



THÈSE / UNIVERSITÉ DE RENNES 1
sous le sceau de l'Université Bretagne Loire

pour le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1
Mention : Photonique

Ecole doctorale 3M
Maxime Baillot

Préparée à l'unité de recherche (6082 Foton)
Fonctions optiques pour les technologies de l'information
(Enssat/Université de Rennes 1)

**Mélange à quatre
ondes multiple pour
le traitement tout-
optique du signal
dans les fibres
optiques non
linéaires**

Thèse rapportée par :

Arnaud MUSSOT

Professeur des universités à l'Université de Lille /
rapporteur

Christophe FINOT

Professeur des universités à l'Université de
Bourgogne / *rapporteur*

**et soutenue à Lannion
le 15 décembre 2017**

devant le jury composé de :

Claire MICHEL

Maître de conférences à l'Université de Nice Sophia
Antipolis / *examineur*

Johann TROLES

Professeur des universités à l'Université de Rennes
1 / *examineur*

Mathilde GAY

Ingénieur de recherche au laboratoire Foton / *co-
directrice de thèse*

Thierry CHARTIER

Professeur des universités à l'Enssat/Université de
Rennes 1 / *directeur de thèse*

"Sometimes science is more art than science, Morty. Lot of people don't get that"

— Rick Sanchez

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je voudrais remercier Monsieur Pascal Besnard, directeur de l'UMR-CNRS 6082 FOTON, de m'avoir accueilli au sein du laboratoire FOTON.

Merci à Monsieur Johann Troles de m'avoir fait le double honneur d'examiner mon travail et d'avoir présidé mon jury de soutenance de thèse. Je remercie également Messieurs Arnaud Mussot et Christophe Finot pour avoir accepté de rapporter mon manuscrit de thèse. Mes remerciements vont également à Madame Claire Michel pour avoir accepté d'examiner mes travaux de thèse. Un grand merci à tous les membres du jury pour les discussions malheureusement courtes mais enrichissantes.

Je voudrais aussi remercier mon directeur de thèse Monsieur Thierry Chartier et ma co-directrice Madame Mathilde Gay. Ce fut un plaisir de travailler avec vous durant ces quelques années.

Comme on me l'a fait remarquer, Lannion a beaucoup changé. Je ne m'en étais pas rendu compte, mais c'est vrai. Lannion va encore changer car je la quitte. Mais avant de partir je voudrais maintenant remercier les personnes que j'ai rencontrées grâce à cette thèse et aussi les personnes qui m'ont aidé et qui ont fait que j'en suis là maintenant à écrire ces quelques pages de remerciements.

Tout d'abord, merci à *Pierre Emmanuel Durant*. Merci de m'avoir donné goût à la physique. Merci pour les discussions sur le Japon et ton enseignement. Cela fait maintenant plus de 11 ans que l'on se connaît ! Le temps passe vite... Maintenant je vais pouvoir t'appeler confrère mais sache que tu es devenu, pour moi, un ami. Merci aussi à *Pierre Pellat Finet* ou PPF dans le milieu. Pétards ! Merci aussi à toi de m'avoir conforté dans mon goût pour la physique et plus particulièrement pour l'optique. Merci pour les cours "d'initiation" à la relativité restreinte et pour les cours d'optique de Fourier métaxiale. Merci aussi d'être

venu à ma soutenance ainsi qu'à mon pot de thèse : ça m'a fait vraiment plaisir de te revoir. Je veux aussi remercier *Alberto Patiño*, merci pour ton amitié et pour m'avoir fait connaître la culture colombienne. Je me souviens encore de la première fois où l'on s'est parlé. C'était après la démo de ton programme (que j'ai encore et que j'ai utilisé) sur les TF optiques. Merci aussi de m'avoir accueilli à Cartagena ! (chez les fous ! hahahaha ;-)). Merci par la même occasion à ta femme pour Alicante ! Je profite de ces pages de remerciements pour te dire un grand merci *Jean Charles Naud* ! Cela fait maintenant 6 ans que l'on se connaît : depuis cette idée folle d'être venu me parler au Fest4Games de l'ENSSAT ! Il s'est passé beaucoup de choses depuis, tu es rentré à Rennes, tu t'es marié ! En tout cas, merci beaucoup pour ton amitié JC ! C'est à la même période que je t'ai connu *Rodolphe Collin*. Merci à toi aussi pour ton amitié. Ma dernière année de thèse nous a permis de nous rapprocher et de devenir amis. Heureusement que j'ai fait ma thèse à Lannion ! Autrement j'aurais loupé un autre très bon ami.

Maintenant je voudrais remercier les personnes que j'ai côtoyées durant mes années au laboratoire. Lorsque je suis arrivé à Lannion je ne pensais pas y rester aussi longtemps. Je fais presque partie des meubles maintenant, mais c'est grâce à vous que j'y suis allé tous les jours avec plaisir. Vous allez me manquer (un doctorat en CDI ça existe ???).

Merci plus personnellement *Thierry*. Merci vraiment de m'avoir aidé à rédiger ma thèse. Je me souviens encore du jour où tu m'as téléphoné pour me proposer le stage de Master 2. Merci aussi de m'avoir proposé cette thèse et de m'avoir fait confiance durant ces années. Merci aussi plus personnellement *Mathilde* car grâce à toi j'ai eu des manip qui fonctionnaient du premier coup.

Christelle, tu à réussi à me supporter tous les jours félicitation ! ;-)) Merci pour ton soutien et ton amitié. Merci *Ronan* pour les discussions sur Linux, sur le thé et sur l'informatique en général (L^AT_EX power !). Merci aussi à *Michel* pour les discussions à la cafet. Merci de m'avoir aidé pour le manuscrit, pour la présentation de soutenance et surtout sur les équations du MFWM. Encore merci à *Patrice*, merci Herr Féron pour avoir répondu aux questions que je ne me posais pas. Pour les discussions diverses et sujets variés : discussions intarissables ! Partant d'équations pour terminer sur les nœuds ! (si tu veux je peux te montrer comment les dessiner ;-)). Merci à *Yann* (que j'ai rencontré avant d'être au labo), merci pour ton aide depuis mon arrivée en master jusqu'à la fin de ma thèse. Merci aussi à toi *Art O'Hare* pour avoir été présent à ma soutenance à mi-parcours. A une prochaine à Dublin autour d'un bon thé irlandais ! Merci aussi à *Yannick*, *Christophe*, *Joël*, *Loïc*, *Momo*, *Sébastien*, *Stéphane*, *Jonathan*. Merci à *Luiz* pour les barbecues chez lui.

Je voudrais quand même dire quelques mots pour mes anciens collègues doctorants que j'ai eu l'opportunité de côtoyer. *Paul* et *JB* avec qui j'ai passé des bonnes soirées. *Aldo el*

macho qui a essayé de m'apprendre le "mexicain". J'ai bien appris : il suffit de boire de la tequila, de manger des trucs épicés et de dire "soy el macho".

Pour finir merci à toutes les personnes avec qui j'ai discuté tous les jours à la cafet du labo. J'espère que mon café ne vous manquera pas trop... même si le café commun(iste) n'est plus à la mode... Mais je sais que ça va manquer à quelques personnes !

Je n'oublie pas mon voisin de bureau *Philippe*. Malheureusement tu n'as pas pu être là durant ma dernière année de thèse ni pour ma soutenance. J'espère que tu vas te rétablir rapidement et que l'on aura l'occasion de se revoir.

Ma thèse m'a aussi permis de reprendre le karaté et avec chance, à Lannion, il y a un club incroyable avec des gens supers ! Grâce à vous le karaté est devenu ma passion. Je voudrais donc vous remercier.

Merci Sensei *Bruno et Alain*. Merci à vous deux de continuer à enseigner un karaté traditionnel. C'est grâce à vous que le karaté est devenu ma passion et que je suis maintenant 1^{er} dan, ne changez surtout pas votre enseignement !

Merci aussi *Sébastien*, je te l'ai déjà dit plus d'une fois mais je suis heureux de te connaître ; c'est aussi grâce à toi que je suis 1^{er} dan maintenant. Je regrette sincèrement de ne pas être venu avec toi pour le 2^{ème}... Merci aussi de m'avoir sorti de ma zone de confort durant les entraînements. A bientôt dans notre dojo de croco-kan !

Merci aussi à *François* pour tes conseils et ton aide dans ma pratique du karaté. Merci à mon padawan *Arnaud* pour m'avoir choisi comme maître. Merci à *Louise* pour sa bonne humeur de tous les jours, son amitié et son sourire. Merci aussi à *Loïc, Elodie, Mathilde, Ju, Séverine*. Merci à vous pour votre amitié, les soirées de fiesta et les heures de pratique au dojo. Vous allez tous me manquer !

Je voulais aussi dire un petit mot plus particulier pour *Agathe*, ça a été un bonheur de partager ces quelques mois d'été avec toi.

Pour terminer, j'espère que le club restera à jamais comme il est et que le karaté traditionnel restera et se répandra plus rapidement que le karaté compétition. A bientôt sur le tatami en pyjama !

Avant de finir, je voudrais remercier en particulier quelques personnes sans qui ma vie à Lannion aurait été bien fade.

Lina, ma colombienne préférée ! Merci ! Merci pour m'avoir embrassé ce soir là à Ploubezre. Merci de m'avoir fait voyager ça n'a pas été facile au début mais à force j'y ai pris goût ! Merci pour ce voyage inoubliable en Colombie, sublime pays avec une culture magnifique ; il me tarde de revenir visiter ce beau pays. En écrivant ces quelques lignes, de nombreux souvenirs me reviennent et je pourrais en écrire des pages ; mais je vais m'arrêter

là pour dire en résumé que ces trois années passées avec toi furent délicieuses ;-)) et que je ne les oublierai jamais.

Pauline et Margaux Je vous remercie toutes les deux en même temps. On a quand même fait un super trio. Pauline, ta thèse nous a permis de nous rapprocher énormément et j'en suis très heureux ! Tu es une super personne ! Margaux, merci à toi pour ton amitié ! Merci aussi d'avoir pris le temps de relire ma thèse et d'avoir suggéré les corrections à y apporter pour qu'elle soit parfaite ! Pour vous deux, je ne sais pas trop quoi écrire de plus... c'est pas que je n'ai rien à dire, c'est juste que je ne sais pas comment le dire. Encore merci à vous deux pour votre amitié et les bons moments passés ensemble.

Et pour terminer : Mes *parents* et ma *sœur* préférée ;-)). Vous m'avez toujours soutenu dans mes choix d'études, vous avez toujours été là quand j'en avais besoin. Merci. Tu vois Janik, j'ai réussi à faire une thèse de doctorat alors pourquoi toi n'arriverais-tu pas à faire ce que tu as envie ?

Voilà mes remerciements sont enfin terminés ! J'espère n'avoir oublié personne. La grande ville de Lannion est petite mais on y rencontre plein de monde !... et maintenant les mots doux sont finis, place à la Science ! Bonne lecture.

TABLE DES MATIÈRES

ix

2.3.2	Etude des désaccords de phase	57
2.4	Validation expérimentale de l'étude théorique	64
2.5	Conclusion	66
3	Conversion de fréquence sensible à la phase	69
3.1	Introduction	69
3.2	Étude théorique	70
3.2.1	Principe	70
3.2.2	Equations d'évolution	72
3.2.3	Conditions initiales	74
3.2.4	Solution analytique	76
3.2.5	Analogie avec un interféromètre à deux ondes	76
3.2.6	Résumé	78
3.3	Validation numérique	80
3.3.1	Influence des puissances	80
3.3.2	Influence du déphasage	83
3.3.3	Influence de la dispersion	83
3.4	Validation expérimentale	88
3.4.1	Montage expérimental	89
3.4.2	Résultats expérimentaux	90
3.4.3	Conclusion	93
3.5	Etude analytique en présence de dispersion chromatique	95
3.6	Vers d'autres configurations	104
3.7	Conclusion	109
4	Caractérisation de fibres optiques en verre de chalcogénure	111
4.1	Introduction	112
4.1.1	Contexte	112
4.1.2	Fabrication des fibres	114
4.1.3	Quelques réalisations de MOFs en verre de chalcogénure	116
4.1.4	Méthode de caractérisation	118
4.2	Première génération de fibres	119
4.2.1	Présentation des fibres	119
4.2.2	Résultats expérimentaux	121
4.3	Seconde génération de fibres	128
4.3.1	Présentation des fibres	128
4.3.2	Résultats expérimentaux	130
4.4	Conclusion	134

Conclusion	135
A Dispersion chromatique	139
B Equations du mélange à quatre ondes multiple	143
B.1 Modèle à trois ondes	143
B.2 Modèle à quatre ondes	144
B.3 Modèle à cinq ondes	146
B.4 Modèle à six ondes	149
B.5 Modèle à sept ondes	153
C Conditions initiales pour la conversion de fréquence	159
D Solutions analytiques pour la conversion de fréquence	161
Bibliographie	168

Contexte de la thèse

L'optique non linéaire dans les fibres optiques est un domaine de recherche très actif. Il a débuté dans les années 70 avec les premières observations des effets Raman [1], Brillouin [2] et Kerr [3]–[5] dans les fibres optiques. Il s'est ensuite fortement développé, d'une part grâce au développement de fibres optiques à faibles pertes et, d'autre part, en raison des nombreux intérêts qu'il a suscités. Les principales applications de ces recherches concernent le domaine des communications optiques (solitons, traitement tout optique du signal, etc.) et celui des lasers et amplificateurs à fibre (lasers à impulsions courtes, compression d'impulsions, etc.). Dans le domaine des communications par fibres optiques, le traitement tout optique du signal à base d'optique non linéaire s'est beaucoup développé à partir des années 90. En raison de sa réponse quasi instantanée, l'effet Kerr a été intensément étudié pour des applications de traitement ultra-rapide du signal, envisagées pour la montée en débit dans les systèmes de communications optiques [6].

L'effet Kerr est un effet non linéaire élastique du troisième ordre conduisant à une modification de l'indice de réfraction d'un milieu, sous l'effet de l'onde lumineuse qui s'y propage. Parmi les manifestations de l'effet Kerr dans les fibres optiques, on citera l'auto-modulation de phase, la modulation de phase croisée et le mélange à quatre ondes [7]. Ces effets contribuent à modifier les propriétés spectrales et/ou temporelles des signaux optiques se propageant et peuvent donc être exploités pour réaliser des fonctions optiques de traitement du signal. Le mélange à quatre ondes est particulièrement intéressant car, contrairement aux deux autres effets (l'auto-modulation de phase et la modulation de phase croisée), il est sensible, non seulement à l'intensité des ondes qui se propagent dans le milieu, mais aussi à leur phase. Par exemple, lorsque trois ondes optiques de fréquences différentes se propagent dans une même fibre, elles peuvent donner naissance à une quatrième onde dont l'amplitude dépend des phases relatives des autres ondes. Cet effet a donc été largement

étudié pour des applications de traitement du signal sensible à la phase, dont l'intérêt s'est accru ces dernières années avec l'utilisation des formats de modulation exploitant la phase des ondes. Parmi les fonctions non linéaires que l'on peut rendre sensible à la phase grâce au mélange à quatre ondes, on citera par exemple l'amplification paramétrique optique, la régénération optique ou la conversion de fréquence.

Les effets non linéaires en général, et l'effet Kerr en particulier, deviennent significatifs, dans un milieu donné, à partir d'une certaine valeur de la puissance optique, que l'on peut qualifier de puissance de seuil. Pour être jugées attractives dans le domaine des communications optiques, les fonctions non linéaires dans les fibres optiques doivent être réalisées avec des puissances de seuil les plus faibles possible afin de limiter l'utilisation d'amplificateurs optiques et donc le coût des dispositifs. Pour qu'un effet non linéaire apparaisse avec la puissance de seuil la plus faible possible dans une fibre, il faut que la fibre soit la plus non linéaire possible. La non-linéarité Kerr d'une fibre optique se mesure à l'aide du coefficient non linéaire γ . Ce coefficient est proportionnel à l'indice de réfraction non linéaire n_2 du matériau qui compose le cœur de la fibre et inversement proportionnel à l'aire effective A_{eff} du mode guidé. Une fibre de silice monomode standard, d'aire effective de $80 \mu\text{m}^2$, a un coefficient non linéaire de l'ordre de $1 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$. Utiliser des fibres avec des coefficients non linéaires significativement plus élevés permet de diminuer les puissances optiques requises. Les recherches sur les fibres optiques aux très fortes non-linéarités ont suscité beaucoup d'intérêt depuis ces trente dernières années. Pour la plupart des applications, la forte non-linéarité des fibres doit s'accompagner de faibles pertes, d'une faible dispersion chromatique et d'une facilité de connexion avec les autres composants du système.

Dès 2003, le laboratoire Foton a décidé d'initier une thématique de recherche sur les fibres microstructurées en verre de chalcogénure pour développer des fonctions optiques non linéaires. L'intérêt des verres de chalcogénure est de posséder un indice de réfraction jusqu'à 500 fois plus élevé que celui de la silice et l'intérêt d'une fibre microstructurée est que l'aire effective peut être diminuée à quelques μm^2 seulement. En 2003, les recherches sur les fibres microstructurées en verre de chalcogénure n'en étaient qu'à leurs balbutiements car la fabrication de la seule fibre de ce type, rapportée dans la littérature, datait de 2000 par T. M. Monro *et al.* de l'Optoelectronics Research Center à Southampton [8]. Cette thématique de recherche naissante bénéficiait, sur le territoire breton, des compétences de l'Institut des Sciences Chimiques de Rennes (anciennement Laboratoire Verres et Céramiques) pour la synthèse des verres, de Perfos (plateforme R&D de Photonics Bretagne) pour la fabrication des fibres et du laboratoire Foton pour la caractérisation et l'utilisation de ces fibres pour des applications non linéaires. Utiliser des fibres optiques avec des non-linéarités record supérieures à $10\,000 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ devenait alors un objectif atteignable.

Si les premières fibres fabriquées souffraient d'une géométrie encore trop approximative et de fortes pertes [9], des progrès importants ont rapidement été accomplis dans le cadre de projets financés par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR), la Région Bretagne, l'Université de Rennes 1 et la DGA. C'est en 2012, dans le cadre de la thèse de Le Sy Dat [10] au laboratoire Foton, que les premières fonctions optiques non linéaires, appliquées au domaine des télécommunications optiques, ont été démontrées, pour la première fois, dans des fibres optiques microstructurées en verre de chalcogénure. Il s'agissait de fonctions de conversion de longueur d'onde tout optique à 42,7 Gb/s et 56 Gb/s [11] et de démultiplexage temporel tout optique à 170,8 Gb/s [12]. Dans ces deux cas, l'effet non linéaire exploité était le mélange à quatre ondes. Les fibres utilisées possédaient un coefficient non linéaire élevé (jusqu'à $25\,000\text{ W}^{-1}\cdot\text{km}^{-1}$), des pertes linéiques faibles (0,9 dB/m), et des pertes de couplage minimisées en raison d'une adaptation du diamètre de cœur en entrée et en sortie de la fibre. Ces fonctions ont été réalisées avec des puissances aussi faibles que quelques dizaines de milliwatts. Malgré tout, la dispersion dans ces fibres restait assez élevée (de l'ordre de -310 à -500 ps/km/nm) et pouvait limiter les performances de certaines applications envisagées (notamment celles basées sur le mélange à quatre ondes). Un travail sur la réduction de la dispersion dans ces fibres devait donc être entrepris et c'est dans ce contexte qu'ont débuté mes travaux de thèse. Par ailleurs, dans les études précédentes menées au laboratoire Foton, les efforts ont beaucoup porté sur les aspects expérimentaux et peu sur la modélisation du mélange à quatre ondes. La prise en main des outils de modélisation du mélange à quatre ondes a également constitué un objectif important de mes travaux de thèse, notamment dans la perspective d'études concernant la génération de peignes de fréquences.

Travaux de thèse

Mes travaux de thèse ont donc porté, d'une part, sur la caractérisation de fibres microstructurées en verre de chalcogénure et d'autre part, sur la modélisation du mélange à quatre ondes. Pour des raisons que nous détaillerons plus loin, ce sont les études concernant le mélange à quatre ondes qui constituent la majeure partie de mon travail de thèse.

Des fibres microstructurées en verre de chalcogénure ont néanmoins été caractérisées pendant ma thèse, dans le cadre d'une collaboration avec l'Institut des Sciences Chimiques de Rennes, Perfos et la jeune start-up SelenOptics. J'ai pu mettre en place un banc de mesure du coefficient non linéaire et de la dispersion des fibres optiques et j'ai contribué à l'étude d'une technique de réduction du diamètre de cœur des fibres microstructurées en verre de chalcogénure dans le but de réduire leur dispersion.

Mes travaux de thèse ont principalement concerné des études théoriques sur le mélange à quatre ondes, assorties de validations expérimentales dans des fibres optiques de silice.

La modélisation du mélange à quatre ondes pour la génération de peignes de fréquences doit inclure un nombre N d'ondes (pouvant être très supérieur à quatre) régulièrement espacées en fréquence. On parle alors de *mélange à quatre ondes multiple* et non de mélange à N ondes. En effet, dans un peigne de fréquences à N ondes, ce sont bien uniquement quatre ondes qui sont couplées entre elles *via* l'effet Kerr. De multiples combinaisons de couplage existent alors et les équations d'évolution des N ondes deviennent d'autant plus complexes à déterminer que le nombre N d'ondes augmente. Les équations du mélange à quatre ondes multiple s'appliquent également à d'autres domaines que la génération de peignes de fréquences. Il existe en effet, comme nous le verrons, des applications de traitement tout optique du signal à base de mélange à quatre ondes qui nécessitent un nombre d'ondes supérieur à quatre.

En étudiant la question de la modélisation du mélange à quatre ondes multiple, nous n'avons pas trouvé, dans la littérature, de modèle simple permettant une description claire des équations d'évolution d'un tel processus avec un nombre quelconque N d'ondes. Nous avons donc proposé notre propre formulation originale. L'équation générale que nous avons établie n'est pas radicalement différente de celle des travaux précédents [13], [14] mais elle comporte des descriptions plus précises permettant d'identifier, sans risque d'omission, tous les termes de mélange à quatre ondes et leur désaccord de phase associé dans un processus de mélange à quatre ondes multiple à N ondes. Un des aspects de ces travaux a également consisté à proposer des validations numériques et expérimentales de notre formulation générale.

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'étude d'une fonction de traitement tout optique du signal à base de mélange à quatre ondes dans une fibre optique non linéaire. Il s'agit d'un convertisseur de fréquence sensible à la phase permettant la décomposition des composantes en quadrature d'un signal optique et trouvant des applications dans le domaine de la détection cohérente ou de l'interconnexion optique. Ce convertisseur avait déjà été démontré expérimentalement par plusieurs groupes [15]–[17] et, puisque son fonctionnement met en jeu sept ondes régulièrement espacées en fréquence (incluant quatre ondes pompe), nous avons entrepris son étude théorique au moyen de notre modèle à N ondes. Nous avons alors obtenu plusieurs résultats novateurs. Premièrement, nous avons montré que, dans son principe, ce convertisseur ne nécessite que trois ondes pompe, contrairement aux quatre ondes pompe proposées originellement pour ce type de dispositif. Deuxièmement nous avons proposé des relations analytiques simples permettant de déterminer facilement les valeurs des puissances et des phases des ondes pompe à injecter en entrée de fibre pour un fonctionnement optimum du convertisseur. Nous avons ensuite étudié théoriquement l'influence de la dispersion de la fibre sur le fonctionnement de ce convertisseur et avons montré que, sous certaines conditions, il était possible de s'affranchir de l'effet délétère de

la dispersion. Enfin, nous avons proposé une validation expérimentale du convertisseur de fréquence sensible à la phase dans une fibre optique non linéaire de silice dans un schéma à trois pompes.

Organisation du manuscrit

Ce manuscrit est organisé de la manière suivante. Le chapitre 1 permet d'introduire les différents concepts qui seront utilisés dans la suite du manuscrit. Ce chapitre présente notamment certains aspects des fibres optiques, introduit les différents effets non linéaires dans les fibres, en particulier le mélange à quatre ondes, aborde les fibres en verre de chalcogénure et présente quelques notions de traitement tout optique du signal pour le domaine des télécommunications optiques.

Le chapitre 2 est consacré à la modélisation du mélange à quatre ondes multiple. Après un bref état de l'art, nous présentons notre formulation générale permettant de déterminer les équations d'évolution d'un processus de mélange à quatre ondes multiple impliquant un nombre quelconque N d'ondes. Nous proposons ensuite une étude théorique mettant l'accent sur les avantages de notre modèle et proposons enfin une expérience permettant de le valider.

Dans le chapitre 3, nous présentons notre étude du convertisseur de fréquence sensible à la phase. Après avoir présenté les travaux expérimentaux originels, nous proposons notre étude théorique. Nous validons cette étude, à la fois numériquement et expérimentalement et proposons une étude analytique des effets de la dispersion sur les performances du convertisseur. Enfin, nous proposons et étudions une nouvelle configuration des ondes pour réaliser la fonction de décomposition des composantes en quadrature d'un signal.

Le chapitre 4 est consacré aux fibres en verre de chalcogénure. Nous présentons dans un premier temps le contexte de l'étude ainsi que les techniques de fabrication de ces fibres. Après avoir décrit le protocole expérimental que nous avons mis en place pour mesurer le coefficient non linéaire et la dispersion des fibres, nous présentons les résultats des caractérisations expérimentales de deux générations de fibres microstructurées en verre de chalcogénure.

CHAPITRE 1

FIBRES OPTIQUES NON LINÉAIRES ET TRAITEMENT TOUT OPTIQUE DU SIGNAL

Ce chapitre a pour but de présenter au lecteur certaines notions générales qui seront utilisées dans la suite du manuscrit. Nous commençons, dans la partie 1.1, par une présentation générale des fibres optiques et des principales caractéristiques dont nous aurons besoin par la suite, à savoir l'aire effective, l'atténuation et la dispersion chromatique.

Dans la partie 1.2, nous présentons les effets non linéaires dans les fibres optiques. Nous focalisons plus spécifiquement notre attention sur le mélange à quatre ondes qui est à la base des études que j'ai menées durant ma thèse. Nous présentons également dans cette partie les fibres optiques non linéaires en verre de chalcogénure avec lesquelles j'ai également travaillé.

Enfin, dans la partie 1.3, nous présentons les principaux enjeux du traitement tout optique du signal dans le domaine des communications optiques ainsi que les formats de modulation avancés.

1.1 Fibres optiques

1.1.1 Principe d'une fibre optique à saut d'indice

L'objectif d'une fibre optique est de guider la lumière sur des distances allant de quelques centimètres à plusieurs centaines de kilomètres. Selon les applications visées, il existe plusieurs types de fibres optiques. Nous décrirons dans ce paragraphe le principe d'une fibre optique dite à saut d'indice.

Une fibre optique à saut d'indice est formée d'un cœur d'indice n_c entouré d'une gaine optique d'indice n_g . La figure 1.1(a) représente une fibre optique et les notations utilisées par la suite. Le cœur d'une fibre est souvent constitué de silice dopée (au germanium par exemple) afin d'élever l'indice du cœur par rapport à celui de la gaine, souvent constituée

de silice pure. La figure 1.1(b) représente le profil d'indice de la fibre. La différence relative d'indice est souvent de l'ordre de quelques dixièmes de pourcent à quelques pourcents. Le rayon du cœur a est de l'ordre de quelques micromètres pour les fibres monomodes (voir plus loin).

Le principe de fonctionnement d'une fibre optique peut être expliqué simplement par le phénomène de réflexion totale de la lumière sur les parois internes de la fibre. Lorsqu'un rayon lumineux se propage dans un milieu d'indice n_c vers un autre milieu d'indice n_g inférieur à n_c , il subit une série de réflexions totales à l'interface si l'angle d'incidence α de ce rayon par rapport à la normale à l'interface est supérieur à l'angle critique α_c , défini par $\sin \alpha_c = n_g/n_c$.

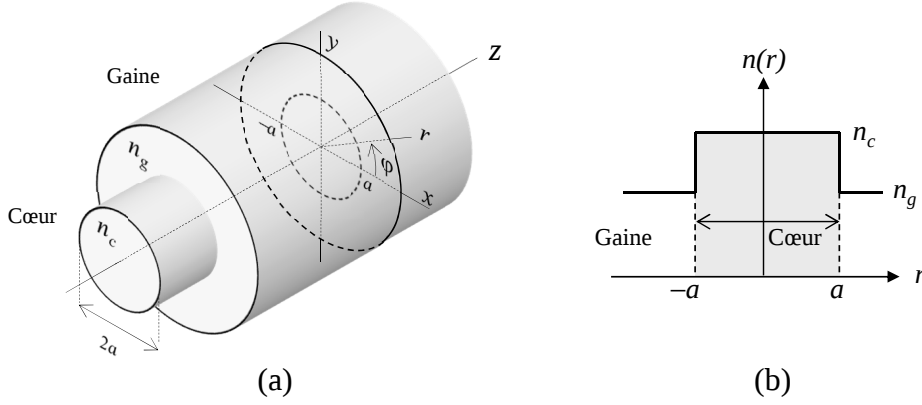


Figure 1.1. (a) : Schéma d'une fibre optique ; (b) : profil d'indice.

Une manière plus complète de décrire la propagation de la lumière dans une fibre optique à saut d'indice consiste à utiliser les équations de Maxwell. Nous ne rentrerons pas dans les détails de cette description, qui est très bien décrite dans la littérature [18], mais nous rappelons ici les principaux résultats.

La lumière peut se propager dans une fibre optique suivant plusieurs modes discrets. Le nombre de modes dépend d'une quantité appelée fréquence normalisée V . L'expression de la fréquence normalisée est

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{n_c^2 - n_g^2}, \quad (1.1)$$

où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide de l'onde se propageant dans la fibre. Une fibre est dite monomode lorsque la fréquence normalisée V est inférieure à 2,405.

La figure 1.2(a) représente la répartition de l'amplitude normalisée $E_{01}(r)$ du mode fondamental, appelé mode LP_{01} , d'une fibre monomode en fonction de la coordonnée radiale r pour $V = 2,4$ (trait plein) et pour une valeur quelconque de la coordonnée azimutale φ . La figure 1.2(b) représente la distribution transverse de l'intensité $|E_{01}(r, \varphi)|^2$ dans le plan transverse, telle que l'on peut l'observer en faisant l'image de la face de sortie d'une fibre

optique sur une caméra, pour $V = 2,4$. Ce mode est à symétrie de révolution, c'est-à-dire que son profil transverse ne dépend pas de la coordonnée azimutale φ .

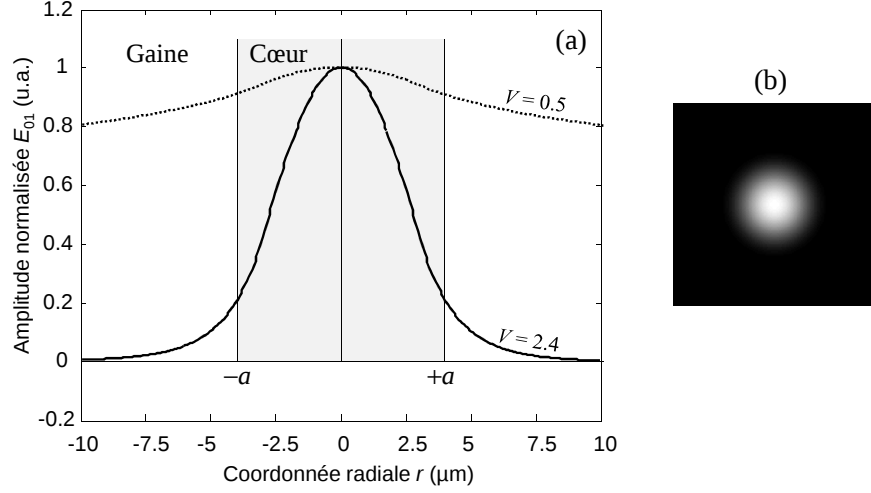


Figure 1.2. (a) Distribution d'amplitude en fonction de r ; (b) : distribution d'intensité dans le plan transverse.

Un paramètre important du mode fondamental d'une fibre optique est son aire effective A_{eff} qui traduit la surface sur laquelle se concentre la plus grande partie de l'énergie du mode. Il est convenu d'admettre la définition suivante pour l'aire effective [7]

$$A_{\text{eff}} = 2\pi \frac{\left(\int_0^\infty |E_{01}(r)|^2 r dr\right)^2}{\int_0^\infty |E_{01}(r)|^4 r dr}. \quad (1.2)$$

L'aire effective d'un mode est liée au diamètre du cœur de la fibre. Une fibre à large aire effective permet de réduire la densité de puissance se propageant dans la fibre. À l'inverse, une fibre présentant une faible aire effective augmente la densité de puissance et exacerbe les effets non linéaires. Une fibre possédant un cœur de petite dimension aura un mode fondamental avec une faible aire effective seulement si le mode est bien confiné dans le cœur. Pour cela, il est généralement admis que la fréquence normalisée V doit être supérieure à 1,5 sinon le mode n'est pas correctement confiné au voisinage du cœur. C'est ce qu'illustre la figure 1.2(a) sur laquelle est également représentée l'amplitude normalisée du mode fondamental d'une fibre optique pour lequel $V = 0,5$ (pointillés). On remarque que le mode est très peu confiné dans le cœur et que son aire effective est plus élevée que la surface du cœur de la fibre. Un tel mode est plus sensible aux pertes par courbure. Plus la fréquence normalisée du mode fondamental est proche de 2,4 et plus le mode est confiné. En d'autres termes, à une longueur d'onde donnée, la diminution du diamètre du cœur d'une fibre optique doit s'accompagner d'une augmentation de la différence d'indice $n_c^2 - n_g^2$ afin d'assurer un bon confinement du mode fondamental. Ceci explique la nécessité de forts contrastes d'indice pour les fibres à petit cœur telles que les fibres fortement non linéaires ou les fibres optiques microstructurées dont nous reparlerons au paragraphe suivant.

Il est parfois utile de faire l'approximation gaussienne du mode fondamental, c'est-à-dire de considérer que la distribution d'intensité du mode dans la fibre est de la forme $\exp(-r^2/w^2)$, où w est le rayon du mode (à $1/e^2$ de l'intensité). Cette approximation se justifie habituellement pour un mode fondamental correctement confiné dans le cœur d'une fibre optique. On remarque en effet, sur la figure 1.2(a), que l'amplitude du champ dans le cœur peut s'apparenter à une fonction gaussienne. Dans ce cas l'aire effective s'écrit

$$A_{\text{eff}} = \pi w^2. \quad (1.3)$$

L'approximation gaussienne peut également être utilisée pour des fibres optiques autres que les fibres optiques à saut d'indice telles que les fibres optiques microstructurées par exemple.

1.1.2 Principales caractéristiques des fibres optiques

Nous évoquerons dans ce paragraphe deux caractéristiques principales des fibres optiques qui nous intéresseront particulièrement par la suite, à savoir : l'atténuation et la dispersion. Ces caractéristiques sont qualifiées de *linéaires* dans la mesure où elles ne dépendent pas de l'intensité du mode qui se propage. Dans le paragraphe 1.2, nous évoquerons les propriétés *non linéaires* des fibres optiques.

Atténuation

L'atténuation est la diminution de l'énergie d'un signal durant la propagation dans une fibre sous l'effet des pertes (absorption, diffusion, courbure, etc.). Elle est cruciale dans les télécommunications car c'est un facteur qui limite la distance de transmission des signaux. Le coefficient d'atténuation linéique α (exprimé en m^{-1}) permet de relier la puissance $P(L)$ d'un signal optique à l'extrémité d'une fibre de longueur L , à la puissance P_0 à l'entrée de la fibre, de la manière suivante

$$P(L) = P_0 \exp(-\alpha L). \quad (1.4)$$

On exprime souvent le coefficient d'atténuation d'une fibre optique par le paramètre A_{dB} , exprimé en dB/km. Il est relié à α par la relation suivante

$$A_{\text{dB}} = 4343\alpha. \quad (1.5)$$

Notons que les pertes des fibres dépendent de la longueur d'onde. L'atténuation des fibres a plusieurs origines. Les deux plus importantes sont l'absorption du matériau et la diffusion Rayleigh.

- Les deux types d'absorption du matériau sont les pertes intrinsèques dues à l'absorption du matériaux et les pertes extrinsèques dues aux impuretés du matériau tels que les ions (OH^-) dans la silice par exemple.
- La diffusion Rayleigh concerne la diffusion des ondes dont la longueur d'onde est beaucoup plus grande que la taille des particules ou inhomogénéités diffusantes. Les pertes par diffusion Rayleigh sont d'autant plus importantes que la longueur d'onde diminue.

Pour une fibre monomode à saut d'indice en verre de silice le minimum d'atténuation se situe aux environ de 0,2 dB/km ($\alpha = 4,6 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$) autour de la longueur d'onde 1550 nm. Pour les fibres microstructurées en verre de chalcogénure que nous étudierons dans le chapitre 4, le minimum d'absorption se situe dans l'infrarouge moyen et les pertes à 1550 nm sont plutôt de l'ordre du dB/m ($\alpha \sim 0,23 \text{ m}^{-1}$).

Dispersion chromatique

Un autre effet qui se produit dans les fibres optiques monomodes est le phénomène de dispersion chromatique, que nous appellerons juste dispersion par la suite. Il provient du fait que la constante de propagation $\beta(\omega)$ du mode fondamental ne varie pas linéairement en fonction de la fréquence ω . Ceci implique que la vitesse de groupe dépend de la fréquence.

La constante de propagation $\beta(\omega)$ du mode fondamental d'une fibre optique peut être décomposée en série de Taylor autour d'une fréquence ω_0 . Elle s'écrit alors

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k!} \beta_{k0} (\omega - \omega_0)^k. \quad (1.6)$$

En tronquant cette expression à l'ordre 4 nous obtenons

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_{10}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_{20}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_{30}(\omega - \omega_0)^3 + \frac{1}{24}\beta_{40}(\omega - \omega_0)^4, \quad (1.7)$$

où $\beta_{10} = 1/v_g$ est l'inverse de la vitesse de groupe v_g à la fréquence ω_0 et β_{20} , β_{30} et β_{40} sont respectivement les coefficients de dispersion d'ordre 2, 3 et 4 à la fréquence ω_0 . Les coefficients de Taylor β_{k0} sont des constantes. Il est fréquent de voir dans la littérature ces coefficients plus simplement notés β_1 , β_2 , β_3 et β_4 . Dans ce cas, ils peuvent être confondus avec les fonctions $\beta_1(\omega)$, $\beta_2(\omega)$, $\beta_3(\omega)$ ou $\beta_4(\omega)$ qui décrivent la dépendance en fréquence des coefficients de dispersion. Puisque nous allons décrire ces dépendances en fréquence dans ce paragraphe, nous utiliserons la notation β_{k0} de l'équation (1.7). Toutefois, dans la suite du manuscrit, dans le souci d'alléger les notations, nous préférons utiliser la notation simplifiée β_1 , β_2 , β_3 et β_4 aux endroits où aucune confusion n'est possible entre les notations.

De la relation (1.7), nous pouvons déduire les expressions de $\beta_1(\omega)$ et de la dispersion $\beta_2(\omega)$ en fonction de ω

$$\beta_1(\omega) = \frac{d\beta(\omega)}{d\omega} = \beta_{10} + \beta_{20}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_{30}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_{40}(\omega - \omega_0)^3, \quad (1.8)$$

$$\beta_2(\omega) = \frac{d\beta_1(\omega)}{d\omega} = \beta_{20} + \beta_{30}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_{40}(\omega - \omega_0)^2. \quad (1.9)$$

Les paramètres β_{20} , β_{30} et β_{40} peuvent donc être déterminés à partir de $\beta_2(\omega)$ de la manière suivante

$$\beta_{20} = \beta_2(\omega_0), \quad (1.10)$$

$$\beta_{30} = \left. \frac{d\beta_2(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0}, \quad (1.11)$$

$$\beta_{40} = \left. \frac{d^2\beta_2(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_0}. \quad (1.12)$$

Souvent, plutôt que de décrire la dispersion chromatique au moyen de la grandeur $\beta_2(\omega)$ c'est le paramètre de dispersion $D(\lambda)$ qui est utilisé. Ce paramètre est défini comme la dérivée de β_1 par rapport à la longueur d'onde

$$D(\lambda) = \frac{d\beta_1}{d\lambda}. \quad (1.13)$$

En fonction du signe de D , on distingue deux régimes de dispersion. Si $D < 0$, les plus grandes longueurs d'onde se propagent plus rapidement que les plus petites longueurs d'onde (régime normal de dispersion) et inversement si $D > 0$ (régime anormal de dispersion). Dans les fibres conventionnelles de type SMF (*single-mode fiber*), DSF (*dispersion-shifted fiber*) ou même certaines HNLFs (*highly-nonlinear fiber*), la dispersion $D(\lambda)$ s'exprime, au premier ordre, en fonction de la longueur d'onde de dispersion nulle λ_{ZD} et de la pente de dispersion S de la manière suivante

$$D(\lambda) = S(\lambda - \lambda_{\text{ZD}}). \quad (1.14)$$

Nous fournissons dans l'annexe A des relations permettant de faire le lien entre les coefficients β_{20} , β_{30} et β_{40} et les grandeurs λ_{ZD} et S . Nous utiliserons ces relations dans la suite du manuscrit.

La dispersion dans les fibres optiques a deux origines. Une des contributions est la dispersion D_m due au matériau. Elle provient de la dépendance en longueur d'onde de l'indice de réfraction du matériau qui compose la fibre. L'autre contribution est la dispersion D_g due au mécanisme de guidage. Celui-ci induit en effet une relation non linéaire entre la constante de propagation et la fréquence. En première approximation, on peut considérer que les deux contributions s'additionnent et l'on écrit généralement $D = D_g + D_m$. Pour un matériau donné, la dispersion D_m est fixée et la dispersion totale D d'une fibre optique peut être contrôlée par la valeur de D_g , résultant d'un choix approprié de la structure

guidante. C'est de cette manière que sont conçues les fibres SMF, DSF ou DCF (*dispersion-compensating fiber*) qui, bien que toutes réalisées à partir du même matériau (la silice), ont respectivement des dispersions D positive, égale à zéro ou négative. C'est également en agissant sur la structure du guide que l'on tentera de compenser la forte dispersion des verres de chalcogénure grâce aux fibres microstructurées, comme nous le verrons au chapitre 4.

1.2 Effets non linéaires dans les fibres optiques

1.2.1 Les principaux effets non linéaires

La propagation d'ondes lumineuses dans une fibre devient non linéaire à partir d'une certaine puissance optique. La réponse de la fibre à cette intensité peut alors modifier la propagation du signal (distorsion du signal par exemple). Dans les fibres optiques, on distinguera les effets non linéaires de type inélastique pour lesquels la puissance optique n'est pas conservée (diffusion Raman stimulée et diffusion Brillouin stimulée), et de type élastique pour lesquels la puissance optique est conservée (effet Kerr).

Diffusion Raman stimulée

La diffusion Raman stimulée provient de l'excitation par les photons des molécules qui composent un matériau. Les molécules diffusent alors des photons de plus faible fréquence optique, donc de plus faible énergie. La différence d'énergie est perdue sous forme de vibration moléculaire, c'est-à-dire de phonons. Les photons incidents sont souvent appelés photons pompe de fréquence ν_p et les photons diffusés sont les photons Stokes de fréquence ν_s . Généralement une faible fraction de photons pompe sont convertis en photons Stokes qui sont émis dans une direction aléatoire. On parle alors de diffusion Raman spontanée. Dans les fibres en verre de silice la différence de fréquence $\nu_p - \nu_s$ se situe autour de 13 THz.

Lorsque le flux de photons pompe est très important, on peut observer le phénomène de diffusion Raman *stimulée* où l'onde provenant de la diffusion Raman s'amplifie rapidement au cours de la propagation. On définit alors le coefficient de gain Raman g_R . La largeur à mi-hauteur de la bande de gain Raman atteint typiquement 5 THz. La puissance seuil P_R à partir de laquelle l'effet Raman devient significatif est donnée par la relation suivante [7]

$$P_R = \frac{16A_{\text{eff}}}{g_R L_{\text{eff}}}, \quad (1.15)$$

où nous avons introduit le paramètre L_{eff} sur lequel nous allons nous attarder un petit instant. Ce paramètre est la *longueur effective* de la fibre, définie par

$$L_{\text{eff}} = \frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha}. \quad (1.16)$$

Ce paramètre est très important en optique non linéaire. Lorsqu'une fibre optique est de longueur $1/\alpha$, la puissance de sortie est atténuée d'un facteur $1/e$ par rapport à la puissance en entrée [conformément à la relation (1.4)], soit $-4,3$ dB. Lorsque la longueur de fibre est très inférieure à $1/\alpha$, les pertes sont négligeables et, d'après la relation (1.16), $L_{\text{eff}} \approx L$. On peut donc remplacer L_{eff} par L dans la relation (1.15). La puissance seuil de l'effet Raman devient inversement proportionnelle à la longueur de fibre. En d'autres termes, l'effet Raman apparaît avec des puissances d'autant plus faibles que la longueur de fibre est importante. À l'inverse, lorsque la longueur de fibre est très supérieure à $1/\alpha$, les pertes sont importantes et $L_{\text{eff}} \approx 1/\alpha$, d'après la relation (1.16). Le seuil d'apparition de l'effet Raman ne diminue plus avec la longueur de fibre et reste constant. Si l'on souhaite, par exemple, diminuer le seuil d'apparition de l'effet Raman, il devient donc inutile de chercher à augmenter la longueur de fibre. Ceci s'explique par le fait que l'effet non linéaire a lieu dans la partie de fibre où la puissance est importante et qu'il devient négligeable au-delà d'une longueur correspondant à $1/\alpha$. Cette remarque concernant la longueur effective L_{eff} sera également valable pour les autres effets non linéaires que nous décrirons par la suite (Brillouin et Kerr).

Revenons maintenant au cas de l'effet Raman décrit précédemment et prenons, par exemple, le cas d'une fibre silice monomode de 10 km de longueur avec un gain Raman de 10^{-13} m/W, des pertes de 0,2 dB/km et une aire effective de $80 \mu\text{m}^2$, le seuil Raman calculé est d'environ 1,6 W. Cette valeur est relativement élevée et, dans la suite du manuscrit, qu'il s'agisse de fibres de silice (chapitres 2 et 3) ou de fibres en verre de chalcogénure (chapitre 4), les puissances optiques mises en jeu seront toujours inférieures au seuil d'apparition de l'effet Raman. Nous n'aurons donc pas à traiter cet effet dans la suite du manuscrit.

Diffusion Brillouin stimulée

La diffusion Brillouin stimulée peut s'apparenter à la diffusion Raman dans la mesure où elle consiste également en la diffusion, par un milieu matériel, sous l'action d'une onde optique intense, d'une onde optique de plus faible fréquence (et donc de plus faible énergie). L'effet Brillouin diffère cependant de l'effet Raman de par le principe physique de la génération de l'onde Stokes (électrostriction), l'ordre de grandeur du décalage en fréquence (11 GHz dans la silice au lieu de 13 THz pour l'effet Raman) et par le fait que dans une fibre optique, seule la direction opposée à l'onde pompe génère efficacement l'onde Stokes Brillouin.

Le principe de l'effet Brillouin peut s'expliquer brièvement de la manière suivante. L'onde pompe intense génère, par électrostriction, une onde acoustique dans la fibre. L'onde acoustique modifie l'indice de réfraction du milieu. L'onde pompe se réfléchit sur le réseau

de Bragg créé par l'onde acoustique. La valeur du décalage Brillouin ν_B est donnée par la relation

$$\nu_B = \frac{2\pi v_A}{\lambda_p}, \quad (1.17)$$

où v_A est la vitesse de l'onde acoustique (5,96 km/s dans la silice) et λ_p la longueur d'onde de pompe. A la longueur d'onde de 1550 nm, ν_B est de l'ordre de 11 GHz dans la silice et de l'ordre de 7 à 8 GHz dans les verres de chalcogénure.

De manière similaire à l'effet Raman, un processus de diffusion Brillouin stimulée peut conduire à une amplification rapide de l'onde Stokes contra-propagative caractérisée par un coefficient de gain $g_B(\nu)$. L'allure de $g_B(\nu)$ dépend de la composition de la fibre. Dans la silice, la largeur à mi-hauteur de la bande de gain est de l'ordre de 10 MHz. La puissance seuil P_B à partir de laquelle l'effet Brillouin devient significatif peut être exprimée par la relation suivante [7]

$$P_B = \frac{21A_{\text{eff}}}{g_B L_{\text{eff}}}. \quad (1.18)$$

La formule précédente est valable uniquement si la largeur spectrale du laser de pompe est inférieure à la largeur à mi-hauteur de la bande de gain Brillouin. Lorsque la largeur spectrale est plus importante, la puissance seuil augmente significativement. Prenons le cas d'une fibre de silice monomode de 10 km de longueur avec un gain Brillouin de $g_B = 5 \times 10^{-11}$ m/W, des pertes de 0,2 dB/km et une aire effective de $80 \mu\text{m}^2$, le seuil Brillouin, calculé d'après la relation (1.18), est d'environ 4 mW. Cette valeur est relativement faible et, afin de nous affranchir de l'effet Brillouin dans les études qui vont suivre, nous veillerons à utiliser des sources dont les largeurs spectrales seront significativement plus importantes que la largeur de gain Brillouin. Certaines sources, spectralement fines à l'origine, seront modulées afin d'élargir leur spectre.

Effet Kerr

L'effet Kerr est lié à la réponse non linéaire d'ordre 3 de la polarisation macroscopique du milieu dans lequel l'onde optique se propage. La polarisation macroscopique du milieu $\mathbf{P}$ s'exprime, en fonction du champ électrique $\mathbf{E}$ de l'onde optique, par

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \left(\chi^{(1)} \mathbf{E} + \chi^{(2)} \mathbf{E} \mathbf{E} + \chi^{(3)} \mathbf{E} \mathbf{E} \mathbf{E} + \dots \right) \quad (1.19)$$

où ϵ_0 est la permittivité du vide, $\chi^{(1)}$, $\chi^{(2)}$ et $\chi^{(3)}$ sont respectivement les susceptibilités électriques du premier, deuxième et troisième ordre. Le tenseur $\chi^{(1)}$ est responsable de l'indice de réfraction et de l'absorption linéaire, le tenseur $\chi^{(2)}$ est responsable, entre autres, de la génération de seconde harmonique et le tenseur $\chi^{(3)}$ est lié aux phénomènes non linéaires d'ordre 3. Dans les fibres optiques, en raison de la nature amorphe du verre qui les compose, la susceptibilité électrique du deuxième ordre $\chi^{(2)}$ est nulle. La susceptibilité

électrique du troisième ordre $\chi^{(3)}$ est responsable de la dépendance en intensité de l'indice de réfraction et l'on montre que l'indice de réfraction s'exprime de la manière suivante

$$n = n_0 + n_2 I, \quad (1.20)$$

où n_0 est l'indice de réfraction linéaire, n_2 l'indice de réfraction non linéaire et I l'intensité de l'onde optique. L'indice non linéaire n_2 est directement lié à la susceptibilité électrique d'ordre 3. En pratique, on utilise le coefficient non linéaire γ pour quantifier l'effet non linéaire du troisième ordre. Il dépend de l'indice de réfraction non linéaire de la manière suivante

$$\gamma = \frac{2\pi n_2}{\lambda_0 A_{\text{eff}}}. \quad (1.21)$$

où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide. Dans les fibres optiques, l'effet Kerr se manifeste *via* les phénomènes d'auto-modulation de phase, de modulation de phase croisée et de mélange à quatre ondes.

L'auto-modulation de phase (ou SPM pour *self-phase modulation*) est un phénomène qui conduit par exemple à un élargissement spectral des impulsions optiques en fonction de la puissance d'entrée. Elle résulte de la variation de l'indice de réfraction par effet Kerr qui induit un décalage de phase dans l'impulsion.

La modulation de phase croisée (ou XPM pour *cross-phase modulation*) provient du fait que l'indice de réfraction vu par une onde est modulé, non seulement par sa propre intensité, mais aussi par l'intensité des autres ondes. En d'autres termes, la XPM est le résultat de l'interaction non linéaire de plusieurs ondes dans une fibre optique.

Le mélange à quatre ondes (ou FWM pour *four-wave mixing*) est un processus optique consistant en une interaction entre trois ondes qui en génère ou en amplifie une quatrième. Il peut être décrit par l'annihilation de deux photons de fréquence ν_1, ν_2 et la création simultanée de deux autres photons à des fréquences différentes ν_3, ν_4 . La figure 1.3 représente le principe d'une expérience de mélange à quatre ondes dans une fibre optique.

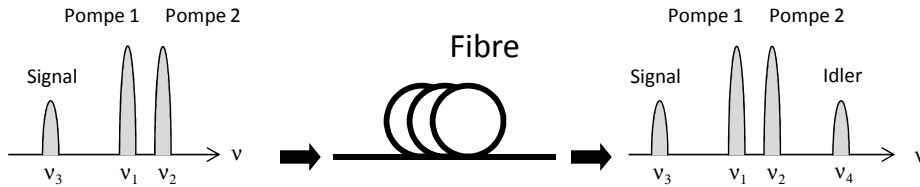


Figure 1.3. Mélange quatre ondes dans une fibre optique.

À l'entrée de la fibre, deux ondes de fréquences ν_1, ν_2 , appelées pompes, et une onde de fréquence ν_3 , appelée signal, sont injectées. En raison du phénomène de FWM, une nouvelle onde de fréquence ν_4 est générée dans la fibre. Cette nouvelle onde est généralement appelée

idler. Ce processus doit obéir à la loi de conservation de l'énergie qui impose une relation entre les fréquences des ondes :

$$\nu_3 + \nu_4 = \nu_1 + \nu_2. \quad (1.22)$$

Si $\nu_1 = \nu_2$ nous parlons alors de mélange à quatre ondes *dégénéré*.

L'effet Kerr, et notamment sa manifestation au travers du FWM, étant à la base des résultats obtenus dans le cadre de ma thèse, nous y reviendrons plus en détail dans les paragraphes suivants.

1.2.2 Equation non linéaire de Schrödinger

Considérons une onde quasi-monochromatique autour de la fréquence ω_0 se propageant dans une fibre optique monomode. La constante de propagation du mode fondamental peut être développée en série de Taylor autour de la fréquence ω_0 tel qu'indiqué par l'équation (1.6). Considérons que l'onde est polarisée suivant une direction arbitraire, le vecteur champ électrique $\mathbf{E}$ se propageant dans la fibre optique peut s'écrire de la manière suivante

$$\mathbf{E}(z, t) = \frac{1}{2} \left[A(z, t) e^{i(\beta_0 z - \omega_0 t)} + \text{c.c.} \right] \mathbf{u}, \quad (1.23)$$

où z est la coordonnée longitudinale dans la fibre, t le temps, A l'amplitude complexe lentement variable du champ électrique, β_0 la valeur de la constante de propagation en ω_0 et $\mathbf{u}$ un vecteur unitaire dans le plan transverse de la fibre.

La propagation dans une fibre d'une onde lumineuse, décrite par le champ électrique de l'équation (1.23), est régie par l'équation de propagation, déduite des équations de Maxwell. On peut montrer que, sous certaines approximations (que nous ne détaillerons pas ici mais qui sont valables dans le cadre de mes travaux de thèse), l'équation de propagation s'apparente à l'équation non linéaire de Schrödinger (ENLS) s'écrivant, pour l'amplitude $A(z, t)$ du champ, de la manière suivante [7]

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma |A|^2 A. \quad (1.24)$$

Cette équation fait apparaître la vitesse de groupe v_g de l'onde à travers le terme $\beta_1 = 1/v_g$. La dispersion de la fibre est prise en compte à travers les coefficients de dispersion d'ordre deux (β_2) et trois (β_3). Des coefficients d'ordre plus élevés peuvent également être pris en compte dans l'équation par l'introduction de termes supplémentaires. L'atténuation de la fibre est présente *via* le paramètre α . Enfin la non-linéarité de type Kerr intervient grâce au membre de droite de l'équation, contenant le coefficient non linéaire Kerr γ , introduit précédemment. Il existe une version généralisée de l'ENSL qui prend en compte des effets d'ordre supérieur et notamment la réponse Raman du milieu mais que nous ne présenterons pas ici.

L'équation (1.24) est donc une équation qui permet de décrire les variations longitudinales et temporelles de l'enveloppe lentement variable d'une onde lumineuse se propageant dans une fibre optique sous l'influence des pertes, de la dispersion chromatique et de l'effet Kerr. En ce sens, l'ENLS décrit les phénomènes de SPM, XPM et FWM vus précédemment.

L'ENLS se résout numériquement en utilisant par exemple des méthodes de type *split-step Fourier* [7]. Nous utilisons quant à nous une méthode connue sous le nom de RK4-IP (*fourth-order Runge-Kutta method in the interaction picture method*) [19] dont le code a été développé sous Matlab au laboratoire Foton par Stéphane Balac et Arnaud Fernandez [20]–[22]. La méthode RK4-IP permet d'éviter l'approximation de Baker-Hausdorff, utilisée habituellement dans les méthodes split-step Fourier, et donne des résultats plus précis pour un temps de calcul équivalent.

1.2.3 Mélange à quatre ondes

Revenons maintenant plus en détail sur le FWM, cet effet étant à la base d'une partie importante de mon travail de thèse. Nous allons notamment présenter les principaux modèles régissant l'évolution des ondes à l'état stationnaire et nous attarderons un peu plus sur le cas du FWM dit *dégénéré*. Evoquons dans un premier temps le cas du FWM *non dégénéré*.

1.2.3.1 Mélange à quatre ondes non dégénéré

La figure 1.4 donne une représentation spectrale des ondes qui entrent en jeu dans le processus de FWM non dégénéré. A partir de maintenant, et dans la suite du manuscrit, nous choisirons la fréquence angulaire $\omega = 2\pi\nu$ pour représenter les ondes dans le domaine spectral. Les conditions du FWM non dégénéré sont les suivantes : les fréquences ω_1 , ω_2 et ω_3 sont indépendantes et la quatrième onde est de fréquence $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3$. Cette configuration peut parfaitement illustrer le cas de l'expérience déjà décrite au paragraphe 1.2 où deux ondes pompe et une onde signal sont injectées à l'entrée d'une fibre optique et donnent naissance à une quatrième onde dans la fibre, appelée *idler*.

Le phénomène de mélange à quatre ondes, tel que décrit précédemment, peut parfaitement s'étudier et se simuler numériquement au moyen de l'ENLS. Il suffit pour cela de considérer qu'à l'entrée de la fibre (en $z = 0$), l'amplitude $A(0, t)$ de l'équation (1.24) est constituée de la somme de trois ondes de fréquences ω_1 , ω_2 et ω_3 . La simulation numérique de l'ENLS fait alors apparaître naturellement, au cours de la propagation, une quatrième fréquence ω_4 dans le spectre de $A(z, t)$. Cependant l'étude du FWM au moyen de l'ENLS peut avoir certains désavantages tels que le temps de calcul ou le fait de ne retirer que peu d'information sur les mécanismes mis en jeu. C'est pourquoi il peut être utile de décomposer l'équation de propagation autour des quatre fréquences optiques mises en jeu dans

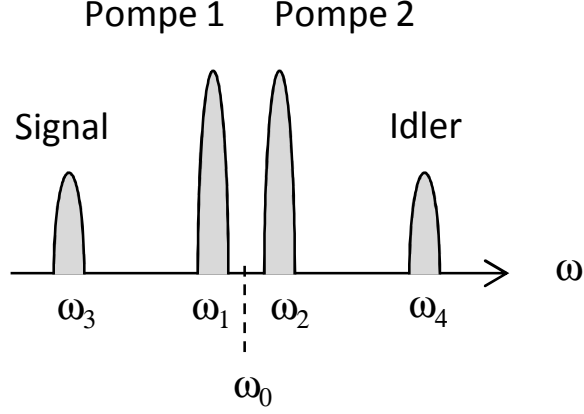


Figure 1.4. Représentation fréquentielle du mélange à quatre ondes.

le processus de FWM. C'est alors un système de quatre équations couplées qui régit les échanges d'énergie entre les quatre ondes [7]. Nous présentons ci-après ce modèle dans le cas stationnaire, où les dérivées temporelles sont égales à zéro

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} A_1 &+ i\gamma \left\{ (|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2) A_1 \right. \\ &+ \left. 2A_3 A_4 A_2^* e^{i\Delta\beta z} \right\}, \end{aligned} \quad (1.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_2}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} A_2 &+ i\gamma \left\{ (|A_2|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2) A_2 \right. \\ &+ \left. 2A_3 A_4 A_1^* e^{i\Delta\beta z} \right\}, \end{aligned} \quad (1.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_3}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} A_3 &+ i\gamma \left\{ (|A_3|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_4|^2) A_3 \right. \\ &+ \left. 2A_1 A_2 A_4^* e^{-i\Delta\beta z} \right\}, \end{aligned} \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_4}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} A_4 &+ i\gamma \left\{ (|A_4|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2) A_4 \right. \\ &+ \left. 2A_1 A_2 A_3^* e^{-i\Delta\beta z} \right\}, \end{aligned} \quad (1.28)$$

où A_1 , A_2 , A_3 et A_4 sont respectivement les amplitudes complexes lentement variables des ondes de fréquence ω_1 , ω_2 , ω_3 et ω_4 . Le paramètre $\Delta\beta$ est le désaccord de phase. Il s'exprime de la manière suivante

$$\Delta\beta = \beta(\omega_3) + \beta(\omega_4) - \beta(\omega_1) - \beta(\omega_2), \quad (1.29)$$

où les différents $\beta(\omega_i)$ ($i = 1, 2, 3, 4$) sont les constantes de propagation des ondes aux fréquences ω_i .

Le système précédent fait apparaître toutes les manifestations de l'effet Kerr pouvant modifier l'amplitude des ondes au cours de leur propagation. Prenons l'exemple de l'onde

A_1 pour détailler ces termes. Le terme $|A_1|^2$ est le terme de SPM. Le terme $2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2$ est le terme de XPM. Il traduit l'influence de l'intensité des ondes A_2 , A_3 et A_4 sur l'onde A_1 . Enfin, le terme $2A_3A_4A_2^* \exp(i\Delta\beta z)$ est le terme de FWM. Il traduit l'échange d'énergie entre les ondes A_1 , A_2 , A_3 et A_4 . Ce terme est sensible à la phase des ondes. L'efficacité du couplage dépend du désaccord de phase $\Delta\beta z$.

Il est possible de trouver une forme analytique aux ondes A_i ($i = 1, 2, 3, 4$) en résolvant le système précédent. Pour ce faire, il faut supposer la non déplétion des pompes, ce qui signifie que les puissances de pompe ne doivent pas varier durant leur propagation. Ceci s'applique tant que les puissances des ondes signal et idler restent faibles par rapport aux puissances des ondes pompe, ce qui se vérifie dans un très grand nombre de configurations expérimentales. En exprimant les amplitudes A_i des ondes en fonction de leur puissance P_i et de leur phase ϕ_i de la manière suivante $A_i = \sqrt{P_i} \exp i\phi_i$, il est possible de déterminer, dans l'hypothèse de non déplétion des pompes, l'expression analytique de la puissance de l'onde idler $P_4(L)$ au bout d'une longueur L de fibre [23]. Cette puissance s'écrit

$$P_4(L) = 4\eta\gamma^2 P_1(0)P_2(0)P_3(0)e^{-\alpha L}L_{\text{eff}}^2, \quad (1.30)$$

avec

$$\eta = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \Delta\beta'^2} \left[1 + \frac{4e^{-\alpha L} \sin^2(\Delta\beta' L/2)}{(1 - e^{-\alpha L})^2} \right], \quad (1.31)$$

et

$$\Delta\beta' = \Delta\beta - \gamma [P_1(0) + P_2(0) - P_3(0)] \left(\frac{1 - e^{-\alpha L_{\text{eff}}}}{\alpha L_{\text{eff}}} \right), \quad (1.32)$$

Rappelons que le paramètre L_{eff} est la longueur effective, introduite au paragraphe 1.2.

1.2.3.2 Mélange à quatre ondes dégénéré

En pratique, il est possible d'utiliser une seule onde pompe plutôt que deux pour générer une troisième onde par mélange à quatre ondes. On parle alors de mélange à quatre ondes dégénéré. La figure 1.5 schématise la disposition des ondes du mélange à quatre ondes dégénéré. Les hypothèses fréquentielles sur les différentes ondes sont les suivantes : l'onde pompe P1 et le signal S2 sont de fréquences quelconques ω_1 et ω_2 et l'onde idler I3 est de fréquence $\omega_3 = 2\omega_1 - \omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$, où $\Delta\omega$ est l'écart en fréquence entre les ondes pompe et signal (voir figure 1.5). La fréquence ω_0 , autour de laquelle est développée la constante de propagation, coïncide ici avec la fréquence ω_1 .

Le modèle d'équations couplées décrivant l'évolution des ondes à l'état stationnaire s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} = & -\frac{\alpha}{2}A_1 + i\gamma \left\{ (|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2)A_1 \right. \\ & \left. + 2A_3A_2A_1^* e^{i\Delta\beta z} \right\}, \end{aligned} \quad (1.33)$$

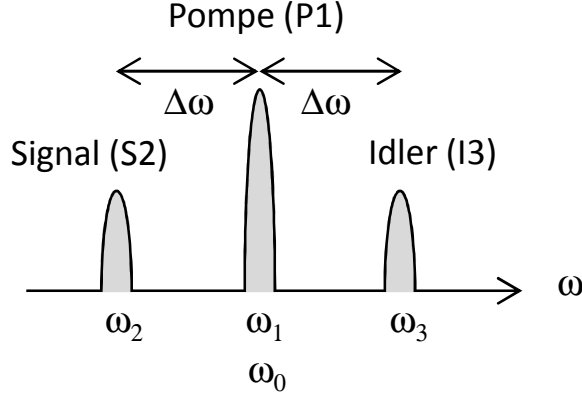


Figure 1.5. Représentation fréquentielle du mélange quatre ondes dégénéré.

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_2}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}A_2 &+ i\gamma \left\{ (|A_2|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_3|^2)A_2 \right. \\ &+ \left. A_1^2 A_3^* e^{-i\Delta\beta z} \right\}, \end{aligned} \quad (1.34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_3}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}A_3 &+ i\gamma \left\{ (|A_3|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2)A_3 \right. \\ &+ \left. A_1^2 A_2^* e^{-i\Delta\beta z} \right\}. \end{aligned} \quad (1.35)$$

Lorsque la constante de propagation est développée autour de la fréquence centrale ω_0 , le désaccord de phase $\Delta\beta = \beta(\omega_2) + \beta(\omega_3) - 2\beta(\omega_1)$ s'exprime de la manière suivante en fonction des coefficients de dispersion β_2 et β_4

$$\Delta\beta = \Delta\omega^2\beta_2 + \frac{1}{12}\Delta\omega^4\beta_4. \quad (1.36)$$

Dans cette expression, le coefficient β_3 n'apparaît pas en raison de la répartition symétrique des trois ondes autour de ω_0 .

De la même façon que pour le FWM non dégénéré, les solutions analytiques s'obtiennent en régime de non déplétion de la pompe. Dans ce cas, la puissance de l'onde idler $P_3(L)$, au bout d'une distance L de propagation, s'écrit [23]

$$P_3(L) = \eta\gamma^2 P_1^2(0)P_2(0)e^{-\alpha L}L_{\text{eff}}^2, \quad (1.37)$$

avec

$$\eta = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \Delta\beta'^2} \left[1 + \frac{4e^{-\alpha L} \sin^2(\Delta\beta' L/2)}{(1 - e^{-\alpha L})^2} \right]. \quad (1.38)$$

Ici, le désaccord de phase $\Delta\beta'$ est égal à

$$\Delta\beta' = \Delta\beta - \gamma [2P_1(0) - P_2(0)] \left(\frac{1 - e^{-\alpha L_{\text{eff}}}}{\alpha L_{\text{eff}}} \right). \quad (1.39)$$

Le désaccord de phase $\Delta\beta'$ contient une partie linéaire $\Delta\beta$, dépendant des paramètres de dispersion de la fibre [équation (1.36)], et une partie non linéaire, dépendant des puissances $P_1(0)$ et $P_2(0)$ des ondes P1 et S2.

A l'aide des équations du FWM dégénéré, nous allons maintenant décrire quelques caractéristiques du FWM, ces caractéristiques pouvant être généralisées au cas du FWM non dégénéré et au cas du FWM multiple que nous présenterons au paragraphe suivant.

Nous allons nous intéresser aux résultats de simulation décrivant l'évolution des puissances des ondes pompe, signal et idler dans un processus de FWM dégénéré, dans une fibre optique de longueur $L = 10$ km, de coefficient non linéaire $\gamma = 3,3 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$ et de coefficient de dispersion d'ordre deux $\beta_2 = -0,179 \text{ ps}^2 \cdot \text{km}^{-1}$ à 1550 nm. La dispersion d'ordre quatre β_4 est négligeable pour cette fibre. Pour cette simulation nous négligeons également les pertes de la fibre. La fréquence centrale ω_0 correspond à une longueur d'onde de 1550 nm. L'écart $\Delta\omega$ est tel que $\Delta\beta L$ est négligeable, on dit alors que l'accord de phase est réalisé.

Influence des puissances de pompe Nous représentons, sur la figure 1.6, les résultats théoriques obtenus en résolvant numériquement, d'une part le système d'équations couplées (EC) (traits pleins) décrit par les relations (1.33)-(1.35), d'autre part l'ENLS (cercles) et enfin en traçant la solution analytique (pointillés) de la puissance de l'idler I3, donnée par l'équation (1.37) (où L devient z dans l'équation (1.37) pour représenter P_3 le long de la fibre). La figure 1.6(a) correspond aux résultats théoriques obtenus pour de faibles puissances $P_1(0) = 10$ dBm et $P_2(0) = 0$ dBm et la figure 1.6(b) pour de plus fortes puissances à savoir $P_1(0) = 20$ dBm et $P_2(0) = 10$ dBm. Sur la figure 1.6(a) on remarque que la puissance de l'idler I3 n'atteint pas une valeur suffisante pour faire chuter significativement la puissance de l'onde pompe ou de l'onde signal. Nous sommes donc bien en régime de non déplétion des ondes pompe ou signal et, dans ce cas, les trois modèles donnent des résultats équivalents (les trois courbes noires sont confondues). Sur la 1.6(b), les puissances des ondes pompe et signal sont plus importantes et l'idler I3 est plus intense. Sa puissance n'est plus négligeable par rapport à celle des ondes pompe ou signal. Celles-ci sont affectées et le régime de non déplétion n'est plus valide. La solution analytique s'éloigne donc de la solution obtenue par résolution numérique du système d'équations couplées EC. On note également que la solution EC s'éloigne de la solution obtenue en résolvant l'ENLS. Ceci s'explique par le fait que, pour ces puissances, des idlers d'ordre supérieur sont générés et que le système (1.33)-(1.35) à trois ondes ne suffit plus à décrire complètement le processus. Nous retiendrons de cette simulation que, tant que le régime de non déplétion des ondes pompe et signal est respecté, la solution analytique est valable.

Influence du désaccord de phase Nous allons maintenant étudier l'influence de la valeur du désaccord de phase $\Delta\beta L$ sur la génération de l'idler. Pour cela, nous faisons l'hypothèse de la non déplétion des ondes et négligeons la partie non-linéaire du désaccord

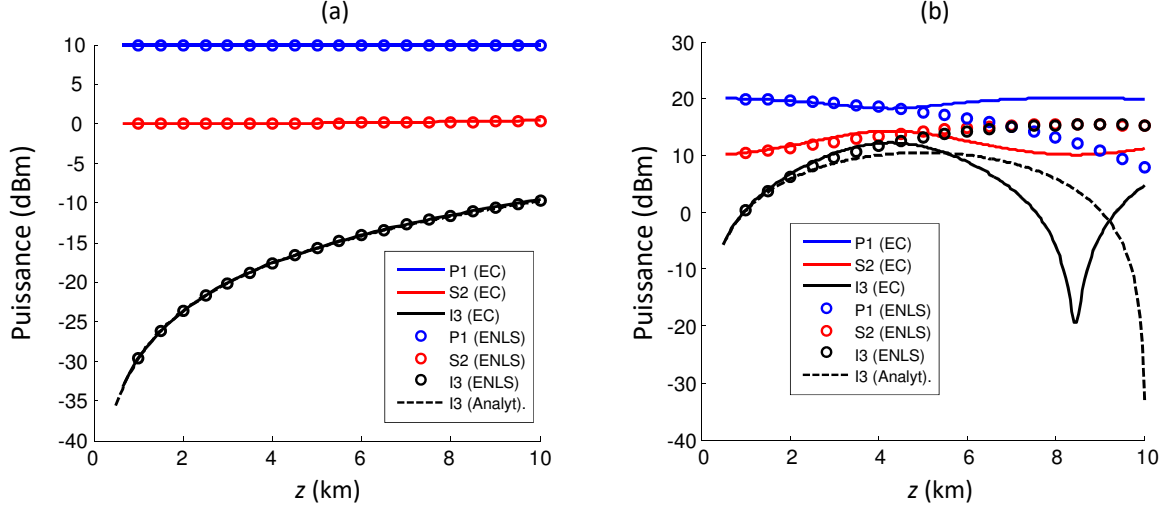


Figure 1.6. Evolution des puissances des ondes pompe, signal et idler le long de la fibre pour des puissances de pompe et de signal de (a) 10 dBm et 0 dBm respectivement et (b) 20 dBm et 10 dBm respectivement.

de phase. Nous représentons, pour la même fibre que précédemment, la puissance de l'idler I3, donnée par l'équation analytique (1.37), pour différentes valeurs de $\Delta\beta L$. Les différentes valeurs de $\Delta\beta L$ sont obtenues en faisant varier $\Delta\omega$, conformément à la relation (1.36). Les résultats sont représentés sur la figure 1.7. On remarque que la puissance maximale est obtenue pour $\Delta\beta L = 0$ et que la valeur du désaccord de phase affecte beaucoup la puissance de l'idler. La puissance de l'idler chute même jusqu'à zéro à une distance z de la fibre telle que $\Delta\beta z = 2k\pi$ (où k est un entier relatif). On retiendra de cette simulation qu'un désaccord de phase multiple de 2π annihile complètement la génération de l'idler.

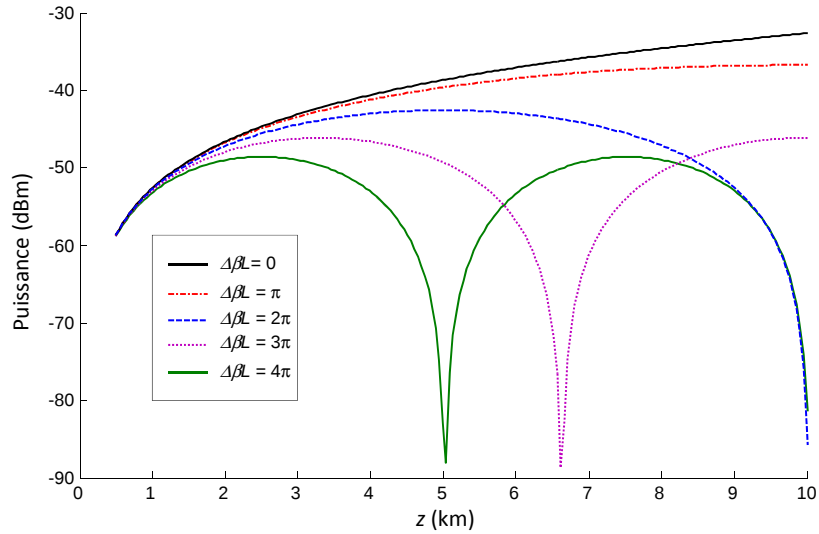


Figure 1.7. Evolution de la puissance de l'idler I3 le long de la fibre pour différentes valeurs de $\Delta\beta L$.

Influence de l'écart en longueur d'onde Nous allons maintenant représenter la puissance de l'idler I3, ainsi que celle de la pompe P1 et du signal S2, en sortie de fibre en fonction de l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda = -(\lambda_0^2/2\pi c)\Delta\omega$ entre les ondes. Nous nous placerons dans un régime de non déplétion des ondes et pour lequel le déphasage non linéaire est négligeable. La valeur de $\Delta\lambda$ agissant sur la valeur du désaccord de phase, nous devrions observer des oscillations sur la puissance de l'idler en sortie de fibre. Les résultats sont représentés sur la figure 1.8 pour la même fibre que précédemment. Nous observons effectivement des oscillations de la puissance de l'idler I3 avec une puissance maximum obtenue pour les faibles valeurs de $\Delta\lambda$ (c'est-à-dire pour des désaccords de phase négligeables) et des minima correspondant aux valeurs de $\Delta\lambda$ pour lesquelles $\Delta\beta L = 2k\pi$. Nous allons maintenant montrer que la valeur maximale $P_{\max}$ de la puissance de l'idler I3 et la valeur de l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda_0$ pour laquelle le premier minimum apparaît (voir figure 1.8) peuvent être respectivement reliées à la valeur du coefficient non linéaire γ de la fibre et à sa dispersion D .

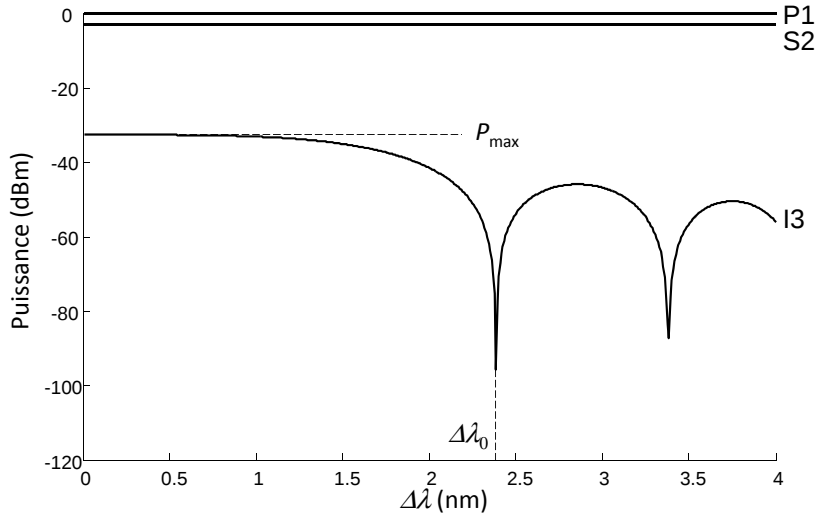


Figure 1.8. Evolution de la puissance de la pompe P1, du signal S2 et de l'idler I3 en fonction de $\Delta\lambda$.

Pour de faibles écarts $\Delta\lambda$ et de faibles valeurs des puissances de la pompe et du signal, on peut poser $\Delta\beta' = 0$. On obtient alors, d'après les relations (1.37) et (1.38), la valeur maximum $P_{\max}$ de P_3 égale à

$$P_{\max} = \gamma^2 P_1^2(0) P_2(0) e^{-\alpha L} L_{\text{eff}}^2. \quad (1.40)$$

Si l'on réalise une expérience permettant de mesurer la puissance de l'idler I3 en fonction de $\Delta\lambda$ dans une fibre optique et si l'on connaît la longueur de la fibre, ses pertes et les puissances $P_1(0)$ et $P_2(0)$, on peut donc déduire la valeur de γ de la mesure de $P_{\max}$. Si

l'on néglige maintenant les pertes α de la fibre, l'expression de $P_{\max}$ devient

$$P_{\max} = \gamma^2 L^2 P_1^2(0) P_2(0). \quad (1.41)$$

En régime de non déplétion de la pompe, la puissance de l'idler reste très inférieure à la puissance de la pompe. Si la puissance de l'onde signal est également beaucoup plus faible que la puissance de la pompe, la puissance maximum $P_{\max}$ de l'idler en sortie de fibre peut être égale à la puissance $P_2(0)$ du signal en entrée de fibre, si la condition $\gamma L P_1(0) = 1$ est vérifiée. Si l'on suppose maintenant que les puissances de la pompe et du signal sont comparables, on peut considérer que $P_{\max}/P_1(0) \approx P_{\max}/P_2(0) \ll 1$ et la condition de non déplétion de la pompe (et du signal) impose

$$\gamma L P_1(0) \ll 1. \quad (1.42)$$

Revenons maintenant à l'expression (1.37) de $P_3(L)$ pour des écarts $\Delta\lambda$ plus importants. Si l'on néglige les pertes α de la fibre, l'expression de $P_3(L)$ devient

$$P_3(L) = \gamma^2 P_1^2(0) P_2(0) L^2 \text{sinc}^2(\Delta\beta' L/2), \quad (1.43)$$

où la fonction sinus cardinal est définie par $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$. En régime de non déplétion des ondes pompe et signal et si la condition (1.42) est vérifiée, on peut poser $\Delta\beta' = \Delta\beta$ et

$$P_3(L) = \gamma^2 P_1^2(0) P_2(0) L^2 \text{sinc}^2(\Delta\beta L/2). \quad (1.44)$$

La puissance $P_3(L)$ de l'idler I3 s'annule donc pour les valeurs de $\Delta\lambda$ tel que $\Delta\beta L/2 = k\pi$ (où k est un entier relatif). En utilisant les relations (1.36) et (A.1), et en négligeant la dispersion d'ordre 4, on peut exprimer la plus petite valeur $\Delta\lambda_0$ de $\Delta\lambda$ comme suit

$$\Delta\lambda_0 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{cL|D|}}. \quad (1.45)$$

La mesure de $\Delta\lambda_0$ et la connaissance de λ_0 et L permettent donc de déterminer la valeur D de la dispersion de la fibre à la longueur d'onde λ_0 . Notons que si les pertes de la fibre ne sont pas négligées, mais si la condition de non déplétion des ondes pompe et signal est respectée, le premier minimum de $P_3(L)$ se situe toujours en $\Delta\lambda_0$.

Les expressions (1.40) et (1.45) seront utilisées dans le chapitre 4 pour mesurer les valeurs de γ et D de fibres optiques en verre de chalcogénure.

1.2.3.3 Mélange à quatre ondes multiple

Revenons maintenant au cas du FWM non dégénéré. Un cas particulier se produit lorsque les quatre ondes sont toutes espacées du même écart $\Delta\omega$, comme l'illustre la figure 1.9.

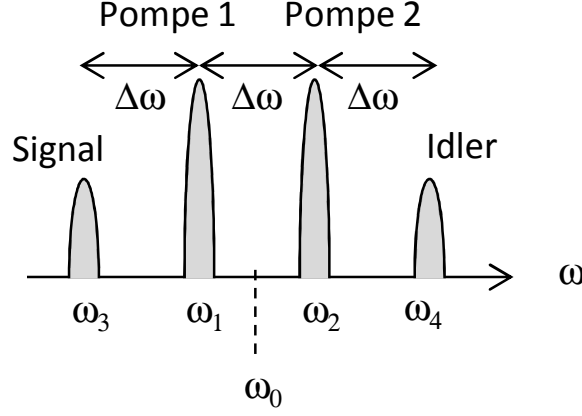


Figure 1.9. Schéma du modèle à quatre ondes multiple.

Dans ce cas, différentes combinaisons de fréquences autorisent le couplage des ondes par FWM. En effet, il existe plusieurs possibilités pour satisfaire les relations entre les différentes fréquences. La fréquence ω_3 , par exemple, peut satisfaire la condition $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_4$ et la condition $\omega_3 = 2\omega_1 - \omega_2$. La fréquence ω_1 , quant à elle, peut satisfaire les trois conditions suivantes : $\omega_1 = \omega_3 + \omega_4 - \omega_2$, $\omega_1 = \omega_3 + \omega_2 - \omega_4$ et $\omega_1 = 2\omega_2 - \omega_4$. Par rapport aux équations du FWM non dégénéré, les équations d'évolution des quatre ondes, dans le cas où elles sont toutes espacées du même écart $\Delta\omega$, contiennent donc des termes supplémentaires correspondant aux nouvelles combinaisons possibles. Elles s'écrivent

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_1 + i\gamma \left(|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 \right) A_1 \\ & + i\gamma \left(A_2^2 A_4^* e^{-i\Delta\beta_1 z} + 2A_3 A_2 A_1^* e^{i\Delta\beta_2 z} + 2A_3 A_4 A_2^* e^{i\Delta\beta_3 z} \right), \end{aligned} \quad (1.46)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_2}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_2 + i\gamma \left(|A_2|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 \right) A_2 \\ & + i\gamma \left(A_1^2 A_3^* e^{-i\Delta\beta_2 z} + 2A_1 A_4 A_2^* e^{i\Delta\beta_1 z} + 2A_3 A_4 A_1^* e^{i\Delta\beta_3 z} \right), \end{aligned} \quad (1.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_3}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_3 + i\gamma \left(|A_3|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_4|^2 \right) A_3 \\ & + i\gamma \left(A_1^2 A_2^* e^{-i\Delta\beta_2 z} + 2A_1 A_2 A_4^* e^{-i\Delta\beta_3 z} \right), \end{aligned} \quad (1.48)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_4}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_4 + i\gamma \left(|A_4|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 \right) A_4 \\ & + i\gamma \left(A_2^2 A_1^* e^{-i\Delta\beta_1 z} + 2A_1 A_2 A_3^* e^{-i\Delta\beta_3 z} \right), \end{aligned} \quad (1.49)$$

avec :

$$\Delta\beta_1 = \Delta\omega^2\beta_2 + \frac{1}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{5}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (1.50)$$

$$\Delta\beta_2 = \Delta\omega^2\beta_2 - \frac{1}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{5}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (1.51)$$

$$\Delta\beta_3 = 2\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{10}{24}\Delta\omega^4\beta_4. \quad (1.52)$$

Dans les équations précédentes, deux ou trois termes de FWM (dégénérés ou non) sont présents. Par exemple, l'équation (1.49) de l'idler de fréquence ω_4 , contient le terme de FWM non dégénéré $A_1 A_2 A_3^* \exp(-i\Delta\beta_3 z)$, impliquant les ondes A_1 , A_2 , et A_3 , et le terme de FWM dégénéré $A_2^2 A_1^* \exp(-i\Delta\beta_1 z)$, impliquant les ondes A_1 et A_2 . On remarquera que les désaccords de phase de ces deux termes sont différents. Ces deux termes de FWM contribuent donc tous les deux à générer ou annihiler l'idler de fréquence ω_4 , suivant la valeur de leur désaccord de phase. Dans les équations d'évolution des pompes 1 et 2, ce sont trois termes de FWM qui sont présents. Un processus de FWM, impliquant de multiples combinaisons, en raison d'un écart en fréquence constant entre les ondes, est appelé processus de FWM multiple.

Dans le cas du FWM non dégénéré (paragraphe 1.2.3.1), l'idler en ω_4 ne peut être généré que si les trois autres ondes (les deux ondes pompe et l'onde signal) sont présentes simultanément. Dans le cas du FWM multiple, l'idler en ω_4 peut être généré uniquement à partir des deux ondes pompe, par FWM dégénéré. Par ailleurs, à partir des deux ondes pompe en ω_1 et ω_2 , un deuxième idler peut également être généré en ω_3 à la place de l'onde signal, par FWM dégénéré également. En d'autres termes, lorsque deux ondes pompes sont injectées dans une fibre optique, elles peuvent donner naissance à deux idlers, appelés idlers de premier ordre, répartis de part et d'autre des fréquences des ondes pompe, par effet de FWM multiple. Ce phénomène s'apparente à un processus de FWM spontané amplifié.

Lorsque les idlers de premier ordre, générés aux fréquences ω_3 et ω_4 à partir de deux ondes pompe, sont suffisamment intenses, d'autres idlers, d'ordre supérieur, peuvent être générés en cascade. Dans ce cas, le nombre d'ondes impliquées dans les échanges d'énergie par FWM peut devenir important. Les équations d'évolution deviennent plus difficiles à établir, notamment en ce qui concerne l'identification de toutes les combinaisons possibles de FWM dans les équations. Dans le chapitre 2 de ce manuscrit, nous présenterons la méthode générale que nous avons proposée pour permettre l'identification des équations d'évolution d'un processus de FWM multiple impliquant un nombre quelconque d'ondes.

1.2.4 Fibres optiques non linéaires en verre de chalcogénure

Les fibres optiques non linéaires représentent un bon choix pour le traitement tout optique du signal. La première fibre fortement non linéaire (HNLF pour *highly nonlinear fiber*) fut développée en 1986 [24]. Il s'agissait d'une fibre à saut d'indice fortement dopée au germanium, permettant de réduire la taille de l'aire effective du mode et d'augmenter ainsi la valeur du coefficient non linéaire γ . Ce type de fibre est maintenant communément utilisé pour des applications non linéaires. Le coefficient non linéaire γ de ces fibres se situe entre $10 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ et $20 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$. Leur non-linéarité n'est pas si importante comparée à celle des fibres de télécommunications standard dont les coefficients non linéaires se situent

entre 1 et 3 $\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$. Cependant, ces fibres ayant des pertes très faibles ($< 1 \text{ dB/km}$), leur non-linéarité effective est améliorée par l'utilisation de longueurs de fibre de plusieurs centaines de mètres.

Pour certaines applications, il peut être intéressant d'utiliser des longueurs de fibre plus faibles. Pour garder une non-linéarité effective importante avec moins de longueur de fibre, il faut utiliser des fibres avec des coefficients non linéaires plus élevés. Rappelons la formule du coefficient non linéaire γ d'une fibre optique

$$\gamma = \frac{2\pi n_2}{\lambda_0 A_{\text{eff}}}, \quad (1.53)$$

où n_2 est l'indice de réfraction non linéaire intrinsèque au matériau, A_{eff} l'aire effective de la fibre et λ_0 la longueur d'onde dans le vide.

Pour améliorer la non-linéarité d'une fibre, à une longueur d'onde donnée, il existe donc deux possibilités. La première est d'augmenter l'indice de réfraction non linéaire n_2 du matériau utilisé. La seconde est de diminuer l'aire effective A_{eff} de la fibre.

Les verres de chalcogénure

Pour augmenter l'indice de réfraction non linéaire n_2 , plusieurs matériaux sont possibles tels que les verres dopés au plomb, les verres de bismuth, les verres de tellure ou les verres de chalcogénure. Ces derniers sont parmi les plus intéressants en raison de leur fort indice de réfraction non linéaire. Les verres de chalcogénure sont constitués d'un ou plusieurs éléments du groupe chalcogène 6a de la table périodique des éléments tels que le soufre (S), le sélénium (Se) et le tellure (Te) ainsi que d'autres éléments comme l'arsenic (As), le germanium (Ge), l'antimoine (Sb), le gallium (Ga), le lanthane (La) ou l'indium (In).

L'indice de réfraction non linéaire n_2 des verres de chalcogénure sulfuré est 100 fois plus élevé que celui de la silice et même 500 fois plus grand pour les verres à base de sélénium [25]–[27]. Les verres de chalcogénure sont donc de très bon candidats pour la réalisation de fibres fortement non linéaires. Suivant leur composition, les verres de chalcogénure sont transparents dans une gamme de longueurs d'onde allant du visible jusqu'au moyen infrarouge [28].

Les fibres optiques microstructurées

Pour diminuer l'aire effective d'une fibre optique, et augmenter ainsi son coefficient non linéaire, il faut augmenter le contraste d'indice entre le cœur et la gaine pour garder un bon confinement du mode dans le cœur, comme nous l'avons vu au paragraphe 1.1.1.

Il existe plusieurs structures possibles permettant d'atteindre de très petites aires effectives telles que les fibres optiques microstructurées [29], les guides optiques [30], les *tapers* [31] ou les *nanowires* [32]. Les fibres optiques microstructurées (MOFs pour *microstructured*

optical fibers) offrent, en plus de l'avantage d'avoir un petit diamètre de cœur, la possibilité de grandes longueurs d'interaction permettant d'augmenter le produit γL .

L'association de matériaux fortement non linéaires, tels que les verres de chalcogénure, et de structures guidantes, permettant un fort confinement telles que les MOFs, permet d'atteindre des non-linéarités parmi les plus fortes dans les fibres optiques (typiquement supérieures à $1 \text{ kW}^{-1}\text{km}^{-1}$).

Les fibres optiques microstructurées en verre de chalcogénure

Les recherches sur la non-linéarité des verres de chalcogénure commencent en 1953 [33]. En 1965 la première fibre optique en verre de chalcogénure fut démontrée avec succès [34]. Peu après l'apparition des MOFs en 1996, la première MOF en verre de chalcogénure de composition GaLaS fut démontrée en 2000 par T. M. Monro *et al.* [8]. Les premières preuves du guidage dans des MOFs en verre de chalcogénure ont été obtenues en 2005 par le Naval Research Laboratory (USA) [35] et le consortium breton composé de l'Institut des Sciences Chimiques de Rennes (anciennement Laboratoire Verres et Céramiques), Perfos et le laboratoire Foton [9]. Depuis, de nombreuses MOFs en verre chalcogénure de compositions et de structures différentes ont été proposées dans le but d'améliorer leur non-linéarité tout en réduisant l'atténuation et la dispersion [36]–[39]. Nous reviendrons plus en détails sur les MOFs en verre de chalcogénure dans le chapitre 4.

1.3 Notions sur les communications par fibres optiques

A partir des années 90, les communications par fibre optique se sont imposées pour permettre d'échanger de grandes quantités de données à travers le monde. En raison de sa forte capacité de transmission, qui n'a cessé d'augmenter depuis ses débuts, cette technologie, associée à toutes les nouvelles technologies de l'information et de la communication, a profondément changé les modes de vie. La demande toujours grandissante en termes de quantité de données échangées crée un perpétuel besoin d'augmenter la capacité de transmission du signal et de traitement de données. En raison de leur rapidité et de leur transparence au débit, les solutions d'interconnexion optique ou de traitement tout optique du signal ont été considérées comme des solutions potentielles pour pallier les limitations de l'électronique et traiter une plus grande quantité de données.

1.3.1 Traitement tout optique du signal

La principale motivation à l'utilisation du traitement tout optique du signal est qu'il permet de traiter des signaux avec des débits très importants sans les convertir dans le domaine électrique. L'amplification optique dans les amplificateurs à fibre dopée à l'erbium

est, par exemple, une des premières fonctions de traitement tout optique qui ait été développée. Elle permet d'amplifier simultanément plusieurs longueurs d'onde à des débits de plusieurs dizaines de Gbit/s chacune sans distorsion (excepté l'ajout de bruit inhérent à ce type d'amplificateur). D'autres fonctions de traitement tout optique du signal, utilisant l'optique non linéaire, ont été intensément étudiées ces dernières années. La régénération optique, par exemple, permet d'améliorer la qualité d'un signal optique et augmenter les performances d'une liaison optique [40]. La conversion de fréquence (ou de longueur d'onde) permet aux données d'être transférées, d'une porteuse à une autre, dans le domaine optique sans limitation, ou presque, de débit [41]. Ceci permet de réaliser des fonctions de routage tout optique de l'information par exemple.

Le traitement tout optique du signal exploite différents effets non linéaires dans différents matériaux, qu'il s'agisse d'effets non linéaires d'ordre 2 ou d'ordre 3. La susceptibilité non linéaire d'ordre trois, $\chi^{(3)}$, nous intéressera plus particulièrement dans ce manuscrit. Elle donne naissance à l'auto-modulation de phase, la modulation de phase croisée et le mélange à quatre ondes, comme évoqué au paragraphe 1.2. Une propriété très intéressante des ces effets, pour les communications optiques notamment, est leur réponse femtoseconde qui permet de manipuler et traiter optiquement les signaux de données à très haut débit.

Parmi les dispositifs non linéaires les plus utilisés, on trouve principalement les fibres optiques fortement non linéaires [42], les amplificateurs optiques à semi-conducteurs [43], les guides optiques en silicium [44] ou les guides et fibres optiques en verre de chalcogénure [11], [45]. Les fonctions qui peuvent être effectuées par ces systèmes non linéaires sont la conversion de longueur d'onde, le multiplexage et le démultiplexage optique, la conversion analogique-numérique ou numérique-analogique, la régénération optique, les opérations logiques optiques (AND, OR, XOR, etc.) et bien plus encore.

Les dispositifs non linéaires utilisés pour le traitement tout optique du signal doivent remplir un certain nombre de conditions. Tout d'abord, ils doivent être les plus non linéaires possible de manière à ce que les puissances optiques mises en jeu soient les plus faibles possibles. Il doivent également avoir de faibles pertes pour, d'une part, assurer une bonne transmission optique et, d'autre part, permettre des longueurs d'interaction non linéaire les plus longues possibles dans le dispositif. On demande également à ce que ces dispositifs soient les plus compacts et les plus compatibles avec les autres composants fibrés des systèmes de communications optiques. Enfin, en fonction des applications, la dispersion chromatique du composant doit être la plus faible possible afin de pouvoir utiliser les dispositifs à de très hauts débits sur une plage de longueurs d'onde la plus étendue possible.

C'est dans l'objectif de réunir toutes ces conditions, que le laboratoire Foton a entrepris, dès 2003, des travaux de recherche sur les fibres optiques microstructurées en verre de chalcogénure. Ces travaux ont fait l'objet de trois thèses au laboratoire Foton [10], [46],

[47] et, en 2012, les premières fonctions de traitement tout optique du signal ont pu être démontrées pour la première fois dans ces fibres. Il s'agissait de fonctions de conversion de longueur d'onde à 42,7 Gb/s et 56 Gb/s [11] et de démultiplexage temporel à 170,8 Gb/s [12]. L'effet non linéaire exploité était le FWM. Toutefois, la dispersion chromatique dans ces fibres restait élevée et limitait la possibilité de réaliser des dispositifs plus large bande. C'est donc dans ce contexte qu'a démarré ma thèse, dans l'objectif d'exploiter de nouvelles fibres à plus faible dispersion chromatique pour le traitement tout optique du signal. La caractérisation de nouvelles fibres optiques en verre de chalcogénure fera l'objet du chapitre 4.

1.3.2 Formats de modulation

Les bits d'information transmis dans une fibre optique peuvent être codés sur l'amplitude et/ou la phase de l'onde optique. En général n bits d'information peuvent former $M = 2^n$ états. Chacun de ces M états peut être représenté par un symbole dans le plan complexe. Comme le montre la figure 1.10, il est possible de choisir différents symboles avec des amplitudes distinctes, des phases distinctes ou même une combinaison entre différentes amplitudes et phases. Ces trois cas donnent respectivement les codages de type *amplitude-shift keying* (ASK), *phase-shift keying* (PSK) et *quadrature-amplitude modulation* (QAM).

La figure 1.10(a) représente un format de modulation de type ASK où chaque symbole peut prendre deux états possibles, 0 ou 1. Ce type de format permet donc de coder 1 bit d'information (c'est-à-dire 2 valeurs binaires) par symbole. Pour ce type de format, où seule l'amplitude du signal varie, une détection directe, mesurant seulement l'intensité du signal optique, est suffisante.

La figure 1.10(b) représente un format de modulation de type PSK où chaque symbole peut prendre quatre états possibles : 0, $e^{i\pi/2}$, $e^{i\pi}$ ou $e^{-i\pi/2}$. Ce format est qualifié de *quadrature PSK* (QPSK). Les différents symboles ont la même amplitude et ne diffèrent entre eux que par la valeur de leur phase. Dans ce cas, une détection cohérente, sensible à la phase, doit être utilisée en réception. Ce format de modulation, à quatre valeurs, permet de coder 2 bits par symbole, comme l'illustre la figure 1.10(b). Lorsqu'un format PSK ne code que 2 états, il est qualifié de *binary PSK* (BPSK).

La figure 1.10(c) représente un format de modulation de type 16-QAM. Ce format code 16 symboles qui diffèrent entre eux à la fois en amplitude et en phase. Ces 16 états correspondent donc à 4 bits d'information codés par symbole. Ici aussi, une détection cohérente est nécessaire pour discriminer la phase.

Pour un même débit symbole, par exemple de 25 GBaud, le format ASK permet donc un débit d'information de 25 Gb/s, le format QPSK de 50 Gb/s et le format 16-QAM de 100 Gb/s. Pour augmenter le débit d'information sans augmenter le débit symbole, il est

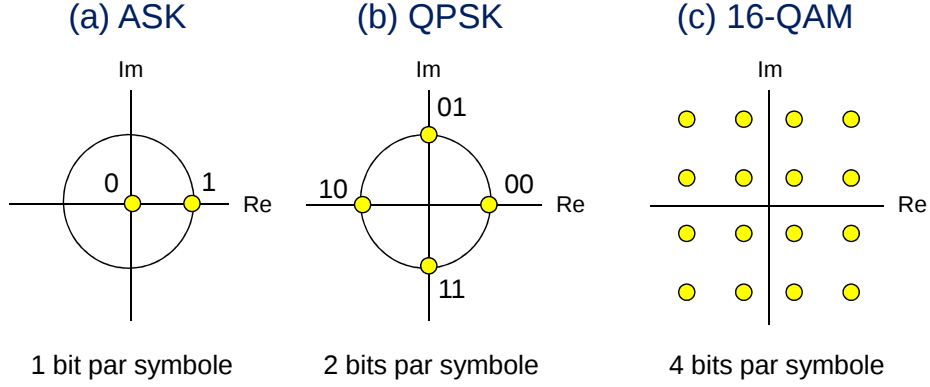


Figure 1.10. Exemples de formats de modulation exploitant l'amplitude de l'onde (a), la phase de l'onde (b) et les deux (c).

également possible de multiplexer un signal optique sur deux polarisations, multipliant ainsi le débit d'information par deux. Par exemple, un format *polarization-multiplexed* QPSK (PM-QPSK) à 25 GBaud atteint un débit de 100 Gb/s.

Comme illustré sur la figure 1.10, plutôt que de définir les symboles par leur amplitude et leur phase, il est possible de les définir par leur partie réelle (Re) et leur partie imaginaire (Im). En théorie du signal, la partie réelle est souvent appelée la composante en phase (I) et la partie imaginaire la composante en quadrature de phase (Q). Les composantes I et Q sont donc deux composantes en quadrature de phase l'une par rapport à l'autre.

Dans le chapitre 3, nous nous intéresserons à un mécanisme non linéaire permettant de convertir les deux composantes en quadrature d'un signal optique vers deux longueurs d'onde différentes. Son principe physique est basé sur le FWM. Il permet par exemple de convertir un signal QPSK vers deux signaux BPSK. L'intérêt de réaliser ce type de conversion dans le domaine optique, sans avoir recours à l'électronique, est de pouvoir continuer à disposer dans le domaine optique des deux signaux BPSK et de, par exemple, les aiguiller vers des destinations différentes à un nœud d'interconnexion du réseau.

1.4 Conclusion

Nous avons abordé dans ce chapitre des éléments généraux qui vont permettre au lecteur de mieux appréhender les études présentées dans les trois chapitres suivants.

Dans une première partie, nous avons évoqué les fibres optiques en mettant l'accent sur les caractéristiques sur lesquelles nous reviendrons dans les différents chapitres du manuscrit, à savoir l'aire effective, l'atténuation et la dispersion chromatique.

Dans une deuxième partie, nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux effets non linéaires dans les fibres optiques. Après avoir brièvement rappelé les principaux effets non linéaires, nous nous sommes focalisés sur le FWM qui sera à la base des études qui vont

suivre. Nous avons rappelé les équations utilisées pour modéliser le FWM non dégénéré et le FWM dégénéré et avons pointé du doigt la difficulté d'établir les équations d'évolution dans les configurations de FWM multiple impliquant un nombre quelconque d'ondes. Dans le chapitre 2, nous reviendrons sur ce point et présenterons une méthode permettant d'établir les équations d'évolution d'un processus de FWM multiple à N ondes. Nous avons ensuite introduit les fibres optiques non linéaires en verre de chalcogénure qui feront l'objet d'une présentation plus détaillée et d'une étude plus approfondie dans le chapitre 4.

Enfin, dans la troisième partie, nous avons présenté la thématique de recherche très active du traitement tout optique du signal dans le domaine des communications optiques. Nous en avons profité pour décrire brièvement les formats de modulation avancés. Nous présenterons, dans le chapitre 3, l'étude d'un convertisseur de fréquence sensible à la phase à base FWM dans une fibre optique non linéaire, permettant la décomposition, sur des fréquences porteuses différentes, des deux composantes en quadrature d'un signal optique.

CHAPITRE 2

ETUDE DU MÉLANGE À QUATRE ONDES MULTIPLE

Comme évoqué au chapitre précédent, le phénomène de mélange à quatre ondes multiple (MFWM pour *multiple four-wave mixing*) provient de la présence, dans un milieu non linéaire, d'un nombre quelconque N d'ondes, espacées du même écart en fréquence, et pouvant échanger de l'énergie par FWM de multiples façons. La difficulté pour établir les équations d'évolution des N ondes provient de la problématique d'identification de tous les termes de FWM et de leurs désaccords de phase associés. En voulant étudier de près cette question, dans l'objectif de modéliser des peignes de fréquences, nous n'avons pas trouvé, dans la littérature, de description simple et facilement utilisable, permettant de déterminer les équations d'évolution d'un processus de MFWM impliquant un nombre quelconque N d'ondes. Nous avons donc élaboré notre propre formulation générale. Comme nous le verrons, elle permet d'identifier, simplement et sans risque d'omission, tous les termes de FWM et leurs désaccords de phase associés dans les équations d'évolution des ondes. Nous présentons dans ce chapitre cette formulation générale ainsi que les études théoriques et expérimentales associées que nous avons menées.

La partie 2.1 présente un bref état de l'art sur la modélisation du MFWM. Nous verrons à cette occasion les limites des modèles proposés. Dans la partie 2.2 nous présentons la méthode nous ayant permis d'élaborer notre formulation générale et donnons un exemple de son utilisation pour $N = 6$ ondes. Dans la partie 2.3 nous proposons une étude théorique, à la fois numérique et analytique, mettant en avant les avantages de notre modèle. Enfin, dans la partie 2.4, nous proposons une expérience permettant de valider notre démarche.

2.1 Etat de l'art sur la modélisation du mélange à quatre ondes multiple

Le processus de MFWM est présent dès que plusieurs idlers sont générés à partir de deux ondes pompes de fréquences différentes. Le nombre d'idlers générés peut varier de deux, lorsqu'il s'agit d'un processus de MFWM à quatre ondes, à un très grand nombre d'ondes (sans limite supérieure). L'équation non linéaire de Schrödinger (ENLS), présentée au paragraphe 1.2.2, est un moyen efficace de décrire les processus de MFWM. En effet, à partir de la description du champ électrique $A(0)$ en entrée de fibre (pouvant par exemple correspondre à la somme des amplitudes de plusieurs ondes pompe de fréquences différentes), la résolution numérique de l'ENLS permet de déterminer, en sortie de fibre de longueur L , le champ électrique $A(L)$ ayant subi les effets combinés de la non-linéarité Kerr et de la dispersion. En raison des différents processus de FWM évoqués au chapitre 1, le champ $A(L)$ peut contenir de nouvelles fréquences. L'analyse spectrale du champ électrique en sortie de fibre permet, par exemple, d'étudier le nombre d'idlers créés et de déterminer leur puissance et leur phase. L'ENLS a été utilisée avec succès pour l'étude de phénomènes non linéaires complexes où entrent en jeu, de manière explicite ou non, des processus de MFWM, tels que la génération de peignes de fréquences [48], [49], l'instabilité de modulation [50], [51], la récurrence de Fermi-Pasta-Ulam [52], [53] ou le soliton Peregrine [54], pour n'en citer que quelques-uns.

Si l'ENLS est très puissante pour la description de phénomènes non linéaires dans les fibres, elle ne traite l'amplitude des ondes de fréquences différentes, que comme un seul champ électrique A . Il peut parfois s'avérer utile de décomposer le champ électrique en une somme de composantes spectrales discrètes et d'étudier la propagation de chaque composante individuellement sous l'influence des effets non linéaires. Dans l'étude de la modulation d'intensité en présence de MFWM par exemple, Armaroli *et al.* [55], [56] décomposent l'ENLS en quatre équations couplées (deux pour les pompes et deux pour les idlers) et retrouve le jeu d'équations (1.48)-(1.49), présenté au paragraphe 1.2.3.3. Si dans le cas d'un MFWM à quatre ondes, le jeu de quatre équations d'évolution est facile à déterminer, il n'en va pas de même lorsque le nombre d'ondes augmente, en raison de la difficulté à identifier tous les termes de FWM pouvant contribuer à des échanges d'énergie et de leurs désaccords de phase associés. De manière assez surprenante, nous n'avons pas trouvé, dans la littérature, de description claire permettant cette identification.

En 1991, J. R. Thompson et R. Roy publient deux articles à propos du MFWM [13], [14]. Ils proposent une équation générale qui permet de déduire les équations couplées pour chaque onde. Les hypothèses utilisées par les auteurs sont les suivantes : deux ondes pompe de fréquence ω_1 et ω_2 vont générer deux idlers de premier ordre aux fréquences ω_3 et ω_4 de

part et d'autre des fréquences pompe, puis, par effet de FWM en cascade, deux idlers de deuxième ordre sont générés aux fréquences ω_5 et ω_6 de part et d'autre des fréquences ω_3 et ω_4 comme le montre la figure 2.1.

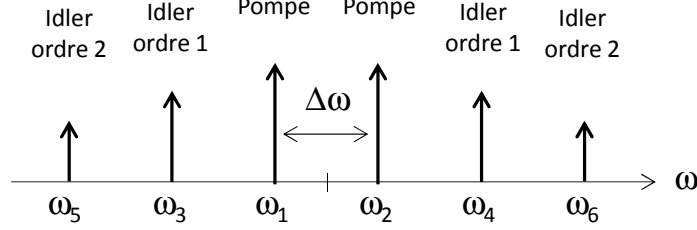


Figure 2.1. Représentation des ondes dans le modèle utilisé par Thompson et Roy [13].

L'équation générale proposée par les auteurs est la suivante

$$\frac{dU_j}{dz} = i\gamma P_1 \left[\left(|U_j|^2 + 2 \sum_{k \neq j} |U_k|^2 \right) U_j + \sum_{kmn}^* d_{kmn} U_k U_m U_n^* e^{i\Delta\beta_{kmn}z} \right], \quad (2.1)$$

où $j, k, m, n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ avec $k, m \neq n$, U_j est l'amplitude normalisée de l'onde de fréquence ω_j , P_1 la puissance des pompes en entrée de la fibre, z la coordonnée longitudinale, γ le coefficient non linéaire, d_{kmn} un facteur de dégénérescence valant 1 lorsque $k = m$ et 2 lorsque $k \neq m$ et $\Delta\beta_{kmn}$ le désaccord de phase. Dans cette équation $\sum_{kmn}^*$ représente la somme des termes dont les permutations d'indices k, m, n vérifient $\omega_k + \omega_m - \omega_n = \omega_j$. Cette somme de termes doit permettre de trouver toutes les combinaisons possibles de couplage à quatre ondes (dégénéré et non dégénéré) entre les six ondes présentes. Notons que cette équation peut être utilisée pour un nombre d'ondes supérieur à 6.

On peut reprocher à cette formule de ne pas être très explicite quant à la méthode de recherche des termes de FWM. La somme des termes de FWM est seulement décrite par la notation $\sum_{kmn}^*$ qui ne décrit pas, de notre point de vue, de manière claire, les règles de permutation d'indice. Nous verrons d'ailleurs ci-dessous que les auteurs ont omis certains termes de FWM dans les études qui ont suivi. Par ailleurs, précisons que les désaccords de phase présentés par les auteurs ne prennent en compte que la dispersion d'ordre 2 et non les coefficients d'ordre 3 et 4 comme nous le proposerons plus tard. Dans l'étude [14] qui suit l'article dans lequel est présentée la formule générale précédente, les auteurs proposent l'équation d'évolution suivante pour la pompe de fréquence ω_1

$$\begin{aligned} \frac{dU_1}{dz} = & i\gamma P_1 \left[\left(|U_1|^2 + 2 \sum_{j(\neq 1)} |U_j|^2 \right) U_1 \right. \\ & + 2U_3 U_2 U_1^* e^{i\Delta k z} + 2U_3 U_4 U_2^* e^{2i\Delta k z} + 2U_5 U_6 U_2^* e^{6i\Delta k z} \\ & \left. + U_2^2 U_4^* e^{-i\Delta k z} + U_3^2 U_5^* e^{-i\Delta k z} \right]. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dans l'équation (2.2), cinq termes de FWM ont été identifiés par les auteurs alors qu'en réalité ils sont au nombre de neuf comme nous le verrons ultérieurement. Les termes omis

par les auteurs sont ici les termes faisant apparaître les produits $U_2U_4U_6^*$, $U_2U_5U_3^*$, $U_3U_6U_4^*$ et $U_4U_5U_1^*$.

En 2008 X.-M. Liu propose un modèle d'équations couplées de sept à douze ondes [57]. Pour ce faire, il s'inspire de l'équation proposée par Thompson et Roy. Le premier groupe d'équations pour sept ondes est complet. Pour douze ondes il fait une simplification ne prenant en compte que les termes les plus intenses contenant 3 pompes. Pour l'expression des désaccords de phase, il les simplifie suivant les deux possibilités suivantes

$$\Delta\beta = \begin{cases} \Delta\omega^2\beta_2 + \Delta\omega^4\beta_4/12 + \Delta\omega^6\beta_6/360 + \dots & (k = l), \\ 2\Delta\omega^2\beta_2 + 5\Delta\omega^4\beta_4/12 + 91\Delta\omega^6\beta_6/2880 + \dots & (k \neq l), \end{cases} \quad (2.3)$$

suivant qu'il s'agisse de termes dégénérés ($k = l$) ou non dégénérés ($k \neq l$). Comme nous le verrons plus loin, il existe en réalité une plus grande diversité de termes de désaccord de phase dans les équations décrivant un processus de MFWM.

En 2009 X. Xu *et al.* [58] réécrivent les équations de Thompson et Roy de façon plus pratique. L'équation qui donne les équations couplées est réécrite en quatre parties. La première partie représente la SPM et la XPM (comme habituellement), la seconde est le mélange à quatre ondes non dégénéré. La troisième et la dernière partie représentent respectivement le mélange à quatre ondes partiellement dégénéré et le mélange à quatre onde dégénéré. L'équation est la suivante

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_m}{\partial z} = & i\gamma \left[\left(|A_m|^2 + 2 \sum_{k \neq m} |A_k|^2 \right) A_m \right. \\ & + 2 \sum_{def} A_d A_e A_f^* \exp(i\Delta\beta_{defm}z) \\ & + 2 \sum_{de} A_d A_e A_m^* \exp(i\Delta\beta_{demm}z) \\ & \left. + \sum_{de} A_d^2 A_e^* \exp(i\Delta\beta_{ddem}z) \right]. \end{aligned} \quad (2.4)$$

L'expression des désaccords de phase est, quant à elle, tronquée à l'ordre trois de la manière suivante

$$\Delta\beta_{defm} = \beta_2(\omega_0)(\omega_d - \omega_f)(\omega_d - \omega_m) + \frac{1}{2}\beta_3(\omega_0)(\omega_d - \omega_f)(\omega_d - \omega_m)(\omega_f + \omega_m - 2\omega_0) + \dots \quad (2.5)$$

Là encore, la formule générale (2.4) ne donne que peu d'information sur la manière d'identifier, sans en omettre, tous les termes de FWM.

En 2015, W. Xie *et al.* [59] proposent un modèle complet à sept ondes leur permettant d'étudier l'influence des désaccords de phase dans un amplificateur paramétrique sensible à la phase, pompé par deux ondes et faisant apparaître des couplages par MFWM.

En résumé, à notre connaissance, les seules formules générales permettant d'établir les équations d'un processus de MFWM à N ondes, sont les relations (2.1) ou (2.4), pour lesquelles les règles de permutation d'indices, permettant d'identifier tous les termes de FWM, ne sont pas clairement écrites. Dans ce chapitre, notre contribution sera de proposer une formulation plus détaillée permettant d'identifier, sans risque d'omission, tous les termes de FWM d'un processus de MFWM à N ondes. De plus, nous proposerons des relations analytiques permettant de déterminer les désaccords de phase associés à tous les termes de FWM, quel que soit l'ordre de la dispersion considéré.

2.2 Etablissement d'une équation générale pour le mélange à quatre ondes multiple

Nous présentons dans cette partie la démarche que nous avons suivie pour établir une équation générale permettant d'identifier systématiquement tous les termes de FWM, et leurs désaccords de phase associés, entrant en jeu dans un processus de MFWM impliquant un nombre quelconque N d'ondes.

2.2.1 Equations d'évolution

Nous considérons une fibre monomode de longueur L avec une atténuation α et un coefficient non linéaire Kerr γ . Rappelons que la constante de propagation $\beta(\omega)$ du mode fondamental peut être décomposée en série de Taylor autour d'une fréquence ω_0 de la manière suivante

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k!} \beta_k (\omega - \omega_0)^k, \quad (2.6)$$

où β_0 est la valeur de la constante de propagation en ω_0 et β_k est le $k^{\text{ème}}$ ordre de la constante de propagation en ω_0 . Comme nous l'avons déjà vu, β_1 est l'inverse de la vitesse de groupe et les paramètres $\beta_2, \beta_3, \beta_4$, etc. sont les coefficients du développement de la dispersion de vitesse de groupe. Considérons maintenant une onde de fréquence centrale ω_0 , polarisée arbitrairement, se propageant dans la fibre. Son champ électrique s'exprime de la manière suivante

$$\mathbf{E}(z, t) = \frac{1}{2} \mathbf{u} \left[A(z, t) e^{i(\beta_0 z - \omega_0 t)} + \text{c.c.} \right], \quad (2.7)$$

où $\mathbf{u}$ est un vecteur unitaire dans le plan transverse de la fibre, $A(z, t)$ est l'amplitude complexe lentement variable du champ électrique, t est le temps, z la coordonnée longitudinale le long de la fibre. Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, l'évolution de $A(z, t)$, sous l'influence simultanée des pertes de la fibre, de la dispersion et de l'effet Kerr, peut

être décrite par l'équation non linéaire de Schrödinger (ENLS) [7] donnée par

$$\frac{\partial A}{\partial z} - \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{i^{k+1} \beta_k}{k!} \frac{\partial^k A}{\partial t^k} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma |A|^2 A. \quad (2.8)$$

Cette équation est similaire à l'équation (1.24) que nous avons présentée au chapitre 1 à ceci près que nous n'avons pas tronqué ici le développement de la constante de propagation pour plus de généralité. A partir de cette équation, nous allons maintenant établir les N équations d'évolution d'un processus de FWM impliquant N ondes.

Nous considérons N ondes de fréquences $\omega_1, \dots, \omega_N$, se propageant dans la fibre. Ces ondes sont espacées deux à deux du même écart fréquentiel $\Delta\omega$. Elles peuvent représenter indifféremment des ondes pompe, signal ou idler dans un processus de MFWM. La figure 2.2 représente schématiquement l'emplacement de ces ondes dans le domaine fréquentiel. La fréquence centrale ω_0 est choisie au centre du peigne, comme l'indique la figure 2.2. Sur cette figure le cas particulier d'un nombre N pair est représenté si bien que la fréquence centrale ω_0 se situe entre deux fréquences du peigne. Si N était impair, la fréquence centrale ω_0 coïnciderait avec la fréquence centrale du peigne de fréquences. D'après la figure 2.2, n'importe quelle fréquence ω_j du peigne peut s'exprimer en fonction de ω_0 et $\Delta\omega$ de la manière suivante

$$\omega_j = \omega_0 + \left(j - \frac{N+1}{2}\right) \Delta\omega. \quad (2.9)$$

Notons que cette relation est valable quel que soit N (pair ou impair). Signalons également que si l'on choisit que les fréquences sont croissantes en fonction de l'indice j , ceci implique que $\Delta\omega$ est positif.

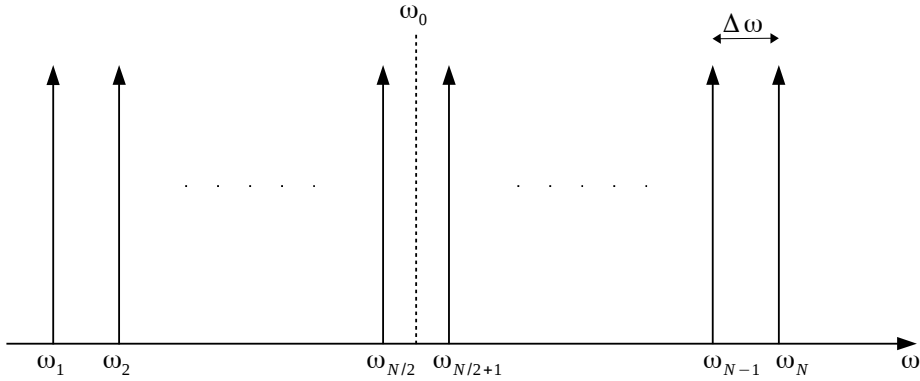


Figure 2.2. Représentation fréquentielle des N ondes.

Le champ électrique total se propageant dans la fibre peut maintenant être réécrit comme la somme de N ondes en faisant apparaître les amplitudes de chaque onde

$$\mathbf{E}(z, t) = \frac{1}{2} \mathbf{u} \left[\sum_{n=1}^N A_n(z, t) e^{i(\beta(\omega_n)z - \omega_n t)} + \text{c.c.} \right], \quad (2.10)$$

où A_n est l'amplitude complexe lentement variable de l'onde de fréquence ω_n . Nous avons supposé que toutes les ondes avaient la même polarisation. L'équation précédente peut se réécrire

$$\mathbf{E}(z, t) = \frac{1}{2} \mathbf{u} \left\{ \left[\sum_{n=1}^N A_n(z, t) e^{i(\delta\beta_n z - \delta\omega_n t)} \right] e^{i(\beta_0 z - \omega_0 t)} + \text{c.c.} \right\}, \quad (2.11)$$

où $\delta\beta_n = \beta(\omega_n) - \beta_0$ et $\delta\omega_n = \omega_n - \omega_0$. Par analogie avec l'équation (2.7), nous pouvons donc exprimer l'enveloppe lentement variable du champ total présent dans l'ENLS comme suit

$$A(z, t) = \sum_{n=1}^N A_n(z, t) e^{i(\delta\beta_n z - \delta\omega_n t)}. \quad (2.12)$$

C'est donc maintenant l'expression (2.12) que nous allons injecter dans l'équation (2.8) afin d'extraire les équations d'évolution de chaque onde A_n . Pour simplifier, nous ne considérerons que des ondes continues et mettrons les dérivées temporelles à zéro. Nous obtenons donc, en injectant l'équation (2.12) dans l'équation (2.8), l'équation suivante

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N \left[\frac{\alpha}{2} A_n e^{i(\delta\beta_n z - \delta\omega_n t)} + \frac{dA_n}{dz} e^{i(\delta\beta_n z - \delta\omega_n t)} + i\delta\beta_n A_n e^{i(\delta\beta_n z - \delta\omega_n t)} \right. \\ \left. - i \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\beta_k}{k!} (\delta\omega_n)^k A_n e^{i(\delta\beta_n z - \delta\omega_n t)} \right] = i\gamma |A|^2 A. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Notons que dans l'équation (2.13), l'expression de A , donnée par l'équation (2.12), n'a pas encore été remplacée dans le terme $i\gamma |A|^2 A$. Nous le ferons après avoir simplifié le membre de gauche de l'équation (2.13). En utilisant l'équation (2.6), nous remarquons que deux termes du membre de gauche de l'équation (2.13) s'annulent et nous obtenons

$$\sum_{n=1}^N \left[\frac{dA_n}{dz} + \frac{\alpha}{2} A_n \right] e^{i(\delta\beta_n z - \delta\omega_n t)} = i\gamma |A|^2 A. \quad (2.14)$$

La prochaine étape est donc d'exprimer le terme $|A|^2 A = AAA^*$ en remplaçant A par son expression (2.12). Nous obtenons ainsi

$$AAA^* = \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{p=1}^N A_l A_m A_p^* e^{i[(\delta\beta_l + \delta\beta_m - \delta\beta_p)z - (\delta\omega_l + \delta\omega_m - \delta\omega_p)t]}. \quad (2.15)$$

Ce terme contient toutes les combinaisons possibles résultant du produit de N ondes. Si, par exemple, $N = 8$, le terme AAA^* comprendra 512 termes (dont certains pourront être identiques). Certains de ces termes seront à des fréquences plus grandes ou plus petites que les fréquences du peigne que nous avons considéré initialement. Nous allons maintenant tronquer cette somme de termes pour ne conserver que les termes aux mêmes fréquences que notre peigne initial. Ceci revient à identifier, dans l'équation (2.14), les termes de même fréquence optique entre le membre de gauche et le membre de droite de l'équation et impose donc la condition suivante

$$\delta\omega_n = \delta\omega_l + \delta\omega_m - \delta\omega_p, \quad (2.16)$$

ou, de manière équivalente,

$$\omega_l + \omega_m - \omega_p - \omega_n = 0. \quad (2.17)$$

Toutes les fréquences ω_j (avec $j = k, l, m, n$) sont espacées de multiples de $\Delta\omega$. Donc, en accord avec l'équation (2.9), la condition (2.17) conduit à

$$l = n + p - m. \quad (2.18)$$

Ceci permet d'enlever un degré de liberté à l'équation (2.15) qui peut se réécrire

$$AAA^* = \sum_{p=1}^N \sum_{m=1}^N A_{n+p-m} A_m A_p^* e^{i[(\delta\beta_{n+p-m} + \delta\beta_m - \delta\beta_p)z - \delta\omega_n t]}. \quad (2.19)$$

Le terme AAA^* ne contient maintenant plus que des composantes en $\exp(-i\delta\omega_n t)$. Dans l'équation (2.19), les termes pour lesquels $p = m = n$ sont les termes d'auto-modulation de phase tandis que les termes tels que $p = m \neq n$ sont responsables de la modulation de phase croisée. En identifiant les termes de même fréquence optique dans l'équation (2.14), nous pouvons écrire une équation pour chaque amplitude A_n des ondes de fréquences ω_n

$$\begin{aligned} \frac{dA_n}{dz} = & - \frac{\alpha}{2} A_n + i\gamma \left(|A_n|^2 + 2 \sum_{q=1(\neq n)}^N |A_q|^2 \right) A_n \\ & + i\gamma \sum_{p=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ (\neq n, \neq p)}}^N A_{n+p-m} A_m A_p^* e^{i\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n} z}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

où $\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n}$ est le désaccord de phase défini par

$$\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n} = \delta\beta_{n+p-m} + \delta\beta_m - \delta\beta_p - \delta\beta_n. \quad (2.21)$$

Dans l'équation (2.20), en raison du fait que la grandeur A_{n+p-m} doit correspondre à l'une des ondes $A_1, A_2, \dots$ ou A_N , les entiers m, n , et p doivent satisfaire la relation suivante

$$1 \leq n + p - m \leq N. \quad (2.22)$$

L'équation (2.20), associée à la condition (2.22), est donc une formulation générale permettant d'identifier tous les termes de FWM dans toutes les équations d'évolution des ondes impliquées dans un processus de FWM à N ondes. Contrairement aux formules peu explicites données dans la littérature (et déjà évoquées au paragraphe 2.1), notre formulation permet de déterminer, sans ambiguïté et sans risque d'omission, tous les termes de FWM grâce au dernier terme de l'équation sous la forme d'une double somme.

Pour bien comprendre l'utilisation de la formule (2.20), nous allons prendre l'exemple simple d'un modèle où cinq ondes entrent en jeu dans un processus de FWM et allons expliquer comment identifier tous les termes de FWM pour l'onde A_1 . Prenons donc $N = 5$

et $n = 1$ dans l'équation (2.20). Le tableau 2.1 contient toutes les expressions possibles du produit $A_{n+p-m}A_mA_p^*$ pour toutes les valeurs possible du couple de valeurs (p, m) . Dans ce tableau, les cellules avec le symbole '•' ne sont pas permises car elles ne satisfont pas aux conditions $m \neq n$ et $m \neq p$ présentes dans l'équation (2.20). Les cellules avec le symbole '◦' ne satisfont pas à la condition $1 \leq n + p - m \leq N$. Nous voyons donc que six termes possibles peuvent être identifiés dans le tableau 2.1. Ces termes correspondent aux contributions des termes de FWM à la fréquence ω_1 . Nous remarquons cependant que des termes apparaissent deux fois dans le tableau (les termes $A_2A_3A_4^*$ et $A_2A_4A_5^*$). Ceci est dû au fait que, pour une valeur donnée de p , deux valeurs différentes de m (m_1 et m_2) peuvent satisfaire la condition $n + p - m_1 = m_2$ et qu'en conséquence, nous avons également $n + p - m_2 = m_1$. Ces termes correspondent à des couplages entre quatre ondes de type FWM non dégénéré. Cette situation apparaît pour toutes les cellules excepté celles pour lesquelles $n + p - m = m$. Dans ce cas, les termes de FWM n'apparaissent qu'une seule fois. Ces termes, qui ne mettent en jeu que trois ondes différentes, sont des termes de FWM dégénéré. Finalement, si nous résumons ce qui se passe dans le cas où $N = 5$ seulement quatre termes de FWM apparaissent dans l'équation d'évolution de l'onde A_1 . Ces termes sont $A_2^2A_3^*$, $A_3^2A_5^*$, $2A_2A_3A_4^*$ et $2A_2A_4A_5^*$. Pour éviter la redondance des termes de FWM que nous venons de pointer nous proposerons par la suite une formule un peu différente pour l'équation d'évolution d'une onde A_n .

		m				
		1	2	3	4	5
p	1	•	◦	◦	◦	◦
	2	•	•	◦	◦	◦
	3	•	$A_2^2A_3^*$	•	◦	◦
	4	•	$A_3A_2A_4^*$	$A_2A_3A_4^*$	•	◦
	5	•	$A_4A_2A_5^*$	$A_3^2A_5^*$	$A_2A_4A_5^*$	•

Tableau 2.1. Expressions possibles du produit $A_{n+p-m}A_mA_p^*$ en fonction de p et m pour $N = 5$ et $n = 1$.

2.2.2 Calcul des désaccords de phase

Dans cette partie, nous allons calculer le désaccord de phase $\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n}$. Le calcul que nous allons présenter nous a été proposé par notre collègue Michel Joindot du laboratoire Foton et est plus simple et plus élégant que le calcul que nous avons initialement proposé et que nous ne présenterons pas ici.

Le désaccord de phase $\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n}$ est donné par la relation (2.21). Rappelons tout d'abord que

$$\delta\beta_j = \beta(\omega_j) - \beta_0 = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k!} \beta_k \delta\omega_j^k, \quad (2.23)$$

avec

$$\delta\omega_j = \omega_j - \omega_0 = \left(j - \frac{N+1}{2}\right) \Delta\omega. \quad (2.24)$$

Par la suite, afin d'alléger les notations, nous poserons

$$K = -\frac{N+1}{2}, \quad (2.25)$$

et

$$q_j = j + K. \quad (2.26)$$

Enfin, nous réutiliserons la condition

$$l = n + p - m. \quad (2.27)$$

Nous pouvons écrire le désaccord de phase $\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n}$, donné par la relation (2.21), de la manière suivante

$$\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n} = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k!} \beta_k q_l^k \Delta\omega^k + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k!} \beta_k q_m^k \Delta\omega^k - \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k!} \beta_k q_p^k \Delta\omega^k - \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k!} \beta_k q_n^k \Delta\omega^k. \quad (2.28)$$

En remarquant que $q_l + q_m - q_p - q_n = 0$ en raison de la relation (2.27), les termes en β_1 disparaissent dans l'expression précédente et la somme peut commencer à l'ordre 2. En posant

$$\Delta_k = q_l^k + q_m^k - q_p^k - q_n^k, \quad (2.29)$$

le désaccord de phase $\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n}$ devient

$$\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n} = \sum_{k=2}^{+\infty} \frac{1}{k!} \beta_k \Delta_k \Delta\omega^k. \quad (2.30)$$

Le désaccord de phase est donc constitué de la somme des différents paramètres de dispersion ($\beta_2, \beta_3, \beta_4 \dots$) affectés d'un coefficient dépendant du paramètre Δ_k . Nous allons maintenant proposer des expressions analytiques pour les premiers ordres de Δ_k en fonction des entiers m, n , et p dont dépend le désaccord de phase. Dans les calculs suivants nous introduirons la quantité S_k définie par

$$S_k = l^k + m^k - p^k - n^k. \quad (2.31)$$

Calcul de Δ_2

Nous avons

$$\Delta_2 = q_l^2 + q_m^2 - q_p^2 - q_n^2 = (l + K)^2 + (m + K)^2 - (p + K)^2 - (n + K)^2. \quad (2.32)$$

Compte tenu de la relation (2.27) entre les quatre entiers l , m , p et n , on peut écrire

$$\Delta_2 = l^2 + m^2 - p^2 - n^2 = S_2. \quad (2.33)$$

Il est donc maintenant facile d'exprimer Δ_2 en fonction de m , n et p en remplaçant l par $n + p - m$ dans l'équation précédente. Cependant, plutôt que de faire de cette façon, et dans le but d'introduire une méthode qui servira pour le calcul des Δ_k d'ordre supérieur, nous allons remarquer qu'en raison du fait que $l + m = n + p$, on a

$$(l + m)^2 - (p + n)^2 = 0. \quad (2.34)$$

En développant cette expression, on peut écrire

$$l^2 + m^2 - p^2 - n^2 = 2(np - lm), \quad (2.35)$$

d'où, en utilisant la relation (2.27),

$$S_2 = l^2 + m^2 - p^2 - n^2 = 2(n - m)(p - m). \quad (2.36)$$

Nous obtenons donc, pour le coefficient Δ_2 ,

$$\Delta_2 = 2(n - m)(p - m). \quad (2.37)$$

A ce stade, si nous ne considérons que le paramètre de dispersion d'ordre 2, le désaccord de phase $\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n}$ peut donc s'écrire

$$\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n} = (n - m)(p - m)\beta_2\Delta\omega^2. \quad (2.38)$$

Nous allons maintenant donner l'expression des coefficients Δ_k d'ordre supérieur dans les cas où les paramètres β_3 , β_4 , ou plus, doivent être pris en compte.

Calcul de Δ_3

Pour Δ_3 nous devons calculer

$$\Delta_3 = q_l^3 + q_m^3 - q_p^3 - q_n^3 = (l + K)^3 + (m + K)^3 - (p + K)^3 - (n + K)^3. \quad (2.39)$$

Nous suivons la même méthode que pour Δ_2 et, toujours compte tenu de la relation entre les quatre entiers, nous pouvons écrire

$$\Delta_3 = l^3 + m^3 - p^3 - n^3 + 3K(l^2 + m^2 - p^2 - n^2), \quad (2.40)$$

soit

$$\Delta_3 = S_3 + 3KS_2. \quad (2.41)$$

La quantité S_2 est donnée par la relation (2.36). Il nous faut donc calculer S_3 . Pour cela, d'une manière similaire au calcul de S_2 , nous utiliserons le fait que

$$(l+m)^3 - (p+n)^3 = 0, \quad (2.42)$$

ce qui permet d'écrire, après quelques simplifications,

$$l^3 + m^3 - p^3 - n^3 = 3(n+p)(np - lm), \quad (2.43)$$

d'où, en utilisant la relation (2.27),

$$S_3 = 3(n+p)(n-m)(p-m). \quad (2.44)$$

En reportant cette expression dans l'équation (2.41), nous trouvons

$$\Delta_3 = 3(n-m)(p-m)(p+n+2K). \quad (2.45)$$

Calcul de Δ_4

La même démarche va être appliquée à l'ordre 4. Nous partons de la définition suivante de Δ_4

$$\Delta_4 = q_l^4 + q_m^4 - q_p^4 - q_n^4 = (l+K)^4 + (m+K)^4 - (p+K)^4 - (n+K)^4. \quad (2.46)$$

Nous pouvons ensuite montrer que

$$\Delta_4 = S_4 + 4KS_3 + 6K^2S_2. \quad (2.47)$$

Les quantités S_2 et S_3 étant déjà connues, il nous faut calculer la quantité S_4 . Comme précédemment, nous partons de la relation

$$(l+m)^4 - (p+n)^4 = 0, \quad (2.48)$$

et, moyennant quelques simplifications, nous en déduisons que

$$S_4 = (n-m)(p-m) \left[4(p^2 + n^2) + 4pn + 2(n-m)(p-m) \right]. \quad (2.49)$$

En reportant cette expression dans l'équation (2.47), nous trouvons, après quelques simplifications

$$\Delta_4 = (n-m)(p-m) \left[3(p+n+2K)^2 + (p-m)^2 + (n-m)^2 \right]. \quad (2.50)$$

Poursuite des calculs au-delà de l'ordre 4

La méthode utilisée pour calculer les quantités Δ_k jusqu'à l'ordre 4 s'étend sans difficulté. La quantité Δ_k (k quelconque) s'obtient comme une combinaison linéaire des quantités $S_2, S_3, \dots, S_{k-1}, S_k$. Les quantités $S_2, S_3, \dots, S_{k-2}, S_{k-1}$ sont connues car elles ont été nécessaires pour calculer les désaccords $\Delta_2, \Delta_3, \dots, \Delta_{k-2}, \Delta_{k-1}$. Le calcul de Δ_k se ramène donc au calcul de S_k . Pour l'obtenir, on utilise la relation

$$(l + m)^k - (p + n)^k = 0. \quad (2.51)$$

Elle permet d'exprimer S_k comme une combinaison de termes de degré $k - 1$. On poursuit ensuite le calcul comme on l'a fait pour les ordres inférieurs et on cherchera à factoriser par $(n - m)(p - m)$.

2.2.3 Résumé

Finalement, nous avons obtenu une formule générale permettant d'établir les N équations d'évolution des amplitudes A_n des ondes lors d'un processus de mélange à quatre ondes multiple impliquant un nombre quelconque N d'ondes, espacées du même écart fréquentiel $\Delta\omega$. Nous allons rappeler ici les formules utiles en apportant une modification à l'équation (2.20). En effet pour éviter la redondance mentionnée précédemment et apparaissant dans le tableau 2.1, nous avons ajouté dans l'équation un facteur de dégénérescence d_{n+p-m} . Dans ce cas l'amplitude A_n des ondes obéit aux équations différentielles de la forme

$$\begin{aligned} \frac{dA_n}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_n + i\gamma \left(|A_n|^2 + 2 \sum_{q=1(\neq n)}^N |A_q|^2 \right) A_n \\ & + i\gamma \sum_{p=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ (\neq n, \neq p)}}^N d_{n+p-m} A_{n+p-m} A_m A_p^* e^{i\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n}z}, \end{aligned} \quad (2.52)$$

où le désaccord de phase $\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n}$ est donné, jusqu'au quatrième ordre de la dispersion, par

$$\begin{aligned} \Delta\beta_{n+p-m,m,p,n} = & \Delta\omega^2\beta_2(n-m)(p-m) \\ & + \frac{1}{2}\Delta\omega^3\beta_3(n-m)(p-m)(n+p-N-1) \\ & + \frac{1}{24}\Delta\omega^4\beta_4(n-m)(p-m) \left[3(n+p-N-1)^2 + (n-m)^2 + (p-m)^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Le facteur de dégénérescence d_{n+p-m} est égal à

$$d_{n+p-m} = \begin{cases} 1 & \text{si } n+p-m = m, \\ 2 & \text{si } n+p-m \neq m. \end{cases} \quad (2.54)$$

Avec ce facteur, les entiers m , n et p doivent satisfaire la nouvelle condition

$$m \leq n + p - m \leq N. \quad (2.55)$$

L'équation (2.52) n'est pas fondamentalement différente de l'équation (2.1) proposée par Thompson et Roy [14]. Elle contient toutefois deux différences présentant chacune un avantage. Premièrement, la double somme $\sum_{p=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ (\neq n, \neq p)}}^N$, présente dans l'équation (2.52), associée à la condition (2.55), est beaucoup plus explicite que la formulation $\sum_{kmn}^*$ de Thompson et Roy. Cette double somme définit en effet clairement la méthode d'identification de tous les termes $d_{n+p-m} A_{n+p-m} A_m A_p^*$ de FWM. Nous en verrons un exemple d'utilisation pour $N = 6$ dans le prochain paragraphe. Deuxièmement, le désaccord de phase $\Delta\beta_{n+p-m, m, p, n}$, présent dans l'équation (2.52), est associé à chaque terme de FWM et est explicitement relié à l'écart en fréquence $\Delta\omega$ et aux différents ordres de dispersion grâce à l'expression (2.53). Dans cette équation, nous avons tronqué la dispersion à l'ordre quatre mais avons expliqué, dans le paragraphe précédent, comment généraliser à des ordres de dispersion supérieurs. Comme nous le verrons dans les parties 2.3 et 2.4 de ce chapitre, la possibilité d'exprimer facilement les désaccords de phase en fonction des coefficients de dispersion permet d'interpréter plus facilement certaines observations théoriques ou expérimentales. Nous considérons donc que l'équation (2.52), associée aux équations (2.53)-(2.55), est, à notre connaissance, la formulation la plus simple et la plus explicite, présentée jusqu'à maintenant, pour exprimer les équations d'évolution du MFWM pour un nombre quelconque N d'ondes.

Pour $N = 3$ et $N = 4$, les formules précédentes permettent de retrouver les équations classiques du modèle à trois ondes (FWM dégénéré) et à quatre ondes (FWM multiple), que l'on trouve couramment dans la littérature et que nous avons rappelées au chapitre 1. Pour $N > 4$, elles nous permettent d'écrire facilement, et sans oublier de termes, toutes les équations d'évolution de toutes les ondes impliquées dans un processus de MFWM. Nous verrons, dans la suite du manuscrit, la nécessité d'utiliser des modèles à six et sept ondes. Nous allons, dans l'immédiat, rappeler la méthode permettant d'extraire les équations de la formule générale au moyen de tableaux. Les systèmes d'équations complets pour les modèles à 3, 4, 5, 6 et 7 ondes sont donnés dans l'annexe B.

2.2.4 Exemple d'utilisation du modèle

Nous donnons ici un exemple de recherche de tous les termes de mélange à quatre ondes pour $N = 6$ ainsi que les termes de désaccord de phase associés. Cette méthode est similaire à celle que nous avons utilisée au moyen du tableau 2.1 mais nous utiliserons ici les équations (2.52)-(2.55) faisant apparaître le facteur de dégénérescence afin d'éviter les redondances dans le tableau. Nous allons prendre le cas particulier de l'onde A_3 comme exemple. Nous

devons donc rechercher tous les termes $d_{n+p-m}A_{n+p-m}A_mA_p^*$. Le tableau 2.2, recense tous ces termes pour $N = 6$ et $n = 3$. Comme précédemment, les symboles '•' font référence aux termes pour lesquels $m = n$ et $m = p$, interdits par l'équation (2.52). Les symboles '○' correspondent aux termes pour lesquels la condition (2.55) n'est pas satisfaite.

		m					
		1	2	3	4	5	6
p	1	•	$A_2^2 A_1^*$	•	○	○	○
	2	$2A_4 A_1 A_2^*$	•	•	○	○	○
	3	$2A_5 A_1 A_3^*$	$2A_4 A_2 A_3^*$	•	○	○	○
	4	$2A_6 A_1 A_4^*$	$2A_5 A_2 A_4^*$	•	•	○	○
	5	○	$2A_6 A_2 A_5^*$	•	$A_4^2 A_5^*$	•	○
	6	○	○	•	$2A_5 A_4 A_6^*$	○	•

Tableau 2.2. Expressions possibles du terme $d_{n+p-m}A_{n+p-m}A_mA_p^*$ en fonction de p et m pour $N = 6$ et $n = 3$.

Pour l'onde A_3 , nous identifions donc neuf termes de FWM. Pour trouver les équations de toutes les ondes, ce tableau est à répéter pour toutes les autres valeurs de n . Nous ne donnerons pas ici les autres tableaux (nous les donnons dans l'annexe B) mais allons donner les équations des six ondes. Dans les équations qui vont suivre, les désaccords de phase $\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n}$ ont été renumérotés sous la forme plus compacte $\Delta\beta_{ijkl}$ en ordonnant par ordre croissant les indices $n+p-m$, m , p et n et en omettant les " , ". Par ailleurs, lorsque deux indices sont identiques dans la notation $n+p-m, m, p, n$, une seule occurrence est notée. Ceci permet, en plus d'alléger les notations, d'identifier facilement les désaccords de phase des termes de FWM dégénéré (qui ne contiennent que trois indices). Par exemple, le désaccord de phase $\Delta\beta_{5,4,6,3}$ sera noté $\Delta\beta_{3456}$ et le désaccord de phase $\Delta\beta_{4,4,5,3}$ sera noté $\Delta\beta_{345}$. Le désaccord de phase $\Delta\beta_{3456}$ correspond donc à un terme de FWM non dégénéré (car il contient 4 indices) et le désaccord de phase $\Delta\beta_{345}$ à un terme de FWM dégénéré (il ne contient que 3 indices). Les six équations du modèle de MFWM à six ondes sont

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_1 + i\gamma(|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2)A_1 \\ & + i\gamma(A_2^2 A_3^* e^{-i\Delta\beta_{123}z} + A_3^2 A_5^* e^{-i\Delta\beta_{135}z} + 2A_2 A_3 A_4^* e^{-i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_2 A_4 A_5^* e^{-i\Delta\beta_{1245}z} \\ & + 2A_2 A_5 A_6^* e^{-i\Delta\beta_{1256}z} + 2A_3 A_4 A_6^* e^{-i\Delta\beta_{1346}z}), \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_2}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_2 + i\gamma(|A_2|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2)A_2 \\ & + i\gamma(A_3^2 A_4^* e^{-i\Delta\beta_{234}z} + A_4^2 A_6^* e^{-i\Delta\beta_{246}z} + 2A_1 A_3 A_2^* e^{i\Delta\beta_{123}z} + 2A_3 A_4 A_5^* e^{-i\Delta\beta_{2345}z} \\ & + 2A_1 A_4 A_3^* e^{i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_3 A_5 A_6^* e^{-i\Delta\beta_{2356}z} + 2A_1 A_5 A_4^* e^{i\Delta\beta_{1245}z} + 2A_1 A_6 A_5^* e^{i\Delta\beta_{1256}z}), \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_3}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_3 + i\gamma(|A_3|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2)A_3 \\
 & + i\gamma(A_4^2A_5^*e^{-i\Delta\beta_{345}z} + A_2^2A_1^*e^{-i\Delta\beta_{123}z} + 2A_2A_4A_3^*e^{i\Delta\beta_{234}z} + 2A_2A_5A_4^*e^{i\Delta\beta_{2345}z} \\
 & + 2A_4A_5A_6^*e^{-i\Delta\beta_{3456}z} + 2A_1A_4A_2^*e^{i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_2A_6A_5^*e^{i\Delta\beta_{2356}z} + 2A_1A_5A_3^*e^{i\Delta\beta_{135}z} \\
 & + 2A_1A_6A_4^*e^{i\Delta\beta_{1346}z}),
 \end{aligned} \tag{2.58}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_4}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_4 + i\gamma(|A_4|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2)A_4 \\
 & + i\gamma(A_3^2A_2^*e^{-i\Delta\beta_{234}z} + A_5^2A_6^*e^{-i\Delta\beta_{456}z} + 2A_3A_5A_4^*e^{i\Delta\beta_{345}z} + 2A_2A_5A_3^*e^{i\Delta\beta_{2345}z} \\
 & + 2A_3A_6A_5^*e^{i\Delta\beta_{3456}z} + 2A_2A_3A_1^*e^{-i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_1A_5A_2^*e^{i\Delta\beta_{1245}z} + 2A_2A_6A_4^*e^{i\Delta\beta_{246}z} \\
 & + 2A_1A_6A_3^*e^{i\Delta\beta_{1346}z}),
 \end{aligned} \tag{2.59}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_5}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_5 + i\gamma(|A_5|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_6|^2)A_5 \\
 & + i\gamma(A_4^2A_3^*e^{-i\Delta\beta_{345}z} + A_3^2A_1^*e^{-i\Delta\beta_{135}z} + 2A_4A_6A_5^*e^{i\Delta\beta_{456}z} + 2A_3A_4A_2^*e^{-i\Delta\beta_{2345}z} \\
 & + 2A_3A_6A_4^*e^{i\Delta\beta_{3456}z} + 2A_2A_6A_3^*e^{i\Delta\beta_{2356}z} + 2A_2A_4A_1^*e^{-i\Delta\beta_{1245}z} + 2A_1A_6A_2^*e^{i\Delta\beta_{1256}z}),
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_6}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_6 + i\gamma(|A_6|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2)A_6 \\
 & + i\gamma(A_5^2A_4^*e^{-i\Delta\beta_{456}z} + A_4^2A_2^*e^{-i\Delta\beta_{246}z} + 2A_4A_5A_3^*e^{-i\Delta\beta_{3456}z} + 2A_3A_5A_2^*e^{-i\Delta\beta_{2356}z} \\
 & + 2A_2A_5A_1^*e^{-i\Delta\beta_{1256}z} + 2A_3A_4A_1^*e^{-i\Delta\beta_{1346}z}).
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

Nous montrons ici que de nombreux termes de FWM sont identifiés dans les équations d'évolution des ondes. On dénombre notamment neuf termes de FWM dans l'équation de l'amplitude A_3 de l'onde pompe, contrairement aux cinq termes trouvés par Thompson et Roy, comme nous l'évoquions au paragraphe 2.1.

En utilisant la relation (2.53) et notre renumérotation $\Delta\beta_{ijkl}$, les treize désaccords de phase intervenant dans les six équations précédentes s'expriment de la manière suivante

$$\Delta\beta_{123} = \Delta\omega^2\beta_2 - \frac{3}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{29}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \tag{2.62}$$

$$\Delta\beta_{234} = \Delta\omega^2\beta_2 - \frac{1}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{5}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \tag{2.63}$$

$$\Delta\beta_{345} = \Delta\omega^2\beta_2 + \frac{1}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{5}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \tag{2.64}$$

$$\Delta\beta_{456} = \Delta\omega^2\beta_2 + \frac{3}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{29}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \tag{2.65}$$

$$\Delta\beta_{1234} = 2\Delta\omega^2\beta_2 - 2\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{34}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \tag{2.66}$$

$$\Delta\beta_{2345} = 2\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{10}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (2.67)$$

$$\Delta\beta_{3456} = 2\Delta\omega^2\beta_2 + 2\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{34}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (2.68)$$

$$\Delta\beta_{1245} = 3\Delta\omega^2\beta_2 - \frac{3}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{39}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (2.69)$$

$$\Delta\beta_{2356} = 3\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{3}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{39}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (2.70)$$

$$\Delta\beta_{135} = 4\Delta\omega^2\beta_2 - 2\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{44}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (2.71)$$

$$\Delta\beta_{246} = 4\Delta\omega^2\beta_2 + 2\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{44}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (2.72)$$

$$\Delta\beta_{1256} = 4\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{68}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (2.73)$$

$$\Delta\beta_{1346} = 6\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{78}{24}\Delta\omega^4\beta_4. \quad (2.74)$$

La notation utilisée pour les désaccords de phase permet d'identifier facilement quelles ondes sont concernées par un désaccord de phase donné. Par exemple, le désaccord de phase $\Delta\beta_{1234}$ concerne les ondes A_1 , A_2 , A_3 , et A_4 . Ce désaccord apparaît donc dans chacune des équations de ces ondes. La figure 2.3 représente le peigne des six fréquences prises en compte dans ce modèle et, pour chacun des treize désaccords de phase, les fréquences qu'ils impliquent (en rouge sur la figure).

Nous allons maintenant définir une notion qui sera utile par la suite, à savoir la fréquence centrale de désaccord de phase (FCDP). Elle représente la fréquence moyenne des trois ou quatre fréquences impliquées dans un désaccord de phase donné (trois s'il s'agit d'un processus dégénéré et quatre pour un processus non dégénéré). La FCDP se définit donc comme suit

$$\Omega_{n+p-m,m,p,n} = \frac{1}{4}(\omega_{n+p-m} + \omega_m + \omega_p + \omega_n), \quad (2.75)$$

et l'on montre, en utilisant l'équation (2.9), qu'elle ne dépend que des indices n et p et s'écrit :

$$\Omega_{n+p-m,m,p,n} = \Omega_{np} = \omega_0 + \frac{1}{2}(n + p - N - 1)\Delta\omega. \quad (2.76)$$

La FCDP se détermine également visuellement sur la figure 2.3 en prenant la fréquence centrale des groupes d'ondes impliquées dans les différents désaccords de phase. La FCDP coïncide avec une des fréquences du peigne ou tombe exactement entre deux fréquences du

peigne. On remarquera que plusieurs désaccords de phase ont la même FCDP. C'est par exemple le cas des désaccords $\Delta\beta_{234}$, $\Delta\beta_{1245}$ et $\Delta\beta_{135}$.

2.2.5 Conclusion

Dans cette partie nous avons présenté une équation générale [l'équation (2.52)] permettant de déduire toutes les équations d'évolution d'un processus de MFWM à N ondes. La formule est suffisamment explicite pour permettre d'identifier tous les termes de FWM sans en omettre. Nous avons illustré la méthode d'identification de ces termes au moyen de tableaux. Le modèle que nous avons développé permet également de déduire des expressions analytiques pour les désaccords associés aux termes de FWM [équation (2.53)] en fonction des coefficients de dispersion de la fibre optique. Enfin, nous avons introduit la FCDP représentant la fréquence moyenne des fréquences impliquées dans un désaccord de phase donné.

Comme nous allons le voir dans les prochains paragraphes et dans le chapitre suivant, ce modèle trouve son utilité dans les études où plus de quatre ondes sont couplées par effet de FWM.

2.3 Validation numérique de l'équation générale et étude théorique

Dans ce paragraphe, nous allons étudier de manière théorique des configurations de mélange à quatre ondes où la prise en compte de plus de quatre équations couplées s'avère indispensable. Pour cela nous utiliserons le modèle développé précédemment et comparerons le plus souvent les résultats à ceux obtenus en résolvant directement l'ENLS.

Pour les simulations, nous utilisons une fibre à dispersion décalée (DSF pour *dispersion-shifted fiber*) dont les caractéristiques sont les suivantes et qui sera également utilisée lors de l'étude expérimentale présentée ultérieurement. La fibre est de longueur $L = 10,36$ km, son coefficient non linéaire est $\gamma = 3,3 \text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$, ses pertes sont $A_{\text{dB}} = 0,2 \text{ dB/km}$, sa longueur d'onde de dispersion nulle est $\lambda_{\text{ZD}} = 1548 \text{ nm}$ et sa pente de dispersion est $S = 0,07 \text{ ps.nm}^{-2}.\text{km}^{-1}$.

2.3.1 Influence du nombre d'ondes

Dans cette première étude, nous simulons l'injection dans la fibre de deux ondes pompe séparées en fréquence de $\Delta\omega$ et étudions l'évolution de la puissance de ces pompes et des deux idlers d'ordre 1 générés de part et d'autre des ondes pompe en fonction de l'écart $\Delta\omega$. La fréquence centrale ω_0 reste constante et correspond à une longueur d'onde λ_0 de 1550 nm.

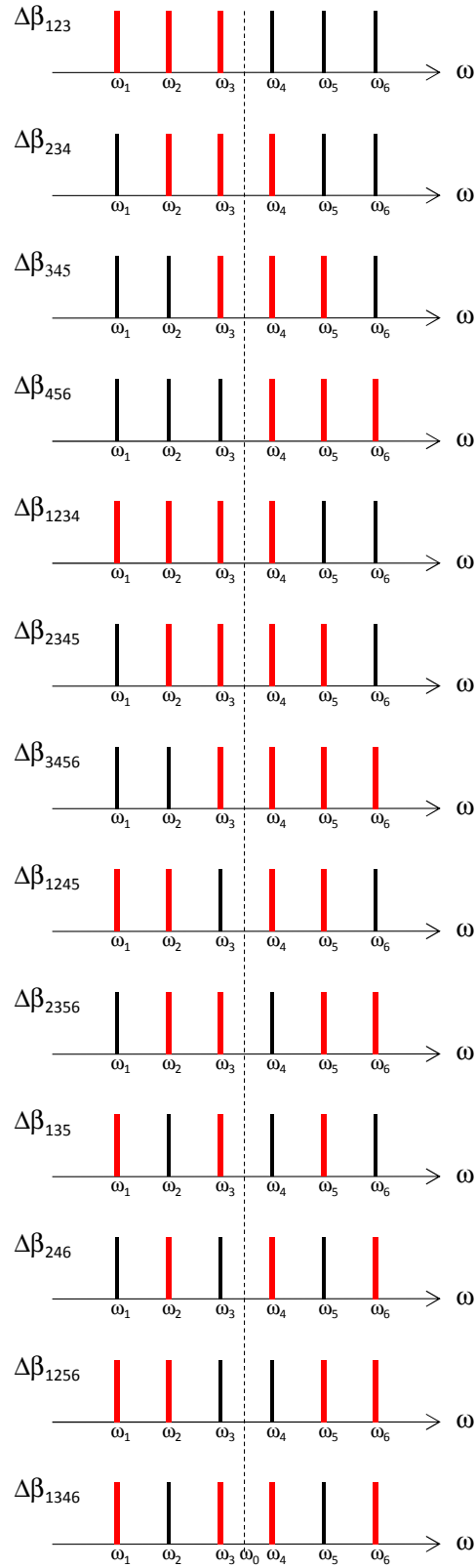


Figure 2.3. Représentation schématique des ondes impliquées dans les treize désaccords de phase $\Delta\beta_{ijkl}$ du modèle à 6 ondes.

Dans un premier temps nous prenons des puissances de pompe relativement faibles et un modèle à quatre ondes seulement. Les pompes, de fréquence ω_2 et ω_3 sont notées P2 et P3 et les idlers, de fréquence ω_1 et ω_4 , sont notés I1 et I4, conformément à la convention de notre modèle. Pour cette première simulation, les puissances des pompes seront fixées à $P_2 = 10$ dBm et $P_3 = 7$ dBm.

La figure 2.4 représente les puissances des deux pompes et des deux idlers en fonction de l'écart en fréquence $\Delta\nu = \Delta\omega/2\pi$ entre les deux pompes. Les courbes en trait plein sont les résultats de la résolution numérique de l'ENLS. Les symboles correspondent à la résolution numérique du système d'équations couplées du modèle de MFWM à 4 ondes [équations (B.5)-(B.8) de l'annexe B], au moyen d'une méthode classique de résolution d'équations différentielles ordinaires sous Matlab (fonction ode45).

On peut d'ores et déjà constater que les résultats de simulation obtenus à l'aide de l'ENSL et ceux obtenus avec le modèle d'équations couplées sont identiques. Ceci s'explique par le fait qu'avec ces puissances de pompe relativement faibles, seuls les idlers d'ordre 1 sont générés efficacement. Les idlers d'ordre supérieur à 1 étant négligeables, le modèle à quatre ondes est suffisant.

Concernant l'allure des courbes, on constate que les puissances des pompes restent constantes, ce qui révèle le régime de non déplétion des pompes. Quant aux idlers I1 et I4, leur puissance présente des oscillations en fonction de $\Delta\nu$ en raison du désaccord de phase, comme nous l'avons vu au chapitre 1. Cette caractéristique sera étudiée plus en détail dans le prochain paragraphe.

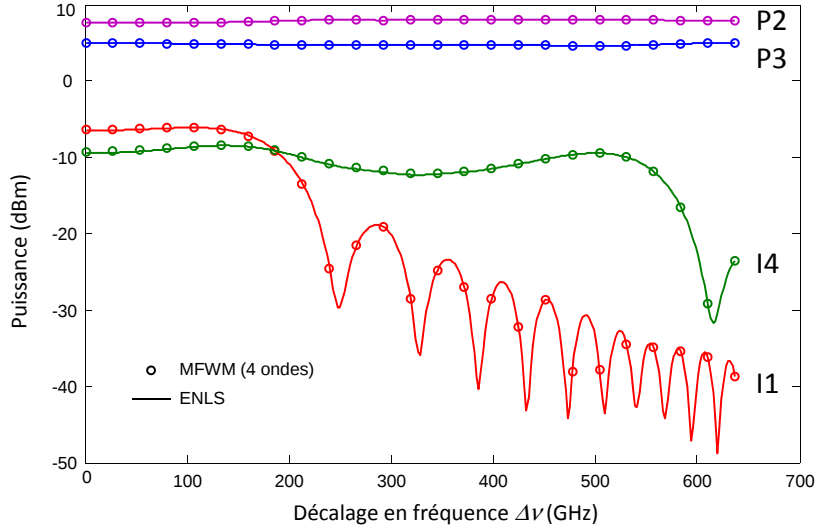


Figure 2.4. Evolution de la puissance des pompes et des idlers en fonction de l'écart en fréquence $\Delta\nu$ entre les deux pompes pour de faibles puissances de pompe.

Si l'on augmente la puissance des pompes pour atteindre, par exemple, les valeurs $P_2 = 15$ dBm et $P_3 = 12$ dBm, nous pouvons constater, sur la figure 2.5, que le modèle à

4 ondes n'est plus en total accord avec l'ENLS, en particulier pour des désaccords de fréquence inférieurs à 400 GHz. Nous sommes ici dans un cas de figure où le modèle à quatre ondes ne suffit pas à décrire convenablement l'évolution des puissances des pompes et des idlers. Pour ces puissances de pompe plus élevées, des idlers d'ordre supérieur apparaissent vraisemblablement et modifient la puissance des quatre ondes initiales. Pour le vérifier, nous avons augmenté progressivement le nombre d'ondes de notre modèle et comparé les résultats avec ceux de l'ENSL.

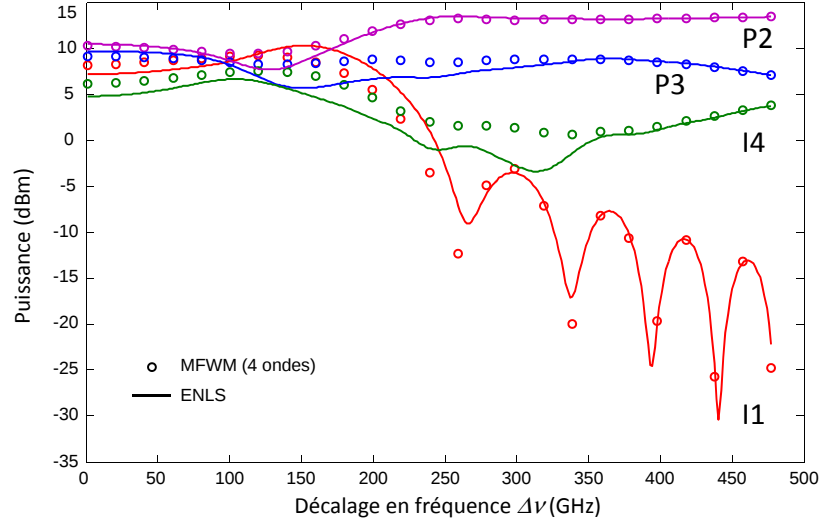


Figure 2.5. Evolution de la puissance des deux pompes et des deux idlers en fonction de l'écart en fréquence $\Delta\nu$ entre les deux pompes pour de fortes puissances de pompe.

Dans un souci de simplicité, nous ne nous intéressons dans un premier temps qu'à l'évolution de l'onde pompe P3. La figure 2.6 représente l'évolution de la puissance de la pompe P3 en fonction du désaccord de fréquence $\Delta\nu$ pour l'ENLS (trait plein) et pour le modèle à quatre, six, huit et dix ondes respectivement (symboles). Les équations des modèles à huit et dix ondes ne sont pas rapportées dans ce manuscrit. Ils s'élaborent aisément en utilisant la formulation générale des équations (2.52)-(2.55) mais il est vrai que leur écriture complète devient facilement fastidieuse lorsque le nombre d'ondes augmente. Pour notre part, nous avons élaboré une routine Matlab, basée sur la formulation générale de notre modèle, permettant d'identifier automatiquement tous les termes de FWM, quel que soit le nombre d'ondes. Il nous est donc très facile de prendre en compte un grand nombre d'ondes dans les modélisations.

On remarque, d'après la figure 2.6, qu'une description rigoureuse de l'évolution de la pompe P3 pour des décalages $\Delta\nu$ inférieurs à 400 GHz nécessite la prise en compte d'un modèle à huit ondes, voire dix ondes.

D'une manière similaire, la figure 2.7 représente l'évolution de la puissance de l'idler I4 en fonction du désaccord de fréquence $\Delta\nu$ pour l'ENLS et pour le modèle à quatre, six, huit

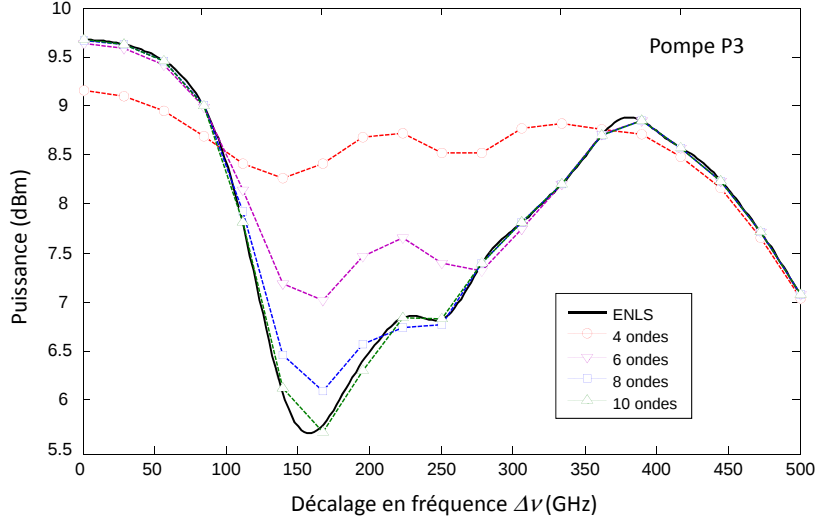


Figure 2.6. Evolution de la puissance de la pompe P3 en fonction de l'écart en fréquence $\Delta\nu$ entre les deux pompes pour différents modèles de mélange à quatre ondes multiple.

et dix ondes. Ici aussi, on remarque que la prise en compte d'un nombre plus important d'ondes donne de meilleurs résultats.

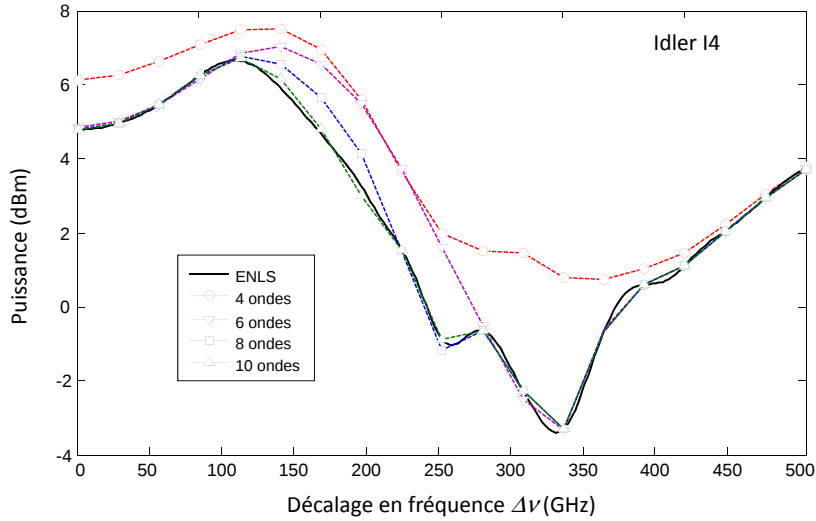


Figure 2.7. Evolution de la puissance de l'idler I4 en fonction de l'écart en fréquence entre les deux pompes pour différents modèles de mélange à quatre ondes multiple.

Cette étude montre bien la nécessité d'utiliser un modèle de mélange à quatre ondes multiple pouvant aller jusqu'à un grand nombre d'ondes (dix dans l'exemple précédent), notamment lorsque les puissances des pompes sont suffisamment importantes pour générer du FWM en cascade. On imagine très bien que pour des puissances encore plus importantes, c'est un nombre d'ondes supérieur à dix qu'il faudrait prendre. En cela, la formulation générale des équations (2.52)-(2.55) est d'une aide précieuse pour identifier, sans en omettre, tous les termes de FWM. Par ailleurs, l'expression analytique des désaccords de phase offre

également un intérêt, comme nous allons le voir dans le prochain paragraphe.

2.3.2 Etude des désaccords de phase

Un des intérêts du modèle présenté précédemment est de donner les expressions analytiques des désaccords de phase de chaque terme de FWM jusqu'à la dispersion d'ordre 4 dans notre cas. Nous allons donc pouvoir facilement étudier l'évolution des désaccords de phase en fonction de différents paramètres tels que l'écart fréquentiel des ondes.

Reprenons le modèle à six ondes décrit précédemment et représentons les treize désaccords de phase, donnés par les équations (2.62)-(2.74) en fonction de l'écart en longueur d'onde entre les pompes pour la fibre DSF utilisée précédemment pour les simulations. Précisons qu'à partir de maintenant, les représentations s'effectueront en fonction de l'écart en longueur d'onde plutôt qu'en fonction de l'écart en fréquence afin de faciliter la comparaison avec les résultats expérimentaux qui seront présentés plus loin. La figure 2.8 représente les treize quantités $\Delta\beta_{ijkl}L$ en fonction de $\Delta\lambda = -(\lambda_0^2/2\pi c)\Delta\omega$ pour un peigne centré à une longueur d'onde λ_0 de 1550.9 nm. Précisons que, dans le but de faciliter la comparaison avec les résultats expérimentaux, nous avons choisi, dans cette étude, de numéroté les ondes par ordre croissant de leur longueur d'onde et non de leur fréquence. Dans ce cas, en raison de la convention imposée par la relation (2.9), nous avons $\Delta\omega < 0$. A l'aide de l'annexe A, on déduit, à partir des valeurs de λ_{ZD} et S données précédemment pour cette fibre, les valeurs de β_2 , β_3 et β_4 à la fréquence $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$. Ces valeurs sont les suivantes : $\beta_2 = -0,259 \text{ ps}^2.\text{km}^{-1}$, $\beta_3 = 0,115 \text{ ps}^3.\text{km}^{-1}$ et $\beta_4 = -5,65 \cdot 10^{-4} \text{ ps}^4.\text{km}^{-1}$. On notera que, dans le cas de cette fibre, la valeur de β_4 est très faible et nous avons effectivement constaté qu'une figure quasiment identique à la figure 2.8 peut être obtenue en prenant $\beta_4 = 0$. Par la suite, nous négligerons le terme de dispersion d'ordre 4. Nous pouvons faire plusieurs remarques.

Premièrement, nous remarquons que tous les désaccords de phase évoluent à partir d'une valeur nulle pour $\Delta\lambda = 0$ et augmentent ensuite en valeur absolue, ce qui est parfaitement conforme aux équations (2.62)-(2.74). En se rappelant de la remarque faite au paragraphe 1.2.3.2, stipulant que les ondes Stokes sont générées d'autant plus efficacement que le désaccord de phase reste inférieur à 2π , on déduit de la figure 2.8 que tous les termes de couplage par FWM seront efficaces tant que l'écart en longueur d'onde reste inférieur à 1 nm dans notre cas.

Deuxièmement, on note que certains désaccords de phase augmentent rapidement, en valeur absolue, avec $\Delta\lambda$. C'est le cas des désaccords $\Delta\beta_{345}L$, $\Delta\beta_{456}L$, $\Delta\beta_{2345}L$, $\Delta\beta_{3456}L$, $\Delta\beta_{2356}L$, $\Delta\beta_{246}L$, $\Delta\beta_{1256}L$ et $\Delta\beta_{1346}L$ (représentés par des pointillés sur la figure 2.8). Ces désaccords peuvent prendre des valeurs supérieures à plusieurs fois 2π (en valeur absolue) pour $\Delta\lambda > 2 \text{ nm}$. Ces désaccords particuliers sont ceux pour lesquels les contributions des paramètres de dispersion d'ordre deux, trois et quatre sont du même signe dans les équations

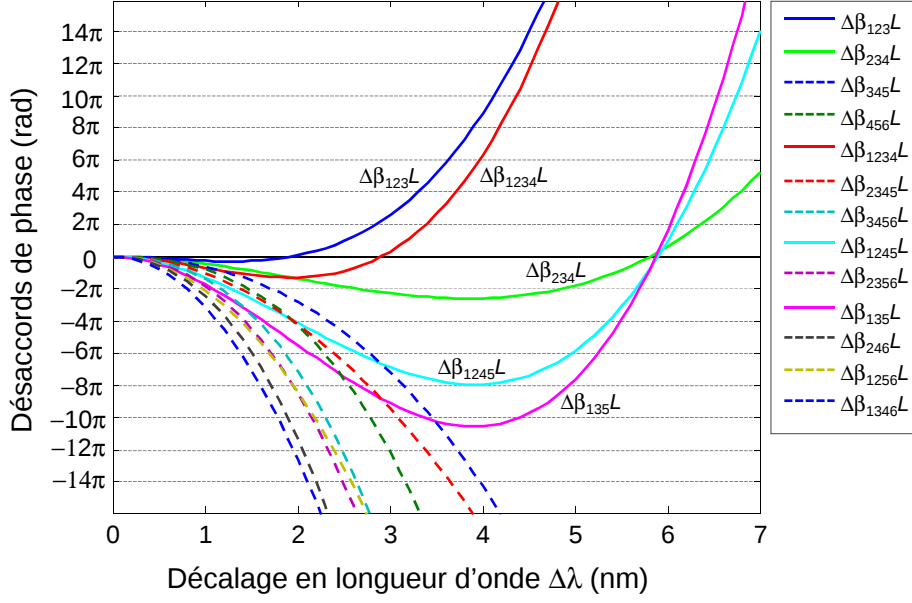


Figure 2.8. Evolution de tous les différents désaccords de phase en fonction de l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$.

(2.62)-(2.74). Dans le cas de la fibre que nous avons choisie et de notre convention $\Delta\omega < 0$, cela correspond à une contribution additive de tous les ordres de dispersion. Pour des valeurs $\Delta\lambda$ trop importantes, typiquement supérieures à 2 nm, les termes de FWM possédant ces désaccords ne pourront générer efficacement d'ondes par FWM et pourront être négligés dans les équations des ondes.

Nous allons maintenant examiner le cas des désaccords représentés en trait plein sur la figure 2.8. Ces désaccords présentent la particularité de s'annuler pour une certaine valeur de $\Delta\lambda$. Le désaccord $\Delta\beta_{123}L$ s'annule pour $\Delta\lambda_1 \approx 2$ nm, le désaccord $\Delta\beta_{1234}L$ s'annule pour $\Delta\lambda_2 \approx 3$ nm et les désaccords $\Delta\beta_{234}L$, $\Delta\beta_{1245}L$ et $\Delta\beta_{135}L$ s'annulent pour $\Delta\lambda_3 \approx 6$ nm. Ces désaccords présentent, dans leur expression analytique, un signe "moins" devant la contribution du paramètre de dispersion d'ordre trois ce qui implique que, pour certaines valeurs de l'écart $\Delta\lambda$, les effets de la dispersion d'ordre deux et d'ordre trois se compensent pour aboutir à un désaccord nul. Les valeurs de $\Delta\omega$ pour lesquelles les désaccords s'annulent sont parfaitement prévisibles d'après les équations (2.62)-(2.74). En transposant au domaine des longueurs d'onde et en négligeant la contribution de la dispersion d'ordre quatre, nous trouvons

$$\Delta\lambda_1 = -\frac{\lambda_0^2}{2\pi c} \frac{2\beta_2}{3\beta_3}, \quad (2.77)$$

$$\Delta\lambda_2 = -\frac{\lambda_0^2}{2\pi c} \frac{\beta_2}{\beta_3}, \quad (2.78)$$

$$\Delta\lambda_3 = -\frac{\lambda_0^2}{2\pi c} \frac{2\beta_2}{\beta_3}. \quad (2.79)$$

Avec les valeurs de β_2 et β_3 données précédemment nous retrouvons bien des valeurs des $\Delta\lambda_i$ ($i = 1, 2, 3$) de 1,9 nm, 2,9 nm et 5,8 nm, conformément à la figure 2.8. On remarque, en examinant la figure 2.3, que tous les désaccords de phase pouvant s'annuler sont ceux dont la FCDP est inférieure à ω_0 . Bien sûr, si le signe de β_3 en ω_0 avait été opposé, nous aurions eu la même chose pour les désaccords dont la FCDP est supérieure à ω_0 . Autour des valeurs particulières d'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda_i$ pour lesquels les désaccords de phase s'annulent, nous pouvons nous attendre à une contribution significative des termes de FWM de la forme $A_{n+p-m}A_mA_p^* \exp(i\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n}L)$ pour lesquels le désaccord $\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n}L$ est nul. Examinons quelques cas particuliers.

2.3.2.1 Cas d'un écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$ autour de 5,8 nm

Les trois désaccords de phase s'annulant autour de $\Delta\lambda_3 = 5,8$ nm sont $\Delta\beta_{234}L$, $\Delta\beta_{1245}L$ et $\Delta\beta_{135}L$. Dans les équations (2.56)-(2.61), les ondes où apparaissent ces désaccords peuvent donc potentiellement bénéficier de forts couplages avec d'autres ondes. Le désaccord $\Delta\beta_{234}L$, qui couple les ondes A_2 , A_3 et A_4 , apparaît dans les équations de ces ondes à travers les termes

- $A_3^2 A_4^* \exp(-i\Delta\beta_{234}L)$ dans l'équation d'évolution de A_2 ,
- $2A_2 A_4 A_3^* \exp(i\Delta\beta_{234}L)$ dans l'équation d'évolution de A_3 ,
- $A_3^2 A_2^* \exp(-i\Delta\beta_{234}L)$ dans l'équation d'évolution de A_4 .

Le désaccord $\Delta\beta_{1245}L$ couple quant à lui les ondes A_1 , A_2 , A_4 et A_5 et apparaît à travers les termes

- $2A_2 A_4 A_5^* \exp(-i\Delta\beta_{1245}L)$ dans l'équation d'évolution de A_1 ,
- $2A_1 A_5 A_4^* \exp(i\Delta\beta_{1245}L)$ dans l'équation d'évolution de A_2 ,
- $2A_1 A_5 A_2^* \exp(i\Delta\beta_{1245}L)$ dans l'équation d'évolution de A_4 ,
- $2A_2 A_4 A_1^* \exp(-i\Delta\beta_{1245}L)$ dans l'équation d'évolution de A_5 .

Enfin, le désaccord $\Delta\beta_{135}L$ couple les ondes A_1 , A_3 et A_5 et apparaît à travers les termes

- $A_3^2 A_5^* \exp(-i\Delta\beta_{135}L)$ dans l'équation d'évolution de A_1 ,
- $2A_1 A_5 A_3^* \exp(i\Delta\beta_{135}L)$ dans l'équation d'évolution de A_3 ,
- $A_3^2 A_1^* \exp(-i\Delta\beta_{135}L)$ dans l'équation d'évolution de A_5 .

Dans le cas d'une expérience de FWM, où deux ondes pompes A_3 et A_4 sont injectées dans une fibre optique, on peut donc espérer un échange d'énergie efficace vers les ondes A_1 , A_2 et A_5 . Cependant, en observant tous les termes de FWM listés ci-dessus, on remarque que le terme $A_3^2 A_4^* \exp(-i\Delta\beta_{234}L)$ est le terme le plus intense puisqu'il dépend du produit des ondes pompe exclusivement. Ce terme apparaissant dans l'équation (2.57) de l'onde A_2 , on peut donc s'attendre à la génération préférentielle de cette onde pour un désaccord en longueur d'onde entre les pompes de 5,8 nm. Nous vérifierons ce point dans le paragraphe 2.3.2.4.

Comme nous l'avions déjà mentionné dans le paragraphe 2.2.4, on notera, en observant la figure 2.3, que ces trois désaccords ont une FCDP identique égale à ω_3 .

2.3.2.2 Cas d'un écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$ autour de 2,9 nm

Pour un écart en longueur d'onde $\Delta\lambda_2$ de 2,9 nm environ, le désaccord de phase qui s'annule est $\Delta\beta_{1234}L$. Ce désaccord couple les ondes A_1 , A_2 , A_3 et A_4 et apparaît à travers les termes

- $2A_2A_3A_4^* \exp(-i\Delta\beta_{1234}L)$ dans l'équation d'évolution de A_1 ,
- $2A_1A_4A_3^* \exp(i\Delta\beta_{1234}L)$ dans l'équation d'évolution de A_2 ,
- $2A_1A_4A_2^* \exp(i\Delta\beta_{1234}L)$ dans l'équation d'évolution de A_3 ,
- $2A_2A_3A_1^* \exp(-i\Delta\beta_{1234}L)$ dans l'équation d'évolution de A_4 .

Parmi les quatre termes de FWM listés ci-dessus, les termes $2A_2A_3A_4^* \exp(-i\Delta\beta_{1234}L)$ et $2A_1A_4A_3^* \exp(i\Delta\beta_{1234}L)$, qui apparaissent respectivement dans les équations des ondes A_1 et A_2 , font apparaître le produit des amplitudes des deux pompes et sont donc les termes les plus intenses. Ces deux termes sont similaires, on peut donc s'attendre à ce que les ondes A_1 et A_2 soient générées de manière équivalente pour un écart en longueur d'onde de 2,9 nm.

En réalité, il se produit un autre phénomène autour d'un écart en longueur d'onde de 2,9 nm, visible également sur la figure 2.8. Un des termes prépondérants dans l'équation de l'onde A_2 est le terme de FWM dégénéré $A_3^2A_4^* \exp(-i\Delta\beta_{234}L)$ puisqu'il contient les deux pompes A_3 et A_4 . Or il se trouve qu'autour d'un écart en longueur d'onde de 2,9 nm, la valeur de $\Delta\beta_{234}L$ avoisine la valeur de 2π , comme le montre la figure 2.8. Conformément à notre analyse du chapitre 1 concernant l'influence du désaccord de phase sur la génération des idlers (paragraphe 1.2.3.2), nous pouvons nous attendre à une annihilation de l'onde A_2 pour cette valeur de l'écart en longueur d'onde.

On notera que le désaccord $\Delta\beta_{1234}L$ est le seul désaccord dont la FCDP est égale à $\omega_2 + \Delta\omega/2$ (voir figure 2.3).

Autour d'un écart en longueur d'onde de 1,9 nm, c'est le désaccord $\Delta\beta_{123}L$ qui s'annule mais nous ne commenterons pas plus ce cas qui présente moins d'intérêt que les précédents, comme nous le verrons plus tard.

2.3.2.3 Discussion

Nous venons de voir que treize termes de désaccord de phase étaient nécessaires dans un modèle de MFWM comprenant six ondes. Certains de ces désaccords peuvent être nuls suivant la valeur de l'écart en longueur d'onde choisi. En reprenant la relation (2.53) donnant l'expression du désaccord de phase $\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n}$, en y introduisant la relation (2.76)

donnant la FCDP Ω_{np} et en négligeant toujours la dispersion d'ordre 4, on montre facilement que le désaccord de phase s'écrit

$$\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n} = \Delta\omega^2(n-m)(p-m) [\beta_2 + \beta_3(\Omega_{np} - \omega_0)]. \quad (2.80)$$

La condition d'accord de phase, réalisée lorsque $\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n} = 0$, s'obtient donc lorsque la FCDP est égale à

$$\Omega_{np} = \omega_0 - \frac{\beta_2}{\beta_3}. \quad (2.81)$$

Or il se trouve que la fréquence $\omega_0 - \beta_2/\beta_3$ est exactement l'expression de la fréquence de dispersion nulle lorsque la dispersion d'ordre 4 est négligée [voir annexe A, formule (A.7)]. Nous en concluons donc que, dans un processus de mélange à quatre ondes multiple, impliquant de nombreux termes de désaccord de phase, l'accord de phase est réalisé pour tous les termes dont la FCDP coïncide avec la fréquence de dispersion nulle de la fibre. Ceci explique pourquoi les trois termes de désaccord de phase $\Delta\beta_{234}L$, $\Delta\beta_{1245}L$ et $\Delta\beta_{135}L$, qui correspondent à la même FCDP (égale à ω_3), s'annulent pour la même valeur de $\Delta\lambda$.

Nous allons maintenant présenter les résultats de simulations afin de mieux visualiser les conséquences de notre étude des désaccords de phase sur la génération des ondes idlers issues du processus de FWM.

2.3.2.4 Validation numérique

Afin de valider l'étude précédente concernant le rôle des désaccords de phase nous avons simulé numériquement le système d'équations (2.56)-(2.61) dans le cas où deux pompes A_3 et A_4 sont injectées dans une fibre optique. Nous avons également comparé les résultats en simulant numériquement l'expérience à l'aide de l'ENLS. Les paramètres de la fibre utilisée sont ceux présentés en début de paragraphe. La puissance optique des deux ondes est de 13 dBm. Leur écart en longueur d'onde varie mais la longueur d'onde centrale λ_0 reste constante et égale à 1550,9 nm dans notre cas.

La figure 2.9 représente l'évolution de la puissance des 6 ondes en sortie de la fibre optique en fonction de l'écart en longueur $\Delta\lambda$ entre les deux pompes. On note que les pompes maintiennent une puissance à peu près constante quel que soit $\Delta\lambda$. Ceci indique que nous sommes quasiment dans un régime de non déplétion des ondes pompe. On constate ensuite que les ondes Stokes A_1 , A_2 , A_5 et A_6 sont générées de manière relativement efficace tant que $\Delta\lambda$ ne dépasse pas 1 nm, conformément à notre remarque du paragraphe précédent (tous les désaccords de phase sont inférieurs à 2π pour $\Delta\lambda < 1$ nm). Lorsque l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$ augmente les ondes Stokes décroissent en raison de désaccords de phase plus importants mais deux cas retiennent notre attention autour de 2,9 nm et 5,8 nm. Conformément à notre étude précédente, on remarque bien une remontée significative de l'onde A_2 pour $\Delta\lambda = 5,8$ nm, indiquant un échange d'énergie efficace des ondes pompes

vers l'onde A_2 . Pour $\Delta\lambda = 2,9$ nm, c'est bien l'onde A_1 qui bénéficie d'un échange d'énergie efficace, contrairement à l'onde A_2 qui souffre d'un désaccord de phase trop important.

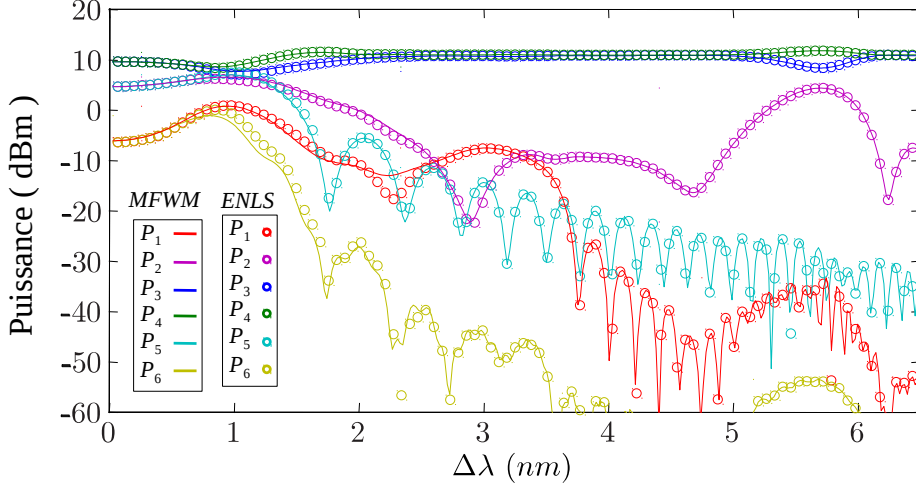


Figure 2.9. Evolution des puissances des 6 ondes en fonction de l'écart en longueur $\Delta\lambda$ entre les deux pompes A_3 et A_4 .

Pour étudier plus précisément les phénomènes observés autour des écarts en longueur d'onde de 3 nm et 6 nm, nous avons représenté l'évolution, le long de la fibre (c'est-à-dire en fonction de z), des puissances des ondes A_1 , A_2 , A_5 et A_6 en résolvant numériquement le système (2.56)-(2.61).

La figure 2.10 représente ces puissances pour un écart en longueur d'onde égal à 2,9 nm. On observe bien le phénomène d'annihilation de l'onde A_2 en bout de fibre en raison d'un désaccord de phase égal à 2π . Ceci permet d'observer en sortie de fibre une puissance P_1 plus importante que la puissance P_2 . On remarque toutefois que la puissance P_1 est affectée par la diminution de la puissance de l'onde A_2 . On remarque en effet un infléchissement de l'accroissement de P_1 lorsque P_2 commence à décroître allant même jusqu'à un début de diminution de la puissance P_1 en fin de fibre. Les ondes A_5 et A_6 ne bénéficient pas, quant à elles, de désaccords de phase nuls permettant leur génération efficace.

La figure 2.11 représente les puissances des ondes A_1 , A_2 , A_5 et A_6 pour un écart en longueur d'onde égale à 5,8 nm. Conformément à notre analyse précédente, on note que c'est bien l'onde A_2 qui, bénéficiant d'un désaccord de phase nul sur le terme prédominant $A_3^2 A_4^* \exp(-i\Delta\beta_{234}L)$ ne contenant que les pompes, est générée efficacement. Les autres ondes, qui bénéficient pourtant de termes de désaccords de phase nuls, restent très faibles. Ces termes de désaccord nul ne sont pas prédominants et ne permettent pas de générer efficacement les autres idlers.

Cette expérience simulée illustre bien le fait qu'un modèle à six ondes est plus intéressant qu'un modèle classique à quatre ondes, notamment autour d'un écart en longueur d'onde entre les pompes de 2,9 nm où la génération d'un idler du second ordre (l'onde A_1) est

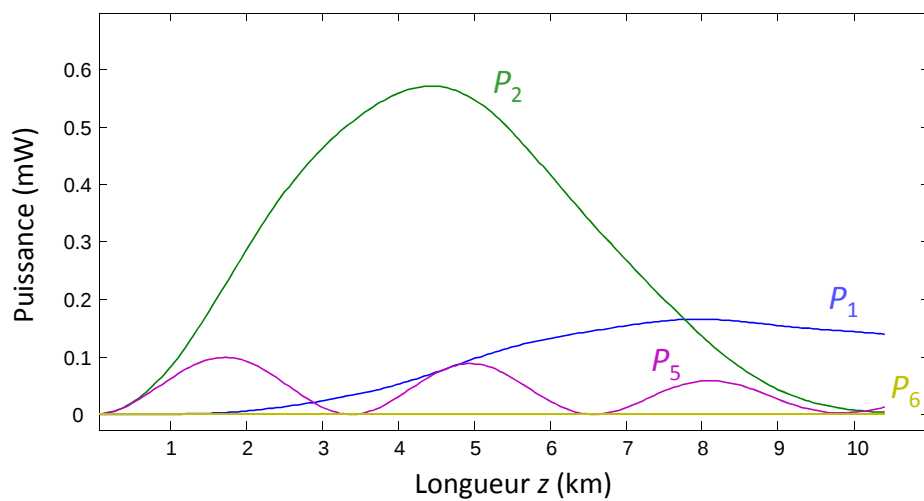


Figure 2.10. Evolution de la puissance des ondes A_1 , A_2 , A_5 et A_6 en fonction de z pour un écart en longueur d'onde égal à 2,9 nm.

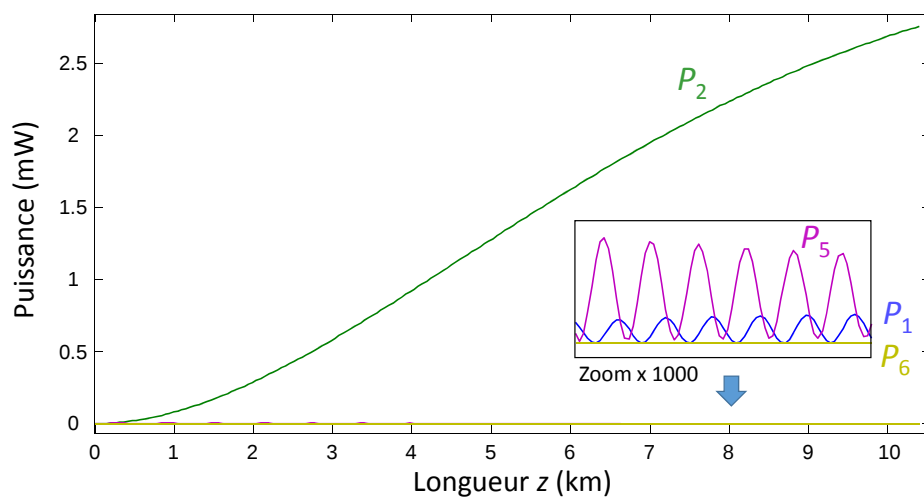


Figure 2.11. Evolution de la puissance des ondes A_1 , A_2 , A_5 et A_6 en fonction de z pour un écart en longueur d'onde égal à 5,8 nm.

plus efficace que la génération d'un idler du premier ordre (l'onde A_2). Par ailleurs cette expérience met l'accent sur l'utilité d'avoir des relations analytiques pour les expressions des désaccords des phases de tous les termes de FWM.

2.4 Validation expérimentale de l'étude théorique

Nous allons maintenant nous intéresser à la validation expérimentale de l'expérience précédente, illustrant une utilisation du modèle de mélange à quatre ondes multiple.

Le schéma de l'expérience que nous avons réalisée au laboratoire Foton est décrit sur la figure 2.12. Les deux ondes pompe sont constituées de deux sources laser accordables (TLS pour *tunable laser source*) fonctionnant en régime continu. Les deux ondes sont amplifiées au moyen d'amplificateurs à fibre dopée à l'erbium (EDFAs pour *erbium-doped fiber amplifiers*). Elles sont également modulées, grâce à une fonction interne à la source, afin d'éviter l'effet Brillouin, comme évoqué au chapitre 1. Les contrôleurs de polarisation (CP) permettent d'ajuster les polarisations des deux pompes de manière identique. Les deux ondes sont injectées dans une fibre DSF au moyen d'un coupleur 3 dB. Les puissances des pompes sont contrôlées au moyen des EDFAs et d'un atténuateur variable (AV) placé juste après le coupleur. Les paramètres de la fibre sont ceux que nous avons utilisés pour les simulations précédentes. Nous les rappelons ici. La longueur de fibre est de $L = 10,36$ km avec une longueur d'onde de dispersion nulle à $\lambda_{\text{ZD}} = 1548$ nm, une pente de dispersion $S = 0,07$ ps.km⁻¹.nm⁻², un coefficient non linéaire $\gamma = 3,3$ W⁻¹.km⁻¹ et une atténuation de 0,2 dB/km. Les valeurs de β_2 et β_3 déduites de λ_{ZD} et S sont $\beta_2 = -0,259$ ps².km⁻¹ et $\beta_3 = 0,115$ ps³.km⁻¹ à la longueur d'onde $\lambda_0 = 1550,9$ nm. La dispersion d'ordre quatre β_4 est négligeable dans notre cas. Le signal de sortie est analysé au moyen d'un analyseur de spectre optique (ASO). Dans notre expérience les puissances des pompes sont égales et fixées à 13 dBm.

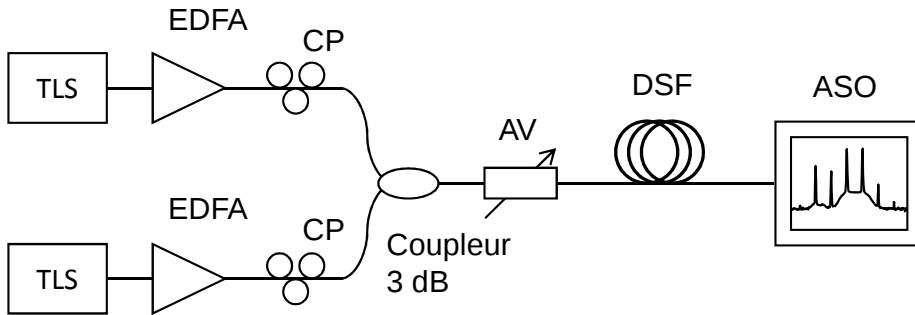


Figure 2.12. Schéma du montage expérimental utilisé.

L'expérience que nous avons effectuée consiste à faire varier l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$ des deux pompes et à relever, grâce aux spectres mesurés, la puissance des ondes pompe et des ondes idler générées par FWM. Pour faire varier $\Delta\lambda$, nous changeons simultanément

la longueur d'onde des deux pompes et veillons à ce que la longueur d'onde centrale entre les deux pompes reste constante et égale à 1550,9 nm dans notre cas.

La figure 2.13 représente différents spectres en sortie de fibre pour des valeurs de l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$ égales à 0,6 nm, 3,2 nm et 5,6 nm. Les ondes pompe sont représentées en rouge sur la figure 2.13. Pour $\Delta\lambda = 0,6$ nm [figure 2.13(a)] on remarque une cascade de nombreux idlers. Pour $\Delta\lambda = 3,2$ nm [figure 2.13(b)], des idlers jusqu'au second ordre sont clairement visibles et pour $\Delta\lambda = 5,6$ nm [figure 2.13(c)] un seul idler domine. Sur cette figure, nous avons également représenté la position de la longueur d'onde de dispersion nulle λ_{ZD} à 1548 nm.

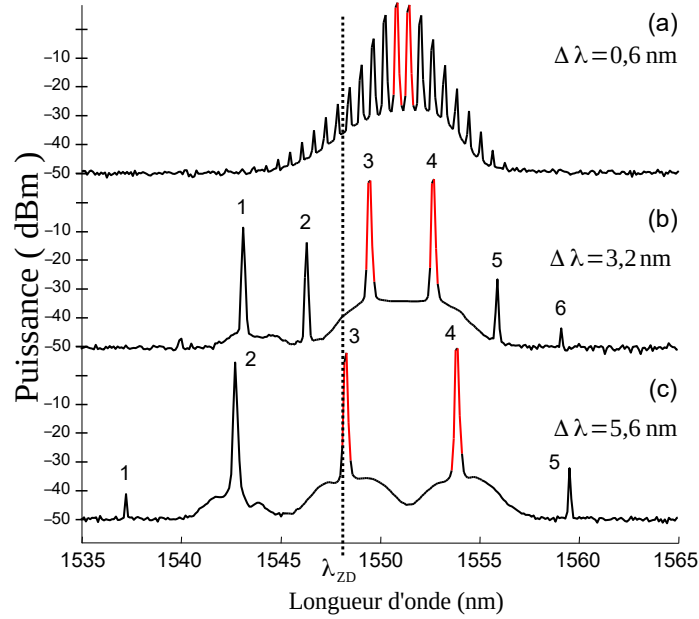


Figure 2.13. Différents spectres en sortie de fibre pour différentes valeurs de l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$.

Rappelons, à ce stade de notre étude, que la numérotation des ondes, visible sur la figure 2.13(b), se fait dans l'ordre croissant des longueurs d'onde, c'est-à-dire que l'onde 1 est l'onde ayant la plus petite longueur d'onde. Ceci est à l'opposé du schéma de la figure 2.2 nous ayant permis de présenter notre modèle où l'onde 1 était l'onde de plus petite fréquence et, donc, de plus grande longueur d'onde. En fait, si l'on se réfère à l'équation (2.9), nous constatons que notre modèle s'applique également à la convention choisie sur la figure 2.13(b) en considérant que la valeur $\Delta\omega$ est négative.

Nous remarquons d'ores et déjà que, d'après la figure 2.13, l'analyse effectuée au paragraphe précédent, concernant des écarts en longueur d'onde $\Delta\lambda$ autour de 2,9 nm et 5,8 nm, est vérifiée expérimentalement. Autour de 2,9 nm [figure 2.13(b)], l'onde 1 est générée plus efficacement et autour de 5,8 nm [figure 2.13(c)] l'onde 2 est le seul idler dominant. Rappelons que la FCDP, introduite au paragraphe 2.2.4, se détermine en prenant la fréquence

centrale des groupes d'ondes impliquées dans un terme de FWM donné. Pour les deux valeurs de $\Delta\lambda$ mentionnées précédemment, la figure 2.13 montre bien que c'est la coïncidence de la FCDP avec la fréquence de dispersion nulle (représentée non pas en fréquence mais en longueur d'onde sur la figure) qui permet la génération efficace des idlers. En effet, pour $\Delta\lambda = 3,2$ nm, la FCDP entre les ondes 1, 2, 3 et 4 est voisine de la fréquence de dispersion nulle et pour $\Delta\lambda = 5,6$ nm, c'est la FCDP entre les ondes 2, 3 et 4 qui est voisine de la fréquence de dispersion nulle.

Pour comparer de manière encore plus précise les résultats expérimentaux à notre analyse théorique nous avons représenté, sur la figure 2.14, la puissance des ondes 1 à 6, mesurées en sortie de fibre à l'analyseur de spectre, en fonction de l'écart $\Delta\lambda$. Sur cette figure, sont également représentés les résultats des simulations numériques décrites au paragraphe précédent. Nous remarquons le très bon accord entre théorie et expérience, en particulier autour des valeurs remarquables de 2,9 nm et 5,8 nm de l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$. On observe toutefois quelques écarts entre les valeurs théoriques et expérimentales. Ils peuvent s'expliquer, d'une part, par les incertitudes de mesures, et d'autre part par les incertitudes sur les valeurs des paramètres de la fibre utilisées pour les simulations.

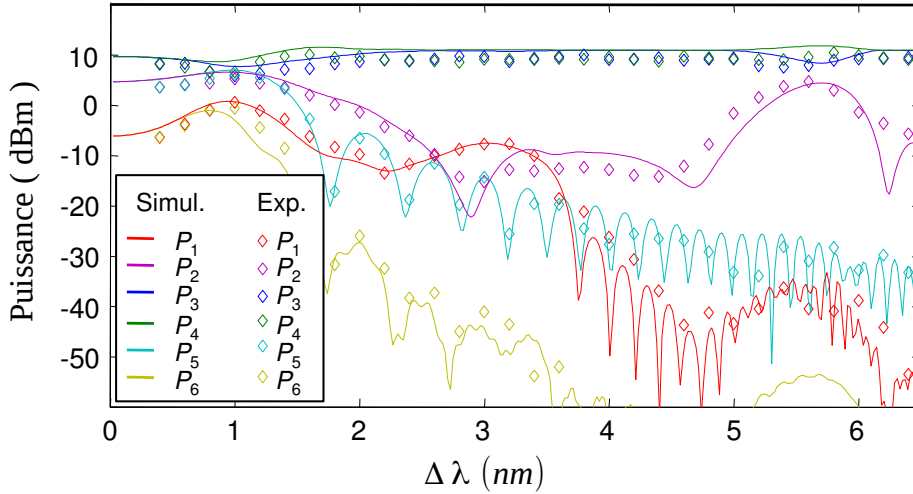


Figure 2.14. Puissance des six ondes en sortie de fibre en fonction de l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$ des pompes.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons proposé une formulation générale permettant d'établir, simplement et sans ambiguïté, les N équations d'évolution d'un processus de MFWM impliquant N ondes régulièrement espacées en fréquence. Notre formulation permet également d'établir des expressions analytiques pour les désaccords de phase de tous les termes de FWM présents dans les équations jusqu'au quatrième ordre de dispersion (mais avec la

possibilité d'étendre les expressions à des ordres supérieurs). A titre d'exemple, nous avons établi le système d'équations pour un MFWM à 6 ondes et avons introduit, à cette occasion, la fréquence centrale de désaccord de phase (FCDP).

Pour démontrer l'intérêt pratique de la formulation générale établie précédemment, nous avons proposé une étude théorique montrant que, dans certains cas, la prise en compte de six, huit, dix ondes, ou plus, pouvait avoir un intérêt. Nous nous sommes ensuite plus focalisés sur le modèle à six ondes et avons étudié, grâce à leurs expressions analytiques, l'influence des différents désaccords de phase sur la génération des idlers de premier et second ordre. Nous avons à cette occasion établi le lien entre la FCDP et la condition d'accord de phase.

Enfin, nous avons proposé une validation expérimentale de notre modèle dans une expérience où, à partir de deux ondes pompes de longueurs d'onde différentes injectées dans une fibre DSF, plusieurs idlers peuvent être générés en cascade. Pour certaines valeurs de l'écart en longueur d'onde entre les deux ondes pompe, la description de l'expérience au moyen d'un modèle à six ondes s'est avérée nécessaire. L'interprétation de l'expérience s'est trouvée facilitée par l'étude préalable des désaccords de phase menée dans la partie théorique.

L'étude présentée dans ce chapitre montre bien la nécessité de disposer, dans certains cas, d'un modèle complet permettant d'identifier tous les termes de FWM et leurs désaccords de phase associés dans un processus de MFWM à N ondes. Une application évidente de ce modèle concerne l'étude de la génération de peignes de fréquences. Dans le chapitre suivant, nous proposerons un autre exemple d'application de notre modèle dans un cas où sept ondes doivent être prises en compte.

Un prolongement possible de ce travail pourrait être de prendre en compte l'aspect vectoriel des ondes pour décrire les interactions entre les états de polarisation dans les fibres biréfringentes, pour un modèle à N ondes. Par ailleurs, les études que nous avons présentées ici ont toutes été effectuées dans le cadre du régime stationnaire (dans lequel les dérivées temporelles sont nulles). Il pourrait être intéressant de ne pas faire l'approximation du régime stationnaire afin d'étudier la dynamique non linéaire complexe d'un système à N ondes.

Le travail présenté dans ce chapitre a fait l'objet d'une communication orale internationale [60] et d'une communication orale nationale [61].

CHAPITRE 3

CONVERSION DE FRÉQUENCE SENSIBLE À LA PHASE

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à une expérience de conversion de fréquence sensible à la phase, à base de FWM, permettant la décomposition des composantes en quadrature d'un signal optique. Cet effet a été démontré récemment par plusieurs groupes mais n'a pas fait, à notre connaissance, l'objet d'une étude théorique approfondie. Notre but sera de proposer une étude théorique de ce dispositif, sur la base du modèle élaboré au chapitre 2. Nous verrons que, grâce à notre étude, nous avons pu proposer une configuration plus simple pour ce convertisseur de fréquence et en avons fait la démonstration expérimentale.

Ce chapitre s'organise de la manière suivante. Après une brève présentation du contexte de l'étude dans la partie 3.1, nous présenterons, dans la partie 3.2, l'étude théorique que nous avons effectuée. Nous validerons ensuite cette étude, à la fois numériquement (dans la partie 3.3) et expérimentalement (dans la partie 3.4). Dans la partie 3.5, nous étudierons théoriquement l'influence de la dispersion sur les performances du convertisseur et essaierons de voir, dans la partie 3.6, si d'autres configurations peuvent être moins sensibles à la dispersion.

3.1 Introduction

Les dispositifs optiques sensibles à la phase d'un signal optique sont d'un grand intérêt pour de nombreuses applications. L'interférométrie est évidemment l'une des premières applications à laquelle on pense. Dans le domaine des communications optiques, depuis l'avènement des nouveaux formats de modulation utilisant le codage de la phase des signaux, ces dispositifs ont connu un regain d'intérêt. Le FWM étant un effet non linéaire sensible à la phase, il est par exemple couramment exploité pour le développement d'amplificateurs [62], de régénérateurs [63] ou de convertisseurs de fréquence [64] sensibles à la phase.

Récemment, R. P. Webb *et al.* ont démontré un convertisseur de fréquence sensible à la phase à base de FWM dans un amplificateur optique à semi-conducteurs (SOA pour *semiconductor optical amplifier*) [15]. Son principe est le suivant. Quatre ondes pompe et une onde signal sont injectées dans le SOA. A la sortie du SOA, par effet de mélange à quatre ondes, les deux composantes en quadrature de l'onde signal sont converties sur deux idlers différents, à différentes fréquences. Plus récemment, en utilisant le même mécanisme, F. Da Ros *et al.* ont démontré la conversion des deux composantes en quadrature d'un signal QPSK (*quadrature phase-shift keying*) vers deux signaux BPSK (*binary phase-shift keying*) dans une fibre HNLF (*highly nonlinear fiber*) [16] et dans un guide d'onde PPLN (*periodically-poled lithium niobate*) [17]. Dans chacun des trois articles précédents, les puissances et les phases des pompes devaient être soigneusement ajustées pour permettre une conversion optimisée des composantes en quadrature du signal vers les idlers. C'est une routine numérique d'optimisation, basée sur la résolution de l'équation non linéaire de Schrödinger, qui a été utilisée dans les trois cas. A notre connaissance, aucune description analytique n'a été proposée jusqu'à maintenant pour décrire ce mécanisme de conversion de fréquence sensible à la phase, à base de FWM et utilisant quatre pompes.

Le mécanisme décrit précédemment mettant en jeu sept ondes (quatre pompes, un signal et deux idlers), régulièrement espacées en fréquence, nous avons eu l'idée d'utiliser notre modèle de MFWM avec $N = 7$ pour étudier, de manière formelle, ce convertisseur de fréquence. Nous présentons dans ce chapitre les résultats de notre étude. Nous montrons notamment que seulement trois pompes sont nécessaires pour réaliser l'opération de décomposition des composantes en quadrature au lieu des quatre pompes proposées dans les travaux originaux cités précédemment. De plus, nous établissons des relations analytiques simples permettant de déterminer les conditions initiales sur les puissances et les phases des pompes. Ces relations simples permettent de s'affranchir de la routine d'optimisation numérique utilisée précédemment. Nous poursuivons également cette étude en analysant l'effet de la dispersion de la fibre sur l'efficacité de conversion.

3.2 Étude théorique

3.2.1 Principe

Le schéma de principe d'un convertisseur de fréquence sensible à la phase, tel que proposé par F. Da Ros *et al.* dans une fibre optique non linéaire [16], est représenté sur la figure 3.1. Quatre ondes pompe, nommées P1, P3, P5 et P7 et espacées du même écart en fréquence $2\Delta\omega$ sont injectées dans une HNLF. Une onde signal, appelée S6, dont la fréquence se situe entre les fréquences des ondes P5 et P7, est également injectée dans la fibre optique. Sous réserve que toutes les ondes soient cohérentes entre elles, en fonction de la phase ϕ_6 du

signal S6, un idler I2 ou I4 peut être généré. Par exemple, l'idler I4 est généré si $\phi_6 = 0$ et l'idler I2 est généré si $\phi_6 = \pi/2$, comme illustré sur la figure 3.1. Ce principe permet la conversion simultanée des deux composantes en quadrature d'un signal complexe vers deux longueurs d'onde différentes et trouve des applications dans le domaine de la détection cohérente par exemple.

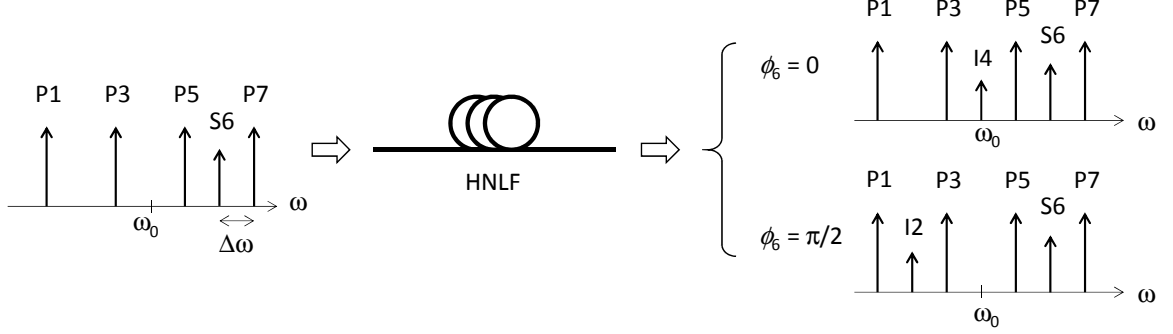


Figure 3.1. Schéma de principe du convertisseur de fréquence sensible à la phase basé sur le FWM dans une fibre optique non linéaire, d'après [16].

Pour la démonstration expérimentale, et afin d'assurer que les idlers I2 et I4 correspondent bien aux deux composantes en quadrature du signal S6, les puissances et les phases des ondes pompe et de l'onde signal doivent être correctement ajustées. Dans l'expérience de F. Da Ros *et al.* [16], une optimisation numérique utilisant la résolution numérique de l'ENLS a été utilisée afin de trouver les quatre valeurs des puissances et les quatre valeurs des phases des pompes ainsi que la valeur de la puissance du signal. Ces valeurs de puissances et de phases utilisées par les auteurs sont reportées dans le tableau 3.1.

	P1	P3	P5	P7	S6
Puissance (dBm)	6,9	14,3	14,7	12,5	-2,5
Phase (rad)	1,1	0,3	1,4	0,1	—

Tableau 3.1. Valeurs expérimentales des puissances et des phases des quatre ondes pompe et du signal utilisées dans l'article [16].

Cette optimisation multi-paramètre peut être assez coûteuse en temps de calcul et ne garantit pas de trouver le jeu de paramètres optimal. De plus, cette procédure numérique ne permet pas d'interpréter physiquement les mécanismes qui entrent en jeu dans cette expérience de décomposition des composantes en quadrature d'un signal optique complexe. Par la suite, nous allons proposer une étude théorique de cette expérience en partant de notre modèle de mélange à quatre ondes multiple et serons en mesure de proposer des expressions analytiques simples pour les puissances et les phases des ondes.

3.2.2 Equations d'évolution

On remarque, d'après le schéma de la figure 3.1, que l'expérience de conversion de fréquence sensible à la phase fait intervenir sept ondes régulièrement espacées entre elles de la quantité $\Delta\omega$. En utilisant les équations (2.52)-(2.55) pour $N = 7$ nous sommes donc en mesure d'écrire les équations d'évolution des sept ondes en régime stationnaire. Le système complet des 7 équations couplées et des 22 désaccords de phase associés est donné dans l'annexe B. Les ondes sont numérotées par ordre croissant de leur fréquence, comme sur la figure 3.1. Ce système peut se résoudre numériquement mais il est en l'état trop complexe pour permettre d'en tirer des conclusions intéressantes. Nous allons voir que nous pouvons le simplifier énormément.

Premièrement, puisque nous ne nous intéressons qu'à l'évolution des puissances des idlers I2 et I4, notamment en fonction de la phase du signal S6, nous considérerons que les amplitudes complexes des autres ondes (les pompes et le signal) ne dépendent pas de z . Cette hypothèse revient à se placer dans le régime de non déplétion des ondes pompe et signal. Nous n'allons donc considérer que les équations d'évolution des idlers I2 et I4 avec les amplitudes A_1, A_3, A_5, A_6 et A_7 constantes. Ces équations, tirées de l'annexe B, sont

$$\begin{aligned} \frac{dA_2}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_2 + i\gamma \left(|A_2|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2 + 2|A_7|^2 \right) A_2 \\ & + i\gamma \left(A_3^2 A_4^* e^{-i\Delta\beta_{234}z} + A_4^2 A_6^* e^{-i\Delta\beta_{246}z} + 2A_1 A_3 A_2^* e^{i\Delta\beta_{123}z} + 2A_3 A_4 A_5^* e^{-i\Delta\beta_{2345}z} \right. \\ & + 2A_1 A_4 A_3^* e^{i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_3 A_5 A_6^* e^{-i\Delta\beta_{2356}z} + 2A_1 A_5 A_4^* e^{i\Delta\beta_{1245}z} + 2A_3 A_6 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{2367}z} \\ & \left. + 2A_1 A_6 A_5^* e^{i\Delta\beta_{1256}z} + 2A_1 A_7 A_6^* e^{i\Delta\beta_{1267}z} + 2A_4 A_5 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{2457}z} \right), \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_4}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_4 + i\gamma \left(|A_4|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2 + 2|A_7|^2 \right) A_4 \\ & + i\gamma \left(A_5^2 A_6^* e^{-i\Delta\beta_{456}z} + A_3^2 A_2^* e^{-i\Delta\beta_{234}z} + 2A_3 A_5 A_4^* e^{i\Delta\beta_{345}z} + 2A_3 A_6 A_5^* e^{i\Delta\beta_{3456}z} \right. \\ & + 2A_2 A_5 A_3^* e^{i\Delta\beta_{2345}z} + 2A_5 A_6 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{4567}z} + 2A_2 A_3 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_3 A_7 A_6^* e^{i\Delta\beta_{3467}z} \\ & + 2A_1 A_5 A_2^* e^{i\Delta\beta_{1245}z} + 2A_2 A_6 A_4^* e^{i\Delta\beta_{246}z} + 2A_2 A_7 A_5^* e^{i\Delta\beta_{2457}z} + 2A_1 A_6 A_3^* e^{i\Delta\beta_{1346}z} \\ & \left. + 2A_1 A_7 A_4^* e^{i\Delta\beta_{147}z} \right), \end{aligned} \quad (3.2)$$

où les désaccords de phase $\Delta\beta_{ijkl}$, que nous ne détaillerons pas ici, sont donnés dans l'annexe B.

Les équations (3.1) et (3.2) contiennent tous les termes associés aux phénomènes pouvant affecter les ondes A_2 et A_4 au cours de leur propagation dans la fibre optique, à savoir les pertes, l'auto-modulation de phase, la modulation de phase croisée et le FWM. Concernant le FWM, on remarque qu'il existe beaucoup de possibilités de couplage pour chacune des ondes (11 termes de FWM pour l'onde A_2 et 13 termes pour l'onde A_4). Cependant, tous ces termes n'ont pas le même poids. En effet, en raison de l'hypothèse de non déplétion

des ondes pompes et signal, les amplitudes A_2 et A_4 sont beaucoup plus faibles que les amplitudes des autres ondes. On peut donc s'attendre à ce que les termes contenant au moins une fois l'amplitude A_2 ou A_4 soient négligeables devant les termes ne les contenant pas. En négligeant tous les termes contenant A_2 ou A_4 dans les équations précédentes et en négligeant également les pertes de la fibre on obtient

$$\frac{dA_2}{dz} = i\gamma \left(2A_3A_5A_6^*e^{-i\Delta\beta_{2356}z} + 2A_3A_6A_7^*e^{-i\Delta\beta_{2367}z} + 2A_1A_6A_5^*e^{i\Delta\beta_{1256}z} + 2A_1A_7A_6^*e^{i\Delta\beta_{1267}z} \right), \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_4}{dz} = i\gamma \left(A_5^2A_6^*e^{-i\Delta\beta_{456}z} + 2A_3A_6A_5^*e^{i\Delta\beta_{3456}z} + 2A_5A_6A_7^*e^{-i\Delta\beta_{4567}z} + 2A_3A_7A_6^*e^{i\Delta\beta_{3467}z} \right. \\ \left. + 2A_1A_6A_3^*e^{i\Delta\beta_{1346}z} \right). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Dans les équations (3.3) et (3.4), tous les termes de FWM restant correspondent à des combinaisons possibles entre les pompes et le signal pouvant conduire à des échanges d'énergie vers les idlers I2 et I4. La force de ces couplages dépend notamment des désaccords de phase $\Delta\beta_{ijkl}z$ présents dans les équations. Habituellement dans les expériences nécessitant des échanges efficaces d'énergie à base de FWM, les fibres optiques sont utilisées près de leur longueur d'onde de dispersion nulle pour permettre de négliger les désaccords de phase. C'est notamment le cas dans l'article de F. Da Ros *et al.* [16] et ce sera le cas dans l'expérience que nous présenterons dans un prochain paragraphe. Nous allons donc supposer que tous les désaccords de phase $\Delta\beta_{ijkl}z$ sont proches de zéro dans les équations (3.3) et (3.4), ce qui conduit au système simplifié suivant

$$\frac{dA_2}{dz} = i\gamma \left(2A_3A_5A_6^* + 2A_3A_6A_7^* + 2A_1A_6A_5^* + 2A_1A_7A_6^* \right), \quad (3.5)$$

$$\frac{dA_4}{dz} = i\gamma \left(A_5^2A_6^* + 2A_3A_6A_5^* + 2A_5A_6A_7^* + 2A_3A_7A_6^* + 2A_1A_6A_3^* \right). \quad (3.6)$$

Le cas d'une dispersion non nulle sera étudiée plus loin dans ce chapitre. Dans les équations (3.5) et (3.6), chaque terme de FWM contient l'amplitude A_6 du signal et une combinaison de deux pompes. Nous allons maintenant proposer une simplification supplémentaire en supprimant une des 4 pompes. La pompe choisie sera la pompe P5 pour des raisons que nous verrons plus tard. En annulant l'amplitude A_5 , le système devient donc

$$\frac{dA_2}{dz} = 2i\gamma \left(A_1A_7A_6^* + A_3A_6A_7^* \right), \quad (3.7)$$

$$\frac{dA_4}{dz} = 2i\gamma \left(A_3A_7A_6^* + A_1A_6A_3^* \right). \quad (3.8)$$

Nous arrivons donc maintenant à un système très simplifié par rapport au système initial et nous allons démontrer que les deux termes restants dans chacune des deux équations sont effectivement ceux qui permettent une séparation des composantes en quadrature du signal S6 vers les idlers I2 et I4. Le système (3.7)-(3.8) se résout très facilement analytiquement

puisque tous les termes des membres de droite des équations sont indépendants de z , en raison de notre hypothèse de non déplétion des ondes pompe et signal. Avant de proposer la solution analytique, nous allons voir comment utiliser le système (3.7)-(3.8) pour en déduire les conditions initiales sur les puissances et les phases des ondes pompe et signal.

3.2.3 Conditions initiales

Les ondes pompes et signal ne variant pas au cours de la propagation dans la fibre, le but de ce paragraphe est de trouver les valeurs de leur puissance et de leur phase à injecter à l'entrée de la fibre pour obtenir le phénomène désiré de conversion sensible à la phase. Nous présentons ici une méthode possible pour déterminer ces conditions initiales et présentons dans l'annexe C une méthode différente, proposée par notre collègue Michel Joindot du laboratoire Foton.

Le membre de droite des équations d'évolution (3.7)-(3.8) des ondes idler A_2 et A_4 contient la somme de deux termes lorsque seulement trois pompes sont prises en compte. Nous pouvons donc en déduire que, pour décrire correctement notre phénomène de séparation des composantes en quadrature du signal S6, les termes $A_1 A_7 A_6^*$ et $A_3 A_6 A_7^*$ de l'équation (3.7) doivent s'annuler mutuellement pour une valeur donnée de la phase ϕ_6 du signal alors que les termes $A_3 A_7 A_6^*$ et $A_1 A_6 A_3^*$ de l'équation (3.8) doivent s'additionner pour la même valeur de ϕ_6 . Ceci conduit à la génération de l'onde A_4 alors que l'onde A_2 reste à zéro pour cette valeur de ϕ_6 . La situation inverse doit alors se produire pour la valeur $\phi_6 + \pi/2$ de la phase du signal, c'est-à-dire que les termes $A_1 A_7 A_6^*$ et $A_3 A_6 A_7^*$ doivent s'additionner alors que les termes $A_3 A_7 A_6^*$ et $A_1 A_6 A_3^*$ doivent se soustraire, permettant ainsi à l'onde A_2 d'être générée contrairement à l'onde A_4 . Ceci impose évidemment des conditions particulières sur les amplitudes et les phases des ondes que nous allons décrire maintenant.

Pour décrire parfaitement le schéma précédent, une première condition à satisfaire est que les modules des différents termes des équations (3.7)-(3.8) soient identiques. Ecrivons les amplitudes des ondes A_n de la manière suivante

$$A_n = \sqrt{P_n} \exp(i\phi_n), \quad (3.9)$$

où P_n est la puissance de l'onde et ϕ_n sa phase. Pour satisfaire l'égalité des modules, la condition sur les puissances est donc

$$P_1 = P_3 = P_7. \quad (3.10)$$

Rappelons que dans notre cas $P_5 = 0$, ce qui est une condition nécessaire permettant d'aboutir au système (3.7)-(3.8).

L'équation (3.10) exprime le fait qu'il n'existe aucune condition particulière sur les valeurs des puissances des 3 pompes P1, P3 et P7 pourvu qu'elles soient identiques. Aucune condition n'est également requise pour la puissance du signal S6. Rappelons tout de même que les conditions de non déplétion des ondes doivent être satisfaites.

La seconde condition concerne les arguments (ou phases) de chaque terme du membre de droite des équations (3.7) et (3.8). Comme la phase du signal est variable, nous la prendrons de la forme $\phi_6 = \phi_6^0 + \delta\phi_6$ où ϕ_6^0 est la partie constante de ϕ_6 et $\delta\phi_6$ sa partie variable. Si nous supposons que c'est l'idler I4 qui est maximum et que l'idler I2 est minimum pour $\delta\phi_6 = 0$, alors les termes $A_1A_7A_6^*$ et $A_3A_6A_7^*$ de l'équation (3.7) doivent être déphasés de π (mod. 2π) pour assurer l'extinction de l'idler I2 et les termes $A_3A_7A_6^*$ et $A_1A_6A_3^*$ de l'équation (3.8) doivent avoir la même phase (mod. 2π) pour $\delta\phi_6 = 0$ afin d'assurer la génération de l'idler I4. Ceci conduit aux conditions suivantes sur les phases des ondes

$$\phi_1 + \phi_7 - \phi_6^0 = \phi_3 + \phi_6^0 - \phi_7 + (2k + 1)\pi, \quad (3.11)$$

$$\phi_3 + \phi_7 - \phi_6^0 = \phi_1 + \phi_6^0 - \phi_3 + 2k'\pi, \quad (3.12)$$

où k et k' sont des entiers relatifs.

Il est intéressant de noter que pour la valeur $\phi_6^0 + \pi/2$ de la phase, la condition imposant que les phases des termes $A_1A_7A_6^*$ et $A_3A_6A_7^*$ doivent être égales dans l'équation (3.7) et que les phases des termes $A_3A_7A_6^*$ et $A_1A_6A_3^*$ doivent être décalées de π dans l'équation (3.8) est automatiquement satisfaite par les conditions (3.11) et (3.12) lorsque l'on remplace ϕ_6^0 par $\phi_6^0 + \pi/2$. A partir des équations (3.11) et (3.12), nous pouvons par exemple exprimer les phases ϕ_1 et ϕ_3 des pompes P1 et P3 en fonction de la phase ϕ_7 de la pompe P7 et de la phase initiale ϕ_6^0 du signal S6

$$\phi_1 = 6\phi_6^0 - 5\phi_7 + 2k'\pi, \quad (3.13)$$

$$\phi_3 = 4\phi_6^0 - 3\phi_7 + (2k + 1)\pi. \quad (3.14)$$

Ces équations indiquent qu'aucune condition particulière n'est requise sur la valeur des phases ϕ_6^0 et ϕ_7 mais qu'une fois que ces valeurs ont été choisies, la valeur des phases ϕ_1 et ϕ_3 doit être déterminée d'après les équations (3.13) et (3.14). Notons que la valeur de ϕ_6^0 , choisie par exemple par l'expérimentateur, est celle pour laquelle l'idler I4 est généré alors que l'idler I2 est à zéro. La valeur de ϕ_7 peut quant à elle être arbitrairement choisie. Le tableau 3.2 donne quelques exemples de valeurs de phase des différentes ondes satisfaisant aux conditions (3.13) et (3.14).

Nous venons donc de montrer, à partir d'un modèle simplifié d'équations régissant l'évolution des idlers I2 et I4, qu'il devrait être possible d'obtenir la conversion des composantes en quadrature d'un signal S6 dans un schéma de convertisseur de fréquence à base de FWM utilisant 3 pompes. Avant d'en faire la démonstration numérique, puis expérimentale, nous

ϕ_1	ϕ_3	ϕ_6^0	ϕ_7
0	π	0	0
π	0	0	π
π	π	$\pi/2$	0
0	0	$\pi/2$	π
$\pi/4$	$-3\pi/4$	$\pi/4$	$\pi/4$
$7\pi/8$	$-3\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/8$

Tableau 3.2. Quelques valeurs possibles pour les phases des ondes conformément aux conditions (3.13) et (3.14).

allons écrire les solutions analytiques des amplitudes et des puissances des ondes idler puis proposer une analogie avec un interféromètre non linéaire à deux ondes.

3.2.4 Solution analytique

Comme nous l'avons dit précédemment le système (3.7)-(3.8) se résout facilement analytiquement dans la mesure où, dans l'hypothèse de la non déplétion des ondes, tous les termes du membre de droite des équations sont indépendants de z . En utilisant en plus les conditions (3.13) et (3.14) établies précédemment, nous trouvons les expressions suivantes pour les amplitudes $A_2(L)$ et $A_4(L)$ en sortie d'une fibre optique de longueur L

$$A_2(L) = 4\gamma\sqrt{P_6}P_0Le^{i(5\phi_6^0-4\phi_7)}\sin\delta\phi_6, \quad (3.15)$$

$$A_4(L) = -4i\gamma\sqrt{P_6}P_0Le^{i(3\phi_6^0-2\phi_7)}\cos\delta\phi_6, \quad (3.16)$$

où P_0 est la puissance des pompes P1, P3 et P7. On remarque bien dans les équations (3.15) et (3.16) l'évolution en quadrature des amplitudes des ondes $A_2(L)$ et $A_4(L)$. Pour les puissances des idlers nous obtenons donc les équations suivantes

$$P_2(L) = |A_2(L)|^2 = 16P_6P_0^2\gamma^2L^2\sin^2\delta\phi_6, \quad (3.17)$$

$$P_4(L) = |A_4(L)|^2 = 16P_6P_0^2\gamma^2L^2\cos^2\delta\phi_6. \quad (3.18)$$

Les équations (3.17) et (3.18) confirment bien l'échange d'énergie entre les idlers I2 et I4 en fonction de la phase ϕ_6 du signal S6 et donnent accès à la puissance maximale convertie qui est de $16P_6\gamma^2P_0^2L^2$.

3.2.5 Analogie avec un interféromètre à deux ondes

Nous proposons dans ce paragraphe de revenir sur l'interprétation physique du phénomène de conversion sensible à la phase en faisant l'analogie avec un interféromètre non linéaire à deux ondes. Pour cela, nous allons représenter les quatre termes $A_iA_jA_k^*$ présents

dans les équations (3.7) et (3.8) en tant que phaseurs dans le plan complexe. Ces phaseurs ont le même module, en raison de la condition (3.10), mais ont une phase qui évolue lorsque la phase du signal S6 varie de ϕ_6^0 à $\phi_6^0 + \delta\phi_6$. Pour cette représentation, nous prendrons les conditions initiales de la première ligne du tableau 3.2, c'est-à-dire $\phi_1 = \phi_6^0 = \phi_7 = 0$ et $\phi_3 = \pi$.

La figure 3.2(a) représente les phaseurs $A_1A_7A_6^*$ et $A_3A_6A_7^*$ de l'équation (3.7) pour $\delta\phi_6 = 0$ et la figure 3.2(b) représente les phaseurs $A_3A_7A_6^*$ et $A_1A_6A_3^*$ de l'équation (3.8) pour $\delta\phi_6 = 0$ également. Pour cette valeur de $\delta\phi_6$, les deux phaseurs de la figure 3.2(a) sont en opposition de phase alors qu'ils sont en phase sur la figure 3.2(b). Il en résulte des interférences constructives pour l'onde A_4 et des interférences destructives pour l'onde A_2 . Pour $\delta\phi_6 = 0$, c'est donc l'idler I4 qui est généré.

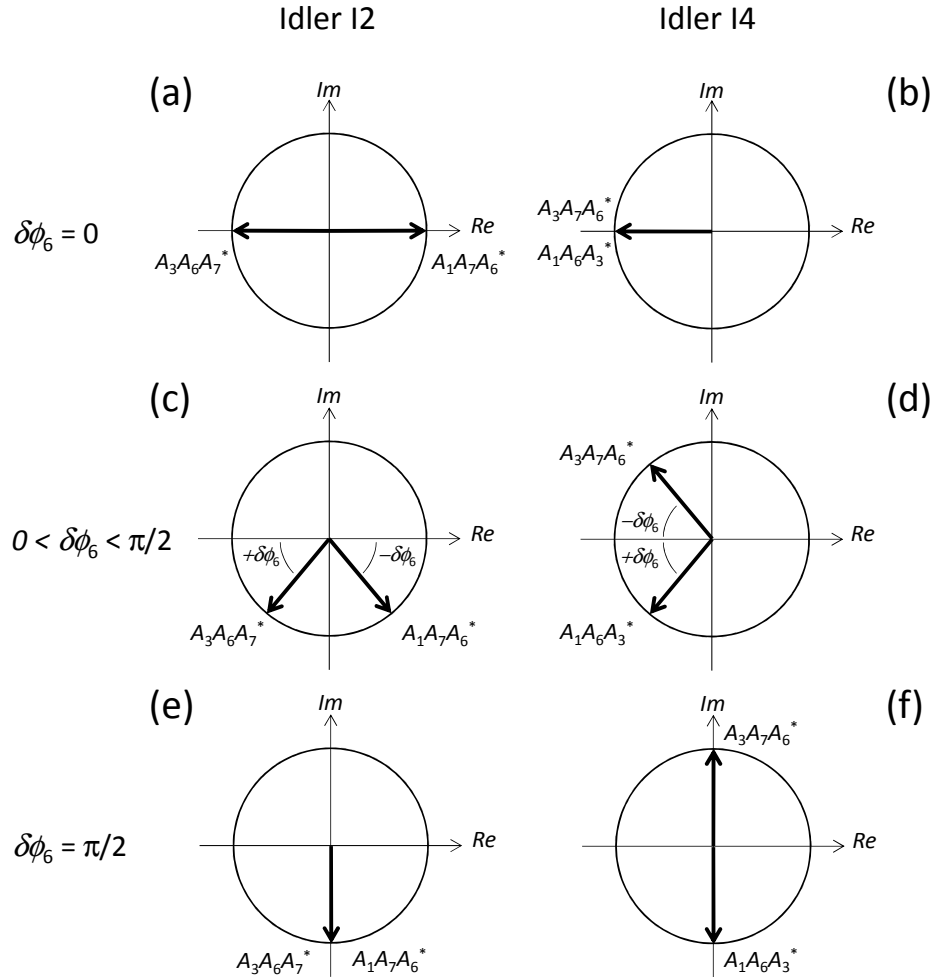


Figure 3.2. Représentation des termes $A_iA_jA_k^*$ des équations (3.7)-(3.8) en tant que phaseurs dans le plan complexe pour les conditions initiales suivantes : $\phi_1 = \phi_6^0 = \phi_7 = 0$ et $\phi_3 = \pi$.

Sur les figures 3.2(c) et 3.2(d), pour une valeur quelconque du déphasage $\delta\phi_6$ compris entre 0 et $\pi/2$, chaque terme se voit affecté d'un phase supplémentaire, positive pour les

termes proportionnels à A_6 et négative pour les termes proportionnels à A_6^* . Il en résulte une rotation, dans un sens ou dans l'autre, des phaseurs dans le plan complexe.

Les figures 3.2(e) et 3.2(f) représentent les phaseurs pour le cas particulier où $\delta\phi_6 = \pi/2$. Dans ce cas, la phase additionnelle conduit à une situation où les phaseurs $A_3A_7A_6^*$ et $A_1A_6A_3^*$ sont en opposition de phase alors que les phaseurs $A_3A_6A_7^*$ et $A_1A_7A_6^*$ sont en phase. Dans ce cas, c'est l'onde A_4 qui disparaît complètement au profit de l'onde A_2 qui est générée efficacement. Il est assez facile de comprendre que, pour des déphasages $\delta\phi_6$ supérieurs à $\pi/2$, les phaseurs poursuivent leur rotation dans le plan complexe et que la même configuration qu'en $\delta\phi_6 = 0$ se produit pour $\delta\phi_6 = \pi$.

Enfin, il est également facile de vérifier que les conditions (3.13) et (3.14) sur les phases ϕ_1 et ϕ_3 sont les conditions qui permettent aux phaseurs $A_3A_6A_7^*$ et $A_1A_7A_6^*$ d'être en opposition de phase et aux phaseurs $A_3A_7A_6^*$ et $A_1A_6A_3^*$ d'être en phase pour $\delta\phi_6 = 0$ quelles que soient les valeurs de ϕ_6^0 et ϕ_7 . A titre d'exemple, la figure 3.3 représente les phaseurs pour un autre jeu de conditions initiales : celui de la dernière ligne du tableau 3.2. Là encore, on constate bien que la rotation des phaseurs conduit bien à la génération ou à l'annihilation des idlers en fonction de la phase $\delta\phi_6$ du signal.

Nous avons donc proposé dans ce paragraphe une interprétation du mécanisme de conversion de fréquence sensible à la phase en termes d'interférence à deux ondes. Le dispositif expérimental agit en effet comme un interféromètre pour lequel les deux sorties (I2 et I4) dépendent de la somme constructive ou destructive de deux ondes. Le principe d'un interféromètre non linéaire, basé sur le FWM, a été proposé récemment par Fu [65]. Il a également été proposé par Webb [66] pour décrire le mécanisme de conversion sensible à la phase dans un schéma à quatre pompes dans un SOA. En complément de ces travaux, nous avons proposé une étude théorique et analytique complète du phénomène de conversion sensible à la phase dans un schéma simplifié à trois pompes. Par rapport aux configurations à quatre pompes initialement proposées pour ce type de convertisseur, c'est la pompe P5 que nous avons annulée. Il est en effet facile de montrer que, d'après les équations (3.5) et (3.6), P5 est la seule pompe qui, une fois annulée, permet d'obtenir une configuration d'interféromètre à deux ondes équilibré tel que nous venons de le décrire. Avant d'aller plus loin dans l'étude de ce convertisseur de fréquence sensible à la phase, nous allons maintenant résumer les résultats obtenus.

3.2.6 Résumé

Dans cette partie, nous avons proposé une étude théorique du phénomène de conversion de fréquence sensible à la phase permettant une séparation des composantes en quadrature d'un signal complexe vers deux longueurs d'onde distinctes. Cette étude théorique nous a

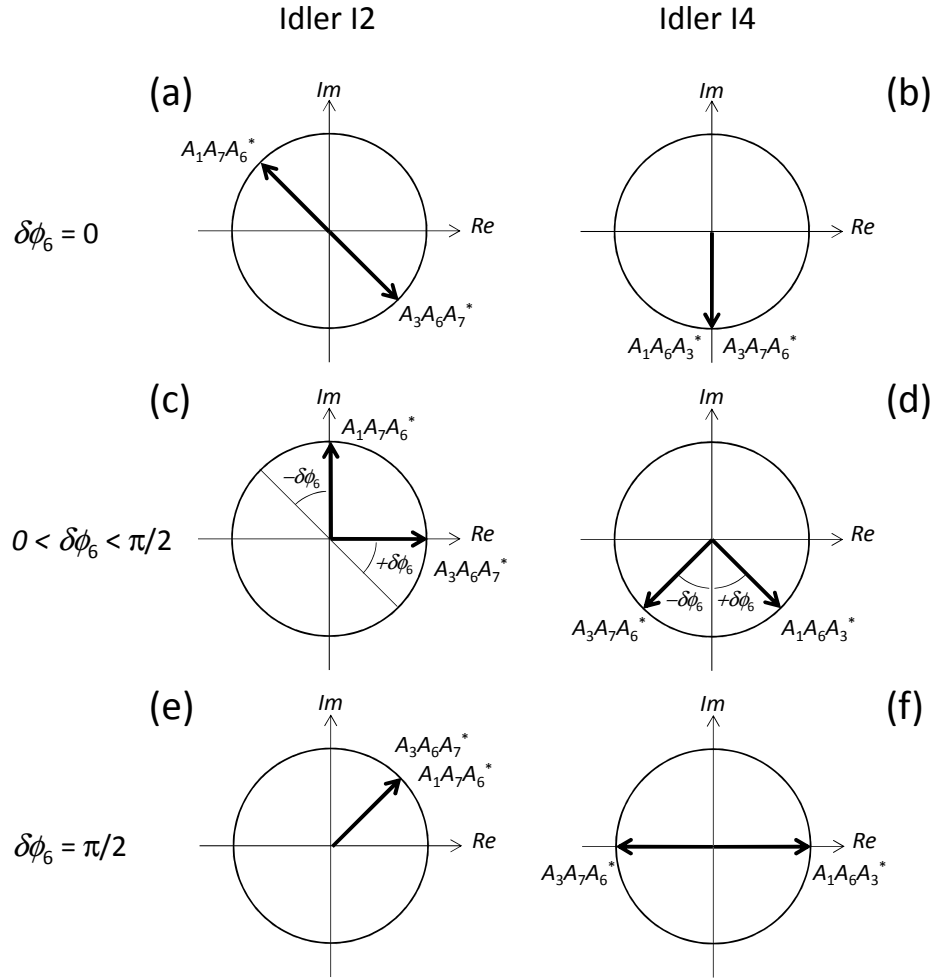


Figure 3.3. Représentation des phaseurs dans le plan complexe pour les conditions initiales suivantes : $\phi_1 = 7\pi/8$, $\phi_3 = -3\pi/8$, $\phi_6^0 = \pi/4$ et $\phi_7 = \pi/8$.

permis de remarquer que seulement trois pompes étaient nécessaires pour la mise en œuvre de ce processus. La figure 3.4 présente le schéma à 3 pompes que nous avons proposé.

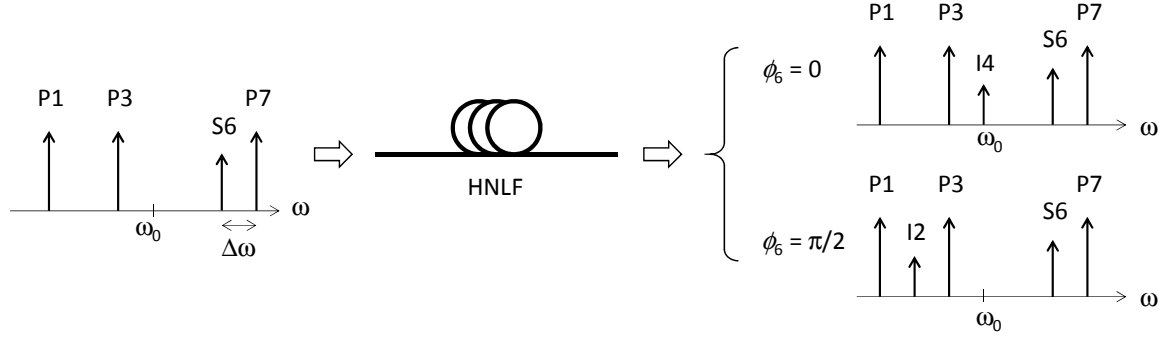


Figure 3.4. Schéma de principe du convertisseur de fréquence sensible à la phase utilisant seulement 3 pompes.

Grâce à notre étude, nous avons établi des formules très simples permettant de définir le jeu de paramètres qu'il faut imposer aux trois pompes afin de réaliser pratiquement le convertisseur. Ces conditions sont résumées par les trois équations suivantes

$$P_1 = P_3 = P_7, \quad (3.19)$$

$$\phi_1 = 6\phi_6^0 - 5\phi_7 + 2k'\pi, \quad (3.20)$$

$$\phi_3 = 4\phi_6^0 - 3\phi_7 + (2k + 1)\pi. \quad (3.21)$$

3.3 Validation numérique

Dans ce paragraphe, nous allons simuler numériquement le processus de conversion de phase et comparer les résultats aux équations analytiques trouvées précédemment.

3.3.1 Influence des puissances

Nous démarrerons les simulations avec une fibre HNLF dont les caractéristiques sont les suivantes : $L = 500$ m, $\gamma = 10,8 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$, $\alpha = 0,20 \text{ dB/km}$, $\lambda_{\text{ZD}} = 1548 \text{ nm}$, $S = 0,006 \text{ ps} \cdot \text{nm}^{-2} \cdot \text{km}^{-1}$. Il s'agit d'une fibre disponible au laboratoire et avec laquelle nous réaliserons expérimentalement la conversion de fréquence sensible à la phase (voir paragraphe 3.4). La longueur d'onde centrale λ_0 du peigne d'ondes (correspondant à la longueur d'onde de l'idler I4) sera prise à 1550 nm et l'écart en fréquence sera de $\Delta\nu = \Delta\omega/2\pi = 20 \text{ GHz}$, correspondant à un écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$ de 0,16 nm. Nous commencerons par prendre des puissances de pompe relativement faibles à savoir $P_1 = P_3 = P_7 = 0 \text{ dBm}$ et une puissance du signal $P_6 = 0 \text{ dBm}$ également. Ceci nous assure d'être dans le régime de non déplétion des ondes pompe. Les conditions sur les phases seront celles de la première ligne du tableau 3.2 à savoir $\phi_1 = \phi_6^0 = \phi_7 = 0$ et $\phi_3 = \pi$.

La figure 3.5 représente les puissances des idlers I2 et I4 en sortie de fibre HNLf en fonction de la phase ϕ_6 du signal dans les différents cas suivants : (i) le modèle analytique donné par les équations (3.17) et (3.18), (ii) le modèle complet à 7 ondes donné dans l'annexe B et (iii) la résolution numérique de l'ENLS. La puissance du signal S6, calculée à partir de la résolution de l'ENLS, est également représentée. On remarque que l'effet d'échange d'énergie entre les idlers I2 et I4 en fonction de la phase est parfaitement décrit par les 3 modèles (dont les courbes sont quasiment confondues), prouvant que les hypothèses nous ayant conduits à simplifier le modèle initial à 7 ondes sont parfaitement valables. La puissance du signal est bien au dessus de la puissance des idlers et ne varie pas, prouvant que l'hypothèse de non déplétion de l'onde signal est respectée.

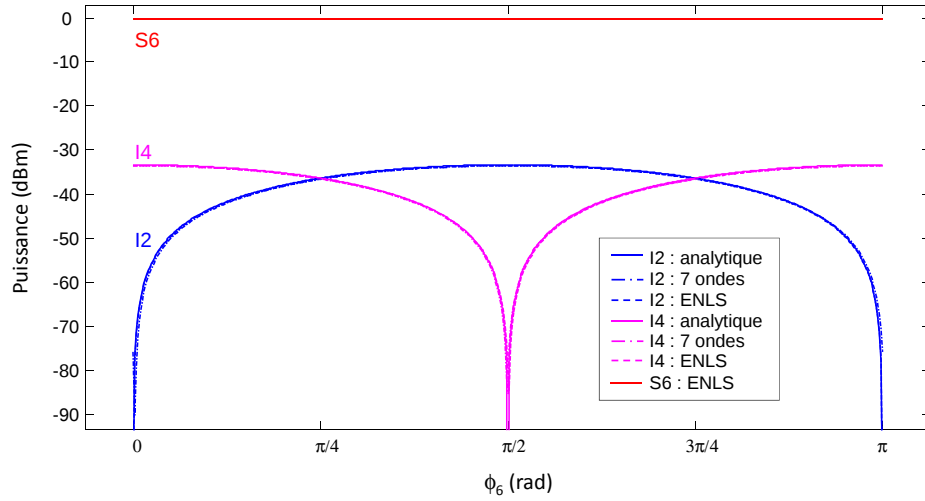


Figure 3.5. Puissance des idlers I2 et I4 en fonction de ϕ_6 pour $P_1 = P_3 = P_7 = 0$ dBm et $P_6 = 0$ dBm.

D'après les équations (3.17) et (3.18), la puissance maximum $P_{\max}$ des idlers est

$$P_{\max} = 16P_6P_0^2\gamma^2L^2. \quad (3.22)$$

Nous pouvons définir l'efficacité de conversion κ comme le rapport de la puissance maximale $P_{\max}$ sur la puissance du signal P_6 . Sa valeur est donc

$$\kappa = 16P_0^2\gamma^2L^2. \quad (3.23)$$

Pour les valeurs utilisées dans les simulations nous obtenons une valeur de κ égale à -33 dB, ce qui est également la valeur obtenue sur la figure 3.5. Cette valeur paraît insuffisante pour un fonctionnement efficace du convertisseur.

La figure 3.6 montre la même comparaison obtenue avec la même fibre et les mêmes conditions de phase mais avec des puissances de pompe plus importantes, à savoir $P_1 = P_3 = P_7 = 10$ dBm et une puissance de signal toujours égale à $P_6 = 0$ dBm. Dans ce cas,

l'efficacité de conversion κ atteint une valeur de -13 dB, compatible avec une utilisation du convertisseur pour des applications de télécommunications optiques. On constate toutefois sur cette figure que des différences apparaissent entre les différents modèles. Les puissances plus importantes induisent en effet des déphasages non linéaires plus importants et les hypothèses de non déplétion des pompes ne sont plus forcément vérifiées. Par ailleurs, les différences entre l'ENLS et le modèle à 7 ondes proviennent du fait que pour ces valeurs de puissances, d'autres idlers sont générées en dehors du peigne initial nécessitant un modèle à plus de 7 ondes. On constate néanmoins que, dans les conditions de la figure 3.6, la décomposition des composantes en quadrature du signal S6 peut être considérée comme globalement réalisée.

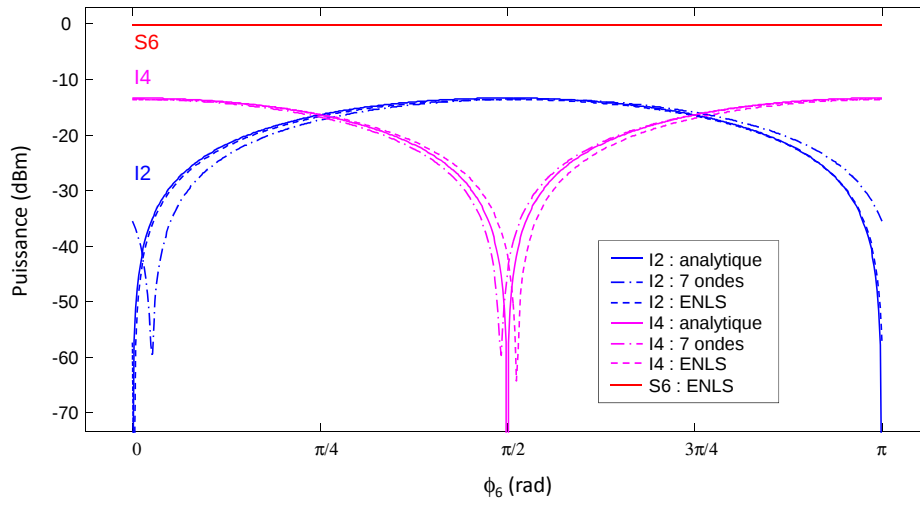


Figure 3.6. Puissance des idlers I2 et I4 en fonction de ϕ_6 pour $P_1 = P_3 = P_7 = 10$ dBm et $P_6 = 0$ dBm.

D'après la relation (3.23), il est théoriquement possible d'atteindre une efficacité de conversion de 100 % si la puissance P_0 est égale à $1/(4\gamma L)$, c'est-à-dire 16,7 dBm dans notre cas. Pour vérifier ce résultat, nous avons effectué les mêmes simulations que précédemment avec des puissances de pompe $P_1 = P_3 = P_7 = 16,7$ dBm et une puissance de signal toujours égale à $P_6 = 0$ dBm. Les résultats sont représentés sur la figure 3.7. Si l'on constate que les puissances des idlers atteignent bien le niveau de puissance du signal, on remarque par contre que l'effet de conversion des composantes en quadrature du signal a quasiment disparu. Pour ces valeurs de puissances de pompe, les hypothèses de notre modèle analytique ne sont donc plus vérifiées. On peut également remarquer que la puissance du signal n'est plus constante en fonction de ϕ_6 . Pour ces plus fortes puissances, il pourrait être intéressant d'étudier l'impact des déphasages non linéaires sur la génération des idlers et d'établir un modèle plus élaboré, où l'hypothèse de non déplétion des ondes n'est satisfaite que pour les pompes et non pour le signal. Pour des raisons de temps,

nous n'avons pas entrepris cette étude pendant ma thèse, mais elle pourrait constituer un prolongement intéressant de ce travail.

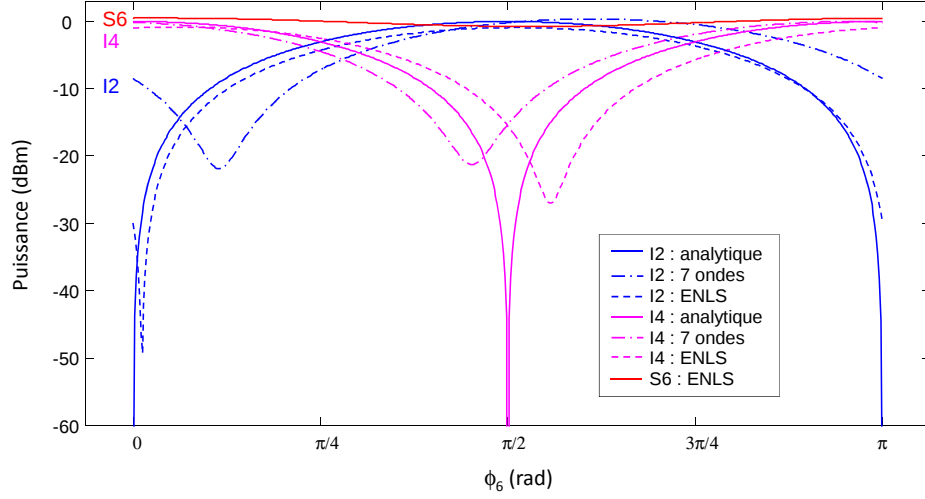


Figure 3.7. Puissance des idlers I2 et I4 en fonction de ϕ_6 pour $P_1 = P_3 = P_7 = 16,7$ dBm et $P_6 = 0$ dBm.

3.3.2 Influence du déphasage

Nous avons vérifié, grâce aux conditions (3.20) et (3.21), que nous pouvions bien choisir la valeur de la phase initiale ϕ_6^0 pour laquelle c'est l'idler I4 qui est généré alors que l'idler I2 est nul. La figure 3.8 représente les puissances des idlers I2 et I4 en fonction de la phase ϕ_6 pour deux valeurs de ϕ_6^0 : 0 et $\pi/4$. Les simulations ont été faites uniquement au moyen du modèle analytique pour les conditions précédentes de faibles puissances à savoir $P_1 = P_3 = P_7 = 0$ dBm et $P_6 = -3$ dBm. Nous observons bien sur cette figure le décalage de $\pi/4$ des courbes représentant les puissances des idlers.

3.3.3 Influence de la dispersion

La dispersion est un paramètre important qui peut influencer les efficacités de conversion des idlers I2 et I4 et nous allons étudier plus en détail son influence dans ce paragraphe. Rappelons que les simulations ont été effectuées précédemment pour de très faibles valeurs de la dispersion de la fibre et pour un faible décalage $\Delta\omega$. La longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre se situe à $\lambda_{ZD} = 1548$ nm et nous avons pris un peigne d'ondes centré sur une valeur proche (1550 nm). De plus la pente de dispersion que nous avons prise ($S = 0,006$ ps.nm⁻²km⁻¹) est celle d'une fibre HNLF dite à *dispersion plate*. Ces valeurs conduisent aux valeurs suivantes de la dispersion d'ordre 2 et d'ordre 3 à la longueur d'onde $\lambda_0 = 1550$ nm : $\beta_2 = -1,53 \times 10^{-2}$ ps².km⁻¹ et $\beta_3 = 9,8 \times 10^{-3}$ ps³.km⁻¹ sachant que nous pouvons négliger la dispersion d'ordre 4 dans notre cas. Avec un écart fréquentiel $\Delta\nu$

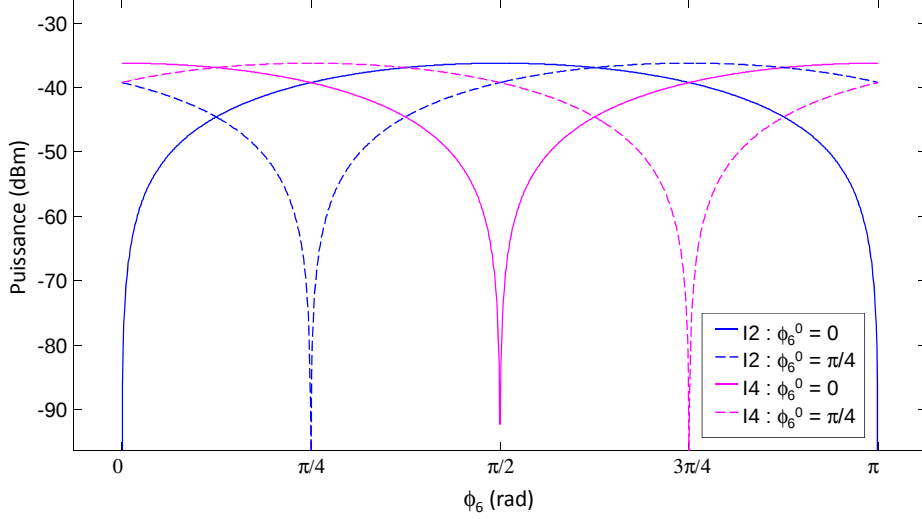


Figure 3.8. Puissance des idlers I2 et I4 en fonction de ϕ_6 pour différentes valeurs du déphasage initial ϕ_6^0 .

entre les ondes de 20 GHz, le plus grand des désaccords de phase donnés dans l'annexe B, c'est-à-dire $\Delta\beta_{147}L$, possède une valeur de l'ordre de 10^{-3} rad en valeur absolue. Cela justifie pleinement le fait d'avoir négligé tous les désaccords de phase dans les équations d'évolution.

Lorsque nous ne négligeons plus la dispersion de la fibre, parce que, par exemple, nous nous éloignons du zéro de dispersion, que la pente de dispersion augmente, que la longueur de fibre est plus importante ou que l'écart fréquentiel $\Delta\nu$ est plus grand, les termes de désaccord de phase doivent être pris en compte. En présence des désaccords de phase, les équations du modèle simplifié deviennent

$$\frac{dA_2}{dz} = 2i\gamma \left(A_1 A_7 A_6^* e^{i\Delta\beta_{1267}z} + A_3 A_6 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{2367}z} \right), \quad (3.24)$$

$$\frac{dA_4}{dz} = 2i\gamma \left(A_3 A_7 A_6^* e^{i\Delta\beta_{3467}z} + A_1 A_6 A_3^* e^{i\Delta\beta_{1346}z} \right). \quad (3.25)$$

Si l'on suit le même raisonnement que pour l'analyse théorique, en remplaçant les désaccords de phase des équations précédentes par leurs expressions, données dans l'annexe B, les conditions sur les phases permettant de générer l'idler I4 pour $\phi_6 = \phi_6^0$ et l'idler I2 pour $\phi_6 = \phi_6^0 + \pi/2$ deviennent, en négligeant la dispersion d'ordre 4,

$$\phi_1 = 6\phi_6^0 - 5\phi_7 + 5(3\Delta\omega^2\beta_2 + 2\Delta\omega^3\beta_3)z + 2k'\pi, \quad (3.26)$$

$$\phi_3 = 4\phi_6^0 - 3\phi_7 + 2(3\Delta\omega^2\beta_2 + 4\Delta\omega^3\beta_3)z + (2k + 1)\pi. \quad (3.27)$$

La condition (3.19) sur les puissances des pompes ne change pas en présence de la dispersion.

On remarque donc maintenant que dans les relations que doivent satisfaire les phases ϕ_1 et ϕ_3 une dépendance en z apparaît qui rend plus difficile la mise en œuvre de l'expérience.

La seule façon de supprimer cette dépendance en z serait de satisfaire simultanément les deux conditions suivantes

$$3\Delta\omega^2\beta_2 + 2\Delta\omega^3\beta_3 = 0, \quad (3.28)$$

$$3\Delta\omega^2\beta_2 + 4\Delta\omega^3\beta_3 = 0. \quad (3.29)$$

Malheureusement, ceci n'est possible, pour un $\Delta\omega$ non nul, que si $\beta_2 = \beta_3 = 0$ ce qui revient à utiliser une fibre non dispersive.

Malgré le fait que nous savons que les conditions sur les phases ne pourront pas être satisfaites en raison de la dispersion de la fibre, nous effectuons une simulation similaire aux précédentes avec un $\Delta\nu$ plus important qui permet de visualiser l'influence de la dispersion. La figure 3.9 montre l'évolution de la puissance des idlers I2 et I4 en fonction de ϕ_6 dans les mêmes conditions que celle de la figure 3.5 mais avec un $\Delta\nu$ égal à 500 GHz. On remarque clairement que les idlers I2 et I4 n'évoluent plus en quadrature. En effet, l'écart $\Delta\phi_6$ entre la position des minima de puissance des idlers I2 et I4 n'est plus égal à $\pi/2$. Par ailleurs, les taux d'extinction, que l'on peut définir comme le rapport entre la puissance maximale d'un idler et sa puissance minimale ($P_2^{\max}/P_2^{\min}$ comme illustré sur la figure 3.9 pour l'idler I2) ont diminué, ceux-ci devant être infinis idéalement.

On peut considérer dans ce cas que l'interféromètre à deux ondes est déséquilibré en raison de la phase supplémentaire introduite par la dispersion de la fibre. En effet, pour cette valeur de $\Delta\nu$, les désaccords de phase $\Delta\beta_{1267}L$, $\Delta\beta_{2367}L$, $\Delta\beta_{3467}L$ et $\Delta\beta_{1346}L$ présents dans les équations (3.24) et (3.25) ont des valeurs non négligeables, excepté $\Delta\beta_{1346}L$ (respectivement $-0,38$ rad, $-0,61$ rad, $-0,68$ rad et $0,002$ rad).

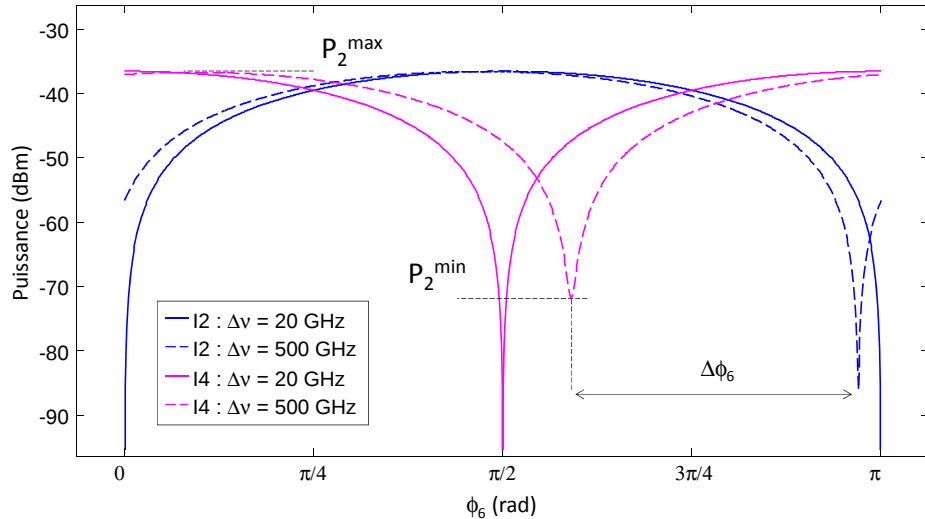


Figure 3.9. Puissance des idlers I2 et I4 en fonction de ϕ_6 pour deux valeurs de $\Delta\nu$.

Il existe cependant une solution pour remédier à l'effet délétère de la dispersion. Nous avons jusqu'ici raisonné en utilisant les conditions de phase (3.20) et (3.21) et résumées

au paragraphe 3.2.6. Rappelons que ces conditions permettent de trouver la valeurs des phases ϕ_1 et ϕ_3 lorsque l'utilisateur fixe la valeur des phases ϕ_7 et ϕ_6^0 . La valeur de ϕ_6^0 est dans ce cas la valeur pour laquelle l'idler I4 est généré. Dans l'annexe C, nous présentons une démarche alternative, proposée par Michel Joindot du laboratoire Foton, permettant d'établir une relation entre les phases des ondes, indépendamment de la phase du signal ϕ_6^0 . La condition établie dans l'annexe C est la suivante

$$\phi_7 = 3\phi_3 - 2\phi_1 + (2k + 1)\pi. \quad (3.30)$$

Elle permet par exemple de trouver ϕ_7 une fois que l'utilisateur a fixé arbitrairement ϕ_1 et ϕ_3 . Dans ce cas l'utilisateur ne décide pas de la valeur de ϕ_6^0 qui maximise l'idler I4 mais il peut malgré tout la connaître en utilisant l'une des deux équations (3.26) ou (3.27). Cette démarche est donc moins restrictive que la précédente puisqu'elle ne nécessite qu'une seule condition sur les phases, donnée par l'équation (3.30). Elle empêche toutefois l'utilisateur de choisir lui-même la valeur de ϕ_6^0 .

En reprenant maintenant le même raisonnement que dans l'annexe C mais en y introduisant les désaccords de phase dus à la dispersion, la condition (3.30) devient

$$\phi_7 = 3\phi_3 - 2\phi_1 - 4(3\Delta\omega^2\beta_2 - \Delta\omega^3\beta_3)z + (2k + 1)\pi. \quad (3.31)$$

La phase ϕ_7 fait maintenant apparaître une dépendance en z mais il est possible de s'en affranchir en choisissant un jeu de paramètres tel que $3\Delta\omega^2\beta_2 - \Delta\omega^3\beta_3 = 0$. Pour une fibre donnée et une position de la longueur d'onde centrale fixée, il faut choisir un décalage fréquentiel $\Delta\omega$ tel que

$$\Delta\omega = \frac{3\beta_2}{\beta_3}. \quad (3.32)$$

Il est intéressant de constater que cette valeur de $\Delta\omega$ est indépendante de la pente de dispersion S de la fibre mais ne dépend que de la position de la fréquence de dispersion nulle ω_{ZD} de la fibre. En effet, si l'on se réfère à l'annexe A, l'écart entre la fréquence ω_{ZD} et la fréquence ω_0 pour laquelle sont calculés les paramètres β_2 et β_3 vaut

$$\Delta\omega_{\text{ZD}} = \omega_{\text{ZD}} - \omega_0 = -\frac{\beta_2}{\beta_3}. \quad (3.33)$$

On a donc

$$\Delta\omega = -3\Delta\omega_{\text{ZD}}. \quad (3.34)$$

En se rappelant que ω_0 est également la fréquence correspondant au centre du peigne de fréquence et, donc, à l'idler I4, voici comment nous pouvons interpréter la relation (3.34). Lorsque l'écart entre la fréquence de l'idler I4 et la fréquence de dispersion nulle de la fibre est fixée à une valeur $\Delta\omega_{\text{ZD}}$, l'écart $\Delta\omega$ entre les fréquences du peigne doit être de 3 fois $\Delta\omega_{\text{ZD}}$ et la fréquence ω_{ZD} doit se trouver entre la pompe P3 et l'idler I4 pour s'affranchir

de l'effet de la dispersion. La figure 3.10 illustre ce point dans deux cas différents. Sur cette figure, nous avons représenté la courbe $\beta_2(\omega)$ qui est une droite de pente β_{30} (dans le cas où la dispersion d'ordre 4 est négligée) et qui coupe l'axe des ω en ω_{ZD} . Sur la figure 3.10(a), ω_{ZD} est inférieure à ω_0 , la valeur β_{20} de β_2 en ω_0 est donc positive. En vertu de la relation (3.32), la valeur de $\Delta\omega$ est donc positive et, en accord avec notre convention du chapitre 2, les ondes doivent être numérotées de 1 à 7 dans le sens croissant de leur fréquence, comme l'illustre bien la figure 3.10(a). L'écart $\Delta\omega$ est égal à 3 fois l'écart $\omega_{ZD} - \omega_0$ et la fréquence ω_{ZD} , qui est inférieure à ω_0 est donc bien comprise entre P3 et I4. La figure 3.10(b) représente le cas où la fréquence ω_{ZD} est supérieure à ω_0 . Dans ce cas $\Delta\omega < 0$ et les ondes sont numérotées dans l'autre sens. Dans les deux cas la fréquence ω_{ZD} est bien comprise entre P3 et I4.

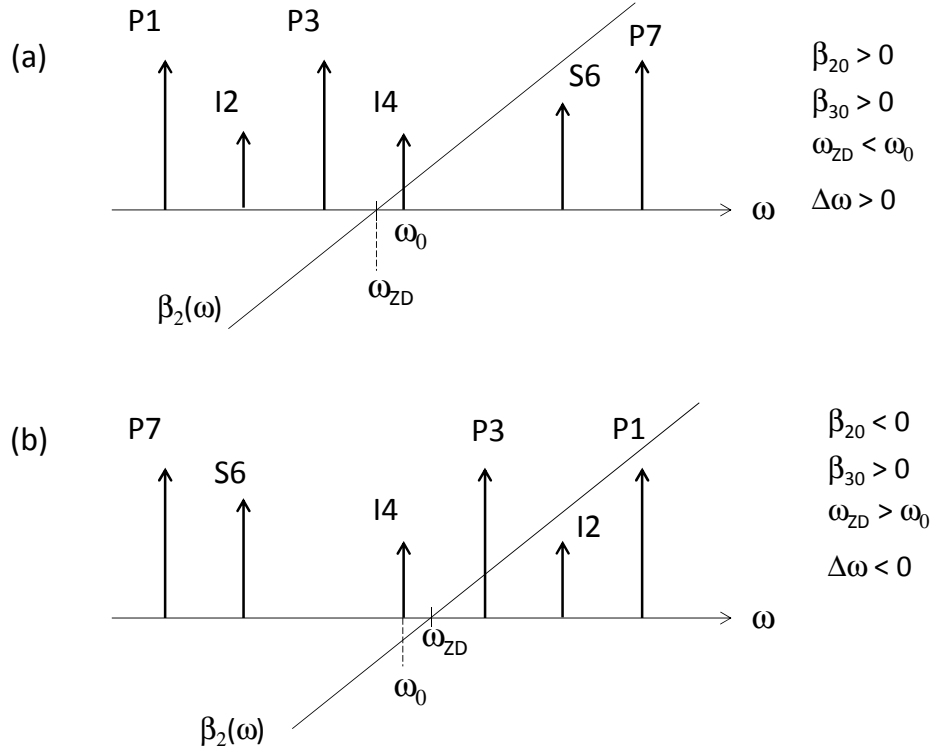


Figure 3.10. Représentation des ondes dans les cas où (a) $\omega_{ZD} < \omega_0$ et (b) $\omega_{ZD} > \omega_0$.

Afin de valider cette étude nous avons repris les paramètres de simulation de la figure 3.5 et avons cherché la valeur de $\Delta\nu = \Delta\omega/2\pi$ qui permet d'obtenir la séparation des composantes en quadrature de S6 malgré la dispersion de la fibre. Avec une dispersion nulle de la fibre à la longueur d'onde $\lambda_{ZD} = 1548$ nm et un peigne centré en $\lambda_0 = 1550$ nm, rappelons que les valeurs de la dispersion d'ordre 2 et d'ordre 3 à $\lambda_0 = 1550$ nm sont $\beta_2 = -1,53 \times 10^{-2}$ ps².km⁻¹ et $\beta_3 = 9,8 \times 10^{-3}$ ps³.km⁻¹. Nous nous trouvons donc dans le cas de la figure 3.10(b) et calculons, d'après la relation (3.32), un décalage fréquentiel $\Delta\nu = \Delta\omega/2\pi = -747$ GHz, correspondant à un écart en longueur de 6 nm (c'est-à-dire

3 fois l'écart en longueur d'onde entre λ_{ZD} et λ_0). Pour cette valeur de $\Delta\omega$, la puissance des idlers I2 et I4 en fonction de ϕ_6 est représentée sur la figure 3.11. Malgré le fait que les désaccords de phase $\Delta\beta_{1267}L$, $\Delta\beta_{2367}L$, $\Delta\beta_{3467}L$ et $\Delta\beta_{1346}L$ présents dans les équations (3.24) et (3.25) aient des valeurs importantes (respectivement $-0,84$ rad, $-1,68$ rad, $-2,02$ rad et $0,51$ rad), cette figure montre bien une évolution en quadrature des idlers I2 et I4 due au respect de la condition (3.32). Nous avons en effet bien vérifié que les minima et maxima des deux courbes étaient bien séparés de $\Delta\phi_6 = \pi/2$. Nous constatons cependant sur cette figure que les valeurs des minima P_2^{min} et P_4^{min} des idlers I2 et I4 ne sont pas aussi faibles que dans le cas idéal sans dispersion, également représenté sur la figure 3.11 pour $\Delta\nu = 20$ GHz. Les taux d'extinction sont donc dégradés dans ce cas.

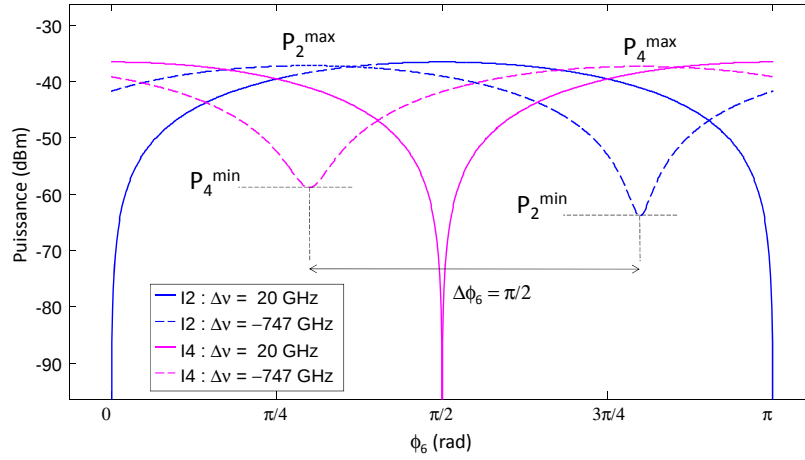


Figure 3.11. Puissance des idlers I2 et I4 en fonction de ϕ_6 pour deux valeurs de $\Delta\nu$.

La question qui se pose alors est la suivante : est-il possible de trouver un jeu de paramètres permettant, dans une fibre où la dispersion n'est pas négligeable, de réaliser une conversion des composantes en quadrature avec un taux d'extinction infini et une efficacité de conversion suffisante ? Il se trouve que la réponse à cette question est oui mais pour en faire la démonstration, nous devons abandonner le raisonnement que nous avons tenu jusqu'à maintenant et qui consistait à établir des conditions sur les phases des termes de l'interféromètre à deux ondes. En effet, nous montrerons, dans un prochain paragraphe, que c'est la résolution analytique complète des équations d'évolution des idlers en présence de la dispersion qui nous permettra de déterminer les paramètres d'une conversion efficace en présence de dispersion. Mais avant de faire cette démonstration, nous allons présenter les résultats de la validation expérimentale de notre étude.

3.4 Validation expérimentale

Dans cette partie nous proposons une démonstration expérimentale du mécanisme de décomposition des composantes en quadrature d'un signal basé sur le FWM dans une fibre

optique fortement non linéaire.

3.4.1 Montage expérimental

Pour valider l'approche théorique présentée précédemment, nous avons réalisé l'expérience de décomposition des composantes en quadrature d'un signal dans une fibre optique de type HNLF avec des ondes en régime continu.

Le schéma de principe est représenté sur la figure 3.12. Nous partons d'une source accordable en cavité externe en régime continu autour de 1550 nm. L'accordabilité en longueur d'onde est utilisée pour ajuster la longueur d'onde du laser autour de la longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre non linéaire. Un modulateur de phase à la fréquence de 20 GHz permet de créer un peigne de fréquences de quelques raies (autour d'une dizaine typiquement) séparées de 20 GHz. Le peigne de fréquences est ensuite traité au moyen d'un filtre optique programmable (Finisar Waveshaper). Ce filtre sélectionne quatre raies parmi le peigne de fréquences qui représentent les trois pompes P1, P3 et P7 et le signal S6 comme le montre schématiquement la figure 3.12. Nous attirons ici l'attention du lecteur sur le fait que les ondes sont représentées ici dans le domaine des longueurs d'onde. Leur ordre se retrouve donc inversé par rapport aux représentations fréquentielles utilisées jusqu'à maintenant. Le filtre optique programmable permet de fixer de manière indépendante les valeurs des puissances et des phases des 3 ondes pompe et de l'onde signal. Ces quatre ondes sont ensuite amplifiées dans un amplificateur à fibre dopée à l'erbium (EDFA) et injectées dans la fibre non linéaire. L'analyse des idlers I2 ou I4 se fait au moyen d'un analyseur de spectre optique (OSA).

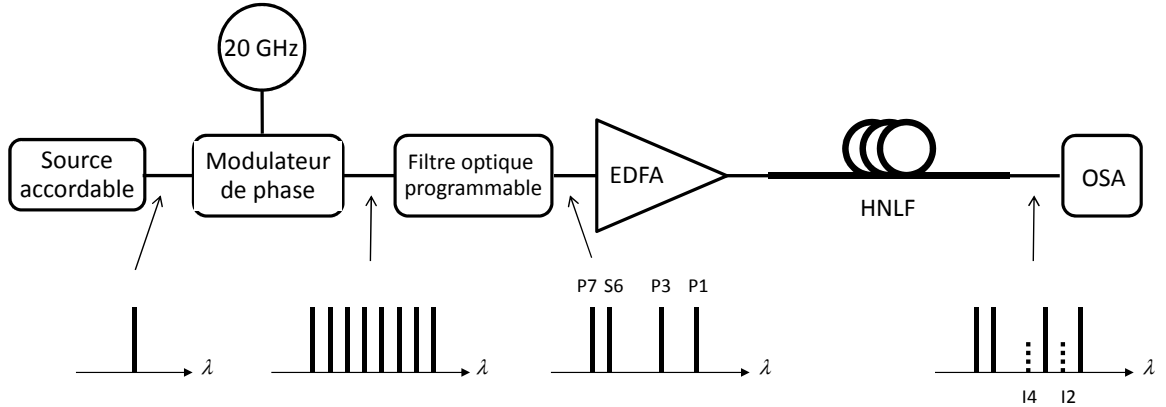


Figure 3.12. Schéma de principe du convertisseur de fréquence en configuration à 3 pompes.

La longueur d'onde centrale du peigne, qui correspond à la longueur d'onde de l'idler I4, est $\lambda_0 = 1547,83$ nm. La fibre non linéaire a une longueur L de 500 m, des pertes de 0,2 dB/km, un coefficient non linéaire γ de $10,8 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$, une longueur d'onde de dispersion

nulle à 1548 nm et une pente de dispersion de $0,006 \text{ ps.nm}^{-2}.\text{km}^{-1}$. A la longueur d'onde centrale λ_0 , les coefficients de dispersion sont $\beta_2 = -6,3 \times 10^{-3} \text{ ps}^2.\text{km}^{-1}$ et $\beta_3 = 9,7 \times 10^{-3} \text{ ps}^3.\text{km}^{-1}$. Pour notre application la valeur de β_4 est négligeable. On notera que ces valeurs de dispersion justifient le fait que les désaccords de phase présents dans les équations (3.3) et (3.4) sont proches de zéro. En effet, le plus grand désaccord de phase $\Delta\beta_{147}L$ possède une valeur de l'ordre de 5×10^{-4} rad en valeur absolue dans ce cas.

En accord avec notre étude théorique, les puissances des pompes P1, P3 et P7 sont fixées à des valeurs sensiblement identiques (voir tableau 3.3 ci-après) et leurs phases sont ajustées suivant les valeurs de la première ligne du tableau 3.2.

3.4.2 Résultats expérimentaux

Nous présentons une première série de mesures avec les paramètres expérimentaux des pompes et du signal résumés dans le tableau 3.3. On remarque dans ce tableau que les valeurs des puissances des pompes ne sont pas tout à fait identiques. Nous verrons que cela n'a pas d'influence significative sur les résultats expérimentaux.

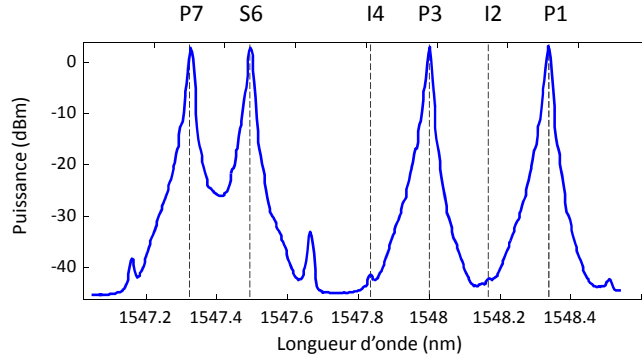
	Pompe P1	Pompe P3	Pompe P7	Signal S6
Puissance (dBm)	3,1	2,8	2,7	2,8
Phase (rad)	0	π	0	-

Tableau 3.3. Puissances et phases des ondes pompe et signal à l'entrée de la fibre optique non linéaire.

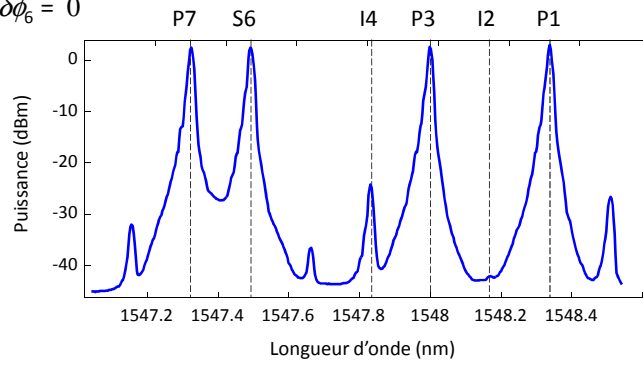
La figure 3.13(a) représente le spectre à l'entrée de la fibre HNLF et les figures 3.13(b), 3.13(c) et 3.13(d) représentent les spectres en sortie de la fibre HNLF pour plusieurs valeurs du déphasage $\delta\phi_6$, respectivement 0, $\pi/2$ et $\pi/4$. On note bien, sur la figure 3.13(a), la prédominance de quatre ondes : les trois ondes pompes P1, P3 et P7 et l'onde signal S6. La présence de raies résiduelles de beaucoup plus faible amplitude vient probablement d'un début de FWM dans les fibres situées après l'EDFA. Nous ignorerons ces raies par la suite.

La figure 3.13(b) représente le spectre en sortie de la fibre HNLF pour $\delta\phi_6 = 0$. En comparaison de la figure 3.13(a), on remarque bien une forte croissance de l'idler I4 à la longueur d'onde centrale de 1547,83 nm comme espéré. La figure 3.13(c) représente le même spectre pour la valeur $\delta\phi_6 = \pi/2$ de la phase. Comme prévu, l'idler I4 a disparu, laissant la place à l'idler I2 qui apparaît à la longueur d'onde 1548,17 nm entre les pompes P1 et P3. Enfin, la figure 3.13(d) représente le spectre pour le cas intermédiaire où $\delta\phi_6 = \pi/4$. On note dans ce cas la présence des deux idlers avec la même amplitude. Grâce à cette expérience nous avons donc bien mis en évidence le phénomène de décomposition des composantes

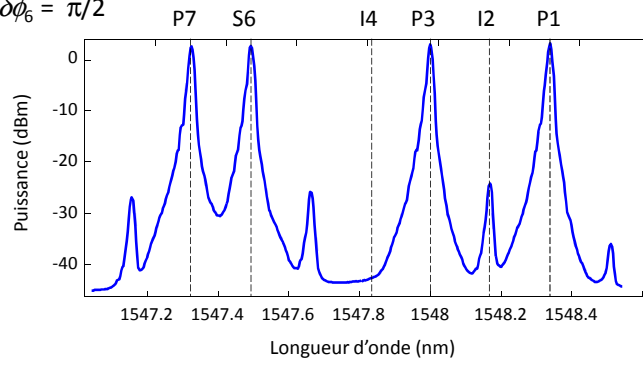
(a) Entrée de la fibre HNLF



(b) $\delta\phi_6 = 0$



(c) $\delta\phi_6 = \pi/2$



(d) $\delta\phi_6 = \pi/4$

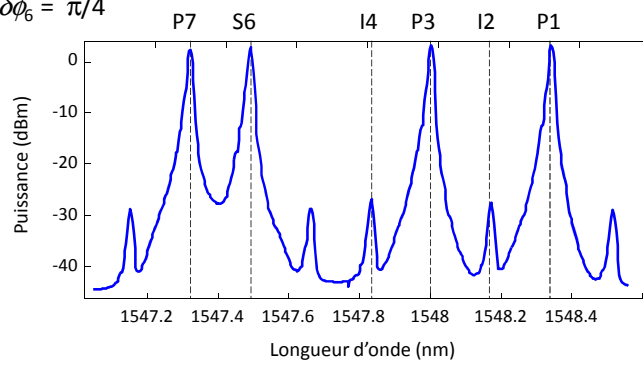


Figure 3.13. Spectres en entrée de la fibre HNLF (a) et en sortie de la fibre HNLF pour plusieurs valeurs du déphasage $\delta\phi_6$ (b), (c) et (d).

en quadrature d'un signal vers deux longueurs d'ondes différentes dans un schéma à trois pompes.

Pour permettre une comparaison avec le modèle théorique, nous avons représenté, sur la figure 3.14, l'évolution de la puissance des idlers en fonction de la phase du signal ϕ_6 dans le cas de l'expérience et pour plusieurs cas théoriques à savoir la résolution numérique du système d'équations couplées à 7 ondes donné dans l'annexe B (noté MFWM sur la figure) et la résolution numérique de l'ENLS (noté ENLS sur la figure). On note bien l'évolution en quadrature des puissances des idlers I2 et I4 ainsi qu'un très bon accord entre théorie et expérience. Ceci prouve que les hypothèses simplificatrices que nous avons effectuées pour aboutir au modèle simplifié sont pleinement justifiées. On remarque toutefois un écart entre les points expérimentaux et les courbes théoriques autour des valeurs particulières 0, $\pi/2$ ou π pour lesquelles les points expérimentaux sont au-dessus des courbes théoriques. Pour ces valeurs expérimentales, le bruit d'émission spontanée de l'EDFA a en effet une contribution significative sur la mesure de puissance des ondes.

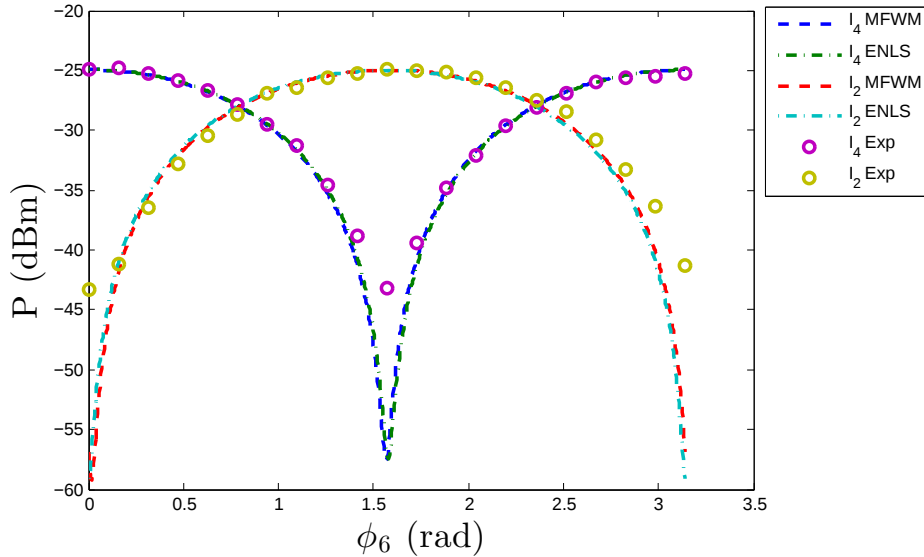


Figure 3.14. Puissance des idlers I2 et I4 en fonction de la phase ϕ_6 du signal pour les cas expérimentaux et théoriques et de faibles puissances de pompe.

Nous présentons maintenant une deuxième série de mesures pour des puissances de pompe significativement plus importantes. Le tableau 3.4 résume les paramètres expérimentaux associés à cette nouvelle expérience. La condition sur les phases reste inchangée.

Comme précédemment, la figure 3.15(a) représente le spectre à l'entrée de la fibre HNLF et les figures 3.13(b), 3.13(c) et 3.13(d) représentent les spectres en sortie de la fibre HNLF pour les valeurs du déphasage $\delta\phi_6$ égales à 0, $\pi/2$ et $\pi/4$. Les mêmes commentaires que ceux que nous avons faits lors de l'expérience précédente peuvent être formulés à savoir que nous avons bien mis expérimentalement en évidence le phénomène de décomposition

	Pompe P1	Pompe P3	Pompe P7	Signal S6
Puissance (dBm)	9,6	9,5	9,6	0,6
Phase (rad)	0	π	0	-

Tableau 3.4. Puissances et phases des ondes pompe et signal à l'entrée de la fibre optique non linéaire.

des composantes en quadrature du signal S6. On note toutefois que, pour ces puissances de pompe plus importantes, les raies parasites, issues de processus de FWM avant la fibre HNLf sont plus importantes dans ce cas que dans le cas précédent.

La figure 3.16 représente l'évolution de la puissance des idlers I2 et I4 en fonction de la phase ϕ_6 du signal pour le cas expérimental et les cas théoriques évoqués précédemment. Là encore, on note le très bon accord entre la théorie et l'expérience. On note toutefois de légers désaccords entre les modèles théoriques s'expliquant par le fait que, pour ces puissances plus élevées, les hypothèses formulées ne sont plus forcément valables. La prise en compte d'un modèle à uniquement 7 ondes peut commencer à être mise en défaut en raison de la montée en puissance d'idlers d'ordre supérieur.

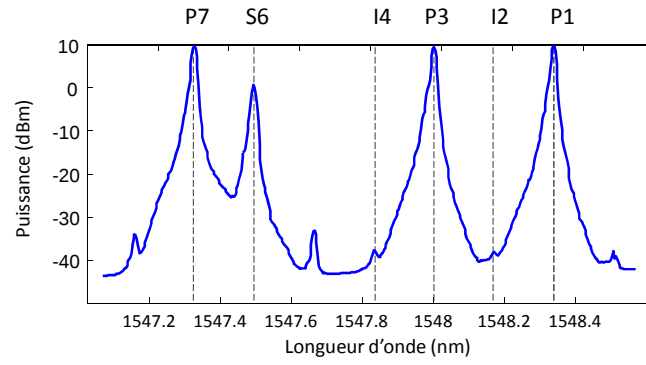
3.4.3 Conclusion

Dans cette partie, nous avons proposé une validation expérimentale du convertisseur de fréquence sensible à la phase, à base de FWM dans une HNLf, selon de nouvelles conditions expérimentales. En effet, suite à notre étude théorique présentée au paragraphe 3.2 et validée au paragraphe 3.3, nous avons proposé un schéma à uniquement trois pompes avec des conditions initiales simples à déterminer sur la puissance et la phase des pompes. En mettant en œuvre ce schéma à 3 pompes et en appliquant les règles d'obtention des conditions initiales, nous avons ainsi pu valider la pertinence de nos hypothèses dans un cas où la dispersion de la fibre pouvait être négligée.

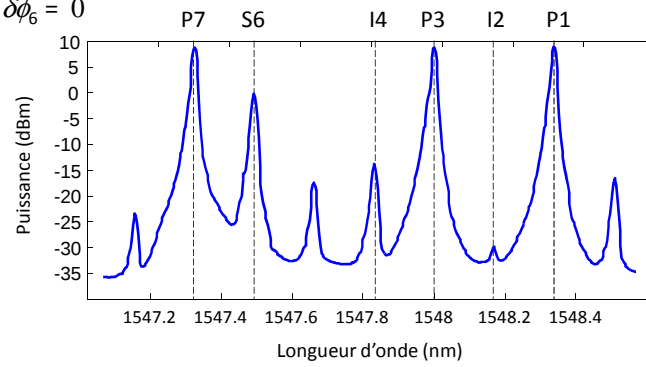
Dans le paragraphe 3.3, nous avons vu que, dans le cas où la dispersion de la fibre n'était plus négligeable, il était toutefois possible d'effectuer une conversion des composantes en quadrature mais pour un écart en fréquence beaucoup plus important (747 GHz, soit 6 nm pour l'écart en longueur d'onde). Nous n'avons pas cherché à réaliser cette expérience, d'une part car elle est plus délicate à mettre en place (notamment au niveau de la génération d'un peigne à 747 GHz) et d'autre part car nous avons montré au paragraphe 3.3 que le taux d'extinction de la conversion n'était pas optimal dans ce cas.

Dans le paragraphe suivant, nous poussons plus loin notre étude théorique et montrons qu'il est possible d'obtenir une conversion des composantes en quadrature avec un taux d'extinction théoriquement infini, même en présence de dispersion dans la fibre.

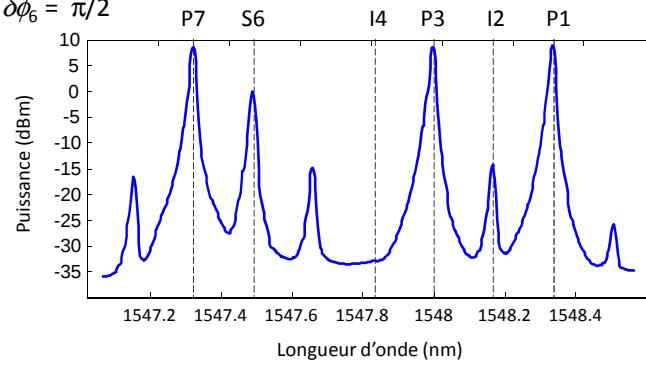
(a) Entrée de la fibre HNLF



(b) $\delta\phi_6 = 0$



(c) $\delta\phi_6 = \pi/2$



(d) $\delta\phi_6 = \pi/4$

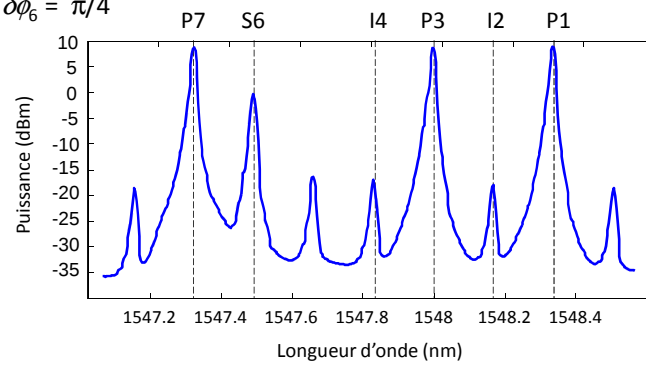


Figure 3.15. Spectres en entrée de la fibre HNLF (a) et en sortie de la fibre HNLF pour plusieurs valeurs du déphasage $\delta\phi_6$ (b), (c) et (d).

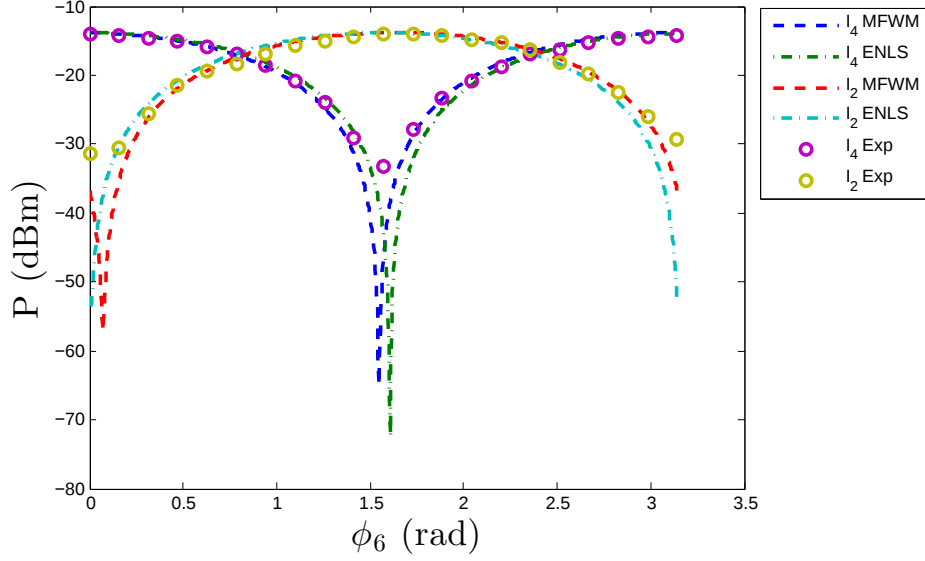


Figure 3.16. Puissance des idlers I2 et I4 en fonction de la phase ϕ_6 du signal pour les cas expérimentaux et théoriques et de fortes puissances de pompe.

3.5 Etude analytique en présence de dispersion chromatique

Nous proposons dans ce paragraphe une résolution analytique complète du système d'équations régissant l'évolution des deux idlers de l'interféromètre non linéaire à deux ondes décrit dans les paragraphes précédents. Rappelons que le système s'écrit

$$\frac{dA_2}{dz} = 2i\gamma \left(A_1 A_7 A_6^* e^{i\Delta\beta_{1267}z} + A_3 A_6 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{2367}z} \right), \quad (3.35)$$

$$\frac{dA_4}{dz} = 2i\gamma \left(A_3 A_7 A_6^* e^{i\Delta\beta_{3467}z} + A_1 A_6 A_3^* e^{i\Delta\beta_{1346}z} \right), \quad (3.36)$$

avec

$$\Delta\beta_{1267} = 5\Delta\omega^2\beta_2, \quad (3.37)$$

$$\Delta\beta_{2367} = 4\Delta\omega^2\beta_2 + 2\Delta\omega^3\beta_3, \quad (3.38)$$

$$\Delta\beta_{3467} = 3\Delta\omega^2\beta_2 + 3\Delta\omega^3\beta_3, \quad (3.39)$$

$$\Delta\beta_{1346} = 6\Delta\omega^2\beta_2 - 3\Delta\omega^3\beta_3. \quad (3.40)$$

Dans la mesure où nous considérons que les trois ondes pompes A_1 , A_3 et A_7 et l'onde signal A_6 sont constantes, le système (3.35)-(3.36) se résout analytiquement et nous permet d'exprimer $A_2(z)$ et $A_4(z)$. On peut alors exprimer les puissances $P_2(L) = |A_2(L)|^2$ et $P_4(L) = |A_4(L)|^2$ à une distance $z = L$, c'est-à-dire en sortie de fibre. Le détail de la

résolution est donné dans l'annexe D, nous ne donnons ici que le résultat final du calcul :

$$P_2(L) = \frac{8\gamma^2 P_0^2 P_6}{\Delta\beta_{1267}^2 \Delta\beta_{2367}^2} \left\{ \Delta\beta_{1267}^2 [1 - \cos(\Delta\beta_{2367}L)] + \Delta\beta_{2367}^2 [1 - \cos(\Delta\beta_{1267}L)] \right. \\ \left. + \Delta\beta_{1267} \Delta\beta_{2367} \left[\cos(\Delta\phi_2 + \Delta\beta_{1267}L) + \cos(\Delta\phi_2 + \Delta\beta_{2367}L) \right. \right. \\ \left. \left. - \cos(\Delta\phi_2 + \Delta\beta_{1267}L + \Delta\beta_{2367}L) - \cos(\Delta\phi_2) \right] \right\}, \quad (3.41)$$

$$P_4(L) = \frac{8\gamma^2 P_0^2 P_6}{\Delta\beta_{3467}^2 \Delta\beta_{1346}^2} \left\{ \Delta\beta_{3467}^2 [1 - \cos(\Delta\beta_{1346}L)] + \Delta\beta_{1346}^2 [1 - \cos(\Delta\beta_{3467}L)] \right. \\ \left. + \Delta\beta_{3467} \Delta\beta_{1346} \left[\cos(\Delta\phi_4 + \Delta\beta_{3467}L - \Delta\beta_{1346}L) + \cos(\Delta\phi_4) \right. \right. \\ \left. \left. - \cos(\Delta\phi_4 + \Delta\beta_{3467}L) - \cos(\Delta\phi_4 - \Delta\beta_{1346}L) \right] \right\}, \quad (3.42)$$

avec

$$\Delta\phi_2 = \phi_1 - \phi_3 + 2\phi_7 - 2\phi_6, \quad (3.43)$$

$$\Delta\phi_4 = \phi_7 - \phi_1 + 2\phi_3 - 2\phi_6. \quad (3.44)$$

Ces équations ne semblent pas facilement exploitables mais nous remarquons que l'équation (3.41) se simplifie grandement si $\Delta\beta_{1267} = \Delta\beta_{2367}$. D'après les équations (3.37) et (3.38), pour que la condition $\Delta\beta_{1267} = \Delta\beta_{2367}$ soit satisfaite, il faut

$$\Delta\omega = \frac{\beta_2}{2\beta_3}, \quad (3.45)$$

soit encore

$$\Delta\omega = -\frac{1}{2}\Delta\omega_{\text{ZD}}, \quad (3.46)$$

Dans ce cas, la valeur des désaccords $\Delta\beta_{1267}$ et $\Delta\beta_{2367}$, que nous appellerons $\Delta\beta$, est

$$\Delta\beta = \Delta\beta_{1267} = \Delta\beta_{2367} = \frac{5}{4} \frac{\beta_2^3}{\beta_3^2}. \quad (3.47)$$

Il est particulièrement intéressant de noter, d'après les équations (3.39) et (3.40), que pour cette valeur de $\Delta\omega = \beta_2/(2\beta_3)$, nous avons également l'égalité entre $\Delta\beta_{3467}$ et $\Delta\beta_{1346}$. Nous appelons $\Delta\beta'$ cette valeur et trouvons

$$\Delta\beta' = \Delta\beta_{3467} = \Delta\beta_{1346} = \frac{9}{8} \frac{\beta_2^3}{\beta_3^2}. \quad (3.48)$$

Lorsque $\Delta\omega$ vérifie la condition (3.45), on montre que les puissances des ondes idler prennent la forme simplifiée suivante

$$P_2(L) = 8\gamma^2 P_0^2 L^2 P_6 \text{sinc}^2(\Delta\beta L/2) [1 + \cos(\Delta\phi_2 + \Delta\beta L)], \quad (3.49)$$

$$P_4(L) = 8\gamma^2 P_0^2 L^2 P_6 \text{sinc}^2(\Delta\beta' L/2) [1 + \cos(\Delta\phi_4)]. \quad (3.50)$$

On note que ces expressions sont plus simples et se prêtent plus facilement à interprétation. Intéressons-nous dans un premier temps à la dépendance en ϕ_6 des puissances.

Nous remarquons que, d'après les expressions de $\Delta\phi_2$ et $\Delta\phi_4$ données par les équations (3.43) et (3.44), les puissances $P_2(L)$ et $P_4(L)$ évoluent sinusoïdalement en fonction de la phase ϕ_6 du signal avec une période de π , conformément à nos espérances. Nous pouvons déterminer les valeurs de la phase ϕ_6 du signal qui maximisent ou minimisent la puissance $P_2(L)$. Nous avons

$$P_2(L) \text{ maximum} \quad \text{si} \quad \Delta\phi_2 = -\Delta\beta L + 2k\pi, \quad (3.51)$$

$$P_2(L) = 0 \quad \text{si} \quad \Delta\phi_2 = -\Delta\beta L + 2(k+1)\pi. \quad (3.52)$$

En accord avec les relations (3.43) et (3.44), les valeurs ϕ_6^{2M} et ϕ_6^{2m} maximisant et, respectivement, minimisant la puissance $P_2(L)$ sont donc

$$\phi_6^{2M} = \frac{1}{2}(2\phi_7 + \phi_1 - \phi_3 + \Delta\beta L) + 2k\pi, \quad (3.53)$$

$$\phi_6^{2m} = \frac{1}{2}(2\phi_7 + \phi_1 - \phi_3 + \Delta\beta L - \pi) + 2k\pi. \quad (3.54)$$

De la même façon, nous avons

$$P_4(L) \text{ maximum} \quad \text{si} \quad \Delta\phi_4 = +2k\pi, \quad (3.55)$$

$$P_4(L) = 0 \quad \text{si} \quad \Delta\phi_4 = +2(k+1)\pi, \quad (3.56)$$

et les valeurs ϕ_6^{4M} et ϕ_6^{4m} maximisant et minimisant la puissance $P_4(L)$ sont

$$\phi_6^{4M} = \frac{1}{2}(\phi_7 - \phi_1 + 2\phi_3) + 2k\pi, \quad (3.57)$$

$$\phi_6^{4m} = \frac{1}{2}(\phi_7 - \phi_1 + 2\phi_3 + \pi) + 2k\pi. \quad (3.58)$$

La valeur de $\Delta\beta L$ étant fixée par les paramètres de la fibre, il est possible d'ajuster la phase d'une des pompes (par exemple la phase ϕ_7) de manière à avoir des idlers I2 et I4 évoluant en phase ($\phi_6^{2M} = \phi_6^{4M}$), en quadrature ($\phi_6^{2M} = \phi_6^{4M} + \pi/2$) ou bien selon n'importe quel déphasage θ ($\phi_6^{2M} = \phi_6^{4M} + \theta$). Dans ce dernier cas la phase ϕ_7 doit vérifier

$$\phi_7 = 2\theta + 3\phi_3 - 2\phi_1 - \Delta\beta L + 2k\pi. \quad (3.59)$$

Remarquons que la condition sur la phase ϕ_7 est la même que la condition que nous avons trouvée en négligeant la dispersion (présentée dans l'annexe C), au facteur $\Delta\beta L$ près. Les puissances $P_2(L)$ et $P_4(L)$ s'écrivent

$$P_2(L) = 16\gamma^2 P_0^2 L^2 P_6 \text{sinc}^2(\Delta\beta L/2) \cos^2(\phi_6 - 2\theta - \Delta\phi + \Delta\beta L/2), \quad (3.60)$$

$$P_4(L) = 16\gamma^2 P_0^2 L^2 P_6 \text{sinc}^2(\Delta\beta' L/2) \cos^2(\phi_6 - \theta - \Delta\phi + \Delta\beta L/2), \quad (3.61)$$

avec

$$\Delta\phi = \frac{1}{2}(5\phi_3 - 3\phi_1). \quad (3.62)$$

Pour $\theta = \pi/2$ nous avons bien une évolution en quadrature des idlers I2 et I4 selon les relations suivantes

$$P_2(L) = 16\gamma^2 P_0^2 L^2 P_6 \text{sinc}^2(\Delta\beta L/2) \cos^2(\phi_6 - \Delta\phi + \Delta\beta L/2), \quad (3.63)$$

$$P_4(L) = 16\gamma^2 P_0^2 L^2 P_6 \text{sinc}^2(\Delta\beta' L/2) \sin^2(\phi_6 - \Delta\phi + \Delta\beta L/2), \quad (3.64)$$

Les taux d'extinction sont idéaux puisqu'un idler s'annule exactement lorsque l'autre est maximal et réciproquement.

En résumé, nous venons de montrer que, quelle que soit la dispersion de la fibre, à condition de respecter la condition $\Delta\omega = -\Delta\omega_{\text{ZD}}/2$, il est possible de réaliser la décomposition des composantes en quadrature d'une onde optique avec un taux d'extinction idéal.

Par contre, il est un point que nous n'avons pas encore abordé, il s'agit de l'efficacité de conversion, c'est-à-dire la valeur maximale que peut prendre la puissance des idlers I2 et I4. Nous remarquons, d'après les expressions (3.63) et (3.64) que cette puissance maximale dépend de la quantité $\text{sinc}^2(\Delta\beta L/2)$ pour l'onde I2 et de la quantité $\text{sinc}^2(\Delta\beta' L/2)$ pour l'onde I4. L'efficacité de conversion chutera donc de manière dramatique pour l'un des idlers si $\Delta\beta L$ ou $\Delta\beta' L$ est proche de $2k\pi$ ($k \neq 0$).

Les figures 3.17 et 3.18 représentent l'évolution de la puissance des idlers I2 et I4 en fonction de ϕ_6 pour plusieurs valeurs de λ_0 et pour les paramètres suivants : $L = 500$ m, $\gamma = 10,8 \text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$, $\lambda_{\text{ZD}} = 1548$ nm, $S = 0,006 \text{ ps.nm}^{-2}.\text{km}^{-1}$, $P_0 = 0$ dBm, $P_6 = -3$ dBm, $\phi_1 = \phi_3 = 0$ et $\theta = \pi/2$. Les valeurs de λ_0 sont reportées sur les courbes. Les valeurs de β_2 et β_3 varient en fonction de la valeur de λ_0 ce qui fait donc évoluer $\Delta\beta L$ et $\Delta\beta' L$ et, par conséquent, l'efficacité de conversion des idlers. La figure 3.17 illustre en particulier le cas où la valeur de λ_0 est telle que $\Delta\beta L$ est très proche de 2π ($\lambda_0 = 1535,35$ nm). Dans ce cas l'efficacité de conversion de l'idler I2 chute drastiquement. La figure 3.18 quant à elle illustre le cas où $\Delta\beta' L$ est très proche de 2π ($\lambda_0 = 1534,91$ nm). Notons que les longueurs d'onde λ_0 pour lesquelles les désaccords $\Delta\beta L$ et $\Delta\beta' L$ sont rigoureusement égaux à 2π conduisent à des idlers I2 ou I4 rigoureusement nuls et qui ne peuvent donc pas être représentés sur les figures.

Les efficacités de conversion des idlers sont proportionnelles aux quantités suivantes, pour les idlers I2 et I4 respectivement,

$$\Gamma_2 = \text{sinc}^2(\Delta\beta L/2) = \text{sinc}^2(5\delta/8), \quad (3.65)$$

$$\Gamma_4 = \text{sinc}^2(\Delta\beta' L/2) = \text{sinc}^2(9\delta/16), \quad (3.66)$$

avec

$$\delta = \frac{\beta_2^3}{\beta_3^2} L \quad (3.67)$$

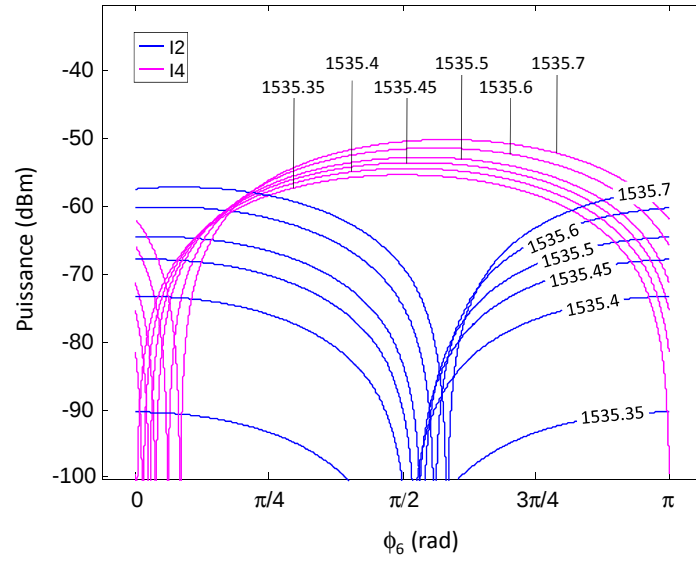


Figure 3.17. Evolution de la puissance des idlers I2 et I4 en fonction de ϕ_6 pour plusieurs valeurs de λ_0 .

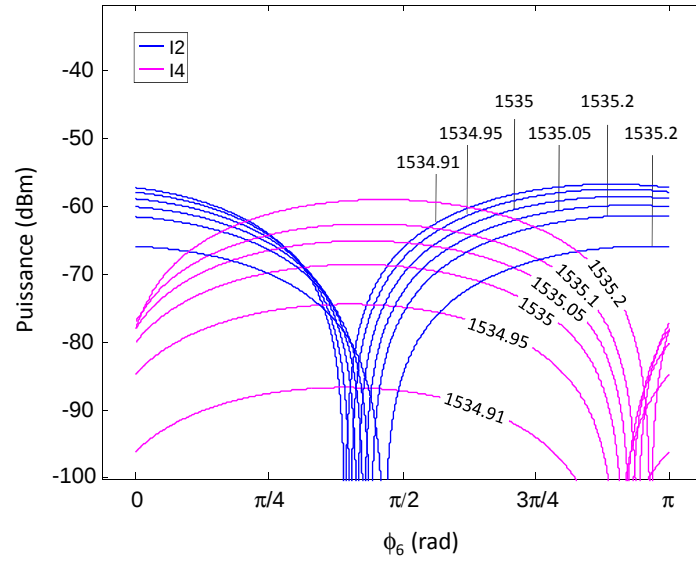


Figure 3.18. Evolution de la puissance des idlers I2 et I4 en fonction de ϕ_6 pour plusieurs valeurs de λ_0 .

La figure 3.19 représente l'évolution de Γ_2 et Γ_4 en fonction de δ . La longueur L de fibre étant, en général, imposée par l'expérience, la variation de δ sur la figure 3.19 peut être interprétée comme une variation du rapport β_2^3/β_3^2 .

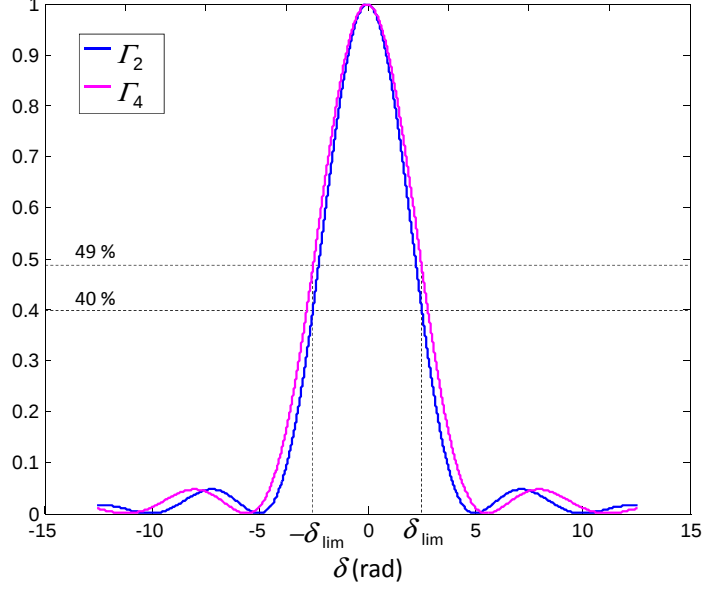


Figure 3.19. Evolution des efficacités Γ_2 et Γ_4 en fonction de δ .

Afin d'éviter ce problème de chute drastique de l'efficacité de conversion de l'idler I2 ou I4 pour certaines valeurs de la longueur d'onde centrale λ_0 du peigne, il faut limiter la valeur de δ à une certaine plage. Nous pouvons par exemple imposer $|\delta| < \delta_{\text{lim}}$ avec $\delta_{\text{lim}} = 4\pi/5 \approx 2,5$ rad (voir figure 3.19) ce qui correspond à $|\Delta\beta L| < \pi$. Pour $\delta = \delta_{\text{lim}}$, la valeur de Γ_2 est égale à 40 % et celle de Γ_4 à 49 %. La condition $|\Delta\beta L| < \pi$ a le mérite d'être simple à formuler. Elle correspond à la condition à satisfaire pour assurer une efficacité de conversion d'au moins 40 % par rapport à l'efficacité de conversion maximale permise $\kappa = 16\gamma^2 P_0^2 L^2$ pour chacun des idlers.

La condition $|\Delta\beta L| < \pi$ impose la relation suivante entre β_2 et β_3

$$\left| \frac{\beta_2^3}{\beta_3^2} \right| < \frac{4\pi}{5L}. \quad (3.68)$$

En utilisant les équations (A.3) et (A.4) de l'annexe A, nous pouvons chercher la valeur maximale $\Delta\lambda_{\text{max}}$ que doit vérifier la quantité $\Delta\lambda_{\text{ZD}} = |\lambda_{\text{ZD}} - \lambda_0|$ (représentant l'écart entre la longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre et la longueur d'onde centrale du peigne) pour que $|\Delta\beta L| < \pi$. Nous trouvons que $\Delta\lambda_{\text{max}}$ doit vérifier l'équation suivante

$$\frac{\Delta\lambda_{\text{max}}^3}{(3\Delta\lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{ZD}})^2} = \frac{2}{5c|S|L}. \quad (3.69)$$

Cette équation n'admet pas de racine simple mais, si nous nous plaçons dans l'hypothèse

$\Delta\lambda_{\max} \ll \lambda_0$, nous obtenons la formule approchée suivante

$$\Delta\lambda_{\max} \approx \left(\frac{2\lambda_{\text{ZD}}^2}{5c|S|L} \right)^{1/3}. \quad (3.70)$$

La figure 3.20 représente l'évolution de la valeur exacte de $\Delta\lambda_{\max}$ calculée numériquement à l'aide de l'équation (3.69) et de sa valeur approchée calculée à partir de l'équation (3.70) en fonction du produit SL pour deux valeurs de λ_{ZD} , notées sur la figure. On remarque dans un premier temps que, pour une gamme de valeurs standard du produit SL comprises entre 10^{-3} et 1 ps/nm^2 , les valeurs de $\Delta\lambda_{\max}$ sont de l'ordre de 1 à 10 nm, ce qui est compatible avec les valeurs qui peuvent être atteintes expérimentalement. Par ailleurs, on note un assez bon accord entre la valeur exacte et la valeur approchée. Pour plus de lisibilité, le tableau 3.5 donne quelques valeurs exactes (ex.) et approchées (app.) de $\Delta\lambda_{\max}$ pour différentes valeurs de SL et pour les deux valeurs différentes de λ_{ZD} à savoir 1310 nm et 1550 nm.

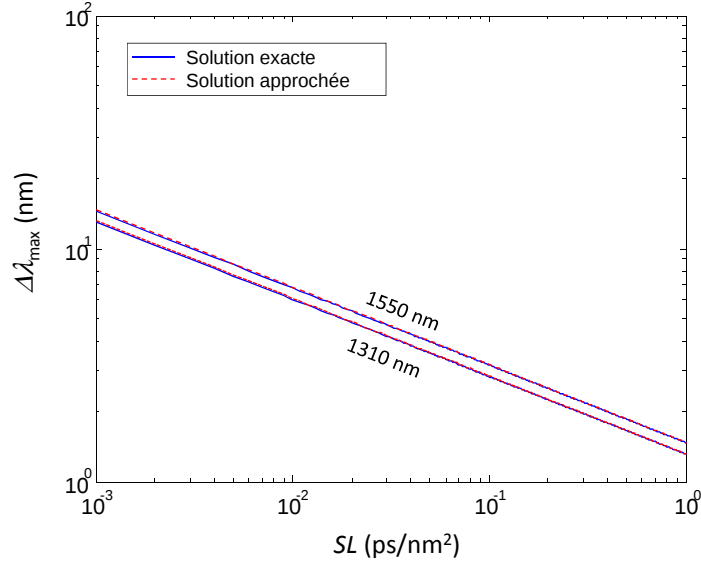


Figure 3.20. Evolution de $\Delta\lambda_{\max}$ en fonction de SL pour deux valeurs de λ_{ZD} .

		$SL \text{ (ps/nm}^2\text{)}$					
		0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,5
$\lambda_{\text{ZD}} = 1310 \text{ nm}$	$\Delta\lambda_{\max} \text{ ex. (nm)}$	12,92	7,62	6,06	3,56	2,83	1,66
	$\Delta\lambda_{\max} \text{ app. (nm)}$	13,18	7,71	6,12	3,56	2,83	1,66
$\lambda_{\text{ZD}} = 1550 \text{ nm}$	$\Delta\lambda_{\max} \text{ ex. (nm)}$	14,47	8,53	6,78	3,98	3,16	1,85
	$\Delta\lambda_{\max} \text{ app. (nm)}$	14,74	8,62	6,84	4,00	3,18	1,86

Tableau 3.5. Valeurs exactes (ex.) et approchées (app.) de $\Delta\lambda_{\max}$ pour différentes valeurs de SL et deux valeurs de λ_{ZD} .

Finalement, la figure 3.21 représente la puissance des idlers I2 et I4 en fonction de la phase ϕ_6 du signal pour deux valeurs différentes de la phase de la pompe ϕ_1 . Nous

nous sommes placés dans le cas où la différence $\Delta\lambda_{\text{ZD}}$ entre la longueur d'onde centrale λ_0 du peigne et λ_{ZD} était égale à $\Delta\lambda_{\text{max}}$. On remarque donc que, même en présence de dispersion dans la fibre, nous avons démontré la possibilité d'effectuer une conversion des composantes en quadrature du signal S6 au moyen de trois pompes P1, P3 et P7. Les paramètres utilisés pour les simulations et d'autres issus de certaines équations précédentes sont résumés dans le tableau 3.6. Les paramètres de la fibre correspondent à ceux d'une HNLF. Les puissances optiques sont relativement faibles de manière à ce que les hypothèses de non déplétion soient vérifiées. A partir des paramètres de la fibre nous aboutissons à une longueur d'onde centrale du peigne d'ondes décalée de $\Delta\lambda_{\text{ZD}} = 10,1$ nm [valeur exacte issue de la résolution numérique de l'équation (3.69)] par rapport à λ_{ZD} , soit $\lambda_0 = 1537,9$ nm. A cette longueur d'onde, les valeurs des coefficients de dispersion d'ordre 2 et 3 sont respectivement $\beta_2 = 7,6 \times 10^{-2}$ ps².km⁻¹ et $\beta_3 = 9,3 \times 10^{-3}$ ps³.km⁻¹ et le décalage en fréquence des ondes du peigne vaut donc $\Delta\nu = \Delta\omega/2\pi = 647$ GHz soit $\Delta\lambda = 5,12$ nm.

La figure 3.21 montre bien que la décomposition des composantes en quadrature est réalisée avec un taux d'extinction infini pour ce jeu de paramètres. Nous avons vérifié que la valeur de ϕ_1 permet de décaler la valeur de ϕ_6 pour laquelle les puissances des deux idlers sont respectivement maximale ou minimale. Nous avons également vérifié que les mêmes courbes sont obtenues quels que soient les paramètres de la fibre à condition que la relation (3.45) soit satisfaite et que $\Delta\lambda_{\text{ZD}} < \Delta\lambda_{\text{max}}$.

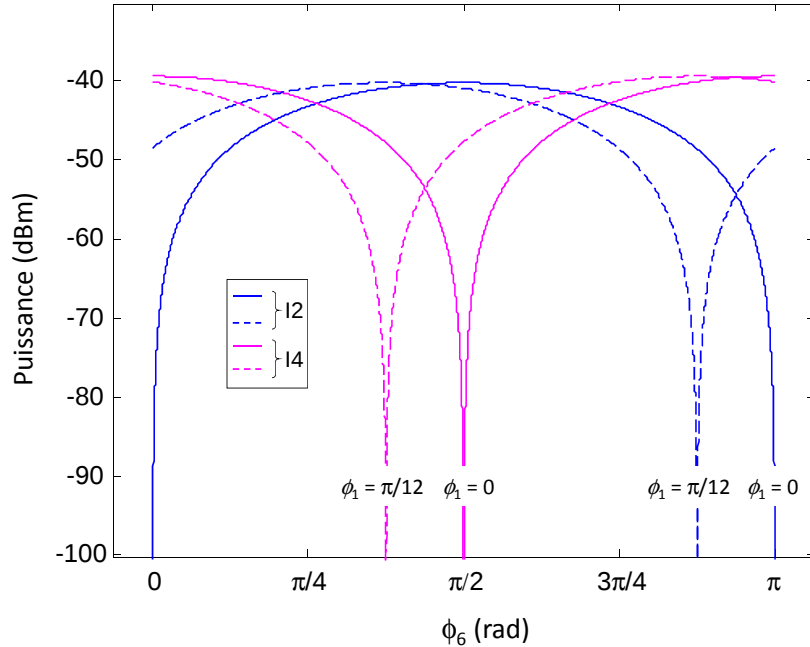


Figure 3.21. Evolution de la puissance des idlers I2 et I4 en fonction de ϕ_6 pour deux valeurs de ϕ_1 .

P_0	1 mW
P_6	0,5 mW
γ	$10,8 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$
L	0,5 km
S	$0,006 \text{ ps}\cdot\text{nm}^{-2}\text{km}^{-1}$
λ_{ZD}	1548 nm
$\Delta\lambda_{\text{ZD}}$	10,1 nm
λ_0	1537,9 nm
β_2	$7,6 \times 10^{-2} \text{ ps}^2\text{km}^{-1}$
β_3	$9,3 \times 10^{-3} \text{ ps}^3\text{km}^{-1}$
$\Delta\nu$	647 GHz ($\Delta\lambda = 5,1 \text{ nm}$)
ϕ_1	0 et $\pi/12$
ϕ_3	0
ϕ_7	-0,018 rad

Tableau 3.6. Paramètres utilisés dans la simulation.

En résumé, nous venons de montrer que, même en présence d'une dispersion non négligeable dans la fibre, la décomposition des composantes en quadrature d'un signal S6 était possible avec un taux d'extinction infini. Pour cela, l'écart en fréquence $\Delta\omega$ doit vérifier la relation

$$\Delta\omega = -\frac{1}{2}\Delta\omega_{\text{ZD}}, \quad (3.71)$$

et la phase ϕ_7 de la pompe P7 doit être égale à

$$\phi_7 = 3\phi_3 - 2\phi_1 - \Delta\beta L + (2k + 1)\pi, \quad (3.72)$$

où k est un entier relatif. Par ailleurs, la différence $\Delta\lambda_{\text{ZD}}$ entre la longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre et de la longueur d'onde centrale du peigne d'ondes doit être inférieure à une certaine valeur $\Delta\lambda_{\text{max}}$, donnée par l'équation (3.70), afin que l'efficacité de conversion reste supérieure à 40 % de l'efficacité que l'on obtiendrait dans le cas d'une dispersion négligeable.

Notons maintenant que les contraintes précédentes n'existeraient pas si l'accord de phase était réalisé pour les quatre termes de FWM intervenant dans ce processus non linéaire. Pour ce faire, il faudrait, en accord avec notre étude du chapitre 2, que les FCDP des quatre termes coïncident. Or ceci n'est pas le cas, comme le montre la figure 3.22. Sur la figure 3.22(a) sont représentées les ondes impliquées dans les 4 termes de FWM du convertisseur de fréquence et leur FCDP Ω_{np} correspondante. La figure 3.22(b) résume la position des quatre FCDP et l'on voit qu'elles se répartissent entre $\omega_3 + \Delta\omega/2$ et ω_5 soit sur une plage

de $3\Delta\omega/2$. L'accord de phase ne peut donc être réalisé simultanément pour tous ces termes et ceci explique la sensibilité du convertisseur à la dispersion.

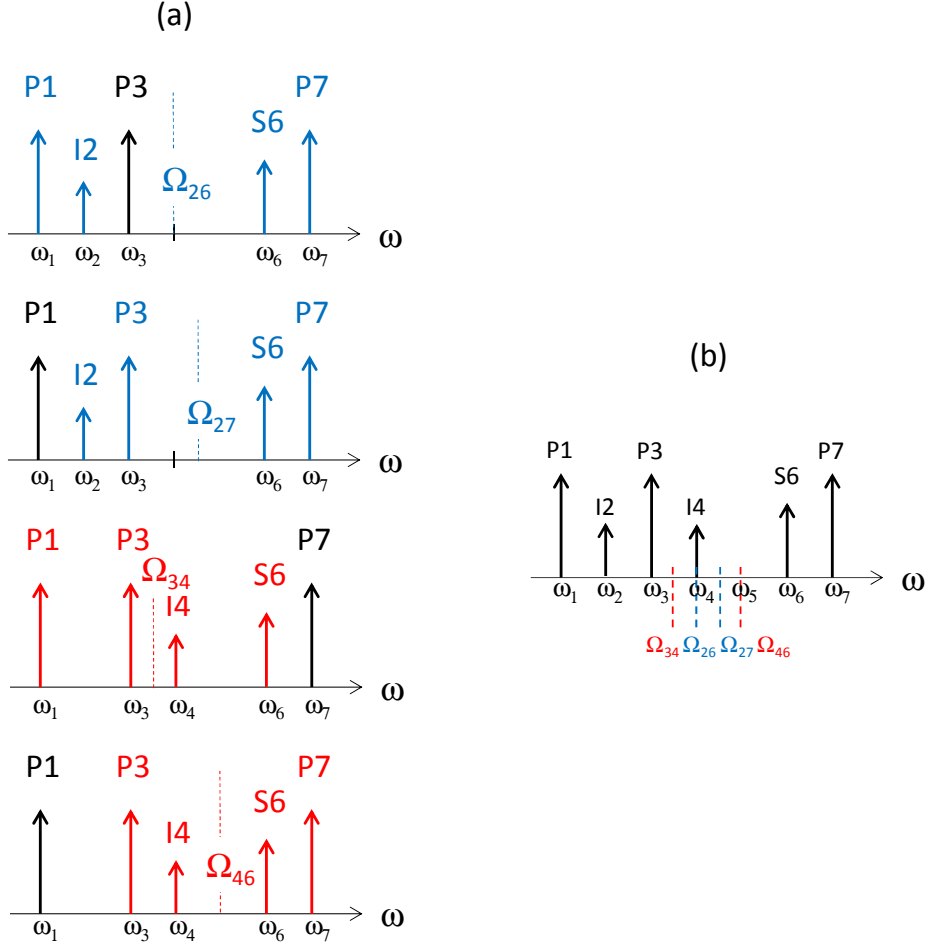


Figure 3.22. Illustration des FCDP des quatre termes de FWM impliqués dans le processus de conversion de fréquence sensible à la phase.

3.6 Vers d'autres configurations

Nous avons voulu chercher à savoir si d'autres arrangements entre les ondes pompe, signal et idler permettaient de réaliser la conversion de fréquence sensible à la phase suivant le même principe d'interférométrie non linéaire par mélange à quatre ondes. Il se trouve qu'une autre configuration, basée sur un modèle à 7 ondes, régulièrement espacées en fréquence, avec la pompe $P5$ à zéro, permet de le faire. La figure 3.23 représente le principe de cette autre configuration possible où les idlers évoluent en quadrature en fonction de la phase du signal. Cette fois, le signal correspond à l'onde $S4$, positionnée au centre du peigne, et les idlers sont les ondes $I2$ et $I6$, contrairement à la configuration précédente pour laquelle le signal était $S6$ et les idlers $I2$ et $I4$. Notons que nous n'avons pas trouvé d'autres configurations de modèles à 7 ondes (avec une des ondes pompe à zéro) permettant la discrimination

des composantes en quadrature d'une onde optique. Une des questions sous-jacentes est de savoir si cette seconde configuration est moins sensible aux contraintes liées à la dispersion de la fibre. Examinons dans un premier temps le cas où la dispersion est négligeable.

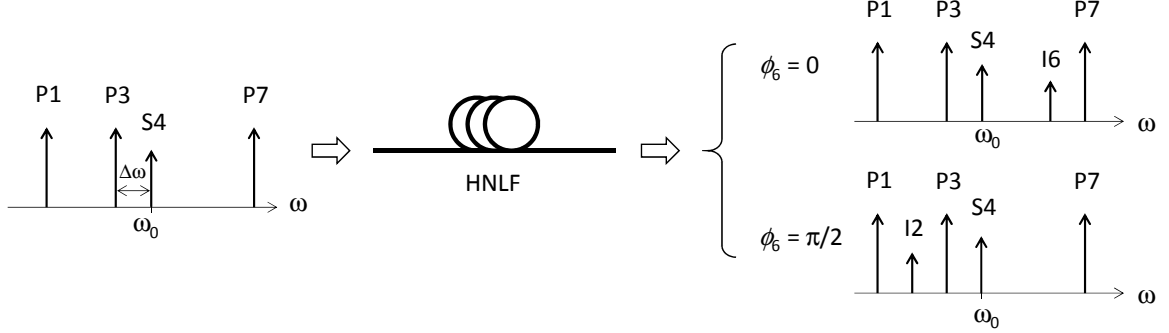


Figure 3.23. Principe du convertisseur sensible à la phase dans une configuration où le signal est S4 et les idlers sont I2 et I6.

Dans cette nouvelle configuration, les équations régissant l'évolution des amplitudes des ondes idlers A_2 et A_6 , sont

$$\frac{dA_2}{dz} = i\gamma \left(A_3^2 A_4^* e^{-i\Delta\beta_{234}z} + 2A_1 A_4 A_3^* e^{i\Delta\beta_{1234}z} \right), \quad (3.73)$$

$$\frac{dA_6}{dz} = i\gamma \left(2A_3 A_7 A_4^* e^{i\Delta\beta_{3467}z} + 2A_3 A_4 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1346}z} \right), \quad (3.74)$$

avec

$$\Delta\beta_{234} = \Delta\omega^2\beta_2 - \Delta\omega^3\beta_3 + \frac{14}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (3.75)$$

$$\Delta\beta_{1234} = 2\Delta\omega^2\beta_2 - \frac{6}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{64}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (3.76)$$

$$\Delta\beta_{3467} = 3\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{6}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{66}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (3.77)$$

$$\Delta\beta_{1346} = 6\Delta\omega^2\beta_2 - \frac{6}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{96}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (3.78)$$

On remarque que, dans cette nouvelle configuration, le terme $A_3^2 A_4^*$ intervenant dans l'équation de A_2 est un terme de FWM dégénéré.

En négligeant la dispersion de la fibre, c'est-à-dire en annulant tous les désaccords de phase, les conditions sur les puissances et les phases des pompes permettant la décomposition des composantes en quadrature du signal S4 sont

$$P_1 = P_7 = P_3/4, \quad (3.79)$$

$$\phi_7 = 3\phi_3 - 2\phi_1 + 2(k+1)\pi, \quad (3.80)$$

où la condition (3.80) sur la phase a été obtenue suivant la procédure de l'annexe C. On remarque que dans cette configuration, la puissance de la pompe P3 nécessite d'être quatre

fois plus importante que celle des autres pompes. La condition sur la phase ϕ_7 est quant à elle identique à la précédente. Nous avons pu vérifier numériquement et analytiquement que cette configuration conduit bien à la conversion de fréquence sensible à la phase du signal S4. L'étude de l'évolution des puissances des idlers I2 et I6 en fonction de la phase du signal S4 donne en effet des courbes identiques à celles de la figure 3.5.

Nous nous intéressons maintenant au modèle complet sans négliger la dispersion, en espérant que cette configuration offre un intérêt par rapport à la configuration précédente, notamment sur les conditions à réunir pour $\Delta\omega$ et $\Delta\lambda_{\text{ZD}}$.

En représentant les FCDP des quatre termes de FWM de cette nouvelle configuration sur la figure 3.24, nous remarquons toutefois que les quatre FCDP, loin de coïncider (ce qui aurait permis de réaliser l'accord de phase pour tous les termes), s'étalent ici sur une plage plus grande que précédemment (de $\omega_2 + \Delta\omega/2$ à ω_5 soit sur une plage de $5\Delta\omega/2$). Il est donc possible que cet étalement plus grand des FCDP ne favorise pas les conditions d'obtention de l'effet de conversion espéré.

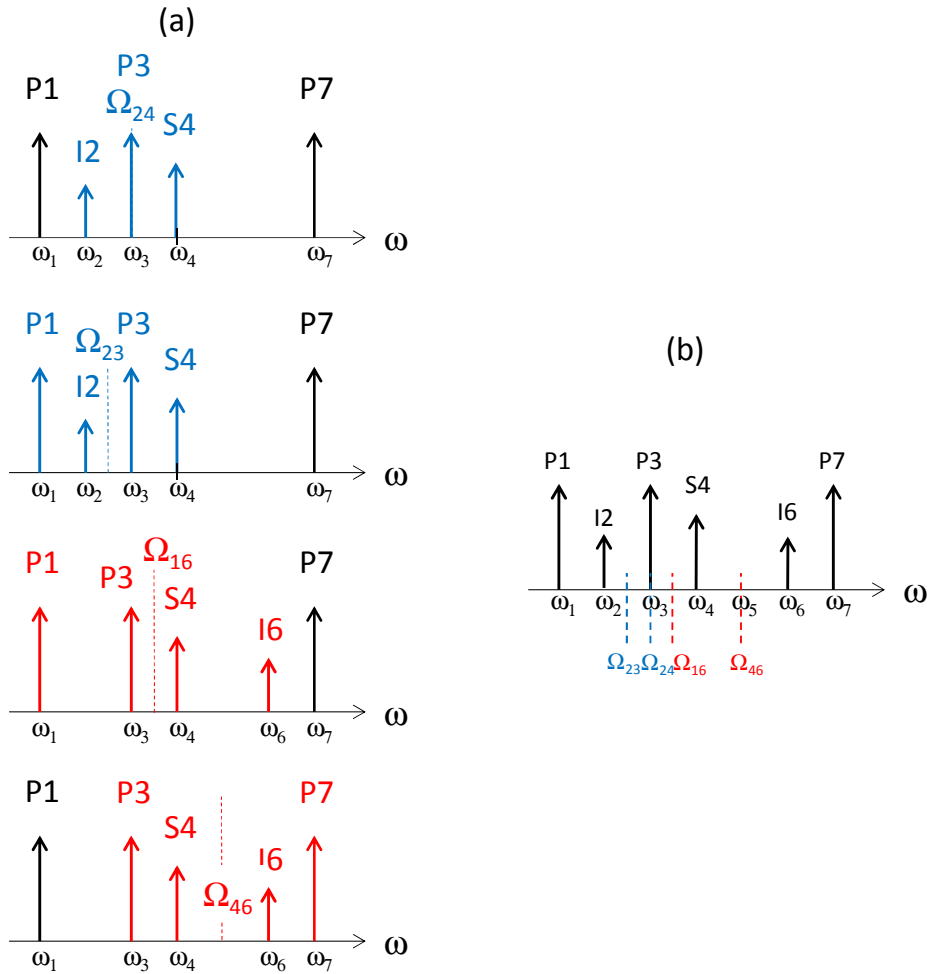


Figure 3.24. Illustration des FCDP des quatre termes de FWM impliqués dans la nouvelle configuration.

De la même manière qu'au paragraphe 3.5, nous pouvons résoudre les équations (3.73) et (3.74) et écrire les puissances des idlers I2 et I6 au bout d'une distance L de fibre. Nous obtenons

$$P_2(L) = \frac{2\gamma^2 P_0^2 P_4}{\Delta\beta_{234}^2 \Delta\beta_{1234}^2} \left\{ \Delta\beta_{1234}^2 [1 - \cos(\Delta\beta_{234}L)] + \Delta\beta_{234}^2 [1 - \cos(\Delta\beta_{1234}L)] \right. \\ \left. + \Delta\beta_{234}\Delta\beta_{1234} \left[\cos(\Delta\phi_2 + \Delta\beta_{234}L) + \cos(\Delta\phi_2 + \Delta\beta_{1234}L) \right. \right. \\ \left. \left. - \cos(\Delta\phi_2 + \Delta\beta_{234}L + \Delta\beta_{1234}L) - \cos(\Delta\phi_2) \right] \right\}, \quad (3.81)$$

$$P_6(L) = \frac{2\gamma^2 P_0^2 P_4}{\Delta\beta_{3467}^2 \Delta\beta_{1346}^2} \left\{ \Delta\beta_{1346}^2 [1 - \cos(\Delta\beta_{3467}L)] + \Delta\beta_{3467}^2 [1 - \cos(\Delta\beta_{1346}L)] \right. \\ \left. + \Delta\beta_{3467}\Delta\beta_{1346} \left[\cos(\Delta\phi_6 - \Delta\beta_{1346}L) + \cos(\Delta\phi_6 - \Delta\beta_{3467}L) \right. \right. \\ \left. \left. - \cos(\Delta\phi_6 - \Delta\beta_{3467}L - \Delta\beta_{1346}L) - \cos(\Delta\phi_6) \right] \right\}, \quad (3.82)$$

où P_0 est la puissance de l'onde P3 et

$$\Delta\phi_2 = 2\phi_4 + \phi_1 - 3\phi_3, \quad (3.83)$$

$$\Delta\phi_6 = 2\phi_4 - \phi_1 - \phi_7. \quad (3.84)$$

Dans leur forme, les équations (3.81) et (3.82) sont très similaires aux équations (3.41) et (3.42) trouvées avec la configuration précédente. On note toutefois que les puissances sont proportionnelles à $2\gamma^2 P_0^2 P_4$ ici alors qu'elles étaient proportionnelles à $8\gamma^2 P_0^2 P_4$ précédemment. Or il faut se rappeler que dans la configuration précédente, les trois pompes étaient de puissances égales (de valeur P_0). La puissance totale P_{tot} injectée par la trois pompes était donc égale à $3P_0$. Ici, en raison de la condition (3.79), la puissance P_{tot} vaut $3P_0/2$. Si l'on exprime les puissances des idlers en fonction de la puissance totale et non de P_0 , on trouve des facteurs multiplicatifs identiques. Les deux configurations sont donc équivalentes de ce point de vue.

Comme précédemment, on trouve une condition telle que $\Delta\beta_{234} = \Delta\beta_{1234}$ et $\Delta\beta_{3467} = \Delta\beta_{1346}$. Cette condition s'écrit

$$\Delta\omega = \frac{\beta_2}{2\beta_3}, \quad (3.85)$$

C'est la même condition que dans la configuration précédente et, lorsqu'elle est satisfaite, les désaccords de phase s'écrivent

$$\Delta\beta = \Delta\beta_{234} = \Delta\beta_{1234} = \frac{1}{8} \frac{\beta_2^3}{\beta_3^2}, \quad (3.86)$$

$$\Delta\beta' = \Delta\beta_{3467} = \Delta\beta_{1346} = \frac{9}{8} \frac{\beta_2^3}{\beta_3^2}. \quad (3.87)$$

On remarque que, contrairement à la configuration précédente, une plus grande différence existe entre les valeurs de $\Delta\beta$ et $\Delta\beta'$, qui étaient égales à $(5/4)\beta_2^3/\beta_3^2$ et $(9/8)\beta_2^3/\beta_3^2$ respectivement dans la première configuration. En utilisant les relations précédentes et en appliquant la même méthode qu'au paragraphe 3.5, on démontre que

$$P_2(L) = 4\gamma^2 P_0^2 L^2 P_4 \text{sinc}^2(\Delta\beta L/2) \cos^2(\phi_4 + \Delta\phi + \Delta\beta L/2), \quad (3.88)$$

$$P_6(L) = 4\gamma^2 P_0^2 L^2 P_4 \text{sinc}^2(\Delta\beta' L/2) \cos^2(\phi_4 + \Delta\phi + \Delta\beta L/2 - \theta), \quad (3.89)$$

avec

$$\Delta\phi = \frac{1}{2}(\phi_1 - 3\phi_3), \quad (3.90)$$

où θ est la différence de phase de l'onde S4 pour laquelle on souhaite réaliser un échange d'énergie entre les idlers I2 et I6. Rappelons qu'une décomposition des composantes en quadrature du signal S4 correspond à $\theta = \pi/2$. Pour réaliser une décomposition particulière suivant θ , on montre que la phase ϕ_7 de la pompe P7 doit vérifier

$$\phi_7 = 2\theta + 3\phi_3 - 2\phi_1 - \Delta\beta L + 2k\pi, \quad (3.91)$$

c'est-à-dire la même condition que dans la première configuration proposée.

Jusqu'à maintenant, nous avons trouvé un comportement similaire de la deuxième configuration par rapport à la première, à savoir que l'écart en fréquence $\Delta\omega$ devait satisfaire la même condition (3.85) afin de permettre un échange d'énergie entre les idlers I2 et I6 en fonction de la phase du signal S4.

Intéressons-nous maintenant aux efficacités de conversion des idlers I2 et I6, proportionnelles aux quantités

$$\Gamma_2 = \text{sinc}^2(\Delta\beta L/2) = \text{sinc}^2(\delta/16), \quad (3.92)$$

$$\Gamma_6 = \text{sinc}^2(\Delta\beta' L/2) = \text{sinc}^2(9\delta/16), \quad (3.93)$$

avec

$$\delta = \frac{\beta_2^3}{\beta_3^2} L \quad (3.94)$$

La figure 3.25 représente Γ_2 et Γ_6 en fonction de δ .

On remarque que la plage de valeurs possibles pour δ , permettant de maximiser l'efficacité de conversion des idlers, est plus importante pour l'idler I2 que pour l'idler I6. La condition permettant une décomposition des composantes en quadrature de S4 dans de bonnes conditions d'efficacité pour les deux idlers sera donc imposée par l'idler I6. Nous pouvons prendre la même condition que précédemment, à savoir $\delta_{\text{lim}} = 4\pi/5$ (voir figure 3.25), ce qui correspond à une efficacité de 99 % pour Γ_2 et 49 % pour Γ_6 .

En conclusion, cette nouvelle configuration offre une plus grande plage de longueurs d'onde possibles pour la conversion vers l'idler I2, mais, dans l'optique d'une conversion de

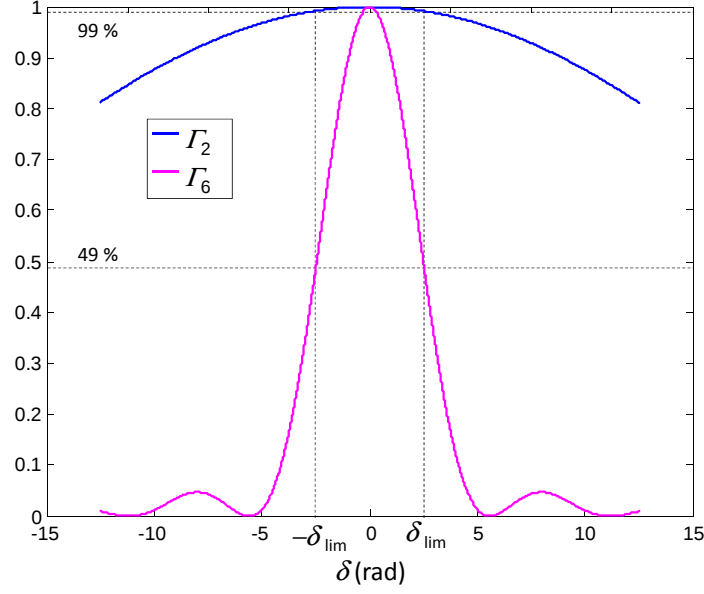


Figure 3.25. Evolution des efficacités de conversion des idlers I2 et I6 en fonction de δ .

fréquence avec des efficacités comparables sur les deux idlers, elle est parfaitement comparable à la première configuration étudiée.

Nous n'avons pas entrepris de recherche d'autres configurations d'interféromètres où la sensibilité à la dispersion pourrait être moindre. Cela pourrait constituer un prolongement intéressant de ce travail.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à une expérience de conversion de fréquence sensible à la phase, à base de FWM, permettant la décomposition des composantes en quadrature d'un signal optique. Cette expérience, démontrée récemment par plusieurs auteurs dans différents dispositifs optiques (SOA, guide d'onde PPLN, fibre HNLF), nécessitait jusqu'à présent l'injection de quatre ondes pompe avec un jeu de paramètres bien précis pour l'amplitude et la phase de ces ondes, obtenus généralement par une routine numérique d'optimisation. En utilisant les équations d'un modèle à 7 ondes, nous avons pu montrer que, d'une part seulement trois pompes étaient nécessaires à l'obtention du phénomène et que, d'autre part, quelques équations analytiques très simples permettaient de déterminer les valeurs des amplitudes et des phases des pompes.

Nous avons ensuite démontré expérimentalement ce nouveau schéma de convertisseur dans une fibre HNLF et en régime continu. Dans cette expérience la dispersion de la fibre pouvait être considérée comme négligeable. Nous nous sommes ensuite employés à étudier, de manière théorique, l'effet de la dispersion sur les performances de la décomposition des composantes en quadrature du signal. Nous avons montré que cette décomposition

était malgré tout possible en présence de dispersion, à condition que l'écart $\Delta\omega$ entre les fréquences des ondes et la fréquence centrale ω_0 du peigne de fréquences respecte des conditions particulières par rapport à la longueur de dispersion nulle λ_{ZD} de la fibre. Enfin, nous avons proposé un nouvel agencement des ondes permettant de réaliser l'expérience avec des performances similaires.

Le travail présenté dans ce chapitre a fait l'objet d'une publication dans une revue internationale [67] et d'une communication orale nationale [68].

CHAPITRE 4

CARACTÉRISATION DE FIBRES OPTIQUES EN VERRE DE CHALCOGÉNURE

Comme évoqué dans l'introduction, un des objectifs de mon travail de thèse était d'utiliser des fibres optiques microstructurées (MOFs) en verre de chalcogénure avec des dispersions plus faibles que celles qui avaient été fabriquées jusqu'à maintenant. La réduction de la dispersion devait s'obtenir en réduisant le diamètre du cœur de la fibre et nécessitait un travail de développement important de la part de nos partenaires fabricant de fibres, à savoir l'Institut des Sciences Chimiques de Rennes (ISCR) et Perfos. Les ressources humaines et financières nécessaires pour réaliser ce nouveau type de fibre avaient été prévues dans le cadre d'un projet collaboratif, soumis à l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) en 2013. Une des tâches de ce projet concernait la génération d'un peigne de fréquences par FWM dans des MOFs en verre de chalcogénure et dans des configurations originales et novatrices (que nous ne détaillerons pas ici). Pour cela, la réduction de la dispersion était effectivement un verrou essentiel à lever. Malheureusement le projet n'a pas été retenu en 2013 par l'ANR. Retravaillé et soumis à nouveau à l'ANR en 2014, le projet ne fut pas non plus retenu. Sans les moyens humains et financiers prévus pour la réalisation des fibres, les objectifs de ma thèse ont été réorientés et je me suis focalisé, comme nous l'avons vu lors des deux chapitres précédents, sur les aspects modélisation du FWM. Malgré tout, dans le cadre d'une collaboration informelle avec l'ISCR et Perfos dans un premier temps, puis dans le cadre d'un financement FUI (fonds unique interministériel) dans un second temps, nous avons caractérisé de nouvelles générations de MOFs en verre de chalcogénure.

La partie 4.1 présente tout d'abord le contexte de l'étude ainsi que les techniques de fabrication de ces fibres et quelques-unes des réalisations les plus récentes. Nous présentons également dans cette partie le protocole expérimental que nous avons mis en place, basé sur le FWM, pour mesurer à la fois le coefficient non linéaire et la dispersion des fibres. Deux

générations de fibres ont été fabriquées et caractérisées. La partie 4.2 concerne les caractérisations des fibres de première génération et la partie 4.3 celles de seconde génération.

4.1 Introduction

4.1.1 Contexte

Au laboratoire Foton, les études sur les MOFs en verre de chalcogénure ont démarré en 2003 dans le cadre d'une collaboration avec l'ISCR (anciennement Laboratoire Verres et Céramiques) et Perfos. L'ISCR avait en charge la synthèse des verres, Perfos la fabrication des fibres et le laboratoire Foton la caractérisation et l'utilisation des fibres pour des applications non linéaires aux longueurs d'onde télécom (autour de 1550 nm). Au laboratoire Foton, ces études ont fait l'objet des thèses de Nguyen Thanh Nam, soutenue en 2008 [46], Nguyen Duc Minh, soutenue en 2011 [47] et Le Sy Dat, soutenue en 2012 [10]. Tout au long de ces années, de très gros progrès ont été accomplis sur le développement de ces fibres. Les étapes clés qui ont été franchies sont la maîtrise des procédés de fabrication, la réduction des pertes et l'augmentation de la non-linéarité. Signalons qu'une nouvelle étape clé a été franchie récemment avec la connectorisation de ces fibres, mais nous reviendrons sur ce point plus tard.

C'est dans le cadre de la thèse de Le Sy Dat que les premières démonstrations de fonctions de traitement tout optique du signal à base de FWM ont pu être démontrées pour la première fois dans des MOFs en verre de chalcogénure aux longueurs d'onde télécom. On citera par exemple la conversion de longueur d'onde [11] et le démultiplexage temporel tout optique [12]. Les caractéristiques de ces fibres, en termes de longueur, pertes et non-linéarité en faisaient des composants non linéaires parmi les plus attractifs de la bande télécom. Toutefois la dispersion restait encore bien trop élevée pour certaines applications. De notre point de vue, le dernier verrou à lever pour élargir encore les possibilités d'application de ces fibres concernait donc la réduction de la valeur de la dispersion pour se rapprocher, si possible, d'une dispersion nulle à 1550 nm. Pour cela, il fallait modifier la taille de la microstructure et il est apparu possible d'atteindre une dispersion nulle à 1550 nm, d'après une étude réalisée en 2012 par Laurent Provino de Perfos [10].

La figure 4.1 représente les résultats de simulation, réalisée par Laurent Provino d'après des données de la littérature, de la dispersion d'un verre de chalcogénure de type GeAsSe en fonction de la longueur d'onde. Cette courbe montre que la longueur d'onde de dispersion nulle du verre GeAsSe se situe autour de 4 μm et que la dispersion, à la longueur d'onde de 1550 nm, est de l'ordre de -500 ps/km/nm . Comme nous venons de l'évoquer, cette valeur de dispersion est trop élevée pour certaines applications, notamment lorsque l'accord de phase est recherché dans les applications basées sur le FWM.

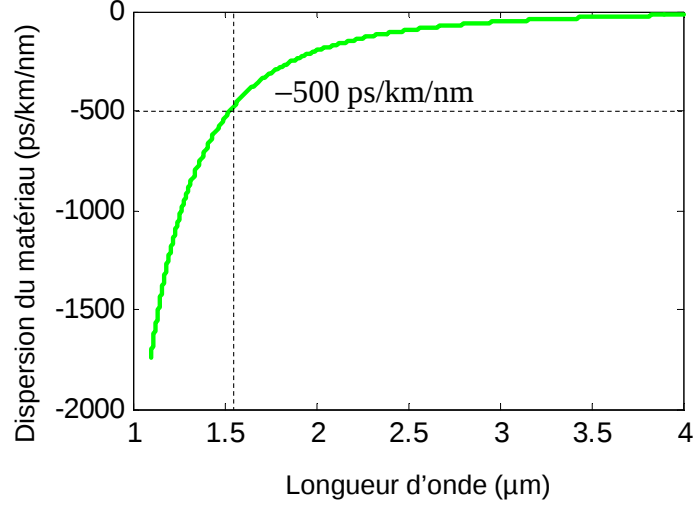


Figure 4.1. Dispersion du verre GeAsSe en fonction de la longueur d'onde, d'après [10].

La dispersion d'une fibre optique pouvant être considérée comme la somme de la dispersion du matériau et celle de la structure guidante (voir chapitre 1), pour modifier la valeur de la dispersion d'une fibre fabriquée dans un matériau donné, on peut agir sur la structure du guide. Pour une MOF à trois couronnes de trous du type de celle qui est représentée sur la figure 4.2(a), une étude de la dépendance de la dispersion du guide en fonction du diamètre de cœur de la fibre a été effectuée par Laurent Provino de Perfes [10]. Les résultats sont représentés sur la figure 4.2(b). On observe sur cette figure que la dispersion du guide peut atteindre des valeurs supérieures à $+500$ ps/km/nm pour des valeurs de diamètre de cœur inférieures au micron. Ces fortes valeurs de dispersion du guide permettraient donc de compenser les fortes valeurs de la dispersion du verre GeAsSe. Pour $d = 1$ μm par exemple, la dispersion de la fibre chuterait à -15 ps/km/nm. Pour atteindre une valeur nulle de la dispersion à 1550 nm, il faudrait un diamètre de cœur de $0,95$ μm . On note également, d'après la figure 4.2(b), que pour des diamètres de cœur au-delà de 3 μm typiquement, la dispersion de la fibre est essentiellement dominée par la dispersion du matériau.

Ces études, concernant l'influence de la dispersion du guide sur la dispersion totale d'une MOF en verre de chalcogénure, ont motivé la recherche de solutions permettant de réduire, à des tailles voisines de 1 μm , le diamètre de cœur de ces fibres. On note que la réduction de la taille du cœur doit s'accompagner d'une augmentation encore plus importante du coefficient non linéaire de la fibre ce qui est également très intéressant. Comme nous le verrons, ces solutions n'ont pas pu être mises en œuvre mais de nouvelles fibres ont néanmoins été fabriquées par l'ISCR en collaboration avec Perfes et caractérisées au laboratoire Foton. Nous présenterons dans ce chapitre les résultats de ces caractérisations mais avant cela, nous allons présenter les techniques de fabrication de ces fibres et quelques réalisations récentes.

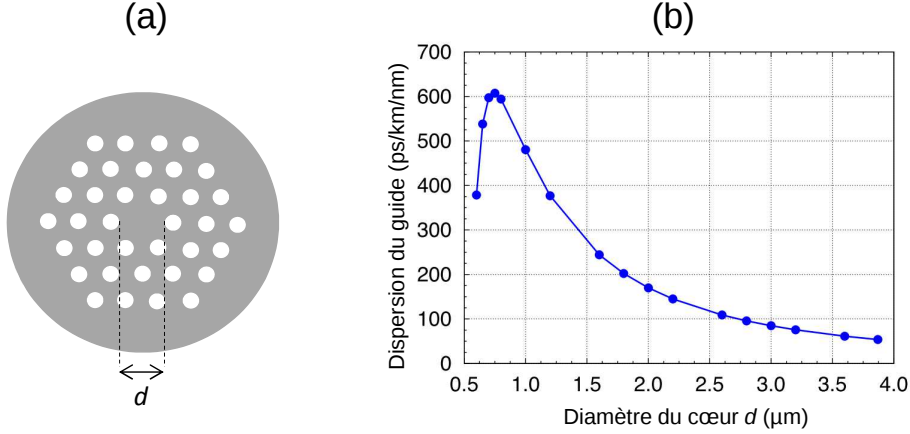


Figure 4.2. (a) : microstructure à trois couronnes de trous; (b) : dispersion de la microstructure à trois couronnes de trous en fonction du diamètre d du cœur, [10].

4.1.2 Fabrication des fibres

Dans ce paragraphe, nous allons décrire les méthodes utilisées pour fabriquer les MOFs en verre de chalcogénure. Une des premières méthodes utilisées est la méthode appelée *stack and draw*, très utilisée pour les fibres de silice et qui a été transposée aux fibres en verre de chalcogénure [8], [36], [69].

Les premières MOFs en verre de chalcogénure étaient limitées quant à leur capacité à guider correctement la lumière. En 2006 elles souffraient de pertes importantes (> 25 dB/m [9]) et ne pouvaient donc pas être utilisées pour étudier leurs applications potentielles. En 2008, L. Brilland *et al.* ont montré que la plupart des pertes étaient dues à l'inhomogénéité de l'interface entre les capillaires [70]. Ces auteurs ont montré que la transmission de la fibre est grandement améliorée en utilisant des fibres incluant des trous interstitiels. En utilisant cette technique, ils ont obtenu une fibre à base de sélénium avec des pertes de 3 dB/m à 1550 nm [70]. Ces pertes restaient toutefois relativement élevées. Ces études ont abouti à la conclusion que la méthode *stack and draw* possédait des limitations intrinsèques quant à l'optimisation des pertes dans les MOFs en verre de chalcogénure.

En 2010, l'ISCR et Perfos proposent une nouvelle méthode [28] permettant de réaliser des MOFs en verre de chalcogénure de plusieurs types, incluant des fibres à cœur suspendu ou avec une structure à plusieurs couronnes de trous. Cette méthode est basée sur le moulage du verre de chalcogénure, elle permet d'augmenter considérablement la transmission optique car les inhomogénéités dues aux interfaces sont fortement réduites.

Le principe de la méthode est décrit sur la figure 4.3. Les préformes sont fabriquées à partir de barreaux en verre de chalcogénure et d'un moule. Le barreau de verre est préparé et purifié par une méthode classique. Le moule est entièrement fait de capillaires de silice. La façon dont les capillaires sont arrangés dans le moule va déterminer la structure de la

fibre obtenue. Ils peuvent être arrangés pour former un guide de forme hexagonale ou un guide à cœur suspendu. Le barreau de verre est chauffé jusqu'à ce qu'il soit assez liquide pour couler dans le moule en silice. Quand le verre de chalcogénure refroidit et durcit dans le moule, la structure en silice est alors retirée par attaque chimique à l'acide fluorhydrique et la préforme en verre de chalcogénure est ainsi obtenue. La fibre finale est alors étirée à partir de la préforme.

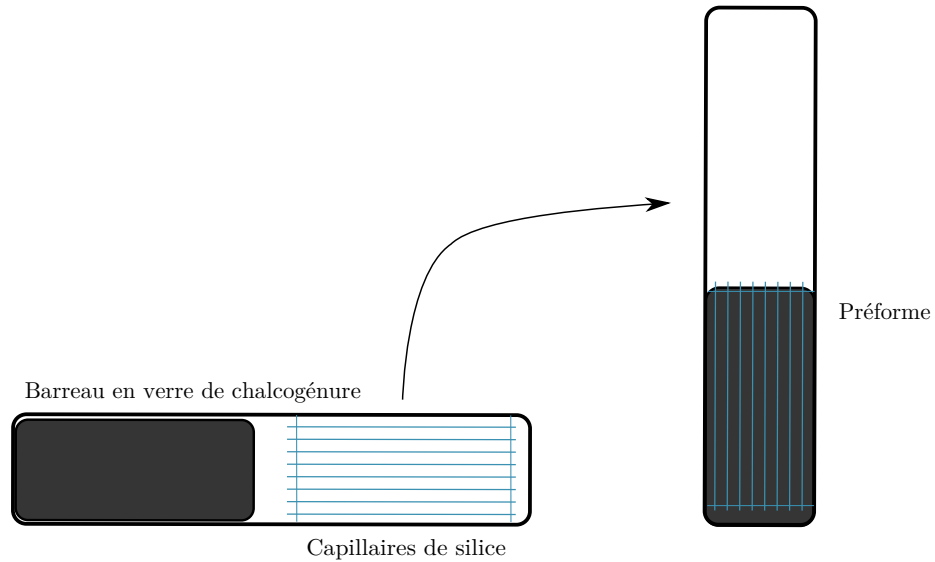


Figure 4.3. Schéma du moule en silice. Le verre de chalcogénure est coulé dans le moule qui est ensuite retiré par un traitement chimique.

Cette méthode de moulage permet d'obtenir différentes géométries de MOFs. La figure 4.4 montre des images obtenues au microscope électronique à balayage de quelques exemples de MOFs en verre de chalcogénure. Elle montre notamment des structures à 3 couronnes de trous [figures 4.4(a) et 4.4(b)] ou à cœur suspendu [figure 4.4(c)] [28]. Il est possible de contrôler l'aire effective de la fibre allant de $2 \mu\text{m}^2$ à $300 \mu\text{m}^2$. Des fibres avec un très petit cœur ($2 \mu\text{m}$ de diamètre) peuvent être obtenues pour exacerber la non-linéarité des fibres.

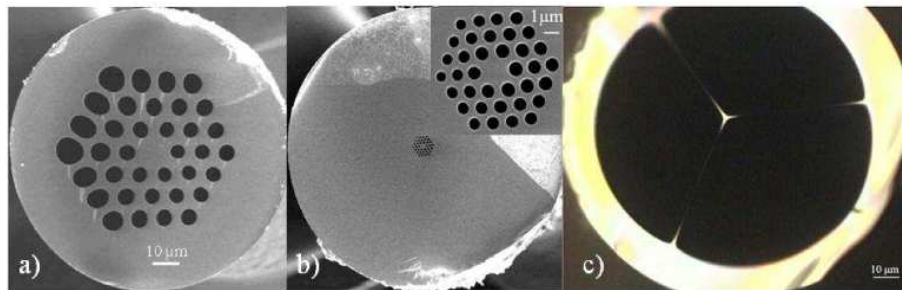


Figure 4.4. (a) Image MEB d'une fibre à large cœur ($13 \mu\text{m}$). (b) Image MEB d'une fibre à petit cœur ($2 \mu\text{m}$). (c) Image MEB d'une fibre à cœur suspendue ($4 \mu\text{m}$), d'après [28].

4.1.3 Quelques réalisations de MOFs en verre de chalcogénure

Avant de revenir plus en détail sur les fibres non linéaires en verre de chalcogénure qui nous intéresseront par la suite, citons quelques autres réalisations de MOFs en verre de chalcogénure, telles que les fibres à cœur creux [71], les fibres pleines (entièrement constituées de verre) [72] ou les fibres à maintien de polarisation [73]. Aujourd'hui, la start-up SelenOptics, basée à Rennes et issue des travaux précédents menés à l'ISCR et à Perfos, propose les quatre types de MOFs en verre de chalcogénure suivants

- Des fibres fortement non linéaires en $\text{Ge}_{10}\text{As}_{22}\text{Se}_{68}$ avec un indice de réfraction non linéaire $n_2 = 8,8 \times 10^{-18} \text{ m}^2/\text{W} \approx 400 \times n_{2,\text{silice}}$, des pertes $\alpha \approx 2,5 \text{ dB/m}$ et un diamètre de cœur de 3 à 13 μm suivant les besoins.
- Des fibres monomodes en $\text{As}_{32}\text{Se}_{68}$ avec un indice de réfraction non linéaire $n_2 = 1,1 \times 10^{-17} \text{ (m}^2/\text{W)} \approx 500 \times n_{2,\text{silice}}$, un diamètre de cœur de 13 μm et des pertes d'environ 2,5 dB/m. Ces fibres peuvent être connectorisées avec un connecteur FC/PC. La connectorisation de ce type de fibre est une grande avancée, les anciennes fibres n'étant utilisables qu'en injectant en espace libre.
- Des fibres multimodes à cœur suspendu en $\text{As}_{38}\text{Se}_{62}$ avec un indice de réfraction non linéaire $n_2 = 1,1 \times 10^{-17} \text{ (m}^2/\text{W)} \approx 500 \times n_{2,\text{silice}}$, un diamètre de cœur de 4 μm et des pertes d'environ 2,5 dB/m.
- Des fibres effilées en $\text{Ge}_{10}\text{As}_{22}\text{Se}_{68}$. La géométrie de ces fibres est une géométrie à 3 couronnes de trous. Elles sont constituées d'une partie effilée avec un diamètre de cœur de 2,5 à 8 μm et une longueur de 15 à 100 cm, et d'une partie non effilée avec pour diamètre de cœur 13 μm et une atténuation de 2,5 dB/m.

Revenons maintenant au cas des MOFS non linéaires en verre de chalcogénure. Si les applications non linéaires des MOFs en verre de chalcogénure datent de 2005 [35], un tournant a lieu au début des années 2010, grâce à la maîtrise des procédés de fabrication et de tirage (méthode de moulage décrite précédemment), permettant à l'ISCR/Perfos de fabriquer des fibres en verre de chalcogénure avec des structures parfaitement maîtrisées et des pertes relativement faibles, inférieures au dB/m. L'enjeu fut alors de fabriquer des fibres les plus non linéaires possible. Une composition stable en verre GeAsSe (d'indice de réfraction non linéaire n_2 égal à 400 fois celui de la silice) ayant été trouvée, l'augmentation de la non-linéarité passait donc par la réduction de l'aire effective du cœur. Afin de réduire fortement le diamètre du cœur des fibres (jusqu'à des valeurs voisines du micromètre, comme nous le verrons), tout en maintenant une injection facilitée de la lumière dans ces fibres, la solution des fibres effilées a été trouvée. Comme l'illustre la figure 4.5, issue d'une réalisation de 2012 [11], ces fibres permettent d'avoir une faible taille de cœur et des extrémités de fibre plus grandes, facilitant l'injection de lumière dans la fibre tout en garantissant un effet non linéaire important dans la partie effilée. Les fibres sont effilées après avoir été fabriquées,

en utilisant les équipements de la tour de fibrage. Cette technique permet d'obtenir des longueurs de plus d'1 m de la partie effilée.

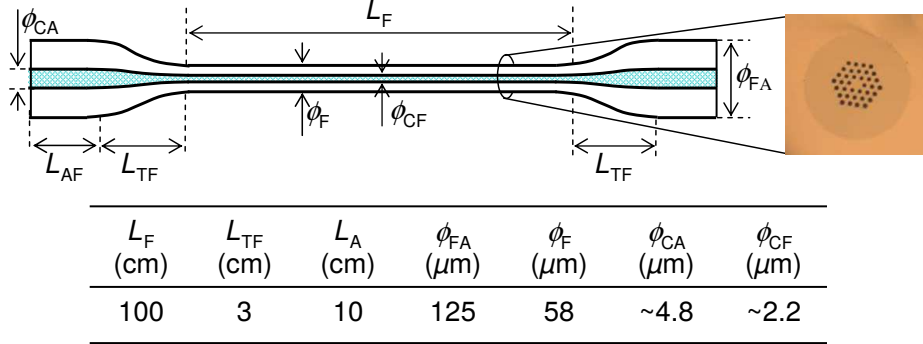


Figure 4.5. Fibre MOF effilée en verre de chalcogénure, d'après [11].

La fibre proposée dans la référence [11], fabriquée par l'ISCR/Perfos, possède un diamètre de cœur de $2,2 \mu m$ dans la partie effilée, une non-linéarité $\gamma = 11000 W^{-1}.km^{-1}$, une dispersion $D = -500 ps/km/nm$ et des pertes de $2,5 dB/m$. C'est grâce à ce type de fibre que les premières démonstrations de conversion de longueur d'onde à haut débit ($42,7 Gb/s$ et $56 Gb/s$) dans une MOF en verre de chalcogénure ont pu être démontrées au laboratoire Foton en 2012 [11]. C'est l'année d'après que les meilleures performances non linéaires pour une MOF en verre de chalcogénure fabriquée par ISCR/Perfos ont été obtenues avec une fibre effilée possédant un diamètre de cœur de $1,4 \mu m$ dans la partie effilée, une non-linéarité $\gamma = 25000 W^{-1}.km^{-1}$, une dispersion $D = -310 ps/km/nm$ et des pertes de $0,9 dB/m$. Cette fibre a permis au laboratoire Foton de faire la première démonstration d'un démultiplexage temporel tout optique à $170,8 Gb/s$ dans une MOF en verre de chalcogénure [12]. Il est alors apparu que cette valeur de dispersion de $-310 ps/km/nm$, bien que plus faible en valeur absolue que la dispersion du matériau évaluée à $-500 ps/km/nm$, était encore trop élevée pour certaines applications (traitement tout optique du signal, génération de peignes de fréquences). A titre d'exemple, avec la fibre précédente, la conversion de longueur d'onde par FWM n'est efficace que dans une bande de $6 nm$ autour de la longueur d'onde de pompe. C'est dans ce contexte de réduction de la valeur de la dispersion des fibres, que mes activités de recherche sur les MOFs en verre de chalcogénure ont débuté.

Au début de ma thèse nous avons utilisé des fibres fabriquées par l'ISCR et Perfos puis, en fin de thèse, des fibres fabriquées par SelenOptics. Avant de présenter les résultats de caractérisation des ces fibres, nous allons présenter la méthode de caractérisation des fibres que nous avons mise en place.

4.1.4 Méthode de caractérisation

Afin de mesurer de manière systématique le coefficient non linéaire γ et la dispersion D des fibres, nous avons mis en place un protocole expérimental basé sur le FWM et déjà évoqué au paragraphe 1.2.3.2. La figure 4.6 présente le montage expérimental utilisé pour caractériser les fibres en verre de chalcogénure. Il est constitué de deux sources laser accordables autour de 1550 nm. Chaque laser est amplifié grâce à un amplificateur à fibre dopée à l'erbium (EDFA), d'une puissance maximum de sortie de 27 dBm. Les contrôleurs de polarisation (CP) permettent d'aligner les polarisations des deux lasers. Les signaux sont injectés dans la fibre via un coupleur 3 dB et un atténuateur variable (AV). L'injection dans la fibre microstructurée en verre de chalcogénure se fait au moyen d'une fibre microlentillée dont le diamètre de mode se rapproche le plus possible de celui de la fibre à mesurer. Une autre fibre microlentillée est utilisée pour récupérer le signal à la sortie de la fibre. Celui-ci traverse ensuite un coupleur 90/10. La sortie à 10 % est utilisée pour contrôler le couplage dans la fibre à l'aide d'un puissance-mètre optique (PM). La sortie à 90 % est connectée à un analyseur de spectre optique (ASO) pour visualiser le mélange à quatre ondes dans la fibre.

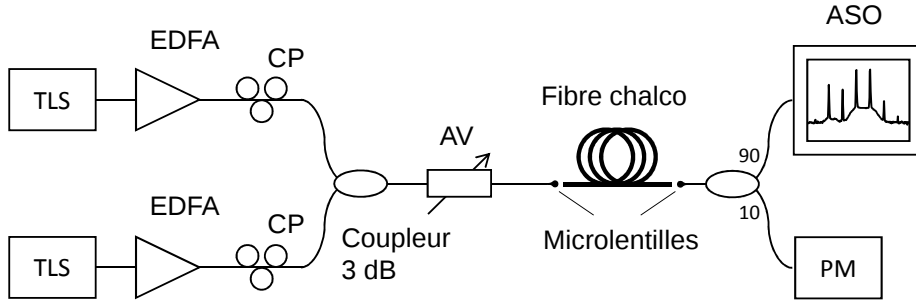


Figure 4.6. Montage expérimental utilisé pour la caractérisation des fibres en verre de chalcogénure.

Les caractérisations sont effectuées de la manière suivante. Au début de l'expérience les longueurs d'onde des lasers sont fixées à une valeur comprise entre 1550 nm et 1560 nm typiquement. Nous faisons alors varier les longueurs d'onde des lasers en augmentant leur écart $\Delta\lambda$ tout en maintenant fixe la longueur d'onde centrale entre les deux lasers. Nous traçons alors l'évolution des puissances des pompes et des idlers générés par mélange à quatre ondes en fonction de l'écart en longueur d'onde entre les deux lasers. Nous pouvons ensuite déduire des courbes obtenues les valeurs du coefficient non linéaire γ et de la dispersion D en utilisant les relations (1.40) et (1.45) présentées au paragraphe 1.2.3.2.

4.2 Première génération de fibres

4.2.1 Présentation des fibres

La réduction de la dispersion des MOFs en verre de chalcogénure devait s'obtenir en réduisant le diamètre du cœur de la fibre à des valeurs proches de $1\ \mu\text{m}$, comme nous l'avons vu au paragraphe 4.1.1. Des études plus récentes, internes à Perfos, suggéraient qu'une quatrième couronne de trous devait certainement être nécessaire pour limiter les pertes de confinement, pour des cœurs aussi petits que $1\ \mu\text{m}$. Le développement de ces nouvelles fibres, avec une couronne de trous supplémentaire, nécessitait de nouvelles études de la part de nos partenaires mais, sans les moyens humains et financiers prévus pour leur réalisation, les ambitions de réduction de la dispersion ont dû être revues.

Les fibres de première génération que nous avons caractérisées sont des MOFs en verre de chalcogénure fabriquées par l'ISCR/Perfos en 2015. Elles ont été fabriquées dans l'objectif d'étudier la possibilité de réduire la dispersion de la fibre en jouant sur une dispersion plus importante de la structure guidante, non pas dans les proportions visées initialement (diamètre de cœur de $1\ \mu\text{m}$, structure à quatre couronnes de trous et dispersion proche de zéro), mais en utilisant une nouvelle technique de réduction du diamètre de fibre.

Ces fibres sont composées du verre $\text{Ge}_{10}\text{As}_{22}\text{Se}_{68}$ dont l'indice de réfraction non linéaire n_2 est de l'ordre de $8,8 \times 10^{-18}\ \text{m}^2/\text{W}$ et dont la longueur d'onde de dispersion nulle se situe autour de $4\ \mu\text{m}$ avec une valeur de dispersion autour de $-500\ \text{ps/km/nm}$ à la longueur d'onde de $1550\ \text{nm}$.

L'atténuation linéique des fibres est évaluée à $1,9\ \text{dB/m}$ par des mesures effectuées au laboratoire (que nous ne détaillerons pas ici) et confirmée par l'ISCR/Perfos. Ces pertes sont plus importantes que celles obtenues en 2013 et qui constituaient alors un record à $0,9\ \text{dB/m}$ pour ce type de fibres. Il semblerait qu'une interaction du moule de silice avec le verre de chalcogénure, lors de sa fabrication, soit à l'origine de ces pertes plus élevées. La valeur des pertes reste malgré tout raisonnable et permet notamment les caractérisations non linéaires.

La microstructure est composée de trois couronnes de trous comme l'illustrent les images prises au microscope électronique à balayage de la figure 4.7. Dans leur version standard, ou non effilée, ces fibres ont un diamètre de cœur de $3,9\ \mu\text{m}$. Afin d'augmenter la non-linéarité de la fibre et diminuer sa dispersion, tout en maintenant une injection facilitée, la fibre est effilée dans sa partie centrale. Nos collègues de l'ISCR et de Perfos ont proposé de réaliser les parties effilées de la fibre au moyen d'une soudeuse de fibres optiques (soudeuse Vytran GPX-3400) permettant la réalisation de *tapers*. Bien que les longueurs des parties effilées ne puissent pas dépasser la dizaine de cm avec la soudeuse, de premiers essais ont néanmoins été effectués pour valider la pertinence de cette technique.

Les premières réalisations ont consisté en une réduction du diamètre de cœur de la partie effilée à $1,5 \mu\text{m}$ sur une longueur de $L_3 = 5 \text{ cm}$, comme illustré sur le schéma de la figure 4.8. La longueur des parties transitoires présentant la réduction adiabatique du diamètre sont $L_2 = L_4 = 1,5 \text{ cm}$. La figure 4.9 montre des images prises au microscope électronique à balayage de la partie effilée de la fibre. La réduction du diamètre de cœur n'a pas pu être aussi faible que celle inscrite dans les objectifs de départ car il a effectivement été remarqué qu'une réduction du cœur inférieure à $1,5 \mu\text{m}$ générerait des pertes plus importantes. Ceci semblerait donc confirmer l'hypothèse de la nécessité d'une quatrième couronne de trous.

Il était néanmoins intéressant de caractériser ces fibres pour valider la méthode de réduction du diamètre de cœur au moyen de la soudeuse, essayer d'évaluer la dispersion dans la partie effilée et valider la pertinence du protocole expérimental que nous avons proposé. Plusieurs échantillons, présentant des longueurs différentes L_1 et L_5 des parties de fibre amorce, nous ont été livrés. Une fibre non effilée, avec un diamètre de cœur constant de $3,9 \mu\text{m}$, nous a également été livrée pour permettre des comparaisons. Les caractéristiques des fibres sont résumées dans le tableau 4.1. La longueur L_{tot} correspond à la longueur $L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5$.

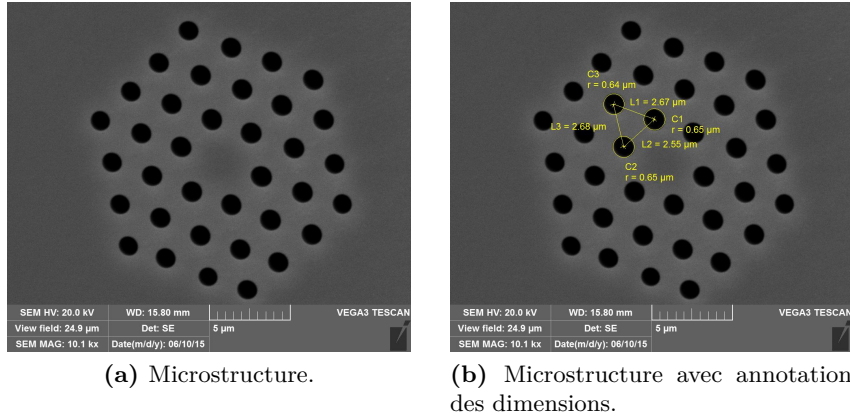


Figure 4.7. Image au microscope électronique à balayage de la fibre non effilée.

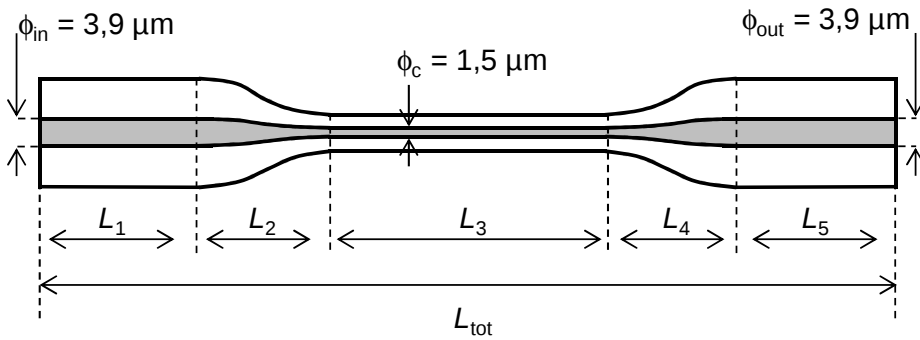


Figure 4.8. Représentation schématique des fibres effilées et notations utilisées.

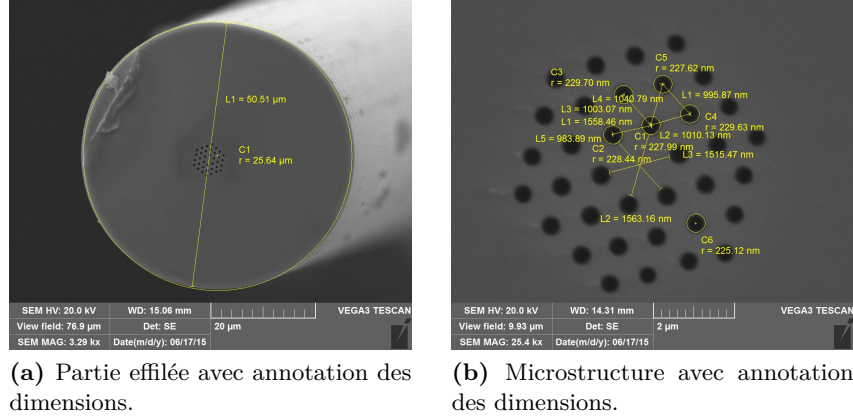


Figure 4.9. Image au microscope électronique à balayage de la partie effilée de la fibre.

	L_{tot} (cm)	L_1 (cm)	L_2 (cm)	L_3 (cm)	L_4 (cm)	L_5 (cm)
Fibre 1 (non effilée)	49	—	—	—	—	—
Fibre 2	48	20	1,5	5	1,5	20
Fibre 3	45	8	1,5	5	1,5	29
Fibre 4	43	25	1,5	5	1,5	10

Tableau 4.1. Tableau récapitulant les caractéristiques géométriques de la fibre non effilée et des fibres effilées.

4.2.2 Résultats expérimentaux

Nous présentons dans cette partie les résultats des caractérisations que nous avons effectuées pour déterminer à la fois le coefficient non linéaire γ des fibres et leur dispersion D . Nous appliquons le protocole expérimental décrit au paragraphe 4.1.4. Examinons dans un premier temps le cas de la fibre non effilée.

Fibre 1 (non effilée)

Nous injectons dans la fibre deux ondes pompe P2 et P3 (d'après les conventions utilisées aux chapitres précédents dans un modèle à quatre ondes), de puissance respective 16 dBm et 15 dBm. Les deux pompes sont centrées autour de $\lambda_0 = 1560$ nm. L'écart entre les deux pompes varie par pas de 0,25 nm. Nous mesurons l'évolution des puissances des ondes pompe et des ondes idler I1 et I4 à l'analyseur de spectre optique en fonction de l'écart $\Delta\lambda$ entre les pompes. Les pertes de couplage à l'entrée et à la sortie de fibre sont estimées à 3,2 dB et 3 dB respectivement. La figure 4.10 représente un exemple de spectre obtenu en sortie de fibre pour un écart $\Delta\lambda$ donné (2 nm dans ce cas précis). La figure 4.11 représente l'évolution des puissances en fonction de l'écart $\Delta\lambda$ pour la fibre 1 (non effilée). Les courbes en trait plein correspondent aux résultats des simulations numériques effectuées avec les

paramètres extraits des résultats expérimentaux (comme nous le verrons plus loin).

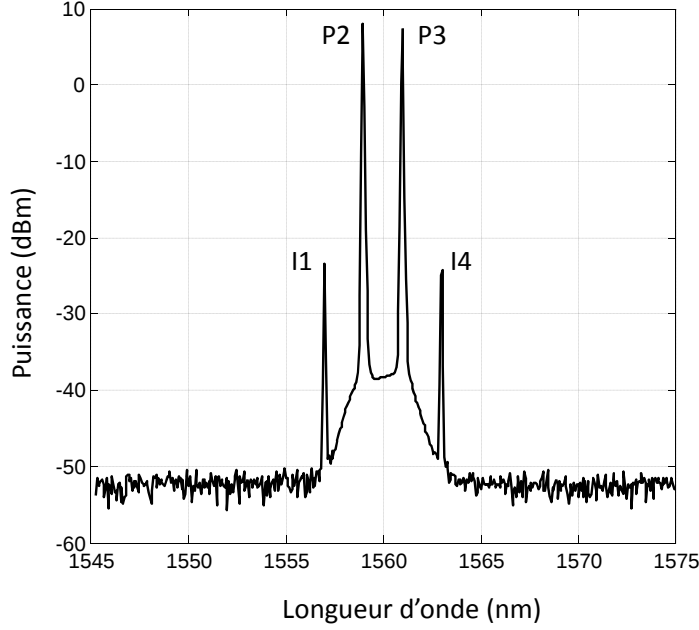


Figure 4.10. Exemple de spectre obtenu en sortie de fibre en verre de chalcogénure.

Sur la figure 4.11, nous remarquons que la puissance des ondes pompe ne varie pas en fonction de $\Delta\lambda$ ce qui prouve que nous sommes bien en régime de non déplétion des ondes pompe. La puissance des idlers varie quant à elle et présente des oscillations, conformément aux résultats théoriques du chapitre 1. Les minima qui apparaissent dans l'évolution de la puissance des idlers correspondent aux valeurs de l'écart $\Delta\lambda$ pour lequel le désaccord de phase est un multiple entier de 2π . En utilisant les résultats du chapitre 1, nous pouvons définir l'efficacité maximum de conversion d'un idler par la relation

$$\eta_{\max} = \frac{P_1(L)}{P_2(0)} = \frac{P_4(L)}{P_3(0)} = \gamma^2 L_{\text{eff}}^2 e^{-\alpha L} P_2(0) P_3(0). \quad (4.1)$$

Cette relation permet d'évaluer la valeur du coefficient non linéaire γ à partir de la mesure de $\eta_{\max}$, cette mesure s'obtenant facilement en effectuant les rapports de puissance entre une pompe et un idler. La dispersion D de la fibre vérifie quant à elle la relation

$$|D| = \frac{\lambda_0^2}{cL\Delta\lambda_0^2}, \quad (4.2)$$

où λ_0 est la longueur d'onde centrale et $\Delta\lambda_0$ l'écart en longueur d'onde entre les deux pompes pour lequel l'efficacité de conversion présente un premier minimum et que nous mesurons facilement sur la figure 4.11.

Notons que les relations (4.1) et (4.2) ont été établies au chapitre 1 dans le cas du FWM dégénéré alors que, dans le cas précis de notre expérience, nous sommes dans un cas où quatre ondes sont présentes (les deux pompes et les deux idlers). Nous sommes donc en

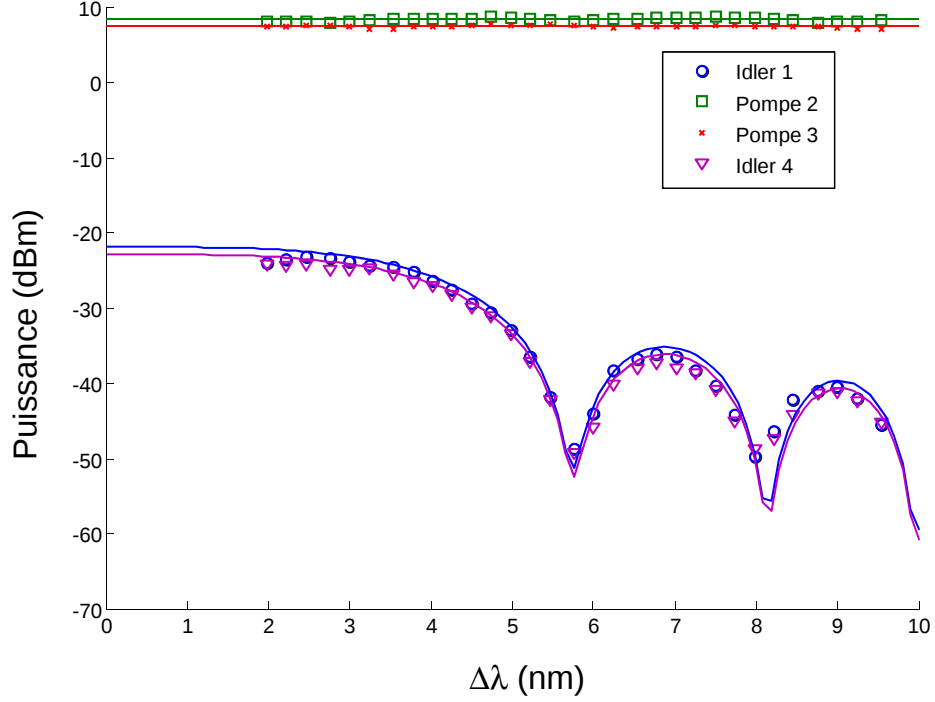


Figure 4.11. Puissance des idlers I1 et I4 et des deux pompes P2 et P3 en fonction de l'écart $\Delta\lambda$.

réalité dans le cas d'un processus de MFWM impliquant quatre ondes. Toutefois, en raison des puissances mises en jeu, nous pouvons considérer que la puissance des idlers dépend essentiellement des termes de FWM dégénéré. Les relations (4.1) et (4.2) peuvent donc être utilisées.

En tenant compte des pertes d'injection de 3,2 dB, les puissances des ondes pompe sont respectivement $P_2(0) = 19,1$ mW et $P_3(0) = 15,1$ mW. Les pertes linéiques de 1,9 dB/m conduisent à $\alpha = 0,44$ m⁻¹ et $L_{\text{eff}} = 44$ cm. La figure 4.11 représentant les puissances des ondes pompe $P_2(L)$ et $P_3(L)$ en sortie de fibre, il nous faut prendre en compte l'atténuation de la fibre (d'environ 0,9 dB) sur les ondes pompe pour appliquer la relation (4.1) permettant de mesurer expérimentalement η_{max} . Nous mesurons alors une valeur de $\eta_{\text{max}} = -32,4$ dB. Cette valeur conduit, d'après la relation (4.1), à une valeur de γ de l'ordre de $3,5 \times 10^3$ W⁻¹.km⁻¹.

Le calcul de l'aire effective de la fibre, réalisée par Perfos à partir de simulations numériques, indique une valeur de A_{eff} égale à $8,3$ μm². Avec cette valeur, la mesure de γ correspond, en appliquant la relation (1.21), à une valeur de l'indice de réfraction non linéaire n_2 de l'ordre de $7,3 \times 10^{-18}$ m²/W. Cette valeur est bien du même ordre de grandeur que la valeur de $8,8 \times 10^{-18}$ m²/W généralement admise pour ce type de verre. La différence peut s'expliquer, d'une part par l'incertitude qui existe dans la littérature sur la valeur de n_2 pour ce type de verre et d'autre part, par les incertitudes sur les mesures de pertes et

sur l'évaluation de l'aire effective.

D'après la figure 4.11, la mesure de $\Delta\lambda_0$ est de l'ordre de 5,8 nm. On trouve donc, en appliquant la relation (4.2), une valeur D de -500 ps/km/nm, ce qui correspond à une valeur de β_2 de 645 ps²/km. Ces valeurs sont également parfaitement en accord avec celles données habituellement par la littérature [11]. Pour cette fibre, possédant un cœur relativement large, la dispersion est en effet assez proche de la dispersion du matériau évaluée autour de -500 ps/km/nm.

Des simulations numériques ont été effectuées à l'aide des valeurs de γ et D trouvées précédemment et les résultats sont représentés en traits pleins sur la figure 4.11. Ils montrent un très bon accord entre la théorie et l'expérience et nous confortent, d'une part sur la validité des paramètres mesurés et d'autre part sur la pertinence de notre protocole expérimental.

Fibres effilées 2, 3 et 4

Nous présentons maintenant les résultats expérimentaux obtenus pour les fibres effilées 2, 3 et 4 avec le même protocole expérimental que précédemment. En raison de la similarité des résultats observés pour les idlers I1 et I4 (dont les puissances ne diffèrent que de 1 dB environ), nous ne représentons, sur la figure 4.12, que les puissances de l'idler I1 en fonction de l'écart $\Delta\lambda$. Pour faciliter la comparaison, nous rappelons également les résultats obtenus pour la fibre 1.

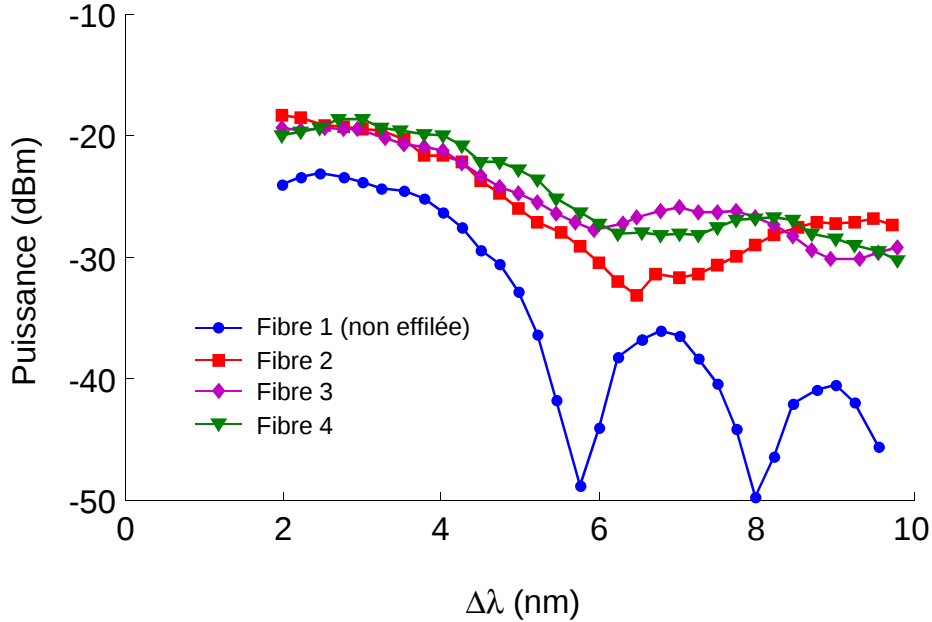


Figure 4.12. Puissance de l'idler I1 en fonction de l'écart $\Delta\lambda$ pour la fibre 1 (non effilée) et les fibres 2, 3 et 4.

On remarque tout d'abord une augmentation globale de l'efficacité de conversion d'environ 4 dB avec $\eta_{\max} = -28,4$ dB pour des écarts $\Delta\lambda$ inférieurs à 4 nm. Ceci s'explique

évidemment par l'augmentation de la non-linéarité de la fibre dans sa partie effilée. L'estimation par Perfos de l'aire effective dans la partie effilée de la fibre donne une valeur de $1,7 \mu\text{m}^2$. Avec cette valeur, et en prenant la valeur de n_2 mesurée précédemment égale à $7,3 \times 10^{-18} \text{ m}^2/\text{W}$, nous pouvons d'ores et déjà faire une estimation du coefficient non linéaire γ à une valeur de l'ordre de $17 \times 10^3 \text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$ dans la partie effilée de la fibre.

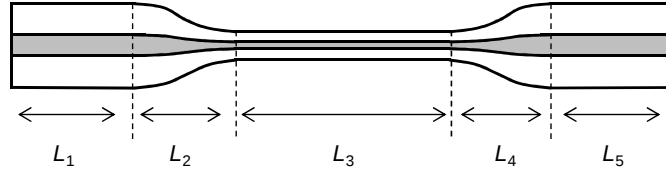
On remarque également que l'effet néfaste de la dispersion, qui consiste à faire chuter de manière brutale l'efficacité de conversion pour certaines valeurs de l'écart $\Delta\lambda$, est moins marqué pour les fibres 2, 3 et 4 que pour la fibre 1. Pour évaluer la valeur de la dispersion à l'aide de la relation (4.2), il faudrait considérer que la majeure partie du mélange à quatre ondes a lieu dans une partie de fibre pour laquelle la non-linéarité et la dispersion sont constantes. Imaginons que le mélange à quatre ondes ait lieu uniquement dans la partie effilée des fibres de 5 cm de longueur et de coefficient non linéaire $17 \times 10^3 \text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$. En accord avec la relation (4.1), nous trouverions une efficacité de conversion maximale de $-36,9 \text{ dB}$, bien inférieure à l'efficacité maximale mesurée de $-28,4 \text{ dB}$. Ce calcul montre donc que le processus de FWM se répartit tout au long de la fibre et que la partie effilée n'est pas de longueur suffisante pour être le siège des effets non linéaires dominants. Dans la mesure où les paramètres de la fibre ne peuvent pas être considérés comme constants sur la longueur totale de la fibre, il ne nous est pas possible de mesurer la dispersion de la partie effilée de la fibre en utilisant la relation simple donnée par la formule (4.2).

Deux raisons peuvent expliquer la réduction des effets néfastes de la dispersion sur l'efficacité du mélange à quatre ondes observée sur la figure 4.12. La première est la réduction de la valeur de la dispersion dans la zone effilée, comme attendu. La deuxième est que, même dans le cas où la dispersion n'aurait pas diminué de manière significative dans la partie effilée, les effets non linéaires étant exacerbés sur une distance plus courte que pour la fibre non effilée, l'effet de la dispersion sur l'efficacité de conversion de l'idler est moindre.

Pour tester ces hypothèses nous avons cherché à simuler, à l'aide de l'ENLS, le FWM dans les fibres effilées. Pour s'affranchir de la difficulté de décrire les variations longitudinales des paramètres des fibres, nous avons modélisé les fibres effilées par trois tronçons homogènes, comme l'illustre la figure 4.13. Nous ne prenons donc pas en compte les parties transitoires de 1,5 cm et considérons que les fibres amorces sont de longueur $L'_1 = L_1 + L_2/2$ et $L'_5 = L_4/2 + L_5$ et que la partie effilée est de longueur $L'_3 = L_2/2 + L_3 + L_4/2$. De cette manière, nous pouvons effectuer les simulations dans des tronçons de fibre où les paramètres sont constants. Conformément aux mesures précédentes, nous avons pris un coefficient non linéaire γ égal à $3,5 \times 10^3 \text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$ dans les fibres amorces et $17 \times 10^3 \text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$ dans la partie effilée.

Les figures 4.14(a), 4.14(b) et 4.14(c) représentent les résultats des simulations pour chacune des trois fibres effilées. Sur chacune des figures les points expérimentaux de la

(a) : fibre réelle



(b) : fibre simulée

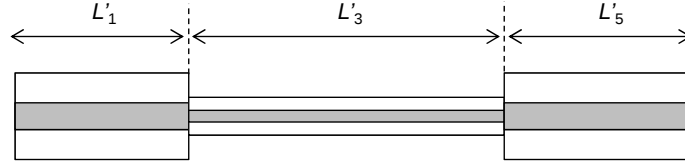

Figure 4.13. Représentation schématique (a) des fibres réelles et (b) des fibres simulées.

figure 4.12 sont représentés. Les simulations ont été effectuées, en résolvant l'ENLS pour différentes valeurs de la dispersion de la partie effilée de la fibre, la dispersion de la partie non effilée étant prise à -500 ps/km/nm, en accord avec les mesures précédentes. Les valeurs testées de la dispersion de la partie effilée varient entre -250 ps/km/nm et -500 ps/km/nm par pas de 50 ps/km/nm, comme l'indique la légende de la figure 4.14. Les valeurs testées sont inférieures, en valeur absolue, à -500 ps/km/nm car la réduction du diamètre du cœur de la fibre doit conduire à une réduction de la valeur de la dispersion. Rappelons qu'avec un diamètre de cœur de $1,4 \mu\text{m}$, une dispersion de -310 ps/km/nm a déjà été obtenue par le passé [12]. On peut donc penser que pour une valeur de diamètre de cœur de $1,5 \mu\text{m}$, la dispersion est comprise entre -310 ps/km/nm et -500 ps/km/nm.

On constate tout d'abord sur la figure 4.14 un bon accord global entre les résultats expérimentaux et les résultats de simulations. Ceci nous conforte dans le choix de la modélisation de la fibre en trois tronçons homogènes. Par contre, les incertitudes de mesures semblent trop importantes pour estimer la valeur de la dispersion dans la partie effilée de la fibre. En effet, il ne nous semble pas possible de déterminer laquelle des valeurs de dispersion, entre -250 ps/km/nm et -500 ps/km/nm, est la plus proche des résultats expérimentaux. Nous nous garderons donc de tirer des conclusions quant à la valeur de la dispersion de la partie effilée de la fibre même si nous pouvons raisonnablement penser que la dispersion est sensiblement réduite dans cette partie.

Les mesures effectuées sur cette première génération de fibres sont résumées dans le tableau 4.2 où nous avons différencié la fibre non effilée, de diamètre de cœur $3,9 \mu\text{m}$, et la partie effilée des autres fibres, de diamètre de cœur $1,5 \mu\text{m}$. Les mesures de coefficient non linéaire semblent cohérentes ainsi que la mesure de dispersion de la fibre non effilée. Par contre la mesure de dispersion de la partie effilée n'a pas abouti. La raison est vraisemblablement

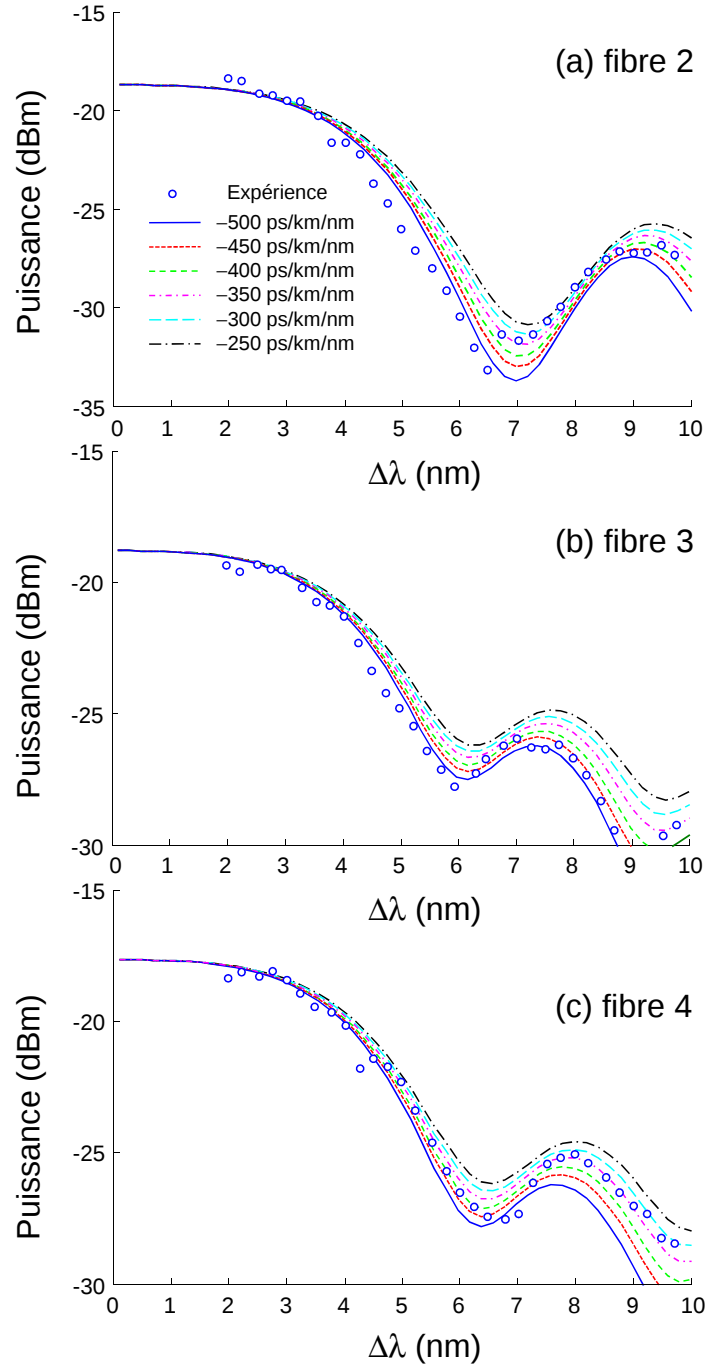


Figure 4.14. Simulation de l'évolution de la puissance de l'idler 1 en fonction de $\Delta\lambda$ pour différentes valeurs de la dispersion pour les trois fibres effilées.

blement une valeur encore trop élevée de la dispersion de la fibre dans cette partie associée à une trop courte longueur de la partie effilée.

	γ ($\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$)	D (ps/km/nm)
Fibre non effilée	$3,5 \times 10^3$	-500
Partie effilée	17×10^3	$[-250, -500]$

Tableau 4.2. Résumé des mesures de non-linéarité et de dispersion des fibres effilées de première génération.

Pour conclure sur cette partie, nous pouvons dire que le principe de la réduction du diamètre des fibres au moyen de la soudeuse Vytran est validé puisque les fibres réalisées ont des pertes acceptables et un comportement non linéaire cohérent. Toutefois, il n'a pas été possible de réaliser des fibres avec des diamètres plus petits que $1,5 \mu\text{m}$ en raison des pertes qui devenaient trop importantes. Ceci tendrait à confirmer l'hypothèse selon laquelle une quatrième couronne de trous s'avérerait nécessaire pour réduire les pertes de confinement de ces structures. Par ailleurs les longueurs de *tapers*, réalisables avec la soudeuse, sont bien trop faibles pour, d'une part, effectuer des caractérisations fiables mais également pour pouvoir espérer les utiliser pour la plupart des applications où l'on cherche généralement à tirer parti d'un maximum de longueur d'interaction.

Des investigations plus poussées sur la recherche de solutions techniques doivent donc être entreprises pour espérer se rapprocher d'une valeur de dispersion nulle à 1550 nm. La solution évoquée de fibres à quatre couronnes de trous, effilées au moyen de la tour de fibrage pour atteindre des longueurs de l'ordre du mètre, semble être une piste sérieuse. Malheureusement, peu de moyens ont pu être mobilisés sur cette thématique en l'absence des financements ANR espérés et déjà évoqués précédemment. Fort heureusement, la thématique des MOFS en verre de chalcogénure a bénéficié en 2016 d'un financement FUI (fonds unique interministériel) et une nouvelle génération de fibres a pu être fabriquée. C'est ce que nous allons présenter maintenant.

4.3 Seconde génération de fibres

4.3.1 Présentation des fibres

Les fibres de seconde génération que nous avons caractérisées sont issues du projet FUI SOLBO. Ce projet vise à développer une nouvelle offre commerciale de lasers tout fibrés Brillouin très cohérents. Le porteur de projet est la société IDIL Fibres Optiques et les partenaires du projets sont Foton, l'ISCR, Photonics Bretagne, Keopsys et Thalès ainsi que la société SelenOptics en tant que sous-traitant pour la réalisation des fibres. Une des voies explorées dans ce projet pour la réalisation de lasers Brillouin est l'utilisation de fibres en

verre de chalcogénure en tant que milieu à gain, ces fibres étant également connues pour leur fort gain Brillouin [74], [75]. La réduction de la valeur de la dispersion de ces fibres n'est pas dans le cahier des charges du projet, l'effet Brillouin n'étant pas sensible à ce paramètre. L'accent est plutôt mis sur le gain Brillouin, les pertes et le couplage avec les fibres de silice conventionnelles. Le diamètre de cœur de ces fibres est tout de même réduit, afin de diminuer l'aire effective des fibres et d'exacerber la non-linéarité Brillouin, mais dans une moindre mesure que pour les fibres précédentes. Les fibres effilées en verre de chalcogénure sont réalisées dans ce projet par la start-up SelenOptics. Dans la mesure où les différents ordres Stokes d'un laser Brillouin à fibre peuvent interagir par FWM, il nous est apparu important de mesurer le coefficient non linéaire et la dispersion de ces fibres.

Ces fibres ont la même composition de verre que précédemment, à savoir $\text{Ge}_{10}\text{As}_{22}\text{Se}_{68}$, dont nous rappelons que l'indice de réfraction non linéaire n_2 est de l'ordre de $7,3 \times 10^{-18} \text{ m}^2/\text{W}$, conformément à nos mesures précédentes. La microstructure est également composée de trois couronnes de trous comme l'illustre l'image de la figure 4.15(a). Ces fibres diffèrent des précédentes sur deux points essentiels. Premièrement, la partie effilée est d'une longueur de 2 m (contre 5 cm pour les précédentes). Ces fibres sont en effet effilées avec les moyens de la tour de fibrage. Deuxièmement, elles possèdent des connecteurs FC/PC à chacune de leurs extrémités comme le montre la figure 4.15(b), représentant la photo d'une des fibres avec ses connecteurs et sa gaine protectrice. Les connecteurs facilitent le couplage avec des fibres monomodes conventionnelles à 1550 nm (de type SMF-28), d'autant plus que le diamètre de mode à chaque extrémité est du même ordre de grandeur que celui de ces fibres. La figure 4.16 représente la coupe schématique des fibres et les notations utilisées.

Deux fibres ont été fabriquées. Elles diffèrent par la valeur du diamètre de cœur de leur partie effilée. Les caractéristiques des deux fibres sont résumées dans le tableau 4.3. Le diamètre de cœur de la partie effilée de ces fibres étant plus élevé que celui de la partie effilée des fibres précédentes ($1,5 \mu\text{m}$), on s'attend à ce que le coefficient non linéaire soit moins important d'un facteur correspondant au rapport au carré des diamètres de cœur, c'est-à-dire d'environ 4 à 7 suivant la fibre. Néanmoins, ces valeurs plus faibles du coefficient non linéaire devraient être compensées, du point de vue des effets non linéaires, par une longueur d'interaction plus importante. L'atténuation linéique de la fibre n'est pas connue avec certitude. Nous prendrons une valeur similaire à la valeur des fibres précédentes soit 1,9 dB/m. Ces mesures sont cohérentes avec d'autres mesures effectuées au laboratoire Foton et avec les données de SelenOptics. Les pertes dues à l'atténuation linéique pour une longueur de 2,5 m s'élèvent donc à 4,75 dB. Des mesures préliminaires de pertes d'insertion des fibres (incluant les pertes linéiques et les pertes de couplage à l'entrée de la fibre) donnent des valeurs de l'ordre de 7,8 dB pour les deux fibres. On en déduit donc que les pertes de couplage à l'entrée des fibres sont de l'ordre de 3 dB. Elles incluent les pertes

dues aux réflexions de Fresnel en bout de fibre (qui varient de 0,4 dB à 1,8 dB en fonction de l'épaisseur d'air à la jonction entre la fibre de silice et la fibre en verre de chalcogénure), les pertes par erreur de concentricité (jusqu'à 2 μm de défaut de concentricité) et les pertes dues à la désadaptation des profils de modes.

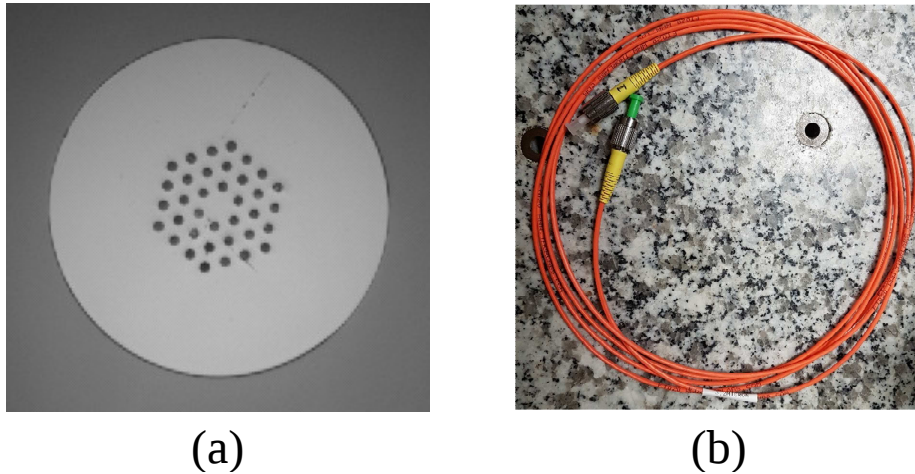


Figure 4.15. (a) : Section transverse d'une fibre de seconde génération ; (b) : Photo de la fibre connectorisée.

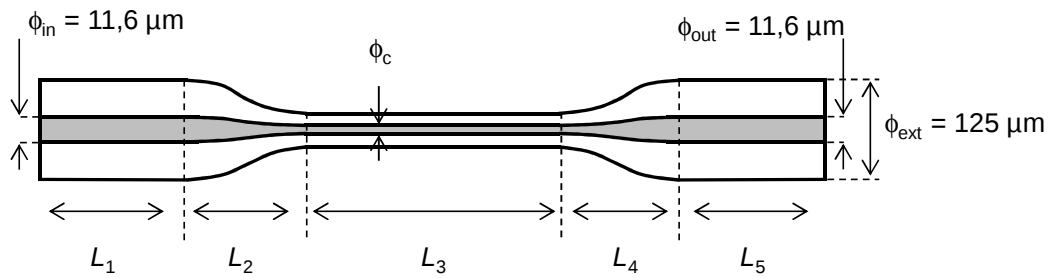


Figure 4.16. Représentation des fibres effilées de seconde génération.

	ϕ_c (μm)	L_1 (cm)	L_2 (cm)	L_3 (cm)	L_4 (cm)	L_5 (cm)
Fibre 1	3,8	20	5	200	5	20
Fibre 2	3,2	20	5	200	5	20

Tableau 4.3. Tableau récapitulant les caractéristiques géométriques des fibres effilées de seconde génération.

4.3.2 Résultats expérimentaux

Nous avons utilisé notre protocole expérimental pour mesurer le coefficient non linéaire et la dispersion des fibres. Le montage est donc similaire à celui de la figure 4.6 à ceci près que nous n'utilisons plus de fibres microlentillées pour réaliser le couplage dans les fibres puisque celles-ci sont maintenant munies de connecteurs. Comme précédemment,

nous faisons varier l'écart $\Delta\lambda$ entre les deux lasers, autour d'une longueur d'onde centrale fixe, et observons l'évolution des puissances des pompes et des idlers générés par mélange à quatre ondes. Pour cette nouvelle série de mesures, les puissances des pompes P2 et P3 sont identiques. Les idlers I1 et I4 sont donc de puissances équivalentes et nous ne représenterons sur les figures suivantes que l'évolution des puissances de la pompe P2 et de l'idler I1 en sortie de fibre. Nous avons effectué ces mesures pour trois valeurs différentes des puissances de pompe P2 et P3.

Les résultats concernant la fibre 1 sont reportés sur la figure 4.17. Les symboles représentent les mesures expérimentales obtenues pour les valeurs de puissance de pompe suivantes : 13,4 dBm, 10 dBm et 7,6 dBm. Les courbes en trait plein sont les résultats de simulation obtenus avec des valeurs de paramètres que nous présenterons plus loin. On note tout d'abord que nous sommes bien en régime de non déplétion des ondes pompe puisque la puissance de la pompe P2 reste constante. Par ailleurs, on observe bien l'allure oscillante de la puissance de l'idler I1. Pour les valeurs de puissance de pompe de 7,6 dBm, il n'a pas été possible de mesurer la puissance d'idler au-delà de 2,5 nm car celle-ci se situait dans le bruit de l'EDFA. Les mesures de l'efficacité de conversion maximum $\eta_{\max}$ (mesurée pour de faibles écarts $\Delta\lambda$) et de la valeur $\Delta\lambda_0$ correspondant au premier minimum de puissance de l'idler I1 permettent de déduire les valeurs de γ et D , conformément aux relations (4.1) et (4.2) établies précédemment. Pour faire les calculs, nous considérerons que les effets non linéaires significatifs ont lieu uniquement dans la partie effilée de la fibre d'une longueur L de 2 m. Cette hypothèse semble raisonnable puisque, pour ces fibres de seconde génération, c'est la partie la plus non linéaire de la fibre qui est la plus longue, contrairement aux fibres précédentes. Les efficacités de conversion maximum sont de l'ordre de $-26,5$ dB, $-33,9$ dB et $-38,5$ dB pour les trois puissances de pompe utilisées (par ordre décroissant des puissances de pompe). Ceci conduit à des coefficients non linéaires de $3,4 \times 10^3 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$, $3,5 \times 10^3 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$ et $3,2 \times 10^3 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$ respectivement, soit un coefficient non linéaire moyen de l'ordre de $3,4 \times 10^3 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$, c'est-à-dire très proche de la valeur $3,5 \times 10^3 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$ de la fibre non effilée mesurée dans le paragraphe précédent. En ce qui concerne la dispersion de la fibre, la valeur $\Delta\lambda_0 = 2,8$ nm conduit à une dispersion de l'ordre de -520 ps/km/nm, similaire à la valeur des fibres précédentes. Ces valeurs, très proches du coefficient non linéaire et de la dispersion de la fibre 1 non effilée précédente, s'expliquent par le fait que les compositions de verre sont les mêmes et que ces fibres ont des diamètres de cœur très proches ($3,9 \mu\text{m}$ et $3,8 \mu\text{m}$). Les résultats des simulations numériques effectuées avec ces valeurs mesurées sont représentés en trait plein sur la figure 4.17 et montrent un bon accord entre théorie et expérience.

Les résultats expérimentaux concernant la fibre 2 sont reportés sur la figure 4.18 pour les valeurs de puissances de pompe suivantes : 11,7 dBm, 10,5 dBm et 6,4 dBm. On remarque un

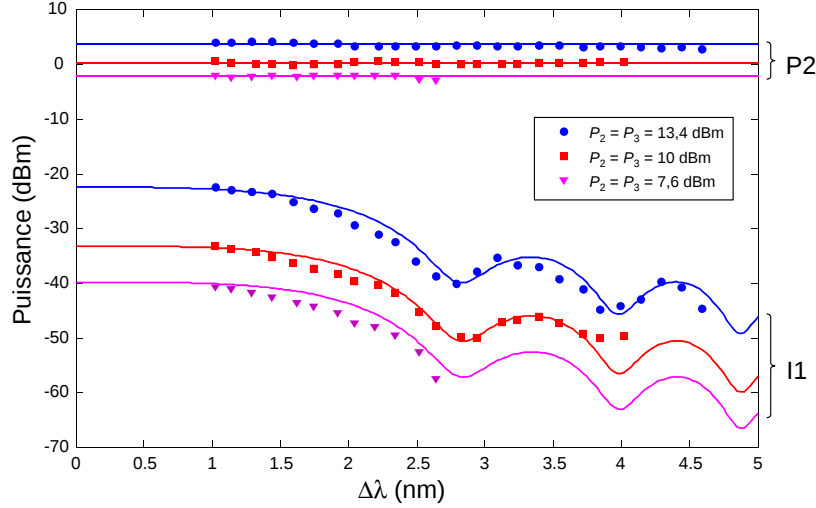


Figure 4.17. Puissance de la pompe P2 et de l'idler I1 pour la fibre 1 en fonction de l'écart $\Delta\lambda$, pour plusieurs valeurs des puissances de pompe. Les symboles représentent les résultats expérimentaux et les traits pleins les résultats de simulation pour $\gamma = 3,4 \times 10^3 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ et $D = -520 \text{ ps/km/nm}$.

comportement similaire à la fibre 1 même si les points expérimentaux semblent un peu plus dispersés que pour la fibre précédente. Les efficacités maximales de conversion mesurées, par ordre décroissant des puissances de pompe, sont $-27,7 \text{ dB}$, $-30,2 \text{ dB}$ et $-37,2 \text{ dB}$. Ces valeurs conduisent à des coefficients non linéaires, estimés d'après la relation (4.1), de $4,4 \times 10^3 \text{ W}^{-1}\cdot\text{km}^{-1}$, $4,1 \times 10^3 \text{ W}^{-1}\cdot\text{km}^{-1}$ et $4,9 \times 10^3 \text{ W}^{-1}\cdot\text{km}^{-1}$ respectivement, soit un coefficient non linéaire moyen de l'ordre de $4,5 \times 10^3 \text{ W}^{-1}\cdot\text{km}^{-1}$. Cette valeur est plus élevée que la la valeur de $3,5 \times 10^3 \text{ W}^{-1}\cdot\text{km}^{-1}$ mesurée sur la fibre 1. Ceci s'explique par le plus petit diamètre de cœur de la fibre 2 conduisant à une aire effective plus petite. En utilisant la valeur de n_2 trouvée précédemment, égale à $7,3 \times 10^{-18} \text{ m}^2/\text{W}$, nous évaluons l'aire effective A_{eff} de la fibre 2 à $6,5 \mu\text{m}^2$ ce qui est parfaitement cohérent avec le diamètre de cœur de $3,2 \mu\text{m}$ indiqué par le constructeur. La dispersion est plus difficile à évaluer en raison de la plus grande imprécision des points de mesures. Pour les simulations, dont les résultats sont également visibles sur la figure 4.18 (traits pleins), nous avons pris la valeur précédemment estimée -520 ps/km/nm . On remarque également sur cette figure un bon accord entre théorie et expérience prouvant que les valeurs mesurées sont assez proches de la réalité.

Le tableau 4.4 résume les résultats des mesures de non-linéarité et de dispersion des fibres effilées de seconde génération. Ces valeurs sont parfaitement cohérentes avec les valeurs espérées pour ce type de fibre. La dispersion de ces fibres est donc proche de la valeur de la dispersion du matériau, comme on pouvait s'y attendre compte tenu de la taille des cœurs. Ces caractérisations permettront une meilleure connaissance du comportement non linéaire des MOFs en verre de chalcogénure du projet SOLBO.

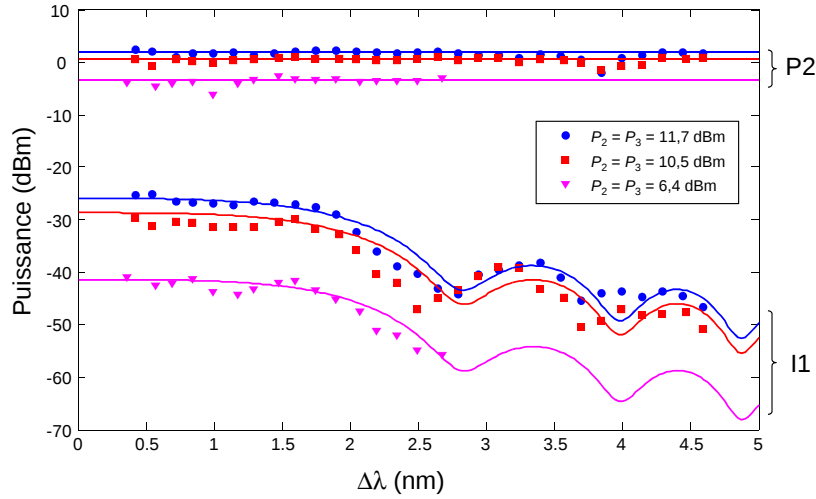


Figure 4.18. Puissance de la pompe P2 et de l'idler I1 pour la fibre 2 en fonction de l'écart $\Delta\lambda$, pour plusieurs valeurs des puissances de pompe. Les symboles représentent les résultats expérimentaux et les traits pleins les résultats de simulation pour $\gamma = 4,5 \times 10^3 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ et $D = -520 \text{ ps/km/nm}$.

	$\gamma \text{ (W}^{-1}\text{km}^{-1}\text{)}$	$D \text{ (ps/km/nm)}$
Fibre 1	$3,5 \times 10^3$	-520
Fibre 2	$4,5 \times 10^3$	-520

Tableau 4.4. Résumé des mesures de non-linéarité et de dispersion des fibres effilées de seconde génération.

4.4 Conclusion

Ce chapitre était dédié à la caractérisation de MOFs en verre de chalcogénure fabriquées dans le cadre d'une collaboration avec l'ISCR et Perfos puis SelenOptics. L'idée initiale était de pouvoir disposer de fibres fortement non linéaires avec une dispersion proche de zéro pour des applications de traitement tout optique du signal. Comme nous l'avons vu, il n'a pas été possible pour les fabricants de fibres de réaliser des fibres avec un diamètre suffisamment petit pour que la dispersion du guide compense la dispersion du matériau, afin de permettre à la dispersion de se rapprocher de zéro.

Nous avons cependant mis à profit cette collaboration et notre expertise sur le FWM pour proposer un protocole expérimental permettant de mesurer simultanément le coefficient non linéaire γ et la dispersion D de fibres optiques. Les mesures effectuées sur les MOFs en verre de chalcogénure nous ont permis de valider la pertinence de ce protocole, basé sur la mesure de la puissance des idlers générés par FWM dans les fibres. Il nous a notamment permis de mesurer, avec une bonne fiabilité, le coefficient non linéaire et la dispersion de la fibre non effilée de première génération et les fibres effilées de seconde génération. Pour les fibres effilées de première génération, nous n'avons pas pu mesurer la dispersion en raison de la longueur trop faible (5 cm) de la partie effilée des fibres.

Cette expertise sur la mesure simultanée du coefficient non linéaire et la dispersion de fibres optiques existe maintenant au laboratoire Foton et peut s'appliquer à d'autres types de dispositifs non linéaires que les fibres, comme par exemple les guides d'onde à base de matériaux organiques ou de verres de chalcogénure [76].

La technologie des MOFs en verre de chalcogénure a franchi un certain nombre d'étapes clés depuis 2005 (maîtrise des procédés de fabrication, réduction des pertes, augmentation de la non-linéarité et maintenant maîtrise de la connectique). Nous pensons qu'un des derniers verrous à lever, pour les applications non linéaires, est la réduction de la dispersion, notamment autour de la longueur d'onde de 1550 nm. Cet objectif n'est pas facile à atteindre dans la mesure où il faut effiler une MOF en verre de chalcogénure de manière à obtenir un cœur d'un diamètre de l'ordre du micron, voire moins, sur des longueurs de l'ordre du mètre. Nous espérons que cette thématique de recherche pourra se poursuivre dans les prochaines années.

Au cours de ces travaux de thèse, nous avons proposé une étude du mélange à quatre ondes multiple dans les fibres optiques, démontré une configuration de convertisseur de fréquence sensible à la phase dans une configuration à trois pompes et caractérisé des fibres microstructurées en verre de chalcogénure.

Le chapitre 1 de ce manuscrit a présenté les concepts généraux utiles à la compréhension des trois chapitres suivants. Nous avons notamment rappelé quelques propriétés des fibres optiques, nous nous sommes ensuite focalisés sur les effets non linéaires, et en particulier le mélange à quatre ondes, puis nous avons brièvement décrit les enjeux des fibres fortement non linéaires et du traitement tout optique du signal.

Dans le chapitre 2 nous avons présenté notre étude du mélange à quatre ondes multiple. Dans un premier temps, nous avons proposé une modélisation de ce processus, en partant de l'équation non linéaire de Schrödinger, et avons obtenu une formulation générale permettant d'établir les N équations d'évolution d'un processus de mélange à quatre ondes multiple impliquant N ondes régulièrement espacées en fréquence. Par rapport à l'état de l'art, notre formule est plus explicite en ce qui concerne la méthode d'identification de tous les termes de mélange à quatre ondes présents dans les équations. De plus, elle propose des relations analytiques simples permettant de déterminer tous les termes de désaccord de phase en fonction des coefficients de dispersion des fibres optiques. Nous avons ensuite complété notre étude en présentant une analyse numérique et théorique, montrant la nécessité, dans certains cas, d'utiliser un modèle à plus de quatre ondes et d'avoir accès aux désaccords de phase. Pour valider cette analyse, nous avons réalisé une expérience de mélange à quatre ondes multiple dans une fibre optique de silice et avons mis en avant le rôle des désaccords de phase dans un modèle à six ondes. La formulation générale présentée dans le chapitre 2 s'applique dans tous les cas où plus de quatre ondes sont présentes simultanément dans une fibre optique (ou un autre milieu non linéaire) et échangent de l'énergie entre elles par

mélange à quatre ondes. Cela concerne des applications dans le domaine de la génération de peignes de fréquences ou celui de l'étude de fonctions de traitement tout optique du signal, telles que l'amplification paramétrique, la régénération optique, la conversion de longueur d'onde, etc. La possibilité d'identifier, de manière simple et aisée, tous les termes de couplage et tous les désaccords de phase associés, pour un nombre quelconque N d'ondes, permet des analyses fines des échanges d'énergie entre les ondes et donne plus facilement accès aux mécanismes physiques sous-jacents. Il nous semble maintenant judicieux de prolonger ce travail en généralisant le modèle à l'aspect vectoriel et à la prise en compte de la dynamique temporelle des ondes.

Dans le chapitre 3 nous avons appliqué notre modèle pour étudier théoriquement un convertisseur de fréquence sensible à la phase. Ce type de convertisseur permet la décomposition des composantes en quadrature d'un signal optique sur deux idlers différents. Initialement proposé avec quatre ondes pompe, ce convertisseur de fréquence nécessitait la prise en compte d'un modèle de mélange à quatre ondes multiple avec $N = 7$. Après avoir établi les équations d'évolution des deux idlers, nous avons montré que la décomposition en quadrature pouvait s'obtenir avec seulement trois ondes pompe et avons proposé des relations analytiques simples permettant de déterminer les conditions initiales à appliquer sur les trois pompes. Nous avons validé cette étude en démontrant expérimentalement, pour la première fois à notre connaissance, le principe du convertisseur de fréquence à trois pompes dans une fibre fortement non linéaire, dans un cas où la dispersion de la fibre pouvait être négligée. Nous avons ensuite proposé une étude théorique de l'influence de la dispersion sur les performances du convertisseur et avons montré que, sous certaines conditions, la séparation des composantes en quadrature d'un signal était possible, même en présence de dispersion. Enfin, nous avons proposé un second schéma à trois pompes permettant de réaliser le convertisseur avec des performances similaires. Ces travaux s'inscrivent dans le contexte des études sur les dispositifs optiques sensibles à la phase. Ils sont d'un grand intérêt pour de nombreuses applications, notamment dans le domaine des télécommunications optiques, depuis l'avènement des formats de modulation utilisant la phase du signal. Le convertisseur de fréquence étudié dans le chapitre 3 s'apparente à un interféromètre non linéaire à deux ondes et possède des limitations, notamment en ce qui concerne sa sensibilité à la dispersion. Par ailleurs, le modèle simple que nous avons proposé ne prend pas en compte les déphasages non linéaires et la déplétion de l'onde signal. La recherche de configurations moins sensibles à la dispersion et la prise en compte d'un modèle plus élaboré, valable pour de plus fortes puissances, constituent, de notre point de vue, des pistes de recherche intéressantes. Cela pourrait notamment permettre l'étude approfondie des rendements de conversion d'un tel dispositif.

Dans le chapitre 4 nous avons présenté les résultats de caractérisation de fibres optiques microstructurées en verre de chalcogénure. Une première génération de fibres a été fabriquée par l'ISCR et Perfos dans le but de tester une méthode de réduction du diamètre de cœur des fibres au moyen d'une soudeuse. Le principe de la méthode a été validé ainsi que le protocole de mesure que nous avons mis en place pour mesurer simultanément la non-linéarité et la dispersion de fibres optiques. Malheureusement, la réduction du diamètre de cœur n'a pas pu être aussi forte que souhaité en raison de pertes de confinement trop importantes. Nous avons ensuite caractérisé une seconde génération de fibres, fabriquées par SelenOptics dans le cadre du projet SOLBO, et obtenu des résultats conformes à ceux espérés, notamment en matière de non-linéarité et de dispersion. La réduction de la dispersion des fibres optiques microstructurées en verre de chalcogénure est, de notre point de vue, un des derniers verrous à lever pour élargir les possibilités d'utilisation de ces fibres pour des applications non-linéaires à 1550 nm. Pour atteindre cet objectif, des fibres avec des diamètres de cœur de l'ordre du micron doivent être réalisées et il semblerait qu'une structure à quatre couronnes de trous soit dans ce cas indispensable. Nous espérons que cette piste puisse être explorée prochainement.

ANNEXE A

DISPERSION CHROMATIQUE

Dans cette annexe nous proposons d'exprimer les paramètres de dispersion β_{20} , β_{30} et β_{40} en fonction de λ_{ZD} et S d'une fibre optique.

Rappelons en premier lieu que $\omega = 2\pi c/\lambda$. De la formule (1.13) du chapitre 1, nous déduisons

$$D(\lambda) = \frac{d\omega}{d\lambda} \frac{d\beta_1}{d\omega} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2(\omega) = -\frac{\omega^2}{2\pi c} \beta_2(\omega). \quad (\text{A.1})$$

En remplaçant λ par $2\pi c/\omega$ dans la relation (1.14) du chapitre 1 et en utilisant l'expression (A.1), nous obtenons

$$\beta_2(\omega) = \frac{2\pi c S \lambda_{\text{ZD}}}{\omega^2} - \frac{4\pi^2 c^2 S}{\omega^3}. \quad (\text{A.2})$$

En utilisant les expressions (1.10)-(1.12) du chapitre 1, nous obtenons

$$\beta_{20} = -\frac{\lambda_0^2}{2\pi c} S(\lambda_0 - \lambda_{\text{ZD}}), \quad (\text{A.3})$$

$$\beta_{30} = \frac{\lambda_0^3}{(2\pi c)^2} S(3\lambda_0 - 2\lambda_{\text{ZD}}), \quad (\text{A.4})$$

$$\beta_{40} = -\frac{\lambda_0^4}{(2\pi c)^3} 6S(2\lambda_0 - \lambda_{\text{ZD}}). \quad (\text{A.5})$$

Ces relations sont intéressantes pour déduire les valeurs des coefficients de dispersion β_{20} , β_{30} et β_{40} lorsque seules les valeurs λ_{ZD} et S d'une fibre sont connues autour d'une valeur λ_0 . Elles sont régulièrement utilisées tout au long du manuscrit. Illustrons maintenant les relations précédentes au moyen de quelques exemples.

La figure A.1 montre un exemple de courbe de dispersion $D(\lambda)$ d'une fibre de type DSF avec $\lambda_{\text{ZD}} = 1550$ nm et $S = 0,085$ ps/(km.nm²). Nous avons positionné sur cette figure la longueur d'onde λ_0 autour de laquelle nous allons effectuer un développement en série de Taylor de $\beta_2(\omega)$. La figure A.2 représente la courbe $\beta_2(\omega)$ donnée par l'équation (A.2) en trait plein. Une des courbes en pointillé représente la fonction $\beta_2(\omega)$ représentée par l'équation (1.9), c'est-à-dire lorsque la dispersion $\beta_2(\omega)$ est développée en série de Taylor

jusqu'à l'ordre 4. L'autre courbe en pointillé représente $\beta_2(\omega)$ lorsque le développement est tronqué à l'ordre 3, c'est-à-dire lorsque l'on considère β_{40} comme négligeable. On remarque que toutes les courbes sont confondues autour de $\omega_0 = 1208 \times 10^{12}$ rad/m et que l'erreur faite en négligeant β_{40} peut être considérée comme négligeable sur une bande de 20×10^{12} rad/m autour de ω_0 c'est-à-dire sur une plage de 30 nm environ. La figure A.3 est un zoom de la figure précédente entre 1206×10^{12} rad/m et 1220×10^{12} rad/m. On remarque que la légère erreur provenant du fait que l'on néglige β_{40} se traduit par une erreur sur la valeur de ω_{ZD} pour laquelle la dispersion est nulle. Cette erreur étant d'autant plus minime que ω_0 est proche de ω_{ZD} , on peut dans bien des cas se permettre de négliger effectivement la valeur de β_{40} .

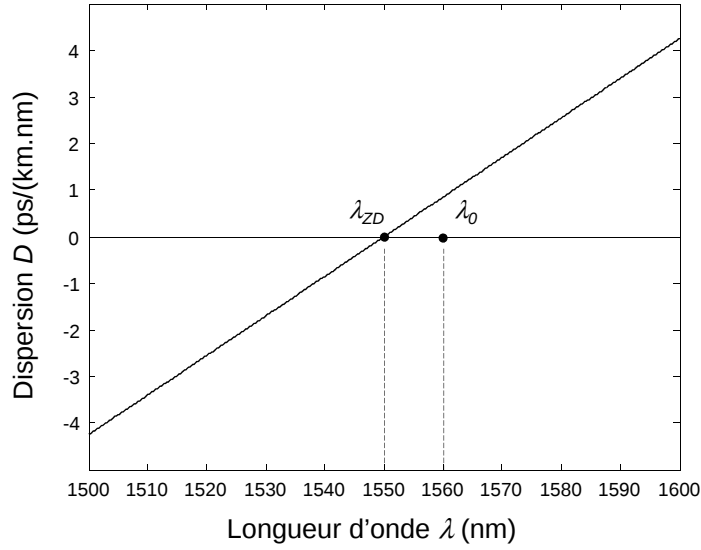


Figure A.1. Evolution de la dispersion D en fonction de λ pour une fibre de type DSF avec $\lambda_{\text{ZD}} = 1550$ nm et $S = 0,085$ ps/(km.nm²).

Nous donnons ici quelques expressions supplémentaires qui sont utiles dans le chapitre 3 du manuscrit. Lorsque l'on néglige la dispersion d'ordre 4, l'expression de la dispersion $\beta_2(\omega)$ devient

$$\beta_2(\omega) = \beta_{20} + \beta_{30}(\omega - \omega_0). \quad (\text{A.6})$$

La fréquence ω_{ZD} pour la quelle $\beta_2(\omega_{\text{ZD}}) = 0$ s'écrit donc

$$\omega_{\text{ZD}} = \omega_0 - \frac{\beta_{20}}{\beta_{30}}. \quad (\text{A.7})$$

L'écart $\Delta\omega_{\text{ZD}} = \omega_{\text{ZD}} - \omega_0$ entre la fréquence de dispersion nulle et la fréquence ω_0 est donc

$$\Delta\omega_{\text{ZD}} = -\frac{\beta_{20}}{\beta_{30}}. \quad (\text{A.8})$$

A partir de la relation (A.7), en introduisant les longueurs d'onde $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ et $\lambda_{\text{ZD}} = 2\pi c/\omega_{\text{ZD}}$, nous pouvons exprimer le rapport β_{20}/β_{30} de la manière suivante

$$\frac{\beta_{20}}{\beta_{30}} = 2\pi c \frac{\lambda_{\text{ZD}} - \lambda_0}{\lambda_{\text{ZD}} \lambda_0}. \quad (\text{A.9})$$

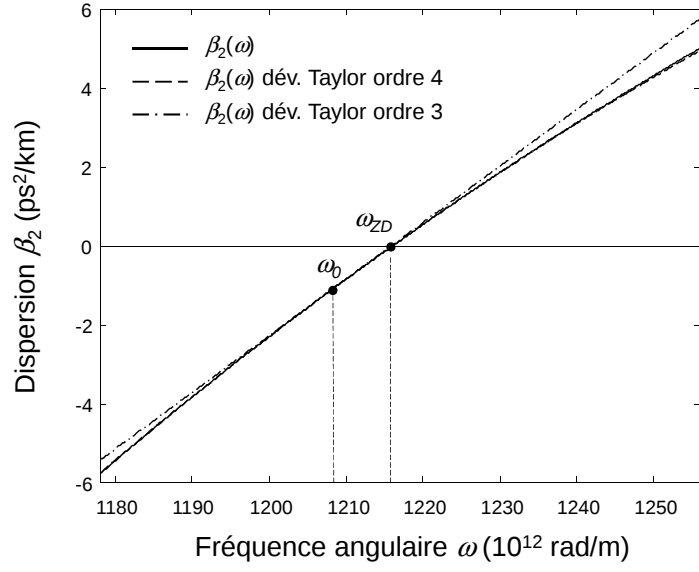


Figure A.2. Evolution de la dispersion β_2 en fonction de ω pour la même fibre DSF que précédemment.

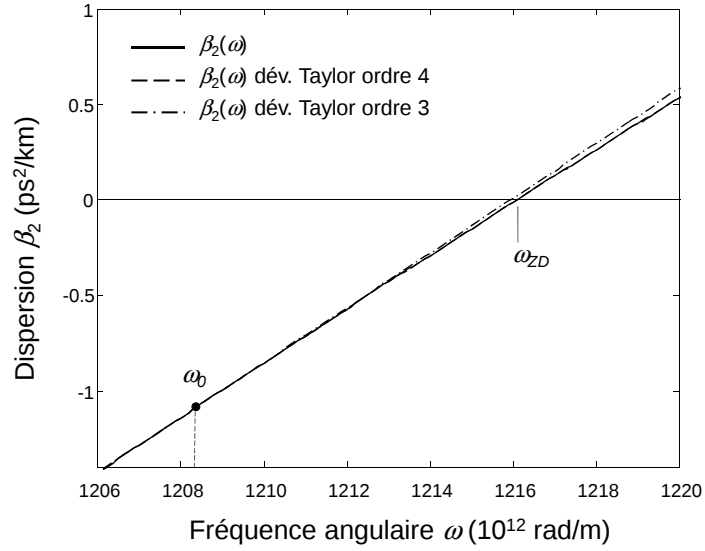


Figure A.3. Evolution de la dispersion β_2 en fonction de ω pour la même fibre DSF que précédemment et sur une plage de fréquences plus restreinte.

ANNEXE B

EQUATIONS DU MÉLANGE À QUATRE ONDES MULTIPLE

Nous présentons dans cette annexe les modèles d'équations de mélange à quatre ondes multiple dans les cas où trois, quatre, cinq, six et sept ondes sont mises en jeu. Pour toutes les équations qui suivent, la fréquence ω_0 autour de laquelle est effectué le développement limité de la constante de propagation est la fréquence centrale du peigne de fréquences.

B.1 Modèle à trois ondes

Equations d'évolution

Les équations d'évolution, pour un modèle de FWM impliquant uniquement 3 ondes, sont les équations d'un processus de FWM dégénéré

$$\frac{dA_1}{dz} = -\frac{\alpha}{2}A_1 + i\gamma \left(|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 \right) A_1 + i\gamma A_2^2 A_3^* e^{-i\Delta\beta_{123}z}, \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -\frac{\alpha}{2}A_2 + i\gamma \left(|A_2|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_3|^2 \right) A_2 + 2i\gamma A_1 A_3 A_2^* e^{i\Delta\beta_{123}z}, \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{dA_3}{dz} = -\frac{\alpha}{2}A_3 + i\gamma \left(|A_3|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 \right) A_3 + i\gamma A_2^2 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{123}z}, \quad (\text{B.3})$$

avec

$$\Delta\beta_{123} = \Delta\omega^2\beta_2 + \frac{2}{24}\Delta\omega^4\beta_4. \quad (\text{B.4})$$

Tableaux de recherche des termes de FWM

Bien que cela offre assez peu d'intérêt dans le cas d'un modèle à 3 ondes, nous présentons ici les tableaux permettant l'identification des termes de FWM.

		m		
		1	2	3
p	1	•	○	○
	2	•	•	○
	3	•	$A_2^2 A_3^*$	•

Tableau B.1. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 3$ et $n = 1$.

		m		
		1	2	3
p	1	•	•	○
	2	$2A_3 A_1 A_2^*$	•	○
	3	○	•	•

Tableau B.2. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 3$ et $n = 2$.

		m		
		1	2	3
p	1	•	$A_2^2 A_1^*$	•
	2	○	•	•
	3	○	○	•

Tableau B.3. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 3$ et $n = 3$.

B.2 Modèle à quatre ondes

Equations d'évolution

Les équations d'évolution et leur trois désaccords de phase associés pour un modèle de MFWM à 4 ondes sont

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_1 + i\gamma \left(|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 \right) A_1 \\ & + i\gamma \left(A_2^2 A_3^* e^{-i\Delta\beta_{123}z} + 2A_2 A_3 A_4^* e^{-i\Delta\beta_{1234}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_2}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_2 + i\gamma \left(|A_2|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 \right) A_2 \\ & + i\gamma \left(A_3^2 A_4^* e^{-i\Delta\beta_{234}z} + 2A_1 A_3 A_2^* e^{i\Delta\beta_{123}z} + 2A_1 A_4 A_3^* e^{i\Delta\beta_{1234}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_3}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_3 + i\gamma \left(|A_3|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_4|^2 \right) A_3 \\ & + i\gamma \left(A_2^2 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{123}z} + 2A_2 A_4 A_3^* e^{i\Delta\beta_{234}z} + 2A_1 A_4 A_2^* e^{i\Delta\beta_{1234}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_4}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_4 + i\gamma \left(|A_4|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 \right) A_4 \\ & + i\gamma \left(A_3^2 A_2^* e^{-i\Delta\beta_{234}z} + 2A_2 A_3 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1234}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

avec :

$$\Delta\beta_{234} = \Delta\omega^2\beta_2 + \frac{1}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{5}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.9})$$

$$\Delta\beta_{123} = \Delta\omega^2\beta_2 - \frac{1}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{5}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.10})$$

$$\Delta\beta_{1234} = 2\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{10}{24}\Delta\omega^4\beta_4. \quad (\text{B.11})$$

Tableaux de recherche des termes de FWM

Les tableaux permettant l'identification de tous les termes de MFWM dans un modèle à 4 ondes sont les suivants.

		m			
		1	2	3	4
p	1	•	○	○	○
	2	•	•	○	○
	3	•	$A_2^2 A_3^*$	•	○
	4	•	$2A_3 A_2 A_4^*$	○	•

Tableau B.4. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 4$ et $n = 1$.

		m			
		1	2	3	4
p	1	•	•	○	○
	2	$2A_3 A_1 A_2^*$	•	○	○
	3	$2A_4 A_1 A_3^*$	•	•	○
	4	○	•	$A_3^2 A_4^*$	•

Tableau B.5. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 4$ et $n = 2$.

		m			
		1	2	3	4
p	1	•	$A_2^2 A_1^*$	•	◦
	2	$2A_4 A_1 A_2^*$	•	•	◦
	3	◦	$2A_4 A_2 A_3^*$	•	◦
	4	◦	◦	•	•

Tableau B.6. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 4$ et $n = 3$.

		m			
		1	2	3	4
p	1	•	$A_3 A_2 A_1^*$	◦	•
	2	◦	•	$A_3^2 A_2^*$	•
	3	◦	◦	•	•
	4	◦	◦	◦	•

Tableau B.7. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 4$ et $n = 4$.

B.3 Modèle à cinq ondes

Equations d'évolution

Les équations d'évolution et leur sept désaccords de phase associés pour un modèle de MFWM à 5 ondes sont

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} = & -\frac{\alpha}{2} A_1 + i\gamma \left(|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 \right) A_1 \\ & + i\gamma \left(A_2^2 A_3^* e^{-i\Delta\beta_{123}z} + A_3^2 A_5^* e^{-i\Delta\beta_{135}z} + 2A_2 A_3 A_4^* e^{-i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_2 A_4 A_5^* e^{-i\Delta\beta_{1245}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_2}{dz} = & -\frac{\alpha}{2} A_2 + i\gamma \left(|A_2|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 \right) A_2 \\ & + i\gamma \left(A_3^2 A_4^* e^{-i\Delta\beta_{234}z} + 2A_1 A_3 A_2^* e^{i\Delta\beta_{123}z} + 2A_3 A_4 A_5^* e^{-i\Delta\beta_{2345}z} + 2A_1 A_4 A_3^* e^{i\Delta\beta_{1234}z} \right. \\ & \left. + 2A_1 A_5 A_4^* e^{i\Delta\beta_{1245}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_3}{dz} = & -\frac{\alpha}{2} A_3 + i\gamma \left(|A_3|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 \right) A_3 \\ & + i\gamma \left(A_4^2 A_5^* e^{-i\Delta\beta_{345}z} + A_2^2 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{123}z} + 2A_2 A_4 A_3^* e^{i\Delta\beta_{234}z} + 2A_2 A_5 A_4^* e^{i\Delta\beta_{2345}z} \right. \\ & \left. + 2A_1 A_4 A_2^* e^{i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_1 A_5 A_3^* e^{i\Delta\beta_{135}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{dA_4}{dz} = -\frac{\alpha}{2}A_4 + i\gamma \left(|A_4|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_5|^2 \right) A_4 \quad (\text{B.15})$$

$$+ i\gamma \left(A_3^2 A_2^* e^{-i\Delta\beta_{234}z} + 2A_3 A_5 A_4^* e^{i\Delta\beta_{345}z} + 2A_2 A_5 A_3^* e^{i\Delta\beta_{2345}z} + 2A_2 A_3 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_1 A_5 A_2^* e^{i\Delta\beta_{1245}z} \right), \quad (\text{B.16})$$

$$\frac{dA_5}{dz} = -\frac{\alpha}{2}A_5 + i\gamma \left(|A_5|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 \right) A_5 \quad (\text{B.17})$$

$$+ i\gamma \left(A_4^2 A_3^* e^{-i\Delta\beta_{345}z} + A_3^2 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{135}z} + 2A_3 A_4 A_2^* e^{-i\Delta\beta_{2345}z} + 2A_2 A_4 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1245}z} \right),$$

avec :

$$\Delta\beta_{234} = \Delta\omega^2\beta_2 + \frac{2}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.18})$$

$$\Delta\beta_{345} = \Delta\omega^2\beta_2 + \Delta\omega^3\beta_3 + \frac{14}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.19})$$

$$\Delta\beta_{123} = \Delta\omega^2\beta_2 - \Delta\omega^3\beta_3 + \frac{14}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.20})$$

$$\Delta\beta_{2345} = 2\Delta\omega^2\beta_2 + \Delta\omega^3\beta_3 + \frac{16}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.21})$$

$$\Delta\beta_{1234} = 2\Delta\omega^2\beta_2 - \Delta\omega^3\beta_3 + \frac{16}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.22})$$

$$\Delta\beta_{1245} = 3\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{30}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.23})$$

$$\Delta\beta_{135} = 4\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{32}{24}\Delta\omega^4\beta_4. \quad (\text{B.24})$$

Tableaux de recherche des termes de FWM

Les tableaux permettant l'identification de tous les termes de FWM dans un modèle à 5 ondes sont les suivants.

		m				
		1	2	3	4	5
p	1	•	○	○	○	○
	2	•	•	○	○	○
	3	•	$A_2^2 A_3^*$	•	○	○
	4	•	$2A_3 A_2 A_4^*$	○	•	○
	5	•	$2A_4 A_2 A_5^*$	$A_3^2 A_5^*$	○	•

Tableau B.8. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 5$ et $n = 1$.

		m				
		1	2	3	4	5
p	1	•	•	○	○	○
	2	$2A_3A_1A_2^*$	•	○	○	○
	3	$2A_4A_1A_3^*$	•	•	○	○
	4	$2A_5A_1A_4^*$	•	$A_3^2A_4^*$	•	○
	5	○	•	$2A_4A_3A_5^*$	○	•

Tableau B.9. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 5$ et $n = 2$.

		m				
		1	2	3	4	5
p	1	•	$A_2^2A_1^*$	•	○	○
	2	$2A_4A_1A_2^*$	•	•	○	○
	3	$2A_5A_1A_3^*$	$2A_4A_2A_3^*$	•	○	○
	4	○	$2A_5A_2A_4^*$	•	•	○
	5	○	○	•	$A_4^2A_5^*$	•

Tableau B.10. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 5$ et $n = 3$.

		m				
		1	2	3	4	5
p	1	•	$2A_3A_2A_1^*$	○	•	○
	2	$2A_5A_1A_2^*$	•	$A_3^2A_2^*$	•	○
	3	○	$2A_5A_2A_3^*$	•	•	○
	4	○	○	$2A_5A_3A_4^*$	•	○
	5	○	○	○	•	•

Tableau B.11. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 5$ et $n = 4$.

		m				
		1	2	3	4	5
p	1	•	$2A_4A_2A_1^*$	$A_3^2A_1^*$	○	•
	2	○	•	$2A_4A_3A_2^*$	○	•
	3	○	○	•	$A_4^2A_3^*$	•
	4	○	○	○	•	•
	5	○	○	○	○	•

Tableau B.12. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 5$ et $n = 5$.

B.4 Modèle à six ondes

Equations d'évolution

Les équations d'évolution et leur treize désaccords de phase associés pour un modèle de MFWM à 6 ondes sont

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_1 + i\gamma \left(|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2 \right) A_1 \quad (\text{B.25}) \\ & + i\gamma \left(A_2^2A_3^*e^{-i\Delta\beta_{123}z} + A_3^2A_5^*e^{-i\Delta\beta_{135}z} + 2A_2A_3A_4^*e^{-i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_2A_4A_5^*e^{-i\Delta\beta_{1245}z} \right. \\ & \left. + 2A_2A_5A_6^*e^{-i\Delta\beta_{1256}z} + 2A_3A_4A_6^*e^{-i\Delta\beta_{1346}z} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_2}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_2 + i\gamma \left(|A_2|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2 \right) A_2 \quad (\text{B.26}) \\ & + i\gamma \left(A_3^2A_4^*e^{-i\Delta\beta_{234}z} + A_4^2A_6^*e^{-i\Delta\beta_{246}z} + 2A_1A_3A_2^*e^{i\Delta\beta_{123}z} + 2A_3A_4A_5^*e^{-i\Delta\beta_{2345}z} \right. \\ & \left. + 2A_1A_4A_3^*e^{i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_3A_5A_6^*e^{-i\Delta\beta_{2356}z} + 2A_1A_5A_4^*e^{i\Delta\beta_{1245}z} + 2A_1A_6A_5^*e^{i\Delta\beta_{1256}z} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_3}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_3 + i\gamma \left(|A_3|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2 \right) A_3 \quad (\text{B.27}) \\ & + i\gamma \left(A_4^2A_5^*e^{-i\Delta\beta_{345}z} + A_2^2A_1^*e^{-i\Delta\beta_{123}z} + 2A_2A_4A_3^*e^{i\Delta\beta_{234}z} + 2A_2A_5A_4^*e^{i\Delta\beta_{2345}z} \right. \\ & \left. + 2A_4A_5A_6^*e^{-i\Delta\beta_{3456}z} + 2A_1A_4A_2^*e^{i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_2A_6A_5^*e^{i\Delta\beta_{2356}z} + 2A_1A_5A_3^*e^{i\Delta\beta_{135}z} \right. \\ & \left. + 2A_1A_6A_4^*e^{i\Delta\beta_{1346}z} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_4}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_4 + i\gamma \left(|A_4|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2 \right) A_4 \quad (\text{B.28}) \\ & + i\gamma \left(A_3^2A_2^*e^{-i\Delta\beta_{234}z} + A_5^2A_6^*e^{-i\Delta\beta_{456}z} + 2A_3A_5A_4^*e^{-i\Delta\beta_{345}z} + 2A_2A_5A_3^*e^{i\Delta\beta_{2345}z} \right. \\ & \left. + 2A_3A_6A_5^*e^{i\Delta\beta_{3456}z} + 2A_2A_3A_1^*e^{-i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_1A_5A_2^*e^{i\Delta\beta_{1245}z} + 2A_2A_6A_4^*e^{i\Delta\beta_{246}z} \right. \\ & \left. + 2A_1A_6A_3^*e^{i\Delta\beta_{1346}z} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_5}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_5 + i\gamma \left(|A_5|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_6|^2 \right) A_5 \\ & + i\gamma \left(A_4^2 A_3^* e^{-i\Delta\beta_{345}z} + A_3^2 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{135}z} + 2A_4 A_6 A_5^* e^{i\Delta\beta_{456}z} + 2A_3 A_4 A_2^* e^{-i\Delta\beta_{2345}z} \right. \\ & \left. + 2A_3 A_6 A_4^* e^{i\Delta\beta_{3456}z} + 2A_2 A_6 A_3^* e^{i\Delta\beta_{2356}z} + 2A_2 A_4 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1245}z} + 2A_1 A_6 A_2^* e^{i\Delta\beta_{1256}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_6}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_6 + i\gamma \left(|A_6|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 \right) A_6 \\ & + i\gamma \left(A_5^2 A_4^* e^{-i\Delta\beta_{456}z} + A_4^2 A_2^* e^{-i\Delta\beta_{246}z} + 2A_4 A_5 A_3^* e^{-i\Delta\beta_{3456}z} + 2A_3 A_5 A_2^* e^{-i\Delta\beta_{2356}z} \right. \\ & \left. + 2A_2 A_5 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1256}z} + 2A_3 A_4 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1346}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

avec :

$$\Delta\beta_{345} = \Delta\omega^2\beta_2 + \frac{1}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{5}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.31})$$

$$\Delta\beta_{234} = \Delta\omega^2\beta_2 - \frac{1}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{5}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.32})$$

$$\Delta\beta_{456} = \Delta\omega^2\beta_2 + \frac{3}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{29}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.33})$$

$$\Delta\beta_{123} = \Delta\omega^2\beta_2 - \frac{3}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{29}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.34})$$

$$\Delta\beta_{2345} = 2\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{10}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.35})$$

$$\Delta\beta_{3456} = 2\Delta\omega^2\beta_2 + 2\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{34}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.36})$$

$$\Delta\beta_{1234} = 2\Delta\omega^2\beta_2 - 2\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{34}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.37})$$

$$\Delta\beta_{2356} = 3\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{3}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{39}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.38})$$

$$\Delta\beta_{1245} = 3\Delta\omega^2\beta_2 - \frac{3}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{39}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.39})$$

$$\Delta\beta_{1256} = 4\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{68}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.40})$$

$$\Delta\beta_{246} = 4\Delta\omega^2\beta_2 + 2\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{44}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.41})$$

$$\Delta\beta_{135} = 4\Delta\omega^2\beta_2 - 2\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{44}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.42})$$

$$\Delta\beta_{1346} = 6\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{78}{24}\Delta\omega^4\beta_4. \quad (\text{B.43})$$

Tableaux de recherche des termes de FWM

Les tableaux permettant l'identification de tous les termes de FWM dans un modèle à 6 ondes sont les suivants.

		m					
		1	2	3	4	5	6
p	1	•	○	○	○	○	○
	2	•	•	○	○	○	○
	3	•	$A_2^2 A_3^*$	•	○	○	○
	4	•	$2A_3 A_2 A_4^*$	○	•	○	○
	5	•	$2A_4 A_2 A_5^*$	$A_3^2 A_5^*$	○	•	○
	6	•	$2A_5 A_2 A_6^*$	$2A_4 A_3 A_6^*$	○	○	•

 Tableau B.13. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 6$ et $n = 1$.

		m					
		1	2	3	4	5	6
p	1	•	•	○	○	○	○
	2	$2A_3 A_1 A_2^*$	•	○	○	○	○
	3	$2A_4 A_1 A_3^*$	•	•	○	○	○
	4	$2A_5 A_1 A_4^*$	•	$A_3^2 A_4^*$	•	○	○
	5	$2A_6 A_1 A_5^*$	•	$2A_4 A_3 A_5^*$	○	•	○
	6	○	•	$2A_5 A_3 A_6^*$	$A_4^2 A_6^*$	○	•

 Tableau B.14. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 6$ et $n = 2$.

		m					
		1	2	3	4	5	6
p	1	•	$A_2^2 A_1^*$	•	○	○	○
	2	$2A_4 A_1 A_2^*$	•	•	○	○	○
	3	$2A_5 A_1 A_3^*$	$2A_4 A_2 A_3^*$	•	○	○	○
	4	$2A_6 A_1 A_4^*$	$2A_5 A_2 A_4^*$	•	•	○	○
	5	○	$2A_6 A_2 A_5^*$	•	$A_4^2 A_5^*$	•	○
	6	○	○	•	$2A_5 A_4 A_6^*$	○	•

 Tableau B.15. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 6$ et $n = 3$.

		m					
		1	2	3	4	5	6
p	1	•	$2A_3A_2A_1^*$	○	•	○	○
	2	$2A_5A_1A_2^*$	•	$A_3^2A_2^*$	•	○	○
	3	$2A_6A_1A_3^*$	$2A_5A_2A_3^*$	•	•	○	○
	4	○	$2A_6A_2A_4^*$	$2A_5A_3A_4^*$	•	○	○
	5	○	○	$2A_6A_3A_5^*$	•	•	○
	6	○	○	○	•	$A_5^2A_6^*$	•

Tableau B.16. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 6$ et $n = 4$.

		m					
		1	2	3	4	5	6
p	1	•	$2A_4A_2A_1^*$	$A_3^2A_1^*$	○	•	○
	2	$2A_6A_1A_2^*$	•	$2A_4A_3A_2^*$	○	•	○
	3	○	$2A_6A_2A_3^*$	•	$A_4^2A_3^*$	•	○
	4	○	○	$2A_6A_3A_4^*$	•	•	○
	5	○	○	○	$2A_6A_4A_5^*$	•	○
	6	○	○	○	○	•	•

Tableau B.17. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 6$ et $n = 5$.

		m					
		1	2	3	4	5	6
p	1	•	$2A_5A_2A_1^*$	$2A_4A_3A_1^*$	○	○	•
	2	○	•	$2A_5A_3A_2^*$	$A_4^2A_2^*$	○	•
	3	○	○	•	$2A_5A_4A_3^*$	○	•
	4	○	○	○	•	$A_5^2A_4^*$	•
	5	○	○	○	○	•	•
	6	○	○	○	○	○	•

Tableau B.18. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 6$ et $n = 6$.

B.5 Modèle à sept ondes

Equations d'évolution

Les équations d'évolution et leur 22 désaccords de phase associés pour un modèle de MFWM à 7 ondes sont

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_1 + i\gamma \left(|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2 + 2|A_7|^2 \right) A_1 \\ & + i\gamma \left(A_2^2 A_3^* e^{-i\Delta\beta_{123}z} + A_3^2 A_5^* e^{-i\Delta\beta_{135}z} + A_4^2 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{147}z} + 2A_2 A_3 A_4^* e^{-i\Delta\beta_{1234}z} \right. \\ & + 2A_2 A_4 A_5^* e^{-i\Delta\beta_{1245}z} + 2A_2 A_5 A_6^* e^{-i\Delta\beta_{1256}z} + 2A_2 A_6 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{1267}z} + 2A_3 A_4 A_6^* e^{-i\Delta\beta_{1346}z} \\ & \left. + 2A_3 A_5 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{1357}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.44})$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_2}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_2 + i\gamma \left(|A_2|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2 + 2|A_7|^2 \right) A_2 \\ & + i\gamma \left(A_3^2 A_4^* e^{-i\Delta\beta_{234}z} + A_4^2 A_6^* e^{-i\Delta\beta_{246}z} + 2A_1 A_3 A_2^* e^{i\Delta\beta_{123}z} + 2A_3 A_4 A_5^* e^{-i\Delta\beta_{2345}z} \right. \\ & + 2A_1 A_4 A_3^* e^{i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_3 A_5 A_6^* e^{-i\Delta\beta_{2356}z} + 2A_1 A_5 A_4^* e^{i\Delta\beta_{1245}z} + 2A_3 A_6 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{2367}z} \\ & \left. + 2A_1 A_6 A_5^* e^{i\Delta\beta_{1256}z} + 2A_1 A_7 A_6^* e^{i\Delta\beta_{1267}z} + 2A_4 A_5 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{2457}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.45})$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_3}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_3 + i\gamma \left(|A_3|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2 + 2|A_7|^2 \right) A_3 \\ & + i\gamma \left(A_4^2 A_5^* e^{-i\Delta\beta_{345}z} + A_2^2 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{123}z} + A_5^2 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{357}z} + 2A_2 A_4 A_3^* e^{i\Delta\beta_{234}z} \right. \\ & + 2A_4 A_5 A_6^* e^{-i\Delta\beta_{3456}z} + 2A_2 A_5 A_4^* e^{i\Delta\beta_{2345}z} + 2A_1 A_4 A_2^* e^{i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_2 A_6 A_5^* e^{i\Delta\beta_{2356}z} \\ & + 2A_4 A_6 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{3467}z} + 2A_2 A_7 A_6^* e^{i\Delta\beta_{2367}z} + 2A_1 A_5 A_3^* e^{i\Delta\beta_{135}z} + 2A_1 A_6 A_4^* e^{i\Delta\beta_{1346}z} \\ & \left. + 2A_1 A_7 A_5^* e^{i\Delta\beta_{1357}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.46})$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_4}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_4 + i\gamma \left(|A_4|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2 + 2|A_7|^2 \right) A_4 \\ & + i\gamma \left(A_5^2 A_6^* e^{-i\Delta\beta_{456}z} + A_3^2 A_2^* e^{-i\Delta\beta_{234}z} + 2A_3 A_5 A_4^* e^{i\Delta\beta_{345}z} + 2A_3 A_6 A_5^* e^{i\Delta\beta_{3456}z} \right. \\ & + 2A_2 A_5 A_3^* e^{i\Delta\beta_{2345}z} + 2A_5 A_6 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{4567}z} + 2A_2 A_3 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1234}z} + 2A_3 A_7 A_6^* e^{i\Delta\beta_{3467}z} \\ & + 2A_1 A_5 A_2^* e^{i\Delta\beta_{1245}z} + 2A_2 A_6 A_4^* e^{i\Delta\beta_{246}z} + 2A_2 A_7 A_5^* e^{i\Delta\beta_{2457}z} + 2A_1 A_6 A_3^* e^{i\Delta\beta_{1346}z} \\ & \left. + 2A_1 A_7 A_4^* e^{i\Delta\beta_{147}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.47})$$

$$\begin{aligned} \frac{dA_5}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_5 + i\gamma \left(|A_5|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_6|^2 + 2|A_7|^2 \right) A_5 \\ & + i\gamma \left(A_4^2 A_3^* e^{-i\Delta\beta_{345}z} + A_6^2 A_7^* e^{-i\Delta\beta_{567}z} + A_3^2 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{135}z} + 2A_4 A_6 A_5^* e^{i\Delta\beta_{456}z} \right. \\ & + 2A_3 A_6 A_4^* e^{i\Delta\beta_{3456}z} + 2A_3 A_4 A_2^* e^{-i\Delta\beta_{2345}z} + 2A_4 A_7 A_6^* e^{i\Delta\beta_{4567}z} + 2A_2 A_6 A_3^* e^{i\Delta\beta_{2356}z} \\ & + 2A_2 A_4 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1245}z} + 2A_1 A_6 A_2^* e^{i\Delta\beta_{1256}z} + 2A_3 A_7 A_5^* e^{i\Delta\beta_{357}z} + 2A_2 A_7 A_4^* e^{i\Delta\beta_{2457}z} \\ & \left. + 2A_1 A_7 A_3^* e^{i\Delta\beta_{1357}z} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.48})$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_6}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_6 + i\gamma \left(|A_6|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_7|^2 \right) A_6 \\
 & + i\gamma \left(A_5^2 A_4^* e^{-i\Delta\beta_{456}z} + A_4^2 A_2^* e^{-i\Delta\beta_{246}z} + 2A_2 A_5 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1256}z} + 2A_5 A_7 A_6^* e^{i\Delta\beta_{567}z} \right. \\
 & + 2A_4 A_5 A_3^* e^{-i\Delta\beta_{3456}z} + 2A_4 A_7 A_5^* e^{i\Delta\beta_{4567}z} + 2A_3 A_5 A_2^* e^{-i\Delta\beta_{2356}z} + 2A_3 A_7 A_4^* e^{i\Delta\beta_{3467}z} \\
 & \left. + 2A_2 A_7 A_3^* e^{i\Delta\beta_{2367}z} + 2A_1 A_7 A_2^* e^{i\Delta\beta_{1267}z} + 2A_3 A_4 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1346}z} \right), \quad (B.49)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_7}{dz} = & -\frac{\alpha}{2}A_7 + i\gamma \left(|A_7|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_3|^2 + 2|A_4|^2 + 2|A_5|^2 + 2|A_6|^2 \right) A_7 \\
 & + i\gamma \left(A_6^2 A_5^* e^{-i\Delta\beta_{567}z} + A_5^2 A_3^* e^{-i\Delta\beta_{357}z} + A_4^2 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{147}z} + 2A_5 A_6 A_4^* e^{-i\Delta\beta_{4567}z} \right. \\
 & + 2A_4 A_6 A_3^* e^{-i\Delta\beta_{3467}z} + 2A_3 A_6 A_2^* e^{-i\Delta\beta_{2367}z} + 2A_2 A_6 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1267}z} + 2A_4 A_5 A_2^* e^{-i\Delta\beta_{2457}z} \\
 & \left. + 2A_3 A_5 A_1^* e^{-i\Delta\beta_{1357}z} \right), \quad (B.50)
 \end{aligned}$$

avec :

$$\Delta\beta_{345} = \Delta\omega^2\beta_2 + \frac{2}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.51)$$

$$\Delta\beta_{456} = \Delta\omega^2\beta_2 + \Delta\omega^3\beta_3 + \frac{14}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.52)$$

$$\Delta\beta_{234} = \Delta\omega^2\beta_2 - \Delta\omega^3\beta_3 + \frac{14}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.53)$$

$$\Delta\beta_{567} = \Delta\omega^2\beta_2 + \frac{4}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{50}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.54)$$

$$\Delta\beta_{123} = \Delta\omega^2\beta_2 - \frac{4}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{50}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.55)$$

$$\Delta\beta_{3456} = 2\Delta\omega^2\beta_2 + \Delta\omega^3\beta_3 + \frac{16}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.56)$$

$$\Delta\beta_{2345} = 2\Delta\omega^2\beta_2 - \Delta\omega^3\beta_3 + \frac{16}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.57)$$

$$\Delta\beta_{4567} = 2\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{6}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{64}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.58)$$

$$\Delta\beta_{1234} = 2\Delta\omega^2\beta_2 - \frac{6}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{64}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.59)$$

$$\Delta\beta_{2356} = 3\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{30}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.60)$$

$$\Delta\beta_{3467} = 3\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{6}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{66}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.61)$$

$$\Delta\beta_{1245} = 3\Delta\omega^2\beta_2 - \frac{6}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{66}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.62)$$

$$\Delta\beta_{246} = 4\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{32}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.63)$$

$$\Delta\beta_{2367} = 4\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{4}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{80}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.64)$$

$$\Delta\beta_{1256} = 4\Delta\omega^2\beta_2 - \frac{4}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{80}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.65)$$

$$\Delta\beta_{357} = 4\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{8}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{80}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.66)$$

$$\Delta\beta_{135} = 4\Delta\omega^2\beta_2 - \frac{8}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{80}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (B.67)$$

$$\Delta\beta_{1267} = 5\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{130}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.68})$$

$$\Delta\beta_{2457} = 6\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{6}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{96}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.69})$$

$$\Delta\beta_{1346} = 6\Delta\omega^2\beta_2 - \frac{6}{2}\Delta\omega^3\beta_3 + \frac{96}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.70})$$

$$\Delta\beta_{1357} = 8\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{160}{24}\Delta\omega^4\beta_4, \quad (\text{B.71})$$

$$\Delta\beta_{147} = 9\Delta\omega^2\beta_2 + \frac{162}{24}\Delta\omega^4\beta_4. \quad (\text{B.72})$$

Tableaux de recherche des termes de FWM

Les tableaux permettant l'identification de tous les termes de FWM dans un modèle à 7 ondes sont les suivants.

		m						
		1	2	3	4	5	6	7
p	1	•	○	○	○	○	○	○
	2	•	•	○	○	○	○	○
	3	•	$A_2^2 A_3^*$	•	○	○	○	○
	4	•	$2A_3 A_2 A_4^*$	○	•	○	○	○
	5	•	$2A_4 A_2 A_5^*$	$A_3^2 A_5^*$	○	•	○	○
	6	•	$2A_5 A_2 A_6^*$	$2A_4 A_3 A_6^*$	○	○	•	○
	7	•	$2A_6 A_2 A_7^*$	$2A_5 A_3 A_7^*$	$A_4^2 A_7^*$	○	○	•

Tableau B.19. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 7$ et $n = 1$.

		m						
		1	2	3	4	5	6	7
p	1	•	•	○	○	○	○	○
	2	$2A_3 A_1 A_2^*$	•	○	○	○	○	○
	3	$2A_4 A_1 A_3^*$	•	•	○	○	○	○
	4	$2A_5 A_1 A_4^*$	•	$A_3^2 A_4^*$	•	○	○	○
	5	$2A_6 A_1 A_5^*$	•	$2A_4 A_3 A_5^*$	○	•	○	○
	6	$2A_7 A_1 A_6^*$	•	$2A_5 A_3 A_6^*$	$A_4^2 A_6^*$	○	•	○
	7	○	•	$2A_6 A_3 A_7^*$	$2A_5 A_4 A_7^*$	○	○	•

Tableau B.20. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 7$ et $n = 2$.

		m						
		1	2	3	4	5	6	7
p	1	•	$A_2^2 A_1^*$	•	○	○	○	○
	2	$2A_4 A_1 A_2^*$	•	•	○	○	○	○
	3	$2A_5 A_1 A_3^*$	$2A_4 A_2 A_3^*$	•	○	○	○	○
	4	$2A_6 A_1 A_4^*$	$2A_5 A_2 A_4^*$	•	•	○	○	○
	5	$2A_7 A_1 A_5^*$	$2A_6 A_2 A_5^*$	•	$A_4^2 A_5^*$	•	○	○
	6	○	$2A_7 A_2 A_6^*$	•	$2A_5 A_4 A_6^*$	○	•	○
	7	○	○	•	$2A_6 A_4 A_7^*$	$A_5^2 A_7^*$	○	•

Tableau B.21. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 7$ et $n = 3$.

		m						
		1	2	3	4	5	6	7
p	1	•	$2A_3 A_2 A_1^*$	○	•	○	○	○
	2	$2A_5 A_1 A_2^*$	•	$A_3^2 A_2^*$	•	○	○	○
	3	$2A_6 A_1 A_3^*$	$2A_5 A_2 A_3^*$	•	•	○	○	○
	4	$2A_7 A_1 A_4^*$	$2A_6 A_2 A_4^*$	$2A_5 A_3 A_4^*$	•	○	○	○
	5	○	$2A_7 A_2 A_5^*$	$2A_6 A_3 A_5^*$	•	•	○	○
	6	○	○	$2A_7 A_3 A_6^*$	•	$A_5^2 A_6^*$	•	○
	7	○	○	○	•	$2A_6 A_5 A_7^*$	○	•

Tableau B.22. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 7$ et $n = 4$.

		m						
		1	2	3	4	5	6	7
p	1	•	$2A_4 A_2 A_1^*$	$A_3^2 A_1^*$	○	•	○	○
	2	$2A_6 A_1 A_2^*$	•	$2A_4 A_3 A_2^*$	○	•	○	○
	3	$2A_7 A_1 A_3^*$	$2A_6 A_2 A_3^*$	•	$A_4^2 A_3^*$	•	○	○
	4	○	$2A_7 A_2 A_4^*$	$2A_6 A_3 A_4^*$	•	•	○	○
	5	○	○	$2A_7 A_3 A_5^*$	$2A_6 A_4 A_5^*$	•	○	○
	6	○	○	○	$2A_7 A_4 A_6^*$	•	•	○
	7	○	○	○	○	•	$A_6^2 A_7^*$	•

Tableau B.23. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 7$ et $n = 5$.

		m						
		1	2	3	4	5	6	7
p	1	•	$2A_5A_2A_1^*$	$2A_4A_3A_1^*$	○	○	•	○
	2	$2A_7A_1A_2^*$	•	$2A_5A_3A_2^*$	$A_4^2A_2^*$	○	•	○
	3	○	$2A_7A_2A_3^*$	•	$2A_5A_4A_3^*$	○	•	○
	4	○	○	$2A_7A_3A_4^*$	•	$A_5^2A_4^*$	•	○
	5	○	○	○	$2A_7A_4A_5^*$	•	•	○
	6	○	○	○	○	$2A_7A_5A_6^*$	•	○
	7	○	○	○	○	○	•	•

Tableau B.24. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 7$ et $n = 6$.

		m						
		1	2	3	4	5	6	7
p	1	•	$2A_6A_2A_1^*$	$2A_5A_3A_1^*$	$A_4^2A_1^*$	○	○	•
	2	○	•	$2A_6A_3A_2^*$	$2A_5A_4A_2^*$	○	○	•
	3	○	○	•	$2A_6A_4A_3^*$	$A_5^2A_3^*$	○	•
	4	○	○	○	•	$2A_6A_5A_4^*$	○	•
	5	○	○	○	○	•	$A_6^2A_5^*$	•
	6	○	○	○	○	○	•	•
	7	○	○	○	○	○	○	•

Tableau B.25. Tableau identifiant tous les termes de FWM pour $N = 7$ et $n = 7$.

ANNEXE C

CONDITIONS INITIALES POUR LA CONVERSION DE FRÉQUENCE

Nous présentons ici une méthode plus générale pour trouver les conditions initiales sur les puissances et les phases des pompes permettant d'obtenir le convertisseur de fréquence sensible à la phase décrit dans le chapitre 3. Cette analyse nous a été proposée par Michel Joindot, chercheur émérite au laboratoire Foton.

Sous sa forme la plus générale, le système d'équations (3.7)-(3.8), déterminant l'évolution des ondes A_2 et A_4 , s'écrit

$$\frac{dA_2}{dz} = aA_6 + bA_6^*, \quad (\text{C.1})$$

$$\frac{dA_4}{dz} = cA_6 + dA_6^*, \quad (\text{C.2})$$

où a , b , c et d sont des quantités complexes dépendant des ondes pompes A_1 , A_3 et A_7 .

Nous recherchons s'il existe une valeur de A_6 telle que l'onde A_2 soit nulle et que seule l'onde A_4 soit créée et que le contraire se produise si l'on déphase A_6 de $\pi/2$, c'est-à-dire que seule l'onde A_2 soit créée et que l'onde A_4 soit nulle. Ces conditions imposent des conditions sur les coefficients a , b , c et d . L'annulation de l'onde A_2 implique pour l'équation (C.1) que $aA_6 + bA_6^* = 0$. Ceci impose donc que

$$|a| = |b|. \quad (\text{C.3})$$

L'annulation de A_4 pour un déphasage de A_6 de $\pi/2$ se traduit, dans l'équation (C.2), par la relation $icA_6 - idA_6^* = 0$ ce qui impose de la même manière

$$|c| = |d|. \quad (\text{C.4})$$

Enfin, le système d'équations

$$aA_6 + bA_6^* = 0, \quad (\text{C.5})$$

$$cA_6 - dA_6^* = 0, \quad (\text{C.6})$$

impose

$$ab + cd = 0. \quad (\text{C.7})$$

Cette relation entraîne, compte tenu des relations (C.3) et (C.4),

$$\arg(a) + \arg(d) = \arg(c) + \arg(b) + (2k + 1)\pi. \quad (\text{C.8})$$

Ecrivons maintenant les quantités où a , b , c et d en fonction des ondes A_1 , A_3 et A_7 d'après les équations (3.7)-(3.8)

$$a = 2i\gamma A_3 A_7^*, \quad (\text{C.9})$$

$$b = 2i\gamma A_1 A_7, \quad (\text{C.10})$$

$$c = 2i\gamma A_1 A_3^*, \quad (\text{C.11})$$

$$d = 2i\gamma A_3 A_7. \quad (\text{C.12})$$

Rappelons que nous écrivons les ondes A_k sous la forme $A_k = \sqrt{P_k} \exp(i\phi_k)$ où P_k est la puissance de l'onde et ϕ_k sa phase. Les relations précédentes, associées aux relations (C.3) et (C.4), conduisent à $P_1 = P_3$ et $P_1 = P_7$, d'où la condition suivante sur les puissances des ondes

$$P_1 = P_3 = P_7. \quad (\text{C.13})$$

La relation (C.8) sur les phases se traduit par

$$\phi_3 - \phi_7 + \phi_3 + \phi_7 - \phi_1 - \phi_7 - \phi_1 + \phi_3 = (2k + 1)\pi, \quad (\text{C.14})$$

où k est un entier relatif. Nous obtenons donc la condition suivante sur les phases des pompes

$$\phi_7 = 3\phi_3 - 2\phi_1 + (2k + 1)\pi. \quad (\text{C.15})$$

Cette relation montre que les valeurs des phases des pompes P1 et P3 peuvent être choisies arbitrairement à condition que la phase ϕ_7 de la pompe P7 vérifie la condition (C.15).

ANNEXE D

SOLUTIONS ANALYTIQUES POUR LA CONVERSION DE FRÉQUENCE

Nous donnons dans cette annexe les solutions analytiques des ondes idlers dont les équations d'évolution sont données par le système suivant

$$\frac{dA_2}{dz} = 2i\gamma \left(A_1 A_7 A_6^* e^{i\Delta\beta_1 z} + A_3 A_6 A_7^* e^{-i\Delta\beta_2 z} \right), \quad (\text{D.1})$$

$$\frac{dA_4}{dz} = 2i\gamma \left(A_3 A_7 A_6^* e^{i\Delta\beta_3 z} + A_1 A_6 A_3^* e^{i\Delta\beta_4 z} \right), \quad (\text{D.2})$$

où la notation des désaccords de phase $\Delta\beta_{n+p-m,m,p,n}$ a été allégée pour simplifier les notations. En négligeant la dispersion d'ordre 4, les désaccords de phase s'écrivent

$$\Delta\beta_1 = 5\Delta\omega^2\beta_2, \quad (\text{D.3})$$

$$\Delta\beta_2 = 4\Delta\omega^2\beta_2 + 2\Delta\omega^3\beta_3, \quad (\text{D.4})$$

$$\Delta\beta_3 = 3\Delta\omega^2\beta_2 + 3\Delta\omega^3\beta_3, \quad (\text{D.5})$$

$$\Delta\beta_4 = 6\Delta\omega^2\beta_2 - 3\Delta\omega^3\beta_3, \quad (\text{D.6})$$

où nous rappelons que $\Delta\omega$ est l'écart en fréquence entre deux ondes adjacentes et β_2 et β_3 sont les coefficients de dispersion du deuxième et troisième ordre respectivement. Nous prendrons les ondes A_k de la forme

$$A_k = \sqrt{P_k} e^{i\phi_k}, \quad (\text{D.7})$$

où P_k est la puissance des ondes et ϕ_k leur phase. En considérant que les ondes pompe A_1 , A_3 et A_7 ont la même puissance constante P_0 et que l'onde signal A_6 a une puissance constante P_6 , le système (D.1)-(D.2) s'écrit

$$\frac{dA_2}{dz} = 2i\gamma P_0 \sqrt{P_6} \left(e^{i(\phi_1 + \phi_7 - \phi_6 + \Delta\beta_1 z)} + e^{i(\phi_3 + \phi_6 - \phi_7 - \Delta\beta_2 z)} \right), \quad (\text{D.8})$$

$$\frac{dA_4}{dz} = 2i\gamma P_0 \sqrt{P_6} \left(e^{i(\phi_3 + \phi_7 - \phi_6 + \Delta\beta_3 z)} + e^{i(\phi_1 + \phi_6 - \phi_3 + \Delta\beta_4 z)} \right). \quad (\text{D.9})$$

Pour trouver les solutions analytiques des ondes A_2 et A_4 nous utilisons le fait que la solution analytique de l'équation

$$\frac{dA}{dz} = ae^{i(\alpha+\beta z)} \quad (\text{D.10})$$

s'écrit

$$A(z) = \frac{ia}{\beta} \left[e^{i\alpha} - e^{i(\alpha+\beta z)} \right] + A(0). \quad (\text{D.11})$$

Sachant que $A_2(0) = 0$ et $A_4(0) = 0$, les solutions $A_2(z)$ et $A_4(z)$ s'écrivent, en $z = L$,

$$A_2(L) = \frac{2i\gamma P_0 \sqrt{P_6}}{\Delta\beta_1 \Delta\beta_2} \left(\Delta\beta_2 e^{i(\phi_1+\phi_7-\phi_6+\Delta\beta_1 L)} - \Delta\beta_2 e^{i(\phi_1+\phi_7-\phi_6)} \right. \\ \left. - \Delta\beta_1 e^{i(\phi_3+\phi_6-\phi_7-\Delta\beta_2 L)} + \Delta\beta_1 e^{i(\phi_3+\phi_6-\phi_7)} \right), \quad (\text{D.12})$$

$$A_4(L) = \frac{2i\gamma P_0 \sqrt{P_6}}{\Delta\beta_3 \Delta\beta_4} \left(\Delta\beta_4 e^{i(\phi_3+\phi_7-\phi_6+\Delta\beta_3 L)} - \Delta\beta_4 e^{i(\phi_3+\phi_7-\phi_6)} \right. \\ \left. + \Delta\beta_3 e^{i(\phi_1+\phi_6-\phi_3+\Delta\beta_4 L)} - \Delta\beta_3 e^{i(\phi_1+\phi_6-\phi_3)} \right). \quad (\text{D.13})$$

On trouve ensuite facilement que les puissances $P_2(L) = |A_2(L)|^2$ et $P_4(L) = |A_4(L)|^2$ des ondes idlers s'écrivent

$$P_2(L) = \frac{8\gamma^2 P_0^2 P_6}{\Delta\beta_1^2 \Delta\beta_2^2} \left\{ \Delta\beta_2^2 (1 - \cos \Delta\beta_1 L) + \Delta\beta_1^2 (1 - \cos \Delta\beta_2 L) \right. \\ \left. + \Delta\beta_1 \Delta\beta_2 \left[\cos(\Delta\phi_2 + \Delta\beta_1 L) + \cos(\Delta\phi_2 + \Delta\beta_2 L) \right. \right. \\ \left. \left. - \cos(\Delta\phi_2 + \Delta\beta_1 L + \Delta\beta_2 L) - \cos \Delta\phi_2 \right] \right\}, \quad (\text{D.14})$$

$$P_4(L) = \frac{8\gamma^2 P_0^2 P_6}{\Delta\beta_3^2 \Delta\beta_4^2} \left\{ \Delta\beta_4^2 (1 - \cos \Delta\beta_3 L) + \Delta\beta_3^2 (1 - \cos \Delta\beta_4 L) \right. \\ \left. + \Delta\beta_3 \Delta\beta_4 \left[\cos(\Delta\phi_4 + \Delta\beta_3 L - \Delta\beta_4 L) + \cos \Delta\phi_4 \right. \right. \\ \left. \left. - \cos(\Delta\phi_4 + \Delta\beta_3 L) - \cos(\Delta\phi_4 - \Delta\beta_4 L) \right] \right\}, \quad (\text{D.15})$$

avec

$$\Delta\phi_2 = \phi_1 - \phi_3 + 2\phi_7 - 2\phi_6, \quad (\text{D.16})$$

$$\Delta\phi_4 = \phi_7 - \phi_1 + 2\phi_3 - 2\phi_6. \quad (\text{D.17})$$

- [1] R. H. STOLEN, E. P. IPPEN et A. R. TYNES, “Raman oscillation in glass optical waveguide”, *Applied Physics Letters*, t. 20, n° 2, p. 62–64, 1972.
- [2] E. IPPEN et R. STOLEN, “Stimulated Brillouin scattering in optical fibers”, *Applied Physics Letters*, t. 21, n° 11, p. 539–541, 1972.
- [3] R. STOLEN et A. ASHKIN, “Optical Kerr effect in glass waveguide”, *Applied Physics Letters*, t. 22, n° 6, p. 294–296, 1973.
- [4] R. H. STOLEN, J. E. BJORKHOLM et A. ASHKIN, “Phase-matched three-wave mixing in silica fiber optical waveguides”, *Applied Physics Letters*, t. 24, n° 7, p. 308–310, 1974.
- [5] R. STOLEN, “Phase-matched-stimulated four-photon mixing in silica-fiber waveguides”, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, t. 11, n° 3, p. 100–103, 1975.
- [6] A. E. WILLNER, S. KHALEGHI, M. R. CHITGARHA et O. F. YILMAZ, “All-optical signal processing”, *Journal of Lightwave Technology*, t. 32, n° 4, p. 660–680, 2014.
- [7] G. P. AGRAWAL, *Nonlinear fiber optics*. Academic press, 2006.
- [8] T. M. MONRO, Y. D. WEST, D. W. HEWAK, N. BRODERICK et D. RICHARDSON, “Chalcogenide holey fibres”, *Electronics Letters*, t. 36, n° 24, p. 1, 2000.
- [9] J. L. PERSON, F. SMEKTALA, T. CHARTIER, L. BRILLAND, T. JOUAN, J. TROLES et D. BOSC, “Light guidance in new chalcogenide holey fibres from GeGaSbS glass”, *Materials Research Bulletin*, t. 41, n° 7, p. 1303–1309, 2006.
- [10] S. D. LE, “Traitement tout-optique du signal à base de nouvelles fibres optique non-linéaires”, thèse de doctorat, Université de Rennes 1, 2012.
- [11] S. D. LE, M. GAY, L. BRAMERIE, M. C. e SILVA, K. LENGLE, T. CHARTIER, M. THUAL, J.-C. SIMON, L. BRILLAND, D. MÉCHIN, P. TOUPIN et J. TROLES, “Wavelength conversion in a highly nonlinear chalcogenide microstructured fiber”, *Opt. Lett.*, t. 37, n° 22, p. 4576–4578, 2012.
- [12] S. D. LE, M. GAY, L. BRAMERIE, T. CHARTIER, M. THUAL, J. C. SIMON, L. BRILLAND, D. MECHIN, P. TOUPIN et J. TROLES, “All-optical time-domain demultiplexing of 170.8 Gbit/s signal in chalcogenide geasse microstructured fibre”, *Electronics Letters*, t. 49, n° 2, p. 136–138, 2013.
- [13] J. R. THOMPSON et R. ROY, “Multiple four-wave mixing process in an optical fiber”, *Opt. Lett.*, t. 16, n° 8, p. 557–559, 1991.

- [14] —, “Nonlinear dynamics of multiple four-wave mixing processes in a single-mode fiber”, *Phys. Rev. A*, t. 43, p. 4987–4996, 9 1991.
- [15] R. P. WEBB, J. M. DAILEY, R. J. MANNING et A. D. ELLIS, “Phase discrimination and simultaneous frequency conversion of the orthogonal components of an optical signal by four-wave mixing in an SOA”, *Opt. Express*, t. 19, n° 21, p. 20 015–20 022, 2011.
- [16] F. D. ROS, K. DALGAARD, L. LEI, J. XU et C. PEUCHERET, “QPSK-to-2 × BPSK wavelength and modulation format conversion through phase-sensitive four-wave mixing in a highly nonlinear optical fiber”, *Opt. Express*, t. 21, n° 23, p. 28 743–28 750, 2013.
- [17] F. DA ROS, K. DALGAARD, Y. FUKUCHI, J. XU, M. GALILI et C. PEUCHERET, “Simultaneous QPSK-to-2 × BPSK wavelength and modulation format conversion in PPLN”, *Photonics Technology Letters, IEEE*, t. 26, n° 12, p. 1207–1210, 2014.
- [18] A. GHATAK et K. THYAGARAJAN, *Introduction to Fiber Optics*. Cambridge University Press, 1998.
- [19] J. HULT, “A fourth-order Runge-Kutta in the interaction picture method for simulating supercontinuum generation in optical fibers”, *Journal of Lightwave Technology*, t. 25, n° 12, p. 3770–3775, 2007.
- [20] S. BALAC et A. FERNANDEZ, “Comparison of adaptive step-size control strategies for solving the Generalised Non-Linear Schrödinger Equation in optics by the Interaction Picture method”, rapp. tech., oct. 2012, 39 pages.
- [21] S. B. BALAC et A. FERNANDEZ, “Mathematical analysis of adaptive step-size techniques when solving the nonlinear Schrödinger equation for simulating light-wave propagation in optical fibers”, *Optics Communications*, t. 329, p. 1–9, 2014.
- [22] S. BALAC et A. FERNANDEZ, “Spip : a computer program implementing the interaction picture method for simulation of light-wave propagation in optical fibre”, *Computer Physics Communications*, t. 199, p. 139–152, 2016.
- [23] S. SONG, C. T. ALLEN, K. R. DEMAREST et R. HUI, “Intensity-dependent phase-matching effects on four-wave mixing in optical fibers”, *Journal of Lightwave Technology*, t. 17, n° 11, p. 2285–2290, 1999.
- [24] S. SUDO, T. HOSAKA, H. ITOH et K. OKAMOTO, “High- Δn , small-core single-mode fibres for efficient nonlinear optical effects”, Undetermined, *Electronics Letters*, t. 22, n° 16, p. 833–835, 1986.
- [25] J. SANGHERA, C. FLOREA, L. SHAW, P. PUREZA, V. NGUYEN, M. BASHKANSKY, Z. DUTTON et I. AGGARWAL, “Non-linear properties of chalcogenide glasses and fibers”, *Journal of Non-Crystalline Solids*, t. 354, n° 2–9, p. 462–467, 2008, Physics of Non-Crystalline Solids 1111th International Conference on the Physics of Non-Crystalline Solids.
- [26] L. PETIT, N. CARLIE, K. RICHARDSON, A. HUMEAU, S. CHERUKULAPPURATH et G. BOUDEBS, “Nonlinear optical properties of glasses in the system Ge/Ga-Sb-S/Se”, *Opt. Lett.*, t. 31, n° 10, p. 1495–1497, 2006.
- [27] J. M. HARBOLD, F. O. ILDAY, F. W. WISE, J. S. SANGHERA, V. Q. NGUYEN, L. B. SHAW et I. D. AGGARWAL, “Highly nonlinear As-S-Se glasses for all-optical switching”, *Opt. Lett.*, t. 27, n° 2, p. 119–121, 2002.

- [28] Q. COULOMBIER, L. BRILLAND, P. HOUIZOT, T. CHARTIER, T. N. N'GUYEN, F. SMEKTALA, G. RENVERSEZ, A. MONTEVILLE, D. MÉCHIN, T. PAIN, H. ORAIN, J.-C. SANGLEBOEUF et J. TROLÈS, "Casting method for producing low-loss chalcogenide microstructured optical fibers", *Opt. Express*, t. 18, n° 9, p. 9107–9112, 2010.
- [29] J. H. LEE, W. BELARDI, K. FURUSAWA, P. PETROPOULOS, Z. YUSOFF, T. M. MONRO et D. J. RICHARDSON, "Four-wave mixing based 10-Gb/s tunable wavelength conversion using a holey fiber with a high sbs threshold", *IEEE Photonics Technology Letters*, t. 15, n° 3, p. 440–442, 2003.
- [30] M. D. PELUSI, F. LUAN, S. MADDEN, D. Y. CHOI, D. A. BULLA, B. LUTHER-DAVIES et B. J. EGGLETON, "Wavelength conversion of high-speed phase and intensity modulated signals using a highly nonlinear chalcogenide glass chip", *IEEE Photonics Technology Letters*, t. 22, n° 1, p. 3–5, 2010.
- [31] L. FU, M. PELUSI, E. MÄGI, V. TA'EED et B. EGGLETON, "Broadband all-optical wavelength conversion of 40 Gbit/s signals in nonlinearity enhanced tapered chalcogenide fibre", *Electronics Letters*, t. 44, n° 1, p. 1, 2008.
- [32] D.-I. YEOM, E. C. MÄGI, M. R. E. LAMONT, M. A. F. ROELENS, L. FU et B. J. EGGLETON, "Low-threshold supercontinuum generation in highly nonlinear chalcogenide nanowires", *Opt. Lett.*, t. 33, n° 7, p. 660–662, 2008.
- [33] R. FRERICHS, "New optical glasses with good transparency in the infrared", *J. Opt. Soc. Am.*, t. 43, n° 12, p. 1153–1157, 1953.
- [34] N. KAPANY et R. SIMMS, "Recent developments in infrared fiber optics", *Infrared Physics*, t. 5, n° 2, p. 69–80, 1965.
- [35] L. SHAW, V. NGUYEN, J. SANGHERA, I. AGGARWAL, P. THIELEN et F. KUNG, "IR supercontinuum generation in As-Se photonic crystal fiber", dans *Advanced Solid-State Photonics (TOPS)*, Optical Society of America, 2005, p. 864.
- [36] F. DÉSEVÉDAVY, G. RENVERSEZ, J. TROLES, L. BRILLAND, P. HOUIZOT, Q. COULOMBIER, F. SMEKTALA, N. TRAYNOR et J.-L. ADAM, "Te-As-Se glass microstructured optical fiber for the middle infrared", *Appl. Opt.*, t. 48, n° 19, p. 3860–3865, 2009.
- [37] L. BRILLAND, F. SMEKTALA, G. RENVERSEZ, T. CHARTIER, J. TROLES, T. N. NGUYEN, N. TRAYNOR et A. MONTEVILLE, "Fabrication of complex structures of holey fibers in chalcogenide glass", *Opt. Express*, t. 14, n° 3, p. 1280–1285, 2006.
- [38] G. RENVERSEZ, B. KUHLMEY et R. MCPHEDRAN, "Dispersion management with microstructured optical fibers : ultraflattened chromatic dispersion with low losses", *Opt. Lett.*, t. 28, n° 12, p. 989–991, 2003.
- [39] J. E. SHARPING, M. FIORENTINO, A. COKER, P. KUMAR et R. S. WINDELER, "Four-wave mixing in microstructure fiber", *Opt. Lett.*, t. 26, n° 14, p. 1048–1050, 2001.
- [40] S. RADIC, C. J. MCKINSTRIE, R. M. JOPSON, J. C. CENTANNI et A. R. CHRAPLYVY, "All-optical regeneration in one- and two-pump parametric amplifiers using highly nonlinear optical fiber", *IEEE Photonics Technology Letters*, t. 15, n° 7, p. 957–959, 2003.
- [41] T. DURHUUS, B. MIKKELSEN, C. JOERGENSEN, S. L. DANIELSEN et K. E. STUBK-JAER, "All-optical wavelength conversion by semiconductor optical amplifiers", *Journal of Lightwave Technology*, t. 14, n° 6, p. 942–954, 1996.

- [42] S. RADIC, “Parametric signal processing”, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, t. 18, n° 2, p. 670–680, 2012.
- [43] J. LEUTHOLD, L. MÖLLER, J. JAQUES, S. CABOT, L. ZHANG, P. BERNASCONI, M. CAPPUZZO, L. GOMEZ, E. LASKOWSKI, E. CHEN, A. WONG-FOY et A. GRIFFIN, “160 Gb/s SOA all-optical wavelength converter and assessment of its regenerative properties”, dans *Optical Amplifiers and Their Applications/Integrated Photonics Research*, Optical Society of America, 2004, OTuB2.
- [44] M. A. FOSTER, A. C. TURNER, R. SALEM, M. LIPSON et A. L. GAETA, “Broad-band continuous-wave parametric wavelength conversion in silicon nanowaveguides”, *Opt. Express*, t. 15, n° 20, p. 12 949–12 958, 2007.
- [45] M. GALILI, J. XU, H. C. MULVAD, L. K. OXENLØWE, A. T. CLAUSEN, P. JEPPESEN, B. LUTHER-DAVIES, S. MADDEN, A. RODE, D.-Y. CHOI, M. PELUSI, F. LUAN et B. J. EGGLETON, “Breakthrough switching speed with an all-optical chalcogenide glass chip : 640 Gbit/s demultiplexing”, *Opt. Express*, t. 17, n° 4, p. 2182–2187, 2009.
- [46] T. N. NGUYEN, “Étude de composants optiques à base de fibres optiques non-linéaires”, thèse de doctorat, Université Rennes 1, 2008.
- [47] D. M. NGUYEN, “Investigations et caractérisations de fibres et guides optiques très fortement non-linéaires”, thèse de doctorat, Université de Rennes 1, 2011.
- [48] M. ERKINTALO, Y. Q. XU, S. G. MURDOCH, J. M. DUDLEY et G. GENTY, “Cascaded phase matching and nonlinear symmetry breaking in fiber frequency combs”, *Phys. Rev. Lett.*, t. 109, p. 223 904, 22 2012.
- [49] M. CONFORTI et S. TRILLO, “Radiative effects driven by shock waves in cavity-less four-wave mixing combs”, *Opt. Lett.*, t. 39, n° 19, p. 5760–5763, 2014.
- [50] J. FATOME, C. FINOT, A. ARMAROLI et S. TRILLO, “Observation of modulationally unstable multi-wave mixing”, *Opt. Lett.*, t. 38, n° 2, p. 181–183, 2013.
- [51] A. BENDAHDANE, A. MUSSOT, A. KUDLINSKI, P. SZRIFTGISER, M. CONFORTI, S. WABNITZ et S. TRILLO, “Optimal frequency conversion in the nonlinear stage of modulation instability”, *Opt. Express*, t. 23, n° 24, p. 30 861–30 871, 2015.
- [52] G. VAN SIMAEYS, P. EMPLIT et M. HAELTERMAN, “Experimental demonstration of the Fermi-Pasta-Ulam recurrence in a modulationally unstable optical wave”, *Phys. Rev. Lett.*, t. 87, p. 033 902, 3 2001.
- [53] A. MUSSOT, A. KUDLINSKI, M. DROQUES, P. SZRIFTGISER et N. AKHMEDIEV, “Fermi-Pasta-Ulam recurrence in nonlinear fiber optics : the role of reversible and irreversible losses”, *Phys. Rev. X*, t. 4, p. 011 054, 1 2014.
- [54] B. KIBLER, J. FATOME, C. FINOT, G. MILLOT, F. DIAS, G. GENTY, N. AKHMEDIEV et J. M. DUDLEY, “The peregrine soliton in nonlinear fibre optics”, *Nat Phys*, t. 6, n° 10, p. 790–795, 2010.
- [55] A. ARMAROLI et S. TRILLO, “Collective modulation instability of multiple four-wave mixing”, *Opt. Lett.*, t. 36, n° 11, p. 1999–2001, 2011.
- [56] —, “Modulational instability due to cross-phase modulation versus multiple four-wave mixing : the normal dispersion regime”, *J. Opt. Soc. Am. B*, t. 31, n° 3, p. 551–558, 2014.
- [57] X.-M. LIU, “Theory and experiments for multiple four-wave-mixing processes with multifrequency pumps in optical fibers”, *Phys. Rev. A*, t. 77, p. 043 818, 4 2008.

- [58] X. XU, Y. YAO, X. ZHAO et D. CHEN, “Multiple four-wave-mixing processes and their application to multiwavelength erbium-doped fiber lasers”, *J. Lightwave Technol.*, t. 27, n° 14, p. 2876–2885, 2009.
- [59] W. XIE, I. FSAIFES, T. LABIDI et F. BRETENAKER, “Investigation of degenerate dual-pump phase sensitive amplifier using multi-wave model”, *Opt. Express*, t. 23, n° 25, p. 31 896–31 907, 2015.
- [60] M. BAILLOT, T. CHARTIER et M. JOINDOT, “Multiple four-wave mixing in optical fibres”, The European Conference on Optical Communication (ECOC), 2014, p. 1–3.
- [61] M. BAILLOT, T. CHARTIER et M. JOINDOT, “Mélange à quatre ondes multiple dans les fibres optiques”, 34^e Journées Nationales d’Optique Guidée (JNOG 2014), Nice, France, oct. 2014.
- [62] Z. TONG, C. LUNDSTRÖM, P. ANDREKSON, C. MCKINSTRIE, M. KARLSSON, D. BLESSING, E. TIPSUWANNAKUL, B. PUTTNAM, H. TODA et L. GRÜNER-NIELSEN, “Towards ultrasensitive optical links enabled by low-noise phase-sensitive amplifiers”, *Nature Photonics*, t. 5, n° 7, p. 430–436, 2011.
- [63] R. SLAVÍK, F. PARMIGIANI, J. KAKANDE, C. LUNDSTRÖM, M. SJÖDIN, P. A. ANDREKSON, R. WEERASURIYA, S. SYGLETOS, A. D. ELLIS, L. GRÜNER-NIELSEN et al., “All-optical phase and amplitude regenerator for next-generation telecommunications systems”, *Nature Photonics*, t. 4, n° 10, p. 690–695, 2010.
- [64] K. A. CROUSSORE et G. LI, “Phase-regenerative wavelength conversion for bpsk and dpsk signals”, *IEEE Photonics Technology Letters*, t. 21, n° 2, p. 70–72, 2009.
- [65] X. FU et C. SHU, “Phase-sensitive four-wave mixing interferometer”, *Opt. Lett.*, t. 39, n° 15, p. 4427–4430, 2014.
- [66] R. P. WEBB, M. POWER et R. J. MANNING, “Phase-sensitive frequency conversion of quadrature modulated signals”, *Opt. Express*, t. 21, n° 10, p. 12 713–12 727, 2013.
- [67] M. BAILLOT, M. GAY, C. PEUCHERET, M. JOINDOT et T. CHARTIER, “Phase quadrature discrimination based on three-pump four-wave mixing in nonlinear optical fibers”, *Opt. Express*, t. 24, n° 23, p. 26 930–26 941, 2016.
- [68] —, “Conversion de fréquence sensible à la phase utilisant trois ondes pompes dans une fibre optique non-linéaire”, Journées Nationales d’Optique Guidée (JNOG 2017), Limoges, France, 2017.
- [69] J. S. SANGHERA, I. D. AGGARWAL, I. B. SHAW, C. M. FLOREA, P. PUREZA, V. Q. NGUYEN et F. KUNG, “Nonlinear properties of chalcogenide glass fibers”, *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, t. 8, n° 6, p. 2148–2155, 2006.
- [70] L. BRILLAND, J. TROLES, P. HOUIZOT, F. DÉSÉVÉDAVY, Q. COULOMBIER, G. RENVERSEZ, T. CHARTIER, T. N. NGUYEN, J.-L. ADAM et N. TRAYNOR, “Interfaces impact on the transmission of chalcogenides photonic crystal fibres”, *Journal of the Ceramic Society of Japan*, t. 116, n° 1358, p. 1024–1027, 2008.
- [71] F. DÉSÉVÉDAVY, G. RENVERSEZ, J. TROLES, P. HOUIZOT, L. BRILLAND, I. VASILIEF, Q. COULOMBIER, N. TRAYNOR, F. SMEKTALA et J.-L. ADAM, “Chalcogenide glass hollow core photonic crystal fibers”, *Optical Materials*, t. 32, n° 11, p. 1532–1539, 2010.
- [72] P. TOUPIN, L. BRILLAND, G. RENVERSEZ et J. TROLES, “All-solid all-chalcogenide microstructured optical fiber”, *Opt. Express*, t. 21, n° 12, p. 14 643–14 648, 2013.

- [73] C. CAILLAUD, C. GILLES, L. PROVINO, L. BRILLAND, T. JOUAN, S. FERRE, M. CARAS, M. BRUN, D. MECHIN, J.-L. ADAM et J. TROLES, “Highly birefringent chalcogenide optical fiber for polarization-maintaining in the 3-8.5 μm mid-IR window”, *Opt. Express*, t. 24, n° 8, p. 7977–7986, 2016.
- [74] K. H. TOW, Y. LÉGUILLON, S. FRESNEL, P. BESNARD, L. BRILLAND, D. MÉCHIN, D. TRÉGOAT, J. TROLES et P. TOUPIN., “Linewidth-narrowing and intensity noise reduction of the 2nd order Stokes component of a low threshold Brillouin laser made of $\text{Ge}_{10}\text{As}_{22}\text{Se}_{68}$ chalcogenide fiber”, *Opt. Express*, t. 20, n° 26, B104–B109, 2012.
- [75] K. H. TOW, Y. LEGUILLON, S. FRESNEL, P. BESNARD, L. BRILLAND, D. MECHIN, P. TOUPIN et J. TROLES, “Toward more coherent sources using a microstructured chalcogenide Brillouin fiber laser”, *IEEE Photonics Technology Letters*, t. 25, n° 3, p. 238–241, 2013.
- [76] L. BODIOU, Q. GU, M. GUÉZO, E. DELCOURT, T. BATTÉ, J. LEMAITRE, N. LORRAIN, M. GUENDOUZ, H. FOLLIOT, J. CHARRIER, K. S. MISTRY, J. L. BLACKBURN, J.-L. DOUALAN, A. BRAUD et P. CAMY, “Guided photoluminescence from integrated carbon-nanotube-based optical waveguides”, *Advanced Materials*, t. 27, n° 40, p. 6181–6186, 2015.

