



AIX-MARSEILLE UNIVERSITÉ
ED 352 - PHYSIQUE ET SCIENCE DE LA MATIÈRE
Institut Fresnel - CEA DAM / Le Ripault

Thèse présentée pour obtenir le grade universitaire de docteur
Discipline : optique, photonique et traitement d'image

Xavier FAGET

Application expérimentale de méthodes inverses avancées pour
l'imagerie des propriétés électromagnétiques d'un matériau
magnéto-diélectrique

Soutenue le 31 janvier 2018 devant le jury :

Ronan SAULEAU	IETR	Rapporteur
Yann LE BIHAN	GEEPS	Rapporteur
Claire MIGLIACCIO	LEAT	Examineur
Stefan ENOCH	Institut Fresnel	Examineur
Juan Carlos CASTELLI	ONERA	Examineur
Nicolas MALLÉJAC	CEA le Ripault	Codirecteur de thèse
Amélie LITMAN	Institut Fresnel	Directeur de thèse



Cette oeuvre est mise à disposition selon les termes de la [Licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France](#).

Résumé

Cette thèse porte sur la caractérisation non destructive de structures 2D magnéto-diélectriques inhomogènes complexes. L'ensemble des étapes allant de l'expérience au traitement du problème inverse est traité. Dans un premier temps, un modèle direct reliant le champ diffusé aux propriétés électromagnétiques du matériau a été mis en place. Ce modèle requiert des calculs par éléments finis de la propagation de l'onde électromagnétique, en présence de l'objet observé lorsque celui-ci est positionné sur un support métallique. Une validation expérimentale a été réalisée via la mise en place d'un banc de mesure multistatique. Différentes étapes d'ajustements et d'étalonnages ont permis la réduction du bruit de mesure ainsi que des biais. Ensuite, le problème inverse a été traité afin de pouvoir remonter aux propriétés électromagnétiques des échantillons à partir d'une mesure du champ diffusé. L'inversion est traitée principalement par une approche linéaire, avec un choix attentif de la valeur des hyperparamètres qui y sont associés. Une fois les outils mis en place, six études ont été réalisées pour la validation de notre système d'imagerie 2D des propriétés électromagnétiques de matériaux magnéto-diélectriques inhomogènes. Cela comprend l'évaluation des incertitudes de mesure, de la résolution spatiale, la mesure de différents matériaux magnétiques et l'utilisation de différents supports à géométries variées. L'ensemble des résultats expérimentaux réalisés se place dans une hypothèse de géométrie 2D. C'est pourquoi, nous avons ensuite orienté nos travaux vers la recherche d'un design innovant permettant de faire évoluer le banc de mesure en un dispositif d'imagerie 3D. Dans cette perspective, une source secondaire vient se déplacer proche de la cible pour acquérir de l'information selon la troisième dimension. Une étude numérique a permis d'évaluer en partie les performances attendues de ce nouveau système.

Mots clés : perméabilité, tomographie micro-onde, matériaux magnétiques, radiofréquences, mesure en espace libre, milieu inhomogène, caractérisation non destructive, hyperfréquences.

Abstract

The subject of this thesis is the non-destructive characterization of complex inhomogeneous magneto-dielectric structures. Successively, the experimental developments, the modelling and the data treatments stages are addressed. A forward model that links the scattered field to the electromagnetic properties is established. This model requires some finite element computations in order to estimate the propagation of the electromagnetic wave in presence of the magneto-dielectric object which is glued on a metallic support. A multistatic bench has been designed and constructed in order to collect measured scattered fields. Several adjustments and calibration procedures have been carried out to reduce the measurement noise and biases. Next, the inverse problem has been dealt with, in order to retrieve the electromagnetic properties of the samples, from the measured scattered field. The inverse problem is mainly solved with a linear approach, with a careful selection of the hyperparameters. Once the system has been fine tuned, six studies have been realized to validate our 2D imaging system. The assessment of the measurement uncertainty, the evaluation of the spatial resolution, the characterization of various magnetic materials and the use of different supports with variable geometries have been performed. So far, all the developments were done under a 2D hypothesis. That is why, we have then focused our research on the design of a 3D innovative imaging setup. To this end, a secondary source moving close to the target has been added in order to gain information in the third direction. A numerical study has been performed to assess the expected performances of this new setup.

Keywords : permeability, microwave tomography, magnetic materials, radiofrequency, free-space measurement, inhomogeneous medium, non destructive characterization, hyperfrequency.

Remerciements

Mes travaux de doctorat se sont déroulés dans d'excellentes conditions, et cela grâce à l'investissement d'une multitude de personnes qui se sont montrées compétentes, mais aussi impliquées. Je souhaite les remercier dans cette section.

Je remercie mes encadrants de thèse Amélie Litman et Nicolas Malléjac pour leur qualité d'encadrement. J'ai particulièrement apprécié la clarté des communications que nous avons eues ensemble, toujours fluides et centrées sur les problèmes techniques que nous avons eu à résoudre. Amélie, je te remercie pour l'investissement important que tu as montré pour ce projet. Tes compétences techniques ont permis le traitement du sujet avec beaucoup de recul. Nicolas, je te remercie d'avoir consacré autant de temps d'une part à enrichir mes connaissances et d'autre part à réunir toutes les conditions favorables au traitement du sujet. Tu as su guider ces travaux avec patience, positivité et sagesse.

Je remercie mon jury de thèse d'avoir étudié mes travaux avec attention, et d'avoir posé une série de questions pertinentes et intéressantes. C'était un plaisir de soutenir mon doctorat devant vous.

Ensuite, je souhaite remercier mes collègues du CEA, qui se sont montrés disponibles et réactifs pour m'apporter leur aide. Les nombreuses discussions que nous avons eues ensemble, dans le cadre du travail ou en dehors, contribuent à la construction d'un bon souvenir de mon passage au CEA. Je remercie spécialement Jean-Hugue pour ses apports expérimentaux et Anne-lise et Jean-luc pour la fabrication de matériaux. Je souhaite remercier Pascal et Stam de m'avoir mené à ces travaux de doctorat, à travers la résolution d'un sujet de stage que j'ai trouvé très intéressant. Je remercie aussi l'ensemble des managers d'avoir soutenu activement ma candidature.

Je remercie les doctorants et stagiaires avec qui j'ai eu le plaisir de partager lors de mon doctorat. Spécialement Julien qui m'a transmis sa passion du rugby toulousain et de spaceX, Thomas, à qui il faut reconnaître un humour des plus original ;) Margareth, pour ses analyses brillantes, Jeremy et Jean-Lou pour leurs performances athlétiques au lancé de pack de lait et enfin Geoffroy et sa passion artisanale.

Je remercie mes amis. Les anciens, pour qui la dynamique a beaucoup évolué ces dernières années, et les nouveaux. Je remercie spécialement Antoine, Benjamin, Romain et Adrien pour leur soutien, peu importe les circonstances. Je suis reconnaissant à ma famille qui me soutient et m'encourage. Très généreux, vous savez me donner de bons moments en vous appuyant sur une cuisine élaborée. Enfin, je souhaite te remercier Béatriz, pour tout ce que tu m'apportes. J'aime spécialement ta capacité à transformer ce qui est négatif et ennuyant, en quelque chose de positif et amusant.

Table des matières

Résumé	3
Abstract	5
Remerciements	7
Introduction générale	14
1 Positionnement de la problématique dans un contexte général	15
1.1 Introduction	15
1.2 Caractérisation de matériaux micro-ondes par la mesure des coefficients de transmission/réflexion	16
1.3 La tomographie micro-onde, un axe de recherche en essor	19
1.3.1 Les domaines d'application	20
1.3.2 Les enjeux algorithmiques	21
1.3.3 Les systèmes de mesures	23
1.3.4 Les travaux proches de notre problématique	25
1.4 Bilan de l'étude bibliographique	26
2 Problème direct : Modélisation de la diffraction par des structures magnéto-diélectriques	29
2.1 Équations intégrales pour un objet magnétique	29
2.1.1 Description de la propagation du champ électromagnétique	30
2.1.2 Définitions des différents domaines d'intérêt	30
2.1.3 Définition du champ diffusé	31
2.1.4 Définition de sources équivalentes	33
2.1.5 Établissement de la forme intégrale pour une structure magnéto-diélectrique	34
2.2 Évaluation des champs du modèle direct	36
2.2.1 Choix d'une stratégie pour modéliser l'expérience	36
2.2.2 Construction d'un modèle FEM avec Comsol	38
2.2.3 Approximation 2D de l'expérience 3D	39
2.2.4 Modélisation de l'onde incidente par un fil source	40
2.3 Traitement du problème lié au calcul du champ dans l'échantillon	42
2.3.1 Approximation de Born	42
2.3.2 Approximation par un champ a priori	43
2.3.3 Traitement du problème non linéaire	44
2.4 Calcul numérique du modèle direct	44
2.4.1 Discrétisation du problème par la méthode de quadrature	44
2.4.2 Mise sous forme matricielle	45
2.4.3 Réduction du nombre d'inconnues sur le domaine observé	46

2.4.4	Approximation de la partie diélectrique ou magnétique	46
2.5	Conclusion	47
3	Développement d'un moyen d'acquisition du champ diffusé	49
3.1	Introduction	49
3.2	Description du moyen de mesure	49
3.3	Description des objets mesurés	51
3.3.1	Supports des objets	51
3.3.2	Objets de calibrage	52
3.3.3	Matériaux magnéto-diélectriques	55
3.4	Alignement du banc de mesure	57
3.4.1	Alignement du plateau central et des antennes	58
3.4.2	Centrage du moteur support et des pièces associées	58
3.4.3	Alignement du support	60
3.5	Calibrage	60
3.6	Définition des protocoles de mesure	60
3.7	Analyse et traitement du bruit de mesure	62
3.7.1	Diminution de la diffusion secondaire par filtrage	62
3.7.2	Diminution du bruit de mesure par anéchoïdisation	70
3.8	Analyse et traitement des biais de mesure	74
3.8.1	Validation du banc avec des mesures de sphères	74
3.8.2	Amélioration du centrage d'objets symétriques	76
3.8.3	Étude sur la modélisation de l'éclairage pour des objets de tailles importantes	78
3.9	Conclusion	80
4	Problème inverse : Détermination des propriétés EM de matériaux à partir de la mesure du champ diffusé	81
4.1	Introduction	81
4.2	Inversion du problème linéarisé	82
4.2.1	Décomposition en valeurs singulières de l'opérateur de diffraction	82
4.2.2	Inversion du problème factorisé	83
4.2.3	Sens physique d'une inversion linéaire par SVD	83
4.3	Problème lié à la décroissance des valeurs singulières	84
4.4	Traitement du mauvais conditionnement de l'opérateur de diffraction par régularisation	85
4.4.1	Régularisation par troncature	87
4.4.2	Régularisation de Tikhonov	89
4.4.3	Conclusion	90
4.5	Optimisation du protocole de mesure par l'analyse des valeurs et vecteurs singuliers	91
4.6	Information a priori	93
4.6.1	Ajout de l'information a priori géométrique	94
4.6.2	Atténuation des effets de sauts d'indices	94
4.7	Inversion du problème non linéaire	97

4.8	Conclusion	98
5	Exploitation des résultats expérimentaux	99
5.1	Introduction	99
5.2	Étude I : validation de la méthodologie	99
5.2.1	Mesure de calibrage	100
5.2.2	Radargrammes	102
5.2.3	Comparaison au traitement du problème direct	102
5.2.4	Résultat de l'inversion avec l'information a priori de l'épaisseur moyenne du matériau magnétique	104
5.2.5	Résultat de l'inversion avec l'information a priori sur la position des bandelettes	106
5.2.6	Impact de la structure anéchoïque sur le résultat d'inversion	108
5.2.7	Conclusion	109
5.3	Étude II : Campagne d'évaluation d'incertitudes	110
5.3.1	Mesures de calibrage	111
5.3.2	Mesure de répétabilité et reproductibilité avec l'information a priori de l'épaisseur moyenne	112
5.3.3	Mesure de répétabilité avec l'information a priori de la position des bandelettes	117
5.3.4	Conclusion	118
5.4	Étude III : évaluation de la résolution spatiale	118
5.4.1	Mesure de calibrage	120
5.4.2	Contribution diélectrique au champ diffusé	121
5.4.3	Radargrammes	121
5.4.4	Résultat du problème inverse en fonction de la fréquence	122
5.4.5	Détermination de la résolution spatiale par fréquence	123
5.4.6	Conclusion	125
5.5	Étude IV : imagerie du matériau POM	125
5.5.1	Mesure de calibrage	126
5.5.2	Contributions magnétiques et diélectriques	126
5.5.3	Problème direct	127
5.5.4	Problème inverse	128
5.5.5	Conclusion	130
5.6	Étude V : validation du moyen pour des échantillons plans	130
5.6.1	Mesures de calibrage	131
5.6.2	Radargrammes	131
5.6.3	Valeurs singulières	132
5.6.4	Résultats	133
5.6.5	Conclusion	135
5.7	Étude VI : mesure magnéto-diélectrique sur espaceur	136
5.7.1	Faisabilité numérique de l'inversion diélectrique	137
5.7.2	Résultats expérimentaux	141
5.7.3	Conclusion	144
5.8	Conclusion	145

6 Augmentation de l'information par l'introduction de sources secondaires	147
6.1 Introduction	147
6.2 Imagerie 2D du matériau EPX avec le déplacement d'une source secondaire	148
6.2.1 Valeurs singulières	150
6.2.2 Résultat du problème direct	151
6.2.3 Résultat du problème inverse	151
6.2.4 Conclusion	152
6.3 Application numérique pour l'imagerie 3D	152
6.3.1 Valeurs singulières	155
6.4 Imagerie d'un contraste prédéfini	155
6.4.1 Conclusion	157
Conclusion	161
Perspectives	163
Annexe A Diminution du coût de calcul du modèle aux éléments finis	166
Annexe B Propagation du champ EM en dehors de la zone de calcul	168
Annexe C Traitement du problème de la précession du support et perspectives d'amélioration du banc	170
Liste des publications	173
Bibliographie	175

Introduction générale

En électromagnétisme classique, la permittivité et la perméabilité des matériaux sont deux grandeurs qui suffisent à décrire la propagation des ondes dans les milieux complexes, des fréquences micro-ondes aux fréquences optiques. La perméabilité des matériaux que l'on trouve dans la nature vaut l'unité en dehors du domaine des micro-ondes, seule la permittivité est prise en compte pour toutes les nombreuses applications au-delà de cette bande. En revanche, dans le domaine des micro-ondes, les matériaux magnétiques constituent non seulement une source très importante de questions ouvertes en physique, mais les propriétés du spin à une échelle atomique, et de la perméabilité à une échelle mésoscopique, sont à l'origine d'un très grand nombre d'applications. Ces matériaux sont par exemple indispensables pour le design avancé d'antennes [1, 2], dans la conception d'absorbants radars [3, 4] et l'élaboration de filtres interférentiels [5, 6].

Depuis l'essor des métamatériaux [7, 8, 9], dont les propriétés sont décrites par une permittivité et une perméabilité effectives, le domaine fréquentiel de la perméabilité différente de l'unité s'est considérablement étendu. Les applications de ces métamatériaux sont très prometteuses et ceci justifie le renouveau d'intérêt porté à la perméabilité. Parmi ces applications, le cloaking [10] tire simultanément avantage des propriétés électriques et magnétiques de matériaux pour contrôler l'onde électromagnétique [9]. Cela implique une distribution compliquée, mais adéquate de matériaux magnétiques de différentes propriétés.

Dans le design de ces structures complexes, il est crucial de connaître avec précision les propriétés électromagnétiques des différents matériaux utilisés. Actuellement, il existe de nombreuses méthodes pour mesurer les permittivités et perméabilités relatives de petits échantillons usinés [11]. Par exemple, les cavités résonantes permettent une mesure précise à une fréquence donnée [12], alors que les lignes coaxiales sont utilisées pour des mesures sur une large bande de fréquence [13]. Néanmoins, ces méthodes ne conviennent pas à la caractérisation d'échantillons de taille importante. En effet, pour les appliquer il faut usiner de nombreux échantillons dans le matériau initial afin de les mesurer par ces méthodes. Ce procédé est destructif, coûteux, prend du temps, et donne une résolution qui est limitée par la taille des échantillons usinés.

Or, il est primordial pour des processus de fabrication de pouvoir contrôler la variation spatiale des propriétés radioélectriques des matériaux qui ont été produits. Dans certains cas, de petites variations de permittivité et perméabilité peuvent avoir un effet considérable sur la réponse du matériau. Par exemple, dans l'application du cloaking, il est essentiel d'avoir un outil permettant le contrôle non destructif des propriétés de la cape d'invisibilité, car il est connu, qu'une petite modification des propriétés de la structure entraîne un champ diffusé important [14].

Ces travaux de thèse représentent une première étape menant vers la caractérisation

non destructive de matériaux inhomogènes magnéto-diélectriques complexes. Notre objectif principal est de démontrer la faisabilité de reconstruire les propriétés électromagnétiques de matériaux inhomogènes à partir d'une mesure du champ diffusé. Pour cette démonstration, des matériaux inhomogènes ont été spécialement conçus en mélangeant des matériaux homogènes de différentes propriétés.

Afin de répondre à cette problématique, on propose un manuscrit découpé en 6 chapitres. Dans le premier chapitre, une étude bibliographique permet de poser le problème dans un contexte plus large. Cette recherche bibliographique a été réalisée selon deux axes de recherches importants. Le premier est l'application des techniques de réflexion/transmission pour la caractérisation d'échantillons plans en espace libre. Le deuxième axe de recherche vise à mettre au point des systèmes tomographiques permettant l'imagerie micro-onde de structures, majoritairement diélectriques.

Après avoir positionné la problématique dans un contexte général, un deuxième chapitre a pour objet de traiter le problème direct, c'est-à-dire mettre en place un modèle reliant le champ diffusé mesuré aux propriétés des matériaux observés. Ce modèle nécessite le calcul des champs électromagnétiques se propageant dans la zone d'expérience. Nous détaillerons comment ces champs ont été calculés.

Le troisième chapitre explique les étapes menant à la mesure du champ diffusé. Il décrit la mise en place d'un banc de mesure multistatique du champ diffusé, ainsi que les objets qui ont été mesurés pour notre démonstration. Pour réduire le bruit et les biais de mesures, plusieurs méthodes ont été mises en place. Ainsi, des protocoles de mesure ont été définis pour étudier l'information nécessaire pour l'imagerie de nos matériaux. Des mesures de validation du moyen de mesure sont présentées dans ce chapitre.

Le quatrième chapitre présente l'inversion du modèle direct mis en place au chapitre 2. Il s'agit donc de déterminer les propriétés des matériaux à partir de la mesure du champ diffusé. Le traitement du problème inverse est en soit un défi, qui dispose d'une vaste littérature, mais nécessite de nombreux ajustements techniques.

Le cinquième chapitre présente enfin plusieurs études de validation de notre système d'imagerie des propriétés électromagnétiques des matériaux magnéto-diélectriques. La première étude compare les résultats obtenus par ce moyen sur un matériau inhomogène dont la perméabilité et la permittivité sont connues par ailleurs. La deuxième étude porte sur l'évaluation des incertitudes. Une troisième étude évalue la résolution spatiale obtenue, en faisant varier la distance séparant deux échantillons. Une quatrième étude présente les caractérisations pour un matériau pour lequel les mesures destructives classiques n'ont pas donné de bons résultats. Une cinquième étude mesure des échantillons sur un support ayant une géométrie plane. Enfin, la sixième étude se focalise sur la mesure de permittivité d'un matériau.

Jusqu'au sixième chapitre, les travaux présentés se placent dans une hypothèse de géométrie 2D. Le sixième et dernier chapitre dépasse donc cette hypothèse et s'intéresse à l'amélioration du banc afin qu'il puisse effectuer l'imagerie 3D. Pour cela, un design innovant est proposé et une étude numérique 3D complète est réalisée pour en démontrer la faisabilité.

1. Positionnement de la problématique dans un contexte général

Dans ce chapitre, on a réalisé une étude bibliographique permettant de poser le problème dans un contexte plus large. Cette recherche bibliographique a été réalisée selon deux axes de recherches importants. Le premier, réside en l'application des techniques de réflexion/transmission pour la caractérisation d'échantillons plans en espace libre. Le deuxième axe de recherche concerne des systèmes tomographiques permettant l'imagerie micro-onde de structures éventuellement inhomogènes, majoritairement diélectriques.

1.1. Introduction

L'imagerie regroupe les moyens d'acquisition et de restitution d'images des propriétés de l'espace. Différentes propriétés peuvent être observées selon la nature de l'excitation. En effet, un même milieu peut par exemple fortement interagir avec une onde électromagnétique et légèrement interagir avec une onde sonore. Afin de reconstruire ces propriétés, on définit une source créant une excitation se propageant dans le milieu d'observation. Une fois l'excitation ressortie de ce domaine, elle est mesurée afin d'obtenir la réponse du domaine. L'imagerie est définie comme la détermination du milieu, connaissant l'excitation initiale ainsi que sa réponse. Au sens mathématique, on parle de la résolution d'un problème inverse. Cette nomenclature est définie par opposition avec le problème direct, ce dernier étant le calcul de la réponse, connaissant l'excitation et le milieu (voir Figure 1.1). Le problème inverse est généralement mal posé. C'est-à-dire qu'une petite variation sur la mesure entraîne une forte variation sur la reconstruction des inconnues. La conséquence du caractère mal posé est que le bruit de mesure entraîne une solution très différente de la "vraie" solution. Afin de traiter ce problème, des techniques de régularisation sont appliquées. Elles modifient le problème initial afin d'en définir un nouveau. Le problème obtenu est alors mieux posé, ce qui assure la stabilité de la solution face au bruit de mesure.

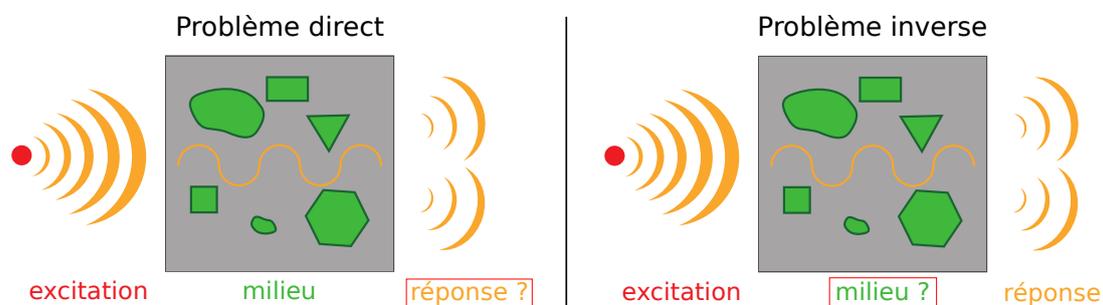


FIGURE 1.1. – Illustration de la différence entre le problème direct et le problème inverse.

L'étude bibliographique qui est présentée dans ce chapitre a révélé que notre problématique de thèse peut être rattachée à deux axes de recherches principaux. Le premier axe concerne la caractérisation de matériaux magnéto-diélectriques, et le deuxième, consiste en l'amélioration des systèmes de tomographie micro-onde.

1.2. Caractérisation de matériaux micro-ondes par la mesure des coefficients de transmission/réflexion

Lors de la réalisation de matériaux pour application micro-ondes, il est important de pouvoir mesurer les propriétés électromagnétiques. Cela permet d'avoir un retour sur le processus de fabrication. Pour cela, un échantillon est généralement usiné sur le matériau initial puis est mesuré dans un guide d'onde. Cette technique est abondamment utilisée, car les guides d'onde présentent des conditions particulières permettant une modélisation simple de la physique. D'une part, la maîtrise de l'éclairage est facile, car elle est assimilable à une onde TEM (transverse électromagnétique). D'autre part, le matériau remplit complètement le guide, ce qui évite les problèmes liés aux bords transverses de l'échantillon. Dans cette méthode, l'échantillon possède une forme canonique (tore, rectangle...) et est modélisé par un slab, c'est-à-dire qu'il est considéré comme plan et infini selon la direction transverse au guide d'onde. L'approximation du slab permet d'utiliser une relation reliant les propriétés du matériau à la mesure des coefficients de transmission/réflexion. On nommera TR les méthodes basées sur la mesure des coefficients de transmission/réflexion.

En 1970, Nicolson et Ross [15] ont travaillé sur les mesures de matériaux magnéto-diélectriques en structure guidée. Lors de ces mesures, les échantillons ont été disposés dans un guide d'onde coaxial. Le guide coaxial permet la propagation d'une onde TEM pour une large bande de fréquence. L'analyseur de réseau a ensuite effectué des mesures temporelles allant de 0,4 à 10 GHz. Par la suite, un filtrage temporel a été appliqué afin de réduire le bruit de mesure. Puis, la méthode TR a été utilisée afin d'obtenir les propriétés électromagnétiques des matériaux en fonction des coefficients de transmission/réflexion. Les valeurs complexes de la permittivité et de la perméabilité ont été simultanément reconstruites. Ces travaux ont démontré la faisabilité de la mesure des propriétés électromagnétiques selon une large bande de fréquence à partir de mesures temporelles. Néanmoins, la bande de fréquence qui a été utilisée dans cette étude s'étend uniquement de 0,4 à 10 GHz. De plus, seuls de faibles indices (autour de 2-3) ont été traités.

L'expérience de Nicolson et Ross applique l'approximation du slab pour la mesure d'échantillons dans un câble coaxial, afin d'établir une relation entre les coefficients de transmission/réflexion et les propriétés matériaux. Cette méthodologie a été depuis, appliquée à d'autres structures que le câble coaxial, pour la caractérisation de matériaux selon diverses spécifications. Par exemple, la mesure d'un échantillon dans une cavité est très précise, mais ne peut être réalisée qu'à une fréquence unique alors que le guide

coaxial permet une mesure large bande, mais avec une moins bonne précision (voir figure 1.2). Ces méthodes permettent aussi la mesure sous contraintes (pression, température) et la mesure de multicouches homogènes [16]. Bien que l'on puisse mesurer des matériaux homogènes par la méthode TR, il est impossible d'étudier l'inhomogénéité de manière directe. Toutefois, une étude indirecte par la caractérisation d'échantillons prélevés sur différentes parties du matériau initial est envisageable. Nonobstant, cette approche est lente, coûteuse et destructive.

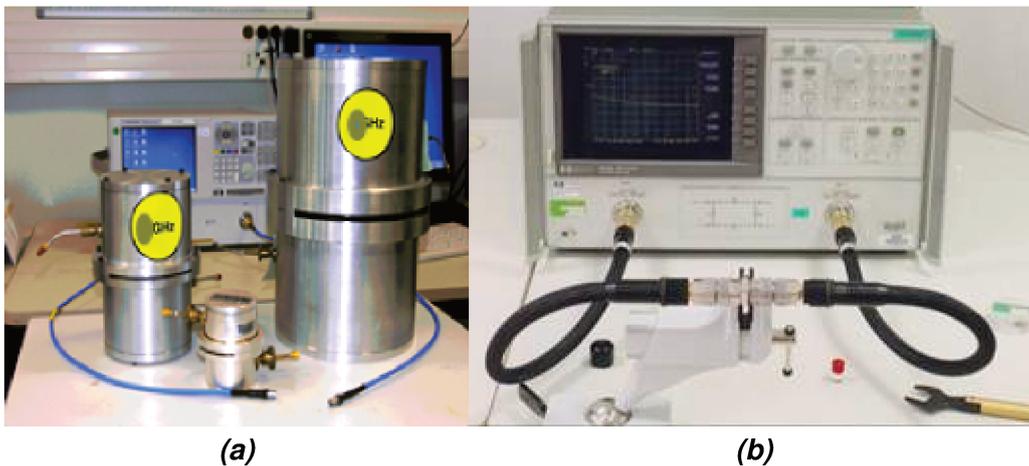


FIGURE 1.2. – Exemple de systèmes pour la caractérisation **a)** en cavité et **b)** en ligne coaxiale.

En 1990, Ghodgaonkar & al. [17] ont appliqué les méthodes TR pour des mesures en espace libre. Dans cette étude, les auteurs réalisent la caractérisation non destructive de plaques homogènes. Afin de les mesurer, deux antennes ont été installées face à face, puis les échantillons ont été positionnés perpendiculairement à la propagation de l'onde. Contrairement aux mesures en guide, les bords de l'échantillon ne sont pas en contact avec un conducteur métallique. Cela entraîne un effet de diffraction qui n'est pas pris en compte par le modèle, qui suppose l'échantillon comme plan et infini. Afin de diminuer cette erreur, les auteurs ont utilisé des antennes focalisantes. Ce dispositif a permis de réduire l'effet lié à la diffusion des bords. Cette étude a démontré qu'il est possible de reconstruire la permittivité et la perméabilité de plaques homogènes à partir de mesures en espace libre, et ce, de manière non destructive. Toutefois, la technique utilisée ne permet pas de remonter à la répartition spatiale des propriétés électromagnétiques. De plus, seules des plaques peuvent être mesurées, ce qui limite les applications potentielles.

La méthode TR appliquée à des mesures en espace libre est un axe de recherche toujours d'actualité. Cet axe, emprunté pour la première fois par [17], a pris de diverses directions. Certains travaux s'intéressent aux mesures sous contraintes, avec par exemple les mesures en température [18], alors que d'autres travaux portent sur la mesure de nouveaux matériaux, comme les métamatériaux [19], les nanotubes de carbones [20] ou les ciments [21]. D'autres équipes s'intéressent plutôt à l'amélioration de la précision. C'est le cas par exemple dans [22], avec le développement de coef-

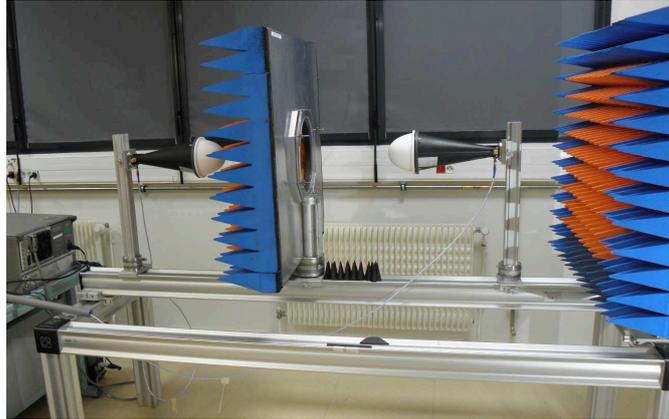


FIGURE 1.3. – Banc de mesure en espace libre. Des lentilles focalisantes ainsi que des mousses anéchoïques sont utilisées pour réduire les effets liés aux bords.

ficients correctifs liés au positionnement et au calibrage, ou bien dans [23], avec la prise en compte de la théorie de la focalisation gaussienne. La prise en compte de cette théorie a permis de positionner l'échantillon à l'emplacement optimal. D'autres travaux portent sur l'étude de cas particuliers comme l'étude de matériaux anisotropes [24] ou de matériaux entraînant un saut de phase [25]. Ce dernier phénomène est présent pour des matériaux de faible épaisseur et ayant un fort contraste. Enfin, d'autres travaux portent plutôt sur l'industrialisation de la technique. En effet, dans [26], une méthode est développée pour caractériser des plaques homogènes, sans la connaissance a priori de l'épaisseur. Dans certains cas, cela présente un intérêt industriel. Ces exemples montrent bien que malgré les fortes approximations de la méthode TR, elle reste majoritairement employée pour la caractérisation de plaques homogènes en espace libre. Elle est adaptable à différents matériaux, et a déjà été optimisée dans des cas particuliers.

L'avantage principal de la méthode TR en espace libre réside dans sa simplicité. En effet, la théorie se comprend facilement et les algorithmes sont rapides à implémenter. De plus, les systèmes expérimentaux se réalisent simplement, comme on peut le voir sur la figure 1.3. Parmi ses autres avantages, citons la possibilité de réaliser des caractérisations sur une large bande de fréquence, d'appliquer des contraintes à l'échantillon ou d'obtenir une bonne précision. Les inconvénients sont liés à ses approximations. En effet, l'approximation d'un matériau homogène plan et infini est restrictive. Cela ne permet ni l'étude de matériaux ayant une géométrie complexe ni l'étude de matériaux inhomogènes.

Néanmoins dans notre cas, on cherche à imager d'une part des matériaux inhomogènes et d'autre part des matériaux qui possèdent une géométrie non canonique (complexe). Ces méthodes sont inadaptées au traitement de notre problématique, mais peuvent être utilisées pour valider dans certains cas les résultats obtenus.

1.3. La tomographie micro-onde, un axe de recherche en essor

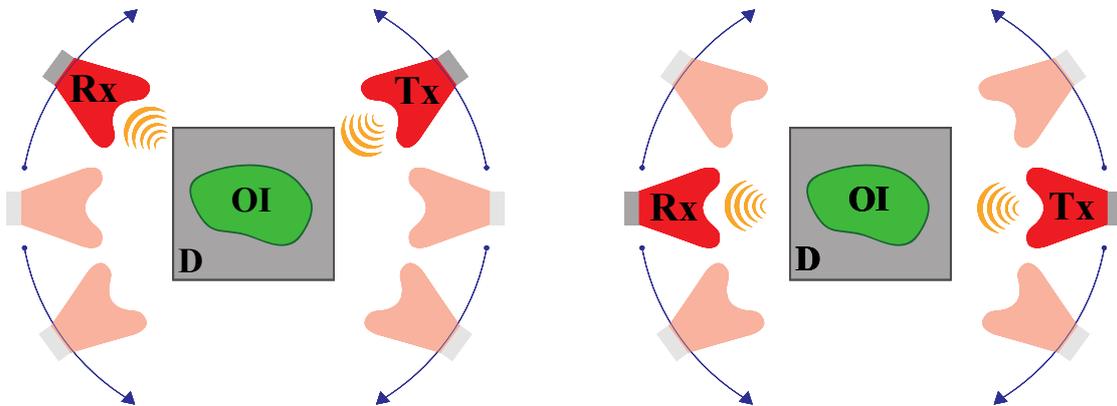


FIGURE 1.4. – Illustration du principe tomographique. Dans cette configuration, les antennes se déplacent afin d'émettre et de collecter le champ électrique en différents points de l'espace. Chacune des mesures est une combinaison Transmetteur-Récepteur (Tx,Rx).

Dans le domaine de l'imagerie, la tomographie par micro-onde (MWT) constitue un axe de recherche en plein essor. Le mot tomographie regroupe les techniques utilisant la combinaison de plusieurs mesures pour établir une image. Les micro-ondes sont des ondes électromagnétiques de fréquence comprise entre 300 MHz et 300 GHz. L'importance des recherches en MWT vient des propriétés remarquables qu'ont ces ondes. En effet, elles peuvent dans de nombreux cas traverser des volumes importants de matériaux avant de perdre significativement de l'intensité, et d'autre part, elles ont la propriété d'être non ionisantes. Cette propriété limite significativement d'éventuels impacts négatifs sur le corps humain, qui est exposé de manière directe ou indirecte aux rayonnements émis par le système d'imagerie. De plus, dans certaines applications, les matériaux présentent une variation de contrastes importante entre les différents éléments imagés. Cela améliore la reconstruction de la solution. Bien qu'elles aient des propriétés intéressantes, les micro-ondes possèdent aussi des propriétés défavorables à l'imagerie. D'abord, la MWT souffre d'un manque de résolution. Cela est lié à la longueur d'onde qui est centimétrique, voire métrique. Ensuite, certains matériaux, comme l'eau, présentent de forts contrastes. Ces derniers entraînent une augmentation du degré de non-linéarité du problème, ce qui rend la résolution du problème plus délicate. Enfin, les ondes millimétriques ne peuvent être que faiblement focalisées. Chacune des mesures est construite à partir de la propagation de l'excitation dans une large zone du domaine d'observation. Ce phénomène participe largement au caractère mal posé du problème inverse. Bien qu'elle soit attrayante par ses propriétés remarquables, la MWT requiert encore de nombreuses avancées pour permettre l'industrialisation d'applications prometteuses. Pour cela, de nombreux chercheurs tentent de trouver des solutions, tant au niveau des systèmes de mesures qu'au niveau des algorithmes de traitement.

1.3.1. Les domaines d'application

Les domaines d'applications de la MWT sont vastes. Dans l'imagerie des sous-sols, elles concernent le déminage [27], le sauvetage [28], l'ingénierie environnementale, la géophysique [29], l'archéologie [30] et la spéléologie [31], la protection des frontières et la surveillance de zones sensibles comme les prisons, les banques et les centrales nucléaires. De plus, la MWT joue un rôle important dans la télédétection. Les applications sont tant bien militaires que civiles, avec par exemple la détection des armes ou l'étude de la surface des planètes.

Dans l'imagerie médicale, l'application principale consiste en la détection du cancer du sein du fait d'un enjeu particulièrement important [32, 33, 34]. C'est en effet le cancer le plus répandu chez la femme et le plus meurtrier alors que les statistiques de survie sont bonnes si la tumeur est détectée suffisamment tôt. Malheureusement, les techniques d'imagerie actuelles ne conviennent pas pour un examen systématique des patients. Face à ces problèmes, la MWT représente une alternative attrayante. La procédure est confortable, non ionisante et de faible coût. De plus, la différence de contraste entre les tissus malins et bénins est importante dans le spectre des micro-ondes. D'autres applications médicales sont à l'étude, avec par exemple l'imagerie du cerveau [35]. L'objectif ici est l'élaboration d'un scanner micro-onde facilement transportable et capable de réaliser un rapide diagnostic pour différencier une ischémie d'une hémorragie. Enfin, d'autres modèles sont aussi à l'étude pour l'imagerie de fractures (bras, jambes...) [36].

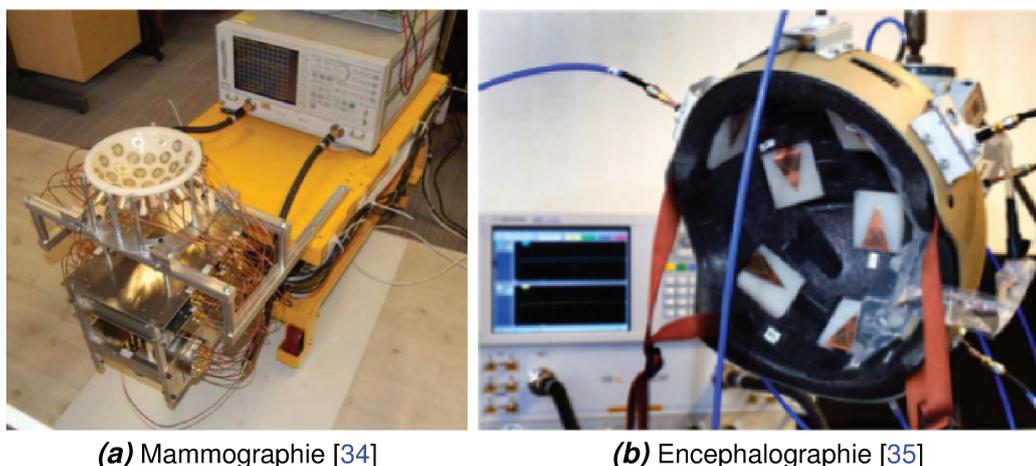


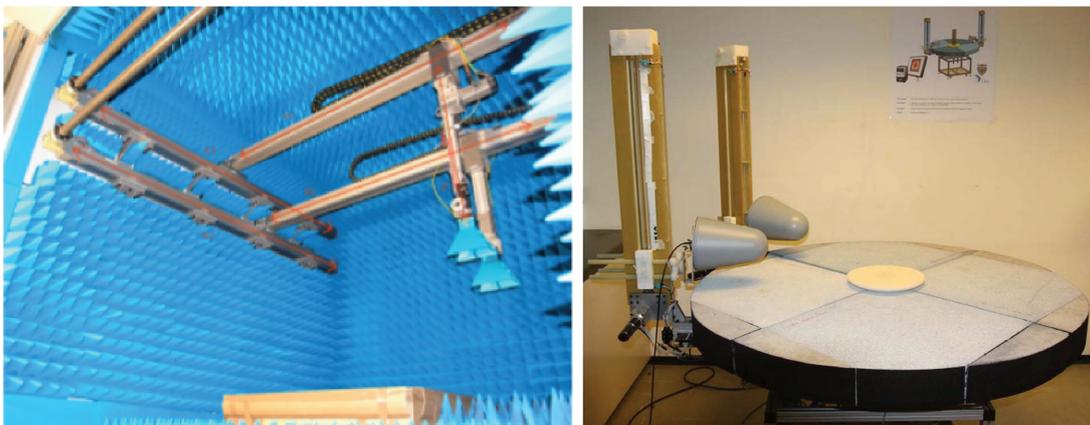
FIGURE 1.5. – Prototypes pour des applications médicales. Des mesures en champ proche avec un réseau d'antennes sont favorisées pour une acquisition rapide et un ciblage de la zone observée.

Dans la caractérisation non destructive, des applications naissent dans l'ensemble du tissu industriel. Par exemple en agriculture, un système a été développé pour surveiller

le développement de moisissures dans des silos à grain [37]. L'enjeu est de sauver une partie non négligeable des récoltes (de 3 à 30 % selon les pays). Citons aussi l'exemple de l'imagerie continue de flux multiphasiques circulant dans une conduite [38]. Elle permet par exemple la surveillance d'un procédé industriel.

1.3.2. Les enjeux algorithmiques

En MWT, beaucoup d'applications potentielles souffrent d'un manque de résolution spatiale ou d'un coût de calcul trop élevé pour une possible industrialisation. Cela entraîne un besoin important de développer des algorithmes de traitement plus efficaces. En effet, ces algorithmes doivent être plus rapides, plus robustes et mieux traiter les cas hautement non linéaires. Pour cela, de nombreux laboratoires utilisent des cas d'école pour comparer les algorithmes de traitement. Un cas d'école consiste en une étude physique dans des conditions simplifiées de laboratoire. Les cas d'école les plus classiques sont l'espace libre [39] et les objets enfouis (voir Fig. 1.6). Dans un cas d'école, il y a des paramètres variables comme la taille et la forme de l'objet observé, la gamme de fréquence utilisée, les propriétés de matériaux, la présence d'un milieu environnant homogène ou inhomogène, le type de balayage et le nombre de points de mesures. Au vu de ces variabilités, il est compliqué d'avoir une réelle comparaison des algorithmes. Les algorithmes développés avec des cas d'écoles sont ensuite utilisés dans les applications MWT.



(a) Imagerie subsurface de l'institut Fresnel [40]

(b) Banc de caractérisation 2D [41]

FIGURE 1.6. – Instrumentation dédiée aux tests algorithmiques.

Les travaux qui ont pour objectif l'amélioration des algorithmes de traitement en MWT peuvent être classés selon trois axes de recherche : le traitement du problème direct, l'inversion du problème et l'incorporation d'information a priori. Nous consacrons donc dans la suite un paragraphe à chacun de ces axes de recherche pour en résumer

les principales méthodes.

Le traitement du problème direct (voir Fig. 1.1) peut être amélioré de plusieurs façons. D'abord, la modélisation de l'éclairage peut être améliorée. Dans [42], un état de l'art a été réalisé sur cette thématique. Avec ce travail, les auteurs ont mis en évidence que cette problématique constitue un axe de recherche à elle seule, et que le rayonnement de l'antenne se modélise avec différents degrés de complexité. La façon la plus élémentaire de procéder consiste à approximer le rayonnement de l'antenne par une onde plane. Ensuite, lorsqu'une plus grande précision est requise, l'approximation par un dipôle est utilisée [43]. Enfin plus rarement, des méthodes de sources équivalentes sont utilisées pour la modélisation complète du lobe principal de l'antenne [40]. À noter que pour certains réseaux d'antennes, la structure complète se comporte comme une antenne, ce qui demande la modélisation complète du système. Une autre façon d'améliorer le problème direct consiste à considérer des géométries complexes. Dans cette approche, une méthode numérique est utilisée pour résoudre les équations en tout point de l'espace. Les méthodes numériques principales utilisées sont la méthode des moments (avec ici la difficulté d'avoir la bonne fonction de Green), la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies. Elles permettent la modélisation de contributeurs au champ diffusé. Généralement, seuls les contributeurs principaux comme le support sont modélisés et les éléments secondaires comme les murs sont recouverts de mousses anéchoïques. De plus, les modèles numériques sont sujets à une optimisation. En effet, le nombre de mailles peut être minimisé et la physique doit être la plus proche possible de celle de l'expérience. À noter que cette approche apporte une flexibilité expérimentale importante.

L'amélioration du schéma d'inversion a subi un développement fort ces dernières années. Une course à l'algorithme a lieu avec un nombre d'articles publiés important sur le sujet. Ces travaux traitent généralement de la résolution du problème non linéaire. Les schémas d'inversions non linéaires peuvent être classés en deux catégories. La première contient les méthodes déterministes itératives. Dans ces méthodes, on définit une fonctionnelle convexe de sorte que le minimum correspond à la solution du problème. Ensuite, on utilise un algorithme pour converger vers ce minimum. Différents algorithmes existent et se différencient dans leur schéma pour approcher le minimum, ainsi que dans leur façon de régulariser le problème. L'inconvénient de ces méthodes vient de leur haut degré de non-linéarité, qui entraîne de fausses solutions. Les principaux schémas d'inversion sont : la *Distorted Born Iterative Method* [44], la méthode des *Gradients Conjugués* [45], la *Contrast Source Inversion* [43] et les méthodes de type Newton. La seconde catégorie pour inverser un problème non linéaire est l'approche stochastique. Dans cette approche, on définit une fonctionnelle dont le minimum global coïncide avec la solution du problème, mais cette fois sans hypothèse de convexité. On résout ensuite la fonctionnelle avec un algorithme stochastique qui cherche le minimum global. L'avantage de cette méthode est qu'elle permet plus de liberté dans la définition de la fonctionnelle. Les conséquences sont que l'information a priori peut s'inclure avec plus de facilité et que la définition du terme de régularisation est plus libre.

L'inconvénient de cette approche est le temps de calcul. Il croît exponentiellement avec le nombre d'inconnues. Les algorithmes stochastiques étant très longs à développer, la communauté de la MWT a repris ceux déjà existants dans d'autres domaines et compare leurs efficacités [46].

Une fois le schéma d'inversion choisi, une méthode souvent significative pour améliorer le traitement du problème est l'ajout d'informations a priori. Cela permet selon les cas d'améliorer la résolution, la robustesse et de diminuer le degré de non-linéarité du problème. Ajouter de l'information revient à réduire l'espace des possibilités des solutions, ce qui se fait en intervenant à différents niveaux de l'algorithme. Par exemple, la *Multiplicative Regularization + edge preserving* est une méthode qui permet d'imager des contrastes discontinus. Dans [47], une résolution de $\lambda/30$ est reportée pour l'étude d'un contraste discontinu. Un autre exemple abondamment utilisé est la méthode de *Frequency Hoping* [48]. Elle s'applique pour des objets non dispersifs, c'est-à-dire des objets dont le contraste est constant selon le spectre de fréquence considéré. Cette méthode permet d'augmenter la robustesse de la solution [41]. Une autre méthode originale est la méthode *Multiscaling* [49]. Ici, l'algorithme localise l'objet à la première itération, puis applique un zoom progressif en résolvant des zones de plus en plus discrétisées et restreintes. Une autre solution pour ajouter de l'information a priori est de restreindre le domaine d'observation au domaine de l'échantillon. L'information a priori incorporée est alors la connaissance de la géométrie et de la position de l'objet. Enfin, si les propriétés moyennes de l'échantillon sont connues, il peut être incorporé dans l'algorithme afin de réduire la non-linéarité (régularisation de Tikhonov par exemple).

Récemment, beaucoup de recherches en MWT portent sur le nouveau paradigme du *Compressing Sensing* [50]. Ces algorithmes sont efficaces sur les plans du coût de calcul, de robustesse, de la précision et de la flexibilité [51]. Cependant, ils sont plus difficiles à employer, car ils nécessitent une minimisation de norme l_1 . Un alphabet de bases de fonctions [52] est en cours de création. L'idée est d'étudier la densité de la matrice de mesure multistatique afin de sélectionner la base de fonction la plus adaptée pour l'inversion du problème. Des résultats et discussions concernant cette approche devraient apparaître dans les prochaines années.

1.3.3. Les systèmes de mesures

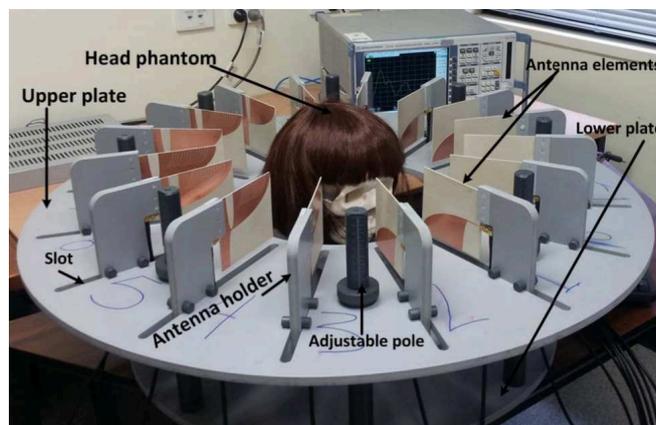
Un autre axe de recherche de la MWT est la mise au point de nouveaux prototypes. Ces derniers diffèrent selon l'application visée. Les éléments principaux qui différencient les moyens de mesures sont : le nombre et le type d'antennes, la distance des antennes, le type de balayage des antennes (linéaire ou angulaire) et plus généralement le design. Lors de la création du design, il semble important de maximiser la variation de champ dans l'échantillon mesuré non seulement lorsque l'antenne émettrice émet, mais aussi lorsque l'antenne réceptrice est réglée en mode émission (voir section 2.1.5). En effet, cela permet d'améliorer la quantité d'informations obtenues à chaque nouveau point de mesure, ce qui améliore la robustesse et la résolution du

problème.

Selon les applications, les systèmes tomographiques prennent des formes très variées. Par exemple, dans [53] un scanner multistatique 2D est développé pour l'imagerie 2D d'objets diélectriques (voir la figure 1.6b). L'objet est placé au centre et les antennes tournent autour avec un mouvement circulaire. Cette configuration est optimale pour maximiser l'information recueillie sur l'objet. En effet, la variation de l'incidence des antennes entraîne des variations importantes du champ créé dans le domaine d'observation. De plus, cette configuration est étendue en 3D [39]. Dans le domaine de l'imagerie médicale, les prototypes sont généralement des réseaux d'antennes (voir figure 1.5). Cela permet une acquisition rapide et une restriction de la taille du domaine observé. Dans [54], un prototype micro-onde est développé pour la détection des accidents vasculaires cérébraux (voir figure 1.7b). Le système est un réseau de 16 antennes Vivaldi opposées, qui possèdent un gain important. Cette propriété est cruciale dans l'imagerie biomédicale, car elle permet de réduire la puissance utilisée. Un autre exemple plus exotique de prototype MWT est [38]. Dans ces travaux, un système est développé pour imager des flux d'huiles, de gaz et d'eaux multiphasiques (voir figure 1.7a). Le système est constitué de 8 cavités installées autour de la conduite. Il peut fournir 5 images par seconde. Cela permet de garantir le bon déroulement de certaines étapes lors de productions industrielles.



(a) Imagerie de fluides multiphasiques [38]



(b) Imagerie du cerveau [54]

FIGURE 1.7. – Exemples d'instrumentations développées en MWT.

Dans la conceptualisation des moyens de mesures MWT, d'une part le travail consiste à améliorer les moyens de mesure déjà existants. Citons par exemple l'amélioration du rapport signal sur bruit ou l'augmentation de la quantité et de la qualité de l'information recueillie. D'autre part, le travail consiste à créer de nouveaux designs pour répondre aux applications émergentes.

1.3.4. Les travaux proches de notre problématique

La MWT est cependant peu appliquée à la caractérisation de matériaux destinés aux applications radiofréquences. En effet, comme nous l'avons souligné précédemment (voir section 1.2), les méthodes basées sur la mesure des coefficients de transmission/réflexion sont généralement préférées. Il existe cependant quelques travaux relativement proches de notre problématique de thèse, du fait des outils utilisés.

En 2012, Monleone & al. [41] ont travaillé sur la caractérisation d'objets diélectriques par MWT. Ils ont étudié l'effet induit par l'environnement de mesure sur la reconstruction des images. Pour cela, des mesures sont réalisées sur un même banc (voir figure 1.6b) dans deux environnements différents. Le premier est une chambre anéchoïque, et le second, un laboratoire situé proche de stations radiofréquences. La chambre anéchoïque permet de réduire les effets liés aux diffusions secondaires ainsi que des bruits parasites, venant de l'extérieur. Les mesures sont ensuite inversées avec une méthode traitant le problème non linéaire. De plus, des mesures selon plusieurs fréquences sont effectuées puis combinées pour améliorer la robustesse de la solution. En contrepartie, cette méthode implique des propriétés matériaux constantes dans la bande de fréquence considérée. Cette étude démontre que dans certains cas, il n'est pas nécessaire d'utiliser un environnement anéchoïque. Elle nous a guidé à construire une chambre anéchoïque partielle. De plus, elle montre la résolution atteignable par les systèmes actuels, lors de l'imagerie 2D d'objets diélectriques. Cependant, seuls des objets non magnétiques, non dispersifs et de faibles contrastes sont imagés.

En 2014, Attardo & al. [55] se sont intéressés à l'imagerie de matériaux hauts indices, et ayant une géométrie complexe, c'est-à-dire aux cas pour lesquels la propagation de l'onde dans l'environnement ne peut pas être déterminée analytiquement. Cela est nécessaire par exemple lorsque la contribution d'objets environnants au champ diffusé ne peut être négligée ou que l'antenne doit être modélisée complètement. Les auteurs ont développé une méthode efficace (*Contrast Source Extended Born*) pour l'imagerie des hauts contrastes. Pour tester leur méthode, ils ont ensuite réalisé des applications numériques classiques sur différents cas de test. Cette étude représente une contribution significative pour le traitement du problème des hauts contrastes. De plus, ils proposent aussi un schéma d'inversion traitant simultanément les hauts et les bas contrastes. Néanmoins, cette étude fournit uniquement des résultats numériques et elle néglige la perméabilité. Ces travaux restent intéressants pour notre problématique, car nous nous intéressons à long terme, à l'imagerie de matériaux hauts indices.

En 2015, C. Eyraud & al. [56] ont proposé un système de mesures 3D pour mesurer la permittivité de matériaux diélectriques. Le champ diffusé multistatique est mesuré en champ lointain dans une chambre anéchoïque. Les antennes en émission et réception se déplacent sur une sphère autour de l'objet. Pour déterminer les propriétés du matériau, supposé homogène, le matériau est choisi volontairement de forme sphérique. Ceci permet de modéliser le problème de diffraction par la série de Mie. Les paramètres diélectriques du matériau, ainsi que les barres d'erreur associées, sont ensuite retrouvés

par inversion. Nos travaux expérimentaux tirent avantage des recherches effectuées par l'institut Fresnel, sur leurs différents moyens de mesure.

En 2004, Abubakar & al. [57] ont travaillé sur l'imagerie 3D de matériaux magnéto-diélectriques. Pour cela, ils ont étendu une méthode (*Multiplicative Regularized Contrast Source Inversion*) particulièrement performante dans la reconstruction de profils discontinus à l'imagerie d'objet magnéto-diélectriques. Afin de tester leurs algorithmes, ils ont par la suite, appliqué cette nouvelle méthode à des cas de tests numériques. Ces travaux ont permis de démontrer la faisabilité de l'imagerie 3D d'un matériau magnétique. Toutefois, seuls des résultats numériques avec des matériaux de faibles contrastes sont présentés. De plus, le cas des géométries complexes n'a pas été traité.

En 2010, Persico & al. [58] ont travaillé sur la reconstruction d'objets enfouis ayant simultanément des propriétés diélectriques et magnétiques. Plus précisément, ils ont réalisé une application expérimentale à partir de données GPR (les antennes se déplacent parallèlement au sol). Dans cette application, les objets sont enfouis dans un bac à sable profond de 0,9 m. Les indices des matériaux utilisés valent environ 11,8-0j pour la permittivité et 2-0,5j pour la perméabilité. La reconstruction est achevée de façon linéaire avec la méthode Truncated Singular Value Decomposition (voir section 4.4.1). Ces travaux semblent être les premiers à avoir appliqué la tomographie micro-onde à des matériaux magnétiques, à partir de données expérimentales. Néanmoins, l'imagerie effectuée reste qualitative, c'est-à-dire que seules la position et la forme de l'objet sont reconstruites. Les propriétés magnéto-diélectriques restent inconnues.

1.4. Bilan de l'étude bibliographique

Les méthodes basées sur la mesure des coefficients de transmission/réflexion donnent de bons résultats pour la caractérisation d'échantillons homogènes. En effet, elles permettent la mesure rapide, précise et large bande d'échantillons magnéto-diélectriques. Cependant, elles sont destructives en structure guidée et permettent uniquement l'étude de plaques homogènes en espace libre. Ces méthodes demeurent inefficaces pour l'étude de matériaux inhomogènes, ce qui les rend inadaptées au traitement de notre problématique de thèse. Elles peuvent nonobstant être utilisées pour déterminer les différentes propriétés électromagnétiques des matériaux mesurés, à titre de comparaison.

La MWT est un moyen plein de possibilités. Cette technique permet l'imagerie 2D/3D d'objets diélectriques, de géométries complexes, de matériaux avec de hauts contrastes et de matériaux magnétiques. Le nombre d'applications opérationnelles est déjà important et il est à prédire que ce nombre augmentera les prochaines années. Néanmoins, ces nouvelles applications nécessiteront d'autres développements, tant du point de l'expérience que du traitement des données. Ces travaux de thèse viennent s'imbriquer dans ceux de la MWT car ils ont pour objet l'imagerie quantitative de matériaux magnétiques. Ce problème a été étudié à de rares occasions. À notre connaissance, il a été

traité à partir de données synthétiques dans quelques cas [57, 59] et à partir de données expérimentales dans un seul papier [58], et de façon qualitative. Une application expérimentale de l'imagerie quantitative de matériaux magnétiques, ce qui est l'objectif initial de ces travaux de thèse, représente donc un apport significatif.

Cette étude bibliographique met en évidence que chacune des étapes du développement d'un prototype MWT constitue un axe de recherche à part entière. Les étapes principales sont : la mise au point de l'expérience, la modélisation du problème direct et le traitement du problème inverse. Pour traiter ce sujet de thèse, des connaissances variées sont nécessaires : en mécanique, en mesure radiofréquence, en informatique, en algorithmique, en modélisation (pour le traitement du problème direct) et dans le traitement du problème inverse. Cette étude montre également qu'il est essentiel de ne pas se focaliser sur une des étapes du développement du prototype, mais de traiter les étapes simultanément.

2. Problème direct : Modélisation de la diffraction par des structures magnéto-diélectriques

Dans ce chapitre, les outils nécessaires à la résolution du problème direct de diffraction sont mis en place. Pour cela, on a tout d'abord établi une équation intégrale reliant les contrastes diélectriques et magnétiques d'une structure au champ diffusé. Cela permet d'avoir une relation reliant les propriétés matériaux à la quantité potentiellement mesurable. Toutefois, cette intégrale est une intégrale de Fredholm de seconde espèce, difficile à résoudre. Pour calculer les champs électromagnétiques présents dans le modèle direct, on a mis en place un modèle numérique aux éléments finis. Ensuite, on a approximé le calcul du champ dans l'échantillon en mettant à profit l'approximation de Born, même si le champ de référence ne correspond pas ici à l'espace libre. Enfin, on a utilisé une méthode de quadrature pour discrétiser l'intégrale, puis on a réécrit l'équation intégrale sous un formalisme matriciel, qui est adapté au traitement du problème inverse.

2.1. Équations intégrales pour un objet magnétique

La résolution d'un problème inverse nécessite au préalable l'établissement d'un modèle direct permettant de lier les variables d'intérêt (ici les paramètres électromagnétiques des matériaux) aux champs mesurables. Dans notre cas, les paramètres d'entrée du modèle direct sont l'onde incidente et l'objet d'intérêt et le paramètre de sortie est le champ issu de l'interaction entre l'onde incidente et l'objet d'intérêt.

En électromagnétisme, il est usuel de s'intéresser à des objets uniquement diélectriques, c'est-à-dire avec une perméabilité égale à celle de l'air. Généralement, les modèles directs sont construits à partir d'une équation intégrale reliant le champ diffusé aux propriétés électriques de l'objet observé. L'objectif de ce chapitre consiste à mettre en place un modèle direct qui tient compte de la perméabilité des objets mesurés. Nous avons vu dans le chapitre précédent que l'équation intégrale reliant le champ diffusé aux propriétés électromagnétiques est déjà connue et a été utilisée [16, 60, 57, 61] à quelques occasions. Cependant, elle reste généralement complexe à appréhender, c'est pourquoi nous avons décidé de la démontrer d'une façon claire et concise. Sa compréhension est essentielle pour bien traiter la problématique de thèse. Pour établir cette équation, on commence par décrire la physique de l'expérience.

2.1.1. Description de la propagation du champ électromagnétique

La description du champ électromagnétique dans un milieu se calcule en résolvant les équations de Maxwell en tout point de l'espace-temps. Pour un milieu inhomogène linéaire isotrope [16], la forme différentielle des équations de Maxwell s'énonce :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) + \partial_t \vec{B}(\vec{r}, t) = -\vec{M}(\vec{r}, t) \\ \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) - \partial_t \vec{D}(\vec{r}, t) = \vec{J}(\vec{r}, t) \end{cases} \quad (2.1)$$

Avec $\vec{E}(V/m)$ et $\vec{H}(A/m)$ les champs électriques et magnétiques, $\vec{D}(C/m)$ et $\vec{B}(W/m^2)$ les flux électriques et magnétiques et $\vec{J}(A/m^2)$ et $\vec{M}(V/m^2)$ les densités de courant électrique et magnétique. Pour un milieu inhomogène, linéaire et isotrope, les relations constitutives reliant les flux aux propriétés des matériaux prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} \vec{D}(\vec{r}, \omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\vec{r}, \omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega) \\ \vec{B}(\vec{r}, \omega) = \mu_0 \mu_r(\vec{r}, \omega) \vec{H}(\vec{r}, \omega) \end{cases} \quad (2.2)$$

Avec ε_0 , μ_0 , ε_r et μ_r respectivement la permittivité du vide, la perméabilité du vide, la permittivité relative du milieu et la perméabilité relative du milieu. On peut simplifier les équations de Maxwell en utilisant l'hypothèse harmonique temporelle, avec la convention ($e^{-i\omega t}$). Cette condition reste valide tant que les champs s'expriment de la manière suivante :

$$A(\vec{r}, t) = \text{Re}(A(\vec{r})e^{-i\omega t}) \quad (2.3)$$

Où A est une quantité pouvant être le champ électrique, magnétique ou les sources et $\omega(\text{rad/s})$ la pulsation. En utilisant les équations (2.2) et (2.3), les équations de Maxwell deviennent :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, \omega) - i\omega \mu_0 \mu_r(\vec{r}, \omega) \vec{H}(\vec{r}, \omega) = -\vec{M}(\vec{r}, \omega) \\ \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, \omega) + i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r(\vec{r}, \omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega) = \vec{J}(\vec{r}, \omega) \end{cases} \quad (2.4)$$

Ce système est vérifié à toute fréquence et en tout point de l'espace. De plus, on peut combiner les équations (2.4) pour obtenir l'équation vectorielle suivante :

$$\vec{\nabla} \times \mu^{-1}(\vec{r}, \omega) \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, \omega) - \omega^2 \varepsilon(\vec{r}, \omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega) = i\omega \vec{J}(\vec{r}, \omega) - \vec{\nabla} \times \mu^{-1}(\vec{r}, \omega) \vec{M}(\vec{r}, \omega) \quad (2.5)$$

Cette dernière équation suffit à décrire la propagation du champ électromagnétique. L'équation vectorielle est généralement préférée pour les méthodes numériques.

2.1.2. Définitions des différents domaines d'intérêt

Pour modéliser l'expérience, on résout l'équation vectorielle 2.5 dans le domaine expérimental \mathcal{S} . Ce domaine contient tous les éléments qui impactent significativement

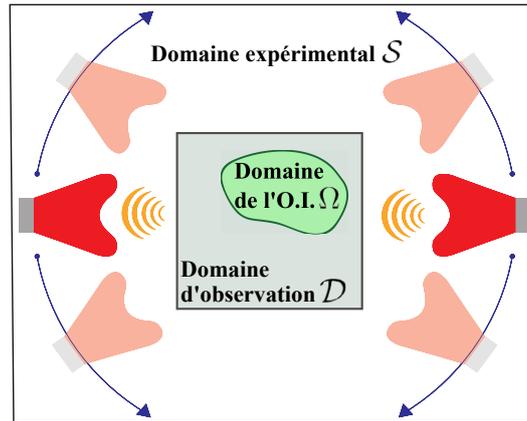


FIGURE 2.1. – Illustration des différents domaines définis.

le champ électromagnétique. On définit aussi deux autres domaines. Le premier correspond au domaine d'observation \mathcal{D} , qui délimite la zone où on cherche à quantifier le champ diffusé. On le définit généralement grand vis-à-vis des objets observés. Le second domaine est le domaine de l'objet d'intérêt (O.I.) Ω . Il correspond au volume occupé par les objets observés. On a $\Omega \subset \mathcal{D} \subset \mathcal{S}$ (voir Fig. 2.1).

2.1.3. Définition du champ diffusé

Lorsque les mesures sont réalisées en conditions maîtrisées, dans un laboratoire, il est souvent possible et avantageux de travailler avec le champ diffusé. Ce dernier se calcule en soustrayant la mesure avec l'objet d'intérêt, à la mesure de référence, c'est-à-dire sans l'objet d'intérêt.

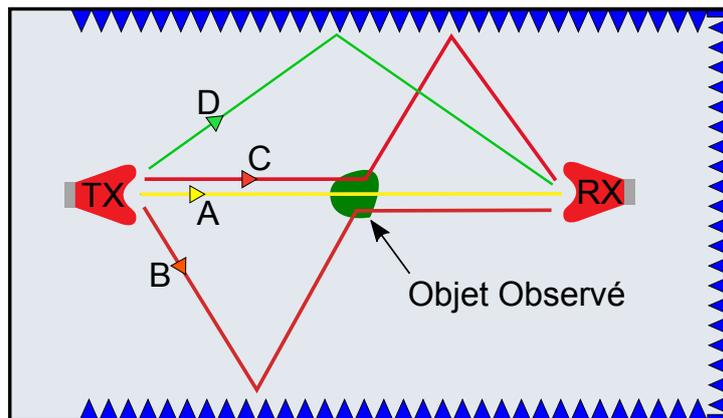


FIGURE 2.2. – Illustration des différents parcours pris par l'onde incidente, de l'antenne émettrice TX à l'antenne réceptrice RX.

Afin de mieux comprendre les phénomènes physiques qui ont lieu dans la salle d'ex-

périence, on définit différents chemins de parcours de l'onde [62] (voir Fig. 2.2). Lorsqu'elle est émise par une antenne émettrice TX et mesurée par une antenne réceptrice RX, trois types de chemins sont possibles :

- Chemin A : C'est le chemin de diffusion direct. L'onde va directement de l'antenne émettrice à l'objet observé, puis à l'antenne réceptrice.
- Chemins B et C : Ce sont des chemins dits de diffusion multiple. En plus d'interagir avec l'objet observé, l'onde interagit avec un ou plusieurs éléments de l'environnement de mesure. Le calcul du champ diffusé ne permet pas de soustraire ces chemins, c'est pourquoi ils doivent, si possible, être atténués par des absorbants anéchoïques ou être pris en compte dans la modélisation.
- Chemin D : Pour ce chemin, l'onde ne passe pas par l'objet observé et peut être direct ou multiple. Ce chemin est supprimé lors du calcul du champ diffusé avec la soustraction du champ à vide.

Travailler avec le champ diffusé permet d'éliminer le chemin de parcours D, c'est-à-dire les interactions directes entre l'onde incidente et l'environnement. Cela simplifie la modélisation du problème, car beaucoup d'éléments diffractants appartenant à la chambre de mesure deviennent négligeables. Néanmoins, cela suppose que l'environnement de mesure reste inchangé pendant l'ensemble des mesures.

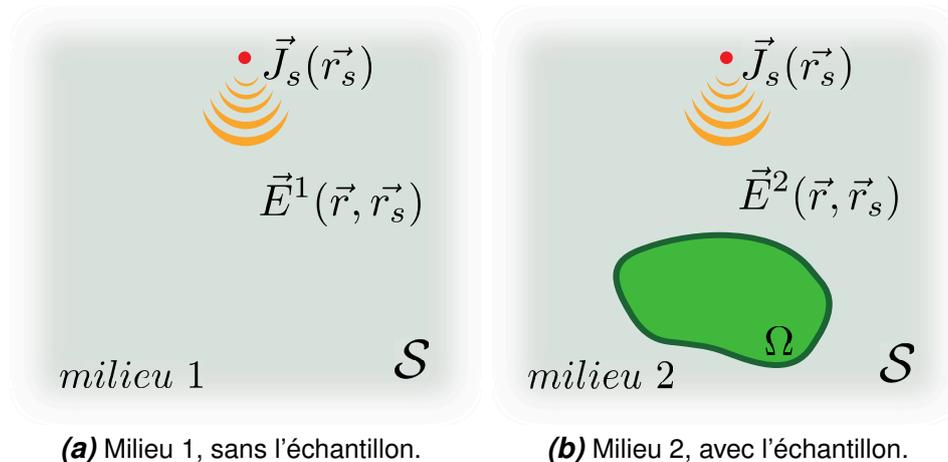


FIGURE 2.3. – Définition de deux milieux pour le calcul du champ diffusé. La dépendance en ω a été volontairement omise.

Le champ diffusé se calcule à partir de deux mesures, réalisées dans deux milieux différents. On définit le premier milieu comme celui qui ne contient pas l'objet d'intérêt (voir Fig. 2.3a). Parce que ce milieu correspond à la chambre de mesure vide, c'est-à-dire sans l'objet d'intérêt, on le définit comme la référence. Le deuxième milieu est obtenu en ajoutant l'objet d'intérêt dans le premier, comme on peut le voir sur la Fig. 2.3b.

Sur les Fig. 2.4, on a représenté par un point rouge la source simulant le rayonnement de l'antenne émettrice, notée $\vec{J}_s(\vec{r}_s, \omega)$. Le champ qui se propage dans le milieu 1 est noté $\vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega)$ et celui se propageant dans le milieu 2 est noté $\vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega)$. \vec{r}_s correspondant à la position de l'antenne réceptrice. Une mesure du champ avec l'antenne de réception positionnée à la coordonnée \vec{r}_r s'écrit $\vec{E}^{1,2}(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega)$. Le champ électromagnétique vérifie en tout point de ces milieux, les équations :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E}^{1,2}(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) - i\omega\mu_0\mu_r^{1,2}(\vec{r}, \omega)\vec{H}^{1,2}(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) = -\vec{M}_s(\vec{r}_s, \omega) \\ \vec{\nabla} \times \vec{H}^{1,2}(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) + i\omega\varepsilon_0\varepsilon_r^{1,2}(\vec{r}, \omega)\vec{E}^{1,2}(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) = \vec{J}_s(\vec{r}_s, \omega) \end{cases} \quad (2.6)$$

Où ε^1 et ε^2 correspondent respectivement aux paramètres électromagnétiques des deux milieux. Les champs diffusés \vec{E}^S et \vec{H}^S sont alors définis de la manière suivante :

$$\begin{cases} \vec{E}^S(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) = \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) - \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \\ \vec{H}^S(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) = \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) - \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \end{cases} \quad (2.7)$$

2.1.4. Définition de sources équivalentes

On cherche maintenant à établir les équations vérifiées par le champ diffusé. Pour cela, on utilise le théorème des sources équivalentes [63], qui énonce que l'interaction résultante de l'onde incidente avec un matériau peut être décrite par une distribution de sources équivalentes. Ces dernières sont définies dans le domaine du matériau, mais en l'absence de celui-ci (voir Fig. 2.4a). Lorsqu'on applique le théorème des sources équivalentes au milieu avec l'échantillon, ce qui revient à remplacer (2.6) dans (2.7), les équations sur le champ diffusé deviennent :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E}^S(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) - i\omega\mu_0\mu_r^1(\vec{r}, \omega)\vec{H}^S(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) = -\vec{M}_{eq}(\vec{r}, \omega) \\ \vec{\nabla} \times \vec{H}^S(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) + i\omega\varepsilon_0\varepsilon_r^1(\vec{r}, \omega)\vec{E}^S(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) = \vec{J}_{eq}(\vec{r}, \omega) \end{cases} \quad (2.8)$$

avec les sources équivalentes, définies de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \vec{J}_{eq}(\vec{r}, \omega) &= -i\omega\varepsilon_0[\varepsilon_r^2(\vec{r}, \omega) - \varepsilon_r^1(\vec{r}, \omega)]\vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) = -i\omega\varepsilon_0\chi_\varepsilon(\vec{r}, \omega)\vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \\ \vec{M}_{eq}(\vec{r}, \omega) &= -i\omega\mu_0[\mu_r^2(\vec{r}, \omega) - \mu_r^1(\vec{r}, \omega)]\vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) = -i\omega\mu_0\chi_\mu(\vec{r}, \omega)\vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \end{aligned} \quad (2.9)$$

$\chi_\varepsilon(\vec{r}, \omega)$ et $\chi_\mu(\vec{r}, \omega)$ sont les fonctions contrastes, qui correspondent aux propriétés des matériaux. Elles sont nulles en dehors du domaine de l'objet observé. Grâce au théorème des sources équivalentes, on a montré que les équations de Maxwell s'appliquent aussi au champ diffusé. Cela a pour conséquence que le champ diffusé a les mêmes propriétés que les champs électromagnétiques $\vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega)$ et $\vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega)$. En particulier, il vérifie le principe de réciprocité. On va maintenant montrer que l'utilisation de ce théorème permet d'aboutir très rapidement à l'équation intégrale vérifiée par le champ diffusé.

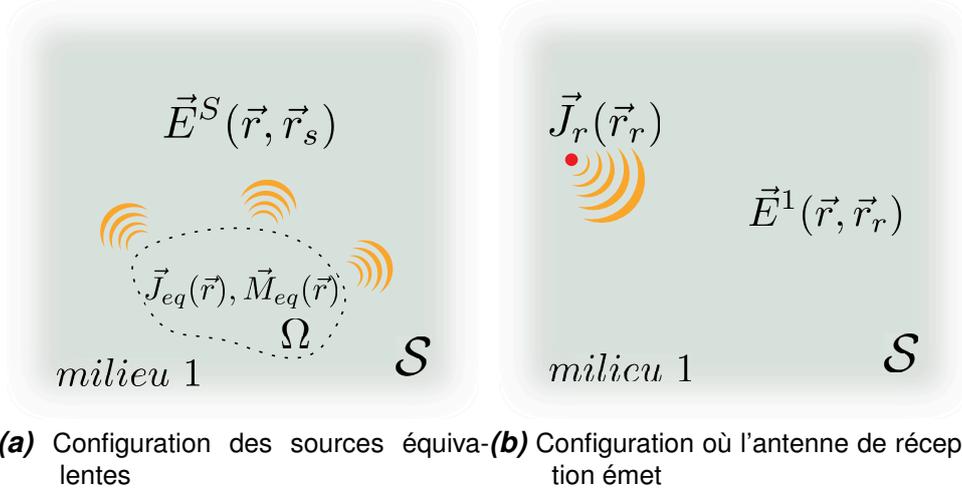


FIGURE 2.4. – Configurations utilisées pour le théorème de réciprocité

2.1.5. Établissement de la forme intégrale pour une structure magnéto-diélectrique

Pour établir la forme intégrale, on considère le champ $\vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega)$ (voir Fig. 2.4b), correspondant au champ dans le milieu 1, lorsque l'antenne de réception émet. À présent, on utilise le théorème de réciprocité [64, 65] pour combiner les deux configurations illustrées sur les Fig. 2.4a et 2.4b :

$$\langle \vec{E}^S, \vec{J}_r \rangle - \langle \vec{H}^S, \vec{M}_r \rangle = \langle \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega), \vec{J}_{eq} \rangle - \langle \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega), \vec{M}_{eq} \rangle \quad (2.10)$$

Avec le produit interne défini comme $\langle \vec{A}, \vec{B} \rangle = \int_V \vec{A} \cdot \vec{B} d\vec{r}$. Ce théorème nécessite la présence de deux configurations comportant un même milieu réciproque et des sources différentes. Un milieu réciproque est décrit par un tenseur symétrique et il peut être inhomogène, anisotrope et contenir des pertes.

Dans le cas présenté sur la Fig. 2.4b, \vec{r}_r est le point où se situe l'antenne de réception. Bien que dans l'expérience, aucune source ne rayonne en ce point, l'utilisation du théorème de réciprocité nous permet de déterminer astucieusement le champ rayonné au point \vec{r}_r par les sources équivalentes. On suppose à présent que les antennes émettent un champ modélisable par un fil source situé à la position de l'antenne. Par conséquent, l'émission de l'antenne de réception est décrite par la source $\vec{J}_r = \delta(\vec{r} - \vec{r}_r) \vec{u}$. Par ailleurs, la source \vec{M}_r est nulle, car elle provient d'une symétrisation mathématique des équations de Maxwell et n'a pas de réelle existence physique dans la configuration expérimentale. Cela permet d'éliminer le terme \vec{H}^S dans l'équation (2.10). À noter que la mesure du champ magnétique en régime variable est peu fréquente et délicate à réaliser. En remplaçant tous les courants par leurs sources respectives dans l'équation

(2.10), on obtient :

$$\int_{\mathcal{S}} \vec{E}^S(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_r) \vec{u} d\vec{r} = \int_{\mathcal{S}} \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) \cdot (-i\omega\varepsilon_0\chi_\varepsilon(\vec{r}, \omega) \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega)) d\vec{r} - \int_{\mathcal{S}} \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) \cdot (-i\omega\mu_0\chi_\mu(\vec{r}, \omega) \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega)) d\vec{r} \quad (2.11)$$

Ce qui donne

$$\vec{E}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} = -i\omega\varepsilon_0 \int_{\mathcal{S}} \chi_\varepsilon(\vec{r}, \omega) \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} + i\omega\mu_0 \int_{\mathcal{S}} \chi_\mu(\vec{r}, \omega) \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \quad (2.12)$$

Or, comme le contraste est nul en dehors du domaine $\Omega = \{\vec{r} \in \mathcal{S}, \varepsilon_r^2(\vec{r}, \omega) \neq \varepsilon_r^1(\vec{r}, \omega)\}$ et $\{\mu^2(\vec{r}, \omega) \neq \mu^1(\vec{r}, \omega)\}$, l'intégrale s'applique uniquement sur le domaine de l'échantillon, on a alors :

$$\vec{E}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} = -i\omega\varepsilon_0 \int_{\Omega} \chi_\varepsilon(\vec{r}, \omega) \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} + i\omega\mu_0 \int_{\Omega} \chi_\mu(\vec{r}, \omega) \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \quad (2.13)$$

La forme intégrale donne une interprétation physique intéressante du champ diffusé. En tout point de l'espace, le champ diffusé est engendré par trois facteurs : le contraste, le champ créé dans Ω par l'antenne émettrice et le champ qui serait dans le matériau par un dipole placé au point d'observation. En conséquence, la variation des sources d'émission et de réception entraîne de nouvelles équations sur le contraste. De plus, si le champ électrique est très faible dans l'échantillon, seule la perméabilité contribue au champ diffusé. C'est un point important qui sera utilisé par la suite.

Dans cette démonstration, on a appliqué le théorème des sources équivalentes de sorte que la diffraction d'un objet introduit dans le premier milieu soit simulée numériquement par des sources équivalentes (dans le milieu 1). Il est possible de réaliser l'inverse de sorte que le champ diffusé obtenu par le retrait de l'objet dans le deuxième milieu soit simulé numériquement par des sources équivalentes (dans le milieu 2). En appliquant les étapes réalisées dans cette section, on obtient la forme intégrale suivante :

$$\vec{E}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} = -i\omega\varepsilon_0 \int_{\Omega} \chi_\varepsilon(\vec{r}, \omega) \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) \cdot \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) d\vec{r} + i\omega\mu_0 \int_{\Omega} \chi_\mu(\vec{r}, \omega) \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) \cdot \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) d\vec{r} \quad (2.14)$$

L'association entre le milieu dans lequel se propage le champ (\vec{E}^1 ou \vec{E}^2) et la position de la source (\vec{r}_s ou \vec{r}_r) est donc une convention. On choisit la première convention pour la suite de ces travaux. Il est toutefois intéressant de remarquer que le choix de la convention influe sur le temps de calcul pour inverser le problème. Par exemple, si le nombre de points de réception \vec{r}_r est inférieur au nombre de points d'émission \vec{r}_s , il est

avantageux d'utiliser la deuxième convention.

2.2. Évaluation des champs du modèle direct

Dans la section précédente, on a mis en place un modèle direct permettant de lier les contrastes des matériaux, aux champs diffusés. Ce modèle contient aussi les champs \vec{E}^1 , \vec{E}^2 , \vec{H}^1 et \vec{H}^2 qui doivent être calculés dans le domaine de l'échantillon.

2.2.1. Choix d'une stratégie pour modéliser l'expérience

Pour des mesures réalisées dans le domaine fréquentiel, il existe plusieurs approches pour calculer les champs des milieux 1 et 2 (dans le domaine de l'échantillon Ω).

L'**approche analytique** peut être utilisée lorsque l'objet est de forme canonique (sphère, cylindre, ellipse) et lorsqu'il se trouve dans un milieu infini, il est possible de déterminer directement de manière analytique la forme du champ diffracté. On utilise par exemple la série de Mie pour les sphères [66] ou des fonctions de Hankel pour des cylindres [67]. Il n'est alors pas nécessaire de passer par le calcul de l'expression intégrale (2.13). Néanmoins, la plupart des modèles analytiques ne sont appliqués que pour des objets diélectriques ou parfaitement conducteurs. La modélisation par approche analytique de sphères ou cylindres magnéto-diélectriques est très peu exploitée. Les avantages des méthodes analytiques sont qu'il y a très peu de paramètres à gérer et que le champ en tout point de l'espace peut s'exprimer analytiquement. Toutefois, dans notre problème, nous cherchons à décrire la diffusion d'objets quelconques, ce qui est impossible par une approche analytique. L'approche analytique a été utilisée dans nos travaux pour modéliser la diffusion de sphères (voir section 3.8.1) et pour valider les codes de calcul numérique.

Les approches numériques [68] s'utilisent lorsque la propagation du champ électromagnétique ne peut pas être décrite par une fonction analytique. C'est le cas généralement si le milieu est inhomogène ou si les conditions limites sont particulières. Pour traiter ces cas, la première étape des méthodes numériques est de mailler une partie ou l'ensemble de la structure étudiée. Ensuite, une équation est résolue à chaque noeud de maille pour déterminer la propagation de l'onde électromagnétique. Les méthodes se différencient principalement sur la technique de discrétisation, la nature des mailles utilisées et les équations résolues.

La **FDFD** (Finite Difference Frequency Domain) est une méthode résolvant une équation aux dérivées partielles en tout point de l'espace par différences finies. Elle nécessite le maillage de la totalité de la structure (objet, zone d'observation, source), ce qui peut demander beaucoup de ressources dans certains cas. L'avantage principal de cette méthode est qu'elle est facile à implémenter, ce qui la rend adaptée pour la résolution de cas simples et symétriques. Pour des cas complexes, elle est difficile à implémenter et

demande plus de ressources de calcul que la MoM (Method of Moment) et la FEM (Finite Element Method). De plus, elle utilise un schéma récursif de résolution numérique et les conditions limites sont parfois difficiles à mettre en place.

La **FEM** (Finite Element Method) [69, 70] est un outil numérique puissant pour traiter des géométries complexes et inhomogènes ainsi que des milieux présentant des conditions limites particulières ou des frontières à géométrie non plane. Cela est dû au fait qu'elle permet l'utilisation de maillages complexes souvent construits avec des tétraèdres (trièdres en 2D), ce qui permet d'utiliser des maillages conformes. Dans cette approche, l'ensemble de la structure est maillé, et l'équation (2.5) est résolue sous forme faible. Les conditions aux limites (CL) utilisées sont les *Perfect Matched Layer* (PML) pour simuler l'espace libre et les *Perfect Electric Conductor* (PEC) pour simuler une surface métallique. Cette méthode traite généralement des cas simples avec un coût de calcul plus élevé que les méthodes MoM et FDFD, mais demande un coût de calcul inférieur pour des cas complexes.

La **MoM** (Method of Moments) est une technique partant d'une formulation intégrale des équations de Maxwell et maillant uniquement l'objet qui intervient dans la diffraction électromagnétique. La modélisation d'objets mesurés en espace libre par la MoM demande un moins grand coût de calcul que la FEM. Toutefois, elle engendre un plus grand coût de calcul que la FEM pour des objets diffractants complexes ou inhomogènes. Dans cette approche, le champ en tout point de l'espace est calculé analytiquement par la fonction de Green $G(\vec{r}, \vec{r}')$. Cette fonction décrit le champ en tout point \vec{r} du milieu, engendré par une source de Dirac placée au point \vec{r}' . Les champs intervenant dans le noyau de l'équation intégrale (2.14) peuvent être vus comme des fonctions de Green, c'est-à-dire qu'ils contiennent la réponse du milieu pour quelques positions d'excitation, correspondant aux positions des antennes émettrices et réceptrices. Dans la littérature, les champs créés par l'antenne émettrice et dans le milieu de référence sont généralement appelés les champs incidents et ils sont notés \vec{E}^{Inc} et \vec{H}^{Inc} . L'équation intégrale prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \vec{E}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} = & -i\omega\epsilon_0 \int_{\Omega} \chi_{\epsilon}(\vec{r}, \omega) \bar{G}_E^2(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) \cdot \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) d\vec{r} \\ & + i\omega\mu_0 \int_{\Omega} \chi_{\mu}(\vec{r}, \omega) \bar{G}_H^2(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) \cdot \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) d\vec{r} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Avec G_E la fonction de Green électrique et G_H la fonction de Green magnétique. Si le milieu est isotrope homogène et infini [71], on a la dyade de Green suivante :

$$\bar{G}_{3D}(\vec{r}, \vec{r}_r) = \left[\vec{I} + \frac{\vec{\nabla} \vec{\nabla}}{k^2} \right] \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_r|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}_r|} \quad (2.16)$$

Avec \vec{I} le tenseur identité et k le nombre d'onde. De plus, en espace libre $\bar{G}_E = \bar{G}_H$. Si le milieu est supposé 2D, la dyade de Green est remplacée par la fonction de Green scalaire $iH_0^{(1)}(k|\vec{r}-\vec{r}'|)/4$, avec $H_0^{(1)}$ la fonction de Hankel de première espèce.

TABLE 2.1. – Comparaison entre les approches numériques

Méthode	FEM	MoM	FDFD
Équation résolue	Forme faible	Forme intégrale	EDP
Discrétisation	Structure entière	Uniquement l'objet	Structure entière
Matrice	Quasi creuse	Pleine	Quasi creuse

Dans ces travaux de thèse, nous disposons d'une station de calcul possédant les caractéristiques suivantes :

- Processeur : Intel Xeon(R) CPU E5-2637 v2, 3.5 GHz x 8.
- Mémoire vive : 62.9 Gio.
- Carte graphique Quadro K4000/PCIe/SSE2.

Ce qui correspond à une bonne configuration pour la simulation numérique. Pour des cas simples, les 4 méthodes numériques décrites précédemment s'effectuent avec des temps de calcul similaires. Lorsque le temps de calcul est petit, la FEM est la méthode la plus efficace. Son implémentation est facile et elle permet une grande flexibilité sur la géométrie, le maillage et les propriétés des matériaux. Tous les cas 2D et 3D ont été modélisés par éléments finis avec le logiciel Comsol Multiphysics [72].

2.2.2. Construction d'un modèle FEM avec Comsol

Dans la partie précédente, nous avons mis en avant les raisons qui nous ont conduits à modéliser l'expérience de manière numérique, avec un modèle aux éléments finis. Des logiciels permettant l'implémentation de modèles FEM ont émergé ces dernières années, et ont simplifié grandement leurs utilisations. Les étapes principales pour mettre en place le modèle sont :

- La construction de la géométrie.
- L'attribution de propriétés matériaux aux différents éléments de la géométrie.
- L'implémentation des sources et des conditions aux limites, avec notamment la définition des couches PML (Perfectly Matched Layer).
- Le maillage du système. Il est généralement admis que les mailles doivent être de taille inférieure à $\frac{\lambda}{10}$ pour représenter correctement la propagation de champs électromagnétiques.

Afin d'améliorer et de valider un modèle, il doit être comparé à des mesures expérimentales. Pour cela, il est préférable de mesurer des objets métalliques, car les champs rayonnés par des objets métalliques dépendent peu de la nature exacte du métal considéré (le champ ne pénétrant que très peu dans l'objet). Une fois le modèle numérique établi, il permet d'optimiser l'expérience. Généralement, les paramètres de l'expérience sont plus faciles et rapides à faire varier dans le modèle numérique. De plus, il permet d'estimer les résultats expérimentaux atteignables. De manière générale, si un objectif paraît difficile à atteindre numériquement, il semblera encore plus difficile à atteindre à partir de mesures expérimentales.

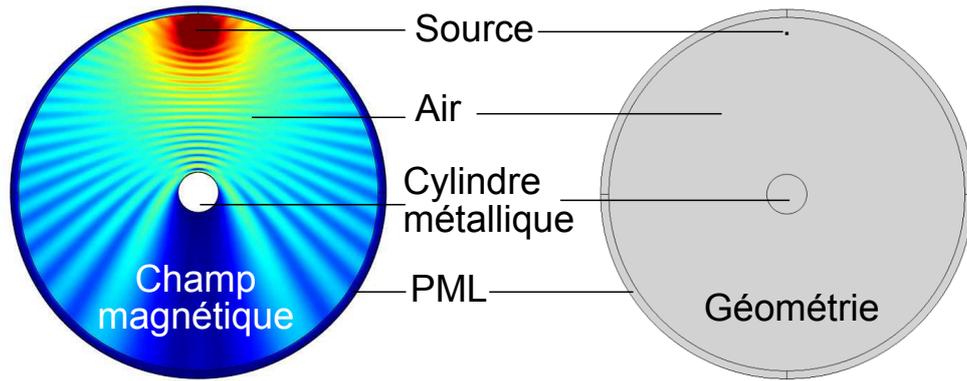


FIGURE 2.5. – Exemple d’un modèle 2D Comsol où l’on a calculé la propagation d’un fil source face à un cylindre métallique (rayon du cylindre = $1,5 \lambda$). L’amplitude du champ magnétique est représentée par les couleurs.

2.2.3. Approximation 2D de l’expérience 3D

Lorsqu’on utilise l’approximation 2D, on suppose que l’ensemble des éléments expérimentaux sont invariants selon une direction. Même si cela n’est jamais totalement vrai dans l’expérience, cela permet de simplifier grandement les calculs, car on peut travailler avec des quantités scalaires 2D. Toutefois, cette approximation engendre des erreurs dues aux troncatures de la géométrie réelle, qui deviennent non négligeables lorsque la dimension hors plan est petite. La direction hors plan est définie comme la direction d’invariance par translation. On définit :

$$\begin{cases} \vec{r} = (x, y) \\ \vec{u} = \vec{z} \end{cases} \quad (2.17)$$

Il est préférable de commencer la mise au point d’un moyen de mesure ou d’un algorithme d’inversion par un modèle 2D avant de passer au 3D. En effet, l’approximation 2D permet d’évaluer plus rapidement l’impact des modifications et ajustements expérimentaux sur le résultat de mesure. Dans l’essentiel de notre travail, on se place dans le cadre de l’approximation 2D, plus précisément dans le plan dans lequel se déplacent les deux antennes de notre moyen de mesure. Par ailleurs, quand l’objet devient long selon la direction hors plan, le niveau de champ mesuré devient important. Cela doit être pris en compte lors du calibrage du modèle avec l’expérience. Pour calibrer un modèle 2D, il faut soit calibrer avec un objet qui a la même longueur hors plan que les objets imagés, soit appliquer un coefficient de correction 2D/3D. Nous avons choisi de toujours considérer des objets de mêmes dimensions hors plan.

2.2.4. Modélisation de l'onde incidente par un fil source

La modélisation du champ émis par l'antenne émettrice est une étape importante en MWT. Pour des raisons de simplicité, on a choisi un rayonnement polarisé hors plan dans l'ensemble de ces travaux, c'est-à-dire que le champ électrique incident possède des composantes coplanaires nulles. L'expression analytique d'une source ponctuelle orientée hors du plan est :

$$\vec{J} = Il\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)\vec{z} \quad (2.18)$$

Avec Il l'amplitude de la source, \vec{r}_0 sa position et \vec{z} le vecteur unitaire dirigé hors plan. En 2D, cette excitation est appelée un fil source et en 3D un dipôle. Le rayonnement d'un fil source en tout point de l'espace est décrit par la fonction de Hankel [73]

$$\vec{E}_{2D}(\vec{r}, \vec{r}_0) = H_0^{(1)}(k|\vec{r} - \vec{r}_0|) \quad (2.19)$$

Avec k le nombre d'onde et $H_0^{(1)}$ la fonction de Hankel de première espèce. Pour implémenter l'éclairage dans le modèle, il est possible soit de définir un point source dans le domaine de calcul, soit de définir en tout point de l'espace un champ ambiant égal à l'équation (2.19). Dans ce dernier cas, l'origine de la source \vec{r}_0 doit demeurer en dehors du domaine de calcul pour éviter la singularité en $\vec{r} = \vec{r}_0$.

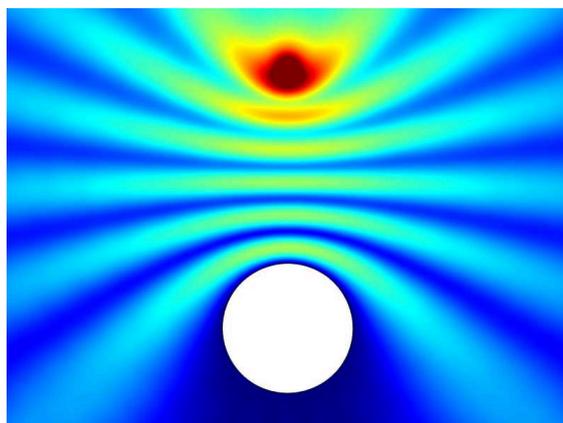


FIGURE 2.6. – Amplitude du champ électrique propagé par un fil source à 2 GHz et dans un milieu contenant un cylindre métallique de rayon λ . La source est positionnée à une distance de 4λ , au-dessus du cylindre métallique.

Sur la Fig. 2.6, on a tracé l'amplitude du champ électrique, pour le cas où l'on positionne un fil source au-dessus d'un cylindre métallique. On a réalisé ce calcul par éléments finis. La géométrie est entourée de couches PML. On peut voir la formation de noeuds et ventres de champs entre le cylindre métallique et la source.

Sur la Fig. 2.7, on a tracé les normes et les phases du champ électromagnétique produit par des sources ponctuelles 2D et 3D, en fonction de la distance. Les deux courbes

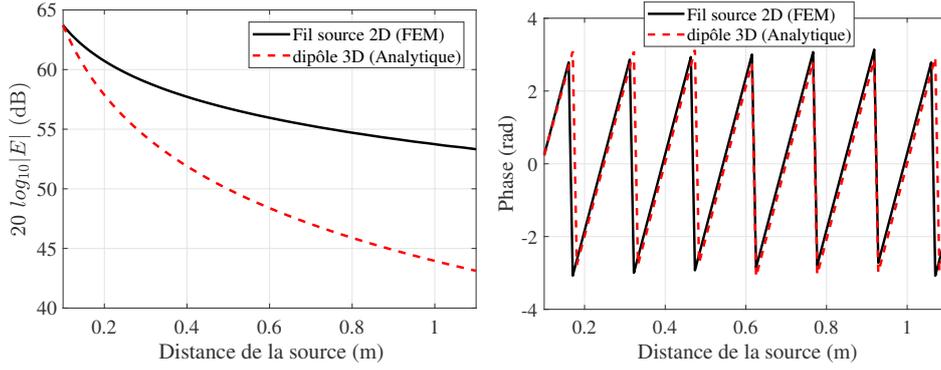


FIGURE 2.7. – Comparaison entre le rayonnement d’un dipôle 3D et d’un fil source en fonction de la distance.

ont été calibrées l’une par rapport à l’autre (voir section 3.5). Comme attendu, on observe une décroissance plus rapide de la source 3D que du fil source. On a modélisé le rayonnement du dipôle 3D par le calcul de l’équation (2.20).

$$\vec{E}_{3D}(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_0|} e^{ik|\vec{r} - \vec{r}_0|} \quad (2.20)$$

La modélisation de l’excitation par un fil source est simple et efficace. Elle permet de prendre en compte la distance séparant l’antenne des différents objets. Toutefois, seule une partie du lobe principal de l’antenne est reproduit. La conséquence est que ce modèle reste valide uniquement si l’antenne est suffisamment loin. C’est-à-dire que le domaine d’observation doit se situer dans une zone où la perte de puissance d’un point à l’autre n’excède pas un facteur $\frac{1}{2}$. La méthode du fil source convient pour la modélisation d’antennes qui possèdent un faible gain [63], ce qui est notre cas dans l’expérience. Dans nos travaux de thèse, on a modélisé l’onde incidente par un fil source, soit en le positionnant effectivement dans le domaine de discrétisation et en travaillant avec une formulation en champ total (2.6), soit en imposant un champ incident à tout point du maillage et en travaillant avec une formulation en champ diffracté (2.8).

Si la modélisation de l’onde incidente par un fil source ne convient pas, des méthodes plus avancées peuvent être utilisées. Par exemple, il est possible d’appliquer une fonction analytique [63] devant la fonction de Hankel. Cela permet d’ajuster le lobe principal du fil source, afin qu’il se rapproche de celui de l’antenne. Un autre exemple pour modéliser avec précision le lobe principal de l’antenne est la méthode des dipôles [42]. Dans cette approche, des dipôles sont disposés dans l’ouverture de l’antenne. En faisant varier leurs positions et leurs amplitudes, différents diagrammes de rayonnement peuvent être créés. Une technique de minimisation est ensuite utilisée pour que le lobe principal du modèle devienne représentatif du lobe principal présent dans l’expérience.

2.3. Traitement du problème lié au calcul du champ dans l'échantillon

On vient d'établir une intégrale qui relie le champ diffusé aux contrastes, aux champs dans l'échantillon et aux champs dans le milieu de référence. Cette équation fait intervenir la valeur du champ dans l'échantillon, qui est une donnée manquante. En effet, on a :

$$\begin{aligned} \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) = & \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) - i\omega\varepsilon_0 \int_{\Omega} \chi_{\varepsilon}(\vec{r}, \omega) \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) \cdot \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) d\vec{r} \\ & + i\omega\mu_0 \int_{\Omega} \chi_{\mu}(\vec{r}, \omega) \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) \cdot \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) d\vec{r} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Ce qui correspond à une équation de Fredholm de deuxième espèce. Cette équation n'est pas facile à résoudre sans une mise en oeuvre numérique intensive.

2.3.1. Approximation de Born

La technique la plus classique pour traiter ce problème est l'approximation de Born. Elle consiste à approximer dans l'équation 2.13, le champ dans le deuxième milieu $\vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega)$ par le champ de référence $\vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega)$. Cette dernière quantité peut être évaluée du fait que le milieu 1 est connu. L'approximation de Born reste valide tant que \vec{E}^1 est proche de \vec{E}^2 [74]. Cette condition se vérifie du moment que l'échantillon est petit selon la longueur d'onde et/ou que les contrastes sont faibles. Pour cela, les matériaux doivent respecter les conditions :

$$\begin{cases} |\varepsilon_r^2 - \varepsilon_r^1| \ll \varepsilon_r^1 \\ |\mu_r^2 - \mu_r^1| \ll \mu_r^1 \end{cases} \quad (2.22)$$

L'approximation de Born revient à linéariser le problème. L'équation intégrale devient :

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{lin}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} = & -i\omega\varepsilon_0 \int_{\Omega} \chi_{\varepsilon}(\vec{r}, \omega) \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \\ & + i\omega\mu_0 \int_{\Omega} \chi_{\mu}(\vec{r}, \omega) \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Si une valeur approchée des matériaux mesurés est connue, il est possible d'évaluer numériquement l'erreur liée à la linéarisation. Elle correspond à :

$$\Delta_{\text{lin}} = E_z^2(\vec{r}, \vec{r}_s) - E_z^1(\vec{r}, \vec{r}_s) \quad (2.24)$$

Elle permet d'estimer l'erreur commise en linéarisant le problème. Cette dernière doit être comparée au bruit de mesure. Lorsque l'erreur de linéarisation est petite par rapport au bruit de mesure, l'approximation de Born est valide et il est préférable de l'utiliser du fait de sa simplicité. Lorsque l'erreur de linéarisation est grande par rapport au bruit de mesure, l'approximation de Born n'est pas adaptée à la résolution du problème.

2.3.2. Approximation par un champ a priori

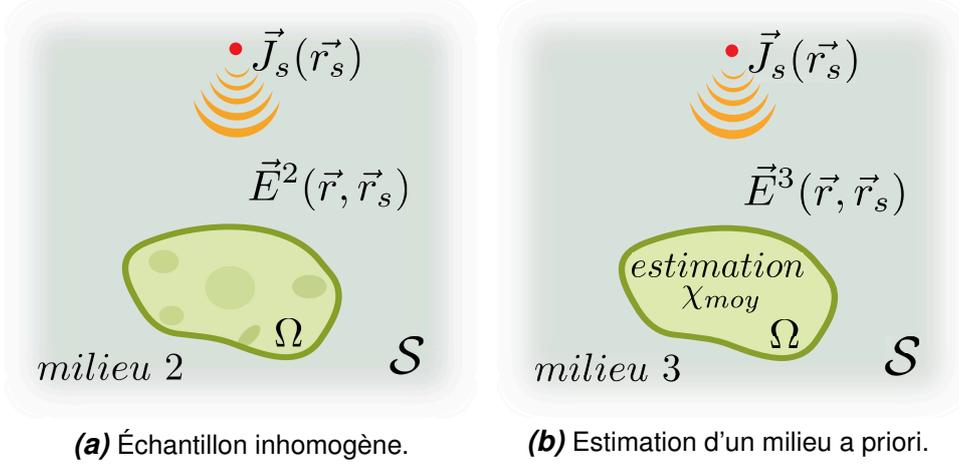


FIGURE 2.8. – Hypothèse a priori. Le champ \vec{E}^2 peut être approximé par un champ a priori.

Dans l'approximation de Born, l'erreur linéaire augmente lorsque le contraste augmente. En effet, plus le contraste est important, plus le champ dans l'échantillon diffère du champ dans la référence. Une méthode plus précise pour approximer le champ dans l'échantillon consiste à le remplacer par un calcul dans un autre matériau, qui a des propriétés proches du matériau observé. Cela revient à prendre en compte une connaissance a priori du niveau moyen de l'objet observé (voir Fig. 2.8). Dans notre cas, le niveau moyen des différents matériaux a été estimé, par exemple, par des mesures en ligne coaxiale sur des échantillons prélevés dans d'autres parties du même matériau. Le champ dans le matériau moyen a priori est noté $\vec{E}^3(\vec{r}, \vec{r}_s)$. On résout alors :

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{lin}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} = & -i\omega\epsilon_0 \int_{\Omega} \chi_{\epsilon}(\vec{r}, \omega) \vec{E}^3(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \\ & + i\omega\mu_0 \int_{\Omega} \chi_{\mu}(\vec{r}, \omega) \vec{H}^3(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \end{aligned} \quad (2.25)$$

et on a

$$\begin{cases} |\vec{E}^2 - \vec{E}^3| < |\vec{E}^2 - \vec{E}^1| \\ |\vec{H}^2 - \vec{H}^3| < |\vec{H}^2 - \vec{H}^1| \end{cases} \quad (2.26)$$

L'approximation par un champ a priori permet de réduire l'erreur due à la linéarisation. Cette méthode améliore significativement l'imagerie de matériaux avec de hauts contrastes [75, 76, 77]. Dans le domaine de la MWT, le choix du matériau a priori est couramment désigné par le terme *initial guess*, ou hypothèse initiale.

2.3.3. Traitement du problème non linéaire

Précédemment, nous avons vu deux méthodes pour linéariser le problème. La première consiste à approximer le champ dans l'échantillon par celui de référence. La seconde consiste à approximer le champ dans l'échantillon par celui dans un matériau qui a des caractéristiques électromagnétiques proches de celles de l'échantillon. Si toutefois nous n'avons pas accès aux propriétés moyennes du matériau et à sa localisation ou que l'erreur reste importante malgré l'utilisation d'un matériau a priori, il faut traiter le problème non linéaire suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} = -i\omega\epsilon_0 \int_{\Omega} \chi_{\epsilon}(\vec{r}, \omega) \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \\ \quad + i\omega\mu_0 \int_{\Omega} \chi_{\mu}(\vec{r}, \omega) \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \\ \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} = \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} - i\omega\epsilon_0 \int_{\mathcal{S}} \chi_{\epsilon}(\vec{r}, \omega) \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \\ \quad + i\omega\mu_0 \int_{\mathcal{S}} \chi_{\mu}(\vec{r}, \omega) \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \\ \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} = \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} - i\omega\epsilon_0 \int_{\mathcal{S}} \chi_{\epsilon}(\vec{r}, \omega) \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \\ \quad + i\omega\mu_0 \int_{\mathcal{S}} \chi_{\mu}(\vec{r}, \omega) \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \end{array} \right. \quad (2.27)$$

La première équation du système (2.27) est l'équation dite d'observation et les deux autres sont des équations de couplage (sur le domaine \mathcal{S}). Le problème est dit non linéaire, car en utilisant les 2 dernières équations dans la première, on obtient une relation non linéaire entre le champ diffusé et les contrastes.

2.4. Calcul numérique du modèle direct

Nous avons vu que les champs \vec{E}^1 , \vec{H}^1 , \vec{E}^2 et \vec{H}^2 peuvent être calculés par la méthode des éléments finis, ce qui permet de traiter les cas où la géométrie est complexe. Grâce au calcul de ces champs par éléments finis, il est à présent possible d'évaluer $E_{\text{lin}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega)$ par le calcul de l'intégrale (2.23). Pour cela les champs sont prélevés en chaque point d'un domaine d'extraction $\Omega_{\text{fem}} \subset \mathcal{S}$. Ω_{fem} est choisi suffisamment grand afin de pouvoir être flexible sur la définition du domaine d'observation \mathcal{D} . Par exemple, \mathcal{D} peut se limiter au domaine de l'échantillon Ω ou à un domaine plus grand.

2.4.1. Discrétisation du problème par la méthode de quadrature

Les intégrales ont ensuite été évaluées numériquement par la méthode de quadrature avec la formule des rectangles [78]. Les champs varient spatialement sur des échelles de l'ordre de $\frac{\lambda}{10}$. Dans notre cas, $\frac{\lambda}{10}$ est grand devant les dimensions de Ω_{fem} . C'est pour cette raison que la formule des rectangles suffit et qu'il n'est pas nécessaire d'implémenter une formule plus avancée comme celle des trapèzes. Néanmoins, il faut rester vigilant aux erreurs créées par d'éventuels sauts de l'onde électromagnétique liés à un

changement de milieu. En effet, le pas d'intégration reste assez large, et n'est pas adapté à la description de milieux pour lesquels l'onde électromagnétique subirait des sauts importants. On sélectionne un pas d'intégration suffisamment petit pour que l'erreur liée à l'intégration numérique soit négligeable. L'intégrale sous sa forme discrétisée s'écrit :

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{lin}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} = & -i\omega\varepsilon_0 \sum_{\vec{r} \in \Omega_{\text{fem}}} \chi_\varepsilon(\vec{r}, \omega) \vec{E}_{\text{fem}}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{E}_{\text{fem}}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) \Delta_{\vec{r}} \\ & + i\omega\mu_0 \sum_{\vec{r} \in \Omega_{\text{fem}}} \chi_\mu(\vec{r}, \omega) \vec{H}_{\text{fem}}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{H}_{\text{fem}}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) \Delta_{\vec{r}} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Où $\Delta_{\vec{r}} = \Delta_x \Delta_y$, avec Δ_x le pas d'intégration selon l'axe x et Δ_y le pas d'intégration selon l'axe y . $\Delta_{\vec{r}}$ correspond à l'aire d'un pixel du domaine Ω_{fem} . L'erreur d'intégration est évaluée en calculant $|\vec{E}_{\text{fem}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) - \vec{E}_{\text{modèle direct}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega)|$ où $\vec{E}_{\text{modèle direct}}^S$ est calculé sans l'approximation linéaire, c'est-à-dire lorsqu'on calcule l'équation (2.13) avec le calcul des champs dans l'échantillon \vec{E}_{fem}^2 et \vec{H}_{fem}^2 . On a calculé cette erreur régulièrement afin de contrôler la précision de l'intégration. Elle s'est toujours avérée négligeable. On considère un phénomène comme négligeable s'il est plus petit ou du même ordre de grandeur que le plancher de bruit de mesure.

2.4.2. Mise sous forme matricielle

L'équation 2.28 peut s'écrire directement sous une forme matricielle qui s'avère plus pratique pour formaliser le problème.

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_{\text{lin}}^S(\vec{r}_{r_1}, \vec{r}_{s_1}, \omega) \\ \vdots \\ \vec{E}_{\text{lin}}^S(\vec{r}_{r_n}, \vec{r}_{s_m}, \omega) \end{bmatrix} \cdot \vec{u} = \begin{bmatrix} G_\varepsilon & G_\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi_\varepsilon^1 \\ \vdots \\ \chi_\varepsilon^{N_b} \\ \chi_\mu^1 \\ \vdots \\ \chi_\mu^{N_b} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

avec

$$\begin{aligned} G_\varepsilon &= -i\omega\varepsilon_0 \sum_{\vec{r} \in \Omega_{\text{fem}}} \vec{E}_{\text{fem}}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{E}_{\text{fem}}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) \Delta_{\vec{r}} \\ G_\mu &= i\omega\mu_0 \sum_{\vec{r} \in \Omega_{\text{fem}}} \vec{H}_{\text{fem}}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{H}_{\text{fem}}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) \Delta_{\vec{r}} \end{aligned} \quad (2.30)$$

À cette étape, il y a autant de valeurs $\chi_{\varepsilon\mu}$ que de points d'intégration et le produit matriciel s'écrit :

$$\mathbf{E}_{\text{lin}}^S = \mathbf{G}_{\varepsilon\mu} \boldsymbol{\chi}_{\varepsilon\mu} \quad (2.31)$$

2.4.3. Réduction du nombre d'inconnues sur le domaine observé

Afin de réduire le nombre de paramètres descriptifs de l'objet, il est possible de réaliser des combinaisons linéaires. Par exemple, si l'on sait qu'une zone correspond à un matériau homogène, les grandeurs $G_{\varepsilon\mu}$ et $\chi_{\varepsilon\mu}$ peuvent être combinées pour n'avoir plus qu'une seule valeur associée à cette zone. Cela permet de réduire la taille de la matrice $G_{\varepsilon\mu}$ et cela aura également un effet lors du traitement du problème inverse, comme nous le verrons par la suite.

2.4.4. Approximation de la partie diélectrique ou magnétique

Si dans Ω , le champ électrique est très faible comparativement au champ magnétique, c'est-à-dire que si $G_{\varepsilon}\chi_{\varepsilon}$ est négligeable devant le bruit de mesure, le contraste diélectrique peut être négligé. Seule la composante magnétique est alors résolue, et on a :

$$\begin{bmatrix} E_{\text{lin}}^S(\vec{r}_{s_1}, \vec{r}_{r_1}, \omega) \\ \vdots \\ E_{\text{lin}}^S(\vec{r}_{s_n}, \vec{r}_{r_n}, \omega) \end{bmatrix} = [G_{\mu}] \begin{bmatrix} \chi_{\mu}^1 \\ \vdots \\ \chi_{\mu}^{N_b} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

De même, si $G_{\mu}\chi_{\mu} \ll$ est négligeable devant le bruit de mesure, la contribution magnétique peut être négligée. Le problème s'écrit alors $E_{\text{lin}}^S = G_{\varepsilon}\chi_{\varepsilon}$ et on a :

$$\begin{bmatrix} E_{\text{lin}}^S(\vec{r}_{s_1}, \vec{r}_{r_1}, \omega) \\ \vdots \\ E_{\text{lin}}^S(\vec{r}_{s_n}, \vec{r}_{r_n}, \omega) \end{bmatrix} = [G_{\varepsilon}] \begin{bmatrix} \chi_{\varepsilon}^1 \\ \vdots \\ \chi_{\varepsilon}^{N_b} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

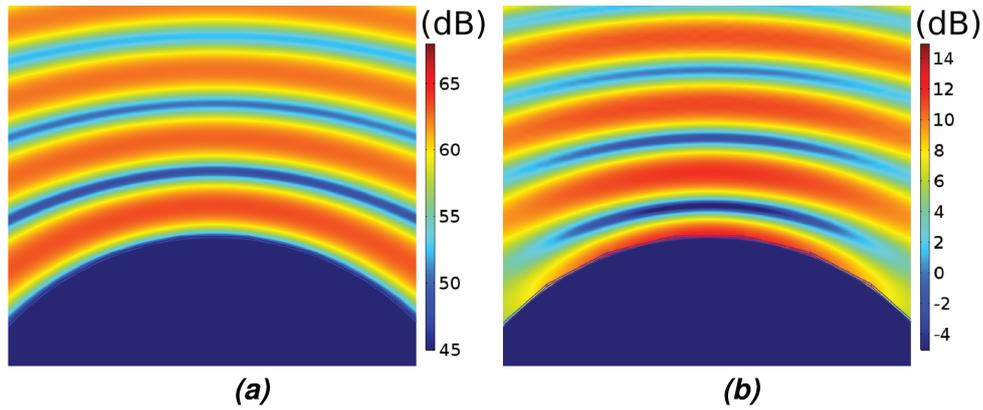


FIGURE 2.9. – Amplitude du champ **a)** électrique $|\vec{E}_{\text{fem}}^2|$ et **b)** magnétique $|H_{\text{fem}}^2|$, à 5 GHz et à proximité d'un cylindre métallique de rayon 2λ . La source est positionnée au-dessus de la figure.

Une configuration intéressante pour négliger la partie diélectrique de l'intégrale est d'utiliser un support métallique. Sur la Fig. 2.9 est représenté le champ électrique (à

gauche) et magnétique (à droite) à la surface d'un cylindre métallique. On peut voir qu'à proximité du cylindre, l'amplitude du champ magnétique est forte alors que celle du champ électrique est faible. En conséquence, la mesure d'un échantillon dans cette zone exacerbe la contribution de la perméabilité au champ diffusé, alors qu'elle atténue fortement la contribution de la permittivité. L'échantillon doit toutefois avoir une épaisseur suffisamment petite de sorte qu'il demeure dans une zone inférieure à $\frac{\lambda}{4}$. Nous avons beaucoup tiré parti de cet effet au cours de ces travaux de thèse, en particulier pour mesurer uniquement la perméabilité de l'échantillon, en négligeant sa permittivité.

2.5. Conclusion

Ces travaux de thèse ont pour objectif l'imagerie de matériaux magnéto-diélectriques en espace libre. Pour répondre à cette problématique, on a commencé par poser et résoudre le problème direct. On peut alors calculer le champ électromagnétique diffusé, si on a la connaissance a priori de l'objet observé. Pour résoudre le problème direct, il a tout d'abord fallu établir une relation entre le champ mesuré et les propriétés des matériaux observés. Cette relation intégrale a été établie à partir des travaux de E. Dieudonné [65]. On a mis en évidence le problème du calcul du champ dans l'échantillon. Après avoir décrit les approches classiques pour traiter ce problème, on a mis en place un modèle aux éléments finis, qui est représentatif de l'expérience et qui permet l'évaluation des champs présents dans l'équation intégrale. Enfin, l'équation intégrale a été discrétisée puis écrite avec un formalisme matriciel.

3. Développement d'un moyen d'acquisition du champ diffusé

Dans ce chapitre, est décrite la mise en place d'un banc de mesure du champ diffusé, dont la physique se modélise par les équations de Maxwell précédemment décrites. L'objectif est d'avoir une erreur minimale entre la mesure et le modèle. On commence par décrire le moyen d'acquisition ainsi que les objets qu'on a mesurés. Les différents éléments du banc ont été alignés mécaniquement, de façon à réduire les erreurs de positionnement. Le modèle et l'expérience ont alors été calibrés avec un coefficient de calibrage complexe, dépendant de la fréquence. Ce coefficient compense la différence de puissance entre le modèle et la mesure, ainsi que la différence des origines des phases. On a ensuite défini trois protocoles de mesure, collectant différents types et quantité d'information, pour en étudier son impact. Plusieurs méthodes ont été mises en place pour réduire le bruit de mesure, d'une part avec l'implémentation d'un filtrage, et d'autre part avec la mise en place d'une structure semi-anéchoïque. Puis le moyen de mesure a été validé par la mesure de sphères métalliques. Enfin, la modélisation de l'éclairage a été améliorée, de sorte que le modèle numérique soit plus précis lorsque l'objet observé est de taille importante par rapport à la dimension de l'antenne.

3.1. Introduction

Dans le chapitre précédent, on a mis en place un modèle direct calculant le champ diffusé en fonction des propriétés des matériaux. Or, pour imager des matériaux magnétiques, il est essentiel de développer un moyen de mesure modélisable par une approche analytique ou numérique. Par conséquent, il est important que le modèle soit robuste face au bruit de mesure et qu'il soit facile à utiliser. De plus, si l'on veut améliorer la qualité de l'image, il doit à l'origine être pensé pour que le champ diffusé des objets observés présente un bon rapport signal sur bruit.

3.2. Description du moyen de mesure

Une première version du banc de mesure a été réalisée en amont de la thèse pour faciliter le démarrage des travaux. Elle a été élaborée dans le cadre d'un partenariat entre le CEA le Ripault et la société Micro-Contrôle. Le banc comprend deux antennes : une première qui est fixe (à droite sur le schéma 3.1a) et une deuxième antenne qui se déplace en tournant autour du support. L'antenne mobile est utilisée uniquement pour recevoir le signal, alors que l'antenne fixe est utilisée parfois pour émettre l'onde incidente (mode S_{21}) et parfois pour émettre et recevoir le signal (mode S_{11}). Les mouvements sont assurés par deux moteurs pas-à-pas. Le moteur récepteur contrôle le positionnement de l'antenne réceptrice (angle φ), tandis que le moteur support contrôle

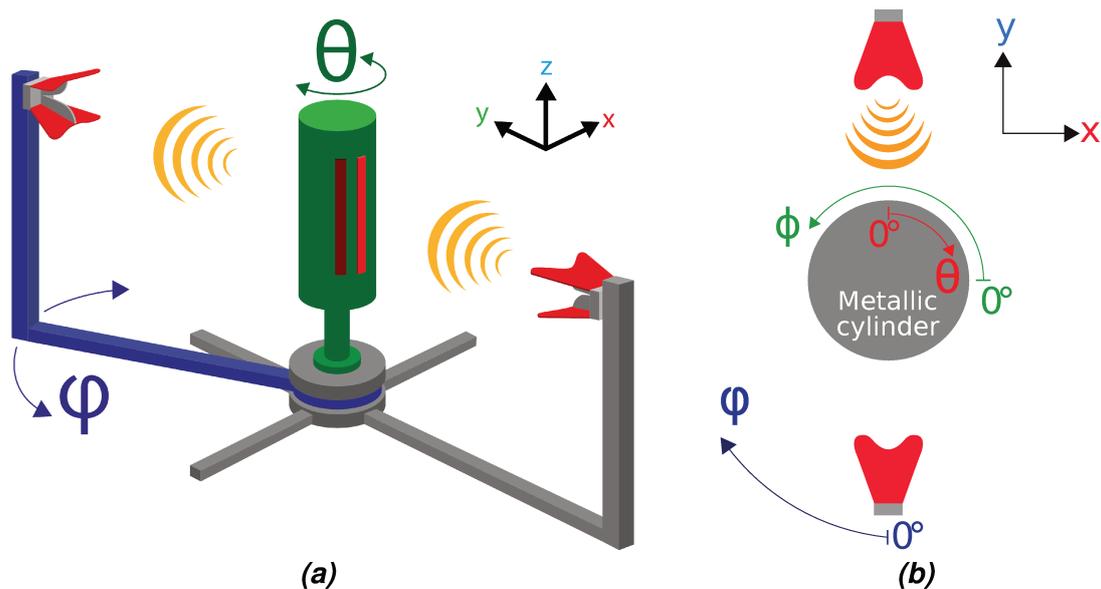


FIGURE 3.1. – Définition des angles associés aux mouvements du banc de mesure avec **a)** la représentation 3D et **b)** une coupe vue de dessus. Le cylindre métallique est un exemple de support, qui est utilisé pour la plupart des travaux de cette thèse.

la rotation du support sur lui même (angle θ). Ce mouvement engendre un effet dans le processus d'imagerie, qui est comparable à la rotation de l'antenne émettrice autour du support. C'est pour cette raison que les positions de l'antenne réceptrice sont appelées RX et les positions du support sont appelées TX (bien que la nomenclature TX soit généralement associée à un mouvement de l'antenne émettrice).

Les angles φ et θ sont respectivement associés aux déplacements des moteurs récepteur et support, de sorte que le sens de rotation positif est défini anti-trigonométrique par rapport à la vue de dessus du banc de mesure (voir Fig. 3.1b). φ est nul lorsque les deux antennes sont face-à-face et θ est nul quand l'échantillon (ou une référence) est centré face à l'antenne émettrice. Le moteur récepteur entraîne non seulement le mouvement du bras récepteur, mais aussi celui du moteur support (soutenant le support). Généralement, les mouvements du moteur récepteur sont contrebalancés par une rotation opposée du moteur support, afin que le support reste fixe lorsque l'antenne de réception se déplace. De plus, le moteur support effectue des déplacements supplémentaires pour les mesures multistatiques. Un troisième angle $\phi = \frac{\pi}{2} - \theta$ est introduit pour décrire la répartition des matériaux à la surface du support, dans un système de coordonnées qui est fixe par rapport au support.

Le banc de mesure a été conçu de sorte que les câbles radiofréquences soient immobiles pendant la mesure. Un déplacement de ces derniers lors d'une mesure est en effet une source importante de bruit. Pour cela, le câble de l'antenne réceptrice traverse le système en son centre et est connecté au bras récepteur par un joint tournant (voir Fig. 3.2b). Les câbles utilisés sont des SUCOFLEX 104PEA. Celui qui est connecté

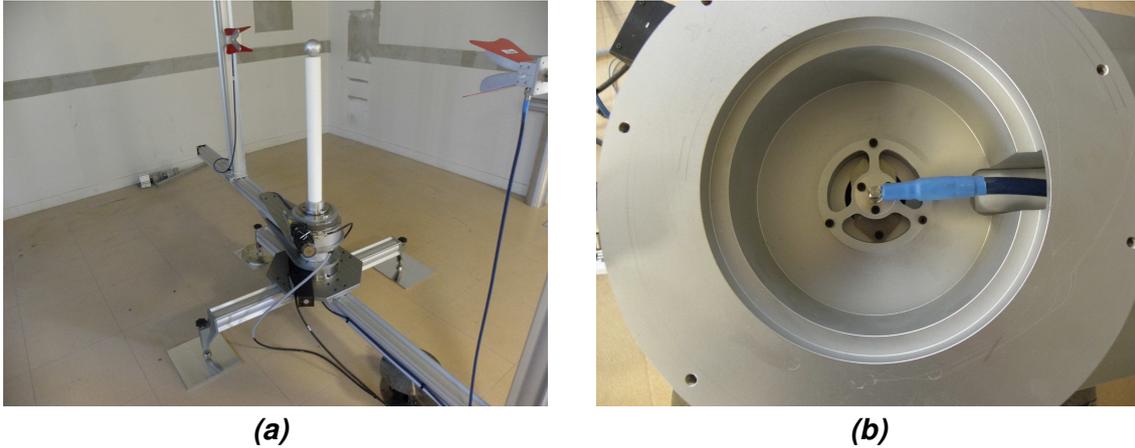


FIGURE 3.2. – Photos du montage expérimental avec **a)** le banc de mesure lors de la mesure d'une sphère sur un support discret et **b)** le joint tournant centré sous le support.

à l'antenne émettrice mesure 4 m, et celui connecté à l'antenne réceptrice mesure 7 m. Les câbles relient directement les antennes à un analyseur vectoriel de réseau large bande PNA-L N5232A. Les antennes utilisées sont du modèle ETS-Lingren 3117 et fonctionnent dans la gamme de fréquences allant de 1 à 18 GHz. Un ordinateur est connecté au PNA et à un Newport-ESP301 contrôlant les moteurs. L'automatisation des mesures a été réalisée avec le logiciel Labview ® (version 13.2).

La Fig. 3.2a présente le banc pour la mesure d'une sphère métallique. Cette photo a été prise au début de la première année de thèse. L'antenne émettrice se situe sur la photo à droite et l'antenne réceptrice est celle qui est à gauche. On peut voir une sphère métallique positionnée sur un support discret, car il a un indice proche de l'air (en Rohacell ®).

3.3. Description des objets mesurés

3.3.1. Supports des objets

Dans les travaux présentés dans ce manuscrit, trois supports ont été utilisés : un mat en Rohacell, des cylindres métalliques et un support plaque. Ces supports possèdent deux éléments circulaires (un en bas et un en haut du support) servant à leur alignement avec l'axe de rotation du banc de mesure.

Le **mat en Rohacell** est un support cylindrique ayant un rayon de $3,51(\pm 0,01)$ cm et une hauteur de $75,4(\pm 0,1)$ cm. Ce support a été usiné à partir d'une plaque de Rohacell. Sur la face supérieure se trouve une cavité (voir Fig. 3.3a), permettant de centrer avec précision les sphères. Ce mat interagit faiblement avec les ondes électromagnétiques et est négligé dans la modélisation du problème. En effet, le Rohacell est un matériau très léger possédant une permittivité proche de l'air, tout en étant mécaniquement solide.

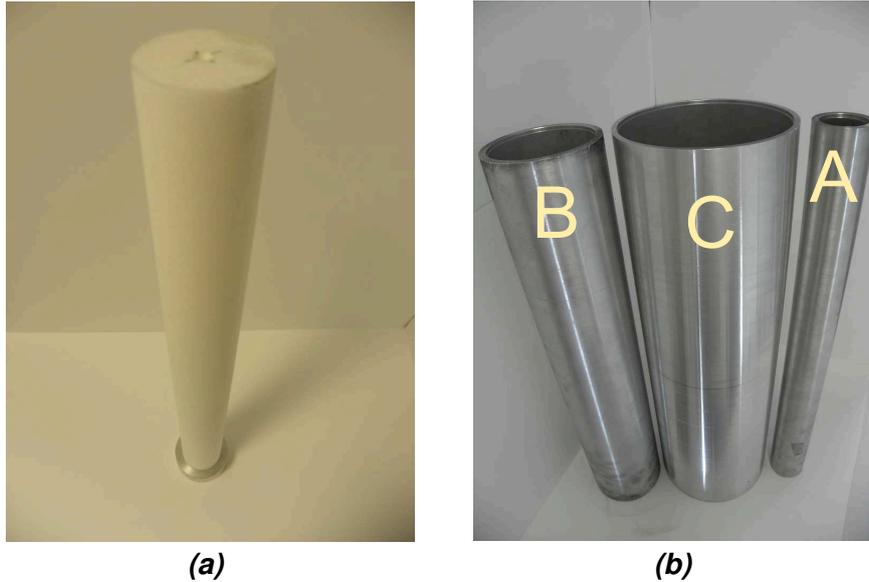


FIGURE 3.3. – Supports cylindriques disponibles dans cette étude avec **a)** le mat en Rohacell et **b)** les cylindres métalliques. Le mat en Rohacell est discret pour les ondes radiofréquences, alors que les cylindres métalliques diffractent.

Généralement, les supports discrets sont réalisés en polystyrène, car ce matériau présente un meilleur compromis qualité/prix (le Rohacell est un matériau cher).

Les **cylindres métalliques** ont une hauteur de $80(\pm 0,1)$ cm et ont comme rayon $3,95(\pm 0,01)$ cm pour le cylindre A, $7,95(\pm 0,1)$ cm pour le cylindre B et $12,35(\pm 0,1)$ cm pour le cylindre C (voir Fig. 3.3b). Pour ces travaux de thèse, nous avons à notre disposition 3 cylindres A, B et C.

Le **support plaque métallique** a été conçu pour mesurer des éléments plans. La méthode d'alignement du support (voir section 3.4.3) requiert que le support ait deux références circulaires. L'une doit être située à la base du support et l'autre dans la partie supérieure. Afin d'avoir un support plaque pouvant être aligné par cette méthode, nous avons usiné la partie centrale d'un cylindre B (voir Fig. 3.4) afin d'y fixer une plaque mesurant $59,5(\pm 0,1)$ cm de haut, $30(\pm 0,1)$ cm de large et $0,5(\pm 0,01)$ cm d'épaisseur. Les références circulaires sont recouvertes d'absorbants anéchoïques une fois le support aligné.

3.3.2. Objets de calibrage

Les objets de calibrage sont des objets dont la réponse est calculable par le modèle numérique utilisé dans le problème direct. Ils sont utilisés pour calibrer le modèle avec l'expérience, par une comparaison entre les champs diffusés mesurés et calculés. Généralement, il est préférable de choisir des objets de calibrage métalliques, car leur champ diffracté dépend peu de la conductivité du métal, aux fréquences considérées.

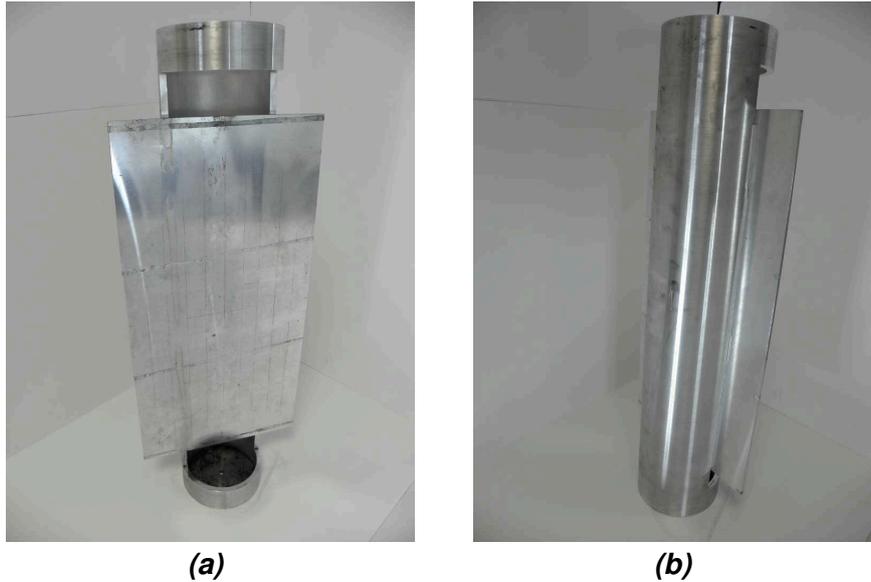


FIGURE 3.4. – Support plaque conçu pour la mesure de matériaux plans.

Les autres matériaux, comme le plastique ou le verre, ont parfois des inhomogénéités, une dispersion des propriétés électromagnétiques, ou une valeur mal estimée pouvant conduire à une perte de précision dans le processus de calibrage. De plus, l'intérieur des objets métalliques n'a pas besoin d'être maillé dans le modèle numérique. Cela permet d'économiser des ressources de calcul. Pour ces raisons, tous les calibrages ont été réalisés avec des objets métalliques.

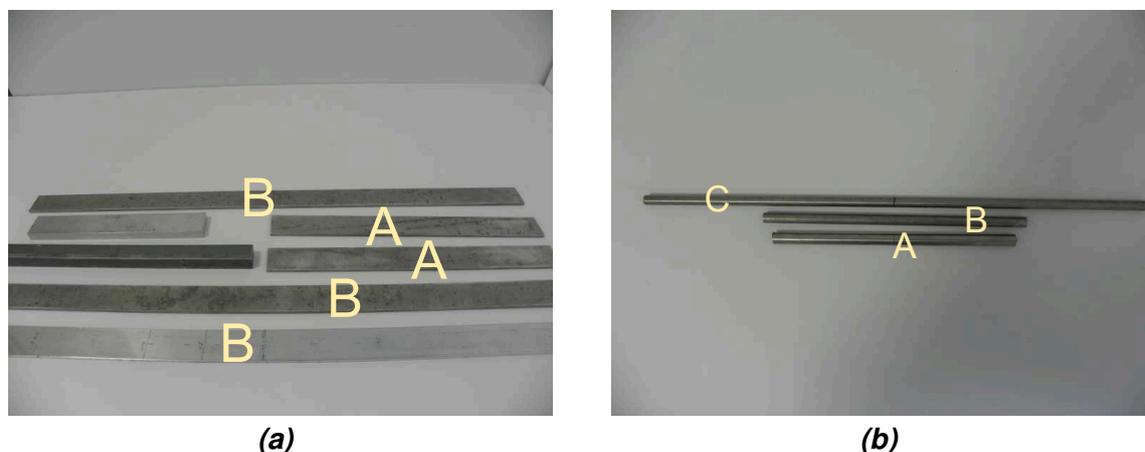


FIGURE 3.5. – Sphères de calibrage.

Des **sphères métalliques**, de 4 tailles différentes, ont été achetées à l'entreprise *Century Metal Spinning*. Elles ont été utilisées pour la mise en place du moyen de mesure et sa validation (voir section 3.8.1). Les diamètres des sphères de calibrage ont été certifiés par l'entreprise et sont reportés dans la table 3.1.

TABLE 3.1. – Diamètre des Sphères de Calibrage

Sphère	A	B	C	D
Diamètre (en cm)	7,612($\pm 0,001$)	10,155($\pm 0,001$)	15,238($\pm 0,001$)	20,320($\pm 0,001$)

**FIGURE 3.6.** – Objets utilisés pour le calibrage avec **a)** les bandelettes métalliques et **b)** les petits cylindres de calibrage.

Des **bandelettes métalliques** ont été usinées avec les mêmes dimensions que les différents échantillons magnétiques (voir section 3.3.3). Elles permettent, d'une part, de vérifier notre aptitude à mesurer des bandelettes, et d'autre part de calibrer les mesures avec un objet qui a la même dimension selon l'axe hors plan z que les bandelettes magnétiques mesurées. Cela évite le calcul d'un coefficient de correction lié à l'approximation 2D, ce qui simplifie l'étape du calibrage. Les bandelettes métalliques ont une largeur de $3(\pm 0,01)$ cm et une épaisseur de $0,3(\pm 0,01)$ cm. La bandelette A a une hauteur de $30(\pm 0,01)$ cm tandis que la bandelette B a une hauteur de $59,5(\pm 0,01)$ cm.

Des **petits cylindres métalliques**, possédant un diamètre bien moins important que les cylindres supports, ont aussi été utilisés pour calibrer, car ils présentent dans certains cas des avantages par rapport aux bandelettes métalliques. En effet, lorsque le support est un cylindre métallique, ils sont plus faciles à positionner, ce qui entraîne une erreur de positionnement moins importante que les bandelettes métalliques [79]. Ces dernières sont plus adaptées pour une mesure réalisée avec le support plaque. Les dimensions des petits cylindres métalliques sont reportées dans la table 3.2.

TABLE 3.2. – Dimension des petits cylindres de calibrage

Petits cylindres métalliques	A	B	C
Hauteur (en cm)	27,5($\pm 0,1$)	30,1($\pm 0,1$)	59,5($\pm 0,1$)
Diamètre (en cm)	14($\pm 0,01$)	12($\pm 0,01$)	12($\pm 0,01$)

3.3.3. Matériaux magnéto-diélectriques

Pour valider et mener des études sur ce nouveau moyen de mesure, des matériaux magnétiques ont été réalisés selon trois procédés. La méthode de caractérisation des propriétés magnétiques est en revanche identique pour tous les matériaux. Les propriétés magnétiques des matériaux sont obtenues à partir de poudres constituées de sphères magnétiques de FeSi. Ces propriétés sont contrôlées par la modification du taux de charge, c'est-à-dire par le nombre de billes de FeSi présentes dans le matériau. Plus le taux de charge est grand, plus le matériau présente une perméabilité élevée. Pour chacune des méthodes de fabrication, des matériaux homogènes à différents taux de charge sont fabriqués. Les matériaux homogènes fabriqués sont des plaques, qui sont ensuite usinées en bandelettes. Ces bandelettes sont ensuite réparties spatialement de sorte à obtenir un matériau inhomogène.

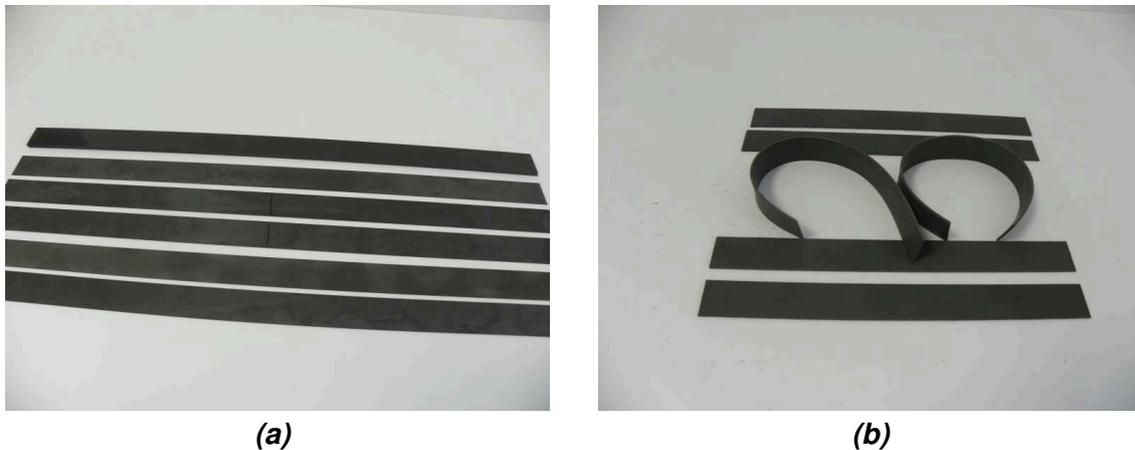


FIGURE 3.7. – Matériaux magnéto-diélectriques obtenus en fin de fabrication avec **a)** les EPX et **b)** les Polymagn. Le Polymagn est très flexible comparé à l'EPX.

Les EPX (pour époxyde) ont été créés par pulvérisation. Dans cette méthode, un dispositif de pulvérisation par air est utilisé pour projeter une résine époxyde, à laquelle ont été ajoutées des billes magnétiques FeSi, sur une plaque de plexiglas. Une fois la couche réalisée, le matériau est placé dans une étuve à 500 °C pour que la résine polymérise. Cette étape est réalisée 5 fois pour accumuler 5 couches d'environ 0,2 mm chacune. Le matériau est ensuite usiné en surface, découpé en bandelettes, puis enlevé de son support plexiglas. Les matériaux obtenus mesurent $59,5(\pm 0,002)$ cm de hauteur, $3(\pm 0,002)$ cm de largeur et $0,08(\pm 0,002)$ cm d'épaisseur. Les incertitudes d'erreurs indiquées correspondent aux tolérances d'usinage. Deux plaques ont été réalisées avec deux taux de charge de 14 et 15 %. En mélangeant les bandelettes, on obtient un matériau inhomogène à deux niveaux. Afin de déterminer les propriétés des matériaux EPX et pour contrôler leur homogénéité, 5 tores ont été prélevés sur chacune des plaques, puis mesurés dans un guide d'onde [15]. Les résultats sont présentés sur la Fig. 3.8 avec l'intervalle de confiance à 95 % correspondant lorsqu'on considère les répartitions

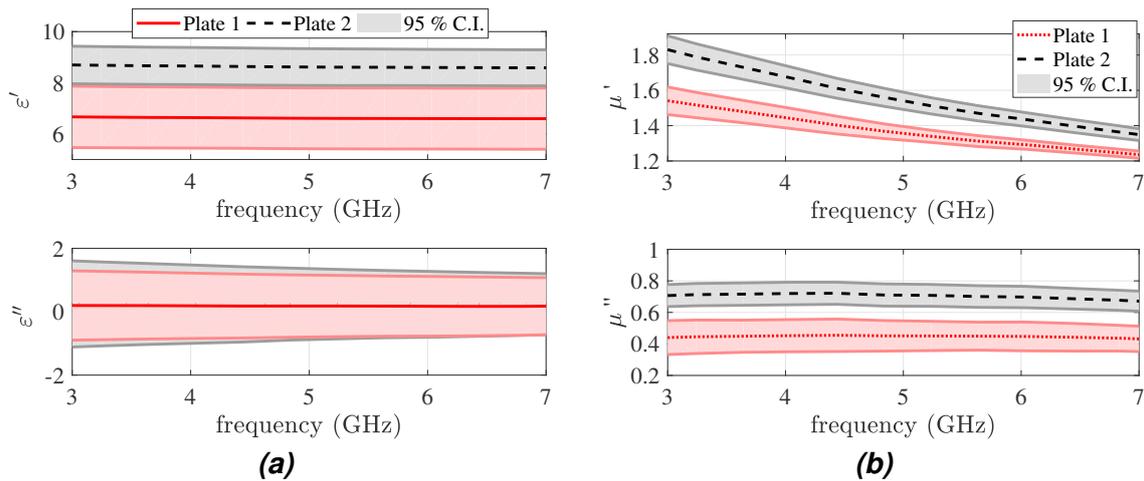


FIGURE 3.8. – Propriétés des plaques EPX en fonction de la fréquence avec **a)** la permittivité et **b)** la perméabilité. Mesures effectuées en guide d'onde coaxial.

des valeurs obtenues avec les différents échantillons. On constate que les propriétés magnétiques sont relativement homogènes, alors que les propriétés diélectriques sont très inhomogènes. Les incertitudes associées aux mesures en ligne coaxiale sont négligées. Après analyse, l'origine de l'inhomogénéité en permittivité a été attribuée à un problème de brassage de la résine et des charges au cours du processus de fabrication. Ces matériaux restent cependant exploitables pour leur perméabilité.

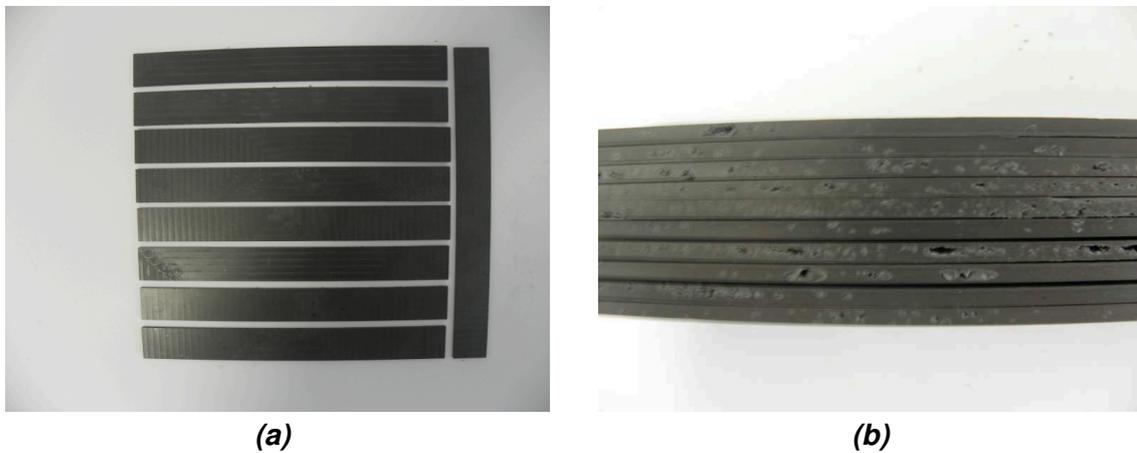


FIGURE 3.9. – Matériaux POM **a)** vue de face et **b)** vue de profil.

Le **POM** (Polyoxyméthylène) est un matériau semi-cristallin opaque, auquel on a ajouté des billes magnétiques FeSi. La création de ce matériau est faite par moulage et a été sous-traitée au *CRITT matériaux Alsace*. L'intérêt de cette filière était de réaliser des composites magnétiques de fortes épaisseurs et facilement usinables. Aucune spécification de densité n'avait cependant été précisée. Trois plaques, avec un taux de charge

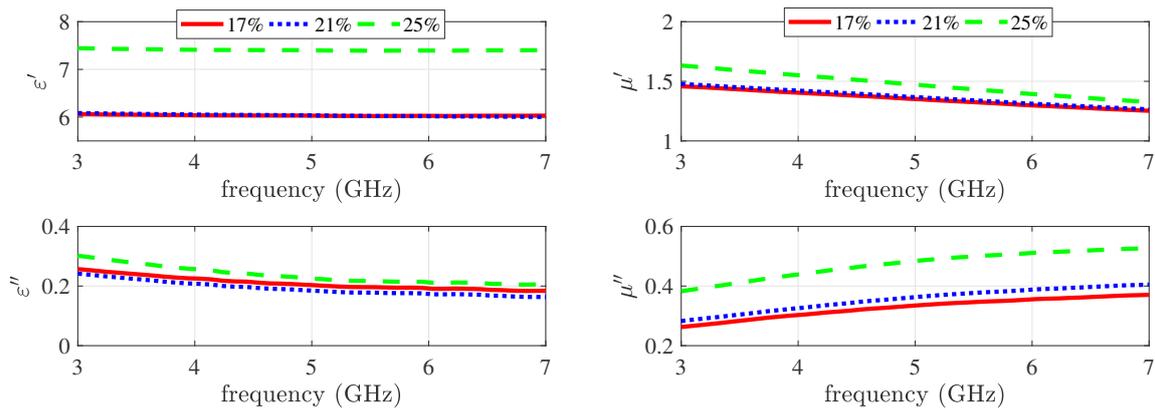


FIGURE 3.10. – Mesure en ligne coaxiale de différents taux de charges des matériaux POM (17, 21 et 25 %)

de 17, 21 et 25 % ont été réalisées puis usinées en 3 jeux de bandelettes de dimension $27,5(\pm 0,1)$ cm de hauteur, $3(\pm 0,01)$ cm de largeur et $0,3(\pm 0,01)$ cm d'épaisseur. Sur la Fig. 3.9 sont présentées deux photos des matériaux POM. On peut voir sur la photo vue de profil (Fig. 3.9b) que ces matériaux présentent une porosité très importante. Les contraintes de temps et de disponibilité de la matière première nous ont empêchés de faire refaire les plaques en spécifiant une densité à atteindre. La conséquence directe est une perte de précision dans la détermination des propriétés des matériaux POM, qui devrait être sous-évaluée, car les matériaux ne contiennent pas de porosité dans le modèle numérique. Compte tenu de cette porosité, il a été difficile d'usiner des tores suffisamment homogènes : nous ne pouvons donc pas reporter l'incertitude de la caractérisation en ligne coaxiale autour des valeurs mesurées. Sur la Fig. 3.10, est présenté le résultat des mesures en guide coaxial. En nous basant sur les taux de charges contenus par les matériaux POM, nous aurions dû obtenir des niveaux plus importants. En effet, les matériaux POM ont une perméabilité moins importante que les matériaux EPX, alors que leur taux de charge est plus élevé.

Le matériau **Polymagn** est quant à lui créé par la synthèse de polymères. Le taux de charge de ces matériaux n'est pas connu avec précision, mais une estimation de la perméabilité a été faite par des mesures en ligne coaxiale. Les matériaux ont une dimension de $30,1(\pm 0,1)$ cm de hauteur, $3(\pm 0,01)$ cm de largeur et $0,2(\pm 0,01)$ cm d'épaisseur. Contrairement aux matériaux EPX et POM, le Polymagn est un matériau flexible (voir Fig. 3.7b) et peut se conformer à la géométrie du cylindre support C.

3.4. Alignement du banc de mesure

Pour rendre le moyen de mesure opérationnel, une étape très importante est l'alignement du banc de mesure. En effet, des écarts importants de positionnement entraînent une différence importante entre le modèle numérique et l'expérience. Cela a

pour conséquence d'augmenter le bruit de mesure, ce qui diminue la qualité de la solution du problème inverse.

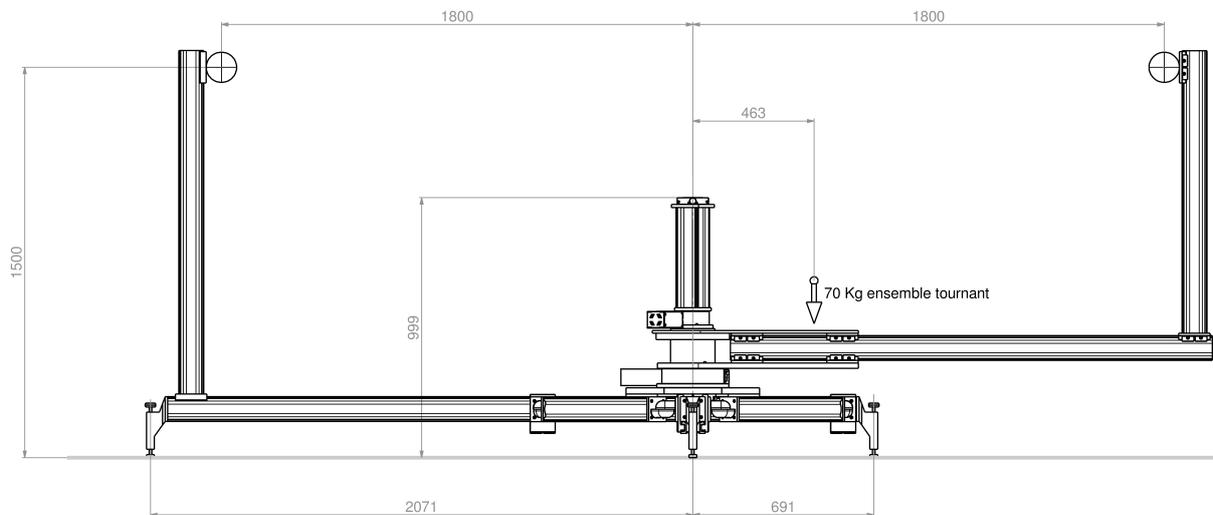


FIGURE 3.11. – Schéma vu de profil du banc de mesure. Les dimensions sont données en millimètres. L'antenne émettrice qui est fixe se situe à gauche.

3.4.1. Alignement du plateau central et des antennes

La première étape pour aligner le moyen de mesure est la mise à niveau du plateau central, soutenant les moteurs et le support. Pour cela, un niveau à deux fioles (*Facom DELA.3151.01*) est positionné sur le plateau et l'opérateur utilise les vis de réglage des quatre pieds du banc pour faire le niveau. Ensuite, les antennes sont mises à niveau toujours par l'utilisation du niveau à deux fioles. Leur orientation est réglée en tendant un fil entre les deux antennes, lorsqu'elles sont positionnées face à face. À noter que le réglage des antennes se fait avec des lamelles de clinquant et qu'il serait intéressant, dans une future version du banc, de mettre en place un mécanisme facilitant leur réglage.

3.4.2. Centrage du moteur support et des pièces associées

Par la suite, les pièces situées au-dessus du moteur récepteur sont montées une par une en vérifiant minutieusement qu'elles soient centrées sur l'axe de rotation du moteur récepteur. Chacune de ces pièces possède une référence circulaire permettant le centrage avec une barre d'erreur très faible.

La méthode consiste à positionner un comparateur sur la référence circulaire, appelée platine (voir Fig. 3.12b), puis d'utiliser des rotations successives du moteur récepteur pour centrer la pièce progressivement. Lorsque le comparateur change de sens de variation, il faut arrêter la rotation du moteur récepteur et déplacer la pièce par petits



FIGURE 3.12. – Photos du montage expérimental avec **a)** le test du positionnement du cylindre et **b)** le positionnement du moteur support.

coups de maillet plastique, selon la droite formée par le comparateur et le centre de la pièce, de sorte que la valeur affichée soit divisée par deux (voir Fig. 3.13). En itérant cette opération quelques fois, le centre de la pièce converge vers le centre de rotation du moteur 1. Chacun des éléments du banc se trouvant sur la partie mobile supérieure au moteur récepteur est doté d'une référence circulaire permettant son centrage.

Sur la Fig. 3.12a est montré une photo du montage permettant de vérifier la colinéarité entre les deux moteurs. Pour cela, un cylindre de calibrage est posé directement sur le moteur support, puis deux comparateurs sont mis en place. Le comparateur du bas permet de contrôler le centrage et le comparateur du haut sert à contrôler la colinéarité des deux moteurs. Lors de la mise en place du dispositif, nous avons rencontré un problème de colinéarité entre les deux moteurs, qui est expliqué dans l'annexe C.

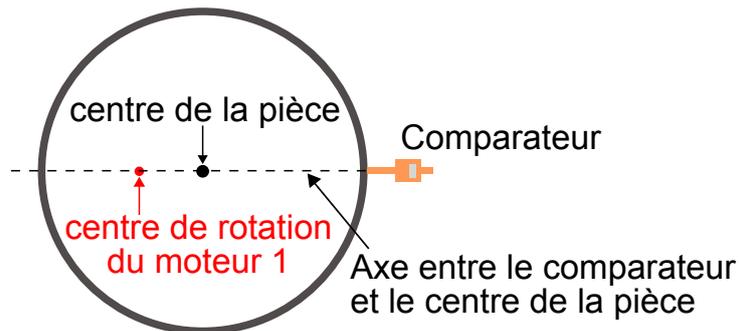


FIGURE 3.13. – Schéma représentant la configuration lorsque le comparateur change de sens de variation, c'est-à-dire lorsque l'écart entre le centre de la pièce à positionner et le centre de rotation du moteur récepteur est maximal.

3.4.3. Alignement du support

Un système de platine à 3 vis est utilisé entre le moteur et le support, pour régler le centrage ainsi que l'orientation du support. Afin d'utiliser la méthode de centrage décrite précédemment, les trois supports ont été conçus de sorte qu'ils aient une partie circulaire centrée sur la pièce, dans les parties inférieures et supérieures. Le centrage se fait avec un maillet plastique et la colinéarité se règle en vissant ou dévissant les vis de la platine. Dans les deux cas, le réglage est réalisé selon le principe expliqué sur le schéma de la Fig. 3.13. Le centrage du support est effectué en premier, à l'aide du comparateur installé dans la partie inférieure, puis la colinéarité est réglée en utilisant le comparateur qui se trouve dans la partie supérieure.

3.5. Calibrage

Le calibrage est une étape permettant de comparer les calculs à la mesure. Dans notre étude, nous avons fait le choix de calibrer avec un coefficient complexe dépendant uniquement de la fréquence [80]. Il est défini comme suit :

$$C(\omega) = \frac{1}{N_r N_s} \sum_{s=1}^{N_s} \sum_{r=1}^{N_r} \frac{E_{\text{meas}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) \overline{E_{\text{fem}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega)}}{|E_{\text{meas}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega)|^2} \quad (3.1)$$

Où \vec{r}_s et \vec{r}_r correspondent respectivement aux positions de la cible et de l'antenne réceptrice. N_r et N_s correspondent respectivement aux nombres de positions pour la cible et pour l'antenne réceptrice. ω correspond à la fréquence et \overline{E} est le complexe conjugué de E . E_{meas}^S est le champ électrique diffusé mesuré et E_{fem}^S est le champ électrique diffusé calculé par le modèle aux éléments finis.

Ce coefficient de calibrage est appliqué à chaque champ diffusé. Ce coefficient permet en outre de compenser les effets 3D qui manquent à la simulation, mais qui sont présents dans l'expérience. Pour cela, il est important que l'objet de calibrage ait exactement la même taille 2D que les objets mesurés. Ce coefficient se calcule toujours en ne tenant compte que du signal au-dessus du plancher de bruit.

3.6. Définition des protocoles de mesure

La tomographie consiste en l'accumulation de différents points de mesures pour recueillir suffisamment d'information sur l'objet observé. Or ici, l'information peut être obtenue à la fois par le mouvement du bras récepteur φ et par celui du support θ . Pour étudier l'information de mesure nécessaire à l'imagerie de surfaces magnétiques, on définit 3 protocoles de mesures, correspondants à des séquences prédéfinies de balayage angulaire. Les balayages angulaires associés aux protocoles de mesure sont détaillés dans la table 3.3.

TABLE 3.3. – Définition des protocoles de mesure

Protocole	A	B	C
Quantité	S_{21}	S_{21}	S_{11}
φ (deg)	[-165,165]	[-165,165]	\emptyset
N_φ	111	56	0
θ (deg)	\emptyset	[-90,90]	[-120,120]
N_θ	0	9	81
Temps (min)	40	150	20

S_{21} est la quantité mesurée lorsque l’antenne fixe est émettrice et l’antenne mobile est réceptrice. La quantité S_{11} est mesurée quand l’antenne fixe est utilisée simultanément pour l’émission et la réception du champ électromagnétique. N_φ et N_θ correspondent au nombre de points de mesures réalisés, répartis uniformément sur les plages de variation des angles φ et θ . Pour pouvoir étudier la pertinence de l’information contenue dans ces différents jeux de données, toutes les mesures ont été réalisées selon un de ces trois protocoles de mesure. La séquence de mesure est la même pour chacun des protocoles :

- Mesure de l’échantillon positionné sur le support métallique, pour chacun des angles de mesure du protocole.
- Mesure du support métallique sans l’échantillon, pour chacun des angles de mesure du protocole. Cette mesure est appelée la mesure de référence.
- Mesure de l’objet de calibrage positionné sur le support métallique, pour chacun des angles de mesure du protocole.

Ces mesures utilisent le PNA dont le réglage du PNA est le même pour l’ensemble des mesures présentées dans ce manuscrit de thèse. Pour chacun des angles, le PNA effectue un balayage linéaire en fréquence de 1024 points équidistants dans l’intervalle [2-17] GHz. Pour les protocoles A et B, il est réglé sur le mode S_{21} , alors que pour le protocole C, le mode S_{11} est sélectionné. La puissance est réglée à 15 dBm, la largeur de filtre (IF bandwidth) est réglée à 250 et aucun moyennage n’est utilisé. Avec ce réglage, le PNA met 3 secondes à effectuer un balayage.

Le protocole A est bistatique alors que le protocole B est multistatique. Ce dernier correspond à une mesure collectant toute l’information disponible en zone avant du cylindre (définie pour $\phi = 90$ degrés). Le protocole C est utilisé pour étudier l’information recueillie avec une antenne fixe, combinée à la rotation de la cible. Si ce dernier protocole est suffisant pour une application donnée, il permet une simplification importante du dispositif expérimental (plus d’antenne de réception).

3.7. Analyse et traitement du bruit de mesure

L'erreur de mesure $\delta \vec{E}_{\text{meas}}^S$ est définie par la différence entre le champ mesuré et le champ calculé (on considère ici que l'erreur numérique est négligeable) :

$$\vec{E}_{\text{meas}}^S = \vec{E}_{\text{fem}}^S + \delta \vec{E}_{\text{meas}}^S \quad (3.2)$$

Les causes principales du bruit de mesure sont :

- Les problèmes d'alignements (voir section 3.4).
- L'incertitude de mesure associée à l'analyseur de réseau.
- La dérive temporelle. Elle dépend de l'évolution en température de l'environnement, du déplacement des câbles ou des mouvements dans l'environnement extérieur. Dans notre cas, nous l'avons évaluée par des mesures et elle s'est révélée négligeable. Le cas contraire, il aurait fallu utiliser des corrections permettant de résoudre ce problème [81].
- La diffusion secondaire. Elle provient de la réflexion de l'onde incidente sur des parties non modélisées de la salle expérimentale.

Dans la section 2.1.3, on a représenté différents chemins parcourus par l'onde incidente, entre les antennes émettrice et réceptrice. Tout d'abord, le choix de travailler avec le champ diffusé (champ avec l'objet observé soustrait du champ sans l'objet) a permis d'éliminer les chemins d'ondes ne passant pas par l'objet observé, par exemple la réflexion des murs, ou des structures métalliques du banc de mesure. Néanmoins, la mesure du champ diffusé peut être entachée d'erreur si l'environnement de mesure est modifié entre la mesure de l'objet et de la référence. Dans cette section, nous allons voir comment réduire les chemins d'ondes passant à la fois par l'objet étudié et par l'environnement de mesure. Les méthodes que nous avons explorées sont le filtrage et l'utilisation de panneaux anéchoïques.

Afin de quantifier les améliorations apportées par le filtrage ou des absorbants anéchoïques, on définit l'erreur absolue δ_{abs}^E et l'erreur relative δ_{rel}^E de la façon suivante :

$$\begin{cases} \delta_{abs}^E = \|E_{\text{calculé/mesuré}} - E_{\text{théorique}}\|_2 \\ \delta_{rel}^E = \frac{\delta_{abs}}{\|E_{\text{théorique}}\|_2} \end{cases} \quad (3.3)$$

Où $\| \cdot \|_2$ désigne la norme L_2 .

3.7.1. Diminution de la diffusion secondaire par filtrage

Le filtrage est une technique qui consiste à convertir le signal dans l'espace de Fourier, dans lequel il est souvent possible de supprimer du bruit de mesure sans supprimer le signal de l'objet observé. Dans nos expériences, le champ mesuré $\vec{E}_{\text{meas}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega)$ dépend de la position des antennes et de la fréquence. Or étant donné la configuration de

mesure, la position des antennes peut s'exprimer avec les paramètres angulaires φ et θ . Il est possible de faire une transformée de Fourier selon un des paramètres angulaires ou selon la fréquence. Dans le premier cas, on parle de transformée angulaire et dans le deuxième cas, de transformée temporelle.

3.7.1.1. Filtrage temporel

Le filtrage temporel est une technique fréquente dans le post-traitement des mesures radiofréquences en espace libre. Le principe est d'appliquer une transformée de Fourier discrète inverse sur la partie fréquentielle du signal, pour passer dans le domaine temporel :

$$\vec{E}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, t) = \sum_{\omega=1}^N \vec{E}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) e^{(i2\pi t\omega/\Delta\omega)} \quad (3.4)$$

Avec $\vec{E}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega)$ le signal fréquentiel mesuré, $\vec{E}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, t)$ le signal temporel récupéré, N le nombre de points de fréquence et $\Delta\omega$ la largeur de bande de fréquence mesurée égale à $f_N - f_1$. Plus la largeur de bande est importante, plus le pas temporel du signal récupéré après transformation de Fourier est petit. De plus, le nombre de points échantillonnant le signal fréquentiel est corrélé à la durée (en seconde) du signal temporel récupéré. Donc pour bien appliquer cette méthode, il faut prendre suffisamment de points de fréquences pour avoir un temps d'écoute assez long. De plus, il est important d'avoir une largeur de bande assez grande pour pouvoir discriminer les différents signaux.

Le temps de trajet du signal de l'onde entre deux points de l'espace d'observation dépend du chemin que l'on considère. Les trajets passant simultanément par l'environnement et l'objet d'intérêt sont plus longs que le trajet passant uniquement par l'objet d'intérêt. Le filtrage temporel consiste à utiliser le signal temporel en y supprimant tous les trajets se situant avant et après celui de la diffusion directe. Néanmoins, cela ne permet pas d'enlever totalement le bruit de mesure lié à l'environnement. D'une part, plus l'objet est de taille importante, plus sa réponse se situe dans un intervalle temporel important comprenant alors du bruit de mesure que l'on ne peut pas filtrer. D'autre part, ce filtrage est un processus qui intervient après que l'environnement ait modifié les diagrammes de rayonnement de chacun des objets intervenants dans la propagation de l'onde incidente. En effet, l'acquisition d'un signal par le PNA nécessite un temps d'émission et d'écoute suffisamment long durant lequel l'antenne de réception, en se couplant aux ondes diffusées par l'environnement, voit ses propriétés de détection légèrement modifiées. Ensuite, le filtrage supprime les contributeurs qui se situent à des distances différentes de celle du trajet direct. Mais il est important de comprendre que les diagrammes de rayonnement (par exemple de l'antenne émettrice) ont été modifiés, et le filtrage ne permet pas de rattraper cet effet.

Cette méthode reste malgré tout très efficace pour éliminer la majeure partie du bruit. Le trajet direct peut être, soit reconnu sur le radargramme (si sa forme est ca-

ractéristique), soit déterminé plus rigoureusement à partir de la mesure de la longueur des câbles radiofréquences et de la distance de propagation en espace libre. Le filtrage consiste à mettre à zéro les valeurs pour lesquelles le temps est différent de celui du trajet direct. Le signal fréquentiel est ensuite reconstruit en appliquant la transformée de Fourier directe :

$$\vec{E}_{\text{meas filtrée}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) = \sum_{t=1}^N \vec{E}_{\text{meas}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, t) e^{(-i2\pi t\omega/\Delta t)} \cdot F(t) \quad (3.5)$$

Où $F(t)$ est la fonction de filtrage temporel appliquée.

3.7.1.2. Filtrage angulaire

Si la mesure est bistatique, il est possible d'exprimer le champ mesuré selon l'angle ψ formé par l'antenne émettrice, le centre du support et l'antenne réceptrice. Le champ mesuré s'écrit alors $\vec{E}_{\text{meas}}^S(\psi, \omega)$. Or il a été démontré analytiquement [82, 83] que le signal angulaire mesuré d'un objet est borné dans l'espace de Fourier. Autrement dit, si l'on fait la transformée de Fourier du signal angulaire, seules quelques fréquences angulaires sont utilisées pour décrire le champ diffusé de l'objet et les autres fréquences peuvent être supprimées. Cela vient du fait que l'objet a une taille restreinte comparée à la longueur d'onde. Plus l'objet est petit comparé à la longueur d'onde, moins on a besoin de fréquences pour reconstruire le champ diffusé. La transformée de Fourier angulaire s'écrit de la façon suivante :

$$\vec{E}_{\text{meas}}^S(\omega_\psi, \omega) = \sum_{\psi=1}^n \vec{E}_{\text{meas}}^S(\psi, \omega) e^{(i2\pi\psi\omega_\psi/\Delta\psi)} \quad (3.6)$$

Avec $\vec{E}^S(\psi, \omega)$ le signal bistatique mesuré, $\vec{E}^S(\omega_\psi, \omega)$ le signal récupéré par une transformée de Fourier angulaire, n le nombre de points de mesure angulaire et $\Delta\psi$ la longueur mesurée égale à $\psi_n - \psi_0$. Une fois les fréquences contenant le bruit supprimées, le signal est reconstruit par une transformée de Fourier directe (comme précédemment) du signal filtré.

3.7.1.3. Fenêtrage de Hamming

L'application d'une transformée discrète de Fourier (directe ou inverse) génère une erreur. En effet, cela provient du fait qu'on applique la transformée de Fourier sur un domaine fini. La sélection d'un domaine fini revient à appliquer une fenêtre rectangulaire, ce qui génère un bruit important. Une opération, appelée le fenêtrage ou l'apodisation, consiste à appliquer d'autres fenêtres que la fenêtre rectangulaire afin de réduire le bruit. Par exemple, pour un signal fréquentiel sur lequel on applique une fenêtre $F(\omega)$, on obtient :

$$\vec{E}_{\text{meas filtrée}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) = \vec{E}_{\text{meas}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) \cdot F(\omega) \quad (3.7)$$

L'erreur créée par la transformée de Fourier finie se traduit par l'ajout de lobes secondaires en plus du lobe principal. Dans ce cas, le choix de la fenêtre est un compromis entre le nombre de lobes secondaires, leurs niveaux et la qualité de reconstruction du lobe principal. Nous avons fait le choix d'utiliser la fenêtre de Hamming, car elle est optimisée pour que les premiers lobes secondaires soient à un niveau le plus bas possible. Cela permet autant que possible de rapprocher le niveau des premiers lobes secondaires du bruit de mesure. L'expression de cette fenêtre est :

$$F_{\text{Hamming}}(\omega) = 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N_\omega - 1}\right) \quad (3.8)$$

Avec N_ω le nombre de points échantillonnant le signal fréquentiel, qui a été choisi pour toutes les mesures égal à 1024 points. Le fenêtrage change le niveau du signal en fonction de la fréquence observée. Pour observer un signal filtré au niveau correspondant au niveau donné par le PNA, on applique le coefficient de renormalisation suivant à la mesure filtrée :

$$C_{\text{renorm.}}(\omega) = \frac{1}{N_r N_s} \sum_{s=1}^{N_s} \sum_{r=1}^{N_r} \frac{E_{\text{meas}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) \overline{E_{\text{meas filtrée}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega)}}{|E_{\text{meas}}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega)|^2} \quad (3.9)$$

3.7.1.4. Application du filtrage à un cas de test numérique bistatique

Précédemment, on a introduit deux méthodes de filtrage permettant la diminution du bruit de mesure. Dans l'objectif de comparer l'efficacité de ces méthodes, un cas d'école qui est proche de la configuration de la chambre de mesure a été construit. Il consiste en une étude 2D du champ diffusé, créé par un cylindre métallique de diamètre égal à 12,35 cm (cylindre C), avec et sans présence de bruit. Le bruit de mesure est généré artificiellement par des objets métalliques placés dans l'environnement du cylindre.

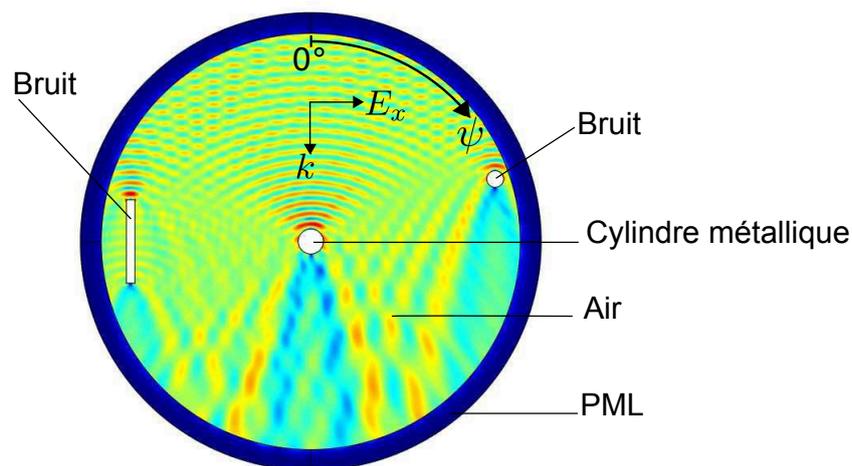


FIGURE 3.14. – Cas d'école pour l'étude du champ diffusé d'un cylindre métallique en présence de bruit. En couleur est représentée la norme $|\vec{E}_{\text{avec bruit}}^S(\omega, \psi)|^2$.

Sur la Fig. 3.14 est présenté l'amplitude du champ total dans le modèle numérique à éléments finis. Dans ce dernier, un bruit important a été ajouté par l'introduction d'éléments métalliques pouvant par exemple correspondre à des structures métalliques supplémentaires présentes dans le dispositif expérimental. Le champ diffusé en présence du bruit se calcule en soustrayant le champ avec le cylindre au champ sans le cylindre. La même chose est faite sans le bruit afin d'obtenir le champ diffusé du cylindre sans le bruit. Le calcul est réalisé dans la gamme [0,5-6] GHz et le champ est observé selon l'angle ψ , défini sur la Fig. 3.14 (au voisinage des PML). On note $\vec{E}_{\text{avec bruit}}^S(\omega, \psi)$ le champ diffusé calculé en présence du bruit de mesure et $\vec{E}_{\text{sans bruit}}^S(\omega, \psi)$ le champ diffusé calculé sans le bruit généré par les diffuseurs métalliques. L'objectif est de comparer le filtrage temporel et le filtrage angulaire pour ce cas d'école.

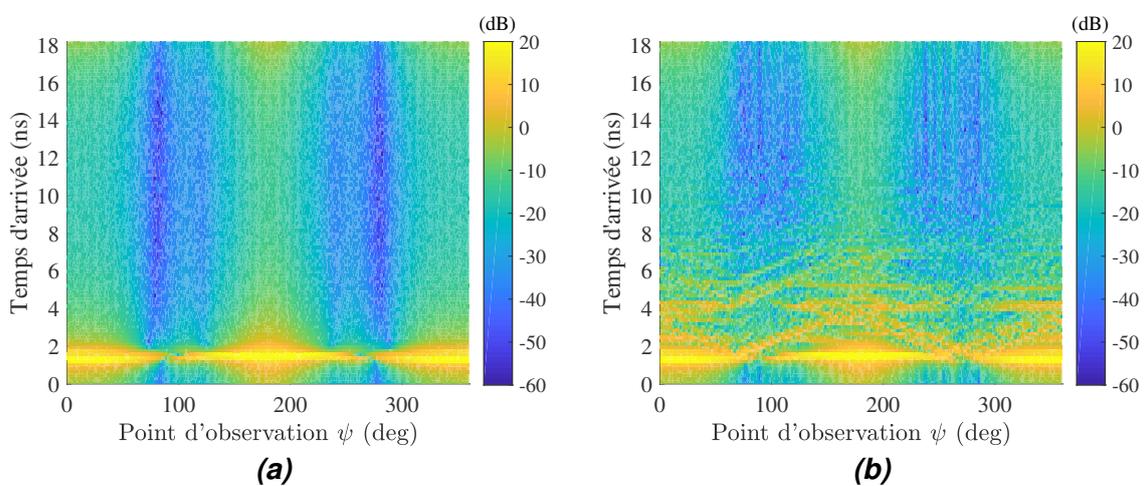


FIGURE 3.15. – Norme de la transformée temporelle du signal $\vec{E}^S(\omega, \psi)$, **a)** sans bruit et **b)** avec bruit.

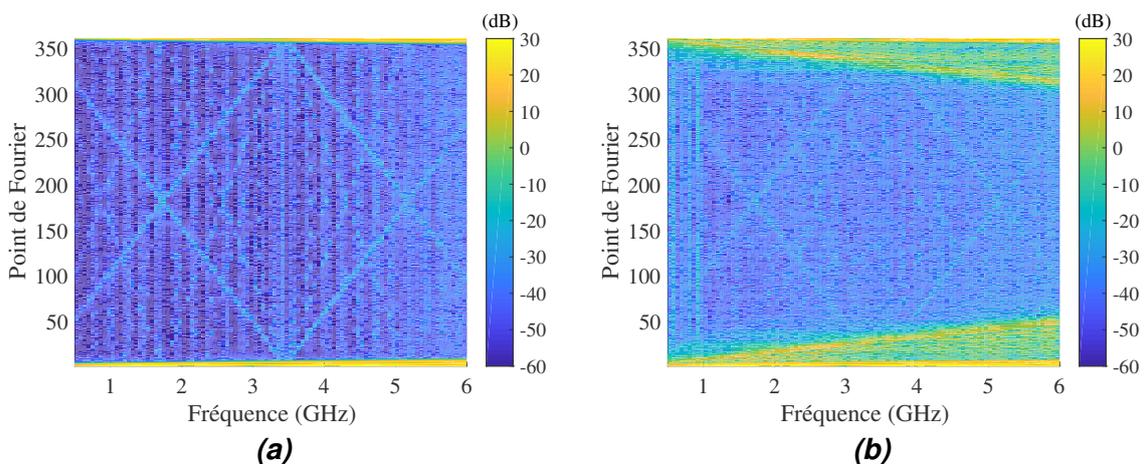


FIGURE 3.16. – Transformée angulaire du signal **a)** sans bruit et **b)** avec bruit.

L'amplitude du signal $\vec{E}^S(t, \psi)$ est tracée sur la Fig. 3.15 avec et sans bruit. On constate que la réponse sans bruit se situe à un temps de réponse compris entre 0,5 et 2,5 nanosecondes, alors que le signal bruité se situe dans l'intervalle 0,5-6 nanosecondes. En supprimant le signal compris entre 2,5 et 6 nanosecondes, il est possible de filtrer une partie du bruit, sans toucher à la réponse du cylindre.

Sur la Fig. 3.16 est tracé l'amplitude du signal $\vec{E}^S(\omega, \omega_\psi)$, qui est obtenue à l'issue d'une transformée de Fourier sur le paramètre ψ . Comme pour la transformée temporelle, on remarque que le signal sans bruit se situe dans une petite partie du spectre, alors que le signal bruité occupe une plus large partie du spectre. Cela implique qu'il est aussi possible de réaliser un filtrage angulaire.

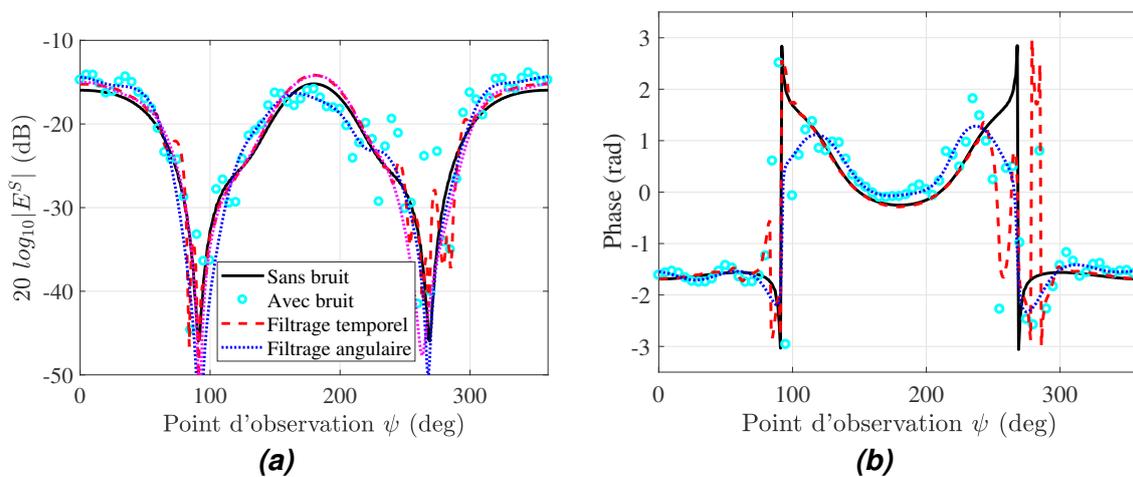


FIGURE 3.17. – Résultat des différents filtrages pour le cas de test à 2 GHz, avec **a)** la norme et **b)** la phase.

TABLE 3.4. – Erreurs absolues et relatives pour les différents filtrages.

Fréquence (GHz)	1	2	3	4	5
$\delta_{abs}^{bruit\ mesure}$	0.371	0.729	0.699	0.664	0.906
$\delta_{rel}^{bruit\ mesure}$	0.204	0.346	0.281	0.240	0.311
$\delta_{abs}^{filtrage\ temporel}$	0.368	0.351	0.327	0.327	0.338
$\delta_{rel}^{filtrage\ temporel}$	0.202	0.167	0.131	0.112	0.116
$\delta_{abs}^{filtrage\ angulaire}$	0.308	0.535	0.569	0.561	0.711
$\delta_{rel}^{filtrage\ angulaire}$	0.169	0.254	0.228	0.203	0.244

Les reconstructions du signal après filtrage sont présentés à 2 GHz selon ψ sur la Fig. 3.17. Les erreurs relatives et absolues sont reportées dans le tableau 3.4 selon différentes fréquences. On constate que pour ce cas d'école, le filtrage temporel est

plus efficace dans la bande [2-5] GHz, alors que le filtrage angulaire est plus efficace à 1 GHz. Dans cette étude, le filtrage temporel est dans l'ensemble plus efficace pour diminuer le bruit induit par les structures métalliques.

3.7.1.5. Application du filtrage à une mesure bistatique de sphère

Précédemment, on a appliqué les deux méthodes de filtrage à un cas test numérique, représentatif de la chambre de mesure expérimentale. On va dans cette section les appliquer à une mesure bistatique de la sphère B (rayon de 5 cm) dont la réponse est calculable analytiquement par la théorie de Mie [66, 67]. L'objet est mesuré sur un mat en Rohacell dans un laboratoire sans absorbants anéchoïques. La photo correspondant à cette expérience est présentée sur la Fig. 3.2a. Cette mesure a été réalisée avec le protocole A et à chaque point de mesure, l'analyseur de réseau applique un balayage fréquentiel de 1024 points dans la gamme de fréquences [2-18] GHz.

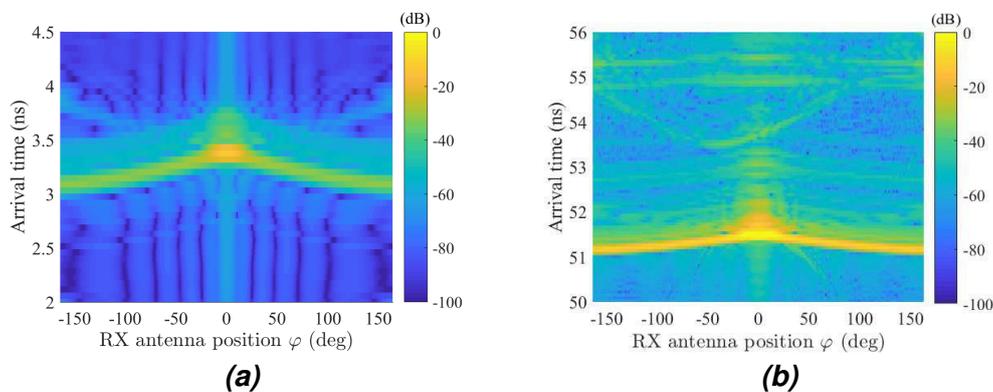


FIGURE 3.18. – Radargramme des champs diffusés **a)** du signal théorique de la sphère B et **b)** de la mesure de la sphère B.

Les radargrammes correspondants à la mesure et au calcul analytique sont tracés sur la Fig. 3.18. Le signal expérimental du champ diffusé met 51 nanosecondes, entre l'émission de l'onde incidente et la réception du signal provenant de la sphère, ce qui est cohérent avec le dispositif expérimental. En effet, cela correspond environ à 15,3 m parcourus en espace libre. Or on sait que l'onde électromagnétique se propage dans 11 m de câble hyperfréquence et à travers 2 m d'espace libre. La différence observée vient du fait que l'onde se déplace dans les câbles hyperfréquences à 77 % de sa vitesse de propagation dans le vide. De plus, on constate qu'il y a du bruit de mesure, situé après le signal correspondant au champ diffusé de la sphère, après 52 nanosecondes.

Le résultat des différents filtrages est présenté sur la Fig. 3.19 à 10 GHz. Bien que le filtrage angulaire permette la réduction du bruit de mesure, on constate qu'il est moins efficace que le filtrage temporel, lorsque la fréquence est de 10 GHz. Pour aller plus loin, les erreurs absolues et relatives entre les mesures filtrées et le calcul de Mie sont tracées sur la Fig. 3.20. On peut voir que le filtrage temporel est bien plus efficace que le filtrage angulaire. De plus, on a aussi présenté sur cette figure les résultats lorsqu'on applique

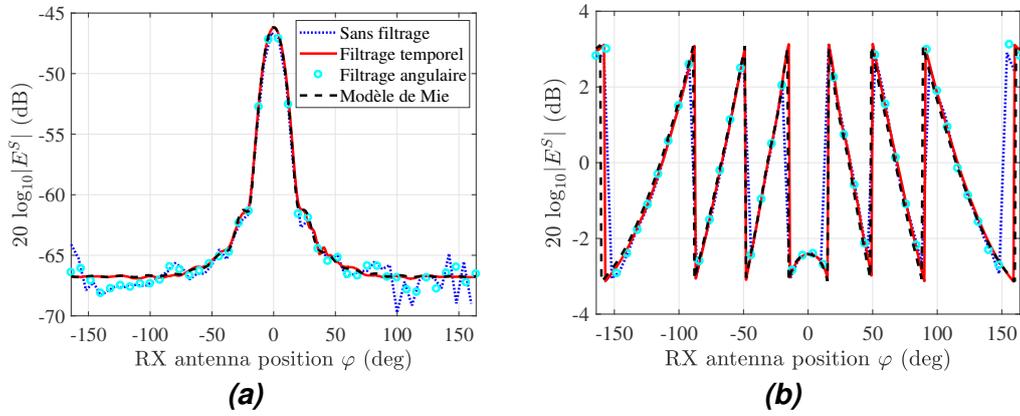


FIGURE 3.19. – Effet du filtrage sur la mesure du champ diffusé de la sphère B à 10 GHz avec **a)** la norme et **b)** la phase.

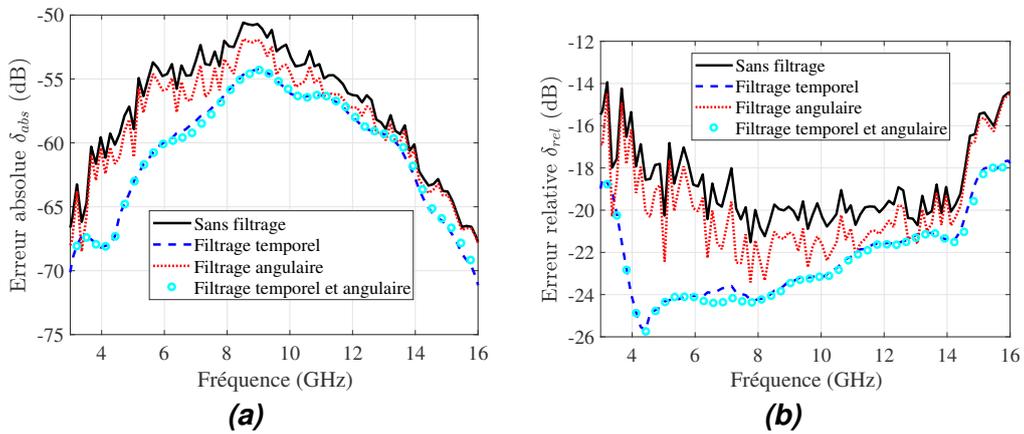


FIGURE 3.20. – Erreurs a) absolue et b) relative entre le modèle théorique de Mie et une mesure avec et sans filtrage.

successivement les filtrages temporel et angulaire. On remarque que l'application du filtrage angulaire après le filtrage temporel n'apporte pas une amélioration significative. C'est pour cette raison que nous avons décidé dans l'ensemble de ces travaux de thèse de n'utiliser que le filtrage temporel pour réduire le bruit de mesure, lors du post-traitement.

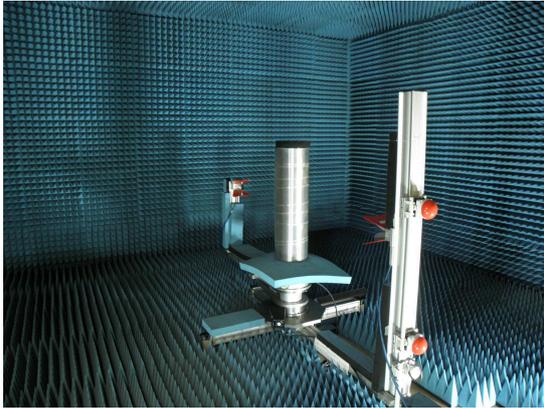
3.7.2. Diminution du bruit de mesure par anéchoïsation

Précédemment, on a vu que le filtrage temporel permet d'enlever les sources issues des interactions successives entre l'objet observé et un élément de l'environnement. Toutefois, on a aussi vu que la suppression de ces sources n'enlève pas la modification du diagramme de rayonnement des éléments centraux à l'expérience (comme l'antenne émettrice ou l'objet observé). Pour atténuer ce phénomène, des absorbants anéchoïques ont été installés sur le banc de mesure et une structure semi-anéchoïque a été construite dans la zone avant du banc de mesure. D'une part, cela permet de réduire fortement les échos de l'onde incidente. D'autre part, cela permet d'isoler l'espace de mesure, qui doit rester inchangé pendant la mesure. Par exemple, lorsqu'un objet métallique est déplacé dans un laboratoire voisin, le signal est perturbé, car les ondes électromagnétiques s'atténuent faiblement lors de la traversée du mur.

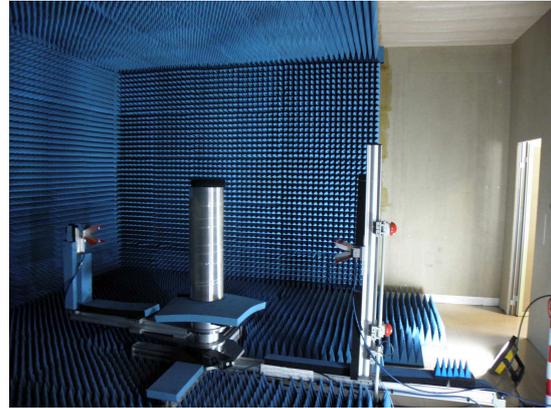
3.7.2.1. Création d'une chambre semi-anéchoïque

Le bruit de mesure peut être réduit par la construction d'une chambre anéchoïque partielle ou totale. Selon la configuration de mesure, cela peut être cruciale comme inutile. En effet, dans certains cas, le processus d'imagerie est déjà très robuste [41]. Cela dit, nous cherchons à mettre en place un banc de mesure pouvant répondre à différents besoins. De plus, les coûts permettant la construction d'une chambre anéchoïque ont été diminués ces dernières décennies. Enfin, dans le cadre d'un outil de recherche, il est plus confortable d'exclure l'environnement de mesure comme source d'erreur. En effet, il est fréquent d'obtenir des erreurs importantes entre la mesure et la modélisation et un environnement anéchoïque permet de gagner du temps dans la recherche de l'origine de ces erreurs, en éliminant de nombreuses sources de bruit.

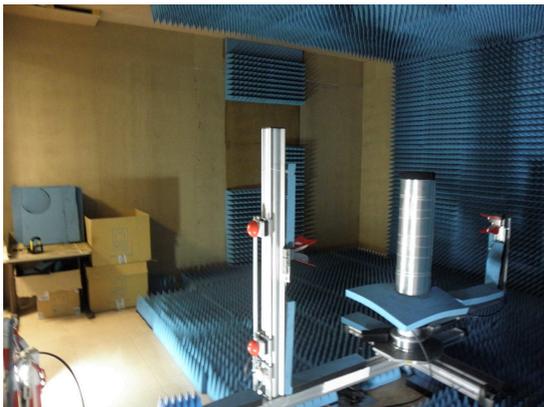
Sur la Fig. 3.21 sont présentées des photos de l'installation qui a été réalisée dans le cadre de ces travaux de thèse. Pour mieux évaluer l'impact de la structure anéchoïque, il a été décidé de procéder par étapes et de commencer par la construction d'une structure semi-anéchoïque. Les panneaux anéchoïques sont disposés de façon à isoler la chambre des laboratoires environnants et le banc de mesure est orienté de sorte que l'antenne émettrice reçoive un minimum d'échos. Les appareils de mesure se situent à l'extérieur de la chambre pour ne pas perturber les expériences. Un ordinateur est connecté à ces appareils pour les contrôler, automatiser les mesures et traiter les données. La construction de la structure en bois a demandé les interventions de menuisiers et d'électriciens qui ont coûté environ 15 k€. Les commandes des absorbants et de la colle ont été faites à la société Greymince et ont coûté 9 k€. La pose des absorbants doit se faire dans un environnement confiné et a coûté 5 k€. Soit un montant total d'environ 30 k€ (hors



(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 3.21. – Photos **a) b) c)** de la chambre semi-anéchoïque conçue pour atténuer les échos de l'onde incidente. La photo **c)** correspond à la partie gauche de la chambre semi-anéchoïque qui est en cours de construction. La photo **d)** montre le poste de contrôle permettant l'automatisation des mesures ainsi que leurs traitements.

taxes). Mon rôle a été de dimensionner la structure, de réaliser les devis et d'encadrer la réalisation des travaux. De plus, j'ai participé à l'étude et à la rédaction du dossier de sécurité.

Un environnement blindé est parfois utilisé dans les mesures radiofréquences en espace libre. Il est constitué d'une cage de Faraday, permettant d'isoler plus efficacement la chambre de l'environnement extérieur. Dans notre cas, des mesures ont montré que le bruit électromagnétique ambiant était assez faible et qu'une faradisation totale du local était inutile (notons que le coût d'une chambre blindée est d'environ 500 k€). De plus, les processus d'imagerie effectués se sont montrés robustes face au bruit de mesure, et l'anéchoïdisation complète n'est pas nécessaire. On peut voir sur la Fig. 3.21c que la partie gauche de la chambre semi-anéchoïque n'est pas terminée.

Cette installation a été conçue pour diminuer la probabilité d'accident. Le danger principal étant le risque incendie, la chambre n'est pas alimentée en électricité. Les seuls éléments qui en contiennent sont les câbles contrôlant les moteurs. D'autre part, la chambre et la salle de contrôle sont équipées d'une ventilation permettant le maintien d'une température constante. Cela permet de diminuer les phénomènes de dérive des appareils. Nous avons fait installer des détecteurs à incendie proches des évacuations d'air. Enfin, nous avons fait installer des protections face au risque mécanique du banc de mesure. En effet, une sécurité électronique permet d'arrêter les moteurs si le bras rencontre une résistance mécanique. De plus, des boutons d'arrêt d'urgence (voir Fig. 3.21) ont été installés pour que l'opérateur puisse couper l'alimentation des moteurs en cas de problème.

3.7.2.2. Apport de l'anéchoïdisation dans une mesure de calibrage

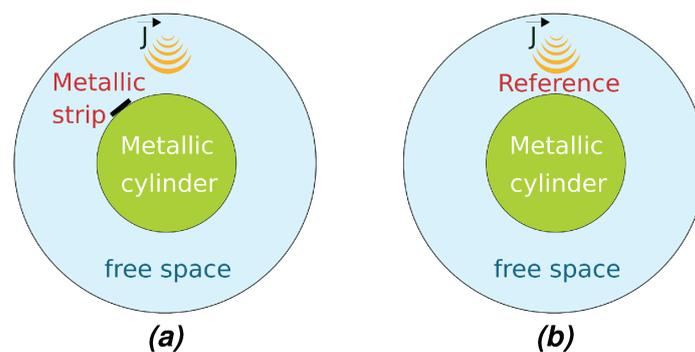


FIGURE 3.22. – Configuration pour la mesure de la bandelette métallique B sur le support cylindrique C. La mesure **b)** permet le calcul du champ diffusé de la bandelette métallique sur le cylindre.

Pour étudier l'impact de la structure anéchoïque, on a réalisé une même expérience dans deux endroits différents. La première se situe dans la structure semi-anéchoïque

et la deuxième à l'extérieur de cette structure, dans un laboratoire sans absorbants anéchoïques. La configuration de mesure est présentée sur la Fig. 3.22. Le support utilisé est le cylindre support métallique C, qui a un rayon de 12,35 cm (voir section 3.3.1). Dans cette expérience, le champ diffusé d'une bandelette de calibration métallique B est mesuré puis comparé au modèle aux éléments finis associé. La mesure a été faite avec le protocole A et les mesures sont auto-calibrées avec le modèle numérique, c'est-à-dire que le coefficient de calibration se calcule à partir de cette même mesure.

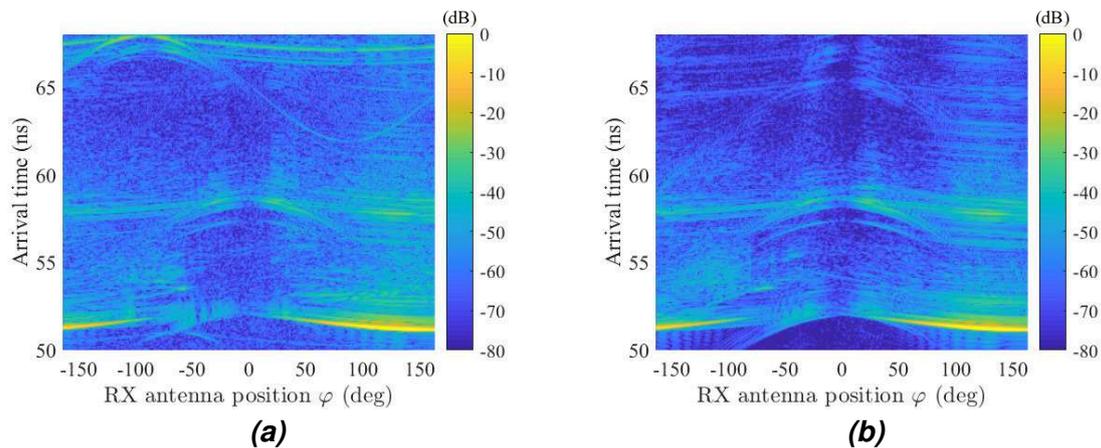


FIGURE 3.23. – Radargramme du champ diffusé de la bandelette métallique **a)** dans une salle de laboratoire quelconque et **b)** dans la chambre semi-anéchoïque.

Sur la Fig. 3.23 sont tracés les radargrammes correspondants aux deux mesures. On reconnaît le signal correspondant au champ diffusé de la bandelette métallique. Il dure environ 1 ns et se situe aux alentours de 52 ns. Tout ce qui est en dehors de ce signal est considéré comme du bruit de mesure. Ensuite, on constate que la mesure en chambre semi-anéchoïque présente moins de bruit de mesure. De plus, on peut voir que le signal correspondant à la bandelette métallique est plus net, ce qui permet de penser qu'il est moins entaché de bruit de mesure. Cela est important, car cette partie du signal ne peut pas être filtrée. À noter que d'éventuelles ondes rampantes, qui représentent du signal utile correspondant à l'objet que l'on cherche à caractériser, sont considérées comme négligeables.

La comparaison entre la mesure du champ diffusé et le modèle numérique associé est présentée sur la Fig. 3.24 avec et sans filtrage à 3,5 GHz. On observe que pour une mesure non filtrée, la structure anéchoïque permet de réduire de façon significative le bruit de mesure. Si on applique un filtrage temporel sur les mesures, la réduction du bruit de mesure par l'anéchoïdisation est toujours visible, mais plus réduite. Une étude sur l'impact de la structure anéchoïque sur le résultat d'inversion est faite dans la section 5.2.6.

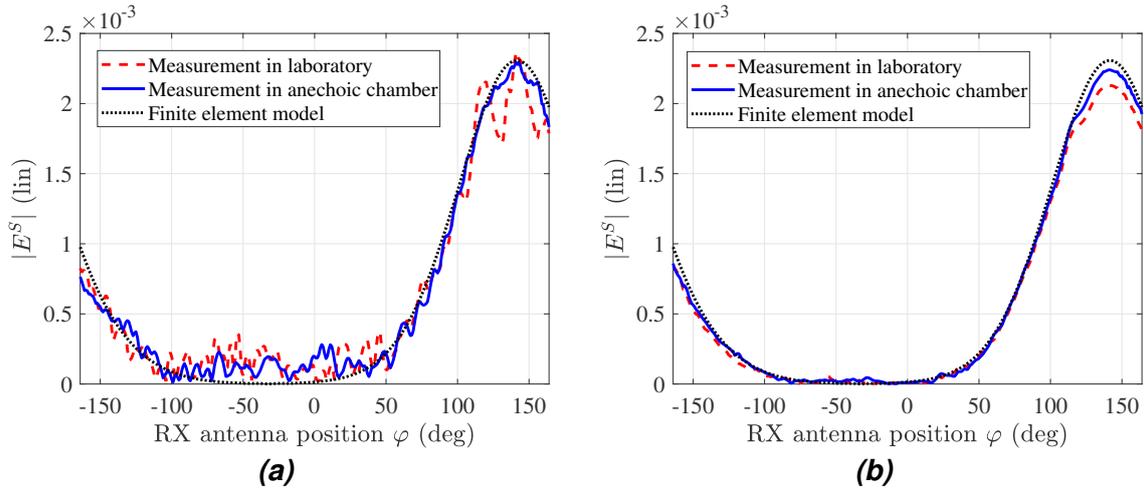


FIGURE 3.24. – Comparaison de la mesure du champ diffusé de la bandelette métallique avec son modèle numérique associé, à 3,5 GHz, **a)** sans filtrage temporel et **b)** avec filtrage temporel.

3.8. Analyse et traitement des biais de mesure

3.8.1. Validation du banc avec des mesures de sphères

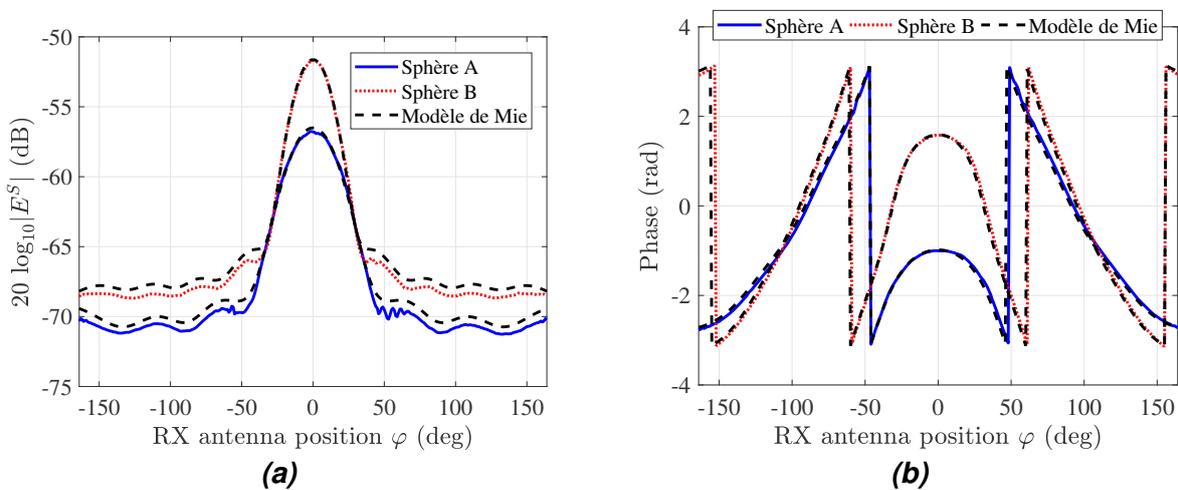
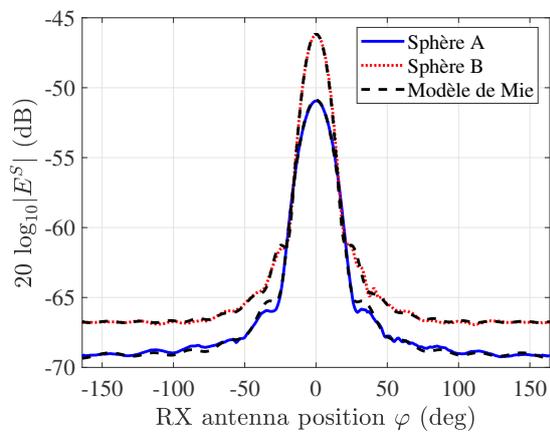
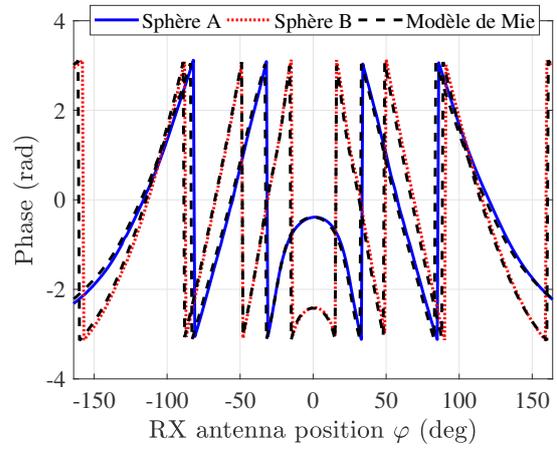


FIGURE 3.25. – Comparaison entre la mesure des sphères de calibration et le modèle analytique à 6 GHz.

Afin de valider le banc de mesure, c'est-à-dire l'ensemble des étapes qui ont été décrites précédemment, les mesures des sphères de calibrages A et B ont été réalisées. Les sphères sont mesurées sur le mat en Rohacell avec le protocole de mesure A. Le coefficient de calibration est calculé à partir de la mesure de la sphère A et est ensuite utilisé pour calibrer le modèle numérique correspondant à la sphère B. Le modèle numérique

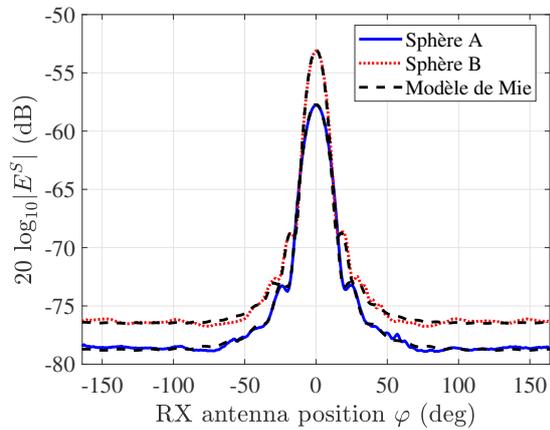


(a)

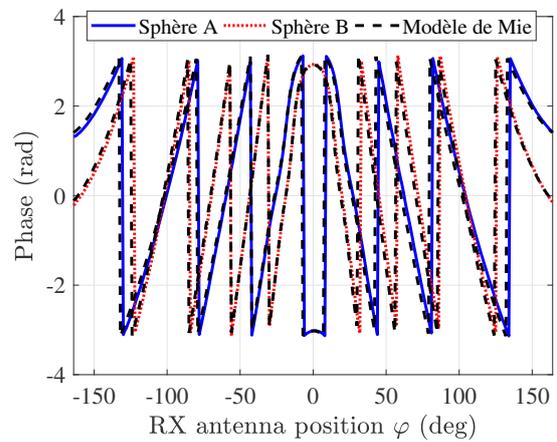


(b)

FIGURE 3.26. – Comparaison entre la mesure des sphères de calibration et le modèle analytique à 10 GHz.



(a)



(b)

FIGURE 3.27. – Comparaison entre la mesure des sphères de calibration et le modèle analytique à 14 GHz.

utilisé est le modèle analytique de Mie qui a été implémenté à partir de [66, 67].

Sur les Fig. 3.25, 3.26 et 3.27 sont présentés les résultats de la mesure des deux sphères, pour les fréquences 6, 10 et 14 GHz. On remarque que les mesures sont en accord avec le modèle analytique de Mie. Cela confirme notre capacité à aligner un objet, à le mesurer puis à le modéliser.

3.8.2. Amélioration du centrage d'objets symétriques

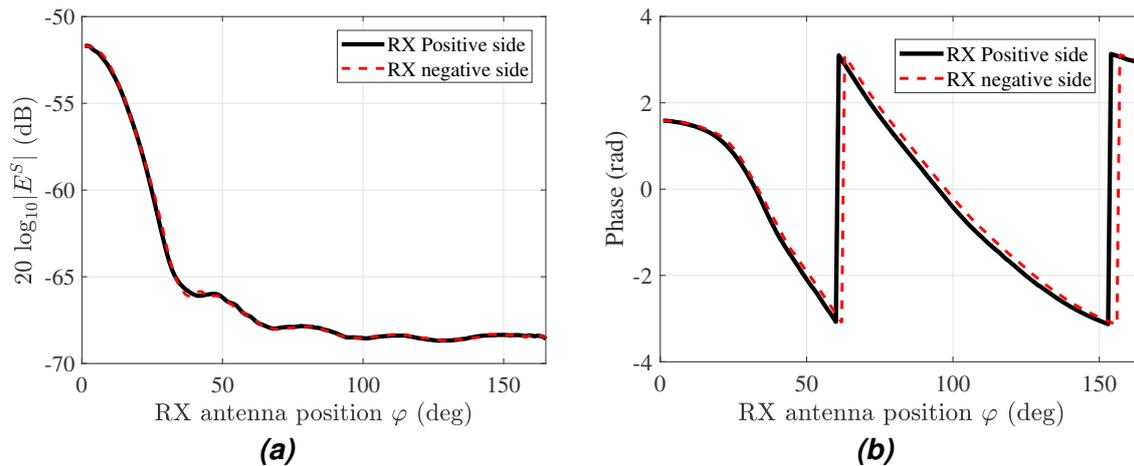


FIGURE 3.28. – Mesure repliée de la sphère B sur un mat de Rohacell à 6 GHz.

Lorsqu'une mesure possède une symétrie angulaire, il est intéressant de replier la mesure sur elle-même pour vérifier l'alignement du support. À titre d'exemple, on a tracé sur la Fig. 3.28 une mesure de la sphère B repliée sur elle-même par rapport au point $\varphi = 0$. On remarque qu'un léger écart de positionnement est visible sur la phase par cette méthode. On applique une correction de positionnement jusqu'à obtenir un très bon accord entre les courbes. Cette correction est mécanique et consiste en une modification du positionnement de la cible dans le processus d'initialisation des moteurs. Ce processus est toujours appliqué avant la réalisation d'une séquence de mesure. Les moteurs sont alignés mécaniquement, puis la position des deux moteurs est définie comme égale à zéro.

Par la suite, on a utilisé principalement des configurations de mesures de sorte que la mesure de calibration soit symétrique par rapport au point $\varphi = 0$. Cela permet de contrôler le centrage du support. Sur la Fig. 3.29 est présentée la mesure d'un petit cylindre de calibration C centré sur le support métallique C (mesure de calibration de la section 5.3). La mesure est faite avec le protocole A et est donnée à 3,5 GHz. Différentes corrections ont été appliquées pour aligner la référence sur le support, face à l'antenne d'émission. On constate qu'une correction de 0,7 degré permet de réduire significativement l'erreur commise lors du repliement de la phase sur elle-même.

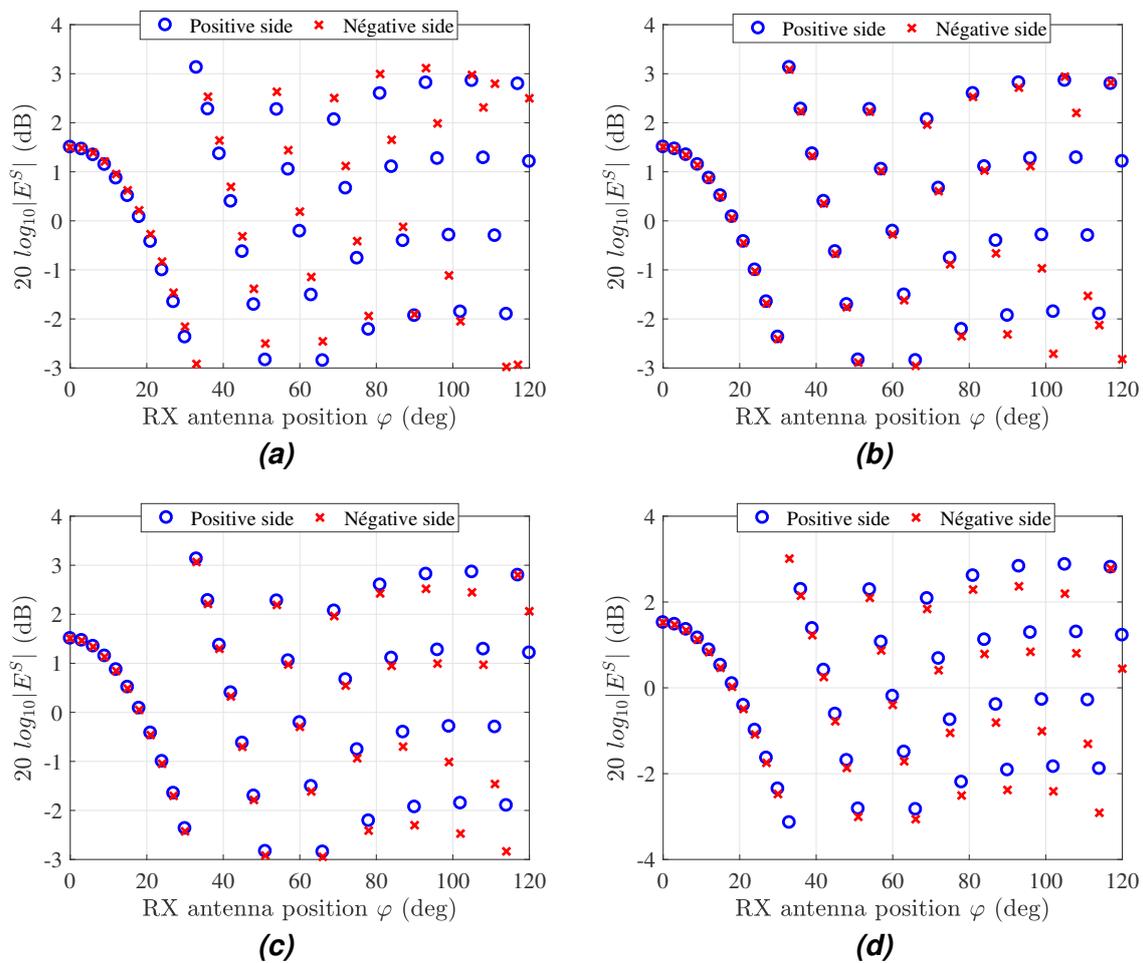


FIGURE 3.29. – Mesure repliée d'un petit cylindre métallique centré sur le support, pour différentes corrections à 3,5 GHz. La correction est de **a)** 0 deg, **b)** 0.7 deg, **c)** 0.8 deg et **d)** 1 deg.

3.8.3. Étude sur la modélisation de l'éclairage pour des objets de tailles importantes

Dans la section 2.2.4, nous avons présenté deux façons de modéliser l'onde incidente en 2D. Dans la première, l'antenne émettrice est modélisée par une onde plane et dans la seconde, elle est modélisée par un fil source. L'approximation de l'onde plane est plus facile à implémenter dans le calcul, mais n'est valide que si l'objet se situe en champ lointain et au centre du lobe de l'antenne d'émission. Cela est généralement vrai lorsque l'objet est petit par rapport aux antennes, s'il se situe à une bonne distance des antennes et si les antennes ont un gain faible. Dans notre cas, elle est valide pour la mesure de sphères (voir section 3.8.1). Le gain des antennes est un critère très important pour faciliter la modélisation de l'expérience.

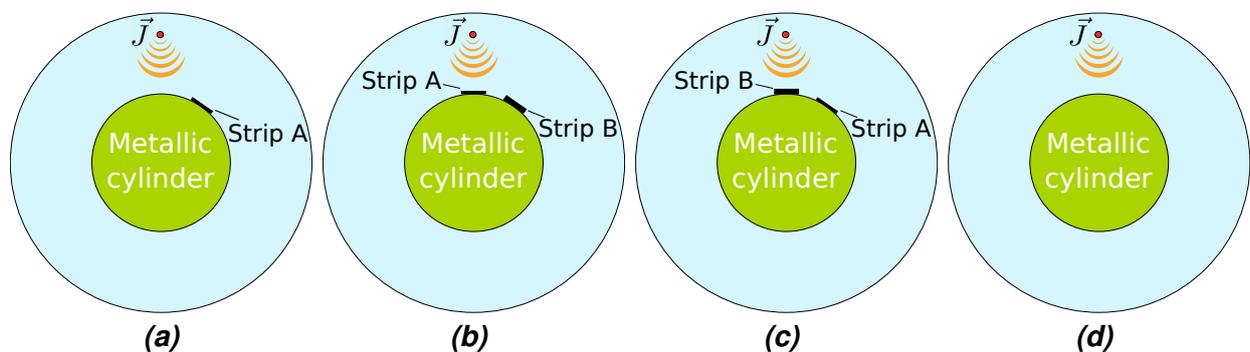


FIGURE 3.30. – Schémas des configurations de mesure utilisées pour l'étude sur l'amélioration de la modélisation de l'antenne émettrice.

Cette section décrit une étude qui vise à déterminer si l'approximation de l'onde plane est toujours valide lorsqu'on mesure un échantillon sur le cylindre métallique C, qui est le support de diamètre maximal que nous ayons. Pour cette étude, on dispose de deux bandelettes métalliques faisant 60 cm de long et 3 cm de largeur. La première, la bandelette A, fait 0,3 cm d'épaisseur et la seconde, la bandelette B, fait 0,6 cm d'épaisseur. Les configurations de mesures sont schématisées sur la Fig. 3.30. Les mesures (a) (b) et (c) sont soustraites avec la mesure (d) pour avoir le champ diffusé des bandelettes sur le cylindre métallique. La mesure (a) sert pour le calibrage alors que les mesures (b) et (c) sont utilisées pour étudier la modélisation de l'éclairage. Les bandelettes A et B sont espacées de 3 cm dans les configurations (b) et (c) (la largeur d'une bandelette).

Le résultat de cette expérience est présenté sur la Fig. 3.31. En premier lieu, on constate que les mesures sont proches des modèles numériques, ce qui confirme notre capacité à modéliser convenablement nos mesures. Ensuite, on constate graphiquement que l'utilisation d'un fil source situé à 1 m du centre du support permet d'améliorer significativement la concordance entre les modèles et les mesures. Le fil source a été placé à un mètre, car c'est la distance séparant les antennes du centre de rotation du banc de mesure.

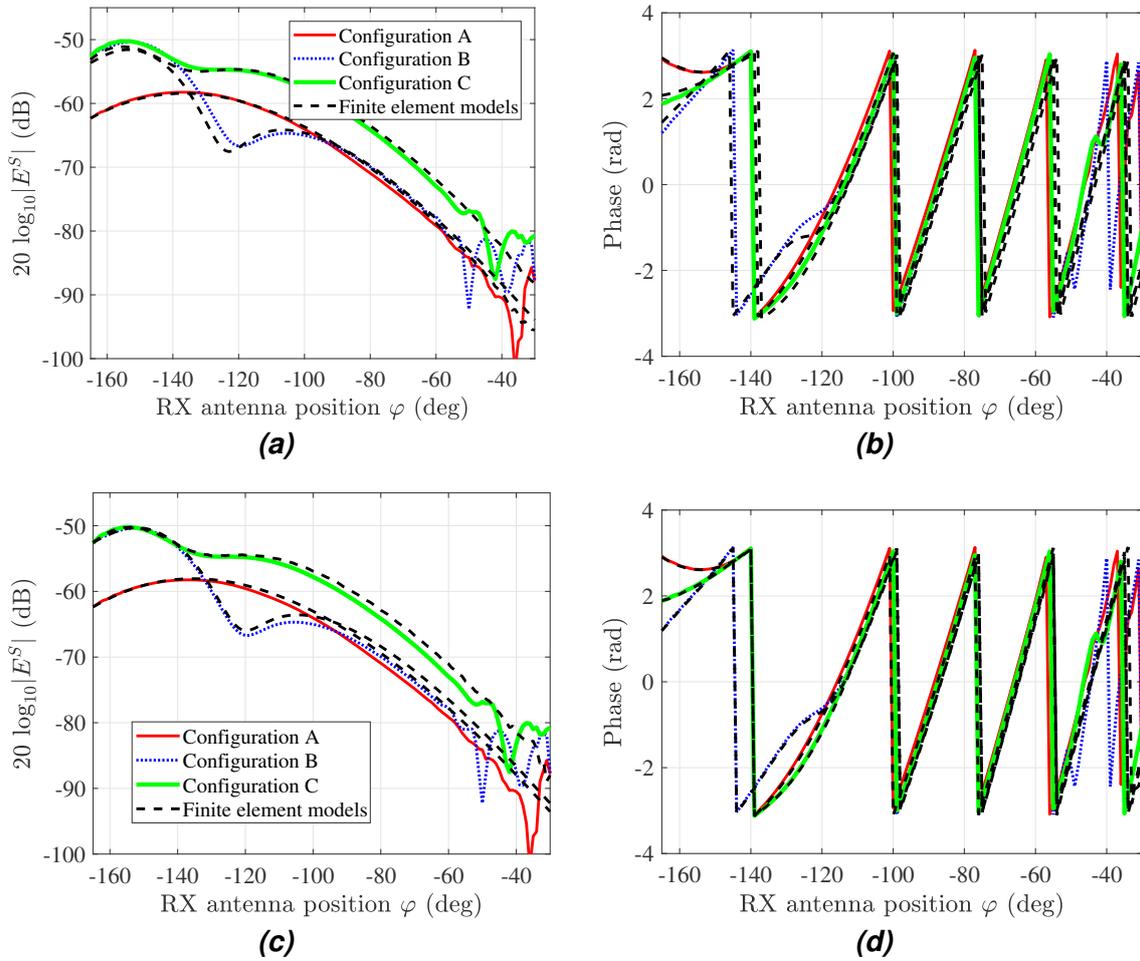


FIGURE 3.31. – Comparaison entre la mesure et le modèle numérique lorsque l’onde incidente est modélisée **a) b)** par une onde plane et **c) d)** par un fil source situé à 1m. L’expérience est menée à 6 GHz.

TABLE 3.5. – Erreurs relatives en fonction de l'éclairage utilisé

Distance fil source (m)	0.85	1	1.15	onde plane
$\delta_{rel}^{config.A}$	0.105	0.102	0.101	0.148
$\delta_{rel}^{config.B}$	0.082	0.060	0.058	0.235
$\delta_{rel}^{config.C}$	0.094	0.090	0.092	0.208

Ensuite, pour étudier l'impact de la distance du fil source, une étude paramétrique où l'on fait varier cette distance a été réalisée. Les erreurs relatives entre les modèles et l'expérience sont reportées dans le tableau 3.5 pour différentes distances du fil source. L'erreur relative obtenue avec un fil source se situe entre 5 et 10 %, alors qu'elle est supérieure à 15 % avec l'onde plane. L'utilisation du fil source permet une amélioration significative de la modélisation de l'expérience par rapport à l'onde plane. De plus, on constate que la distance du fil source n'est pas un paramètre sensible du modèle, et qu'une erreur d'estimation de 5 cm ne pose pas de problème. À noter que le fil source peut être implémenté de différentes façons dans le modèle aux éléments finis sous Comsol Multiphysics ® (voir annexe A).

3.9. Conclusion

Cette méthode décrit la mise en place de l'outil permettant de mesurer le champ diffusé d'objets 2D. Ce banc nous permet de mesurer des matériaux magnétiques sur des cylindres ou un support plan. Notre capacité à mesurer différents types d'objets a été validée et les écarts entre modèles et mesures ont été évalués pour différentes configurations de mesure. De plus, nous avons montré que l'antenne émettrice se modélise mieux avec un fil source que par une onde plane. Néanmoins, les mesures obtenues ne peuvent être que selon un plan 2D, qui est le plan de déplacement des antennes. En effet, aucune information n'est acquise selon la troisième dimension. Si l'on veut réaliser des images 3D, le banc doit être modifié, avec par exemple, le déplacement des antennes de bas en haut. Il faudra alors à nouveau effectuer certaines étapes de ce chapitre pour vérifier la validité d'un tel dispositif 3D.

4. Problème inverse : Détermination des propriétés EM de matériaux à partir de la mesure du champ diffusé

Dans ce chapitre, on cherche à déterminer la répartition spatiale des propriétés électromagnétiques de matériaux, à partir de mesures de leur champ diffusé. On considère tout d'abord le problème linéarisé que l'on étudie avec la décomposition en valeurs singulières. L'opérateur de diffraction est mal conditionné, c'est-à-dire qu'un petit bruit de mesure entraîne un écart important sur la solution du problème inverse associé. Nous avons alors étudié différentes approches pour régulariser ce problème linéarisé. La décomposition aux valeurs singulières permet aussi d'étudier l'information contenue dans une mesure. À partir de ce constat, on a établi une méthodologie pour comparer l'information contenue dans différents jeux de mesure. Par la suite, on a utilisé une méthode d'inversion non linéaire, nécessaire lorsque l'approximation linéaire n'est pas valide. On a également intégré la connaissance a priori de la géométrie et de l'emplacement des objets observés pour améliorer significativement la solution.

4.1. Introduction

Nous cherchons maintenant à reconstruire les propriétés électromagnétiques des objets magnéto-diélectriques observés à partir de leur champ diffusé. Pour cela, on part de l'équation (2.31) établie au chapitre précédent :

$$\mathbf{E}^S = \mathbf{G}\chi \quad (4.1)$$

Avec \mathbf{E}^S le champ diffusé, \mathbf{G} l'opérateur de diffraction et χ le contraste des matériaux recherchés. On notera m le nombre de mesures et n le nombre d'inconnues paramétrant le domaine d'observation. La matrice \mathbf{E}^S a pour dimension $m \times 1$, la matrice \mathbf{G} a pour dimension $m \times n$ et la matrice χ a pour dimension $n \times 1$. L'équation (4.1) peut être linéarisée par l'approximation de Born, ce qui rend le problème inverse plus simple à traiter. C'est cette première approche qui va tout d'abord être explorée avant d'aborder des approches non linéaires.

Pour illustrer les concepts introduits dans ce chapitre, on propose l'étude d'un **cas test** qui a été réalisée au cours de cette thèse. Il s'agit de l'imagerie 2D de 5 bandelettes magnéto-diélectriques réparties sur la surface d'un cylindre métallique, parallèlement à sa surface. Le cas test est mesuré avec le protocole B (voir section 3.6), qui est un protocole de mesure multistatique, contenant 9 sources d'émission TX et 56 sources de réceptions RX. L'étude est menée à 3,5 GHz et est considérée comme représentative de la plupart des expériences réalisées durant ce travail de thèse. Dans ce chapitre, nous

avons utilisé les outils mis en ligne par P. Hansen [84] pour accélérer l'implémentation des différentes méthodes.

4.2. Inversion du problème linéarisé

4.2.1. Décomposition en valeurs singulières de l'opérateur de diffraction

Un des outils les plus utiles dans la théorie des problèmes inverses linéaires est la décomposition en valeurs singulières (SVD). En plus d'offrir un moyen robuste pour traiter le problème, cette méthode permet de mieux comprendre le caractère mal-posé du problème ainsi que l'effet des méthodes de régularisation. La formulation standard [85] est la suivante :

Théorème. *Soit A une matrice complexe de taille $m \times n$. Alors il existe une matrice diagonale positive Σ de taille $m \times n$ et deux matrices unitaires, U et V , respectivement de taille $m \times m$ et $n \times n$, telles que :*

$$A = U\Sigma V^\dagger \quad (4.2)$$

Où V^\dagger désigne la matrice adjointe de V .

Une matrice rectangulaire V est unitaire si elle satisfait la condition $V^\dagger V = I$ avec I la matrice identité. Pour inverser le problème, on commence par appliquer une décomposition en valeurs singulières à l'opérateur de diffraction G de l'équation (4.1). On obtient :

$$E^d = U\Sigma V^\dagger \cdot \chi \quad (4.3)$$

L'inversion de matrice G n'est pas triviale. Sans l'utilisation de la factorisation aux valeurs singulières, G n'est inversible que dans le cas particulier où $n = m$ et lorsque son déterminant est non nul. La décomposition aux valeurs singulières va permettre de traiter le problème, pour toutes valeurs de n et m . Les matrices U et V sont unitaires et vérifient [86] :

$$U^{-1} = U^\dagger \quad (4.4)$$

$$V^{-1} = V^\dagger \quad (4.5)$$

Si la matrice est diagonale, son inverse s'exprime de la façon suivante :

$$\Sigma^{-1} = \text{diag}\left(\frac{1}{\sigma_1}, \frac{1}{\sigma_2}, \dots, \frac{1}{\sigma_p}\right) \quad (4.6)$$

Avec σ_i les éléments diagonaux de Σ , appelés les valeurs singulières et $p = \min(m, n)$. Dans la plupart des problèmes inverses [84], on constate que quand i augmente, les

valeurs singulières σ_i tendent vers zéro et les vecteurs lignes de \mathbf{U} et colonnes de \mathbf{V} ont tendance à avoir un plus grand nombre de changements de signes dans leurs éléments.

4.2.2. Inversion du problème factorisé

Pour inverser l'équation (4.3), on multiplie les deux membres de l'égalité successivement par \mathbf{U}^{-1} , $\mathbf{\Sigma}^{-1}$ et $\mathbf{V}^{-\dagger}$, puis en utilisant les relations (4.4) et (4.5), on obtient :

$$\boldsymbol{\chi} = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^{\dagger} \cdot \mathbf{E}^d \quad (4.7)$$

L'équation (4.7) permet de trouver la pseudo solution du problème initial, même lorsque le nombre de mesures m est différent du nombre d'inconnues n .

Il est intéressant d'écrire la décomposition aux valeurs singulières en fonction des vecteurs lignes de \mathbf{U} et des vecteurs colonnes de \mathbf{V} . En effet, cela permet de mieux comprendre comment l'information est organisée. Chacune des valeurs singulières permet de pondérer les vecteurs (lignes et colonnes) qui leur sont associés. De plus, cette notation permet de simplifier des expressions qui seront introduites dans la suite de ce chapitre. Les équations (4.3) et (4.7) s'écrivent :

$$\mathbf{E}^S = \sum_{i=1}^p \sigma_i \mathbf{u}^i (\mathbf{v}^i)^{\dagger} \cdot \boldsymbol{\chi} \quad (4.8)$$

$$\boldsymbol{\chi} = \sum_{i=1}^p \sigma_i^{-1} \mathbf{v}^i (\mathbf{u}^i)^{\dagger} \cdot \mathbf{E}^S \quad (4.9)$$

Avec $p = \min(m, n)$, σ_i les éléments diagonaux de $\mathbf{\Sigma}$, \mathbf{u}^i les vecteurs colonnes de \mathbf{U} et \mathbf{v}^i les vecteurs colonnes de \mathbf{V} .

4.2.3. Sens physique d'une inversion linéaire par SVD

Lorsqu'on cherche la solution du problème inverse :

$$\mathbf{E}^S = \mathbf{G}\boldsymbol{\chi} \quad (4.10)$$

il est fréquent de reformuler le problème, de sorte que la solution du problème soit définie comme le minimum de la fonctionnelle :

$$F(\boldsymbol{\chi}) = \|\mathbf{G}\boldsymbol{\chi} - \mathbf{E}^S\|_l^2 \quad (4.11)$$

Avec l la dimension de la norme. Il est connu [87] que l'équation (4.9) donne le minimum de cette fonctionnelle pour $l = 2$.

4.3. Problème lié à la décroissance des valeurs singulières

Dans la section précédente, on a utilisé la décomposition en valeurs singulières de l'opérateur de diffraction. Cela nous a permis de trouver une solution du problème inverse linéaire, indépendamment des dimensions de l'opérateur de diffraction. Cependant, dans la majorité des problèmes inverses, la solution donnée par l'équation (4.9) ne converge pas vers la solution réelle. Cette difficulté est liée à la décroissance rapide des valeurs singulières vers zéro. À titre d'exemple, on a représenté les valeurs

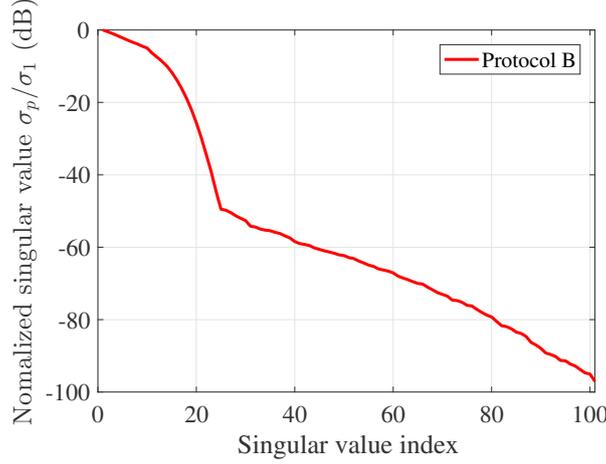


FIGURE 4.1. – Décroissance normalisée des valeurs singulières pour de l'opérateur de diffraction pour le cas test.

singulières normalisées obtenues pour le cas test, sur la Fig. 4.1. Les valeurs singulières montrent une décroissance significative, égale à 60 dB pour les 20 premières valeurs singulières. Or une telle décroissance pose un problème lors de la prise en compte du bruit de mesure. Afin d'étudier l'effet d'une telle décroissance sur le traitement du problème inverse, on définit $\delta \mathbf{E}^S$ le bruit sur la mesure, et $\delta \mathbf{X}$ celui sur la solution. Les équations (4.8) et (4.9) deviennent :

$$\mathbf{E}^S + \delta \mathbf{E}^S = \sum_{i=1}^p \sigma_i \mathbf{u}^i (\mathbf{v}^i)^\dagger \cdot (\mathbf{X} + \delta \mathbf{X}) \quad (4.12)$$

$$\mathbf{X} + \delta \mathbf{X} = \sum_{i=1}^p \sigma_i^{-1} \mathbf{v}^i (\mathbf{u}^i)^\dagger \cdot (\mathbf{E}^S + \delta \mathbf{E}^S) \quad (4.13)$$

Pour le problème direct (4.12), le bruit $\delta \mathbf{X}$ est multiplié par les σ_i , qui sont de plus en plus petits lorsque i augmente. Donc $\delta \mathbf{X}$ entraîne une erreur $\delta \mathbf{E}^S$ qui est généralement de son ordre de grandeur. À l'opposé, la décroissance des valeurs singulières a un effet important lors du traitement du problème inverse. Dans ce problème, le bruit de mesure $\delta \mathbf{E}^S$ est multiplié par l'inverse des valeurs singulières σ_i^{-1} qui sont donc, de plus en plus grandes lorsque i augmente. La conséquence est qu'un petit bruit de mesure $\delta \mathbf{E}^S$ entraîne une grande erreur sur la solution reconstruite $\mathbf{X} + \delta \mathbf{X}$. Afin de quantifier ce

phénomène, on définit le conditionnement :

$$\text{cond}(\mathbf{G}) = \frac{\sigma_1}{\sigma_p} \quad (4.14)$$

Le conditionnement mesure la sensibilité de la solution au bruit de mesure. En 1923, Hadamard [88] énonce ainsi des critères définissant un problème bien posé. Ces critères sont :

- L'existence de la solution.
- L'unicité de la solution.
- La dépendance continue de la solution par rapport aux données, qui permet d'assurer la stabilité numérique.

La dépendance continue de la solution par rapport aux données se quantifie avec le conditionnement lorsqu'on considère le problème après discrétisation.

4.4. Traitement du mauvais conditionnement de l'opérateur de diffraction par régularisation

Dans la section précédente, on a vu que la difficulté principale du problème inverse (4.9) est le traitement du mauvais conditionnement de l'opérateur de diffraction, c'est-à-dire la présence de petites valeurs singulières. Pour cela, il est nécessaire d'incorporer de l'information supplémentaire sur la solution désirée afin d'obtenir une solution correcte et stable. C'est le rôle de la régularisation qui s'effectue généralement en ajoutant une contrainte Ω à la solution :

$$\mathbf{x}_{\text{regu}} = \text{argmin}\{\|\mathbf{G}\mathbf{x} - \mathbf{E}^S\|^2 + \Omega(\mathbf{x})\} \quad (4.15)$$

La régularisation est une technique modifiant le problème initial. L'idée est alors d'améliorer le conditionnement de la matrice, tout en modifiant le moins possible le problème initial. La contrainte Ω est aussi appelée terme de pénalité. Dans notre étude, on se limite aux fonctionnelles définies convexes (avec un seul minimum). Cela permet la détermination du minimum par une approche quadratique. La conséquence est que le terme de régularisation doit être défini afin que la fonctionnelle garde ses propriétés de convexité. Les termes introduits par la suite, vérifiant cette propriété, s'écrivent :

$$F(\mathbf{x}) = \|\mathbf{G}\mathbf{x} - \mathbf{E}^S\|^2 + \beta\|\mathbf{L}\mathbf{x}\|^2 \quad (4.16)$$

Avec β le paramètre de régularisation permettant de pondérer la contrainte et \mathbf{L} un opérateur, souvent choisi comme la matrice identité. À noter que l'étape de régularisation peut aussi servir à intégrer de l'information a priori comme nous le verrons par la suite.

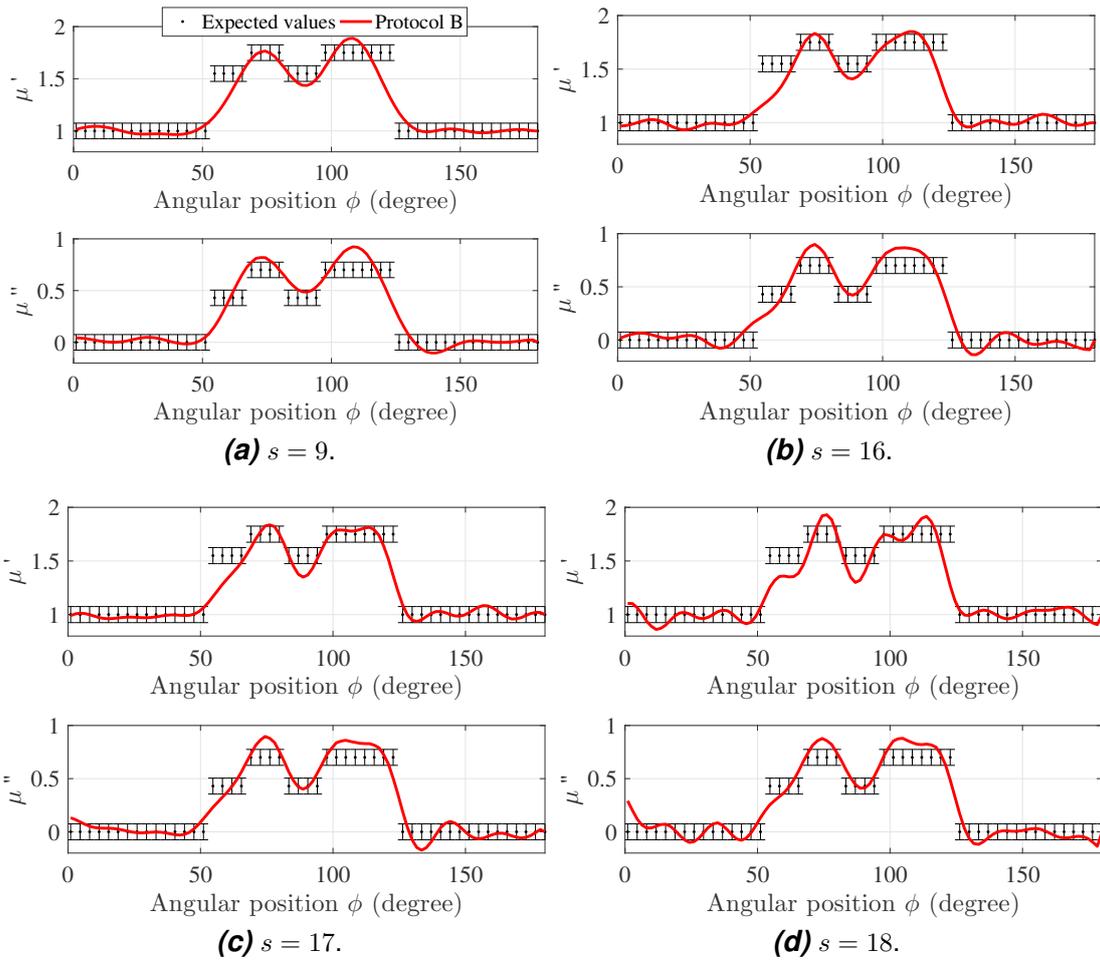


FIGURE 4.2. – Reconstructions par TSVD du cas test à partir de champs mesurés, pour différents paramètres de régularisations.

4.4.1. Régularisation par troncature

La **Truncated Singular Value Decomposition** (TSVD) [89, 90] est une méthode permettant de régulariser un problème linéaire des moindres carrés, sans y appliquer de contrainte. Cette méthode consiste à supprimer les valeurs singulières, responsables du mauvais conditionnement de la matrice. La solution du problème régularisé par troncature s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{X}_{\text{TSVD}} = \sum_{i=1}^s \sigma_i^{-1} \mathbf{v}^i (\mathbf{u}^i)^\dagger \cdot \mathbf{E}^S \quad (4.17)$$

Où s est la valeur singulière de coupure, jouant le rôle du paramètre de régularisation. Plus s est petit, moins le problème inverse est sensible au bruit de mesure, mais plus on s'éloigne du problème initial. Les méthodes de régularisation ont en général un paramètre de régularisation, qui est difficile à déterminer. De plus, comme les valeurs singulières diminuent de façon graduelle (voir Fig. 4.1), c'est-à-dire sans écart important d'une valeur à l'autre, il est compliqué d'optimiser le paramètre de régularisation.

Lors de ces travaux de thèse, nous avons remarqué dans notre cas que la solution converge pour une large plage de valeurs du paramètre de régularisation, puis diverge progressivement à partir d'une certaine valeur. Sur la Fig. 4.2 est présentée l'imagerie expérimentale par TSVD du cas de test, pour différentes valeurs singulières de coupure. On constate que la solution commence à converger pour $s = 9$, qu'elle est stable jusqu'à $s = 17$, puis qu'elle décroche pour $s = 18$. Un critère empirique pour sélectionner la valeur de coupure s est de sélectionner une valeur située dans la zone où la solution converge. Dans le cas présenté sur la Fig. 4.2, $s = 16$ semble être une valeur optimisée pour régulariser le problème tout en gardant un maximum d'information. À noter que pour le protocole B, la 16^{ème} valeur singulière est associée à un niveau de -15 dB. Cela dit, la méthode proposée est envisageable uniquement lorsqu'on a de l'information a priori sur la solution attendue.

Il existe des méthodes plus rigoureuses et systématiques pour déterminer la valeur optimisée de coupure [84, 91, 92]. Certaines nécessitent la connaissance ou une estimation du bruit de mesure $\delta \mathbf{E}^S$ et d'autres utilisent uniquement la connaissance de l'opérateur de diffraction \mathbf{G} .

Le **discrepancy principle** de Morozov [93, 94] est une méthode nécessitant une estimation a priori du bruit de mesure $\delta \mathbf{E}^S$. Le paramètre de régularisation est choisi de sorte que l'équation suivante soit vérifiée :

$$\|\mathbf{G}\mathbf{X}_{\text{reg}} - \mathbf{E}^S\| = \|\delta \mathbf{E}^S\| \quad (4.18)$$

Le prérequis de cette méthode est qu'elle nécessite une estimation précise du bruit de mesure. En effet, si le bruit est surestimé, la solution est trop régularisée, et si le bruit est sous-estimé, la solution n'est pas assez régularisée. L'étude du bruit de mesure n'a pas été faite entièrement dans cette thèse pour des raisons de temps.

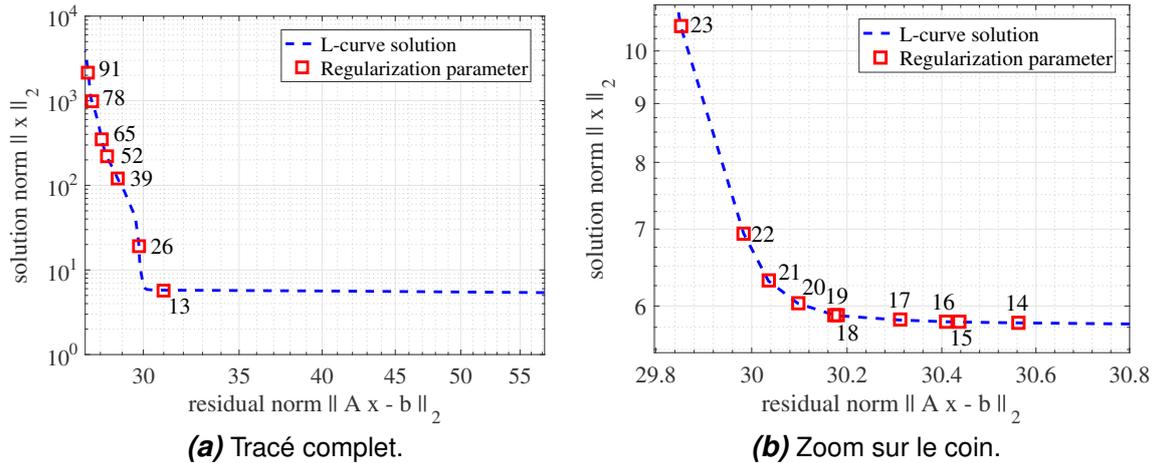


FIGURE 4.3. – Tracé de la L-curve pour le cas de test.

La **L-curve** [95, 96, 97] est une méthode graphique où l'on trace la norme du problème initial $\|G\chi - E^S\|^2$ versus la norme de la contrainte $\|\chi\|^2$, quand le paramètre de régularisation varie. Si on trace cette courbe en échelle logarithmique (voir Fig. 4.3), on voit un coin apparaître. Or comme on cherche à minimiser ces deux normes, la méthode L-curve consiste à prendre la valeur qui se situe dans le coin. Cette solution est le meilleur compromis pour minimiser simultanément les deux normes. Le choix du paramètre de régularisation se détermine graphiquement en prenant la valeur la plus proche du coin. Dans notre cas, on peut voir sur la Fig. 4.3b que la solution donnée par cette méthode est $s = 20$ ou $s = 21$.

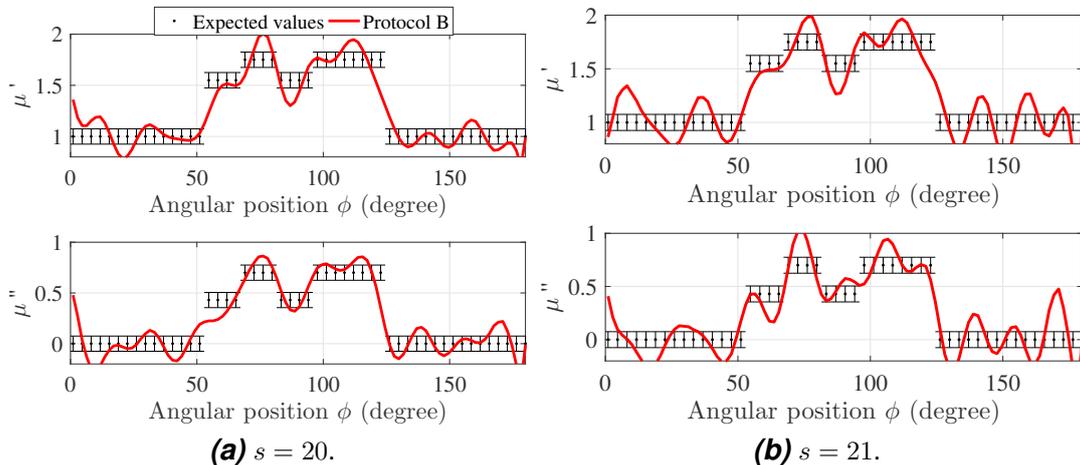


FIGURE 4.4. – Reconstruction par TSVD du cas test en prenant le nombre de valeurs singulières indiquées par la L-curve.

Sur la Fig. 4.4 est montrée la reconstruction expérimentale du cas test, lorsque le paramètre de régularisation est sélectionné avec la méthode de la L-curve. On constate

que dans notre cas, la L-curve est une solution qui ne régularise pas suffisamment le problème. Il est néanmoins intéressant de savoir que notre étude physique nécessite une régularisation supérieure à la L-curve solution.

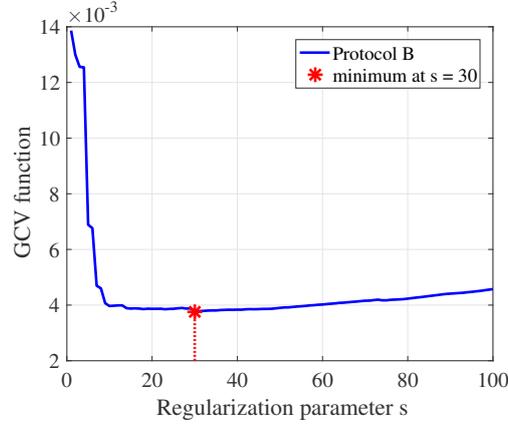


FIGURE 4.5. – GCV solution pour le cas test.

La **Generalized Cross-Validation** [98] est une méthode où le paramètre de régularisation est déterminé en minimisant la quantité suivante :

$$\text{GCV}(\chi) = \frac{\|\mathbf{G}\chi - \mathbf{E}^S\|_2^2}{(\text{trace}(\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{G}^T))^2} \quad (4.19)$$

Avec \mathbf{G}^T défini de telle sorte à ce que $\mathbf{G}^T\mathbf{E}^S = \chi_{\text{reg}}$. La GCV est une méthode qui, comme la L-curve, cherche une balance entre la minimisation des deux normes. Sur la Fig. 4.5 est présentée l'évolution de la courbe GCV en fonction du paramètre de régularisation. Cette méthode trouve un paramètre de régularisation $s = 30$, ce qui est loin de la solution optimisée. Cela peut se comprendre en regardant l'allure de la courbe, qui varie très peu autour du minimum. Cette méthode donne, dans notre étude, un résultat moins bon que la L-curve.

4.4.2. Régularisation de Tikhonov

La TSVD est une méthode où le paramètre de régularisation correspond au rang maximal des valeurs singulières prises. Cette méthode est abrupte, car les valeurs singulières sont discontinues et présentent des écarts importants entre elles, c'est-à-dire que la solution optimale se situe en général entre deux valeurs singulières. Une méthode plus douce, pour régulariser un problème, est la régularisation de Tikhonov [99]. Dans cette méthode, on résout le problème suivant :

$$F(\chi)_{\text{Tikho}} = \|\mathbf{G}\chi - \mathbf{E}^S\|^2 + \beta\|\mathbf{L}\chi\|^2 \quad (4.20)$$

Où β est le paramètre de régularisation contrôlant le poids associé à la régularisation. Dans cette étude, on choisit \mathbf{L} comme la matrice identité. En MWT, l'opérateur laplacien

$(L = \nabla^2)$ est parfois utilisé [100] de sorte à obtenir des solutions plus régulières. En utilisant la décomposition aux valeurs singulières, la solution de Tikhonov se calcule de la façon suivante :

$$\mathbf{X}_{\text{Tikho}} = \sum_{i=1}^p \frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + \beta^2} \cdot \mathbf{v}^i (\mathbf{u}^i)^\dagger \cdot \mathbf{E}^S \quad (4.21)$$

Où $p = \min(m, n)$.

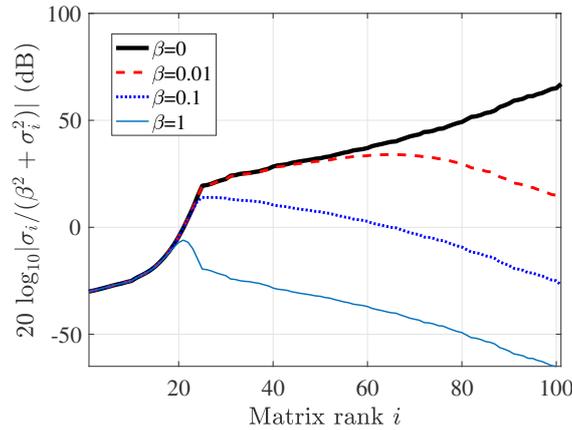


FIGURE 4.6. – Évolution du poids $\sigma_i/(\beta^2 + \sigma_i^2)$ en fonction de β pour la régularisation de Tikhonov.

Cette méthode permet aussi de régler le problème des valeurs singulières. Sur la Fig. 4.6, on a regardé l'évolution du poids de Tikhonov $\sigma_i/(\beta^2 + \sigma_i^2)$ en fonction de β . Contrairement à la TSVD qui supprime brutalement l'effet des valeurs singulières en dessous d'un certain niveau, la méthode de Tikhonov permet de diminuer l'impact des valeurs singulières progressivement en fonction de leur niveau. La méthode de Tikhonov est semblable à la TSVD, mais agit de façon plus progressive. Dans le cas où il y a peu de mesures, les valeurs singulières chutent très rapidement, et il peut être intéressant d'utiliser la méthode de Tikhonov pour mieux contrôler la régularisation. Dans la plupart des autres cas, les deux méthodes donnent les mêmes résultats.

La méthode GCV et la L-curve solution peuvent aussi être utilisées pour déterminer un paramètre de régularisation pour la méthode de Tikhonov. Mais comme pour la TSVD, on a observé que ces méthodes donnent une solution qui ne régularise pas suffisamment notre problème.

4.4.3. Conclusion

Dans cette section, on a défini et étudié les deux méthodes principales pour régulariser le problème linéaire ainsi que les méthodes principales pour sélectionner un paramètre de régularisation. Ces méthodes donnent des solutions qui ne régularisent pas suffisamment le problème et on a montré qu'il est préférable de déterminer ce paramètre empiriquement à partir de l'information a priori de la forme de la solution, que

nous connaissons dans le cas de nos expériences.

Ensuite, il s'est avéré que la rapidité de décroissance des valeurs singulières dépend de l'information contenue dans la mesure. Si peu de points de mesures (TX,RX) sont utilisés, les valeurs singulières décroissent rapidement. Dans ce cas, il est intéressant d'utiliser la régularisation de Tikhonov, car elle offre une solution plus douce. En revanche, si la mesure contient beaucoup d'informations, la régularisation de Tikhonov donne des résultats comparables à la TSVD.

Pour un problème donné, le conditionnement dépend principalement du nombre de mesures et de la discrétisation du problème, mais ne dépend pas de la nature de l'objet observé. Donc dans le cadre de la caractérisation non destructive, il est parfois possible et plus efficace d'imager des objets connus pour optimiser le paramètre de régularisation. Par exemple, avec la méthode TSVD, on a déterminé pour le cas test que l'on peut utiliser les valeurs singulières supérieures à -15 dB. Si on veut imager le cas test avec un protocole de mesure différent, c'est-à-dire pour un autre ensemble de points de mesures (TX,RX), il faut à nouveau déterminer le paramètre de régularisation optimal.

4.5. Optimisation du protocole de mesure par l'analyse des valeurs et vecteurs singuliers

Une idée a émergé récemment [101], consistant à étudier l'information disponible dans une mesure par l'observation des valeurs singulières σ_i . À titre d'exemple, on a tracé sur la Fig. 4.7 les valeurs singulières pour les 3 protocoles de mesures différents (voir section 3.6). La différence entre ces protocoles vient du nombre et de l'emplacement des sources TX et des réceptions RX utilisées. On fait l'hypothèse dans cet exemple, que le bruit de mesure est le même et qu'il nous permet de régulariser des valeurs singulières allant jusqu'à -20 dB. On peut voir graphiquement sur la Fig. 4.7 que le protocole C permet l'utilisation d'un plus grand nombre de valeurs singulières pour reconstruire le signal. La quantité d'information disponible par ce protocole est donc plus importante.

Néanmoins, l'étude de la décroissance des valeurs singulières ne permet pas d'avoir une idée sur la qualité de l'information associée à ces valeurs singulières. Il est plus compliqué de déterminer la qualité de l'information liée à un protocole de mesure. Autrement dit, il est difficile de déterminer si un jeu de mesure contient une information permettant une meilleure reconstruction du signal. Pour étudier la qualité de l'information codée dans les vecteurs singuliers, on commence par définir l'erreur moyenne de

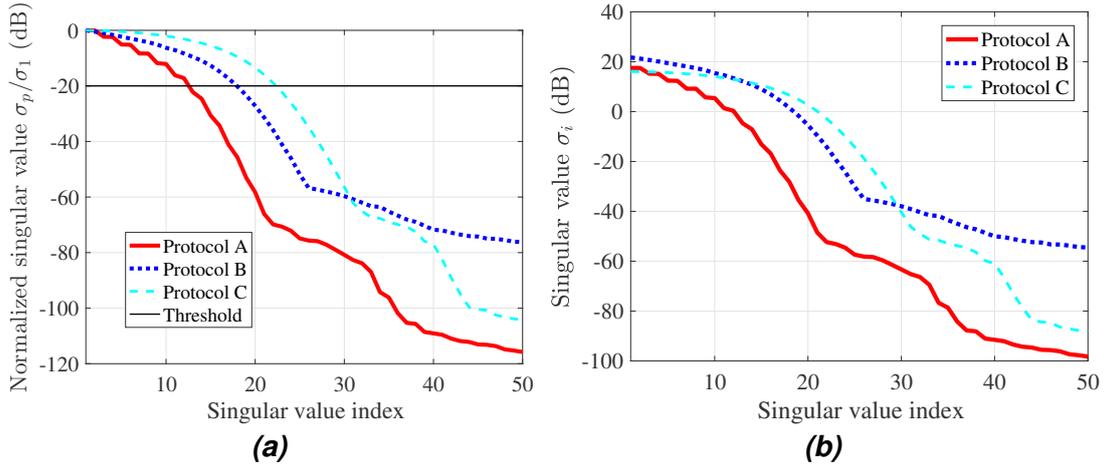


FIGURE 4.7. – Valeurs singulières a) normalisées et b) non normalisées pour le cas de test et pour 3 protocoles de mesures différents.

contraste commise pendant l'inversion :

$$\Delta\mathcal{X}'_{moy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\text{Real}(\chi_{\text{TSVD},s}(i) - \chi_{\text{true}}(i))|^2 \quad (4.22)$$

$$\Delta\mathcal{X}''_{moy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\text{Im}(\chi_{\text{TSVD},s}(i) - \chi_{\text{true}}(i))|^2$$

Avec $\Delta\mathcal{X}'_{moy}$ l'erreur moyenne sur la partie réelle de la perméabilité et $\Delta\mathcal{X}''_{moy}$ l'erreur moyenne sur la partie imaginaire de la perméabilité.

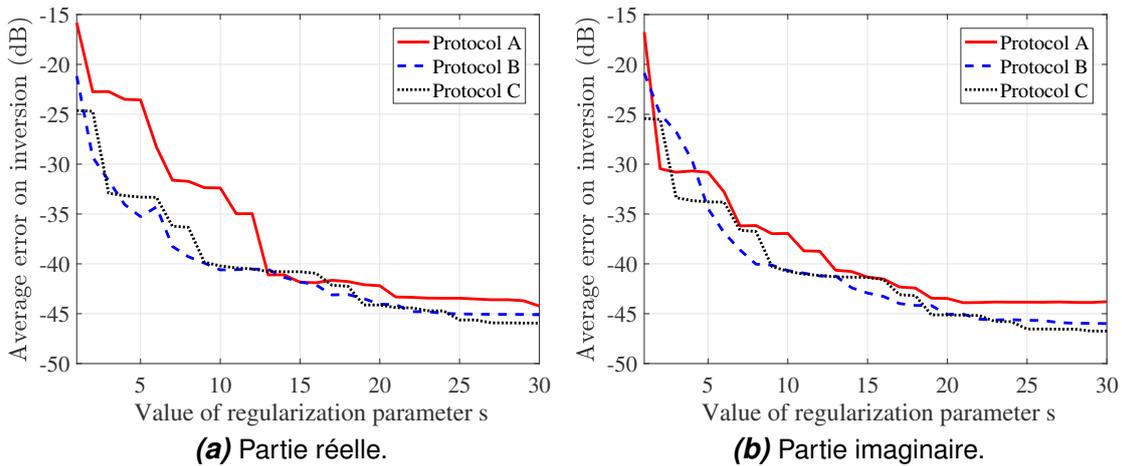


FIGURE 4.8. – Erreur moyenne commise lors de la reconstruction numérique du cas test, pour les différents protocoles.

Sur la Fig. 4.8, l'évolution de l'erreur moyenne est tracée en fonction du paramètre

de régularisation. On remarque que parmi les trois protocoles présentés, le protocole B est celui qui converge le plus vite vers la solution réelle quand on utilise des valeurs singulières supplémentaires. De plus, on a vu précédemment que les protocoles B et C permettent l'utilisation d'un plus grand nombre de valeurs singulières. La conclusion de cette étude est que le protocole A donne moins d'information que les protocoles B et C et que cette information est de moins bonne qualité. De plus, les protocoles B et C donneront à peu près le même résultat. D'un côté, le protocole C permet l'utilisation d'un plus grand nombre de valeurs singulières que le protocole B, mais d'un autre côté, le protocole C donne de l'information de moins bonne qualité que le protocole B.

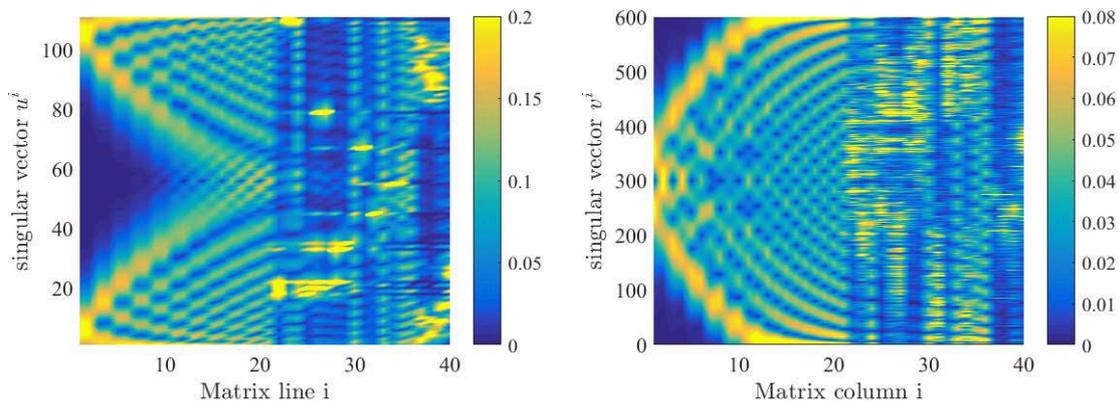


FIGURE 4.9. – Tracé des premiers vecteurs singuliers u^i et v^i pour le protocole A.

Lorsque l'objet observé n'est pas connu, on peut toujours déterminer la quantité d'information contenue par un ensemble de mesure, mais il est difficile de tirer des conclusions sur la qualité de l'information contenue par les vecteurs singuliers.

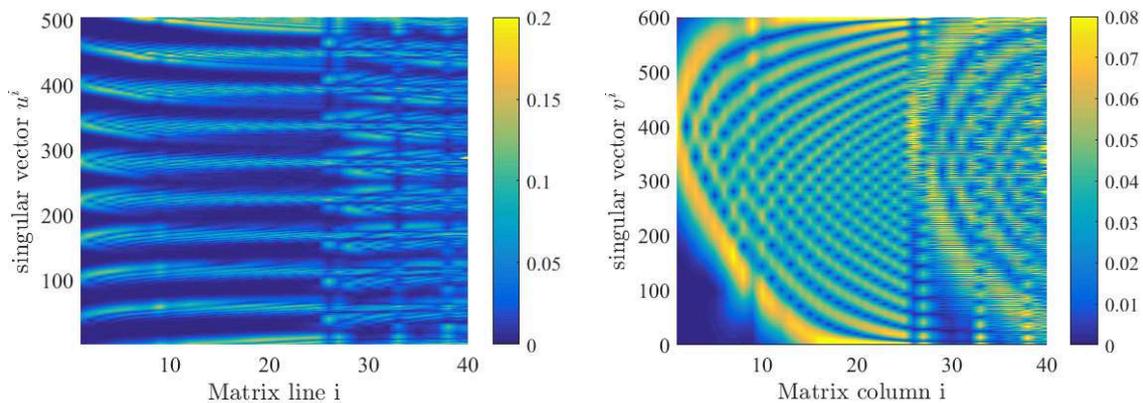


FIGURE 4.10. – Tracé des premiers vecteurs singuliers u^i et v^i pour le protocole B.

4.6. Information a priori

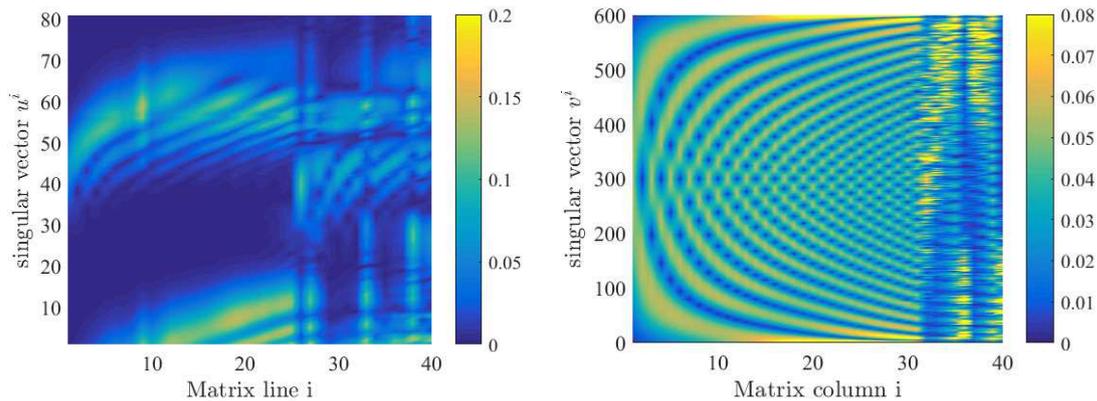


FIGURE 4.11. – Tracé des premiers vecteurs singuliers u^i et v^i pour le protocole C.

4.6.1. Ajout de l'information a priori géométrique

Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, il existe plusieurs méthodes permettant d'ajouter de l'information a priori, dans le but d'améliorer le traitement du problème inverse. L'utilisation de ces méthodes dépend de la nature du problème considéré. Or notre problème est la caractérisation non destructive de surfaces magnéto-diélectriques. Dans cette problématique, nous connaissons, ou pouvons estimer la géométrie et la position des surfaces ou objets observés. Cette information permet une amélioration significative de la solution si elle est prise en compte, d'autant plus que nous réalisons une imagerie qualitative, c'est-à-dire que nous voulons remonter aux propriétés des objets observés.

Pour intégrer cette information à l'algorithme de traitement, on a utilisé deux possibilités. La première est de limiter le domaine d'observation au domaine de l'échantillon. Cela revient à dire que l'ensemble du champ diffusé provient uniquement de ce domaine. La deuxième méthode est de garder un domaine d'observation large, mais d'imposer $\chi = 0$ en dehors du domaine de l'échantillon. Ces deux approches reviennent au même, d'un point de vue physique.

4.6.2. Atténuation des effets de sauts d'indices

L'opérateur de diffraction est en fait un filtre passe-bas et dans la version linéarisée on cherche son filtre inverse. Ce filtre est robuste face au bruit de mesure, et limite la reconstruction d'éventuelles discontinuités. En effet, on peut voir sur les Fig 4.9, 4.10 et 4.11 que la solution est reconstruite à partir de vecteurs de type sinusoïdal. De plus, la variation spatiale des vecteurs singuliers est de l'ordre de la longueur d'onde car ils sont construits à partir du champ se propageant dans le domaine de l'échantillon (voir section 2.1.5). Le filtre d'inversion est inadapté à la reconstruction de profils discontinus. Dans cette section, on introduit une méthodologie permettant la prise en compte de l'information a priori de sauts d'indice connus, pour réduire l'erreur de construc-

tion.

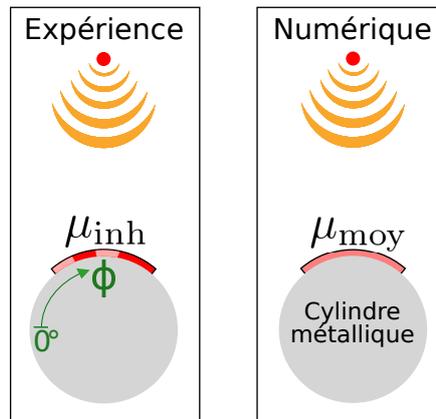


FIGURE 4.12. – Illustration de l'expérience réalisée pour le calcul de la nouvelle solution.

Les étapes de la méthode mise en place sont les suivantes :

Étape 1 : on positionne le matériau inhomogène de contraste μ_{inh} sur un cylindre métallique puis on mesure son champ diffusé avec le banc de mesure mis en place. La solution est obtenue en appliquant la méthodologie définie dans ces travaux de thèse pour traiter le problème inverse. Elle est notée μ_{inh}^s .

Étape 2 : on fait l'hypothèse d'un matériau homogène a priori, de même géométrie que le matériau inhomogène et dont le contraste μ_{hom} est proche du contraste moyen du matériau inhomogène. On calcule numériquement sa réponse \vec{E}_{hom}^s , puis on inverse le problème à partir du champ diffusé \vec{E}_{hom}^s pour obtenir μ_{hom}^s . La quantité $\mu_{hom} - \mu_{hom}^s$ est égale à l'erreur commise par l'algorithme de reconstruction. Elle est importante du fait du saut d'indice.

Étape 3 : on retire à la solution initiale μ_{inh}^s l'erreur causée par le saut d'indice, pour la corriger :

$$\mu_{new}^s = \mu_{inh}^s - (\mu_{moy}^s - \mu_{moy}) \quad (4.23)$$

4.6.2.1. Application numérique

Pour illustrer cette méthode, on propose une application numérique où 5 bandelettes sont réparties à la surface latérale d'un système et mesurées avec le protocole B à 3,5 GHz. On a volontairement créé une variation d'indice faible entre les bandelettes pour montrer l'intérêt de la méthode.

Sur la Fig. 4.13a est présenté (en noir) la répartition que l'on cherche à reconstruire μ_{inh} et la solution μ_{inh}^s (en rouge) obtenue par le processus d'inversion. On remarque que dans le cas présenté, l'erreur de reconstruction due au saut d'indice est importante et nous empêche de discerner la fluctuation. Ensuite, sur la Fig. 4.13b est présenté le

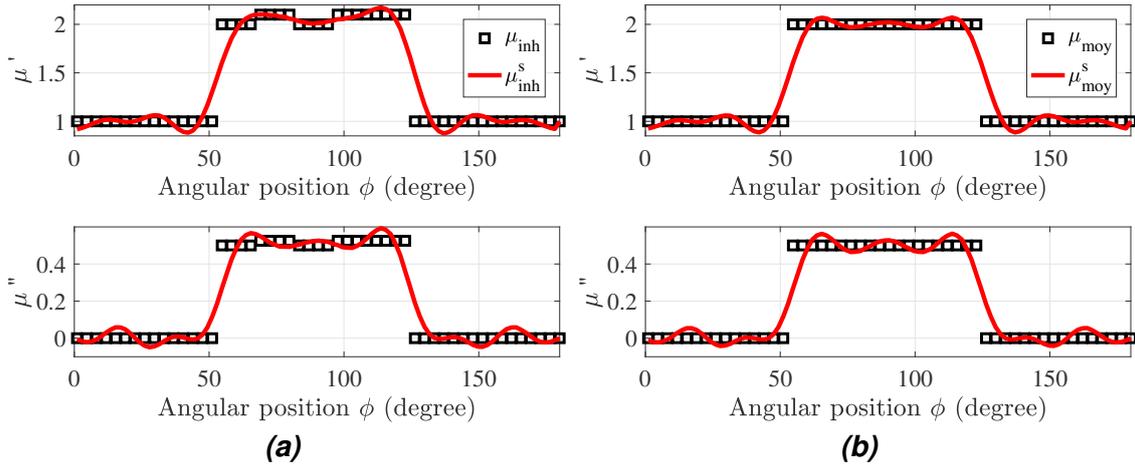


FIGURE 4.13. – Reconstruction à partir des champs simulés **a)** d'une répartition inhomogène et **b)** d'une répartition homogène, pour le protocole B à 3,5 GHz.

contraste homogène μ_{hom} ainsi que sa solution correspondante μ_{hom}^s obtenue par le traitement du problème inverse.

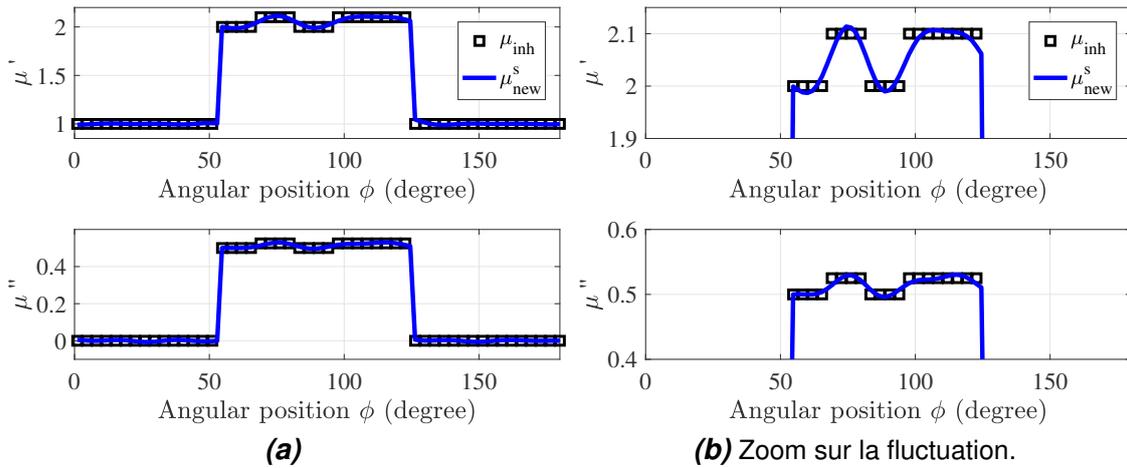


FIGURE 4.14. – Nouvelle solution calculée par la nouvelle méthode, avec **a)** la représentation à la surface du cylindre et **b)** un zoom sur la fluctuation.

Sur la Fig. 4.14 est présenté le résultat obtenu avec la nouvelle méthode. On voit que l'on peut à présent remonter à la fluctuation avec une bonne précision.

D'autres méthodes, comme la *Multiplicative Regularization + edge preserving* [47], permettent une amélioration de la reconstruction des sauts d'indices, mais sont plus compliquées à mettre en oeuvre que la méthode proposée. Si l'on s'intéresse aux fluctuations d'un matériau, ce qui est fréquent en caractérisation non destructive, cette méthode est simple et efficace pour gérer les sauts d'indices. Elle demande toutefois

un calcul numérique avec le niveau moyen estimé μ_{moy} .

4.7. Inversion du problème non linéaire

Précédemment, nous avons inversé le problème linéarisé par l'approximation d'un milieu a priori. Or, si l'approximation de Born n'est pas valable ou si nous n'avons pas l'information a priori du niveau moyen de l'objet, alors le problème non linéaire (2.27) doit être traité, et il s'écrit de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}^S(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} = -i\omega\varepsilon_0 \int_{\Omega} \chi_{\varepsilon}(\vec{r}, \omega) \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \\ \quad + i\omega\mu_0 \int_{\Omega} \chi_{\mu}(\vec{r}, \omega) \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \\ \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} = \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} - i\omega\varepsilon_0 \int_{\mathcal{S}} \chi_{\varepsilon}(\vec{r}, \omega) \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \\ \quad + i\omega\mu_0 \int_{\mathcal{S}} \chi_{\mu}(\vec{r}, \omega) \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \\ \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} = \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{u} - i\omega\varepsilon_0 \int_{\mathcal{S}} \chi_{\varepsilon}(\vec{r}, \omega) \vec{E}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{E}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \\ \quad + i\omega\mu_0 \int_{\mathcal{S}} \chi_{\mu}(\vec{r}, \omega) \vec{H}^2(\vec{r}, \vec{r}_s, \omega) \cdot \vec{H}^1(\vec{r}, \vec{r}_r, \omega) d\vec{r} \end{array} \right. \quad (4.24)$$

Où la première équation est l'équation sur les données, pour le champ diffusé. Les deux équations suivantes sont des équations dites de couplage sur le domaine. Les méthodes non linéaires visent à résoudre ce système. Pour cela, on part d'une hypothèse initiale sur les contrastes χ_{ε} et χ_{μ} , permettant une estimation des champs \vec{E}^2 et \vec{H}^2 . Cette hypothèse initiale peut être le vide ou l'estimation d'un milieu a priori.

La **Distorted Born Iterative Method** [44] (DBIM) est une méthode itérative, permettant de résoudre le système (4.24). La première étape de ce problème consiste à résoudre l'équation sur les données du champ diffusé, pour réaliser une première estimation des contrastes χ_{ε}^1 et χ_{μ}^1 . Ensuite, les champs totaux sont réévalués par le calcul du problème direct dans lequel on ajoute les contrastes estimés. Puis le contraste est à nouveau estimé à partir des nouveaux champs totaux estimés et les étapes sont répétées jusqu'à ce que la solution converge. L'avantage de cette méthode réside dans sa simplicité, c'est-à-dire qu'elle est directe à implémenter une fois le problème linéaire traité. L'inconvénient est qu'elle nécessite de recalculer le problème direct à chaque itération, et cela peut demander beaucoup de ressources de calcul. Cette méthode est utilisée dans la section 5.7.

Pour traiter le problème non linéaire, il existe de nombreuses méthodes qui ont été développées ces deux dernières décennies. Elles permettent par exemple d'améliorer significativement la résolution, de mieux prendre en compte le bruit de mesure ou de traiter le cas des hauts contrastes. Nous avons fait le choix de nous limiter à la DBIM lorsque l'approximation de Born n'est pas suffisante. D'autant plus que d'autres straté-

gies comme l'ajout d'information par de nouvelles mesures ou l'ajout d'information a priori permettent d'améliorer significativement la solution. De plus, des améliorations expérimentales, comme la diminution du bruit de mesure, ou l'amélioration de l'alignement permettent aussi d'améliorer la solution.

4.8. Conclusion

Dans ce chapitre, on a traité le problème inverse pour reconstruire le contraste d'un matériau à partir d'un ensemble de mesures de son champ diffusé. Pour cela, nous avons d'abord considéré le problème linéaire en utilisant la décomposition aux valeurs singulières. Cette méthode permet de traiter le problème indépendamment du nombre de mesure, ou de sa discrétisation. Ensuite, on a étudié l'origine du caractère mal posé du problème par l'analyse de la décroissance des valeurs singulières, ce qui nous a directement mené à l'application de méthodes de régularisations. Ces méthodes permettent de prendre en compte le bruit de mesure associé à la mesure. Par la suite, on a mis en place une méthodologie permettant de comparer l'information obtenue par différents protocoles de mesures. D'autre part, on a introduit une méthode d'inversion non linéaire, la DBIM, qui se construit à partir de la résolution linéaire. On a choisi cette méthode en particulier, car elle est simple et rapide à implémenter une fois le problème linéaire traité. Enfin, on a introduit une nouvelle méthode permettant de réduire significativement l'erreur générée par les sauts d'indices en utilisant l'information a priori géométrique sur la répartition spatiale des bandelettes et celle du contraste moyen.

5. Exploitation des résultats expérimentaux

Dans ce chapitre, nous présentons plusieurs études qui mettent en oeuvre la méthodologie d'imagerie qui a été établie dans les chapitres précédents. La première étude porte sur la validation de l'ensemble de la méthodologie pour les différents protocoles de mesure. Elle valide non seulement l'approche, mais évalue également l'impact de la structure semi-anéchoïque ainsi que de l'information collectée, sur la reconstruction. Une deuxième étude porte sur l'évaluation des incertitudes. Pour cela, des mesures de reproductibilité et de répétabilité ont été menées. On s'est alors intéressé dans une troisième étude à la résolution spatiale obtenue, en faisant varier la distance séparant deux échantillons. Dans une quatrième étude, on a mesuré le matériau POM pour tester la méthodologie avec un autre matériau. Ce dernier ayant des problèmes de porosité, il ne peut être mesuré correctement par des mesures coaxiales. Ensuite, on a réalisé une cinquième étude qui consiste à mesurer des matériaux magnétiques sur un support plan. Cela valide l'applicabilité de la méthodologie à différentes géométries. Finalement, on a mesuré dans une sixième étude, la permittivité des matériaux EPX. Pour cela, les matériaux sont positionnés dans des noeuds de champ électrique, à l'aide d'espaceurs.

5.1. Introduction

Dans les chapitres précédents, on a mis en place une méthodologie permettant l'imagerie 2D de matériaux magnéto-diélectriques inhomogènes. En effet, on a tout d'abord, dans le chapitre 2, établi un modèle direct reliant le champ diffusé aux fonctions contrastes. Ensuite dans le chapitre 3, on a rendu opérationnel un banc permettant la mesure du champ diffusé de matériaux magnétiques. De plus, on a mené différents travaux pour améliorer la modélisation de la propagation de l'onde incidente dans l'expérience. Puis, on a utilisé un schéma linéaire pour traiter le problème inverse dans un quatrième chapitre. Dans ce chapitre, on va à présent combiner tous ces outils pour faire l'imagerie 2D de matériaux magnéto-diélectriques. Ce chapitre est découpé en plusieurs études, chacune permettant l'investigation d'aspects différents de la méthodologie.

5.2. Étude I : validation de la méthodologie

Cette première étude a pour objectif la validation du moyen de mesure. Pour cela, un matériau magnétique inhomogène aux propriétés maîtrisées a été créé en mélangeant 5 bandelettes EPX de deux niveaux différents. Le premier matériau présente un taux de charge de 14 % et le deuxième de 15 % (voir section 3.3.3). Le matériau est ensuite disposé sur un cylindre métallique C (voir section 3.3.1) comme montré sur la Fig. 5.1a, puis mesuré avec les trois protocoles de mesure définis dans la section 3.6. L'analyseur

de réseau fait l'acquisition pour chaque position (TX,RX) de 1024 points de mesures équiréparties dans l'intervalle de fréquences [2-17] GHz. Les modèles numériques aux éléments finis correspondants à l'expérience sont calculés dans l'intervalle [3-7] GHz avec un pas de 0,5 GHz. Les contrastes des deux niveaux EPX ont été estimés par des mesures en ligne coaxiale [15], et on cherche ici à retrouver ces valeurs par ce nouveau moyen de mesure.

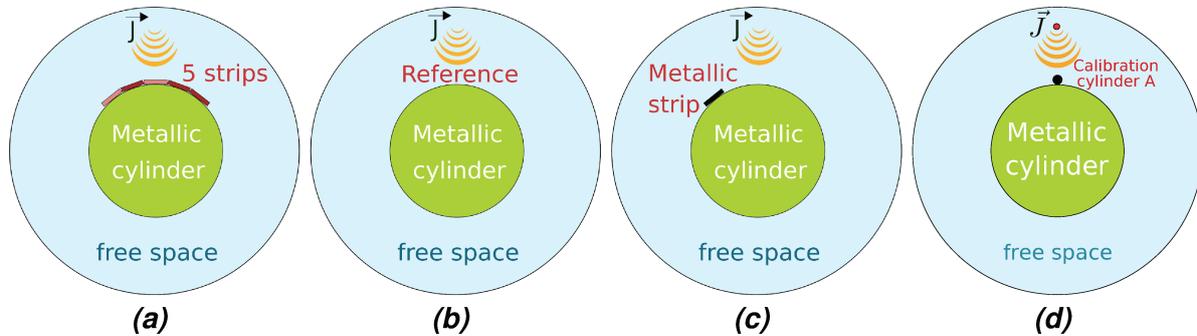


FIGURE 5.1. – Schéma des différentes combinaisons de mesure utilisées pour l'étude I, avec la mesure **a)** des 5 bandelettes EPX, **b)** de la référence, **c)** de la bandelette métallique pour le calibrage des protocoles A et B et **d)** du petit cylindre de calibrage pour le protocole C.

Sur la Fig. 5.1 sont présentés les quatre configurations de mesure utilisées pour cette étude. La première est la mesure du matériau inhomogène. La deuxième correspond à la mesure de la référence qui est utilisée pour calculer les champs diffusés. La troisième est la mesure de calibrage utilisée pour calibrer le modèle à la mesure pour les protocoles A et B. Puis, la quatrième configuration est utilisée pour calibrer le protocole C. Dans cette étude, les deux premières configurations ont été mesurées avec les trois protocoles de mesure pour étudier l'information. De plus, le protocole A a été mis en oeuvre dans le local semi-anéchoïdisé et également dans un laboratoire classique, pour étudier l'impact de l'anéchoïdisation sur le résultat du problème inverse.

5.2.1. Mesure de calibrage

Bien que nous ayons vu dans la section 3.8.2, qu'il est plus intéressant de prendre une mesure de calibrage symétrique par rapport à $\varphi = 0$, la mesure ici est asymétrique. En effet, l'étude I est l'une des premières mesures réalisées et la méthode d'alignement expliquée dans la section 3.8.2 n'était pas encore maîtrisée. La comparaison entre la mesure de calibrage 5.1c et son modèle numérique aux éléments finis est présentée sur la Fig. 5.2 à 3,5 GHz et avec le protocole A. Ici, la mesure et le modèle sont autocalibrés, c'est-à-dire que le coefficient de calibrage utilisé est calculé à partir de la mesure et des modèles qui sont présentés sur cette figure. On constate une bonne concordance entre la mesure et son modèle en zone arrière. En zone avant, le signal devient inférieur au plancher de bruit de mesure. La partie du signal correspond à $\varphi = [-100, 10]$ n'est pas utilisée pour calibrer le modèle. Étant donné que les protocoles A et B utilisent

les mêmes antennes pour l'émission et la réception, la mesure de calibration avec le protocole A sert à calibrer également le protocole B. En effet, pour ces deux protocoles, la quantité mesurée est la même (S_{21}).

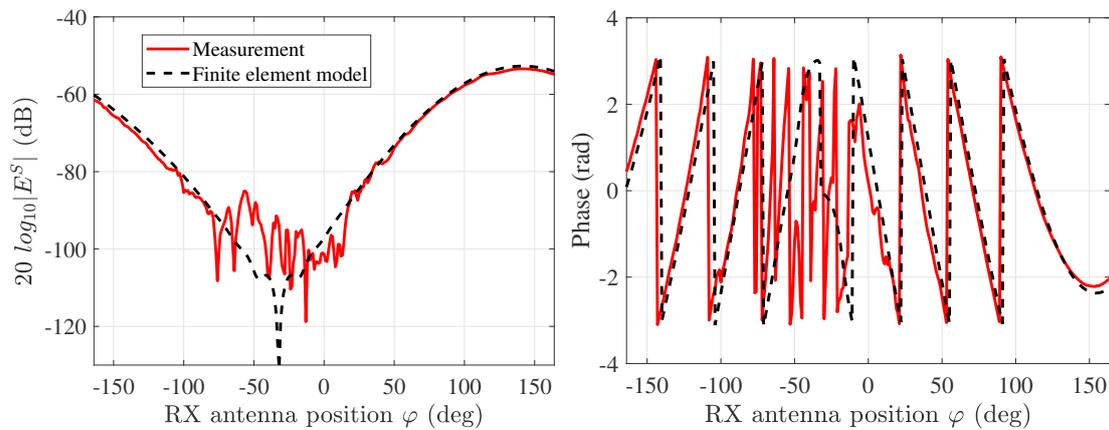


FIGURE 5.2. – Comparaison entre la mesure de calibration et son modèle numérique, à 3,5 GHz et avec le protocole A.

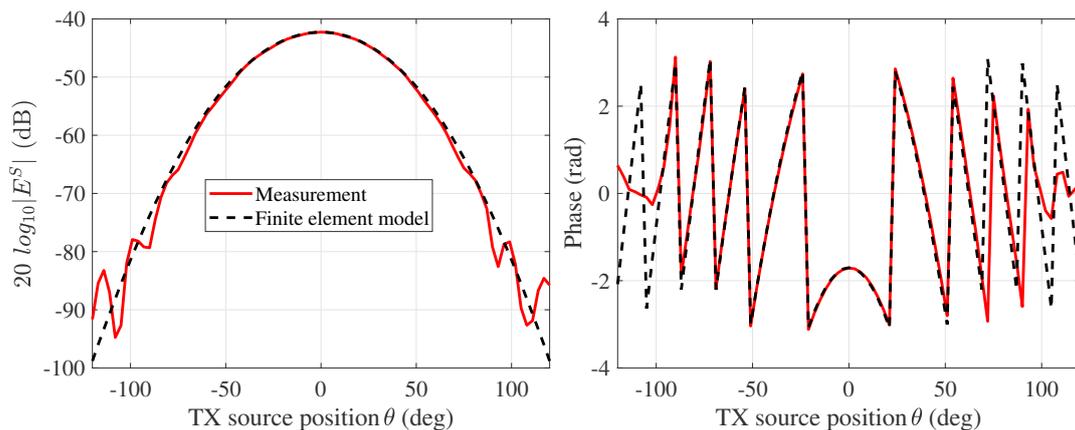


FIGURE 5.3. – Comparaison entre la mesure de calibration et son modèle numérique, à 3,5 GHz et avec le protocole C. L'objet de calibration utilisé ici est un petit cylindre métallique C, centré face à l'antenne émettrice.

Comme le protocole C mesure la quantité S_{11} (l'antenne d'émission est utilisée pour la réception), il requiert une nouvelle mesure de calibration. Cette mesure a été faite avec un petit cylindre C centré sur la référence (voir Fig. 5.1d), et est présentée sur la Fig. 5.3. Le petit cylindre métallique est un objet de calibration intéressant car il est symétrique, ce qui diminue les erreurs possibles de positionnement. On remarque pour cette mesure que l'amplitude du signal est plus importante que pour la mesure de calibration du protocole A. Cela est cohérent, et vient du fait que l'onde se propage dans 10 mètres de câbles pour les protocoles A et B alors qu'elle se propage dans 6 mètres de câbles pour le protocole C. De plus, la propagation de l'onde en espace libre est d'environ 50 cm plus courte pour le protocole C.

5.2.2. Radargrammes

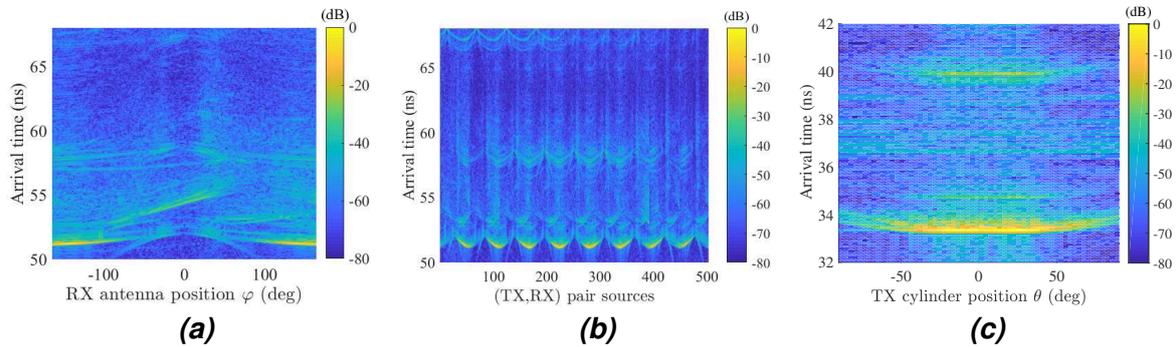


FIGURE 5.4. – Radargrammes correspondants aux mesures du champ diffusé du matériau magnétique de l'étude I, avec les protocoles **a) A**, **b) B** et **c) C**.

Sur la Fig. 5.4 sont présentés les radargrammes correspondants à la mesure du champ diffusé des 5 bandelettes magnétiques, pour chaque protocole. Pour les protocoles A et B, le signal du matériau magnétique se situe aux alentours de 52 ns, alors que pour le protocole C, il est aux alentours de 33 ns. Cette différence vient de la différence de longueur des câbles reliant les antennes à l'analyseur de réseau PNA. L'antenne émettrice est connectée à l'analyseur avec 3 mètres de câbles alors que l'antenne réceptrice est connectée avec 7 mètres. La zone qui est en dehors du signal reconnu est supprimée par filtrage temporel.

5.2.3. Comparaison au traitement du problème direct

La résolution du problème direct consiste à calculer le champ diffusé, lorsque le matériau est connu. Pour ce faire, on utilise dans les modèles numériques les estimations des propriétés qui ont été faites dans le chapitre 3 (voir section 3.3.3). La contribution de la partie diélectrique du matériau est négligée, seule la partie magnétique χ_μ est prise en compte car le matériau est posé directement sur le cylindre métallique.

La comparaison entre la mesure du champ diffusé du matériau magnétique inhomogène et du calcul direct est présentée sur la Fig. 5.5, pour le protocole A à 3,5 GHz. On observe une bonne concordance entre la mesure et les deux modèles associés. L'amplitude du signal est forte en zone avant ($\varphi = [-165, -80] \cup [80, 165]$), alors qu'elle devient petite en zone arrière ($\varphi = [-80, 80]$). Pour la zone arrière, on constate même que le signal devient inférieur au plancher de bruit de mesure. De plus, on observe que le modèle linéaire est très proche du modèle aux éléments finis. Sur la figure, on peut voir que la distance entre les courbes noires et rouges (bruit de mesure) est plus grande que la distance entre les courbes noires et bleues (erreur de linéarisation). Cela signifie que l'erreur de linéarisation est négligeable comparée au bruit de mesure.

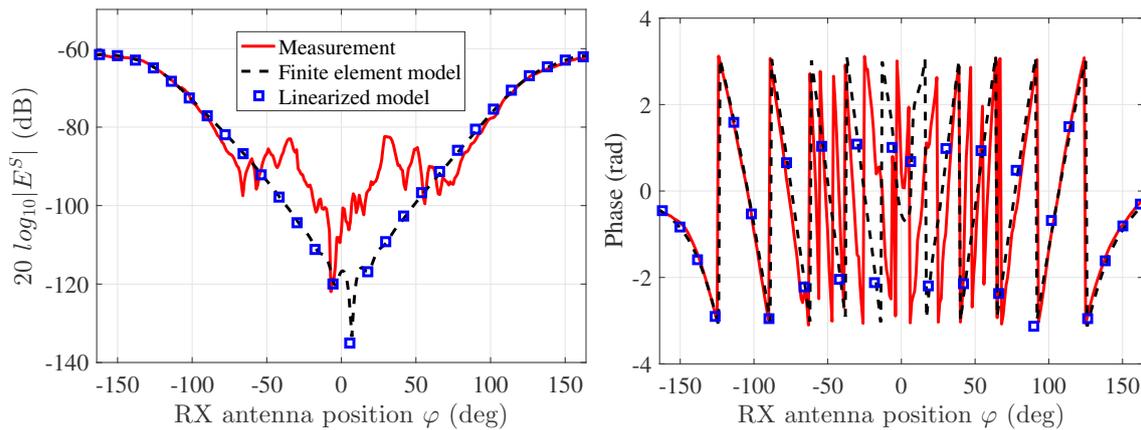


FIGURE 5.5. – Comparaison entre la mesure, le modèle aux éléments finis et le modèle linéaire pour la mesure du champ diffusé du matériau magnétique inhomogène sur le cylindre métallique. La mesure est faite avec le protocole A et elle est donnée à 5 GHz.

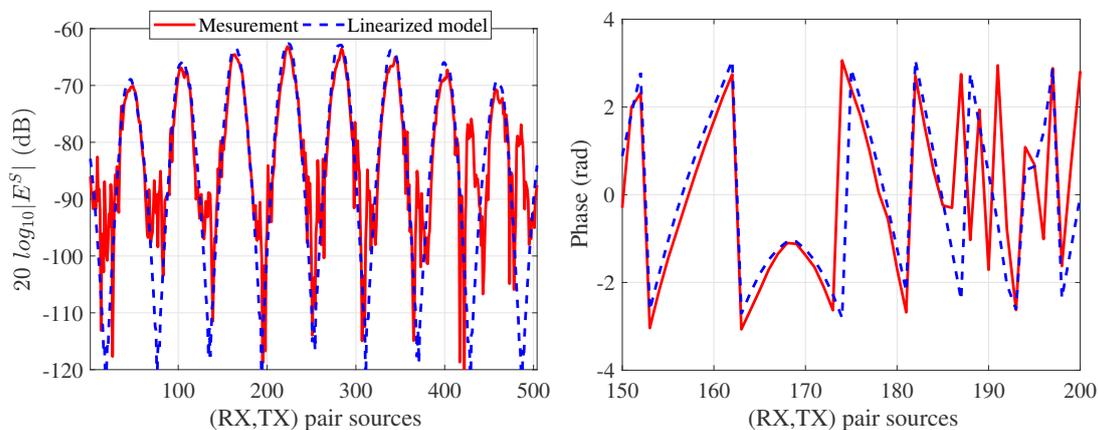


FIGURE 5.6. – Comparaison entre la mesure du champ diffusé du matériau magnétique et le modèle linéaire associé, pour le protocole B à 3,5 GHz.

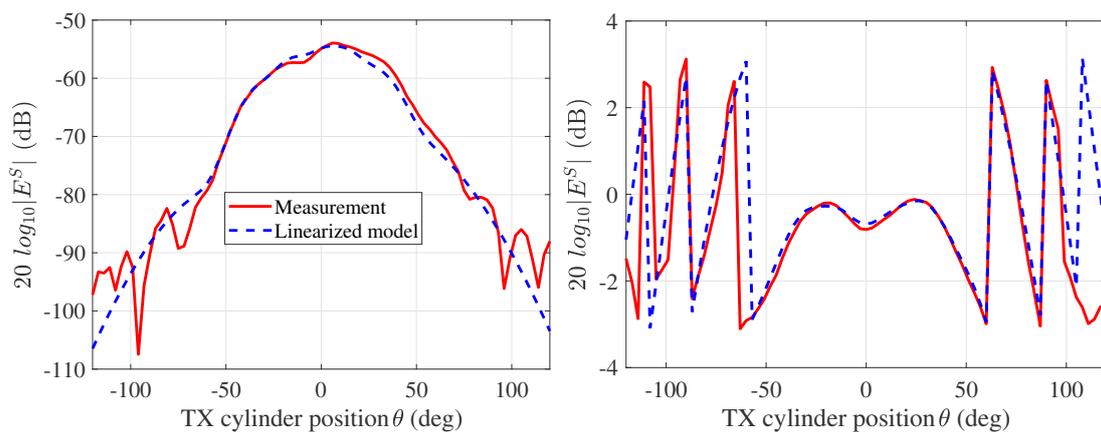


FIGURE 5.7. – Comparaison entre la mesure du champ diffusé du matériau magnétique et le modèle linéaire associé, pour le protocole C à 3,5 GHz.

Les comparaisons entre les mesures et les modèles associés pour les protocoles B et C sont présentés sur les Fig. 5.6 et 5.7 à 3,5 GHz. Comme pour le protocole A, on observe une bonne concordance entre la mesure et le modèle. De plus, comme il était attendu, le champ diffusé du matériau mesuré par le protocole C possède une amplitude de signal plus importante que lorsqu'il est mesuré avec l'un des deux autres protocoles.

5.2.4. Résultat de l'inversion avec l'information a priori de l'épaisseur moyenne du matériau magnétique

Le problème inverse est maintenant traité pour les trois protocoles de mesure, fréquence par fréquence. La seule inconnue ici est χ_μ car la contribution de χ_ε est négligée dans le modèle direct. Dans cette section, on utilise l'information a priori de la connaissance de l'épaisseur moyenne du matériau magnétique. De plus, la régularisation de Tikhonov est utilisée pour que l'algorithme de traitement donne une solution correcte, malgré le bruit de mesure. La régularisation permet de mieux prendre en compte le bruit de mesure, mais en contrepartie diminue la qualité de la solution reconstruite.

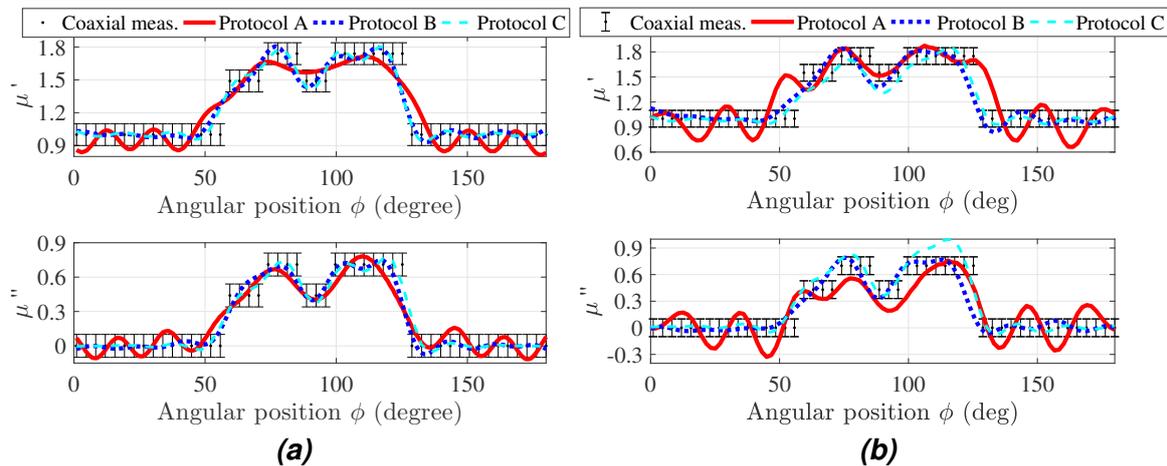


FIGURE 5.8. – Résultat du problème inverse à 3,5 GHz, avec les trois protocoles à partir **a)** du champ numérique calculé par le problème direct et **b)** du champ expérimental.

Sur la Fig. 5.8 sont présentés les résultats obtenus à partir **a)** du champ diffusé extrait du modèle linéaire et **b)** du champ mesuré expérimentalement, à 3,5 GHz. Les points noirs (avec les barres d'erreurs) correspondent aux valeurs attendues de la perméabilité. Cette courbe a été construite à partir de l'estimation des propriétés des plaques EPX (voir section 3.3.3) et avec la connaissance de la position des bandelettes.

L'inversion à partir du champ numérique (Fig. 5.8a) montre la solution qui est atteignable lorsqu'il n'y a pas de bruit de mesure. Les solutions numériques ont été obtenues avec le même paramètre de régularisation que celui utilisé pour les solutions expérimentales. On observe que les trois protocoles permettent théoriquement de remonter à la fluctuation créée par le mélange des bandelettes EPX de différents niveaux.

Toutefois, la solution obtenue avec le protocole A est moins bonne que celles obtenues avec les protocoles B et C. Cela s'explique par la quantité d'information obtenue par le protocole A, qui n'est pas suffisant. Le protocole C donne une solution légèrement meilleure que le protocole B, pour des mesures non bruitées.

Sur la Fig. 5.8b est présenté l'inversion réalisée à partir des champs mesurés expérimentalement. On observe que les protocoles B et C permettent de bien reconnaître la fluctuation alors que le protocole A donne une mauvaise reconstruction de la perméabilité du matériau inhomogène. Tout d'abord, ces résultats valident notre capacité à reconnaître la fluctuation du matériau inhomogène. Cela est important, car c'est l'objectif qui a été fixé au début de ces travaux de thèse. Nous sommes donc capables de faire de l'imagerie quantitative de matériaux magnéto-diélectriques inhomogènes (sous certaines conditions). Ensuite, on peut voir que le protocole A ne contient pas suffisamment d'information pour reconstruire l'inhomogénéité. Le protocole B donne une solution sensiblement meilleure que le protocole C, mais qui reste très similaire. Or le protocole C prend 14 minutes (contre 150 minutes pour le protocole B) par mesure et requiert un montage expérimental bien plus simple. Il est donc préférable d'utiliser le protocole C pour l'imagerie du matériau présenté dans cette première étude. En effet, la rotation de la cible sur elle-même, couplée à une mesure S_{11} fournit suffisamment d'information dans le cas présent. Pour une meilleure précision, on montre dans la table 5.1 les propriétés des écarts relatifs séparant les solutions des différents protocoles, aux valeurs attendues, qui sont issues des mesures en ligne coaxiale. L'erreur relative a été définie précédemment dans l'équation (3.3), nous l'avons exprimée en pourcentage dans le tableau ci-dessous. Ce chiffrage nous permet de vérifier que le protocole B donne de meilleurs résultats expérimentaux que le protocole C.

TABLE 5.1. – Propriétés des erreurs relatives δ_{rel} séparant les solutions obtenues par les différents protocoles et les valeurs attendues, qui sont issues des mesures en ligne coaxiale à 3,5 GHz.

Protocole	A		B		C	
	μ'	μ''	μ'	μ''	μ'	μ''
$\langle \delta_{\text{rel}} \rangle$ (%)	4,07	2,98	1,01	0,78	1,20	1,04
$\max(\delta_{\text{rel}})$ (%)	49,18	17,87	17,30	24,37	12,04	11,68
$\min(\delta_{\text{rel}})$ (%)	$3,6 \cdot 10^{-5}$	$9,9 \cdot 10^{-6}$	$7,2 \cdot 10^{-5}$	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$

Sur la Fig. 5.9 sont présentés les résultats du problème inverse à 5 et 7 GHz, avec le protocole C. Ces résultats sont cohérents avec les mesures en ligne coaxiale, car, dans les deux cas, μ' diminue avec la fréquence, alors que μ'' reste constant. De plus, on constate une difficulté de l'algorithme à reconstruire la partie réelle de la perméabilité à 7 GHz, car la fluctuation est petite à cette fréquence.

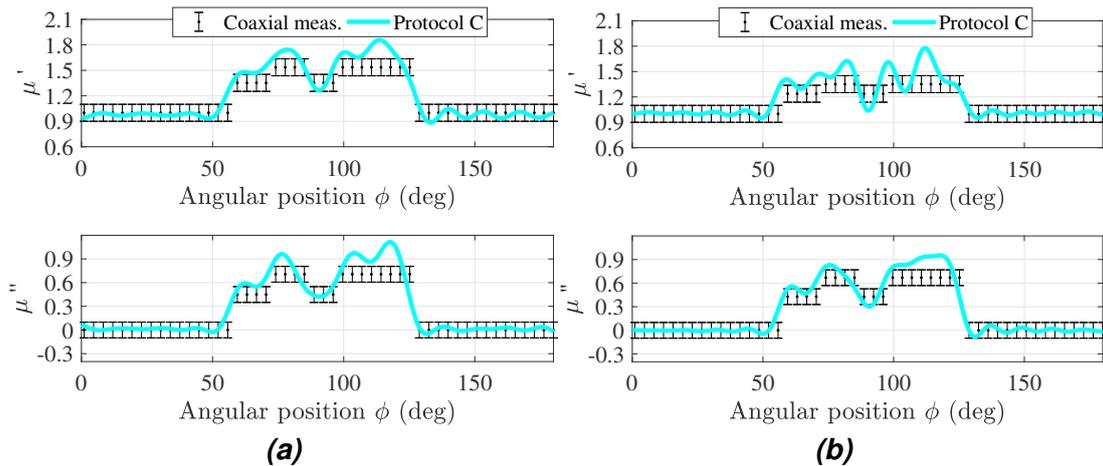


FIGURE 5.9. – Résultats expérimentaux du problème inverse avec le protocole C **a)** à 5 GHz et **b)** à 7 GHz.

5.2.5. Résultat de l'inversion avec l'information a priori sur la position des bandelettes

Précédemment on a traité le problème inverse avec l'information a priori de l'épaisseur moyenne du matériau magnéto-diélectrique inhomogène. Toujours dans une démarche de validation, nous allons utiliser maintenant l'information a priori de la position et de la géométrie des bandelettes pour tracer l'évolution en fréquence des deux nuances de matériaux, qui sont détectés par notre système. Cette information a priori est intégrée dans l'algorithme de traitement par la combinaison linéaire des points de l'espace discrétisé, appartenant à la même bandelette, afin qu'il reste une inconnue par bandelette (voir section 2.4.3). Le traitement du problème inverse consiste alors en la résolution de cinq inconnues par fréquence, qui correspondent aux cinq bandelettes. Le problème devient bien conditionné lorsqu'on intègre cette information a priori. En effet, il n'y a plus que cinq inconnues à résoudre avec un même nombre de mesures. La conséquence est qu'il n'est pas nécessaire dans ce cas, de régulariser le problème.

Les solutions du problème inverse sont présentées sur la Fig. 5.10 pour les protocoles A et B, à 3,5 GHz. On observe que le protocole de mesure B donne une meilleure solution que celle obtenue avec le protocole A. Même si le problème résolu est bien conditionné, l'ajout d'information améliore significativement la solution obtenue.

Sur la Fig. 5.11 sont présentés les résultats du problème inverse en fonction de la fréquence, avec le protocole A. Seuls les résultats des deux premières bandelettes (en partant de la gauche sur la Fig. 5.1a) sont tracés. La première bandelette contient un taux de charge à 14 % et la deuxième à 15 %. Les intervalles de confiances ont été évalués dans la deuxième étude de ce chapitre. On remarque une cohérence entre les résultats trouvés et les mesures en ligne coaxiale. Toutefois un effet de battement, dont l'origine n'a pas encore été trouvée, perturbe la mesure. Ce battement n'apparaît pas si on résout le problème inverse à partir des champs diffusés numériques, ce qui implique

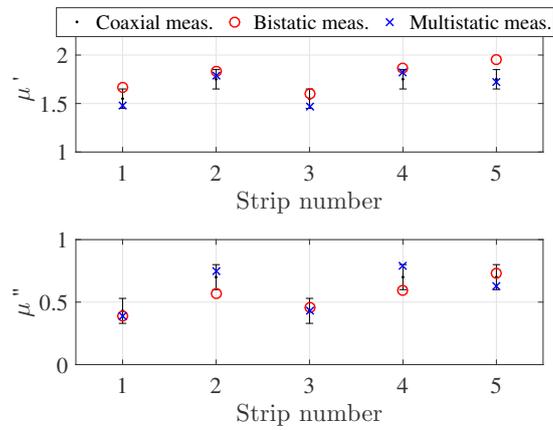


FIGURE 5.10. – Résultat de l'inversion à 3,5 GHz avec l'information a priori de la position des bandelettes. Les protocoles bistatiques et multistatiques correspondent aux protocoles A et B.

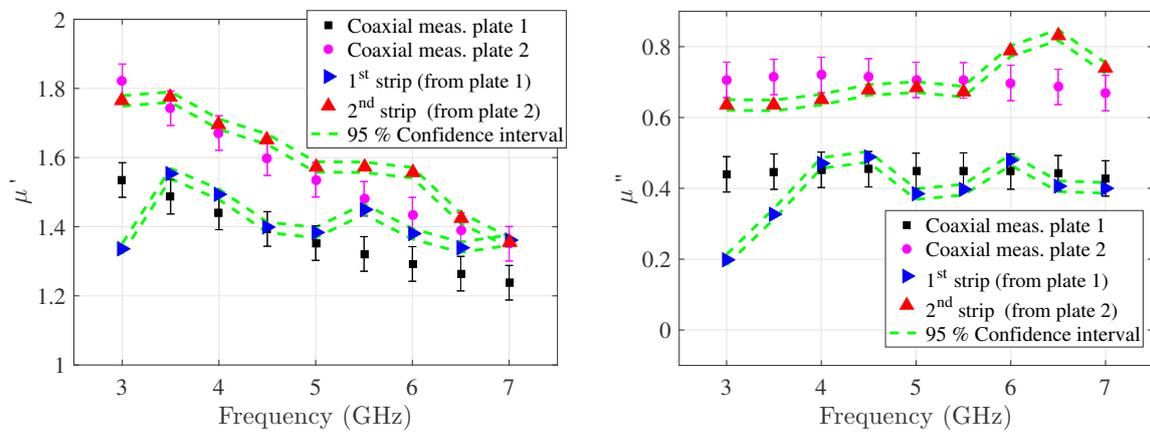


FIGURE 5.11. – Résultats du problème inverse en fonction de la fréquence, avec le protocole A. L'information a priori de la position des bandelettes est utilisée pour résoudre uniquement 5 inconnues à chaque fréquence. Seules les solutions correspondantes aux 2 premières bandelettes sont présentées.

qu'il a comme origine l'expérience. Une perspective de ces travaux de thèse est de mener une étude pour déterminer l'origine de ce phénomène, puis de le réduire, en suivant par exemple la méthodologie utilisée dans [80].

5.2.6. Impact de la structure anéchoïque sur le résultat d'inversion

Un article récent de la littérature [41] montre que dans certains cas, les processus d'imagerie sont très robustes face au bruit de mesure, et qu'une structure anéchoïque n'est pas nécessaire. En effet, dans cet article, les auteurs ont réalisé l'imagerie de différents objets diélectriques avec un banc de mesure placé d'abord à l'intérieur d'une chambre anéchoïque, puis dans un laboratoire non muni d'absorbants anéchoïques. Les auteurs constatent que la structure anéchoïque n'améliore que sensiblement l'image obtenue.

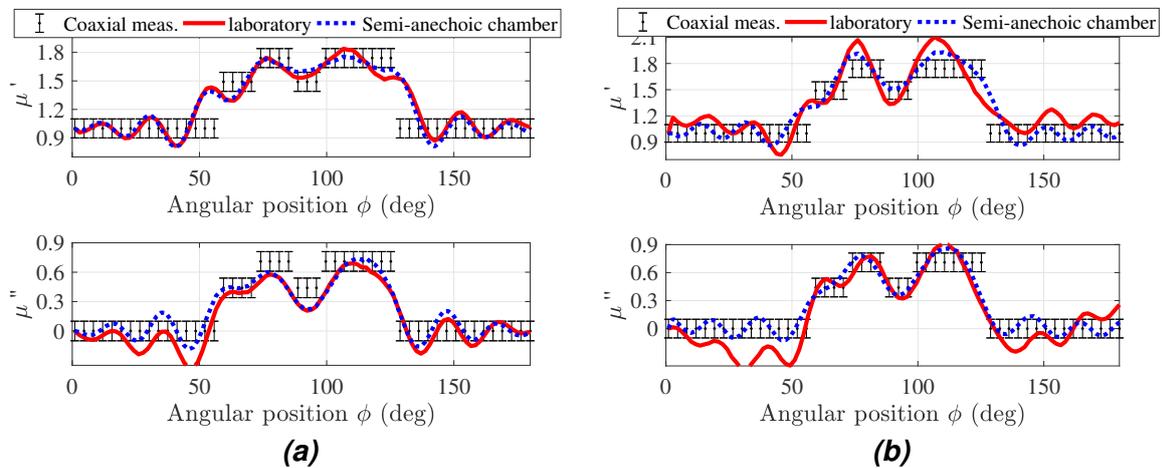


FIGURE 5.12. – Comparaison des résultats du problème inverse obtenus d'une part dans un laboratoire quelconque et d'autre part dans la structure semi-anéchoïque, avec le protocole A à 3,5 GHz. Le paramètre de Tikhonov utilisé est égal à **a)** $\beta = 4$ et **b)** $\beta = 1, 2$.

Nous avons réalisé une étude similaire pour évaluer l'impact de la chambre semi-anéchoïque sur la solution du problème inverse. Pour cela, on a réalisé les mesures de l'étude I dans deux environnements différents. La première a été réalisée dans un laboratoire non muni d'absorbants anéchoïques, puis la deuxième dans la structure semi-anéchoïque, présentée dans la section 3.7.2.1. La comparaison est réalisée avec le protocole A.

Les résultats sont présentés sur la Fig. 5.12, avec le protocole A, à 3,5 GHz. Les solutions de la figure a) ont été obtenues avec le paramètre de régularisation $\beta = 4$, alors que le paramètre $\beta = 1, 2$ a été utilisé pour obtenir les solutions la figure b). On constate que l'utilisation d'une chambre semi-anéchoïque est légèrement visible sur la

solution du problème inverse, en fonction du paramètre de régularisation. Dans la section 3.7.2.2, on avait montré que la mesure en chambre semi-anéchoïque permet de diminuer le bruit de mesure. Or dans le cas présent, lorsque $\beta = 4$, on constate que la réduction du bruit de mesure par anéchoïdisation ne change pas significativement la solution obtenue, c'est-à-dire que l'algorithme de traitement des données est robuste face au bruit de mesure. Ensuite, lorsque $\beta = 1, 2$, on remarque que la régularisation n'est pas assez importante pour gérer le bruit de la mesure en laboratoire, alors qu'elle est suffisante pour que la mesure en chambre semi-anéchoïque reste stable. Cela signifie que la chambre semi-anéchoïque permet de réduire la régularisation nécessaire au traitement du problème. La conséquence est qu'une plus grande quantité d'information peut être utilisée pour traiter le problème, ce qui se traduit par l'amélioration de la solution. Toutefois, on constate que la mesure sans structure anéchoïque reste très bonne et peut s'avérer suffisante selon les applications.

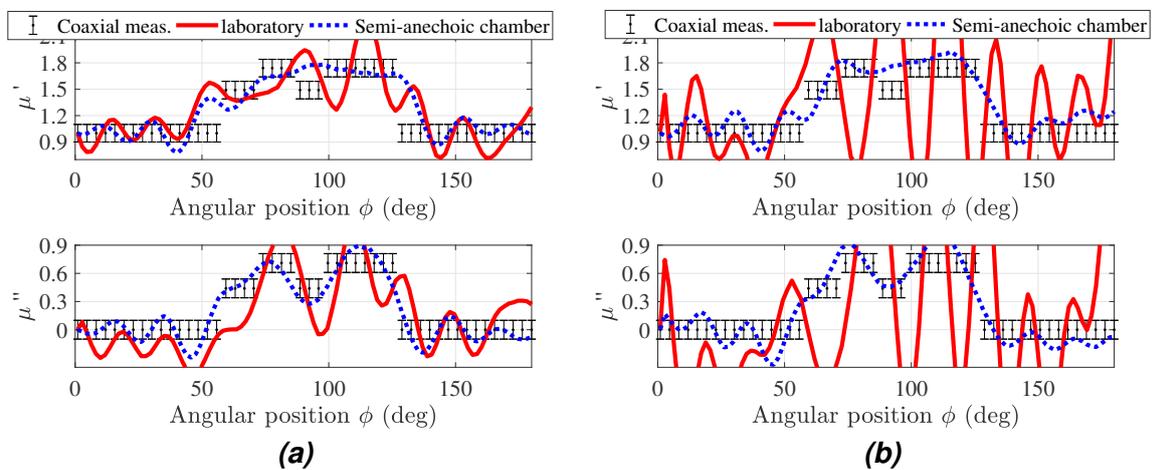


FIGURE 5.13. – Comparaison des résultats du problème inverse obtenus **sans filtrage temporel**, dans un laboratoire quelconque et avec la structure semi-anéchoïque, avec le protocole A à 3,5 GHz. Le paramètre de Tikhonov utilisé est égal à **a)** $\beta = 4$ et **b)** $\beta = 1, 2$.

Sur la Fig. 5.13 sont présentés les résultats obtenus dans les mêmes conditions que ceux de la Fig. 5.12, mais sans utiliser le filtrage temporel. On observe que dans ce cas, la présence d'une chambre semi-anéchoïque permet une amélioration significative de la solution. Le filtrage temporel réduit cependant de façon plus importante le bruit de mesure. Il est indispensable pour que la solution soit correcte.

5.2.7. Conclusion

Cette première étude valide notre capacité à mesurer les matériaux magnétiques EPX, de façon quantitative. En effet, le système mis en place permet de remonter à la distribution spatiale de la perméabilité. Ensuite, cette étude montre l'importance de la

sélection d'un protocole de mesure. En effet, selon le protocole sélectionné, la reconstruction n'est pas de même qualité et l'algorithme servant au traitement des données est plus ou moins robuste face au bruit de mesure.

5.3. Étude II : Campagne d'évaluation d'incertitudes

Dans cette étude, on cherche à présent à établir les incertitudes associées à la méthodologie utilisée. Or les incertitudes dépendent de paramètres comme le protocole de mesure, l'objet observé, sa configuration de mesure, le support utilisé et le paramètre de régularisation. Pour cette raison, il est préférable de réévaluer les incertitudes pour chaque cas donné. À titre indicatif, on propose ici de faire l'étude pour le cas de l'imagerie de deux bandelettes EPX de deux niveaux différents, en utilisant comme support un cylindre métallique. La détermination des incertitudes nécessite des mesures de répétabilité et de reproductibilité. La répétabilité consiste à la réalisation successive d'une même mesure, sans toucher aux éléments du dispositif expérimental. La reproductibilité s'évalue en reconstruisant le dispositif expérimental entre chaque mesure et fait donc intervenir l'effet de l'opérateur. Pour des raisons de simplicité, on choisit ici de limiter la reproductibilité au repositionnement des échantillons sur le cylindre métallique, c'est-à-dire que le support n'est pas aligné à nouveau entre les mesures. L'alignement est un processus long, qui est déjà contrôlé par des mesures réalisées avec deux comparateurs (voir section 3.4).

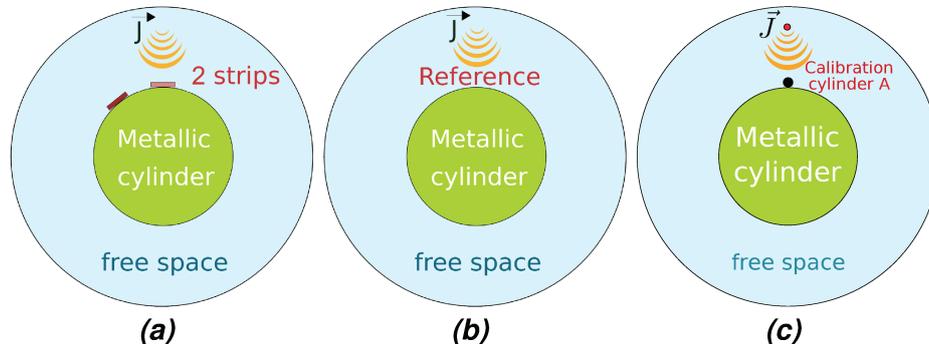


FIGURE 5.14. – Configuration de mesure utilisée pour la campagne d'évaluation des incertitudes avec **a)** l'échantillon magnétique **b)** la référence et **c)** le cylindre de calibration.

La configuration de mesure utilisée pour cette campagne est décrite sur la Fig. 5.14. Dans cette dernière, deux bandelettes EPX de niveaux différents sont positionnées avec un écart de 3 cm. Les mesures sont faites ici avec les protocoles A et C et l'objet de calibration utilisé est le petit cylindre C (voir section 3.3.2).

Pour évaluer les incertitudes associées à la mesure, des mesures de répétabilité et de reproductibilité sont réalisées consécutivement. On s'intéresse dans cette section

aux incertitudes sur la solution du problème inverse. On note $\mu'(i, \omega)$ et $\mu''(i, \omega)$ les solutions réelles et imaginaires reconstruites à partir d'une mesure, avec $i = 1, \dots, N_i$ le numéro de la mesure. Dans le but de définir l'intervalle de confiance selon un modèle gaussien, on commence par définir les moyennes correspondantes aux parties réelles et imaginaires :

$$\begin{aligned} \text{moyenne}_{RE}(\omega) &= \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} \mu'(i, \omega) \\ \text{moyenne}_{IM}(\omega) &= \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} \mu''(i, \omega) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Ensuite, à partir de ces moyennes, on définit les écarts types :

$$\begin{aligned} \sigma(\omega)_{RE} &= \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} [\mu'(i, \omega) - \text{moyenne}_{RE}(\omega)] \\ \sigma(\omega)_{IM} &= \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} [\mu''(i, \omega) - \text{moyenne}_{IM}(\omega)] \end{aligned} \quad (5.2)$$

Enfin, les intervalles de confiances I_c se calculent directement à partir du calcul des écarts types :

$$\begin{aligned} I_c(\omega)_{RE} &= C \cdot \sigma(\omega)_{RE} \\ I_c(\omega)_{IM} &= C \cdot \sigma(\omega)_{IM} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Avec C une constante qui dépend de l'intervalle cherché. C vaut 1.96 pour l'intervalle à 95 % et 2,576 pour l'intervalle à 99 %.

5.3.1. Mesures de calibration

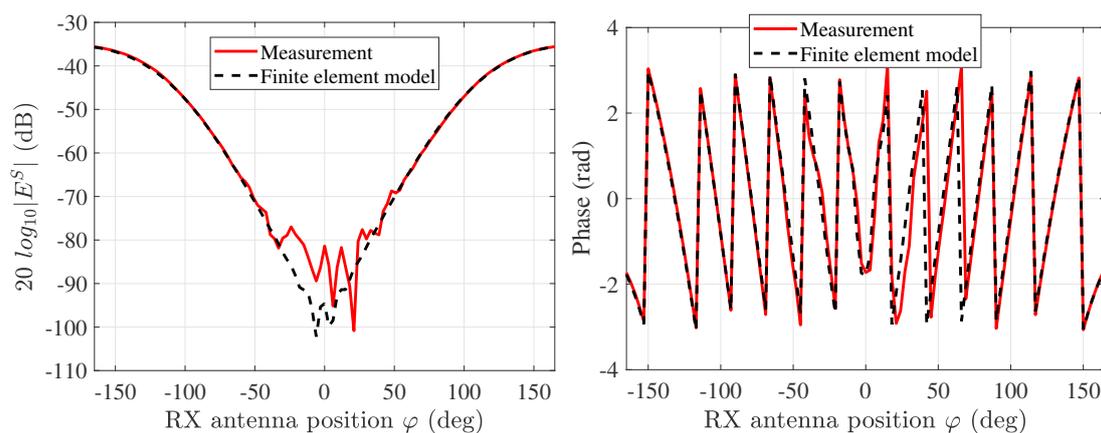


FIGURE 5.15. – Mesure de calibration avec son modèle aux éléments finis associé à 5 GHz avec le protocole A.

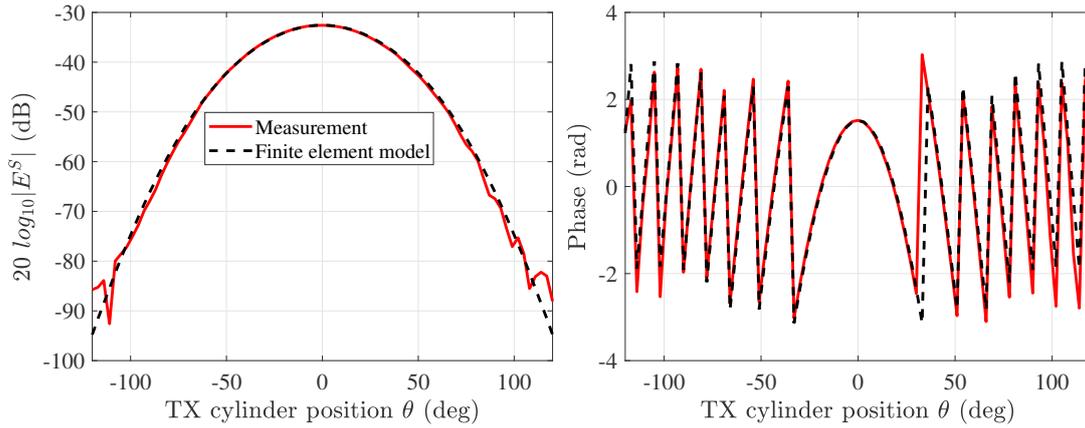


FIGURE 5.16. – Mesure de calibration avec son modèle aux éléments finis associé à 5 GHz avec le protocole C.

Les mesures de calibration pour les protocoles A et C sont présentées respectivement sur les Fig. 5.15 et 5.16. Ces mesures sont plus récentes que celles de la première étude, et on constate une amélioration. En effet, le positionnement est meilleur et la référence a été alignée en utilisant la technique du repliement de phase, expliquée dans la section 3.8.2.

5.3.2. Mesure de répétabilité et reproductibilité avec l'information a priori de l'épaisseur moyenne

5.3.2.1. Résultat obtenu avec un seul jeu de mesure

Le problème inverse est résolu dans cette étude avec la TSVD (voir section 4.4.1). La solution de ce problème est présentée sur la Fig. 5.17 avec le protocole A et pour les paramètres de régularisation $s = 10$ et $s = 16$, pour un seul jeu de données.

On observe une bonne concordance entre les solutions et les valeurs attendues lorsque $s = 10$, alors que pour $s = 16$, la régularisation n'est pas assez forte pour traiter correctement le problème inverse. Dans ce cas, la reconstruction expérimentale est mauvaise, alors que la reconstruction numérique est bien meilleure que dans le cas où $s = 10$. On en déduit que le protocole A manque d'information et qu'il nécessite une forte régularisation pour que l'algorithme prenne en compte le bruit de mesure, ce qui diminue la qualité de la solution. De plus, on peut voir sur ce premier résultat que les incertitudes sont très dépendantes du paramètre de régularisation.

Sur la Fig. 5.18 sont présentés les résultats expérimentaux du problème inverse avec le protocole C, à 3,5 et à 7 GHz. On observe que les solutions obtenues concordent bien avec les valeurs attendues. La partie réelle de la perméabilité reconstruite diminue lorsque la fréquence augmente, ce qui correspond aux résultats obtenus par les mesures en ligne coaxiale. De plus, la solution est plus simple à reconstruire dans ce cas, que dans celui de l'étude I, où l'on considère une association de 5 bandelettes (voir Fig. 5.9).

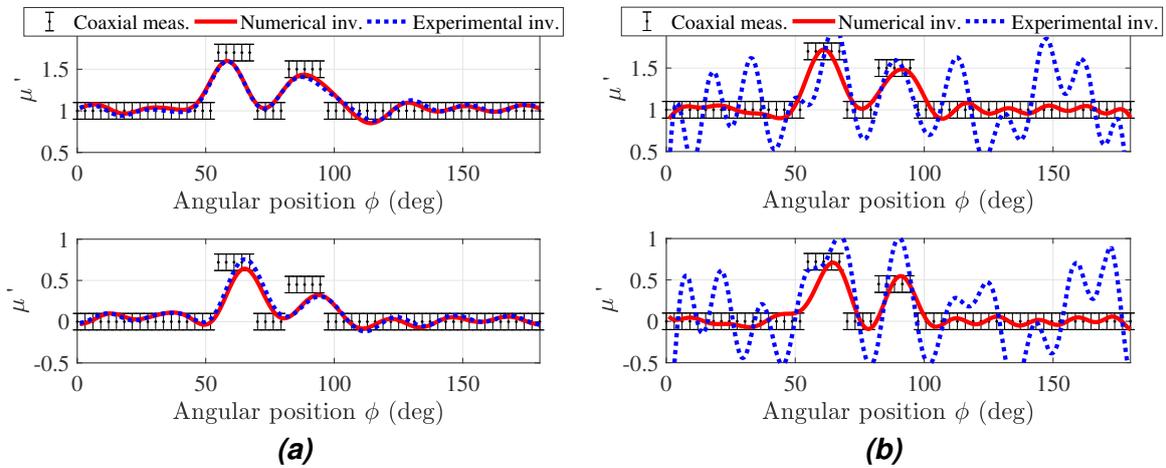


FIGURE 5.17. – Résultat du problème inverse à 3,5 GHz avec la méthode TSVD pour un paramètre de régularisation **a)** $s = 10$ et **b)** $s = 16$.

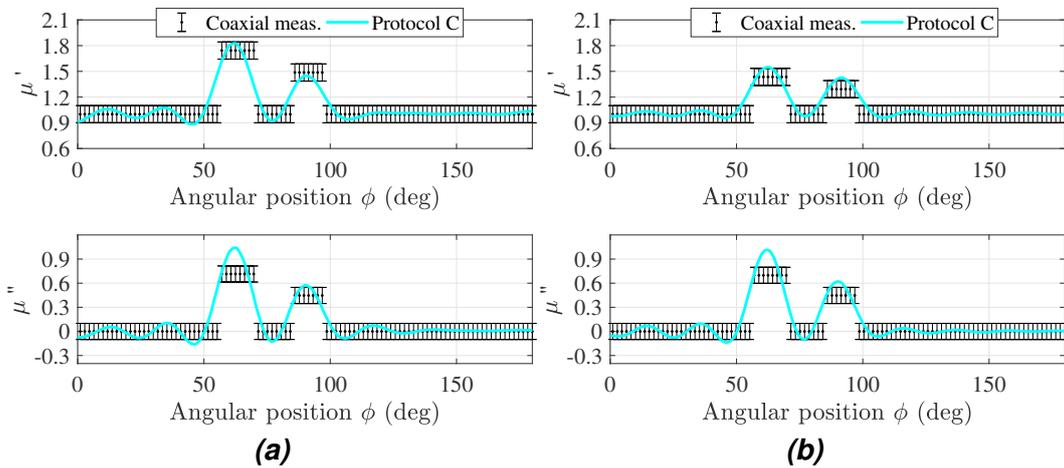


FIGURE 5.18. – Résultats expérimentaux du problème inverse de la deuxième étude, avec le protocole C, **a)** à 3,5 GHz et **b)** à 7 GHz.

5.3.2.2. Effet de répétabilité

Afin d'étudier les incertitudes, on a réalisé 10 mesures de répétabilité avec les protocoles A et C, pour l'étude présentée dans cette section. À noter qu'un jeu de 10 mesures n'est pas suffisant pour que les estimateurs statistiques aient convergés. Les mesures du matériau magnétique s'effectuent successivement, sans l'intervention de l'opérateur, alors que la référence et l'objet de calibrage ne sont mesurés qu'une seule fois, en amont des mesures de répétabilité.

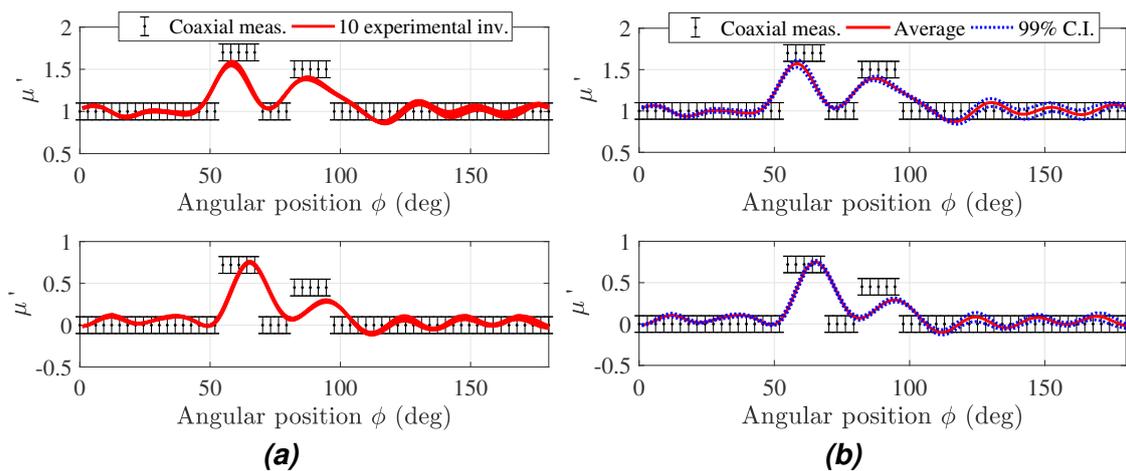


FIGURE 5.19. – Résultat du problème inverse à 3,5 GHz avec le protocole A et la méthode TSVD pour un paramètre de régularisation $s = 10$. Pour **a)** les 10 courbes de répétabilité sont tracées les unes sur les autres et pour **b)** la moyenne correspondante aux mesures de répétabilité est tracée, avec l'intervalle de confiance à 99 %.

Sur les Fig. 5.19 et 5.20 sont présentés les résultats des mesures de répétabilité avec respectivement, les paramètres de régularisation $s = 10$ et $s = 16$. Sur les figures **a)** sont tracées les 10 mesures de répétabilité (les unes sur les autres), et sur les figures **b)** sont tracées les moyennes correspondantes à ces mesures, ainsi que les intervalles de confiance à 99 % associés. Tout d'abord, on constate que la répétabilité est très bonne quand le problème est fortement régularisé ($s = 10$). En effet, pour ce cas l'intervalle de confiance à 99 % est très proche de la moyenne. Pour le cas moins régularisé, où $s = 16$, la répétabilité est moins bonne, c'est-à-dire que les mesures de répétabilité sont plus éloignées. Comme il était attendu, les incertitudes de mesure sont très dépendantes du paramètre de régularisation. Pour plus de précision, les intervalles de confiance à 99 % présents sur les Fig. 5.19b et 5.20b sont chiffrés dans le tableau 5.2.

Les mesures de répétabilité réalisées avec le protocole C sont présentées sur la Fig. 5.21. Le paramètre de régularisation est différent que précédemment, car on a changé de protocole de mesure. Comme précédemment, on observe une petite sensibilité de la solution face au bruit de mesure si la régularisation est suffisante. Les incertitudes semblent du même ordre de grandeur pour les deux protocoles, et ne semblent pas dépendantes

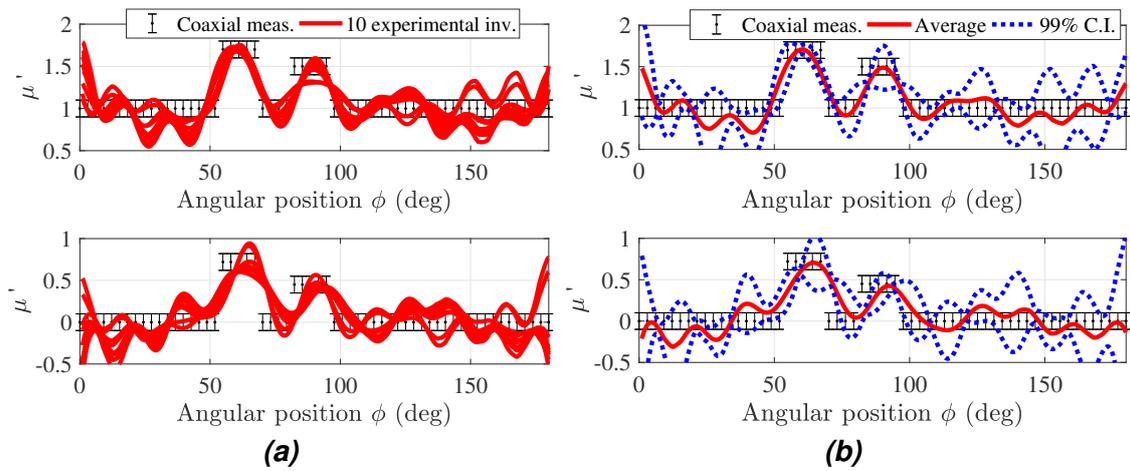


FIGURE 5.20. – Résultat du problème inverse à 3,5 GHz avec le protocole A et la méthode TSVD pour un paramètre de coupure $s = 16$. Pour **a)**, les 10 courbes de répétabilité sont tracées les unes sur les autres et pour **b)**, est tracé la moyenne correspondante aux mesures de répétabilité avec l'intervalle de confiance à 99 %.

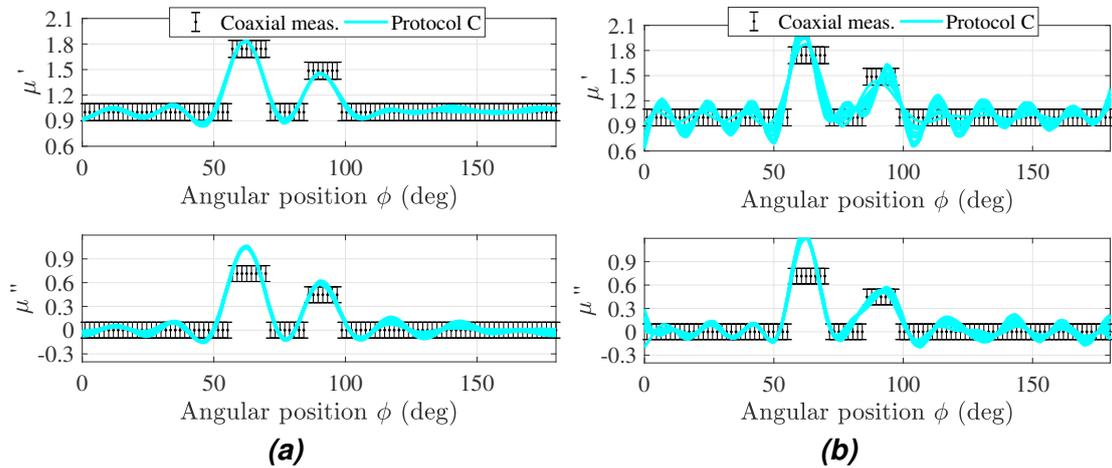


FIGURE 5.21. – Solutions du problème inverse obtenues à partir des mesures de répétabilité à 3,5 GHz avec le protocole C et la méthode TSVD pour un paramètre de régularisation égal à **a)** $s = 16$ et **b)** $s = 22$.

TABLE 5.2. – Propriétés de l'intervalle de confiance à 99 % I_c , à 3,5 GHz en fonction du paramètre de régularisation s .

paramètre de régularisation	μ'		μ''	
	$s=10$	$s=16$	$s=10$	$s=16$
$\langle I_c \rangle$	0,0325	0,3174	0,0260	0,3205
$\max(I_c(\phi))$	0,0659	0,9642	0,0554	2,1409
$\min(I_c(\phi))$	0,0100	0,0672	0,0067	0,0953

du choix du protocole utilisé. Un critère supplémentaire pour savoir si nous avons suffisamment régularisé la solution pourrait être basé sur la convergence des solutions obtenues par des mesures de répétabilité. Par exemple, pour la caractérisation d'un objet inconnu, nous pourrions faire quelques mesures de répétabilité et augmenter la régularisation jusqu'à ce que les solutions convergent.

5.3.2.3. Effets de reproductibilité

Pour évaluer l'impact du positionnement des bandelettes sur la solution du problème inverse, 7 mesures de reproductibilité ont été réalisées avec le protocole C. Le problème est régularisé avec la méthode TSVD pour 2 paramètres de régularisation différents, comme il a été fait précédemment pour la répétabilité.

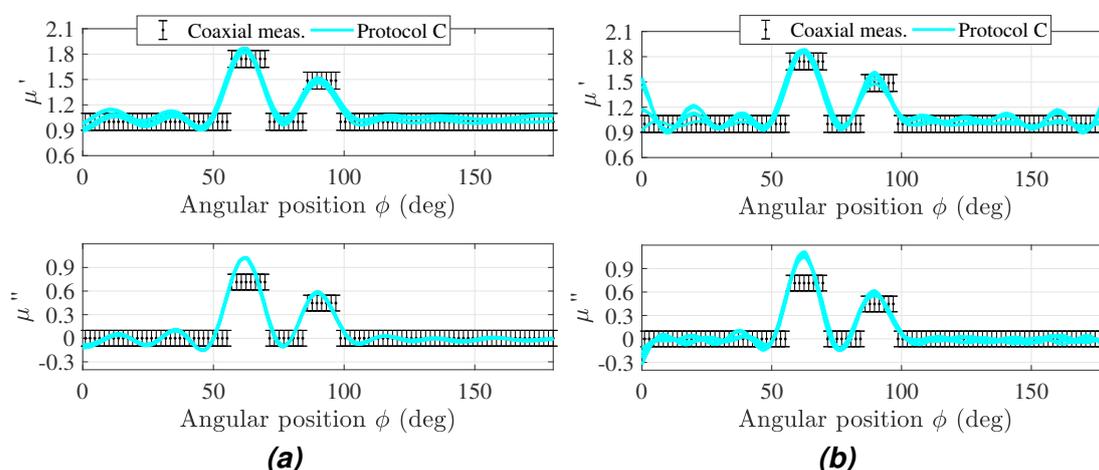


FIGURE 5.22. – Solutions du problème inverse tracées les unes sur les autres, obtenues à partir des mesures de reproductibilité, à 3,5 GHz et avec le protocole C. La méthode TSVD est utilisée avec un paramètre de régularisation égal à **a)** $s = 16$ et **b)** $s = 22$.

Les solutions du problème inverse, obtenues à partir des mesures de reproductibilité,

sont tracées les unes sur les autres sur la Fig. 5.22. La reproductibilité crée un léger décalage des solutions, qui ne peut pas être diminué en augmentant la régularisation. Étant donné que la solution est plus stable que pour l'étude de répétabilité, on peut supposer que la dérive temporelle est moins importante pour les mesures de reproductibilité présentées que pour celles de répétabilité. Cela peut venir de différentes origines expérimentales comme une modification de l'environnement durant les mesures ou un mauvais positionnement des échantillons. On en conclut que les erreurs de répétabilité sont du même ordre de grandeur que les erreurs de reproductibilité, et que le biais de mesure est faible dans les deux cas.

5.3.3. Mesure de répétabilité avec l'information a priori de la position des bandelettes

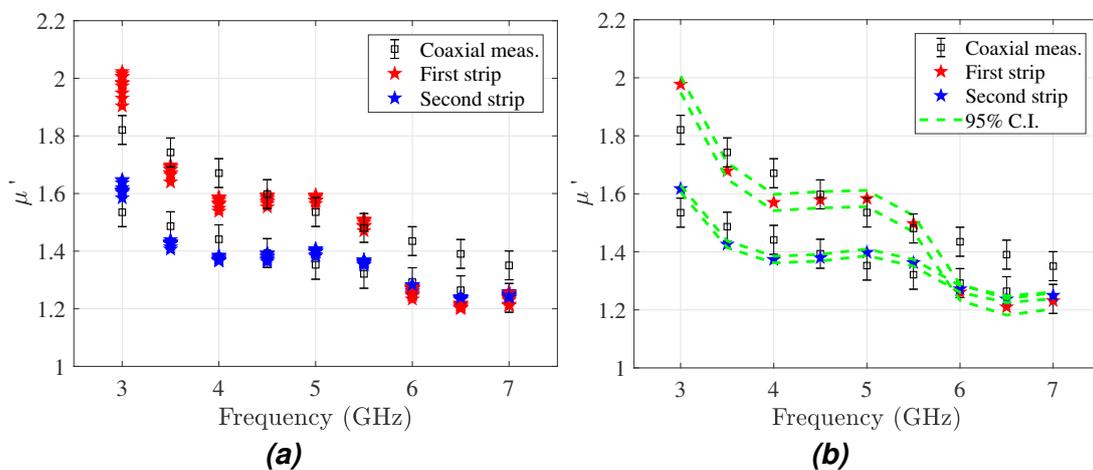


FIGURE 5.23. – Solutions du problème inverse en fonction de la fréquence, obtenues à partir des mesures de répétabilité avec le protocole A. Les 10 solutions sont tracées les unes sur les autres sur la figure **a)**, alors que pour la figure **b)**, la moyenne est tracée ainsi que l'intervalle de confiance associé.

Si on prend à présent en compte l'information a priori de la position des bandelettes, on peut réduire le nombre d'inconnues au nombre de bandelettes, pour chaque fréquence. Cela permet de représenter simplement les résultats en fonction de la fréquence. Sur la Fig. 5.23 sont présentés les résultats de répétabilité avec le protocole A, en fonction de la fréquence. Bien que ce résultat soit bruité par un battement, on observe que sa répétabilité est très bonne. En effet, comme nous l'avons vu dans la section 5.2.5, un battement d'origine expérimental dégrade la solution. La mesure de répétabilité démontre que ce battement n'a pas comme origine le bruit de mesure. L'intervalle de confiance à 95 % I_c , qui est présenté sur la Fig. 5.23b, a les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \langle I_c \rangle = 0,0204 \\ \max(I_c(f)) = 0,0753 \\ \min(I_c(f)) = 0,0035 \end{cases} \quad (5.4)$$

5.3.4. Conclusion

Dans cette étude, on s'est intéressé à l'évaluation des incertitudes, c'est-à-dire aux variations dues à des paramètres non maîtrisables qui interviennent sur la solution d'une mesure à l'autre. Pour cela, nous avons d'abord réalisé des mesures de répétabilité et de reproductibilité. Dans notre cas, les mesures de répétabilité servent principalement à évaluer l'effet du drift temporel sur la solution. En effet, pour différentes raisons, les conditions de mesure peuvent évoluer au cours du temps et s'éloigner des conditions dans lesquelles la mesure de référence a été faite. Bien que nous ayons effectué un échantillonnage trop petit d'un point de vue statistique, ces évaluations préliminaires nous ont montrées un impact négligeable du drift temporel sur la solution. Les fluctuations du PNA et de l'environnement de mesure ne représentent donc pas un problème grâce à la régularisation. Ensuite, nous avons réalisé des mesures de reproductibilité préliminaires pour évaluer l'impact du repositionnement. Nous avons observé un biais de mesure très faible, qui peut se traduire par un léger décalage de positionnement latéral de la solution. Pour aller plus loin, il faudrait refaire ces études avec un échantillonnage plus important, et en faisant intervenir différents opérateurs.

5.4. Étude III : évaluation de la résolution spatiale

Précédemment, on a validé la méthodologie mise en place dans ces travaux de thèse et évalué les incertitudes associées. À présent, dans cette troisième étude, on va étudier la résolution spatiale atteignable par cette méthodologie. La résolution spatiale, aussi appelée pouvoir de séparation, est définie comme la distance minimale qui sépare deux détails pour qu'un appareil de mesure puisse les distinguer. La résolution limite séparant deux points est une notion dont la définition peut être très variable d'une référence à l'autre [102].

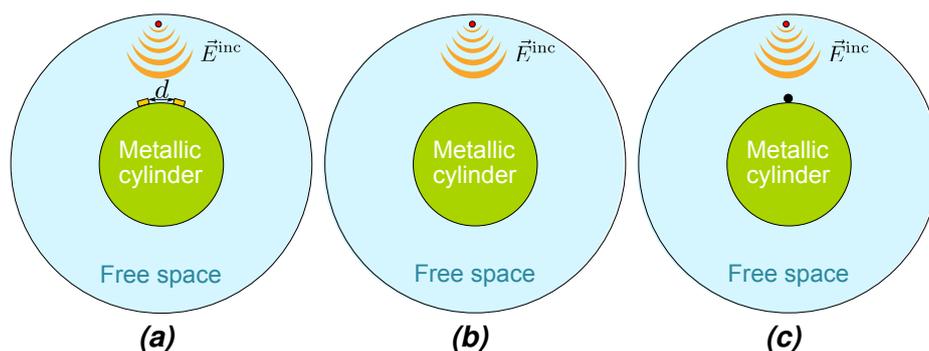


FIGURE 5.24. – Schémas des configurations de mesures utilisées pour l'étude III avec **a)** le positionnement des deux bandelettes Polymagn, **b)** la mesure de référence et **c)** la mesure du cylindre de calibration.

Pour étudier la résolution spatiale de notre système de mesure, on propose de mesurer deux bandelettes Polymagn (voir section 3.3.3) sur un cylindre et de faire varier

la distance d qui les sépare. Ces deux bandelettes sont positionnées sur le cylindre métallique C (comme pour les études I et II), de sorte à obtenir une mesure symétrique (voir Fig. 5.24a). La distance séparant les deux bandelettes, notée d , est un paramètre de l'étude variant dans l'intervalle [0.5-6] cm. Les valeurs de d exprimées en fonction des différentes longueurs d'onde sont détaillées dans le tableau 5.3. De plus, toutes les mesures de cette étude sont réalisées avec le protocole C.

TABLE 5.3. – Valeurs du paramètre d en fonction de différentes longueurs d'onde.

d (cm)	6	3	2	1,5	1	0,5
3,5 GHz	$\lambda/1,4$	$\lambda/2,9$	$\lambda/4,3$	$\lambda/5,7$	$\lambda/8,5$	$\lambda/17$
5 GHz	λ	$\lambda/2$	$\lambda/3$	$\lambda/4$	$\lambda/6$	$\lambda/12$
7 GHz	1.4λ	$\lambda/1,4$	$\lambda/2,1$	$\lambda/2,9$	$\lambda/4,3$	$\lambda/8,6$

Dans cette étude, on cherche à déterminer la distance d à partir de laquelle notre système peut discerner les deux bandelettes, ce qui correspond alors au pouvoir de séparation de notre système de mesure. La résolution spatiale est très dépendante des paramètres de l'étude et doit être évaluée à nouveau si ces derniers viennent à changer. La résolution spatiale d'un système de tomographie par ondes centimétriques dépend de plusieurs paramètres [103] qui sont :

- La longueur d'onde. Si la résolution est en dessous de $\lambda/4$, on parle de super-résolution.
- La méthode d'inversion utilisée : les algorithmes non linéaires sont réputés avoir une meilleure résolution que les algorithmes linéaires. De plus, l'utilisation d'information a priori permet d'améliorer la résolution.
- Les propriétés de l'appareil de mesure : notamment le rapport signal sur bruit et l'acquisition ou non du champ proche. Si le problème est traité linéairement et selon le critère de Rayleigh, la résolution obtenue est de l'ordre de $\lambda/4$ si les antennes sont en champ proche et $\lambda/2$ si elles sont en champ lointain [104, 105].
- Le nombre de sources et de récepteurs, ainsi que leurs positions. Augmenter la quantité d'information permet d'augmenter la résolution.

Pour étudier la résolution spatiale, on utilise une méthodologie définie dans les articles [103, 104]. On définit U_{\max} le point le plus haut reconstruit et U_{\min} la perméabilité relative reconstruite pour $\phi = 90^\circ$, c'est-à-dire à mi-chemin entre les deux bandelettes mesurées. Puis on observe le rapport U_{\min}/U_{\max} en fonction de la distance d , séparant les deux bandelettes. Ce rapport est calculé indépendamment pour les parties réelles et complexes. Puis on observe le rapport U_{\min}/U_{\max} en fonction de la distance d , séparant les deux bandelettes. Ce rapport est calculé indépendamment pour les parties réelles et complexes. Plus ce rapport est petit, plus notre système est capable de résoudre les deux bandelettes. L'article [104] suggère que si ce rapport est inférieur à 0,8, les deux bandelettes sont discernables. Dans notre cas, nous utilisons l'information a priori de

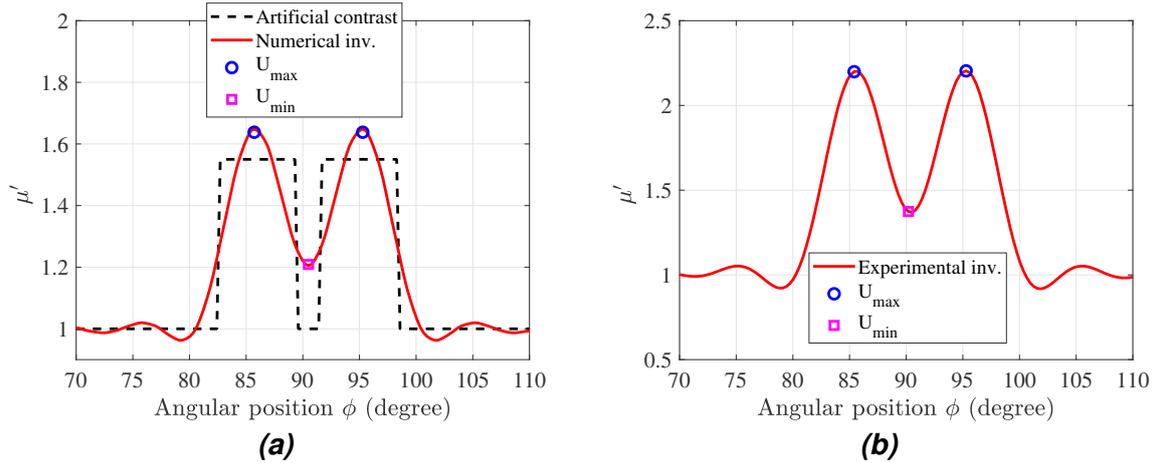


FIGURE 5.25. – Définition des points U_{\max} et U_{\min} pour l'imagerie de deux bandelettes sur le cylindre métallique. Le cas **a)** est numérique avec un contraste artificiel $\mu' = 1,55$ et le cas **b)** correspond à l'inversion expérimentale des Polymagn. Les résultats sont donnés à 3,5 GHz et les bandelettes sont espacées de $d = 3$ cm.

l'épaisseur moyenne du matériau, ce qui est une information a priori forte. On s'attend alors à obtenir une très bonne résolution spatiale. Pour illustrer cette technique, on a présenté sur la Fig. 5.25, **a)** le résultat numérique du problème inverse et **b)** le résultat expérimental, pour le cas où les deux bandelettes sont séparées de 1 cm, à 3,5 GHz. La résolution numérique est faite à partir d'un contraste fixé arbitrairement à $\mu' = 1,7$, car le contraste des Polymagn n'a pas été évalué avec précision. Le résultat du problème inverse sera commenté par la suite.

5.4.1. Mesure de calibration

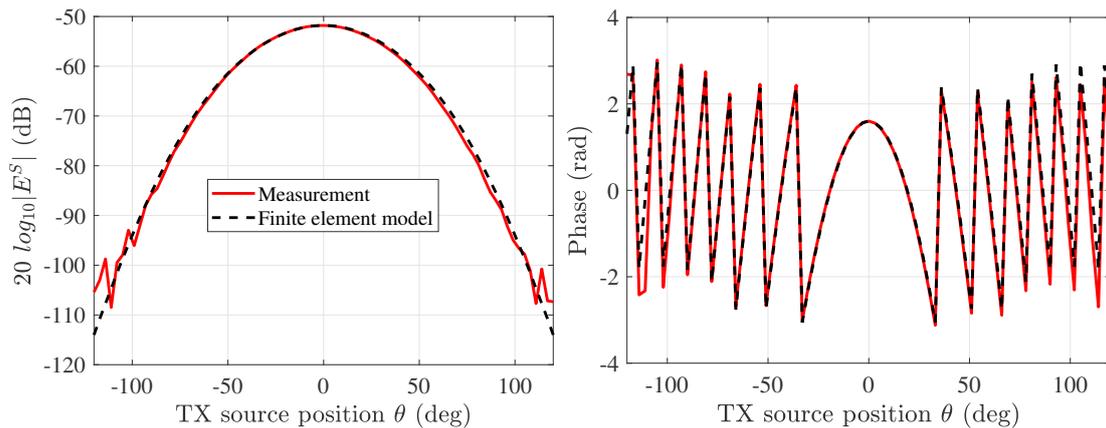


FIGURE 5.26. – Mesure de calibration du petit cylindre métallique B à 5 GHz, mesurée avec le protocole C.

Les bandelettes Polymagn ont une hauteur de $30,1(\pm 0,1)$ cm, qui est deux fois plus

petite que celle des bandelettes EPX. On pourrait alors se demander si l'approximation 2D est toujours valide. Une bonne façon d'observer la validité de l'approximation 2D se fait par l'analyse de la mesure de calibrage. La mesure de calibrage de l'étude III est présentée sur la Fig. 5.35. On observe une très bonne concordance entre la mesure de calibrage et le modèle numérique 2D aux éléments finis associés, ce qui confirme la validité de l'approximation 2D pour des échantillons de 30 cm de hauteur.

5.4.2. Contribution diélectrique au champ diffusé

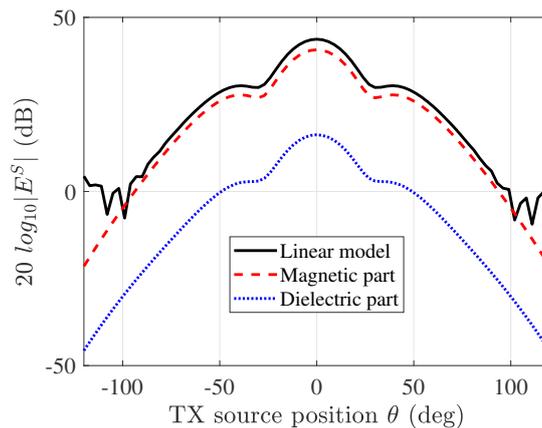


FIGURE 5.27. – Contributions des propriétés diélectriques et magnétiques des deux bandelettes du matériau Polymagn, lorsque $d = 1$ cm et à 3,5 GHz.

La partie diélectrique du matériau sur le cylindre métallique était négligée dans les études précédentes, car le champ électrique est très petit à la surface du cylindre métallique. Or les matériaux Polymagn sont deux fois plus épais que les matériaux EPX. Pour ce nouveau matériau, il est donc important de vérifier que la partie diélectrique est toujours négligeable dans sa contribution au champ diffusé. Sur la Fig. 5.27 sont présentées les différentes contributions obtenues en séparant le problème linéaire en deux parties (voir section 2.4.2). Ces courbes ont été calculées à 3,5 GHz, pour $d = 1$ cm. Pour ce calcul, des estimations de la permittivité et de la perméabilité ont été réalisées par une mesure en ligne coaxiale. Pour cela, des tores ont été usinés avec des emporte-pièces. Les mesures ont montré une perméabilité de $\mu = 2,9 + 1,7i$ et une permittivité de $\varepsilon = 15,3 + 0,8i$ à 3,5 GHz. Pour une évaluation plus précise de ces valeurs, il faudrait refaire l'expérience en faisant appel à un centre d'usinage. On observe sur la Fig. 5.27 que la contribution de la permittivité dans le champ diffracté reste négligeable, bien que le Polymagn est deux fois plus épais que l'EPX et qu'il ait une permittivité très forte.

5.4.3. Radargrammes

Les radargrammes pour les cas où d est égal à **a)** 0,5 cm et **b)** 6 cm sont présentés sur la Fig. 5.28. On pourrait s'attendre à ce que les deux bandelettes soient discernables

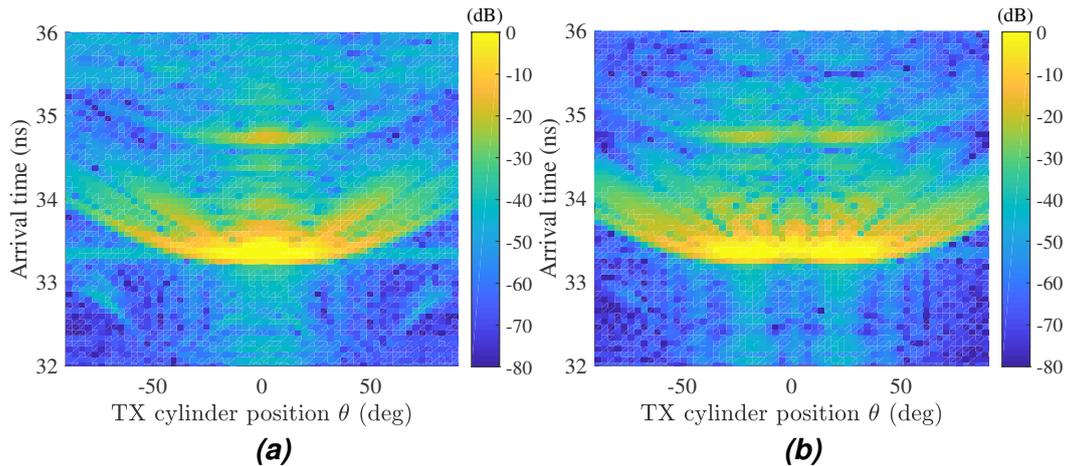


FIGURE 5.28. – Radargrammes du champ diffusé des deux bandelettes Polymagn, lorsque la distance d séparant les deux bandelettes est de **a)** 0,5 cm et **b)** 6 cm.

sur le radargramme lorsqu'elles sont séparées de 6 cm, mais ce n'est pas le cas. On voit cependant deux profils légèrement apparaître pour $d = 6$ cm, mais il est difficile de pouvoir tirer des conclusions sur le nombre d'échantillons disposés sur le cylindre, si cette information n'est pas connue.

5.4.4. Résultat du problème inverse en fonction de la fréquence

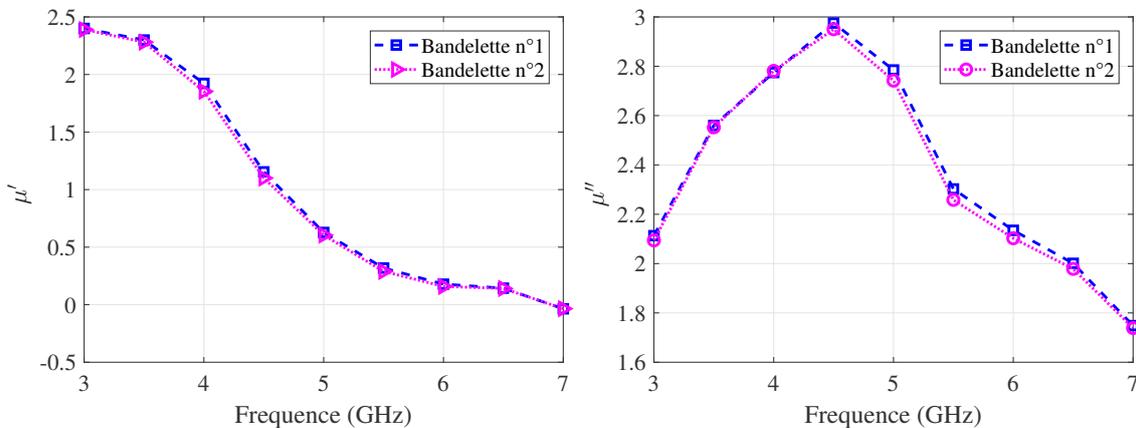


FIGURE 5.29. – Résultat du problème inverse lorsque $d = 1$ cm et qu'on utilise l'information a priori de la taille et de la position des bandelettes.

On commence par traiter le problème inverse en utilisant les informations a priori sur la position et la géométrie des bandelettes Polymagn, ce qui permet de tracer facilement le résultat en fonction de la fréquence. Le résultat est présenté sur la Fig. 5.29 pour $d = 1$ cm. On observe que le résultat est cohérent, car la perméabilité trouvée pour les deux bandelettes est la même. De plus, on remarque une résonance du matériau à 4,5 GHz. Il serait intéressant par la suite de ces travaux de thèse de mesurer ce matériau

avec d'autres méthodes pour confirmer le niveau trouvé. Cependant ces niveaux sont assez éloignés de ceux obtenus par mesure en ligne coaxiale.

5.4.5. Détermination de la résolution spatiale par fréquence

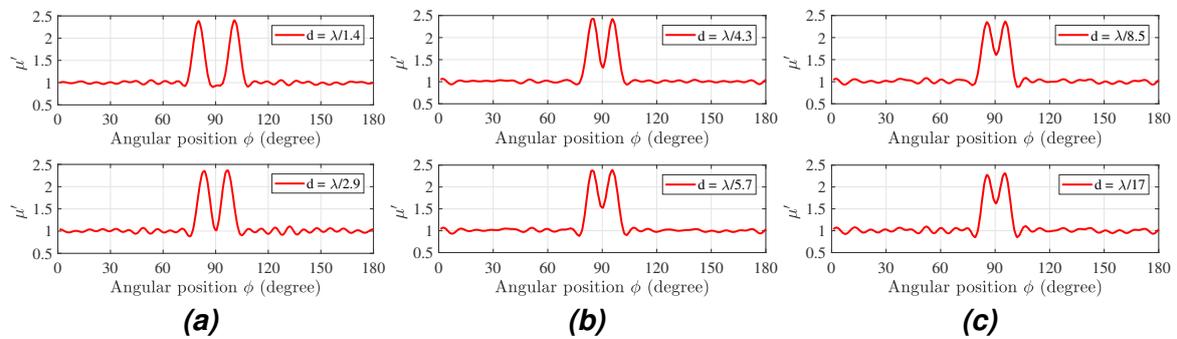


FIGURE 5.30. – Partie réelle de la solution du problème inverse à 3,5 GHz, pour différentes valeurs de d . Ces courbes sont obtenues à partir de mesures expérimentales.

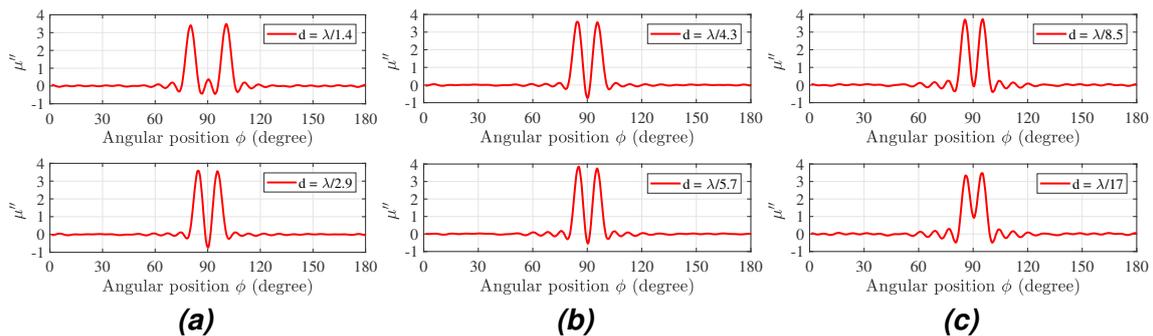


FIGURE 5.31. – Partie imaginaire de la solution du problème inverse à 3,5 GHz, pour différentes valeurs de d . Ces courbes sont obtenues à partir de mesures expérimentales.

Les parties réelles et imaginaires des solutions expérimentales du problème inverse, à 3,5 GHz, sont présentées sur les Fig. 5.30 et 5.31 pour les différentes valeurs de d . Les solutions obtenues concordent très bien avec la position des bandelettes effectuées, ce qui valide les mesures et notre capacité à discriminer deux détails. On observe pour cette fréquence que la résolution spatiale obtenue est sensiblement meilleure pour la partie imaginaire de la perméabilité que pour la partie réelle.

Pour une meilleure analyse de la résolution spatiale obtenue, on a tracé sur la Fig. 5.32 les rapports U_{\min}/U_{\max} pour les parties réelles et imaginaires, en fonction de la distance d séparant les deux bandelettes. On constate que la résolution spatiale est meilleure pour la partie réelle que pour la partie imaginaire. Si on choisit comme critère que les

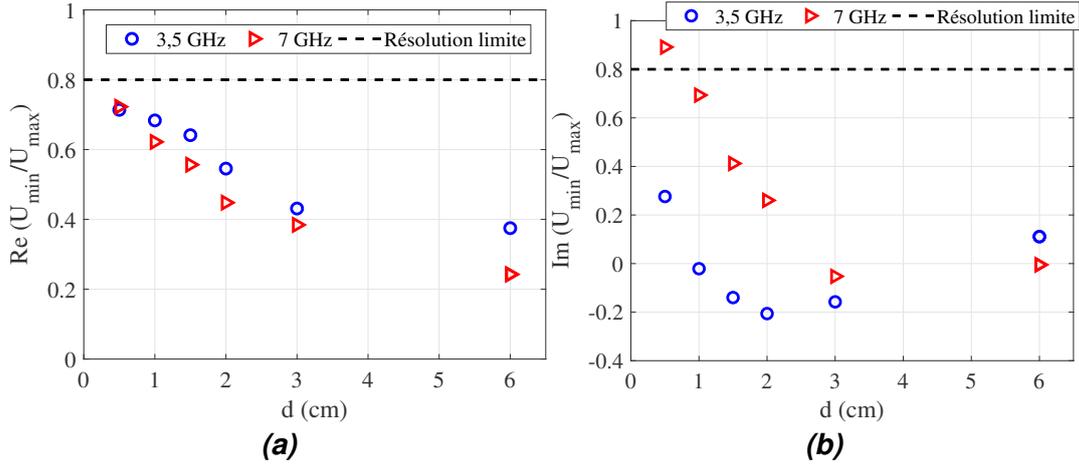


FIGURE 5.32. – Ratio U_{\min}/U_{\max} pour les parties **a)** réelles et **b)** imaginaires, en fonction de la distance d séparant les deux bandelettes, à 3,5 et 7 GHz.

deux bandelettes sont discernables si le rapport U_{\min}/U_{\max} est inférieur à 0,8 [104], alors la résolution du système mis en place pour observer des matériaux magnétiques inhomogènes est très bonne. À 3,5 GHz, elle est supérieure à $\lambda/17$ pour les parties réelles et imaginaires de la perméabilité, et à 7 GHz, elle est supérieure à $\lambda/8,6$ pour la partie réelle et d'environ $\lambda/5$ pour la partie imaginaire. La résolution est bonne dans notre cas, car on utilise d'une part l'information a priori de l'épaisseur moyenne du matériau et d'autre part une définition de la résolution peu restrictive.

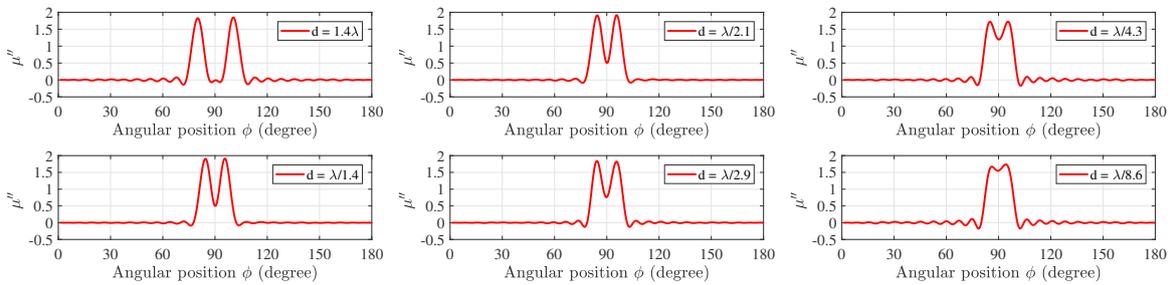


FIGURE 5.33. – Partie imaginaire de la solution du problème inverse à 7 GHz, pour les différentes valeurs de d . Ces courbes sont obtenues à partir des mesures expérimentales.

La reconstruction de la partie imaginaire à 7 GHz est tracée sur la Fig. 5.33 pour les différentes valeurs de d . C'est le cas pour lequel le rapport U_{\min}/U_{\max} devient le plus important lorsqu'on rapproche les deux bandelettes. En effet, quand les bandelettes sont écartées de 0,5 cm ($\lambda/8,6$ sur la figure), il n'est pas évident de discerner les deux bandelettes à partir de la partie imaginaire de la solution.

5.4.6. Conclusion

Dans cette section on a étudié la résolution spatiale de notre appareil de mesure pour deux bandelettes Polymagn. La résolution obtenue est très bonne, elle est supérieure à $\lambda/17$ à 3,5 GHz et de l'ordre de $\lambda/5$ à 7,5 GHz. Cela s'explique par le fait qu'on utilise l'information a priori de l'épaisseur moyenne de la surface observée.

5.5. Étude IV : imagerie du matériau POM

Dans la section 3.3.3, on a vu que le matériau magnétique POM est très poreux, ce qui nous a conduits à l'usinage de tores de mauvaise qualité, et donc, une mauvaise évaluation du niveau moyen du matériau. Dans cette étude, on cherche à montrer que pour un matériau poreux, où les méthodes de caractérisation classiques donnent des résultats de mauvaise qualité, l'approche en espace libre est avantageuse. Pour cela, on va déterminer les niveaux moyens effectifs des différents matériaux POM, en négligeant l'effet des porosités. On sait que les taux de charge des différents jeux de bandelettes du matériau POM sont 17, 21 et 25 %, alors que ceux du matériau EPX sont 14 et 15 %. On s'attend à ce que les matériaux POM aient des perméabilités plus grandes que celles des matériaux EPX. De plus, avec cette étude, on cherche à valider la méthodologie pour un matériau d'épaisseur plus importante que les matériaux EPX ou Polymagn. En effet, le POM a une épaisseur de 0,3 cm alors que les matériaux EPX et Polymagn ont respectivement des épaisseurs de 0,08 cm et 0,2 cm.

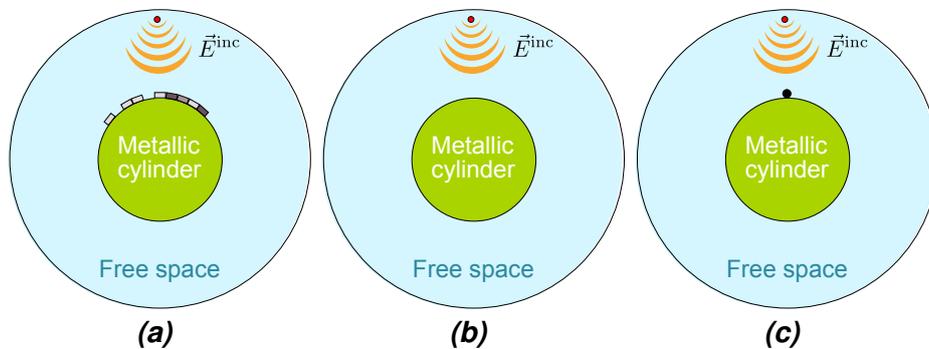


FIGURE 5.34. – Schémas des configurations de mesures utilisées pour l'étude IV avec **a)** la répartition des bandelettes POM **b)** la mesure de référence et **c)** la mesure du cylindre de calibrage.

La configuration de mesure utilisée pour cette étude est présentée sur la Fig. 5.34. La répartition des bandelettes fait intervenir 5 bandelettes avec un taux de charge de 17 %, 1 bandelette avec un taux de charge de 21 % et 2 bandelettes avec un taux de charge de 25 %. Toutes les mesures sont réalisées avec le protocole C et avec le mode opératoire décrit dans la section 3.6. Le problème est modélisé et étudié uniquement à 3,5 GHz.

5.5.1. Mesure de calibration

La mesure de calibration associée à l'étude IV est présentée sur la Fig. 5.35, à 3,5 GHz. Le bon accord entre cette mesure et le modèle aux éléments finis associé permet de valider l'approximation 2D pour des objets ayant une hauteur de 27,5 cm.

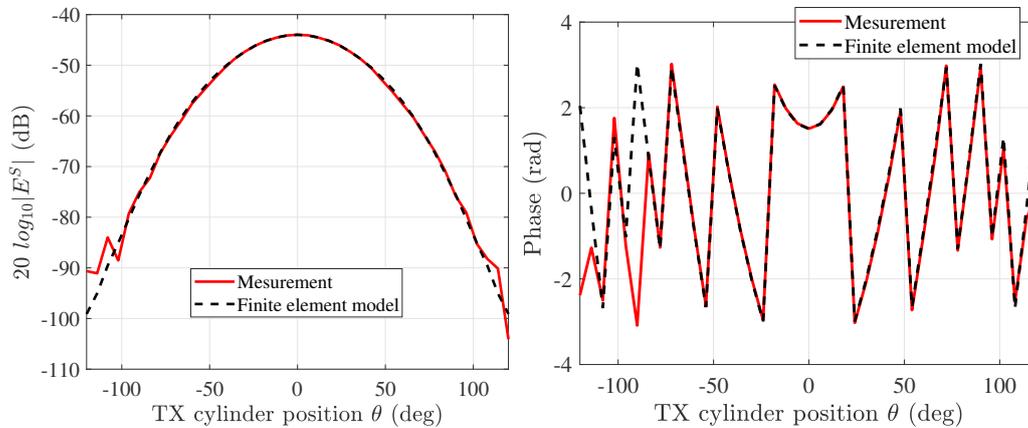


FIGURE 5.35. – Mesure de calibration du petit cylindre métallique A (rayon = 14 cm) avec le modèle aux éléments finis associé, à 3,5 GHz.

5.5.2. Contributions magnétiques et diélectriques

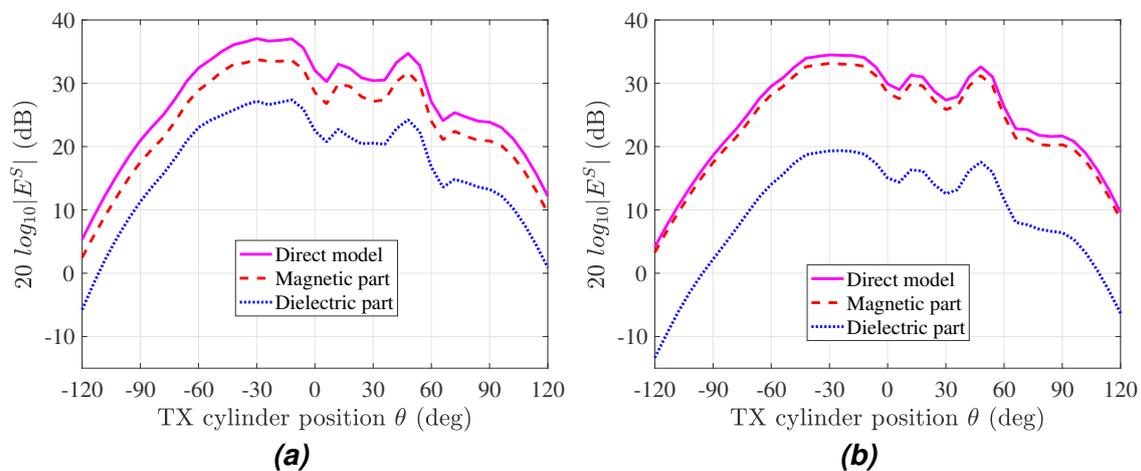


FIGURE 5.36. – Comparaison entre les parties électriques et magnétiques du modèle direct décrivant le champ diffusé des bandelettes POM. Le modèle est étudié **a)** sans et **b)** avec l'approximation linéaire.

Avant de résoudre le problème inverse, il faut s'assurer que l'approximation de la partie diélectrique de l'équation intégrale 2.1.5 est négligeable pour le matériau POM. En effet, ce matériau est 3 fois plus épais que le matériau EPX et il est important de vérifier que le champ électrique reste négligeable dans le domaine de l'échantillon. Pour

ce faire, on a tracé sur la Fig. 5.36 la comparaison entre les parties électriques et magnétiques du modèle direct décrivant la diffusion des bandelettes POM. Le modèle est calculé à partir des valeurs estimées dans la section 3.3.3, même si l'estimation n'est pas précise. La figure a) est issue d'un calcul sans approximation linéaire, c'est-à-dire lorsque le problème direct est calculé en présence de l'échantillon, alors que pour la figure b), on a utilisé l'approximation de Born en enlevant l'échantillon dans le calcul des champs \vec{H}_{fem}^2 et \vec{E}_{fem}^2 .

On observe que pour la diffusion des matériaux POM sur le cylindre, la contribution du terme électrique est plus importante que pour les matériaux Polymagn (voir Fig. 5.27). De plus, on peut voir que le terme électrique est plus important sans approximation linéaire de Born. Cet effet vient de la présence du matériau qui modifie le champ localement, et augmente ainsi la norme du champ électrique dans le domaine de l'échantillon. La conséquence est que l'approximation de la partie diélectrique est moins valide. Toutefois, la permittivité génère toujours un signal qui est 10 dB en dessous de celui généré par la partie magnétique du matériau et nous l'avons donc négligée.

5.5.3. Problème direct

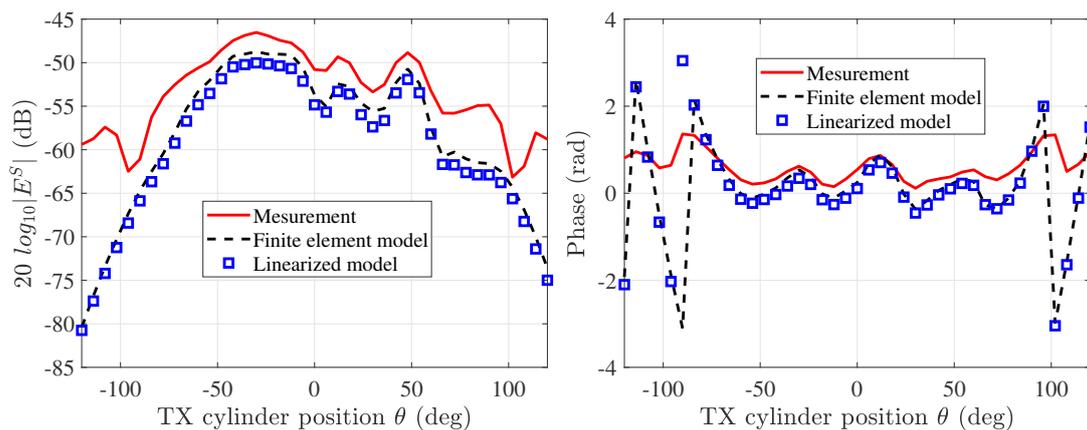


FIGURE 5.37. – Comparaison entre la mesure du champ diffusé des bandelettes POM, le modèle aux éléments finis correspondant, ainsi que le modèle linéaire qui en découle.

Sur la Fig. 5.37 est présenté la comparaison entre le champ diffusé des bandelettes POM qui a été mesuré et les modèles numériques correspondants, qui ont été calculés à partir de l'estimation des propriétés du matériau (qui est de très mauvaise qualité du fait de la porosité importante). Malgré cette mauvaise estimation, on observe une forme identique entre la mesure et les modèles. La mesure se situe toutefois à un niveau plus élevé que les modèles. Cet écart est interprété comme provenant de la mauvaise estimation des propriétés des matériaux POM.

Pour mieux analyser la différence d'allure entre la mesure et les modèles, on a tracé sur la Fig. 5.38 le problème direct, pour un coefficient de calibrage calculé à partir de

la mesure du champ diffusé des matériaux magnétiques et du modèle aux éléments finis associés. Même si l'écart entre la mesure et les modèles reste important, l'allure générale est correcte.

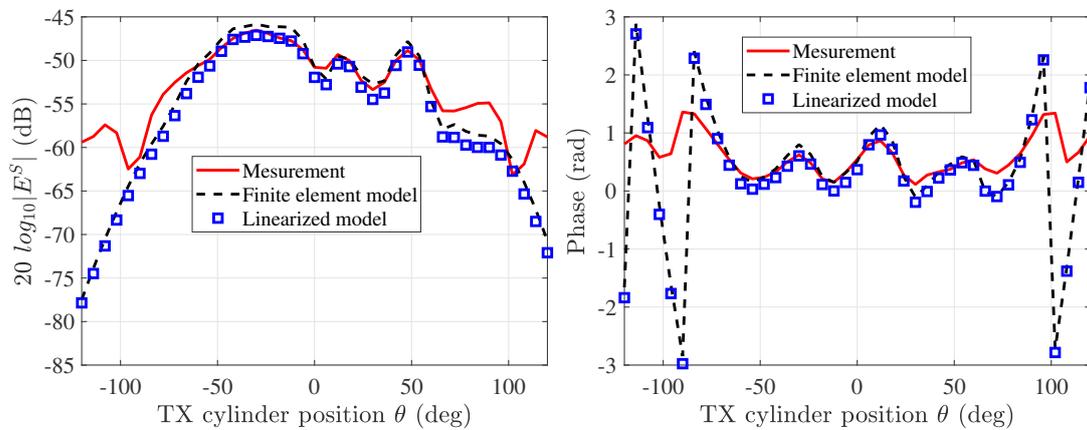


FIGURE 5.38. – Comparaison entre la mesure du champ diffusé des bandelettes POM, le modèle aux éléments finis correspondant, ainsi que le modèle linéaire qui en découle lorsque cette mesure est autocalibrée avec son modèle.

5.5.4. Problème inverse

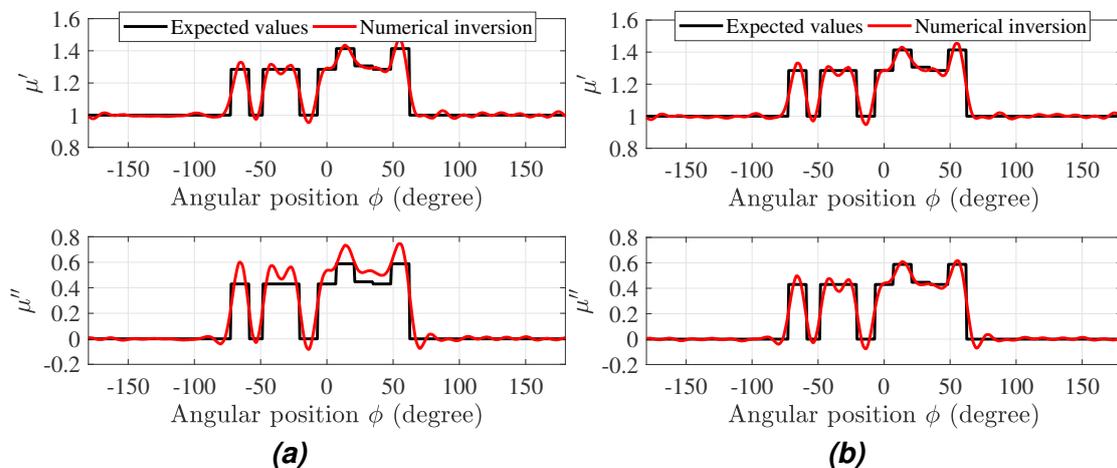


FIGURE 5.39. – Résultat du problème inverse à partir du champ calculé numériquement **a)** sans et **b)** avec la prise en compte de la permittivité du matériau dans le modèle direct.

Pour évaluer l'effet de l'approximation de la partie électrique sur le résultat du problème inverse, on a tracé sur la Fig. 5.39 les solutions du problème inverse à partir du champ diffusé \vec{E}_{fem}^S , issu du calcul aux éléments finis dans lequel on a rentré les propriétés électriques et magnétiques du matériau. Le modèle direct utilisé pour obtenir

les solutions de la figure **a**) a été établi sans prendre en compte la permittivité du matériau et **b**) avec la prise en compte de la permittivité. L'objectif est ici de voir l'impact de l'approximation du terme électrique. On a utilisé comme paramètre de régularisation le même que celui qui est utilisé pour régulariser les solutions expérimentales. On observe une très bonne reconstruction de la solution, c'est-à-dire que l'information recueillie est suffisante pour remonter à la répartition de bandelettes (sans bruit de mesure). Ensuite, on observe que l'approximation de la partie électrique crée une erreur plus importante sur la partie imaginaire de la perméabilité que sur la partie réelle.

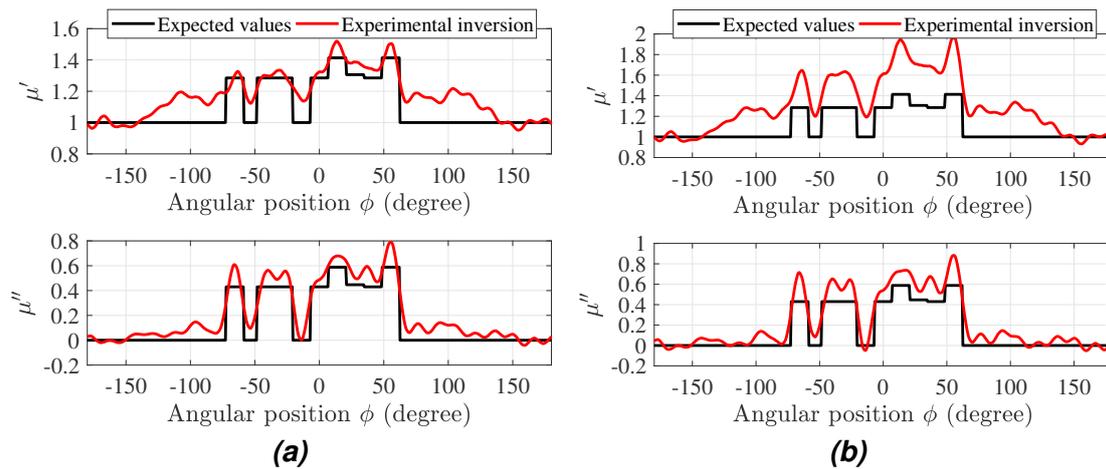


FIGURE 5.40. – Résultats du problème inverse à partir de la mesure expérimentale. Le coefficient de calibrage est calculé **a**) par autocalibrage entre la mesure et son modèle et **b**) avec la mesure de calibrage.

Le résultat du problème inverse, obtenu à partir de la mesure expérimentale est tracé sur la Fig. 5.40. La figure **a**) est obtenue lorsque le coefficient de calibrage est calculé à partir de la mesure du matériau magnétique (voir Fig. 5.34a) et la figure **b**) est calculé normalement, lorsque le coefficient de calibrage est calculé à partir de la mesure de calibrage. La courbe noire est construite en associant la connaissance de la répartition des bandelettes et les mesures en guide coaxial. Même si les niveaux de cette courbe ne sont pas corrects, elle permet de voir si la solution obtenue a la bonne forme. On constate une très bonne concordance entre la position des bandelettes et la solution obtenue. De plus, les niveaux obtenus sont cohérents avec les taux de charges (17, 21 et 25 %) contenues dans les matériaux POM, c'est-à-dire que les niveaux obtenus sont plus importants que ceux des EPX, ce qui est cohérent. Sur la figure **b**), on remarque une stabilité des résultats retrouvés par niveau. En effet, les mêmes perméabilités sont retrouvées pour les différentes bandelettes qui ont le même taux de charge. Cette mesure suggère que les mesures en ligne coaxiale ont sous-évalué les valeurs de la perméabilité du matériau POM, en particulier sur la partie réelle.

5.5.5. Conclusion

Dans cette étude, on a fait l'imagerie des matériaux POM, qui sont des matériaux avec une forte porosité. Avec l'approche que l'on propose, les différents niveaux retrouvés sont constants pour les trois taux de charges, alors que les mesures classiques en ligne coaxiale ont donné une forte instabilité des résultats. En effet, ces mesures sont issues de prélèvement locaux dont la porosité peut fortement varier d'un échantillon à l'autre. On peut donc en conclure que notre méthode est moins sensible aux effets de porosité. Cependant, au vu des nombreux pores, la perméabilité mesurée doit être considérée comme une propriété moyenne effective.

5.6. Étude V : validation du moyen pour des échantillons plans

Précédemment, la méthodologie mise en place dans ces travaux de thèse a été validée pour différents matériaux magnétiques, lorsque le support de mesure est un cylindre magnétique. Dans cette cinquième étude, on va à présent appliquer la méthodologie pour un support plan, spécialement conçu pour la mesure de plaques inhomogènes (voir section 3.3.1). En effet, l'élaboration de nouveaux matériaux est souvent réalisée sur des plaques et il est important de pouvoir les caractériser. De plus, un des objectifs de cette étude est de montrer que la méthodologie mise en place s'applique facilement à des supports de géométrie non canonique, c'est-à-dire dont la diffusion ne peut pas être exprimée par des fonctions analytiques.

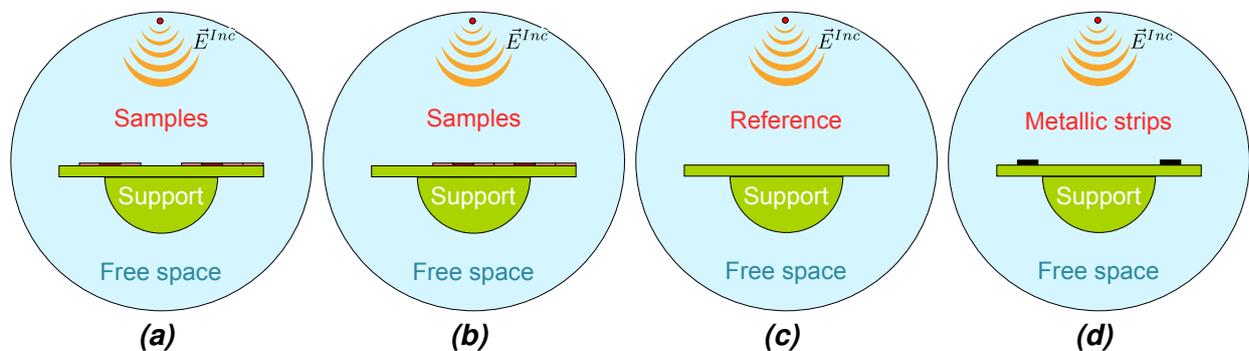


FIGURE 5.41. – Schémas des configurations de mesure utilisées pour l'étude V avec la mesure **a)** du mélange n°1 des bandelettes EPX, **b)** du mélange n°2 des bandelettes EPX **c)** de la référence et **d)** de deux bandelettes métalliques servant au calibrage des modèles.

La configuration de mesure est présentée sur la Fig. 5.41. Pour cette étude, quatre mesures sont réalisées. Les deux premières correspondent à deux répartitions de bandelettes magnétiques sur le support, ensuite la référence est mesurée en présence du support, puis une mesure de deux bandelettes métalliques est faite pour le calibrage.

Ces dernières sont disposées de sorte à obtenir une mesure symétrique par rapport au point $\theta = 0^\circ$. L'étude est modélisée dans l'intervalle [3-7] GHz, avec des pas de 0,5 GHz et les mesures sont réalisées dans l'intervalle [2-17] GHz (1024 points équirépartis).

5.6.1. Mesures de calibration

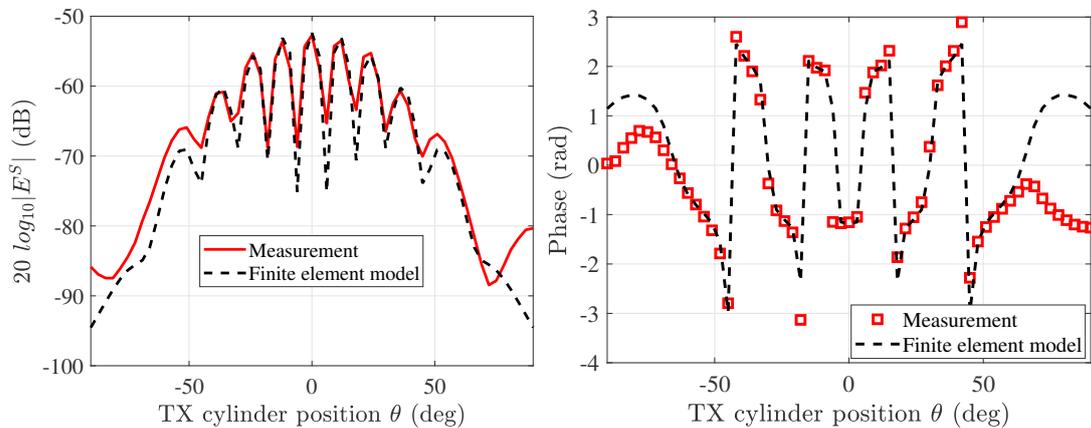


FIGURE 5.42. – Résultat de la mesure de calibration, à 3,5 GHz, avec le modèle aux éléments finis correspondant, qui a été auto-calibré.

Comme le support a changé, nous ne sommes pas certains que sa modélisation soit correcte. Pour vérifier cela, il est de bonne pratique de mesurer la diffraction d'objets métalliques à la surface de ce support et de les comparer à leur modèle. La mesure de calibration, en plus de calibrer l'expérience avec le modèle, permet de vérifier si la modélisation du support est correcte.

La comparaison de la mesure de calibration avec son modèle aux éléments finis est présentée sur la Fig. 5.42, à 3,5 GHz. On observe que le modèle numérique correspond bien à l'expérience, mais que l'erreur est plus importante comparé aux mesures de calibration qui ont été réalisées sur le cylindre métallique, dans les études précédentes. La différence entre la mesure et le modèle est interprétée comme une augmentation du biais de mesure, liée à une moins bonne modélisation du support. Il est probable que cela vienne d'un couplage des objets mesurés avec les extrémités du support, qui ont été recouvertes de mousses anéchoïques (les parties supérieures et inférieures du support). Une étude pourrait être menée à la suite de ces travaux de thèse dans le but de réduire ce biais de mesure.

5.6.2. Radargrammes

Les radargrammes correspondants à la mesure de calibration et à celle du matériau magnétique sont montrés sur la Fig. 5.43. Les champs diffusés sont situés dans une fenêtre temporelle allant de 33 à 35 ns. Un filtrage est appliqué en dehors de cette zone.

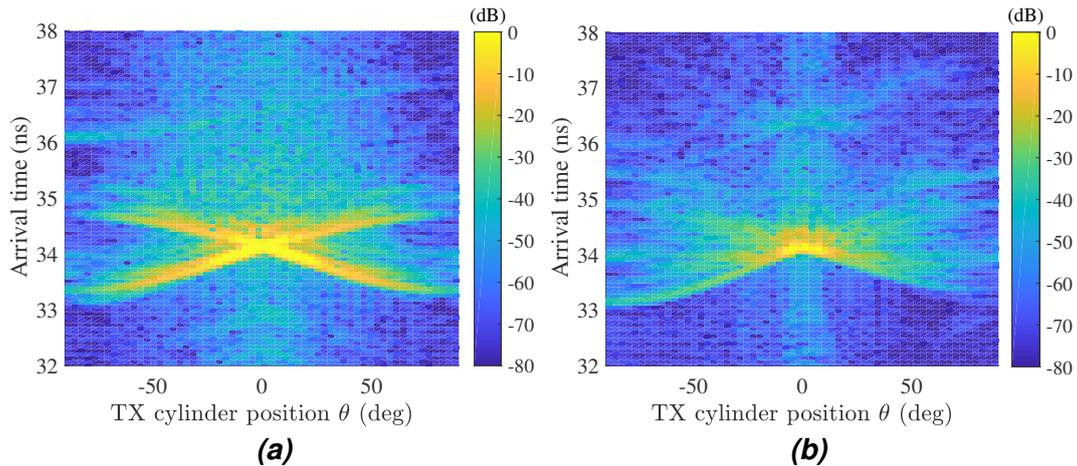


FIGURE 5.43. – Radargrammes correspondant aux champs diffusés des mesures **a)** de calibration et **b)** du mélange n°1 des bandelettes EPX.

5.6.3. Valeurs singulières

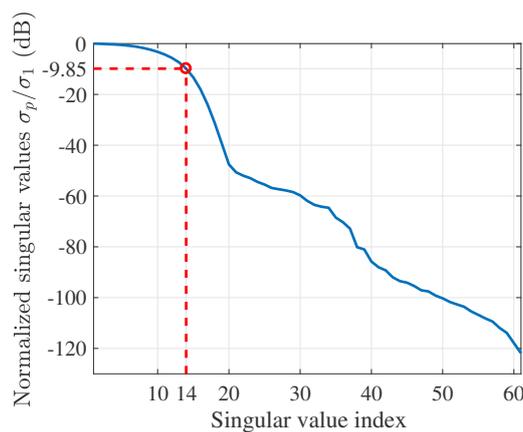


FIGURE 5.44. – Valeurs singulières normalisées.

Les valeurs singulières associées à cette mesure sont affichées sur la Fig. 5.44. Le paramètre de régularisation utilisé pour la méthode est déterminé en utilisant la méthode décrite dans la section 4.4.1. Le paramètre optimal est reporté sur la Fig. 5.44. En comparant avec la mesure sur le cylindre (avec le protocole C), on constate que le traitement de ce problème inverse nécessite une plus forte régularisation pour que la solution converge. Cela peut venir, d'une part, du biais de mesure qui est plus important ou d'autre part d'une diminution de la quantité d'information mesurée, par le changement de support. En effet, le changement de support modifie les variations du champ magnétique dans le domaine de l'échantillon au cours de la mesure.

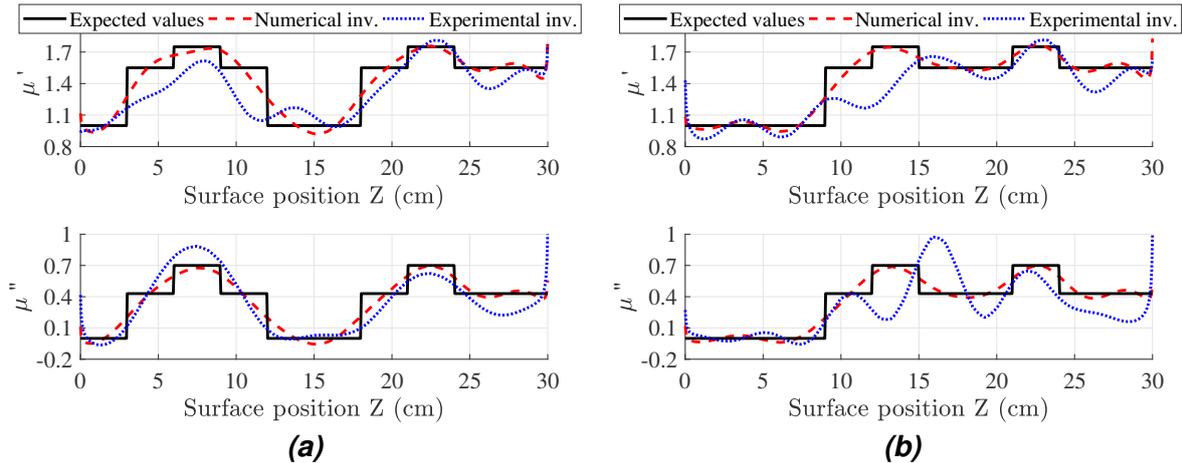


FIGURE 5.45. – Résultat du problème inverse par TSVD avec comme paramètre de régularisation $s = 14$, pour le numéro de mélange des EPX **a)** un et **b)** deux.

5.6.4. Résultats

Sur la Fig. 5.45 sont présentées les solutions du problème inverse obtenues par TSVD, avec un paramètre de régularisation $s = 16$. La figure **a)** correspond à la première répartition de bandelettes et la figure **b)** à la deuxième. La première courbe (en noir), correspond aux valeurs qui sont attendues. Elle a été construite en combinant la connaissance de la position des bandelettes et de leurs perméabilités respectives. La deuxième courbe (en rouge) correspond à la solution du problème inverse obtenue à partir du champ numérique calculé par éléments finis. Cette courbe permet de savoir ce qui est théoriquement atteignable quand il n’y a ni bruit de mesure ni biais. Enfin, la troisième courbe correspond à la solution obtenue à partir du champ expérimental et montre ce qui est atteignable par le système actuel. On observe que l’inversion numérique donne de bons résultats pour les deux distributions de bandelettes, alors que seule la solution expérimentale pour le premier jeu de bandelettes est correcte. L’interprétation directe de ces résultats est que d’une part le protocole C ne recueille pas suffisamment d’information lorsque que le support utilisé est le support plan. D’autre part, un biais de mesure vient s’ajouter avec l’utilisation de ce nouveau support, ce qui diminue la qualité de la solution.

La Fig. 5.46a présente les résultats du jeu de bandelette n°1, obtenue par TSVD avec une moins grande régularisation que pour la Fig. 5.45. Sur la figure **b)** est présenté le même résultat sur une plus grande plage de valeurs pour μ' , dans l’objectif de mieux observer la divergence de la solution. On observe qu’une diminution de la régularisation entraîne la divergence de la solution principalement sur les bords du domaine observé, ce qui n’était pas le cas dans les études précédentes.

Pour mieux comprendre l’origine de ce phénomène, on a tracé sur la Fig. 5.47 l’amplitude du champ magnétique, à proximité du support plaque. On remarque la présence de

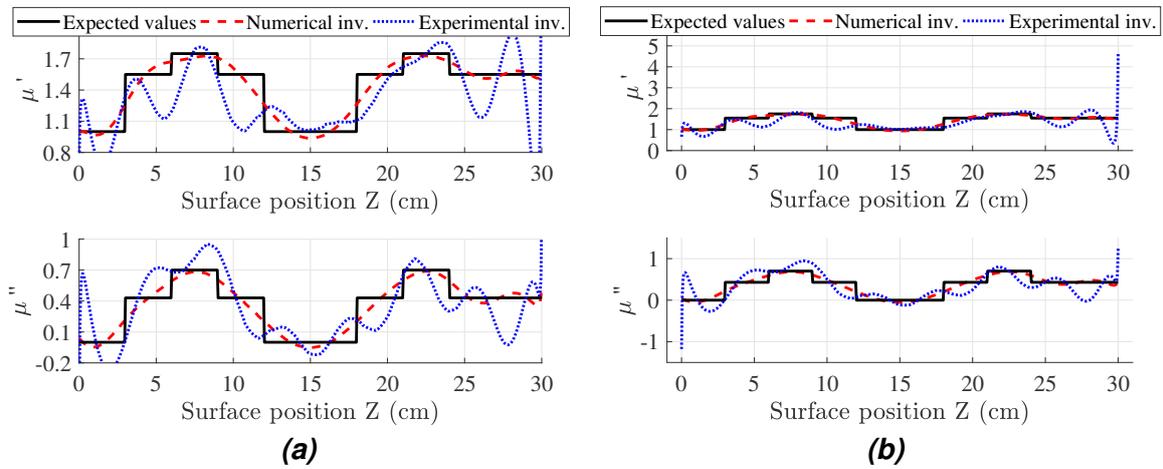


FIGURE 5.46. – Résultat du problème inverse par TSVD avec comme paramètre de régularisation $s = 18$, pour le numéro de mélange des EPX numéro deux. La figure **b)**, qui correspond à un zoom arrière de la figure **a)**, montre la divergence de la solution sur les bords de la plaque.

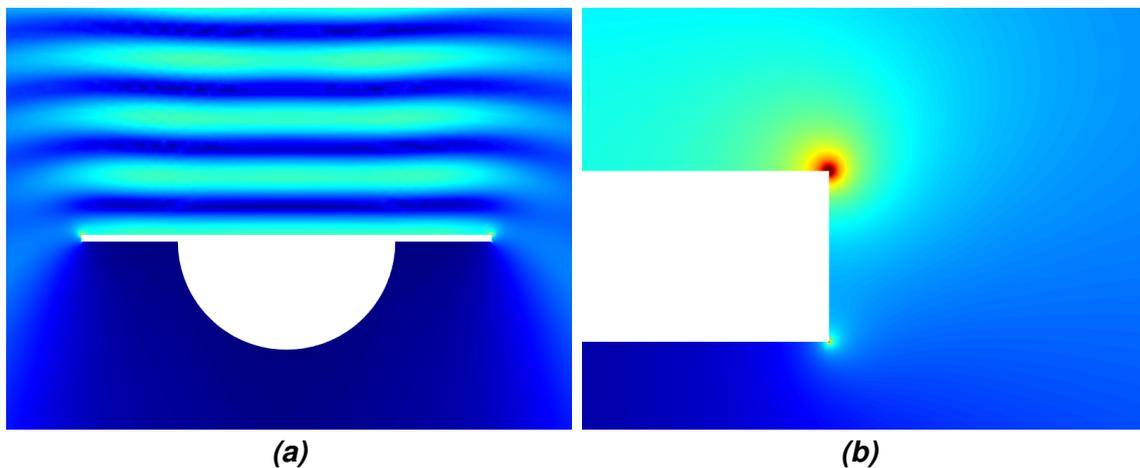


FIGURE 5.47. – Amplitude du champ magnétique (V/m) à la surface du support plan, lorsque la source est positionnée face au support. La figure **b)** est un agrandissement de la figure **a)** dans le coin supérieur droit du support.

singularités du champ électromagnétique dans les coins du support plan métallique. Il est connu, que les angles vifs entraînent des singularités du champ électromagnétique. La première conséquence est que la solution numérique par éléments finis nécessite un maillage plus fin pour converger. Le maillage de ces zones dans le modèle aux éléments finis a donc été densifié jusqu'à ce que la solution du champ électromagnétique converge. D'autre part, les angles vifs entraînent une sensibilité plus importante aux écarts de positionnement [79]. Dans cette étude, on constate que cette singularité pose aussi problème au niveau du traitement du problème inverse. En effet, quand la régularisation n'est pas assez forte, on observe une divergence de la solution au niveau de la singularité. Ce point singulier nous oblige à augmenter la régularisation du problème, et donc à diminuer la justesse de la solution. À l'inverse, il est connu qu'une variation spatiale lente du champ électromagnétique dans le domaine d'observation entraîne un meilleur conditionnement du problème.

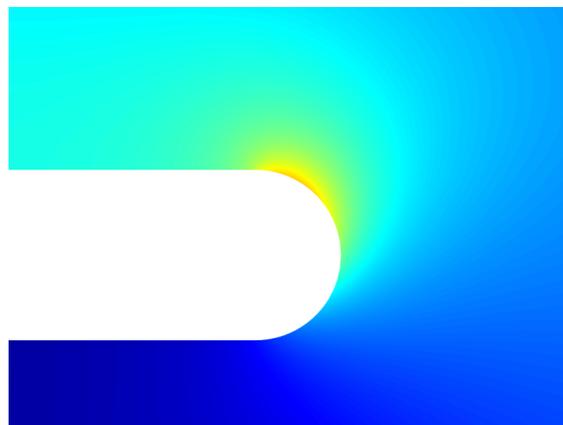


FIGURE 5.48. – Amplitude du champ magnétique à proximité du coin supérieur droit du support plan, auquel on a ajouté un arrondi.

Pour ces raisons, on préconise pour des travaux futurs d'usiner le support plaque en lui ajoutant des bords arrondis. Sur la Fig.5.48 est montrée l'amplitude du champ magnétique à proximité du coin supérieur droit du support plan, à bords arrondis. On observe la suppression de la singularité par l'ajout de l'arrondi métallique, ce qui permet d'améliorer le conditionnement du problème, de diminuer le nombre de mailles utilisées dans le modèle numérique et de diminuer le biais de mesure lié au positionnement du support. Cela a été vérifié numériquement.

5.6.5. Conclusion

Dans cette étude, on a réalisé l'imagerie 2D de matériaux magnéto-diélectrique EPX sur un support plan. Cela a validé notre capacité à porter la méthodologie sur des supports non canoniques, c'est-à-dire dont le champ diffusé ne peut pas être déterminé analytiquement. Néanmoins, on a vu à travers cet exemple que le changement de support peut entraîner des problèmes comme celui des angles vifs. Ensuite, il est nécessaire pour l'imagerie que le champ électromagnétique varie significativement dans le

domaine de l'échantillon d'une mesure sur l'autre, pour accumuler de l'information sur l'objet observé. De plus, il est préférable que ce champ fluctue spatialement de manière lente et sans singularité, car cela entraîne un meilleur conditionnement du problème. Pour ces raisons, on préconise d'étudier numériquement les supports de mesure avant de les mettre en oeuvre.

5.7. Étude VI : mesure magnéto-diélectrique sur espaceur

Dans cette sixième étude, on s'intéresse à présent à la mesure de la permittivité du matériau EPX. Pour cela, on propose de positionner un matériau magnétique inhomogène sur un espaceur discret, de façon à ce qu'il se situe dans un ventre de champ électrique, c'est-à-dire dans une zone où le champ électrique est fort et le champ magnétique est faible (voir Fig. 5.49).

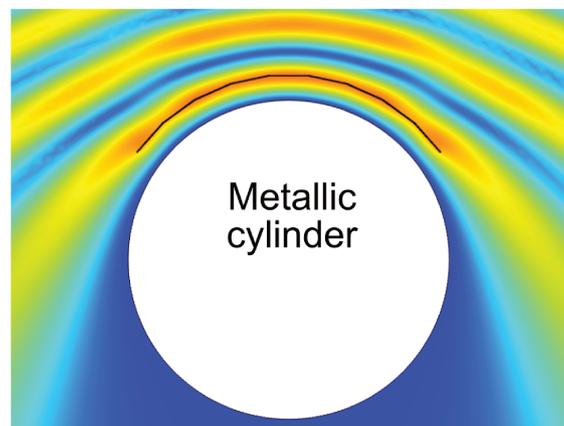


FIGURE 5.49. – Amplitude du champ électrique proche du cylindre métallique, quand les bandelettes EPX sont positionnées sur un espaceur discret, à 3,5 GHz.

Le matériau magnétique à inhomogénéité contrôlée est construit cette fois en assemblant 9 bandelettes EPX. Dans la section 3.3.3, nous avons vu que les mesures de tores sur les matériaux EPX présentaient une faible dispersion des valeurs de perméabilité, mais une dispersion beaucoup plus importante des valeurs de permittivité (voir Fig. 3.8). Pour ces raisons, on s'attend à de moins bons résultats expérimentaux que précédemment. L'ensemble de cette étude est réalisée à 3,5 GHz et avec le protocole B, excepté la mesure de calibrage obtenue avec le protocole A.

Sur la Fig. 5.50 sont présentées les configurations de mesure utilisées pour cette étude. L'espaceur a été réalisé en assemblant de fines bandelettes de caoutchouc et il est composé de 3 parties permettant de maintenir les bandelettes en trois points selon la hauteur, à $18,7(\pm 0,1)$ cm du support. Son effet sur les champs est négligé, c'est-à-dire qu'il n'est pas pris en compte dans le modèle. Contrairement aux cinq études précédentes, l'inconnue à résoudre n'est pas uniquement la perméabilité relative, mais

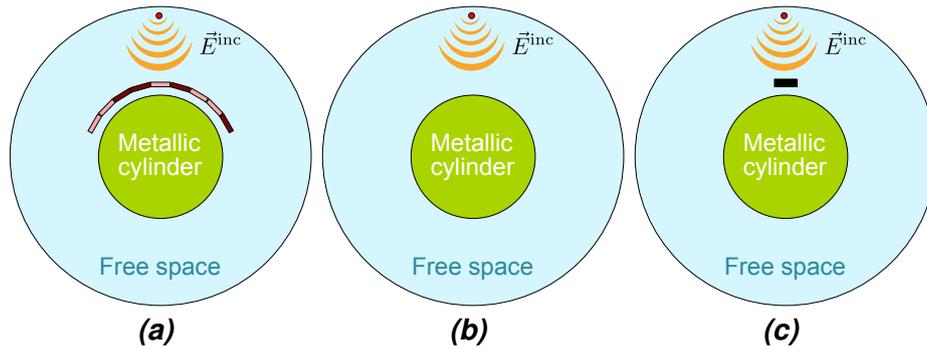


FIGURE 5.50. – Schémas des configurations de mesure utilisées pour l'étude VI, avec la mesure **a)** des 9 bandelettes sur l'espaceur, **b)** de la référence et **c)** de la bandelette métallique de calibrage sur l'espaceur. L'espaceur n'est pas représenté sur ces schémas car il n'est pas pris en compte dans le modèle numérique.

également la permittivité relative. De plus, comme la permittivité relative est importante, l'erreur associée à la linéarisation de Born est plus importante dans ce cas. Pour diminuer cette erreur, on a utilisé la méthode BIM qui est une méthode d'inversion non linéaire (voir section 4.7).

5.7.1. Faisabilité numérique de l'inversion diélectrique

On commence cette étude par une étude numérique pour évaluer la validité de l'approximation de Born et pour connaître la solution optimale théoriquement atteignable en l'absence de bruit ou de biais de mesure. De plus, on va mettre en évidence dans cette section, l'intérêt que présente une méthode non linéaire, lorsque l'erreur de linéarisation est importante.

5.7.1.1. Contributions magnétiques et électriques des matériaux EPX

Quand ils sont positionnés sur l'espaceur, les matériaux EPX créent un champ diffusé qui est différent de celui obtenu quand ils sont positionnés directement sur le cylindre métallique. Le modèle direct 2.13 est composé d'une partie électrique et d'une partie magnétique, et il est possible de comparer la contribution de ces deux parties, avant de réaliser l'approximation linéaire. Cela est possible, car nous avons estimé les propriétés électromagnétiques moyennes des matériaux EPX, par des mesures en ligne coaxiales.

Les deux contributions sont présentées sur la Fig. 5.51. On observe que contrairement aux études précédentes, le terme électrique est beaucoup plus important que le terme magnétique, avec un écart d'environ 25 dB. Cela vient du fait que l'échantillon est positionné dans un ventre de champ électrique, mais aussi du fait que la permittivité est 6 à 8 fois plus importante que la perméabilité. En conséquence, les propriétés magnétiques des matériaux sont négligeables pour l'imagerie de ce matériau.

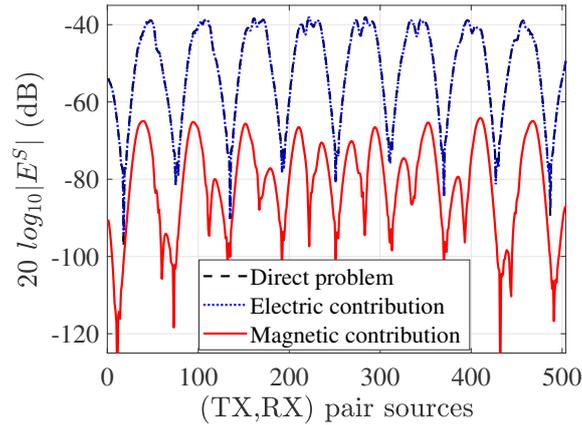


FIGURE 5.51. – Contributions électriques et magnétiques au champ diffusé pour le matériau magnéto-diélectrique de l'étude VI, positionné sur l'espaceur à 3,5 GHz.

5.7.1.2. Traitement non linéaire du problème inverse

La BIM (Born Iterative Method) est une méthode consistant à réinjecter la solution obtenue dans l'algorithme pour améliorer la solution (voir section 4.7). Pour simplifier cette étude, on choisit de réinjecter à chaque itération, non pas la solution $\varepsilon(r)$ obtenue à l'itération précédente, mais la moyenne $\langle \varepsilon(r) \rangle = \varepsilon_{\text{moy}}$ de cette dernière. Le champ \vec{E}^2 est calculé à chaque itération de l'algorithme en appelant Comsol à partir de Matlab. À chaque itération, le problème inverse est traité par TSVD avec un paramètre de régularisation égal à $s = 30$. La première itération de l'algorithme utilise comme milieu a priori l'air, c'est-à-dire un niveau moyen $\varepsilon_{\text{moy}} = 1 + 0i$, comme nous l'avons fait pour la perméabilité dans le cas des études précédentes. Dans cette sous-section, la permittivité et la perméabilité sont toutes deux des inconnues à résoudre.

Les résultats de l'étude numérique sont présentés sur la Fig. 5.52. On constate que seule la partie réelle de la permittivité est correctement reconstruite. La partie imaginaire de la permittivité est probablement trop petite pour être reconstruite correctement. Comparativement à μ'' des autres études, ε'' est nettement inférieur. On observe quand même une certaine corrélation avec ce que l'on attendait. Quant à la perméabilité, elle n'est pas correctement reconstruite, car l'échantillon se trouve dans un ventre de champ électrique. D'autre part, on remarque une amélioration significative de la solution par la méthode itérative. De plus, elle converge en seulement quelques itérations.

TABLE 5.4. – Évolution du niveau moyen ε_{moy} en fonction des itérations.

Itération	1	2	3	4	5	6
ε_{moy}	1+0i	6.57-2.60i	7.12-0.55i	7.18- 0.34i	7.18- 0.32i	7.18-0.32i

L'évolution du niveau moyen des propriétés électromagnétiques du matériau ε_{moy} est présentée dans le tableau 5.4, en fonction des itérations de l'algorithme d'inversion. Remarquons que la convergence s'obtient après 3 à 5 itérations, ce qui est plutôt rapide avec la méthode BIM. Cela s'explique, car seul le niveau moyen est mis à jour dans

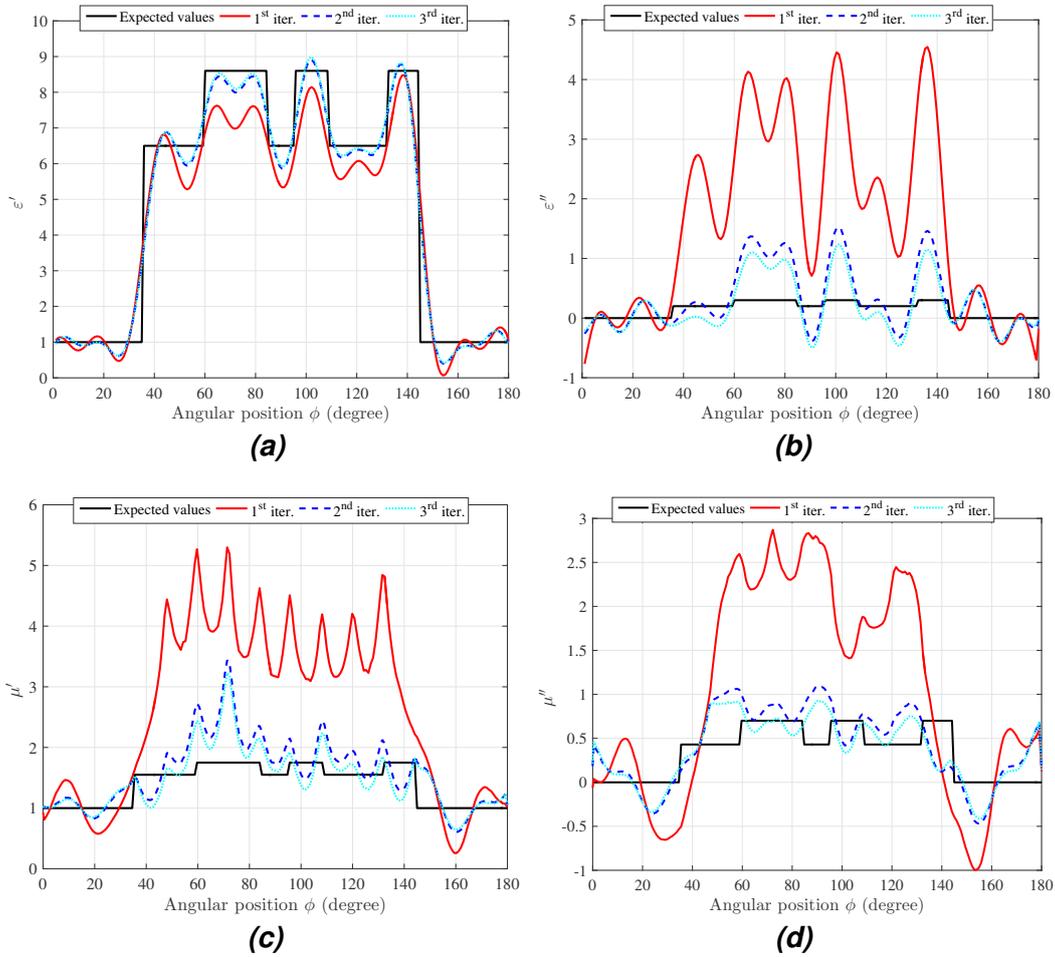


FIGURE 5.52. – Résultat du problème inverse par BIM, à partir du champ diffusé calculé par le problème direct. **a) b)** correspondent respectivement aux parties réelle et imaginaire de la permittivité. **c) d)** correspondent respectivement aux parties réelle et imaginaire de la perméabilité.

l'algorithme, ce qui accélère la convergence de la méthode itérative. De plus, une zone très restreinte de l'espace est observée.

5.7.1.3. Utilisation de l'information a priori du saut d'indice

Dans la section 4.6.2, on a mis en place une technique permettant d'atténuer l'effet du saut d'indice sur la solution à partir de la connaissance a priori du niveau moyen du matériau observé. Il est intéressant de l'utiliser ici, car l'algorithme possède déjà l'information a priori du niveau moyen du matériau. L'application de cette méthode est directe et ne nécessite pas de calculer à nouveau le modèle aux éléments finis.

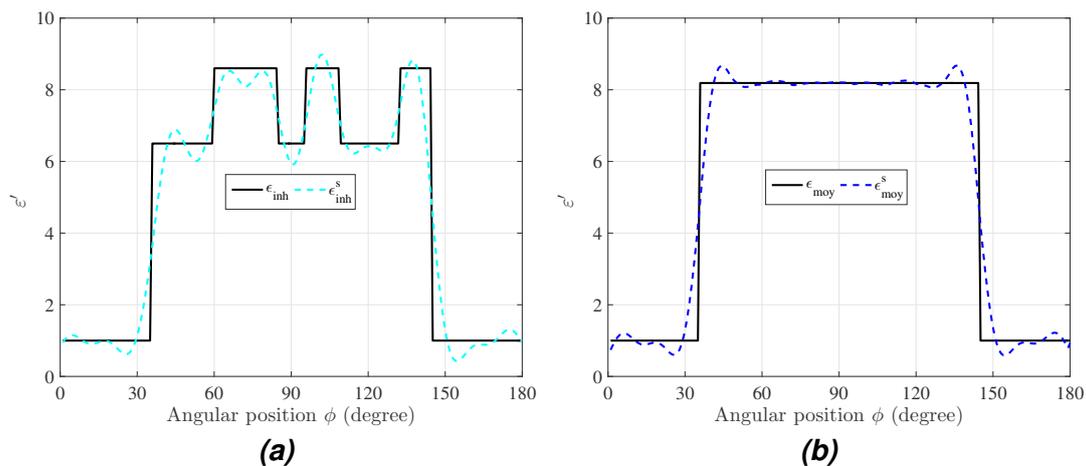


FIGURE 5.53. – Comparaison entre des propriétés EM initiales et la reconstruction numérique associée par la méthode BIM, **a)** pour le contraste inhomogène créé à partir des EPX et **b)** pour le niveau moyen correspondant ϵ_{moy} .

Sur la Fig. 5.53 sont présentés les solutions obtenues par l'algorithme d'inversion **a)** appliquées au contraste inhomogène ϵ_{inh} et **b)** au contraste homogène ϵ_{hom} issu de l'algorithme non linéaire. Pour **a)**, la solution ϵ_{inh}^s est obtenue après 3 itérations, alors que pour **b)**, la troisième étape de l'algorithme, contenant l'information a priori d'un milieu homogène, est utilisée directement pour calculer la solution ϵ_{hom}^s . La nouvelle solution est calculée, comme il est expliqué dans la section 4.6.2, en résolvant le calcul : $\epsilon_{new}^s = \epsilon_{inh}^s - (\epsilon_{moy}^s + \epsilon_{moy})$.

La solution ϵ_{new}^s obtenue par la nouvelle méthode est présentée sur la Fig. 5.54. On observe une amélioration significative de la reconstruction du saut d'indice, et de la reconstruction de la solution aux alentours du saut d'indice. La méthode introduite permet une amélioration de la solution par l'utilisation de l'information a priori disponible dans l'algorithme d'inversion. De plus, elle est simple à implémenter et n'augmente pas significativement le coût de calcul de l'algorithme de traitement.

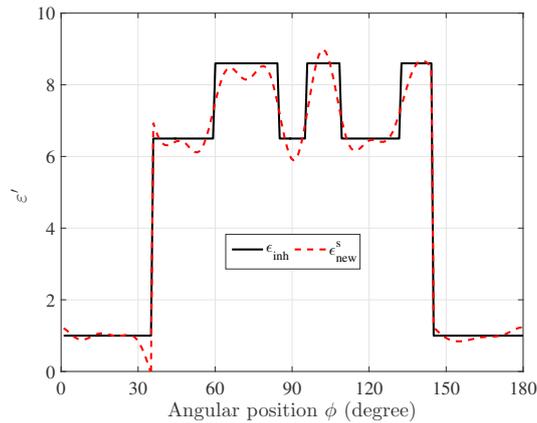


FIGURE 5.54. – Solution obtenue par la nouvelle méthode.

5.7.2. Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux de cette sixième étude sont préliminaires pour deux raisons. D'une part, les matériaux observés présentent à l'origine une dispersion spatiale de la permittivité (voir section 3.3.3) et il serait intéressant de refaire cette expérience avec des matériaux présentant une meilleure stabilité. D'autre part, l'espaceur utilisé est de mauvaise qualité, car c'est un prototype qui a été réalisé à la main. Il est envisagé à la suite de ces travaux de thèse de faire fabriquer des espaceurs par un usinage précis.

5.7.2.1. Mesure de calibration

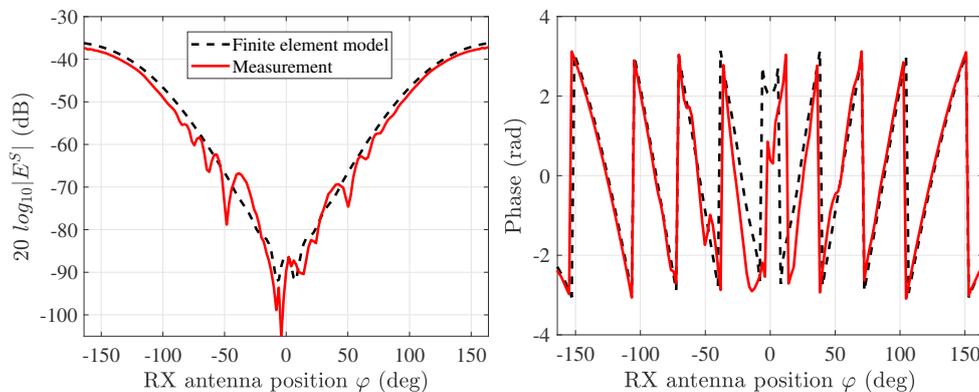


FIGURE 5.55. – Comparaison entre la mesure de calibration et le modèle aux éléments finis.

La mesure servant au calibration de cette étude est présentée sur la Fig. 5.55. Elle a été réalisée avec le protocole A, pour des raisons de simplicité. Cela permet de diminuer le temps de mesure par 7, et diminue le coût de calcul du modèle correspondant à l'objet de calibration. On observe une bonne concordance entre la mesure de calibration et son modèle, ce qui confirme qu'il est possible de négliger l'impact de l'espaceur sur les champs mesurés. Néanmoins, on constate un biais de mesure qui est plus important que

dans les études précédentes, ce qui confirme que l'usinage d'un espaceur améliorerait probablement la qualité des résultats de cette étude. De plus, si l'espaceur créé présente une géométrie 2D, on pourrait le prendre en compte dans les modèles aux éléments finis.

5.7.2.2. Radargrammes

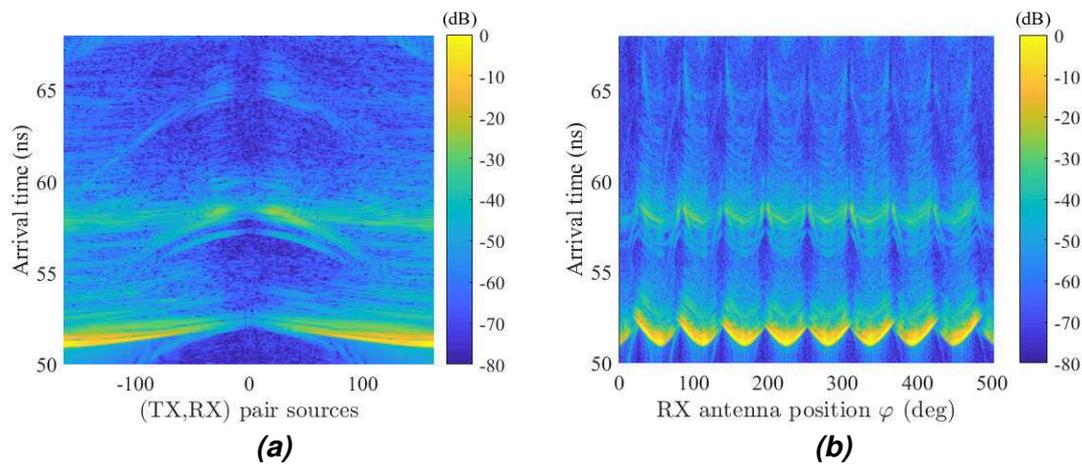


FIGURE 5.56. – Radargrammes correspondant au champ diffusé **a)** de la bandelette de calibrage et **b)** du matériau magnétique constitué de 9 bandelettes EPX et positionné sur l'espaceur.

Les radargrammes correspondants aux champs diffusés de la bandelette de calibrage et du matériau magnétique sont présentés sur la Fig. 5.56. On vérifie par cette mesure que les temps d'arrivée correspondants aux champs diffusés de la bandelette de calibrage et du matériau magnétique sont les mêmes. Le bruit en dehors de ce signal est supprimé par filtrage temporel (voir section 3.7.1).

5.7.2.3. Résultat du problème direct

La comparaison entre la mesure du champ diffusé du matériau magnétique et les modèles associés est présentée sur la Fig. 5.57. On observe une bonne concordance entre les trois courbes, alors qu'on s'attendait à un écart plus important entre la mesure et les modèles, du fait que le matériau réalisé a une permittivité relativement incertaine. En comparant avec les courbes du problème direct des études précédentes, on constate cependant des écarts entre la mesure et les modèles qui sont plus importants. Toutefois la dynamique de mesure est assez grande (environ 40 dB), ce qui diminue l'impact de ces écarts.

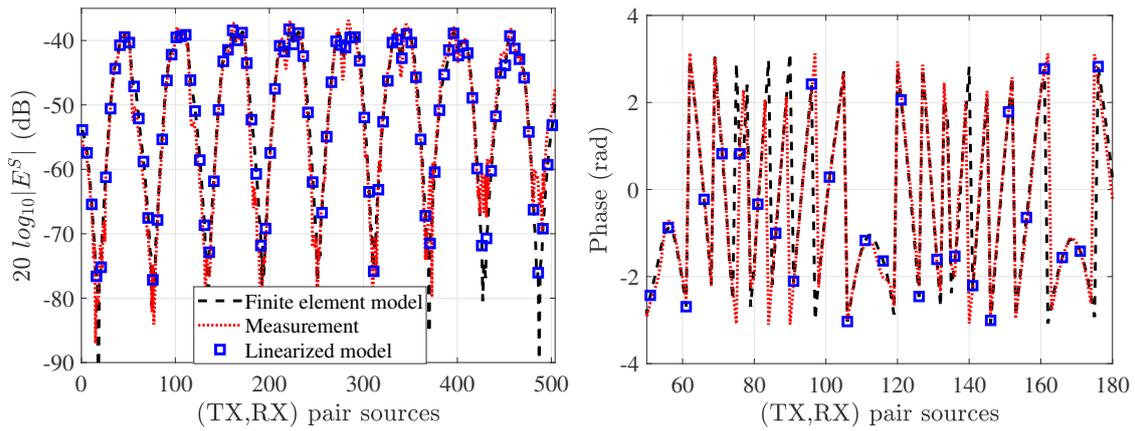


FIGURE 5.57. – Comparaison entre la mesure, le modèle aux éléments finis et le modèle linéaire pour la mesure du champ diffusé du matériau magnétique inhomogène sur l'espaceur.

5.7.2.4. Résultat du problème inverse

Le résultat du problème inverse, calculé par BIM à partir de la mesure expérimentale, est présenté sur la Fig. 5.58. Les points noirs avec les barres d'erreur sont obtenus à partir de la connaissance de la position des bandelettes ainsi que des niveaux qui ont été estimés dans le chapitre 3. Les barres d'erreurs de cette courbe correspondent à l'intervalle de confiance à 95 % et présentent une dispersion de permittivité assez importante. Sur les deux figures, les solutions des trois premières itérations de l'algorithme BIM sont tracées. On observe une concordance correcte entre la solution obtenue et attendue. D'autre part, on constate que l'algorithme non linéaire converge en trois itérations (voir table 5.5) et permet d'améliorer significativement la solution obtenue.

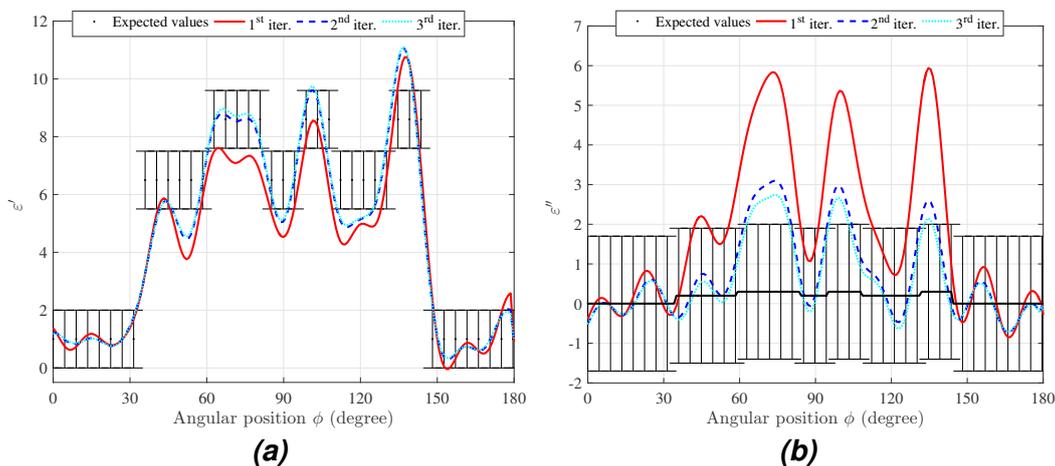


FIGURE 5.58. – Résultat du problème inverse par BIM, à partir du champ diffusé mesuré. **a) b)** correspondent respectivement aux parties réelles et imaginaires de la permittivité.

TABLE 5.5. – Évolution du niveau moyen ε_{moy} en fonction des itérations.

Itération	1	2	3	4	5	6
ε_{moy}	1+0i	6,99 - 1,03i	6,23 - 3,11	6,90 - 1,27i	6,99 - 1,03i	7,00 - 1,00i

La table 5.5 montre l'évolution du niveau moyen ε_{moy} en fonction des itérations. On constate que l'algorithme de traitement converge très vite. Comme nous l'avons vu précédemment dans l'étude numérique, cela vient du fait que seul le niveau moyen de la solution est mis à jour. Ensuite, on remarque qu'on aurait pu traiter le problème linéairement, en faisant la linéarisation directement à partir du niveau moyen qui a été estimé par les mesures en ligne coaxiale.

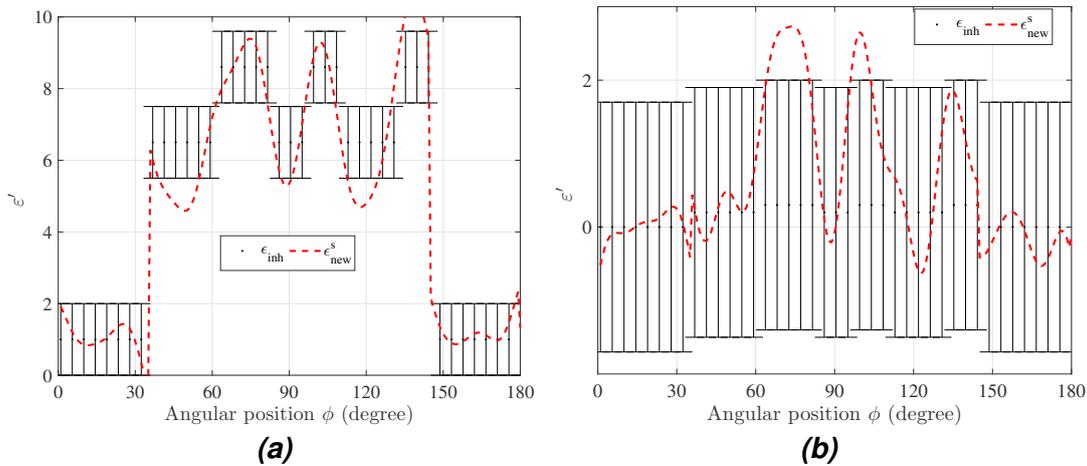


FIGURE 5.59. – Solution expérimentale du problème inverse par BIM (3e itération), avec l'utilisation de la nouvelle méthode utilisant l'information a priori du saut d'indice.

Sur la Fig. 5.59 est présenté la solution expérimentale du problème inverse par BIM (3e itération), obtenue avec l'utilisation de la nouvelle méthode utilisant l'information a priori du saut d'indice. On observe que la méthode permet d'améliorer la solution à la position du saut d'indice, mais n'améliore pas la solution en dehors du saut d'indice.

5.7.3. Conclusion

Dans cette étude, on a reconstruit la permittivité du matériau EPX en le positionnant sur un espaceur de 18,7 cm d'épaisseur. Bien que le matériau EPX ait une permittivité peu précise, les résultats obtenus sont plutôt encourageants. La permittivité observée est suffisamment élevée pour que l'approximation linéaire ne soit pas valide, et on a observé comment un algorithme non linéaire permet d'améliorer le traitement du problème. Le problème des matériaux hauts contrastes est connu pour être un point critique des méthodes d'inversion. Cependant dans notre cas, le contraste n'est pas si fort et l'algorithme donne une solution plutôt correcte. Il serait intéressant de refaire cette étude avec un espaceur et des matériaux de meilleure qualité, et d'utiliser d'autres méthodes non linéaires.

5.8. Conclusion

Dans ce chapitre, six études ont été réalisées pour la validation en 2D de notre système de caractérisation non destructif de matériaux magnéto-diélectriques inhomogènes. La première étude, réalisée avec des échantillons placés sur un support métallique cylindrique, valide notre démarche par une comparaison avec une méthode de caractérisation destructive où des échantillons prélevés sont placés dans une ligne coaxiale. Nous avons confirmé à travers cette étude notre capacité à obtenir un résultat quantitatif. La deuxième étude a permis via des mesures de répétabilité et de reproductibilité d'évaluer en partie les incertitudes de mesure associées à notre système. L'algorithme de traitement s'est montré très robuste face au bruit et aux biais de mesure. On a ensuite, dans une troisième étude, fait varier la distance entre deux échantillons pour évaluer la résolution spatiale du système. Ainsi, grâce à l'utilisation de l'information a priori de l'épaisseur moyenne du matériau, nous obtenons une très bonne résolution, car elle est inférieure à $\lambda/4$. Une quatrième étude montre que notre système est capable de déterminer la perméabilité effective d'un matériau poreux, là où les méthodes classiques destructives ont montré une plus grande dispersion des mesures. Dans une cinquième étude, on a mesuré les échantillons sur un support métallique plan pour démontrer notre capacité à pouvoir imager les matériaux sur différents supports. Enfin, la sixième étude présente des résultats préliminaires de l'imagerie de la permittivité, en plaçant les échantillons sur un espaceur. Les résultats de cette étude sont moins précis, car la permittivité des matériaux mesurés n'est pas bien maîtrisée (voir section 3.3.3) et l'espaceur réalisé est de mauvaise qualité. De plus, cette dernière étude se confronte au problème des hauts contrastes, qui est connu pour être le point critique des méthodes d'inversion.

À travers les six études de ce chapitre, nous avons cherché à étudier l'écart qui sépare les solutions expérimentales obtenues des solutions attendues, qui ont été déterminées par d'autres méthodes. Cet écart a pour origine des phénomènes qui contribuent de façon plus ou moins importante. Ci-dessous est présentée une liste non exhaustive de ces phénomènes, que nous avons classés selon leur contribution à l'écart sur la solution.

Les phénomènes qui contribuent fortement à l'écart sont :

- Les variations spatiales discontinues des propriétés électromagnétiques du domaine observé. c'est notamment par exemple le cas de la séparation du matériau avec l'air. Elles sont à l'origine d'une erreur importante, qui peut être diminuée en affinant la méthode d'inversion.
- Le rapport entre la longueur d'onde et la dimension de la fluctuation étudiée. La résolution spatiale dépend essentiellement de ce rapport.
- La validité de l'approximation linéaire. Elle dépend principalement du contraste des matériaux et de la taille des échantillons observés en fonction de la longueur d'onde.
- La méthode d'inversion utilisée et la valeur du paramètre de régularisation.

- La qualité et la quantité d'information mesurées. On peut les améliorer en optimisant le protocole de mesure.
- L'amplitude du signal observé. Son impact n'a pas été étudié dans ce chapitre, mais il est notoire que l'amélioration du rapport signal sur bruit améliore la reconstruction de la solution.

Les phénomènes qui contribuent très faiblement à l'écart :

- Les fluctuations du PNA et le drift temporel lié aux variations naturelles de l'environnement de mesure. Les incertitudes de répétabilité chiffrent leur effet et nos premières estimations indiquent qu'elles sont très probablement négligeables.
- Le positionnement des échantillons : les premières études de reproductibilité permettent de penser qu'une erreur de positionnement ne décale que très légèrement la solution.
- L'alignement du système expérimental : des études numériques réalisées en début de thèse et non présentées dans ce rapport, portant sur un cylindre et une plaque métalliques ont montré qu'un décalage du support de moins de $300 \mu\text{m}$ a un impact très faible sur la solution obtenue.
- Les fluctuations de référence à partir desquelles sont calculés les écarts : les échantillons utilisés pour créer une fluctuation contrôlée ne sont pas parfaitement homogènes. En outre, la solution attendue est déterminée à partir de mesures en guide coaxial elles-mêmes assujetties à des incertitudes.
- Les erreurs numériques (modèle FEM, calculs d'intégrales). Dans notre cas, elles se sont généralement avérées négligeables. Cependant le cas de la plaque à bords vifs, qui a nécessité un raffinement du maillage, a montré qu'il fallait toujours rester vigilant vis-à-vis de ce type d'erreur.

Cet inventaire reflète la complexité des systèmes d'imagerie par micro-ondes. Notre objectif est de réaliser un système permettant d'observer des matériaux avec un écart le plus réduit possible. Notre démarche visait donc à identifier ces phénomènes multiples à travers différentes études, puis à comprendre comment réduire les sources d'erreur les plus importantes.

6. Augmentation de l'information par l'introduction de sources secondaires

Dans les chapitres précédents, les travaux présentés se placent dans une hypothèse de géométrie 2D. Ce dernier chapitre dépasse cette hypothèse et s'intéresse à l'amélioration du banc afin qu'il puisse effectuer l'imagerie 3D. Pour cela, on va dans une première étude, introduire le concept des sources secondaires, et montrer l'intérêt qu'elles présentent pour l'imagerie 2D. Cette étude, qui est uniquement numérique, reprend les configurations de mesure étudiées dans les chapitres précédents. Un design innovant est alors proposé pour l'extension du banc pour l'imagerie 3D. Ce dernier utilise une source secondaire, qui est un tore métallique, pour acquérir de l'information 3D. Une étude numérique complète en 3D est réalisée pour en démontrer la faisabilité.

6.1. Introduction

Dans les chapitres précédents, on a constaté l'importance de la quantité d'information sur le traitement du problème inverse. De plus, à travers l'expression du modèle direct (2.13), on voit que cette information s'enrichit en faisant varier les champs \vec{H}^2 et \vec{H}^1 dans le domaine de l'échantillon, c'est-à-dire les champs créés par les antennes d'émission et de réception (par réciprocité). Le problème linéarisé se ramène finalement à un système d'équations linéaires où les propriétés des matériaux sont les inconnues, les champs \vec{H}^2 et \vec{H}^1 pondèrent ces inconnues et le champ mesuré \vec{E}^s donne le résultat des différentes équations. Ce constat aide à comprendre que les pondérations doivent varier significativement pour enrichir l'information sur les inconnues.

L'idée des sources secondaires est de faire varier les champs \vec{H}^2 et \vec{H}^1 (toujours dans le domaine de l'échantillon) par un autre moyen que le déplacement des antennes. Si par exemple, une sphère métallique est positionnée proche de l'objet observé, cette dernière viendra modifier de façon importante le champ électromagnétique dans l'échantillon. Les sources secondaires apportent un degré de liberté supplémentaire dans la conception de systèmes tomographiques par micro-ondes. À noter que leur utilisation nécessite la modélisation complète de leurs structures, ce qui devient de plus en plus possible avec l'amélioration des capacités de calcul des ordinateurs.

Nous avons trouvé très peu d'articles utilisant le concept des sources secondaires pour l'imagerie par micro-onde. Dans l'article [106], Mojabi & al. ont développé un nouveau système de mesure 2D en champ proche, contenu dans une cavité métallique triangulaire (voir Fig. 6.1). Dans ce système, les antennes sont fixes, tandis que la cavité est en rotation autour du système. Les auteurs démontrent qu'un nombre restreint d'antennes

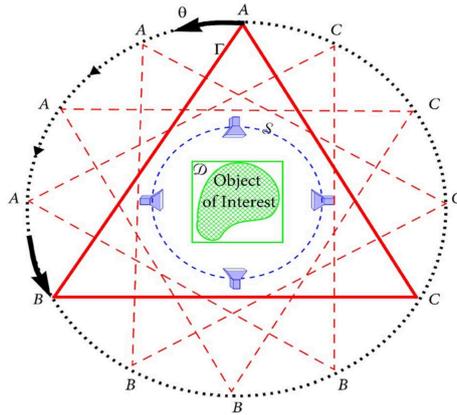


FIGURE 6.1. – Schéma du système développé dans [106], où une cavité métallique en triangulaire tourne autour d'un système en champ proche pour augmenter l'information.

peuvent être utilisées pour recueillir suffisamment d'information, grâce à la rotation de la cavité métallique, qui vient modifier la forme du champ électromagnétique.

En optique, l'utilisation de sources secondaires a été introduite, par exemple dans [107]. L'idée est de rajouter des éléments dans le faisceau incident afin d'améliorer d'une part la focalisation du faisceau incident, d'autre part d'augmenter localement la résolution spatiale atteignable en changeant le nombre d'onde.

Dans ce chapitre, on cherche à développer un système permettant l'imagerie de surfaces 3D, sans modifier le mouvement des antennes actuelles. Cette étude provient du constat qu'un banc d'imagerie 3D classique (où les antennes se déplacent selon la surface d'une sphère) est généralement coûteux et long à développer [39]. Le déplacement des antennes entraîne le mouvement des câbles hyperfréquences, et donc de nouveaux problèmes à traiter. Par exemple, il est nécessaire d'implémenter une méthode pour prendre en compte le drift entraîné par le déplacement des câbles hyperfréquences [81]. De plus, les sources secondaires sont peu utilisées en tomographie micro-onde, et il n'est pas impossible que les résultats obtenus soient meilleurs par cette approche. Par manque de temps, les études présentées dans ce chapitre sont uniquement numériques, mais basées sur les configurations de mesure qui ont été réalisées précédemment pour l'imagerie 2D.

6.2. Imagerie 2D du matériau EPX avec le déplacement d'une source secondaire

Dans cette section, on fait l'imagerie 2D d'une répartition de matériaux EPX comme il a été fait précédemment (voir section 5.2), mais cette fois avec l'utilisation d'une source secondaire. Un nouveau protocole est défini, dans lequel une seule antenne est utilisée

pour émettre et recevoir le signal. Dans ce protocole, l'antenne et la cible sont stationnaires, alors qu'une source secondaire est introduite pour accumuler de l'information. L'ensemble de cette étude est faite à 3,5 GHz.

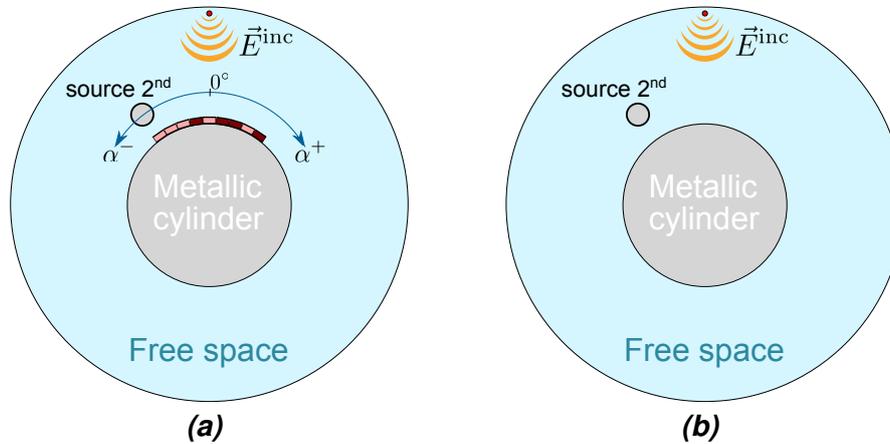


FIGURE 6.2. – Schémas des différentes combinaisons de mesure utilisées pour l'étude avec la source secondaire en 2D, avec la mesure **a)** des 9 bandelettes EPX et **b)** de la référence. La source secondaire est déplacée selon α .

La configuration de mesure utilisée est décrite sur la Fig. 6.2. Dans cette expérience, on choisit comme source secondaire un cylindre métallique de rayon $r=7,95$ cm, ce qui correspond au cylindre métallique A dont nous disposons (voir section 3.3.2). Notons que cette expérience pourrait être réalisée avec une source secondaire diélectrique. L'espace entre le support et la source secondaire est de 1 cm, soit $\lambda/8,5$, ce qui correspond à la zone de champ proche [63] de la source secondaire. Le déplacement de la source secondaire est décrit par l'angle α , qui varie dans l'intervalle $[-120^\circ, 120^\circ]$, selon 81 points équirépartis. Cette configuration de mesure a été choisie, car elle est réalisable simplement avec notre dispositif expérimental. Par exemple, on pourrait enlever l'antenne qui sert habituellement à la réception (sur le bras récepteur qui est mobile), pour y positionner la source secondaire.

Sur la Fig. 6.3 est présenté l'amplitude du champ magnétique dans la référence lorsque la source secondaire a comme positions $\alpha = -12^\circ$ et $\alpha = -42^\circ$. On observe une modification importante du champ magnétique du fait de la présence de la source secondaire, dans le domaine de l'échantillon. Le déplacement de la source secondaire permet de faire varier rapidement le champ magnétique, ce qui est bien pour accumuler de l'information. Les problèmes directs et inverses sont résolus de façon analogue aux études du chapitre 5, à ceci près que dans cette étude, le champ diffusé $\vec{E}^s(\vec{r}_{\text{source secondaire}})$ ne dépend que de la position de la source secondaire.

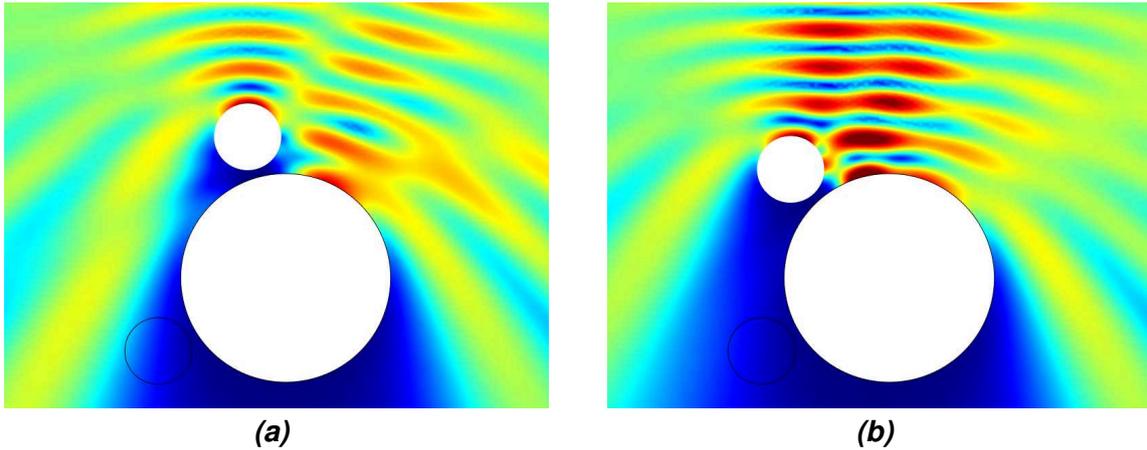


FIGURE 6.3. – Amplitude du champ magnétique (dB) à proximité du cylindre métallique support, pour **a)** $\alpha = -12$ et **b)** $\alpha = -42$.

6.2.1. Valeurs singulières

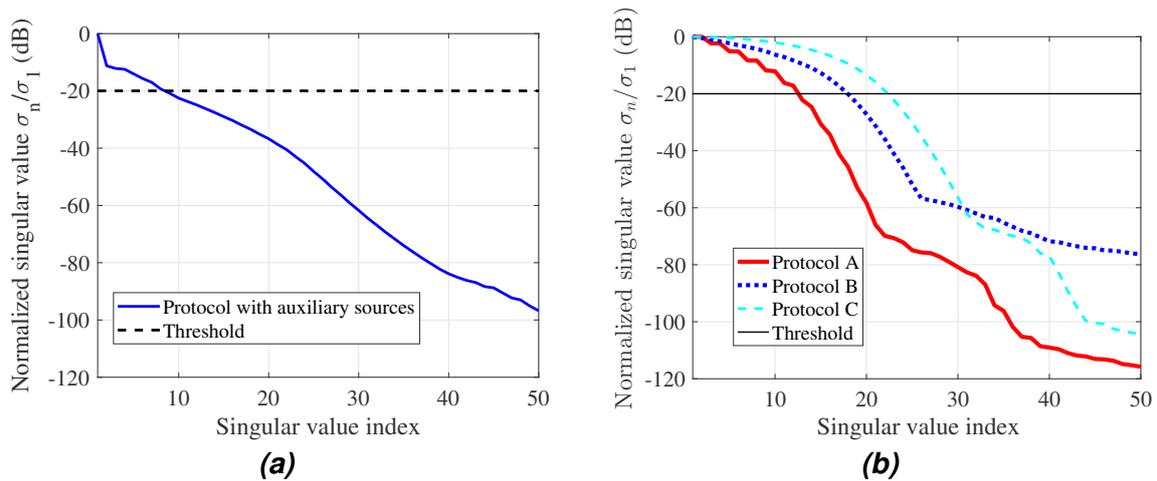


FIGURE 6.4. – Valeurs singulières normalisées pour **a)** l'étude avec la source secondaire et **b)** les 3 protocoles de l'étude I du chapitre 5.

Les valeurs singulières correspondantes à la SVD de l'opérateur de diffraction sont présentées sur la Fig. 6.4. Le modèle direct a été calculé avec l'approximation de Born, c'est-à-dire en remplaçant le champ en présence de l'échantillon, par le champ en l'absence de l'échantillon. On remarque pour ce nouveau protocole de mesure, une décroissance brutale des premières valeurs singulières, comparées à celles obtenues avec les protocoles A, B et C qui utilisent plusieurs positions d'antennes et/ou de la cible. La conséquence est que ce nouveau protocole permet d'acquérir moins d'information que ceux utilisant le déplacement des antennes. Cependant, cela n'indique rien sur la qualité de l'information. En effet, on peut voir que pour le protocole C, plus de valeurs singulières sont utilisables pour traiter le problème expérimental que pour le protocole

B, alors que le protocole B donne de meilleurs résultats (voir section 5.2). Afin d'être représentatif des expériences qui ont été menées dans le chapitre précédent, on choisit de régulariser le problème par TSVD avec des paramètres de coupure qui valent $s = 8$ et $s = 12$, car ils correspondent, approximativement aux coupures de -15, -25 dB utilisées dans les expériences du chapitre 5.

6.2.2. Résultat du problème direct

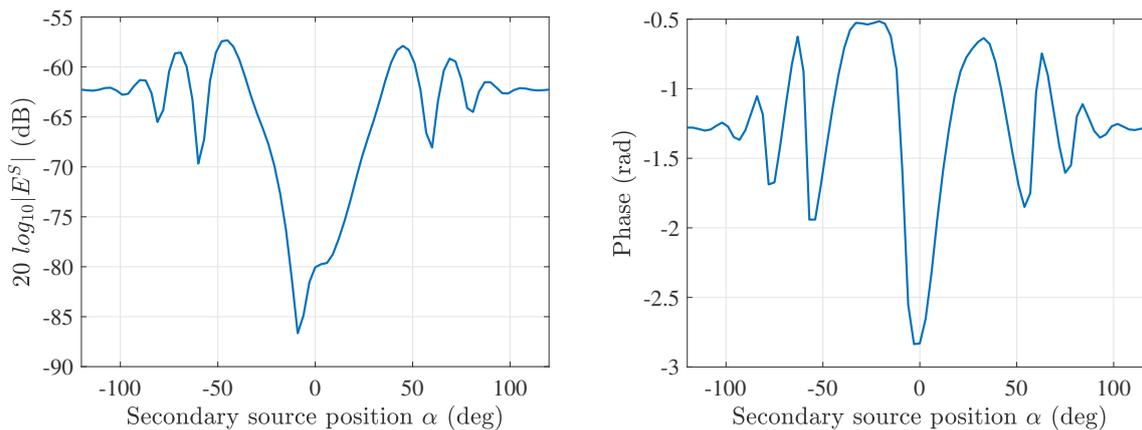


FIGURE 6.5. – Résultat numérique du problème direct, calibré avec le coefficient de calibrage de l'étude I du chapitre 5.

Le résultat numérique du problème direct est présenté sur la Fig. 6.5. La solution est obtenue en faisant l'approximation de Born, et est calibrée avec le coefficient de calibrage calculé dans l'étude I (voir section 5.2). Étant donné que le modèle de cette étude est très similaire à celui de l'étude I (la source est identique), la solution présentée est représentative du résultat que nous aurions si nous faisons la mesure. On observe une bonne dynamique (aux alentours de 30 dB de variation) du signal éventuellement mesurable. En termes d'amplitude, il est au-dessus du plancher de bruit de mesure, ce qui laisse espérer qu'il sera mesurable. L'autre point à remarquer sur ces courbes, c'est que le champ diffracté est à variations lentes vis-à-vis de l'angle α , ce qui veut dire qu'il devrait être possible d'appliquer du filtrage angulaire.

6.2.3. Résultat du problème inverse

Le problème inverse est régularisé par TSVD et sa solution est présentée sur la Fig. 6.6 pour les paramètres de régularisation, **a)** $s = 8$ et **b)** $s = 12$. On observe un très bon accord entre la solution et le contraste initial, malgré le peu d'information collecté par la source secondaire. Néanmoins, la quantité et la qualité de l'information contenue dans ce jeu de mesure sont faibles. En effet, lorsque $s = 8$, la solution n'est plus correcte alors que dans l'étude I (du chapitre 5), la solution reste correcte lorsqu'on diminue le paramètre de coupure s , pour les protocoles B et C.

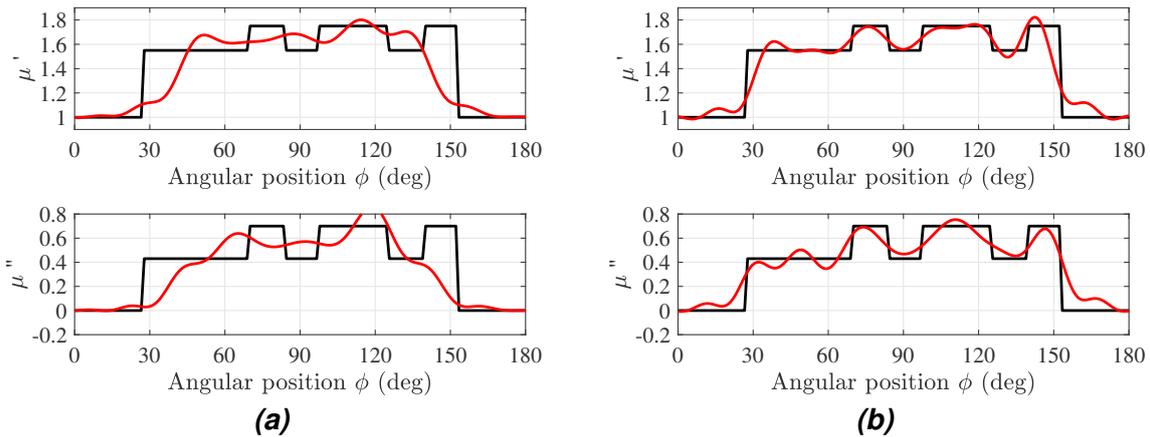


FIGURE 6.6. – Résultat du problème inverse lorsque le paramètre de régularisation est égal à **a)** $s = 8$ et **b)** $s = 12$.

6.2.4. Conclusion

Cette étude montre le potentiel que présente l'utilisation de source secondaire pour améliorer notre système. En effet, la source secondaire peut être ajoutée à l'expérience dès lors qu'elle est modélisée dans le calcul aux éléments finis. On a montré qu'avec une seule position d'antenne et le déplacement d'une source secondaire cylindrique et métallique, on obtient une grande partie de l'information nécessaire pour traiter le problème. Il reste néanmoins un travail d'optimisation à réaliser pour améliorer le design de cette source secondaire. Ajoutons que dans notre cas, on aurait également pu faire tourner la cible sur elle-même et que l'on pourrait aussi imaginer faire tourner la source secondaire sur elle-même (dans le cas où elle ne serait pas à symétrie de révolution), pour enrichir l'information de mesure collectée.

6.3. Application numérique pour l'imagerie 3D

Précédemment, on a validé numériquement en 2D l'intérêt que présentent les sources secondaires pour l'imagerie de surfaces magnétiques. À présent, on va s'intéresser au potentiel qu'elles présentent pour faire évoluer le banc de mesure en un dispositif d'imagerie 3D. Plusieurs raisons motivent cette étude, entreprise avant d'investir dans un système d'imagerie 3D classique. D'une part, les systèmes 3D sont coûteux et longs à développer, et ils ont le problème d'utiliser de longs câbles hyperfréquences, mobiles pendant la mesure. D'autre part, nous avons montré dans l'étude I du chapitre 5 que l'utilisation d'une seule antenne stationnaire avec la rotation de la cible sur elle-même permet l'acquisition d'une information suffisante pour remonter aux propriétés de matériaux 2D. Les sources secondaires fournissent un degré de liberté supplémentaire dans le design du système de mesures, permettant potentiellement de créer un système d'imagerie 3D rapide à réaliser et de faible coût. Dans cette section, on réalise une étude numérique 3D, pour en étudier la faisabilité.

L'étude consiste à imager des matériaux magnétiques sur la surface d'un cylindre métallique faisant 12,35 cm de rayon et 60 cm de hauteur. On utilise d'une part la rotation de la cible sur elle-même (comme avec le protocole C) pour obtenir de l'information latérale, et on utilise un tore métallique pour acquérir de l'information selon la hauteur z du cylindre. Le tore a un rayon inférieur de 7 mm et est situé à 5 mm de la surface du cylindre métallique. L'étude est menée à 3 GHz, ce qui implique que le tore se situe à une distance de $\lambda/20$ du cylindre métallique. Étant donné la taille importante des objets considérés (le support et la source secondaire), ils se situent en champ proche l'un de l'autre.

TABLE 6.1. – Définition du protocole de mesure 3D

Protocole	Quantité	θ (deg)	N_θ	z (cm)	N_z
D	S_{11}	$[-90,90]$	13	$[0,1;0,5]$	17

Le protocole de mesure utilisé est défini dans la table 6.1, où θ correspond à l'intervalle de rotation de la cible sur elle-même, N_θ le nombre de points de rotation équidistants, z l'intervalle de position pour les hauteurs du tore, et N_z le nombre de points équidistants des positions de la source secondaire.

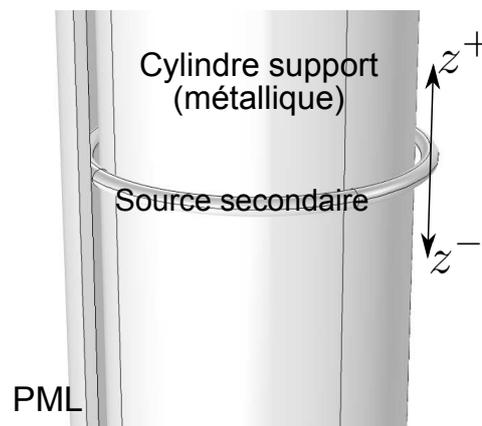


FIGURE 6.7. – Vue 3D de la source secondaire utilisée, qui est un tore métallique se déplaçant le long de la hauteur du cylindre.

La Fig. 6.7 montre une vue 3D de la géométrie utilisée. Dans cette géométrie, le cylindre métallique C est modélisé entièrement en 3D et est entouré de couches PML (Perfectly Matched Layer) dont le but est d'absorber les ondes électromagnétiques pour simuler un environnement en espace libre. Les couches PML sont définies proches du cylindre métallique (voir annexe A), à 3 cm, pour réduire le coût de calcul associé. Cela est important, car nous devons faire ce calcul pour 221 combinaisons (θ, z) et mailler l'air en 3D est très coûteux). Théoriquement, ce problème pourrait être traité avec un modèle axisymétrique, mais on fait le choix de ne pas le faire ici, pour évaluer le coût

de calcul nécessaire si la géométrie n'est pas symétrique. L'éclairage est modélisé par une onde plane, polarisée selon z .

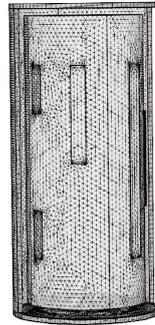


FIGURE 6.8. – Vue 3D du maillage du modèle numérique utilisé pour cette étude. On peut voir sur cette figure des morceaux de bandelettes EPX répartis sur le cylindre.

Sur la Fig. 6.8 est présenté une vue complète 3D de la configuration avec quelques matériaux EPX répartis à la surface du cylindre. Dans cette vue, la source secondaire n'est pas présente. L'idée de cette étude est alors d'étudier l'impact de la source secondaire, et de voir si elle est suffisante pour acquérir de l'information selon la hauteur du cylindre.

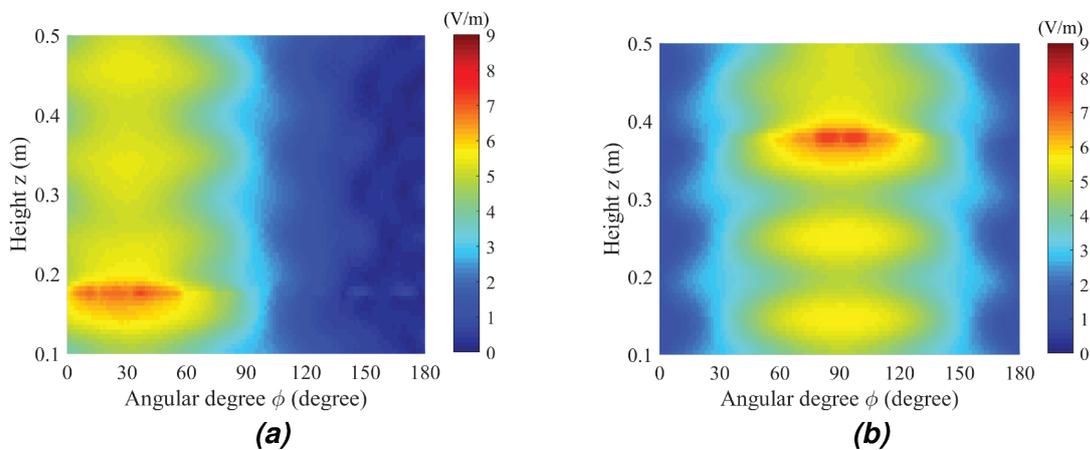


FIGURE 6.9. – Amplitude normalisée du champ magnétique à 2 mm de la surface du cylindre métallique pour les positions de sources **a)** ($\theta = -60$, $z = 0, 15$) et **b)** ($\theta = 0$, $z = 0, 375$)

Pour illustrer le choix de design utilisé, on a tracé sur la Fig. 6.9 la norme du champ magnétique à 2 mm de la surface du cylindre métallique et pour deux positions du couple (source, source secondaire). Les champs ont été extraits sur une grille de coordonnées cylindriques contenant $9 \times 121 \times 67$ points et correspondant aux coordonnées r , θ et z . Les deux dimensions considérées pour étudier le champ magnétique sont z et ϕ , ϕ décrivant la surface latérale du cylindre, dans un système de coordonnées qui est fixe

par rapport au support (voir section 3.2). Rappelons en particulier que $\phi = 90^\circ - \theta$.

On observe que le champ magnétique change en fonction de la position des sources primaires et secondaires. Comme attendu, le champ magnétique est d'amplitude plus grande en face de la source principale. Ensuite, on remarque un comportement typique d'une onde stationnaire selon l'axe vertical z , dû à la dimension finie du cylindre métallique. Enfin, on peut voir un maximum du champ magnétique à l'altitude où se trouve effectivement le tore. En faisant donc varier la position des sources primaires et secondaires, on peut balayer entièrement la surface du cylindre métallique, générant ainsi des zones de focalisation du champ magnétique, à la fois angulairement et verticalement.

6.3.1. Valeurs singulières

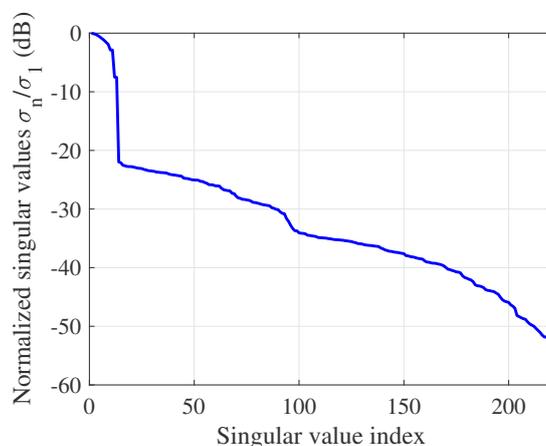


FIGURE 6.10. – Valeurs singulières normalisées

Sur la Fig. 6.10 sont présentés les valeurs singulières normalisées, issues de la décomposition en valeurs singulières de l'opérateur de diffraction. Comme pour le cas précédent, on observe que les valeurs singulières ont une forte décroissance pour les premières valeurs. Elles restent cependant relativement hautes comparées aux études précédentes, ce qui révèle un meilleur conditionnement du jeu de mesure. En effet, la valeur singulière de rang 50 correspond à un niveau de -25 dB, ce qui est approximativement le niveau de coupure pour la régularisation des études du chapitre 5.

6.4. Imagerie d'un contraste prédéfini

Afin d'évaluer les résultats théoriquement atteignables, on définit une répartition de matériau à la surface du cylindre métallique, qui est présentée sur la Fig. 6.11. La carte montrée correspond à un plan de coupe en coordonnées cylindriques (ϕ, z) de la surface du cylindre, pour un rayon d'observation $r = 13,1 \pm 0,75$ cm. Le matériau est choisi

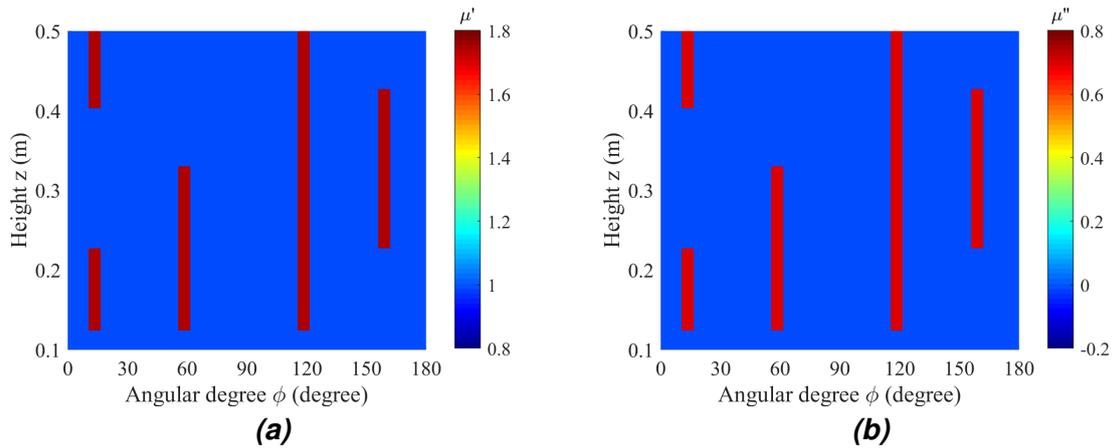


FIGURE 6.11. – Distribution prédéfinie des perméabilités à la surface du cylindre correspondant à une répartition de matériaux magnétiques, avec **a)** la partie réelle et **b)** la partie imaginaire de la perméabilité.

avec une épaisseur de 1,5 mm et une perméabilité égale à $\mu = 1,75 + 0,7i$.

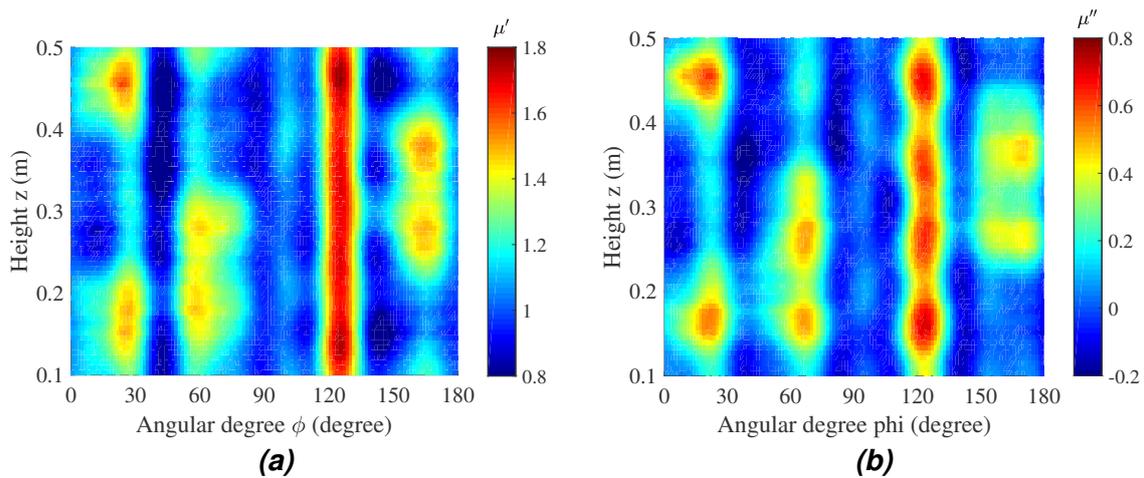


FIGURE 6.12. – Solutions du problème inverse par TSVD avec **a)** la partie réelle et **b)** la partie imaginaire de la perméabilité.

Sur la Fig. 6.12 est présenté l'image obtenue lorsque le problème est traité linéairement, par TSVD avec un paramètre de coupure égal à $s = 50$ (ce qui correspond à un niveau de -25 dB). On observe une concordance relativement bonne des résultats avec le contraste initial, d'une part pour la position des matériaux, et d'autre part pour les propriétés des matériaux. Théoriquement, ce dispositif semble permettre l'imagerie qualitative de matériaux à la surface d'un cylindre. De plus, on observe dans la reconstruction les mêmes battements de champ magnétique qu'engendrent les bords supérieurs et inférieurs du cylindre métallique.

6.4.1. Conclusion

Après avoir introduit le concept des sources secondaires, on a présenté dans ce chapitre l'intérêt qu'elles présentent à travers deux études numériques. Dans la première étude, on a vu que le déplacement d'un cylindre métallique apporte une information intéressante pour traiter le problème inverse, dans le cadre d'une répartition de matériaux EPX. Dans la deuxième étude, on a imaginé une source secondaire métallique en forme de tore, permettant de contrôler la focalisation du champ magnétique. Les résultats sont positifs et encouragent une application expérimentale 3D afin d'obtenir une validation expérimentale, d'autant plus que le design est applicable au banc de mesure qui a été développé.

Conclusion générale

Au cours de ces travaux de thèse, nous avons développé un moyen de mesure permettant la caractérisation non destructive de structures 2D magnéto-diélectriques inhomogènes. Une étude bibliographique initiale, situant le contexte scientifique de la problématique de thèse, a mis en évidence que ces travaux peuvent être associés à deux domaines de recherche. D'une part, ceux de la communauté s'intéressant à la caractérisation de matériaux magnéto-diélectriques, car jusqu'à présent, les travaux publiés s'attachent uniquement à caractériser des échantillons homogènes et plans, pouvant contenir une ou plusieurs couches. D'autre part, la communauté de la tomographie par micro-onde se donne comme objectif l'imagerie de structures exclusivement diélectriques et ne prend en compte qu'à de rares occasions, l'information a priori sur l'épaisseur du matériau observé. Nous avons trouvé seulement un article [58] qui met en oeuvre un dispositif expérimental pour imager une distribution de propriétés magnétiques. Cependant, cet article propose uniquement des résultats qualitatifs, c'est-à-dire contenant des informations géométriques sans caractérisation spécifique des matériaux. Nous visons dans nos travaux à effectuer de l'imagerie magnétique quantitative. Fort heureusement, les études réalisées ces dernières décennies fournissent une multitude d'outils, qui se sont montrés efficaces pour traiter notre problème.

Dans un premier temps, un modèle direct reliant le champ diffusé mesuré aux propriétés électriques et magnétiques du matériau a été établi. Ce modèle n'a été utilisé qu'à de rares occasions [57] et sa formulation est généralement complexe. De ce point de vue, nous avons mis en lumière une démonstration claire et concise de la relation intégrale liant le champ diffusé aux contrastes diélectriques et magnétiques. La démonstration est issue des travaux antérieurs de E. Dieudonné [65], qui ont confirmé par des comparaisons numériques avec un code aux éléments finis la validité de cette approche. Reprenant ce modèle, nous avons étendu le calcul aux éléments finis du champ électromagnétique pour intégrer les conditions réelles de notre expérience.

Pour remonter aux propriétés matériaux à partir d'une mesure de champ diffusé, un banc multistatique a été développé. Le bruit et les biais de mesure ont été réduits par des alignements précis du système, l'automatisation des mesures en passant par la définition de protocoles, le traitement du signal par filtrage temporel et l'anéchoïdisation partielle de la chambre d'expérience. Une mise au point attentive de la modélisation du rayonnement de l'antenne émettrice a été également nécessaire. Différents types de supports, de matériaux magnétiques et d'objets de calibrages ont été fabriqués pour mener à bien cette étude. Différentes mesures ont été réalisées pour valider les modèles aux éléments finis ainsi que les modèles directs correspondants.

Pour pouvoir obtenir les variations spatiales des propriétés radioélectriques du matériau observé, à partir du champ électromagnétique mesuré, on doit inverser le modèle direct. Or, le traitement du problème inverse est assez technique et contient des hyper-

paramètres, dont les valeurs doivent être ajustées judicieusement. Après avoir défini les concepts fondamentaux et la démarche choisie pour réaliser l'inversion, des études ont permis d'établir une stratégie guidant le choix des hyperparamètres. Les approches analytiques classiques comme la solution L-curve ou la GCV (Generalized Cross Validation) ont conduit à des résultats peu probants, c'est pourquoi une approche empirique, basée sur la convergence de la solution, a été mise au point. De plus, nous avons systématiquement pris en compte l'information a priori de l'épaisseur moyenne du matériau observé, car elle est généralement disponible dans les problèmes de caractérisation matériaux et elle améliore significativement la solution.

Une fois les outils mis en place, six études ont été réalisées, afin de valider en 2D le système d'imagerie développé. La première étude, réalisée avec des échantillons placés sur un support métallique cylindrique, valide notre démarche par une comparaison avec une méthode de caractérisation destructive où des échantillons prélevés sont placés dans une ligne coaxiale. La deuxième étude a permis avec des mesures de répétabilité et de reproductibilité d'évaluer en partie des incertitudes sur les valeurs fournies par notre système. L'algorithme de traitement s'est montré très robuste face au bruit et aux biais de mesure. La troisième étude s'intéresse à l'effet d'une variation de la distance séparant deux échantillons, dans le but d'évaluer la résolution spatiale du système. Ainsi, en utilisant l'information a priori de l'épaisseur moyenne du matériau, nous obtenons une très bonne résolution, car elle est inférieure à $\lambda/4$. Une quatrième étude montre la capacité de notre système à déterminer la perméabilité effective d'un matériau poreux, là où les méthodes classiques destructives ont montré une plus grande dispersion des mesures. Dans une cinquième étude, on a mesuré les échantillons sur un support métallique plan pour démontrer notre capacité à pouvoir imager les matériaux sur différents supports. Enfin, la sixième étude présente des résultats préliminaires de l'imagerie de la permittivité, en plaçant les échantillons sur un espaceur. Les résultats de cette étude manquent de précision, car la permittivité des matériaux mesurés est forte, rendant le problème inverse encore plus non-linéaire, et l'espaceur réalisé est de mauvaise qualité.

L'ensemble des résultats expérimentaux réalisés se placent dans une hypothèse de géométrie 2D. C'est pourquoi, après les études de validation 2D dont nous venons de parler, nous avons orienté nos travaux vers la recherche d'un design innovant permettant de faire évoluer le banc de mesure en un dispositif d'imagerie 3D. Dans cette perspective, une source secondaire se déplace le long de la hauteur du support, pour accumuler de l'information selon cette direction. L'avantage principal de cette approche réside dans l'utilisation d'une seule antenne stationnaire, ce qui permet aux câbles hyperfréquences de rester immobiles. Non seulement le rapport signal sur bruit reste ainsi élevé, mais la mise en oeuvre en est également grandement simplifiée en comparaison des systèmes 3D actuels, beaucoup plus complexes et coûteux. Une étude numérique 3D complète a été réalisée pour en démontrer la faisabilité.

En plus de fournir un nouvel outil de mesure, cette étude a permis d'améliorer la compréhension des étapes essentielles à l'imagerie d'un matériau magnéto-diélectrique.

En effet, l'ensemble des étapes allant de l'expérience au traitement du problème inverse ont été traitées. L'importance de chacune d'entre elles et des conséquences que cela implique dans le design de nouveaux systèmes de mesure a été ainsi explorée. Par exemple, dans le cas d'une configuration où l'information de mesure est importante vis-à-vis de l'objet observé, il n'est a priori pas nécessaire de s'acharner à réduire le bruit de mesure, car l'algorithme de traitement sera robuste face à ce paramètre. Dans un autre cas, si l'échantillon ne perturbe que faiblement les champs électromagnétiques, l'approximation linéaire se révèle largement suffisante et une résolution complète du problème non-linéaire alourdira inutilement le traitement du problème inverse.

Expérimentale

Mesure du champ diffusé
Mesure en zone de Fresnel (antennes à 1 m)
Mesures larges bandes (2-17 GHz)
Filtrage temporel
Chambre semi-anéchoïque

Numérique

Modèle aux éléments finis avec Comsol
Taille de maille maximale = $\lambda/10$
Onde incidente modélisée par un fil source
Conditions aux limites : PML

Problème direct

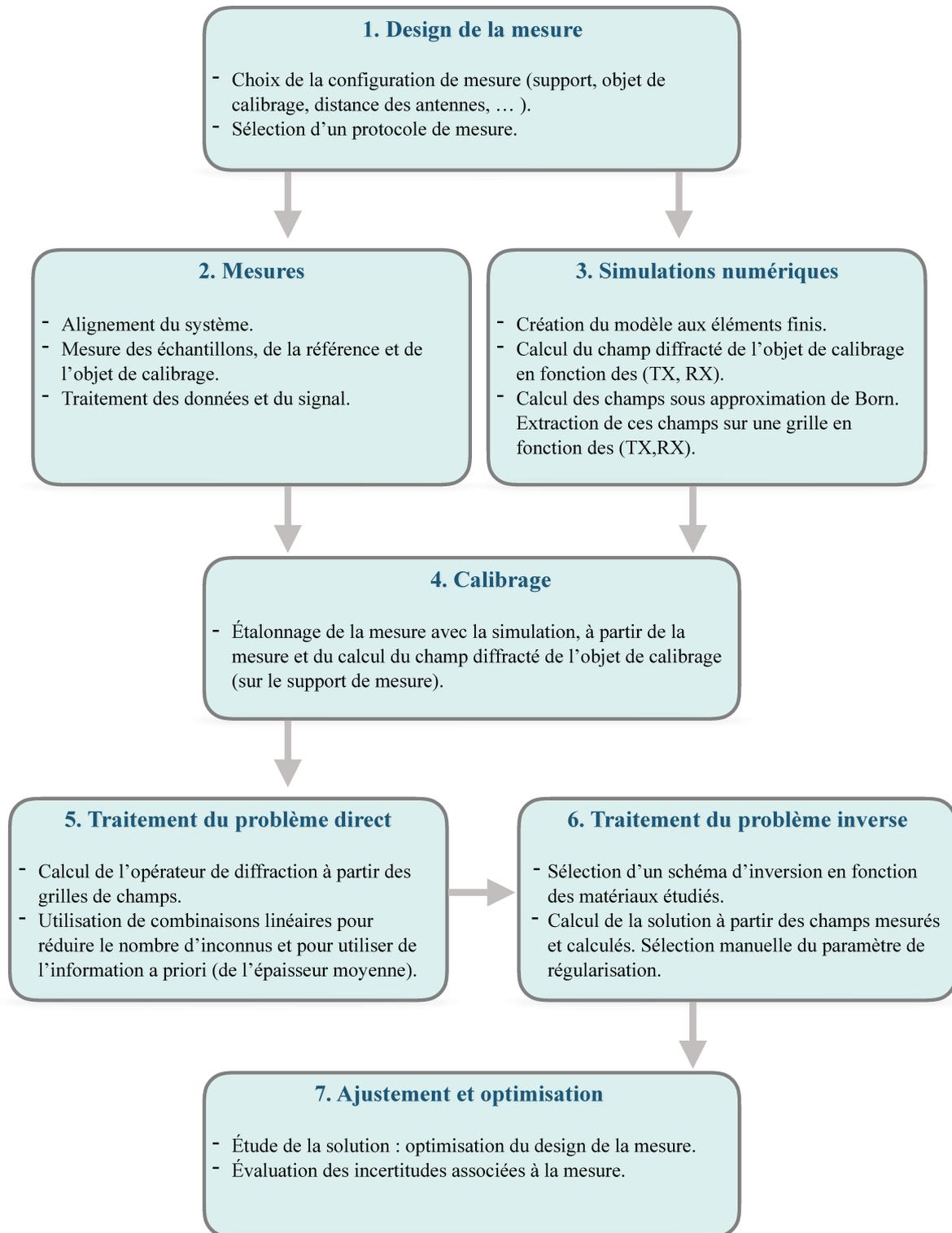
Approximation de Born
Dissociation de μ et ϵ

Problème inverse

Truncated Singular Value Decomposition
Critère de convergence
Born Iterative Method

Résumé des conditions principales des travaux de thèse.

Résumé des étapes pour la caractérisation d'un matériau



Perspectives

Ces travaux ont fait naître de nouveaux axes de recherche dans le domaine peu exploré de la caractérisation des matériaux magnéto-diélectriques spatialement inhomogènes. Tout d'abord, le concept des sources secondaires pour l'élaboration d'un banc 3D semble être une voie très prometteuse. Non seulement innovant, ce nouveau concept semble peu coûteux, rapide à mettre en place expérimentalement, et présente d'autres avantages que nous avons déjà explicités dans ce manuscrit. Pour la validation de ce banc, des mesures comparatives pourraient être réalisées avec le banc de mesure 3D de l'institut Fresnel [39], qui est une référence dans le domaine. Par exemple, un matériau magnétique à inhomogénéités 3D contrôlées pourrait être imagé avec la technique des sources secondaires, mais aussi avec les moyens actuels de l'institut Fresnel. Nous pensons que l'usage des sources secondaires permet un degré de liberté supplémentaire utile dans le design des systèmes tomographiques par micro-ondes.

Une méthode répandue pour améliorer ce type de système consiste à varier la polarisation de l'onde incidente, ce qui permet de recueillir plus d'information sur l'objet observé, et donc d'augmenter la qualité de l'image obtenue. Une étude pourrait être menée afin de quantifier le gain apporté par cette méthode et d'estimer la complexité qu'elle rajoute.

La validation peut également être étendue aux cas de matériaux présentant des indices plus élevés. Évoquons simplement deux axes de travail : le premier consisterait à améliorer le schéma d'inversion non linéaire utilisé dans la section 5.7. Le second ferait usage de méthodes récentes et originales destinées à l'imagerie des hauts indices [55].

La capacité de notre banc à remonter aux variations spatiales de permittivité doit également être démontrée de façon plus approfondie. Deux points d'amélioration peuvent être apportés pour la validation du moyen sur ce plan : d'une part, la permittivité des matériaux utilisée doit être moins dispersée que celle de ceux dont nous avons disposé dans cette thèse ; d'autre part, un nouvel espaceur doit être usiné de façon précise afin de permettre le positionnement des échantillons à la distance voulue. De plus, des efforts doivent être faits afin de mettre au point des algorithmes d'inversion adaptés à des structures présentant de forts contrastes,

Tous nos travaux ont été réalisés sous l'hypothèse de matériaux isotropes. Une question largement ouverte est celle de la caractérisation non destructive de magnéto-diélectriques anisotropes. Notre système permettrait dans certaines configurations particulières de donner quelques réponses à cette question. En revanche, le traitement complet de ce problème nécessite de reposer des bases théoriques. Dans la perspective des métamatériaux, généralement anisotropes, cette question garde toute sa pertinence.

ANNEXES

A. Diminution du coût de calcul du modèle aux éléments finis

Dans cette première annexe, on décrit une technique permettant la construction d'un modèle numérique avec un moindre coût de calcul en utilisant une formulation en champ diffracté au lieu d'une formulation en champ total. Pour cela, l'éclairage de l'antenne est implémenté différemment dans le logiciel aux éléments finis pour réduire au minimum le maillage de l'air entourant le système. Ce modèle nous a permis de réaliser des études paramétriques en fonction de la position de la source, mais aussi selon la fréquence (voir chapitre 5).

Dans la section 2.2.4, on a vu qu'il existe deux techniques pour implémenter l'éclairage de l'antenne émettrice, lorsqu'il est proche de celui d'un fil source. La première technique consiste à déclarer une source directement à l'emplacement de l'antenne \vec{r}_0 . Cette source a comme expression :

$$\vec{J}_{\text{fil source}} = I\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)\vec{d} \quad (\text{A.1})$$

La deuxième technique consiste à implémenter dans le modèle le champ électromagnétique résultant de l'antenne, en tout point de l'espace. Lorsque le rayonnement de l'antenne émettrice est assimilable par un fil source et si on suppose qu'on se trouve dans une configuration 2D, ce champ est égal à :

$$\vec{E}_{\text{fil source}}(\vec{r}, \vec{r}_0) = H_0^{(1)}(k|\vec{r} - \vec{r}_0|) \quad (\text{A.2})$$

Chacune de ces techniques a ses avantages et inconvénients. La première, basée sur une formulation en champ total, se met en place plus simplement et permet la récupération directe du champ électromagnétique aux emplacements de l'antenne de réception. Cependant, elle a un coût de calcul important, car elle nécessite le maillage de l'air qui sépare les antennes et l'objet observé. La deuxième technique, basée sur une formulation en champ diffracté, évite quant à elle le maillage de ce domaine, mais est plus délicate à utiliser. D'une part, elle requiert d'entrer correctement la formule analytique du champ créé par un fil source, et d'autre part, elle impose que le positionnement de la source réside en dehors de la zone de calcul. De plus, elle ne permet pas d'obtenir directement les valeurs du champ électromagnétique aux emplacements de l'antenne réceptrice.

Sur la Fig. A.1 est présentée l'amplitude du champ magnétique pour deux modèles décrivant l'expérience, lorsqu'on utilise un cylindre métallique comme support. Au centre des géométries, on peut voir un cylindre métallique qui apparaît en blanc, car le champ électromagnétique n'est pas calculé dedans (le cylindre est de même taille pour les deux figures). On remarque ensuite des couches PML (Perfect Matched Layer)

à l'extérieur de la géométrie (en bleu). Pour présenter ces deux figures, on a employé une échelle spatiale différente. On observe que la distance séparant les PML du cylindre métallique est largement différente pour les deux modèles. En effet, cette distance est d'environ 100 cm pour le modèle **a**), alors qu'elle est d'environ 8 cm pour le modèle **b**).

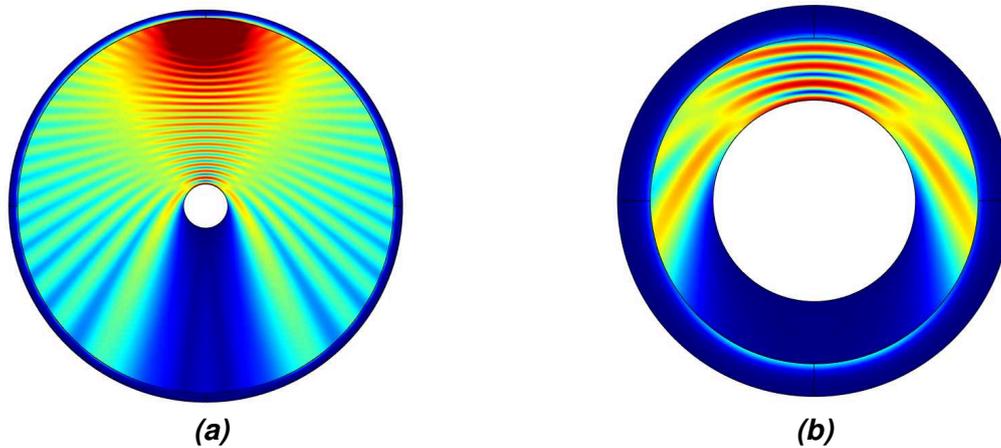


FIGURE A.1. – Amplitude du champ magnétique (dB) à proximité du cylindre métallique utilisé dans la première étude du chapitre 5, avec un fil source positionné à 1 m au-dessus. La première technique est utilisée dans le modèle **a**) et la deuxième dans le modèle **b**). Les deux géométries sont présentées à une échelle différente.

On constate que la nouvelle méthode nous permet de réduire considérablement le coût de calcul. Au cours de ces travaux de thèse, nous avons parfois combiné ces deux modèles. Par exemple dans la section 5.2, le modèle **a**) est utilisé pour simuler les mesures de calibrage, alors que le modèle **b**) est utilisé pour calculer le champ $\vec{H}^1(\vec{r}_s, \vec{r}_r, \vec{r}, \omega)$, qui demande une longue étude paramétrique. Comme le niveau n'est pas le même dans ces deux modèles, nous avons utilisé le coefficient de passage suivant :

$$C_{a \rightarrow b}(\omega) = \frac{1}{N_r N_s} \sum_{s=1}^{N_s} \sum_{r=1}^{N_r} \frac{\vec{E}_{\text{modèle a}}(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega) \overline{\vec{E}_{\text{modèle b}}(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega)}}{|\vec{E}_{\text{modèle a}}(\vec{r}_r, \vec{r}_s, \omega)|^2} \quad (\text{A.3})$$

Nous avons choisi cette stratégie, car d'une part, le modèle **a**) s'est avéré performant pour modéliser la mesure de calibrage. Cela vient du fait qu'il permet la récupération directe du champ électromagnétique aux emplacements de l'antenne émettrice (qui est à 1 m). Un seul calcul numérique est nécessaire pour simuler une mesure de calibrage réalisée avec les protocoles A ou B. D'autre part, le calcul du champ $\vec{H}^1(\vec{r}_s, \vec{r}_r, \vec{r}, \omega)$ a été réduit considérablement en utilisant le modèle **b**). Ce calcul était très coûteux, car il doit être réalisé pour de nombreuses positions de sources, à différentes fréquences. Le coefficient de passage a été utilisé pour calibrer le champ $\vec{H}^1(\vec{r}_s, \vec{r}_r, \vec{r}, \omega)$, pour le calcul du problème direct.

B. Propagation du champ EM en dehors de la zone de calcul

Dans cette deuxième annexe, on analyse le module de Comsol Multiphysics ® qui calcule le champ lointain. Cela est essentiel si nous voulons récupérer le champ électromagnétique aux emplacements des antennes, à partir du modèle **b**) introduit dans l'annexe précédente.

Dans l'annexe précédente, on a détaillé une méthode permettant une réduction significative du coût de calcul. En effet, l'implémentation de l'éclairage par la définition d'un champ environnant épargne le calcul de la propagation de l'onde entre les antennes et l'objet observé. Cette méthode présente comme principal inconvénient l'impossibilité de récupérer le champ électromagnétique aux emplacements des antennes de réception. Une première stratégie pour le déterminer serait d'appliquer l'équation intégrale 2.13. Or cette approche nécessite un temps certain d'implémentation. Une deuxième stratégie consisterait à déterminer le champ lointain, à partir d'une surface contenant l'objet diffractant. Dans cette annexe, on s'intéresse à l'utilisation du module *champ lointain* proposé par le logiciel Comsol [72]. D'après ce manuel, le champ calculé à partir d'une surface S entourant le domaine observé est le suivant :

$$\begin{cases} \vec{E}_{3D}^{far\ field}(\theta, \phi) = \frac{ik}{4\pi} r_0^{\vec{r}} \int_S [\vec{n} \times \vec{E} - \eta r_0^{\vec{r}} \times (\vec{n} \times \vec{H})] e^{jk\vec{r} \cdot \vec{r}_0^{\vec{r}}} dS \\ \vec{E}_{2D}^{far\ field}(\theta, \phi) = \sqrt{\lambda} \frac{ik}{4\pi} r_0^{\vec{r}} \int_S [\vec{n} \times \vec{E} - \eta r_0^{\vec{r}} \times (\vec{n} \times \vec{H})] e^{jk\vec{r} \cdot \vec{r}_0^{\vec{r}}} dS \end{cases} \quad (B.1)$$

Avec

- $r_0^{\vec{r}}$ le vecteur unitaire allant de l'origine vers le point de la surface S .
- \vec{n} est le vecteur unitaire normal à S .
- η est l'impédance, k le nombre d'onde et λ la longueur d'onde.
- \vec{r} est le vecteur rayon de la surface S .

Cela correspond à l'amplitude de diffusion du champ électromagnétique, en tout point d'un même rayon. Pour obtenir la relation entre l'amplitude de diffusion et le champ électromagnétique rayonné en un point, on commence par écrire la formulation de Stratton-Chu [71] avec les approximations du champ lointain et on la compare au calcul du champ lointain. On obtient alors :

$$\vec{E}_{3D}(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-i.k.r'}}{r'} \vec{E}_{3D}^{far\ field} \quad (B.2)$$

$$\vec{E}_{2D}(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-i.k.r'}}{\sqrt{r'}} \vec{E}_{2D}^{far\ field} \quad (B.3)$$

À partir du champ lointain calculé par l'outil de Comsol, et en appliquant la formule B.3, il est donc possible de déterminer le champ électromagnétique rayonné en tout point de l'espace, mais uniquement dans la zone de champ lointain.

Si les antennes sont trop proches pour que l'approximation de champ lointain soit valide, mais trop loin pour qu'elles soient comprises dans la zone de calcul, la solution restante est d'extraire le champ selon une surface et de calculer l'intégrale de Stratton-Chu [71]. En effet, connaissant le champ en tout point d'une surface fermée, cette intégrale permet de propager le champ en tout point de l'espace :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \oint_S dS' \{ i\omega\mu[\vec{n} \times \vec{H}(\vec{r}')]g(\vec{r}, \vec{r}_0) + [\vec{n} \cdot \vec{E}(\vec{r}')] \vec{\nabla}' g(\vec{r}, \vec{r}_0) + [\vec{n} \times \vec{E}(\vec{r}')] \times \vec{\nabla}' g(\vec{r}, \vec{r}_0) \} \quad (\text{B.4})$$

À noter que cette équation peut être codée directement dans le logiciel à élément fini. De plus, si l'objet de calibrage n'est pas métallique, l'intégrale volumique 2.13 peut être utilisée pour propager le champ jusqu'aux emplacements des antennes.

Dans nos travaux de thèse, étant donné que les antennes se situent potentiellement en champ semi-lointain (selon la fréquence, la dimension des échantillons), nous avons décidé de ne pas utiliser la méthode de champ lointain. Nous avons préféré employer le modèle **a)** (voir annexe précédente) pour modéliser la mesure de calibrage et le modèle **b)** pour calculer $\vec{H}^1(\vec{r}_s, \vec{r}_r, \vec{r}, \omega)$.

Néanmoins, une perspective de ces travaux consiste à étendre les possibilités du banc à de l'imagerie 3D. Pour modéliser le champ diffracté par l'objet de calibrage, aux emplacements des antennes, il y aurait alors 3 possibilités :

- Positionner les antennes en champ lointain et utiliser l'outil de *champ lointain* de Comsol.
- Coder l'équation de Stratton-Chu dans le modèle aux éléments finis
- Utiliser un objet de calibrage non métallique et déterminer le champ diffusé par le calcul de l'intégrale 2.13.

C. Traitement du problème de la précession du support et perspectives d'amélioration du banc

Dans cette annexe est détaillée la résolution d'un problème expérimental rencontré pendant la mise en place du banc de mesure (voir chapitre 2). Ce problème concernait un mouvement de précession du support lors de la mise en mouvement du bras récepteur.

Pendant l'alignement du banc de mesure, nous avons remarqué un mouvement de précession du support, qui entraînait des écarts importants, pouvant aller jusqu'à 5 mm lors d'une rotation complète du bras de réception. Ces écarts sont mesurés par la méthode expliquée dans la section 3.4.3. Des tests mécaniques ont été réalisés pour comprendre l'origine de cette précession. Ils ont montré qu'une augmentation du poids sur le bras récepteur accentue le phénomène de précession. L'origine de cette précession vient principalement d'un moment de force exercé par l'antenne réceptrice sur le roulement à billes du premier moteur.

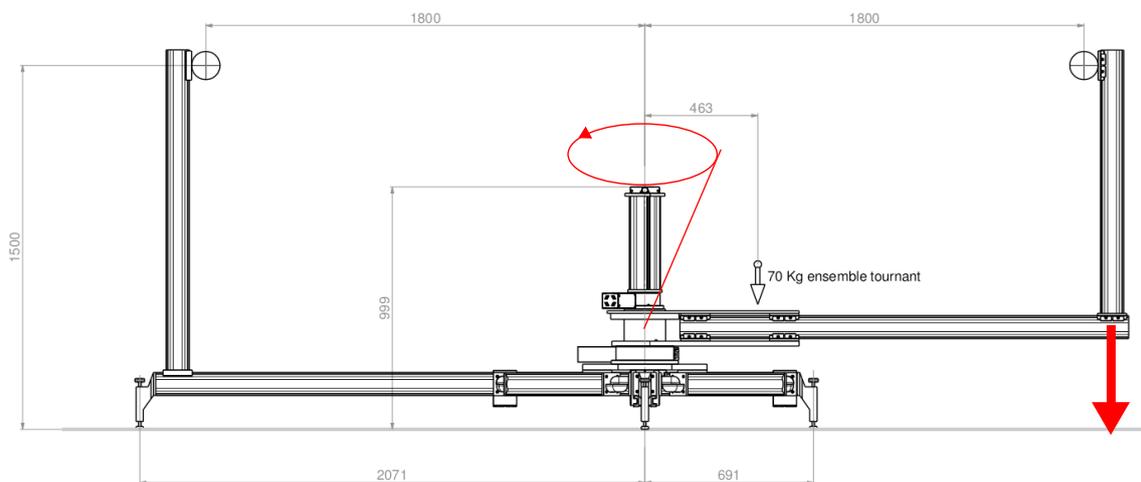


FIGURE C.1. – Banc de mesure vu de profil. La flèche rouge (à droite) indique la force responsable du mouvement de précession du support. Les dimensions du banc sont indiquées en millimètre.

Nous avons illustré ce moment de force par une flèche rouge sur la Fig. C.1. Pour diminuer cet écart lié à la précession du support, nous avons tout d'abord décidé de diminuer la hauteur des antennes. Plus ces dernières sont positionnées hautes, plus l'écart lié à la précession devient important. Cela a également eu l'avantage d'utiliser

une poutre moins haute (et donc moins lourde) pour la fixation de l'antenne réceptrice. Ensuite, nous avons utilisé une astuce qui consiste à placer du clinquant entre le bras récepteur et le plateau pour créer un effet compensatoire. Par l'utilisation conjointe de ces deux méthodes, nous avons réussi à obtenir un écart sur la symétrie de rotation du cylindre inférieur à 0,2 ($\pm 0,01$) mm quand le comparateur est fixé à mi-hauteur du cylindre. L'écart est de 0,4 ($\pm 0,01$) mm quand le comparateur est placé en haut du cylindre (10 fois moins qu'à l'origine).

En effectuant des études numériques, on a jugé la précision obtenue comme suffisante pour mener à bien nos travaux de thèse, c'est-à-dire que nous n'avons pas cherché à réduire encore l'erreur de positionnement du support. De plus, ce problème a demandé plusieurs semaines de travail, et nous devons poursuivre les travaux de thèse. Néanmoins, nous recommandons pour la suite, les améliorations du banc de mesure suivantes, listées par ordre de priorité :

- Remplacer les poutres qui constituent le bras de réception par des poutres profilées mieux optimisées, c'est-à-dire plus légères, mais tout aussi résistantes à la torsion. En effet, maintenant que les spécifications sont mieux connues, le système peut s'optimiser avec une étude mécanique. De plus, si cela est nécessaire, un roulement à billes de taille plus importante limiterait le mouvement de précession.
- Commander et installer un système pour débrayer les moteurs pour améliorer la technique d'alignement du support. En effet, son positionnement du support peut durer actuellement de 30 min à 4 h et ce système permettrait de le réduire à une dizaine de minutes.
- Commander et installer un système pour ajuster l'orientation des antennes. Actuellement, l'orientation des antennes est ajustée par l'utilisation de clinquants, ce qui est assez long.

Liste des publications

Journal :

X. Faget, A. Litman, É. Dieudonné, S. Enoch and N. Malléjac, “Free-Space Characterization of the Permeability of Inhomogeneous Magneto-Dielectric Materials,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Jun. 2017.

DOI : 10.1109/TMTT.2017.2722402

Congrès :

X. Faget, N. Malléjac and A. Litman, “Bistatic free-space measurements of magneto-dielectric materials and comparison with numericals models,” In : URSI Commission B, International Symposium on Electromagnetic Theory (EMTS), 2016 URSI International Symposium on. IEEE, p. 404-406, 2016 (Helsinki).

DOI : 10.1109/URSI-EMTS.2016.7571410

X.faget, N. Malléjac and A. Litman, “Retrieving relevant information of inhomogeneous magneto-dielectric surfaces by means of free-space characterization protocols”, In : Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2017 International Conference on. IEEE, p. 1056-1059, 2017 (Vérone).

Bibliographie

- [1] D. Pozar and V. Sanchez, "Magnetic tuning of a microstrip antenna on a ferrite substrate," *Electron. Lett.*, vol. 24, no. 12, pp. 729–731, Jun. 1988.
- [2] D. Rialet, A. Sharaiha, A.-C. Tarot, and C. Delaveaud, "Estimation of the effective medium for planar microstrip antennas on a dielectric and magnetic truncated substrate," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 11, pp. 1410–1413, Nov. 2012.
- [3] L. Zhang, P. Zhou, H. Zhang, L. Lu, G. Zhang, H. Chen, H. Lu, J. Xie, and L. Deng, "A broadband radar absorber based on perforated magnetic polymer composites embedded with fss," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 5, pp. 1–5, Nov. 2013.
- [4] K. Rozanov and S. Starostenko, "Influence of permeability dispersion on the bandwidth of magnetic radio absorbers," *Journal of communications technology & electronics*, vol. 48, no. 6, pp. 652–659, 2003.
- [5] V. Harris *et al.*, "Recent advances in processing and applications of microwave ferrites," *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 321, no. 14, pp. 2035–2047, Jul. 2009.
- [6] J. Neige, T. Lepetit, A.-L. Adenot-Engelvin, N. Malléjac, A. Thiaville, and N. Vukadinovic, "Microwave permeability of fenimo flakes-polymer composites with and without an applied static magnetic field," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 3, pp. 1005–1008, Mar. 2013.
- [7] J. Pendry, A. Holden, D. Robbins, and W. Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 47, no. 11, pp. 2075–2084, Nov. 1999.
- [8] O. Acher, "Copper vs. iron : Microwave magnetism in the metamaterial age," *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 321, no. 14, pp. 2093–2101, Jul. 2009.
- [9] D. Schurig *et al.*, "Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies," *Science*, vol. 314, no. 5801, pp. 977–980, Nov. 2006.
- [10] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith, "Controlling electromagnetic fields," *Science*, vol. 312, no. 5781, pp. 1780–1782, Jun. 2006.
- [11] L. F. Chen, C. K. Ong, C. P. Neo, V. V. Varadan, and V. K. Varadan, *Microwave electronics : Measurement and materials characterization*. John Wiley & Sons, 2004.
- [12] W. Courtney, "Analysis and evaluation of a method of measuring the complex permittivity and permeability microwave insulators," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 18, no. 8, pp. 476–485, Aug. 1970.
- [13] N.-E. Belhadj-Tahar, A. Fourier-Lamer, and H. de Chanterac, "Broad-band simultaneous measurement of complex permittivity and permeability using a coaxial discontinuity," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 38, no. 1, pp. 1–7, Jan. 1990.

- [14] Z. Ruan, M. Yan, C. W. Neff, and M. Qiu, "Ideal cylindrical cloak : perfect but sensitive to tiny perturbations," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 99, no. 11, p. 113903, Sept. 2007.
- [15] A. M. Nicolson and G. F. Ross, "Measurement of the intrinsic properties of materials by time-domain techniques," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 19, no. 4, pp. 377–382, Nov. 1970.
- [16] W. C. Chew, *Wave and Fields in Inhomogeneous Media*. New York : IEEE press, 1995, vol. 522.
- [17] D. Ghodgaonkar, V. Varadan, and V. Varadan, "Free-space measurement of complex permittivity and complex permeability of magnetic materials at microwave frequencies," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 39, no. 2, pp. 387–394, Apr. 1990.
- [18] R. D. Hollinger, K. Jose, A. Tellakula, V. Varadan, and V. Varadan, "Microwave characterization of dielectric materials from 8 to 110 Ghz using a free-space setup," *Microw. Opt. Technol. Lett.*, vol. 26, no. 2, p. 100–105, Jun. 2000.
- [19] K. Li, S. McLean, R. Greggor, C. Parazzoli, and M. Tanielian, "Free-space focused-beam characterization of left-handed materials," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 82, no. 15, p. 2535–2537, Feb. 2003.
- [20] A. M. Hassan, J. Obrzut, and E. J. Garboczi, "A q -band free-space characterization of carbon nanotube composites," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 64, no. 11, pp. 3807–3819, Sept. 2016.
- [21] U. C. Hasar, "Non-destructive testing of hardened cement specimens at microwave frequencies using a simple free-space method," *NDT & E International*, vol. 42, no. 6, p. 550–557, Sept. 2009.
- [22] N. Gagnon, J. Shaker, P. Berini, L. Roy, and A. Petosa, "Material characterization using a quasi-optical measurement system," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 52, no. 2, pp. 333–336, Jun. 2003.
- [23] D. Bourreau, A. Péden, and S. Le Maguer, "A quasi-optical free-space measurement setup without time-domain gating for material characterization in the w -band," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 55, no. 6, pp. 2022–2028, Nov. 2006.
- [24] I. S. Seo, W. S. Chin *et al.*, "Characterization of electromagnetic properties of polymeric composite materials with free space method," *Compos. Struct.*, vol. 66, no. 1, pp. 533–542, Jun. 2004.
- [25] V. V. Varadan and R. Ro, "Unique retrieval of complex permittivity and permeability of dispersive materials from reflection and transmitted fields by enforcing causality," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 55, no. 10, pp. 2224–2230, Jun. 2007.
- [26] S. Kim, D. Novotny, J. A. Gordon, and J. R. Guerrieri, "A free-space measurement method for the low-loss dielectric characterization without prior need for sample thickness data," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 64, no. 9, pp. 3869–3879, Jul. 2016.

- [27] F. Soldovieri, O. Lopera, and S. Lambot, "Combination of advanced inversion techniques for an accurate target localization via gpr for demining applications," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 49, no. 1, pp. 451–461, Jan. 2011.
- [28] C. Migliaccio, B. Nguyen, C. Pichot, N. Yonemoto, K. Yamamoto, K. Yamada, H. Nasui, W. Mayer, A. Gronau, and W. Menzel, "Millimeter-wave radar for rescue helicopters," in *Control, Automation, Robotics and Vision, 2006. ICARCV'06. 9th International Conference on*. IEEE, 2006, pp. 1–6.
- [29] S. Piscitelli, E. Rizzo, F. Cristallo, V. Lapenna, L. Crocco, R. Persico, and F. Soldovieri, "Gpr and microwave tomography for detecting shallow cavities in the historical area of "sassi of matera"(southern italy)," *Near Surface Geophysics*, vol. 5, no. 4, pp. 275–284, 2007.
- [30] I. Catapano, L. Crocco, R. Di Napoli, F. Soldovieri, A. Brancaccio, F. Pesando, and A. Aiello, "Microwave tomography enhanced gpr surveys in centaur's domus, regio vi of pompeii, italy," *Journal of Geophysics and Engineering*, vol. 9, no. 4, p. S92, 2012.
- [31] L. L. Monte, D. Erricolo, F. Soldovieri, and M. C. Wicks, "Radio frequency tomography for tunnel detection," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 48, no. 3, pp. 1128–1137, Sept. 2010.
- [32] N. K. Nikolova, "Microwave imaging for breast cancer," *IEEE microwave magazine*, vol. 12, no. 7, pp. 78–94, Dec. 2011.
- [33] G. A. Ybarra, Q. H. Liu, J. P. Stang, and W. T. Joines, "Microwave breast imaging," *Emerging Technologies in Breast Imaging and Mammography*, 2008.
- [34] M. Klemm, J. A. Leendertz, D. Gibbins, I. J. Craddock, A. Preece, and R. Benjamin, "Microwave radar-based differential breast cancer imaging : Imaging in homogeneous breast phantoms and low contrast scenarios," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 58, no. 7, pp. 2337–2344, Apr. 2010.
- [35] M. Persson, A. Fhager, H. D. Trefná, Y. Yu, T. McKelvey, G. Pegenius, J.-E. Karlsson, and M. Elam, "Microwave-based stroke diagnosis making global prehospital thrombolytic treatment possible," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 61, no. 11, pp. 2806–2817, Jun. 2014.
- [36] A. Zakaria, A. Baran, and J. LoVetri, "Estimation and use of prior information in fem-csi for biomedical microwave tomography," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 11, pp. 1606–1609, Dec. 2012.
- [37] M. Asefi, I. Jeffrey, J. LoVetri, C. Gilmore, P. Card, and J. Paliwal, "Grain bin monitoring via electromagnetic imaging," *Comput. Electron. Agric.*, vol. 119, pp. 133–141, Oct. 2015.
- [38] M. Mallach, P. Gebhardt, and T. Musch, "2d microwave tomography system for imaging of multiphase flows in metal pipes," *Flow Measur. Instrum.*, vol. 53, pp. 80–88, Apr. 2017.

- [39] J.-M. Geffrin, P. Sabouroux, and C. Eyraud, “Free space experimental scattering database continuation : experimental set-up and measurement precision,” *Inverse Probl.*, vol. 21, no. 6, p. S117, Nov. 2005.
- [40] S. Nounouh, C. Eyraud, H. Tortel, and A. Litman, “Near-subsurface imaging from a multistatic/single frequency scanner,” in *Advanced Ground Penetrating Radar (IWAGPR), 2013 7th International Workshop on*. IEEE, 2013, pp. 1–6.
- [41] R. D. Monleone, M. Pastorino, J. Fortuny-Guasch, A. Salvade, T. Bartesaghi, G. Bozza, M. Maffongelli, A. Massimini, A. Carbonetti, and A. Randazzo, “Impact of background noise on dielectric reconstructions obtained by a prototype of microwave axial tomograph,” *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 61, no. 1, pp. 140–148, Jul. 2012.
- [42] S. Nounouh, “Protocoles de mesure et de calibrage de champs électromagnétiques en vue de l’imagerie par diffraction d’objets faiblement enfouis,” Ph.D. dissertation, Aix-Marseille, Oct. 2013.
- [43] P. M. Van Den Berg and R. E. Kleinman, “A contrast source inversion method,” *Inverse problems*, vol. 13, no. 6, p. 1607, 1997.
- [44] W. C. Chew and Y.-M. Wang, “Reconstruction of two-dimensional permittivity distribution using the distorted born iterative method,” *IEEE transactions on medical imaging*, vol. 9, no. 2, pp. 218–225, 1990.
- [45] H. Harada, D. J. Wall, T. Takenaka, and M. Tanaka, “Conjugate gradient method applied to inverse scattering problem,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 43, no. 8, pp. 784–792, Aug. 1995.
- [46] M. Pastorino, “Stochastic optimization methods applied to microwave imaging : A review,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 55, no. 3, pp. 538–548, Mar. 2007.
- [47] A. Z. S. P. C. Gilmore, P. Mojabi and J. LoVetri, “On super-resolution with an experimental microwave tomography system,” *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 9, p. 393–396, 2010.
- [48] W. Chew and J. Lin, “A frequency-hopping approach for microwave imaging of large inhomogeneous bodies,” *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 5, no. 12, pp. 439–441, 1995.
- [49] S. Caorsi, M. Donelli, D. Franceschini, and A. Massa, “A new methodology based on an iterative multiscaling for microwave imaging,” *IEEE Trans. Microw. Theory and Techn.*, vol. 51, no. 4, pp. 1162–1173, 2003.
- [50] E. J. Candès and M. B. Wakin, “An introduction to compressive sampling,” *IEEE signal processing magazine*, vol. 25, no. 2, pp. 21–30, 2008.
- [51] A. Massa, P. Rocca, and G. Oliveri, “Compressive sensing in electromagnetics-a review,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 57, no. 1, pp. 224–238, 2015.
- [52] N. Anselmi, L. Poli, A. Randazzo, and G. Oliveri, “Alphabet cs for inverse scattering,” in *Electromagnetic Theory (EMTS), 2016 URSI International Symposium on*. IEEE, 2016, pp. 141–143.

- [53] A. Salvade, M. Pastorino, R. Monleone, G. Bozza, and A. Randazzo, “A new microwave axial tomograph for the inspection of dielectric materials,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 58, no. 7, pp. 2072–2079, 2009.
- [54] J. M. Beada’a, A. M. Abbosh, S. Mustafa, and D. Ireland, “Microwave system for head imaging,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 63, no. 1, pp. 117–123, 2014.
- [55] E. A. Attardo, G. Vecchi, and L. Crocco, “Contrast source extended born inversion in noncanonical scenarios via fem modeling,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 62, no. 9, pp. 4674–4685, Jul. 2014.
- [56] C. Eyraud, J.-M. Geffrin, A. Litman, and H. Tortel, “Complex permittivity determination from far-field scattering patterns,” *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 14, pp. 309–312, Oct. 2015.
- [57] A. Abubakar and P. M. van den Berg, “Iterative forward and inverse algorithms based on domain integral equations for three-dimensional electric and magnetic objects,” *J. Comput. Phys.*, vol. 195, no. 1, pp. 236–262, Oct. 2004.
- [58] R. Persico, S. Negri, F. Soldovieri, and E. Pettinelli, “Dielectric and magnetic anomaly imaging from gpr data,” *Ground Penetrating Radar (GPR), 2010 13th International Conference on*, pp. 1–5, 2010.
- [59] W. Zhang and Q. H. Liu, “Three-dimensional scattering and inverse scattering from objects with simultaneous permittivity and permeability contrasts,” *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 53, no. 1, pp. 429–439, Jun. 2015.
- [60] A. T. de Hoop, “Handbook of radiation and scattering of waves : Acoustic waves in fluids, elastic waves in solids, electromagnetic waves,” 2001.
- [61] A. Skarlatos, G. Pichenot, D. Lesselier, M. Lambert, and B. Duchene, “Electromagnetic modeling of a damaged ferromagnetic metal tube by a volume integral equation formulation,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 5, pp. 623–632, May. 2008.
- [62] L. H. Hemming, *Electromagnetic anechoic chambers*. Wiley Interscience, 2002.
- [63] C. A. Balanis, *Antenna theory : analysis and design*. John Wiley & Sons, 2016.
- [64] É. Dieudonné, N. Malléjac, and S. Enoch, “Scattering by complex inhomogeneous objects : a first-order reciprocity method,” *Opt. express*, vol. 22, no. 13, pp. 16 558–16 570, Jun. 2014.
- [65] E. Dieudonne, “Diffusion électromagnétique par des objets inhomogènes : de la couche à la structure complexe,” Ph.D. dissertation, Aix-Marseille, Feb. 2015.
- [66] C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and scattering of light by small particles*. John Wiley & Sons, 2008.
- [67] G. Ruck, *Radar cross section handbook*, ser. Radar Cross Section Handbook. Plenum Press, 1970, no. vol. 1.

- [68] F. M. Kahnert, "Numerical methods in electromagnetic scattering theory," *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 79, pp. 775–824, 2003.
- [69] J. P. A. Bastos and N. Sadowski, *Electromagnetic modeling by finite element methods*. CRC press, 2003.
- [70] X. Yuan, "Three-dimensional electromagnetic scattering from inhomogeneous objects by the hybrid moment and finite element method," *IEEE Trans. Microw. Theory and Techn.*, vol. 38, no. 8, pp. 1053–1058, Aug. 1990.
- [71] J. A. Kong, "Theory of electromagnetic waves, second edition," *New York, Wiley-Interscience*, 1990.
- [72] R. COMSOL, "Module user's guide," 2012.
- [73] P. M. van den Berg, A. Van Broekhoven, and A. Abubakar, "Extended contrast source inversion," *Inverse probl.*, vol. 15, no. 5, p. 1325, Jun. 1999.
- [74] R. Kleinman, G. Roach, and P. Van Den Berg, "Convergent born series for large refractive indices," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 7, no. 5, pp. 890–897, May. 1990.
- [75] A. Zakaria, A. Baran, and J. LoVetri, "Estimation and use of prior information in fem-csi for biomedical microwave tomography," *IEEE Antennas and Wireless Propag. Lett.*, vol. 11, pp. 1606–1609, Jan. 2012.
- [76] C. Gilmore, A. Abubakar, W. Hu, T. M. Habashy, and P. M. van den Berg, "Microwave biomedical data inversion using the finite-difference contrast source inversion method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 57, no. 5, pp. 1528–1538, May. 2009.
- [77] B. A. Brooksby, H. Dehghani, B. W. Pogue, and K. D. Paulsen, "Near-infrared (NIR) tomography breast image reconstruction with a priori structural information from mri : algorithm development for reconstructing heterogeneities," *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, vol. 9, no. 2, pp. 199–209, Apr. 2003.
- [78] M. Kern, "Problèmes inverses : aspects numériques," 2002.
- [79] C. Eyraud, J.-M. Geffrin, P. Sabouroux, P. C. Chaumet, H. Tortel, H. Giovannini, and A. Litman, "Validation of a 3d bistatic microwave scattering measurement setup," *Radio Science*, vol. 43, no. 4, May 2008.
- [80] J.-M. Geffrin, C. Eyraud, A. Litman, and P. Sabouroux, "Optimization of a bistatic microwave scattering measurement setup : from high to low scattering targets," *Radio Sci.*, vol. 44, no. 2, p. RS2007, Mar. 2009.
- [81] C. Eyraud, J.-M. Geffrin, A. Litman, P. Sabouroux, and H. Giovannini, "Drift correction for scattering measurements," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 89, no. 24, p. 244104, Dec. 2006.
- [82] O. Bucci and G. Franceschetti, "On the spatial bandwidth of scattered fields," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 35, no. 12, pp. 1445–1455, Dec. 1987.
- [83] O. M. Bucci, C. Gennarelli, and C. Savarese, "Representation of electromagnetic fields over arbitrary surfaces by a finite and nonredundant number of samples," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 46, no. 3, pp. 351–359, Mar. 1998.

- [84] P. C. Hansen, "Regularization tools : A matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems," *Numerical algorithms*, vol. 6, no. 1, pp. 1–35, 1994.
- [85] M. Bertero and P. Boccacci, *Introduction to inverse problems in imaging*. CRC press, 1998.
- [86] K. F. Riley, M. P. Hobson, and S. J. Bence, *Mathematical methods for physics and engineering, third edition*. Cambridge university press, 2006.
- [87] G. H. Golub and C. Reinsch, "Singular value decomposition and least squares solutions," *Numerische mathematik*, vol. 14, no. 5, pp. 403–420, 1970.
- [88] J. Hadamard, *Lectures on Cauchy's problem in linear partial differential equations*. Courier Corporation, 2014.
- [89] P. C. Hansen, "The truncated SVD as a method for regularization," *BIT Numer. Math.*, vol. 27, no. 4, pp. 534–553, 1987.
- [90] P. Xu, "Truncated svd methods for discrete linear ill-posed problems," *Geophysical Journal International*, vol. 135, no. 2, pp. 505–514, Oct. 1998.
- [91] M. E. Kilmer and D. P. O'Leary, "Choosing regularization parameters in iterative methods for ill-posed problems," *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, vol. 22, no. 4, pp. 1204–1221, Apr. 2001.
- [92] D. M. Sima and S. Van Huffel, "Level choice in truncated total least squares," *Comput. Stat. Data Anal.*, vol. 52, no. 2, pp. 1103–1118, May 2007.
- [93] V. A. Morozov, *Methods for solving incorrectly posed problems*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [94] J. E. Guacaneme, "An optimal parameter choice for regularized ill-posed problems," *Integral equations and operator theory*, vol. 11, no. 4, pp. 610–613, 1988.
- [95] P. C. Hansen and D. P. O'Leary, "The use of the l-curve in the regularization of discrete ill-posed problems," *SIAM J. Sci. Comput.*, vol. 14, no. 6, pp. 1487–1503, 1993.
- [96] P. C. Hansen, *The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems*. IMM, Department of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, 1999.
- [97] D. Calvetti, S. Morigi, L. Reichel, and F. Sgallari, "Tikhonov regularization and the l-curve for large discrete ill-posed problems," *Journal of computational and applied mathematics*, vol. 123, no. 1, pp. 423–446, 2000.
- [98] G. H. Golub, M. Heath, and G. Wahba, "Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter," *Technometrics*, vol. 21, no. 2, pp. 215–223, Apr. 1979.
- [99] A. Tikhonov, V. Arsenin, and F. John, *Solutions of ill-posed problems*. Winston Washington, DC, 1977, vol. 14.
- [100] C. Gilmore, P. Mojabi, and J. LoVetri, "Comparison of an enhanced distorted born iterative method and the multiplicative-regularized contrast source inversion method," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 57, no. 8, pp. 2341–2351, 2009.

- [101] L. Crocco and A. Litman, "On embedded microwave imaging systems : retrievable information and design guidelines," *Inverse Problems*, vol. 25, no. 6, p. 065001, Mar. 2009.
- [102] M. Bass, E. W. Van Stryland, D. R. Williams, and W. L. Wolfe, "Handbook of optics. fundamentals, techniques, and design, vol. 1," *Optical Society of America*, 1995.
- [103] S. Y. Semenov, R. H. Svenson, A. E. Bulyshev, A. E. Souvorov, A. G. Nazarov, Y. E. Sizov, V. G. Posukh, A. V. Pavlovsky, P. N. Repin, and G. P. Tatsis, "Spatial resolution of microwave tomography for detection of myocardial ischemia and infarction-experimental study on two-dimensional models," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 4, pp. 538–544, Apr. 2000.
- [104] C. Gilmore, P. Mojabi, A. Zakaria, S. Pistorius, and J. LoVetri, "On super-resolution with an experimental microwave tomography system," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 9, pp. 393–396, May. 2010.
- [105] T. J. Cui, W. C. Chew, X. X. Yin, and W. Hong, "Study of resolution and super resolution in electromagnetic imaging for half-space problems," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, no. 6, pp. 1398–1411, Jun. 2004.
- [106] P. Mojabi and J. LoVetri, "A novel microwave tomography system using a rotatable conductive enclosure," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 59, no. 5, pp. 1597–1605, Mar. 2011.
- [107] G. Huszka, H. Yang, and M. A. Gijs, "Microsphere-based super-resolution scanning optical microscope," *Optics Express*, vol. 25, no. 13, pp. 15 079–15 092, Jun. 2017.