

École Doctorale des Sciences de la Terre et de l'Environnement (ED 413)

Institut de Physique du Globe de Strasbourg (UMR 7516)

Thèse présentée par :

Pauline Le Maire

Soutenue le 21 juin 2017

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'Université de Strasbourg**

Discipline/ Spécialité : Géophysique - Méthode potentielle magnétique

**Caractérisation des anomalies magnétiques,
approches théorique et expérimentale:
applications à des objets anthropiques et géologiques**

THÈSE dirigée par :
Dr. MUNSCHY Marc

Université de Strasbourg

RAPPORTEURS :
Dr. DYMENT Jérôme
Dr. ROYER Jean-Yves

Institut de Physique du Globe de Paris
Université de Bretagne Occidentale

EXAMINATEURS :
Dr. BOULIGAND Claire
Pr. GIRARD Jean-François
Dr. KEATING Pierre

Université de Grenoble Alpes
Université de Strasbourg
Consultant

École Doctorale des Sciences de la Terre et de l'Environnement (ED 413)

Institut de Physique du Globe de Strasbourg (UMR 7516)

Thèse présentée par :

Pauline Le Maire

Soutenue le 21 juin 2017

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'Université de Strasbourg**

Discipline/ Spécialité : Géophysique - Méthode potentielle magnétique

**Caractérisation des anomalies magnétiques,
approches théorique et expérimentale:
applications à des objets anthropiques et géologiques**

THÈSE dirigée par :
Dr. MUNSCHY Marc

Université de Strasbourg

RAPPORTEURS :
Dr. DYMENT Jérôme
Dr. ROYER Jean-Yves

Institut de Physique du Globe de Paris
Université de Bretagne Occidentale

EXAMINATEURS :
Dr. BOULIGAND Claire
Pr. GIRARD Jean-François
Dr. KEATING Pierre

Université de Grenoble Alpes
Université de Strasbourg
Consultant

INVITÉS:
Mme. DECHAMP Aline
M. DOS SANTOS Alberto

Ingénieur géologie-géophysique, CEA
Directeur général, CARDEM

Remerciements

Vient maintenant l'écriture des dernières pages de ces trois années riches en émotions . . . Une thèse n'est pas uniquement le travail d'un thésard, c'est surtout la contribution de plusieurs personnes ; comme un gâteau est l'assemblage de plusieurs ingrédients. C'est pourquoi j'aimerais remercier toute les personnes qui m'ont aidé à élaborer ce gâteau.

La première personne que je voudrais remercier est Marc Munsch pour m'avoir fait découvrir son monde et avoir cru en moi. Je te remercie d'avoir accepté de diriger la thèse d'une bretonne et de l'avoir supportée. En espérant que nos discussions matinales autour d'un café continueront encore quelques années.

Merci à Jérôme Dymont et Jean-Yves Royer d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse et d'y avoir apporté leurs corrections. Je tiens à remercier pour leurs présences et leurs discussions : Claire Bouligand, Pierre Keating, Aline Dechamp et Alberto Dos Santos. Je souhaite également remercier Jean-François Girard d'avoir été le président de mon jury.

Cette thèse ayant été financée par l'entreprise Cardem, je remercie Alberto Dos Santos pour sa confiance. Lors de ces trois années, j'ai eu la chance de participer à de nombreux chantiers et je souhaite remercier toute l'équipe de dépollution pyrotechnique pour m'avoir suivie et aidée dans la conception et la réalisation d'expériences : Éric, Sébastien, David, Emmanuel, Thierry, Hervé, Jean-Pierre, Gregory. Je remercie également les personnes qui m'ont aidée au sein de l'entreprise dans les tâches administratives : Dominique et Olivia.

Je remercie l'équipe du Dylbas pour la bonne ambiance de travail et les discussions parfois animées (année d'élection oblige) de la pause-café. Je remercie Daniel pour m'avoir aidée dans le nappage et l'enrobage d'idées, parfois peu digeste. Je remercie Jean-François pour m'avoir donné la possibilité d'aller faire de la cartographie magnétique à 2500 m altitude, au royaume des marmottes. Je souhaite également remercier Saba Farès, Sylvie Bletry et Jean-Sylvain Caillou, pour m'avoir donné l'opportunité de découvrir leurs sites archéologiques respectifs. Ces campagnes ont été de riches expériences pour moi. Je voudrais remercier toutes les personnes qui m'ont aidée dans les aspects administratifs et techniques : Ghenima, Dilek, Didier, Joëlle, Magalie, Betty et les personnes de l'atelier.

Vient maintenant le tour des jeunes pâtissiers du premier étage qui ont permis de mettre des arômes et de la saveur à cette thèse ; les membres de L'UMP : Rozan, Bruno, Jeanne, Sonia, Paul et le maître Marc. Ne vous inquiétez pas, il ne s'agit pas d'une digression politique, l'UMP est l'Union des Méthodes Potentielles (titre trouvé

par Jeanne et moi lors d'une intense séance de brainstorming), Marie-Eva et Coralie les Gé-P-To girls, Rodolphe à la recherche de pamploose, Méderic et ses connaissances insoupçonnées sur le patrimoine français, Jeanne la voyageuse et Simon le jeune apprenti. Et il y a aussi les jeunes pâtissiers confirmés : Morgane toujours là pour de bons conseils, Isabelle et le cross-fit (j'ai jamais eu autant de courbatures qu'après cette initiation.), le duo de sedimento Alexis et Pierre (Alias Junior), Benoît le sage, Julie et ses discussions, Francis et ses histoires, Victor le brésilien, Charlotte la catalane et Quentin avec ses liqueurs de plantes maison.

Je voudrais remercier Adèle et Marie-France, pour avoir été là dans la dernière ligne droite.

Pour finir, je remercie mes parents, pour m'avoir toujours soutenue dans mes projets et avoir eu confiance en moi.

Je termine par celui qui m'a supportée et encouragée depuis ces x années (des pronostics :)), tu es la cerise sur le gâteau. Merci d'être là.

Résumé étendu

Cette thèse porte sur la méthode potentielle magnétique, outil géophysique ayant de nombreux avantages pour la détection d'objets géologiques, anthropiques et archéologiques enfouis dans le sous-sol. En effet, les mesures magnétiques sont rapides et sans impact sur l'environnement. Cette méthode consiste à mesurer le champ magnétique à la surface de la Terre : un changement de propriété magnétique (aimantation) dans le sous-sol engendre une perturbation du champ magnétique terrestre enregistré, dite anomalie magnétique. L'objectif est de déduire des paramètres sur la source à partir de mesures de surface. De façon générale, les données sont présentées sous la forme de cartes dans le plan horizontal ou de coupes le long d'un profil. Lors de l'étape d'interprétation une anomalie magnétique sera vue comme une association de parties positives et négatives dans le signal. Ce sont la forme et la disposition de ces lobes positifs ou négatifs qui donnent des informations sur la source. En effet, la géométrie d'une anomalie magnétique dépend de plusieurs paramètres : la position de l'objet dans l'espace, sa géométrie, ses propriétés magnétiques (aimantation) et enfin l'endroit où les mesures magnétiques ont été acquises (champ magnétique régional). Pour estimer ces paramètres de nombreux outils ont été développés afin de transformer l'anomalie observée : la réduction au pôle, le gradient horizontal, le signal analytique, le tilt angle, la theta map... Aucun de ces outils ne permet de caractériser complètement l'ensemble des paramètres et ils se basent souvent sur une hypothèse initiale forte. Par exemple, l'opérateur du signal analytique pour des objets à trois dimensions, suppose une connaissance de la direction d'aimantation, déterminante pour la localisation latérale de l'objet. L'objectif de cette thèse est la caractérisation des anomalies magnétiques, afin de quantifier certains paramètres de la source (profondeur, direction de l'aimantation et géométrie). Le manuscrit présente une approche didactique débutant avec un cas d'étude qui met en relief les questions majeures de ce manuscrit. Les questions portent sur la compréhension et la visualisation de la source magnétique de manière fondamentale mais aussi sur des aspects d'améliorations opérationnelles et méthodologiques ainsi qu'une ouverture sur des problématiques de géophysique marine et archéologique.

Le manuscrit est organisé en six chapitres :

Le premier chapitre d'introduction présente les différentes problématiques abordées dans le manuscrit par le biais d'un chantier type de dépollution pyrotechnique. Le matériel et les procédures utilisés sont décrits brièvement. La dernière partie de ce chapitre met en évidence les problèmes et questions rencontrés.

Le second chapitre détaille les différentes fonctions du magnétisme en trois dimensions : le superpotentiel scalaire, le potentiel scalaire, le champ magnétique, l'intensité de l'anomalie magnétique, le tenseur magnétique et enfin le tenseur du gradient d'anomalie magnétique. Une étude de ces fonctions est effectuée afin de caractériser leurs propriétés (indépendance ou dépendance de certains des paramètres liés à la source)

ainsi que leurs points particuliers tels que leurs extrema. Le tout est agrémenté de cas synthétiques permettant de visualiser de façon concrète les propriétés démontrées de façon mathématique. Ceci est suivi d'une étude des opérateurs de double réduction au pôle et de signal analytique. Une analyse et une comparaison des deux définitions du signal analytique pour des anomalies à trois dimensions sont faites.

Le troisième chapitre traite du développement des méthodes potentielles (gravimétrie et magnétisme) pour des structures à deux dimensions (invariantes dans la direction perpendiculaire au profil). Le chapitre commence par l'étude de l'intensité de l'anomalie magnétique pour un cylindre infini et montre les points particuliers dans le domaine spatial. Assez rapidement, il est mis en évidence que les développements dans le domaine spatial sont confrontés à des lourdeurs théoriques et que les équations ne permettent pas l'étude simple des fonctions selon les paramètres. Grâce à l'algèbre complexe, nous proposons pour la première fois d'écrire toutes les fonctions de méthodes potentielles à deux dimensions sous forme de fonctions complexes d'une variable complexe et nous démontrons que les fonctions correspondantes ont une forme simple selon la géométrie de la source et l'ordre de dérivation (potentiels, champs, gradients). Plus précisément, ces nouveaux développements ont permis d'établir des expressions mathématiques simples pour les six géométries de référence. De plus, une nouvelle représentation graphique (le "mapping" au sens de l'algèbre complexe) pour l'interprétation en méthodes potentielles est proposée dans le plan complexe. Cette représentation permet d'établir de façon directe la géométrie de la source (liée à la forme de la courbe), ainsi que des informations sur l'inclinaison apparente de l'aimantation. Dans la suite, une revisite de la réduction au pôle, ainsi que de la déconvolution eulérienne est développée dans le domaine de l'algèbre complexe.

Le quatrième chapitre porte sur la contribution de mesures magnétiques à différentes altitudes pour la caractérisation de la géométrie des sources. Le sujet est traité avec des cas synthétiques et des mesures. Ces mesures ont été faites sur l'ancienne base aérienne 112 de Reims dans le cadre d'une collaboration entre l'entreprise CARDEM, l'EOST et le CEA. Plusieurs acquisitions ont été effectuées à partir de différents supports : ULM, drones, quad, sac-à-dos et luge. Après une brève description du matériel et des procédures, deux zones d'études seront présentées. Elles mettent en parallèle des acquisitions à différentes altitudes pour la caractérisation de deux types d'objets : des anciennes munitions (UXO) et un pipeline.

Le cinquième chapitre porte sur un exemple d'application des développements théoriques du chapitre 3 aux anomalies magnétiques marines. En effet la caractérisation de la direction de l'aimantation apparente est importante pour estimer la paléolatitudo où la croûte océanique s'est formée, car ce paramètre permet de contraindre les modèles de cinématique des plaques. L'application est faite sur des données aéromagnétiques acquises autour de la zone de fracture Jan Mayen.

Le dernier chapitre présente l'apport des deux approches théoriques et expérimentales pour la caractérisation d'anomalies magnétiques dans le cadre d'une problématique archéologique. La mise en œuvre de la cartographie magnétique haute résolution a permis de mieux imager des structures du sous-sol. Les outils théoriques développés dans cette thèse ont permis de mieux contraindre la géométrie, la localisation et l'aimantation d'une structure interprétée comme un ancien bassin de rétention d'eau de dimension décamétrique.

Table des matières

1	Contexte de l'étude	13
1.1	Quelques éléments de l'histoire du magnétisme appliqués à la Terre . . .	13
1.2	Chantier type de dépollution pyrotechnique	14
1.2.1	Étude historique	16
1.2.2	Détection systématique	16
1.2.2.1	Matériel	16
1.2.2.2	Procédures	17
1.2.3	Acquisition	18
1.2.3.1	Matériels	18
1.2.3.2	Procédures	19
1.2.4	Traitements	21
1.2.5	Interprétation	25
1.2.6	Relocalisation	29
1.2.7	Mise au jour	29
1.3	Organisation du manuscrit	31
2	Les fonctions magnétiques à trois dimensions	33
2.1	Les fonctions élémentaires	33
2.1.1	Le superpotentiel	34
2.1.1.1	Sphère	34
2.1.1.2	Barreau	35
2.1.1.3	Cas général	36
2.1.2	Le potentiel	37
2.1.2.1	La sphère	37
2.1.2.2	Le cas général	40
2.1.3	Le champ magnétique	42
2.1.3.1	Sphère	43
2.1.3.2	Le cas général	45
2.1.4	L'intensité de l'anomalie magnétique	48
2.1.4.1	Géométries plus complexe - cas synthétiques	51
2.1.5	Le tenseur d'anomalie magnétique	54
2.1.5.1	La sphère	54
2.1.5.2	Géométries plus complexes - cas synthétiques	57
2.1.6	Le tenseur du gradient magnétique	60
2.1.6.1	La sphère	60
2.1.6.2	Géométries plus complexes - cas synthétiques	64
2.2	Les transformations	68
2.2.1	Réduction au pôle	68
2.2.2	Signal analytique	71

2.2.2.1	Les définitions	72
2.2.2.2	Cas d'une sphère induite	73
2.2.2.3	Cas d'une sphère rémanente	80
3	Le magnétisme à deux dimensions	89
3.1	Définition des paramètres dans le plan	89
3.2	Fonction réelle d'un cylindre infini	90
3.3	Théorie de l'algèbre complexe en méthode potentielle à deux dimensions	94
3.4	La représentation des fonctions magnétiques complexes	116
3.4.1	Les points remarquables d'un profil d'anomalie	116
3.4.1.1	Le cylindre	116
3.4.1.2	La plaque semi-infinie	118
3.4.1.3	Le cas général d'une structure à un point	120
3.4.2	Les autres points remarquables	121
3.4.2.1	Valeur maximale	121
3.4.2.2	Demi valeur maximale	121
3.5	Opérateurs et transformations	122
3.5.1	Prolongement	122
3.5.2	Réduction au pôle	123
3.5.3	L'opérateur de normalisation complexe (recentrage)	124
3.5.4	Signal analytique et <i>tilt angle</i>	126
3.6	Méthode d'Euler	127
3.6.1	Introduction	127
3.6.2	Théorie	128
3.6.3	Interaction d'anomalies magnétiques	129
3.6.4	Prise en compte d'une constante	129
3.6.5	Estimation de l'indice structural	129
3.7	Ce qu'il faut retenir	130
4	La cartographie magnétique multi-échelle et multi-support	131
4.1	Étude historique	132
4.2	Levé magnétique par ULM	133
4.3	Levé magnétique par drones	134
4.3.1	Levé par drone lourd IT-180	135
4.3.2	Levé magnétique par drone léger	136
4.3.2.1	Matériels	136
4.4	Levé magnétique à pied	138
4.5	Levé magnétique par quad	138
4.6	Résultats des levés	139
4.6.1	Levé de la zone B	140
4.6.1.1	Les données acquises	140
4.6.1.2	Les prolongements	143
4.6.1.3	Les modélisations	145
4.6.1.4	Les inversions	146
4.6.2	Levé magnétique de la zone C	149
4.6.2.1	Les données	149
4.6.2.2	Comparaison des résultats	152

5	Les anomalies magnétiques marines dans le plan complexe	155
5.1	Les anomalies magnétiques marines	155
5.1.1	Origine des anomalies magnétiques océaniques	155
5.1.2	Modélisations des anomalies magnétiques océaniques	156
5.2	L'"anomalous skewness" ou distorsion anomalie	157
5.2.1	Le comportement du champ paléomagnétique	157
5.2.2	Les différentes sources des anomalies magnétiques océaniques . .	159
5.3	Le champ complexe marin	160
5.3.1	Effet des inclinaisons apparentes	162
5.3.2	Effet de la géométrie	162
5.3.3	Effet du pendage	163
5.3.4	Effet de l'interaction	163
5.4	Applications à des données	166
5.4.1	Contexte géologique	166
5.4.2	Les données	167
5.4.3	Analyse des levés magnétiques	168
5.4.3.1	Application des opérateurs des méthodes potentielles .	169
5.4.4	Le champ complexe	171
5.4.4.1	Le flanc est	171
5.4.4.2	Le flanc ouest	178
5.4.4.3	Résultats	181
5.5	Conclusion	183
6	Méthode potentielle magnétique pour l'archéologie	185
6.1	Contexte de l'étude	185
6.1.1	Objectifs	186
6.2	Acquisition et traitements des données	187
6.2.1	Levés magnétiques perche haute	188
6.2.1.1	Levés magnétiques par perche basse	195
6.3	L'interprétation	200
6.3.1	Le superpotentiel scalaire	200
6.3.2	Le potentiel scalaire	201
6.3.3	Les composantes du champ magnétique	201
6.3.4	Les composantes du tenseur d'anomalie magnétique (TAM) . .	202
6.3.4.1	Les vecteurs et les valeurs propres	203
6.3.5	Les composantes du tenseur de gradient magnétique (TGM) . .	204
6.3.5.1	Les vecteurs et les valeurs propres	205
6.3.6	Ce qu'il faut retenir	206
6.3.7	Anomalie magnétique complexe	206
6.4	Conclusion	208
	Bibliographie	213
A	La liste des variables utilisées	221
A.1	Les variables scalaires	221
A.2	Les variables vectorielles	221
A.3	Les variables tensorielles	222

Chapitre 1

Contexte de l'étude

Lors de la construction d'ouvrages ou la mise en place d'infrastructures, la nature du terrain (géologie) ou la présence d'objets enfouis dans le sous-sol peut entraver le bon déroulement d'un chantier. Une prospection géophysique préliminaire permet une meilleure connaissance du terrain et aide à la prise de décision des donneurs d'ordre. Celle-ci permet de caractériser le sous-sol à partir de mesures en surface et de leurs interprétations. Les développements théoriques de la méthode permettent le plus souvent de caractériser les principaux paramètres physiques du sous-sol (constantes élastiques du milieu, résistivité électrique et permittivité diélectrique, densité et aimantation). Ce travail s'attache à l'étude des anomalies magnétiques qui résultent de variations d'aimantation dans le sous-sol. Dans le cas général, la méthode magnétique ne permet pas de déterminer de façon unique la localisation, la géométrie et l'aimantation d'une source. Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la collaboration depuis une dizaine d'années entre l'IPGS et CARDEM, dont l'objectif principal est la localisation et la caractérisation de munitions non explosés dans le sous-sol.

Dans le laboratoire depuis douze années, six thèses ont été soutenues en méthode potentielle appliquée à la cartographie magnétique (Baala, 2005; Bouiflane, 2008; Fleury, 2011; Nodot, 2014; Gavazzi, 2015; Alkhatib Alkontar, 2015). Chacune de ces thèses présente la bibliographie de la discipline et propose de nouveaux développements dans des cadres différents (anomalie magnétique marine, aéromagnétisme, archéologie). Plutôt que de représenter à nouveau la méthode et ses applications, j'ai pris le parti de considérer comme acquis les notions de base des méthodes potentielles. Ce manuscrit de thèse fait l'état de l'art de la cartographie magnétique pour la détection d'objets pyrotechniques (ce chapitre), propose des nouveaux développements théoriques (chapitres 2 et 3) et expérimentaux (chapitre 4), afin de les appliquer à des questions géologiques et archéologiques (chapitres 5 et 6).

1.1 Quelques éléments de l'histoire du magnétisme appliqués à la Terre

Les premières perceptions physiques du champ magnétique datent de 700 avant J.-C. par les navigateurs chinois. Les développements modernes d'instruments de mesure, c'est-à-dire électroniques, ont commencé pour la détection aéroportée de sous-marins et de bateaux lors de la seconde guerre mondiale. Au cours de cette période les premiers capteurs magnétiques de type fluxgate ont été mis en œuvre. En 1948, les premières campagnes océanographiques de cartographie du champ magnétique furent réalisées

par Mason & Raff (1961). La première carte magnétique de grande surface est celle obtenue au large de la côte ouest des États-Unis (Mason & Raff, 1961). Les mesures ont mis en évidence des anomalies magnétiques parallèles à l’axe des dorsales et liées aux inversions du champ géomagnétique. Cette découverte met en évidence l’expansion des fonds océaniques (Vine & Matthews, 1963) et fonde la théorie de la tectonique des plaques proposée 5 ans plus tard (Le Pichon & Heirtzler, 1968). De nos jours, la méthode magnétique est employée pour de nombreuses applications : géologiques (exploration pétrolière et minière, géologie structurale), géotechniques (compréhension de la structure d’un bâtiment), archéologiques (localisation de structures enfouies). En effet, le principal avantage de cette méthode est que l’on n’a pas d’effet d’échelle, que l’on travaille à l’échelle d’une région de la taille du Sahara ou à l’échelle centimétrique pour visualiser des contrastes de propriétés magnétiques d’un mur, les outils théoriques et de mesure sont identiques. Pour plus de détails et une description plus complètes de l’histoire du magnétisme en géophysique, les références qui me paraissent les plus appropriées sont Blakely (1996); Nabighian *et al.* (2005); Hinze *et al.* (2013). Pour comprendre les différentes problématiques que l’on peut rencontrer en méthode potentielle, nous allons dérouler le fil allant de l’acquisition de mesures, au traitement puis à l’interprétation pour un chantier de dépollution pyrotechnique. En effet, cette thèse Cifre, financée par l’entreprise CARDEM, met en œuvre le savoir faire du laboratoire au quotidien.

1.2 Chantier type de dépollution pyrotechnique

La dépollution pyrotechnique a pour but l’élimination d’anciennes munitions présentes dans le sous-sol suite aux conflits de 1870, 1914-1918, 1939-1945. En France, il existe une dizaine d’entreprises travaillant sur ce marché, avec un chiffre d’affaire annuel total d’environ vingt-cinq millions d’euros. Il y a très peu d’études sur cette problématique et la quantité de munitions retrouvées en France n’est pas publiée. Une association répertorie les articles de presse concernant les mises au jour de munition (Robin des bois). Ce point a fait l’objet d’une discussion au Sénat (2012-2013)(réponse du ministère de l’intérieur à la question n°01828 Courteau (2012)) et les chiffres donnés par le ministère de la Défense pour l’année 2011 indiquaient que les démineurs de la sécurité civile sont intervenus 12300 fois pour des munitions historiques. Ils ont pris en charges 603 tonnes de munitions et détruit 573 tonnes. Les 30 tonnes non détruites sont programmés pour des créneaux de tir ou liées à la nature chimique des munitions. En effet, en attendant l’ouverture du centre de démantèlement SECOIA (en 2018), les munitions chimiques sont stockées dans des centres. Le problème majeur lié au stockage est l’altération des enveloppes des munitions. En effet, lors des conflits, les munitions étaient fabriquées pour une utilisation directe, or cent ans plus tard, après un séjour dans le sous-sol leur état s’est dégradé. Au vu du nombre de munitions employées lors des différents conflits, le temps nécessaire pour sécuriser l’ensemble du territoire français est estimé à environ sept siècles.

Ainsi lors de nouveaux projets d’excavation dans une zone témoin d’anciens conflits, il est important d’effectuer avant tous travaux une dépollution pyrotechnique. Dans la suite, nous allons passer en revue les différentes étapes d’un chantier de dépollution, en les appliquant à l’exemple du chantier de Fontenet réalisé en 2013. Il s’agit d’un ancien aérodrome militaire, situé dans l’ouest de la France, dans le département de la Charente-Maritime (17).

Le diagramme de la figure 1.1 indique les différentes étapes effectuées lors d’un chan-

tier. Une cartographie du site n'est pas toujours effectuée.

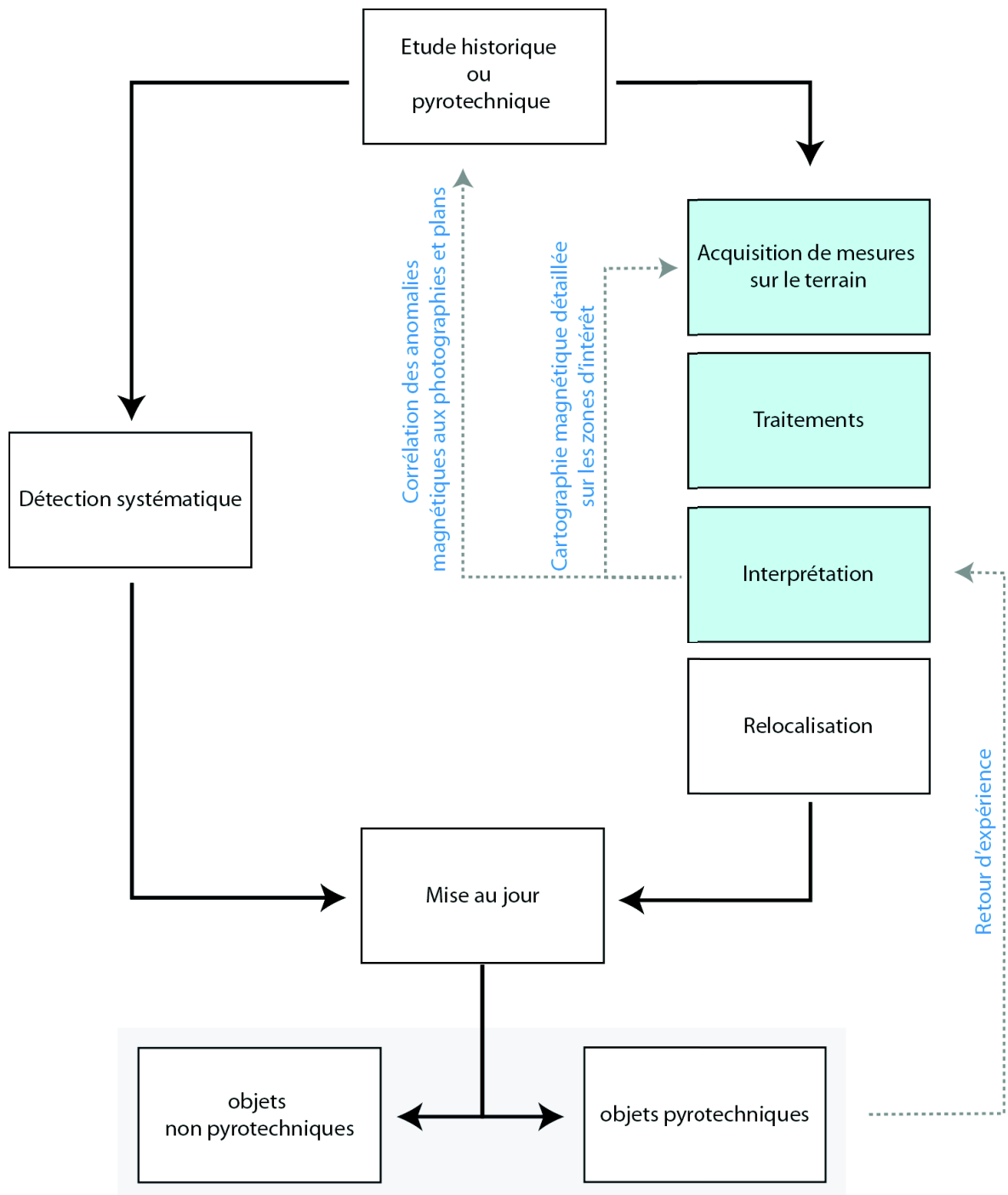


FIGURE 1.1 – Schéma des différentes étapes d'un chantier de dépollution pyrotechnique. Les rectangles bleus mettent en évidence les étapes géophysiques discutées dans le manuscrit.

1.2.1 Étude historique

La première étape consiste à comprendre l'histoire du terrain au cours du temps (étude pyrotechnique). A-t-il été un lieu de combats lors d'anciens conflits ? Est-il placé à proximité de zones stratégiques : gares, aérodromes (39-45), tranchées (14-18) ?



FIGURE 1.2 – La photographie de gauche a été prise le 27 janvier 1944 lors d'un bombardement américain. La photographie de droite a été prise le 27 juin 1944 après un bombardement américain. Le rectangle rouge indique l'emprise du chantier de Fontenet.

La figure 1.2 montre un exemple de photographies prises lors d'un bombardement américain, ces documents donnent des informations pour organiser la dépollution pyrotechnique d'un terrain. La connaissance du type de munition utilisée pendant les bombardements permet de définir les procédures adéquates à mettre en place sur le terrain lors de la mise au jour des anomalies : kit de décontamination (diphotérine) si probabilité de présence de munitions chimiques, non déplacement de munitions si risque de pièges à retardement,... Dans le cas du chantier de Fontenet, les conclusions de l'étude historique indiquent une pollution de type bombes d'aviation lors de la seconde guerre mondiale.

1.2.2 Détection systématique

Pour certains chantiers, une cartographie magnétique n'est pas nécessaire et une détection directe suffit, sans enregistrement numérique. Pour prospecter le terrain, l'entreprise CARDEM utilise un appareil de détection FEREX 4.032 API du fabricant FOERSTER.

1.2.2.1 Matériel

Le système est constitué de deux sondes mesurant la composante verticale du champ magnétique. Elles sont espacées verticalement de 65 cm. Il existe plusieurs modes et différentes sensibilités pour la prospection.



FIGURE 1.3 – Photographie d’un opérateur équipé du détecteur FEREX 4.032 API.

1.2.2.2 Procédures

Lors de la détection, l’opérateur balaie un couloir d’environ 2 m de large, en gardant bien vertical le tube contenant les sondes. La présence d’objets est détectée par la déviation d’une aiguille et l’émission d’un son (aigu : valeur positive et grave : valeur négative). Ensuite, l’opérateur balaie la surface alentour afin de localiser le point où la différence de signal entre les deux sondes est positive et maximale. Puis il effectue la même procédure pour la recherche de la valeur négative minimale. A partir de la distance séparant les deux points, l’opérateur peut estimer la profondeur de l’objet. Le fabricant propose différentes procédures qualitatives pour trouver la profondeur. Une méthode consiste à chercher le maximum du signal (grand drapeau vert - Figure 1.4), puis à trouver de part et d’autre le long de la droite passant par les deux extréma les deux points égaux à la moitié du maximum du signal (petits drapeaux verts - Figure 1.4). La profondeur est alors égale à $\frac{5}{4}$ de la distance entre les deux points.

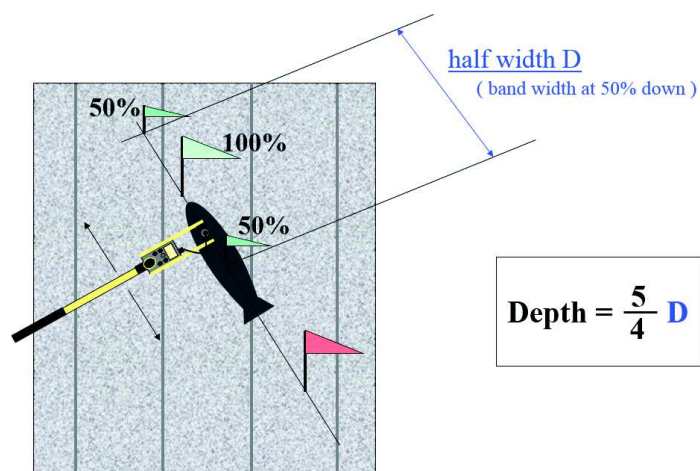


FIGURE 1.4 – Schéma présentant une des méthodes d’estimation de la profondeur d’un objet (Cours pour la détection - Foerster).

1.2.3 Acquisition

1.2.3.1 Matériels

L'IPGS a développé un système original de mesure magnétique multicapteur sur le terrain (Figure 1.5). Ce système est utilisé sur différents supports tels que l'avion, le drone, le sac à dos...

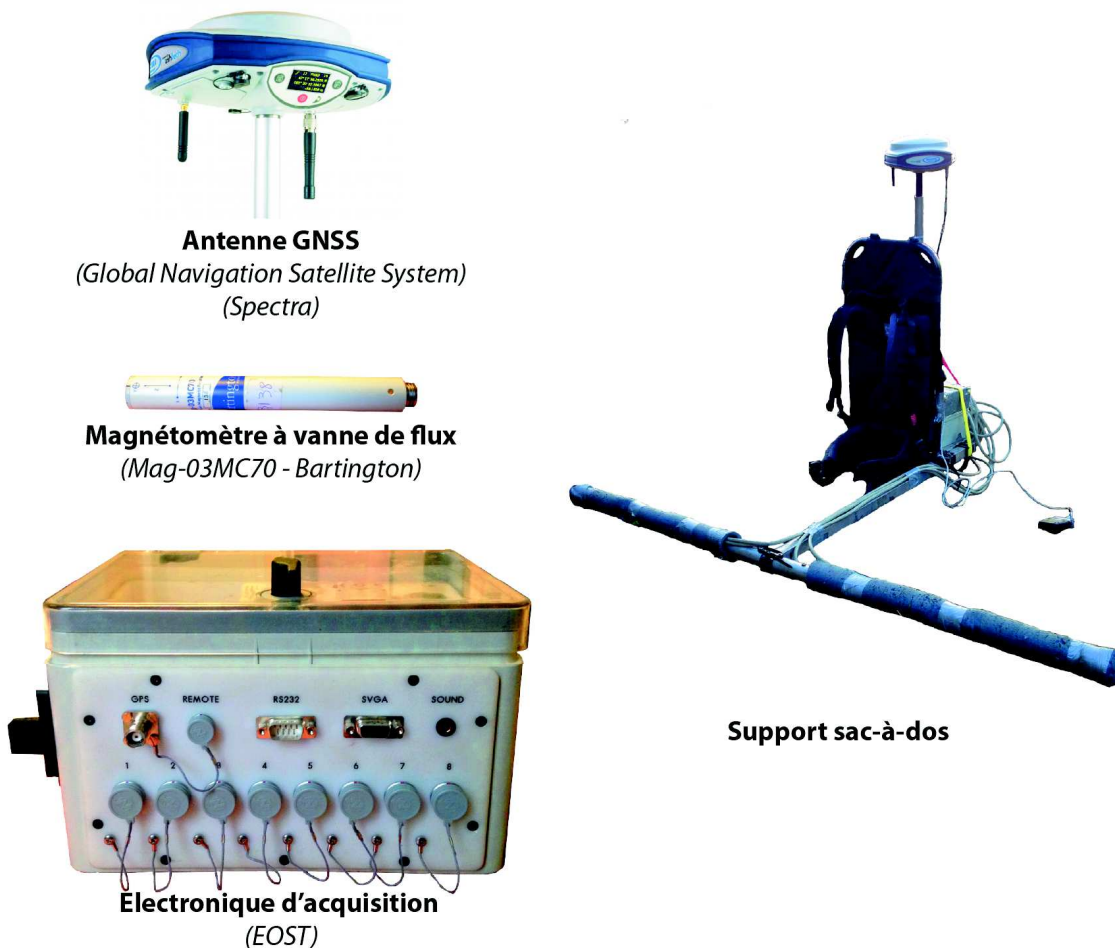


FIGURE 1.5 – Matériels de mesure à gauche et un exemple de support à droite.

La figure 1.5, présente les différents composants de cet équipement et un exemple de support d'acquisition le plus utilisé, le sac-à-dos.

Le premier composant est un système DGNSS (Differential Global Navigation Satellite System) qui permet la localisation centimétrique des données. L'IPGS utilise un système constitué de deux antennes GNSS (R4, Trimble) une mobile et une statique, la seconde corrige le positionnement de la première. Pour l'entreprise CARDEM, le choix s'est porté sur une antenne GNSS (ProMark 800, Spectra), avec une correction par liaison téléphonique au système Teria comprenant une centaine d'antennes GNSS fixes placées sur le territoire.

Sur le marché, il existe plusieurs capteurs pour mesurer le champ magnétique (pompage optique, proton, Overhauser pour les scalaires et fluxgate, Hall, magneto résistive pour les vectoriels) ou son tenseur gradiométrique (SQUID). Le choix du laboratoire s'est porté sur un capteur trois composantes de type fluxgate (Mag-03MC70, Bartington). Ses avantages sont un faible coût (inférieur à trois mille euros), sa légèreté (inférieur à

deux cents grammes), sa facilité d'adaptation sur un supports, sa précision de mesure de l'ordre de 1 nT et la possibilité de compenser l'effet magnétique du support d'acquisition. Le point faible est que la mesure n'est pas absolue, il faut corriger des effets de sensibilité, d'offset et de non orthogonalité des sondes. De plus, il présente une dérive liée aux variations de température qui est de l'ordre de $\pm 0.1 \text{ nT}/^{\circ}\text{C}$.

Pour finir, l'électronique d'acquisition permet les enregistrements synchronisés des trois composantes mesurées par les capteurs magnétiques ainsi que la localisation centimétrique des données. Le système de mesure est la propriété de l'IPGS et sa réalisation a été faite par l'entreprise DIEFI. L'électronique permet l'enregistrement en simultané de huit capteurs avec des fréquences de mesure allant de 1 à 300 Hz. Un filtre numérique de lissage des données peut être appliqué. Par exemple pour une cadence d'enregistrement de 25 Hz, le processeur moyenne les 36 mesures consécutives (maximum de ses capacités) du numériseur qui a une cadence de 4800 Hz. Ainsi une mesure à 25 Hz correspond à la moyenne de 36 échantillons sur une durée de 7,5 ms.

Les trois équipements peuvent être fixés sur différents supports. Le plus employé est le sac-à-dos, avec des capteurs espacés de 50 cm, placés à 1 m à l'avant du sac et à 1 m du sol. L'antenne DGNSS se situe à environ quatre-vingt centimètres en arrière au niveau de l'axe de symétrie de la perche. L'électronique est quant à elle placée dans le dos de l'opérateur au plus loin des capteurs. Classiquement, la cadence d'enregistrement des données se fait en 25 Hz, ce qui donne un point de mesure tous les 3 à 5 cm pour un opérateur marchant entre 3 et 5 km/h.

Pour faciliter l'acquisition et vérifier le bon déroulement de la mesure, une application *Matlab* a été créée permettant la visualisation des données en temps réel dans une lunette HMD (Head-Mounted Display) (Figure 1.6).

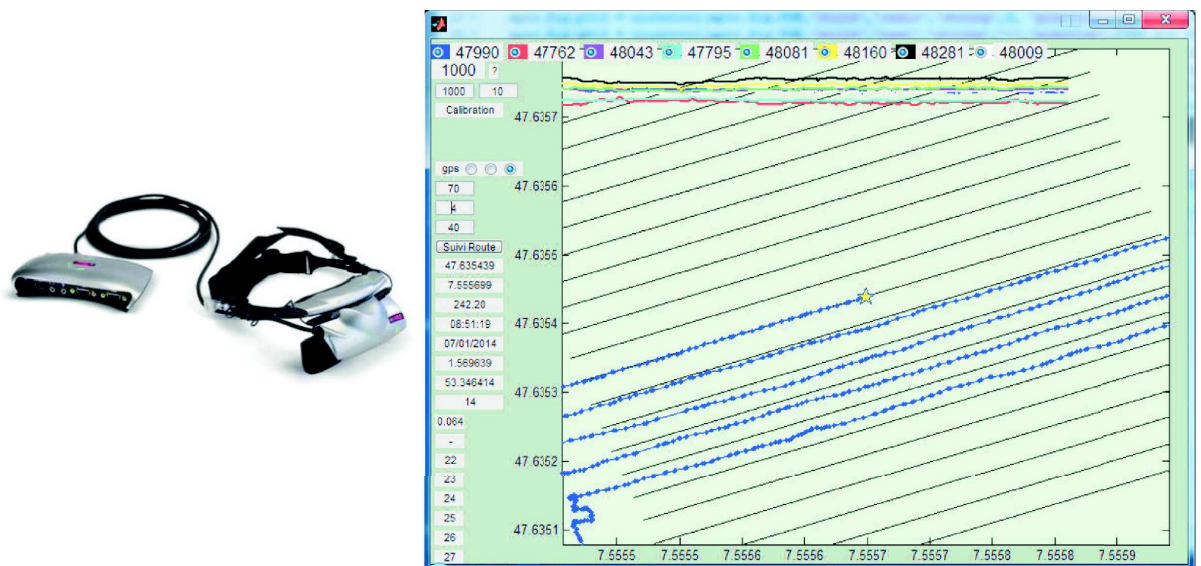


FIGURE 1.6 – Lunette HMD (Head-Mounted Display) permettant de visualiser les données de navigation et magnétiques en temps réel Nodot (2014).

1.2.3.2 Procédures

Lors de mesures sur le terrain, les étapes sont toujours les mêmes quelque soit le support d'acquisition (avion, drone, sac), elles sont au nombre de quatre (Figure 1.7).

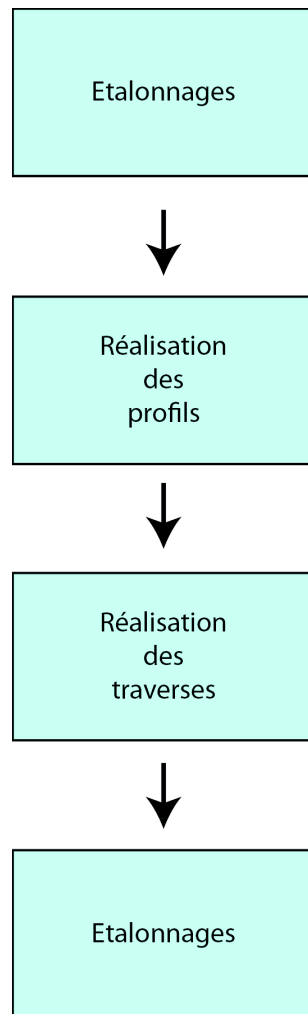


FIGURE 1.7 – Les différentes étapes d’acquisition pour la mesure magnétique sur le terrain.

Étalonage

La première étape est l’étalonnage. On a vu précédemment que nos capteurs n’étaient pas absolus et qu’ils nécessitaient une correction. De plus, l’utilisation d’un capteur vectoriel apporte la possibilité de compenser l’effet magnétique du support (Munsch *et al.*, 2007). Par compensation, on entend la correction des effets liés à la présence d’objets aimantés perturbant les mesures telles que la visserie, les prises des câbles, les batteries... Pour la procédure sur le terrain, l’opérateur porte le sac sur son dos et place le milieu de la perche portant les capteurs au centre d’un cercle imaginaire. Puis il s’incline d’environ quarante degrés à gauche et à droite et revient dans la position où la perche est horizontale. Ensuite, il refait ces inclinaisons environ huit fois en différents endroits du cercle. Ainsi les capteurs explorent une bonne partie de l’espace des attitudes, avec cependant une variation très faible du tangage. Les étalonnages sont faits en début et en fin d’acquisition. Il faut faire attention que la zone choisie pour l’étalonnage soit dépourvue d’anomalie magnétique, car lors de l’application de l’algorithme on doit connaître l’intensité du champ magnétique pour effectuer l’inversion. En général, on prend l’IGRF (Thébault *et al.*, 2015b), mais on peut également prendre la valeur moyenne des données acquises lors de l’étalonnage.

Profils

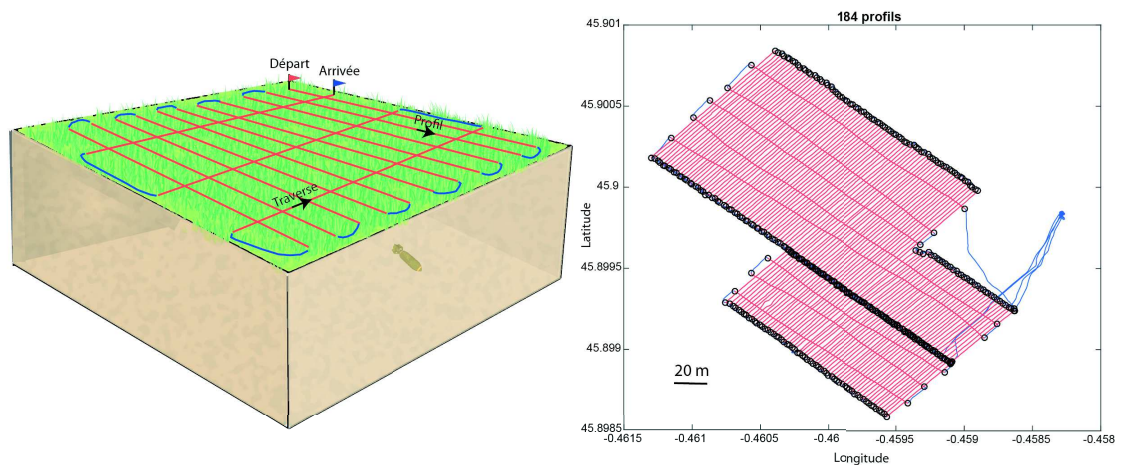


FIGURE 1.8 – Schéma montrant les profils et traverses à réaliser sur le terrain. Résultats de la navigation obtenue après la journée de cartographie du 17 avril 2013 sur le chantier de Fontenet.

L'étape de réalisation des profils est relativement simple. L'opérateur marche le long de lignes espacées de n mètres. Le facteur n est lié au nombre de capteurs présents sur la perche, s'il y en a 4 espacés de 50 cm $n = 2$ m, s'il y en a 8 $n = 4$ m (Figure 1.8). Pour suivre les profils, l'opérateur utilise la lunette HMD, qui lui montre la localisation des profils théoriques et la route qu'il suit (Figure 1.6).

Traverses

Les traverses sont des enregistrements perpendiculaires aux profils, dont l'espacement est de trois à cinq fois supérieur à celui des profils. Elles sont acquises pour étudier des différences de l'intensité du champ magnétique aux points de croisement.

Enregistrement des variations temporelles

L'objectif est de soustraire au signal de mesure la partie liée à la variation temporelle du champ magnétique. Généralement, nous effectuons les corrections à partir des enregistrements faits avec une seconde électronique posée au sol. Cependant cette procédure a des inconvénients : la première est la nécessité d'avoir deux électroniques et un capteur d'enregistrement supplémentaire ; la deuxième, est que sur certains sites en zone urbaine la variation temporelle du champ magnétique n'est pas constante sur l'ensemble de la zone et varie spatialement. Une solution pour s'affranchir de cette contrainte est la mesure gradiométrique.

1.2.4 Traitements

Une fois les données acquises, elles ne sont pas tout de suite interprétables, il faut effectuer certaines corrections que l'on peut diviser en quatre étapes (Figure 1.9). Les traitements sont effectués à l'aide du logiciel Applimag développé sous *Matlab* au sein de l'IPGS depuis quelques dizaines d'années.

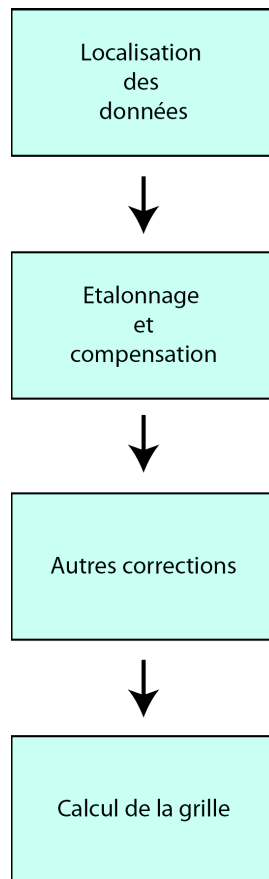


FIGURE 1.9 – Les différentes étapes lors de la phase de traitement et de correction des mesures.

La localisation

La première étape est de définir la localisation de chaque capteur magnétique en fonction des positions données par l’antenne DGNSS. Pour effectuer la correction, la personne indique l’espacement des capteurs et la distance entre l’antenne et le centre de la perche. L’algorithme définissant la position des capteurs suppose que la ligne de capteurs est toujours perpendiculaire à la direction du profil. Ceci n’est pas toujours le cas et l’erreur n’est pas négligeable. Par exemple pour une perche montée à huit capteurs, les deux capteurs externes sont à une distance de 1,75 m de l’axe et si on prend une erreur de cap de 5° de la perche, on a alors une erreur de $\pm 12,25$ cm de localisation des capteurs le long du profil et une erreur de ± 1 cm en latéral.

Étalonnage et compensation

Une fois les mesures magnétiques localisées, il faut les corriger car les mesures ne sont pas absolues et soumises au champ perturbateur du support. La méthode consiste à supposer que l’intensité du champ magnétique est constante et que toutes les variations de l’intensité mesurées (d’environ 100-300 nT) lors de la procédure d’étalonnage sont liées aux erreurs des capteurs et aux objets aimantés sur le support d’acquisition. Il s’agit d’un étalonnage scalaire (Olsen *et al.*, 2003). Neuf paramètres sont à trouver (Munschy *et al.*, 2007) :

- trois pour la sensibilité (S_x, S_y, S_z),
- trois pour l’erreur d’orientation des trois composantes (u_1, u_2, u_3),
- trois pour les offsets de chaque sonde (b_x, b_y, b_z).

Si on décrit le problème sous forme d’équation (Bronner *et al.*, 2013), on a

Compensation

| effet de l'aimantation induite du système d'acquisition | effet de l'aimantation rémanente du système d'acquisition |

$$\begin{array}{c}
 \text{Mesure} \\
 \left[\begin{array}{c} X_{\text{obs}} \\ Y_{\text{obs}} \\ Z_{\text{obs}} \end{array} \right] = \begin{array}{c} \text{Erreur d'orientation} \\ \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ -\sin(u_1) & \cos(u_1) & 0 \\ \sin(u_2) & \sin(u_3) & \sqrt{1 - \sin^2(u_2) - \sin^2(u_3)} \end{array} \right] \end{array} \begin{array}{c} \text{erreur de sensibilité} \\ \left[\begin{array}{ccc} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{array} \right] \end{array} \begin{array}{c} \text{erreur d'offset} \\ \left[\begin{array}{c} F_x \\ F_y \\ F_z \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} b_x \\ b_y \\ b_z \end{array} \right] \end{array} \\
 \text{Etalonnage du capteur} \qquad \qquad \qquad \text{champ magnétique régional}
 \end{array}$$

avec : $(X_{\text{obs}}, Y_{\text{obs}}, Z_{\text{obs}})$ les mesures des trois composantes du capteur, (F_x, F_y, F_z) les composantes du champ magnétique régional.

La détermination des neuf paramètres est un problème non linéaire, par conséquent la recherche des paramètres se fait en minimisant par moindre carré la différence d'intensité.

Après application de l'algorithme d'étalonnage et de compensation, les variations de l'intensité ne sont plus que de quelques nT crête à crête, avec un écart-type de l'ordre de 1 à 0,1 nT dans des environnements propices.

Autres corrections

Corrections temporelles

Pour mettre en évidence les variations spatiales de l'intensité du champ magnétique, il faut s'affranchir des variations temporelles, celles-ci sont déduites d'enregistrements d'observatoire magnétique (Intermagnet) ou d'un enregistrement local sur le site de mesures (base magnétique).

Calcul de l'intensité de l'anomalie

Pour calculer l'intensité de l'anomalie à partir de l'intensité du champ magnétique, il existe plusieurs méthodes, trois d'entre elles sont décrites dans la suite.

- Médiane ou moyenne sur profil : la méthode consiste à la soustraction de la médiane ou de la moyenne de l'intensité du champ magnétique de chaque profil.
- Moyenne sur grille champ : l'idée est d'ajuster un polynôme de degré n à chaque profil extrait d'une grille déjà calculée. Cette procédure permet d'enlever des effets de profils (leveling). De façon classique, n est égal à un, c'est-à-dire que l'on calcule la meilleure droite expliquant la différence entre le profil mesuré et le profil extrait de la grille.
- Point de croisement : la philosophie est de minimiser par moindre carré la différence d'intensité du champ magnétique au point de croisement entre le profil et la traverse en considérant que chaque profil et traverse est affecté d'une erreur constante.

Calcul de la grille

Le calcul de la grille se fait à l'aide d'une fonction *Matlab gridfit* (D'Errico, 2006). De façon générale, le pas de grille utilisé est égal à la moitié de l'espacement des

capteurs. Le résultat de tous les traitements est synthétisé par une carte mettant en évidence les variations de l'intensité du champ magnétique sur la surface de mesure.

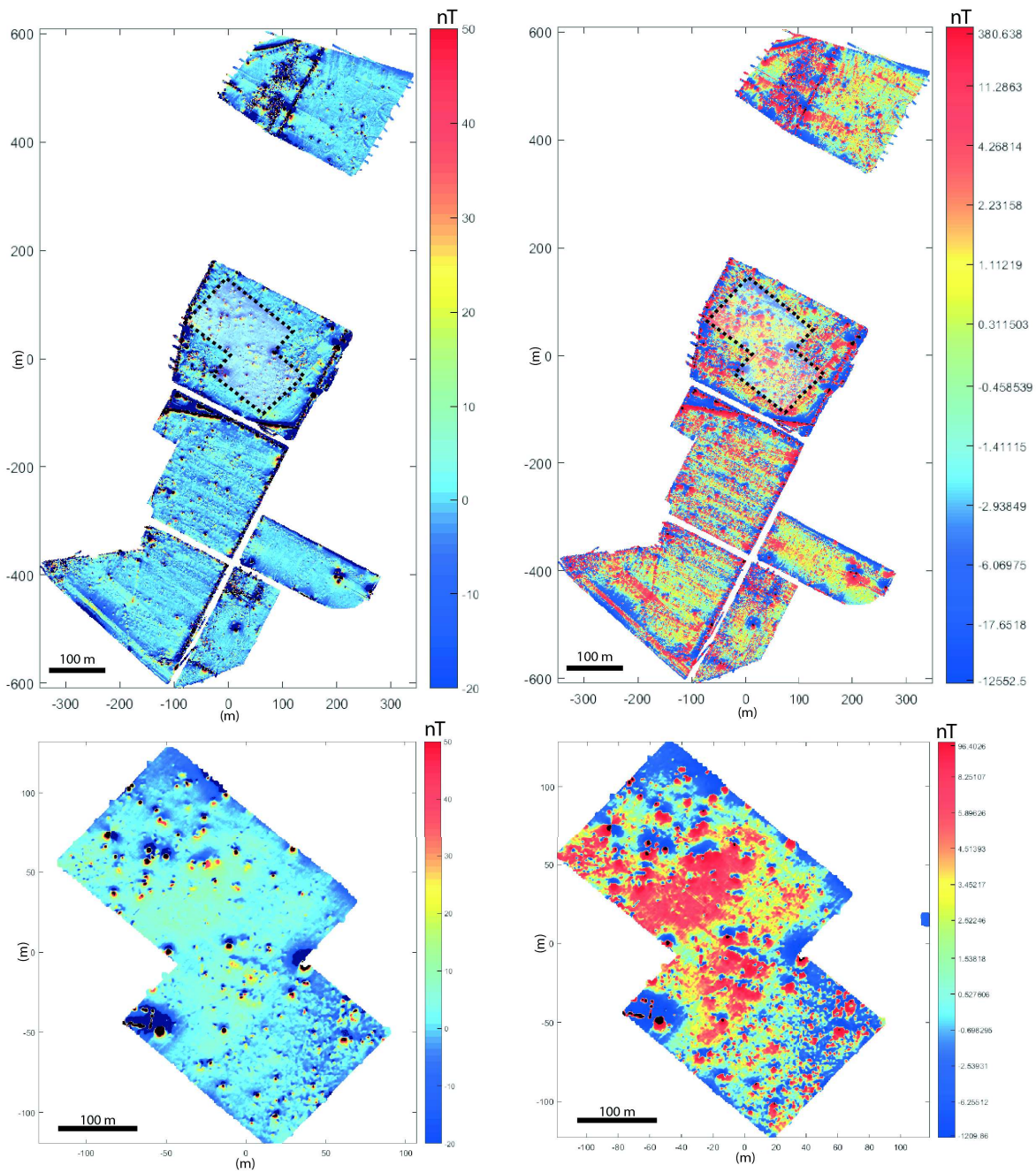


FIGURE 1.10 – Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique obtenues après les traitements pour le chantier de Fontenet. Les cartes de gauche sont en représentation linéaire et celles de droite en équipopulation. Les deux cartes du bas ont été obtenues pour la journée du 17 avril 2013.

La figure 1.10 représente les cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique pour l'ensemble du chantier de Fontenet (les deux cartes supérieures) et pour la journée du 17 avril 2013 (les deux cartes inférieures). Les cartes à gauche sont en représentation linéaire, c'est-à-dire que l'on utilise une échelle de couleur qui varie de façon linéaire en fonction de l'intensité. Pour les cartes de droite chaque couleur recouvre la même

surface sur la carte. L'intérêt de la deuxième représentation est de donner plus de visibilité aux anomalies de faibles amplitudes.

1.2.5 Interprétation

Une fois la carte de l'intensité de l'anomalie magnétique T obtenue, vient la phase d'interprétation de cette carte. Quelles sont les propriétés (localisation, géométrie et aimantation) des sources à l'origine des anomalies mesurées ?

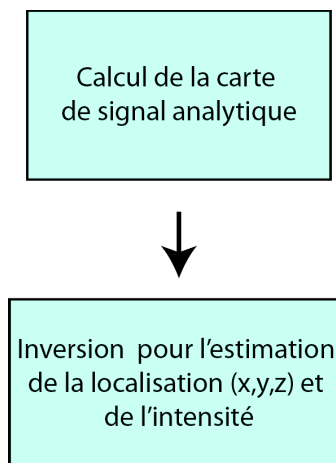


FIGURE 1.11 – Les différentes étapes lors de l'interprétation des données.

Calcul de la grille de signal analytique

Dans le cas de chantiers à objectif pyrotechnique la stratégie abordée est l'utilisation de l'opérateur de signal analytique (Nabighian, 1972; Roest *et al.*, 1992b) défini par l'équation

$$|A(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2} \quad (1.1)$$

Avec T l'intensité de l'anomalie magnétique, $\frac{\partial T}{\partial x}$ la dérivée dans la direction nord-sud, $\frac{\partial T}{\partial y}$ la dérivée dans la direction est-ouest et $\frac{\partial T}{\partial z}$ la dérivée verticale. Pour effectuer cette transformation, nous passons dans le domaine spectral afin de calculer les trois dérivées spatiales. L'avantage est de localiser les maxima du signal analytique à l'aplomb des sources (Salem *et al.*, 2002; Nodot, 2014).

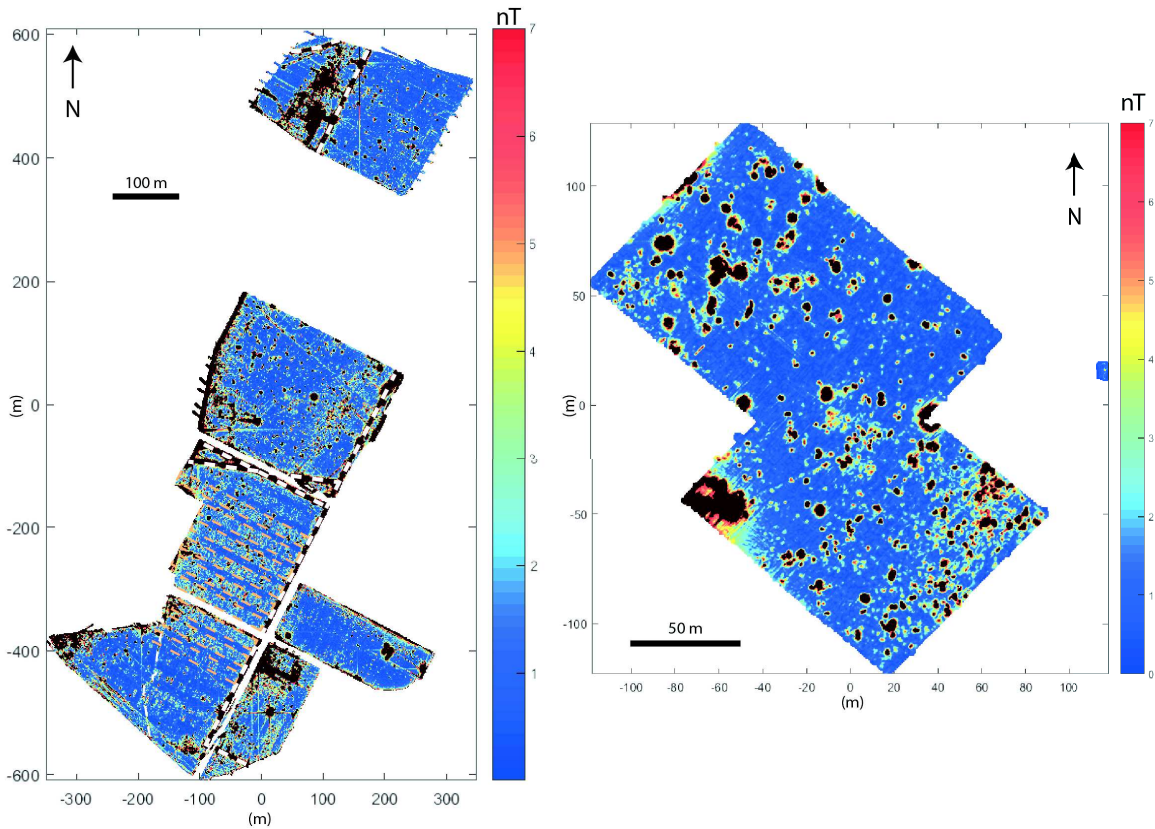


FIGURE 1.12 – Cartes après application de l’opérateur de signal analytique. Les tirets blancs indiquent les maxima du signal analytique liés aux réseaux (électrique et eau). Les tirets orange délimitent des zones où la concentration d’anomalies est plus élevée.

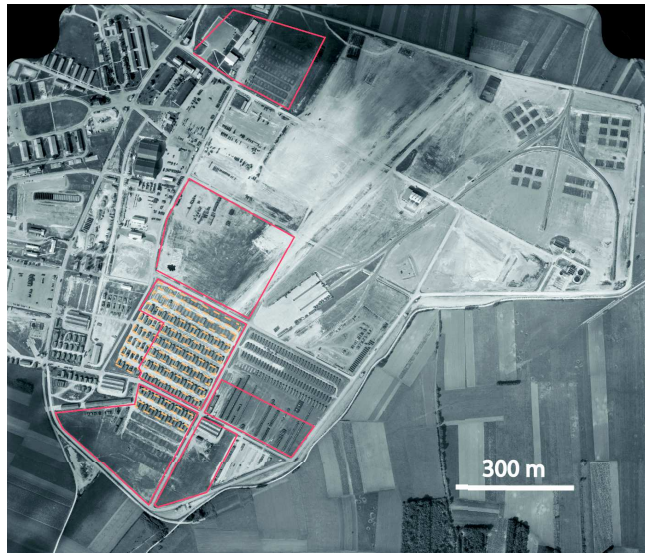


FIGURE 1.13 – Photographie aérienne (IGN) de la zone d’étude en 1960, quand le terrain était utilisé par l’armée américaine.

La figure 1.12 présente la carte après l’application de l’opérateur de signal analytique. Des linéations sont visibles (tirets blancs 1.12), elles correspondent à des réseaux. Les tirets orange mettent en évidence des zones orientées $N117^\circ$ où la concentration

de maxima est forte. Comme indiqué dans la figure 1.1, l’aller-retour entre les informations obtenues par l’étude historique et les cartes magnétiques donne des indices concernant ces bandes. En observant une photographie aérienne datant de 1960, des alignements similaires de même orientation sont visibles (Figure 1.13). Les endroits où il y avait les baraquements présentent de plus grandes concentrations d’anomalies. Il serait intéressant de comprendre l’origine de ces anomalies, aimantation du sous sol, ou présence de petits morceaux en fer provenant des conteneurs (Figure 1.14).

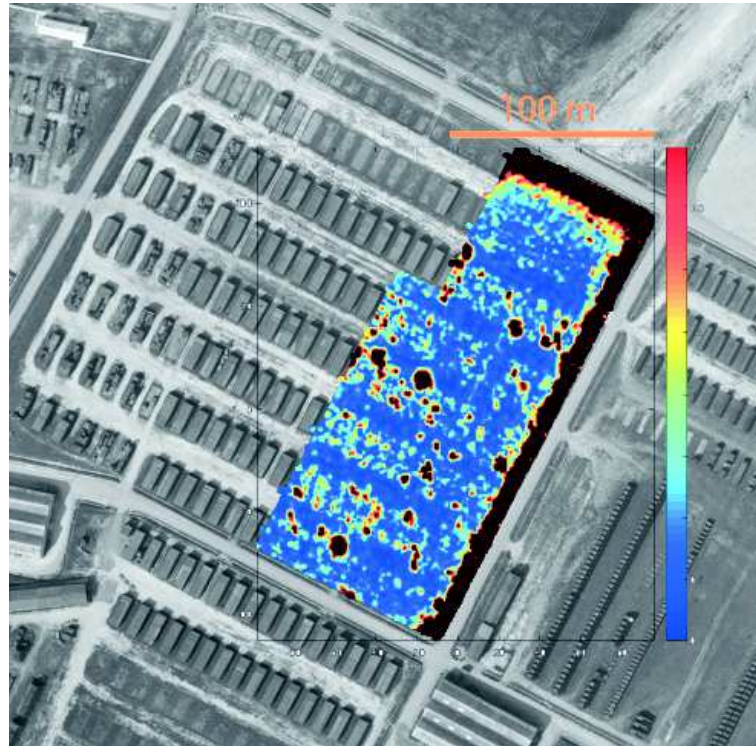


FIGURE 1.14 – Carte de signal analytique superposée à la photographie aérienne (IGN) de la zone d’étude en 1960 au niveau des bandes sombres.

Sinon, d’autres maxima sont présents et sont corrélés aux fondations d’anciens bâtiments.

Inversion pour l’estimation des paramètres

Pour quantifier et localiser chaque anomalie, un opérateur effectue de façon manuelle ce que l’on appelle un pointé. Sur la carte de signal analytique, il pointe un maximum et dans un rayon a priori fixé (3 m, par défaut) les données de la grille sont utilisées pour l’inversion. L’algorithme d’inversion minimise l’écart entre les données et un modèle dont les quatre paramètres sont ajustés par la fonction *Matlab fminsearch* (Lagarias *et al.*, 1998). Le modèle utilisé est une sphère dont l’aimantation et le champ magnétique sont verticaux (Nodot, 2014). Les quatre paramètres obtenus sont la localisation (3) et l’intensité du moment magnétique (1). Par intensité du moment magnétique, on entend l’intensité de l’aimantation multipliée par le volume de la sphère. En supposant une valeur pour l’intensité de l’aimantation, il est possible d’estimer le volume de la sphère ou son rayon. Dans le cadre du chantier de Fontenet, l’opérateur a pointé 1127 anomalies.

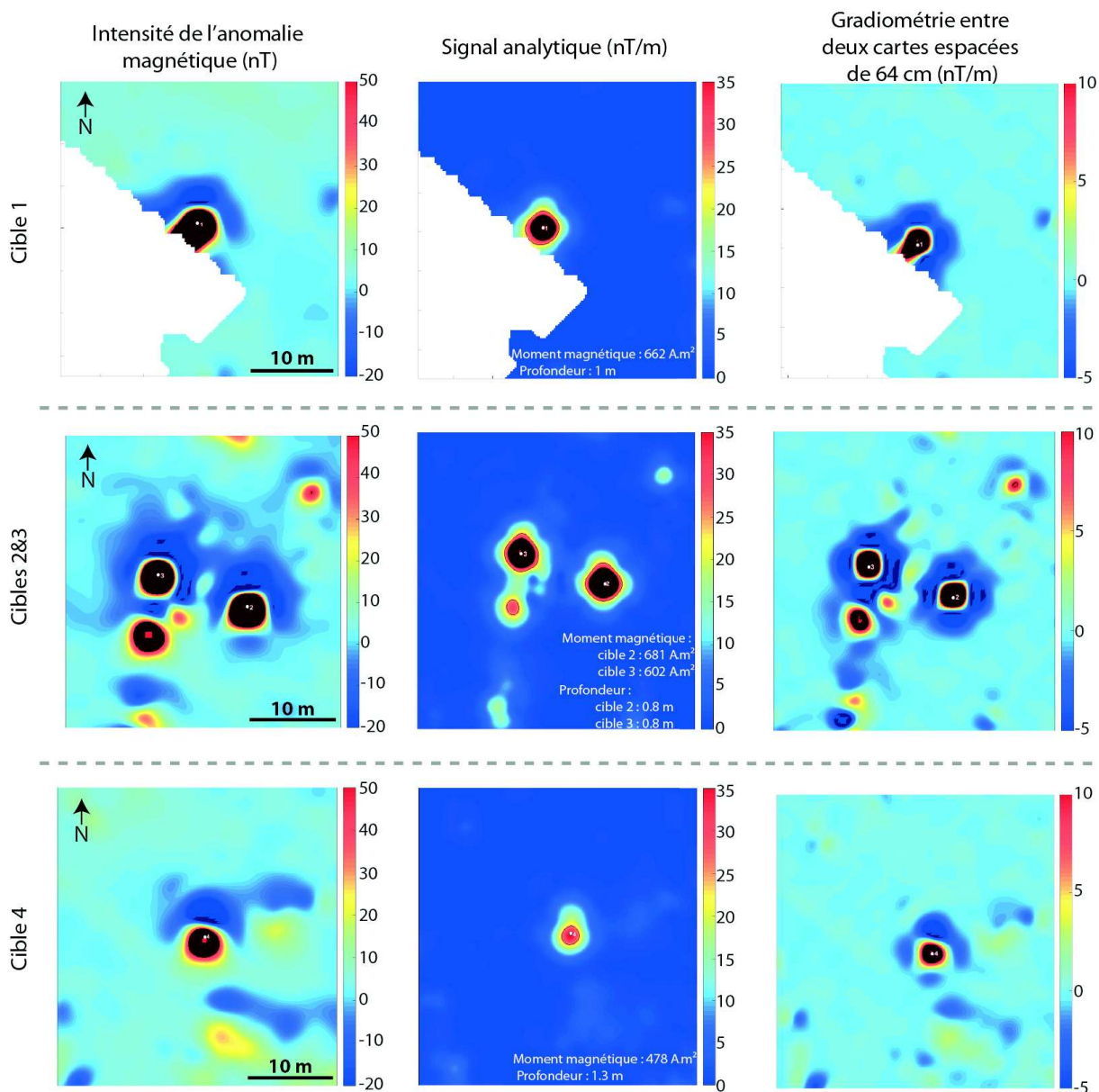


FIGURE 1.15 – Cartes de l'intensité de l'anomalie, de signal analytique et de gradiométrie (différence entre deux grilles d'altitude 26 cm et 90 cm) pour quatre anomalies (cibles).

La figure 1.15 présente différentes cartes pour quatre anomalies du chantier de Fontenet. Sur les cartes de signal analytique sont indiquées le moment magnétique et la profondeur obtenus après inversion pour les quatre anomalies. Sur les cartes d'anomalie, la même répartition des lobes positifs et négatifs est visible. On constate que les lobes positifs sont au sud et de forme circulaire, alors que les lobes négatifs sont au nord avec des formes elliptiques. Pour les cartes obtenues après l'application de l'opérateur de signal analytique, on constate des formes circulaires déformées dans la direction nord-sud et est-ouest pour les cibles 1, 2 et 3. Pour la cible 4, un allongement du maximum dans la direction nord est visible. Concernant les résultats des inversions, les quatre objets sont estimés entre 0,8 et 1,3 m de profondeur et leur amplitude entre 478 et 681 $A.m^2$. Puis les cartes obtenues par gradiométrie permettent de visualiser le signal mesuré par les opérateurs sur le terrain avec le détecteur FEREX. Pour les

quatre cartes, on observe un maximum de plus forte amplitude entouré d'un minimum plus diffus.

1.2.6 Relocalisation

La relocalisation revient à implanter des repères sur le terrain, à l'aide d'une antenne DGNSS, correspondant aux coordonnées obtenues par l'inversion.

1.2.7 Mise au jour

Pour la mise au jour, l'opérateur choisit un repère et recherche à l'aide du détecteur FEREX les extrema autour de celui-ci. En effet, les maxima du signal analytique ne sont pas les maxima de la carte de gradiométrie (Figure 1.15). Ceci est problématique pour les chantiers où il y a une forte concentration d'anomalies. En effet, de nombreuses anomalies interagissent et la localisation du maximum du gradient qui correspond (lié à la même source) au maximum du signal analytique pointé est difficile à établir. En fonction de l'estimation de la profondeur, une pelleteuse ou les opérateurs, vont retirer une certaine épaisseur de terre. Puis cette opération sera répétée autant de fois que nécessaire jusqu'à la mise au jour de l'objet à l'origine du signal.

Dans la majorité des cas, il s'agit d'objets non dangereux tels que des éclats de munitions, barbelés, queue de cochon (piquet permettant de maintenir le fil barbelé lors de la première guerre) ... Cependant, dans certains cas il s'agit de munitions (bombes, obus, mortiers, grenades). Selon la législation en vigueur, soit les démineurs de la sécurité civile prennent en charge le traitement de la munition, soit le terrain est militaire et ce sont les opérateurs en dépollution pyrotechnique de Cardem qui s'occupent de l'identification et de la destruction (si la munition est non chimique) (Figure 1.16).



FIGURE 1.16 – Mise en place d'un explosif de type plastrite (explosive) sur quatre obus d'artillerie de 155 mm, sur un chantier militaire.

Une fois, la mise au jour des sources des anomalies effectuée, vient l'étape du retour d'expérience (Figure 1.1), c'est-à-dire la comparaison entre les paramètres estimés tels que la profondeur et la réalité. Par exemple, dans le cas des quatre cibles précédentes (Figure 1.15), deux étaient des bombes et deux étaient des tubes métalliques dans du béton.



Cible 1

Cible 4

FIGURE 1.17 – Photographie de la mise au jour des deux munitions, cible 1 et cible 4.

Pour la première cible, il s'agit d'une bombe française de 200 kg orientée verticalement dans le sol (Figure 1.17). L'ogive était à 20 cm de la surface, l'estimation obtenue par inversion de la profondeur était de 1 m, on a donc 80 cm d'erreur sur la première cible. Pour la quatrième cible, les démineurs sont tombés sur une bombe américaine de 500 LBS (225 kg) légèrement inclinée à 90 cm de profondeur. L'estimation de la profondeur par inversion était de 1,30 m, on a donc une différence de 40 cm entre le modèle et la réalité. Les deux autres cibles, 3 et 4, des tubes métalliques (de diamètre égal à 20 cm) dans du béton sont en surface, alors que les inversions les localisent à 80 cm de profondeur.

Les problèmes

Il y a deux familles de problèmes, la première est liée à la mesure et la seconde à la théorie.

Pour la mesure, il y a tout d'abord les erreurs de localisation des données : mauvaise réception des signaux satellitaires (villes, forêts), erreur sur la localisation des capteurs par rapport à l'antenne GNSS.

Des variations temporelles du champ magnétique peuvent également affecter les données et ces variations peuvent être de forte amplitude (passage de véhicules par exemple). Pour la théorie, l'hypothèse permettant de calculer l'intensité de l'anomalie par projection n'est pas forcément satisfaite. En effet, lors de chantier le champ d'anomalie n'est pas forcément négligeable devant le champ magnétique régional, cela implique de rester en intensité du champ magnétique.

L'inversion, après l'application de l'opérateur de signal analytique vectoriel, suppose que la source est une sphère, or les objets recherchés ont une géométrie différente. Dans les cas où la longueur de l'objet est supérieure à la distance le séparant des capteurs, les résultats de l'inversion ne peuvent être qu'erronés.

1.3 Organisation du manuscrit

L'application de la méthode magnétique pour un chantier de dépollution pyrotechnique présentée dans la partie précédente montre les difficultés inhérentes à la discipline des méthodes potentielles. En effet, la caractérisation des sources à l'origine des variations de signal enregistré à la surface restent encore difficiles par la multitude de modèles permettant l'ajustement des données. Ce travail de thèse a pour objectif de chercher des solutions pour mieux contraindre la localisation, la géométrie et l'aimantation des sources. Pour apporter des éléments de réponse deux approches ont été choisies : l'approche théorique et l'approche expérimentale.

Les anomalies magnétiques à trois dimensions

Le deuxième chapitre porte sur les différentes manières d'écrire les fonctions magnétiques en trois dimensions pour une sphère : superpotentiel, potentiel, champ, intensité de l'anomalie, tenseur de gradient magnétique et tenseur de l'anomalie magnétique. Une étude descriptive y est réalisée sur des cas synthétiques montrant les effets de la géométrie, de la localisation et de l'aimantation des sources pour les six fonctions. Des développements théoriques sur le potentiel et l'intensité de l'anomalie sont réalisés afin de quantifier l'effet de la profondeur d'une source simple sur la localisation des extrema dans un plan horizontal. Des cas synthétiques et des développements théoriques seront également faits sur les opérateurs de double réduction au pôle et de signal analytique. Une étude comparative des deux définitions du signal analytique en trois dimensions y est proposée pour une structure simple du type sphère.

Les anomalies magnétiques à deux dimensions

Le troisième chapitre discute des mêmes problématiques de caractérisation des anomalies magnétiques, mais pour des objets à deux dimensions. Le fait d'avoir des sources invariants dans une direction donnée permet la simplification des expressions théoriques. De plus, l'idée proposée par Nabighian (1972) d'écrire les équations dans le domaine de l'algèbre complexe est approfondie et nous proposons l'écriture des fonctions des méthodes potentielles à deux dimensions sous la forme d'une fonction complexe d'une variable complexe. Ce formalisme offre une nouvelle façon de représenter les anomalies dans le plan complexe. Dans la suite du chapitre, quelques points sont présentés pour montrer les nouvelles implications de cette écriture pour l'interprétation des anomalies magnétiques à deux dimensions dans des cas synthétiques.

L'approche expérimentale : mesures multi-échelles

Le quatrième chapitre présente l'approche expérimentale pour la caractérisation des sources à l'origine des anomalies magnétiques. Dans un premier temps les dispositifs de mesure y sont présentés pour l'acquisition de mesures à différentes altitudes, ainsi que les procédures mises en place. Puis une mise en relief des différentes données acquises est présentée, afin d'estimer l'apport de l'acquisition à plusieurs altitudes pour la caractérisation d'un objet précis.

Les anomalies magnétiques marines

Le cinquième chapitre présente une application des développements théoriques proposés aux anomalies magnétiques marines. En effet la caractérisation de la direction de l'aimantation apparente est importante pour l'estimation de la paléolatititude où la

croûte océanique s'est formée, plus précisément où elle a acquis son aimantation rémanente, car ce paramètre permet de contraindre les modèles de cinématique des plaques. L'application est faite sur des données aéromagnétiques acquises sur la zone de fracture Jan Mayen.

Applications archéologiques

Le dernier chapitre présente l'apport des deux approches théoriques et expérimentales pour la caractérisation d'anomalies magnétiques dans le cadre d'une problématique archéologique. La mise en œuvre de la cartographie magnétique haute résolution a permis de mieux imager les structures du sous-sol et l'application de certains outils théoriques a permis de mieux contraindre la géométrie, la localisation et l'aimantation d'une structure interprétée comme pouvant être un ancien bassin de rétention.

Chapitre 2

Les fonctions magnétiques à trois dimensions

2.1 Les fonctions élémentaires

La caractérisation d'une anomalie magnétique passe par l'analyse des différentes propriétés et l'évolution de son comportement. Il y a plusieurs manières de mettre en équation l'effet d'une source magnétique (Figure 2.1).

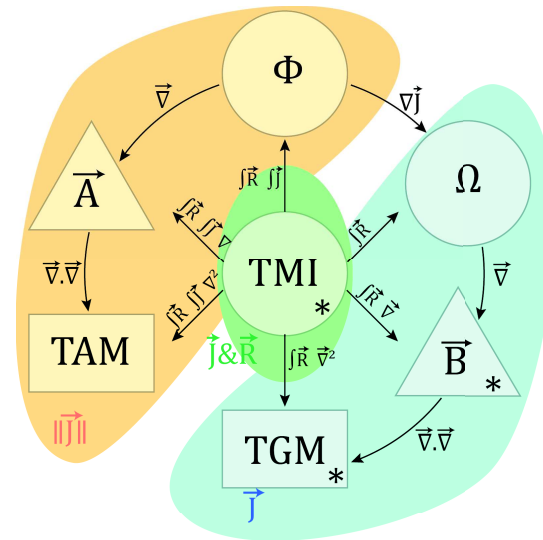


FIGURE 2.1 – Schéma montrant les différentes relations entre les fonctions du magnétisme (inspiré de Fleury (2011)). ϕ le superpotentiel scalaire magnétique en $T.m^2$. Ω le potentiel scalaire magnétique en $T.m$. \vec{B} le champ magnétique en T . **TGM** le tenseur de gradiométrie magnétique en T/m . **TAM** le tenseur d'anomalie magnétique en T . **TMI** l'intensité de l'anomalie magnétique en T . \vec{A} le potentiel vecteur magnétique en $T.m$. $\int_{\vec{R}} \vec{J}$ signifie l'intégration dans la direction du champ magnétique régional. $\int_{\vec{J}} \vec{J}$ signifie l'intégration dans la direction de l'aimantation. ∇ indique l'application de l'opérateur gradient. \vec{J} est le vecteur aimantation exprimé en A/m . \vec{R} est le vecteur définissant la direction du champ magnétique régional. Les zones de couleur indiquent la dépendance des fonctions aux paramètres $\|\vec{J}\|$ (orange), \vec{J} (bleu) et $\vec{J} \cdot \vec{R}$ (vert).

Ces différentes grandeurs physiques ne sont pas forcément toutes mesurables, mais on peut les obtenir par le calcul. Dans ce chapitre, six grandeurs physiques seront étudiées : le superpotentiel, le potentiel scalaire, le champ magnétique, l'anomalie magnétique, le tenseur d'anomalie magnétique et pour terminer le tenseur de gradient magnétique.

2.1.1 Le superpotentiel

2.1.1.1 Sphère

Premièrement, ce terme de superpotentiel provient de la thèse de Fleury (2011). Cette fonction est une fonction scalaire définie par les unités $T.m^2$. Elle est équivalente d'un point de vue mathématique au potentiel gravimétrique. Pour une sphère le superpotentiel magnétique s'écrit sous la forme

$$\phi(x, y, z) = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{\left\| \vec{J} \right\| \frac{4\pi R_a^3}{3}}{r}. \quad (2.1)$$

avec μ_o la perméabilité magnétique du vide, $r = \sqrt{(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 + (z - z_o)^2}$ la distance séparant le point de mesure (x, y, z) du centre de la sphère (x_o, y_o, z_o) (r est toujours différent de 0), R_a le rayon de la sphère et on pose son volume $V_s = \frac{4\pi R_a^3}{3}$ (Figure 2.2).

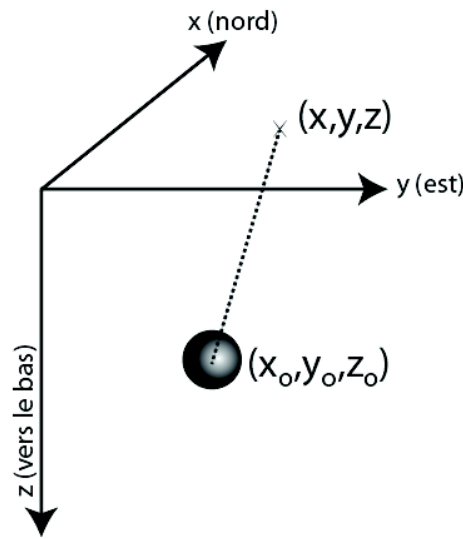


FIGURE 2.2 – Schéma du référentiel de l'étude.

Cette grandeur n'est pas mesurable avec des capteurs, mais peut être calculée en partant de l'intensité du champ magnétique mesurée par une double intégration dans les directions du champ magnétique régional et de l'aimantation. L'avantage de cette fonction est que l'on a une fonction toujours positive, dont la valeur maximale se trouve à l'aplomb de la sphère dans un plan horizontal à l'altitude z

$$\phi_{max} = \phi(x = x_o, y = y_o, z) = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{\left\| \vec{J} \right\| V_s}{|z - z_o|}. \quad (2.2)$$

Le superpotentiel n'est dépendant que de l'amplitude du moment magnétique $\vec{m} = \vec{J} V_s$ et de la profondeur de la sphère.

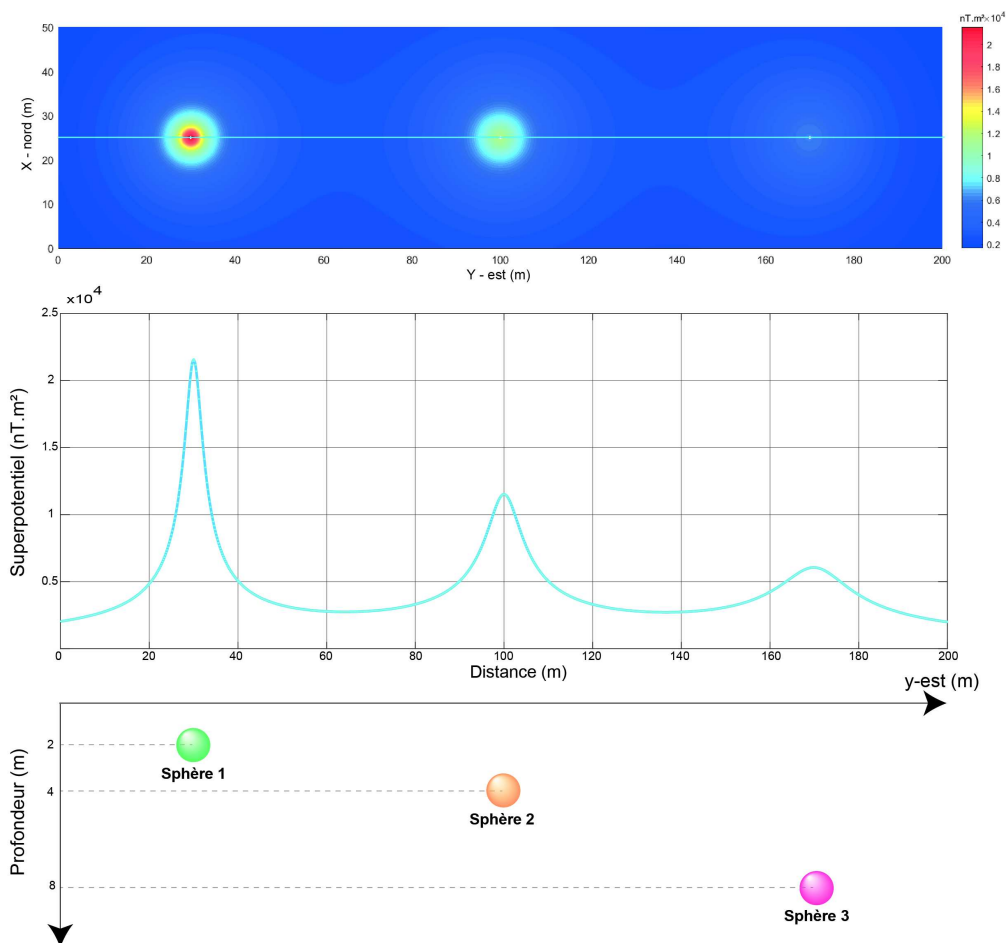


FIGURE 2.3 – Carte et profil du superpotentiel calculés pour trois sphères (rayon de 1 m) placées à des profondeurs différentes (2, 4 et 8 m). Le pas de la grille est de 20 cm.

Sur la figure 2.3, l'intensité diminue avec la profondeur de la sphère alors que la largeur de l'ouverture de la courbe augmente. La demi largeur de la courbe au niveau de la moitié du maximum de l'intensité de la courbe est égale à $\sqrt{3}z_o$ (si on pose $z=0$). On constate une interaction entre les trois sphères. En effet, la fonction étant en $\frac{1}{r}$, la décroissance est lente.

2.1.1.2 Barreau

Si on généralise l'expression du superpotentiel magnétique pour un barreau, il nous faut intégrer l'équation (2.1). Soit un segment allant de $-a$ à a le long de l'axe des y . L'expression devient

$$\phi(x, y, z) = \frac{\mu_o}{4\pi} \|\vec{J}\| dx_o dz_o \int_{-a}^a \frac{dy_o}{\sqrt{(x-x_o)^2 + (y-y_o)^2 + (z-z_o)^2}}. \quad (2.3)$$

Et après intégration le résultat est

$$\phi(x, y, z) = \frac{\mu_o}{4\pi} \|\vec{J}\| dx_o dz_o \log \left(\frac{\sqrt{(x-x_o)^2 + (y-a)^2 + (z-z_o)^2} + (y-a)}{\sqrt{(x-x_o)^2 + (y+a)^2 + (z-z_o)^2} + (y+a)} \right). \quad (2.4)$$

L'équation obtenue contient un logarithme, ce qui complique l'estimation de a . La localisation de la source n'est pas directe. De plus, quand on fait tendre a vers l'infini le

superpotentiel tend également à l'infini. Classiquement, on suppose que le superpotentiel est nul en $x = 1$, ainsi on conserve quand même une expression pour des sources infinies.

2.1.1.3 Cas général

Si on souhaite généraliser le superpotentiel à des géométries plus complexes dans l'espace cela devient rapidement très fastidieux.

La stratégie choisie dans ce manuscrit est de prendre des modèles synthétiques à partir de sommations de sphères aimantées. Six structures, ont été choisies à partir des modèles publiés dans la littérature : une sphère, un cercle et un cylindre vertical semi-infini, un barreau horizontal, une plaque et enfin un prisme semi-infini vers le bas. Pour des soucis de rapidité de calcul ainsi que pour minimiser les interactions entre les différentes sources, les résultats seront présentés sur deux graphiques différents (les structures sans angles droits et les structures avec angle droit).

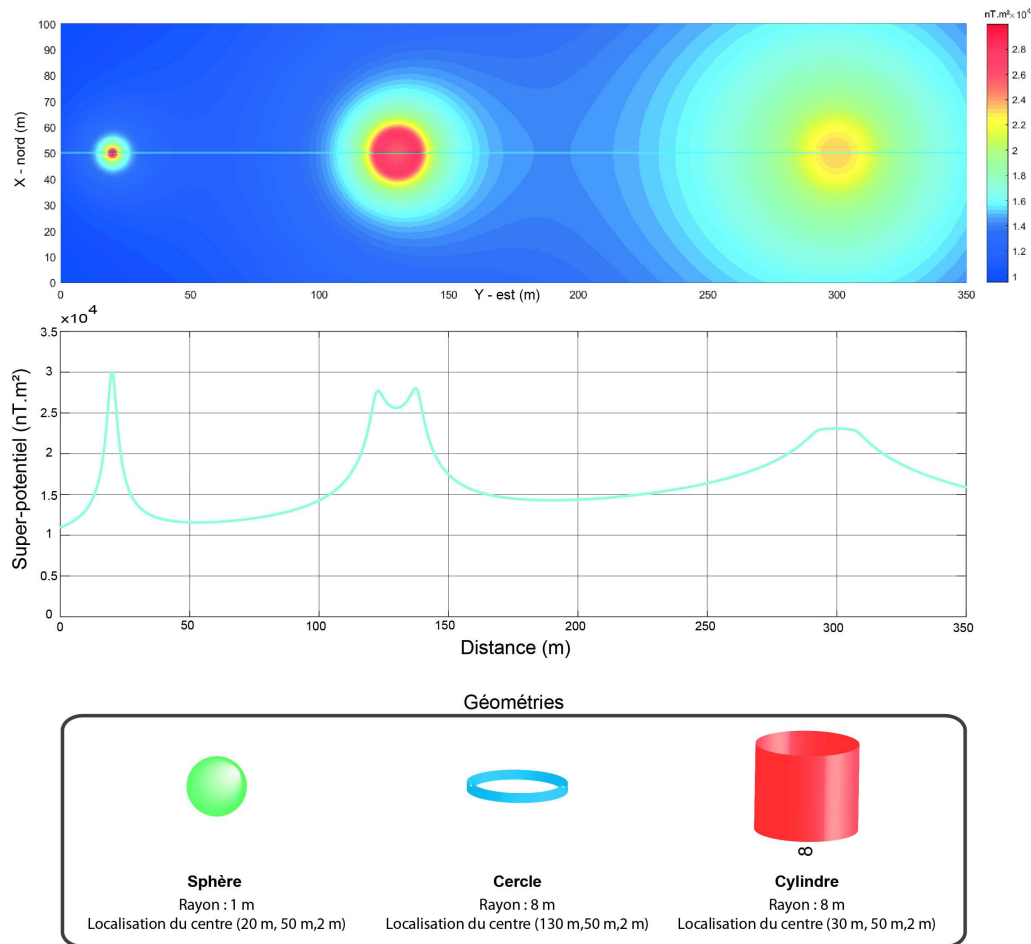


FIGURE 2.4 – Carte et profil du superpotentiel calculé pour trois structures différentes : sphère, cercle et cylindre vertical semi-infini (creux). Le pas de la grille est de 20 cm. Le profil est localisé sur la carte avec la ligne bleue. Les coordonnées du centre de la source sont définies entre parenthèses.

La longueur d'onde du signal évolue avec la géométrie, pour la sphère le signal est plus haute fréquence que celui du cylindre. Pour le signal à l'aplomb du cercle, la

présence de deux pics est constatée, ils sont à l’aplomb des limites du cercle. Pour le cylindre, un plateau est visible pour la valeur maximale du signal.

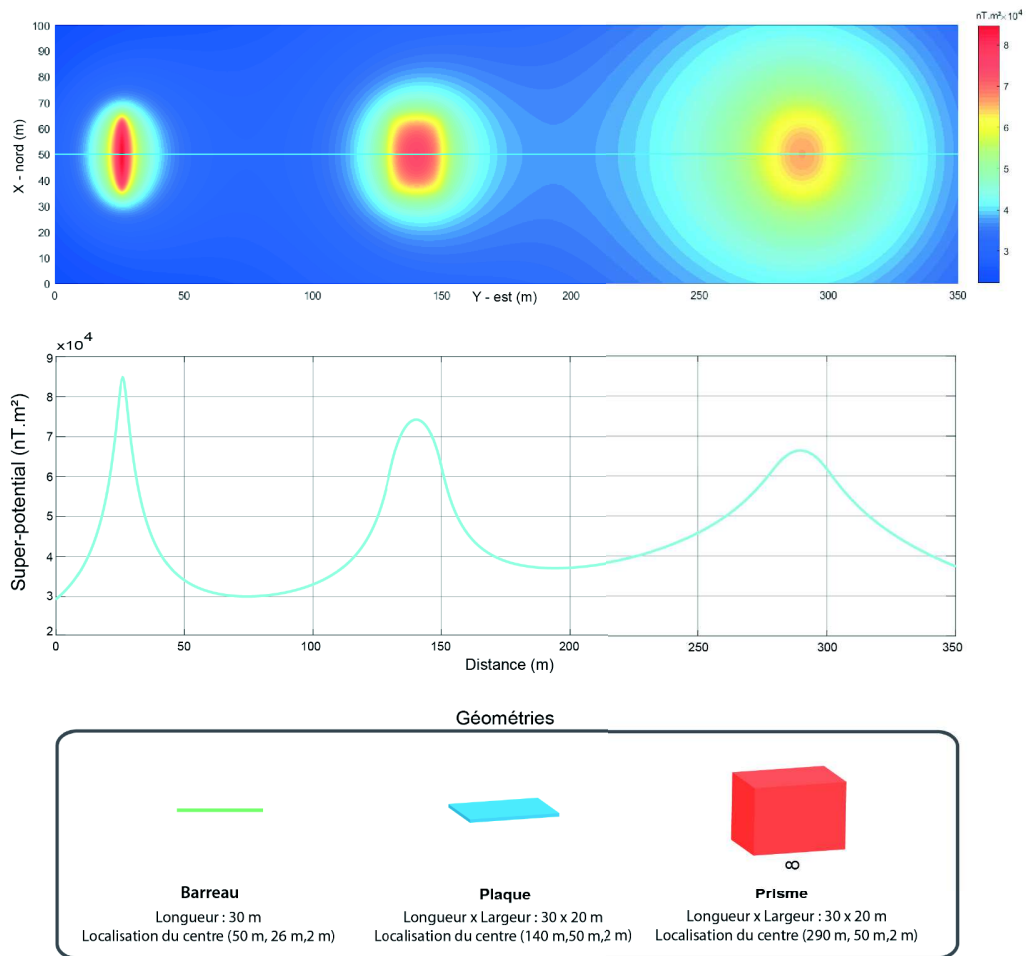


FIGURE 2.5 – Carte et profil du superpotentiel calculés pour trois structures différentes : barre, plaque et prisme semi-infini. Le pas de la grille est de 20 cm. Le profil est localisé sur la carte avec la ligne bleue et est perpendiculaire aux structures.

La première observation sur la figure 2.5 est une évolution de longueur d’onde du superpotentiel avec la géométrie, haute fréquence pour le barreau et basse fréquence pour le prisme semi-infini. Par rapport à la figure 2.4 (spire), pour le rectangle on ne constate pas la présence de deux maxima, cela est dû au fait que le rectangle est plein. L’observation de la carte met en évidence une atténuation de l’effet des angles de la structure. En effet, pour le superpotentiel du rectangle la géométrie est discernable ; cependant pour le prisme infini, on constate une forme ovale avec une atténuation des effets d’angle.

2.1.2 Le potentiel

2.1.2.1 La sphère

Le potentiel magnétique s’exprime en $T.m$. Cette grandeur n’est pas mesurable avec un capteur. Une manière d’obtenir son expression est d’intégrer l’intensité de l’anomalie dans la direction du champ magnétique régional ou de dériver le superpotentiel dans la direction de l’aimantation \hat{j} , ainsi en prenant l’équation (2.1) on trouve

$$\Omega(x, y, z) = \frac{\partial \phi(x, y, z)}{\partial \vec{r}} \hat{j} = \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{J_x(x - x_o) + J_y(y - y_o) + J_z(z - z_o)}{r^3}. \quad (2.5)$$

Le signe de la fonction scalaire dépend du résultat du produit scalaire entre

— l'aimantation $\vec{J} \begin{pmatrix} \|\vec{J}\| \cos(I_J) \cos(D_J) \\ \|\vec{J}\| \cos(I_J) \sin(D_J) \\ \|\vec{J}\| \sin(D_J) \end{pmatrix}$

— le vecteur distance entre la source (x_o, y_o, z_o) et le point de mesure $\vec{r} \begin{pmatrix} x - x_o \\ y - y_o \\ z - z_o \end{pmatrix}$,

avec D_J et I_J la déclinaison et l'inclinaison du champ magnétique régional (Figure 2.2). A l'aplomb de la source, le potentiel scalaire magnétique ne dépend pas de la déclinaison de l'aimantation, il dépend uniquement de l'inclinaison et s'écrit :

$$\Omega(x = x_o, y = y_o, z) = \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{J_z}{(z - z_o)^2}. \quad (2.6)$$

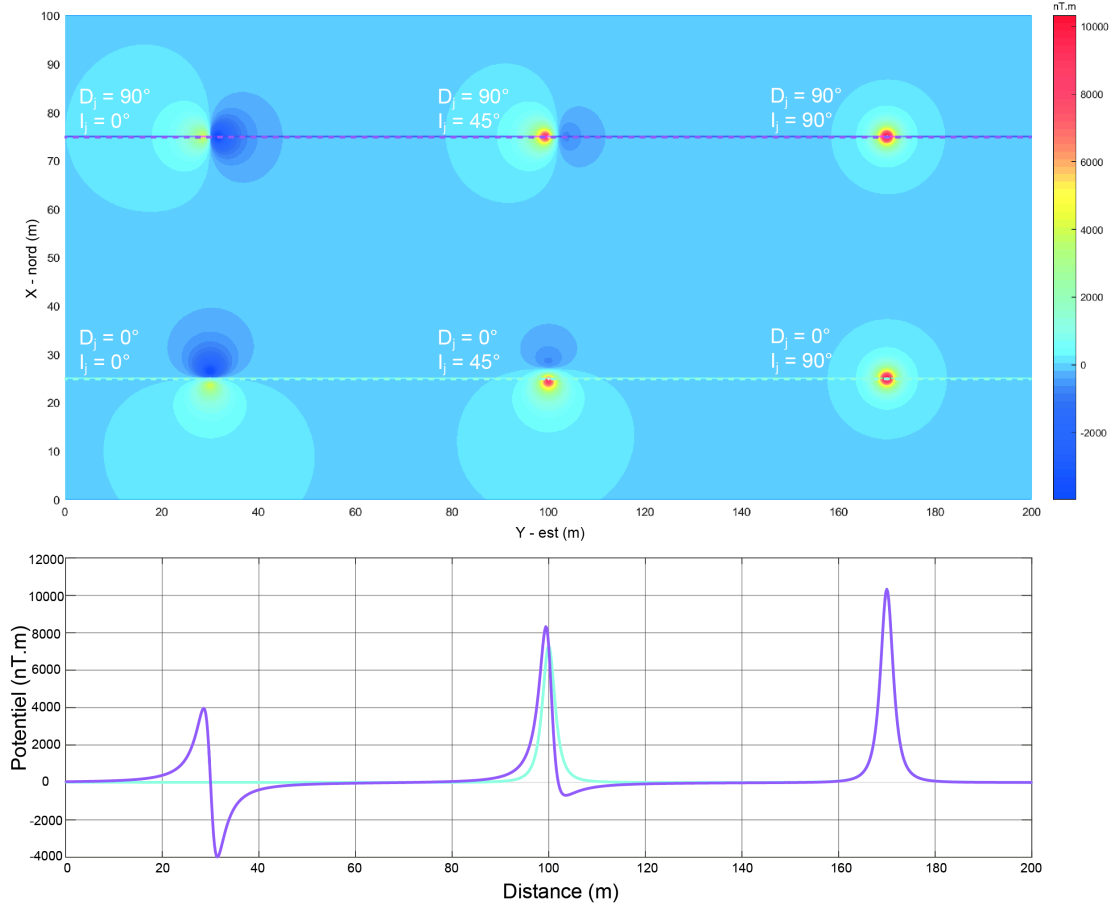


FIGURE 2.6 – Carte et profils du potentiel calculés pour six sphères de un mètre de rayon dont le centre est placé à deux mètres de profondeur. Deux déclinaisons (0° et 90°) et trois inclinaisons (0° , 45° et 90°) différentes ont été choisies. Le pas de la grille est de 20 cm. Le profil magenta est pour des déclinaisons égales à 90° et le profil cyan pour des déclinaisons nulles.

Sur les variations observées du potentiel les quatre les plus à gauche possèdent deux extrema (un positif et un négatif) alors que les deux de droite présentent un unique extremum positif à l'aplomb de la sphère (Figure 2.6). De plus l'intensité du potentiel est maximale dans la cas où l'inclinaison est égale à 90° quelque soit la valeur de la déclinaison. Cette observation est cohérente avec l'expression (2.6) où seulement la composante verticale de l'aimantation intervient. On constate que la déclinaison de l'aimantation a seulement pour effet une rotation de la carte autour de l'axe vertical passant par l'objet. Il est facile de démontrer cette affirmation. Soit le potentiel magnétique d'une sphère aimantée placée en $(0, 0, z_o)$ de déclinaison θ et d'inclinaison magnétique I_J , le potentiel magnétique scalaire s'écrit

$$\Omega(x, y, z) = \frac{\mu_o V_s \left\| \vec{J} \right\|}{4\pi} \frac{\cos(I_J) (\cos(\theta)x + \sin(\theta)y) + \sin(I_J)(z - z_o)}{r^3}. \quad (2.7)$$

Soit un second cas de figure avec une sphère aimantée placée en $(0, 0, z_s)$ de déclinaison nulle et d'inclinaison magnétique I_J . Cependant, cette fois-ci les coordonnées du plan horizontal ont subies une rotation θ autour de l'axe vertical z .

$$\Omega(x', y', z') = \frac{\mu_o V_s \left\| \vec{J} \right\|}{4\pi} \frac{\cos(I_J)x' + \sin(I_J)(z' - z'_o)}{r'^3} \quad (2.8)$$

Si on remplace par les coordonnées du premier repère (x, y, z) :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

$$\Omega(x, y, z) = \frac{\mu_o V_s \left\| \vec{J} \right\|}{4\pi} \frac{\cos(I_J)(\cos(\theta)x + \sin(\theta)y) + \sin(I_J)(z - z_o)}{r^3}. \quad (2.10)$$

Les équations (2.7) et (2.10) sont identiques : ainsi changer la déclinaison ou effectuer une rotation du repère autour de l'axe vertical passant par le centre de la sphère donnent un résultat identique. La forme du potentiel magnétique scalaire n'est pas dépendante de la déclinaison magnétique. Les cas synthétiques présentés dans la figure 2.6 mettent en évidence que dans le cas général on a deux extrema : un maximum et un minimum. Cette constatation n'est pas valable quand le vecteur aimantation est vertical ($I = 90^\circ$ ou -90°). En effet, dans ce cas le produit vectoriel $\vec{J} \cdot \vec{r}$ est maximum car les deux vecteurs ont la même direction et un des deux extrema est à l'infini. Dans la suite nous allons chercher les expressions théoriques de ces deux extrema. Pour les trouver, il nous faut résoudre un système contenant les deux dérivées partielles du potentiel magnétique dans un plan horizontal lorsqu'elles sont égales à zéro. Dans le cas d'une sphère placée à l'origine du repère $(0, 0, 0)$, on a

$$\begin{cases} \frac{\partial \Omega}{\partial x} \propto 3(J_x x + J_y y + J_z z)x - J_x r^2 = 0, \\ \frac{\partial \Omega}{\partial y} \propto 3(J_x x + J_y y + J_z z)y - J_y r^2 = 0. \end{cases} \quad (2.11)$$

Si on prend en considération le fait précédent, on peut simplifier le système en prenant une déclinaison nulle

$$\begin{cases} 3(J_x x + J_z z)x - J_x r^2 = & 0 \\ 3(J_x x + J_z z)y = & 0. \end{cases} \quad (2.12)$$

Les solutions du système sont

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-3J_z z + \sqrt{9J_z^2 z^2 + 8J_x^2 (y^2 + z^2)}}{4J_x} & x_2 = \frac{-3J_z z - \sqrt{9J_z^2 z^2 + 8J_x^2 (y^2 + z^2)}}{4J_x} \\ y_1 = 0 & y_2 = 0. \end{cases} \quad (2.13)$$

Ainsi le potentiel magnétique a deux extrema en $M_1(\frac{-3J_z z + \sqrt{9J_z^2 z^2 + 8J_x^2 z^2}}{4J_x}, 0)$ et en $M_2(\frac{-3J_z z - \sqrt{9J_z^2 z^2 + 8J_x^2 z^2}}{4J_x}, 0)$.

On constate que les coordonnées des extrema sont dépendantes de la profondeur de la sphère. La distance entre les deux extrema est définie par l'équation

$$d(M_1, M_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = z\sqrt{\frac{9}{4}\tan(I_j)^2 + 2} \quad (2.14)$$

La recherche de la déclinaison de l'anomalie du potentiel magnétique revient à calculer l'angle entre la droite passant par les deux extrema et le nord magnétique. De plus, la distance entre les deux extrema est uniquement dépendante de la profondeur et de l'inclinaison.

2.1.2.2 Le cas général

Dans la figure 2.7, on constate comme pour le superpotentiel que la longueur d'onde de l'anomalie du potentiel augmente avec la complexification de la géométrie de la source. Dans les cas des cercles et des cylindres, deux maxima sont observés à l'aplomb des limites des structures dans le cas où l'inclinaison de l'aimantation est verticale, l'interaction entre les deux extrema du cylindre est plus forte que celle liée à ceux du cercle. Pour une aimantation égale à 45° , on constate l'apparition d'un extrema négatif (sauf pour le cylindre).

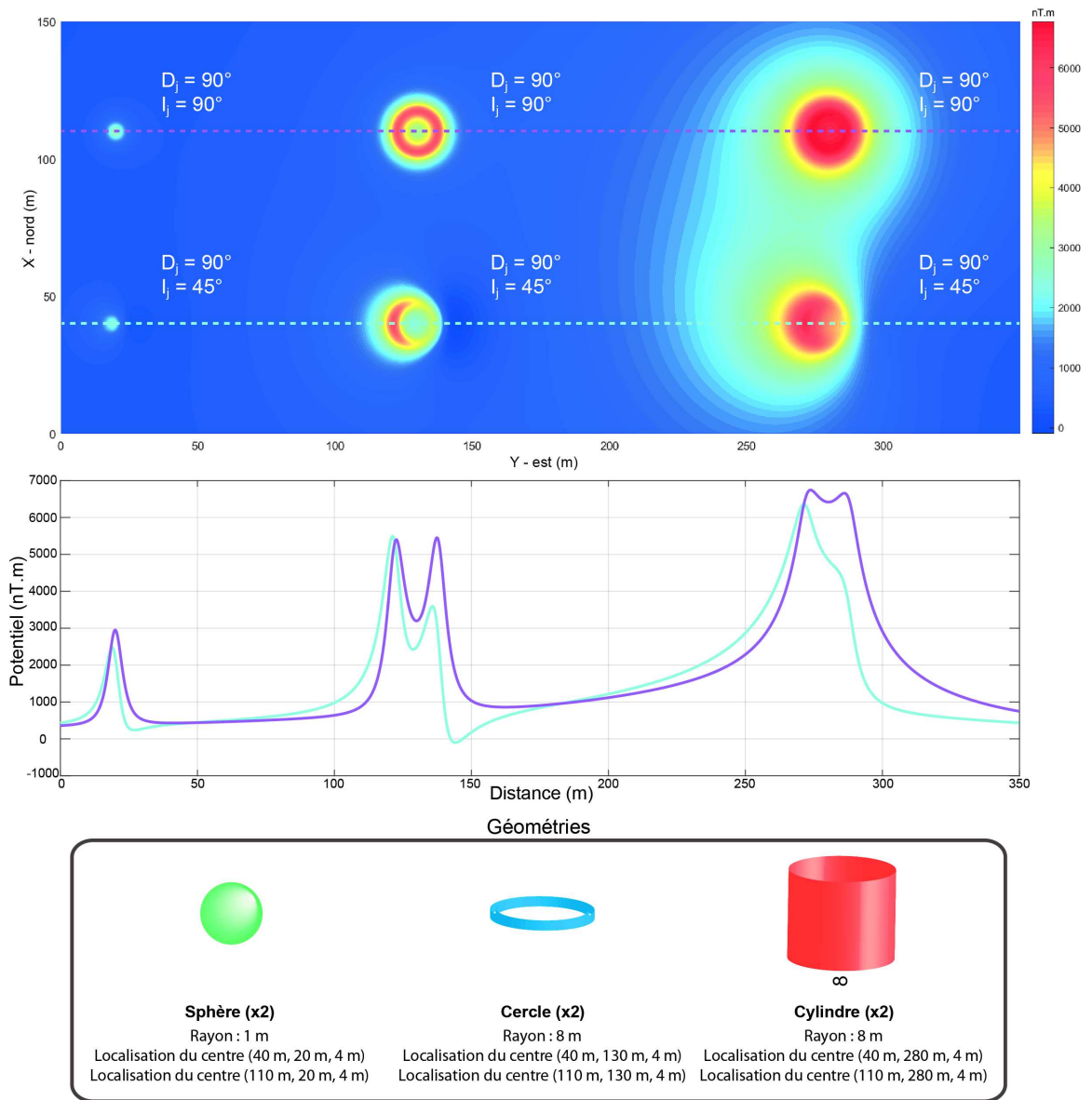


FIGURE 2.7 – Carte et profils du potentiel calculés pour six structures différentes : 2 sphères, 2 cercles et 2 cylindres verticaux semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm. La déclinaison de l'aimantation est constante et vaut 90° . Les trois structures du bas ont une même inclinaison de l'aimantation égale à 45° (profil cyan) et celles du haut sont égales à 90° (profil magenta). Les profils passent par le centre des structures.

Dans la figure 2.8, le potentiel magnétique scalaire est testé pour différentes structures pleines possédant des angles et des extrémités. Tout d'abord dans le cas où la direction d'aimantation est verticale, le potentiel est positif et symétrique à l'aplomb des trois structures. Dans le second cas, deux lobes de signes opposés sont visibles. Le positif se place à l'ouest et le négatif à l'est. L'évolution de la géométrie a pour effet d'augmenter la longueur d'onde du signal.

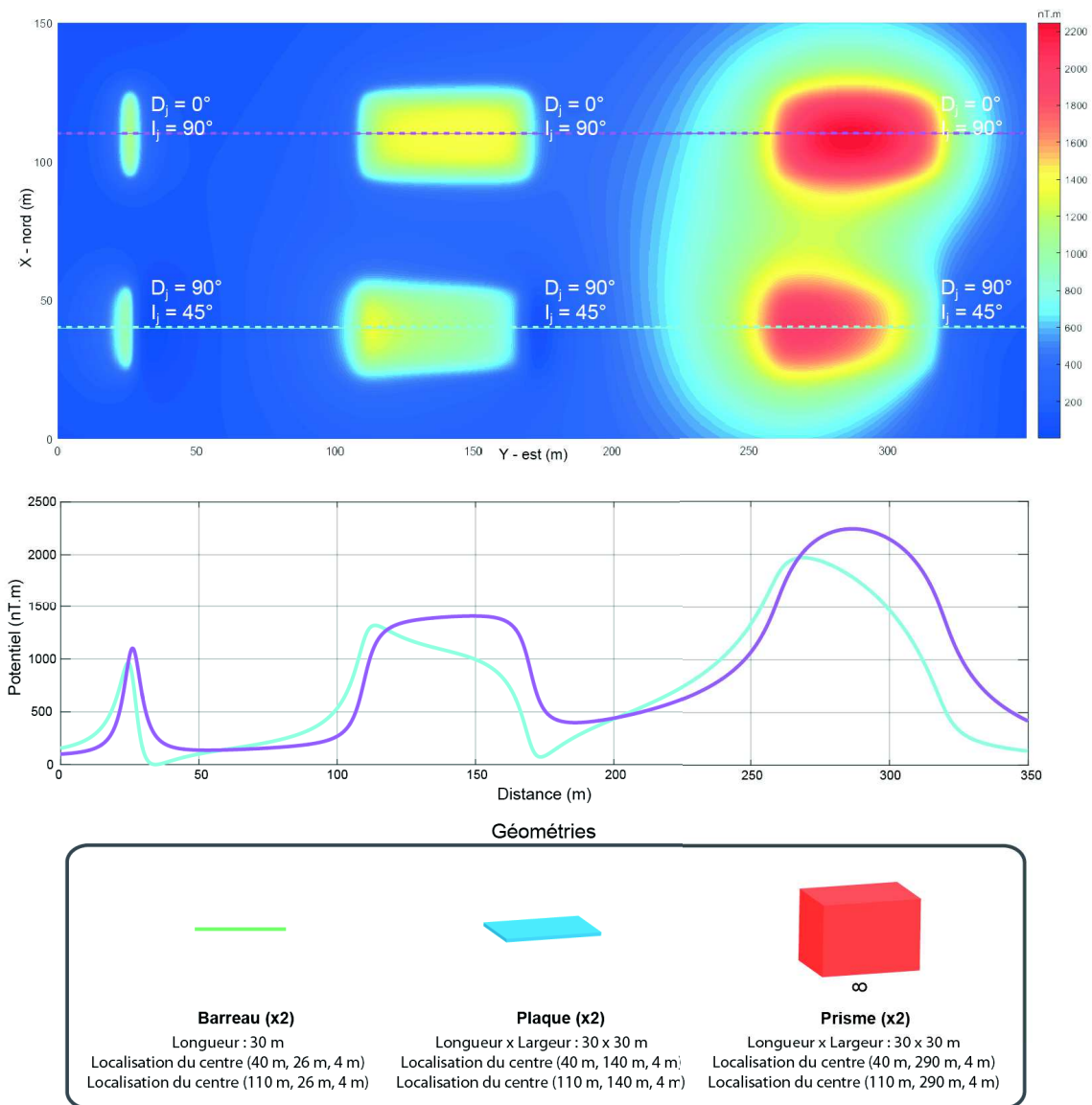


FIGURE 2.8 – Carte et profils du potentiel calculés pour six structures différentes : 2 segments, 2 rectangles et 2 prismes semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.

Ce qu'il faut retenir

Le potentiel magnétique scalaire ne peut être mesuré, mais on peut l'obtenir en intégrant l'intensité de l'anomalie dans la direction du champ géomagnétique. Pour des géométries de source simple, il possède deux extrema, un positif et un négatif. Lorsque l'inclinaison est de 90° la partie négative est à l'infinie. Dans le cas d'une sphère, les extrema sont linéairement dépendants de la profondeur. Enfin, la déclinaison de l'aimantation n'a qu'un effet de rotation des deux lobes.

2.1.3 Le champ magnétique

La méthode potentielle magnétique se place dans le cas physique où l'on est à l'extérieur des sources, ainsi on obtient pour l'une des équations de Maxwell

$$\operatorname{div}(\vec{B}(x, y, z)) = 0. \quad (2.15)$$

Cette équation permet de définir une fonction scalaire telle que

$$\vec{B}(x, y, z) = -\nabla\Omega(x, y, z). \quad (2.16)$$

Avec Ω le potentiel scalaire. Le signe négatif vient d'une convention communément admise : lorsque deux entités identiques s'attirent on met un signe positif et lorsqu'elles se repoussent un signe négatif. Le champ magnétique s'exprime en *Tesla*. Il y a deux stratégies possibles : soit la mesure absolue c'est-à-dire que l'on mesure l'intensité du champ magnétique (Cesium, proton) soit la mesure vectorielle ou tensorielle (Fluxgate, SQUID).

2.1.3.1 Sphère

Pour une sphère dont le centre est défini par les coordonnées (x_o, y_o, z_o) , les composantes du champ magnétique s'écrivent

$$\vec{B}(x, y, z) \begin{cases} B_x(x, y, z) = \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{3(J_x(x - x_o) + J_y(y - y_o) + J_z(z - z_o))(x - x_o) - J_x r^2}{r^5} \\ B_y(x, y, z) = \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{3(J_x(x - x_o) + J_y(y - y_o) + J_z(z - z_o))(y - y_o) - J_y r^2}{r^5} \\ B_z(x, y, z) = \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{3(J_x(x - x_o) + J_y(y - y_o) + J_z(z - z_o))(z - z_o) - J_z r^2}{r^5}. \end{cases} \quad (2.17)$$

L'intensité du champ magnétique d'une sphère vaut

$$\|\vec{B}(x, y, z)\| = \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{\sqrt{3(J_x(x - x_o) + J_y(y - y_o) + J_z(z - z_o))^2 + \|\vec{J}\|^2} r^2}{r^4} \quad (2.18)$$

La valeur du champ magnétique à l'aplomb d'une sphère est égale à

$$\vec{B}(x = x_o, y = y_o, z) \begin{cases} B_x(x = x_o, y = y_o, z) = \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{-J_x}{(z - z_o)^3} \\ B_y(x = x_o, y = y_o, z) = \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{-J_y}{(z - z_o)^3} \\ B_z(x = x_o, y = y_o, z) = \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{2J_z}{(z - z_o)^3} \end{cases} \quad (2.19)$$

Si on suppose connue la localisation de la sphère, alors il est simple de déterminer la déclinaison et l'inclinaison de l'aimantation

$$\begin{aligned} D_j &= \arctan\left(\frac{B_y(x = x_o, y = y_o, z)}{B_x(x = x_o, y = y_o, z)}\right), \text{ pour } B_x > 0 \\ D_j &= \pi - \arctan\left(\frac{B_y(x = x_o, y = y_o, z)}{B_x(x = x_o, y = y_o, z)}\right), \text{ pour } B_x < 0 \\ I_j &= \arctan\left(\frac{B_z(x = x_o, y = y_o, z)}{\sqrt{(B_x^2(x = x_o, y = y_o, z) + B_y^2(x = x_o, y = y_o, z))}}\right). \end{aligned} \quad (2.20)$$

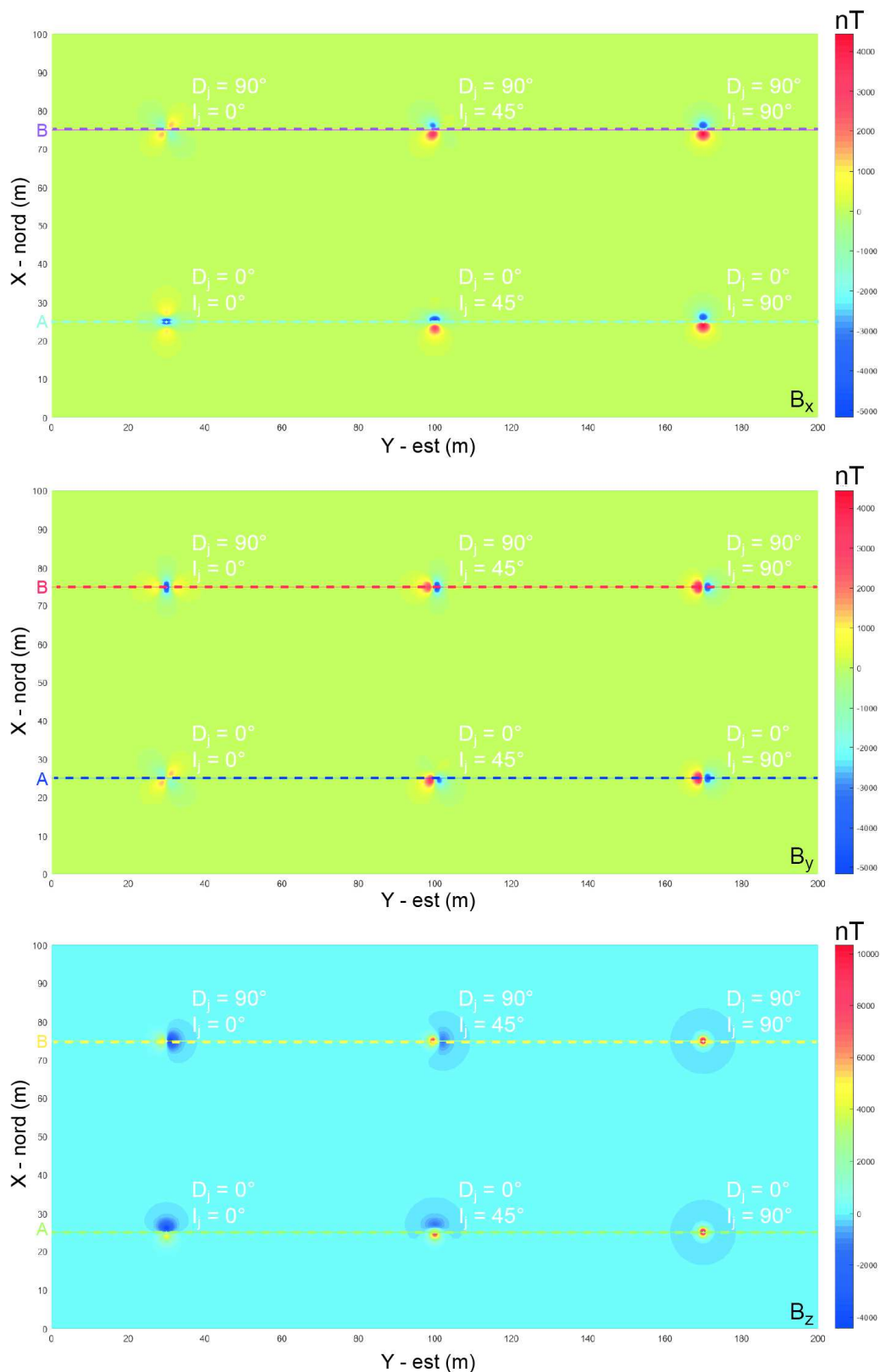


FIGURE 2.9 – Cartes des trois composantes du champ magnétique calculées pour six sphères placées à deux mètres de profondeur. Le pas de la grille est de 20 cm.

Si on étudie l'effet de la déclinaison et de l'inclinaison pour une sphère (Figure 2.9), on constate que de l'effet de rotation autour de l'axe vertical passant par le centre de la sphère de la déclinaison de l'aimantation n'est pas applicable pour les composantes

du champ magnétique, excepté pour la composante verticale. Pour les deux premières composantes, plusieurs maxima (4) sont visibles, alors que la composante verticale en a seulement deux.

2.1.3.2 Le cas général

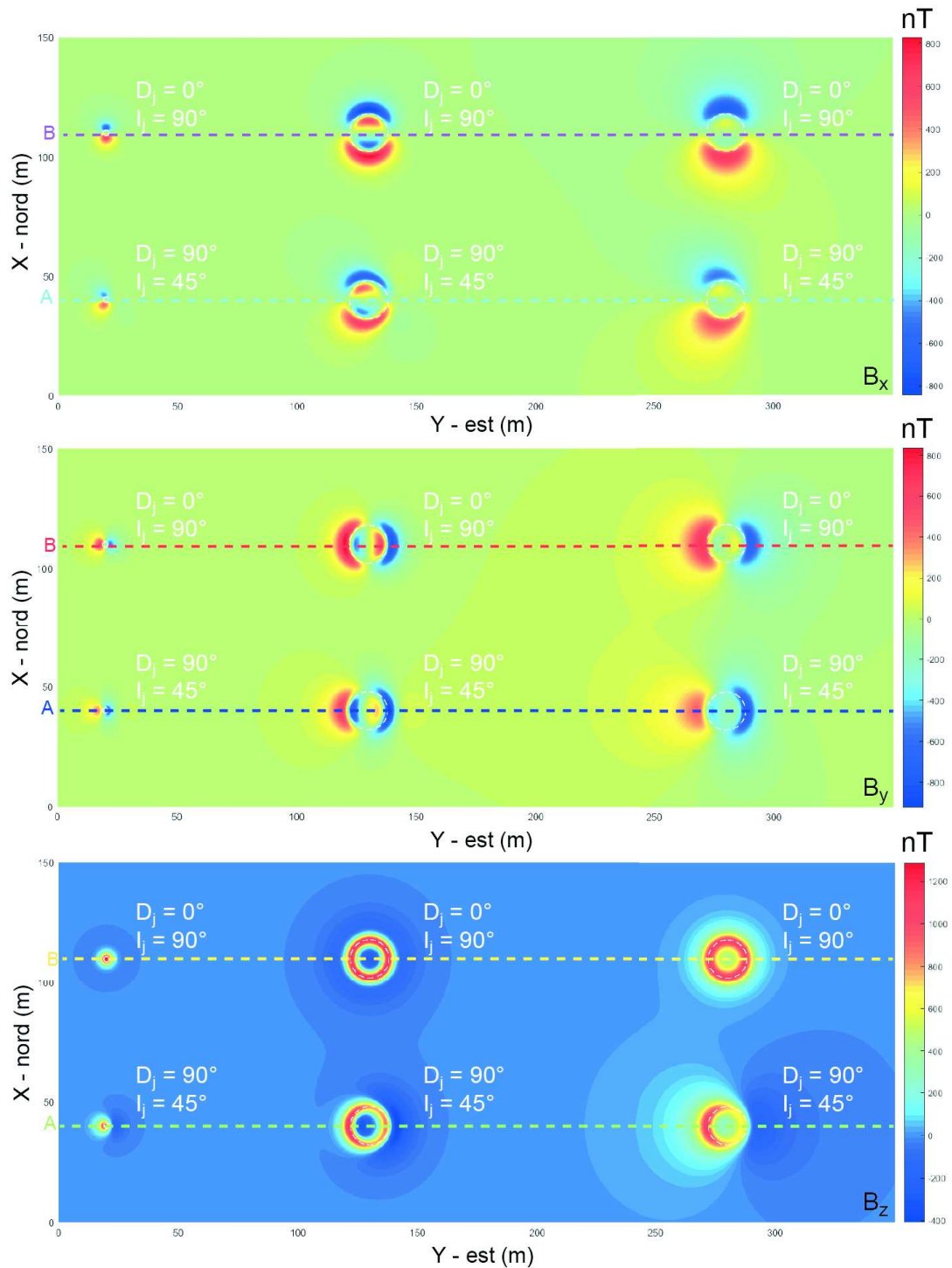


FIGURE 2.10 – Cartes des composantes du champ magnétique calculées pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 sphères, 2 cercles et 2 cylindres infinis. Le pas de la grille est de 20 cm.

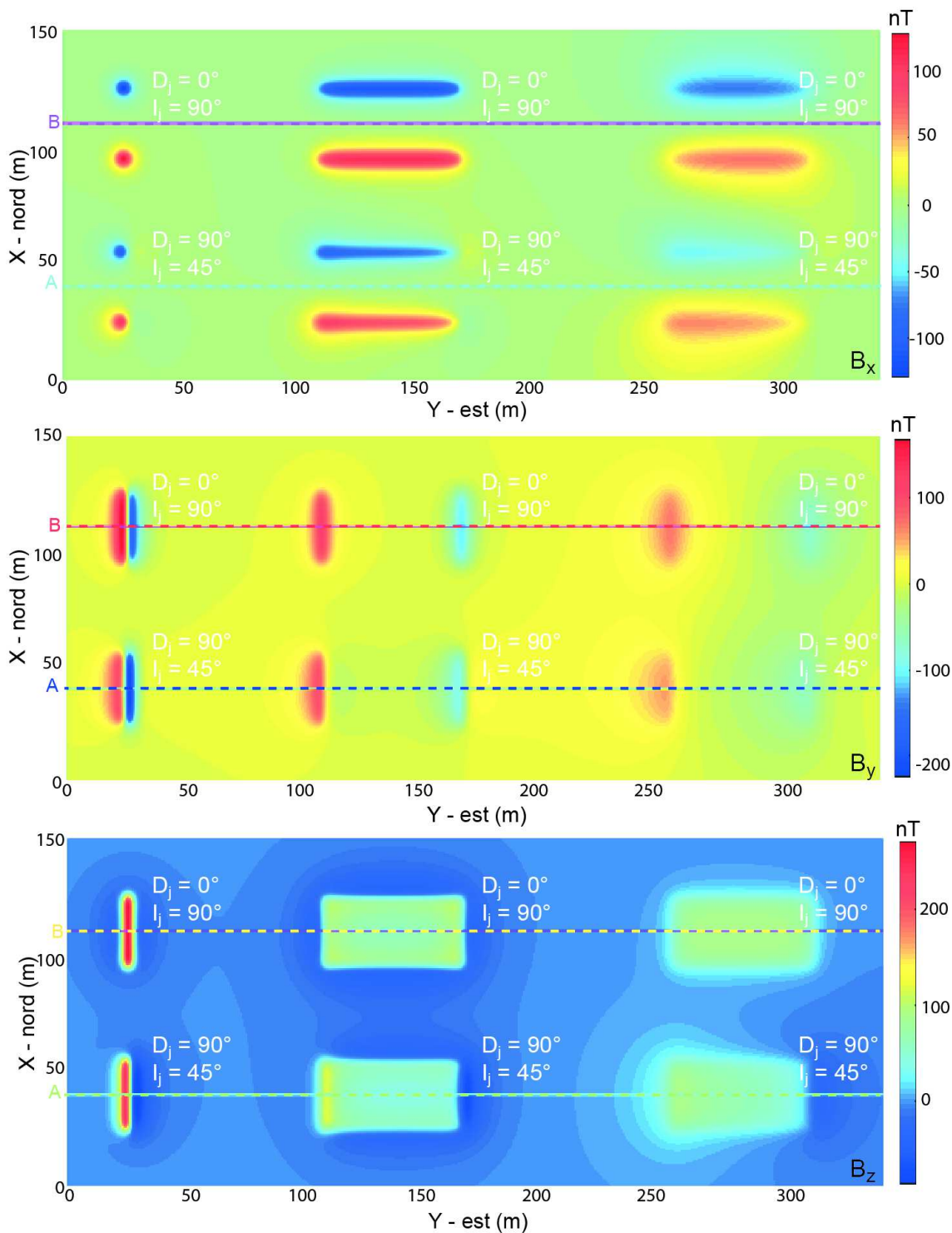


FIGURE 2.11 – Cartes des composantes du champ magnétique calculées pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infinis. Le pas de la grille est de 20 cm.

La figure 2.10 montre les cartes pour les trois composantes du champ magnétique pour des structures sans angle. La différence observée précédemment pour les sphères entre les deux premières composantes et la composante verticale est encore visible. On a la présence de deux extrema pour la dernière composante, avec une particularité, dans le cas où l'inclinaison de l'aimantation est verticale ou quand l'extrema positif est à l'aplomb de la structure et le négatif forme un cercle autour. Si on compare les

résultats pour le cercle et le cylindre on constate des signaux similaires à la différence de la longueur d'onde. En effet, les lobes liés au cylindre sont beaucoup plus "mous". Ceci découle du fait que l'obtention de l'équation d'un cylindre revient à intégrer l'expression obtenue pour un cercle dans la direction verticale, autrement dit, de diminuer la puissance au dénominateur.

Les figures 2.11 et 2.12 présentent les cartes et profils pour les composantes du champ magnétique pour des structures pleines et possédant des extrémités où des angles. Les cartes obtenues sont intéressantes car elles permettent de placer simplement les limites des structures. En effet la première composante étant la dérivée du potentiel dans la direction nord-sud, elle indique les limites nord et sud des structures, ainsi pour chaque structure on observe un maximum au sud et un minimum au nord. La seconde composante permet de visualiser les limites est-ouest des structures, avec deux extrema, un positif à l'ouest et un négatif à l'est. Enfin, la dernière composante présente également deux extrema, mais cette fois-ci leur répartition dépend du choix de l'inclinaison de l'aimantation. Dans le cas d'une aimantation verticale on a le gradient maximum à l'aplomb de la limite des structures. Des lobes négatifs se dessinent autour des structures pour le cas du barreau et de la plaque. Sinon comme précédemment, plus la structure est complexe (de la gauche à la droite) et plus l'étendue des lobes est importante.

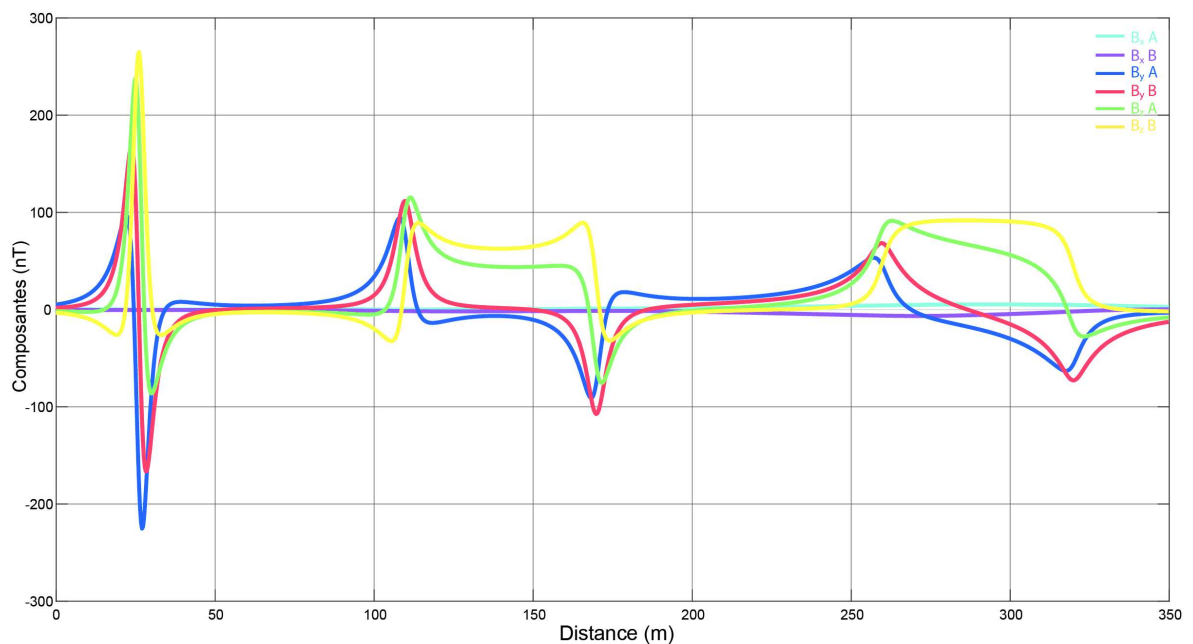


FIGURE 2.12 – Profils des composantes du champ magnétique calculées pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infinis. Les profils sont localisés sur la carte de la figure 2.11. Ils sont perpendiculaires aux structures.

Ce qu'il faut retenir

Les propriétés d'invariance par variation de la déclinaison de l'aimantation ne sont pas généralisables aux composantes B_x et B_y . Mon avis est que l'apport des composantes du champ magnétique est plus intéressant pour l'étude de structures possédant

des angles ou des extrémités. Il serait avisé d'étudier l'évolution des extrema en fonction de la profondeur pour une source simple (sphère).

2.1.4 L'intensité de l'anomalie magnétique

L'intensité de l'anomalie magnétique T est la grandeur la plus utilisée en méthode potentielle magnétique. Elle résulte d'une approximation basée sur l'hypothèse que le champ magnétique d'anomalie \vec{F} est petit devant l'intensité du champ magnétique régional \vec{R} . Cela est la conséquence du fait qu'il n'existe pas encore de capteur d'attitude assez précis pour mesurer les trois composantes d'un champ magnétique \vec{B} , la mesure consiste à mesurer la norme du vecteur champ magnétique $\|\vec{B}\|$ (Blakely, 1996)

$$T = \|\vec{B}\| - \|\vec{R}\| \quad (2.21)$$

Si on remplace le champ mesuré par le champ d'anomalie et le champ magnétique régional, on obtient

$$T = \|\vec{F} + \vec{R}\| - R = R\sqrt{1 + 2\frac{\vec{F} \cdot \hat{R}}{R} + \frac{F^2}{R^2}} - R \quad (2.22)$$

Avec \hat{R} le vecteur unitaire du champ magnétique régional. Dans le cas où l'intensité de \vec{F} est petite voire négligeable par rapport à l'intensité du champ magnétique régional, il est possible d'appliquer un développement limité du terme en racine (Sailhac, 1999; Fleury, 2011). Classiquement, on s'arrête à l'ordre 1 du développement limité ce qui donne

$$T(x, y, z) = \vec{F}(x, y, z) \cdot \hat{R} = F_x \hat{R}_x + F_y \hat{R}_y + F_z \hat{R}_z. \quad (2.23)$$

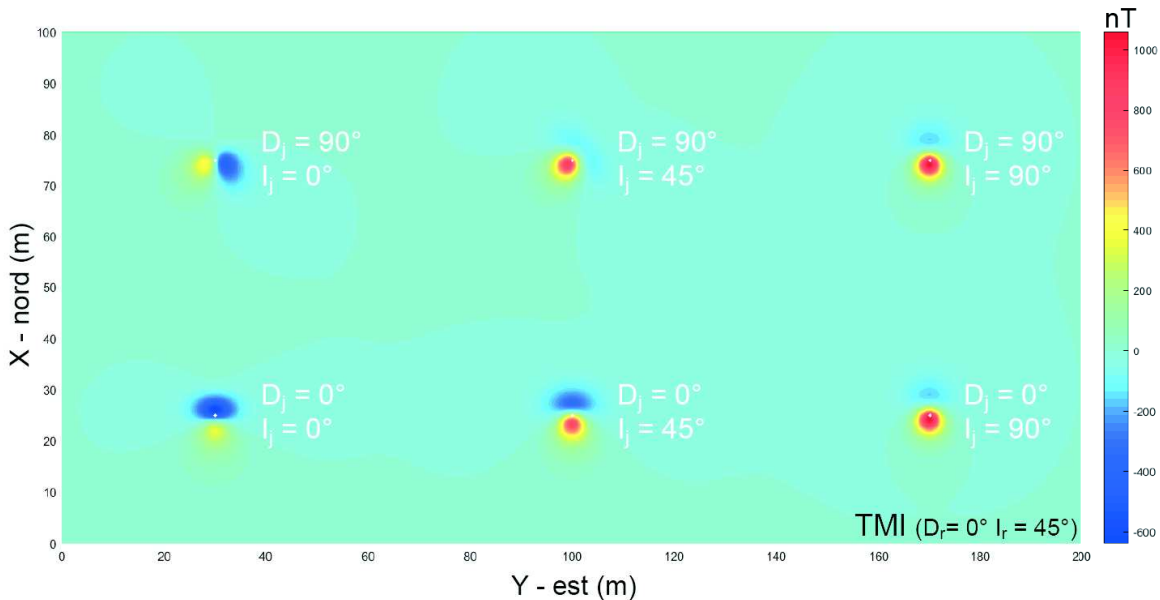


FIGURE 2.13 – Carte de l'intensité de l'anomalie magnétique calculée pour six sphères avec une aimantation rémanente, placées à quatre mètres de profondeur. Le pas de la grille est de 20 cm. La déclinaison et l'inclinaison du champ magnétique régional est respectivement de 0° et 45°

La figure 2.13 présente l'intensité de l'anomalie magnétique pour six sphères dont la direction d'aimantation est différente de la direction du champ magnétique régional (rémanence). Comme pour le potentiel, l'intensité de l'anomalie est une fonction scalaire qui possède à la fois des parties négatives et positives. Pour les cas testés, on constate que les parties positives sont d'autant plus intenses que le vecteur aimantation s'approche de la verticale. Il est difficile de sortir des tendances car le signal provient d'une première projection (la dérivée du superpotentiel projetée dans la direction de \vec{J}) qui a été dérivée et projetée dans la seconde direction du champ magnétique régional. Maintenant si on s'intéresse au cas où les deux directions de projection sont identiques (cas d'une source ayant une aimantation induite). L'intensité de l'anomalie magnétique pour une sphère s'écrit (Salem *et al.*, 2002) :

$$T(x, y, z) = \frac{\mu_o \left\| \vec{J} \right\| V_s}{4\pi} \frac{3 \left(\hat{J} \cdot \vec{r} \right)^2 - r^2}{r^5}. \quad (2.24)$$

Comme pour l'expression du potentiel, il est possible de montrer que la déclinaison a le même effet qu'une rotation de repère. Soit l'anomalie magnétique due à une sphère placée en $(0, 0, z_o)$ d'aimantation induite avec une déclinaison égale à θ et une inclinaison valant I dans un repère défini par les coordonnées x , y et z , l'anomalie s'écrit

$$T(x, y, z) = \frac{\mu_o \left\| \vec{J} \right\| V_s}{4\pi} \frac{3 \left(\cos(I)(\cos(\theta)x + \sin(\theta)y) + \sin(I)(z - z_o) \right)^2 - r^2}{r^5}. \quad (2.25)$$

Soit une seconde anomalie liée à une sphère induite de déclinaison nulle et d'inclinaison égale à I dans un second repère x' , y' et z' définie par la relation (2.9)

$$T(x', y', z) = \frac{\mu_o \left\| \vec{J} \right\| V_s}{4\pi} \frac{3 \left(\cos(I)x' + \sin(I)z \right)^2 - r^2}{r^5}. \quad (2.26)$$

En remplaçant les coordonnées x' , y' et z' par x , y et z , l'expression devient

$$T(x, y, z) = \frac{\mu_o \left\| \vec{J} \right\| V_s}{4\pi} \frac{3 \left(\cos(I)(\cos(\theta)x + \sin(\theta)y) + \sin(I)z \right)^2 - r^2}{r^5}. \quad (2.27)$$

On retrouve bien la même expression que l'équation (2.25).

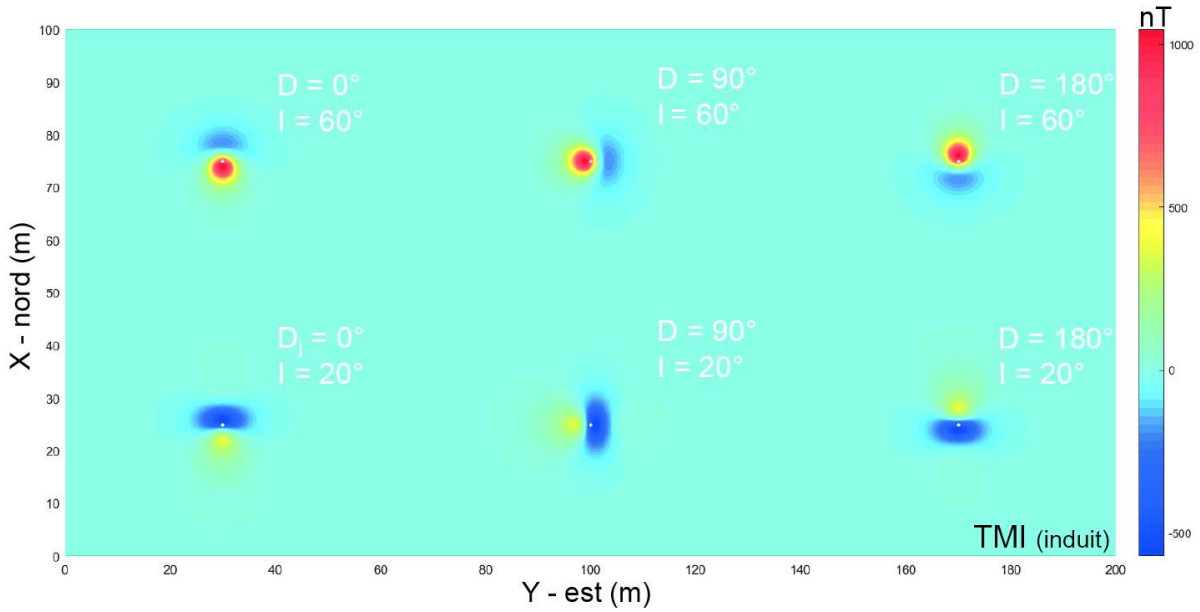


FIGURE 2.14 – Carte de l'intensité de l'anomalie magnétique calculée pour six sphères avec une aimantation induite placées à deux mètres de profondeur. Le pas de la grille est de 20 cm.

Cette invariance est également visible sur la figure (2.14), les anomalies magnétiques subissent des simples rotations de 90° (haut et bas). Donc la déclinaison a un simple effet de rotation de l'anomalie, par contre l'inclinaison change la forme des différents lobes positifs et négatifs et la localisation des maxima de ces lobes. Rechercher les extrema revient à trouver pour quelle localisation sur un plan horizontal le numérateur de la dérivée de l'anomalie est nul. Afin de simplifier les expressions, on va se placer dans le cas particulier d'une sphère placée à l'origine du repère et d'aimantation induite dont la déclinaison est nulle. L'expression de l'anomalie dans ce cas particulier s'écrit

$$T(x, y, z) = \frac{\mu_o \left\| \vec{J} \right\| V_s}{4\pi} \frac{3(\cos(I)x + \sin(I)z)^2 - r^2}{r^5}. \quad (2.28)$$

Ainsi rechercher la localisation de ces extrema revient à résoudre le système

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial y} = 0. \end{cases} \quad (2.29)$$

Avec les différents paramètres du problème le système s'écrit

$$\begin{cases} x^3(-3J_x^2 + 1) + x^2(-8J_x J_z)z + x(y^2(2J_x^2 + 1) + z^2(2J_x^2 - 5J_z^2 + 1)) + 2J_x J_z z(y^2 + z^2) = 0 \\ y(x^2(1 - 5J_x^2) + x(-10J_x J_z z) + z^2(1 - 5J_z^2) + y^2) = 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

avec J_x , J_y et J_z les composantes du vecteur aimantation. Il s'agit de polynômes de degré 3, ce qui indique que la solution générale possède trois réponses possibles. Nous n'avons pas résolu encore ce système, cependant si on s'intéresse au cas où l'inclinaison

de 90° (le champ est vertical), on obtient

$$\begin{cases} x(x^2 + y^2 - 4z^2) = 0 \\ y(x^2 - 4z^2 + y^2) = 0. \end{cases} \quad (2.31)$$

Les solutions sont

$$\begin{cases} x = 0 = & x = \sqrt{y^2 + 4z^2} = & x = -\sqrt{y^2 + 4z^2} \\ y = 0 = & y = \sqrt{x^2 - 4z^2} = & y = -\sqrt{x^2 - 4z^2} \end{cases} \quad (2.32)$$

Le premier maximum est à $(0, 0)$ à l'aplomb de la sphère et vaut $T(0, 0, z) = \frac{\mu_o \|\vec{J}\| V_s}{4\pi} \frac{2}{z^3}$ et le second est un cercle centré à l'aplomb de la sphère et de rayon égal à deux fois la profondeur et l'anomalie vaut $T(2z, 0, z) = \frac{\mu_o \|\vec{J}\| V_s}{4\pi} - \frac{2}{\sqrt{5}z^3}$.

2.1.4.1 Géométries plus complexe - cas synthétiques

Structures arrondies La figure 2.15 présente les cartes et profils de l'intensité de l'anomalie magnétique pour deux directions d'aimantation et deux directions de champ magnétique régional. Le maximum de l'intensité de l'anomalie est obtenu quand les deux vecteurs sont verticaux, il se place à l'aplomb de la structure et est entouré par une partie négative. Pour la partie inférieure ($D_r = 0^\circ$ et $I_r = 90^\circ$), on retrouve les mêmes résultats que la composante verticale du champ magnétique (car $R_x = 0$ et $R_y = 0$).

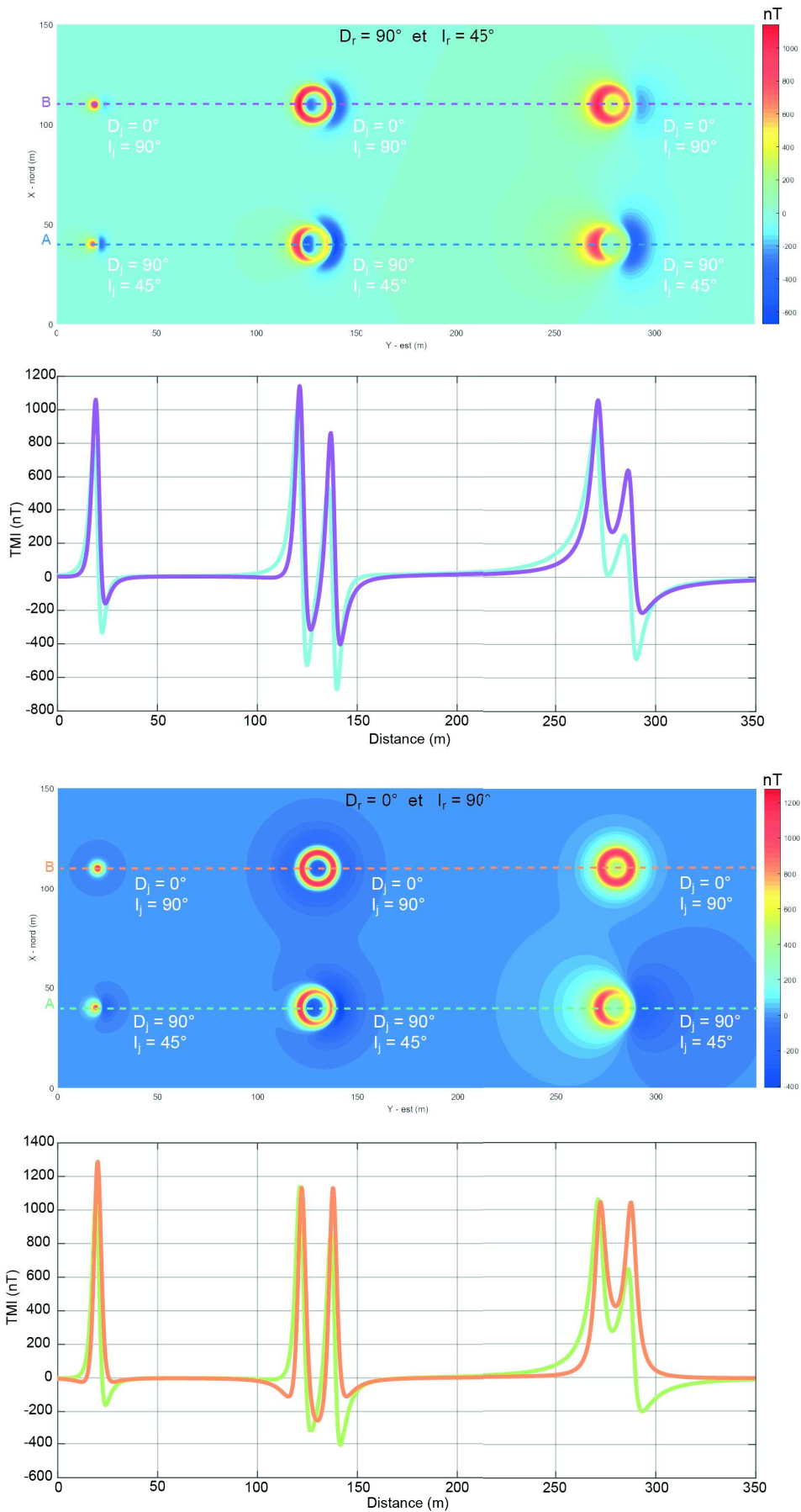


FIGURE 2.15 – Cartes et profils de l'intensité de l'anomalie magnétique calculées pour six structures placées à quatre mètres de profondeur 2 sphères, 2 cercles et 2 cylindres verticaux semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.

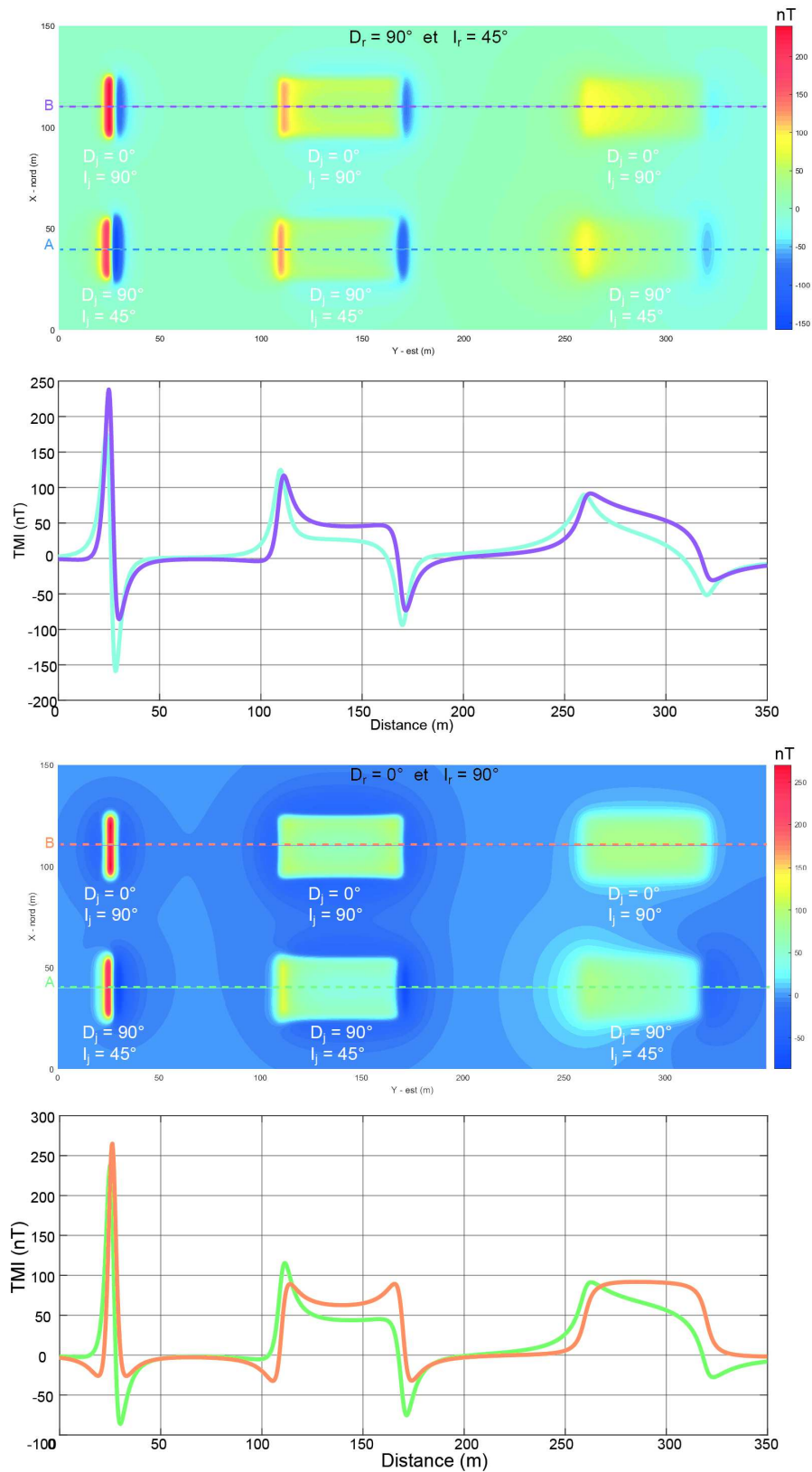


FIGURE 2.16 – Cartes et profils de l'intensité de l'anomalie magnétique calculées pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infini. Le pas de la grille est de 30 cm.

Structures anguleuses Dans le cas de structures anguleuses (Figure 2.16), la première carte est une combinaison de la composante en y et z du champ magnétique, alors que la carte inférieure représente simplement la composante verticale du champ magnétique (Figure 2.11). Ainsi dans le premier cas, seules les limites est-ouest sont bien visibles, les limites nord-sud sont beaucoup moins nettes.

Ce qu'il faut retenir

L'intensité de l'anomalie magnétique va être définie en général comme la projetée du champ magnétique mesuré dans la direction du champ magnétique régional (dans le cas où l'intensité du champ d'anomalie est faible devant l'intensité du champ magnétique régional). L'anomalie magnétique est simplement la combinaison des trois composantes du champ magnétique. Dans les cas d'une sphère où les deux directions de l'aimantation et du champ magnétique régional sont identiques (source d'aimantation induite), la déclinaison a une simple effet de rotation autour d'un axe vertical et la distance entre les extrema est proportionnelle à la profondeur de la source.

2.1.5 Le tenseur d'anomalie magnétique

Il a été défini dans le thèse de Fleury (2011) un tenseur de l'anomalie magnétique **TAM**. Il découle d'une double dérivation du superpotentiel (Pedersen & Rasmussen, 1990) (en gravimétrie) (Fleury, 2011)

$$\mathbf{TAM}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Le **TAM** est construit de façon symétrique et la somme des termes de la diagonale (la trace) est nulle. Ainsi sur les neuf composantes du tenseur seules cinq sont indépendantes.

2.1.5.1 La sphère

Dans le cas d'une sphère les composantes du tenseur s'écrivent (Fleury, 2011)

$$\mathbf{TAM}(x, y, z) \left\{ \begin{array}{l} \phi_{xx}(x, y, z) = \frac{\mu_o \left\| \vec{J} \right\| V_s}{4\pi} \frac{3(x - x_o)^2 - r^2}{r^5} \\ \phi_{yy}(x, y, z) = \frac{\mu_o \left\| \vec{J} \right\| V_s}{4\pi} \frac{3(y - y_o)^2 - r^2}{r^5} \\ \phi_{zz}(x, y, z) = \frac{\mu_o \left\| \vec{J} \right\| V_s}{4\pi} \frac{3(z - z_o)^2 - r^2}{r^5} \\ \phi_{xy}(x, y, z) = \frac{\mu_o \left\| \vec{J} \right\| V_s}{4\pi} \frac{3(x - x_o)(y - y_o)}{r^5} \\ \phi_{xz}(x, y, z) = \frac{\mu_o \left\| \vec{J} \right\| V_s}{4\pi} \frac{3(x - x_o)(z - z_o)}{r^5} \\ \phi_{yz}(x, y, z) = \frac{\mu_o \left\| \vec{J} \right\| V_s}{4\pi} \frac{3(z - z_o)(y - y_o)}{r^5} \end{array} \right. \quad (2.34)$$

Lorsque le point de mesure est à l'aplomb de la sphère, on constate que seules les composantes de la diagonale sont nulles.

$$\mathbf{TAM}(x, y, z) \begin{cases} \phi_{xx}(x = x_o, y = y_o, z) = -\frac{\mu_o \|\vec{J}\| V_s}{4\pi} \frac{1}{(z - z_o)^3} \\ \phi_{yy}(x = x_o, y = y_o, z) = -\frac{\mu_o \|\vec{J}\| V_s}{4\pi} \frac{1}{(z - z_o)^3} \\ \phi_{zz}(x = x_o, y = y_o, z) = \frac{\mu_o \|\vec{J}\| V_s}{4\pi} \frac{2}{(z - z_o)^3} \\ \phi_{xy}(x = x_o, y = y_o, z) = 0 \\ \phi_{xz}(x = x_o, y = y_o, z) = 0 \\ \phi_{yz}(x = x_o, y = y_o, z) = 0 \end{cases} \quad (2.35)$$

Si on regarde le cas synthétique, on constate que l'on a six fois le même dessin pour les six composantes (Figure 2.17). L'amplitude des composantes des deux premiers termes de la diagonale (ϕ_{xx}, ϕ_{yy}) sont identiques, et on constate simplement une rotation du signal de 90° , orientation nord-sud pour la composante ϕ_{xx} et est-ouest pour la composante ϕ_{yy} . Le signal lié à une sphère est constitué de trois extrema alignés dont le maximum est négatif et se situe à l'aplomb de la source. Les deux autres extrema se placent à 2.4 cm de part et d'autre du maximum dans le cas d'une sphère placé à 2 m de profondeur.

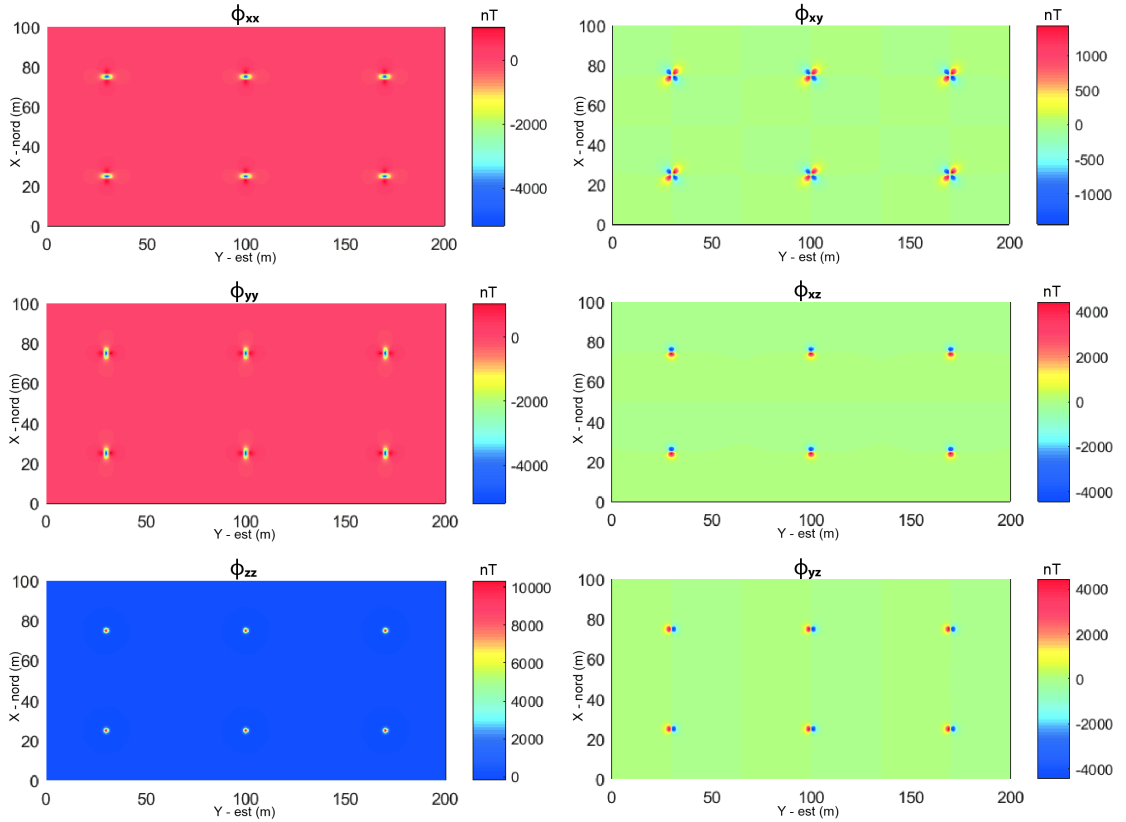


FIGURE 2.17 – Cartes des composantes du tenseur d'anomalie magnétique **TAM** calculées pour six sphères placées à deux mètres de profondeur. Le pas de la grille est de 20 cm.

La composante ϕ_{zz} possède trois extrema dont le plus grand fait le double des maxima précédents (ϕ_{xx} (-5167), ϕ_{zz} (10330)) et il se place également à l'aplomb de la structure. Les deux autres extrema sont égaux et sont localisés à 4 cm de part et d'autre. La composante ϕ_{xy} présente quatre lobes de même amplitude, deux positifs et deux négatifs. Les composantes ϕ_{xz} ϕ_{yz} montrent un comportement similaire avec deux lobes d'amplitude identiques, l'un positif l'autre négatif et comme pour les deux premières composantes, il faut les tourner de quatre-vingt dix degrés.

Il serait intéressant d'étudier la relation entre les extrema et la profondeur de la sphère, sachant que dans ce cas précis, cela devrait être plus simple car l'ensemble des grandeurs sont des nombres scalaires.

Le tenseur **TAM** est diagonalisable (tenseur carré et symétrique) par conséquent on peut rechercher une nouvelle base (les trois vecteurs propres) pour laquelle tous les termes du tenseur sont nuls, exceptés ceux de la diagonale (les trois valeurs propres) (Pedersen & Rasmussen, 1990; Munsch & Fleury, 2011; Fleury, 2011).

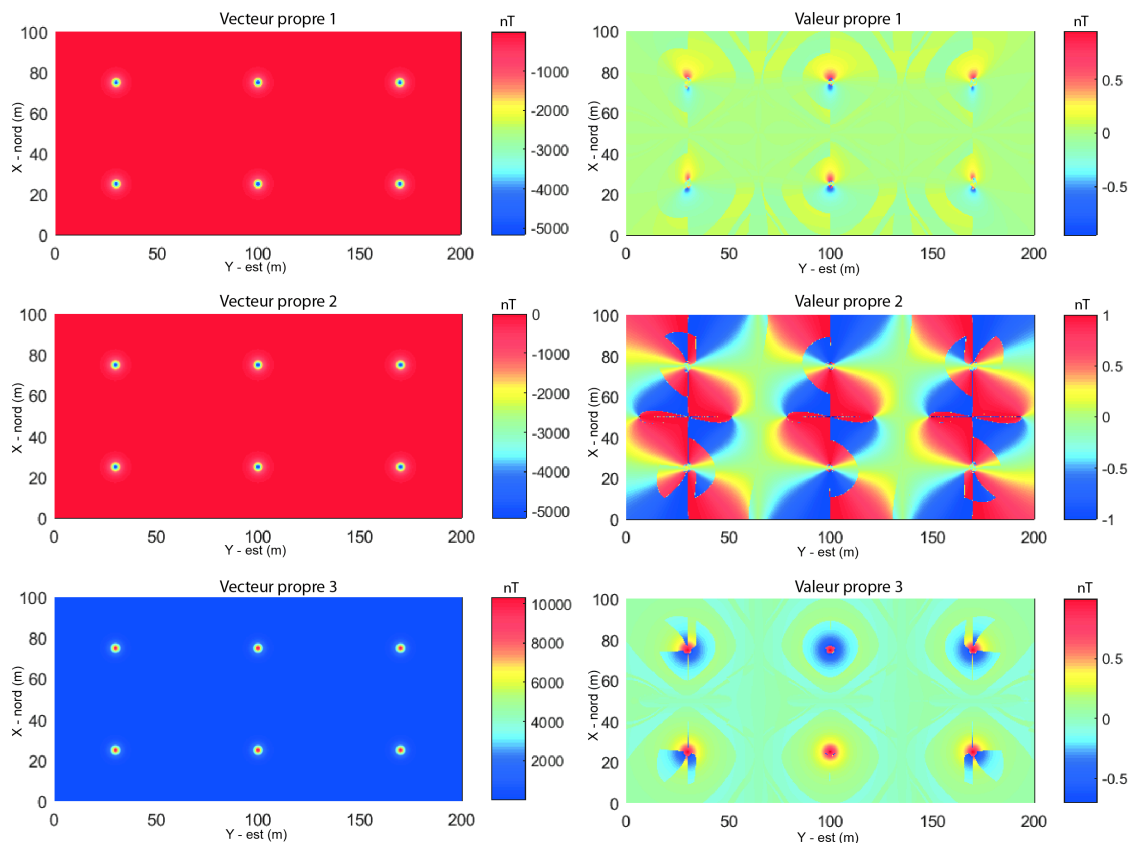


FIGURE 2.18 – Cartes des vecteurs et valeurs propres du tenseur d'anomalie magnétique **TAM** calculées pour six sphères placées à deux mètres de profondeur. Le pas de la grille est de 20 cm.

Vecteurs propres La première observation est que les deux premiers vecteurs propres sont tous deux négatifs et se ressemblent fortement. Si on effectue la différence des deux, on obtient une variation inférieure à 5 nT. Ils possèdent un unique extremum à l'aplomb de la structure. Pour le dernier vecteur, les valeurs sont uniquement positives, la valeur

maximale est à l’aplomb des sphères et vaut le double des extrema des deux autres vecteurs propres.

Valeurs propres Les valeurs propres du **TAM** s’étendent de -1 à 1. Pour six sphères identiques on constate que les six signaux ne sont pas identiques. La carte de la première valeur propre présente de faibles variations loin des sphères et à proximité se dessinent deux lobes le long de la droite d’orientation nord-sud, avec la partie positive au nord et la partie négative au sud. Pour la seconde valeur propre, la variabilité est forte ; on passe rapidement d’un extrême à l’autre. La dernière valeur propre semble être plus adéquate pour l’interprétation, avec un maximum à l’aplomb des sphères.

2.1.5.2 Géométries plus complexes - cas synthétiques

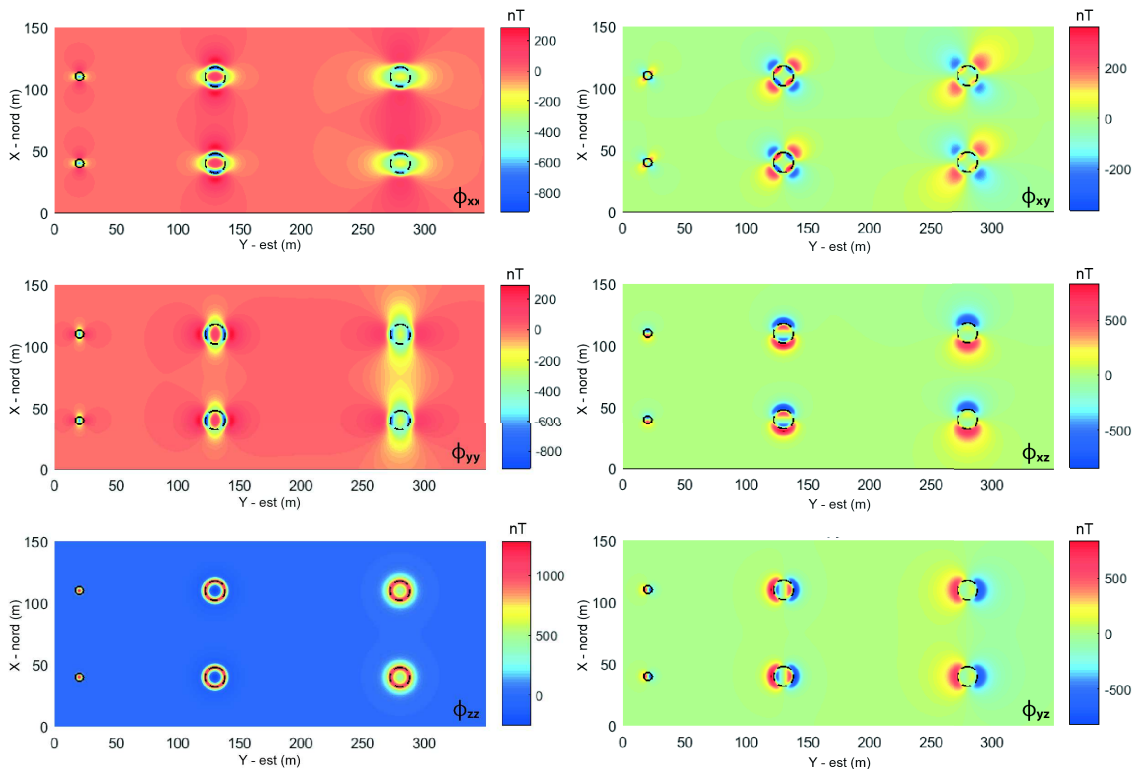


FIGURE 2.19 – Cartes des composantes du tenseur d’anomalie magnétique **TAM** calculées pour six structures placées à quatre mètres de profondeur : 2 sphères, 2 spires et 2 cylindres verticaux semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.

Structures arrondies La figure 2.19 présente les cartes de six composantes du tenseur d’anomalie magnétique. Les composantes ϕ_{xx} et ϕ_{xz} marquent les limites nord-sud des structures cylindriques. Pour la première composante ϕ_{xx} , les minima se placent à l’aplomb de la structure et les maxima de part et d’autre dans la direction nord-sud, alors que pour la seconde ϕ_{xz} , les limites des structures sont localisées entre les maxima et les minima. Les composantes ϕ_{yy} et ϕ_{yz} indiquent les limites est et ouest des géométries. Les composantes $\phi_{xx} - \phi_{yy}$ et $\phi_{xz} - \phi_{yz}$ sont les mêmes à une rotation de 90° près. La composante verticale ϕ_{zz} facilite l’interprétation du fait de la localisation de ces maxima à l’aplomb des limites des objets. Comme pour les autres exemples, la géométrie joue sur la longueur d’onde des signaux visibles sur les cartes (de la gauche vers la droite).

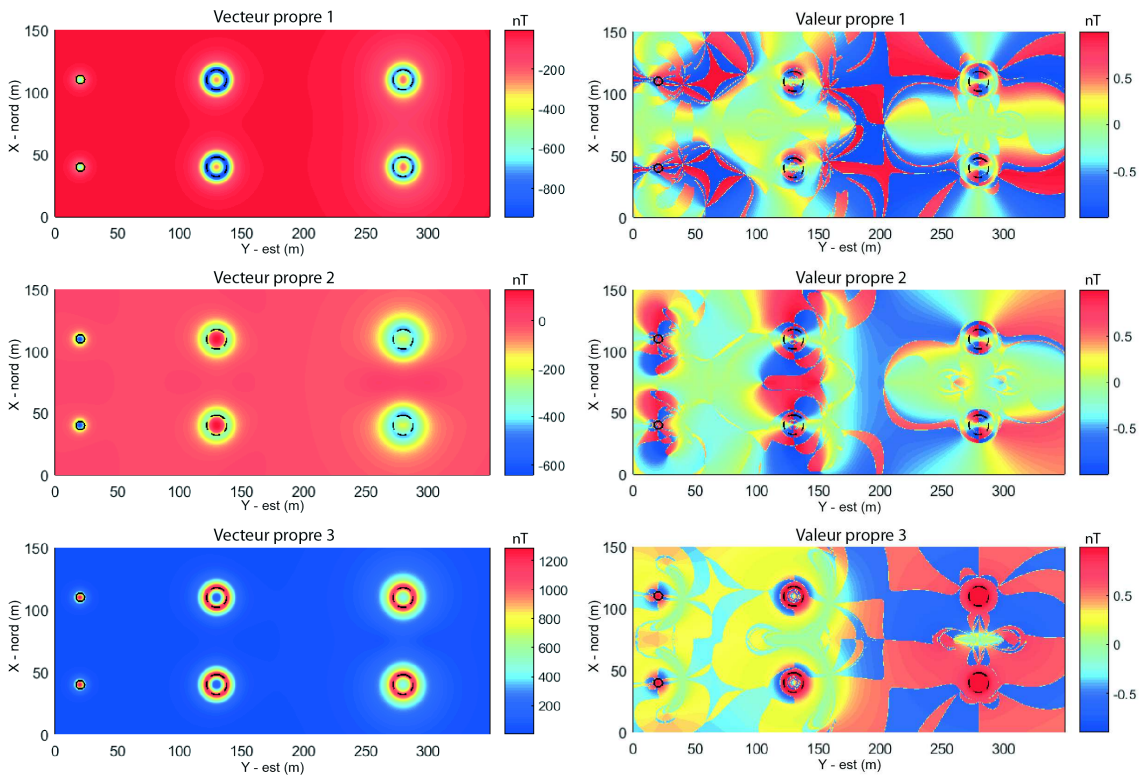


FIGURE 2.20 – Cartes des trois vecteurs et des trois valeurs propres du tenseur d’anomalie magnétique calculés pour six structures placées à quatre mètres de profondeur : 2 sphères, 2 cercles et 2 cylindres verticaux semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.

Vecteurs propres Les vecteurs propres 1 et 3 sont de signes opposés et leurs extrema dessinent la géométrie des sources. En déplaçant le regard de la gauche vers la droite, on constate une évolution de la longueur d’onde des signaux, qui est cohérente avec l’évolution des géométries.

Valeurs propres La valeur propre 3 présente des maxima à l’aplomb des structures alors que pour les deux autres leur distribution est beaucoup plus complexe.

Structures anguleuses

La figure 2.21 présente six des neuf composantes du tenseur d’anomalie magnétique pour des structures anguleuses. Les composantes ϕ_{xx} et ϕ_{xz} mettent en évidence les limites nord et sud des structures. Plus on rajoute de dimension à la structure plus les lobes sont de grandes longueurs d’onde. Les composantes ϕ_{yy} et ϕ_{yz} mettent en évidence les limites est et ouest des structures et comme précédemment la longueur d’onde des lobes augmente avec la complexification de la géométrie. La carte de la composante ϕ_{zz} dessine la géométrie des structures avec les parties positives du signal, un halo négatif se dessine autour. Enfin la composante ϕ_{xy} présente quatre extrema par structure deux positifs et deux négatifs au niveau des extrémités. Dans le cas du prisme semi-infini on voit clairement que les extrema de même signe ne sont pas identiques dans leurs longueurs d’ondes.

La figure 2.22 met en évidence l’avantage de l’utilisation de la valeur et du vecteur propres trois pour définir la géométrie des structures.

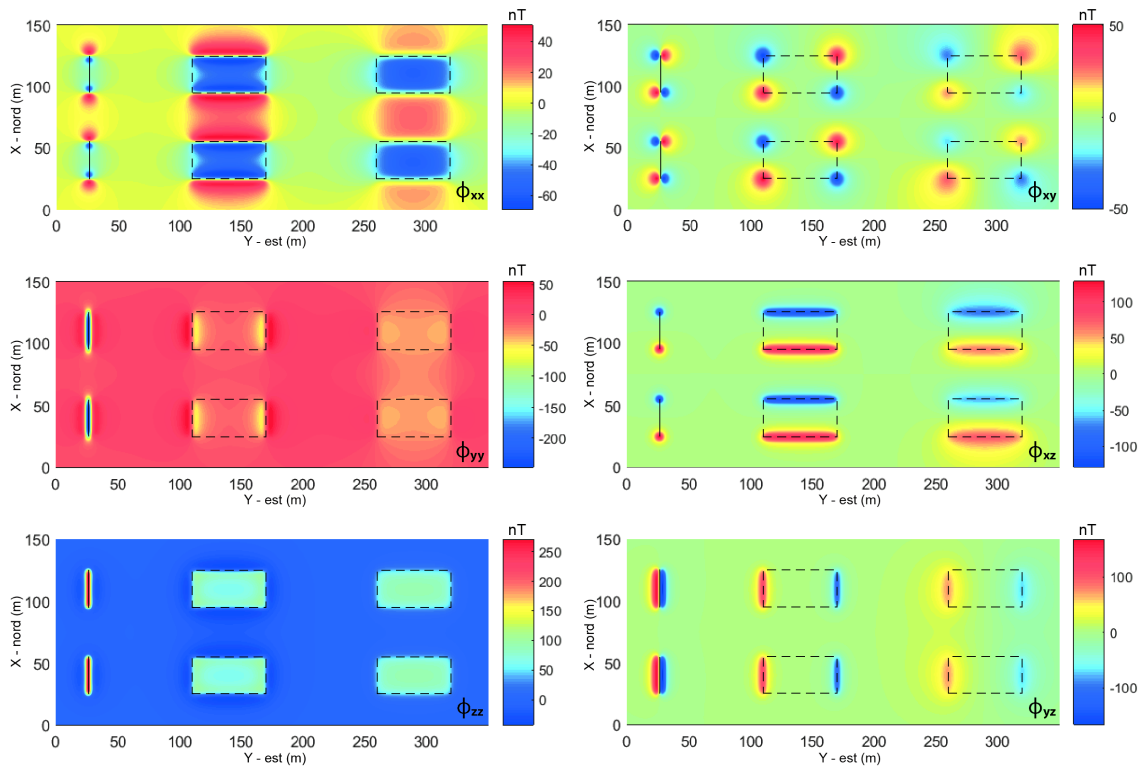


FIGURE 2.21 – Cartes des composantes du tenseur d’anomalie magnétique calculées pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.

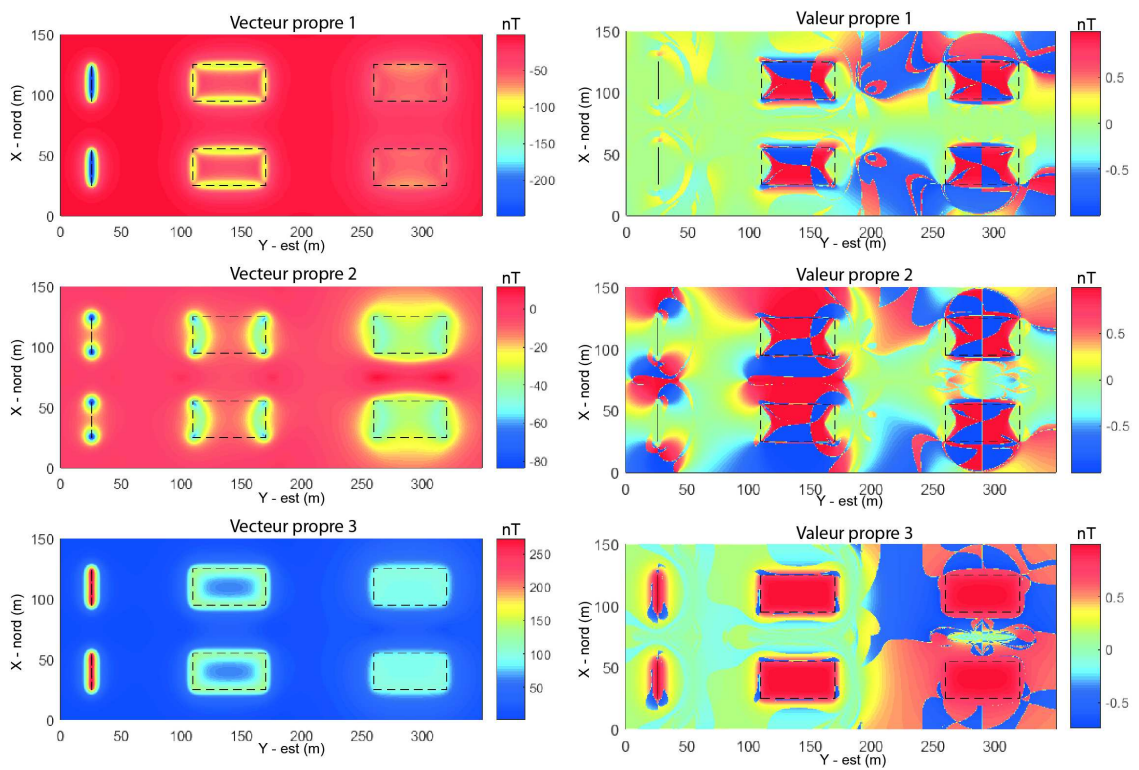


FIGURE 2.22 – Cartes des trois vecteurs et des trois valeurs propres du tenseur d’anomalie magnétique calculés pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.

2.1.6 Le tenseur du gradient magnétique

Il existe plusieurs avantages à la mesure du gradient du champ magnétique (Schmidt & Clark, 2006) :

1. la correction des variations temporelles du champ magnétique,
2. une atténuation des anomalies de grandes longueurs d'ondes (sources éloignées, profondes),
3. s'agissant de la dérivée du champ magnétique, on a une meilleure résolution dans la cartographie des contrastes.

Le gradient magnétique s'écrit (Wilson, 1985)

$$\mathbf{TGM}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial x} & \frac{\partial B_x}{\partial y} & \frac{\partial B_x}{\partial z} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} & \frac{\partial B_y}{\partial y} & \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} & \frac{\partial B_z}{\partial y} & \frac{\partial B_z}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial^2 x} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial^2 y} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial^2 z} \end{pmatrix}. \quad (2.36)$$

Pour obtenir le tenseur il faut calculer ou mesurer neuf composantes, cependant seul cinq composantes sont utiles. Dans le cas de la magnétostatique, on est à l'extérieur des sources et il n'y a pas de circulation de charges. Ces caractéristiques impliquent que le tenseur est symétrique ($\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$) et que sa trace est nulle ($trace(\mathbf{TGM}) = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial^2 z} = 0$). Ainsi parmi les neuf composantes seulement cinq sont indépendantes.

De plus, la matrice est carrée et symétrique, par conséquent il est possible de la diagonaliser et ainsi trouver ses valeurs et vecteurs propres (Wilson, 1985; Pedersen & Rasmussen, 1990; Schmidt *et al.*, 2004; Fleury, 2011) que l'on visualisera sous forme de cartes.

2.1.6.1 La sphère

Dans le cas d'une sphère les six composantes s'écrivent (Fleury, 2011)

$$\mathbf{TGM}(x, y, z) \left\{ \begin{array}{l} \Omega_{xx}(x, y, z) = -\frac{\mu_o V_s}{4\pi} 3 \frac{\vec{J} \cdot \vec{r} + 2J_x(x - x_o)}{r^5} + 15 \frac{\vec{J} \cdot \vec{r} (x - x_o)^2}{r^7} \\ \Omega_{yy}(x, y, z) = -\frac{\mu_o V_s}{4\pi} 3 \frac{\vec{J} \cdot \vec{r} + 2J_y(y - y_o)}{r^5} + 15 \frac{\vec{J} \cdot \vec{r} (y - y_o)^2}{r^7} \\ \Omega_{zz}(x, y, z) = -\frac{\mu_o V_s}{4\pi} 3 \frac{\vec{J} \cdot \vec{r} + 2J_z(z - z_o)}{r^5} + 15 \frac{\vec{J} \cdot \vec{r} (z - z_o)^2}{r^7} \\ \Omega_{xy}(x, y, z) = -\frac{\mu_o V_s}{4\pi} 3 \frac{J_x(y - y_o) + J_y(x - x_o)}{r^5} + 15 \frac{\vec{J} \cdot \vec{r} (x - x_o)(y - y_o)}{r^7} \\ \Omega_{xz}(x, y, z) = -\frac{\mu_o V_s}{4\pi} 3 \frac{J_x(z - z_o) + J_z(x - x_o)}{r^5} + 15 \frac{\vec{J} \cdot \vec{r} (x - x_o)(z - z_o)}{r^7} \\ \Omega_{yz}(x, y, z) = -\frac{\mu_o V_s}{4\pi} 3 \frac{J_z(y - y_o) + J_y(z - z_o)}{r^5} + 15 \frac{\vec{J} \cdot \vec{r} (z - z_o)(y - y_o)}{r^7}. \end{array} \right. \quad (2.37)$$

On a choisi de laisser la composante de la diagonale en z, car il est souvent fait mention de la gradiométrie verticale dans la littérature.

Pour le point à l'aplomb de la sphère les composantes du tenseur valent

$$\mathbf{TGM}(x, y, z) \begin{cases} \Omega_{xx}(x = x_o, y = y_o, z) = & -3 \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{J_z}{(z - z_o)^4} \\ \Omega_{yy}(x = x_o, y = y_o, z) = & -3 \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{J_z}{(z - z_o)^4} \\ \Omega_{zz}(x = x_o, y = y_o, z) = & 6 \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{J_z}{(z - z_o)^4} \\ \Omega_{xy}(x = x_o, y = y_o, z) = & 0 \\ \Omega_{xz}(x = x_o, y = y_o, z) = & -3 \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{J_x}{(z - z_o)^4} \\ \Omega_{yz}(x = x_o, y = y_o, z) = & -3 \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{J_y}{(z - z_o)^4}. \end{cases} \quad (2.38)$$

Si on suppose connu la localisation de la sphère, il est possible de retrouver la déclinaison et l'inclinaison du l'aimantation.

$$\begin{aligned} D_j &= \arctan \left(\frac{\Omega_{yz}}{\Omega_{xz}} \right) \\ I_j &= \arctan \left(\frac{\Omega_{xx}}{\sqrt{\Omega_{xz}^2 + \Omega_{yz}^2}} \right) = \arctan \left(\frac{\Omega_{yy}}{\sqrt{\Omega_{xz}^2 + \Omega_{yz}^2}} \right) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Et la norme du tenseur (racine de la somme des éléments au carré) se résume simplement en une fonction en $\frac{1}{r^4}$

$$|\mathbf{TGM}(x, y, z)| = \frac{\mu_o V_s}{4\pi} \frac{3\sqrt{2}}{(z - z_o)^4} \sqrt{J_x^2 + J_y^2 + 3J_z^2}. \quad (2.40)$$

Dans la figure 2.23, les signaux liés à ces six sphères sont de hautes fréquences, ceci est tout à fait normal vu la présence d'une puissance au dénominateur égale à 7. Pour les six composantes, on observe la présence de nombreux extrema, et seule la dernière composante de la diagonale du tenseur Ω_{zz} présente un extremum à l'aplomb des sphères dans le cas où le vecteur aimantation est égal à 90° .

Le tenseur du gradient magnétique \mathbf{TGM} est un tenseur réel carré et symétrique dont la trace est nulle, par conséquent il est possible de le diagonaliser et trouver les trois valeurs et vecteurs propres (Wilson, 1985; Pedersen & Rasmussen, 1990; Schmidt *et al.*, 2004; Beiki *et al.*, 2012; Clark, 2012; Pilkington & Beiki, 2013; Beiki *et al.*, 2014).

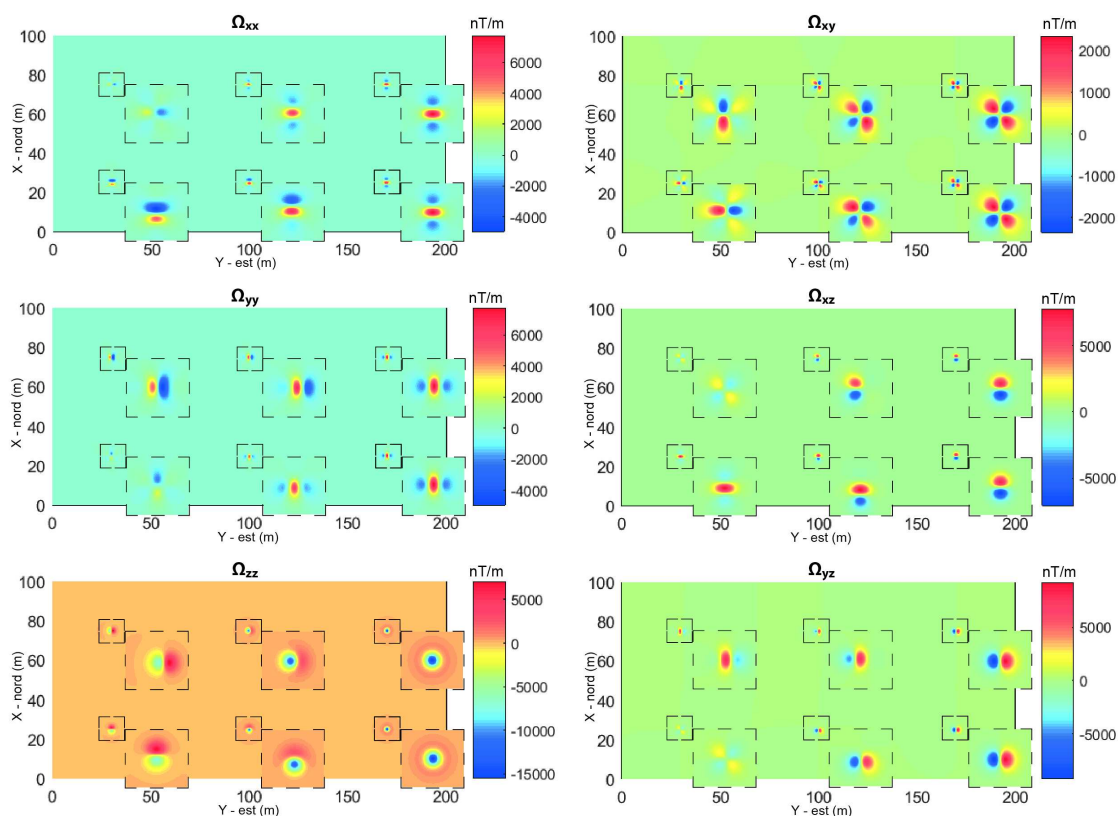


FIGURE 2.23 – Cartes des composantes du tenseur du gradient magnétique **TGM** calculées pour six sphères aimantées placées à deux mètres de profondeur. Pour les trois sphères supérieures la déclinaison de l’aimantation est égale à 90° et pour les sphères inférieures de 0° . Il y a trois inclinaisons d’aimantation : 0° pour les deux sphères de gauche, 45° pour celles du centre et de 90° pour celles de droite. Le pas de la grille est de 20 cm.

Vecteurs propres

Si on regarde les cartes des vecteurs propres, la première observation est que les ordres de grandeur sont semblables aux valeurs des composantes du tenseur. Le premier vecteur propre a des valeurs uniquement négatives et le troisième possède uniquement des valeurs positives. Dans le cas où l’inclinaison de l’aimantation est verticale (les deux sphères de droite), des formes identiques sont observées pour chaque vecteur propre.

Pour le premier vecteur propre, l’amplitude du signal semble présenter une corrélation avec la valeur de l’inclinaison de l’aimantation, on note -15 500 pour l’inclinaison verticale avec le maximum à l’aplomb pour les deux sphères, -12 990 lorsque la déclinaison est nulle et -12 620 lorsque la déclinaison vaut 90° , -9174 pour une déclinaison nulle et -7752 pour une déclinaison de 90° . On constate également que le maximum de l’amplitude est à l’aplomb de la structure dans les cas où la déclinaison de l’aimantation est nulle. Le maximum est dévié dans les autres cas de 0.4 m vers la gauche pour une inclinaison de 0° et de 0.2 m toujours vers la gauche pour un inclinaison de 45° .

Pour le second vecteur propre, comme précédemment l’amplitude est d’autant plus grande que la valeur de l’inclinaison de l’aimantation sera proche de 90° (7752). Deux extrema sont visibles dans le cas où l’inclinaison n’est pas égale à 90° (comme

pour le potentiel). La disposition de ces extrema semble être liée à la déclinaison. Dans la partie basse, la déclinaison est de 0° et les lobes positifs et négatifs sont placés selon une droite nord-sud. Alors que dans la partie haute la déclinaison est de 90° et les lobes sont disposés suivant une droite d'orientation est-ouest. Cependant on ne constate pas d'invariance dans la forme de l'anomalie, la forme des lobes évolue également avec la rotation.

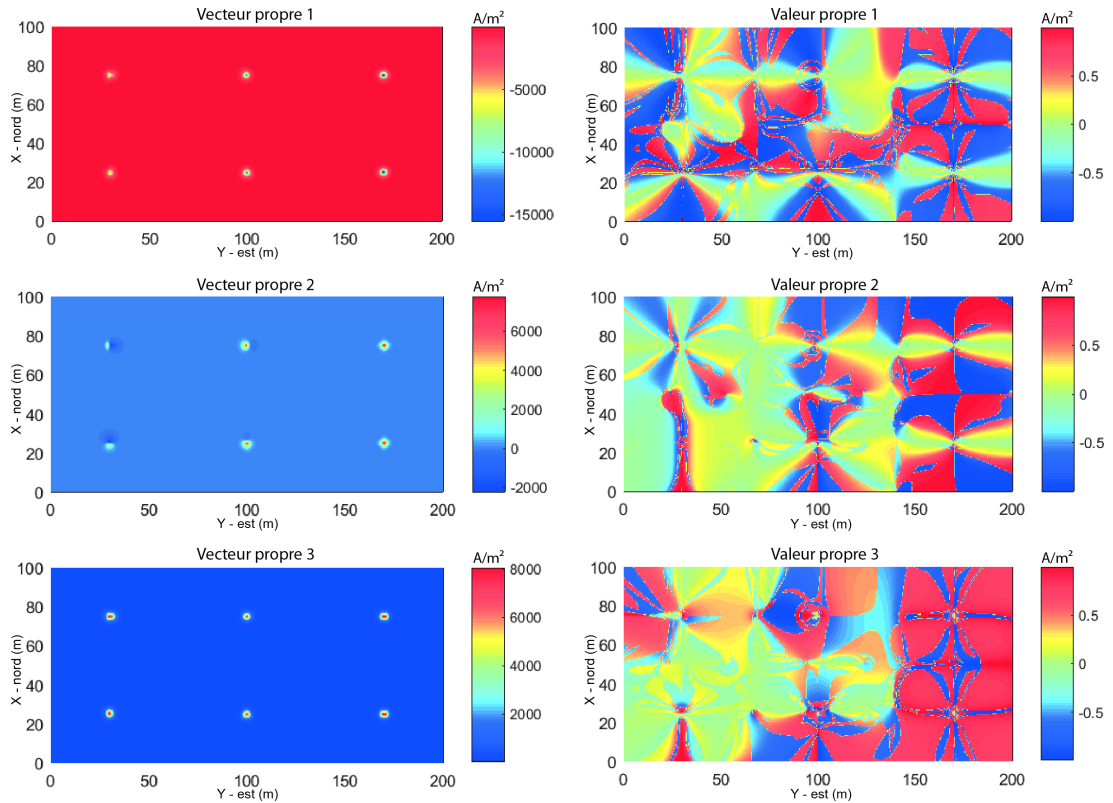


FIGURE 2.24 – Cartes des vecteurs et valeurs propres du tenseur du gradient magnétique calculées pour six sphères placées à deux mètres de profondeur. Les directions d'aimantation sont identiques à celle de la figure 2.23. Le pas de la grille est de 20 cm.

Pour le troisième vecteur propre, on ne constate pas le même comportement que pour les deux autres vecteurs, les amplitudes n'augmentent pas avec la valeur de l'inclinaison. Dans les deux cas où celle-ci est verticale, les signaux sont identiques quelque soit la déclinaison et deux extrema sont visibles (7893) espacés de part et d'autre de l'aplomb de la structure de 0.4 m (pour une sphère à deux mètres). Dans le cas où l'inclinaison est de 45° , un extremum est visible et il est à l'aplomb de la structure quand la déclinaison est nulle et décalé de 0.1 m quand la déclinaison vaut 90° . Enfin quand l'inclinaison est nulle, on a l'apparition d'un second extremum, plus faible à droite quand la déclinaison est de 90° alors qu'avec une déclinaison nulle un unique extremum est visible et il se situe à l'aplomb.

Valeurs propres Premièrement, dans le cas synthétique on constate que l'amplitude des cartes oscille entre -1 et 1 quelque soit la valeur propre. On ne voit pas de forme particulière ressortir, on constate des variations fortes loin de l'aplomb des sources. On discerne un schéma dans la répartition des parties positives et négatives seulement dans

les cas où l'inclinaison est verticale, la variabilité paraît moins forte pour la troisième valeurs propre.

L'ensemble de ces cartes a été obtenu en utilisant une fonction Matlab *eig* permettant l'estimation d'une matrice des valeurs propres et d'une seconde matrice possédant les vecteurs propres. Dans Wilson (1985), l'auteur propose des formules précises pour les valeurs et les vecteurs propres en fonction des paramètres du problème. Par exemple, il montre que la valeur propre 3 est égale au produit de l'intensité du moment magnétique par le cosinus de l'angle entre la direction du moment magnétique et du vecteur entre la source et le point de calcul. Il serait intéressant de les tester, et d'étudier les points particuliers tels que les extrema.

2.1.6.2 Géométries plus complexes - cas synthétiques

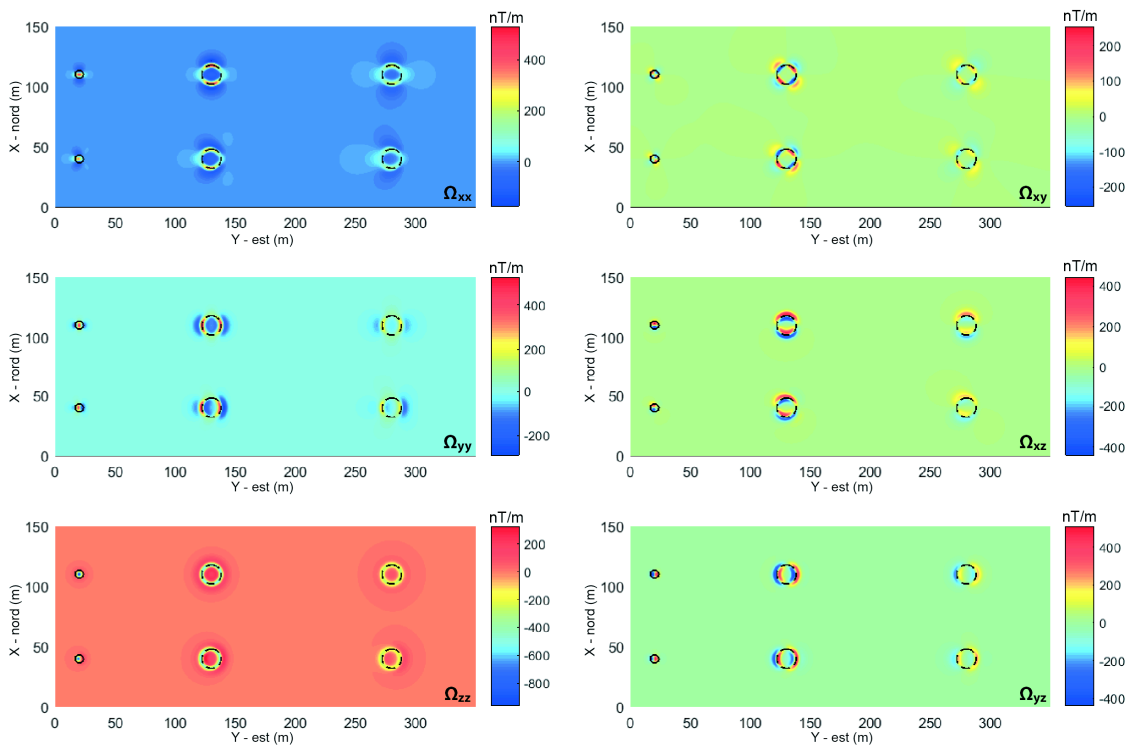


FIGURE 2.25 – Cartes des composantes du tenseur du gradient magnétique calculées pour six structures placées à quatre mètres de profondeur : 2 sphères, 2 cercles et 2 cylindres verticaux semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.

Structures arrondies La figure 2.25 représente six composantes du tenseur de gradiométrie magnétique pour des structures sans angle. Les composantes Ω_{xx} et Ω_{xz} mettent en évidence les limites nord et sud des structures et les composantes Ω_{yy} et Ω_{yz} les limites est et ouest. Les extrema de la composante verticale Ω_{zz} se localisent à l'aplomb des limites géométriques des structures. Pour toutes les composantes si on observe les signaux de gauche à droite, on voit que la longueur d'onde du signal augmente et les lobes sont de plus en plus étendus.

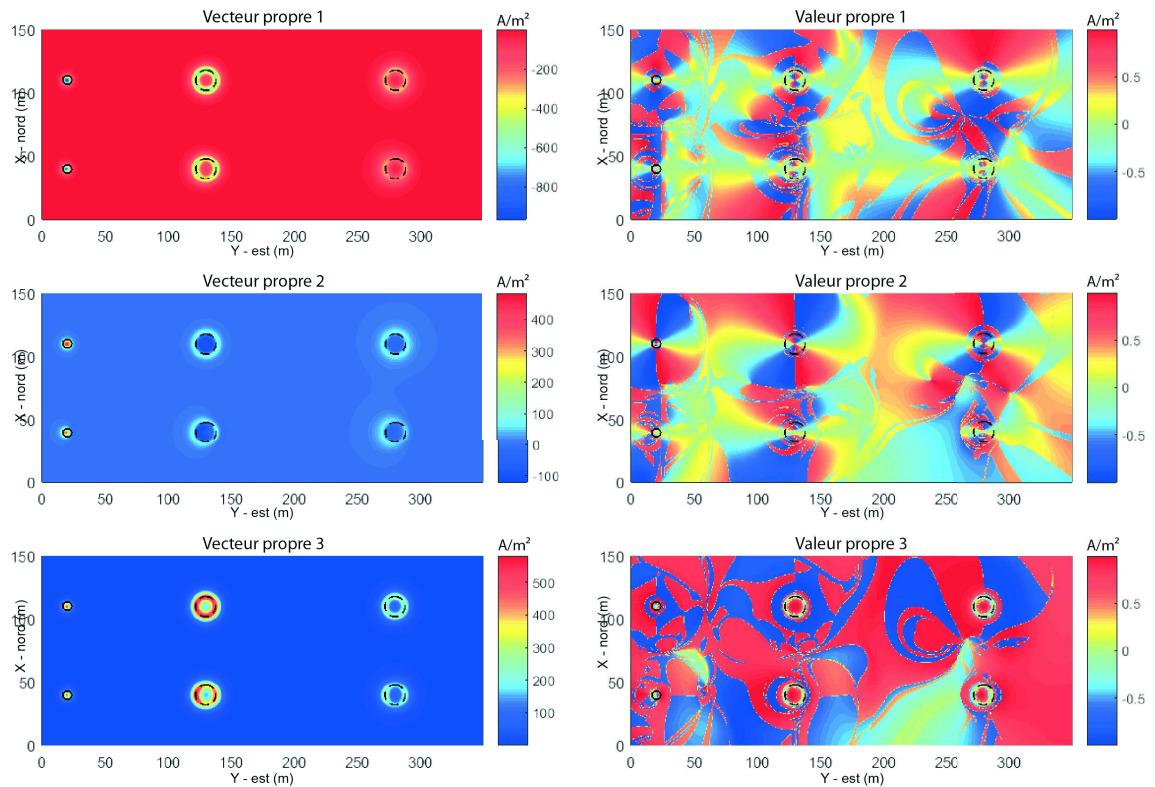


FIGURE 2.26 – Cartes des trois vecteurs propres et des trois valeurs propres du tenseur de gradiométrie magnétique calculés pour six structures placées à quatre mètres de profondeur : 2 sphères, 2 cercles et 2 cylindres verticaux semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.

La figure 2.26 présente les vecteurs et valeurs propres pour des structures ne possédant aucun angle.

Vecteurs propres Comme précédemment les vecteurs propres 1 et 3 sont de signes opposés. Dans les cas où la direction d’aimantation des structures est verticale (structures supérieures des cartes), les extrema se placent à l’aplomb des structures, alors que pour le vecteur propre 2 les maxima se placent à l’extérieur de la structure et les minima à l’intérieur.

Valeurs propres Comme avant, l’amplitude des trois valeurs propres évolue de -1 à 1. Seule la troisième valeur propre semble présenter un intérêt pour l’interprétation pour délimiter des structures. En effet, à l’aplomb de la structure les variations sont plus faibles, elles oscillent entre -0.5 et 0.5 et dessinent des cercles.

Structures anguleuses

Dans la figure 2.27, les composantes du tenseur mettent en évidence les limites horizontales des six structures. La première composante du tenseur Ω_{xx} présente les contacts nord et sud. Ce qui est logique, car d’un point de vue théorique cette carte a été obtenue en dérivant deux fois dans la direction nord-sud, donc on regarde la variation de l’aimantation suivant la variable x. Il est intéressant de constater que pour les deux déclinaisons et inclinaisons testées on a une même répartition des lobes positifs et négatifs. Les parties positives se situent à l’aplomb de la structure, alors que les négatives se situent à l’extérieur quelque soit la géométrie. Pour la seconde composante de la

diagonale Ω_{yy} , cette fois-ci les contacts est et ouest sont visualisés. Comme pour la composante précédente les parties positives sont à l'aplomb des structures et les négatives à l'extérieur. Seule la géométrie du segment présente trois extrema, un positif à l'aplomb et deux négatifs de part et d'autre de la structure. Pour les structures où le vecteur aimantation est vertical on constate un signal (intensité et forme des lobes positifs et négatifs) identique alors que dans le cas d'une inclinaison à 45° , une asymétrie apparaît dans les signaux. La troisième composante de la diagonale Ω_{zz} met en évidence les limites horizontales des structures. Dans le cas où l'aimantation est à 90° (Ligne supérieure - Figure 2.27), on constate qu'un halo positif se dessine autour de la structure et qu'une partie négative est à l'aplomb. Dans l'autre cas (structures du bas - aimantation à 45°), une asymétrie se met en place avec une plus forte intensité de la partie positive à l'est. Dans le cas des deux plaques, les parties négatives les plus intenses se situent au niveau des quatre coins de la structure.

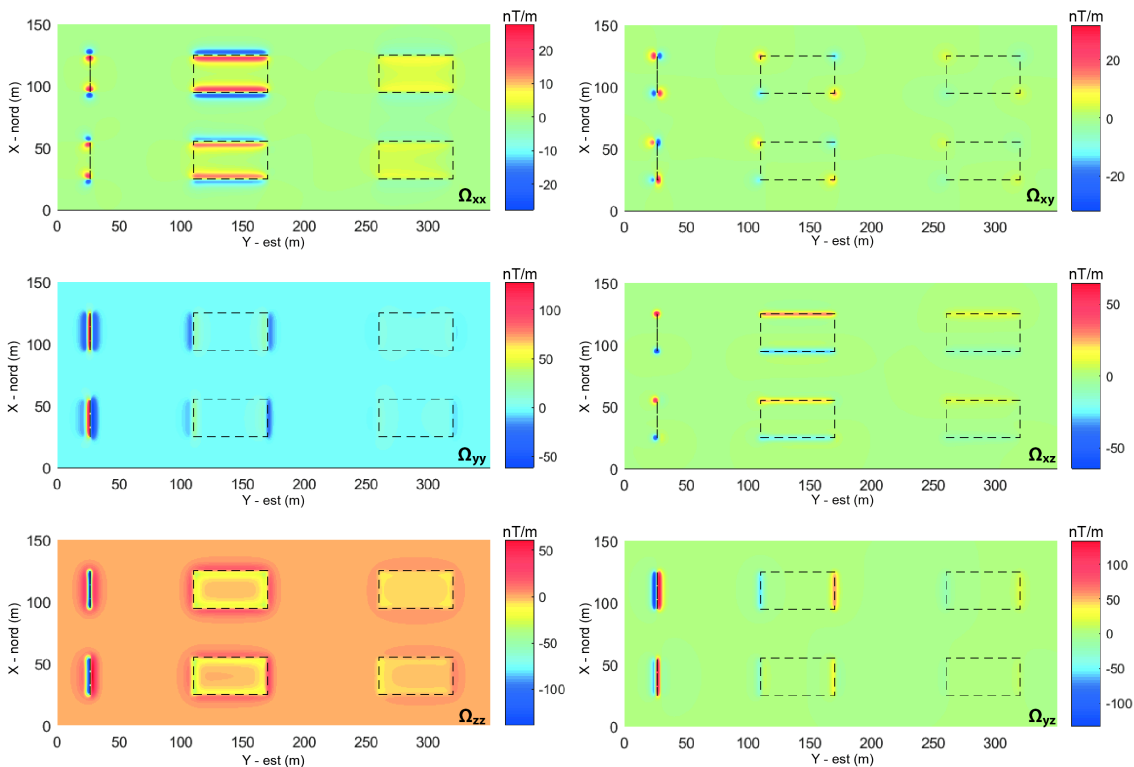


FIGURE 2.27 – Cartes des composantes du tenseur du gradient magnétique calculées pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infinis. Le pas de la grille est de 20 cm.

Pour la composante Ω_{xy} , quatre lobes sont visibles par source deux positives et deux négatives. Ces lobes se placent aux extrémités ou aux coins des structures. Dans le cas synthétique testé, ils sont toujours placés de la même manière les positifs sont aux extrémités nord-ouest et sud-est, alors que les négatifs sont aux coins nord-est et sud-ouest. La composante Ω_{xz} met en évidence les limites nord-sud des structures comme pour la première composante. La composante Ω_{yz} met en évidence les limites est-ouest des structures comme pour la seconde composante.

La figure 2.28 présente les cartes des vecteurs et valeurs propres du tenseur de gradient magnétique pour des structures angulaires. Les vecteurs 1 et 3 présentent des extrema à l'aplomb des limites des structures, des minima pour le vecteur propre 1 et

des maxima pour le vecteur propre 3. Pour les valeurs propres, seule la valeur propre 3 montre un intérêt pour localiser les structures.

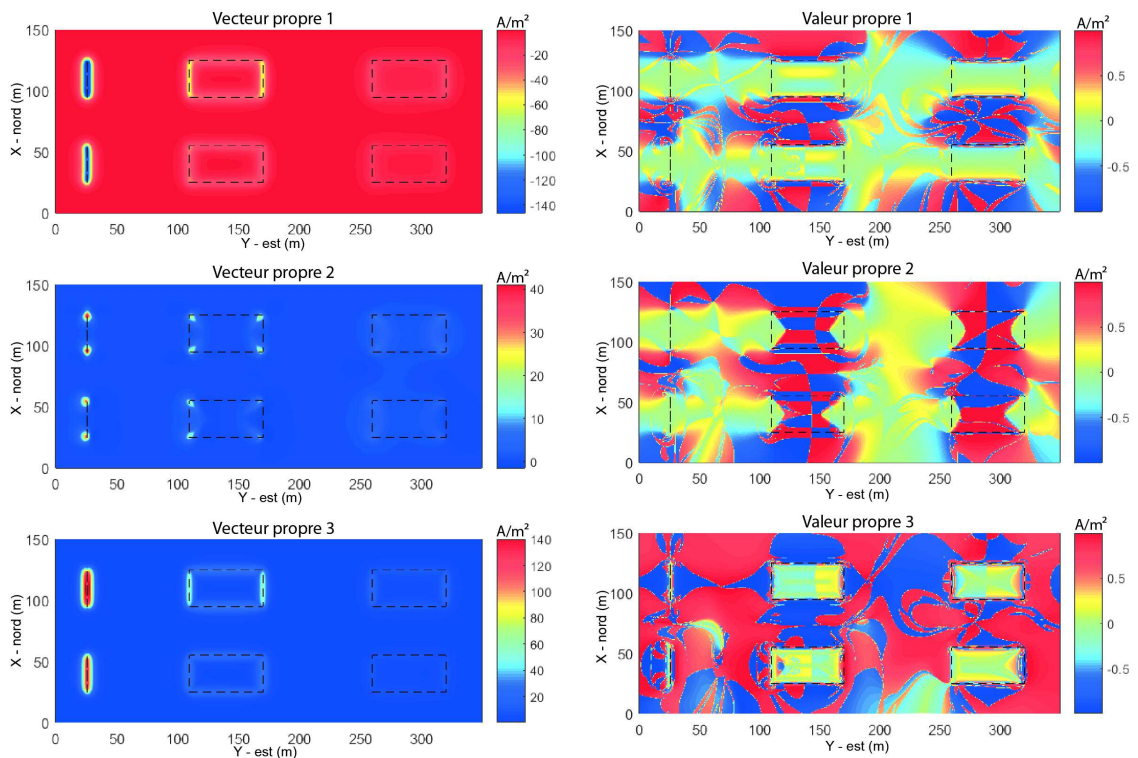


FIGURE 2.28 – Cartes des trois vecteurs propres et des trois valeurs propres du tenseur de gradiométrie magnétique calculés pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infinis. Le pas de la grille est de 20 cm.

Ce qu'il faut retenir

	Unité	Grandeur	Obtention	Dépendance	Extrema pour une sphère	Distance entre extrema
Superpotentiel	T.m ²	Scalaire	Calcul	\emptyset	1	-
Potentiel	T.m	Scalaire	Calcul	\vec{j}	2	$Z \sqrt{\frac{9}{4} \tan^2(I_j) + 2}$
Champ	T	Vecteur	Mesure	\vec{j}	-	-
Anomalie de l'intensité	T	Scalaire	Calcul	\vec{j} et \vec{R}	3	2 Z (rdp)
TAM	T	Tenseur	Calcul	\emptyset	-	-
TGM	T/m	Tenseur	Calcul/Mesure	\vec{j}	-	-

FIGURE 2.29 – Résumé des points clés des différentes grandeurs physiques permettant de représenter les aimantations dans le sous-sol.

Il existe plusieurs grandeur physique pour représenter les aimantations dans le sous-sol (Figure 2.29). Pour les grandeurs scalaires : le superpotentiel, le potentiel et l'anomalie de l'intensité, on constate que pour une sphère le nombre d'extrema augmente progressivement de 1 à 3 et que la distance entre les extrema est proportionnelle à la profondeur. La déclinaison n'a qu'un effet de rotation autour de l'axe vertical passant par le centre de la sphère. La représentation des vecteurs et valeurs propres des tenseurs **TAM** (Tenseur de l'Anomalie Magnétique) et **TGM** (Tenseur de Gradient

Magnétique) sont intéressants pour localiser les structures aimantées. Les cartes de valeur propre 3 du **TAM** ressemblent aux cartes de l'opérateur de *tilt angle* utilisé pour localiser les linéations.

2.2 Les transformations

Une fois les mesures acquises et traitées, vient la phase d'interprétation, dont l'objectif est de répondre aux questions suivantes : Où se situe le contraste d'aimantation ? Quelle est sa géométrie ? Quelles sont ses propriétés magnétiques ? Pour répondre à ces interrogations, ils existent deux chemins possibles les opérateurs et les inversions. Dans un premier temps, nous allons explorer la première voie. Les opérateurs consistent à transformer une carte ou un profil magnétique afin de mettre en évidence certains paramètres de la source. De façon générale, ces opérations sont effectuées dans le domaine spectral, car des opérations telles que la dérivation ou l'intégration d'une fonction équivaut simplement à une multiplication ou à une division par la fréquence. Il existe de nombreux opérateurs : l'opérateur de dérivation, d'intégration, de prolongement vers le haut, de prolongement vers le bas, de réduction au pôle, de signal analytique, de signal monogénique, de tilt angle et de theta map. La suite du manuscrit va se focaliser sur deux opérateurs. Ils ont été choisis car ils sont utilisés fréquemment dans la bibliographie lors de l'interprétation de cartes d'intensité de l'anomalie magnétique : les opérateurs de réduction au pôle et de signal analytique.

2.2.1 Réduction au pôle

L'un des premiers opérateurs de transformation est celui de réduction au pôle (Baranov, 1957 ; Baranov and Naudy, 1964). Pour une carte de l'intensité de l'anomalie magnétique, cette transformation peut être simple ou double et consiste à rendre verticaux les vecteurs aimantation et champ magnétique régional. En effet, précédemment on a vu que l'approximation première de l'intensité du champ d'anomalie résulte d'une double dérivation directionnelle du superpotentiel dans la direction de l'aimantation et du champ magnétique régional. L'intérêt de cette transformation est que l'anomalie devient symétrique et que le maximum du signal se place à l'aplomb de l'objet. L'opération dans le domaine spectral s'écrit

$$drp(u, v) = \frac{s}{i\hat{J}_x u + i\hat{J}_y v + \hat{J}_z s} \frac{s}{i\hat{R}_x u + i\hat{R}_y v + \hat{R}_z s}, \quad (2.41)$$

avec J_x , J_y et J_z les composantes du vecteur aimantation ; R_x , R_y et R_z les composantes du vecteur unitaire champ magnétique régional ; $s = \sqrt{(u^2 + v^2)}$, u et v la pulsation.

Cet opérateur est intéressant pour localiser latéralement la source, la limite d'utilisation se situe lorsque les directions initiales des vecteurs aimantation et champ magnétique régional sont presque horizontales, par exemple une source induite proche de l'équateur.

Si on s'intéresse au cas simple d'une sphère placée en (x_o, y_o, z_o) , l'expression théorique dans le domaine spectral pour une aimantation (J_x, J_y, J_z) et de champ magnétique régional (R_x, R_y, R_z) est

$$F(u, v) = \frac{\mu_o \left\| \vec{J} \right\|}{4\pi} e^{iux_o} e^{ivy_o} \frac{e^{-sz_o}}{s} (iJ_x u + iJ_y v + J_z s) (iR_x u + iR_y v + R_z s) \quad (2.42)$$

Avec $F(u, v)$ la transformée de Fourier de l'intensité de l'anomalie magnétique. Si on applique l'opérateur de double réduction pôle, on obtient l'expression suivante

$$F_{rdp}(u, v) = F(u, v) drp(u, v) = \frac{\mu_o \|\vec{J}\|}{4\pi} e^{iux_o} e^{ivy_o} \frac{e^{-sz_o}}{s} s^2 \quad (2.43)$$

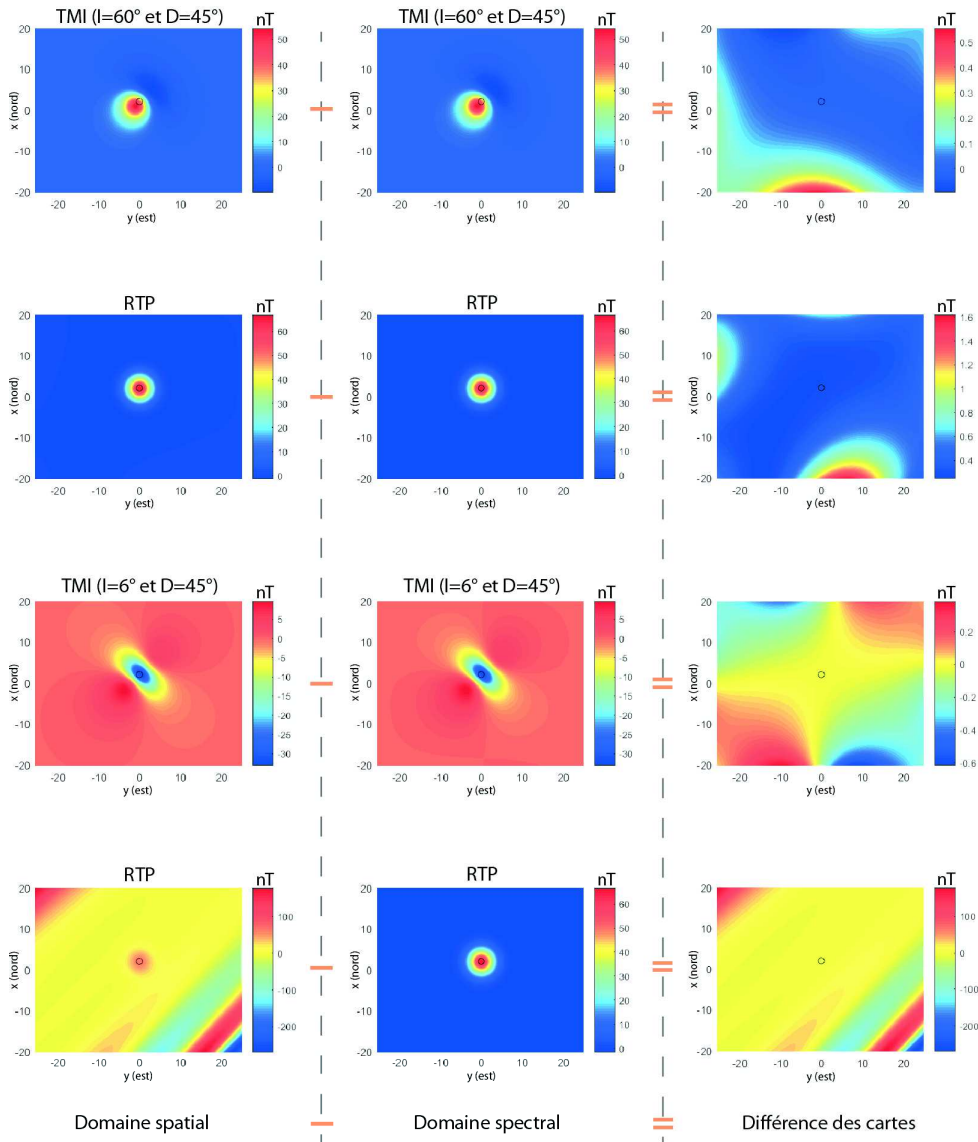


FIGURE 2.30 – Dans les trois colonnes on trouve : la carte calculée dans le domaine spatial de l'intensité de l'anomalie magnétique, la carte calculée dans le domaine spectral de l'intensité de l'anomalie magnétique avec les mêmes conditions que précédemment et la carte obtenue par différence des deux précédentes. La ligne du haut présente les résultats pour une sphère d'aimantation induite ($I = 60^\circ$ et $D = 45^\circ$). La deuxième ligne présente les résultats après l'application de l'opérateur de double réduction au pôle sur les cartes de la première ligne. La troisième ligne présente les résultats pour une sphère d'aimantation induite ($I = 6^\circ$ et $D = 45^\circ$). La dernière ligne présente les résultats après l'application d'une double réduction au pôle sur les cartes de la troisième ligne. Le calcul est fait pour une grille de 40 sur 50 m.

L'indétermination lorsque les deux vecteurs sont horizontaux n'existe plus. En ef-

fet, on a une simplification des termes liée aux directions des vecteurs aimantation et champ magnétique régional. Pour trouver l'origine de cette contradiction, nous allons procéder par cas synthétiques.

La figure 2.30 présente les résultats pour deux inclinaisons égales à 60° et 6° . Le résultat montre une divergence dans les cartes obtenues dans le cas où l'inclinaison est égale à 6° . Sur la carte en bas à droite, on observe des bandes de 45° , dont les amplitudes sont supérieures à 300 nT. L'orientation de ces bandes de 45° est liée au choix de la déclinaison.

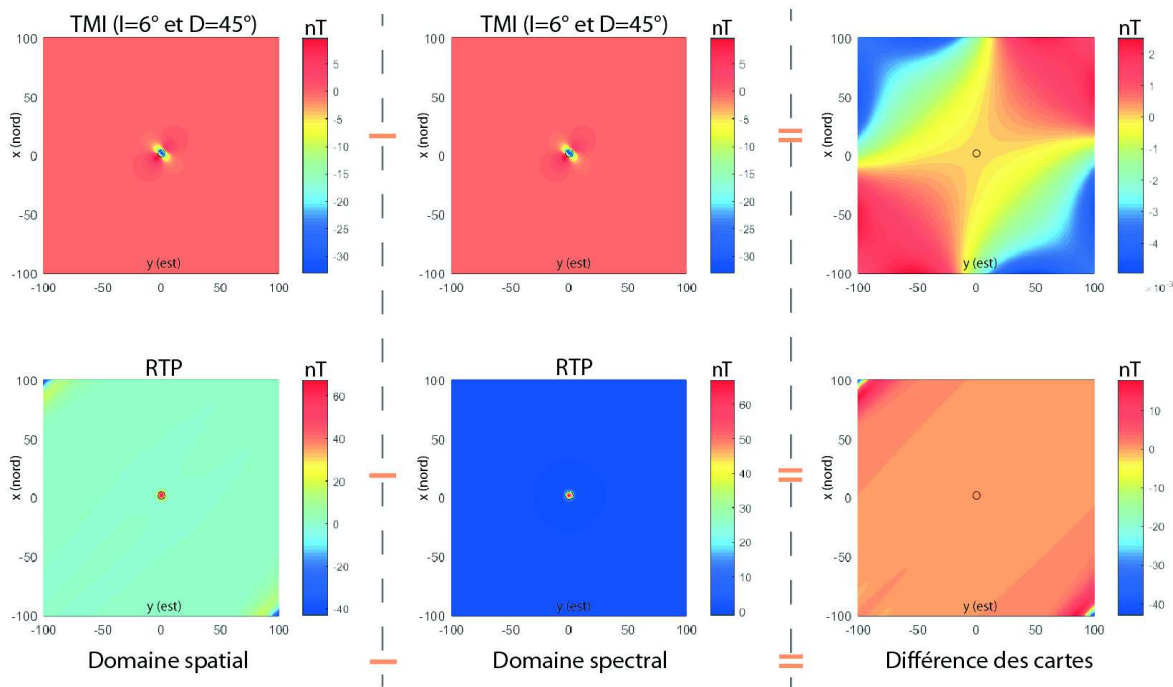


FIGURE 2.31 – Dans les trois colonnes on trouve : la carte calculée dans le domaine spatial de l'intensité de l'anomalie magnétique, la carte calculée dans le domaine spectral de l'intensité de l'anomalie magnétique avec les mêmes conditions et la carte obtenue en faisant la différence des deux précédentes. La ligne du haut présente les résultats pour une sphère aimantation induite ($I = 60^\circ$ et $D = 45^\circ$). La deuxième ligne présente les résultats après l'application d'une double réduction au pôle sur les cartes de la première ligne. Le calcul est fait pour une grille de 100 sur 100 m.

En agrandissant la grille où le calcul est effectué, on prend une grille de 100 m sur 100 (Figure 2.31). L'intensité des bandes orientées à 45° est plus faible. On a une différence de 50 nT, localisée dans les deux coins nord-ouest et sud-est.

Sur le figure 2.32, on constate que plus l'inclinaison est faible et plus la différence entre les cartes obtenues dans les domaines spatial et spectral est grande. Ce constat amène vers l'hypothèse que l'origine de ces artefacts observés vient du passage entre les domaines spatial et spectral. En effet, pour calculer la double réduction au pôle on doit passer dans le domaine de Fourier, or le signal n'est pas continu et nous n'allons pas utiliser la transformée de Fourier (continue), mais la série de Fourier (discrète). Comment peut-on résoudre le problème ?

1. Effectuer l'opération de double réduction au pôle dans le domaine spatial ? Le souci de cette approche est la lourdeur dans le développement des calculs. L'opérateur est égal à deux intégrations directionnelles et deux dérivées verticales.
2. N'existe-t-il pas un autre algorithme numérique que la *fft* ?
3. Autres solutions.

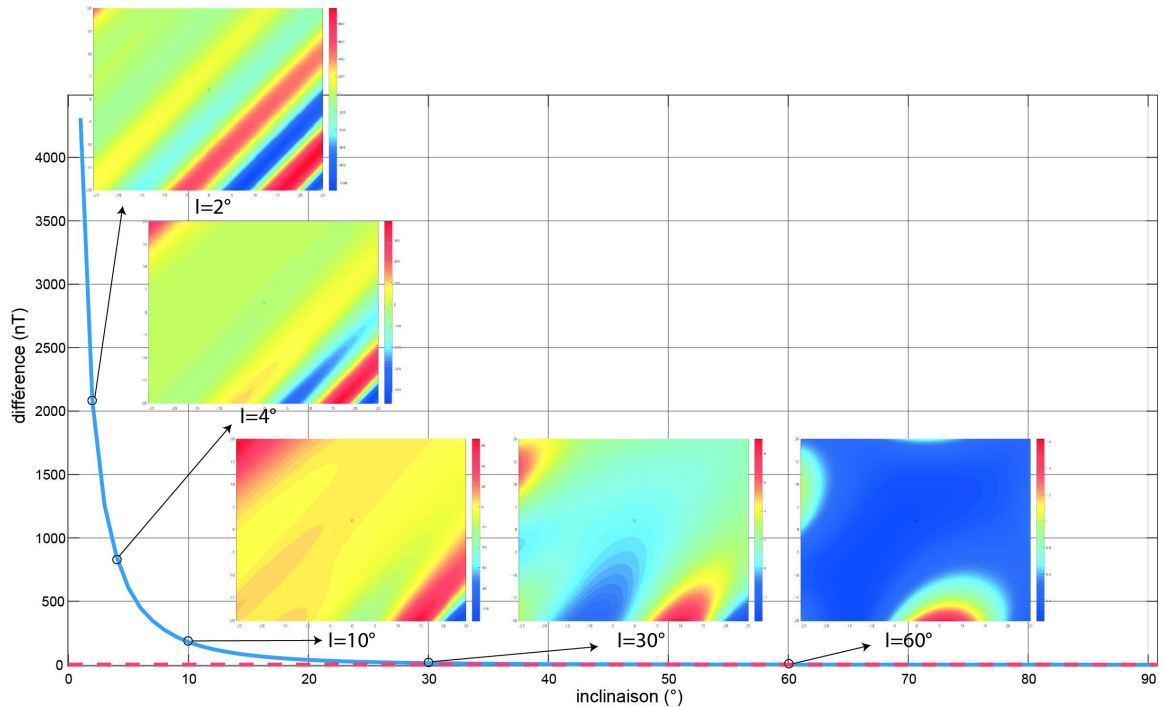


FIGURE 2.32 – Le diagramme présente l'amplitude de la différence entre la carte calculée dans le domaine spatial et la carte calculée dans le domaine spectral en fonction de l'inclinaison. La courbe bleue a été obtenue pour des différences de grilles mesurant 40x50 m et la courbe en pointillés rouges pour une grille de 100x100 m. La source est une sphère d'aimantation induite. La déclinaison est de 45°. Le pas de la grille est de 20 cm.

2.2.2 Signal analytique

Un autre opérateur souvent employé est le signal analytique. Nabighian (1972) l'introduit à la méthode potentielle magnétique pour des objets à deux dimensions. Cette nouvelle fonction est construite en assemblant le signal réel avec le nombre imaginaire et sa transformée d'Hilbert. Ainsi, on passe d'un signal réel à un signal complexe. De façon générale, en méthode potentielle, le signal analytique correspond au module (norme) de cette fonction complexe. L'avantage est la transformation d'une anomalie de forme asymétrique en un signal de forme symétrique et dont le maximum se situe à l'aplomb de l'objet (sans a priori sur la direction des vecteurs aimantation et champ magnétique régional). Cela n'est pas vrai pour la généralisation à trois dimensions. En effet, en 1984, Nabighian propose la généralisation du signal analytique pour des géométries à trois dimensions :

$$A(x, y) = \frac{\partial T}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial T}{\partial y} \hat{y} + i \frac{\partial T}{\partial z} \hat{z} \quad (2.44)$$

Tout le problème réside dans l'ajout de la troisième dimension. En effet, le signal analytique par définition se cantonne à une fonction complexe (2 dimensions : partie réelle et partie imaginaire).

2.2.2.1 Les définitions

Deux définitions différentes furent données pour l'expression de la valeur absolue du signal analytique en trois dimensions : le signal analytique scalaire et le signal analytique vectoriel.

Le signal analytique scalaire est construit en prenant la racine de la somme des carrés de la partie réelle et de la partie imaginaire du signal analytique (équation (2.44)) (Mohan & Anand Babu, L., 1995; Ofoegbu & Mohan, 1990)

$$|A(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2}. \quad (2.45)$$

La seconde façon de calculer les choses, est le signal analytique vectoriel, c'est-à-dire que l'on prend la racine de la somme des trois dérivées partielles de l'anomalie au carré. Il peut également être appelé le gradient total de l'anomalie.

$$|A(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2} \quad (2.46)$$

Dans la réponse à Mohan (1993), Roest et al. (1992) ont mis en évidence que le signal analytique scalaire était dépendant de la direction de la structure (aimantation apparente). Le cas synthétique était construit à partir d'un disque, avec des directions verticales pour les vecteurs aimantation et champ magnétique régional (Figure 2.33).

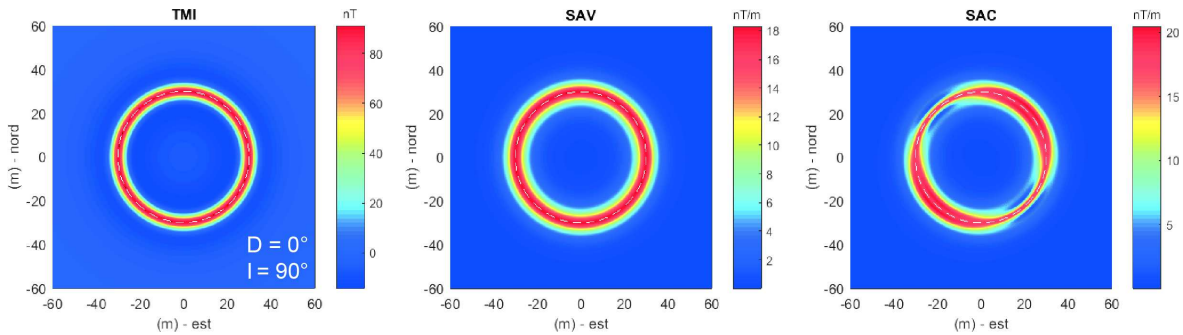


FIGURE 2.33 – Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique, du signal analytique vectoriel et du signal analytique scalaire pour une spire d'aimantation induite égale à $D = 0^\circ$ et $I = 90^\circ$. Les tirets blancs localisent la spire dans le plan horizontal. La spire a un rayon de 30 m et est placée à 5 m de profondeur.

Dans la figure 2.33, le signal analytique vectoriel présente bien un maximum continu à l'aplomb de la spire, alors que le signal analytique scalaire montre de plus faibles amplitudes pour certaines sections de la spire. Qu'en est-il pour des directions d'aimantation et de champ magnétique différentes ?

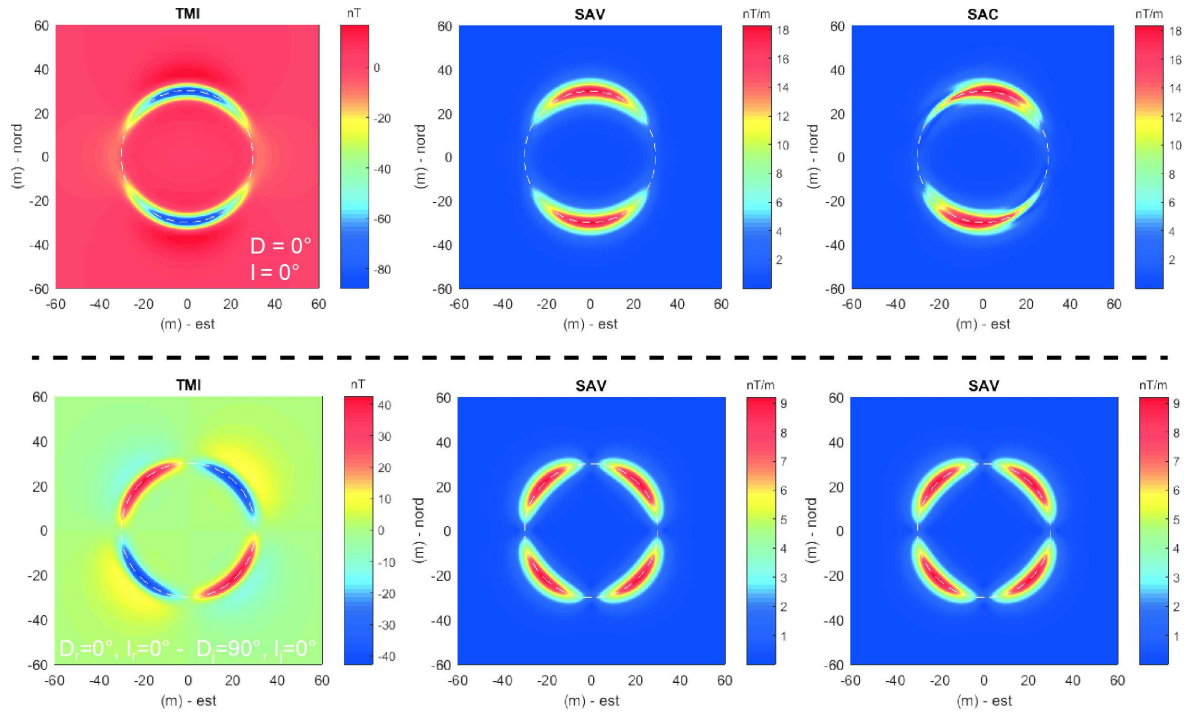


FIGURE 2.34 – Cartes de l’intensité de l’anomalie magnétique, du signal analytique vectoriel et du signal analytique scalaire. La partie supérieure est pour une spire d’aimantation induite égale à $D = 0^\circ$ et $I = 0^\circ$ et la partie inférieure pour une spire d’aimantation rémanente $D_r = 0^\circ$, $I_r = 0^\circ$, $D_j = 90^\circ$ et $I_j = 0^\circ$. Les tirets blancs localisent la spire dans le plan horizontal. La spire a un rayon de 30 m et est placée à 5 m de profondeur.

La figure 2.34 présente des résultats pour deux cas synthétiques où les vecteurs aimantation et champ magnétique régional ne sont pas verticaux. Cette fois-ci la différence entre les deux signaux analytiques n’est pas franche. Des atténuations de l’amplitude des signaux analytiques sont visibles sur certaines sections de la spire qui se font face. L’amplitude est légèrement plus élevée pour le signal analytique vectoriel.

La définition prise de façon générale en géophysique est celle du signal analytique vectoriel, mais on constate que lorsque les deux vecteurs aimantation et champ magnétique régional ne sont pas verticaux l’avantage de cette première définition n’est pas évidente par rapport à la définition scalaire. Afin de mieux comprendre le comportement de ces deux définitions, la suite de cette partie portera sur une étude comparative des deux définitions pour une sphère. En effet, la définition scalaire (Ofoegbu & Mohan, 1990; Mohan & Anand Babu, L., 1995) a autant de sens que la définition vectorielle (Roest *et al.*, 1992b).

2.2.2.2 Cas d’une sphère induite

Signal analytique vectoriel

Salem *et al.* (2002) montrent que pour une source dipolaire la direction de l’aimantation a un impact sur la localisation latérale de la source et l’erreur est égale à trente pour cent de la profondeur du dipôle. L’erreur maximale est pour une inclinaison de trente degrés. Ils mettent en évidence que l’erreur latérale est seulement dans

la direction nord-sud, dans le cas où la déclinaison est nulle.

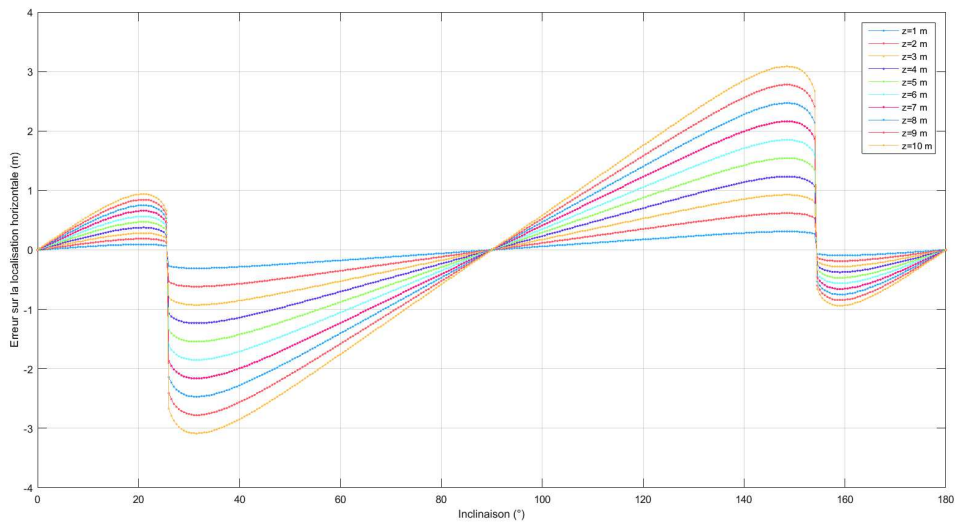


FIGURE 2.35 – Erreurs sur la localisation horizontale d’une sphère induite si on suppose que le maximum du signal analytique est à l’aplomb de la source, en fonction de l’inclinaison (Figure 2 (Salem *et al.*, 2002)).

La figure 2.35, est légèrement différente par rapport à celle de Salem *et al.* (2002), l’axe des ordonnées représente la localisation de l’extrema le long de la droite $y=0$ lorsque la sphère se place en $(0,0)$ et non la distance. En effet, quelque soit l’inclinaison les extrema se situent sur cette droite, pour une sphère induite. La figure 2.36 met en évidence que pour une inclinaison donnée l’erreur de localisation horizontale est proportionnelle à la profondeur de la source.

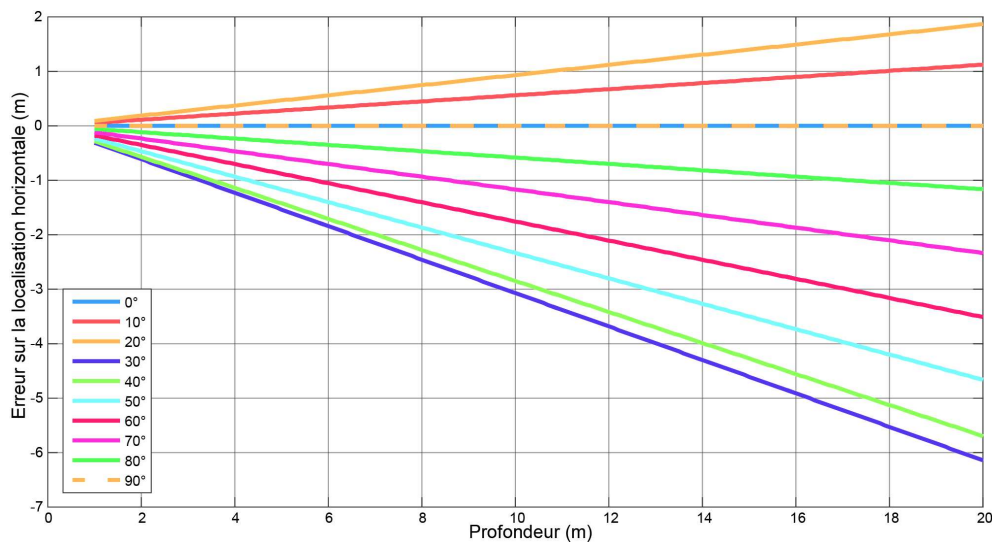


FIGURE 2.36 – Erreurs sur la localisation horizontale d’une sphère induite en fonction de la profondeur pour dix inclinaisons différentes.

Dans la cas d’une sphère d’aimantation induite et de déclinaison nulle, le signal analytique vectoriel s’écrit (Salem *et al.*, 2002)

$$\begin{aligned}
Sa_{vec} &= 3 \frac{\mu_o V_s}{4\pi r^4} \sqrt{5 \left(\frac{\vec{J} \cdot \vec{r}}{r} \right)^4 - 2 \left(\frac{\vec{J} \cdot \vec{r}}{r} \right)^2 + 1} \\
&= 3 \frac{\mu_o V_s}{4\pi r^4} \sqrt{5X^2 - 2X + 1}.
\end{aligned} \tag{2.47}$$

Avec $X = \left(\frac{\vec{J} \cdot \vec{r}}{r} \right)^2$, \vec{J} le vecteur aimantation, \vec{r} le vecteur distance et V_s le volume de la sphère.

Dans la thèse de Nodot (2014), le calcul a été effectué pour le cas où les deux vecteurs aimantation et champ magnétique régional sont verticaux, l'expression obtenue s'écrit

$$Sa_{vec90} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{3m}{(d^2 + z^2)^3} \sqrt{d^4 + 4z^4}. \tag{2.48}$$

avec \vec{m} le moment magnétique ($\vec{m} = \vec{J}V_s$). Dans ce cas, il est aisé de voir que le maximum de cette fonction se situe à l'aplomb du centre de la sphère. Dans le cas plus général d'une sphère d'aimantation induite et de déclinaison nulle, la recherche des maxima n'est pas si simple.

La figure 2.37 est intéressante, car elle met en évidence le fait que le signal analytique vectoriel dans le cas d'une sphère d'aimantation induite présente deux maxima qui interagissent l'un avec l'autre. Classiquement, il est admis que le signal analytique possède un unique extrema dans le cas d'une source ponctuelle (Salem *et al.*, 2002), ce qui est faux. Dans notre cas particulier, on montre par le cas synthétique qu'il y a deux extrema qui interagissent, le premier a le dessus sur le second pour des inclinaisons inférieures à 26° et le second prend le dessus pour les inclinaisons supérieures. Les deux extrema sont égaux en valeur pour une inclinaison de 26° (courbe pointillés jaunes Figure 2.38)

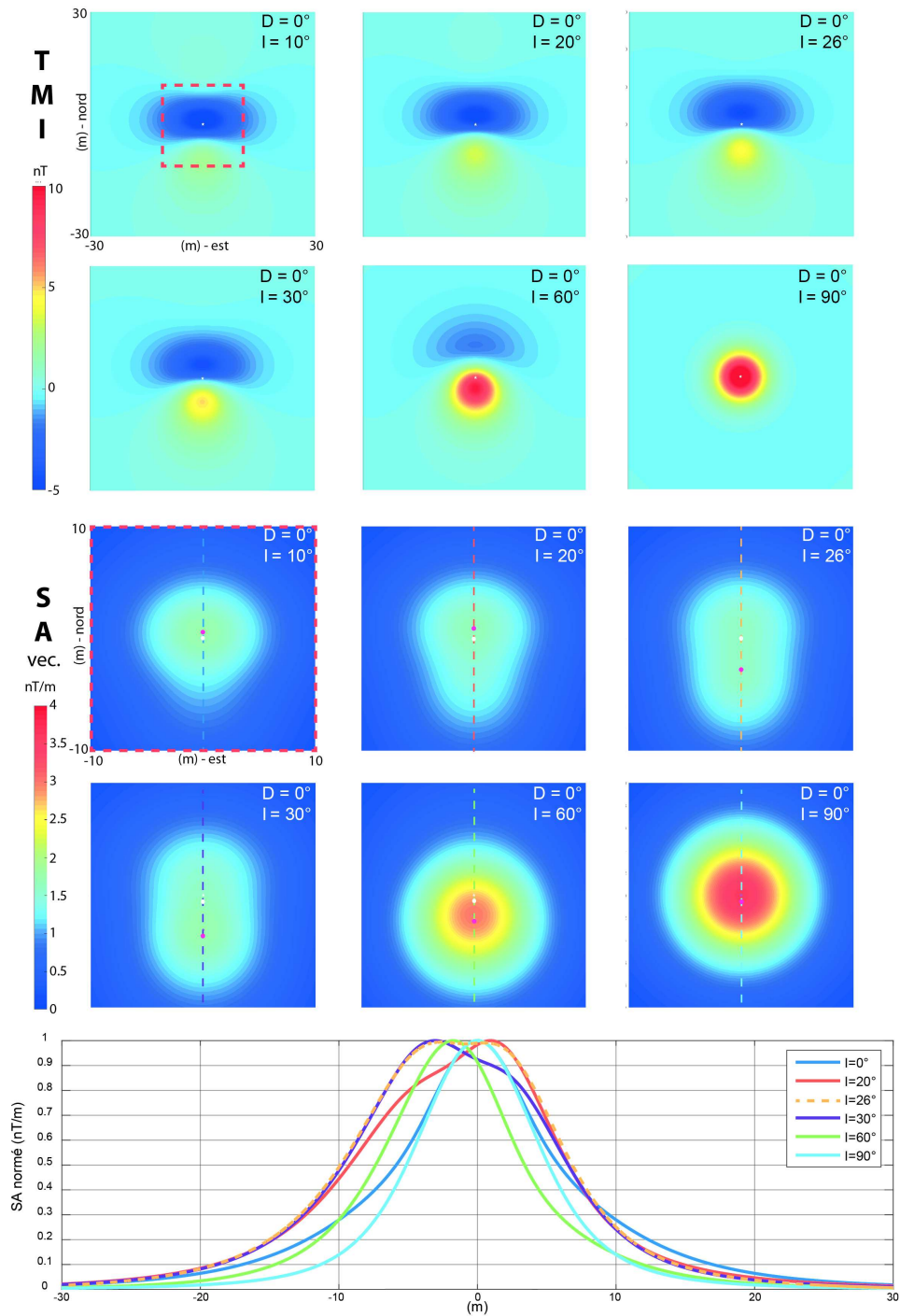


FIGURE 2.37 – Cartes de l'intensité de l'anomalie et du signal analytique vectoriel pour une sphère aimantée placée en $(0,0,10\text{ m})$. Les cartes ont été calculées pour six couples de déclinaison et d'inclinaison différents $(0^\circ, 10^\circ)$, $(0^\circ, 20^\circ)$, $(0^\circ, 26^\circ)$, $(0^\circ, 30^\circ)$, $(0^\circ, 60^\circ)$ et $(0^\circ, 90^\circ)$. La localisation horizontale du centre de la sphère est illustrée par le disque blanc, et les extrema par les disques magenta. La partie basse représente les six profils nord-sud extraits des cartes de signal analytique vectoriel. Ils ont été normalisés (idée Figure (Salem *et al.*, 2002)).

Dans les cas où l'inclinaison est égale à 0° ou 90° (courbes cyan et bleue - Figure 2.38), le signal analytique présente un même maximum à l'aplomb de la structure, mais une décroissance à l'infini différente, elle est plus rapide quand les vecteurs sont

verticaux. Si on écrit le signal analytique pour une inclinaison nulle avec les notations de Nodot (2014) ($d^2 = x^2 + y^2$), on a

$$Sa_{vec_0} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{3m}{(d^2 + z^2)^3} \sqrt{4d^4 + z^4}. \quad (2.49)$$

La seule différence avec l'équation (2.48) réside dans le facteur 4 dans la racine du numérateur. A l'aplomb du centre la sphère les expressions (2.48) et (2.49) valent

$$Sa_{vec_0} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{3m}{z^4} \quad \text{et} \quad Sa_{vec_{90}} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{6m}{z^4} \quad (2.50)$$

A l'heure actuelle, l'algorithme d'inversion utilisé par le laboratoire pour l'interprétation dans le cadre des chantiers de dépollution pyrotechnique est basé sur l'équation (2.48), c'est-à-dire que l'on suppose les deux vecteurs aimantation et champ magnétique régional comme verticaux. Cette hypothèse implique une connaissance des directions des deux vecteurs afin d'effectuer une double réduction au pôle. La connaissance de la direction du champ magnétique régional peut être obtenue en utilisant des modèles tels que l'IGRF (Thébault *et al.*, 2015b). Cependant la direction de l'aimantation fait partie des paramètres à trouver, il est souvent posé comme hypothèse que la direction est identique à celle du champ magnétique régional. Afin de quantifier l'erreur que provoque cette approximation dans le cas d'une sphère d'aimantation induite non réduite au pôle pour l'estimation des quatre paramètres la localisation (x_s, y_s, z_s) et l'amplitude du moment magnétique nous allons procéder par l'étude de cas synthétique. L'estimation des quatre paramètres se fait à l'aide d'un algorithme prédéfini dans le logiciel Matlab : *fminsearch* (Lagarias *et al.*, 1998). L'idée générale de l'algorithme est de rechercher les paramètres qui permettent de minimiser l'écart entre un modèle et des données.

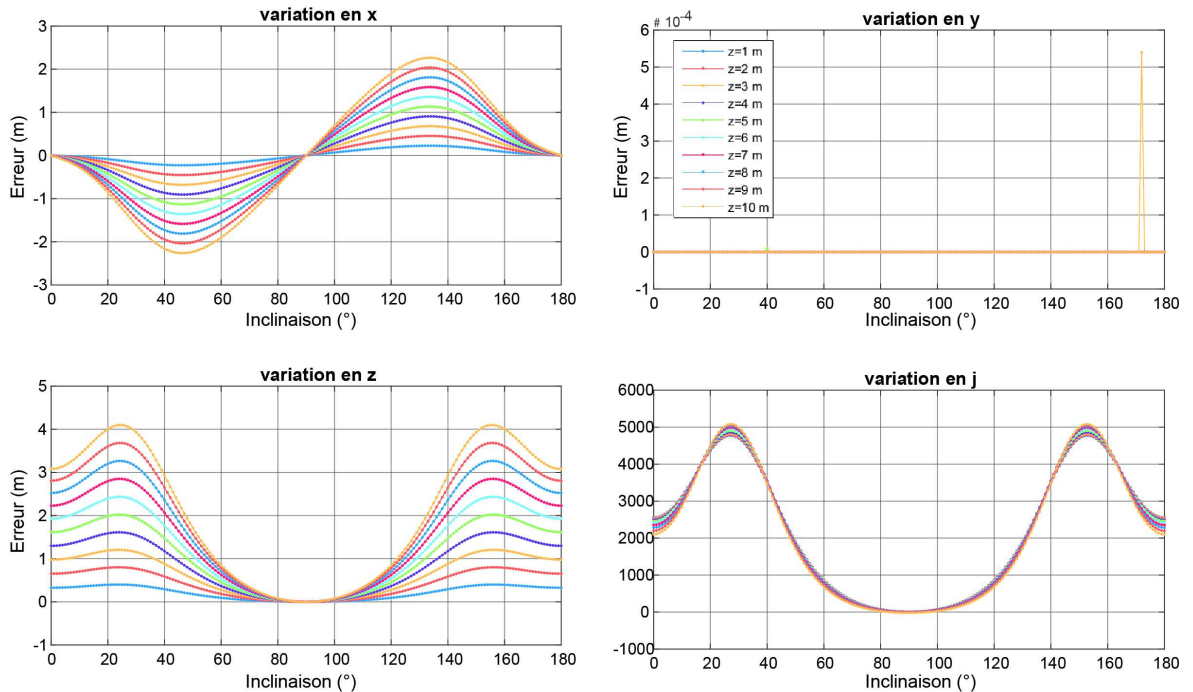


FIGURE 2.38 – Erreurs obtenues sur les quatre paramètres de l'inversion (localisation en x, en y, en profondeur et en intensité de moment magnétique) pour des sphères d'aimantation induite. L'inclinaison varie de 0 à 180°. La déclinaison est nulle. Le test a été effectué pour dix profondeurs.

La première observation (Figure 2.38) est que sur les quatre paramètres seulement trois varient, les variations en y sont de l'ordre de 10^{-4} (car la déclinaison est nulle), ceci est cohérent par rapport aux affirmations précédentes. Ce résultat indique également que les résultats donnés par la fonction *fminsearch* sont cohérents. Ensuite, les erreurs sur la localisation en x sont d'autant plus grandes que la sphère est profonde. L'erreur maximale est obtenue quelque soit la profondeur pour des inclinaisons d'environ 45 et 135° . Cette erreur est linéaire avec la profondeur de la source. Pour les deux autres paramètres la profondeur et l'intensité du moment magnétique, les courbes possèdent des extrema identiques pour des inclinaisons de 25 et 155° . Ce comportement similaire est cohérent, en effet, plus la source est éloignée et plus il faut augmenter son amplitude pour que l'anomalie calculée soit de même amplitude. Ainsi, si on applique l'algorithme pour une sphère induite non réduite au pôle, on a une erreur sur la localisation latérale égale à 30% de la profondeur et l'estimation de la profondeur est faussée d'environ 40% .

Si l'on souhaite trouver de façon formelle l'expression de la localisation des extrema, il nous faut chercher le maximum de l'équation (2.47). Ce qui revient à trouver les valeurs nulles de la dérivée du signal analytique. Pour une sphère induite de déclinaison nulle, la dérivée partielle de l'équation (2.47) en fonction de la variable x est

$$SA'_{vec}(x) = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{(10X^3 - 2X)(J_x r - (x - x_o)X) - 4(x - x_o)(5X^4 - 2X^2 + 1)}{r^6 \sqrt{5X^4 - 2X^2 + 1}}. \quad (2.51)$$

Il faut ainsi trouver quand le numérateur est nul

$$(10X^3 - 2X)(J_x r - (x - x_o)X) - 4(x - x_o)(5X^4 - 2X^2 + 1) = 0 \quad (2.52)$$

En développant et réarrangeant l'expression on obtient un polynôme de degré 5 (équation quintique)

$$\begin{aligned} a &= 4(-5J_x^4 + 2J_x^2 - 1) \\ b &= 18(z - z_o)J_x J_z (-5J_x^2 + 1) \\ c &= 2(z - z_o)^2 (-80J_x^2 J_z^2 + 3J_x^2 + 1) \\ d &= 2(z - z_o)^3 J_x J_z (-55J_z^2 + 15J_x^2 + 8) \\ e &= 2(z - z_o)^4 (-30J_z^4 + 21J_z^2 - 3) \\ f &= 2(z - z_o)^5 J_x J_z (5J_z^2 - 1) \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$a(x - x_o)^5 + b(x - x_o)^4 + c(x - x_o)^3 + d(x - x_o)^2 + e(x - x_o) + f = 0$$

La théorie de Galois énonce le fait qu'il n'y a pas de formule générale pour l'estimation des racines. Il existe différentes techniques pour la recherche des racines d'un polynôme d'ordre 5, mais celles-ci restent longues et fastidieuses sans garantie de résultat. Le développement n'est pas effectué dans ce manuscrit, cependant il serait intéressant de le faire.

Signal analytique scalaire

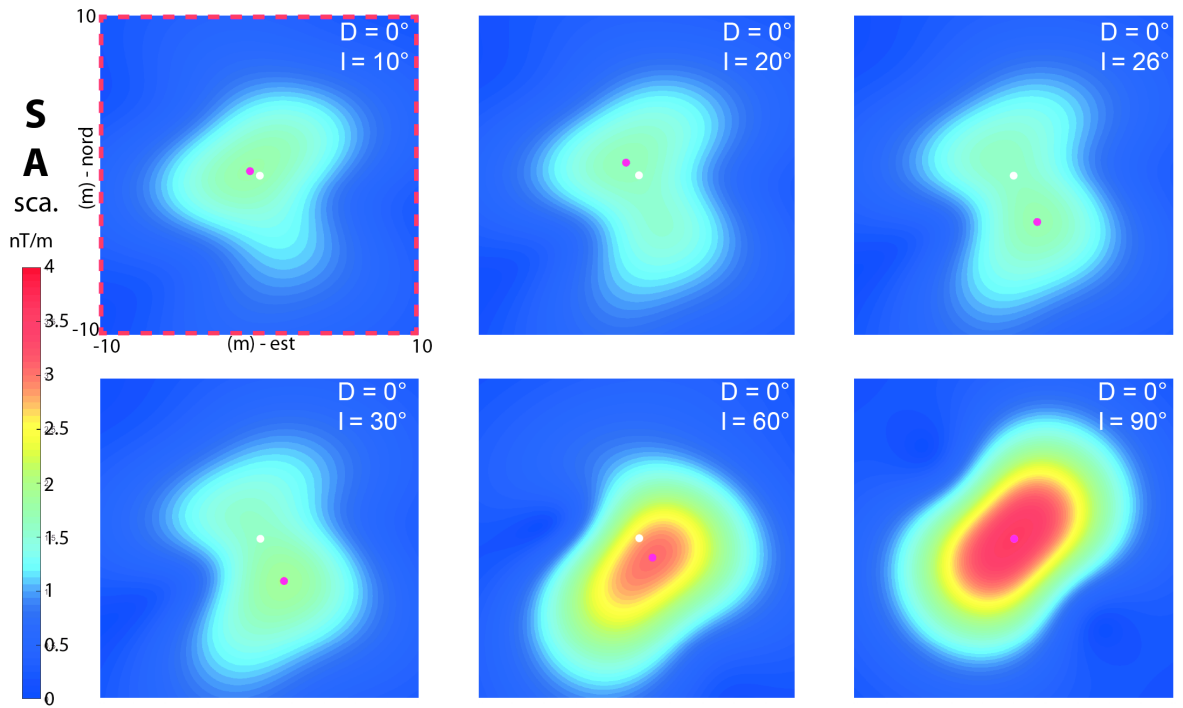


FIGURE 2.39 – Cartes du signal analytique scalaire pour une sphère aimantée placée en $(0,0,10\text{ m})$. Les cartes ont été calculées pour six couples de déclinaison et d’inclinaison différents $(0^\circ, 10^\circ)$, $(0^\circ, 20^\circ)$, $(0^\circ, 26^\circ)$, $(0^\circ, 30^\circ)$, $(0^\circ, 60^\circ)$ et $(0^\circ, 90^\circ)$. La localisation horizontale du centre de la sphère est illustrée par le disque blanc, et les extrema par les disques magenta.

Pour une sphère d’aimantation induite le signal analytique scalaire s’écrit

$$S_{a_{sca}} = 3 \frac{\mu_0 V_s \sqrt{5D^4 r^2 - 2D^2 r^4 + r^6 + 8J_x J_z r^4 D^2 + 2xy(25D^4 + r^4 - 10D^2 r^2) + 4r^2 D(xJ_y + yJ_x)(-5D^2 + r^2)}}{4\pi r^7}. \quad (2.54)$$

L’équation (2.54) est beaucoup plus complexe que la précédente (2.47), et on ne peut pas la simplifier d’avantage. Pour l’étudier, nous allons procéder avec le même cas synthétique que précédemment (sphère induite).

Dans la figure 2.39, le signal analytique scalaire présente des asymétries par rapport à la définition vectorielle (Figure 2.38). On constate comme pour le signal analytique vectoriel la présence de deux extrema un au nord et l’autre au sud. Cependant, les extrema ne se déplacent pas le long d’une droite de direction nord-sud. L’erreur sur la localisation latérale d’une sphère d’aimantation induite est toujours une expression linéaire avec la profondeur, quelque soit la définition.

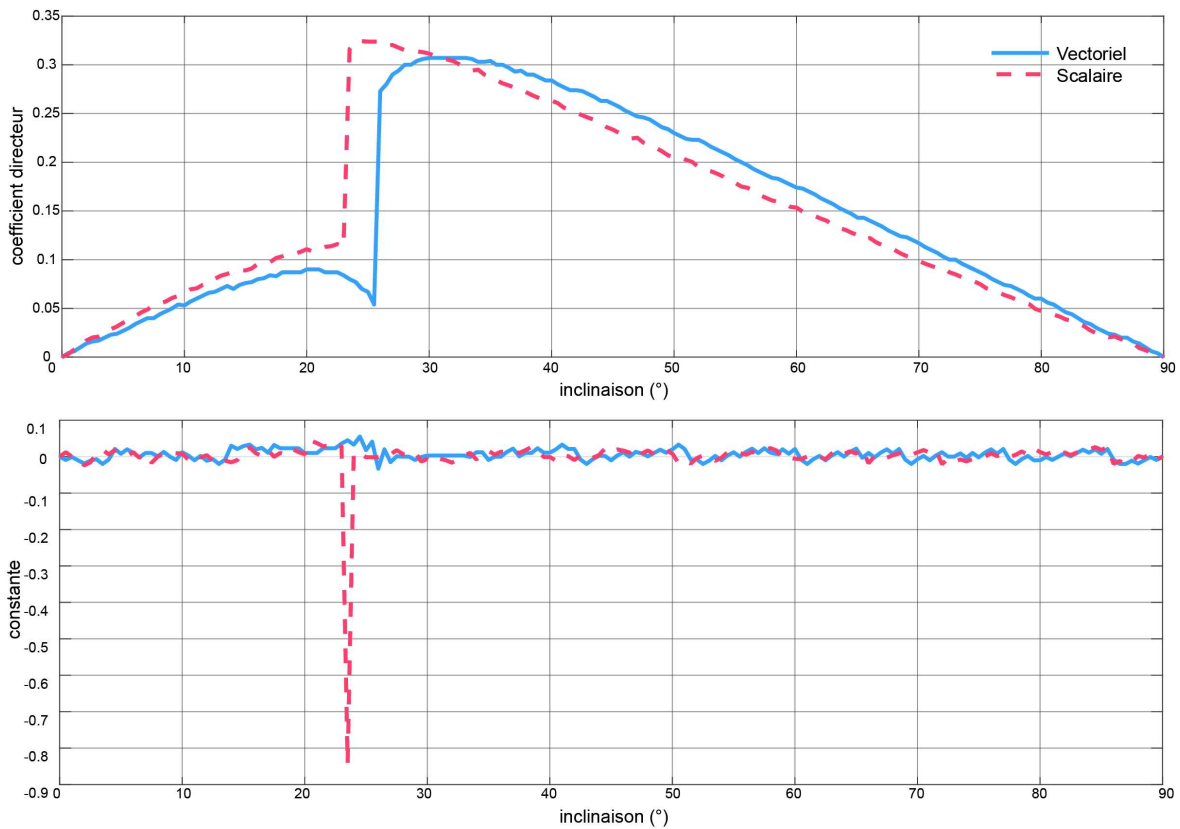


FIGURE 2.40 – Évolution des coefficients directeurs (diagramme du haut) et des constantes (diagramme du bas) de la relation affine existant entre les erreurs de localisation latérale et la profondeur pour les deux définitions de signaux analytiques en fonction de l’inclinaison, pour une sphère d’aimantation induite.

La figure 2.40 montre l’évolution du coefficient directeur et du terme constant en fonction de l’inclinaison pour les deux définitions du signal analytique. Plus le coefficient est élevé et plus l’erreur est importante, et on constate que l’apogée de l’erreur n’est pas atteinte pour la même inclinaison. La définition scalaire l’atteint aux environs de 24.5° (0.3242), alors que la définition vectorielle l’atteint à une inclinaison plus élevée sous forme d’un plateau allant de 30° à 33° (0.307) (il faudrait prendre plus de points, mais le programme est trop lent à s’exécuter). Il est intéressant de noter que le signal analytique vectoriel est plus avantageux pour des cas où l’inclinaison est inférieure à 31° , pour les inclinaisons plus élevées, c’est la seconde définition (scalaire) où l’erreur de localisation est plus faible. Par exemple, pour la sphère d’aimantation induite mesurée à Strasbourg (inclinaison 63.5°) placée à dix mètres de profondeur, l’erreur de localisation latérale faite à partir de la définition scalaire sera de 1.32 m, alors que l’erreur du vectoriel sera de 1.53 m (soit un écart de 14 % entre les deux définitions).

2.2.2.3 Cas d’une sphère rémanente

La généralisation théorique des équations précédentes est difficilement applicable dans le cas où les deux vecteurs ont des orientations différentes. Pour appréhender le problème, l’étude utilisera des cas synthétiques.

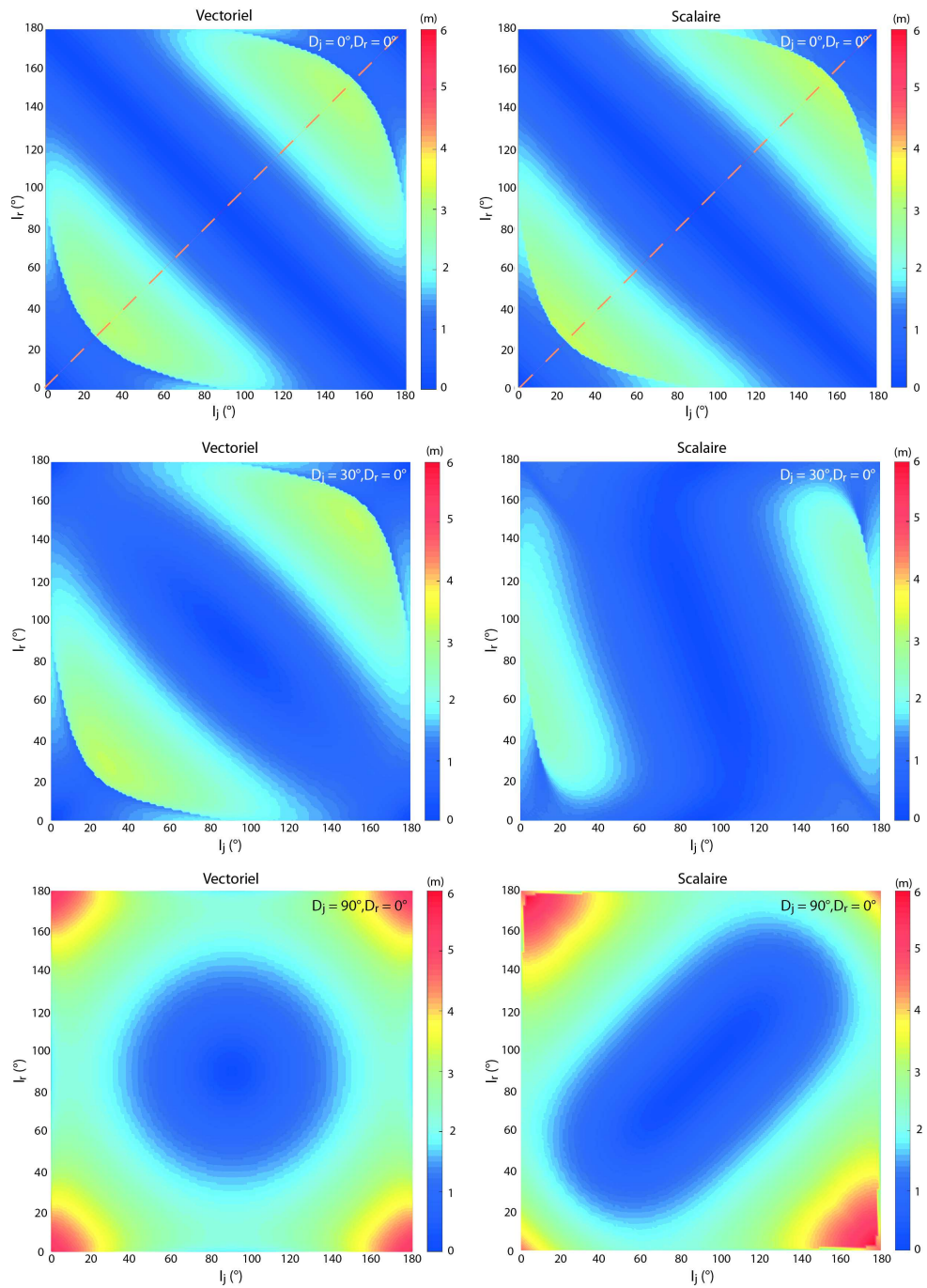


FIGURE 2.41 – Cartes des erreurs de localisation latérale en supposant que le maximum du signal analytique se place à l’aplomb de la source en fonction des inclinaisons de l’aimantation et du champ magnétique régional. La colonne de gauche présente les résultats avec la définition vectorielle et celle de droite la définition scalaire. Le test a été effectué pour une sphère aimantée placée en $(0,0,10\text{ m})$ et pour une déclinaison du champ magnétique nulle. Les deux cartes supérieures ont été obtenues pour une déclinaison de l’aimantation nulle, celles centrales pour $D_j = 30^\circ$ et pour celles du bas $D_j = 90^\circ$. Pour toutes les cartes l’échelle de couleur est identique et s’étend de 0 à 6 m. Les deux profils oranges représentent les cas étudiés précédemment, c’est-à-dire le cas d’une aimantation de type induite.

Dans le figure 2.41, la première observation est que les ordres de grandeur obtenus avec la définition vectorielle et scalaire sont similaires. En effet, lorsque les déclinaisons

sont identiques l'erreur est de 3.10 m pour le vectoriel et de 3.26 m pour le scalaire, dans le cas où les déclinaisons diffèrent de 30° l'erreur est de 3.21 m pour le vectoriel et de 2.48 pour le scalaire et enfin dans le cas où l'on a 90° entre les deux déclinaisons le vectoriel est à 5.51 m d'erreur et le scalaire à 6 m. Il est intéressant de noter que dans le second cas l'erreur est inférieure avec la définition scalaire. Dans l'exemple où les deux déclinaisons sont nulles, le schéma global de la répartition des erreurs est proche, les couples d'inclinaisons donnant de faibles erreurs sur la localisation du maximum se placent le long d'une droite d'équation $I_j = 180 - I_r$ et pour des couples de faibles (inférieure à 30°) et fortes inclinaisons (supérieure à 150°). Dans le cas du signal analytique vectoriel au fur et à mesure que la déclinaison de l'aimantation augmente la zone de faible erreur se transforme en ellipse et finalement en cercle centré sur le couple d'inclinaison ($90^\circ, 90^\circ$). Pour la seconde définition, le comportement varie pour la zone de faible erreur en se transformant en pseudo ellipse dont la pente a un coefficient entre -0.30 et -0.40 et finalement dans le dernier cas la zone devient une ellipse dont l'axe a un coefficient directeur de 1. Dans tous les cas, excepté celui où la déclinaison est égale à 30° pour le signal analytique vectoriel, l'effet de l'inclinaison de l'aimantation est identique à l'effet de l'inclinaison du champ magnétique régional sur l'erreur de localisation. Il est intéressant de regarder dans quels cas il est plus avantageux d'utiliser une définition plutôt que l'autre.

La figure 2.42 montre les domaines où il est plus avantageux d'utiliser une définition plutôt qu'une autre en fonction des inclinaisons. Dans le premier cas de figure, la présence d'arcs d'amplitudes positives égales à 2 dans les coins de faible et de forte inclinaison indiquent un avantage pour la définition vectorielle. Entre les deux arcs et la partie centrale, un léger avantage apparaît pour la définition scalaire, en améliorant la localisation d'une vingtaine de centimètres. Pour le second exemple, une asymétrie apparaît ceci est lié au fait qu'une variation de l'inclinaison de l'aimantation n'a pas le même effet qu'une variation de l'inclinaison du champ magnétique régional. L'écart maximum apparaît dans le cas où le vecteur aimantation est vertical et le vecteur géomagnétique est horizontal (proche de 0° ou 180°), alors la définition scalaire minimise l'erreur de 2 m. Des variations abruptes sont visibles pour les combinaisons d'inclinaisons formant les deux arcs précédents. Dans la partie convexe il est plus avantageux d'utiliser la définition vectorielle pour les faibles et fortes inclinaisons de l'aimantation diminuant l'erreur jusqu'à 1.73 m. Les parties concaves donnent un avantage à la définition scalaire. Dans le dernier cas, l'effet des variations des deux inclinaisons sont identiques. Si on sépare la carte en quatre parties égales par le passage des deux droites d'inclinaison égale à 90° , les deux cadrans dont les inclinaisons sont inférieures à 90° et supérieures à 90° présentent un avantage pour l'utilisation de la définition scalaire du signal analytique en améliorant de 1.30 m la localisation latérale de la sphère. Les deux autres cadrants montrent un avantage dans l'utilisation de la définition vectorielle allant jusqu'à 80 cm d'amélioration.

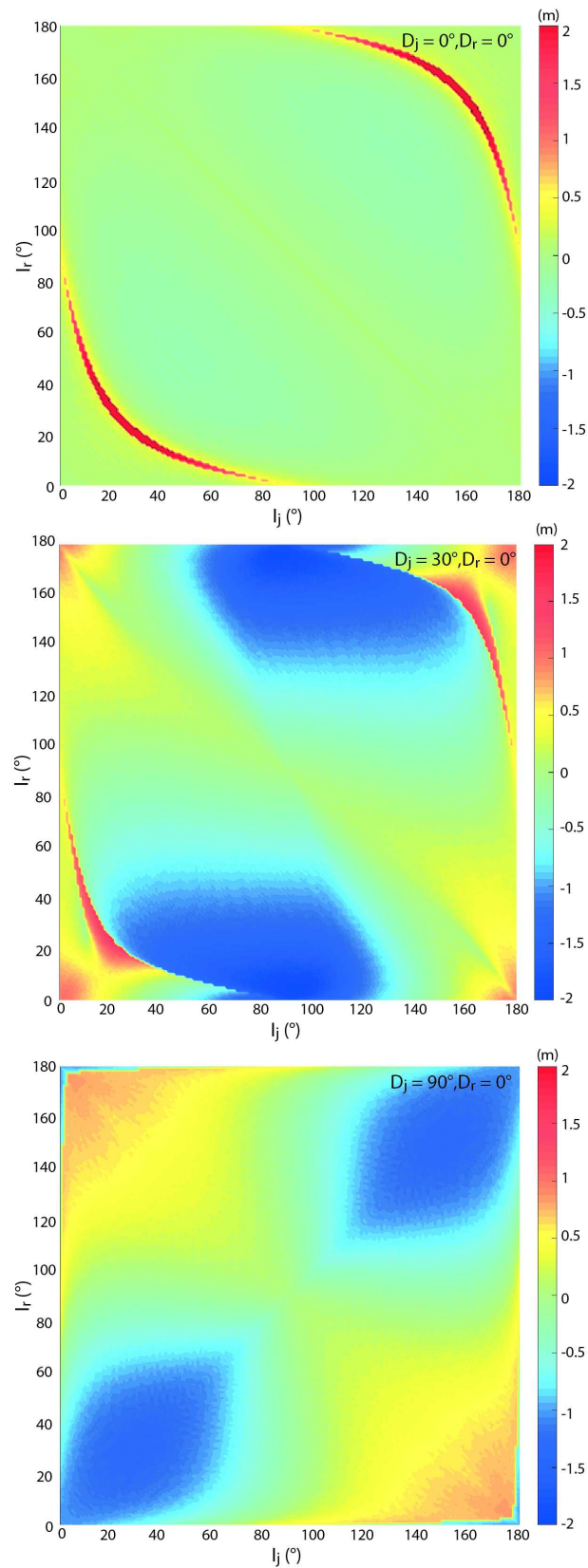


FIGURE 2.42 – cartes obtenues en effectuant la différence entre les erreurs dues à la définition scalaire moins celles liées à la définition vectorielle, pour les mêmes déclinaisons et inclinaisons utilisées dans le figure 2.41. L'ensemble des cartes sont seuillées de -2 à 2 m. Les valeurs négatives indiquent un avantage de la définition scalaire sur la vectorielle et les valeurs positives l'inverse.

Si on suppose connue la direction de champ magnétique régional et que l'on regarde l'évolution des maxima du signal en fonction de la localisation de la source en fonction de la déclinaison et de l'inclinaison de l'aimantation. Les deux figures suivantes présentent l'erreur pour un couple de déclinaison et d'inclinaison donné.

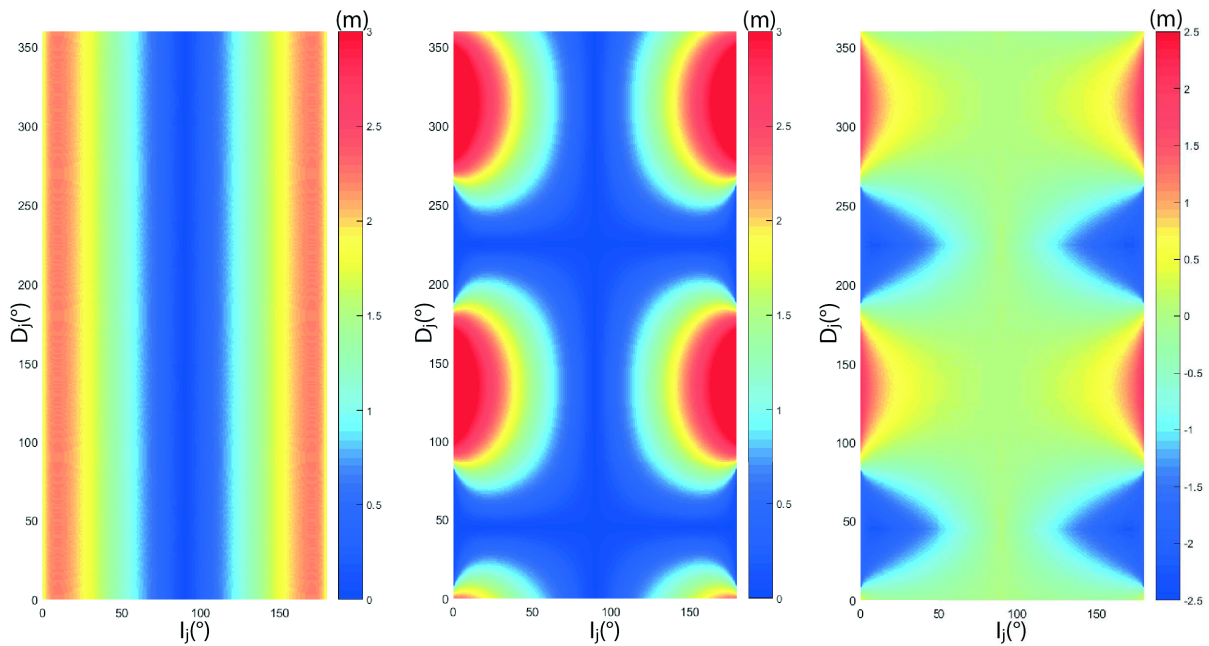


FIGURE 2.43 – Les deux premières cartes montrent l'erreur sur la localisation latérale d'une sphère placée à 10 m de profondeur pour les deux définitions du signal analytique vectoriel (gauche) et scalaire (droite). La direction du champ magnétique régional est fixée verticalement ($D_r = 0^\circ$ et $I_r = 90^\circ$) et pour ces deux cartes l'échelle des couleurs est seuillée de façon identique de 0 à 3 m. La carte la plus à droite présente la différence des deux cartes. L'axe des abscisses représente les variations de l'inclinaison de l'aimantation et l'axe des ordonnées les variations de déclinaison.

Les figures 2.43 et 2.44 présentent les résultats des erreurs de positionnement latérales d'une sphère placée à 10 m profondeur avec le signal analytique dans le cas où l'on connaît la direction du champ magnétique régional. Dans les deux cas (vecteur champ magnétique régional vertical ou direction Strasbourg), les valeurs des extrema sont plus fortes pour la définition scalaire. La répartition des erreurs ne suit pas le même schéma pour les cartes obtenues avec les deux définitions.

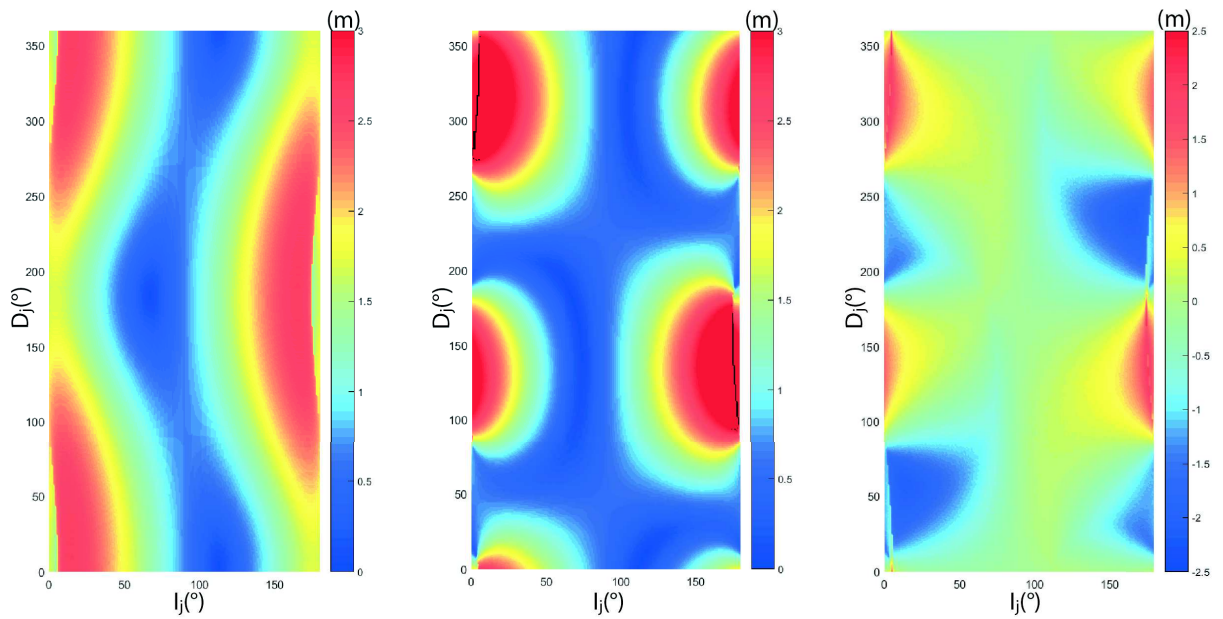


FIGURE 2.44 – Les deux premières cartes montrent la distance entre le maxima et la localisation latérale d’une sphère placée à 10 m de profondeur pour les deux définitions du signal analytique vectoriel (gauche) et scalaire (droite). La direction du champ géomagnétique est similaire à celle de Strasbourg ($D_r = 4^\circ$ et $I_r = 67^\circ$) et pour ces deux cartes l’échelle des couleurs est seillée de façon identique de 0 à 3 m. La carte la plus à droite présente la différence des deux autres cartes. L’axe des abscisses représente les variations de l’inclinaison de l’aimantation et l’axe des ordonnées les variations de déclinaison.

Signal analytique vectoriel L’expression vectorielle se définit sous forme de bandes verticales. Sur la figure 2.43, la bande d’erreur centrée sur l’inclinaison égale à 90° correspond à la gamme où la marge d’erreur est faible. Si la direction du champ magnétique n’est pas verticale (Figure 2.44), les bandes verticales ondulent. Les minima ne sont pas continus et évoluent en fonction de la déclinaison, ils se situent au niveau des déclinaisons égales à 0° , 180° et 360° . Pour une déclinaison nulle de l’aimantation, l’absence d’erreur est obtenue pour une inclinaison de l’aimantation égale à 113° et sur un intervalle de 90° autour de cette valeur, l’erreur de localisation est inférieure à 1 m. Il y a également des minima qui apparaissent pour les faibles déclinaisons et faibles inclinaisons et pour les fortes inclinaisons et déclinaisons autour 180° .

Signal analytique scalaire Dans la première figure 2.43, la disposition des erreurs de positionnement en utilisant la définition scalaire se localise en six lobes qui centralisent le maxima d’erreur. Les quatre maxima sont localisés au niveau des points de croisement des droites de déclinaison égales à 135° et 315° et pour des inclinaisons nulles et égales à 180° . Dans la situation où la direction du vecteur champ magnétique régional n’est pas verticale, une asymétrie se crée. Les maxima se situent à l’intersection avec les droites de déclinaison 128° et 308° . Les erreurs sont plus élevées pour deux des lobes ($I_j = 0^\circ, D_j = 314^\circ$ et $I_j = 180^\circ, D_j = 130^\circ$).

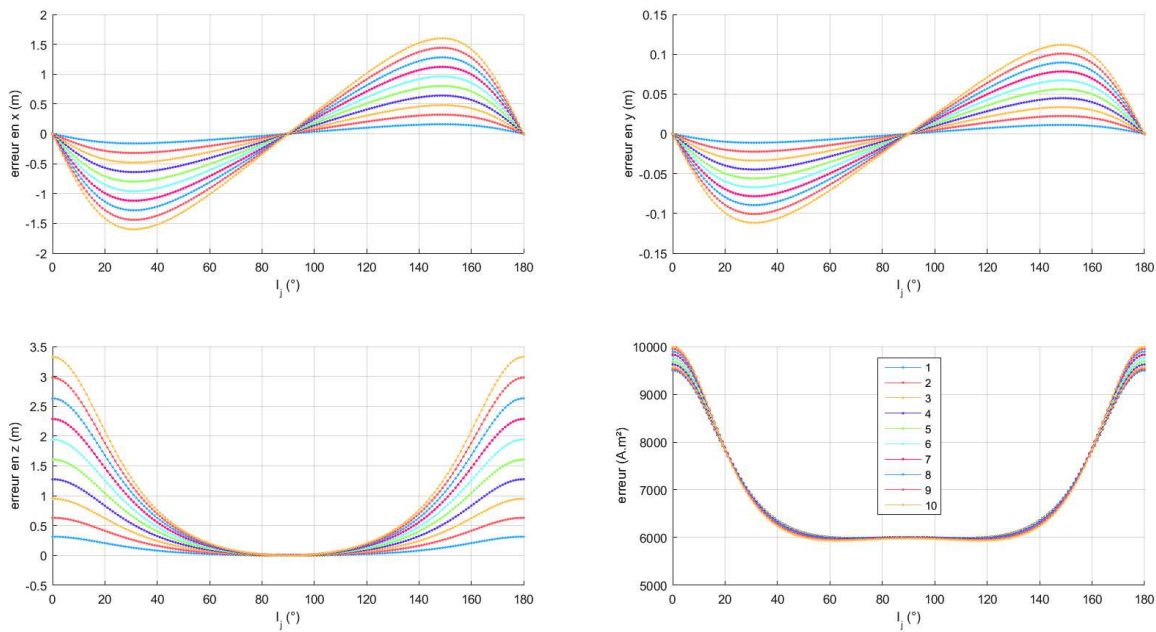


FIGURE 2.45 – Erreurs obtenues sur les quatre paramètres de l’inversion (localisation en x , en y , en profondeur et en intensité de moment magnétique) pour des sphères d’aimantation rémanente. L’inclinaison de l’aimantation varie de 0 à 180° et le test est fait pour dix profondeurs. Le champ magnétique régional est vertical ($I = 90^\circ$).

Implication d’une aimantation rémanente La figure 2.45 présente les résultats des quatre paramètres obtenus par inversion : la localisation (x, y, z) et de l’intensité du moment magnétique. La direction du champ magnétique est verticale et la direction de l’aimantation est définie pour une déclinaison égale à 4° et des inclinaisons variant de 0 à 180° . Chacune des courbes de couleurs différentes indiquent une profondeur de sphère différente allant de 1 à 10 m. L’estimation de la position latérale de la sphère présente un maximum d’erreur lorsque l’inclinaison vaut 31° et 149° . L’erreur sur la localisation dans la direction nord-sud est égale à 16% de la profondeur et la direction est-ouest de 11% . L’erreur sur l’estimation de la profondeur est égale à 35% de la profondeur dans les cas où le vecteur aimantation est horizontal.

Ce qu’il faut retenir

Le signal analytique est une fonction complexe qui a été définie pour la première fois en 1972 pour des structures à deux dimensions (Nabighian, 1972). La généralisation pour des structures à trois dimensions pose le problème de comment ajouter la troisième dérivée partielle pour construire la fonction complexe (ce qui n’a pas vraiment de sens, car les nombres complexes sont définis dans un plan et la généralisation à un espace plus grand revient à utiliser l’espace des quaternions (4D)). Deux définitions de la valeur absolue sont proposées, vectorielle (Roest *et al.*, 1992b) et scalaire (Mohan & Anand Babu, L., 1995). En 2002, Salem *et al.* ont montré que pour un dipôle d’aimantation induite, le maximum du signal analytique vectoriel ne se situe pas à l’aplomb de la structure. Le décalage est maximum pour des inclinaisons d’environ

30° et atteint jusqu'à 30 % de la profondeur. De plus, l'erreur est proportionnelle à la profondeur du dipôle. A partir de cas synthétiques similaires, on a pu constater que le signal analytique ne présente pas un mais deux maxima, et dans les cas extrêmes où les vecteurs aimantation et champ magnétique régional sont horizontaux et perpendiculaires on peut aller jusqu'à quatre. Des cas synthétiques ont été faits en utilisant la définition scalaire du signal analytique et les gammes d'erreurs trouvées sont du même ordre de grandeur que celles obtenues avec la première définition (vectorielle). Ainsi, on a mis en évidence que les deux définitions du signal analytique dans le cas d'une sphère aimantée donnent des résultats similaires pour la localisation latérale d'une sphère.

Chapitre 3

Le magnétisme à deux dimensions

Le chapitre précédent discutait des anomalies magnétiques en trois dimensions et montrait la complexité du problème pour la caractérisation d'une source. En effet l'ensemble des développements théoriques sont faits pour une sphère aimantée. La généralisation des expressions pour des formes plus complexes est difficile par la lourdeur des calculs dans le domaine spatial. Cependant, pour les géométries qui ont des propriétés d'invariance dans une direction donnée, il est possible d'obtenir l'expression théorique plus facilement (Eirtzler *et al.*, 1962). Les anomalies magnétiques résultantes de ce type de géométrie sont appelées des anomalies magnétiques à deux dimensions et leurs études peuvent se limiter à un plan perpendiculaire (profil). En 1964, Talwani & Heirtzler proposent une expression permettant le calcul de l'anomalie magnétique pour des géométries de formes quelconques. En 1972, Nabighian présente un nouveau formalisme pour étudier les profils d'anomalies magnétiques : le signal analytique. L'avantage de cet outil est son invariance par rapport à la direction de l'aimantation et du champ magnétique régional, le profil d'anomalie asymétrique est transformé en un profil symétrique dont les valeurs maximales sont à l'aplomb des objets. Cependant, l'intérêt se porte uniquement sur la valeur absolue de cette fonction, qui est vue comme une fonction complexe dépendant de deux variables réelles. En 1966 et 1967, Beth propose l'étude du champ magnétique à deux dimensions sous la forme d'une fonction complexe dépendant d'une variable complexe.

Ce chapitre traite de l'apport de l'étude des anomalies magnétiques dans le plan complexe. Tout d'abord, des calculs dans le domaine réel seront effectués pour une structure de forme cylindrique, puis les développements théoriques dans le plan complexe seront présentés, enfin, nous présenterons l'intérêt de ce formalisme pour l'interprétation des anomalies.

3.1 Définition des paramètres dans le plan

En géophysique lorsque les structures sont considérées à peu près invariantes dans une direction donnée (Figure 3.1), il est possible de simplifier les expressions mathématiques définies dans l'espace à trois dimensions pour les réécrire dans un plan à deux dimensions perpendiculaire à la direction infinie de la structure. Nous allons poser de nouvelles variables dans le plan (repère bleu sur la figure 3.1)

à partir des variables utilisées précédemment dans l'espace (repère vert sur la figure 3.1). La localisation du point de mesure sera notée (c_x, c_z) . L'aimantation apparente et le champ magnétique apparent seront définis par les lettres minuscules \vec{j} et \vec{r} (attention à ne pas faire de confusion avec la variable r qui de façon générale correspond à une distance, voir glossaire). L'aimantation apparente consiste à projeter le vecteur aimantation dans le plan d'étude vertical, on obtient

$$\vec{j} \begin{cases} j_x = \|\vec{j}_l\| \cos(I_J) \cos(\alpha - D_J) \\ j_z = \|\vec{j}_l\| \sin(I_J), \end{cases} \quad (3.1)$$

avec $\|\vec{j}_l\| = \|\vec{J}\| \sqrt{(\cos(I_J) \cos(\alpha - D_J))^2 + (\sin(I_J))^2}$ et α la direction du profil par rapport au nord magnétique.

3.2 Fonction réelle d'un cylindre infini

Pour une structure simple telle qu'un cylindre infini, le potentiel magnétique et les deux composantes du champ magnétique s'écrivent (Blakely, 1996)

$$\Omega(c_x, c_z) = 2 \frac{\mu_o \pi R_a^2}{4\pi} \frac{j_x(c_x - a_x) + j_z(c_z - a_z)}{(c_x - a_x)^2 + (c_z - a_z)^2} \quad (3.2)$$

$$H(c_x, c_z) = 2 \frac{\mu_o \pi R_a^2}{4\pi} \frac{j_x((c_x - a_x)^2 - (c_z - a_z)^2) + 2j_z(c_x - a_x)(c_z - a_z)}{((c_x - a_x)^2 + (c_z - a_z)^2)^2} \quad (3.3)$$

$$V(c_x, c_z) = 2 \frac{\mu_o \pi R_a^2}{4\pi} \frac{2j_x(c_x - a_x)(c_z - a_z) - j_z((c_x - a_x)^2 - (c_z - a_z)^2)}{((c_x - a_x)^2 + (c_z - a_z)^2)^2} \quad (3.4)$$

Avec R_a le rayon du cylindre, c_x et c_z les coordonnées du point de mesure, a_x et a_z la localisation du centre du cylindre et j_x et j_z sont les composantes du vecteur aimantation.

Dans le cas où l'intensité du champ magnétique du cylindre est faible par rapport au champ magnétique régional, il est possible d'obtenir une approximation de l'anomalie de l'intensité de champ magnétique (Talwani, 1965; Blakely, 1996). Pour obtenir l'expression de l'intensité de l'anomalie, il faut projeter les deux composantes H et V dans la direction du champ régional \vec{r} et on obtient

$$T(c_x, c_z) = H(c_x, c_z) \cos(I_t) \cos(\alpha - D_r) + V(c_x, c_z) \sin(I_t)$$

,
qui donne selon les expressions de H et V

$$T(c_x, c_z) = 2 \frac{\mu_o \pi R_a^2}{4\pi} \frac{(c_x - a_x)^2 (r_x j_x - j_z r_z) + 2(c_x - a_x)(c_z - a_z)(r_x j_z - j_x r_z) - (c_z - a_z)^2 (r_x j_x - r_z j_z)}{((c_x - a_x)^2 + (c_z - a_z)^2)^2} \quad (3.5)$$

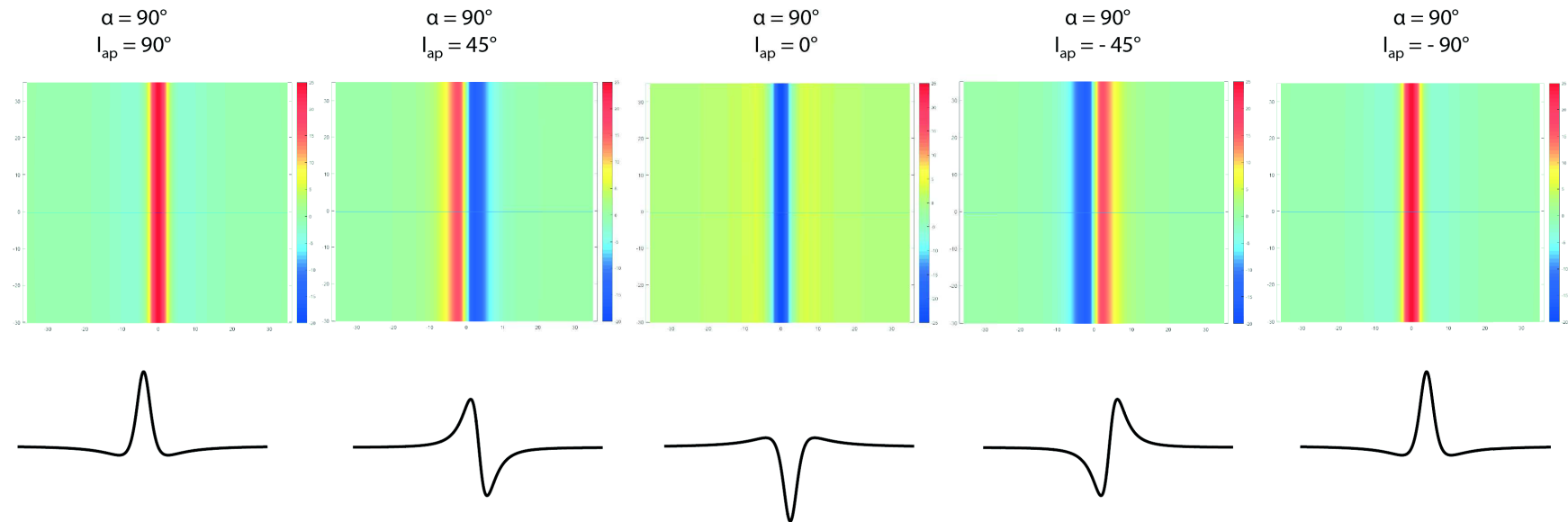
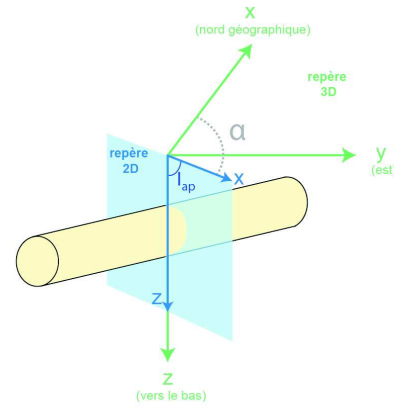


FIGURE 3.1 – Schéma représentant le repère à deux dimensions par rapport au repère à trois dimensions pour un cylindre infini. Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique pour des cylindres infinis orientés nord sud, placés à 4 m de profondeur. L'aimantation est supposée induite et les cinq cas ont été modélisés pour une inclinaison apparente de 90° , 45° , 0° , -45° et -90° .

L'objectif de tout interpréteur est de trouver la localisation du cylindre (a_x et a_z) et son aimantation (j_x et j_z). En étudiant l'équation (3.5) et des cas synthétiques (Figure 3.1) on peut constater que :

- a_x va simplement avoir un effet de translation de l'anomalie le long du profil.
- a_z va avoir un effet sur la longueur d'onde de l'anomalie et son amplitude. Plus le cylindre sera proche de la surface et plus l'anomalie sera haute fréquence.
- j_x et j_z auront un effet dans la répartition des parties positives et négatives de l'anomalie (Figure 3.1).
- r_x et r_z auront le même effet que j_x et j_z . A l'aide de modèle de champ magnétique (par exemple l'IGRF (Thébault *et al.*, 2015b)), il est possible de les calculer.

Il est également intéressant d'estimer le rayon du cylindre, mais celui-ci n'a d'effet que sur l'amplitude de l'anomalie et est donc uniquement modulé par l'estimation supposée de l'amplitude de l'aimantation. La détermination de ces paramètres n'est pas un problème linéaire et donc une résolution par la méthode des moindres carrés des paramètres ne peut être effectuée. Si l'on souhaite inverser, on peut le faire en minimisant une fonction de coût construite à partir de l'équation (3.5), en jouant sur les paramètres mentionnés précédemment. On a vu que la profondeur joue sur la longueur d'onde de la courbe. Plus la profondeur du cylindre est grande et plus la longueur d'onde est grande. Dans sa thèse, Alkhatib Alkontar (2015) montre que la localisation des extrema le long d'un profil d'anomalie magnétique varie linéairement avec la profondeur pour un cylindre. La recherche des extrema consiste à rechercher pour quelles valeurs de c_x le numérateur de la dérivée partielle en c_x s'annule et cela revient à résoudre une équation de degré 3. On a donc trois solutions possibles (Alkhatib Alkontar, 2015)

$$\begin{cases} c_{x_1} = & \frac{c_z - a_z}{\cos(I_t)} (\sqrt{3} \cos(\frac{I_t}{3}) - \sin(\frac{I_t}{3}) - \sin(I_t)) \\ c_{x_2} = & -\frac{c_z - a_z}{\cos(I_t)} (\sqrt{3} \cos(\frac{I_t}{3}) + \sin(\frac{I_t}{3}) - 2 \sin(I_t)) \\ c_{x_3} = & -\frac{c_z - a_z}{\cos(I_t)} (2 \sin(\frac{I_t}{3}) + 2 \sin(I_t)) \end{cases} \quad (3.6)$$

avec $I_t = I_r + I_j$. Cette première constatation est déjà très intéressante, car il est souvent considéré qu'une anomalie magnétique est constituée de deux parties une positive et l'autre négative, les mathématiques nous indiquent que cela n'est qu'un cas particulier et que dans le cas le plus général il y a trois parties à une anomalie magnétique. La localisation de ces extrema est linéairement dépendante de la profondeur de la structure. Les inclinaisons apparentes de l'aimantation et du champ régional agissent exactement de la même manière dans la localisation des extrema. La distance entre chaque extrema peut être estimée (Alkhatib Alkontar, 2015)

$$\begin{cases} c_{x_1} - c_{x_2} = & \frac{c_z - a_z}{\cos(I_t)} 2\sqrt{3} \cos(\frac{I_t}{3}) \\ c_{x_1} - c_{x_3} = & -\frac{c_z - a_z}{\cos(I_t)} (\sqrt{3} \cos(\frac{I_t}{3}) - 3 \sin(\frac{I_t}{3})) \\ c_{x_2} - c_{x_3} = & -\frac{c_z - a_z}{\cos(I_t)} (-\sqrt{3} \cos(\frac{I_t}{3}) - 3 \sin(\frac{I_t}{3})) \end{cases} \quad (3.7)$$

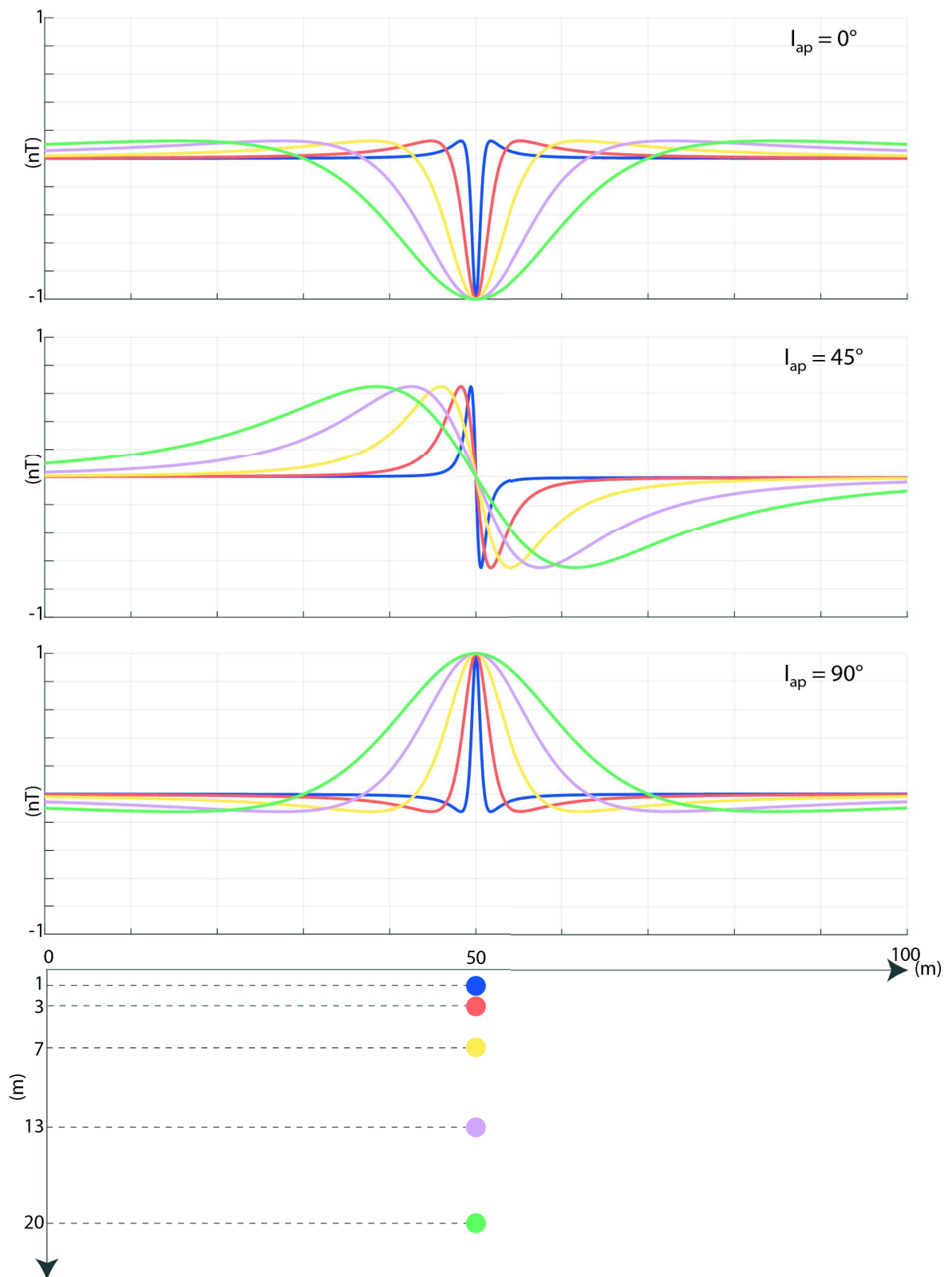


FIGURE 3.2 – Anomalies magnétiques dues à des cylindres placés à plusieurs profondeurs (1, 3, 7, 13 et 20 m), pour 3 inclinaisons apparentes (0° , 45° et 90°). Les cylindres ont une aimantation induite. Les courbes ont été normées afin de mieux comparer leurs formes.

Le cylindre infini est une source idéalement simple ; en général les géométries des

sources sont plus compliquées. Des auteurs, Talwani & Heirtzler (1964) et Won & Bevis (1987) ont proposé des équations permettant le calcul d'anomalies magnétiques pour des sources à deux dimensions mais de section polygonale.

$$T(c_x, c_z) = H(c_x, c_z)r_x + V(c_x, c_z)r_z \quad (3.8)$$

avec

$$\begin{aligned} H(c_x, c_z) &= 2(j_x Q(c_x, c_z) - j_z P(c_x, c_z)) \\ V(c_x, c_z) &= 2(j_x P(c_x, c_z) + j_z Q(c_x, c_z)) \end{aligned} \quad (3.9)$$

avec

$$\begin{aligned} P(c_x, c_z) &= \frac{((c_z - b_z) - (c_z - a_z))^2}{((c_z - b_z) - (c_z - a_z))^2 + ((c_x - a_x) - (c_x - b_x))^2} (\theta_a - \theta_b) \\ &+ \frac{((c_z - b_z) - (c_z - a_z))((c_x - a_x) - (c_x - b_x))}{((c_z - b_z) - (c_z - a_z))^2 + ((c_x - a_x) - (c_x - b_x))^2} \log\left(\frac{r_b}{r_a}\right) \\ Q(c_x, c_z) &= \frac{((c_z - b_z) - (c_z - a_z))((c_x - a_x) - (c_x - b_x))}{((c_z - b_z) - (c_z - a_z))^2 + ((c_x - a_x) - (c_x - b_x))^2} (\theta_a - \theta_b) \\ &+ \frac{((c_z - b_z) - (c_z - a_z))^2}{((c_z - b_z) - (c_z - a_z))^2 + ((c_x - a_x) - (c_x - b_x))^2} \log\left(\frac{r_b}{r_a}\right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

avec $r_a = \sqrt{(c_x - a_x)^2 + (c_z - a_z)^2}$, $r_b = \sqrt{(c_x - b_x)^2 + (c_z - b_z)^2}$, $\theta_a = \tan^{-1} \frac{c_z - a_z}{c_x - a_x}$, $\theta_b = \tan^{-1} \frac{c_z - b_z}{c_x - b_x}$; (c_x, c_z) les coordonnées du point où le calcul est effectué, (a_x, a_z) et (b_x, b_z) les coordonnées des extrémités du "slab". r_x et r_z les composantes du vecteur unitaire champ magnétique régional.

L'idée de ces équations est de sommer la contribution de "slabs" jusqu'à obtenir la section voulue. L'équation obtenue est compliquée dans sa forme avec la présence d'un logarithme et d'angles. Les anomalies obtenues vont dépendre de la position des coins de la section, des pendages des côtés et de l'inclinaison apparente de l'aimantation et du champ régional. L'estimation des paramètres de la source ne peut être faite simplement par l'étude de la courbe d'anomalie. Le calcul des extrema d'un profil d'anomalie dû à une source de section polygonale n'est pas envisageable.

3.3 Théorie de l'algèbre complexe en méthode potentielle à deux dimensions

Nabighian (1972) propose de s'affranchir des effets de la direction de l'aimantation et du champ magnétique en transformant une fonction réelle dépendant de deux variables réelles (profil d'anomalie) en une fonction complexe de deux variables réelles (signal analytique). Dans la représentation de cette nouvelle fonction, on passe d'un signal de forme asymétrique à un signal symétrique. Cependant, il est possible d'aller plus loin en écrivant le signal analytique comme étant une fonction complexe dépendant d'une variable complexe. Ce passage et les développements qui en découlent, sont présentés dans la suite sous la forme de l'article soumis après révision à la revue *Geophysics* en juin 2017.

2D POTENTIAL THEORY USING COMPLEX ALGEBRA: NEW EQUATIONS AND VISUALIZATION FOR THE INTERPRETATION OF POTENTIAL FIELD DATA.

Pauline Le Maire ^{1,2} and Marc Munsch ¹

(1) Institut de Physique du Globe de Strasbourg, UMR 7516, Université de Strasbourg / EOST, CNRS, 1 rue Blessig, 67084 Strasbourg Cedex, FRANCE (pauline.le-maire@etu.unistra.fr), (2) Cardem, 7 Rue de l'Uranium 67800 Bischheim, France

Keywords: potential theory, gravity, magnetism, complex algebra, airborne magnetism

ABSTRACT

Potential field method aims to characterize the source of a magnetic or gravity anomaly. The shape of an anomaly along a profile provides information on the geometry, horizontal location, depth and magnetization of the source. For a two dimensional source, the horizontal location, the depth and geometry of a source is determined with the curve analysis of the analytic signal. However, the amplitude of the analytic signal is independent of the dips of the structure, of the apparent inclination of magnetization and of the regional magnetic field.

To increase the understanding of the source parameters, we propose a new approach to study 2D potential field equations using complex algebra. Complex equations for different geometries of the sources are obtained for gravity and magnetic anomalies in both spatial and spectral domains. In the spatial domain, these new equations are compact and correspond to logarithmic or power functions with a negative integer coefficient. We show that modifying the shape of the source changes the coefficient of the power function, which is equivalent to derivation or integration. We display anomaly profiles using plots in the complex plane, which is called mapping. The obtained complex curves are loops passing through the origin of the plane. The shape of these loops only depends on the geometry and not on the location or depth of the source (i.e., a cardioid for a cylinder, a circle for a dyke and a parabola for a step). The orientation of the curves in the complex plane is related to the order of derivation or integration, the geometry and the dips of the structures, and the apparent inclination of magnetization and of the regional magnetic field. The application of these equations and mapping on total-field magnetic anomalies across a magmatic dykes in the Caledonides of Finnmark, northern Norway shows coherent results to determine the geometry and the apparent inclination of magnetization.

1.- INTRODUCTION

Characterizing the source of an anomaly is the aim of many geophysical studies. In potential field methods (gravity and magnetism), the source parameters are: horizontal location, depth, geometry and physical properties (density or magnetization). Gravity and magnetic methods are applied to subsurface investigations in different domains such as structural geology, paleo-reconstruction using marine magnetic anomalies, detection of anthropic objects (e.g.,

archaeology or unexploded ordnances) etc ... The characterization of the source parameters is therefore essential to build coherent interpretations.

For a two dimensional structure, equations can be developed for different geometries using a real function (Hubbert, 1948; Nettleton, 1942; Talwani et al., 1959; Talwani and Heirtzler, 1964) or a complex function with Fourier transform (Gupta, 1988; Sengupta, 1975, 1974). These functions are usually displayed using plots, with a horizontal location on the horizontal axis and anomaly on the vertical axis (Gay, 1963, 1965). However, these ways of describing the 2D magnetic or gravity anomalies need long and complicated equations and the shape of the resulting plots are not easily related to the source geometry. Nabighian (1972) improved the characterization of the magnetic source by using the general theory of the analytic signal. According to this author, the analytic signal is a complex function of two real variables with the real part corresponding to the horizontal derivative of the magnetic anomaly and the imaginary part to the vertical derivative. The absolute value of the analytic signal versus a horizontal location is usually plotted. The benefit of the analytic signal is to localize the maximum value of the modulus of the analytic signal over the corners of the structure. The structure direction, the magnetization and the regional magnetic field only act on the amplitude of the function (Nabighian, 1972). Currently, most studies using the analytic signal (Cooper and Whitehead, 2016; Li and Pilkington, 2016; Ma and Du, 2012; Mohan et al., 1982; Salem, 2005) only use the absolute part of the function, but not its phase. Only few studies deal with the phase of the function (Miller and Singh, 1994; Salem et al., 2007; Smith et al., 1998). So far, no attention has been paid to the whole complex function and to its graphical representation.

In this paper, we present a generalization of Nabighian's idea, writing potential field equations as complex functions of the complex variable and not like a real function, the absolute value of the analytic signal (Nabighian ,1972). Potential field equations (gravity and magnetism) are obtained for six different kinds of bodies in both spatial and spectral domains. Primitives and derivatives are also computed and we obtain very compact equations. These new potential field equations using complex algebra enable us to plot the functions in the complex plane. We call 'mapping' this approach to plot a gravity or magnetic anomaly and describe it in a second part of this paper. We obtain complex curves whose shape only depends on the geometry of the source. The orientation of the loop depends on the apparent inclination of the magnetization and its shape does not depend on the location of the source. The location and depth of the source only influences the velocity along the loop.

2.- METHODS

2.1. Magnetic field functions as complex functions

An Infinite Horizontal Cylinder

In a 2D Cartesian coordinate system, the potential Ω and the two components H and V of the magnetic field of an infinite horizontal cylinder are (Talwani and Heirtzler, 1964)

$$\Omega(c_x, c_z) = 2C_m \frac{j_x(c_x - a_x) + j_z(c_z - a_z)}{(c_x - a_x)^2 + (c_z - a_z)^2} s_1 \quad (1)$$

$$H(c_x, c_z) = 2C_m \frac{j_x((c_x - a_x)^2 - (c_z - a_z)^2) + 2j_z(c_x - a_x)(c_z - a_z)}{[(c_x - a_x)^2 + (c_z - a_z)^2]^2} s_1 \quad (2)$$

$$V(c_x, c_z) = 2C_m \frac{2j_x(c_x - a_x)(c_z - a_z) - j_z((c_x - a_x)^2 - (c_z - a_z)^2)}{[(c_x - a_x)^2 + (c_z - a_z)^2]^2} s_1 \quad (3)$$

where C_m is the proportionality constant, equal to 1 in electromagnetic units and equal to $\frac{\mu_0}{4\pi}$ in SI units, c_x and c_z are the real variables, respectively the horizontal axis and the vertical axis positive downward; the horizontal axis has an angle α with the geographic north; a_x and a_z are the coordinates of the center of cylinder; j_x and j_z are the components of the magnetization with θ_j the apparent inclination ($\theta_j = \tan^{-1}\left(\frac{j_z}{j_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\tan(I_j)}{\sin(\alpha + \frac{\pi}{2} - D_j)}\right)$) (Schouten and Cande, 1976); I_j and D_j are the inclination and declination of the magnetization; $s_1 = \pi R^2$ is the surface of the section of the cylinder and R the radius of the cylinder.

Outside the structure, the magnetic potential satisfies the Cauchy-Riemann equations, so a complex analytic function we call the Complex Magnetic Field ($CMF^{(0)}$) can be defined as (Nabighian, 1972)

$$CMF^{(0)}(c) = H(c_x, c_z) + i V(c_x, c_z) = \frac{2C_m s_1 j}{(c - a)^2} = \frac{2K_m s_1}{(c - a)^2} \quad (4)$$

where $j = j_x + i j_z$, $c = c_x + i c_z$, $a = a_x + i a_z$, $i^2 = -1$ and $K_m = C_m j$ (Figure 1-A3).

This function is analytic everywhere in the complex plan, except for $c = a$.

A segment

Using the superposition principle, equation 4 can be integrated to obtain the $CMF^{(0)}$ of a segment $[a, b]$. The integration is performed along the segment whose equation is $a + r(b - a)$ with r varying between 0 and 1, thus

$$CMF^{(0)}(c) = \int_0^1 \frac{2K_m s_1 \partial r}{[c - a - r(b - a)]^2} = \frac{2K_m s_2}{b - a} \left(\frac{1}{c - b} - \frac{1}{c - a} \right) \quad (5)$$

with s_2 the surface of the new geometry equal to $\pi R^2 + 2Rl_{ba}$ and l_{ba} the length of the segment (Figure 1-A3). Equation 5 can be rewritten as

$$\begin{aligned} CMF^{(0)}(c) &= \frac{2K_m e^{-i\theta_{ba}} s_2}{l_{ba}} \left(\frac{1}{c - b} - \frac{1}{c - a} \right) \\ &= 2K_m e^{-i\theta_{ba}} \left(\frac{\pi R^2}{l_{ba}} + 2R \right) \left(\frac{1}{c - b} - \frac{1}{c - a} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

with θ_{ba} the dip of the segment (Figure 1-C).

If $b \rightarrow a$, using a power approximation at order 1, we have

$$CMF^{(0)}(c) \approx \frac{2K_m e^{-i\theta_{ba}} \pi R^2}{l_{ba}} \left(\frac{1}{c-b} - \frac{1}{c-a} \right) = \frac{2K_m \pi R^2}{(c-b)(c-a)} \approx \frac{2K_m \pi R^2}{(c-a)^2} \quad (7)$$

which corresponds to the $CMF^{(0)}$ of a cylinder (equation 4).

An infinite dyke

More interestingly, is the case where $b \rightarrow \infty$. We obtain

$$CMF^{(0)}(c) = -\frac{4K_m e^{-i\theta_{ba}} R}{c-a} \quad (8)$$

which correspond to the $CMF^{(0)}$ of an infinite dyke with dip θ_{ba} (Figure 2-A3). Using the polar form of the magnetization, i.e. $j = j_x + i j_z = J e^{i\theta_j}$, we have

$$CMF^{(0)}(c) = -2C_m J e^{-i(\theta_{ba} - \theta_j)} \frac{2R}{c-a} \quad (9)$$

Equation 9 shows that it is impossible to distinguish the apparent inclination of magnetization θ_j from the dip θ_{ba} of a dyke using the function. Only the value $(\theta_{ba} - \theta_j)$ can be established.

A parallelogram

The same computation can be performed to obtain the $CMF^{(0)}$ of a parallelogram by using equation 5 and integrating along a segment whose equation is $a + r(d-a)$ with r varying between 0 and 1, i.e.

$$CMF^{(0)}(c) = \frac{2K_m s_3}{b-a} \int_0^1 \left(\frac{1}{c-b-r(d-a)} - \frac{1}{c-a-r(d-a)} \right) \partial r \quad (10)$$

With s_3 the surface of the new geometry equal to $\pi R^2 + 2R(l_{ba} + l_{da}) + \sin(\theta_{da} - \theta_{ba}) l_{ba} l_{da}$.

Equation (10) can be rewritten as (Figure 1-A3)

$$CMF^{(0)}(c) = \frac{2K_m s_3 e^{-i\theta_{ba}} e^{-i\theta_{da}}}{l_{ba} l_{da}} \log \frac{(c-b)(c-d)}{(c-a)(c-(b+d-a))} \quad (11)$$

with $(b+d-a)$ the fourth point of the parallelogram.

If $d \rightarrow a$, using a power approximation at order 1, we have

$$CMF^{(0)}(c) \approx 2K_m (\pi R^2 + 2R l_{ba}) \left(\frac{1}{c-b} - \frac{1}{c-a} \right) \quad (12)$$

wich corresponds to the $CMF^{(0)}$ of the segment (Equation 5)

A1- Spatial complex functions $CMF^{(-2)}$ or $CGF^{(-1)}$

$$2K_i s_1 \log \frac{1}{c-a}$$

A2- Spatial complex functions $CMF^{(-1)}$ or $CGF^{(0)}$

$$\begin{aligned} & -\frac{2K_i s_1}{c-a} \\ & \frac{2K_i s_2 e^{-i\theta_{ba}}}{l_{ab}} \log \frac{c-b}{c-a} \\ & \frac{2K_i s_3 e^{-i\theta_{ba}} e^{-i\theta_{da}}}{l_{ba} l_{da}} \left[c \log \frac{(c-b)(c-d)}{(c-a)(c-(b+d-a))} \right. \\ & \quad \left. + \log \frac{(c-a)^a (c-(b+d-a))^{b+d-a}}{(c-b)^b (c-d)^d} \right] \end{aligned}$$

A3- Spatial complex functions $CMF^{(0)}$ or $CGF^{(1)}$

$$\begin{aligned} & \frac{2K_i s_1}{(c-a)^2} \\ & \frac{2K_i s_2 e^{-i\theta_{ba}}}{l_{ab}} \left(\frac{1}{c-b} - \frac{1}{c-a} \right) \\ & \frac{2K_i s_3 e^{-i\theta_{ba}} e^{-i\theta_{da}}}{l_{ba} l_{da}} \log \frac{(c-b)(c-d)}{(c-a)(c-(b+d-a))} \end{aligned}$$

A4- Spatial complex functions $CMF^{(1)}$ or $CGF^{(2)}$

$$\begin{aligned} & -\frac{4K_i s_1}{(c-a)^3} \\ & -\frac{2K_i s_2 e^{-i\theta_{ba}}}{l_{ab}} \left(\frac{1}{(c-b)^2} - \frac{1}{(c-a)^2} \right) \\ & \frac{2K_i s_3 e^{-i\theta_{ba}} e^{-i\theta_{da}}}{l_{ba} l_{da}} \left[\frac{1}{(c-b)(c-a)} - \frac{1}{(c-d)(c-(b+d-a))} \right] \end{aligned}$$

B1-Fourier transform of $CMF^{(-2)}$ or $CGF^{(-1)}$

$$\begin{aligned} & \frac{-2K_i s_1}{u} e^{iua} \\ & -\frac{2K_i s_2 e^{-i\theta_{ba}}}{l_{ab} u^2} (e^{iub} - e^{iua}) \\ & -\frac{2K_i s_3 e^{-i\theta_{ba}} e^{-i\theta_{da}}}{l_{ba} l_{da} u^3} (e^{iua} - e^{iub} + e^{iubd} - e^{iud}) \end{aligned}$$

B2- Fourier transform of $CMF^{(-1)}$ or $CGF^{(0)}$

$$\begin{aligned} & -2iK_i s_1 e^{iua} \\ & \frac{2K_i s_2 e^{-i\theta_{ba}}}{l_{ab} u} (e^{iub} - e^{iua}) \\ & \frac{2K_i s_3 e^{-i\theta_{ba}} e^{-i\theta_{da}}}{l_{ba} l_{da} u^2} (e^{iua} - e^{iub} + e^{iubd} - e^{iud}) \end{aligned}$$

B3- Fourier transform of $CMF^{(0)}$ or $CGF^{(1)}$

$$\begin{aligned} & -2K_i s_1 u e^{iua} \\ & \frac{2K_i s_2 e^{-i\theta_{ba}}}{l_{ab}} (e^{iub} - e^{iua}) \\ & \frac{2K_i s_3 e^{-i\theta_{ba}} e^{-i\theta_{da}}}{l_{ba} l_{da} u} (e^{iua} - e^{iub} + e^{iubd} - e^{iud}) \end{aligned}$$

B4- Fourier transform of $CMF^{(1)}$ or $CGF^{(2)}$

$$\begin{aligned} & 2iK_i s_1 u^2 e^{iua} \\ & \frac{2K_i s_2 e^{-i\theta_{ba}}}{l_{ab}} u (e^{iub} - e^{iua}) \\ & \frac{2K_i s_3 e^{-i\theta_{ba}} e^{-i\theta_{da}}}{l_{ba} l_{da}} (e^{iua} - e^{iub} + e^{iubd} - e^{iud}) \end{aligned}$$

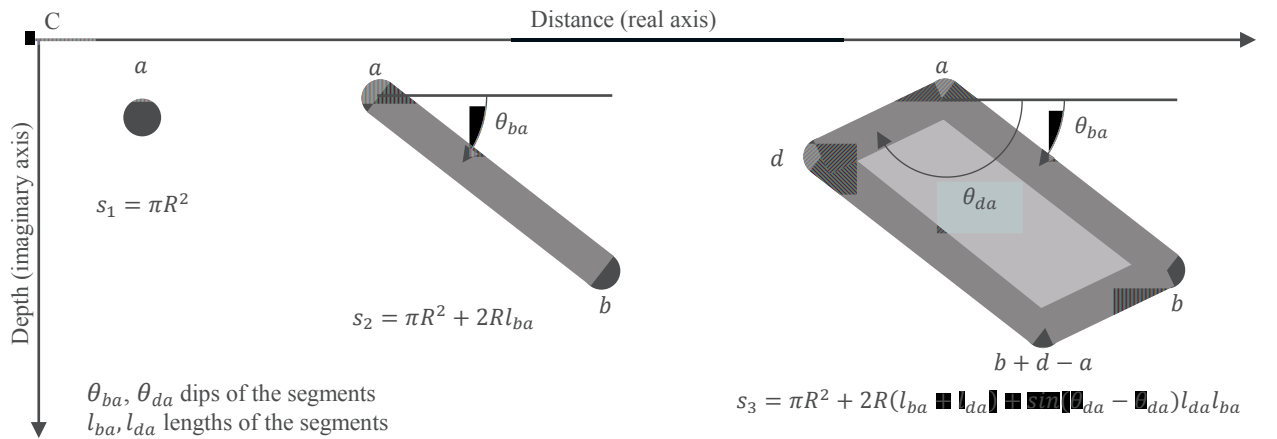


Figure 1. Complex magnetic ($CMF^{(n)}$) and gravity ($CGF^{(n)}$) equations (A1-A4) and their spectral equations (B1-B4) for finite surface structures (C) and their corresponding surface equations. K_i is a constant with $K_i = K_m$ for complex magnetic functions and $K_i = K_g$ for complex gravity functions. c is the complex variable and u the corresponding waveform.

An infinite slab

if b tends towards infinity, equation (11) becomes (Figure 2-A3)

$$CMF^{(0)}(c) = 2K_m \frac{2R + \sin(\theta_{da} - \theta_{ba})l_{da}}{e^{i\theta_{ba}}e^{i\theta_{da}}l_{da}} \log \frac{c-d}{c-a} \quad (13)$$

An infinite step

Now, if d tends towards infinity, equation 13 becomes (Figure 2-A3)

$$CMF^{(0)}(c) = 2K_m \frac{\sin(\theta_{da} - \theta_{ba})}{e^{i\theta_{ba}}e^{i\theta_{da}}} \log \frac{1}{c-a} \quad (14)$$

The problem with this equation is that when c approaches infinity, the limit of the $CMF^{(0)}$ is also infinite. Therefore, the equation has a mathematical sense, but no physical reality.

This shows that the $CMF^{(0)}$ and the magnetic field corresponding to the model of the analytic signal defined by Nabighian (1972) cannot be measured on the field because they are infinite.

Equation (11) is also useful to establish the $CMF^{(0)}$ corresponding to an n-sided polygon (Talwani and Heirtzler, 1964; Won and Bevis, 1987). To obtain the equation, the imaginary part of b is set equal to the imaginary part of a and equation 13 becomes

$$CMF^{(0)}(c) = 2K_m \frac{2R + \sin(\theta_{da})l_{da}}{l_{da}e^{i\theta_{da}}} \log \frac{c-d}{c-a} \quad (15)$$

This equation can be compared to Talwani and Heirtzler (1964) equations, with the real and imaginary parts of equation 15 corresponding to equations 4 and 3 of Talwani and Heirtzler (1964). Our equation is more compact than Talwani and Heirtzler (1964) equations. The main advantage is that the $CMF^{(0)}$ equation is easily understandable and references to trigonometric functions are completely eliminated (Won and Bevis, 1987).

2.2. Derivatives and primitives of magnetic field functions as complex functions

All the previously defined complex functions (Figures 1,2) are complex-differentiable outside the structures. Figure 1-A4 gives the expressions for the three finite surface geometries and, to highlight that they correspond to derivatives, the corresponding functions are labelled $CMF^{(1)}$, while the complex magnetic field equations were labelled $CMF^{(0)}$. For the infinite surface structure, their derivatives $CMF^{(1)}$ are given in Figure 2-A4.

Using the equation of the derivative of the parallelogram (Figure 1-A4), it is obvious to compute its expression when $b \rightarrow \infty$, $d \rightarrow \infty$ and $\theta_{ba} = 0$. We obtain

$$CMF^{(1)}(c) = -2K_m \frac{\sin(\theta_{da})}{e^{i\theta_{da}}} \frac{1}{c-a} \quad (16)$$

which corresponds to the analytic function computed by Nabighian (1972) in his equation 10.

The inverse operation of derivation is to compute the primitives functions (Figure 1-A2). The constant of integration is set to zero, to have the $CMF^{(0)}$ approaching zero as c approaches plus or minus infinity. For finite surface structures, the expressions are obvious to find (Figure 1-A2). Moreover, computing the real component of the $CMF^{(-1)}$ of the cylinder, we obtain the opposite of the potential, as defined in equation (1) which means that the complex potential can also be defined from the real potential and its Hilbert transform as proposed by Nabighian (1972).

2.3. Gravity field functions as complex functions and their derivatives and primitives

In gravity, the same computations can be undertaken without particular difficulty. Using equation 3.20 of Blakely (1996), we have the potential and the two components of the gravity field of an infinite horizontal cylinder

$$U(c_x, c_z) = 2s_1 K_g \log \frac{1}{\sqrt{(c_x - a_x)^2 + (c_z - a_z)^2}}$$

$$G_x(c_x, c_z) = -2s_1 K_g \frac{c_x - a_x}{\sqrt{(c_x - a_x)^2 + (c_z - a_z)^2}}$$

$$G_z(c_x, c_z) = -2s_1 K_g \frac{c_z - a_z}{\sqrt{(c_x - a_x)^2 + (c_z - a_z)^2}}$$

where $K_g = \gamma\rho$, γ is the Newton's gravitational constant, ρ the mass per unit length of the cylinder and $s_1 = \pi R^2$ is the surface of the cylinder and R the radius of the cylinder.

Outside the structure, the gravity potential satisfies the Cauchy-Riemann equations, so a complex analytic function we call the Complex Gravity Field ($CGF^{(0)}$) can be defined as (Figure 1-A2)

$$CGF^{(0)}(c) = G_x(c_x, c_z) - i G_z(c_x, c_z) = -\frac{2K_g s_1}{c - a} \quad (17)$$

For complex functions, the Poisson's relation acts like a derivative, i.e.

$$CMF^{(1)}(c) = -\frac{K_m}{K_g} \frac{\partial CGF^{(0)}(c)}{\partial c} \quad (18)$$

Thus, to obtain the $CGF^{(n)}$ functions, we compute the primitives of the $CMF^{(n)}$ functions. More simply, $CGF^{(n-1)}$ functions are the same as $CMF^{(n)}$ functions on each line of Figure 1

and 2 provided that magnetic and gravity constants, K_m and K_g are being swapped. In Figures 1 and 2, $K_i = K_m$ for CMF functions or $K_i = K_g$ for CGF functions.

A1- Spatial complex functions $CMF^{(-2)}$ or $CGF^{(-1)}$

$$2K_i t_1 (c - a) \log(c - a)$$

B1- Fourier transform of $CMF^{(-2)}$ or $CGF^{(-1)}$

$$\frac{2K_i t_1}{u^2} e^{iua}$$

$$\frac{2K_i t_2}{u^3} (e^{iua} - e^{iud})$$

$$\frac{2K_i t_3}{u^3} e^{iua}$$

A2- Spatial complex functions $CMF^{(-1)}$ or $CGF^{(0)}$

$$-2K_i t_1 \log \frac{1}{c - a}$$

$$2K_i t_2 [(c - a) \log(c - a) - (c - d) \log(c - d)]$$

$$2K_i t_3 [(c - a) \log(c - a)]$$

B2- Fourier transform of $CMF^{(-1)}$ or $CGF^{(0)}$

$$-\frac{4iK_i t_1}{u} e^{iua}$$

$$-\frac{2K_i t_2}{u^2} (e^{iua} - e^{iud})$$

$$-\frac{2K_i t_3}{u^2} e^{iua}$$

A3- Spatial complex functions $CMF^{(0)}$ or $CGF^{(1)}$

$$-\frac{2K_i t_1}{c - a}$$

$$2K_i t_2 \log \frac{c - d}{c - a}$$

$$2K_i t_3 \log \frac{1}{c - a}$$

B3- Fourier transform of $CMF^{(0)}$ or $CGF^{(1)}$

$$-2K_i t_1 e^{iua}$$

$$\frac{2K_i t_2}{u} (e^{iua} - e^{iud})$$

$$\frac{2K_i t_3}{u} e^{iua}$$

A4- Spatial complex functions $CMF^{(1)}$ or $CGF^{(2)}$

$$\frac{2K_i t_1}{(c - a)^2}$$

$$2K_i t_2 \left[\frac{1}{c - d} - \frac{1}{c - a} \right]$$

$$-2K_i t_3 \frac{1}{c - a}$$

B4- Fourier transform of $CMF^{(1)}$ or $CGF^{(2)}$

$$-2K_i t_1 u e^{iua}$$

$$2iK_i t_2 (e^{iud} - e^{iua})$$

$$-2iK_i t_3 e^{iua}$$

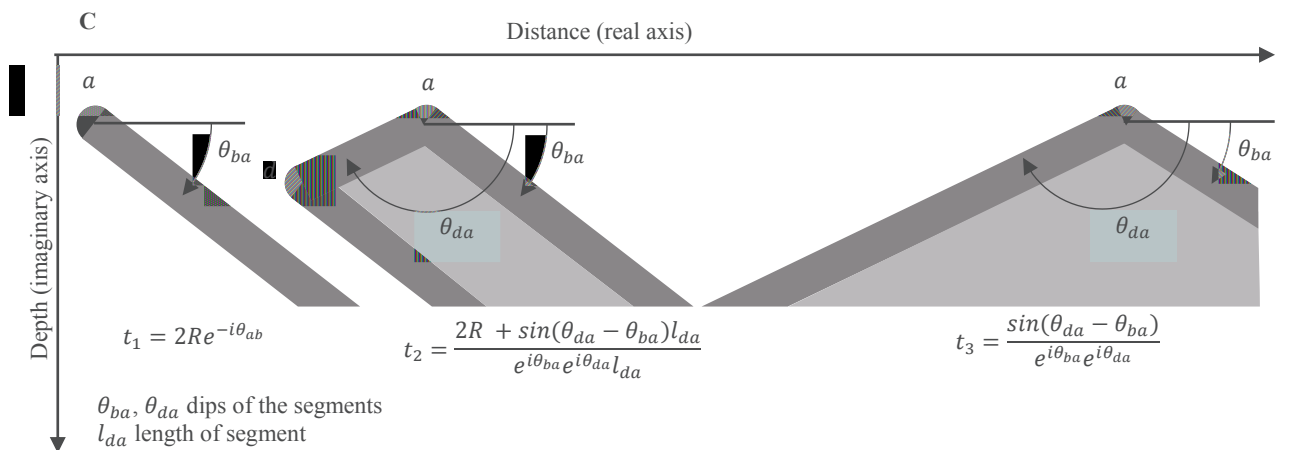


Figure 2. Complex magnetic ($CMF^{(n)}$) and gravity ($CGF^{(n)}$) equations (A1-A4) and their spectral equations (B1-B4) for infinite surface structures (C) and their corresponding surface equations. K_i is a constant with $K_i = K_m$ for complex magnetic functions and $K_i = K_g$ for complex gravity functions. c is the complex variable and u the corresponding waveform.

2.4. Fourier transform of the complex functions

Following Nabighian (1972) the Fourier transform of the complex functions can be established considering that the domain of variation of the complex variable c is restricted to the variation from $-\infty$ to $+\infty$ of its real part and its imaginary part being constant. Consequently, the Fourier transform of the first discussed complex equation (equation 4) of an infinite horizontal cylinder is

$$TF \left(CMF^{(0)}(c_x) \right) = CMF^{(0)}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2K_m s_1}{(c-a)^2} e^{-iuc_x} dc_x \quad (19)$$

with u the wavenumber.

Bhattacharyya and Leu (1975) and Murthy and Mishra (1980) have demonstrated the following Fourier transform pairs for $u > 0$

$$\frac{1}{(c-a)^2} = \frac{(c_x - a_x)^2 - (c_z - a_z)^2}{((c_x - a_x)^2 + (c_z - a_z)^2)^2} - 2i \frac{(c_x - a_x)(c_z - a_z)}{((c_x - a_x)^2 + (c_z - a_z)^2)^2} \quad (20)$$

$\leftrightarrow 2ue^{iua}$

Thus the Fourier transform of the complex magnetic field of a cylinder (equation 4) is equal to (Figure 1-B3)

$$CMF^{(0)}(u) = -2K_m s_1 u e^{iua}. \quad (21)$$

As shown previously equation 21 corresponds to the Fourier transform of the $CGF^{(1)}$, with $K_m = K_g$. According to the differentiation theorem in the spectral domain (e.g. (Blakely, 1996)) the spectral equations of $CMF^{(n)}$ or $CGF^{(n)}$ are easily obtained considering that $CMF^{(n)} = iu CMF^{(n-1)}$ and $CGF^{(n)} = iu CGF^{(n-1)}$.

Using the same principle used to obtain equation 5, we have the spectral expression of $CMF^{(0)}$ for a segment [a,b]

$$CMF^{(0)}(u) = -2K_i \int_0^1 s_1 u e^{iu(a+r(b-a))} dr = \frac{2i K_i s_2 e^{-i\theta_{ba}}}{l_{ba}} (e^{iub} - e^{iua}) \quad (22)$$

with $s_2 = \pi R^2 + 2Rl_{ba}$.

If $b \rightarrow a$,

$$\begin{aligned} CMF^{(0)}(u) &\approx \frac{2i K_i e^{-i\theta_{ba}} \pi R^2}{l_{ba}} (e^{iub} - e^{iua}) \\ &= \frac{2i e^{-i\theta_{ba}} K_i \pi R^2}{l_{ba}} e^{iua} (e^{iu(b-a)} - 1) \approx -2 K_i \pi R^2 u e^{iua}. \end{aligned} \quad (23)$$

The result is the spectral equation of the cylinder (equation 21).

If $b \rightarrow +\infty$, the equation of an infinite dyke with a dip θ_{ba} becomes (Figure 2-B3)

$$\begin{aligned}
CMF^{(0)}(u) &\approx \frac{2iRl_{ba}e^{-i\theta_{ba}}}{l_{ba}} e^{iua} \left(e^{iul_{ba}e^{i\theta_{ba}}} - 1 \right) \\
&= 2iK_i R e^{-i\theta_{ba}} e^{iua} \left(e^{iul_{ba}\cos(\theta_{ba})} e^{ul_{ba}\sin(\theta_{ba})} - 1 \right) \\
&\approx -2iK_i R e^{-i\theta_{ba}} u e^{iua}.
\end{aligned} \tag{24}$$

The spectral equation of the $CMF^{(0)}$ for a parallelogram can be calculated by integration of equation 22 (Figure 1-B2)

$$\begin{aligned}
CMF^{(0)}(u) &= 2iK_i \int_0^1 \frac{s_2}{b-a} \left(e^{iu(b+r(d-a))} - e^{iu(b+r(d-a))} \right) dr \\
&= \frac{2K_i s_3 e^{-i\theta_{ba}} e^{-i\theta_{da}}}{u l_{ba} l_{da}} \left(e^{iua} - e^{iub} + e^{iu(b+d-a)} - e^{iud} \right)
\end{aligned} \tag{25}$$

If $d \rightarrow a$

$$\begin{aligned}
CMF^{(0)}(u) &\approx 2K_i e^{-i\theta_{ba}} e^{-i\theta_{da}} \frac{\pi R^2 + 2Rl_{ba}}{u l_{ba} l_{da}} e^{iua} \left(1 - e^{iu(b-a)} \right. \\
&\quad \left. + e^{iu(d-a)} (e^{iu(b-a)} - 1) \right) \\
&\approx 2iK_i e^{-i\theta_{ba}} \frac{\pi R^2 + 2Rl_{ba}}{l_{ba}} (e^{iua} - e^{iub})
\end{aligned} \tag{26}$$

The spectral equation of the $CMF^{(0)}$ of the segment is obtained (equation 22).

If $d \rightarrow +\infty$

$$\begin{aligned}
CMF^{(0)}(u) &\approx 2K_i e^{-i\theta_{ba}} e^{-i\theta_{da}} \frac{2R + \sin(\theta_{da} - \theta_{ba})l_{ba}}{u l_{ba}} e^{iua} \left(1 - e^{iu(b-a)} \right. \\
&\quad \left. + e^{iu(d-a)} (e^{iu(b-a)} - 1) \right) \\
&\approx 2K_i e^{-i\theta_{ba}} e^{-i\theta_{da}} \frac{2R + \sin(\theta_{da} - \theta_{ba})l_{ba}}{u l_{ba}} (e^{iua} - e^{iub})
\end{aligned} \tag{27}$$

If we assume $\theta_{ba} = 0$, the spectral equation of Talwani's equation is obtained (Figure 2B-3).

If $b \rightarrow +\infty$, the spectral equation of the $CMF^{(0)}$ of an infinite structure can be computed

$$\begin{aligned}
CMF^{(0)}(u) &\approx \frac{2K_i e^{-i\theta_{da}} e^{-i\theta_{ba}} \sin(\theta_{da} - \theta_{ba})}{u} e^{iua} (1 - e^{iu(b-a)}) \\
&\approx \frac{2K_i e^{-i\theta_{da}} e^{-i\theta_{ba}} \sin(\theta_{da} - \theta_{ba})}{u} e^{iua}
\end{aligned} \tag{28}$$

If we assume $\theta_{ba} = 0$, we obtain the spectral equation of Nabighian (1972) corresponding to equation 9 in his paper.

2.5. General form of the complex functions

Figures 1 and 2 show that using complex functions, the behaviour of magnetic and gravity functions is simple, because equations are compact and follow a power law. With the exception of logarithm functions, all functions can be written in the form

$$CMF^{(n)} = \frac{A}{(c - a)^{k+n}} \quad (29)$$

with A a constant and k depending on the kind of structure, $k = 2$ for a cylinder and $k = 1$ for an infinite segment. For a parallelogram, the complex function corresponds to a logarithm function. At the same time, derivation or integration of the potential field functions is simple and, for example, the effect to derive one of the functions is to increase n in equation (29) and logarithm functions in our equations can be seen has corresponding to $n = 0$. Thus, it becomes obvious that geometries act on potential field functions as derivation or integration. For example, the complex magnetic field function of a cylinder is the same function as the derivative of the complex magnetic field of an infinite segment, and the complex magnetic field function of an infinite segment is the same function as the derivative of the complex magnetic field function of a parallelogram. Poisson's relation allows us to apply these results to complex gravity functions. The same result is obtained in the spectral domain with the advantage to have simple multiplications by the wavenumber when the geometry or the order of derivation change.

2.6. Links between magnetic and gravity anomalies and complex functions

Total-field magnetic anomalies correspond to the difference between measurements of the intensity of the magnetic field and a model, usually the International Geomagnetic Reference Field (Thébault et al., 2015). Assuming that the anomalous field is small compared to the regional field, it has been shown that the total-field magnetic anomaly corresponds to the projection of the magnetic anomaly field onto the regional magnetic field. Using complex algebra and the definition we have for the $CMF^{(0)}$, we can define the Complex Magnetic Anomaly ($CMA^{(0)}$) as

$$CMA^{(0)}(c) = CMF^{(0)}(c)e^{i\theta_r}. \quad (30)$$

with θ_r the apparent inclination of the regional magnetic field. This complex transform corresponds to the rotation of the complex magnetic field $CMF^{(0)}$ of an angle θ_r .

For gravity measurements, only the vertical component of the gravity field is measured and the anomaly is obtained by subtracting different effects such as the attraction of the reference ellipsoid (free-air correction) and of the topography (Bouguer correction). Thus, similarly to what was done in magnetism, we define the Complex Gravity Anomaly ($CGA^{(0)}$) as

$$CGA^{(0)}(c) = CGF^{(0)}(c)e^{i\frac{\pi}{2}}. \quad (31)$$

which corresponds to a rotation of $\frac{\pi}{2}$ of the complex gravity field.

Having total-field magnetic or vertical gravity anomaly data along a profile, they are Fourier transformed and the $CMA^{(0)}$ or $CGA^{(0)}$ spectrum is obtained by doubling the spectrum for the positive frequencies, cancel the negative ones, and leave the DC level unchanged as defined by Nabighian (1972). In contrast to the analytic signal computation, data have not to be differentiated.

2.7. The estimation of the location and depth of the source

The general expressions of $CMA^{(0)}$ and $CMA^{(1)}$ are obtained with equations 29 and 30

$$CMA^{(0)} = \frac{Ae^{i\theta_r}}{(c-a)^k} \quad \text{and} \quad CMA^{(1)} = -k \frac{Ae^{i\theta_r}}{(c-a)^{k+1}} \quad (32)$$

Following the idea of the Euler Method (Cooper, 2014; Thompson, 1982), if we take the ratio of the $CMA^{(0)}$ to the $CMA^{(1)}$, we have 0

$$\frac{CMA^{(0)}}{CMA^{(1)}} = -\frac{c-a}{k} \quad (33)$$

i.e.

$$a = c + k \frac{CMA^{(0)}}{CMA^{(1)}} \quad (34)$$

where k depends on the geometry of the source. If k is known, the location and depth are computed everywhere along the curve, i.e. for each value of c , a value of a is obtained.

3.- MAPPING

$CGA^{(n)}$ or $CMA^{(n)}$ functions are complex functions which means that they cannot be represented like magnetic or gravity anomaly profiles. Mapping is the classical way to display a complex function of the complex variable (e.g. Mathews and Howell, 2000), which means that two graphs have to be defined, the first one being the display of the complex variable c and the second one being the display of the complex function. In 2D geophysics, data are more often acquired along a c_x -profile at a constant level c_z . That is the reason why we do not plot the graph of c , but only graph of the complex functions the CGA or the CMA .

3.1. Mapping of a cylinder

Figure 3 illustrates this new mapping tool in the particular case of four infinite cylinders (equations 4 and 30), at different depths (1 m, 3 m, 5 m and 7 m) and with different apparent inclinations of magnetization (0° , 90° , 180° and 270° , Figure 3) for an apparent inclination of the regional magnetic field of 60° . In spatial representation, there are four different shapes of anomalies with different wavelengths depending on the depth, apparent inclination of each structure and apparent inclination of the regional magnetic field. In the complex plane (Figure 3c), each $CMA^{(0)}$ corresponds to a loop with exactly the same shape (all cardioid curves (e.g. Mathews and Howell, 2000) for this case), but with a different orientation. The orientation angle is the angle between the real axis and the line joining the origin and the maximum of the absolute value of the $CMA^{(0)}$. This angle only depends on the apparent inclination of magnetization θ_j and on the regional magnetic field θ_r . In this particular case it is obvious that each loop is rotated by 90° from each other, because of the apparent inclinations of magnetization we choose (0° , 90° , 180° and 270°). The depth a_z of the cylinder has no effect on the shape of the $CMA^{(0)}$, but only on the velocity along the curve of the $CMA^{(0)}$. Similarly

the horizontal location a_x of the cylinder has no effect on the shape of the $CMA^{(0)}$. Finally, in the case of magnetic anomaly profiles due to multiple cylinders at different locations, but with the same apparent inclination of magnetization, the advantage of the $CMA^{(0)}$ mapping is that only one loop will be observed.

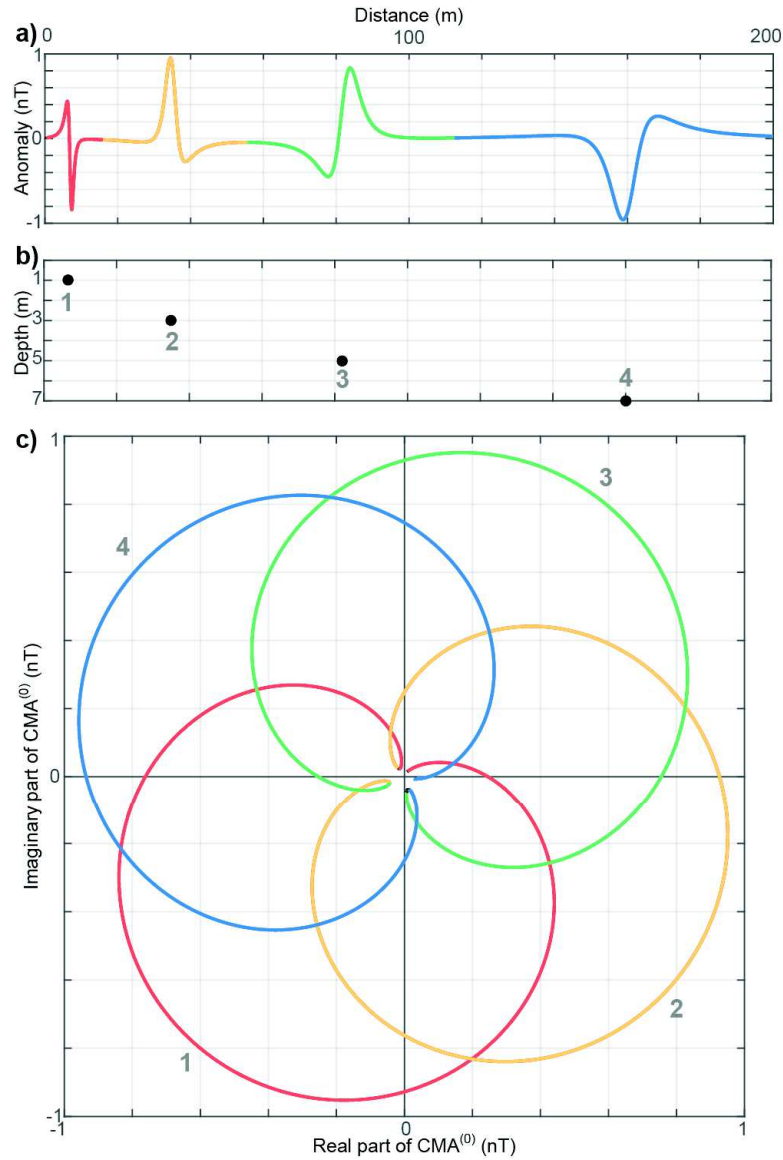


Figure 3. a) Magnetic anomaly profile of four cylinders at different depths, 1 m, 3 m, 5 m and 7 m respectively; curves 1 through 4 correspond to sources 1 through 4. (b). The apparent inclinations of the cylinders are respectively 0° , 90° , 180° and 270° and the apparent inclination of the regional magnetic field is equal to 60° . c) Mapping of the $CMA^{(0)}$ (equation 4 and equation 30) in the complex plane. Each cylinder and their $CMA^{(0)}$ curves are numbered. The amplitude of magnetizations are computed to obtain for each $CMA^{(0)}$ curve a maximum of the absolute value equal to 1.

3.2. Mapping: from cylinder to infinite segment

Figure 4 shows the evolution of the $CMA^{(0)}$ from a cylinder located at $a = 40 + 3i$ (m) (equation 4 and 30) to a semi-infinite horizontal dyke (equation 9 and equation 30). The six

loops correspond to the cylinder and the five segments with $l_{ba} = 2, 3, 10, 20$ and 250 m. The apparent inclination of magnetization is induced and equal to 60° . The shape of the $CMA^{(0)}$ changes from a cardioid (curve 1) to a circle (curve 6). Between curves 1 and 6, there is a rotation of 90° which is due to the geometry of the sources, i.e. the power in the denominator changes from 2 to 1. Between these two end members, there is a continuous evolution of the shapes of $CMA^{(0)}$ curves and in Figure 4 we display four particular cases. Curves 2 and 3 are similar to curve 1 and mainly show the geometry of a cylinder which means that, qualitatively, the length of the segment is not observed. On the contrary, curves 4 and 5 have two maxima of the absolute value of their $CMA^{(0)}$ highlighting the length of a segment.

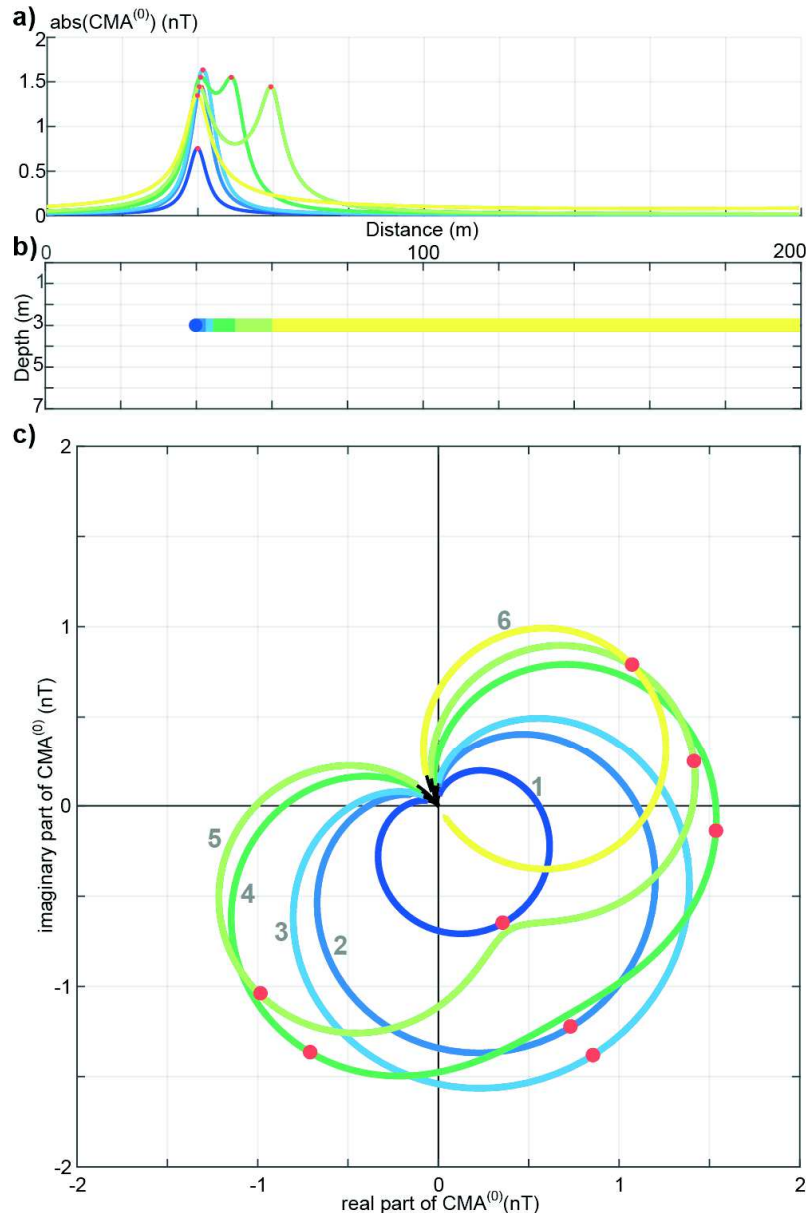


Figure 4. a) absolute values of $CMA^{(0)}$ curves due to a segment (b) with six different lengths 0, 2, 3, 10, 20 and 250 m (equation 6 with $a = 40 + 3i$, $\theta_{ba} = 0^\circ$ and equation 30). c) Curves 1 through 6 correspond to the different length segments. The red dots locate the maximum value of the curves. The depth of the segments is 3 m and the dip is 0° . The apparent inclination of magnetization is equal to 60° and the apparent inclination of the regional magnetic field is 60° .

3.3. Mapping: from infinite segment to Nabighian's structure

Figure 5 shows the evolution of $CMA^{(0)}$ curves of an infinite horizontal dyke located at $a = 40 + 3i$ (equation 9 and 30) to an infinite step (Nabighian's structure equation 15, with $\theta_{da} = 90^\circ$ and equation 30). The six curves correspond to the horizontal infinite dyke and five finite step with $l_{da} = 5, 20, 150, 5000$ and 200000 m. The apparent inclination of magnetization is induced and equal to 60° . The shape of the $CMA^{(0)}$ curves changes from a circle (curve 1) to a parabola (curve 6). The increase of the thickness of the step implies that the maximum of the absolute value of the $CMA^{(0)}$ becomes $\pm\infty$ and the limits for $c_x = \pm\infty$ can be $\pm\infty$, showing that this complex function has no physical reality. Figure 6 shows the evolution of the $CMA^{(1)}$ curves for the same structures. The shape of the curves changes from a cardioid (curve 1) to a circle (curve 6) and the shape of the loops corresponds to the $CMA^{(0)}$ of a cylinder ($n=2$ in equation 29) to a dyke ($n=1$ in equation 29). When the thickness of the step is infinite the Nabighian's model is obtained and, in contrast to $CMA^{(0)}$ curves, this family of curves has always a physical sense.

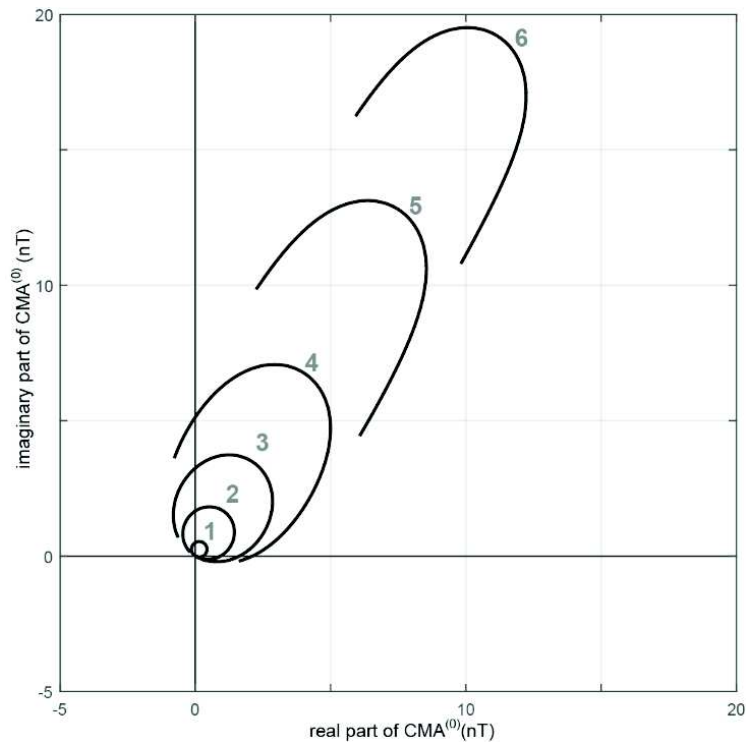


Figure 5. $CMA^{(0)}$ curves due to vertical steps with six different thicknesses of 0, 5, 20, 150, 5000 and 200000 m (equation 15, with $a = 40 + 3i$, $\theta_{da} = 90^\circ$ and equation 30). Curves 1 through 6 correspond to different step thicknesses. The depth of the top of the steps is 3 m. The apparent inclination of magnetization is equal to 60° and the apparent inclination of the regional magnetic field is 60° .

The shape of $CMA^{(0)}$ loops only depends on the geometry and not on the location or depth of the structure. The mapping of an infinite cylinder ($n=2$) is a cardioid. For the dyke ($n=1$) the loop is a circle and for a step a parabola.

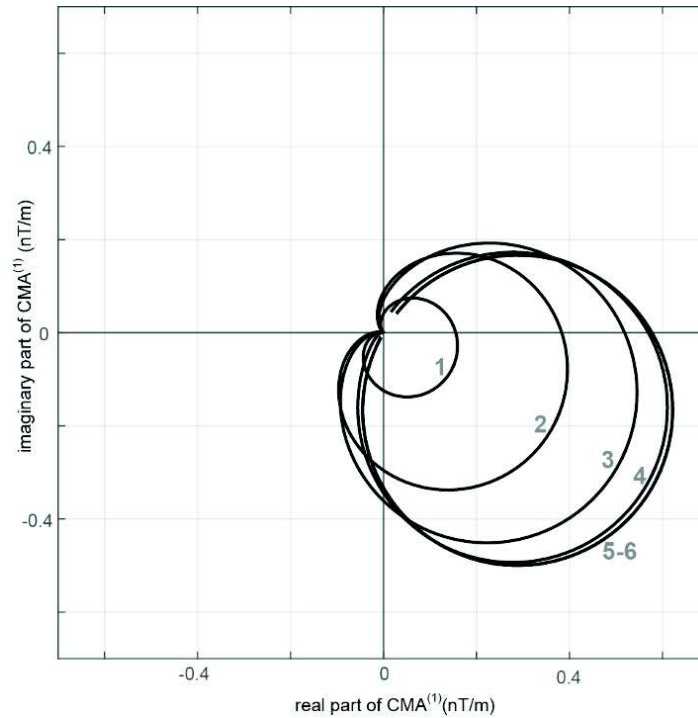


Figure 6. $CMA^{(1)}$ curves due to vertical steps with six different thicknesses of 0, 5, 20, 150, 5000 and 200000 m, with $a = 40 + 3i$, $\theta_{da} = 90$. The depth of the top of the steps is 3 m. Curves 1 through 6 correspond to different step thicknesses. The apparent inclination of magnetization is equal to 60° and the apparent inclination of the regional magnetic field is 60° .

4.- APPLICATION TO MAGNETIC DATA

High-resolution aeromagnetic data was acquired in 2011-2014 and compiled by the Geological Survey of Norway to obtain a detailed magnetic map covering the Caledonides of Finnmark, northern Norway (Nasuti et al., 2015). Figure 7a shows the magnetic anomaly map of a small area where magnetic data were acquired at an altitude of 60 m with a line spacing of 250 m (survey TROFI-14E). The dataset is crossed by a N-S dyke, the Store Ekkeroya dolerite dyke which has a thickness of about 16 m and an age of 375 Ma (Guise and Roberts, 2002). The dike is better observed by computing the analytic signal (Figure 7b) or the vertical derivative of the magnetic anomaly (Figure 7c).

In the central area of the map, from south to north, the dyke is divided in two branches. Overlapping these two dykes, a new single dyke continues toward the north. Thirty profiles are extracted through the structure and divided into three groups to take into account morphology changes: A northern single anomaly, B multiple anomalies and C southern single anomaly. Figure 8 displays from left to right the magnetic anomaly profiles, the analytic signal profiles (Nabighian, 1972) and the Complex Magnetic Anomaly ($CMA^{(0)}$) and its derivative, $CMA^{(1)}$. For the CMA curves, to the left are displayed the curves in nT or nT/m and to the right the amplitude of the curves are normalized to a maximum absolute value of one. To the north (group

A) and to the south (group C), single anomalies display simple shapes and $CMA^{(0)}$ curves correspond to a circle.

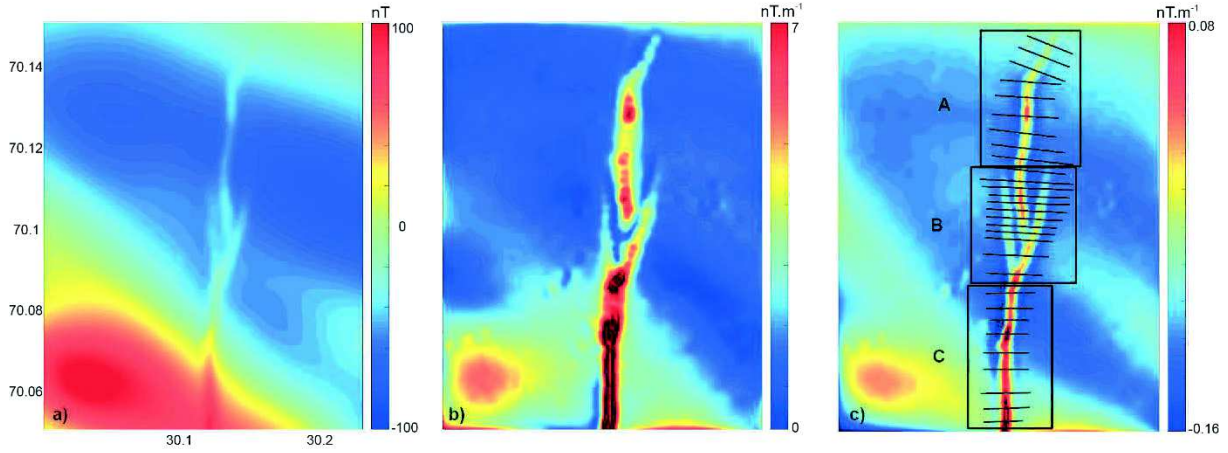


Figure 7. a) Magnetic anomaly intensity map of the Store Ekkeroya, dolerite dyke, Norway. b) map of the analytic signal, c) map of the vertical derivative of the magnetic anomaly intensity. Lines indicate the location of magnetic profiles of Figure 8. Profiles are numbered 1-30 from north to south.

Using equation (9), assuming a vertical dyke ($\theta_{ba} = 90^\circ$) and equation 30 with the International Geomagnetic Reference Field ($\theta_r = 78^\circ$), the apparent inclination of the dyke's magnetization can be computed using the angle of the maximum of the $CMA^{(0)}$, θ_m . In this case $c_x = a_x$ and using equations 9 and 30, we have $\theta_m = \frac{\pi}{2} + \theta_j + \theta_r - \theta_{ba}$ which gives $\theta_j = 99.4^\circ \pm 9.7^\circ$ for profiles 4-9 and 22-30. For the three northernmost profiles, the orientation of the dyke changes from 0° to 36° and we obtain an apparent inclination for the dyke magnetization of $\theta_j = 58.1^\circ \pm 8.7^\circ$ with $\theta_r = 79^\circ$. For $CMA^{(1)}$ curves, there are more similar than $CMA^{(0)}$ curves. The apparent inclination of magnetization can be computed from the angle of the maximum of the $CMA^{(1)}$ using $\theta_m = -2\pi + \theta_j + \theta_r - \theta_{ba}$ which gives $\theta_m = 88^\circ \pm 10.4^\circ$ for profiles 4-9 and 22-30, and $\theta_m = 70^\circ \pm 21.2^\circ$ for profiles 1-3. For group B, magnetic anomaly and analytic signal profiles display the interaction between the two or three dykes depending on the latitude. For example, the analytic signal of profile 21 better separates two dykes compared to what is observed for the magnetic anomaly profile (Figure 9a). For profile 18, the magnetic anomaly and the analytic signal display quite a similar pattern with three undulations (Figure 8B). In the complex plane $CMA^{(0)}$ or $CMA^{(1)}$ curves display completely different patterns compared to real functions, with one to three loops depending on the number of dikes and the order of derivation of the curve (Figure 9). In the case of profile 21, there is one loop for the $CMA^{(0)}$ curve and two loops for the $CMA^{(1)}$ curve which better shows the existence of the two dykes. In the case of profile 18, three loops are observed in both cases and, for the $CMA^{(1)}$ curve, the loops have more similar shapes and are better superposed.

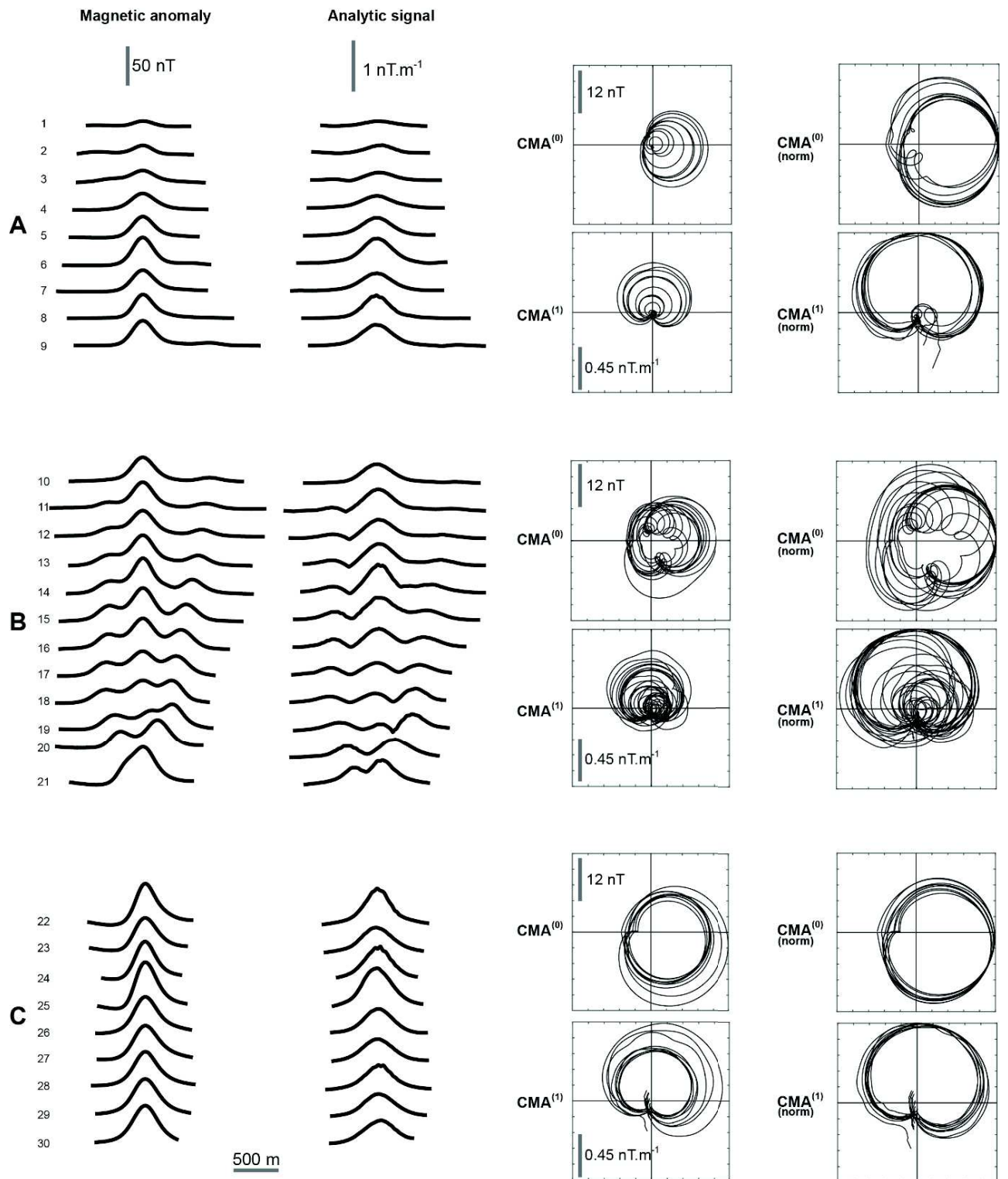


Figure 8. From left to right profiles of magnetic anomaly, analytic signal, $CMA^{(0)}$ and $CMA^{(1)}$ complex functions and normalized to one $CMA^{(0)}$ and $CMA^{(1)}$ complex functions. Profile location is given in Figure 7c.

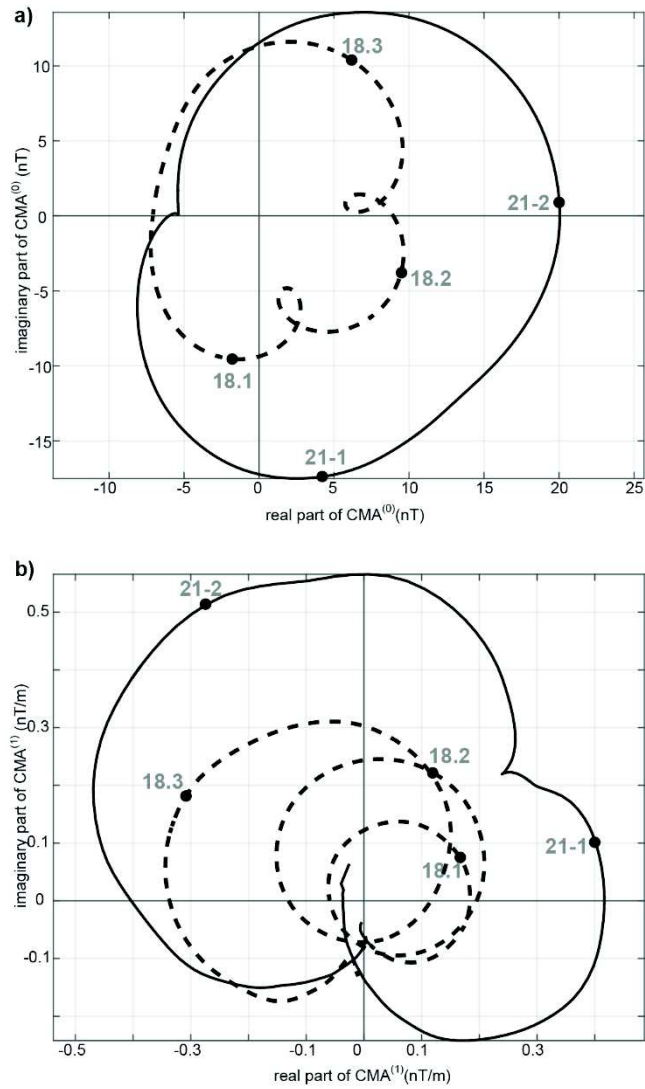


Figure 9. $CMA^{(0)}$ (a) and $CMA^{(1)}$ (b) curves of profiles 18 (dotted line) and 21 (continuous line) shown in Figures 7-8. Black dots correspond to the maximum of the absolute value of the complex functions.

5.- CONCLUSION

A new approach is proposed to study 2D potential equations and functions using complex algebra. Complex equations of all possible 2D geometries can be demonstrated and written (Figure 1-2) for 2D gravity and magnetic anomalies in both spatial and spectral domains. These complex equations correspond to power functions with a negative integer coefficient. For several cases, instead of power functions, a logarithmic function is obtained. One of the advantages of this description of 2D potential field functions is that the effect of the shape of the sources is equivalent to derivation or integration resulting only in a change of the coefficient of the power function. Mapping of the complex functions in the complex plane is a new way to interpret magnetic or gravity anomalies. The shape of the curves only depends on the geometry and not the location or depth of the sources. The orientation of a curve is due to the order of derivation or integration, to the geometry and the dips of the structures and to the apparent

inclination of magnetization and of the regional magnetic field. The effect of the location and depth of the sources on the functions is to change the velocity along the curves, not their shape.

ACKNOWLEDGMENTS

Authors would like to thank NGU and Laurent Gernigon for providing the aeromagnetic data shown in Figures 7-9. D.

REFERENCES

- Bhattacharyya, B.K., Leu, L.-K., 1975. Spectral analysis of gravity and magnetic anomalies due to two-dimensional structures. *Geophysics* 40, 993–1013. doi:10.1190/1.1440593
- Blakely, R.J., 1996. *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*. Cambridge University Press.
- Cooper, G.R.J., 2014. The automatic determination of the location, depth, and dip of contacts from aeromagnetic data. *Geophysics* 79, J35–J41. doi:10.1190/geo2013-0181.1
- Cooper, G.R.J., Whitehead, R.C., 2016. Determining the distance to magnetic sources. *Geophysics* 81, J47–J56. doi:10.1190/geo2015-0142.1
- Gay, S.P., 1965. Standard curves for magnetic anomalies over long horizontal cylinders. *Geophysics* 818–828.
- Gay, S.P., 1963. Standard curves for interpretation of magnetic anomalies over long tabular bodies. *Geophysics* 161–200. doi:10.1190/1.1439164
- Guise, P.G., Roberts, D., 2002. Devonian ages from $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ dating of plagioclase in dolerite dykes, eastern Varanger Peninsula, North Norway. *Bull. 440 Misc. Res. Pap.*
- Gupta, O.P., 1988. A Fourier transform minimization technique for interpreting magnetic anomalies of some two-dimensional bodies. *Can. J. Explor. Geophys.* 24, 179–184.
- Hubbert, K., 1948. A line integral method of computing the gravimetric effects of two-dimensional masses. *Geophysics* 13, 215–225.
- Li, X., Pilkington, M., 2016. Attributes of the magnetic field, analytic signal, and monogenic signal for gravity and magnetic interpretation. *Geophysics* 81, J79–J86. doi:10.1190/geo2015-0697.1
- Ma, G., Du, X., 2012. An Improved Analytic Signal Technique for the Depth and Structural Index from 2D Magnetic Anomaly Data. *Pure Appl. Geophys.* 169, 2193–2200. doi:10.1007/s00024-012-0484-6
- Mathews, J.H., Howell, R.W., 2000. *Complex analysis for mathematics and engineering*. Jones and Bartlett, Boston.
- Miller, H.G., Singh, V., 1994. Potential field tilt—a new concept for location of potential field sources. *J. Appl. Geophys.* 32, 213–217.
- Mohan, N.L., Sundarajan, N., Seshagiri, R., 1982. Interpretation of some two-dimensional magnetic bodies using Hilbert transforms. *Geophysics* 47, 376–387.
- Murthy, K.S.R., Mishra, D.C., 1980. Fourier transform of the general expression for the magnetic anomaly due to a long horizontal cylinder. *Geophysics* 45, 1091–1093. doi:10.1190/1.1441109
- Nabighian, M.N., 1972. The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section; its properties and use for automated anomaly interpretation. *Geophysics* 37, 507–517. doi:10.1190/1.1440276

- Nasuti, A., Roberts, D., Gernigon, L., 2015. Multiphase mafic dykes in the Caledonides of northern Finnmark revealed by a new high-resolution aeromagnetic dataset. *Nor. J. Geol.* doi:10.17850/njg95-3-02
- Nettleton, L.L., 1942. Gravity and magnetic calculations. *Geophysics* 7, 293–310.
- Salem, A., 2005. Interpretation of magnetic data using analytic signal derivatives. *Geophys. Prospect.* 53, 75–82.
- Salem, A., Williams, S., Fairhead, J.D., Ravat, D., Smith, R., 2007. Tilt-depth method: A simple depth estimation method using first-order magnetic derivatives. *Lead. Edge* 26, 1502–1505.
- Schouten, H., Cande, S.C., 1976. Palaeomagnetic Poles from Marine Magnetic Anomalies. *Geophys. J. Int.* 44, 567–575. doi:10.1111/j.1365-246X.1976.tb00293.x
- Sengupta, R., 1975. Interpretation of magnetic anomalies of a two-dimensional fault by Fourier integral. *Can Soc Expl Geophys* 11, 65–71.
- Sengupta, S., 1974. Fourier transforms of magnetic anomalies of two-dimensional bodies. *Pure Appl. Geophys.* 112, 987–995.
- Smith, R.S., Thurston, J.B., Dai, T.-F., MacLeod, I.N., 1998. ISPITM—the improved source parameter imaging method. *Geophys. Prospect.* 46, 141–151.
- Talwani, M., Heirtzler, J.R., 1964. Computation of magnetic anomalies caused by two dimensional structures of arbitrary shape. *Stanf. Univ. Publ. Geol. Sci. Comput. Miner. Ind.*
- Talwani, M., Worzel, J.L., Landisman, M., 1959. Rapid gravity computations for two-dimensional bodies with application to the Mendocino submarine fracture zone. *J. Geophys. Res.* 64, 49–59.
- Thébault, E., Finlay, C.C., Beggan, C.D., Alken, P., Aubert, J., Barrois, O., Bertrand, F., Bondar, T., Boness, A., Brocco, L., Canet, E., Chambodut, A., Chulliat, A., Coïsson, P., Civet, F., Du, A., Fournier, A., Fratter, I., Gillet, N., Hamilton, B., Hamoudi, M., Hulot, G., Jager, T., Korte, M., Kuang, W., Lalanne, X., Langlais, B., Léger, J.-M., Lesur, V., Lowes, F.J., Macmillan, S., Manda, M., Manoj, C., Maus, S., Olsen, N., Petrov, V., Ridley, V., Rother, M., Sabaka, T.J., Saturnino, D., Schachtschneider, R., Sirol, O., Tangborn, A., Thomson, A., T  ffner-Clausen, L., Vigneron, P., Wardinski, I., Zvereva, T., 2015. International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation. *Earth Planets Space* 67. doi:10.1186/s40623-015-0228-9
- Thompson, D.T., 1982. EULDPH: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data. *Geophysics* 47, 31–37.
- Won, I.J., Bevis, M., 1987. Computing the gravitational and magnetic anomalies due to a polygon: Algorithms and Fortran subroutines. *Geophysics* 52, 232–238.

3.4 La représentation des fonctions magnétiques complexes

Dans la façon de visualiser les anomalies magnétiques, une seule référence (Murthy *et al.*, 1980) montre des courbes similaires à celles que je viens de décrire. Pour obtenir ces courbes les auteurs ont assemblé les composantes verticales et horizontales du champ magnétique liées à trois structures : cylindre, dyke et marche. Mais une étude complète et rigoureuse n'a pas été faite.

3.4.1 Les points remarquables d'un profil d'anomalie

Au début du chapitre précédent, on a mis en évidence, pour un cylindre uniquement, que les extrema du profil d'anomalie vont être dépendant de la profondeur et de l'aimantation. Ce résultat a été obtenu de manière longue et laborieuse. Qu'en est-il de cette question en représentation complexe ?

3.4.1.1 Le cylindre

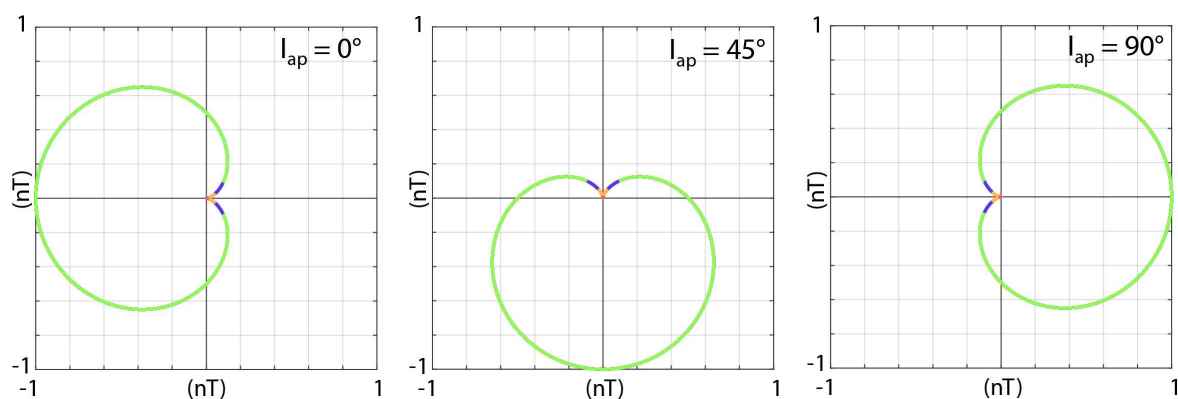


FIGURE 3.3 – Anomalie magnétique complexe (CMA, Complex Magnetic Anomaly) due à des cylindres placés à plusieurs profondeurs (1, 3, 7, 13 et 20 m), pour 3 inclinaisons apparentes (0° , 45° et 90°). Les cylindres ont une aimantation induite. Les courbes ont été normées afin de mieux visualiser leurs formes (Figure 3.2).

La figure 3.3 est construite de la même manière que la figure 3.2, mais l'anomalie magnétique complexe (CMA, Complex Magnetic Anomaly) est représentée dans le plan complexe. La première observation dans les trois diagrammes est que les cinq courbes se superposent, quelque soit la profondeur des cylindres. La seconde observation est que la forme des courbes de CMA ne varie pas, dans cet exemple il s'agit de cardioïdes. Seule l'inclinaison apparente se traduit par une rotation des courbes autour de l'origine du repère du plan complexe. La rotation est égale à deux fois l'inclinaison apparente dans le sens trigonométrique (0° , 90° et 180°), car dans le cas synthétique, les cylindres ont une aimantation induite, par conséquent les inclinaisons apparentes du champ magnétique régional et de l'aimantation sont identiques.

Les trois extrema des anomalies magnétiques étudiés précédemment peuvent être très simplement obtenus en algèbre complexe. En effet, en représentation complexe,

ils correspondent aux points de la courbe pour lesquels la tangente est verticale. Pour obtenir ces points, il suffit de calculer la dérivée que nous appelons $CMA^{(1)}$ (nous avons défini dans la partie précédente la notion de dérivation fractionnaire d'une fonction complexe avec la notation $CMA^{(n)}$ pour laquelle n est la dérivation d'ordre réel). Donc les extrema correspondent aux points du $CMA^{(1)}$ pour lesquels la phase est égale à $\frac{\pi}{2} \pm \pi$.

$$\theta_m = \theta_j + \theta_r - \pi - 3 \arctan\left(\frac{-a_z}{c_x - a_x}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (3.11)$$

Ce qui nous donne

$$c_x = a_x - a_z \frac{1}{\tan\left(\frac{\theta_j + \theta_r}{3} - \frac{\pi}{2} - k\pi\right)} \quad (3.12)$$

Les racines sont obtenues pour $k = 0$, $k = -1$ et $k = 1$.

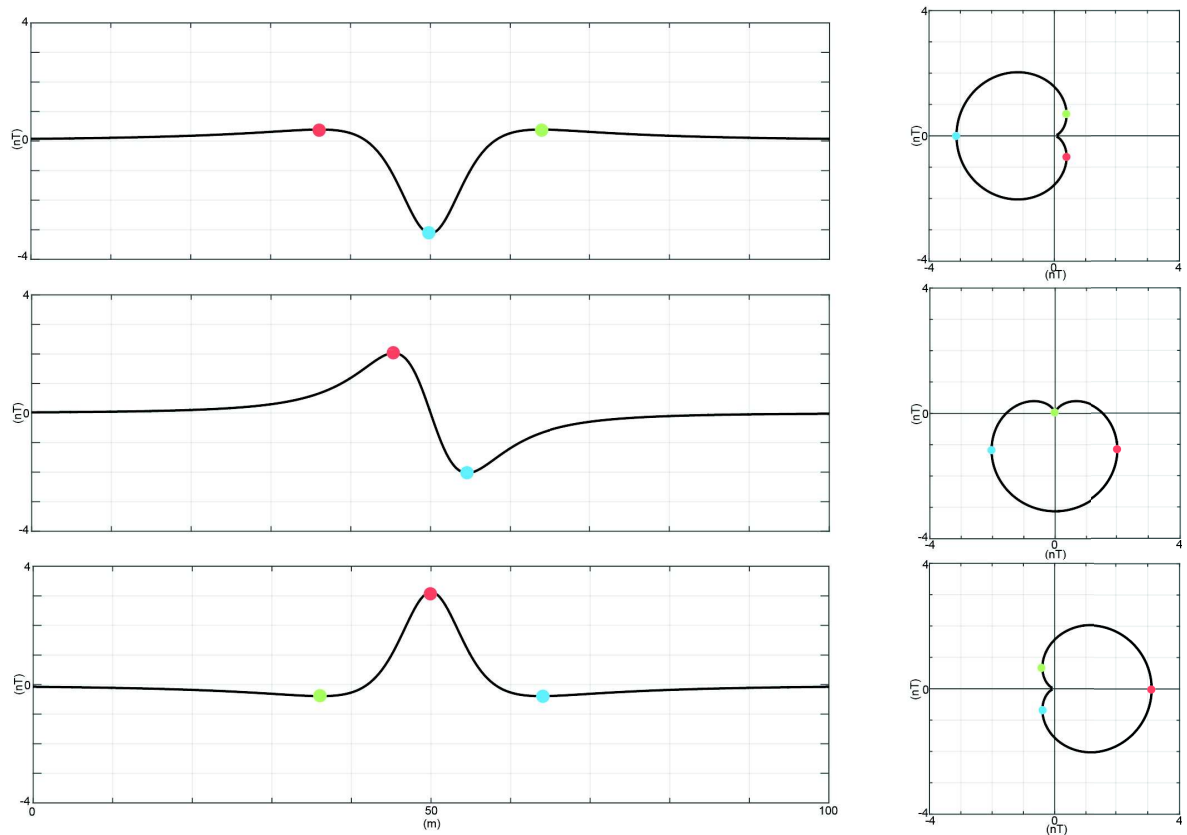


FIGURE 3.4 – Anomalies magnétiques et CMA correspondants pour un cylindre, pour trois inclinaisons apparentes différentes 0° (diagramme du haut), 45° (diagramme du milieu) et 90° (diagramme du bas). Les points de couleur indiquent les extrema du profil d'anomalie magnétique et leur localisation sur le CMA.

Dans la figure 3.4, la localisation des extrema est présentée sur les profils classiques et sur le CMA, pour différentes inclinaisons apparentes. Pour les inclinaisons égales à 0° et 90° , les trois extrema du profil d'anomalie magnétique sont à l'aplomb du cylindre et de part et d'autre. En CMA, ils sont simplement tournés de 180° et les extrema localisés à l'aplomb de la source sont sur l'axe de symétrie des courbes. Si l'inclinaison est de 45° , alors seulement deux extrema sont visibles de part et d'autre de l'aplomb

du cylindre sur le profil, alors que sur le CMA le troisième extrema est à l'origine du plan complexe, c'est-à-dire à l'infini sur le profil.

3.4.1.2 La plaque semi-infinie

Le sill

Le sill correspond à une plaque horizontale semi-infinie, dont la géométrie débute au point a . Qu'en est-il de la notion d'extrema ? Vu la longueur des développements qui ont du être faits en anomalie magnétique pour un cylindre, on n'imagine pas les refaire dans ce cas. En *CMA* l'équation du sill est

$$CMA^{(0)}(c) = \frac{\mu_o 4j e^{i\theta_r}}{4\pi c - a}. \quad (3.13)$$

En suivant la même philosophie que pour une structure cylindrique, la recherche des extrema revient à résoudre l'équation suivante

$$\theta_m = \theta_j + \theta_r - 2 \arctan\left(\frac{-a_z}{c_x - a_x}\right) = \frac{\pi}{2} + 2\pi, \quad (3.14)$$

ce qui nous donne

$$c_x = a_x - a_z \frac{1}{\tan\left(\frac{\theta_j + \theta_r}{2} - \frac{\pi}{4} - k\pi\right)}. \quad (3.15)$$

Les racines sont obtenues pour $k=0$ et $k=1$. Pour les CMA de la figure 3.5 il s'agit de cercles. Par conséquent, le nombre de tangentes verticales possibles est au maximum de deux. Pour des inclinaisons égales à 0° et 90° , le CMA est symétrique par rapport à l'axe des imaginaires du plan complexe et les extrema se placent de façon symétrique de part et d'autre de cet axe. Spatialement, la distance qui les sépare vaut deux fois la profondeur. Si l'inclinaison est égale à 45° , l'axe de symétrie est l'axe des réels et un des extrema est à l'infini et le second se place à l'aplomb de la limite du sill.

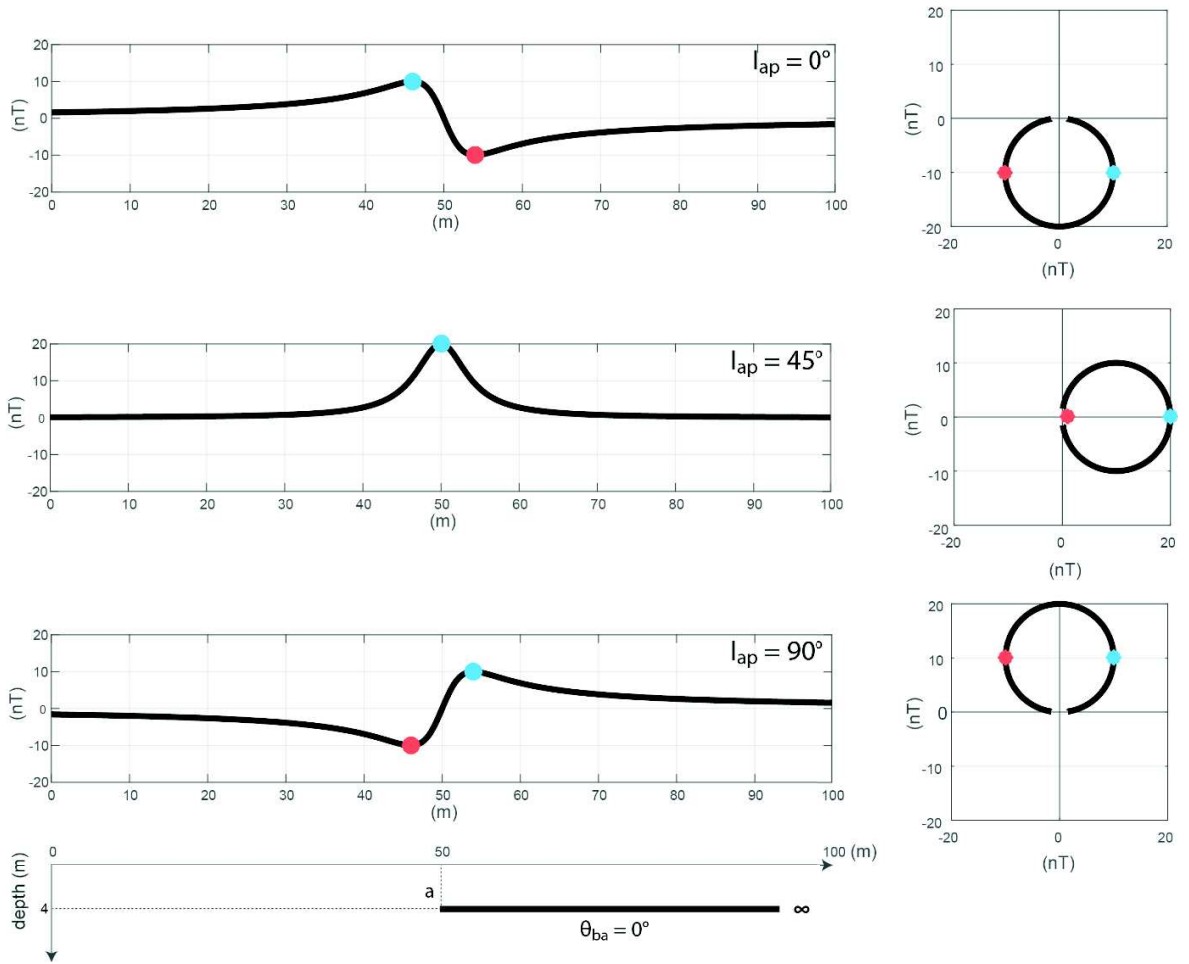


FIGURE 3.5 – Anomalies magnétiques et CMA correspondant à un sill, pour trois inclinaisons apparentes différentes 0° (diagramme du haut), 45° (diagramme du milieu) et 90° (diagramme du bas). Les points de couleur indiquent les extrema du profil d'anomalie magnétique et leur localisation sur le CMA. On suppose que l'aimantation de la structure est induite.

Généralisation de la plaque semi infinie de pendage θ_{ba}

Le cas du sill était simple, on généralise maintenant au cas de la demi-plaque infinie à pendage θ_{ba} . L'expression du CMA est

$$CMA^{(0)}(c) = -\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{4jr e^{-i\theta_{ba}}}{c-a}. \quad (3.16)$$

Pour trouver l'expression des extrema, il nous faut ajouter à l'équation (3.14) le terme prenant en compte le pendage,

$$\theta_m = \theta_j + \theta_r - \theta_{ba} - 2 \arctan\left(\frac{-a_z}{c_x - a_x}\right) = \frac{\pi}{2} + 2\pi, \quad (3.17)$$

ce qui nous donne

$$c_x = a_x - a_z \frac{1}{\tan\left(\frac{\theta_j + \theta_r - \theta_{ba}}{2} - \frac{\pi}{4} - k\pi\right)}, \quad (3.18)$$

avec $k=0$ et $k=1$.

L'équation (3.18) montre que l'effet du pendage est le même au signe près que celui de l'inclinaison apparente de l'aimantation et du champ magnétique régional.

3.4.1.3 Le cas général d'une structure à un point

Nous avons vu précédemment que pour des structures définies par un unique point (cylindre, demi plaque infinie et marche) il existe une expression permettant de représenter les différentes géométries de source

$$CMA^{(0)}(c) = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{2jrT}{(c-a)^n} \quad (3.19)$$

avec T une constante complexe comportant des informations telles que le pendage. Nous avons vu que le nombre n est entier pour des géométries simples, mais qu'il peut être considéré comme réel dans un cas plus général.

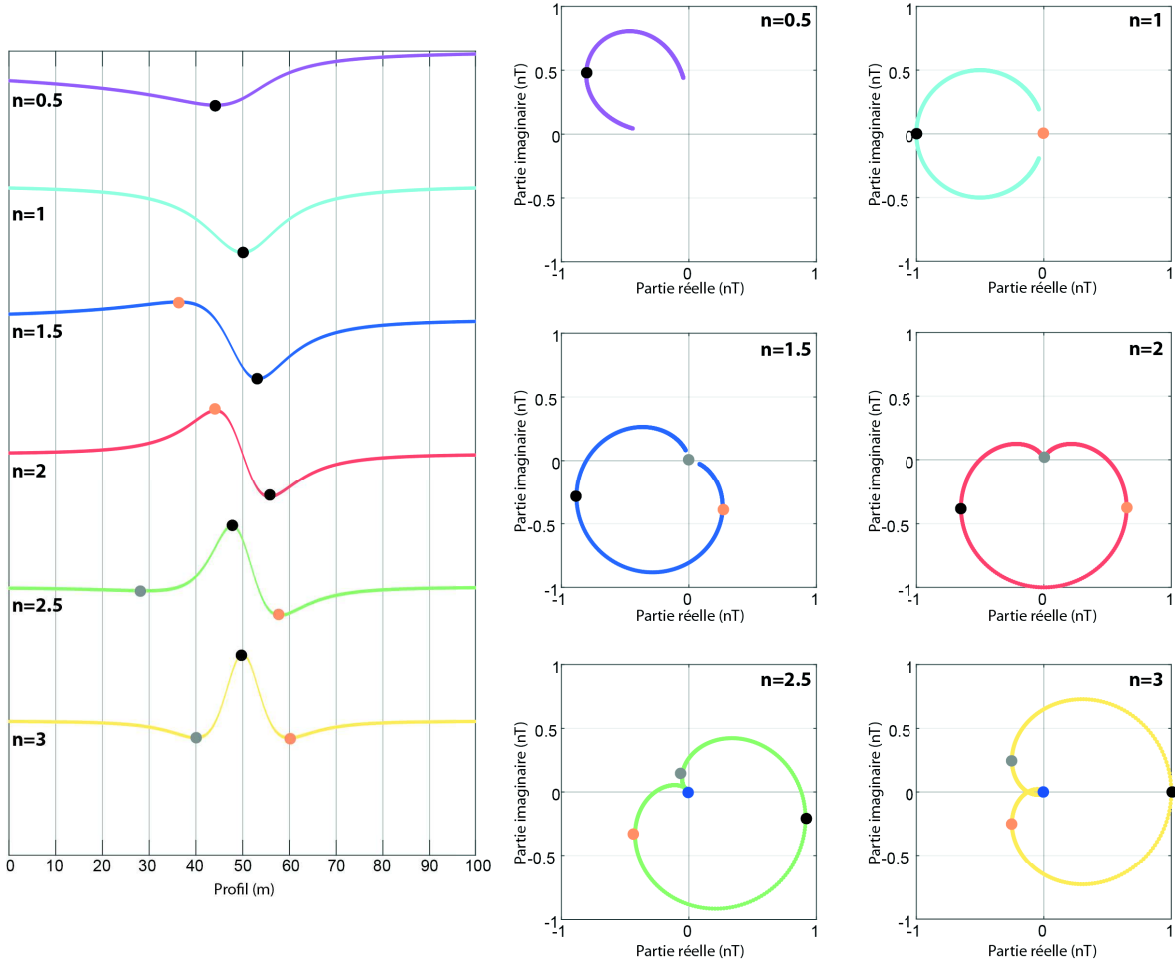


FIGURE 3.6 – Profils de l'intensité de l'anomalie magnétique pour six géométries de structures différentes ($n=0,5$, $n=1$, $n=1,5$, $n=2$, $n=2,5$ et $n=3$). L'inclinaison apparente de l'aimantation et du champ géomagnétique vaut 45° . L'unique point qui définit la structure a pour coordonnées (50,10), la constante T est égale à 1. Le pas d'échantillonnage du profil est de 10 cm. L'ensemble a été normalisé afin de se concentrer sur la forme des anomalies et leurs extrema.

Les c_x pour lesquels les tangentes au CMA sont verticales sont obtenus en résolvant l'équation suivante

$$\theta_m = \theta_j + \theta_r + \theta_T - (n+1) \arctan\left(\frac{-a_z}{c_x - a_x}\right) = \frac{\pi}{2} \pm 2k\pi \quad (3.20)$$

et on obtient

$$c_{xk} = a_x - a_z \frac{1}{\tan\left(\frac{\theta_j + \theta_r + \theta_T + \frac{\pi}{2} \pm 2k\pi}{(n+1)}\right)}. \quad (3.21)$$

La figure 3.6 montre la localisation des extrema sur le profil d'anomalie classique et sur le CMA, pour six valeurs de n différentes. Le nombre d'extrema évolue avec l'indice n , c'est-à-dire avec la géométrie. Plus la géométrie se simplifie (marche, dyke, cylindre) et plus le nombre d'extrema augmente. Les cas synthétiques montrent que pour n inférieur ou égal à 1 on a deux extrema et pour n supérieur à 1 ou inférieur et égal à 2, trois extrema sont visibles. Sinon pour les valeurs supérieures à 2 et inférieures ou égales à 3, quatre extrema apparaissent.

3.4.2 Les autres points remarquables

Il existe d'autres points remarquables sur les courbes résultant de la représentation complexe.

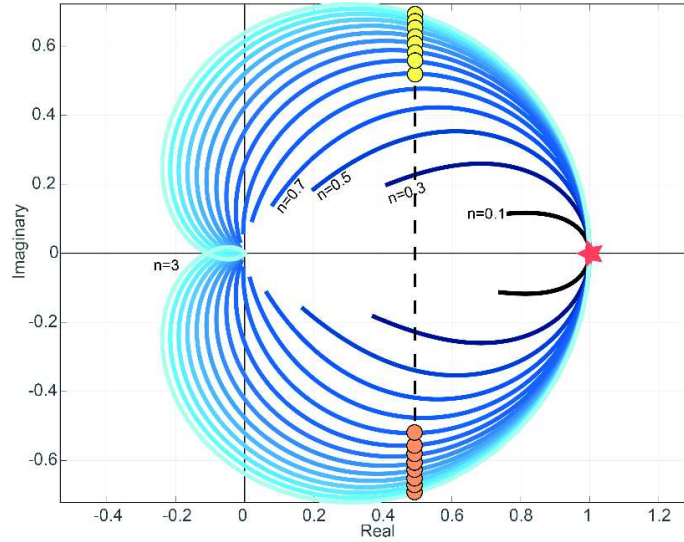


FIGURE 3.7 – Représentation des CMA normalisés pour différentes valeurs de n .

3.4.2.1 Valeur maximale

L'étoile rouge correspond au point le plus éloigné de l'origine du plan complexe (Figure 3.7), c'est le maximum de la valeur absolue de la fonction. Ce point correspond à la valeur du CMA à l'aplomb de la structure $c_x = a_x$. La droite passant par l'origine du plan complexe et ce point est l'axe de symétrie de la courbe. L'expression générale du CMA en ce point, quelque soit n , est

$$c_x = a_x, CMA^{(0)}(a_x) = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{2jr}{(i(c_z - a_z))^n} = f_{max} \quad (3.22)$$

3.4.2.2 Demi valeur maximale

Ces points correspondent aux points d'intersection entre le CMA et la droite passant par la moitié de f_{max} et perpendiculaire à l'axe de symétrie de la courbe. En ces points, nous avons pour c_x

$$c_x = a_x \pm \frac{1}{n} a_z, CMA^{(0)}(c_x) = \frac{f_{max}}{2}. \quad (3.23)$$

3.5 Opérateurs et transformations

Pour aider à l'interprétation d'un profil d'anomalie (magnétique ou gravimétrique), il existe différents outils permettant de modifier la forme de la courbe afin d'obtenir des informations sur la localisation latérale, la profondeur ou les propriétés de la source. Ces transformations sont appelées des opérateurs de méthode potentielle.

3.5.1 Prolongement

On a commencé à explorer une piste qui semble être prometteuse. Il s'agit de l'application de l'opérateur de prolongement en algèbre complexe. Cet outil permet de calculer les données pour une altitude différente de celle de l'acquisition.

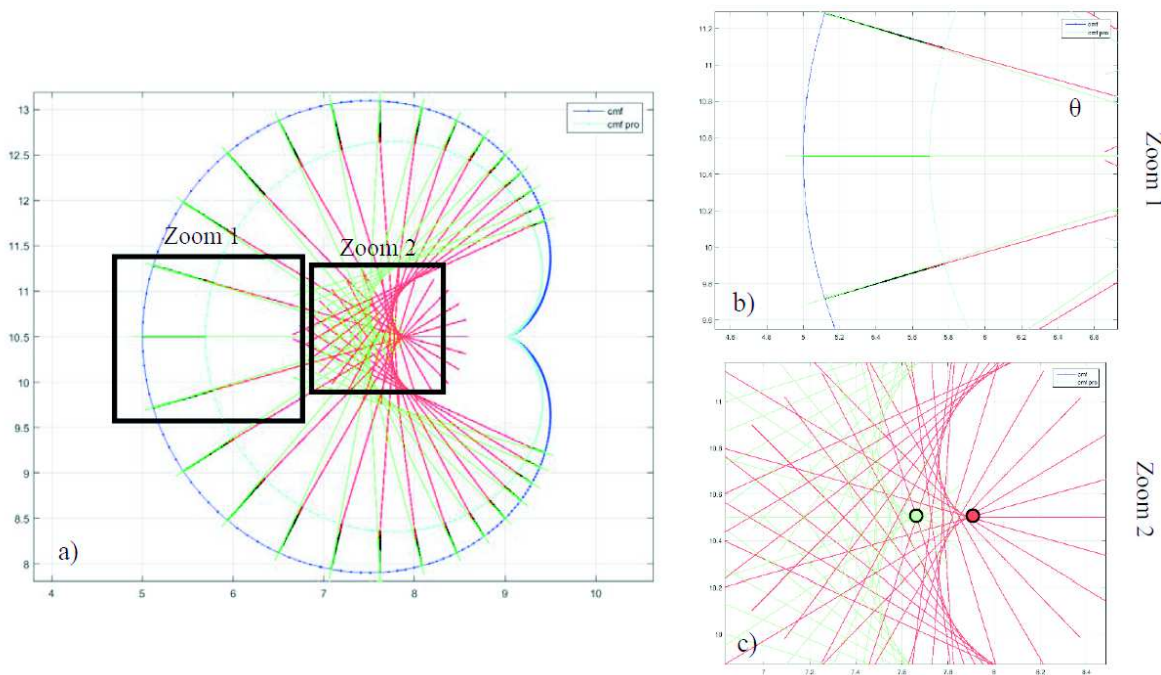


FIGURE 3.8 – a) La courbe bleue est le *CMA* pour un cylindre infini ($n = 2$). La courbe cyan est le prolongement vers le haut du *CMA* de 5 pas, soit 50 cm. Les droites vertes sont les normales au *CMA*, les droites rouges sont les normales au prolongement du *CMA*. Les segments noirs représentent les écarts entre le *CMA* et le prolongement du *CMA* pour une même variable c_i . B) zoom de la zone 1. C) zoom de la zone 2. Les pastilles mettent en évidence les points de croisement des normales proches de l'aplomb de la structure. La pastille rouge est pour le prolongement du *CMA* et la verte pour le *CMA*.

La figure 3.8 présente les résultats du *CMA* et du prolongement vers le haut du *CMA* pour un cylindre ($n = 2$). En traçant les droites normales aux courbes, on constate que les points d'intersection dessinent une cardioïde plus petite et de sens inverse. On a également regardé la différence de ces deux fonctions, qui donne une fonction de la forme $\frac{1}{(c-a)^3}$. Ceci reste un travail préliminaire et il serait intéressant de continuer d'explorer dans cette direction.

3.5.2 Réduction au pôle

Une anomalie magnétique est en générale asymétrique (skewness), elle est constituée en première approximation d'une partie positive et d'une partie négative liées à la géométrie, au pendage de la structure et aux directions de l'aimantation et du champ magnétique régional. Baranov (1957) propose une transformation rendant les anomalies magnétiques symétriques. Cette transformation est appelée réduction au pôle. Elle consiste à rendre les vecteurs aimantation et le champ magnétique régional verticaux. Elle peut être "simple" si on n'agit que sur la direction d'un des deux vecteurs ou "double" si on agit sur les deux vecteurs. Dans le domaine spectral, cet opérateur s'écrit (Baranov, 1957)

$$Op_{drp}(u) = \frac{\pm |u|}{iur_x \pm |u| r_z} \frac{\pm |u|}{iu j_x \pm |u| j_z}, \quad (3.24)$$

avec u la pulsation, r_x et r_z les composantes unitaires du vecteur champ magnétique régional, j_x et j_z les composantes unitaires de l'aimantation. Dans certains cas il est possible de réduire les données non plus au pôle mais à l'équateur magnétique (Leu, 1986; Li, 2008).

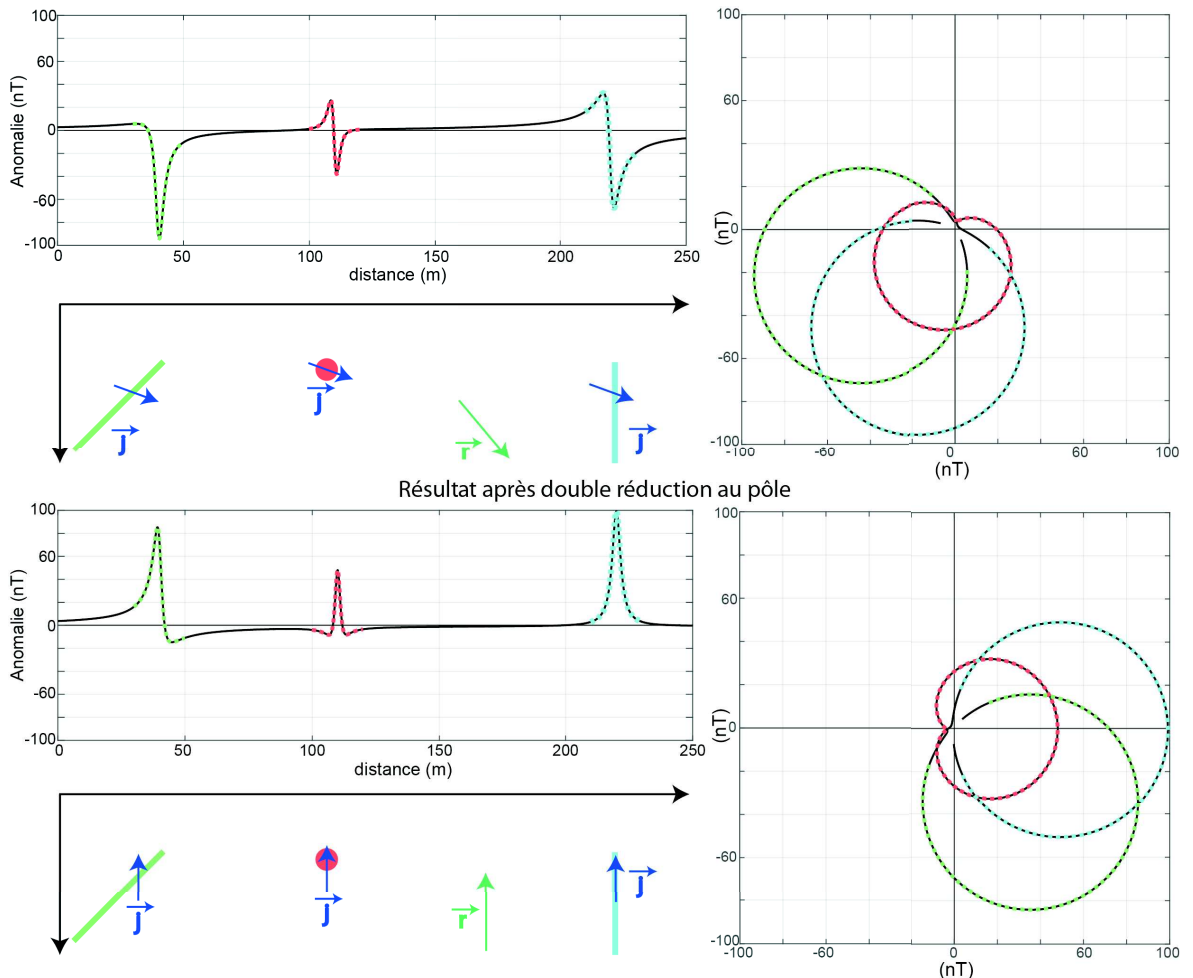


FIGURE 3.9 – Effet d'une réduction au pôle pour des modèles synthétiques construits avec trois structures : un cylindre et deux dykes pentés de 135° et 90° . On considère une aimantation rémanente apparente de 20° . L'inclinaison apparente du champ magnétique régional est de 50° .

En algèbre complexe, l'opérateur de double réduction au pôle se résume à la simple multiplication du *CMA* (Nabighian, 1972) par

$$Op_{drp}(c) = e^{-iI_r} e^{-iI_j}. \quad (3.25)$$

L'effet de cet opérateur est une simple rotation de la courbe autour de l'origine du plan complexe. Il n'y a aucun effet sur la forme de la courbe. Le point faible de cet opérateur est qu'il faut connaître les directions du champ magnétique régional et de l'aimantation. Classiquement, la direction du champ magnétique régional sera définie à partir de modèles tel que l'IGRF (Thébault *et al.*, 2015a). Concernant la direction de l'aimantation, il est souvent considéré que l'aimantation est induite, c'est-à-dire que la direction est identique à celle du champ magnétique régional. On voit bien que dans le cas de l'équation (3.25), le problème de l'indétermination de la réduction au pôle de données magnétiques à l'équateur ne se pose pas.

3.5.3 L'opérateur de normalisation complexe (recentrage)

Précédemment, on a vu que l'opérateur de double réduction au pôle était classiquement employé pour l'interprétation de données magnétiques car il mettait à l'aplomb du contraste d'aimantation le maximum de l'anomalie, or cela n'est pas toujours le cas selon la réalité du sous-sol. Par exemple, dans la figure 3.9, on constate que l'anomalie magnétique du dyke penté de 135° (vert) n'est pas symétrique et n'a pas son maximum à l'aplomb de l'objet. L'utilisation de la représentation complexe permet de mieux comprendre cette observation. Si l'on regarde le *CMA* du dyke incliné à 135° après double réduction au pôle, on constate que le point le plus éloigné de l'origine du plan complexe n'est pas sur l'axe des réels comme dans le cas du dyke vertical. Pour superposer les *CMA* des deux dykes, il faut tourner la courbe du premier dyke (vert) de 45° . Ces 45° degrés correspondent à la différence de pendage entre les deux dykes. Afin de mieux comprendre l'effet de la double réduction au pôle, nous allons construire un cas synthétique fait de trois structures définies par un unique point : cylindre, demi-plaque infinie et marche (Figure 3.10). Les trois équations utilisées pour modéliser sont

Cylindre	Segment semi-infini	Contact
$\frac{2jr\pi R_a^2}{(c-a)^2}$	$\frac{-4jrR_a e^{-i\theta_{ba}}}{c-a}$	$\frac{2jr \sin(\theta_{da}-\theta_{ba})}{e^{i\theta_{da}} e^{i\theta_{ba}}} \log\left(\frac{1}{c-a}\right)$

On constate que le profil d'anomalie magnétique est symétrique quand l'axe de symétrie de son *CMA* est confondu avec l'axe des réels, c'est-à-dire lorsque la phase du maximum du *CMA* pour $c_x = a_x$ est égale à zéro.

	Cylindre	Segment semi-infini	Contact
θ_m CMA	$I_{ap_j} + I_{ap_r} - \pi$	$I_{ap_j} + I_{ap_r} + \frac{\pi}{2} - \theta_{ba}$	$I_{ap_j} + I_{ap_r} - \frac{3\pi}{2} - \theta_{ba} - \theta_{da}$
θ_m CMA après DRP	0	$\frac{3\pi}{2} - \theta_{ba}$	$-\frac{\pi}{2} - \theta_{ba} - \theta_{da}$

Ainsi nous proposons un nouvel opérateur que nous nommerons recentrage. Celui-ci permettra de transformer n'importe quel profil d'anomalie magnétique : il suffit de

diviser le CMA de cette anomalie par sa valeur maximale complexe, c'est-à-dire que l'on va normer le CMA au sens des fonctions complexes.

$$f_{max} = CMA^{(0)}(c_x = a_x) = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{2jrA}{(i(c_z - a_z))^n} \quad (3.26)$$

$$\frac{CMA^{(0)}(c)}{f_{max}} = \frac{2jrA}{((c - a))^n} \frac{(i(c_z - a_z))^n}{2jrA} = \left(\frac{i(c_z - a_z)}{c - a}\right)^n \quad (3.27)$$

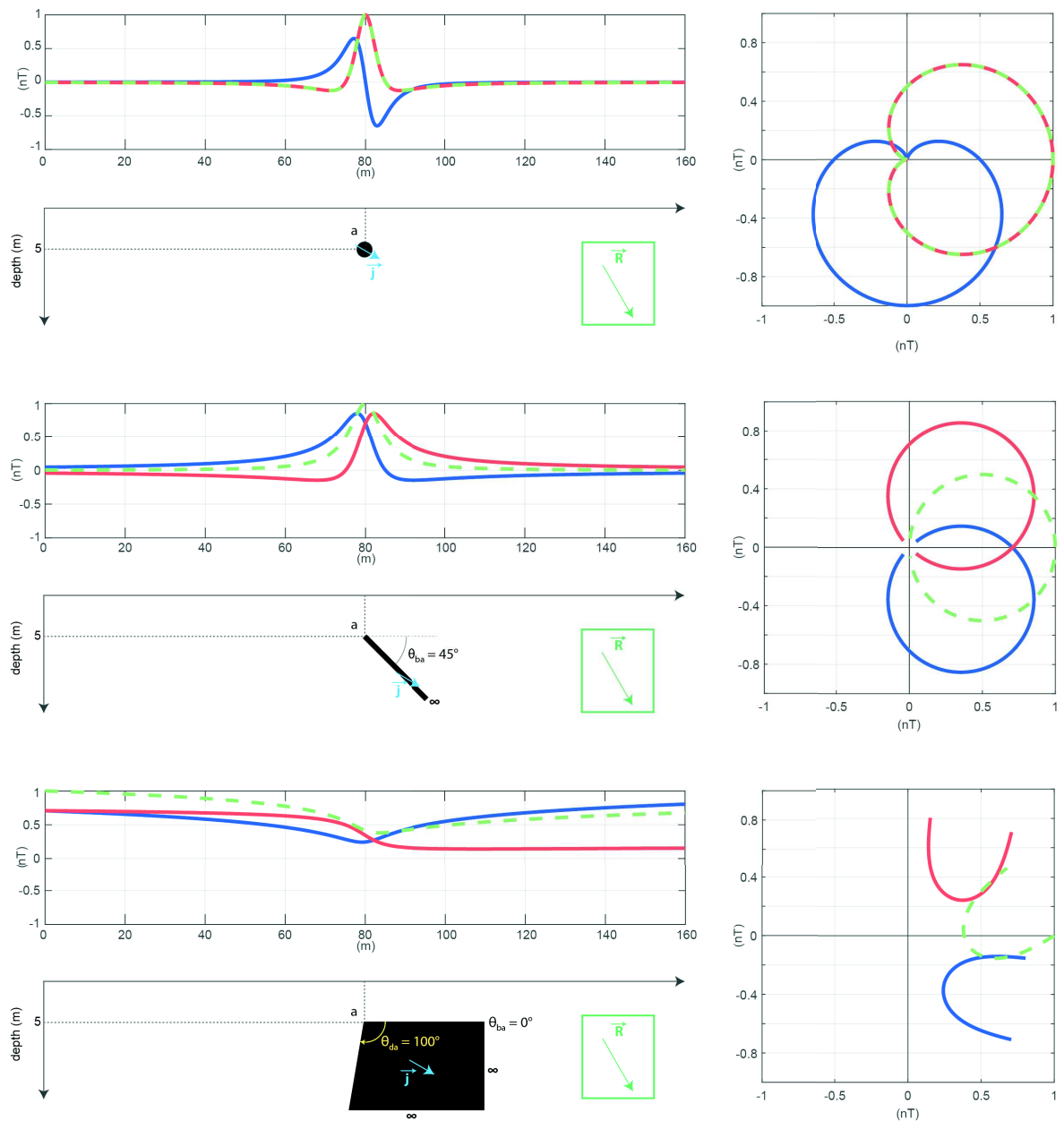


FIGURE 3.10 – Cas synthétiques comparant l’anomalie (courbe bleue), l’anomalie double réduite au pôle (courbe rouge) et l’anomalie après l’application de la normalisation complexe (courbe verte) en représentation classique (gauche) et en représentation complexe (à droite).

Cette nouvelle fonction n’est plus dépendante de l’aimantation, du champ régional

et du pendage de la structure, mais seulement de la localisation de la source et de la géométrie.

L'application de cet opérateur ne fonctionne pas sur le dernier cas synthétique de la figure 3.10, le contact. Un élément de réponse pour expliquer ce dysfonctionnement est que la fonction permettant de le modéliser contient un logarithme complexe et que d'un point de vue physique cette structure n'a pas de sens.

3.5.4 Signal analytique et *tilt angle*

Deux des opérateurs communément utilisés pour interpréter des données sont le signal analytique et le *tilt angle*. Le signal analytique a déjà été mentionné précédemment pour expliquer l'origine du *CMA*. Son expression s'écrit comme une combinaison des deux dérivées partielles de l'anomalie magnétique Nabighian (1972)

$$Sa(c_x, c_z) = \sqrt{\left(\frac{\partial T(c_x, c_z)}{\partial c_x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T(c_x, c_z)}{\partial c_z}\right)^2}. \quad (3.28)$$

L'avantage de cet opérateur est qu'il crée une fonction symétrique dont le maximum de la fonction est à l'aplomb d'un changement latéral d'aimantation. Cependant cette propriété du signal analytique est dépendant du modèle et la structure de Nabighian n'a pas de réalité physique.

Le second opérateur est le *tilt angle*, il a été introduit en 1994 par Miller & Singh. Il est construit comme la tangente inverse du rapport entre les deux dérivées partielles de l'anomalie réduite au pôle :

$$TILT(c_x, c_z) = \arctan\left(\frac{\frac{\partial T(c_x, c_z)}{\partial c_z}}{\frac{\partial T(c_x, c_z)}{\partial c_x}}\right) \quad (3.29)$$

Il est employé pour localiser les contacts et déterminer le pendage ou la profondeur d'une structure donnée (Salem *et al.*, 2007, 2008; Fairhead *et al.*, 2011; Alamdar *et al.*, 2012; Roy, 2013; Wang *et al.*, 2016; Cooper, 2017) . Cependant les propriétés de cet opérateur sont aussi dépendantes du modèle. En champ complexe, le signal analytique et le *tilt angle* sont simplement la valeur absolue et l'argument du *CMA*⁽¹⁾

$$CMA^{(1)}(c) = \frac{\partial T(c_x, c_z)}{\partial c_x} - i \frac{\partial T(c_x, c_z)}{\partial c_z} = Sa(c_x, c_z) e^{iTILT(c_x, c_z)}. \quad (3.30)$$

Si on regarde les expressions pour les trois structures de référence : cylindre, demi plaque infinie et marche on obtient :

	Cylindre	Segment semi-infini	Contact
$CMA^{(1)}$	$-\frac{4jr\pi R_a^2}{(c-a)^3}$	$\frac{4jrR_a e^{-i\theta_{ba}}}{(c-a)^2}$	$-\frac{2jr\sin(\theta_{da}-\theta_{ba})}{e^{i\theta_{da}}e^{i\theta_{ba}}} \frac{1}{c-a}$
$SA(c_x, c_z)$	$\frac{4ja\pi R_a^2}{(\sqrt{(c_x-a_x)^2+(c_z-a_z)^2})^3}$	$\frac{4ja\pi R_a^2}{(c_x-a_x)^2+(c_z-a_z)^2}$	$2j_a \left\ \frac{\sin(\theta_{da}-\theta_{ba})}{e^{i\theta_{da}}e^{i\theta_{ba}}} \right\ \frac{1}{\sqrt{(c_x-a_x)^2+(c_z-a_z)^2}}$
$SA(c_x = a_x, c_z)$	$-\frac{4ja\pi R_a^2}{(c_z-a_z)^3}$	$-\frac{4ja\pi R_a^2}{(c_z-a_z)^2}$	$2j_a \left\ \frac{\sin(\theta_{da}-\theta_{ba})}{e^{i\theta_{da}}e^{i\theta_{ba}}} \right\ \frac{1}{c_z-a_z}$
Tilt (c_x, c_z)	$I_{apj} + I_{apr} + \pi - 3\tan^{-1}\left(\frac{c_z-a_z}{c_x-a_x}\right)$	$I_{apj} + I_{apr} - \theta_{ba} - 2\tan^{-1}\left(\frac{c_z-a_z}{c_x-a_x}\right)$	$I_{apj} + I_{apr} + \pi - \theta_{ba} - \theta_{da} - \tan^{-1}\left(\frac{c_z-a_z}{c_x-a_x}\right)$
Tilt $(c_x = a_x, c_z)$	$I_{apj} + I_{apr} - 180^\circ$	$I_{apj} + I_{apr} - \theta_{ba} - 180^\circ$	$I_{apj} + I_{apr} + \frac{\pi}{2} - \theta_{ba} - \theta_{da}$

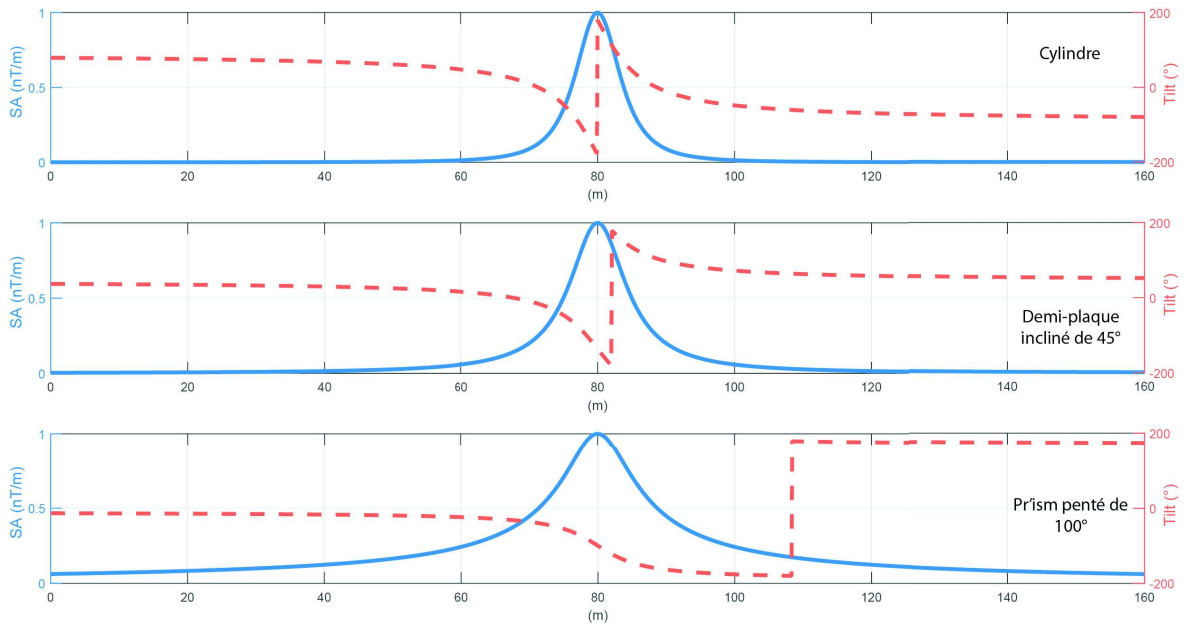


FIGURE 3.11 – Signal analytique (courbe bleue) et *tilt angle* (courbe orange) pour un cylindre, une demi-plaque infinie et une marche. Les paramètres du cas synthétique sont les mêmes que ceux de la figure 3.10.

3.6 Méthode d'Euler

3.6.1 Introduction

Comme on a pu le voir auparavant, l'interprétation de données magnétiques n'est pas aisée, car il existe une infinité de modèle pour expliquer les données. La première étape est la localisation latérale et la profondeur de la source. Thompson (1982) propose l'utilisation de la déconvolution eulérienne et après une inversion linéaire en supposant l'indice structural connu il obtient la profondeur et la localisation latérale de la source.

3.6.2 Théorie

Comme les anomalies réelles, les fonctions complexes CMA de type $\frac{A}{(c-a)^{k+n}}$ sont des fonctions homogènes de degré n (Thompson, 1982)

$$CMA(tc) = t^n CMA(c), \quad (3.31)$$

Avec t un nombre réel positif.

De même que pour les fonctions réelles de deux variables réelles, il est possible d'écrire l'équation d'Euler

$$(c - a)CMA^{(1)} = -nCMA^{(0)}, \quad (3.32)$$

avec n l'indice structural (Thompson, 1982). L'expression précédente peut s'écrire sous la forme

$$\frac{CMA^{(0)}}{CMA^{(1)}} = -\frac{c - a}{n}. \quad (3.33)$$

Ainsi l'application de la méthode d'Euler aux anomalies exprimées dans l'espace de l'algèbre complexe est simplement le rapport entre la fonction $CMA^{(0)}$ et sa dérivée $CMA^{(1)}$. Si on suppose connu l'indice structural, c'est-à-dire la géométrie de la source, on obtient directement la localisation

$$a = c + n \frac{CMA^{(0)}}{CMA^{(1)}}. \quad (3.34)$$

Donc, en champ complexe on n'a plus à résoudre un problème inverse, mais on obtient pour chaque point du CMA une solution pour la variable a , ce qui est déterminant.

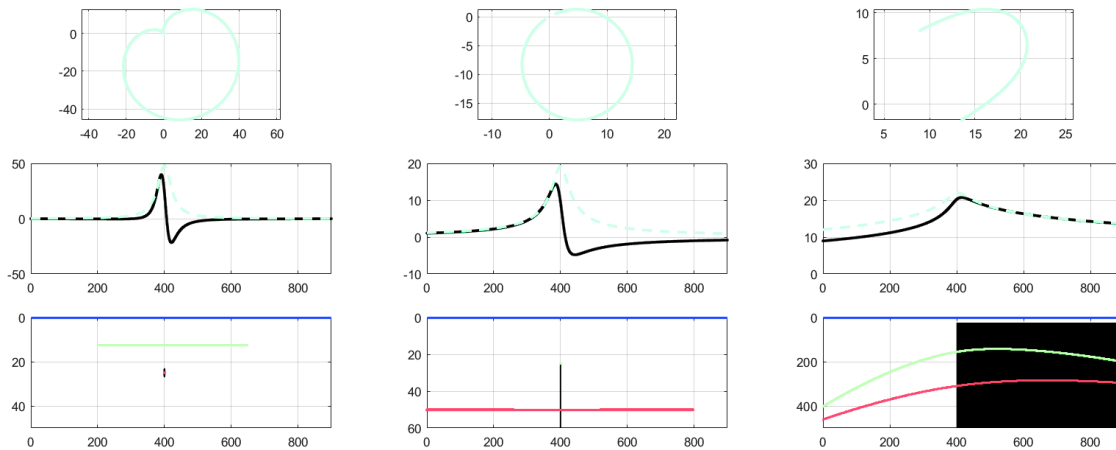


FIGURE 3.12 – En haut, anomalie magnétique complexe pour trois sources : un cylindre, une demi-plaque infinie et une marche. Au milieu, anomalie magnétique (noir) et la valeur absolue du signal analytique (pointillés bleus) pour les trois sources. En bas, résultats pour l'équation (3.34) avec $n=0$ (bleu), $n=1$ (vert) et $n=2$ (rouge).

La figure 3.12 montre les résultats pour la localisation latérale et la profondeur pour trois corps : cylindre ($n = 2$), pour une plaque semi-infinie ($n = 1$) et une marche ($n = 0$). Les résultats sont excellents pour le cylindre et la plaque semi-infinie. Pour la marche, les résultats n'ont pas de sens car l'équation 1.35 devient $a = c$, ce qui traduit le fait que le $CMA^{(0)}$ de la marche n'a pas de sens physique.

3.6.3 Interaction d'anomalies magnétiques

Les données résultent souvent de l'interaction entre plusieurs sources magnétiques ce qui entraîne des incertitudes pour la localisation de la structure. Une solution, souvent employée est de travailler avec les dérivées du signal (Hsu, 2002; Cooper & Cowan, 2004; Florio *et al.*, 2006; Fedi, 2007). La généralisation de l'équation (3.12) donne

$$a = c + (n + p - 1) \frac{CMA^{p-1}}{CMA^p}, \quad (3.35)$$

avec p l'ordre de dérivation du CMA .

3.6.4 Prise en compte d'une constante

Lors de l'application à des anomalies magnétiques, on peut ne pas avoir la moyenne des données nulles, qui rend impossible la résolution de l'équation d'Euler. Comme pour l'article de Thompson (1982), on peut écrire $CMA^{(0)} = CMA_i^{(0)} + B$ (Avec B une constante complexe et le $CMA_i^{(0)}$ l'anomalie magnétique complexe de la source)

$$(c - a)CMA^1 = n(CMA^0 - B). \quad (3.36)$$

Dans ce cas on a deux inconnues, la localisation a et la constante B

$$a + \frac{n}{CMA^{(1)}}B = c + n \frac{CMA^{(0)}}{CMA^{(1)}}. \quad (3.37)$$

On obtient alors un système linéaire de la forme $Am = d$ dépendant de deux inconnues complexes a et B . Le problème inverse s'écrit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{n}{CMA_1^{(1)}} \\ \dots & \dots \\ 1 & \frac{n}{CMA_k^{(1)}} \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} c_1 + n \frac{CMA_1^{(0)}}{CMA_1^{(1)}} \\ \dots \\ c_k + n \frac{CMA_k^{(0)}}{CMA_k^{(1)}} \end{pmatrix} \quad m = \begin{pmatrix} a \\ B \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

La solution par moindré carré dans l'espace des nombres complexes s'écrit (Menke, 2012)

$$m = (G^H G)^{-1} G^H d, \quad (3.39)$$

avec G^H la matrice Hermitienne de la transposée.

L'inconvénient est que dans cette formulation on est obligé de faire appel au problème inverse et que l'on ne trouve plus a directement.

3.6.5 Estimation de l'indice structural

Si on souhaite résoudre de façon simultanée les deux paramètres a et n , il y a deux manières de procéder. La première peut être écrite de la façon suivante

$$\frac{CMA^{(0)}}{CMA^{(1)}} = -\frac{1}{n}c + \frac{a}{n}. \quad (3.40)$$

Pour certain auteurs (Barbosa *et al.*, 1999; Reid *et al.*, 2014) l'estimation de la profondeur et de l'indice structural est une démarche vaine car les deux variables seraient dépendantes. Cependant si on écrit l'expression autrement on obtient :

$$c = -n \frac{CMA^{(0)}}{CMA^{(1)}} + a \quad (3.41)$$

Cette seconde manière de voir le problème permet de formuler le problème inverse de façon inversée (au lieu de $f(x)$, on utilise $x(f)$) :

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{CMA_1^{(0)}}{CMA_1^{(1)}} & -1 \\ \dots & \dots \\ -\frac{CMA_k^{(0)}}{CMA_k^{(1)}} & -1 \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} c_1 & \dots \\ \dots & \dots \\ c_k & \dots \end{pmatrix} \quad m = \begin{pmatrix} n \\ a \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

A ce stade, je n'ai pas de conclusion sur ces deux approches antinomiques.

3.7 Ce qu'il faut retenir

La généralisation de l'idée de Nabighian (1972), en écrivant le signal analytique comme une fonction complexe d'une variable complexe, a permis de trouver les expressions théoriques pour six géométries différentes. Ces expressions sont simples et peuvent être généralisées à la gravimétrie. De plus, cette réécriture offre une nouvelle façon pour visualiser les fonctions des méthodes potentielles à deux dimensions dans le plan complexe. Cette façon de représenter les anomalies est complémentaire de celle existante, car elle n'est pas sensible aux mêmes paramètres. Les éléments ici présentés ne sont que le début de développements à venir.

Chapitre 4

La cartographie magnétique multi-échelle et multi-support

Dans le cadre d'une collaboration avec le CEA/DASE des acquisitions de données magnétiques ont été faites sur l'ancienne base aérienne 112 de Reims. L'objectif de ces mesures est de comprendre l'apport de la méthode magnétique pour la connaissance du sous-sol (géologie, structures anthropiques, UXO, réseaux,..). Les premières campagnes avec les systèmes d'acquisition en ULM, drone (IT-180) et sac-à-dos ont déjà fait l'objet d'une publication dans la revue *The Leading Edge* (Gavazzi *et al.*, 2016). Dans ce chapitre, les différentes approches de mesure déployées sur l'ancienne base aérienne ainsi que leurs apports pour la compréhension des structures et des variations d'aimantation dans le sous-sol seront détaillées.

4.1 Étude historique

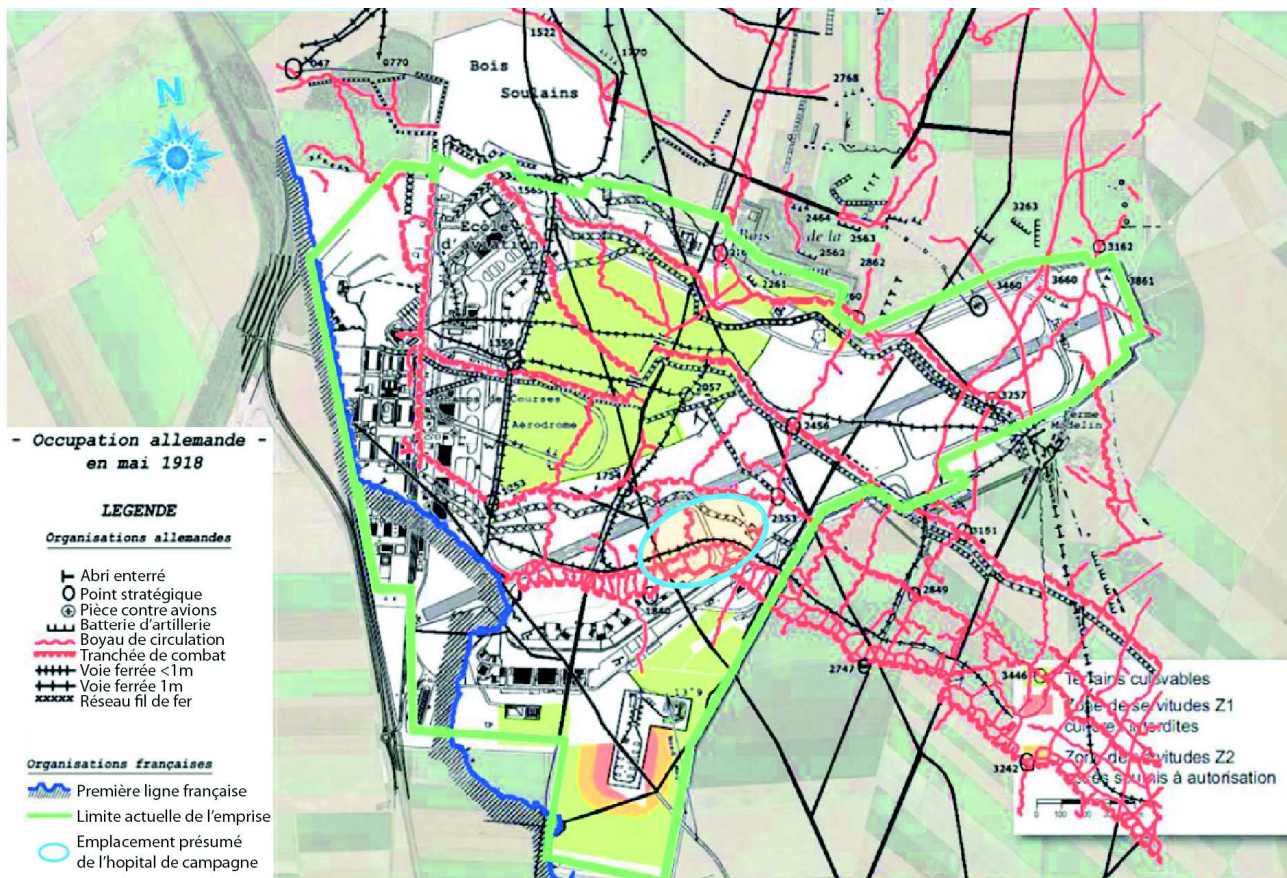


FIGURE 4.1 – Carte des tranchées en 1918 superposée à une photographie satellitaire de la base actuelle. Les lignes rouges correspondent aux tranchées allemandes et les bleues aux tranchées françaises Montano & Pincebourde (2010).

La base aérienne 112 de Reims fût créée en 1909 sous le nom du champ d'aviation de Bétheny. Les études historiques ont mis en évidence une pollution pyrotechnique importante de ce site suite aux deux guerres mondiales. En effet, la base s'est retrouvée au niveau du no man's land entre les lignes allemandes et françaises lors de la première guerre mondiale. La présence de nombreux dépôts de munitions, de sapes, d'abris et de tunnels est attestée. La présence d'un hôpital de tranchée de la première guerre mondiale est suspectée au sud de la piste (Montano & Pincebourde, 2010) (Figure 4.1).

Pendant la seconde guerre mondiale, la base fut bombardée d'abord par les allemands en 1940 puis par les alliés en 1943 et 1944 conduisant à la destruction d'environ 75 % de la base (Figure 4.2). Sur l'ensemble de la période, le nombre total de bombes larguées sur la base et ses alentours est d'environ 3000 (Montano & Pincebourde, 2010). Sachant que le ministère de l'intérieur estime à 10 % le nombre de munitions qui n'ont pas fonctionné lors de l'impact, il resterait sur la base 250 à 300 bombes. Cette estimation reste très approximative.

Résultat des bombardements alliés du 20 mai 1944



20 MAY 1944

8AF 359

	Despatched	Effective	Target	Bombs Tonnage
1BD	B-17	190	90	ORLY A/F (P) 249.0
			73	VILLACOUBLAY A/D (P) 192.0
2BD	B-24	177	125	REIMS A/F & M/Y (P) 333.1
3BD	B-17 & B-24	271	0	LIEGE & BRUSSELS M/Ys

FIGURE 4.2 – Photographie aérienne après le bombardement des alliés du 20 mai 1944 superposée au plan de la base et de ses alentours. Lors de ce bombardement 333 tonnes de munitions furent utilisées (Montano & Pincebourde, 2010).

Entre 1979 et 2007, les services spécialisés de l'armée ont retiré 1900 munitions de toutes natures.

L'histoire de cette ancienne base et la présence de nombreuses structures anthropiques présentent un grand intérêt pour effectuer des tests, afin de comprendre comment optimiser au mieux l'acquisition de données magnétiques pour obtenir le maximum d'informations pour la caractérisation du sous-sol.

4.2 Levé magnétique par ULM

La première campagne de mesure a été faite en ULM (l'ultra-léger motorisé). Deux capteurs magnétiques de type fluxage Bartington Mag03-MC ont été placés à l'extrémité des deux ailes. Les données magnétiques sont localisées par le biais d'une antenne GNSS (Global Navigation Satellite System) de précision métrique. La localisation et les mesures magnétiques sont enregistrées par le biais d'une électronique développée à l'IPGS.



FIGURE 4.3 – Photographie de l’ULM (l’ultra-léger motorisé) utilisé lors de la campagne de mesure des 15 et 16 juin 2015.

Le levé a été effectué à cent mètres du sol, avec des profils est-ouest espacés de 100 m et des traverses nord-sud de 300 m. Une partie de la zone n’a pas pu être couverte à cause de problèmes sur l’électronique, ainsi que sur les équipements de l’ULM. L’hypothèse privilégiée pour expliquer ces perturbations est la présence d’un radar militaire de forte puissance en activité dans l’enceinte de la base aérienne. Pour l’étalonnage, l’avion a effectué quatre boucles dessinant un trèfle sur la figure 4.4.



FIGURE 4.4 – Localisation des routes suivies par l’ULM superposée à la photographie aérienne (Google Earth) lors de la campagne de mesure des 15 et 16 juin 2015. La ligne verte indique l’emprise de l’ancienne base aérienne.

4.3 Levé magnétique par drones

Pour se rapprocher des sources, deux missions d’acquisition ont été réalisées à l’aide de drones sur l’ancienne base. La première mission a eu lieu du 22 au 24 juin 2015 avec l’IT-180 de ECA Drones et la seconde du 23 au 27 janvier 2017 avec le Matrice-100 de GEOTIS.

4.3.1 Levé par drone lourd IT-180

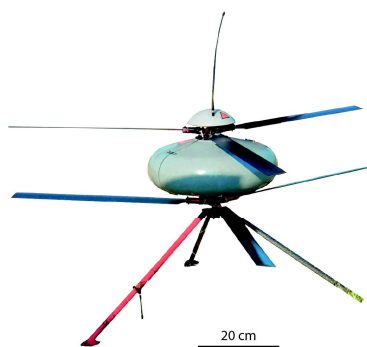


FIGURE 4.5 – Photographie de l'IT180 (Eca Drones) utilisé lors de la campagne de mesure 15 et 16 juin 2015.

Le drone IT-180, utilisé pour la seconde campagne de mesure (Figure 4.5), est un drone à moteur thermique (il existe également une version électrique), dont l'autonomie de vol est de deux heures. Son poids est de 16 kg et sa charge utile de 5 kg, sachant que notre système d'acquisition complet (capteur+électronique+câbles) pèse environ 300 g. La vitesse de pointe est de 70 km/h et il peut résister à des vents de l'ordre de 80 km/h.

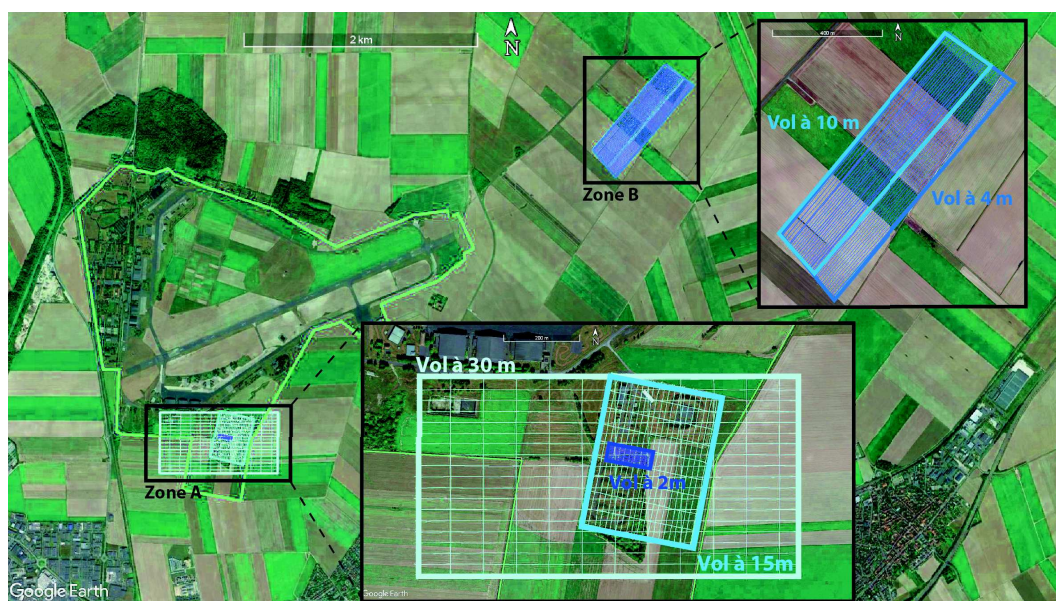


FIGURE 4.6 – Localisation des routes suivies par le drone IT-180, lors des cinq vols à différentes altitudes superposée à la photographie aérienne (Google Earth) lors des 23 et 24 juin. La ligne verte indique l'emprise de l'ancienne basse aérienne.

Le capteur fluxgate est suspendu 6 m sous le drone pour s'affranchir de l'effet de celui-ci. Ce dispositif entraîne une erreur de localisation des mesures. En effet le GNSS est fixé au drone et lors du vol le capteur est plus ou moins en arrière en fonction de la vitesse du drone et de l'effet du vent. Il existe un dispositif permettant de fixer le capteur par rapport au drone, mais il n'a pu être utilisé lors de cette campagne. La phase étalonnage est faite au sol. L'opérateur fait varier l'attitude du capteur. Dans

ce cas, il n'y a pas de compensation de l'effet du drone. Le levé a été effectué à trois altitudes différentes : 35, 15 et 5 mètres au dessus du sol. Un logiciel a été utilisé pour préparer le plan de vol. Une fois la programmation du vol effectuée, le drone effectue sa mission de façon automatique. Lors des vols proches de la surface du sol, à deux reprises, le pilote a dû reprendre les commandes pour éviter un crash. Ce risque est en partie lié à l'absence de modèle numérique de terrain (MNT) précis sur la zone.

4.3.2 Levé magnétique par drone léger

4.3.2.1 Matériels

Un drone plus léger a aussi été utilisé. Il s'agit d'un drone assemblé par l'entreprise Geotis, conçu sur la base d'un *matrice 100 (DJI)*, auquel ont été ajoutés plusieurs modules notamment pour permettre un contrôle plus précis des obstacles. Le drone ne pèse que 2.5 kg et peut embarquer environ 1 kg de charge utile. Le capteur est fixé trente centimètres sous le centre de gravité du drone, avec son électronique d'acquisition IPGS (mono-capteur). Le positionnement est assuré par une antenne GNSS de précision métrique. L'autonomie de ce drone est de vingt minutes et lors de la mission, les conditions météorologiques (froid à $-10^{\circ}C$), ont diminué l'autonomie des batteries. Pour des rafales de vent supérieures à 10 m/s, soit 36 km/h, la probabilité de perte de contrôle du drone est forte.

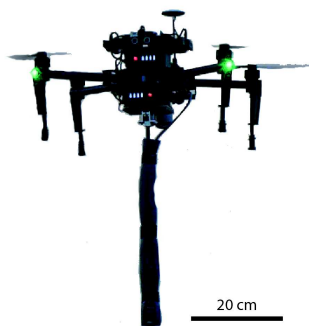


FIGURE 4.7 – Drone matrice 100 (Geotis) utilisé lors de la campagne de mesure du 23 au 27 janvier 2017.

Pour la phase d'étalonnage deux procédures ont été testées. La première au sol fait varier dans l'espace des attitudes l'ensemble du système (drone et capteur fixe). La seconde méthode est un étalonnage à 30 m d'altitude où le pilote fait varier l'attitude du capteur en essayant de rester à l'aplomb du même point. On corrige l'effet des erreurs du capteur et on compense l'effet du drone.

Les vols étaient automatiques et programmés à l'aide d'un logiciel. Pour épouser au mieux les variations de la topographie, un modèle numérique de surface (MNS) a été acquis par un second drone à voilure fixe (Figure 4.8). Le drone a survolé les zones à 100 m d'altitude pour l'acquisition de photographies. Un modèle numérique en trois dimensions a ensuite été construit par photogrammétrie. La première étape consiste à corréler des pixels similaires, puis le calcul d'une grille et enfin la localisation et la mise à l'échelle (par géoréférencement de cibles mises au sol avant le survol). Pour optimiser la construction du MNS, il est recommandé d'avoir un recouvrement des photographies d'au moins 20%.

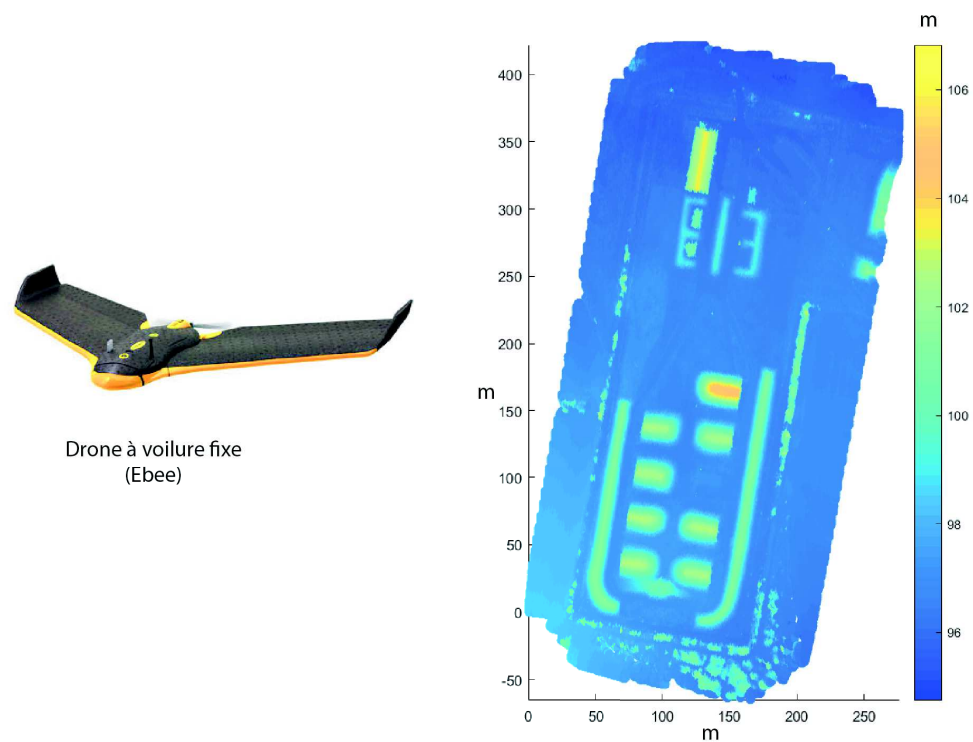


FIGURE 4.8 – Exemple de drone à voile fixe à gauche. Le modèle numérique de surface (MNS) obtenu par photogrammétrie sur la zone A (Figure 4.9).



FIGURE 4.9 – Localisation des routes suivies par le drone matrice 100, lors des cinq vols à différentes altitudes (du 23 au 26 janvier 2017) superposée à la photographie aérienne (Google Earth). La ligne verte indique l’emprise de l’ancienne base aérienne.

4.4 Levé magnétique à pied

Le matériel utilisé est identique à celui qui a été décrit dans le chapitre 1, avec ici huit capteurs fixés sur une perche horizontale de 3,5 m de long.



FIGURE 4.10 – Dispositif d’acquisition placé sur un sac-à-dos, équipé de huit capteurs.

Les procédures sont les mêmes que celles utilisées lors du chapitre 1, avec des profils parallèles espacés de 4 m et recoupé par des profils perpendiculaires.



FIGURE 4.11 – Localisation des routes suivies avec le système de sac-à-dos superposée à la photographie aérienne (Google Earth), obtenue du 23 au 26 janvier 2017. La ligne verte indique l’emprise de l’ancienne base aérienne.

4.5 Levé magnétique par quad

Pour augmenter le rendement par rapport au sac-à-dos, le système a été monté sur un support motorisé (quad). La rampe de huit capteurs est placée à 2,5 m devant le véhicule par un support en aluminium. Des vérifications complémentaires ont été faites afin de valider qu’il n’y avait pas de circulation de courants de Foucault. L’antenne DGNSS (Differential Global Navigation Satellite System) et l’électronique d’acquisition

étaient fixées à l'avant du quad. Afin d'aider l'opérateur dans la réalisation des profils, un écran fixé permet de visualiser sa position et les profils théoriques à suivre.



FIGURE 4.12 – Dispositif d'acquisition monté sur un quad.



FIGURE 4.13 – Localisation des routes suivies par le quad superposée à la photographie aérienne (Google Earth) du 23 au 26 janvier 2017. La ligne verte indique l'emprise de l'ancienne base aérienne.

Pour la phase étalonnage, la procédure adoptée est similaire à celle effectuée en sac-à-dos. Des opérateurs se placent de part et d'autre du véhicule et l'inclinent jusqu'à ce que les capteurs extrêmes touchent le sol. Ceci est répété environ huit fois autour du cercle étalonnage.

4.6 Résultats des levés

Dans la suite, je vais me focaliser sur deux zones d'études : la zone B (Figure 4.6) et la zone C (Figure 4.9). Je ne parlerai pas ici des mesures obtenues avec le système où les capteurs sont tractés à proximité du sol (luge), leur comparaison sera faite dans le cadre d'une mission de cartographie magnétique pour l'archéologie (chapitre 6).

4.6.1 Levé de la zone B

La zone B se situe à l'extérieur de la base, à proximité de la route départementale 74. Le site des levés magnétiques est un terrain agricole, où lors de la première campagne de mesures en ULM, une linéation orientée $N130^\circ$ fut détectée (Figure 4.14). Cette linéation est due à un pipeline enterré dans le sous-sol.

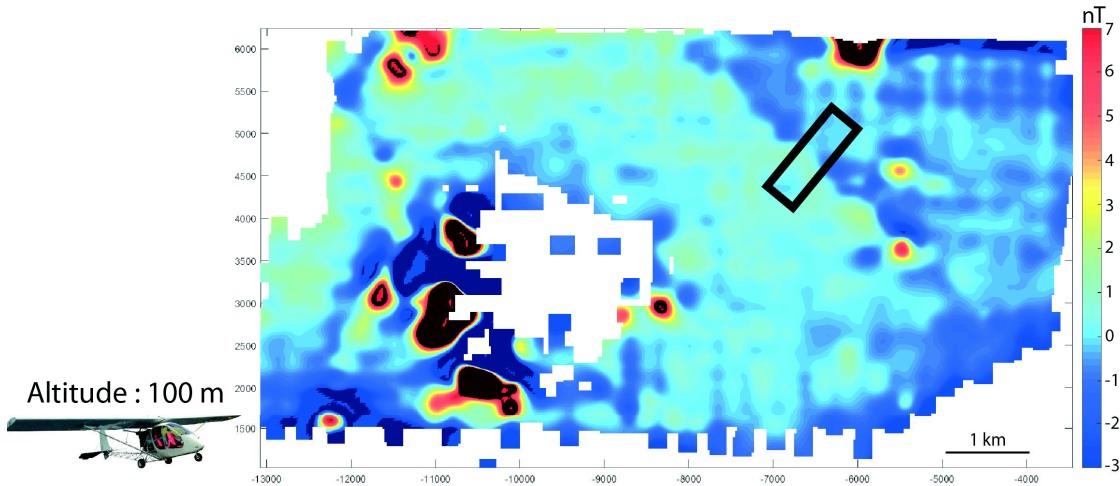


FIGURE 4.14 – Carte de l'intensité de l'anomalie magnétique en représentation normale. L'échelle va de -3 à 7 nT. Il s'agit de données aéromagnétiques obtenues à l'aide d'un ULM à une altitude de 100 m (Figure 4.3). Le rectangle noir indique la zone d'étude.

L'amplitude de la linéation sur la carte magnétique à 100 m du sol est faible de l'ordre de 2 nT. Afin de mieux caractériser la linéation magnétique, trois acquisitions supplémentaires ont été effectuées (rectangle noir - Figure 4.14). Deux acquisitions ont été faites avec un drone pour des altitudes (capteurs) de 10 et 4 m (Figure 4.5). La troisième acquisition a été effectuée avec le système monté sur le sac-à-dos (Figure 4.10), avec les capteurs à un mètre du sol. Dans la suite, nous allons mettre en perspective les quatre jeux de données acquises à quatre altitudes différentes (1, 4, 10 et 100 m).

4.6.1.1 Les données acquises

La figure 4.15 présente les trois cartes magnétiques de la zone B (rectangle noir - Figure 4.14) :

- **Vol à 10 m.** La surface de 22,8 ha a été couverte en deux heures et dix-huit minutes. On observe des anomalies magnétiques d'une centaine de nanotesla orientées dans la direction de $132^\circ N$ (carte de gauche - tiret blanc - Figure 4.15). On constate également la présence d'anomalies plus ou moins parallèles aux profils d'acquisition. Elles sont sûrement liées à une mauvaise compensation de l'effet du drone. En effet, pour ce levé, l'électronique (mono-capteur) et le capteur étaient fixés à un des pieds du drone IT-180.
- **Vol à 4 m.** La surface de 33 ha a été couverte en quatre heures. De fortes anomalies sont visibles au centre, leur amplitude est de 400 nT. Elles s'alignent dans la direction de $132^\circ N$ (carte du milieu - tiret blanc - Figure 4.15). On constate un deuxième alignement d'anomalies de direction $150^\circ N$, dont l'amplitude n'exécède pas 20 nT. Quelques anomalies magnétiques ponctuelles sont visibles, leur

amplitude est inférieure à 50 nT. Comme pour la carte précédente, on voit des anomalies de faibles amplitudes qui semblent être liées à l'acquisition (même direction que les profils). Pour cette acquisition, le capteur était tracté six mètres sous le drone et lors du traitement l'effet du drone n'a pas été compensé. Pour vérifier que les artefacts visibles sont liés au drone, il faudrait effectuer le même levé, mais avec une distance plus importante entre le drone et le capteur.

- **Sac-à-dos à 1 m.** La surface de 1,3 ha a été couverte en deux heures. De fortes anomalies sont visibles au centre (carte de droite - tiret blanc - Figure 4.15), leur amplitude est de 4 000 nT. Elles s'alignent dans la direction de 132°N , ce qui est cohérent avec les données précédentes.

Dans la limite sud-ouest de la carte, un alignement de fortes anomalies d'orientation 150°N est également visible (tiret noire - Figure 4.15). La carte présente également de nombreuses anomalies haute fréquence dont les amplitudes sont inférieures à 200 nT. Elles doivent sûrement être liées à des objets dans le sous-sol tels que des munitions, éclats, pièces de matériels agricoles...

Pour des altitudes différentes entre les capteurs et le sol, on constate des anomalies magnétiques de deux formes. A 100 m d'altitude, on observe une partie positive à l'ouest et une partie négative à l'est (anomalie magnétique à deux dimensions). La seconde famille est observée sur les levés réalisés à 10, 4 et 1 m, où l'on a une succession d'anomalies magnétiques dipolaires (anomalie magnétique à trois dimensions). Ces observations suscitent plusieurs questions :

- Est-ce qu'avec un levé à une altitude donnée on est capable de retrouver les anomalies observées à d'autres altitudes ?
- A partir de quelle altitude passe t-on d'une succession d'anomalies magnétiques dipolaires (3D) à une anomalie magnétique à deux dimensions ?
- Quelle est l'implication de l'hypothèse sur la géométrie de la source (3D/2D) sur l'estimation de la profondeur ?

Dans la suite nous allons tenter de répondre à ces trois questions.

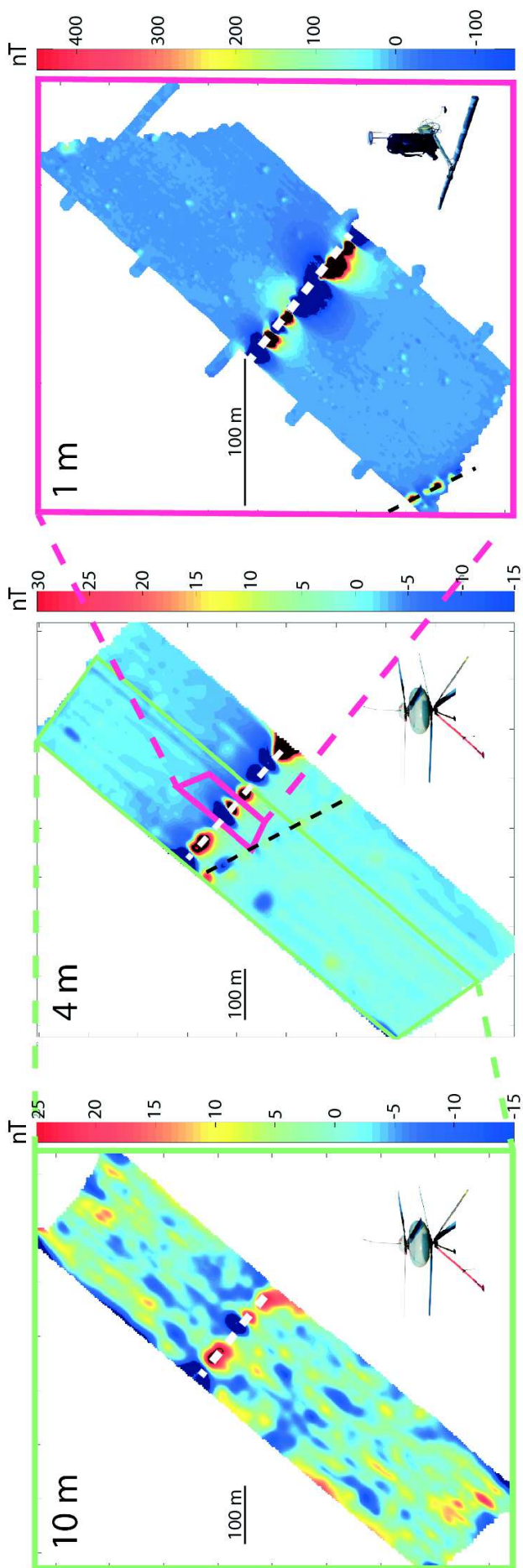


FIGURE 4.15 – Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique pour des acquisitions à trois altitudes différentes 10, 4 et 1 m, en représentation normale, pour la zone b (rectangle noir - Figure 4.14).

4.6.1.2 Les prolongements

Dans cette section, nous allons discuter s'il est possible de retrouver les cartes obtenues lors des différentes acquisitions avec une seule acquisition. Pour répondre à cette question, l'opérateur de prolongement va être utilisé.

La méthode Afin de calculer les cartes à différentes altitudes, nous allons utiliser l'opérateur de prolongement vertical. Cet outil permet de modifier l'altitude du plan de mesure. Dans le domaine spectral, il s'écrit (Blakely, 1996)

$$O_p = e^{sz}, \quad (4.1)$$

avec $s = \sqrt{u^2 + v^2}$, u et v les pulsations dans les directions nord-sud et est-ouest et z la distance par rapport au plan de mesure.

Si z est positif, il s'agit d'un prolongement vertical vers le bas. Cela revient à rapprocher de façon virtuelle le plan de mesure des sources. Il s'agit d'un filtre amplifiant les hautes-fréquences. Cette transformation est sensible au bruit des données et devient vite instable.

Si z est négatif, il s'agit d'un prolongement vertical vers le haut. Cela revient à éloigner de façon virtuelle le plan de mesure des sources. Il s'agit d'un filtre amplifiant les basses-fréquences.

La figure 4.16 présente une comparaison entre des cartes acquises à une altitude donnée et des cartes obtenues par prolongements verticaux. Les cartes obtenues après prolongements vers le bas des données acquises en ULM non pas été ajoutées, car il y avait beaucoup de bruits hautes fréquences.

Si on compare les cartes obtenues après prolongements vers le haut à 100 m d'altitude des données acquises en drones et en sac à dos, avec les données obtenues à 100 m (ULM), on ne retrouve pas l'organisation de l'anomalie visible sur la carte obtenue en ULM (Figure 4.14), partie positive au sud-ouest et partie négative au nord-est. Il n'y a pas de linéation et les amplitudes sont beaucoup plus élevées (facteur 10, pour le prolongement vers le haut des données en sac-à-dos - carte en haut à droite - Figure 4.16).

Pour les cartes à 10 m (Seconde ligne - Figure 4.16), on observe une même répartition des anomalies dipolaires, la forme des lobes semble similaire. La carte prolongée de 6 m vers le haut (deuxième ligne, carte centrale) a les mêmes amplitudes que la carte obtenue avec les mesures. La carte obtenue après un prolongement de 9 m vers le haut, présente des amplitudes plus élevées.

Pour les cartes à 4 m (Troisième ligne - Figure 4.16), l'alignement d'anomalies dipolaires orienté de 132°N est visible sur les trois cartes. Le deuxième alignement orienté 150°N est visible sur la carte prolongée de 3 m vers le haut (sac-à-dos), mais pas sur la carte prolongée de 6 m vers le bas. En effet, la carte obtenue par prolongement des données présente du bruit haute fréquence parallèle aux profils, ceci est lié au fait que l'opérateur de prolongement vers le bas joue un rôle de filtre passe haut.

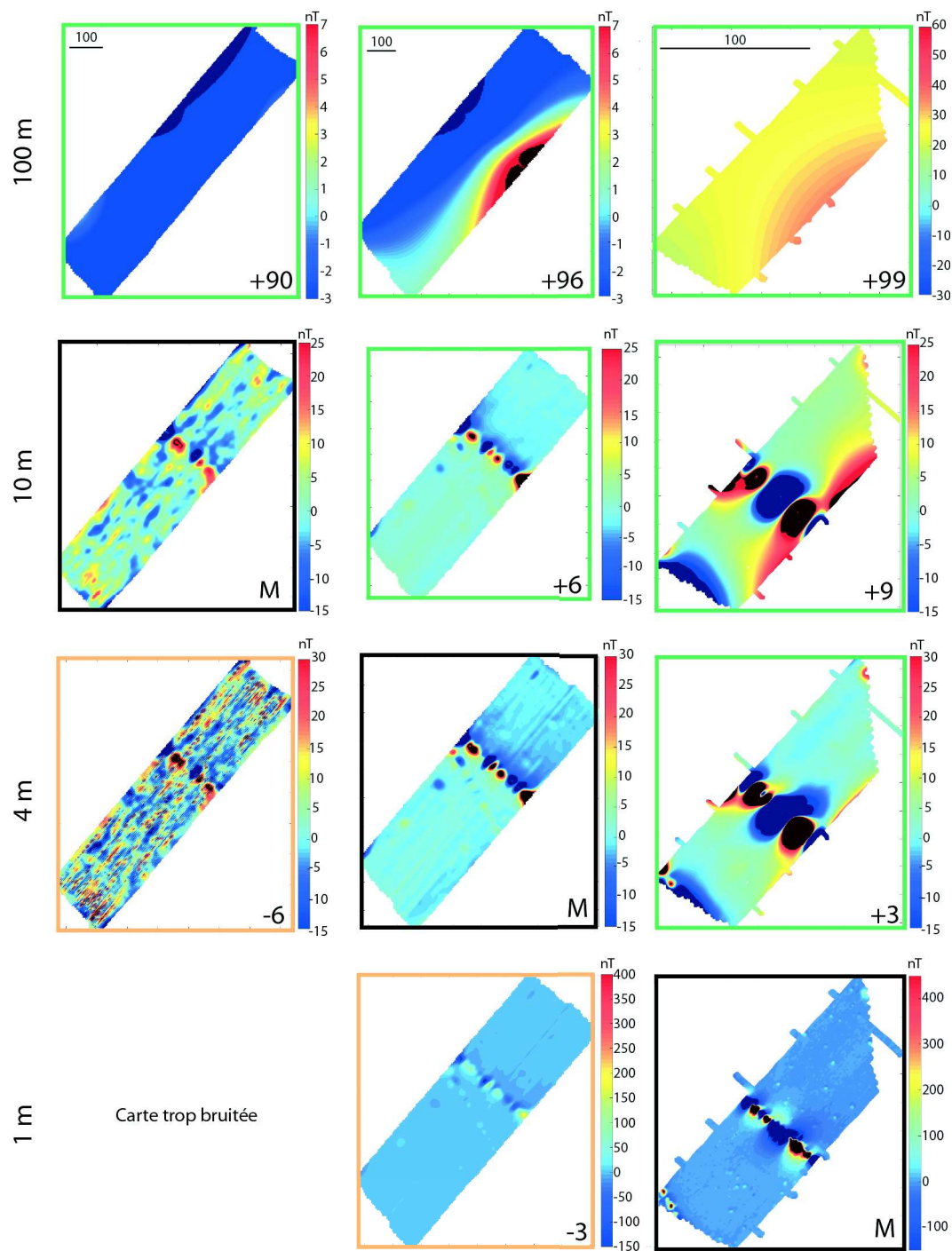


FIGURE 4.16 – Cartes de l’intensité de l’anomalie magnétique pour des acquisitions à quatre altitudes différentes 100, 10, 4 et 1 m, en représentation normale, pour la zone **b** (rectangle noir et marqué d’un M - Figure 4.14). Les cartes avec l’encadrement vert ont été obtenues après prolongement vers le haut. Les cartes avec l’encadrement orange ont été obtenues après prolongement vers le bas. Les cartes visibles dans la colonne de gauche présentent les données acquises à 10 m. Les cartes visibles dans la colonne du milieu ont été obtenues avec les données acquises à 4 m. Les cartes visibles dans la colonne de droite présentent les données acquises avec le sac-à-dos à 1 m du sol. Les cartes de la seconde ligne sont seuillées de -15 à 25 nT, celles de la troisième ligne de -15 à 30 nT et celles de la dernière de -150 à 400 nT.

Pour les deux cartes à 1 m (dernière ligne - Figure 4.16), on distingue sur la carte

prolongée vers le bas de 3 m (carte de gauche) les deux alignements d'anomalies magnétiques dipolaires. Cependant, l'amplitude des anomalies est plus faible que l'amplitude mesurée (carte de droite).

Ce qu'il faut retenir Les cartes obtenues par prolongement ne présentent pas de ressemblances avec les cartes acquises pour une même altitude, quand le prolongement est trop important. Les prolongements vers le haut sur-estiment l'intensité des anomalies, alors que les prolongement vers le bas les sous-estiment.

4.6.1.3 Les modélisations

Afin de répondre à la question de l'altitude à partir de laquelle une succession d'anomalies magnétiques dipolaires (3D) devient une anomalie magnétique à deux dimensions, nous allons utiliser des cas synthétiques.

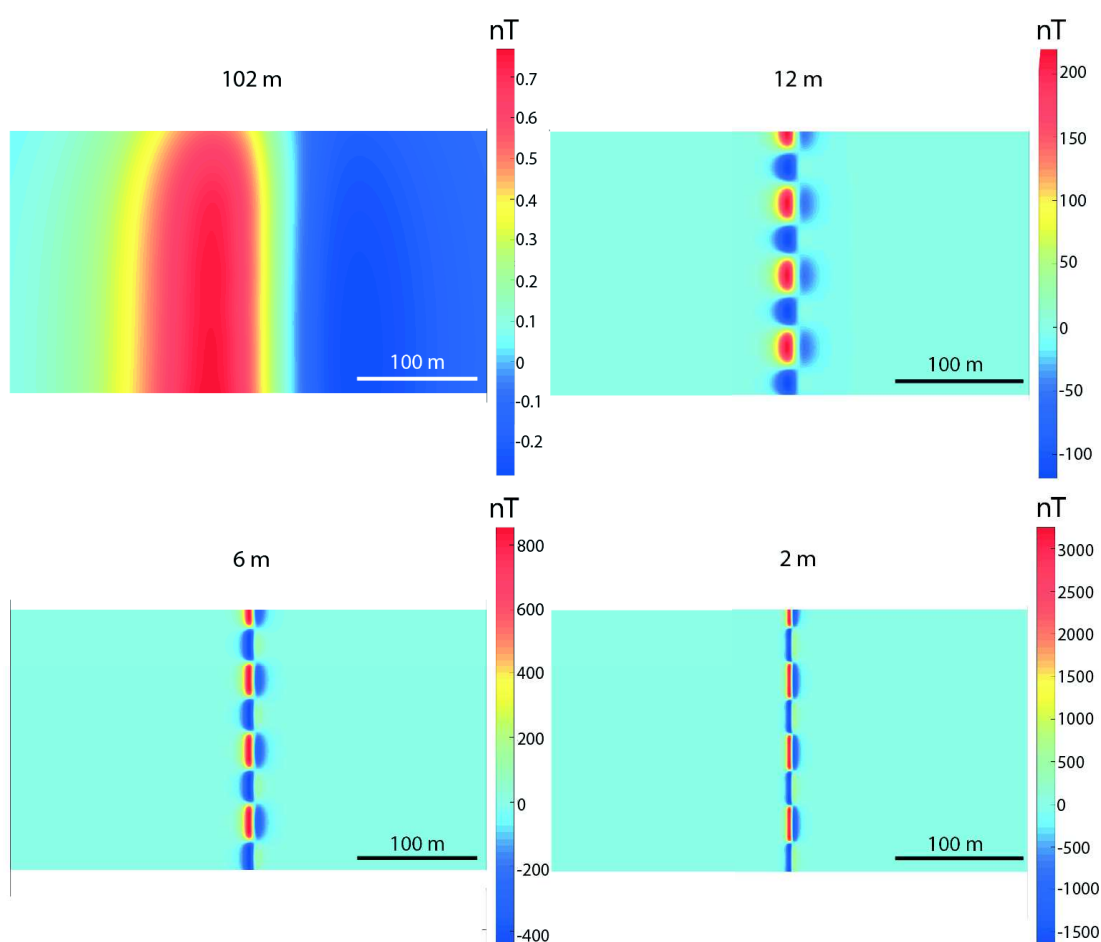


FIGURE 4.17 – Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique calculées à partir d'un modèle, pour quatre altitudes différentes (102, 12, 6 et 2 m). Le modèle est fait d'une succession de dipôles magnétiques placés à 2 m de profondeur. Tous les trente mètres, on fait varier la direction d'aimantation. Le champ magnétique a une déclinaison égale à 90° et une inclinaison de 62° .

La figure 4.17 montre les résultats obtenus pour un cas synthétique modélisant un pipeline constitué d'une suite de sections de trente mètres de long à deux mètres de profondeur. Les résultats présentent une cohérence par rapport aux cartes obtenues

lors des levés. Pour la carte modélisant les mesures en ULM, on observe bien une linéation de faible amplitude qui se dessine le long de la structure avec la partie positive de l'anomalie magnétique à gauche et la partie négative à droite. Pour les autres modélisations, on observe une alternance de parties positives et négatives légèrement différentes par rapport aux anomalies mesurées. La différence devrait s'estomper en choisissant d'autres valeurs pour les inclinaisons et déclinaisons du champ magnétique régional et de l'aimantation.

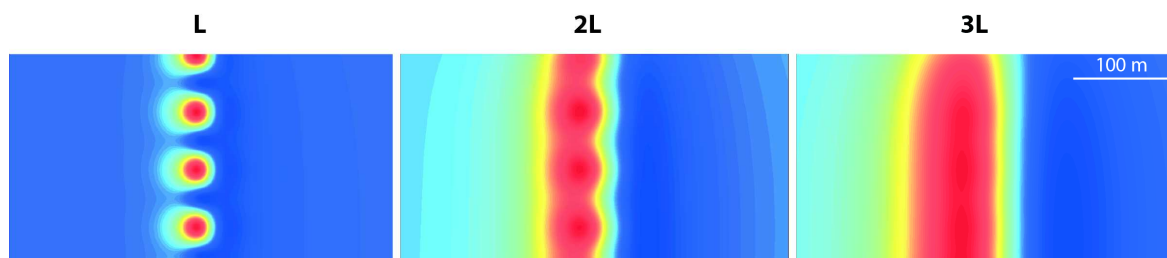


FIGURE 4.18 – Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétiques calculées à partir d'un modèle, pour trois altitudes (L, 2L et 3L), avec L la longueur des sections d'aimantation identique. Le modèle est fait d'une succession de dipôles magnétiques placés à 2 m de profondeur. Tous les trente mètres, on fait varier la direction d'aimantation. Le champ magnétique a une déclinaison égale à 90° et une inclinaison de 62° .

La figure 4.18 présente l'évolution de l'intensité des anomalies magnétiques en fonction de la distance aux sources. La distance choisie est proportionnelle à la longueur des sections de même aimantation (30 m). On constate que lorsque la distance est égale à la longueur des segments, les anomalies sont toujours dipolaires (carte de gauche). Pour des distances égales à deux fois la longueur, les lobes négatifs n'en forment plus qu'un unique situé à droite. Les lobes positifs restent distincts, mais interagissent entre eux. Enfin dans le cas où l'on est à une distance de trois fois la longueur des sections, les lobes positifs n'en forment plus qu'un. On a une anomalie similaire à celle obtenue en ULM (100 m). Ces observations ne sont bien sûr valables que dans ce cas synthétique, mais elles indiquent quand même les tendances.

Ce qu'il faut retenir

Le cas synthétique proposé semble être cohérent avec les données acquises à proximité de Reims. Le modèle est construit avec une succession de section de longueur égale à 30 m. Le passage d'une suite d'anomalies dipolaires à une anomalie magnétique à deux dimensions se fait pour des altitudes égales à deux ou trois fois la longueur de la section. Dans le cas de Reims, on peut affirmer que les sections qui constituent le tuyau ont une dimension inférieure à 30 m.

4.6.1.4 Les inversions

Avec cet ordre de grandeur sur l'altitude à partir de laquelle une succession d'anomalies magnétiques dipolaires paraissent comme une anomalie magnétique à deux dimensions, nous allons nous intéresser à l'estimation de la profondeur des sources.

Trois dimensions

Deux stratégies différentes ont été utilisées (Munsch *et al.*, 2007) :

- **l'inversion de l'anomalie**, l'idée est d'ajuster par la méthode des moindres carrés six paramètres, trois pour la localisation (x, y, z) et trois pour l'aimantation (J_x, J_y, J_z). L'algorithme minimise l'écart entre un modèle et les données. Le modèle est construit avec l'équation de l'anomalie magnétique pour un dipôle.
- **l'inversion du signal analytique**, il s'agit de l'inversion discutée dans le chapitre 2. L'algorithme minimise l'écart entre le modèle et les données en jouant sur quatre paramètres, la localisation en x , la localisation en y , la profondeur et l'intensité du moment magnétique. Le modèle minimisé suppose que les deux vecteurs champ magnétique régional et aimantation sont verticaux.

La figure 4.19 présente les profondeurs obtenues pour les inversions sur l'anomalie magnétique et le signal analytique. Les résultats obtenus avec le signal analytique présentent moins de variabilité sur les cinq pointés effectués sur chaque carte. Les profondeurs estimées avec le signal analytique sont toujours supérieures à celles obtenues avec l'anomalie magnétique. Par exemple, pour les données à 1 m du sol, la profondeur estimée est de 4 m avec le signal analytique contre 3 m avec l'anomalie magnétique.

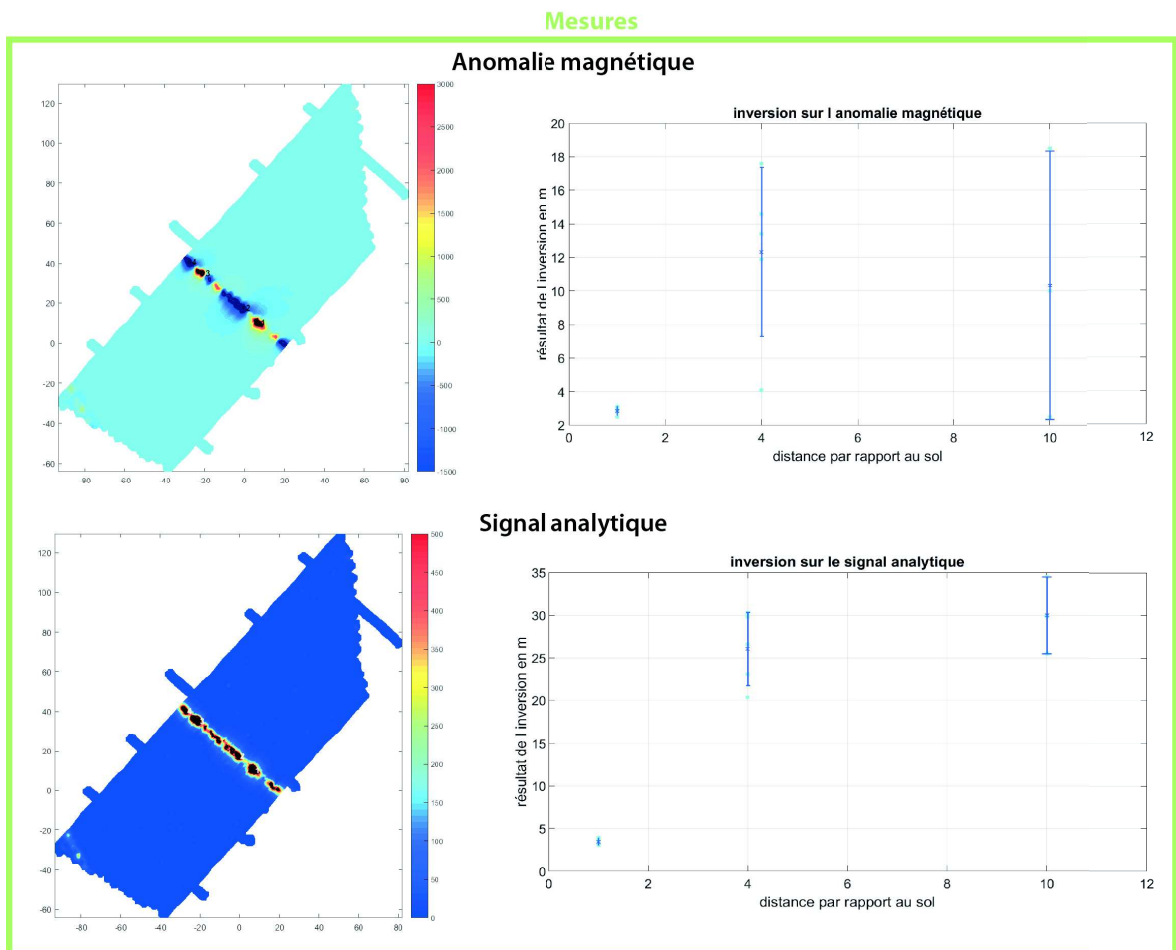


FIGURE 4.19 – Résultats de l'inversion (profondeur) sur l'anomalie magnétique (partie supérieure) et sur le signal analytique (partie inférieure), pour les mesures. À gauche est présenté un exemple de carte où l'on a appliqué les deux algorithmes. À droite, on a les résultats pour les trois levés à 10, 4 et 1 m sol. Plusieurs pointés ont été faits sur chaque carte.

Afin de comparer et comprendre les résultats sortis par les inversions, nous allons appliquer les deux algorithmes aux cas synthétiques précédents (Figure - 4.17).

La figure 4.20 montre les profondeurs estimées par les deux algorithmes d'inversion sur les données issues du modèle. Comme pour les mesures réelles, les profondeurs estimées par inversion du signal analytique sont plus grandes. Par exemple, pour une distance de 12 m entre les mesures et les sources, la profondeur obtenue avec le signal analytique est de 20 m, contre 17 pour l'anomalie. Dans le cas, où la distance entre la source et le plan de mesure est égale à 102 m (anomalie 2D), la profondeur est estimée à 145 m pour l'anomalie et 180 m pour le signal analytique.

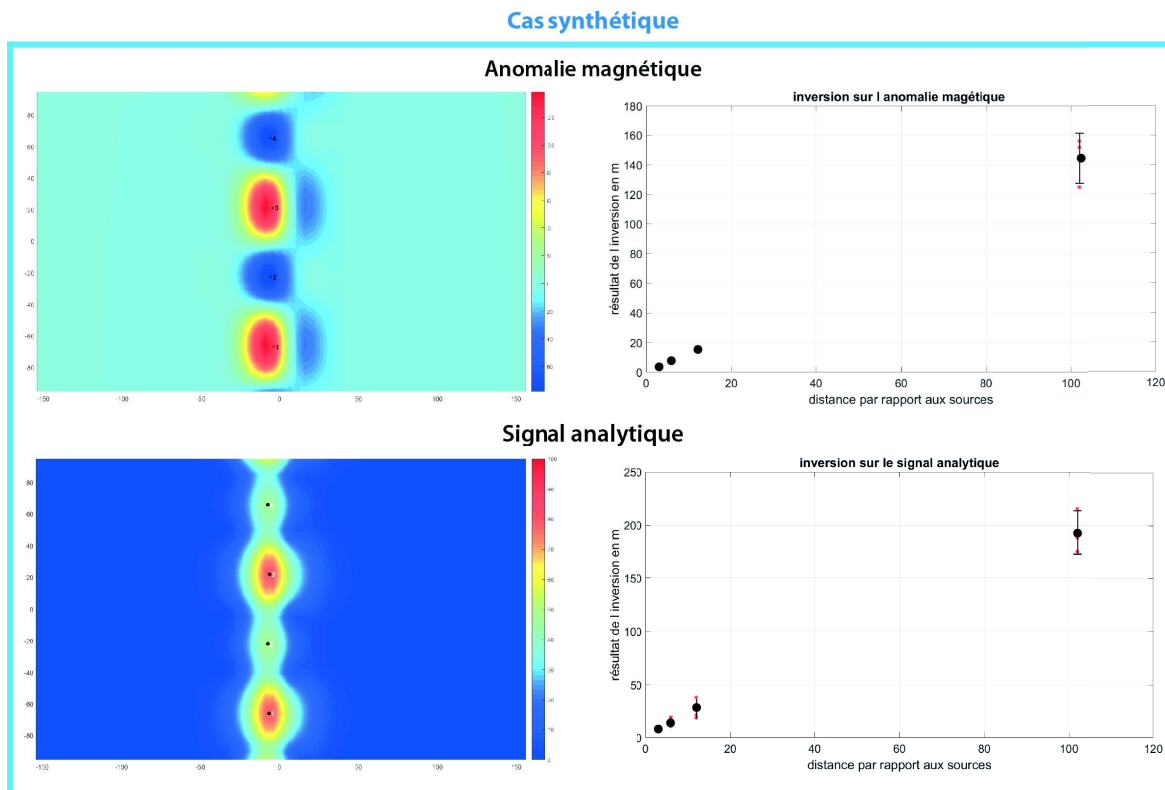


FIGURE 4.20 – Résultats de l'inversion (profondeur) sur l'anomalie magnétique (partie supérieure) et sur le signal analytique (partie inférieure) pour les modèles. A gauche est présenté un exemple de carte où l'on a appliqué les deux algorithmes. A droite, on a les résultats pour les trois levés à 10, 4 et 1 m sol. Plusieurs pointés ont été faits sur chaque carte.

Deux dimensions

La figure 4.21 montre les profondeurs estimées en minimisant l'écart entre les données et un modèle. Le modèle est un cylindre horizontal infini.

Pour les cas synthétiques, les estimations sont surestimées de 1 m pour les trois exemples inférieurs (12, 6 et 3 m). Dans le cas où la distance est égale à 102 m, on sous-estime la profondeur de 3 m.

Pour l'application aux données, les résultats obtenus sont intrigants, mise à part l'inversion des mesures à 1 m du sol (4.6 m), les profondeurs estimées pour les autres profils sont trois fois supérieures à celles obtenues pour les cas synthétiques.

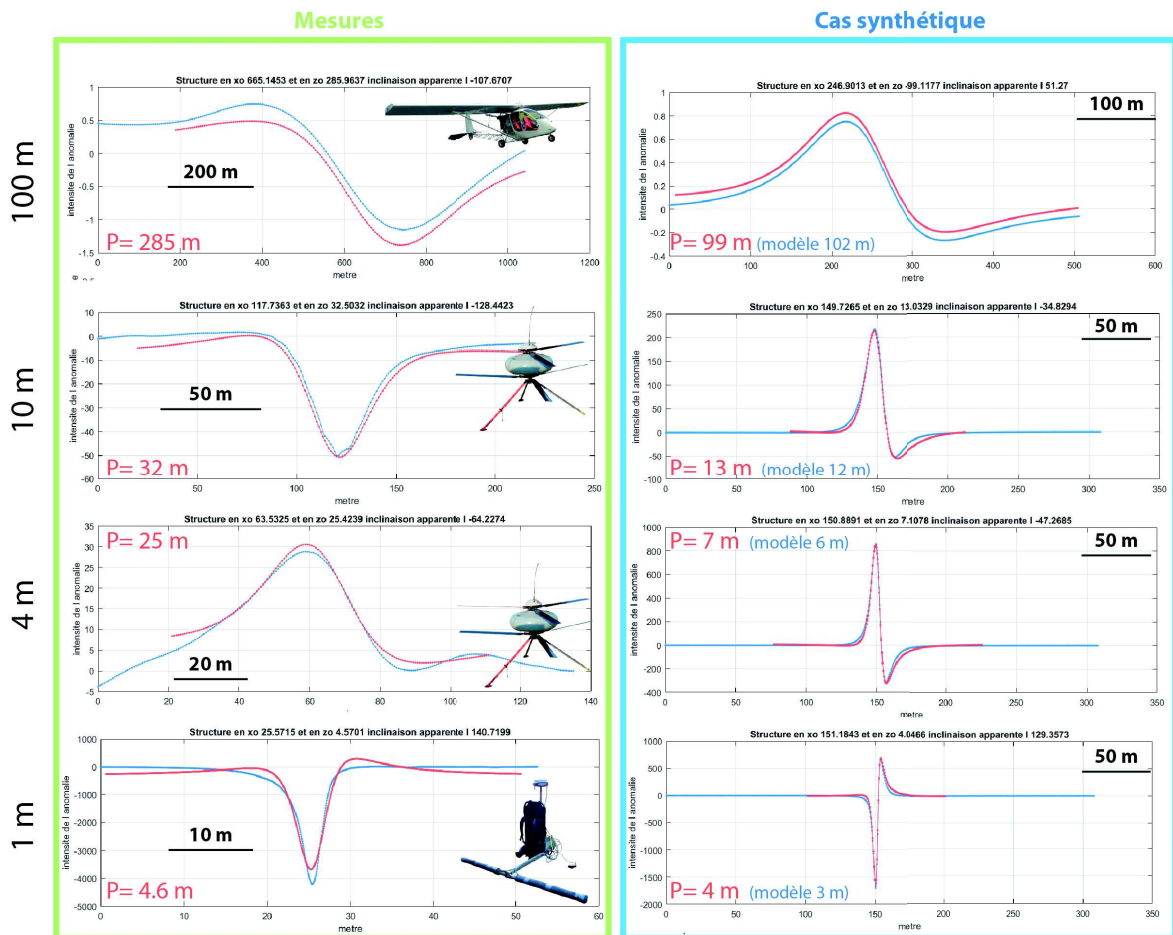


FIGURE 4.21 – Résultats de l'estimation de la profondeur pour les mesures (à gauche) et les modèles (à droite), pour algorithme ajustant une source de type cylindrique. Les courbes bleues sont les données et les courbes rouges les modèles calculés à partir des résultats de l'inversion.

4.6.2 Levé magnétique de la zone C

La seconde zone d'étude se situe dans l'enceinte de l'ancienne basse aérienne, au sud de la piste. L'étude historique indique la présence de vestiges de la première (tranchées) et seconde (bombardements) guerres mondiales sur la parcelle test. L'objectif des levés sur cette zone est de voir si il est possible d'augmenter le rendement de mesure magnétique, tout en gardant une qualité équivalente à celle obtenue avec le système de mesure en sac-à-dos. Pour cela, nous allons comparer des acquisitions par drones à trois altitudes différentes (5, 3 et 1 m) et une acquisition au sol par quad. Ensuite, nous discuterons des résultats obtenus après inversion sur signal analytique pour onze cibles pour lesquelles on a une preuve terrain.

4.6.2.1 Les données

Levé par sac-à-dos

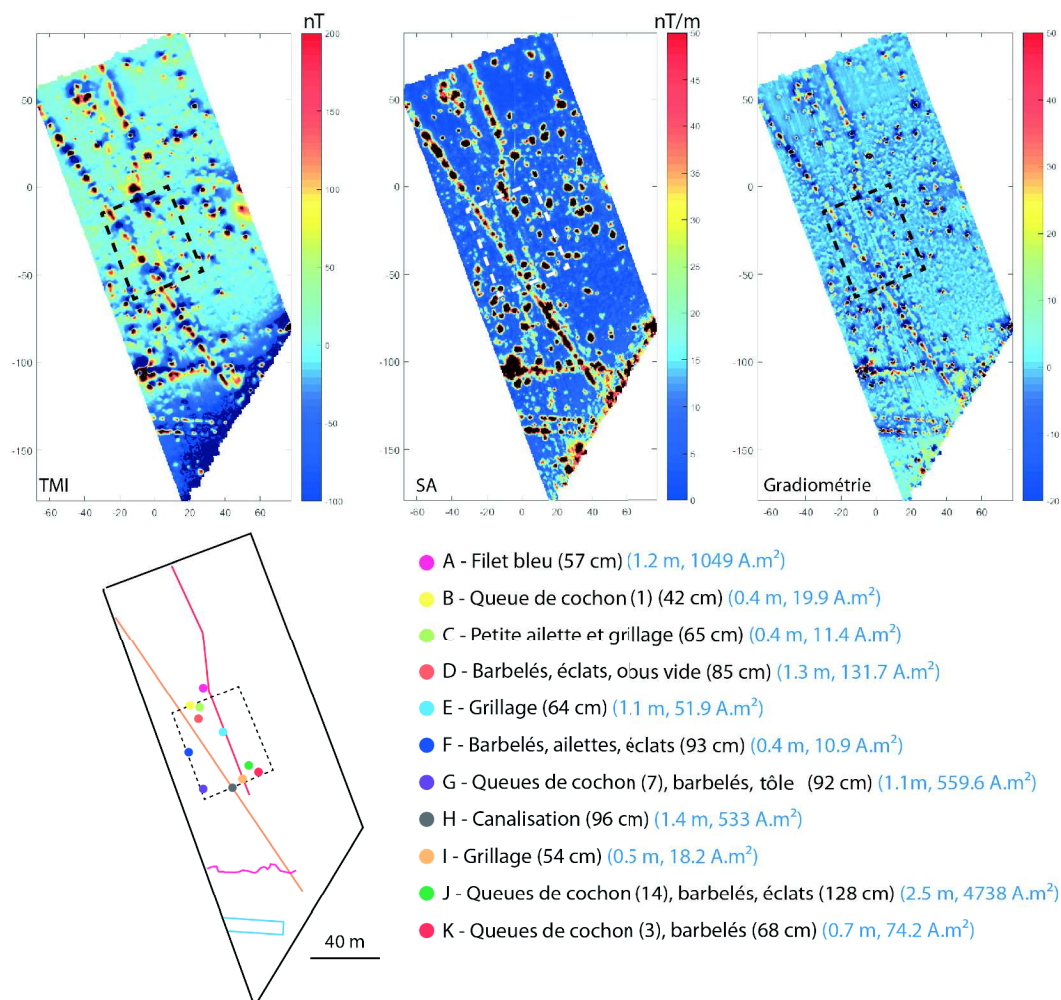


FIGURE 4.22 – En allant de la gauche vers la droite, carte de l'intensité de l'anomalie magnétique (seuillée à -100 à 200 nT), carte de signal analytique (seuillée à 0 à 50 nT/m, carte de gradiométrie (différence de cartes après prolongements vers le haut et vers le bas de 30 cm - seuillée à -20 à 50). Le rectangle en pointillés (noir ou blanc) indique la zone d'étude où onze cibles ont été mises au jour. En écriture bleu sont indiqués les résultats obtenus pour la profondeur et l'intensité du moment magnétique après inversion sur le signal analytique

La figure 4.22 présente les cartes obtenues avec le système monté sur sac-à-dos et l'interprétation schématique. Les pastilles localisent les endroits où il y a eu mise au jour d'anomalie. Sur la zone, on observe des anomalies qui laisseraient penser à la présence de deux réseaux (lignes orange et rouge). Dans la partie sud de la carte, on distingue une anomalie est-ouest qui ressemble à une anomalie magnétique due à une tranchée (ligne rose). Une anomalie présentant des angles est également visible (trait cyan). Sur la gauche se trouve le descriptif des objets trouvés lors de la mise au jour de onze anomalies et entre parenthèse la profondeur. Les éléments indiqués entre les parenthèses bleues correspondent aux résultats de profondeurs et d'intensité du moment magnétique de l'inversion sur le signal analytique.

Levé par quad

La figure 4.23 présente les cartes obtenues avec le système monté sur le quad. La vitesse moyenne d'acquisition est de 1.6 ha/h. On distingue les mêmes anomalies magnétiques pour le réseau dessiné en orange (Figure 4.22), par contre le second réseau

n'est pas visible. Les cartes semblent similaires à celles obtenues précédemment avec le sac-à-dos.

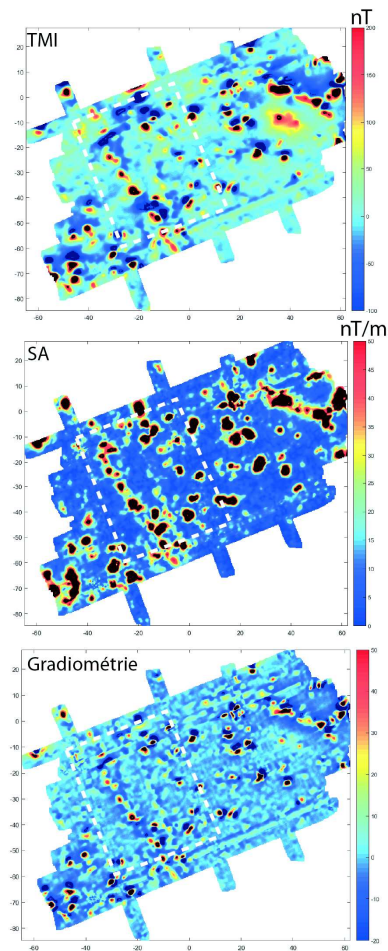


FIGURE 4.23 – En allant du haut vers le bas, on a la carte de l'intensité de l'anomalie magnétique (seuillée à -100 à 200 nT), la carte de signal analytique (seuillée à 0 à 50 nT/m), la carte de gradiométrie (différence de cartes après prolongements vers le haut et vers le bas de 30 cm - seuillée à -20 à 50). Le rectangle en pointillés blanc indique la zone d'étude où onze cibles ont été mise au jour.

Levé par drone léger (Matrice 100)

La figure 4.24 présente les cartes obtenues avec le drone matrice 100. La vitesse moyenne de levé varie de 0.2 (1 m sol) à 6 ha/h (5 m sol).

Sur la carte obtenue à un mètre sol, on voit des effets de *levelling* sûrement liés au fait que lors de l'acquisition le drone n'avait pas une altitude constante pendant les profils. Cependant, des anomalies sont quand même révélées, mais leurs amplitudes sont plus faibles que celles cartographiées par sac-à-dos ou en quad. Le réseau (ligne orange - Figure 4.22) est tout juste distinguable.

Sur la carte acquise à trois mètres de la surface du sol, les résultats sont équivalents à ceux obtenues en quad et en sac-à-dos. L'intensité des anomalies magnétiques est plus élevée que sur la carte précédente. Ceci est intrigant car on s'est éloigné des sources (problème sur la première carte). Le réseau (ligne orange - Figure 4.22) est visible sur la carte d'intensité de l'anomalie et sur la carte du signal analytique.

Pour terminer, la carte à cinq mètres présente des anomalies plus basse fréquence et d'amplitude plus faible; ceci est tout à fait attendu, car on s'est éloigné des sources.

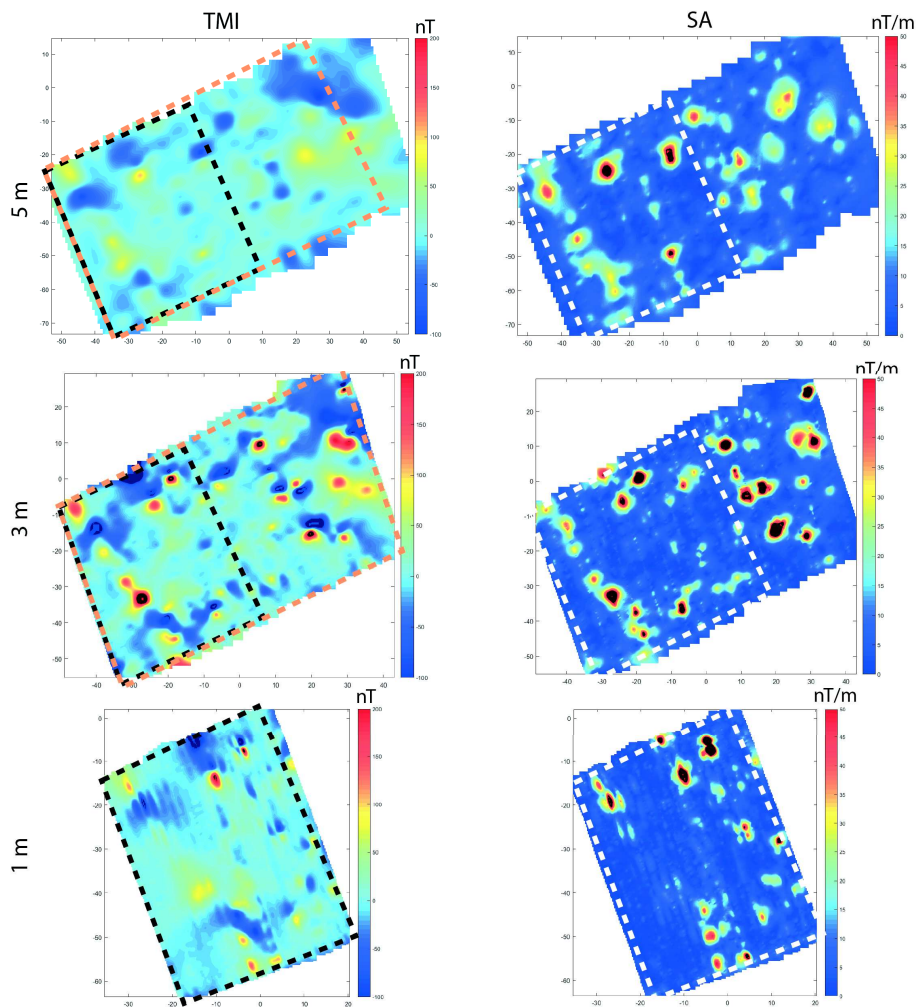


FIGURE 4.24 – En allant du haut vers le bas, on a les cartes obtenues avec le levé à 5 m, puis les cartes acquises à 3 m et enfin les cartes acquises à 1 m sol. La colonne de gauche présente les cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique (seuillée à -100 à 200 nT). La colonne de droite montre les cartes après une double réduction au pôle et l'application de l'opérateur de signal analytique (seuillée à 0 à 30 nT/m). Les rectangles en pointillés blancs et noirs indiquent les limites de la zone c.

4.6.2.2 Comparaison des résultats

Le tableau ci-dessous présente les résultats obtenus pour la profondeur et l'intensité du moment magnétique à partir du signal analytique (méthode décrite au chapitre 2). L'inversion a été effectuée sur les onze anomalies où l'on a une preuve terrain (Figure 4.22). A gauche est indiquée la profondeur en mètre où ont été retrouvés les objets. Les colonnes vides à droite sont dues au fait que l'intensité de l'anomalie à inverser était trop faible.

Si on regarde l'anomalie A , on observe que les profondeurs estimées par l'inversion des trois jeux de données donne des résultats similaires entre 1.1 et 1.2 m, alors que l'objet a été trouvé à 0,57 m. Ceci est normale, l'objet retiré était un filet bleu, ce type de filet est souvent disposé une cinquantaine de centimètres au dessus du réseau lors de son installation, afin de prévenir de la présence de celui-ci lors de futur travaux.

Si on étudie les résultats obtenus pour l'anomalie J , on constate que ceux-ci sont proches pour les données acquises en sac-à-dos et en quad, mais présentent une plus grande différence avec ceux du drone. L'anomalie J était due à un amas de ferraille

à 1.28 m de profondeur : 14 queues de cochon (piquets en fer, dont la terminaison s'enroule en spirale, ils servaient lors de la première guerre mondiale à fixer les barbelés), barbelés, tôle. Si on regarde cette anomalie sur les cartes à 1 m et 3 m sol on constate que l'orientation (direction de la droite passant entre les deux extrema) de l'anomalie change, la direction est de 123°N à 1 m et 164°N à 3 m.

	Sac (1 m)		Quad (1 m)		Drone (3 m)	
	Profondeur (m)	Moment magnétique (A.m ²)	Profondeur (m)	Moment magnétique (A.m ²)	Profondeur (m)	Moment magnétique (A.m ²)
A – 0.57	1.2	1049	1.2	894	1.1	894
B – 0.42	0.4	19.9	1.3	17.6	-	-
C – 0.65	0.4	11.4	0.2	17.8	-	-
D – 0.85	1.3	131.7	1.4	365.6	-	-
E – 0.64	1.1	51.9	0.4	11.6	-	-
F – 0.93	0.4	10.9	0.3	7.12	-	-
G – 0.92	1.1	559.6	0.9	382	0.4	501
H – 0.96	1.4	533	1.4	584	0.6	621
I – 0.54	0.5	18.2	0.7	49.5	0.7	44.5
J – 1.28	2.5	4738	2.5	4885	0	884
K – 0.68	0.7	74.2	1.1	120	1.1	42

Ce qu'il faut retenir

Si on répond aux trois questions posées précédemment.

1. Concernant la possibilité de calculer des cartes à des altitudes différentes, on a pu constater que pour des variations faibles les résultats sont bons. Tout le problème réside, pour les grandes différences altitudes, les prolongements vers le bas sont vite affectés par les hautes fréquences, avec une détérioration du rapport signal sur bruit. Pour les prolongements vers le haut, le problème principal dans cette étude est la cartographie incomplètes des anomalies.
2. Le passage d'une succession d'anomalies 3d à une anomalie magnétique à 2d se fait pour une altitude égale à environ trois fois la longueur de la source (dans le cas d'une succession de barreaux).
3. Lors de l'estimation de la profondeur d'une source, l'erreur sur sa géométrie impliquera des erreurs sur sa profondeur. Si on suppose une géométrie à 2d alors que celle-ci est lié à une succession de source 3d, on va surestimer la profondeur.

Chapitre 5

Les anomalies magnétiques marines dans le plan complexe

Dans le chapitre 3, nous avons étudié les méthodes potentielles pour des anomalies magnétiques à deux dimensions à l'aide de l'algèbre complexe. Cette écriture permet d'obtenir une fonction complexe dépendant d'une variable complexe, qui a pour implication la possibilité de visualiser les fonctions des méthodes potentielles dans le plan complexe. Ceci permet une nouvelle approche pour la compréhension des fonctions. Par exemple, il a été démontré qu'une variation de l'inclinaison apparente n'a qu'un simple effet de rotation de la courbe autour de l'origine du repère. C'est pourquoi, je propose d'appliquer l'algèbre complexe aux anomalies magnétiques marines, où la détermination de paramètres tels que l'inclinaison apparente de l'aimantation est un enjeu majeur pour contraindre les modèles de cinématique des plaques.

5.1 Les anomalies magnétiques marines

5.1.1 Origine des anomalies magnétiques océaniques

Lors de la mise en place de nouvelles roches à l'axe d'une dorsale, leurs minéraux magnétiques enregistrent la direction du champ magnétique régional lors de leur passage sous un certain seuil de température, dit température de Curie (580° , pour la magnétite). Or le champ géomagnétique évolue au cours du temps et subit des inversions. Il existe ainsi des périodes, de polarité normale où la direction du champ géomagnétique est la même qu'aujourd'hui (blocs noirs sur la figure 5.1) et de période de polarité inverse où le champ est de direction opposée (blocs blancs sur la figure 5.1). Ces changements de polarité enregistrés dans la croûte océanique sont à l'origine des anomalies magnétiques mesurées en surface (Vine & Matthews, 1963). Les premières campagnes de mesures marines mettant en évidence ces anomalies magnétiques datent des années 50 (Mason & Raff, 1961).

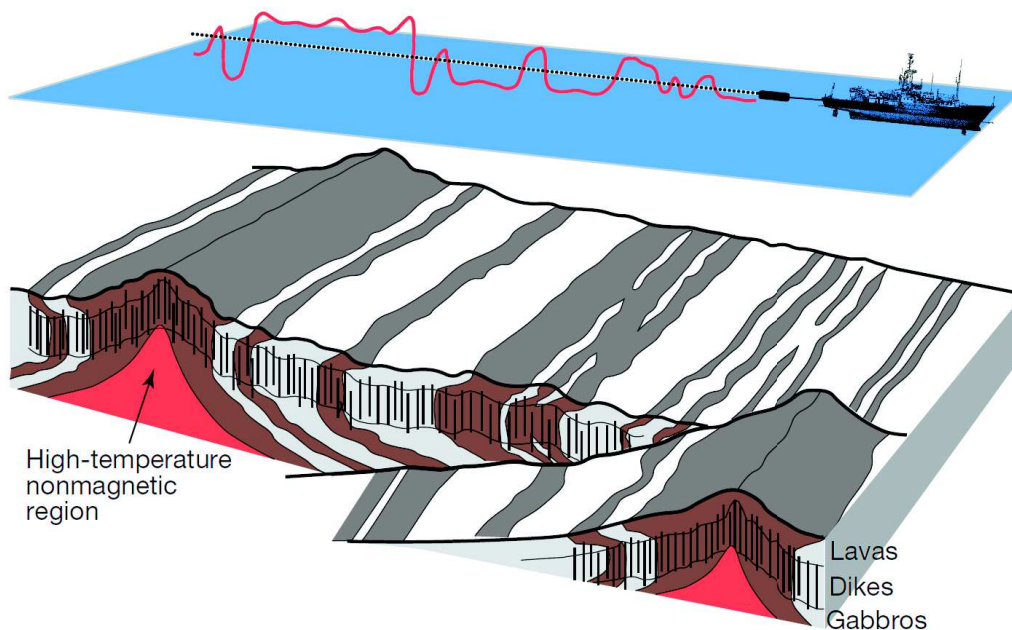


FIGURE 5.1 – Schéma montrant l'accrétion océanique et les blocs d'aimantations opposées (Gee & Kent, 2007).

L'amplitude des anomalies magnétiques marines est de l'ordre d'une centaine de nanoTesla. Leurs études en supposant connues les différentes inversions du champ géomagnétique permettent de contraindre :

- la vitesse d'accrétion de la dorsale de part et d'autre de son axe au cours du temps,
- l'inclinaison apparente de l'aimantation, ce qui permet d'estimer la paléolatititude où la croûte océanique est passée sous la température de Curie (pour contraindre les modèles de cinématique des plaques),
- la paléo intensité du champ paléomagnétique,
- la géologie structurale de la zone (présence de failles transformantes, blocs basculés, ...).

5.1.2 Modélisations des anomalies magnétiques océaniques

La modélisation consiste à ajuster les paramètres d'un modèle jusqu'à ce que l'anomalie calculée corresponde au mieux aux données. Le modèle le plus souvent utilisé est construit à partir d'une succession de blocs d'aimantation normale et inverse de 500 m d'épaisseur. Pour la profondeur du modèle, soit on utilise des mesures bathymétriques (attention à ne pas oublier l'effet de l'épaisseur sédimentaire, qui sous estimée, donnera des modèles trop hautes fréquences) si elles existent, soit en utilisant la formule empirique de Parsons & Sclater (1977) (qui prédit la profondeur en fonction de l'âge de la croûte). Lors de l'ajustement du modèle, l'inclinaison apparente du champ magnétique est supposée connue d'après un modèle tel que l'IGRF (International Geomagnetic Reference Field) (Thébault *et al.*, 2015b). Pour la direction de l'aimantation, il faut poser une hypothèse sur la paléolatititude de formation de la croûte océanique.

Une fois soustrait l'effet des deux inclinaisons apparentes (aimantation et champ magnétique régional) (Schouten & McCamy, 1972), les anomalies magnétiques présentes sur les profils deviennent symétriques comme après l'application de l'opérateur de

double réduction au pôle. Cependant, dans certains cas, les anomalies présentent toujours une asymétrie (Cande & Kent, 1976). Cette asymétrie est appelée *anomalous skewness* (Figure 5.2).

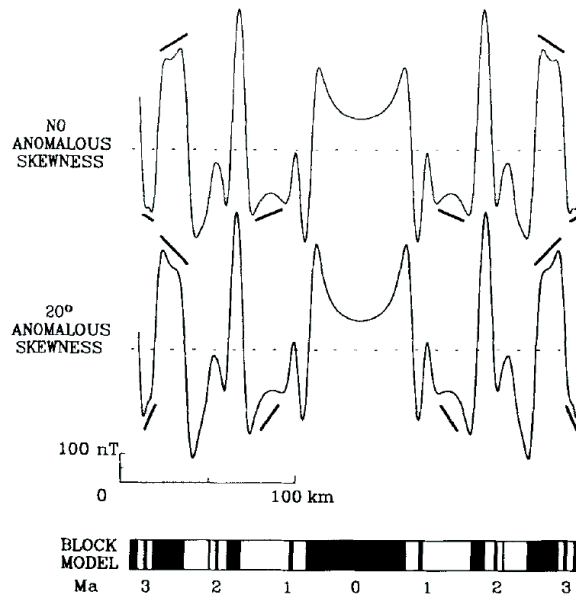


FIGURE 5.2 – Deux profils synthétiques, le profil supérieur n'a pas d'*anomalous skewness* et le second en à 20° (Petronotis *et al.*, 1992).

5.2 L'"anomalous skewness" ou distorsion anomalie

Deux familles d'hypothèses expliquent l'asymétrie de l'anomalie magnétique observée. La première met en cause le comportement du champ magnétique dans le temps, c'est-à-dire l'aimantation de la source et la seconde les modèles lithologiques et structuraux de la lithosphère océanique (la géométrie).

5.2.1 Le comportement du champ paléomagnétique

Une des premières hypothèses pouvant être à l'origine de l'*anomalous skewness* est la variation du champ paléomagnétique (Cande, 1976, 1978; Dyment *et al.*, 1994; Dyment & Arkani-Hamed, 1995; Gee *et al.*, 1996; Gee & Kent, 2007). Il existe deux natures de variations possibles, les variations d'intensité et les inversions.

La figure 5.3 présente les variations de l'intensité du champ paléomagnétique sur 780 ka. Les variations sont contenues dans un intervalle allant de 2 à $11 \cdot 10^{22} \text{ A.m}^2$ (intensité du moment dipolaire). L'intensité peut donc varier d'un facteur 5, or ceci est rarement pris en compte dans le calcul des modèles. Il serait intéressant de quantifier l'effet de la variation de l'intensité sur la forme des anomalies (dans le plan complexe), en effet on peut supposer que plus la variation est rapide et plus on aura une anomalie forte. Par exemple entre 38 et 52 ka, il y a une multiplication d'intensité d'environ 4 fois (Figure 5.3).

De plus, les modèles supposent que le passage d'une période de polarité normale à une période inverse est brutal, or cela n'est pas le cas; il y a une diminution de l'intensité avant une inversion de champ magnétique (Gee & Kent, 2007).

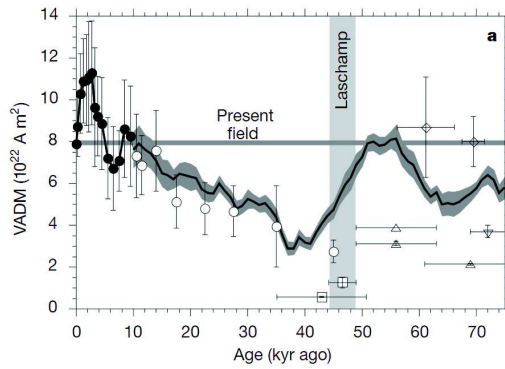


FIGURE 5.3 – Moment dipolaire axiale virtuel (VADM) du champ magnétique obtenu à partir d'échantillons de sédiments et de roches volcaniques pour une période s'étendant de nos jours à 780 ka (Gee *et al.*, 2000).

Le temps séparant deux inversions du champ magnétique n'est pas constant, et trois types d'intervalles ont été identifiés (Figure 5.4) (Gee & Kent, 2007) :

1. Les super-chrons d'une durée comprise entre 10 Ma et 100 Ma, par exemple il y a le super-chron du Crétacé entre 85 et 120 Ma.
2. Les chrons d'une durée de 10 000 à 1 Ma.
3. Les excursions de durée inférieure à 1000 a.

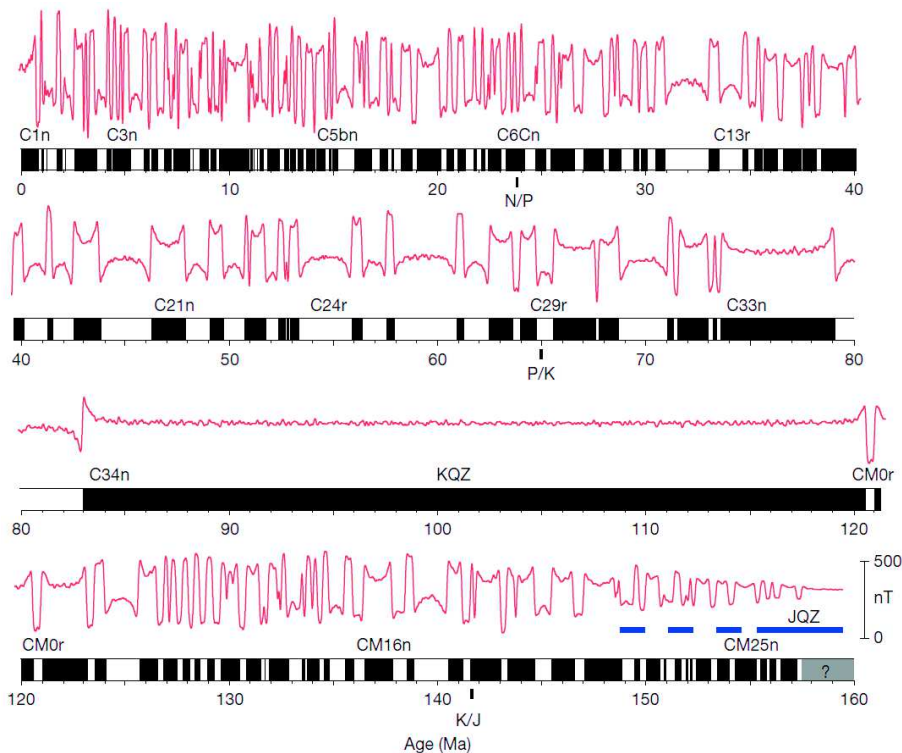


FIGURE 5.4 – Échelle des inversions du champ géomagnétique (Gee & Kent, 2007).

La collecte d'un grand nombre de profils a permis de mettre en évidence des anomalies de plus petite longueur d'onde (8-25 km) dites *tiny wiggles* (Cande & Kent, 1992). La figure 5.5 met en évidence des variations dans la forme de l'anomalie magnétique si on rajoute des intervalles de polarité courte à un modèle.

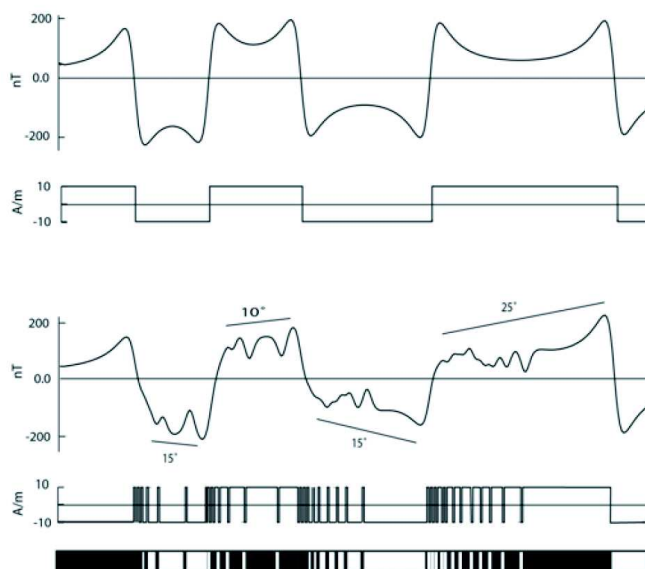


FIGURE 5.5 – Le profil supérieur est calculé avec une échelle d’inversion classique. Le profil inférieur est construit en ajoutant des intervalles de polarité très courts. (Baala, 2005).

5.2.2 Les différentes sources des anomalies magnétiques océaniques

La seconde famille d’hypothèses suppose que le modèle constitué de blocs d’aimantation normale/inverse de 500 m d’épaisseur est un modèle trop simpliste pour modéliser des profils de données. Dès 1976, des modèles plus complexes ont été proposés pour tenir compte de la structure de la croûte océanique, par exemple avec une seconde couche de 4 à 5 km avec des limites de blocs pentés pour modéliser la couche de gabbro (Cande & Kent, 1976).

Le modèle classique constitué de bloc de 500 m d’épaisseur ne prend en compte que la couche de basalte et néglige les autres sources. En effet, il a été montré que les couches plus profondes constituées de gabbros et de serpentines ont un effet non négligeable sur l’anomalie mesurée. Par exemple, pour une vitesse d’accrétion de 10 km/Ma la contribution sera de 40% (Dyment *et al.*, 2015).

Au niveau des dorsales, la lithosphère océanique est en extension, par conséquent on a la création de failles normales. Les failles normales sont à l’origine de rotations de blocs dont l’axe de rotation est parallèle à l’axe de la dorsale. La rotation des blocs a pour effet de tourner la partie rémanente de l’aimantation et le pendage des différentes couches (Kenneth L. Verosub & Moores, 1981; Cande & Kent, 1985; Garcés & Gee, 2007).

Corrélation avec la vitesse d’expansion

Plusieurs études convergent vers le fait que *l’anomalous skewness* augmente lorsque le taux d’expansion de la dorsale diminue (Figure 5.6) (Roest *et al.*, 1992a; Dyment *et al.*, 1994; Dyment & Arkani-Hamed, 1995; Koivisto *et al.*, 2011).

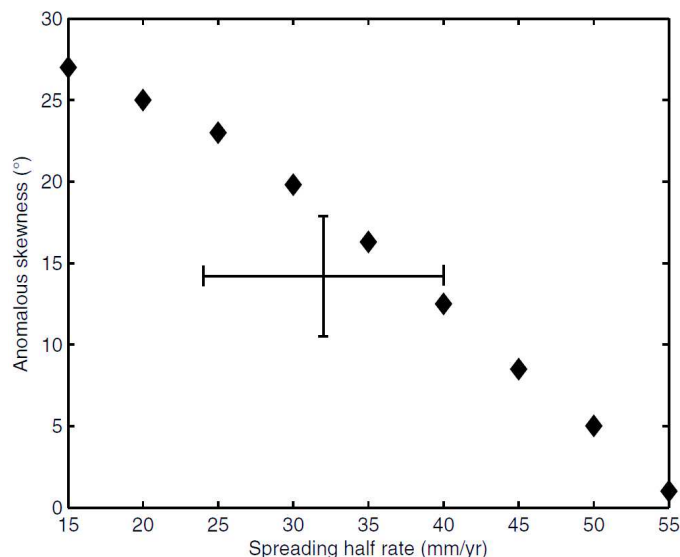


FIGURE 5.6 – Évolution du degré d’anomalous skewness en fonction du demi-taux d’expansion (Koivisto *et al.*, 2011).

5.3 Le champ complexe marin

Dans le cas des anomalies magnétiques marines, on suppose que la direction des profils extraits est perpendiculaire à l’axe de la dorsale, c’est-à-dire que les structures sont invariantes dans la direction perpendiculaire au profil. Dans l’hypothèse où ce ne serait pas vérifié, cela aurait deux impacts majeurs. Le premier est un étirement du profil, qui implique des largeurs de blocs plus importantes lors de la modélisation (si on suppose connue la profondeur), qui ont pour conséquence une surestimation de la vitesse de la dorsale. Le second effet est une erreur sur l’estimation de l’inclinaison apparente.

En 1992, Roest, Arkani et Verhoef ont déjà proposé d’appliquer le signal analytique au sens classique du terme (valeur absolue) pour rechercher *l’anomalous skewness*. La méthode consistait à corrélérer le profil de signal analytique (indépendant de l’asymétrie) avec le profil de pseudo-gravity après application d’une dérivée horizontale. Quand la corrélation entre les deux profils était maximale, ils obtenaient la valeur de *l’anomalous skewness*. Le point sensible de la méthode est la dérivation, qui diminue le rapport signal sur bruit.

Je propose maintenant de visualiser l’intégralité du signal analytique (au sens d’une fonction complexe dépendant d’une variable complexe - $CMA^{(0)}$) dans le plan complexe. Pour l’étude, nous avons choisi le modèle le plus simple, constitué de blocs aimantés de 500 m d’épaisseur. La période s’étend de 40 à 50 Ma. Le choix de cette période est en lien avec l’application aux données qui sera faite dans la partie suivante. La profondeur des blocs a été établie à partir de l’expression (Parsons & Sclater, 1977)

$$a_z = 2500 + 360\sqrt{t}, \quad (5.1)$$

avec t l’âge du plancher océanique en millions d’années. La profondeur a_z est en mètre.

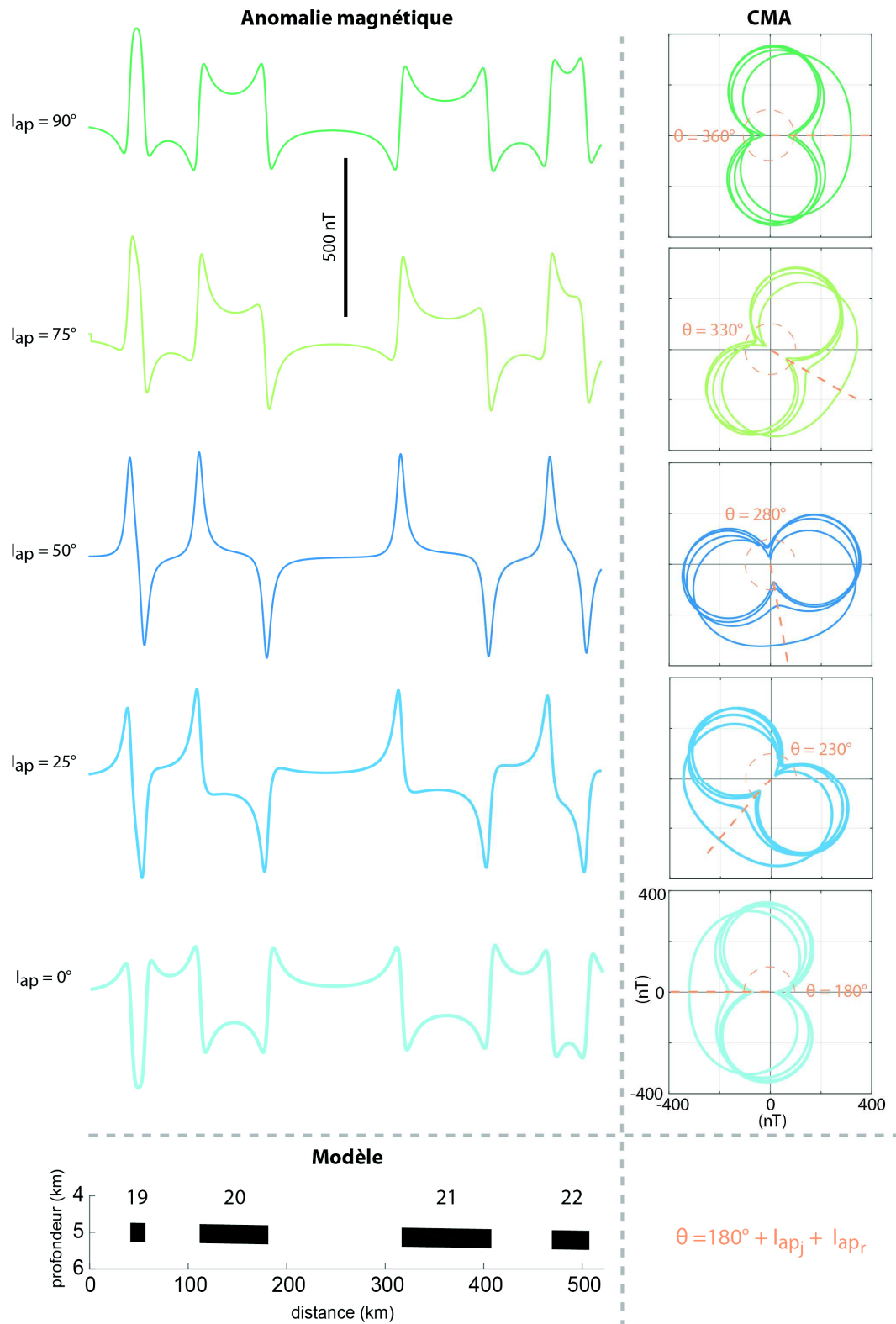


FIGURE 5.7 – Profils magnétiques classiques (à gauche) et $CMA^{(0)}$ (à droite) synthétiques calculés à l'aplomb d'une croûte océanique datée de 40 à 50 Ma. La demi-vitesse d'expansion est de 55 km/Ma. Les profils et $CMA^{(0)}$ (Complex magnetic Anomaly) ont été obtenus pour cinq inclinaisons apparentes : 0° (bleu clair), 25° (bleu), 50° (bleu foncé), 75° (vert clair) et 90° (vert foncé). On suppose que l'aimantation a la même direction que le champ magnétique régional.

La figure 5.7 présente deux façons différentes de visualiser des anomalies magné-

tiques dues à des blocs aimantés. La première représentation possible est celle de gauche, on observe l'évolution de l'intensité de l'anomalie magnétique le long du profil. Les variations apparaissent au niveau des limites de blocs. Dans le diagramme supérieur où les deux inclinaisons apparentes sont verticales, les anomalies magnétiques liées aux blocs 20 et 21 sont similaires.

Les diagrammes de droite montrent leur représentation dans le plan complexe (cf chapitre 3). L'unité est en nanoTesla et on perd l'information sur la localisation des anomalies par rapport aux sources. On observe des boucles de formes différentes. Certaines boucles forment une sorte de huit (deux cercles qui se font face) et sont en partie superposées, elles sont liées aux anomalies 20 et 21.

5.3.1 Effet des inclinaisons apparentes

La figure 5.7 présente l'évolution des représentations classiques (profil d'anomalie) et dans le plan complexe ($CMA^{(0)}$), pour différentes valeurs d'inclinaisons apparentes de l'aimantation et du champ magnétique régional. Pour cet exemple, on s'intéresse uniquement à l'évolution de la forme et pas aux effets d'amplitudes.

Pour la représentation classique, une évolution de la forme des anomalies est visible, par un changement dans la répartition des parties positives et négatives des anomalies. Pour les deux cas extrêmes (haut (90°) et bas (0°)), les deux profils sont l'inverse l'un de l'autre, et leurs valeurs extrêmes se situent à l'aplomb des limites de blocs.

Dans le plan complexe (diagrammes de droite), on a cinq fois la même courbe tournée d'un certain angle. La rotation observée est due aux choix des inclinaisons apparentes pour l'aimantation et le champ magnétique régional. L'angle θ défini entre l'axe des réels et l'axe de symétrie des courbes (segment en pointillé orange) est égal à la somme du nombre π et des inclinaisons apparentes de l'aimantation et du champ magnétique régional.

5.3.2 Effet de la géométrie

Dans la figure 5.7, les courbes présentes dans les diagrammes de droite sont composées de deux séries de cercles qui se font face, dont les origines sont les anomalies dues aux blocs 20 et 21. La boucle liée à l'anomalie 19, est tournée de 90° par rapport à celles vues précédemment et sa forme tend vers une cardioïde. Pour l'anomalie 22, il s'agit de la boucle dont l'aspect se situe entre les deux formes de référence, qui sont les deux cercles qui se font face ou la cardioïde. Pour mieux comprendre l'évolution de la forme des courbes en fonction de la géométrie de la source, nous allons procéder par cas synthétique. Si on prend le modèle simple utilisé pour modéliser les anomalies magnétiques marines, on peut considérer que la géométrie des sources évolue d'une forme cylindrique (pour des blocs de petites tailles, vitesse lente et/ou période d'inversion courte) à une demi-plaque infinie (grands blocs (super-chron)) horizontale (si on suppose la topographie plane). Dans le chapitre 3, il a été démontré les expressions théoriques de ces deux types de sources (cylindre et demi-plaque infinie)

$$CMA^{(0)} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{2e^{I_{apj}} e^{I_{apr}}}{(c-a)^2} \quad \text{et} \quad CMA^{(0)} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{2e^{I_{apj}} e^{I_{apr}} e^{-i\theta_{ba}}}{(c-a)}. \quad (5.2)$$

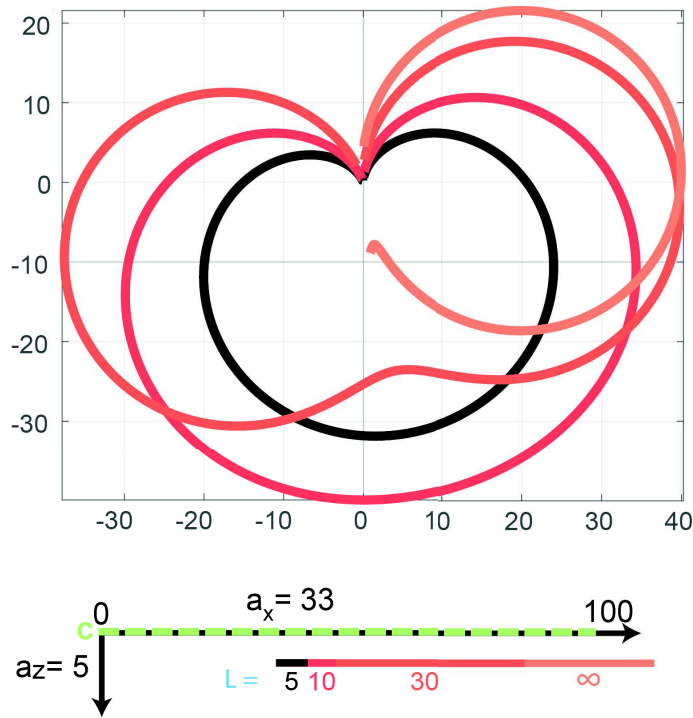


FIGURE 5.8 – Cas synthétiques montrant l'évolution d'une structure cylindrique ($n=2$, courbe noire) à une plaque semi-infinie ($n=1$, courbe orange). Les longueurs des quatre segments sont de 5 km, 10 km, 30 km et infini. La profondeur des structures est de 5 km. On suppose l'aimantation induite et l'inclinaison apparente vaut 50° .

La figure 5.8 met en évidence dans la représentation dans le plan complexe, l'évolution de la forme de la courbe, passant d'une cardioïde pour une source de type cylindrique (équation de gauche ($n=2$)) à un cercle tourné de 90° pour la demi-plaque infinie (équation de droite ($n=1$)). Entre les deux géométries extrêmes, les boucles correspondent à deux cercles qui interagissent (les deux extrémités du bloc) plus ou moins en fonction de la longueur du bloc.

5.3.3 Effet du pendage

Dans l'équation (5.2) de droite modélisant une demi-plaque infinie de pendage θ_{ba} , l'effet du pendage est décrit par le terme en $e^{-i\theta_{ba}}$. Une variation de ce paramètre n'aura pas d'incidence sur l'amplitude ou la forme du signal, il aura un simple effet de rotation autour de l'origine du plan complexe, ce qui n'est pas le cas pour un profil d'anomalie (représentation classique) où la forme est affectée. La rotation est dans le sens inverse à celle de l'inclinaison apparente.

5.3.4 Effet de l'interaction

Précédemment, on a discuté du fait que l'*anomalous skewness* était dépendante de la vitesse de la dorsale. Afin de comprendre l'évolution du $CMA^{(0)}$ avec la vitesse d'expansion, un cas synthétique similaire à celui de Dymant *et al.* (1994) est présenté à la figure 5.9.

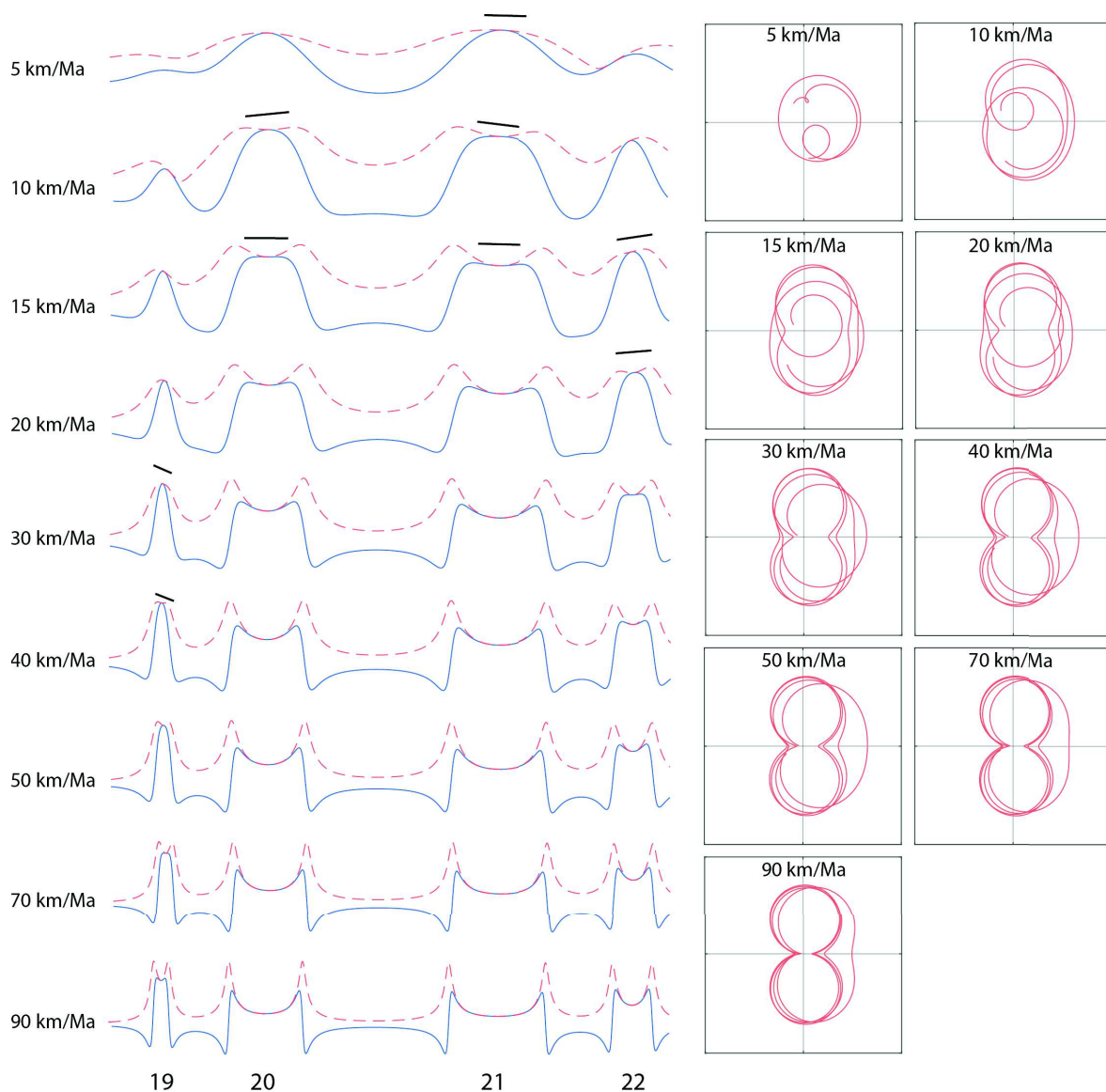


FIGURE 5.9 – Cas synthétique montrant les profils et les CMA sur la période de temps allant de 40 à 50 Ma, pour différentes vitesses d'expansion. Les directions de l'aimantation et du champ magnétique sont verticales. Le modèle est constitué de blocs aimantés dont l'épaisseur est égale à 500 m (Dyment *et al.*, 1994). La courbe en tirets rouges est la valeur absolue du $CMA^{(0)}$. Les tirets noirs présentent les asymétries visibles sur les anomalies.

La figure 5.9 présente l'évolution des profils d'anomalies des $CMA^{(0)}$ en fonction du demi-taux d'extension d'une dorsale. Plus la vitesse augmente et plus les longueurs d'ondes des anomalies diminuent, ceci est tout à fait cohérent car la longueur des blocs augmente. Par exemple pour une vitesse de 5 km/Ma , les largeurs des blocs sont du même ordre de grandeur (1,32 km (19), 6,26 km (20), 8,21 km (21) et 3,38 km (22)) que la profondeur (entre 4,7 et 4,95 km), la puissance n au dénominateur est proche de 2 (Équation (5.2), de gauche), alors que pour une vitesse de 90 km/Ma , les longueurs des blocs sont plus grandes (23,76 km (19), 112,77 km (20), 147,78 km (21) et 60,93 km (22)), la puissance n au dénominateur est proche de 1 (Équation (5.2), de droite). Les profils et $CMA^{(0)}$ sont représentés pour une aimantation et un champ magnétique régional verticaux. Pour cet exemple précis, on devrait obtenir des anomalies symé-

triques par rapport à l'axe des réels (pour les CMA) or cela n'est pas le cas. Les petits tirets noirs indiquent les asymétries. Ils ont été placés par une estimation visuelle faite sur les profils d'anomalies et de valeur absolue de la fonction $CMA^{(0)}$. Les asymétries apparaissent tout d'abord pour les anomalies 20 et 21 (vitesse : 5 à 15 km/Ma), puis pour les anomalies 19 et 22 avec des vitesses plus élevées. Pour les anomalies 20 et 21 les périodes sont plus longues 1.25 et 1.64 Ma, alors que pour les deux autres elles ne sont que de 0.26 Ma (19) et 0.67 Ma (22). Le passage d'une géométrie de type cylindre à demi-plaque infinie s'effectue tout d'abord sur les anomalies 20 et 21. Lors de cette phase de transition le profil de l'anomalie devrait rester symétrique, or ce n'est pas le cas. L'origine de l'asymétrie est liée à la présence de blocs au voisinage. Ainsi, il y a deux interactions, l'interaction liée aux limites d'un même bloc et l'interaction des blocs limitrophes.

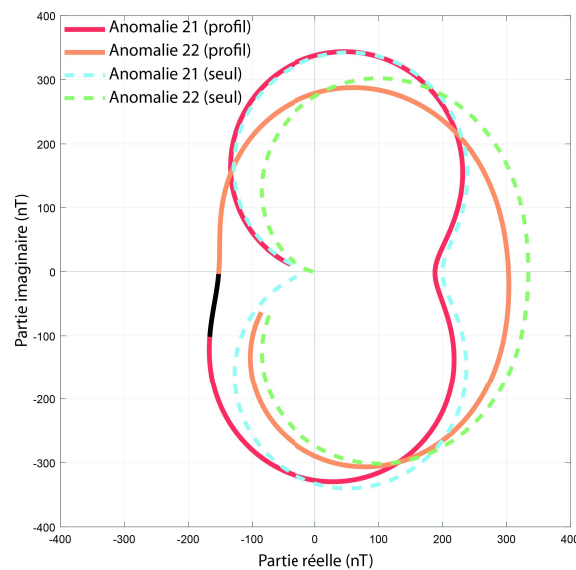


FIGURE 5.10 – $CMA^{(0)}$ des anomalies 21 et 22 calculées pour une vitesse de demi-expansion de 20 km/Ma . Les inclinaisons apparentes de l'aimantation et du champ magnétique régional sont de 90° . Le trait plein correspond au cas où le calcul a été fait avec les deux blocs et les courbes en pointillés pour les calculs des anomalies avec un unique bloc.

La figure 5.10 met en évidence l'effet de l'interaction sur l'asymétrie d'une anomalie, c'est-à-dire l'absence de symétrie du $CMA^{(0)}$ par rapport à l'axe des réels. Les courbes en pointillés présentent le même axe de symétrie qui est confondu avec l'axe des réels (les inclinaisons apparentes sont verticales). Pour l'anomalie 21 (en cyan), l'interaction entre les deux limites du bloc est visible, par l'interaction entre deux cercles. Par contre, dans le cas où le calcul a été effectué avec les deux blocs, un décalage et un changement de forme de la boucle inférieure de l'anomalie 21 sont observés. Dans le cas où les deux anomalies sont assez éloignées pour n'avoir aucune interaction, la courbe pleine ajuste parfaitement celle en pointillés.

Ce qu'il faut retenir

L'*anomalous skewness* est l'asymétrie qui existe après que l'opérateur (personne) ait appliqué une double réduction au pôle. Celle-ci est basée sur deux hypothèses. La

première est la connaissance de la direction du champ magnétique régional, que l'on suppose être connue et assez bien contrainte par l'utilisation d'un modèle tel que l'IGRF (Thébault *et al.*, 2015b). La seconde hypothèse est la connaissance de la direction de l'aimantation, son estimation est beaucoup moins contrainte. L'écriture des équations des méthodes potentielles dans le domaine de l'algèbre complexe indique de façon directe que la phase d'une anomalie θ_m est la somme de cinq contributions :

- l'inclinaison apparente du champ magnétique régional ($+I_{apr}$)
- l'inclinaison apparente de l'aimantation ($+I_{apj}$)
- la pente de la structure ($-\theta_{ba}$)
- la géométrie ($-n\frac{\pi}{2}$)
- l'interaction.

Les trois premiers paramètres vont avoir un simple effet de rotation des $CMA^{(0)}$ dans le plan complexe, ou un changement dans la répartition des parties positives et négatives au niveau des profils d'anomalies (asymétrie, en représentation classique). Les deux derniers paramètres ont deux effets, le premier étant un changement de forme des courbes qui implique dans un second temps un changement d'orientation des $CMA^{(0)}$. Les effets de la géométrie et de l'interaction sont de déformer et de changer l'orientation des $CMA^{(0)}$.

Dans la partie suivante, nous allons tester les anomalies magnétiques complexes sur une grille de données mise à disposition par le NGU (Geological survey of Norway).

5.4 Applications à des données

5.4.1 Contexte géologique

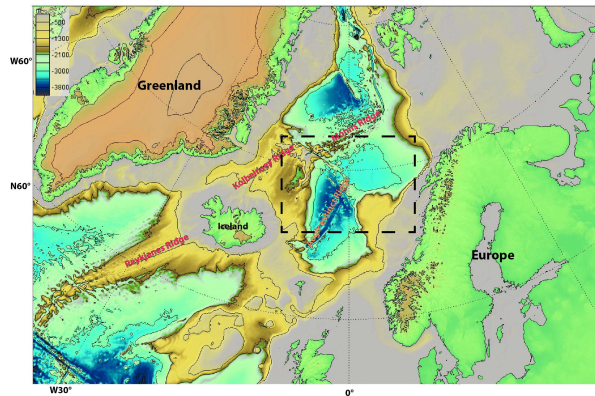


FIGURE 5.11 – Localisation de la zone d'étude. Fond carte GMRT (Global Multi-Resolution Topography data synthesis). Le rectangle noir indique la zone d'étude.

La zone où nous allons tester les fonctions complexes se situe dans l'est de l'Atlantique Nord, au niveau de la zone de fracture Jan Mayen entre les bassins de Norvège au sud et Lofoten au nord. Dans la partie sud se trouve l'extrémité de la dorsale fossile Aegir, qui s'est arrêtée de fonctionner à l'Oligocène. A l'ouest de la zone se trouve le micro-continent Jan Mayen (Figure 5.11).

Cette zone est importante pour comprendre l'ouverture de l'Atlantique Nord, entre la plaque du Groenland et l'Eurasie. De nombreuses données géophysiques ont été

acquises (bathymétrie, magnétique, sismique, ...) afin d'imager les deux marges volcaniques et la croûte océanique. La première anomalie magnétique marine visible est la C24 (52.9-53.34 Ma), qui indique le début de l'expansion océanique (Mosar *et al.*, 2002; Gaina *et al.*, 2009; Gernigon *et al.*, 2009; Gaina *et al.*, 2017). Cependant certaines données laissent penser qu'au moment de la mise en place de la première croûte océanique la vitesse d'extension était très lente ($< 5-10$ mm/a) et que dans certains endroits proches de la marge, l'anomalie 25 (55.9-56.39 Ma) est présente (Gernigon *et al.*, 2015).

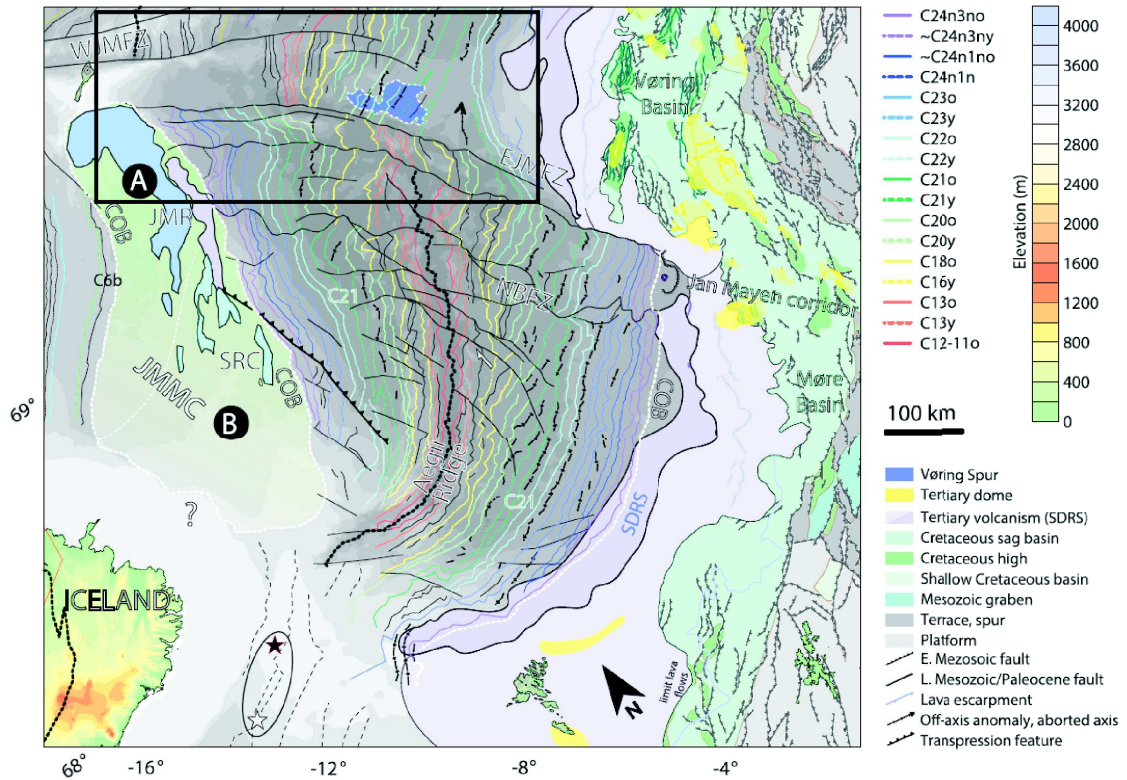


FIGURE 5.12 – Carte structurale de la dorsale d'Aegir déduite de l'interprétation des données magnétiques et gravimétriques entre la marge volcanique de Møre (MVRM) et du micro-continent Jan Mayen (JMMC). EJMFZ : zone de fracture est de Jan Mayen, NBFZ zone de fracture du bassin de Norvège, WJMFZ zone de fracture ouest de Jan Mayen. Figure 5 de Gernigon *et al.* (2015)

La figure 5.12, tirée de l'étude de Gernigon *et al.* (2009), présente les résultats de l'interprétation des données magnétiques (nouvelles campagnes aéromagnétiques : NB-07, JAS 05 et 12) et gravimétriques. La figure est centrée sur la dorsale fossile Aegir, où la dernière anomalie visible au niveau de l'ancien axe est la C12-11 (29.7-30.9 Ma) au sud et la C13 (33.06-33.54 Ma) au nord. Dans sa partie septentrionale, la dorsale s'arrête au niveau de la zone de fracture Jan Mayen, c'est sur cette zone que nous allons poursuivre l'étude.

5.4.2 Les données

Les données utilisées ont été fournies par le NGU et proviennent des levés aéromagnétiques Jas05 à l'automne 2005. Sur la figure 5.13, on constate que ce levé est centré sur la zone de fracture Jan Mayen.

Il est important de noter pour les modélisations ultérieures que la bathymétrie est plus profonde au sud de la fracture qu'au nord. Les profils sont espacés de 5 km et les traverses de 20 km. Le capteur magnétique (G822 Geometrics - Césium) était à une altitude de 230 m. La surface couverte est de 120000 km² (Olesen & Gernigon, 2005; Gernigon *et al.*, 2009). L'ensemble des profils utilisés dans la suite ont été extraits d'une grille dont la résolution était de 500 m (Gernigon *et al.*, 2009).

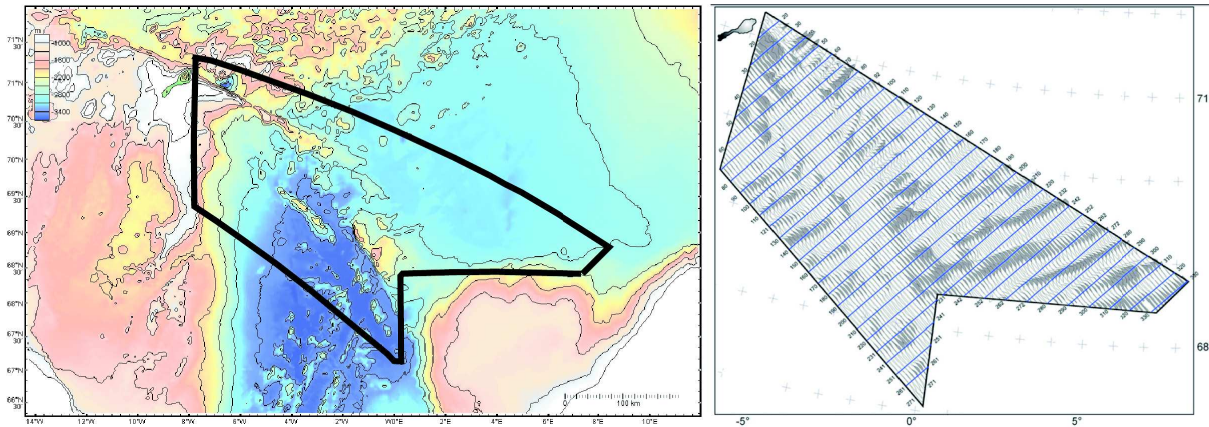


FIGURE 5.13 – Localisation de l'emprise de la campagne sur la carte bathymétrique (à gauche). Localisation de la campagne Jas05, avec les profils et les traverses en bleu (à droite).

5.4.3 Analyse des levés magnétiques

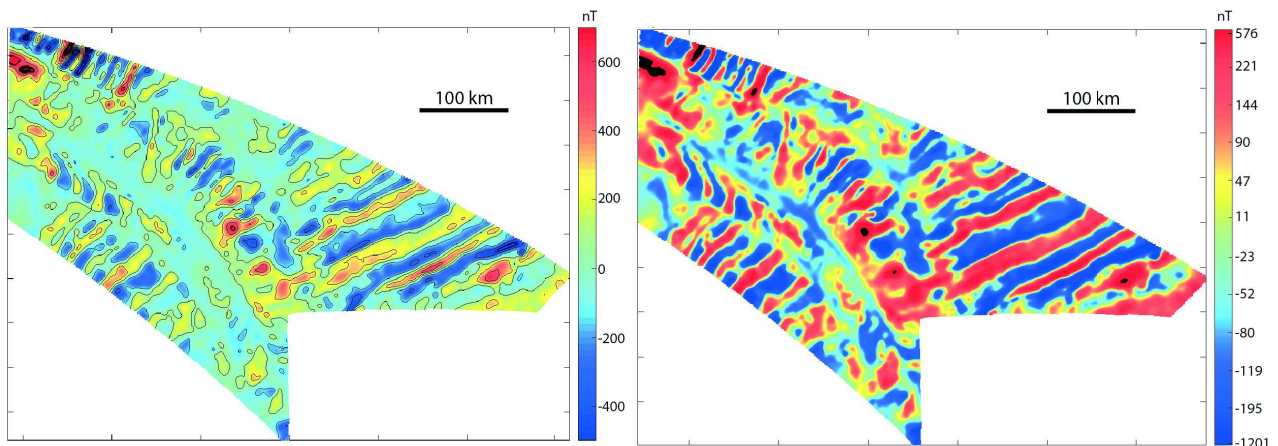


FIGURE 5.14 – Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique en représentation normale à gauche et en équipopulation à droite.

L'intensité de l'anomalie magnétique varie de -500 à 700 nT. Les intensités les plus fortes sont au nord-ouest de la carte et coïncident avec les anomalies plus jeunes proches de l'axe de la dorsale (Gernigon *et al.*, 2009) (Figure 5.15). A l'est de la carte, une anomalie plus ponctuelle est visible et a été interprétée comme étant liée à des SDR (Sea Dipping Reflector) (Gernigon *et al.*, 2009).

Au niveau des zones de fractures (zones incurvées est-ouest), le signal magnétique est faible et aucune linéation ne se dessine.

5.4.3.1 Application des opérateurs des méthodes potentielles

Les transformations de cartes ont été faites en passant dans le domaine spectral. Les données étant acquises à une latitude élevée (l'inclinaison du champ magnétique est de $77,74^\circ$), l'effet de l'opérateur de double réduction au pôle est minime et ne sera pas présenté dans ce manuscrit.

Signal analytique et tilt angle

La figure 5.15 présente les interprétations structurales et magnétiques de l'article Gernigon *et al.* (2009), ainsi que les cartes de signal analytique et de tilt angle. Les maxima du tilt semblent coïncider à l'aplomb des anomalies magnétiques liées aux inversions. Pour l'anomalie 21 au nord de la fracture deux maxima apparaissent, alors que pour les grandes zones de fracture EJMFZ et CJMFZ les valeurs du tilt angle sont faibles (-90°).

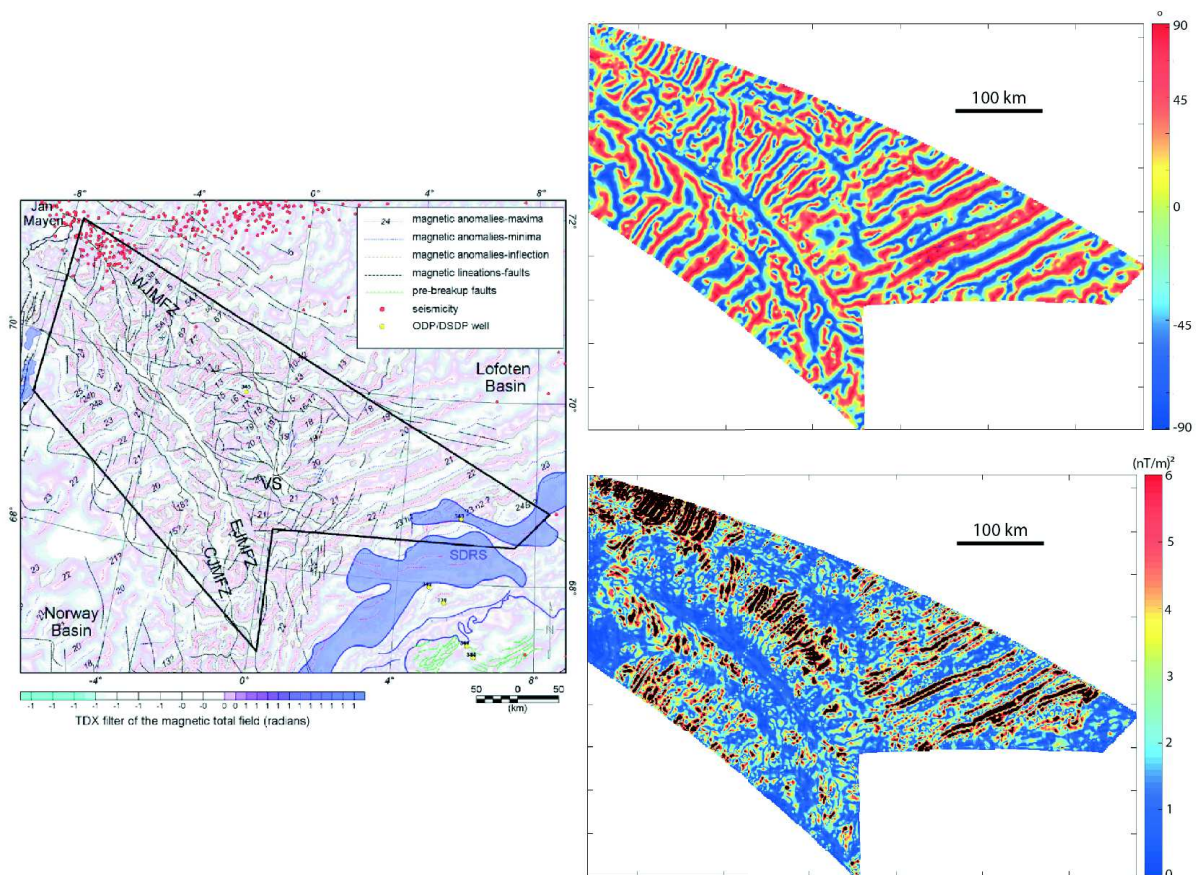


FIGURE 5.15 – La carte de gauche provient de l'article Gernigon *et al.* (2009), superposant l'interprétation de la zone à la carte de *tilt angle*. La carte supérieure de droite est la carte de *tilt angle*. La carte inférieure est la carte de signal analytique à l'ordre 2.

La carte de signal analytique a été calculée à l'ordre 2 ($\sqrt{(\frac{\partial^2 T}{\partial^2 x})^2 + (\frac{\partial^2 T}{\partial^2 y})^2 + (\frac{\partial^2 T}{\partial^2 z})^2}$). Des linéations sont visibles, leurs orientations sont comprises entre N60 et N20 et sont corrélées aux anomalies liées aux inversions (carte de gauche). Les valeurs de plus fortes amplitudes sont pour les dernières inversions (<C5). Pour l'anomalie C21 au nord de la zone de fracture, on a deux maxima pour le signal analytique qui devraient être corrélés à l'anomalie jeune C21y (à l'ouest) et l'anomalie vieille C21o (à l'est). Le maximum à l'est (C21o) diminue en intensité au fur et à mesure que l'on remonte vers le nord, alors que sur la carte de *tilt angle* c'est le maximum situé à l'ouest (C21y) qui disparaît. Au sud les anomalies semblent moins nettes. Il y a différentes hypothèses pour expliquer cela; la bathymétrie étant plus profonde la distance aux sources est plus élevée. Ces anomalies ne se sont pas mises en place sur le même segment de dorsales (différentes vitesses et processus de mise en place) et enfin la présence de fractures peut perturber le signal.

Les deux grandes zones de fractures EJMFZ et CJMFZ ne sont pas marquées sur la carte de signal analytique.

Sur les cartes, on constate la présence d'artefacts, qui semble corrélés aux traverses du levé.

Valeur propre 3 du TAM

Du point de vue de l'intérêt des cartes transformées, celle de la valeur propre 3 du tenseur d'anomalie magnétique (**TAM** - chapitre 2) pour des déclinaisons et des inclinaisons égales à 1, 95° et 77.74° me paraît plus intéressante. La direction de l'aimantation est supposée identique à celle du champ magnétique régional.

La figure 5.16 présente la carte pour la valeur propre 3 du TAM. J'ai effectué une interprétation de cette carte et je trouve une interprétation similaire à celle obtenue avec la carte de *tilt angle* de Gernigon *et al.* (2009) (Figure 5.15). Cependant, je trouve qu'il est plus aisé de dessiner la structurale sur ce type de carte. Les sources sont visibles au niveau des zones où les variations du signal sont faibles entre -0,2 et 0,2.

Nous avons choisi d'appliquer l'analyse en champ complexe sur l'anomalie C21 (46.26 - 47.9 Ma), car elle est bien présente au nord de la fracture et au sud on la distingue relativement bien. Pour cette étude, nous allons nous focaliser sur les deux zones visibles sur la figure 5.16.

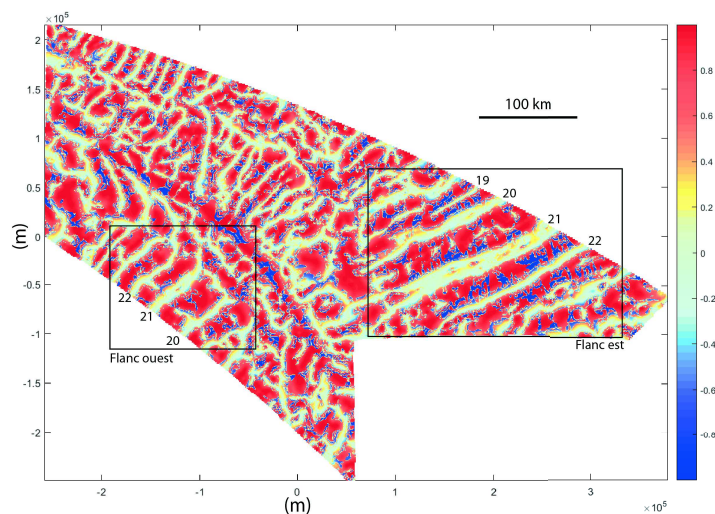


FIGURE 5.16 – Carte de la valeur propre 3 du tenseur de l'anomalie magnétique **TAM** pour une aimantation induite de déclinaison 1, 95° et d'inclinaison 77.74°.

5.4.4 Le champ complexe

5.4.4.1 Le flanc est

La première zone se situe au nord de la fracture Jan Mayen. L'anomalie C21 que nous allons étudier a été mise en place à l'est de l'axe de la dorsale Mohs. La figure 5.13 montre que la bathymétrie se situe autour de 3000 m.

La figure 5.17 présente une carte schématique obtenue à partir des cartes magnétiques traitées. L'intensité des anomalies magnétiques varie, par exemple l'amplitude de l'anomalie C22 est plus élevée ($\approx 900nT$), alors que les anomalies C21 et C20 ont des amplitudes similaires ($\approx 600nT$). L'anomalie C19 est de plus faible amplitude ($\approx 300nT$) par rapport au trois autres. Si on se concentre sur l'anomalie C21, on constate que l'on a une variabilité latérale sur les cartes (Figure 5.17 b, c et d). Au fur et à mesure que l'on se déplace vers le nord, l'anomalie change d'aspect, la partie positive s'atténue.

La figure 5.18 présente les trente profils extraits perpendiculairement à la structure. La numérotation commence au sud et augmente progressivement en allant vers le nord. L'espacement entre chaque profil est de 3 km.

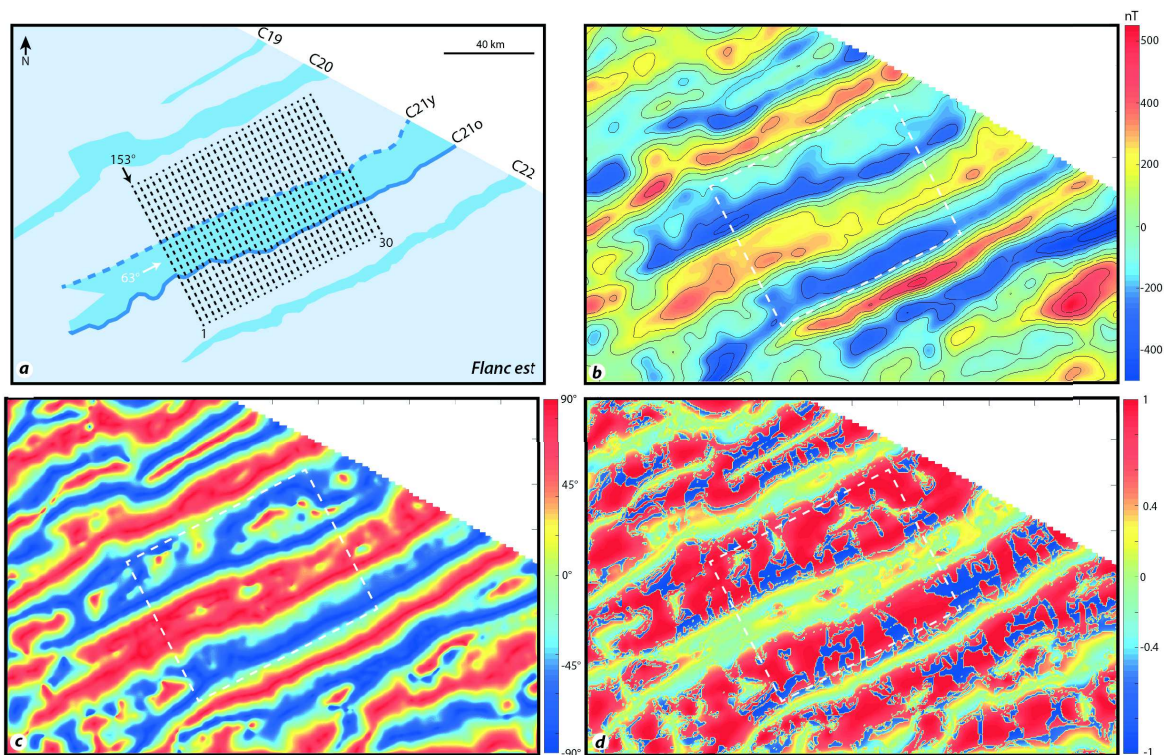


FIGURE 5.17 – Cartes présentant la première zone d'étude. a) Carte schématique de la zone élaborée à partir de la carte d). Les segments noirs en pointillés représentent les profils visibles sur la figure 5.18. b) Carte de l'intensité de l'anomalie magnétique exprimée en nano Tesla. c) Carte de tilt angle. d) Carte de la valeur propre trois du tenseur d'anomalie magnétique. Les rectangles en pointillés blancs localisent la zone où les profils ont été extraits.

Dans ces profils, il est possible de distinguer trois familles différentes d'anomalies. La première famille regroupe les profils du sud (profils 1-12), dont l'anomalie magnétique

est composée d'une partie négative à gauche, puis d'un plateau dont deux maxima peuvent légèrement apparaître pour certains profils et les profils se terminent par un négatif (décroissance progressive). La deuxième famille englobe les profils centraux allant du numéro 13 au 20. Comme pour la famille précédente, on commence par une partie négative, suivie par un plateau légèrement incliné vers la gauche formé par trois extrema (ils sont également visibles sur les profils en signal analytique (SA)), puis d'une décroissance lente. La troisième famille correspond aux profils du nord 21-30, composés d'une partie négative, puis d'un plateau fortement incliné vers la gauche (le maximum est à gauche) et enfin d'une décroissance formant une partie négative. Pour les profils 28 29 et 30, il semble qu'un troisième extrema soit visible sur le profil de signal analytique.

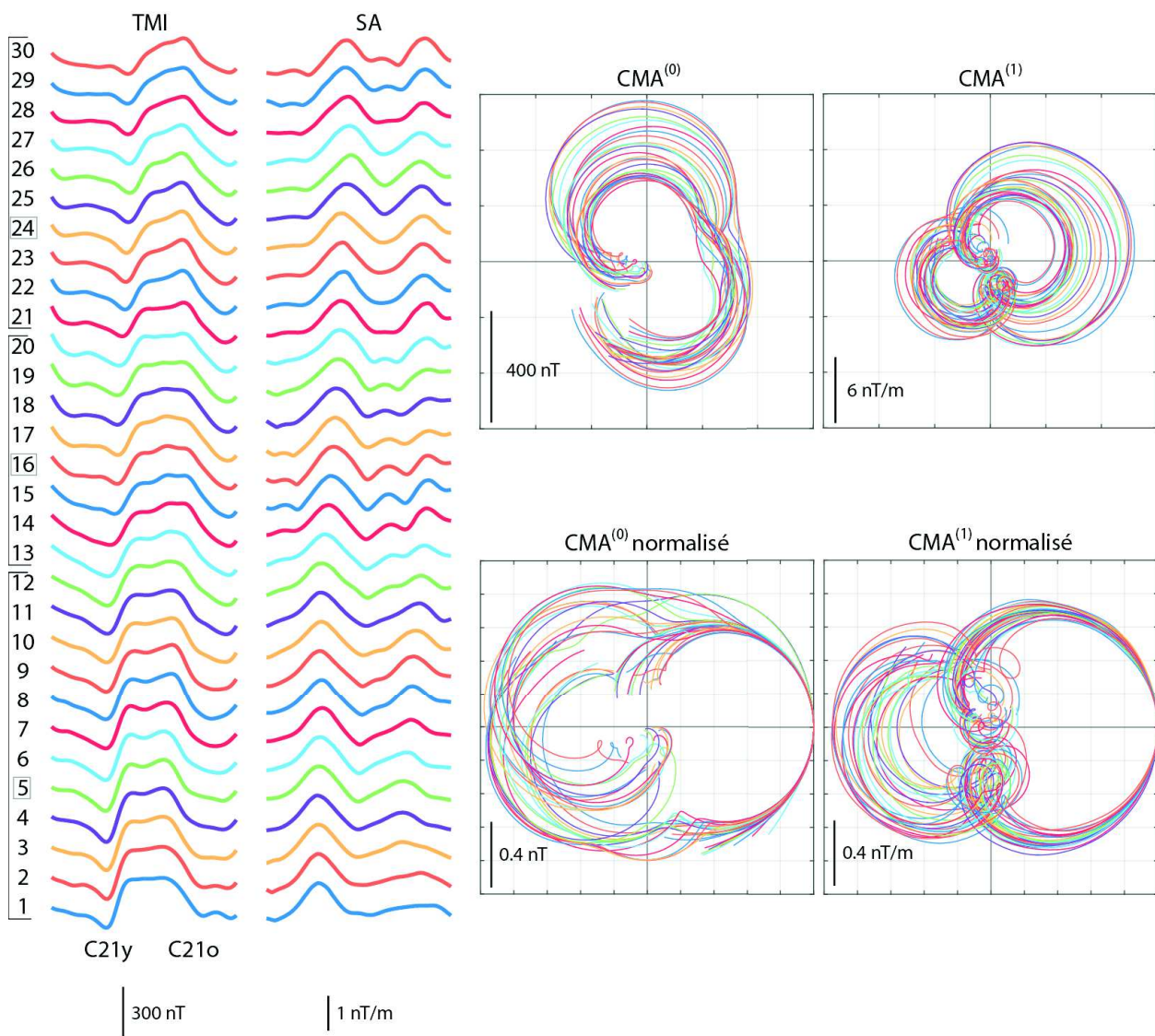


FIGURE 5.18 – Visualisation des trente profils extraits sur le flanc est (Figure 5.17). La colonne de gauche présente les trente profils de l'intensité de l'anomalie magnétique en représentation classique. La colonne suivante montre les profils de la valeur absolue du signal analytique (au sens classique (Nabighian, 1974)). La partie gauche de la figure présente le $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ dans la partie supérieure et dans la partie inférieure les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ normés au sens complexe (chapitre 3).

A droite dans la figure 5.18, on a quatre représentations différentes dans le plan complexe. La première concerne le $CMA^{(0)}$ et on a des courbes de forme et d'orientation similaires qui se superposent. La forme générale est semblable au $CMA^{(0)}$ visible dans la figure 5.10 : on est dans le cas où deux cercles interagissent. Les lobes supérieurs sont de plus fortes amplitudes que ceux qui se situent en bas du diagramme. Le diagramme de droite représente les $CMA^{(1)}$ des trente profils. Le comportement des courbes se ressemble, en formant deux boucles qui se font face. Les premières boucles à droite sont de plus fortes amplitudes et correspondent à l'anomalie jeune C21y et les petites boucles sont liées à l'anomalie vieille C21o. Les deux diagrammes inférieurs correspondent aux fonctions CMA après normalisation complexe (division par le maximum du CMA - chapitre 3). Pour le $CMA^{(1)}$, une simple rotation est visible, alors que pour les $CMA^{(0)}$ normalisés, il y a deux types d'orientation. Les deux orientations sont sûrement liées à la variabilité dans l'amplitude des $CMA^{(0)}$ de l'anomalie jeune et vieille. Une fois le maximum est localisé sur l'anomalie jeune C21y et une autre fois sur l'anomalie vieille C21o, or ces deux maxima sont orientés à 180° . Afin de mieux comprendre les anomalies C21y et C21o, nous allons étudier en détail un profil de chaque famille.

Famille 1, profils au sud

Pour étudier les profils du sud présentant deux maxima sur le signal analytique, le profil 5 a été choisi. La figure 5.19 montre la représentation classique et le CMA pour le profil de données n^o5 et son modèle correspondant.

Le modèle a été construit pour une vitesse de demi taux d'expansion de 14.67 km/Ma, pour la construction du bloc 21. Le bloc 22 a été éloigné d'environ 5 km car il interagissait avec l'anomalie C21o (variation de la vitesse d'expansion). Au modèle a été ajouté une contamination de 4 km pour les limites des blocs, pour modéliser l'intrusion de matériaux hors axe de la dorsale (Mendel *et al.*, 2005). La direction de l'aimantation est identique à la direction du champ magnétique actuel, avec une inclinaison de 77° et une déclinaison de 1.95° . Les blocs sont à une profondeur de 3,5 km et ils ont une épaisseur de 500 m.

On constate que le modèle s'ajuste mieux avec la partie jeune de l'anomalie C21 qu'avec la partie ancienne. Cette observation est sûrement liée au fait que l'anomalie C22 interagit fortement avec celle-ci.

Pour la représentation dans le plan complexe (partie droite de la figure 5.19), la première chose est que l'orientation des $CMA^{(0)}$ des données et du modèle sont semblables. La seconde est une confirmation du meilleur ajustement de la partie jeune de l'anomalie C21 par rapport à l'ancienne. Pour le $CMA^{(1)}$, on constate que les courbes sont tournées d'environ -90° , ceci est lié à la dérivation qui augmente la puissance au dénominateur de un. L'ajustement du côté jeune est comme précédemment meilleur que du côté ancien. Pour l'anomalie jeune C21, on distingue un léger décalage entre le modèle et les données, il serait intéressant de voir si cela correspond à une simple rotation où à une translation (implique la présence d'interaction) dans le plan complexe.

Le modèle proposé est trop simpliste pour ajuster de façon parfaite les données. L'analyse dans le plan complexe suggère l'augmentation du contraste d'aimantation de la limite la plus ancienne du bloc 21.

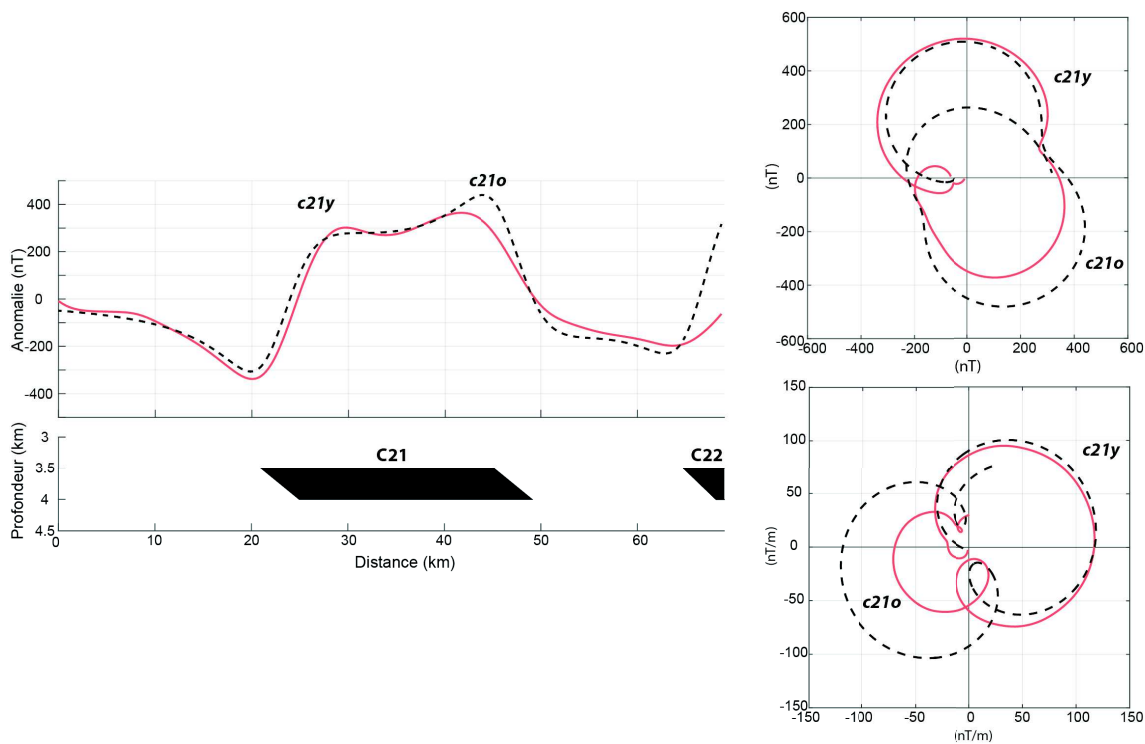


FIGURE 5.19 – À gauche est représenté le profil $n^{\circ}5$ de données extraites de la grille pour un cap de 153° (courbe rouge). La courbe en pointillés noirs présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des deux blocs schématisés en dessous. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de $14,67$ km/Ma. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalents à la représentation de gauche.

Famille 2, profils centraux

Pour les profils centraux ainsi que les trois derniers profils au nord (28, 29 et 30), trois maxima sont visibles sur les profils de signal analytique. Le maximum situé au centre est de plus faible amplitude. La figure 5.20 présente le profil $n^{\circ}16$ de données avec un modèle simple de blocs de 500 m d'épaisseur. Sur la partie droite sont visibles les mêmes données avec le $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$. La première chose, est que comme pour les profils au sud le modèle ajuste la partie jeune de l'anomalie C21. La différence se place au centre où on a un morceau d'anomalie qui ne peut être ajusté avec un modèle simpliste. Dans les représentations en champ complexe, on constate qu'une boucle apparaît à 90° entre les deux lobes des anomalies C21y et C21o.

La présence de ce morceau d'anomalie qui ne s'ajuste pas est liée à une variation d'aimantation qui n'est pas prise en compte pour la modélisation.

Quelque soit le profil de données, il est toujours possible de l'ajuster, c'est l'essence même des méthodes potentielles, il existe une infinité de solution à un problème, cependant on peut limiter l'espace des solutions. Dans la suite, nous allons modéliser le même profil, mais avec des approches différentes et en ne s'éloignant pas trop du modèle initial de couche aimantée de 500 m d'épaisseur.

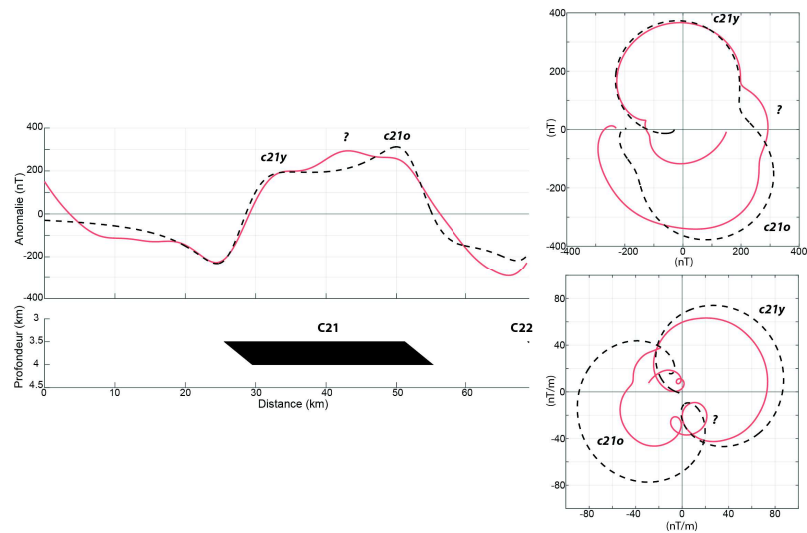


FIGURE 5.20 – À gauche est représenté le profil $n^{\circ}16$ de données extraites de la grille pour un cap de 153° (courbe rouge). La courbe en pointillés noirs présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des deux blocs schématisés en dessous. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de $13,59$ km/Ma. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalent à la représentation de droite.

Le comportement du champ

Si on souhaite tester l'idée que sur cette période le champ paléomagnétique a été l'objet de fluctuation, c'est l'aimantation que nous allons modifier.

Inversion du champ paléomagnétique

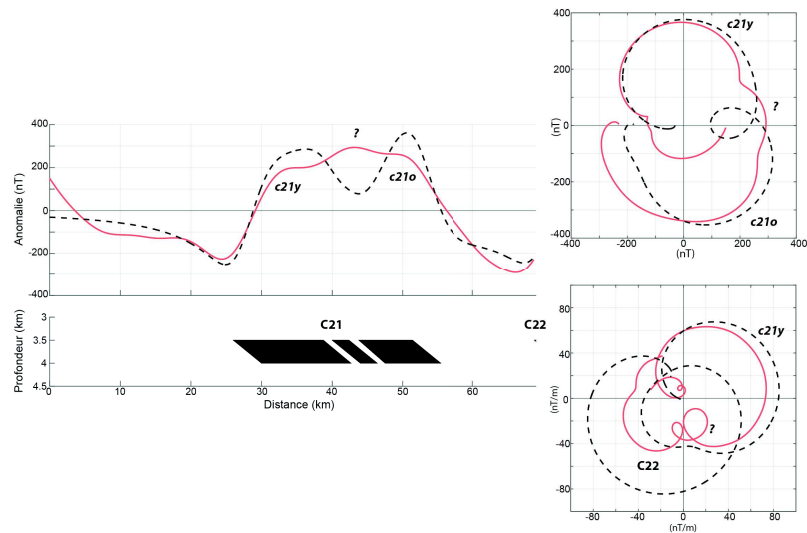


FIGURE 5.21 – À gauche est représenté le profil de données $n^{\circ}16$ extraites de la grille pour un cap de 153° (courbe rouge). La courbe en pointillés noirs présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des quatre blocs schématisés en dessous. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de $13,59$ km/Ma. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalent à la représentation de droite.

Sur la figure 5.21 est présenté un modèle simpliste ajoutant quatre inversions pendant le chron 21. On voit que cela n'ajuste pas les données et au contraire augmente l'écart. J'ai également testé en ajoutant plus d'inversions, le seul effet est d'atténuer l'amplitude du lobe négatif.

Fluctuation de l'intensité

La figure 5.23 présente les résultats obtenus dans le cas où l'on fait varier l'intensité de l'aimantation. Pour le modèle, deux bandes ont été modifiées. La première bande a une intensité d'aimantation supérieure de 12%, alors que la seconde bande plus large a une intensité d'aimantation plus faible de 17%. L'anomalie centrale est plutôt bien ajustée au regard du faible écart sur les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$, pour les anomalies liées aux limites jeunes et vieilles, ils restent encore un peu de travail. En effet, lors de la dérivation, on a une augmentation de la différence entre les données et le modèle.

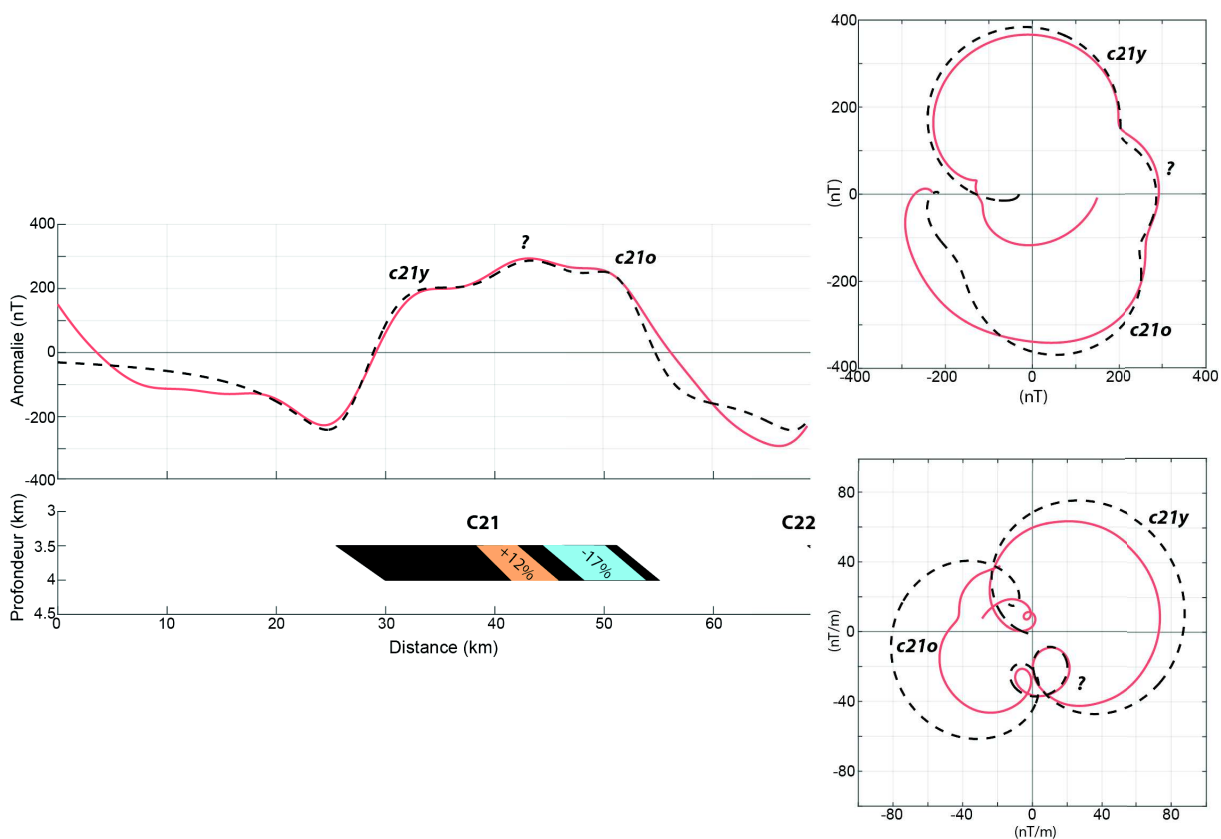


FIGURE 5.22 – À gauche est représenté le profil de données $n^{\circ}16$ extraites de la grille pour un cap de 153° (courbe rouge). La courbe en pointillés noirs présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des deux blocs schématisés en dessous. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de $13,59$ km/Ma. Pour le bloc 21, l'amplitude de l'aimantation a été modifiée. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalent à la représentation de droite.

Structure

Une autre possibilité pour ajuster le modèle serait de modifier les limites du bloc. La figure 5.23 présente l'ajustement des données en modifiant le relief du bloc permettant la modélisation de l'anomalie C21. Le relief est positif au centre du bloc de 75 m et décroît progressivement vers la partie vieille de 106 m. On constate que le mo-

dèle ajuste plutôt bien l'anomalie jeune et l'anomalie centrale, alors que du côté de la partie vieille il faudrait diminuer la longueur d'onde de l'anomalie calculée à partir du modèle. Au niveau des représentations dans le plan complexe, pour le $CMA^{(0)}$ on a un bon ajustement. Pour le $CMA^{(1)}$, la partie centrale de l'anomalie reste bien ajustée, pour l'anomalie jeune il y aurait à modifier l'amplitude et pour l'anomalie vieille il faudrait diminuer l'interaction dans le modèle avec le bloc 22 en l'éloignant.

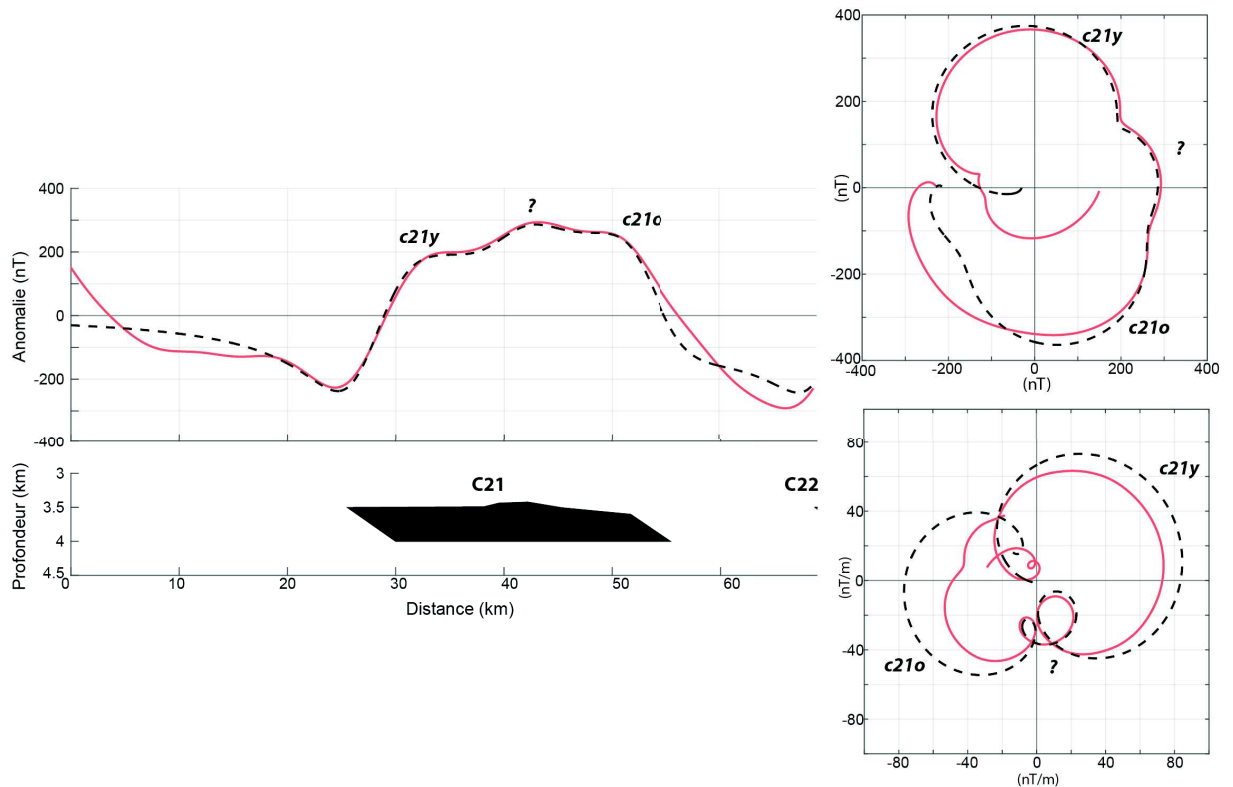


FIGURE 5.23 – A gauche est représenté le profil de données $n^{\circ}16$ e de la grille pour un cap de 153° (courbe rouge). La courbe en pointillés noir présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des deux blocs schématisés en dessous. Au bloc modélisant l'anomalie C21 de la topographie y a été rajoutée. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de $13,59$ km/Ma. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalent à la représentation de droite.

Il est fort probable que ce soit le dernier modèle qui soit le plus proche de la réalité. En effet, si l'origine de l'anomalie est liée aux comportements du champ géomagnétique, le signal serait visible sur les autres profils or cela n'est pas le cas. Par conséquent, l'anomalie doit avoir une origine plus locale telle qu'une variation de la topographie du toit de la couche.

Famille 3, profils nord

La dernière famille correspond aux profils situés au nord de la zone du flanc est. Sur le profil d'anomalie, la partie vieille est plus marquée qu'au sud. Au niveau des profils de signal analytique, on a deux maxima bien marqués correspondant sûrement aux anomalies jeunes et vieilles. D'ailleurs ceci est visible sur le $CMA^{(0)}$ normalisé (Figure

5.18) où le maximum se situe sur l'anomalie vieille et non sur l'anomalie jeune.

La figure 5.24 montre les résultats de la modélisation pour le profil $n^{\circ}24$, qui est représentative de la tendance des profils nord. Les trois blocs sont épais de 500 m et placés à 3.5 km de profondeur. La direction de l'aimantation est la même que celle du champ magnétique régional avec une inclinaison de 77° et une déclinaison de 1.95° . Pour ajuster au mieux l'anomalie C21, on a été contraint d'augmenter la contamination au niveau de la limite des blocs, elle est de 8 km.

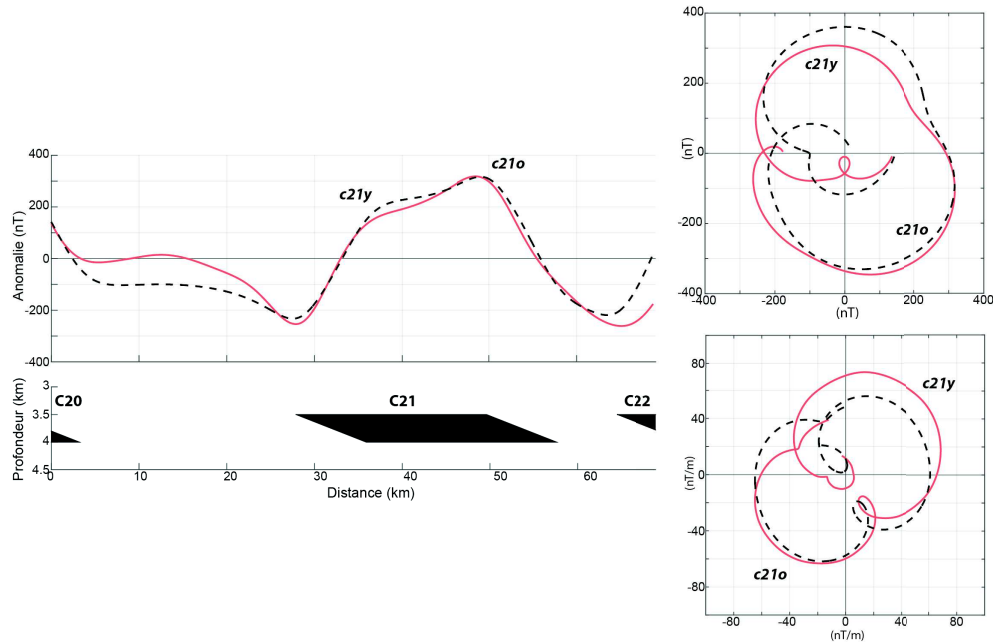


FIGURE 5.24 – A gauche est représenté le profil de données extraites de la grille pour un cap de 153° (courbe rouge). La courbe en pointillés noirs présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des deux blocs schématisés en dessous. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de $13,18 \text{ km/Ma}$. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalent à la représentation de droite.

Le modèle ajuste mieux la partie vieille de l'anomalie à la différence des modèles précédents qui mettaient en évidence une meilleure corrélation avec la partie jeune. Si, on regarde le $CMA^{(1)}$, on constate que la partie vieille s'ajuste bien mis à part pour la partie s'approchant de l'origine du plan complexe. L'origine de ce décalage est liée à l'interaction de l'anomalie C22, en effet il faudrait légèrement l'éloigner. Pour la partie jeune de l'anomalie C21, sur le $CMA^{(0)}$ (diagramme du haut - Figure 5.24), il faudrait effectuer une rotation d'une dizaine de degrés pour mieux ajuster le modèle aux données. De plus, il faudrait également éloigner le bloc 20 car son interaction est trop forte, ceci implique une augmentation de la vitesse d'accrétion de la dorsale à cette période.

5.4.4.2 Le flanc ouest

La deuxième zone choisie pour l'étude est au sud de la zone de fracture Jan Mayen. L'anomalie C21 a été mise en place au niveau de la dorsale fossile Aegir, sur le flanc ouest. La figure 5.13 indique une profondeur supérieure à 3500 m et les modèles dans

la zone placent les sources entre 5000 et 7000 m de profondeur (Gernigon *et al.*, 2015).

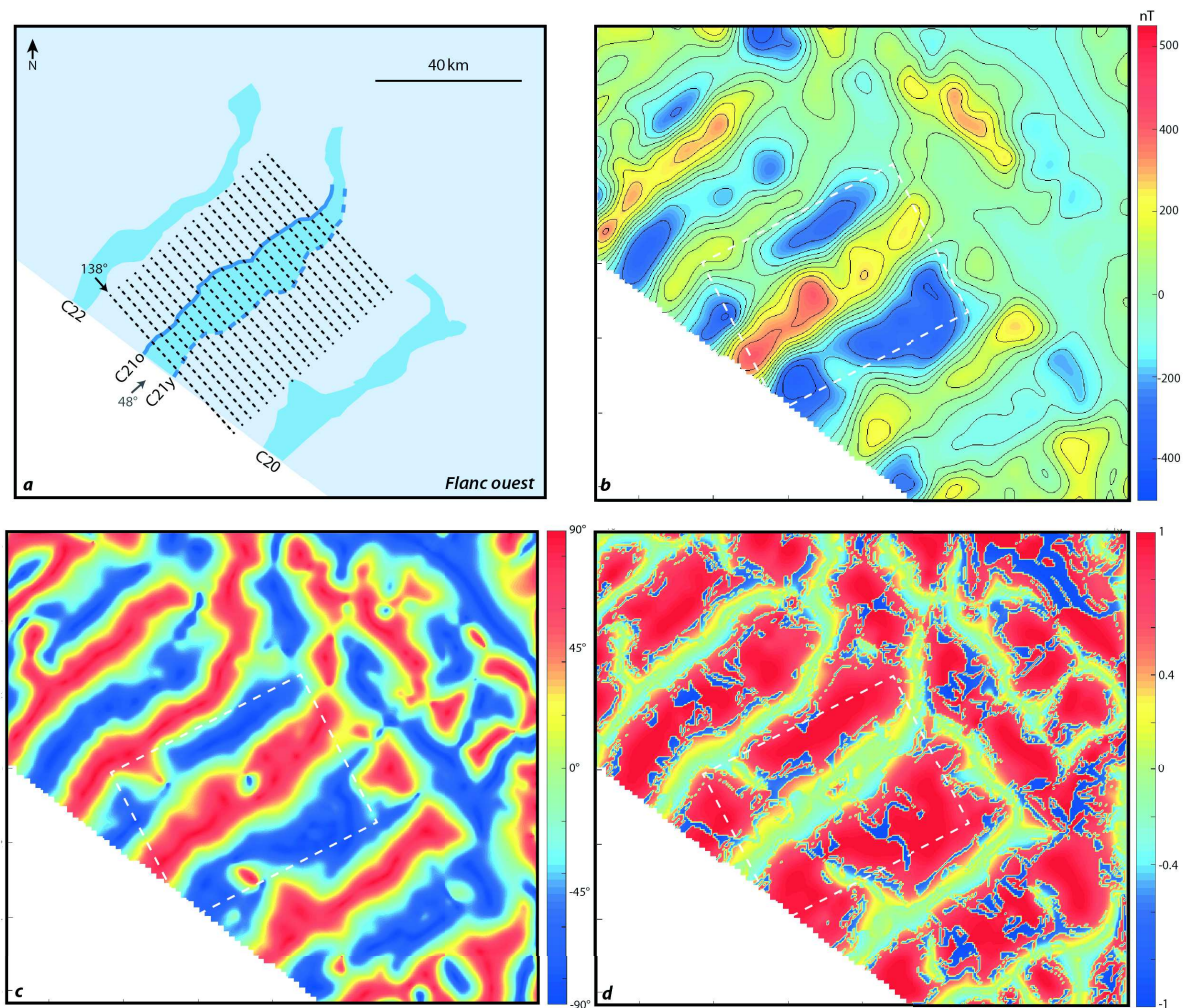


FIGURE 5.25 – Cartes présentant la seconde zone d'étude. a) carte schématique de la zone élaborée à partir de la carte d). Les segments noirs en pointillés représentent les profils visibles sur la figure 5.26. b) Carte de l'intensité de l'anomalie magnétique exprimée en nano Tesla. c) Carte de tilt angle. d) Carte de la valeur propre 3 du tenseur d'anomalie magnétique. Les rectangles en pointillés blancs localisent la zone où les profils ont été extraits.

La figure 5.25 présente les cartes et le schéma de la zone où vingt profils ont été extraits. On constate une variabilité latérale de l'intensité de l'anomalie. Au nord ouest on a une discontinuité de la partie négative de l'anomalie (dans le rectangle en pointillés blancs). L'intensité de la partie positive diminue en s'approchant de la zone de fracture au nord. L'orientation de la structure C21 diffère de 15° .

La figure 5.26 présente les vingt profils extraits sur le flanc ouest de la dorsale Aegir. Par rapport à l'autre zone d'étude (Figure 5.18), une plus forte variabilité est visible pour la forme des profils. Les profils les plus ressemblants aux profils vu à l'est sont les 11, 12, 13, 14, 15, 16 et 17. Les autres profils possèdent un maximum au centre et des parties négatives de part et d'autre. Au vu des interprétations structurales de

Gernigon *et al.* (2009) (Figure 5.15), la zone sud présente des fractures par conséquent les profils d'anomalies sont affectés par des changements de géométries. Dans le plan complexe, on constate que la forme des CMA diffère. Les courbes de $CMA^{(0)}$ ont une orientation similaire à celles du flanc est, cependant leurs formes diffèrent car on n'observe pas clairement deux lobes, on est plus proche d'une courbe type cardioïde ($n=2$). L'observation des $CMA^{(1)}$ indique une faible différenciation des anomalies jeunes et vieilles.

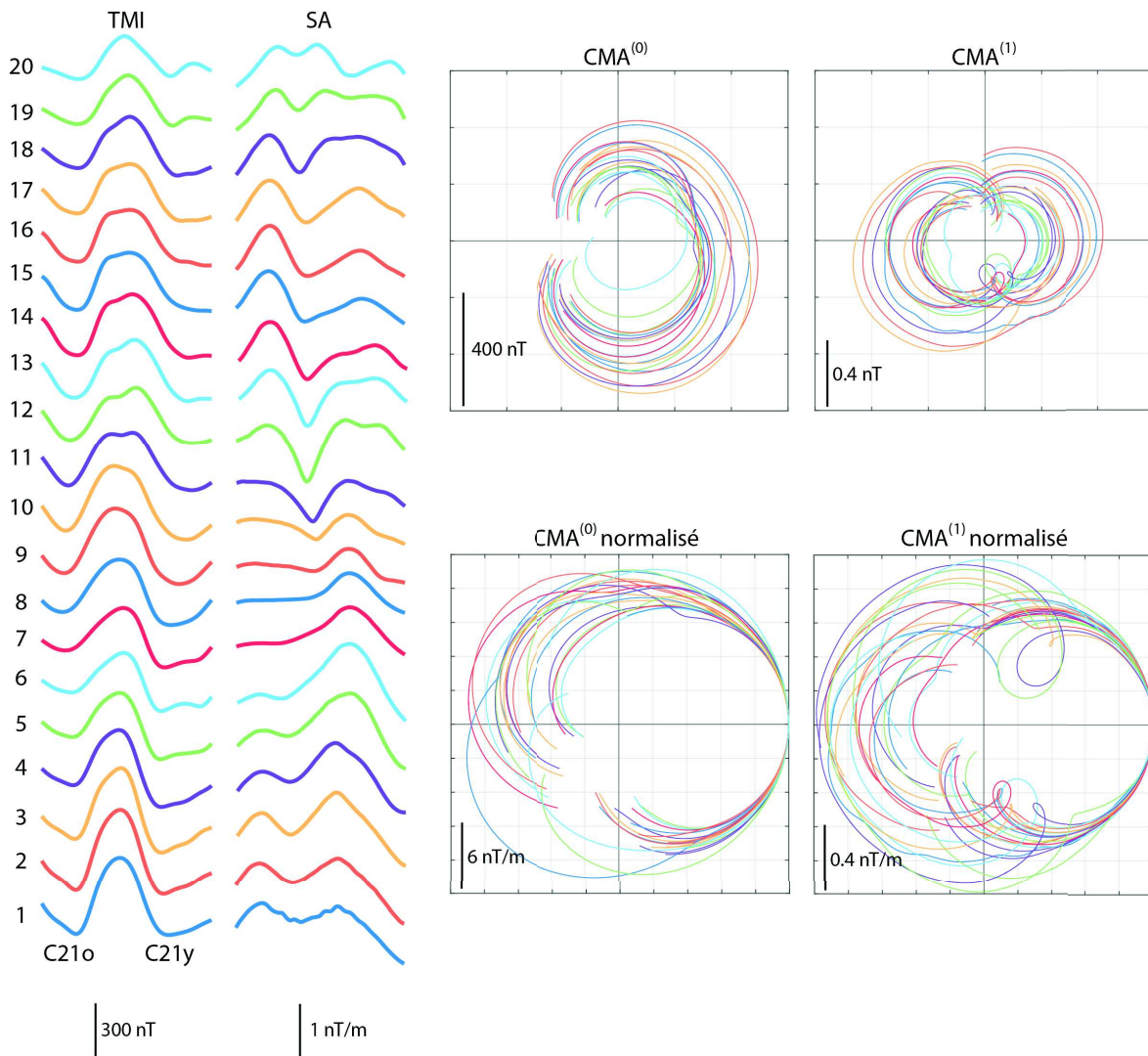


FIGURE 5.26 – Visualisation des vingt profils extraits sur le flanc ouest (Figure 5.25). La colonne de gauche présente les vingt profils de l'intensité de l'anomalie magnétique en représentation classique. La colonne suivante montre les profils de valeur absolue du signal analytique (au sens classique (Nabighian, 1974)). Sur la partie droite, on a le $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ dans la partie supérieure et dans la partie inférieure les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ normés (chapitre 3).

Modèle

Nous avons choisi de modéliser le profil n°16, qui ne semble pas être affecté par des fractures. La vitesse du modèle (10,31 km/Ma) est plus faible que sur le flanc est. Afin d'ajuster au mieux les données une contamination de 6 km a été appliquée au niveau des limites de blocs.

La figure 5.27 montre les résultats de la modélisation de l'anomalie C21 pour le flanc ouest de la dorsale. On constate que l'anomalie C21y est mieux ajustée que la partie vieille. En effet dans le modèle il faudrait éloigner le bloc de l'anomalie C22 qui rentre trop en interaction.

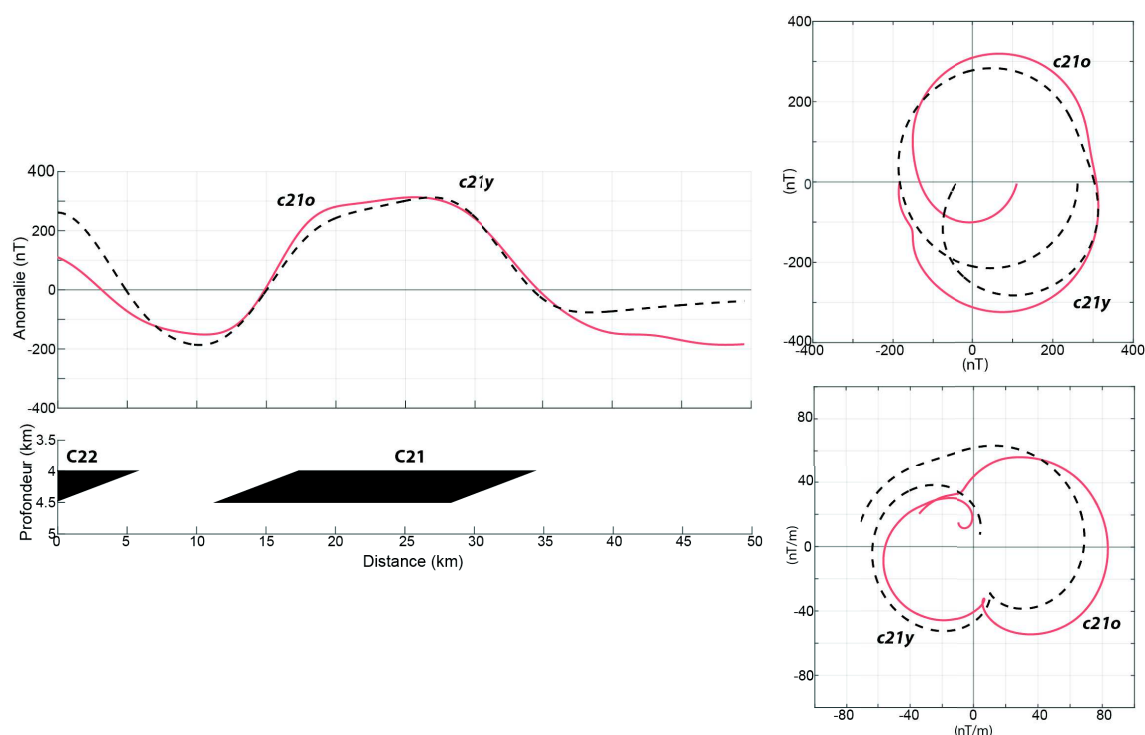


FIGURE 5.27 – A gauche est représenté le profil de données $n^{\circ}16$ extrait de la grille pour un cap de 143° (courbe rouge). La courbe en pointillés noirs présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des deux blocs schématisés en dessous. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de $10,31 \text{ km/Ma}$. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalents à la représentation de droite.

5.4.4.3 Résultats

Si on met en perspective les observations effectuées sur les flanc est et ouest, on constate des différences. La première des différences est au niveau de la vitesse estimée par les modèles. Celle du flanc est entre $13,18$ et $14,67 \text{ km/Ma}$, alors que celle du modèle à l'ouest n'est que de $10,31 \text{ km/Ma}$. Dans la littérature, la vitesse estimée est du même ordre de grandeur et est égale à $11,1 \text{ km/Ma}$ Gernigon *et al.* (2009). Pour tous les modèles, on constate une interaction de l'anomalie C22 sur l'anomalie C21o, qui permet de moins bien ajuster le modèle (sauf pour le profil de la famille nord $n^{\circ}24$).

Le maximum du CMA

Les figures 5.28 5.29 présentent la phase des maxima des anomalies C21y et C21o sur les fonctions $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$. Dans le chapitre 3, on a vu que cette valeur est égale à la somme de l'inclinaison apparente de l'aimantation, l'inclinaison apparente, le pendage et la dernière contribution est celle liée à la géométrie. Pour une anomalie

due à une demi-plaque horizontale infinie la phase du maximum du $CMA^{(0)}$ s'écrit

$$\theta_m = I_{ap_j} + I_{ap_r} - \frac{\pi}{2} \quad (5.3)$$

et pour le $CMA^{(1)}$

$$\theta_m = I_{ap_j} + I_{ap_r} - \pi. \quad (5.4)$$

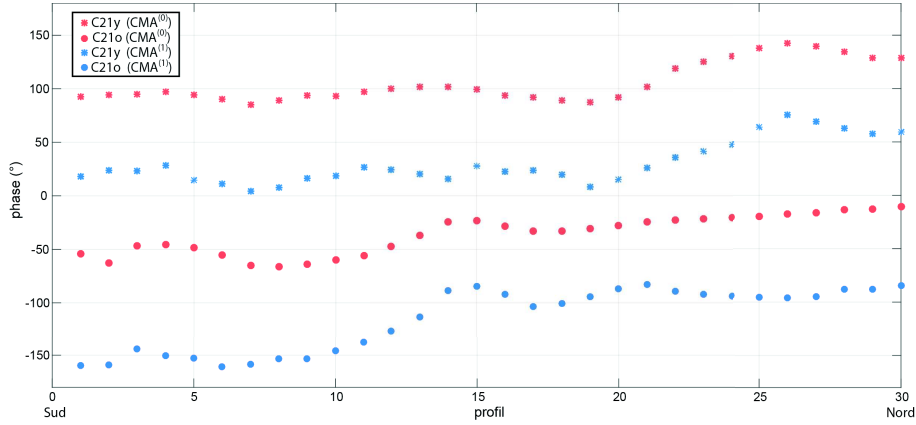


FIGURE 5.28 – Évolution de la phase du maximum du $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ pour l'anomalie C21y et C21o. Ces valeurs ont été obtenues pour le flanc est de la dorsale.

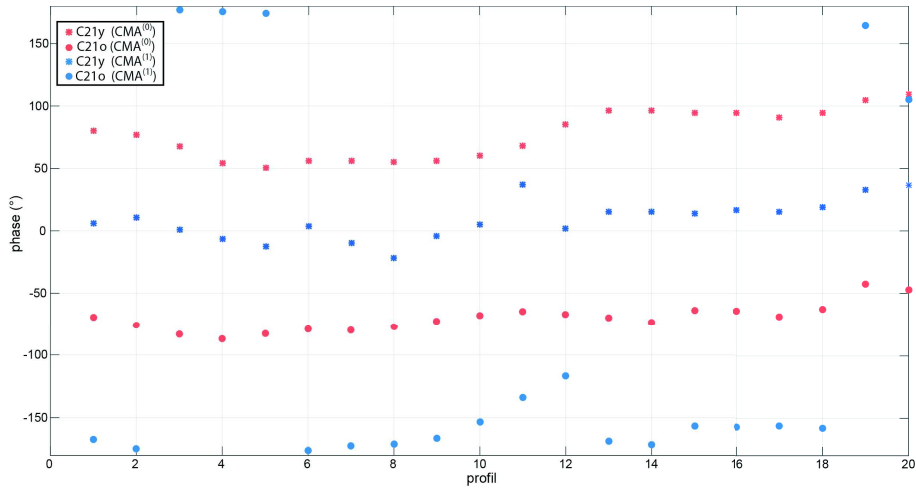


FIGURE 5.29 – Évolution de la phase du maximum du $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ pour l'anomalie C21y et C21o. Ces valeurs ont été obtenues pour le flanc ouest de la dorsale.

Pour le cas d'étude, l'inclinaison apparente est de 101° . Par conséquent les phases maximales devraient être de 112° et -68° pour la fonction $CMA^{(0)}$ et de 22° et -158° pour la fonction $CMA^{(1)}$. Si on compare aux résultats obtenus en moyennant les valeurs des figures 5.28 et 5.29, on a pour le flanc est des phases égales à 105° et -59° pour le $CMA^{(0)}$ et à 30° et -146° pour le $CMA^{(1)}$. Pour le flanc ouest, les phases moyennes sont égales à 77° et -70° pour le $CMA^{(0)}$ et à 9° et -160° pour le $CMA^{(1)}$. Il est intéressant d'observer que les résultats du $CMA^{(0)}$ et du $CMA^{(1)}$ ont les mêmes tendances quand il s'agit de l'anomalie C21y c'est la phase du côté est qui s'ajuste le mieux, alors que pour l'anomalie C21o c'est la partie ouest de la dorsale qui s'ajuste le mieux. Cela reste une étude préliminaire, il faut augmenter le nombre de profils dans l'étude vu les fortes

variabilités observées sur les cartes (Figure 5.15).

Un second aspect intéressant à observer est la différence entre les deux phases obtenues pour les anomalies C21y et C21o, dans la théorie, elle est de 180° , ce qui n'est pas le cas des valeurs expérimentales. Pour le flanc est, elle est de 164° ($CMA^{(0)}$) et 176° ($CMA^{(1)}$) et pour le flanc ouest de 147° ($CMA^{(0)}$) et 169° ($CMA^{(1)}$). Le flanc ouest présente un écart plus fort, une hypothèse possible est l'interaction entre les deux limites du bloc. Lors de la modélisation, la vitesse estimée était de $10 \text{ km}/Ma$, cela fait un bloc d'environ 17 km à 4 km de profondeur à l'ouest contre 30 km à 3.5 km de profondeur pour le pan est. Les extrémités du bloc 21 à l'est interagissent moins que celles du bloc ouest. Nos estimations théoriques (équations (5.3) (5.4)) sont basées sur une demi-plaque finie. Dans le futur, ayant l'expression théorique, il serait intéressant de quantifier l'interaction due aux deux limites d'une plaque finie. Il faut faire également attention aux anomalies voisines, qui peuvent interagir.

Le troisième point est que la différence entre les phases du maximum du $CMA^{(0)}$ et du $CMA^{(1)}$ pour les anomalies C21y et C21o devraient être égales à 90° . Or pour le flanc est, on a 15° de différence pour l'anomalie C21y et 3° pour l'anomalie C21o. Pour le flanc ouest, on a 13° pour l'anomalie C21o et le résultat est parfait pour l'anomalie jeune. Ces écarts sont sûrement liés aux interactions des autres sources.

5.5 Conclusion

L'*anomalous skewness* est une asymétrie résiduelle après que le profil d'anomalie soit réduit au pôle. L'étude par le champ magnétique complexe montre que quatre paramètres peuvent être à l'origine de l'asymétrie d'une anomalie : l'inclinaison apparente de l'aimantation, l'inclinaison apparente du champ magnétique régional, le pendage et la géométrie. Cependant les cas synthétiques étudiés (anomalies C21-C22), mettent en évidence que l'interaction entre les différentes anomalies serait la principale cause de la distorsion d'une anomalie (changement de forme et d'orientation). Pour mieux prendre en compte l'interaction des développements plus sophistiqués pourraient être entrepris et il serait intéressant d'avoir des données plus proche des sources (deep tow). Par ailleurs, les études des anomalies ont été faites pour deux segments de dorsale différents et il faudrait pouvoir effectuer la même étude sur le flanc conjugué de la dorsale.

Chapitre 6

Méthode potentielle magnétique pour l'archéologie

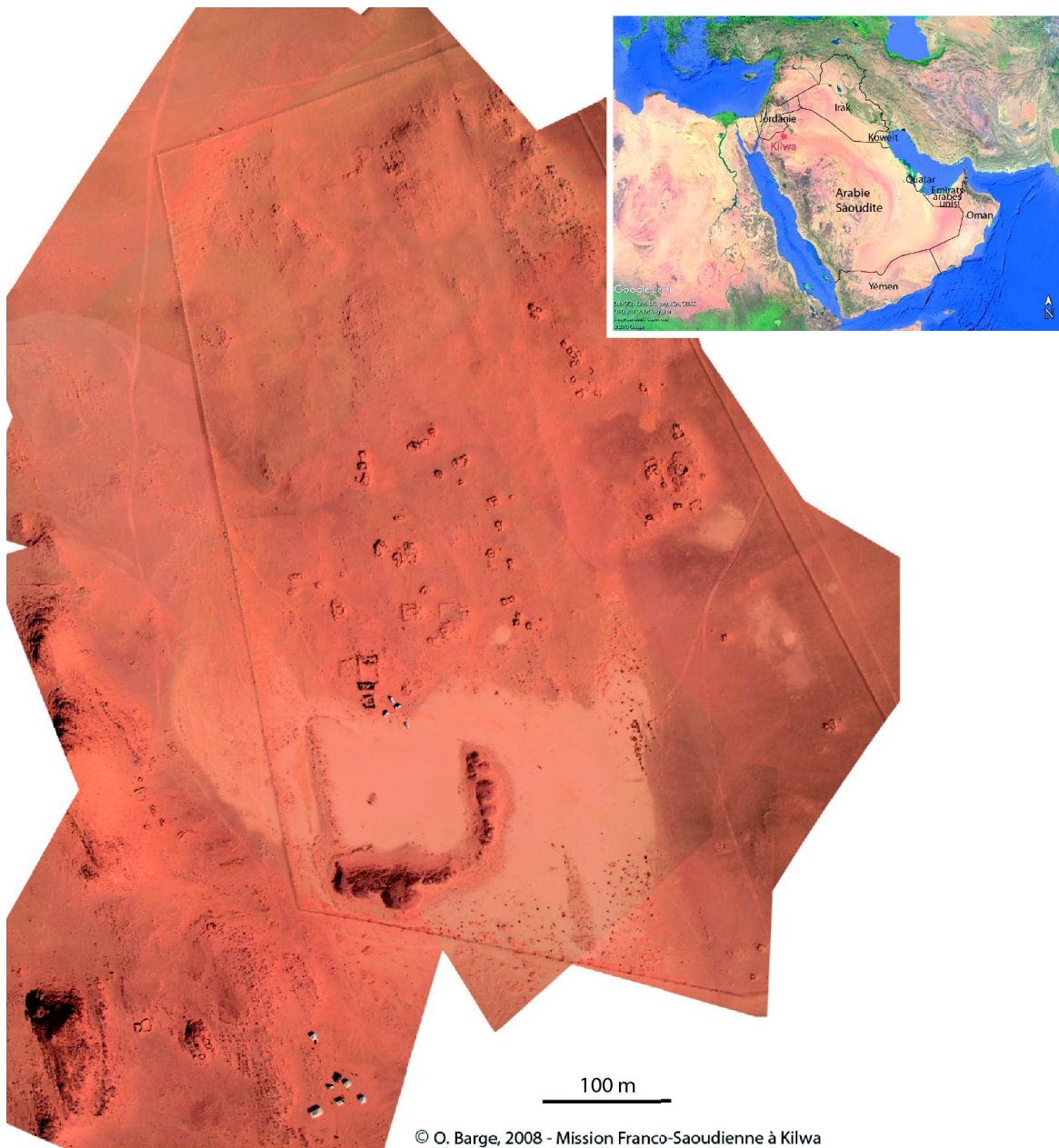
La méthode potentielle magnétique peut être utilisée en archéologie pour localiser des structures ou des objets anthropiques anciens. Les premières cartographies magnétiques pour la recherche archéologique datent de 1946 (Wynn *et al.*, 1975).

À l'IPGS (Institut de Physique du Globe de Strasbourg), deux thèses ont été soutenues sur cette problématique (Gavazzi, 2015; Alkhatib Alkontar, 2015).

Pour un géophysicien, le travail avec des archéologues est une collaboration intéressante. En effet, les amplitudes des anomalies magnétiques liées aux structures enterrées sont souvent faibles, de l'ordre de quelques nanotesla ou dizaines de nanotesla; ceci requiert l'amélioration de la mesure pour augmenter la précision. De plus, la collaboration avec les archéologues permet d'obtenir les preuves terrains. En géophysique, il est rare d'avoir des preuves terrains à confronter à une interprétation ou un modèle. Dans la suite de ce chapitre, je vais décrire de la même façon que dans le premier chapitre, le contexte des mesures, les procédures lors de l'acquisition et enfin les interprétations, pour une campagne archéologique Franco-Saoudienne sur le site de Kilwa, en Arabie saoudite.

6.1 Contexte de l'étude

Le site de Kilwa ($29^{\circ}42'02.94''N, 37^{\circ}3'34.08''E$) est situé dans la partie nord de l'Arabie Saoudite à environ 200 km au nord-est de la ville de Tabuk et à 30 km au sud de la frontière jordanienne. Le site se situe sur une zone plane à 1100 m d'altitude, dans un environnement contenant du grès et du calcaire (Farès, 2003, 2010, 2011). Le site de 30 ha est en retrait de toute activité anthropique. Le seul bémol d'un point de vue magnétique est la présence d'une clôture d'enceinte métallique délimitant la zone d'étude.



© O. Barge, 2008 - Mission Franco-Saoudienne à Kilwa

FIGURE 6.1 – Localisation de Kilwa, par rapport à l’Arabie Saoudite et ses pays frontaliers. Photographie aérienne de la zone d’étude (O. Barges, 2008).

Les premiers documents décrivant le site datent de 1914 (Bell, 1914). Par la suite d’autres missions se montèrent (Horsfield *et al.*, 1933; Horsfield, 1943), afin de décrire les vestiges visibles à la surface : alignement de pierres (Figures 6.1 6.2), murs, gravures sur certains blocs rocheux. Le lieu présente des vestiges de différentes époques (Horsfield *et al.*, 1933). Ce site a été au départ interprété comme étant un site romain-byzantin, mais les découvertes d’une église et de croix (Farès, 2011) indiquent que la dernière occupation est chrétienne et qu’il s’agirait d’un monastère.

6.1.1 Objectifs

Les photographies du site présentent de nombreuses traces d’anciennes constructions, telles que des alignements de pierres (Figure 6.1). L’idée est de cartographier

l'ensemble de la zone pour voir si des anomalies magnétiques pourraient révéler des structures non visibles à la surface.

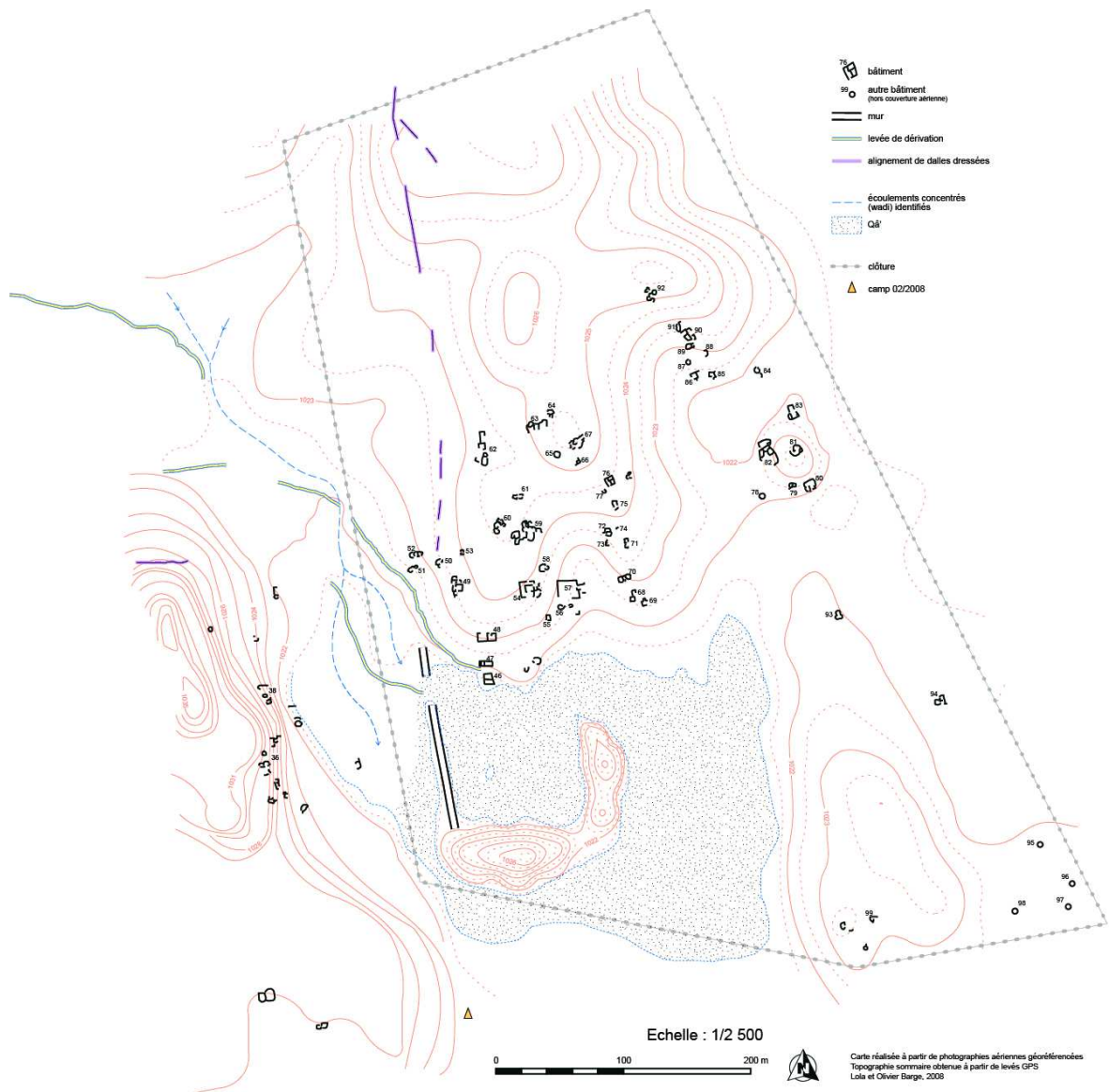


FIGURE 6.2 – Relevé topographique de la zone d'étude et relevés des bâtiments ou autres éléments visibles à la surface (O. Barge (2008)).

6.2 Acquisition et traitements des données

Pour répondre à la problématique, le dispositif utilisé est celui du sac à dos (description au chapitre 1). Quatre capteurs trois composantes de type fluxgate (Bartington, Mag-03MC) sont disposés à cinquante centimètres les uns des autres le long d'une perche placée à un mètre par rapport au sol. La fréquence d'enregistrement est de vingt-cinq mesures à la seconde. La localisation des données se fait à l'aide d'un système GNSS (Global Navigation Satellite System) différentiel (Trimble, deux antennes R4). Le tout est agrémenté de lunette HMD (Head Mounted Display) permettant au marcheur de visualiser les profils qu'il doit suivre, et de vérifier le bon enregistrement des données magnétiques.

Quatre zones d'extension plus limitées ont été couvertes avec un second dispositif (perche basse) pour une meilleure résolution des données magnétiques. Le dispositif est similaire au premier décrit, à la différence que les capteurs sont espacés de vingt centimètres et placés à vingt centimètres du sol.

Lors de la campagne qui s'est déroulée du 2 au 21 avril 2015, les opérateurs ont parcouru deux-cent trente kilomètres en soixante-quinze heures, soit une vitesse moyenne de trois kilomètres par heure.

6.2.1 Levés magnétiques perche haute

Les données acquises en perche haute, après traitement (étalonnage, compensation et suppression des variations temporelles) ont permis d'établir une carte couvrant une surface de 22 ha. Pour les traverses espacées de 10 m, l'ensemble du site a été couvert soit une surface de 30 ha. Les profils étaient espacés de deux mètres.

Analyse de la navigation

Dans le cadre des missions longues (19 jours) faites par l'équipe, celle de Kilwa fût la première qui utilisa le système différentiel GNSS pour localiser les données magnétiques. Pour obtenir une carte magnétique précise il faut disposer non seulement de données magnétiques de bonne qualité mais aussi d'une localisation précise. Afin d'estimer la précision, le système d'acquisition a été laissé en station pendant une heure et demie. Les résultats indiquent un mouvement horizontal de 2 à 2.5 mm selon la direction et 5.1 mm en altitude, ce qui est idéal pour nos applications. Pendant la mission, la procédure d'étalonnage et de compensation a toujours été faite au même endroit.

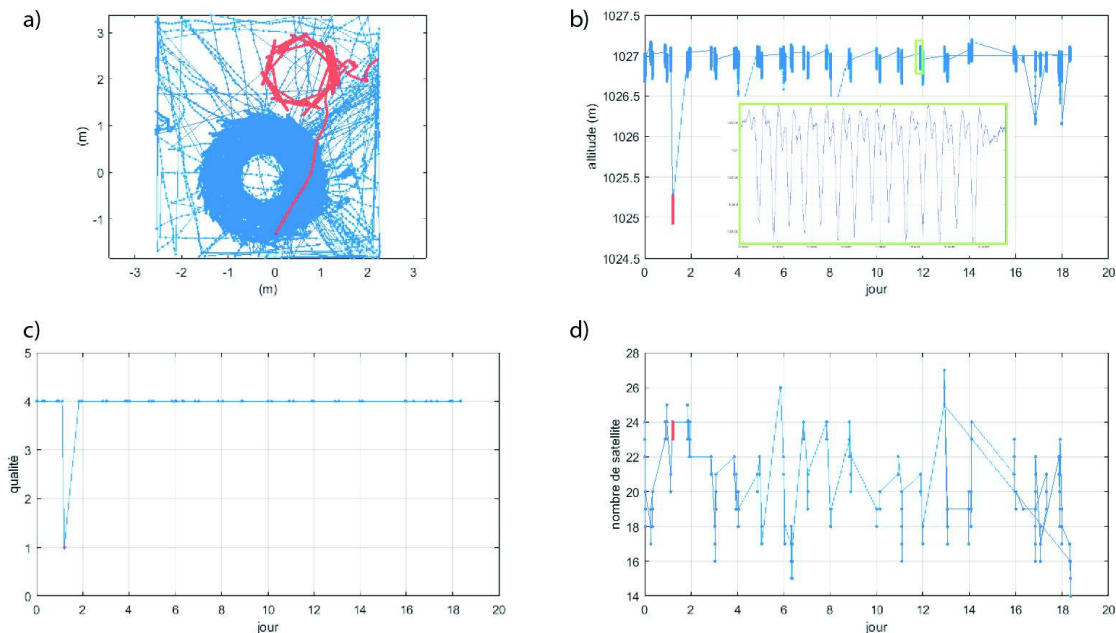


FIGURE 6.3 – (a) Localisation de la navigation de tous les points d'étalonnage; (b) altitude de ces mêmes données en fonction des jours d'acquisition; (c) qualité des enregistrements GNSS en fonction des jours et (d) évolution du nombre de satellites en fonction des jours. Les données en rouge correspondent à l'étalonnage décalé.

Sur la figure 6.3, l'étalonnage représenté en rouge montre un décalage d'environ 2 m par rapport aux autres. L'analyse des trames NMEA (National Marine and Electronics Association) permet d'obtenir des informations sur la localisation. Les enregistrements contenant l'information sur la géolocalisation se présentent dans le fichier de mesure sous la forme

```
> G02[00000000]GPGGA,070039.30,2941.87964421,N,03732.77682653,E,4,
18,0.8,1027.470,M,12.726,M,1.3,0021*7A
```

avec

- *G02* : indique qu'il s'agit d'un système de localisation extérieur à l'électronique.
- *[00000000]* : numéro de la trame en hexadécimal.
- *GPGGA* : GGA pour GPS fix et date
- *070039.3* : temps fixe 07 : 00 : 39.3 UTC.
- *2941.87964421,N* : latitude de 29 degrés nord et 41.87964421 minutes.
- *03732.77682653,E* : longitude de 37 degrés est et 32.77682653 minutes.
- *4* : qualité (*0 = mauvais*, *1 = GPS*, *2 = Differential GPS*, *4 = Real-Time Kinematic*)
- *18* : nombre de satellites.
- *0.8* : DOP (Horizontal dilution of precision).
- *1027.470,M* : altitude en mètre par rapport à l'ellipsoïde de référence WGS84.
- *12.726,M* : correction par rapport au géoïde en mètre.
- *1.3* : nombre de secondes écoulées depuis la dernière mise à jour DGNS.
- *0021* : identification de la station DGNS.
- **7A* : checksum.

Sur le graphique en bas à gauche de la figure 6.3 est représenté l'indice de qualité des données. Il y a un unique étalonnage pour lequel le facteur de qualité est égal à 1, c'est-à-dire un positionnement sans base. Pour cet étalonnage, la transmission radio des corrections de la base au mobile ne fonctionnait pas pour une raison inconnue. C'est le seul cas de dysfonctionnement de la correction différentielle et on observe bien sa conséquence avec l'étalonnage représenté en rouge et décalé d'environ deux mètres. En zoomant sur la localisation de l'antenne DGNS lors de la phase d'étalonnage (Figure 6.4), deux familles de cercles de diamètres différents sont visibles. La plus grande a un rayon d'environ 120 cm et la plus petite de 80 cm. La valeur des rayons est liée à la différence de distance entre l'antenne DGNS et les capteurs magnétiques étant maintenus au centre du cercle. Le cercle extérieur correspond aux étalonnages en perche basse et le cercle intérieur en perche haute. Si on sélectionne deux étalonnages appartenant à chacune de ces deux familles et que l'on regarde les variations d'altitude, on observe des fluctuations d'une vingtaine de centimètres. Si on suppose que seul le système acquisition subit l'inclinaison (hauteur 0.86 m), les angles d'inclinaison sont compris dans la gamme allant de 0° (au repos) à 40° (perche basse) et 50° (perche haute). Ces intervalles sont cohérents avec les inclinaisons des opérateurs (personne qui effectue les mesures sur le terrain), les angles légèrement plus forts pour le système en perche haute semblent cohérents car la perche étant à environ 1 m du sol contre 20 cm dans la cas de la perche basse permet une inclinaison plus forte.

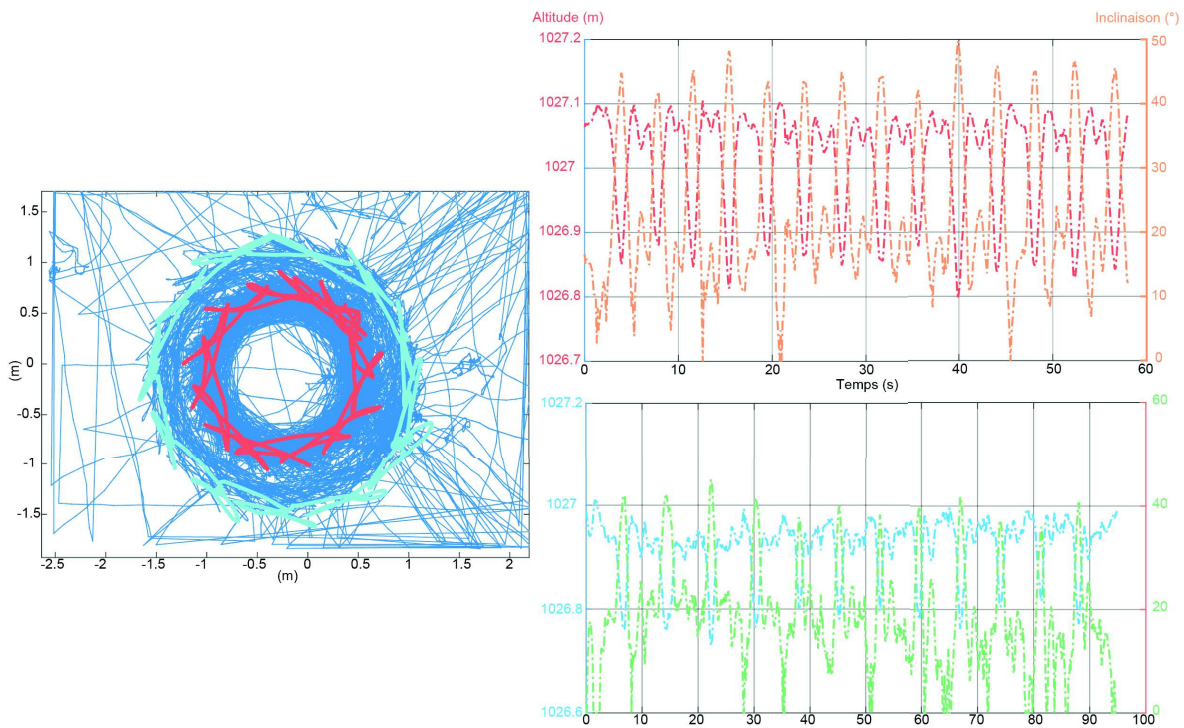


FIGURE 6.4 – Localisation d'un étalonnage en perche haute (rouge) et en perche basse (cyan). Sur la droite sont représentées les variations d'altitude pendant ces étalonnages (courbe rouge perche haute - courbe bleue perche basse). Les courbes orange et verte montrent les variations d'inclinaison du système d'acquisition pendant cette étape.

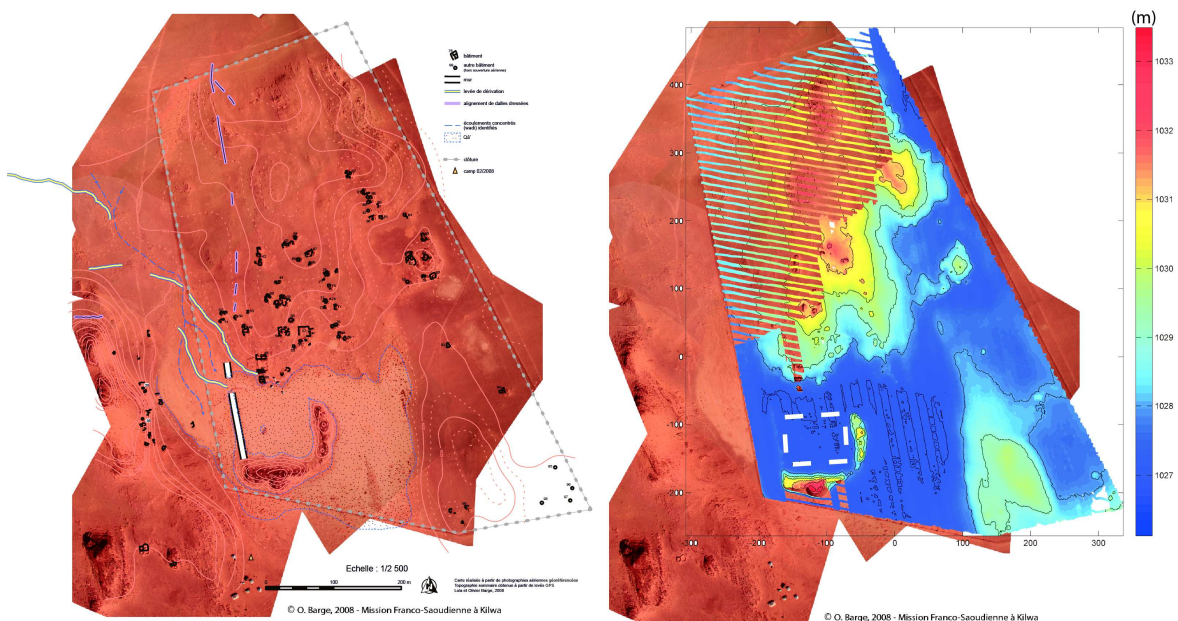


FIGURE 6.5 – Comparaison de la carte des altitudes obtenues avec les trames de l'antenne GNSS (image de droite) et le relevé effectué par Lola et Olivier Barge (2008) (image de gauche). Le rectangle en pointillés blancs indique le zoom visible sur la figure suivante.

Le GNSS donne également une altitude, on dispose d'une information précise sur l'altitude le long des profils et on peut calculer une carte topographique (Figure 6.5). Il est intéressant de comparer notre carte des altitudes au levé topographique réalisé lors d'une mission antérieure en 2008 (Figure 6.5). On constate que l'on a les mêmes tendances avec l'augmentation de l'altitude vers le nord du site et au sud est. Les deux cartes présentent des lignes de niveau similaires. Nos altitudes sont plus élevées d'environ cinq mètres en moyenne. Dans ces cinq mètres, deux mètres s'expliquent par le fait que l'antenne DGNSS portée par l'opérateur est à environ deux mètres de la surface du sol. Pour les trois autres mètres, il s'agit vraisemblablement de la différence de système de géo-référencement utilisé. Malheureusement, nous n'avons pas d'informations concernant le système utilisé par le topographe.

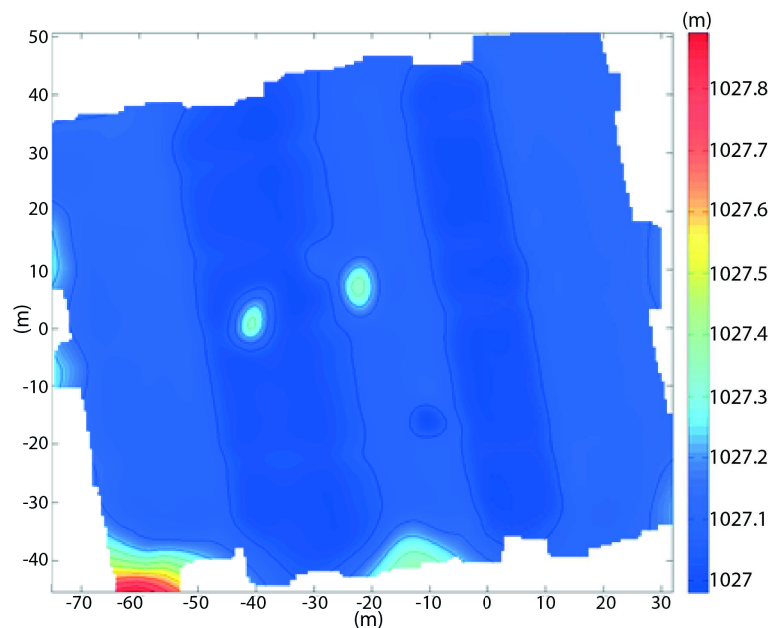


FIGURE 6.6 – Carte des altitudes DGNSS dans la zone au sud localisée par le rectangle blanc sur la figure 6.5.

Pour étudier la précision de la mesure de l'altitude, on sélectionne une zone plus petite qui est représentée sur la figure 6.6. Des bandes se dessinent sur la carte, leur orientation est identique à la direction des profils. La différence d'altitude est d'une quinzaine de centimètres. Elle est due à la taille différente des deux opérateurs qui ont marché sur le terrain. Ce défaut n'a pas été corrigé.

Étalonnages et compensation

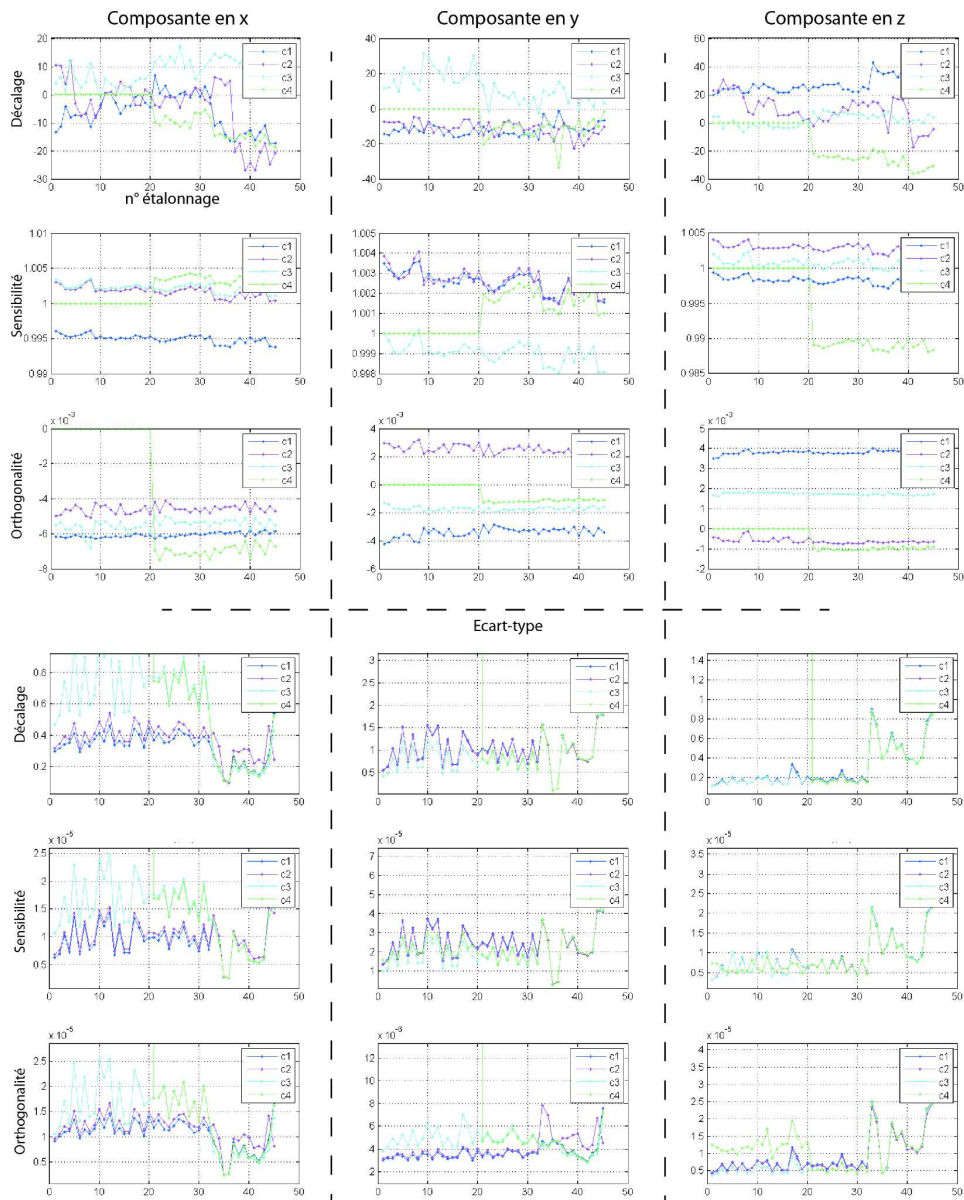


FIGURE 6.7 – Paramètres obtenus par l’algorithme d’étalonnage et de compensation au cours de la mission. Les graphiques représentent un paramètre à la fois pour les quatre capteurs (c1 - c4) au cours des quarante-cinq étalonnages de la mission. Les neuf graphiques de la partie basse représentent l’évolution des écart-type pour les paramètres.

Quarante-cinq étalonnages ont été effectués avec le système de mesure magnétique en sac-à-dos en perche haute. On a regardé l’évolution des paramètres permettant la correction des capteurs et la compensation de l’ensemble du système (sac, électronique, batteries) (Figure 6.7). On constate de faibles variations des paramètres au cours de la mission, mise à part le capteur 4. Ceci est cohérent, dû à une panne, le capteur a dû être démonté durant la mission et il n’a pas été réinstallé avec exactement la même orientation.

Variations temporelles

Afin de quantifier les variations temporelles de l'intensité du champ magnétique, le système d'acquisition fut laissé en station à plusieurs reprises sur l'endroit où était effectué l'étalonnage. Les enregistrements sont également comparés aux données des observatoires magnétiques (Intermagnet) les plus proches : Addis Ababa (Éthiopie - AAE), Iznik (Turquie - IZN), Pedeli (Grèce - PEG) et Tamanrasset (Algérie - TAM).

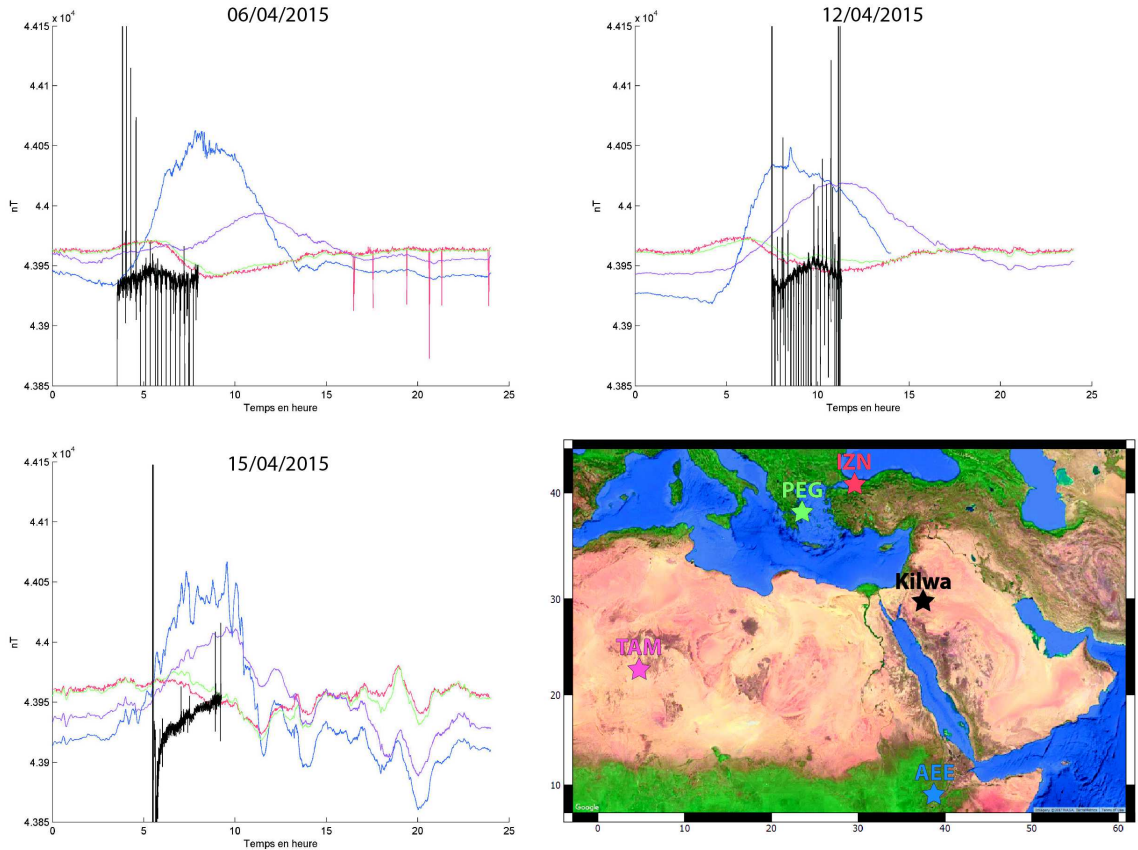


FIGURE 6.8 – Variations de l'intensité du champ magnétique pour les journées des 6, 12 et 15 avril 2015. Les couleurs indiquent l'origine des enregistrements localisés sur la carte : AEE (bleu), IZN (rouge), PEG (vert), TAM (magenta) et Kilwa (noir).

Pour faciliter la visualisation, la valeur moyenne des enregistrements des stations a été centrée sur 43960 nT (Figure 6.8). Nos enregistrements faits sur le site de Kilwa montrent des "spikes" qui sont liés à l'activité humaine à proximité du point d'enregistrement (passages de véhicules et/ou de personnes).

Les enregistrements provenant des stations (Intermagnet) ont des amplitudes variant de 200 nT pour Addis Ababa à 50 nT pour Iznik et Pedeli qui sont à des latitudes plus élevées. Les stations de Iznik et Pedeli ont les mêmes tendances ceci est cohérent car elles sont relativement proches par rapport aux deux autres stations. Si on compare l'enregistrement de Kilwa avec ceux des observatoires, on a les tendances des enregistrements de la station de Tamanrasset. Pour la journée du 14 avril on constate que le maximum n'est pas atteint en même temps, cela est peut-être lié aux 30° de longitude

qui les séparent (ils n'ont pas le même midi solaire). Tamanrasset présente le plus de corrélation avec les enregistrements faits à Kilwa, nous avons ainsi choisi cette station pour corriger les données. Elle n'est pas parfaite et il faut faire attention à ne pas ajouter de l'erreur aux mesures. Le mieux aurait été d'effectuer des enregistrements avec un magnétomètre absolu sur le site d'acquisition.

Une autre manière de procéder est de supposer que les variations temporelles ont pour effet d'ajouter une constante ou une relation affine sur chaque profil. En effet, les profils les plus longs mesuraient 700 m, à une vitesse 3 à 4 km/h, on estime le temps d'acquisition à environ une vingtaine de minutes. On peut supposer qu'à cette échelle de temps les variations temporelles sont linéaires voire constantes.

Analyse aux points de croisement

Après étalonnage, compensation et soustraction des variations temporelles, la carte calculée présente encore des effets liés à l'acquisition, c'est-à-dire des décalages entre les mesures sur profil. Les décalages peuvent avoir de multiples origines : dérive en température des capteurs ; changement de position des capteurs dans la perche ; modification de l'environnement magnétique des capteurs. La conséquence de ces décalages est que la différence de mesure de l'intensité du champ magnétique aux points de croisement sera non nulle. Si on considère que pour un profil donné le décalage est constant, les objectifs de l'analyse des points de croisement sont de quantifier les défauts résiduels des données et de les corriger. Avant l'application de l'algorithme minimisant les écarts aux points de croisement, la différence d'intensité était de 11,1 nT. Après inversion l'écart n'est plus que de 1.6 nT.

Résultats

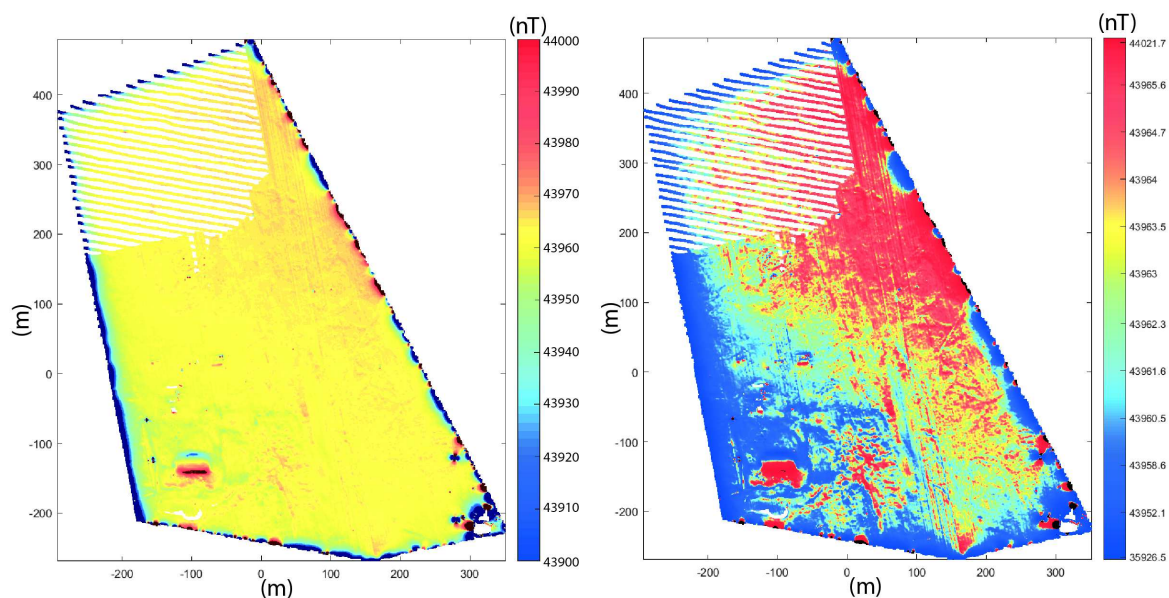


FIGURE 6.9 – Cartes de l'intensité du champ magnétique obtenues avec le système de mesures en perche haute. La carte de gauche est en représentation linéaire alors que celle de droite est en équi-population.

La figure 6.9 présente les cartes obtenues en représentation linéaire et en équipopulation. La première représentation consiste à utiliser une échelle de couleur qui varie de façon linéaire en fonction de l'intensité du champ magnétique. La seconde a pour philosophie que chaque couleur couvre la même surface sur la carte. L'intérêt de la deuxième représentation est de donner plus de visibilité aux anomalies de faibles amplitudes.

Sur la carte de gauche (Figure 6.9) les variations de l'intensité du champ magnétique vont de 43900 nT à 44000 nT. La majorité des anomalies se situe sur les bordures de la zone cartographiée et ceci résulte de la présence d'un grillage de 2 m de hauteur qui entoure le terrain. Quelques anomalies dipolaires de hautes fréquences sont visibles et correspondent à la présence d'objets en métal tels que les fers à béton employés par les archéologues pour délimiter les zones de fouilles.

6.2.1.1 Levés magnétiques par perche basse

Des acquisitions magnétiques ont également été effectuées avec le système de sac à dos en perche basse. Les capteurs sont placés à vingt centimètres les uns des autres et à une vingtaine de centimètres de la surface du sol. Ce dispositif permet d'avoir une meilleure résolution dans l'acquisition des données en se rapprochant des sources et en augmentant la densité des profils. Cette procédure prend beaucoup plus de temps, car l'opérateur effectue un profil tous les quatre-vingt centimètres au lieu de tous les deux mètres ; par ailleurs la marche est plus lente. Quatre zones d'intérêt ont été cartographiées ainsi, soit un hectare et demi des quarante hectares du site principal.

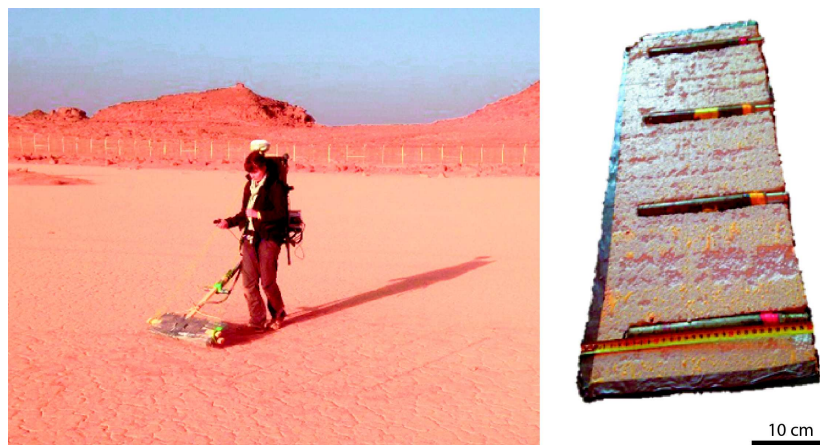


FIGURE 6.10 – Photographie du système de mesure à gauche et photographie de la disposition des capteurs dans la perche à droite.

La première zone choisie est située dans la partie sud du site présentant une plus forte sédimentation entre deux grands monticules perpendiculaires composés de roches (Figure 6.11, zone bleue). En effet, cette zone présente sur la cartographie classique une anomalie magnétique de grande longueur d'onde, dont la géométrie laisse penser à une structure anthropique orientée est-ouest d'environ quinze mètres de large sur cinquante mètres de long.

La seconde zone se trouve dans le secteur A des archéologues (Figure 6.11, zone verte). Des vestiges de murs sont visibles au sol. Cette zone a fait l'objet de sondages archéologiques lors d'une mission précédente. L'hypothèse émise par les archéologues, est que ce lieu a eu une fonction de dépotoir.

La troisième zone prospectée est située à l'est du dépôt sédimentaire (Figure 6.11, zone jaune). La cartographie magnétique classique y montre certaines structures qui méritent d'être étudiées plus précisément.

Enfin, la dernière zone est dans le secteur de fouille J (Figure 6.11, zone violette). Il s'agit de cartographier de la manière la plus détaillée possible les anomalies magnétiques à l'intérieur des bâtiments et des enceintes. Les résultats de cette dernière investigation ne seront pas présentés dans ce manuscrit, car les cartes ne sont pas probantes en raison de la présence de nombreux fers à béton pour délimiter les carrés de fouille.

La même chaîne de traitements, précédemment détaillée, a été appliquée aux données acquises en perche basse.

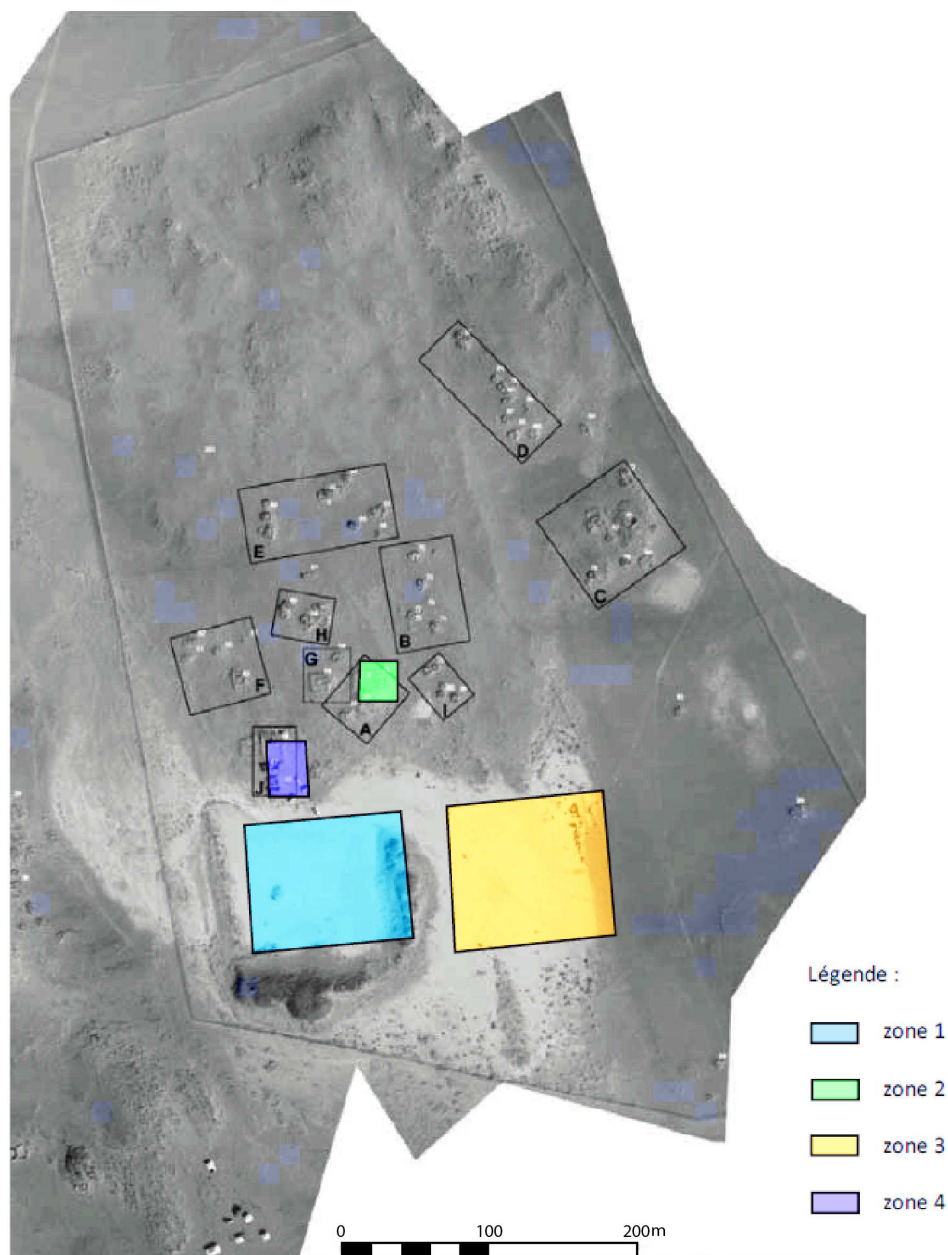


FIGURE 6.11 – Localisation des zones cartographiées avec le système de mesure perche basse.

Levé de la zone 1

La surface de la zone 1 mesure 7191 m^2 et la durée de l'acquisition a été de trois heures

trente. Si on compare les cartes obtenues avec les deux systèmes d'acquisition (Figures 6.12 et 6.13), les amplitudes sont plus fortes avec le dispositif en perche basse, cela est évident car les capteurs sont plus proches des sources. La longueur d'onde des anomalies est aussi plus grande avec le système en perche haute. L'étude des cartes obtenues en perche basse (figures 6.12) indique des variations d'une centaine de nanotesla. De nombreuses anomalies magnétiques hautes fréquences sont présentes au sud et à l'est. Leurs localisations semblent corrélées avec la présence de blocs de pierre à la surface. Une anomalie magnétique de grande longueur d'onde est visible, son amplitude est de 40 nT . Dans la partie interprétation on détaillera un peu plus cette zone.

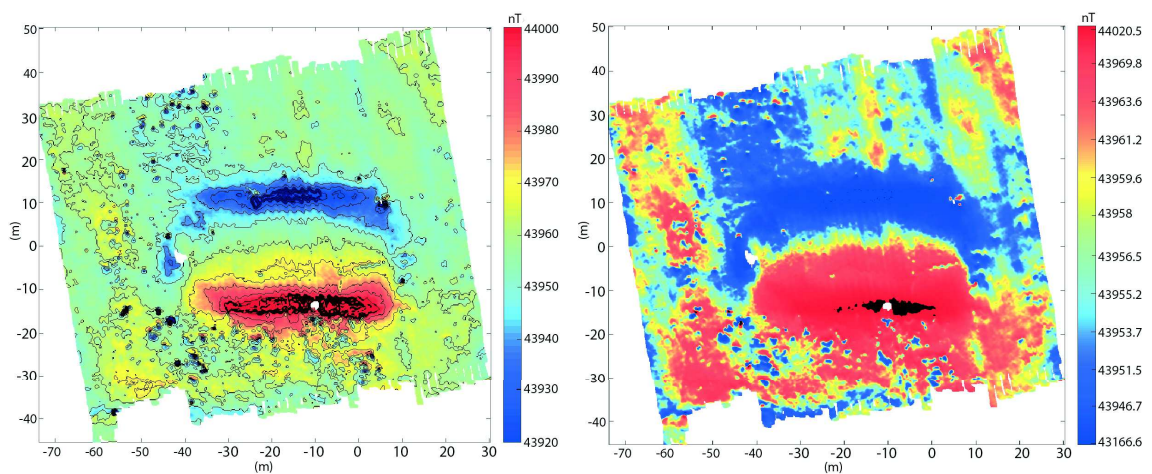


FIGURE 6.12 – Cartes de l'intensité du champ d'anomalie magnétique en représentation classique à gauche et en équi-population à droite, pour le système d'acquisition en perche basse pour la zone 1.

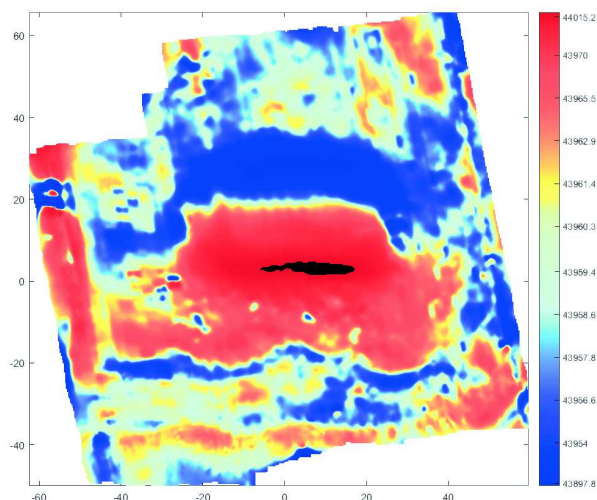


FIGURE 6.13 – Carte de l'intensité du champ d'anomalie magnétique en équi-population pour la zone 1, avec le système d'acquisition en perche haute.

Levé de la zone 2

La figure 6.14 présente les résultats pour la zone considérée comme un ancien dépotoir.

L'amplitude des anomalies est de l'ordre de 60 nT et certaines sont corrélées à la présence de murs à la surface (figure 6.15, tiret rouge). Quelques linéations d'une dizaine de nanoTesla, d'orientation est-ouest sont visibles sur la carte en représentation d'équi-population (figure 6.15, tiret vert).

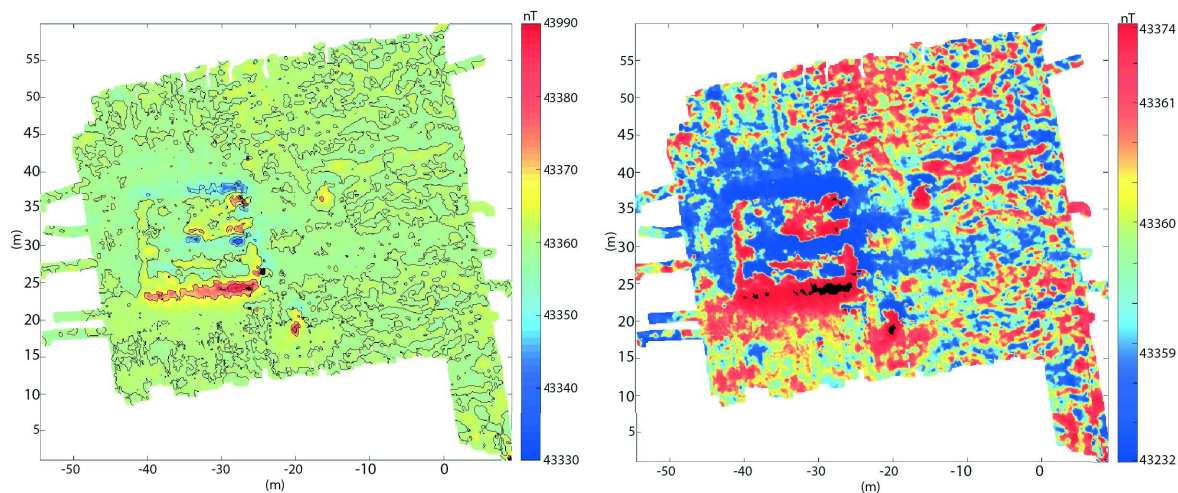


FIGURE 6.14 – Cartes de l'intensité du champ d'anomalie magnétique en représentation classique à gauche et en équi-population à droite, pour la zone 2.

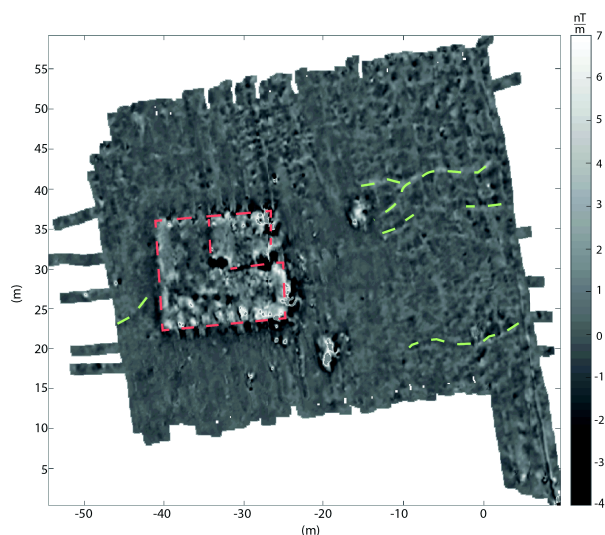


FIGURE 6.15 – Carte de l'intensité de l'anomalie magnétique après une double réduction au pôle (inclinaison 44° et déclinaison 3.37°) et une dérivée verticale à l'ordre 0.7. La carte est en représentation normale avec un échelle en nuance de gris allant de -4 à 7 nT/m .

L'amplitude des anomalies magnétiques de cette zone est similaire à celle de la zone 1. Par conséquent, les sources à l'origine des anomalies sont sûrement de même nature : géométries et contrastes d'aimantation équivalents.

Levés de la zone 3

Sur la figure 6.16, l'amplitude du signal est d'environ 40 nT. Sur la carte en équipopulation (carte de droite), deux linéations orientées de 150° par rapport au nord apparaissent.

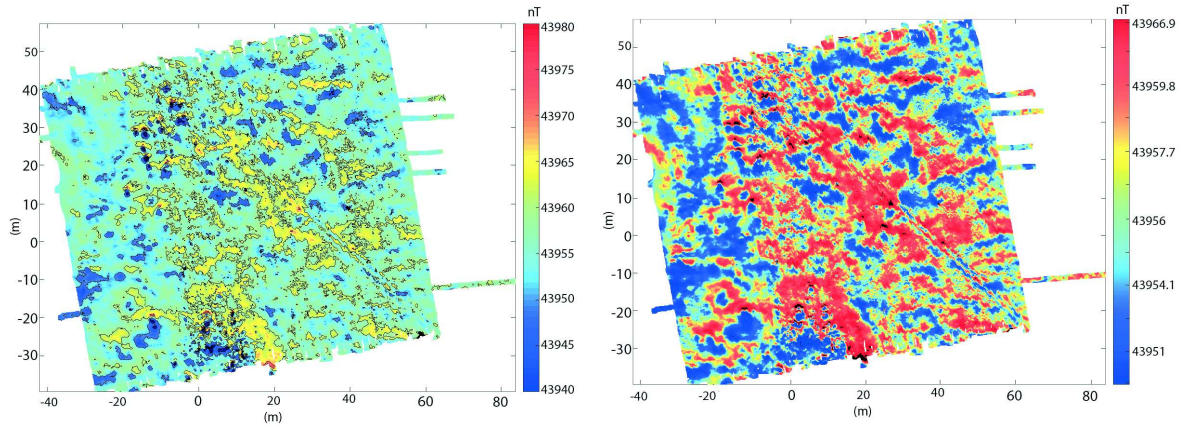


FIGURE 6.16 – Cartes de l'intensité du champ d'anomalie magnétique en représentation classique à gauche et en équipopulation à droite, pour la zone 3.

Les linéations représentées par les tirets rouges sur la figure 6.17 semblent être corrélées à une piste (2 ornières).

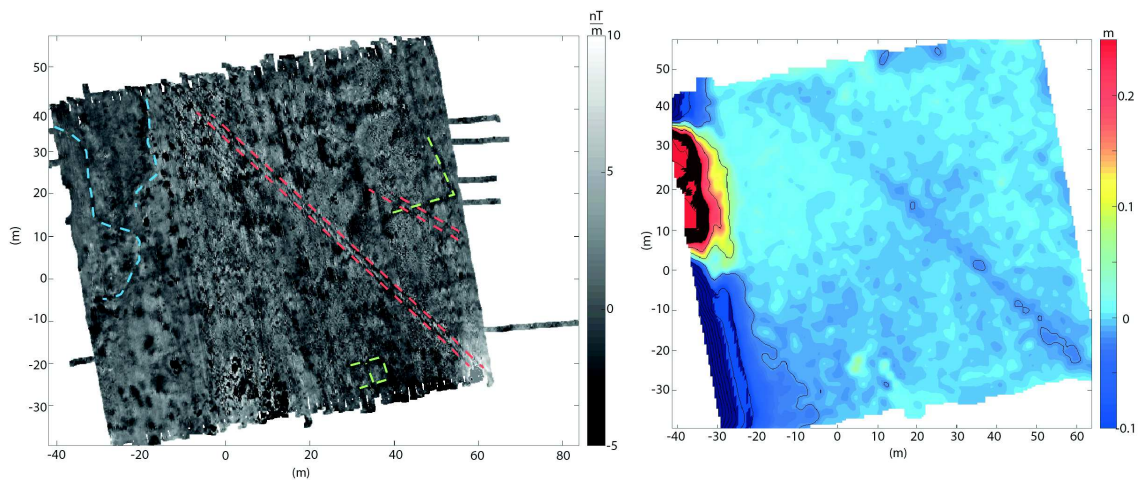


FIGURE 6.17 – La carte de gauche présente l'intensité de l'anomalie magnétique après une double réduction au pôle (inclinaison 44° et déclinaison 3.37°) et une dérivée verticale à l'ordre 0,5. La carte est en représentation normale avec un échelle en nuance de gris allant de -5 à 10 nT/m . La carte de droite présente les variations d'altitude mesurées avec l'antenne GNSS.

Il existe deux hypothèses pour expliquer les variations de l'intensité du champ d'anomalie :

1. La micro-topographie : la carte de topographie (carte de droite - Figure 6.17)

présente des variations de topographie d'une dizaine de centimètre dans la même zone.

2. L'aimantation : le passage de véhicule compacte toujours au même endroit le sol, qui acquiert au fur et à mesure des propriétés magnétiques différentes que celles d'origine (Mathé & Lévêque, 2003).

Il serait intéressant d'effectuer des modèles afin de quantifier l'effet de chacune de ces deux hypothèses. Des anomalies de nature différentes sont également visibles : avec des angles droits (tirets verts) sûrement d'origine anthropique et des linéations de plus grandes longueurs d'ondes pouvant être liées à la géologie (nature des dépôts peut-être).

6.3 L'interprétation

Les chapitres 2 et 3 ont présenté différentes fonctions magnétiques pour imager des variations d'aimantation dans le sous-sol. Dans la suite, nous allons calculer les cartes de superpotentiel, potentiel, composante du champ magnétique, tenseur de l'anomalie magnétique et tenseur du gradient magnétique pour la zone 1 (Figure 6.11, zone bleue). Tout les cartes seront calculées en passant dans le domaine spectral. On suppose que l'aimantation est induite et que l'inclinaison vaut 44.99° et la déclinaison 4.2° .

6.3.1 Le superpotentiel scalaire

Pour le superpotentiel l'amplitude du signal s'étend de -7959 à 11339 nT.m^2 (Figure 6.18). On obtient des variations de grandes longueurs d'onde, avec une partie négative. Ceci est lié à une mauvaise constante lors de l'intégration dans le domaine spectral. Nous avons considéré la constante d'intégration comme nulle. Le maximum est décalé vers l'est aux coordonnées 0,0. Ce décalage vers l'est, pourrait indiquer une mauvaise estimation des directions des vecteurs aimantation et champ magnétique régional ou un problème d'ordre numérique lors du calcul dans le domaine spectral (fort probable).

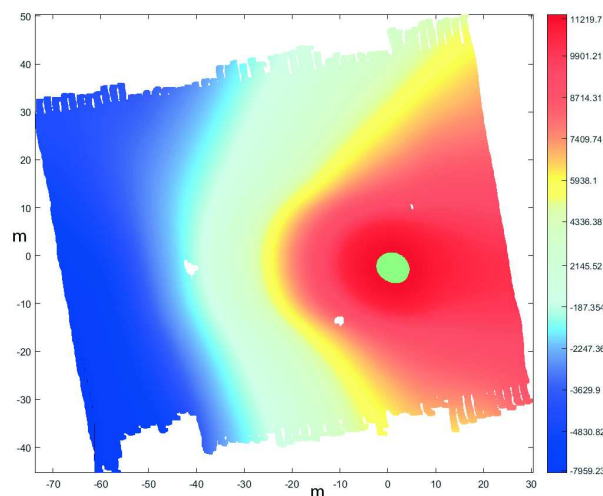


FIGURE 6.18 – Carte du superpotentiel pour la zone 1, en équi-population. Elle a été calculée en effectuant une double intégration dans la direction du champ magnétique régional ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$).

6.3.2 Le potentiel scalaire

L'amplitude du signal est de 800 nT.m et s'étend de -215 nT à 572 nT (Figure 6.19). Les extrema se répartissent suivant une ellipse centrée sur la coordonnée $(-5.56, -11.65)$. Deux minima se dessinent au nord en $(-15, 12)$ et le second en $(-40, 33)$. Si on compare à la figure du chapitre 2 pour le cas synthétique d'un pavé, la disposition des parties positives (au sud) et négatives (au nord) laisse penser à une valeur de la déclinaison autour de la valeur nulle et une inclinaison proche de celle du cas synthétique ($I = 45^\circ$).

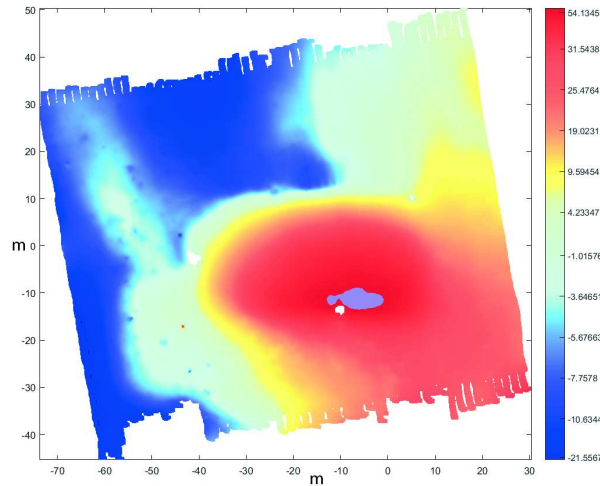


FIGURE 6.19 – Carte du potentiel de la zone 1, en équi-population. Elle a été calculée en effectuant une intégration dans la direction du champ magnétique régional ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$).

6.3.3 Les composantes du champ magnétique

L'amplitude du signal sur les trois composantes est de l'ordre de la centaine de nanoTesla (Figures 6.20 et 6.21). Les intensités sont plus fortes sur la composante verticale et la composante en x , alors que la composante en y présente des variations trois fois plus faibles.

Pour la composante en x , l'extremum positif se situe au sud de la carte le long d'un segment horizontal alors que le minimum se place 26 m plus au nord. Un lobe positif est également visible sur la carte en équi-population au nord du lobe négatif. Sinon, une linéation en zigzag d'orientation est ouest-est visible dans la partie négative de la grande anomalie (carte d'équipopulation Figure 6.21).

Pour la composante en y , la partie positive se situe à l'ouest et est orientée à 135° . La partie négative se situe à l'est (Carte centrale - Figures 6.20). La carte en équi-population permet de distinguer à l'ouest de la carte une linéation en zigzag orientée nord-sud.

Pour la composante en z , la carte permet de visualiser deux grands extrema horizontaux espacés de 25 m, avec le positif au sud et le négatif au nord (Carte de droite - Figures 6.20). Les deux linéations zigzag est-ouest et nord-sud sont également visibles sur la carte en équi-population.

Si on compare au cas synthétique du chapitre 2 ($I = 45^\circ$ et $D = 90^\circ$), on retrouve des répartitions similaires des parties positives et négatives, mise à part pour la composante verticale qui laisse penser que la déclinaison de l'aimantation des sources est proche de

zéro (invariance par rotation de la déclinaison). La forme des lobes négatifs et positifs peut laisser penser à des limites nord et sud rectilignes et des limites est et ouest plus complexes (peut-être des arrondis).

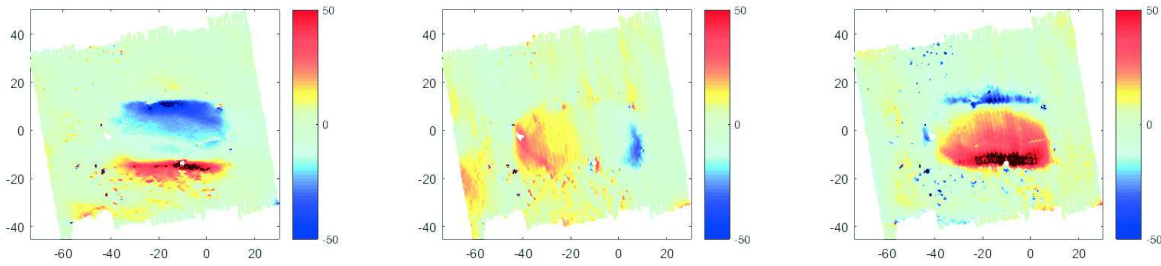


FIGURE 6.20 – Cartes des composantes du champ magnétique en représentation linéaire. La carte de gauche est la composante en x, la carte centrale en y et la carte de droite est la composante en z. Elles ont été calculées en effectuant une intégration dans la direction du champ magnétique régional ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$), puis en dérivant dans la direction x, y et z.

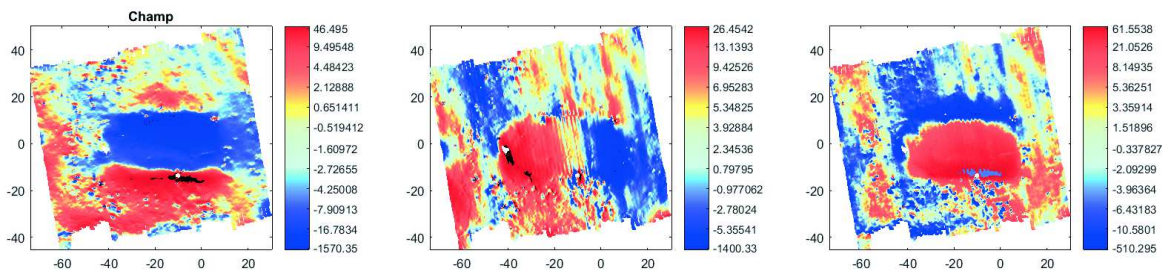


FIGURE 6.21 – Cartes des composantes du champ magnétique en équipopulation. La carte de gauche est la composante en x, la carte centrale en y et la carte de droite est la composante en z. Elles ont été calculées en effectuant une intégration dans la direction du champ magnétique régionale ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$), puis en dérivant dans la direction x, y et z.

6.3.4 Les composantes du tenseur d'anomalie magnétique (TAM)

Les amplitudes des composantes du tenseur sont de l'ordre de 100 nT. La répartition des valeurs positives est similaire à celle obtenue dans les cas synthétiques (rectangle et prisme du chapitre 2), mise à part la seconde composante de la diagonale du tenseur. Cette carte correspond à la réduction à l'équateur dans la direction est-ouest (Fleury, 2011). Elle permet de mettre en évidence les variations est-ouest (Figure 6.22). Dans le cas des mesures acquises à Kilwa, la limite de la structure est visible mais elle n'est pas verticale (orientée nord-sud). La limite ouest n'est pas clairement visible on voit une partie positive mais pas de négative. Les cinq cartes laissent penser à des limites rectilignes pour les limites nord et sud de la structure et des limites beaucoup plus arrondies pour les limites est-ouest.

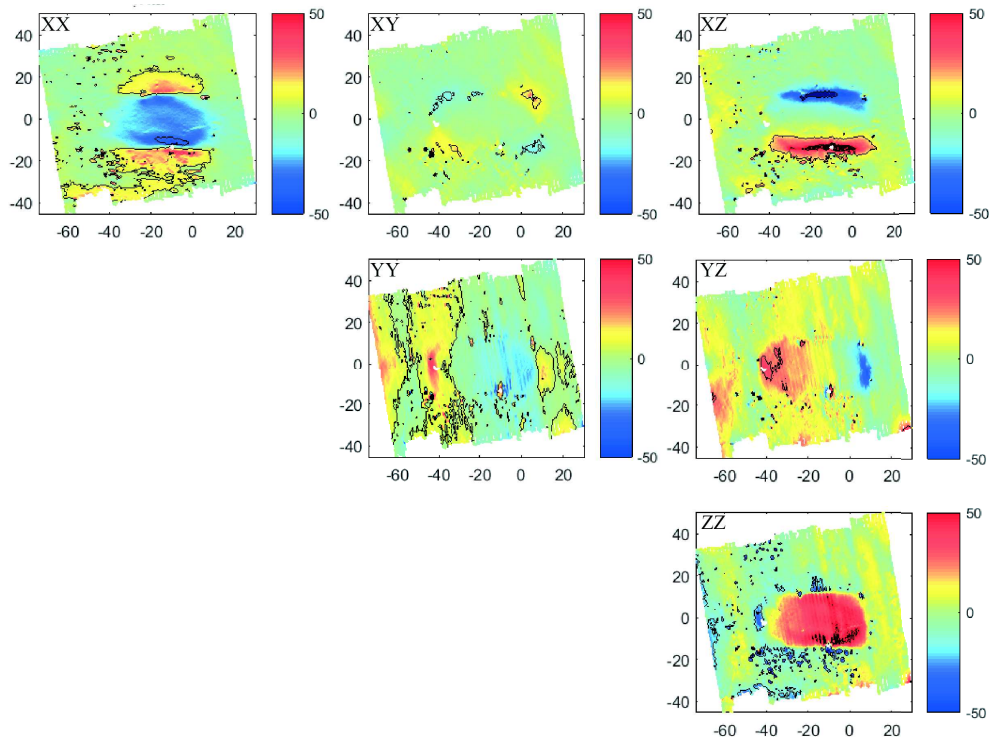


FIGURE 6.22 – Cartes des composantes du tenseur d’anomalie magnétique (**TAM**), en représentation normale. Elles ont été calculées en effectuant une double intégration dans la direction du champ magnétique régional ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$), puis en effectuant une double dérivée dans les directions xx (carte en haut à gauche), xy (carte en haut au milieu), xz (carte en haut à droite), yy (carte au milieu à droite), yz (carte au milieu à gauche) et zz (carte en bas à droite).

6.3.4.1 Les vecteurs et les valeurs propres

Comme pour le cas synthétique (chapitre 2) on a des valeurs négatives pour les vecteurs propres 1 et 2 et positives pour le vecteur propre 3. Les résultats pour les valeurs propres sont aussi cohérents avec les résultats obtenus dans le cas synthétique.

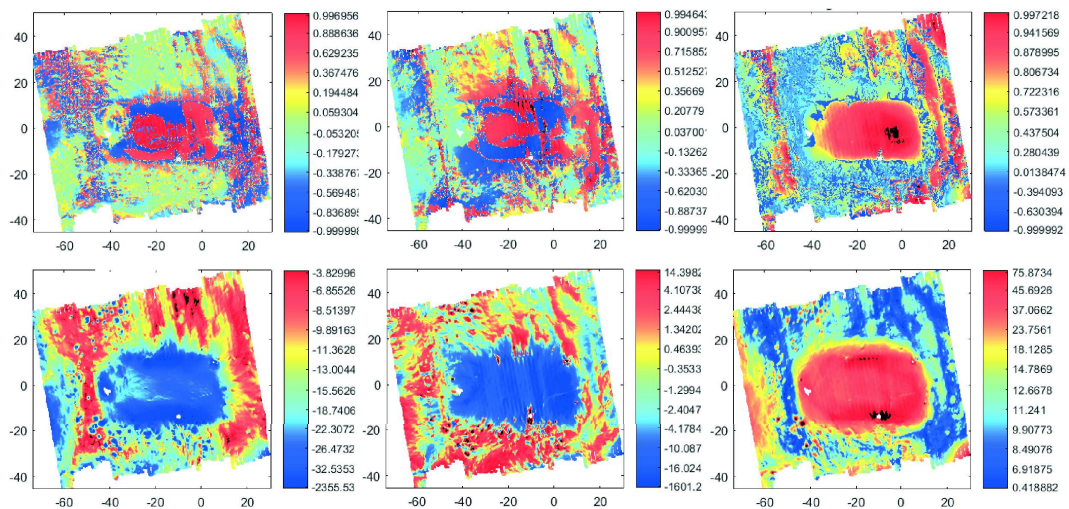


FIGURE 6.23 – Cartes des trois vecteurs (ligne inférieure) et des trois valeurs propres (ligne supérieure) du **TAM**, en équi-population.

Ces cartes (Figure 6.23) permettent de tracer un premier contour de la structure et confirment la géométrie non rectiligne des cotés est et ouest de la source. Pour les variations à l'ouest, on est sûrement affecté (interactions) par la présence d'un monticule de terre (Figure 6.6).

6.3.5 Les composantes du tenseur de gradient magnétique (TGM)

Le signal qui nous intéresse a une amplitude d'une vingtaine de nT/m. Le fait de dériver deux fois amplifie le bruit (Figure 6.25). Cependant, les limites nord et sud sont bien visibles. Les parties positives et négatives du signal sont inversées par rapport au cas synthétique présenté dans le chapitre 2. L'inversion est sûrement due à l'oubli d'un signe lors des calculs.

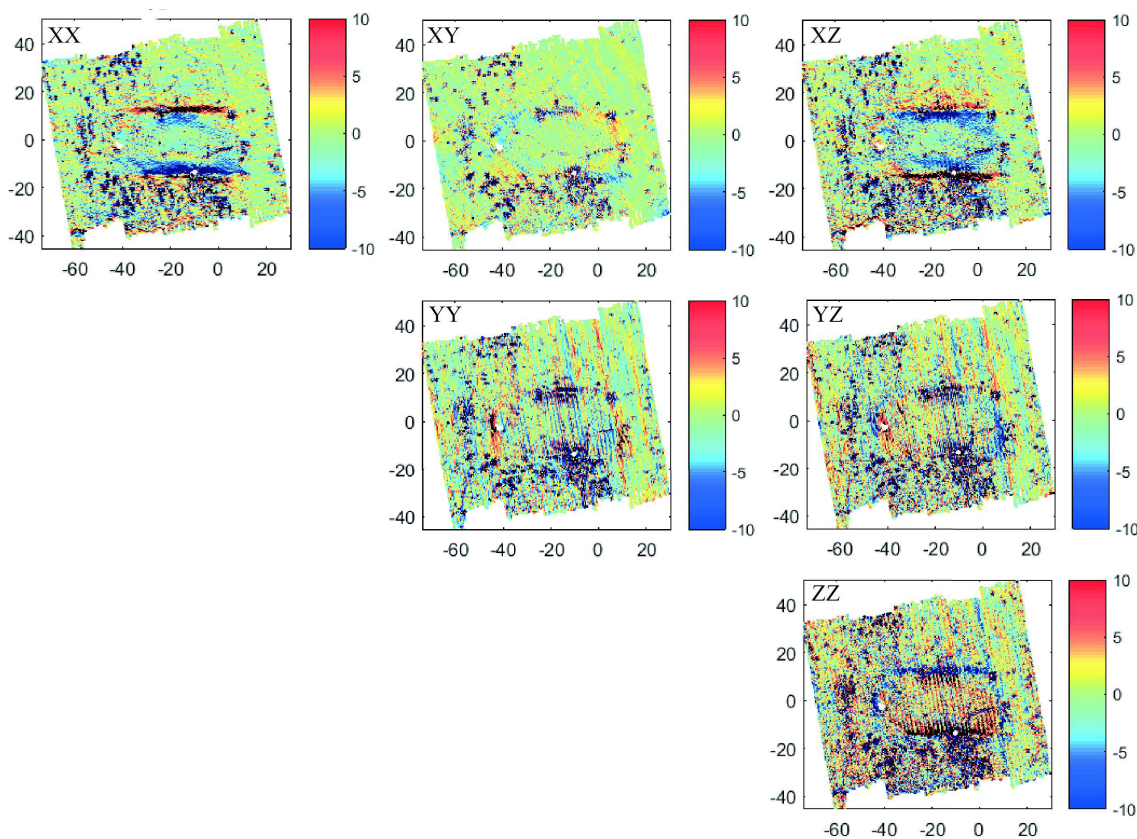


FIGURE 6.24 – Cartes des composantes du tenseur de gradient magnétique (TGM), en équipopulation. Elles ont été calculées en effectuant une intégration dans la direction du champ magnétique régional ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$), puis en effectuant une double dérivée dans les directions xx (carte en haut à gauche), xy (carte en haut au milieu), xz (carte en haut à droite), yy (carte au milieu à droite), yz (carte au milieu à gauche) et zz (carte en bas à droite).

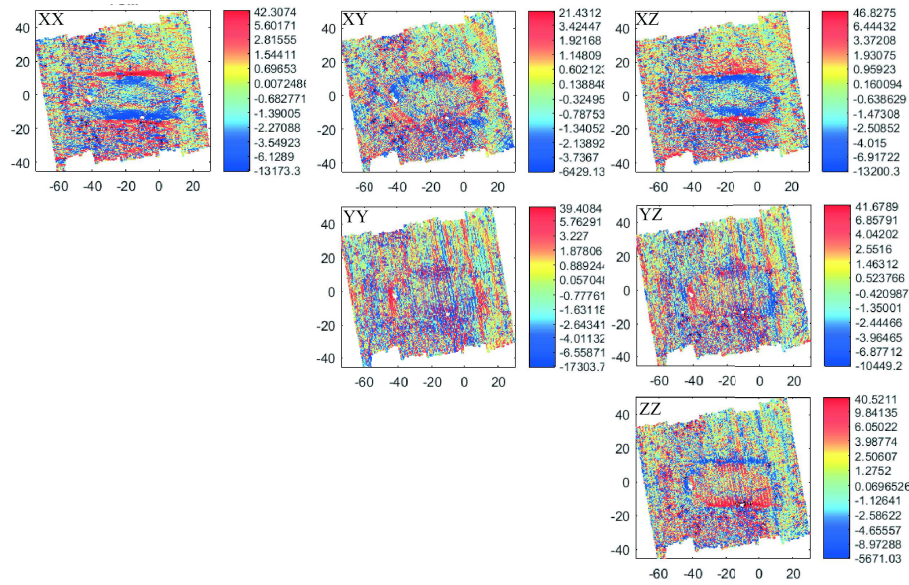


FIGURE 6.25 – Cartes des composantes du tenseur de gradient magnétique (**TGM**), en équi-population. Elles ont été calculées en effectuant une intégration dans la direction du champ magnétique régional ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$), puis en effectuant une double dérivée dans les directions xx (carte en haut à gauche), xy (carte en haut au milieu), xz (carte en haut à droite), yy (carte au milieu à droite), yz (carte au milieu à gauche) et zz (carte en bas à droite).

6.3.5.1 Les vecteurs et les valeurs propres

Les vecteurs propres mettent en évidence certaines directions et des objets ponctuels, mais ils ne contraignent pas les variations latérales dans la direction est ouest (Figure 6.26). Les valeurs propres 1 et 2 sont très bruitées, mais la valeur propre 3 est intéressante et présente des directions et des résultats similaires à la carte obtenue après l'application de l'opérateur de *tilt angle*.

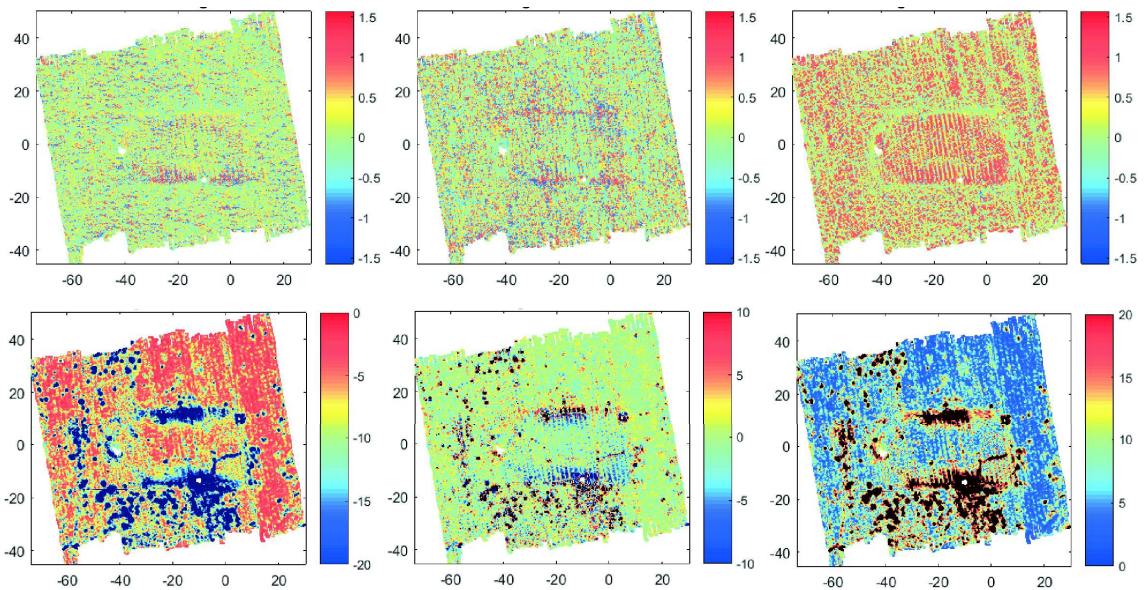


FIGURE 6.26 – Cartes des trois vecteurs (ligne inférieure) et des trois valeurs propres (ligne supérieure) du **TGM**, en représentation normale.

6.3.6 Ce qu'il faut retenir

La zone sédimentaire au sud du site archéologique présente une anomalie magnétique d'une centaine de nanotesla. Les différentes cartes (potentiel, champ, tenseur d'anomalie et tenseur de champ magnétique) laissent penser à une structure de forme rectangulaire orientée est-ouest. Les variations dans la direction nord-sud sont fortes et permettent de délimiter la structure, dont la largeur est de 25 m. Pour l'estimation de la longueur, les variations du signal sont beaucoup moins nettes. Au niveau de la limite ouest de la structure, il y avait un monticule de terre (Figure 6.6). Je pense que cette variation topographique est à l'origine d'interaction avec l'anomalie qui nous intéresse. Néanmoins, s'il faut mettre des limites, je les dessine incurvées et la distance entre les bords de la structure est et ouest serait d'environ 45 m. Les répartitions des lobes positifs et négatifs (du potentiel et de la composante verticale du champ magnétique) tendent à confirmer que la direction de l'aimantation est proche de celle du champ magnétique régional.

6.3.7 Anomalie magnétique complexe

Dans la suite, nous allons appliquer les développements du chapitre 3 pour des profils extraits de la carte de la zone 1. Les profils ont été pris que dans la partie centrale, afin d'éviter les effets de bord. On considère pour les profils extraits que la géométrie de la source est à deux dimensions.

Sur les 35 profils extraits (Figure 6.27), une variabilité des anomalies est visible, surtout au niveau des parties positives où il y a des interactions avec des objets plus ponctuels (visibles sur la carte). Pour la partie négative, on constate que les profils à l'est et à l'ouest sont beaucoup plus grande longueur alors que les profils centraux mettent en évidence une partie négative beaucoup plus haute fréquence. Si on observe les anomalies dans le plan complexe, au premier ordre, les mêmes tendances sont présentes, avec un lobe plus grand à droite qu'à gauche. L'axe de symétrie de ces *CMA* est proche de l'axe des imaginaires. De nombreuses petites boucles sont observables et rendent plus difficile l'interprétation, elles sont liées aux anomalies magnétiques hautes fréquences et elles peuvent également être liées à la construction du *CMA* dans le domaine spectral (problème de mauvaise interpolation).

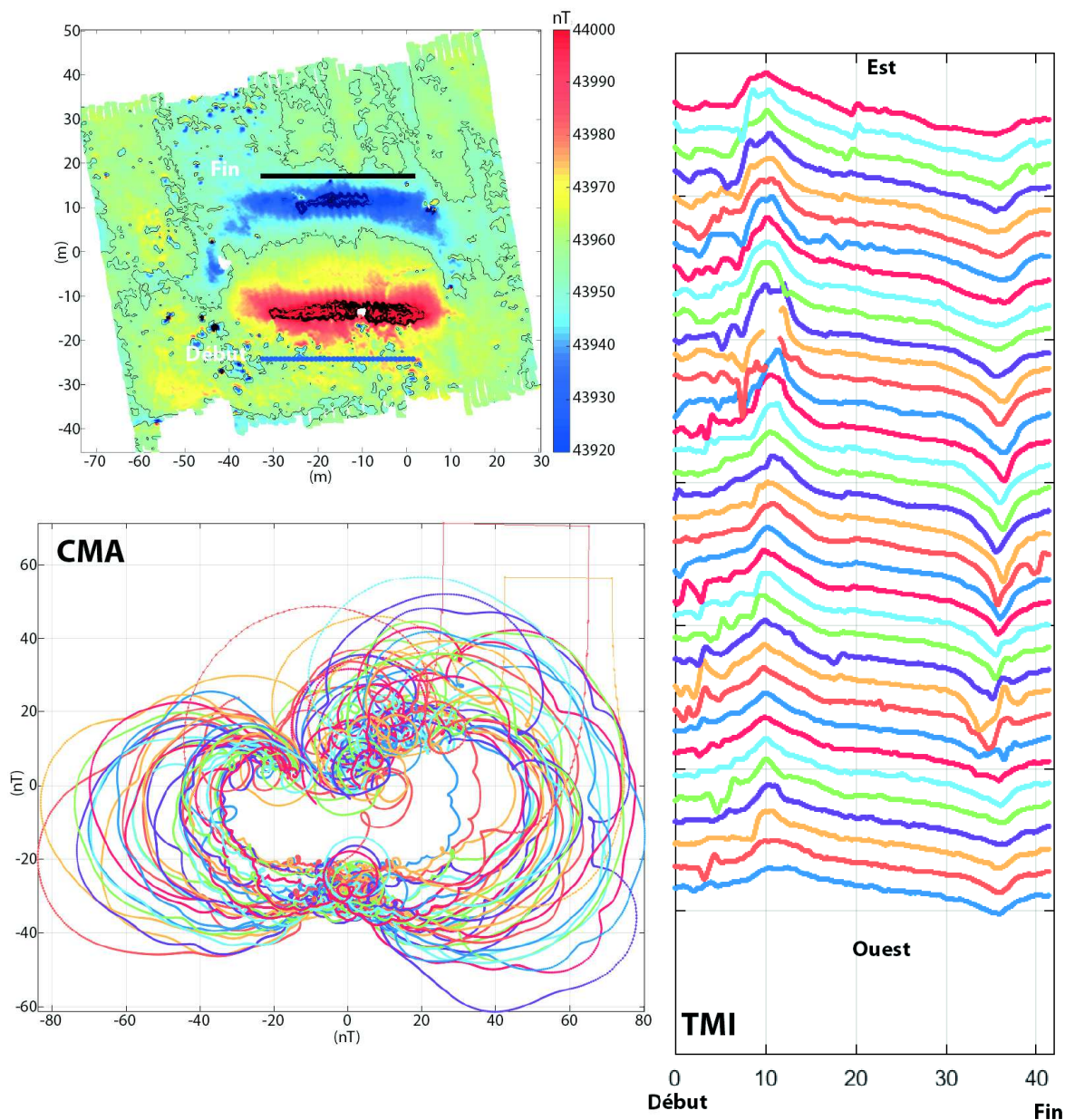


FIGURE 6.27 – Localisation des profils sud-nord extraits de l’ouest vers l’est tous les mètres (en haut à gauche). Représentation des 35 profils d’anomalies *TMI* (à droite). Les 35 anomalies magnétiques complexes (*CMA*) représentées dans le plan complexe (en bas à gauche).

La figure 6.28 montre les résultats de la modélisation en anomalie et en *CMA*, pour un profil sud-nord extrait au milieu de la structure. Le modèle ajuste plutôt bien les données, des doutes peuvent subsister au niveau de la partie positive car on a des interactions. L’aimantation est considérée comme induite (axe de symétrie pour le champ complexe, plus répartition des parties positives et parties négatives). Ainsi on propose que la partie nord est légèrement plus proche de la surface que la partie sud. La partie sud est plus profonde (6 m). On a une inclinaison de l’ensemble de la structure vers le sud.

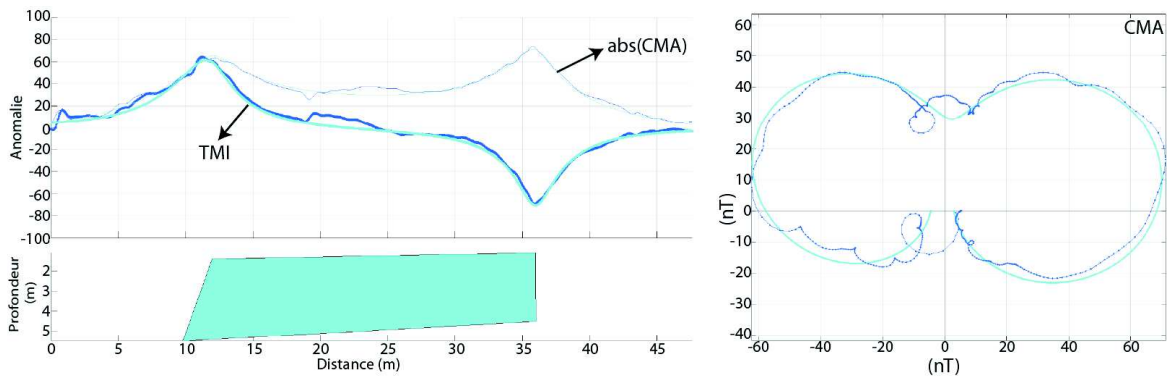


FIGURE 6.28 – Modélisation de l’anomalie et du *CMA* pour un des profils extrait au centre de la zone. Les courbes bleues sont les données et les cyan le modèle. On considère une aimantation induite ($I_j = 44.99^\circ$ et $D_j = 4.2^\circ$) et la susceptibilité est de 0.00028.

6.4 Conclusion

Le levé magnétique a mis en évidence, dans la zone sud du site, la présence d’une structure rectangulaire orientée est-ouest d’une dimension de 25 m sur 45 m. Un modèle a été élaboré pour une excavation du sous-sol de 5 m de profondeur pentée vers le sud. Cette anomalie magnétique pourrait expliquer l’origine des digues perpendiculaires présentent en surface autour de la zone. Si on effectue des calculs assez sommaires, on a un volume de pierre de 3500 à 4000 m^3 , or notre structure a une surface de 1125 m^2 , ce qui indiquerait une profondeur de 4 à 5 m. Ceci reste des suppositions et le seul moyen de savoir si ces affirmations sont vraies est de creuser.

Conclusion générale et perspectives

Ce travail de thèse avait pour objectif d'améliorer la caractérisation des anomalies magnétiques mesurées en surface, car l'estimation des paramètres de la source est importante pour la compréhension du sous-sol. Deux voies ont été explorées afin de trouver des éléments de réponse pour caractériser une anomalie magnétique : l'approche théorique d'une part et l'approche expérimentale d'autre part.

Développements théoriques

La première approche de cette étude est de savoir si il est possible de mieux caractériser une source à partir de mesures. Afin de traiter la question deux pistes de travail ont été explorées. La première (chapitre 2) a été d'étudier six grandeurs physiques permettant d'imager les aimantations du sous-sol. Trois de ces fonctions sont des grandeurs scalaires : le superpotentiel, le potentiel et l'anomalie. Dans le cas d'une source simple (sphère d'aimantation induite), pour le potentiel et l'anomalie, il a été démontré que la distance entre les extrema (maxima et minima) est proportionnelle à la profondeur. Il a été prouvé que la déclinaison agissait comme une simple rotation autour de l'axe vertical passant par le centre de la sphère.

La seconde piste explorée est celle des opérateurs de transformées, qui permet de modifier les données afin de mettre en évidence certains paramètres de la source. Le choix s'est porté sur l'étude du signal analytique, dont l'avantage est de placer le maximum du signal à l'aplomb de la structure (en 2D), quelque soit l'inclinaison apparente. Pour des sources à trois dimensions, il existe deux définitions pour cet opérateur : scalaire et vectorielle. Dans la littérature seul le signal analytique vectoriel est utilisé. En 2002, Salem et al. ont mis en évidence que le maximum du signal analytique vectoriel ne se plaçait pas à l'aplomb dans le cas d'une structure simple tel qu'une sphère, ceci entraîne une erreur sur la localisation latérale des sources. Dans ce travail, on va plus loin par la mise en évidence que le postulat communément admis de la présence d'un unique maximum pour une sphère aimanté est erroné. En effet, pour des vecteurs aimantation et champ magnétique régional non réduits au pôle, il existe plusieurs maxima et la résolution des équations indique que le nombre peut aller jusqu'à cinq. De plus, l'étude comparative entre les deux définitions du signal analytique a montré que les gammes d'erreur pour la localisation latérale des sources sont similaires et que pour certaine combinaison de déclinaison et d'inclinaison l'erreur de localisation est inférieure avec la définition scalaire. On remet donc en cause les résultats généralement admis concernant les vertus du signal analytique vectoriel pour une source sphérique dans l'espace à trois dimensions.

Pour les anomalies magnétiques à deux dimensions (chapitre 3), cette thèse généralise le concept de Nabighian (1972) en écrivant le signal analytique sous la forme d'une fonction complexe dépendant d'une variable complexe. Cette nouvelle façon d'écrire

les anomalies permet le développement de six nouvelles équations modélisant de façon simple différentes géométries de sources et de mieux comprendre l'effet de certains paramètres tel que le pendage. L'utilisation de l'algèbre complexe offre la possibilité de représenter dans le plan complexe les fonctions. L'avantage de cette nouvelle représentation est qu'elle n'est pas dépendante de la localisation de la source le long du profil. Seule la géométrie a un impact sur la forme de la courbe. Les inclinaisons apparentes de l'aimantation et du champ magnétique régional et le pendage ont un effet de rotation de la courbe autour de l'origine du plan complexe. L'information concernant la localisation de la source se trouve dans la manière dont on se déplace le long de celle-ci (la dérivée). L'étude des anomalies dans le domaine de l'algèbre complexe permet de résoudre simplement certains problèmes tels que la recherche des extrema d'une anomalie. On a montré que les extrema correspondent aux tangentes verticales de la fonction complexe. Cette observation a permis de mettre en évidence que le nombre d'extrema varie en fonction de la géométrie de la source (puissance au dénominateur).

L'écriture des anomalies magnétiques à deux dimensions sous forme d'une fonction complexe d'une variable complexe est prometteuse et ouvre la voie à de nouvelles manières d'interpréter les anomalies. Dans le chapitre 2, il a été montré que le signal analytique dans l'espace à trois dimensions est plus compliqué et il ne conserve pas les propriétés d'invariance par rapport aux directions de l'aimantation et du champ magnétique régional. Le problème d'écriture du signal analytique dans l'espace à trois dimensions a pour origine l'utilisation des nombres complexes. En effet, les nombres complexes ou imaginaires sont utilisés pour décrire un espace mathématique à deux dimensions et non à trois. Qu'elles sont donc les alternatives pour généraliser le concept de signal analytique ? La première solution est du côté des transformées de Riesz et du signal monogénique. Une seconde piste est les tenseurs de gradient magnétique et d'anomalie magnétique. Les tenseurs ont la propriété d'être diagonalisable, ce qui permet de rechercher les trois vecteurs propres d'une nouvelle base, ainsi que les trois valeurs propres associées. Dans le chapitre 2, les cas synthétiques ont mis en évidence des similitudes entre les résultats obtenus avec le vecteur et la valeur propre 3 et les opérateurs de signal analytique et de tilt angle. Une troisième piste possible est d'écrire les fonctions réelles comme des fonctions quaternionique, le seul problème réside dans sa construction, car les quaternions sont des nombres pour un espace à quatre dimensions.

Développements expérimentaux et applications

La deuxième approche est celle de l'acquisition des données magnétiques. Que faut-il mettre en œuvre pour imager au mieux une source ? Une des pistes proposées dans le manuscrit est l'acquisition de données à différentes altitudes. Il a été montré que l'opérateur de prolongement vertical ne permet pas le bon calcul de carte à une altitude trop importante par rapport à celle de l'acquisition. De plus, lors du prolongement vers le bas, du bruit haute fréquence apparaît rapidement. Par conséquent, même si cela multiplie les acquisitions, il est nécessaire d'avoir des acquisitions à différentes altitudes. Avant d'effectuer une mesure, il est important de s'interroger sur le type de source à imager. En effet, il n'est pas nécessaire de faire de la cartographie magnétique centimétrique pour visualiser des systèmes de failles dans le socle.

Dans les chapitres 4 et 6 sont présentées des cartes obtenues avec différentes résolutions d'acquisition (altitude et espacement) pour caractériser des objets anthropiques. On a mis en évidence dans le cas d'un pipeline de gaz que l'interaction de plusieurs objets

3D pouvait être à l'origine d'une anomalie magnétique d'apparence 2D et que seule l'acquisition de données plus proche de l'objet avait permis de lever l'indétermination. Les résultats obtenus en drone sont prometteurs. La cartographie magnétique à trois mètres du sol présente de fortes corrélations avec la carte obtenue avec le système classique en sac-à-dos. Le seul point bloquant est la localisation des données de façon précise. Afin de résoudre le problème, deux stratégies ont été mises en place. La première est de trouver un système léger permettant de localiser les données de façon centimétrique (navigation DGNSS/RTK) et de l'intégrer à l'électronique d'acquisition magnétique. La seconde stratégie est d'intégrer l'électronique au drone, afin que celle-ci récupère les données de navigation en temps réel.

La première problématique est la caractérisation de l'inclinaison apparente de l'aimantation des anomalies magnétiques marines afin d'estimer la paléo latitude de refroidissement de la croûte. On a vu que le nouveau formalisme décrit dans le domaine de l'algèbre complexe, permet une approche différente et complémentaire pour estimer l'inclinaison apparente de l'aimantation. En effet, un des derniers points bloquants, est la quantification de l'*anomalous skewness*, or notre étude montre que son origine est l'interaction entre les limites des blocs d'aimantations différentes. Cette affirmation est cohérente avec les articles de la littérature montrant une augmentation de l'*anomalous skewness* avec la diminution de la vitesse expansion. Il reste à quantifier cette *anomalous skewness*, une méthode possible est par le cas synthétique.

La seconde problématique est archéologique, avec la recherche et la caractérisation d'objets anthropiques dans le sous-sol. Sur le site de Kilwa, on a mis en évidence la présence d'une structure rectangulaire de 20 m de large sur 45 m, d'aimantation induite.

La dernière application est celle faite sur les munitions, il a été présenté différents levés sur un site présentant des vestiges des deux dernières guerres mondiales. On a mis en évidence que la mesure en drone à 3 m du sol donnait des résultats intéressants, cependant le fait de s'éloigner des sources augmente l'interaction entre elles.

Il serait intéressant de tester la nouvelle équation pour l'inversion sur le signal analytique, afin de quantifier l'amélioration sur l'estimation de la profondeur des sources. Afin d'avancer sur la compréhension du moment magnétique et de l'aimantation, il serait intéressant de travailler non plus sur des cartes de l'intensité de l'anomalie, mais sur des cartes de potentiel magnétique, afin d'estimer la déclinaison et l'inclinaison de l'aimantation.

Bibliographie

- Alamdar, K., Kamkare Rouhani, A. & Ansari, H. (2012)**, A new edge detection method based on the analytic signal of tilt angle (ASTA) for magnetic anomalies, pp. 1–4, Society of Exploration Geophysicists and The Chamber of Geophysical Engineers of Turkey, doi :10.1190/IST092012-001.75.
- Alkhatib Alkontar, R. (2015)**, *Magnétisme des villes circulaires du troisième millénaire avant J.C. dans les marges arides de la Syrie*, Ph.D. thesis Strasbourg.
- Baala, M. (2005)**, *Etude quantitative des anomalies magnétiques par le signal analytique : application à des données océaniques*, Ph.D. thesis Strasbourg 1.
- Baranov, V. (1957)**, A new method for interpretation of aeromagnetic maps : pseudo-gravimetric anomalies, *Geophysics* 22 (2), pp. 359–382, doi :10.1190/1.1438369.
- Barbosa, V.C.F., Silva, J.B.C. & Medeiros, W.E. (1999)**, Stability analysis and improvement of structural index estimation in Euler deconvolution, *Geophysics* 64 (1), pp. 48–60.
- Beiki, M., Clark, D.A., Austin, J.R. & Foss, C.A. (2012)**, Estimating source location using normalized magnetic source strength calculated from magnetic gradient tensor data, *Geophysics* 77 (6), pp. J23–J37, doi :10.1190/geo2011-0437.1.
- Beiki, M., Keating, P. & Clark, D.A. (2014)**, Interpretation of magnetic and gravity gradient tensor data using normalized source strength - A case study from McFaulds Lake, Northern Ontario, Canada : Normalized magnetic and gravity source strength, *Geophysical Prospecting* 62 (5), pp. 1180–1192, doi :10.1111/1365-2478.12115.
- Bell, G.L. (1914)**, A Journey in Northern Arabia, *The geographical journal* 44 (1), pp. 76–77.
- Beth, R.A. (1966)**, Complex Representation and Computation of Two-Dimensional Magnetic Fields, *Journal of Applied Physics* 37 (7), pp. 2568–2571, doi :10.1063/1.1782086.
- Blakely, R.J. (1996)**, *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*, Cambridge University Press, ISBN 978-0-521-57547-8.
- Bouiflane, M. (2008)**, *Cartographies aéromagnétique et magnétique multi-échelles : Etude structurale d'une région du fossé rhénan*, Ph.D. thesis Strasbourg.
- Bronner, A., Munsch, M., Sauter, D., Carlut, J., Searle, R. & Mainault, A. (2013)**, Deep-tow 3C magnetic measurement : Solutions for calibration and interpretation, *Geophysics* 78 (3), pp. J15–J23, doi :10.1190/geo2012-0214.1.

- Cande, S.C. (1976)**, A palaeomagnetic pole from Late Cretaceous marine magnetic anomalies in the Pacific, *Geophysical Journal International* 44 (3), pp. 547–566.
- Cande, S.C. (1978)**, Anomalous behavior of the paleomagnetic field inferred from the skewness of anomalies 33 and 34, *Earth and Planetary Science Letters* 40 (2), pp. 275–286.
- Cande, S.C. & Kent, D.V. (1976)**, Constraints imposed by the shape of marine magnetic anomalies on the magnetic source, *Journal of Geophysical Research* 81 (23).
- Cande, S.C. & Kent, D.V. (1985)**, Comment on “Tectonic rotations in extensional regimes and their paleomagnetic consequences for ocean basalts” by Kenneth L. Verosub and Eldridge M. Moores, *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 90 (B6), pp. 4647–4651, doi :10.1029/JB090iB06p04647.
- Cande, S.C. & Kent, D.V. (1992)**, Ultrahigh resolution marine magnetic anomaly profiles : a record of continuous paleointensity variations ?, *Journal of Geophysical Research* 97.
- Clark, D.A. (2012)**, Interpretation of the magnetic gradient tensor and normalized source strength applied to the Tallawang magnetite skarn deposit, New South Wales, Australia, pp. 1–5, Society of Exploration Geophysicists, doi : 10.1190/segam2012-0700.1.
- Cooper, G. (2017)**, Applying the tilt-depth and contact-depth methods to the magnetic anomalies of thin dykes : Tilt- and contact-depth methods for thin dykes, *Geophysical Prospecting* 65 (1), pp. 316–323, doi :10.1111/1365-2478.12412.
- Cooper, G. & Cowan, D. (2004)**, Filtering using variable order vertical derivatives, *Computers & Geosciences* 30 (5), pp. 455–459, doi :10.1016/j.cageo.2004.03.001.
- Courteau, R. (2012)**, Déchets de guerre - Sénat.
- D’Errico, J.R. (2006)**, Understanding gridfit, *Information available at : <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/loadFile.do>*.
- Dyment, J. & Arkani-Hamed, J. (1995)**, Spreading rate dependent magnetization of the oceanic lithosphere inferred from the anomalous skewness of marine magnetic anomalies, *Geophysical Journal International* 121, pp. 789–804.
- Dyment, J., Cande, S.C. & Arkani-Hamed, J. (1994)**, Skewness of marine magnetic anomalies created between 85 and 40 Ma in the Indian Ocean, *Journal of Geophysical Research* 99, pp. 121–134.
- Dyment, J., Choi, Y., Hamoudi, M., Lesur, V. & Thebault, E. (2015)**, Global equivalent magnetization of the oceanic lithosphere, *Earth and Planetary Science Letters* 430, pp. 54–65, doi :10.1016/j.epsl.2015.08.002.
- Eirtzler, J.R., Peter, G., Talwani, M. & Zurflueh, E.G. (1962)**, Magnetic anomalies caused by two-dimensional structure : their computation by digital computers and their interpretation, Technical report DTIC Document.

- Fairhead, J.D., Salem, A., Cascone, L., Hammill, M., Masterton, S. & Samson, E. (2011)**, New developments of the magnetic tilt-depth method to improve structural mapping of sedimentary basins : Magnetic tilt-depth method to improve structural mapping of sedimentary basins, *Geophysical Prospecting* 59 (6), pp. 1072–1086, doi :10.1111/j.1365-2478.2011.01001.x.
- Farès, S. (2003)**, Communauté monastique chrétienne en transjordanie méridionale : L'église de Kilwa, *Les églises en monde syriaque*.
- Farès, S. (2010)**, L'inscription arabe de Kilwa : nouvelle lecture, *Semitica et classica* 3.
- Farès, S. (2011)**, Christian monasticism on the eve of Islam : Kilwa (Saudi Arabia) — new evidence, *Arabian archeology and epigraphy* 22, pp. 1–10.
- Fedi, M. (2007)**, DEXP : A fast method to determine the depth and the structural index of potential fields sources, *Geophysics* 72 (1), pp. I1–I11, doi :10.1190/1.2399452.
- Fleury, S. (2011)**, *Méthode magnétique appliquée à l'exploration multiéchelle du Bassin de Franceville*, Ph.D. thesis Université de Strasbourg.
- Florio, G., Fedi, M. & Pasteka, R. (2006)**, On the application of Euler deconvolution to the analytic signal, *Geophysics* 71 (6), pp. L87–L93, doi :10.1190/1.2360204.
- Gaina, C., Gernigon, L. & Ball, P. (2009)**, Palaeocene-Recent plate boundaries in the NE Atlantic and the formation of the Jan Mayen microcontinent, *Journal of the Geological Society* 166 (4), pp. 601–616, doi :10.1144/0016-76492008-112.
- Gaina, C., Nasuti, A., Geoffrey, S.K. & Blischke, A. (2017)**, Break-up and seafloor spreading domains in the NE Atlantic, *The Geological Society of London*.
- Garcés, M. & Gee, J.S. (2007)**, Paleomagnetic evidence of large footwall rotations associated with low-angle faults at the Mid-Atlantic Ridge, *Geology* 35 (3), pp. 279–282.
- Gavazzi, B. (2015)**, *Méthode magnétique multi-échelle à trois dimensions appliquée à l'étude archéologique du site de Qasr Allam, oasis de Bahariya, Egypte*, Ph.D. thesis Strasbourg.
- Gavazzi, B., Le Maire, P., Munsch, M. & Dechamp, A. (2016)**, Fluxgate vector magnetometers : A multisensor device for ground, UAV, and airborne magnetic surveys, *The Leading Edge* 35 (9), pp. 795–797, doi :10.1190/tle35090795.1.
- Gee, J., Schneider, D.A. & Kent, D.V. (1996)**, Marine magnetic anomalies as recorders of geomagnetic intensity variations, *Earth and Planetary Science Letters* 144 (3–4), pp. 327–335, doi :10.1016/S0012-821X(96)00184-7.
- Gee, J.S., Cande, S.C., Hildebrand, J.A., Donnelly, K. & Parker, R.L. (2000)**, Geomagnetic intensity variations over the past 780 kyr obtained from near-seafloor magnetic anomalies, *Nature* 408.
- Gee, J.S. & Kent, D.V. (2007)**, Source of oceanic magnetic anomalies and the geomagnetic polarity time scale, *Treatise on Geophysics, Vol. 5 : Geomagnetism* pp. 455–507.

- Gernigon, L., Blischke, A., Nasuti, A. & Sand, M. (2015)**, Conjugate volcanic rifted margins, seafloor spreading, and microcontinent : Insights from new high-resolution aeromagnetic surveys in the Norway Basin : CONJUGATE VOLCANIC RIFTED MARGINS, *Tectonics* 34 (5), pp. 907–933, doi :10.1002/2014TC003717.
- Gernigon, L., Olesen, O., Ebbing, J., Wienecke, S., Gaina, C., Mogaard, J.O., Sand, M. & Myklebust, R. (2009)**, Geophysical insights and early spreading history in the vicinity of the Jan Mayen Fracture Zone, Norwegian–Greenland Sea, *Tectonophysics* 468 (1-4), pp. 185–205, doi :10.1016/j.tecto.2008.04.025.
- Hinze, W., von Frese, R.R.B. & Saad, A.H. (2013)**, *Gravity and magnetic exploration*, cambridge university press.
- Horsfield, A. (1943)**, Journey to Kilwa, Transjordan, *The geographical journal* 102 (2), pp. 71–77.
- Horsfield, G., Horsfield, A. & Glueck, N. (1933)**, Prehistoric Rock-Drawings in Transjordan, *American Journal of Archaeology* 37 (3), pp. 381–386.
- Hsu, S.K. (2002)**, Imaging magnetic sources using Euler’s equation, *Geophysical prospecting* 50 (1), pp. 15–25.
- Kenneth L. Verosub & Moores, E.M. (1981)**, Tectonic rotations in extensional regimes and their paleomagnetic consequences for oceanic basalts, *Journal of Geophysical Research* 86.
- Koivisto, E.A., Gordon, R.G., Dyment, J. & Arkani-Hamed, J. (2011)**, The spreading-rate dependence of anomalous skewness of Pacific plate magnetic anomaly 32 : Revisited, *Lithosphere* 3 (6), pp. 371–378, doi :10.1130/L167.1.
- Lagarias, J.C., Reeds, J.A., Wright, M.H. & Wright, P.E. (1998)**, Convergence properties of the Nelder–Mead simplex method in low dimensions, *SIAM Journal on optimization* 9 (1), pp. 112–147.
- Le Pichon, X. & Heirtzler, J.R. (1968)**, Magnetic anomalies in the Indian Ocean and sea-floor spreading, *Journal of Geophysical Research* 73 (6), pp. 2101–2117, doi :10.1029/JB073i006p02101.
- Leu, L.K. (1986)**, Magnetic exploration with reduction of magnetic data to the equator, Classification aux États-Unis 324/345, 324/331; Classification internationale G06F17/27, G01V3/40, G01V3/08; Classification coopérative G06F17/27, G01V3/40, G01V3/087; Classification européenne G01V3/08G, G01V3/40, G06F17/27.
- Li, X. (2008)**, Magnetic reduction-to-the-pole at low latitudes : Observations and considerations, *The leading edge* 27 (8), pp. 990–1002.
- Mason, R.G. & Raff, A. (1961)**, Magnetic survey off the west coast of North America, 32 N. latitude to 42 N. latitude, *Geological Society of America Bulletin* 72 (8), pp. 1259–1265.
- Mathé, V. & Lévêque, F. (2003)**, High resolution magnetic survey for soil monitoring : detection of drainage and soil tillage effects, *Earth and Planetary Science Letters* 212 (1-2), pp. 241–251, doi :10.1016/S0012-821X(03)00241-3.

- Mendel, V., Munschy, M. & Sauter, D. (2005)**, MODMAG, a MATLAB program to model marine magnetic anomalies, *Computers & Geosciences* 31 (5), pp. 589–597, doi :10.1016/j.cageo.2004.11.007.
- Menke, W. (2012)**, *Geophysical data analysis discrete inverse theory*, ISBN 978-0-12-397160-9.
- Miller, H.G. & Singh, V. (1994)**, Potential field tilt—a new concept for location of potential field sources, *Journal of Applied Geophysics* 32 (2-3), pp. 213–217.
- Mohan, N.L. (1993)**, On : "magnetic interpretation using the 3D analytic signal", *Geophysics* 58 (8), doi :http://dx.doi.org/10.1190/1.1443507.
- Mohan, N.L. & Anand Babu, L. (1995)**, An analysis of 3D analytic signal, *Geophysics* 60 (2), pp. 531–536.
- Montano, J.Y. & Pincebourde, M. (2010)**, Etude historique de pollution pyrotechnique de la BA 112 Reims(51), Technical report.
- Mosar, J., Torsvik, T.H. & team, T.B. (2002)**, Opening the norwegian and Greenland seas : plate tectonics in Mid Norway since the late Permian.
- Munschy, M., Boulanger, D., Ulrich, P. & Bouiflane, M. (2007)**, Magnetic mapping for the detection and characterization of UXO : Use of multi-sensor fluxgate 3-axis magnetometers and methods of interpretation, *Journal of Applied Geophysics* 61 (3-4), pp. 168–183, doi :10.1016/j.jappgeo.2006.06.004.
- Munschy, M. & Fleury, S. (2011)**, Scalar, vector, tensor magnetic anomalies : measurement or computation ? : Scalar, vector, tensor magnetic anomalies, *Geophysical Prospecting* 59 (6), pp. 1035–1045, doi :10.1111/j.1365-2478.2011.01007.x.
- Murthy, I.R., Rao, C.V. & Krishna, G.G. (1980)**, A gradient method for interpreting magnetic anomalies due to horizontal circular cylinders, infinite dykes and vertical steps, *Proceedings of the Indian Academy of Sciences-Earth and Planetary Sciences* 89 (1), pp. 31–42.
- Nabighian, M.N. (1972)**, The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section ; its properties and use for automated anomaly interpretation, *Geophysics* 37 (3), pp. 507–517, doi :10.1190/1.1440276.
- Nabighian, M.N. (1974)**, Additional comments on the analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section, *Geophysics* 39 (1), pp. 85–92, doi :10.1190/1.1440416.
- Nabighian, M.N., Ander, M.E., Grauch, V.J.S., Hansen, R.O., LaFehr, T.R., Li, Y., Pearson, W.C., Peirce, J.W., Phillips, J.D. & Ruder, M.E. (2005)**, Historical development of the gravity method in exploration, *Geophysics* 70 (6), pp. 63ND–89ND, doi :10.1190/1.2133785.
- Nodot, E. (2014)**, *Détection et caractérisation d'objets anthropiques par méthodes géophysiques et en particulier par méthode magnétique*, Ph.D. thesis Strasbourg.
- Ofoegbu, C.O. & Mohan, N.L. (1990)**, Interpretation of aeromagnetic anomalies over part of southeastern Nigeria using three-dimensional Hilbert transformation, *Pure and applied Geophysics* 134 (1), pp. 13–29.

- Olesen, O. & Gernigon, L. (2005), New aeromagnetic data : Jan Mayen Fracture Zone (JAS-05), *NGU*.
- Olsen, N., Tøffner-Clausen, L., Sabaka, T.J., Brauer, P., Merayo, J.M., Jørgensen, J.L., Léger, J.M., Nielsen, O.V., Primdahl, F. & Risbo, T. (2003), Calibration of the Ørsted vector magnetometer, *Earth, planets and space* 55 (1), pp. 11–18.
- Parsons, B. & Sclater, J.G. (1977), An analysis of the variation of ocean floor bathymetry and heat flow with age, *Journal of geophysical research* 82 (5), pp. 803–827.
- Pedersen, L.B. & Rasmussen, T.M. (1990), The gradient tensor of potential field anomalies : Some implications on data collection and data processing of maps, *Geophysics* 55 (12), pp. 1558–1566.
- Petronotis, K.E., Gordon, R.G. & Acton, G.D. (1992), Determining palaeomagnetic poles and anomalous skewness from marine magnetic anomaly skewness data from a single plate, *Geophysical journal international* 109 (1), pp. 209–224.
- Pilkington, M. & Beiki, M. (2013), Mitigating remanent magnetization effects in magnetic data using the normalized source strength, *Geophysics* 78 (3), pp. J25–J32, doi :10.1190/geo2012-0225.1.
- Reid, A.B., Ebbing, J. & Webb, S.J. (2014), Avoidable Euler Errors - the use and abuse of Euler deconvolution applied to potential fields : Avoidable Euler Errors, *Geophysical Prospecting* 62 (5), pp. 1162–1168, doi :10.1111/1365-2478.12119.
- Roest, W.R., Arkani-Hamed, J. & Verhoef, J. (1992a), The seafloor spreading rate dependence of the anomalous skewness of marine magnetic anomalies, *Geophysical Journal International* 109 (3), pp. 653–669.
- Roest, W.R., Verhoef, J. & Pilkington, M. (1992b), Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal, *Geophysics* 57 (1), pp. 116–125, doi :10.1190/1.1443174.
- Roy, I.G. (2013), Tilt angle interpretation of dipping fault model, *Journal of Applied Geophysics* 98, pp. 33–43, doi :10.1016/j.jappgeo.2013.07.009.
- Sailhac, P. (1999), *Analyse multi-échelle et inversion de données de géophysiques en Guyane Française.*, Ph.D. thesis Institut de physique du globe de Paris.
- Salem, A., Ravat, D., Gamey, T.J. & Ushijima, K. (2002), Analytic signal approach and its applicability in environmental magnetic investigations, *Journal of Applied Geophysics* 49 (4), pp. 231–244.
- Salem, A., Williams, S., Fairhead, D., Smith, R. & Ravat, D. (2008), Interpretation of magnetic data using tilt-angle derivatives, *Geophysics* 73 (1), pp. L1–L10, doi :10.1190/1.2799992.
- Salem, A., Williams, S., Fairhead, J.D., Ravat, D. & Smith, R. (2007), Tilt-depth method : A simple depth estimation method using first-order magnetic derivatives, *The Leading Edge* 26 (12), pp. 1502–1505.

- Schmidt, P., Clark, D., Leslie, K., Bick, M., Tilbrook, D. & Foley, C. (2004)**, GETMAG—A SQUID magnetic tensor gradiometer for mineral and oil exploration, *Exploration Geophysics* 35 (4), pp. 297–305.
- Schmidt, P.W. & Clark, D.A. (2006)**, The magnetic gradient tensor : Its properties and uses in source characterization, *The Leading Edge* 25 (1), pp. 75–78.
- Schouten, H. & McCamy, K. (1972)**, Filtering marine magnetic anomalies, *Journal of Geophysical Research* 77 (35), pp. 7089–7099, doi :10.1029/JB077i035p07089.
- Talwani, M. (1965)**, Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape, *Geophysics* 30 (5), pp. 797–817.
- Talwani, M. & Heirtzler, J.R. (1964)**, Computation of magnetic anomalies caused by two dimensional structures of arbitrary shape, *Stanford university publications of the geological sciences, computers in the mineral industries*.
- Thébault, E., Finlay, C. & Toh, H. (2015a)**, Special issue “International Geomagnetic Reference Field—the twelfth generation”, *Earth, Planets and Space* 67 (1), doi :10.1186/s40623-015-0313-0.
- Thébault, E., Finlay, C.C., Beggan, C.D., Alken, P., Aubert, J., Barrois, O., Bertrand, F., Bondar, T., Boness, A., Brocco, L., Canet, E., Chambodut, A., Chulliat, A., Coïsson, P., Civet, F., Du, A., Fournier, A., Fratter, I., Gillet, N., Hamilton, B., Hamoudi, M., Hulot, G., Jager, T., Korte, M., Kuang, W., Lalanne, X., Langlais, B., Léger, J.M., Lesur, V., Lowes, F.J., Macmillan, S., Manda, M., Manoj, C., Maus, S., Olsen, N., Petrov, V., Ridley, V., Rother, M., Sabaka, T.J., Saturnino, D., Schachtschneider, R., Sirol, O., Tangborn, A., Thomson, A., T  ffner-Clausen, L., Vigneron, P., Wardinski, I. & Zvereva, T. (2015b)**, International Geomagnetic Reference Field : the 12th generation, *Earth, Planets and Space* 67 (1), doi :10.1186/s40623-015-0228-9.
- Thompson, D.T. (1982)**, EULDPH : A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data, *Geophysics* 47 (1), pp. 31–37.
- Vine, F.J. & Matthews, D. (1963)**, Magnetic anomalies over oceanic ridges, *Nature*.
- Wang, Y.G., Zhang, J., Ge, K.P., Chen, X. & Nie, F.J. (2016)**, Improved tilt-depth method for fast estimation of top and bottom depths of magnetic bodies, *Applied Geophysics* 13 (2), pp. 249–256, doi :10.1007/s11770-016-0551-3.
- Wilson, H. (1985)**, Analysis of the magnetic gradient tensor, Technical Report 85-13 DREP Canada.
- Won, I.J. & Bevis, M. (1987)**, Computing the gravitational and magnetic anomalies due to a polygon : Algorithms and Fortran subroutines, *Geophysics* 52 (2), pp. 232–238.
- Wynn, W., Frahm, C.P., Carroll, P., Clark, R., Wellhoner, J. & Wynn, M. (1975)**, Advanced superconducting gradiometer/Magnetometer arrays and a novel signal processing technique, *IEEE Transactions on Magnetism* 11 (2), pp. 701–707, doi :10.1109/TMAG.1975.1058672.

Annexe A

La liste des variables utilisées

A.1 Les variables scalaires

- ϕ le superpotentiel magnétique scalaire en $T.m^2$.
 μ_o la perméabilité dans le vide $4\pi 10^{-7} Tm/A$.
 θ_j ou I_{apj} l'inclinaison apparente de l'aimantation.
 θ_r ou I_{ap_r} l'inclinaison apparente du champ magnétique régional.
 Ω le potentiel magnétique scalaire en $T.m$
 $a = a_x + ia_z$ la variable complexe localisant la source.
 $c = c_x + ic_z$ la variable complexe localisant le point de mesure dans la plan.
 $j = j_x + ij_z$ l'aimantation apparente (complexe) dans le plan A/m .
 n l'indice au dénominateur des fonctions complexes (géométrie).
 u, v et $s = \sqrt{u^2 + v^2}$ la fréquence en s^{-1} .
 x, y, z les coordonnées du point de mesure dans l'espace à trois dimensions.
 x_o, y_o, z_o les coordonnées de la source dans l'espace à trois dimensions.
 A le signal analytique.
CMF le champ magnétique complexe en T .
CMA l'anomalie magnétique complexe en T .
 $CMA^{(1)}$ l'anomalie magnétique dérivée en T/m .
 D et I sont la déclinaison et l'inclinaison (angles).
 D_J et I_J sont la déclinaison et l'inclinaison du vecteur aimantation.
 D_R et I_R sont la déclinaison et l'inclinaison du vecteur champ magnétique régional.
 Sa_{sca} le signal analytique scalaire.
 Sa_{vec} le signal analytique vectoriel.
 T l'intensité de l'anomalie magnétique en T .
 V_s volume de la sphère de raton R_a en m^3 .

A.2 Les variables vectorielles

- \vec{m} le moment magnétique $A.m^2$.
 \vec{r} le vecteur distance entre le point de mesure et la source en m .
 \vec{T} le champ magnétique d'anomalie en T .
 \vec{B} le champ magnétique en T .
 \vec{F} le champ magnétique d'anomalie en T .
 \vec{J} l'aimantation en A/m .

\vec{R} le champ magnétique régional (modèle-IGRF) en T .

A.3 Les variables tensorielles

TAM tenseur de l'anomalie magnétique en T.

TGM tenseur du gradient magnétique en T/m.

Table des figures

1.1	Schéma des différentes étapes d'un chantier de dépollution pyrotechnique. Les rectangles bleus mettent en évidence les étapes géophysiques discutées dans le manuscrit.	15
1.2	La photographie de gauche a été prise le 27 janvier 1944 lors d'un bombardement américain. La photographie de droite a été prise le 27 juin 1944 après un bombardement américain. Le rectangle rouge indique l'emprise du chantier de Fontenet.	16
1.3	Photographie d'un opérateur équipé du détecteur FEREX 4.032 API.	17
1.4	Schéma présentant une des méthodes d'estimation de la profondeur d'un objet (Cours pour la détection - Foerster).	17
1.5	Matériels de mesure à gauche et un exemple de support à droite.	18
1.6	Lunette HMD (Head-Mounted Display) permettant de visualiser les données de navigation et magnétiques en temps réel Nodot (2014).	19
1.7	Les différentes étapes d'acquisition pour la mesure magnétique sur le terrain.	20
1.8	Schéma montrant les profils et traverses à réaliser sur le terrain. Résultats de la navigation obtenue après la journée de cartographie du 17 avril 2013 sur le chantier de Fontenet.	21
1.9	Les différentes étapes lors de la phase de traitement et de correction des mesures.	22
1.10	Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique obtenues après les traitements pour le chantier de Fontenet. Les cartes de gauche sont en représentation linéaire et celles de droite en équipopulation. Les deux cartes du bas ont été obtenues pour la journée du 17 avril 2013.	24
1.11	Les différentes étapes lors de l'interprétation des données.	25
1.12	Cartes après application de l'opérateur de signal analytique. Les tirets blancs indiquent les maxima du signal analytique liés aux réseaux (électrique et eau). Les tirets orange délimitent des zones où la concentration d'anomalies est plus élevée.	26
1.13	Photographie aérienne (IGN) de la zone d'étude en 1960, quand le terrain était utilisé par l'armée américaine.	26
1.14	Carte de signal analytique superposée à la photographie aérienne (IGN) de la zone d'étude en 1960 au niveau des bandes sombres.	27
1.15	Cartes de l'intensité de l'anomalie, de signal analytique et de gradiométrie (différence entre deux grilles d'altitude 26 cm et 90 cm) pour quatre anomalies (cibles).	28
1.16	Mise en place d'un explosif de type plâstrite (explosive) sur quatre obus d'artillerie de 155 mm, sur un chantier militaire.	29
1.17	Photographie de la mise au jour des deux munitions, cible 1 et cible 4.	30

2.1	Schéma montrant les différentes relations entre les fonctions du magnétisme (inspiré de Fleury (2011)). ϕ le superpotentiel scalaire magnétique en $T.m^2$. Ω le potentiel scalaire magnétique en $T.m$. \vec{B} le champ magnétique en T . TGM le tenseur de gradiométrie magnétique en T/m . TAM le tenseur d'anomalie magnétique en T . TMI l'intensité de l'anomalie magnétique en T . \vec{A} le potentiel vecteur magnétique en $T.m$. $\int \vec{R}$ signifie l'intégration dans la direction du champ magnétique régional. $\int \vec{J}$ signifie l'intégration dans la direction de l'aimantation. ∇ indique l'application de l'opérateur gradient. \vec{J} est le vecteur aimantation exprimé en A/m . \vec{R} est le vecteur définissant la direction du champ magnétique régional. Les zones de couleur indiquent la dépendance des fonctions aux paramètres $\ \vec{J}\ $ (orange), \vec{J} (bleu) et $\vec{J} \cdot \vec{R}$ (vert).	33
2.2	Schéma du référentiel de l'étude.	34
2.3	Carte et profil du superpotentiel calculés pour trois sphères (rayon de 1 m) placées à des profondeurs différentes (2, 4 et 8 m). Le pas de la grille est de 20 cm.	35
2.4	Carte et profil du superpotentiel calculé pour trois structures différentes : sphère, cercle et cylindre vertical semi-infini (creux). Le pas de la grille est de 20 cm. Le profil est localisé sur la carte avec la ligne bleue. Les coordonnées du centre de la source sont définies entre parenthèses. . . .	36
2.5	Carte et profil du superpotentiel calculés pour trois structures différentes : barreau, plaque et prisme semi-infini. Le pas de la grille est de 20 cm. Le profil est localisé sur la carte avec la ligne bleue et est perpendiculaire aux structures.	37
2.6	Carte et profils du potentiel calculés pour six sphères de un mètre de rayon dont le centre est placé à deux mètres de profondeur. Deux déclinaisons (0° et 90°) et trois inclinaisons (0° , 45° et 90°) différentes ont été choisies. Le pas de la grille est de 20 cm. Le profil magenta est pour des déclinaisons égales à 90° et le profil cyan pour des déclinaisons nulles.	38
2.7	Carte et profils du potentiel calculés pour six structures différentes : 2 sphères, 2 cercles et 2 cylindres verticaux semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm. La déclinaison de l'aimantation est constante et vaut 90° . Les trois structures du bas ont une même inclinaison de l'aimantation égale à 45° (profil cyan) et celles du haut sont égales à 90° (profil magenta). Les profils passent par le centre des structures.	41
2.8	Carte et profils du potentiel calculés pour six structures différentes : 2 segments, 2 rectangles et 2 prismes semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.	42
2.9	Cartes des trois composantes du champ magnétique calculées pour six sphères placées à deux mètres de profondeur. Le pas de la grille est de 20 cm.	44
2.10	Cartes des composantes du champ magnétique calculées pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 sphères, 2 cercles et 2 cylindres infinis. Le pas de la grille est de 20 cm.	45
2.11	Cartes des composantes du champ magnétique calculées pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infinis. Le pas de la grille est de 20 cm.	46

2.12	Profils des composantes du champ magnétique calculées pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infinis. Les profils sont localisés sur les carte de la figure 2.11. Ils sont perpendiculaires aux structures.	47
2.13	Carte de l'intensité de l'anomalie magnétique calculée pour six sphères avec une aimantation rémanente, placées à quatre mètres de profondeur. Le pas de la grille est de 20 cm. La déclinaison et l'inclinaison du champ magnétique régional est respectivement de 0° et 45°	48
2.14	Carte de l'intensité de l'anomalie magnétique calculée pour six sphères avec une aimantation induite placées à deux mètres de profondeur. Le pas de la grille est de 20 cm.	50
2.15	Cartes et profils de l'intensité de l'anomalie magnétique calculées pour six structures placées à quatre mètres de profondeur 2 sphères, 2 cercles et 2 cylindres verticaux semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm. . .	52
2.16	Cartes et profils de l'intensité de l'anomalie magnétique calculées pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infini. Le pas de la grille est de 30 cm.	53
2.17	Cartes des composantes du tenseur d'anomalie magnétique TAM calculées pour six sphères placées à deux mètres de profondeur. Le pas de la grille est de 20 cm.	55
2.18	Cartes des vecteurs et valeurs propres du tenseur d'anomalie magnétique TAM calculées pour six sphères placées à deux mètres de profondeur. Le pas de la grille est de 20 cm.	56
2.19	Cartes des composantes du tenseur d'anomalie magnétique TAM calculées pour six structures placées à quatre mètres de profondeur : 2 sphères, 2 spires et 2 cylindres verticaux semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.	57
2.20	Cartes des trois vecteurs et des trois valeurs propres du tenseur d'anomalie magnétique calculés pour six structures placées à quatre mètres de profondeur : 2 sphères, 2 cercles et 2 cylindres verticaux semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.	58
2.21	Cartes des composantes du tenseur d'anomalie magnétique calculées pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.	59
2.22	Cartes des trois vecteurs et des trois valeurs propres du tenseur d'anomalie magnétique calculés pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.	59
2.23	Cartes des composantes du tenseur du gradient magnétique TGM calculées pour six sphères aimantées placées à deux mètres de profondeur. Pour les trois sphères supérieures la déclinaison de l'aimantation est égale à 90° et pour les sphères inférieures de 0° . Il y a trois inclinaisons d'aimantation : 0° pour les deux sphères de gauche, 45° pour celles du centre et de 90° pour celles de droite. Le pas de la grille est de 20 cm. .	62
2.24	Cartes des vecteurs et valeurs propres du tenseur du gradient magnétique calculées pour six sphères placées à deux mètres de profondeur. Les directions d'aimantation sont identiques à celle de la figure 2.23. Le pas de la grille est de 20 cm.	63

2.25	Cartes des composantes du tenseur du gradient magnétique calculées pour six structures placées à quatre mètres de profondeur : 2 sphères, 2 cercles et 2 cylindres verticaux semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.	64
2.26	Cartes des trois vecteurs propres et des trois valeurs propres du tenseur de gradiométrie magnétique calculés pour six structures placées à quatre mètres de profondeur : 2 sphères, 2 cercles et 2 cylindres verticaux semi-infinis. Le pas de la grille est de 30 cm.	65
2.27	Cartes des composantes du tenseur du gradient magnétique calculées pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infinis. Le pas de la grille est de 20 cm.	66
2.28	Cartes des trois vecteurs propres et des trois valeurs propres du tenseur de gradiométrie magnétique calculés pour six structures placées à deux mètres de profondeur : 2 barreaux, 2 plaques et 2 prismes infinis. Le pas de la grille est de 20 cm.	67
2.29	Résumé des points clés des différentes grandeurs physiques permettant de représenter les aimantations dans le sous-sol.	67
2.30	Dans les trois colonnes on trouve : la carte calculée dans le domaine spatial de l'intensité de l'anomalie magnétique, la carte calculée dans le domaine spectral de l'intensité de l'anomalie magnétique avec les mêmes conditions que précédemment et la carte obtenue par différence des deux précédentes. La ligne du haut présente les résultats pour une sphère d'aimantation induite ($I = 60^\circ$ et $D = 45^\circ$). La deuxième ligne présente les résultats après l'application de l'opérateur de double réduction au pôle sur les cartes de la première ligne. La troisième ligne présente les résultats pour une sphère d'aimantation induite ($I = 6^\circ$ et $D = 45^\circ$). La dernière ligne présente les résultats après l'application d'une double réduction au pôle sur les cartes de la troisième ligne. Le calcul est fait pour une grille de 40 sur 50 m.	69
2.31	Dans les trois colonnes on trouve : la carte calculée dans le domaine spatial de l'intensité de l'anomalie magnétique, la carte calculée dans le domaine spectral de l'intensité de l'anomalie magnétique avec les mêmes conditions et la carte obtenue en faisant la différence des deux précédentes. La ligne du haut présente les résultats pour une sphère aimantation induite ($I = 60^\circ$ et $D = 45^\circ$). La deuxième ligne présente les résultats après l'application d'une double réduction au pôle sur les cartes de la première ligne. Le calcul est fait pour une grille de 100 sur 100 m.	70
2.32	Le diagramme présente l'amplitude de la différence entre la carte calculée dans le domaine spatial et la carte calculée dans le domaine spectral en fonction de l'inclinaison. La courbe bleue a été obtenue pour des différences de grilles mesurant 40x50 m et la courbe en pointillés rouges pour une grille de 100x100 m. La source est une sphère d'aimantation induite. La déclinaison est de 45° . Le pas de la grille est de 20 cm. . . .	71
2.33	Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique, du signal analytique vectoriel et du signal analytique scalaire pour une spire d'aimantation induite égale à $D = 0^\circ$ et $I = 90^\circ$. Les tirets blancs localisent la spire dans le plan horizontal. La spire a un rayon de 30 m et est placée à 5 m de profondeur.	72

2.34	Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique, du signal analytique vectoriel et du signal analytique scalaire. La partie supérieure est pour une spire d'aimantation induite égale à $D = 0^\circ$ et $I = 0^\circ$ et la partie inférieure pour une spire d'aimantation rémanente $D_r = 0^\circ$, $I_r = 0^\circ$, $D_j = 90^\circ$ et $I_j = 0^\circ$. Les tirets blancs localisent la spire dans le plan horizontal. La spire a un rayon de 30 m et est placée à 5 m de profondeur.	73
2.35	Erreurs sur la localisation horizontale d'une sphère induite si on suppose que le maximum du signal analytique est à l'aplomb de la source, en fonction de l'inclinaison (Figure 2 (Salem <i>et al.</i> , 2002)).	74
2.36	Erreurs sur la localisation horizontale d'une sphère induite en fonction de la profondeur pour dix inclinaisons différentes.	74
2.37	Cartes de l'intensité de l'anomalie et du signal analytique vectoriel pour une sphère aimantée placée en (0,0,10 m). Les cartes ont été calculées pour six couples de déclinaison et d'inclinaison différents ($0^\circ, 10^\circ$), ($0^\circ, 20^\circ$), ($0^\circ, 26^\circ$), ($0^\circ, 30^\circ$), ($0^\circ, 60^\circ$) et ($0^\circ, 90^\circ$). La localisation horizontale du centre de la sphère est illustrée par le disque blanc, et les extrema par les disques magenta. La partie basse représente les six profils nord-sud extraits des cartes de signal analytique vectoriel. Ils ont été normalisés (idée Figure (Salem <i>et al.</i> , 2002)).	76
2.38	Erreurs obtenues sur les quatre paramètres de l'inversion (localisation en x, en y, en profondeur et en intensité de moment magnétique) pour des sphères d'aimantation induite. L'inclinaison varie de 0 à 180° . La déclinaison est nulle. Le test a été effectué pour dix profondeurs.	77
2.39	Cartes du signal analytique scalaire pour une sphère aimantée placée en (0,0,10 m). Les cartes ont été calculées pour six couples de déclinaison et d'inclinaison différents ($0^\circ, 10^\circ$), ($0^\circ, 20^\circ$), ($0^\circ, 26^\circ$), ($0^\circ, 30^\circ$), ($0^\circ, 60^\circ$) et ($0^\circ, 90^\circ$). La localisation horizontale du centre de la sphère est illustrée par le disque blanc, et les extrema par les disques magenta.	79
2.40	Évolution des coefficients directeurs (diagramme du haut) et des constantes (diagramme du bas) de la relation affine existant entre les erreurs de localisation latérale et la profondeur pour les deux définitions de signaux analytiques en fonction de l'inclinaison, pour une sphère d'aimantation induite.	80
2.41	Cartes des erreurs de localisation latérale en supposant que le maximum du signal analytique se place à l'aplomb de la source en fonction des inclinaisons de l'aimantation et du champ magnétique régional. La colonne de gauche présente les résultats avec la définition vectorielle et celle de droite la définition scalaire. Le test a été effectué pour une sphère aimantée placée en (0,0,10 m) et pour une déclinaison du champ magnétique nulle. Les deux cartes supérieures ont été obtenues pour une déclinaison de l'aimantation nulle, celles centrales pour $D_j = 30^\circ$ et pour celles du bas $D_j = 90^\circ$. Pour toutes les cartes l'échelle de couleur est identique et s'étend de 0 à 6 m. Les deux profils oranges représentent les cas étudiés précédemment, c'est-à-dire le cas d'une aimantation de type induite.	81

2.42	cartes obtenues en effectuant la différence entre les erreurs dues à la définition scalaire moins celles liées à la définition vectorielle, pour les mêmes déclinaisons et inclinaisons utilisées dans le figure 2.41. L'ensemble des cartes sont seuillées de -2 à 2 m. Les valeurs négatives indiquent un avantage de la définition scalaire sur la vectorielle et les valeurs positives l'inverse.	83
2.43	Les deux premières cartes montrent l'erreur sur la localisation latérale d'une sphère placée à 10 m de profondeur pour les deux définitions du signal analytique vectoriel (gauche) et scalaire (droite). La direction du champ magnétique régional est fixée verticalement ($D_r = 0^\circ$ et $I_r = 90^\circ$) et pour ces deux cartes l'échelle des couleurs est seuillée de façon identique de 0 à 3 m. La carte la plus à droite présente la différence des deux cartes. L'axe des abscisses représente les variations de l'inclinaison de l'aimantation et l'axe des ordonnées les variations de déclinaison. . .	84
2.44	Les deux premières cartes montrent la distance entre le maxima et la localisation latérale d'une sphère placée à 10 m de profondeur pour les deux définitions du signal analytique vectoriel (gauche) et scalaire (droite). La direction du champ géomagnétique est similaire à celle de Strasbourg ($D_r = 4^\circ$ et $I_r = 67^\circ$) et pour ces deux cartes l'échelle des couleurs est seuillée de façon identique de 0 à 3 m. La carte la plus à droite présente la différence des deux autres cartes. L'axe des abscisses représente les variations de l'inclinaison de l'aimantation et l'axe des ordonnées les variations de déclinaison.	85
2.45	Erreurs obtenues sur les quatre paramètres de l'inversion (localisation en x, en y, en profondeur et en intensité de moment magnétique) pour des sphères d'aimantation rémanente. L'inclinaison de l'aimantation varie de 0 à 180° et le test est fait pour dix profondeurs. Le champ magnétique régional est vertical ($I = 90^\circ$).	86
3.1	Schéma représentant le repère à deux dimensions par rapport au repère à trois dimensions pour un cylindre infini. Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique pour des cylindres infinis orientés nord sud, placés à 4 m de profondeur. L'aimantation est supposée induite et les cinq cas ont été modélisés pour une inclinaison apparente de $90^\circ, 45^\circ, 0^\circ, -45^\circ$ et -90°	91
3.2	Anomalies magnétiques dues à des cylindres placés à plusieurs profondeurs (1, 3, 7, 13 et 20 m), pour 3 inclinaisons apparentes ($0^\circ, 45^\circ$ et 90°). Les cylindres ont une aimantation induite. Les courbes ont été normées afin de mieux comparer leurs formes.	93
3.3	Anomalie magnétique complexe (CMA, Complex Magnetic Anomaly) due à des cylindres placés à plusieurs profondeurs (1, 3, 7, 13 et 20 m), pour 3 inclinaisons apparentes ($0^\circ, 45^\circ$ et 90°). Les cylindres ont une aimantation induite. Les courbes ont été normées afin de mieux visualiser leurs formes (Figure 3.2).	116
3.4	Anomalies magnétiques et CMA correspondants pour un cylindre, pour trois inclinaisons apparentes différentes 0° (diagramme du haut), 45° (diagramme du milieu) et 90° (diagramme du bas). Les points de couleur indiquent les extrema du profil d'anomalie magnétique et leur localisation sur le CMA.	117

3.5	Anomalies magnétiques et CMA correspondant à un sill, pour trois inclinaisons apparentes différentes 0° (diagramme du haut), 45° (diagramme du milieu) et 90° (diagramme du bas). Les points de couleur indiquent les extrema du profil d'anomalie magnétique et leur localisation sur le CMA. On suppose que l'aimantation de la structure est induite.	119
3.6	Profils de l'intensité de l'anomalie magnétique pour six géométries de structures différentes ($n=0,5$, $n=1$, $n=1,5$, $n=2$, $n=2,5$ et $n=3$). L'inclinaison apparente de l'aimantation et du champ géomagnétique vaut 45° . L'unique point qui définit la structure a pour coordonnées (50,10), la constante T est égale à 1. Le pas d'échantillonnage du profil est de 10 cm. L'ensemble a été normalisé afin de se concentrer sur la forme des anomalies et leurs extrema.	120
3.7	Représentation des CMA normalisés pour différentes valeurs de n.	121
3.8	a) La courbe bleue est le CMA pour un cylindre infini ($n = 2$). La courbe cyan est le prolongement vers le haut du CMA de 5 pas, soit 50 cm. Les droites vertes sont les normales au CMA, les droites rouges sont les normales au prolongement du CMA. Les segments noirs représentent les écarts entre le CMA et le prolongement du CMA pour une même variable c_i . B) zoom de la zone 1. C) zoom de la zone 2. Les pastilles mettent en évidence les points de croisement des normales proches de l'aplomb de la structure. La pastille rouge est pour le prolongement du CMA et la verte pour le CMA.	122
3.9	Effet d'une réduction au pôle pour des modèles synthétiques construits avec trois structures : un cylindre et deux dykes pentés de 135° et 90° . On considère une aimantation rémanente apparente de 20° . L'inclinaison apparente du champ magnétique régional est de 50°	123
3.10	Cas synthétiques comparant l'anomalie (courbe bleue), l'anomalie double réduite au pôle (courbe rouge) et l'anomalie après l'application de la normalisation complexe (courbe verte) en représentation classique (gauche) et en représentation complexe (à droite).	125
3.11	Signal analytique (courbe bleue) et <i>tilt angle</i> (courbe orange) pour un cylindre, une demi-plaque infinie et une marche. Les paramètres du cas synthétique sont les mêmes que ceux de la figure 3.10.	127
3.12	En haut, anomalie magnétique complexe pour trois sources : un cylindre, une demi-plaque infinie et une marche. Au milieu, anomalie magnétique (noir) et la valeur absolue du signal analytique (pointillés bleus) pour les trois sources. En bas, résultats pour l'équation (3.34) avec $n=0$ (bleu), $n=1$ (vert) et $n=2$ (rouge).	128
4.1	Carte des tranchées en 1918 superposée à une photographie satellitaire de la base actuelle. Les lignes rouges correspondent aux tranchées allemandes et les bleues aux tranchées françaises Montano & Pincebourde (2010).	132
4.2	Photographie aérienne après le bombardement des alliés du 20 mai 1944 superposée au plan de la base et de ses alentours. Lors de ce bombardement 333 tonnes de munitions furent utilisées (Montano & Pincebourde, 2010).	133
4.3	Photographie de l'ULM (l'ultra-léger motorisé) utilisé lors de la campagne de mesure des 15 et 16 juin 2015.	134

4.4	Localisation des routes suivies par l'ULM superposée à la photographie aérienne (Google Earth) lors de la campagne de mesure des 15 et 16 juin 2015. La ligne verte indique l'emprise de l'ancienne base aérienne. . . .	134
4.5	Photographie de l'IT180 (Eca Drones) utilisé lors de la campagne de mesure 15 et 16 juin 2015.	135
4.6	Localisation des routes suivies par le drone IT-180, lors des cinq vols à différentes altitudes superposée à la photographie aérienne (Google Earth) lors des 23 et 24 juin. La ligne verte indique l'emprise de l'ancienne base aérienne.	135
4.7	Drone matrice 100 (Geotis) utilisé lors de la campagne de mesure du 23 au 27 janvier 2017.	136
4.8	Exemple de drone à voilure fixe à gauche. Le modèle numérique de surface (MNS) obtenu par photogrammétrie sur la zone A (Figure 4.9). . .	137
4.9	Localisation des routes suivies par le drone matrice 100, lors des cinq vols à différentes altitudes (du 23 au 26 janvier 2017) superposée à la photographie aérienne (Google Earth). La ligne verte indique l'emprise de l'ancienne base aérienne.	137
4.10	Dispositif d'acquisition placé sur un sac-à-dos, équipé de huit capteurs.	138
4.11	Localisation des routes suivies avec le système de sac-à-dos superposée à la photographie aérienne (Google Earth), obtenue du 23 au 26 janvier 2017. La ligne verte indique l'emprise de l'ancienne base aérienne. . . .	138
4.12	Dispositif d'acquisition monté sur un quad.	139
4.13	Localisation des routes suivies par le quad superposée à la photographie aérienne (Google Earth) du 23 au 26 janvier 2017. La ligne verte indique l'emprise de l'ancienne base aérienne.	139
4.14	Carte de l'intensité de l'anomalie magnétique en représentation normale. L'échelle va de -3 à 7 nT. Il s'agit de données aéromagnétiques obtenues à l'aide d'un ULM à une altitude de 100 m (Figure 4.3). Le rectangle noir indique la zone d'étude.	140
4.15	Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique pour des acquisitions à trois altitudes différentes 10, 4 et 1 m, en représentation normale, pour la zone b (rectangle noir - Figure 4.14).	142
4.16	Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique pour des acquisitions à quatre altitudes différentes 100, 10, 4 et 1 m, en représentation normale, pour la zone b (rectangle noir et marqué d'un M - Figure 4.14). Les cartes avec l'encadrement vert ont été obtenues après prolongement vers le haut. Les cartes avec l'encadrement orange ont été obtenues après prolongement vers le bas. Les cartes visibles dans la colonne de gauche présentent les données acquises à 10 m. Les cartes visibles dans la colonne du milieu ont été obtenues avec les données acquises à 4 m. Les cartes visibles dans la colonne de droite présentent les données acquises avec le sac-à-dos à 1 m du sol. Les cartes de la seconde ligne sont seillées de -15 à 25 nT, celles de la troisième ligne de -15 à 30 nT et celles de la dernière de -150 à 400 nT.	144

4.17	Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique calculées à partir d'un modèle, pour quatre altitudes différentes (102, 12, 6 et 2 m). Le modèle est fait d'une succession de dipôles magnétiques placés à 2 m de profondeur. Tous les trente mètres, on fait varier la direction d'aimantation. Le champ magnétique a une déclinaison égale à 90° et une inclinaison de 62°	145
4.18	Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétiques calculées à partir d'un modèle, pour trois altitudes (L, 2L et 3L), avec L la longueur des sections d'aimantation identique. Le modèle est fait d'une succession de dipôles magnétiques placés à 2 m de profondeur. Tous les trente mètres, on fait varier la direction d'aimantation. Le champ magnétique a une déclinaison égale à 90° et une inclinaison de 62°	146
4.19	Résultats de l'inversion (profondeur) sur l'anomalie magnétique (partie supérieure) et sur le signal analytique (partie inférieure), pour les mesures. A gauche est présenté un exemple de carte où l'on a appliqué les deux algorithmes. A droite, on a les résultats pour les trois levés à 10, 4 et 1 m sol. Plusieurs pointés ont été faits sur chaque carte.	147
4.20	Résultats de l'inversion (profondeur) sur l'anomalie magnétique (partie supérieure) et sur le signal analytique (partie inférieure) pour les modèles. A gauche est présenté un exemple de carte où l'on a appliqué les deux algorithmes. A droite, on a les résultats pour les trois levés à 10, 4 et 1 m sol. Plusieurs pointés ont été faits sur chaque carte.	148
4.21	Résultats de l'estimation de la profondeur pour les mesures (à gauche) et les modèles (à droite), pour algorithme ajustant une source de type cylindrique. Les courbes bleues sont les données et les courbes rouges les modèles calculés à partir des résultats de l'inversion.	149
4.22	En allant de la gauche vers la droite, carte de l'intensité de l'anomalie magnétique (seuillée à -100 à 200 nT), carte de signal analytique (seuillée à 0 à 50 nT/m, carte de gradiométrie (différence de cartes après prolongements vers le haut et vers le bas de 30 cm - seuillé à -20 à 50). Le rectangle en pointillés (noir ou blanc) indique la zone d'étude où onze cibles ont été mises au jour. En écriture bleu sont indiqués les résultats obtenus pour la profondeur et l'intensité du moment magnétique après inversion sur le signal analytique	150
4.23	En allant du haut vers le bas, on a la carte de l'intensité de l'anomalie magnétique (seuillée à -100 à 200 nT), la carte de signal analytique (seuillée à 0 à 50 nT/m, la carte de gradiométrie (différence de cartes après prolongements vers le haut et vers le bas de 30 cm - seuillée à -20 à 50). Le rectangle en pointillés blanc indique la zone d'étude où onze cibles ont été mise au jour.	151
4.24	En allant du haut vers le bas, on a les cartes obtenues avec le levé à 5 m, puis les cartes acquises à 3 m et enfin les cartes acquises à 1 m sol. La colonne de gauche présente les cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique (seuillée à -100 à 200 nT). La colonne de droite montre les cartes après une double réduction au pôle et l'application de l'opérateur de signal analytique (seuillée à 0 à 30 nT/m). Les rectangles en pointillés blancs et noirs indiquent les limites de la zone c.	152

5.1	Schéma montrant l'accrétion océanique et les blocs d'aimantations opposées (Gee & Kent, 2007).	156
5.2	Deux profils synthétiques, le profil supérieur n'a pas d' <i>anomalous skewness</i> et le second en à 20° (Petronotis <i>et al.</i> , 1992).	157
5.3	Moment dipolaire axiale virtuel (VADM) du champ magnétique obtenu à partir d'échantillons de sédiments et de roches volcaniques pour une période s'étendant de nos jours à 780 ka (Gee <i>et al.</i> , 2000).	158
5.4	Échelle des inversions du champ géomagnétique (Gee & Kent, 2007).	158
5.5	Le profil supérieur est calculé avec une échelle d'inversion classique. Le profil inférieur est construit en ajoutant des intervalles de polarité très courts. (Baala, 2005).	159
5.6	Évolution du degré d' <i>anomalous skewness</i> en fonction du demi-taux d'expansion (Koivisto <i>et al.</i> , 2011).	160
5.7	Profils magnétiques classiques (à gauche) et $CMA^{(0)}$ (à droite) synthétiques calculés à l'aplomb d'une croûte océanique datée de 40 à 50 Ma. La demi-vitesse d'expansion est de 55 km/Ma. Les profils et $CMA^{(0)}$ (Complex magnetic Anomaly) ont été obtenus pour cinq inclinaisons apparentes : 0° (bleu clair), 25° (bleu), 50° (bleu foncé), 75° (vert clair) et 90° (vert foncé). On suppose que l'aimantation a la même direction que le champ magnétique régional.	161
5.8	Cas synthétiques montrant l'évolution d'une structure cylindrique ($n=2$, courbe noire) à une plaque semi-infinie ($n=1$, courbe orange). Les longueurs des quatre segments sont de 5 km, 10 km, 30 km et infini. La profondeur des structures est de 5 km. On suppose l'aimantation induite et l'inclinaison apparente vaut 50°	163
5.9	Cas synthétique montrant les profils et les CMA sur la période de temps allant de 40 à 50 Ma, pour différentes vitesses d'expansion. Les directions de l'aimantation et du champ magnétique sont verticales. Le modèle est constitué de blocs aimantés dont l'épaisseur est égale à 500 m (Dyment <i>et al.</i> , 1994). La courbe en tirets rouges est la valeur absolue du $CMA^{(0)}$. Les tirets noirs présentent les asymétries visibles sur les anomalies.	164
5.10	$CMA^{(0)}$ des anomalies 21 et 22 calculées pour une vitesse de demi-expansion de 20 km/Ma. Les inclinaisons apparentes de l'aimantation et du champ magnétique régional sont de 90° . Le trait plein correspond au cas où le calcul a été fait avec les deux blocs et les courbes en pointillés pour les calculs des anomalies avec un unique bloc.	165
5.11	Localisation de la zone d'étude. Fond carte GMRT (Global Multi-Resolution Topography data synthesis). Le rectangle noir indique la zone d'étude.	166
5.12	Carte structurale de la dorsale d'Aegir déduite de l'interprétation des données magnétiques et gravimétriques entre la marge volcanique de Møre (MVRM) et du micro-continent Jan Mayen (JMMC). EJMFZ : zone de fracture est de Jan Mayen, NBFZ zone de fracture du bassin de Norvège, WJMFZ zone de fracture ouest de Jan Mayen. Figure 5 de Gernigon <i>et al.</i> (2015)	167
5.13	Localisation de l'emprise de la campagne sur la carte bathymétrique (à gauche). Localisation de la campagne Jas05, avec les profils et les traverses en bleu (à droite).	168
5.14	Cartes de l'intensité de l'anomalie magnétique en représentation normale à gauche et en équipopulation à droite.	168

5.15	La carte de gauche provient de l'article Gernigon <i>et al.</i> (2009), superposant l'interprétation de la zone à la carte de <i>tilt angle</i> . La carte supérieure de droite est la carte de <i>tilt angle</i> . La carte inférieure est la carte de signal analytique à l'ordre 2.	169
5.16	Carte de la valeur propre 3 du tenseur de l'anomalie magnétique TAM pour une aimantation induite de déclinaison $1,95^\circ$ et d'inclinaison 77.74° .	170
5.17	Cartes présentant la première zone d'étude. a) Carte schématique de la zone élaborée à partir de la carte d). Les segments noirs en pointillés représentent les profils visibles sur la figure 5.18. b) Carte de l'intensité de l'anomalie magnétique exprimée en nano Tesla. c) Carte de <i>tilt angle</i> . d) Carte de la valeur propre trois du tenseur d'anomalie magnétique. Les rectangles en pointillés blancs localisent la zone où les profils ont été extraits.	171
5.18	Visualisation des trente profils extraits sur le flanc est (Figure 5.17). La colonne de gauche présente les trente profils de l'intensité de l'anomalie magnétique en représentation classique. La colonne suivante montre les profils de la valeur absolue du signal analytique (au sens classique (Nabighian, 1974)). La partie gauche de la figure présente le $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ dans la partie supérieure et dans la partie inférieure les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ normés au sens complexe (chapitre 3).	172
5.19	A gauche est représenté le profil $n^\circ 5$ de données extraites de la grille pour un cap de 153° (courbe rouge). La courbe en pointillés noirs présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des deux blocs schématisés en dessous. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de $14,67$ km/Ma. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalents à la représentation de gauche.	174
5.20	A gauche est représenté le profil $n^\circ 16$ de données extraites de la grille pour un cap de 153° (courbe rouge). La courbe en pointillés noirs présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des deux blocs schématisés en dessous. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de $13,59$ km/Ma. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalent à la représentation de droite.	175
5.21	A gauche est représenté le profil de données $n^\circ 16$ extraites de la grille pour un cap de 153° (courbe rouge). La courbe en pointillés noirs présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des quatre blocs schématisés en dessous. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de $13,59$ km/Ma. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalent à la représentation de droite.	175

5.22	A gauche est représenté le profil de données $n^{\circ}16$ extraites de la grille pour un cap de 153° (courbe rouge). La courbe en pointillés noirs présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des deux blocs schématisés en dessous. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de 13,59 km/Ma. Pour le bloc 21, l'amplitude de l'aimantation a été modifiée. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalent à la représentation de droite.	176
5.23	A gauche est représenté le profil de données $n^{\circ}16$ e de la grille pour un cap de 153° (courbe rouge). La courbe en pointillés noir présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des deux blocs schématisés en dessous. Au bloc modélisant l'anomalie C21 de la topographie y a été rajoutée. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de 13,59 km/Ma. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalent à la représentation de droite.	177
5.24	A gauche est représenté le profil de données extraites de la grille pour un cap de 153° (courbe rouge). La courbe en pointillés noirs présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des deux blocs schématisés en dessous. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de 13,18 km/Ma. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalent à la représentation de droite.	178
5.25	Cartes présentant la seconde zone d'étude. a) carte schématique de la zone élaborée à partir de la carte d). Les segments noirs en pointillés représentent les profils visibles sur la figure 5.26. b) Carte de l'intensité de l'anomalie magnétique exprimée en nano Tesla. c) Carte de tilt angle. d) Carte de la valeur propre 3 du tenseur d'anomalie magnétique. Les rectangles en pointillés blancs localisent la zone où les profils ont été extraits.	179
5.26	Visualisation des vingt profils extraits sur le flanc ouest (Figure 5.25). La colonne de gauche présente les vingt profils de l'intensité de l'anomalie magnétique en représentation classique. La colonne suivante montre les profils de valeur absolue du signal analytique (au sens classique (Nabighian, 1974)). Sur la partie droite, on a le $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ dans la partie supérieure et dans la partie inférieure les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ normés (chapitre 3).	180
5.27	A gauche est représenté le profil de données $n^{\circ}16$ extrait de la grille pour un cap de 143° (courbe rouge). La courbe en pointillés noirs présente l'intensité de l'anomalie magnétique calculée à partir des deux blocs schématisés en dessous. Les déclinaisons et inclinaisons utilisées pour le calcul sont 1.95° et 77° . Le demi-taux d'expansion choisi pour ajuster les données est de 10,31 km/Ma. Les deux diagrammes présents sur la droite dessinent les $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ équivalent à la représentation de droite.	181
5.28	Évolution de la phase du maximum du $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ pour l'anomalie C21y et C21o. Ces valeurs ont été obtenues pour le flanc est de la dorsale.	182

5.29	Évolution de la phase du maximum du $CMA^{(0)}$ et $CMA^{(1)}$ pour l'anomalie C21y et C21o. Ces valeurs ont été obtenues pour le flanc ouest de la dorsale.	182
6.1	Localisation de Kilwa, par rapport à l'Arabie Saoudite et ses pays frontaliers. Photographie aérienne de la zone d'étude (O. Barges, 2008). . .	186
6.2	Relevé topographique de la zone d'étude et relevés des bâtiments ou autres éléments visibles à la surface (O. Barge (2008)).	187
6.3	(a) Localisation de la navigation de tous les points d'étalonnage; (b) altitude de ces mêmes données en fonction des jours d'acquisition; (c) qualité des enregistrements GNSS en fonction des jours et (d) évolution du nombre de satellites en fonction des jours. Les données en rouge correspondent à l'étalonnage décalé.	188
6.4	Localisation d'un étalonnage en perche haute (rouge) et en perche basse (cyan). Sur la droite sont représentées les variations d'altitude pendant ces étalonnages (courbe rouge perche haute - courbe bleue perche basse). Les courbes orange et verte montrent les variations d'inclinaison du système d'acquisition pendant cette étape.	190
6.5	Comparaison de la carte des altitudes obtenues avec les trames de l'antenne GNSS (image de droite) et le relevé effectué par Lola et Olivier Barge (2008) (image de gauche). Le rectangle en pointillés blancs indique le zoom visible sur la figure suivante.	190
6.6	Carte des altitudes DGNSS dans la zone au sud localisée par le rectangle blanc sur la figure 6.5.	191
6.7	Paramètres obtenus par l'algorithme d'étalonnage et de compensation au cours de la mission. Les graphiques représentent un paramètre à la fois pour les quatre capteurs (c1 - c4) au cours des quarante-cinq étalonnages de la mission. Les neuf graphiques de la partie basse représentent l'évolution des écart-type pour les paramètres.	192
6.8	Variations de l'intensité du champ magnétique pour les journées des 6, 12 et 15 avril 2015. Les couleurs indiquent l'origine des enregistrements localisés sur la carte : AEE (bleu), IZN (rouge), PEG (vert), TAM (magenta) et Kilwa (noir).	193
6.9	Cartes de l'intensité du champ magnétique obtenues avec le système de mesures en perche haute. La carte de gauche est en représentation linéaire alors que celle de droite est en équi-population.	194
6.10	Photographie du système de mesure à gauche et photographie de la disposition des capteurs dans la perche à droite.	195
6.11	Localisation des zones cartographiées avec le système de mesure perche basse.	196
6.12	Cartes de l'intensité du champ d'anomalie magnétique en représentation classique à gauche et en équi-population à droite, pour le système d'acquisition en perche basse pour la zone 1.	197
6.13	Carte de l'intensité du champ d'anomalie magnétique en équi-population pour la zone 1, avec le système d'acquisition en perche haute.	197
6.14	Cartes de l'intensité du champ d'anomalie magnétique en représentation classique à gauche et en équi-population à droite, pour la zone 2.	198

6.15	Carte de l'intensité de l'anomalie magnétique après une double réduction au pôle (inclinaison 44° et déclinaison 3.37°) et une dérivée verticale à l'ordre 0.7. La carte est en représentation normale avec un échelle en nuance de gris allant de -4 à 7 nT/m	198
6.16	Cartes de l'intensité du champ d'anomalie magnétique en représentation classique à gauche et en équi-population à droite, pour la zone 3.	199
6.17	La carte de gauche présente l'intensité de l'anomalie magnétique après une double réduction au pôle (inclinaison 44° et déclinaison 3.37°) et une dérivée verticale à l'ordre 0,5. La carte est en représentation normale avec un échelle en nuance de gris allant de -5 à 10 nT/m . La carte de droite présente les variations d'altitude mesurées avec l'antenne GNSS.	199
6.18	Carte du superpotentiel pour la zone 1, en équi-population. Elle a été calculée en effectuant une double intégration dans la direction du champ magnétique régional ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$).	200
6.19	Carte du potentiel de la zone 1, en équi-population. Elle a été calculée en effectuant une intégration dans la direction du champ magnétique régional ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$).	201
6.20	Cartes des composantes du champ magnétique en représentation linéaire. La carte de gauche est la composante en x, la carte centrale en y et la carte de droite est la composante en z. Elles ont été calculées en effectuant une intégration dans la direction du champ magnétique régional ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$), puis en dérivant dans la direction x, y et z.	202
6.21	Cartes des composantes du champ magnétique en équipopulation. La carte de gauche est la composante en x, la carte centrale en y et la carte de droite est la composante en z. Elles ont été calculées en effectuant une intégration dans la direction du champ magnétique régionale ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$), puis en dérivant dans la direction x, y et z.	202
6.22	Cartes des composantes du tenseur d'anomalie magnétique (TAM), en représentation normale. Elles ont été calculées en effectuant une double intégration dans la direction du champ magnétique régional ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$), puis en effectuant une double dérivée dans dans les directions xx (carte en haut à gauche), xy (carte en haut au milieu), xz (carte en haut à droite), yy (carte au milieu à droite), yz (carte au milieu à gauche) et zz (carte en bas à droite).	203
6.23	Cartes des trois vecteurs (ligne inférieure) et des trois valeurs propres (ligne supérieure) du TAM , en équi-population.	203
6.24	Cartes des composantes du tenseur de gradient magnétique (TGM), en équi-population. Elles ont été calculées en effectuant une intégration dans la direction du champ magnétique régional ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$), puis en effectuant une double dérivée dans les directions xx (carte en haut à gauche), xy (carte en haut au milieu), xz (carte en haut à droite), yy (carte au milieu à droite), yz (carte au milieu à gauche) et zz (carte en bas à droite).	204

6.25	Cartes des composantes du tenseur de gradient magnétique (TGM), en équi-population. Elles ont été calculées en effectuant une intégration dans la direction du champ magnétique régional ($I = 44.99^\circ$ et $D = 4.2^\circ$), puis en effectuant une double dérivée dans dans les directions xx (carte en haut à gauche), xy (carte en haut au milieu), xz (carte en haut à droite), yy (carte au milieu à droite), yz (carte au milieu à gauche) et zz (carte en bas à droite).	205
6.26	Cartes des trois vecteurs (ligne inférieure) et des trois valeurs propres (ligne supérieure) du TGM , en représentation normale.	205
6.27	Localisation des profils sud-nord extraits de l'ouest vers l'est tous les mètres (en haut à gauche). Représentation des 35 profils d'anomalies <i>TMI</i> (à droite). Les 35 anomalies magnétiques complexes (<i>CMA</i>) représentées dans le plan complexe (en bas à gauche).	207
6.28	Modélisation de l'anomalie et du <i>CMA</i> pour un des profils extrait au centre de la zone. Les courbes bleues sont les données et les cyan le modèle. On considère une aimantation induite ($I_j = 44.99^\circ$ et $D_j = 4.2^\circ$) et la susceptibilité est de 0.00028.	208

Caractérisation des anomalies magnétiques : approches théorique et expérimentale : applications à des objets anthropiques et géologiques

Les anomalies magnétiques enregistrées en surface sont une excellente source d'information pour cartographier les structures du sous-sol. L'objectif de ce travail est d'améliorer la caractérisation des sources à l'origine d'anomalies magnétiques, par le biais de développements théoriques et expérimentaux.

Dans un premiers temps, une démarche théorique cohérente d'étude des fonctions en magnétisme à trois dimensions est développée et certaines propriétés des fonctions magnétiques ont été mises en évidence telle que la présence de plusieurs maxima pour l'opérateur de signal analytique.

Pour des structures invariantes dans une direction horizontale (structures à deux dimensions), l'idée de Nabighian (1972) a été généralisée, ce qui implique une nouvelle façon d'étudier les méthodes potentielles à deux dimensions. Ces développements ont permis de proposer une nouvelle approche théorique et de nouvelles représentations dans le plan complexe des fonctions magnétiques.

La deuxième approche de ce travail est expérimentale. Une étude y est faite par le biais de données et de cas synthétiques, afin d'estimer l'apport d'acquisitions magnétiques à différentes altitudes et avec différentes configurations pour caractériser une source.

Dans un troisième temps, les développements théoriques et expérimentaux sont mis en œuvre pour deux exemples : des anomalies magnétiques en domaine océanique de type Vine et Mathews et une cartographie pour l'archéologie.

Mots clés :

Méthodes potentielles, signal analytique, fonctions complexes, mesures multi-échelle, UXO, anomalies magnétiques marines, aéromagnétisme, archéologie

Magnetic anomalies recorded outside bodies provide high quality information relative to buried structures. By using theoretical and experimental developments, this thesis aims to improve the characterisation of the source inducing the magnetic anomaly.

Firstly, some properties of three dimensional magnetic functions are presented, for example the presence of several maxima of the analytic signal operator (3D) is demonstrated.

The Nabighian (1972) equation is generalized, which imply a new process to study potential method in two dimensions. These developments enable a new visualisation of the anomaly in the complex field.

The second approach is experimental. Synthetic cases are used to estimate the contribution of different configurations of magnetic data acquisitions at different altitudes to characterize the magnetic source.

Theoretical and experimental developments are finally applied to two field examples: oceanic magnetic anomalies and archaeological magnetic prospection.

Keywords:

Potential field methods, analytic signal, complex functions, multi-scale acquisition, UXO, oceanic magnetic anomalies, aeromagnetic data, archaeology