généralités, modélisation et résolution numérique

Le développement de capteurs SAW réclame la maîtrise préalable d'outils théoriques et numériques, pour modéliser les ondes de surface et prévoir leurs propriétés dans différentes configurations. **Dans le cadre de nos travaux sur les capteurs de pression et de température, nous avons ainsi dû mettre au point un ensemble de programmes de simulation numérique, pour prévoir la vitesse des ondes, leur coefficient de couplage électromécanique (K^2) et leur sensibilité aux perturbations mécaniques ou thermiques, dans des structures monocouche et bicouche**. La compréhension et l'utilisation des programmes de simulation numérique des SAW n'est toutefois pas chose facile sans la connaissance préalable d'un certain nombre de bases sur la théorie des SAW et les méthodes pour leur simulation. C'est pourquoi nous avons décidé, dans un souci de transmission efficace de l'information et de capitalisation du travail déjà fourni, d'étoffer au maximum les chapitres II et III du présent document, qui sont consacrés à la modélisation théorique et numérique des SAW soumises à des perturbations. **Nous avons souhaité porter un soin particulier aux explications qualitatives**, pour permettre au lecteur néophyte d'appréhender dans les meilleures conditions et les meilleurs délais les équations et méthodes de simulation employées par la suite. Des développements plus complets peuvent être trouvés dans les ouvrages de référence déjà mentionnés au chapitre I.

Le chapitre II sera consacré à la description des SAW, en l'absence de perturbation. Après une introduction générale sur les principaux types d'ondes, la première partie du chapitre concernera les ondes planes progressives (ondes de volume) puis les ondes de surface dans un solide anisotrope non-piézoélectrique. L'étude des ondes planes progressives permettra de nous familiariser avec les concepts de 'mécanique des ondes élastiques dans les solides', qui sous-tendent l'ensemble des développements à suivre. Les équations fondamentales de propagation élastique en milieu solide anisotrope non-piézoélectrique seront déduites de l'étude d'une situation simple, puis adaptées dans le cas des ondes de surface. La seconde partie du chapitre sera consacrée aux ondes élastiques en milieu piézoélectrique et à la construction des équations fondamentales de propagation dans ce type de matériau. Une troisième partie concernera les ondes dans des structures bi-

couche, chaque couche pouvant être piézo ou non-piézoélectrique. Les méthodes de résolution numérique seront présentées au fur et à mesure du chapitre, et seront agrémentées d'exemples concrets. L'effet des perturbations extérieures sur les ondes élastiques de surface fera l'objet du chapitre suivant.

2.1 Les principaux types d'ondes élastiques

Lorsque l'on frappe sur un long rail d'acier avec une pierre, une déformation mécanique est induite au point d'impact. Le matériau étant élastique, cette déformation génère des forces de rappel tout autour du point d'impact et engendre de fait la propagation d'une perturbation mécanique dans toutes les directions. Grâce à l'action des forces de rappel élastiques, le rail retrouve rapidemment sa forme initiale après le passage de la perturbation. On parle de **propagation d'une onde mécanique**, car l'énergie transférée au rail lors du choc se propage dans le matériau sans transporter de matière et sans altérer de façon irréversible ses propriétés locales. Dans l'acier, la vitesse de propagation d'une perturbation mécanique est typiquement de l'ordre de 5000 m/s. Cette vitesse correspond à la vitesse du son dans le matériau.

Deux principaux types d'ondes peuvent se propager suite à l'impact : des ondes de volume et des ondes de surface. Les ondes de volume se propagent à l'intérieur du matériau et peuvent exister sous deux formes distinctes : les ondes longitudinales et les ondes transversales. Une onde longitudinale provoque une perturbation dont la direction est parallèle à la direction de propagation de l'onde. Un élément situé sur le trajet d'une onde plane progressive (OPP) longitudinale subit une succession de compressions et d'étirements dans le sens de la propagation. Une onde transversale provoque une perturbation dont la direction est comprise dans le plan perpendiculaire à la direction de l'onde. Un élément situé sur le trajet d'une OPP transversale oscille autour de son point d'équilibre, perpendiculairement au sens de propagation de l'onde. Une onde transversale est dite 'polarisée' dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation. Un plan étant défini par deux vecteurs non-colinéaires, deux directions principales orthogonales peuvent être avantageusement choisies pour rendre compte de tous les états de polarisation possibles des ondes planes transversales qui se propagent selon une direction définie au sein d'un matériau. Pour une direction donnée, il faut donc considérer trois OPP : une OPP longitudinale et deux OPP transversales. La vitesse des OPP longitudinales est toujours plus grande que celle des OPP transversales. De plus, si les vitesses des deux ondes transversales sont égales dans le cas d'un solide isotrope, elles sont généralement différentes dans le cas anisotrope. En anglais, les ondes de volume portent le nom de 'bulk waves'.

Les ondes de volume ne peuvent pas dans la plupart des cas se propager en surface car les perturbations physiques qu'elles y génèrent ne satisfont pas aux conditions aux limites très particulières imposées par l'absence de matière au-dessus du chemin de propagation. Dans certains cas, une combinaison d'effets mécaniques et électriques permet cependant à certaines ondes de volume transversales (ou ondes de cisaillement) polarisées dans un plan parallèle à la surface de se propager très près de la surface voire en surface.

En anglais, ces ondes de volume particulières, déjà évoquées au chapitre I, sont nommées Surface Skimming Bulk Waves (SSBW) et font partie de la famille des Shear Horizontal Waves (SH-Waves). Lorsque les conditions naturelles de propagation ne sont pas suffisantes pour que l'onde transverse horizontale puisse se propager en surface, il est parfois possible de piéger cette onde à l'aide d'un réseau de doigts métalliques ou de sillons disposés le long du parcours de l'onde. Dans ce dernier cas, les ondes SSBW deviennent des Surface Transverse Waves (STW). Ces deux types d'ondes sont très utilisés pour la réalisation de filtres SAW car les SSBW et les STW sont plus rapides, possèdent souvent un meilleur coefficient de couplage électromécanique (K^2) et sont beaucoup moins sensibles aux pollutions de surface que les ondes SAW de type Rayleigh.

Sous certaines conditions, les ondes de volume longitudinale et transversales peuvent toutefois se coupler pour satisfaire les conditions aux limites de surface. Lorsque la matière subit un effort mécanique, elle se contracte (ou se dilate) perpendiculairement à la direction de l'effort appliqué (voir figure 2.1). Cet effet est décrit analytiquement par le coefficient de Poisson ($\nu = \frac{(l_0-l)/l_0}{(L_0-L)/L_0}$). Lorsqu'une onde longitudinale se propage en surface, elle génère donc des contraintes perpendiculaires à la surface en plus des contraintes longitudinales. De même, une onde transversale polarisée dans le plan sagittal [1] génère des contraintes longitudinales en plus des contraintes perpendiculaires à la surface. En combinant judicieusement les deux ondes (même vitesse et déphasage de $\pi/2$), il devient dès lors possible de compenser les contraintes perpendiculaires générées par l'une avec celles, opposées, générées par l'autre. Le couplage des deux modes de propagation permet alors de satisfaire à la condition de nullité des contraintes mécaniques perpendiculaires à la surface, imposée dans le cas d'une onde de surface par l'absence de matière au-dessus du chemin de propagation (continuité des contraintes).

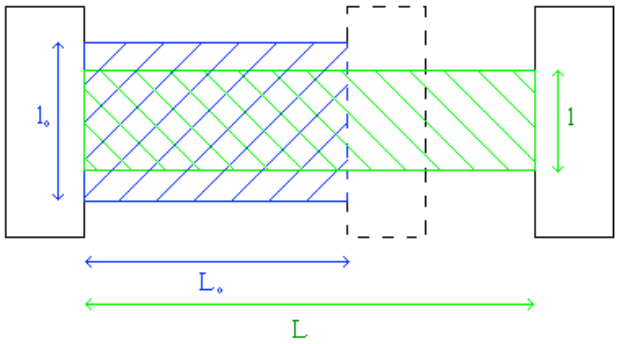


FIG. 2.1 – Contraction transversale de la matière soumise à une force longitudinale (étirement) [118].

L'onde qui résulte de ce couplage est une onde guidée par la surface dite 'de Rayleigh', bien connue depuis les travaux de Lord Rayleigh en 1885. La vitesse de propaga-

[1] le plan sagittal est le plan perpendiculaire à la surface, qui comprend la direction de propagation.

tion de ces ondes est toujours inférieure à la vitesse des ondes transversales de volume, car la rigidité de la surface de propagation est affaiblie par rapport à celle du volume, suite à l'absence de matière solide au-dessus de la surface. Comme nous le verrons plus en détails dans les sections suivantes, la vitesse d'une onde dans un corps solide homogène est en effet donnée par le rapport $V = \sqrt{\frac{c}{\rho}}$ où c est la constante effective de rigidité du matériau et ρ sa densité volumique. Lorsque la rigidité du matériau diminue, la vitesse en fait donc autant. En tant qu'onde de surface, l'onde de Rayleigh voit décroître rapidement l'amplitude de ses composantes longitudinales et transversales dans le volume. La propagation des ondes de Rayleigh ne concerne qu'une zone superficielle d'épaisseur comparable à la longueur d'onde λ_R. L'amplitude des ondes de Rayleigh en surface d'un milieu cristallin est typiquement de l'ordre de 10 Å. Les longueurs d'ondes varient de 1 à 100 μm [87]. La composante transversale est toujours plus grande que le déplacement longitudinal, quelle que soit la profondeur. Les deux composantes étant déphasées de $\pi/2$, le mouvement des particules est elliptique 'rétrograde' en surface et peut subir une ou plusieurs inversions en fonction de la profondeur dans des solides anisotropes [119]. Les ondes de Rayleigh se propagent sur des surfaces planes ou à grand rayon de courbure par rapport à la longueur d'onde λ_R. Les pertes de propagation réduisent l'amplitude des ondes selon une loi en $e^{-\alpha x}$ où x est la distance de propagation. Le coefficient d'atténuation α est attribué, pour des puissances modérées, à trois types de phénomènes [81] :

- la diffusion et la diffraction par les défauts superficiels. Cette contribution peut être très réduite en utilisant des surfaces polies optiques et des cristaux sans défauts,

- l'amortissement dû à la viscosité intrinsèque des matériaux employés comme substrats. Le coefficient d'atténuation ainsi introduit est proportionnel au carré de la fréquence,

- la fuite de puissance sous forme d'ondes élastiques de volume dans le gaz en contact avec la surface de propagation. Cette atténuation, fonction de la pression du gaz, est proportionnelle à la fréquence. Elle est la plus forte à basse fréquence (f$\leq$10 MHz) pour de l'air à pression atmosphérique.

Les pertes imposent une limite supérieure à la fréquence de fonctionnement des dispositifs à ondes de surface.

Les ondes de Rayleigh ne sont pas les seules ondes élastiques qui peuvent se propager à la surface de matériaux solides homogènes et d'épaisseur semi-infinie. Des ondes différentes se propagent dans certaines conditions d'orientation de la surface et du vecteur d'onde par rapport aux axes cristallins. Elles comprennent :

- les ondes de Bleustein-Gulyaev (BG). Ces ondes purement transversales induisent un déplacement des particules parallèle à la surface (polarisation horizontale) et se propagent dans une direction formant un plan sagittal perpendiculaire à un axe de symétrie d'ordre 2. La vitesse de propagation de ces ondes est peu différente de celle des ondes de volume transversales de même polarisation. Les ondes de BG pénètrent dans le substrat beaucoup plus profondément que les ondes de Rayleigh

avec une décroissance d'amplitude exponentielle. L'épaisseur de peau concernée par ces ondes est comprise entre 10 et 100 longueurs d'onde [120].

– les pseudo-ondes de surface ou ondes à pertes, déjà évoquées au chapitre I. Ces ondes, appelées 'Leaky Waves' en anglais, apparaissent quand la vitesse des ondes de Rayleigh devient égale à celle de l'onde quasi transversale de volume la plus lente, pour des raisons d'anisotropie du milieu. Un couplage entre l'onde de Rayleigh et l'onde transversale peut alors se produire. L'onde de Rayleigh se transforme le long du trajet de propagation en onde transversale de volume et ne reste plus confinée près de la surface. L'onde 'fuit' dans le volume [121]. La profondeur de pénétration pour une onde se propageant sur une surface libre est de l'ordre de plusieurs longueurs d'onde. Avec une surface métallisée, l'onde est piégée fortement en surface et la profondeur de pénétration est réduite à une longueur d'onde approximativement. Il existe toutefois des coupes et des directions de propagation pour lesquelles les pertes sont très faibles, ce qui rend les 'Leaky Waves' très intéressantes pour la réalisation de dispositifs SAW, car leur coefficient de couplage électromécanique est généralement nettement plus élevé que celui des ondes de Rayleigh, pour un matériau donné.

2.2 Modélisation et résolution numérique dans le cas non-piézoélectrique

Dans ce chapitre, nous chercherons à établir les équations qui régissent la propagation des ondes de volume et de Rayleigh dans un solide non-piézoélectrique anisotrope. Celles-ci seront résolues analytiquement dans certains cas particuliers puis numériquement dans le cas général.

2.2.1 Ondes planes progressives en milieu anisotrope

Nous savons, depuis Newton, que l'application d'une force sur un objet modifie la vitesse de ce dernier. L'accélération résultante a la même direction et le même sens que la force appliquée. Elle est proportionnelle à celle-ci et inversement proportionnelle à la masse m de l'objet. Ceci est résumé par la relation fondamentale de la dynamique (RFD) :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \tag{2.1}$$

Ainsi, lorsqu'une perturbation mécanique est appliquée en surface d'un matériau donné, la matière environnante subit une accélération et des mouvements sont générés. Les OPP de volume et de surface sont une forme particulière de ces mouvements et leur mise en équation résulte d'une démarche en deux étapes. La première étape consiste à exprimer l'équation (2.1) dans le milieu de propagation. Pour ce faire, toutes les forces engendrées par tout type de déplacement au sein du milieu doivent être identifiées, traduites sous forme mathématique puis injectées dans le membre de gauche de l'équation. La

RFD exprimée pour un milieu spécifique est notée $(2.1)_m$. La seconde étape consiste à tester l'existence d'une OPP donnée dans le milieu en vérifiant que son équation d'onde (i.e. : l'équation décrivant mathématiquement les propriétés de l'onde) est bien solution de l'équation $(2.1)_m$ sous certaines conditions. La vitesse de l'onde est l'une de ces conditions. Elle est donc fixée par la résolution de l'équation $(2.1)_m$ pour une forme d'onde particulière. L'exemple suivant illustre cette procédure dans le cas très simple de la propagation d'une onde longitudinale (de volume) le long d'une chaîne monoatomique.

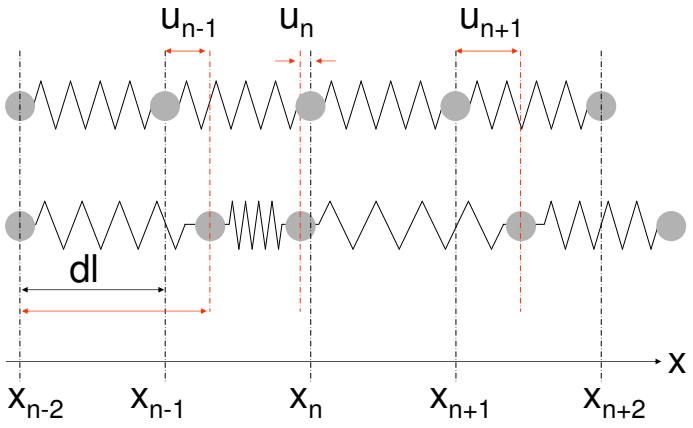


FIG. 2.2 – Chaîne monoatomique. Modèle simplifié.

La chaîne monoatomique est modélisée par une succession d'atomes de masse m reliés entre eux par des ressorts de raideur k (voir fig. 2.2). La position x d'un atome a_n de la chaîne est repéré par la fonction u_n, qui représente la valeur algébrique de l'écartement de l'atome a_n par rapport à sa position d'équilibre x_n. Les seules forces subies par un atome a_n sont celles exercées par les deux ressorts situés de part et d'autre de l'atome. Exprimons ces forces.

La force de rappel exercée par un ressort lorsque celui-ci est étiré ou comprimé est proportionnelle à son élongation $\Delta l = l - l_0$. Elle est de la forme générale : $\vec{F} = -k\Delta l\vec{x}$. Considérons le ressort $[x_n,\ x_{n+1}]$. L'élongation du ressort est donnée par la fonction $(u_{n+1} - u_n)$ (voir fig. 2.3). La force exercée par le ressort sur l'atome a_{n+1} est donc $F_{n+1} = -k(u_{n+1} - u_n)$. En vertu des lois d'action et de réaction, la force exercée par le ressort sur l'atome a_n est opposée à F_{n+1} et vaut : $-F_{n+1} = k(u_{n+1} - u_n)$.

Puisque les atomes sont très proches les uns des autres (à l'équilibre cette distance vaut $x_{n+1} - x_n = dl$), la matière peut être considérée comme continue en première approximation. Ceci permet d'exprimer l'ensemble des fonctions indépendantes u_n à l'aide d'une seule et même fonction continue $u(x)$, qui donne le déplacement algébrique en tout point x

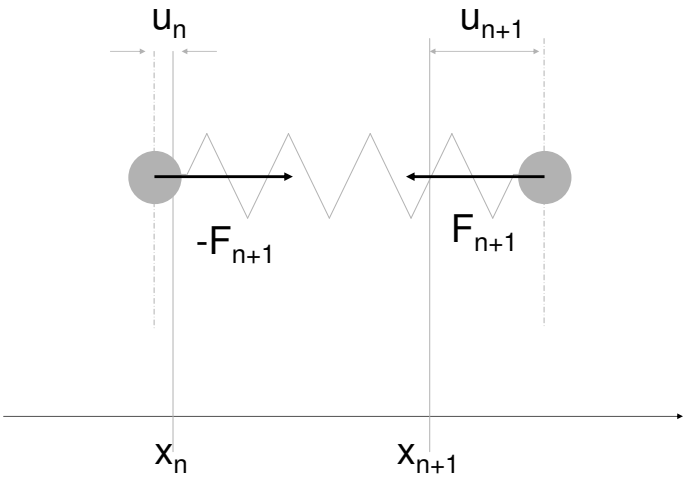


FIG. 2.3 – Forces exercées par l'un des ressorts de la chaîne.

de la chaîne. Ainsi, $u_n = u(x_n)$ et $u_{n+1} = u(x_{n+1}) = u(x_n + dl) = u(x_n) + (du/dx)_{x_n} dl$. La force $-F_{n+1}$ exercée par le ressort [x_n, x_{n+1}] sur l'atome a_n devient alors :

$$\begin{aligned} -F_{n+1} &= k[u(x_n + dl) - u(x_n)] \\ &= k\Big(\frac{du}{dx}\Big)_{x_n} dl \end{aligned} \tag{2.2}$$

De même, la force de rappel F_n exercée par le ressort [x_{n-1},x_n] sur l'atome a_n est donnée par (voir fig. 2.4) :

$$\begin{aligned} F_n &= -k[u(x_n) - u(x_n - dl)] \\ &= -k\Big(\frac{du}{dx}\Big)_{x_n - dl} dl \end{aligned} \tag{2.3}$$

La force totale exercée sur a_n est donc :

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_{a_n} &= -F_{n+1} + F_n \\ &= k\Big(\frac{du}{dx}\Big)_{x_n} dl - k\Big(\frac{du}{dx}\Big)_{x_n - dl} dl \\ &= k[\Big(\frac{du}{dx}\Big)_{x_n} - \Big(\frac{du}{dx}\Big)_{x_n - dl}] dl \\ &= k\Big(\frac{d^2u}{dx^2}\Big)_{x_n} dl^2 \end{aligned} \tag{2.4}$$

et la RFD s'écrit :

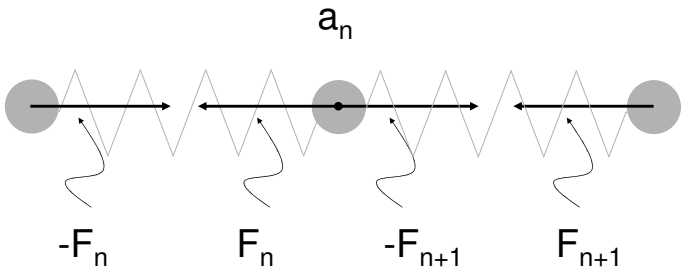


FIG. 2.4 – Forces exercées en a_n par les ressorts $[x_{n-1}, x_n]$ et $[x_n, x_{n+1}]$.

$$\sum \vec{F}_{a_n} = m\vec{a} \Rightarrow k\Big(\frac{d^2u}{dx^2}\Big)_{x_n} dl^2 = m\Big(\frac{d^2u}{dt^2}\Big)_{x_n} \tag{2.5}$$

Si l'on considère un milieu continu (voir fig. 2.5), $m = \rho dV = \rho dl^3$. La RFD, qui décrit le mouvement de la paroi $x = x_n$ de l'élément dV, devient alors :

$$C_x\Big(\frac{d^2u}{dx^2}\Big) = \rho\Big(\frac{d^2u}{dt^2}\Big) \tag{2.6}$$

où $C_x = k/dl$ (N/m^2) est appelée constante de rigidité ou encore module d'élasticité du matériau.

Soit $\vec{T}(x)$ la fonction qui exprime les **contraintes mécaniques** (i.e. : les forces par unité de surface) qui s'exercent selon $\vec{x}$ en tout point de la chaîne (voir fig. 2.6). On a : $\vec{T}(x_n) = -\vec{F}_{n+1}/dl^2$, $\forall n$. D'où, d'après (2.2) :

$$\begin{aligned} \vec{T}(x) &= k\Big(\frac{du}{dx}\Big)_{x_n} \vec{dl}/dl^2 \\ &= C_x\Big(\frac{du}{dx}\Big)\vec{x} \end{aligned} \tag{2.7}$$

Cette équation n'est autre que la **loi de Hooke** en milieu homogène et isotrope. **Le membre de gauche (MdG) de la RFD en milieu continu** (2.6) **est donc obtenu en dérivant** $T(x)$ **par rapport à** x :

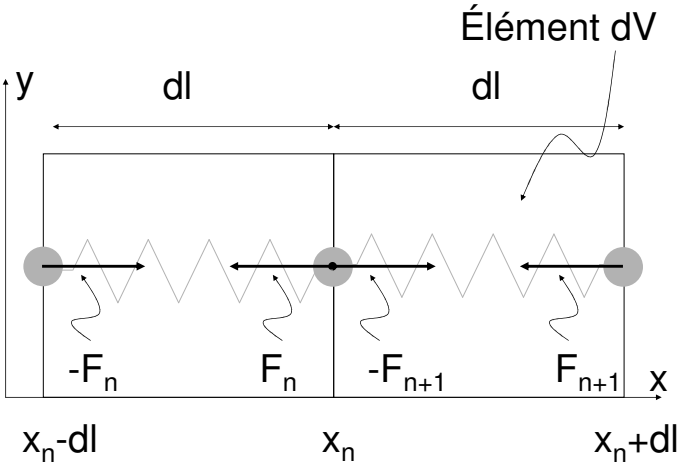


FIG. 2.5 – Correspondance milieu discret/milieu continu. Définition de l'élément dV.

$$MdG = (T(x+dl) - T(x))/dl \tag{2.8}$$

Cette règle sera réutilisée plus loin pour construire la RFD dans le cas plus général d'un milieu anisotrope à trois dimensions. La loi de Hooke (2.7) est généralement exprimée sous la forme $\vec{T}(x) = kD(x)\vec{x}$, où $D(x) = du/dx$ exprime **la déformation** en tout point x.

L'équation (2.6) correspond à l'équation $(2.1)_m$ recherchée pour notre milieu. Nous pouvons donc maintenant passer à l'étape 2 de notre procédure. Pour ce faire, il nous faut injecter dans $(2.1)_m$ l'équation décrivant l'OPP longitudinale recherchée. Cette équation est de la forme :

$$u = u_0 e^{i(kx-\omega t)} \tag{2.9}$$

où k=$2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde et $\omega = 2\pi\nu$ est la fréquence angulaire. Si l'on substitue (2.9) dans (2.6) on obtient :

$$\omega^2 \rho = C_x k^2$$

Par conséquent, la vitesse de propagation de l'onde est :

$$v = \omega/k = \sqrt{\frac{C_x}{\rho}} \tag{2.10}$$

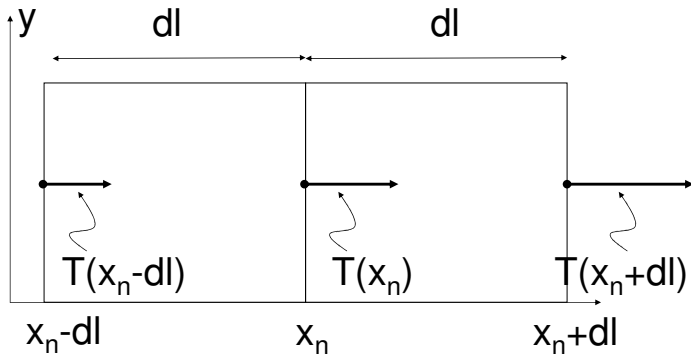


FIG. 2.6 – Représentation graphique de la fonction des contraintes mécaniques $\vec{T}(x)$.

Ce modèle très simple permet d'illustrer la méthode de recherche classique d'une solution d'onde particulière dans un milieu donné. La formule obtenue est générale et permet de calculer notamment la vitesse d'une OPP longitudinale dans un milieu homogène isotrope. Cependant, ce modèle ne tient compte que des forces et déplacements selon $\vec{x}$. Il ne peut donc pas rendre compte des ondes transversales, qui impliquent des déplacements et donc des forces de rappel perpendiculaires à $\vec{x}$ (voir fig. 2.7).

En résumé, la procédure de recherche d'une OPP dans un milieu défini est la suivante :

1. Lister les contraintes mécaniques susceptibles de s'exercer sur chaque face d'un élément dV de matière au sein du milieu puis les exprimer en fonction des coordonnées d'espace et des fonctions de déplacement choisies, en utilisant la relation de Hooke qui relie les contraintes aux déformations. Dans l'exemple précédent, la seule coordonnée d'espace est x et la fonction qui décrit les déplacements de matière en fonction de x est $u(x)$.

2. Exprimer la relation fondamentale de la dynamique (RFD) dans le milieu à l'aide des expressions des contraintes précédemment établies.

3. Injecter l'équation d'onde recherchée dans la RFD et résoudre l'équation obtenue.

Notre objectif est maintenant d'appliquer cette procédure au cas plus général d'une OPP de volume se propageant dans un milieu tridimensionnel anisotrope. La première étape consiste à énumérer les contraintes susceptibles de s'exercer sur les parois d'un élément dV ainsi que les déformations pouvant en résulter. On identifie neuf types de contraintes : trois contraintes axiales (T_{xx}, T_{yy} et T_{zz}) et six contraintes de cisaillement

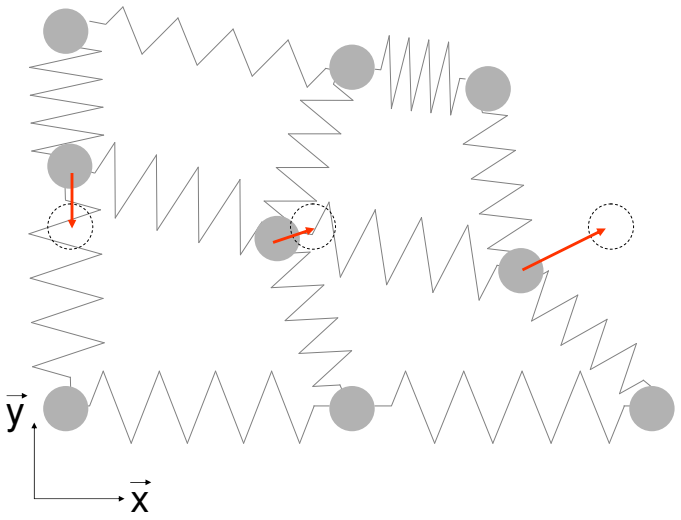


FIG. 2.7 – Réseau monoatomique en 2D - modèle simplifié. Les cercles en pointillés matérialisent la position d'équilibre des atomes. Les flèches représentent les forces de rappel exercées sur l'atome par les ressorts environnants.

(T_{xy}, T_{xz}, T_{yx}, T_{yz}, T_{zx} et T_{zy}) (voir fig. 2.8).

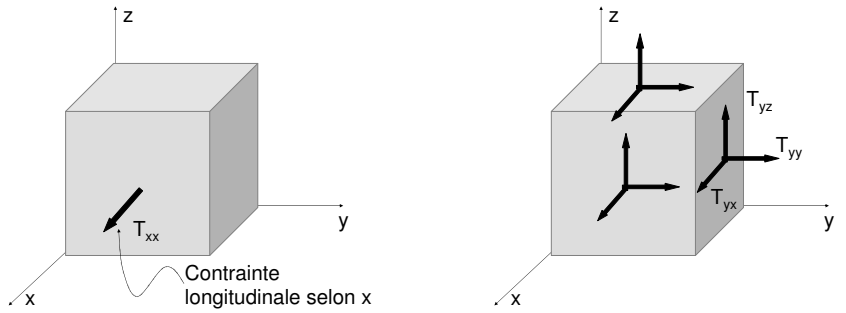
Les neuf types de contraintes peuvent générer neuf types de déformations : trois déformations longitudinales (D_{xx}, D_{yy} et D_{zz}) et six déformations de cisaillement (D_{xy}, D_{xz}, D_{yx}, D_{yz}, D_{zx} et D_{zy}) (voir fig. 2.9 (a)). Les mouvements de cisaillement dans le plan $\widehat{xOy}$ (D_{yx} et D_{xy}) sont représentés sur la figure (voir fig. 2.9 (b)). Leurs expressions mathématiques respectives sont $\partial u_x/\partial y$ et $\partial u_y/\partial x$. Les expressions mathématiques des quatre autres mouvements de cisaillement (deux dans le plan $\widehat{xOz}$ et deux dans le plan $\widehat{yOz}$) sont : $\partial u_z/\partial y$, $\partial u_y/\partial z$, $\partial u_z/\partial x$ et $\partial u_x/\partial z$.

L'ensemble des neuf contraintes qui s'exercent sur l'élément de volume dV peuvent être avantageusement rangées sous forme de tableau (ou tenseur des contraintes), en prenant $x = 1$, $y = 2$ et $z = 3$:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix}$$

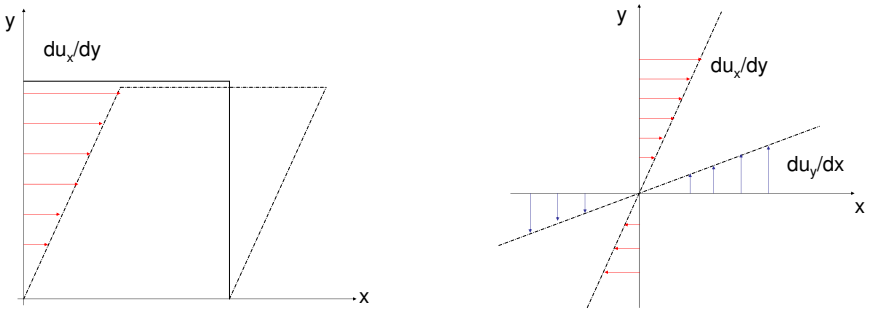
De même :

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{pmatrix}$$



(a) (b)

FIG. 2.8 – Contraintes pouvant s'exercer sur les parois d'un élément dV. (a) Exemple 1D traité précédemment. (b) Cas général 3D : se rajoutent 2 contraintes axiales et 6 contraintes de cisaillement (2 sur chaque face).



(a) (b)

FIG. 2.9 – Contraintes de cisaillement. (a) Effet du cisaillement D_{yx} sur un élément dS du plan $\widehat{xOy}$. (b) Cisaillement en y selon x (D_{yx}) et en x selon y (D_{xy}) dans le plan $\widehat{xOy}$.

L'objectif est maintenant d'exprimer les contraintes T_{ij} en fonction des coordonnées d'espace (x_1, x_2, x_3) et des fonctions de déplacement (u_1, u_2, u_3), c'est à dire en fonction des déformations locales $D_{ij} = \partial u_i / \partial x_j$.

Le milieu étant anisotrope, chacune des neuf contraintes T_{ij} peut générer chacune des neuf déformations locales D_{ij}. Le tenseur C qui permet de relier les matrices T_{ij} et D_{ij} comprend donc $9 * 9 = 81$ paramètres. Il est noté C_{ijkl}, avec $(i, j, k, l = 1, 2, 3)$. La relation entre les tenseurs T_{ij}, D_{ij} et C_{ijkl} est une généralisation de la loi de Hooke en milieu anisotrope à trois dimensions. Elle est notée :

$$T_{ij} = C_{ijkl} D_{kl} \tag{2.11}$$

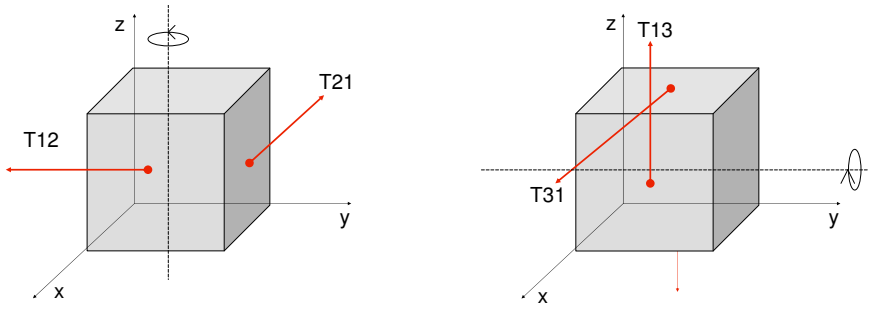
,en utilisant la convention de sommation d'Einstein [2]. Dans ce cas précis, il y a somma-

[2] quand l'indice d'une variable apparaît deux fois dans un terme, on sous-entend la sommation sur toutes les valeurs que peut prendre cet indice.

tion sur toutes les valeurs de k et l. L'expression (2.11) correspond au cas le plus général. Elle peut être considérablement simplifiée à l'aide :

– **de considérations dynamiques**. L'élément dV soumis aux neuf contraintes mécaniques subit un ensemble de déformations jusqu'à atteindre un état d'équilibre (statique), pour lequel l'ensemble des forces et de leurs moments se compensent. L'absence de rotation en état d'équilibre statique impose notamment les égalités suivantes : $T_{12} = T_{21}$, $T_{13} = T_{31}$ et $T_{23} = T_{32}$ (voir fig. 2.10). Le tenseur T_{ij} est donc symétrique et il n'existe que six contraintes mécaniques indépendantes :

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ & T_{22} & T_{23} \\ & & T_{33} \end{pmatrix}$$



(a) (b)

FIG. 2.10 – Egalité entre contraintes de cisaillement imposées par l'état d'équilibre statique. (a) $T_{12} = T_{21}$ (b) $T_{13} = T_{31}$.

– **de la réécriture du tenseur D_{ij} sous la forme d'une somme de deux sous-parties, l'une symétrique (S_{ij}) et l'autre antisymétrique (A_{ij})**. La procédure est la suivante :

$$D_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{2}\frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{1}{2}\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \tag{2.12}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.13}$$

$$= S_{ij} + A_{ij} \tag{2.14}$$

La matrice antisymetrique A_{ij} est la matrice des rotations locales. Celles-ci pouvant être négligées en première approximation, la loi de Hooke généralisée devient :

$$T_{ij} = C_{ijkl} S_{kl} \tag{2.15}$$

avec S_{kl} symétrique par construction :

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{1}{2}(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}) & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{1}{2}(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}) & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{pmatrix} \tag{2.16}$$

Puisque les matrices T_{ij} et S_{kl} sont symétriques, elles ne contiennent chacune que 6 termes indépendants. La tenseur C_{ijkl} ne contient donc plus que $6 * 6 = 36$ termes indépendants. Il peut alors être utile d'utiliser la notation simplifiée ci-dessous pour exprimer la loi de Hooke généralisée :

$$T_\alpha = C_{\alpha\beta} S_\beta \tag{2.17}$$

avec la correspondance $(i, j) \leftrightarrow \alpha$ ou β suivante : (11)$\leftrightarrow$ 1, (22)$\leftrightarrow$ 2, (33)$\leftrightarrow$ 3, (23)$\leftrightarrow$ 4, (13)$\leftrightarrow$ 5, (12)$\leftrightarrow$ 6.

– **de considérations énergétiques** qui permettent de démontrer le caractère symétrique du tenseur $C_{\alpha\beta}$ et de réduire ainsi à 21 le nombre maximal de constantes d'élasticité indépendantes. La variation d'énergie interne U d'un élément de volume dV soumis à une contrainte T_α est : $dU = dS_\alpha T_\alpha + TdS$, où T, S et $dS_\alpha T_\alpha$ représentent respectivement la température, l'entropie et la variation d'énergie potentielle élastique stockée dans l'élément dV. A entropie constante, T_α peut donc s'écrire sous la forme suivante :

$$T_\alpha = \Big(\frac{\partial U}{\partial S_\alpha}\Big)_{S=cst.} \tag{2.18}$$

La condition $S = cst.$ est remplie lorsque les mouvements sont réversibles et trop rapides pour qu'il y ait échange de chaleur. Elle est donc remplie en première approximation pour les mouvements ondulatoires dans les solides. Considérons maintenant l'équation (2.17). En différentiant cette équation autour de la position d'équilibre (i.e. : pour S_β=0), nous obtenons :

$$dT_\alpha = C_{\alpha\beta} dS_\beta \Leftrightarrow C_{\alpha\beta} = \frac{\partial T_\alpha}{\partial S_\beta} \tag{2.19}$$

En injectant (2.18) dans (2.19), on obtient alors :

$$C_{\alpha\beta} = \frac{\partial^2 U}{\partial S_\beta \partial S_\alpha} = \frac{\partial^2 U}{\partial S_\alpha \partial S_\beta} = C_{\beta\alpha} \tag{2.20}$$

Puisque la condition d'isentropie $S = cst.$ est nécessaire pour aboutir à la relation (2.20), on dit qu'il y a égalité des modules isentropiques : $C_{\alpha\beta} = C_{\beta\alpha}$. La relation entre T_α et S_β peut alors s'exprimer sous la forme simplifiée suivante :

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ 2S_4 \\ 2S_5 \\ 2S_6 \end{pmatrix}, C_{\alpha\beta} = C_{\beta\alpha}$$

A l'aide de la relation (2.16), on obtient alors :

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial y} \\ \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ (\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}) \\ (\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}) \\ (\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}) \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

– **de considérations de symétrie**. Les matériaux cristallins présentent un certain nombre de symétries qui imposent la nullité ou l'égalité de plusieurs coefficients $C_{\alpha\beta}$. Supposons par exemple que le plan $\widehat{xOy}$ est un plan de symétrie du matériau M_1. Cela signifie que l'opération d'inversion des coordonnées en z de chaque point du matériau ne modifie aucunement ce dernier. Cette opération s'exprime sous la forme :

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$$

où la matrice $\alpha_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ est la matrice de passage du repère initial au repère final.

Puisque M_1 est invariant par l'opération de symétrie α_{ij}, le tenseur des coefficients élastiques doit l'être également. La règle de transformation des éléments d'un tenseur de quatrième ordre soumis à une opération de symétrie β_{ij} quelconque est la suivante : $C_{ijkl} = \beta_i^p \beta_j^q \beta_k^r \beta_l^s C_{pqrs}$. Dans notre cas, on doit donc avoir : $C_{ijkl} = \alpha_i^i \alpha_j^j \alpha_k^k \alpha_l^l C_{ijkl} \Rightarrow \alpha_i^i \alpha_j^j \alpha_k^k \alpha_l^l = +1 \; \forall (i,j,k,l) = (1,2,3)$. Puisque $\alpha_{11} = \alpha_{22} = 1$ et $\alpha_{33} = -1$, cette dernière condition n'est pas vérifiée lorsque un ou trois des termes (i,j,k,l) prend la valeur 3. Dans ce cas, la valeur C_{ijkl} correspondante doit être nulle. En conclusion, la symétrie du matériau M_1 par rapport au plan de symétrie $\widehat{xOy}$ impose la nullité de tous les coefficients C_{ijkl} possédant un ou trois indices de valeur 3. On obtient :

$$C_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ & & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}$$

Les structures des tenseurs $C_{\alpha\beta}$ pour les différents systèmes de symétrie naturels peuvent être trouvés dans de nombreux ouvrages ([123]- p. 128).

Nous disposons maintenant de l'expression des contraintes mécaniques en fonction des déformations locales (2.21). Nous pouvons donc construire la RFD dans un milieu anisotrope donné, en dérivant correctement cette expression par rapport à x, y ou z. Nous savons déjà que la dérivée de T_{11} par rapport à x donne le premier terme du membre de gauche de la RFD **selon** $\vec{x}$ (voir 2.8). Cet effet est illustré sur la figure (2.11).

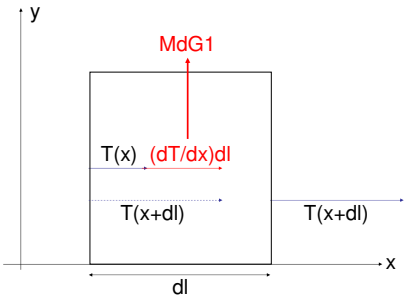


FIG. 2.11 – Construction géométrique du membre de gauche de la RFD selon $\vec{x}$. Terme dû à la contrainte T_{11} (MdG1).

Nous pouvons utiliser cette méthode graphique pour déduire, par analogie, les termes du membre de gauche de la RFD selon $\vec{x}$ dus aux contraintes de cisaillement T_{12} et T_{13}. Le terme généré par T_{12} est $\partial T_{12}/\partial y$ (2.12). Celui généré par T_{13} est $\partial T_{13}/\partial z$.

La RFD générale pour la direction $\vec{x}$ dans un milieu homogène anisotrope est donc la suivante :

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{11}}{\partial x} + \frac{\partial T_{12}}{\partial y} + \frac{\partial T_{13}}{\partial z} \tag{2.22}$$

Il est possible de déduire de même la RFD pour les directions y et z :

$$\rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{21}}{\partial x} + \frac{\partial T_{22}}{\partial y} + \frac{\partial T_{23}}{\partial z} \tag{2.23}$$

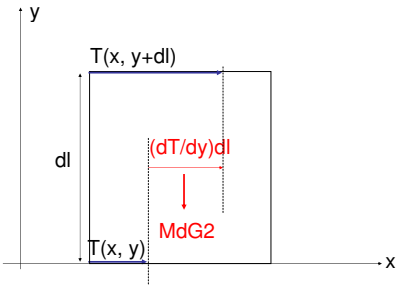


FIG. 2.12 – Construction géométrique du membre de gauche de la RFD selon $\vec{x}$. Terme dû à la contrainte T_{21} (MdG2).

$$\rho\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{31}}{\partial x} + \frac{\partial T_{32}}{\partial y} + \frac{\partial T_{33}}{\partial z} \tag{2.24}$$

En notation simplifiée, les équations (2.22),(2.23) et (2.24) deviennent :

$$\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial T_6}{\partial y} + \frac{\partial T_5}{\partial z} \tag{2.25}$$

$$\rho\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{\partial T_6}{\partial x} + \frac{\partial T_2}{\partial y} + \frac{\partial T_4}{\partial z} \tag{2.26}$$

$$\rho\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial T_5}{\partial x} + \frac{\partial T_4}{\partial y} + \frac{\partial T_3}{\partial z} \tag{2.27}$$

Les équations ci-dessus expriment la RFD dans les trois directions d'espace d'un milieu anisotrope. La connaissance de la matrice $C_{\alpha\beta}$ permet d'écrire ces équations pour un milieu particulier. Injecter les équations d'OPP longitudinales et transversales dans ces équations permet alors de déduire la vitesse de chacune de ces trois ondes.

Nous allons maintenant illustrer cette procédure par un exemple, en calculant la vitesse de propagation des OPP dans des cristaux d'aluminium et de diamant [122]. Ces deux cristaux sont de symétrie cubique. Le haut degré de symétrie d'une maille cubique impose la nullité ou l'égalité de plusieurs termes de la matrice $C_{\alpha\beta}$:

$$C_{cubique} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix}$$

En exprimant les T_α en fonction des coordonnées d'espace x, y et z et des fonctions de déplacement u_x, u_y et u_z à l'aide de la loi de Hooke généralisée (2.21), les équations

(2.25),(2.26) et (2.27) deviennent :

$$\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = C_{11}\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + C_{44}(\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}) + (C_{12}+C_{44})(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z}) \tag{2.28}$$

$$\rho\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = C_{11}\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + C_{44}(\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}) + (C_{12}+C_{44})(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y \partial z}) \tag{2.29}$$

$$\rho\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = C_{11}\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + C_{44}(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}) + (C_{12}+C_{44})(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y \partial z}) \tag{2.30}$$

Nous cherchons des OPP longitudinales et transversales de forme :

$$\vec{u} = \vec{u}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \tag{2.31}$$

avec $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$, $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ et $\vec{r} = (x, y, z)$. Pour u_x, la solution recherchée prend la forme :

$$u_x = u_{x_0} e^{i(\omega t - (k_x x + k_y y + k_z z))} \tag{2.32}$$

Pour u_y :

$$u_y = u_{y_0} e^{i(\omega t - (k_x x + k_y y + k_z z))} \tag{2.33}$$

Pour u_z :

$$u_z = u_{z_0} e^{i(\omega t - (k_x x + k_y y + k_z z))} \tag{2.34}$$

En injectant (2.32) dans (2.28), (2.33) dans (2.29) et (2.34) dans (2.30), on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} C_{11}k_x^2 + C_{44}(k_y^2+k_z^2) & (C_{12}+C_{44})k_x k_y & (C_{12}+C_{44})k_x k_z \\ (C_{12}+C_{44})k_y k_x & C_{11}k_y^2 + C_{44}(k_x^2+k_z^2) & (C_{12}+C_{44})k_z k_y \\ (C_{12}+C_{44})k_x k_z & (C_{12}+C_{44})k_y k_z & C_{11}k_z^2 + C_{44}(k_x^2+k_y^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \rho\omega^2 \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \tag{2.35}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{A}\vec{u} = \lambda\vec{u} \tag{2.36}$$

L'équation (2.36) contient toute l'information nécessaire au calcul de la vitesse d'une OPP longitudinale ou transversale dans toute direction. Considérons par exemple une OPP se propageant dans la direction $\vec{x}$ ($\Rightarrow k_y = 0$ et $k_z = 0$). Pour le mode longitudinal ($\Rightarrow u_y = 0$ et $u_z = 0$), l'équation (2.35) se réduit à :

$$C_{11}k_x^2 = \rho\omega^2 \Rightarrow V_L = \frac{\omega}{k_x} = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}$$

Pour une onde transversale polarisée selon $\vec{y}$ ($\Rightarrow u_x = 0$ et $u_z = 0$) ou selon $\vec{z}$ ($\Rightarrow u_x = 0$ et $u_y = 0$), l'équation (2.35) se réduit à :

$$C_{44}k_x^2 = \rho\omega^2 \Rightarrow V_T = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}$$

Pour l'aluminium : $\rho = 2730(kg/m^3)$, $C_{11} = 1,07.10^{11}(N/m^2)$ et $C_{44} = 0,28.10^{11}(N/m^2)$.
Pour le diamant : $\rho = 3500(kg/m^3)$, $C_{11} = 9,2.10^{11}(N/m^2)$ et $C_{44} = 4,3.10^{11}(N/m^2)$.
On obtient donc :

- pour l'aluminium : $V_L \approx 6300\ m/s$ et $V_T \approx 3200\ m/s$
- pour le diamant : $V_L \approx 16200\ m/s$ et $V_T \approx 11000\ m/s$

Notons la vitesse de propagation exceptionnellement élevée des ondes dans le diamant, en raison de la très grande dureté du matériau.

Dans le cas le plus général où la matrice $C_{\alpha\beta}$ contient 21 termes indépendants, injecter les équations d'OPP longitudinales et transversales (2.32), (2.33) et (2.34) dans les équations RFD (2.25), (2.26) et (2.27) conduit à l'équation :

$$\mathbf{A}_g\vec{u} = \lambda\vec{u} \text{ avec } \lambda = \rho\omega^2 \tag{2.37}$$

et :

$\mathbf{A}_g(1,1)$=$\mathrm{C}_{11}k_x^2$+$\mathrm{C}_{66}k_y^2$+$\mathrm{C}_{55}k_z^2$+2$\mathrm{C}_{16}k_xk_y$+2$\mathrm{C}_{15}k_xk_z$+2$\mathrm{C}_{56}k_yk_z$

$\mathbf{A}_g(1,2)$=$\mathrm{C}_{16}k_x^2$+$\mathrm{C}_{26}k_y^2$+$\mathrm{C}_{45}k_z^2$+(C_{12}+C_{66})k_xk_y+(C_{14}+C_{56})k_xk_z+(C_{46}+C_{25})k_yk_z

$\mathbf{A}_g(1,3)$=$\mathrm{C}_{15}k_x^2$+$\mathrm{C}_{46}k_y^2$+$\mathrm{C}_{35}k_z^2$+(C_{14}+C_{56})k_xk_y+(C_{13}+C_{55})k_xk_z+(C_{36}+C_{45})k_yk_z

$\mathbf{A}_g(2,2)$=$\mathrm{C}_{66}k_x^2$+$\mathrm{C}_{22}k_y^2$+$\mathrm{C}_{44}k_z^2$+2$\mathrm{C}_{26}k_xk_y$+2$\mathrm{C}_{46}k_xk_z$+2$\mathrm{C}_{24}k_yk_z$

$\mathbf{A}_g(2,3)$=$\mathrm{C}_{56}k_x^2$+$\mathrm{C}_{24}k_y^2$+$\mathrm{C}_{34}k_z^2$+(C_{46}+C_{25})k_xk_y+(C_{36}+C_{45})k_xk_z+(C_{23}+C_{44})k_yk_z

$\mathbf{A}_g$(3,3)=C$_{55}k_x^2$+C$_{44}k_y^2$+C$_{33}k_z^2$+2C$_{45}k_xk_y$+2C$_{35}k_xk_z$+2C$_{34}k_yk_z$

$\mathbf{A}_g$(2,1)=$\mathbf{A}_g$(1,2), $\mathbf{A}_g$(3,1)=$\mathbf{A}_g$(1,3), $\mathbf{A}_g$(3,2)=$\mathbf{A}_g$(2,3)

En utilisant la convention de sommation d'Einstein et la correspondance $k_x = k_1$, $k_y = k_2$, $k_z = k_3$, on obtient :

$$\mathbf{A}_g(i,l)=\mathbf{C}_{ijkl}k_jk_k \ , \forall \ (i,j,k,l) = (1,2,3)$$

L'équation (2.37) peut donc également s'écrire :

$$\mathbf{A}_g(i,l)u_l = \rho\omega^2 u_i, \quad \forall(i,l) = (1,2,3) \tag{2.38}$$

Résoudre cette équation pour une direction particulière revient en réalité à rechercher (pour cette direction) les valeurs propres λ_i et vecteurs propres $\vec{u}_i$ du tenseur A_g. Les directions des vecteurs propres correspondent à la polarisation des modes de propagation (voir fig. 2.13) et sont orthogonales deux à deux. La vitesse d'un mode de propagation (longitudinal ou transversal) est directement déduite de la valeur propre correspondante.

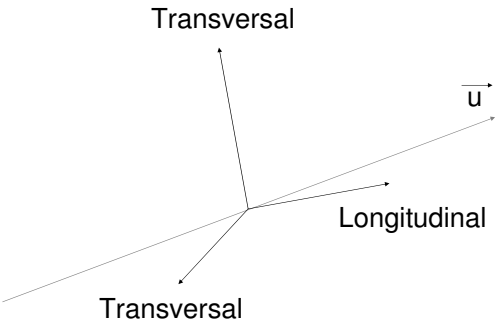
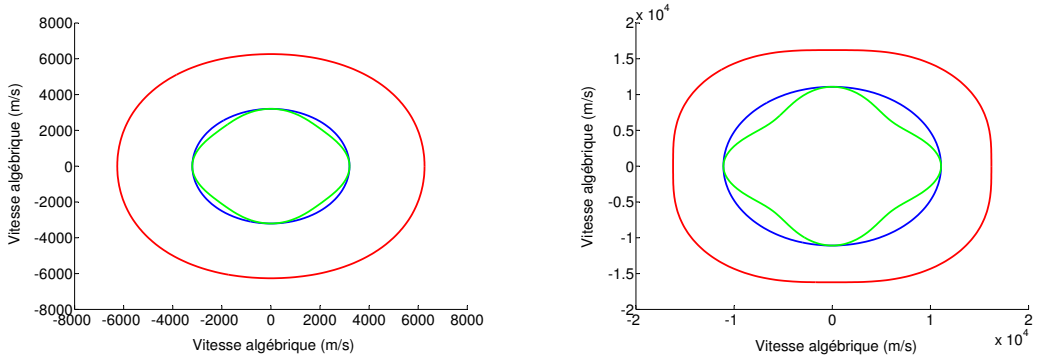


FIG. 2.13 – Modes propres (longitudinal et transversaux) dans la direction $\vec{u}$. Lorsque le vecteur longitudinal est colinéaire à $\vec{u}$, les deux vecteurs transversaux sont compris dans un plan orthogonal à $\vec{u}$ et les modes sont dits 'purs'.

L'utilisation d'outils numériques permet de résoudre aisément l'équation $\mathbf{A}_g\vec{u} = \lambda\vec{u}$ et d'obtenir la vitesse des ondes longitudinales et transversales dans toutes les directions pour tout type de matériau (i.e. : pour tout type de $C_{\alpha\beta}$) (voir fig. 2.14) [3].

Plusieurs surfaces caractéristiques sont utilisées pour illustrer la propagation des ondes élastiques dans les cristaux. Elles sont l'analogue des surfaces du même nom utilisées en

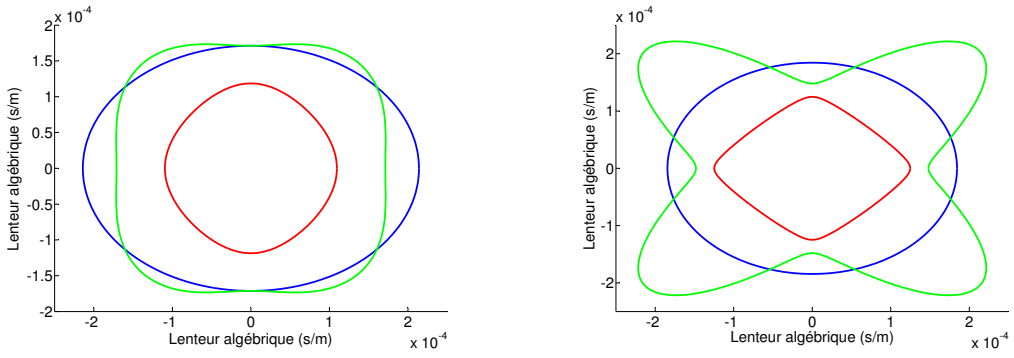
[3] L'ensemble des courbes théoriques présentées dans la suite du document ont été obtenues à l'aide de programmes de simulation numérique spécifiquement développés par l'auteur sous MatLab, dans le cadre de la présente étude.



(a) (b)

FIG. 2.14 – Courbes des vitesses pour les modes longitudinaux et transversaux dans le plan [100] de l'aluminium (a) et du diamant (b) (symétrie cubique).

optique cristalline pour décrire la propagation des ondes électromagnétiques. La surface des vitesses est le lieu, tracé à partir d'une origine O, de l'extrémité du vecteur $\vec{V} = V\vec{n}$ dont la longueur est égale à la vitesse de phase V et dont la direction est perpendiculaire aux plans d'ondes (voir fig. 2.14). La surface des lenteurs est le lieu du vecteur $\vec{m} = (1/V)\vec{n}$ (voir fig. 2.15). La surface des lenteurs, analogue à la surface des indices en optique, joue un rôle important dans les problèmes de réflexion et de réfraction. Cette surface a aussi le mérite de fournir, en plus de la vitesse de phase, la direction du transport de l'énergie. En effet, la vitesse d'énergie est en tout point normale à la surface des lenteurs ([123], pp. 169-170).



(a) (b)

FIG. 2.15 – Courbes des lenteurs pour les modes longitudinaux et transversaux dans le plan $[1\bar{1}0]$ du silicium (symétrie cubique) (a) et [001] du TiO2 (b).

La méthode de recherche d'une OPP longitudinale ou transversale de volume est résumée sur la figure (2.16).

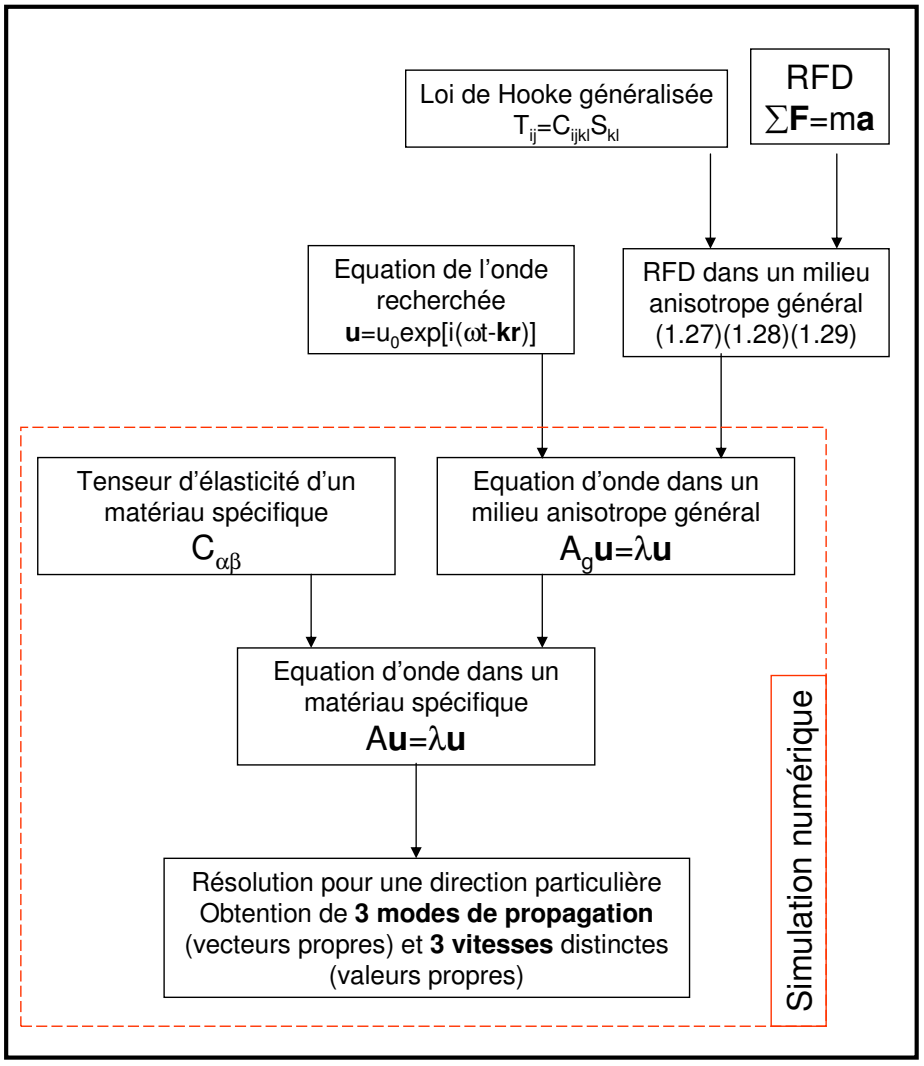


FIG. 2.16 – Méthode de recherche d'une OPP longitudinale ou transversale dans un matériau défini par son tenseur d'élasticité $C_{\alpha\beta}$.

2.2.2 Ondes de surface en milieu anisotrope

La procédure de recherche d'une onde de surface se propageant selon $\vec{x}_1$ (voir fig. 2.17) est très similaire.

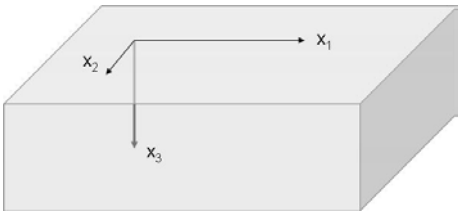


FIG. 2.17 – L'équation (2.39) exprime la propagation selon $\vec{x}_1$ d'une onde progressive de surface dans le repère ($\vec{x}_1$,$\vec{x}_2$,$\vec{x}_3$).

La première différence essentielle réside dans l'apparition d'un terme supplémentaire d'atténuation $e^{-\chi kx_3}$ dans l'équation d'onde recherchée :

$$\vec{u} = \vec{u}_0 e^{-\chi kx_3} e^{i(\omega t - kx_1)} \tag{2.39}$$

Lorsque l'on injecte l'équation (2.39) dans la RFD, ce terme supplémentaire entraîne l'apparition de termes en χ^2 et χ dans chaque terme $A_g(i,j)$. Chaque $A_g(i,j)$ peut ainsi s'exprimer sous la forme d'un polynôme du second degré en χ : $A_g(i,j) = \alpha(i,j)\chi^2 + \beta(i,j)\chi + \gamma, \forall(i,j)$. Une étape supplémentaire est donc nécessaire pour fixer la valeur de χ, de telle sorte que l'équation tensorielle $\mathbf{A}\vec{u} = \lambda\vec{u}$ puisse être résolue. Cette condition est remplie lorsque le déterminant de ($\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}$) est nul ($\mathbf{I}$ est la matrice identité). L'étape supplémentaire consiste donc à exprimer le déterminant de la matrice ($\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}$) puis à résoudre l'équation polynômiale obtenue pour en extraire les racines. Chacune de ces racines est une valeur de χ pour laquelle le système $\mathbf{A}\vec{u} = \lambda\vec{u}$ peut être résolu. Chaque racine correspond donc à une onde de surface 'partielle' de type (2.39). L'onde recherchée est la somme de toutes les ondes 'partielles'. Cependant, le milieu considéré étant semi-infini, l'amplitude de l'onde recherchée doit tendre vers zéro lorsque la profondeur tend vers $+\infty$. Or, les racines à partie réelle négative conduisent à une augmentation exponentielle de l'amplitude de l'onde avec la profondeur. Elles sont donc dénuées de sens physique et doivent être éliminées. Ainsi, seules les racines à partie réelle positive sont prises en compte. Dans le cas d'une onde de Rayleigh polarisée dans le plan sagittal, seules deux composantes sont à prendre en compte : les composantes selon $\vec{x}_1$ et selon $\vec{x}_3$. La matrice $\mathbf{A}_g$ se réduit donc à un tenseur $2 * 2$, le déterminant de ($\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}$) est une équation polynômiale en χ^4 et il n'existe que deux racines à partie réelle positive.

Remarquons également que le déterminant de la matrice ($\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}$) comprend des termes en V^n, où V est la vitesse de l'onde. Il n'est donc possible de résoudre l'équation polynômiale en χ^n qu'après avoir fixé ce paramètre 'flottant'. L'onde finale obtenue en sommant les trois 'ondes partielles' correspondant aux χ à partie réelle positive l'est donc pour une vitesse V **arbitrairement fixée** au début du calcul.

Une seconde étape supplémentaire est donc nécessaire pour déterminer complètement les ondes de surface recherchées. Cette étape vise à sélectionner, parmi toutes les ondes possibles (une pour chaque vitesse V) celles qui peuvent réellement se propager en surface du matériau choisi, c'est-à-dire celles qui ont un 'sens physique'. Puisque seules les ondes satisfaisant aux conditions aux limites mécaniques imposées par l'absence de matière au dessus du parcours de l'onde peuvent se propager en surface du matériau, l'utilisation des conditions aux limites doit permettre d'effectuer cette sélection. Ces conditions sont la nullité des trois contraintes mécaniques en surface ($T_{3j} = 0$ à $x_3 = 0$). En pratique, la procédure est la suivante : les contraintes mécaniques générées en surface par chacune des ondes partielles (trois contraintes par onde partielle, numérotées désormais à l'aide du coefficient i de 1 à 3) sont exprimées et ordonnées sous la forme d'une matrice des contraintes T_{ij}, où j est le numéro de l'onde partielle considérée. Pour obtenir la contribution de l'onde partielle j à la contrainte i, le terme T_{ij} doit être multiplié par un coefficient α_j, qui représente l'amplitude ou le 'poids' de l'onde partielle j. Pour satisfaire aux conditions aux limites, la somme des contributions dans la direction i doit être égale à 0 :

$$\begin{aligned} \sum_j T_{ij}\alpha_j &= 0, \qquad \forall(i,j) = (1..3, 1..n) \\ \Leftrightarrow \mathbf{T}\vec{\alpha} &= \vec{0} \end{aligned} \tag{2.40}$$

où n représente le nombre total d'ondes partielles.

La seconde étape supplémentaire consiste *in fine* à calculer le déterminant de la matrice **T** (après calcul des ondes partielles) pour chaque vitesse V. Les vitesses pour lesquelles le déterminant s'annule sont les vitesses des ondes de surface pouvant effectivement se propager à la surface du matériau choisi. Dans le cas d'une onde de Rayleigh polarisée dans le plan sagittal, seules deux ondes partielles sont à considérer. De plus, puisqu'il n'y a aucun déplacement en $\vec{x}_2$, la contrainte longitudinale selon $\vec{x}_2$ est nulle et le tenseur **T** se réduit à une matrice $2 * 2$.

Lorsque le déterminant est nul, nous pouvons résoudre l'équation (2.40) et obtenir la solution $\vec{\alpha}$, qui donne le poids α_n de chacune des n ondes partielles dans l'onde totale. Une fois déterminée la vitesse V_0 de l'onde de surface recherchée, la résolution de (2.40) permet dès lors de connaître complètement l'onde. Il devient notamment possible de tracer le profil des déplacements générés par l'onde en fonction de la profondeur.

La méthode de recherche, détaillée ci-dessus, est résumée sur la figure (2.18). L'algorithme de calcul numérique qui lui correspond est présenté dans ([123], p.268 : fig. 5.22).

Notons que les équations sont traduites dans le repère ($\vec{x}_1$,$\vec{x}_2$,$\vec{x}_3$) lié à la surface (voir fig. 2.17). Ce repère peut être différent du 'repère initial' dans lequel sont exprimés (par définition) les coefficients élastiques. Il est dans ce cas nécessaire d'exprimer le tenseur des coefficients élastiques dans le bon repère, avant tout calcul. Pour cela, il suffit d'appliquer au tenseur $C_{\alpha\beta}$ les mêmes opérations de rotation que celles permettant de passer du repère initial au repère ($\vec{x}_1$,$\vec{x}_2$,$\vec{x}_3$). Trois opérations suffisent pour passer d'un repère

R_0 à un autre R_1, quelque soit la configuration de ces derniers : 1) une rotation d'un angle ϕ autour de l'axe z_0 du repère R_0 ; 2) une rotation d'un angle θ autour de l'axe x'_0, où x'_0 est la transformée de x_0 par l'opération 1 ; 3) une rotation d'un angle ψ autour de l'axe z'_0, où z'_0 est la transformée de z_0 par l'opération 2. A l'issue de ces trois opérations, les axes transformés sont les axes ($\vec{x}_1$,$\vec{x}_2$,$\vec{x}_3$) du repère R_1. Les angles (ϕ,θ,ψ) sont **les angles d'Euler** de la transformation. Ils sont exprimés en degrés. Tous les plans de coupe des cristaux (c'est à dire les surfaces de propagation des ondes) peuvent être repérés à l'aide des angles ϕ et θ. Par exemple, la surface [001] (surface $\widehat{xOy}$ du repère initial) est repérée par les angles $(0, 0)$. Elle est également nommée coupe 'Z', car perpendiculaire à l'axe z initial. La coupe 'Y', perpendiculaire à l'axe y initial, est repérée par les angles $(0, 90)$. La coupe 'X', perpendiculaire à l'axe x initial, est repérée par les angles $(90, 90)$. L'angle ψ permet pour sa part de repérer la direction de propagation $\vec{x}_1$ sur la surface. Lorsque $\psi = 0$, la direction est notée 'X'. Elle correspond à la direction de l'axe x'_0. Lorsque $\psi = 90$, la direction est notée 'Y'. La direction 'Y+41°-X' désigne ainsi la direction $\psi = 0$ du plan de coupe (0,131°).

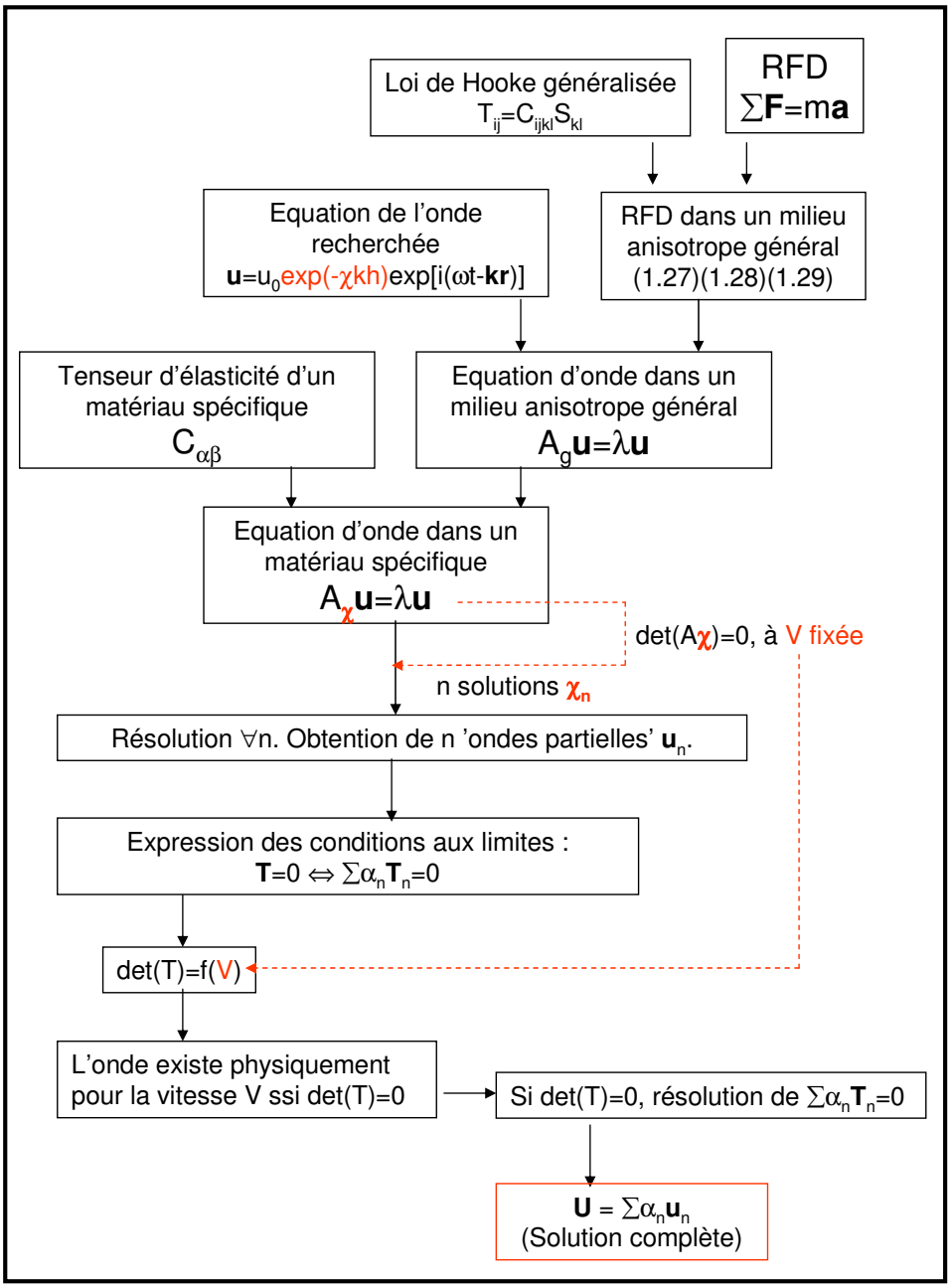
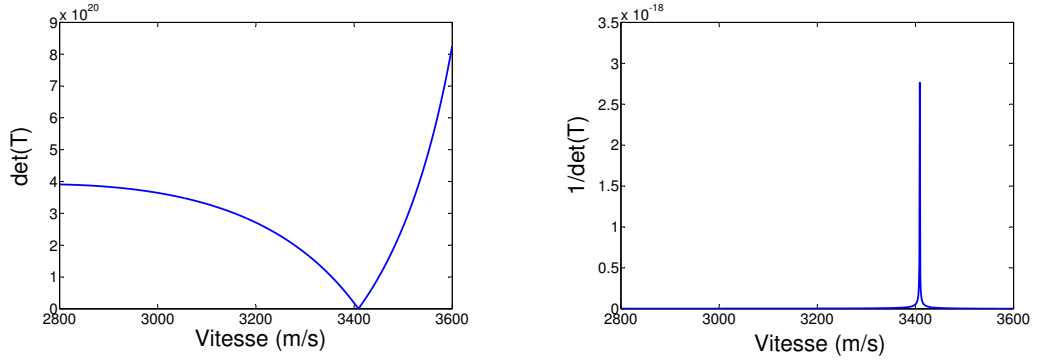


FIG. 2.18 – Méthode de recherche d'une onde de surface de type Rayleigh se propageant selon $\vec{x}_1$, polarisée dans le plan sagittal (selon $\vec{x}_3$).

Nous allons maintenant illustrer cette procédure par un cas concret : la recherche d'une onde de Rayleigh 'pure' se propageant dans la direction Z-X (angles d'Euler : (0,0,0)) de la silice. Comme mentionné plus haut, cette onde est polarisée dans le plan sagittal et ne comprend que deux composantes. Le tenseur $A_g(i,j)$ se réduit donc à une matrice $2*2$ et seules deux ondes partielles sont à considérer. La vitesse de l'onde 'physique' est obtenue en calculant le déterminant du tenseur **T** sur une plage prédéfinie de vitesses (dans notre exemple : 2800<V<3600 m/s). Le minimum du déterminant indique la vitesse recherchée (voir fig. 2.19 (a)). La représentation de 1/det(**T**) permet d'améliorer la lisibilité des graphes en marquant par des pics très nets l'emplacement des ondes 'physiques' (voir fig. 2.19 (b)). Dans notre cas, la vitesse calculée est de 3409 m/s.



(a) (b)

FIG. 2.19 – Détermination de la vitesse d'une onde de Rayleigh 'pure' se propageant dans la silice (direction Z-X). (a) det(**T**)=f(V) (b) 1/det(**T**)=f(V).

La pondération (α_1, α_2) de chacune des deux ondes partielles est déterminée par la résolution du tenseur **T** pour V=3409 m/s. Rappelons que le tenseur **T** se réduit également à une matrice $2*2$ car aucun déplacement n'est à considérer dans la direction $\vec{x}_2$. L'onde de Rayleigh recherchée résulte de la combinaison linéaire des deux ondes partielles. L'onde résultante est représentée sur la figure (2.20). Les amplitudes des déplacements selon $\vec{x}_1$ et $\vec{x}_3$ sont tracées sur la figure (2.21). On notera leur décroissance rapide avec la profondeur h ainsi que l'inversion du sens de déplacement longitudinal pour $h \approx 0,5\lambda$.

Le mouvement elliptique des particules de matière est représenté sur la figure (2.20), pour deux points à différentes profondeurs (courbes rouges). Il résulte de la combinaison de deux mouvements orthogonaux (mouvements longitudinal et transversal) déphasés de $\pi/2$. Le mouvement des particules situées près de la surface est elliptique 'rétrograde'. Le sens du mouvement s'inverse pour $h > 0,5\lambda$ (inversion de la composante longitudinale).

La méthode utilisée peut s'appliquer identiquement pour la recherche de toute onde de surface de type (2.39). Il est notamment possible de rechercher des ondes de Rayleigh polarisées dans un plan légèrement incliné par rapport au plan sagittal (voir fig. 2.22). Ces ondes possèdent une composante supplémentaire selon $\vec{x}_2$. Le tenseur $A_g(i,j)$ comporte donc neuf termes (matrice $3*3$), le déterminant de ($\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}$) est un polynôme en χ^6 et

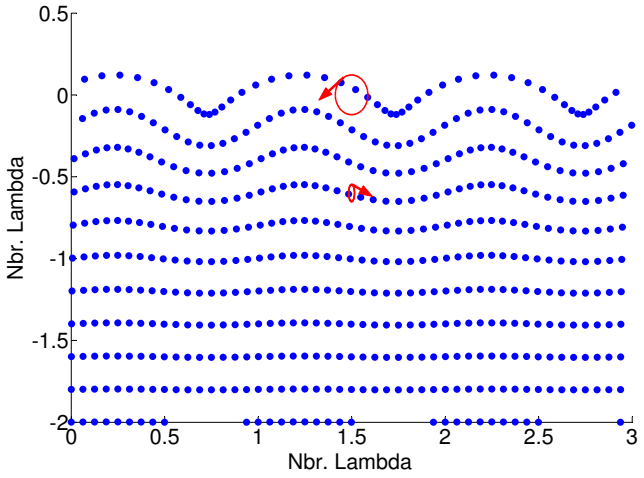


FIG. 2.20 – Déplacements générés au passage d'une onde de Rayleigh se propageant suivant X en surface de la coupe Z de la silice.

trois ondes partielles sont à considérer. Le tenseur des conditions aux limites **T** comporte également neuf termes (matrice $3 * 3$). Sa résolution, après recherche de la vitesse V pour laquelle son déterminant s'annule, permet d'obtenir les trois coefficients de pondération des trois ondes partielles.

Le type des ondes de surface pouvant se propager sur une surface définie (matériau, coupe et direction) est ainsi directement issu de la structure du tenseur $A(i,j)$ (ou $\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I}$), exprimé dans le repère $(\vec{x}_1,\vec{x}_2,\vec{x}_3)$ lié à la surface (voir fig. 2.17). Si le tenseur comprend neuf termes indépendants, les trois composantes $(\vec{u}_1,\vec{u}_2$ et $\vec{u}_3)$ sont couplées et l'onde résultante doit être une onde de Rayleigh à trois composantes (notée : 'R3'). Dans le cas particulier d'une onde de surface se propageant dans la silice (exemple traité précédemment), le tenseur $(\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I})$ est de la forme :

$$\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I} = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} \\ 0 & A_{22} & 0 \\ A_{31} & 0 & A_{33} \end{pmatrix}$$

Les composantes $(\vec{u}_1$ et $\vec{u}_3)$ sont couplées par le tenseur $\begin{pmatrix} A_{11} & A_{13} \\ A_{31} & A_{33} \end{pmatrix}$. La composante $\vec{u}_2$ est indépendante (découplée). Deux types d'ondes peuvent se propager en surface : une onde de Rayleigh à deux composantes (notée : 'R2') polarisée dans le plan sagittal (voir fig. 2.20 et 2.21) et une onde transverse polarisée dans le plan de la surface. L'existence 'physique' de chacune des deux ondes est alors conditionnée par la satisfaction des conditions aux limites.

La théorie ainsi que les méthodes d'obtention analytique et numérique des ondes de volume et de surface dans un solide non-piézoélectrique sont maintenant connues. Ces

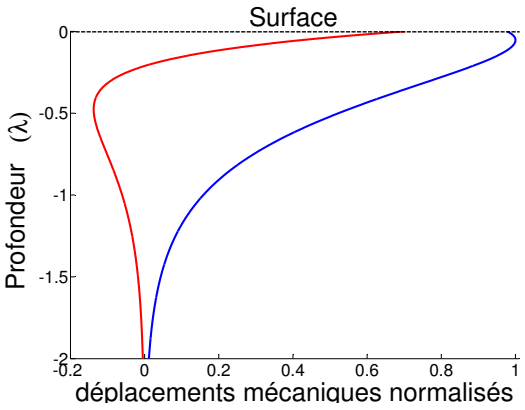


FIG. 2.21 – Composantes transversale (en bleu) et longitudinale (en rouge) du déplacement induit par une onde de Rayleigh en fonction de la profondeur (h) dans un substrat de silice (Z-X).

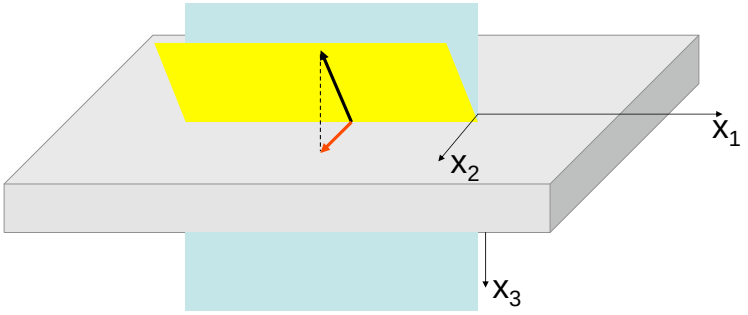


FIG. 2.22 – Certaines ondes de Rayleigh peuvent présenter une polarisation dans un plan (en jaune) incliné par rapport au plan sagittal (en bleu).

notions fondamentales vont nous permettre d'appréhender, dans le chapitre suivant, le délicat sujet de la propagation des ondes de volume et de surface dans un solide piézoélectrique.

2.3 Modélisation et résolution numérique dans le cas piézoélectrique

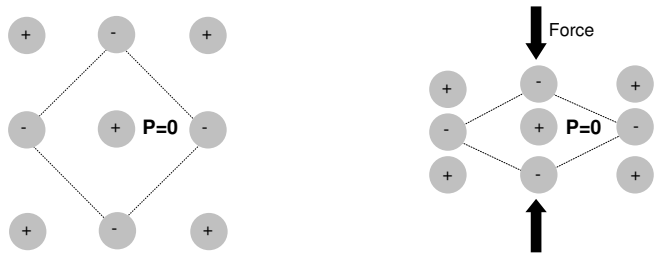
2.3.1 Qu'est-ce que la piézoelectricité ?

La piézoélectricité est la capacité naturelle de certains cristaux et matériaux céramiques à générer une tension en réponse à une contrainte mécanique ou une déformation en réponse à l'application d'un champ électrique (effet piézoélectrique inverse). Le phénomène de piézoélectricité a été découvert en 1880 par Jacques et Pierre Curie lors d'expériences sur le quartz. Le terme 'piézoélectricité' est dérivé du Grec 'piezein', qui

signifie presser ou contraindre. De nombreux matériaux possèdent la propriété de piézoélectricité. Dans certains cas, le phénomène est suffisamment intense pour en permettre l'utilisation pratique. Parmi ces matériaux fortement piézoélectriques, citons le quartz, le niobate de lithium ($LiNbO_3$), le PZT et le PVDF.

La piézoélectricité résulte de la distribution non uniforme des charges au sein d'une maille cristalline. Quand la maille se déforme, les barycentres (électriques) respectifs des charges positives et négatives, initialement confondus, se déplacent différemment. Ils s'écartent donc l'un de l'autre, ce qui génère une polarisation au sein de la maille cristalline. Ainsi, bien que le cristal déformé reste globalement neutre, une polarisation macroscopique est créée au sein du matériau et des charges apparaissent en surface. Ce phénomène est parfaitement réciproque (charges surfaciques $\Rightarrow$ polarisation $\Rightarrow$ déformation mécanique). Seuls les cristaux qui ne possèdent aucun centre de symétrie peuvent être piézoélectriques.

Le phénomène de piézoélectricité est schématisé sur les figures (2.23) et (2.24). Dans le premier cas, un cristal de maille cubique possédant un centre de symétrie (en O) se déforme sous l'action de contraintes mécaniques. Aucune polarisation n'apparaît. Le cristal n'est pas piézoélectrique. Dans le second cas, une maille hexagonale non-centrosymétrique est déformée. Les barycentres des charges positives et négatives se déplacent différemment et une polarisation $\vec{\mathbf{P}}$ en résulte. Le cristal est piézoélectrique.

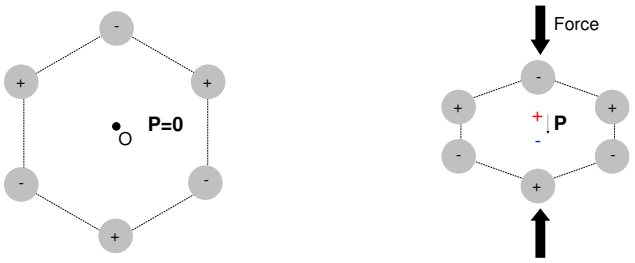


(a) (b)

FIG. 2.23 – Un cristal de maille cubique (a) se déforme sous contraintes (b). Les barycentres des charges positives et négatives ne bougent pas et restent confondus en O (centre de symétrie de la maille). Le cristal ne se polarise pas. Il n'est pas piézoélectrique.

Etablissons maintenant les équations mathématiques qui décrivent le phénomène de piézoélectricité. Nous savons déjà qu'une déformation résulte de l'application d'une contrainte mécanique (Loi de Hooke) : $S_{ij} = s_{ijkl}T_{kl}$ où la matrice s_{ijkl} est l'inverse de la matrice C_{ijkl}. Dans le cas d'un cristal piézoélectrique, l'application d'un champ extérieur $\vec{E}$ peut également provoquer une déformation (effet piézoélectrique inverse). Un terme supplémentaire doit donc être ajouté à la loi précédente :

$$S_{ij} = s_{ijkl}T_{kl} + d_{ijm}E_m$$



(a) (b)

FIG. 2.24 – Un cristal de maille hexagonale (non-centrosymétrique) (a) se déforme sous contraintes (b). Les barycentres des charges positives et négatives se déplacent différemment. Une polarisation apparaît. Le cristal est piézoélectrique.

$$\Leftrightarrow T_{ij} = C_{ijkl}S_{kl} - e_{ijm}E_m \tag{2.41}$$

où e_{ijm} représente le tenseur des constantes piézoélectriques. (2.41) est la loi de Hooke généralisée en milieu anistrope piézoélectrique.

Nous savons également qu'une déformation mécanique peut engendrer une polarisation au sein du matériau (effet piézoélectrique direct) : $P_i = \delta_{ijk}S_{jk}$. Cependant, l'application d'un champ électrique peut elle aussi générer une polarisation au sein du matériau : $P_i = \epsilon_{ij}E_j$, où ϵ_{ij} est le tenseur de 'permittivité' du matériau (ϵ_{ij} est symétrique [124]). La polarisation totale $\vec{D}$ s'écrit donc :

$$D_i = \epsilon_{ij}E_j + \delta_{ijk}S_{jk} \tag{2.42}$$

$\vec{D}$ est plus communément appelé 'déplacement électrique' ou encore 'induction électrique'.

Le tenseur e_{ijm} traduit le couplage électromécanique pour l'effet piézoélectrique inverse. Le tenseur δ_{ijk} traduit le couplage électromécanique pour l'effet piézoélectrique direct. Puisque l'effet piézoélectrique inverse est l'exacte réciproque de l'effet piézoélectrique direct, il est possible de démontrer que les deux matrices sont tout simplement transposées l'une de l'autre. On obtient alors la seconde équation fondamentale :

$$D_i = \epsilon_{ij}E_j + e_{ijk}S_{jk} \tag{2.43}$$

Puisque S_{jk} est un tenseur symétrique, l'effet électromécanique de S_{jk} est identique à celui de S_{kj}. Cela impose que $e_{ijk} = e_{ikj}\ \forall\ (j,k) = (1,2,3)$. Le tenseur e_{ijk} ne compte donc que $3 * 6 = 18$ termes indépendants et il peut être avantageusement présenté sous la forme :

$$e_{i\alpha} = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & e_{24} & e_{25} & e_{26} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & e_{34} & e_{35} & e_{36} \end{pmatrix}$$

Les régles de symétrie des cristaux permettent de réduire le nombre de constantes indépendantes, en suivant la même procédure que celle démontrée précédemment pour le tenseur C_{ijkl}. Il est d'usage de représenter l'ensemble des constantes C_{ijkl}, e_{ijk} et ϵ_{ij} d'un matériau piézoélectrique sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} e_{11} & e_{21} & e_{31} \\ e_{12} & e_{22} & e_{32} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} \\ e_{14} & e_{24} & e_{34} \\ e_{15} & e_{25} & e_{35} \\ e_{16} & e_{26} & e_{36} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & e_{24} & e_{25} & e_{26} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & e_{34} & e_{35} & e_{36} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ & & \epsilon_{33} \end{pmatrix}$$

2.3.2 Ondes planes dans un cristal piézoélectrique

Nous devons maintenant exprimer (2.41) en fonction des coordonnées d'espace et des fonctions de déplacement puis injecter le résultat dans les équations de la RFD (2.22), (2.23) et (2.24).

L'expression (2.41) devient :

$$T_{ij} = C_{ijkl}\frac{\partial u_l}{\partial x_k} + e_{kij}\frac{\partial \Phi}{\partial x_k} \tag{2.44}$$

où Φ est le potentiel électrique.

En utilisant la convention de sommation d'Einstein, les trois équations de la RFD peuvent être exprimées sous la forme générale suivante :

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} \tag{2.45}$$

L'injection de (2.44) dans (2.45) conduit alors à :

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = C_{ijkl}\frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} + e_{kij}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \partial x_k} \tag{2.46}$$

L'équation (2.46) est en réalité un système de trois équations à quatre inconnues, le potentiel Φ venant s'ajouter aux trois composantes spatiales. Pour pouvoir résoudre ce

système, il faut donc une quatrième équation à quatre inconnues. Cette équation peut être construite à partir de (2.43) et de la Loi de Poisson dans un solide isolant ($\partial D_i/\partial x_j$=0). En injectant (2.43) dans la loi de Poisson, on obtient :

$$e_{ikl}\frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} - \epsilon_{jk}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \partial x_k} = 0 \tag{2.47}$$

Comme dans le cas de la recherche d'une OPP dans un solide non-piézoélectrique, nous devons maintenant injecter dans le système d'équations [(2.46), (2.47)] les équations d'ondes décrivant les OPP recherchées :

$$\vec{\mathbf{u}} = \vec{\mathbf{u}}^0 e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} \tag{2.48}$$

Mais aussi :

$$\Phi = \Phi^0 e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} \tag{2.49}$$

Nous obtenons alors, après développement :

$$\begin{array}{rcl} \rho V^2 u_i^0 & = & \Gamma_{il} u_l^0 + \gamma_i \Phi^0 \\ 0 & = & \gamma_l u_l^0 - \epsilon \Phi^0 \end{array} \tag{2.50}$$

avec : $\Gamma_{il} = C_{ijkl} n_j n_k$, $\gamma_i = e_{kij} n_j n_k$ et $\epsilon = \epsilon_{jk} n_j n_k$ ($\vec{n}$ est le vecteur directeur de l'onde considérée). Sous forme matricielle, le système d'équations (2.50) s'écrit :

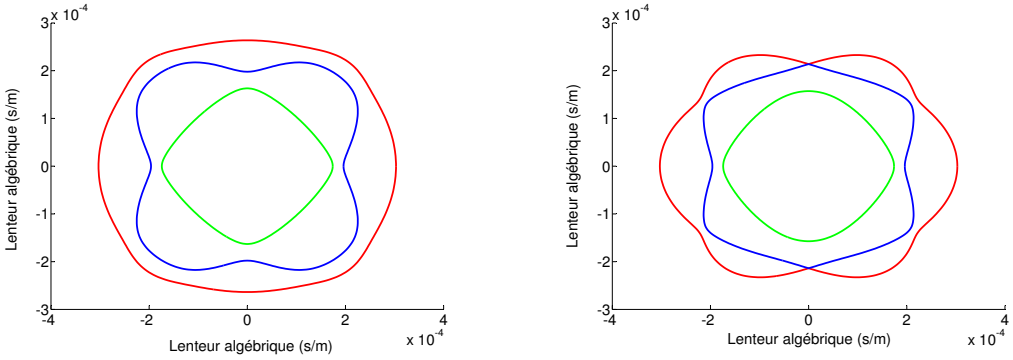
$$\begin{pmatrix} \Gamma_{11}-\rho V^2 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} & \gamma_1 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22}-\rho V^2 & \Gamma_{23} & \gamma_2 \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33}-\rho V^2 & \gamma_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & \epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \Phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.51}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{C}_h \mathbf{u} = 0 \tag{2.52}$$

Le système (2.52) comprend toute l'information nécessaire au calcul des OPP dans un solide piézoélectrique. A nouveau, la recherche des vecteurs et valeurs propres de (2.52) permet d'obtenir les OPP recherchées, au nombre de quatre : trois ondes électromécaniques orthogonales et une onde de potentiel. **Le tenseur $\mathbf{C}_h$ est plus communément appelé 'tenseur de Christoffel'**.

Les courbes de lenteur des coupes Y et ST du quartz sont représentées sur la figure (2.25).

Nous pouvons remarquer que la matrice Γ_{il} est identique à la matrice $\mathbf{A}_g$ de l'équation fondamentale (2.37), établie en milieu non-piézoélectrique. L'effet de la piézoélectricité peut donc être mis en évidence en superposant sur un même graphique les courbes de lenteur issues de la résolution de (2.37) et celles issues de la résolution de (2.52). Les



(a) (b)

FIG. 2.25 – Courbes des lenteurs des ondes de volume longitudinales et transversales dans le quartz. (a) Coupe ST (b) Coupe Y.

courbes de lenteur représentées sur la figure (2.26) permettent, par exemple, de mesurer l'effet de la piézoélectricité pour la coupe X du niobate de lithium. On peut constater que l'une des deux ondes transversales (courbe verte) n'est pas affectée par la piézoélectricité. Cette onde est polarisée selon X.

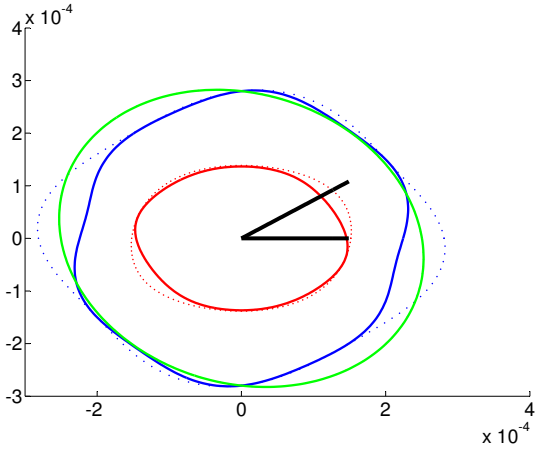


FIG. 2.26 – Courbes des lenteurs des ondes de volume longitudinale et transversales dans le $LiNbO_3$-X. Les courbes en trait discontinu ne tiennent pas compte de la piézoélectricité.

Plus le couplage électromécanique est intense, plus l'écart entre les courbes avec et sans effet piézoélectrique est important. Le coefficient de couplage électromécanique K^2 est défini par la formule suivante, déjà présentée au chapitre I [66] :

$$K^2 = 2\frac{V_p - V_0}{V_p} \tag{2.53}$$

où V_p et V_0 sont respectivement les vitesses avec et sans effet piézoélectrique. Le coefficient K^2 dépend du matériau, du type d'onde (longitudinale, transversale...) et de la direction de propagation. Les coefficients de couplage électromécanique pour les trois ondes de volume précédemment décrites sont représentés sur la figure (2.27). On retrouve bien la nullité du coefficient de couplage électromécanique pour l'onde transverse polarisée selon X (courbe verte).

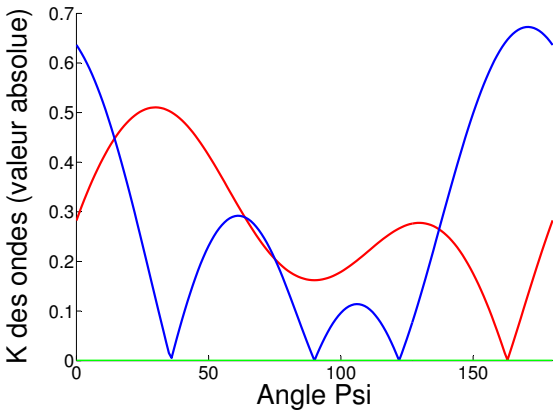


FIG. 2.27 – Coefficient de couplage électromécanique K en fonction de la direction ψ dans la coupe X du $LiNbO_3$. Les courbes rouge, bleue et verte correspondent respectivement aux ondes quasi-longitudinale et quasi-transversales.

L'examen des courbes (2.26) et (2.27) permet de déduire les coupes et directions propres à exciter efficacement et préférentiellement une onde choisie. Il faut pour cela sélectionner une configuration pour laquelle seule cette onde possède un fort K^2. Les courbes (2.26) et (2.27) révèlent ainsi le grand intérêt de la direction faisant un angle de 36° avec l'axe des abscisses (axe Y initial). Cette direction est matérialisée sur le graphe (2.27) par deux segments noirs. Une onde longitudinale avec un fort K^2 existe selon cette direction, tandis que l'onde quasi-transversale présente un K^2 pratiquemment nul. De surcroît, cette direction est perpendiculaire à la tangente à la courbe des lenteurs longitudinales au point d'intersection. L'onde longitudinale est donc 'pure' [4]. Considérons une lame mince taillée dans le cristal selon la coupe Y+36°, perpendiculaire par construction à la direction faisant un angle de 36° avec l'axe des abscisses. L'effet piézoélectrique étant réciproque, un champ électrique $\vec{E}_L$ appliqué entre les grandes faces de cette lame génèrera une onde longitudinale intense qui se propagera perpendiculairement à ses surfaces. Cette lame, si ses faces sont libres, constituera ainsi un résonateur à vibrations longitudinales. Si l'une de ses faces est fixée à un solide, le résonateur 'chargé', alors appelé 'transducteur', transmettra à ce solide ses vibrations longitudinales. Pour réaliser un transducteur engendrant préférentiellement des ondes (quasi)transversales, il conviendrait de choisir plutôt une plaque monocristalline de coupe Y+163°.

[4] Une onde est dite 'pure' lorsque l'énergie se propage dans la même direction que les plans d'onde. Dans le cas d'une onde 'pure' longiudinale, le champ électrique $\vec{E}_L$ est colinéaire à la direction de propagation.

2.3.3 Ondes de surface en milieu piézoélectrique

Le passage des ondes de volume aux ondes de surface en milieu piézoélectrique relève exactement de la même démarche que dans le cas non-piézoélectrique. A nouveau, la différence essentielle réside dans l'apparition du terme supplémentaire d'atténuation $e^{-\chi kx_3}$ dans l'équation d'onde recherchée. De la prise en compte de ce terme lors de l'injection de l'équation d'onde dans les équations de la RFD résulte la transformation de chaque terme du tenseur de Christoffel Γ_{il} en polynôme du second degré en χ. La procédure de résolution du tenseur est strictement identique à celle décrite dans le cas non-piézoélectrique (voir schéma récapitulatif 2.18). Une quatrième condition aux limites doit toutefois être ajoutée aux trois conditions aux limites mécaniques. Il s'agit d'une condition électrique qui stipule la continuité de la composante normale de l'induction électrique $\vec{D}$ à l'interface matériau/vide.

Il est également d'usage de définir, comme pour les ondes volume, un facteur d'efficacité K_s appelé coefficient de couplage électromécanique. Ce facteur traduit le fait qu'un matériau piézoélectrique transforme en énergie mécanique superficielle une fraction K_s^2 de l'énergie qui lui est fournie sous forme électrique ($0 < K_s < 1$). Le coefficient K_s^2 est donné en première approximation par la même formule que pour les ondes de volume :

$$K^2 = 2\frac{V_p - V_0}{V_p}$$

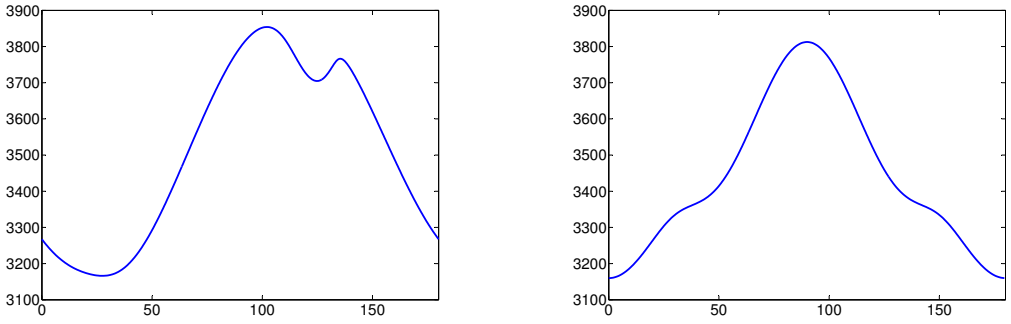
La différence réside en ce que la vitesse V_0 n'est plus la vitesse obtenue en supprimant purement et simplement la piézoélectricité au sein du matériau mais celle obtenue en annulant l'effet de la piézoélectricité sur la surface. Pour ce faire, une couche métallique d'épaisseur infinitésimale est déposée sur la surface pour y annuler la composante tangentielle de tous les champs électriques susceptibles d'être générés au passage des ondes élastiques de surface. En pratique, V_0 est obtenue en remplaçant la condition de continuité de la composante du champ électrique à l'interface matériau/vide par la nullité du potentiel électrique Φ en surface. V_0 est le plus souvent notée V_m (i.e. : V métallisée). V_p est plus simplement notée V ou encore V_O (i.e. : V en circuit ouvert) :

$$K^2 = 2\frac{V - V_m}{V} \tag{2.54}$$

Des démonstrations rigoureuses de (2.54) peuvent être trouvées dans ([123], pp. 264-267) et [81].

La méthode de recherche des ondes élastiques de surface décrite jusqu'ici a été proposée pour la première fois par Campbell et Jones, en 1968 [15]. Elle est encore très utilisée de nos jours. Deux exemples de courbe de vitesse sont donnés sur la figure (2.28), pour les coupes X et Y du quartz.

Les vitesses et K^2 des ondes de surface ont fait l'objet d'études extensives pour de nombreux matériaux, coupes et directions de propagation. Les résultats sont tabulés dans



(a) (b)

FIG. 2.28 – Courbes des vitesses des ondes de surface de type Rayleigh pour les coupes X et Y du quartz, en fonction de l'angle ψ. (a) Coupe X (b) Coupe Y.

de nombreux ouvrages. Le lecteur intéressé pourra, entre autres, se référer à [125] et [126].

Comme dans le cas non-piézoélectrique, l'étude de la structure du tenseur de Christoffel (voir 2.51) apporte de précieuses informations sur les différents types d'ondes susceptibles de se propager sur une surface donnée. Dans le cas du $LiNbO_3$ Y-Z ou encore de l'oxyde de zinc Z-Y (direction [010]), le tenseur est par exemple de la forme :

$$\mathbf{C}_h = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} & A_{14} \\ 0 & A_{22} & 0 & 0 \\ A_{31} & 0 & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & 0 & A_{43} & A_{44} \end{pmatrix}$$

Les composantes $\vec{u}_1$, $\vec{u}_3$ et $\vec{u}_4$ (le champ Φ) sont couplées par un tenseur $3*3$. La composante $\vec{u}_2$ est indépendante (découplée). Deux types d'ondes peuvent donc potentiellement se propager en surface : une onde de Rayleigh piézoélectrique à deux composantes (notée $\overline{R2}$), polarisée mécaniquement et électriquement dans le plan sagittal, et une onde transverse horizontale non-piézoélectrique (notée TH).

Dans le cas du quartz de coupe ST, le tenseur de Christoffel pour la direction Y prend la forme :

$$\mathbf{C}_h = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & A_{24} \\ A_{31} & 0 & A_{33} & 0 \\ 0 & A_{42} & 0 & A_{44} \end{pmatrix}$$

Les composantes $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_3$ sont couplées par un tenseur $2 * 2$ et sont découplées du champ Φ (onde non-piézoélectrique). Les composantes $\vec{u}_2$ et Φ sont couplées par un second tenseur $2 * 2$. Deux types d'ondes peuvent donc potentiellement se propager en surface : une onde de Rayleigh non-piézoélectrique à deux composantes (R2) polarisée

dans le plan sagittal et une onde transverse piézoélectrique ($\overline{TH}$). Cette dernière n'est autre que l'onde de 'Bleustein-Gulyaev', déjà évoquée en début de chapitre.

Dans le cas du quartz ST-X, le tenseur est général (aucun terme n'est égal à 0) et seule une onde de type $\overline{R3}$ peut se propager en surface.

Nous pouvons dès lors identifier d'un seul coup d'oeil les propriétés particulières de la structure ZnO/Quartz ST-90° utilisée au chapitre I pour le développement d'un Lab-on-Chip 'bi-onde'. En effet, puisque le ZnO possède une onde TH et une onde $\overline{R2}$, et que le quartz ST-90° possède une onde $\overline{TH}$ et une onde $R2$, il est possible d'exciter une onde de Rayleigh pure avec la piézoélectricité du ZnO et une onde de Love pure avec la piézoélectricité du quartz. Il est donc possible de générer à la fois les deux ondes pures dans la direction ZnO/Quartz ST-90°, avec tous les avantages qui peuvent en découler. La modélisation des SAW dans les structures bicouche fait l'objet du paragraphe suivant.

2.3.4 Ondes de surface dans une structure bicouche piézoélectrique

Considérons un substrat 'semi-infini' recouvert d'une mince couche d'un autre matériau. De telles structures bicouches sont très utilisées dans les dispositifs à ondes élastiques de surface. La couche supplémentaire peut être faite de métal ou de tout autre matériau, piézoélectrique ou non. Comme dans le cas d'un matériau composite, l'objectif du dépôt d'une couche supplémentaire est généralement de profiter des propriétés combinées et complémentaires de deux matériaux différents. Le dépôt de couches minces d'oxyde de zinc sur des substrats de verre permet ainsi de combiner la piézoélectricité du ZnO avec les propriétés de propagation de la silice, pour réaliser des dispositifs SAW peu onéreux. Le dépôt d'une couche mince sur un substrat peut également permettre de générer de nouveaux types d'ondes, aux propriétés très intéressantes. Si la vitesse des ondes transversales de volume dans le substrat est supérieure à celle des mêmes ondes dans la couche, une nouvelle onde du genre TH (transverse horizontale) peut notamment se propager dans la structure bicouche. Cette onde est guidée par la couche dans laquelle se concentre la plus grande partie de l'énergie. Elle fut découverte et étudiée pour la première fois par A.E.H. Love en 1911 [105]. Les ondes de Love ont depuis été beaucoup étudiées en raison notamment de leur grand intérêt en seismologie. L'empilement de strates rocheuses de natures différentes en surface influence en effet considérablement la propagation des ondes sismiques et peut provoquer la naissance d'une onde de Love, très destructrice en raison de son mouvement TH et de la concentration de son énergie au plus près des bâtiments. Dans le domaine des dispositifs SAW, les ondes de Love sont très utilisées pour la réalisation de capteurs, notamment en milieu liquide. La concentration de l'énergie près de la surface rend en effet l'onde de Love plus sensible qu'une onde de Rayleigh aux perturbations appliquées sur cette surface. De plus, la polarisation TH lui permet de ne pas perdre d'energie acoustique dans le liquide, à l'inverse des ondes de Rayleigh.

La méthode de recherche numérique des ondes de Rayleigh et de Love dans une structure bicouche est très similaire à celle décrite précédemment dans le cas d'une monocouche, bien que plus compliquée. L'idée de base est de calculer séparément l'onde re-

cherchée dans chacun des deux milieux de propagation, puis 'd'assembler' les deux ondes par le biais des conditions aux limites à l'interface entre les solides. L'onde finale doit en effet pouvoir se propager dans les deux milieux mais également satisfaire aux conditions de continuité du déplacement mécanique, des contraintes mécaniques, du potentiel électrique et de la composante normale de l'induction électrique à l'interface substrat/couche, en plus de satisfaire aux conditions aux limites de surface déjà décrites plus haut. Un soin particulier doit être porté au calcul de l'onde recherchée dans la couche mince. En effet, contrairement au cas classique du calcul en milieu semi-infini, l'épaisseur de la couche est très faible et les ondes partielles correspondant aux solutions χ à partie réelle négative (solutions exponentiellement croissantes avec la profondeur) ne peuvent plus tendre vers $+\infty$. Elles possèdent donc une signification physique et doivent être prises en compte pour le calcul de l'onde totale dans la couche mince. Dans le cas le plus général du calcul d'une onde de Rayleigh dans une structure bicouche où les deux matériaux sont piézoélectriques, l'onde finale résulte ainsi de la combinaison des quatre ondes partielles du substrat avec les huit ondes partielles de la couche. Le tenseur des conditions aux limites doit donc être de dimension $12 * 12$, où les douze lignes traduisent :

- la continuité des déplacements dans les trois directions à l'interface (trois lignes : une pour chaque direction),
- la continuité des contraintes mécaniques longitudinales dans les trois directions à l'interface (trois lignes : une pour chaque direction),
- la continuité du potentiel électrique Φ à l'interface (une ligne),
- la continuité de la composante normale du déplacement électrique $\vec{D}$ à l'interface (une ligne),
- la nullité des contraintes mécaniques longitudinales dans les trois directions à la surface de la couche (trois lignes : une pour chaque direction),
- la continuité de la composante normale du déplacement électrique $\vec{D}$ à la surface (une ligne).

A nouveau, la vitesse de l'onde finale correspond à la vitesse V qui annule (ou minimise) le déterminant du tenseur des conditions aux limites $\mathbf{T}$, et la pondération $\vec{\alpha}$ des douze ondes partielles qui composent l'onde totale est obtenue en résolvant l'équation $\mathbf{T}\vec{\alpha} = \vec{0}$. Les conditions aux limites électriques peuvent être modifiées pour tenir compte de la présence d'une mince couche métallique à l'interface entre les deux milieux de propagation ou à la surface de la couche, et calculer ainsi les coefficients K^2 pour les quatre configurations suivantes :

1. IDT(s) à la surface,
2. IDT(s) à l'interface,
3. IDT(s) à la surface avec couche mince métallique à l'interface,

4. IDT(s) à l'interface avec couche mince métallique sur la surface.

Dans le cas de la recherche d'une onde de Love purement transverse (TH), seuls les déplacements suivant $\vec{x}_2$ et les potentiels Φ dans les deux milieux sont à considérer. La complexité du problème s'en trouve considérablement réduite (d'autant plus lorsque l'un des deux milieux n'est pas piézoélectrique) et il devient possible de résoudre analytiquement le problème dans la majorité des cas (voir [123] pp. 273-277).

Le résultat obtenu est fonction de l'épaisseur de la couche guidante. Lorsque l'épaisseur tend vers zéro, la vitesse de l'onde tend vers V_S, où V_S est la vitesse de l'onde dans le substrat nu. A contrario, lorsque l'épaisseur devient grande par rapport à la longueur d'onde, le substrat n'influence plus la propagation et la vitesse tend vers V_C, où V_C est la vitesse de l'onde pour le matériau massif constituant la couche guidante.

Remarquons enfin que la couche guidante peut, à la manière d'une corde de piano fixée à ses deux extrémitées, vibrer suivant différents modes (voir fig. 2.29). Les modes supérieurs génèrent des déplacements mécaniques et électriques à l'interface différents de ceux générés par le mode fondamental. La matrice des conditions aux limites est donc différente pour chaque mode, d'où l'apparition de solutions distinctes pour chacun d'entre eux. Les modes supérieurs des ondes de Rayleigh et de Love apparaissent à mesure que l'épaisseur normalisée $e_n = h/\lambda$ de la couche augmente, où h est l'épaisseur de la couche et λ la longueur d'onde. L'épaisseur normalisée est parfois multipliée par 2π, afin de faire apparaître le vecteur d'onde $k = 2\pi/\lambda$. On a alors : $e_n = 2\pi h/\lambda = kh$. Il est d'usage de représenter, pour chaque type de structure, la courbe de dispersion des vitesses en fonction de l'épaisseur normalisée. La figure (2.30) représente les premiers modes des ondes de Rayleigh (R_0, R_1) et de Love (L_0, L_1) obtenus pour une structure ZnO/Quartz ST-35°.

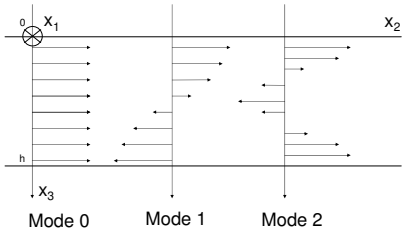


FIG. 2.29 – Propagation d'une onde TH dans une plaque. Déplacements pour les trois premiers modes.

On peut constater, sur le graphique (2.30), que les modes R_1 et L_0 présentent des courbes de dispersion strictement identiques. Le tracé des profils des modes R_0 et R_1 permet d'expliquer ce phénomène (voir fig. 2.31). L'onde R_1 est en effet très inclinée (le déplacement en $\vec{x}_2$ est dominant). Il s'agit donc d'une quasi-onde de Love TH. C'est pourquoi les deux programmes Rayleigh_bicouche.m et Love_bicouche.m convergent vers les

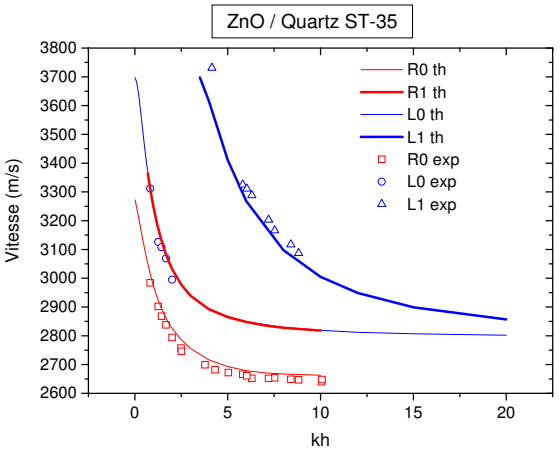
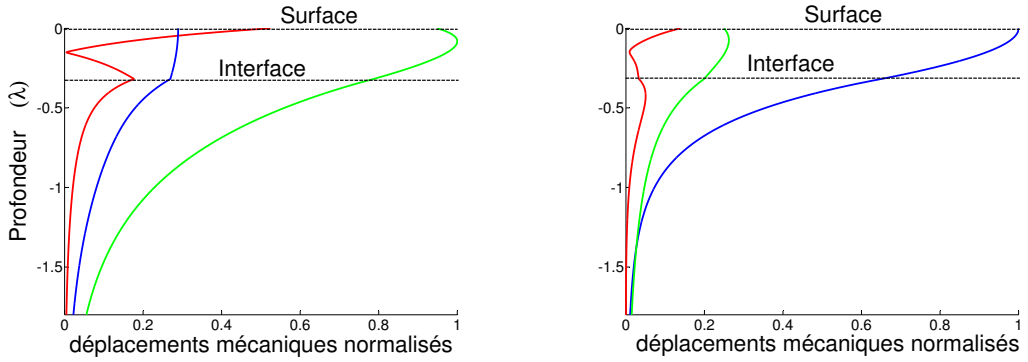


FIG. 2.30 – Courbes de dispersion des modes R_0, R_1, L_0 et L_1 pour la structure ZnO/Quartz ST-35°. Les constantes physiques utilisées pour la simulation sont celles de [127] pour le ZnO et de [123] pour le quartz. Les constantes de l'oxyde de zinc sont celles du matériau massif. Les points expérimentaux sont reproduits d'après [188].

mêmes solutions. Dans la structure ZnO/Quartz ST-35°, les modes supérieurs de l'onde R_0 peuvent donc être classés en deux groupes : les ondes de type $\overline{R}_3$ polarisées dans un plan proche du plan sagittal et celles ($\overline{R}_3$ également) polarisées dans un plan proche de la surface de propagation. Ces dernières sont assimilées à des modes de Love, dont elles possèdent l'essentiel des propriétés.



(a) (b)

FIG. 2.31 – Profils des déplacements mécaniques des modes R_0 (a) et R_1 (b) dans la structure ZnO/Quartz ST-35° (kh=2, $V_{R_0} = 2841$ m/s, $V_{R_1} = 3034$ m/s). Les profils rouge, bleu et vert représentent respectivement les déplacements selon x_1, x_2 et x_3.

D'un point de vue expérimental, la distinction entre les deux types d'ondes peut être réalisée en déposant une goutte d'eau sur le parcours des ondes. Les ondes de Rayleigh sont fortement amorties, à l'inverse des ondes de Love qui ne subissent aucune atténua-

tion. Cette méthode a été proposée en 2006 par Moreira *et al.* [188].

Les coefficients de couplage électromécaniques sont présentés sur la figure (2.32) pour l'onde R_0, dans chacune des quatre configurations d'IDT(s) mentionnées plus haut.

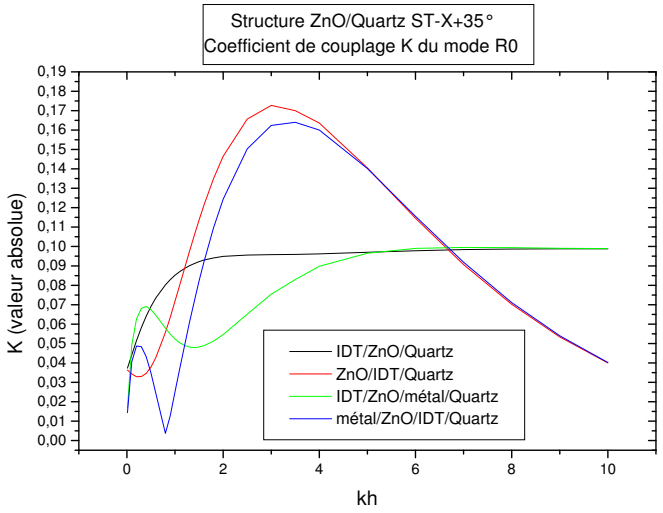


FIG. 2.32 – Coefficients K de l'onde de Rayleigh R_0 se propageant dans la structure ZnO/Quartz ST-35°.

Les notions fondamentales sur les ondes de surface dans les structures piézoélectriques monocouche et bicouche sont maintenant connues. Le chapitre suivant sera consacré à l'étude de la sensibilité de ces ondes à diverses perturbations extérieures.

Chapitre 3

Les ondes élastiques de surface : sensibilité aux perturbations

L'objectif du présent chapitre est d'étudier, à la lueur des connaissances présentées dans le chapitre précédent, la sensibilité des ondes de surface aux perturbations extérieures. Cette étude servira de base pour celle, à suivre, des capteurs à ondes élastiques de surface. Les chapitres IV et V étant consacrés à la mesure des basses pressions et des hautes températures, notre attention portera ici essentiellement sur l'effet de ces deux paramètres, pris comme élément de perturbation.

La première partie du chapitre sera consacrée à la modélisation de l'effet de température. Nous y décrirons l'approche la plus simple, qui consiste à utiliser les programmes de simulation numérique classique des SAW en modifiant seulement la valeur des coefficients élastiques et piézoélectriques en fonction de la température. La seconde partie du chapitre portera sur la modélisation de l'effet des déformations mécaniques. Nous y présenterons essentiellement l'approche la plus utilisée de nos jours, basée sur la théorie des perturbations.

Nous avons cherché à présenter les modèles et les équations fondamentales de façon la plus qualitative possible, notre objectif restant de permettre au lecteur d'embrasser d'une seule lecture l'ensemble des concepts, souvent difficiles, utilisés pour la modélisation des capteurs SAW de température et de pression.

3.1 Modélisation de l'effet de la température

Lorsque la température d'un milieu matériel change, deux phénomènes principaux se produisent : le matériau se dilate ou se contracte, et ses propriétés physiques évoluent. Les coefficients élastiques, piézoélectriques et de permittivité sont notamment fonction de la température. Leur variation est le plus souvent donnée sous la forme d'un développement en série de Taylor. Par exemple, dans le cas des constantes élastiques C_{ijkl} :

$$\begin{aligned} \forall(i,j,k,l), \quad C_{ijkl}(T) &= C_{ijkl}(T_0) + \frac{dC_{ijkl}}{dT}(T-T_0) + \frac{1}{2}\frac{d^2C_{ijkl}}{dT^2}(T-T_0)^2 + \dots \\ \Leftrightarrow C_{ijkl}(T) &= C_{ijkl}(T_0)[1 + \theta_1^c(T-T_0) + \theta_2^c(T-T_0)^2 + \dots] \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\text{avec :} \quad \theta_1^c = \frac{1}{C_{ijkl}}\frac{dC_{ijkl}}{dT}, \quad \text{et} \quad \theta_2^c = \frac{1}{2}\frac{1}{C_{ijkl}}\frac{d^2C_{ijkl}}{dT^2}$$

La température T_0 est la température de référence pour laquelle les constantes sont tabulées (généralement 20 ou 25˚C). θ_1^c et θ_2^c sont respectivement les coefficients de température du premier et second ordre des constantes élastiques. Nous pouvons faire de même pour les coefficients piézoélectriques et de permittivité diélectrique. Les coefficients θ_1^e, θ_2^e, θ_1^ϵ et θ_2^ϵ décrivent alors la variation en température des constantes e_{ijk} et ϵ_{ij}. Les coefficients θ sont obtenus expérimentalement, au terme de campagnes de mesures souvent longues et fastidieuses.

Les coefficients de dilatation thermique α_x, α_y et α_z sont eux-aussi mesurés expérimentalement. Ils décrivent la dilatation dl/l dans chacune des trois directions d'espace et sont exprimés dans le même repère initial que les constantes élastiques, piézoélectriques et de permittivité. Ils dépendent également de la température et leur variation est décrite à l'aide des coefficients $\theta_1^{\alpha_i}$ et $\theta_2^{\alpha_i}$, $i = (x, y, z)$.

Une fois les paramètres θ connus, il devient relativement facile de calculer la sensibilité d'une onde à la température. En effet, en corrigeant, dans les programmes de calcul numérique, les valeurs des constantes C_{ijkl}, e_{ijk} et ϵ_{ij} en fonction de la température à l'aide de ces paramètres, et en tenant compte de la variation de la densité ρ provoquée par la dilatation thermique, on obtient directement la vitesse pour une température T donnée. La sensibilité de la vitesse en fonction de la température autour d'une température choisie T_0 est alors exprimée par le coefficient s_T (ppm/K) :

$$s_T(T_0) = \frac{1}{V_0}\frac{V - V_0}{T - T_0} = \frac{1}{V_0}\frac{\Delta V}{\Delta T}$$

Le coefficient s_T n'est toutefois pas le plus pertinent pour une utilisation pratique. En effet, comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, les dispositifs à ondes élastiques de surface utilisent la **propagation** d'ondes d'un point à un un autre de la surface. Or, si la variation de vitesse affecte le temps de parcours, la dilatation du matériau l'affecte également ($t = l/V$). Il convient donc de considérer aussi le terme α_{x_1} qui correspond à l'élongation dl/l du matériau dans la direction de propagation x_1. Pour obtenir la valeur α_{x_1} dans une coupe donnée, il suffit de faire subir à la matrice $\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_x & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_z \end{pmatrix}$ les opérations de rotation décrites par les angles d'Euler de la coupe en question. Le terme de dilatation α_{x_1} recherché est alors égal au terme (1,1) de la matrice obtenue. Puisque le retard τ augmente lorsque le matériau se dilate et qu'il diminue lorsque la vitesse augmente, le terme pertinent pour décrire l'effet de la température est :

$$TCD = \alpha_{x_1} - s_T = \alpha_{x_1} - \frac{1}{V_0}\frac{\Delta V}{\Delta T} \tag{3.2}$$

où le TCD est le taux de retard $d\tau/\tau$ en fonction de la température, nommé d'après son acronyme anglais Temperature Coefficient of Delay. Le TCD est exprimé en ppm/K. Une autre grandeur pertinente est le TCF, ou Temperature Coefficient of Frequency, qui exprime la variation relative de la fréquence de fonctionnement d'un oscillateur SAW en fonction de la température. Puisque $f = 1/\tau$, on a : $df/f = -d\tau/\tau \Rightarrow$ TCF=-TCD.

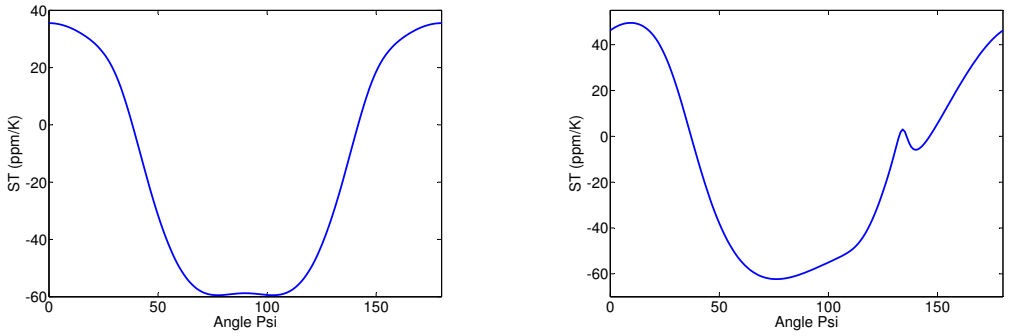
Le tableau ci-dessous donne les valeurs de la vitesse, du K^2 et du TCF à 20°C pour quelques substrats et coupes fréquemment utilisés. Toutes les ondes sont de type Rayleigh. Les valeurs ont été calculées à l'aide du programme Rayleigh_monocouche.m développé par l'auteur sous MatLab. On pourra noter la très grande sensibilité des cristaux de $LiNbO_3$ en fonction de T (TCD>70 ppm/K). A l'inverse, la coupe ST du quartz est pratiquemment insensible à la température autour de 25°C, d'où son grand intérêt pour la réalisation de filtres SAW. De nombreuses valeurs de V, K^2 et TCF existent dans la littérature, pour divers matériaux et directions de propagation [125, 126].

Matériau	V_0 (m/s)	$K^2(\%)$	TCF (ppm/K)
Quartz ST-X	3158,5	0,105	0
$LiNbO_3$ Y-Z	3487,8	4,817	- 93,4
$LiNbO_3$ Y+128°-X	3994,8	5,34	-72,02

Il peut aussi être intéressant de tracer les courbes de sensibilité de la vitesse à la température pour toutes les directions de propagation d'une coupe particulière [23]. Les courbes $s_T = f(\psi)$ sont représentées sur la figure (3.1) pour les coupes Y (0,90,ψ) et X (90,90,ψ) du quartz.

Il est également possible de calculer, de la même façon, le TCD d'une structure bicouche. Puisque le TCD du matériau massif qui constitue la couche est généralement très différent de celui qui constitue le substrat, le TCD de la structure dépend de l'épaisseur de la couche. Si les deux TCD sont de signes opposés, il est possible de trouver une épaisseur kh pour laquelle le TCD d'ensemble est nul [128]. Le TCD de la structure bicouche ZnO/Quartz ST-X+35°, déjà étudiée au chapitre précédent, est présenté sur la figure (3.2). La courbe théorique est obtenue en négligeant l'influence de la couche d'oxyde de zinc sur la dilatation thermique de la structure. Seule la dilatation du quartz est prise en compte. Le terme α_{x_1} dans l'équation (3.2) est donc égal au terme $\alpha_{x_1}^{quartz}$ du quartz massif seul.

On pourra noter qu'il est possible d'obtenir, en théorie, un TCD nul pour une épaisseur de $kh \approx 1$.



(a) (b)

FIG. 3.1 – Courbes de sensibilité de la vitesse à la température en fonction de la direction de propagation : $s_T = f(\psi)$ (ppm/K). (a) Quartz Y-ψ (b) Quartz X-ψ.

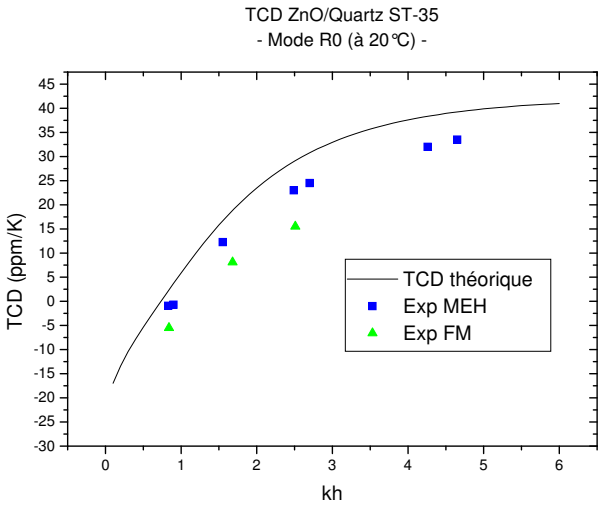


FIG. 3.2 – TCD à 20°C du mode R0 (Rayleigh) dans la structure ZnO/Quartz ST-X+35°. Configuration IDT/ZnO/Quartz. Les points expérimentaux sont reproduits d'après [129] (série 1) et [188] (série 2).

3.2 Modélisation de l'effet d'une déformation mécanique

Nous avons vu qu'une variation de température affecte la valeur des coefficients d'élasticité, de piézoélectricité et de permittivité des matériaux. Ceci entraîne la modification de la vitesse des ondes qui se propagent au sein ou en surface de ces matériaux. De même, lorsqu'un matériau est soumis à un champ de contraintes, il subit un ensemble de déformations et ses coefficients C_{ijkl}, e_{ijk} et ϵ_{ij} sont modifiés. Les coefficients peuvent là-aussi être exprimés sous forme d'un développement en série de Taylor. Par exemple, dans le cas d'un matériau soumis à un champ de déformations décrit par le tenseur S_{mn}, on obtient, pour les constantes élastiques C_{ijkl}, le développement suivant :

$$\begin{aligned} \forall(i,j,k,l), \quad C_{ijkl}(S_{mn}) &= C^0_{ijkl} + \frac{dC_{ijkl}}{dS_{mn}} S_{mn} + \frac{1}{2}\frac{d^2C_{ijkl}}{dS_{mn}dS_{op}} S_{mn}S_{op} + \dots \\ \Leftrightarrow C_{ijkl}(S_{mn}) &= C_{ijkl} + C_{ijklmn}S_{mn} + \frac{1}{2}C_{ijklmnop}S_{mn}S_{op} + \dots \end{aligned} \tag{3.3}$$

Puisque les coefficients C_{ijkl} sont (par définition) les coefficients élastiques du second ordre, les coefficients C_{ijklmn} et $C_{ijklmnop}$ sont respectivement les coefficients élastiques du troisième et du quatrième ordre. Compte tenu de l'influence généralement négligeable des coefficients du quatrième ordre, on pourra se limiter en première approximation aux coefficients du troisième ordre. Les coefficients e_{ijk} et ϵ_{ij} pourraient eux-aussi être développés en série de Taylor pour exprimer leur variation en fonction de la déformation à l'aide de coefficients du premier et second ordre. Cette variation est cependant le plus souvent négligeable. Aussi, seuls les coefficients C_{ijklmn} seront considérés par la suite, les coefficients e_{ijk} et ϵ_{ij} conservant leur valeur initiale, hors déformation :

$$C_{ijkl}(S_{mn}) = C^0_{ijkl} + C_{ijklmn}S_{mn} \tag{3.4}$$

$$e_{ijk}(S_{mn}) = e^0_{ijk} \tag{3.5}$$

$$\epsilon_{ij}(S_{mn}) = \epsilon^0_{ij}$$

Le tenseur C_{ijklmn} exprime le fait que chacune des 9 composantes S_{mn} du tenseur des déformations peut influer sur chacun des 81 termes du tenseur C_{ijkl}. Il comporte donc basiquement $9 * 81 = 729$ composantes. Bien sûr, pour des raisons de symétries du matériau et des tenseurs C_{ijkl} et S_{mn}, le nombre de composantes indépendantes est considérablement plus faible [130]. Les coefficients élastiques de troisième ordre ne sont connus et publiés que pour un petit nombre de matériaux piézoélectriques (voir [192] pour le quartz et [131] pour le $LiNbO_3$). Leur détermination pour les matériaux piézoélectriques les moins utilisés ou les plus récemment développés (comme le langasite) fait l'objet de nombreux travaux actuels.

Comme dans le cas de la variation de température, l'effet des déformations sur les ondes élastiques peut être calculé une fois l'ensemble des coefficients C_{ijklmn} connus.

L'approche la plus simple comprend trois étapes. La première revient à modifier et compléter l'équation fondamentale de la dynamique (1.46) pour tenir compte des contraintes initiales σ_{mn} appliquées sur le matériau. La seconde étape consiste à calculer, à l'aide de (3.4), la valeur corrigée C_{ijkl} des coefficients C^0_{ijkl} en fonction des déformations initiales S^0_{mn} induites par le champ σ_{mn}. Enfin, la troisième et dernière étape correspond à la résolution de l'équation obtenue, par la méthode de Campbell et Jones d'ores et déjà décrite au chapitre 2 [132].

Pour mémoire, l'équation (2.44) se présente sous la forme :

$$\rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i}$$

Elle correspond à la relation fondamentale de la dynamique en milieu initialement non-contraint. Pour tenir compte d'un champ de contraintes initial, l'équation peut être mise sous la forme pertinente suivante [133] :

$$\rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i}\Big(\sigma_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}\Big), \quad (i,j,k) = (1..3) \tag{3.6}$$

où σ_{ik} traduit le champ de contraintes initial dans le matériau. Une fois les coefficients C_{ijkl} calculés et injectés dans (3.6), la résolution de l'équation obtenue pour une équation d'onde donnée conduit à la détermination des paramètres de l'onde recherchée (vitesse, polarisation etc...). La sensibilité de la vitesse aux contraintes mécaniques est alors obtenue en faisant varier l'intensité des contraintes initiales. Compte tenu de l'anisotropie des matériaux, la sensibilité dépend de l'orientation et du type de contrainte appliquée. Par exemple, lorsqu'une onde de surface se propage suivant l'axe $\vec{x}$ d'une coupe donnée, la sensibilité de l'onde aux contraintes longitudinales selon $\vec{y}$ (i.e. : σ_y) est généralement très différente de sa sensibilité aux contraintes longitudinales selon $\vec{z}$ (i.e. : σ_z).

Comme dans le cas du calcul du TCF, la seule variation de vitesse n'est pas suffisante pour rendre compte de l'évolution de la fréquence de fonctionnement des dispositifs à ondes élastiques mécaniquement contraints. En effet, la variation du chemin parcouru par l'onde doit également être prise en compte :

$$f = \frac{V}{\lambda} \Rightarrow \frac{df}{f} = \frac{dV}{V} - \frac{d\lambda}{\lambda}$$

où $d\lambda/\lambda = dl/l$ n'est autre que la déformation longitudinale dans le sens de propagation de l'onde (S_{11}).

L'approche décrite ci-dessus n'est cependant valable qu'en première approximation. Une approche plus rigoureuse fondée sur la théorie des perturbations a été proposée dès 1978 par Tiersten [134]. L'idée sous-jacente de la théorie des perturbations est la suivante : lorsque l'on connaît la solution s^0 d'une équation Eq^0, il devient possible de trouver la solution s^1 d'une équation Eq^1 proche de Eq^0, bien que l'équation Eq^1 ne puisse être

résolue analytiquement. On a : $Eq^1 = Eq^0 + \epsilon$, où ϵ est une 'perturbation' de Eq^0. La solution s^1 est obtenue en 'perturbant' la solution s^0 à l'aide de ϵ, cette dernière opération résultant d'une démarche mathématique relativement complexe.

La théorie des perturbations est très utilisée en mécanique quantique, où la plupart des équations restent impossibles à résoudre analytiquement. Elle permet notamment de trouver les solutions E_n et ψ_n de l'équation de Schrödinger $H\psi = E\psi$ écrite pour un système particulier, à partir des solutions E_n^0 et ψ_n^0 de l'équation $H^0\psi^0 = E^0\psi^0$, analytiquement solvable, où $H = H^0 + V$ (V est le terme de perturbation). Les énergies E_n et les fonctions d'ondes ψ_n sont respectivement les valeurs propres et vecteurs propres de l'équation $H\psi = E\psi$. Le formalisme quantique se prêtant particulièrement bien à la mise en forme mathématique de la théorie des perturbations, nous l'utiliserons ici pour en décrire la démarche de façon la plus claire possible. L'équation des ondes élastiques $\mathbf{A}\vec{u} = \lambda\vec{u}$ décrite au chapitre 2 étant construite exactement comme l'équation $H\psi = E\psi$, nous pourrons appliquer ensuite cette démarche pour l'obtention des solutions d'ondes 'perturbées' par une déformation mécanique initiale. L'essentiel du travail résidera alors dans l'expression du terme de perturbation, à partir des contraintes, déformations et tenseurs élastiques du second et du troisième ordre.

Commençons par décrire la démarche de résolution de l'équation de Schrödinger par la méthode des perturbations [135]. Le problème à résoudre consiste à trouver les soutions approchées de l'équation :

$$H\,|\psi_n\rangle = (H_0 + V)\,|\psi_n\rangle = E_n\,|\psi_n\rangle \tag{3.7}$$

,donc de déterminer les valeurs propres E_n et les vecteurs propres $|\psi_n\rangle$ de l'Hamiltonien perturbé H.

Nous supposerons que toutes les valeurs propres E_n^0 sont non dégénérées et que les vecteurs propres $|\psi_n^0\rangle$ sont normés. La perturbation étant supposée faible, nous l'écrirons sous la forme $V = \alpha W$ avec $\alpha << 1$. Nous allons rechercher les valeurs et vecteurs propres de H sous forme de séries :

$$E_n = E_n^0 + \alpha E_n^1 + \alpha^2 E_n^2 + \ldots \tag{3.8}$$

$$|\psi_n\rangle = |\psi_n^0\rangle + \alpha\,|\psi_n^1\rangle + \alpha^2\,|\psi_n^2\rangle + \ldots \tag{3.9}$$

Afin d'alléger les notations, posons pour n fixé : $|\psi_n^k\rangle = |k\rangle$. Substituant les séries (3.8) et (3.9) dans l'équation de Schrödinger $H\,|\psi_n\rangle = E\,|\psi_n\rangle$, il vient :

$$(H_0+\alpha W)(|0\rangle+\alpha\,|1\rangle+\alpha^2\,|2\rangle+\ldots) = (E_n^0+\alpha E_n^1+\alpha^2 E_n^2+\ldots)(|0\rangle+\alpha\,|1\rangle+\alpha^2\,|2\rangle+\ldots) \tag{3.10}$$

Regroupons les termes suivant les puissances successives de α, d'où :

$$\begin{aligned} & H_0 \left|0\right\rangle + \alpha(H_0 \left|1\right\rangle + W \left|0\right\rangle) + \alpha^2(H_0 \left|2\right\rangle + W \left|1\right\rangle) \quad + \quad \ldots \\ = {} & E_n^0 \left|0\right\rangle + \alpha(E_n^0 \left|1\right\rangle + E_n^1 \left|0\right\rangle) + \alpha^2(E_n^0 \left|2\right\rangle + E_n^1 \left|1\right\rangle + E_n^2 \left|0\right\rangle) \quad + \quad \ldots \end{aligned} \tag{3.11}$$

Pour que l'égalité soit vérifiée $\forall\alpha$, on identifie les termes de même degré en α. Les termes d'ordre zéro : $H_0 \left|0\right\rangle = E_n^0 \left|0\right\rangle$ sont déjà vérifiés par hypothèse. Les termes de perturbation du premier ordre sont ceux en α, soit :

$$(H_0 - E_n^0) \left|1\right\rangle + (W - E_n^1) \left|0\right\rangle = 0 \tag{3.12}$$

Le produit hermitien de (3.12) par le vecteur $\left|0\right\rangle$ s'écrit :

$$\left\langle 0|(H_0 - E_n^0)|1\right\rangle + \left\langle 0|(W - E_n^1)|0\right\rangle = 0 \tag{3.13}$$

Puisque $H_0 \left|0\right\rangle = E_n^0 \left|0\right\rangle$ et compte tenu de l'hermiticité de H_0 qui nous donne $\langle 0|H_0|1\rangle = E_n^0 \langle 0|1\rangle$, le premier terme de (3.13) est nul. Le second terme de (3.13) nous donne :

$$E_n^1 = \frac{\langle 0|W|0\rangle}{\langle 0|0\rangle} \tag{3.14}$$

Pour une valeur propre E_n^0 non dégénérée, la valeur propre E_n de H s'écrit donc au premier ordre, en revenant aux notations initiales :

$$E_n = E_n^0 + \frac{\langle \psi_n^0|V|\psi_n^0\rangle}{\langle \psi_n^0|\psi_n^0\rangle} \tag{3.15}$$

Les vecteurs $\left|\psi_n^0\right\rangle$ étant normés, le dénominateur $\langle \psi_n^0|\psi_n^0\rangle$ vaut 1. La correction à apporter à l'énergie non-perturbée est ainsi égale à la valeur moyenne de l'opérateur de perturbation V calculée sur l'état $\left|\psi_n^0\right\rangle$ non perturbé.

Cherchons maintenant le vecteur $\left|\psi_n^1\right\rangle$ sous la forme d'un développement sur les vecteurs d'ordre zéro $\left|\psi_n^0\right\rangle$. On a :

$$\left|\psi_n^1\right\rangle = \sum_{k\neq n} c_{kn} \left|\psi_k^0\right\rangle \tag{3.16}$$

Les coefficients c_{kn} du développement (3.16) sont donnés par : $c_{kn} = \langle \psi_k^0|\psi_n^1\rangle$. Pour les calculer, partons de l'équation (3.16) qui nous donne, pour $k \neq n$:

$$\left\langle \psi_k^0|H_0 - E_n^0|\psi_n^1\right\rangle + \left\langle \psi_k^0|W - E_n^1|\psi_n^0\right\rangle = 0 \tag{3.17}$$

Le dernier terme $\langle \psi_k^0|E_n^1|\psi_n^0\rangle$ est nul par suite de l'orthogonalité des vecteurs propres associés à des valeurs propres différentes. On a d'autre part : $\langle \psi_k^0|H_0|\psi_n^1\rangle = E_k^0 \langle \psi_k^0|\psi_n^1\rangle$

et l'équation (3.17) s'écrit :

$$(E_k^0 - E_n^0)\left\langle \psi_k^0 | \psi_n^1 \right\rangle + \left\langle \psi_k^0 | W | \psi_n^0 \right\rangle = 0 \tag{3.18}$$

Les coefficients $c_{kn} = \langle \psi_k^0 | \psi_n^1 \rangle$ apparaissent dans (3.18), d'où :

$$c_{kn} = \frac{\langle \psi_k^0 | W | \psi_n^0 \rangle}{E_n^0 - E_k^0}, \text{ avec } k \neq n \tag{3.19}$$

En reportant les expressions (3.19) des c_{kn} dans (3.16), on obtient :

$$|\psi_n^1\rangle = \sum_{k \neq n} \frac{\langle \psi_k^0 | W | \psi_n^0 \rangle}{E_n^0 - E_k^0} \, |\psi_k^0\rangle \tag{3.20}$$

Au premier ordre, le vecteur propre $|\psi_n\rangle$ de l'hamiltonien H a donc pour expression :

$$|\psi_n\rangle = |\psi_n^0\rangle + \sum_{k \neq n} \frac{\langle \psi_k^0 | V | \psi_n^0 \rangle}{E_n^0 - E_k^0} \, |\psi_k^0\rangle \tag{3.21}$$

Nous pouvons maintenant appliquer les formules démontrées ci-dessus au cas des ondes élastiques. Précisons au préalable que **l'approche 'perturbative' est pertinente dans le cas des ondes élastiques qui se propagent dans un milieu déformé, car la variation relative de fréquence df/f observée lorsque la matériau est contraint n'excède pas les quelques dizaines de ppm**. Les contraintes peuvent donc bel et bien être vues comme de petites perturbations du milieu, et les vitesses des ondes en milieu déformé peuvent être dérivées de celles en milieu non-déformé.

Comme mentionné plus haut, l'équation d'onde à résoudre est de la forme : $\mathbf{A}\vec{u} = \lambda\vec{u}$, où $\lambda = \rho\omega^2$ joue le même rôle que l'énergie E_n dans le développement précédent. Notre objectif est de déterminer la grandeur :

$$\frac{df}{f} = \frac{f - f^0}{f^0} = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$$

Puisque :

$$\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2} = \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega_0^2} \approx 2\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$$

On obtient :

$$\frac{df}{f} \approx \frac{1}{2}\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2} = \frac{1}{2}\frac{\rho\omega^2 - \rho\omega_0^2}{\rho\omega_0^2} = \frac{\lambda^0 - \lambda^1}{\rho\omega_0^2} \tag{3.22}$$

Or, d'après (3.15) :

$$\lambda^0 - \lambda^1 = \frac{\langle u^0 | V | u^0 \rangle}{\langle u^0 | u^0 \rangle}$$

où V est le terme perturbatif. On obtient donc :

$$\frac{df}{f} \approx \frac{\langle u^0|V|u^0\rangle}{2\rho\omega_0^2 \langle u^0|u^0\rangle} \tag{3.23}$$

Nous devons maintenant exprimer l'opérateur V, afin de pouvoir calculer le terme $\langle u^0|V|u^0\rangle$.

Nous savons que l'équation d'onde $\lambda\vec{u} = \mathbf{A}\vec{u}$ résulte du report de l'expression de l'onde recherchée (OPP, onde progressive de surface...) dans la RFD (1.46). Pour un milieu non-piézoélectrique, on obtient :

$$\begin{aligned} \rho\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i} \\ \Leftrightarrow \rho\omega^2 u_j &= \frac{\partial}{\partial x_i}(C_{ijkl}S_{kl}) \\ \Leftrightarrow \underbrace{\rho\omega^2 u_j}_{\lambda\vec{u}} &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i}(C_{ijkl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l})}_{\mathbf{A}\vec{u}} \end{aligned} \tag{3.24}$$

L'opérateur V peut s'exprimer sous la même forme que l'opérateur **A**, dont il représente une petite perturbation. On obtient donc :

$$V : \qquad u_j \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_i}(H_{ijkl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l})$$

où H_{ijkl} exprime la perturbation des termes C_{ijkl} dans un milieu précontraint. On a :

$$C_{ijkl} + H_{ijkl} = F_{ijkl} \tag{3.25}$$

où F_{ijkl} est le tenseur des coefficients élastiques en milieu précontraint.

En injectant l'expression de V dans (3.23) et en utilisant la notation intégrale des produits scalaires 'Hermitiens', on obtient, en intégrant sur tout le volume Ω :

$$\frac{df}{f} \approx \frac{\iiint_\Omega \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i} H_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} d\Omega}{2\rho\omega_0^2 \iiint_\Omega u_m^* u_m d\Omega} \tag{3.26}$$

où u_j^* est le complexe conjugué de u_j. **L'équation (3.26) est applicable à tout type de propagation acoustique**.

Dérivons maintenant l'expression de (3.26) dans le cas particulier des ondes progressives de surface de type Rayleigh. Nous avons vu au chapitre 2 que les ondes de surface de type Rayleigh résultent de la combinaison de quatre ondes partielles de la forme

$\vec{u}^n = \vec{u}_0^n e^{i(\omega t - kx_1)} e^{-\chi_n x_3}$. Nous savons également que la résolution du tenseur des conditions aux limites permet d'obtenir les amplitudes relatives A_n de chacune de ces ondes. Le déplacement mécanique dans chaque direction d'espace peut donc s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} u_j^{totale} &= \sum_{n=1}^{4} A_n u_j^n e^{i(\omega_0 t - kx_1)} e^{-\chi_n k x_3} \\ &= \sum_{n=1}^{4} A_n u_j^n e^{i\omega_0 (t - \frac{x_1}{V_0})} e^{-\chi_n k x_3} \\ &= \sum_{n=1}^{4} A_n u_j^n e^{i\omega_0 (t - \delta_m^n x_m)} \end{aligned} \tag{3.27}$$

$$\text{où} \quad \delta_m^n = [\frac{1}{V_0}; 0; -i\frac{\chi_n}{V_0}] \quad \forall m = [1; 2; 3]$$

L'expression recherchée de (3.26) dans le cas particulier des ondes de Rayleigh est obtenue en injectant (3.27) dans (3.26).

Procédons par étape. Nous avons (en remplaçant l'indice n par l'indice r pour clarifier le calcul ultérieur) :

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_l} = \sum_{r=1}^{4} A_r u_k^r \omega_0 \delta_l e^{i\omega_0 (t - \delta_m^r x_m)}$$

De même (en remplaçant cette fois l'indice n par l'indice s) :

$$\frac{\partial u_j^*}{\partial x_i} = \sum_{s=1}^{4} [A_s u_j^s \omega_0 \delta_i e^{i\omega_0 (t - \delta_m^s x_m)}]^*$$

D'où :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} &= \sum_{r,s=1}^{4} A_s^* A_r u_j^{s^*} u_k^r \omega_0^2 \delta_l \delta_i^* e^{-i\omega_0 (t - \delta_m^{s^*} x_m)} e^{i\omega_0 (t - \delta_m^r x_m)} \\ &= \sum_{r,s=1}^{4} A_s^* A_r u_j^{s^*} u_k^r \omega_0^2 \delta_l \delta_i^* e^{i\omega_0 x_m (\delta_m^{s^*} - \delta_m^r)} \end{aligned}$$

De même, nous avons :

$$\begin{aligned} u_m^* u_m &= \sum_{r,s=1}^{4} A_s^* A_r u_m^{s^*} u_m^r e^{-i\omega_0 (t - \delta_p^{s^*} x_p)} e^{i\omega_0 (t - \delta_p^r x_p)} \\ &= \sum_{r,s=1}^{4} A_s^* A_r u_m^{s^*} u_m^r e^{i\omega_0 x_p (\delta_p^{s^*} - \delta_p^r)} \end{aligned}$$

Nous possédons maintenant les éléments pour calculer le numérateur et le dénominateur de l'équation (3.26). En faisant l'hypothèse supplémentaire que les effets de la précontrainte sont homogènes suivant la profondeur (i.e. : selon x_3), et en remarquant que le terme $(\delta_m^{s^*} - \delta_m^r)$ est nul $\forall m \neq 3$, on obtient pour le numérateur :

$$\begin{aligned}
\iiint_\Omega \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i} H_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} d\Omega &= \iiint_\Omega [\underbrace{\sum_{r,s=1}^{4} A_s^* A_r u_j^{s^*} u_k^r \omega_0^2 \delta_l \delta_i^*}_{\Xi} e^{i\omega_0 x_m (\delta_m^{s^*} - \delta_m^r)}] H_{ijkl} d\Omega \\
&= \Xi \iiint_\Omega e^{i\omega_0 x_m (\delta_m^{s^*} - \delta_m^r)} H_{ijkl} d\Omega \\
&= \Xi \int_{-\infty}^{0} e^{i\omega_0 x_3 (\delta_3^{s^*} - \delta_3^r)} dx_3 \iint_S H_{ijkm} dS \\
&= \Xi \frac{1}{\delta_3^{s^*} - \delta_3^r} \iint_S H_{ijkm} dS
\end{aligned}$$

où S est la surface d'intégration dans le plan (x_1, x_2).

Pour le dénominateur (sans le facteur multiplicatif $2\rho_0\omega_0^2$), on obtient de même :

$$\begin{aligned}
\iiint_\Omega u_m^* u_m d\Omega &= \iiint_\Omega \sum_{r,s=1}^{4} \underbrace{A_s^* A_r u_m^{s^*} u_m^r}_{\Psi} e^{i\omega_0 x_p (\delta_p^{s^*} - \delta_p^r)} d\Omega \\
&= \Psi \iiint_\Omega e^{i\omega_0 x_p (\delta_p^{s^*} - \delta_p^r)} d\Omega \\
&= \Psi \int_{-\infty}^{0} e^{i\omega_0 x_3 (\delta_3^{s^*} - \delta_3^r)} dx_3 \iint_S dS \\
&= \Psi \frac{1}{\delta_3^{s^*} - \delta_3^r} S
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Dans le cas d'une onde de Rayleigh, l'équation (3.26) devient donc :

$$\begin{aligned}
\frac{df}{f} &\approx \frac{\iint_S H_{ijkl} dS}{S} \frac{\sum_{r,s=1}^{4} (A_s^* A_r u_j^{s^*} u_k^r \omega_0^2 \delta_l \delta_i^*)/(\delta_3^{s^*} - \delta_3^r)}{2\rho_0 \omega_0^2 \sum_{r,s=1}^{4} (A_s^* A_r u_m^{s^*} u_m^r)/(\delta_3^{s^*} - \delta_3^r)} \\
&= \overline{H_{ijkl}} . U_{ijkl}
\end{aligned} \tag{3.29}$$

où $\overline{H_{ijkl}}$ est la valeur moyenne de H_{ijkl} sur la surface S. Puisque $\delta_3^n = \chi_n / V_0$ et que $\delta_l \delta_i^* = \kappa_l \kappa_i^* / V_0^2$ (avec $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 0$, $\kappa_3 = \chi_3$), le terme U_{ijkl} peut s'écrire de la façon suivante (mieux adaptée au calcul numérique ultérieur) :

$$U_{ijkl} = \frac{\sum_{r,s=1}^{4} A_s^* A_r u_j^{s^*} u_k^r \kappa_l \kappa_i^* / (\chi_3^{s^*} - \chi_3^r)}{2\rho_0 V_0^2 \sum_{r,s=1}^{4} A_s^* A_r u_m^{s^*} u_m^r / (\chi_3^{s^*} - \chi_3^r)}$$

L'équation (3.29) est très générale. Elle permet de déterminer df/f pour toute perturbation ayant pour effet la modification des valeurs des coefficients élastiques C_{ijkl}. Cette modification est décrite par le tenseur F_{ijkl} (voir 3.25). Remarquons toutefois que df/f ne dépend que de λ^0 et λ^1 (voir 3.22), où λ^0 est valeur propre de l'équation $\mathbf{A}\vec{u} = \lambda\vec{u}$.

Pour appliquer la formule (3.29) au cas d'une onde de Rayleigh se propageant dans un milieu précontraint, nous devons maintenant exprimer le tenseur H_{ijkl} en fonction des paramètres de contrainte(s) et de déformation(s) initiaux. L'approche la plus simple consisterait à exprimer chaque C_{ijkl} en fonction de C^0_{ijkl} et du champ de déformations S_{mn}, par le biais des coefficients de troisième ordre C_{ijklmn} (voir 3.4). Cette approche est cependant trop restrictive. La transformation de l'équation (3.2) en milieu prédéformé impose en effet une modification supplémentaire des termes C^0_{ijkl}. Cette transformation est nécessaire car le champ des déformations S_{ij} est défini dans l'état 'naturel' (i.e. : au repos, sans contrainte) tandis que le champ des contraintes T_{ij} est défini dans l'état 'initial' (i.e. : l'état déformé initial). Les coordonnées a_i sont utilisées pour la description du système dans son état naturel. Les coordonnées X_i le sont pour sa description dans l'état initial. La position des éléments du système au passage d'une onde (état 'présent') est repérée par les coordonnées x_i. Le vecteur déplacement $\vec{u}$ d'une position 'initiale' à une position 'présente' est défini par : $u_i \equiv x_i - X_i$.

Il est indispensable d'exprimer les champs T_{ij} et S_{ij} dans le même référentiel (le référentiel 'naturel') avant de procéder au calcul des ondes. Ce changement de référentiel implique la modification de l'équation (3.2). D'après [136], on a :

$$\begin{aligned}
\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_{ji}}{\partial x_j} \quad \text{(RFD dans l'état 'initial')} \\
&= \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{1}{J}\frac{\partial x_j}{\partial a_k}\frac{\partial x_i}{\partial a_m}t_{km}\right) \\
&\vdots \\
\Leftrightarrow \rho_0\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial a_k}\Big(\underbrace{\frac{\partial x_i}{\partial a_m}t_{km}}_{P_{ik}}\Big) \\
&= \frac{\partial P_{ik}}{\partial a_k} \quad \text{(RFD dans l'état 'naturel')}
\end{aligned} \tag{3.30}$$

où t_{kl} sont les tensions thermodynamiques et P_{ik} le tenseur de Piola-Kirchhoff. J est le Jacobien du système. Les constantes élastiques modifiées F_{ikjm} sont reliées au tenseur de Piloa-Kirchhoff par la relation suivante ([136]-Eq. (413)) :

$$\begin{aligned}
F_{ikjm} &\equiv \frac{\partial P_{ij}}{\partial(\partial x_k/\partial a_m)} \\
&= \frac{\partial(\partial x_i/\partial a_r)}{\partial(\partial x_k/\partial a_m)}t_{jr} + (\partial x_i/\partial a_r)\frac{\partial t_{jr}}{\partial(\partial x_k/\partial a_m)}
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Les tensions thermodynamiques sont définies à partir de l'énergie interne de déformation U ([136]-Eq. (117)) :

$$t_{pk} = \rho_0(\frac{\partial U}{\partial S_{pk}}), \quad \text{à entropie constante} \tag{3.32}$$

A la manière des contraintes mécaniques T_{ij} dont elles sont une généralisation, les tensions thermodynamiques peuvent être développées en série. On obtient ([137]-Eq. IV.11) :

$$t_{pk} = C_{pklq}S_{lq} + \frac{1}{2}C_{pklquv}S_{lq}S_{uv} + \dots \tag{3.33}$$

En injectant (3.33) dans (3.31), on obtient ([137]-Eq. IV.18 ... IV-22) :

$$\begin{aligned} F_{ikjm} &= \delta_{ij}t_{km} + \frac{\partial x_i}{\partial a_p}\frac{\partial x_j}{\partial a_q}(C_{pkmq} + C_{pkmquv}S_{uv}) \\ &\vdots \\ &= \delta_{ij}T_{km} + C_{ikjm} + C_{pkqmuv}S_{uv} + \frac{\partial u_i}{\partial a_p}C_{pkjm} + \frac{\partial u_j}{\partial a_q}C_{ikqm} \end{aligned} \tag{3.34}$$

L'expression du terme perturbatif H_{ijkl} dans le cas d'une onde de Rayleigh se propageant dans un milieu précontraint est donc :

$$\begin{aligned} H_{ijkl} &= F_{ijkl} - C_{ijkl} \\ &= \delta_{ik}T_{jl} + C_{pjqluv}S_{uv} + \frac{\partial u_i}{\partial a_p}C_{pjkl} + \frac{\partial u_k}{\partial a_q}C_{ijql} \end{aligned} \tag{3.35}$$

où C_{ijkl} et C_{ijkluv} sont les constantes élastiques du deuxième et troisième ordre, T_{jl} et S_{uv} les contraintes et déformations statiques, $\partial u_i/\partial a_j$ les gradients de déplacements statiques et δ_{ik} le symbole de Kronecker. L'expression (3.35) est générale et chaque problème particulier se réduit à la détermination de T_{ij}, S_{ij} et $\partial u_i/\partial a_j$ en fonction des contraintes extérieures. En général, il n'existe pas de relation directe entre les termes $\partial u_i/\partial a_j$ et les élongations S_{ij}. Cependant, dans le cas d'une plaque fixée au centre (i.e. : les déplacements sont nuls au point de coordonnées $(a_1, a_2, a_3) = (0, 0, 0)$) et si l'on néglige les rotations rigides autour de ce point fixe, on peut écrire :

$$S_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial a_j} \quad \text{et} \quad \frac{\partial u_j}{\partial a_i} = \frac{\partial u_i}{\partial a_j}$$

L'équation (3.35) devient alors :

$$\begin{aligned} H_{ijkl} &= \delta_{ik}T_{jl} + C_{pjqluv}S_{uv} + C_{pjkl}S_{ip} + C_{ijql}S_{kq} \\ &= \delta_{ik}T_{jl} + C_{ijkluv}S_{uv} + C_{pjkl}S_{ip} + C_{ijql}S_{kq} \end{aligned} \tag{3.36}$$

La détermination de T_{ij}, S_{ij} et $\partial u_i/\partial a_j$ pour un milieu précontraint particulier résulte de la résolution, pour ce milieu, des équations de la théorie de l'élasticité ([138, 139]). La

démarche peut être analytique (dans certains cas) ou numérique. La méthode de résolution numérique par éléments finis est notamment très utilisée.

Aussi, bien que les bases théoriques des équations (3.29) et (3.36) soient pour le moins compliquées, le calcul de la sensibilité d'un dispositif SAW aux contraintes mécaniques devient relativement simple une fois connus ces deux équations et les coefficients élastiques de troisième ordre. Il 'suffit' en effet de calculer, pour chaque situation particulière, les T_{ij}, S_{ij} et $\partial u_i/\partial a_j$ sur le parcours de l'onde, puis d'injecter ces valeurs dans (3.36) avant de calculer directement df/f à l'aide de (3.29). Ce dernier calcul nécessite uniquement la connaissance préalable des paramètres u_i, A_i et χ_i, qui peuvent être directement obtenus avec les programmes de simulation classique des SAW, déjà décrits au chapitre précédent. Cette méthode sera notamment employé au chapitre IV pour calculer la sensibilité d'une membrane SAW soumise à des forces de pression.

Notons que l'équation (3.36) peut également être appliquée, moyennant quelques modifications, pour le calcul des sensibilités thermiques en milieu non-déformé. Le résultat est alors plus précis que celui obtenu avec la méthode plus simple décrite en début de chapitre ([137] - pp. 49-52). Considérons le cas d'un cristal chauffé uniformément de manière statique. Le cristal est laissé libre de se déformer dans toutes les directions, ce qui suppose l'absence de contraintes mécaniques statiques sur les surfaces du substrat. On a donc : $T_{ij} = 0$. Si la température du cristal change, la déformation résultante est décrite par le tenseur des élongations S_{ij}. Quand une variation $\Delta\theta$ apparaît uniformément dans tout le cristal, la déformation de ce dernier est homogène et on peut montrer que tous les composants de S_{ij} sont proportionnels à $\Delta\theta$ [140] : $S_{ij} = \alpha_{ij}\Delta\theta$, où α_{ij} n'est autre que la matrice des coefficients d'expansion thermique déjà utilisée dans (III-1). On peut alors écrire le tenseur des perturbations H_{ijkl} sous la forme :

$$H_{ijkl} = (C_{ijkluv}\alpha_{uv} + C_{pjkl}\alpha_{ip} + C_{ijql}\alpha_{kq})\Delta\theta$$

Il faut enfin tenir compte de la variation des constantes élastiques initiales en fonction de la température $(dC_{ijkl}/d\theta)$ [141]. Remarquons que ce dernier terme correspond aux seules variations prises en compte pour le calcul du TCD et du TCF dans la première section du présent chapitre (III-1). On obtient :

$$H_{ijkl} = (C_{ijkluv}\alpha_{uv} + C_{pjkl}\alpha_{ip} + C_{ijql}\alpha_{kq} + \frac{dC_{ijkl}}{d\theta})\Delta\theta \tag{3.37}$$

et :

$$\begin{aligned}\frac{df}{f} &= (C_{ijkluv}\alpha_{uv} + C_{pjkl}\alpha_{ip} + C_{ijql}\alpha_{kq} + \frac{dC_{ijkl}}{d\theta})\Delta\theta U_{ijkl} \\ &= \underbrace{(C_{ijkluv}\alpha_{uv} + C_{pjkl}\alpha_{ip} + C_{ijql}\alpha_{kq})\Delta\theta U_{ijkl}}_{\Phi} + \underbrace{\frac{dC_{ijkl}}{d\theta}\Delta\theta U_{ijkl}}_{\Xi}\end{aligned}$$

, où Ξ correspond au calcul de la sensibilité à la température par la méthode des perturbations en ne tenant compte que de la variation des coefficients C_{ijkl} (comme dans (III-1))

et Φ est une correction due à la prise en compte de la déformation thermique du milieu et de son effet sur la vitesse de l'onde dans le matériau.

Ceci clôt la partie consacrée à la modélisation théorique des SAW soumises à des perturbations. Nous avons présenté les équations fondamentales et les méthodes de résolution numérique pour calculer la vitesse, le coefficient de couplage électromécanique, le TCF et la sensibilité à la déformation mécanique de substrats monocouche et bicouche. Nous disposons maintenant des outils analytiques et numériques nécessaires pour modéliser les capteurs SAW de pression et de température. Ils seront utilisés dans le chapitre IV, consacré à l'étude d'un nouveau type de capteur de pression pour la mesure des basses et très basses pressions puis au chapitre V, dédié en grande partie à l'étude de l'effet 'bilame' (dilatation différentielle) dans les structures bicouche pour application à haute température.

Chapitre 4

Capteur SAW pour la mesure des basses et très basses pressions

4.1 Contexte de l'étude

L'équipe micro et nanosystèmes du LPMIA a débuté ses recherches dans le domaine des systèmes SAW en 1997. Elle s'est très tôt intéressée aux applications capteurs de la technologie SAW. La première thèse du laboratoire intégralement consacrée aux capteurs de pression SAW s'est déroulée de 2000 à 2003 [169]. A l'issue de ces travaux, l'équipe s'est vue proposer un contrat d'étude de faisabilité par la société Alcatel Vacuum Technology, basée à Annecy en France. Cette étude concernait la réalisation d'un capteur de pression SAW à membrane déformable pour la mesure des basses pressions (vide primaire). Il devait s'agir d'une première étude, essentiellement bibliographique mais étayée de résultats expérimentaux. Le cahier des charges stipulait que le capteur final devait être capable de discerner trois régimes de pression : la pression atmosphérique, le vide au-dessus de 90 millitorrs (mTorr) et le vide au-dessous de 90 mTorr. La précision de la mesure autour de 90 mTorr devait être égale à au moins 1 mTorr. Ces travaux ont été confiés à l'auteur en janvier 2005, dès le commencement de sa thèse et après reconduction du premier contrat signé entre la société et l'université. L'étude s'est déroulée de janvier à décembre 2005. Suite aux conclusions négatives des premiers travaux, un second contrat a été signé en 2006 pour l'étude d'une solution alternative proposée par l'auteur et son directeur de thèse fin 2005. Cette solution innovante, baptisée 'SAW-Pirani', a donné des résultats satisfaisants et a conduit au dépôt d'un premier brevet en décembre 2006. L'année 2007 a vu la poursuite de l'étude avec notamment le dépôt d'un second brevet et l'obtention d'un financement ANR P-Nano pour le développement industriel des futurs capteurs. Le présent chapitre est consacré à la présentation des résultats obtenus jusqu'au mois de septembre 2007, dans le cadre du projet.

4.2 Les capteurs de pression : généralités

Il existe deux familles principales de capteurs de pression, qui se distinguent par leur mode de fonctionnement et leur gamme de mesure [142]. La première famille regroupe

les capteurs à transduction mécanique. Dans ce cas, la pression génère un déplacement mécanique qui peut être mesuré par différents moyens. Le déplacement est d'autant plus important que la pression appliquée sur l'élément sensible est grande. Figurent dans cette catégorie :

- **le baromètre à mercure**, constitué d'un tube en forme de U en partie rempli de mercure. L'une des extrémités du tube est scellée, l'autre est en contact avec la pression à mesurer. L'une des branches du U est graduée, afin de mesurer la variation de hauteur du fluide lorsque celui-ci est soumis à une pression donnée. Ce dispositif est le plus ancien capteur de pression. Il fut inventé par Sir Robert Boyle suite aux travaux de Torricelli, et perfectionné par le physicien français René Descartes. L'ensemble de ces travaux se situent dans la première moitié du 17e siècle. Le Torr (T) est l'unité de pression correspondant à un déplacement du fluide de ± 1 mm. 1 Torr vaut 133 Pa (N/m^2) ou 1,33 mBar.

- **le tube de Bourdon**. Ce dispositif est en forme de C avec une section ovale. L'une des extrémités du tube est connectée à la pression à mesurer, l'autre est scellée et mobile. Lorsque le tube est soumis à une pression donnée, il tend à se raidir et adopte une forme plus ouverte (plus 'droite'). Ce changement de forme provoque le déplacement de l'extrémité mobile du tube, déplacement aussitôt converti en mouvement d'une aiguille sur un cadran gradué. Pour augmenter la sensibilité, le tube peut être étendu sous forme de spirale ou de bobine hélicoïdale. Ce dispositif a été breveté en France par Eugène Bourdon en 1849. Il est encore très utilisé de nos jours et permet de mesurer des très hautes pressions, jusqu'à 7000 Bars.

- **la membrane déformable**. Les dispositifs à membrane déformable utilisent une membrane flexible soumise d'un côté à une pression de référence et de l'autre à la pression à mesurer. Sous l'effet d'une différence de pression, la membrane se déforme. L'amplitude du mouvement est mesurée et traduite en unités de pression. Il existe de nombreuses solutions différentes pour mesurer le déplacement de la membrane. Il est tout d'abord possible d'utiliser une jauge d'extensométrie (ou jauge de déformations) collée sur la membrane. Les dispositifs à jauge de déformations sont disponibles pour la gamme de pression [5 Torrs - 14000 Bars]. La membrane peut aussi être directement usinée dans un matériau piézorésistif, dont la flexion modifie la résistance électrique. Une autre solution est de transformer la déformation de la membrane en une variation de capacité plutôt qu'une variation de résistance. Il suffit pour cela de placer l'une des armatures d'un condensateur sur la membrane et l'autre sur une pièce non soumise à la déformation. On obtient alors un condensateur plan dont la capacité est en relation directe avec la pression appliquée. Les jauges capacitives sont très utilisées pour la mesure de pression dans la gamme [1 mTorr - 10 Bars]. Le mouvement de la membrane peut aussi se traduire par une modification de l'inductance d'un circuit électrique, pourvu que la membrane soit reliée à un noyau magnétique coulissant à l'intérieur d'une bobine. Ces capteurs sont dits 'magnétiques'. Les dispositifs LVDT (Linear Variable Differential Transformer) sont de ce type. Ils sont disponibles dans la gamme [10 mTorr - 700 Bars]. Il est également possible d'utiliser une fibre optique solidaire de la membrane (la

flexion de la fibre modifie le trajet optique), un potentiomètre mû par le déplacement de la membrane ou encore un fil résonant. Dans ce dernier cas, un fil est fixé entre une membrane mobile et un élément statique. Lorsque la membrane bouge, la longueur et la tension mécanique dans le fil varient, ce qui modifie sa fréquence de résonance. Inventé à la fin des années 1970, le capteur à fil résonant est adapté pour la mesure dans la gamme [10 mTorr - 420 Bars]. Enfin, des moyens optiques classiques peuvent être employés pour quantifier le déplacement de la membrane (occultation d'un faisceau lumineux). A titre de comparaison, rappelons que l'oreille humaine est elle-même un capteur de pression à membrane déformable (le tympan). L'oreille humaine est extrêmement sensible aux faibles variations de pression autour de la pression atmosphérique. Elle est capable de détecter une variation de pression de 20 μPa (1,5.10^{-4} mTorr) ! Le seuil de douleur se situe à 64 Pa (130 dB).

– **les capteurs piezoélectriques**. Nous savons que lorsqu'une pression est appliquée sur un cristal piézoélectrique, celui-ci subit une déformation élastique. Cette déformation génère un flux de charges électriques pendant quelques secondes. Le signal électrique résultant peut être mesuré et relié à la pression appliquée. Ces capteurs ne peuvent pas mesurer de pression statique mais sont très utiles pour la mesure de fortes pressions ponctuelles (explosion de missiles, turbomoteurs etc...). Il est également possible d'utiliser les propriétés des lames piézoélectriques fixées à leurs extrémitées, dont la fréquence de vibration varie en fonction de la déformation. Cette solution est notamment utilisée dans les microphones.

La seconde famille de capteurs regroupe tous les systèmes de mesure basés sur un principe autre que celui d'un transducteur mécanique flexible. Il s'agit le plus souvent de solutions technologiques mises au point pour la mesure des basses et très basses pressions (< 1mTorr). Parmi les solutions les plus utilisées, citons :

– **La jauge de McLeod**. Inventée en 1878, la jauge de McLeod mesure la pression d'un gaz en comprimant, à l'aide de ce gaz, un volume initialement connu sous une pression de référence. Le volume résultant est une mesure de la pression du gaz. La jauge de McLeod a été utilisée jusqu'à récemment pour calibrer d'autres types de jauges. Elle couvre la gamme de pression comprise entre 1 et 10^{-6} Torr.

– **La jauge à friction visqueuse**. A basse pression, la viscosité et la friction dépendent tous deux de la pression. Cet instrument mesure des pressions jusqu'à 10^{-7} Torr, en détectant la décélération d'une bille tournant sur elle-même au contact du gaz à mesurer. La bille est maintenue en suspension par un champ magnétique.

– **Les jauges 'thermiques'**. L'idée d'apprécier la qualité d'un vide en exploitant la conductivité thermique des gaz remonte à Kundt et Warburg, autour de 1875. A basse pression (vide primaire), la conductivité thermique d'un gaz change avec la pression. Si un élément placé dans un gaz est chauffé avec une puissance constante, la température d'équilibre de l'élément devient elle-aussi fonction de la pression environnante. Ce phénomène peut être utilisé de diverses façons pour mesurer la pression d'un gaz. L'élément chauffé étant généralement un fil électrique chauffé

par effet Joule, les jauges thermiques sont souvent appelées 'jauges à fil chaud'. Elles peuvent typiquement être utilisées pour mesurer des niveaux de vide jusqu'à 0,1 mTorr. Puisque la conductivité thermique dépend de la nature du gaz à mesurer, les jauges à fil chaud doivent être calibrées pour chaque type de gaz. C'est là leur principal défaut. Le groupe des jauges thermiques comprend plusieurs sous-groupes :

- **la jauge Pirani**. Dans ce design proposé pour la première fois en 1906, la pression est déterminée par la mesure du courant électrique nécessaire pour maintenir constante la température d'un fil chaud. Le fil est chauffé à une température de 130°C et constitue l'une des branches d'un pont de Wheatstone. Le transfert thermique qui intervient entre le filament et les molécules gazeuses crée un déséquilibre dans le pont. Un circuit électr(on)ique associé cherche à compenser ce déséquilibre en temps réel, en ajustant l'intensité du courant. Ce montage permet d'atteindre un temps de réponse court, de l'ordre de 70 millisecondes. Une jauge Pirani ne fonctionnera pas pour détecter des pressions supérieures à 1 Torr, car au-dessus de cette pression, la conductivité thermique des gaz ne change plus avec la pression. Les jauges Pirani sont linéaires entre 10^{-4} et 10^{-2} Torr. Au-dessus de ces pressions, la réponse devient à peu près logarithmique. Les jauges Pirani sont bon marché, faciles à utiliser et relativement précises. La précision dans la zone de fonctionnement optimale est de 2%. Au-delà, elle tombe à 10%.

- **la jauge Pirani convective**. La conductivité thermique d'un gaz redevient dépendante de la pression si celui-ci est 'convectif'. Similaires aux jauges Pirani classiques, les jauges convectives utilisent donc un dispositif de convection forcé. Elles détectent le refroidissement dû à la conduction (à basse pression) et à la convection (pour les plus hautes pressions). La gamme de mesure peut ainsi être étendue jusqu'à 1 Bar environ.

- **les jauges à thermocouple**. Ces jauges, proposées pour la première fois par Voege en 1906, relient directement la température d'un filament chauffé à la pression. L'idée est d'utiliser deux conducteurs de nature différente qui se touchent en un point médian (le montage est en forme de X). Ce point forme la première jonction d'un thermocouple. En alimentant deux des extrémités du X en courant continu constant, on fait chauffer cette jonction et il est possible d'en mesurer la température d'équilibre en reliant ensemble les deux autres extrémités puis en mesurant la tension qui s'établit dans le circuit ouvert. Le filament est chauffé par un courant constant de 20-200 mA (DC), et le thermocouple génère une tension de sortie de l'ordre de 20 mV. La température augmente lorsque la pression diminue. Les jauges à thermocouple fonctionnent typiquement dans la gamme [1 mTorr - 2 Torr]. Cette gamme de mesure peut être étendue en utilisant un système d'acquisition et de traitement numérique du signal perfectionné. Il devient alors possible de couvrir la gamme [1 mTorr - 1000 Torr], c'est à dire la même gamme qu'une jauge Pirani convective mais pour un moindre coût. Le principal désavantage des jauges à thermocouple sur les jauges Pirani est leur temps de réponse élevé, lié au temps de mise à l'équilibre thermique de l'élément sensible.

Ce temps est de 3 secondes environ.

- **Les jauges à ionisation**. Ces jauges sont commercialisées depuis 1916. Elles sont indiquées pour la mesure du vide secondaire. Leur principe est le suivant. Un champ électrique intense est appliqué entre deux électrodes. Des électrons sont émis au niveau de la cathode puis sont accélérés vers l'anode par le champ électrique. Le gaz à mesurer passe entre les électrodes. Un courant ionique est généré par l'impact des électrons sur les molécules gazeuses. Ce courant est alors mesuré et donne accès à la pression. Plus la pression est élevée, plus le courant ionique est intense. Il existe deux grands types de jauges à ionisation :

  - **la jauge à cathode chaude**, ou jauge Bayard-Alpert (1950). Dans ce cas, les électrons sont émis par un fil chaud. La plupart des jauges à cathode chaude sont sensibles dans la gamme [10^{-7} mTorr - 10 mTorr].

  - **la jauge à cathode froide**. Dans ce cas, les électrons sont directement arrachés à la surface de l'électrode par le champ électrique intense. La gamme de mesure est identique à celle de la cathode chaude. Le principal avantage de la jauge à cathode froide réside dans l'absence de filament chaud. Il n'y donc pas de problème de destruction du filament par la chaleur, l'entrée d'oxygène, la vibration etc...

- **La spectrométrie de masse**. Cette technique est utilisée pour détecter, analyser et quantifier des gaz dans une enceinte. Elle peut donc être utilisée pour mesurer la pression sous ultravide.

- **Les jauges combinées**. Pour dépasser les gammes de mesure imposées par les capteurs, des constructeurs ont développé des jauges combinant plusieurs types de capteurs. Par exemple, la société Alcatel Vacuum Technology commercialise des capteurs combinant une jauge Pirani et une jauge à cathode chaude. Il est également possible de combiner une jauge à membrane déformable (réponse très rapide dans la gamme [2 Torrs - 1500 Torrs]) avec une jauge Pirani (mesure dans la gamme [1 mTorr -2 Torrs]).

4.3 Les capteurs SAW à membrane déformable

4.3.1 Etat de l'art

Les systèmes SAW sont très sensibles aux perturbations environnementales, et notamment aux déformations mécaniques. Cette propriété a été identifiée très tôt dans l'histoire de ces dispositifs ([143]-[145]) et les premières idées d'application des systèmes SAW comme capteurs de pression remontent au milieu des années 70 [146]. Le premier article expérimental paru sur le sujet ainsi que le premier brevet datent tous deux de l'année 1975 et sont l'oeuvre de Reeder et Cullen ([147], [148]). L'idée de base est de placer des IDT sur ou de part et d'autre d'une membrane déformable, piézoélectrique ou non. Cette membrane est soumise à une pression de référence sur l'une de ses faces, la pression à

mesurer étant appliquée sur l'autre face. La pression différentielle résultante déforme la membrane, ce qui a pour effet de faire varier la fréquence centrale d'oscillation du dispositif (voir figure 4.1).

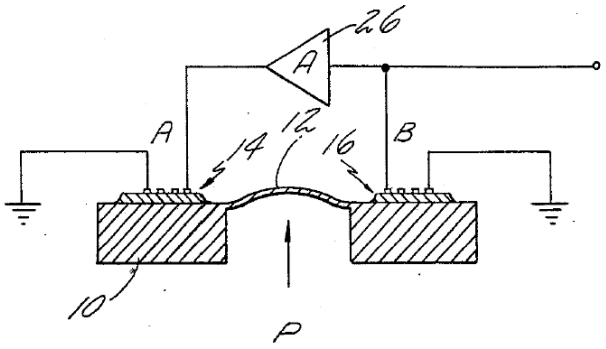


FIG. 4.1 – Principe d'un capteur SAW de pression [148].

La variation de fréquence df/f dépend de chacune des six composantes du champ de déformations S_n, en tout point du chemin parcouru par les ondes. Aussi, des études ont-elles été conduites dès 1975 pour quantifier l'influence propre de chacune de ces composantes. Il s'agissait alors de mesurer expérimentalement, pour un matériau, une coupe et une direction de propagation donnée, les coefficients de sensibilité δ_n reliant la variation relative de vitesse ou de fréquence à une contrainte S_n donnée : $\Delta V/V^0 = \delta_n S_n$, $\forall\ n = (1..6)$. Les quantités $\Delta V/V^0$ et S_n sont exprimées en ppm. Pour le quartz ST-X, on obtient $\delta_1 = -0,002$ et $\delta_2 = -0,164$. Pour la coupe Y-X, on obtient $\delta_1 = 0,439$ et $\delta_2 = 1,319$ [149]. Comme nous le verrons plus loin, la connaissance de ces coefficients permet de prévoir la sensibilité d'une membrane SAW de quartz ST-X ou Y-X, quelleque soit sa configuration : épaisseur, diamètre, position et géométrie des IDT(s) (espacement centre à centre L et largeur w).

Les premiers dispositifs ont montré des sensibilités proches de 100 ppm/Bar. Compte tenu de ces résultats prometteurs, de nombreux travaux ont suivi avec pour objectif principal d'augmenter la sensibilité des dispositifs. Des montages astucieux ont été mis au point pour augmenter mécaniquement l'effet de la pression sur un élément SAW déformable [168]. Des études expérimentales et théoriques ont également été conduites pour quantifier et mieux comprendre l'effet des déformations sur les dispositifs SAW ([150]-[155]). Ces études ont débouché sur la mise au point des outils de calcul puissants présentés au chapitre III-3. Ils permettent de prévoir théoriquement la valeur des coefficients δ_n à partir des coeffcicients élastiques de deuxième et troisième ordre, et ils ont rendu possible la recherche systématique des configurations les plus sensibles ou les mieux adaptées pour certaines applications (coupe, direction, position des IDT(s)) : accéléromètre [156], capteur de pression [157], gyroscope [158] etc... La cartographie des zones les plus sensibles en surface d'une coupe donnée a notamment permis d'imaginer des systèmes 'dual' à deux lignes SAW, disposées sur des zones de sensibilités grandes et opposées. Cette configuration permet d'augmenter la sensibilité totale du dispositif, en plus de permettre, une fois encore, de s'affranchir des effets de la température.

De 1980 à nos jours, plusieurs dizaines de publications et de brevets ont ainsi vu le jour sur le sujet. L'objectif principal de ces travaux est toujours resté le même, à savoir la mise au point d'une structure (matériau, orientation cristalline, design et position des IDT(s), géométrie du dispositif, packaging...) capable de maximiser l'effet d'une force de pression donnée sur un élément SAW déformable. Deux exemples de géométries brevetées depuis 1980 sont présentées sur la figure (4.2). Le tableau (4.1) dresse la liste des principaux dispositifs à membrane décrit dans des publications depuis 1975 et récapitule leurs caractéristiques et niveaux de performance.



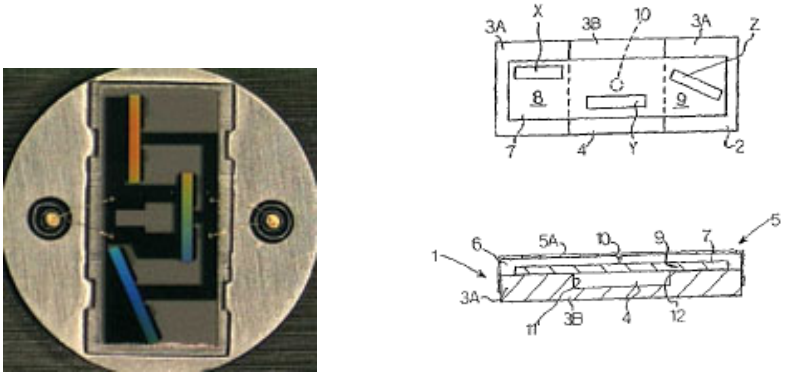
(a) (b)

FIG. 4.2 – Exemples de géométries particulières pour capteurs SAW de pression. (a) Brevet United Technologies Corp. (1984) [159]. (b) Brevet Siemens (1999) [160].

TAB. 4.1 – Principaux capteurs SAW à membrane déformable réalisés depuis 1975. Le sigle 'p.e.' désigne la 'pleine échelle'. N.C. est l'abbréviation pour 'Non Comuniqué'.

Ref.	Matériau et Coupe	Dimensions [R (mm)/h (mm)]	Type	Sensibilité (ppm/bar)	Gamme de mesure	Précision
[147]	Qtz Y-X	3,175/0,167	simple	98,6	[0-3,45 Bar]	>0,1% p.e.
[164]	Qtz Y-X	12,7/0,381	dual	352,8	[0-3,45 Bar]	N.C.
[157]	Qtz Y-X	5/0,246	simple	-230	[0-1 Bar]	>1,5% p.e.
[165]	Qtz Y-X	5/0,246	dual	342	[0-1 Bar]	>1,5% p.e.
[166]	Qtz Y-X	12,7/0,38	dual	270	N.C.	N.C.
[167]	Qtz Y-X Qtz ST-X	9/2 12/1,1	dual dual	6 9	N.C. N.C.	N.C. N.C.
[168]	Qtz ? Qtz ST-X	30/0,2 membrane SiO_2 40/0,3 → lame 15*8*0,3	dual simple	2027 13 684	[0-0,16 Bar] [0-0,2 Bar]	N.C. N.C.
[169]	Qtz ST-X	20/0,6	simple	193	[0-2,1 Bar]	N.C.

Malgré tous les efforts consacrés à l'étude et au développement de capteurs SAW de pression à base de membrane déformable, il aura cependant fallu attendre la fin des années 90 et le développement de systèmes SAW 'wireless' pour que l'ensemble de ces travaux, à la fois théoriques et expérimentaux, aboutissent enfin à un produit fini commercialisable ([161],[162]). La société anglaise Transense Technologies a en effet développé un capteur SAW 'wireless' pour la mesure de pression dans les pneus de voitures (Tire Pressure Monitoring System - TPMS), produit qu'elle cherche aujourd'hui à commercialiser auprès des principaux sous-traitants automobiles, Honeywell en tête. Au 1er juin 2007, la société Transense Technologies possédait 45 brevets sur la technologie TPMS (voir figure 4.3).



(a) (b)

FIG. 4.3 – TPMS - Transense Technologies. (a) Photographie du dispositif TPMS. (b) Brevet US 7 151 337 B2 (2006) [163].

4.3.2 Modélisation

Nous savons que la vitesse acoustique d'une onde de surface est sensible aux déformations du milieu de propagation. Ce phénomène peut se traduire sous la forme d'une loi de comportement empirique [149] :

$$v(x_0, y_0) = v_0(1 + \delta_i S_i(x_0, y_0)), \text{i} = (1..6)$$

où $v(x_0, y_0)$ est la vitesse au point (x_0, y_0), v_0 est la vitesse initiale en tout point du milieu non-déformé, $S_i(x_0, y_0)$ est le champ de déformations au point (x_0, y_0) et le terme δ_i représente les coefficients de sensibilité, déjà évoqués au paragraphe précédent. Ces derniers peuvent être mesurés expérimentalement [149] ou calculés par la méthode des perturbations (voir chapitre III - eq. (3.27)) ou celle des éléments finis [154].

Puisque la fréquence centrale d'oscillation d'un dispositif SAW est donnée par $f = V/\lambda$, on a :

$$\begin{aligned}\frac{df}{f} &= \frac{dV}{V} - \frac{d\lambda}{\lambda} \\ &= \frac{dV}{V} - S_1 \\ &= (\delta_1 - 1)S_1 + \delta_i S_i, \text{ i} = (2..6)\end{aligned} \tag{4.1}$$

L'effet des déformations autres que S_1, S_2 et S_6 peut être considéré comme négligeable dans le cas particulier de la déformation d'une plaque mince. On a donc :

$$\frac{df}{f} \approx (\delta_1 - 1)S_1 + \delta_2 S_2 + \delta_6 S_6 \tag{4.2}$$

Pour calculer df/f en tout point (x_0, y_0) du chemin parcouru par une onde de surface, il nous faut donc connaître les déformations S_1, S_2 et S_6 en chacun de ces points. La théorie et les méthodes de l'élasticité, que nous ne développerons pas ici, permettent de résoudre ce problème pour de nombreux cas particuliers, dont celui de la membrane déformable soumise à une pression uniforme. On obtient ainsi [170] :

$$\begin{aligned}S_1(x_0, y_0) = S_{11} &= \frac{3}{8}(\frac{R}{h})^2 \frac{P}{C}(1 - 3\frac{{x_0}^2}{R} - \frac{{y_0}^2}{R}) \\ S_2(x_0, y_0) = S_{22} &= \frac{3}{8}(\frac{R}{h})^2 \frac{P}{C}(1 - 3\frac{{y_0}^2}{R} - \frac{{x_0}^2}{R}) \\ S_6(x_0, y_0) = S_{12} &= -\frac{3}{8}(\frac{R}{h})^2 \frac{P}{C}(\frac{x_0}{R}\frac{y_0}{R})\end{aligned} \tag{4.3}$$

où R et h sont respectivement le rayon et l'épaisseur de la membrane, P est la pression appliquée (N/m^2) et C est une constante, qui dépend des coefficients élastiques du matériau considéré. C est donné par la formule :

$$C = \frac{3(A_{11} + A_{22}) + 2(A_{12} + 2A_{66})}{8}$$

avec :

$$A_{ij} = c_{ij} - \frac{c_{i3}c_{j3}}{c_{33}}\ , (i, j) = 1, 2, 6$$

En injectant les expressions (4.3) dans (4.2) on obtient :

$$\begin{aligned}\frac{df}{f}(x_0,y_0) &= \frac{3}{8C}P(\frac{R}{h})^2[(\delta_1-1)(1-3(\frac{x_0}{R})^2-(\frac{y_0}{R})^2)\\ &\quad +\delta_2(1-3(\frac{y_0}{R})^2-(\frac{x_0}{R})^2)+\delta_3(\frac{x_0}{R}\frac{y_0}{R})]\\ &= \underbrace{\frac{3}{8C}}_{\alpha}P(\frac{R}{h})^2[\underbrace{(\delta_1-1+\delta_2)}_{a_0}+(\frac{x_0}{R})^2\underbrace{(-\delta_2-3\delta_1+3)}_{a_x}\\ &\quad +(\frac{y_0}{R})^2\underbrace{(-\delta_1-3\delta_2+1)}_{a_y}+\underbrace{\delta_3}_{a_{xy}}\frac{x_0y_0}{R^2}]\\ &= \alpha P(\frac{R}{h})^2(a_0+a_x(\frac{x_0}{R})^2+a_y(\frac{y_0}{R})^2+a_{xy}\frac{x_0y_0}{R^2}) \qquad (4.4)\end{aligned}$$

De l'équation (4.4) découlent immédiatement deux informations intéressantes : la sensibilité d'un dispositif SAW à membrane circulaire encastrée est proportionnelle à R^2/h^2 et varie linéairement en fonction de la pression appliquée P :

$$\frac{df}{f} \propto P\frac{R^2}{h^2} \qquad (4.5)$$

Il est donc facile, lorsque l'on connaît la sensibilité d'un dispositif donné pour un certain jeu de valeurs R_0, h_0 et P_0, d'obtenir par extrapolation la sensibilité du dispositif pour tout autre jeu de valeurs R, h et P.

Une fois mesurés (ou calculés) les coefficients α, a_0, a_x, a_y et a_{xy} pour une coupe donnée et une direction de propagation donnée, l'équation (4.4) permet de calculer la sensibilité df/f en tout point de la membrane. Le calcul complet de la sensibilité d'un capteur de pression SAW à membrane déformable revient à calculer la valeur moyenne $\overline{df/f}$ sur toute la surface balayée par l'onde lors de sa propagation d'un IDT à l'autre.

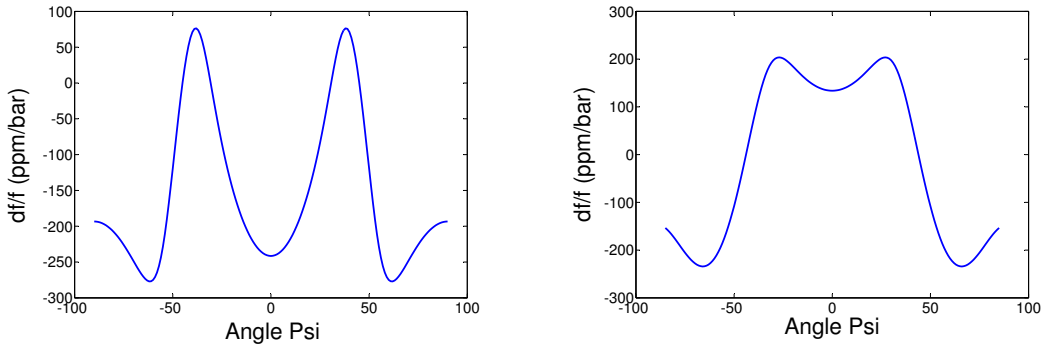
Pour la coupe Y-X du quartz, on obtient par exemple : $\alpha = 3,62.10^{-12}$, $a_0 = 0,758$, $a_x = 0,364$ et $a_y = -3,396$. Nous pouvons dès lors calculer la sensibilité d'un dispositif SAW placé au centre d'une membrane de quartz Y-X d'épaisseur 167 μm et de diamètre $6,35$ mm pour une variation de 1 bar (10^5 Pa). Au point de coordonnées $(0,0)$, on obtient :

$$\begin{aligned}\frac{df}{f}(0,0) &= 3,62.10^{-12}*10^5*(\frac{3,175}{0,167})^2*(0,758)\\ &= 99,1 \text{ (ppm/bar)} \qquad (4.6)\end{aligned}$$

Ce résultat est à rapprocher du résultat expérimental présenté pour la première fois en 1975 par Reeder et Cullen (98,6 ppm/bar) [147] pour une membrane de nature et de

dimensions similaires.

Notons, enfin, que la sensibilité dépend fortement de la coupe et de la direction de propagation choisie (voir figure 4.4).



(a) (b)

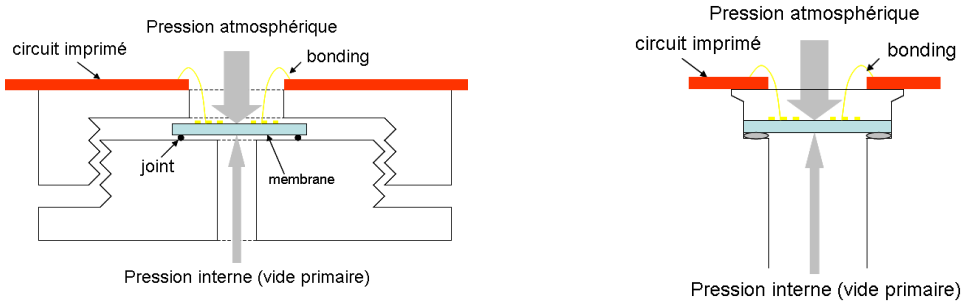
FIG. 4.4 – Calcul de la sensibilité df/f en fonction de la direction de propagation ψ, pour un dispositif placé au centre d'une membrane de quartz. Le rayon de la membrane est de 10 mm. Son épaisseur est de 0,6 mm. (a) Quartz ST-ψ. (b) Quartz Y-ψ.

4.3.3 Niveau de performances limite

Comme expliqué en début de chapitre, notre objectif initial était d'évaluer la possibilité d'utiliser des capteurs SAW à membrane déformable pour mesurer des basses pressions autour de 90 mTorr, avec une précision de 1 mTorr. Les équations (III-3.27) et (4.4) permettent de calculer la sensibilité d'un dispositif SAW à membrane déformable en fonction du matériau utilisé, de la coupe choisie, de la direction de propagation et des paramètres géométriques du dispositif (dimensions et positions des IDT(s)). Les données bibliographiques présentées ci-dessus permettent également de déduire, par extrapolation, la sensibilité d'une membrane SAW dans un certain nombre de cas particuliers. Il n'est cependant pas possible de connaître la précision de mesure limite, qui dépend, elle, de l'ensemble de la chaîne de mesure [172]. Or, la connaissance de cette limite est indispensable pour pouvoir répondre au questionnement de la société commanditaire, quant à la faisabilité d'un capteur SAW à membrane déformable pour la mesure des basses pressions.

Afin de réaliser les tests expérimentaux nécessaires pour valider cette faisabilité et mesurer notamment la précision limite des dispositifs, un banc de test a été intégralement construit. Il se compose d'une enceinte à vide centrale, reliée à une pompe primaire. Deux jauges de pression de type capacitive viennent se greffer sur l'enceinte, l'une fonctionnant dans la gamme [0 - 1000 Torrs] et l'autre dans la gamme [0 - 10 Torrs]. Les précisions limites des deux jauges sont respectivement 100 mTorr et 1 mTorr. La première est donc adaptée pour la mesure des hautes pressions, tandis que la seconde permet de mesurer

les basses pressions dans la zone de vide primaire. Un dispositif permettant de prendre en 'sandwich' une membrane circulaire est connecté à l'enceinte. Ce dispositif est fait de deux éléments circulaires pouvant être vissés l'un dans l'autre. Un joint est disposé de façon à venir appuyer sur la membrane à mesure que les deux parties circulaires se rapprochent l'une de l'autre, sous l'effet du vissage. Lorsque le vide est fait dans l'enceinte, la membrane subit une pression différentielle. Celle-ci est égale à la différence entre la pression atmosphérique et la pression dans l'enceinte. Un circuit imprimé coiffe l'ensemble de la bride de serrage, pour véhiculer le signal RF (voir fig. 4.5 (a)). Un second dispositif, moins encombrant et plus simple à fabriquer et à manipuler, a également été mis au point pour supporter la membrane. Celui-ci se compose d'un simple raccord de type NW25 enduit de graisse à vide, sur lequel est déposée une membrane circulaire de diamètre 1 pouce (25,4 mm). Compte tenu du diamètre de sortie du raccord NW25, la membrane vient s'emboîter parfaitement en sortie du raccord. La graisse à vide fixe la membrane (simili encastrement) et assure l'étanchéité de l'ensemble (voir fig. 4.5 (b)). Les résultats obtenus avec les deux modes de fixation sont sensiblement identiques (voir fig. 4.6).



(a) (b)

FIG. 4.5 – (a) Bride de serrage : un disque de quartz (en bleu) est maintenu entre deux éléments coulissants. Les extrémités du disque sont bloquées. La membrane est dite 'encastrée'. Ce dispositif de serrage est identique à celui proposé et utilisé par Talbi [169]. (b) Support NW25 adapté pour le test en pression d'une membrane SAW.

Afin de pouvoir ajuster la pression exercée sur la membrane, une vanne micro-fuite est ajoutée. Celle-ci permet soit de faire remonter rapidemment la pression dans l'enceinte au niveau atmosphérique une fois la pompe éteinte, soit de régler finement la pression lorsque la pompe fonctionne. En ouvrant plus ou moins la vanne micro-fuite lorsque la pompe aspire à plein régime, on peut en effet faire monter ou descendre la pression d'équilibre dans l'enceinte de quelques centaines de mTorr. Grâce à la précision micromécanique de la vanne, il est possible d'ajuster la pression d'équilibre au mTorr près. Enfin, une électrovanne est reliée à l'ensemble pour permettre un éventuel contrôle automatisé de la pression dans l'enceinte. Les IDT(s) (Delay-Line) sont reliées aux deux bornes d'un analyseur de réseau de type HP 8452 A fonctionnant en mode 'transmission'. Le montage est présenté sur la figure (4.7).

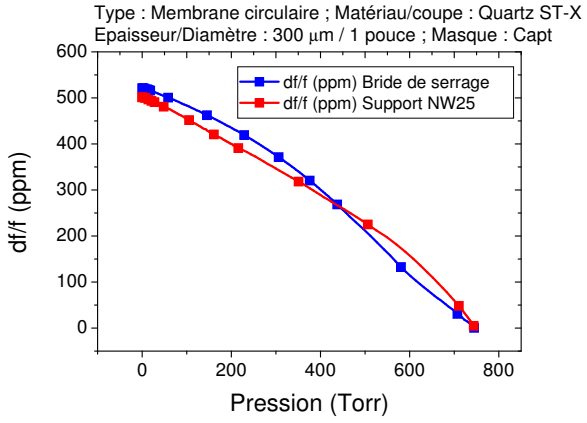


FIG. 4.6 – Comparaison des sensibilités obtenues (ppm/bar) pour les deux modes de fixation.

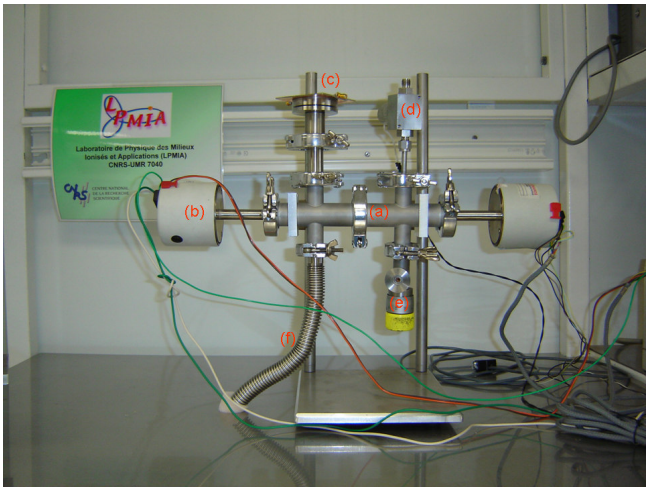


FIG. 4.7 – Banc de test sous vide des membranes SAW. (a) corps de l'enceinte (b) Jauge de pression capacitive (c) Bride de serrage / membrane encastrée (d) Electrovanne (e) Vanne micro-fuite (f) cordon de raccordement à la pompe primaire.

Une première campagne d'essais a été réalisée en utilisant des disques de quartz de coupe ST-X et Y-X, de diamètre 1 pouce, avec des IDT(s) positionnés au centre des membranes. Trois épaisseurs distinctes ont été testées. Les réponses obtenues sont présentées sur la figure (4.8).

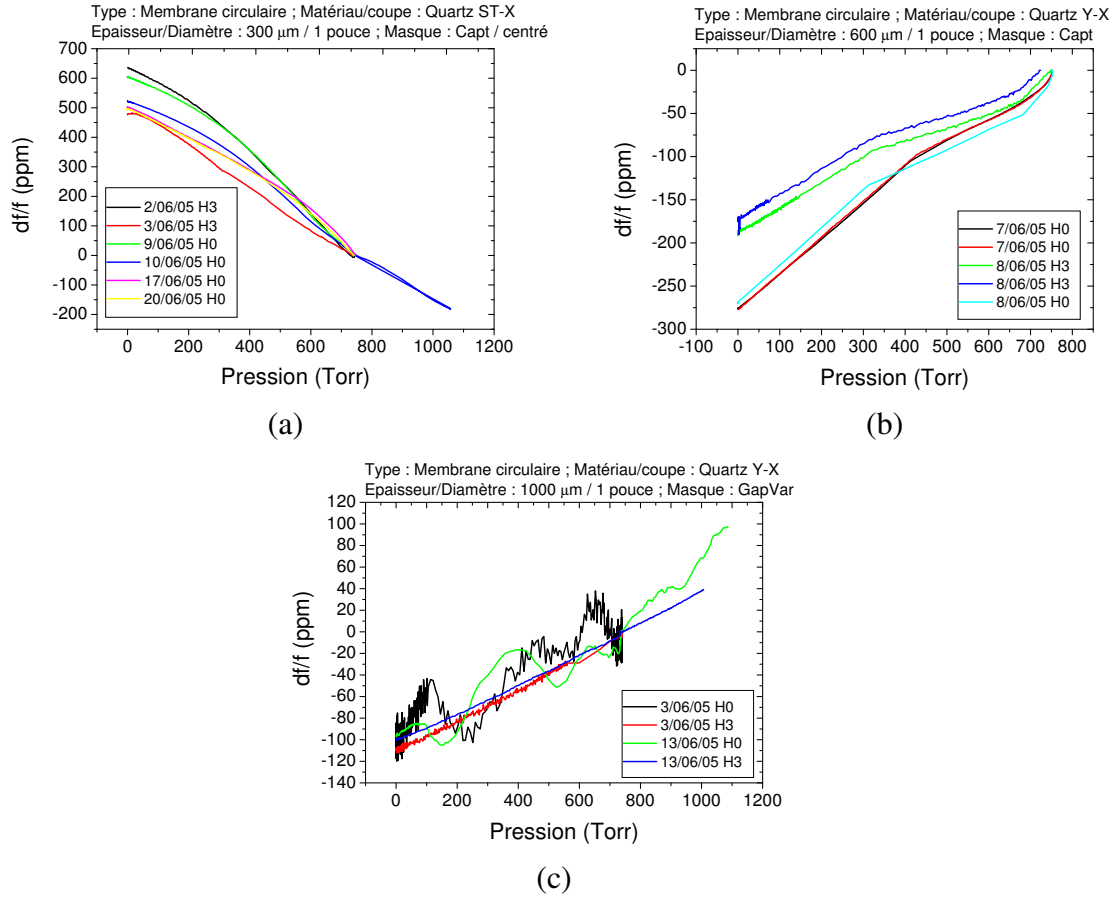


FIG. 4.8 – Sensibilité à la pression des membranes SAW. (a) $h = 300\mu m$ (b) $h = 600\mu m$ (c) $h = 1000\mu m$. Deux géométries disctinctes d'IDT(s) ont été utilisés : Capt ($L = 9,2$ mm ; $w = 3$ mm) et GapVar ($L = 2$ mm ; $w = 1$ mm).

Les courbes obtenues permettent de tirer un certain nombre de conclusions sur le comportement des membranes SAW. Outre le fait de vérifier expérimentalement la loi de comportement (4.5) exposée plus haut, elles permettent de mettre le doigt sur un certain nombre de problématiques expérimentales. La première est la variabilité des résultats entre deux prises de mesures successives, espacées de quelques heures ou de quelques jours (4.8 (a)). Cette variabilité peut être dûe à un défaut d'encastrement de la membrane, source de relaxations ou de contraintes additionnelles indésirables. La seconde concerne la variabilité de la mesure lorsque la membrane est épaisse et peu sensible. Cette variabilité, directement liée à la précision de mesure maximale atteignable, peut être corrigée en étudiant l'harmonique 3 du signal plutôt que le mode fondamental. La variation de fréquence df de l'harmonique 3 est en effet trois fois plus importante que celle du mode fondamental ($df/f = cst.$), ce qui permet de minimiser l'effet relatif du bruit et autres

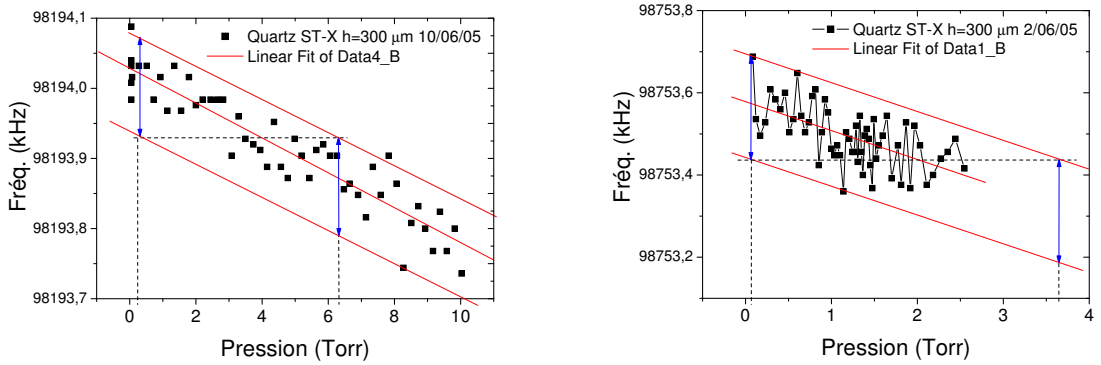
perturbations sur le signal étudié (4.8 (c)). Notons toutefois que la sensibilité de l'harmonique 3 n'est pas toujours égale à celle du mode fondamental. L'harmonique 3 pénètre en effet trois fois moins loin dans la membrane que le mode fondamental. Elle ne subit donc pas le même champ de déformations mécaniques, d'où une sensibilité différente. Un coefficient correcteur η_n, fonction du mode de propagation considéré, peut être ajouté à la relation (4.5) pour rendre compte de ce phénomène :

$$\frac{df}{f} \propto \eta_n P \frac{R^2}{h^2} \tag{4.7}$$

La différence de sensibilité entre le mode fondamental et l'harmonique 3 est nettement observable sur la figure (4.8 (b)).

La sensibilité moyenne observée pour la membrane de quartz ST-X d'épaisseur 300 μm est de -550 ppm/Bar. Celle de la membrane de quartz Y-X d'épaisseur 600 μm est de 275 ppm/Bar pour le mode fondamental et de 175 ppm/Bar pour l'harmonique 3. Enfin, la sensibilité de la membrane de quartz Y-X d'épaisseur 1000 μm est de 100 ppm/Bar.

La figure (4.9) présente deux zoom(s) effectués respectivement sur le mode fondamental du signal (4.8 (a)-1) et sur le début de la courbe (4.8 (a)-4). L'incertitude de mesure, exprimée en Hz, vaut 254 Hz (2,6 ppm) dans le premier cas et 140 Hz (1,4 ppm) dans le second. Elle est représentée par les barres d'erreur, en bleu sur les graphes. La pleine échelle (p.e.) vaut 750 Torrs (1 Bar). Compte tenu de l'incertitude de mesure, la précision maximale est de 3,5 Torrs (0,46% p.e.) dans le premier cas et de 6 Torrs (0,8% p.e.) dans le second.



(a) (b)

FIG. 4.9 – Estimation graphique de la précision limite de mesure.

Nous possédons maintenant les éléments nécessaires pour étudier, par extrapolation, quelles pourraient être les performances limites d'un dispositif à membrane SAW. Nous savons que la sensibilité est proportionnelle à R^2/h^2. Pour maximiser les performances du dispositif, nous devons donc minimiser l'épaisseur h, augmenter le rayon R et fonctionner

à la plus haute fréquence f possible. Les limites sont fixées par des critères mécaniques et économiques. Compte tenu de l'accroissement rapide de la fragilité des membranes à mesure que leur épaisseur diminue ou que leur rayon augmente, il semble difficile d'utiliser des épaisseurs inférieures à 100 μm pour un diamètre de 1 pouce. Il est certes possible d'envisager des solutions technologiques pour utiliser des membranes ultra-fines mais celles-ci sont coûteuses et difficiles à mettre en oeuvre. Il est possible, par exemple, d'envisager un capteur à double membrane, l'une épaisse et l'autre fine, où la membrane la plus fine n'est jamais exposée à une pression différentielle supérieure à 5 Torrs, afin de préserver son intégrité. Il est également possible d'imaginer que la membrane ultra-fine soit protégée contre une déformation excessive par une grille micro-usinée. Les deux concepts sont schématisés sur la figure (4.10). Ils peuvent bien sûr être combinés.

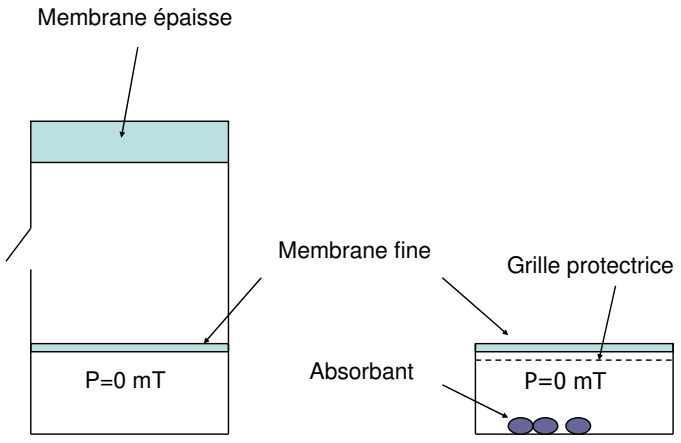


FIG. 4.10 – Concepts de capteurs de pression à membrane SAW ultrafine pour la mesure précise du vide. (a) Un système bi-étage avec un clapet MEMS qui se referme lorsque la pression environnante devient supérieure à 5 Torrs. La membrane épaisse (300 μm) permet de mesurer les hautes pressions. La membrane fine (<100 μm) permet de mesurer avec précision les basses pressions. (b) Un système scellé avec une membrane fine potégée contre la déformation excessive par une grille micro-usinée. Des grains de 'getter' absorbants permettent de maintenir le vide dans l'enceinte scellée. Cette solution a été proposée par H. Kambara, de la société Alcatel Vacuum Technology, lors d'une discussion privée avec l'auteur.

Comme indiqué plus haut, la fréquence de fonctionnement doit également être maximisée. Compte tenu des solutions existantes, le meilleur choix technico-économique est une fréquence de fonctionnement standard à 2,45 GHz.

Nous pouvons maintenant extrapoler les données expérimentales précédentes au cas extrême d'un dispositif SAW fonctionnant à 2,45 GHz, basé sur une membrane de quartz de diamètre 1 pouce et d'épaisseur 100 μm. Puisque la sensibilité vaut environ -550 ppm/Bar pour un substrat de quartz ST-X d'épaisseur 300 μm et de diamètre 1 pouce,

nous pouvons espérer atteindre une sensibilité de -4950 ppm/Bar, soit une variation de fréquence de -16 Hz/mTorr. Cette dernière valeur est très inférieure à la précision limite de mesure de 140 Hz, précédemment obtenue avec une chaîne d'acquisition perfectionnée. Il existe plusieurs solutions pour améliorer les performances du dispositif. Nous pouvons utiliser des matériaux, des coupes, des directions de propagation ou des ondes plus sensibles à la pression. Nous pouvons aussi disposer les IDT(s) de façon plus judicieuse sur des zones plus sensibles ou utiliser deux lignes à retard placées sur des zones de sensibilités opposées. Il est également possible d'utiliser un système ingénieux où une membrane mince de grande taille collecte la pression et concentre l'effort sur une fine plaque de quartz par le biais d'une tige ou d'une pointe [168]. Mais ces solutions permettent au mieux de doubler voire tripler la sensibilité du dispositif (jusqu'à 15000 ppm/Bar), ce qui reste insuffisant pour répondre au cahier des charges fixé par la société.

A moins d'efforts de recherche et développement conséquents pour la mise au point de systèmes bi-étages perfectionnés et l'amélioration de la chaîne de mesure, les capteurs SAW à membranes ne semblent donc pas en mesure de répondre aux attentes de la société Alcatel Vacuum Technology. D'autres voies doivent être explorées.

4.4 Le capteur SAW 'Pirani'

Suite aux conclusions négatives présentées plus haut, nous nous sommes posé la question de l'utilisation d'une autre des propriétés des dispositifs SAW pour mesurer les basses pressions. Le tableau ci-dessous récapitule les principales perturbations auxquelles sont sensibles les dispositifs SAW ainsi que les capteurs existants, d'ores et déjà présentés au chapitre I.

Sensibilité → Capteurs ↓	Température	Effet de masse	Déformations
Pression	?	?	X
Déformations			X
Couple			X
Température	X		
Balance ultra-précise		X	
Pèse-personne			X
Gaz		X	
Liquide		X	
Biologique		X	

FIG. 4.11 – Principaux capteurs SAW et principes de mesure.

Nous pouvons nous interroger sur la possibilité d'utiliser l'effet de température ou l'effet de masse pour mesurer des pressions. L'effet de masse peut être utilisé grâce au

phénomène de pression de vapeur saturante, décrit au chapitre I. En résumé, lorsque la pression d'un gaz augmente au sein d'une enceinte fermée, un nombre croissant de molécules se dépose sur les parois de l'enceinte. Lorsque la pression atteint la pression limite dite de 'vapeur saturante', qui dépend de la nature et de la température du gaz, celui-ci se condense sur les parois. Il est donc possible de relier la masse adsorbée à la pression dans l'enceinte. Une fois doublé d'un capteur de température précis et rapide, un capteur de ce type pourrait convenir pour la mesure de pression en atmosphère confinée et contrôlée, où tous les gaz présents sont connus. Pour atteindre une bonne précision de mesure à basse pression, il serait nécessaire de déposer sur la surface du capteur une couche (très) sensible aux gaz à détecter. Ceci permettrait d'obtenir une courbe de B.E.T très pentue à basse pression, et donc une bonne sensibilité. Toutefois, compte tenu de la sensibilité limitée des dispositifs SAW à l'effet de masse et des difficultés techniques à surmonter pour appréhender la grande variabilité de la pression de vapeur saturante en fonction des gaz et de la température, la mesure de pression avec une précision de 1 mTorr autour de 90 mTorr semble difficile à réaliser avec ce type de capteurs.

Par contre, nous savons qu'il est possible d'utiliser la mesure de température pour mesurer des basses pressions avec une bonne précision. C'est le principe des jauges thermiques décrit plus haut. **Compte tenu de la robustesse et de la grande sensibilité des dispositifs SAW à l'effet de température, l'intérêt d'une jauge de pression thermique utilisant un dispositif SAW suspendu comme élément sensible apparaît immédiatement**.

Cette idée est née en octobre 2005 [171], et nous avons pu depuis démontrer entièrement la faisabilité technique de cette nouvelle solution de mesure des basses et très basses pressions. Les résultats de l'étude ont été brevetés en décembre 2006. La suite du présent chapitre est entièrement consacrée à la description des travaux théoriques et pratiques réalisés dans le cadre de cette étude. Compte tenu de leur proximité conceptuelle avec les dispositifs de mesure de pression thermiques du genre 'Pirani', ces nouveaux capteurs de pression à élément sensible SAW ont été baptisés '**capteurs SAW-Pirani**'.

4.4.1 Modèle théorique

Afin de pouvoir comparer les performances du SAW-Pirani à celles des autres méthodes de mesure, quatre caractéristiques fondamentales du capteur doivent être déterminées : sa gamme de mesure, sa sensibilité, sa précision limite et son temps de réponse. Ces caractéristiques dépendent du principe physique utilisé, de la nature et de la géométrie du substrat employé. Nous allons donc nous efforcer, dans la suite du chapitre, de relier les caractéristiques du capteur aux paramètres physiques et géométriques du substrat SAW utilisé. Une fois ces relations obtenues, nous serons en mesure de proposer un 'design' optimal pour maximiser les performances du dispositif.

La gamme de mesure du capteur dépend essentiellement du principe physique utilisé, à savoir la variation de la conductivité thermique d'un gaz en fonction de la pression. Comme nous l'avons déjà évoqué plus haut, la conductivité thermique d'un gaz ne dé-

pend de la pression qu'à basse pression (P < 1 Torr). Pour des pressions supérieures, elle tend vers une valeur constante. La gamme de mesure d'un capteur SAW-Pirani est donc définie dans un premier temps par cette limite de 1 Torr pour sa borne supérieure, et par la précision limite de mesure pour sa borne inférieure. La précision limite sera calculée ultérieurement. La borne supérieure peut toutefois être considérablement étendue. Il est tout d'abord possible d'utiliser un dispositif complémentaire de convection forcée, comme dans le cas des jauges thermiques classiques, pour étendre la gamme de mesure jusqu'à 1 Bar environ. **Il est ensuite possible d'utiliser la sensibilité intrinsèque des dispositifs SAW aux déformations mécaniques et donc à la pression hydrostatique**. Bien que faible, cette sensibilité n'est pas nulle [157] et elle doit permettre d'utiliser l'élément sensible SAW jusqu'à des limites de pression très élevées (plusieurs dizaines de Bars).

Considérons maintenant un substrat piézoélectrique de volume V et de surface S plongé dans un gaz à la pression P, dont nous allons chercher à définir la sensibilité. Afin d'éviter les fuites par conduction thermique dans un support, ce qui diminuerait fortement le transfert d'énergie gaz/surface et grèverait d'autant la sensibilité du capteur, **l'élément SAW est suspendu dans le vide**. Plusieurs solutions pratiques pour réaliser ce montage seront décrites plus loin, dans la section expérimentale du chapitre. Si l'on injecte dans l'élément SAW une puissance P_i constante, il va chauffer jusqu'à ce que la puissance P_e évacuée via la surface de l'élément dans le milieu environnant soit égale à la puissance injectée. L'état d'équilibre thermique est ainsi atteint lorsque $P_i = P_e$. La puissance P_i peut être fournie par effet joule, à l'aide d'une résistance chauffante collée ou déposée sur le substrat piézoélectrique. La puissance évacuée P_e dépend de trois phénomènes physiques : la conduction, la convection et le rayonnement thermique. On peut écrire :

$$P_e = P_e^{cond} + P_e^{conv} + P_e^{ray} \tag{4.8}$$

où P_e^{cond}, P_e^{conv} et P_e^{ray} désignent respectivement les pertes par conduction, convection et rayonnement. Nous allons maintenant étudier séparément chacun de ces trois termes, pour pouvoir exprimer P_e en fonction des différents paramètres de notre système capteur/gaz.

La conduction thermique est le mode de transfert de chaleur provoqué par une différence de température entre deux régions d'un même milieu ou entre deux milieux en contact, sans déplacement de matière (i.e. sans mouvement macroscopique). Il s'agit, d'un point de vue microscopique, de l'agitation thermique qui se transmet de proche en proche, une molécule ou un atome cédant une partie de son énergie cinétique à son voisin [173]. Ce transfert de chaleur spontané d'une région où la température est élevée vers une région de température plus basse obéit à la loi de Fourier. Cette loi fut établie mathématiquement par Jean-Baptiste Biot en 1804 puis expérimentalement par Joseph Fourier en 1822. Elle stipule que le flux de chaleur est proportionnel au gradient de température :

$$\phi = -\lambda.\vec{\nabla}T \tag{4.9}$$

La constante de proportionnalité λ est nommée **conductivité thermique** du matériau. Elle est toujours positive et s'exprime en W.m^{-1}.K^{-1}. Pour un gaz à 20°C et à pression atmosphérique, la valeur de λ est comprise entre 0,006 et 0,18. Pour l'air, λ vaut environ 0,026. Le flux d'énergie ϕ s'exprime en W.m^{-2}. **La conductivité thermique de tous les gaz augmente avec la pression, mais l'effet est très différent suivant le domaine de pression considéré**.

A basse pression, la conductivité thermique peut être calculée de la façon suivante. Lorsque la pression est inférieure à 750 mTorr ($\approx$ 100 Pa), le libre parcours moyen (LPM) des molécules, c'est à dire la distance parcourue par une molécule entre deux chocs successifs, devient comparable aux dimensions de l'enceinte. Pour une pression de 90 mTorr, le LPM est d'environ 4 mm. Pour une pression de 1 mTorr, il vaut environ 30 cm (voir figure 4.12). Lorsque le LPM dépasse les dimensions de l'enceinte, les molécules de gaz ne se rencontrent plus et seuls les chocs des molécules sur les parois sont à considérer. Dans ce régime dit de 'Knudsen', la conductivité thermique d'un gaz ne dépend plus que du nombre de molécules présentes dans l'enceinte (c'est à dire de la pression) et de leur capacité individuelle à extraire et/ou restituer de l'énergie aux différentes parois à chaque choc. La conductivité thermique est donc proportionnelle à la pression et elle dépend de la différence de température entre le gaz et les parois ainsi que d'un coefficient d'accomodation κ, qui traduit l'efficacité du transfert thermique entre un gaz donné et une paroi donnée.

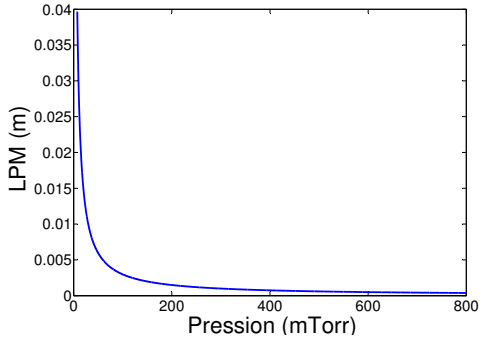


FIG. 4.12 – Libre parcours moyen en fonction de la pression, au sein d'un gaz pur monoatomique à température ambiante. Le diamètre des atomes vaut 1,5 Å.

Evaluons maintenant la puissance P_e^{cond} évacuée hors de notre élément piézoélectrique par un gaz en régime de Knudsen. Il nous suffit pour cela de calculer l'énergie retirée du substrat lors d'un choc molécule/substrat puis de multiplier cette quantité par le nombre de chocs subis par seconde, en présupposant que le gaz reste toujours à la même température. Cette hypothèse est raisonnable, car la surface de l'enceinte est beaucoup plus grande que celle de l'élément piézoélectrique. Le nombre de chocs sur la surface de l'enceinte (refroidissement du gaz jusqu'à la température ambiante) est donc beaucoup plus important que celui des chocs sur la surface chaude de l'élément (chauffage du gaz jusqu'à la température d'équilibre de l'élément). Le gaz est donc maintenu à température

ambiante. Nous ne considèrerons ici que le cas le plus simple d'un gaz parfait, le calcul pouvant être reproduit très simplement pour les autres types de gaz. L'énergie cinétique d'une molécule d'un gaz parfait est donnée par la théorie cinétique des gaz. Elle vaut : $E^c = \frac{3}{2}kT$. Si le gaz est à température T_0 et que le substrat est à température $T_1 > T_0$, une molécule de gaz va venir percuter le substrat avec une énergie $E_0^c = \frac{3}{2}kT_0$ et repartir avec une énergie supérieure $E_1^c = \frac{3}{2}kT_0 + \kappa\frac{3}{2}k(T_1 - T_0)$. En considérant $\kappa \approx 1$, on obtient :

$$\Delta E^c = \frac{3}{2}k(T_1 - T_0) = \frac{3}{2}k\Delta T$$

Le nombre de chocs par unité de surface et par seconde est également donné par la théorie cinétique des gaz. Il vaut :

$$N = \frac{P}{\sqrt{2\pi mkT^0}}$$

où P est la pression (Pa), m la masse d'une molécule (kg) et k la constante de Boltzmann ($k = 1,38.10^{-23}$). La puissance P_e^{cond} vaut donc :

$$\begin{aligned} P_e^{cond} &= SN\Delta E^c \\ &= S\frac{\frac{3}{2}kP}{\sqrt{2\pi mkT^0}}\Delta T \\ &= S\alpha(P)\Delta T \end{aligned} \tag{4.10}$$

Dans le cas de l'air à 1 mTorr ($M = 28,8$ g/mol) et à température ambiante ($T^0 = 20$°C), on obtient : $\alpha(P) \approx 0,079$.

A mesure que la pression augmente, le LPM diminue jusqu'à devenir négligeable devant les dimensions de l'enceinte. Dans ce régime, la conductivité thermique du gaz ne dépend pratiquemment plus de la pression. Bien que le nombre de chocs sur la surface augmente, les molécules ne se thermalisent plus sur les parois et forment des couches plus chaudes au voisinage du dispositif, perdant ainsi de leur efficacité pour extraire la chaleur de la surface. Dans ce régime (P> 1 Torr), la conductivité est donnée par la valeur limite [174] :

$$\lambda = \frac{k^{\frac{3}{2}}T^{\frac{1}{2}}}{\sigma\sqrt{\pi m}}$$

où σ est la section efficace de collision.

La convection thermique est le processus par lequel de la chaleur est transférée d'une partie d'un fluide à une autre par le mouvement d'ensemble du fluide lui-même. La convection peut être naturelle ou forcée. Dans le premier cas, le mouvement est générée par la montée des zones chaudes (moins denses) et la descente des zones froides

(plus denses), au sein d'un fluide hors équilibre thermique. Il se traduit le plus souvent par l'apparition de courants circulaires ou cellules de convection (voir figure 4.13). Ce phénomène se retrouve partout, de la casserole pour la cuisson des pâtes aux mouvements magmatiques dans le manteau terrestre. La convection peut également être forcée. Dans ce cas, le mouvement du fluide est généré mécaniquement, par le biais d'une pompe par exemple, afin d'augmenter l'efficacité du transfert thermique au sein d'un fluide ou entre un fluide et une paroi (échangeurs thermiques).

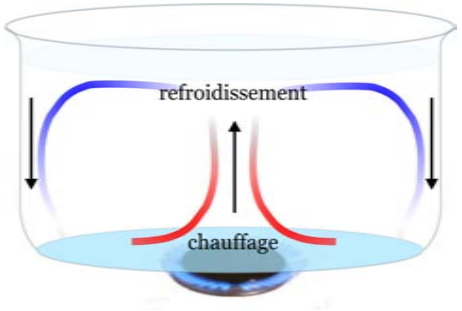


FIG. 4.13 – Mouvements de convection dans une casserole d'eau chauffée [175].

Le transfert de chaleur par convection entre une surface et un fluide est décrit par la loi de Newton :

$$\phi = h(T_S - T_\infty) \tag{4.11}$$

où h est le coefficient d'échange convectif (W.m^{-2}.K^{-1}), T_S est la température de la surface considérée et T_∞ est la température du fluide 'au large', c'est à dire suffisamment loin de la surface. La valeur du coefficient h dépend fortement du fluide considéré. Pour les gaz en convection naturelle à pression atmosphérique, elle se situe entre 5 et 50. En convection forcée, elle peut monter jusqu'à 500. La convection naturelle est un phénomène de transport de chaleur qui démarre lorsque la conduction thermique n'est plus assez efficace pour évacuer toute la chaleur apportée dans une zone délimitée d'un fluide. Dans ce cas, il se crée des poches plus chaudes et moins denses qui se déplacent vers les zones plus froides grâce à la poussée d'Archimède, générant ainsi un mouvement d'ensemble plus efficace que la conduction pour le refroidissement du fluide. Ce phénomène ne peut se produire que lorsque le milieu est suffisamment dense et le gradient de température entre les zones chaudes et froides suffisamment important. Dans le cas de notre substrat piézoélectrique chauffé et plongé dans un gaz, le refroidissement (naturel) par convection n'interviendra ainsi que pour les hautes pressions (P>100 Torrs). Compte tenu de (4.11), la puissance P_e^{conv} évacuée hors de notre élément piézoélectrique par convection thermique est donnée par :

$$P_e^{conv} = Sh(P)(T_S - T_\infty) \tag{4.12}$$

où T_∞ est approximativement égale à la température ambiante, à l'extérieur de l'enceinte.

Enfin, **le rayonnement thermique** est le mécanisme par lequel un corps chaud émet de l'énergie sous forme de radiations électromagnétiques. Le flux total rayonné ne dépend que de la température du corps et de l'émissivité ϵ de sa surface (Loi de Stephan-Boltzmann) :

$$\phi = \epsilon\sigma T^4 \tag{4.13}$$

où σ est la constante de Stephan-Boltzmann, qui vaut 5,67.10^{-8} $W.m^{-2}.K^{-4}$. L'émissivité ϵ d'un corps est comprise entre 0 et 1 et dépend de la nature du matériau considéré. Pour le $LiNbO_3$, l'émissivité est proche de 0,75 [114]. La puissance P_e^r évacuée hors de notre élément piézoélectrique par rayonnement thermique est égale à la différence entre la puissance émise par le corps à température T vers l'environnement à température T_0 et celle émise par l'environnement vers le corps. Elle vaut donc :

$$\begin{aligned} P_e^{ray} &= S\epsilon\sigma T^4 - S\epsilon\sigma T_0^4 \\ &= S\epsilon\sigma(T^4 - T_0^4) \end{aligned} \tag{4.14}$$

Le schéma (4.14) récapitule les différents modes de transfert thermique en présence.

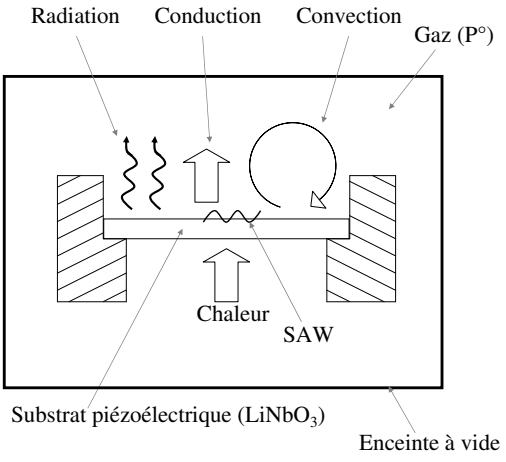


FIG. 4.14 – Elément piézoélectrique chauffé, plongé au sein d'un gaz dont on souhaite mesurer la pression. Les différents modes de refroidissement sont représentés : conduction, convection et rayonnement.

Nous savons que la température d'équilibre est atteinte lorsque la puissance injectée est égale à la puissance évacuée, c'est à dire lorsque $P_i = P_e^{cond} + P_e^{conv} + P_e^{ray}$. A basse pression, $P_e^{conv} = 0 \Rightarrow P_i = P_e^{cond} + P_e^{ray}$. On obtient alors :

$$\begin{aligned} P_i &= S\alpha(P)(T - T_0) + S\epsilon\sigma(T^4 - T_0^4) \\ &= S\epsilon\sigma T^4 + S\alpha(P)T - (S\alpha(P)T_0 + S\epsilon\sigma T_0^4) \end{aligned} \tag{4.15}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \underbrace{S\epsilon\sigma}_{a} T^4 + \underbrace{S\alpha(P)}_{b} T - \underbrace{(S\alpha(P)T_0 + S\epsilon\sigma T_0^4 + P_i)}_{\beta(T_0,P_i)} &= 0 \\ \Leftrightarrow aT^4 + bT - \beta(T_0, P_i) &= 0 \end{aligned} \tag{4.16}$$

La résolution de cette équation du quatrième degré donne la valeur T_{eq} du substrat en fonction des différents paramètres du système considéré. L'utilisation d'un logiciel de calcul numérique permet de résoudre aisément cette équation.

A.N. : soit un substrat de $LiNbO_3$ ($\epsilon \approx 0,75$) de dimensions 5*5*0,3 mm^3, plongé dans l'air ($M = 28,8$ g/mol) à température ambiante ($T_0 = 293$ K) et à pression $P = 10$ mTorr. Pour une puissance P_i de 0,5 W injectée par effet joule, on obtient $T_{eq} = 677,09$ K (404 °C). Pour une pression $P = 9$ mTorr, on obtient $T_{eq} = 677,66$ K. **Une variation de pression de 1 mTorr génère donc une variation de la température d'équilibre de 0,57 K**. En utilisant le mode de Rayleigh de la coupe $LiNbO_3$ Y-Z, qui présente un TCF de 94 ppm/K, on obtient dès lors une sensibilité de 53,6 ppm/mTorr. Pour une fréquence centrale de 2,45 GHz, la variation de fréquence correspondante est de 131,3 kHz /mTorr !

Ce calcul simple permet de valider la faisabilité théorique du capteur SAW-Pirani, pour la mesure des basses pressions. Comme nous l'avons vu, **la sensibilité est en effet de l'ordre de 50 ppm/mTorr**. Quant à la précision limite, celle-ci dépend de la chaîne de mesure. En considérant le dispositif décrit dans l'exemple précédent et en fixant le seuil de détection à 1 kHz au lieu de 140 Hz, **nous pouvons déjà espérer discriminer des variations de l'ordre du centième de mTorr**. Cette valeur seuil est toutefois très optimiste (surtout pour un fonctionnement à haute fréquence) et des travaux devront être conduits pour mieux comprendre et diminuer le bruit dans la chaîne de mesure du capteur.

Notre objectif est maintenant d'évaluer la sensibilité théorique maximale du dispositif, c'est à dire de déterminer les paramètres de fonctionnement pour lesquels une variation de 1 mTorr provoquerait la plus grande variation possible de température. La sensibilité dépend des paramètres utilisés dans le calcul précédent, à savoir : la surface et la nature du substrat (S,ϵ,TCF), la nature et l'état du gaz (m, P, T_0) ainsi que la puissance de chauffage (P_i). La sensibilité dépend également du couple gaz/surface, qui détermine l'efficacité du

transfert thermique à chaque choc molécule/paroi par le biais du coefficient d'accomodation κ. La surface et la puissance de chauffage ne jouent que sur la température d'équilibre, qui est fonction de la pression. Les paramètres pertinents de la sensibilité sont donc l'émissivité ϵ, le TCF et la température T de la surface ainsi que la nature et l'état du gaz (m,P,T_0). Les paramètres ϵ et TCF sont fixés par le choix du substrat le plus approprié, a priori le $LiNbO_3$ de coupe Y-Z. La nature et l'état du gaz dépendent de l'expérience et ne peuvent pas être maîtrisés. Pour maximiser la sensibilité du capteur, nous ne pouvons donc jouer que sur les paramètres suivants : T et ϵ. Nous allons maintenant étudier l'influence spécifique de chacun de ces deux paramètres sur la sensibilité des dispositifs, afin de pouvoir en fixer les valeurs optimales.

Nous savons que le transfert thermique par conduction est d'autant plus intense que la différence de température entre l'élément sensible et le gaz environnant est grande (voir eq. 4.10). La tendance serait donc à augmenter la température de fonctionnement du dispositif, ou plutôt à augmenter **la différence** de température entre l'élément sensible et le gaz environnant, pour maximiser l'effet d'une variation donnée de pression sur le transfert thermique conductif. Cependant, la température d'équilibre varie car il est nécessaire de compenser la variation de puissance évacuée par conduction lorsque la pression varie par une variation exactement opposée de la puissance évacuée par rayonnement. Et ceci en l'absence de convection. Or, lorsque la température de l'élément est élevée, une petite variation de température suffit à générer une forte augmentation du rayonnement, qui est proportionnel à T^4. Cela signifie qu'une forte variation du transfert thermique conductif sera compensée par une faible variation de température, d'où une faible sensibilité. Nous devons donc déterminer la température optimale de fonctionnement pour laquelle une variation de pression donnée génère à la fois une forte variation du transfert thermique conductif et une forte variation de la température d'équilibre.

Ceci peut se traduire sous la forme mathématique suivante :

$$\begin{aligned} \Delta P_e^{cond} &= -\Delta P_e^{ray} \\ \Leftrightarrow \alpha(P_f)(T_i - T_0) - \alpha(P_i)(T_i - T_0) &= -\epsilon\sigma(T_f^4 - T_0^4) + \epsilon\sigma(T_i^4 - T_0^4) \\ \Leftrightarrow \underbrace{[\alpha(P_f) - \alpha(P_i)]}_{\psi\Delta P}(T_i - T_0) &= \epsilon\sigma(T_i^4 - T_f^4) \end{aligned} \tag{4.17}$$

où $\psi = \frac{\frac{3}{2}k}{\sqrt{2\pi m k T_0}}$. Puisque $T_f = T_i + \Delta T$, on obtient :

$$\begin{aligned} \psi(T_i - T_0)\Delta P &= \epsilon\sigma[T_i^4 - (T_i + \Delta T)^4] \\ \Leftrightarrow \frac{\psi(T_0 - T_i)\Delta P}{\epsilon\sigma} + T_i^4 &= (T_i + \Delta T)^4 \\ \Leftrightarrow \sqrt[4]{\frac{\psi(T_0 - T_i)\Delta P}{\epsilon\sigma} + T_i^4} - T_i &= \Delta T \end{aligned} \tag{4.18}$$

L'équation (4.18) donne la variation de température pour une variation donnée de pression, en fonction des paramètres pertinents du système. Elle permet dès lors de tracer la sensibilité d'un capteur SAW-Pirani en fonction de sa température T_i d'équilibre. Dans le cas de l'exemple précédent, où un substrat de $LiNbO_3$ est plongé dans de l'air en régime de Knudsen à 20°C, on obtient la courbe de sensibilité présentée sur la figure (4.15).

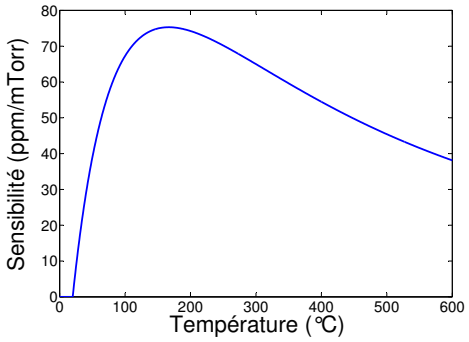


FIG. 4.15 – Sensibilité théorique (ppm/mTorr) d'un dispositif SAW-Pirani $LiNbO_3$ Y-Z ($\epsilon \approx 0,75$), en fonction de la température d'équilibre. Le dispositif est plongé dans l'air à 20°C.

Il apparaît que la température optimale de fonctionnement se situe autour de 165 °C. Comme nous l'avons évoqué plus haut, les deux paramètres qui permettent de fixer la température d'équilibre sont la surface et la puissance injectée. Pour pouvoir atteindre la température optimale de fonctionnement en injectant le moins de puissance possible, **l'élément devra donc être le plus petit possible**.

L'émissivité ϵ intervient directement dans la formule (4.18). La sensibilité augmente lorsque ϵ diminue (elle varie en $1/\sqrt[4]{\epsilon}$). Ce résultat était prévisible puisqu'une faible émissivité implique une plus forte variation de température pour évacuer une puissance donnée. **La métallisation d'une partie de la surface de l'élément piézoélectrique**, en plus de la surface métallisée d'office par les IDT, **pourrait faire baisser la valeur de ϵ et augmenter considérablement la sensibilité du capteur**. Par exemple, en recouvrant la surface d'une mince couche d'aluminium déposée sous vide, on obtiendrait la courbe de sensibilité présentée sur la figure (4.16).

La sensibilité maximale dépasse dans ce cas les 1300 ppm/mTorr, ce qui signifierait une variation de 3,185 MHz/mTorr pour un dispositif SAW-Pirani $LiNbO_3$ Y-Z fonctionnant à 2,45 GHz. En considérant à nouveau une précision de mesure limite de l'ordre de 1 kHz, **ce dispositif devrait être capable de détecter des variations de 0,3 millième de mTorr, pour un gaz en régime de Knudsen**.

Nous sommes maintenant en mesure de quantifier trois des quatre caractéristiques fondamentales du capteur, à savoir sa gamme de mesure, sa sensibilité maximale et sa précision limite. Sa gamme de mesure peut aller de 10^{-6} Torr (précision limite) à plusieurs

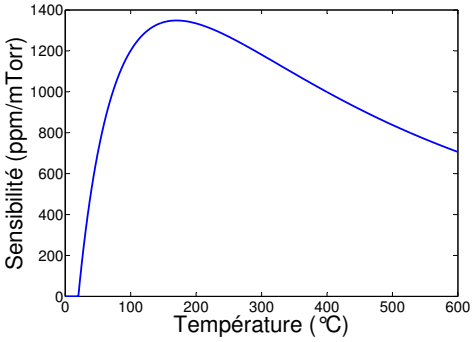


FIG. 4.16 – Sensibilité théorique (ppm/mTorr) d'un dispositif SAW-Pirani $LiNbO_3$ Y-Z recouvert d'une mince couche d'aluminium déposée sous vide ($\epsilon \approx 0,04$).

Bars voire plusieurs dizaines de Bars en utilisant la sensibilité à la pression hydrostatique. La sensibilité est maximale en régime de Knudsen où elle peut atteindre 1300 ppm/mTorr. Au-delà du régime du Knudsen, la sensibilité chute fortement car la conductivité tend vers une valeur limite. Au-delà de 100 Torrs, la sensibilité est faible mais non-nulle, car l'élément est sensible à la pression hydrostatique et à la convection naturelle ou forcée. Le comportement du capteur SAW-Pirani est donc similaire à celui des jauges Pirani, mais avec une gamme de mesure plus étendue, une sensibilité accrue et une précision limite nettement meilleure. Nous allons maintenant étudier la quatrième caractéristique du capteur SAW-Pirani, c'est à dire son temps de réponse.

Le temps de réponse du dispositif est le temps nécessaire pour que l'élément SAW passe de T_i à T_f. On conçoit intuitivement que ce temps de réponse est directement lié à la quantitié totale d'énergie qu'il faut stocker dans l'élément SAW pour faire évoluer sa température de T_i à T_f ainsi qu'au débit d'énergie entrant disponible. Les fuites d'énergie durant la phase de chauffage ou de refroidissement jouent également un rôle. Par exemple, si $T_f > T_i$, le temps de réponse sera d'autant plus petit que le débit d'énergie est grand et que les fuites sont faibles. Par contre, si $T_i > T_f$, le temps de réponse sera d'autant plus petit que le débit d'énergie est faible et les fuites importantes. Dans notre cas, la quantité totale d'énergie qu'il faut stocker ou déstocker de l'élément sensible pour faire varier sa température de T_i à T_f vaut $C_v(T_f - T_i)$, où C_v est la capacité thermique de l'élément. Le débit d'énergie entrant vaut $P_i - P_e$. Les fuites sont pour leur part proportionnelles au rapport surface/volume de l'élément. Plus ce rapport est faible et moins les fuites sont importantes (il y a peu de surface pour laisser 'fuire' l'énergie). A l'inverse, plus il est grand et plus les fuites sont importantes. Le rapport surface/volume est minimum dans le cas d'une sphère, et maximum dans celui d'une lame mince.

Pour modéliser ce problème, il faut résoudre l'équation-bilan du système, qui se traduit mathématiquement sous la forme d'une équation différentielle :

$$\begin{aligned} C_v dT &= Q \\ &= (P_i - P_e)dt \\ \Leftrightarrow dT/dt &= \frac{1}{C_v}(P_i - P_e) \\ \Leftrightarrow dT/dt &= \frac{1}{C_v}[P_i - S\alpha(P)(T - T_0) - Sh(T - T_\infty) - S\epsilon\sigma(T^4 - T_0^4)] \\ \Leftrightarrow dT/dt &= \underbrace{-\frac{S\epsilon\sigma}{C_v}}_{a} T^4 \underbrace{- \frac{S(\alpha + h)}{C_v}}_{b} T + \underbrace{\frac{1}{C_v}[P_i + S\alpha(P)T_0 + ShT_\infty + S\epsilon\sigma T_0^4]}_{c} \end{aligned} \tag{4.19}$$

L'équation différentielle du modèle est donc de la forme :

$$dT/dt + aT^4 + bT - c = 0 \tag{4.20}$$

Cette équation peut être facilement résolue à l'aide d'un outil de simulation numérique. Elle donne l'évolution de la température de l'élément sensible en fonction des paramètres pertinents du système. Nous pouvons par exemple étudier le temps de mise à l'équilibre thermique du dispositif $LiNbO_3$ de dimensions 5*5*0,3 mm^3 étudié dans l'exemple précédent. Pour mémoire, la puissance injectée est de 0,5 W, l'émissivité est de 0,75, le gaz environnant est de l'air à température ambiante et la pression vaut 10 mTorr. La capacité thermique du $LiNbO_3$ est de 81 $J.K^{-1}.mol^{-1}$. La réponse théorique du dispositif durant la phase de mise à l'équilibre est montrée sur la figure (4.17). La réponse du dispositif lorsque la pression varie de 1 mTorr une fois l'équilibre thermique atteint est présentée sur la figure (4.18).

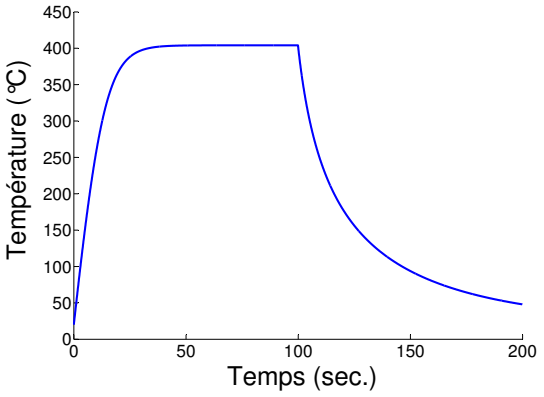


FIG. 4.17 – Temps de réponse d'un dispositif SAW-Pirani $LiNbO_3$ de dimensions 5*5*0,3 mm^3, chauffé avec une puissance constante $P_i = 0,5W$. Le chauffage est coupé au bout de 100 sec.

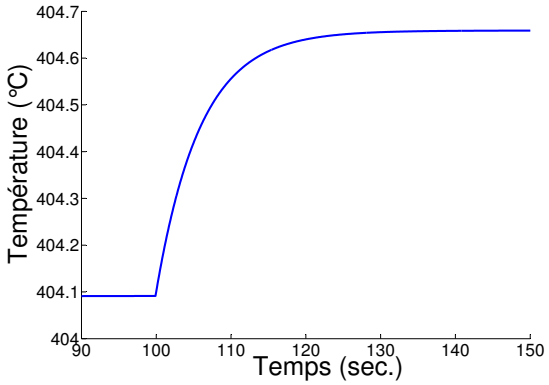


FIG. 4.18 – Temps de réponse d'un dispositif SAW-Pirani $LiNbO_3$ de dimensions 5*5*0,3 mm^3 chauffé avec une puissance constante $P_i = 0,5W$, lorsque la pression passe de 10 mTorr à 9 mTorr après mise à l'équilibre thermique.

Le temps de réponse du système est de l'ordre de la minute, ce qui est long pour des applications industrielles. Pour améliorer le temps de réponse, plusieurs solutions sont envisageables. **La première et la plus évidente consiste à diminuer la capacité thermique de l'élément sensible**. Puisque la capacité thermique molaire du $LiNbO_3$ est fixée, la seule solution pour diminuer la capacité thermique de l'élément sensible est de réduire ses dimensions au maximum. Le temps de réponse d'un capteur SAW-Pirani $LiNbO_3$ de dimensions 1*1*0,1 mm^3 chauffé à $P_i = 0,02W$ est ainsi près de quatre fois plus court que celui du dispositif précédent (voir figure 4.19). De surcroît, la réduction de taille permet des économies substantielles d'énergie (P_i est 25 fois plus faible), d'où une autonomie fortement accrue.

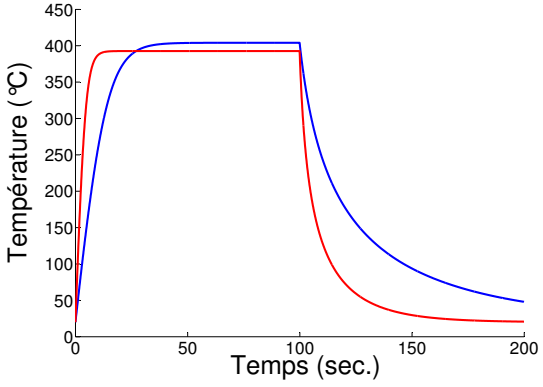


FIG. 4.19 – Effet de la réduction des dimensions de l'élément sensible sur le temps de réponse. (a) $LiNbO_3$ 5*5*0,3 mm^3 avec $P_i = 0,5W$ (en bleu). (b) $LiNbO_3$ 1*1*0,1 mm^3 avec $P_i = 0,02W$ (en rouge).

La seconde solution consiste à faire varier le débit d'énergie entrant, pour accélérer

la mise à l'équilibre. Lorsque l'on fonctionne à chauffage constant, comme c'est le cas dans tous les exemples traités jusqu'à présent, les températures d'équilibre sont en effet directement déterminées par les paramètres du gaz (pression, nature, température). Si une variation donnée de pression doit faire passer la température d'équilibre de T_i à T_f (avec $T_f > T_i$), un apport brusque d'énergie au début de la variation peut réduire le temps de mise à l'équilibre à une fraction de seconde seulement. Il suffit pour cela que l'énergie apportée soit très proche de $C_v(T_f - T_i)$. La figure (4.20) illustre cette possibilité. Le substrat considéré est le $LiNbO_3$ de dimensions 5*5*0,3 mm^3, déjà utilisé pour les exemples précédents. Un supplément d'énergie $P_+ = 2W$ est apporté au temps $t = 0$, pendant 3 secondes.

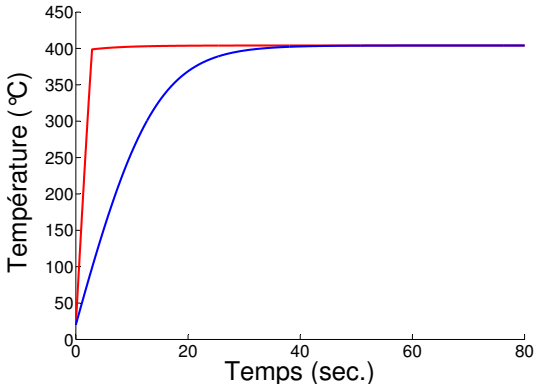
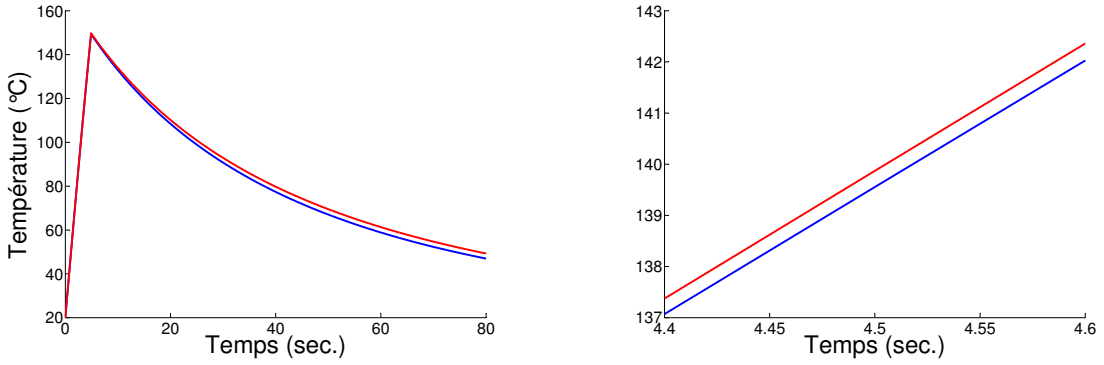


FIG. 4.20 – Effet d'un supplément d'énergie ponctuel sur le temps de mise à l'équilibre. La courbe bleue correspond au temps de mise à l'équilibre normal (P_i=0,5W). La courbe rouge correspond au cas 'accéléré'. Une puissance supplémentaire de 2W est injectée dans le substrat pendant les trois premières secondes.

Pour appliquer cette méthode dans le cas où l'on ne connaît pas à l'avance la pression à mesurer (et donc la température T_f à atteindre), l'idéal serait de fonctionner à l'aide d'une boucle de rétroaction permettant l'asservissement du chauffage : si la température augmente, une petite bouffée d'énergie est injectée dans le substrat ; si la température diminue, le chauffage est coupé pendant une fraction de seconde. Cette boucle permettrait de diminuer fortement le temps de mise à l'équilibre du système. Le suivi de variations brusques de pression deviendrait également possible, surtout si l'on peut corréler l'intensité de la bouffée d'energie à la pente de la variation de température (plus la pente est grande et plus la bouffée est intense). Le principal défaut de cette méthode réside dans la difficulté de refroidir rapidemment l'élément sensible. Il est en effet impossible de refroidir plus vite que le refroidissement naturel, à moins de fixer sur le substrat un dispositif capable d'aspirer son énergie. L'utilisation d'un élément Peltier peut être envisagée, mais cette solution poserait d'autres problèmes : encombrement, montage, évacuation de la chaleur de l'élément etc... Il existe ainsi une limite naturelle au temps de réponse d'un dispositif asservi.

Une troisième solution peut être proposée pour améliorer le temps de réponse. Plutôt

que de chercher à atteindre plus rapidemment l'état d'équilibre thermique, nous pouvons analyser les réponses pendant le régime transitoire. Par exemple, durant la phase de chauffage, les pentes sont d'autant plus fortes que les fuites par rayonnement et conduction sont faibles. Elles sont donc d'autant plus fortes que la pression est basse. Un système électronique précis et calibré pourrait mesurer la température à un instant t^0 du régime transitoire, puis déduire la pression (voir figure 4.21).



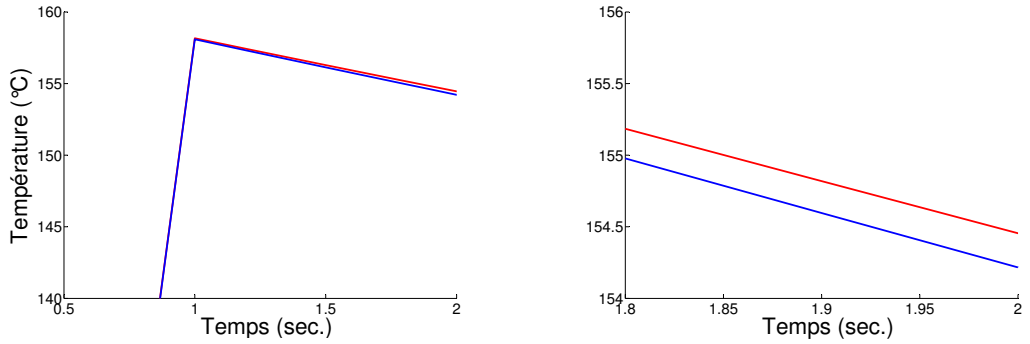
(a) (b)

FIG. 4.21 – Elément SAW-Pirani $LiNbO_3$ 5*5*0,3 mm^3 chauffé avec une puissance de 0,5 W pendant 5 secondes. Réponse du dispositif pour deux pressions différentes : 10 mTorr (en bleu) et 5 mTorr (en rouge). (a) Réponse du dispositif sur une large échelle de temps. (b) Zoom sur l'intervalle [4,4 - 4,6 sec].

La mesure peut aussi être effectuée pendant la phase de refroidissement. La figure (4.22) présente les résultats obtenus dans le cas d'un dispositif SAW-Pirani $LiNbO_3$ 5*5*0,3 mm^3 porté à une température d'environ 160 °C en 1 seconde ($P_i = 2,5$ W) puis laissé libre de se refroidir, chauffage coupé. Il apparaît que la mesure peut d'ores et déjà être réalisée au bout de 2 secondes.

Nous pouvons également nous interroger sur l'effet de la diminution du coefficient d'émissivité ϵ sur le temps de réponse. La diminution de ce coefficient est en effet d'ores et déjà préconisée pour l'amélioration de la sensibilité des dispositifs SAW-Pirani. Les réponses du dispositif $LiNbO_3$ 5*5*0,3 mm^3 chauffé avec une puissance de 0,5 W sont présentées sur la figure (4.23), pour $\epsilon = 0,04$, 0,25, 0,5, 0,75 et 1. On peut constater sur la figure que la diminution de ϵ entraîne une augmentation du temps de réponse (le temps de réponse est donné par l'intersection entre la flêche rouge et les courbes de réponse). Le passage de $\epsilon = 1$ à $\epsilon = 0,04$ provoque une augmentation du temps de réponse d'un facteur trois. Cette augmentation reste acceptable, compte tenu du gain en sensibilité obtenu grâce à cette même opération. Cet effet devra néanmoins être pris en compte dans la démarche d'optimisation des capteurs SAW-Pirani.

Nous disposons donc de trois moyens pour améliorer le temps de réponse des dispositifs SAW-Pirani : diminuer leur taille, asservir le chauffage, et fonctionner en mode



(a) (b)

FIG. 4.22 – Elément SAW-Pirani $LiNbO_3$ 5*5*0,3 mm^3 chauffé avec une puissance de 2,5 W pendant 1 seconde. Réponse du dispositif pour deux pressions différentes : 10 mTorr (en bleu) et 5 mTorr (en rouge). (a) Réponse du dispositif sur la gamme [0,5 - 2 sec.]. (b) Zoom sur l'intervalle [1,8 - 2 sec].

pulsé, avec un élément sensible présentant un grand rapport surface/volume et une mesure effectuée durant la phase de refroidissement.

Au vu des résultats théoriques décrits jusqu'ici, **il semble donc possible d'atteindre des temps de réponse de l'ordre de la seconde en utilisant des éléments de petite taille munis d'un système de chauffage asservi, la mesure étant effectuée en régime transitoire durant la phase de refroidissement**. Ces dispositifs présenteraient de surcroît la propriété de pouvoir fonctionner en mode pulsé, d'où une grande autonomie et un coût de fonctionnement réduit (solution proposée par H. Kambara, lors d'une réunion de travail dans le cadre du projet). La sensibilité des dispositifs pourra être améliorée en augmentant le niveau de fuites, c'est à dire en augmentant l'interaction gaz/élément sensible durant la phase de refroidissement. **Cela revient à augmenter le rapport surface/volume au maximum**. L'élément sensible devra donc être le plus plat et le plus mince possible (lame mince, disque mince...). L'effet de l'augmentation du rapport surface/volume est mis en évidence sur la figure (4.24).

La compilation des résultats exposés ci-dessus permet de proposer *in fine* un 'design' optimal, pour atteindre le plus haut niveau de performances possible. L'élément sensible doit être fabriqué dans un matériau présentant un fort TCF. Ce matériau peut être du $LiNbO_3$ de coupe Y-Z mais il peut également être fait d'une structure multicouche (ZnO/Si, AlN/Si etc...) permettant la fabrication d'éléments très minces et suspendus. L'élément sensible doit être petit (faible volume) et mince (grand rapport surface/volume). Il doit être métallisé sur sa surface (faible ϵ) et fonctionner préférentiellement en mode pulsé, la mesure étant effectuée durant la phase de refroidissement. La fréquence de fonctionnement doit être la plus élevée possible, pour garantir une bonne précision de mesure. Les IDT doivent être fabriqués avec des matériaux supportant un fonctionnement à haute température, si possible en environnement oxydant pour garantir un fonctionnement en conditions extrêmes (atmosphères corrosives etc...). Plusieurs ma-

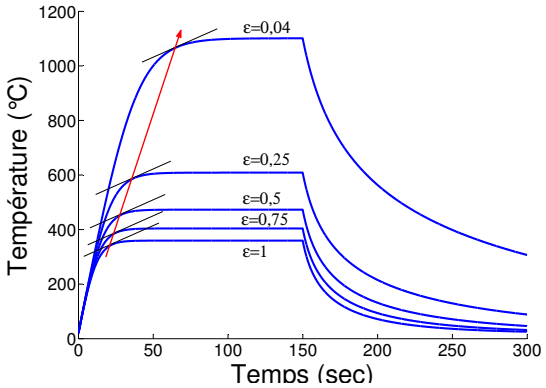


FIG. 4.23 – Effet de la variation du coefficient d'émissivité ϵ sur le temps de réponse d'un dispositif SAW-Pirani.

tériaux peuvent être envisagés, le platine (Pt) étant certainement le meilleur choix (voir chapitre V). Toutefois, des électrodes en aluminium ou en Ti/Au peuvent convenir pour des utilisations non-extrêmes. Le 'design' des IDT doit être optimisé pour maximiser le rapport signal/bruit (ouverture, nombre de doigts, apodisation etc...). Le dispositif de lecture doit être le plus performant possible (hardware et software d'acquisition et de traitement du signal). Comme mentionné plus haut, l'élément SAW doit être suspendu pour éviter les fuites par conduction thermique dans un support quelconque. Comme dans le cas des jauges Pirani classiques, l'élément sensible pourra être suspendu dans une petite enceinte munie d'un dispositif pour générer un mouvement de convection forcée. Lorsque la pression devient supérieure à 5 Torrs, la convection forcée permet en effet d'améliorer les performances du capteur [176]. Un modèle est proposé sur la figure (4.25). **La réalisation d'un tel dispositif est possible dès aujourd'hui, grâce aux technologies de fabrication des microsystèmes (MEMS)**. Ces travaux d'optimisation ont donné lieu au dépôt d'un second brevet au mois de septembre 2007 (dipositif MEMS SAW-Pirani).

L'étude ne saurait cependant être complète sans une analyse approfondie des limites technologiques du capteur SAW-Pirani. Celles-ci sont directement liées à la méthode et au principe physique de mesure choisis. Le premier handicap du SAW-Pirani est son temps de réponse, nécessaire pour atteindre l'équilibre thermique. Supérieur à 1 seconde, il est trop long pour de nombreuses applications industrielles. Comme expliqué plus haut, ce problème peut être corrigé en fabriquant un SAW-Pirani de type MEMS mais cela nécessite un fort investissement R&D. Les autres limites proviennent de la sensibilité du dispositif à toute perturbation susceptible de faire varier la température de l'élément SAW ou la conductivité thermique du gaz, à pression constante. La variation de la température du gaz pose donc problème, car elle agit à la fois sur la température d'équilibre et sur la conductivité. Pour compenser cet effet, il est indispensable de mesurer, par un autre biais, la température ambiante à tout moment. Un fonctionnement en mode pulsé autoriserait l'utilisation de l'élément sensible entre deux pulses pour mesurer la température du milieu. Cependant, il serait préférable d'utiliser un second système SAW de référence, non-chauffé. La présence de 'courants d'air' ou flux gazeux poserait également problème.

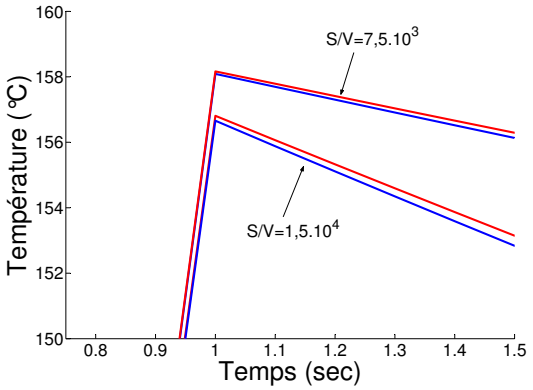


FIG. 4.24 – Effet d'une multiplication par 2 du rapport surface/volume de l'élément SAW-Pirani $LiNbO_3$ 5*5*0,3 mm^3 chauffé avec une puissance de 2,5 W pendant 1 seconde. Les courbes bleues correspondent à une pression de 10 mTorr. Les courbes rouges correspondent à une pression de 5 mTorr.

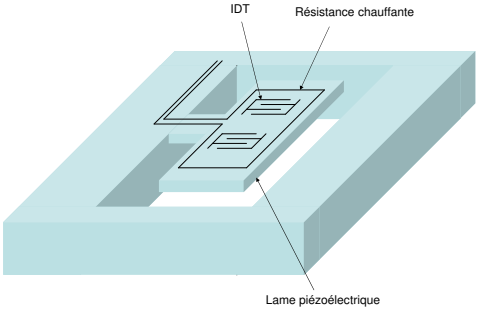


FIG. 4.25 – Design d'un MEMS SAW-Pirani.

En effet, une surface exposée à un flux gazeux est d'autant plus refroidie que le débit est important. Un packaging adéquat ou un positionnement judicieux hors des zones de fort débit pourrait protéger l'élément sensible. **Notons que la sensibilité du SAW-Pirani aux flux gazeux pourrait, dans certains cas, être au contraire utile pour monitorer des débits gazeux à pression constante.** Après vérification par l'auteur, il s'est avéré que cette dernière idée a déjà été proposée et publiée en 1994 [91]. Toutefois, nous n'avons pas connaissance de capteurs de débit SAW commercialisés. Une autre problématique naît de la différence sensible de conductivité thermique entre les différents gaz. Cette différence implique une grande incertitude de mesure lorsque la composition chimique de l'environnement gazeux est inconnue. Ce défaut est commun à toutes les jauges de pression thermiques. Sa correction n'est pas chose facile, car elle implique d'analyser au préalable la composition chimique du milieu pour calibrer le capteur. Les dispositifs SAW-Pirani possèdent cependant deux avantages majeurs sur les autres jauges thermiques. Ils sont en effet sensibles au dépôt de gaz et de vapeur sur leur surface. Cette propriété pourrait

être utilisée de diverses manières pour analyser, même grossièrement, la composition du milieu. **Ils sont également sensibles à la pression hydrostatique, ce qui permettrait un auto-calibrage du capteur**, la mesure de pression à l'aide d'un élément mécanique déformable étant absolue. **Remarquons également que la mesure de pression hydrostatique peut être réalisée 'à froid' et qu'elle est pratiquemment instantanée. Un capteur SAW-Pirani possède donc intrinsèquement la propriété de mesurer des basses pressions avec une grande précision et un temps de réponse long, mais également les hautes pressions avec une precision certes plus faible mais un temps de réponse très court.** Enfin, si la mesure par pression hydrostatique n'est pas assez précise pour l'autocalibrage du capteur, le couplage d'un SAW-Pirani avec une méthode plus classique à membrane déformable peut être envisagée.

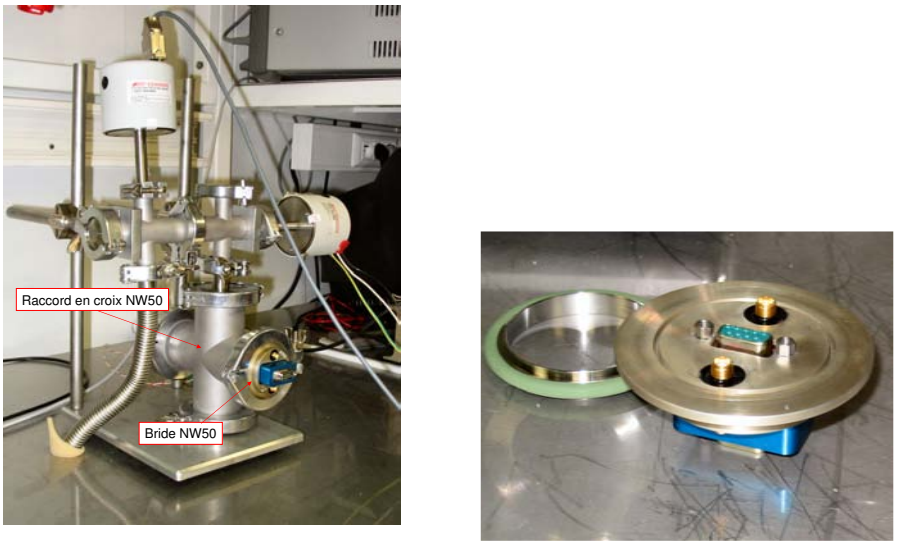
4.4.2 Résultats expérimentaux

Plusieurs prototypes ont été fabriqués au sein du laboratoire, pour tester le concept de SAW-Pirani. Les techniques employées pour la réalisation des dispositifs SAW sont celles de la photolithographie classique. Aussi, nous ne détaillerons pas ici les étapes de cette fabrication. Le lecteur intéressé pourra se référer, pour plus d'informations, aux nombreux ouvrages et thèses documentés sur ce sujet (voir notamment [177] et [169]).

Le montage expérimental présenté sur la figure (4.7) a été modifié dès le début de l'année 2006 pour pouvoir y tester les dispositifs SAW-Pirani (voir figure 4.26). Un raccord en croix de type NW50 (BOC Edwards) a été rajouté pour accueillir les prototypes. Une bride hermétique NW50 munie de deux traversées SMA pour le passage du signal SAW RF et d'un module de neuf contacts 600V-7,5A pour l'alimentation de la résistance chauffante est également venue compléter la structure. Cette pièce a été commandée auprès de la société Plug In (www.plugin.fr) et fabriquée sur mesure pour les besoins de l'étude.

Les premiers essais expérimentaux ont été réalisés au mois de février 2006, dans le cadre d'un stage d'initiation à la recherche de l'école de l'air [178]. Le premier prototype a été réalisé en fixant simplement un dispositif SAW en quartz ST-X sur une résistance chauffante de 50 Ω (voir figure 4.27). Bien que très grossier et non-optimisé, ce premier prototype nous a tout de même permis de valider la faisabilité technique du concept (voir figure 4.28). On peut constater que, comme prévu en théorie, la température atteinte au bout de 300 secondes est d'autant plus élevée que la pression dans l'enceinte est basse. On peut également vérifier que la sensibilité est plus grande à basse pression qu'à haute pression. En effet, on peut voir sur la figure que l'écart entre la courbe à 120 mTorr et celle à pression atmosphérique n'est pas beaucoup plus important que celui entre la courbe à 120 mTorr et celle à 18 mTorr. Une variation de 100 mTorr à basse pression provoque donc une variation de température presque aussi importante que celle générée par une variation de 760 Torrs, à plus haute pression.

Forts de ces premiers résultats très encourageants, nous avons conçu et fabriqué un deuxième prototype plus performant, en collant une résistance chauffante au dos d'un substrat circulaire de $LiNbO_3$ Y+41°-X de diamètre 1 pouce et d'épaisseur 0,6 mm, sur



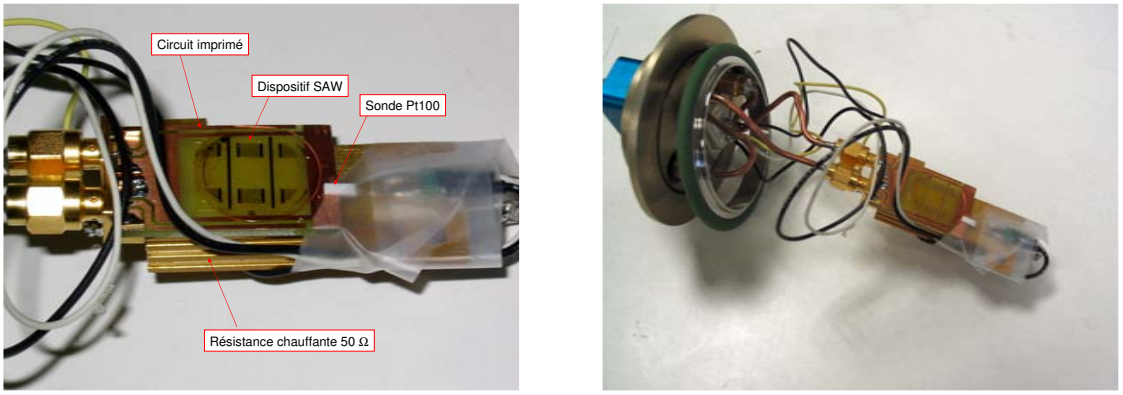
(a) (b)

FIG. 4.26 – Banc de test pour les dispositifs SAW-Pirani (2006). (a) Vue générale. (b) Bride hermétique pour le passage du signal SAW RF et du courant de chauffage.

lequel nous avions au préalable photolithographié une série de filtres SAW ($\lambda = 24\mu$m). Une pseudo onde de surface se propage selon la direction X, avec une vitesse de 4840 m/s et un TCF de 90 ppm/K. Une jauge résistive de déformations du commerce ($R = 510\ \Omega$ à 20˚C), fournie par la société Doerler Mesures, a été utilisée comme résistance chauffante (voir figure 4.29). Le substrat est collé sur le circuit imprimé avec un adhésif double face. La résistance chauffante est collée au dos du substrat par de la colle cyanoacrylate.

Les résultats obtenus à l'aide du second prototype sont montrés sur la figure (4.30). Pour cette série de mesures, la tension d'alimentation U de la résistance a été fixée à 12 V. La température d'équilibre T_{eq} sous vide ($P = 10$ mTorr) est de 41±2˚C. La pression est mesurée à l'aide de la jauge capacitive [0 - 10 Torrs]. Le dispositif atteint une sensibilité moyenne de 987 Hz/mTorr dans la gamme [20 mTorr - 54 mTorr], soit 5,1 ppm/mTorr. Des mesures ultérieures ont montré une sensibilité de 1615 Hz/mTorr dans la gamme [5 mTorr - 23 mTorr], soit 8,3 ppm/mTorr. Des mesures avec $U = 15$V et $T_{eq} = 52 \pm 2$˚C sous vide ($P = 10$ mTorr) ont montré une sensibilité de 2660 Hz/mTorr dans la gamme [6 - 15 mTorr], soit 13,75 ppm/mTorr. Ces différents points sont comparés à la courbe théorique de sensibilité du dispositif dans l'air à température ambiante ($T = 25$˚C) en régime de Knudsen, calculée à partir de l'équation (4.18) avec $\epsilon = 0,75$ (voir figure 4.31).

Les valeurs expérimentales suivent la bonne tendance mais sont inférieures aux valeurs théoriques. Afin d'améliorer les performances du dispositif, un troisième prototype a été conçu et fabriqué. Cette fois, un petit élément SAW a été découpé dans un substrat de $LiNbO_3$ X-Y+41˚, avant d'être suspendu. Une résistance chauffante rudimentaire mais efficace a été photolithographiée autour des IDT, au moment de leur fabrication et avant découpe. Cet idée a été proposée et mise en oeuvre par L. Bouvot, ingénieur de recherches



(a) (b)

FIG. 4.27 – Premier prototype SAW-Pirani.(a) Gros plan sur le prototype. (b) Prototype monté sur bride.

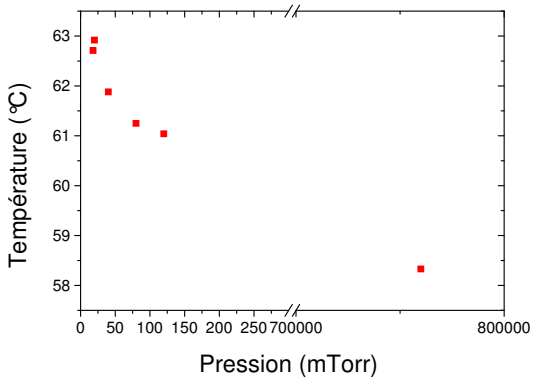
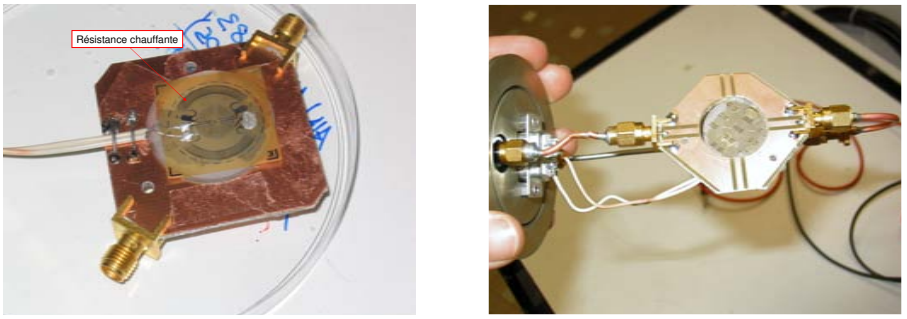


FIG. 4.28 – Résultats obtenus avec le premier prototype SAW-Pirani. Température atteinte au bout de 300 secondes pour différentes pressions.

au sein du laboratoire. Un support a également été spécialement conçu et fabriqué pour faire fonctionner l'élément sensible (voir figure 4.32).

Les premiers résultats ont montré une sensibilité moyenne de 3,25 kHz/mTorr dans la gamme [8 mTorr - 16 mTorr], soit une sensibilité de 13,3 ppm/mTorr. La température d'équilibre sous vide était proche de 57$\pm$2°C, pour une pression de 8 mTorr. La température d'équilibre est directement déduite de la fréquence de fonctionnement du dispositif, en utilisant le TCF de l'élément sensible. Celui-ci a été mesuré expérimentalement. Il vaut 69 ppm/K. Lors d'une seconde série de mesures, le dispositif a montré une sensibilité moyenne de 3,6 kHz/mTorr dans la gamme [8 mTorr - 43 mTorr], soit 14,7 ppm/mTorr. La puissance injectée dans la résistance chauffante était de 144 mW (6V/0,024A), et la température d'équilibre estimée à 60$\pm$2°C pour une pression de 8 mTorr. La figure (4.33) montre les résultats obtenus lors d'une troisième et d'une quatrième expérience, conduites



(a) (b)

FIG. 4.29 – Second prototype SAW-Pirani.(a) Vue de dos : gros plan sur la résistance chauffante. (b) Vue de face et dispositif monté sur bride.

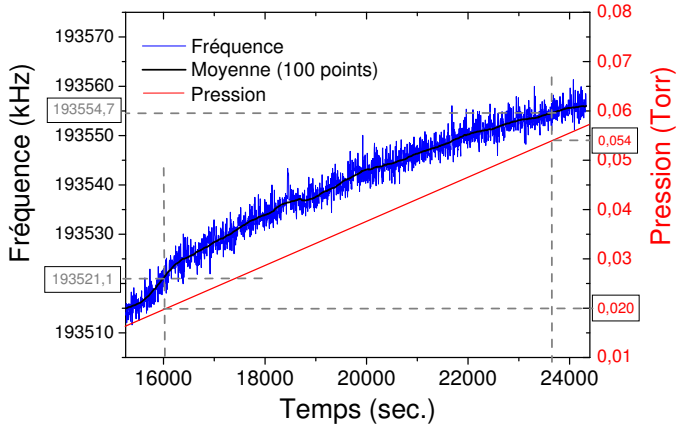


FIG. 4.30 – Résultats obtenus avec le second prototype SAW-Pirani. $U = 12V$.

respectivement les 18 et 20 avril 2006. On peut y comparer la réponse du SAW-Pirani avec celle d'une jauge capacitive de référence. Dans le premier cas, la température d'équilibre initiale est de 60±2°C, pour une pression de 5 mTorr. Le dispositif affiche une sensibilité de 5,45 kHz/mTorr dans la gamme [4 mTorr - 10 mTorr], soit 22,3 ppm/mTorr. Dans le second cas, la température d'équilibre initiale est également de 60±2°C, pour une pression de 10 mTorr. Le dispositif affiche une sensibilité de 2,88 kHz/mTorr dans la gamme [10 mTorr - 40 mTorr], soit 11,8 ppm/mTorr. On peut cette fois constater que la sensibilité décroît rapidement lorsque la pression augmente. Ce phénomène était attendu. Il est dû à la sortie du régime de Knudsen à mesure que la pression augmente, et à l'évolution correspondante de la conductivité thermique du gaz vers une valeur constante. Le libre parcours moyen des molécules de gaz à température ambiante diminue en effet très rapidement dans la gamme [0,1 - 100 mTorr], passant de 5 cm pour $P = 0,5$ mTorr à 0,25 mm pour $P = 100$ mTorr. Compte tenu des dimensions de l'enceinte, dont le diamètre est de 5 cm, la gamme de pression testée correspond justement à la phase de transition du régime de Knudsen vers un régime à conductivité thermique constante, d'où l'allure des

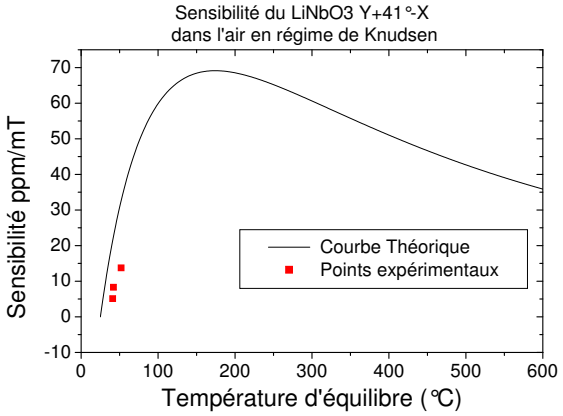
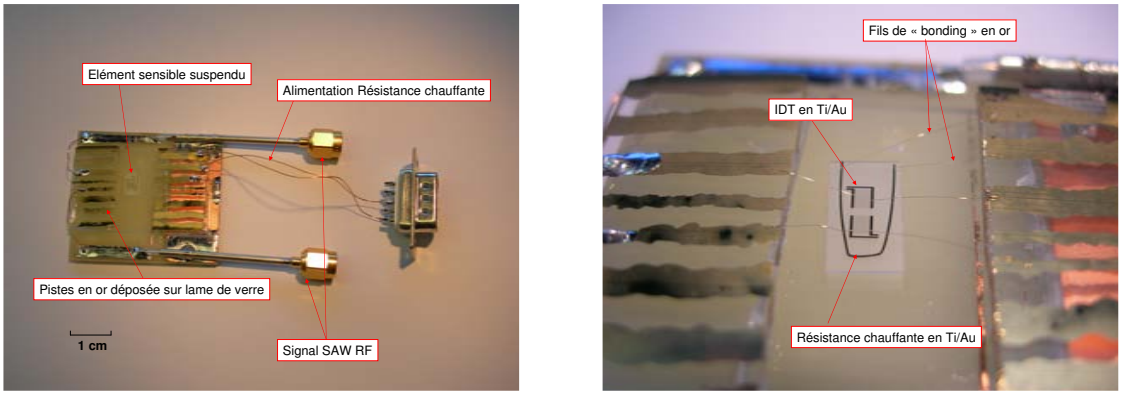


FIG. 4.31 – Comparaison entre la courbe de sensibilité théorique et les valeurs expérimentales obtenues à l'aide du second prototype.



(a) (b)

FIG. 4.32 – Troisième prototype SAW-Pirani. (a) Vue générale du dispositif. (b) Gros plan sur l'élément sensible suspendu.

réponses observées. Un autre phénomène, bien que moins influant, doit également être pris en compte pour expliquer la diminution de sensibilité lorsque la pression augmente. L'élément sensible se refroidit en effet lorsque la pression monte. Or la sensibilité du dispositif aux variations de pression diminue lorsque sa température tend vers celle de son environnement (voir courbe théorique 4.15). Ce second phénomène est toutefois moins influant que la sortie du régime de Knudsen.

La diminution rapide de sensibilité lorsque la pression augmente dans la gamme [5 - 100 mTorr] permet d'expliquer les variations de sensibilité observées entre les différentes campagnes de mesure, et ce d'autant plus que la jauge capacitive de référence perd en précision lorsque la pression descend au-dessous de 10 mTorr.

Cette diminution permet également d'expliquer en grande partie l'erreur observée

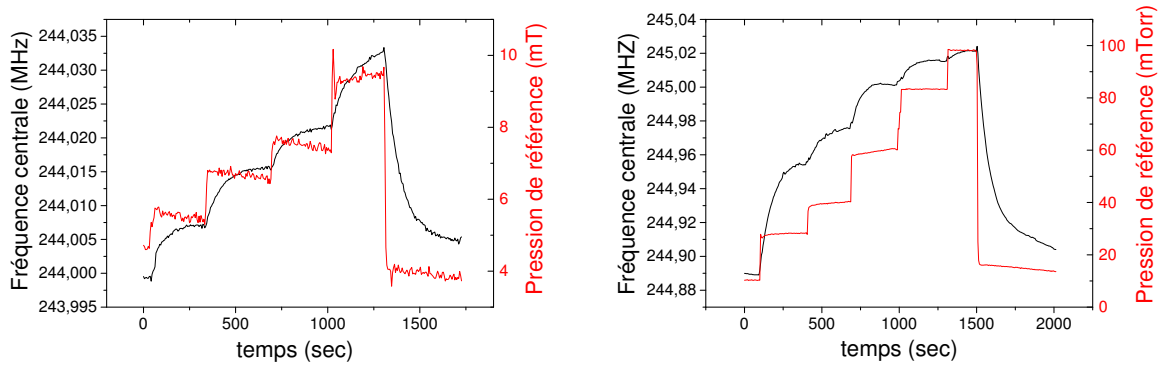


FIG. 4.33 – Résultats du troisième prototype SAW-Pirani. Comparaison avec ceux d'une jauge capacitive de référence. [179].

entre les résultats expérimentaux et la courbe de sensibilité théorique, qui est tracée pour un gaz en régime de Knudsen. La courbe théorique correspond au maximum de sensibilité possible et il est donc normal que les résultats expérimentaux soient moins bons que ceux prévus en théorie. D'autres facteurs sont également source d'incertitude. Parmi eux la température d'équilibre, qui varie en fonction de la pression, de la température ambiante et des fluctuations de tension d'alimentation.

La courbe expérimentale de sensibilité en fonction de la pression est présentée sur la figure (4.34). Cette courbe a été tracée à partir des données d'une cinquième série de mesures. La température d'équilibre est à nouveau de 60±2°C pour une pression de 5 mTorr. Le dispositif montre une sensibilité de 7,35 kHz/mTorr dans la gamme [4 mTorr - 10 mTorr], soit 29,9 ppm/mTorr.

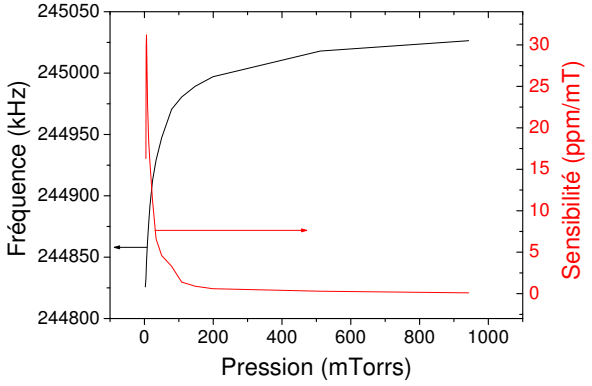


FIG. 4.34 – Courbe de sensibilité expérimentale du SAW-Pirani en fonction de la pression, dans la gamme [1 mTorr - 1 Torr]. La température d'équilibre est de 60±2°C pour une pression de 5 mTorr.

Enfin, des tests ont été conduits en augmentant progressivement la température de fonctionnement. A 60±2°C, la sensibilité est de 25,1 ppm/mTorr dans la gamme [5 mTorr - 15 mTorr]. A 79±2°C, la sensibilité est de 35,4 ppm/mTorr dans la gamme [5 mTorr - 15 mTorr]. A 95±2°C, la sensibilité est de 40,4 ppm/mTorr dans la gamme [5 mTorr - 15 mTorr]. La réponse du dispositif dans ce dernier cas est présentée sur la figure (4.35).

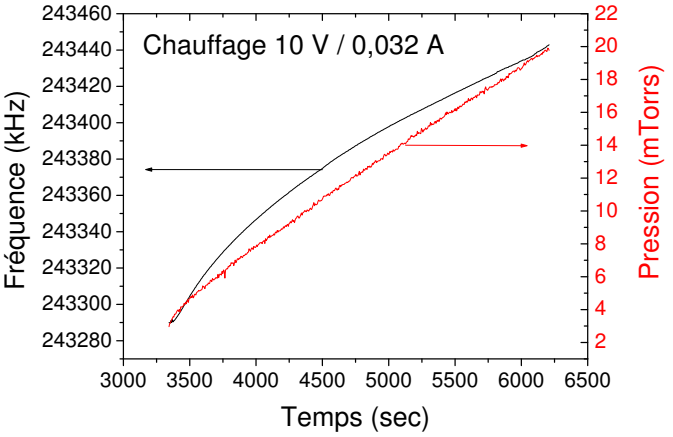


FIG. 4.35 – Résultats du SAW-Pirani pour $T_{eq} = 95\pm2$°C. Comparaison avec les résultats d'une jauge capacitive de référence (courbe rouge).

Les résultats donnés jusqu'ici peuvent être reportés sur la courbe de sensibilité théorique présentée plus haut (voir figure 4.36). Il suffit pour cela de multiplier les sensibilités expérimentales par un facteur correctif, afin de tenir compte de la différence de TCF entre le $LiNbO_3$ Y+41°-X et le $LiNbO_3$ X-Y+41°. Ce facteur vaut $90/69 = 1,3$.

Afin d'améliorer encore les performances du dispositif SAW-Pirani, un quatrième prototype a été conçu et réalisé. Ce dernier prototype a été pensé pour être plus robuste et plus simple à fabriquer. L'essentiel du travail de conception et de fabrication est dû à L. Bouvot. Le prototype est présenté sur la figure (4.37).

L'élément sensible est en $LiNbO_3$ Y+41°-X. Les IDT sont en Ti/Au ou en Ta/Pt. Les électrodes en Ti/Au peuvent être utilisées à basse température. Un phénomène de diffusion puis d'oxydation du titane dans l'or à plus haute température condamne leur utilisation au-dessus de 300°C. La structure Ta/Pt n'a pas ce genre de problème et autorise un fonctionnement à très haute température (voir chapitre V). De plus, l'utilisation d'une résistance chauffante en Pt permet de mesurer directement la température du substrat, comme si l'on utilisait une jauge Pt100 classique. Afin d'étudier directement la sensibilité du dispositif au plus près possible du régime de Knudsen, le protocole expérimental suivant a été choisi : le vide est poussé au maximum dans l'enceinte et il est maintenu durant toute la durée de l'expérience. La puissance injectée dans la résistance chauffante augmente par palier. Pour chaque palier, une fois l'équilibre thermique atteint et la température calculée à l'aide du TCF de l'élément sensible, on fait varier la pression de quelques mTorr. On

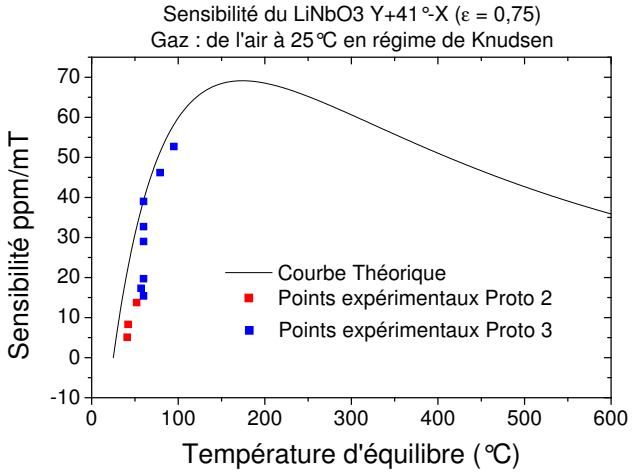


FIG. 4.36 – Comparaison entre la courbe de sensibilité théorique d'un dispositif SAW-Pirani à base de $LiNbO_3$ Y+41°-X et les valeurs expérimentales obtenues à l'aide du second et du troisième prototype.

mesure alors la variation relative de fréquence générée par ce palier de pression puis on rétablit le vide. Cette procédure est illustrée sur la figure (4.38). La pression indiquée est mesurée à l'aide d'une jauge capacitive de référence. La température est calculée à partir du TCF (extrapolé) et/ou de la valeur de la résistance Pt (si possible). On peut constater qu'il n'y a acune variation de fréquence lorsque l'élément n'est pas chauffé. Il est possible d'extraire de cette courbe les sensibilités du dispositif pour chaque palier. L'onde utilisée dans ce premier exemple était l'onde de Rayleigh, qui présente un TCF de 78 ppm/K et non la pseudo-onde de surface qui présente un TCF de 90 ppm/K. Il faut donc à nouveau multiplier les sensibilités obtenues par un facteur correctif ($90/78 = 1,15$) avant de les reporter sur la courbe de sensibilité théorique (4.36). Plusieurs autres essais ont été menés, tous selon le même protocole. Les points expérimentaux concordent bien avec les prévisions théoriques (voir figure 4.39). On notera toutefois que l'écart entre les valeurs expérimentales et les valeurs théoriques augmente fortement lorsque la température monte. L'incertitude croissante sur la température d'équilibre à mesure que la température augmente est sans doute responsable d'une grande partie de cet écart...

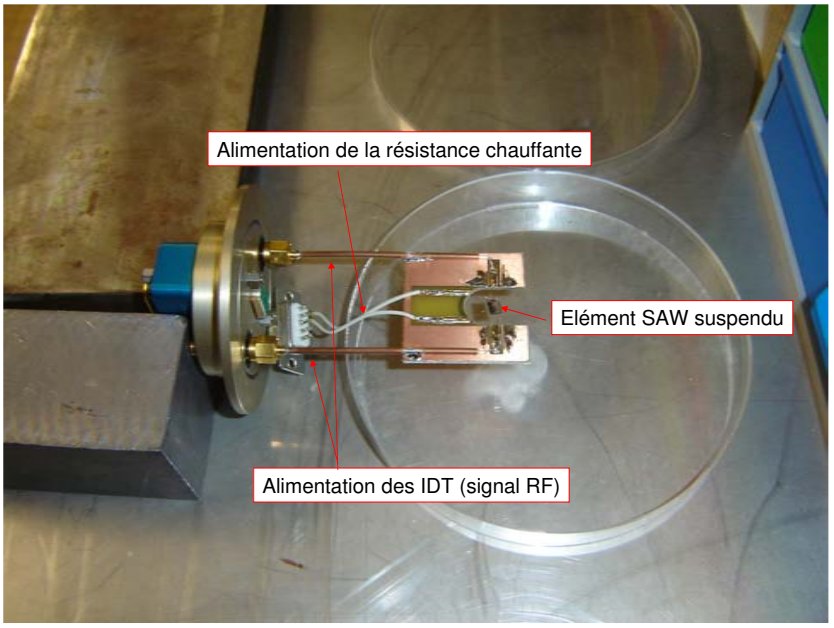


FIG. 4.37 – Quatrième prototype SAW-Pirani.

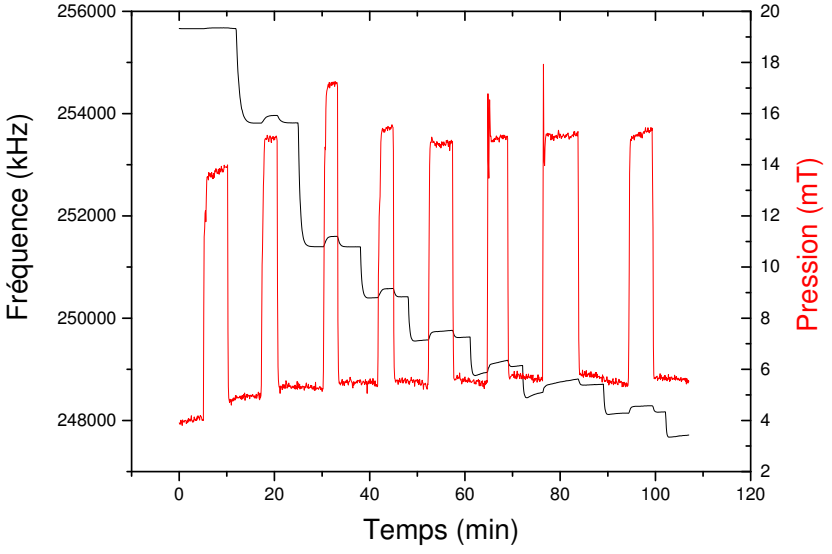


FIG. 4.38 – Procédure pour déterminer la sensibilité du dispositif SAW-Pirani en régime de Knudsen pour différentes températures. Pour chaque palier de température (courbe noire), une variation de pression est provoquée dans l'enceinte (courbe rouge) et la sensibilité est mesurée (ppm/mTorr).

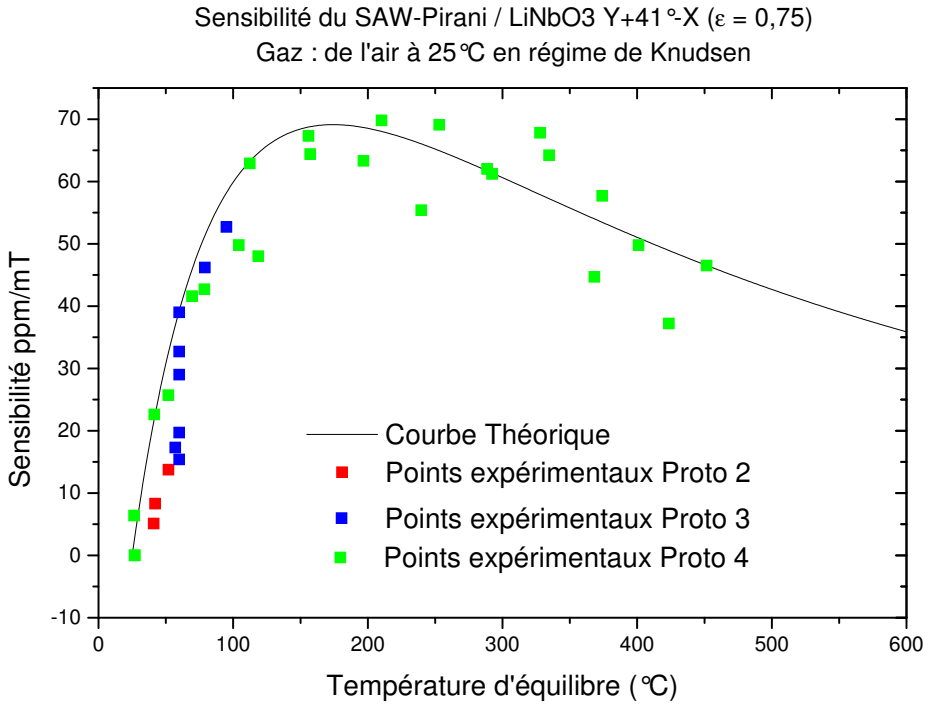


FIG. 4.39 – Comparaison entre les résultats expérimentaux obtenus avec chaque prototype SAW-Pirani et la courbe de sensibilité théorique calculée pour un élément sensible en $LiNbO_3$ Y+41°-X.

La concordance entre les points expérimentaux et la courbe théorique permet de valider le modèle théorique pour le calcul de la sensibilité d'un dispositif SAW-Pirani. Nous devons maintenant valider le modèle dynamique, qui permet de prévoir le temps de réponse du capteur en fonction de ses paramètres géométriques et de sa chaleur massique. Pour ce faire nous avons procédé à une nouvelle série de mesures, en se rapprochant au plus près du régime de Knudsen pour lequel le modèle a été développé. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure (4.40). La figure 4.40 (a) montre la réponse du dispositif lorsque la pression varie par échelons. Les réponses expérimentale et théorique sont comparées sur la figure 4.40 (b). L'élément sensible est en $LiNbO_3$ Y+41°-X. Il mesure 7*6*0,3 mm^3. Sa capacité thermique est de 81 $J.K^{-1}.mol^{-1}$, soit 510 $J.K^{-1}.kg^{-1}$. L'onde possède un TCF théorique de 90 ppm/K (pseudo-SAW). La température d'équilibre est de 70±2°C pour une pression de 4,5 mTorr. La puissance de chauffage est de 32 mW (2V/16mA). Afin de faciliter la comparaison, la courbe théorique est décalée de 225 kHz vers le haut. Ce décalage correspond à une erreur sur la température d'équilibre initiale de 7,7°C, soit un peu plus de 10%. Cette erreur reste acceptable compte tenu des incertitudes sur chaque paramètre du système (pression, TCF, ϵ et puissance de chauffage).

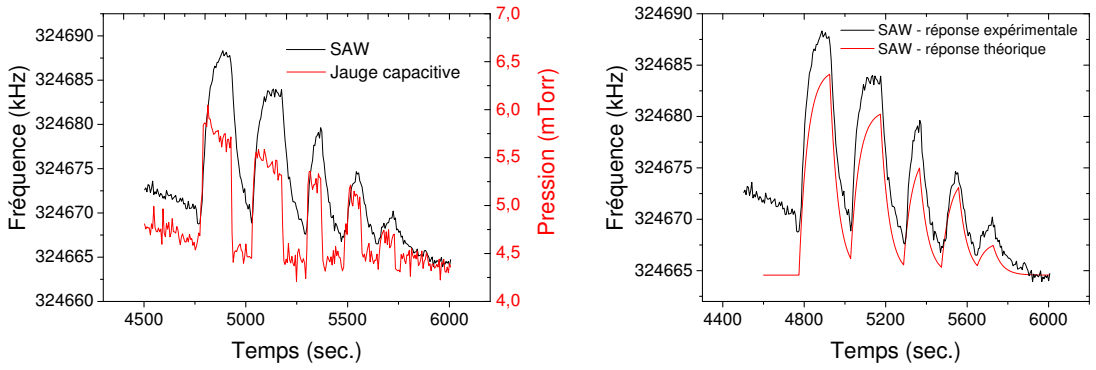


FIG. 4.40 – Etude du temps de réponse du dispositif SAW-Pirani. (a) Comparaison de la réponse du dispositif SAW-Pirani avec celle d'une jauge capacitive de référence. (b) Comparaison de la réponse expérimentale avec la courbe de réponse théorique.

La concordance est bonne entre la courbe théorique et la réponse expérimentale. Ceci permet de valider le modèle dynamique du SAW-Pirani développé plus haut. Les temps de réponse calculés sont donc réalistes. Les coubres présentées sur la figure (4.40) permettent par ailleurs de tirer des premières informations sur la précision limite de mesure en régime de Knudsen. Des variations de 0,25 mTorr sont clairement identifiables. Un zoom sur la crête du pic le plus bruité (le second) permet d'estimer le pas limite de mesure à environ 1,5 kHz. Puisque la sensibilité expérimentale du dispositif est de 14±1kHz/mTorr, on peut espérer détecter des variations limites de 0,1 mTorr. En fonctionnant à 2,45 GHz, la sensibilité expérimentale serait multipliée par 7,5. On pourrait alors espérer détecter des pas limites de 13 millièmes de mTorr. En augmentant la température d'équilibre jusqu'à 170°C, on pourrait multiplier la sensibilité par 1,75 et réduire le pas limite à $7{,}5.10^{-6}$

mTorr. Enfin, rappelons que la sensibilité pourrait être fortement augmentée et le pas limite encore diminué en métallisant judicieusement la surface de l'élément sensible.

Les résultats expérimentaux confirment également la gamme de mesure prévue théoriquement. La figure (4.41) montre la réponse du "‘ SAW-Pirani sur une large gamme de pression, sans dispositif de convection forcée. On distingue assez nettement trois régimes : le régime de Knudsen où la sensibilité est très grande, un régime transitoire où la sensibilité est quasi-nulle car la conductivité a atteint sa valeur limite puis un régime où la sensibilité est faible mais non-nulle grâce à la sensibilité du dispositif à la pression hydrostatique et à un début de refroidissement par convection naturelle. Des expériences futures devront montrer s'il est possible de supprimer la zone de sensibilité nulle (régime 2) à l'aide d'un dispositif de convection forcée.

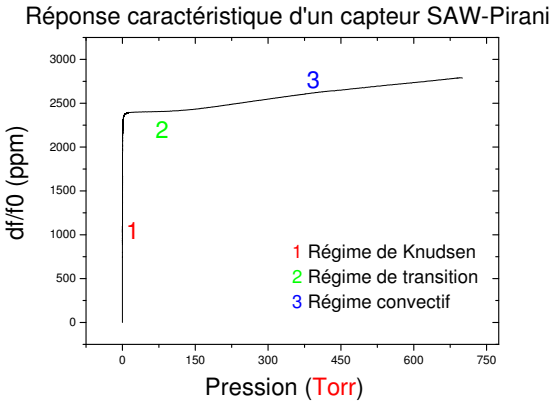


FIG. 4.41 – Gamme de mesure du quatrième prototype SAW-Pirani. Mise en évidence expérimentale de trois régimes de fonctionnement distincts.

4.4.3 Le SAW-Pirani, capteur 'intelligent' ?

Comme nous l'avons vu dans les paragraphes précédents, le capteur de pression SAW-Pirani fonctionne sur le même principe que les jauges thermiques, en utilisant un élément sensible plus performant et fonctionnel sur une plus large gamme de mesure. Ce gain en performances et en gamme de mesure n'est toutefois pas le seul atout des SAW-Pirani sur les jauges thermiques classiques. En effet, puisque l'élément sensible est un capteur SAW, il en possède toutes les propriétés et peut réaliser de nombreuses mesures complémentaires, potentiellement utiles. Tout d'abord, le dispositif fonctionne même lorsque le chauffage est coupé. Il est donc possible de l'utiliser pour mesurer la température du milieu, avec une très grande précision. La sensibilité des capteurs SAW à l'effet de masse permet également d'imaginer d'autres applications intéressantes. Un dispositif SAW-Pirani pourrait par exemple réaliser une ATD (Analyse Thermique Différentielle) en combinant le chauffage et la propriété de balance ultraprécise. La détection d'humidité et de vapeurs est possible, comme indiqué au chapitre I. Le capteur chauffé peut aussi mesurer des

débits gazeux. Enfin, puisque le SAW-Pirani combine des fonctions de mesure hydrostatique absolue et de mesure thermique relative à la pression et à la conductivité d'un gaz, il est possible d'utiliser le dispositif pour étudier, à pression constante, la conductivité thermique d'un gaz ou d'un mélange donné. Cette valeur est justement extraite de la procédure d'autocalibration du capteur, évoquée plus haut.

Il est donc envisageable de réaliser un capteur 'sept en un', regroupant des fonctions de mesure de pression, de température, de conductivité thermique, d'humidité, de vapeurs, de débit et d'ATD. Il pourrait s'agir d'un capteur utilisant un seul élément sensible pouvant basculer d'un mode à l'autre, ou au contraire d'une matrice de capteurs SAW spécialisés chacun sur une fonction particulière. Une matrice SAW permettrait de conduire plusieurs analyses en parallèle et de fournir des informations à haute valeur ajoutée sur le gaz environnant. La structure MEMS SAW-Pirani présenté sur la figure (4.25) pourrait elle-aussi présenter des avantages. Une lame encastrée peut en effet se déformer sous l'effet d'une force (accéléromètre) ou vibrer à une certaine fréquence propre. La variation de cette fréquence sous l'action d'un gaz peut notamment conduire à la mesure de sa viscosité. Rappelons également qu'un tel dispositif pourrait être interrogé à distance...

Un dispositif MEMS SAW-Pirani pourrait donc posséder de nombreuses fonctionnalités, en plus de la seule mesure de pression. L'un des objectifs des travaux à venir est justement de tester la faisabilité de ces diverses fonctions, combinées dans un seul capteur.

4.5 Perspectives

La faisabilité technique du capteur SAW-Pirani pour la mesure précise de pression à basse pression est désormais démontrée. L'objectif est maintenant de développer un premier capteur industriel et commercialisable à partir des résultats obtenus en laboratoire et des 'recettes' de conception proposées. Cette étape nécessite des études complémentaires et systématiques pour caractériser complètement les performances de l'élément SAW : sensibilité et précision limite dans chaque sous-gamme de pression (du vide secondaire à la pression atmosphérique), incertitude de mesure, temps de réponse, dérive, vieillissement et reproductibilité des mesures. Il s'agit également de tester le fonctionnement du capteur en conditions réelles et d'apporter des solutions aux divers problèmes susceptibles de se poser. Il faut, enfin, concevoir un capteur aux performances maximales, répondant aux impératifs de coût, d'encombrement, de connectique, d'alimentation et d'industrialisation fixées par la société Alcatel Vacuum Technology. La partie conception du capteur et test en conditions réelles n'est pas du ressort du LPMIA. Ces deux aspects seront donc sous-traités. Le laboratoire concentrera ses efforts sur la caractérisation des performances de l'élément sensible et sur l'interprétation théorique des résultats. Les chercheurs du LPMIA travailleront également sur la conception des futurs capteurs SAW-Pirani MEMS intelligents, décrits dans les paragraphes précédents.

Les travaux de caractérisation à venir nécessitent d'améliorer le banc de test. Un ensemble de pompage et de mesure du vide secondaire est d'ores et déjà venu complé-

ter l'installation. Cet ensemble se compose d'une pompe turbomoléculaire ADP 5011 et d'une jauge de pression combinée (Pirani et jauge à cathode chaude). Il est opérationnel depuis le mois de mars 2007 (voir figure 4.42). Les premiers tests ont permis d'atteindre une pression de 8.10^{-6} Torr dans l'enceinte. Il faudra également mettre au point un dispositif permettant le contrôle très précis et automatisé de la pression. Ce dispositif sera vraisemblablement constitué d'une vanne microfuite et d'un ou plusieurs contrôleurs de flux ('mass flow') ou électrovannes.

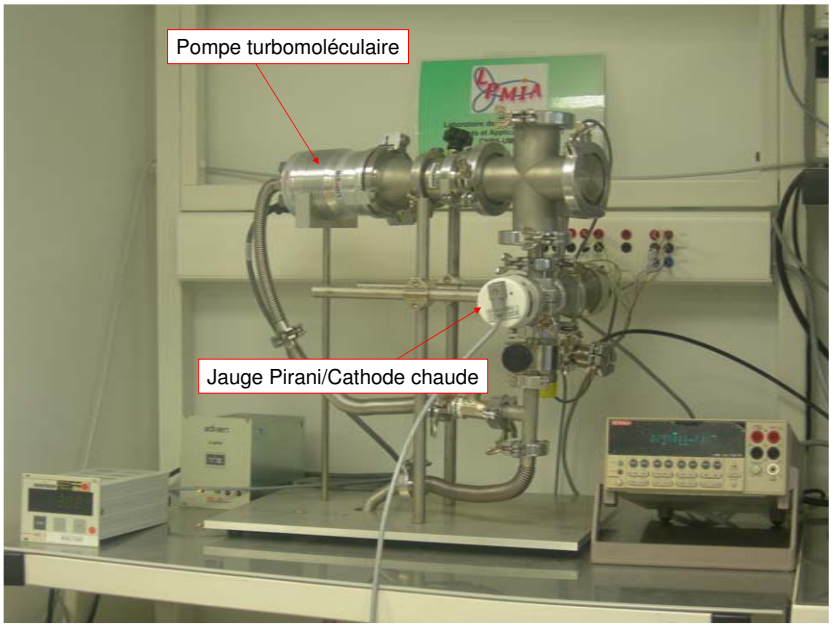


FIG. 4.42 – Banc de test pour les dispositifs SAW-Pirani à venir... Vue générale.

Cette étape de développement industriel a fait l'objet d'une demande de financement ANR, acceptée au mois de juillet 2007. Un consortium industriel et scientifique a été monté autour du projet. Les partenaires sont : le LPMIA, la société ADIXEN, le CEA-Leti et la société Senseor. La société Doerler Mesures est également associée au projet, en tant que prestataire de services.

Chapitre 5

Capteur SAW pour la mesure des très hautes températures

5.1 En guise d'introduction

Le présent chapitre est consacré aux développements réalisés dans le cadre du contrat CIFRE de l'auteur, dans le domaine des capteurs SAW pour la mesure des hautes et très hautes températures. Ces travaux s'inscrivent dans le cadre d'un projet de développement de capteurs SAW 'Haute Température' pour la société ARCELOR Research.

Le développement de capteurs SAW pour la mesure des hautes températures n'est pas une tâche facile, mais n'en reste pas moins une voie de recherches très prometteuse. En cas de succès, les retombées économiques pourraient être très importantes. Grâce à la combinaison originale de quatre propriétés fondamentales que sont une grande robustesse sur une large gamme de température, une petite taille, la capacité d'être interrogés à distance et l'absence d'électronique embarquée, le nombre d'applications industrielles (potentielles) des capteurs SAW 'haute température' est en effet très important. Des applications sont notamment envisagées dans le domaine automobile, le nucléaire, l'industrie minière et pétrolière ainsi que, bien sûr, dans la sidérurgie.

L'une des problématiques principales pour le développement de capteurs SAW 'haute température' réside dans le choix ou la mise au point des constituants de base de l'élément sensible du capteur. Bien que des matériaux aujourd'hui bien connus comme le $LiNbO_3$ ou le langasite se sont révélés bien adaptés pour des mesures à haute ou même très haute température, ils n'en rencontrent pas moins de grandes limitations pour fonctionner en milieu sévère durant un grand laps de temps ou pour opérer à haute fréquence et obtenir ainsi une grande précision. L'une des voies les plus prometteuses pour résoudre ces deux problèmes pourrait être, comme nous le verrons plus loin, l'emploi de structures bicouche de type AlN/Diamant ou AlN/Saphir. Bien que les structures bicouche présentent de nombreux avantages (robustesse, K^2, fonctionnement à très haute fréquence...), de nouveaux problèmes se posent en raison justement de leur structure particulière. La dilatation thermique différente des deux couches génère notamment des champs de contraintes qui peuvent influencer de façon significative le TCD de la structure.

Le chapitre 5 est divisé en 2 parties. La première partie dresse un état de l'art comparatif des capteurs de température. La pertinence des capteurs SAW pour l'application ARCELOR y est démontrée (mesure à distance et à très haute température en présence de gaz chauds qui interdisent le recours à la pyrométrie classique). Un extrait du cahier des charges de l'étude ARCELOR est fourni, à titre indicatif. La seconde partie est consacrée à l'étude des matériaux de base pour la fabrication de capteurs SAW 'haute température'. On y traitera notamment du problème de calcul du TCD des structures bicouche, qui requiert la prise en compte des champs de contraintes générées par la dilatation différentielle des matériaux en présence. On y présentera également les résultats d'une étude comparative des coefficients en température de l'AlN.

5.2 Les capteurs de température : généralités

Les capteurs de température peuvent être divisés en deux groupes principaux : les capteurs avec et sans contact. Dans la famille des capteurs avec contact, les dispositifs les plus connus et les plus utilisés sont :

– les thermomètres à dilatation. Ce sont les dispositifs les plus simples, les plus anciens et les moins performants, où la dilatation d'un solide, d'un liquide ou d'un gaz sous l'effet de la chaleur provoque un déplacement mesurable. La dilatation d'un liquide peut ainsi s'accompagner d'une diminution de sa densité, ce qui peut provoquer la descente de boules d'une certaine densité plongées dans ce liquide. C'est le principe utilisé par le fameux thermomètre de Galilée, inventé en 1597. Le thermomètre à mercure, connu dès le milieu du $18^{\text{ème}}$ siècle, fonctionne également sur ce principe. La dilatation d'un liquide y est cette fois mesurée à l'aide d'une échelle graduée. La précision de mesure de ces capteurs est difficilement supérieure au demi-degré Celsius. La gamme de mesure est également très restreinte (quelques dizaines de degrés). Il existe également des thermomètres qui exploitent la dilatation d'un gaz ou la variation de pression de vapeur saturante d'un liquide, à mesure que la température change. Ces dispositifs ne sont cependant pas très répandus et sont d'une utilité restreinte (mesure de température dans un four de cuisine par exemple). Enfin, certains dispositifs utilisent la dilatation des solides pour mesurer une température. L'astuce consiste à assembler deux lames métalliques qui ne se dilatent pas de la même façon, de sorte à générer une flexion croissante du bilame à mesure que la température augmente. Ce dispositif a été très utilisé pour la régulation de systèmes industriels ou domestiques (chaudières).

– les thermomètres à changement de phase. Ces dispositifs utilisent la température de changement de phase d'un matériau (fusion) pour vérifier le passage d'un seuil de température. Ils sont le plus souvent à usage unique.

– les thermocouples. Ces dispositifs utilisent l'effet Seebeck, c'est à dire l'apparition d'une force électromotrice (ddp) dans une boucle faite de deux métaux différents, lorsque les deux jonctions sont à une température différente. Lorsque l'une des jonc-

tions est maintenue à une température constante connue (par exemple, à 0˚C dans la glace fondante), la ddp est directement proportionnelle à la température appliquée sur l'autre jonction. Les thermocouples peuvent fonctionner sur une gamme de température étendue (-270˚C-1700˚C) et sont le plus souvent faciles à utiliser. Cependant, il est relativement difficile d'obtenir des mesures avec une erreur inférieure à 0,1-0,2 ˚C.

– les thermomètres à résistance variable, ou RTD en anglais (Resistance Temperature Detectors). Ces thermomètres exploitent la propriété des métaux à devenir plus résistants au passage du courant à mesure que leur température augmente. Le plus connu de ces dispositifs est le thermomètre à sonde de platine, ou Pt100 (R=100 Ω à 0 ˚C), inventé en 1888. Les RTD(s) sont très populaires. Leur temps de réponse est faible (de l'ordre de quelques fractions de seconde) et ils peuvent atteindre une précision de l'ordre du dizième de degré. Leurs inconvénients par rapport aux thermocouples sont une gamme de mesure nettement plus faible (de -200˚C à 700˚C), un coût plus élevé et une fragilité accrue. Ils nécessitent également l'emploi d'un système électronique de mesure plus complexe.

– les thermomètres à semiconducteur. Ces dispositifs peuvent soit utiliser des petits bouts de matériau semiconducteur bon marché, dont la résistance électrique est très sensible à la température, soit utiliser des diodes ou transistors, dont les courbes caractéristiques courant-tension sont très sensibles à la température. Dans ce dernier cas, les capteurs peuvent être fabriqués avec les techniques de la microélectronique et peuvent être intégrés sur un circuit intégré. Ils présentent donc un certain nombre d'avantages évidents. Ils sont précis, bon marché, petits et interfaçables avec de nombreux dispositifs électroniques. Leur principal désavantage par rapport aux thermocouples et aux RTD réside dans leur faible gamme de mesure (de -20˚C à +200˚C).

– les capteurs acoustiques. Ces capteurs utilisent la variation de la vitesse du son dans un gaz ou dans un solide sous l'effet de la température. Les méthodes de mesure sont variables. La précision de ces dispositifs dépend de la sensibilité intrinsèque du corps d'épreuve mais également du niveau de performances de l'électronique d'interrogation (fréquence de fonctionnement, précision limite, niveau de bruit etc...).

– les capteurs à bruit de Johnson. Inventés dans les années 70, ces thermomètres high-tech utilisent la variation du bruit en fonction de la température. Ils nécessitent une électronique d'interrogation très pointue. Des résultats intéressants ont été obtenus depuis une dizaine d'années, mais des efforts de R&D conséquents restent nécessaires pour développer des produits commerciaux fiables et non-prohibitifs.

– les thermomètres optiques. Il existe de nombreuses variations sur les techniques de mesure de température à l'aide d'éléments dont une propriété optique varie avec la température. Par exemple : la polarisation, l'indice de transmission, la variation de la structure de bandes etc... Ces thermomètres sont pointus et sont souvent développés sur mesure.

Il existe également plusieurs familles de thermomètres sans contact. Néanmoins, celles-ci sont toutes basées sur le même principe fondamental : la mesure de l'intensité lumineuse rayonnée par le corps dont on souhaite obtenir la température. Cette intensité est en effet fixée, pour chaque longueur d'onde, par la température du corps et son émissivité (loi de Planck) :

$$L_\lambda = \epsilon_\lambda \frac{2hc_\lambda^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc_\lambda}{k\lambda T}\right) - 1}$$

où L_λ est la luminance énergétique monochromatique (flux énergétique par unité de surface, par unité d'angle solide et par unité de longueur d'onde, exprimé en W.m^{-2}.m^{-1}.sr^{-1}), ϵ_λ est l'émissivité du corps à la longueur d'onde λ ($0 < \epsilon_\lambda < 1$), $c_\lambda = c/n_\lambda$ est la vitesse du rayonnement électromagnétique dans le milieu d'indice n_λ où se propage le rayonnement, h est la constante de Planck et k est la constate de Boltzmann.

La puissance totale P rayonnée par un corps à température T, de surface S et d'émissivité ϵ vaut : $P = S\epsilon\sigma T^4$ (Loi de Stephan-Boltzmann). La longueur d'onde où l'émission est maximale est donnée par : $\lambda_{max} = hc/(4,9651kT) \approx 2,898.10^{-3}/T$ (Loi du déplacement de Wien).

Les pyromètres et thermographes fonctionnent tous deux sur ce principe. Les pyromètres peuvent fonctionner sur une très large gamme de température, et atteindre des précisions de l'ordre de 0,2 à 0,5 ˚C. Leur principal inconvénient est de nécessiter la connaissance préalable de l'émissivité du corps dont on souhaite mesurer la température. Les pyromètres sont également incapables de mesurer une température à distance, lorsque le milieu séparant l'appareil du corps à mesurer est aussi chaud ou plus chaud que le corps lui-même. Par exemple, il est impossible de mesurer la température d'un corps humain dans une pièce à 37˚C. On parle alors 'd'aveuglement' des pyromètres.

Les capteurs SAW entrent dans la catégorie des capteurs acoustiques. Ils sont très sensibles à la température. Par exemple, la sensibilité d'un capteur SAW à 2,45 GHz basé sur un substrat de $LiNbO_3$ Y+41˚-X est de 220,5 kHz/K (90 ppm/K). Avec une électronique performante, il est possible d'atteindre une précision de l'ordre du millième de degré (220,5 Hz/mK). La gamme de mesure des capteurs SAW dépend essentiellement de la résistance à haute température des matériaux employés pour la fabrication de l'élément sensible (substrat piézoélectrique et IDT). Elle est généralement de quelques centaines de degrés. Certains matériaux piézoélectriques comme le langasite ($La_3Ga_5SiO_{14}$) conservent leurs propriétés au-delà de 1000˚C et permettent d'envisager la réalisation de capteurs SAW capables de fonctionner à très haute température. Compte tenu de la résistance limitée du $LiNbO_3$, le capteur précédent peut pour sa part fonctionner jusqu'à 400˚C [180]. Les premiers capteurs SAW de température (à base de $LiNbO_3$) sont commercialisés depuis peu par le CTR (Carinthian Tech Research / www.ctr.at). Ce centre de recherches est situé à Villach, en Autriche. Les produits du CTR sont distribués en France par la société DOERLER Mesures (www.dmesures.fr).

La précision des capteurs SAW de température n'est pas d'une très grande utilité pour la mesure en milieu industriel. Il n'existe en effet que peu de situations où une telle précision est utile. Par contre, cette précision peut être avantageusement exploitée lorsque la mesure de température donne accès à la mesure d'une autre grandeur physique. Le capteur SAW-Pirani présenté au chapitre 4 en est un parfait exemple.

Pour la mesure à haute température en conditions extrêmes, les capteurs SAW sont en concurrence directe avec les thermocouples, les RTD et les pyromètres. Compte tenu de leur prix plus élevé et de leur relative fragilité par rapport aux thermocouples et aux RTD, les capteurs SAW ne sont pas concurrentiels dans les situations industrielles où les capteurs peuvent être interrogés par voie filaire. Ils le deviennent cependant lorsqu'une interrogation sans fil est préférable. Leur avantage réside alors dans leur caractère passif et l'absence d'électronique embarquée. Lorsque les conditions deviennent extrêmes et interdisent complètement l'emploi d'une électronique embarquée, même protégée par une gaine ignifugée, les capteurs SAW ne subissent plus que la concurrence des systèmes pyrométriques. L'avantage est aux pyromètres lorsque ceux-ci peuvent être déployés. Par contre, lorsque ces derniers ne peuvent être installés ou sont aveuglés, il ne reste plus guère de solution que celle des capteurs SAW 'wireless'.

5.3 Un capteur SAW pour les très hautes températures

5.3.1 Contexte de l'étude

Comme nous l'avons vu plus haut, les propriétés de résistance à très haute température et d'interrogation à distance sans électronique embarquée rendent les dispositifs SAW très attractifs pour des applications de mesure de température à très haute température, en environnement industriel sévère.

Le LPMIA et la société ARCELOR ont justement pris contact au mois de décembre 2006, sur impulsion de la société DOERLER Mesures, pour étudier la possibilité de développer un capteur SAW de température et de contraintes pour une application spécifique au sidérurgiste. Compte tenu du caractère hautement confidentiel de ces travaux, nous nous limiterons ici à la présentation succincte d'une partie du cahier des charges de l'étude.

Extrait du cahier des charges de l'étude :

*Le capteur, composé d'un élément sensible SAW et d'une antenne embarquée, devra être capable de supporter un cycle de température de grande amplitude ainsi que des contraintes mécaniques. Les températures à mesurer sont supérieures à 500˚C. Elles devront être obtenues avec une précision minimale de 5˚C, l'objectif étant d'atteindre une précision au moins équivalente à celle des thermocouples actuellement utilisés. L'interrogation des systèmes devra être réalisée sans contact, jusqu'à une distance maximale de 2 mètres. Les mesures devront être réalisées cinq fois par seconde. Les dimensions de l'élément sensible ne devront pas excéder 25*50*0,6 mm^3. L'antenne embarquée devra être fixée sur la tôle. L'ensemble devra être capable de supporter une température de 900˚C*

pendant plusieurs minutes.

Pour atteindre les spécifications du cahier des charges, l'équipe R&D en charge des travaux devra résoudre trois problématiques, liées :

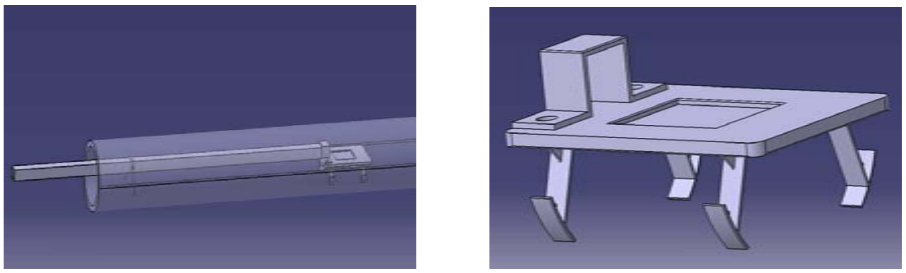
1. aux matériaux employés : substrat, IDT, antennes, connectique...
2. à la chaîne de mesures : choix d'un mode d'interrogation du capteur, conception des IDT, conception des antennes, conception d'un boîtier électronique d'identification et de lecture du SAW avec hardware et software,
3. à l'installation des dispositifs sur chaîne : assemblage des différentes parties du capteur entre elles (substrat/antenne), installation de l'élément sensible et de l'antenne embarquée sur la tôle (usinage/collage), installation des antennes et du dispositif électronique déporté.

Le présent chapitre est consacré aux travaux réalisés en vue de l'étude ARCELOR, pour la première de ces trois problématiques. **Ils concernent ainsi l'étude des matériaux de base d'un dispositif SAW, susceptibles de convenir pour un fonctionnement à haute et très haute température**.

5.3.2 Etude des matériaux de base pour la fabrication du capteur

Bancs de tests pour l'étude

Cette étude nécessite une approche à la fois bibliographique et expérimentale. Le laboratoire dispose de deux bancs d'essais pour tester la résistance et le fonctionnement de ses dispositifs à haute température. Le premier est un four tubulaire de marque Elite acheté en 2006 par le laboratoire. Ce four est capable de chauffer au-delà de 1200˚C et permet de soumettre les dispositifs SAW à des cycles de température lents mais de grande amplitude. Le four est ouvert et il fonctionne sous air. Il peut aussi être adapté à moindre frais pour un fonctionnement sous atmosphère contrôlée. Le four est utilisé pour étudier les dégradations subies par un dispositif SAW (substrat et IDT), lorsque celui-ci est soumis à des hautes températures. Un projet est en cours pour fabriquer une chaîne de mesures pouvant fonctionner à très haute température, afin de rendre possible la caractérisation par voie filaire des dispositifs SAW dans le four (TCD, K^2). Des bancs de test similaires existent déjà dans d'autres équipes ([181],[182]). La chaîne de mesures doit permettre d'acheminer un signal RF entre un analyseur de réseau placé à l'extérieur du four (à température ambiante) et un dispositif SAW placé au centre du four (à très haute température). L'ensemble est fait d'un câble coaxial capable de fonctionner à très haute température, de lignes coplanaires en alumine/platine ou saphire/platine, d'un bâti en acier inoxydable (perche + support) devant permettre un maniement simple de l'ensemble et éviter les grippages provoqués par la dilatation du support dans le four, et enfin d'un dispositif SAW relié aux lignes coplanaires par des fils de platine. Chaque partie a nécessité un effort de conception particulier (voir figure 5.1). La réalisation pratique de l'ensemble est aujourd'hui en cours. Le câble coaxial a été commandé auprès de la société Meggitt Safety Systems (www.meggittsafety.com).



(a) (b)

FIG. 5.1 – Banc de test pour les très hautes températures. (a) Vue d'ensemble du bâti (perche et support) placé dans le tube du four. La perche sert pour le maniement du support et le passage du câble coaxial. (b) Support.

Le second banc de test est constitué d'une enceinte à vide, équipée d'un système de chauffage interne par effet joule. L'enceinte est identique à celle décrite au chapitre 4. Le dispositif de chauffage et de caractérisation est une adaptation du quatrième prototype SAW-Pirani, utilisé pour les tests de sensibilité à haute température. Les IDT(s) et la résistance chauffante sont en Ta/Pt. Les fils de bonding sont en or (soudure par ultrasons) ou en platine (soudure par thermocompression). Une lame mince a été rajoutée pour soutenir l'élément SAW. Cette lame sert à rendre le dispositif plus robuste à haute température, lorsque les fils de bonding commencent à montrer des signes de faiblesse. Afin d'éviter les fuites thermiques dans la lame de soutien, celle-ci doit posséder une grande résistance thermique. Des lames minces de verre (SiO_2) conviennent bien pour cette application ($\lambda \approx$ 1,1 J/m.K). Puisque nous souhaitons caractériser un matériau (potentiellement inconnu) à haute température, nous ne pouvons plus calculer sa température en extrapolant son TCD à basse température. Nous devons donc mesurer *in situ* sa température. Une solution astucieuse consiste à utiliser la résistance chauffante elle-même pour mesurer la température de l'élément SAW. Puisque celle-ci est en platine, il est possible de déduire directement la température à partir de la valeur de la résistance (principe de la jauge Pt100). Cet ensemble permet de caractériser des dispositifs SAW jusqu'à des températures très élevées (> 900 ˚C).

Le banc de test sous vide possède de nombreux avantages, comparé aux fours. Sa consommation d'énergie est beaucoup plus faible (quelques Watts), car le chauffage est très localisé. La montée en température et le refroidissement sont beaucoup plus rapides. L'atmosphère peut être facilement contrôlée, ce qui autorise des tests sous différents gaz. Enfin, il est plus facile à mettre en oeuvre (car la chaîne de mesure fonctionne à température ambiante et peut être standard) et son coût est beaucoup moins élevé. Le principal désavantage de la solution à 'chauffage local' est qu'il subsiste des gradients thermiques au sein de l'échantillon chauffé, même lorsque celui-ci est à l'équilibre thermique. Ce problème ne se pose pas dans le cas du four. Ce phénomène induit une incertitude sur la température de l'échantillon testé, et donc sur la valeur du TCD observé. La figure (5.2) montre le gradient de température obtenu lorsqu'un élément de $LiNbO_3$ de dimensions

7*5*0,6 mm^3, posé sur une lame de verre de dimensions 20*20*0,5 mm^3, est chauffé par une résistance en forme d'agraphe déposée sur le substrat. La puissance injectée dans le substrat par effet Joule est de 1 Watt. Les températures sont en Kelvin. La différence de température entre les parties les plus chaudes et les parties les plus froides de l'échantillon $LiNbO_3$ est d'environ 50 K. En disposant correctement la résistance et en choisissant une forme mieux adaptée pour un chauffage homogène (une forme de rectangle par exemple), il serait possible de réduire considérablement le gradient thermique en surface de l'échantillon. L'étude des ondes de surface peut alors être menée avec une incertitude fortement réduite. De surcroît, la température peut être mesurée de façon complémentaire à l'aide d'un pyromètre externe. Dans notre cas, un hublot a été rajouté sur l'enceinte à vide, afin de permettre ce type de mesure. Un soin particulier a été apporté au choix du hublot, car ce dernier doit résister à une pression de 1 bar et il doit être transparent dans l'IR. La transparence dans le visible est également un avantage, pour le réglage du dispositif (le pyromètre se positionne à l'aide d'une mire laser rouge). Nous avons opté pour un hublot en BaF_2. Par souci de rigueur, le hublot et le pyromètre doivent être calibrés ensemble avant toute prise de mesure, sur toute la gamme de température visée.

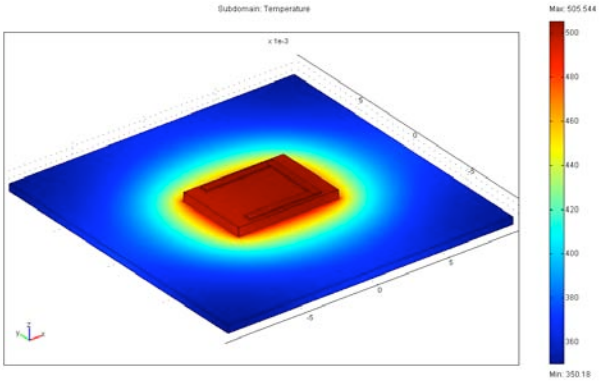


FIG. 5.2 – Gradient de température obtenu lorsqu'un élément de $LiNbO_3$ posé sur une mince lame de verre est chauffé par une résistance en forme d'agraphe avec une puissance de 1 Watt. Simulation réalisée avec le logiciel Femlab.

La figure (5.3) montre les résultats obtenus lors du test d'un substrat de Langasite Y-X, muni d'électrodes et d'une résistance chauffante en Ta/Pt. La puissance injectée dans la résistance chauffante augmente par paliers. La puissance maximale injectée est de 882mW. La température maximale atteinte est supérieure à 700°C. La température calculée à partir de la valeur de la résistance Pt est de 757$\pm$10°C. La valeur de la résistance à 0°C est de 24 Ω (Pt24).

Compte tenu de l'intérêt du dispositif pour la caractérisation de capteurs SAW à très haute température, les résultats ci-dessus seront soumis pour publication au début de l'année 2008.

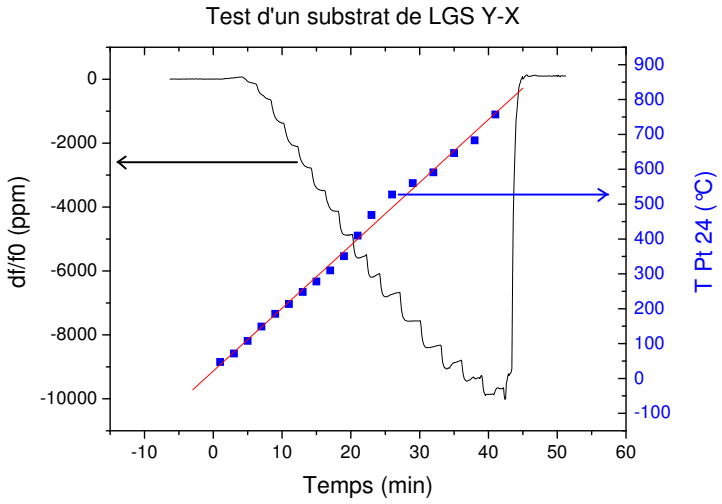
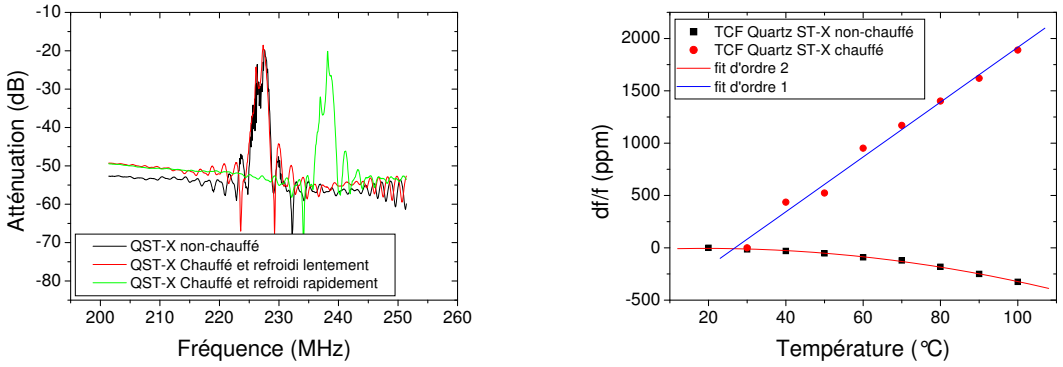


FIG. 5.3 – Caractérisation à haute température d'un substrat de Langasite Y-X à l'aide du banc de test sous vide.

Résultats

Le premier matériau que nous avons étudié est le quartz-α. Celui-ci change de phase au-dessus de 573˚C. La nouvelle phase, dite β, est faiblement piézoélectrique. Seul le coefficient e_{14} reste non-nul (groupe 622) [183]. La transition $\alpha - \beta$ résulte d'un changement de conformation de la maille cristalline. Elle est connue pour être réversible. Le quartz doit donc retrouver l'ensemble de ses propriétés piézoélectriques en-dessous de 573˚C, ce qui en fait un bon candidat pour une application à haute température dans la gamme [200˚C-500˚C]. Néanmoins, les tests expérimentaux que nous avons réalisés ont mis en évidence deux phénomènes qui rendent problématique l'utilisation du quartz pour une application à haute température. Le premier est une dégradation rapide du signal lorsque la température dépasse 400˚C. Ce phénomène a déjà été reporté dans la littérature [184]. Selon Haines *et al.*, la dégradation du signal commence aux alentours de 300˚C et résulte d'une augmentation du désordre structural au sein du matériau, à mesure que la température se rapproche de la température de transition de phase. Le second phénomène observé est un changement inattendu des propriétés du quartz lorsque celui-ci subit un refroidissement rapide $\beta \rightarrow \alpha$. Dans ce cas, la phase α' obtenue après refroidissement est bien piézoélectrique mais elle n'est plus identique à la phase α de départ. Les vitesses de propagation des ondes et les TCD(s) (Temperature Coefficient of Delay) des phases α et α' sont notamment très différents. Les résultats des tests expérimentaux sont présentés sur la figure (5.4).

On trouve mention d'un phénomène similaire dans la littérature [185], mais celui-ci reste mal compris. Afin de mieux comprendre et quantifier ce phénomène, le LPMIA a contacté le LCM3B (Laboratoire de Cristallographie et de Modélisation des Matériaux Minéraux et Biologiques), laboratoire de l'UHP spécialiste en cristallographie des matériaux. Une étude commune est en cours. Elle doit permettre de déterminer pourquoi le quartz ne revient pas en configuration d'origine lors d'un refroidissement rapide. Elle



(a) (b)

FIG. 5.4 – Modification des propriétés d'un substrat de quartz ST-X après chauffage au-dessus de 573˚C et refroidissement rapide (arrêt du chauffage puis refroidissement naturel sous vide ou à l'air). (a) Variation de la fréquence de fonctionnement. (b) Variation du TCF (Temperature Coefficient of Frequency). Pour mémoire, le TCF est l'opposé du TCD.

doit également permettre de déterminer la vitesse de refroidissement limite au-dessous de laquelle le quartz retrouve effectivement sa configuration et ses propriétés initiales. Une fois cette vitesse limite connue, il nous sera possible de vérifier si celle-ci autorise ou non l'utilisation du quartz dans certains cas et notamment dans celui du projet initié avec la société ARCELOR.

Le second matériau que nous avons étudié est le $LiNbO_3$. Le comportement du $LiNbO_3$ à haute température est bien connu et a fait l'objet de nombreuses études [180]. C'est un matériau très sensible à la température, qui possède un fort K^2 et présente un faible niveau d'atténuation jusqu'à une température de 550˚C. Malheureusement, le signal commence à se dégrader au-dessus de cette limite et il disparaît complètement au-delà de 800˚C. En plus de la dégradation (réversible) du signal, le $LiNbO_3$ possède trois défauts majeurs, pour une application à très haute température :

– il s'agit d'un matériau pyroélectrique, c'est-à-dire qu'il se charge en électricité sous l'effet d'un gradient de température. Cette pyroélectricité peut générer des claquages électriques (arcs) qui peuvent endommager les IDT(s).

– il s'agit d'un matériau relativement fragile, qui se casse plus facilement que le quartz. Il est donc moins apte à supporter des chocs thermiques.

– le $LiNbO_3$ se décompose chimiquement au-dessus de 300 ˚C. Cette décomposition s'accélère à mesure que la température augmente. Elle est très lente à 300 ˚C mais elle devient rapide au-dessus de 500˚C. Hauser *et al.* ont montré en 2003 que la durée de vie d'un dispositif SAW à base de $LiNbO_3$ peut être estimée à plus de 1000 jours pour un fonctionnement à 350 ˚C mais à moins de 5 minutes pour un fonctionnement à 500˚C.

Le $LiNbO_3$ est donc tout indiqué pour un fonctionnement à haute température (jusqu'à 400˚C) mais il ne pourra pas servir pour la mesure à très haute température.

Le troisième matériau que nous avons étudié est le $La_3Ga_5SiO_{14}$ (encore appelé Langasite et noté LGS). Le LGS est un matériau mis au point au début des années 80 par des équipes de recherche russes de l'université d'état de Moscou (MSU) et de l'institut de cristallographie de l'académie des sciences de Russie. Le LGS possède la même structure cristallographique que le quartz mais il dispose de nombreux atouts supplémentaires pour des applications SAW à très haute température :

- le K^2 du LGS est trois fois plus élevé que celui du quartz,
- le LGS ne subit aucune transition de phase jusqu'à sa température de fusion, à T=1470˚C,
- le LGS ne se décompose pas (ou peu) et peut résister durant plusieurs semaines à des températures de l'ordre de 850 ˚C,
- le signal SAW décroît à partir de 600 ˚C mais ne disparaît qu'au dessus de 1085˚C.

Le LGS est donc un matériau de base très prometteur pour la fabrication d'un capteur SAW à très haute température. Des études ont cependant mis en évidence un certain nombre de limitations, dont les deux plus importantes sont la présence de défauts structuraux récurrents dans les boules de LGS [186] et un amortissement excessif (pertes de propagation) des ondes de surface lorsque la fréquence de fonctionnement dépasse 1 GHz [182]. Ce phénomène pose notamment de sérieux problèmes pour un fonctionnement à 2,45 GHz, car il dégrade à la fois la précision et la distance maximale de mesure.

Aucun substrat piézoélectrique classique ne semble donc parfaitement adapté pour la fabrication de capteurs SAW performants et capables de fonctionner à très haute température.

La solution pourrait provenir de l'utilisation de structures bicouche, de type AlN/Diamant ou AlN/Saphir. Ces structures sont très robustes, elles présentent un bon K^2 et sont capables d'opérer à très haute fréquence (f_{SAW} > 5GHz). De surcroît, le grand gap de l'AlN (6,1 eV) doit permettre à ce matériau semi-conducteur de rester isolant à très haute température, ce qui n'est pas le cas d'autres couches minces comme le ZnO. Le comportement de ces structures en fonction de la température reste cependant très mal connu (évolution du TCD, du K^2, des pertes de propagation...), et un effort de caractérisation et de modélisation doit être entrepris.

Puisque des difficultés apparaissent d'ores et déjà pour le calcul du TCD des structures bicouche autour de la température ambiante, nous avons choisi de consacrer le souschapitre suivant à la mise en évidence de ce problème ainsi qu'à la proposition de solutions ou de voies de recherches pour sa résolution. L'effet des contraintes mécaniques induites

par l'expansion thermique différentielle des couches (effet bilame) sera notamment étudié. Les outils de simulation numérique utilisés sont ceux présentés aux chapitres 2 et 3 et ont tous été développés par l'auteur, à l'exception du logiciel de modélisation par éléments finis (Comsol Multiphysics).

5.3.3 Calcul du TCD pour les structures SAW bicouche. Adaptation pour les hautes températures.

Le calcul du TCD des structures bicouche procède classiquement de la façon d'ores et déjà décrite à la fin du chapitre 3. La variation de la vitesse de propagation est obtenue en faisant varier les constantes élastiques, piézoélectriques et de permittivité des matériaux en présence, à l'aide des coefficients en température du premier ordre. Le coefficient de dilatation α_{x_1} de l'équation (3.2) est le plus généralement pris égal au coefficient de dilatation du substrat, car on considère que le substrat impose sa déformation à la couche, en raison de sa plus grande épaisseur.

Si cette façon de procéder donne des résultats satisfaisants dans certains cas, elle ne fonctionne manifestement pas dans le cas général.

La prise en compte systématique du coefficient de dilatation du substrat au détriment de celui de la couche est en premier lieu très discutable. La figure (5.5) reprend la courbe théorique déjà présentée au chapitre 3 pour la structure ZnO/Quartz ST-35. En plus de cette courbe, tracée en ne tenant compte que de la dilatation du quartz, une seconde courbe (en rouge) est tracée en ne tenant compte cette fois que de la dilatation de la couche de ZnO. On peut constater une amélioration de la prédiction théorique par rapport aux points expérimentaux.

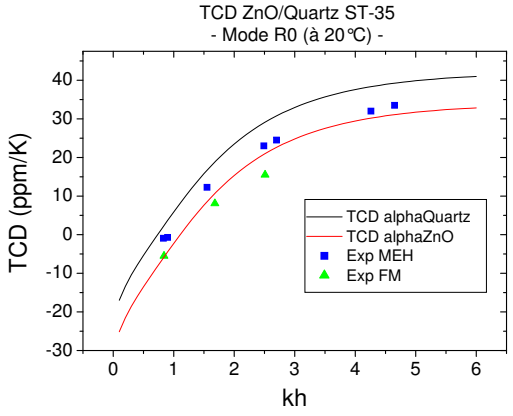
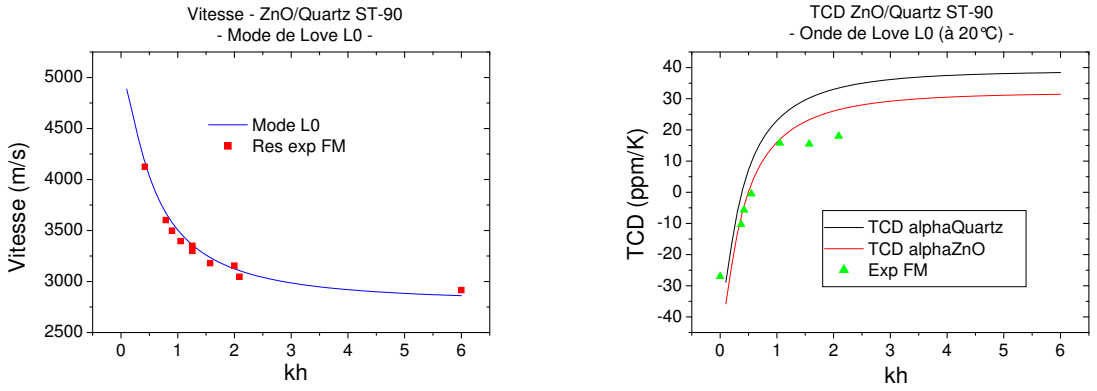


FIG. 5.5 – Comparaison entre les courbes théoriques obtenues pour le TCD en tenant uniquement compte de la dilatation du quartz (courbe noire) ou en tenant uniquement compte de la dilatation de la couche de ZnO (courbe rouge).

Ce phénomène peut également être mis en évidence avec la même structure, pour les

ondes de Love cette fois, dans la direction ST-90 (voir fig 5.6). Le fait que la même correction puisse s'appliquer à la fois dans le cas des ondes de Love et dans celui des ondes de Rayleigh tend à éliminer l'hypothèse d'un effet lié au mode de propagation (une profondeur de pénétration différente par exemple...).

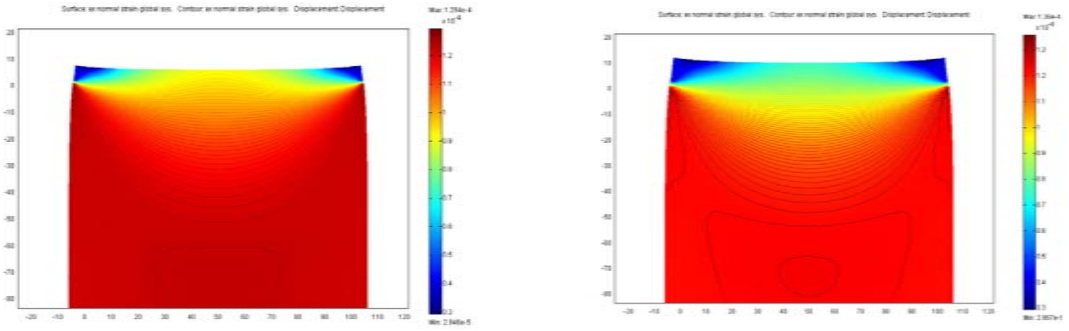


(a) (b)

FIG. 5.6 – (a) Courbe de dispersion du mode 0 de l'onde de Love dans la structure ZnO/Quartz ST-90. (b) Comparaison entre les courbes théoriques obtenues pour le TCD en tenant uniquement compte de la dilatation du quartz (courbe noire) ou en tenant uniquement compte de la dilatation de la couche de ZnO (courbe rouge).

La question qui se pose maintenant est de savoir si une couche mince peut effectivement influer sur la dilatation d'une structure bicouche, et si oui, dans quelles proportions. L'utilisation d'un logiciel de modélisation par éléments finis permet d'apporter quelques éléments de réponse à cette question. L'effet d'une couche de six microns d'épaisseur sur une tranche de substrat d'épaisseur 300 microns est présenté sur la figure (5.7-a). Ces dimensions sont très proches de celles des dispositifs expérimentaux testés au LPMIA. Pour plus de simplicité, les deux matériaux ont été considérés isotropes et le calcul a été effectué en considérant un module d'Young (E) et un coefficient de Poisson (ν) directement déduits des coefficients élastiques pour chacun des deux matériaux (E$= C_{11} - 2C_{13}^2/(C_{11} + C_{13})$, $\nu = C_{13}/(C_{11} + C_{13})$). La prise en compte du tenseur d'élasticité ne poserait pas de problème mais cela ne serait pas d'une grande utilité ici. On peut constater que la couche influence fortement le matériau sous-jacent, jusqu'à une profondeur de plusieurs dizaines de microns. On peut notamment remarquer que la dilatation de la couche est inférieure à la dilatation du substrat nu, d'où une diminution immédiate (géométrique) du TCD. Dans le cas d'une couche de 10 microns (5.7-b), l'influence de la couche est encore plus grande et la déformation de surface tend vers la limite de dilatation naturelle de la couche de ZnO seule.

Il apparaît donc que le seul paramètre kh n'est pas suffisant pour calculer le TCD d'une structure bicouche. **L'épaisseur h de la couche et les modules d'Young des deux matériaux doivent également être considérés car ils permettent d'estimer la déformation réelle de la surface sur laquelle sont déposées les IDT(s)** et donc de mieux



(a) (b)

FIG. 5.7 – Effet mécanique d'une couche mince de ZnO déposée sur un substrat de Quartz ST-35, lors d'un chauffage de +10K (a) $h_{ZnO} = 6\mu m$ (b) $h_{ZnO} = 10\mu m$.

estimer le coefficient α_{x_1} de l'équation (3.2).

Toutefois, comme on peut le constater sur la figure (5.7), une épaisseur de 6 microns de ZnO n'est pas suffisante pour 'relaxer' complètement la surface de la couche et pouvoir utiliser la valeur du coefficient α_{x_1} du ZnO à la place de celui du quartz, lors du calcul du TCD. Pour interpréter correctement les résultats expérimentaux, il est nécessaire de faire intervenir d'autres phénomènes. **L'effet des contraintes et des déformations mécaniques engendrées par la dilatation différentielle des deux couches sur les ondes de surface doit notamment être pris en compte**. Ce phénomène a déjà été décrit au chapitre 3. Nous y avons vu qu'il pouvait être traité de deux façons différentes, la première en utilisant l'équation proposée par Bolotin et la seconde en utilisant la théorie des perturbations. Dans la suite de ce chapitre, nous utiliserons l'approche la plus simple (celle de Bolotin), plus facile à manier et qui permet de discriminer aisément les effets de la (pré)contrainte, des coefficients du troisième ordre et de la variation de la densité dans un matériau (pré)déformé. De surcroît, cette approche a déjà été utilisée dans la littérature, dans le cas de couches épaisses déposées sur des substrats [187].

Les déformations générées dans la couche par la dilatation différentielle du substrat et de la couche peuvent être estimées de la façon suivante :

$$S(1) = S_{11} = (\alpha_{11}^{couche} - \alpha_{11}^{substrat})(T - T^0)$$

$$S(2) = S_{22} = (\alpha_{22}^{couche} - \alpha_{22}^{substrat})(T - T^0) \tag{5.1}$$

où α^{couche} et $\alpha^{substrat}$ sont les tenseurs d'expansion thermique des deux matériaux, calculés pour une coupe et une direction donnée. Les quatre autres composantes de la déformation peuvent être négligées en première approximation. Puisque le milieu est continu et que les perturbations mécaniques générées par la couche pénètrent relativement pro-

fondément dans le substrat (au-delà de la profondeur de pénétration de l'onde), on peut considérer, toujours en première approximation, que les déformations générées dans le substrat sont exactement opposées à celles générées dans la couche. La figure (5.8) présente les TCD calculés en l'absence puis en présence de déformations, dans la structure ZnO/Quartz ST-35. Le niveau de déformations a été fixé à +4 ppm/K dans la couche pour S(1) et à 3,4 ppm/K pour S(2). La courbe théorique No. 1 correspond au cas sans déformations, en choisissant un coefficient de dilatation égal à celui du quartz nu. La courbe No. 2 est obtenue en tenant compte de l'effet des déformations sur le quartz uniquement. Enfin, la courbe No. 3 tient compte de l'effet des déformations dans le quartz et la couche. Néanmoins, la courbe No. 3 n'est qu'indicative car nous ne disposons pas des coefficients élastiques de troisième ordre pour l'oxyde de zinc. Aussi, seuls les (pré)contraintes et la variation de densité de la couche (pré)déformée interviennent dans le calcul. La connaissance des coefficients de troisième ordre devrait permettre d'affiner le modèle théorique et d'interpréter les écarts résiduels entre les points expérimentaux et les courbes théoriques.

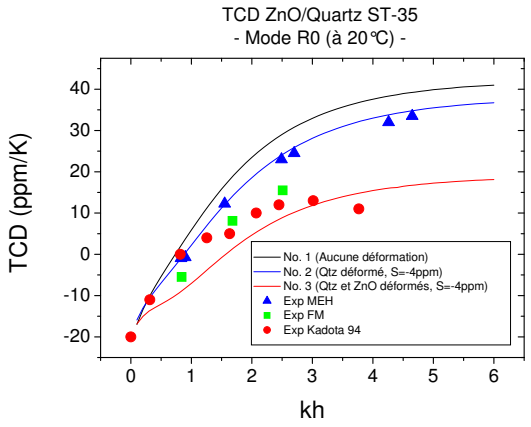


FIG. 5.8 – Comparaison entre les courbes théoriques obtenues pour le TCD en tenant uniquement compte de la dilatation du quartz (courbe No. 1), en tenant compte des déformations dans le quartz (courbe No. 2) puis en tenant compte des déformations dans le quartz et le ZnO (courbe No. 3). Les deux premières séries de points expérimentaux proviennent respectivement de [129] (triangles) et de [188] (carrés). La troisième série de points expérimentaux (cercles) est reproduite d'après [128].

Les points expérimentaux et les courbes théoriques présentées sur la figure (5.8) semblent ainsi confirmer la nécessité de tenir compte du champ de déformations de la structure bicouche pour un calcul correct du TCD. Le champ de déformations peut être obtenu à partir de l'épaisseur de la couche et des coefficients élastiques de chacun des deux matériaux. Il intervient de deux manières sur le TCD :

1. en modifiant le coefficient de dilatation thermique au niveau des IDT ($\alpha_{x_1} = \alpha^0_{x_1} + S(1)$),

2. en modifiant la vitesse des ondes de surface, comme expliqué au chapitre 3.

Nous pouvons maintenant nous pencher plus avant sur la problématique de calcul du TCD pour les structures AlN/Saphir et AlN/Diamant, qui sont l'objet principal de nos recherches.

Avant d'entamer l'étude du TCD de chacune de ces structures, nous devons déterminer quelles sont les bonnes constantes à utiliser pour chacun des matériaux. Une étude bibliographique nous a conduits à sélectionner les constantes présentées dans le tableau (5.1), pour le saphir, le diamant et l'AlN. La vitesse et le K^2 théoriques de l'onde de Rayleigh sont donnés pour la direction (0001) [1$\bar{1}$00] du saphir (coupe Z-X+150°), pour la direction (0001) [0001] du diamant (coupe Z-X) et pour la direction (0001) [11$\bar{2}$0] de l'AlN (coupe Z-X+240°).

TAB. 5.1 – Constantes élastiques, piézoélectriques et de permittivité du saphir, du diamant et de l'AlN, extraites de la littérature.

Matériau (ref)	Saphir [189]	Diamant [190]	AlN[191]
ρ (kg/m^3)	3980	3512	3260
C11 ($10^{11} N/m^2$)	4,97	10,76	3,45
C12	1,64	1,25	1,25
C13	1,11	1,25	1,2
C14	-0,235		
C33	4,98	10,76	3,95
C44	1,47	5,758	1,18
e15 (C/m^2)			-0,48
e31			-0,58
e33			1,55
ϵ11 ($10^{-11} F/m$)	8,28	5,03	8
ϵ33	10,2	5,03	9,5
$V_R(m/s)$	5706,4	10974	5606,9
K^2 (%)			0,28

Les constantes élastiques de troisième ordre sélectionnées pour l'étude sont présentées dans le tableau (5.2). Les coefficients de sensibilité aux déformations longitudinales $S(1)$ et $S(2)$ ont été calculés pour chacun des matériaux et sont indiqués au bas du tableau. A titre indicatif, les coefficients de sensibilité du quartz ST-X, calculés à partir des coefficients de troisième ordre de [192] valent 0,91 pour S(1) et -0,70 pour S(2).

Les constantes du premier ordre en température utilisées pour le saphir et celles du deuxième ordre en température utilisées pour le diamant sont présentées dans le tableau (5.3). Le TCD de l'onde de Rayleigh est indiqué pour chacun des matériaux (direction Z-X+150° pour le saphir et Z-X pour le diamant). Les constantes du deuxième ordre en

TAB. 5.2 – Constantes élastiques du troisième ordre sélectionnées pour l'étude. Les coefficients de sensibilité aux déformations S(1) et S(2) sont calculées pour les coupes Z-X+150° du saphir, Z-X du diamant et Z-X de l'AlN.

Matériau [ref]	Saphir [193]	Diamant [194]	AlN [195]
C111 ($10^{10}N/m^2$)	-387	-626	-307,23
C112	-109	-226	-51,407
C113	-96,3		-7,51
C114	-5,5		
C123	-28,9	11,2	-15,512
C124	3,9		
C133	-92,2		-61,488
C134	13,1		
C144	-30,2	-67,4	-15,012
C155	-116		-10,008
C166		-286	
C222	-452		-241,3
C333	-334		-221,36
C344	-109		-57,645
C444	1,9		
C456		-82,3	
CD(S_{11}) (ppm/μstrain)	1,48	0,41	-0,87
CD(S_{22})	-0,33	0,14	-0,65

température de [196] (en prenant les constantes du premier ordre égales à zéro) ont été préférées ici aux constantes du premier ordre de [197], car elles nous ont permis d'obtenir des résultats théoriques plus proches des résultats expérimentaux. La formule de calcul des coefficients c_{ij} en fontion de la température et des coefficients du deuxième ordre est la suivante : $c_{ij}(T) = C_0 + C_2(T^2 - 300^2)$. A titre indicatif, le TCD théorique obtenu avec les constantes [197] pour la coupe Z-X du diamant est de 5,7 ppm/K à 20°C.

Le problème de la détermination des constantes en température se pose principalement pour l'AlN. En effet, de grandes différences existent entre les résultats et les jeux de valeurs proposés dans la littérature. Le tableau (5.4) présente trois jeux de constantes distincts, avec les valeurs de TCD théoriques correspondantes pour l'onde de Rayleigh. Les constantes élastiques, piézoélectriques et de permittivité utilisées pour le calcul sont celles de [191].

Le premier jeu de constantes a été obtenu par 'fittage numérique' à partir de données expérimentales. Les second et troisième jeux proviennent de données semi-empiriques issues de recherches dans le domaine des matériaux semiconducteurs. **Elles n'ont jusqu'à aujourd'hui jamais été utilisées pour la modélisation du TCD des ondes de**

TAB. 5.3 – Constantes élastiques, piézoélectriques et de permittivité du saphir, du diamant et de l'AlN, extraites de la littérature.

Matériau (ref)	Saphir [189] C_1 $(10^{-4}/K)$	Diamant [196] C_2 $(10^{-6}GPa/K^2)$
TC (C11)	-0,75	-29±8
TC (C12)	0,4	-3±18
TC (C13)	-0,8	
TC (C14)	-0,7	
TC (C33)	-0,85	
TC (C44)	-1,8	-22±7
α11 (10^{-6}/°C)	7,28	1
α33	8,11	1
TCD à 20°C (ppm/K)	74,87	9,11

surface (au mieux de nos connaissances). Pour sélectionner le meilleur des trois jeux de constantes, une confrontation avec des résultats expérimentaux est nécessaire.

Le nitrure d'aluminium est fabriqué sous forme de couche mince. Il est très difficile voire impossible de séparer cette couche mince du substrat utilisé comme support pour sa croissance. Il n'est donc pas possible de tester directement les propriétés d'une couche d'AlN auto-supportée, et la valeur du TCD doit être déduite des valeurs mesurées expérimentalement pour diverses structures bicouche AlN/substrat.

Une approche intéressante a été proposée par Kao *et al.* en 2002 [201]. L'idée est d'utiliser un substrat qui présente un TCD faible, afin que le TCD de la structure bicouche soit égal à celui de la couche mince. Le substrat idéal est dans ce cas le quartz ST-X, connu pour la nullité de son TCD à température ambiante. Kao *et al.* ont mesuré un TCD expérimental de -16 ppm/K pour une couche de 1,75 μm d'épaisseur et un kh de 0,31. L'expérience a été reproduite en 2004 par Assouar *et al.* [202], avec cette fois un film d'AlN de 2 μm d'épaisseur pour un kh de 0,39. Assouar *et al.* ont obtenu un TCD expérimental de -5,73 ppm/K.

Cette méthode n'est toutefois pas applicable en l'état, et ce pour deux raisons :

1. elle ne considère pas l'effet des contraintes mécaniques engendrées dans la structure bicouche par la dilatation différentielle de l'AlN et du quartz. Compte tenu de l'épaisseur des couches d'AlN utilisées, de la grande rigidité de l'AlN par rapport au quartz (le module c_{11} du quartz ST-X est quatre fois plus faible que celui de l'AlN Z-X) et de la différence entre les coefficients de dilatation des deux matériaux ($\alpha_{x_1}^{QtzST-X}$ =13,24 ppm/K ; $\alpha_{x_1}^{AlNZ-X}$=5,27 ppm/K), il est probable que la couche d'AlN puisse empêcher le substrat de se dilater complètement, d'où une diminu-

TAB. 5.4 – Principaux jeux de constantes de premier ordre en température de l'AlN et valeurs correspondantes du TCD pour l'onde de Rayleigh.

Ref.	[198]	[199]	[200]
TC (C11) (*10^{-4})	0,8	-0,28	-0,37
TC (C12)	1,8	-0,35	-0,018
TC (C13)	1,6	-0,4	-0,018
TC (C33)	1	-0,3	-0,65
TC (C44)	0,5	-0,11	-0,5
TC (C66)			-0,57
α11 (10^{-6}/°C)	5,27		
α33	4,15		
TCD R0 (ppm/K)	-29,6	5,62	24,25

tion 'géométrique' du TCD. De surcroît, en empêchant le substrat de se dilater, la couche engendre un champ de contraintes qui peut avoir un effet supplémentaire sur le TCD.

2. les kh sont trop faibles. Il est communément admis qu'en dessous de $kh = 4$, une onde de Rayleigh pénètre suffisamment dans le substrat pour être influencée par ce dernier. On ne peut donc pas, dans les deux cas cités précédemment, conclure sur la valeur du TCD de l'AlN, qui est encore beaucoup trop influencé par le comportement du substrat. Il n'est pas même possible de conclure sur le signe probable du TCD de l'AlN car c'est une couche 'guidante' qui possède un mode de Rayleigh nettement plus rapide que celui du substrat (5606,9 m/s contre 3159 m/s). Cela peut provoquer une variation singulière du TCD aux faibles kh. Par exemple, si l'on calcule le TCD de la structure AlN/Quartz ST-X pour $kh = 0,4$ en utilisant les constantes en température [199], on obtient un TCD de -9,49 ppm/K alors que le TCD de l'AlN seul calculé avec les mêmes constantes est de +5,67 ppm/K. Or, puisque le TCD du substrat seul vaut zéro, on devrait 'logiquement' obtenir obtenir un TCD légèrement positif, tendant vers 5,67 à mesure que kh augmente...

L'influence de ces deux phénomènes conjugués est mise en valeur sur la figure (5.9). On peut y constater que les deux points expérimentaux obtenus pour une faible épaisseur d'AlN (0,9 μm) sont très proches de la sensibilité théorique du quartz nu, ce qui tendrait à prouver à la fois qu'une mince couche d'AlN subit complètement les déformations du substrat mais également que le TCD de l'AlN n'influence pas le TCD de la structure bicouche pour de faibles kh ($kh < 0,4$). On peut également constater que pour des kh similaires mais des épaisseurs de couche plus importantes ($h = 1,75$ et $2\mu m$), l'écart entre les valeurs théoriques et expérimentales s'accroît. Puisque l'effet de l'AlN sur le TCD doit rester négligeable en vertu du faible coefficient kh, l'écart est probablement dû aux contraintes générées dans la structure par la couche d'AlN.

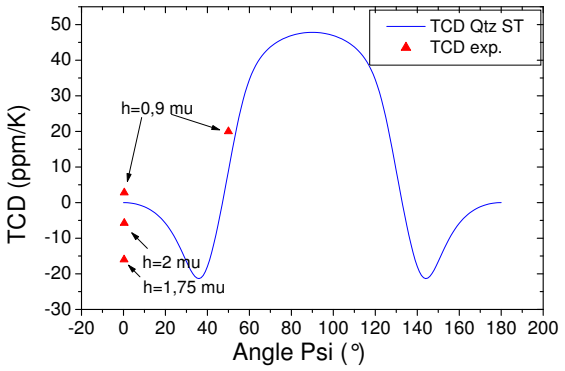


FIG. 5.9 – Comparaison entre les TCD expérimentaux de la structure AlN/Quartz ST-ψ et le TCD théorique du quartz nu.

Il est donc difficile d'utiliser les résultats présentés ci-dessus pour estimer la valeur expérimentale du TCD d'un film d'AlN. Compte tenu des multiples facteurs qui peuvent influencer le TCD d'une structure bicouche, le mieux serait certainement de choisir une structure où la couche et le substrat se dilatent de la même façon, afin d'éviter les contraintes thermiques. L'obtention d'une série de mesures avec un fort kh (kh>4) permettrait alors d'estimer correctement le TCD de la couche, seule. Une fois cette valeur connue, il deviendrait possible de choisir entre les trois jeux de constantes pré-cités.

Or, il s'avère justement que le saphir possède un coefficient de dilatation relativement proche de celui de l'AlN. Le couple AlN/saphir est donc bien adapté pour une estimation du TCD de l'AlN. Une grande épaisseur d'AlN est recommandée, à la fois pour permettre à la couche de 'relaxer' les contraintes imposées par le substrat mais également pour obtenir facilement de forts kh. La figure (5.10) présente une comparaison entre des points expérimentaux reproduits d'après [203] et des courbes théoriques obtenues à partir des trois jeux de constantes distincts. Le coefficient de dilatation est pris égal à celui du saphir. Les courbes en pointillés tiennent compte de l'effet des déformations induites par le substrat dans la couche.

Les constantes [199] et [200] donnent toutes deux des résultats théoriques en bon accord avec les points expérimentaux. Les constantes [199] semblent donner les meilleurs résultats, mais il est difficile d'éliminer les constantes [200], car celles-ci permettent d'approcher correctement les points expérimentaux lorsque l'on prend en compte les déformations thermiques générées par la dilatation différente des deux couches. **On peut toutefois conclure sur le caractère positif du TCD de l'AlN pour le mode de Rayleigh**, contrairement à ce qui était le plus souvent admis dans la littérature suite aux travaux de [189].

Afin de choisir définitivement entre les deux jeux de constantes restant en lice, des points expérimentaux supplémentaires sont nécessaires, et si possible dans d'autres configurations. L'étude du TCD des ondes de volume (BAW) dans des films minces d'AlN peut notamment apporter des informations complémentaires. Ces ondes sont en effet très dif-

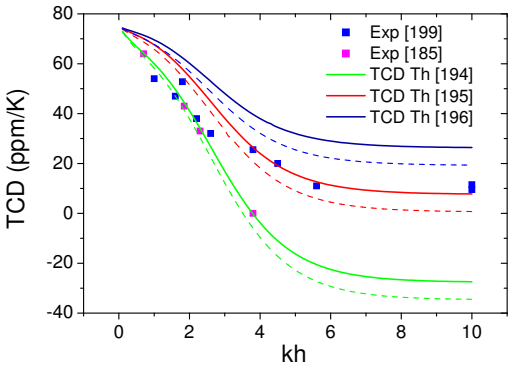


FIG. 5.10 – Courbe de dispersion théorique du TCD d'une structure AlN (0001) [11$\bar{2}$0]/Saphir (0001) [1$\bar{1}$00]. Comparaison avec les résultats expérimentaux de [203] et [189]. Les courbes théoriques sont tracées pour les trois jeux de constantes de l'AlN précités. Les courbes en pointillés tiennent compte de la déformation induite par le substrat sur la couche d'AlN.

férentes des SAW et elles ne sont pas influencées de la même manière par les constantes du premier ordre en température. Puisque l'AlN est souvent utilisé comme film mince piézoélectrique pour la fabrication des FBAR (Film Bulk Acoustic Resonator), il existe une bibliographie relativement fournie sur le sujet. Dubois *et al.* ont notamment étudié les propriétés de films d'AlN (002), pour des applications de ce type [204]. Ils ont observé une onde se propageant suivant l'axe c (direction [001]) à une vitesse de 11400 m/s et présentant un coefficient K de 0,23 pour un TCD de +33 ppm/K. En utilisant le programme de calcul des BAW décrit au chapitre 2, nous obtenons par simulation numérique une onde longitudinale qui se propage à 11333 m/s avec un coefficient K de 0,24. Il n'existe pas d'ondes transversales dans cette direction (K$=0$ pour les deux ondes). Avec les constantes [199], on obtient un TCD de +10,9 ppm/K. Avec les constantes [200], on obtient un TCD de +27,46 ppm/K. A titre indicatif, le TCD obtenu avec les constantes [198] est de -50,36 ppm/K, ce qui est très éloigné de la valeur expérimentale et confirme l'inadéquation de ces constantes. **D'après les résultats présentés, il semble que les constantes [200] soient *in fine* les plus adéquates pour les films d'AlN**.

Nous avons donc choisi les constantes [200], en les utilisant conjointement avec les constantes de troisième ordre de [195] pour interpréter les résultats expérimentaux obtenus par [203] et [204] respectivement sur des structures SAW AlN/saphir et des FBAR AlN/Si(Pt). Dans les deux cas, les couches d'AlN étaient orientées (002). Nous pouvons maintenant appliquer ces constantes pour d'autres orientations. Nous disposons notamment des données de Liu *et al.* [205] et Kagiwada *et al.* [206], pour une structure (11$\bar{2}$0)[0001] AlN / (01$\bar{1}$2)[0$\bar{1}$11] saphir. A titre indicatif, ces orientations correspondent aux angles d'Euler (150,90,90) pour l'AlN et (0,57.6,90) pour le saphir. La figure (5.11) présente les courbes théoriques obtenues avec les constantes [200], en tenant compte ou non des contraintes thermiques. **A nouveau, les résultats tendent à démontrer la validité à la fois des constantes et de la démarche de prise en compte des contraintes ther-**

miques pour le calcul correct du TCD d'une structure bicouche. On voit notamment qu'une petite relaxation de l'AlN suffirait à faire monter légèrement la courbe en pointillés, ce qui permettrait de 'fitter' très correctement les points expérimentaux. Puisque cette relaxation est très probable compte tenu des modules de rigidité de la couche d'AlN, il serait très certainement possible d'améliorer la correspondance théorie/expérience en calculant plus précisément le champ de contraintes et de déformations thermiques induites dans la structure par la dilatation différentielle des matériaux.

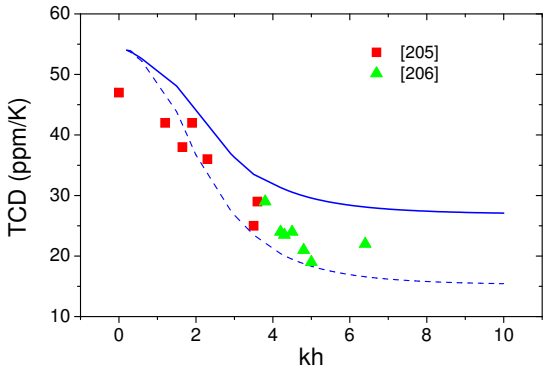
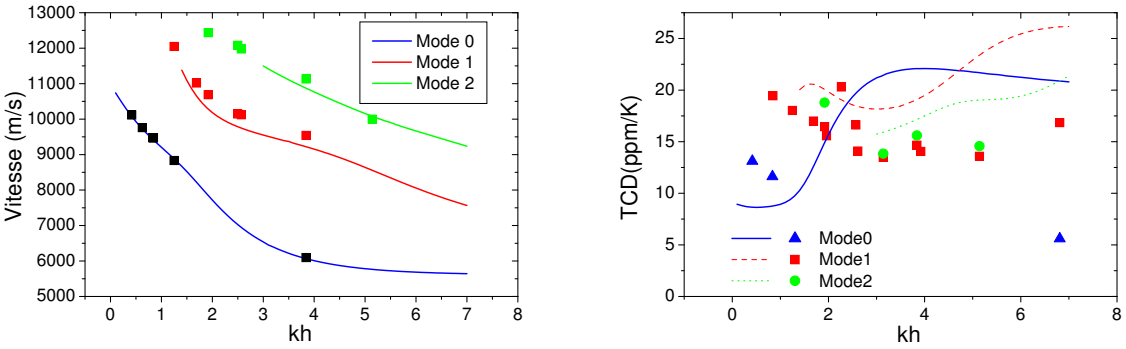


FIG. 5.11 – Courbes de TCD théoriques de la structure $(11\bar{2}0)[0001]$ AlN / $(01\bar{1}2)[0\bar{1}11]$ saphir en utilisant les constantes [200] pour l'AlN. Comparaison avec les résultats expérimentaux de [205] et [206]. La courbe en pointillés tient compte de la déformation de la couche d'AlN par le saphir.

Nous pouvons maintenant étudier le TCD de la structure bicouche AlN/diamant. Les courbes de dispersion des trois premiers modes de Rayleigh ainsi que les TCD correspondants, calculés avec les coefficients déterminés précédemment sont représentés sur la figure (5.12). L'effet des contraintes éventuellement exercées par le diamant sur l'AlN n'a pas été pris en compte. Cette figure est riche d'enseignements. On peut tout d'abord constater une différence significative entre les résultats théoriques et les valeurs expérimentales pour le TCD du mode 0. Les valeurs théoriques pour les deux autres modes sont plus proches des points expérimentaux mais il subsiste tout de même un écart non-négligeable. **La prise en compte des contraintes que le diamant, qui se dilate très peu, pourrait exercer sur la couche d'AlN (compression) ne ferait qu'augmenter encore l'écart entre les courbes et les points expérimentaux (une compression de l'AlN augmente le TCD - voir tableau 5.2)**.

En l'absence de points expérimentaux supplémentaires, notamment pour le mode 0, nous ne pouvons conclure sur l'origine de ces différences. Celles-ci peuvent être dûes à plusieurs phénomènes :

– les constantes en température utilisées pour le diamant peuvent être inadéquates. Les constantes utilisées sont celles mesurées sur du diamant monocristallin. Or, l'AlN est ici déposé sur du diamant polycristallin et précisément sur la face de



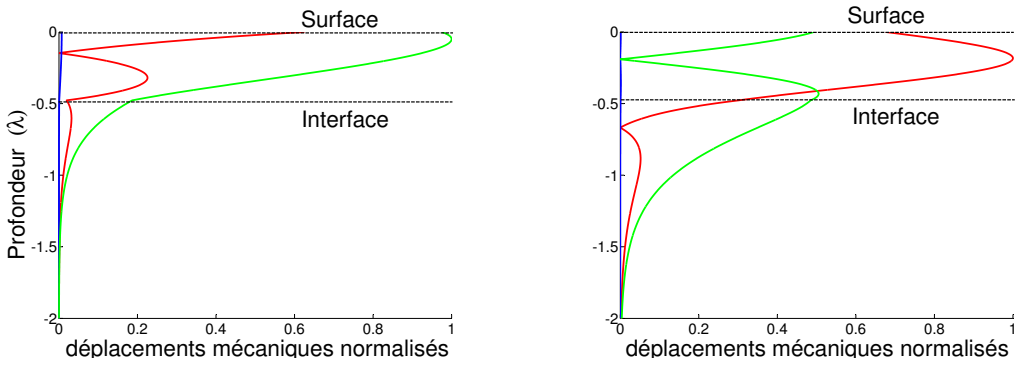
(a) (b)

FIG. 5.12 – (a) Courbes de dispersion de la structure AlN Z-X / Diamant Z-X (b) TCD(s) correspondants.

nucléation, qui présente un caractère nanocristallin. La différence observée entre les vitesses théoriques et expérimentales ainsi que les résultats de Jimenez *et al.* [207] tendent à prouver que, si les constantes élastiques du diamant sur la face de croissance sont proches de celles du diamant monocristallin, il n'en est pas du tout de même pour la face de croissance. Il est donc tout à fait envisageable que les constantes en température de la face de nucléation du diamant soient également différentes de celles du diamant monocristallin ou microcristallin. Des travaux sont prévus au LPMIA pour mesurer ces constantes à l'aide de la spectrométrie Brillouin.

– les constantes physiques des matériaux et leurs coefficients en température peuvent varier à mesure que l'on s'éloigne de l'interface et que les deux matériaux passent d'un état nanocristallin à un état polycristallin proche du monocristallin. Compte tenu de la profondeur de pénétration des ondes de surface, cette variation peut avoir un effet sur le TCD. De surcroît, puisque les différents modes engendrent des champs de déplacement différents, l'effet doit être différent d'un mode à l'autre. Par exemple, le mode 1, qui génère des déplacements en profondeur et à dominante longitudinale sera plus influencé par les paramètres nanocristallins et le champ de contraintes qui règnent près de l'interface que le mode 0, qui concentre son énergie plus près de la surface et qui génère des déplacements à dominante transversale (voir 5.13). Parmi les travaux à venir figure l'analyse de la microstructure des films d'AlN et de diamant utilisés par le LPMIA, pour mieux en quantifier les paramètres physiques en fonction de la profondeur. Une méthode de simulation devra également être étudiée, pour inclure dans le calcul du TCD la variation des constantes physiques en fonction de la profondeur de pénétration des ondes.

– les contraintes intrinsèques et les contraintes thermiques peuvent jouer un rôle complexe et modifier fortement le TCD. Les contraintes intrinsèques ont une origine liée aux mécanismes de croissance et résultent des défauts structuraux et des im-



(a) (b)

FIG. 5.13 – Profils des ondes de Rayleigh dans une structure AlN/Diamant pour kh=3. (a) Mode 0 (b) Mode 1. Les profils rouge, bleu et vert représentent respectivement les déplacements selon x_1, x_2 et x_3. Le Mode 1 génère des déplacements intenses près de l'interface, à dominante longitudinale. Le Mode 0 génère des déplacements intenses près de la surface, à dominante transversale.

puretés qui apparaissent au sein du film en cours de croissance. Les contraintes thermiques résultent, comme nous l'avons vu plus haut, de la différence entre les coefficients d'expansion thermique du substrat et de la couche. Des travaux devront être entrepris pour déterminer les champs de contraintes intrinsèques et thermiques à température ambiante dans la structure AlN/Diamant. Deux équations pourront être utilisées : l'expression générale des contraintes thermiques dans une structure bicouche (5.2) et la formule de Stoney (5.3), qui donne le niveau de contraintes résiduelles total en fonction du rayon de courbure.

$$T_{th} = \int_{T}^{Td} \frac{E_f}{1-\nu_f}(\alpha_f - \alpha_s)dT \tag{5.2}$$

où T_d et T sont les températures de dépôt et de mesure, E_f et ν_f sont les modules de Young et de Poisson du film [208].

$$T_r = \frac{E_s}{6(1-\nu_s)}\frac{e_s^2}{e_f}(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}) \tag{5.3}$$

où e_s et e_f sont les épaisseurs du substrat et du film, ρ_0 et ρ sont les rayons de courbure avant et après dépôt.

Une fois les champs de contraintes connus en fonction de la température (autour de la température ambiante), ceux-ci pourront être injectés dans les programmes de calcul basés sur la méthode des perturbations (voir chapitre III) et le TCD théorique de chaque mode pourra être plus précisément calculé.

Ces phénomènes devront être étudiés, d'un point de vue théorique et expérimental. La compréhension fine du TCD à température ambiante est en effet un prérequis pour pouvoir

interpréter le comportement à haute température des structures bicouche. Un phénomène supplémentaire devra par ailleurs être considéré : la variation des coefficients du premier ordre en fonction de la température. La détermination des coefficients du second ordre en température sera donc également nécessaire. Une campagne de caractérisation de substrats monocouche et bicouche à haute température est d'ores et déjà prévue au sein du LPMIA pour déterminer ces coefficients. Pour ce faire, les bancs de tests décrits plus haut, la spectrométrie Biroullin et les programmes de simulation numérique dont dispose le laboratoire seront conjointement utilisés.

5.4 Conclusion et perspectives

Comme nous l'avons vu en début de chapitre, les capteurs SAW wireless 'haute température' sont des dispositifs à très fort potentiel. Nous avons montré l'importance du choix des matériaux de base pour leur fabrication ainsi que la nécessité de développer des modèles théoriques incluant les contraintes thermiques générées par la dilatation différentielle des couches pour une meilleure compréhension du TCD. Un premier modèle de ce type a été proposé puis utilisé dans le cadre d'une étude comparative visant à sélectionner les meilleures constantes en température pour des couches d'AlN. Cette étude a permis de valider la pertinence d'un jeu de constantes proposé pour la première fois en 2007, jusqu'alors inutilisé dans le domaine des SAW (au mieux des connaissances de l'auteur). Des difficultés ont été mises en évidence pour la modélisation des structures AlN/diamant. Une première interprétation et des voies de recherche ont été proposées pour lever ces difficultés.

Ces travaux sont le prélude à de nombreux développements, d'ores et déjà planifiés au sein du LPMIA. Le laboratoire et ses partenaires scientifiques et industriels, auxquels se sont depuis peu rajoutés le CTR (Carinthian Tech Research) et l'ENSIC (Ecole Nationale Supérieure des Industries Chimiques), poursuivront dans les mois à venir leurs efforts pour la mise au point d'un capteur SAW 'wireless' pour la mesure des (très) hautes températures ($500^{\circ}C < T < 1000^{\circ}C$). La panoplie complète des bancs de test et des outils d'analyse de surface dont dispose le laboratoire et l'université sera mise à contribution pour des campagnes de caractérisation à très haute température (ou après exposition à très haute température) des matériaux présentés tout au long du chapitre (spectrométrie Auger et Brillouin, SIMS, XRD, MEB...). Une attention particulière sera portée à la fabrication et au test des structures bicouches AlN/saphir et AlN/diamant, ainsi qu'à la mise au point de combinaisons couche d'accrochage/métal adéquates pour un fonctionnement à (très) haute température sur ces deux structures. Les phénomènes de diffusion seront notamment étudiés et quantifiés. Le développement de la partie IDT/antenne/électronique d'interrogation se poursuivra en étroite collaboration avec la société Doerler Mesures et le CTR. Des travaux de thèse ont débuté pour l'ensemble de ces sujets.

Conclusion générale

Ici s'achève la présentation des travaux réalisés et des résultats obtenus dans le cadre du contrat CIFRE de l'auteur. Après une approche historique des dispositifs SAW et une introduction aux concepts physiques et aux méthodes de modélisation des ondes élastiques de surface en milieu perturbé ou non, un concept innovant de capteur SAW pour la mesure des basses pressions (SAW-Pirani) a été présenté. Un banc de test et plusieurs prototypes ont été fabriqués, ce qui a permis de valider la faisabilité technique et scientifique du capteur. Une théorie a été élaborée pour rendre compte des performances du capteur. Cette théorie a été validée d'un point de vue expérimental, avant d'être utilisée pour la conception d'un capteur MEMS SAW-Pirani optimisé. Ces travaux ont été cofinancés par la société ALCATEL-ADIXEN et ont donné lieu à un dépot de brevet en décembre 2006. Ces travaux n'ont pas été publiés jusqu'alors pour des raisons de confidentialité. Un financement ANR a été octroyé en juin 2007 au consortium industriel et scientifique bâti autour des acteurs principaux du projet, pour la poursuite de ces travaux et le développement d'un premier produit fini commercialisable dans les trois années à venir.

Des travaux ont également été conduits dans le domaine des capteurs SAW pour les très hautes températures. Ces travaux se sont inscrits dans le cadre d'un contrat industriel tripartite UHP/DOERLER Mesures/ARCELOR Research. Un état de l'art et une analyse concurrentielle des capteurs SAW 'haute température' ont été réalisés, suivis d'une étude comparative des matériaux de base potentiellement utilisables. L'accent a ensuite été mis sur les structures bicouche, au travers de deux études interconnectées, la première consacrée à l'analyse critique des différents jeux de constantes en température de l'AlN proposés dans la littérature, la seconde au calcul du TCD dans les structures bicouche. La première étude a permis de valider la pertinence d'un jeu de constantes proposé pour la première fois en 2007, jusqu'alors inutilisé dans le domaine des SAW. La seconde étude a montré la nécessité de rompre avec l'approximation classique qui consiste à négliger l'effet mécanique de la couche sur le substrat, lorsque l'on souhaite calculer le TCD d'une structure bicouche. L'analyse de résultats expérimentaux à l'aide d'un modèle numérique spécialement développé pour l'occasion a notamment confirmé la nécessité de tenir compte des contraintes mécaniques générées par la dilatation thermique différentielle de la couche et du substrat (effet 'bilame').

Tous les outils de simulation numérique utilisés dans le cadre des projets 'SAW-Pirani' et 'Haute Température' ont été (intégralement) développés par l'auteur, à l'exception du logiciel de calcul par éléments finis.

Des résultats connexes obtenus dans le domaine des capteurs de gaz et de la micro-

fluidique ont également été succinctement présentés. Une nouvelle méthode d'analyse des réponses des capteurs de gaz SAW a notamment été proposée. Cette méthode consiste à représenter les réponses sous la forme d'une fonction $F(Hz) = f(P/P_0)$ puis de 'fitter' la courbe obtenue avec une fonction B.E.T. Cette opération permet entre autres d'obtenir des informations complémentaires sur le degré d'interaction physico-chimique entre une couche sensible et un gaz donné ou encore sur la sensibilité d'un dispositif SAW à l'effet de masse. Si l'effet de masse est connu par ailleurs, cette méthode permet également de mettre en évidence l'effet d'autres paramètres (permittivité du gaz etc...). Ces travaux ont donné lieu à une publication dans la revue Ferroelectrics en 2006.

Ces travaux vont se poursuivre dans les mois et les années à venir, avec la mise au point de versions toujours plus performantes du capteur MEMS SAW-Pirani et le développement de capteurs SAW 'haute température' mono et bicouche. Les nombreux partenariats initiés durant la thèse autour de ces deux thématiques vont par ailleurs se poursuivre, avec pour objectif commun le développement à court et moyen terme de produits finis industrialisables et surtout, commercialisables !

Bibliographie

[1] J.R. Klauder, A.C. Price, S. Darlington and W.J. Albersheim, The theory and design of chirp radars, Bell Syst. Tech. J., 39, pp. 745-808, 1960

[2] http ://fr.wikipedia.org/wiki/Compression_d'impulsion

[3] W.S. Mortley, Improvements in or relating to Wave-energy Delay-Cells, British Patent GB988102A, déposé en 1962

[4] W.S. Mortley, Pulse compression by dispersive gratings on crystal quartz, Marconi Rev., No. 159, pp. 273-290, 1965

[5] J.H. Rowen, Tapped ultrasonic delay line and uses therefor, US Patent US3289114, déposé en 1963

[6] D.P. Morgan, History of SAW devices, IEEE Int. Freq. Contr. Symp., pp. 439-460, 1998

[7] Lord Rayleigh, On waves propagating along the plane surface of an elastic solid, Proc. London Math. Soc., 17, pp. 4-11, 1885

[8] N.T. Wells, Lord Rayleigh : John William Strutt, third Baron Rayleigh, IEEE Trans. UFFC, vol. 54, No. 3, 2007

[9] R.M. White and F.W. Voltmer, Direct piezoelectric coupling to surface elastic waves, Appl. Phys. Lett., Vol. 7, pp. 314-316, 1965

[10] R.H. Tancrell, M.B. Schulz, H.H. Barrett, L. Davis and M.G. Holland, Dispersive delay lines using ultrasonic surface waves, Proc. IEEE, 57, pp. 1211-1213, 1969

[11] P. Hartemann and E. Dieulesaint, Intrinsic compensation of side lobes in a dispersive acoustic delay line, Electronics Lett., 5, 1969

[12] A.J. Bahr (ed.), Special issue on 'Microwave acoustics', IEEE Trans. MTT-17, pp. 799-1046, 1969

[13] E.A. Ash, E.M. De la Rue, and R.F. Humphryes, Microsound surface waveguides, IEEE Trans. MTT-17, pp. 882-892, 1969

[14] I.N. Court, Microwave acoustic devices for pulse compression filters, IEEE Trans. MTT-17, pp. 968-986 (1969)

[15] J.J. Campbell and W.R. Jones, A method for estimating optimal crystal cuts and propagation directions for excitation of piezoelectric surface waves, IEEE Trans. SU-15, pp. 209-217 1968

[16] G.A. Coquin and H.F. Tiersten, Analysis of the excitation and detection of piezoelectric surface waves in quartz by means of surface electrodes, J. Acoust. Soc. Am., 41, pp. 921-939, 1967

[17] S.G. Joshi and R.M. White, Excitation and detection of surface elastic waves in piezoelectric crystals, J. Acoust. Soc. Am., 46, pp. 17-27, 1969

[18] R.C. Williamson, Case studies of successful surface-acoutic-wave devices, IEEE Ultrasonics Symp., pp. 460-468, 1977

[19] T.M. Reeder (ed.), Special issue on 'Microwave acoustic signal processing'. IEEE Trans., MTT-21, pp. 161-306, 1973

[20] L.T. Claiborne, G.S. Kino and E. Stern (eds.), Special issue on 'Surface acoustic wave devices and applications', Proc. IEEE, 64, pp. 579-807, 1976

[21] J.H. Collins and L. Masotti (eds.), Special issue on 'Computer-aided design of SAW devices', Wave electronics, 2, pp. 1-304, 1976

[22] R.C. Williamson and T.W. Bristol (eds.), Special issue on 'Surface acoustic wave devices and applications', IEEE Trans. SU-28, pp. 115-234, 1981

[23] M.B. Schulz, B.J. Matsinger and M.G. Holland, Temperature dependance of surface acoustic wave velocity on alpha-quartz, J. Appl. Phys., Vol. 41, pp. 2755-2765, 1970

[24] J.C. Crabb, J.D. Maines and N.R. Ogg, Electronics Lett., 7, pp. 253-255, 1971

[25] J.F. Dias, H.E. Karrer, J.A. Kusters, J.H. Matsinger and M.B. Schulz, The temperature coefficient of delay time for X-propagating acoustic surface wave on rotated Y-cuts of alpha-quartz, IEEE Trans. SU-22, pp. 46-50, 1975

[26] A.J. Slobodnik, Surface acoustic waves and SAW materials, Proc. IEEE, 64, pp. 581-595, 1976

[27] H.J. Maris, Attenuation of ultrasonic surface waves by viscosity and heat conduction, Phys Rev., 188, pp. 1308-1311, 1969

[28] K. Dransfeld and E. Salzmann, Excitation, detection and attenuation of high-frequency elastic surface waves, in W.P. Mason and R.N. Thurston (eds.), Physical Acoustics, Vol. VII, Academic Press, 1970, pp. 219-272

[29] J.J. Campbell and W.R. Jones, Propagation of surface waves at the boundary between a piezoelectric crystal and a fluid medium, IEEE Trans. SU-17, pp. 71-76, 1970

[30] E.G. Lean and C.G. Powell, Nondestructive Testing of Thin Films by Harmonic Generation of Dispersive Rayleigh Waves, Appl. Phys. Lett., Vol. 19, pp. 356-359, 1971

[31] G.W. Farnell, Properties of elastic surface waves, in. W.P. Mason and R.N. Thurston (eds.) Physical Acoustics, Vol. VI, Academic Press, 1970, pp. 109-166

[32] K. Shibayama, K. Yamanouchi, H. Sato and T. Meguro, Optimum cut for rotated Y-cut $LiNbO_3$ crystal used as the substrate of acoustic-surface-wave filters, Proc. IEEE, 64, pp. 595-597, 1976

[33] B.R. Potter and C.S. Hartmann, Surface acoustic waves slanted device technology, IEEE Trans. SU-26, pp. 411-418, 1979

[34] R.C. Williamson and H.I. Smith, The use of surface elastic wave reflection gratings in large-time bandwidth pulse compression filter, IEEE Trans. MTT-21, pp. 195-205, 1973

[35] P. Hartemann and E. Dieulesaint, Electronics Lett., 5, pp. 657-658, 1969

[36] D. Chauvin, G. Goussot and E. Dieulesaint, Acoustic-surface-wave television filters, Electronics Lett., 7, pp. 491-492, 1971

[37] F.S. Hickernell, Zinc-oxyde thin-film surface-wave transducers, Proc. IEEE, 64, pp. 631-635, 1976

[38] Y. Ebata and H. Satoh, Current applications and future trends for SAW in Asia, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 195-202, 1988

[39] J.D. Maines, E.G.S. Paige, A.F. Saunders and A.S. Young, Electronics Lett., 5, pp. 678-690, 1969

[40] R.H. Tancrell and M.G. Holland, Acoustic surface wave filters, Proc IEEE, 59, pp. 393-409, 1971

[41] R.H. Tancrell and R.C. Williamson, Wavefront Distortion of Acoustic Surface Waves from Apodized Interdigital Transducers, Appl. Phys. Lett., Vol. 19, pp. 456-459, 1971

[42] R.H. Tancrell, Analytic design of surface wave bandpass filters, IEEE Trans. SU-21, pp. 12-22, 1974

[43] F.G. Marshall and E.G.S. Paige, Electronics Lett., 7, pp. 460-464, 1971

[44] C.S. Hartmann, IEEE Ultrasonics Symp., pp. 423-426, 1973

[45] E.A. Ash, Surface wave grating reflectors and resonators, IEEE Intl. Microwave Symp., pp. 385-386, 1970

[46] E.J. Staples, J.S. Shoenwald, R.C. Rosenfeld and C.S. Hartmann, UHF Surface Acoustic Wave Resonators, Proc. IEEE Ultrasonics symp., pp. 245-252, 1974

[47] R.C.M. Li and J. Melngailis, The infulence of stored energy and step discontinuities on the behaviour of surface-wave gratings, IEEE Trans. SU-22, pp. 189-198, 1975

[48] Y. Suzuki, H. Shimizu, M. Takeuchi, K. Nakamura and A. Yamada, Some studies on SAW resonators and multiple-mode filters, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 297-302, 1976

[49] S. Datta and B.J. Hunsinger, First order reflection coefficient of surface acoustic waves from thin-strip overlays, J. Appl. Phys., Vol. 50, pp. 5661-5665, 1979

[50] S. Datta and B.J. Hunsinger, An analytical theory for the scattering of surface acoustic waves by a single electrode in a periodic array on a piezoelectric substrate, J. Appl. Phys., Vol. 51, pp. 4817-4823, 1980

[51] C. Dunnrowicz, F. Sandy and T. Parker, Reflections of surfaces waves from periodic discontinuities, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 386-390, 1976

[52] P.V. Wright, Modeling and experimental measurements of the reflection properties of SAW metallic gratings, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 54-63, 1984

[53] P.S. Cross, W.R. Shreve and T.S. Tan, Synchronous IDT SAW Resonators With Q Above 10,000, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 824-829, 1979

[54] T.E. Parker and G.K. Montress, Precision surface-acoustic-wave (SAW) oscillators, IEEE Trans. UFFC, 35, pp. 342-364, 1988

[55] Y. Ebata, Suppression of bulk-scattering loss in SAW resonator with quasi-constant acoustic reflection periodicity, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 91-96, 1988

[56] O. Ikita, T. Miyashita, T. Matsuda, T. Nishihara and Y. Satoh, Development of low-loss band-pass filters using SAW resonators for portable telephones, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 111-115, 1992

[57] J. Koskela, V.P. Plessky, M.M. Salomaa, Theory for Shear Horizontal Surface Acoustic Waves in Synchronous Resonators, IEEE Trans. UFFC-47, pp. 1550-1560, 2000

[58] M. Luukkala and G.S. Kino, Convolution and time inversion using parametric interactions of acoustic surface waves, Appl. Phys. Lett., Vol. 18, pp. 393-394, 1971

[59] L.O. Svaasand, Interaction between elastic surface waves in piezoelectric materials, Appl. Phys. Lett., Vol. 15, pp. 300-302, 1969

[60] C.F. Quate and R.B. Thomson, Convolution and correlation in real time with nonlinear acoustics, Appl. Phys. Lett., Vol. 16, pp. 494-496, 1970

[61] J.H. Collins, H.M. Gerard and H.J. Shaw, High-performance lithium niobate acoustic surface wave transducers and delay-lines, Appl. Phys. Lett., Vol. 13, pp. 312-313, 1968

[62] K.M. Lakin and H.J. Shaw, Surface wave delay line amplifiers, IEEE Trans. MTT-17, pp. 912-920, 1969

[63] G.S. Kino, Acoustoelectric interactions in acoustic-surface-wave devices, Proc. IEEE, 64, pp. 724-748, 1976

[64] T.W. Bristol, W.R. Jones, P.B. Snow and W.R. Smith, Applications of double electrodes in acoustic surface wave device design, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 343-345, 1972

[65] W.R. Smith, H.M. Gerard, J.H. Collins, T.M. Reeder and H.J. Shaw, Analysis of interdigital surface waves transducers by use of an equivalent circuit model, IEEE Trans. MTT-17, pp. 856-864 1969

[66] K.A. Ingebrigtsen, Surface waves in piezoelectrics, J. Appl. Phys., Vol. 40, pp. 2681-2686, 1969

[67] C.S. Hartmann, P.V. Wright, R.J. Kansy and E.M. Garber, An analysis of SAW interdigital transducers with internal reflections and the application to the design of single-phase unidirectional transducer, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp.40-45, 1982

[68] T. Kodama, H. Kawabata, Y. Yasuhara and H. Sato, Design of low-loss SAW filters employing distributed acoustic reflection transducers, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp.59-64, 1986

[69] C.S. Hartmann, Systems impact of modern Rayleigh wave technology, in E.A. Ash and E.G.S. Paige (eds.), Rayleigh wave theory and application, Ed. Springer, 1985, pp. 238-253

[70] M.F. Lewis, Surface Skimming Bulk Waves, SSBW, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 744-752, 1977

[71] B.A. Auld, J.J. Gagnepain and M. Tan, Electronics Lett., 12, pp. 650-651, 1976

[72] H. Engan, K.A. Ingebrigtsen and A. Tonning, Elastic surface waves in α-quartz : observation of leaky surface waves, Appl. Phys. Lett., Vol. 10, pp. 311-313, 1967

[73] K. Yamanouchi, N. Sakurai, T. Satoh, SAW propagation characteristics and fabrication technology of piezoelectric thin film/diamond structure, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp.351-354, 1989

[74] K. Higaki, H.Nakahata, H. Kitabayashi, S. Fujii, K. Tanabe, Y. Seki and S. Shikata, High power durability of diamond surface acoustic wave filter, IEEE Trans. UFFC, 44, pp. 1395-1400, 1997

[75] Shin-ichi Shikata, CVD Diamond for Surface Acoustic Wave Filters, in B. Dischler and C. Wild (Eds.), Low-Pressure Synthetic Diamond, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 1998

[76] V. Mortet, O. Elmazria, M. Nesladek, M.B. Assouar, G. Vanhoyland, J. D'Haen, M. D'Olieslaeger, P. Alnot, Surface acoustic wave propagation in aluminium nitride-unpolished freestanding diamond structures, Appl. Phys. Lett., Vol. 81, pp. 1720-1722, 2002

[77] M. Elhakiki, O. Elmazria, F. Bénédic, P. Nicolay, D. Monéger, R. Azouani, Diamond film on langasite substrate for surface acoustic wave devices operating at high frequency and high temperature, Diamond and related materials, 2006

[78] E.D. Wolf, F.S. Ozdemir and R.D. Weglein, Precision electron beam microfabrication of acoustic surface wave devices, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 510-516, 1973

[79] G.F. Cardinale, J.L. Skinner, A.A. Talin, R.W. Brocato, D.W. Palmer, D.P. Mancini, W.J. Dauksher, K. Gehoski, N. Le, K.J. Nordquist and D.J. Resnick, Fabrication of a surface acoustic wave-based correlator using step-and-flash imprint lithography, J. Vac. Sci. Technol. B 22(6), pp. 3265-3270, Nov/Dec 2004

[80] P. Kirsch, M.B. Assouar, O. Elmazria, V. Mortet and P. Alnot, 5 GHz surface acoustic wave devices based on aluminium nitride/diamond layered structure realized using electron-beam lithography, Appl. Phys. Lett., Vol. 88, 223504, 2006

[81] P. Hartemann, dans D. Pasquet (Ed.), Dispositifs hyperfréquences actifs et passifs, Ed. Hermes/Lavoisier, 2005

[82] H. Trézéguet, Les filtres à ondes de surface, dossier www.01.net Electronique - n° 156 (Mars 2005) (www.01net.com/article/272550%_a.html)

[83] B. Drafts, Acoustic Wave Technology Sensors, http ://www.sensorsmag.com/articles/1000/68/main.shtml

[84] H. Wohltjen *et al.*, Acoustic Wave Sensor - Theory, Design and Physico-Chemical Applications, Academic Press, San Diego, 1997

[85] M. Link, Thèse de Doctorat, LPMIA, Université de Nancy, France, 2006

[86] M.G Schweyer, J.C. Andle and D.J. McAllister, An acoustic plate mode sensor for aqueous mercury, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 355-358, 1996

[87] H. Wohltjen, Surface Acoustic Wave Microsensors, Transducers, 1987

[88] D. Cullen and T. Reeder, Measurement of SAW Velocity versus Strain for YX and ST Quartz, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 519-522, 1975

[89] D. Cullen and T. Montress, Progress in the Development of SAW Resonator Pressure Transducers, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., p. 519-522, 1980

[90] A. Lonsdale and B. Lonsdale, Method and apparatus for measuring strain, U.S. Patent US5585571, 1996

[91] S.G. Joshi, SAW flow sensor, IEEE Trans., Vol. UFFC-38, pp. 148-154, 1991. Voir également : S.G. Joshi, Flow sensors based on SAW, Sensors and Actuators, Vol. A44, pp. 191-197, 1994

[92] W. Bowers, R. Chuan, and T. Duong, A 200 MHz Surface Acoustic Wave Resonator Mass Microbalance, Re. Sci. Instrum., Vol. 62 (6), pp. 1624-1629, 1991

[93] K.A. Vetelino, P.R. Story, R.D. Mileham and D.W. Galipeau, Improved Dew Point Measurements Based on a SAW Sensor, Sensors and Actuators B 35-36, pp. 91-98, 1996

[94] J. Cheeke, N. Tashtoush, and N. Eddy, Surface Acoustic Wave Humidity Sensor Based on the Changes in the Viscoelastic Properties of a Polymer Film, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 449-452, 1996

[95] E. Radeva and I. Avramov, Humidity Sensing Properties of Plasma Polymer Coated Surface Transverse Wave Resonators, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 509-512, 1998

[96] A. Talbi, F. Sarry, F. Moreira, M. El Hakiki, O. Elmazria, L. Le Brizoual and P. Alnot, Zero TCF ZnO/Quartz SAW structure for gas sensing applications, Proc. IEEE Freq. Contr. Symp., pp. 542-545, 2004

[97] S. Brunauer, P. H. Emmett and E. Teller, J. Am. Chem. Soc., 60, 309, 1938. Pour une présentation synthétique du phénomène d'adsorption et de la théorie B.E.T, voir également : P. Nicolay, Etude du phénomène de désorption assistée par ondes acoustiques, Mémoire de DEA, LPMIA/Université Henri Poincaré - Nancy 1, pp. 9-28, 2004

[98] S.J. Martin, A.J. Ricco, D.S. Ginley and T.E. Zipperian, Isothermal Measurements and Thermal Desorption of Organic Vapors Using SAW Devices, IEEE Trans. UFFC-34, pp. 142-147, 1987

[99] P. Nicolay, F. Moreira, F. Sarry and O. Elmazria, Theoretical, Numerical and Experimental Investigations of Gas Vapour Effects on a ZnO/Quartz SAW Gas Sensor, Ferroelectrics, 351 :1, 225-235, 2007

[100] L. Reindl, C.C.W Ruppel, A. Kirmayr, N. Stockhausen and M.A. Hilhorst, Passive Radio Requestable SAW Water Content Sensor, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 461-466, 1999

[101] M. Vellekoop and B. Jakoby, A Love-Wave Ice Detector, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 453-456, 1999

[102] H. Wohltjen and R. Dessy, Surface Acoustic Wave Probe for Chemical Analysis - Introduction and Instrument Design, Ana. Chem., Vol. 51 (9), pp. 1458-1475, 1979

[103] E. Staples, Electronic Nose Simulation of Olfactory Response Containing 500 Orthogonal Sensors in 10 Seconds, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 417-423, 1999

[104] K. Hashimoto and M. Yamaguchi, Excitation and Propagation of Shear-Horizontal-Type Surface and Bulk Acoustic Waves, IEEE Trans. on UFFC, vol 48, n°5, pp. 1181-1188, 2001

[105] A.E.H. Love, Some Problems of Geodynamics, Cambridge University Press, 1911

[106] K. Kalantar-Zadeh, W. Wlodarski, A. Trinchi, A. Holland and K. Galatsis, Love Mode SAW Sensors with ZnO Layer Operating in Gas and Liquid Media, IEEE Int. Freq. Contr. Symp. and PDA Exhibition, pp. 268-272, 2002

[107] G. Kovacs and M. Venema, Theoretical Comparison of Sensitivities of Acoustic Shear Wave Modes for Biochemical Sensing in Liquids, Appl. Phys. Lett., Vol. 61, No. 6, pp. 639-641, 1992

[108] E. Gizeli *et al.*, Antibody Binding to a Functionalized Supported Lipid Layer : A Direct Acoustic Immunosensor, Ana. Chem., Vol. 69, pp. 4808-4813, 1997

[109] A. Pohl, G. Ostermayer, L. Reindl and F. Seifert, Monitoring the Tire Pressure at Cars Using Passive SAW Sensors, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 471-474, 1997

[110] N. Saito, H. Nishiyama, Y. Inoue, Acoustic wave effects on catalysis : design of surfaces with artificially controllable functions for chemical reactions, Appl. Surf. Sci., pp. 169-170, 2001

[111] D. Beyssen, L. Le Brizoual, P. Alnot, I. Perry, Droplet heating system based on SAW/Liquid interaction, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., 2006

[112] S. Alzuaga, S. Ballandras, F. Bastin, W. Daniau, A large scale X-Y positioning and localisation system of liquid droplet using SAW on $LiNbO_3$, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 1790-1793, 2003

[113] A. Renaudin, P. Tabourier, V. Zhang, C. Druon, Plateforme SAW dédiée à la microfluidique discrète pour applications biologiques, Congrès SHF 'Microfluidique 2004', p. 12, 2004

[114] D. Beyssen, Thèse de Doctorat, LPMIA, Université de Nancy, France, 2006. Voir aussi : D. Beyssen, L. Le Brizoual, O. Elmazria and P. Alnot, Sensors and Actuators B : Chemical, 118, pp. 380-385, 2006

[115] T. Kogai and H. Yatsuda, Liquid Sensor using SAW and SH-SAW on Quartz, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 552-555, 2006

[116] L. Reindl, G. Scholl, T. Ostertag, C.C.W. Ruppel, W.E. Bulst and F. Seifert, SAW Devices as Wireless Passive Sensors, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 363-367, 1996

[117] P. Nicolay, F. Moreira, D. Beyssen, F. Sarry, L. Le Brizoual and O. Elmazria, Novel layered SAW structure for droplet multidirectional actuating and sensing, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., 2007

[118] http ://fr.wikipedia.org/wiki/Coefficient_de_Poisson

[119] B.A. Auld, Acoustic Fields and Waves in Solids, ed. R.E. Krieger, 1990

[120] J.L. Bleustein, A new surface wave in piezoelectric materials, Appl. Phys. Lett. , vol. 13, pp. 412-413, 1968

[121] K. Yamanouchi, M. Takeuchi, Applications for Piezoelectric Leaky Surface Waves, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 11-18, 1990

[122] J. Cazaux, Initiation à la physique du solide (3e ed.), ed. Masson, 1996, pp. 120-123

[123] D. Royer et E. Dieulesaint, Ondes élastiques dans les solides, vol.1, ed. Masson, 1996

[124] R. Feynman, R. Leighton, M. Sands, Le cours de Physique de Feynman, Electromagnétisme, ed. InterEditions, Paris, 1979

[125] E. Dieulesaint et D. Royer, Propagation et génération des ondes élastiques, Encyclopédie des Techniques de l'Ingénieur, E 3 210, p. 19

[126] P. Defranould et P. Wright, Filtres à ondes de surface, Encyclopédie des Techniques de l'Ingénieur, E 2 200, p. 13

[127] G. Carlotti, G. Socino, Elastic constants of sputtered ZnO films, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 295-299, 1987

[128] M. Kadota, Combination of ZnO Films and Quartz to Realize High Coupling Factor and Excellent Temperature Coefficient for SAW Devices, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 261-266, 1997

[129] M. ElHakiki, Thèse de Doctorat, LPMIA, Université de Nancy, France, 2005

[130] R.F.S. Hearmon, 'Third-Order' Elastic Coefficients, Acta Cryst. 6, pp. 331-340, 1953

[131] Y. Nakagawa, K. Yamanouchi, and K. Shibayama, Third-order coefficients of lithium niobate, J. Appl. Phys., Vol. 44, pp. 3969-3974, 1973

[132] A.L. Nalamwar and M. Epstein, Surface acoustic waves in strained media, J. Appl. Phys, Vol. 47, pp. 43-48, 1976

[133] V.V. Bolotin, Nonconservative Problems of the Theory of Elastic Stability, ed. MacMillan, New york, 1963, pp. 43-46

[134] H.F. Tiersten, J. Acoust. Soc. Am., 64, pp. 832-..., 1978

[135] J. Hladik, Mécanique Quantique, ed. Masson, 1997, pp.184-186

[136] R.N. Thurston in W.P. Mason (Ed.), Physical Acoustics Vol 1A, Academic Press, New York, 1964, pp. 91-94

[137] S. Ballandras, Sensibilité des oscillateurs à quartz à ondes de surface aux contraintes et gradients thermiques, Thèse de Doctorat de l'Université de Franche-Comté, 1991, pp.39-52

[138] S.G. Lekhnitskii, Theory of elasticity of an anisotropic elastic body, ed. Holden-Day, 1963

[139] S.P. Timoshenko and J.N. Goodier, Theory of Elasticity, 3rd edition, ed. McGraw-Hill, 1970

[140] B.K. Sinha, H.F. Tiersten, On the temperature dependance of the velocity of surface waves in quartz, J. Appl. Phys., Vol. 51, pp. 4659-4665, 1980

[141] B.K. Sinha, H.F. Tiersten, First temperature derivatives of the fundamental elastic constants of quartz, J. Appl. Phys., Vol. 50, pp. 2732-2739, 1979

[142] http ://www.omega.com/literature/transactions/volume3/history.html

[143] P.C.Y. Lee, Y.S. Wang and X. Markenscoff, Effects of initial bending on the resonance frequencies of crystal plates, IEEE, pp.14-18, 1974

[144] A.L. Nalamwar and M. Epstein, Strain effects in ZnO thin film SAW devices, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 129-131, 1974

[145] A.L. Nalamwar and M. Epstein, Propagation of SAW in strained media, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 484-487, 1975

[146] J.F. Dias and H.E. Karrer, Stress Effects in Acoustic Surface Wave Circuits and Applications to Pressure and Force Transducers, Proc. IEEE Solid State Circuits Conf., Session XIV, 1974

[147] T.M. Reeder, D.E. Cullen and M. Gilden, SAW oscillator pressure sensors, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 264-268, 1975

[148] T.M. Reeder et A.J. Demaria, Transducteur d'ondes acoustiques de surface, Brevet d'invention FR 2 262 288 / US 3 978 731, 1975

[149] T.M. Reeder and D.E. Cullen, Measurement of SAW velocity versus strain for YX and ST Quartz, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 519-522, 1975

[150] A.L. Nalamwar and M. Epstein, Strain Effects in SAW Devices, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 613-615, 1976

[151] T.M. Reeder and D.E. Cullen, SAW Pressure and Temperature Sensors, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 754-756, 1976

[152] P. Das, C. Lanzl and H.F. Tiersten, A pressure sensing SAW resonator, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 306-308, 1976

[153] B.K. Sinha and H.F. Tiersten, On the influence of uniaxial biasing stresses on the velocity of SAW, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 475-479, 1976

[154] S. Ballandras, E. Bigler, New Results for the characterization of SAW sensitivity to mechanical stresses using finite elements analysis, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 425-429, 1991

[155] H.F. Tiersten, On the accurate description of piezoelectric resonators subject to biasing deformations, Int. J. Eng. Sci., vol. 33, pp. 2239-2259, 1995

[156] P. Levesque, M. Valdois, D. Hauden, J.J. Gagnepain, P. Hartemann et J. Huebersfeld, Theoretical and experimental analysis of SAW Quartz oscillator acceleration sensitivity, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 896-899, 1979

[157] S. Rousseau, Sensibilité à la pression de lignes à ondes de surface : étude d'un capteur à quartz, Thèse de Doctorat de l'Université de Besançon, 1980. Voir également : D. Hauden, S. Rousseau and J.J. Gagnepain, Sensitivities of SAW oscillators to temperature, force and pressure : application to sensors, Proc. Freq. Control Symp., 1980

[158] B.Y. Lao, Gyroscopic effect in SAW, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 687-691, 1980

[159] D.E. Cullen, Surface Acoustic Wave (SAW) Pressure Sensor Structure, Brevet d'invention US4454440, 1984

[160] H. Scherr and G. Scholl, Pressure sensor using elements operating with acoustic surface waves (SAW elements), Brevet d'invention US 6003378, 1999

[161] W. Buff, M. Rusko, M. Goroll, J. Ehrenpfordt and T. Vandahl, Universal pressure and temperature SAW sensor for wireless applications, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 359-362, 1997

[162] W.E. Bulst, G.E. Fischerhauer and L. Reindl, State of the art in wireless sensing with Surface Acoustic Waves, Proc. IEEE Industrial Electronics Society Conf., pp. 2391-2397, 1998

[163] V.A. Kalinin, R.D. Lohr and A.J. Leigh, Pressure monitor incorporating SAW devices, Brevet d'invention US7151337B2, 2006

[164] D.E. Cullen and G.K. Montress, Progress in the development of SAW resonator pressure transducer, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 696-701, 1980

[165] D. Hauden, S. Rousseau, G. Jaillet and R. Coquerel, Pressure and temperature measurements with SAW sensors, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 284-289, 1982

[166] W.W. Malov, Piezoresonance transducers, Moscow, Atomenergoizdat, pp. 245-249, 1989

[167] R.M. Taziev, E.A. Kolozovski and A.S. Kozlov, Deformation-sensitive cuts for Surface Acoustic Waves in α-quartz, Proc. IEEE Int. Freq. Control Symp., pp. 660-664, 1992

[168] Yu. N. Vlassov, A.S. Kozlov, N.S. Pashchin, I.B. Yakovkin, Precision SAW pressure Sensors, Proc. IEEE Int. Freq. Control Symp., pp. 665-669, 1993

[169] A. Talbi, Sensibilité des dispositifs à ondes élastiques de surface aux déformations mécaniques : application au capteur de pression, Thèse de Doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy, 2003

[170] S.G. Lekhnitsky, The solution of a plane-stress problem for anisotropic elastic ellipsoidal plate, Reports of Academy of Sciences of the USSR, vol. 15, pp. 527-530, 1937. Voir aussi : S.G. Lekhnitskii, Bending of Anisotropic Plate, 2nd ed., Gordon & Breach, New York, 1968.

[171] P. Nicolay, Cahier de Laboratoire n°1, Octobre 2005

[172] G. Asch et M. Desjardins, Les capteurs en instrumentation industrielle 6e ed, ed. Dunod, 2006

[173] http ://fr.wikipedia.org/wiki/Conduction_thermique . Voir également : A. Degiovanni, Transmission de l'énergie thermique - Conduction, Encyclopédie des techniques de l'ingénieur, Dossier BE8200, 1999

[174] D. Meier, A. Deiber, F. Paviet-Salomon, L'intégrale des compositions de physique de 1984 à 1997, Agrégation de sciences physiques, Option physique, ed. Masson, 1998, p. 127

[175] http ://fr.wikipedia.org/wiki/Convection . Voir également J. Padet, Convection thermique et massique - Principes généraux, Encyclopédie des techniques de l'ingénieur, Dossier BE8205, 2005

[176] L. Heijne, Pressure gauge, Brevet US3426597A1, 1969

[177] M. de la Bachelerie, Techniques de fabrication des microsystèmes, Tome 1 et 2, ed. Lavoisier, 2004

[178] N. Marche, Capteur de pression utilisant les ondes acoustiques de surface, mémoire rédigé dans le cadre de la mineure 'Enseignement par la Recherche', Ecole de l'Air, Salon-de-Provence, 2006. Rapport classé confidentiel.

[179] P. Nicolay, O. Elmazria, F. Sarry, N. Marche, L. Bouvot, H. Kambara, High Sensitivity pressure sensor in the range [0-100 mT] based on Surface Acoustic Wave Device, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 1498-1500, 2006

[180] R. Hauser, L. Reindl, J. Biniasch, High-Temperature Stability of $LiNbO_3$ Based SAW Devices, Strain Effects in SAW Devices, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 192-195, 2003

[181] J.A. Thiele and M. Pereira Da Cunha, High Temperature LGS SAW devices with Pt/WO_3 and Pd Sensing films, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 1750-1753, 2003

[182] R. Fachberger, G. Bruckner, R. Hauser, C. Ruppel, J. Biniasch, L. Reindl, Properties of radio frequency Rayleigh waves on Langasite at elevated temperatures, Proc. IEEE International UFFC joint conference, pp. 1223-1226, 2004

[183] S. Noge, T. Uno, Measurement of piezoelectric and elastic stiffness constants of β phase quartz at high temperature region, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 585-588, 1998

[184] J. Haines, O. Cambon, D.A. Keen, M.G. Tucker and M.T. Dove, Strucutural disorder and loss of piezoelectric properties in α-quartz at high temperature, Appl. Phys. Lett., Vol. 81, No. 16, pp. 2968-2970, 2002

[185] L. Weisenbach, S.J. Martin, G.C. Frye, T.V. Bohuszewicz and D.H. Dougthy, Generation of micro-domains in AT-cut quartz by thermal processing and the effect on resonator modes, proc. IEEE Int. Freq. Contr. Symp., pp. 122-126, 1994

[186] R. Fachberger, E. Riha, E. Born, P. Pongratz, Homogeneity of Langasite and Langatate wafers for acoustic wave applications, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 100-109, 2003

[187] K. Yamanouchi, K. Kotani, H. Odagawa and Y. Cho, Theoretical Analysis of SAW Propagation Characteristics under the Strained Medium and Applications for High Temperature Stable High Coupling SAW Substrates, IEEE, pp. 471-474, 2001

[188] F. Moreira, Thèse de Doctorat, LPMIA, Université de Nancy, France, 2007

[189] K. Tsubouchi and N. Mikoshiba, Zero-Temperature-Coefficient SAW Devices on AlN Epitaxial Films, IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, Vol. SU-32, No. 5, pp. 634-644, 1985

[190] H.J. McSkimin, W.L. Bond, Elastic Moduli of Diamond, Phys. Rev., Vol. 105, pp. 116-121, 1957

[191] K. Tsubouchi, K. Sugai and N. Mikoshiba, AlN material constants evaluation and SAW properties on AlN/Al_2O_3 and AlN/Si, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 375-380, 1981

[192] R.N. Thurston, H.J. McSkimin and P. Andreatch, Third-Order Elastic Coefficients of Quartz, J. Appl. Phys., Vol. 37, No. 1, pp. 267-275, 1966

[193] J.M. Winey and Y.M. Gupta, r-axis sound speed and elastic properties of sapphire single crystals, J. Appl. Phys., Vol. 90, No. 6, pp. 3109-3111, 2001

[194] M.H. Grimsditch, E. Anastassakis and M. Cardona, Effect of uniaxial stress on the zone-center optical phonon of diamond, Phys. Rev. B, Vol. 18, No. 2, pp. 901-904, 1978

[195] D.K. Pandey, D. Singh, R.R. Yadav, Ultrasonic wave propagation in IIIrd group nitrides, Applied Acoustics 68, pp. 766-777, 2007

[196] E.S. Zouboulis, M. Grimsditch, A.K. Ramdas and S. Rodriguez, Temperature dependance of the elastic moduli of diamond : A Brillouin-scattering study, Phys. Rev. B, Vol. 57, No. 5, pp. 2889-2896, 1998

[197] A.J. Slobodnik, Jr., E.D. Conway and R.T. Delmonico, Microwave Acoustic Handbook, 1973 Vol. 1A. Voir aussi : H. Nakahata et al. , Theoretical Study on SAW Characteristics of Layered Structures Including a Diamond Layer, IEEE Trans. UFFC, Vol. 42, No. 2, 1995

[198] K. Tsubouchi and N. Mikoshiba, Zero temperature coefficient SAW delay-line on AlN epitaxial films, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 299-310, 1983

[199] R. Reeber, K. Wang, High Temperature Elastic Constant Prediction of Some Group III-Nitrides, MRS Internet J. Semicond. Res. 6, 3, 2001

[200] J. Bjurström, G. Wingqvist, V. Yantchev and I. Katardjiev, Temperature compensation of liquid FBAR sensors, J. Micromech. Microeng., 17, pp. 651-658, 2007

[201] K. Kao, Y. Chen, Y. Lee, C. Cheng, Temperature Coefficients of SAW Velocity for AlN Thin Film Sputtered on ST-X Quartz, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 239-242, 2002

[202] M.B. Assouar, O. Elmazria, M. Elhakiki and P. Alnot, Study of structural and microstructural properties of AlN films deposited on silicon and quartz substrates for surface acoustic wave devices, J. Vac. Sci. Technol. B 22(4), pp. 1717-1722, 2004

[203] K. Uehara, C.M. Yang, T. Shibata, S.K. Kim, S. Kameda, H. Nakase and K. tsubouchi, Fabrication of 5-GHz-Band SAW Filter with Atomically-Flat-Surface AlN on Sapphire, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 203-206, 2004

[204] M.A. Dubois and P. Muralt, Properties of aluminium nitride thin films for piezoelectric transducers and microwave filter applications, Appl. Phys. Lett., Vol. 74, No. 20, pp. 3032-3034, 1999

[205] J.K. Liu, R.B. Stokes and K.M. Lakin, Evaluation of AlN films on sapphire for surface acoustic wave applications, Proc. IEEE Ultrasonics Symp., pp. 234-237, 1975

[206] R.S. Kagiwada, K.H. Yen and K.F. Lau, High frequency SAW devices on AlN/Al2O3, Proc. IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 598-601, 1978

[207] R.J. Jimenez Rioboo and M. Belmahi, Brillouin spectrosocpy and elastic properties of the nucleation and growth faces of synthetic diamond films, J. Appl. Phys, Vol. 97-073509, 2005

[208] N.G. Shang, C.S. Lee, Z.D. Lin, I. Bello, S.T. Lee, Intrinsic stress evolution in diamond films prepared in a CH4-H2-NH3 hot filament chemical vapor deposition system, Diamond Relat. Matter., 9, 1388-1892, 2000