

Yvain Canivet

Analyse Entropique et Exergétique des Systèmes Énergétiques par des Représentations Géométriques

Thèse présentée et soutenue publiquement le 06/12/2017
en vue de l'obtention du doctorat d'Énergétique, Génie des Procédés
de l'Université Paris Nanterre sous la direction
de M. Diogo Queiros-Condé (IUT Ville d'Avray, Université Paris Nanterre),
et un co-encadrement de Mme Lavinia Grosu (IUT Ville d'Avray, UPN)

Jury :

Président du jury :	M. Michel Feidt	LEMTA, professeur émérite à l'Université de Lorraine
Rapporteur :	M. Fethi Aloui	ENSIAM, professeur à l'Université de Valenciennes
Rapporteur :	M. François Lanzetta	Institut Femto ST, professeur à l'Université de Franche-Comté
Membre du jury :	M. Pierre-André Jovet	EconomiX, Chaire Économie du Climat, professeur à l'Université Paris Nanterre

Remerciements

En premier lieu, je souhaite remercier mon directeur de thèse Diogo Queiros-Condé, qui m'a donné ma chance au début de ce projet, mais surtout m'a fait confiance tout au long de son avancée, y-compris dans les moments qui pouvaient sembler incertains. Cette confiance m'a permis de découvrir, parfois sereinement, parfois tumultueusement, les aléas de la Recherche et de m'en approprier, au moins une part, des rouages. Je veux également remercier Lavinia Grosu qui m'a initié aux techniques subtiles de l'analyse exergetique et ce faisant, m'a poussé à sortir de ma zone de confort intellectuelle pour développer de nouvelles compétences. Tout au long de ce travail, mes encadrants ont eu à cœur, chacun dans leur spécialité et par leur approche propre, de me former aux différentes facettes de la recherche, fondamentale et appliquée d'une part, mais également dans sa part sociale et institutionnelle ; pour ça aussi je les remercie. Je souhaite également remercier l'équipe des doctorants du site de Ville d'Avray avec une pensée particulière pour Patrick Ribeiro et Romain Pawelko avec qui nous avons beaucoup échangé sur des sujets de recherche bien sûr, mais également institutionnels et humains. J'aimerais aussi remercier mes anciens collègues universitaires et maintenant amis ; Alexis Blin pour avoir porté un œil critique à mes travaux et pour avoir été là quand il fallait, envers et contre tout ; et Olivier Lombard, pour son soutien indéfectible ainsi que pour les longs échanges que nous avons pu avoir et qui, par le truchement de la vie, ont fini par aboutir à cette thèse. J'aimerais également remercier chaleureusement deux professeurs, Mindjid Maizia et Michel Feidt, rencontrés au début de ma pérégrination pour l'intérêt qu'ils m'ont témoigné alors, et leurs encouragements qui m'ont permis de gagner en confiance.

Je souhaite également remercier chaleureusement toute l'équipe de la Chaire Économie du Climat (CEC), passée, présente et future ; avec une attention particulière pour son fondateur Christian De Perthuis qui a toujours porté un intérêt fort aux potentialités de l'exergetique, et avec qui les discussions étaient toujours enrichissantes et stimulantes. Je souhaite aussi remercier chaudement Pierre-André Jouvét sans qui ce projet n'aurait pas pu exister ; en tout cas pas sous cette forme, extrêmement enrichissante, en interaction avec la Chaire Économie du Climat. De plus, avec son approche toute particulière, il m'a poussé à me dépasser et pour cela je le remercie également. La place que tient l'énergie dans l'économie du climat, et *a fortiori* dans les différents projets de la CEC, a été l'occasion de nombreux échanges avec ses différents membres sur les réalités économiques qui ont traités à l'énergie. Pour ceux-ci, je souhaite les remercier également car ils ont participé à me forger une lecture plus concrète de l'ensemble des problématiques liées à « l'optimisation énergétique », au sens le plus large qu'on puisse lui donner, peut-être socio-physico-économique. J'ai à ce sujet une pensée particulière pour Raphaël Trotignon qui a toujours montré un vif intérêt pour mes travaux et qui a toujours pris soin de me décrypter ce qui pouvaient m'apparaître comme des barbarismes ; et ce, toujours avec intérêt et de manière didactique, parfois même sur fond de javanaise... Je veux enfin remercier Jean-René Brunetière qui, par son approche frontale, m'a montré une réalité

des rapports que l'on pouvait avoir à l'énergie d'un point de vue organisationnel ; et qui m'a, non seulement conforté dans ma démarche globale, mais également donné des armes pour les futures campagnes qui y seront associés.

Enfin, je veux remercier les « acteurs de l'ombre » qui, par leur amour et leur soutien de tous les instants, m'ont permis d'en arriver là aujourd'hui. Tout d'abord, je voudrais remercier avec beaucoup d'émotion mes parents, Marie-Pierre Boireaux et Patrick Canivet, qui m'ont toujours soutenu dans mes choix et poussé à les réaliser. J'aimerai aussi remercier avec beaucoup de tendresse ma belle-mère, Vicky Canivet, qui a toujours veillé à ce que mon estomac soit apte au travail, et dont les attentions ont toujours été bienveillantes. J'ai également une pensée très affectueuse pour ma sœur, Circé Canivet, qui était là dans les moments sombres, de doute et de remise en question, qui ont préludé la thèse. J'aimerai aussi remercier avec beaucoup d'émotion et de gratitude ma concubine, Caroline Simonpietri, pour le soutien et l'attention de tous les instants qu'elle me porte, jusque dans les moments les plus ingrats de la thèse. J'ai également une pensée chaleureuse pour Christophe Cavaillès qui, par l'amitié dont il m'a toujours témoigné, m'a permis un questionnement serein sur la vie ; et enfin pour tous les amis, collègues, éclaireurs et autres escogriffes qui ont participé plus ou moins directement à ce que j'en arrive à cette thèse.

Enfin, je dédie ce travail à ma grand-mère, Madeleine Boireaux, qui m'a donné le goût de la recherche, tant intellectuelle que spirituelle, mais qui n'aura pas pu voir la fin de ce travail.

Sommaire

Nomenclature	vii
Glossaire et acronymes	xi
Introduction	1
1 Éléments d'analyse exergetique	5
1.1 Des principes de la thermodynamique à l'exergie	6
1.1.1 Conservation de l'énergie	6
1.1.2 Production d'entropie	7
1.1.3 Destruction de travail utile et puissance seuil	11
1.1.4 Discussions préliminaires	14
1.1.4.1 Pourquoi l'exergie ?	14
1.1.4.2 De quel environnement parlons-nous ?	15
1.2 Les différentes formes d'exergie	16
1.2.1 L'exergie chaleur	16
1.2.1.1 Cycle moteur	17
1.2.1.2 Cycle inverse	20
1.2.2 L'exergie fluide statique (systèmes fermés)	23
1.2.3 L'exergie fluide dynamique (écoulements stationnaires)	27
1.3 Qu'est-ce qu'un Joule ?	28
2 Modélisation pour l'exergie fluide	31
2.1 Définitions et études préliminaires	32
2.1.1 Grandeurs relatives	32
2.1.2 Facteurs exergetiques et potentiels énergetiques de référence	33
2.1.2.1 Liquide statique	34
2.1.2.2 Liquide dynamique	36
2.1.2.3 Gaz parfait statique	43
2.1.2.4 Gaz parfait dynamique	53
2.1.3 Températures particulières	58
2.2 Présentation du modèle	60
2.2.1 Chaleur effectives	62
2.2.2 Charge exergetique	65
2.2.3 Anergie	67
2.2.3.1 Flux de chaleur	69

2.2.3.2	Systèmes fluides dynamiques	70
2.2.3.3	Systèmes fluides statiques	74
2.3	Applications du modèle et discussions	92
2.3.1	Variations de la charge exergetique avec la température	92
2.3.1.1	Fluides statiques	93
	Liquides incompressibles	94
	Gaz parfaits	96
2.3.1.2	Fluides dynamiques	102
	Gaz parfaits sur-pressurisés	102
	Liquides incompressibles	106
2.3.1.3	Cas particuliers d'exergie négative	108
2.3.2	Échange de chaleur entre deux fluides	120
2.3.2.1	Définitions et calculs préliminaires	120
2.3.2.2	Fluides écartés « du même côté de l'équilibre »	122
2.3.2.3	Situations hybrides	125
2.3.3	Retour sur les cycles thermodynamiques	131
2.3.3.1	Cycle moteur	132
2.3.3.2	Cycle frigorifique	135
3	Exergo-graphie	139
3.1	Représentation en briques	141
3.1.1	De l'équation de Gouy-Stodola aux briques de flux	141
3.1.1.1	Forme de la brique de flux	142
3.1.1.2	Destruction d'exergie	144
3.1.1.3	Orientations privilégiées des flux	145
3.1.2	Présentation du programme	146
3.1.2.1	Description générale et typographie	147
3.1.2.2	Routines primitives de traçage	150
3.1.2.3	<code>rawImport.m</code> – Du tableur aux structures Matlab	151
3.1.2.4	Éléments de codage de la fonction <code>mainFlux.m</code>	153
3.1.3	Application – Cas d'école	155
3.1.3.1	Cycle moteur liquide/vapeur	155
3.1.3.2	Centrale thermique	159
3.1.3.3	Centrale à cogénération	163
3.2	Représentation appliquée au bâtiment A de l'UPN	171
3.2.1	ECS Solaire	172
3.2.1.1	Généralités et choix d'installation	173
	Principe de fonctionnement	173
	Rendement des capteurs solaires thermiques	174
3.2.1.2	Dimensionnement pour le bâtiment A	175
	Gisement solaire à Nanterre	175
	Besoins en ECS et dimensionnement du stockage	177
	Dimensionnement de la pompe de circulation	179
	Système d'appoint et isolation	179
	Récapitulatif des paramètres pour l'installation	180
3.2.1.3	Simulations et calculs	181
	Calcul analytique	181
	Simulation SOLO	184

Comparaison des méthodes	184
3.2.1.4 Représentation graphique	185
3.2.2 Chauffage par Pompe à chaleur géothermique	189
3.2.2.1 Généralités et choix d'installation	189
Température du sol et gisement géothermique	189
Principe de fonctionnement de la géothermie TBE	192
Composition du sol à Nanterre et test de pompage	193
3.2.2.2 Définitions et calculs préliminaires	195
Estimation de la puissance de chauffage nécessaire	195
Définitions des températures et pressions	197
Calculs analytiques	200
3.2.2.3 Simulation EES	203
Circuit de chauffage	204
Circuit sous-terrain	211
Circuit principal	215
Rendement et taux de destruction d'exergie totaux	220
3.2.2.4 Variation annuelle de T_0	221
Exergies fluides dynamiques dans le système	221
Rendements et taux de destruction d'exergie	234
Optimisation de l'évaporateur sur l'année	237
3.2.2.5 Variation de la charge exergétique du R134a	239
3.2.2.6 Représentation graphique	241
3.3 Apports et pistes d'amélioration de l'outil	244
Apports et perspectives	244
Pistes d'améliorations de l'outils	245
4 Représentation fractale de l'exergie	247
4.1 Description du modèle-jouet	248
4.2 Caractéristiques des corrélons	250
4.2.1 Dimensions fractales	251
4.2.1.1 Dimension interne	252
4.2.1.2 Dimension de forme	253
4.2.1.3 Indépendance de la dimension fractale par rapport à N_Q	253
4.2.2 Entropies	254
4.2.2.1 Entropies de forme et interne	254
4.2.2.2 Comparaison avec l'analogie à l'entropie de Clausius	257
4.2.2.3 Augmentation de l'entropie avec N_Q	258
4.2.3 Interpolation des corrélons	258
4.3 Apports et perspectives	262
Conclusion et perspectives	265
Annexes	267
A Exergo-graphie – Éléments techniques et notices	269
A.1 Les variables du programme	269

A.2	Les routines du programme	270
A.2.1	Fonctions d'importation	270
A.2.2	Fonctions graphiques	272
B	STD bâtiment A de l'UPN	283
B.1	Présentation du bâtiment	283
B.1.1	plans et zonage	286
B.1.2	Données techniques du bâti et des menuiseries	288
B.1.2.1	Étages courants (du 1 ^{er} au 4 ^{ème} étage)	288
B.1.2.2	Façades anciennes du rez-de-chaussée	289
B.1.2.3	Baies vitrées du rez-de-chaussée	289
B.1.2.4	Caractéristiques générales des matériaux	290
B.2	Modélisation numérique du bâtiment	290
B.2.1	La suite de logiciels d'IZUBA énergies	290
B.2.2	Bibliothèque Pleiades	291
B.2.2.1	Éléments de construction	291
B.2.2.2	Éléments de menuiserie	293
B.2.3	Scénarios d'utilisation du bâtiment	294
B.2.3.1	Scénarios de chauffage	294
B.2.3.2	Scénarios d'occupation	295
Bureaux	295
Salles de cours	295
B.2.3.3	Scénarios d'éclairage	298
B.2.3.4	Ordinateurs et scénario de dissipation	301
B.2.4	Consommations électriques des ordinateurs	302
B.3	Résultats et scénarios d'amélioration	303
B.3.1	Résultats pour le scénario « base »	303
B.3.2	Résultats pour le scénario « double vitrage »	304
B.3.3	Résultats pour le scénario « éclairage adapté à la lumière du jour »	304
B.3.4	Résultats pour le scénario « Ventilation / étanchéité »	306
B.3.5	Résultats pour les scénarios combinés	306
B.3.6	Résultats pour les scénarios d'amélioration de l'isolation	309
B.3.7	Résultats pour les scénarios combinés avec isolation	311
B.3.8	Tableau croisé des résultats	316
B.4	Étude supplémentaire – choix d'un additif pour l'eau	317
B.4.1	Chaleur spécifique, capacité et conductivité thermiques	317
B.4.2	Températures de fusion et d'ébullition.	319
C	Exergy for sustainable development	323
C.1	Some Physics principles	325
C.1.1	Energy	325
C.1.1.1	Conservation of energy	326
C.1.1.2	Energy of complex systems	326
C.1.2	Complex systems and entropy	327
C.1.2.1	Averages and ergodicity	328
C.1.2.2	Spontaneous evolution and driving processes	329
C.1.2.3	Creation of entropy and irreversibility	331

C.1.3	Exergy	332
C.1.3.1	Derivation of exergy	332
C.1.3.2	Exergy analysis	335
C.1.3.3	Chemical exergy	339
C.2	Exergy for Sustainable Development – A review	342
C.2.1	Resource accounting	346
C.2.1.1	An indicator of depletion per unit consumption	348
C.2.1.2	Cumulative exergy consumption and ecological cost	348
C.2.2	Pollution assessment	350
C.2.3	Exergoeconomics	353
C.2.3.1	Costing exergy	355
C.2.3.2	Extended Exergy Accounting	357
C.2.4	Industrial ecology and the ecosystem analogy	361
C.3	Conclusion and discussion	364
 Liste des figures		 368
 Liste des tableaux		 375
 Liste des schémas		 378
 Liste des fonctions du programme d'exergo-graphie		 378
 Bibliographie		 390

Nomenclature

Δ	Variation entre deux états	
Δ_0	Variation par rapport à l'environnement, ex. : $\Delta_0 T = T - T_0$	
Δ^r	Variation réversible	
k_B	Constante de Boltzmann	J/K
\mathcal{N}_A	Constante d'Avogadro	mol ⁻¹
R	Constante des gaz parfaits massiques	J/(kg K)
R_{GP}	Constante des gaz parfaits	J/(mol K)

Thermodynamique

A	Energie utile	J
\dot{A}	Puissance utile	W
$a_{u/h}$	Énergie utile massique statique (u) ou dynamique (h)	J/kg
α	Facteur anergétique	
α^*	Facteur anergétique de fluide	
A_n	Anergie indisociée	J
A_Q	Anergie chaleur	J
COP_n	Coefficient de performance énergétique (Coefficient Of Performance)	
$\delta_{(x)}$	Taux de destruction exergétique (idem)	
E	Energie (indissociée, chaleur, travail ou fluide)	J
\dot{E}	Puissance ou flux énergétique (indissocié, chaleur, travail ou fluide)	W
E_T	Energie totale d'un système donné	J
\tilde{e}	Potentiel énergétique relatif de référence – charge exergétique	J/kg
η_n	Rendement énergétique	
$\eta_{(x)}$	Rendement exergétique (l'indice pourra être omis)	
h	Enthalpie massique	J/kg
\tilde{h}	Enthalpie massique relative (à l'environnement) = $h - h_0$	J/kg
M	Masse totale	kg
\dot{m}	débit massique	kg/s

N	Nombre de particules	
n	Nombre de moles	mol
P	Pression	Pa
Π	Production d'entropie	J/K
$\dot{\Pi}$	Taux de production d'entropie	W/K
Q	Chaleur	J
\dot{Q} ou ϕ	Flux de chaleur	W
S	Entropie	J/K
S^{deg}	Entropie exprimé en nombre moyen de degrés de liberté occupés	deg
\dot{S}	Flux d'entropie	W/K
s	Entropie massique	J/(K kg)
\tilde{s}	Entropie massique relative (à l'environnement) = $s - s_0$	J/(K kg)
T	Température	K ou °C
T_m	Température moyenne logarithmique ou équivalente d'échange	K ou °C
T^*	Température équivalente des fluides	K ou °C
\tilde{T}	Tempergie ($\propto k_B T$), énergie moyenne par degré de liberté	J/deg
θ	Facteur de Carnot = $1 - T_0/T$	
θ^*	Facteur exergetique de fluide	
τ_n	Taux de perte énergetique	
$\tau_{(x)}$	Taux de perte exergetique (idem)	
U	Energie interne	J
V	Volume	m ³
v	Volume massique	m ³ /kg
v_{mol}	Volume molaire	m ³ /mol
W	Travail	J
\dot{W}	Puissance mecanique	W
X	Exergie (indossociée, chaleur, travail ou fluide)	J _x
\dot{X}	Puissance ou flux d'exergie (indissocié, chaleur, travail ou fluide)	W _x
X_Q	Exergie chaleur	J _x
\dot{X}_Q	Flux d'exergie chaleur	W _x
$X_{u/h}$	Exergie fluide statique (u) ou dynamique (h)	J _x
$\xi_{u/h}$	Exergie fluide massique statique (u) ou dynamique (h)	J _x /kg
\dot{X}_h	Flux d'exergie fluide	W _x

ΔX	Destruction d'exergie	J_x
$\Delta \dot{X}$	Puissance exergetique détruite	W_x

Physique Statistique

p_α	Probabilité du micro-état α
\vec{x}	6N-vecteur de la forme $\vec{x} = q_1, q_2, \dots, q_{3N}, p_1, p_2, \dots, p_{3N}$ pour N particules
\vec{q}	3N-vecteur de la forme $\vec{q} = q_1, q_2, \dots, q_{3N}$ pour N particules
\vec{p}	3N-vecteur de la forme $\vec{p} = p_1, p_2, \dots, p_{3N}$ pour N particules

Représentation en briques

fct.m	Fonction MATLAB	
var	Variable MATLAB	
'str'	String (chaîne de caractères) MATLAB	
c_E	Longueur du côté de la brique de flux	u_L
f_c	Facteur d'échelle	$u_L W^{-1/2}$ ou $u_L W_x^{-1/2}$
u_L	Unité de longueur	
u_S	Unité de surface	

Exposants

+	Flux entrants dans le système considéré
-	Flux sortants du système considéré
C	Flux chaud
F	Flux froid

Indices

0	Grandeurs relatives à l'environnement
in	Grandeur entrante
out	Grandeur sortante
n	Grandeurs énergétiques
x	Grandeurs exergetiques

Glossaire et acronymes

Glossaire

- ensemble canonique** Ensemble statistique de Gibbs permettant de d'étudier les systèmes mis en contact avec un thermostat imposant une température T , décrit par un macro-état (T, V, N) 9
- ensemble isotherme-isobare** Ensemble statistique de Gibbs permettant de d'étudier les systèmes mis en contact avec un thermostat imposant une température T et un piston une pression P , décrit par un macro-état (T, P, N) 79, 114
- ensemble microcanonique** Ensemble statistique de Gibbs permettant d'étudier les systèmes isolés, décrit par un macro-état (E, V, N) 8
- macro-état** Un macro-état (ou état macroscopique) est l'état d'un système observable à l'échelle macroscopique. Il est caractérisé par un nombre réduit de variables : position, masse, volume, impulsion, énergie, température, pression, etc. 8
- micro-état** Un micro-état (ou état microscopique) est la description de l'état microscopique, on peut également parler de réalisation possible, d'un système donné, supposé dans un certain macro-état (ou état macroscopique) à un instant donné. En général, à un seul macro-état correspond un *très grand* nombre de micro-états. 8, 77
- routine** On appelle spécifiquement routine les fonctions programmées par nos soins pour le modèle de représentation en brique. 147, 270
- structure Matlab** Les structures Matlab (ou simplement appelées structures) sont des variables scalaires, vectorielles ou matricielles dont les éléments présentes un certain nombre de champs acceptant tout type de variable (une string, un vecteur, une autre structure, etc. . . .). 147, 148, 151
- système international** Unités principales du système international : longueur $[L] = \text{m}$, masse $[M] = \text{kg}$, temps $[t] = \text{s}$, énergie $[E] = \text{J} = \text{kg m}^2/\text{s}^2$, température $[T] = \text{K}$, pression $[P] = \text{Pa} = \text{J}/\text{m}^3$ 11
- tempergie** « Quantum macroscopique » d'énergie, ou encore quantité d'énergie par degré de liberté 10, 78

Acronymes

CEC Chaire Économie du Climat. 2

- ECS** eau chaude sanitaire. 1, 155, 163, 166, 172
- EES** *engineering equation solver*. 141, 193, 199, 200, 203, 222
- NUT** nombre d'unités de transfert. 217, 219, 237
- PAC** pompe à chaleur. 1, 151–154, 192, 204
- STD** simulation thermique dynamique. 172
- TBE** très basse énergie. 192
- UPN** Université Paris Nanterre. 1, 151, 155, 171, 172, 283

Introduction

Dans le contexte actuel de prise de conscience de la limitation des ressources et du besoin grandissant d'énergie dans le monde entier, la notion de développement durable prend une place plus importante tous les jours dans l'évolution de notre société. Le rapport Brundtland ([Brundtland et collab., 1987](#), chap. 2) la définit comme un développement qui répond aux besoins du présent sans compromettre la possibilité des générations futures à subvenir aux leurs (il est fait un résumé des 7 objectifs opérationnels qui accompagnent cette définition en annexe, au début de la partie [C.2](#)). Pour atteindre ce but, il est communément accepté depuis, qu'un changement profond de notre mode de vie est nécessaire, et plus particulièrement, de la façon dont nous consommons ; et ce, qu'il s'agisse de consommation énergétique, alimentaire, ou de matières premières en général. Nous croyons qu'un changement de modèle économique ne sera possible que si tous les acteurs avancent de concert sur les différentes problématiques auxquelles nous sommes confrontés. Chacun, à son échelle, doit ainsi pouvoir prendre les décisions qui s'imposent à tous.

C'est la logique première qui a motivé l'outil d'exergo-graphie que nous présentons dans le chapitre [3](#). À l'ère du *datavision* (voir par exemple [McCandless, 2011](#)), cet outil, introduit dans la partie [3.1](#), propose de représenter les bilans exergétiques sous forme graphique afin que les enseignements de ce type d'analyse puissent être communiqués d'une manière claire et intelligible. Ce premier travail de thèse, bien qu'abouti en l'état, n'en reste pas moins une première étape allant dans ce sens, car il est pour l'instant limité dans ses applications à un nombre restreint de systèmes ; et sans parler de son interface utilisateur inexistante, celui-ci est codé en Matlab et demande donc une connaissance élémentaire de ce langage de programmation. Toutefois, pour en illustrer les possibilités, nous l'avons appliqué à deux cas concrets d'analyses exergétiques effectuées sur les installations d'eau chaude sanitaire (ECS) et de chauffage du bâtiment A de l'Université Paris Nanterre (UPN). À l'heure actuelle, ces installations fonctionnent grâce à une chaudière générale à l'université brûlant du gaz naturel. Pour chacune de ces installations, nous proposons une solution de production durable de la chaleur nécessaire : à l'aide d'une pompe à chaleur (PAC) géothermique (sous-partie [3.2.1](#)) et de panneaux solaires thermiques (sous-partie [3.2.2](#)) respectivement. Après avoir présenté les analyses correspondantes, nous en dressons les représentations graphiques que nous comparons alors à une estimation de la destruction d'exergie causée par le système actuel, sous-parties [3.2.1.4](#) et [3.2.2.6](#) respectivement.

La phase d'élaboration de cet outil nous a mené à un certain nombre de questionnements qui ont aboutis à la modélisation pour l'exergie fluide proposée dans le chapitre [2](#). En effet, nous avons eu besoin d'une définition précise du *contenu exergétique* des systèmes fluides, relativement à une certaine quantité d'énergie, que nous qualifions alors de potentiel énergétique de référence. Nous présentons le cadre de cette modélisation dans la partie [2.2](#), puis l'appliquons à différentes configurations énergétiques plus ou moins particulières dans la partie [2.3](#). Cette étape de travail nous a notamment permis de mieux

comprendre ce que représente l'exergie des systèmes froids et d'interpréter le sens de propagation de l'exergie portée par ces derniers ; à contre-courant du flux énergétique sous-jacent comme nous le verrons dans le chapitre 1. Dans ce dernier, nous présentons les éléments d'analyse exergétique qui seront nécessaires à la compréhension des suivants. Dans la première partie, nous partons des principes de conservation de l'énergie, sous-partie 1.1.1, et de production d'entropie, sous-partie 1.1.2, pour montrer dans la sous-partie 1.1.3 : 1–comment l'exergétique permet de définir une puissance seuil pour tout processus énergétique, et 2–comment la notion de production d'entropie peut être comprise, peut-être plus intuitivement, en termes de destruction de travail utile. Dans la partie 1.2, nous présentons ensuite les différentes formes d'exergie physique, autres que le travail qui est de l'exergie « pure » : l'exergie chaleur « pure » dans la sous-partie 1.2.1, puis l'exergie fluide pour les systèmes statiques, sous-partie 1.2.2, et dynamiques, sous-partie 1.2.3. Cette partie est relativement sommaire car c'est le sujet du chapitre 2. Enfin, dans la partie 1.3, nous discutons la pertinence d'une unité propre à l'exergie, le Joule-x.

Enfin, dans le chapitre 4, nous avons voulu faire un lien conceptuel entre le comportement microscopique, statistique, des constituants du support d'un certain flux de chaleur, et les observables macroscopiques qui le caractérisent. Le modèle-jouet qui y est proposé, introduit dans la partie 4.1, abouti à une représentation fractale de la chaleur dont nous analysons, dans la partie 4.2, les propriétés géométriques propres et induites sur l'espace d'intégration, le plan dans le cadre de notre modèle en 2 dimensions. C'est à nouveau un outil en cours d'élaboration que nous présentons dans ce chapitre mais les premiers résultats obtenus ont déjà donné lieu à un premier article (Canivet et collab., 2016).

Ce travail est complété de trois annexes. La première rassemble les éléments techniques et les notices des fonctions du programme d'exergo-graphie du chapitre 3. La seconde présente une modélisation du bâti du bâtiment A de l'UPN faite avec le logiciel Alcyone (IZUBA énergies), ainsi que les résultats de simulations thermiques dynamiques (STD) réalisées avec le logiciel Pleiades+Comfie (IZUBA énergies). Celles-ci nous ont permis de proposer un certain nombre de solutions d'amélioration, ainsi que d'estimer les gains financiers qui leur sont associées. La troisième est fournie en anglais, sous la forme d'un article indépendant que nous souhaitons publier prochainement ; il dispose donc de sa propre introduction à l'exergie. Il s'agit d'un travail que nous avons réalisé dans le cadre d'un partenariat avec la Chaire Économie du Climat (CEC), rattachée à l'Université Paris Dauphine, qui nous a amené à faire une revue de la littérature d'Économie utilisant l'exergie comme facteur de production à la place de l'énergie traditionnellement utilisée, ou pour le développement d'indicateurs socio-économiques.

Nous terminons cette introduction par un mot sur ce travail, présenté en dernière annexe, qui ne sera presque plus abordé dans la suite. En effet, cette thèse traite de l'exergie thermodynamique physique, et bien que l'outil d'exergo-graphie présenté dans le chapitre 3 puisse potentiellement servir à représenter des systèmes à une échelle socio-économique, nous n'en parlerons pas explicitement, si ce n'est quelques mots en introduction de chapitre. Or, à cette échelle d'analyse, lorsque l'on veut parler « d'optimisation énergétique », le seul argument thermodynamique n'est pas suffisant pour convaincre, car les acteurs du « réseau énergéico-industriel » ont chacun leurs objectifs propres, économiques principalement, et des contraintes avec lesquels ils doivent composer. Celles-ci, lorsqu'elles ne sont pas imposées par la loi, sont essentiellement d'ordre pratique : accessibilité ou au contraire difficulté d'accès à une certaine ressource par exemple ; et toujours associées à la question d'optimisation du profit, à court termes le plus souvent. Tant que l'aspect durable de la

production ou de l'exploitation d'un quelconque produit économique, au sens le plus large qui soit, n'apparaîtra pas comme une nécessité, voire une obligation, à tous les acteurs économiques, il apparaît que c'est par la contrainte législative, et donc *in fine* monétaire, que ceux-ci modifieront leurs habitudes pour un développement durable. Les travaux de la CEC, organisés en trois programmes de recherches, visent à analyser les leviers économiques existant (e.g. De Perthuis et collab., 2016 ; Meurisse, 2017 ; Bonnet, 2017 ; Tevenart et Orset, 2017) et à en développer de nouveau allant dans ce sens (e.g. Juvet et De Perthuis, 2012 ; Doda et collab., 2017 ; Damette et collab., 2017 ; Baudry et Bonnet, 2017 ; Bertrand et collab., 2017). On note également le livre de Ellerman et collab. (2010) qui tire les enseignements du marché européen du CO₂, sujet cher à la CEC. Fondièrement optimistes, les chercheurs de la CEC sont toujours en quête d'innovation. Par exemple, le livre de De Perthuis et Juvet (2013) rompt avec la pensée économique traditionnelle qui considère la nature comme un stock limité de ressources, dont l'épuisement est une menace pour la croissance. À cette vision fondée sur la rareté, les auteurs opposent la notion de fonction régulatrice. Ils argumentent par exemple que les services que rend la nature, qu'il s'agisse de la stabilité du climat ou de la biodiversité, ne peuvent rester gratuits si on veut maintenir la possibilité d'une croissance. C'est cette soif « d'innovation verte », ou plutôt « d'innovation bas-carbone » pour reprendre les termes de Bonnet (2016), qui a conduit les économistes de la CEC à s'intéresser à l'exergie appliquée à l'économie aux prémices de cette thèse ; notre partenariat à notamment abouti à la revue de littérature présentée en annexe C.

Chapitre 1

Éléments d'analyse exergetique

*« il ne suffit pas, pour donner
naissance à la puissance motrice, de
produire de la chaleur : il faut encore
se procurer du froid. »*

Sadi Carnot (1824)

La notion d'exergie, appelée travail utile (*available work* en anglais) au début, est apparu vers le milieu des années 70 ; voir [Sciubba et Wall \(2007\)](#) pour un historique sur le sujet. Ce qu'on appelle analyse exergetique depuis, a été appliquée à l'optimisation d'une grande variété de systèmes énergétiques, allant des plus élémentaires tel que les moteurs Stirling par exemple (e.g. [Nika et Lanzetta, 1995](#) ; [Martaj et collab., 2005](#)), à des régions industrielles entières (e.g. [Nakićenović et collab., 1996](#)), ou même des pays (e.g. [Wall et collab., 1994](#)), en passant par tout type d'installation, ou d'ensemble d'installations, « énergéico-industrielle ». Voir par exemple [François et collab. \(2012\)](#) qui présente l'étude d'une centrale à cogénération à partir de biomasse, et [Feidt et Costea \(2012\)](#) pour une comparaison des différents systèmes à cogénération existant. Ainsi, le formalisme de l'analyse exergetique est maintenant bien balisé ; on cite tout particulièrement les livres de [Feidt \(1996\)](#) et [Bejan \(2016\)](#) sur lesquels nous avons appuyés une bonne part de nos recherches, notamment pour la réalisation de ce chapitre. On cite également la conférence organisée par [Queiros-Condé et collab. \(2011\)](#) qui s'est déroulée à l'Université de Nanterre et dont l'ambition était de promouvoir l'importance de l'exergie comme outil d'analyse et de prise de décision pour évoluer vers un développement durable de la société.

Nous montrons tout d'abord dans la partie 1.1, comment la conservation de l'énergie et la production d'entropie se conjuguent pour définir une puissance seuil, maximale ou minimale en fonction des cas. On verra notamment comment la production d'entropie peut être interprétée comme une destruction de travail utile. Dans la sous-partie 1.2, nous détaillons ensuite plus spécifiquement les caractéristiques exergetiques des différents systèmes physiques, statiques ou dynamiques, d'intérêt pour la mise en place de cycles thermodynamiques. Plus particulièrement, dans la sous-partie 1.2.1, on introduit la définition standard de la direction de propagation des flux exergetiques, relativement à celle des flux de chaleur qui les sous-tendent. Enfin, dans la partie 1.3, nous questionnons la pertinence d'une unité unique définie pour l'énergie et l'exergie. Deux grandeurs qui sont, comme nous le verrons, fondamentalement différentes ; et qui plus est, ne se propagent pas toujours dans la même direction comme nous le verrons.

1.1 Des premier et second principes de la thermodynamique à l'exergie

1.1.1 Conservation de l'énergie

Le premier principe de la thermodynamique est bien connu et relativement facile à appréhender, le fameux « rien de se perd, tout se transforme » de Lavoisier, c'est la conservation de l'énergie :

$$E_{\text{in}} = \Delta U + E_{\text{out}}. \quad (1.1.1)$$

Toute l'énergie E_{in} entrant dans les limites d'un système augmente l'énergie interne U de celui-ci ou en ressort E_{out} , éventuellement sous une autre forme. Prenons l'exemple d'une quantité n de gaz à la pression atmosphérique et enfermée dans un cube adiabatique sur cinq parois et dont la sixième face, thermiquement perméable, est posée sur une plaque chauffante. A l'instant initial, la plaque chauffante tout comme le gaz sont à température ambiante T_0 . En augmentant la température de la plaque, par effet Joule au moyen d'une certaine quantité d'énergie électrique E_{elec} , on va créer un flux de chaleur entrant par conduction dans le cube où il va se propager par convection naturelle, et ainsi augmenter la température du gaz d'un certain ΔT . Le schéma 1.1.1 représente la modélisation d'un tel système, les flèches indiquent la direction des flux d'énergie sous-tendus. L'élévation de température du gaz est la conséquence macroscopique de l'accroissement de l'énergie cinétique des particules, attestant ainsi de l'accumulation d'énergie interne dans le gaz :

$$\Delta U = nc_v \Delta T = Q, \quad (1.1.2)$$

où c_v est la chaleur spécifique à volume constant du gaz, le cube étant considéré rigide, et Q la quantité d'énergie transmise au gaz. Entre l'énergie entrante dans la plaque chauffante sous forme électrique, E_{elec} , et l'accroissement de l'énergie cinétique des particules du gaz, ΔU , des pertes peuvent avoir lieu : par radiation et convection au niveau de la plaque chauffante ou des 5 parois du cube au contact avec l'air, si celui-ci n'est pas parfaitement isolé ; ou encore par dissipation interne dans la paroi du cube en contact avec la plaque

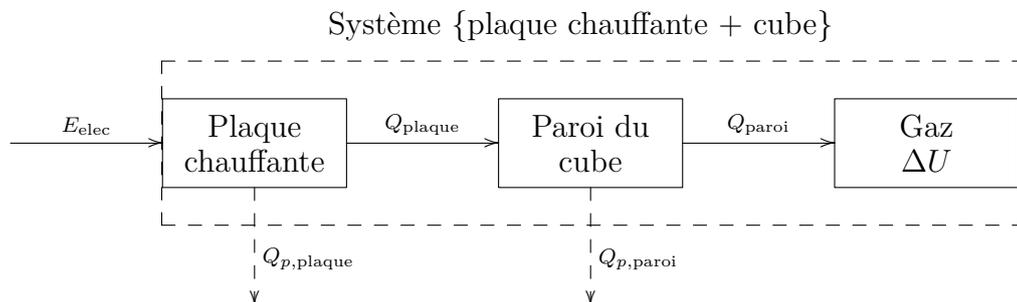


SCHÉMA 1.1.1 – Représentation schématique du système {plaque chauffante + cube rempli de gaz}. Les flèches continues indiquent le passage de l'énergie entre les différents éléments du système, et celles en pointillées les pertes du système réel. L'énergie est transmise d'un sous-système à l'autre, subissant éventuellement des pertes par effet joule ou radiatif vers l'extérieur du système, pour finalement être stockée sous forme d'énergie cinétique dans le gaz.

chauffante. Mais si tel n'est pas le cas, dans un système idéal, toute l'énergie électrique consommée E_{elec} se retrouve sous forme d'énergie cinétique dans le gaz, et :

$$\Delta U = E_{\text{elec}}. \quad (1.1.3)$$

Cette relation n'est autre que le premier principe de la thermodynamique, introduit à l'équation (1.1.1), appliqué à notre système idéal dans son ensemble : l'énergie électrique entrante est transmise aux particules du gaz. Dans le cas réel, on verrait apparaître un ou plusieurs termes de perte, Q_p , sortant du système {plaque chauffante + cube} :

$$\Delta U = E_{\text{elec}} - \sum_p Q_p. \quad (1.1.4)$$

L'exemple discuté ici, bien que rudimentaire, illustre bien l'aspect conservatoire, transmissible et transformable de l'énergie. Mais pour trouver une justification théorique au sens des flèches tracées sur le schéma 1.1.1, il faut se tourner vers le second principe de la thermodynamique.

1.1.2 Production d'entropie

Plus difficile à appréhender par les non-spécialistes, le second principe de la thermodynamique impose une direction d'évolution aux équations portant les processus physiques naturels (i.e. qui se produisent spontanément lorsque les conditions aux limites du système considéré sont modifiées). Il a été formulé de différentes manières depuis sa mise en évidence par Carnot (1824), qui étudie pour la première fois formellement le fonctionnement des machines thermiques réversibles. A cette époque, il n'est pas encore question d'entropie mais c'est une étape importante faite par Carnot car il constate : « La production de la puissance motrice est donc due, dans les machines à vapeur, non à une consommation réelle du calorique¹, mais à son transport d'un corps chaud à un corps froid, (...), il ne suffit pas, pour donner naissance à la puissance motrice, de produire de la chaleur : il faut encore se procurer du froid ; sans lui la chaleur serait inutile. » En effet, c'est aujourd'hui un fait largement expérimenté, toutes les machines thermodynamiques (moteur ou frigorifique), fonctionnent sur le principe d'un fluide qui pompe des calories à un premier réservoir et les cède à un second. Ce fluide peut être *a priori* quelconque mais ce choix dépendra nécessairement des températures en jeu. Si le transfert a lieu dans l'ordre naturel des choses, c'est-à-dire d'un réservoir chaud vers un autre plus froid, alors il est possible d'extraire du travail au passage. *A contrario*, lorsque l'on veut extraire des calories d'un réservoir à une certaine température plus froide que le second, il faut apporter du travail au fluide caloporteur. Plus loin, Carnot affirme : « On prend nécessairement du calorique au premier de ces corps pour le transmettre au second par le moyen de la substance intermédiaire. C'est là rétablir, ou du moins travailler à rétablir, l'équilibre du calorique. » Le point important ici est que, dans un sens comme dans l'autre, le fluide intermédiaire est tout d'abord dans un certain état d'équilibre, duquel il est écarté à l'aide d'un des échangeurs. Le retour à l'état initial se fait ensuite au travers de plus ou moins d'étapes intermédiaires, dont au moins le second échangeur avec le réservoir opposé et l'élément permettant d'apporter ou d'extraire de l'énergie mécanique, et ainsi « rétablir l'équilibre » initial du fluide caloporteur. Alors, l'étude des machines thermiques,

1. Le « calorique » mentionné par Carnot fait référence à la théorie du calorique introduite par le chimiste Joseph Black. La chaleur est alors vue comme un fluide sans masse s'écoulant d'un corps chaud vers un corps froid. Le terme « énergie » n'apparaît que plus tard, dans les travaux de Thomson (1857).

qu'elles soient endo- ou exo-énergétiques, est en pratique l'étude de l'irréversibilité du ou des processus physiques sous-jacents, par exemple les couples : condensation/évaporation, compression/détente ou, comme c'est généralement le cas, un mélange de ces deux types de processus. L'efficacité de la machine thermique dépendra étroitement de la capacité du cycle à limiter au maximum cette irréversibilité. C'est précisément cet aspect, mis en exergue par Carnot, qui deviendra le fameux second principe de la thermodynamique que l'on peut formuler comme suit :

tout processus macroscopique est irréversible.

De nos jours, cette irréversibilité est mesurée à l'aide de la variable d'état entropie S . Celle-ci est souvent associée à une mesure du désordre dans lequel se trouve le système considéré. Cependant, nous souhaitons dès à présent bannir ce terme qui, d'une part, a une connotation négative injustifiée, et d'autre part n'est pas applicable à tout les cas d'étude (voir par exemple les travaux de [Leff \(1996, 2007\)](#) à ce sujet). On pourra éventuellement parler de *complexité* mais, à l'instar de Leff, nous lui préférerons l'interprétation d'une **mesure de la répartition, ou encore de la dilution, de l'énergie au sein des degrés de liberté microscopique du système considéré** (l'auteur parle de *sharing* et *spreading* en anglais). Ainsi, plus l'énergie sera répartie, ou diluée, dans les degrés de liberté microscopiques du système, et plus son entropie sera élevée.

Pour se rendre compte de la pertinence de cette interprétation, nous allons considérer quelques éléments de physique statistique. Tout d'abord, du point de vue de l'ensemble microcanonique (cf. glossaire), c'est-à-dire pour des systèmes constitués d'un *grand*² nombre de particules N enfermées dans un certain volume V et dont l'énergie totale E est fixée. L'entropie est définie comme un comptage logarithmique du nombre, Ω , d'états microscopiques (ou micro-états, cf. glossaire) accessibles, étant donné un certain état macroscopique (ou macro-état, cf. glossaire), (E, V, N) ici. Où, un micro-état est défini à un instant donné par les valeurs prises par les variables attribuées aux degrés de liberté des constituants du système, toutes ensemble vérifiant le macro-état (E, V, N) fixé. L'entropie d'un tel système isolé est donnée par la fameuse expression de Boltzmann :

$$S_B = k_B \ln \Omega(E, V, N), \quad (1.1.5)$$

où k_B est la constante de Boltzmann. On remarque que Ω , le nombre de micro-états possibles, est nécessairement croissant avec le nombre de particules N qui composent le système, l'énergie totale E et le volume V . En effet, prenons par exemple un système classique (i.e. non quantique) composé de N particules ponctuelles aux positions $\vec{r}_i(t)$ et évoluant aux vitesses $\vec{v}_i(t) = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$. Dans ce cas de figure, un micro-état accessible est défini comme une réalisation possible, à un instant ponctuel, des valeurs prises par ces $6N$ variables scalaires vérifiant, toutes ensemble ($3N$ coordonnées spatiales et $3N$ pour les vitesses), les grandeurs observables d'un macro-état donné (E, V, N) : pression, température. . . Ainsi, dans le décompte de Ω , plus N sera grand et plus le nombre de permutations possibles entre les particules sera grand, augmentant de fait Ω ; de même pour le volume qui, s'il est augmenté implique plus de possibilités pour les positions \vec{r}_i , augmentant encore Ω ; et finalement il en va de même pour l'énergie qui, si elle est élevée, augmente respectivement le volume d'espace des phases accessible aux particules, i.e. impliquant plus de possibilité de les vitesses \vec{v}_i , augmentant donc encore une fois Ω , le nombre de micro-états accessibles.

2. Typiquement on a $N \sim \mathcal{N}_A$, où $\mathcal{N}_A \sim 10^{26}$ particules/mole est le nombre d'Avogadro.

Considérons maintenant le cas plus concret d'un système, toujours fermé et composé d'un grand nombre N de particules enfermées dans un volume V , mais cette fois-ci mis en contact avec un thermostat à la température T_0 . Un tel système, décrit par un macro-état (T_0, V, N) , est décrit par l'ensemble canonique (cf. glossaire), et son entropie est déterminée à l'aide de l'expression de Gibbs :

$$S_G = -k_B \sum_{\alpha=1}^{\Omega} p_{\alpha} \ln p_{\alpha}, \quad (1.1.6)$$

où la somme s'opère sur le nombre Ω de micro-états accessibles α , chacun ayant la probabilité p_{α} de se réaliser. On peut aisément vérifier que l'équation (1.1.5) est retrouvée si les Ω probabilités de l'équation (1.1.6) sont équiprobables, c'est-à-dire telles que $p_{\alpha} \equiv p_{\text{eq}} = 1/\Omega$. Cette fonction concave est nulle si et seulement si on a le cas trivial $\Omega \equiv \Omega_1 = 1$, i.e. $p_{\alpha} \equiv p_1 = 1/\Omega_1 = 1$; et on peut montrer, d'une part, qu'elle est toujours strictement positive étant donné que les p_{α} sont strictement inférieurs à 1, et d'autre part, qu'elle est maximale si et seulement si le système est dans un état d'équilibre (voir par exemple Landau et Lifchitz (1967)), i.e. que tous les micro-états ont la même probabilité p_{eq} d'exister. Or, d'un point de vue énergétique, cela signifie que l'énergie doit nécessairement être équirépartie dans tous les degrés de liberté microscopiques. En effet, si tel n'est pas le cas, il se crée un gradient au sein du système, thermique ou de densité par exemple, qui va induire un équilibrage de l'énergie, par déplacement de particules ou transmission d'énergie cinétique (i.e. de quantité de mouvement ou de vitesse) par exemple; ou en d'autres termes, qui va *mieux* répartir l'énergie dans le système. Le second principe de la thermodynamique est donc un principe d'équilibre, ou plus spécifiquement, d'évolution vers un équilibre : les processus naturels tendent spontanément à maximiser leur entropie, c'est-à-dire, à répartir leur énergie totale de manière équitable au sein de leur nombreux ($\sim \mathcal{N}_A$) degrés de libertés. Ainsi, l'entropie d'un système isolé soumis à une certaine contrainte ne peut qu'augmenter lorsque celle-ci est retirée, et on aura :

$$\Delta S = S_f - S_i \geq 0, \quad (1.1.7)$$

où les indices i et f correspondent aux états initial et final respectivement. Plus généralement, tout processus énergétique (transfert, conversion, stockage...) génère de l'entropie qui s'accumule dans les produits générés par celui-ci ou dans son environnement. La variation d'entropie n'est nulle que dans le cas d'un processus *idéal*, i.e. non *réel*. Nous reviendrons sur cet aspect de répartition de l'énergie dans la sous-partie 2.2.3.

Nous souhaitons finalement faire une remarque, sur laquelle nous reviendrons au chapitre 4, quant aux définitions de l'entropie et de la température. Dans les équations (1.1.5) et (1.1.6), la constante de proportionnalité k_B a été introduite par Boltzmann afin d'égaliser l'entropie de physique statistique avec l'entropie thermodynamique « classique » de Clausius :

$$dS_C = \frac{\delta Q}{T}. \quad (1.1.8)$$

Il n'est alors qu'une simple question de changement d'échelle de redéfinir :

$$T \quad [\text{K}] \quad \longrightarrow \quad \tilde{T} = k_B T \quad [\text{J}] \quad (1.1.9a)$$

$$S \quad [\text{J/K}] \quad \longrightarrow \quad \tilde{S} = - \sum_{\alpha=1}^{\Omega} p_{\alpha} \ln p_{\alpha} \quad [\text{nat}] \quad (1.1.9b)$$

où le nat est l'unité naturelle d'information, basée sur le logarithme népérien, là où le bit est défini à l'aide du logarithme en base 2. On retrouve ainsi, l'expression développée indépendamment par Shannon (1948) dans le cadre de ce qui deviendra la théorie de l'information. L'expression (1.1.8) de l'entropie de Clausius est inchangée : $d\tilde{S} = \delta Q / \tilde{T}$. Le contenu physique de S et \tilde{S} est strictement identique mais l'unité étrange qu'est le Joule par Kelvin disparaît au profit d'une unité quantifiant le manque d'information que l'on a de l'état microscopique du système (plus celui-ci est grand et plus l'entropie l'est aussi) ou ; d'un autre point de vue, le degré d'équipartition de l'énergie dans les différents degrés de liberté du système (plus celui-ci est grand et plus l'entropie est élevée). En effet, comme nous l'avons introduit dans la sous-partie précédente, en l'absence de contrainte extérieure, lorsque l'énergie totale d'un système est équirépartie dans tous ses degrés de liberté (position, moments, vibration...), celui-ci est à l'équilibre et son entropie est maximale et donnée par l'expression (1.1.5) pour un système isolé. Quant à \tilde{T} , la *tempergie* de Leff (1999), il s'agit d'une sorte de « *quantum* macroscopique » moyen d'énergie que l'on retrouve notamment dans le théorème d'équipartition de l'énergie. Celui-ci s'écrit dans sa forme généralisée (Tolman, 1918) :

$$\left\langle x_m \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_n} \right\rangle = \delta_{mn} k_B T, \quad (1.1.10)$$

où \mathcal{H} est le hamiltonien du système dépendant des degrés de liberté x_n , et δ_{mn} est le symbole de Kronecker, égale à 1 si $m = n$ et 0 sinon. La moyenne $\langle \cdot \rangle$ est effectuée, grâce au principe d'ergodicité, sur tous les micro-états accessibles du système. Plus particulièrement, on retrouve la moyenne de l'énergie cinétique d'une particule libre à trois dimensions :

$$\left\langle \frac{\vec{p}^2}{2m} \right\rangle = \frac{3}{2} k_B T, \quad (1.1.11)$$

où le facteur $3/2$ apparaît car chaque dimension de l'espace des impulsions, p_x , p_y et p_z , contribue pour $k_B T/2$ ³. Ainsi, l'échelle des températures T est directement *dilatée*, en une échelle d'énergie moyenne par degré de liberté $\tilde{T} = k_B T$. Dans l'ensemble canonique, la probabilité d'existence d'un micro-état α d'énergie E_α est donnée par :

$$p_\alpha = \frac{1}{Z} \exp -\frac{E_\alpha}{k_B T}, \quad (1.1.12)$$

où la fonction de partition $Z = \sum_\alpha \exp -\frac{E_\alpha}{k_B T}$ permet d'assurer la relation de fermeture $\sum_\alpha p_\alpha = 1$. Ainsi, \tilde{T} peut être vu comme énergie caractéristique du système considéré à une température T ; ou encore, à une constante $\frac{1}{2}$ près qui est une question de définition, comme l'énergie moyenne par degré de liberté du système, à laquelle sont comparées les énergies E_α des micro-états α pour déterminer leur probabilité p_α d'existence. Notamment, si $E/k_B T \sim N$, où E est l'énergie totale moyenne du système, il est probable que la cinétique du gaz soit gouvernée par l'agitation thermique.

On remarque finalement que si la température est considérée, à un facteur multiplicatif près, comme une mesure de l'énergie moyenne par degré de liberté microscopique, alors l'entropie, exprimée en unité naturelle d'information, peut être vu comme le nombre moyen de degrés de liberté *occupés*. Celui-ci est très grand, étant donné que $k_B^{-1} \sim 10^{23}$

3. On retrouve aisément ce résultat en appliquant l'expression (1.1.10), pour une particule, au hamiltonien d'un gaz parfait de N particules $\mathcal{H} = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^2}{2m}$.

en unités du système international, et est naturellement additif. On note, par ailleurs, que cette considération est cohérente avec l'interprétation de l'entropie comme une mesure du degré d'équipartition de l'énergie. En effet, pour un système isolé d'énergie fixée, le nombre moyen de degrés de liberté occupés, et donc accessibles, est nécessairement maximal quand le système est à l'équilibre, sinon il évoluerait spontanément vers un tel état, tendant à « répartir un peu plus énergie » dans un maximum de degré de liberté possible.

1.1.3 Destruction de travail utile et puissance seuil

Dans cette partie, nous nous appuyons sur le cours de [Bejan \(2016\)](#), notamment la figure 1.1.1 en est directement inspirée. Nous avons vu dans la sous-partie précédente que tout processus réel génère de l'entropie. Nous allons maintenant voir comment cette création d'entropie se traduit par une destruction de travail utile (*available work* en anglais).

Considérons tout d'abord le cas très général représenté sur la figure 1.1.1, d'un système ouvert en contact avec un certain nombre n de réservoirs de chaleur ainsi qu'avec l'atmosphère considérée comme un réservoir de pression P_0 et température T_0 . Les différents fluides considérés dans la suite sont supposés sans interaction chimique entre eux et n'échangeant pas de particules avec l'environnement. La puissance totale produite par le système peut être une combinaison de plusieurs modes de transfert (mécanique, électrique...), en particulier le travail de pression contre l'atmosphère $P_0 dV/dt$ sur lequel nous revenons dans les paragraphes suivants. Les premier et second principes de la thermodynamique appliqués au système de la figure 1.1.1 nous donnent :

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{i=0}^n \dot{Q}_i - \dot{W} + \sum_{\text{in}} \dot{m}h - \sum_{\text{out}} \dot{m}h \quad (1.1.13)$$

$$\dot{\Pi} = \frac{dS}{dt} - \sum_{i=0}^n \frac{\dot{Q}_i}{T_i} - \sum_{\text{in}} \dot{m}s + \sum_{\text{out}} \dot{m}s \geq 0 \quad (1.1.14)$$

où, à l'intérieur des signes de sommation des grandeurs fluides, nous avons omis les indices 'in' et 'out' pour ne pas alourdir les notations mais il est entendu que chaque flux est défini par ses propres valeurs d'enthalpie, d'entropie, et éventuellement de débit. Nous conserverons cette notation dans la suite lorsqu'aucune ambiguïté ne sera permise. De plus, nous n'avons pas fait apparaître les termes d'énergie cinétique et potentiel des fluides qui sont généralement négligeables. Dans le cas contraire, il suffit de substituer, dans l'équation (1.1.13), l'enthalpie par la methalpie $h^\circ = h + \frac{1}{2}\vec{v}^2 + gz$ introduite par [Kestin \(1979\)](#). Enfin, la conservation de la masse $\frac{dM}{dt} = \sum_{\text{in}} \dot{m} - \sum_{\text{out}} \dot{m}$ est sous-entendue. Ensuite, en éliminant \dot{Q}_0 (le paramètre variable de l'optimisation), des équations (1.1.13) et (1.1.14), on trouve que la puissance extraite est directement impactée par le taux de production d'entropie :

$$\begin{aligned} \dot{W} = & -\frac{d}{dt}(E - T_0S) + \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i \\ & + \sum_{\text{in}} \dot{m}(h - T_0s) - \sum_{\text{out}} \dot{m}(h - T_0s) - T_0\dot{\Pi}. \end{aligned} \quad (1.1.15)$$

Étant donné que la production d'entropie, $\dot{\Pi}$, est toujours positive, la puissance fournit

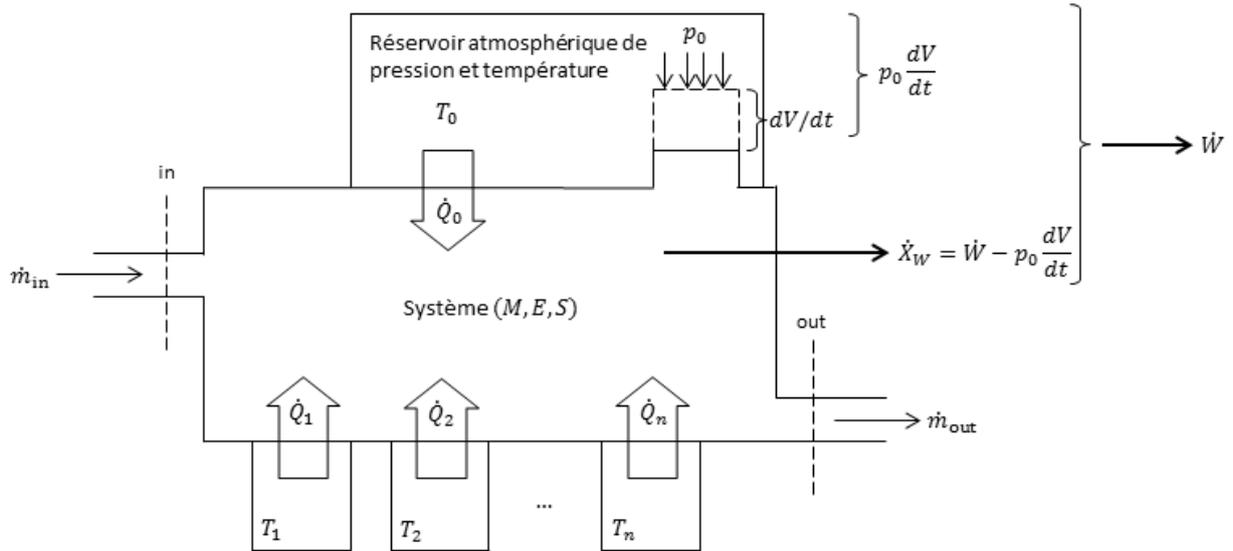


FIGURE 1.1.1 – Système ouvert en interaction avec n réservoirs de chaleur et l'atmosphère considérée comme un réservoir de pression et température. Schéma reproduit à partir du livre de Bejan (2016, p.96).

dans le cas limite de processus réversibles

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\text{rev}} = & -\frac{d}{dt}(E - T_0 S) + \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i \\ & + \sum_{\text{in}} \dot{m}(h - T_0 s) - \sum_{\text{out}} \dot{m}(h - T_0 s) \end{aligned} \quad (1.1.16)$$

définit une limite supérieure dépendante des conditions d'exploitation du système, et on aura :

$$\dot{W}_{\text{rev}} - \dot{W} = T_0 \dot{\Pi} \geq 0. \quad (1.1.17)$$

Ainsi, on voit que tout système n'opérant pas de manière réversible détruit de la puissance mécanique à un taux directement proportionnel à celui auquel il génère de l'entropie :

$$\dot{W}_{\text{des}} = T_0 \dot{\Pi}, \quad (1.1.18)$$

ce résultat est connu sous le nom de théorème de Gouy-Stodola.

Nous avons considéré le cas d'un système conçu pour produire du travail. Dans le cas inverse d'un système absorbant du travail, une pompe à chaleur par exemple, les puissances \dot{W} et \dot{W}_{rev} , telles que définies ci-dessus, seront négatives. Or, en vertu du second principe, l'équation (1.1.17) que l'on peut réécrire $\dot{W}_{\text{rev}} \geq \dot{W}$, sera toujours valable (en valeur algébrique). Ainsi, on aura

$$|\dot{W}_{\text{rev}}| \leq |\dot{W}|, \quad (1.1.19)$$

définissant ainsi une limite inférieure de puissance à apporter au système. Alors, $\dot{W}_{\text{des}} = |\dot{W}| - |\dot{W}_{\text{rev}}|$ est la puissance mécanique supplémentaire qu'il faudra apporter au système pour compenser les irréversibilités des processus sous-jacents.

Enfin, si le système expérimente une variation de volume (positive ou négative) sous l'influence de l'atmosphère agissant comme un réservoir de pression, une partie de travail \dot{W} extrait du système (équation (1.1.15)) ne sera pas exploitable par l'utilisateur car

transférée à l'atmosphère. On aura alors la puissance de *travail utile* donnée, en valeur algébrique, par :

$$\dot{X}_W = \dot{W} - P_0 \frac{dV}{dt} \quad (1.1.20)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{d}{dt}(E + P_0V - T_0S) + \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i \\ &\quad + \sum_{\text{in}} \dot{m}(h - T_0s) - \sum_{\text{out}} \dot{m}(h - T_0s) - T_0\dot{I}. \end{aligned} \quad (1.1.21)$$

Cette puissance utile est précisément ce que l'on appelle la puissance exergétique du système. Dans la plupart des systèmes industriels, le travail de pression atmosphérique ne joue pas de rôle dans les processus et on a $\dot{X}_W = \dot{W}$. Cependant, lorsque c'est le cas, la puissance considérée $P_0 dV/dt$ peut être positive ou négative selon que le système se comprime ou se détend au contact du réservoir P_0 . Alors, la valeur absolue de \dot{W} ne sera pas nécessairement supérieure à celle de \dot{X}_W , voir par exemple la machine de Newcomen (inventée en 1712) où c'est la pression atmosphérique qui fournit le travail utile. Finalement, la puissance maximale algébrique (au sens de l'équation (1.1.17)), positive ou négative en fonction du type de machine, sera donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{X}_{W,\text{rev}} &= \dot{W}_{\text{rev}} - P_0 \frac{dV}{dt} \\ &= \underbrace{-\frac{d}{dt}(E + P_0V - T_0S)}_{\text{Accumulation d'exergie dans le système}} + \underbrace{\sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i}_{\text{Transferts d'exergie chaleur}} \\ &\quad + \underbrace{\sum_{\text{in}} \dot{m}(h - T_0s)}_{\text{Apports d'exergie fluide}} - \underbrace{\sum_{\text{out}} \dot{m}(h - T_0s)}_{\text{Rejets d'exergie fluide}}. \end{aligned} \quad (1.1.22)$$

L'équation (1.1.21), est communément appelée *relation de Gouy-Stodola* du système considéré, elle distingue trois composantes que nous présentons dans les sous-parties suivantes :

1. l'exergie fluide statique (*nonflow fluid exergy*), contenue dans un certain volume fini,
2. l'exergie chaleur,
3. l'exergie fluide dynamique (*flow fluid exergy*), portée par des flux de matière liquide ou gazeux.

Le potentiel énergétique entre parenthèses du premier terme du membre de droite de l'équation (1.1.22) est souvent appelé (e.g. [Bejan, 2016](#)) énergie utile (*availability*) du système $A = E + P_0V - T_0S$, à ne pas confondre avec son contenu exergétique qui, comme nous le verrons à la partie 2.1, pour un système isolé, est donné par :

$$X_{W,\text{rev}} = A - A_0 = E - E_0 + P_0(V - V_0) - T_0(S - S_0), \quad (1.1.23)$$

définissant ainsi le *potentiel travail* d'un système à l'équilibre. L'indice 0 indique, pour les grandeurs intensives, qu'elles sont prises dans les conditions de l'environnement ; et pour les grandeurs extensives, qu'elles correspondent à l'état du système en équilibre avec ce dernier. Nous revenons sur cette définition en détail dans les sous-parties suivantes.

En résumé, nous avons vu que la combinaison linéaire des premier et second principes permet, d'une part, de comprendre la production d'entropie en terme de destruction de

travail utile (équation (1.1.18)) ; et d'autre part, d'établir la puissance seuil $\dot{X}_{W,rev}$ de tout processus (équation (1.1.22)). Celle-ci définit, en fonction du type de processus (endo- ou exo-énergétique) :

1. le travail maximal que l'on peut en extraire,
2. le travail minimal que l'on doit lui fournir pour lui permettre d'assurer sa fonction thermodynamique.

1.1.4 Discussions préliminaires

1.1.4.1 Pourquoi l'exergie ?

Bien que faisant intervenir les variables d'états d'un système donné, l'exergie n'est pas considérée par tous comme une fonction d'état car elle dépend du chemin thermodynamique emprunté. C'est un aspect souligné par nombre de ses détracteurs mais c'est justement le point qui, selon nous, fait sa force d'analyse, que ce soit dans l'ingénierie ou l'économie comme nous allons nous employer à le démontrer. Une autre question souvent évoquée est « si les conclusions d'une analyse exergétique sont les mêmes que celle d'une analyse "classique", i.e. énergétique et entropique, pourquoi s'encombrer d'une grandeur supplémentaire ? » Selon nous, la réponse à cette question tient au fait que l'« énergétique moderne » est intriquée dans une économie mondiale complexe. Les prix des énergies ne traduisent pas une qualité propre à celles-ci (que ce soit en terme d'efficacité énergétique ou d'impact environnemental) mais plutôt à une facilité d'accès, des politiques gouvernementales arbitraires, la présence ou non d'accords entre les pays et ainsi de suite. L'ingénieur n'aura pas de problème *a priori* pour dresser les bilans énergétiques et entropiques relatifs aux différents composants d'une centrale énergétique ou d'une chaîne de production donnée. Cependant, pour être capable de comparer l'électricité produite par une centrale à charbon avec celle d'un barrage hydraulique, il est nécessaire d'établir une jauge commune quantifiant les deux faces de la même pièce que sont efficacité énergétique et impact environnemental. L'impact environnemental ne peut cependant pas être simplement établi au moyen d'une analyse thermodynamique quelconque. En effet, celle-ci se révélera impuissante à quantifier les dommages liés à l'émission de polluants ou à la sur-exploitation d'une ressource par exemple. La catégorisation elle-même entre polluant et non-polluant ne relève pas de la thermodynamique seule mais fait également appelle à la chimie, la biologie, l'écologie, la climatologie... Néanmoins, on peut dire que l'exergétique est à la thermodynamique ce que l'écologie est à la biologie. En effet, là où l'écologie étudie les êtres vivants dans leur milieu et les interactions entre eux, l'exergétique analyse les systèmes thermodynamiques en interaction avec l'environnement et les possibles mutualisations. C'est pourquoi, au moyen d'une analyse exergétique, il est possible d'établir un certain nombre d'indicateurs quantifiant l'interaction d'un système donné avec son environnement ainsi qu'avec les autres systèmes d'une certaine sphère « économique-industrielle » préalablement délimitée. Alors, il devient envisageable de comparer les *coûts*, qu'ils soient économiques, énergétique ou environnementaux, de l'électricité provenant d'une centrale à charbon ou d'un barrage hydraulique. Encore faut-il, pour que cette observation scientifique ait des répercussions sur le développement de la société, qu'elle soit « exportable » sur le plan économique de l'analyse. En effet, la plupart des modèles économiques modernes qui intègrent la composante énergétique à leurs analyses, omettent complètement la vision entropique qui lui est, pourtant, inévitablement liée. C'est pourquoi nous croyons qu'un changement de paradigme dans la vision économique

de l'énergie et son exploitation est nécessaire si l'on veut prétendre à un développement durable. S'il nous apparaît difficile de vouloir intégrer l'entropie comme « facteur de production » supplémentaire, l'exergie par contre est une grandeur de type énergie (exprimée en Joule) qui permettrait d'intégrer l'aspect entropique aux analyses économiques. Ainsi, bien que ce ne soit pas une variable d'état thermodynamique, l'exergie apparaît comme une variable d'état thermo-économique, dépendante du *chemin économique* de la ressource considérée, à l'intersection entre thermodynamique, industrie, économie et écologie. Un autre pré-requis à l'appellation de variable d'état est que celle-ci ne dépendent *que* des autres variables d'état du système considéré. Or, comme nous l'avons vu, l'exergie d'un système dépend également de l'état dans lequel se trouve son environnement. Mais de quel système parlons-nous ? ou plutôt, quelle limite a celui-ci ? C'est la frontière conceptuelle délimitant un processus donné (ou d'un ensemble de processus) que l'on souhaite étudier. Traditionnellement, celle-ci est tracée au plus proche du système considéré et les rejets dans l'environnement ne sont pas intégrés à l'analyse. Or, si l'impact sur ce dernier est à prendre en compte, comme le souligne le dernier rapport du **GIEC (2014)**, alors le *système* pertinent à considérer est bien l'ensemble des deux : le *système thermodynamique* dans son environnement. Dans la suite nous gardons le sens traditionnel du mot « système » pour désigner le *système thermodynamique* lui-même, et garderons en tête que celui-ci est plongé dans un environnement avec lequel il interagit inévitablement.

1.1.4.2 De quel environnement parlons-nous ?

Comme la plupart des grandeurs thermodynamiques, l'exergie est définie en termes de variations ; alors, de même que pour celles-ci il est nécessaire d'établir une jauge cohérente. Pour l'énergie gravitationnelle, le zéro est établi au niveau du sol (ou d'une table et ainsi de suite), pour l'électromagnétisme il sépare les domaines de charge. Dans ces deux exemples le zéro de jauge pourrait être établi n'importe comment, la physique sous-jacente ne changerait pas mais les calculs seraient différents, voire plus compliqués. Puisque, dans le cadre d'une analyse exergetique, le système à l'étude est nécessairement placé en interaction avec son environnement, il apparaît naturel de définir l'état de ce dernier comme un zéro de jauge « universel ». Loin d'être formellement universelle, cette jauge peut, de manière effective, être considérée à deux niveaux : un local et l'autre planétaire. L'optimisation d'un procédé donné, une centrale thermique par exemple, se fera au moyen d'une jauge locale, permettant ainsi de définir les rendements optimaux dans les conditions locales d'exploitation de la centrale, et éventuellement à différents moments de l'année. Les problématiques ne seront effectivement pas les mêmes si celle-ci est exploitée sous l'équateur ou dans les cercles polaires. L'intérêt d'une jauge planétaire réside dans le caractère international de l'économie sur laquelle se basent les échanges d'énergie. Plus d'une vingtaine de formes d'énergie, directes et indirectes, sont exploitées dans la société (charbons, gaz, électricité...), extraites ou produites à différents points du globe et exploitées à d'autres. Ces formes d'énergie ne sont pas équivalentes entre elles et de plus, pour la plupart d'entre elles, des sous-catégories de *qualités* énergétiques différentes existent. Par exemple, les différents types de gaz naturels n'ont pas les mêmes chaleurs de réaction en fonction de là où ils ont été extraits (du fait de leur composition). De plus, les procédés d'extraction et d'utilisation des énergies fossiles vont dégager un certain nombre de composés chimiques plus ou moins nocifs, localement ou à plus grande échelle. Comme nous l'avons discuté dans le paragraphe précédent, l'exergie fournit une échelle commune capable de mesurer ces deux aspects, encore faut-il établir un zéro commun. Comme nous l'avons vu précédemment, les grandeurs physico-chimique de

l'environnement nécessaires pour une analyse exergétique complète sont sa température T_0 , sa pression P_0 ainsi que la valeurs des coefficients chimiques μ_{0i} des composés naturels terrestres, qu'ils soient dans l'atmosphère, les mers ou les sols. D'aucuns diront qu'aux échelles de temps caractéristiques de notre société (de l'ordre de la centaine d'années), ces grandeurs ne sont pas statiques et ne peuvent donc pas servir de base à un arbitrage durable. Cependant, au lendemain de la COP21, il n'est pas illusoire de croire qu'une instance décisionnaire « supra-gouvernementale » puisse un jour être créée afin d'arbitrer les débats sur la question climatique. Celle-ci pourrait notamment être responsable de mettre à jour ces variables clefs d'une année sur l'autre, afin de rendre compte du glissement des références dû à l'activité humaine.

1.2 Les différentes formes d'exergie

L'équation (1.1.22) donne la puissance théorique maximale que l'on pourrait obtenir au moyen de processus idéaux (sans création d'entropie) appliqués aux différents composants d'un système ouvert tel que représenté sur la figure 1.1.1. Comme nous l'avons introduit dans la sous-partie 1.1.3, cette expression,

$$\dot{X}_{W,\text{rev}} = -\frac{d}{dt}(E + P_0V - T_0S) + \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i + \sum_{\text{in}} \dot{m}(h - T_0s) - \sum_{\text{out}} \dot{m}(h - T_0s), \quad (1.2.1)$$

s'exprime comme la somme de trois composantes :

1. la variation temporelle de l'*exergie fluide statique* des différents éléments i constitutifs du système d'énergie totale $E = \sum_i E_i$, volume total $V = \sum_i V_i$ et entropie totale $S = \sum_i S_i$;
2. la puissance nette d'*exergie chaleur* échangée avec les réservoirs de chaleur en contact thermique avec le système ;
3. les flux entrants (in) et sortants (out) d'*exergie fluide dynamique* portés par des flux de matière.

Nous en présentons maintenant les caractéristiques thermodynamiques en commençant par la chaleur.

1.2.1 L'exergie chaleur

Afin d'explicitier le terme dit d'*exergie chaleur* de l'équation (1.2.1), nous allons successivement considérer les cycles thermodynamiques classiques de type moteur puis machine frigorifique, afin de caractériser les flux d'exergie chaleur dans ces contextes distincts.

Pour bien comprendre ce qui suit, il est nécessaire de poser au préalable une convention de signe claire pour la direction de propagation des flux énergétiques et entropiques. Nous verrons ensuite que la direction de propagation des flux exergétiques n'est pas nécessairement triviale. Relativement au système considéré, les flux de chaleur sont généralement définis positifs s'ils sont apportés à celui-ci, et inversement, négatifs s'ils sont rejetés vers l'extérieur ; nous adoptons la même convention pour les flux d'exergie chaleur. Ensuite, la puissance mécanique est traditionnellement définie positive si celui-ci est extrait du système, et négative s'il faut, au contraire, apporter du travail à ce dernier pour lui faire

réaliser son cycle thermodynamique. Enfin, les flux d'entropie sont « portés » par des flux de chaleur et sont donc identiquement définis positifs s'ils entrent dans le système, et négatifs si, au contraire, ils en sortent. Cependant, on rappelle que le taux de production d'entropie par irréversibilité, équation (1.1.14), est défini positif et, en vertu du théorème de Gouy-Stodola (équation (1.1.18)), il en va de même pour le taux de destruction d'exergie. Ce dernier donc peut être vu comme un flux d'exergie « pure », c'est-à-dire de travail, « sortant du système », au sens de sortant du « domaine énergétique exploitable » du système. Ensuite, les grandeurs scalaires (définies positives) traduisant les contenus énergétiques ou entropiques des flux traversant la frontière du système pendant un certain dt infinitésimal, seront notées avec, en exposant, les signes $+$ et $-$ pour désigner les quantités entrantes ou sortantes du système respectivement ; à l'exception du terme de production d'entropie $\Pi = \Delta S_{\text{irr}}$ sera exempt d'exposant car sans ambiguïté. Finalement, étant donnée la convention de signe introduite ci-dessus, nous verrons comment émerge une direction de propagation des flux d'exergie chaleur $\dot{X}_Q(T)$ non nécessairement colinéaire aux flux de chaleur émis à une température donnée (\dot{Q}, T) les sous-tendant.

1.2.1.1 Cycle moteur

Un cycle moteur peut être modélisé au plus simplement par un réservoir de chaleur à $T_c > T_0$ servant de source chaude, et un autre à $T_f \geq T_0$ agissant comme puits froid (cf. figure 1.2.1). Le cas particulier « exotique » $T_f < T_0$ sera abordé dans la discussion à la fin de cette sous-partie. A chaque instant, la source chaude fournit la quantité de chaleur \dot{Q}_c au système qui rejette \dot{Q}_f vers la puit froid et, se faisant, produit du travail à la puissance (équation (1.1.13)) :

$$\dot{W}_m = \dot{Q}_c + \dot{Q}_f, \quad (1.2.2)$$

ou de manière équivalente, la quantité de travail extraite à chaque cycle est donnée par :

$$W_m^- = Q_c^+ - Q_f^-. \quad (1.2.3)$$

Le taux algébrique de production d'entropie est donnée par (équation (1.1.14)) :

$$\dot{\Pi}_m = -\frac{\dot{Q}_c}{T_c} - \frac{\dot{Q}_f}{T_f}, \quad (1.2.4)$$

soit :

$$\Pi_m = \frac{Q_f^-}{T_f} - \frac{Q_c^+}{T_c}, \quad (1.2.5)$$

alors, la puissance mécanique produite par le système peut se réécrire, en ajoutant l'équation (1.2.4) multipliée par T_0 à l'équation (1.2.2) :

$$\dot{W}_m = \left(1 - \frac{T_0}{T_c}\right) \dot{Q}_c + \left(1 - \frac{T_0}{T_f}\right) \dot{Q}_f - T_0 \dot{\Pi}_m, \quad (1.2.6)$$

ou, respectivement avec les équations (1.2.3) et (1.2.5) :

$$W_m^- = \left(1 - \frac{T_0}{T_c}\right) Q_c^+ - \left(1 - \frac{T_0}{T_f}\right) Q_f^- - T_0 \Pi_m, \quad (1.2.7)$$

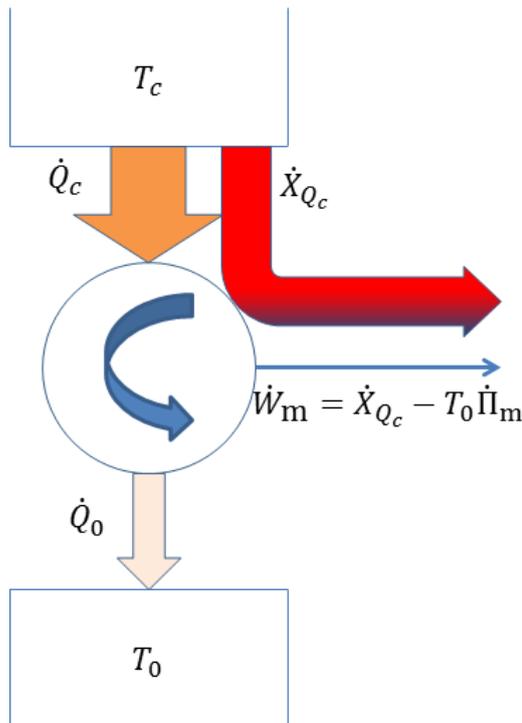


FIGURE 1.2.1 – Visualisation de l'exergie chaleur au moyen d'une machine de Carnot en fonctionnement moteur. Le flux d'exergie \dot{X}_{Q_c} est aligné au flux de chaleur \dot{Q}_c : on extrait du travail à la puissance \dot{W}_m grâce à un processus naturel d'évolution « du chaud vers le froid ». La partie sombre des flèches exergétiques (initialement rouges car composées à 100 % d'exergie) représente la destruction d'exergie.

On reconnaît le terme sous le premier signe somme de l'équation (1.2.1) avec, entre parenthèses dans les deux équations ci-dessus, les rendements de Carnot d'hypothétiques machines thermiques idéales fonctionnant en cycle moteur entre les températures T_c ou T_f , et la température de l'environnement T_0 . Ces rendements idéaux caractérisent ainsi la fraction maximale de puissance qu'un opérateur extérieur pourrait produire à l'aide du flux de chaleur considéré, c'est-à-dire précisément la puissance exergétique du flux ; au sens de puissance maximale théorique tel qu'introduit dans la partie 1.1. Ainsi, on définit la grandeur algébrique

$$\theta_\alpha = 1 - \frac{T_0}{T_\alpha}, \quad (1.2.8)$$

qui sera positive pour toute température $T_\alpha > T_0$, négative sinon et nulle si et seulement si $T = T_0$. On définit ensuite de manière univoque les flux d'exergie chaleur comme suit :

$$\dot{X}_Q(T_\alpha) = \theta_\alpha \dot{Q}, \quad (1.2.9)$$

induisant des flux d'exergie co-courants aux flux de chaleur correspondants si les températures d'émission considérées sont supérieures à T_0 , et à contre-courants sinon. Nous revenons sur ce second aspect un peu plus bas lors de l'étude du cycle inverse.

L'équation (1.2.7) nous permet de distinguer deux facteurs limitant la puissance produite par le système. Tout d'abord, le second terme du membre de droite est un flux d'exergie gaspillé qui intervient lorsque le puits froid est à la température $T_f > T_0$; ou plus concrètement dans un cas pratique, comme nous le verrons dans la sous-partie 2.3.2, lorsque la température moyenne logarithmique d'émission du flux de chaleur par le fluide caloporteur vers le puits froid est supérieure à T_0 . En effet, lorsque $T_f > T_0$, le flux de chaleur \dot{Q}_f présente encore une puissance exergétique $\dot{X}_f = \theta_f \dot{Q}_f$ qui est alors perdue. Ensuite, le dernier terme de l'équation (1.2.7) porte le terme de production d'entropie due à la nécessaire différence de température $\Delta T = T_c - T_f$. Comme expliqué dans la partie 1.1, l'équation (1.2.7) met clairement en évidence le fait que la production d'entropie définie à l'équation (1.2.4) induit une diminution de la puissance mécanique extraite.

La production d'entropie d'un système étant, par essence, un phénomène irréversible, on parle de destruction d'exergie. Il est important de bien distinguer ces deux effets qui sont d'origines fondamentalement différentes. Le flux d'exergie \dot{X}_f est perdu et peut éventuellement être capté puis exploité sans avoir à apporter de modification structurelle au système pré-existant, autre que celles liées au traitement du flux lui-même (par exemple l'ajout d'un échangeur de chaleur ou d'un second moteur de type Stirling fonctionnant à de faibles écarts de température). Le terme de destruction d'exergie, quant à lui, dépend de la géométrie du système et des conditions d'échange de chaleur entre le fluide caloporteur et les réservoirs de chaleur. Il n'y a rien à récupérer, car rien n'est perdu : l'exergie, c'est-à-dire du *potentiel travail*, est purement et simplement détruite. Si l'on veut limiter cette destruction, il faudra généralement apporter des changements structurels conséquents au système moteur à l'étude.

Le rendement exergetique du cycle est donné en faisant le rapport de la puissance extraite sur la puissance exergetique investie à la source chaude, soit :

$$\eta_m = \frac{\dot{W}_m}{\dot{X}_{Q_c}} \quad \Longrightarrow \quad \eta_m = \frac{W_m^-}{\theta_c Q_c^+}. \quad (1.2.10)$$

La fraction de puissance exergetique détruite par rapport à celle investie est donnée par :

$$\delta_m = \frac{T_0 \dot{\Pi}_m}{\dot{X}_{Q_c}} \quad \Longrightarrow \quad \delta_m = \frac{T_0 \Pi_m}{\theta_c Q_c^+}, \quad (1.2.11)$$

la fraction de puissance exergetique perdue, toujours respectivement à \dot{X}_{Q_c} , par :

$$\tau_m = \frac{-\dot{X}_{Q_f}}{\dot{X}_{Q_c}} \quad \Longrightarrow \quad \tau_m = \frac{\theta_f Q_f^-}{\theta_c Q_c^+}, \quad (1.2.12)$$

et on vérifie directement la cohérence des définitions :

$$\eta_m + \delta_m + \tau_m = \frac{\dot{W}_m + T_0 \dot{\Pi}_m - \dot{X}_{Q_f}}{\dot{X}_{Q_c}} = 1. \quad (1.2.13)$$

Finalement, si le puits froid est l'environnement à la température T_0 , alors le flux de chaleur \dot{Q}_f est dépourvu d'exergie et toute l'exergie émise par la source chaude non détruite par irréversibilité est transformée en travail à la puissance :

$$\dot{W}_{m,0} \equiv \dot{W}_{m,T_f=T_0} = \dot{X}_{Q_c} - T_0 \dot{\Pi}_{m,0}, \quad (1.2.14)$$

ou, de manière équivalente, produit à chaque cycle la quantité de travail :

$$W_{m,0}^- = \theta_c Q_c^+ - T_0 \Pi_{m,0}, \quad (1.2.15)$$

où, de même que pour les autres grandeurs, l'indice 0 ajouté aux termes de production d'entropie indique que la différence de température à prendre en compte pour le calcul de l'irréversibilité est $T_c - T_0$, et non plus $T_c - T_f$. La fraction d'exergie perdue au niveau du puits froid, $\tau_{m,0}$, est alors nulle et le rendement exergetique du cycle peut s'exprimer :

$$\eta_{m,0} = 1 - \delta_{m,0} = \frac{\dot{W}_m}{\dot{X}_{Q_c}} = 1 - \frac{T_0 \dot{\Pi}_{m,0}}{\dot{X}_{Q_c}} \quad \Longrightarrow \quad \eta_{m,0} = 1 - \frac{T_0 \Pi_m}{\theta_c Q_c^+}, \quad (1.2.16)$$

où $\delta_{m,0}$ est la fraction de puissance exergetique détruite quand $T_f = T_0$.

1.2.1.2 Cycle inverse

Dans le cas d'une machine frigorifique, ou d'une pompe à chaleur, on va pomper des calories d'un réservoir froid, à la température T_f pour les transmettre à un réservoir plus chaud, à la température T_c (cf. figure 1.2.2). Pour ce faire, à chaque instant, il faudra apporter au système le travail

$$\dot{W}_f = \dot{Q}_c + \dot{Q}_f, \quad (1.2.17)$$

ou à chaque cycle la quantité :

$$-W_f^+ = -Q_c^- + Q_f^+. \quad (1.2.18)$$

La production d'entropie se fait au taux algébrique

$$\dot{\Pi}_f = -\frac{\dot{Q}_c}{T_c} - \frac{\dot{Q}_f}{T_f}, \quad (1.2.19)$$

soit, à chaque cycle :

$$\Pi_f = \frac{Q_c^-}{T_c} - \frac{Q_f^+}{T_f}. \quad (1.2.20)$$

De même que précédemment, la quantité de travail à apporter à chaque instant peut se réécrire en ajoutant l'équation (1.2.19) multipliée par T_0 à l'équation (1.2.17), ainsi :

$$\dot{W}_f = \theta_c \dot{Q}_c + \theta_f \dot{Q}_f - T_0 \dot{\Pi}_f, \quad (1.2.21)$$

soit, à chaque cycle :

$$-W_f^+ = -\theta_c Q_c^- + \theta_f Q_f^+ - T_0 \Pi_f. \quad (1.2.22)$$

On peut tout de suite vérifier que $W_{f,\text{rev}}^+$, obtenue avec $\Pi_f^- = 0$ définit effectivement un travail minimal à apporter au système pour faire « monter » les calories du réservoir froid à l'autre plus chaud ; en effet l'équation (1.2.22) peut se réécrire :

$$W_f^+ = (-\theta_f) Q_f^+ - (-\theta_c) Q_c^- + T_0 \Pi_f, \quad (1.2.23)$$

où, par définition, Π_f est toujours positif, ou nul si la transformation est réversible, et on considère pour l'instant les températures telles que :

$$T_f < T_c \leq T_0 \iff \theta_f < \theta_c \leq 0 \iff (-\theta_f) > (-\theta_c) > 0 ; \quad (1.2.24)$$

d'où, en utilisant la conservation de l'énergie (équation (1.2.18)) :

$$W_{f,\text{rev}}^+ = \frac{(-\theta_f) - (-\theta_c)}{1 + (-\theta_c)} Q_f^+ \leq W_f^+. \quad (1.2.25)$$

Le cas particulier « exotique » $T_c > T_0$ sera discuté dans le paragraphe suivant.

Finalement, le rendement du cycle est obtenu, de même que précédemment, en faisant le rapport des puissances exergétiques utile et investie :

$$\eta_f = \frac{\dot{X}_{Q_f}}{\dot{W}_f} \iff \eta_f = \frac{(-\theta_f) Q_f^+}{W_f^+}, \quad (1.2.26)$$

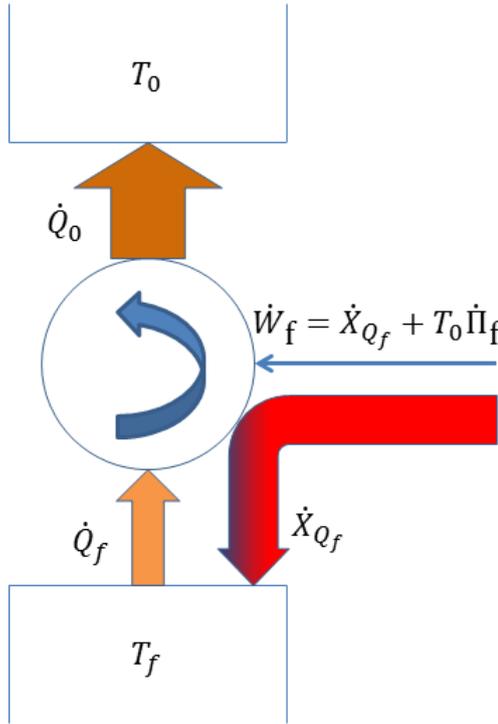


FIGURE 1.2.2 – Visualisation de l'exergie chaleur au moyen d'une machine de Carnot en fonctionnement inverse. On apporte un travail \dot{W}_f afin d'extraire des calories d'une source que l'on souhaite maintenir froide. Relativement à celle-ci, les flux de chaleur, \dot{Q}_f , et d'exergie, \dot{X}_{Q_f} , sont de sens opposés. En effet, on apporte de l'exergie à la source froide pour pouvoir lui extraire des calories. La partie sombre des flèches exergétiques (initialement rouges car composées à 100 % d'exergie) représente la destruction d'exergie.

la fraction d'exergie détruite s'écrit cette fois-ci :

$$\delta_f = \frac{-T_0 \dot{\Pi}_f}{\dot{W}_f} \quad \Longrightarrow \quad \delta_f = \frac{T_0 \Pi_f}{W_f^+}, \quad (1.2.27)$$

et la fraction d'exergie « perdue » se déduit alors :

$$\tau_f = 1 - \eta_f - \delta_f = \frac{\theta_c \dot{Q}_c}{\dot{W}_f} \quad \Longrightarrow \quad \tau_f = \frac{\theta_c Q_c^-}{W_f^+}, \quad (1.2.28)$$

on notera l'aspect algébrique de cette dernière, dépendante du signe de θ_c . En pratique, une machine frigorifique réelle émet de la chaleur à une température $T_c > T_0$, et on aura $\theta_c \geq 0$. La fraction d'exergie « perdue » correspond alors à un apport excédentaire d'exergie par rapport à un cas idéal de fonctionnement entre T_f et $T_c = T_0$, nous revenons sur ce point dans la sous-partie 2.3.3.

Dans le cas idéal où le réservoir chaud est l'environnement à la température T_0 , ou plus concrètement lorsque l'émission de chaleur dans l'environnement se fait idéalement à T_0 , le flux de chaleur \dot{Q}_c est dépourvue d'exergie et toute la puissance exergétique apportée sous forme de travail, et non détruite par irréversibilité, est exploitée pour pomper les calories de la source froide et l'équation (1.2.21) devient :

$$\dot{W}_{f,T_c=T_0} = \dot{X}_{Q_f} - T_0 \dot{\Pi}_f, \quad (1.2.29)$$

soit à chaque cycle, la quantité définie positive de travail :

$$W_f^+ = (-\theta_f) Q_f^+ + T_0 \Pi_f^-. \quad (1.2.30)$$

La définition des flux d'exergie chaleur donnée à l'équation (1.2.9) implique ici un flux d'exergie,

$$\dot{X}_{Q_f} = \theta_f \dot{Q}_f, \quad (1.2.31)$$

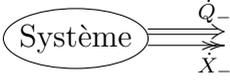
se propageant à contre-courant du flux de chaleur le sous-tendant, i.e. \dot{Q}_f émis à T_f (cf. figure 1.2.2). Il apparaît alors que l'on doit, en pratique, apporter de l'exergie à la source froide pour en extraire des calories. Ceci peut être compris en se rappelant de l'interprétation de l'entropie comme une mesure du nombre de degré de liberté des constituants élémentaires du système considéré (cf. sous-partie 1.1.2). Pour illustrer notre propos, considérons un certain volume fermé contenant un fluide qui, dans les conditions de pression et température ambiantes (P_0 et T_0), est naturellement présent à l'état gazeux. Supposons que l'enceinte fermée mais non-isolée est de plus munie d'un piston maintenant la pression à $P = P_0$. Ainsi, si le fluide se trouve initialement à l'état liquide à une certaine température $T_f < T_0$; les constituants élémentaires de celui-ci présentent des états d'énergie *beaucoup* plus liés que s'ils étaient dans leur état naturel gazeux, ce qui se traduit par *beaucoup* moins de degré de liberté accessibles, soit :

$$S_{\text{liq}} \ll S_{\text{gaz}}. \quad (1.2.32)$$

Alors, en vertu du second principe de la thermodynamique, si on laisse la chaleur traverser les parois du système, les particules vont s'échauffer, c'est-à-dire voir augmenter leur vitesse moyenne de vibration autour d'une position d'équilibre tout d'abord, puis de déplacement au fur et à mesure que les « liaisons liquides » vont se briser. Pour maintenir ces « liaisons liquides » ordonnées, il apparaît donc nécessaire d'apporter au système une forme « d'énergie de structure », ou de cohérence interne.

En guise de conclusion de cette présentation de l'exergie chaleur, le tableau 1.2.1 présente les quatre cas que l'on peut distinguer d'émission et de réception de chaleur et d'exergie du point de vue d'un système donné, chaud ou froid.

TABLEAU 1.2.1 – Direction des flux d'exergie chaleur $\dot{X}_Q(T)$ relativement aux flux de chaleur \dot{Q} émis à la température T qui les sous-tendent. On notera la distinction faite, par souci de clarté, entre la mise en indice ou en exposant des signes + et – pour les flux ou les quantités énergétiques (et exergétiques) respectivement. On rappelle que ces dernières sont définies positives alors que les flux sont portés par des grandeurs algébriques.

	$T_+ > T_0 \iff \theta_+ > 0$	$T_- < T_0 \iff \theta_- < 0$
Émission d'un flux de chaleur $\dot{Q}_- \equiv -Q^-$	Émission d'un flux d'exergie : $\dot{X}_- = \theta_+ \dot{Q}_- \equiv -X^-$ $\implies X^- = \theta_+ Q^-$ 	Réception d'un flux d'exergie : $\dot{X}_+ = \theta_- \dot{Q}_- \equiv +X^+$ $\implies X^+ = -\theta_- Q^-$ 
Réception d'un flux de chaleur $\dot{Q}_+ \equiv +Q^+$	Réception d'un flux d'exergie : $\dot{X}_+ = \theta_+ \dot{Q}_+ \equiv +X^+$ $\implies X^+ = \theta_+ Q^+$ 	Émission d'un flux d'exergie : $\dot{X}_- = \theta_- \dot{Q}_+ \equiv -X^-$ $\implies X^- = -\theta_- Q^+$ 

1.2.2 L'exergie fluide statique (systèmes fermés)

Afin d'obtenir l'expression de l'exergie statique d'un fluide que nous avons introduit à l'équation (1.1.23), on considère un système \mathcal{S} complexe (i.e. composé d'un grand nombre de particules, typiquement $N \sim \mathcal{N}_A$) fermé et isolé thermiquement. L'équation (1.2.1) développée précédemment s'écrit alors simplement :

$$\dot{X}_{W,\text{rev}} = -\frac{d}{dt}(E + P_0V - T_0S), \quad (1.2.33)$$

où E est l'énergie interne du système, traditionnellement notée U . C'est pourquoi, dans la suite, l'exergie fluide statique sera notée X_U , et la puissance exergétique correspondante \dot{X}_U ; rendant implicite l'aspect réversible des conditions d'extraction du travail, soit $X_U \equiv X_{W,\text{rev}}$ pour tout système statique de fluide chaud ou froid par rapport à T_0 . Le contenu exergétique de \mathcal{S} est obtenu en supposant un certain nombre de processus idéaux aboutissant à l'état d'équilibre thermo-mécanique des éléments du système avec l'environnement à (T_0, P_0) . Cet état est caractérisé par les valeurs d'équilibre énergétique E_0 , de volume V_0 et entropique S_0 . Ainsi, l'intégration de l'équation (1.2.33) sur l'ensemble de tels processus jusqu'à établissement de l'équilibre avec l'environnement nous donne directement :

$$X_U = A_U - A_{U0} = (U - U_0) + P_0(V - V_0) - T_0(S - S_0), \quad (1.2.34a)$$

et en terme de grandeurs massiques on a :

$$\xi_u = a_u - a_{u0} = (u - u_0) + P_0(v - v_0) - T_0(s - s_0), \quad (1.2.34b)$$

où on rappelle que U , V et S sont respectivement l'énergie interne, le volume et l'entropie du système considéré, un sous-ensemble de \mathcal{S} par exemple. Pour les systèmes fluides, on utilisera les valeurs massiques, respectivement notées u , v et s . A_U est un potentiel énergétique, appelé énergie disponible par [Bejan \(2016\)](#), définie comme suit :

$$A_U = U + P_0V - T_0S, \quad (1.2.35a)$$

et en valeur massique :

$$a_u = u + P_0v - T_0s, \quad (1.2.35b)$$

et qu'on veillera à ne pas confondre avec l'exergie physique elle-même, définie par les relations (1.2.34). On notera l'indice U (ou u) dans les équations 1.2.35, rendant explicite la relation avec l'énergie interne pour les systèmes fluides statiques.

Sauf mention contraire, dans ce qui suit, nous ferons uniquement référence à des fluides composés d'éléments chimiques identiques. La généralisation à des substances composées de différents fluides n'interagissant pas entre eux se déduira aisément de :

$$\xi_{u,\text{sub}} = \sum_i x_i \xi_{u,i}, \quad (1.2.36)$$

où x_i est la fraction massique du constituant i , d'exergie statique $\xi_{u,i}$; ainsi que des relations équivalentes pour les potentiels énergétique et entropique :

$$u = \sum_i x_i u_i \qquad s = \sum_i x_i s_i. \quad (1.2.37)$$

Les états de référence $(u_0, s_0)_i$ sont déterminés à la température T_0 et pression P_0 de l'environnement. On les appelle états d'équilibre restreint (*restricted dead state* en anglais) dans le sens où l'équilibre thermo-mécanique est atteint (i.e. $T = T_0$ et $P = P_0$), mais pas nécessairement l'équilibre chimique (i.e. $\mu_i \neq \mu_{0,i}$). Dans ce travail, nous n'abordons pas l'aspect chimique de l'exergie, et nous ne discuterons que brièvement la question du changement de phase dans le cas pratique d'étude d'une pompe à chaleur géothermique (cf. partie 3.2.2). C'est pourquoi, lorsque nous parlerons de situation ou d'état d'équilibre, sauf mention explicite contraire, nous ferons référence exclusivement à des états d'équilibre restreint, aussi appelés équilibre thermo-mécanique.

Cas des liquides. Considérons dans un premier temps l'équation (1.2.34b) dans le cas d'un fluide incompressible à une température $T \neq T_0$ et une pression $P \neq P_0$. Un petit changement de température dT implique les variations suivantes :

$$\begin{cases} du = cdT & (1.2.38a) \\ dv = 0 & (1.2.38b) \\ ds = c \frac{dT}{T} & (1.2.38c) \end{cases}$$

où c est la chaleur massique du liquide (égale à c_p , la chaleur massique à pression constante, et à c_v celle à volume constant pour les liquides incompressibles considérés ici). Alors, considérant c constante sur le domaine de températures considéré, l'intégration des équations (1.2.38) dans (1.2.34b) donne simplement :

$$\xi_{u,1} = cT_0 \left(\frac{T}{T_0} - 1 - \ln \frac{T}{T_0} \right). \quad (1.2.39)$$

La figure 1.2.3 représente l'exergie statique massique adimensionnée $\xi_{u,1}/(cT_0)$ en fonction de la température du liquide. On voit que pour tout $T \neq T_0$, le liquide présente une exergie statique positive. D'un côté, si $T > T_0$, le volume de liquide considéré présente un certain *potentiel travail* car il peut servir de source chaude à un moteur thermique, ou de source chaude pour une pompe à chaleur. De l'autre, si $T < T_0$, le système liquide (statique) présente encore une certaine forme de *potentiel travail*, car il peut être utilisé comme puits froid pour absorber les calories d'une source chaude, et ainsi participer à produire un travail, ou comme source froide pour une pompe à chaleur.

Cas des gaz parfait. Considérons maintenant un gaz parfait contenu dans un volume adiabatiquement fermé ; avec encore $T \neq T_0$ et $P \neq P_0$. Une petite variation de la température du fluide implique les relations suivantes :

$$\begin{cases} du = c_v dT & (1.2.40a) \\ dv = Rd \left(\frac{T}{P} \right) & (1.2.40b) \\ ds = \frac{c_p}{T} dT - \frac{R}{P} dP, & (1.2.40c) \end{cases}$$

où nous avons utilisé l'équation d'état des gaz parfaits :

$$Pv = RT, \quad (1.2.41)$$

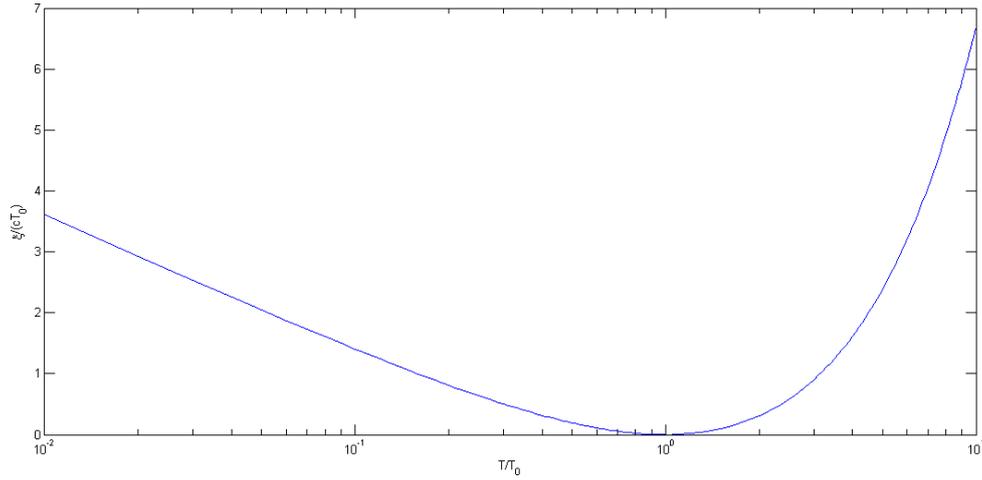


FIGURE 1.2.3 – Exergie thermodynamique massique adimensionnée $\xi_u/(cT_0)$ d'un liquide incompressible et statique en fonction de la température relative T/T_0 .

avec P la pression, v le volume massique, T la température et $R = R_{GP}/M_{\text{mol}}$ est la constante des gaz parfaits massique du gaz considéré, dépendante de M_{mol} la masse molaire de celui-ci, et de R_{GP} la constante des gaz parfaits molaire. De même que précédemment, on considère les chaleurs massiques c_p et c_v constantes, on intègre les équations (1.2.40) qu'on insère ensuite dans (1.2.34b), et on obtient :

$$\xi_{u,g} = c_v T_0 \left[\frac{T}{T_0} - 1 - \frac{c_p}{c_v} \ln \frac{T}{T_0} \right] + RT_0 \left[\left(\frac{T}{T_0} \right) \left(\frac{P_0}{P} \right) - 1 - \ln \frac{P_0}{P} \right]. \quad (1.2.42)$$

Les deux termes entre crochets du membre de droite sont analytiquement similaires à l'équation (1.2.39), et seront identiquement nuls si et seulement si $P = P_0$ et $T = T_0$.

Arrêtons-nous un instant sur l'équation (1.2.42) qui exprime l'exergie statique massique d'un gaz parfait contenu dans un certain volume en fonction de ses température T et pression P . Tout d'abord, on constate que si le gaz est à l'équilibre mécanique avec son environnement (i.e. $P = P_0$), alors on retrouve la même expression qu'à l'équation (1.2.39) en y substituant c_p à c . On va maintenant montrer brièvement que $\xi_{u,g}$ est positive pour tout P et T , tel que le suggère la figure 1.2.4. Le raisonnement présenté ci-après est vrai pour tout gaz parfait dans une gamme de pression et température suffisamment proche de P_0 et T_0 respectivement. Cependant, l'air sec⁴ a été pris comme exemple pour les applications numériques avec $\gamma_{\text{air}} = 1,40$. On commence par réécrire l'équation (1.2.42) à l'aide des seuls paramètres γ et c_v :

$$\xi_{u,g} = c_v T_0 \left[\left(\frac{T}{T_0} - 1 - \gamma \ln \frac{T}{T_0} \right) + (\gamma - 1) \left(\frac{T}{T_0} \frac{P_0}{P} - 1 + \ln \frac{P}{P_0} \right) \right], \quad (1.2.43)$$

puis on pose $P \neq P_0$, on dérive l'équation (1.2.43) par rapport à T et on l'égalise à zéro afin de déterminer la température T_p^* pour laquelle l'exergie statique du liquide est minimale, on trouve :

$$\left. \frac{\partial \xi_{u,g}}{\partial T} \right|_{T_p^*} = 0 \quad \iff \quad T_p^* = \frac{\gamma}{\gamma_p} T_0, \quad (1.2.44)$$

où on a introduit

$$\gamma_p = 1 + (\gamma - 1) \frac{P_0}{P}, \quad (1.2.45)$$

4. Pour l'application numérique, la composition de l'air sec suivante a été adoptée : 78,09 % d'azote, 20,95 % de d'oxygène, 0,93 % d'argon et 0,03 % de dioxyde de carbone.

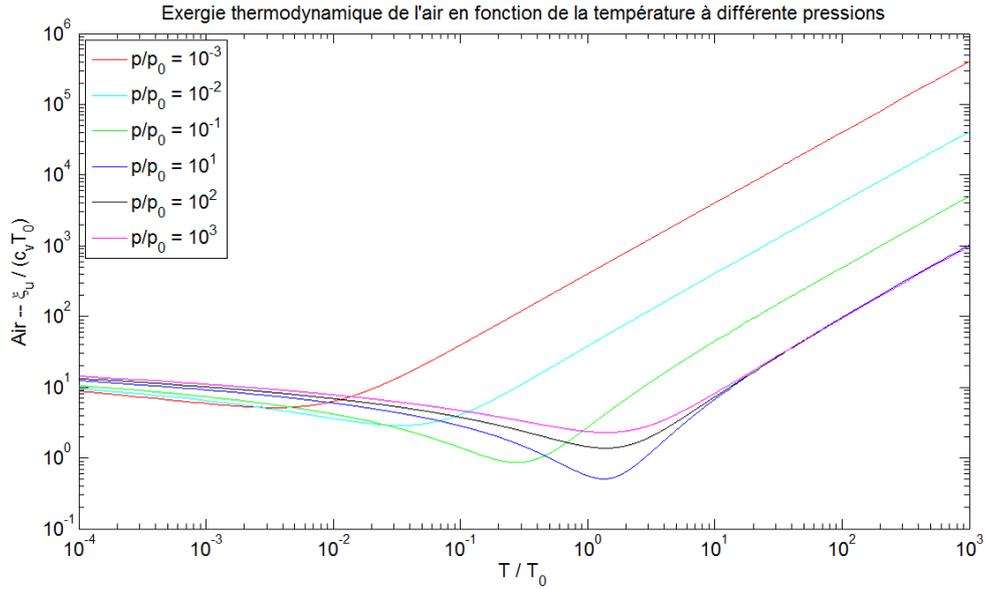
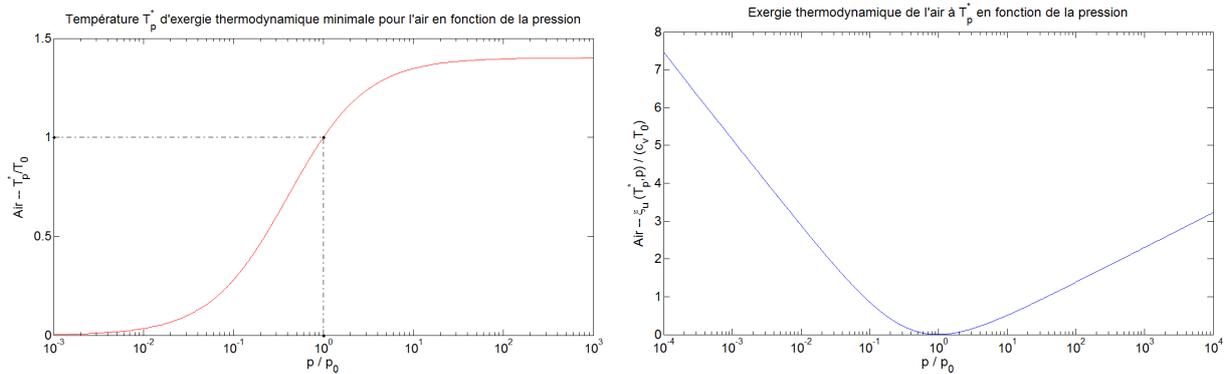


FIGURE 1.2.4 – Valeur adimensionnée de l'exergie statique massique ξ_u de l'air en fonction de la température relative T/T_0 pour différentes pressions.



(a) Valeur adimensionnée de la température T_p^* du minimum de l'exergie statique massique ξ_u à T fixée, pour l'air, en fonction de P/P_0 .

(b) Valeur adimensionnée de l'exergie statique massique ξ_u de l'air à T_p^* en fonction de la pression relative P/P_0 .

FIGURE 1.2.5 – Dépendance en pression de la température du minimum de l'exergie statique massique ξ_u à P fixé pour l'air (a), et de l'exergie statique massique à cette température $\xi_u(T_p^*, P)$ (b).

qui est inférieur à γ quand la pression du gaz est supérieure à P_0 , et inversement, supérieur à celui-ci quand la pression du gaz est abaissée sous P_0 . On note qu'aux grandes pressions, γ_p tend vers 0, alors qu'il tend vers l'infini quand la pression du fluide tend vers 0. La figure 1.2.5a trace la dépendance en pression de la température d'exergie fluide statique minimale à T fixé (équation (1.2.44)). Celle-ci est supérieure à T_0 lorsque $P > P_0$ et tend vers l'asymptote $T_\infty = \gamma T_0$ dès que la pression est de l'ordre de 10 bar. *A contrario*, lorsque le gaz est raréfié, T_p^* chute rapidement à zéro. Finalement, on vérifie que la valeur de l'exergie statique à T_p^* ,

$$\xi_{u,g}(T_p^*, P) = \gamma \ln \frac{\gamma p}{\gamma} + (\gamma - 1) \ln \frac{P}{P_0}, \quad (1.2.46)$$

est positive pour tout $P \neq P_0$, et nulle si et seulement si $P = P_0$. La figure 1.2.5b

trace la valeur adimensionnée de l'exergie statique massique de l'air à T_p^* en fonction de la pression du fluide. Ou, en d'autre terme, la variation, en fonction de la pression, du minimum d'exergie fluide statique de l'air à T fixé. On voit sur la figure 1.2.4 que ces minima sont d'autant plus marqués que la pression est proche de P_0 , indiquant une variation plus rapide d'exergie statique avec la température près de ceux-ci. Finalement, pour une pression $P \neq P_0$ donnée, la température T_p^* délimite le domaine des températures en deux régions présentant un *potentiel travail* :

1. de type « source froide » d'exergie fluide statique lentement décroissante lorsque la température croit de 0 à T_p^* ,
2. de type « source chaude » d'exergie fluide statique linéairement croissante avec la température quand $T > T_p^*$,

et de même que pour les liquides, l'exergie statique des gaz parfaits est toujours positive, ou nulle si et seulement si $P = P_0$ et $T = T_0$.

1.2.3 L'exergie fluide dynamique (écoulements stationnaires)

Nous nous intéressons maintenant aux deux derniers termes du membre de droite de l'équation (1.2.1). Ceux-ci correspondent à des flux d'exergie fluide portés par des flux de matière (liquides ou gazeux). Nous en présentons ici simplement les expressions analytiques en termes de pression et température pour les cas liquide et gaz parfait, et nous reviendrons plus en détail sur celles-ci dans la partie d'approfondissement qui suit. Comme nous avons vu dans la dérivation qui a mené à cette expression (cf. sous-partie 1.1.3), l'exergie d'un flux de matière est définie au moyen de ses enthalpie et entropie :

$$X_H = A_H - A_{H0} = (H - H_0) - T_0(S - S_0), \quad (1.2.47a)$$

soit, en termes de grandeurs massiques :

$$\xi_h = a_h - a_{h0} = (h - h_0) - T_0(s - s_0). \quad (1.2.47b)$$

L'enthalpie h_0 et l'entropie s_0 sont calculées pour le fluide considéré dans les conditions de pression P_0 et température T_0 de l'environnement. Par analogie avec l'énergie disponible introduite dans les équations 1.2.35 que l'on qualifiera de statique, nous avons introduit l'énergie disponible dynamique égale au potentiel énergétique suivant :

$$A_H = H - T_0S, \quad (1.2.48a)$$

et en termes massique :

$$a_h = h - T_0s. \quad (1.2.48b)$$

Nous présentons maintenant les cas d'un liquide incompressible puis d'un gaz parfait, tous les deux considérés sans changement de phase sur les gammes de pressions et températures considérées.

Cas des Liquides. Prenons un certain flux massique quasi-stationnaire \dot{m} d'un liquide incompressible ($dv = 0$), et considérons une petite variation de température dT et de pression dP , on a alors :

$$\begin{cases} dh = cdT + vdP, & (1.2.49a) \\ ds = c \frac{dT}{T}, & (1.2.49b) \end{cases}$$

et l'exergie massique du flux s'écrit alors directement :

$$\xi_{h,l} = cT_0 \left(\frac{T}{T_0} - 1 - \ln \frac{T}{T_0} \right) + v(P - P_0). \quad (1.2.50)$$

On rappelle que pour les liquides incompressibles, on a égalité des chaleurs massiques : $c \equiv c_p = c_v$. En comparant cette valeur à l'exergie fluide statique d'un liquide $\xi_{u,l}$, donnée à l'équation (1.2.39), on trouve que la mise en circulation quasi-statique d'une certaine quantité m de liquide se traduit par une variation de son exergie massique proportionnellement à la différence de pression ($P - P_0$) :

$$\Delta\xi_l = \xi_{h,l} - \xi_{u,l} = v(P - P_0). \quad (1.2.51)$$

Ainsi, à $P \neq P_0$ fixée, la représentation graphique de $\xi_{h,l}$ en fonction de T est donnée par une translation verticale de la courbe représentative de $\xi_{u,l}$ (figure 1.2.3) : vers le haut si $P > P_0$ et vers le bas sinon. Lorsque $P < P_0$, on voit alors apparaître un certain domaine de température $[T_0^-, T_0^+]$ autour de T_0 sur lequel l'exergie fluide dynamique d'un liquide peut être négative. Cependant, en pratique, lorsqu'un liquide est mis en mouvement dans une canalisation, celui-ci est littéralement mis « sous pression » à une certaine pression $P > P_0$, généralement de l'ordre d'une dizaine de bar. De plus, bien que possible en théorie, on conçoit mal l'intérêt d'un débit de liquide en état de sous-pression. L'exergie fluide dynamique d'un liquide sera alors, en pratique, toujours positive, ou nulle si et seulement si ses température et pression sont à l'équilibre avec son environnement.

Cas des gaz parfaits. Les variations du volume massique dv et de l'entropie massique ds d'un gaz parfait en mouvement soumis à petit différentiel de pression dP et température dT obéissent aux mêmes relations que dans le cas statique précédemment discuté (voir les équations (1.2.40b) et (1.2.40c) respectivement). La variation d'enthalpie massique est quant à elle proportionnelle à la chaleur massique à pression constante du gaz considéré :

$$dh = c_p dT. \quad (1.2.52)$$

Ainsi, en considérant un écoulement stationnaire à chaleur massique constante sur le domaine de température considéré, l'exergie massique d'un gaz parfait est donnée par :

$$\xi_{h,g} = c_p T_0 \left(\frac{T}{T_0} - 1 - \ln \frac{T}{T_0} \right) + R T_0 \ln \frac{P}{P_0}. \quad (1.2.53)$$

Celle-ci présente, de même que dans le cas des liquides vu ci-dessous, une exergie fluide dynamique négative sur un certain domaine de température $[T_0^-, T_0^+]$ autour de T_0 lorsque $P < P_0$; la translation verticale variant cette fois-ci proportionnellement au logarithme du rapport des pressions P/P_0 . Cependant, les gaz exploités dans les machines thermiques, qu'elles soient du type moteur ou récepteur, sont « sous pression » dans les tuyaux et présenteront, en pratique, une pression $P > P_0$. Ce domaine d'états « exotiques » pour lesquels le système fluide dynamique présente une exergie négative sera néanmoins discuté dans la partie qui suit, et nous montrerons qu'une interprétation simple peut en expliquer le phénomène.

1.3 Qu'est-ce qu'un Joule ?

D'après ce que nous venons de développer, nous sommes maintenant en mesure de dire qu'un Joule de chaleur n'est absolument pas équivalent à un Joule de travail, ni à un Joule

d'exergie. En effet, on pourra toujours se chauffer au feu de bois mais on ne pourra jamais allumer sa télévision à l'aide de celui-ci. De plus, une quantité de chaleur à une certaine température, disons 30°C , ne sera pas équivalente à la même quantité de chaleur à 600°C . Nous pensons donc que par souci de clarté et de concision, il est souhaitable de pouvoir distinguer ces nuances de « qualité » énergétique à l'aide d'unités distinctes. C'est pourquoi nous proposons d'utiliser une unité dédiée aux grandeurs exergétiques qui a été introduite par Diogo Queiros-Condé dans un entretien avec le journaliste [Nouyrigat \(2013\)](#) : le *Joule-x*. Ainsi, prenons par exemple 10 J de chaleur pris à une température relative $t = 10/9$, présentant donc « 1 Joule d'exergie chaleur » comme on l'appelle généralement, on dira alors qu'il présente « 1 Joule-x de chaleur », ou encore dans sa forme abrégée : $1 J_x$ de chaleur. On pourra également parler de calorie-x et de manière analogue pour toutes les unités énergétiques. On définit de même le Watt-x, noté W_x , comme unité de puissance exergétique égale à $1 J_x/s$.

On peut voir cette définition qui distingue chaleur et travail comme une sorte de brisure de symétrie entre ces deux quantités, au sens introduit par [Sadi Carnot \(1824\)](#). En effet, celui-ci s'est fait fort de démontrer l'analogie entre une calorie de chaleur et une autre de travail, la conservation de celles-ci ayant déjà été établie indépendamment. Ensuite, pour rendre compte de l'irréversibilité des processus, il a, d'une certaine manière, fait émerger naturellement l'entropie, avant qu'elle ne prenne le sens que la physique statistique lui attribue aujourd'hui. Cependant, à la lumière de ce que nous avons présenté jusqu'ici, on comprend bien que l'égalité entre calories de travail et calories de chaleur est à entendre au sens énergétique « incomplet » du terme, c'est-à-dire du point de vue du premier principe de la thermodynamique uniquement. Dans un contexte plus large et complet, qui englobe également le second principe de la thermodynamique, une calorie de travail n'est pas équivalente à une calorie de chaleur et vice versa. La première est une calorie-x et peut donc être, idéalement, complètement utilisée en tant que telle, alors qu'une fraction de la seconde seulement est composée de calorie-x.

De plus, dans la sous-partie [1.2.1](#), nous avons déjà pu apprécier le fait que l'exergie pouvait avoir deux types de comportements en fonction de son expression en termes de force motrice ou de pompe à chaleur, cf figures [1.2.1](#) et [1.2.2](#) respectivement ; et ceci sera rendu encore plus évident dans la seconde partie de ce chapitre. Nous introduirons notamment la notion de *charge exergétique* qui pourra être positive ou négative selon que le système considéré sera capable de fournir un certain travail, ou au contraire s'il faudra lui en apporter si on souhaite en maintenir l'intégrité. Sans entrer plus avant dans les détails, étant donné la différence fondamentale qu'il existe entre ces deux expressions opérationnelles de l'exergie, nous proposons dès à présent compléter la définition du Joule-x en lui adjoignant la charge portée ou véhiculée par le système considéré. Ainsi, le flux de chaleur discuté plus haut serait porteur d'1 Joule-x chargé positivement que l'on propose de noter avec un signe + en exposant : $1 J_x^+$. Notons que l'on ne parle pas de « Joule-x chaud ou froid » car, bien que ce soit le cas dans la plupart des situations « standards », nous verrons dans la sous-partie [2.3.1.3](#) qu'un gaz dynamique à une pression $P < P_0$ peut être chaud et de charge exergétique négative, ou inversement froid et de charge exergétique positive. Or, nous verrons dans la suite, que c'est le signe que ce que nous avons appelé charge exergétique qui est un bon indicateur de l'aptitude du système considéré à opérer en termes de puissance motrice ou de pompe à chaleur, et non pas son état chaud ou froid. De manière analogue, pour les systèmes froids on parlera de Joule-x chargé négativement, et on notera l'unité avec un signe - en exposant : J_x^- . Dans la suite de ce travail, nous utiliserons le Joule-x chargé positivement ou négativement pour les unités

des grandeurs exergétiques correspondantes ; et le Watt-x également chargé positivement ou négativement. Cependant, lorsque aucune ambiguïté sera permise, par exemple quand nous traiterons uniquement de systèmes *chauds*, on pourra omettre l'exposant et la qualification explicite de la charge liée à la quantité ; et de même pour les unités de puissances. Quant à la chaleur, au sens d'un mélange d'exergie et d'anergie, on l'exprimera en Joule ou calorie classique. Le travail mécanique est par définition de l'exergie « pure » *chaude*, il ne sera donc pas nécessaire de préciser la charge mais nous pensons que malgré l'absence d'ambiguïté il est préférable d'employer le Joule-x comme unité pour le travail, car il s'agit effectivement de « Joule exergétique qui peuvent être convertis en travail, idéalement à 100 % ».

La « calorie » ne doit cependant pas être vue comme moins efficace que la « calorie-x », au sens donné par les rendements de cycle introduits dans la sous-partie 1.2.1. Elle doit être considérée dans son propre contexte, et non pas dans celui pour lequel une énergie sous forme de travail serait effectivement plus intéressante, par exemple pour reprendre notre exemple extrême : faire fonctionner une télévision. En effet, les analyses de cycles moteur et frigorifique discutés à plusieurs reprises illustre bien que c'est la conversion énergétique qui génère l'entropie et *in fine* rend la calorie de chaleur moins « rentable » pour un observateur naïf qui ne considèrera que l'aspect énergétique « incomplet » du rendement. Mais si l'on considère une calorie « dans son contexte », autour de la problématique du chauffage urbain par exemple, on peut montrer qu'elle sera bien plus rentable et efficace qu'une calorie-x, au sens du rendement exergétique, comme nous le verrons dans les exemples de la partie 3.2 du chapitre suivant. Nous reviendrons sur cette distinction entre calorie et calorie-x dans les discussions du chapitre 4, et également sur la distinction entre les calories-x chargées positivement ou négativement.

Finalement, comme nous l'avons discuté dans la sous-partie 1.1.4, lorsque l'on parle d'exergie, on fait référence au contenu idéalement exploitable dans une jauge donnée ; celle d'un environnement local pour l'optimisation d'un processus géolocalisé, ou global afin de quantifier qualitativement les échanges énergétiques internationaux. Dans le premier cas, par essence, il ne peut pas exister de jauge commune à tous les points du globe et le Joule-x aura une valeur locale dépendante de la latitude, de la longitude et de l'altitude de l'installation. On notera de plus que celle-ci variera également temporellement selon les cycles journalier et saisonnier. Dans le deuxième cas, il est au contraire nécessaire d'établir une définition de jauge semi-arbitraire exprimée en Joule-x absolu positif ou négatif ($J_{x,abs}^+$ ou $J_{x,abs}^-$ respectivement) et communément établie avec les paramètres suivants :

- $T_0 = 15^\circ\text{C}$ est la température moyenne de l'air au niveau de la mer,
- $P_0 = 101\,325\text{ Pa} = 1\text{ atm}$ est la pression normale égale à la pression d'une hauteur de 760 mm de mercure à 0°C , sous l'accélération normale de la pesanteur ($9,806\,65\text{ m/s}^2$),
- $\mu_{0,i}$ sont les potentiels chimiques des substances standards i présentes dans l'atmosphère, les mers, les rivières et les sols. Szargut (1989) en fait une présentation détaillée et calcul les valeurs de référence d'un grand nombre de ces éléments. Celles-ci sont établies à T_0 , P_0 et x_{i0} la concentration de référence de l'espèce chimique i naturellement présente dans l'environnement considéré.

Chapitre 2

Modélisation pour l'exergie fluide

« Thermodynamics is a funny subject. The first time you go through it, you don't understand it at all. The second time you go through it, you think you understand it, except for one or two small points. The third time you go through it, you know you don't understand it, but by that time you are so used to it, so it doesn't bother you any more. »

Arnold Sommerfeld

La définition des flux d'exergie (équation (1.2.9)), appliquée aux fluides dynamiques, introduit ce qui semblerait être un paradoxe lorsque l'on considère un flux de chaleur *froid*. En effet, celle-ci implique que le flux d'exergie porté par un certain débit de matière *froid* se propage à contre-courant de ce dernier. La modélisation proposée dans ce chapitre permettra de clarifier cet apparent paradoxe. Bien que limitée dans ce travail aux liquides incompressibles et gaz parfaits, nous pensons que sa portée peut être généralisée à tous les milieux, bien que dans une certaine mesure, comme nous le verrons dans la sous-partie 3.2.2.5, notamment à propos des températures particulières discutées dans la sous-partie 2.1.2.

Le chapitre s'articule en trois parties. Dans la première, introductive, nous définissons tout d'abord dans la sous-partie 2.1.1 les potentiels relatifs qui seront utilisés dans la suite, et en donnons les expressions pour les cas traités dans la suite. Dans la sous-partie 2.1.2, nous étudions ensuite les variations en fonction de la température d'une quantité que nous appelons le *facteur exergetique* d'un fluide donné, statique ou dynamique, égale à la « fraction » algébrique d'exergie portée ou véhiculée par celui-ci, relativement à un certain potentiel énergétique de référence. Où nous avons mis le terme fraction entre guillemets car nous verrons que dans certains cas que nous qualifierons de non « standards » par la suite, l'exergie fluide des systèmes fluides n'est plus une fraction de ce potentiel énergétique de référence.

La modélisation est ensuite introduite dans la sous-partie 2.2 en trois étapes. Dans un premier temps, dans la sous-partie 2.2.1, nous introduisons une définition de l'aspect *chaud* ou *froid* d'un fluide ; en fonction de ses caractéristiques de température et pression, relativement à T_0 , la température de l'environnement, et P_0 , sa pression. Cette définition nous permettra dans un second temps, sous-partie 2.2.2, de considérer les systèmes fluides comme « chargés » positivement ou négativement, selon qu'ils ont naturellement tendance à émettre ou absorber de l'énergie. Ce faisant, nous serons amenés à définir une sorte de température équivalente des fluides, que nous appellerons *pseudo-température* et qu'il ne faudra pas confondre avec celle introduite par Neveu (2002), caractérisant

l'échange de chaleur entre des systèmes équivalents. Cette dernière est cependant définie de manière analogue à celle que nous qualifierons de température équivalente d'échange dans les discussions de la sous-partie 2.3.2 et à la fin du chapitre suivant. Nous la qualifions de pseudo-température car, bien qu'exprimée en Kelvin, il ne s'agit pas d'une température au sens thermodynamique, tel que définie à l'équation (1.1.10) par exemple. Nous verrons notamment que cette quantité peut être négative. Finalement, dans un troisième temps, sous-partie 2.2.3, nous discutons le potentiel énergétique complémentaire de l'exergie, l'anergie. Nous verrons alors que, sous le prisme des définitions introduites, celle-ci est clairement définie pour tout fluide chaud ou froid. Nous apporterons une attention particulière aux systèmes froids pour lesquels l'interprétation des contenus exergétique et anergétique n'est pas triviale. Nous distinguons les cas dynamiques, sous-partie 2.2.3.2, et statiques, sous-partie 2.2.3.3. Pour ces derniers, nous utilisons une redéfinition, proposée par Leff (1999), des grandeurs conjuguées, entropie et température, qui nous permettra d'exprimer l'exergie comme un excès ou un défaut d'énergie par degrés de liberté microscopiques occupés en moyenne dans le système.

Enfin, dans la troisième partie de ce chapitre, nous appliquons la modélisation introduite à différents cas d'étude. Dans la sous-partie 2.3.1 tout d'abord, nous étudions les variations de la configuration énergétique des fluides en fonction de leur température à pression constante. Nous prêterons un soin particulier au passage de la température à laquelle leur facteur exergétique diverge. Notamment, dans la sous-partie 2.3.1.3, nous analysons les configurations de fluide présentant une exergie, équation d'état, négative. Ensuite, dans la sous-partie 2.3.2, nous discutons les échanges de chaleur et d'exergie qui se produisent entre deux fluides en fonction de leurs températures, relativement à celle de l'environnement. Finalement, dans la sous-partie 2.3.3, nous discutons la circulation d'exergie fluide dans un moteur ou une pompe à chaleur fonctionnant par l'intermédiaire d'un fluide frigorigène.

2.1 Définitions et études préliminaires

2.1.1 Grandeurs relatives

Les équations (1.2.34b) et (1.2.47b) font apparaître des différences de grandeurs caractéristiques fluides entre un certain état (T, P) et l'état de référence (T_0, P_0) . Par commodité et étant donné leur omniprésence dans la suite, on appellera *potentiels massiques relatifs* (ou plus directement potentiels relatifs), sous-entendu à l'environnement, les potentiels énergétiques et entropiques concernés, et on les notera à l'aide d'un tilde. Par exemple, on parlera de l'enthalpie relative d'un fluide donné pour exprimer la différence de son enthalpie h avec h_0 , l'enthalpie qu'il aurait à l'équilibre avec son environnement : $\tilde{h} \equiv h - h_0$. On note le caractère algébrique de ces grandeurs, relativement à l'état d'équilibre avec un environnement déterminé, local ou absolu. On introduit également, toujours par commodité, le symbole Δ_0 qui indique que les différences des variables du système (T , P et v) sont prises relativement à la jauge environnementale établie (cf. sous-partie 1.1.4), ainsi par exemple : $\Delta_0 T = T - T_0$. On rappelle que v_0 est égal au volume massique que présente le fluide considéré dans les conditions (T_0, P_0) de l'environnement. Alors, sous réserve qu'il n'y ait pas de changement de phase du fluide considéré entre les états (T, P) et (T_0, P_0) , on distingue les différents cas :

— liquide statique (équation (1.2.38)) :

$$\xi_{u,l}(T, T_0) = \tilde{u}_l(T, T_0) - T_0 \tilde{s}_l(T, T_0) \quad (2.1.1a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{u}_l(T, T_0) = u_l(T) - u_{l0}(T_0) = c \Delta_0 T \\ \tilde{s}_l(T, T_0) = s_l(T) - s_{l0}(T_0) = c \ln \frac{T}{T_0} \end{array} \right. \quad (2.1.1b)$$

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{s}_l(T, T_0) = s_l(T) - s_{l0}(T_0) = c \ln \frac{T}{T_0} \end{array} \right\} \quad (2.1.1c)$$

— gaz parfait statique (équation (1.2.40)) :

$$\xi_{u,g}(T, T_0, P, P_0) = \tilde{u}_g(T, T_0) + P_0 \Delta_0 v(T, T_0, P, P_0) - T_0 \tilde{s}_g(T, T_0, P, P_0) \quad (2.1.2a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{u}_g(T, T_0) = u_g(T) - u_{g0}(T_0) = c_v \Delta_0 T \\ \tilde{s}_g(T, T_0, P, P_0) = s_g(T, P) - s_{g0}(T_0, P_0) = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{P}{P_0} \end{array} \right. \quad (2.1.2b)$$

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{s}_g(T, T_0, P, P_0) = s_g(T, P) - s_{g0}(T_0, P_0) = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{P}{P_0} \end{array} \right\} \quad (2.1.2c)$$

— liquide dynamique (équation (1.2.49)) :

$$\xi_{h,l}(T, T_0, P, P_0) = \tilde{h}_l(T, T_0, P, P_0) - T_0 \tilde{s}_l(T, T_0) \quad (2.1.3a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{h}_l(T, T_0, P, P_0) = h_l(T, P) - h_{l,0}(T_0, P_0) = c \Delta_0 T + v \Delta_0 P \\ \tilde{s}_l(T, T_0) = s_l(T) - s_{l,0}(T_0) = c \ln \frac{T}{T_0} \end{array} \right. \quad (2.1.3b)$$

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{s}_l(T, T_0) = s_l(T) - s_{l,0}(T_0) = c \ln \frac{T}{T_0} \end{array} \right\} \quad (2.1.3c)$$

— gaz parfait dynamique (équations (1.2.52) et (1.2.40c)) :

$$\xi_{h,g}(T, T_0, P, P_0) = \tilde{h}_g(T, T_0) - T_0 \tilde{s}_g(T, T_0, P, P_0) \quad (2.1.4a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{h}_g(T, T_0) = h_g(T) - h_{g,0}(T_0) = c_p \Delta_0 T \\ \tilde{s}_g(T, T_0, P, P_0) = s_g(T, P) - s_{g,0}(T_0, P_0) = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{P}{P_0} \end{array} \right. \quad (2.1.4b)$$

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{s}_g(T, T_0, P, P_0) = s_g(T, P) - s_{g,0}(T_0, P_0) = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{P}{P_0} \end{array} \right\} \quad (2.1.4c)$$

On note la mention explicite de la dépendance en température et pression pour chacun des potentiels énergétiques et entropiques explicités ci-dessus, notamment celle des grandeurs relatives à l'environnement T_0 et P_0 . Souvent omise, y-compris dans ce travail, cette double dépendance — en fonction des variables du système (T, P) et de l'environnement (T_0, P_0) — est cependant cruciale pour bien appréhender la grandeur exergie, comme nous allons le voir dans la sous-partie suivante.

2.1.2 Facteurs exergétiques et potentiels énergétiques de référence

Par analogie avec la définition des flux d'exergie chaleur au moyen du facteur de Carnot $\theta(T)$ (équation (1.2.8)), on définit le *facteur exergétique* d'un fluide (liquide (l) ou gazeux (g)), comme suit :

$$\xi_{e,l/g}(T, T_0, P, P_0) = \theta_{e,l/g}^*(T, T_0, P, P_0) \tilde{e}_{l/g}(T, T_0, P, P_0), \quad (2.1.5)$$

où l'indice $e = \{u, h\}$ désigne le potentiel énergétique correspondant à l'état statique ou dynamique du fluide considéré, et $\tilde{e}_{l/g}$ est un *potentiel énergétique de référence relatif* dont nous précisons l'expression ci-dessous au cas par cas, liquide (l) ou gazeux (g), et statique ou dynamique. Dans la suite, si aucune confusion n'est permise, l'indice, 'g' ou 'l', explicitement indiqué ici sera généralement omis, de même pour les dépendances en pression et température qui seront sous-entendues. On note l'étoile (*) en exposant des facteurs exergetiques afin de les distinguer du facteur de Carnot de « chaleur pure » θ . Nous présentons ici les expressions analytiques de ces deux grandeurs caractéristiques dans les quatre cas de figure déjà discutés, et reviendrons plus précisément sur leur interprétation physique dans la sous-partie suivante. Notamment, pour chacun des cas discutés, nous définissons une pseudo-température dont les propriétés seront discutées dans la sous-partie 2.2.1.

2.1.2.1 Liquide statique

Considérons tout d'abord le cas élémentaire des liquides statiques, indépendant de la pression. L'exergie massique d'un liquide statique (équation (1.2.39)) peut se réécrire :

$$\xi_{u,l} = \left(1 - \frac{T_0}{T_{m0}^*}\right) c\Delta_0 T, \quad (2.1.6)$$

où

$$T_{u,l}^* = \frac{T - T_0}{\ln(T/T_0)} = \frac{\Delta_0 T}{\ln(T/T_0)} \equiv T_{m0}^* \quad (2.1.7)$$

est appelée température moyenne logarithmique entre T et T_0 , et est notamment rencontrée dans l'analyse des échanges de chaleur entre fluides à pression constante et sans changement de phase, comme nous le verrons dans la sous-partie 2.3.2. L'indice 0 indique explicitement que celle-ci est prise relativement à T_0 . Dans la suite, par abus de langage et par soucis de concision, on l'appellera simplement *température moyenne logarithmique*, sous-entendu entre la température du fluide considéré et celle de son environnement. La variation de cette dernière en fonction de la température réelle du fluide T a été représentée sur la figure 2.1.1a. Alors, on peut effectivement vérifier sur celle-ci que, la température $T_{u,l}^*$ étant une moyenne, d'une part lorsque T est inférieure à T_0 , $T_{u,l}^*$ est supérieure à T ,

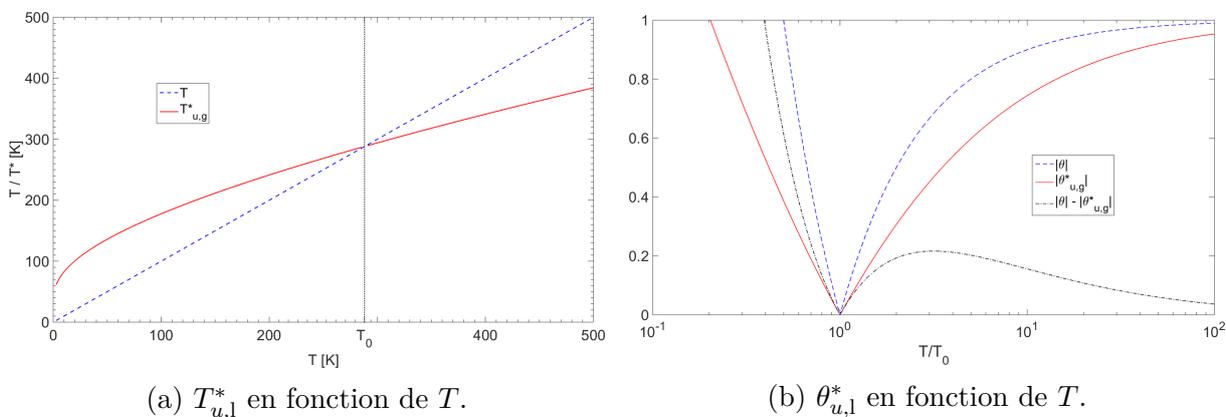


FIGURE 2.1.1 – (a) Température équivalente de l'eau statique en fonction de celle, réelle, du fluide. (b) Comparaison du facteur de Carnot et du facteur exergetique d'un liquide statique en fonction de la température réduite T/T_0 .

et inversement lorsqu'elle est supérieure à T_0 , $T_{u,1}^*$ lui est inférieure. D'autre part, on peut également constater que $T_{u,1}^*$ est respectivement inférieure ou supérieure à T_0 lorsque T est également inférieure ou supérieure à T_0 . Alors, le potentiel énergétique de référence relatif, égal à l'énergie interne relative du liquide statique (équation (2.1.1b)),

$$\tilde{e}_{u,1} = \tilde{u} = c\Delta_0 T, \quad (2.1.8)$$

est positif pour les systèmes statiques écartés de leur équilibre avec l'environnement par valeur supérieure, i.e. $T > T_{u,1}^* > T_0$, et inversement, négatif pour ceux qui le sont par valeur inférieure, i.e. $T < T_{u,1}^* < T_0$.

De manière analogue, le facteur exergetique correspondant,

$$\theta_{m0}^* \equiv \theta_{u,1}^* = 1 - \frac{T_0}{T_{m0}^*}, \quad (2.1.9)$$

représenté en valeur absolue en fonction de la température réduite $t = T/T_0$ sur la figure 2.1.1b, sera inférieur au facteur de Carnot, représenté en tirets bleus, lorsque T sera supérieure à T_0 et inférieur à ce dernier pour les températures inférieures à T_0 . On le notera θ_{m0}^* étant donné sa présence récurrente dans la suite. Sur la figure 2.1.1 on constate que, d'une part, les comportements asymptotiques sont inchangés; mais d'autre part, que le facteur exergetique (courbe rouge) est toujours inférieur en valeur absolue au facteur de Carnot (courbe en pointillés bleus), ou égal en $T = T_0$. Plus particulièrement, au voisinage de T_0 par valeur supérieure, l'accroissement du facteur exergetique (courbe rouge) avec la température, est plus lente que celle du facteur de Carnot (courbe en pointillés bleus). Ainsi, considérons par exemple un certain volume de liquide maintenu à une température $T > T_0$ au moyen d'un flux de chaleur \dot{Q} . On peut directement calculer la fraction d'exergie détruite $\delta_{\dot{Q}/\text{liq}}$ par simple transmission de la chaleur au volume de liquide tel que :

$$\delta_{\dot{Q}/\text{liq}}(T) = \theta(T) - \theta_{u,1}^*(T) \xrightarrow[T_0 = 288 \text{ K}]{T = 2T_0} \delta_{\dot{Q}/\text{liq}}(2T_0) \simeq 0,2 \quad (2.1.10)$$

où l'application numérique a été faite pour une température égale au double de celle de l'environnement (en Kelvin), soit en degrés Celsius environ 300°C quand $T_0 = 15^\circ\text{C}$. La « dilution » ou dégradation d'énergie exprimée par l'équation (2.1.10) peut directement se lire sur la figure 2.1.1b : c'est la courbe noire en tirets-pointillés qui trace la différence entre la valeur absolue du facteur de Carnot (courbe en tirets bleus) et celle du facteur exergetique du liquide statique (courbe en trait plein rouge). Quand $T > T_0$, on voit alors que cette destruction d'exergie « par transfert » (courbe en tirets-pointillés noirs) croît d'abord à mesure que la température augmente, avant d'atteindre un maximum lorsque $T \simeq 3,2 T_0$, puis décroît à mesure que $T \rightarrow +\infty$. Cette température particulière de « destruction maximale d'exergie par transfert » nous apparait intéressante à approfondir mais sort du cadre de ce travail. Ensuite, lorsque $T < T_0$, le facteur exergetique $\theta_{u,1}^*$ et l'énergie interne relative \tilde{u}_1 sont tous les deux négatifs, définissant l'exergie du liquide positivement comme nous l'avons discuté précédemment. Nous revenons sur la signification du signe de θ^* dans la sous-partie suivante mais rappelons-nous simplement que pour un flux de chaleur, $\theta < 0$ signifie que l'exergie se propage à contre-courant de la chaleur et que; similairement pour un volume statique de fluide, $\theta^* < 0$, i.e. $T_{m0}^* < T_0$, implique que celui-ci peut potentiellement être utilisé comme source froide. Nous constatons simplement pour l'instant que la valeur absolue du facteur de Carnot croît beaucoup plus rapidement à

mesure que T décroît par rapport à celle du facteur exergetique ; en effet,

$$\text{quand } T \rightarrow 0 \text{ on a : } |\theta| \sim \frac{T_0}{T} \quad \text{et} \quad |\theta^*| \sim \frac{\ln(T/T_0)}{(T/T_0) - 1},$$

le premier tendant beaucoup plus rapidement vers l'infini que le second à mesure que la température décroît.

2.1.2.2 Liquide dynamique

Considérons maintenant un débit stationnaire de fluide incompressible, son exergie massique dynamique (équation (1.2.50)) peut se réécrire :

$$\xi_{h,1} = \left[1 - \left(1 + \frac{v\Delta_0 P}{c\Delta_0 T} \right)^{-1} \frac{T_0}{T_{m0}^*} \right] (c\Delta_0 T + v\Delta_0 P). \quad (2.1.11)$$

Le potentiel énergétique de référence relatif est cette fois-ci donné par l'enthalpie relative du liquide (équation (2.1.3b)),

$$\tilde{e}_{h,1} = \tilde{h} = c\Delta_0 T + v\Delta_0 P, \quad (2.1.12)$$

composée d'un terme thermique, $c\Delta_0 T$, et d'un autre mécanique, $v\Delta_0 P$. Alors, en utilisant les relations (2.1.3), on obtient le facteur exergetique correspondant :

$$\theta_{h,1}^* = 1 - \frac{T_0}{T_{h,1}^*}, \quad (2.1.13)$$

où la pseudo-température du liquide en mouvement est donnée par :

$$T_{h,1}^* = T_{m0}^* \left(1 + \frac{v\Delta_0 P}{c\Delta_0 T} \right) \quad (2.1.14a)$$

$$= \frac{T - T_p}{\ln(T/T_0)} \quad (2.1.14b)$$

$$\equiv \frac{\Delta_p T}{\ln(T/T_0)}, \quad (2.1.14c)$$

où

$$T_p = T_0 - \frac{v\Delta_0 P}{c}, \quad (2.1.15)$$

est la température, dépendante de la pression du fluide, pour laquelle $T_{h,1}^*$ s'annule ; $\Delta_0 P = P - P_0$ est la différence de pression que présente le liquide dynamique avec P_0 , la pression statique dans l'environnement ; v et c sont le volume et la chaleur spécifique massique de celui-ci ; et T_{m0}^* sa température moyenne logarithmique prise relativement à T_0 (équation (2.1.7)). Enfin, dans l'équation (2.1.14c), par analogie avec la notation Δ_0 , nous avons introduit le symbole Δ_p qui traduit la différence prise relativement à T_p , soit :

$$\Delta_p T \equiv T - T_p. \quad (2.1.16)$$

Alors, l'équation (2.1.14a) nous montre que $T_{h,1}^*$ sera inférieure ou supérieure à T_{m0}^* , selon que la température réelle du fluide T sera respectivement supérieure ou inférieure à T_0 . Les graphiques de la figure 2.1.2 présentent les variations de $T_{h,1}^*$ pour différentes pressions sur différents domaines de température. La légende des couleurs correspondant aux courbes est indiquée sur la figure 2.1.2b. De plus, on a indiqué par des droites verticales de la couleur correspondant à la pression considérée les températures de fluide particulières suivantes :

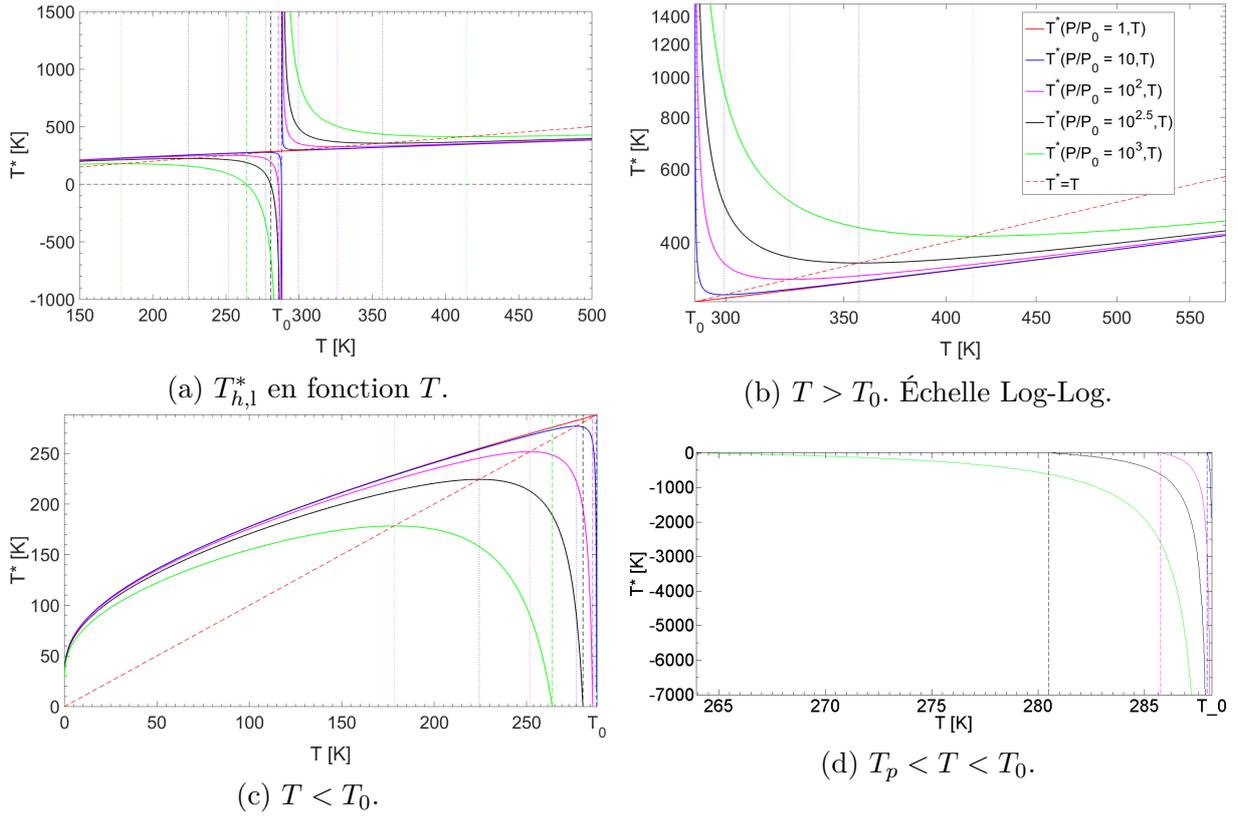


FIGURE 2.1.2 – Variations de la pseudo-température $T_{h,l}^*$ des liquides dynamiques (de l'eau ici) en fonction de la température réelle du fluide T pour différentes pressions P ; la droite $T_{h,l}^* = T$ a également été représenté en tirets rouges sur les graphiques (a), (b) et (c). Pour chaque pression, la température T_p à laquelle la pseudo-température s'annule a été indiquée, pour chaque pression, en tirets verticaux de la couleur correspondante. De même, les températures T_p^- et T_p^+ pour lesquelles on a $T^*(T_p^\pm, P) = T_p^\pm$, de part et d'autre de T_p , ont été indiquées en pointillés. Ces dernières coïncident respectivement avec le maximum et le minimum de la pseudo-température sur le domaine de température correspondant. La légende des quatre graphiques est indiquée sur le graphique (b), et la référence a été prise telle que $T_0 = 288,15$ K et $P_0 = 1$ atm.

- en tirets, les températures T_p à laquelle le fluide présente une exergie minimale,
- en pointillés, les températures T_p^+ et T_p^- pour lesquelles la dérivée de la pseudo-température par rapport à T change de signe.

Ces dernières coïncident avec l'égalité de la pseudo-température et de la température (réelle) du fluide. En effet, en dérivant l'équation (2.1.14b) par rapport à T , on trouve :

$$\left. \frac{\partial T_{h,l}^*}{\partial T} \right|_{T_p^\pm} = 0 \quad \iff \quad T_{h,l}^*(T_p^\pm, P) = T_p^\pm, \quad (2.1.17)$$

c'est pourquoi on a tracé les droites $T^* = T$ en tirets rouges sur les graphiques des figures 2.1.2a, 2.1.2b et 2.1.2c.

Notons en aparté que l'eau bout à 100°C sous une pression de 1 atm, c'est-à-dire à la température réduite $T_{\text{ebu}}^{1 \text{ atm}}/T_0 = 1,3$ quand $T_0 = 15^\circ\text{C}$, mais que la température réduite d'ébullition passe à $T_{\text{ebu}}^{10^3 \text{ atm}}/T_0 = 2,5$ lorsque la pression du fluide est de 10^3 atm (courbe verte). Par contre la température de fusion de l'eau est quasiment indépendante de la

pression et se produit à la température réduite $T_{\text{fus}}/T_0 = 0,95$ sur toute la gamme de pression représentée. Alors l'eau n'est plus liquide et l'expression de son exergie massique change, équation (1.2.50), mais nous faisons abstraction de ce point en supposant que l'eau est toujours liquide pour l'analyse des courbes proposées sur les figures 2.1.2 et 2.1.3. En effet, on obtiendrait une représentation graphique similaire à celles proposées pour l'eau avec un fluide frigorigène tel que le R134a qui, aux pressions appropriées, reste liquide plusieurs dizaines de degrés sous la température de l'environnement. Ce cas sera traité ultérieurement, lors de l'étude de la PAC géothermique dans la sous-partie 3.2.2. Nous supposons donc ici que le fluide reste liquide sur les gammes de pression et température rapportées sur les graphiques des figures 2.1.2 et 2.1.3.

Considérons tout d'abord le graphique de la figure 2.1.2c, pour les températures inférieures à T_0 . La pseudo-température est d'abord très rapidement croissante à mesure que T s'éloigne du zéro absolu et atteint un maximum lorsque $T_{h,1}^*(T_p^-, P) = T_p^-$. Et on aura, pour toute pression $P \neq P_0$, $T_p^- < T_0$, impliquant que la pseudo-température du liquide statique sera strictement inférieure à T_0 sur tout le domaine $T < T_0$. Ensuite, au passage de T_p^- , la pseudo-température décroît, s'annule quand $T = T_p$, puis diverge en $-\infty$ quand T tend vers T_0 . Un agrandissement du domaine de températures au voisinage de T_0 par valeur inférieure a été représenté sur la figure 2.1.2d. Alors, lorsque la température réelle du fluide est inférieure à T_0 , on peut distinguer trois régions. Entre 0 K et T_p^- tout d'abord, la température effective est croissante avec celle du fluide, supérieure à cette dernière mais inférieure à la température moyenne logarithmique du liquide statique, T_{m0}^* , tracée en rouge sur les graphiques (on a en effet le cas limite $T_{h,1}^*(T, P = P_0) = T_{m0}^*$). Ensuite, entre T_p^- et T_p , la température effective devient strictement inférieure à la température réelle du fluide et s'annule en T_p . Enfin, lorsque la température du fluide est comprise entre T_p et T_0 , la température effective du fluide devient négative, introduisant un domaine de températures $[T_p, T_0]$, dépendant de la pression du fluide, sur lequel le facteur exergétique est supérieur à 1, cf. équation (2.1.13). Ce domaine est d'autant plus large que la pression du fluide est importante car T_p est d'autant plus petite devant T_0 que la différence $\Delta_0 P$ est grande devant 1, cf. équation (2.1.15). Nous discutons ce point un peu plus bas, lors de la discussion du facteur exergétique, et considérons maintenant le graphique de la figure 2.1.2b pour les températures supérieures à T_0 , les axes sont en échelle logarithmique. On peut maintenant distinguer deux domaines séparés par la température T_p^+ sur lesquels $T_{h,1}^*$ est d'abord rapidement décroissante jusqu'à atteindre la valeur de la température réelle du fluide en T_p^+ , puis très lentement croissante et tendant vers T_{m0}^* par valeur supérieure à mesure que T tend vers l'infini. Sur tout le domaine de température supérieure à T_0 , $T_{h,1}^*$ est toujours strictement supérieure à T_{m0}^* (courbe rouge), et donc à T_0 .

Les graphiques de la figure 2.1.3 présentent, à gauche, l'exergie dynamique adimensionnée de l'eau en fonction de la température réduite $t = T/T_0$ pour différentes pressions $P > P_0$, et à droite, les facteurs exergétiques correspondants (la même légende est valable pour les deux graphiques). Sur le graphique de droite, le facteur exergétique statique de l'eau,

$$\theta_{h,1}^*(T, P = P_0) = \theta_{m0}^*, \quad (2.1.18)$$

a également été représenté en rouge. On constate dans un premier temps, sur le graphique de gauche, que plus la pression avec laquelle le liquide est mis en mouvement est importante, et plus son exergie au voisinage de T_0 est élevée. Ensuite, plus la différence $\Delta_0 T$ augmente en valeur absolue, et moins ce gonflement est marqué relativement à l'augmentation d'exergie statique, courbe rouge. On peut par exemple comparer les deux courbes

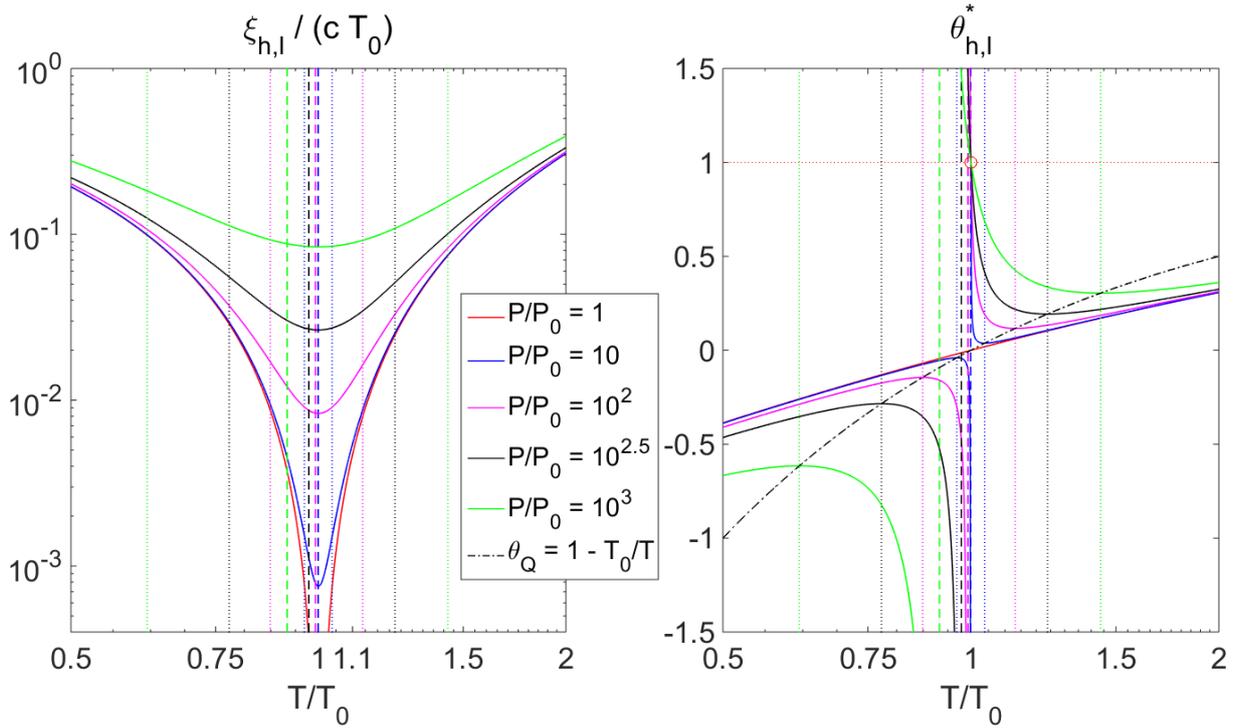


FIGURE 2.1.3 – Exergie massique dynamique adimensionnée de l'eau $\xi_{h,l}/(cT_0)$ (à gauche) pour différentes pressions $P > P_0$ et les facteurs exergetiques correspondant $\theta_{h,l}^*$ (à droite). Les courbes sont tracées en fonction de la température réduite T/T_0 . L'exergie fluide et le facteur exergetique du cas statique ($P = P_0$) ont également été représentés en rouge. Enfin, le facteur de Carnot a été tracé en tirets noirs sur le graphique de droite afin de localiser graphiquement les solutions de l'équation (2.1.17), elles ont été indiquées, pour chaque pression considérée, par deux lignes verticales en pointillés de la couleur correspondante. Les lignes verticales en longs tirets indiquent les positions des T_p pour chaque pression représentée.

d'exergie dynamique prises à P égale à 10 et 100 fois la pression atmosphérique P_0 , les courbes bleue et magenta respectivement. En $T = T_0$, la seconde est plus importante que la première d'environ un ordre de grandeur mais très rapidement la différence entre les deux courbes tend vers 0. Plus particulièrement, l'exergie liquide dynamique est toujours *strictement* supérieure à 0, même en T_0 où elle prend sa valeur minimale

$$\xi_{h,l}(T_0, P) = c(T_0 - T_p) = \tilde{h}(T_0, P), \quad (2.1.19)$$

strictement positive et égale à l'enthalpie relative du liquide dans les mêmes conditions. Dans la deuxième égalité de l'équation (2.1.19), on a utilisé la définition de la température T_p , donnée à l'équation (2.1.15), permettant d'écrire l'enthalpie relative du liquide en mouvement, équation (2.1.3b), tel que :

$$\tilde{h}(T, P) = c(T - T_p) = c\Delta_p T. \quad (2.1.20)$$

On peut vérifier, en remplaçant T par T_0 dans l'expression de $T_{h,l}^*$, équation (2.1.14b), que le facteur exergetique correspondant, équation (2.1.13), est alors égale à 1 pour toute pression $P \neq P_0$; ou sur le graphique de droite de la figure 2.1.3 où cette limite a été indiquée par une ligne horizontale en pointillés rouges. Ensuite, considérons tout d'abord un liquide chaud en mouvement à $T_c > T_0$. Nous avons vu plus haut que, pour toute

pression supérieure à P_0 , celui-ci présente une température effective $T_{h,1}^*(T_c, P)$ supérieure à la température effective qu'il aurait dans le cas statique, $T_{m0}^*(T_c)$, elle-même supérieure à T_0 :

$$T_0 < T_{m0}^*(T_c) < T_{h,1}^*(T_c, P), \quad (2.1.21a)$$

Toutes ces quantités étant positives, on a alors, de même pour les facteurs exergetiques :

$$0 < \theta_{m0}^*(T_c) < \theta_{h,1}^*(T_c, P), \quad (2.1.21b)$$

dont les variations sont alors analogues à celles de la pseudo-température précédemment discutée. On peut notamment vérifier que les températures auxquelles la dérivée de l'expression de ces deux quantités change de signe sont les mêmes, on a en effet :

$$\left. \frac{\partial \theta_{h,1}^*}{\partial T} \right|_{T=T_p^\pm} = 0 \iff \frac{1}{(T_{h,1}^*)^2} \left. \frac{\partial T_{h,1}^*}{\partial T} \right|_{T=T_p^\pm} \iff \theta_{h,1}^*(T_p^\pm, P) = \theta(T_p^\pm). \quad (2.1.22)$$

Alors, la valeur du facteur exergetique est tout d'abord rapidement décroissante à mesure que T , la température du fluide, s'éloigne de T_0 , jusqu'en $T_p^+ = T_{h,1}^*(T_p^+, P)$, puis est lentement croissante par valeur supérieure à θ_{m0}^* et inférieure au facteur de Carnot thermique, θ_Q , lui-même tendant vers 1 quand $T \rightarrow +\infty$. Ainsi, sur tout le domaine $[T_0, +\infty]$, $\theta_{h,1}^*$ est strictement positif et inférieur à 1, et \tilde{h} y est également positif car $T > T_0 > T_p$ (cf. équation (2.1.20)). On peut alors dire que la mise en mouvement d'un certain liquide chaud, $T > T_0$, « gonfle » la valeur de son facteur exergetique, d'une quantité d'autant plus importante que la différence $\Delta_0 P$ est grande. Ce « gonflement » est maximal en $T = T_0$ car $\theta_{m0}^*(T_0) = 0$ et $\theta_{h,1}^*(T_0, P) = 1$. Pour les liquides en mouvement à une certaine température $T_f < T_0$, nous avons distingués trois domaines de température. Pour les liquides dynamiques très froids tout d'abord, c'est-à-dire pour des températures inférieures à T_p^- , on a :

$$0 < T_f < T_{h,1}^*(T_f, P) < T_{m0}^*(T_f) < T_0 \quad (2.1.23a)$$

et

$$\theta_Q(T_f) < \theta_{h,1}^*(T_f, P) < \theta_{m0}^*(T_f) < 0, \quad (2.1.23b)$$

ou en valeur absolue :

$$0 < |\theta_{m0}^*(T_f)| < |\theta_{h,1}^*(T_f, P)| < |\theta_Q(T_f)|, \quad (2.1.23c)$$

valables pour toute pression $P > P_0$. Sans entrer plus avant dans les considérations que nous aborderons dans la sous-partie suivante, on rappelle l'interprétation faite précédemment à propos du sens de propagation des flux d'exergie chaleur co- ou à contre-courant du flux de chaleur sous-jacent, en fonction du signe des facteurs de Carnot correspondant ; d'où l'analyse des facteurs exergetiques faite ici en termes de valeur absolue. Le facteur exergetique du liquide est encore une fois « gonflée », négativement cette fois-ci, par la mise en mouvement du fluide par rapport à sa position stationnaire (i.e. à $P = P_0$) ; tout en restant inférieur en valeur absolue au facteur de Carnot θ_Q , cf. graphique à droite de la figure 2.1.3. Ensuite, pour les liquides un peu plus chaud, mais présentant toujours une température inférieure à T_p , nous avons vu que les températures, réelle et équivalente, s'ordonnent comme suit :

$$0 < T_{h,1}^*(T_f, P) < T_f < T_{m0}^*(T_f) < T_0, \quad (2.1.24a)$$

impliquant les relations d'ordres suivantes pour la valeur absolue des facteurs exergetiques correspondant :

$$0 < |\theta_{m0}^*(T_f)| < |\theta_Q(T_f)| < |\theta_{h,1}^*(T_f, P)|. \quad (2.1.24b)$$

On peut constater sur les graphiques de la figure 2.1.3 que $\theta_{h,1}^*$ diverge en $-\infty$ quand T tend vers T_p par valeur inférieure. Or, cette divergence se produit à mesure que \tilde{h} tend vers 0 par valeur négative (cf. équation (2.1.20)), de telle sorte que $\xi_{h,1} = \theta_{h,1}^* \tilde{h}$ reste continue en T_p (cf. graphique de gauche de la figure 2.1.3). Ensuite, au passage de T_p , l'enthalpie relative du liquide devient positive et croit linéairement, alors que le facteur exergetique, devenu positif, décroît abruptement de $+\infty$ jusqu'à sa valeur en T_0 , égale à l'unité, impliquant comme nous l'avons déjà mentionné que $\xi_{h,1}(T_0, P) = \tilde{h}(T_0, P)$ pour tout pression $P \neq P_0$. Sur ce domaine, $[T_p, T_0]$, les températures, réelle et équivalentes, sont alors ordonnées telles que :

$$T_{h,1}^*(T_f, P) < 0 < T_f < T_{m0}^*(T_f), \quad (2.1.25)$$

impliquant les relations d'ordre suivantes pour les facteurs exergetiques :

$$0 < |\theta_{m0}^*(T_f)| < |\theta_Q(T_f)| \quad \text{et} \quad 1 < \theta_{h,1}^*(T_f, P). \quad (2.1.26)$$

On se retrouve donc dans une situation pour laquelle la température du fluide T est inférieure à T_0 mais son enthalpie relative, équation (2.1.20), est malgré tout supérieure à 0 car $T > T_p$. De plus, sa pseudo-température étant négative, son facteur exergetique est strictement supérieur à 1 et diverge en T_p . En effet, on a d'une part que l'enthalpie relative \tilde{h} est nulle car le défaut d'énergie thermique par rapport à l'environnement, $c\Delta_p T_0$, contre-balance exactement l'énergie mécanique du fluide, $v\Delta_0 P$, cf. équation (2.1.12). D'autre part, d'après l'équation (2.1.3a), toute l'exergie du fluide provient alors du terme entropique, strictement négatif, impliquant que l'exergie dynamique

$$\xi_{h,1}(T_p, P) = cT_0 \ln \frac{T_0}{T_p} = T_0 \ln \frac{1}{1 - \frac{v\Delta_0 P}{c}} \quad (2.1.27)$$

est strictement positive; d'où la divergence du facteur exergetique en T_p . Le terme entropique reste ensuite dominant, décroissant avec la température du fluide, tant que cette dernière est inférieure à T_0 . Température à laquelle le facteur exergetique des liquides dynamiques est égal à 1 pour toute pression $P > P_0$. D'après l'introduction faite de l'exergie dans le chapitre 1, cela signifie que le fluide véhicule uniquement de l'énergie mécanique, on a en effet :

$$\xi_{h,1}(T_0, P \neq P_0) = \tilde{h}(T_0, P \neq P_0) = v\Delta_0 P, \quad (2.1.28)$$

et aucune énergie thermique n'est véhiculée par le liquide relativement à son environnement. Alors, sur le domaine $[T_p, T_0]$, un liquide dynamique traditionnellement défini comme froid, i.e. $T < T_0$, peut présenter un couple, facteur exergetique et potentiel énergetique de référence, positif. Ceci semble introduire une contradiction dans l'interprétation donnée précédemment du sens de propagation d'un flux d'exergie, chaud et co-courant ou froid et à contre-courant, en termes du signe du facteur exergetique associé. Mais nous verrons dans la sous-partie suivante qu'il ne s'agit en réalité que d'une question de définition. La divergence des facteurs exergetiques au voisinage de T_p ne nous semble par traduire une réalité physique particulière, autre que celle, mathématique, d'une fraction dont le dénominateur tend vers 0, l'enthalpie relative du liquide ici; nous revenons sur ce point dans les sous-parties suivantes.

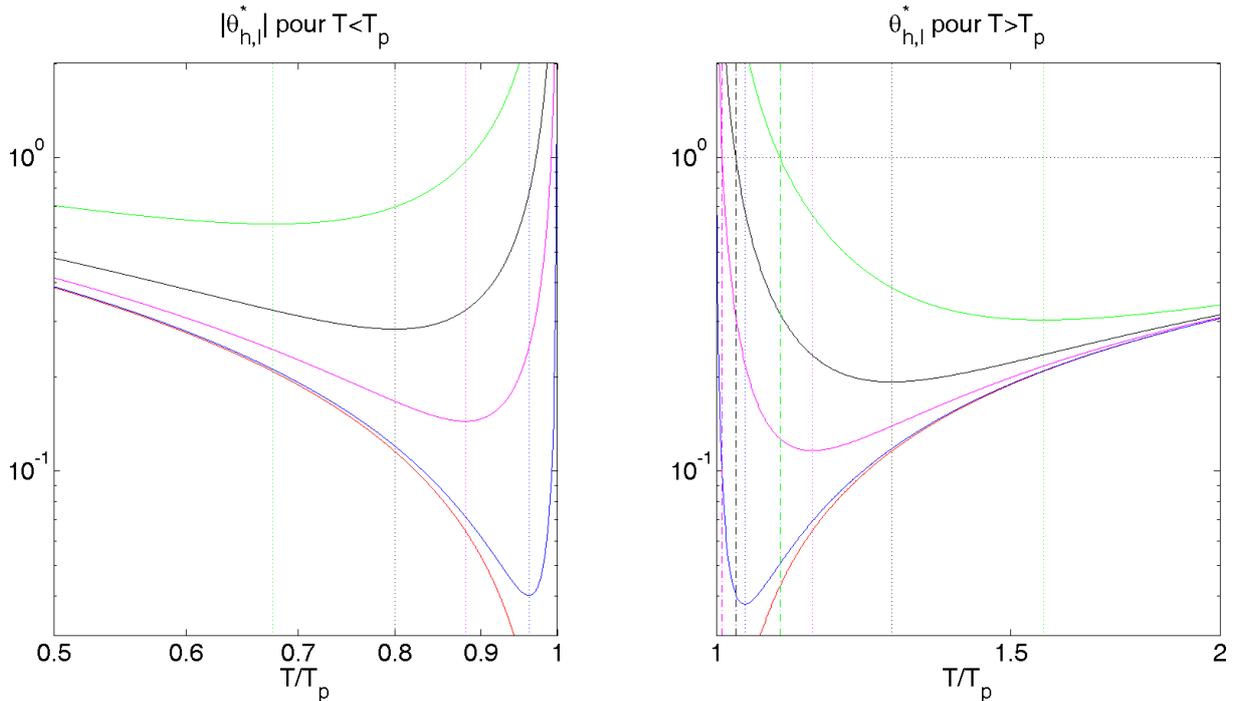


FIGURE 2.1.4 – Facteur exergetique dynamique de l'eau liquide à différentes pressions pour $T > T_p$ (à droite), et en valeur absolue pour $T < T_p$ (à gauche). Les courbes sont tracées, pour chaque pression P , en fonction de la température réduite $\tilde{t} = T/T_p$ correspondante. Les lignes verticales en tirets-pointillés indiquent les valeurs de $\tilde{t}_0 = T_0/T_p$ pour chacune des pressions représentées. Les lignes verticales en pointillés indiquent les extrema des facteurs exergetiques de part et d'autre de T_p .

Sur les graphiques de la figure 2.1.4, on peut voir, à droite l'évolution du facteur exergetique considéré aux mêmes pressions qu'à la figure précédente pour des températures supérieures à T_p ; et à gauche sa valeur absolue pour des températures inférieures à T_p . Chacune de ces courbes a été tracée en fonction de la température réduite $\tilde{t} = T/T_p$, où T_p dépend de la pression considérée comme nous l'avons vu plus haut. Les droites verticales en tirets-pointillés indiquent la position de T_0 relativement à la température T_p correspondant à la courbe de même couleur. Celles-ci permettent de localiser les températures réduites relativement à T_p auxquelles les facteurs exergetiques prennent la valeur 1. De plus, de même que sur les graphiques de la figure 2.1.3, les températures réduites $\tilde{t}_p^\pm = T_p^\pm/T_p$ ont été indiquée à l'aide de droites verticales en pointillés pour chacune des pressions représentées. Ces graphiques sont présentés afin de permettre une visualisation relative du comportement des facteurs exergetiques à différentes pressions à l'approche de leurs températures de divergence respectives T_p . Sur le graphique de gauche tout d'abord, pour des températures inférieures à T_p , on peut vérifier que la valeur absolue des facteurs exergetiques décroît d'abord jusqu'à une certaine température T_p^- , avant de croître d'autant plus rapidement que la pression du liquide P est proche de P_0 . On constate alors que plus la pression à laquelle est soumis le liquide est élevée, et plus T_p^- , la température à laquelle la dérivée du facteur exergetique change de signe, est proche de T_p . Impliquant, dans le même temps, que le minimum de la valeur absolue du facteur exergetique sur ce domaine de températures est d'autant plus élevée, que la pression du fluide est importante, soit

$$\left| \theta_{h,1}^*(T_{P_1}^-, P_1) \right| < \left| \theta_{h,1}^*(T_{P_2}^-, P_2) \right| \quad \text{si} \quad P_1 < P_2, \quad (2.1.29)$$

et ce minimum sera d'autant moins marqué que la pression sera élevée. On observe l'effet miroir, bien que non strictement symétrique, sur le graphique de droite de la même figure pour des températures supérieures à T_p . Les facteurs exergetiques décroissent abrupement d'abord à mesure que la température du liquide s'éloigne de T_p , jusqu'à un minimum en T_p^+ , avant de croître d'autant plus rapidement que la pression est proche de P_0 , pour ensuite tendre asymptotiquement vers 1 aux grandes températures. De même que précédemment, plus la pression du liquide est élevée, plus les températures T_p^+ sont éloignées des T_p correspondants, et les minima en T_p^+ , $\theta_{h,1}^*(T_p^+, P)$, élevés et peu marqués. Nous avons vu que sur $[T_p, T_0]$, le facteur exergetique est supérieure à 1 car, l'entropie relative du liquide étant négative, son exergie dynamique est strictement supérieure à son enthalpie relative. Ensuite, à mesure que la température du fluide augmente par valeur supérieure à T_0 , la quantité de chaleur transportée par le fluide est d'abord faiblement exergetique; d'où la décroissance observée dans un premier temps sur le graphique de droite de la figure 2.1.4 à mesure que T s'éloigne de T_0 (on rappelle que les températures réduites $\tilde{t}_0 = T_0/T_p$ ont été indiquées pour chaque pression par des lignes verticales en tirets-pointillés de la couleur correspondante). Puis, la chaleur véhiculée par le fluide étant de plus en plus exergetique, la tendance s'inverse et le facteur exergetique croit à nouveau avec l'élévation de température, à partir de $T_{h,1}^*(T_p^+, P) = T_p^+$ comme nous l'avons discuté précédemment pour tout $P > P_0$.

D'une manière générale, on comprend bien que, de part et d'autre de T_p avec $|\Delta_p T|$ suffisamment grand, la valeur absolue du facteur exergetique croisse à mesure que la température du liquide s'éloigne de T_p , car le fluide véhicule alors plus d'exergie, que se soit co- ou à contre-courant du flux d'énergie. Dans le premier cas, le *potentiel travail* transporté par le fluide sera, en proportion de \tilde{h} , d'autant plus grand que la température de celui-ci sera grande devant T_p . Et inversement, dans le second cas, le *potentiel travail* nécessaire au maintien de la température T du fluide sous T_p sera d'autant plus important que T sera petite devant T_p . On note finalement que le signe du facteur exergetique $\theta_{h,1}^*(T, P)$ est indépendant de P et est uniquement déterminé par celui de la différence $\Delta_p T = T - T_p$, avec T_p strictement inférieure à T_0 , la température d'exergie minimale, pour toute pression $P > P_0$.

2.1.2.3 Gaz parfait statique

À l'aide de l'équation d'état des gaz parfaits (équation (1.2.41)) et de quelques manipulations élémentaires permettant d'introduire l'exposant adiabatique du gaz parfait considéré, $\gamma = c_p/c_v$, on peut réécrire l'expression de son exergie massique statique (équation (1.2.43)) comme suit :

$$\xi_{u,g} = \left[1 - \frac{\ln \frac{Pv^\gamma}{P_0v_0^\gamma}}{\frac{\Delta_0 T}{T_0} + (\gamma - 1) \frac{\Delta_0 v}{v_0}} \right] (c_v \Delta_0 T + P_0 \Delta_0 v). \quad (2.1.30)$$

Dans la suite, on pose les variables adimensionnées suivantes :

$$t = \frac{T}{T_0}, \quad p = \frac{P}{P_0}, \quad \bar{v} = \frac{v}{v_0} = \frac{t}{p}. \quad (2.1.31)$$

Dans l'équation (2.1.30), le potentiel énergétique de référence relatif a été posé égal à

$$\tilde{e}_{u,g} = c_v \Delta_0 T + P_0 \Delta_0 v, \quad (2.1.32)$$

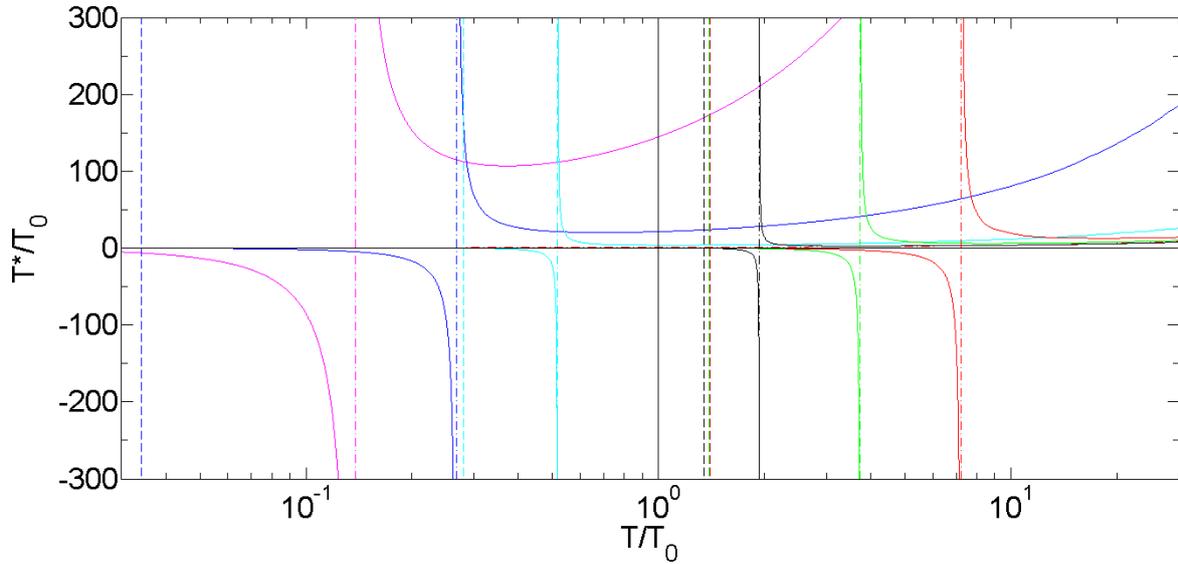
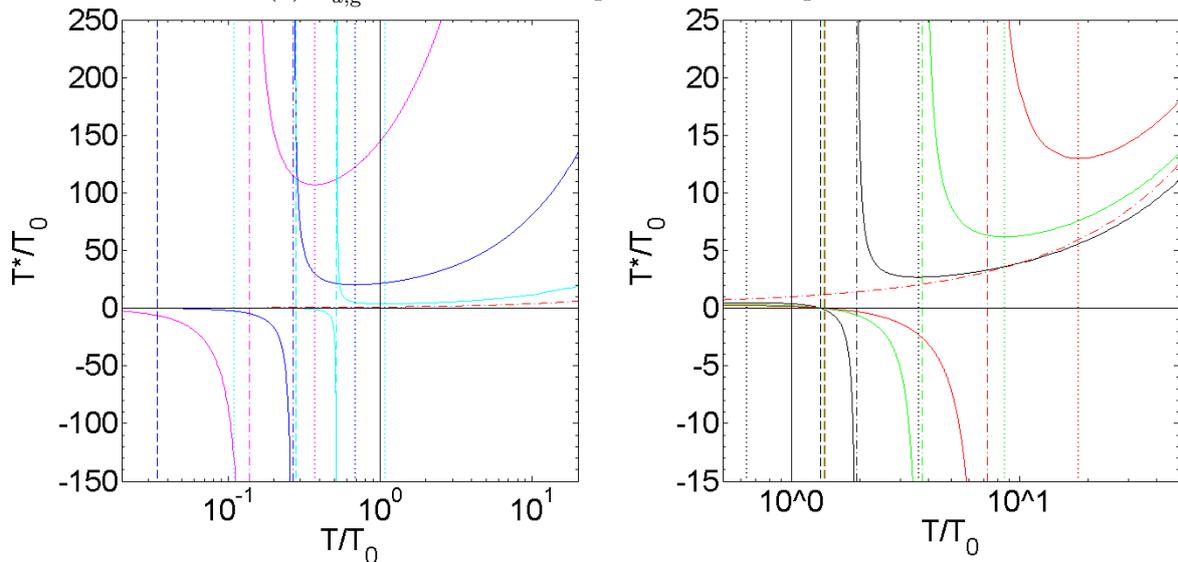
(a) $T_{u,g}^*$ en fonction de T pour différentes pressions.(b) $T_{u,g}^*$ en fonction de T pour des pressions $P < P_0$ à gauche, et $P > P_0$ à droite.

FIGURE 2.1.5 – Variations de la pseudo-température $T_{u,g}^*$ des gaz parfaits statiques (de l'air ici) en fonction de la température réduite du fluide, $t = T/T_0$, pour différentes pressions P ; le code couleur est le même pour tous les graphiques et la légende est indiquée sur le graphique de la figure (a). Pour chaque pression représentée, ont été indiquées de la couleur correspondante : (1) par des tirets, les températures T_p^* auxquelles les pseudo-températures s'annulent ; (2) par des tirets-pointillés, les températures T_γ auxquelles elles divergent ; et (3) par des pointillés, les couples de température T_*^\pm , de part et d'autre des T_γ , pour lesquelles la pente de la courbe représentative de $T_{u,g}^*$ en fonction de T change de signe (pour ces dernières, uniquement sur les graphiques de la figure (b)). La référence a été prise telle que $T_0 = 288,15$ K et $P_0 = 1$ atm.

afin de garantir que le facteur exergetique correspondant,

$$\theta_{u,g}^* = 1 - \frac{T_0 \ln(p\bar{v}^\gamma)}{\Delta_0 T + \frac{P_0 \Delta_0 v}{c_v}}, \quad (2.1.33)$$

présente les mêmes propriétés asymptotiques que $\theta(T)$ quand T tend vers 0 ou $+\infty$, pour tout P ; avec particulièrement :

$$\lim_{T \rightarrow +\infty} \theta_{u,g}^* = 1^-, \quad (2.1.34)$$

comme on peut le vérifier sur les graphiques de droite de la figure 2.1.7. Le signe $-$ en exposant précise que la limite tend vers 1 par valeur inférieure. Mais avant de discuter les propriétés du facteur exergetique de l'équation (2.1.33), nous présentons maintenant la pseudo-température qui émerge naturellement de cette définition :

$$T_{u,g}^* = \frac{\Delta_0 T}{\ln(p\bar{v}^\gamma)} \left(1 + \frac{P_0 \Delta_0 v}{c_v \Delta_0 T} \right) \quad (2.1.35a)$$

$$= \frac{\gamma_p}{\gamma} \frac{T - T_p^*}{\ln(T/T_\gamma)} \quad (2.1.35b)$$

$$= \frac{\gamma_p}{\gamma} \frac{\Delta_* T}{\ln(T/T_\gamma)}, \quad (2.1.35c)$$

où γ_p a été introduit à l'équation (1.2.45), et T_p^* à l'équation (1.2.44). Dans l'équation (2.1.35c), par analogie avec les symboles Δ_0 et Δ_p , on a introduit Δ_* qui traduit la différence prise relativement à T_p^* , soit : $\Delta_* T = T - T_p^*$. On rappelle que T_p^* est la température, dépendante de la pression du fluide, pour laquelle l'exergie est minimale (voir la figure 1.2.4), et qui coïncide alors avec celle à laquelle les $T_{u,g}^*$ s'annulent. Dans la dernière égalité de l'équation (2.1.35b), on a de plus introduit la température

$$T_\gamma = T_0 \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \quad (2.1.36)$$

également dépendante de la pression du fluide, pour laquelle les $T_{u,g}^*$ divergent. On note alors qu'étant donné que l'on a la relation triviale suivante pour tout gaz :

$$0 < \frac{\gamma-1}{\gamma} < 1, \quad (2.1.37)$$

la température T_γ sera respectivement supérieure ou inférieure à T_0 selon que P sera également supérieure ou inférieure à P_0 . Les graphiques des figures 2.1.5 et 2.1.6 présentent les variations de la pseudo-température des gaz parfaits statiques pour différentes pressions, en fonction de la température réduite $t = T/T_0$ pour ceux de la première figure, et de $\tilde{t} = T/T_\gamma$ pour ceux de la seconde. Pour cette dernière, on note qu'il s'agit d'une température réduite dépendant alors de la pression du fluide, i.e. $\tilde{t} \equiv \tilde{t}(T, P)$ (cf. équation (2.1.36)). De même que dans la partie précédente, pour les applications numériques, bien qu'il ne s'agisse pas à proprement parlé d'un gaz parfait, l'air sec a été utilisé (cf. note en bas de page 4, p. 25, pour la composition chimique) et, de même que précédemment, on fera abstraction des changements de phase des constituants du fluide qui pourrait apparaître aux petites températures et pressions. Sur les graphiques de la figure 2.1.5, trois types de lignes verticales ont été tracées, avec la couleur des pressions auxquelles elles correspondent, pour indiquer :

- T_γ , en tirets-pointillés, les températures de divergence des $T_{u,g}^*$,
- T_p^* , en tirets, les températures auxquelles les $T_{u,g}^*$ s'annulent,
- T_*^\pm , en pointillés, les températures, de part et d'autre des T_γ , auxquelles la pente de la courbe représentative des $T_{u,g}^*$ en fonction de T change de signe.

Ces dernières sont solutions, sur leurs domaines respectifs de :

$$\left. \frac{\partial T_{u,g}^*}{\partial T} \right|_{T_*^\pm} = 0 \quad \iff \quad \gamma T_{u,g}^* = \gamma_p T_*^\pm \quad \iff \quad \frac{T_{u,g}^*}{T_0} = \frac{T_*^\pm}{T_p^*}, \quad (2.1.38)$$

où, dans la deuxième égalité, on a utilisé la définition de γ_p donnée à l'équation (1.2.45) ; et dans la troisième, celle de T_p^* fournie à l'équation (1.2.44). Sur le graphique de la figure 2.1.5a tout d'abord, seules les températures T_γ et T_p^* ont été indiquées par des lignes verticales (en tirets-pointillés et tirets respectivement). On peut alors vérifier que les T_γ sont inférieures à T_0 lorsque la pression du gaz est inférieure à P_0 (courbes magenta, bleue et cyan), et qu'elles lui sont supérieures lorsque $P > P_0$ (courbes noire, verte et rouge). Ensuite, à P fixée, on peut constater que les températures T_p^* sont toujours strictement inférieures aux T_γ correspondant. Pour les pressions supérieures à P_0 , ces T_p^* sont proches de T_0 avec les propriétés asymptotiques suivantes :

$$\lim_{p \rightarrow \infty} T_p^* = \gamma T_0 \quad (2.1.39a)$$

$$\lim_{p \rightarrow 1} T_p^* = T_0, \quad (2.1.39b)$$

par contre, pour les pressions inférieures à P_0 , T_p^* tend rapidement vers 0, cf. figure 1.2.5a. On peut effectivement constater, sur la gauche du graphique de la figure 2.1.5a, que la température T_p^* correspondant à une pression de 10^{-2} atm est de l'ordre de $3 \times 10^{-2} T_0$, soit environ 10 K (courbe bleue) ; et lorsque la pression du fluide est égale à un dixième de celle de l'environnement, T_p^* est de l'ordre de 80 K (courbe cyan). Un autre point qui saute aux yeux sur ce graphique est la rapide divergence des pseudo-températures des gaz raréfiés lorsque leur température est supérieure à T_p^* , dont on rappelle qu'il s'agit de la température d'exergie minimale du gaz considéré à $P \neq P_0$. On ne la distingue pas bien à cause de l'échelle, mais la courbe représentative de la pseudo-température du gaz à $P = P_0$, égale à la température moyenne logarithmique du fluide divisée par son indice adiabatique,

$$T_{u,g}^*(T, P = P_0) = \frac{T_0 t - 1}{\gamma \ln t} = \frac{T_{m0}^*}{\gamma}, \quad (2.1.40)$$

a également été représenté en tirets-pointillés rouges sur la figure 2.1.5a ; on la distingue mieux sur les graphiques de la figure 2.1.5b. Sur ces derniers, les températures T_*^\pm ont également été indiquées par des droites verticales en pointillés. Celles-ci sont d'autant plus éloignées de la température T_γ de la pression correspondante, P , que cette dernière est écarté de P_0 , que ce soit par valeur supérieure ou inférieure. On s'en rend mieux compte sur les graphiques de la figure 2.1.6, où on a de plus indiqué, par une ligne verticale en trait plein, la température de l'environnement, rapportée aux T_γ des pressions représentées, c'est-à-dire les températures réduites $\tilde{t}_0 = T_0/T_\gamma$. Sur ces graphiques, on observe tout d'abord que pour toute pression $P \neq P_0$, la pseudo-température du gaz statique est strictement inférieure à celle qu'il aurait à P_0 lorsque sa température est inférieure au T_γ correspondant (graphiques de gauche) ; et inversement, elle lui est supérieure si $T > T_\gamma$ (graphiques de droite). On constate ainsi une certaine symétrie entre les gaz sous-pressurisés (graphiques du haut) et sur-pressurisés (graphiques du bas), en comparant

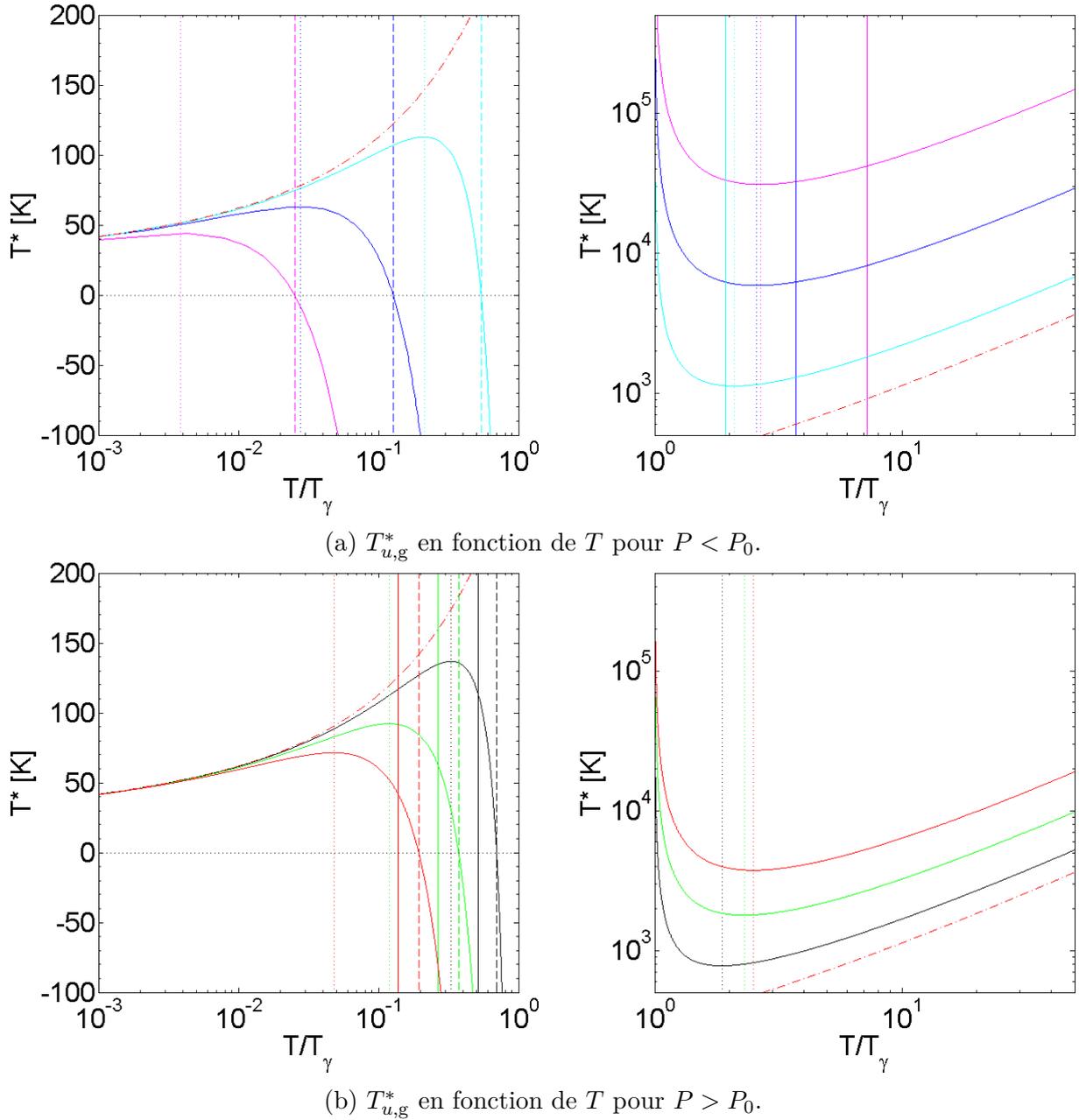


FIGURE 2.1.6 – Variations de la pseudo-température $T_{u,g}^*$ des gaz parfaits statiques (de l'air ici) en fonction de la température du fluide rapportée à la température T_γ correspondant à la pression du fluide, $\tilde{t} = T/T_\gamma$, pour différentes pressions P ; le code couleur des courbes et les références, T_0 et P_0 , sont les mêmes que pour la figure 2.1.5. Pour chaque pression représentée, ont été indiquées de la couleur correspondante : (1) par des tirets, les températures relatives $\tilde{t}_p^* = T_p^*/T_\gamma$ auxquelles les pseudo-températures s'annulent ; (2) par des pointillés, les couples de température relatives $\tilde{t}_*^\pm = T_*^\pm/T_\gamma$, de part et d'autre des T_γ , pour lesquelles la pente de la courbe représentative de $T_{u,g}^*$ en fonction de T change de signe ; et (3) par des droites en trait plein, la température de l'environnement T_0 rapportée aux différents T_γ , $\tilde{t}_0 = T_0/T_\gamma$.

par exemple les courbes représentatives des températures équivalente du gaz à 10^{-1} atm et 10^1 atm, ou encore à 10^{-2} atm et 10^2 atm. Ainsi, à température fixée, $T \neq T_0$, que l'on augmente ou diminue la pression du gaz, sa pseudo-température sera augmentée ou diminuée selon que la température du fluide était initialement supérieure ou inférieure à T_γ . Alors, pour un certain volume de gaz à une température $T_c > T_\gamma$ que l'on maintient constante, et une pression $P < P_0$ que l'on augmente quasi-statiquement (graphique de droite de la figure 2.1.6a); sa température effective diminue tout d'abord et tend vers la valeur T_{m0}^* (« équation (2.1.40)»), puis « rebrousse chemin » et augmente avec la pression lorsque celle-ci devient supérieure à P_0 (graphique de droite de la figure 2.1.6b). Inversement, si le gaz est maintenu à une température $T_f < T_\gamma$ et que sa pression, initialement inférieure à P_0 , est augmentée (graphique de gauche de la figure 2.1.6a), alors sa pseudo-température augmente jusqu'à la valeur T_{m0}^* quand $P = P_0$, puis « rebrousse chemin » et diminue à mesure que la pression du fluide continue d'augmenter par valeur supérieure à P_0 (graphique de gauche de la figure 2.1.6b). Malgré cette symétrie, à T fixée, lorsque la pression du gaz est inférieure à P_0 , la pseudo-température s'éloigne plus rapidement de sa valeur à P_0 que si le gaz est sur-pressurisé; on s'en rend compte en comparant les graphiques du haut avec ceux du bas (les échelles en abscisse et ordonné sont les mêmes). C'est-à-dire que les gaz sous-pressurisés présentent une température effective plus sensible à la pression que ceux qui sont sur-pressurisé, plus particulièrement au voisinage de T_γ d'une part, et pour les gaz présentant une température supérieure à cette dernière d'autre part. Enfin, de même que pour les liquides dynamiques, on voit apparaître, pour toute pression $P \neq P_0$, un domaine de température, $[T_p^*, T_\gamma]$, sur lequel la pseudo-température du gaz statique est négative. Sur les graphiques à gauche de la figure 2.1.6, ces domaines relatifs aux pressions représentées sont situés entre les lignes en tirets de la couleur correspondante et l'axe des ordonnées. On constate alors qu'ils sont d'autant plus large que la pression du gaz est écartée de P_0 , que ce soit par valeur supérieure ou inférieure.

Considérons maintenant les graphiques de la figure 2.1.7 sur lesquels on a représenté, à gauche l'exergie fluide statique adimensionnée pour l'air considéré comme un gaz parfait, et à droite le facteur exergetique correspondant, pour des pressions inférieures à P_0 en haut, et supérieures à P_0 en bas. Sur les quatre graphiques, on a également représenté en tirets-pointillés rouges la courbe représentative de la grandeur correspondante pour le cas limite $P = P_0$. De même que précédemment, les températures particulières T_p^* , T_γ et T_*^\pm ont été indiquées par des lignes verticales en tirets, tirets-pointillés, et pointillés respectivement. On peut alors constater que les zéros de pseudo-température, en T_p^* , concordent avec les minima d'exergie et la divergence des facteurs exergetiques correspondants; et le potentiel énergétique de référence, équation (2.1.32), qui peut se réécrire

$$\tilde{e}_{u,g} = c_v \gamma_p (T - T_p^*) \equiv c_v \gamma_p \Delta_* T \quad (2.1.41)$$

est alors égale à 0, de même que la pseudo-température du fluide, équation (2.1.35b). C'est alors le terme entropique, négatif, qui donne sa valeur à l'exergie statique du gaz :

$$\xi_{u,g}(T_p^*, P) = c_p T_0 \ln \frac{T_\gamma}{T_p^*}, \quad (2.1.42)$$

qui est toujours positive, ou nulle en $P = P_0$, étant donné que T_γ strictement supérieure à T_p^* pour toute pression $P \neq P_0$. On peut alors constater que les minima d'exergie sont décalés vers les petites températures pour les gaz sous-pressurisés et tendent rapidement vers 0, tandis que pour les gaz sur-pressurisés, ils tendent très rapidement vers γT_0 , conformément à la définition de T_p^* donnée à l'équation (1.2.44), et représentée en fonction de P

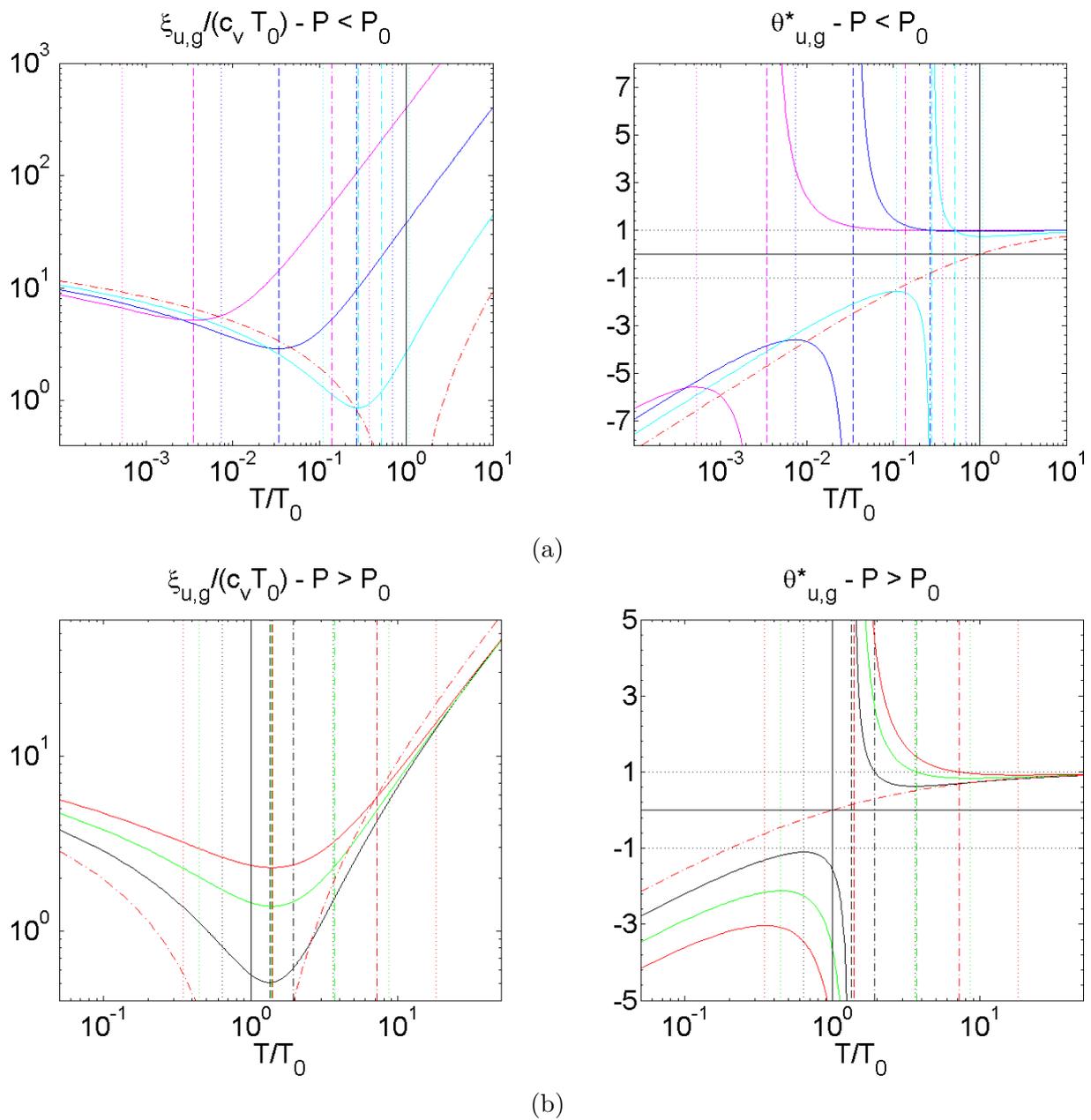


FIGURE 2.1.7 – Exergie massique statique adimensionnée de l'air, $\xi_{u,g}/(c_v T_0)$ (à gauche), et facteur exergetique correspondant $\theta^*_{u,g}$ (à droite) en fonction de la température réduite $t = T/T_0$. Les graphiques du haut présentent ces grandeurs pour des pressions supérieures à P_0 et ceux du bas pour celles qui lui sont inférieures. Le code couleur des courbes, la signalétique des lignes verticales et les références, T_0 et P_0 , sont les mêmes que pour les figures 2.1.5 et 2.1.6.

sur la figure 1.2.5a. Ensuite, lorsque l'on augmente la température du fluide, le potentiel énergétique de référence relatif croît linéairement et l'entropie relative du fluide augmente très rapidement, par valeur négative, jusqu'à s'annuler en T_γ . Le facteur exergétique est alors égal à 1, et l'exergie statique du fluide égale au potentiel énergétique de référence :

$$\xi_{u,g}(T_\gamma, P) = \tilde{e}_{u,g}(T_\gamma, P) = c_v \gamma_p (T_\gamma - T_p^*) \quad (2.1.43)$$

Sur $[T_p^*, T_\gamma]$, pour toute pression $P \neq P_0$, la pseudo-température du gaz est cette fois-ci négative alors que son exergie statique est croissante, à l'inverse de ce que l'on avait observé pour les liquides dynamiques (figure 2.1.3). Ici, $\theta_{u,g}^* = 1$ ne signifie pas que l'énergie portée par le fluide est purement mécanique car T_γ est différente de T_0 pour toute pression $P \neq P_0$, et supérieure ou inférieure à T_0 selon que le gaz est respectivement sur- ou sous-pressurisé. Elle est cependant toujours strictement supérieure à T_p^* , la température d'exergie minimale correspondante. Il s'agit de la température à laquelle l'entropie relative du fluide est nulle, c'est-à-dire que les conditions de pression et température du gaz sont telles que, bien que différentes de celles de l'environnement, le gaz présente la même entropie que s'il était considéré à T_0 et P_0 . Ensuite, lorsque la température du gaz est supérieure à T_γ , le facteur exergétique continue à décroître jusqu'en T_*^+ , température à laquelle il prend sa valeur minimale, sur le domaine des températures supérieures à T_p^* , puis croît et tend asymptotiquement vers 1. Les températures T_*^\pm auxquelles la pente des facteurs exergétiques change de signe sont les mêmes que pour les pseudo-températures :

$$\left. \frac{\partial \theta_{u,g}^*}{\partial T} \right|_{T_*^\pm} = 0 \iff \frac{1}{(T_{u,g}^*)^2} \left. \frac{\partial T_{u,g}^*}{\partial T} \right|_{T_*^\pm} = 0 \iff \theta_{u,g}^*(T_*^\pm, P) = 1 - \frac{T_p^*}{T_*^\pm}, \quad (2.1.44)$$

et sont donc d'autant plus éloignées de T_p^* que la pression du gaz l'est de P_0 , par valeur supérieure ou inférieure. Pour les températures inférieures à T_p^* , on observe l'effet miroir inversé que ce que nous venons de décrire, bien que non strictement symétrique. Ceci apparaît plus clairement sur les graphiques de la figure 2.1.8 où on a représenté, en fonction de la température réduite $\tilde{t} = T/T_p^*$ le facteur exergétique des gaz sous-pressurisé en haut et sur-pressurisé en bas (sur les graphiques de gauche, c'est sa valeur absolue qui a été tracée). On peut tout de suite noter la différence d'échelle entre les graphiques de gauche, pour les températures inférieures à T_p^* , et ceux de droite, pour celles qui lui sont supérieures. On voit notamment que pour des pressions suffisamment éloignées de P_0 , le facteur exergétique des gaz ayant une température inférieure à T_p^* sera toujours strictement inférieure à -1 . Ces pressions limites P_\pm^* sont solutions sur leurs domaines respectifs de :

$$\theta_{u,g}^*(T_*^-, P_\pm^*) = 1 - \frac{T_p^*}{T_*^-} = -1. \quad (2.1.45)$$

La deuxième égalité implique

$$T_*^- = \frac{T_p^*}{2} = \frac{\gamma}{\gamma_p} \frac{T_0}{2}, \quad (2.1.46)$$

qui, injecté dans l'expression de $T_{u,g}^*$, équation (2.1.35b), considérée en T_*^- , nous amène à l'équation suivante pour $p_\pm^* = P_\pm^*/P_0$:

$$\left(1 + \frac{\gamma - 1}{p_\pm^*}\right) (p_\pm^*)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{\gamma \exp(1)}{2}, \quad (2.1.47)$$

dont les solutions sur leurs domaines de pression respectifs pour l'air sont :

$$p_-^* = 0,2 \quad \text{et} \quad p_+^* = 8,0. \quad (2.1.48)$$

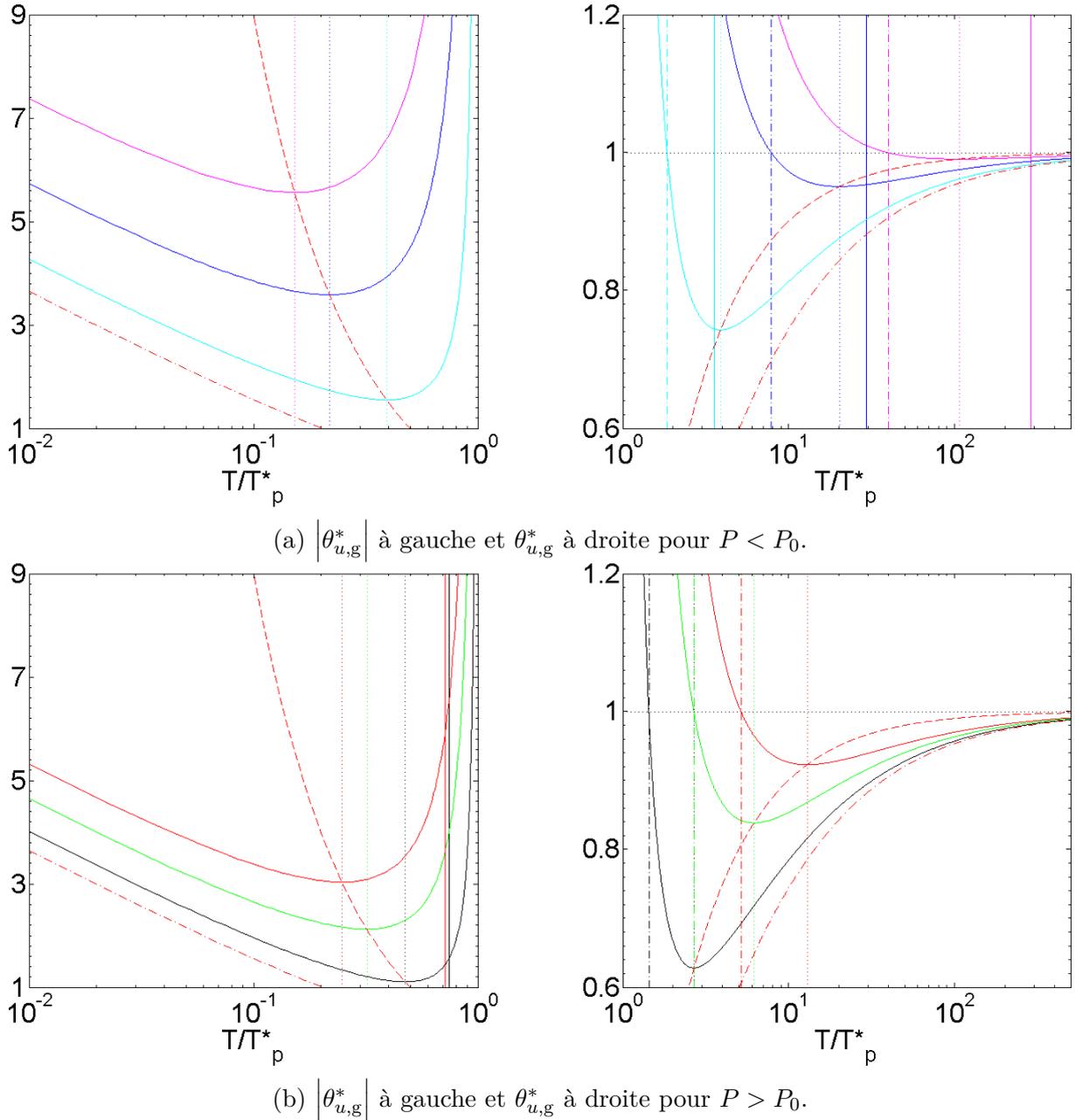


FIGURE 2.1.8 – Facteur exergetique de l’air (en valeur absolue pour $T < T_p^*$ à gauche et pour $T > T_p^*$ à droite) en fonction du rapport des températures T/T_p^* . La courbe rouge en tirets-points représente le facteur de Carnot à droite et sa valeur absolue à gauche, calculé par rapport à T_p^* ; celui-ci permettant de déterminer les températures limites T_*^\pm (cf. équation (2.1.44)). La courbe rouge en tirets-points représente le facteur exergetique du liquide statique (indépendant de la pression) calculé par rapport à T_p^* pour comparaison. La signalétique des lignes verticales et les références, T_0 et P_0 , sont les mêmes que pour les figures 2.1.5 et 2.1.6.

Sur les graphiques de droite de la figure 2.1.8, l'analogie du facteur de Carnot, calculé par rapport à T_p^* a été tracé en tirets rouges afin de mettre graphiquement en évidence les solutions de la dernière égalité de l'équation (2.1.44) ; sur ceux de gauche, c'est sa valeur absolue qui a été tracée. La courbe représentative du facteur exergetique du cas limite à $P = P_0$, ou sa valeur absolue pour les graphiques de gauche, a également été représentée en tirets-pointillés rouges. On peut alors constater que la sur- ou sous-pression « gonfle » la valeur absolue du facteur exergetique à mesure que la pression du gaz s'éloigne de P_0 , par valeur supérieure ou inférieure. Notons que malgré l'apparent parallélisme des courbes sur ces graphiques, indépendamment de l'état de sur- ou sous-pression, ce n'est pas le cas ; car les températures de divergence des facteurs exergetiques sont décalées vers la droite à mesure que la pression est augmentée, et vers la gauche lorsqu'elle est abaissée sous P_0 . Ainsi, pour les gaz sur-pressurisés, $P > P_0$, le premier point de croisement en partant de T_0 vers les grandes températures, intervient entre la courbe représentative du facteur exergetique à la pression considérée et celui considéré à $P = P_0$. Ce croisement se produit lorsque la température réduite du gaz, $t = T/T_0$, est égale à la pression réduite de celui-ci, $p = P/P_0$, on a en effet :

$$\theta_{u,g}^*(t_X, p) = \theta_{u,g}^*(t_X, p = 1) \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{p \ln p}{p - 1} = \frac{t_X \ln t_X}{t_X - 1}, \quad (2.1.49)$$

qui, comme on peut le vérifier sur le graphique de droite de la figure 2.1.7b, n'a de solution que pour les températures réduites supérieures à 1 quand $p > 1$. Pour les gaz sous-pressurisés, cette équation n'a de solution que pour les températures inférieures à 1 (cf. graphique de droite de la figure 2.1.7a). Le tableau 2.1.1 rassemble les relations d'ordre contraignant le facteur exergetique des gaz parfaits statiques en fonction des paramètres de pression et température. De même que pour les liquides dynamiques, nous n'entrons pas ici dans les considérations physiques des facteurs exergetiques et potentiels énergétiques de référence que nous traitons dans la sous-partie suivante. Notons simplement en guise de conclusion pour les gaz parfait statique que le signe de $\theta_{u,g}^*$ est indépendant de P et sera uniquement déterminé par celui de $\Delta_* T = T - T_p^*$, où on rappelle que T_p^* est la température pour laquelle l'exergie du gaz statique est minimale.

On rappelle que le potentiel énergétique de référence relatif $\tilde{e}_{u,g}$ tel qu'exprimé à l'équation (2.1.32) est valable pour tout volume de gaz *parfait* statique, c'est-à-dire pour

TABLEAU 2.1.1 – Relations d'ordre du facteur exergetique des gaz parfaits statiques en fonction des conditions de pression et température.

Température Pression	$T < T_p^*$	$T > T_p^*$
$P < P_0 \Leftrightarrow T_\gamma < T_0$	$\theta_{u,g}^* \leq \theta_{m0}^*$ $\theta_{u,g}^* < 0, \theta_{m0}^* < 0$	$\theta_{m0}^* < \theta_{u,g}^*$ $\theta_{m0}^* \leq 0, 0 < \theta_{u,g}^*$
$P > P_0 \Leftrightarrow T_\gamma > T_0$	$\theta_{u,g}^* < \theta_{m0}^* < 0$ $\theta_{u,g}^* < 0, \theta_{m0}^* \leq 0$	$\theta_{m0}^* \leq \theta_{u,g}^*$ $0 < \theta_{m0}^*, 0 < \theta_{u,g}^*$

tout gaz dont l'énergie interne n'est fonction que de sa température. Dans ce travail de thèse nous restreignons notre étude à ces cas-là mais ce potentiel sera brièvement discuté dans un contexte plus général dans la sous-partie 2.2.3 traitant de l'anergie.

2.1.2.4 Gaz parfait dynamique

Finalement, dans le cas d'un écoulement stationnaire de gaz parfait, l'exergie massique dynamique du flux (équation (1.2.53)) peut se réécrire :

$$\xi_{h,g} = \left(1 - \frac{T_0}{\gamma \Delta_0 T} \ln \frac{Pv^\gamma}{P_0 v_0^\gamma}\right) c_p \Delta_0 T = \left(1 - \frac{\ln(T/T_\gamma)}{t-1}\right) c_p \Delta_0 T, \quad (2.1.50)$$

où T_γ a été défini à l'équation (2.1.36) et la température réduite est prise relativement à T_0 : $t = T/T_0$. Alors, en utilisant l'enthalpie relative du gaz comme potentiel énergétique de référence relatif (équation (2.1.4b)),

$$\tilde{e}_{h,g} = \tilde{h} = c_p \Delta_0 T, \quad (2.1.51)$$

le facteur exergétique correspondant s'écrit simplement :

$$\theta_{h,g}^* = 1 - \frac{\ln(T/T_\gamma)}{t-1}, \quad (2.1.52)$$

définissant ainsi la pseudo-température de l'écoulement du gaz :

$$T_{h,g}^* = \frac{T - T_0}{\ln(T/T_\gamma)} = \frac{\Delta_0 T}{\ln(T/T_\gamma)}, \quad (2.1.53)$$

pour toute pression supérieure ou inférieure à P_0 . Les cas pour lesquels $P < P_0$ peuvent sembler exotiques mais sont théoriquement possibles. En effet, on peut tout à fait imaginer un flux stationnaire de gaz raréfié mis en mouvement par un certain différentiel de pression avec, aux deux extrémités du flux, des pressions inférieures à P_0 . Les graphiques des figures 2.1.9 et 2.1.10 présentent les variations de la pseudo-température des gaz parfaits dynamiques pour différentes pressions, en fonction de la température réduite $t = T/T_0$ pour ceux de la première figure, et de $\tilde{t} = T/T_\gamma$ pour ceux de la seconde. Sur la figure 2.1.9a tout d'abord, de même que dans le cas statique, on peut constater que les températures T_γ auxquelles les $T_{h,g}^*$ divergent sont décalées vers les grandes températures lorsque la pression du gaz est supérieure à P_0 , et vers les petites températures lorsqu'à l'inverse elle lui est inférieure. Cependant, les courbes ne se croisent plus qu'en T_0 , lorsque la pseudo-température des gaz dynamiques s'annule pour toute pression différente de P_0 . La droite $T_{h,g}^* = T$ a également été représentée en tirets rouges car elle permet de localiser graphiquement les températures T_0^\pm auxquelles la pente des courbes représentatives des pseudo-températures change de signe. On a en effet :

$$\left. \frac{\partial T_{h,g}^*}{\partial T} \right|_{T_0^\pm} = 0 \quad \iff \quad T_{h,g}^*(T_0^\pm, P) = T_0^\pm, \quad (2.1.54)$$

pour tout P , qui n'a de solution que lorsque la pression du gaz est supérieure à P_0 , tel qu'on peut le vérifier sur les graphiques de la figure 2.1.9b. Pour ces cas de sur-pression, le comportement des courbes représentatives de la pseudo-température du gaz est très proches de celui que nous avons discuté pour le cas statique car les températures T_p^* pour

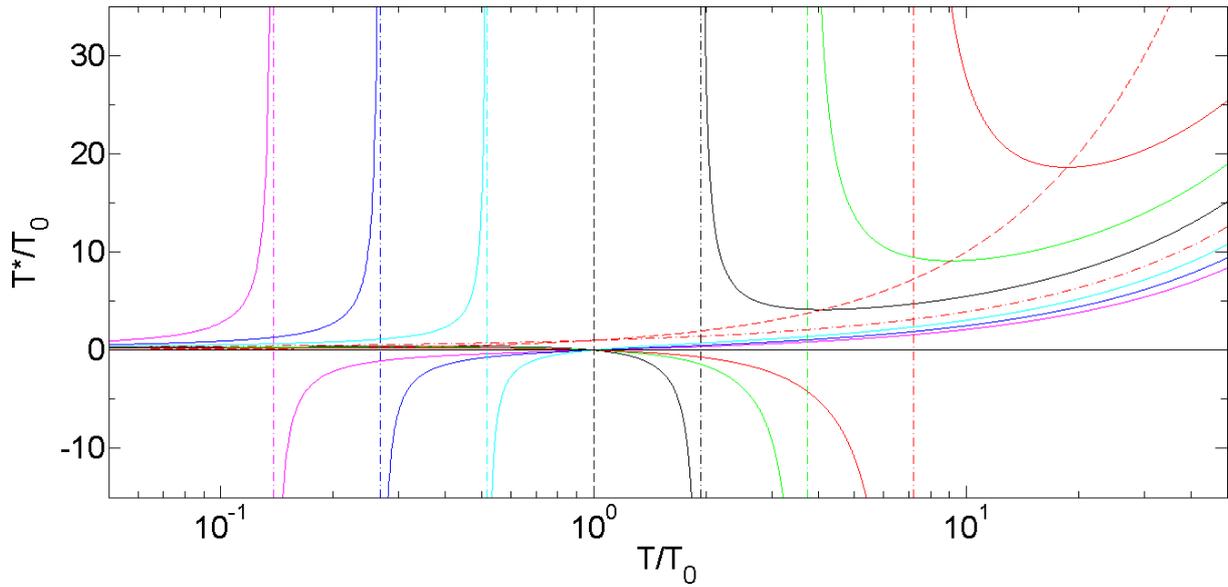
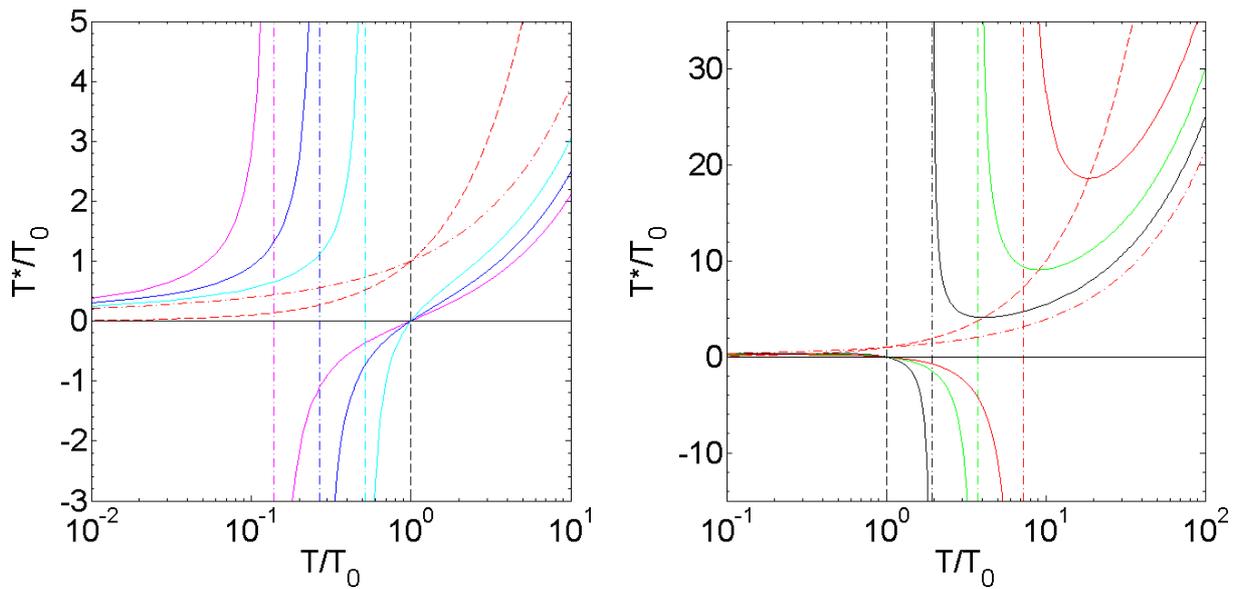
(a) $T_{h,g}^*$ en fonction de T pour différentes pressions.(b) $T_{h,g}^*$ en fonction de T pour des pressions $P < P_0$ à gauche, et $P > P_0$ à droite.

FIGURE 2.1.9 – Variations de la pseudo-température $T_{h,g}^*$ des gaz parfaits dynamiques (de l'air ici) en fonction de la température réduite du fluide, $t = T/T_0$, pour différentes pressions P ; le code couleur est le même pour tous les graphiques et la légende des quatre graphiques est indiquée sur le graphique de la figure (a). Pour chaque pression représentée, les températures T_γ auxquelles les pseudo-températures divergent ont été indiquées de la couleur correspondante, et la température T_0 à laquelle toutes les pseudo-températures s'annulent a été indiquée par une ligne verticale en tirets noirs. La droite $T_{h,g}^* = T$ a été représenté en tirets rouges, celle-ci permettant de localiser graphiquement les températures, T_0^\pm , auxquelles la pente des facteurs exergetiques change de signe le cas échéant (pour les pressions $P > P_0$). La référence a été prise telle que $T_0 = 288,15$ K et $P_0 = 1$ atm.

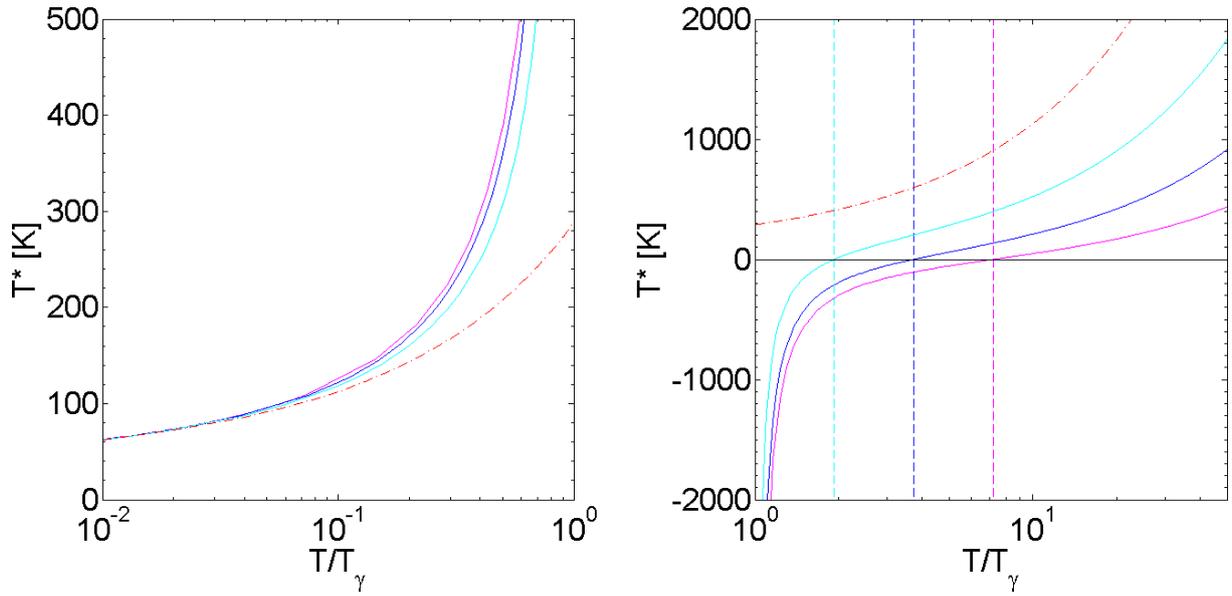
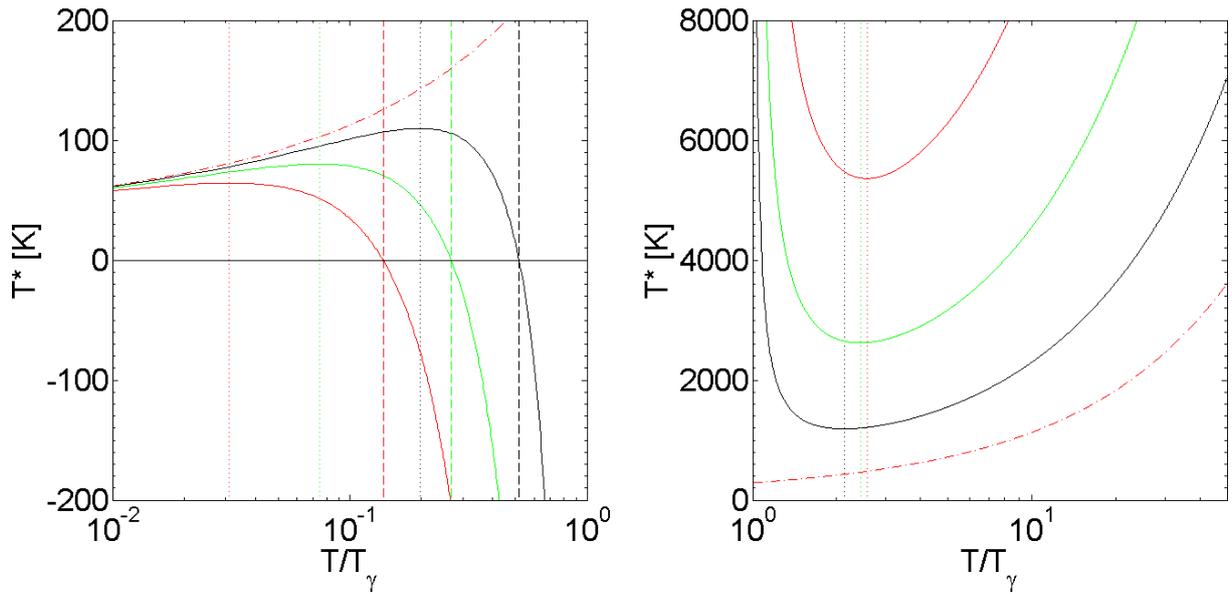
(a) $T_{h,g}^*$ en fonction de T pour $P < P_0$.(b) $T_{h,g}^*$ en fonction de T pour $P > P_0$.

FIGURE 2.1.10 – Variations de la pseudo-température $T_{h,g}^*$ des gaz parfaits statiques (de l'air ici) en fonction de la température du fluide rapportée à la température T_γ correspondant à la pression du fluide, $\tilde{t} = T/T_\gamma$, pour différentes pressions P ; le code couleur des courbes et les références, T_0 et P_0 , sont les mêmes que pour la figure 2.1.9. Pour chaque pression représentée, ont été indiquées de la couleur correspondante : (1) par des tirets, les températures relatives $\tilde{t}_0 = T_0/T_\gamma$ auxquelles les pseudo-températures s'annulent ; et (2) par des pointillés, les couples de température relatives $\tilde{t}_0^\pm = T_0^\pm/T_\gamma$, de part et d'autre des T_γ , pour lesquelles la pente de la courbe représentative de $T_{h,g}^*$ en fonction de T change de signe.

lesquelles s'annulent les $T_{u,g}^*$ sont très proches de T_0 . Ainsi, partant des petites températures, la pseudo-température $T_{h,g}^*$ croît d'abord jusqu'à un maximum en T_0^- puis décroît, s'annule en T_0 et tend vers $-\infty$ quand la température du gaz tend vers T_γ . Ensuite, pour les températures supérieures à cette dernière, la pseudo-température décroît d'abord abruptement jusqu'en T_0^+ , puis tend asymptotiquement vers $+\infty$, par valeur supérieure à T_{m0}^* , la pseudo-température du gaz statique à $P = P_0$. On note que, de même que pour les cas précédemment discutés, les températures d'asymptote horizontale, T_0^\pm , sont d'autant plus éloignées de T_γ que la pression du gaz est grande devant P_0 . On peut le vérifier plus précisément sur les graphiques de la figure 2.1.10b. Sur cette dernière, on peut également constater que lorsque la température du gaz est inférieure à T_γ , sa température effective est strictement inférieure à T_{m0}^* ; et qu'à l'inverse, elle lui est strictement supérieure lorsque T est supérieur à T_γ . Pour les pressions inférieures à P_0 par contre, on observe un comportement différent des cas discutés jusqu'ici. D'une part, l'équation (2.1.54) n'a pas de solution; alors la pseudo-température des gaz sous-pressurisés est toujours strictement croissante sur les deux domaines de température, supérieur et inférieur à T_γ (cf. graphiques de la figure 2.1.10a). D'autre part, la pseudo-température des gaz sous-pressurisés est cette fois-ci supérieure à T_{m0}^* quand T est inférieure à T_γ , et à l'inverse, elle lui est inférieure lorsque la température du gaz est supérieure à T_γ . Ainsi, les domaines de température $[T_\gamma, T_0]$, sur lesquels les $T_{h,g}^*$ des gaz sous-pressurisés sont négatives sont placés à droite de la température de divergence T_γ , mais toujours par valeur inférieure à T_0 ; comme on peut le constater sur les graphiques de la figure 2.1.6a, où les températures réduites $\tilde{t}_0 = T_0/T_\gamma$ ont été indiquées par des tirets verticaux à la couleur de la pression correspondant à T_γ (équation (2.1.36)). Les comportements asymptotiques aux petites et grandes températures sont par contre analogues à ceux que nous avons déjà discutés, bien qu'opposés par rapport à T_{m0}^* .

Finalement, sur les graphiques de la figure 2.1.11 on peut observer, à gauche la variation de l'exergie dynamique adimensionnée des gaz parfaits en fonction de T pour différentes pressions, et à droite celle des facteurs exergetiques correspondants. On note que l'adimensionnement de $\xi_{h,g}$ a été réalisé à l'aide de la chaleur massique à volume constant c_v afin de garder une cohérence d'échelle entre les différentes figures présentées dans cette sous-partie. Sur le graphique de droite, on peut tout de suite remarquer que, de même que pour les pseudo-températures correspondantes, les facteurs exergetiques des gaz sur-pressurisés pris à différentes pressions observent la même symétrie centrale que précédemment discutée par rapport au point $(\tilde{t} = 1, \theta_{h,g}^* = 0)$, avec ici égalité des températures réduites $\tilde{t} = t$ pour toute pression P supérieure ou inférieure à P_0 . Les relations d'ordre sont alors similaires à celles des liquides dynamiques¹ telles que, pour toute pression $P > P_0$ et température $T_f < T_0$ ou $T_c > T_0$, on a respectivement :

$$0 < |\theta_{m0}^*(T_f)| < |\theta_{h,g}^*(T_f, P > P_0)| \quad \text{et} \quad 0 < \theta_{m0}^*(T_c) < \theta_{h,g}^*(T_c, P > P_0), \quad (2.1.55)$$

et on peut vérifier sur le graphique de la figure 2.1.12b que c'est effectivement le cas aux grandes températures. Ainsi, pour les gaz parfait sur-pressurisés, le signe de $\theta_{h,g}^*$ est uniquement déterminé par celui de $\Delta_0 T$. Sans nous attarder sur ce cas « classique » des gaz dynamiques sur-pressurisés, analogue à ce que nous avons décrit à plusieurs reprises dans cette sous-partie (pour les liquides dynamiques et les gaz parfaits statiques, voir par exemple les figures 2.1.3 et 2.1.7), nous discutons maintenant le cas des gaz dynamiques sous-pressurisés. Sur le graphique de gauche de la figure 2.1.11 tout d'abord, on

1. On rappelle que la température d'exergie minimale des liquides dynamiques, T_p , est proche de T_0 pour toute pression $P > P_0$, et strictement inférieure au produit γT_0 , soit $1 < \tilde{t}_{h,l} < \gamma$, avec $\tilde{t} = T/T_p$.

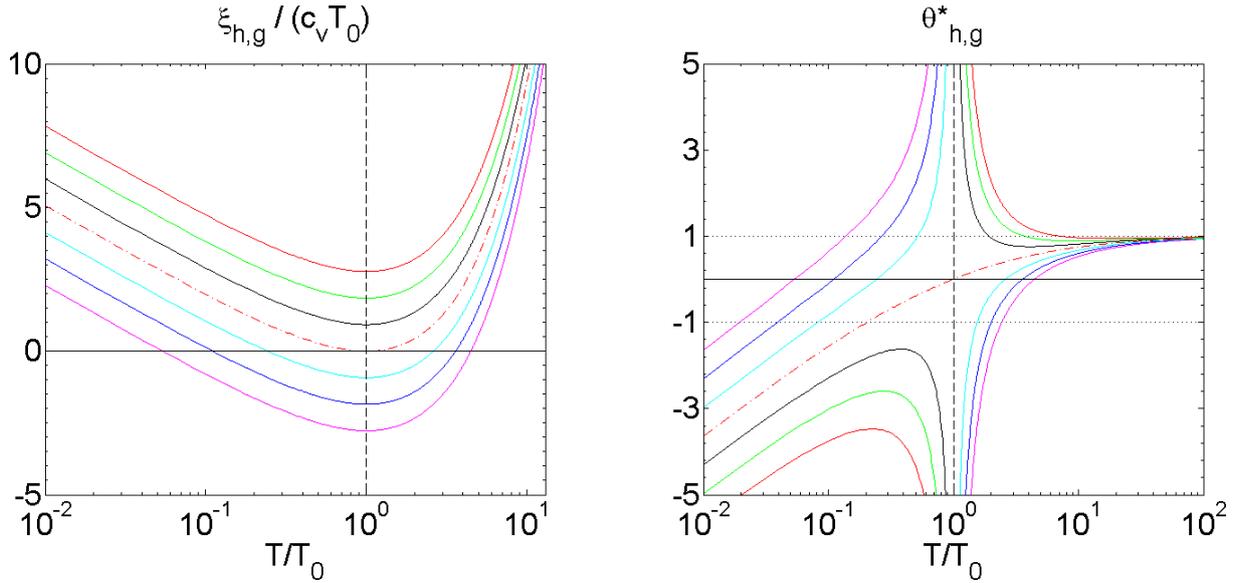


FIGURE 2.1.11 – À gauche, en fonction de la température réduite $t = T/T_0$, l'exergie dynamique massique adimensionnée des gaz parfaits (de l'air ici) pour différentes pressions $P \leq P_0$; et à droite, les facteurs exergétiques correspondant $\theta_{h,g}^*$. Le cas limite à $P = P_0$ a été indiqué en tirets-pointillés rouges

peut constater que l'exergie dynamique des gaz parfaits est négative sur $[T_{00}^-, T_{00}^+]$, où les températures T_{00}^\pm sont solutions de :

$$\theta_{h,g}^*(T_{00}^\pm, P < P_0) = 0 \iff T_{h,g}^*(T_{00}^\pm, P < P_0) = T_0 \quad (2.1.56a)$$

$$\iff t_{00}^\pm - 1 = \ln \frac{t_{00}^\pm}{t_\gamma}, \quad (2.1.56b)$$

sur les domaines de température correspondants, i.e. de part et d'autre de T_0 . Les températures réduites $t_{00}^\pm = T_{00}^\pm/T_0$ ont été indiquées à l'aide de ligne verticale en pointillés sur le graphique de gauche de la figure 2.1.12a et les valeurs numériques correspondant aux pressions représentées sont rassemblées dans le tableau 2.1.2a. On peut notamment

TABLEAU 2.1.2 – Valeurs numériques des températures T_γ , T_0^\pm (solutions de l'équation (2.1.57)) et T_{00}^\pm (solutions de l'équation (2.1.56b)) correspondant aux pressions représentées sur les figures 2.1.11 et 2.1.12, avec $T_0 = 288,15$ K et $P_0 = 1$ atm.

	(a) $P < P_0$			(b) $P > P_0$			
	T_{00}^-	T_γ	T_{00}^+	T_0^-	T_γ	T_0^+	
	[K]	[K]	[K]	[K]	[K]	[K]	
$p = 10^{-1}$	70	149	756	$p = 10^1$	110	557	1188
$p = 10^{-2}$	32	77	1037	$p = 10^2$	80	1077	2622
$p = 10^{-3}$	15	40	1290	$p = 10^3$	64	2081	5361

constater que plus la pression du fluide est petite devant P_0 et plus ces températures sont éloignées de T_0 . Sur $[T_{00}^-, T_0]$ tout d'abord, l'exergie dynamique du gaz est négative car, d'une part, son potentiel énergétique de référence, i.e. son enthalpie, est négatif (cf. équation (2.1.51)); et d'autre part son facteur exergétique est positif et croissant, comme on

peut le vérifier sur le graphique de droite de la figure 2.1.11 (ou celui de gauche de la figure 2.1.12a). Sur cette dernière, on peut constater que $\theta_{h,g}^*$ est égal à l'unité lorsque la température du fluide passe par la valeur T_γ , puis diverge en $+\infty$ quand $T \rightarrow T_0$. Ensuite, sur $[T_0, T_{00}^+]$, l'enthalpie du gaz est cette fois-ci positive et c'est le facteur exergetique qui est négatif (voir les graphiques correspondants sur les figures 2.1.11 et 2.1.12a), tendant vers $-\infty$ quand $T \rightarrow T_0$ par valeur supérieure. Ensuite, lorsque la température du gaz est supérieure à T_{00}^+ , le facteur exergetique tend asymptotiquement vers θ_{m0}^* par valeur inférieure quand $T \rightarrow +\infty$, voir la figure 2.1.12b. On rappelle que les courbes rouges en tirets et tirets-pointillés sont respectivement représentatives, en fonction de $t = T/T_0$, de θ , le facteur de Carnot classique, et de θ_{m0}^* , le facteur exergetique statique à P_0 . Pour les cas de sur-pression tracés, on a également indiqué par des lignes verticales en tirets et pointillés respectivement les températures particulières T_γ , correspondant à $\theta_{h,1}^*(T_\gamma, P > P_0) = 1$, et T_0^+ , solution de

$$\left. \frac{\partial \theta_{h,g}^*}{\partial T} \right|_{T=T_0^\pm} = 0, \quad \iff \quad \frac{1}{(T_{h,g}^*)^2} \left. \frac{\partial T_{h,g}^*}{\partial T} \right|_{T_0^\pm} = 0 \quad \iff \quad \theta_{h,g}^*(T_0^\pm, P) = \theta(T_0^\pm), \quad (2.1.57)$$

sur le domaine des températures supérieures à T_0 . Les relations d'ordre du facteur exergetique des gaz dynamiques avec θ_{m0}^* , celui du cas statique à $P = P_0$, sont rassemblées dans le tableau 2.1.3.

2.1.3 Températures particulières

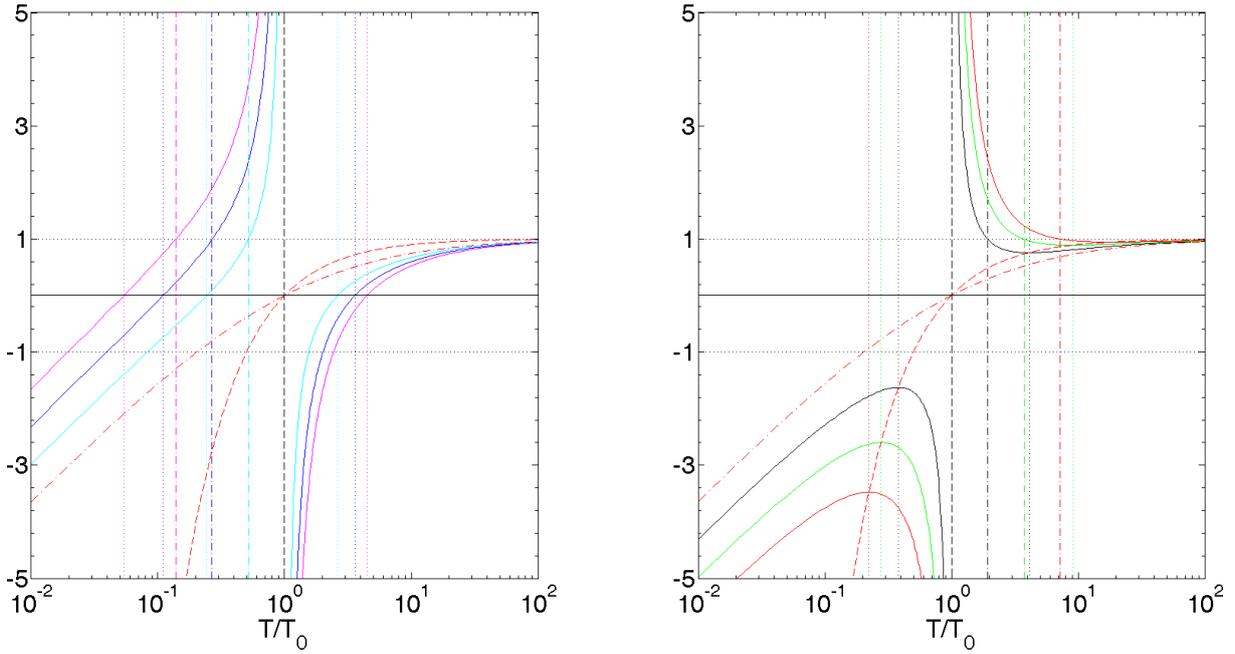
En conclusion de cette partie introductive de chapitre, nous revenons sur les différentes températures particulières rencontrées dans la sous-partie précédente.

On note tout d'abord que pour les liquides statiques, c'est-à-dire lorsque la pression n'intervient pas, la température à laquelle ils présentent une exergie minimale est égale à T_0 , la température de l'environnement ; et le facteur exergetique correspondant, $\theta_{u,1}^*$, est alors nul. On rappelle de plus que ce dernier est continu sur tout le domaine de température, positif lorsque $T > T_0$ et négatif sinon, cf. figure 2.1.1b.

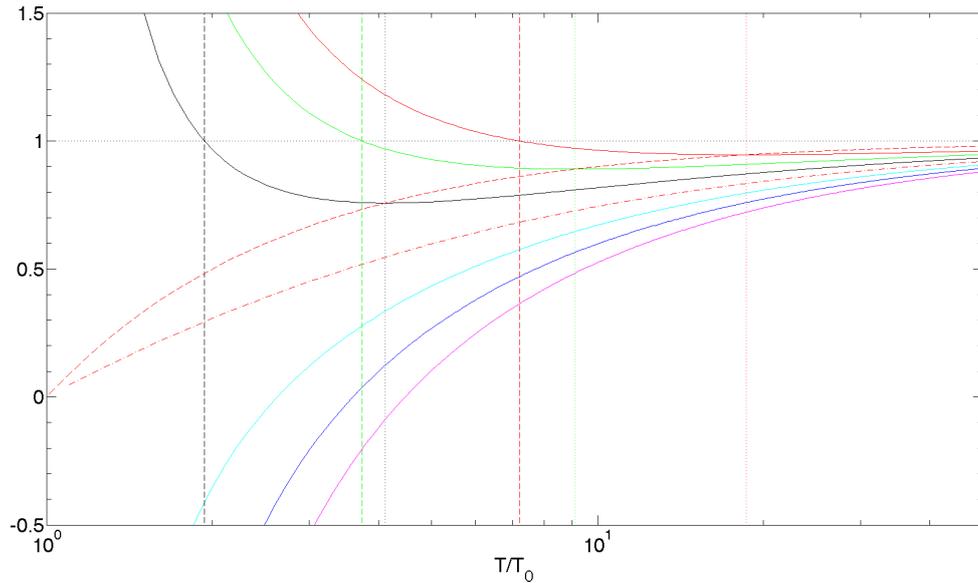
Ensuite, lorsqu'on considère un liquide en écoulement stationnaire, on a vu que l'enthalpie relative véhiculée par le fluide dépend alors notamment de la différence de pression

TABLEAU 2.1.3 – Relations d'ordre du facteur exergetique des gaz parfaits dynamiques en fonction des conditions de pression et température.

Température Pression	$T < T_0$	$T > T_0$
$P < P_0$	$\theta_{m0}^* < \theta_{h,g}^*$	$\theta_{h,g}^* < \theta_{m0}^*$
$(T_\gamma < T_0)$	$\theta_{m0}^* < 0, \theta_{h,g}^* \leq 0$	$0 < \theta_{m0}^*, \theta_{h,g}^* \leq 0$
$P > P_0$	$\theta_{h,g}^* < \theta_{m0}^* < 0$	$0 < \theta_{m0}^* < \theta_{h,g}^*$
$(T_\gamma > T_0)$		



(a) Facteur exergetique de l'air à différentes pressions, $P < P_0$ à gauche et $P > P_0$ à droite, en fonction de la température réduite $t = T/T_0$.



(b) Facteur exergetique de l'air à différents P pour $T > T_0$, en fonction de la température réduite $t = T/T_0$.

FIGURE 2.1.12 – Variation du facteur exergetique de gaz parfaits dynamiques à différentes pressions en fonction de la température réduite $t = T/T_0$. Sur les différents graphiques, la courbe rouge en tirets représente le facteur de Carnot $\theta(T)$ qui permet de visualiser : (1) les températures T_0^\pm pour les cas de sur-pression, et (2) l'absence de solution de l'équation (2.1.57) pour les gaz sous-pressurisés. De plus, les lignes verticales indiquent, pour les pressions correspondantes : (1) en tirets-pointillés, les températures réduites $t_\gamma = T_\gamma/T_0$ auxquelles les pseudo-températures correspondantes divergent, soit $\theta_{h,g}^*(T_\gamma, P) = 1$; et (2) en pointillés, les solutions de l'équation (2.1.56b) pour les gaz sous-pressurisés, et (2.1.54) pour les cas de sur-pression.

que celui-ci présente relativement à son environnement, cf. équation (2.1.12). Impliquant, que celle-ci s'annule en une certaine température T_p (équation 2.1.15), différente de T_0 pour toute pression $P \neq P_0$, et dépendante de la pression du liquide en mouvement. Mais on peut vérifier sur la figure 2.1.3, ou en dérivant l'équation (1.2.50) par rapport à T et en l'égalisant à 0, que son exergie est malgré tout minimale en T_0 . L'entropie relative du liquide, quant à elle, ne dépend toujours que de sa température et de celle de l'environnement, et s'annule en T_0 , cf. équation 2.1.3c. On peut vérifier à l'équation 2.1.15 que T_p est toujours strictement inférieure à T_0 car la pression d'un liquide incompressible est toujours strictement supérieure à P_0 , la pression de l'environnement. Ainsi, lorsque la température d'un liquide dynamique est comprise entre T_p et T_0 , celui-ci présente une enthalpie relative positive et une entropie relative négative. Impliquant que la pseudo-température du liquide est négative sur ce domaine de température, ce qu'on pourra le vérifier avec l'une des expressions 2.1.14, et donc que son facteur exergétique (équation (2.1.13)) est strictement supérieur à 1.

Lorsque le fluide considéré est un gaz parfait, que nous considérons statique dans un premier temps, nous avons vu dans la sous-partie précédente que

1. son potentiel énergétique de référence (équation (2.1.41)) s'annule en T_p^* (équation (1.2.44)),
2. son entropie relative (équation (2.1.2c)) s'annule en T_γ (équation (2.1.36)),

avec les relations d'ordre suivantes :

$$\begin{cases} T_p^* < T_\gamma < T_0 \text{ quand } P < P_0 & (2.1.58a) \\ T_0 < T_p^* < T_\gamma \text{ quand } P > P_0, & (2.1.58b) \end{cases}$$

et on rappelle que l'exergie du gaz parfait statique est minimale en T_p^* . Il résulte de ces relations d'ordres que sur le domaine de température compris entre T_p^* et T_γ , la pseudo-température des gaz parfaits (équation (2.1.35b)) est négative et donc qu'ils présentent un facteur exergétique (équation (2.1.33)) supérieur à 1.

En guise de conclusion, nous avons rassemblé dans le tableau 2.1.4 les valeurs des potentiels thermodynamiques, de la pseudo-température et du facteur exergétique des différents cas discutés précédemment lorsque le fluide est à sa température d'exergie minimale T_{\min} .

2.2 Présentation du modèle

Les discussions présentées dans cette sous-partie s'appuient sur les éléments d'état de l'Art introduits dans les sous-parties 1.2.1 pour l'exergie chaleur en général, 1.2.2 pour les fluides statiques, et 1.2.3 pour les cas dynamiques ; ainsi que sur les grandeurs introduites au début de cette partie, en 2.1.1 et 2.1.2.

On rappelle tout d'abord que l'exergie de tout fluide, liquide ou gazeux, qu'il soit statique ou dynamique, peut s'exprimer comme le produit de deux quantités, un potentiel énergétique de référence $\tilde{e} = e - e_0$ et un facteur exergétique θ_e^* qui lui est associé :

$$\xi_e = \theta_e^* (e - e_0). \quad (2.2.1)$$

Ces deux quantités ont été explicitées dans la sous-partie 2.1.2 en fonction des différents cas discutés, et nous avons vu alors qu'elles peuvent être positives ou négatives en fonction des conditions de pression et température du fluide considéré relativement à son

TABLEAU 2.1.4 – Valeurs des potentiels thermodynamiques, de la pseudo-température et du facteur exergétiques des différents cas présentés de ce travail lorsque le fluide considéré est à sa température d'exergie minimale T_{\min} .

	Liquides incompressibles		Gaz parfaits	
	Statiques	Dynamiques	Statiques	Dynamiques
$T_{\min} =$	T_0	T_0	T_p^*	T_0
$T^*(T_{\min}) =$	T_0	$\pm\infty$	0	0
$\theta^*(T_{\min}) =$	0	1	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\xi(T_{\min}) =$ ($P \leq P_0$)	0	$\tilde{e}_{h,1}$	$-T_0\tilde{s} > 0$	$-T_0\tilde{s} \leq 0$
$\tilde{e}(T_{\min}) =$	0	$c \Delta_p T_0 > 0$	0	0
$\tilde{s}(T_{\min}) =$ ($P \leq P_0$)	0	0	$c_p \ln \frac{T_p^*}{T_\gamma} < 0$	$c_p \ln \frac{T_0}{T_\gamma} \geq 0$

environnement. De part sa construction, le facteur exergétique introduit naturellement une pseudo-température qui dépend des états de pression et de température du fluide considéré relativement à son environnement. D'une manière générale, on peut l'exprimer directement en fonction du facteur exergétique correspondant :

$$T_e^* = \frac{T_0}{1 - \theta_e^*}. \quad (2.2.2)$$

Nous avons vu dans la sous-partie précédente que potentiel énergétique de référence relatif $\tilde{e} = e - e_0$ est également relié à l'exergie fluide tel que

$$\xi_e = \tilde{e} - T_0\tilde{s}. \quad (2.2.3)$$

Alors, en éliminant ξ_e des équations (2.2.1) et (2.2.3), on peut exprimer le facteur exergétique d'un fluide donné à l'aide du rapport de son entropie massique relative, \tilde{s} , sur son potentiel énergétique de référence relatif, \tilde{e} :

$$\theta_e^* = 1 - T_0 \frac{\tilde{s}}{\tilde{e}}, \quad (2.2.4)$$

et, en introduisant cette expression dans l'équation (2.2.2), on trouve alors que la pseudo-température du fluide est précisément égale à ce rapport :

$$T_e^* = \frac{\tilde{e}}{\tilde{s}}, \quad (2.2.5)$$

dépendant donc des conditions de température et pression du fluide considéré et de celles de son environnement. Au regard de cette définition, on comprend bien que lorsque la pseudo-température d'un fluide donné est négative, il se trouve alors dans une configuration thermo-mécanique telle que son potentiel énergétique de référence relatif \tilde{e} et son entropie massique relative \tilde{s} sont de signe contraire. Malgré cette propriété qui peut

paraître perturbante, cette température effective va nous permettre de considérer une *chaleur effective* pour les fluides statiques et dynamiques. Nous en explicitons la méthode de catégorisation, entre systèmes effectivement *chauds* ou *froids*, dans la sous-partie 2.2.1. Dans la suite, on utilisera la notation en italique lorsque l'on fera référence à des états de *chaleur effective*. Ensuite, dans la sous-partie 2.2.2, nous introduisons le concept de charge exergetique qui nous permettra de visualiser et d'interpréter le sens de propagation de l'exergie dynamique des fluides *froids*. Dans la sous-partie 2.2.3, nous présentons enfin le potentiel énergétique complémentaire à l'exergie, appelé anergie, que nous avons volontairement laissé de côté jusqu'à présent à cause de son interprétation parfois délicate, tout particulièrement pour les systèmes froids. Nous verrons cependant qu'une interprétation en termes de *support* à l'exergie peut être proposée dans le cadre du modèle introduit ici.

2.2.1 Chaleur effectives

Lorsqu'un système fluide, statique ou dynamique, présente une température (réelle) différente de celle de son environnement, on dit habituellement qu'il est chaud si celle-ci est supérieure à celle de son environnement, ou froid si au contraire elle lui est inférieure. Nous souhaitons généraliser cette définition afin de prendre également en considération la pression du fluide considéré. En effet, nous avons vu dans les analyses graphiques de la sous-partie précédente que celle-ci a pour effet, d'une part, de « gonfler » la valeur de l'exergie statique ou dynamique portée par un fluide donné à une certaine température ; et d'autre part, dans certains cas, d'en translater horizontalement le minimum (pour les liquides dynamiques et les gaz parfait statiques). Or, le minimum d'exergie d'un fluide quelconque donné définit nécessairement la limite entre les comportements de type « source froide » à gauche et « source chaude » à droite. En effet, nous avons vu dans la sous-partie 1.2.1 qu'une « source chaude » émet de l'exergie en même temps que de la chaleur, émettant alors un certain *potentiel travail* moteur ; et qu'*a contrario*, une « source froide » reçoit de l'exergie lorsqu'elle émet de la chaleur. Ces deux comportements contraires ne sont possible que si, dans le premier cas, la pente des courbes représentatives de l'exergie et de l'énergie sont de même signe ; et si, dans le second, elles sont de signes opposés. Alors, à la lumière des analyses graphiques de la sous-partie précédente, on constate que la simple comparaison de la température (réelle) du fluide avec T_0 pour en déterminer la potentielle utilisation en source chaude ou froide n'est pas suffisante (voir par exemple les graphiques de gauche de la figure 2.1.7). C'est pourquoi nous proposons dans cette sous-partie une catégorisation des systèmes fluides, *chauds* ou *froids*, plus généralement basée sur le signe du facteur exergetique introduit précédemment. Ou en d'autres termes, basée sur la pseudo-température, dépendante des caractéristiques de pression et température du fluide considéré. Cependant, nous avons vu dans les analyses graphiques de la sous-partie précédente que cette température *équivalente* peut être négative (voir par exemple la figure 2.1.6), impliquant un θ^* supérieur à 1 tandis que T^* est inférieure à T_0 , cette dernière étant, par définition en Kelvin, toujours strictement positive. De plus, à part pour les liquides dynamiques et les gaz parfaits sous-pressurisés sur lesquels nous revenons plus spécifiquement par la suite, sur ces domaines de températures tels que $T^* < 0$, l'exergie du fluide considérée est croissante. C'est pourquoi, la catégorisation proposée est faite en fonction du signe de θ^* , dont le changement coïncide avec les minima d'exergie correspondants, sauf dans le cas des liquides dynamiques.

Pour ces derniers, on note que les pressions standards de fonctionnement des processus industriels sont de l'ordre de la dizaine de bar, impliquant que l'écart à la règle énoncée

se produit sur des gammes de température $[T_p, T_0]$ étroites, par exemple de l'ordre de

$$\Delta_p T_0 = \begin{cases} 0,2 \text{ K} & , \text{ si } P = 10 P_0, \\ 0,5 \text{ K} & , \text{ si } P = 20 P_0, \\ 1,2 \text{ K} & , \text{ si } P = 50 P_0, \end{cases} \quad (2.2.6)$$

et la catégorisation proposée en termes du signe de θ^* reste valable pour les liquides dynamiques à toute pression $P > P_0$, et toute température $T \notin [T_p, T_0]$. Bien que très étroits, nous verrons lors de l'étude de la pompe à chaleur du chapitre 3 que ces domaines de température ne sont cependant pas marginaux car situés au voisinage de T_0 , c'est pourquoi nous nous y attarderons tout de même un peu plus bas.

Pour les gaz parfaits sous-pressurisés, nous avons vu que le changement de signe de θ^* coïncide bien avec le minimum d'exergie en T_0 (cf. figure 2.1.11), par contre leur comportement est tout de même particulier car les variations du facteur exergétique avec la température du fluide sont, d'une certaine manière, inversées par rapport aux autres cas présentés. Pour s'en rendre compte, on pourra par exemple comparer le graphique de gauche de la figure 2.1.12a à celui de droite, ou à ceux de droite de la figure 2.1.7. Pour ce second cas particulier, l'exception à la catégorisation proposée ici intervient sur un domaine de température, $[T_{00}^-, T_{00}^+]$, plus large que le précédent (cf. tableau 2.1.2a). Néanmoins, sur ce même domaine de températures, les gaz parfaits sous-pressurisés présentent une exergie fluide dynamique négative. Ceux-ci introduisent donc, *de facto*, une situation atypique, mais nous verrons dans la sous-partie 2.3.1.3 que cette particularité peut être interprétée à l'aide de la modélisation introduite dans cette sous-partie et la suivante. De plus, dans toutes les situations discutées précédemment, statique ou dynamique et liquide ou gazeux, le changement de signe de θ^* intervient lorsque le potentiel énergétique de référence relatif change également de signe, ce qui a conforté notre choix.

**On dira alors qu'un certain fluide est effectivement
chaud si son facteur exergétique est positif, $\theta^* > 0$, et
froid si au contraire celui-ci est négatif, $\theta^* < 0$.**

Où les qualifications de *chaud* ou *froid*, sont à comprendre dans le sens où il pourra, *a priori*, être utilisé respectivement comme source chaude ou froide d'un certain procédé. Alors, on dira d'un fluide donné qu'il est *écarté de l'équilibre avec son environnement par valeur supérieure* s'il est effectivement *chaud*, $\theta^* > 0$; et inversement, on dira qu'il est *écarté de l'équilibre avec son environnement par valeur inférieure* s'il est effectivement *froid*, $\theta^* < 0$. Pour alléger l'écriture dans la suite, la référence à l'environnement sera sous-entendue et on parlera simplement de systèmes écartés de leur équilibre par valeur supérieure ou inférieure. Nous discutons maintenant la pertinence de cette catégorisation pour les cas statiques, liquides ou gazeux, qui ne subissent pas d'exceptions à cette règle et présentent donc toujours une exergie croissante avec la température lorsque $\theta^* > 0$, et décroissante quand $\theta^* < 0$. Nous reviendrons ensuite sur les cas dynamiques dans la sous-partie suivante.

Nous précisons maintenant ce que nous avons qualifié de comportement de type « source chaude » ou « source froide ». Prenons par exemple un volume quelconque de *liquide* statique, s'il présente une température T différente de T_0 , il peut être utilisé comme source chaude si celle-ci lui est supérieure, ou froide si à l'inverse elle lui est inférieure. La qualification de « source chaude » prend tout son sens dans le premier cas. En effet, considérons par exemple un ballon d'eau chaude solaire domestique, celui-ci peut être utilisé pour faire fonctionner un moteur Stirling en journée, afin d'optimiser l'installation

lorsque peu ou pas d'eau chaude est nécessaire. Dans le second cas par contre, lorsque l'on parle de « source froide », on fait référence à une utilisation en fonctionnement de type moteur inverse. C'est-à-dire que dans les faits, on apporte du travail à un certain système, de l'exergie pure, pour *pomper* des calories à ladite « source froide » ; afin de maintenir sa température sous une certaine valeur s'il s'agit d'une machine frigorifique, ou d'en extraire des calories pour les transmettre à un autre système s'il s'agit d'une pompe à chaleur. Alors, bien que de la chaleur en soit effectivement *extraite*, il ne s'agit pas à proprement parler d'une *source* mais d'un puits, un *puits d'exergie* ; au même titre que, toujours pour la « source froide », on parle de *puits de chaleur* dans le cadre d'un cycle moteur direct. D'une manière générale, les flux d'exergie et de chaleur reçus ou émis par une source *chaude* seront colinéaires, alors que leur sens sera opposé pour les sources *froides*.

Ainsi, les systèmes effectivement *chauds* présentent un *potentiel énergétique d'émission*, que l'on peut voir comme un *excès d'énergie* par rapport à l'état d'équilibre e_0 : $\tilde{e} > 0$, dont une fraction² maximale θ_e^* peut être extraite sous forme de travail. En effet, mis en contact thermo-mécanique avec leur environnement en l'absence de contrainte, ces systèmes fluides ont *spontanément tendance à émettre* de l'énergie dans leur environnement jusqu'à atteindre l'équilibre avec celui-ci. C'est-à-dire après avoir détruit toute leur exergie car l'environnement étant par définition à T_0 et P_0 , toute l'exergie émise par le système est détruite. *A contrario*, les systèmes effectivement *froids* présentent un *potentiel énergétique d'absorption*, que l'on peut voir comme un *défaut d'énergie* par rapport à l'état d'équilibre e_0 : $\tilde{e} < 0$, qui ne pourra être maintenu qu'à condition d'investir au minimum la quantité de travail $(-\theta_e^*)(-\tilde{e})$. En effet, en contact thermo-mécanique sans contrainte avec leur environnement, les systèmes écartés de leur équilibre par valeur inférieure ont *spontanément tendance à absorber* l'énergie thermo-mécanique qui leur manque pour être à l'équilibre e_0 avec leur environnement. À mesure que T tend vers T_0 , la quantité de travail nécessaire pour maintenir l'écart de température diminue *de facto*, et le *potentiel travail*, i.e. l'exergie, qu'ils portaient initialement est détruit dans le processus d'équilibrage. On comprend bien ici que ces deux cas de fluides, effectivement *chauds* et *froids*, n'impliquent pas les mêmes types de *potentiel travail*. Dans le premier cas, il s'agit d'un *potentiel travail moteur* que l'on peut idéalement extraire ; alors que dans le second cas, il s'agit plutôt d'un *potentiel travail de maintien* qu'il faudrait apporter au système si, mis en contact avec son environnement, on souhaitait en maintenir l'écart à l'équilibre. Dans la suite, on parlera également plus directement de *potentiel travail chaud* ou *froid*.

Dans les deux cas de figure, qu'il traduise une potentialité d'absorption ou d'émission, le *potentiel travail* de tout fluide statique mis en contact thermo-mécanique avec son environnement est détruit dans le processus d'équilibre qui s'établit spontanément. Mais dans un cas, il s'agit de travail que l'on aurait pu *potentiellement extraire* ; alors que dans l'autre, il s'agit de travail *potentiellement nécessaire* si l'on avait voulu maintenir le système dans son état initial. Un point qui nous apparaît crucial ici est la distinction d'*intention* qui définit de manière fondamentalement différente ces deux *potentiels travail*, analytiquement similaires mais de « sens » opposés. En effet, dans le premier cas, on va *accompagner* l'évolution naturelle du système et en extraire « au passage » le maximum

2. Nous avons vu dans la sous-partie 2.1.2 qu'existe un domaine de température $[T_p^*, T_\gamma]$, sur lequel les gaz sur- et sous-pressurisés statiques présentent une exergie supérieure à leur potentiel énergétique de référence, i.e. $\theta^* > 1$. Nous reviendrons sur ce point d'apparence étrange dans la partie suivante, lors de l'étude de l'échange de chaleur entre deux fluides, et nous considérons pour l'instant qu'il s'agit bien d'une *fraction mécanisable* du potentiel énergétique de référence \tilde{e} . Ou en d'autres termes, on considère des températures supérieures à T_γ .

d'exergie possible, plutôt qu'elle ne soit purement et simplement détruite si la chaleur était émise dans l'environnement. Alors que dans le second cas, on dépense du travail pour *contrer* sa tendance naturelle d'évolution, consistant cette fois-ci à absorber de la chaleur. Notons que ceci est en accord avec les directions relatives des flux de chaleur et d'exergie introduites dans la sous-partie 1.2.1, voir notamment le tableau récapitulatif 1.2.1. On note finalement que le signe « $-$ », propre aux forces attractives ou aux puits de potentiel dans l'imaginaire commun, porté par le potentiel de référence relatif \tilde{e} et le facteur exergetique θ_e^* des systèmes statiques *froids* matérialise bien, d'une part, le défaut d'énergie, $(-\tilde{e})$, qu'ils présentent par rapport à l'état e_0 qu'ils auraient à l'équilibre avec leur environnement, et d'autre part, la propension qu'ils ont à absorber de l'énergie.

2.2.2 Charge exergetique

Nous discutons maintenant ce que nous avons établi comme une définition arbitraire de l'exergie chaleur (équation (1.2.9)) dans la sous-partie 1.2.1 et généralisée aux fluides dans la sous-partie 2.1.2, qui implique *in fine* des flux d'exergie non nécessairement colinéaires aux flux de matière les sous-tendant. Nous considérons ici uniquement des pressions $P > P_0$ afin de garantir que l'exergie dynamique du fluide considéré soit toujours positive. Nous reviendrons ensuite, dans la sous-partie 2.3.1.3, sur le cas particulier des gaz en écoulement stationnaire à une pression $P < P_0$ à la lumière de ce que nous présentons maintenant. Du point de vue fluide *chaud*, i.e. écarté de l'équilibre par valeur supérieure, on conçoit bien que le *potentiel travail moteur* se propage de manière co-courante au flux de matière auquel il est associé ; le fluide est en effet « capable » d'effectuer un certain travail « là où il va », mais l'inverse est plus subtil. Pour le comprendre, il faut tout d'abord se rappeler ce que nous avons dit dans le cas statique : un fluide *froid*, $\theta^* < 0$, présente toujours un *défait* d'énergie, $(-\tilde{e})$, par rapport à son environnement ; et inversement s'il est *chaud*, i.e. $\theta^* > 0$, il présente toujours un *excès* d'énergie, $(+\tilde{e})$, par rapport à celui-ci. On peut vérifier sur les graphiques de la sous-partie 2.1.2 que c'est également vrai pour les fluides dynamiques considérés ici. Ensuite, étant donné que nous considérons ici des flux stationnaires, il est possible de diviser l'écoulement fluide en une succession de petits volumes δv_i , de même section que celle du tuyau de propagation du fluide, suffisamment grands pour pouvoir y définir une pseudo-température, et suffisamment petits pour que celle-ci puisse y être considérée constante. On pose m_i la masse de fluide contenu dans δv_i . Si la pseudo-température T_i^* du volume δv_i définit un facteur exergetique θ_i^* positif, celui-ci propage alors une certaine quantité d'énergie $m_i \tilde{e}_i$ qui peut éventuellement être extraite afin de produire, au maximum, la quantité $m_i \theta_i^* \tilde{e}_i$ de travail. *A contrario*, si T_i^* est telle que $\theta_i^* < 0$, le fluide propage cette fois-ci un *défait* d'énergie, $m_i(-\tilde{e}_i)$, par rapport à son environnement qui nécessitera, si le fluide est mis en contact avec celui-ci, au minimum la quantité de travail $m_i(-\theta_i^*)(-\tilde{e}_i)$ pour être maintenu. Alors, d'une manière similaire à ce que nous avons discuté pour les cas statiques, dans le premier cas il s'agit d'un *potentiel énergétique d'émission*, $\tilde{e} > 0$, qui est véhiculé par le débit \dot{m} , et dont une quantité $\theta^* \tilde{e} = \xi_e$ peut, au maximum, être transformée en travail. Dans le deuxième cas, par contre, il s'agit d'un *potentiel énergétique d'absorption*, $\tilde{e} < 0$, qui est effectivement véhiculé avec le débit \dot{m} ; celui-ci nécessitant un *potentiel travail de maintien*, $\theta^* \tilde{e} = \xi_e$, en cas de mise en contact thermo-mécanique avec l'environnement. C'est ce *potentiel travail de maintien* qui, n'étant plus nécessaire « là d'où vient la charge », se propage par conséquent à contre-courant du *flux de charge*,

$$\dot{\tilde{E}} = \dot{m} \tilde{e}, \quad (2.2.7)$$

et on a effectivement le flux d'exergie, *potentiel travail froid*,

$$\dot{X}_e = \dot{m}\xi_e = -\dot{m}(-\theta^*)\tilde{e}, \quad (2.2.8)$$

qui est de sens opposé au flux énergétique *principal* \dot{E} étant donné que l'on a pour tout fluide *froid* $\theta^* < 0$.

Considérons rapidement l'analogie avec un courant électrique, plus particulièrement, on considère des charges électriques négatives, des électrons par exemple, mises en mouvement par un certain champ électromagnétique. On peut tout à fait décider de « suivre les charges positives », c'est d'ailleurs ce qu'on fait en définissant un « sens du courant » ; alors, la direction de propagation de ce que l'on appelle la *charge électrique*³ est effectivement opposée à celle des électrons. Par analogie, on peut donc voir un écoulement stationnaire de fluide comme une succession de *charges exergetiques*, \tilde{e} , qui se propagent les unes à la suite des autres. Lorsque le fluide est « chargé positivement », c'est-à-dire qu'il présente un *excès* d'énergie ($+\tilde{e}$) par rapport à son environnement, le « courant exergetique », $\dot{m}\xi_e$, est alors colinéaire au *flux de charge exergetique*, $\dot{m}\tilde{e}$. Inversement, lorsqu'il est « chargé négativement », c'est-à-dire qu'il présente un *défaut* d'énergie ($-\tilde{e}$) par rapport à son environnement, le « courant exergetique », $\dot{m}\xi_e$, se propage cette fois-ci à contre-courant du *flux de charge exergetique*, $\dot{m}\tilde{e}$. L'analogie avec l'électricité s'arrête aux considérations sur la direction de propagation du « courant exergetique », car ce que nous avons appelé la *charge exergetique*, \tilde{e} , qu'elle soit positive ou négative, se déplace toujours avec le fluide, elle est « portée » par celui-ci. Ou en d'autres termes, le fluide véhicule avec lui un *excès* ou un *défaut* d'énergie \tilde{e} . C'est l'exergie, *potentiel travail chaud* ou *froid*, qui est « véhiculée » respectivement co- ou à contre-courant de $\dot{m}\tilde{e}$, en fonction de l'état *chaud* ou *froid* du fluide, i.e. en fonction du signe de θ^* comme on peut le vérifier à l'équation (2.2.8). Ce « courant exergetique » comme nous l'avons également appelé, est finalement le produit de deux quantités algébriques (cf. équation (2.2.1)) :

un **facteur exergetique** positif si le fluide est *chaud*, i.e. écarté de son équilibre par valeur supérieure, et négatif si au contraire il est *froid*, i.e. écarté de son équilibre par valeur inférieure ;

une **charge exergetique** positive si le fluide présente un *excès* d'énergie ($+\tilde{e}$) par rapport à son état e_0 d'équilibre avec l'environnement, et négative si au contraire il présente un *défaut* d'énergie ($-\tilde{e}$) par rapport à celui-ci.

Alors, d'un côté, il apparaît que la *charge exergetique* définit une *quantité* d'énergie thermo-mécanique totale que le fluide pourra céder ou absorber par mise à l'équilibre avec son environnement ; et de l'autre, le *facteur exergetique* semble quant à lui définir une mesure de la *qualité* de cette quantité d'énergie. Pour les systèmes *chauds*, on comprend bien cette notion de « qualité énergétique » comme une *fraction* de l'énergie thermo-mécanique totale, mais elle n'apparaît pas aussi clairement pour les fluides *froids*, notamment parce que θ^* diverge quand $T \rightarrow 0$. Nous allons d'ailleurs voir dans la sous-partie suivante que θ^* n'est effectivement pas, tel quel, le bon indicateur de la « qualité » des charges exergetiques portées par les systèmes *froids*. Pour mieux l'appréhender, il nous faut maintenant considérer le complémentaire à l'exergie, l'anergie. En guise de résumé, le tableau 2.2.1 rassemble les expressions des facteurs et charges exergetiques introduits précédemment.

3. Par abus de langage, on parle couramment de *charge électrique* pour désigner la charge positive. Les charges négatives se propagent alors à « contre-courant » par rapport à une certaine norme définie arbitrairement comme étant positive.

TABLEAU 2.2.1 – Facteurs et charges exergetiques des systèmes fluides statiques et dynamiques. Les variables adimensionnées introduites dans la sous-partie 2.1.2 ont été utilisées, ainsi que les définitions de température d'exergie minimale pour $t_p = T_p/T_0$ (équation (2.1.15)) et $t_p^* = T_p^*/T_0$ (équation (1.2.44)); enfin les volumes massiques adimensionnés ont été notés $\bar{v} \equiv v/v_0 = t/p$.

Fluide		Liquide incompressible	Gaz parfait
État			
Statique		$\tilde{e}_{u,l} = \tilde{u}$	$\tilde{e}_{u,g} = \tilde{u} + P_0 \Delta_0 v$
		$\theta_{u,l}^* = 1 - \frac{\ln t}{t - 1}$	$\theta_{u,g}^* = 1 - \frac{\gamma \ln(t/t_\gamma)}{\gamma_p (t - t_p^*)}$
Dynamique		$\tilde{e}_{h,l} = \tilde{h}$	$\tilde{e}_{h,g} = \tilde{h}$
		$\theta_{h,l}^* = 1 - \frac{\ln t}{t - t_p}$	$\theta_{h,g}^* = 1 - \frac{\ln(t/t_\gamma)}{t - 1}$

2.2.3 Anergie

Intrinsèquement lié à la notion d'exergie, l'anergie ne peut pas non plus être interprétée de manière univoque en fonction que le système à l'étude est effectivement *chaud* ou *froid*, tel que défini dans la sous-partie 2.2.1. Intrinsèquement, en ce sens qu'il en est le *complémentaire*; c'est-à-dire que d'une manière générale, pour tout système énergétique d'énergie thermo-mécanique totale E_T , qu'il soit *chaud* ou *froid*, et dont la *composante exergetique* est donnée par X , alors sa *composante anergétique* s'exprime simplement comme la différence :

$$A_n(T, T_0, P, P_0) = [E_T(T, T_{\text{ref}}, P, P_{\text{ref}}) - E_{T_0}(T_0, T_{\text{ref}}, P_0, P_{\text{ref}})] - X(T, T_0, P, P_0), \quad (2.2.9)$$

où E_{T_0} est l'énergie thermo-mécanique totale que présenterait le système considéré à l'équilibre avec son environnement. Les dépendances en température ont explicitement été indiquées afin d'insister sur le rôle de T_0 et P_0 dans la répartition entre les composantes exergetique et anergétique. On note plus particulièrement la dépendance à un certain état de référence $(T_{\text{ref}}, P_{\text{ref}})$, pour lequel la valeur des potentiels énergétiques et entropiques est arbitrairement posée (par exemple, l'enthalpie h_{ref} et l'entropie s_{ref} de l'eau sont généralement posées égales à 0 en $T_{\text{ref}} = 0^\circ\text{C}$ et $P_{\text{ref}} = 1 \text{ atm}$), intervient pour les potentiels énergétiques « classiques » E_T et E_{T_0} , mais disparaît au profit de la jauge environnementale (T_0, P_0) pour les potentiels exergetique X et anergétique A_n . Notons également que nous avons utilisé le terme de « composante » car, comme nous l'avons déjà souligné à plusieurs reprises, la composante exergetique n'est pas toujours une fraction de $(E_T - E_{T_0})$.

Bien que l'appellation de cette grandeur, anergie, soit construite avec un a- privatif, suggérant que celle-ci est inerte ou inutile, il n'en est rien. Pour s'en convaincre, considérons un gaz *chaud* que l'on fait passer au travers d'une turbine. On peut se représenter la composante exergetique du fluide comme « constituée » des particules qui vont *effectivement heurter* les pales de la turbine, au moins une fois, et ainsi en actionner le rotor. Dans le même temps, celles qui « constituent » la part anergétique du fluide, traversent

de manière turbulente la chambre de la turbine *sans frapper de pale*. Par contre, à un moment donné, ces « particules anergétiques » en ont dévié d'autres, des « particules exergetiques », qui ont alors heurté les pales. Pour les cas statiques, la *composante anergétique* d'une certaine quantité de gaz contenu dans un volume V à la pression P , peut notamment être vue comme « l'énergie nécessaire au maintien de son intégrité dans un environnement à P_0 ». Ainsi, dans l'exemple dynamique donné, l'anergie semble « participer indirectement au travail à fournir », et dans le cas statique, elle apparaît comme « confinée dans le système pour garantir le maintien de l'intégrité de celui-ci ». Alors, dans un cas comme dans l'autre, l'anergie apparaît comme une composante « active » de l'énergie dont la « participation » est peut-être indirecte mais certainement pas inutile ou inerte. Le a-privatif de l'anergie est donc à comprendre en termes d'énergie *non extractible* du système considéré, ou encore *confinée* dans celui-ci.

Une autre image parlante est celle de l'organisation d'une colonie de fourmis qui nécessitent de traverser un espace vide. La figure 2.2.1 est extraite d'une vidéo publiée sur le site de partage Youtube par des étudiants du département de *Bioscience* de l'université d'Aarhus au Danemark ([Weaver ants build a horizontal bridge, 2015](#)). On y voit une partie des fourmis former un pont permettant aux autres membres de la colonie d'effectuer des allers-retours sur le bout de bois. Ces fourmis sont l'équivalent anergétique de la colonie : sans faire de trajet utile elles-mêmes, elles sont cependant indispensables à leur réalisation. Sans nous attarder sur cette image qui traduit bien l'aspect *support* que nous souhaitons ici prêter à l'anergie, on en présente maintenant l'expression générale dans le contexte d'un flux de chaleur \dot{Q} émis ou reçu à une certaine température T , et nous y reviendrons dans les discussions suivantes traitant plus spécifiquement des fluides.



FIGURE 2.2.1 – Pont de fourmis pour des fourmis. Des « fourmis anergétique » forment un pont pour permettre à d'autres « fourmis exergetique » de faire des allers-retours. L'image est extraite d'une vidéo publiée sur le site de partage Youtube par des étudiants du département de *Bioscience* de l'université d'Aarhus au Danemark ([Weaver ants build a horizontal bridge, 2015](#)).

2.2.3.1 Flux de chaleur

Nous introduisons maintenant formellement cette grandeur, en commençant par le point de vue général d'un certain flux de chaleur \dot{Q} décrit simplement par sa température d'émission ou de réception T . Notons qu'étant donné les discussions des sous-parties 2.2.1 et 2.2.2, ceci est équivalent à considérer l'émission ou la réception d'un certain débit stationnaire de fluide \dot{m} , présentant une charge exergetique \tilde{h} et une température effective T^* . Nous restons cependant très général pour l'instant, et nous reviendrons plus bas sur le cas des fluides dynamiques. Nous avons vu dans la sous-partie 1.2.1 (voir notamment le tableau récapitulatif 1.2.1) qu'en fonction de la température d'émission ou de réception d'un certain flux de chaleur, le flux d'exergie adjoint lui est colinéaire ou au contraire à contre-courant. Nous complétons maintenant cette analyse en considérant le flux d'anergie correspondant. Nous avons également vu alors que les cas d'émission et de réception sont simplement symétriques, nous considérons donc le premier des deux cas et l'autre se déduira ensuite simplement. Alors, le flux d'anergie, c'est-à-dire la quantité d'énergie non-extractible, équation 2.2.9, émise par unité de temps pendant l'émission d'un certain flux de chaleur \dot{Q} , est donné par :

$$\dot{A}_Q(T, T_0) = \dot{Q}(T) - \dot{X}_Q(T, T_0), \quad (2.2.10)$$

où, de même qu'à l'équation (2.2.9), on note le caractère central de T_0 dans la répartition entre les flux d'exergie et d'anergie. Ensuite, en insérant la définition de \dot{X}_Q , fournie à l'équation (1.2.9), dans (2.2.10) on obtient :

$$\dot{A}_Q(T, T_0) = [1 - \theta(T, T_0)] \dot{Q}(T) = \frac{T_0}{T} \dot{Q}(T) \quad (2.2.11a)$$

$$= T_0 \dot{S}_C(T), \quad (2.2.11b)$$

où $\dot{S}_C(T)$ est la quantité d'entropie de Clausius émise par unité de temps avec le flux de chaleur à la température T (cf. équation (1.1.8)). Celle-ci étant par définition toujours positive, on constate tout de suite que comme nous l'avons annoncé plus haut, tout flux de chaleur émis à une température T différente de T_0 est accompagné d'un flux d'anergie qui lui est co-courant. Ensuite, par analogie avec le *facteur exergetique*, on peut introduire un *facteur anergétique* qui, dans le cas présent, est donné par le terme entre crochets de l'équation (2.2.11a) :

$$\alpha(T, T_0) = \frac{\dot{A}_Q(T, T_0)}{\dot{Q}(T)} = 1 - \theta(T, T_0). \quad (2.2.12)$$

Si le flux de chaleur émis est chaud ($\theta > 0$), nous avons vu dans l'introduction de cette sous-partie que α peut être interprétée comme la fraction d'*énergie support*⁴ que celui-ci « emporte » avec lui, permettant *in fine* d'en extraire du travail au maximum à la puissance \dot{X} . Cette dernière est donc par essence « confinée » dans le flux et non-extractible. *A contrario*, si le flux de chaleur émis est froid ($\theta < 0$), le *facteur anergétique* défini à l'équation (2.2.12), est cette fois-ci strictement supérieur à 1. Alors, la *composante anergétique* du flux de chaleur \dot{Q} lui est supérieure d'une quantité égale à $(-\theta)\dot{Q}$ (cf. équation (2.2.11a)), précisément égale à la *composante exergetique* se propageant à contre-courant du flux de chaleur. De telle sorte que la somme des deux flux, d'exergie et d'anergie, vérifie bien l'égalité de l'équation (2.2.10). Il apparaît alors que c'est un *défaut énergétique*, $(-\theta)\dot{Q}$, supplémentaire et colinéaire à \dot{Q} , qui *permet* au flux exergetique, \dot{X} ,

4. Voir notamment l'analogie faite avec le pont de fourmis de la figure 2.2.1.

de se propager à contre-courant, i.e. en respectant la conservation de l'énergie relativement à \dot{Q} . Cependant, malgré sa *nécessité* pour satisfaire conjointement les premier et second principes de la thermodynamique, cette situation peut sembler étrange. Pour bien la comprendre, nous discutons maintenant le cas concret d'un flux de chaleur porté par un fluide en écoulement stationnaire ; et nous allons voir que, de même que pour l'exergie, l'anergie s'interprète différemment pour les situations *chaudes* et *froides*.

2.2.3.2 Systèmes fluides dynamiques

Nous avons vu dans la sous-partie 2.2.2 qu'un fluide dynamique peut être vu comme une succession de petits volumes porteurs d'une certaine charge exergetique \tilde{h} à la pseudo-température T^* . On rappelle que cette dernière, constante si l'écoulement est considéré sans perte (de pression et température), est alors simplement égale au rapport de l'enthalpie relative du fluide considéré, \tilde{h} , sur son entropie relative, \tilde{s} , cf. équation (2.2.5). Alors, l'expression de la composante anergétique portée par celui-ci est obtenue en insérant l'expression de l'exergie fluide dynamique, équation (2.2.1), dans la définition générale, équation (2.2.9), traduite en termes massiques :

$$a_{n,h} = (1 - \theta_h^*) \tilde{h} \quad (2.2.13a)$$

soit également :

$$a_{n,h} = \frac{T_0}{T^*} \tilde{h} \quad (2.2.13b)$$

$$= T_0 \tilde{s}, \quad (2.2.13c)$$

où il a implicitement été pris en compte que l'enthalpie relative du système est ici précisément égale à son énergie totale relative, i.e. $E_T \equiv H$ dans l'équation (2.2.9). On constate ainsi que, d'une part, l'anergie de tout fluide dynamique est directement proportionnelle à son entropie relative \tilde{s} (équation (2.2.13c)) ; et d'autre part, qu'elle pourra être supérieure ou inférieure à \tilde{h} mais toujours du même signe, équation (2.2.13b), sauf sur les domaines de température particuliers tels que $T^* < 0$ sur lesquels nous reviendrons dans les applications de la partie 2.3. L'expression analytique de $a_{n,h}$ peut directement être obtenue pour les liquides et les gaz en insérant l'expression correspondante de $\theta_{h,l/g}^*$ (cf. tableau 2.2.1) dans l'équation (2.2.13a). Ensuite, le facteur anergétique des fluides dynamiques, c'est-à-dire la fraction d'énergie véhiculée par le fluide qui ne pourra pas être exploitée par une mise à l'équilibre thermo-mécanique de celui-ci avec son environnement,

$$\alpha_h^* = \frac{a_n}{\tilde{h}} = 1 - \theta_h^*, \quad (2.2.14)$$

est alors directement égal au rapport de la température de l'environnement sur celle, équivalente, du fluide considéré :

$$\alpha_h^* = \frac{T_0}{T_h^*}. \quad (2.2.15)$$

On note l'étoile en exposant afin de préciser, par analogie avec la notation θ^* , qu'il s'agit de facteurs anergétiques de fluides, ou en d'autres termes, de la fraction anergétique d'un flux de *chaleur effective* caractérisé par une pseudo-température T^* . Dans la suite, on omettra la référence à l'enthalpie dans la notation du facteur exergetique, $\theta^* \equiv \theta_h^*$, étant

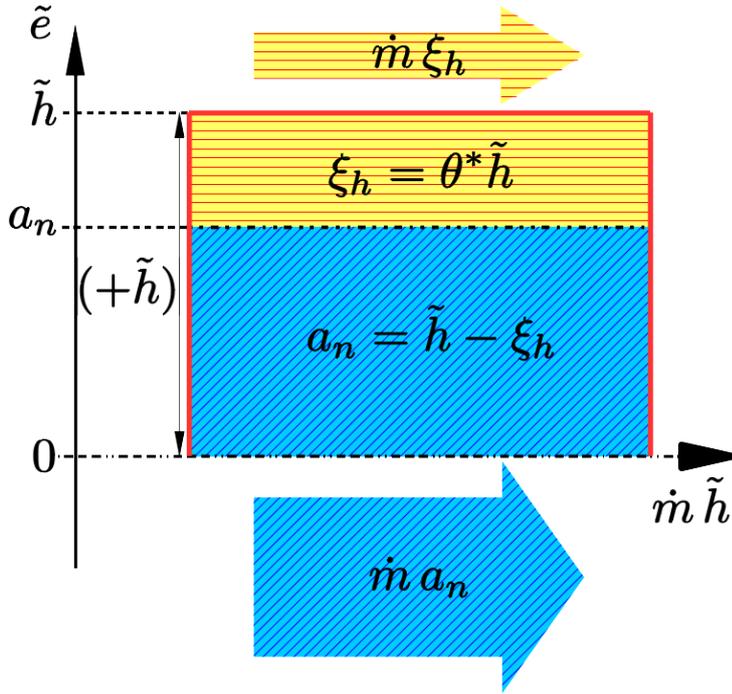


FIGURE 2.2.2 – Répartition énergétique d'un excès d'énergie, $(+\tilde{h}$, *chaud*, $\theta^* > 0$), propagé par un certain débit fluide \dot{m} à $P > P_0$. La charge exergétique positive a été délimitée en rouge et on peut constater directement sur l'axe vertical que ses composantes exergétique ξ_h , en rouge et jaune, et anergétique a_n , en bleu, sont toutes les deux positives et strictement inférieures à \tilde{h} . Elles se propagent donc toutes les deux dans le même sens que $\dot{m}\tilde{h}$ dont la direction de propagation est indiquée sur l'axe horizontal, placé au niveau du 0 de l'axe énergétique vertical.

donné l'absence d'ambiguïté. À l'aide des données du tableau 2.2.1, on obtient finalement pour les liquides :

$$\alpha_{h,l}^* = \frac{\ln t}{t - t_p}, \quad (2.2.16)$$

où $t_p = T_p/T_0$, définie à l'équation (2.1.15), est la température du liquide dynamique telle que $T_{h,l}^* = 0$; et pour les gaz :

$$\alpha_{h,g}^* = \frac{\ln(t/t_\gamma)}{t - 1}, \quad (2.2.17)$$

où $t_\gamma = T_\gamma/T_0$, définie à l'équation (2.1.36), est la température du gaz telle que $T_{h,g}^* = 0$.

Nous distinguons maintenant les deux cas de figure, *chaud* et *froid*, en commençant par le plus intuitif. Nous considérons dans cette discussion, uniquement des situations « standards » ($P > P_0$ et $T^* > 0$), c'est-à-dire telles que les fluides *chauds* transportent une charge positive, et les *froids* une négative. On fera également abstraction des domaines de température sur lesquels la pseudo-température est négative, sur $[T_p, T_0]$ pour les liquides et $[T_0, T_\gamma]$ pour les gaz parfaits sur-pressurisés. On rappelle que ces domaines de températures correspondent aux configurations thermo-mécaniques telles que le facteur exergétique est supérieur à 1. Nous reviendrons sur ces situations d'apparence particulière dans la sous-partie 2.3.2, et le cas particuliers des gaz parfaits sous-pressurisés sera traité individuellement dans la sous-partie 2.3.1.3.

Fluides chauds à $P > P_0$. La figure 2.2.2 représente schématiquement la répartition énergétique que présente un certain fluide *chaud* ($\theta^* > 0$) en écoulement stationnaire à un débit \dot{m} , une pression $P > P_0$ et une température T , supérieure à T_γ pour les gaz parfaits et T_0 pour les liquides, afin de garantir que θ^* est bien une fraction. Comme nous l'avons expliqué dans la sous-partie 2.2.2, un tel écoulement peut être divisé en un certain nombre de petits volumes se suivant dans le tuyau, chacun transportant, par unité de masse, un excès d'énergie $(+\tilde{h})$ par rapport à h_0 , son énergie à l'équilibre avec l'environnement. Chaque petit volume de fluide propage donc une charge exergétique positive ($\tilde{h} > 0$),

délimitée en rouge sur la figure, dont une fraction maximale θ^* peut en être extraite par mise à l'équilibre thermo-mécanique du fluide avec son environnement. On peut distinguer la composante exergetique du fluide en jaune avec des lignes horizontales rouges, dans la partie supérieure de l'*excès* total véhiculé \tilde{h} . La fraction anergétique du flux a quant à elle été représentée en bleu. Sur l'axe énergétique vertical \tilde{e} , placé à gauche du schéma, on peut directement vérifier que toutes les deux sont positives et strictement inférieures à \tilde{h} . Alors, les flux correspondants $\dot{m}\xi_h$ et $\dot{m}a_n$, dont la direction de propagation a été indiquée par des flèches respectivement au-dessus et en dessous du schéma, sont tous les deux co-courants au flux énergétique *principal*, positif, le *flux de charge* $\dot{m}\tilde{h}$. La direction d'écoulement de ce dernier a été indiqué à l'aide de l'axe horizontal, placé au niveau du 0 de l'axe énergétique \tilde{e} .

On peut donc dire, d'une certaine manière, qu'une charge exergetique, positive ($\tilde{h} > 0$) et *chaude* ($\theta^* > 0$) avec $T^* > 0$ ⁵, « emporte » en son sein un *potentiel travail*, ξ_h , comme « comprimé » par une sorte de *potentiel support*, a_n . La référence à une situation dite « comprimée » est faite en rapport, ou plutôt en opposition, avec ce que nous allons décrire maintenant pour les fluides *froids*. Notons simplement pour l'instant que ces deux potentiels, ξ_h et a_n , traduisent chacun une fraction de la charge exergetique, \tilde{h} ; et que leurs flux, $\dot{m}\xi_h$ et $\dot{m}a_n$, sont colinéaires au flux énergétique *principal*, $\dot{m}\tilde{h}$, ou encore au *flux de charge* comme nous l'avons appelé dans la sous-partie 2.2.2.

On note finalement que la qualification du flux énergétique de charge, $\dot{m}\tilde{h}$, comme étant *principal*, est à comprendre en termes du premier principe de la thermodynamique. Un peu comme si, prendre en compte le second principe, avait pour effet de le « dédoubler » en un flux exergetique, $\dot{m}\xi_h$, et un autre anergétique, $\dot{m}a_n$; « dédoublement » qui, comme nous allons voir maintenant, cause une certaine rupture de symétrie entre les cas *chauds* et *froids*.

Fluides froids à $P > P_0$. Dans le cas d'un écoulement stationnaire *froid* ($\theta^* < 0$), toujours à une pression $P > P_0$, le fluide véhicule cette fois-ci une charge exergetique négative ($\tilde{h} < 0$). La figure 2.2.3 représente schématiquement la répartition énergétique que présentent les petits volumes de fluides considérés en écoulement stationnaire. De même que précédemment, l'axe énergétique \tilde{e} , placé à gauche de la figure, permet de comparer les amplitudes respectives des différentes composantes, exergetique et anergétique, ainsi que leur signe. La charge exergetique elle-même, \tilde{h} , a été délimitée en rouge, et on peut constater que l'équation (2.2.13b) définit encore une fois une composante anergétique inférieure à \tilde{h} . Cependant, cette dernière étant négative, la quantité $\tilde{h} - a_n = (\alpha_n^* - 1)(-\tilde{h}) = (-\theta^*)(-\tilde{h})$ définit cette fois-ci un *défaut* d'énergie supplémentaire par rapport à celui initialement porté par \tilde{h} , précisément égale à l'exergie se « propageant » à contre-courant. Le code couleur a été gardé identique à celui de la figure précédente, et on peut constater que ce défaut supplémentaire est effectivement égale à la part d'exergie « transportée » à contre-courant par le fluide, représentée dans la partie supérieure du schéma. On note que celle-ci est effectivement positive sur l'axe énergétique verticale \tilde{e} , traduisant une direction de propagation opposée à celle de $\dot{m}\tilde{h}$, grandeur négative, dont la direction a été, de même que précédemment, indiquée par l'axe horizontal, placé au niveau du 0 de l'axe énergétique \tilde{e} .

Dans la sous-partie 2.2.2, nous avons expliqué que l'on pouvait interpréter le sens de propagation de l'exergie dynamique *froide* en termes de propagation d'un *défaut* d'énergie ($-\tilde{h}$). Or, à la lumière de ce que nous venons de dire, il apparaît que du point de vue

5. On rappelle qu'une telle charge exergetique correspond aux liquides dynamiques pour toute pression $P > P_0$ et température $T > T_0$, et aux gaz parfaits dynamiques considérés à $P > P_0$ et $T > T_\gamma$.

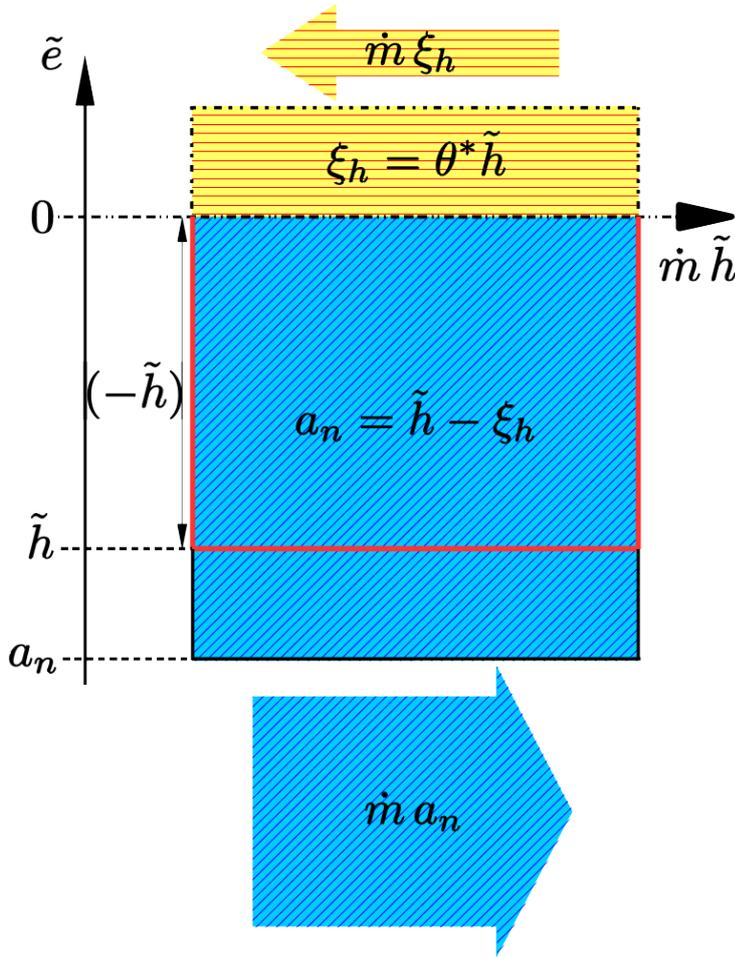


FIGURE 2.2.3 – Répartition énergétique d'un défaut d'énergie, $(-\tilde{h})$, froid, $\theta^* < 0$, propagé par un certain débit \dot{m} à $P > P_0$. La charge exergétique négative a été délimitée en rouge et on peut constater directement sur l'axe vertical que sa composante exergétique ξ_h , en rouge et jaune, est positive alors que sa composante anergétique a_n , en bleu, est négative et strictement inférieure à \tilde{h} . De même que pour la figure 2.2.2, la direction de propagation de $\dot{m}\tilde{h}$ a été indiquée sur l'axe horizontal, placé au niveau du 0 de charge exergétique \tilde{e} . On peut alors constater que l'exergie ξ_h , positive, se propage à contre-courant du flux de matière propageant le défaut d'énergie $(-\tilde{h})$; alors que l'anergie, supérieure en valeur absolue à ce dernier, se propage dans la même direction.

du second principe de la thermodynamique, c'est un défaut $(-a_n)$ qui est porté par le fluide; constitué de la charge exergétique elle-même, \tilde{h} , c'est-à-dire de l'énergie thermomécanique que le système peut absorber dans un processus de mise à l'équilibre avec son environnement; et d'un potentiel travail minimal, ξ_h , à fournir si l'on souhaite en prévenir l'absorption. Ainsi, lorsqu'un fluide froid se propage, il emporte avec lui, en plus de la charge exergétique elle-même, cette quantité de travail *potentiellement nécessaire*, $(-a_n) - (-\tilde{h}) = \xi_h$, qui n'est alors plus requise « là d'où il vient », impliquant *in fine* la « remontée » d'un flux $\dot{m}\xi_h$ d'exergie, *potentiel travail froid*, ou encore *potentiel travail de maintien* comme nous l'avons appelé dans la sous-partie 2.2.2. De ce point de vue-là, on comprend bien que le facteur exergétique, θ^* , ne soit pas borné pour les systèmes froids, car la fraction pertinente pour en définir une « qualité énergétique », telle que mentionnée dans la sous-partie 2.2.2, est ici celle d'exergie par rapport au puits de potentiel énergétique total transporté par le fluide, c'est-à-dire l'anergie; et

$$\theta_n^* = \frac{\xi_h}{a_n} = -\frac{(-\theta^*)}{1 + (-\theta^*)} = 1 - \frac{T^*}{T_0} \quad (2.2.18)$$

tend effectivement vers (-1) à mesure que T tend vers 0 (i.e. $\theta^* \rightarrow -\infty$). Le signe négatif apparaissant dans la dernière égalité de l'équation (2.2.18) traduit le sens de propagation opposé des deux potentiels énergétiques, ξ_h et a_n , dans tous les cas *froids* « standards », i.e. à $T < T_p$ pour les liquides et $T < T_0$ pour les gaz parfaits à $P > P_0$. Alors, plus on voudra propager d'exergie froide, i.e. *potentiel travail de maintien*, et plus on devra créer un potentiel anergétique profond. Ou en d'autres termes, plus on voudra propager

une charge exergétique \tilde{h} *profonde*, i.e. *froide*, et plus celle-ci emportera avec elle un important *potentiel travail froid*, i.e. « à fournir pour son maintien ». Un peu comme si, du point de vue du second principe de la thermodynamique, ce potentiel était adjoint à la charge exergétique, ou « ajouté négativement » à cette dernière dans un potentiel total $(-a_n) = (-\tilde{h}) + \xi_h$.

La situation est donc profondément différente à celle des fluides *chauds*. Pour ces derniers, on a vu qu'ils véhiculent des charges exergétiques positives, c'est-à-dire des petits volumes de fluide présentant des potentiels, exergétique et anergétique, positifs. Le premier définissant un travail idéalement extractible par mise à l'équilibre du système avec son environnement, et l'autre pouvant être vu comme l'énergie de *support* nécessaire à la transmission du premier (cf. figure 2.2.1). Pour les fluides *froids*, c'est un puits de potentiel qui est véhiculé cette fois-ci ; et l'anergie peut encore une fois être vue comme un potentiel énergétique de *support* mais dont la réalisation est ici différente. En effet, celui-ci, plus négatif que la charge exergétique, « porte » le *défaut* énergétique supplémentaire nécessaire au maintien de celle-ci, i.e. le travail minimal qu'il faudrait dépenser pour en maintenir l'intégrité s'il était mis en contact thermo-mécanique avec son environnement ; impliquant *in fine* la « remontée » de l'exergie, *potentiel travail de maintien*, celle-ci n'étant plus nécessaire « là d'où vient la charge ». En résumé, du point de vue du second principe de la thermodynamique, une charge exergétique *chaude*, $\tilde{h} > 0$, peut être vue comme « comprimée » par un *potentiel support*, a_n , résultant en un *potentiel travail moteur*, ξ_h , accompagnant le fluide. A l'inverse, une charge exergétique *froide*, $\tilde{h} < 0$, peut être vue comme « étirée » par le *potentiel support*, a_n ; impliquant *in fine* un flux de *potentiel travail de maintien*, $\dot{m}\xi_h$, « remontant » à contre-courant du flux énergétique *principal*, $\dot{m}\tilde{h}$, ou *flux de charge* comme nous l'avons également appelé.

Nous insistons finalement sur un point qu'il faut bien comprendre : dans les situations *froides*, l'exergie ne remonte pas le courant à proprement parler. Du point de vue du second principe de la thermodynamique, ce qui se propage avec le fluide, c'est un *défaut* énergétique supplémentaire, $(-a_n) - (-\tilde{h}) = \xi_h$, par rapport à la charge exergétique, \tilde{h} , qui provoque cet effet de « remontée à contre-courant » du flux exergétique, $\dot{m}\xi_h$, relativement au flux de charge, $\dot{m}\tilde{h}$. En effet, ce que le fluide emporte avec lui en plus de la charge exergétique \tilde{h} , c'est un *potentiel travail de maintien* « à apporter au fluide », qui n'est alors plus nécessaire « là d'où il vient » ; d'où la « remontée » d'exergie, *potentiel travail froid*. C'est d'ailleurs pour cette raison que sur la figure 2.2.3, l'anergie est délimitée par un trait plein alors que l'exergie l'est par des pointillés. On note finalement en guise de remarque finale que dans tous les cas dynamiques « standards », i.e. à $P > P_0$ et $T^* > 0$, le flux d'anergie, $\dot{m}a_n$ est toujours colinéaire au flux de charge, $\dot{m}\tilde{h}$, que celui-ci soit positif ou négatif ; d'où la fonction *support* que nous lui prêtons dans ce travail, nous y revenons dans la discussion suivante.

2.2.3.3 Systèmes fluides statiques

Nous avons vu dans la première partie de ce chapitre que le contenu exergétique $X_{u,l/g}$ (ou $\xi_{u,l/g}$ par unité de masse) d'un certain volume de fluide statique considéré à une température $T \neq T_0$, et éventuellement pour les gaz à une pression $P \neq P_0$, est fonction de ses énergie interne et entropie relatives. On en rappelle l'expression par unité de masse pour les liquides :

$$\xi_{u,l} = \tilde{u} - T_0\tilde{s}, \quad (2.2.19)$$

et pour les gaz :

$$\xi_{u,g} = \tilde{u} + P_0 \Delta_0 v - T_0 \tilde{s}. \quad (2.2.20)$$

Pour les premiers, on se retrouve donc dans une situation analogue à celle des fluides dynamiques que nous venons de décrire : l'anergie est le produit de la température de l'environnement et de l'entropie relative du liquide considéré :

$$a_{n,u,l} = T_0 \tilde{s} = c T_0 \ln \frac{T}{T_0}, \quad (2.2.21)$$

le facteur anergétique est alors tel que :

$$\alpha_{u,l}^* = \frac{\ln t}{t - 1}. \quad (2.2.22)$$

La *charge exergétique* est ici simplement égale à l'énergie interne relative du liquide considéré et représente donc son potentiel énergétique total *chaud* ($\tilde{u} > 0$) ou *froid* ($\tilde{u} < 0$) ; c'est-à-dire la quantité d'énergie thermique totale, par unité de masse, qu'il peut émettre ou absorber au cours d'un certain processus de mise à l'équilibre avec l'environnement.

Pour les gaz, nous avons jusqu'alors considéré des gaz parfaits, mais pour bien appréhender ce que représente la charge exergétique $\tilde{\xi}_{u,g}$, nous allons différencier l'équation (2.2.20) et considérer la relation d'Euler pour l'énergie interne d'un gaz quelconque à la température T et enfermé dans un certain volume muni d'un piston permettant d'imposer une certaine pression P ,

$$du = T ds - P dv, \quad (2.2.23)$$

on a alors :

$$d\xi_{u,g} = (T - T_0) ds - (P - P_0) dv \quad (2.2.24)$$

et en notant que $c_v \equiv T \left. \frac{\partial s}{\partial T} \right|_{V,N}$:

$$d\xi_{u,g} = c_v dT - (P - P_0) dv - T_0 ds. \quad (2.2.25)$$

Ainsi, le *potentiel travail* d'un certain volume de gaz initialement isolé et à l'équilibre sous contrainte à une température $T \neq T_0$ et une pression $P \neq P_0$, peut s'exprimer en supposant deux transformations successives : l'une thermique à volume constant amenant le système à T_0 , et l'autre mécanique à température constante amenant le système à P_0 . L'exergie totale extraite ou apportée au gaz peut alors s'exprimer par unité de masse telle que :

$$\xi_{u,g} = (\xi_{u,g} - \xi_1) + (\xi_1 - \xi_0) \quad (2.2.26a)$$

$$= c_v \Delta_0 T - (P_m - P_0) \Delta_0 v - T_0 \tilde{s}, \quad (2.2.26b)$$

où ξ_1 est l'exergie fluide statique du gaz dans l'état intermédiaire entre les deux transformations, à la température T_0 et la pression $P_1 = RT_0/v_1$. Dans l'équation (2.2.26b), on a introduit la pression moyenne par rapport au volume pendant l'extraction mécanique de travail :

$$P_m = \frac{1}{\Delta_0 v} \int_{v_0}^v P dv. \quad (2.2.27)$$

Dans notre cas d'une transformation isotherme à T_0 , P_m est proportionnelle au logarithme du rapport des volumes massiques, on a alors

$$P_m = RT_0 \frac{\ln \frac{v}{v_0}}{v - v_0} = P_1 \frac{\ln \bar{v}}{\bar{v} - 1}, \quad (2.2.28)$$

qui est positif pour tout volume massique différent de v_0 , ou de manière équivalente pour tout $\bar{v} \neq 1$, on rappelle que $\bar{v} = v/v_0$. Cette pression moyenne dépend du mode d'extraction du travail lors du processus de mise à l'équilibre mécanique du gaz avec son environnement ; lors d'une transformation adiabatique c'est la différence de potentiel $Pv - P_0v_0$ qui apparaît. Alors, outre le terme entropique, l'équation (2.2.26b) est la somme d'un terme thermique et d'un autre mécanique traduisant ensemble l'énergie totale relative (thermique et mécanique) que présente le système considéré. Cette énergie totale relative est précisément le potentiel énergétique que nous avons appelé charge exergétique, qui pour tout gaz non nécessairement parfait s'exprime effectivement :

$$\tilde{e}_{u,\text{gnp}} = \tilde{u} + P_0 \Delta_0 v \quad (2.2.29a)$$

$$= c_v \Delta_0 T - (P_m - P_0) \Delta_0 v, \quad (2.2.29b)$$

où l'indice 'gnp' précise que le gaz peut être non parfait ; et de même qu'à l'équation (2.2.26b), $\tilde{e}_{u,\text{gnp}}$ dépendra du mode d'extraction du travail mécanique au travers de P_m . Si le gaz considéré est *chaud*, celle-ci représente donc la quantité maximale d'énergie (chaleur et travail) potentiellement extractible ; et s'il est *froid*, il s'agit de la quantité d'énergie thermo-mécanique que celui-ci pourra absorber en s'équilibrant avec son environnement, ou en d'autres termes, le *défait* d'énergie thermo-mécanique qu'il présente par rapport à ce dernier. L'anergie de tout volume statique de gaz est alors, de même que pour les autres cas de figure déjà discuté, directement proportionnel à l'entropie relative que celui-ci présente :

$$a_{n,u,g} = T_0 \tilde{s} = c_p T_0 \ln \frac{T}{T_0} - RT_0 \ln \frac{P}{P_0}. \quad (2.2.30a)$$

Ensuite, de même qu'à l'équation (2.1.30), on exprime c_p et R à l'aide de c_v et γ , et on obtient :

$$a_{n,u,g} = c_v T_0 \ln \frac{P v^\gamma}{P_0 v_0^\gamma} \quad (2.2.30b)$$

$$= c_p T_0 \ln \frac{T}{T_\gamma}. \quad (2.2.30c)$$

Alors, son facteur anergétique s'exprime directement à l'aide des grandeurs précédemment introduites (cf. tableau 2.2.1) :

$$\alpha_{u,g}^* = \frac{\gamma}{\gamma_p} \frac{\ln(t/t_\gamma)}{t - t_p^*}, \quad (2.2.31)$$

où $t_p^* = T_p^*/T_0 \equiv \gamma/\gamma_p$, équation (1.2.44), désigne la température d'exergie minimale adimensionnée pour les gaz statiques (cf. figure 1.2.4, ou 1.2.5a, sur laquelle sa dépendance en P a été tracée pour l'air) ; et $t_\gamma = T_\gamma/T_0$, définie à l'équation (2.1.36), est la température réduite telle que $T_{u,g}^* = 0$.

On peut alors généraliser la définition de l'anergie donnée à l'équation (2.2.13c) pour les cas dynamiques, à tous les fluides, qu'ils soient liquides ou gazeux et statiques ou dynamiques :

$$a_n = T_0 \tilde{s}, \quad (2.2.32)$$

et de même pour le facteur anergétique, qui s'exprime d'une manière générale pour tout fluide :

$$\alpha^* = \frac{a_n}{\tilde{e}} = 1 - \theta^*. \quad (2.2.33)$$

On voit donc que l'anergie n'est autre qu'un potentiel énergétique directement proportionnel à l'entropie relative pour tout fluide, et dont le facteur de proportionnalité est égale à la température de l'environnement, cf. équation (2.2.32). Ceci va nous permettre de revenir sur les considérations faites précédemment à propos de l'anergie vu comme une sorte de *potentiel support* à l'exergie, « comprimant » la charge exergétique des systèmes *chauds* ou « étirant » celles des *froids*. Pour se représenter cet aspect, on rappelle tout d'abord quelques points que nous avons introduits dans la sous-partie 1.1.2 à propos de l'entropie. Du point de vue de la physique statistique moderne, lorsque l'on considère un système fluide statique d'énergie totale constante, son entropie est calculée à l'aide d'un comptage (logarithmique) du nombre de micro-états accessibles au système (cf. équation (1.1.5)). C'est-à-dire que plus il existera de « réalisations possibles » de l'état microscopique du système considéré, ou en d'autres termes, plus les réalisations possibles de sa configuration interne (positions, vitesses, états de vibration...) seront nombreuses, et donc *complexes*, et plus son entropie sera élevée. Lorsque le système statique considéré est laissé libre d'échanger de l'énergie avec son environnement, l'équation (1.1.5) n'est plus valable et une vision plus *dynamique* de l'entropie est nécessaire. Nous avons alors mentionné les travaux de [Leff \(1996\)](#) qui introduisent une interprétation en termes d'une mesure de la répartition de l'énergie dans les degrés de libertés microscopiques du système (translation, vibration, rotation...). Dans ce contexte, l'entropie d'un système donné est alors d'autant plus grande que son énergie totale est *répartie* dans ses degrés de liberté microscopiques ; et elle atteint un maximum lorsque cette dernière sera équirépartie. Ou en termes statiques, lorsque tous les micro-états accessibles du système considéré présentent la même probabilité de réalisation. Ensuite, considérer l'entropie relative, $\tilde{s} = s - s_0$, d'un fluide donné revient à établir le zéro d'entropie au niveau de l'état d'équilibre de celui-ci avec son environnement. C'est-à-dire lorsque son énergie totale considérée à (T_0, P_0) , Me_0 (où M est la masse totale de fluide et e_0 le potentiel énergétique de référence correspondant à (T_0, P_0)), est équirépartie dans ses degrés de libertés microscopiques. Alors, un système ayant une entropie relative positive, $\tilde{s} > 0$, peut être vu comme présentant une « répartition » de son énergie, dans ses degrés de liberté microscopiques, *supérieure* à celle qu'il aurait à l'équilibre avec son environnement ; et inversement, un système ayant une entropie relative négative, $\tilde{s} < 0$, peut être vu comme présentant une « répartition » énergétique, dans ses degrés de liberté microscopiques, *inférieure* à celle qu'il aurait à (T_0, P_0) . Dans la suite, sans entrer dans les détails techniques, plutôt que de « répartition », on préférera parler de « densité » énergétique, sous-entendu par degré de liberté microscopique ; que l'on peut se représenter comme le rapport de l'énergie totale du système sur le nombre total de ses degrés de liberté (translation, vibration...).

Bien que non formellement définie dans ce travail, cette représentation en termes de « densité » énergétique relative va cependant nous permettre d'imager un peu plus notre propos, c'est pourquoi nous nous y attardons ici un instant. Nous avons vu dans la dernière discussion de la sous-partie 1.1.2, qu'à une constante multiplicative près, l'entropie

pouvait être vu comme une mesure du nombre moyen de degrés de liberté microscopique occupés par les constituants d'un système donné. On note que plusieurs degrés de libertés sont généralement associés à une même particules (par exemple : translation, vitesse, vibration, rotation...), eux-mêmes pouvant avoir plusieurs modes de plus ou moins grande énergie. Plus particulièrement, on a vu que l'on peut définir une sorte de « *quantum macroscopique* » moyen d'énergie, appelé *tempergie* par **Leff (1999)**, équation (1.1.9a), égale, à un facteur $\frac{1}{2}$ près, à l'énergie moyenne par degré de liberté, que présente le système (cf. equations (1.1.10) et (1.1.11)), on en modifie l'expression :

$$\tilde{T} = \frac{1}{2}k_B T, \quad (2.2.34)$$

afin de l'exprimer en unité d'énergie par degré de liberté (que l'on notera deg), par exemple en J/deg. On rappelle que cette interprétation est possible tant que le système peut être considéré à l'équilibre. Cette définition implique alors que l'entropie soit également redéfinie, exprimée en nombre de degrés de liberté (deg) :

$$S^{\text{deg}} = \frac{2S}{k_B}, \quad (2.2.35)$$

et traduise donc un nombre moyen de degrés de liberté *occupés*. On note que cette définition est cohérente avec ce que nous avons dit précédemment à propos de l'entropie interprétée comme une mesure de la « répartition » de l'énergie dans les degrés de libertés microscopiques d'un système donné. En effet, plus cette répartition sera grande et plus le nombre moyen de degrés de liberté occupés sera également élevé. On note également qu'à l'équation (2.2.34), malgré le changement de définition, on a conservé la notation avec un tilde pour la tempergie, employée précédemment en (1.1.9a), ainsi que la dénomination de **Leff (1999)**. On a cependant changé celle de l'entropie entre les équations (1.1.9b) et (2.2.35), afin de la distinguer par rapport à la notation employée ici ; où on rappelle que le tilde fait référence à une différence prise relativement à l'état d'équilibre avec l'environnement, avec par exemple $\tilde{E} = E - E_0$. Alors, la « densité » énergétique par degré de liberté mentionnée plus haut, peut s'exprimer comme le rapport de l'énergie totale du système, E , sur son nombre moyen de degrés de liberté occupés, S^{deg} :

$$\rho = \frac{E}{S^{\text{deg}}}, \quad (2.2.36)$$

en unités d'énergie par degré de liberté. Lorsque le système est à l'équilibre avec son environnement, celle-ci est directement donnée par $\rho_0 = E_0 / S_0^{\text{deg}}$, et pour les systèmes qui en sont écartés on peut réécrire l'équation (2.2.36) telle que

$$\rho = \frac{E_0 + \tilde{E}}{S_0^{\text{deg}} + \tilde{S}^{\text{deg}}}, \quad (2.2.37)$$

avec, de même que précédemment, $\tilde{E} = E - E_0$ l'excès ou le défaut d'énergie thermomécanique totale que le système présente relativement à E_0 , son énergie à l'équilibre avec l'environnement ; et $\tilde{S}^{\text{deg}} = S^{\text{deg}} - S_0^{\text{deg}}$ le nombre moyen de degrés de liberté que les constituants du système occupent en plus ou en moins par rapport S_0^{deg} , le nombre moyen de degrés de liberté occupés à l'équilibre à (T_0, P_0) . En considérant des écarts de température proche de 0, impliquant $|\tilde{E}| / E_0 \ll 1$ et $|\tilde{S}^{\text{deg}}| / S_0^{\text{deg}} \ll 1$, on peut

approximer l'équation (2.2.37) par une expression du premier ordre, telle que $\rho \simeq \rho_0 + \delta\rho$, avec

$$\delta\rho = \frac{\tilde{E}}{S_0^{\text{deg}}} \left(1 - \frac{\rho_0}{\tilde{T}^*}\right), \quad (2.2.38)$$

où $\tilde{T}^* = \tilde{E} / \tilde{S}^{\text{deg}} = \frac{1}{2}k_B \tilde{E} / \tilde{S}$ est la pseudo-température du fluide introduite dans la sous-partie 2.1.2, exprimée en unité d'énergie par degré de liberté. On note que, de même que T^* n'est pas une température au sens de la physique statistique, \tilde{T}^* n'est pas non plus une « densité » énergétique au sens que nous avons donné ici à ρ , équation (2.2.36), bien qu'elle s'exprime selon les mêmes unités. Alors, la différence de « densité » énergétique, $\delta\rho$, qu'un fluide statique à l'équilibre dans un certain état à (T, P) présente relativement à son état d'équilibre avec l'environnement à (T_0, P_0) , est le produit de deux termes : $\tilde{E} / S_0^{\text{deg}}$, le rapport de l'excès ou du défaut d'énergie entre ces deux états sur le nombre moyen de degrés de liberté occupés à (T_0, P_0) ; et d'un terme analytiquement similaire au facteur exergétique introduit précédemment, mais faisant intervenir la « densité » énergétique du système à (T_0, P_0) plutôt que directement la température de l'environnement T_0 . Le premier de ces termes est assez intuitif, il s'agit de l'excès ou du défaut d'énergie qui serait ajouté ou soustrait à chacun des degrés de liberté occupés à (T_0, P_0) si leur nombre restait constant, i.e. si $\tilde{S}^{\text{deg}} = 0$. Le second terme nécessite que l'on s'y attarde un peu.

Dans un premier temps, on détermine ρ_0 à l'aide d'un traitement statistique dans l'ensemble isotherme-isobare qui considère des systèmes en interaction avec un réservoir de chaleur à T_0 et un de pression, maintenant le fluide statique à P_0 . Sans entrer dans les détails techniques (qui peuvent être tirés de tout livre de physique statistique, par exemple dans celui de [Diu et collab. \(1989\)](#)), nous en donnons simplement ici l'expression pour le cas d'école du gaz parfait de N particules identiques de masse m sans interaction,

TABLEAU 2.2.2 – Valeurs numériques pour le calcul de ρ_0 dans le cas du diazote considéré comme un gaz parfait dans l'ensemble statistique de Gibbs isotherme-isobare, avec les valeurs de références $T_0 = 288,15$ K et $P_0 = 1,0133$ Pa; le volume molaire à 15°C , $V_m = 23,645$ L/mol, a été utilisé pour le calcul de v_0 . De plus, pour avoir un ordre de grandeur parlant, on fournit les valeurs de \tilde{T}_0 et ρ_0 en électron-volt par degré de liberté, avec $1 \text{ eV} = 1,6022 \times 10^{-19}$ J, l'énergie cinétique acquise par un électron accéléré par une différence de potentiel de 1 V.

Grandeurs	Valeurs	Unités
h Constante de Planck	$6,626 \times 10^{-34}$	J s
k_B Constante de Boltzmann	$1,381 \times 10^{-23}$	J/K
\mathcal{N}_A Constante d'Avogadro	$6,022 \times 10^{23}$	mol ⁻¹
m Masse moléculaire	$4,652 \times 10^{-26}$	kg
v_0 Volume par particule à T_0	$3,926 \times 10^{-26}$	m ³ /part
\tilde{T}_0 Énergie moyenne par degré de liberté à T_0	$1,989 \times 10^{-21}$ 12,42	J/deg meV/deg
λ_0 Longueur d'onde thermique à T_0	$1,943 \times 10^{-11}$	m
$1 + \frac{2}{5} \ln(v_0 / \lambda_0^3)$	7,197	
ρ_0 « Densité » moyenne d'énergie par degré de liberté à T_0	$2,764 \times 10^{-22}$ 1,725	J/deg meV/deg

maintenu à la température T_0 et à la pression P_0 dans un volume, donné en moyenne par l'équation d'état des gaz parfaits, $V_0 = Nk_B T_0/P_0$. On a alors, pour l'énergie totale, l'enthalpie étant donné que la pression est maintenue constante, et l'entropie exprimée en termes de nombre moyen de degrés de liberté occupés (équation (2.2.35)) :

$$E_0 \equiv H_0 = \langle \mathcal{H} + P_0 V \rangle_{T_0, P_0} = \left(\frac{5N}{2} + 1 \right) k_B T_0 \quad (2.2.39)$$

$$S_0^{\text{deg}} = 5N + 2 + 2N \ln \frac{v_0}{\lambda_0^3} - 2 \ln N, \quad (2.2.40)$$

avec $v_0 = V_0/N$ le volume par particule à (T_0, P_0) et

$$\lambda_0 = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T_0}} \quad (2.2.41)$$

la longueur d'onde thermique du gaz à T_0 , encore appelée longueur d'onde de De Broglie. Ces expressions de E_0 et S_0^{deg} nous donnent alors

$$\rho_0 = \tilde{T}_0 \left(1 + \frac{2N}{5N+2} \ln \frac{v_0}{\lambda_0^3} - \frac{2 \ln N}{5N+2} \right)^{-1}, \quad (2.2.42)$$

soit, dans la limite thermodynamique :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \rho_0 = \tilde{T}_0 \left(1 + \frac{2}{5} \ln \frac{v_0}{\lambda_0^3} \right)^{-1}. \quad (2.2.43)$$

Les valeurs numériques pour le diazote, considéré comme un gaz parfait, de \tilde{T}_0 , ρ_0 dans la limite thermodynamique, ainsi que du terme entre parenthèses de l'équation (2.2.43) sont fournies dans le tableau 2.2.2. On a choisi le diazote étant donné son abondance dans l'atmosphère, celle-ci ayant été choisie pour les études de la sous-partie 2.1.2. On note qu'étant donné que pour tout gaz classique (non quantique) on a $v_0 \gg \lambda_0^3$, la « densité » énergétique par degré de liberté, ρ_0 , est toujours inférieure à l'énergie moyenne par degré de liberté, \tilde{T}_0 . Ceci peut sembler paradoxal mais on peut le comprendre en se rappelant que l'énergie est statistiquement répartie dans les degrés de liberté microscopique, et qu'ainsi des valeurs extrêmes sont localement possible ; réduisant de fait la valeur de la « densité » par rapport à celle de la moyenne. Alors, le terme entre parenthèses de l'équation (2.2.38) est analytiquement similaire à un facteur exergetique, considérant des pseudo-températures de fluide, mais relativement à une température T_{ρ_0} , environ 7 fois plus petite que $T_0 = 288,15$ K dans le cas du diazote (cf. tableau 2.2.2) :

$$T_{\rho_0} = \frac{2\rho_0}{k_B} = 40,0 \text{ K}. \quad (2.2.44)$$

On note qu'il ne s'agit pas d'un facteur exergetique dont la température de référence a été translatée vers les petites températures. En effet, la pseudo-température apparaissant dans l'équation (2.2.38) est, par définition, considérée relativement à T_0 , ou \tilde{T}_0 en fonction du système d'unité employé, et non à T_{ρ_0} , ou ρ_0 respectivement, puisqu'elle est définie à partir de $\tilde{E} = E - E_0$ et $\tilde{S} = S - S_0$, ou \tilde{S}^{deg} le cas échéant. Par souci de concision, dans la suite on l'appellera facteur de densité et on le notera

$$\tilde{\theta}^* = 1 - \frac{\rho_0}{\tilde{T}^*}. \quad (2.2.45)$$

Les variations de la pseudo-température des différents cas discutés dans ce travail, en fonction de la température du fluide, ont été étudiées pour différentes pressions dans la sous-partie 2.1.2, et sont représentées sur les figures 2.1.1a, 2.1.2, 2.1.5 et 2.1.9. Les températures particulières telles que les T^* s'annulent, T_p^* , ou divergent, T_γ , impactent les variations de $\tilde{\theta}^*$ de la même manière qu'elles impactaient celles de θ^* ; par contre, T_{ρ_0} étant plus petite que T_0 , les courbes représentatives de $\tilde{\theta}^*$ sont décalées vers le haut, comme on peut le constater pour les gaz statiques en comparant l'échelle du graphique de la figure 2.2.4a à celle de ceux de droite de la figure 2.1.7. Ensuite, sur le graphique de la figure 2.2.4b, on a tracé les variations de la différence de « densité », $\delta\rho$, au voisinage des températures d'exergie minimales, T_p^* , correspondant à différentes pressions proches de P_0 ; car on rappelle que l'équation (2.2.38) n'est valable que si $|\tilde{E}|/E_0 \ll 1$ et $|\tilde{S}^{\text{deg}}|/S_0^{\text{deg}} \ll 1$. Les températures T_p^* ont été indiquées par des lignes en trait plein sur le graphique du haut et en tirets sur celui du bas, les couleurs correspondant aux pressions auxquelles elles se rapportent, sauf pour le cas $p = 1$ pour lequel on a $T_{1\text{atm}}^* = T_0$ qui a été indiquée sur les deux graphiques par une droite verticale noire en tirets. On peut alors constater que la différence de « densité » énergétique, $\delta\rho$, est effectivement positive pour les fluides *chauds*, et négative pour les *froids*.

Ainsi, nous allons considérer que les fluides *chauds* qui présentent une charge exergétique positive, $\tilde{e} > 0$, sont dans des états « comprimés » d'énergie, dans le sens où il présente une « densité » énergétique par degré de liberté supérieure à celle qu'ils auraient à l'équilibre thermo-mécanique avec leur environnement, $\delta\rho > 0$. Inversement, pour les fluides qui présentent une charge exergétique négative, $\tilde{e} < 0$, nous allons les considérer comme présentant une « densité » énergétique *inférieure* à celle d'équilibre, et pouvant donc être vus comme présentant une charge exergétique « diluée » dans *plus* de degrés de liberté qu'à l'équilibre, ou encore « étirée » comme nous l'avons déjà suggéré. Ou en d'autres termes, pour les fluides *chauds* « standards », i.e. tels que $T^* > 0$, lorsque l'on élève leur température ou leur pression, leur énergie totale augmente ainsi que leur nombre moyen de ses degrés de liberté microscopiques occupés ; mais ce dernier augmentant plus lentement que le premier, la « densité » énergétique des degrés de liberté augmente avec la température, définissant des états « comprimés » en énergie relativement à l'état d'équilibre à (T_0, P_0) . *A contrario*, pour les fluides *froids* « standard », i.e. tels que $P > P_0$, et suffisamment proches de (T_0, P_0) pour considérer des fluides non quantiques, c'est l'inverse qui se produit ; à mesure qu'ils sont éloignés de l'équilibre avec leur environnement, leur énergie totale diminue ainsi que le nombre moyen de degré de liberté occupés qu'ils présentent. Cependant, ce dernier diminuant plus rapidement, la « densité » énergétique de ces systèmes diminue par rapport à celle qu'ils présentent à l'équilibre avec leur environnement. Dans la suite, on interprète donc S_0^{deg} comme une mesure de la « répartition d'équilibre » du fluide considéré à (T_0, P_0) , ou encore comme un nombre moyen de degrés de liberté occupés à (T_0, P_0) . La différence \tilde{S}^{deg} peut alors être vue comme une mesure algébrique du nombre moyen de degrés de liberté microscopiques occupés dans le système, en plus ou en moins par rapport à S_0^{deg} . Dans ce contexte, l'anergie peut s'exprimer,

$$A_n = \tilde{T}_0 \tilde{S}^{\text{deg}}, \quad (2.2.46)$$

comme le nombre moyen de degré de liberté occupés en plus, ou laissés vacants le cas échéant, par rapport à la situation d'équilibre à (T_0, P_0) , multiplié par l'énergie moyenne par degré de liberté dans cette même situation d'équilibre. Traduisant donc, pour les fluides *chauds*, une quantité énergétique inférieure à l'énergie totale portée, en surplus, par le fluide considéré ; et pour les fluides *froids*, une quantité énergétique supérieure en valeur

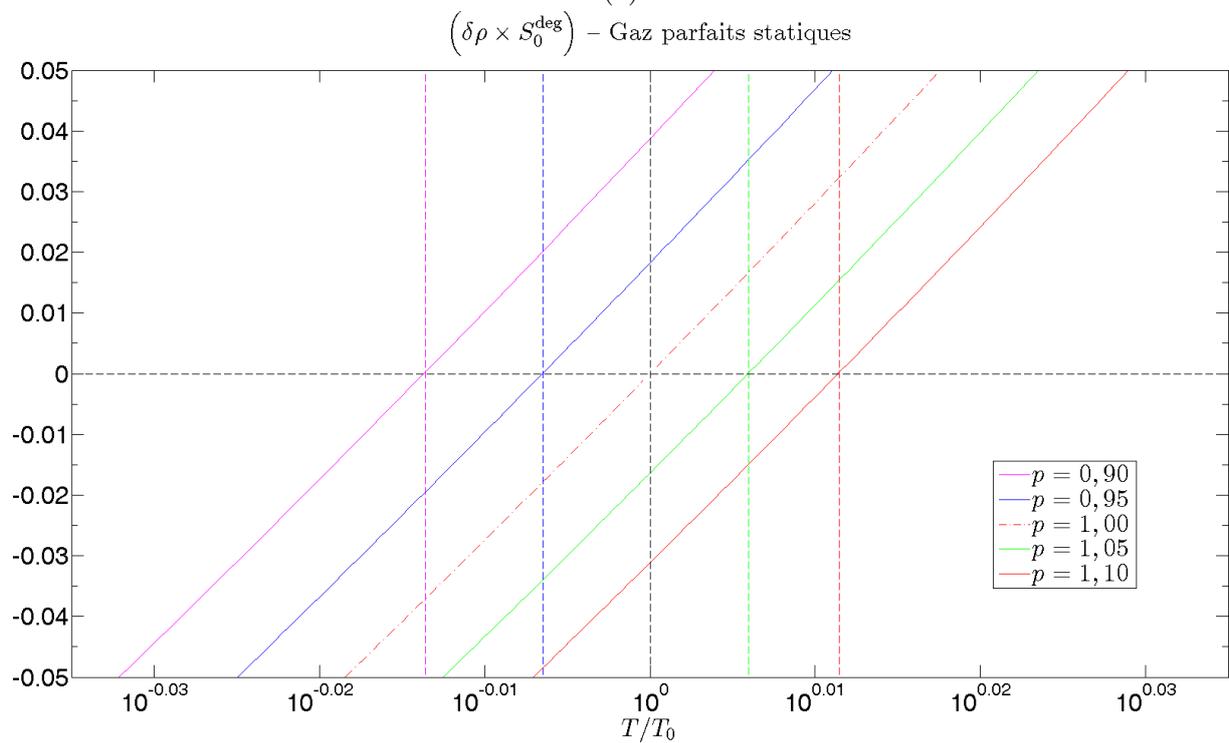
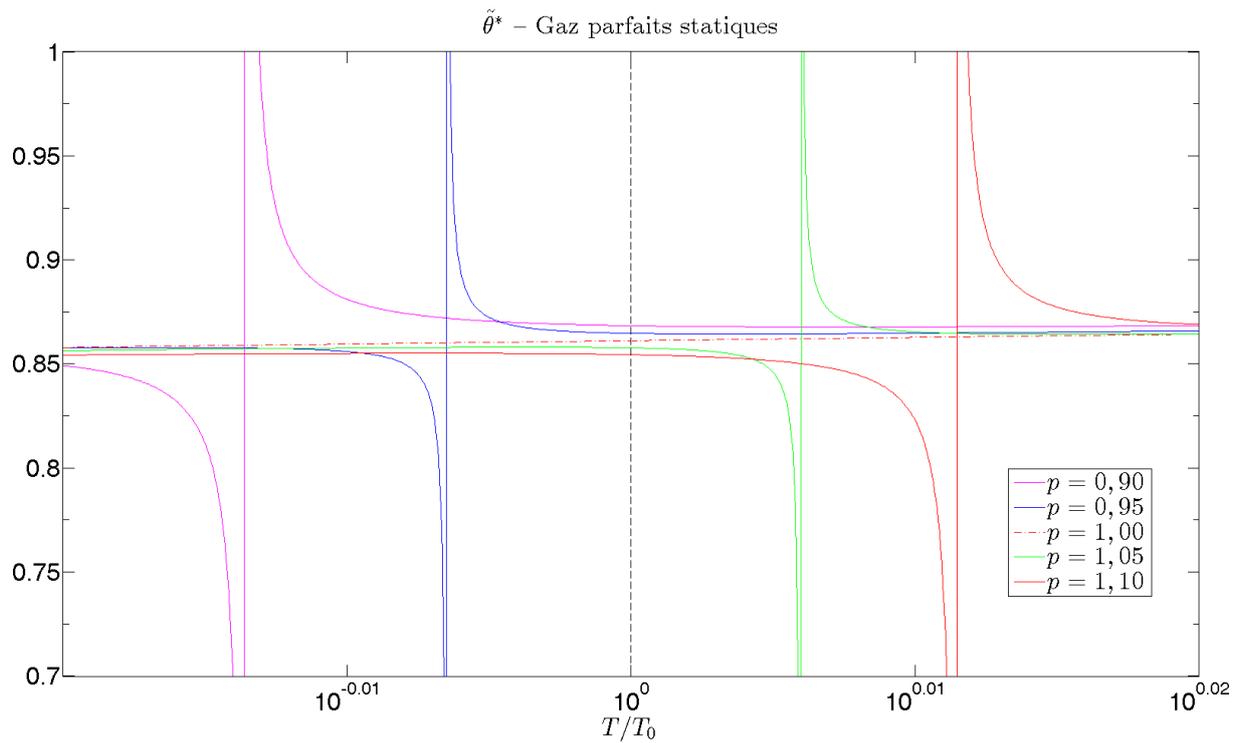


FIGURE 2.2.4 – Variations du facteur de densité $\tilde{\theta}^*$ (a), et de la différence de densité $\delta\rho$ pour les gaz parfaits statiques, en fonction de la température réduite $t = T/T_0$ pour différentes pressions. La température T_0 ainsi que le zéro du facteur de densité ont été indiqués en tirets et la température T_{ρ_0} par une ligne verticale en tirets-pointillés.

absolue, au défaut d'énergie que présente le fluide par rapport à sa situation d'équilibre à (T_0, P_0) . Nous discutons les propriétés de cette quantité dans les discussions suivantes en distinguant les situations *chaudes* et *froides*, et faisons maintenant une dernière remarque.

On rappelle qu'étant donné ce que nous avons introduit précédemment, lorsqu'un système fluide quelconque est à l'équilibre thermo-mécanique avec son environnement, sa charge exergétique, $\tilde{E} = E - E_0$, est nulle. Nous avons cependant pu voir, dans les analyses graphiques de la sous-partie 2.1.2, que lorsque la pression est fixée et différente de P_0 , les zéros de charge exergétique ne coïncident plus avec ceux d'entropie relative; ce qui a notamment pour effet d'introduire des domaines de températures sur lesquels la température effective des fluides peut être négative, cf. équation (2.2.5). Néanmoins, de même que précédemment, nous restreignons notre présente discussion aux cas « standards » tels que $T^* > 0$, et nous reviendrons sur les autres cas dans la partie 2.3. Les gaz sous-pressurisés sont encore ici laissés de côté bien que les variations de leur pseudo-température soient similaires à celles des gaz sur-pressurisés (cf. figure 2.1.6), car leur température d'exergie minimal est très rapidement décroissante à mesure que la pression est baissée, impliquant des situations *chaudes* à $T < T_0$ sur lesquelles nous reviendrons plus bas. On rappelle que dans les cas statiques, ces situations « standards » correspondent, pour les fluides *chauds*, aux températures supérieures à T_γ pour les gaz considérés ici et T_0 pour les liquides; et pour les fluides *froids*, aux températures inférieures à T_p^* pour les gaz et T_0 pour les liquides.

Fluides chauds. D'après ce que nous venons d'introduire, une certaine masse M , isolée et à l'équilibre, de fluide statique *chaud* « standard », i.e. qui présente un excès d'énergie, $\tilde{E} = M\tilde{e}$, par rapport à $E_0 = Me_0$, son énergie à l'équilibre avec son environnement, présente également un sur-plus de degrés de liberté occupés, $\tilde{S}^{\text{deg}} = \frac{2M}{k_B}\tilde{s}$, par rapport à sa « répartition d'équilibre » à (T_0, P_0) , ou encore par rapport à son nombre moyen de degrés de liberté occupés à l'équilibre, $S_0^{\text{deg}} = \frac{2M}{k_B}s_0$. Ceux-ci sont tels que l'énergie totale du système, $E = E_0 + \tilde{E}$, soit répartie dans proportionnellement moins de degré de liberté, donnés en moyenne par $S^{\text{deg}} = S_0^{\text{deg}} + \tilde{S}^{\text{deg}}$, que si le système était à l'équilibre avec son environnement; état dans lequel il répartirait une énergie totale E_0 dans une moyenne de S_0^{deg} degrés de libertés. Soit, en termes de « densité » énergétique des degrés de liberté microscopiques, on a pour tout système fluide *chaud* « standard » :

$$\rho(\tilde{E} > 0, \tilde{S} > 0) > \rho_0(\tilde{E} = 0, \tilde{S} = 0). \quad (2.2.47)$$

On peut alors dire que, d'une certaine manière, l'augmentation du nombre moyen de degré de liberté occupés, ou encore du volume de l'espace des phases accessible au système, n'est pas suffisante, comparée à l'augmentation d'énergie totale, pour conserver la « densité » énergétique de ses degrés de liberté microscopiques. Cette dernière augmente donc à mesure que la température du fluide *chaud* considéré augmente, le rendant ainsi de plus en plus « dense » en énergie par degré de liberté; ou encore, résultant en une charge exergétique d'autant plus « comprimée », comme nous l'avons qualifiée précédemment. On peut finalement voir un système *chaud* « standard » comme présentant un excès d'énergie, \tilde{E} ; qui de plus, se retrouve réparti en excès dans ses S^{deg} degrés de liberté microscopiques, par rapport à la répartition de l'état d'équilibre à (T_0, P_0) . Ainsi, lorsque le système est mis en contact thermo-mécanique avec son environnement, ses constituants, transportant en moyenne plus d'énergie, \tilde{T} , dans chacun de leurs degrés de liberté que ceux de l'environnement, qui en transportent \tilde{T}_0 par degré de liberté, transmettons donc à ces derniers une part de leur énergie lors des différents processus d'interaction.

Considérons maintenant l'anergie, équation (2.2.46), dans le contexte d'un fluide *chaud* présentant une « densité » d'énergie par degré de liberté supérieure à celle qu'il aurait à l'équilibre avec son environnement, $\delta\rho > 0$. D'une manière générale, on a expliqué un peu plus haut que l'on pouvait voir \tilde{T}_0 comme l'énergie moyenne que présentent, par degré de liberté, les constituants d'un système statique à l'équilibre à une température T_0 ; et \tilde{S}^{deg} comme le nombre de degrés de liberté occupés en plus à (T,P) par rapport à la situation d'équilibre avec l'environnement à (T_0,P_0) . Mais pour bien appréhender cette grandeur, il faut la remettre dans son contexte. Pour ce faire, on rappelle tout d'abord que l'on peut écrire la « densité » d'énergie par degré de liberté d'un système fluide faiblement écarté de son équilibre avec l'environnement tel que :

$$\rho = \rho_0 + \delta\rho, \quad (2.2.48)$$

où, pour les fluides *chauds*, $\delta\rho$, fourni à l'équation (2.2.38), est le surplus de « densité » énergétique que présentent les degrés de liberté du système occupés à (T,P) par rapport à ρ_0 , celle qu'ils auraient si le système était considéré à (T_0,P_0) . Ensuite, d'après la définition de l'équation (2.2.36), l'énergie totale du système statique à (T,P) peut directement s'écrire comme le produit de ρ , équation (2.2.48), et du nombre moyen de degrés de liberté occupés, $S^{\text{deg}} = S_0^{\text{deg}} + \tilde{S}^{\text{deg}}$:

$$E = E_0 + \tilde{E} = (\rho_0 + \delta\rho) (S_0^{\text{deg}} + \tilde{S}^{\text{deg}}) \quad (2.2.49a)$$

$$= \underbrace{\rho_0 S_0^{\text{deg}}}_{E_0} + \underbrace{\rho_0 \tilde{S}^{\text{deg}}}_{A_n} + \underbrace{\delta\rho (S_0^{\text{deg}} + \tilde{S}^{\text{deg}})}_{X_u}, \quad (2.2.49b)$$

et on rappelle qu'à une « densité » énergétique ρ_0 correspond une énergie moyenne par degré de liberté \tilde{T}_0 , cf. équation (2.2.42); c'est la raison pour laquelle le second terme de l'équation (2.2.49b) a été identifié à A_n . Alors, en se rappelant de plus que, pour un système statique *chaud* à l'équilibre à (T,P) , \tilde{S}^{deg} est égal au nombre moyen de degrés de liberté microscopiques occupés en plus par rapport à son état d'équilibre avec l'environnement à (T_0,P_0) ; l'anergie apparaît finalement comme l'énergie minimale à apporter au système pour « allumer » ces \tilde{S}^{deg} degrés de liberté supplémentaires au même niveau énergétique \tilde{T}_0 que les S_0^{deg} autres. Ensuite, le premier terme de l'équation (2.2.49b) étant, sans ambiguïté, égal à l'énergie, E_0 , de l'état d'équilibre du système avec son environnement, le dernier terme est nécessairement égal à X , l'exergie du système. On peut alors constater que cette dernière traduit la portion de \tilde{E} qui est distribuée à *tous* les S^{deg} degrés de liberté du système occupés en moyenne à (T,P) ; faisant ainsi passer la « densité » énergétique des degrés de liberté microscopiques du système de ρ_0 à $\rho = \rho_0 + \delta\rho$. Cet aspect est schématisé sur la figure 2.2.5 où, de même que précédemment, la charge exergetique \tilde{E} est encadrée en rouge. Tout d'abord, l'énergie « de base », E_0 , que le système présenterait s'il était à l'équilibre avec son environnement, correspondant à S_0^{deg} degrés de liberté occupés en moyenne présentant une « densité » d'énergie ρ_0 , a été indiquée en bleu clair. Ensuite, on peut constater que l'anergie, représentée en bleu clair hachuré, traduit la portion de \tilde{E} qui « met au niveau » ρ_0 les \tilde{S}^{deg} nouveaux degrés de liberté occupés en moyenne à (T,P) par rapport à la situation à (T_0,P_0) . Enfin, le reste de la charge exergetique est employée pour « compléter » jusqu'à la « densité » ρ tous les S^{deg} degrés de liberté. L'exergie traduit donc l'excès de « densité » énergétique, $\delta\rho$, que présentent les degrés de liberté microscopiques du système par rapport à ceux de son environnement, eux-mêmes présentant une « densité » énergétique ρ_0 .

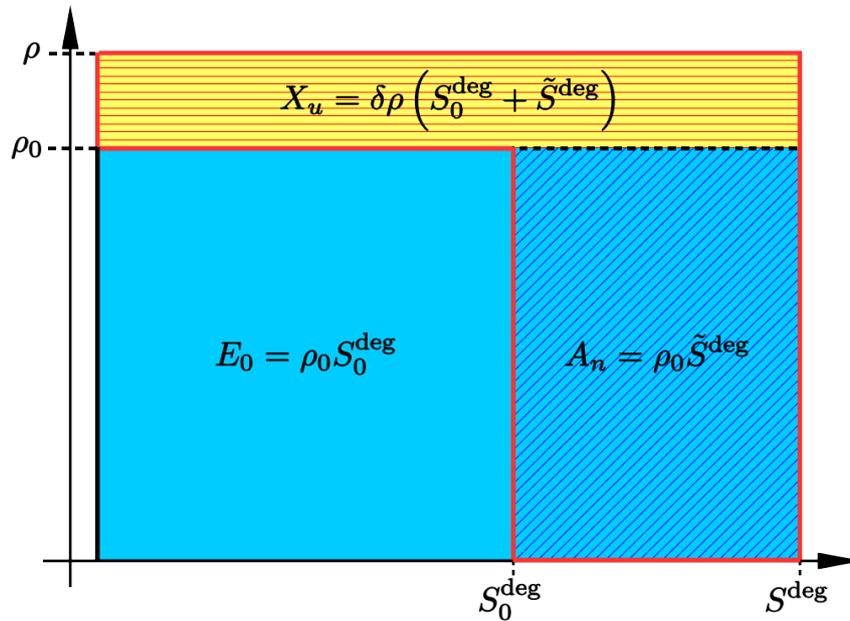


FIGURE 2.2.5 – Représentation schématique de la répartition de l'exergie X_u et de l'anergie A_n d'une charge exergétique statique *chaude*, $\tilde{E} > 0$ (encadrée en rouge). L'axe vertical indique le niveau de « densité » énergétique, ρ , des degrés de liberté occupés dont le nombre moyen, S^{deg} est indiqué sur l'axe horizontal. À l'équilibre avec l'environnement, le système présente une énergie E_0 , se répartissant, en moyenne, dans S_0^{deg} degrés de liberté, chacun présentant, en moyenne, une « densité » énergétique ρ_0 . De manière analogue, à l'équilibre à (T, P) , le système présente une énergie $E = E_0 + \tilde{E}$, se répartissant, en moyenne, dans $S^{\text{deg}} = S_0^{\text{deg}} + \tilde{S}^{\text{deg}}$ degrés de liberté, chacun présentant en moyenne une « densité » énergétique $\rho = \rho_0 + \delta\rho$.

Finalement, on comprend bien que, dans un processus quelconque de mise à l'équilibre du système avec son environnement, l'anergie soit une composante non-extractible de \tilde{E} , car elle est « utilisée pour activer les nouveaux degrés de liberté » que le système *chaud* présente par rapport à son état d'équilibre à (T_0, P_0) ; on peut encore la voir comme « utilisé à l'interne » pour « mettre » tous les degrés de liberté au même niveau de densité énergétique que l'environnement, i.e. à ρ_0 . L'exergie correspond ensuite au surplus de « densité » énergétique, $\delta\rho$, que présentent les degré de liberté microscopique du système. On rappelle que tout échange d'énergie thermo-mécanique entre un certain système et son environnement nécessite que les constituants du premier entre en interaction plus ou moins directe avec ceux du second, au travers d'une paroi par exemple; elle-même, si elle est à l'équilibre thermique avec l'environnement, présente une « densité » énergétique par degré de liberté égale à ρ_0 . Alors, c'est bien le surplus de « densité », $\delta\rho$, qui pourra effectivement être extrait par un utilisateur extérieur placé dans l'environnement à (T_0, P_0) , i.e. vivant dans un monde présentant une « densité » énergétique ρ_0 par degré de liberté microscopique.

Fluides froids. Pour les systèmes *froids*, $\theta^* < 0$, nous avons expliqué dans la sous-partie 2.2.2 qu'une certaine masse M de fluide statique présente alors un *déficit* d'énergie, $\tilde{E} = M\tilde{e}$, par rapport à l'énergie totale, $E_0 = Me_0$, qu'elle présenterait à l'équilibre avec son environnement. La définition générale du facteur anergétique donnée à l'équation (2.2.33) est toujours valable, et étant donné que $\theta^* < 0$, le facteur anergétique de tout

fluide statique *froid* est toujours strictement supérieur à 1. Alors, l'anergie, $A_n = Ma_n$, ne représente plus une fraction du défaut d'énergie thermo-mécanique totale qu'ils présentent par rapport à l'environnement. Elle lui est supérieure, en valeur absolue, d'une quantité égale au *potentiel travail froid* porté par le fluide, $X_u = M\xi_u$, son *potentiel travail de maintien* comme on l'a également appelé, on a en effet :

$$(-A_n) = (-\tilde{E}) + X_u, \quad (2.2.50)$$

qui constitue un puits de potentiel plus profond que celui traduit par la charge exergétique, $\tilde{E} < 0$; tel qu'on peut le vérifier sur les schémas de la figure 2.2.6 où ont été représentés les trois cas suivants (dans l'ordre de numérotation des figures) :

- (a) $-1 < \theta^* < 0 \iff \frac{T_0}{2} < T^* < T_0$
- (b) $\theta^* = -1 \iff T^* = \frac{T_0}{2}$
- (c) $\theta^* < -1 \iff 0 < T^* < \frac{T_0}{2}$

correspondant à des situations pour lesquelles l'exergie du système est respectivement inférieure, égale ou supérieure en valeur absolue à la charge exergétique. On peut notamment observer que le *potentiel travail de maintien* d'un système *froid*, i.e. son exergie, est précisément égal au surplus d'anergie, en valeur absolue, qu'il présente par rapport à la charge exergétique qu'il porte. Pour les systèmes *chauds*, anergie et exergie étaient complémentaires, et définissaient ensemble la charge exergétique du système considéré; alors que pour les systèmes *froids*, l'exergie est, d'une certaine manière, complémentaire à l'opposée de la charge exergétique, $(-\tilde{E})$, pour définir le puits de potentiel total porté par le système considéré, d'amplitude $(-A_n)$, équation (2.2.50). Celle-ci est alors le reflet, d'une part, de l'énergie thermo-mécanique totale que le système peut absorber en s'équilibrant avec son environnement, $(-\tilde{E})$; et d'autre part, du travail minimal, X_u , qu'il sera nécessaire d'apporter à un certain cycle thermodynamique pour maintenir l'intégrité du système en cas de contact thermo-mécanique de celui-ci avec son environnement. Ainsi, lorsque le second principe de la thermodynamique est pris en compte, la charge exergétique \tilde{E} apparaît comme « étirée » dans un potentiel plus profond, celui d'anergie A_n ; et l'exergie apparaît alors comme une sorte de travail « d'étirement » nécessaire pour maintenir l'ensemble.

Afin de bien comprendre ce que représente cette quantité, nous allons considérer un certain volume de gaz à P_0 maintenu à une température $T_- < T_0$ (ou $t_- < 1$); présentant donc une température effective, $T_-^* = T_{m0}/\gamma$ (équation (2.1.40)), également strictement inférieure à T_0 (on rappelle que pour tous les systèmes *froids* on a $T^* > 0$) mais supérieure à T_- comme nous l'avons vu dans la sous-partie 2.1.2. Prenons l'exemple d'une chambre froide que l'on souhaite maintenir à sa température T_- à l'aide d'une pompe à chaleur. On note qu'auquel cas, on est dans une configuration énergétique telle que représentée sur la figure 2.2.6a, i.e. avec $\frac{T_0}{2} < T_-^* < T_0$ ou de manière équivalente $-1 < \theta^* < 0$. Lorsque la pompe à chaleur n'est pas allumée, la chambre froide étant nécessairement ventilée, elle échange de l'énergie avec son environnement par l'intermédiaire d'un certain débit d'air entrant dans le volume à T_0 , et d'un second sortant à T_- . Dans ce qui suit, on considère que la masse de gaz, M , contenue dans la chambre froide reste constante. Ainsi, pendant un intervalle de temps dt , le fluide apporte une certaine quantité de chaleur δQ qui va alors augmenter l'énergie du système d'une quantité

$$dE = d\tilde{E} = \delta Q, \quad (2.2.51)$$

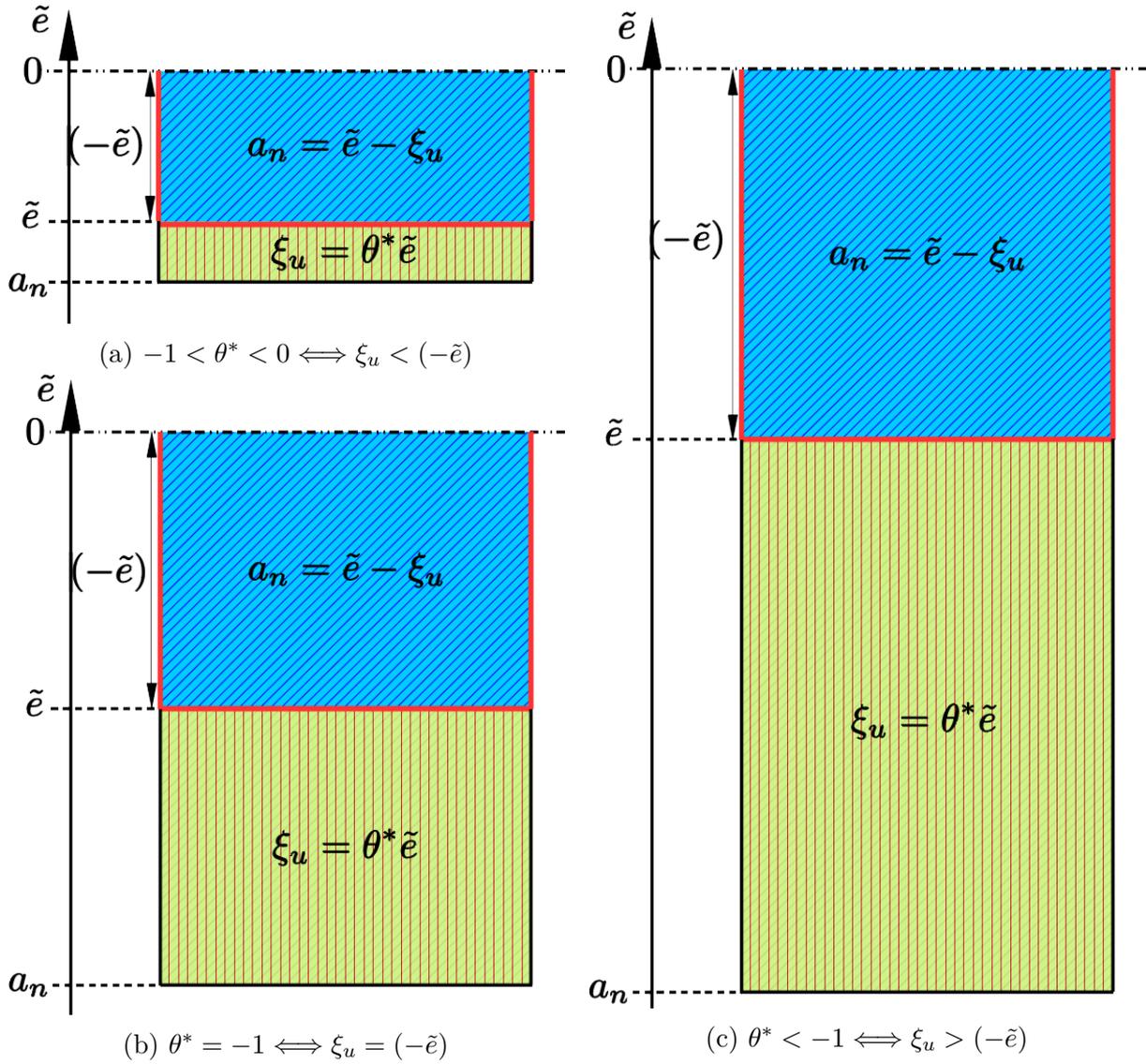


FIGURE 2.2.6 – Trois cas de systèmes statiques *froids* pour lesquels l'exergie ξ_u est respectivement inférieure, égale ou supérieure en valeur absolue à la charge exergétique \tilde{e} . Dans les trois cas, cette dernière a été délimitée en rouge et on peut constater que l'exergie est égale au surplus d'anergie, en valeur absolue, par rapport à celle-ci : $(-a_n) = (-\tilde{e}) + \xi_u$.

impliquant de fait une diminution du *défait* énergétique $(-\tilde{E})$. Ensuite, comme on l'a déjà vu à plusieurs reprises, la variation d'exergie du fluide,

$$dX_u = -(-\theta^*)\delta Q, \quad (2.2.52)$$

est strictement négative, étant donné que le facteur exergétique des fluides statiques *froids* est toujours négatif, traduisant alors une diminution de l'exergie X_u du système. On rappelle qu'une diminution d'exergie, *potentiel travail froid*, ou de *maintien* comme nous l'avons également appelé, traduit le fait que moins d'énergie mécanique sera nécessaire pour maintenir le système à sa température ; ce qui fait sens étant donné que cette dernière se rapproche de T_0 à mesure que le système reçoit de la chaleur de l'environnement. Alors, d'une part, la charge exergétique diminue, c'est-à-dire que le puits de potentiel énergétique *principal* (i.e. du point de vue du premier principe de la thermodynamique uniquement) se comble un peu plus à chaque instant ; et d'autre part, de l'exergie fluide, *potentiel travail*

de maintien, est détruite car plus nécessaire. Il apparaît donc naturelle que la variation d'anergie traduise ce double effet,

$$dA_n = [1 + (-\theta^*)]\delta Q = \alpha^* \delta Q, \quad (2.2.53)$$

traduise ce double effet ; celle-ci étant, comme nous l'avons vu plus haut, la somme de l'énergie thermo-mécanique totale que le fluide peut absorber et du travail minimal « potentiellement » nécessaire à son maintien, cf. équation (2.2.50).

Considérons maintenant que la pompe à chaleur de la chambre froide discutée ici soit branchée. On pourra s'appuyer sur le schéma de la figure 1.2.2 qui représente les flux de chaleur et d'exergie considérés dans ce cas classique de cycle frigorifique, avec l'environnement comme réservoir chaud à T_0 . Ainsi, tel que nous l'avons décrit dans la sous-partie 1.2.1, en pompant une quantité Q_f^- de chaleur à chaque cycle, on apporte au système chambre froide la quantité d'exergie

$$X_{Q_f}^+ = (-\theta_-^*)Q_f^- = (\alpha^* - 1)Q_f^-, \quad (2.2.54)$$

où les quantités énergétiques sont définies positives et les notations à l'aide des signes + et - sont prises relativement à la chambre froide (on rappelle qu'un signe + signifie que la quantité énergétique correspondante est apportée au système, voir au début de la sous-partie 1.2.1 pour le détail de la convention). En d'autres termes, pour pouvoir maintenir le puits de potentiel qui a naturellement tendance à se vider au contact de l'environnement, à cause par exemple de la nécessité de ventiler la pièce ou de l'ouverture de la porte, il faut extraire de la chaleur, Q_f^- , et « creuser » en plus le potentiel anergétique d'une quantité $(\alpha^* - 1)Q_f^-$, i.e. en apportant au système de l'exergie, *potentiel travail de maintien*, $(-\theta_-^*)Q_f^-$. À l'inverse du cas *chaud*, ce sont les « particules exergétiques » qui apparaissent ici comme structurante, comme permettant de maintenir les constituants du système dans un état plus « figé » que celui de son environnement, lui apportant sans cesse de l'exergie thermique. Ainsi, comme nous l'avons expliqué plus haut, lorsque de la chaleur entre spontanément dans le système, de l'exergie est irrémédiablement détruite car, la charge exergétique diminuant, i.e. la température augmentant, moins de travail sera nécessaire pour en maintenir l'intégrité *froide* par rapport à T_0 . Il nous faut alors pomper la quantité équivalente de chaleur et ce faisant, rapporter de la « structure » ou de « l'étirement » de charge pour maintenir le puits de potentiel total, i.e. l'anergie du système A_n . On peut également voir l'intervention de l'environnement comme une « force de rappel » qui tend à « remplir » et « dés-étirer » la charge exergétique. Intervention qu'il faut contrer *au mieux*, i.e. en apportant le *minimum* de *potentiel travail froid* possible, afin de « chasser » la chaleur du système.

Nous avons vu dans l'introduction de cette sous-partie sur les systèmes statiques qu'un tel système, d'énergie totale $E = E_0 - (-\tilde{E})$ répartie dans $S^{\text{deg}} = \frac{2M}{k_B} [s_0 - (-\tilde{s})]$ degrés de liberté en moyenne, présente une « densité » énergétique par degré de liberté $\rho = \rho_0 - (-\delta\rho)$. On rappelle que pour tous les fluides *froids* statique on a $\tilde{E} < 0$ et $\tilde{S}^{\text{deg}} = \frac{2M}{k_B} \tilde{s} < 0$ car leur pseudo-température est toujours positive, cf. (2.2.5). On a également vu que les systèmes *froids* présente alors une « densité » énergétique plus faible que s'ils étaient à l'équilibre avec leur environnement, i.e. $\delta\rho < 0$, cf. figure 2.2.4b. D'une manière similaire à ce que nous avons fait dans le cas des fluides statiques *chauds*, on utilise l'équation (2.2.37) afin d'exprimer l'énergie totale d'un système fluide statique *froid* en

fonction de son nombre moyen de degrés de liberté occupés :

$$E = E_0 - (-\tilde{E}) = [\rho_0 - (-\delta\rho)] [S_0^{\text{deg}} - (-\tilde{S}^{\text{deg}})] \quad (2.2.55a)$$

$$= \underbrace{\rho_0 S_0^{\text{deg}}}_{E_0} - \underbrace{[\rho_0 (-\tilde{S}^{\text{deg}}) + (-\delta\rho) S^{\text{deg}}]}_{(-\tilde{E})} \quad (2.2.55b)$$

$$= \underbrace{\rho_0 S_0^{\text{deg}}}_{E_0} - \underbrace{[\rho_0 (-\tilde{S}^{\text{deg}}) + 2(-\delta\rho) S^{\text{deg}}]}_{(-A_n)} + \underbrace{(-\delta\rho) S^{\text{deg}}}_{X_u}. \quad (2.2.55c)$$

L'équation (2.2.55a) est identique à celle que nous avons présentée pour les cas *chauds*, équation (2.2.49a), à ceci près qu'ici nous avons fait précéder les quantités négatives d'un signe négatif. Ensuite, à l'équation (2.2.55b), nous avons identifié les quantités E_0 et $(-\tilde{E})$ à l'aide de la définition fournie à l'équation (2.2.36) appliquée à E_0 , l'énergie du système à l'équilibre avec son environnement. On note que, dans cette égalité par rapport à la précédente, on a fait apparaître S^{deg} directement par souci de concision. Enfin, à l'équation (2.2.55c), pour comprendre l'identification faite, il faut se rappeler que l'exergie, *potentiel travail de maintien*, est une mesure du travail à apporter à un certain cycle thermodynamique pour maintenir l'écart du système à (T,P) par rapport à sa configuration d'équilibre avec l'environnement à (T_0,P_0) . Or, cet écart est nécessairement proportionnel à la différence de « densité » énergétique, $(-\delta\rho)$, que présentent les degrés de liberté du système par rapport à, ρ_0 , celle qu'ils auraient s'ils étaient à l'équilibre avec leur environnement. Ensuite, le nombre de degrés de liberté occupés en moyenne à (T,P) étant donné par S^{deg} , il apparaît naturel que l'exergie soit définie telle qu'à l'équation (2.2.55c), c'est-à-dire comme le produit de S^{deg} avec $(-\delta\rho)$, le défaut de « densité » énergétique, que présentent les degrés de liberté occupés restant. Ce produit définissant bien le travail minimal à fournir au système s'il était mis en contact avec son environnement et que l'on souhaitait empêcher ces degrés de liberté microscopique d'augmenter leur densité énergétique jusqu'à s'équilibrer à ρ_0 . L'équation (2.2.50) permet finalement d'exprimer l'anergie comme la somme de deux termes, entre crochets dans l'équation (2.2.55c), que l'on peut visualiser sur la figure 2.2.7. D'une part, le terme négatif $\rho_0 \tilde{S}^{\text{deg}}$ traduit l'énergie des degrés de liberté occupés en moins à l'équilibre à (T,P) , par rapport à la situation d'équilibre avec l'environnement à (T_0,P_0) . En effet, nous avons expliqué plus haut que lorsqu'un système est refroidi, son nombre moyen de degrés de liberté occupés diminue. Alors, l'énergie qu'ils présentaient à la « densité » énergétique ρ_0 devient, *de facto* de l'anergie *froide*, i.e. un défaut d'énergie, $\rho_0(-\tilde{S}^{\text{deg}})$, relativement à la configuration d'équilibre avec l'environnement. Nous avons également vu que, non seulement le nombre moyen de degrés de liberté occupés diminuent, mais également la « densité » énergétique que présentent les degrés de liberté occupés restant, celle-ci passant de ρ_0 à ρ . Il apparaît donc naturel que la quantité d'énergie, $(-\delta\rho)S^{\text{deg}}$, représente également une quantité d'anergie *froide*; dans le sens où les degrés de liberté occupés à (T,P) présentent chacun un défaut de « densité » énergétique, $(-\delta\rho)$, par rapport à celle qu'ils présenteraient si le système était à l'équilibre avec son environnement. Ces deux termes, $\rho_0(-\tilde{S}^{\text{deg}})$ et $(-\delta\rho)S^{\text{deg}}$, traduisent le défaut énergétique, $(-\tilde{E})$, que présente le système à l'équilibre à (T,P) relativement à sa configuration d'équilibre avec l'environnement à (T_0,P_0) . Ensuite, lorsque l'on considère qu'aucun système n'est réellement isolé, on doit considérer l'effet de l'environnement sur le système considéré; le second principe de la thermodynamique nous impose alors de prendre en compte le travail nécessaire à fournir si l'on souhaite maintenir le sys-

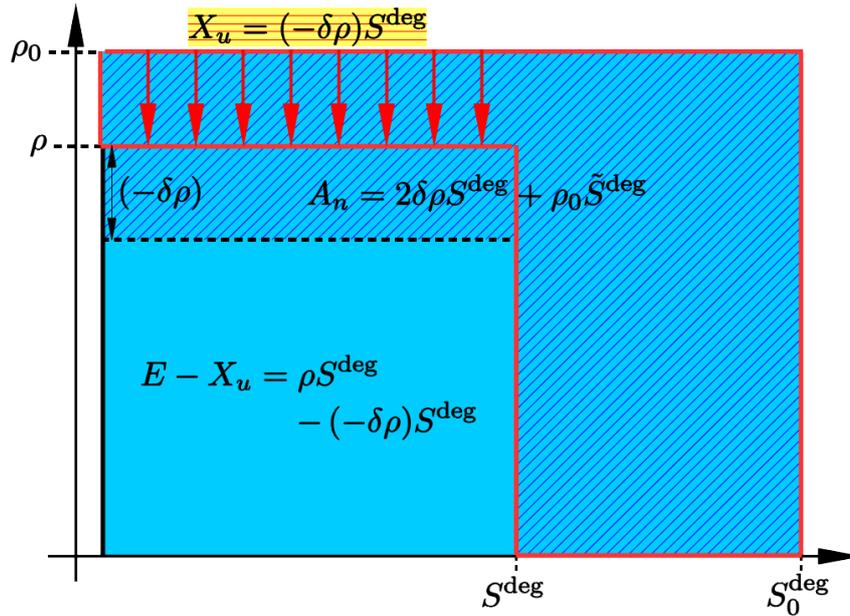


FIGURE 2.2.7 – Représentation schématique de la répartition de l'exergie X_u et de l'anergie A_n d'une charge exergétique statique *froide*, $\tilde{E} < 0$ (encadrée en rouge). L'axe vertical indique le niveau de « densité » énergétique, ρ , des degrés de liberté occupés dont le nombre moyen, S^{deg} est indiqué sur l'axe horizontal. À l'équilibre avec l'environnement, le système présente une énergie E_0 , se répartissant, en moyenne, dans S_0^{deg} degrés de liberté, chacun présentant, en moyenne, une « densité » énergétique ρ_0 . De manière analogue, à l'équilibre à (T,P) , le système présente une énergie totale $E = E_0 - (-\tilde{E})$, se répartissant, en moyenne, dans $S^{\text{deg}} = S_0^{\text{deg}} - (-\tilde{S}^{\text{deg}})$ degrés de liberté, chacun présentant en moyenne une « densité » énergétique $\rho = \rho_0 - (-\delta\rho)$. L'exergie a été représentée par des flèches rouges dans le rectangle du coin supérieur gauche dont l'aire correspond à $(-\delta\rho)S^{\text{deg}} = X_u$. Elle n'a pas été représentée de même que sur la figure 2.2.5 car elle n'est pas formellement « incluse » ni dans la charge exergétique ni dans l'énergie du système E , c'est un travail *potentiel*, au sens de potentiellement nécessaire pour maintenir l'intégrité *froide* du système.

tème *froid* à (T,P) , c'est-à-dire l'exergie $X_u = (-\delta\rho)S^{\text{deg}}$, *potentiel travail de maintien*. Ainsi, le système présente un défaut supplémentaire, $(-\delta\rho)S^{\text{deg}}$, théorique d'une certaine manière, ou encore *potentiel*, dans le sens de potentiellement nécessaire. C'est ce second défaut *potentiel* qui apparaît dans l'expression de l'anergie fournie à l'équation (2.2.55c) et que l'on a délimité par une ligne en tirets noirs sur la figure 2.2.7, « empiétant » sur le carré représentatif de l'énergie du système, $E = \rho S^{\text{deg}}$. Ainsi, à (T,P) , par rapport à la configuration d'équilibre du système avec son environnement, les degrés de liberté occupés du système présente un premier défaut de « densité » énergétique $(-\delta\rho)$, ainsi qu'un second, également égale à $(-\delta\rho)$, qu'il faudra potentiellement fournir si le système est en interaction thermo-mécanique avec son environnement. On peut alors dire que l'anergie des systèmes statiques *froids* traduit le défaut d'énergie thermo-mécanique *total* qu'ils présentent à l'équilibre à (T,P) respectivement à leur configuration d'équilibre à (T_0,P_0) , c'est-à-dire :

un **défaut énergétique principal** : $(-\tilde{E}) = \rho_0(-\tilde{S}^{\text{deg}}) + (-\delta\rho)S^{\text{deg}}$, traduisant l'énergie totale que le système peut absorber s'il est mis en contact thermo-mécanique avec son environnement,

un **défaut énergétique *potentiel*** : $(-\delta\rho)S^{\text{deg}} = X_u$ traduisant le travail minimal qu'il faudra fournir pour maintenir le système à (T,P) s'il est mis en contact thermo-mécanique avec son environnement.

Où la qualification de défaut énergétique principal est, similairement à ce que nous avons dit dans le cas des fluides dynamiques, à comprendre au sens du premier principe de la thermodynamique uniquement. On note l'emploi de l'italique pour le défaut *total* d'énergie thermo-mécanique qui, de même que dans la suite, est employé pour signifier que nous considérons le défaut du point de vue des premier et second principes de la thermodynamique, i.e. représentatif des deux défauts, *principal* et *potentiel*, décrits ci-dessus. Dans la suite, on appellera énergie *résultante*, l'énergie totale du système, $E = \rho S^{\text{deg}}$, privée de son énergie *potentielle*, i.e. son exergie ; sur le graphique de la figure 2.2.7, il s'agit de la fraction de E qui a été représentée en bleu clair non hachuré.

Nous avons précédemment qualifié la charge exergétique des systèmes *froids* comme étant « étirée » dans l'espace des énergies, on le visualise bien sur cette figure. Le défaut énergétique $(-\tilde{E})$, étiré jusqu'à $(-A_n)$, que présente le système « empiète » sur son énergie totale, E ; un peu comme si le système constituait une « masse énergétique » effectivement moins importante puisqu'il faut en dépenser une certaine quantité pour le préserver. On pourrait être tenté ici de voir une « compression » de l'espace des énergies puisque l'énergie *résultante*, $E - X_u$, est plus faible que l'énergie totale, E ; mais on rappelle qu'un défaut de densité traduit *in fine* que cette dernière est répartie dans proportionnellement plus de degré de liberté que dans la configuration d'équilibre avec l'environnement à T_0 , cf. équation (2.2.36) ; traduisant donc un état plus « dilué », ou encore « étiré » de l'énergie dans les degrés de liberté microscopiques du système.

À la lumière de ce que nous venons de présenter, on comprend bien que, comme pour les situations dynamiques, θ^* n'est pas un indicateur pertinent pour déterminer la « qualité » des fluides *froids*. En effet, ce qu'il faut comparer c'est le « coût » énergétique de maintien, X_u , sur le défaut d'énergie *total*, $(-A_n)$, au sens de principal et potentiel, que présente le système à l'équilibre à (T,P) relativement à son état d'équilibre à (T_0,P_0) ; et on peut définir :

$$\theta_n^* = \frac{X_u}{(-A_n)} = \frac{(-\theta^*)}{1 + (-\theta^*)}, \quad (2.2.56)$$

qui exprime la fraction d'exergie, *potentiel travail de maintien*, par rapport au défaut d'énergie thermo-mécanique *total* que présente le système considéré à l'équilibre à (T,P) relativement à son état d'équilibre à (T_0,P_0) . On note qu'à un signe près, la définition n'est pas la même qu'introduit à l'équation (2.2.18) pour les fluides dynamiques, car il n'est plus question ici de direction de propagation. Ainsi, le facteur θ_n^* des fluides statiques est toujours positif lorsque le fluide considéré est effectivement *froid*, et tend vers 1 à mesure que T tend vers 0 (équivalent à $\theta^* \rightarrow -\infty$).

On note finalement une certaine similitude entre les schémas des configurations énergétiques statiques que nous venons de discuter, et ceux que nous avons présentés pour les fluides en situations d'écoulement stationnaire ; voir les figures 2.2.2 et 2.2.5 pour les fluides *chauds* et, les figures 2.2.3 et 2.2.7 pour les fluides *froids*. Pour les fluides dynamiques, nous avons supposé une canalisation dans laquelle se succédaient des petits volumes de fluides présentant un excès, ou un défaut d'énergie, par rapport à leur configuration d'équilibre avec l'environnement à (T_0,P_0) . L'écoulement étant supposé quasi-stationnaire et sans pertes thermo-mécaniques, on peut le considérer à l'équilibre à (T,P) dans une certaine enceinte de contrôle comobile avec le fluide. On peut donc appliquer le même raisonnement que pour les fluides statiques, en termes de S^{deg} , le nombre de

degrés de liberté occupés dans le volume de contrôle, et ρ , leur « densité » énergétique. Il n'est pas nécessaire de s'attarder sur les situations *chaudes* qui sont relativement intuitives ; on note simplement que l'énergie « de base », i.e. celle que le fluide présenterait s'il était à l'équilibre avec son environnement, E_0 , où de manière équivalente e_0 par unité de masse, n'est pas représentée sur les schémas dynamiques. En effet, c'est une quantité d'énergie par définition non-extractible, ou encore « confinée » dans le système, car pour l'en extraire il faudrait dépenser du travail, i.e. rendre le système *froid*. Elle se propage donc nécessairement avec le fluide et il n'est pas nécessaire de l'indiquer sur les schémas dynamiques. Pour les situations *froides*, la quantité d'énergie représentée en bleu clair sur les schémas des configurations énergétiques statiques correspond à $E - X_u$, une quantité d'énergie que nous avons qualifiée de *résultante*. Cette dernière correspond à l'énergie thermo-mécanique totale du système, E , privée de X_u , son exergie, *potentiel travail de maintien*. Cette énergie « de base » est ici encore comme « confinée » dans les degrés de liberté microscopiques du système car, par définition, non extractible à moins de dépenser encore du travail. De même que pour les situations *chaudes*, celle-ci se propage toujours avec le fluide, il n'est donc pas nécessaire de la faire apparaître sur les schémas dynamiques. On note enfin que cette interprétation en termes de nombre de degrés de liberté occupés et de « densité » énergétique permet de mieux se représenter ce que nous avons appelé le « défaut supplémentaire d'anergie par rapport à la charge exergétique » que présentent les fluides *froids* dynamiques, il s'agit de ce que nous avons qualifié de défaut énergétique *potentiel* dans les configurations statiques. Ainsi, un fluide *froid* qui propage une charge exergétique négative, c'est-à-dire un défaut d'énergie par rapport à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) , encadrée en rouge sur les figures 2.2.3 et 2.2.7, propage également un défaut énergétique *potentiel*, représentée directement sous la charge exergétique sur la première figure et « empiétant » sur l'énergie du système sur la seconde. C'est ce défaut énergétique *potentiel* qui « remonte » le courant car plus nécessaire « là d'où vient le fluide ». Nous revenons sur ces différents points dans les discussions de la partie suivante.

2.3 Applications du modèle et discussions

En guise d'application du modèle introduit dans la partie précédente, nous étudions maintenant des systèmes fluides dynamiques dans différentes configurations de pression et température, afin d'explicitier la direction de propagation des flux d'exergie pour chacun d'eux. Dans la sous-partie 2.3.2, nous analysons dans un premier temps différentes situations d'échange de chaleur entre deux fluides en fonction des températures en présence. Nous étudierons tout particulièrement la direction des flux d'exergie échangés et véhiculés par les fluides ; et discuterons les phénomènes de « vidage » et « remplissage » de la charge exergétique au cours de l'échange. Dans la sous-partie 2.3.3, nous considérons dans un deuxième temps la propagation des flux d'exergie portés par le fluide caloporteur d'une machine thermique fonctionnant en cycle chaud ou froid. Nous préciserons également, de même que pour les situations d'échange de chaleur, l'évolution de sa charge exergétique pendant les cycles considérés.

2.3.1 Variations de la charge exergétique avec la température

Nous décrivons maintenant l'évolution de la répartition énergétique, en termes d'exergie et d'anergie, de la charge exergétique des fluides, statiques dans un premier temps

puis dynamiques, au voisinage de leur température d'exergie minimale, ainsi que de T_γ pour les gaz parfaits. Dans cette sous-partie, on laisse encore de côté les gaz dynamiques sous-pressurisés, ils seront traités indépendamment dans la sous-partie 2.3.1.3.

2.3.1.1 Fluides statiques

Pour les fluides statiques, on utilise des schémas similaires à ceux introduits dans le paragraphe correspondant de la sous-partie 2.2.3 (cf. figures 2.2.5 et 2.2.7) ; pour les liquides incompressibles à la figure 2.3.1, et pour gaz parfaits à la figure 2.3.2. On rappelle que, pour tous ces schémas l'axe vertical indique le niveau de « densité » énergétique, ρ , des degrés de libertés microscopiques, et l'axe horizontal le nombre moyen de degrés de liberté occupés en moyenne, S^{deg} . Sur ceux-ci, de même qu'introduit précédemment, on peut distinguer trois « domaines » énergétiques :

- l'exergie, indiquée en jaune hachuré de rouge à l'horizontal pour les situations *chaudes*, ou par des flèches rouges pour les configurations *froides* ;
- l'anergie en bleu clair hachuré obliquement ;
- en bleu clair non hachuré, l'énergie *résultante*, $E - X_u$, pour les fluides *froids*, ou d'équilibre avec l'environnement, E_0 , pour les *chauds* ;

et de même qu'alors, la charge exergétique a été encadrée en rouge. On rappelle ensuite que l'exergie est proportionnelle à l'excès, $(+\delta\rho)$, ou au défaut, $(-\delta\rho)$, de « densité » énergétique que présentent les S^{deg} degrés de liberté occupés en moyenne dans le volume de contrôle ; et on a, en fonction de l'état *chaud* ou *froid* du fluide :

$$X_u = \begin{cases} (+\delta\rho) S^{\text{deg}} & , \text{ si } \theta^* > 0 \\ (-\delta\rho) S^{\text{deg}} & , \text{ si } \theta^* < 0. \end{cases} \quad (2.3.1a)$$

$$(2.3.1b)$$

Subséquentement, on a vu dans la sous-partie 2.2.3, que l'expression de l'anergie portée par le fluide est également définie en fonction de son état effectivement *chaud*, $\theta^* > 0$, ou *froid*, $\theta^* < 0$. Dans le premier cas, elle représente la fraction de l'excédent d'énergie qui est employée pour « allumer » les \tilde{S}^{deg} degrés de liberté occupés en plus, en moyenne à (T, P) relativement à la configuration d'équilibre à (T_0, P_0) . Dans le second cas, elle traduit le défaut *total* d'énergie, *principale* et *potentielle*, que présente le système relativement à son environnement. On a alors en fonction des situations :

$$A_n = \begin{cases} \rho_0 (+\tilde{S}^{\text{deg}}) & , \text{ si } \theta^* > 0 \\ -[\rho_0 (-\tilde{S}^{\text{deg}}) + 2(-\delta\rho) S^{\text{deg}}] & , \text{ si } \theta^* < 0. \end{cases} \quad (2.3.2a)$$

$$(2.3.2b)$$

On rappelle également que la pseudo-température des liquides statiques, $T_{u,1}^* = T_{m0}^*$ (équation (2.1.7)), est indépendante de la pression et correspond également, à un facteur γ^{-1} près, à la pseudo-température des gaz parfaits statiques à $P = P_0$ (cf. équation (2.1.40)). Ainsi, les gaz parfait seront traités à une pression fixée, différente de P_0 . Dans la sous-partie 2.2.3, nous avons laissé de côté les gaz sous-pressurisés par rapport à l'environnement, car leur température d'exergie minimale tombe rapidement à 0 et nous ne voulions pas alourdir la discussion. Nous allons cependant voir maintenant que les états de sur- et sous-pression des gaz statiques peuvent être traités par une même analyse relativement à T_p^* , la température d'exergie minimale, et T_γ , celle pour laquelle l'entropie relative, et donc l'anergie, s'annulent. Pour les gaz statiques maintenus à une pression inférieure à P_0 on a $T_p^* < T_0$, i.e. $\theta_{u,g}^*(T_0, P < P_0) > 0$; et inversement, pour les gaz sur-pressurisés on a

$T_0 < T_p^*$, i.e. $\theta_{u,g}^*(T_0, P > P_0) < 0$ cf. figure 2.1.8. C'est-à-dire que, dans le premier cas, $P < P_0$, le gaz sera effectivement *chaud* au voisinage de T_0 , alors qu'il sera effectivement *froid* dans le second, $P > P_0$. Nous verrons alors que cet apparent paradoxe se comprend tout à fait lorsque l'on considère, d'une part, l'entropie comme un nombre moyen de degrés de liberté occupés ; et d'autre part, l'équation (2.2.36) comme définissant la « densité » énergétique par degré de liberté microscopique du système.

Les schémas présentés dans cette sous-partie ne résultent pas d'une étude spécifique et ne sont proposés qu'à des fins explicatives. Les nombres moyens de degrés de liberté occupés ainsi que les « densités » énergétiques ont été posés arbitrairement afin d'illustrer notre propos et de permettre une visualisation claire des différentes configurations discutées. Cependant, les surfaces étant supposées représentatives des potentiels énergétiques auxquels elles sont associées, nous avons veillé tout particulièrement à leur cohérence ; au sein d'un même schéma d'une part, et de l'un à l'autre de ces schémas d'autre part.

Dans les deux cas d'étude discutés ci-après, on suppose un certain volume fermé de fluide isolé sur toutes ses faces sauf une, mise en contact avec un thermostat dont on va faire varier la température. On peut également supposer la présence d'un agitateur dans le cas des liquides, ou d'un ventilateur pour les gaz, permettant d'homogénéiser la température. On peut alors considérer les schémas des figures 2.3.1 et 2.3.2 comme des états d'équilibre avec le thermostat fixé à différentes températures, et à une pression différente de P_0 pour ceux de la seconde.

Liquides incompressibles

On rappelle tout d'abord que la pseudo-température des liquides incompressibles est toujours strictement positive (cf. figure 2.1.1a) impliquant alors que la charge exergetique et l'anergie sont toujours du même signe, cf. équation (2.2.5). C'est-à-dire qu'un liquide *chaud* à l'équilibre présente toujours un nombre de degrés de liberté occupés, S^{deg} , supérieur à celui qu'il aurait à l'équilibre avec son environnement, S_0^{deg} ; et inversement, un fluide *froid* en présente un toujours inférieur à S_0^{deg} .

On suppose que le thermostat est initialement à une température $T_a < T_0$ et que le liquide est alors dans un état d'énergie tel que représenté sur la figure 2.3.1a. On reconnaît une configuration similaire à celle rencontrée à la figure 2.2.7 de la partie précédente, présentant une charge exergetique négative, $\tilde{E} < 0$, c'est-à-dire un défaut d'énergie par rapport à l'état d'équilibre du fluide avec son environnement ; et nécessitant *a minima* un *potentiel travail de maintien*, $X_u > 0$, pour en maintenir la température si les parois du contenant n'étaient pas isolées. Comme discuté précédemment, X_u est proportionnel au défaut de « densité » énergétique, $(-\delta\rho)$, que présentent les degrés de liberté occupés du système dont le nombre est donné en moyenne par S^{deg} . On peut visualiser sa proportion par rapport aux autres potentiels énergétiques sur la figure 2.3.1a où, de même que précédemment, on l'a représenté par des flèches rouges symbolisant le travail nécessaire pour maintenir les degrés de liberté à une densité ρ inférieure à ρ_0 , celle qu'ils présenteraient à l'équilibre avec leur environnement. On peut également vérifier graphiquement que le défaut, $(-A_n)$, que traduit l'anergie est la somme du défaut énergétique *principal*, $(-\tilde{E})$, encadré en rouge sur le schéma, ainsi que du défaut énergétique *potentiel* égal à X_u . Celui-ci, est alors plus profond que \tilde{E} et « empiète » donc sur l'énergie totale E du système. On rappelle que la couleur bleu clair a été choisie pour représenter l'énergie *résultante*, $E - X_u$.

On augmente ensuite la température du thermostat jusqu'à T_b que l'on suppose tou-

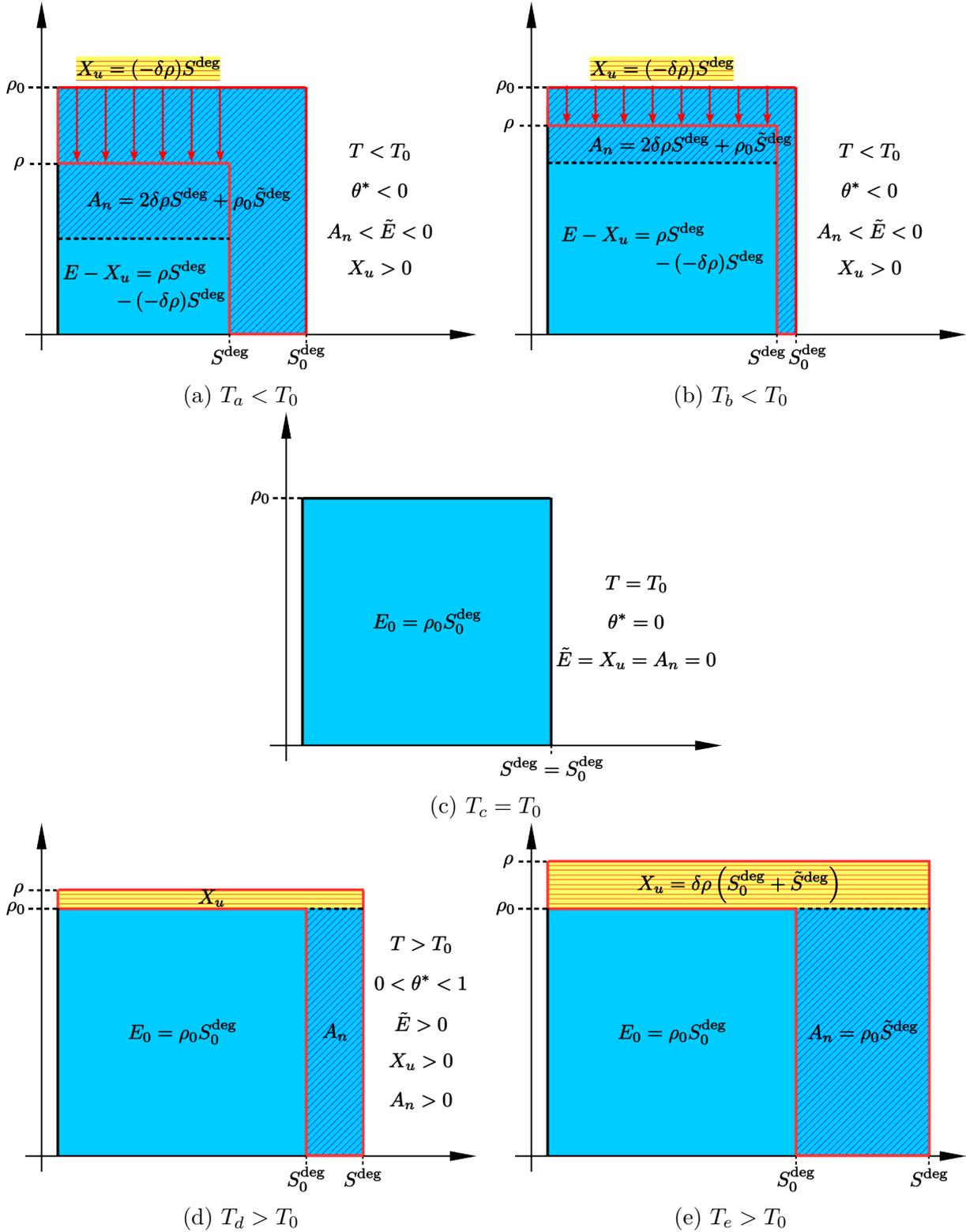


FIGURE 2.3.1 – Variation de la composition de la charge exergetique des liquides statiques en fonction de leur temperature T relativement à T_0 , celle de l'environnement. La répartition énergetique des gaz parfaits statiques à $P = P_0$ varie également tel que décrit sur ces schémas, on a en effet $T_{u,g}^*(T, P_0) = T_{u,l}^*/\gamma$ (équation (2.1.40)). On a la relation d'ordre suivante entre les différentes températures représentées : $T_a < T_b < T_c < T_d < T_e$ et $T_c = T_0$.

jours inférieure à T_0 . Une fois l'équilibre atteint, on se retrouve dans une configuration énergétique analogue à celle que nous venons de décrire. Par contre, en comparant les figures 2.3.1a et 2.3.1b, on peut voir que la surface représentative de l'exergie, X_u , est plus petite sur la seconde car les degrés de liberté du système présentent alors une « densité » énergétique, ρ , supérieure à celle qu'ils avaient dans la configuration représentée sur la première. Cette dernière est alors plus proche de ρ_0 , impliquant *de facto* une différence $\delta\rho$ plus petite en valeur absolue. On peut également constater que le nombre moyen de degrés de liberté occupés, S^{deg} , a augmenté, résultant en une diminution de l'anergie et donc de la charge exergétique elle-même. D'une certaine manière, on peut dire qu'entre cette configuration (figure 2.3.1b) et la précédente (figure 2.3.1a), on assiste à un phénomène de « remplissage » du puits de potentiel thermique porté par le fluide, i.e. de sa charge exergétique *froide*. Phénomène qui se poursuit si, à l'aide du thermostat, on augmente la température du liquide jusqu'à ce que celle-ci atteigne la valeur de T_0 ; température à laquelle les potentiels énergétiques \tilde{E} , X_u et A_n sont alors identiquement nuls comme on l'a vu dans la sous-partie 2.1.2. L'énergie du système est alors effectivement égale à E_0 tel qu'on peut le vérifier sur la figure 2.3.1c.

Ensuite, on a vu dans la sous-partie 2.2.3 que si l'on continue d'augmenter la température du thermostat, le liquide va alors accumuler un excès d'énergie relativement à son environnement, $(+\tilde{E})$, ainsi qu'un excès de « densité » énergétique par degré de liberté, $(+\delta\rho)$, cf. figure 2.3.1d. On a également vu que l'anergie traduit alors la fraction de la charge exergétique *chaude*, $(+\tilde{E})$, qui va être utilisée pour « allumer » les \tilde{S}^{deg} degrés de liberté occupés en plus par rapport à la situation d'équilibre à T_0 ; c'est la composante bleue hachurée que l'on peut voir sur la droite de la figure 2.3.1d. En haut de celle-ci, on peut également constater que l'exergie, *potentiel travail moteur*, est maintenant pleinement constitutive de la charge exergétique (on rappelle que cette dernière est encadrée en rouge). Elle traduit en effet la fraction de \tilde{E} qui est « distribuée » aux S^{deg} degrés de libertés microscopiques occupés en moyenne dans le système, ces derniers présentant alors une densité $\rho = \rho + \delta\rho$, strictement supérieure à ρ_0 . Pour les systèmes *chauds*, il n'est plus question d'énergie *résultante* et la portion du schéma en bleu clair est égale à celle du précédent schéma, figure 2.3.1c, elle représente l'énergie que le système présenterait à l'équilibre avec son environnement à T_0 , i.e. si $\tilde{E} = 0$. Finalement, à mesure que la température du liquide est augmentée, on a vu précédemment que le système présente alors un nombre croissant de degrés de liberté occupés en moyenne, S^{deg} , et que chacun d'eux présentent en plus une « densité » énergétique également croissante; on peut visualiser cet effet en comparant les figures 2.3.1d et 2.3.1e. On remarque enfin qu'en restant dans le cadre de la thermodynamique, le nombre de degrés de liberté occupés est nécessairement fini, N étant fixé, par contre rien ne borne *a priori* l'excès de densité $(+\delta\rho)$; impliquant, tel qu'escompté, que θ^* tend vers 1 quand la température du fluide tend vers l'infini.

Gaz parfaits

Dans la discussion précédente, on a supposé un thermostat avec lequel on augmentait la température du liquide mais on aurait tout autant pu imaginer qu'on l'utilisait afin de faire descendre la température du fluide. La lecture des schémas présentés en aurait simplement été inversée, i.e. commençant par la figure 2.3.1e et terminant avec la figure 2.3.1a. Bien que conceptuellement plus technique à mettre en place, cette expérience est théoriquement possible. C'est ce contre-pied que l'on va prendre dans la discussion suivante pour décrire le cas des gaz, en faisant abstraction des considérations techniques. Néanmoins, on considère

toujours des états d'équilibre présentant une température macroscopiquement homogène ; et dans un premier temps, que la pression du gaz est supérieure à P_0 , nous reviendrons ensuite sur les gaz sous-pressurisés.

Sur le schéma de la figure 2.3.2a tout d'abord, lorsque la température du gaz est supérieure à T_γ , on peut observer une répartition énergétique « standard » telle que décrit dans la sous-partie 2.2.3, et similaire à ce que nous venons de présenter pour le liquide chaud sur les figures 2.3.1d et 2.3.1e. La charge exergetique *chaude* est répartie pour, dans un premier temps, « allumer » les \tilde{S}^{deg} degrés de libertés occupés en plus à $(T_a, P \neq P_0)$, par rapport à la configuration d'équilibre avec l'environnement à (T_0, P_0) . On rappelle à ce propos que, de même que précédemment pour les configurations *chaudes*, le carré bleu clair caractérise l'énergie qu'aurait le système s'il était à (T_0, P_0) . On peut alors effectivement constater que S^{deg} , le nombre de degrés de liberté occupés en moyenne à $(T_a, P \neq P_0)$, est supérieure à S_0^{deg} , celui que le système présenterait en moyenne à (T_0, P_0) . L'anergie constitue alors la part de \tilde{E} qui leur est attribuée afin qu'ils présentent, *a minima*, la « densité » ρ_0 . Le reste de la charge, i.e. l'exergie, constitue ensuite l'excès de « densité » énergétique que présentent les S^{deg} degrés de libertés occupés en moyenne dans le système à $(T_a, P \neq P_0)$.

Ensuite, lorsque la température du gaz est baissée, la charge exergetique *chaude* se « vide » d'anergie et d'exergie. C'est-à-dire que moins de degrés de libertés sont occupés en moyenne, et de plus, ceux-ci présentent une « densité » énergétique décroissante à mesure que la température diminue. Et ceci tant que la température du gaz est supérieure à T_γ . Lorsque cette dernière est atteinte, le gaz se trouve dans une configuration énergétique telle que décrite sur la figure 2.3.2b. Le nombre de degrés de libertés occupés en moyenne dans le système est alors le même que si celui-ci était à l'équilibre avec son environnement à (T_0, P_0) . Cependant, la pression du gaz étant supérieure à P_0 , il reste toujours du travail mécanique dans le système et celui-ci est répartie dans les $S^{\text{deg}} = S_0^{\text{deg}}$ degrés de libertés occupés du système, tel qu'on peut le constater en haut du schéma où l'intégralité de la charge exergetique est de l'exergie, et on a effectivement $\theta_{u,g}^*(T_\gamma, P \neq P_0) = 1$. On rappelle que pour les gaz sur-pressurisés par rapport à leur environnement, T_γ est toujours strictement supérieure à T_0 ; et on a vu, lors de l'étude de la figure 2.1.8, que T_γ est croissante avec la pression, ce que l'on peut également vérifier à l'aide de sa définition fournie à l'équation (2.1.36). Alors, il apparaît que la mise sous pression du gaz a pour effet de contraindre, et réduire à mesure que la pression augmente, le nombre de degrés de liberté occupés en moyenne dans le système. On souligne que S^{deg} ne traduit pas un nombre de degrés de liberté *accessibles*, mais *occupés* en moyenne à un instant donné. C'est-à-dire que parmi tous les degrés de liberté accessibles à une certaine température, ils ne seront pas pour autant tous occupés à un instant donné. C'est ce nombre moyen de degrés de liberté occupés, S^{deg} , qui est le même entre les deux configurations à (T_0, P_0) et $(T_\gamma, P \neq P_0)$. On rappelle que S^{deg} est constant à l'équilibre, mais cela ne signifie pas qu'un degré de liberté excité par une « collision » le soit encore après la « collision » suivante. Où les guillemets indiquent qu'il ne s'agit pas nécessairement de collisions de type sphère dure à proprement parler ; dans un gaz réel, ce sont en général des interactions électromagnétiques qui dévient les particules et les font échanger de l'énergie. Alors, lorsque la pression est élevée, $P > P_0$, le volume occupé par le système est plus faible qu'à P_0 , réduisant de fait le volume par particule, $v = V/N$ (on rappelle que N est ici supposé constant), et donc diminuant la distance de libre parcours moyen d'une particule entre deux interactions. On note que pour un gaz parfait, la théorie cinétique des gaz classiques définit cette distance inversement proportionnelle à P . Alors, la pression

augmentant, cette distance diminue et les constituants du gaz échangent plus souvent de l'énergie entre eux; ne permettant alors pas forcément aux différents degrés de liberté portés par un même constituant l'opportunité de *tous* s'exciter entre deux échanges. D'où un nombre moyen de degrés de liberté occupés plus faible que si la pression était moins importante. Bien que brève et sans démonstration, on comprend bien à l'aide de cette explication que lorsque la pression du gaz est supérieure à P_0 , la température à laquelle le volume considéré présente autant de degrés de liberté occupés qu'à l'équilibre à (T_0, P_0) , soit supérieure à T_0 .

Lorsque l'on continue de baisser la température du gaz, dont on rappelle que la pression est maintenue constante, on a vu dans les études de la sous-partie 2.1.2 que la pseudo-température du gaz devient négative et donc, que son facteur exergetique est supérieur à 1. On peut le comprendre en considérant le schéma de la figure 2.3.2c. On peut voir qu'il n'y a pas « plus d'exergie que de charge exergetique » (composée des deux régions, exergetique et anergetique, encadrées en rouge) mais l'anergie étant négative, la valeur numérique de la première est effectivement supérieure à celle de la seconde. Sur ce schéma, on a tracé à l'aide d'une ligne rouge en tiret le niveau relatif de la charge exergetique, $\tilde{E} = X_u - (-A_n)$, par rapport à la surface représentative de X_u . C'est-à-dire que graphiquement, $\theta^* = X_u / \tilde{E}$ est égal au rapport de la surface jaune et rouge sur celle qui se trouve entre la ligne rouge en tirets et celle en trait plein formant la limite de l'exergie avec le domaine énergétique en bleu clair. On constate d'ailleurs que même si la charge exergetique est chaude, ce domaine énergétique ne correspond plus à l'énergie E_0 , étant donné que le système présente alors $(-\tilde{S}^{\text{deg}})$ degrés de liberté occupés en moins, en moyenne, par rapport à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) ; il correspond cependant toujours à une énergie non extractible car c'est l'énergie qui est distribuée aux degrés de liberté occupés pour qu'ils aient, *a minima*, la « densité » énergétique de l'environnement, ρ_0 .

Sur la figure 2.3.2d, on a ensuite représenté la configuration énergétique du gaz à une température $T = T_p^* + \delta T$, avec δT positif et tendant vers 0. On rappelle, d'une part, que T_p^* est la température telle que l'exergie est minimale et que la charge exergetique est nulle; et d'autre part, qu'elle est strictement supérieure à T_0 pour les gaz sur-pressurisés, avec $\lim_{P \rightarrow +\infty} T_p^* = \gamma T_0$. On peut cependant constater que la répartition énergétique, en termes d'exergie et d'anergie, n'est pas pour autant similaire à celle que le système présenterait à l'équilibre à (T_0, P_0) , qui correspond également à un état de charge exergetique nulle. Il s'agit par contre d'une configuration telle que l'excédent de « densité » énergétique par degré de liberté, $\delta\rho$, compense le défaut d'énergie induit par les $(-\tilde{S}^{\text{deg}})$ degrés de libertés occupés en moins par rapport à la situation d'équilibre à (T_0, P_0) . Alors, en comparant les figures 2.3.2c et 2.3.2d, on comprend bien que le facteur exergetique diverge à l'approche de T_p^* car l'exergie tend vers une constante positive, $\delta\rho S^{\text{deg}}$, alors que la charge exergetique tend vers 0, également par valeur positive.

Au passage de T_p^* , le facteur exergetique des gaz parfaits change de signe. Alors, si le gaz était effectivement *froid*, il devient *chaud* si on augmente un peu sa température; et inversement, il devient *froid* s'il était *chaud* et qu'on abaisse un peu celle-ci. Cependant, on a vu dans les études de la sous-partie 2.1.2 que l'exergie est minimale en T_p^* et strictement positive pour toute pression $P \neq P_0$; il se produit donc nécessairement une discontinuité dans la répartition de l'énergie au sein des degrés de liberté du système, tel qu'on peut l'observer en comparant les figures 2.3.2d et 2.3.2e. Sur cette dernière, on a supposé une température $T = T_p^* - \delta T$ avec δT positif et tendant vers 0; on a alors veillé à conserver le nombre de degrés de liberté occupés par rapport à la configuration précédente, figure 2.3.2d, ainsi que la surface représentative de l'exergie du système. On

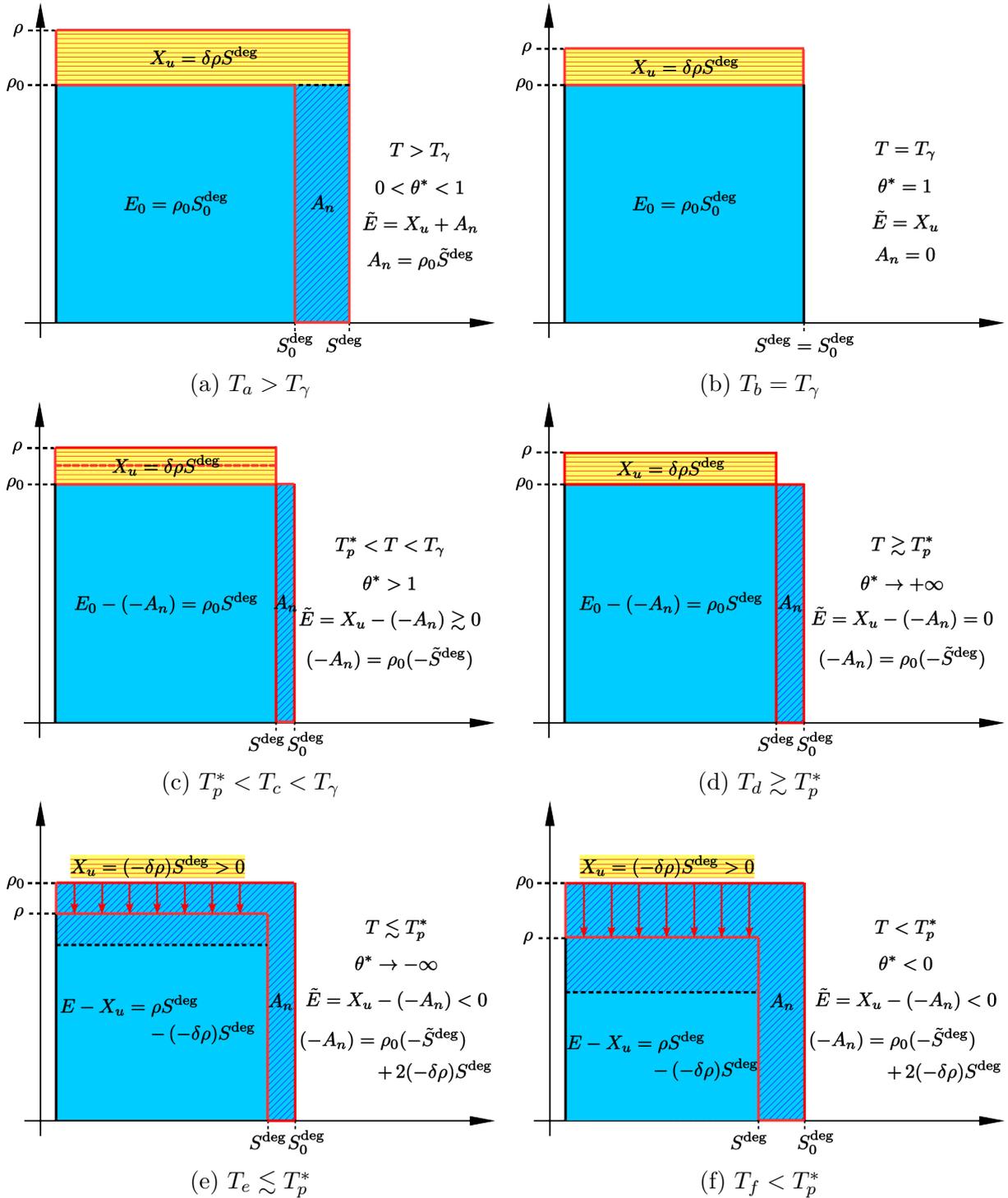


FIGURE 2.3.2 – Variation de la composition de la charge exergétique des gaz parfaits statiques en fonction de leur température T . On rappelle que T_p^* est la température d'exergie minimal des gaz parfaits statiques considérés à des pressions $P \neq P_0$, et que T_γ est celle pour laquelle l'entropie relative du gaz est nulle. On a la relation d'ordre suivante pour les températures des différentes configurations représentées : $T_a > T_b > T_c > T_d > T_e > T_f$.

rappelle que θ^* tend alors vers $-\infty$ car, la charge exergetique, \tilde{E} , tend vers zéro par valeur négative, et l'exergie est toujours positive. Si l'on continue de baisser la température sous T_p^* , figure 2.3.2f, la charge exergetique, négative, va se creuser de plus en plus, nécessitant de plus en plus d'exergie, *potentiel travail de maintien*, diminuant d'autant l'énergie *résultante* (surface bleu clair). Finalement, un gaz sur-pressurisé présente une configuration énergétique telle que représentée sur la figure 2.3.2f lorsque sa température est égale à celle de l'environnement, T_0 . Celui-ci est donc effectivement *froid*, c'est-à-dire que l'on doit lui apporter du travail si l'on souhaite en maintenir l'intégrité. C'est précisément ce que l'on fait au travers du piston maintenant la pression du gaz à une certaine valeur supérieure à P_0 . Si le piston est relâché, le volume du système augmente jusqu'à équilibrer sa pression à celle de l'environnement. La détente est isotherme car le système est en contact avec le thermostat à T_0 , i.e. l'environnement, et supposée quasi-statique ; alors, en poussant le piston, le système absorbe de la chaleur du thermostat, maintenant ainsi sa température constante. Le système est donc bien effectivement *froid* malgré le fait qu'il présente une température égale à T_0 . En effet, lorsque le système est mis en contact thermo-mécanique avec son environnement, i.e. lorsqu'on relâche le piston en contact avec le thermostat à T_0 , la détente isotherme implique que le système absorbe de la chaleur de son environnement, Q_{iso} , « comblant » ainsi sa charge exergetique *froide* ; et en vertu du premier principe de la thermodynamique, on a :

$$Q_{\text{det}} = W_{\text{det}} = Nk_B T_0 \ln \frac{V_0}{V}, \quad (2.3.3)$$

où V et V_0 sont les volumes initial et à l'équilibre avec l'environnement respectivement, et W_{det} est le travail produit par le système pendant la détente. On note que les paramètres de pression et température du système sont alors les mêmes que dans l'environnement. La charge exergetique du système est donc nulle, ainsi que ses composantes exergetique et anergétique, et le système se trouve finalement dans une configuration énergétique telle que décrite sur la figure 2.3.1c pour les liquides statiques. On rappelle que la pseudo-température des gaz parfait à $P = P_0$ est égale, à un facteur γ^{-1} près, à celle des liquides statiques.

Pour les gaz sous-pressurisés, la description faite des schémas de la figure 2.3.2 est toujours valable dans l'ensemble, mais la température d'exergie minimal du gaz est cette fois-ci inférieure à T_0 ; impliquant que le gaz est cette-fois-ci effectivement *chaud* lorsque sa température est égale à T_0 . Ainsi, lorsque la température du fluide est égale à T_0 , celui-ci se trouve donc dans une configuration énergétique telle que décrite par le schéma de la figure 2.3.2a. Étant donné ce que nous avons décrit dans les premières parties de ce chapitre, cela signifie que le gaz présente un sur-plus d'énergie, \tilde{E} , par rapport à sa configuration d'équilibre avec l'environnement d'énergie E_0 , qui pourrait potentiellement être utilisée pour produire du travail. Ce dernier point n'est pas pertinent dans ce cas de figure mais pour se rendre compte de ce que représente \tilde{E} on suppose, de même que précédemment pour les gaz sur-pressurisé, un certain volume de gaz, maintenu par un piston à une pression $P < P_0$ et en contact thermique avec l'environnement à T_0 . Si on libère la contrainte sur le piston, le gaz va se comprimer et émettre une certaine quantité de chaleur, Q_{cp} , dans l'environnement afin de maintenir sa température à T_0 ; et en vertu du premier principe de la thermodynamique on a :

$$Q_{\text{cp}} = W_{\text{cp}} = Nk_B T_0 \ln \frac{V}{V_0}, \quad (2.3.4)$$

où V et V_0 sont les volumes initial et à l'équilibre avec l'environnement respectivement, et W_{cp} est le travail reçu par le système pendant la compression isotherme. Ainsi, en

équilibrant sa pression avec celle de son environnement, le système émet de la chaleur dans ce dernier, jusqu'à vider complètement sa charge exergétique *chaude*. Il est délicat dans ce contexte de parler de travail extractible mais, en comprimant son volume, le gaz effectue bien un travail dont l'énergie est transmise à l'environnement sous forme de chaleur à T_0 , équation (2.3.4), et est donc détruit dans le processus.

Supposons maintenant que le gaz est maintenu à une pression $P < P_0$ et est toujours en contact avec un thermostat, mais à T_γ cette fois-ci, dont on rappelle qu'elle est inférieure à T_0 (voir les figures 2.1.7a et 2.1.8a, ou la définition fournie à l'équation (2.1.36)). Le gaz sous-pressurisé se trouve alors dans une configuration énergétique telle que représentée sur la figure 2.3.2b, où on peut voir qu'il présente autant de degrés de liberté occupés en moyenne que s'il se trouvait à l'équilibre thermo-mécanique avec son environnement, $S_0^{\text{deg}} = S_0^{\text{deg}}$, mais dont la « densité » énergétique est supérieure. On peut comprendre cette situation en se rappelant ce que nous avons dit précédemment à propos de la distance de libre parcours moyen des constituants du gaz. Inversement proportionnelle à la pression du gaz, celle-ci est d'autant plus grande que la pression du gaz est faible; accordant *in fine* aux constituants du gaz plus de temps pour exciter leurs degrés de libertés internes *accessibles*, à l'aide de l'énergie échangée à chaque interaction. Alors, lorsque la pression du gaz est plus petite que P_0 , il apparaît naturelle qu'une température plus faible que T_0 soit suffisante pour exciter autant de degrés de liberté en moyenne à un instant donné. Ainsi, à $(T_\gamma, P < P_0)$ le système présente autant de degrés de liberté occupés en moyenne à un instant donné que s'il se trouvait à (T_0, P_0) car les constituants du gaz ont plus de temps entre deux interactions, et dispose donc de plus de temps pour répartir l'énergie reçue au cours d'une interaction avant la suivante, i.e. pour exciter plus de degrés de liberté. Cependant, ces chocs sont en moyenne moins énergétiques dans la première configuration que dans la seconde. En effet $\tilde{T}_\gamma < \tilde{T}_0$, implique que la vitesse des constituants du gaz, un des degrés de liberté microscopique du système, est plus faible à T_γ qu'à T_0 . Les constituants du gaz échangent donc moins d'énergie à chaque interaction. Ces deux effets se compensent lorsque le système se trouve à T_γ , pour aboutir à un nombre de degrés de libertés occupés en moyenne égal dans les deux configurations. Le système se trouve alors dans à une configuration énergétique telle qu'il présente une énergie moyenne par degré liberté, \tilde{T}_γ , inférieure à celle qu'il présenterait à l'équilibre thermo-mécanique avec son environnement, \tilde{T}_0 , mais présentant malgré tout une « densité » énergétique par degrés de liberté, $\rho = \rho_0 + \delta\rho$, supérieure à ρ_0 , celle qu'il aurait à (T_0, P_0) . En effet, le gaz est effectivement *chaud* parce que T_γ est supérieure à T_p^* . Il présente donc une charge exergétique positive mais son état de sous-pression implique que celle-ci se répartit en moyenne dans autant de degrés de liberté que s'il était à T_0 , impliquant une « densité » énergétique par degré de liberté occupés plus importante qu'à (T_0, P_0) .

En résumé, un gaz à $(T_\gamma, P < P_0)$, et plus généralement tant que sa température est supérieure à T_p^* , est effectivement *chaud* alors que, d'une part, sa température est inférieure à celle de son environnement et que, d'autre part, sa pression est elle aussi inférieure à celle de l'environnement. Il est cependant *chaud* car ses degrés de libertés microscopiques présentent, en moyenne, une « densité » énergétique supérieure à celle qu'ils présenteraient si le système se trouvait à (T_0, P_0) . Un peu comme si la combinaison de la raréfaction des constituants du gaz et de la diminution de l'énergie échangée à chaque interaction (proportionnelle à la vitesse au carré des constituants qui est elle-même proportionnelle à \tilde{T}_γ), permettait une certaine accumulation d'énergie dans les degrés de libertés internes des constituants du gaz, impliquant de fait une « densité » énergétique par degré de liberté occupé supérieure à celle que le système présenterait à (T_0, P_0) .

2.3.1.2 Fluides dynamiques

On rappelle tout d'abord que dans ce travail, les fluides dynamiques sont supposés en situation d'écoulement stationnaire. De plus, ceux-ci sont considérés sans pertes thermomécaniques, on peut donc considérer des petits volumes de fluide d'énergie constante, et de configuration énergétique stable, se succédant dans une certaine canalisation. On peut alors supposer une enceinte de contrôle, comobile avec le fluide, au sein de laquelle le système est à l'équilibre à (T, P) . À toute fin explicative, on pose δV le volume occupé par une masse δm de fluide, véhiculant une charge exergetique $\tilde{e}_{h,l/g} = \tilde{h}$, tel que décrit dans la sous-partie 2.2.2; on pose également \dot{m} le débit de fluide. On admet ensuite que le nombre de degrés de libertés microscopiques occupés en moyenne dans l'enceinte de contrôle est donné par $S^{\text{deg}} = \frac{2\delta m}{k_B}(s_0 + \tilde{s})$; et que ceux-ci présentent une « densité » énergétique ρ , telle que définie à l'équation (2.2.36) avec $E = \delta m(h_0 + \tilde{h})$, l'énergie du fluide compris dans le volume, supposée constante. On peut alors considérer ces petits volumes de fluides comme présentant une configuration énergétique telle que décrit pour les situations statiques.

Pour les fluides dynamiques, on utilise des schémas similaires à ceux introduits dans le paragraphe correspondant de la sous-partie 2.2.3 (cf. figures 2.2.2 et 2.2.3); pour gaz parfaits sur-pressurisés à la figure 2.3.3, et pour les liquides incompressibles à la figure 2.3.4. On rappelle que, pour tous ces schémas l'axe vertical indique le niveau énergétique de la charge exergetique, \tilde{h} , ainsi que des potentiels ξ_h et a_n . Ces trois quantités peuvent être positives ou négatives, impliquant des directions de propagation des flux correspondant non nécessairement colinéaires. De même que précédemment, l'axe horizontal indique la direction de propagation du flux énergétique principal, ou encore appelé flux de charge, $\dot{H} = \dot{m}\tilde{h}$; et la direction relative des flux $\dot{X}_h = \dot{m}\xi_h$ et $\dot{A}_n = \dot{m}a_n$ est précisée, respectivement en haut et en bas des schémas, par des flèches de la couleur correspondante :

- l'exergie en jaune hachuré de rouge à l'horizontal;
- l'anergie en bleu clair hachuré obliquement.

On rappelle enfin que le flux d'énergie « de base », $\dot{E}_0 \equiv \dot{H}_0$ pour les fluides *chauds*, ou *résultante*, $\dot{E} - \dot{X}_h \equiv \dot{H} - \dot{X}_h$, n'apparaît pas sur ces schémas car, dans tous les cas de figures, elle se propage avec le fluide par définition, voir la discussion du dernier paragraphe de la sous-partie 2.2.3. Ainsi, seule la charge exergetique est ici représentée avec, dans la partie supérieure des schémas, sa composante positive et dans la partie inférieure, sa composante négative. Alors, ce qui est indiqué en rouge ici correspond à la valeur algébrique de \tilde{h} . Dans ce qui suit, on considère des quantités massiques.

De même que pour les cas statiques, les schémas présentés dans cette sous-partie ne résultent pas d'une étude spécifique et ne sont proposés qu'à des fins explicatives. Cependant, les surfaces étant, ici encore, supposées représentatives des potentiels énergétiques auxquels elles sont associées, nous avons veillé tout particulièrement à leur cohérence; au sein d'un même schéma d'une part, et de l'un à l'autre de ces schémas d'autre part. On peut les considérer comme des petits volumes δV de fluides se propageant dans une canalisation, en situation d'équilibre à (T, P) dans un référentiel comobile avec le fluide.

Gaz parfaits sur-pressurisés

On considère les gaz parfaits sur-pressurisés dans un premier temps et, tel qu'expliqué en introduction, on suppose que les schémas de la figure 2.3.3 sont différents états d'équilibre considérés à une même pression $P > P_0$ mais à différentes températures T .

On suppose sur le premier schéma, figure 2.3.3a, que le fluide est à une température T supérieure à T_γ , celle à laquelle le système présente autant de degrés de libertés occupés en moyenne que s'il était considéré à l'équilibre à (T_0, P_0) , ou de manière équivalente telle que $\tilde{S}^{\text{deg}} = 0$. On rappelle que cette dernière est définie à l'équation (2.1.36). D'après les études de la sous-partie 2.1.2, le facteur exergetique est alors proche de 1, et le gaz se trouve dans une configuration « standard » de fluide *chaud*, telle que décrite à la figure 2.2.2 : la charge exergetique \tilde{h} est positive, de même que les potentiels exergetique ξ_h , et anergétique a_n . Ces deux derniers induisent donc des flux, $\dot{m}\xi_h$ et $\dot{m}a_n$ respectivement, colinéaires au flux énergetique principal $\dot{m}\tilde{h}$.

Ensuite, à mesure que la température à laquelle le fluide est considéré diminue, sa charge exergetique diminue, perdant en exergetie, *potentiel travail moteur*, et en anergie, et donc *in fine* en nombre de degrés de liberté occupés en moyenne. Sur la figure 2.3.3b, on a représenté la configuration énergetique du gaz à une température inférieure à T_{00}^+ , toujours par valeur supérieure à T_γ ; on peut alors constater, en la comparant avec la figure précédente, que l'anergie diminue plus rapidement que l'exergetie. Jusqu'à devenir nulle lorsque le gaz est considéré à la température T_γ correspondant à sa pression, cf. figure 2.3.3c. On se retrouve alors dans une configuration énergetique telle que décrite à la même température pour les gaz parfaits statiques. Ainsi, tout l'excès d'énergie porté par le fluide, \tilde{h} par unité de débit, par rapport à sa configuration d'équilibre avec l'environnement à (T_0, P_0) , est de l'excès de densité exergetique ($+\delta\rho$) que présentent les degrés de liberté microscopiques occupés du système, et on a $S^{\text{deg}} = S_0^{\text{deg}}$.

Ensuite, lorsque la température du gaz est inférieure à T_γ , mais toujours supérieure à T_0 , figure 2.3.3d, la température effective du fluide est négative car ses enthalpie et entropie relatives ne sont plus du même signe. Le fluide se trouve alors dans une configuration énergetique telle que précédemment décrite pour le cas statique sur la figure 2.3.2c. Moins de degrés de libertés sont occupés en moyenne par rapport à la configuration d'équilibre à (T_0, P_0) , $\tilde{S}^{\text{deg}} < 0$, mais ceux-ci présentent un excès de « densité » énergetique, ($+\delta\rho$), strictement positif. Le gaz propage donc avec lui un excès d'énergie par degré de liberté, ($+\delta\rho$), ainsi qu'un défaut d'énergie, dû aux ($-\tilde{S}^{\text{deg}}$) degrés de liberté occupés en moins à $(T_d, P > P_0)$, par rapport à la configuration d'équilibre à (T_0, P_0) . La somme de ces deux composantes définit toujours une charge exergetique positive, tel qu'on peut le vérifier sur la figure 2.3.3d, mais par conséquent, strictement inférieure à ξ_h . On a vu dans la sous-partie 2.2.2 qu'un défaut d'énergie se propageant dans une direction donnée peut être considéré comme un « excès » se propageant dans la direction opposée. Alors, le flux énergetique *principal*, $\dot{m}\tilde{h}$, se trouve comme « dédoublé » en un flux d'exergetie, $\dot{m}\xi_h$, « porté » par les degrés de libertés occupés du fluide ; et un d'anergie, $\dot{m}a_n$, se « propageant » à contre-courant car représentatif d'un défaut d'énergie « porté » par le fluide, par rapport à sa configuration d'équilibre avec l'environnement à (T_0, P_0) . On remarque que sur la figure 2.3.3d, l'exergetie est délimitée en trait plein alors que l'anergie l'est en pointillés. Ceci parce que, de même que pour les configurations *froides* avec l'exergetie, l'anergie ne « remonte » pas le courant fluide à proprement parler, c'est un défaut qui est porté par le fluide, causant cette « propagation » à contre-courant.

Lorsque la température du fluide est égale à T_0 , on peut constater sur la figure 2.3.3e qu'il reste toujours de l'exergetie dans les volumes de fluides se propageant dans les canalisations, la pression est en effet considérée strictement supérieure à P_0 ici. L'exergetie dynamique du fluide est alors minimale et le gaz se trouve dans une configuration énergetique telle que décrite pour le cas statique à T_p^* sur la figure 2.3.2d. Ainsi, lorsque le gaz dynamique sur-pressurisé est considéré à la température de l'environnement, T_0 (corres-

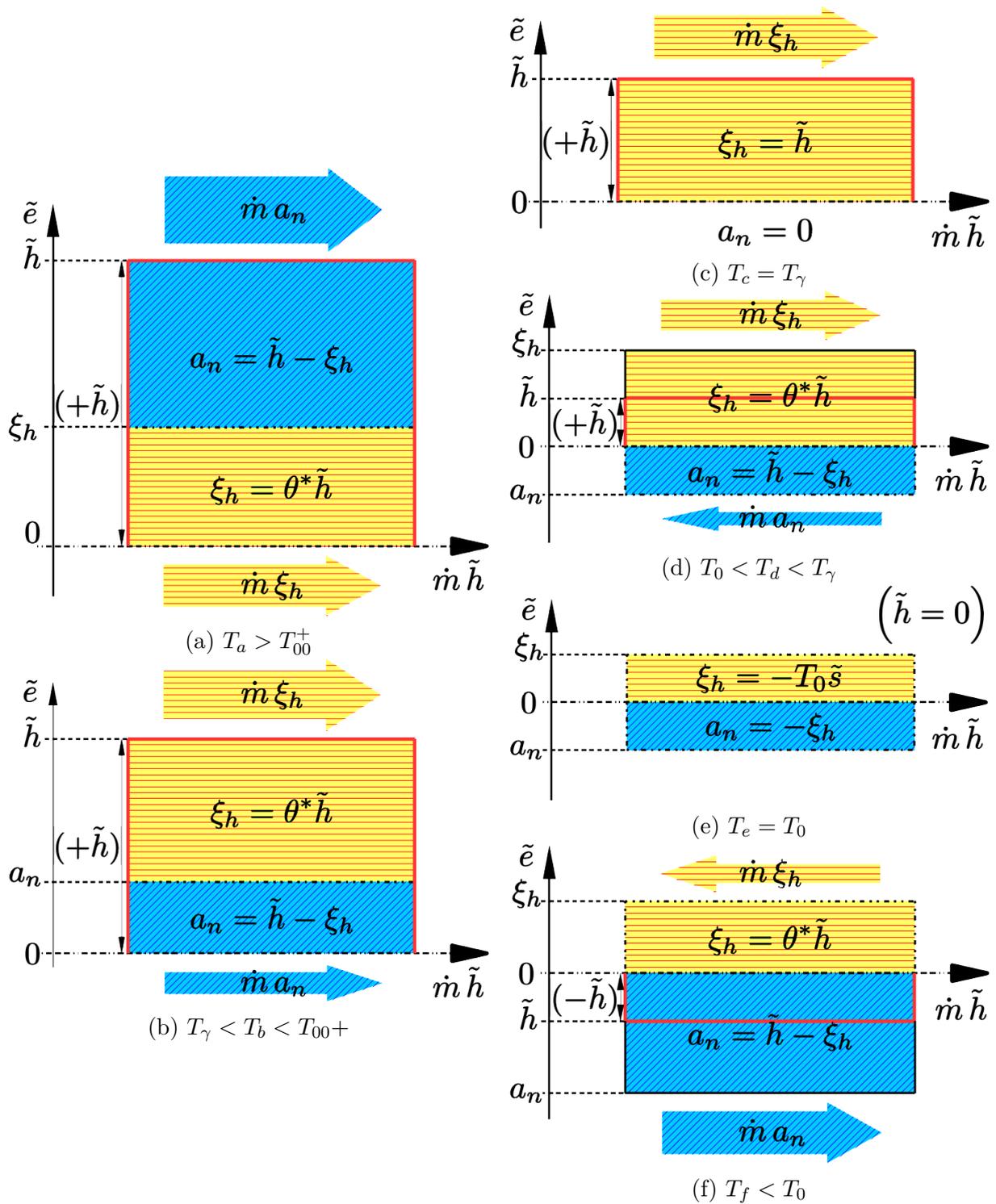


FIGURE 2.3.3 – Variation de la composition de la charge exergétique des gaz parfaits dynamiques sur-pressurisés, $P > P_0$, en fonction de leur température T . On rappelle que T_0 est la température d'exergie minimal des gaz parfaits dynamiques, et que T_γ est celle pour laquelle l'entropie relative des gaz à $P \neq P_0$ est nulle. On a la relation d'ordre suivante pour les températures des différentes configurations représentées : $T_a > T_b > T_c > T_d > T_e > T_f$.

pendant à sa température d'exergie minimale), l'excès de « densité » énergétique ($+\delta\rho$), que présentent les $S^{\text{deg}} = S_0^{\text{deg}} - (-\tilde{S}^{\text{deg}})$ degrés de liberté occupés en moyenne dans le système, compense le défaut d'énergie, $\rho_0(-\tilde{S}^{\text{deg}})$, qui n'est pas emporté par les $(-\tilde{S}^{\text{deg}})$ degrés de liberté occupés en moins par rapport à la configuration d'équilibre à (T_0, P_0) . Dans cette configuration, la charge exergetique $\tilde{h} = \xi_h - (-a_n) = 0$ est nulle car ses deux composantes se compensent tel que nous venons de le décrire. On rappelle que ce qui est indiqué en rouge sur les schémas de la figure 2.3.3, c'est la valeur algébrique de \tilde{h} , nulle ici ; à la différence de ceux de la figure 2.3.2, où on avait encadré en rouge la charge exergetique comme l'ensemble, $(\xi_h) + (-a_n)$. Alors, cette dernière étant nulle, on ne peut plus définir de direction de propagation pour les flux $\dot{m}\xi_h$ et $\dot{m}a_n$ qui sont définis relativement au flux de charge $\dot{m}\tilde{h}$; d'où l'absence de flèches sur la figure 2.3.3e, et la délimitation des composantes exergetique et anergétique en pointillés.

Finalement, lorsque le gaz est considéré à une température inférieure à T_0 , celui-ci est effectivement *froid* tel que définie précédemment, et le fluide présente alors un défaut *total* d'énergie ($-a_n$), cf. figure 2.3.3f. Ce dernier est composé du défaut énergétique *principal*, $(-\tilde{h})$ délimitée en rouge, i.e. l'énergie totale que le fluide peut absorber s'il est mis en contact thermo-mécanique avec son environnement ; et du défaut énergétique *potentiel*, ξ_h en bleu sous la charge exergetique, i.e. le *potentiel travail de maintien* nécessaire si l'on souhaite maintenir l'intégrité *froide* du fluide lorsqu'il est en interaction thermo-mécanique avec son environnement. Comme expliqué à maintes reprises, c'est ce défaut supplémentaire, ξ_h , qui cause la remontée à contre-courant d'un flux d'exergie, $\dot{m}\xi_h$, *potentiel travail de maintien*, qui n'est plus requis « là d'où vient le fluide ». On peut à nouveau constater sur le schéma de la figure 2.3.3f que le défaut supplémentaire a été encadré d'un trait plein car il est effectivement porté par le fluide, alors que le flux d'exergie, *potentiel travail froid*, a été encadrée de pointillés. D'une manière analogue à ce que nous avons décrit pour le cas statique de la figure 2.2.7, c'est ce défaut énergétique *potentiel*, $(-a_n) - (-\tilde{h}) = \xi_u$ par unité de débit, qui « empiète » sur l'énergie totale portée par le fluide et cause *in fine* la « remontée » à contre-courant d'un flux d'exergie, *potentiel travail de maintien*, $\dot{m}\xi_u$, opposé au sens de propagation du flux énergétique *principal*, $\dot{m}\tilde{h}$. On rappelle que la direction de propagation de ce dernier, également appelé flux de charge dans ce travail, est précisée par l'axe horizontal sur les schémas de la figure 2.3.3.

En résumé, on a vu sur les différents schémas de la figure 2.3.3, que la quantité d'exergie, qui est du *potentiel travail moteur* dans un premier temps, diminue à mesure que la température du gaz baisse ; jusqu'à atteindre un minimum en T_0 , température à partir de laquelle l'exergie, qui représente maintenant du *potentiel travail de maintien*, augmente à mesure que la température est baissée. La charge exergetique évolue d'une manière analogue, représentant d'abord un excès d'énergie, elle se « vide » à mesure que la température diminue, jusqu'à s'annuler en T_0 ; puis, devenant négative, elle représente finalement un défaut d'énergie qui augmente à mesure que la température du fluide tend vers 0. L'anergie quant à elle représente, pour les fluides *chauds*, un excès (figures 2.3.3a et 2.3.3b) ou un défaut (figures 2.3.3d et 2.3.3e) d'énergie lié aux degrés de liberté occupés en moyenne, en plus ou en moins respectivement, par rapport à leur configuration d'équilibre à (T_0, P_0) . Dans le premier cas, les petits volumes de gaz, statiques dans un certain référentiel comobile avec le fluide, sont dans une configuration énergétique telle que précédemment décrite sur la figure 2.3.2a ; dans le second cas, elle est telle que représenté sur la figure 2.3.2c. Pour les fluides *froids* (figure 2.3.3f), elle représente le défaut *total*, *principal* et *potentiel*, d'énergie que présente le système relativement à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) . Dans toutes les configurations, sauf le cas non « standard » tel que $T^* < 0$ (figure 2.3.3d),

l'anergie est co-courante au flux de charge.

Liquides incompressibles

Pour les liquides incompressibles, la situation est assez proche de ce que nous venons de décrire pour les gaz parfaits sur-pressurisés. On peut cependant noter tout de suite que le premier schéma, figure 2.3.4a, présente plus d'anergie que celui que nous avons présenté à la figure 2.3.3a, car T_γ est relativement grande devant T_0 pour toute pression $P > P_0$. Ainsi, entre les configurations des figures 2.3.4a et 2.3.4b, le liquide perd de la chaleur très faiblement exergetique, et donc essentiellement de l'anergie. Ensuite, on a vu précédemment que lorsque la température du liquide est égale à T_0 , celui-ci n'emporte plus d'énergie thermique avec lui et son exergetie est alors égale à sa charge exergetique, cf. équation (2.1.28), tel que représenté sur la figure 2.3.4c. On a également vu, lors de l'étude de la figure 2.1.3, que la température d'exergetie minimale des liquides dynamiques, T_0 , ne coïncide pas avec, T_p , la température à laquelle le facteur exergetique change de signe. C'est-à-dire que lorsque la température du liquide est abaissée sous T_0 , mais toujours par valeur supérieure à T_p , figure 2.3.4d, la charge exergetique continue de décroître, alors que l'exergetie de fluide augmente.

Considérons cette configuration non « standard », figure 2.3.4d, telle que $T_{h,1}^* < 0$, en termes de « densité » énergétique par degré de liberté occupés. Lorsque le liquide dynamique est considéré à $(T_0, P > P_0)$, les volumes de fluide, statiques dans un certain référentiel comobile avec le fluide, présentent une répartition énergétique telle que représentée sur la figure 2.3.2b : S^{deg} , le nombre de degrés de liberté occupés en moyenne dans le volume de contrôle est le même que si le fluide était considéré statique à (T_0, P_0) , i.e. $S^{\text{deg}} = S_0^{\text{deg}}$; et ceux-ci présentent une « densité » énergétique, ρ , supérieure à ρ_0 , celle qu'ils présenteraient à (T_0, P_0) . Ensuite, à mesure que la température du liquide est abaissée, le nombre de degrés de liberté occupés en moyenne dans le système diminue, $S^{\text{deg}} < S_0^{\text{deg}}$; de même que la charge exergetique, mais cette dernière est toujours positive tant que la température du fluide est supérieure T_p , cf. figure 2.3.4d. Le résultant de ces deux effets défini, pour les liquides dynamiques, une exergetie croissante à mesure que la température est abaissée; traduisant *in fine* une augmentation de la « densité » énergétique par degré de liberté, on a en effet : $\xi_h \propto \delta\rho$ d'après les discussions de la sous-partie 2.2.3. On note qu'à ce stade, tant que $T > T_p$, la charge exergetique est positive et l'exergetie constitue alors un excès de « densité » énergétique par degré de libertés occupé. La transition d'état de fluide *chaud* à *froid*, et inversement, se fait au passage de T_p , strictement inférieure à T_0 , la température d'exergetie minimale; un peu comme si, l'état de sur-pression des liquides les « maintenait » dans un état effectivement *chaud* alors que du point de vue de leur température ils seraient froids. On rappelle également que ce domaine de températures non « standard » est très étroit dans la plupart des utilisations industrielles standards, cf. équation (2.2.6).

Finalement, lorsque la température du liquide est égale à T_p , figure 2.3.4e, l'excès de « densité » énergétique compense exactement le défaut d'énergie des $(-\tilde{S}^{\text{deg}})$ degrés de liberté occupés en moins, en moyenne par rapport à la configuration d'équilibre à (T_0, P_0) , et la charge exergetique, \tilde{h} , du liquide est alors nulle. Il n'est alors plus possible de définir une direction de propagation pour les flux d'exergetie, $\dot{m}\xi_h$, et d'anergie, $\dot{m}a_n$; d'où la délimitation en pointillés de ces deux composantes, l'une positive et l'autre négative, de la charge exergetique. Finalement, sur la figure 2.3.4f, on peut constater que celle-ci devient négative lorsque la température du liquide est inférieure à T_p . Le fluide véhicule alors avec

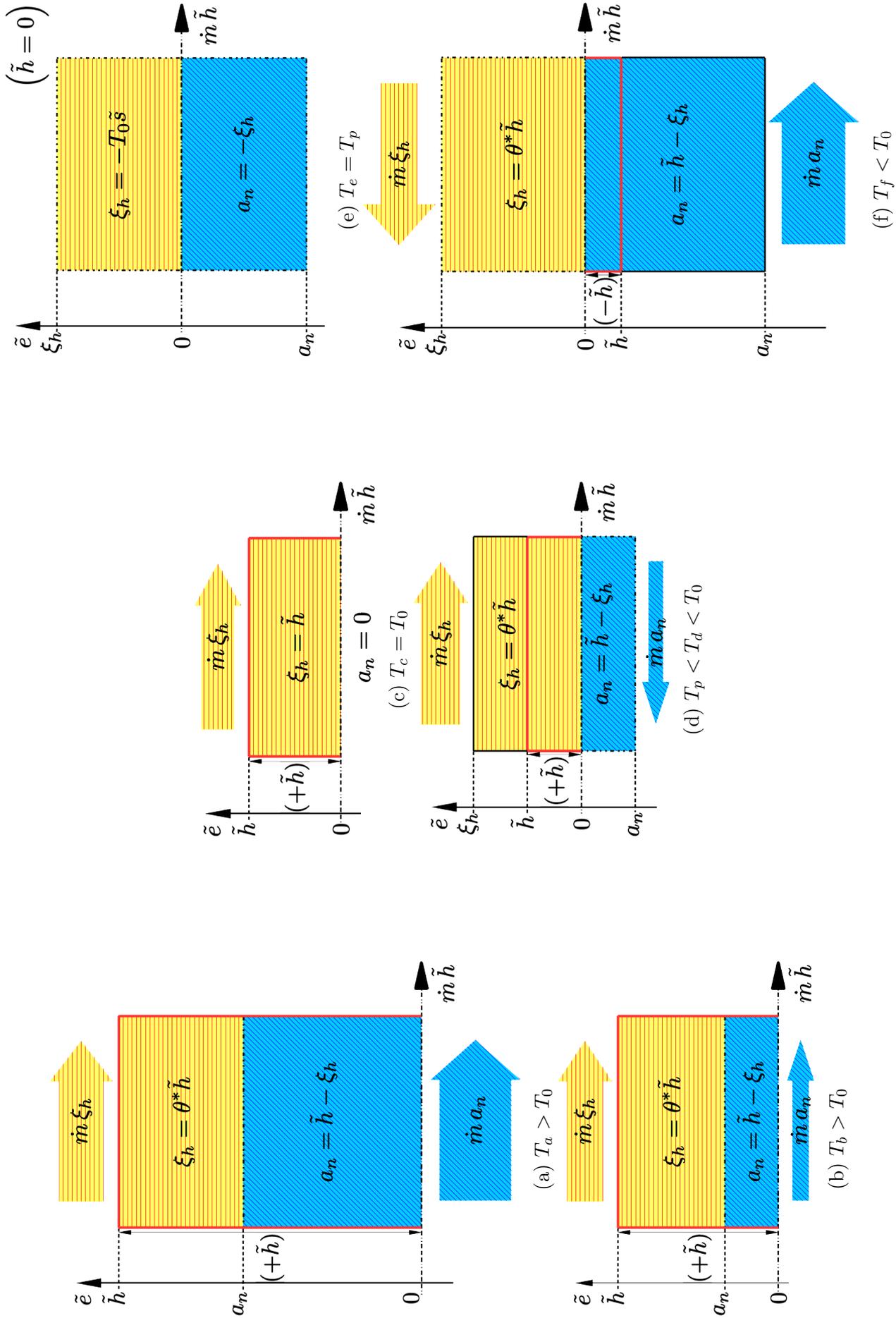


FIGURE 2.3.4 – Variation de la composition de la charge exergetique des liquides incompressibles dynamiques en fonction de leur temperature T . On rappelle que T_0 est la temperature d'exergie minimal des liquides incompressibles dynamiques, et que T_p est celle pour laquelle le facteur exergetique des liquides change de signe. On a la relation d'ordre suivante pour les temperatures des differentes configurations representees : $T_a > T_b > T_c > T_d > T_e > T_f$ et $T_c = T_0$.

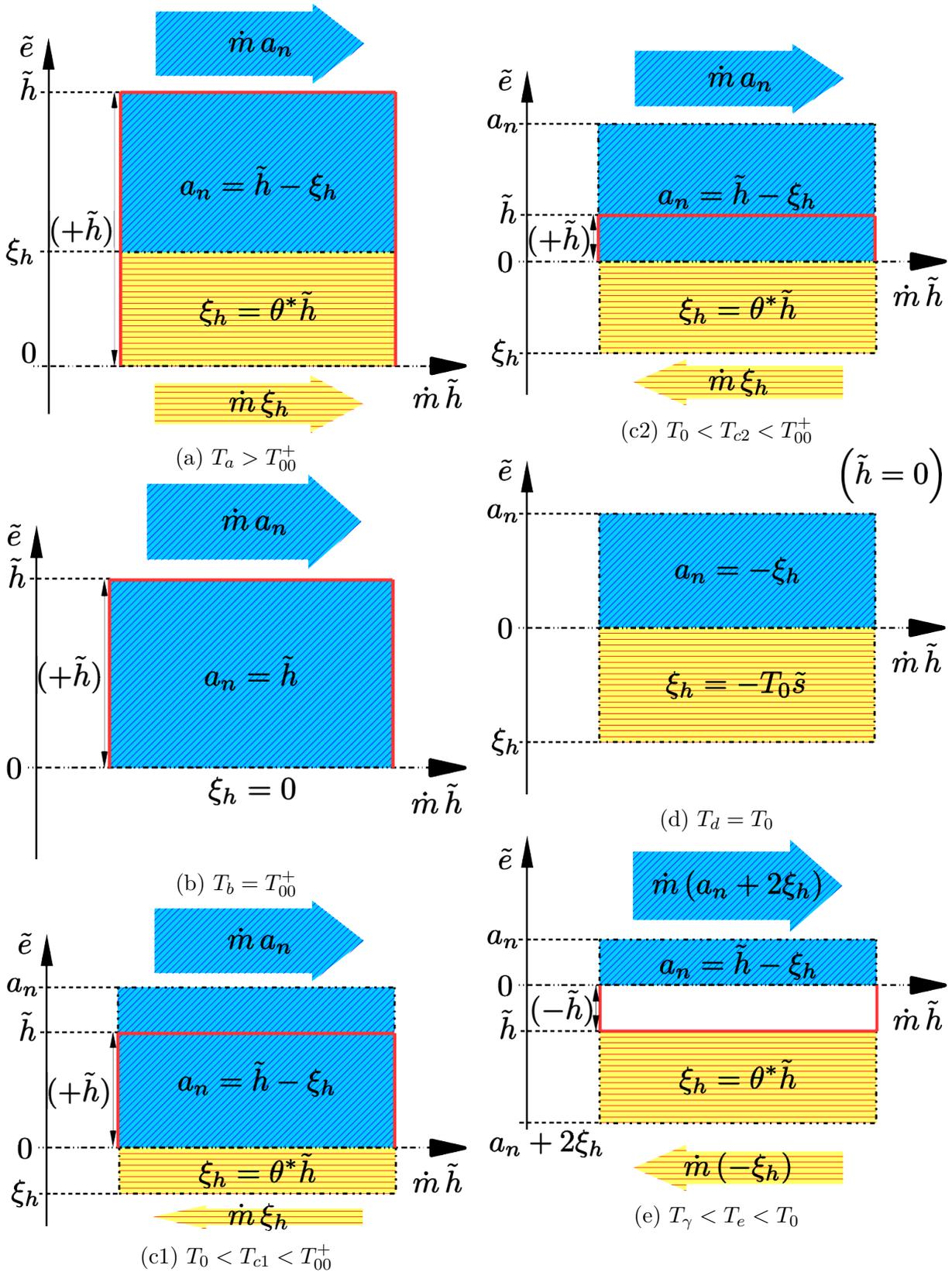
lui en défaut *total* d'énergie, *principale* et *potentielle* ; impliquant la « remontée » d'un flux d'exergie, *potentiel travail de maintien* tel qu'expliqué dans la partie 2.2 ; et les volumes de fluides se trouvent alors dans une configuration énergétique telle que représentée sur la figure 2.3.2f.

2.3.1.3 Cas particuliers d'exergie négative

Dans tous les cas discutés jusqu'à présent, que la pseudo-température du fluide soit positive ou négative, on a vu que, relativement à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) , tout fluide *chaud*, $\theta^* > 0$, véhicule un excès d'énergie, $(+\tilde{h})$; alors qu'à l'inverse, un fluide *froid*, $\theta^* < 0$, propage un *défaut* d'énergie, $(-\tilde{h})$. Définissant ainsi, toujours une exergie positive, traduisant un *potentiel travail moteur* dans le premier cas, ou un *potentiel travail de maintien* dans le second. De plus, dans les deux précédentes discussions, sous-parties 2.3.1.1 et 2.3.1.2, on a vu que dans les situations *chaudes*, la valeur numérique de ce potentiel travail pouvait être supérieure à celle de la charge exergétique véhiculée par le fluide ; traduisant une configuration mixte d'une charge exergétique « composée » d'un excès et d'un défaut d'énergie. La somme des deux étant positive avec un excès de « densité » énergétique porté par les S^{deg} degrés de liberté occupés en moyenne dans le système. Avec $S^{\text{deg}} < S_0^{\text{deg}}$, traduisant un défaut de $(-\tilde{S}^{\text{deg}})$ degrés de liberté occupés en moins par rapport à la configuration d'équilibre du système considéré à (T_0, P_0) .

Mais si l'on considère maintenant le cas particulier des gaz en situation d'écoulement stationnaire à une pression $P < P_0$, nous avons vu dans la sous-partie 2.1.2 qu'il existe un domaine de température $[T_{00}^-, T_{00}^+]$ autour de T_0 sur lequel l'exergie fluide dynamique est négative, cf. graphique de gauche de la figure 2.1.11. À l'aide du graphique de droite de la même figure, on peut tout de suite s'assurer qu'en-dehors du domaine $[T_{00}^-, T_{00}^+]$, le comportement « standard » décrit précédemment reste valable : un gaz sous-pressurisé *chaud* à $T > T_{00}^+$ véhicule une *charge exergétique* positive, $\tilde{h} > 0$, et un gaz *froid* à $T < T_{00}^-$ en transporte une négative, $\tilde{h} < 0$. Par contre, la situation n'est plus la même lorsque l'exergie est négative, i.e. quand $T \in [T_{00}^-, T_{00}^+]$. Dans un premier temps, lorsque celle-ci est négative et décroissante, le facteur exergétique est positif ; impliquant une *charge exergétique* négative d'après l'équation (2.2.1). Le fluide propage donc une charge exergétique négative, $\tilde{h} < 0$, c'est-à-dire un défaut d'énergie par rapport à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) bien qu'il soit effectivement *chaud*, $\theta^* > 0$, tel que défini dans la sous-partie 2.2.1. Ensuite, dans un second temps, lorsque l'exergie devient croissante après le passage de la température d'exergie minimale T_0 (mais toujours en considérant des températures inférieures à T_{00}^+), le graphique de droite de la figure 2.1.11 nous montre que le facteur exergétique est cette fois-ci négatif ; impliquant alors une *charge exergétique* positive d'après l'équation (2.2.1). Le fluide propage donc cette fois-ci une charge exergétique positive, $\tilde{h} > 0$, i.e. un excès d'énergie par rapport à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) bien qu'il soit effectivement *froid*, $\theta^* < 0$, tel que défini précédemment.

Afin de décrire sur ces deux configurations d'apparence contradictoire, de même que pour les situations dynamiques précédemment discutées, nous allons considérer un débit stationnaire de gaz considéré dans une certaine canalisation à une pression fixée, $P < P_0$, dans différents états de température. Nous appuyons alors cette présente discussion sur les schémas des figures 2.3.5 et 2.3.6. La première rassemble les représentations dynamiques des différents états de pression et température présentés ci-après. Pour celles-ci, nous avons utilisé l'exergie fluide dynamique ξ_h , responsable du flux d'exergie, $\dot{m}\xi_h$, qui pourra traduire soit un *potentiel travail moteur*, $X_h^+ = \delta\rho S^{\text{deg}}$, soit un *potentiel travail de maintien*, $X_h^- = (-\delta\rho)S^{\text{deg}}$. Pour mettre cet aspect en évidence, nous allons considérer



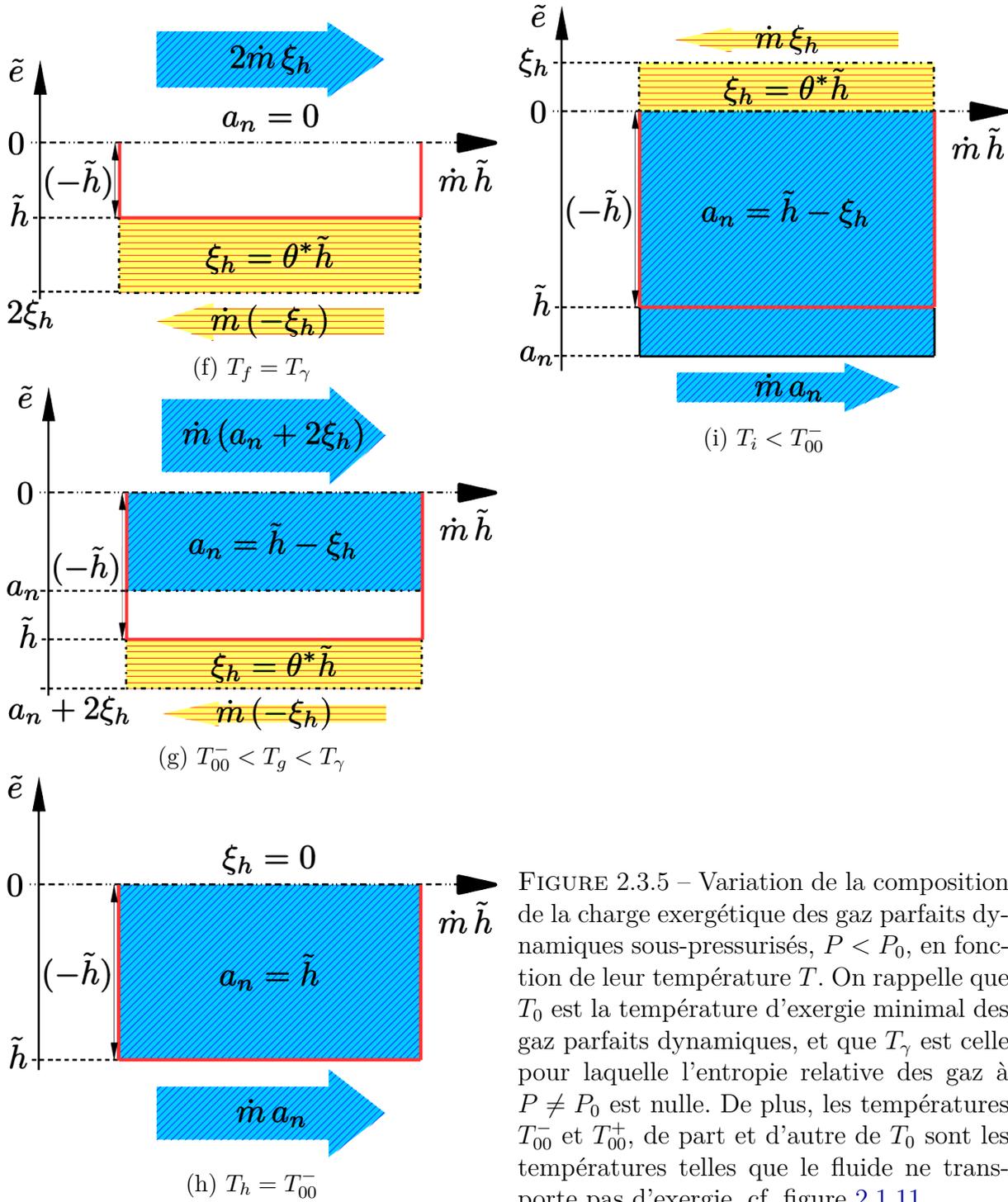
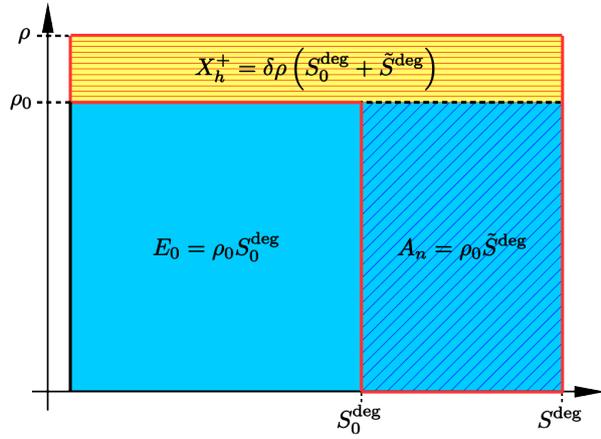
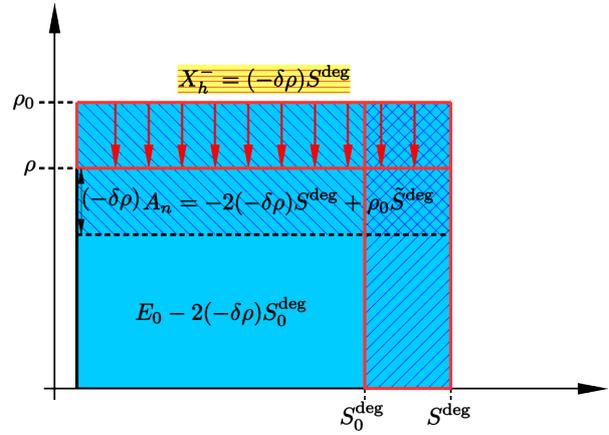


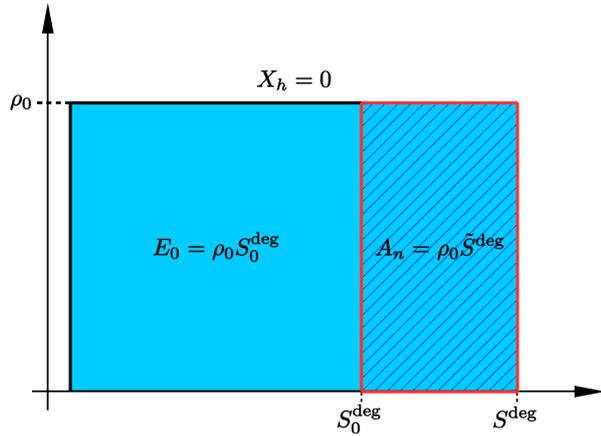
FIGURE 2.3.5 – Variation de la composition de la charge exergétique des gaz parfaits dynamiques sous-pressurisés, $P < P_0$, en fonction de leur température T . On rappelle que T_0 est la température d'exergie minimal des gaz parfaits dynamiques, et que T_γ est celle pour laquelle l'entropie relative des gaz à $P \neq P_0$ est nulle. De plus, les températures T_{00}^- et T_{00}^+ , de part et d'autre de T_0 sont les températures telles que le fluide ne transporte pas d'exergie, cf. figure 2.1.11.



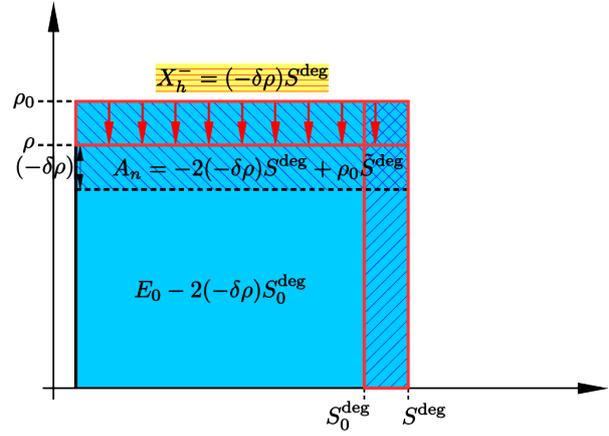
(a) $T_a > T_{00}^+$



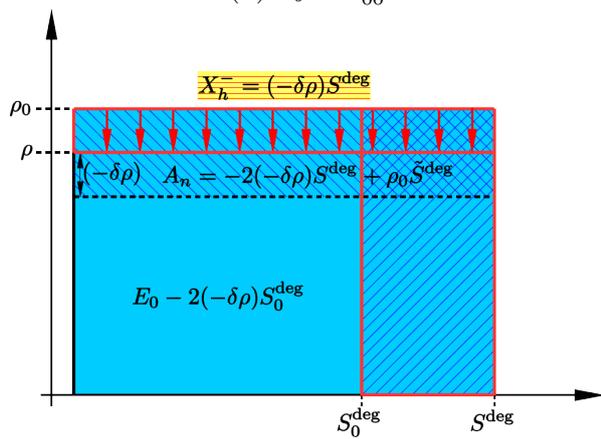
(d) $T_d = T_0$



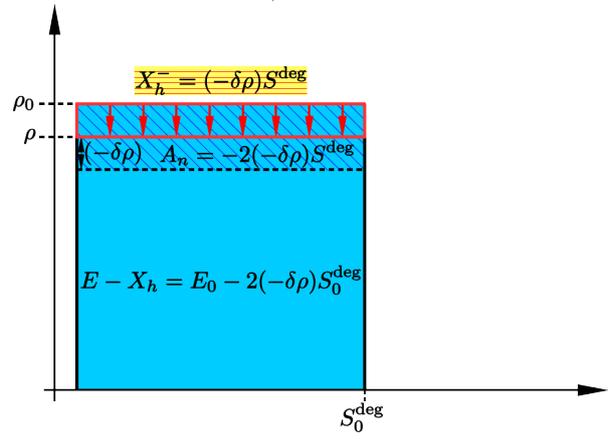
(b) $T_b = T_{00}^+$



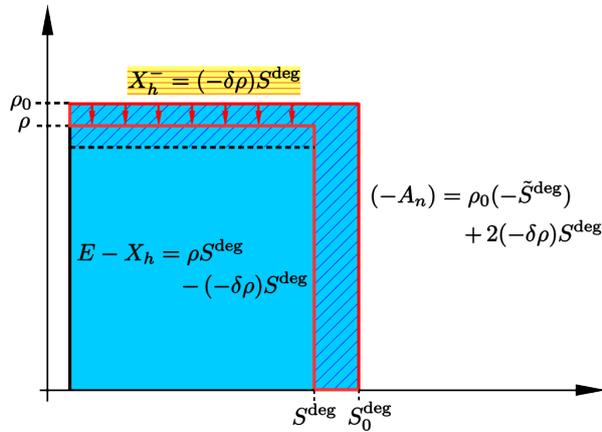
(e) $T_\gamma < T_e < T_0$



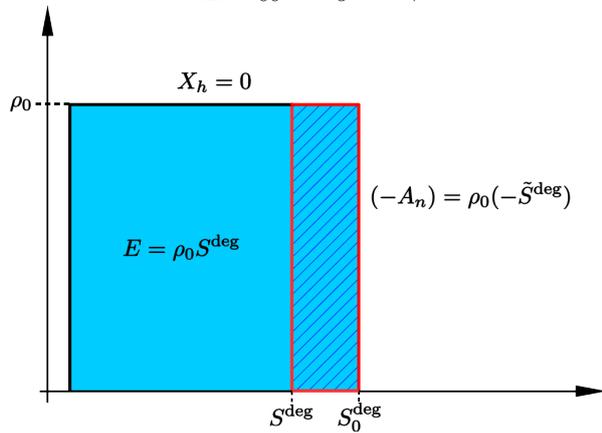
(c) $T_0 < T_c < T_{00}^+$



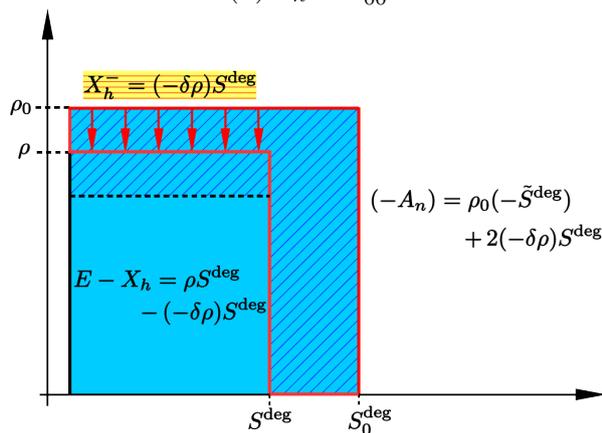
(f) $T_f = T_\gamma$



(g) $T_{00}^- < T_g < T_\gamma$



(h) $T_h = T_{00}^-$



(i) $T_i < T_{00}^-$

FIGURE 2.3.6 – Variation de la composition de la charge exergétique des gaz parfaits dynamiquement sous-pressurisés, $P < P_0$, en fonction de leur température T , en termes de « densité » énergétique et de degrés de liberté occupés. On rappelle que T_0 est la température d'exergie minimal des gaz parfaits dynamiques, et que T_γ est celle pour laquelle l'entropie relative des gaz à $P \neq P_0$ est nulle. De plus, les températures T_{00}^- et T_{00}^+ , de part et d'autre de T_0 sont les températures telles que le fluide ne transporte pas d'exergie, cf. figure 2.1.11.

des petits éléments de volume comobile avec le fluide dont la masse de gaz à l'intérieur, δm , est supposée constante et répartie de manière homogène. Alors, le débit étant supposé stationnaire à pression et température constantes, on admet que le volume de gaz considéré est à l'équilibre dans l'enceinte de contrôle, nous permettant d'interpréter l'entropie comme un nombre moyen de degrés de libertés occupés, et dont la « densité » énergétique de ceux-ci est donnée par l'équation (2.2.36). Les schémas de la seconde figure sont ainsi représentatifs de la répartition énergétique des petits volumes de fluides se propageant stationnairement dans la canalisation considérée à une même pression, $P < P_0$, dans différents états de température. Chaque schéma est représentatif d'un écoulement dans une configuration donnée, (T, P) . On rappelle que les grandeurs notées en majuscules font référence à des quantités énergétiques totales sur le volume de contrôle, et celles notées en minuscules à des grandeurs énergétiques massiques, on aura ainsi par exemple : $\tilde{H} = \delta m \tilde{h}$, ou encore $S^{\text{deg}} = \frac{2\delta m}{k_B} (s_0 + \tilde{s})$. On note enfin qu'à chacun des schémas de la figure 2.3.6, correspond au moins un schéma de la figure 2.3.5, et que seul celui de la figure 2.3.6c correspond à deux schémas de la première, sur les figures 2.3.5c1 et 2.3.5c2. Alors, pour alléger le discours dans la suite, on fera référence aux schémas directement par leur lettre, correspondant aux deux figures ; par exemple, on fera référence à la configuration (f) qui pourra être lue dynamiquement sur la figure 2.3.5f, ou statiquement, dans un référentiel comobile avec le fluide, sur la figure 2.3.6f.

De même que pour les situations dynamiques déjà discutées, on considère tout d'abord un écoulement de gaz est effectivement *chaud*, et donc à une température T_a supérieure à T_{00}^+ . Les schémas dynamiques et statiques de cette configuration (a) sont similaires à ceux que nous avons déjà discutés à plusieurs reprises, notamment dans les précédentes discussions de l'actuelle sous-partie 2.3.1, nous ne nous y attardons donc pas plus ici. On note cependant que la pression du gaz étant plus faible que celle de son environnement, celui-ci se trouve dans une configuration spatiale raréfiée par rapport à celle qu'il présenterait à l'équilibre à (T_0, P_0) , traduisant *in fine* une plus importante « dilution » de l'énergie dans le volume de contrôle, et donc finalement, une plus faible « densité » énergétique. En effet, en considérant l'équation (2.2.39) relativement à un état d'équilibre à (T, P) ,

$$H = \langle \mathcal{H} \rangle_{T,P} + P \langle V \rangle_{T,P} = (5N + 2)\tilde{T}, \quad (2.3.5)$$

où $\langle \mathcal{H} \rangle_{T,P}$ et $\langle V \rangle_{T,P}$ sont les valeurs moyennes, dans l'enceinte de contrôle comobile avec le fluide, du Hamiltonien de l'ensemble des particules et du volume respectivement. On rappelle que l'énergie interne est donnée en moyenne par :

$$U = \langle \mathcal{H} \rangle_{T,P} = 3N\tilde{T}, \quad (2.3.6)$$

où \tilde{T} est la température du fluide exprimée en termes d'énergie moyenne par degré de liberté, équation (2.2.34). Alors, on trouve que la pression peut s'exprimer comme une mesure de la répartition de l'énergie dans le volume de contrôle comobile avec le fluide, dont on rappelle qu'il est supposé à l'équilibre à (T, P) :

$$P = \frac{(2N + 2)\tilde{T}}{\langle V \rangle_{T,P}} \quad (2.3.7a)$$

$$\simeq \frac{2}{3} \frac{U}{\langle V \rangle_{T,P}}, \quad (2.3.7b)$$

où, pour l'approximation de la seconde équation, on a considéré $2N + 2 \simeq 2N$. Formellement, on devrait considérer l'ensemble grand-canonique et autoriser N , le nombre de

particules dans le volume de contrôle, à varier ; on considère cependant ici qu'il s'agit d'un nombre moyen et continuons à considérer l'ensemble isotherme-isobare étant donné que les deux ensembles sont équivalents dans la limite thermodynamique. Ainsi, l'équation (2.3.7b) nous montre qu'une faible pression traduit alors une faible densité spatiale d'énergie, et donc *in fine* également une faible « densité » énergétique des degrés de liberté occupés ; tant que le système peut être considéré à l'équilibre dans un certain volume de contrôle comobile avec le fluide, et donc de densité homogène. Ainsi, à une certaine température fixée et supérieure à T_0 , si l'on abaisse la pression du gaz sous P_0 , on diminue mécaniquement la « densité » énergétique de ses degrés de liberté microscopiques occupés. Alors, comparé à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) , le système se trouve dans une configuration énergétique telle que, d'une part, l'énergie échangée entre deux constituants du gaz à chaque interaction est plus élevée, de l'ordre de $\tilde{T} > \tilde{T}_0$; et d'autre part, la pression étant plus faible, la distance de libre parcours moyen des constituants est alors plus grande, leur permettant de *mieux* répartir leur énergie dans leurs degrés de liberté internes tel qu'expliqué dans la sous-partie 2.2.3. Intuitivement, il apparaît donc naturel que, comparé à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) , d'une part, la « densité » énergétique de ses degrés de libertés occupés soit plus faible ; et d'autre part, que le nombre de ceux-ci dans la configuration énergétique à $(T > T_0, P < P_0)$ soit plus important que dans celle à (T_0, P_0) , i.e. $\tilde{S}^{\text{deg}} > 0$.

C'est ce mécanisme d'abaissement de la « densité » énergétique des degrés de liberté du système qui abouti, pour les gaz sous-pressurisés *chaud*, à l'apparition de la température T_{00}^+ , configuration (b), telle que leur « densité » énergétique par degré de liberté soit la même que s'ils étaient considérés à (T_0, P_0) , i.e. $\delta\rho = 0$. La charge exergétique positive est alors uniquement composée d'anergie, et on peut vérifier à l'équation (2.2.49b), que cela correspond effectivement à une configuration telle que toute la charge exergétique, positive, se répartie dans les $(+\tilde{S}^{\text{deg}})$ degrés de libertés du système occupés en plus par rapport à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) . Alors, dans ce contexte, la température T_{00}^+ correspond à celle pour laquelle, à une pression $P < P_0$ fixée, le fluide s'écoule stationnairement tel que ses degrés de liberté occupés présentent la même « densité » énergétique que si celui-ci était considéré à l'équilibre à (T_0, P_0) ; d'où une charge exergétique d'exergie nulle et positive car $\tilde{S}^{\text{deg}} > 0$.

Ensuite, lorsque l'on considère des écoulements plus froid que T_{00}^+ mais toujours par valeur supérieure à T_0 , nous avons vu dans la sous-partie 2.1.2 que l'exergie du fluide est alors négative, cf. figure 2.1.11. D'après la définition de l'équation (2.1.5), il s'agit donc d'une configuration telle que le fluide, bien que véhiculant une charge exergétique positive, est effectivement *froid*, $\theta^* < 0$. Considérons tout d'abord le schéma statique de la configuration (c), sur lequel on peut tout de suite noter la différence de « composition » de la charge exergétique, encadrée en rouge, par rapport aux schémas « standards » *chauds* et *froids* déjà discutés. On observe en effet, d'une part, à la verticale sur la droite du schéma, une composante positive correspondant à l'énergie des $(+\tilde{S}^{\text{deg}})$ degrés de liberté occupés en plus, dans les petits volumes de fluide considérés, par rapport à leur configuration d'équilibre à (T_0, P_0) . D'autre part, à l'horizontale en haut du schéma, une part négative correspondant au défaut de « densité » énergétique, $(-\delta\rho)$, que présentent les S^{deg} degrés de liberté occupés en moyenne dans les petits volumes de fluides. Ce défaut de « densité » énergétique implique alors que de l'exergie, *potentiel travail de maintien*, serait nécessaire si le système était mis en contact thermo-mécanique avec son environnement. Le système est donc dans une configuration telle que, malgré une charge exergétique positive, une certaine quantité de travail serait potentiellement nécessaire pour en maintenir le défaut

de « densité », $(-\delta\rho)$, observé à $(T_c, P < P_0)$. Le système est donc effectivement *froid*, tel que définie dans la sous-partie 2.2.1, i.e. $\theta^* < 0$, et tel qu'on peut le vérifier sur la figure 2.1.11. On peut alors ré-écrire l'équation (2.2.49a) telle que l'on retrouve une expression analogue à celle proposée à l'équation (2.2.55c) pour les fluides *froids* :

$$H = H_0 + \tilde{H} = \underbrace{\rho_0 S_0^{\text{deg}}}_{H_0} + \underbrace{\rho_0 \tilde{S}^{\text{deg}} - (-\delta\rho) S^{\text{deg}}}_{\tilde{H}} \quad (2.3.8a)$$

$$= \underbrace{\rho_0 S_0^{\text{deg}}}_{H_0} + \underbrace{\rho_0 \tilde{S}^{\text{deg}} - 2(-\delta\rho) S^{\text{deg}}}_{A_n} + \underbrace{(-\delta\rho) S^{\text{deg}}}_{X_h^-}, \quad (2.3.8b)$$

où on rappelle que X_h^- est l'exergie, *potentiel travail de maintien*, du système telle que définie à l'équation (2.3.1b). Dans les configurations *froides* « standards », celle-ci est définie positive « au sein » d'une charge exergétique négative, mais on note que dans le cas particulier des gaz sous-pressurisés discuté ici, il s'agit d'une charge exergétique positive qui véhicule donc par définition « standard » un certain *potentiel travail chaud* (cf. équation (2.3.1a)),

$$X_h^+ = \delta m \xi_h = \delta\rho S^{\text{deg}}, \quad (2.3.9a)$$

ce dernier est donc nécessairement négatif, et on a alors

$$X_h^- = \delta m(-\xi_h) = (-\delta\rho) S^{\text{deg}}, \quad (2.3.9b)$$

qui traduit l'exergie, *potentiel travail de maintien*, à fournir si le système est mis en contact thermo-mécanique avec son environnement, pour maintenir l'intégrité *froide* de sa charge exergétique ; bien que cette dernière traduise un excès d'énergie relativement à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) , contrairement aux cas « standards » précédemment discutés. De plus, l'équation (2.3.8b) met en évidence le fait que l'anergie est également la somme d'un terme positif, $\rho_0 \tilde{S}^{\text{deg}}$, et d'un négatif, $2\delta\rho S^{\text{deg}}$. Graphiquement, on note que le premier est hachuré, de même que précédemment, de la droite vers la gauche, alors que le second est hachuré de la gauche vers la droite. Deux schémas dynamiques de cette configuration énergétique ont été représentés sur la figure 2.3.5. Sur le premier, (c1), il s'agit d'un état tel que le facteur exergétique, $\theta^* = \xi_h/\tilde{h}$, est compris entre 0 et -1 , c'est-à-dire tel que la quantité d'exergie, *potentiel travail froid*, $X_h^- = \delta m(-\xi_h)$, nécessaire au maintien de sa charge exergétique, $\tilde{H} = \delta m(+\tilde{h})$, est inférieure à cette dernière. Sur le second, (c2), on peut constater que plus on s'approche de la température d'exergie minimale, T_0 , et plus la valeur de la charge exergétique tend vers 0 ; d'où la divergence du facteur exergétique observée sur le graphique de gauche de la figure 2.1.12a. Cependant, on peut constater sur le schéma statique de la configuration (d) que lorsque la température du fluide est égale à celle de son environnement, $T_d = T_0$, la charge exergétique est nulle car l'excès d'énergie $\rho_0 \tilde{S}^{\text{deg}}$ des $(+\tilde{S}^{\text{deg}})$ degrés de liberté occupés en plus à $(T_0, P < P_0)$, par rapport à la configuration d'équilibre à (T_0, P_0) , est égale au défaut de « densité » énergétique que ceux-ci présentent, $(-\delta\rho) S^{\text{deg}}$; impliquant une charge exergétique nulle :

$$\tilde{H}(T_0, P < P_0) = 0 = \rho_0 \tilde{S}^{\text{deg}} - (-\delta\rho) S^{\text{deg}} \quad (2.3.10a)$$

$$= \underbrace{\rho_0 \tilde{S}^{\text{deg}} - 2(-\delta\rho) S^{\text{deg}}}_{A_n} + \underbrace{(-\delta\rho) S^{\text{deg}}}_{X_h^- > 0}. \quad (2.3.10b)$$

L'exergie quant à elle atteint un extremum ; un minimum négatif si on la considère du point de vue *potentiel travail moteur*, équation (2.3.9a) ; et inversement, un maximum positif si on la considère comme un *potentiel travail de maintien*, équation (2.3.9b).

On remarque qu'étant donné la définition de l'équation (2.3.9a), l'exergie fluide, ξ_h traduit ici un certain *potentiel travail moteur* qui est donc négatif, $X_h^+ = -\delta m(-\xi_h) = -(-\delta\rho)S^{\text{deg}}$. Le point de vue est donc inversé entre les représentations des figures 2.3.5 et 2.3.6. La première nous permet de rendre compte des variations de l'exergie fluide, ξ_h , et de son potentiel complémentaire, a_n . La seconde est quant à elle représentative de la configuration énergétique du système, c'est-à-dire de son *potentiel travail moteur*, X_h^+ , ou de *maintien*, X_h^- en fonction de son état thermo-mécanique. Ainsi, pour les configurations (c) et (d) lorsque l'exergie fluide, ξ_h , traduit un *potentiel travail chaud* négatif, c'est-à-dire en réalité un *potentiel travail de maintien*, les signes sont opposés d'une représentation à l'autre. Pour la configuration (d), en insérant l'expression de \tilde{H} , équation (2.3.10a), dans celle de A_n , équation (2.3.10b), on trouve

$$A_n(T_0, P < P_0) = -(-\delta\rho)S^{\text{deg}} = -\delta m a_n. \quad (2.3.11)$$

Le calcul n'est pas aussi direct pour la configuration (c) car la charge exergétique n'est pas nulle. On note tout d'abord que

$$A_n(T_c, P < P_0) = \rho_0 \tilde{S}^{\text{deg}} - 2(-\delta\rho)S^{\text{deg}} \quad (2.3.12a)$$

$$= \tilde{H} - (-\delta\rho)S^{\text{deg}} \quad (2.3.12b)$$

$$= \delta m [a_n + \xi_h - (-\xi_h)] \quad (2.3.12c)$$

$$= \delta m [a_n - 2(-\xi_h)], \quad (2.3.12d)$$

où, pour le passage de la deuxième équation à la troisième, on a utilisé la seconde égalité de l'équation (2.3.9b). Alors, en comparant la première et la dernière équation, on constate que, dans ce contexte d'exergie négative, l'anergie fluide a_n , représentée sur les schémas de la première figure, est représentative de la composante positive du potentiel anergétique A_n . On rappelle que sa composante négative correspond au défaut *total* de « densité » énergétique que présentent les degrés de liberté occupés du système, c'est-à-dire les défauts énergétiques *principal* et *potentiel*, tels que définis à la fin de la sous-partie 2.2.3, tous les deux étant égaux comme nous l'avions discuté alors. Toujours sur ces schémas dynamiques, le défaut *principal* est alors la partie de la zone bleue qu'il faudrait enlever au-dessus de la charge exergétique, en rouge. Quant au défaut *potentiel*, c'est précisément l'exergie fluide, $(-\xi_h)$, représentée dans la partie négative des schémas. Il faudrait alors également soustraire cette aire de la zone bleue, pour obtenir la surface, restante en bleu, représentative de l'excès d'énergie thermo-mécanique véhiculée par le fluide, privée de l'énergie potentiellement nécessaire à son maintien. Ou alors, dit autrement, si l'on avait souhaité représenter le potentiel A_n , on aurait dû combiner la surface bleue, positive, représentée, i.e. a_n , ainsi que deux fois la surface exergétique en négatif ; l'une d'elle correspondant alors au défaut *potentiel*, i.e. l'exergie. On note que l'on obtiendrait alors une représentation graphique analogue à celle déjà proposée pour les configurations statiques, i.e. représentatives de la configuration énergétique du système, qui ferait alors double emploi. Bien que non strictement fidèle du potentiel A_n effectivement véhiculé par les petits volumes de fluide, nous avons utilisé cette représentation dynamique car elle a le mérite de permettre une visualisation claire de sa composante liée aux degrés de liberté occupés en plus ou en moins, par rapport à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) , (en bleue) et de sa composante *potentielle* (en rouge et jaune), i.e. son exergie, *potentiel travail de*

maintien. Car finalement, lorsque le système est effectivement *froid*, ce qui est représenté sur ces schémas, ce n'est que de l'anergie dont une fraction θ_n^* (équation (2.2.56)) est en réalité un défaut *potentiel* de travail, minimum, à fournir si le système est mis en contact thermo-mécanique avec son environnement. En effet, on rappelle que pour les systèmes *froids*, l'exergie n'est pas formellement « constitutive » de la charge exergetique ; c'est un défaut supplémentaire, porté par A_n relativement à \tilde{H} , voir par exemple les schémas de la figure 2.2.6. Notons que, dans les configurations « standards » *chaudes*, (a), et *froides*, (i), et d'une manière générale pour tous les cas discutés précédemment, que la pseudo-température du fluide soit positive ou négative, on retrouve bien

$$\begin{cases} X_h^\pm = \delta m \xi_h & (2.3.13a) \\ A_n = \delta m a_n & (2.3.13b) \end{cases}$$

car dans ces cas-là, l'exergie fluide est bien définie, par unité de masse, comme un *potentiel travail moteur* ou *de maintien* le cas échéant, comme on l'a vu dans le chapitre 1. La différence de définition des équations (2.3.9b) et (2.3.12d) par rapport à celle des cas « standards », équations (2.3.13), n'intervient que pour les gaz dynamiques sous-pressurisés discutés ici. On note finalement que lorsque la température du fluide est égale à celle de son environnement, configuration (d), il n'est plus possible de définir une direction pour les flux d'exergie et d'anergie étant donné que le flux d'énergie principal, $m\tilde{h}$, est nul.

Ensuite, lorsque le gaz en situation d'écoulement stationnaire, toujours à $P < P_0$, est considéré à une température inférieure à T_0 , mais toujours par valeur supérieure à T_{00}^- , la charge exergetique est cette fois-ci négative, impliquant que θ^* est positif car l'exergie est toujours négative sur ce domaine de température, cf. équation (2.1.5). Le gaz est alors effectivement *chaud*, tel que défini dans la sous-partie 2.1.2, alors qu'il présente une charge exergetique négative, i.e. un défaut d'énergie par rapport à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) . On a également vu, au tableau 2.1.2a par exemple, que sur $[T_{00}^-, T_0]$, la température du gaz passe par la valeur particulière T_γ (équation (2.1.36)), tel que le facteur exergetique du gaz est alors égal à 1 ; et on rappelle qu'il s'annule en T_{00}^- , cf. figure 2.1.12a. On considère pour l'instant le domaine de températures $[T_\gamma, T_0]$, le gaz présente alors une configuration énergétique telle que représentée sur les schémas (e). On peut tout de suite constater que l'on a modifié la représentation dynamique de ce cas de figure, ainsi que des deux suivants. En effet, ces configurations, un peu moins intuitives que celles que nous avons discutées jusqu'ici, ont nécessité une légère modification du code graphique employé afin d'être en mesure d'en rendre compte le plus fidèlement possible. Mais avant de les expliciter, on s'arrête un instant sur l'interprétation physique d'une charge exergetique négative, $\tilde{h} < 0$, effectivement *chaude*, $\theta^* > 0$. Pour bien l'appréhender, il faut se rappeler la propriété première qui nous a fait catégoriser les fluides comme étant effectivement *chaud* ou *froid*. À pression constante, les premiers émettent de l'exergie en même temps que de la chaleur lorsqu'ils sont mis en contact thermique avec leur environnement ; alors que, dans les mêmes conditions, les seconds émettent de l'exergie en absorbant la chaleur de leur environnement. Le système *chaud* considéré ici, présentant une charge exergetique négative, va donc absorber de la chaleur de son environnement, s'il est mis en contact thermique avec celui-ci, afin de combler son défaut d'énergie relativement à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) ; et se faisant augmenter son exergie, *potentiel travail de maintien*. En effet, considérons le schéma statique de la configuration (e). Si l'on suppose une petite élévation de la température du système considéré, son nombre moyen de degrés de liberté occupés, S^{deg} va augmenter d'un certain dS^{deg} , impliquant que plus d'exergie, *potentiel*

travail de maintien, sera nécessaire pour maintenir les dS^{deg} degrés de liberté occupés en plus en moyenne à une « densité » énergétique $\rho < \rho_0$, en cas de contact thermique avec l'environnement. Inversement, si l'on considère un écoulement à une température plus faible, S^{deg} diminue, impliquant que moins d'exergie, *potentiel travail de maintien*, sera requise pour maintenir les S^{deg} degrés de libertés occupés en moyenne dans le système à la « densité » énergétique $\rho < \rho_0$. De plus, à cette variation du nombre de degrés de liberté occupés en moyenne, s'ajoute une variation de leur « densité » énergétique. En comparant les schémas statiques des configurations (d) et (e), on peut observer que l'on a fait diminuer le défaut de « densité » énergétique, $(-\delta\rho)$, et de même sur les suivantes, jusqu'à la configuration (h) qui correspond à une température du fluide égale à T_{00}^- . On rappelle que cette dernière est la seconde température pour laquelle l'exergie du gaz dynamique sous-pressurisé s'annule, voir la figure 2.1.11 ou le tableau 2.1.2a. Or, étant donnés les définitions des équations (2.3.9), cela implique que la « densité » énergétique des degrés de libertés microscopiques du système est alors égale à ρ_0 , celle qu'il aurait s'il était à l'équilibre avec son environnement à (T_0, P_0) , i.e. $\delta\rho = 0$. Alors, sans entrer dans les détails techniques de cette décroissance, on estime que $(-\delta\rho)$ passe d'une valeur maximale en $T_d = T_0$, configuration (d), à 0 en $T_h = T_{00}^-$, configuration (h). On note simplement que sur ce domaine de températures, diminuer la température du fluide revient à considérer que moins d'énergie est échangée entre les constituants du gaz à chaque interaction, de l'ordre de \tilde{T} ; autorisant *in fine* une plus importante accumulation d'énergie dans les degrés de libertés occupés, i.e. une plus importante « densité » énergétique. Sachant que dans ce contexte de gaz raréfié, on rappelle que le libre parcours moyen, inversement proportionnelle à P , est supérieure à celle de sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) ; impliquant alors en sus que ces échanges d'énergie auront lieu en moyenne moins souvent comparé à la configuration d'équilibre à (T_0, P_0) . Ainsi, lorsque la température du fluide est abaissée sous T_0 , son nombre de degrés de liberté occupés en moyenne, S^{deg} , et le défaut de « densité » énergétique, $(-\delta\rho)$, que ceux-ci présentent, diminuent tous les deux; impliquant *de facto* que la quantité d'exergie, *potentiel travail de maintien*, qui sera nécessaire pour en maintenir l'intégrité *froide* diminue. Alors, tant que la température du fluide sera supérieure à T_{00}^- , si le système est mis en contact thermique avec son environnement, il absorbera de la chaleur et de l'exergie, *potentiel travail de maintien*. Il présente donc bien un « comportement fluide *chaud* » puisque flux de chaleur et d'exergie sont alors co-courants, mais le fluide présentant une charge exergétique négative, il absorbera de la chaleur de son environnement en cas de contact thermique. Cependant, l'exergie caractérise un *potentiel travail de maintien*,

$$X_h^- = (-\delta\rho)S^{\text{deg}} = \delta m(-\xi_h), \quad (2.3.14)$$

qui se propagera donc nécessairement à contre-courant du débit fluide. C'est pour cette raison que nous avons modifié la représentation des schémas dynamiques des configurations (e) à (g). La partie en bleu clair correspond toujours au potentiel a_n traduisant ici l'énergie des degrés de liberté occupés en plus ou en moins par rapport à la configuration d'équilibre à (T_0, P_0) ; en plus dans la configuration (e) et en moins dans la (g). De même, la composante de l'anergie égale au défaut *potentiel* que présente le système, i.e. son exergie *potentiel travail de maintien*, est toujours indiquée en jaune et rouge, mais cette fois-ci, on l'a placée sous la charge exergétique, toujours encadré en rouge; de telle sorte que le puits de potentiel *total* (*principal* et *potentiel*) porté par le fluide puissent-être lu sur l'axe énergétique à gauche des schémas, c'est-à-dire précisément A_n , cf. équation (2.3.12d). En comparant les schémas dynamiques des configurations (e) et (g), on peut voir que la

potentiel a_n est positif dans la première, et négative dans la seconde ; traduisant le fait que le système présente respectivement plus et moins de degrés de liberté occupés en moyenne par rapport à sa configuration d'équilibre avec l'environnement. On peut également vérifier ce point à l'aide des schémas statiques correspondants. Mais dans ces deux cas de figure, le potentiel A_n est strictement inférieur à la charge exergetique portée par le fluide, i.e. plus négatif, traduisant alors la remontée à contre-courant d'un flux d'exergie, $\dot{X}_h^- = \dot{m}(-\xi_h)$, *potentiel travail de maintien*.

Arrêtons-nous maintenant un instant sur la configuration (f) correspondant à la température de fluide particulière $T_f = T_\gamma$. Sur le schéma dynamique, on peut voir que la composante positive de l'anergie, $\rho_0 \tilde{S}^{\text{deg}} = \delta m a_n$, est alors nulle ; mais sur le schéma statique représentatif de la configuration énergétique des petits volumes de fluide comobiles avec le débit, on peut voir que sa composante négative n'est par contre pas nulle, et on a :

$$A_n(T_\gamma, P < P_0) = -2(-\delta\rho)S^{\text{deg}}. \quad (2.3.15)$$

On peut alors tout de suite vérifier que cela correspond effectivement à une configuration énergétique telle que $\theta^* = -1$, en effet :

$$\tilde{H}(T_\gamma, P < P_0) = A_n + X_h^- \quad (2.3.16a)$$

$$= -2(-\delta\rho)S^{\text{deg}} + (-\delta\rho)S^{\text{deg}} \quad (2.3.16b)$$

$$= -X_h^-. \quad (2.3.16c)$$

Alors, de même que pour les configurations gazeuses discutées aux figures 2.3.2 et 2.3.3, la température T_γ correspondant à un état d'énergie tel que le nombre de degrés de liberté occupés en moyenne dans le système est le même que si le système était à l'équilibre thermo-mécanique avec son environnement à (T_0, P_0) , $S^{\text{deg}} = S_0^{\text{deg}}$. De plus, de même que précédemment, le fluide est encore effectivement *chaud* quand sa température est égale à T_γ , $\theta^* > 0$, par contre ici, il présente une charge exergetique négative *a contrario* des cas précédents (figures 2.3.2 et 2.3.3). En considérant les schémas statique et dynamique de cette configuration (f), on distingue bien ce que nous avons qualifié de défauts *principal* et *potentiel*. D'une part, encadré en rouge, la charge exergetique traduit le défaut d'énergie, dit *principal*, que présentent les degrés de libertés occupés du système par rapport à leur configuration d'équilibre à (T_0, P_0) . D'autre part, délimité avec des pointillés sous celle-ci, le défaut *potentiel*, correspondant à l'exergie, *potentiel travail de maintien*, qu'il faudrait apporter au système pour en maintenir l'intégrité s'il était mis en contact thermo-mécanique avec son environnement. L'anergie du système, A_n , est alors finalement, de même que pour les situations *froides* « standards » alors que le gaz est ici effectivement *chaud*, simplement la somme de ces deux défauts énergétiques, que nous avons également qualifiée de défaut *total* d'énergie, au sens de *principal* et *potentiel*. On rappelle qu'étant donné le code couleur utilisé ici, ce défaut *potentiel* est en bleu sur le schéma statique, comptabilisé dans A_n , et en jaune et rouge sur le dynamique.

Ensuite, lorsque la température du gaz sous-pressurisé est égale à T_{00}^- , le fluide se trouve dans une configuration énergétique telle que décrite sur les schémas (h). L'exergie du fluide est alors nulle, c'est-à-dire qu'étant donné ce que nous avons expliqué précédemment, la densité énergétique de ses degrés de liberté est la même que si le système était à l'équilibre thermo-mécanique avec son environnement à (T_0, P_0) . L'anergie du système est alors simplement égale au défaut énergétique qu'il présente à cause de ses $(-\tilde{S}^{\text{deg}})$ degrés de liberté occupés en moins, par rapport à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) . Enfin, lorsque l'écoulement stationnaire est considéré à une température $T_i < T_{00}^-$, on retrouve

la configuration énergétique « standard » des fluides *froids* décrit par des potentiels tels que fournis aux équations (2.3.13).

2.3.2 Échange de chaleur entre deux fluides

Nous analysons maintenant l'échange de chaleur, et plus particulièrement d'exergie, qui se produit lorsque deux fluides à des températures distinctes sont mis en contact thermique. Par souci de simplicité mais sans perdre en généralité, nous posons d'une part que le même fluide circule dans les deux canalisations à la même pression $P > P_0$; et d'autre part que l'échange se déroule sans changement de phase sur les deux gammes de température considérées, correspondant aux pseudo-températures $[T_{c,out}^*, T_{c,in}^*]$ pour le fluide chaud, et $[T_{f,in}^*, T_{f,out}^*]$ pour le froid.

Nous étudions alors l'impact sur l'échange d'exergie de la position relative de la température T_0 par rapport à celles, équivalentes, de circulation des fluides. Ce travail s'impose si l'on souhaite faire le dimensionnement d'une pompe à chaleur géothermique par exemple, car, comme nous l'avons discuté dans la partie 2.1, la température d'exergie minimale du fluide T_{min} est directement dépendante de T_0 , et égale à celle-ci pour les gaz parfait dynamiques. Or, cette température varie tout au long de l'année sur des écarts de températures également rythmés par le cycle journalier du soleil. C'est pourquoi, un dimensionnement pertinent, tout au long de l'année, nécessitera d'explorer les différents cas de figures décrit ci-dessous afin de calibrer le plus efficacement possible l'installation. Nous analysons maintenant les six cas, présentés sur les figures 2.3.7 à 2.3.11, correspondants aux caractéristiques listées ci-dessous (où la numérotation fait référence à celle utilisée dans la suite) :

1. $T_0 < T_{f,in}^* < T_{f,out}^* < T_{c,out}^* < T_{c,in}^*$
2. $T_{f,in}^* < T_{f,out}^* < T_{c,out}^* < T_{c,in}^* < T_0$
3. $T_{f,in}^* < T_{f,out}^* < T_0 < T_{c,out}^* < T_{c,in}^*$
- 4.1. $T_{f,in}^* < T_0 < T_{f,out}^* < T_{c,out}^* < T_{c,in}^*$
- 4.2. $T_{f,in}^* < T_{f,out}^* < T_{c,out}^* < T_0 < T_{c,in}^*$
5. $T_{f,in}^* < T_0 < T_{f,out}^*$ et $T_{c,in}^* < T_0 < T_{c,out}^*$

et reviendrons plus précisément sur la question du dimensionnement d'une pompe à chaleur géothermique dans la sous-partie 3.2.2 du chapitre suivant.

2.3.2.1 Définitions et calculs préliminaires

Dans ce qui suit nous considérons des gaz parfaits; alors, à pression constante, une petite variation dT de la température du fluide implique les variations suivantes (équations (1.2.52) pour l'enthalpie et (1.2.40c) pour l'entropie) :

$$\begin{cases} dh = c_p dT & (2.3.17a) \\ d\xi = c_p \left(1 - \frac{T_{0,i}}{T}\right) dT - \frac{R}{P} dP & (2.3.17b) \end{cases}$$

où on a introduit la notation $T_{0,i}$ car, comme nous l'avons expliqué plus haut, nous allons faire varier cette température afin d'en étudier l'impact sur les flux d'exergie échangés.

L'indice i fera ainsi référence aux différents cas traités ci-après. On distingue également les notations avec et sans étoile en exposant :

$$\theta^i = 1 - \frac{T_{0,i}}{T_m} \quad \text{et} \quad \theta^{*i} = 1 - \frac{T_{0,i}}{T^*}, \quad (2.3.18)$$

pour faire respectivement référence aux *facteurs exergétiques d'échange*, en émission ou réception, à la température moyenne logarithmique, T_m , du fluide considéré pendant l'échange ; ou aux facteurs exergétiques des fluides à l'entrée ou à la sortie de l'échangeur. On note que nous ferons toujours référence au premier en précisant qu'il s'agit d'un facteur exergétique d'échange mais si aucune mention n'est précisée, il s'agira d'un facteur exergétique de fluide ; on pourra également parler directement de facteur exergétique d'émission ou de réception. On note également que T_m , qui est aussi appelée *température équivalente d'échange* dans la suite, est, à notre compréhension, la « température équivalente » introduite par Neveu (2002), dans un cadre plus complet et formel que ce travail, permettant de caractériser l'émission ou la réception d'exergie par un fluide quelconque. Cette dernière est égale à la température moyenne logarithmique pendant l'échange, équation (2.3.24), dans le cas des fluides parfaits considérés ici. On remarque la mention à la température $T_{0,i}$ avec l'exposant i pour chacun des facteurs exergétiques ; et, de même que précédemment, la référence à la température T (ou T^* le cas échéant) sera mise en indice, ainsi par exemple : $\theta_{c,in}^{*1}$ désigne le facteur exergétique du fluide chaud (c) à l'entrée (in) de l'échangeur de la configuration 1, i.e. à la pseudo-température $T_{c,in}^*$, prise relativement à $T_{0,1}$. Nous établissons maintenant l'expression des flux de chaleur et d'exergie, émis ou reçus, en fonction des paramètres généraux du problème ; et nous expliciterons ensuite les différents cas de figure possible de $T_{0,i}$.

Considérons la chaleur tout d'abord, l'intégration de l'équation (2.3.17a) pour chacun des deux fluides, chaud (c) et froid (f), nous donne :

$$\begin{cases} \dot{Q}_c = \dot{m}_c \Delta_c h = \dot{m}_c c_p \Delta_c T & (2.3.19a) \\ \dot{Q}_f = \dot{m}_f \Delta_f h = \dot{m}_f c_p \Delta_f T & (2.3.19b) \end{cases}$$

où on a introduit la notation Δ_α pour indiquer les variations de température entre les états finaux et initiaux du fluide $\alpha = \{c, f\}$, soit :

$$\Delta_\alpha T = T_{\alpha,out} - T_{\alpha,in}. \quad (2.3.20)$$

On peut tout de suite vérifier que ces flux seront émis ou reçus indépendamment de la valeur de $T_{0,i}$ qui n'apparaît pas dans les équations (2.3.19). On rappelle la convention de signe des flux de chaleur (et d'exergie) relativement au système considéré, les fluides chaud et froid dans le cas présent : négative si le flux est émis et positive si au contraire il est absorbé par le fluide. Sans surprise, l'équation (2.3.19a) indique que le flux de chaleur \dot{Q}_c est émis par le fluide chaud avec $\Delta_c T < 0$. Le flux de chaleur \dot{Q}_f est quant à lui reçu par le fluide froid avec $\Delta_f T > 0$. Alors, la conservation de l'énergie,

$$\dot{Q}_c + \dot{Q}_f = 0, \quad (2.3.21)$$

impose la relation suivante pour le débit des deux fluides identiques pris à des températures différentes (mais suffisamment proches pour considérer c_p constante) :

$$\dot{m}_f = \frac{(-\Delta_c T)}{\Delta_f T} \dot{m}_c ; \quad (2.3.22)$$

et on apprécie naturellement que la chaleur émise par le fluide chaud est reçue par le froid indépendamment de $T_{0,i}$.

Ensuite, l'expression des flux d'exergie émis ou reçus est déterminée en intégrant l'équation (2.3.17b) pour chacun des deux fluides à pression constante. Si le fluide considéré $\alpha = \{c, f\}$ ne franchi pas la température limite $T_{0,i}$ durant l'échange, on obtient directement pour celui-ci :

$$\dot{X}_{Q_\alpha}^i = \dot{m}_\alpha \Delta_\alpha \xi = \dot{m}_\alpha c_p \Delta_\alpha T \left(1 - \frac{T_{0,i}}{T_{m,\alpha}} \right) \quad (2.3.23)$$

où on voit apparaître la température moyenne logarithmique, $T_{m,\alpha}$, que présente le fluide α pendant l'échange :

$$T_{m,\alpha} = \frac{\Delta_\alpha T}{\ln(T_{\alpha,\text{out}}/T_{\alpha,\text{in}})}. \quad (2.3.24)$$

Alors, étant donné que le *facteur exergetique d'échange*, $\theta_{m,\alpha}^i$, est positif lorsque $T_{m,\alpha}$ est supérieure à T_0 et négatif sinon, la direction des flux d'exergie échangés dépendra de la température d'émission ou de réception de celui-ci, relativement à la température d'exergie minimale du fluide, égale à $T_{0,i}$ dans les exemples discutés ci-après.

L'exergie détruite dans l'échangeur correspond à de l'exergie émise par l'un ou l'autre des fluides pendant la transmission de chaleur mais qui n'est récupérée par aucun des deux. Alors, étant donné que les flux \dot{X}_{Q_α} (équation (2.3.23)) sont définis, dans la convention décrite dans la sous-partie 1.2.1, relativement au fluide qui les émet ; ils sont négatifs en cas d'émission et la puissance exergetique détruite s'écrit alors :

$$\Delta \dot{X}^i = - \left(\dot{X}_{Q_c}^i + \dot{X}_{Q_f}^i \right). \quad (2.3.25)$$

Nous allons maintenant voir que pour des différences de températures fluides posées, la puissance exergetique détruite pendant l'échange sera plus ou moins importante en fonction de la position relative des fluides par rapport à la température de l'environnement considéré.

2.3.2.2 Fluides écartés « du même côté de l'équilibre »

Dans les cas « classiques » où les fluides sont tous les deux écartés de l'équilibre par valeur supérieure ou inférieure, et le restent pendant toute la durée de l'échange, l'analyse est assez directe. En effet, dans le premier cas (figure 2.3.7a), les facteurs exergetiques θ^{*i} (cf. équation (2.3.18)) définis à l'aide des pseudo-températures des gaz, chaud (c) et froid (f), aux points d'entrée (in) et de sortie (out), sont tous positifs et ordonnés tels que⁶ :

$$0 < \theta_{f,\text{in}}^{*1} < \theta_{f,\text{out}}^{*1} < \theta_{c,\text{out}}^{*1} < \theta_{c,\text{in}}^{*1}, \quad (2.3.26)$$

dans le second cas (figure 2.3.7b), ils sont tous négatifs et on a :

$$\theta_{f,\text{in}}^{*2} < \theta_{f,\text{out}}^{*2} < \theta_{c,\text{out}}^{*2} < \theta_{c,\text{in}}^{*2} < 0, \quad (2.3.27)$$

où l'exposant 1 ou 2 fait référence à la valeur correspondante de la température d'exergie minimale, $T_{0,1}$ (figure 2.3.7a) ou $T_{0,2}$ (figure 2.3.7b) respectivement. Alors, comme nous

6. Par simplicité, dans la présentation qui suit on pose que la pseudo-température minimale du fluide chaud, $T_{c,\text{out}}^*$, est strictement supérieure à celle maximale du fluide froid, $T_{f,\text{out}}^*$, mais cette limitation ne nuit en rien à la généralité du propos et un commentaire est fait à ce sujet à la fin de la présentation des différents cas.

l'avons discuté précédemment, les flux d'exergie portés par les flux de matière seront respectivement co- et à contre-courant des débits; et cela pendant toute la durée de l'échange (voir les petites flèches indiquant la direction de propagation de l'exergie sur les schémas de la figure 2.3.7).

Comme nous l'avons montré dans la sous-partie précédente, les flux de chaleur échangés sont indépendants de la position de $T_{0,i}$ par rapport à celle des fluides; mais ce n'est pas le cas des flux d'exergie dont la direction dépend du signe des facteurs exergetiques d'échange des fluides. Dans le premier cas tout d'abord, considérant d'une part l'expression des facteurs exergetiques des fluides donnée à l'équation (2.1.52), et d'autre part que les fluides échangent de la chaleur à pression constante, les relations d'ordres données à l'équation (2.3.26) impliquent alors que les facteurs exergetiques d'échange obéissent à la relation suivante :

$$0 < \theta_{m,f}^1 < \theta_{m,c}^1 \quad (2.3.28)$$

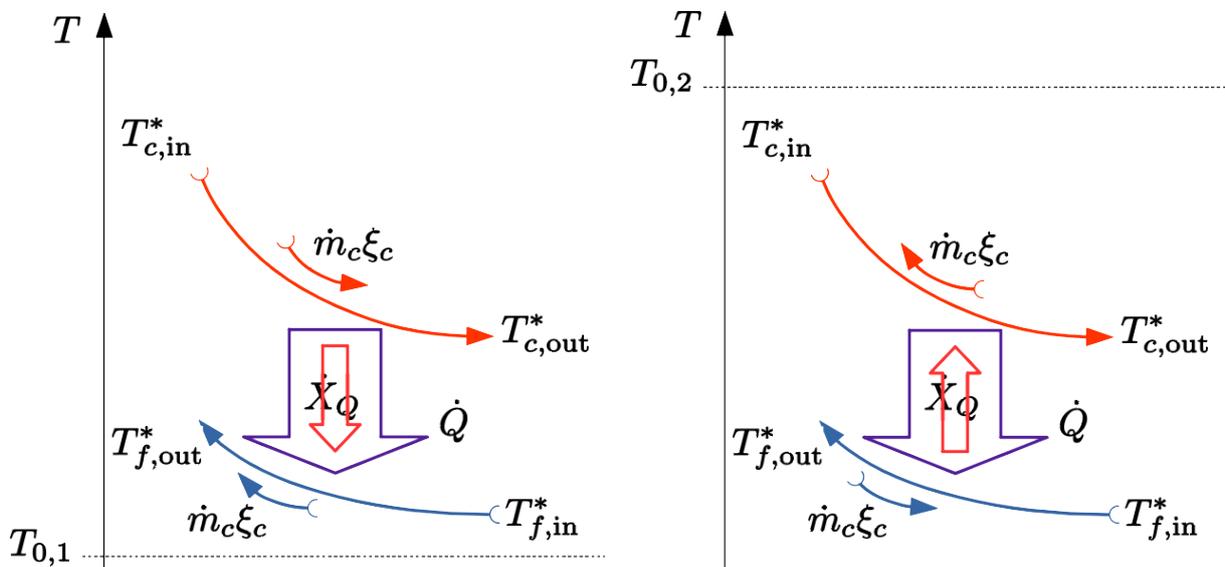
Ainsi, l'équation (2.3.23) implique que le fluide chaud émet le flux d'exergie :

$$\dot{X}_{Q_c}^1 = \dot{m}_c c_p \theta_{m,c}^1 \Delta_c T < 0, \quad (2.3.29)$$

et que le fluide froid reçoit le flux :

$$\dot{X}_{Q_f}^1 = \dot{m}_f c_p \theta_{m,f}^1 \Delta_f T > 0, \quad (2.3.30)$$

tel que représenté sur la figure 2.3.7a, où on peut constater que le flux d'exergie transmis est co-courant au flux de chaleur échangé. Dans le second cas, les relations d'ordre de



(a) Échange de chaleur entre deux fluides écartés de l'équilibre par valeur supérieure.

(b) Échange de chaleur entre deux fluides écartés de l'équilibre par valeur inférieure.

FIGURE 2.3.7 – Échange de chaleur entre deux fluides écartés « du même côté de l'équilibre ». La position verticale des points fluides indique le niveau de pseudo-température par rapport à la température d'exergie minimale correspondante (indiquée sur l'axe à gauche de chaque schéma). Les longues flèches rouges et bleues pointent dans la direction de propagation des débits \dot{m}_c et \dot{m}_f pour les fluides chaud et froid respectivement. Les petites flèches indiquent la direction de propagation de l'exergie véhiculée par les débits correspondants.

l'équation (2.3.27) et l'équation (2.1.52) impliquent cette fois-ci :

$$\theta_{m,f}^2 < \theta_{m,c}^2 < 0. \quad (2.3.31)$$

Alors, d'après l'équation (2.3.23), le flux d'exergie est cette fois-ci émis par le fluide froid à la puissance

$$\dot{X}_{Q_f}^2 = \dot{m}_f c_p \theta_{m,f}^2 \Delta_f T < 0, \quad (2.3.32)$$

et reçu par le fluide chaud à la puissance

$$\dot{X}_{Q_c}^2 = \dot{m}_c c_p \theta_{m,c}^2 \Delta_c T > 0, \quad (2.3.33)$$

tel que représenté sur la figure 2.3.7b. On constate alors que l'exergie échangée est dirigée à contre-courant du flux de chaleur.

Ensuite, la destruction d'exergie pendant l'échange, définie à l'équation (2.3.25), peut se réécrire dans le premier cas :

$$\Delta \dot{X}^1 = \dot{m}_c c_p (-\Delta_c T) (\theta_{m,c}^1 - \theta_{m,f}^1), \quad (2.3.34)$$

et dans le second :

$$\Delta \dot{X}^2 = \dot{m}_f c_p \Delta_f T [(-\theta_{m,f}^2) - (-\theta_{m,c}^2)], \quad (2.3.35)$$

où on a utilisé la relation (2.3.22), et le signe des quantités négatives a explicitement été indiqué, étant données les relations d'ordres des équations (2.3.28) et (2.3.31) respectivement. Dans les deux cas, le taux de destruction d'exergie,

$$\delta_i = \frac{\Delta \dot{X}^i}{-\dot{X}_{\text{inv}}^i}, \quad (2.3.36)$$

sera d'autant plus important que la différence des facteurs exergetiques d'échange sera grande. Dans l'équation ci-dessus, \dot{X}_{inv}^i est la puissance exergetique investie pendant l'échange des cas $i = 1$ ou 2 . Elle correspond ainsi à l'exergie émise ($\dot{X}_{\text{inv}}^i < 0$) par le fluide chaud dans le premier cas et froid dans le second. Le rendement exergetique de l'échange est ensuite obtenu directement, $\eta_i = 1 - \delta_i$, et s'écrit comme le rapport des facteurs exergetiques d'échange de chacun des fluides :

$$\eta_1 = \frac{\theta_{m,f}^1}{\theta_{m,c}^1} \quad (2.3.37)$$

$$\eta_2 = \frac{\theta_{m,c}^2}{\theta_{m,f}^2}. \quad (2.3.38)$$

On rappelle que ceux-ci sont calculés à l'aide de la température équivalente d'échange de chacun des fluides pendant l'échange et que ; dans le premier cas on a $\theta_{m,f}^1 < \theta_{m,c}^1$, et dans le second $(-\theta_{m,c}^2) < (-\theta_{m,f}^2)$, ces deux rendements sont donc positifs et strictement inférieurs à 1. Alors, minimiser la destruction d'exergie consiste donc à faire tendre la différence des pseudo-températures d'échange des fluides vers zéro. En effet, on vérifie aisément que pour les deux cas considérés $i = \{1,2\}$ on a

$$(T_{m,c} - T_{m,f}) \rightarrow 0 \implies (\theta_{m,c}^i - \theta_{m,f}^i) \rightarrow 0, \quad (2.3.39)$$

impliquant une destruction d'exergie qui tend également vers zéro.

Nous considérons finalement ces deux situations du point de vue de la charge exergetique véhiculée par les fluides. Dans le premier cas tout d'abord, les deux gaz sont effectivement *chauds* et à une pression $P > P_0$, ils transportent donc tous les deux une charge exergetique positive telle que représentée sur la figure 2.2.2. Pour le « fluide chaud » de l'échangeur, celle-ci diminue à mesure qu'il émet de la chaleur, et pour le froid⁷ elle augmente à mesure qu'il en reçoit. De manière analogue, les facteurs exergetiques d'échange étant positifs, une certaine quantité d'exergie passe du fluide chaud au froid, c'est-à-dire que du *potentiel travail chaud* est transmis du premier au second, dans la même direction que le flux de chaleur ; et la quantité $\Delta\dot{X}^1$ est détruite dans le processus, i.e. émise par le fluide chaud mais non récupérée par le froid. Dans le second cas, les deux fluides sont effectivement *froids* et c'est un puits de potentiel qu'ils transportent, cf. figure 2.2.3. Alors, lorsque le fluide chaud émet de la chaleur, son puits de potentiel se « creuse » un peu plus et à l'inverse, le fluide froid voit son puits de potentiel se « remplir » pendant le processus. Alors, étant donné que l'exergie de ces systèmes *froids* représente la quantité minimale de travail nécessaire au maintien de leur charge exergetique, il apparaît naturel que le fluide chaud voit son *potentiel travail froid* augmenter, et qu'à *contrario* le fluide froid voit le sien diminuer. L'exergie passe alors d'un fluide à l'autre dans la direction opposée au flux de chaleur sous-jacents, c'est-à-dire du fluide froid vers le chaud ; et la quantité $\Delta\dot{X}^2$ émise par le premier n'est pas récupérée par le second.

Bien que d'apparence symétrique, les deux situations que nous venons de décrire ne le sont en fait pas. En effet, dans le premier cas, le *potentiel travail chaud* détruit est de l'énergie mécanique que l'on aurait pu extraire au moyen d'un processus idéal. La situation finale est alors *dégradée* par rapport à l'initiale car on pourra extraire moins de travail dans l'ensemble par rapport à la situation initiale. Dans le second cas par contre, le *potentiel travail froid* qui est détruit dans le processus correspond à un travail minimal qu'il faut apporter aux fluides pour en maintenir l'intégrité en cas de contact thermique avec l'environnement. Alors, après l'échange, moins de travail dans l'ensemble sera nécessaire pour maintenir l'intégrité de chacun des deux fluides mis en contact thermique avec l'environnement, et on se retrouve ainsi dans une situation finale *améliorée* par rapport à l'initiale du point de vue « énergie requise ». Cependant, de la « qualité énergétique » est effectivement détruite dans les deux cas si l'on considère que celle-ci caractérise la distance que présente le système par rapport à l'équilibre avec son environnement.

2.3.2.3 Situations hybrides

Nous présentons maintenant les cas hybrides tels que la température d'exergie minimale $T_{0,i}$ du cas considéré i est comprise entre les pseudo-températures d'entrée des fluides, soit : $T_{f,in}^* < T_{0,i} < T_{c,in}^*$. On distingue tout d'abord trois cas que nous traitons dans l'ordre suivant :

$$T_{f,out}^* < T_{0,3} < T_{c,out}^* \quad (\text{figure 2.3.8}) \quad (2.3.40a)$$

$$T_{f,in}^* < T_{0,4.1} < T_{f,out}^* \quad (\text{figure 2.3.9}) \quad (2.3.40b)$$

$$T_{c,out}^* < T_{0,4.2} < T_{c,in}^* \quad (\text{figure 2.3.10}) \quad (2.3.40c)$$

puis nous discuterons brièvement un quatrième cas où les deux fluides changent de signe au passage de l'échangeur (figure 2.3.11). La question du changement de phase d'un des

7. On rappelle la convention de mise en italique du texte lorsque l'on parle de chaleur effective. Ainsi, le fluide considéré ici est effectivement *chaud* mais constitue le « fluide froid » de l'échangeur. Dans la suite, on ne met plus de guillemets.

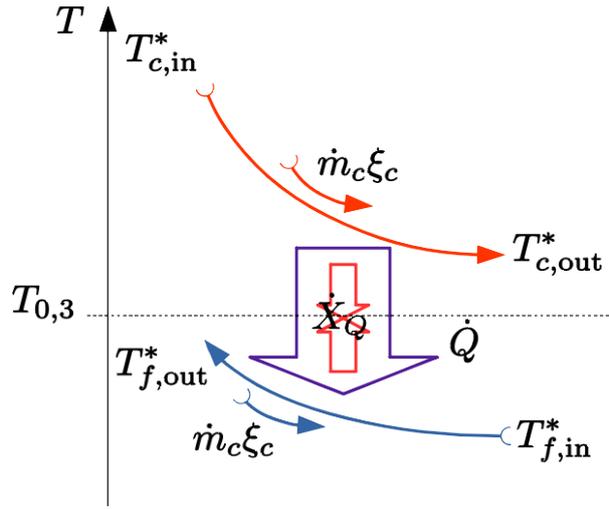


FIGURE 2.3.8 – Échange de chaleur entre un fluide chaud écarté de l'équilibre par valeur supérieure et un fluide froid écarté par valeur inférieure. La légende est la même qu'à la figure 2.3.7.

fluides pendant l'échange sera traité dans le chapitre suivant lors de l'étude d'un cas concret de pompe à chaleur géothermique (sous-partie 3.2.2).

Fluide chaud écarté de l'équilibre par valeur supérieure et fluide froid par valeur inférieure. Tout d'abord, lorsque aucun des deux fluides ne voit sa pseudo-température « traverser » la limite $T_{0,i}$, les flux d'exergie circulent dans le même sens tout au long de l'échangeur : co-courant au flux de matière pour le fluide chaud, et à contre-courant pour le fluide froid ; tel qu'illustré sur la figure 2.3.8. On a alors la relation d'ordre suivante :

$$\theta_{f,in}^{*3} < \theta_{f,out}^{*3} < 0 < \theta_{c,out}^{*3} < \theta_{c,in}^{*3}. \quad (2.3.41)$$

Alors, pendant toute la durée de l'échange, le flux d'exergie véhiculé par le fluide chaud lui est co-courant et celui porté par le fluide froid se propage à contre-courant de celui-ci. De même que précédemment, l'équation (2.1.52) et la relation d'ordre de l'équation (2.3.41) impliquent que les facteurs exergetiques d'échange des fluides sont de signes opposés,

$$\theta_{m,f}^3 < 0 < \theta_{m,c}^3. \quad (2.3.42)$$

Alors les équations (2.3.23) peuvent se réécrire :

$$\begin{cases} \dot{X}_{Q_c}^3 = -\dot{m}_c c_p \theta_{m,c}^3 (-\Delta_c T) & (2.3.43a) \\ \dot{X}_{Q_f}^3 = -\dot{m}_f c_p (-\theta_{m,f}^3) \Delta_f T, & (2.3.43b) \end{cases}$$

et on voit que cette fois-ci, les deux fluides émettent de l'exergie qui n'est alors récupérée par aucun des deux et est donc entièrement détruite dans l'échangeur. En effet, la destruction d'exergie donnée à l'équation (2.3.25) peut se réécrire dans ce cas-là :

$$\Delta \dot{X}^3 = \dot{m}_c c_p (-\Delta_c T) \left[\theta_{m,c}^3 + (-\theta_{m,f}^3) \right], \quad (2.3.44)$$

attestant que toute l'exergie émise par les fluides est effectivement détruite dans l'échangeur. On note que cette particularité de l'analyse exergetique rend possible l'existence de rendements nuls. Dans notre cas on a :

$$\begin{cases} \delta_3 = \frac{\Delta \dot{X}^3}{-\dot{X}_{inv}^3} = 1 & (2.3.45a) \\ \eta_3 = 1 - \delta_3 = 0, & (2.3.45b) \end{cases}$$

où

$$\dot{X}_{\text{inv}}^3 = \dot{X}_{Q_c}^3 + \dot{X}_{Q_f}^3 \quad (2.3.46)$$

est l'exergie investie par les fluides, égale à $\Delta\dot{X}^3$ en valeur absolue dans cet exemple.

Du point de vue de la charge exergetique, le fluide chaud est effectivement *chaud* et transporte donc une charge exergetique positive qui va se « vider » à mesure que celui-ci émet de la chaleur, et se faisant émettre du *potentiel travail moteur*. De l'autre côté de l'échangeur, le fluide froid est effectivement *froid* et véhicule donc une charge exergetique négative. Celle-ci correspond alors à un puits de potentiel qui va se « remplir » à mesure que le gaz reçoit de la chaleur, et se faisant émet du *potentiel travail de maintien* qui n'est plus nécessaire. On se retrouve donc dans une situation hybride entre les deux cas précédemment décrits. D'une part, le fluide chaud émet du *potentiel travail chaud* qui est détruit dans le processus car non récupéré par le fluide froid ; traduisant une diminution du travail potentiellement extractible. D'autre part, en « remplissant » sa charge exergetique, le fluide froid émet quant à lui du *potentiel travail froid* qui est également détruit, traduisant cette fois-ci une diminution du travail nécessaire au maintien de l'intégrité de fluide en cas de contact thermique avec son environnement. Les fluides sont alors tous les deux « dégradés » du point de vue de l'écart qu'ils présentent par rapport à l'équilibre avec l'environnement ; mais pour le fluide froid, cette dégradation traduit un moindre besoin de travail mécanique pour maintenir sa température s'il est mis en contact avec l'environnement, et donc une situation « améliorée » du point de vue « énergie requise pour en maintenir l'intégrité ».

Passage de la température d'exergie minimale de l'un des fluides durant l'échange. La situation est un peu moins directe que précédemment dans les cas décrits sur les schémas des figures 2.3.9 et 2.3.10, pour lesquels l'expression du flux d'exergie émis ou reçu par les fluides ne peut plus s'exprimer aussi directement qu'à l'équation (2.3.23). En effet, si la pseudo-température de l'un des deux fluides passe d'une valeur inférieure à une supérieure à T_0 , ou l'inverse ; alors, dans les deux cas, il commence par émettre de l'exergie avant d'en récupérer. Et ceci est vrai que ce soit le fluide froid qui reçoive de la chaleur, élevant ainsi sa pseudo-température au-dessus de $T_{0,4.1}$ (cf. figure 2.3.9b) ; ou que ce soit le fluide chaud qui, émettant de la chaleur, voit sa pseudo-température passer sous la limite $T_{0,4.2}$ (cf. figure 2.3.10b). Cependant, il ne s'agit pas des mêmes *potentiels travail*. Dans le premier cas, le fluide froid reçoit d'abord de la chaleur jusqu'à « combler » complètement le défaut d'énergie qu'il présente par rapport à l'environnement, et se faisant émet tout le *potentiel travail froid* qu'il présentait à l'entrée de l'échangeur. Puis, dans un deuxième temps, alors que sa pseudo-température devient supérieure à $T_{0,4.1}$, il reçoit toujours de la chaleur et emmagasine cette fois-ci du *potentiel travail chaud* jusqu'à sa sortie de l'échangeur. Dans le second cas, le fluide chaud émet d'abord de la chaleur alors que sa pseudo-température est supérieure à celle de son environnement, $T_{0,4.2}$, « vidant » ainsi sa charge en émettant du *potentiel travail chaud*. Puis, lorsque le fluide a complètement « vidé » sa charge exergetique *chaude*, l'émission se faisant alors que le fluide présente une pseudo-température positive et inférieure à $T_{0,4.2}$, celle-ci se traduit par le « creusage » d'un puits de potentiel relativement à l'environnement, et donc l'accumulation d'exergie *potentiel travail froid* par le fluide. Alors, qu'ils soient chauds et émettent de la chaleur, ou froids et en reçoivent, les fluides considérés se vident d'abord de toute l'exergie, *potentiel travail chaud* ou *froid* respectivement, qu'ils présentent à l'entrée de l'échangeur ; puis se rechargent en *potentiel travail* opposé (*froid* et *chaud* respectivement), jusqu'à atteindre la valeur qu'ils présentent à la sortie de l'échangeur. Le flux net d'exergie perçu par le

fluide $\alpha = \{f, c\}$ du cas considéré $i = \{4.1, 4.2\}$ est donc donné par la différence entre les exergies sortante et entrante du fluide, soit :

$$\dot{X}_{Q\alpha}^i = \dot{m}_\alpha c_p \left(\theta_{\alpha, \text{out}}^{*i} \Delta_{0,i} T_{\alpha, \text{out}} - \theta_{\alpha, \text{in}}^{*i} \Delta_{0,i} T_{\alpha, \text{in}} \right), \quad (2.3.47)$$

où le symbole $\Delta_{0,i}$ indique que la différence est prise relativement à $T_{0,i}$, la température d'exergie minimale du cas considéré i . Ainsi, au passage de l'échangeur, le fluide dont la pseudo-température passe par la valeur limite $T_{0,i}$, voit le signe de son facteur exergetique s'inverser. Alors, s'il s'agit du fluide froid, les flux d'exergie portés par celui-ci à l'entrée et à la sortie de l'échangeur, sont sortants dans les deux cas (cf. figure 2.3.9b) mais ne traduisent pas la même forme de *potentiel travail*. Un *défaut* d'énergie entre dans l'échangeur, i.e. une charge exergetique négative, alors que c'est un *excès* qui en ressort, i.e. une charge exergetique positive. *A contrario*, s'il s'agit du fluide chaud, les flux d'exergie portés par celui-ci à l'entrée et à la sortie de l'échangeur sont entrants dans ce dernier (cf. figure 2.3.10b). Mais encore une fois, il ne s'agit pas du même type de *potentiel travail*, c'est un *excès* d'énergie par rapport à l'environnement qui entre dans l'échangeur, i.e. une charge exergetique positive, alors que c'est un *défaut* qui en ressort, i.e. une charge exergetique négative. D'une manière générale, la direction du flux net d'exergie émis ou reçu par le fluide (équation (2.3.47)) dépendra de la position relative de ses températures d'entrée et de sortie du fluide par rapport à $T_{0,i}$, celle de l'environnement i considéré. Ou en d'autres termes, de s'il émet plus d'exergie qu'il n'en reçoit, ou vice versa. Il présentera alors un comportement résultant de type « source chaude » ou « source froide », indépendamment de sa fonction propre de fluide chaud ou froid. Selon les cas, on pourra alors observer :

- un échange de chaleur analogue aux deux premiers exemples traités avec un transfert d'exergie d'un fluide à l'autre, non nécessairement colinéaire au flux de chaleur échangé (figure 2.3.7) ;
- un échange thermique similaire au troisième cas traité avec une émission d'exergie nette par les deux fluides (figure 2.3.8).

Finalement, on calcule l'expression de la destruction d'exergie dans l'échangeur pour chacun des cas en commençant par celui de la figure 2.3.9. L'expression du flux d'exergie émis par le fluide chaud est donnée par l'équation (2.3.23) et celle du flux net d'exergie émis ou reçu par le fluide froid est fournie à l'équation (2.3.47). Alors, lorsque la température d'exergie minimale du fluide est égale à $T_{0,4.1}$, la destruction d'exergie dans l'échangeur, équation (2.3.25), s'exprime comme suit :

$$\Delta \dot{X}^{4.1} = \dot{m}_c c_p (-\Delta_c T) \left[\theta_{m,c} + \left(-\theta_{f,\text{in}}^{*4.1} \right) \frac{(-\Delta_{0,4.1} T_{f,\text{in}})}{\Delta_f T} - \theta_{f,\text{out}}^{*4.1} \frac{\Delta_{0,4.1} T_{f,\text{out}}}{\Delta_f T} \right], \quad (2.3.48)$$

où le signe des quantités négatives a explicitement été indiqué et on a utilisé la relation des débits de l'équation (2.3.22). On note que le signe des différences de températures $\Delta_{0,4.1} T_{f,\text{in}}$ et $\Delta_{0,4.1} T_{f,\text{out}}$ n'est pas trivial et dépend de la pression à laquelle sont considérés les gaz. C'est le signe des différences $\Delta_{0,4.1} T_{f,\text{in}}^*$ et $\Delta_{0,4.1} T_{f,\text{out}}^*$ qui, lui, est clairement déterminé lorsque le fluide est écarté de l'équilibre par valeur inférieure ou supérieure. Cependant, dans l'exemple présent de gaz parfaits dynamiques considérés à $P > P_0$, les fluides sont, *a priori*, écartés de l'équilibre par valeur supérieure pour toute température réelle $T > T_0$, et par valeur inférieure sinon ; alors les deux différences présentent le même signe (cf. graphique de droite de la figure 2.1.12a). Les deux premiers termes du membre de droite correspondent respectivement à l'exergie émises par le fluide chaud pendant toute la

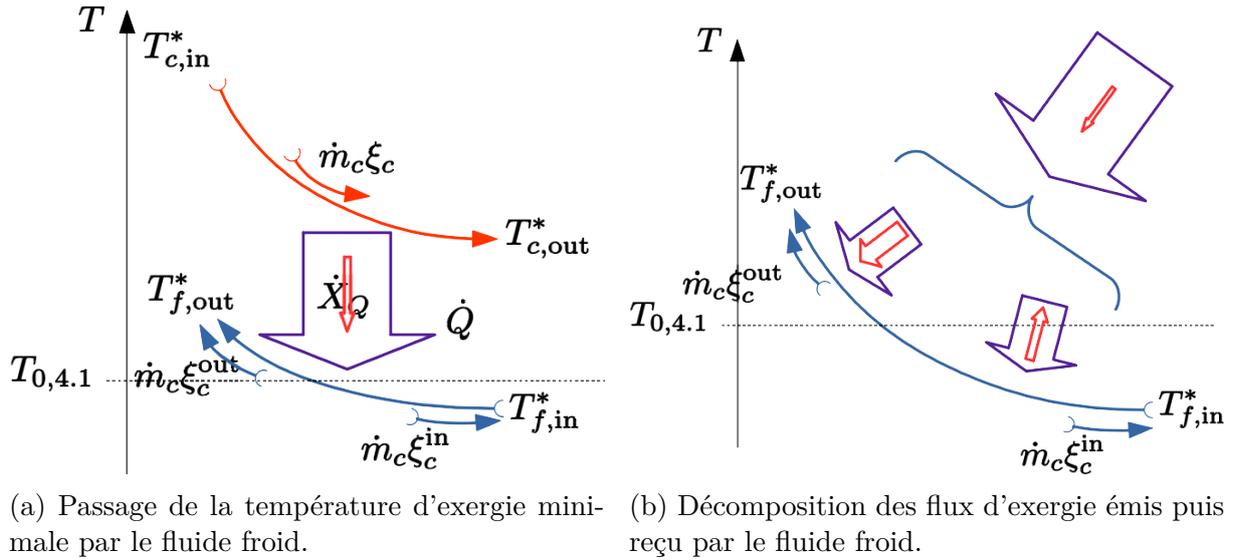


FIGURE 2.3.9 – Échange de chaleur entre un fluide chaud écarté de l'équilibre par valeur supérieure et un fluide froid écarté par valeur inférieure d'abord puis par valeur supérieure. La légende est la même qu'à la figure 2.3.7.

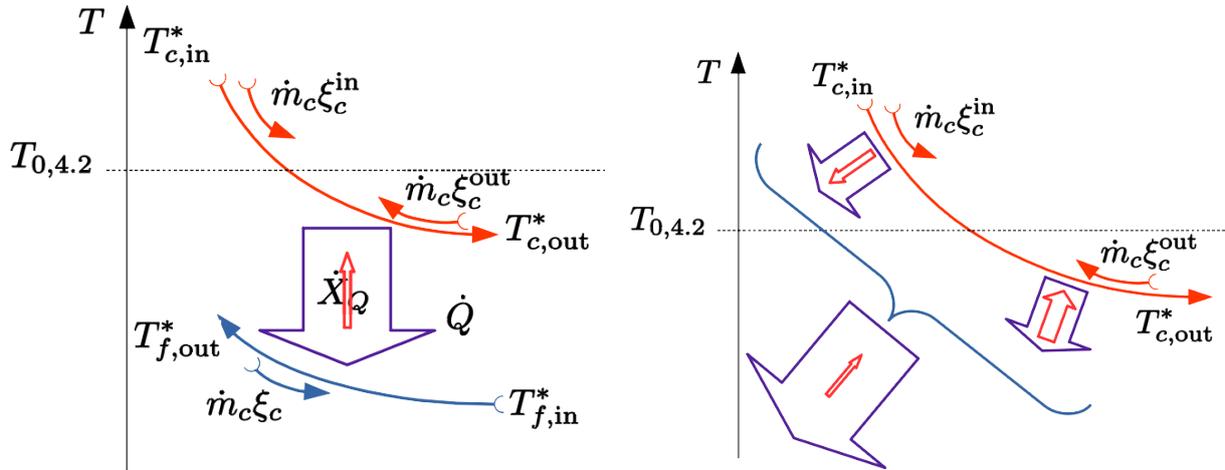
durée de l'échange, et le froid lorsqu'il est écarté de l'équilibre par valeur inférieure, i.e. au début de l'échangeur. Le dernier terme est égal à la fraction d'exergie récupérée par le fluide froid lorsque sa pseudo-température est supérieure à celle d'exergie minimale $T_{0,4.1}$. Alors, si d'une part le fluide froid reçoit un flux net d'exergie, la destruction de puissance exergétique dans l'échangeur sera d'autant réduite que celui-ci sera important, et donc que la température de sortie du fluide sera grande. On note d'ailleurs que c'est du *potentiel travail chaud* qui est émis par le fluide chaud et récupéré par le froid, et que c'est du *potentiel travail froid* qui est dans un premier temps émis par ce dernier. D'autre part, si le fluide froid émet un flux net d'exergie, auquel cas il s'agit de *potentiel travail froid*, celui-ci est complètement détruit. Cependant, une partie du *potentiel travail chaud* émis par le fluide correspondant est cependant récupéré par le second, mais ce dernier ressort de l'échangeur avec une quantité d'exergie moindre qu'à son entrée, malgré l'élévation de température. Dans les deux cas, lorsque le fluide froid entre dans l'échangeur, celui-ci transporte un *défaut* d'énergie par rapport à son environnement, et lorsqu'il en ressort c'est un *excès* qu'il emporte avec lui. Le fluide passe d'un état de charge exergétique négative à positive, et si $P > P_0$ d'un état effectivement *froid* à *chaud*. En résumé sur ce cas de figure, plus la température effective du fluide froid sera faible à l'entrée de l'échangeur et plus d'exergie *potentiel travail froid* y sera détruit ; et plus sa température de sortie sera élevée, plus d'exergie *potentiel travail chaud* émis par le fluide correspondant sera récupéré par celui-ci.

Nous considérons maintenant le cas schématisé sur la figure 2.3.10, pour lequel la température de l'environnement est égale à $T_{0,4.2}$. La destruction d'exergie dans l'échangeur s'exprime d'une manière symétrique au cas précédent :

$$\Delta \dot{X}^{4.2} = \dot{m}_f c_p \Delta_f T \left[(-\theta_{m,f}) + \theta_{c,in}^{*4.2} \frac{\Delta_{0,4.2} T_{c,in}}{(-\Delta_c T)} - (-\theta_{c,out}^{*4.2}) \frac{(-\Delta_{0,4.2} T_{c,out})}{(-\Delta_c T)} \right]. \quad (2.3.49)$$

Le fluide froid émet alors de l'exergie *potentiel travail froid* pendant toute la durée de l'échange, et le fluide chaud émet quant à lui du *potentiel travail chaud* tant que sa température effective est supérieure à $T_{0,4.2}$, i.e. au début de l'échangeur. Les fractions

exergétiques correspondantes sont respectivement données par les deux premiers termes du membre de droite de l'équation (2.3.49). On note que le *potentiel travail chaud* émis par le fluide correspondant est complètement détruit pendant le processus alors qu'une partie du *potentiel travail froid* émis par le second est en partie récupérée par le premier lorsque sa température effective est inférieure à $T_{0,4,2}$, i.e. à la fin de l'échangeur. Cette fraction est exprimée dans le dernier terme du membre de droite de l'équation ci-dessus. Alors, de manière symétrique au cas discuté juste avant, plus la température effective du gaz chaud à l'entrée de l'échangeur sera élevée, et plus d'exergie *potentiel travail chaud* sera détruite dans le processus ; et plus sa température effective à la sortie de l'échangeur sera basse, et plus celui-ci récupèrera d'exergie *potentiel travail froid* émis par le fluide froid.



(a) Passage de la température d'exergie minimale par le fluide chaud.

(b) Décomposition des flux d'exergie émis puis reçu par le fluide chaud.

FIGURE 2.3.10 – Échange de chaleur entre un fluide chaud écarté de l'équilibre par valeur supérieure d'abord puis par valeur inférieure, et un fluide froid écarté par valeur inférieure. La légende est la même qu'à la figure 2.3.7.

Traversée de la température d'exergie minimale par les deux fluides pendant l'échange. Avant de mettre ce que nous venons de présenter en perspective des cycles thermodynamiques, moteur et frigorifique, nous discutons maintenant brièvement un dernier cas, hybride aux deux précédents. On considère toujours des gaz identiques échangeant de la chaleur sans changement de phase, mais cette fois-ci les deux fluides voient leur température effective égale celle de l'environnement, $T_{0,5}$, à un moment donné de l'échange (cf. figure 2.3.11). Alors, l'expression de l'exergie émise et reçue par chacun des fluides est telle que donnée à l'équation (2.3.47) et, en fonction de la position, relativement à $T_{0,5}$, de leurs températures effectives à l'entrée et à la sortie de l'échangeur, ils émettront ou recevront un flux net d'exergie, *a priori* indépendamment de leur état de fluide chaud ou froid. La destruction totale d'exergie s'exprime cette fois-ci telle que :

$$\Delta \dot{X}^5 = \dot{m}_c c_p \left[\theta_{c,in}^{*5} \Delta_{0,5} T_{c,in} - \left(-\theta_{c,out}^{*5} \right) \left(-\Delta_{0,5} T_{c,out} \right) \right] + \dot{m}_f c_p \left[\left(-\theta_{f,in}^{*5} \right) \left(-\Delta_{0,5} T_{f,in} \right) - \theta_{f,out}^{*5} \Delta_{0,5} T_{f,out} \right], \quad (2.3.50a)$$

que l'on peut également écrire en séparant les termes d'exergie *potentiel travail chaud* et *froid*, respectivement donnés par le premier et le second terme entre crochets de l'équation

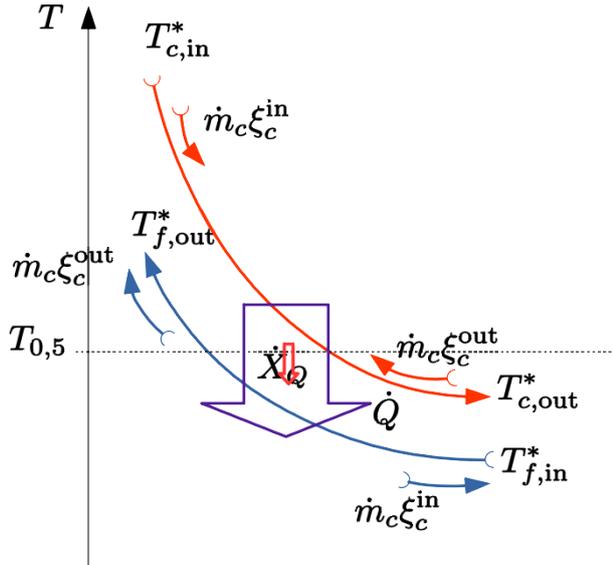


FIGURE 2.3.11 – Échange de chaleur durant lequel les deux fluides voient leur pseudo-température « traverser » la limite $T_{0,5}$. La légende est la même qu'à la figure 2.3.7.

suivante :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{X}^5 = \dot{m}_c c_p (-\Delta_c T) & \left[\frac{\Delta_{0,5} T_{c,in} \theta_{c,in}^{*5}}{(-\Delta_c T)} - \frac{\Delta_{0,5} T_{f,out} \theta_{f,out}^{*5}}{\Delta_f T} \right] \\ & + \dot{m}_c c_p \Delta_f T \left[\frac{(-\Delta_{0,5} T_{f,in})}{\Delta_f T} (-\theta_{f,in}^{*5}) - \frac{(-\Delta_{0,5} T_{c,out})}{(-\Delta_c T)} (-\theta_{c,out}^{*5}) \right], \end{aligned} \quad (2.3.50b)$$

où on rappelle que les différences sont définies telles que pour chaque fluide α on a, de part et d'autre de l'échangeur :

$$\Delta_{0,5} T_{\alpha,in/out} = T_{\alpha,in/out} - T_{0,5}, \quad (2.3.51)$$

et pendant l'échange :

$$\Delta_\alpha T = T_{\alpha,out} - T_{\alpha,in}. \quad (2.3.52)$$

On retrouve alors une configuration composée des deux précédentes avec d'une part de l'exergie, *potentiel travail chaud*, transmise du fluide chaud au froid ; et d'autre part de l'exergie, *potentiel travail froid*, transmise du fluide froid au chaud. Ce dernier voit ainsi sa charge exergétique, initialement positive, se « vider » complètement jusqu'à ce qu'il atteigne la température $T_{0,5}$. Puis, dans un second temps, alors qu'il continue à émettre de la chaleur, il récupère du *potentiel travail froid* à mesure que sa charge exergétique, devenue négative, se « creuse » respectivement à l'environnement. Du côté fluide froid, la situation est inversée. Présentant initialement un certain *défaut* d'énergie par rapport à l'environnement, il comble d'abord sa charge exergétique à mesure qu'il reçoit de la chaleur, émettant alors tout l'exergie *potentiel travail froid* qu'il véhiculait. Puis, alors que sa température est devenu supérieure à celle de l'environnement, il se charge en exergie *potentiel travail chaud* et sort de l'échangeur chargé positivement. Finalement, de même que précédemment, le rendement de l'échange dépendra complètement des températures d'entrée et de sortie des fluides.

2.3.3 Retour sur les cycles thermodynamiques

Nous avons examiné l'impact de la position relative de la température de l'environnement par rapport aux gammes de températures effectives auxquelles deux fluides

échantent de la chaleur et de l'exergie. Nous regardons maintenant ce que cela implique dans le cadre des cycles thermodynamiques moteur et frigorifique introduits dans la sous-partie 1.2.1. Nous ne présentons pas ici d'analyse détaillée des exemples discutés. Non nécessairement généraux, ils sont simplement utilisés comme support de la discussion, nous permettant de mettre en lumière le comportement des flux d'exergie en fonction des conditions d'opération du fluide caloporteur et des réservoirs de chaleur.

Typiquement, un fluide caloporteur parcourant un cycle thermodynamique présentera deux états de pression caractéristiques, et donc deux températures d'exergie minimale distinctes : T_{\min}^{bp} et T_{\min}^{hp} pour les états de basse et haute pression respectivement. De plus, en fonction de sa nature et de son état thermodynamique, chaque réservoir de chaleur pourra présenter une température d'exergie minimale différente (cf. partie 1.2). On appellera T_{\min}^{sc} et T_{\min}^{sf} ces températures pour les sources chaude et froide respectivement. Enfin, on notera θ_c^* et θ_f^* les facteurs exergetiques du fluide caloporteur à la sortie des échangeurs chaud et froid respectivement.

2.3.3.1 Cycle moteur

Si les deux réservoirs de chaleur sont écartés de leur équilibre par valeur supérieure, nous avons vu dans la sous-partie 1.2.1 que les flux d'exergie, *potentiel travail chaud*, émis par la source chaude et reçu par le puits froid sont co-courants aux flux de chaleur les sous-tendant. Il en va de même pour les flux d'exergie portés par le fluide caloporteur aux différents points du cycle si celui-ci est effectivement écarté de l'équilibre par valeur supérieure, i.e. si son facteur exergetique est strictement supérieur à zéro tout le long du cycle. La situation est moins évidente lorsque le fluide change de phase au cours du cycle car la température d'exergie minimale d'un liquide dynamique donné est strictement

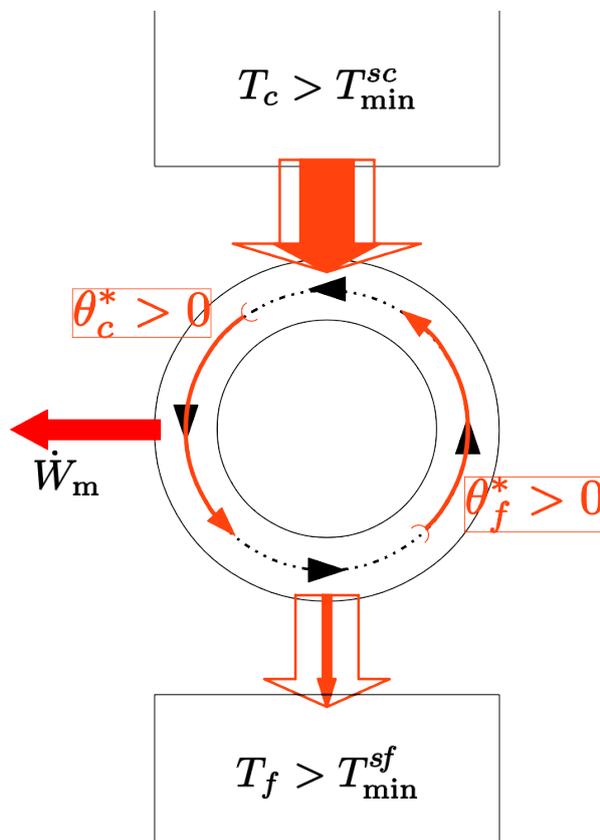


FIGURE 2.3.12 – Cycle moteur. Les flèches verticales attenantes aux réservoirs représentent la chaleur (flèches vides) et l'exergie (flèches pleines) échangées. L'anneau central représente la circulation du fluide caloporteur dont le sens est indiqué par des flèches noires. Les flèches courbes traduisent ensuite la direction de propagation des flux d'exergie fluide que celui-ci véhicule. Le cycle thermodynamique est également cyclique en exergie.

Légende colorimétrique :

Exergie chaleur : orange ou bleu pour les échanges de *potentiel travail chaud* ou *froid* respectivement,

Exergie fluide : orange ou bleu pour les circulations (anneau central) de *potentiel travail chaud* ou *froid* respectivement,

Exergie pure (travail) : rouge.

inférieure à celle du même composé chimique à l'état gazeux (cf. équation (2.1.14b)), elle-même égale à celle de l'environnement (cf. figure 2.1.11). De plus, l'écart entre ces deux températures d'exergie minimale sera d'autant plus grand que la pression du fluide est importante, soit $T_{\min}^{hp} < T_{\min}^{bp} < T_0$. Le dimensionnement de la pompe à chaleur géothermique du chapitre 3 sera l'occasion d'étudier les conséquences pratiques de ce dernier point. Nous présentons simplement ici, aux fins de la discussion, différents cas de figure pour lesquels nous admettrons le signe du facteur exergetique. Nous considérons dans un premier temps la situation pour laquelle le signe du facteur exergetique reste positif sur tout le cycle. Un tel cas est schématisé sur la figure 2.3.12 et, pour les besoins de la discussion, on considère qu'il s'agit d'un cycle vapeur avec \dot{W}_m qui traduit alors le travail net extrait. On y voit la source chaude et le puits froid accolés de leurs flux orientés de chaleurs (flèches vides) et d'exergie (flèches pleines). La circulation du fluide caloporteur est représentée dans l'anneau central, indiquée par des flèches noires et posée arbitrairement dans le sens antihoraire. Les flèches courbes oranges indiquent enfin la direction de propagation de l'exergie, uniquement du *potentiel travail chaud* ici, portée par le fluide caloporteur. La légende colorimétrique indiquée sur la figure, plus complète que nécessaire dans le cas présent, sera valable pour les figures suivantes de cette sous-partie.

Dans les deux cas, que ce soit l'exergie chaleur échangée dans les échangeurs ou l'exergie dynamique véhiculée par le fluide caloporteur, c'est un *excès* d'énergie par rapport à un certain état d'équilibre avec l'environnement qui est respectivement échangé ou transporté. Ainsi, avant d'entrer dans l'échangeur chaud, le fluide présente déjà une charge exergetique positive qui va alors augmenter à mesure que le fluide parcourt l'échangeur. Le *potentiel travail chaud* du fluide augmente également d'une certaine fraction, strictement inférieure à θ_c , le facteur de Carnot de la chaleur issue du réservoir chaud, par rapport à \dot{Q}_c , la quantité de chaleur reçue par unité de temps. À la sortie de l'échangeur, le fluide, de la vapeur d'eau si l'on considère un cycle eau/vapeur, présente alors une certaine charge exergetique $\tilde{h}_c > 0$ dont une fraction strictement inférieure à θ_c^* peut en être extraite. C'est ce que l'on fait en faisant passer la vapeur dans une turbine : on en extrait du travail mécanique ce qui a pour effet de « vider » une partie de la charge exergetique, sous forme d'exergie pure, et de « convertir » une partie de l'exergie du fluide en anergie, i.e. en « détruisant » de l'exergie dans le processus. Le fluide caloporteur arrive ensuite à l'échangeur de chaleur avec le réservoir froid. De même que précédemment, étant donné que tous les composants du système sont écartés de leur équilibre par valeur supérieure, la chaleur émise par le fluide caloporteur est effectivement *chaude*, et donc composée d'une part d'exergie dont la fraction dépend de la température moyenne logarithmique du fluide pendant l'échange, i.e. des températures d'entrée et de sortie du fluide (cf. équation (2.3.24)). Si le réservoir froid est l'environnement à T_0 , toute l'exergie émise est alors détruite. Finalement, avant de retourner dans l'échangeur chaud, l'eau liquide d'un cycle eau/vapeur passe par un compresseur. Ce dernier, augmentant la pression du fluide, « gonfle » la charge exergetique qu'il véhicule en y apportant de l'exergie, *potentiel travail chaud*, et se faisant détruit une partie de celle-ci ; ou en d'autres termes, il en « convertit » une certaine fraction en anergie dans le processus.

Si, au lieu d'un réservoir de chaleur, on considère un certain débit fluide effectivement *chaud* dont on souhaite élever la température à l'aide de la chaleur \dot{Q}_f émise par le fluide caloporteur dans l'échangeur. Alors, la chaleur reçue vient « gonfler » la charge exergetique de celui-ci, ainsi que la quantité de *potentiel travail chaud* qu'il transporte. Inversement, si celui-ci est initialement écarté de son équilibre par valeur inférieure, tel que schématisé sur la figure 2.3.13a, l'apport de chaleur vient cette fois-ci « combler » la charge exergetique

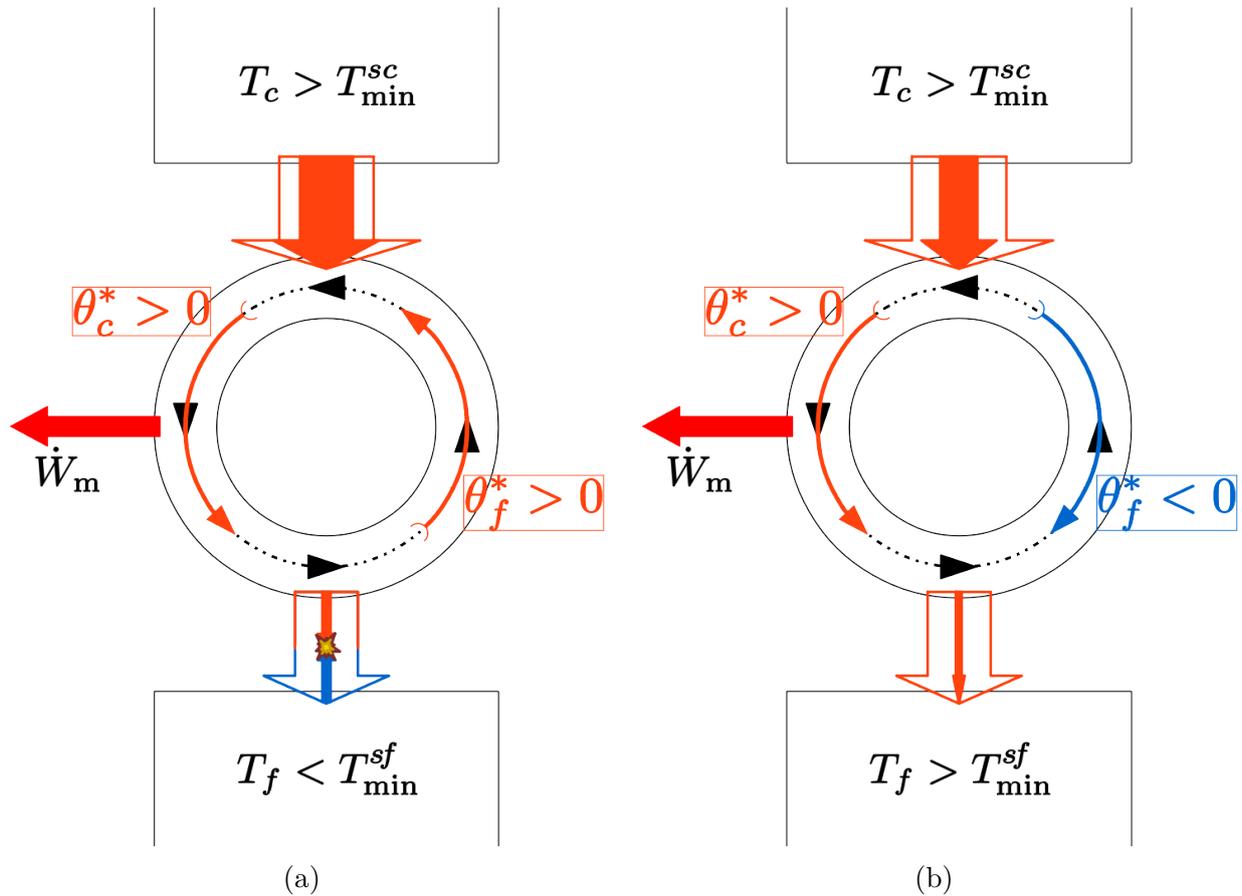


FIGURE 2.3.13 – Cycles moteurs pour lesquels : (a) le réservoir de chaleur froid est effectivement *froid* et, (b) l'exergie n'est pas transportée cycliquement dans le système. Dans ce deuxième cas de figure, le facteur exergetique du fluide caloporteur change de signe au passage des deux échangeurs de chaleur. Celui-ci transporte alors du *potentiel travail chaud* du réservoir chaud au froid, et du *potentiel travail froid* du réservoir froid au chaud, et ce dernier y est détruit car non récupéré par le réservoir de chaleur. La légende colorimétrique est identique à celle de la figure 2.3.12 et le symbole \star indique le point de *destruction totale d'exergie*.

négative portée par celui-ci, i.e. le puits de potentiel qu'il véhicule. Ce faisant, le fluide source froide émet une partie de son exergie, *potentiel travail froid*, qui est alors détruite car non récupérée par le fluide caloporteur qui est, par hypothèse, écarté de son équilibre par valeur supérieure pendant tout l'échange. Apparaît alors ce qu'on pourrait appeler un point de *destruction totale d'exergie* car les deux *potentiels travail chaud* et *froid*, émis respectivement par le fluide caloporteur et le fluide source froide, sont totalement détruits pendant l'échange. Sur la figure 2.3.13a, ce point de *destruction totale d'exergie* a été représenté à l'aide du pictogramme suivant : \star .

Supposons maintenant que le facteur exergetique du fluide change de signe au passage des deux échangeurs de chaleur. En pratique, il est possible que le signe de θ^* ne change de signe qu'au niveau d'un seul des deux échangeurs, auquel cas, il devra à nouveau s'inverser au niveau d'un autre composant du cycle et la discussion présentée ci-dessus sera tout à fait généralisable. Simplement, la localisation sur le cycle de ce que nous avons appelé le point de *destruction totale d'exergie* sera différente, au niveau de la turbine ou du compresseur. Lorsque le signe du facteur exergetique change de signe au niveau des

échangeurs de chaleur, on peut constater sur la figure 2.3.13b qu'une telle configuration aboutie à une circulation non cyclique en exergie. En effet, le fluide caloporteur véhicule alors un *excès* d'énergie, i.e. du *potentiel travail chaud*, de l'échangeur chaud vers le froid : et inversement un *défaut* d'énergie de l'échangeur froid au chaud, ce dernier se traduisant par une « remontée » à contre-courant de *potentiel travail froid*. On rappelle que lorsque la pression du fluide est strictement supérieure à P_0 , un *potentiel travail chaud* ou *froid* traduit toujours un *excès* ou un *défaut* d'énergie respectivement. Par définition, le réservoir chaud est toujours écarté de l'équilibre par valeur supérieure mais cette fois-ci la température d'exergie minimale à haute pression du fluide caloporteur, T_{\min}^{hp} , est telle que le facteur exergétique du fluide change de signe au niveau de l'échangeur. C'est la disposition rencontrée lorsque nous avons traité le cas décrit sur la figure 2.3.9. Nous avons vu alors que le fluide caloporteur entre dans l'échangeur chaud en présentant une charge exergétique négative, i.e. présentant d'un certain *défaut* d'énergie par rapport à son équilibre avec l'environnement. Déficit énergétique qui se « comble » alors dans un premier temps en émettant tout le *potentiel travail froid* initialement porté par le fluide. Puis, la charge exergétique s'annulant, la température effective du fluide devient supérieure à T_0 , et il se « charge » alors positivement en accumulant du *potentiel travail chaud*. On peut effectivement constater dans l'anneau central de la figure 2.3.13b, que les flux d'exergie, effectivement *chaud* en orange et *froid* en bleu, portés par le fluide caloporteur à la sortie et à l'entrée de l'échangeur chaud sont respectivement co- et à contre-courant du débit \dot{m} , indiqué par des flèches noires. Ainsi, le facteur exergétique θ_c^* du fluide caloporteur à la sortie de l'échangeur chaud est positif et celui-ci emporte donc avec lui une certaine quantité d'exergie, *potentiel travail chaud*. Une partie de celui-ci est ensuite extraite au travers d'une turbine par exemple, avant d'entrer dans le second échangeur, toujours de manière co-courante au débit dans le cas de figure discuté ici. Le puits froid a été posé à une température T_f supérieure à la température d'exergie minimale correspondante de telle sorte que, recevant de la chaleur, celui-ci reçoivent également de l'exergie. Parallèlement, le facteur exergétique du fluide caloporteur change de signe sur l'intervalle des températures de l'échange, de part et d'autre de T_{\min}^{bp} , sa température d'exergie minimale à basse pression. Nous sommes, cette fois-ci, dans le cas représenté sur les schémas de la figure 2.3.10 où le fluide caloporteur se « vide » d'abord de sa charge exergétique positive et donc également de tout son *potentiel travail chaud*, puis voit celle-ci devenir négative, accumulant alors du *potentiel travail froid*. C'est alors un puits de potentiel que le fluide caloporteur emporte avec lui à la sortie de l'échangeur chaud, d'où la flèche bleue sortante de celui-ci et entrante dans le froid (sur la droite de la figure 2.3.13b).

2.3.3.2 Cycle frigorifique

Nous discutons maintenant le cas du cycle inverse en prenant l'exemple d'une pompe à chaleur car nous traiterons ce cas spécifique dans la sous-partie 3.2.2 du chapitre suivant. On pose tout d'abord que la température des réservoirs est telle qu'ils soient tous les deux écartés de leur équilibre par valeur supérieure. Définissant ainsi que les flux d'exergie, émis ou reçus par ceux-ci, soient co-courant aux flux de chaleur correspondants. Ensuite, on suppose que les conditions de pression et température d'opération du fluide caloporteur sont telles que celui-ci est également écarté de son équilibre par valeur supérieure sur tout le cycle. Aboutissant ainsi à la configuration représentée sur la figure 2.3.14a. Ainsi, dans ce contexte, le pompage des calories du réservoir froid vers le chaud, s'accompagne d'un transfert de calories-x également du froid vers le chaud, véhiculée cycliquement par le fluide caloporteur.

loporteur doit émettre un flux net d'exergie pendant l'échange avec celui-ci, i.e. présenter un facteur exergétique à la sortie de l'échangeur strictement supérieur à celui qu'il avait à l'entrée en valeur absolue. Ensuite, toujours au niveau de l'échangeur chaud, si l'on compare l'épaisseur de la flèche exergétique émise par le fluide caloporteur avec celle du cas précédemment discuté (à gauche et à droite de la figure 2.3.14), on observe que la seconde a été représentée plus fine que la première. En effet, on a voulu traduire le fait que l'apport d'exergie, *potentiel travail chaud*, fourni par la source froide dans la première configuration, est nécessairement déduit de l'exergie transmise au réservoir chaud dans la seconde configuration. On se retrouve alors dans la disposition de la figure 2.3.10 pour laquelle le fluide chaud voit son facteur exergétique changer de signe pendant l'échange, sauf que le flux net d'exergie est ici co-courant au flux de chaleur. Ensuite, que ce soit au niveau du compresseur ou du détendeur, le facteur exergétique du fluide caloporteur ne change pas de signe, alors les deux flux d'exergie, *potentiel travail chaud* et *froid*, entre dans l'échangeur froid. Notons que le compresseur intervenant après ce dernier, lorsque le fluide est « chargé » négativement, celui-ci a pour effet de « combler » une partie du *défaut* énergétique véhiculé par le fluide à l'aide d'exergie, *potentiel travail chaud*, pure. Le facteur exergétique du fluide est alors diminué en valeur absolue, validant sur le principe la pré-supposition que nous avons faite que celui-ci doit être plus petit en valeur absolue que lorsque le fluide sort de l'échangeur. *A contrario*, au niveau du détendeur, le fluide est « chargé » positivement et l'effet de celui-ci sera alors de « convertir » de l'exergie, *potentiel travail chaud*, en anergie si celui-ci est isenthalpique ; sinon, une part de la charge exergétique sera également émise sous forme de chaleur. Dans les deux cas, le facteur exergétique est inévitablement réduit. Au niveau de l'échangeur froid maintenant, on a illustré un cas où le fluide caloporteur émet un flux net d'exergie pendant l'échange. Il s'agit de la configuration discutée dans la sous-partie précédente à la figure 2.3.9 avec cette fois-ci l'émission d'un flux d'exergie, *potentiel travail froid*, par le fluide caloporteur. Nécessitant de manière implicite que le facteur exergétique que présente le fluide à la sortie de l'échangeur soit plus important en valeur absolue qu'à l'entrée. Ce qui semble cohérent avec l'intervention du détendeur qui a préalablement diminué la valeur, positive, de celui-ci. Notons que si le réservoir froid, ou un fluide dynamique quelconque considéré comme tel, est écarté de son équilibre par valeur inférieure, i.e. s'il est effectivement *froid*, il reçoit alors l'exergie émise par le fluide caloporteur à mesure que sa charge exergétique se « creuse », augmentant ainsi son *potentiel travail froid*.

Finalement, si l'on considère les deux configurations de la figure 2.3.14 du seul point de vue du premier principe de la thermodynamique, on n'observe aucune différence : les calories sont pompées d'un réservoir et envoyées dans un autre. Cependant, dans une optique d'exploitation optimale de l'énergie, et plus précisément de son « essence », l'exergie, il est nécessaire de se poser la question de l'utilisation que l'on fait de cette celle-ci ; ou en d'autres termes, de ce que deviennent les calories-x que l'on apporte au compresseur. Dans l'exemple de la pompe à chaleur géothermique mentionné plus haut, le réservoir froid est le sous-sol terrestre, et le point d'importance dans ce contexte est de « chauffer le réservoir chaud en dépensant le moins de calories-x possible ». En d'autres termes, on souhaite en envoyer le plus possible vers le réservoir chaud (la pièce à chauffer), et le moins possible vers le froid (le sol) afin de, *in fine*, dépenser le moins de travail possible. Mais on pourrait concevoir une machine qui, non contente de simplement chauffer un certain système statique ou dynamique effectivement *chaud*, en refroidi un autre *froid* tel que représenté sur la figure 2.3.15. On a ici considéré que le changement de signe du facteur exergétique du fluide caloporteur se produit au niveau du compresseur et du détendeur.

En effet, comme nous l'avons mentionné au début de cette discussion, le compresseur et le détendeur, de par leur action, qui plus est non adiabatique, sur la pression du fluide caloporteur, font varier sa température d'exergie minimale, autorisant alors son facteur exergétique à changer de signe au passage de l'un et l'autre. Un tel système pourrait chauffer un restaurant tout en refroidissant sa chambre froide. C'est précisément cette logique d'utilisation réfléchie des systèmes énergétiques, en interaction les uns avec les autres, qui est permise par l'analyse exergétique. Alors, considérant l'exemple de la pompe à chaleur géothermique, on peut « garder le nez collé à notre vitre de salon » et être content de se chauffer grâce à l'activité du manteau terrestre, ou prendre un peu de recul et réaliser que l'on n'exploite seulement une partie de ce qu'un certain cycle exergétique finement calibré pourrait réaliser. L'outil que nous présentons maintenant vise à apporter de tels éclaircissements sur les potentialités exergétiques des systèmes énergétiques.

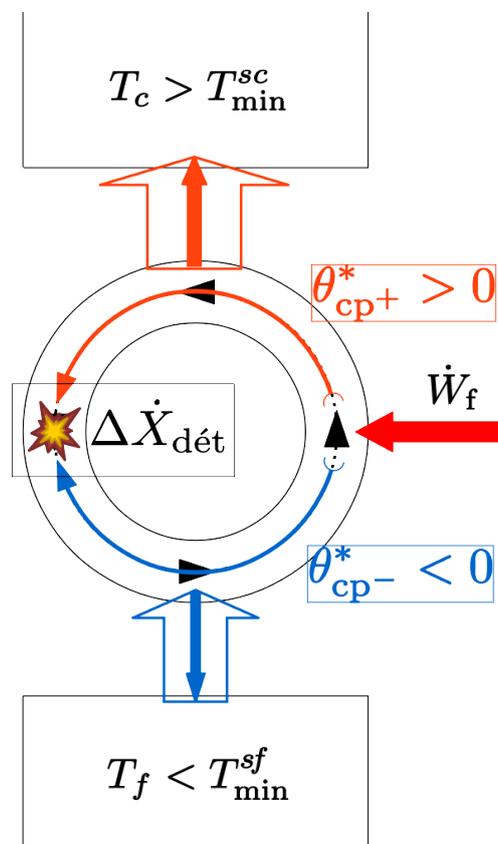


FIGURE 2.3.15 – Système frigorifique hybride permettant de chauffer un réservoir chaud en pompant des calorie-x à un réservoir froid. La légende est identique à la figure 2.3.12 avec les facteurs exergétiques du fluide caloporteur avant et après le compresseur donnés respectivement par θ_{cp-} et θ_{cp+} . La légende est identique à celle de la figure 2.3.12 avec cette fois-ci les flux d'exergie tous en rouge pour insister sur l'origine « travail » de ceux-ci.

Chapitre 3

Exergo-graphie

« Un bon croquis vaut mieux qu'un long discours. »

Napoléon Bonaparte

L'utilisation de l'outil graphique pour la représentation des systèmes macroscopiques a été introduit par Riall Sankey il y a plus d'un siècle. À l'origine pour analyser l'efficacité thermique des machines à vapeur, les digrammes portant maintenant son nom ont depuis largement été utilisés pour représenter les bilans de masse et d'énergie des systèmes macroscopiques. Voir par exemple le programme développé par [Riehmman et collab. \(2005\)](#), ou encore [Schmidt \(2008\)](#) pour un historique sur le développement de cette méthode par diagramme, jusqu'à son utilisation d'un point de vue économique.

Le principe de base de cette méthode est de représenter chaque flux d'énergie (ou de masse) par une flèche dont l'épaisseur est proportionnelle à sa puissance (ou son débit). Chaque flux entrant est comptabilisé, dessiné, et son « parcours » est tracé afin de rendre compte des échanges, transformations et pertes qu'il va expérimenter au sein du système, avant d'en sortir sous forme de produits utiles ou de rejets (finaux ou intermédiaires pouvant être recyclés). Ainsi, cette méthode permet de rendre compte des pertes induites par le système, ainsi que de la *structure* en réseau des flux énergétiques et de masses qui sous-tendent la production du système étudié.

Plus récemment, ces diagrammes de Sankey ont été adaptés pour représenter des analyses exergétiques ; et ce, à différentes échelles d'analyse : pour appuyer la comparaison de différents types de moteur ([Hachem et collab., 2015](#)), ou encore l'optimisation d'un moteur donné ([Martaj et collab., 2005](#)) ; pour permettre une visualisation de l'analyse de systèmes énergétiques complexes tel qu'un bateau par exemple ([Marty et collab., 2016](#)), ou une centrale à cogénération fonctionnant au biogaz ([François et collab., 2012](#)) ; ou plus largement encore, pour illustrer une analyse en cycle de vie, celle de la biomasse pour produire de l'électricité par exemple ([François et collab., 2013](#)) ; ou encore à l'échelle d'un pays tel que le Japon ([Wall, 1990](#)) ; finalement, on peut citer [Soundararajan et collab. \(2014\)](#), qui en analyse le cadre théorique et opérationnel à une échelle nationale, et l'applique au système industriel anglais. L'épaisseur des flèches y est alors proportionnelle au flux d'exergie sous-tendu (en W_x) et les destructions d'exergie sont représentées, en fonction des méthodes, soit par une diminution de l'épaisseur de la flèche, soit par une « perte » d'exergie pure (flèche sortante). Dans ce second cas, il est impossible de différencier visuellement une perte énergétique (accompagnée d'exergie) d'une destruction d'exergie. Le premier cas est sensiblement meilleur car il permet de localiser visuellement

les destructions d'exergie aux différents points du réseau, mais le problème de « mise en contexte » du flux d'exergie relativement au flux d'énergie le sous-tendant demeure.

Ainsi, l'adaptation exergetique améliore sensiblement la représentation initiale de Sankey mais nous pensons que, d'une part, elle peut donner une idée fautive du phénomène physique qu'est la destruction d'exergie ; et d'autre part, elle ne permet pas d'avoir une représentation graphique claire des conséquences thermo-mécaniques relatives à l'un ou à l'autre des principes fondamentaux de la thermodynamique. Cette faiblesse de la représentation tient, selon nous, au seul degré de liberté qu'il est donné aux flèches représentant les flux. C'est pourquoi, nous allons considérer des surfaces dans la représentation que nous introduisons maintenant.

L'outil graphique a également été utilisé pour décrire les systèmes énergétiques afin d'en simplifier l'analyse et ainsi permettre une optimisation plus aisée de ceux-ci, dans une optique de développement durable. La première à notre connaissance, appelée Graphe Informationnel Causal (GIC ou *Causal Ordering Graph*, COG, en anglais) a été introduite il y a 10 ans par Hautier et Faucher (1996) pour décrire les machines électroniques et électriques, en s'appuyant sur une description causale du système électro-énergétique étudié. Plus récemment, cette méthode a été généralisée aux systèmes complexes électromécaniques par la Représentation Macroscopique Énergétique (REM ou *Energetic Macroscopic Representation* en anglais), introduite en 2000 par Bouscayrol et collab. (2000), cette méthodologie rassemble un groupe actif de chercheurs (www.emrwebsite.org). Voir Bouscayrol et collab. (2005) pour une comparaison de différents outils graphiques causaux au travers de l'exemple pratique du système de traction d'un train automatique. Ces différentes méthodes consistent à organiser les différents sous-ensembles d'un système donné comme inter-connectés selon un principe d'action réaction. La méthode REM est notamment enseignée à l'Université de Lille depuis 1996, et plus récemment, depuis 2002, à l'ENSAM (École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers) de Lille et à l'Université du Québec (Trois-Rivières, Canada), et depuis 2005 à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (Suisse). Outre une portée pédagogique, ces outils ont également fait leurs preuves pour l'étude, le développement et l'optimisation de différents systèmes, voir par exemple Bouscayrol et collab. (2009) pour l'analyse d'un système de conversion d'énergie éolienne ; ou encore Gay et collab. (2010) pour l'étude du couplage d'une pile à combustible à oxydes solides (SOFC) avec un moteur Stirling pour des applications automobiles. Bien que généralisée aux systèmes mécaniques puis thermiques, les méthodes de types GIC, n'en restent pas moins principalement centrées sur le premier principe de la thermodynamique, complété par le second.

Dans ce chapitre, nous présentons un outil qui place, par l'intermédiaire de l'exergie, le second principe de la thermodynamique au cœur de l'analyse, et du graphisme qui lui est associé. D'une certaine manière, cet outil se positionne à l'interface entre les deux familles de représentations discutées ci-dessus. En effet, nous allons considérer des flux exergetiques qui s'organisent en un réseau de sous-systèmes interagissant les uns avec les autres afin de produire une certaine sortie énergétique, chaleur, travail ou une cogénération des deux.

Le chapitre est organisé en deux parties principales et une conclusive. Dans la première, nous présentons d'abord, dans la sous-partie 3.1.1, les choix graphiques associés à la représentation, dite en brique, introduite ici ; puis, dans la sous-partie 3.1.2, le programme développé en Matlab permettant un automatisme de traçage ; et enfin, dans la sous-partie 3.1.3, nous l'appliquons à un cas d'école. Dans la seconde partie du chapitre, nous présentons deux études faites sur le bâtiment A de l'UPN. Dans la première, sous-

partie 3.2.1, nous faisons le dimensionnement d'une installation solaire thermique pour l'alimentation en eau chaude sanitaire à l'aide de plusieurs outils de simulation, que nous comparons entre eux et avec nos résultats analytiques. Dans la seconde, sous-partie 3.2.2, nous présentons le dimensionnement, réalisée à l'aide du logiciel *engineering equation solver* (EES), d'une pompe à chaleur géothermique pour le chauffage du bâtiment. Dans chacune des études, nous déterminons les facteurs exergetiques associées aux différentes quantités d'énergie en présence, et nous présentons leurs représentations graphiques dans les sous-parties 3.2.1.4 et 3.2.2.6 respectivement. Nous les comparons finalement chacune à une représentation simplifiée du système actuel, fonctionnant à l'aide d'une chaudière à gaz. Enfin, dans la partie 3.3, nous discutons les apports et perspectives du programme, ainsi que les pistes d'amélioration que nous comptons suivre par la suite.

3.1 Représentation en briques

Dans la lignée des diagrammes de Sankey et des Graphes Informationnels Causaux, la représentation que nous introduisons ici est destinée à l'analyse de systèmes produisant du travail, de la chaleur ou une cogénération des deux. Nous considérons dans cette partie uniquement des systèmes dont les composants sont effectivement *chauds*, i.e. écartés de leur équilibre avec l'environnement par valeur supérieure. En effet, cet outil ne permet pas, en l'état actuel, de représenter des systèmes dont les flux d'exergie ne sont pas toujours dans le même sens ; les possibilités de généralisation sont discutées à la fin du chapitre.

3.1.1 De l'équation de Gouy-Stodola aux briques de flux

L'équation de Gouy-Stodola (équation (1.1.21)) exprime la puissance nette de travail, i.e. d'exergie, que l'on peut extraire d'un certain système ouvert en interaction avec n réservoirs de chaleur et l'atmosphère à T_0 et P_0 . On peut ré-écrire celle-ci à l'aide des facteurs exergetiques introduits dans la sous-partie 2.1.2 :

$$\dot{X}_W = -\frac{dX_U}{dt} + \sum_{i=1}^n \theta_i \dot{Q}_i + \sum_i \theta_{h,i}^* \dot{m}_i \tilde{h}_i - \sum_o \theta_{h,o}^* \dot{m}_o \tilde{h}_o - \Delta \dot{X}, \quad (3.1.1)$$

où les conventions de notation et de signe du chapitre précédent ont été conservées. Notamment, les flux de travail sont définis positivement lorsqu'ils sont extraits du système et les flux de chaleur le sont lorsqu'au contraire ils sont apportés au système. Ensuite, les flux d'exergie travail \dot{X}_W sont toujours co-courants à la direction des flux énergétiques \dot{W} correspondants ; alors que les flux d'exergie chaleur \dot{X}_Q le sont s'ils sont effectivement *chaud*, $\theta > 0$, et dans le cas contraire ils se propagent à contre-courant des flux de chaleur correspondants. Il en va de même pour les flux d'exergie fluide portés par des débits stationnaires \dot{m}_α (avec $\alpha = \{i, o\}$) ; et on rappelle que \tilde{h}_α est l'enthalpie relative du débit de fluide α (sous-partie 2.1.1), et θ_α^* le facteur exergetique correspondant (sous-partie 2.1.2). Le premier terme du membre de droite de l'équation ci-dessus est égal à la variation temporelle de l'exergie statique totale X_U du système (équation (1.2.34a)). Si celle-ci augmente, le travail extrait diminue d'autant, mais elle est généralement nulle notamment en régime stationnaire ou lorsqu'il n'y a pas d'accumulation d'exergie dans le système. Le second terme est la somme des flux d'exergie chaleur reçus et émis. Arrivent ensuite en troisième et quatrième positions, les sommes de flux d'exergie fluide dynamique, entrants et sortants respectivement. Enfin, le dernier terme est la somme de toutes les

destructions de puissance exergetique engendrees par les differentes transformations du systeme. On rappelle que, d'apres le theoreme de Gouy-Stodola (equation (1.1.18)), ces destructions sont proportionnelles a T_0 supposee constante, et aux productions d'entropie generatees pendant les differents processus du systeme considere.

La construction de la representation que nous introduisons ici est faite en deux etapes. Tout d'abord, on attribue a chacun des termes, de l'equation (3.1.1), une *brique de flux* representative de ses contenus energetique et exergetique. Ensuite, on les connecte en un reseau graphique aux noeuds desquels sont representees les transformations elementaires du systeme considere (compression, echange thermique. . .) et les destructions d'exergie qui leur sont associees. On parlera de *brique de transformation* pour designer ces noeuds. La premiere etape, annoncee en introduction de chapitre, consiste a faire une analogie entre les unites de puissance et de surface. Les deux approches, en considerant des puissances ou des energies, peuvent etre employees comme nous le verrons dans les cas traites dans la partie 3.2. Nous introduisons cependant cette representation en considerant des flux car c'est cette approche qui a inspire cette representation. Nous presentons maintenant les differents choix graphiques qui ont ete fait, en commençant par la brique de flux elle-meme.

3.1.1.1 Forme de la brique de flux

Nous avons choisi le carre comme « brique elementaire » de la representation, tel qu'illustre sur les exemples de la figure 3.1.1. Le cote c_E du carre est tel que l'aire de celui-ci est proportionnelle a la puissance energetique \dot{E} du flux :

$$c_E = \sqrt{\dot{E}} f_c, \quad (3.1.2)$$

ou f_c est un facteur de conversion energie/geometrie permettant d'exprimer c_E en unite de longueur. Sauf mention explicite, celui-ci est arbitrairement fixe a 1 dans ce qui suit, il pourra toutefois etre utilise comme facteur d'echelle afin de reduire ou d'agrandir le rendu visuel des schemas. En effet, un reseau complexe de flux energetiques peut vite atteindre de grandes proportions graphiques (et donc un temps d'execution plus lent), auquel cas f_c pourra etre diminue, caracterisant *in fine* une « dilatation » des unites energetiques. Par exemple, le facteur d'echelle $f_c = 10^{-1,5} \text{ u}_L \text{ W}^{-1/2}$ « converti » des Watt en kilowatt ; ou nous avons introduit la notation u_L (pour unite de longueur), que nous utiliserons dans la suite lorsque nous aurons besoin de preciser explicitement l'unite d'une longueur particuliere de la representation. Ensuite, la brique elementaire de flux ainsi delimitée, nous distinguons visuellement ses composantes exergetique et anergétique. L'exergie etant la partie intense, exploitable, de l'energie, nous avons choisi de la représenter en rouge, sous la forme d'un flux compact traversant le carre de part en part dans la direction de propagation. Un peu a l'image d'un ecoulement laminaire et ordonne, celui-ci retrace le parcours des flux d'exergie dans le systeme. L'anergie, quant a elle, est materialisee par des points bleus repartis aleatoirement autour du flux centrale d'exergie. Il est important que la densite de point ne soit pas trop grande pour ne pas donner un sentiment de « gaz dense » qui pourrait faire penser a une quantite d'energie exploitable. La couleur bleue, froide, a ete choisie en opposition a la couleur rouge, chaude. Quant a l'aspect aleatoire de la repartition des points, ce choix a ete fait car il s'agit d'illustrer la composante de l'energie qui, par opposition a l'exergie, n'est pas « ordonnee » ou « organisable ». La figure 3.1.1 presente deux exemples de brique de flux pour lesquels on a pose arbitrairement une meme

puissance telle que $c_E = 10 u_L$ et deux facteurs exergetiques distincts :

$$\theta_a = 0,6 \quad \text{et} \quad \theta_b = 0,3$$

où les indices font références à la figure concernée. On peut notamment constater que les côtés perpendiculaires à la direction de propagation, alignée au flux d'exergie, ont été tracés en pointillés, car ces briques de flux sont destinées à être connectées les unes aux autres.

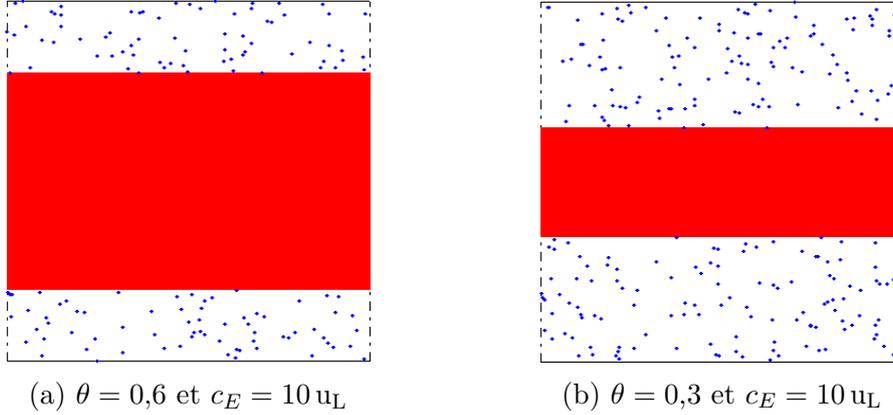


FIGURE 3.1.1 – Briques élémentaires de flux (chaleur ou fluide). En rouge la composante exergetique, et en blanc pointillé de bleu la part d'anergie. Deux traits pleins horizontaux ferment chaque brique dans la direction parallèle à la propagation, et les côtés perpendiculaires à celle-ci, destinés à être connectés à d'autres briques, sont délimités en pointillés.

Les termes de chaleur de l'équation (3.1.1) peuvent directement être représentés par des briques de flux semblables à celles de la figure 3.1.1. L'aire des flux d'exergie est alors proportionnelle au facteur de Carnot correspondant, θ_i , de même que son épaisseur

$$c_X = \theta \sqrt{\dot{E}} f_c. \quad (3.1.3)$$

Les termes de travail sont quant à eux portés par des briques de pure exergie (un carré complètement rouge). L'équation (3.1.1) ne fait apparaître qu'un seul terme de travail net extrait, dans le membre de gauche de celle-ci. Cependant, il s'agit de la somme des puissances algébriques extraites du système, i.e. négatives si le travail considéré est apporté au système ; alors, les briques de flux représentant ces différentes puissances seront tracées aux nœuds graphiques correspondants à la transformation où ils interviennent, entrant ou sortant. Enfin, comme nous l'avons développé dans la sous-partie 2.1.2, chaque point thermodynamique i peut être caractérisé par son débit \dot{m}_i et ses valeurs relatives massiques d'enthalpie \tilde{h}_i et d'entropie \tilde{s}_i , permettant de définir ses exergie et facteur exergetique, dont on rappelle que les expressions sont respectivement donnés par :

$$\xi_i = \tilde{h}_i - T_0 \tilde{s}_i, \quad (3.1.4)$$

$$\theta_i^* = \frac{\xi_i}{\tilde{h}_i} = 1 - T_0 \frac{\tilde{s}_i}{\tilde{h}_i}. \quad (3.1.5)$$

Chacun de ces points thermodynamiques peut donc être représenté par un carré de côté

$$c_{h,i} = \sqrt{\dot{m}_i \tilde{h}_i} f_c, \quad (3.1.6)$$

dont l'aire totale est égale à $\dot{m}_i \tilde{h}_i f_c^2$, et celle d'exergie égale à $\theta_i^* \dot{m}_i \tilde{h}_i f_c^2$. Ainsi, à part le terme de destruction d'exergie, $\Delta \dot{X}$, sur lequel nous revenons dans la discussion suivante, chaque terme de l'équation (3.1.1) peut être représenté par une brique de flux telle que représentée sur la figure 3.1.1.

Le choix d'un quadrilatère droit (rectangle ou carré) s'est rapidement imposé de part son aspect simple et son graphisme clair : haut/bas, droite/gauche. La forme rectangulaire a été envisagée un temps avec par exemple dans le cas des fluides : un côté proportionnel au débit (massique ou molaire) et le second à l'enthalpie relative. Mais des questions techniques de raccord ou de convention pour les flux d'énergie non caractérisés par un débit, nous ont fait préférer une forme la plus simple et la plus universelle, en termes de pavage du plan, le carré. Il est également envisageable de considérer des formes géométriques plus complexes, qui présentent une certaine symétrie, avec des hexagones ou octogones réguliers par exemple, afin d'optimiser le pavage du plan ; permettant ainsi de représenter des systèmes faisant intervenir un grand nombre de flux. Ce type de forme permettrait de représenter des bouteilles de mélange ou toute transformation élémentaire faisant intervenir plusieurs flux entrants ou sortants.

Enfin, nous avons vu qu'un flux porté par un fluide i est représenté par un carré, ou une brique de flux, dont l'aire totale est proportionnelle à $\tilde{h}_i = h_i - h_{i,0}$, et que le ratio de l'aire d'exergie sur celle de l'ensemble du carré est égal à $\theta^* = \xi_i / \tilde{h}_i$. Bien que logique, ce choix implique cependant que tout volume de fluide pris dans les conditions de pression et température de l'environnement est représenté par un carré d'aire nulle, c'est-à-dire pas de brique. En effet, cela signifie pour un fluide dynamique par exemple, qu'il présente une enthalpie $h_{i,0}(P_0, T_0)$, et donc pas d'enthalpie relative \tilde{h}_i ni d'exergie ξ_i . Cette conséquence graphique peut paraître perturbante au premier abord, mais c'est le prix à payer pour pouvoir représenter le contenu exergétique comme la fraction d'une surface énergétique totale, nécessairement considérée relativement à l'environnement. De plus, un fluide considéré dans son état d'équilibre avec l'environnement ne présente aucun *potentiel travail*, et n'a donc pas de raison de se retrouver dans un certain état stationnaire au milieu d'un réseau de transformations énergétiques. Tout au plus, on trouvera une brique vide à l'entrée du système, ou à sa sortie si celui opère jusque-là, traduisant alors une fin de chaîne énergétique *aboutie*, dans le sens où les gaz émis le sont dans leur état d'équilibre physique avec l'environnement (état que nous avons qualifié d'équilibre restreint dans la sous-partie 1.2.2, $P = P_0$ et $T = T_0$) et sont donc inertes du point de vue thermodynamique physique. Finalement, les briques de flux ainsi tracées représentent des données vectorielles de la forme

$$\begin{cases} \dot{E} = \{ \dot{Q}, \dot{W}, \dot{m}\tilde{h} \} \\ \dot{X} = \{ \theta\dot{Q}, \dot{W}, \dot{m}\theta^*\tilde{h} \} \end{cases} \quad (3.1.7)$$

qui, lorsque aucune ambiguïté ne sera permise, seront désignées par l'une ou l'autre de ces valeurs, énergétique ou exergétique dans la suite.

3.1.1.2 Destruction d'exergie

Comme il a été discuté dans le chapitre précédent, une destruction d'exergie est une création d'entropie, et peut être vue comme une « conversion » interne, ou une « dégradation », d'exergie en anergie. C'est pourquoi, lorsqu'une destruction d'exergie aura lieu, le

ou les flux d'exergie entrants dans la brique de transformation correspondante verront une certaine fraction de leur section c_X (équation (3.1.3)) représentée d'abord par des points rouges qui tendront vers le bleu en densité décroissante (cf. figure 3.1.2). Il est important de se rappeler à ce stade que c'est l'aire du flux d'exergie (rouge) qui est proportionnelle à la quantité d'exergie véhiculée, et non pas la largeur de la bande. De même, la quantité d'exergie détruite est proportionnelle à une aire. Celle, pour un flux donné, du carré de côté égal à la largeur de la bande exergétique qui se « désagrège » dans la brique de transformation.

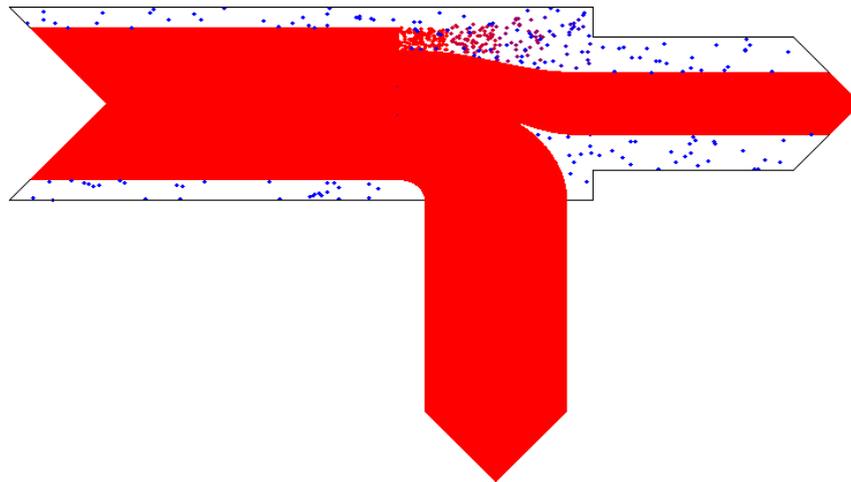


FIGURE 3.1.2 – Représentations d'un flux d'énergie cédant un part de son exergie. On peut visualiser la destruction d'exergie en haut de la brique centrale représentant la division du flux entrant.

Prenons l'exemple de la turbine à gaz adiabatique représentée sur la figure 3.1.2 : un fluide (abus de langage pour désigner « une brique de flux représentant un fluide ») entre par la gauche de la brique de transformation (centrale) et en ressort par la droite, après avoir cédé la plupart de son exergie sous forme de travail (flux de pure exergie sortant vers le bas). La destruction d'exergie est visible en haut de la brique de transformation. On peut effectivement voir qu'une fraction de la bande exergétique entrante (à gauche) se « désagrège » en points rouges qui finissent par se mêler aux points bleus d'anergie. C'est bien une « conversion » d'exergie en anergie que l'on peut visualiser car l'énergie est conservée, la transformation étant supposée adiabatique. Alors, l'aire totale, énergétique, de la brique de flux entrant est égale à celle, centrale, de la brique de transformation, qui elle-même est égale à la somme des aires des briques de flux sortants (à droite et vers le bas).

Un examen attentif des flux traversant la brique de transformation, et plus précisément la comparaison de leurs largeurs à l'entrée et à la sortie de celle-ci, révèle une certaine distorsion. Cette dernière est due au fait que l'on considère une analogie entre surface et puissance dans notre représentation, alors que la largeur des bandes d'exergie est proportionnelle à la racine d'une puissance, cf. équation (3.1.3).

3.1.1.3 Orientations privilégiées des flux

Jusqu'à cette étape de la description du programme, nous n'avons imposé aucune direction privilégiée aux différents types de flux. Mais l'élaboration de la fonction permettant de tracer les échanges de chaleur entre deux fluides (fonction 9) a été l'occasion

d'un tel choix. Nous avons imposé que les *flux énergétiques principaux*, correspondant à des fluides cédant ou recevant de l'énergie au cours d'une transformation donnée, soient tracés horizontalement ; et que les flux d'énergie reçus ou émis par ceux-ci le soient alors verticalement. De plus, dans une certaine logique graphique et de « sens commun », le fluide chaud devra nécessairement être placé au-dessus du froid. Ainsi, l'énergie transmise d'un fluide ou d'un cycle à un autre se propagera « naturellement » du haut du schéma vers le bas (cf. figure 3.1.3). Nous verrons dans les exemples de la sous-partie 3.1.3 comment les différents cycles d'un même système se retrouvent ainsi « empilés » les uns au-dessus des autres, imposant naturellement une structuration claire de la représentation dans son ensemble :

- les fluides n'opérant pas de cycle traversent le schéma de gauche à droite (par exemple lors d'une combustion, l'air et le carburant entrent dans le système par un côté du schéma et les gaz brûlés en sortent par le côté opposé),
- les flux d'énergie échangés inter-cycles se transmettent verticalement, du haut vers le bas.

Notons que rien dans le programme n'impose aux fluides (non cycliques) de circuler vers la droite ou vers la gauche, mais que notre logique de lecture (de gauche à droite), d'une certaine manière, nous en impose une. En effet, l'objectif de ce programme est de permettre une représentation graphique la plus claire possible. C'est pourquoi il nous apparaît nécessaire de faire appel aux maximum d'éléments instinctifs que possible, pour permettre au destinataire de la représentation (un décideur politique, un entrepreneur...) la lecture la plus aisée possible et, au maximum, dénuée d'éléments superflus.

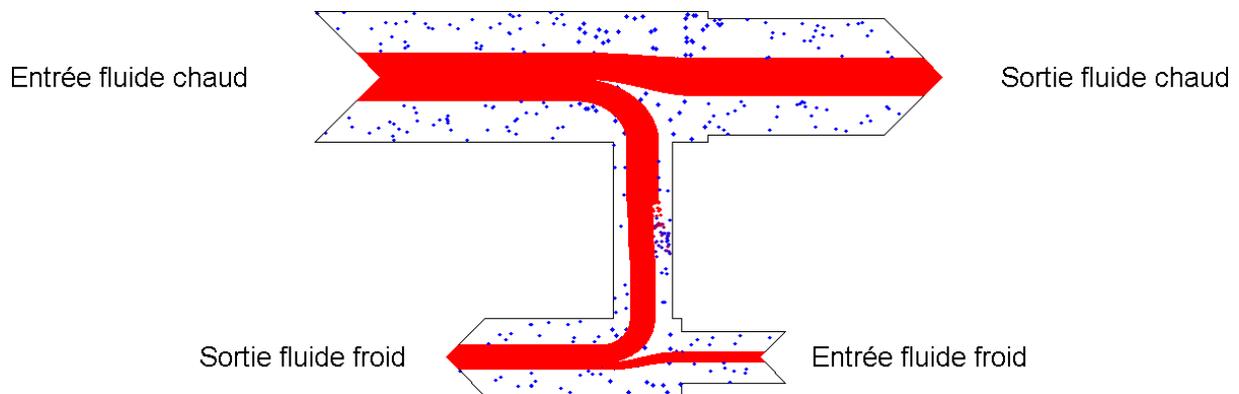


FIGURE 3.1.3 – Échange de chaleur entre un fluide chaud (au-dessus) et un fluide froid (en-dessous). On peut visualiser la destruction d'exergie due au différentiel de température au centre du schéma, entre les briques de flux respectivement émise et reçue par les fluides.

3.1.2 Présentation du programme

Nous présentons maintenant le programme Matlab créé en commençant par décrire son organigramme général représenté sur le schéma 3.1.1. Ensuite, on introduit trois fonctions clefs du programme représentatives des choix graphiques discutés dans la sous-partie précédente. Enfin, les deux fonctions principales du programme seront détaillées : au travers d'un exemple dans la sous-partie 3.1.2.3 pour la fonction d'importation des données `rawImport.m`, et sous la forme d'instructions de codage dans la sous-partie 3.1.2.4 pour la fonction principale `mainFlux.m`.

3.1.2.1 Description générale et typographie

L'outil graphique que nous présentons maintenant s'appuie sur un programme développé avec Matlab et composé de dix fonctions et routines de type *M-files*¹. Plus spécifiquement, pour obtenir la représentation d'un système énergétique donné, l'utilisateur doit coder deux fonctions principales à l'aide de huit routines préprogrammées (deux d'importation et six de traçage) :

- `rawImport.m` permet, à l'aide de deux routines dites *d'importation* plus une troisième interne à Matlab, de récupérer les données numériques d'une analyse exergétique donnée, et de les attribuer à des variables de type structures Matlab (cf. glossaire, p.xi) prises en charge par les routines de traçage du programme ;
- `mainFlux.m` est la fonction principale avec laquelle, à l'aide de six routines dites *de traçage*, l'utilisateur code « brique par brique » la représentation graphique du réseau énergétique considéré.

On note la distinction faite entre « fonctions » et « routines » dans la description faite ci-dessus. Toutes les deux sont des *M-files* de type *fonctions*, au sens donné par Matlab, mais dans le cadre de notre programme, nous appellerons spécifiquement « fonctions » celles qui sont à coder directement par l'utilisateur : `rawImport.m` et `mainFlux.m`. En parallèle, on appellera *routines* celles, préprogrammées, qui sont à disposition de l'utilisateur pour importer les données d'une part, et effectuer les tracés d'autre part. Cependant, on pourra aussi parler des « fonctions du programme » au sens large pour englober ces 10 fonctions et routines. L'organigramme général du programme est présenté sur le schéma 3.1.1. Les étapes de codage qui correspondent aux deux fonctions listées ci-dessus ont été encadrées d'un double trait ; les autres cadres présentent la routine centrale `exerFlux.m` ou les familles de routines dites *de forme* et *structurelles* ; et les flèches indiquent le passage des variables d'une fonction à l'autre. Ainsi, `fonction1` → `fonction2` indique qu'au moins une sortie de `fonction1` est une entrée de `fonction2`. Les données numériques brutes, à récupérer avec la fonction `rawImport.m`, ont été représentées encadrées à leur point d'entrée dans l'organigramme. Celles-ci doivent être rassemblées dans un fichier tableur au format xls.

Toujours sur le schéma 3.1.1, la police de type machine à écrire a été utilisée pour les variables (ex. `points` ou `flux`, et on note la police standard pour les données numériques) et fonctions du programme (ex. `rawImport.m` ou `exerFlux.m`). De plus, ces dernières se terminent par un `.m` pour indiquer qu'il s'agit de *M-file* (cf. note 1 en bas de page) ou d'une routine interne de Matlab (`xlsread.m` en l'occurrence, qui permet de lire les données d'un fichier tableur au format xls.). Dans ce qui suit, nous gardons cette typographie pour désigner, d'une manière générale, les variables et termes spécifiques au programme, par exemple : `theta` pour la variable scalaire ou vectorielle portant une ou plusieurs valeurs de θ (ou θ^*), et similairement `m` pour le débit \dot{m} ou encore `E` pour la puissance \dot{E} . Les termes faisant explicitement référence à des *strings*² Matlab (les entrées optionnelles des fonctions par exemple) seront, en plus, encadrés de guillemets simples. Ainsi, `'ndots'` fera référence à l'option qui permet de préciser aux fonctions du programme la densité de point d'anergie que l'on veut tracer, alors que `ndots` fera référence à la variable du programme correspondante.

1. Les *M-files* sont des *scripts* ou *fonctions* codés avec Matlab et enregistrés avec l'extension `.m`, d'où leur appellation. Dans notre cas, nous n'utilisons pas de scripts.

2. L'anglicisme *string* étant largement utilisé dans le langage informatique celui-ci ne sera plus mis en italique dans la suite et fera référence à une chaîne de caractère.

Les variables prises en charge par les routines du programme sont des structures Matlab. On en distingue quatre types qui se répartissent en deux catégories :

- Les structures de la catégorie `data` (scalaires ou vectorielles) rassemblent les caractéristiques physiques (température, énergie...) aux différents points et nœuds du réseau énergétique. Elles se divisent en trois sous-catégories :
 - `point`, pour les points thermodynamiques intermédiaires (i.e. entre deux transformations),
 - `transfo`, pour les nœuds du réseau correspondant aux transformations élémentaires (i.e. occasionnant un certain Δh_i),
 - `exchanger`, plus spécifiquement dédiées aux échanges de chaleur entre fluides.
- Les structures de type `flux` (scalaires, vectorielles ou matricielles) constituent la pierre angulaire de la représentation car elles rassemblent les données physiques et les coordonnées graphiques des différentes briques de flux tracées, représentatives des flux et transformations du système à l'étude.

Les grandeurs portées par ces structures sont détaillées en annexe dans la partie A.1. Pour un réseau énergétique donné, il y aura autant de vecteurs structures de type `point` et `transfo` qu'il y a de cycles thermodynamiques et de flux énergétiques principaux tels que définis plus haut, i.e. traversant le système. Ensuite, chacun de ces vecteurs contiendra autant d'éléments que le cycle considéré compte respectivement de points intermédiaires et de transformations élémentaires. Ces deux types de structures sont générées, dans la fonction `rawImport.m`, à l'aide de la routine `makeTransfo.m` (voir la fonction 2 de l'annexe A). Les vecteurs structures de type `exchanger` sont quant à eux générés par l'appel d'une routine distincte : `makeExchgr.m` (fonction 3 de l'annexe A), et contiennent autant d'éléments qu'il y a d'échangeurs de chaleur dans le système. Les routines dites d'importation, `makeTransfo.m` et `makeExchgr.m`, sont explicitées dans la sous-partie 3.1.2.3 au travers d'un exemple de programmation de la fonction principale `rawImport.m`. Dans la suite, pour alléger le discours, nous parlerons le plus souvent simplement de structures `point`, `transfo` et `exchanger`, rendant implicite l'aspect vectoriel de ces variables.

Une fois les structures de la catégorie `data` générées par la fonction `rawImport.m`, le traçage à proprement parler s'effectue par le codage de la fonction principale `mainFlux.m`. Pour ce faire, deux familles de routine sont disponibles, permettant respectivement de tracer :

1. les briques de flux, et d'opérer des modifications graphiques avant de les tracer ;
2. les briques de transformation élémentaire qui constituent les nœuds du réseau, au cœur desquelles les flux d'énergie vont graphiquement se diviser, se rejoindre et éventuellement voir une partie de leur exergie détruite.

La première famille se compose de la routine `exerFlux.m` qui permet de tracer une brique de flux élémentaire, telle que représentée sur la figure 3.1.1, et de trois autres routines, dites *de forme* :

- 1.1 `propagateFlux.m` reproduit, les unes à la suite des autres, plusieurs briques de flux à partir d'une structure de type `flux` donnée en entrée,
- 1.2 `turnFlux.m` trace un tournant à 90° et permet de créer un raccord avec une autre brique de flux déjà tracée (afin de fermer un cycle par exemple),
- 1.3 `arrowFlux.m` trace l'extrémité d'une flèche (entrante ou sortante) au bout d'une brique représentant un flux entrant ou sortant du système.

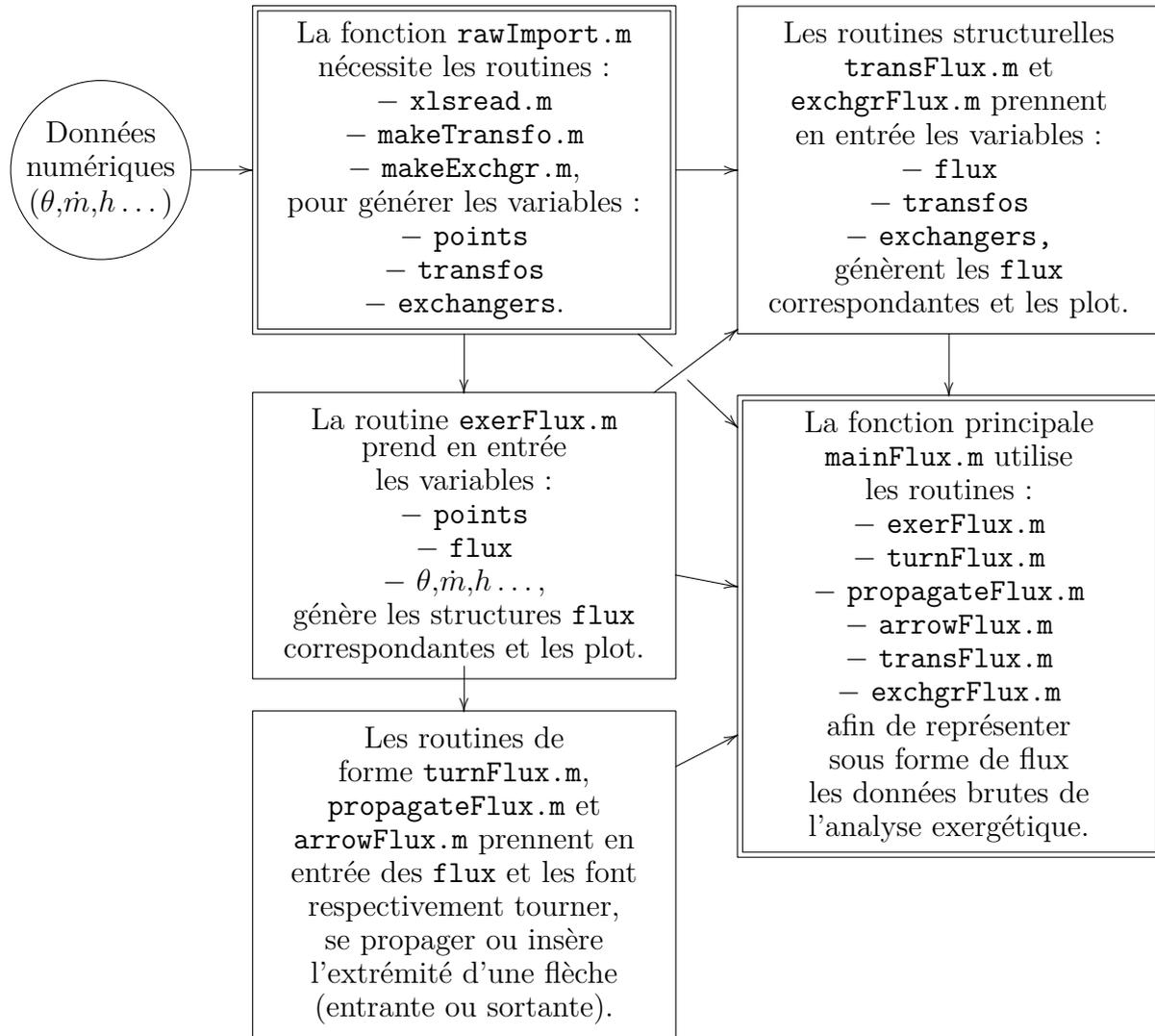


SCHÉMA 3.1.1 – Organisation des fonctions et routines du programme de représentation graphique. À part le premier cadre en haut à gauche qui porte les données numériques brutes, les autres indiquent des fonctions, des routines ou des familles de routines. Ils sont reliés entre eux par des flèches indiquant le passage des variables d’une fonction à l’autre. Ainsi, `fonction1` → `fonction2` indique qu’au moins une sortie de `fonction1` est une entrée de `fonction2`. Les fonctions encadrées d’une double ligne sont à coder par l’utilisateur à l’aide des routines (simplement encadrées).

Ces dernières sont qualifiées *de forme* car elles sont principalement destinées à optimiser la forme générale du graphique afin d’en assurer la compréhension et la cohésion d’ensemble. Nous en verrons l’utilisation au travers d’exemples dans la sous-partie 3.1.3, et leurs notices d’utilisation sont présentées en annexe A.2.2, cf. fonctions 5 à 7. La seconde famille de fonction dédiées au traçage est constituée de deux routines :

- 2.1 `transFlux.m` trace une brique de transformation (i.e. un nœud du réseau) et la destruction d’exergie associée le cas échéant, ainsi qu’éventuellement en option, les briques de flux entrant ou sortant ;
- 2.2 `exchgrFlux.m` fait appel à la fonction `transFlux.m` pour représenter plus particu-

lièrement un échange de chaleur entre deux fluides et trace la destruction d'exergie due au différentiel de température.

On présente maintenant les routines *primitives* de traçage des briques élémentaires de flux, `exerFlux.m`, et de transformation, `transFlux.m`.

3.1.2.2 Routines primitives de traçage

On parle de routines *primitives* de traçage car celles-ci sont ensuite appelées par les autres routines du programme pour tracer des briques de flux ou de transformation. Ce sont également des routines « charnières » dans le sens où elle opèrent la jonction entre données physiques d'une part ($\theta, \dot{h}, \Delta H \dots$) et caractéristiques graphiques d'autre part (coordonnées, direction de propagation...).

exerFlux.m trace les briques élémentaires de flux telles que montrées sur la figure 3.1.1. Polyvalente, celle-ci accepte en entrée des structures de type `point` et `flux`, ou tout simplement un vecteur à deux composantes de la forme : $[\theta, \dot{E}]$. Il est possible de préciser un emplacement graphique particulier où tracer la brique de flux, ou alors d'effectuer le tracé à la suite d'une brique déjà présente sur le graphique. La fonction retourne en sortie une structure de type `flux` telle qu'introduit dans la sous-partie précédente. Enfin, quatre options sont personnalisables :

- le contour de la brique (trait plein, pointillés...),
- la direction du flux (non nécessaire dans le cas d'une connexion à un flux déjà tracé),
- le nom que l'on souhaite donner à l'élément de flux tracé (i.e. celui donné au point thermodynamique du réseau considéré le cas échéant),
- la densité surfacique des points d'anergie.

Cette dernière option est plus importante qu'il n'y paraît car il nous semble nécessaire que la densité soit homogène sur tout le graphique pour ne pas faire passer un message erroné d'importance lié à celle-ci. Les entrées et la sortie de la fonction sont détaillés plus avant dans la notice de la fonction 4 en annexe A.2.2.

transFlux.m trace les briques élémentaires de transformations telles que vu à la figure 3.1.2, c'est-à-dire, d'une manière générale, tout flux recevant ou cédant de l'énergie. Les données thermodynamiques des échanges énergétiques lui sont transmises à l'aide de structures `transfo` et, de même que précédemment, il est possible de préciser à la fonction où effectuer le tracé. Celle-ci trace alors la brique de transformation correspondante, éventuellement la destruction d'exergie et les briques de flux impliquées. La fonction fournit alors en sortie un vecteur structure de type flux de dimension $[1 \times 3]$. Les deux premières valeurs du vecteur portent le flux principal entrant et sortant respectivement, et la troisième le flux énergétique reçu ou cédé. Il est également possible de demander à la fonction qu'après avoir tracé la transformation, elle connecte le flux d'énergie reçu ou émis pendant la transformation avec une autre brique de flux déjà présente sur la graphique (en faisant appel à la fonction `propagateFlux.m` si nécessaire). De plus, grâce à ces nombreuses options, la fonction `transFlux.m` permet de tracer les échanges d'énergie sans direction préférentielle : le flux principal (celui cédant ou recevant de l'énergie) peut être horizontal ou vertical et le flux d'énergie y entrant ou en sortant peut le faire par la droite ou la gauche (relativement à la direction de propagation du flux principal). Enfin, il est possible d'utiliser la fonction afin de tracer un simple embranchement dans le réseau. Cette

option est utile lorsque l'on souhaite par exemple représenter un flux de travail fourni par l'un des composant du système qui est en partie utilisé par un autre avant de sortir du système (voir l'option 'division' de la fonction). Les transformations représentées par `transFlux.m` sont élémentaires dans le sens où le fluide principal peut recevoir ou céder de l'énergie mais pas les deux. C'est-à-dire qu'il est impossible de représenter sur une même brique de flux un apport d'énergie s'accompagnant d'une perte par exemple. Pour se faire, il faudra utiliser deux briques élémentaires de transformation (voir par exemple la chaudière à gaz discuté dans la sous-partie 3.2.2). Les détails techniques de la fonction sont rassemblés dans l'encadré de la fonction 8 fournit en annexe A.2.

3.1.2.3 `rawImport.m` – Du tableur aux structures Matlab

Pour chaque point thermodynamique (intermédiaire) i du réseau, le tableau des données numériques doit présenter les valeurs suivantes :

- débit \dot{m}_i et enthalpie spécifique relative \tilde{h}_i ,
- $\theta_i^* = \xi_i / \tilde{h}_i$,

et pour chaque transformation t (turbine, détente, combustion...) :

- $\Delta\dot{H}_t$, positif s'il s'agit d'un gain d'énergie ou négatif si au contraire l'énergie est émise,
- θ_t ou θ_t^* , égal à 1 s'il s'agit d'un travail,
- éventuellement ΔX_t la destruction d'exergie associée.

Les destructions d'exergie de chaque transformation sont calculées par les fonctions d'importation (`makeTransfo.m` et `makeExchgr.m`) mais certaines transformations, une détente isenthalpique par exemple, nécessite d'importer la valeur de ΔX (voir par exemple la ligne 36 sur le tableur du schéma 3.1.2).

Pour simplifier la présentation suivante, nous nous appuyons sur une étude technique qui sera discutée dans la partie 3.2 : l'analyse exergétique d'une PAC géothermique pour le chauffage du bâtiment A de l'UPN. Les étapes de récupération des données puis de préparation des structures Matlab sont présentées sur le schéma 3.1.2.

Tout d'abord, les données « brutes » (cadre rouge) sont importées grâce à la fonction `xlsread.m` (interne de Matlab) qui enregistre les valeurs numériques dans une matrice et les cellules de texte dans un vecteur (appelé *cell*) de strings. Les flèches indiquent le passage des variables d'un point à l'autre de l'organigramme. Dans l'exemple présent, la fonction `xlsread.m` est appelée deux fois (encadrées dans le cadre orange) pour lire la même feuille de calcul 'RecupData' du fichier `File='geotherm.xls'`³ : pour les données relatives aux points thermodynamiques dans un premier temps (plage 'A2:D20'), et pour les valeurs liées aux échanges énergétiques ensuite (plage 'A25:D42'). La matrice ainsi récupérée peut contenir des lignes vides pour séparer les différents cycles par exemple, auquel cas il est nécessaire de la « nettoyer ». C'est le cas de la matrice `fluidsData` qui en contient trois. Les opérations de nettoyage sont réalisées à l'aide des fonctions `find.m` et `isnan.m` de Matlab qui permettent respectivement de chercher une valeur particulière dans un vecteur et de vérifier si une variable donnée est numérique (*nan* signifie *not a number*). Ici, on cherche donc les lignes non numériques récupérées dans l'importation afin de la supprimer, voir les trois lignes de codes entre l'appelle de la fonction `xlsread.m` et

3. Le fichier `geotherm.xls` doit se trouver dans un dossier accessible par Matlab, c'est-à-dire placé dans un dossier enregistré dans les `path`.

le cadre en pointillés correspondant sur le schéma 3.1.1. Ces derniers signalent les étapes d’initialisation des vecteurs `theta_f`, `m` et `h` à partir de la matrice nettoyée `fluidsData` ; et des vecteurs `theta_r`, `DeltaH` et `deltaX` à partir de la matrice `transfosData`. La démarche employée ici est proposée à titre indicative, l’utilisateur peut faire appel six fois à la fonction `xlsread.m` s’il le désire. Ce sera légèrement plus long mais les pages de données pourront être plus ciblées. Cependant la procédure introduite est conseillée dans la mesure où elle permet de s’assurer du bon ordre des points d’un vecteur à l’autre.

Ensuite, dans le cadre vert, pour chaque cycle `XX` du système, on crée les structures `XXpoints` et `XXtransfos` à l’aide de la fonction `makeTransfo.m` (4 premières ellipses en pointillés). Dans notre exemple, la PAC géothermique est constituée de trois cycles : un pour le fluide frigorigène (`FF`), un pour l’eau glycolée dans le sol (`EG`) et un pour l’eau dans le plancher (`W`). Le quatrième cycle récupéré (`GAZ`) correspond aux valeurs numériques de la modélisation du système de chauffage actuel du bâtiment, alimenté par une chaudière fonctionnant au gaz naturel. Enfin, si le système étudié présente des échangeurs de chaleur, comme c’est le cas dans notre exemple (cinquième ellipse en pointillés), l’utilisateur pourra faire appel à la fonction `makeExchgr.m` pour générer le troisième type de structure, appelée `SYSexchangers` ici, qui rassemblent les données thermodynamiques relatives aux échangeurs de chaleur du système `SYS`.

Nous venons de voir comment coder la première fonction du programme `rawImport.m`, afin d’obtenir les vecteurs structures de type `point`, `transfo` et `exchanger` correspondant à notre système. Comme nous l’avons expliqué plus haut, ces structures seront utilisées dans la seconde fonction du programme `mainFlux.m`, afin de transmettre les données thermodynamiques aux routines de traçage.

3.1.2.4 Éléments de codage de la fonction `mainFlux.m`

Nous présentons maintenant quelques éléments de codage de la fonction principale de traçage, avant d’en présenter quelques exemples concrets d’utilisation dans la sous-partie suivante.

Installation. Le programme est fourni sous la forme d’un dossier compressé contenant les huit routines préprogrammées (plus deux accessoires sur lesquels nous revenons dans les paragraphes suivants), une fonction `installFlux.m` et un dossier contenant les fichiers nécessaires au traçage du cycle liquide/vapeur présenté dans la partie suivante. Des annotations et commandes mises en commentaire des fonctions de cet exemple permettent une prise en main plus facile des possibilités du programme. Son installation se fait un décompressant le dossier général (appelé `fluxModel`) à l’emplacement souhaité. Puis, en y accédant depuis Matlab, l’utilisateur appelle le script `installFlux.m` qui ajoute le dossier courant (et son sous-dossier) aux *paths*⁴ de Matlab et les enregistre. Pour désinstaller le programme (supprimer tous les fichiers et libérer les *paths* correspondants), il faut appeler le même script avec la string ‘`off`’ en entrée ; soit, dans la fenêtre de commande de Matlab, il faut taper `installFlux off` pour désinstaller le programme. Il est conseillé à l’utilisateur de créer un sous-dossier (portant le nom du système étudié par exemple) dans le dossier `fluxModel` et de l’ajouter aux `path` du programme. Puis, comme dans l’exemple fourni avec le programme, d’y enregistrer le fichier de données au format `.xls` et d’y créer les fonctions `rawImport.m` et `mainFlux.m`. Les noms génériques donnés à ces deux fonctions devraient être personnalisés en lien avec le système que l’on souhaite

4. Les *paths* sont les dossiers dans lesquels Matlab cherche les fonctions appelées par l’utilisateur.

représenter, par exemple pour la PAC discutée plus haut, on pourrait créer les fonctions : `pacImport.m` et `pacFlux.m`. Dans la suite, nous continuerons à les appeler par leurs noms génériques mais ce point peut être nécessaire si l'on souhaite utiliser le programme pour représenter plusieurs systèmes.

Gestion des entrées. Nous proposons de coder la fonction `mainFlux.m` de manière interactive avec le workspace ‘`base`’ de Matlab. C’est-à-dire, de manière à ce qu’au début de son exécution, elle interroge le workspace ‘`base`’ pour y chercher les vecteurs structures de type ‘`point`’, ‘`transfo`’ et ‘`exchanger`’ correspondant au système étudié. S’ils y sont enregistrés, la fonction les charge, sinon elle fait appelle à `rawImport.m` et les enregistre dans le workspace ‘`base`’ pour une prochaine utilisation. Ceci permet, d’une part, de ne pas relancer `rawImport.m` à chaque exécution de la fonction principale `mainFlux.m`; et d’autre part, de ne pas s’encombrer de trop d’entrées (ni de sorties) lors des différents appels de la fonction, notamment lors de la phase d’élaboration de la représentation.

Lors de cette phase de travail, il peut être utile de pouvoir charger les structures portant les caractéristiques physiques du système (‘`point`’, ‘`transfo`’ et ‘`exchanger`’) sans effectuer le tracé. Ou, lorsque le système étudié comporte un grand nombre de cycles, on peut vouloir ne tracer que certains d’entre eux (voir même un seul). C’est pourquoi nous proposons de coder la fonction de manière à ce quelle accepte une entrée de type string, ainsi la fonction pourra être appelée de deux manières, en tapant dans la fenêtre de commande de Matlab :

- `mainFlux` : pour simplement charger les variables dans le workspace ‘`base`’,
- `mainFlux flagPlot` : pour effectuer le tracé correspondant à `flagPlot`.

Warnings. Lorsque des points graphiques semblent *a priori* mal calibrés, les routines du programme affiche des messages *warning* de Matlab, dans le cas d’une trop faible densité d’anergie par exemple. Ces messages permettent de guider l’utilisateur dans l’élaboration de la représentation graphique. Cependant, lorsque le nombre de transformations composant le système étudié est grand, il peut être difficile de s’y retrouver. C’est pourquoi une routine très simple s’appuyant sur la commande interne de Matlab `fprintf.m` est fournie. Celle-ci permet d’afficher dans la fenêtre de commande de Matlab le numéro de la transformation, son nom et éventuellement le cycle auquel elle appartient. En d’autres termes, il suffit d’ajouter la ligne suivante avant chaque exécution des fonctions `transFlux.m` et `exchgrFlux.m` :

```
warningTitleFlux(n, ‘labelCy’, ‘labelTr’),
```

où `n` est le numéro de la transformation, ‘`labelCy`’ le nom du cycle et ‘`labelTr`’ celui de la transformation. Les labels sont optionnels et on peut n’en renseigner qu’un seul.

ndots. Comme nous l’avons expliqué plus haut, la densité de point d’anergie doit être la même sur l’ensemble du graphique. Nous proposons de calibrer le nombre de points sur le flux présentant la plus grande puissance (i.e. sur la brique de flux ayant la plus grande surface). Pour ce faire, le programme fourni la fonction `maxEnerFlux.m` qui prend une structure vectorielle de type `transfo` (rassemblant toutes celles du système considéré) en entrée et retourne la puissance maximale correspondante. L’utilisateur peut ainsi fixer la valeur de `ndots` par l’appel d’une simple ligne de commande placée au début de la fonction `mainFlux.m`, par exemple lorsque le système est composé de deux cycles portés par des structures `transfosCy1` et `transfosCy2` :

```
ndots = 25/maxEnerFlux([transfosCy1, transfosCy2]);,
```

où le chiffre 25 est ici arbitraire et `ndots` est à calibrer au cas par cas en fonction de la taille du système et de l'échelle à laquelle on souhaite visualiser la représentation.

3.1.3 Application – Cas d'école

On rappelle que le programme que nous venons de présenter est destiné à illustrer les enseignements de l'analyse exergetique dont nous avons présenté les rudiments dans le premier chapitre de cette thèse. C'est pourquoi, après avoir présenté les analyses exergetique et graphique d'un cycle liquide/vapeur classique, nous ferons de même avec une centrale thermique dont l'administrateur n'exploite pas l'exergie encore présente dans les gaz brûlés de celle-ci. Nous verrons alors comment ces deux systèmes peuvent être connectés afin de générer un supplément d'électricité et de la chaleur pour alimenter un réseau d'ECS, aboutissant à ce que l'on appelle une centrale à cogénération. L'analyse graphique permettra alors à l'administrateur de la centrale de visualiser le manque à gagner présent dans ses fumées d'évacuation, ce qui devrait l'inciter à effectuer les modifications nécessaires.

Ces trois études imbriquées ont été réalisées à l'aide du logiciel ThermoOptim et nous avons considéré une température extérieure hivernale de 2°C. Les valeurs numériques fournies dans cette sous-partie en sont directement extraites. Les caractéristiques thermodynamiques des fluides utilisés dans les exemples suivants, dans les conditions de l'environnement,

$$\begin{cases} T_0 = 2^\circ\text{C} & (3.1.8a) \\ P_0 = P_{\text{atm}} & (3.1.8b) \end{cases}$$

sont rassemblées dans le tableau 3.1.1. Nous présentons ici les analyses de systèmes simples, presque idéaux, à vertu pédagogique dans l'optique d'illustrer les avantages de la représentation graphique introduite dans cette partie. Deux cas concrets d'application au bâtiment A de l'UPN seront ensuite traités dans la seconde partie de ce chapitre. Enfin, l'équation de Gouy-Stodola (équation (1.1.21)) incorpore les deux principes fondamentaux de la thermodynamique. C'est pourquoi nous ne présentons que les bilans exergetiques dans ce qui suit.

TABLEAU 3.1.1 – Enthalpie h_0 et énergie disponible a_0 des fluides utilisés dans les exemples suivants, considérés dans les conditions de pression ($P_0 = P_{\text{atm}}$) et température ($T_0 = 2^\circ\text{C}$) d'un environnement local donné en hiver.

Composé	h_0 [kJ/kg]	a_0 [kJ/kg]
Air	-22,8927	-45,3909
Eau	8,5288	-0,3311
Gaz de Montoir	-47,2096	-65,2608
Gaz brûlés	-23,6314	-68,4003

3.1.3.1 Cycle moteur liquide/vapeur

Nous commençons par l'analyse d'un cycle moteur liquide/vapeur classique dont tous les composants sont écartés de leur équilibre par valeur supérieure. Nous sommes donc

dans le cas d'un cycle moteur standard tel que discuté dans le premier temps de la sous-partie 1.2.1, et dont nous avons établi la direction de propagation des flux d'exergie dans la sous-partie 2.3.3.1.

L'eau liquide est actionnée par une pompe (indice pm) et on considère trois échangeurs de chaleur avec un certain gaz chaud : un économiseur (indice eco), un évaporateur (indice ev) et un surchauffeur (indice sch). Le changement de phase de l'eau est supposé avoir lieu uniquement et complètement dans l'évaporateur. Ainsi, les échanges de chaleur dans les configurations de température du surchauffeur et de l'économiseur ont déjà été décrites respectivement dans les première et troisième situations prises en exemple en 2.3.2. L'exergie accumulée au travers de ces échangeurs est ensuite extraite au moyen d'une turbine à vapeur (indice TAV) et d'un condenseur (indice cd). Ce dernier alimentant un certain fluide froid écarté de son équilibre par valeur supérieure, on se trouve dans une configuration « hybride », au sens donné dans le chapitre précédent, au cours de laquelle le fluide chaud change de phase. Au sortir de la turbine à vapeur, le titre de la vapeur d'eau n'est plus tout à fait égale à 1, on suppose alors que la condensation se poursuit complètement dans le condenseur et que l'eau liquide n'est pas surchauffée ensuite, i.e. elle sort du condenseur à sa température de condensation à la pression considérée (cf. températures des points 6v (avant le condenseur) et 1v (après celui-ci) dans le tableau 3.1.2). Étant donné que les fluides source chaude et puits froid sont considérés sans changement de phase, nous avons vu dans la sous-partie 2.3.2 qu'au niveau de l'échangeur r ils peuvent être caractérisés par leur température moyenne logarithmique $T_{m,r}$. Alors, non explicités ici, ils sont pour l'instant considérés, à leurs points d'échange respectifs avec le fluide principal, comme des réservoirs à une certaine température $T_{m,r}$, qui sera précisée plus bas lorsque l'on s'intéressera aux destructions d'exergie dues aux différentiels de température. Un tel cycle est représenté sur la figure 3.1.4 à l'aide de la représentation en brique. On y a ajouté le nom des points thermodynamiques de l'eau qui seront utilisés en indice dans les équations présentées ci-après. Comme annoncé plus haut, nous considérons les différents éléments du système adiabatiques et négligeons les pertes de charge sur le réseau. Les caractéristiques thermodynamiques de l'eau dans les conditions de l'environnement sont données dans le tableau 3.1.1.

Analyse exergetique

Nous débutons l'analyse du cycle liquide/vapeur introduit précédemment par la pompe de circulation de l'eau liquide, en bas à droite de la figure 3.1.4. Les bilans énergétique et entropique nous donnent :

$$\dot{m}_{\text{plan}} \xi_{2v} = \dot{m}_{\text{plan}} \xi_{1v} + \dot{W}_{\text{pm}}^+ - \Delta \dot{X}_{\text{pm}}, \quad (3.1.9)$$

où les notations du chapitre précédent ont été employées. Par contre, les puissances sont définies positives dans les exemples présentés ci-après et la direction des flux est indiquée en exposant avec un + pour les apports énergétiques et un - lorsqu'au contraire le fluide cède de l'énergie. La destruction exergetique est exprimée dans le dernier terme du membre de droite de l'équation ci-dessus, mais en pratique celle-ci est négligeable (cf. dernière colonne du tableau 3.1.2) et n'apparaît pas sur la représentation de la figure 3.1.4. Ensuite, pour les trois échangeurs de chaleur on aura une relation de Gouy-Stodola de la forme :

$$\dot{m}_{\text{plan}} \xi_{iv} = \dot{m}_{\text{plan}} \xi_{(i-1)v} + \theta_{\text{ech}}^F \dot{Q}_{\text{ech}}^+, \quad (3.1.10)$$

où θ_{ech}^F est le facteur exergetique de la chaleur reçue par l'eau (le fluide froid pour les trois échangeurs) dans l'échangeur placé entre les points thermodynamiques $(i-1)v$ et iv . Alors,

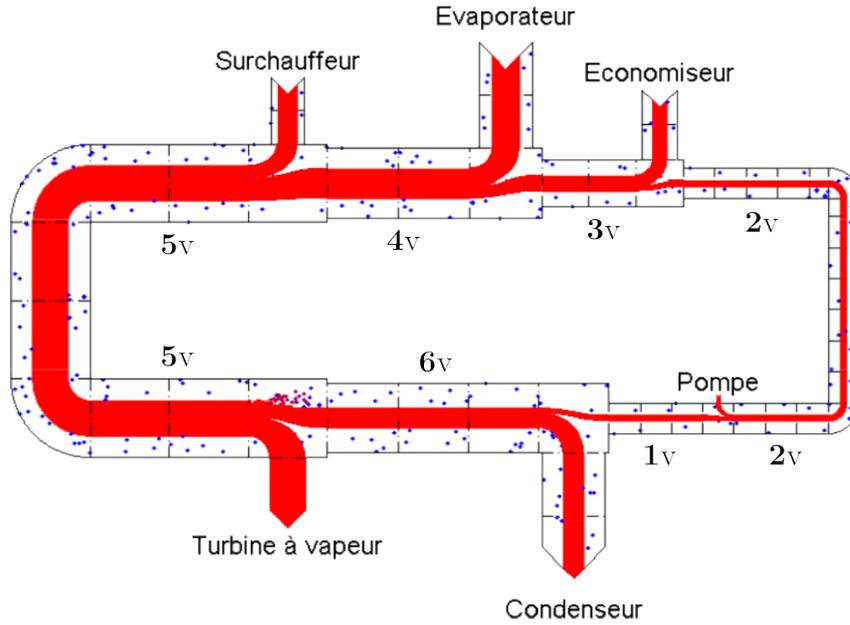


FIGURE 3.1.4 – Cycle eau / vapeur adiabatique schématisé à l'aide de la représentation en brique. Les noms des points thermodynamiques de l'eau (1v, 2v...) qui sont utilisés en indice dans les équations ont été ajoutés.

le changement de phase ayant complètement lieu dans l'évaporateur, le facteur exergetique de la chaleur qui y est reçue par le fluide, θ_{ev}^F , est directement donné par le facteur de Carnot à la température d'évaporation de l'eau à la pression considérée (cf. colonne θ_r^* de la ligne correspondant à l'évaporateur (4v) du tableau 3.1.2). Ensuite, tel que vu dans le chapitre précédent pour les échanges de chaleur sans changement de phase et à pression constante, les facteurs exergetiques liés aux chaleurs reçues dans l'économiseur, θ_{eco}^F , et le surchauffeur, θ_{sch}^F , sont déterminés au moyen de la température moyenne logarithmique du fluide pendant l'échange (équation (2.3.24)). Les valeurs numériques sont rapportées dans le tableau 3.1.2. Les destructions d'exergie occasionnées par le différentiel de température au niveau des échangeurs n'ont pas été indiquées, nous y reviendrons dans les exemples suivants. La vapeur d'eau passe ensuite dans une turbine qui fournit alors la puissance, définie positive,

$$\dot{W}_{TAV}^- = \dot{m}_{plan} (\xi_{5v} - \xi_{6v}) - \Delta \dot{X}_{TAV}. \quad (3.1.11)$$

Enfin, lorsque la vapeur d'eau entre dans le condenseur son titre n'est plus tout à fait égal à 1. On suppose alors que la condensation s'y termine complètement et que l'eau liquide n'est pas sous-refroidie ensuite. Ainsi, le facteur exergetique de la chaleur émise par l'eau, θ_{cd}^C , est déterminé à l'aide de sa température de condensation à la pression considérée (cf. première ligne du tableau 3.1.2), et l'équation de Gouy-Stodola correspondante s'écrit :

$$\dot{m}_{plan} \xi_{1v} = \dot{m}_{plan} \xi_{6v} - \theta_{cd}^C \dot{Q}_{cd}^-. \quad (3.1.12)$$

Le cycle modélisé étant fermé et la chaleur de condensation non exploitée, le rendement énergetique est donné par :

$$\eta_n = \frac{\dot{W}_{TAV}^-}{\dot{Q}_{eco}^+ + \dot{Q}_{ev}^+ + \dot{Q}_{sch}^+ + \dot{W}_{pm}^+} = 0,25. \quad (3.1.13)$$

Quant à l'efficacité exergetique du cycle et son taux de destruction d'exergie, ils sont

TABLEAU 3.1.2 – Grandeurs thermodynamiques des points fluides et échanges énergétiques du cycle liquide/vapeur. Les cinq premières colonnes donnent les valeurs numériques aux points fluides intermédiaires de la pression p , la température T , le débit \dot{m} , le facteur exergetique du fluide θ_f^* , et son enthalpie relative \tilde{h} . Les trois dernières fournissent celles des échanges énergétiques entre la ligne renseignée et la précédente avec : le facteur exergetique de l'échange θ_r^* , la variation d'enthalpie occasionnée $\Delta\dot{H}$ (positive si l'énergie est reçue par le fluide, et négative sinon) et la destruction d'exergie correspondante $\Delta\dot{X}$. La température de l'environnement a été posée égale à 2°C.

	p [bar]	T [K]	\dot{m} [kg/s]	θ_f^*	\tilde{h} [MJ/kg]	θ_r^*	$\Delta\dot{H}$ [MW]	$\Delta\dot{X}$ [MW _x]
1v	2,5	400,58		0,177	0,527	0,313	-42,20	
2v	62,5	401,29		0,187	0,534	1	0,14	0,01
3v	62,5	551,38	19,40	0,318	1,219	0,418	13,29	
4v	62,5	551,38		0,421	2,774	0,501	30,16	
5v	62,5	768,15		0,448	3,399	0,579	12,13	
6v	2,5	400,58		0,287	2,702	1	-13,51	1,03

respectivement donnés par :

$$\eta_x = \frac{\dot{W}_{\text{TAV}}^-}{\dot{X}_{\text{eco}}^+ + \dot{X}_{\text{ev}}^+ + \dot{X}_{\text{sch}}^+ + \dot{W}_{\text{pm}}^+} = 0,49 \quad (3.1.14a)$$

$$\delta_x = \frac{\Delta\dot{X}_{\text{pm}} + \Delta\dot{X}_{\text{TAV}}}{\dot{X}_{\text{eco}}^+ + \dot{X}_{\text{ev}}^+ + \dot{X}_{\text{sch}}^+ + \dot{W}_{\text{pm}}^+} = 0,04. \quad (3.1.14b)$$

Où on voit que lorsque les destructions d'exergie dues aux différentiels de températures ne sont pas considérées, seulement 4% de l'exergie totale investie est détruite au cours du cycle. On note de plus que les pertes par frottement sont effectivement négligeables comme nous le verrons de manière plus approfondie dans les exemples de la partie 3.2.

Représentation graphique

Nous présentons maintenant la représentation graphique, tracée sur la figure 3.1.4, du cycle fermé analysé ci-dessus. Les limites du système n'incluent pas les fluides chauds et froids, en amont et en aval du cycle, afin de se concentrer sur la représentation du cycle lui-même, les échanges inter-cycle seront discutés dans l'exemple de la sous-partie 3.1.3.3.

Analysons le schéma visuellement tout d'abord, un simple coup d'œil permet de se rendre compte de l'évolution structurelle (énergétique et exergetique) du flux d'eau au travers des différents éléments du cycle (équations (3.1.9) à (3.1.12)). Partant de la pompe (en bas à droite de la représentation), l'eau liquide « monte » par la droite, l'énergie et *a fortiori* l'exergie contenues dans le fluide sont alors très faibles. En haut du schéma, le liquide se propage vers la gauche, l'eau est tout d'abord préchauffée dans l'économiseur, puis s'évapore dans l'évaporateur. Le surchauffeur permet ensuite d'augmenter la température de la vapeur d'eau. Les apports successifs d'énergie sont distinctement visibles à chaque brique de transformation. La vapeur « descend » ensuite par la gauche du schéma, pour entrer dans la brique de la turbine à vapeur où une faible partie de son exergie est détruite. Le travail extrait est représenté par la brique de flux purement exergetique sortante par le bas. La vapeur chaude entre ensuite dans le condenseur où elle finit de se liquéfier avant d'entrer dans la pompe pour repartir sur un nouveau cycle.

D'un point de vue technique ensuite, tout comme la turbine et la pompe, les quatre échangeurs de chaleur adiabatiques ont été représentés à l'aide de la fonction `transFlux.m` car les fluides chaud et froid apportant et recevant de l'énergie n'ont pas été représentés (ne nécessitant donc pas l'appel de la fonction `exchgrFlux.m`). Pour chacun d'eux, la surface totale de la brique de flux d'énergie entrante ou sortante est égale à la variation d'énergie du fluide $|\Delta\dot{H}|$. La quantité d'exergie correspondante est quant à elle déterminée à l'aide de la température moyenne logarithmique du fluide, équation (2.3.24), pour l'économiseur et le surchauffeur ; et à l'aide de la température d'évaporation à la pression considérée pour l'évaporateur.

On note que les briques de flux ont été délimitées, afin de pouvoir distinguer où les fonctions de forme (`propagateFlux.m` et `turnFlux.m`) ont été utilisées pour assurer la cohérence du cycle. Plus particulièrement, dans le coin supérieur droit, de part et d'autre de la brique tournante, on peut voir les portions de brique qui ont été ajoutées par la fonction `turnFlux.m` pour fermer la boucle.

Seule la turbine à vapeur entraîne une destruction d'exergie notable sur le cycle, tout de même relativement faible par rapport aux quantités d'exergie échangées. Ce type de cycle, lorsqu'ils sont correctement calibrés, garantissent donc, outre l'extraction d'une certaine quantité de travail, un transfert optimal d'exergie d'un fluide chaud à un autre plus froid. Mais pour être complet, il faut prendre en compte les destructions d'exergie dues aux différentiels de température, ce que nous ferons dans la sous-partie 3.1.3.3.

3.1.3.2 Centrale thermique

La centrale thermique modélisée ici est constituée de trois éléments : un compresseur, une chambre de combustion et une turbine à gaz après laquelle les gaz brûlés sont évacués. Le carburant utilisé pour la combustion est du gaz de Montoir. La centrale est représentée sur le schéma 3.1.3 à l'aide de pictogramme et sur la figure 3.1.5 avec la représentation en brique introduite précédemment. De même que dans l'exemple précédent, afin de visualiser plus spécifiquement le phénomène de destruction d'exergie, nous considérons une centrale idéale, i.e. dont les composants sont thermiquement isolés, et la combustion stœchiométrique complète.

Analyse exergetique

Une analyse complète du système nécessite d'exprimer les conservations de masse et d'énergie ainsi que la production d'entropie. Ceci ayant été largement discuté dans le chapitre 1, nous présentons directement ici les relations de Gouy-Stodola résultantes pour

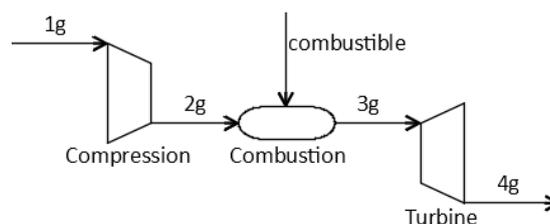


SCHÉMA 3.1.3 – Représentation schématique d'une centrale thermique à combustion idéale.

le compresseur (indice cp) :

$$\dot{m}_{\text{air}} \xi_{2g} = \dot{W}_{\text{cp}}^+ + \dot{m}_{\text{air}} \xi_{1g} - \Delta \dot{X}_{\text{cp}}, \quad (3.1.15)$$

la chambre de combustion (indice cb) :

$$\dot{m}_{\text{gb}} \xi_{3g} = \theta_{\text{cb}} \dot{Q}_{\text{cb}}^+ + \dot{m}_{\text{air}} \xi_{1g} + \dot{m}_{\text{gm}} \xi_{\text{gm}}, \quad (3.1.16)$$

et la turbine à gaz (indice TAG) :

$$\dot{W}_{\text{TAG}}^- = \dot{m}_{\text{gb}} (\xi_{3g} - \xi_{4g}) - \Delta \dot{X}_{\text{TAG}}, \quad (3.1.17)$$

où les notations usuelles ont été employées et, de même que dans l'exemple précédent, les puissances sont définies positives avec en exposant les signes + et - pour indiquer si les flux sont respectivement apportés au fluide de travail (de l'air puis des gaz brûlés) ou cédés par celui-ci. Dans l'équation (3.1.16), l'indice « gm » indique les quantités relatives au gaz de Montoir. Dans l'ordre, les points 1g à 4g correspondent à l'entrée d'air, l'air comprimé, puis les gaz brûlés avant et après la turbine à gaz. Les données thermodynamiques correspondantes sont rassemblées dans le tableau 3.1.3, ainsi que les paramètres d'échange liés aux différentes transformations. De même que pour le tableau 3.1.2, les variations d'enthalpie (avant-dernière colonne) sont données en valeur algébrique, positives si l'énergie est reçue par le fluide, et négatives si au contraire elle est émise par celui-ci.

Considérons la compression tout d'abord, décrite par l'équation (3.1.15) et dont les paramètres sont rassemblés à la fin de la troisième ligne du tableau 3.1.3. L'air ambiant entrant dans les conditions de pression et température de l'atmosphère (point 1g), le fluide ne présente alors ni enthalpie relative ni exergie. De plus, la compression étant supposée adiabatique, toute l'énergie apportée est transmise au fluide, sous forme d'exergie pour la plupart et sous forme d'anergie pour près de 7% du flux initial (cf. dernière colonne de la ligne du point fluide 2g, après la compression). On rappelle que dans le cas d'une transformation adiabatique, l'exergie détruite peut s'apparenter à une « conversion » irréversible

TABLEAU 3.1.3 – Grandeurs thermodynamiques des points fluides et échanges énergétiques de la centrale thermique. La première ligne donne les caractéristiques thermodynamiques du carburant, du gaz de Montoir, à son entrée dans la chambre de combustion. Les cinq premières colonnes donnent les valeurs numériques aux points fluides intermédiaires de la pression p , la température T , le débit \dot{m} , le facteur exergétique du fluide θ_f^* , et son enthalpie relative \tilde{h} . Les trois dernières fournissent celles des échanges énergétiques entre la ligne renseignée et la précédente avec : le facteur exergétique de l'échange θ_r^* , la variation d'enthalpie occasionnée $\Delta \dot{H}$ (positive si l'énergie est reçue par le fluide, négative sinon) et la destruction d'exergie correspondante $\Delta \dot{X}$. La température de l'environnement a été posée égale à 2°C.

	p [bar]	T [K]	θ_f^*	\dot{m} [kg/s]	\tilde{h} [MJ/kg]	θ_r^*	$\Delta \dot{H}$ [MW]	$\Delta \dot{X}$ [MW _x]
carb	1	300,00	0,059	3,38	0,051			
1g	1	275,15	0	171,50	0			
2g	15	644,10	0,933	171,50	0,379	1	64,98	4,35
3g	15	1413,15	0,783	174,88	1,313	0,719	164,55	
4g	1	843,57	0,467	174,88	0,619	1	-121,37	7,73

d'exergie en énergie. Au niveau de la chambre de combustion ensuite, la transformation est supposée isobare, impliquant que l'exergie apportée par le flux de chaleur peut s'exprimer, du point de vue du gaz, à l'aide du facteur exergetique à pression constante de celui-ci pendant l'apport, i.e. au moyen de sa température moyenne logarithmique pendant l'échange. Aucune destruction d'exergie n'est considérée ici car la chaleur exprimée dans l'équation (3.1.16) est égale à la variation totale d'enthalpie subie par le fluide pendant la combustion. Le paramétrage de laquelle ayant été établi à l'aide de ThermoOptim en imposant du gaz de Montoir comme carburant, on a notamment la température théorique de combustion (aussi appelée température adiabatique de flamme) du gaz de Montoir dans l'air proche de $T_{\text{th, gm}} = 1800 \text{ K}$. Au niveau de la turbine à gaz enfin, la pression du fluide retombe à la pression atmosphérique et la température du fluide chute de moitié. Celle-ci reste tout de même supérieure à 800 K tel qu'on peut le voir dans le tableau 3.1.3 et l'exergie portée par les gaz brûlés à la sortie de celle-ci représente encore près de 50 % de l'enthalpie relative véhiculée.

Sans nous attarder sur cette analyse sommaire, nous présentons les différents rendements et taux énergétiques et exergetiques avant de passer à l'analyse graphique de la centrale. Les rendements tout d'abord sont donnés respectivement par :

$$\eta_n = \frac{\dot{W}_{\text{TAG}}^-}{\dot{W}_{\text{cp}}^+ + \dot{Q}_{\text{cb}}^+} = 0,53 \quad (3.1.18a)$$

$$\eta_x = \frac{\dot{W}_{\text{TAG}}^-}{\dot{W}_{\text{cp}}^+ + \dot{X}_{\text{cb}}^+} = 0,66. \quad (3.1.18b)$$

Le rendement exergetique est ici supérieur au rendement énergétique car la puissance utile est mécanique (100% d'exergie) alors que l'une des puissances fournies au système l'est sous forme de chaleur ($\theta_{\text{cb}} < 1$). Les pertes énergétiques sont ensuite simplement déduites de l'équation (3.1.18a) :

$$\tau_n = 1 - \eta_n = 0,47. \quad (3.1.19)$$

Ce taux ne sera plus présenté dans les analyses suivantes car il n'apporte aucune information de plus que le rendement du même type, énergétique. Le manque à gagner exergetique est quant à lui exprimé à l'aide des deux ratios :

$$\tau_x = \frac{X_{\text{gb}}^-}{\dot{W}_{\text{cp}}^+ + \dot{X}_{\text{cb}}^+} = 0,28 \quad (3.1.20a)$$

$$\delta_x = 1 - \eta_x - \tau_x = 0,06. \quad (3.1.20b)$$

Comme il a été discuté dans le chapitre 1, la quantité d'exergie détruite, caractérisée par le rapport de l'équation (3.1.20b), est inévitable et intrinsèquement liée aux différents processus élémentaires du système étudié, en l'occurrence : le compresseur et la turbine à gaz qui ont pourtant été considérées dans des situations idéales ici (adiabatique). Le seul moyen de s'en affranchir est de changer le ou les processus en question. D'un autre côté, l'équation (3.1.20a) nous informe de la perte induite par la non exploitation de l'exergie encore contenue dans les gaz brûlés sous forme de chaleur. En résumé, à peine plus de 5% de l'exergie totale investie dans le système y est détruite alors que près de 30% est purement et simplement inutilisée, gaspillée.

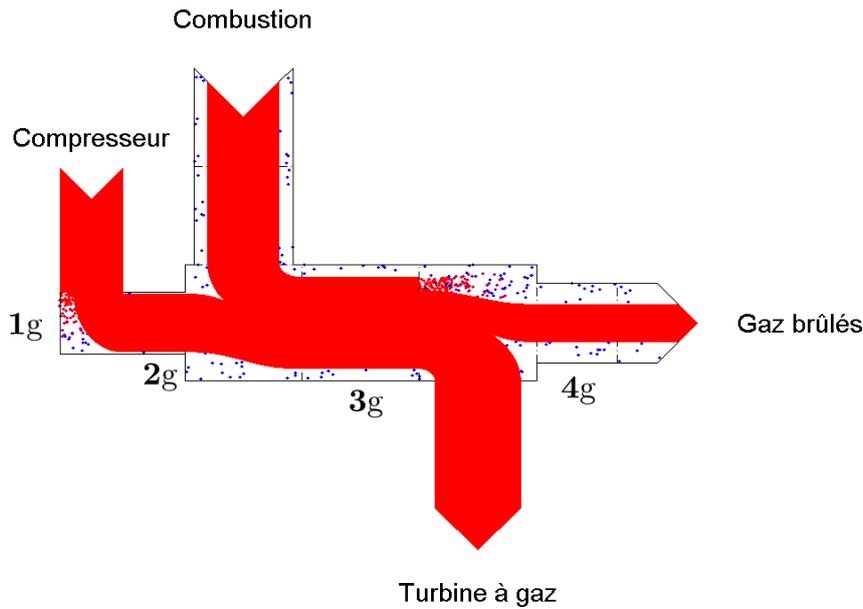


FIGURE 3.1.5 – Centrale thermique adiabatique schématisée à l’aide de la représentation en brique. Les noms des points thermodynamiques du gaz (1g, 2g...) qui sont utilisés en indice dans les équations ont été ajoutés.

Représentation graphique

La figure 3.1.5 montre la représentation en brique de la centrale analysée dans la sous-partie précédente. Celle-ci nécessite trois appels de la fonction `transFlux.m` pour tracer les briques de transformation correspondant aux équations (3.1.15) à (3.1.17). Les queues et pointes de flèche sont quant à elles tracées à l’aide de la fonction `arrowFlux.m`. Nous présentons maintenant les différentes briques de transformation en partant de la gauche du schéma.

Au niveau du compresseur tout d’abord, la queue de flèche entrante par le haut représente le travail mécanique fournit à l’air ambiant lors de la compression. Comme nous l’avons expliqué dans la sous-partie 3.1.1.1, l’air ambiant admis dans le système étant aux conditions de pression et température de l’atmosphère, celui-ci est représenté par une absence de brique. À l’intérieur de la brique de transformation, sur la gauche, on distingue clairement l’exergie détruite dans le processus et le flux sortant par la droite est à une pression telle que son facteur exergetique est proche de 1. Celle-ci ici directement reliée à la brique de transformation de la combustion mais si on avait souhaité représenter une perte thermique par exemple, on aurait put insérer ici une brique de transformation représentant l’émission d’un certain flux énergétique dans l’environnement. Pour ce cas particulier, la quantité d’anergie dans la représentation du flux sortant est précisément égale à l’exergie détruite au compresseur.

Ensuite, au niveau de la seconde brique de transformation, la quantité d’énergie véhiculée par le gaz de Montoir est négligeable devant les autres flux. C’est pourquoi, la quantité totale d’énergie apportée à l’air lors de la combustion a été représentée sur une seule brique de flux (entrante par le haut de la brique de transformation) dont l’aire totale est proportionnelle à :

$$\dot{E}_{cb} = \dot{m}_{gm} \tilde{h}_{air} + \dot{Q}_{cb} \simeq \dot{Q}_{cb}, \quad (3.1.21)$$

et similairement, pour l'aire d'exergie on a :

$$\dot{X}_{cb} = \dot{m}_{gm} \tilde{\xi}_{gm} + \theta_{cb} \dot{Q}_{cb} \simeq \theta_{cb} \dot{Q}_{cb}. \quad (3.1.22)$$

Aucune destruction d'exergie n'apparait dans cette brique car, comme expliqué plus haut, nous avons représenté directement les valeurs d'énergie et d'exergie reçues par le fluide. De même que précédemment une brique de transformation pourrait être ajoutée, à la sortie de celle-ci, afin de représenter les pertes thermiques d'une chambre de combustion réelle.

La dernière brique de transformation représente la turbine à gaz entraînée par les gaz brûlés de la combustion. La destruction d'exergie est clairement visible en haut de la brique de transformation et le travail mécanique extrait, sortant par le bas. Sur la droite de la représentation, on peut constater la quantité d'exergie encore présente dans les gaz brûlés à la sortie du système (sous forme de chaleur), clairement de l'ordre de 50 % de l'enthalpie relative portée par le fluide.

3.1.3.3 Centrale à cogénération

Pour ce dernier exemple, nous reprenons la centrale thermique traitée dans l'exemple précédent et exploitons les gaz brûlés sortant de la turbine comme source chaude pour le cycle liquide/vapeur traité dans le premier exemple de la sous-partie 3.1.3.1. Deux autres échangeurs de chaleur ont été modélisés à la suite de l'économiseur pour alimenter deux réseaux de chaleur, un d'ECS et l'autre de chauffage urbain. Ce dernier est également chauffé à l'aide du condenseur du cycle liquide/vapeur. La centrale à cogénération ainsi modélisée est représentée sur la figure 3.1.6, où les noms des points fluides définis précédemment ont été conservés. Les grandeurs thermodynamiques non fournies dans les exemples précédents sont présentées dans le tableau 3.1.4, et les destructions d'exergie dues aux différentiels de température dans le tableau 3.1.5.

Analyse exergetique

Les trois premiers éléments de la centrale (compresseur, chambre de combustion et turbine à gaz) sont décrits par les équations (3.1.15) à (3.1.17). À la sortie de la turbine à gaz, la quantité d'exergie encore contenue dans les gaz brûlés sous forme de chaleur est donnée dans le tableau 3.1.3 :

$$\dot{m}_{bg} \xi_{4g} = 50,59 \text{ MW}_x. \quad (3.1.23)$$

Celle-ci est alors transmise aux deux réseaux de chaleur par l'intermédiaire d'un total de six échangeurs dont cinq sont directement connectés aux gaz brûlés (cf. figure 3.1.6). Finalement, la puissance exergetique rejetée par le dernier échangeur,

$$\dot{m}_{bg} \xi_{9g} = 3,97 \text{ MW}_x, \quad (3.1.24)$$

est du même ordre de grandeur que les quantités d'exergie détruite dans les différents composants de la centrale (cf. tableaux 3.1.2, 3.1.3 et 3.1.5). Alors, considérant les données des tableaux 3.1.3 et 3.1.2, on calcule directement le taux de perte exergetique de la centrale améliorée :

$$\tau_x = \frac{\dot{m}_{bg} \xi_{9g}}{\dot{W}_{cp}^+ + \dot{X}_{cb}^+ + \dot{W}_{pm}^+} = 0,02. \quad (3.1.25)$$

Ainsi, l'exploitation des gaz brûlés de la centrale thermique traitée dans l'application précédente permet de récupérer la quasi-totalité de l'exergie initialement gaspillée, le taux de perte passe ainsi de 28 à 2 %.

Chaque échangeur se traduit par un système de deux équations de Gouy-Stodola, une pour le fluide chaud (C) et une pour le froid (F) :

$$\begin{cases} \dot{m}_C \xi_{\text{out}}^C = \dot{m}_C \xi_{\text{in}}^C - \theta_{\text{ech}}^C \dot{Q}_{\text{ech}}^- \\ \dot{m}_F \xi_{\text{out}}^F = \dot{m}_F \xi_{\text{in}}^F + \theta_{\text{ech}}^F \dot{Q}_{\text{ech}}^+ \end{cases} \quad (3.1.26a)$$

$$\quad (3.1.26b)$$

où les échangeurs sont toujours supposés adiabatiques, et $\dot{Q}_{\text{ech}}^+ = \dot{Q}_{\text{ech}}^- = \dot{Q}_{\text{ech}}$ est le flux de chaleur transmis du fluide chaud au froid dans l'échangeur « ech ». La destruction d'exergie engendrée par le différentiel de température pour chaque échangeur est alors donné par :

$$\Delta \dot{X}_{\text{ech}} = (\theta_{\text{ech}}^C - \theta_{\text{ech}}^F) \dot{Q}_{\text{ech}}, \quad (3.1.27)$$

soit en terme de rapport à l'exergie investie correspondante :

$$\delta_{x,\text{ech}} = \frac{\theta_{\text{ech}}^C - \theta_{\text{ech}}^F}{\theta_{\text{ech}}^C} = 1 - \frac{\theta_{\text{ech}}^F}{\theta_{\text{ech}}^C}, \quad (3.1.28)$$

où on rappelle que les facteurs exergetiques sont tous positifs alors c'est toujours le fluide chaud qui émet de l'exergie reçue par le fluide froid. Les valeurs numériques sont rassemblées dans le tableau 3.1.5. Finalement, le taux de destruction d'exergie sur l'ensemble de la centrale est donné par :

$$\delta_x = \frac{\Delta \dot{X}_{\text{cp}} + \Delta \dot{X}_{\text{TAG}} + \Delta \dot{X}_{\text{pm}} + \Delta \dot{X}_{\text{TAV}} + \sum_{\text{ech}} \Delta \dot{X}_{\text{ech}}}{\dot{W}_{\text{cp}}^+ + \dot{X}_{\text{cb}}^+ + \dot{W}_{\text{pm}}^+} = 0,13, \quad (3.1.29a)$$

TABLEAU 3.1.4 – Grandeurs thermodynamiques des points et échanges énergétiques de la centrale à cogénération (complément des tableaux 3.1.3 et 3.1.2). Les cinq premières colonnes donnent les valeurs thermodynamiques des points intermédiaires, et les deux dernières fournissent celles des échanges énergétiques entre la ligne renseignée et le point intermédiaire précédent. Les cinq premières lignes donnent les valeurs des points du flux de gaz brûlés, les trois suivantes celles du réseau de chaleur urbain, et les deux dernières celles de l'ECS.

	p [bar]	T [K]	θ_f^*	\dot{m} [kg/s]	\tilde{h} [MJ/kg]	θ_r	$\Delta \dot{H}$ [MW]
5g	1	783,36	0,443		0,550	0,662	-12,13
6g	1	630,08	0,367		0,377	0,609	-30,16
7g	1	560,80	0,324	174,88	0,301	0,537	-13,29
8g	1	423,55	0,215		0,154	0,437	-25,72
9g	1	393,15	0,186		0,122	0,326	-5,60
1ch	20	363,15	0,138		0,370		
2ch	20	394,33	0,173	320,80	0,501	0,273	42,20
3ch	20	413,15	0,193		0,582	0,318	25,72
1ecs	3	288,15	0,034		0,055		
2ecs	3	343,15	0,108	24,34	0,285	0,126	5,60

TABLEAU 3.1.5 – Destructons d'exergie $\Delta\dot{X}_{\text{ech}}$, et taux correspondants $\delta_{x,\text{ech}}$, au niveau des échangeurs de chaleur de la centrale à cogénération. Les initiales (gb), (e/v), (ch) et (ecs) correspondent respectivement aux gaz brûlés, au cycle liquide/vapeur, au réseau de chauffage et à celui d'ECS. Les indices C et F font références aux valeurs des fluides chaud et froid respectivement et les θ sont calculés à partir des températures moyennes logarithmiques ou de changement de phase le cas échéant.

Échangeurs	Flux impliqués	θ_C	θ_F	\dot{Q}_{ech} [MW]	$\Delta\dot{X}_{\text{ech}}$ [MW _x]	$\delta_{x,\text{ech}}$
Surchauffeur	(gb)→(e/v)	0,662	0,579	12,13	1,00	0,125
Évaporateur	(gb)→(e/v)	0,609	0,501	30,16	3,26	0,178
Économiseur	(gb)→(e/v)	0,537	0,418	13,29	1,59	0,223
Condenseur	(e/v)→(ch)	0,313	0,273	42,20	1,69	0,128
Épingle	(gb)→(ch)	0,437	0,318	25,72	3,06	0,272
Échangeur	(gb)→(ecs)	0,326	0,126	5,60	1,12	0,613

et le rendement exergetique par :

$$\eta_x = \frac{\dot{W}_{\text{TAG}}^- + \dot{W}_{\text{TAV}}^- + \dot{m}_{\text{ecs}} (\xi_{2\text{ecs}} - \xi_{1\text{ecs}}) + \dot{m}_{\text{ch}} (\xi_{3\text{ch}} - \xi_{1\text{ch}})}{\dot{W}_{\text{cp}}^+ + \dot{X}_{\text{cb}}^+ + \dot{W}_{\text{pm}}^+}$$

$$= 1 - \tau_x - \delta_x = 0,85. \quad (3.1.29b)$$

Le rendement énergetique est quant à lui donné par :

$$\eta_m = \frac{\dot{W}_{\text{TAG}}^- + \dot{W}_{\text{TAV}}^- + \dot{m}_{\text{ecs}} (\tilde{h}_{2\text{ecs}} - \tilde{h}_{1\text{ecs}}) + \dot{m}_{\text{ch}} (\tilde{h}_{3\text{ch}} - \tilde{h}_{1\text{ch}})}{\dot{W}_{\text{cp}}^+ + \dot{Q}_{\text{cb}}^+ + \dot{W}_{\text{pm}}^+} = 0,91 ; \quad (3.1.30)$$

supérieur au rendement exergetique cette fois-ci, il n'apporte cependant aucune information qualitative de plus que son homologue exergetique. Si l'on compare les équations (3.1.29b) et (3.1.18b), on constate une augmentation substantielle du rendement de quasiment 20 points de pourcentage.

Représentation graphique

Nous discutons tout d'abord la vue d'ensemble présentée sur la figure 3.1.6 qui permet de se rendre compte de l'organisation générale des flux et des proportions en jeu. Comme expliqué dans la sous-partie 3.1.1.3, les différents cycles sont « empilés » les plus chauds sur les plus froids, et la chaleur est ainsi transmise de haut en bas. Les flux d'air puis de gaz brûlés d'une part, et d'eau chaude pour l'ECS et le chauffage urbain d'autre part, traversent tous les trois le schéma de gauche à droite (dans le sens de lecture). La représentation qui en découle, d'échangeurs de chaleur à contre- ou co-courant est alors conventionnelle et ne traduit aucune réalité technique quant à la géométrie réelle des échangeurs. À cette échelle d'observation, les destructons d'exergie sont peu visibles mais on voit bien que « quelque chose se passe » au niveau des briques déjà discutées et au milieu des connexions inter-cycles, au niveau des échangeurs de chaleur. De même que précédemment, chaque brique de transformation ainsi que les trois briques de flux qui lui sont adjacentes représentent une relation de Gouy-Stodola telle qu'à l'équation (3.1.17) par exemple pour la turbine à gaz. Les briques adjacentes portent les termes de flux entrants et sortants et la destruction d'exergie $\Delta\dot{X}$ est signalée par une partie du flux entrant

qui se « désagrège » en anergie. Nous présentons des agrandissements de la figure 3.1.6 un peu plus bas mais discutons dans un premier temps l'aspect global de la représentation.

En haut à gauche du schéma, on reconnaît la centrale thermique modélisée précédemment, notamment la brique de flux sortant de la turbine à gaz qui représente les quantités $\dot{m}_{\text{gb}}\tilde{h}_{4\text{g}}$ (la brique carrée elle-même) et $\dot{m}_{\text{gb}}\xi_{4\text{g}}$ (la bande rouge au centre). On peut tout de suite la comparer visuellement à la dernière brique du flux des gaz brûlés, située juste avant la pointe de flèche sortante, en haut à droite de la représentation. À peu près cinq fois plus petite que la première, cette dernière ne présente qu'un faible pourcentage de bande rouge. Si, comme nous l'avons expliqué avant de traiter les exemples que nous venons de présenter, ce schéma était présenté à l'administrateur de la centrale thermique traitée dans la seconde application (sous-partie 3.1.3.2), celui-ci constaterait « d'un seul coup d'œil le manque à gagner encore contenu dans ses fumées d'évacuation. En effet, la comparaison visuelle de ces deux briques montre qu'à peu près les 4/5^{ème} de l'énergie et les 9/10^{ème} de l'exergie initialement gaspillées, ont été transmises au travers des cinq échangeurs qui ont été ajoutés.

Un autre aspect remarquable concerne plutôt l'administrateur public qui souhaite diminuer la facture énergétique de sa circonscription. Lorsque l'on observe les proportions surfaciques rouges des briques de flux en amont et en aval des réseaux d'eau chaude en présence (pour l'ECS ou le chauffage), on voit directement que celles-ci ne nécessitent qu'un très faible apport exergétique. En effet, les flux d'eau chaude (des réseaux d'ECS et de chauffage) sortants de la centrale étant à basse température (343 et 413 K), ils présentent une faible proportion d'exergie. Justifiant, d'un second point de vu, l'utilisation de la chaleur résiduelle des procédés industriels pour ce type de besoin énergétique à faible teneur exergétique.

Échangeur de chaleur avec le réseau d'ECS. Un agrandissement de la figure 3.1.6, centré sur le dernier échangeur de chaleur associé à la colonne de gaz brûlés est rapporté sur la figure 3.1.7. On observe ici directement la représentation d'un système d'équations tel que rapporté en (3.1.26). Au-dessus, les gaz brûlés entrant par la gauche du schéma, émettent de la chaleur vers le bas, puis sortent du système par la droite. De part et d'autre de la brique de transformation, deux briques de flux illustrent les contenus énergétiques et exergétiques des gaz brûlés entrants dans l'échangeur,

$$\dot{m}_{\text{gb}}(\tilde{h}_{8\text{g}}, \xi_{8\text{g}})$$

et en sortants,

$$\dot{m}_{\text{gb}}(\tilde{h}_{9\text{g}}, \xi_{9\text{g}})$$

et la brique de chaleur est émise par en dessous. L'ensemble de ces 4 briques (3 de flux et 1 de transformation) représente ainsi l'équation (3.1.26a) dont chaque terme est porté par une brique de flux distincte. Similairement pour la partie inférieure du schéma qui illustre l'équation (3.1.26b) de l'eau chauffée dans l'échangeur. D'une part, les briques de flux adjacentes à l'horizontal de la brique de transformation traduisent les quantités énergétiques et exergétiques portées par l'eau à l'entrée et à la sortie de la centrale; et d'autre part, la chaleur reçue est représentée par la brique de flux entrant par le haut de celle de transformation. Ensuite, on distingue dans la brique centrale de la figure, la destruction d'exergie résultante du différentiel de température observé entre l'émission et la réception du flux de chaleur correspondant. La comparaison des deux briques de chaleur

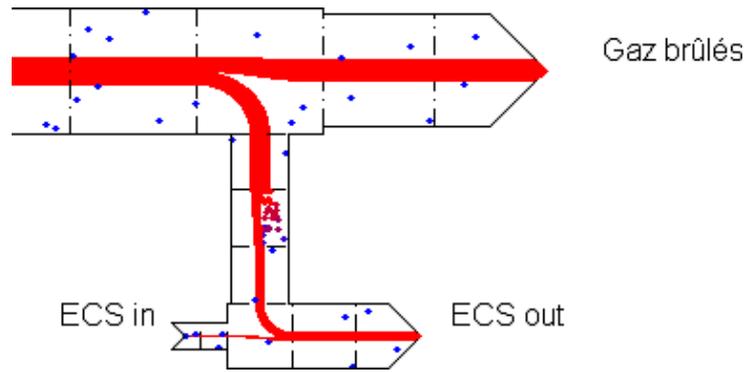


FIGURE 3.1.7 – Zoom sur l'échangeur de chaleur reliant les gaz brûlés (fluide chaud) au réseau d'ECS (fluide froid) de la centrale à cogénération de la figure 3.1.6.

règle qu'un peu plus de la moitié de l'exergie émise par les gaz brûlés est détruite dans le processus ($\simeq 60\%$ d'après l'analyse précédente). Ceci est dû à l'écart de température relativement grand ($\simeq 90$ K) entre les températures moyennes logarithmiques des fluides : $T_m^C = 408$ K pour les gaz brûlés et $T_m^F = 315$ K pour l'eau.

Une étude attentive des surfaces en présence met en évidence un fait intéressant : à l'entrée du fluide chaud dans l'échangeur, le facteur exergetique de celui-ci, i.e. le rapport de son exergie sur son enthalpie relative, ou encore de la surface rouge sur celle de la brique dans son ensemble, est inférieur à celui de la chaleur émise par celui-ci. C'est-à-dire qu'un fluide peut émettre de la chaleur ayant une plus grande « efficacité » que lui-même, i.e. présentant une fraction d'énergie mécanisable plus importante. Pour bien comprendre cet effet, il faut se rappeler que malgré l'analogie au sens de fraction mécanisable d'énergie qu'il existe entre le facteur exergetique du fluide θ^* , et celui de la chaleur émise θ_m , ceux-ci sont différents par essence⁵. En effet, nous avons vu dans la sous-partie 2.1.2 que le premier est fonction de la pseudo-température du fluide, c'est-à-dire de sa pression et de sa température ; alors que le second, si l'échange est isobare, n'est fonction que de la température moyenne logarithmique du fluide pendant l'émission, celle-ci étant strictement comprise entre les températures d'entrée et de sortie du fluide. Alors, considérons tout d'abord le facteur exergetique du gaz parfait dynamique (pour le cas du fluide chaud de gaz brûlés), l'équation (2.1.52) peut se réécrire dans notre cas ($p = P_0$) :

$$\theta_i^* = 1 - \frac{T_0}{T_{m0,i}}, \quad (3.1.31)$$

où $i = \{8g, 9g\}$ est le point fluide considéré et

$$T_{m0,i} = \frac{T_i - T_0}{\ln T_i/T_0} \quad (3.1.32)$$

est la moyenne logarithmique de T_i , la température réelle du fluide au point i , et T_0 celle de l'environnement. La dépendance en température du facteur exergetique de l'équation (3.1.31) est décrite par la courbe en tirets-pointillés rouges sur les figures 2.1.11 et 2.1.12 ; on notera l'absence de singularité étant donné que le gaz est supposé à la pression atmosphérique. Il s'agit du *potentiel travail* du fluide considéré. Ensuite, le facteur exergetique de la chaleur émise par ce dernier,

$$\theta_m = 1 - \frac{T_0}{T_{m,g}}, \quad (3.1.33)$$

5. Voir particulièrement la discussion faite à la suite de l'équation (2.3.24) dans la sous-partie 2.3.2.1.

s'exprime également en fonction d'une certaine température moyenne logarithmique mais celle-ci est prise par rapport aux températures d'entrée T_{8g} et de sortie T_{9g} du fluide (équation (2.3.24)) :

$$T_{m,g} = \frac{T_{8g} - T_{9g}}{\ln T_{8g}/T_{9g}}. \quad (3.1.34)$$

Alors, tant que T_{9g} sera strictement supérieure à T_0 , $T_{m,g}$ sera plus élevée que $T_{m0,8g}$, et cet écart sera d'autant plus prononcé que d'une part $T_{m0,8g}$ sera grande devant T_0 ; et d'autre part que la différence $\Delta T_{8,9g}$ des températures T_{8g} et T_{9g} sera petite. Ceci peut être constaté graphiquement sur la figure 2.1.12b, en comparant la courbe représentative de θ^* avec celle du facteur de Carnot θ pour une même température. En effet, si $\Delta T_{8,9g}$ est suffisamment petite devant T_{8g} par exemple, on a $T_{m,g} \simeq T_{8g}$ et on voit que $\theta(T_{m,g})$ sera supérieure à θ_{8g}^* sur les domaines de pression et température considérés. Ce que nous venons de dire traduit *in fine* l'importance du vecteur, ou du *medium*, de propagation de la chaleur, c'est-à-dire du système sous-jacent la véhiculant avec lui ou la transmettant sans déplacement macroscopique de matière. D'un côté il s'agit d'un fluide en mouvement à une certaine température (supérieure à celle de l'environnement dans notre exemple) véhiculant ainsi une certaine quantité de chaleur; et de l'autre c'est par un phénomène de conduction, i.e. de proche en proche, dans la paroi de l'échangeur que la chaleur se propage sans transport de matière, au travers d'un certain réseau tridimensionnel d'atomes. Dans le premier cas, il s'agit d'un système complexe présentant une certaine structure interne caractérisée par une entropie qui emporte avec lui un certain *potentiel travail*, et de l'autre il s'agit plutôt d'un « passage de relai » : les particules s'agitent autour de leur position d'équilibre transmettant ainsi l'énergie thermique d'un bout à l'autre de la paroi qui sépare les deux fluides.

Échangeurs de chaleur avec le cycle liquide/vapeur. Nous considérons à présent la série d'échangeurs reliant les gaz brûlés au cycle liquide/vapeur, représentée sur la figure 3.1.8. Les gaz brûlés entrent par la gauche en haut du schéma, cédant de l'énergie à l'eau successivement au travers du surchauffeur, de l'évaporateur puis de l'économiseur. À l'inverse, l'eau liquide entre d'abord dans l'économiseur en bas à droite du schéma, où sa température est augmentée jusqu'à doubler, et presque quadrupler, son énergie. On rappelle que la représentation à contre-courant ici ne traduit aucune réalité d'installation physique, la direction des flux est posée telle que discutée dans la sous-partie 3.1.1.3. De plus, du point de vue de la technique graphique, on constate de part et d'autre des briques centrales de destruction d'exergie, que des portions de brique de flux ont été ajoutées (automatiquement par les fonctions du programme) afin d'assurer la connexion des flux. On peut constater de même au niveau des briques de transformation au sein desquelles l'eau récupère de la chaleur : juste avant celles-ci, dans le sens de circulation de l'eau (de droite à gauche), des portions de brique de flux ont également été ajoutées pour assurer la continuité visuelle des flux.

Ensuite, on remarque de même que précédemment que les flux de chaleur émis et reçus présentent une « qualité propre » supérieure à celle des flux de matière les émettant ou recevant. En effet, les gaz brûlés sont à près de 850 K à l'entrée dans le premier échangeur et plus de 550 K à la sortie du troisième, alors que les différences de températures occasionnées au niveau des échangeurs ne sont « que » de l'ordre de 100 K.

Au niveau de l'évaporateur (au milieu), on peut visualiser le seul effet du changement de phase de l'eau. En effet, celle-ci entre et ressort aux mêmes conditions de pression et température. L'énergie du fluide est à nouveau plus que doublée mais son exergie, qui est

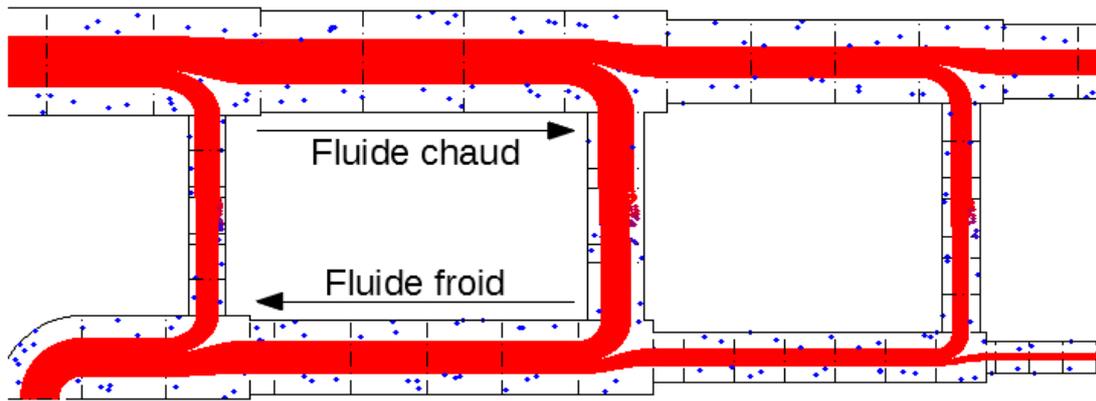


FIGURE 3.1.8 – Zoom sur les échangeurs de chaleur reliant les gaz brûlés au cycle liquide/vapeur de la centrale à cogénération de la figure 3.1.6. La direction des fluides (chaud et froid) a été ajoutée pour la compréhension.

triplée, augmente en moindre proportion que dans l'échangeur précédent. Ceci est clairement dû au changement de phase expérimenté par le fluide. En effet, les degrés de liberté d'un gaz (et *a fortiori* son entropie) sont supérieurs à ceux d'un liquide aux conditions identiques de pression, température et composition ; impliquant une plus grande « dilution » de l'énergie et donc une moindre proportion d'énergie disponible à l'extraction, i.e. d'exergie. On note de plus que c'est au niveau de cet échangeur qu'à lieu la plus importante destruction d'exergie mais c'est également le composant qui transfère le plus d'énergie (et d'exergie) à l'eau, et de plus, son taux de destruction d'exergie est dans la moyenne des trois (cf. tableau 3.1.5).

Enfin, le surchauffeur augmente la température de la vapeur d'eau au moyen d'une quantité de chaleur similaire à celle précédemment transmise par l'économiseur (i.e. présentant des ΔT_F proches), mais la fraction d'exergie reçue est cette fois-ci plus élevée. Il est intéressant de noter la dissymétrie entre ces deux échangeurs qui opèrent sur des ΔT_F proches mais « placés » de part et d'autre de la température d'évaporation du fluide à la pression considérée. Sans surprise étant donné ce que nous venons de dire à propos de l'évaporateur, la transmission thermique est plus efficace lorsque l'eau est sous forme liquide que gazeuse. Graphiquement, cette meilleure efficacité se traduit par une augmentation plus importante, en proportion, pour l'exergie que pour l'énergie, i.e. illustrant une augmentation plus grande du rapport θ^* pour le liquide que pour le gaz.

Échangeur de chaleur avec le réseau de chauffage urbain. Le zoom suivant, figure 3.1.9, présente le réseau de chaleur urbain alimenté par le condenseur et l'épingle sur le flux de gaz brûlés, ainsi que sur le cycle liquide/vapeur, la turbine et la pompe. On distingue, en haut à droite du schéma, la destruction d'exergie due au différentiel de température dans l'épingle, et en bas à gauche celle de la turbine à vapeur et du condenseur. Comme nous l'avons déjà mentionné en introduction de la figure 3.1.6, le réseau de chaleur ne nécessite pas un gros apport énergétique comme en témoigne sa relativement faible augmentation de taille totale. De plus, bien que les surfaces énergétiques de celui-ci soient les plus grandes des schémas, leur proportion d'exergie ($\leq 20\%$) sont loin d'être les plus importantes du système. L'apport exergétique nécessaire est d'ailleurs à peu près égal au travail fourni par la turbine à vapeur comme en témoigne la comparaison de la surface exergétique de cette dernière avec celles apportées au fluide par échange thermique (dans le condenseur et l'épingle avec les gaz brûlés).

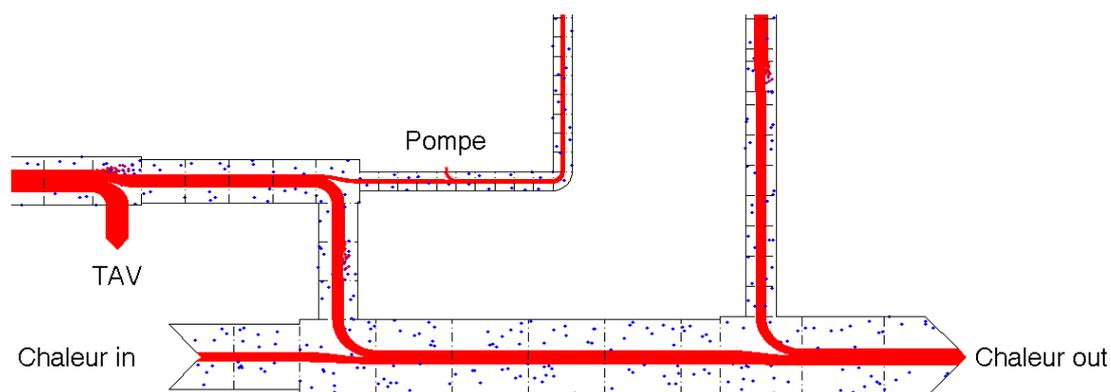


FIGURE 3.1.9 – Turbine à vapeur, condenseur et pompe du cycle liquide/vapeur de la centrale à cogénération de la figure 3.1.6.

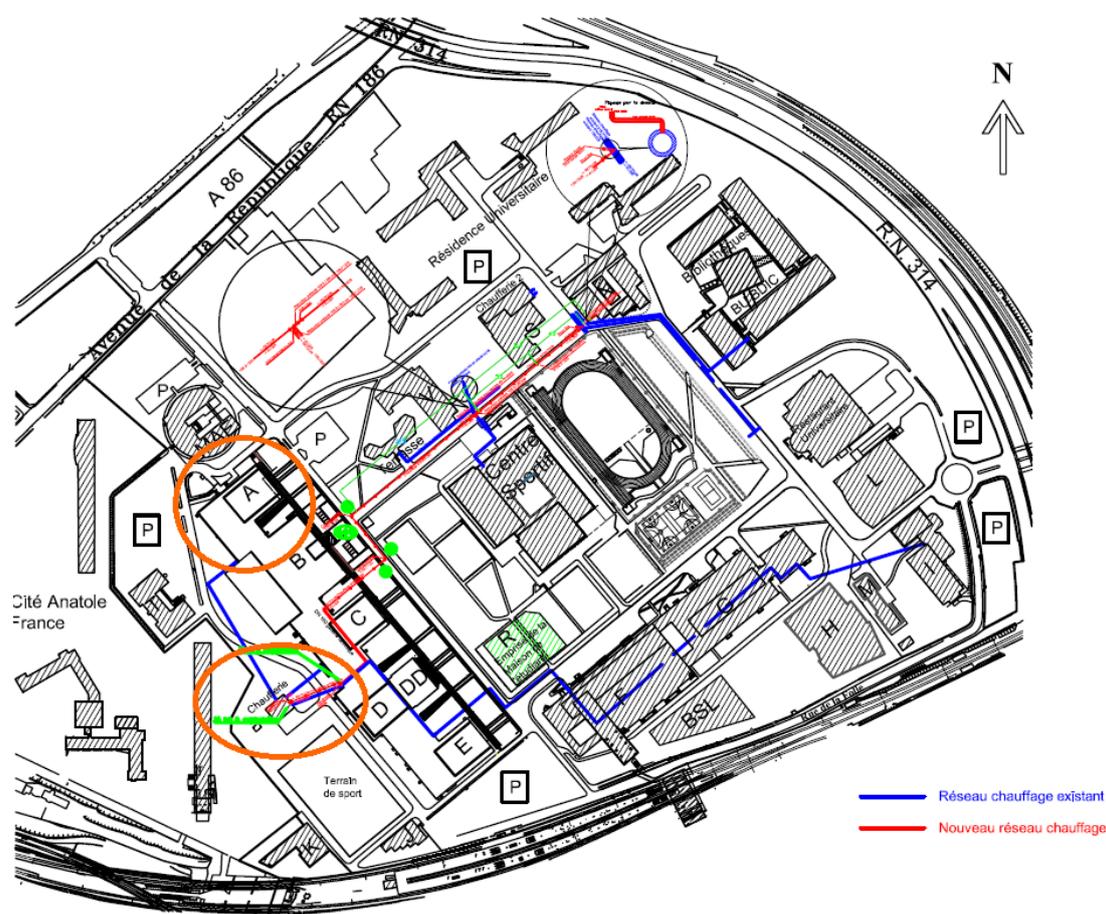


FIGURE 3.2.1 – Réseau de chauffage du site de Nanterre de l'UPN. Le bâtiment A, à l'étude, et la chaufferie n°1 sont encerclés en orange. Source : service du patrimoine de l'UPN.

3.2 Représentation appliquée aux installations du bâtiment A de l'UPN

La figure 3.2.1 est un plan du site de Nanterre de l'UPN sur lequel ont été tracés les réseaux de chauffage. Le bâtiment A, objet des études suivantes y est encerclé en orange,

ainsi que la chaufferie (en ovale) alimentant en chauffage et ECS les bâtiments A à G, I, la bibliothèque universitaire (BU) et le centre sportif universitaire (CSU); au moyen de quatre chaudières à gaz : deux Atlantic Guillot de 4500 W et deux SAPCA de 1977 W. Construits au début des années 60, ces bâtiments historiques du site de Nanterre de l'UPN vont être rénovés et le bâtiment A est le pilote du projet. C'est pourquoi une partie de ce travail de thèse est consacrée à dégager des pistes d'amélioration pour celui-ci.

Le chauffage représente la plus importante consommation d'énergie liée aux bâtiments (privés et publiques) et la plus génératrice de gaspillage pour trois raisons principales, liées aux :

1. bâtiments eux-mêmes : mauvaise isolation, vétusté, défauts de construction...
2. usages : mauvaises pratiques, faible diffusion des technologies de domotique...
3. modes de génération du chauffage : électricité, gaz, solaire...

La première catégorie est d'ordre technique, elle nécessite une réhabilitation du parc immobilier et la mise en place de normes pertinentes et adéquates pour les constructions futures (individuelles et collectives). Pour répondre à cette première problématique, une simulation thermique dynamique (STD) a d'abord été réalisée avec la suite de logiciel d'Izuba afin de proposer des pistes d'amélioration technique (isolation, double vitrage...), celle-ci est présentée en annexe B.2. La seconde catégorie nécessite une sensibilisation et une formation des usagers (des habitations et lieux de travail), ainsi que la généralisation des systèmes de domotique. La dernière est autant d'ordre technologique que de l'utilisation de la « bonne » énergie pour le « bon » usage. Effectivement, comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, la chaleur aux températures considérées est une forme « diffuse » d'énergie (i.e. présentant une faible fraction d'exergie par rapport à l'énergie), par opposition à l'électricité qui est une forme d'énergie très « dense » (100% d'exergie). C'est-à-dire que pour une température de consigne d'ECS T_{ecs} égale à 45°C et une température de référence T_0 de 2°C, la fraction d'exergie contenue dans l'eau est égale à $\theta_{\text{ecs}} = 0,14$. D'un autre côté, l'électricité peut *potentiellement* entièrement être convertie en travail mécanique, sa fraction d'exergie est donc égale à $\theta_{\text{elec}} = 1$. Ainsi, transformer de l'électricité en chaleur entraîne l'inévitable destruction de la plupart de l'exergie entrante :

$$\Delta\theta_{\text{ecs}} = \theta_{\text{elec}} - \theta_{\text{ecs}} = 0,86, \quad (3.2.1)$$

soit près de 90 %. C'est pourquoi, dans le cadre de notre analyse du bâtiment A de l'UPN, nous avons souhaité explorer la possibilité du chauffage de l'ECS par énergie solaire (sous-partie 3.2.1). Quant au chauffage du bâtiment lui-même, la température de consigne T_{ch} est de 18°C, soit $\theta_{\text{ch}} = 0,05$ à $T_0 = 2^\circ\text{C}$. Si celui-ci est assuré à l'électricité, la fraction de destruction d'exergie est cette fois-ci égale à

$$\Delta\theta_{\text{ch}} = \theta_{\text{elec}} - \theta_{\text{ch}} = 0,95. \quad (3.2.2)$$

Nous avons donc également étudié la possibilité d'assurer celui-ci à l'aide d'une pompe à chaleur géothermique (sous-partie 3.2.2). Finalement, l'outil de représentation graphique introduit dans la première partie de ce chapitre est utilisé pour traduire ces deux possibilités en image et les comparer au système actuel de chauffage au gaz.

3.2.1 ECS Solaire

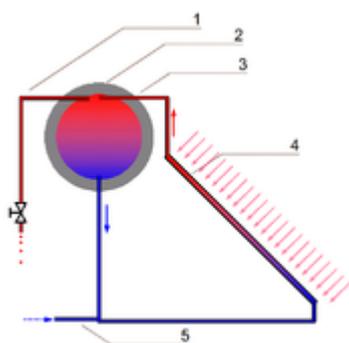
L'étude présentée dans cette sous-partie a en partie été effectuée dans le cadre d'un stage de L3 (6 mois) encadré par nos soins. En deux étapes, celui-ci a d'abord consisté

à réaliser le dimensionnement de l'installation (sous-parties 3.2.1.1 et 3.2.1.2); puis à réaliser la simulation et les calculs analytiques présentés dans la sous-partie 3.2.1.3.

3.2.1.1 Généralités et choix d'installation

Principe de fonctionnement

Il existe différents types d'installation, nous en citons les deux exemples les plus courants. Les systèmes à circulation par thermosiphon (cf. figure 3.2.2) exploitent la différence de densité entre un même fluide à deux températures différentes. La partie chaude du fluide présente une densité plus faible que sa partie froide, induisant naturellement un mouvement de convection au fluide caloporteur entre les panneaux solaires et le ballon. Ce dernier doit donc être placé plus haut que les capteurs. En effet, lorsque les capteurs



1. extraction d'eau chaude
2. réserve d'eau chaude
3. entrée d'eau chaude dans le chauffe-eau
4. capteur solaire
5. admission d'eau froide (et recyclage)

FIGURE 3.2.2 – Schéma d'un système d'ECS solaire à circulation par thermosiphon. Source : [Wikimedia Commons](#) (Licence *Creative Commons*).

sont exposés au soleil ou à une certaine luminosité, il s'établit une circulation naturelle : le fluide caloporteur chaud se situant dans des serpentins en cuivre, monte vers le réservoir de stockage, cède ses calories avant de revenir dans le bas du capteur. La circulation se poursuit tant que l'eau contenue dans le capteur est plus chaude que l'eau dans le ballon. On l'appelle aussi système monobloc, souvent utilisé pour les chauffe-eaux solaires individuels. Les systèmes à circulation forcée (cf. figure 3.2.3) sont plus souples en termes d'installation et d'adaptabilité. Les températures du capteur et du ballon sont prises en compte par une régulation électronique qui commande une pompe de circulation du fluide caloporteur (circuit primaire). Celui-ci est mis en mouvement lorsque la température du ballon est inférieure à une certaine température de consigne, 45°C selon la RT2012. C'est un système très utilisé pour la production d'eau chaude des bâtiments collectifs.

D'une manière générale, on peut distinguer quatre parties principales dans un chauffe-eau solaire (cf. figures 3.2.2 et 3.2.3) :

- des capteurs solaires qui transforment le rayonnement solaire en chaleur,
- une unité de stockage (le ou les ballons d'eau chaude),
- un groupe de transfert, aussi appelé station solaire, qui va gérer la circulation d'un fluide caloporteur entre les capteurs et le ballon d'eau chaude,
- un système d'appoint pour compenser les jours de faible ensoleillement. Il s'agit d'un échangeur supplémentaire alimenté au gaz ou à l'électricité.

Il existe deux types de capteurs solaires thermiques : plans vitrés et à tube sous vide. Dans le premier cas, le fluide caloporteur passe dans un serpentin plaqué sous une feuille absorbante. Le tout placé derrière une vitre, dans un caisson isolé de laine minérale ou de mousse composite de polyuréthane. La vitre est transparente à la lumière du soleil mais opaque aux rayons infrarouges de l'intérieur, piégeant ainsi la chaleur. Dans le second cas, le fluide caloporteur circule à l'intérieur de tubes sous vide, limitant ainsi les pertes par conduction et convection. Ces types de capteur offre ainsi un meilleur rendement général par rapport aux capteurs plans mais à un coût plus élevé. Ainsi, l'un ou l'autre seront préférables en fonction des situations.

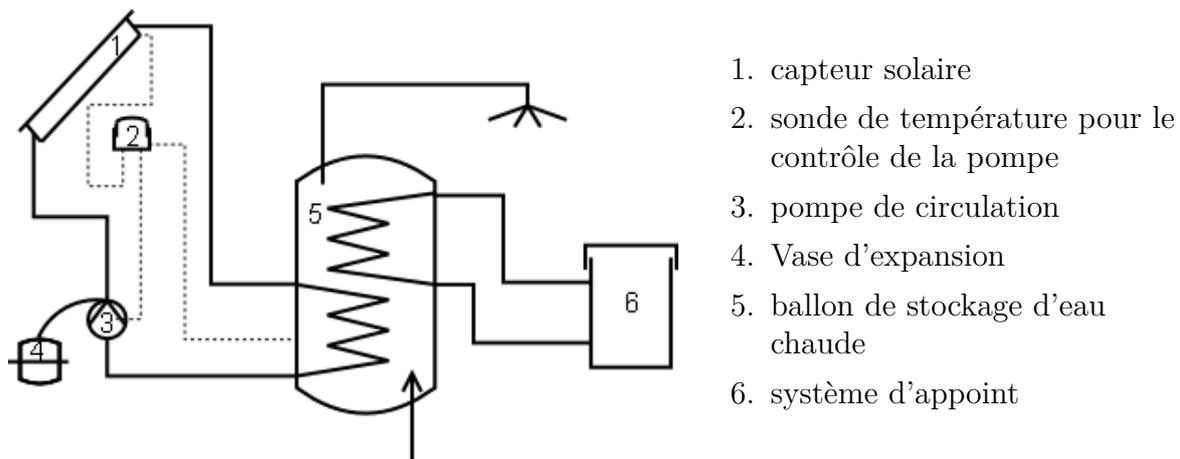


FIGURE 3.2.3 – Schéma d'un système d'ECS solaire à circulation forcée. Source : [Wikimedia Commons](#) (Licence *Creative Commons*).

Rendement des capteurs solaires thermiques

Conformément à la norme européenne EN 12975-2 (AFNOR, 2006), le rendement d'un capteur solaire est donné par la formule suivante :

$$\eta = \eta_0 - K_1 \left(\frac{T_{\text{abs}} - T_0}{G} \right) - K_2 \left(\frac{T_{\text{abs}} - T_0}{G} \right)^2, \quad (3.2.3)$$

où η_0 est le rendement optique, K_1 (en $\text{W}/(\text{m}^2 \text{K})$) et K_2 (en $\text{W}^2/(\text{m}^4 \text{K}^2)$) sont les coefficients de déperdition du premier et second ordre respectivement, T_0 et T_{abs} sont respectivement les températures ambiante et moyenne de l'absorbeur en été (plus ou moins 65°C en fonction des modèles), et G (en W/m^2) est l'irradiation solaire incidente dans le plan du capteur, aussi appelé gisement solaire.

La Figure 3.2.4 présente des courbes représentatives de rendement de différents types de capteur (les valeurs des coefficients η_0 , K_1 et K_2 correspondantes sont indiquées en légende). On constate que les capteurs plans, par ailleurs moins coûteux que les capteurs à tubes sous vide, sont plus adaptés au chauffage de piscine ($\Delta T < 20^\circ\text{C}$). Les capteurs à tubes sous vide sont, quant à eux, plus efficaces pour des utilisations à de plus grands écarts de température. Ce sont ces derniers que nous avons choisi pour notre étude.

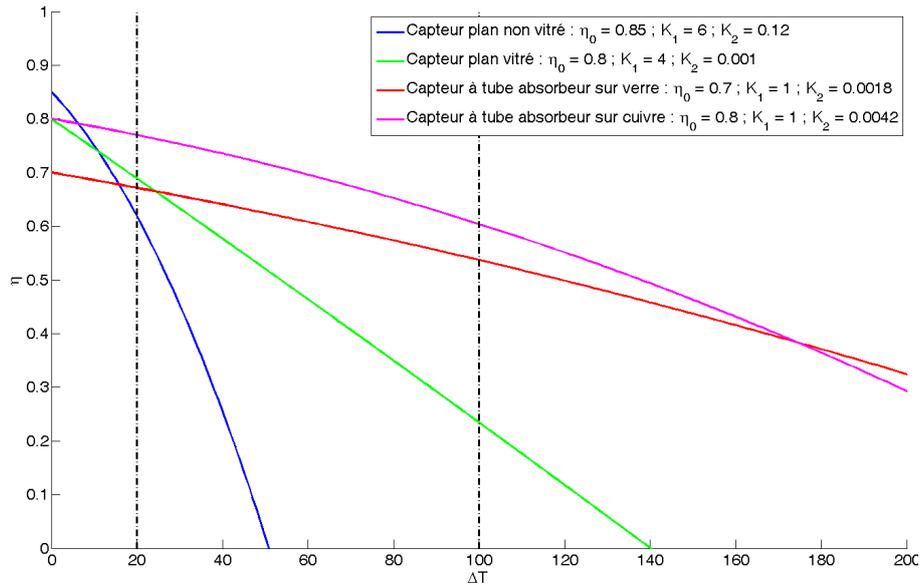


FIGURE 3.2.4 – Courbes de rendement représentatives pour différents types de capteur solaire thermique en fonction de la différence de température $\Delta T = T_{\text{abs}} - T_0$, avec $G = 724 \text{ W/m}^2$. Les lignes pointillées verticales séparent le domaine de température en trois zones : de 0 à 20°C pour le chauffage des piscines, de 20 à 100°C pour l’ECS et le chauffage, et au-dessus de 100°C pour l’ECS, le chauffage à haute température et la climatisation solaire. Les coefficients η_0 , K_1 et K_2 ont été posés arbitrairement mais sont, par trio, représentatifs des catégories de panneaux solaires concernées tels que l’on peut les trouver dans le commerce.

3.2.1.2 Dimensionnement pour le bâtiment A

Gisement solaire à Nanterre

Le rayonnement solaire est considéré, en moyenne, comme étant un flux énergétique continu envoyé par le soleil uniformément dans toutes les directions. Celui-ci est caractérisé par ce qu’on appelle couramment la « constante » solaire, $G_0 = 1366 \text{ W/m}^2 \pm 0,3\%$ (Foukal et collab., 2006), égale à la valeur moyenne de l’irradiation solaire incidente sur les couches externes de l’atmosphère (i.e. en haute atmosphère avant pénétration dans celle-ci). On note que la valeur de l’irradiation solaire sur Terre varie annuellement, ainsi que selon un cycle de 11 ans lié à l’activité électromagnétique du soleil (voir par ex. Foukal et collab., 2006). Étant donnée la distance entre la terre et le soleil, les rayons sont considérés initialement parallèles entre eux. Différentes parts du rayonnement sont alors absorbées, diffusées et réfléchies vers le milieu interstellaire avant d’atteindre le sol, où une autre partie sera à nouveau absorbée ou réfléchi. Un panneau solaire recevra ainsi trois types de rayonnements :

- Rayonnement direct : les rayons du soleil atteignent la surface du panneau sans subir de modification par rapport à leur trajectoire initiale (i.e. les rayons sont parallèles entre eux).
- Rayonnement diffus : en traversant l’atmosphère, les rayons du soleil rencontrent des obstacles (ex. nuages, poussières) qui ont pour effet de dévier une partie des rayons du soleil, parallèles à l’origine, en une multitude de faisceaux dans toutes les directions.

- Rayonnement réfléchi : résultat de la réflexion des rayons lumineux sur une surface (ex. le sol ou un autre bâtiment). Cette réflexion dépend de l'albédo (pouvoir réfléchissant) de la surface concernée.

Le rayonnement global est ensuite défini comme la somme de ces trois composantes. Celui-ci dépend très fortement de la situation géographique (latitude, climat, ombres portées. . .). La puissance moyenne annuelle G_{an} reçue par mètre carré en un point donné (aussi appelé gisement solaire), est estimé à l'aide de la quantité d'énergie E_{an} reçue par mètre carré en un an (aussi appelé potentiel solaire ou irradiation), et du nombre d'heure d'ensoleillement h_{an} sur la même période. Ainsi, à Paris (station météorologique du Bourget) dans le plan horizontal, on trouve :

$$G_{\text{an}} = \frac{E_{\text{an}}}{h_{\text{an}}} = \frac{1158 \text{ kWh}/(\text{m}^2 \text{ an})}{1637 \text{ h/an}} = 0,707 \text{ kW}/\text{m}^2. \quad (3.2.4)$$

L'irradiation annuelle E_{an} est obtenue à l'aide du logiciel gratuit RETScreen⁶. Le nombre d'heures d'ensoleillement annuel est quant à lui fourni par Météo France en moyenne pour les Hauts-de-Seine. L'ensoleillement h_{an} fournit par Météo France étant donné en moyenne sur les années 1991 à 2010, nous avons également moyenné E_{an} sur la même période. Cependant, ni E_{an} ni h_{an} ne sont réparties uniformément sur l'année, cf. figure 3.2.5.

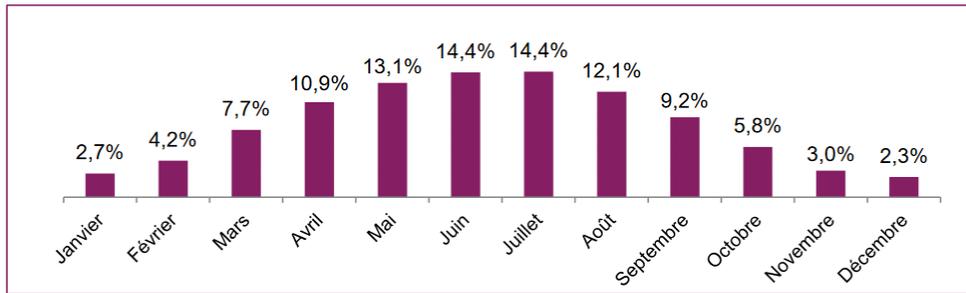


FIGURE 3.2.5 – Répartition mensuelle (moyenne sur la période 2004-2012) de l'irradiation annuelle globale horizontale en France (pourcentages aux arrondis près). Source : Kalyanpur et collab. (2013).

Afin d'obtenir les moyennes mensuelles du gisement solaire dans les Hauts-de-Seine, on adapte l'équation (3.2.4) :

$$G_{\text{mens}} = \frac{E_{\text{mens}} [\text{kWh}/(\text{m}^2 \text{ mois})]}{h_{\text{mens}} [\text{h}/\text{mois}]}, \quad (3.2.5)$$

où les valeurs de E_{mens} peuvent être estimées en pondérant la valeur annuelle E_{an} par les pourcentages de la figure 3.2.5. Une méthode plus précise consiste à utiliser directement les valeurs mesurées en station météorologique. Les heures d'ensoleillement par mois sont disponibles sur le site de Météo France et les irradiances sont obtenues à l'aide du logiciel RETScreen. Nous avons choisi de travailler avec des valeurs normales, i.e. moyennées sur les années 1991 à 2010. Les valeurs de E_{mens} et h_{mens} , ainsi que les résultats pour G_{mens} sont rapportées dans le tableau 3.2.1. Il est possible d'optimiser l'apport solaire en inclinant les panneaux. En effet, le soleil parcourt le ciel selon différents angles d'inclinaison tout au

6. Ce logiciel a été développé par le ministère des ressources naturelles du Canada. Il permet de télécharger les données satellites de la NASA et de nombreuses stations météorologiques réparties sur le globe pour de nombreuses mesures, notamment les irradiances quotidiennes dont on a déduit E_{an} .

long de l'année, voir la figure 3.2.6a. On note que l'angle moyen correspond à peu près à la latitude du lieu considéré. En effet, on voit sur la figure 3.2.6b qu'une inclinaison de $48,9^\circ$ permet un meilleur apport durant les mois les moins ensoleillés, au détriment des mois d'été. Une inclinaison de 15° supplémentaire permet une optimisation particulière pour le mois de décembre. On constate cependant que le gain par rapport à une inclinaison de $48,9^\circ$ en hiver ne compense pas le manque à gagner en été. Dans la suite de notre étude, nous considérerons donc des panneaux inclinés de $48,9^\circ$ par rapport à l'horizontal.

TABLEAU 3.2.1 – Valeurs mensuelles du nombre d'heures d'ensoleillement h_{mens} [h/mois] (source : Météo France au Bourget), de l'irradiation E_{mens} [kWh/m²mois] (source : station météorologique du Bourget mesurée dans un plan horizontal d'une part et incliné à $48,9^\circ$ d'autre part) et du potentiel solaire G_{mens} [W/m²] (calculé à l'aide de l'équation (3.2.5)). Les valeurs de E_{mens} et h_{mens} sont des moyennes sur les années 1991 à 2010.

	h_{mens} [h/mois]	Horizontal		Plan Incliné à $48,9^\circ$	
		E_{mens} [kWh/m ² mois]	G_{mens} [W/m ²]	E_{mens} [kWh/m ² mois]	G_{mens} [W/m ²]
Janvier	62,00	31,92	514,78	69,88	1127,13
Février	75,10	47,28	629,51	82,29	1095,70
Mars	125,00	88,04	704,30	116,63	933,00
Avril	165,80	123,72	746,19	132,96	801,95
Mai	193,30	156,74	810,85	145,56	753,04
Juin	206,90	166,43	804,40	145,42	702,87
Juillet	215,70	166,41	771,50	149,90	694,93
Août	206,20	148,33	719,33	149,95	727,22
Septembre	160,20	105,17	656,51	129,18	806,34
Octobre	111,20	64,27	577,95	101,86	916,05
Novembre	65,10	34,67	532,55	70,72	1086,31
Décembre	50,80	25,15	495,05	60,53	1191,61

Besoins en ECS et dimensionnement du stockage

Estimation des besoins. Pour une école ou des bureaux, on compte en général 4 L d'eau chaude par jour et par étudiant ou employé (source : Tecsol⁷). L'effectif du personnel administratif a été estimé à l'aide du nombre de postes informatiques, soit 114 personnes. Celui des étudiants utilisant de l'eau chaude a été estimé en posant les hypothèses suivantes :

- Les 12 salles de cours sont utilisées une fois par jour chacune par des classes de 15 élèves (niveau master) dont un quart utilise de l'eau chaude, soit 45 étudiants.
- Les 3 amphithéâtres sont utilisés deux fois par jour chacun par 50 étudiants dont un quart utilise de l'eau chaude, soit 75 étudiants.

7. Tecsol est un bureau d'études techniques parmi les pionniers des énergies renouvelables en France et en Europe. Créée en 1982 au sein de la SEP (Société Européenne de Propulsion – groupe Snecma), Tecsol est, depuis 1986, une société anonyme indépendante. Le bureau d'études est notamment le développeur de l'outil de dimensionnement SOLO utilisé dans la partie 3.2.1.3.

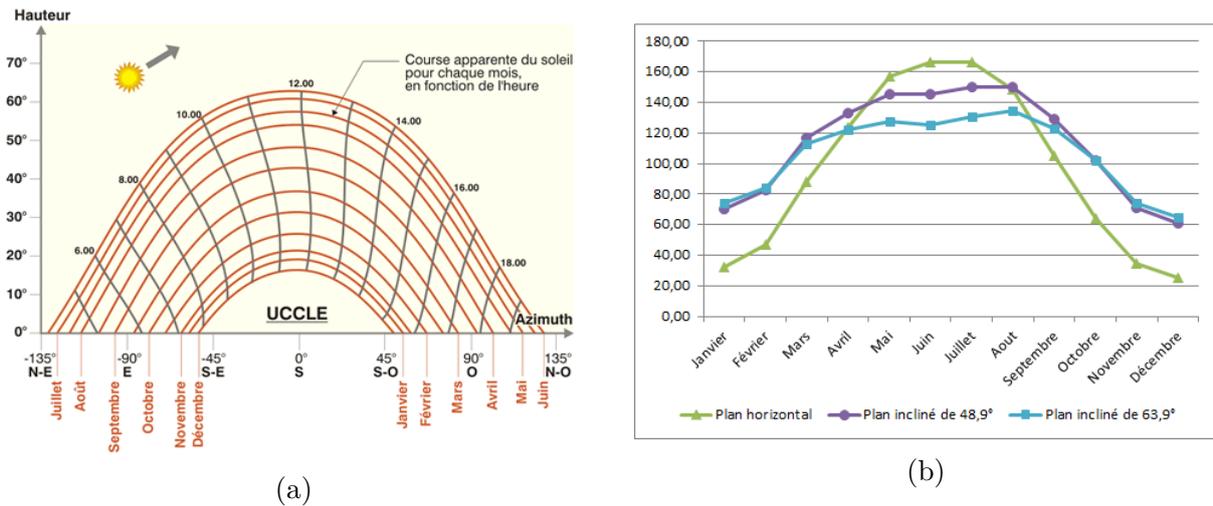


FIGURE 3.2.6 – Variation annuelle de l'altitude et de l'irradiation du soleil. (a) Diagramme solaire cylindrique pour la Ville de Uccle en Belgique (latitude : 50°48' N, longitude : 4°20' E), exprimé en temps universel. Source : www.energieplus-lesite.be. (b) Valeurs normales des irradiances mensuelles (en kWh/m²mois) sur les années 1991 à 2010 pour différents angles d'inclinaisons par rapport à l'horizontal. L'angle de 63,9° correspond à une optimisation de l'énergie récupérée pendant le mois le plus défavorable (décembre). Source des données : station météorologique du Bourget, récupérées à l'aide du logiciel RETScreen.

On estime donc qu'environ 250 personnes utiliseront chacune 4 L d'eau par jour, soit au total :

$$V_{\text{util}} = 1000 \text{ L/jour.} \quad (3.2.6)$$

Estimation du volume d'eau chauffée par m² de capteur. Le volume d'eau chauffée par m² de capteur dépend de l'irradiation quotidienne. En Ile-de-France, celle-ci est de 3,6 à 4,2 kWh/(m² jour) – 3,17 et 3,71 kWh/(m² jour) en moyenne sur les 20 dernières années au Bourget à l'horizontal et incliné de 48,9° respectivement – ce qui correspond à une capacité de chauffage moyenne de (source : guide technique Chaffoteaux) :

$$v_{\text{capa}} = 50 \text{ L/(m}^2 \text{ jour)}, \quad (3.2.7)$$

pour un capteur plan vitré standard. Notons que, comme nous l'avons indiqué dans la sous-partie précédente, nous avons choisi des capteurs à tube sous vide pour notre étude. Ces derniers étant plus efficaces que les capteurs vitrés (cf. figure 3.2.4), la valeur fournie à l'équation (3.2.7) correspond donc à une limite inférieure.

Calcul de la surface du champ de capteur. La surface requise se calcule directement à l'aide des données des équations (3.2.6) et (3.2.7) :

$$S_{\text{capt}} = \frac{V_{\text{util}}}{v_{\text{capa}}} = 20 \text{ m}^2. \quad (3.2.8)$$

Cette valeur peut varier d'un modèle à un autre. Notamment, dans le cas de capteurs à tubes sous vide, en considérant une efficacité meilleure d'environ 20 % sur la gamme de température considérée (cf. figure 3.2.4), on trouve qu'une surface de 16 m² est nécessaire pour un même volume V_{util} .

Dimensionnement du stockage. Le ballon de stockage a pour fonction d'emmagasiner l'énergie solaire captée en vue de lisser le déphasage entre les apports solaires et l'utilisation de l'énergie. Le dimensionnement du stockage ne peut se faire indépendamment de celui de la surface de capteur. Alors, pour une surface de capteurs donnée, on estime généralement le volume optimum de stockage à 20 % de plus que le volume d'utilisation (ayant servi à déterminer S_{capt} d'après l'équation (3.2.8)), soit :

$$V_{\text{st}} = 1,2V_{\text{util}} = 1200 \text{ L/jour.} \quad (3.2.9)$$

Dimensionnement de la pompe de circulation

La pompe est dimensionnée pour compenser les pertes de charge dans le circuit, à la vitesse de circulation maximale autorisée par l'implantation du circuit hydraulique. La perte de charge globale dépend de la configuration de l'installation. La perte de charge linéique moyenne est de l'ordre de 10 mm de colonne d'eau par mètre de tuyau. La puissance de la pompe est calculée comme suit :

$$P = \frac{K\dot{V}H\rho g}{\eta}, \quad (3.2.10)$$

où K est le coefficient de sur-puissance, compris entre 1,15 et 1,25 il prend en compte les pertes de charges dues à divers effets tels que l'entartrage des circuits ou à la variation de viscosité du fluide antigel avec la température. \dot{V} est le débit volumique, H est la hauteur manométrique (en mètre de colonne d'eau : mCE), ρ est la masse volumique de l'eau, g est l'accélération de la pesanteur et η est le rendement de groupe moteur/pompe, environ 0,85 en général.

Système d'appoint et isolation

Le système d'appoint est connecté en série avec le ballon solaire. Il fonctionne si les températures de l'eau dans le ballon et du panneau solaire sont inférieures à celle de consigne. Afin de compenser les pertes, cette température de consigne doit être supérieure à la celle de l'ECS requise pour la consommation. Nous choisissons comme appoint une chaudière à gaz tenant compte du fait que le système de chauffage actuel du bâtiment est assuré par une chaufferie fonctionnant au gaz.

Une régulation basée sur des différentiels de température est nécessaire car plus précise qu'une régulation par rayonnement, la radiation solaire n'étant pas constante au cours du temps. Une sonde de température est située dans les circuits des capteurs solaires et une autre dans le ballon d'eau chaude. Dès que la température dans les capteurs est plus chaude de quelques degrés que celle du ballon, la pompe de circulation est mise en service et s'arrête une fois que les températures sont équilibrées. Le rôle du dispositif de régulation est de commander le transfert de l'énergie captée ; seulement si la température du fluide caloporteur dans les capteurs est supérieure à celle de l'eau contenue dans le ballon de stockage.

Une mauvaise isolation des tuyauteries peut dégrader de manière notable les performances d'une installation solaire. Pour limiter les pertes thermiques, les tuyauteries doivent être les plus courtes possibles. L'épaisseur de l'isolant thermique des tuyauteries est choisie en fonction de la conductivité thermique λ du matériau. Le tableau 3.2.2 présente les principales caractéristiques des isolants thermiques les plus utilisés sur le marché.

La mousse de polyuréthane présente la plus faible conductivité thermique et de bons avantages. Par conséquent elle sera choisie comme isolant thermique pour notre installation.

TABLEAU 3.2.2 – Conductivités thermiques et principales caractéristiques des principaux isolants thermiques. Source : Ooreka (2012).

	λ [W/(m K)]	Prix [€/m ²]	Avantages et inconvénients
Laine de verre	0.03–0.04	3 à 8	Bonne résistance, longue durée de vie
Laine de roche	0.032–0.04	5 à 10	Résistant au feu et à la chaleur, bonne durabilité
Polystyrène expansé	0.029–0.038	≈ 10	Léger mais est inflammable et sensible à l'action des corrosifs et rongeurs.
Mousse de polyuréthane	0.022–0.03	≈ 20	Supporte la compression, l'humidité, ne l'altère pas, laisse migrer la vapeur d'eau, durable
Ouate de cellulose	0.038–0.043	12 à 25	Ne se tasse pas, souple et léger

Récapitulatif des paramètres pour l'installation

Choix du système	Circulation forcée à échangeur noyé
Nombre de personnes	250 utilisateurs d'eau chaude quotidiennement
Surface totale des capteurs	16 m ²
Type de capteur	Capteur à tube sous vide
Constructeurs étudiés	Chaffoteaux et Viessman
Orientation	Plein sud
Angle d'inclinaison	48,9°
Distance entre capteurs	0,5 m
Volume de stockage	$V_{st} = 1200$ L
Appoint	Gaz sans veilleuse
Débit du circuit solaire	50 L/(m ² jour)
Type d'isolant	Mousse de polyuréthane
Épaisseurs d'isolant	— 40 mm pour toute la tuyauterie
	— 80 mm pour le ballon solaire
Diamètres intérieur et extérieur du circuit solaire	18 mm et 22 mm

Diamètres intérieur et extérieur du circuit secondaire (ECS)	20 mm et 22 mm
Type de régulation	Différentiel de température
Température de l'ECS	$T_{\text{ecs}} = 45^{\circ}\text{C}$

3.2.1.3 Simulations et calculs

Comme nous l'avons expliqué plus haut, trois paramètres sont à prendre en compte : les besoins énergétiques, l'apport solaire et la productivité du champ de capteurs. Nous déterminons ces trois paramètres analytiquement avant de présenter les résultats de simulation effectués.

Calcul analytique

Les calculs suivants ont été effectués en considérant huit panneaux à tubes sous vide du constructeur Viessman. Chaque panneau présente une surface de $2,11\text{ m}^2$, est orienté plein sud et est incliné de $48,9^{\circ}$ par rapport à l'horizontal (correspondant à la latitude de Nanterre). Les caractéristiques des panneaux sont :

- rendement optique : $\eta_0 = 0,789$,
- coefficient du premier ordre : $K_1 = 1,36\text{ Wh}/(\text{m}^2\text{ K})$,
- coefficient du second ordre : $K_2 = 0,0075\text{ Wh}/(\text{m}^2\text{ K}^2)$,
- température de l'eau à la sortie : $T_{\text{out}} = 80^{\circ}\text{C}$,
- surface : $2,11\text{ m}^2$.

Besoins énergétiques. L'installation solaire doit être en mesure de chauffer le volume $V_{\text{st}} = 1200\text{ L}$ d'eau par jour. La quantité de chaleur Q_j (en J/jour) à apporter est donnée par la formule suivante :

$$Q_j = \rho V_{\text{st}} c_p \Delta T, \quad (3.2.11)$$

où ρ est la masse volumique de l'eau, c_p sa chaleur spécifique à pression constante, et ΔT est la différence de température entre l'ECS et l'eau froide. Cette dernière varie tout au long de l'année, les valeurs moyennes mensuelles à Paris sont rassemblées dans la première colonne du tableau 3.2.4. Les besoins mensuels Q_m sont calculés en multipliant l'équation (3.2.11) par le nombre de jours d'occupation des locaux dans le mois. Les besoins annuels Q_{an} sont ensuite la somme de ces derniers. Les résultats sont présentés dans le tableau 3.2.4.

TABLEAU 3.2.4 – Évaluation des besoins énergétiques mensuels.

Mois	T° eau froide [°C]	Nb de jours occupés	Besoins journaliers [kWh/jour]	Besoins mensuels [kWh/mois]
Janvier	7,0	24	52,95	1270,72
Février	7,4	24	52,39	1257,34
Mars	9,1	21	50,02	1050,43
Avril	11,0	22	47,37	1042,21
Mai	13,0	19	44,59	847,15
Juin	14,0	18	43,19	777,48
Juillet	15,0	20	41,80	836,00
Aout	15,0	0	0,00	0,00
Septembre	13,0	21	44,59	936,32
Octobre	11,0	21	47,37	994,84
Novembre	8,9	24	50,30	1207,18
Décembre	7,5	18	52,25	940,50
Besoins annuels Q_{an} [kWh/an] :				11 160,18

TABLEAU 3.2.5 – Apport solaire mensuel au Bourget pour une inclinaison de 48,9° (valeurs exprimées en kWh/mois).

Mois	Apport solaire par capteur	Apport solaire total E_{apport}
Janvier	147,45	1179,61
Février	173,62	1389,00
Mars	246,08	1968,64
Avril	280,55	2244,41
Mai	307,14	2457,10
Juin	306,84	2454,75
Juillet	316,28	2530,24
Aout	316,40	2531,19
Septembre	272,56	2180,50
Octobre	214,93	1719,47
Novembre	149,22	1193,73
Décembre	127,73	1021,81

Apport solaire. C'est l'énergie totale reçue de l'ensoleillement par les capteurs. Alors, connaissant l'irradiation mensuelle (cf. tableau 3.2.1), il suffit de multiplier celle-ci par la surface des capteurs pour avoir l'apport solaire correspondant, soit :

$$E_{\text{apport}} = Q_m S_{\text{capt}}. \quad (3.2.12)$$

Les résultats sont présentés dans le tableau 3.2.5 pour l'inclinaison choisie de 48,9°.

Productivité du champ de capteurs. La productivité solaire mensuelle P_{mens} correspond ensuite à la quantité d'énergie fournie à l'eau chaude sanitaire et assurée par l'énergie solaire. Elle est calculée par la formule suivante :

$$P_{\text{mens}} = E_{\text{apport}} \eta_{\text{mens}}, \quad (3.2.13)$$

où η_{mens} est le rendement du capteur pour le mois considéré, donné par l'équation (3.2.3). Les valeurs mensuelles de la productivité de l'installation sont présentée dans le tableau 3.2.6. L'avant-dernière colonne du tableau fournie la productivité mensuelle rapportée au nombre de jours d'utilisation (cf. tableau 3.2.4), donnée par la relation suivante :

$$\tilde{P}_{\text{mens}} = P_{\text{mens}} \frac{\text{Nb jours d'utilisation}}{\text{Nb jours dans le mois}}. \quad (3.2.14)$$

Les taux de couverture des besoins supérieurs à 100 % d'avril à septembre suggèrent l'utilisation d'un système combiné chauffage/climatisation. Cette étude n'a pas été réalisée mais en augmentant le nombre de capteur, on obtiendrait de meilleurs taux de couverture en hiver et la possibilité d'assurer une climatisation en été.

TABLEAU 3.2.6 – Évaluation du rendement mensuel des capteurs et productivité de l'installation. Les températures de moyenne de l'atmosphère au niveau du sol T_0 (en °C) sont des normales sur les vingt dernières années (source : station météorologique du Bourget, logiciel RETScreen), les productivités P_{mens} et \tilde{P}_{mens} sont exprimées respectivement en kWh/mois et kWh/jour d'utilisation dans le mois, et les taux de couverture de la dernière colonne en pourcentage.

Mois	T_0	η_{mens}	P_{mens}	\tilde{P}_{mens}	Couverture des besoins
Janvier	3,46	0,571	813,39	629,72	49,6
Février	4,09	0,613	955,63	819,11	65,1
Mars	6,94	0,641	1333,31	903,21	86,0
Avril	10,02	0,658	1498,15	1098,64	105,4
Mai	14,61	0,681	1652,88	1013,06	119,6
Juin	18,28	0,690	1657,77	994,66	127,9
Juillet	20,59	0,692	1722,60	1111,36	132,9
Aout	20,49	0,684	1734,71	0,00	–
Sept	16,73	0,662	1495,63	1046,94	111,8
Octobre	12,36	0,629	1183,29	801,58	80,6
Novembre	7,07	0,594	827,62	662,09	54,8
Décembre	3,74	0,564	710,63	412,62	43,9
Résultats annuels [kWh/an] :			15 585,60	9493,00	85,1

Simulation SOLO

Le logiciel SOLO (solo.tecsol.fr) est un outil simplifié de calcul des performances d'une installation solaire développé par Tecsol (tecsol.fr, cf. note 7 en pied de page 177). Les données météorologiques (station du Bourget) utilisées par SOLO sont rassemblées dans le tableau 3.2.8. Les données de constructeur des capteurs et les paramètres du stockage sont rassemblées dans le tableau 3.2.7. Enfin, le tableau 3.2.9 présente les résultats de la simulation.

Ces résultats seront discutés plus bas, dans le même temps que la comparaison des différentes méthodes de calcul. Notons simplement que, comme on peut s'y attendre avec ce type d'installation, les besoins sont maximaux en hiver (plus grand écart de température entre l'ECS et l'eau froide) alors que les apports sont maximaux en été (ensoleillement plus important).

TABLEAU 3.2.7 – Données constructeur des panneaux solaires (constructeur Viessman) et caractéristiques du stockage. La constante de refroidissement est calculée par SOLO à partir du type d'isolant (polyuréthane) et de son épaisseur (8 cm).

Capteurs		Stockage	
Modèle : Vitosol 200-T SD 20 tubes		Situation	extérieure
Surface	16,88 m ² (8 × 2,11 m ²)	Température ECS	45°C
Inclinaison	48,9° / Horizontale	Volume de stockage	1200 L
Orientation	Plein Sud	C ^{te} refroidissement	0,0672 Wh/(L jour K)
Coefficient K_1	188 W/(m ² K)	Type d'installation	Circulation forcée, échangeur noyé
Coefficient K_2	0,77 W/(m ² K ²)	Temp. des capteurs	65°C

TABLEAU 3.2.8 – Températures extérieures et de l'eau froide (en °C) utilisées par SOLO.

	Janv.	Fév.	Mars	Avr.	Mai	Juin	Juil.	Aout	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
T° ext.	4,1	5,8	8,3	10,1	14,3	17,2	19	20	15,6	12,3	7,3	4,8
T° eau	7,83	8,69	9,94	10,84	12,94	14,38	15,29	15,79	13,59	11,94	9,44	8,19

Comparaison des méthodes

Nous comparons maintenant les deux méthodes présentées, les résultats principaux sont rassemblés dans le tableau 3.2.10. On constate tout d'abord que les deux méthodes nous fournissent des résultats aux ordres de grandeur similaires, validant notre calcul. Les différences observées s'expliquent de plusieurs manières.

Tout d'abord, SOLO est un outil de calcul simplifié qui considère des moyennes journalières mensuelles lors des calculs. Similairement, lors de notre calcul, nous considérons

TABLEAU 3.2.9 – Résultats de la simulation SOLO (tecsol.fr).

	Irradiations [Wh/(m ² jour)]	Besoins [kWh/mois]	Apports mensuels [kWh/mois]	Apports journaliers [kWh/mois]	Taux de couverture [%]
Janvier	1273	1340	336	10,8	25,1
Février	2134	1182	518	18,5	43,8
Mars	3144	1254	835	26,9	66,1
Avril	4151	1191	988	32,9	82,9
Mai	4356	1156	1028	33,2	89,0
Juin	4613	1068	995	33,2	93,1
Juillet	4918	1071	1023	33,0	95,6
Aout	4624	1053	993	32,0	94,4
Septembre	3784	1096	911	30,4	83,1
Octobre	2696	1192	732	23,6	61,4
Novembre	1754	1240	455	15,2	36,7
Décembre	1004	1327	271	8,7	20,4
Résultats annuels [kWh/an]	:14 178		9161		64,6

une température moyenne mensuelle, mais gagnons en précision en prenant en compte le nombre de jour d'utilisation effectif.

Ensuite, les données météorologiques qui ont une grande influence sur les résultats ne sont pas les mêmes entre les deux méthodes. Par le calcul nous avons considéré des valeurs normales sur les vingt dernières années pour l'irradiation et le nombre d'heures d'ensoleillement considérés à la station Météorologique du Bourget (en région parisienne). Le logiciel SOLO dispose de sa propre base de données. On rappelle que les températures (moyennes mensuelles) utilisées par SOLO sont fournies dans le tableau 3.2.8.

Enfin, les scénarios d'occupation et donc d'utilisation du système sont définis avec plus ou moins de précision. Par exemple, SOLO ne prend pas en compte les vacances scolaires et les weekends.

TABLEAU 3.2.10 – Récapitulatif des résultats des différentes méthodes.

	Besoins [kWh/an]	Productivité [kWh/an]	Taux de couverture [%]	Productivité [kWh/(m ² an)]
Calcul	11 160	8937	80,1	529
SOLO	14 178	9161	64,6	543

3.2.1.4 Représentation graphique

La figure 3.2.7 représente le système solaire décrit dans cette sous-partie (colonne de gauche) et le système actuel de chauffage au gaz (colonne de droite). Nous avons choisi de

représenter les apports et besoins énergétiques mensuels moyens. Ainsi, les briques de flux représentent des quantités moyennes d'énergie consommées (ECS) ou apportées (solaire ou gaz) chaque mois. La brique de transformation ne représente donc pas ici une transformation énergétique à proprement parler mais constitue plutôt une sorte de boîte noire à laquelle on apporte de l'énergie avec une certaine fraction exergetique et de laquelle on récupère la même quantité d'énergie mais caractérisée par un facteur exergetique différent, celui de la chaleur reçue par l'eau au niveau du ballon :

$$\theta_{\text{ecs,mens}} = 1 - \frac{T_{0,\text{mens}}}{T_{m,\text{ecs,mens}}}, \quad (3.2.15)$$

où

$$T_{m,\text{ecs,mens}} = \frac{T_{\text{ecs}} - T_{f,\text{mens}}}{\ln(T_{\text{ecs}}/T_{f,\text{mens}})} \quad (3.2.16)$$

est la température moyenne logarithmique de l'eau liquide dans le ballon, chauffée à pression constante de $T_{f,\text{mens}}$, la température moyenne de l'eau froide durant le mois considéré (cf. tableau 3.2.4), à $T_{\text{ecs}} = 45^\circ\text{C}$, la température de consigne.

Les pertes thermiques ont été ignorées dans cette présentation, l'objectif n'étant pas ici d'apporter une représentation la plus fidèle possible des systèmes énergétiques à l'étude mais de comparer les destructions d'exergie mensuelles d'un système à l'autre. Alors, dans les deux cas, les apports mensuels totaux sont caractérisés par les quantités de chaleur Q_{mens} (tableau 3.2.4) et les facteurs exergetiques correspondant pour l'absorbeur solaire et le gaz. Dans le cas du panneau solaire (à gauche de la figure 3.2.7), les quantités mensuelles d'énergie d'appoint nécessaires sont simplement données par :

$$Q_{\text{ap,mens}} = Q_{\text{mens}} - \tilde{P}_{\text{mens}}, \quad (3.2.17)$$

où \tilde{P}_{mens} est la productivité mensuelle (équation (3.2.14)) dont les valeurs sont rapportées dans le tableau 3.2.6.

La fraction exergetique du gaz est donné par le rapport des quantités massique de son contenu exergetique, physico-chimique, ξ_{gaz} et de son pouvoir calorifique inférieur PCI_{gaz} :

$$\theta_{\text{gaz}}^* = \frac{\xi_{\text{gaz}}}{\text{PCI}_{\text{gaz}}}, \quad (3.2.18)$$

égal à 0,94 lorsque la température extérieure est de 0°C . Pour l'absorbeur en condition normale d'utilisation, celui-ci est à la température $T_{\text{abs}} = 65^\circ\text{C}$ (donnée constructeur, cf. tableau 3.2.7). Alors, la quantité d'exergie apportée mensuellement par celui-ci est simplement donnée par

$$X_{\text{abs,mens}} = \theta_{\text{abs,mens}} \tilde{P}_{\text{mens}}, \quad (3.2.19)$$

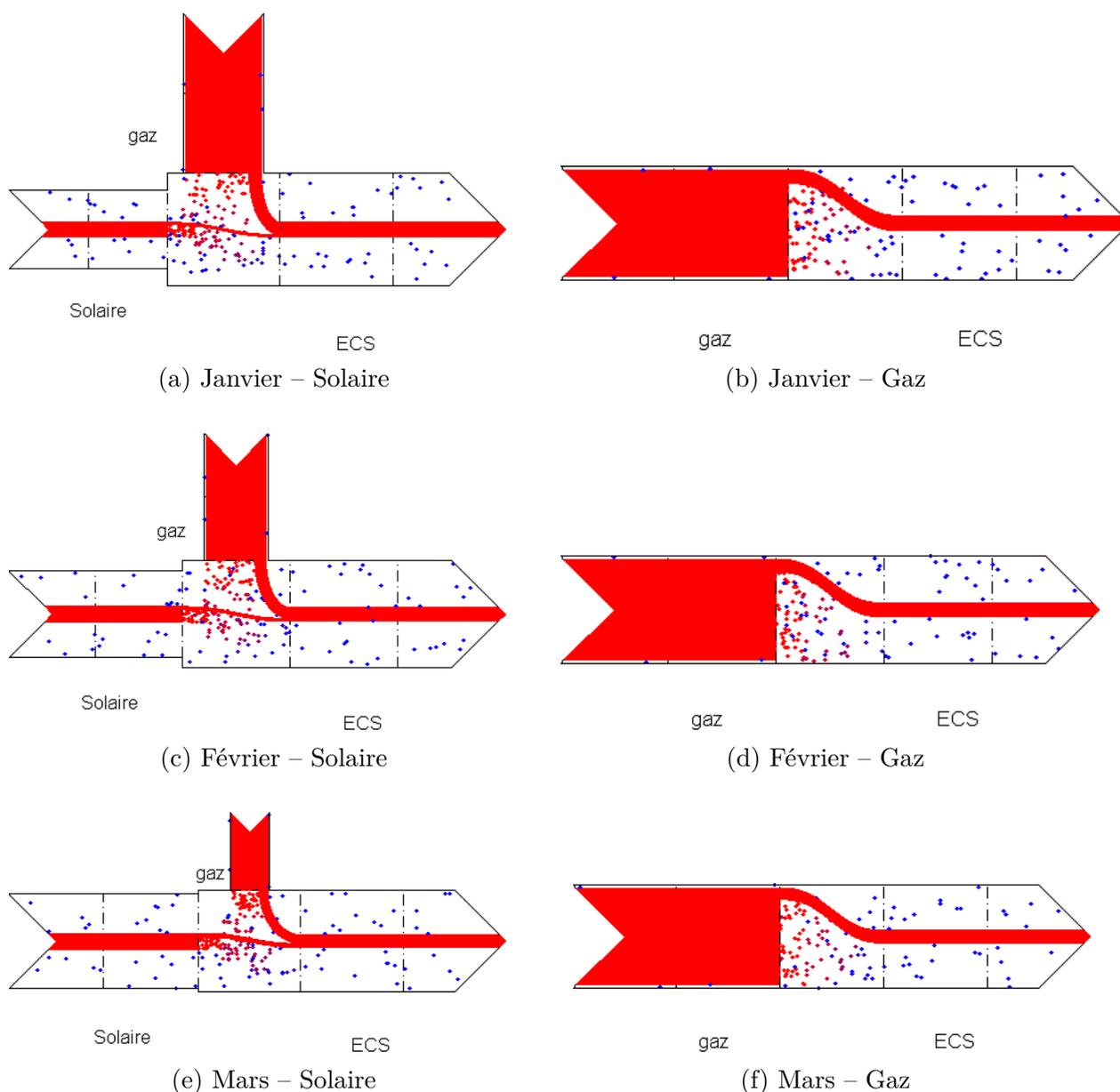
où

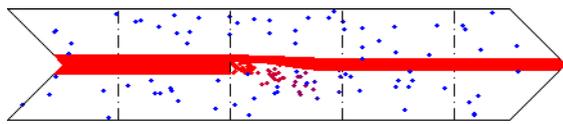
$$\theta_{\text{abs,mens}} = 1 - \frac{T_{0,\text{mens}}}{T_{\text{abs}}} \quad (3.2.20)$$

est le facteur de Carnot de la chaleur transmise en moyenne pendant le mois considéré par l'absorbeur au fluide caloporteur du système (de l'eau en général), avec $T_{0,\text{mens}}$ la température moyenne mensuelle de l'atmosphère au niveau du sol (tableau 3.2.6). De fait, la destruction d'exergie au niveau de l'absorbeur (due au différentiel de température

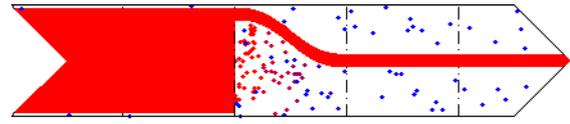
entre celui-ci et l'eau), et celles se produisant de manière similaire au niveau du ballon, ou par frottement dans les tuyaux, ou encore au niveau de la chaudière et ainsi de suite, sont toutes confondues dans la brique de transformation. Ceci nous permet ainsi de visualiser directement l'ensemble de l'exergie détruite chaque mois par le procédé considéré.

D'un simple coup d'œil, on constate tout de suite l'aberration du système fonctionnant au gaz uniquement car il détruit plus de 80 % de l'exergie entrante tout au long de l'année. Pour le système solaire, la plus importante part de destruction d'exergie est due au système d'appoint fonctionnant au gaz. Inévitable pour palier à l'intermittence de l'apport solaire, il est tout de même possible d'en limiter l'usage au maximum en augmentant la surface de capteur solaire. Ceci permettant de plus d'envisager un système de climatisation solaire pour l'été.

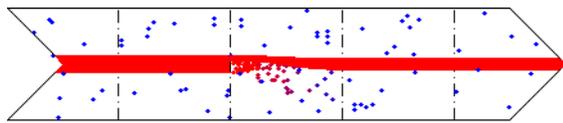




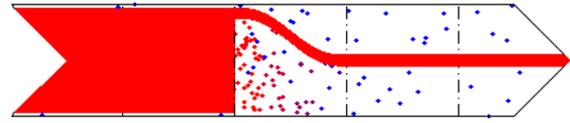
Solaire ECS
(g) Avril – Solaire



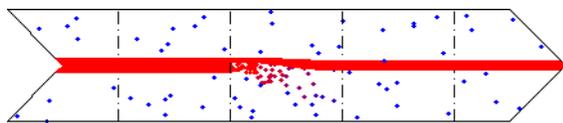
gaz ECS
(h) Avril – Gaz



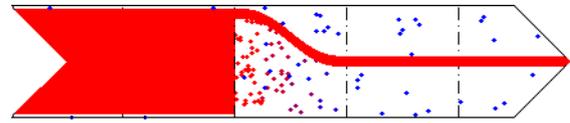
Solaire ECS
(i) Mai – Solaire



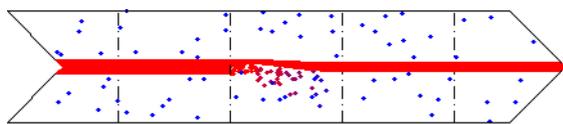
gaz ECS
(j) Mai – Gaz



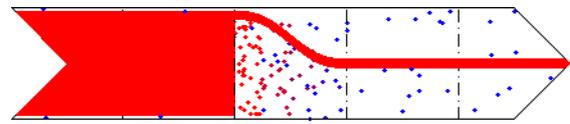
Solaire ECS
(k) Juin – Solaire



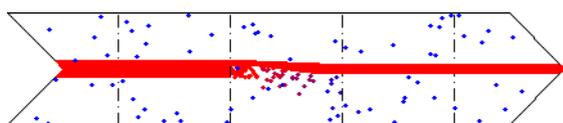
gaz ECS
(l) Juin – Gaz



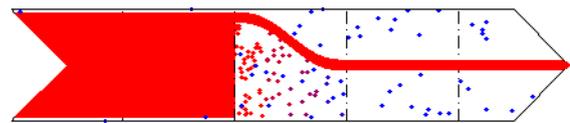
Solaire ECS
(m) Juillet – Solaire



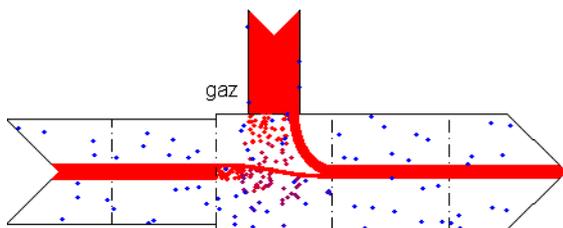
gaz ECS
(n) Juillet – Gaz



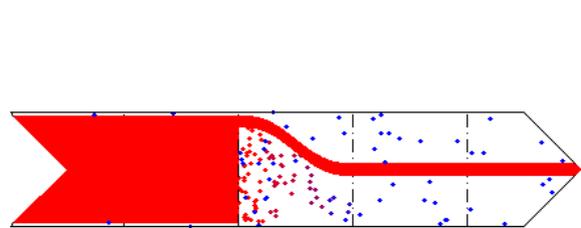
Solaire ECS
(o) Septembre – Solaire



gaz ECS
(p) Septembre – Gaz



Solaire ECS
(q) Octobre – Solaire



gaz ECS
(r) Octobre – Gaz

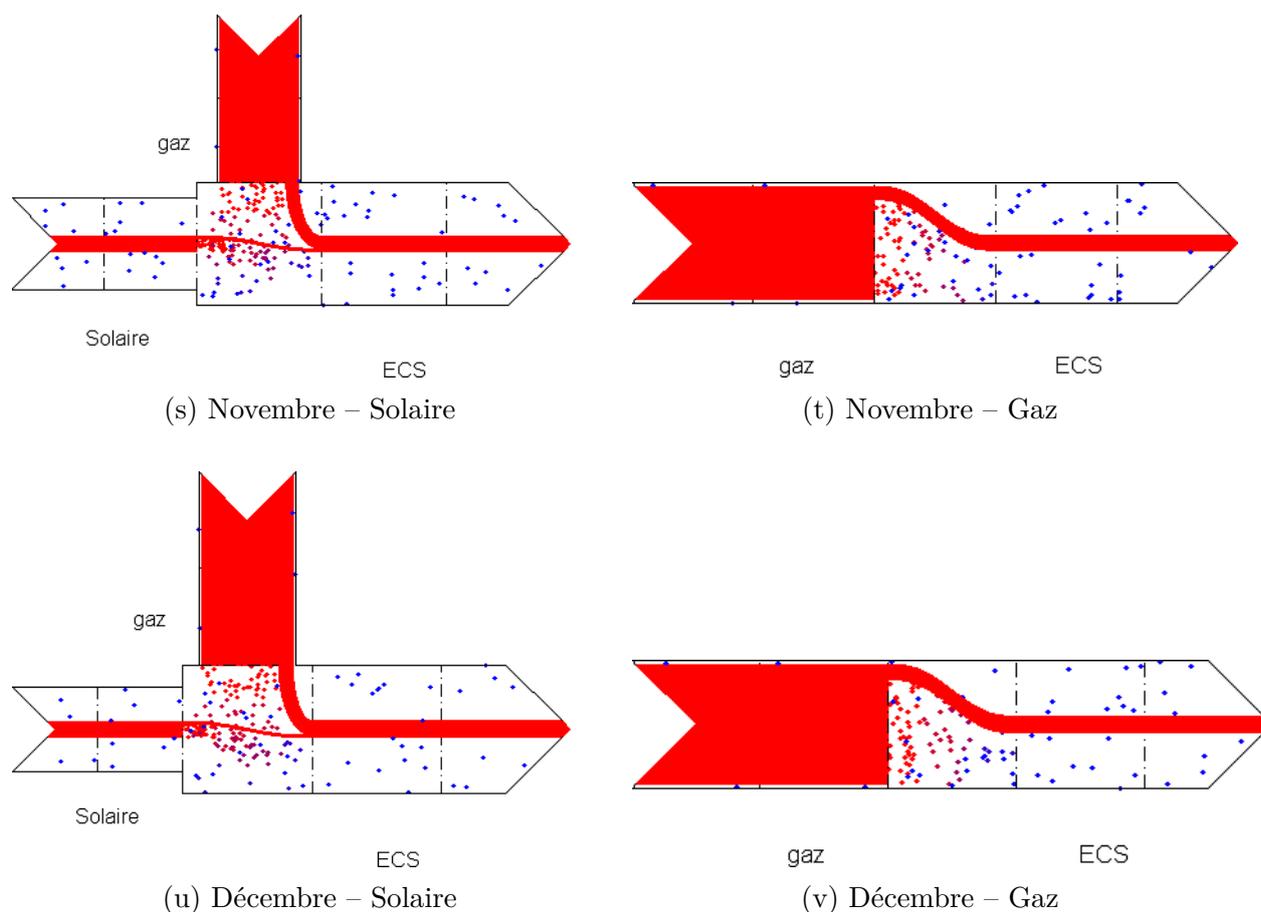


FIGURE 3.2.7 – Représentations « en brique » des consommations moyennes mensuelles d'ECS assurées par (1), à gauche, une installation solaire avec complément au gaz et (2), à droite, par une chaudière à gaz uniquement.

3.2.2 Chauffage par Pompe à chaleur géothermique

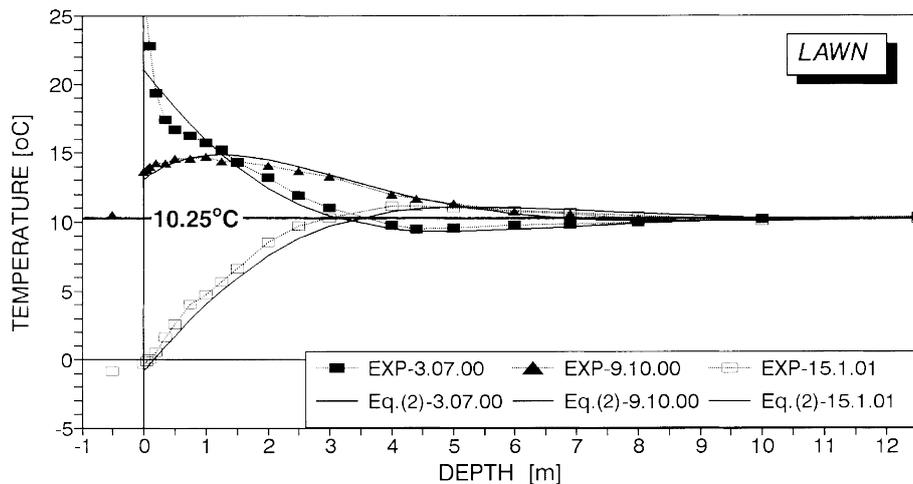
3.2.2.1 Généralités et choix d'installation

Température du sol et gisement géothermique

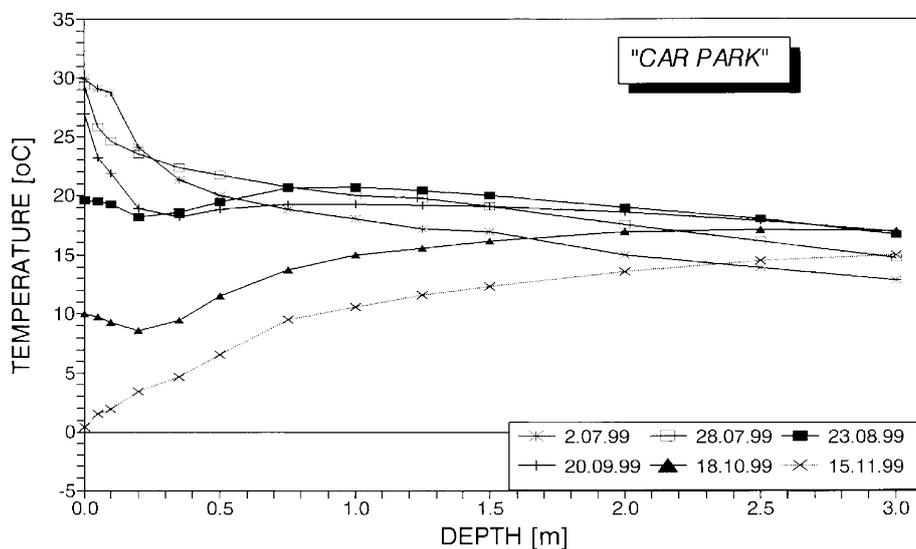
La Terre est divisée en trois enveloppes principales de températures croissantes vers son centre. Le noyau, solide au centre et liquide autour, représente 16 % du volume total et peut atteindre des températures de plus de 4000°C. Ensuite, le manteau terrestre occupe 80 % du volume total et présente des températures allant de 3000 à 1000°C en remontant vers la surface. Visqueux vers le centre, il devient solide vers la surface. Enfin, l'écorce ou croûte terrestre est l'enveloppe superficielle solide de la Terre. Son épaisseur varie de 5 à 20 km en zone océanique et de 30 à 70 km en zone continentale. Avec la partie solide du manteau, elle constitue la lithosphère terrestre sous-divisée en plusieurs plaques lithosphériques qui se déplacent lentement les unes par rapport aux autres. La chaleur dégagée par la Terre provient essentiellement de la désintégration des éléments radioactifs contenus dans les roches (uranium, thorium, potassium...), et seule une faible partie de celle-ci est issue du refroidissement du noyau, par dissipation de l'énergie dite primitive.

La température du sol dépend des saisons jusqu'à une dizaine de mètres environ, profondeur à partir de laquelle les variations saisonnières n'impactent plus la température du

sol. Ensuite, celle-ci augmente en moyenne de 3°C par 100 m de profondeur ($3,5^{\circ}\text{C}/100\text{ m}$ en île-de-France). La figure 3.2.8 présente cette variabilité en surface pour l'été, l'automne et l'hiver à Poznan en Pologne, pour deux types de surface différentes. Les températures y sont plus extrêmes qu'en France en hiver (cf. tableau 3.2.11) mais la figure 3.2.8a illustre bien, sous un terrain herbeux, l'harmonisation des températures à 2°C près, dès que la profondeur de 7 m est atteinte, et complète à partir de 10 m. La figure 3.2.8b présente les mesures prises sous un parking. On y constate que les températures sont supérieures d'au moins quelques degrés en fonction des saisons par rapport à celles du sol sous un terrain herbeux (figure 3.2.8a). Plus profondément, notamment aux frontières des plaques lithosphériques, les températures peuvent être très supérieures. Cette différence de tem-



(a) Température du sol en fonction de la profondeur sous un terrain herbeux.



(b) Température du sol en fonction de la profondeur sous un parking.

FIGURE 3.2.8 – Température du sol en fonction de la profondeur. Mesures réalisées par Popiel et collab. (2001) à Poznan ($52^{\circ}24'N$ $16^{\circ}55'E$) en Pologne. Pour la figure (a), trois séries de mesures ont été effectuées les 3 juillet 2000, 9 octobre 2000 et 15 janvier 2001 sous un terrain herbeux. On y visualise également les courbes théoriques correspondantes établies à partir de la formule semi-empirique de Baggs. La figure (b) présente six séries de mesure réalisées de début juillet à mi-novembre 1999.

pérature et la désintégration radioactive des éléments du sous-sol résultent en un flux de chaleur stable tout au long de l'année, égale à $0,1 \text{ W/m}^2$ en moyenne en France.

TABLEAU 3.2.11 – Températures moyennes mensuelles à Poznan en Pologne. La moyenne annuelle est rapportée dans la dernière colonne. Les températures sont exprimées en °C. Source : [Office central de statistique de Pologne](#).

Jan.	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil.	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Année
-1,2	-0,7	4,0	9,8	14,9	18,2	20,1	19,8	15,3	9,9	4,4	0,2	9,6

Les gisements géothermiques peuvent être classés selon plusieurs critères : le contexte géologique, le niveau de température, le mode d'exploitation ou encore le type d'utilisation. La classification la plus commune est celle du [Code minier \(2017\)](#) établie est fonction de la température :

Haute énergie ($T > 150^\circ\text{C}$) : principalement situés dans les zones d'anomalie thermique (e.g. frontières de plaques lithosphériques ou intrusion magmatique), ces gisements permettent de transformer directement la vapeur en électricité.

Moyenne énergie ($90^\circ\text{C} < T < 150^\circ\text{C}$) : ces gisements permettent, au moyen d'un fluide intermédiaire, de produire de l'électricité.

Basse énergie ($30^\circ\text{C} < T < 90^\circ\text{C}$) : ce type de géothermie permet d'alimenter directement les bâtiments en chaleur.

Très basse énergie ($T < 30^\circ\text{C}$) : par l'intermédiaire d'une PAC, il est possible d'extraire de la chaleur des aquifères⁸ peu profond ou par simple échange avec le sol.

Dans le cadre de notre étude limitée au bâtiment A de l'UPN, nous avons exploré la géothermie très basse énergie afin de limiter les coûts d'investissement, ce type d'installation étant suffisant pour la mise en place du chauffage d'un seul bâtiment. Une installation de type géothermie basse énergie serait à envisager pour chauffer l'ensemble des bâtiments du campus. Ceci serait possible grâce à l'aquifère calcaire du Dogger, situé entre 1600 et 1800 m de profondeur, qui est accessible depuis Nanterre. La température de l'eau y est comprise entre 50 et 80°C , ce qui permettrait d'alimenter directement en chauffage tout le campus de Nanterre (sans passer par une PAC).

Considérant la géothermie très basse température, deux types de systèmes peuvent être distingués : l'un vertical plongeant de trente à une centaine de mètres de profondeur et l'autre sous forme d'un serpentин enterré à profondeur constante (de 1 à 2 m généralement). L'étendu du site de Nanterre permet l'installation de ce second type d'installation, moins coûteuse que le premier, mais les débits requis seraient très importants d'une part, et une telle installation nécessiterait aussi de détruire temporairement les surfaces herbeuses du site. La proposition a d'ailleurs été rejetée par le service du patrimoine de l'université. Nous avons donc opté pour un système vertical permettant de plus grands écarts de température. Deux types de système vertical peuvent exister, en circuit fermé ou par injection/récupération d'eau dans un aquifère peu profond. Ce dernier peut nécessiter la présence d'un système de traitement de l'eau en fonction de salinité de celle-ci. Une première étude a été réalisée en considérant un champ de sondes thermiques fonctionnant en circuit fermé dans le sol mais c'est finalement un système par injection/récupération qui été retenu.

8. Un aquifère est une formation de roches poreuses ou fracturées permettant le passage de l'eau issue de l'infiltration des eaux de pluie chauffées dans le sol.

Principe de fonctionnement de la géothermie très basse énergie

Le fonctionnement d'une PAC géothermique très basse énergie (TBE) s'appuie sur l'interaction de trois circuits fluides :

1. un circuit enterré parcouru par un fluide caloporteur qui s'échauffe lors de son passage sous terre, puis restitue les calories au niveau de la PAC ; ou alors un circuit composé d'une pompe puisant l'eau d'un aquifère peu profond et la ré-injectant plus froide en aval du lieu de récupération ;
2. un circuit de chauffage parcouru par un autre fluide caloporteur qui restitue les calories récupérées au niveau de la PAC vers les planchers ou radiateurs du bâtiment ;
3. le circuit interne à la PAC (appelé circuit principal) qui assure le passage des calories du circuit sous-terrain (qu'il soit enterré ou puisé) à celui de chauffage.

Nous avons opté pour un cycle à changement de phase et choisi comme fluide frigorigène le R134a, communément utilisé dans ce type de cas. Celui-ci est un hydrofluorocarbure (HFC) présentant un fort potentiel de réchauffement climatique (*Global Warming Potential* : $GWP_{R134a} = 1300$ ⁹) mais pas de danger pour la couche d'ozone ou d'inflammabilité ; il est de plus très faiblement, voir non toxique pour l'homme en petite quantité. Pour les circuits secondaires on a préféré utiliser de l'eau qui est un très bon fluide caloporteur ($c_{eau} = 4,18 \text{ kJ}/(\text{kg K})$), et bien sûr non toxique pour l'homme ou l'environnement. Cependant, l'eau liquide gèle à 0°C , c'est pourquoi il sera nécessaire d'ajouter un additif à l'eau du circuit enterré le cas échéant. Une présentation des différents additifs communément utilisés est proposée en annexe B.4. Nous présentons dans le prochain paragraphe la composition du sol de Nanterre et considérons la possibilité d'un système par injection/récupération.

Le fluide frigorigène du circuit principal parcourt le cycle représenté sur le diagramme

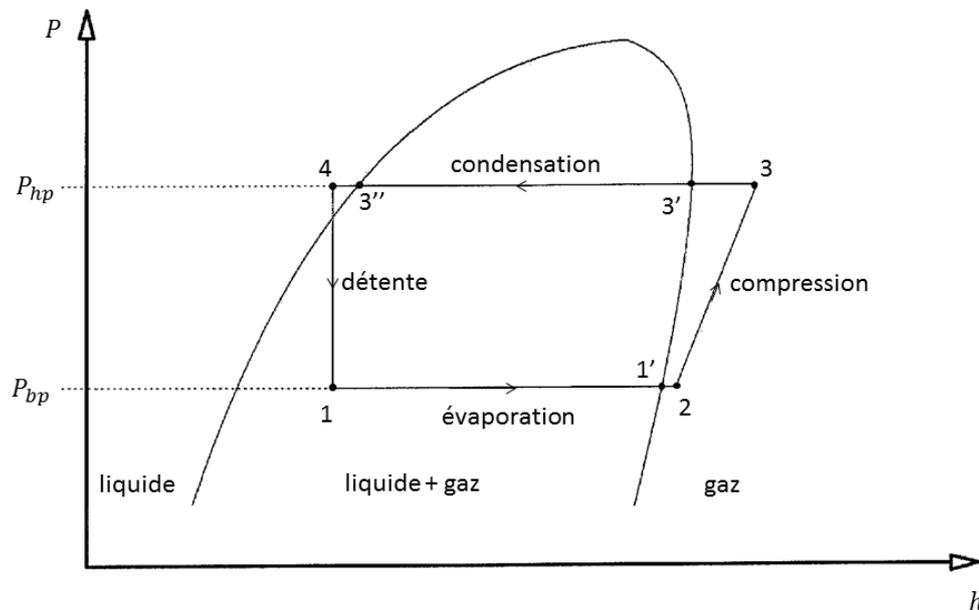


FIGURE 3.2.9 – Cycle thermodynamique du fluide du circuit principal sur un diagramme $P-h$.

9. Valeur publiée dans le *IPCC Fifth Assessment Report* (Intergovernmental Panel on Climate Change, 2014).

$P-h$ de la figure 3.2.9, et dont le cycle idéal correspondant est connu sous le nom de cycle de Hirn ou cycle de Perkins-Evans. Celui-ci est composé de quatre éléments :

- (1 → 2) – un évaporateur en contact avec le circuit enterré ou d'eau pompée,
- (2 → 3) – un compresseur,
- (3 → 4) – un condenseur en interaction avec le circuit de chauffage,
- (4 → 1) – un détendeur permettant au fluide caloporteur de passer de la haute pression de condensation à la basse pression d'évaporation.

L'étude de ces différents composants ainsi qu'une simulation réalisée à l'aide du logiciel EES sont présentés dans la sous-partie 3.2.2.3, et un graphique $P-h$ précis du cycle parcouru par le fluide frigorigène sera présenté un peu plus bas, lorsque nous présenterons les calculs analytiques des grandeurs thermodynamiques dans le circuit principal.

Composition du sol à Nanterre et test de pompage

Un carottage a été effectué le 1^{er} février 2011 à environ 2 km du site de Nanterre de l'UPN (cf. figure 3.2.10b), la composition du sol est détaillée sur la figure 3.2.10a. Un autre forage a été effectué le 2 février 1965 sur le site même de Nanterre¹⁰, mais celui-ci étant moins profond nous avons préféré détailler celui présenté sur la figure 3.2.10, la composition du sol étant similaire aux profondeurs équivalentes.

Sous le remblai d'environ 3 m, le sol est d'abord constitué de marnes sableuses sur 10 m de profondeur, puis de différentes argiles plastiques sur 11 m. Arrivent ensuite successive-

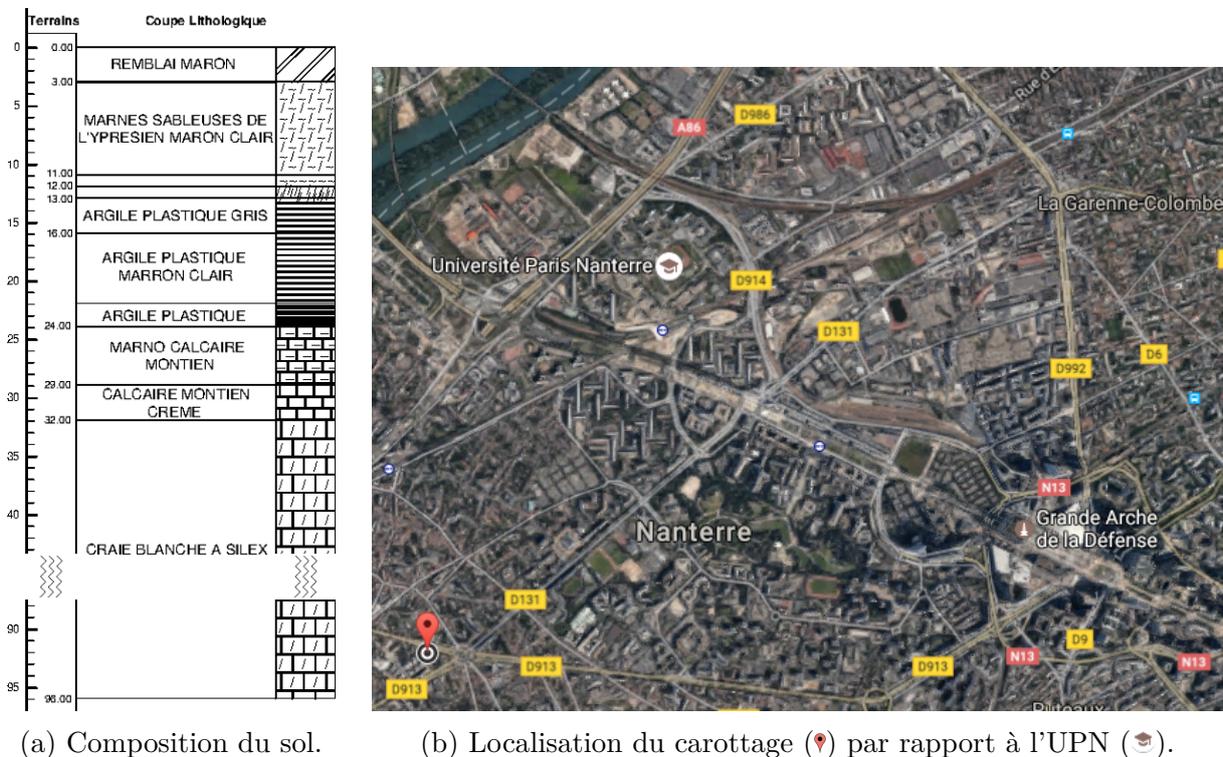


FIGURE 3.2.10 – Détails du carottage effectué le 1^{er} février 2011 à environ 2 km du campus de Nanterre de l'UPN. Fiche technique n° BSS000MYML disponible sur le site du BRGM.

10. La fiche technique de ce forage n° 01831D0138/S18 est disponible sur le site du BRGM (Bureau de Recherches Géologiques et Minières)

ment deux couches marno-calcaire et calcaire de 5 et 3 m respectivement, et finalement une couche de craie blanche qui s'enfonce jusqu'à au moins 96 m de profondeur.

Les argiles sont des roches sédimentaires à grains fins, de taille inférieure à $2\ \mu\text{m}$ (cf. tableau 3.2.12), contenant au moins 50 % de silicate d'alumine. Elles absorbent l'eau et forment une pâte imperméable (perméabilité inférieure à $0,2\ \text{mm/h}$), appelée couramment terre glaise, colorée par des oxydes de fer en ocre rouge. Les argiles peuvent être gonflantes lorsqu'elles absorbent l'eau et, au contraire, diminuer de volume sous l'effet de la sécheresse, allant jusqu'à craqueler en surface et même sur une profondeur de 2 à 4 m. Par ailleurs, sous l'effet d'une charge, par exemple celle d'une construction, une partie de l'eau absorbée contenue entre les grains d'argile est chassée, ce qui a pour conséquence de provoquer un tassement sensible du sol.

Les marnes sont à la fois argileuses et calcaires. Le calcaire étant une roche sédimentaire constituée de carbonate de calcium présentant un bon niveau d'assise pour les fondations. Outre les marnes proprement dites composées de 35 à 65 % de carbonate de calcium, on distingue les marnes argileuses et les calcaires marneux (ou marno-calcaire) avec des taux de carbonate de calcium de 5 à 35 % et de 65 à 95 % respectivement. Les marnes sableuses contiennent en plus du sable. Les dimensions caractéristiques des différentes classes de matériaux correspondant à la norme internationale NF EN ISO 14688-1 (AFNOR, 2003) sont rassemblées dans le tableau 3.2.12.

TABLEAU 3.2.12 – Dimensions caractéristiques des principales classes de matériaux correspond à la norme internationale NF EN ISO 14688-1 (AFNOR, 2003).

Appellation	Dimensions
Argiles	$\leq 2\ \mu\text{m}$
Limons	2 à $63\ \mu\text{m}$
Sables	0,063 à 2 mm
Graviers	2 à 63 mm
Galets	63 à 200 mm
Blocs de roche	$> 200\ \text{mm}$

Sous le sol argileux, on ne trouve ensuite que des roches sédimentaires, encore mélangées à de l'argile sur les 5 premiers mètres (couche marno-calcaire). Enfin, on trouve de la craie jusqu'à au moins 96 m de profondeur. C'est un calcaire friable et poreux qui forme donc un très bon aquifère. Celui-ci, peu profond (à partir d'une trentaine de mètres de profondeur), peut éventuellement permettre la mise en place d'un système à injection/récupération d'eau pour le captage de la chaleur géothermique. Pour le vérifier un test de pompage doit être effectué afin d'estimer le rayon d'action du forage et de s'assurer de ses capacités de production. On distingue les essais de nappe et de puits, tout deux permettant de déterminer les influences mutuelles des captages destinés à l'alimentation en eau potable ou des forages exploités dans les environs. Les tests de nappe consistent en un pompage de longue durée à débit constant. Ils permettent de tester le comportement de la nappe et de mesurer les caractéristiques de l'aquifère lorsque les niveaux peuvent être suivis dans des ouvrages influencés (utilisables comme piézomètre). Par l'arrêté du 11 septembre 2003, les **Ministère de l'écologie et du développement durable, et ministère de la santé, de la famille et des personnes handicapées (2003)** fixent la durée minimum du pompage à 12 h afin de pouvoir apprécier l'impact du prélèvement dans l'environne-

ment immédiat du forage. Les tests de la seconde catégorie consistent en une série de 3 à 5 pompages à débit constant, croissant d'un pompage à l'autre. Ceux-ci étant espacés d'un temps d'arrêt au moins équivalent permettant à la nappe de retrouver son niveau d'équilibre, encore appelé niveau statique (cf. arrêté du 11 septembre 2003). Un tel test a été réalisé par l'équipe ayant effectuée le forage présenté sur la figure 3.2.10, la courbe de pompage correspondante est présentée sur la figure 3.2.11. On peut y visualiser le niveau de l'eau au point de forage en fonction du temps. On distingue notamment les 4 paliers de pompages correspondant aux débits successivement pompés, ainsi que le rétablissement du niveau statique de l'eau entre deux captages. Nous verrons dans l'analyse qui suit que le débit d'eau nécessaire au fonctionnement de la PAC est très inférieur aux débits de la figure 3.2.11. Cependant, une étude de la salinité de l'eau sera pré-requise avant toute installation afin d'apprécier la nécessité de l'utilisation d'un système de filtrage.

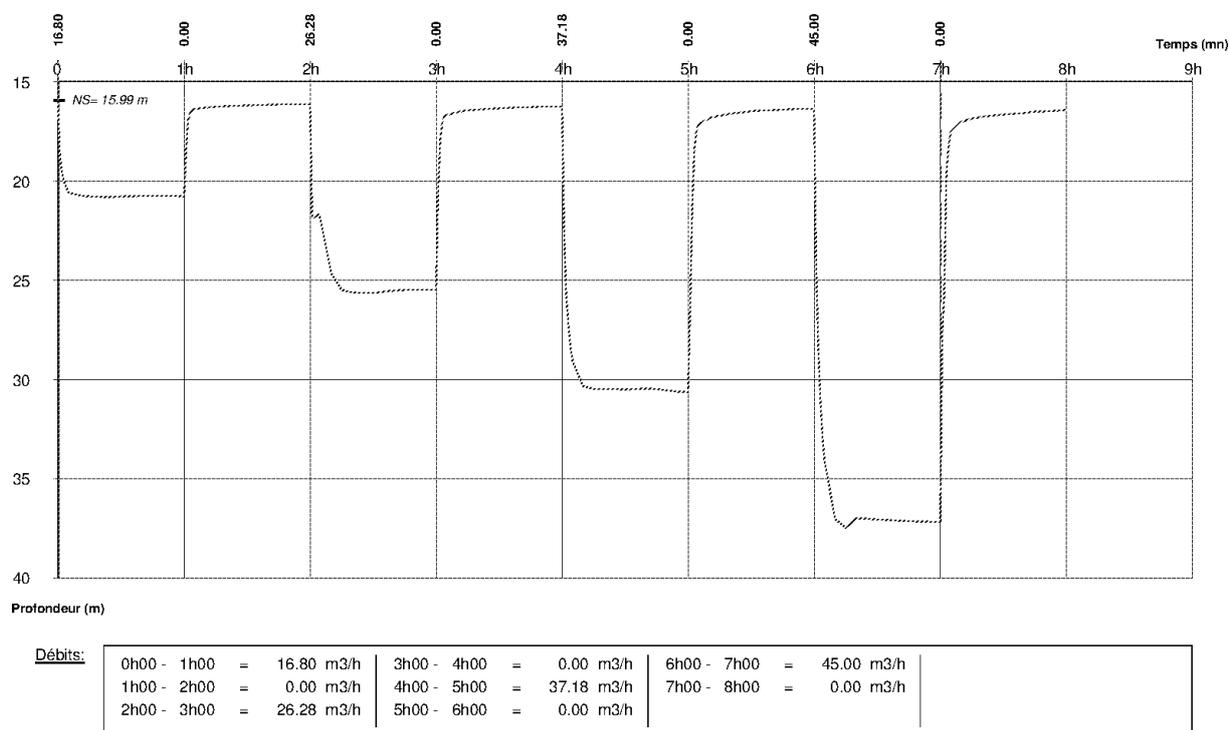


FIGURE 3.2.11 – Test de pompage réalisé en quatre paliers constants pendant 1 h chacun et espacés d'1 h également. Le niveau statique (NS) de l'eau se trouve à la profondeur de 15,99 m et les quatre paliers de pompages ont été réalisés dans l'ordre à 16,80, 26,28, 37,18 et 45,00 m³/h. Fiche technique n° BSS000MYML disponible sur le site du BRGM.

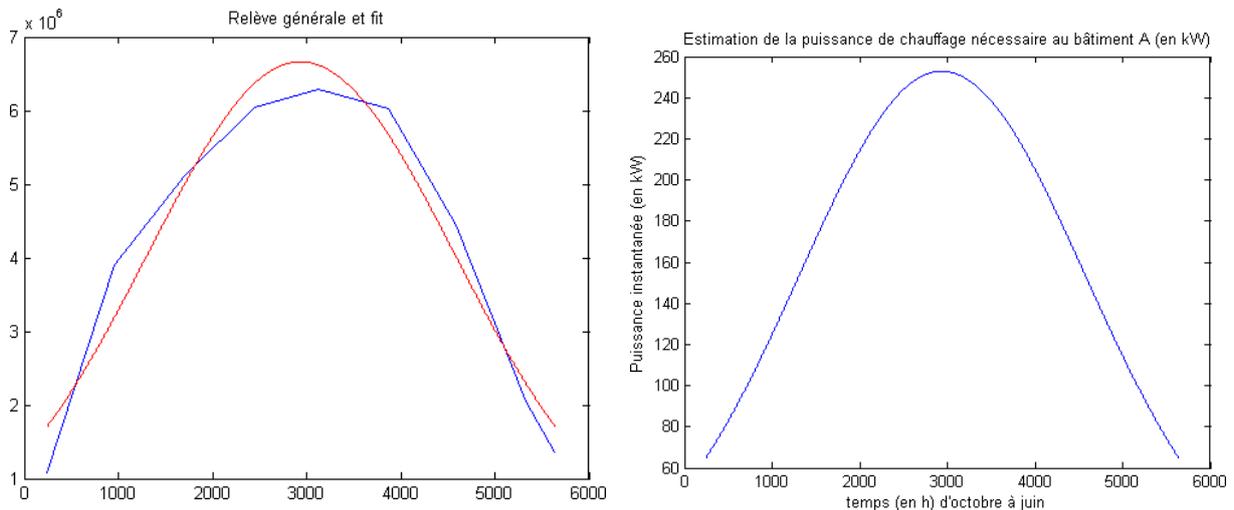
3.2.2.2 Définitions et calculs préliminaires

Estimation de la puissance de chauffage nécessaire

La puissance de la PAC doit être calibrée par rapport au moment le plus froid de l'année. Pour estimer la valeur de ce pic de puissance, nous avons à notre disposition, pour l'année scolaire 2012–2013, le relevé mensuel du compteur général de gaz du site de Nanterre de l'UPN et la quantité totale de gaz consommée par le bâtiment A pendant l'année : 62 044,60 m³, soit 934 267,52 kWh avec un PCS égal à 15,058 kWh/m³. Cette année-là, les chaudières ont été mises en service le 22 octobre au matin et ont été stoppées le 13 juin au soir. Les données relatives à cette période sont rassemblées dans le tableau 3.2.13 et

TABLEAU 3.2.13 – Nombre d’heure de fonctionnement cumulées des chaudières et consommation totale de gaz sur le site de Nanterre de l’UPN. Source : service du patrimoine de l’UPN.

	Nb d’heures de fonctionnement cumulées	Consommation de gaz [m ³]
Octobre	240	71 924
Novembre	960	258 690
Décembre	1704	339 814
Janvier	2448	400 931
Février	3120	418 257
Mars	3864	400 332
Avril	4584	295 763
Mai	5328	135 855
Juin	5640	89 853



(a) Consommation mensuelle de gaz du site de Nanterre de l’UPN en fonction du nombre d’heures cumulées. En rouge, la courbe ajustée au moyen d’une gaussienne.

(b) Courbe de puissance de chauffage du bâtiment A estimée à partir de la consommation de gaz du site de Nanterre de l’UPN.

FIGURE 3.2.12 – Courbes représentant (a) la consommation de gaz sur le site de Nanterre de l’UPN, et (b) la puissance de chauffage du bâtiment A. En abscisse, le temps $t = 0$ correspond au 22 octobre pour les deux courbes et les pics de consommation et puissance au 21 février.

la quantité de gaz consommée chaque mois en fonction du nombre d’heures de fonctionnement cumulées a été tracé sur la figure 3.2.12a. La courbe bleue lie les points fournis dans le tableau 3.2.13 et la courbe rouge est un *fit* (réalisé avec Matlab) de la forme

$$f(t) = f_M \exp \frac{(t - t_M)^2}{\sigma^2}, \quad (3.2.21)$$

où f_M , t_M et σ sont des constantes d'ajustement. Le *fit* nous donne pour les grandeurs pertinentes :

$$\begin{cases} t_M = 2942 \text{ h l'instant de consommation maximale} & (3.2.22a) \\ \sigma = 2313 \text{ h la variance,} & (3.2.22b) \end{cases}$$

et f_M , non pertinente ici, est la quantité de gaz consommé à l'instant t_M .

Ensuite, considérant que la puissance de chauffage obéit à la même loi temporelle que la consommation de gaz, nous avons supposé que la puissance de chauffage s'écrit :

$$g(t) = C_M \exp \frac{(t - t_M)^2}{\sigma^2}, \quad (3.2.23)$$

où les constantes t_M et σ sont les mêmes qu'à l'équation (3.2.21) et sont données par les relations (3.2.22). La constante C_M , égale au pic de puissance à l'instant t_M , a alors été déterminée en intégrant la fonction $g(t)$ sur toute la période de fonctionnement et en égalant le résultat obtenu à la quantité totale d'énergie consommée par le bâtiment A. La courbe de puissance $g(t)$ ainsi obtenue est tracée sur la figure 3.2.12b. On trouve que la puissance maximale nécessaire pour chauffer le bâtiment A est égale à environ

$$P_{\max} \equiv C_M \simeq 250 \text{ kW}. \quad (3.2.24)$$

Définitions des températures et pressions

Pour l'analyse exergétique, de même que nous avons choisi le moment le plus froid comme référence pour la puissance à fournir par la PAC, nous posons dans la suite $T_0 = 1^\circ\text{C}$, qui correspond à la moyenne des 20 % plus basses moyennes journalières sur la période 1991–2010. Ainsi, l'état de référence $(h_0, s_0)_{\text{eau}}$ de l'eau est pris à $T_0 = 1^\circ\text{C}$, et $P_0 = 1 \text{ atm}$ ¹¹. L'état de référence $(h_0, s_0)_{\text{ff}}$ du R134a est quant à lui pris respectivement à la phase liquide du fluide à la température $T_0 = 1^\circ\text{C}$ (cf. détails plus bas). Telle que définie, T_0 est inférieure à toute les températures en jeu au sein des circuits de la pompe à chaleur. Ainsi, dans l'analyse suivante, tous les flux d'exergie chaleur sont co-courant aux flux de chaleur sous-jacents et les exergies fluides sont toutes strictement positives. Nous considérerons T_0 variable à la fin de l'étude afin de présenter l'évolution du rendement de la PAC tout au long de l'année.

Circuit sous-terrain. Pour notre analyse, la température du sol en surface a été posée égale à

$$T_{\text{surf}} = 12^\circ\text{C}, \quad (3.2.25)$$

cette valeur a été obtenue à l'aide du logiciel RETScreen (cf. sous-partie 3.2.1.2, notamment la note 6 en bas de page) en moyennant les données des 20 dernières années de la station météorologique du Bourget. Afin d'évaluer la température constante du sol en profondeur, nous allons nous appuyer sur deux observations faites à l'aide des graphiques de la figure 3.2.8. Tout d'abord, la figure 3.2.8a nous indique que la température constante à partir d'une dizaine de mètres de profondeur est proche de la température moyenne du sol en surface. Ensuite, la figure 3.2.8b, comparée à la figure 3.2.8a, nous informe que lorsque

11. Dans ces conditions, l'eau est à l'état liquide, de même qu'au sein des circuits secondaires. Cependant, lorsque T_0 sera inférieure à 0°C ce n'est plus le cas et nous discuterons ce point à la fin de l'analyse.

le sol est bitumé, cette température est supérieure de quelques degrés à celle d'un sol herbeux aux mêmes profondeurs. Ces deux points ajoutés au fait que la température du sol augmente de 3,5°C par 100 m de profondeur en moyenne en région parisienne (ADEME, 2005), amène à estimer la température souterraine constante à une soixantaine de mètre de profondeur telle que

$$T_{60\text{ m}} = T_{\text{surf}} + 2 + 2 = 16^\circ\text{C}. \quad (3.2.26)$$

Notons que le forage ne sera pas nécessairement situé sous le sol bitumé à proprement parler mais l'inertie thermique de l'ensemble nous permet d'estimer une température sensiblement supérieure à celle qui serait observée en l'absence totale de construction. On a pris la plus petite valeur observée sur la figure 3.2.8b par rapport à la figure 3.2.8a, soit 2°C. On suppose alors que l'eau est pompée à une soixantaine de mètres de profondeur à la température $T_{60\text{ m}}$ et qu'elle entre dans l'évaporateur après avoir perdue 0,4°C sur le parcours. En effet, le point de forage n'est pas nécessairement localisé à côté du bâtiment dans lequel est placé le bloc principal de la PAC ; c'est pourquoi nous avons autorisé une distance de 1 km entre les deux, impliquant la chute de température indiquée plus haut. Les températures aux différents points du circuit sous-terrain sont rassemblées dans le tableau 3.2.14.

La pression nominale (PN) dans les tuyaux est une donnée constructeur indiquant la pression optimale d'utilisation qui ne doit, en principe, pas être dépassée. Une légère surpression est possible mais si celle-ci est trop importante, cela peut endommager les tuyaux. Dans notre cas, les diamètres et débits sont différents d'un circuit à l'autre et seront discutés dans la sous-partie 3.2.2.3. Notons simplement pour l'instant que les couples de paramètres débit/diamètre présents sur nos circuits correspondent notamment à une gamme standard de tuyaux fonctionnant à une PN de 16 bar.

TABLEAU 3.2.14 – Définition des températures (en °C) aux différents points des circuits sous-terrain et de chauffage, ainsi que dans le sol à environ 60 m de profondeur et dans le bâtiment.

Sous-sol à env. 60 m	Evaporateur		Condenseur		Bâtiment
	Entrée	Sortie	Entrée	Sortie	
16	15,6	8,6	28	35	19

Circuit de chauffage. Le bloc principal de la PAC étant supposé à l'intérieur du bâtiment, aucune perte thermique n'est considérée sur ce circuit, toute déperdition thermique étant, *in fine* transmise au bâtiment. La norme européenne EN 1264-3 (AFNOR, 2010) fixe la température maximale du sol à 28°C, nous avons donc posé cette température égale à la température de l'eau à la sortie du circuit de chauffage. Cette température correspond à une température moyenne des locaux de 19°C. En amont, la température maximale de l'eau est fixée à 50°C par la même norme, et les moyennes en usage sont entre 30 et 40°C. Comme nous le verrons un peu plus bas, plus la température de départ est basse et moins il sera nécessaire d'apporter de travail au niveau du compresseur. Il faut cependant que cette température soit suffisamment élevée pour permettre l'apport de chaleur nécessaire au moyen de débits fluides raisonnables. Nous avons fixé la température de l'eau entrante à 35°C, induisant ainsi un différentiel de température de 7°C de l'eau dans le plancher.

Les températures aux différents points du circuit de chauffage sont rassemblées dans le tableau 3.2.14. Finalement, de même que pour le circuit sous-terrain, la pression nominale dans les tuyaux est prise égale à 16 bar.

Circuit principal. Après la détente, le titre du fluide frigorigène (du R134a) n'est plus tout à fait égale à 1 et l'évaporation se poursuit au sein de l'échangeur (1 → 1' sur les figures 3.2.9 et 3.2.14). Les conditions de pression et température à l'évaporateur sont établies en posant tout d'abord une différence de température $dT_{ev} = 5^\circ\text{C}$ entre l'eau à la sortie de celui-ci et la température d'évaporation du fluide frigorigène, cette dernière est alors donnée par $T_{ev} = 3,6^\circ\text{C}$. Nous verrons dans la sous-partie 3.2.2.4 que la différence dT_{ev} choisie correspond à un compromis entre la surface d'échange requise à l'évaporateur et son rendement exergetique. On définit alors la pression du R134a dans l'évaporateur égale à celle de vapeur saturante de fluide à T_{ev} , dans notre cas on a $P_{bp} = 333,185\text{ kPa}$. Après évaporation, le R134a gazeux est surchauffé de $dT_{sch} = 5^\circ\text{C}$ (1' → 2 sur les figures 3.2.9 et 3.2.14). Encore une fois, cette température a été posée de manière à assurer une surface d'échange raisonnable au niveau de l'évaporateur tout en minimisant au maximum le travail nécessaire au compresseur.

À la sortie du compresseur, le fluide frigorigène est à une température supérieure à celle de condensation, la vapeur est alors d'abord refroidie (3 → 3' sur les figures 3.2.9 et 3.2.14), avant de condenser (3' → 3'' des mêmes figures). La température correspondante est explicitée dans le paragraphe suivant. Ensuite, on pose la température de condensation de 10°C supérieure à celle de l'eau à la sortie de l'échangeur, alors $T_{cd} = 45^\circ\text{C}$. Autorisant ainsi de sous-refroidir le R134a liquide de $dT_{sfr} = 13^\circ\text{C}$ supplémentaire après la condensation (3'' → 4 sur les figures 3.2.9 et 3.2.14). La pression de vapeur saturante à 45°C est égale à $P_{hp} = 1160,539\text{ kPa}$. La température du fluide frigorigène à la sortie du condenseur a une nouvelle fois été posée de manière à maximiser le rendement total tout en imposant une surface d'échange raisonnable comme nous le verrons plus bas.

Le point thermodynamique n°2 (à la sortie de l'évaporateur, cf. figures 3.2.9 et 3.2.14) est complètement défini par le couple de pression et température introduit précédemment et rapportés dans le tableau 3.2.15. On peut alors déterminer ses enthalpie et entropie au moyen des tables thermodynamiques correspondantes. Pour déterminer la température du fluide frigorigène à la sortie du compresseur (point n°3), on détermine d'abord l'enthalpie correspondante après une compression isentropique au moyen de l'entropie du point précédent et de la pression de sortie P_{hp} . L'enthalpie réelle est ensuite calculée en imposant un rendement isentropique de la compression (posé tel que $\eta_{is,cp} = 0,8$), permettant alors de calculer la température correspondante : $T_3 = 60,0^\circ\text{C}$.

Les pressions et températures des points thermodynamiques principaux du circuit principal sont rassemblées dans le tableau 3.2.15 ainsi que les valeurs à l'évaporation et à la condensation. On note finalement qu'à la sortie du détendeur (point n°1), le R134a est partiellement vaporisé et on trouve, à l'aide de EES, que la fraction de vapeur du fluide aux pressions et températures correspondantes est égale à :

$$x_{ff,1} = 20,30\%_{\text{mass}}. \quad (3.2.27)$$

Celui-ci peut alors être vu comme un liquide dont environ $1/5^{\text{ème}}$ de la masse est présente sous forme de bulles de gaz ; et nous verrons qu'il se comporte effectivement comme tel dans les études de la sous-partie 3.2.2.4.

TABLEAU 3.2.15 – Températures et pressions aux points thermodynamiques majeurs du circuit principal, ainsi qu'à l'évaporation (ev) et la condensation (cd).

	1	ev	2	3	cd	4
Températures [°C]	3,6	3,6	8,6	60,0	45	32
Pressions [kPa]	333,185		1160,539			

Calculs analytiques

Dans ce qui suit, les indices 'sol' et 'plan' feront référence aux circuits du sous-sol et de chauffage respectivement. On pourra également utiliser les indices 'ev' et 'cd' pour signaler les grandeurs liées à l'évaporateur ou au condenseur respectivement. Pour le circuit principal, la numérotation des figures 3.2.9 (p.192) et 3.2.14 (p.204) sera employée ainsi que l'indice 'ff' lorsque ce sera nécessaire (pour le débit notamment). De plus, les indices 'e' et 's' feront références respectivement à l'entrée et la sortie du composant discuté le cas échéant. Ces notations ont également été utilisées sur la figure 3.2.14. Enfin, l'exergie fluide dynamique $\xi_{h,f}$ portée par le fluide f sera simplement notée ξ_f pour ne pas alourdir les notations.

Les températures et pressions définies dans la sous-partie précédente et rapportées dans les tableaux 3.2.14 et 3.2.15 permettent de complètement définir chaque point thermodynamique des trois circuits de la PAC, notamment à l'aide des enthalpies et entropies correspondantes. Ces grandeurs sont calculées analytiquement dans la sous-partie suivante (tableaux 3.2.16 et 3.2.17) et les données fournies par EES sont ensuite présentées dans le tableau 3.2.18.

Circuits secondaires. Lorsque la température est supérieure à 0°C, l'eau est naturellement présente à l'état liquide dans l'environnement, et nous supposons que c'est toujours vrai pour l'instant. Nous verrons dans la sous-partie 3.2.2.4 l'implication d'une température extérieure inférieure à 0°C. Dans les circuits secondaires, celle-ci est toujours sous forme liquide, alors pour chaque point thermodynamique (T_i, P_i) du circuit fluide f , les équations (1.2.49) se réécrivent directement :

$$\tilde{h}_f(T_i, P_i) = c_{f,i}(T_i - T_0) + v_{f,i}(P_i - P_0) \quad (3.2.28a)$$

$$\tilde{s}_f(T_i, P_i) = c_{f,i} \ln \frac{T_i}{T_0}, \quad (3.2.28b)$$

et les exergies fluides dynamiques correspondantes sont données par l'équation (1.2.50), rappelé ci-dessous avec les notations appropriées :

$$\xi_f(T_i, P_i) = c_{f,i} T_0 \left(\frac{T_i}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_i}{T_0} \right) + v_{f,i} (P_i - P_0). \quad (3.2.29)$$

Dans les équations (3.2.28) et (3.2.29), les chaleurs spécifiques massiques $c_{f,i}$ et les volumes massiques $v_{f,i}$ des fluides f sont considérés aux températures T_i et pressions P_i . Cependant, aux différences de température considérées, ces grandeurs restent à peu près constantes et on prendra $c_{f,i} = c_f$ et $v_{f,i} = v_f$, les valeurs numériques sont fournies dans la description du tableau 3.2.16. De plus, comme nous l'avons déjà mentionné, la pression des fluides dans les tuyaux a été posée égale à 16 bar au niveau de la PAC.

Le tableau 3.2.16 présente les valeurs numériques des enthalpies, entropies et exergies correspondant aux températures du tableau 3.2.14. Les facteurs exergétiques ont été déterminés en faisant le rapport de l'exergie dynamique du point fluide considéré et de son enthalpie.

TABLEAU 3.2.16 – Grandeurs thermodynamiques calculées des points fluides des circuits secondaires avec : $T_0 = 1^\circ\text{C}$ et $P_0 = 1 \text{ atm}$; $c_{\text{eau}} = 4,184 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ et $v_{\text{eau}} = 1,001 \text{ L}/\text{kg}$.

	$\tilde{h} = h - h_0$ [kJ/kg]	$\tilde{s} = s - s_0$ [kJ/(kg K)]	$\xi_h = \tilde{h} - T_0\tilde{s}$ [kJ _x /kg]	θ^* [%]
ev,e	62,59	0,2171	3,071	4,907
ev,s	33,30	0,1144	1,933	5,805
cd,e	114,5	0,3930	6,723	5,873
cd,s	143,8	0,4891	9,654	6,715

Circuit principal. À la différence de l'eau, le fluide frigorigère change de phase au cours du cycle représenté sur la figure 3.2.13, alors qu'il est naturellement présent à l'état gazeux dans l'environnement (cf. point n°0 sur le diagramme). Il est donc nécessaire de porter un soin tout particulier au calcul des différences $\tilde{h}_i = h_i - h_0$ et $\tilde{s}_i = s_i - s_0$. Dans le système de référence pour lequel l'enthalpie et l'entropie du R134a prennent les valeurs :

$$\begin{cases} h_{\text{ref,ff}}(T_{\text{ref}} = -40^\circ\text{C}, \text{ phase} = \text{liquide saturé}) = 0 \text{ kJ/kg} & (3.2.30a) \\ s_{\text{ref,ff}}(T_{\text{ref}} = -40^\circ\text{C}, \text{ phase} = \text{liquide saturé}) = 0 \text{ kJ}/(\text{kg K}), & (3.2.30b) \end{cases}$$

l'état de référence $(h_0, s_0)_{\text{ff}}$ du R134a est donné par EES tel que :

$$\begin{cases} h_{0,\text{ff}}(T_0 = 1^\circ\text{C}, P_0 = 1 \text{ atm}) = 256,4 \text{ kJ/kg} & (3.2.31a) \\ s_{0,\text{ff}}(T_0 = 1^\circ\text{C}, P_0 = 1 \text{ atm}) = 1,035 \text{ kJ}/(\text{kg K}). & (3.2.31b) \end{cases}$$

Alors,

$$\xi_{\text{ff},0}(T_0 = 1^\circ\text{C}, P_0 = 1 \text{ atm}) = -27,39 \text{ kJ}_x/\text{kg} \quad (3.2.32)$$

est l'exergie fluide dynamique du R134a à T_0 dans le système de référence défini par les équations (3.2.30). Étant donné que le fluide frigorigère change de phase au cours du cycle discuté ici, les calculs suivants ont été réalisés à l'aide d'un diagramme $P-h$ analogue à celui présenté sur la figure 3.2.13. On en présente brièvement la méthodologie car ses grandeurs calculées seront discutées à la fin de ce chapitre, dans la sous-partie 3.2.2.4. Pour déterminer l'enthalpie relative des points gazeux sur-chauffés, n°2 et 3, on suppose deux transformations successives : une détente isenthalpique jusqu'à P_0 , puis un refroidissement à pression constante jusqu'à la température T_0 . On peut alors directement lire l'enthalpie relative du point i sur l'axe horizontal. Pour les points n°1 et 4, on opère de manière analogue, on considère d'abord une détente isenthalpique jusqu'à la pression P_0 , puis on suppose que le gaz est chauffé jusqu'à la température T_0 à pression constante ; l'enthalpie relative correspondante est alors lue directement sur l'axe horizontale du graphique. Les valeurs numériques correspondantes sont rassemblés dans le tableau 3.2.17.

Pour déterminer les entropies, on opère de la même manière pour les quatre points thermodynamiques du circuit. On suppose que le fluide est refroidi à pression constante

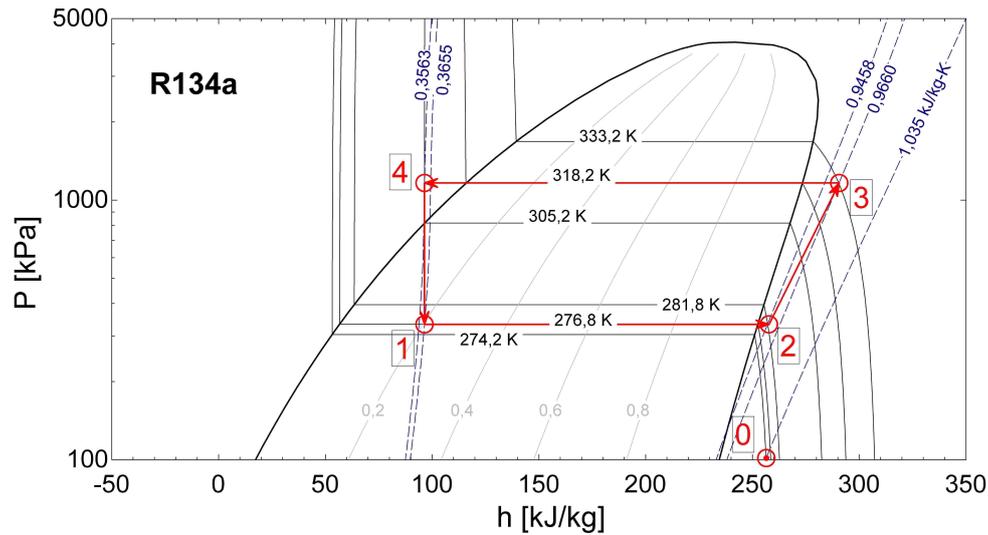


FIGURE 3.2.13 – Diagramme $P-h$ du R134a sur lequel est tracé le cycle inverse parcouru par le fluide principale de la PAC.

jusqu'à une certaine température, inférieure à T_0 , telle que le R134a est gazeux et présente la même entropie $s_{0,ff}$ que lorsqu'il est à l'équilibre avec l'environnement à (T_0, P_0) . On appelle $0'_i$ le point thermodynamique tel que le R134a présente la même pression P_i que le point thermodynamique i considéré et l'entropie s_0 de son état d'équilibre avec l'environnement. On note que les points $0'_1$ et $0'_2$ sont confondus, de même que les points $0'_3$ et $0'_4$, étant donné qu'ils présentent deux à deux la même pression ; alors, que l'on voudra faire mention à l'un ou l'autre spécifiquement, on les notera : $0'_{bp}$ et $0'_{hp}$. Ensuite, on suppose que l'on comprime le gaz de manière quasi-statique jusqu'à ce qu'il atteigne la pression P_0 . Alors, pour les points gazeux sur-chauffés, n°2 et 3, on calcule :

$$\tilde{s}_i = \bar{c}_{p,i} \ln \frac{T_i}{T_{0'_i}}, \quad (3.2.33)$$

où T_i et $T_{0'_i}$ sont les températures des points n° i et $0'_i$ respectivement, et

$$\bar{c}_{p,i} = \frac{c_{p,i} + c_{p,0'_i}}{2} \quad (3.2.34)$$

est la valeur moyenne des chaleurs massiques à pression constante entre ces même points. Pour le point thermodynamique n°1, on a un terme analogue à celui de l'équation (3.2.33), auquel il faut ajouter l'entropie de vaporisation accumulé par le fluide pendant le chauffage, et on a :

$$\tilde{s}_1 = \bar{c}_{p,2} \ln \frac{T_{ev}}{T_{0'_{bp}}} + \frac{h_{vap,ff}(T_{ev}, P_{bp})}{T_{ev}}, \quad (3.2.35)$$

où $h_{vap,ff}$ est l'enthalpie de vaporisation accumulée par le R134a pendant le changement de phase, et $\bar{c}_{p,2}$, introduit à l'équation (3.2.34), est la valeur moyenne des chaleurs massiques à pression constante entre les points n°2 et $0'_{bp}$. On note que le point n°2 n'est pas exactement sur la courbe de vapeur saturée, mais il en est suffisamment proche pour que l'on puisse utiliser la même valeur de la chaleur massique ; on pourra vérifier que cette approximation est suffisante en comparant les valeurs fournies dans les tableaux 3.2.17 et 3.2.18. Finalement, pour le point n°4, il faut également considérer la phase liquide, et

on a :

$$\tilde{s}_4 = \bar{c}_{p,4l} \ln \frac{T_4}{T_{cd}} + \frac{h_{\text{vap,ff}}(T_{cd}, P_{hp})}{T_{cd}} + \bar{c}_{p,4g} \ln \frac{T_{cd}}{T_{0'_{hp}}}, \quad (3.2.36)$$

où $\bar{c}_{p,4l}$ et $\bar{c}_{p,4g}$ sont les valeurs moyennes de la chaleur massique du R134a liquide et gazeux respectivement sur les gammes de températures considérées, de part et d'autre du changement de phase. Elle sont déterminées à l'aide d'une relation analogue à celle de l'équation (3.2.34). Les valeurs ainsi obtenues sont rassemblées dans le tableau 3.2.17.

TABLEAU 3.2.17 – Grandeurs thermodynamiques calculées des points fluides du circuit primaire avec $T_0 = 1^\circ\text{C}$, $P_0 = 1\text{ atm}$. L'état $(h_0, s_0)_{\text{ff}}$ du R134a est donné aux équations (3.2.31).

	$\tilde{h} = h - h_0$ [kJ/kg]	$\tilde{s} = s - s_0$ [kJ/(kg K)]	$\xi_h = \tilde{h} - T_0 \tilde{s}$ [kJ _x /kg]	θ^* [-]
1	-160,0	-0,6699	23,68	-0,148
2	0,7152	-0,0897	25,31	35,4
3	34,08	-0,0694	53,1	1,56
4	-159,9	-0,6786	26,06	-0,163

On peut alors tout de suite noter qu'aux points thermodynamiques n°1 et 4, le R134a respectivement liquide et partiellement vaporisé se trouve dans une configuration froide « standard » telle que décrit dans le chapitre précédent. C'est-à-dire que le fluide présente alors un défaut d'énergie par rapport à sa configuration d'équilibre avec l'environnement et une certaine quantité de travail serait nécessaire à fournir pour maintenir son intégrité *froide*. Quant aux points thermodynamiques n°2 et 3, le fluide se trouve dans une configuration de fluide *chaud* non « standard », présentant un excès de « densité » énergétique par degré de liberté, $(+\delta\rho)$, par rapport à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) , mais présentant un nombre moyen de degrés de liberté occupés en moyenne inférieure à celui qu'il présenterait à l'équilibre avec son environnement, car $\tilde{s} < 0$. Définissant alors un facteur exergetique supérieure à 1 comme on peut le constater. On revient sur cette problématique dans la sous-partie 3.2.2.6, et présentons maintenant les résultats de la simulation faite avec EES en faisant abstraction de celle-ci.

3.2.2.3 Simulation EES

L'étude rapportée ci-dessous a été en partie effectuée dans le cadre d'un projet d'étude technique réalisé par deux étudiants de L2, encadrés par nos soins.

Les valeurs numériques présentées sont le résultat d'une simulation programmée avec le logiciel EES, utilisant les données de température et pression précédemment introduites, ainsi que la charge de puissance calculée dans la sous-partie précédente : $\dot{Q}_{cd} = 250\text{ kW}$.

La figure 3.2.14 représente schématiquement les trois circuits de la PAC géothermique introduit dans la sous-partie précédente. Les valeurs des enthalpies et entropies fournies par EES sont présentés dans le tableau 3.2.18. Les exergeries fluides $\xi_i \equiv \xi_{h,i}$ et indices exergetiques $\theta_i^* = \xi_{h,i}/\tilde{h}_i$ calculés y sont également indiqués, ainsi que les débits résultats de la simulation, que nous détaillons maintenant en commençant par le circuit de chauffage.

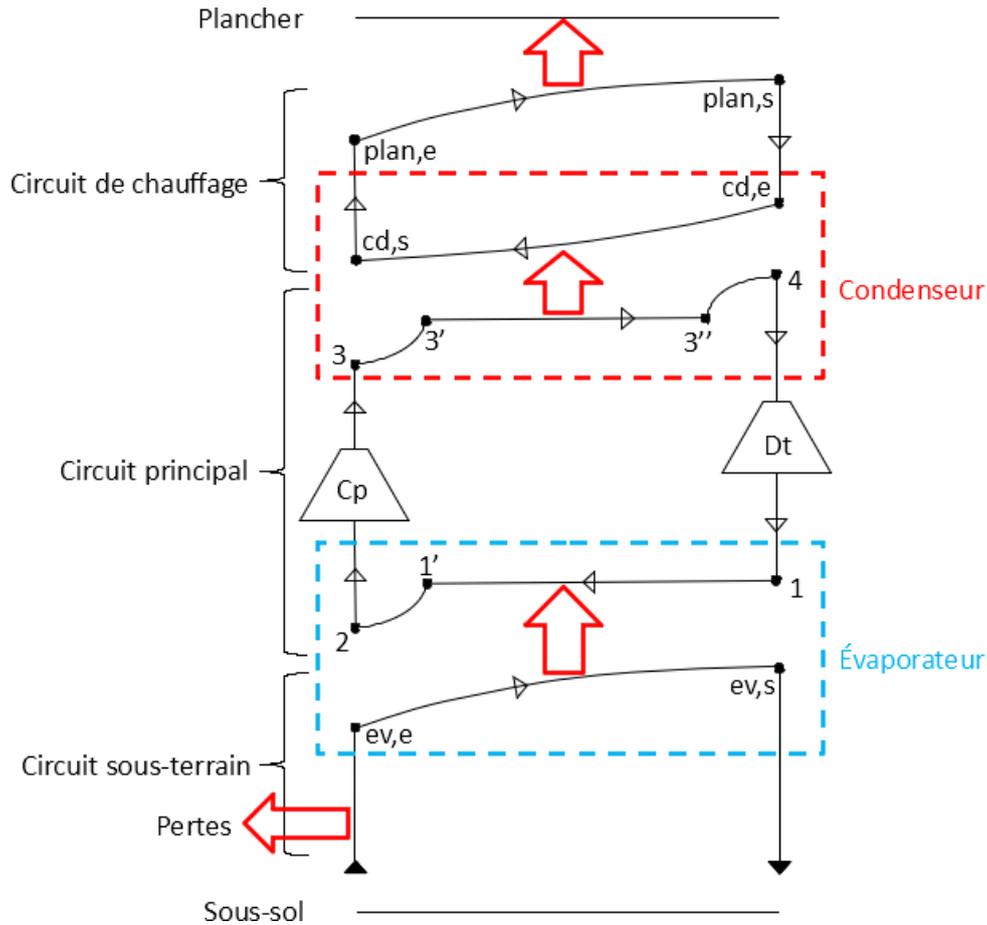


FIGURE 3.2.14 – Schéma de la PAC géothermique. Légende : – les flèches rouges indiquent les flux de chaleur, – les points 1 à 4 correspondent aux points du cycle de la figure 3.2.9, – les éléments Dt et Cp indiquent le détendeur et le compresseur respectivement.

Circuit de chauffage

Analyse thermique. Le circuit de chauffage est considéré sans perte thermique. Toute déperdition thermique sur le circuit servant *in fine* à chauffer le bâtiment. Ainsi, la puissance de chauffage maximale nécessaire \dot{Q}_{cd} , estimée dans la sous-partie 3.2.2.2, est égale à la puissance à fournir à l'eau au niveau du condenseur. Une analyse plus fine de l'échangeur est proposée un peu plus bas, nous présentons pour l'instant simplement les résultats d'analyse exergétique générale. La conservation de l'énergie appliquée à l'enceinte du condenseur (encadré en rouge sur la figure 3.2.14) nous donne :

$$\dot{Q}_{cd} = \dot{m}_{plan} (h_{cd,s} - h_{cd,e}) = \dot{m}_{ff} (h_3 - h_4) = 250 \text{ kW}, \quad (3.2.37)$$

et le taux de production d'entropie au condenseur s'écrit :

$$\dot{I}_{cd} = \dot{m}_{plan} (s_{cd,s} - s_{cd,e}) - \dot{m}_{ff} (s_3 - s_4). \quad (3.2.38)$$

Ensuite, en réécrivant l'égalité du milieu de l'équation (3.2.37) comme suit

$$0 = \dot{m}_{plan} (h_{cd,s} - h_{cd,e}) - \dot{m}_{ff} (h_3 - h_4), \quad (3.2.39)$$

TABLEAU 3.2.18 – Enthalpies et entropies spécifiques relatives (\tilde{h} et \tilde{s} respectivement), ainsi que les exergies spécifiques fluides dynamiques ξ_h aux différents points des circuits. Les deux premières colonnes du tableau présentent respectivement les débits des fluides résultat de la simulation et le facteur exergetique $\theta^* = \xi_h/\tilde{h}$. Les états de référence des fluides sont considérés à $T_0 = 1^\circ\text{C}$ et $P_0 = 1 \text{ atm}$, avec $h_{0,\text{ff}} = 256,4 \text{ kJ/kg}$, $s_{0,\text{ff}} = 1,035 \text{ kJ}/(\text{kg K})$, $h_{0,\text{eau}} = 4,286 \text{ kJ/kg}$, $s_{0,\text{eau}} = 0,0153 \text{ kJ}/(\text{kg K})$.

	\dot{m} [kg/s]	θ^* [-]	$\tilde{h} = h - h_0$ [kJ/kg]	$\tilde{s} = s - s_0$ [kJ/(kg K)]	$\xi_h = \tilde{h} - T_0\tilde{s}$ [kJ _x /kg]
1	1,289	-0,148	-159,9	-0,6695	23,63
2	1,289	35,4	0,7152	-0,0893	25,19
3	1,289	1,56	34,051	-0,0691	52,99
4	1,289	-0,163	-159,9	-0,6788	26,17
ev,e	7,075	0,049	62,67	0,2174	3,069
ev,s	7,075	0,058	33,40	0,1148	1,932
cd,e	8,546	0,059	114,5	0,3931	6,716
cd,s	8,546	0,067	143,7	0,4891	9,643

et en y soustrayant l'équation (3.2.38) multipliée par T_0 , on peut exprimer la destruction au condenseur en fonction des exergies fluides :

$$\begin{aligned}\Delta\dot{X}_{\text{cd}} &= T_0\dot{I}_{\text{cd}} = \dot{m}_{\text{ff}}(\xi_3 - \xi_4) - \dot{m}_{\text{plan}}(\xi_{\text{cd,s}} - \xi_{\text{cd,e}}) \\ &= 9,548 \text{ kW}_x,\end{aligned}\quad (3.2.40)$$

où, dans le résultat de la seconde ligne, on a pris en compte les valeurs fournies dans le tableau 3.2.18. Ainsi, le taux de destruction d'exergie au condenseur est égal à

$$\delta_{\text{cd}} = \frac{\Delta\dot{X}_{\text{cd}}}{\dot{m}_{\text{ff}}(\xi_3 - \xi_4)} = 0,276,\quad (3.2.41)$$

soit un peu moins de 30% de l'exergie émise par le fluide frigorigène, conséquence des relativement hautes températures de l'eau et du fluide frigorigène à l'échange. Ce taux ainsi que le rendement exergetique correspondant $\eta_{\text{cd}} = 1 - \delta_{\text{cd}}$ seront discutés dans la sous-partie suivante détaillant le circuit principal. On calcule finalement la fraction d'exergie reçue par l'eau dans le condenseur tel que :

$$\theta_{\text{eau,cd}} = 1 - \frac{T_0}{T_{m,\text{eau,cd}}} = \frac{\xi_{\text{cd,s}} - \xi_{\text{cd,e}}}{h_{\text{cd,s}} - h_{\text{cd,e}}} = 0,1001\quad (3.2.42)$$

où

$$T_{m,\text{eau,cd}} = \frac{T_{\text{eau,cd,e}} - T_{\text{eau,cd,s}}}{\ln(T_{\text{eau,cd,e}}/T_{\text{eau,cd,s}})} = 304,64 \text{ K}\quad (3.2.43)$$

est la température moyenne logarithmique de l'eau pendant l'échange, et on rappelle que les températures de l'eau à l'entrée et la sortie du condenseur, $T_{\text{eau,cd,e}}$ et $T_{\text{eau,cd,s}}$ respectivement, sont fournies dans le tableau 3.2.14.

Débit d'eau et travail de la pompe. Étant données les valeurs du tableau 3.2.18, l'équation (3.2.37) permet d'obtenir le débit d'eau nécessaire pour assurer la puissance de chauffage maximale \dot{Q}_{cd} :

$$\dot{m}_{\text{plan}} = \frac{\dot{Q}_{cd}}{h_{cd,s} - h_{cd,e}} = 8,546 \text{ kg/s.} \quad (3.2.44)$$

La circulation de l'eau dans le circuit de chauffage est assurée au moyen d'une pompe dont la puissance nécessaire est estimée telle que

$$\dot{W}_{\text{pp,plan}}^{\text{min}} = \dot{W}_{\text{cin,plan}} + \dot{W}_{\text{pot,plan}} + \Delta \dot{X}_{\text{plan}}, \quad (3.2.45)$$

où le premier terme du membre de droite est la puissance nécessaire à apporter pour mettre le fluide en mouvement, la seconde celle à fournir pour faire monter l'eau dans les étages, et le troisième terme porte les différentes destructions d'exergie qui ont lieu sur le parcours. Au niveau de la pompe on a tout d'abord :

$$\dot{W}_{\text{cin,plan}} = \frac{\dot{m}_{\text{plan}}}{2} |\vec{v}_{\text{pp}}|^2 = \frac{\dot{m}_{\text{plan}}^3}{2(\rho_{\text{eau}} \mathcal{S}_{\text{pp}})^2} = 0,0173 \text{ kW}, \quad (3.2.46)$$

où, dans la seconde égalité, on a utilisé l'expression du débit

$$\dot{m}_{\text{plan}} = \rho_{\text{eau}} \mathcal{S}_{\text{pp}} |\vec{v}_{\text{pp}}|, \quad (3.2.47)$$

fonction de la masse volumique $\rho_{\text{eau}} = 1/v_{\text{eau}}$, de la section des tuyaux au passage de la pompe \mathcal{S}_{pp} , et de la vitesse moyenne du fluide au même endroit $|\vec{v}_{\text{pp}}|$ (on notera la notation vectorielle afin de bien distinguer cette grandeur du volume massique de l'eau v_{eau}). Pour l'analyse numérique de l'équation (3.2.46), le diamètre des tuyaux a été posé égal à 7,36 cm au passage de la pompe (cf. tableau 3.2.19 et la discussion qui s'y rapporte). Le second terme du membre de droite de l'équation (3.2.45) est la puissance mécanique à apporter au fluide pour le faire monter dans les étages. Les amphithéâtres qui occupent la plupart de la surface du rez-de-chaussée sont chauffés au moyen de CTA (cf. annexe B), et la surface restante à chauffer est approximativement égale à celle des étages supérieurs. Le rez-de-chaussé sera alors considéré comme un cinquième étage, au niveau $e = 0$, de surface égale à celle des autres. On aura donc cinq embranchements secondaires, alimentés en parallèle et supportant des débits égaux $\dot{m}_{\text{étages}} = \dot{m}_{\text{plan}}/5$. Pour chaque étage, la différence de pression entre le haut et le bas du tuyaux de distribution d'eau est simplement donnée par

$$dP_e = \rho_{\text{eau}} g h_e, \quad (3.2.48)$$

où g est l'accélération de la pesanteur et h_e la hauteur de l'étage $e = \{1,2,3,4\}$. Le rez-de-chaussé présente une hauteur de 5,5 m et les étages supérieurs de 3,5 m. Alors, la puissance d'énergie potentielle totale à développer pour envoyer l'eau dans les étages s'exprime

$$\dot{W}_{\text{pot,plan}} = \frac{\dot{m}_{\text{plan}}}{5} v_{\text{eau}} \sum_{e=1}^4 dP_e = 0,7208 \text{ kW.} \quad (3.2.49)$$

Ensuite, ces 5 circuits se divisent en un certain nombre de sous-circuits afin de chauffer de manière optimale les 650 m² de chaque niveau. On admet pour l'instant que les cinq circuits secondaires se divisent, à chaque étage, en quatorze circuits tertiaires couvrant une surface d'un peu plus de 45 m² chacun ; et nous vérifierons plus bas que ce choix

satisfait les contraintes d'utilisation. Ce choix correspond, en premier lieu, à la couverture de la surface moyenne des bureaux et salles de cours des étages ; et répond en second lieu à des critères d'installation (coûts, efficacité...) et de confort (essentiellement le bruit).

Le dernier terme du membre de droite de l'équation (3.2.45) correspond aux destructions d'exergie sur le circuit. Celles-ci sont dues aux frottements, embranchements et mélanges de flux présents sur le réseau. Le puissance d'exergie détruite par frottement est donnée par Bejan (2016) :

$$\Delta \dot{X}_{\text{fr,plan}} = T_0 \dot{I}_{\text{plan}} = \dot{m}_{\text{plan}} \frac{v_{\text{eau}} T_0}{T_{\text{plan,e}}} \Delta P_{\text{fr,plan}}, \quad (3.2.50)$$

où la perte de pression par frottement $\Delta P_{\text{fr,plan}}$ est donnée par l'équation de Darcy-Weisbach, qui s'écrit d'une manière générale :

$$\Delta P_{\text{fr}} = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} |\vec{v}|^2, \quad (3.2.51)$$

où L et D sont respectivement la longueur totale et le diamètre hydraulique du tuyau considéré ; ρ et $|\vec{v}|$ la masse volumique et la vitesse moyenne du fluide respectivement ; et enfin, le coefficient de frottement λ est donné par la formule de Colebrook :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k/D}{3,71} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right), \quad (3.2.52)$$

avec k la rugosité du tuyau et

$$Re = \frac{D |\vec{v}|}{\nu} \quad (3.2.53)$$

le nombre de Reynolds, exprimé en fonction de la viscosité cinématique ν du fluide. Avant de présenter les résultats de calcul sur le réseau, on note que le taux de destruction d'exergie introduit à l'équation (3.2.50) est inversement proportionnel à la température de l'eau à l'entrée du circuit. Ainsi, ce qui semble d'ailleurs complètement intuitif, plus le fluide arrivera sur le circuit à une température élevée, i.e. plus l'énergie « cinétique thermique » du fluide sera grande, moins les frottements impacteront l'état de celui-ci. Dans notre cas, la perte de charge (équation (3.2.51)) dans chaque branche i du réseau s'écrit :

$$\Delta P_{\text{fr},i} = \frac{\rho_{\text{eau}}}{2} \lambda_i \frac{L_i}{D_i} |\vec{v}_i|^2. \quad (3.2.54)$$

Alors, la destruction totale d'exergie par frottement dans le bâtiment s'écrit (cf. tableau 3.2.19 pour le détail du calcul) :

$$\Delta \dot{X}_{\text{fr,plan}} = \dot{m}_{\text{plan}} v_{\text{eau}} T_0 \left(\frac{\sum_{i=1}^3 \Delta P_{\text{fr},i}}{T_{\text{plan,e}}} + \frac{\sum_{i=1}^2 \Delta P_{\text{fr},i}}{T_{\text{plan,s}}} \right) = 0,0843 \text{ kW}_x, \quad (3.2.55)$$

où le premier terme entre parenthèses correspond aux frottements à l'aller dans les 3 types de circuits — le principal (sortant du condenseur), les secondaires (avant l'entrée dans les planchers chauffants) et les ternaies (i.e. les planchers chauffant) — et le second terme correspond aux frottements sur le retour, après les planchers chauffants, dans les circuits secondaires puis primaire. Les valeurs de chaque terme des équations (3.2.54) et (3.2.55) sont présentées dans le tableau 3.2.19, où on a considéré les relations suivantes :

— débits : $\dot{m}_1 = N_2 \dot{m}_2$ et $\dot{m}_2 = N_3 \dot{m}_3$,

— diamètres : $\frac{D_2}{D_1} = N_2^{-1/3}$ et $\frac{D_3}{D_2} = N_3^{-1/3}$.

La première est l'expression de la conservation des débits, avec $N_2 = 5$ et $N_3 = 14$ les nombres de circuits secondaires et tertiaires respectivement. La seconde est adaptée d'un résultat d'optimisation à l'aide de la théorie constructale (Bejan, 2000) d'un réseau d'embranchements successifs par minimisation de la production d'entropie. Dans le cas d'un réseau pour lequel chaque branche i se divise en N_{i+1} branches, cette dernière s'écrit d'une manière générale (Bejan, 2016) :

$$\left(\frac{D_{i+1}}{D_i}\right)_{\text{opt}} = N_{i+1}^{-1/3}. \quad (3.2.56)$$

Ce résultat se fonde sur un raisonnement en écoulement stationnaire et fournit de bons résultats dans notre cas, minimisant la destruction d'entropie par mélange.

Les résultats du tableau 3.2.19 nous montre, sans surprise, que la plus grande perte de charge a essentiellement lieu dans les circuits tertiaires, de plus petit diamètre et de plus grande longueur. Bien que mineures, les pertes de charge sur les circuits principal et secondaires, induisent pourtant une plus importante destruction d'exergie car les débits y sont respectivement soixante-dix et cinq fois supérieurs. On notera que la vitesse d'écoulement de l'eau dans les planchers chauffant (circuits tertiaires) respecte les limitations :

- d'efficacité : $|\vec{v}_3| > 0,15$ m/s pour un écoulement turbulent,
- de confort : $|\vec{v}_3| < 1$ m/s pour éviter les nuisances sonores.

TABLEAU 3.2.19 – Données et résultats des calculs de destruction d'exergie par frottement. Dans les calculs des dernières lignes, les données suivantes ont été utilisées :

- $\nu = 7,745 \times 10^{-7}$ m²/s
- $\rho_{\text{eau}} = 1/v_{\text{eau}} = 10^{-3}$ kg/m³
- $k = 0,01$ mm.

			Circuits		
			principal	secondaires	tertiaires
Débits	\dot{m}_i	[kg/s]	8,546	1,709	0,122
Longueurs	L_i	[m]	50	16	311
Diamètres optimaux	$(D_{\text{int}})_{\text{opt}}$	[mm]	69,8	38,6	16
Diamètres réels	$D_{\text{int}} \times D_{\text{ext}}$	[mm]	73,6 × 90	40,8 × 50	16 × 20
Vitesse moyenne	$ \vec{v}_i $	[m/s]	2,009	1,307	0,607
Nombre de Reynolds	$Re_{e,i}$		190 886	68 869	12 544
Coefficient de frottement	λ_i		0,003 649	0,004 555	0,007 017
Perte de charge	$\Delta P_{\text{fr},i}$	[kPa]	4,998	1,526	25,145
Puissance exergétique détruite par frottement	$\Delta \dot{X}_{\text{fr},i}$	[kW _x]	0,0769	0,0047	0,0027
Puissance totale d'exergie détruite par frottement :			0,0843 kW _x		

La puissance totale d'exergie détruite par frottement est du même ordre de grandeur que l'énergie cinétique nécessaire (équation (3.2.46)) mais est près de 10 fois plus petite que l'énergie potentielle requise (équation (3.2.49)).

Considérons maintenant les destructions d'exergie causées par la division des flux à la sortie de la PAC, et par mélange au retour de ceux-ci. Tout d'abord, lorsqu'un flux très turbulent ($Re \sim 10^5$) initial \dot{m}_i se divisent en N_f flux, présentant des débits \dot{m}_f égaux entre eux et circulant dans des tuyaux de diamètres D_f également égaux entre eux; la différence de pression observée entre l'un des flux final et le flux initial est donnée, en bonne approximation par l'équation de Bernoulli. On pose les altitudes égales à l'embranchement, i.e. $h_i = h_f$, et afin de négliger les pertes par frottement, on considère un point d'une ligne de flux¹² juste avant la séparation, et un autre de la même ligne de flux juste après, on a alors :

$$P_f - P_i = \frac{1}{2}\rho |\vec{v}_i|^2 \left(1 - \frac{D_i^2}{N_f D_f^2}\right) = \frac{1}{2}\rho |\vec{v}_i|^2 \left(1 - N_f^{-1/3}\right), \quad (3.2.57)$$

où, dans la première égalité on a utilisé la conservation du débit pour exprimer le rapport des vitesses moyennes en fonction des diamètres; et dans la seconde, on a utilisé l'équation (3.2.56) pour exprimer le ratio des diamètres en fonction du nombre de flux finaux. Les diamètres réels sélectionnés ne sont pas exactement égaux aux diamètres idéaux (cf. tableau 3.2.19) mais suffisamment proches pour obtenir un bon ordre de grandeur. Dans le cas du premier embranchement (du circuit primaire aux secondaires), le terme en facteur du membre de droite de l'équation ci-dessus est égal à l'énergie cinétique par unité de volume du fluide au passage de la pompe (cf. équation (3.2.46)), et le terme entre parenthèses est égal à 0,6. Alors, la destruction d'exergie correspondant à $(P_2 - P_1)$, le différentiel de pression entre le circuit primaire et les circuits secondaires, est donnée par :

$$\Delta \dot{X}_{br,1 \rightarrow 2} = \dot{m}_{plan} \frac{v_{eau} T_0}{T_{plan,e}} (P_2 - P_1) \quad (3.2.58)$$

$$= \frac{\dot{W}_{cin,plan} T_0}{T_{plan,e}} \left(1 - N_2^{-1/3}\right) \sim 10^{-2} \text{ kW}_x. \quad (3.2.59)$$

On calculerait de même que la destruction d'exergie associée au second embranchement en 14 circuits ternaires est de l'ordre de 10^{-3} kW_x .

La différence de pression d'origine cinétique de l'équation (3.2.57) est également destructrice d'exergie lorsque les flux ternaires puis secondaires se réunissent à la sortie des planchers chauffants. Dans le cas général d'un mélange de N_i flux, cette dernière s'écrit (Bejan, 2016) :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{X}_{mix,i} &= T_0 \dot{\Pi}_{mix,i} \\ &= \frac{T_0}{T_i} \dot{m}_f \sum_{i=1}^{N_i} x_i [h_f - h_i - v_f (P_f - P_i)] \end{aligned} \quad (3.2.60)$$

où les indices i et f font référence aux N_i flux initiaux et au flux final respectivement; x_i est la fraction massique du flux i , égale à $1/N_i$ dans notre cas; $\dot{m}_f = N_i \dot{m}_i$ est le débit final et $v_f = v_{eau}$ le volume massique correspondant. Dans la seconde égalité, afin

12. Il est délicat de parler de ligne de flux à proprement parler dans le cas d'écoulements turbulents, mais on peut considérer un « boudin » de flux moyen présentant une certaine épaisseur radiale de , perpendiculairement à la direction de propagation moyenne des particules (nombreuses) contenues dans un petit cylindre (suffisamment grand) de longueur dl et de diamètre de .

d'assurer la continuité des équations différentielles de la forme $dh = Tds + vdp$ au passage d'un embranchement, on se place dans la limite de petites variations : $\Delta T \ll T$, $\Delta p \ll p$, $\Delta v \ll v \dots$ Celle-ci est justifiée par le fait que la vitesse du son dans l'eau $c_{\text{eau}} \simeq 1,5 \text{ km/s}$ est très grande devant la vitesse moyenne du fluide $|\vec{v}_{\text{pp}}| \sim 1 \text{ m/s}$. Dans notre cas, les N_i flux sont constitués d'un même liquide incompressible et présentent les mêmes caractéristiques de débit, pression et température. Notons qu'étant donné les différences de longueur et d'altitude des tuyaux du niveau 2 (montant et descendant des étages), les pressions ne sont pas rigoureusement identiques de l'un à l'autre, mais ces différences sont négligeables devant la pression statique de l'ordre de la dizaine de bar. Les températures peuvent également être considérées égales d'un tuyau initial à l'autre sachant que la principale cause de la chute des températures est l'émission de chaleur dans les planchers chauffants, supposée égale d'un sous-circuit à l'autre. Finalement, en considérant les deux embranchements successifs à la sortie des planchers chauffant, $i = \{1,2\}$, l'équation (3.2.60) nous donne :

$$\Delta \dot{X}_{\text{mix,tot}} = \dot{m}_{\text{plan}} \frac{v_{\text{eau}} T_0}{T_{\text{plan,s}}} \sum_{i=1}^2 (P_{i+1} - P_i), \quad (3.2.61)$$

où la chute de pression à l'embranchement i est donnée par :

$$P_{i+1} - P_i = \frac{1}{2} \rho |\vec{v}_i|^2 (1 - N_{i+1}^{-1/3}) \quad (3.2.62)$$

Alors, en utilisant les équations (3.2.46), (3.2.56) et (3.2.62) dans (3.2.61), on obtient

$$\Delta \dot{X}_{\text{mix,tot}} = \frac{\dot{W}_{\text{cin,plan}} T_0}{T_{\text{plan,s}}} \left[(1 - N_2^{-1/3}) + N_2^{-2/3} (1 - N_3^{-1/3}) \right] \sim 10^{-2} \text{ kW}_x, \quad (3.2.63)$$

et la destruction totale d'exergie sur le réseau est finalement donnée par :

$$\Delta \dot{X}_{\text{plan}} = \Delta \dot{X}_{\text{fr,plan}} + \Delta \dot{X}_{\text{br,tot}} + \Delta \dot{X}_{\text{mix,tot}} = 0,1024 \text{ kJ}_x. \quad (3.2.64)$$

Alors, en supposant un rendement isentropique de la pompe égal à $\eta_{\text{is}} = 0,8$, on trouve :

$$\dot{W}_{\text{pp,plan}} = \frac{\dot{W}_{\text{pp,plan}}^{\text{min}}}{\eta_{\text{is}}} = 1,051 \text{ kW}. \quad (3.2.65)$$

La puissance exergetique détruite par irréversibilité à la pompe est alors donné par :

$$\Delta \dot{X}_{\text{pp,plan}} = (1 - \eta_{\text{is}}) \dot{W}_{\text{pp,plan}} = 0,2101 \text{ kW}_x, \quad (3.2.66)$$

et le taux de destruction d'exergie mécanique sur l'ensemble du circuit de chauffage par :

$$\delta_{\text{pp,plan}} = \frac{\Delta \dot{X}_{\text{plan}} + \Delta \dot{X}_{\text{pp,plan}}}{\dot{W}_{\text{pp,plan}}} = 0,298. \quad (3.2.67)$$

La comparaison des équations (3.2.64) et (3.2.66) nous informe que la destruction d'exergie à la pompe elle-même est près de deux fois plus importante que la destruction d'exergie sur l'ensemble du parcours.

Rendement et taux de destruction d'exergie sur le circuit. Le taux de destruction d'exergie total du circuit de chauffage est donné par :

$$\delta_{\text{ch}} = \frac{\Delta \dot{X}_{\text{cd}} + \Delta \dot{X}_{\text{plan}} + \Delta \dot{X}_{\text{pp,plan}}}{\dot{m}_{\text{plan}} (\xi_3 - \xi_4) + \dot{W}_{\text{pp,plan}}} = 0,277, \quad (3.2.68a)$$

et le rendement total du cycle par :

$$\eta_{\text{ch}} = \frac{\dot{m}_{\text{plan}} (\xi_{\text{plan,e}} - \xi_{\text{plan,s}})}{\dot{m}_{\text{ff}} (\xi_3 - \xi_4) + \dot{W}_{\text{pp,plan}}} = 0,702, \quad (3.2.68b)$$

soit 70 % de l'exergie investie sur le circuit de chauffage est ré-émise dans le bâtiment. La fraction de pertes, ou plutôt d'énergies *intermédiaires* ou de fonctionnement du circuit dans notre cas, i.e. qui ne donne pas lieu à un produit économique (typiquement les énergies cinétiques et potentielles du fluide), se déduit alors simplement :

$$\tau_{\text{ch}} = 1 - \eta_{\text{ch}} - \delta_{\text{ch}} = 0,021. \quad (3.2.68c)$$

La fraction d'exergie détruite sur l'ensemble du cycle, équation (3.2.68a), est quasiment égale à celle déterminée au niveau du condenseur, équation (3.2.41). Effectivement, la destruction d'exergie est principalement due au différentiel de température entre les deux fluides au niveau de l'échangeur. Une analyse plus fine du condenseur est présentée plus bas, lors de l'étude du circuit principal.

Circuit sous-terrain

Analyse thermique. De même que pour le circuit de chauffage nous présentons ici le bilan général du circuit sous-terrain ; et une analyse plus fine de l'évaporateur sera faite plus bas.

Le puits de forage n'est pas nécessairement au pied du bâtiment à chauffer, nous avons donc posé une distance de 1 km entre les deux afin d'estimer les pertes thermiques lorsque l'eau sort de terre, avant d'arriver à l'évaporateur. Le transport de l'eau en général se fait de plus en plus au moyen de tuyaux en Polyéthylène Haute Densité (PEHD ou simplement PE dans ce qui suit). C'est un matériau souple, de couleur noir et dont les principales caractéristiques utiles à notre étude sont les suivantes :

- conductivité thermique : $\lambda_{\text{PE}} = 0,40 - 0,45 \text{ W}/(\text{m K})$,
- rugosité : $k_{\text{PE}} < 0,01 \text{ mm}$.

Selon les tables de constructeur, les caractéristiques des tuyaux permettant d'assurer le débit \dot{m}_{sol} (équation (3.2.80)) sont telles que :

- diamètres (int./ext.) : 102,2/125 mm
- débit nominal : 8,2 L/s,
- pression nominale : 16 bar.

On a de plus supposé une épaisseur de 1 cm d'isolant tout autour du tuyau, par exemple de la laine de verre telle que $\lambda_{\text{iso}} = 0,03 \text{ W}/(\text{m K})$ (cf. tableau 3.2.2). Le tuyau est ensuite supposé enterré à $h_t = 50 \text{ cm}$ dans le sol. Alors, la puissance thermique perdue par le fluide à la température T_f sur toute la longueur L du tuyau, est donnée par :

$$\phi = \left(\frac{1}{h_{\text{int}} 2\pi r_1 L} + \frac{\ln r_2/r_1}{\lambda_{\text{PE}} 2\pi L} + \frac{\ln r_3/r_2}{\lambda_{\text{iso}} 2\pi L} + \frac{1}{\lambda_{\text{sol}} F_{\text{tuy/sol}}} \right)^{-1} (T_f - T_0), \quad (3.2.69)$$

où r_1 , r_3 et r_2 sont respectivement les rayons intérieur, extérieur et intermédiaire entre le tuyau de polyéthylène et l'isolant. h_{int} est le coefficient interne d'échange entre le fluide et la paroi du tuyau ; de l'ordre de 10^3 – 10^4 pour un liquide, celui-ci rend négligeable par rapport aux autres le premier terme de la somme entre parenthèses dans l'équation ci-dessus. La conductivité thermique du sol est prise telle que $\lambda_{\text{sol}} = 0,75 \text{ W}/(\text{m K})$, et le facteur de forme

$$F_{\text{tuy/sol}} = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}(h_t/r_3)}, \quad (3.2.70)$$

est celui d'un cylindre isotherme de longueur L et de rayon r_3 , enterré dans un milieu semi-infini à la profondeur h_t d'une surface isotherme (à T_0 dans notre cas). Le terme entre parenthèses de l'équation (3.2.69) est la résistance thermique de l'ensemble tuyaux+sol, dans les conditions décrites plus haut on trouve : $R_{\text{th,sol}} = 1,13 \text{ K/kW}$. Finalement, le différentiel de températures dû aux pertes sur le trajet du sol à l'évaporateur est donné par :

$$\Delta T_{\text{sol/ev}} = T_{\text{sol,s}} - T_{\text{ev,e}} = \frac{T_{\text{sol,s}} - T_0}{R_{\text{th,sol}} \dot{m}_{\text{sol}} c_{\text{eau}}} = 0,4 \text{ K}, \quad (3.2.71)$$

d'où les pertes énergétiques à la puissance

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{pertes}} &= \dot{m}_{\text{sol}} c_{\text{eau}} \Delta T_{\text{sol/ev}} \\ &= \dot{m}_{\text{sol}} (h_{\text{sol,s}} - h_{\text{ev,e}}) \\ &= 11,84 \text{ kW}, \end{aligned} \quad (3.2.72)$$

et exergétiques à la puissance

$$\begin{aligned} \dot{X}_{\text{pertes}} &= \dot{m}_{\text{sol}} c_{\text{eau}} \left(\Delta T_{\text{sol/ev}} - T_0 \ln \frac{T_{\text{sol,s}}}{T_{\text{ev,e}}} \right) \\ &= \dot{m}_{\text{sol}} (\xi_{\text{sol,s}} - \xi_{\text{ev,e}}) \\ &= 0,6065 \text{ kW}_x. \end{aligned} \quad (3.2.73)$$

Cependant, ces pertes ne sont pas considérées en tant que telle et ne sont pas prises en compte dans les bilans qui suivent car l'eau est puisée gratuitement dans le sous-sol et on peut simplement considérer que l'eau arrive à l'évaporateur à la température $T_{\text{ev,e}} = T_{\text{sol}} - \Delta T_{\text{sol/ev}}$.

Ensuite, au niveau de l'évaporateur (encadré en bleu sur la figure 3.2.14), la conservation de l'énergie s'exprime ainsi :

$$\dot{Q}_{\text{ev}} = \dot{m}_{\text{sol}} (h_{\text{ev,e}} - h_{\text{ev,s}}) = \dot{m}_{\text{ff}} (h_2 - h_1) = 207,0 \text{ kW}, \quad (3.2.74)$$

et la production d'entropie comme suit :

$$\dot{\Pi}_{\text{ev}} = \dot{m}_{\text{ff}} (s_2 - s_1) - \dot{m}_{\text{sol}} (s_{\text{ev,s}} - s_{\text{ev,e}}). \quad (3.2.75)$$

Alors, en exploitant conjointement les expressions de la conservation de l'énergie, équation (3.2.74), et de la production d'entropie, équation (3.2.75), de même que précédemment, on trouve que la puissance détruite à l'évaporateur est égale à

$$\begin{aligned} \Delta \dot{X}_{\text{ev}} &= T_0 \dot{\Pi}_{\text{ev}} = \dot{m}_{\text{sol}} (\xi_{\text{ev,e}} - \xi_{\text{ev,s}}) - \dot{m}_{\text{ff}} (\xi_2 - \xi_1) \\ &= 6,050 \text{ kW}_x, \end{aligned} \quad (3.2.76)$$

impliquant un taux de destruction d'exergie à l'évaporateur de

$$\delta_{ev} = \frac{\Delta \dot{X}_{ev}}{\dot{m}_{sol} (\xi_{ev,e} - \xi_{ev,s})} = 0,752, \quad (3.2.77)$$

soit à peu près 75 % de l'exergie émise par l'eau. Nous reviendrons sur ce point lors de l'étude du circuit principal. On calcule finalement la fraction d'exergie émise par l'eau dans l'évaporateur tel que :

$$\theta_{eau,ev} = 1 - \frac{T_0}{T_{m,eau,ev}} = \frac{\xi_{ev,e} - \xi_{ev,s}}{h_{ev,e} - h_{ev,s}} = 0,0389 \quad (3.2.78)$$

où

$$T_{m,eau,ev} = \frac{T_{eau,ev,e} - T_{eau,ev,s}}{\ln(T_{eau,ev,e}/T_{eau,ev,s})} = 285,24 \text{ K} \quad (3.2.79)$$

est la température moyenne logarithmique de l'eau pendant l'échange, et on rappelle que les températures de l'eau à l'entrée et la sortie de l'évaporateur, $T_{eau,ev,e}$ et $T_{eau,ev,s}$ respectivement, sont fournies dans le tableau 3.2.14.

Débit et travail de la pompe. L'équation (3.2.74) nous permet de calculer le débit d'eau à pomper dans la nappe :

$$\dot{m}_{sol} = \frac{\dot{Q}_{ev}}{h_{ev,e} - h_{ev,s}} = 7,075 \text{ kg/s} = 25,5 \text{ m}^3/\text{h}, \quad (3.2.80)$$

nécessitant une puissance de pompage minimale estimée de même que pour le circuit de chauffage. Tout d'abord, la puissance à fournir au fluide pour lui apporter son énergie cinétique est donnée par une expression analogue à celle fournie à l'équation (3.2.46). Compte tenu des dimensions de tuyau introduites au début du paragraphe et de l'équation (3.2.80), celle-ci est égale à

$$\dot{W}_{cin,sol} = \frac{\dot{m}_{sol}^3}{(\rho_{eau} \mathcal{S}_{tuy})^2} = 0,0058 \text{ kW}. \quad (3.2.81)$$

Ensuite, la puissance nécessaire pour faire remonter l'eau du fond du puits dépend de la hauteur $h_p = 60 \text{ m}$ de celui-ci, imposant le différentiel de pression :

$$dP_{sol} = \rho_{eau} g h_p \simeq 590 \text{ kPa}. \quad (3.2.82)$$

On trouve alors

$$\dot{W}_{pot,sol} = \dot{m}_{sol} v_{eau} dP_{sol} = 4,163 \text{ kW}. \quad (3.2.83)$$

Enfin, le taux de destruction d'exergie par frottement est déterminé, de la même manière que précédemment, à l'aide du coefficient de frottement déterminé en résolvant l'équation (3.2.52) avec les paramètres de tuyau donné en début de paragraphe. Pour une longueur de tuyau $L = 1000 + 40 \text{ m}$, on trouve $\lambda_{sol} = 0,006551$, et $\Delta P_{fr,sol} = 24,480 \text{ kPa}$, d'où, sur le trajet du sol à l'évaporateur :

$$\Delta \dot{X}_{fr,sol} = \dot{m}_{sol} v_{eau} \Delta P_{fr,sol} \frac{T_0}{T_{sol,s}} = 0,1646 \text{ kW}_x. \quad (3.2.84)$$

Finalement, la puissance à fournir par la pompe est égale à :

$$\dot{W}_{pp,sol} = \frac{1}{\eta_{is}} \left(\dot{W}_{cin,sol} + \dot{W}_{pot,sol} + \Delta\dot{X}_{fr,sol} \right) = 5,413 \text{ kW}, \quad (3.2.85)$$

où nous avons posé le rendement isentropique de la pompe $\eta_{is} = 0,8$. Alors, de même que précédemment, la puissance exergétique détruite à la pompe est donnée par :

$$\Delta\dot{X}_{pp,sol} = (1 - \eta_{is}) \dot{W}_{pp,sol} = 1,083 \text{ kW}_x, \quad (3.2.86)$$

et la fraction d'exergie mécanique détruite sur le circuit de chauffage par :

$$\delta_{pp,sol} = \frac{\Delta\dot{X}_{pp,sol} + \Delta\dot{X}_{fr,sol}}{\dot{W}_{pp,sol}} = 0,230, \quad (3.2.87)$$

soit à peine plus que la fraction d'énergie détruite au niveau de la pompe, égale à $1 - \eta_{is} = 0,2$.

Rendement et taux de destruction d'exergie sur le circuit. Le taux de destruction d'exergie sur l'ensemble du circuit sous-terrain est finalement donné par :

$$\delta_{sol} = \frac{\Delta\dot{X}_{ev} + \Delta\dot{X}_{fr,sol} + \Delta\dot{X}_{pp,sol}}{\theta_{eau,ev}\dot{Q}_{ev} + \dot{W}_{pp,sol}} = 0,542, \quad (3.2.88a)$$

le rendement total du circuit par :

$$\eta_{sol} = \frac{\dot{m}_{ff} (\xi_2 - \xi_1)}{\theta_{sol}\dot{Q}_{sol} + \dot{W}_{pp,sol}} = 0,149, \quad (3.2.88b)$$

et le taux de « perte » énergétique, au sens de non-aboutissant à un produit économique, par :

$$\tau_{sol} = 1 - \eta_{sol} - \delta_{sol} = 0,309. \quad (3.2.88c)$$

C'est-à-dire que près de 15 % de l'exergie investie sur le circuit (récupérée dans l'eau du sous-sol et sous forme cinétique au niveau de la pompe) est récupérée par le fluide frigorigène à l'évaporateur. Ce rendement thermodynamique est faible car les températures du fluide frigorigène à l'entrée et à la sortie de l'évaporateur sont très proche de T_0 , et présente donc un faible contenu exergétique. Cependant, on peut définir un « rendement économique », comme le rapport de l'exergie récupérée par le fluide frigorigène à l'évaporateur sur l'exergie payante apportée au circuit :

$$\eta_{sol,eco} = \frac{\dot{m}_{ff} (\xi_2 - \xi_1)}{\dot{W}_{pp,sol}} = 0,372, \quad (3.2.89a)$$

et le taux d'exergie payante non transmise au fluide frigorigène est simplement donné par :

$$\tau_{sol,eco} = 1 - \eta_{sol,eco} = 0,628. \quad (3.2.89b)$$

Il n'est pas pertinent de distinguer l'exergie perdue de l'exergie détruite car l'échange thermique avec le sol n'est plus comptabilisé. Nous avons placé le terme de « rendement économique » entre guillemets car le rapport introduit à l'équation (3.2.89a) n'est pas un rendement à proprement parler ; tout au plus un rendement partiel qui nous informe de la quantité d'exergie payante investie sur le circuit qui sera transmise au fluide frigorigène à l'évaporateur.

Circuit principal

Évaporateur. À la sortie du détendeur le fluide frigorigène, à la température T_1 , est partiellement vaporisé ; la fraction massique de vapeur est déterminée dans EES :

$$x_{\text{ff},1} = 20,30 \%_{\text{mass}}. \quad (3.2.90)$$

Le R134a va alors s'évaporer complètement, à la température constante $T_{\text{ev}} = T_1$, au contact thermique avec l'eau provenant de la nappe. La chaleur totale reçue par le fluide se décompose alors en une composante latente, $\dot{Q}_{\text{ev,lat}}$, et une de surchauffage, $\dot{Q}_{\text{ev,sch}}$, telle que :

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{ev}} &= \dot{Q}_{\text{ev,lat}} + \dot{Q}_{\text{ev,sch}} \\ &= \dot{m}_{\text{ff}} \left[(\tilde{h}_{\text{ff,ev,inter}} - \tilde{h}_1) + (\tilde{h}_2 - \tilde{h}_{\text{ff,ev,inter}}) \right] \\ &= 207,0 \text{ kW}, \end{aligned} \quad (3.2.91)$$

où $\tilde{h}_{\text{ff,ev,inter}}$ est l'enthalpie relative du fluide frigorigène complètement gazeux à T_{ev} , déterminée au moyen de EES en imposant la fraction massique de vapeur $x_{\text{ff,ev,inter}} = 1$, lors de l'appel de la fonction intégrée *Enthalpy* :

$$\tilde{h}_{\text{ff,ev,inter}} = \text{Enthalpy}(\text{R134a}; T = T_{\text{ev}}; x = x_{\text{ff,ev,inter}}) - h_{0,\text{ff}} = -3,832 \text{ kJ/kg}, \quad (3.2.92)$$

et on a alors :

$$\begin{cases} \dot{Q}_{\text{ev,lat}} = 201,2 \text{ kW} \\ \dot{Q}_{\text{ev,sch}} = 5,8 \text{ kW} \end{cases}. \quad (3.2.93)$$

Déterminons maintenant les quantités d'exergie reçues par le fluide pendant ces différentes phases, et plus particulièrement les facteurs exergetiques qui leur sont associées. On a vu que le R134a est partiellement vaporisé à son entrée dans l'évaporateur, on ne peut donc pas calculer la fraction d'exergie reçue par celui-ci pendant le changement de phase, directement à l'aide de la température à laquelle il se produit. La fraction d'exergie de la chaleur latente, $\dot{Q}_{\text{ev,lat}}$, reçue par le R134a pendant l'évaporation est alors donnée par :

$$\theta_{\text{ff,ev,lat}} = \frac{\xi_{\text{ff,ev,inter}} - \xi_1}{\tilde{h}_{\text{ff,ev,inter}} - \tilde{h}_1} = 0,0094. \quad (3.2.94)$$

Ensuite, pendant la phase de surchauffage, le R134a est complètement gazeux et on peut, comme pour l'eau des circuits secondaires, déterminer la fraction d'exergie reçue par le fluide au moyen de la température moyenne logarithmique correspondante,

$$T_{m,\text{ff,ev,gaz}} = (T_2 - T_1) / \ln(T_2/T_1) = 279,24 \text{ K}, \quad (3.2.95)$$

et on trouve :

$$\theta_{\text{ff,ev,gaz}} = 1 - \frac{T_0}{T_{m,\text{ff,ev,gaz}}} = 0,0182. \quad (3.2.96)$$

Ainsi, le fluide frigorigène reçoit la quantité d'exergie suivante :

$$\dot{m}_{\text{ff}} (\xi_2 - \xi_1) = \theta_{\text{ff,ev,lat}} \dot{Q}_{\text{ev,lat}} + \theta_{\text{ff,ev,gaz}} \dot{Q}_{\text{ev,sch}} = \theta_{\text{ff,ev}} \dot{Q}_{\text{ev}} = 1,997 \text{ kW}_x, \quad (3.2.97)$$

où, dans l'avant-dernière égalité, on a introduit le facteur de Carnot équivalent de l'échange pour le fluide frigorigène, défini tel que :

$$\theta_{\text{ff,ev}} = \frac{\theta_{\text{ff,ev,lat}} \dot{Q}_{\text{ev,lat}} + \theta_{\text{ff,ev,gaz}} \dot{Q}_{\text{ev,sch}}}{\dot{Q}_{\text{ev}}} = 0,0097. \quad (3.2.98)$$

La quantité d'exergie détruite à l'échange, discutée dans le paragraphe traitant du circuit sous-terrain, équation (3.2.76), peut alors s'écrire :

$$\Delta \dot{X}_{\text{ech, ev}} = (\theta_{\text{eau, ev}} - \theta_{\text{ff, ev}}) \dot{Q}_{\text{ev}} = 6,04 \text{ kW}_x, \quad (3.2.99)$$

où le facteur de Carnot associé à la chaleur émise par l'eau dans l'échangeur, $\theta_{\text{eau, ev}}$, est fourni à l'équation (3.2.78). Le rendement exergetique de l'évaporateur est finalement simplement donné par :

$$\eta_{\text{ev}} = \frac{\theta_{\text{ff, ev}}}{\theta_{\text{eau, ev}}} = 0,25. \quad (3.2.100a)$$

De même, le taux de destruction d'exergie entre l'eau et le fluide frigorigéne peut également s'exprimer au moyen des facteurs de Carnot :

$$\delta_{\text{ev}} = 1 - \eta_{\text{ev}} = \frac{\theta_{\text{eau, ev}} - \theta_{\text{ff, ev}}}{\theta_{\text{eau, ev}}} = 0,75. \quad (3.2.100b)$$

On voit clairement que le rendement et le taux de destruction donnés ci-dessus sont directement liés aux facteurs de Carnot des fluides à l'échange; eux-mêmes fonction des températures moyennes logarithmiques des échanges et de la température d'évaporation, relativement à T_0 . De plus, en comparant les résultats du système d'équations (3.2.93) à l'équation (3.2.91), on voit que la majeure partie de la chaleur récupérée par le R134a est accaparée par le changement de phase, d'où $\theta_{\text{ff, ev}} \simeq \theta_{\text{ff, ev, lat}}$ (cf. résultats des équations (3.2.94), (3.2.96) et (3.2.98)). C'est donc la température d'évaporation, ou plus précisément son rapport à T_0 , qui détermine la demande exergetique à l'échangeur. Les chaleurs, émise et reçue par les fluides, étant égales en vertu du premier principe de la thermodynamique, cette demande doit être satisfaite par un $\theta_{\text{eau, ev}}$ supérieur à $\theta_{\text{ff, ev}}$. Cependant, on voit à l'équation (3.2.100b) que plus l'écart entre ces deux grandeurs sera grand et plus le taux de destruction dans l'échangeur sera élevé. Confirmant ce que nous avons vu dans la sous-partie 2.3.2, l'optimisation d'un échangeur de chaleur entre deux fluides doit minimiser l'écart des températures moyennes logarithmiques de ceux-ci à l'échange, soit :

$$\max \eta_{\text{ev}} \iff \min (T_{m, \text{eau, ev}} - T_{m, \text{ff, ev}}) \simeq \min (T_{m, \text{eau, ev}} - T_{\text{ev}}), \quad (3.2.101)$$

où $T_{m, \text{ff, ev}} = T_0 / (1 - \theta_{\text{ff, ev}})$ est la température moyenne équivalente du R134a pendant l'échange. On peut montrer que cette relation concorde avec un résultat classique d'analyse d'échangeur de chaleur entre deux fluides qui démontre qu'un échangeur fonctionnant à contre-courant est plus efficace que tout autre opérant à co-courant. En effet, toutes choses égales par ailleurs, les échangeurs de la première catégorie présentent une moyenne logarithmique de l'écart de température entre l'entrée (ΔT_e) et la sortie (ΔT_s) de l'échangeur,

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_s - \Delta T_e}{\ln (\Delta T_s / \Delta T_e)}, \quad (3.2.102)$$

plus élevée que pour ceux de la seconde catégorie; ou en d'autres termes, impliquent un flux de chaleur échangé ϕ plus important :

$$\phi = h_{\text{ech}} A \Delta T_m, \quad (3.2.103)$$

où h_{ech} est le coefficient global d'échange dépendant des caractéristiques géométriques de l'échangeur, et A la surface d'échange entre les deux fluides. En toute rigueur, l'optimisation de l'équation (3.2.101) ne peut se faire sans considérer, en parallèle, une minimisation du coût de l'échangeur, que l'on peut exprimer en fonction de la surface A .

Afin de vérifier la faisabilité des températures introduites dans la sous-partie 3.2.2.2, nous calculons maintenant le nombre d'unités de transfert (NUT) nécessaire et la surface nécessaire d'échange :

$$\text{NUT}_{\text{ev}} = \frac{h_{\text{ev}} A_{\text{ev}}}{\dot{m}_{\text{ff}} c_{\text{ff}}} = \frac{T_1 - T_4}{\Delta T_{m,\text{ev}}} = 0,841, \quad (3.2.104)$$

où c_{ff} est la chaleur spécifique du R134a, et la surface d'échange requise A_{ev} se calcule directement à partir de l'équation (3.2.103) :

$$A_{\text{ev}} = \frac{\phi_{\text{ev}}}{h_{\text{ev}} \Delta T_m} = 49,8 \text{ m}^2, \quad (3.2.105)$$

où $\phi_{\text{ev}} = \dot{m}_{\text{ff}} (h_1 - h_4)$ est la chaleur échangée par les fluides, et $h_{\text{ev}} = 0,7 \text{ kW}/(\text{m}^3 \text{ K})$ est pris pour un évaporateur de type double tube et fonctionnant à contre-courant (cf. tableau 3.2.20) dans la gamme haute des valeurs existantes étant donnée la taille de l'installation. Les valeurs trouvées aux équations (3.2.104) et (3.2.105) sont tout à fait réalisables du point de vue industriel ; validant, à ce stade, notre choix de températures au niveau de l'évaporateur et du circuit sous-terrain.

TABLEAU 3.2.20 – Ordre de grandeur du coefficient global d'échange pour divers types d'échangeurs frigorifiques. Source : [Institut International du froid \(1976\)](#).

Coefficient global d'échange h_{ech} pour divers types de condenseurs			
Groupe	Médium de condensation	Type	h_{ech} [W/(m ² K)]
À chaleur sensible	Air	Circulation naturelle	9 à 12
		Circulation forcée	24 à 30
	Eau	Immersion	240 à 300
Double tube et contre-courant Multitubulaires horizontaux		700 à 950 700 à 1000	
À chaleur latente	Evaporation forcée	Tubes lisses	240 à 350
		Tubes à ailettes	120 à 180
Coefficient global d'échange h_{ech} pour divers types d'évaporateurs			
Refroidisseurs de liquides	À serpentin		70 à 95
	À immersion		400 à 580
	Double tube et contre courant		580 à 820
Refroidisseurs de gaz	Plaques eutectiques (eau ou saumure)		35 à 95
	Circulation d'air forcée :		
	Tubes lisses	Tubes lisses	35 à 47 16 à 24

Compresseur. Après évaporation, la pression du fluide passe d'une valeur basse P_{bp} à une valeur plus haute P_{hp} à l'aide d'un compresseur, et la température augmente également d'un certain ΔT_{cp} . La puissance \dot{W}_{cp} développée pour comprimer le gaz est donnée par :

$$\dot{W}_{cp} = \dot{Q}_{cd} - \dot{Q}_{ev} = \dot{m}_{ff} (h_3 - h_2) = 42,97 \text{ kW}, \quad (3.2.106)$$

et le taux de production d'entropie associée par

$$\dot{\Pi}_{cp} = \dot{m}_{ff} (s_3 - s_2), \quad (3.2.107)$$

impliquant la destruction d'exergie :

$$\Delta \dot{X}_{cp} = T_0 \dot{\Pi}_{cp} = 7,136 \text{ kW}_x. \quad (3.2.108)$$

Alors, le rendement exergetique du compresseur, égal au rendement isentropique de celui-ci, est donné par :

$$\eta_{cp} = \frac{\dot{X}_{cp}}{\dot{W}_{cp}} = 0,834, \quad (3.2.109)$$

où

$$\dot{X}_{cp} = \dot{W}_{cp} - \Delta \dot{X}_{cp} = 35,83 \text{ kW}_x \quad (3.2.110)$$

est la puissance exergetique apportée au fluide lors de la compression.

Condenseur. À l'arrivée au condenseur, le gaz est à la température T_2 , supérieure à la température de condensation à la pression P_{hp} . Il passe alors par une phase de refroidissement pendant laquelle il émet de la chaleur à la puissance

$$\dot{Q}_{cd,gaz} = \dot{m}_{ff} (\tilde{h}_3 - \tilde{h}_{ff,cd,gaz}) = 22,0 \text{ kW}, \quad (3.2.111)$$

où

$$\tilde{h}_{ff,cd,gaz} = \text{Enthalpy (R134a; } T = T_{cd}; x = x_{ff,cd,gaz}) - h_{0,ff} = 16,99 \text{ kJ/kg} \quad (3.2.112)$$

est l'enthalpie du R134a gazeux à T_{cd} , déterminée pour la fraction massique de gaz $x_{ff,cd,gaz} = 1$, lorsque des gouttelettes de liquide commencent à apparaître. Cette émission de chaleur s'accompagne d'un flux d'exergie proportionnel à

$$\theta_{ff,cd,gaz} = 1 - \frac{T_0}{T_{m,ff,cd,gaz}} = 0,123, \quad (3.2.113)$$

où

$$T_{m,ff,cd,gaz} = \frac{T_3 - T_{cd}}{\ln(T_3/T_{cd})} = 325,60 \text{ K} \quad (3.2.114)$$

est la température moyenne logarithmique du R134a gazeux pendant cette phase de refroidissement. Ensuite, la condensation, à T_{cd} , étant complète, la quantité de chaleur latente reçue par le fluide est directement donnée par sa chaleur de condensation à T_{cd} , $\Delta h_{vap,cd} = 195,8 \text{ kW}$:

$$\dot{Q}_{cd,lat} = \dot{m}_{ff} \Delta h_{vap,cd} = 203,1 \text{ kW}, \quad (3.2.115)$$

et on peut également directement déduire la fraction d'exergie reçue pendant la condensation :

$$\theta_{ff,cd,lat} = 1 - \frac{T_0}{T_{cd}} = 0,138. \quad (3.2.116)$$

Enfin, pendant la phase de sous-refroidissement, la température du R134a liquide descend jusqu'à T_4 par l'émission de chaleur à la puissance

$$\dot{Q}_{\text{cd,liq}} = \dot{m}_{\text{ff}} (h_{\text{ff,cd,liq}} - h_4) = 24,9 \text{ kW}, \quad (3.2.117)$$

où $h_{\text{ff,cd,liq}}$ est déterminé de même qu'à l'équation (3.2.112), avec EES en considérant une fraction volumique de gaz nul, i.e. $x_{\text{ff,cd,liq}} = 0$. La quantité d'exergie émise par le fluide pendant cette phase est proportionnelle à

$$\theta_{\text{ff,cd,liq}} = 1 - \frac{T_0}{T_{m,\text{ff,cd,liq}}} = 0,120, \quad (3.2.118)$$

avec $T_{m,\text{ff,cd,liq}}$ la température moyenne logarithmique du liquide pendant l'échange. De même qu'à l'évaporateur, on peut introduire le facteur de Carnot équivalent de la chaleur totale reçue par la fluide au sein du condenseur :

$$\theta_{\text{ff,cd}} = \frac{\theta_{\text{ff,cd,gaz}} \dot{Q}_{\text{cd,gaz}} + \theta_{\text{ff,cd,lat}} \dot{Q}_{\text{cd,lat}} + \theta_{\text{ff,cd,liq}} \dot{Q}_{\text{cd,liq}}}{\dot{Q}_{\text{cd}}} = 0,138. \quad (3.2.119)$$

Alors, on peut réécrire l'exergie détruite au condenseur, équation (3.2.40), telle que :

$$\Delta \dot{X}_{\text{cd}} = (\theta_{\text{ff,cd}} - \theta_{\text{eau,cd}}) \dot{Q}_{\text{cd}} = 9,548 \text{ kW}_x, \quad (3.2.120)$$

où $\theta_{\text{eau,cd}}$, la fraction d'exergie de la chaleur émise par l'eau dans le condenseur est fournie à l'équation (3.2.42). Alors, le taux de destruction d'exergie, équation (3.2.41), et le rendement exergetique de l'échangeur peuvent s'exprimer tels que :

$$\delta_{\text{cd}} = \frac{\theta_{\text{ff,cd}} - \theta_{\text{eau,cd}}}{\theta_{\text{ff,cd}}} = 0,276 \quad (3.2.121a)$$

$$\eta_{\text{cd}} = \frac{\theta_{\text{eau,cd}}}{\theta_{\text{ff,cd}}} = 0,724. \quad (3.2.121b)$$

De même que dans le cas de l'évaporateur, on voit que l'optimisation de l'échange au condenseur consiste encore à minimiser l'écart des températures moyennes logarithmiques ou équivalentes des fluides à l'échange. Le NUT nécessaire pour assurer la condensation du R134A est donné par :

$$\text{NUT}_{\text{cd}} = \frac{h_{\text{cd}} A_{\text{cd}}}{\dot{m}_{\text{ff}} c_{\text{ff}}} = \frac{T_2 - T_3}{\Delta T_{m,\text{cd}}} = 2,44, \quad (3.2.122)$$

et la surface d'échange par :

$$A_{\text{cd}} = \frac{\phi_{\text{cd}}}{h_{\text{cd}} \Delta T_m} = 25,7 \text{ m}^2. \quad (3.2.123)$$

La valeur de $h_{\text{cd}} = 0,85 \text{ kW}/(\text{m}^2 \text{ K})$ choisie correspond à une valeur haute d'échangeurs de type double tube fonctionnant à contre-courant ou multitubulaires horizontaux (cf. tableau 3.2.20). De même que pour l'évaporateur, les valeurs nécessaires du NUT et de la surface d'échange sont tout à fait compatibles avec les caractéristiques existantes d'échangeurs industriels ; validant ainsi les choix de température fait.

Détendeur. Le principe du détendeur est d'abaisser la pression du R134a liquide jusqu'à la pression d'évaporation calibrée en fonction des températures en jeu. La détente se fait à enthalpie constante mais de l'entropie est générée pendant le processus, le fluide détruit donc de l'exergie à la puissance :

$$\Delta\dot{X}_{\text{det}} = T_0\dot{m}_{\text{ff}}(s_4 - s_3) = 3,276 \text{ kW}_x. \quad (3.2.124)$$

Valeur que l'on peut comparer au flux d'exergie entrant dans le détendeur :

$$\delta_{\text{det}} = \frac{\Delta\dot{X}_{\text{det}}}{\dot{m}_{\text{ff}}\xi_3} = 0,860, \quad (3.2.125)$$

on voit ainsi que malgré le caractère isenthalpique de la détente, près de 85 % de l'exergie fluide entrante y est détruite.

Rendement et taux de destruction d'exergie sur le cycle. La destruction totale d'exergie sur le circuit du fluide frigorigène est finalement donnée par :

$$\Delta\dot{X}_{\text{ff}} = \Delta\dot{X}_{\text{cp}} + \Delta\dot{X}_{\text{det}} + \Delta\dot{X}_{\text{cd}} + \Delta\dot{X}_{\text{ev}} = 26,01 \text{ kW}_x, \quad (3.2.126)$$

à comparer au travail apporté par compression (équation (3.2.106)), $\dot{W}_{\text{cp}} = 42,97 \text{ kW}$, et à l'exergie investie à l'évaporateur par l'intermédiaire de l'eau. Cette dernière est obtenue en multipliant les équations (3.2.91) et (3.2.78) :

$$\dot{X}_{\text{eau,ev}} = \theta_{\text{eau,ev}}\dot{Q}_{\text{ev}} = \dot{m}_{\text{sol}}(\xi_{\text{ev,e}} - \xi_{\text{ev,s}}) = 8,046 \text{ kW}_x. \quad (3.2.127)$$

Le taux de destruction d'exergie sur le circuit est alors donné par :

$$\delta_{\text{ff}} = \frac{\Delta\dot{X}_{\text{ff}}}{\dot{X}_{\text{eau,ev}} + \dot{W}_{\text{cp}}} = 0,510, \quad (3.2.128a)$$

soit, un rendement d'un peu moins de 50 % :

$$\eta_{\text{ff}} = 1 - \delta_{\text{ff}} = \frac{\dot{X}_{\text{eau,cd}}}{\dot{X}_{\text{eau,ev}} + \dot{W}_{\text{cp}}} = 0,490, \quad (3.2.128b)$$

où

$$\dot{X}_{\text{eau,cd}} = \theta_{\text{eau,cd}}\dot{Q}_{\text{cd}} = \dot{m}_{\text{plan}}(\xi_{\text{cd,s}} - \xi_{\text{cd,e}}) = 25,02 \text{ kW}_x \quad (3.2.129)$$

est l'exergie reçue par l'eau au condenseur. Aucune perte n'est considérée sur ce circuit étant données les dimensions réduites de celui-ci et les ordres de grandeurs des différentes pertes (thermiques et mécaniques) discutées dans les sous-parties précédentes.

Rendement et taux de destruction d'exergie totaux

Les trois circuits discutés précédemment présentent des rendements individuels relativement différents, allant de 70 % pour le circuit de chauffage (équation (3.2.68b)) à 15 % pour le circuit enterré (équation (3.2.88b)), en passant par près de 50 % pour le circuit principal (équation (3.2.128b)). Or, comme nous l'avons vu dans la sous-partie précédente, ces rendements peuvent s'exprimer simplement en fonction des facteurs exergetiques moyens des fluides pendant les échanges considérés. Sur l'ensemble du système composé des trois circuits, le rendement global est donné par :

$$\eta_{\text{tot}} = \frac{\theta_{\text{eau,plan}}\dot{Q}_{\text{cd}}}{\theta_{\text{sol}}\dot{Q}_{\text{sol}} + \dot{W}_{\text{cp}} + \dot{W}_{\text{pp,plan}} + \dot{W}_{\text{pp,sol}}} = 0,435, \quad (3.2.130a)$$

où $\theta_{\text{eau,plan}} = 0,1001$ est la fraction moyenne d'exergie chaleur émise par l'eau dans le plancher chauffant. Ensuite, le taux de destruction d'exergie sur l'ensemble des circuits est donné par :

$$\delta_{\text{tot}} = \frac{\sum_i \Delta \dot{X}_i}{\theta_{\text{sol}} \dot{Q}_{\text{sol}} + \dot{W}_{\text{cp}} + \dot{W}_{\text{pp,plan}} + \dot{W}_{\text{pp,sol}}} = 0,480, \quad (3.2.130b)$$

où la somme porte sur les destructions d'exergie $\Delta \dot{X}_i$ données aux équations (3.2.40), (3.2.64), (3.2.66), (3.2.76), (3.2.84), (3.2.86), (3.2.108) et (3.2.124). Enfin, les pertes et dépenses énergétiques « fonctionnelles » (au sens d'« utilisées pour le fonctionnement du système ») sur l'ensemble des circuits se fait à un taux donné par :

$$\tau_{\text{tot}} = \frac{\dot{X}_{\text{pertes}} + \dot{W}_{\text{cin,sol}} + \dot{W}_{\text{pot,sol}} + \dot{W}_{\text{cin,plan}} + \dot{W}_{\text{pot,plan}}}{\theta_{\text{sol}} \dot{Q}_{\text{sol}} + \dot{W}_{\text{cp}} + \dot{W}_{\text{pp,plan}} + \dot{W}_{\text{pp,sol}}} = 0,085, \quad (3.2.130c)$$

où les différents termes du numérateur sont donnés, dans l'ordre, par les équations (3.2.73), (3.2.81), (3.2.83), (3.2.46) et (3.2.49).

Jusqu'à présent, nous avons fait abstraction de la dépendance en T_0 et P_0 des grandeurs exergetiques et des rendements et taux de destruction d'exergie présentés. Les variations barométriques étant insignifiantes, P_0 est bien sûr une constante à une altitude donnée, mais T_0 peut varier plus ou moins en fonction du climat local, selon les rythmes journalier et saisonnier qui lui sont propre. Dans la sous-partie suivante nous faisons donc varier la température T_0 de l'environnement entre les valeurs extrémales observées en région parisienne sur la période de chauffage du bâtiment.

3.2.2.4 Variation annuelle de T_0

Jusqu'à présent, la température de l'environnement T_0 a été considérée comme un paramètre fixe du problème, mais celle-ci varie tout au long de l'année selon deux rythmes principaux, l'un journalier et l'autre saisonnier, qui définissent une moyenne autour de laquelle varie T_0 en fonction des aléas météorologiques. Or, nous avons vu dans le chapitre précédent que l'exergie, et *a fortiori* les facteurs exergetiques et pseudo-températures, dépendent de T_0 (cf. équations (2.1.13) ou (2.1.52) par exemple); impliquant que les rendements présentés dans la sous-partie précédente dépendent également de T_0 , notamment les résultats finaux présentés aux équations (3.2.130). Nous présentons tout d'abord les variations, en fonction de T_0 , des grandeurs exergetiques des fluides du système dans les conditions de pression et température fixées précédemment (sous-partie 3.2.2.2). Nous verrons ensuite comment les rendements et taux exergetiques des échangeurs de chaleur et des différents circuits du système sont alors impactés par la variation de T_0 .

Exergies fluides dynamiques et facteurs exergetiques dans le système

Eau liquide des circuits secondaires. À propos de l'eau, on note tout d'abord que celle-ci gèle à $T_{\text{fus}} = 0^\circ\text{C}$; alors, dès que la température de l'environnement est inférieure à T_{fus} , l'eau est naturellement présente à l'état solide dans l'environnement. Son exergie dynamique ne peut donc plus s'exprimer aussi directement qu'à l'équation (1.2.50) et il nous faut reconsidérer l'équation (1.2.47b) en explicitant chacun de ses termes par rapport à une jauge de référence permettant de prendre en compte le changement de phase de

l'eau. Généralement, et c'est le cas dans EES, la référence standard pour l'enthalpie et l'entropie est posée telle que :

$$\begin{cases} h_{\text{ref,eau}}(T_{\text{ref}} = 0^\circ\text{C}, \text{phase} = \text{liquide saturé}) = 0 \text{ kJ/kg}, & (3.2.131\text{a}) \\ s_{\text{ref,eau}}(T_{\text{ref}} = 0^\circ\text{C}, \text{phase} = \text{liquide saturé}) = 0 \text{ kJ}/(\text{kg K}), & (3.2.131\text{b}) \end{cases}$$

où la pression de référence P_{ref} est égale à $P_0 = 1 \text{ atm}$. Ensuite, il faut se rappeler que ce que l'on note simplement $h(T,P)$, « l'enthalpie à la température T et la pression P », est en réalité une intégrale par rapport à une certaine référence $h_{\text{ref}}(T_{\text{ref}}, P_{\text{ref}})$, celle indiquée ci-dessus par exemple. Alors, en considérant qu'il n'y a pas de changement de phase sur les intervalles de pression et température considérés, on a :

$$h(T,P) = h_{\text{ref}}(T_{\text{ref}}, P_{\text{ref}}) + \int_{T_{\text{ref}}}^T c_p^l dT + \int_{P_{\text{ref}}}^P v^l dP, \quad (3.2.132)$$

où on peut considérer c_p^l , la chaleur spécifique massique de l'eau liquide, constante si T et T_{ref} sont suffisamment proche, et de même pour son volume massique v^l si P et P_{ref} le sont également. Dans la situation discutée ici, lorsque T est supérieure à $T_{\text{ref}} = T_{\text{fus}}$, l'eau est liquide alors qu'elle est solide dans le cas inverse ; impliquant des chaleurs spécifiques différentes. En pratique, la chaleur spécifique de l'eau liquide est à peu près deux fois plus importante que celle de la glace. Les volumes massiques de l'eau et de la glace sont quant à eux très proches au voisinage de T_{fus} . Alors, quand T_0 est inférieure à T_{fus} et, étant donné que $P_0 = P_{\text{ref}}$, on peut exprimer h_0 , l'enthalpie de la glace en (T_0, P_0) comme suit :

$$h_0(T_0, P_0) = h_{\text{ref}}(T_{\text{ref}}, P_{\text{ref}}) - \Delta h_{\text{fus}} + \int_{T_{\text{ref}}}^{T_0} c_p^g dT, \quad (3.2.133)$$

où c_p^g est la chaleur spécifique massique de la glace et Δh_{fus} l'enthalpie de fusion massique de l'eau qui, définie positive, est égale à l'énergie nécessaire pour faire fondre 1 kg de glace à 0°C sous une pression de 1 atm. Le dernier terme du membre de droite de l'équation ci-dessus est négatif étant donné que T_0 est inférieure à $T_{\text{ref}} = T_{\text{fus}}$; alors, l'enthalpie h_0 de la glace à (T_0, P_0) sera d'autant plus basse, négativement, que la température T_0 sera petite devant T_{fus} . Alors, en soustrayant l'équation (3.2.132) à (3.2.133), on obtient l'expression de l'enthalpie relative \tilde{h}_1 de l'eau liquide dans un environnement à $T_0 < T_{\text{fus}}$:

$$\begin{aligned} \tilde{h}_1(T, T_0, P, P_0) = h(T, P) - h_0(T_0, P_0) = & \Delta h_{\text{fus}} + \left(\int_{T_0}^{T_{\text{fus}}} c_p^g dT + \int_{T_{\text{fus}}}^T c_p^l dT \right) \\ & + \int_{P_0}^P v^l dP, \quad (3.2.134) \end{aligned}$$

où on a substitué T_{fus} à T_{ref} , et P_0 à P_{ref} dans les équations (3.2.132) et (3.2.133). Notons que lorsque T_0 est supérieure à T_{fus} , le terme Δh_{fus} disparaît et les chaleurs spécifiques des deux intégrales entre parenthèses sont identiques, on a alors :

$$\tilde{h}_1(T, T_0, P, P_0) = h(T, P) - h_0(T_0, P_0) = \int_{T_0}^T c_p^l dT + \int_{P_0}^P v^l dP, \quad (3.2.135)$$

et après intégration on retrouve l'expression de \tilde{h}_1 fournie à l'équation (2.1.3b). De manière similaire pour l'entropie, lorsque T_0 est inférieure à T_{fus} , on obtient pour chacun des deux

états, d'étude (T, P) et de référence environnementale (T_0, P_0) , par rapport à la référence de définition $(T_{\text{ref}}, P_{\text{ref}})$:

$$s(T, P) = s_{\text{ref}}(T_{\text{ref}}, P_{\text{ref}}) + \int_{T_{\text{ref}}}^T c_p^l \frac{dT}{T} \quad (3.2.136)$$

$$s_0(T_0, P_0) = s_{\text{ref}}(T_{\text{ref}}, P_{\text{ref}}) - \frac{\Delta h_{\text{fus}}}{T_{\text{fus}}} + \int_{T_{\text{ref}}}^{T_0} c_p^g \frac{dT}{T}, \quad (3.2.137)$$

où, de même que précédemment, le dernier terme du membre de droite de la deuxième équation est négatif. L'entropie, fonction d'état, de la glace sera alors encore une fois d'autant plus négative que la température T_0 sera petite devant $T_{\text{ref}} = T_{\text{fus}}$, augmentant ainsi d'autant plus l'entropie relative de l'eau

$$\tilde{s}_1(T, T_0, P, P_0) = s(T, P) - s_0(T_0, P_0) = \frac{\Delta h_{\text{fus}}}{T_{\text{fus}}} + \int_{T_0}^{T_{\text{fus}}} c_p^g \frac{dT}{T} + \int_{T_{\text{fus}}}^T c_p^l \frac{dT}{T}, \quad (3.2.138)$$

où, de même qu'à l'équation (3.2.134), on a substitué T_{fus} à T_{ref} , et P_0 à P_{ref} . On note que tous les termes de l'équation précédente sont positifs dans les conditions énoncées plus haut, et on pourra vérifier qu'en prenant $T_0 > T_{\text{fus}}$ et en intégrant, on retrouve l'expression de \tilde{s}_1 fournie précédemment à l'équation (2.1.3c). Finalement, l'exergie dynamique de l'eau liquide lorsque T_0 est inférieure à T_{fus} est obtenue en multipliant par T_0 l'équation (3.2.138) et en la soustrayant à (3.2.134) :

$$\xi_{h,l} = \left(1 - \frac{T_0}{T_{\text{fus}}}\right) \Delta h_{\text{fus}} + \left[\int_{T_0}^{T_{\text{fus}}} c_p^g \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) dT + \int_{T_{\text{fus}}}^T c_p^l \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) dT \right] + \int_{P_0}^P v^l dP, \quad (3.2.139)$$

où le premier terme du membre de droite est positif car, par définition du cas présent, T_0 est inférieure à T_{fus} , et il sera d'autant plus important que T_0 sera petite devant T_{fus} . On peut directement constater l'impact de ce terme dominant¹³ sur le graphique de la figure 3.2.15a où sont tracées, en fonction de T_0 , les valeurs de l'exergie dynamique de l'eau prise de part et d'autre des deux échangeurs de chaleur de la PAC (le condenseur en bleu et rouge, et l'évaporateur en jaune et vert). En effet, pour les quatre courbes, on observe une variation nette de la pente de la courbe au passage de $T_{\text{fus}} = 0^\circ\text{C} = 273,15\text{ K}$. À gauche, les courbes sont rapidement décroissantes à mesure que le terme proportionnel à Δh_{fus} tend vers 0, puis lorsque $T_0 > T_{\text{fus}}$, elles continuent à décroître, mais plus lentement jusqu'à un minimum à mesure que T_0 s'approche de la température réelle du fluide.

À la sortie de l'évaporateur la température de l'eau est égale à $T_{\text{ev,s}} = 281,75\text{ K}$, et on peut constater sur le graphique de la figure 3.2.15a que la courbe verte, représentative de $\xi_{\text{ev,s}}(T_0)$ l'exergie dynamique de l'eau à ce point du cycle en fonction de T_0 , atteint un minimum en $T_0 = T_{\text{ev,s}} = 281,75\text{ K}$. Dans la sous-partie 2.1.2 du chapitre précédent, nous avons expliqué que le minimum d'exergie de tout liquide dynamique est décalé en T_p (équation (2.1.15)). Cependant à la pression considérée ici, $P_{\text{eau}} = 16\text{ bar}$, on a $T_0 - T_p = 0,36\text{ K}$, et on considère donc, pour alléger la discussion, que celles-ci sont confondues. Il est important de noter que ce que l'on observe sur les graphiques de la

13. En effet, on a $\Delta h_{\text{fus}} \simeq 3 \times 10^2\text{ kJ/kg}$ tandis que, d'une part $c_p^l \simeq 4\text{ kJ/(kg K)}$ et les différences de température considérées ici sont de l'ordre du Kelvin, ou tout au plus de la dizaine de Kelvin; et d'autre part, le produit $v\Delta_0P$ est également de l'ordre du kJ/kg dans l'exemple traité ici.

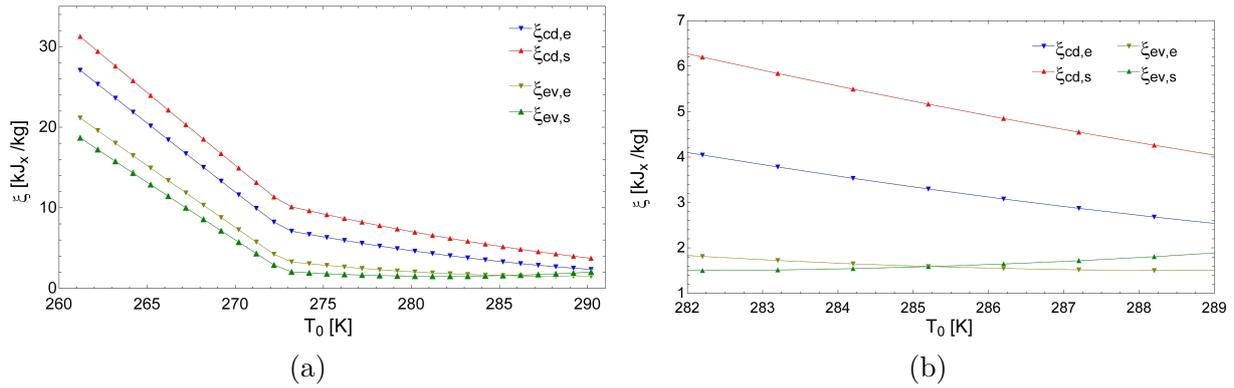


FIGURE 3.2.15 – Le graphique de la figure (a) représente, en fonction de T_0 , l'exergie fluide dynamique de l'eau liquide prise aux différents points thermodynamiques des circuits secondaires (de part et d'autre des échangeurs de chaleur). Le graphique de la figure (b) présente un zoom du premier, centré autour de $T_0 = T_{ev,e}$, la température de l'eau à l'entrée dans l'évaporateur.

figure 3.2.15, ce sont des représentations graphiques « miroirs » de celles que nous avons rencontrées dans le chapitre précédent. Miroirs, en ce sens que lorsque T_0 est inférieure à $T_{ev,s}$, la température fixée du fluide, l'exergie véhiculée par celui-ci est du *potentiel travail chaud* qui décroît à mesure que T_0 s'en approche. Puis, lorsque T_0 est strictement supérieure à $T_{ev,s}$, l'exergie, *potentiel travail froid*, véhiculée à contre-courant par l'eau, augmente à mesure que T_0 croît. Alors, lorsque T_0 appartient à l'intervalle de température $[T_{ev,s}, T_{ev,e}]$, l'eau présente une charge exergétique positive à son entrée dans l'évaporateur, et une négative à sa sortie. On se retrouve donc dans une situation telle que décrite dans la troisième partie du chapitre 2, telle que le facteur exergétique du fluide change de signe pendant l'émission de chaleur. En d'autres termes, au cours de l'échange thermique, l'eau passe d'un état « chargé » positivement, véhiculant du *potentiel travail chaud*, à un état « chargé » négativement, traduisant un *défaut* d'énergie par rapport à son état d'équilibre avec l'environnement. Ce dernier se propageant à contre-courant du débit d'eau tel que nous l'avons explicité dans le chapitre précédent. On se retrouve alors dans la configuration, discutée à la figure 2.3.10, pour laquelle la température effective du fluide chaud prend la valeur T_0 pendant l'échange. Nous avons alors précisé l'importance de la position relative de la température de l'environnement par rapport à celles, effectives, d'entrée et de sortie du fluide. En effet, on peut constater que lorsque T_0 prend la valeur de

$$T_{m,ev} = \frac{T_{ev,e} - T_{ev,s}}{\ln(T_{ev,e}/T_{ev,s})} = 285,25 \text{ K}, \quad (3.2.140)$$

la valeur prise par l'exergie fluide dynamique de l'eau à l'entrée de l'échangeur est égale à celle qu'elle présente à sa sortie. En d'autre terme, l'eau émet un flux net nul d'exergie. Il ne s'agit cependant pas du même type de *potentiel travail*, le premier est *chaud* alors que le second est *froid*. Ainsi, quand $T_0 = T_{m,ev}$, l'eau émet autant de *potentiel travail chaud* qu'elle en récupère de *froid*. Ceux-ci ne traduisent cependant pas des charges exergétiques opposées, on a en effet quand $T_0 = T_{m,ev} = 285,25 \text{ K}$ et $P_0 = 1 \text{ atm}$:

$$\begin{cases} \tilde{h}_{ev,e} = 16,1 \text{ kJ/kg} \\ \xi_{ev,e} = 1,59 \text{ kJ}_x^+/\text{kg} \end{cases} \quad (3.2.141) \quad \begin{cases} \tilde{h}_{ev,s} = -13,2 \text{ kJ/kg} \\ \xi_{ev,s} = 1,59 \text{ kJ}_x^-/\text{kg} \end{cases} \quad (3.2.142)$$

et on rappelle que la pression nominale dans les tuyaux est de 16 kPa. Alors, les facteurs

exergétiques ne seront pas non plus tout à fait opposés et, dans les mêmes conditions T_0 et P_0 qu'énoncées plus haut, on aura :

$$\theta_{ev,e}^* = 0,10 \quad (3.2.143)$$

$$\theta_{ev,s}^* = -0,12 \quad (3.2.144)$$

ce que l'on peut tout de suite vérifier sur la figure 3.2.17b où sont tracées les courbes représentatives, en fonction de T_0 , des facteurs exergétiques de l'eau de part et d'autre de l'évaporateur. Ensuite, lorsque T_0 est supérieure $T_{m,ev}$, on peut constater sur le graphique de la figure 3.2.15, que l'eau ressort de l'échangeur avec un *potentiel travail froid*, $\xi_{ev,s}$, plus important que le *potentiel travail chaud*, $\xi_{ev,e}$, avec lequel elle y était entrée. Nous verrons les conséquences de ceci un peu plus bas, lors de la présentation des variations, avec T_0 , des rendements et taux de destruction d'exergie du circuit enterré; et présentons maintenant l'évolution, en fonction de T_0 , des facteurs exergétiques et températures effectives de l'eau de part et d'autre de chacun des échangeurs (graphiques de la figure 3.2.17).

On note que lorsque la courbe représentative de l'exergie fluide en fonction de T_0 est décroissante, le fluide est porteur d'un *potentiel travail chaud* qui diminue à mesure que T_0 tend vers la température de celui-ci; alors qu'à l'inverse lorsqu'elle est croissante, il est porteur d'un *potentiel travail froid* qui augmente avec T_0 car le fluide est alors de plus en plus *froid*. Pour se rendre compte de ceci, nous avons tracé, sur les graphiques de la figure 3.2.16, les variations de l'enthalpie relative, l'exergie fluide dynamique et l'anergie du diazote; en fonction de T à T_0 fixé sur la première, et en fonction de T_0 à T fixé dans la seconde. Dans les deux cas nous avons posé la température fixée égale à 274 K. On peut alors effectivement constater que le gaz est effectivement *chaud*, $\theta^* > 0$, lorsque sa température est supérieure à T_0 sur le graphique de gauche; alors qu'à l'inverse, sur le graphique de droite, il est effectivement *chaud* lorsque T_0 est inférieure à sa température T fixée.

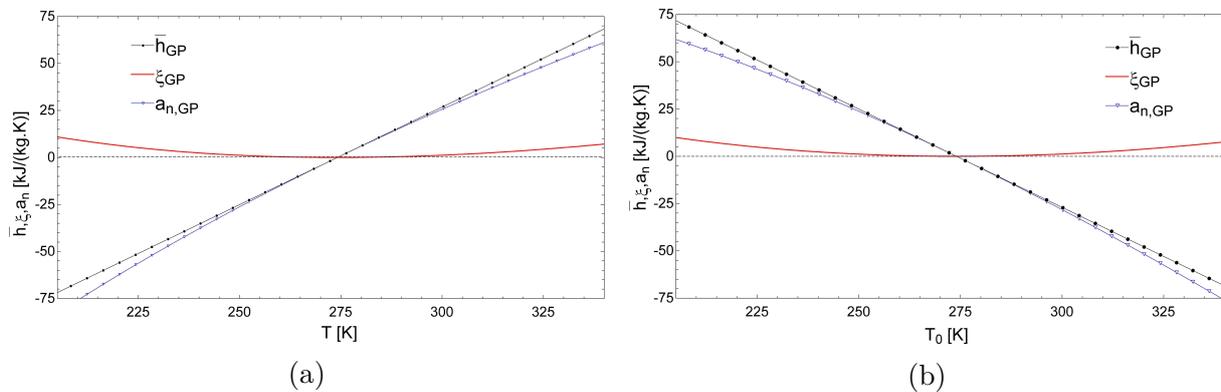


FIGURE 3.2.16 – Variations, en fonction de T sur la figure (a) et de T_0 sur la figure (b), de l'enthalpie relative, l'exergie fluide dynamique et l'anergie du diazote. Où on a posé $T_0 = 274$ K sur la figure (a), et $T = 274$ K sur la figure (b).

Nous commençons par commenter les graphiques de gauche de la figure 3.2.17, sur lesquels sont tracées les variations en fonction de T_0 des températures réelles (fixée) et équivalentes de l'eau de part et d'autre des deux échangeurs du système, l'évaporateur en haut et le condenseur en bas. Dans les deux cas, les courbes rouges indiquent la variation avec T_0 de l'extrémité la plus chaude de l'échangeur, le point d'entrée pour l'évaporateur et de sortie pour le condenseur; la variation de l'autre extrémité a été tracée à l'aide de courbes bleues. Les droites horizontales, indépendantes de T_0 , donnent les températures

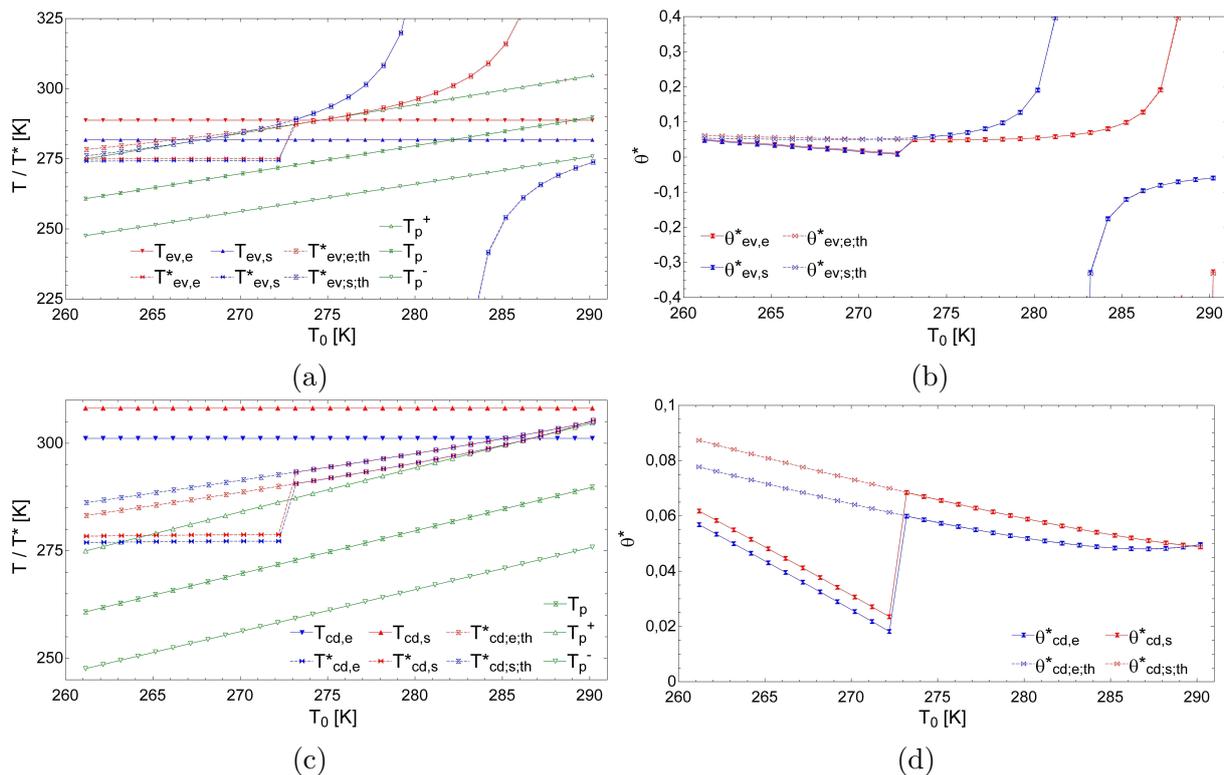


FIGURE 3.2.17 – Températures (réelles et équivalentes) à gauche, et facteurs exergetiques à droite pour l'eau des circuits sous-terrain (en haut) et de chauffage (en bas). Sur les graphiques de gauche, on a indiqué les valeurs de la température d'exergie minimale T_p et les températures T_p^- et T_p^+ auxquelles la dérivée du facteur exergetique change de signe. On rappelle que $P_{eau} = 16$ bar. On note le saut des pseudo-températures au passage de la température de fusion de l'eau, i.e. quand $T_0 = 273,15$ K, traduisant le saut de l'enthalpie, h_0 , de l'eau dans l'environnement au passage de cette valeur.

réelles, et les courbes vertes indiquent la température d'exergie minimale T_p , ainsi que les deux températures T_p^- et T_p^+ , de part et d'autre de cette dernière. On rappelle que celles-ci correspondent aux températures auxquelles la dérivée du facteur exergetique change de signe, cf. graphique de droite de la figure 2.1.4, ou ceux de la figure 2.1.4. Alors, sur le domaine de température compris entre ces deux températures, le facteur exergetique peut être supérieur à 1 en valeur absolue. On constate sur le graphique de la figure 3.2.17a que la divergence des pseudo-températures intervient lorsque la température réelle du fluide est comprise entre T_p^- et T_p^+ , conformément à ce que nous avons discuté dans la sous-partie 2.1.2 du chapitre précédent. De plus, sur le même graphique ainsi que sur celui du dessous, on peut voir, au passage de $T_0 = T_{fus}$, un saut positif dû au changement de phase de l'eau dans l'état de référence à (T_0, P_0) . En effet, on rappelle que la pseudo-température d'un fluide donné est égale au rapport de ses enthalpie et entropie relatives (cf. équation (2.2.5)). Or, lorsque $T_0 \rightarrow T_{fus}^-$, c'est le terme Δh_{fus} qui domine ces deux fonctions d'état, et on a alors $T^{*-} \simeq T_{fus}$; tandis que lorsque $T_0 \rightarrow T_{fus}^+$, on a :

$$T^{*+} \simeq T_{fus} \left(1 + \frac{v\Delta_0 P}{c_p \Delta_0 T} \right), \quad (3.2.145)$$

où on a abandonné l'exposant 'l' pour alléger les notations, et le signe + ou - en exposant des températures indique qu'il s'agit d'une température infinitésimalement supérieure ou

inférieure respectivement, soit par exemple $T_{\text{fus}}^+ = T_{\text{fus}} + \delta T$, et de manière équivalente $T_{\text{fus}}^- = T_{\text{fus}} - \delta T$, avec $\delta T \rightarrow 0^+$. Le terme entre parenthèses du membre de droite de l'équation ci-dessus est strictement supérieur à 1, alors T^{*+} est également supérieure à T^{*-} , et le saut de température effective du liquide au passage de $T_0 = T_{\text{fus}}$ sera d'autant plus important que la pression de l'eau sera élevée.

Considérons maintenant les courbes représentatives, en fonction de T_0 , des facteurs exergetiques aux mêmes points du système (graphiques à droite de la figure 3.2.17). D'un point de vue général tout d'abord, de même que pour les courbes représentatives de la pseudo-température de l'eau en fonction de T_0 , on observe ici des courbes « miroirs » à celles que nous avons analysées dans la sous-partie 2.1.2 du chapitre précédent. C'est-à-dire que lorsque T_0 est inférieure à la température réelle T du fluide au point considéré, ce dernier est effectivement *chaud* et le facteur exergetique décroît à mesure que T_0 tend vers celle-ci et tant que T est supérieure à T_p^+ . Limite à partir de laquelle la dérivée du facteur exergetique change de signe et θ^* diverge en $+\infty$. On peut observer ce comportement sur le graphique de la figure 3.2.17b où, sur la gamme de température représentée, T_0 passe par les deux valeurs $T_{\text{ev,e}}$ et $T_{\text{ev,s}}$. Ensuite, lorsque T_0 devient supérieure à la température réelle du fluide, $T_{\text{ev,s}}$ par exemple, on peut vérifier que le même graphique que le facteur exergetique devient négatif. Dans un premier temps, celui-ci diminue en valeur absolue à mesure que T_0 augmente, jusqu'à ce que T_p^- devienne supérieure à la température réelle du fluide. Limite à partir de laquelle la pente de la courbe représentative de θ^* s'inverse et le liquide devient ensuite de plus en plus *froid* à mesure que T_0 s'éloigne de T . On ne peut pas voir ce dernier comportement sur ces graphiques qui limitent la représentation à $T_0 = 17^\circ\text{C}$, mais on peut vérifier que lorsque T_0 est comprise entre $T_{\text{ev,s}}$ et $T_{\text{ev,e}}$, l'eau est effectivement *chaude* lorsqu'elle entre dans l'échangeur, $\theta_{\text{ev,e}}^* > 0$, alors qu'elle est *froide* quand elle en sort, $\theta_{\text{ev,s}}^* < 0$. On observe finalement, de même que pour les courbes représentatives de la pseudo-température de l'eau dans le système (figures 3.2.17a et 3.2.17c), un saut positif de la valeur de θ^* au passage de T_{fus} qui s'explique par le saut en température qui y intervient (équation (3.2.145)). Pour un même $\Delta_0 T_{\text{fus}}$, celui-ci ne dépend que de la pression et du fluide considéré, cf. équation (3.2.145), il est donc identique sur les figures 3.2.17b et 3.2.17d, malgré ce que peut laisser penser la différence d'échelle entre celles-ci. On peut également constater que tant que les températures réelles de l'eau sont hors du domaine $[T_p^-, T_p^+]$, les températures effectives sont dans le même ordre que les températures réelles, i.e. la courbe représentative de l'extrémité froide (bleue) de l'échangeur est inférieure à celle de l'extrémité chaude (rouge). La divergence des courbes inverse ensuite cet ordre tel qu'on peut le constater sur la figure 3.2.17b ou à droite du graphique de la figure 3.2.17d, lorsque la pente de la courbe représentative de $\theta_{\text{cd,e}}^*$ s'inverse. On note finalement que la température effective est inférieure à la température réelle du fluide tant que cette dernière est hors du domaine $[T_p^-, T_p^+]$.

R134a liquide et gazeux du circuit principal. L'analyse de l'évolution en fonction de T_0 de l'exergie fluide et du facteur exergetique du R134a n'est pas aussi directe que ce que nous venons de voir pour l'eau des circuits secondaires. C'est pourquoi, nous allons considérer dans un premier temps les variations de ses enthalpies et entropies relatives aux différents points du circuit, tracées sur les graphiques de la figure 3.2.18. On note que, sur ces graphiques et les suivants, les grandeurs relatives sont notées avec une barre plutôt qu'un tilde, ce dernier n'étant pas possible à implémenter dans EES. Sur ceux-ci, on a tracé les valeurs obtenues par calcul direct dans EES, et à l'aide de la méthodologie expliquée dans la sous-partie 3.2.2.2 (dans le paragraphe présentant des calculs analytiques p.200).

Ces dernières ont été indicées ‘calc’, et pour les points du circuit où le R134a est gazeux, on a également présenté les résultats calculés en considérant le fluide frigorigère comme un gaz parfait, c’est-à-dire à l’aide des équations (2.1.4b) et (2.1.4c), indice ‘GP’. Sans nous attarder dessus, nous les présentons en guise de comparaison. Cette comparaison n’a pas pu être faite pour les points liquides du circuit car, le R134a étant naturellement présent à l’état gazeux dans l’environnement, la prise en compte du changement de phase conduit à une analyse nécessairement analogue à la méthodologie présentée dans la sous-partie 3.2.2.2, et aboutissant donc aux mêmes résultats.

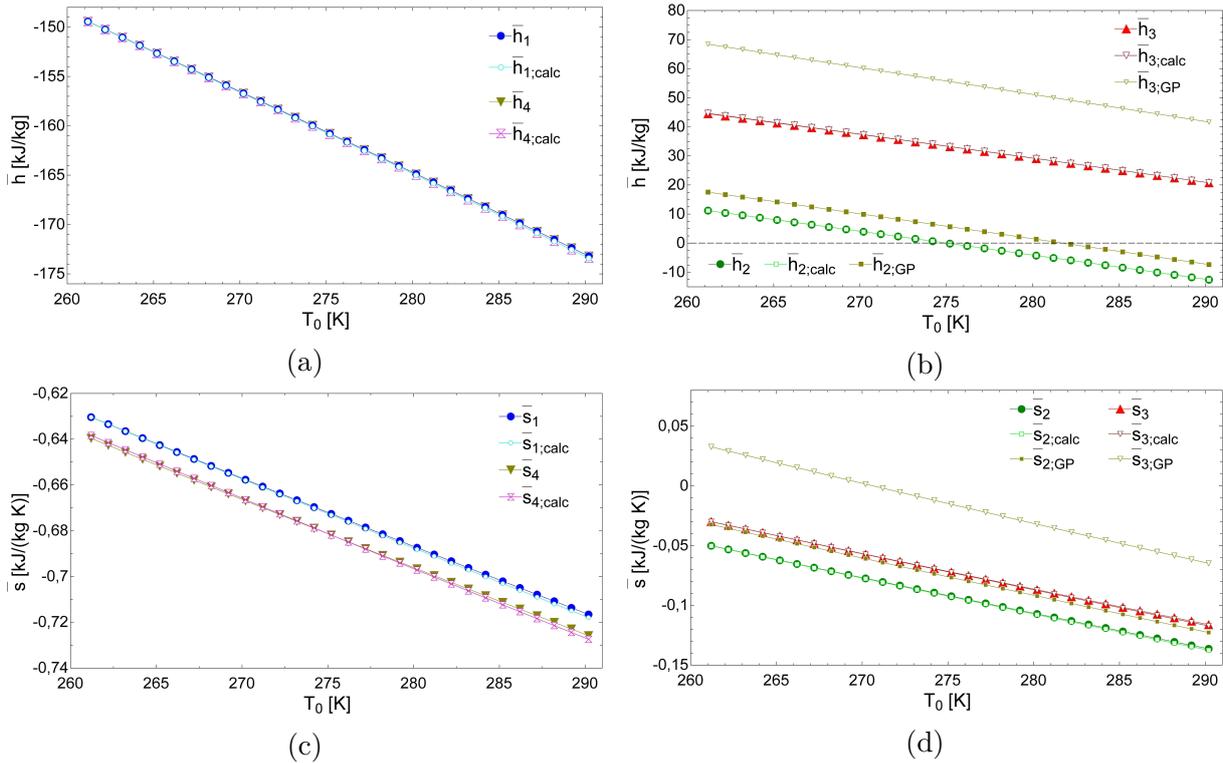


FIGURE 3.2.18 – Valeurs relatives des enthalpies (en haut) et entropies (en bas) du R134a aux différents points du circuit principal en fonction de T_0 , liquides à gauche et gazeux à droite.

Nous commençons par les points du circuit où le R134a est à l’état liquide, graphiques de gauche. On peut alors vérifier que les valeurs calculées sont très proches voire confondues avec les celles fournies par EES sur toute la gamme de températures représentée. Ensuite, on note que lorsque T_0 augmente, la valeur de h_0 croît, et la charge exergetique, $\tilde{h}_i = h_i - h_0$ (notée $\Delta_0 h_i$ sur la figure 3.2.18), est alors d’autant plus négative, ce que l’on observe bien sur le graphique de la figure 3.2.18a. Il en va naturellement de même pour l’évolution des entropies relatives, $\tilde{s}_i = s_i - s_0$ (notée $\Delta_0 s_i$ sur la figure 3.2.18), qui sont d’autant plus négatives que T_0 est élevée. À propos des points du circuit où le R134a est gazeux, graphiques de droite, on vérifie que les valeurs calculées à l’aide la méthodologie de la sous-partie 3.2.2.2, indicées ‘calc’, sont ici encore en adéquation avec les résultats directement fournis par EES, que ce soit les pour les valeurs relatives des enthalpies (graphique 3.2.18b) ou des entropies (graphique 3.2.18d). Par contre, les valeurs calculées en considérant le R134a comme un gaz parfait sont sur-évaluées par rapport aux valeurs réelles. Ceci est essentiellement dû au fait que la chaleur massique du R134a passe de 0,8 kJ/(kg K) en (T_0, P_0) , à 1,1 kJ/(kg K) en (T_3, P_{hp}) . Comme expliqué précédemment,

on ne s'attarde pas sur ces dernières et on note que la charge exergetique, figure 3.2.18b, portée par le fluide au point n°3 est positive sur toute la gamme de températures T_0 représentée. Celle du point n°2, par contre, change de signe lorsque T_0 est égale à environ 275 K, ce qui semble être en contradiction avec ce que nous avons expliqué dans le chapitre 2, dans lequel nous avons vu que la température d'exergie minimale coïncide avec le changement de signe de la charge exergetique en $T = T_0$ pour les gaz dynamiques. On rappelle qu'au point n°2, la température du R134a est égale à $T_2 = 281,75$ K. Il n'en est cependant rien car on peut observer que la charge exergetique du R134a considéré comme un gaz parfait change effectivement de signe lorsque T_0 passe par T_2 . Le R134a est donc un gaz qui ne peut pas être considéré comme un gaz parfait et les conclusions du chapitre 2 ne pourront pas être appliquées directement. Sur le graphique de la figure 3.2.18d, on peut observer que les entropies relatives des points du circuit où le R134a est gazeux sont négatives sur toute la gamme de T_0 représentée; et on note que la sur-estimation faite par l'approximation du gaz parfait implique que l'entropie relative du fluide au point n°3 change de signe au passage de $T_0 = 278$ K. Alors, le fluide frigorifique gazeux au point n°3 du cycle est chargé positivement sur toute la gamme de T_0 considérée, mais présente un nombre de degrés de liberté occupés en moyenne toujours inférieure à celui qu'il présenterait à l'équilibre avec l'environnement à (T_0, P_0) . Il se trouve donc dans une configuration énergétique que nous avons qualifiée de « non-standard » dans le chapitre 2, telle que présentant un facteur exergetique supérieure à 1.

Considérons maintenant les potentiels exergetiques et anergétiques associés aux points que nous venons de discuter, leurs variations en fonction de T_0 ont été tracées sur les graphiques des figures 3.2.19a et 3.2.19b où, de même que sur la figure précédente, on a distingué les configurations liquides et gazeuses. Pour les premières, on observe une belle illustration de ce que nous avons introduit dans le chapitre 2, lors de la discussion sur la propagation des charges exergetiques négatives illustrée sur la figure 2.2.3. On rappelle qu'un fluide *froid* présente un défaut d'énergie par rapport à sa configuration d'équilibre avec l'environnement à (T_0, P_0) . On peut effectivement constater qu'au deux points du circuit considérés ici, n°1 et 4, le R134a propage une charge exergetique négative qui, en considérant le second principe de la thermodynamique, est en fait « étirée » dans un puits de potentiel anergétique plus profond, $a_n = T_0 \tilde{s} < \tilde{h}$, impliquant la remontée à contre-courant d'un flux d'exergie, *potentiel travail de maintien*, que l'on peut observer en haut du graphique. On note également que, conformément à nos attentes, plus la température de l'environnement est élevée, i.e. plus le fluide est écarté de son équilibre par valeur inférieure, et plus le fluide sera éloigné de sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) , et donc plus importante sera la quantité d'exergie nécessaire au maintien de son intégrité *froide*.

Les configurations gazeuses du R134a, figure 3.2.19b, ne sont pas aussi directes à visualiser car elles ne correspondent pas à des configurations « standards » telle que nous les avons définies dans le chapitre précédent; et de plus, le R134a ne se comporte pas comme un gaz parfait. Pour les décrire, nous allons procéder de même que dans les applications du chapitre précédent, c'est-à-dire que l'on va considérer qu'il est possible de définir une enceinte de contrôle comobile avec le fluide au sein de laquelle celui-ci est à l'équilibre thermodynamique, et appuyer notre discussion sur les schémas des figures 2.3.2 et 2.3.3. Analysons tout d'abord la configuration énergétique du fluide au point n°3 où aucun des potentiels ne change de signe sur la gamme de T_0 considérée. La charge exergetique portée par le fluide est positive mais son anergie est négative, il propage donc un excès d'énergie, $(+\tilde{h})$, par rapport à sa configuration d'équilibre avec l'environnement à (T_0, P_0) , mais celui-ci est réparti dans moins de degrés de libertés en moyenne relativement

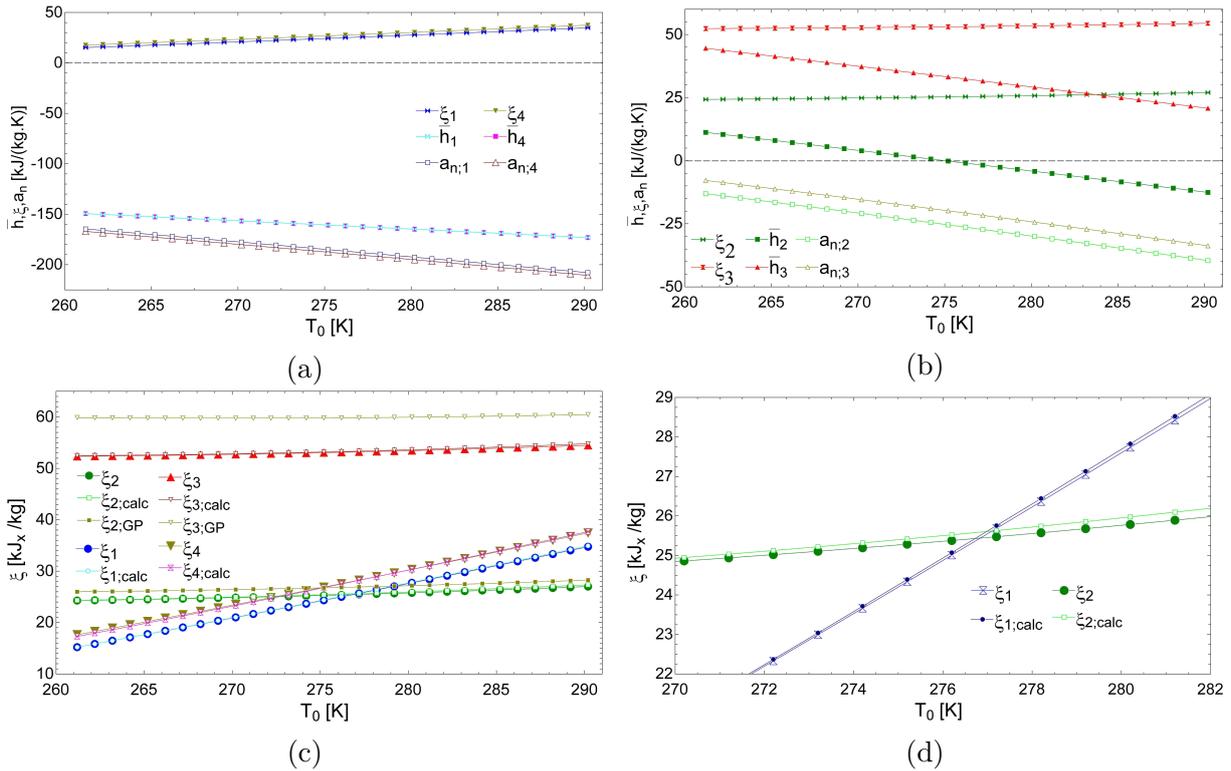


FIGURE 3.2.19 – Exergie fluide dynamique du R134a aux différents points du circuit principal en fonction de T_0 .

à cette dernière, $\tilde{S}^{\text{deg}} \propto \tilde{s} < 0$, et se trouve donc dans une configuration énergétique telle que schématisée sur les figures 2.3.2c et 2.3.3d. C'est donc de l'exergie, *potentiel travail moteur*, qui est emportée par le fluide, mais on peut constater que la variation de celle-ci avec T_0 ne concorde pas avec ce que nous avons discuté pour les gaz parfait. En effet, nous avons vu lors de la présentation des graphiques de la figure 3.2.15, pour le cas liquide « standard », que l'exergie, *potentiel travail moteur*, diminue lorsque la température de l'environnement augmente, car moins de travail peut potentiellement en être extrait en amenant le système à l'équilibre avec ce dernier. Ce n'est pas le cas ici, l'anergie de ce gaz non parfait diminue plus rapidement que son enthalpie relative à mesure que T_0 augmente, de telle sorte que la quantité d'exergie portée par le fluide au point n°3 du circuit est très légèrement croissante avec T_0 . On note que ce comportement est similaire à ce que nous avons décrit pour les liquides dynamiques « non-standards », i.e. sur le domaine de température du fluide $T \in [T_p, T_0]$, tel que l'exergie du fluide est croissante à mesure que sa température est baissée de T_0 à T_p , ou de manière équivalente lorsque la température de l'environnement augmente de T_p à T_0 . Nous revenons sur ce point dans un instant, et considérons maintenant le point n°2 du circuit. La pression y étant plus faible qu'au point n°3, l'enthalpie du fluide est décalée vers le bas alors que son anergie est translatée vers le haut. On rappelle que l'enthalpie relative d'un gaz (non parfait) varie proportionnellement à sa pression alors que son entropie comme l'opposé du logarithme de cette dernière. On peut alors constater que le minimum d'exergie ne coïncide pas avec la température à laquelle s'annule la charge exergetique ; mais on peut cependant vérifier sur le graphique de la figure 3.2.20b, que cette dernière coïncide par contre avec celle à laquelle le signe du facteur exergetique change, validant il nous semble la catégorisation faite des fluides, *chaud* ou *froid*, en termes du signe de celui-ci. Alors, lorsque la tempé-

rature de l'environnement est inférieure à environ 275 K, le fluide au point n°2, se trouve dans une configuration, similaire à celle qu'il présente au point n°3; telle que l'exergie portée par le celui-ci est la somme de sa charge exergetique, \tilde{h} , et du défaut d'énergie, $(-a_n)$, non réparti dans les degrés de liberté occupés en moins par rapport à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) , qui est alors distribué dans les degrés de libertés occupés en moyenne restant, cf. figure 2.3.2c. Il s'agit donc bien d'un *potentiel travail moteur*, mais le R134a est tel que lorsque la température de l'environnement augmente, son anergie diminue plus rapidement que sa charge exergetique, impliquant qu'*a contrario*, la « densité » de ses degrés de libertés occupés en moyenne augmente, en excès $(+\delta\rho)$ par rapport à sa configuration d'équilibre à (T_0, P_0) . Ensuite, lorsque la charge exergetique est nulle, le fluide se trouve dans une configuration énergétique telle que décrite sur les figures 2.3.2d et 2.3.3e. C'est-à-dire que l'énergie qui, dans la configuration du fluide à l'équilibre avec l'environnement, serait répartie dans les $(-\tilde{S}^{\text{deg}})$ degrés de libertés du système occupés en moins dans la configuration discutée ici (point du circuit n°3 à $T_0 = 275$ K), est exactement égale au surplus de « densité » énergétique, $(+\delta\rho)$, que présentent les S^{deg} degrés de liberté occupés en moyenne dans le volume de contrôle comobile avec le fluide. Finalement, lorsque la température de l'environnement est supérieure à 275 K, la charge exergetique devient négative, et le fluide se trouve alors dans une configuration *froide* « standard » telle que schématisée sur les figures 2.3.2e et 2.3.3f. Au regard de ces courbes, et étant donné que l'exergie n'est pas ici minimale quand la charge exergetique s'annule, il nous apparaît délicat de voir l'exergie fluide comme uniquement le travail maximal extractible ou le *potentiel travail de maintien* minimal, mais plutôt comme une combinaison de ces deux potentiels; la partie de type moteur étant co-courante au flux de charge

Sur le graphique de la figure 3.2.19c, nous avons rassemblé les courbes représentatives de l'exergie du R134a en fonction de T_0 aux 4 points du circuit principal. On peut directement constater deux choses; la première est que l'exergie émise par le fluide frigorifique dans le condenseur, du point n°3 au n°4, diminue à mesure que la température de l'environnement augmente. Ceci est cohérent avec l'analyse présentée dans la sous-partie 3.2.2.3; la quantité de chaleur émise, équation (3.2.37), est indépendante de T_0 , mais sa fraction d'exergie, *potentiel travail moteur*, équation (3.2.42), diminue avec T_0 . Le deuxième point directement remarquable est l'intersection des courbes représentatives de l'exergie fluide dynamique des points n°1 et 2, de part et d'autre de l'évaporateur; un agrandissement en est présenté sur le graphique de la figure 3.2.19d. On observe alors une situation analogue à ce que nous avons déjà discuté pour l'eau dans le même échangeur de chaleur, figure 3.2.15b, il existe une température T_0 , égale à environ 277 K ici, au-delà de laquelle le fluide quittera l'évaporateur avec moins d'exergie que lorsqu'il en est entré, malgré une élévation de sa température et donc de son enthalpie, ce que l'on peut vérifier sur les figures 3.2.19a et 3.2.19b. Ce croisement intervient peu après que T_0 soit passée au-dessus de la température d'évaporation, $T_{\text{ev}} = 276,75$ K, à laquelle le fluide absorbe le plus de chaleur, cf. équation (3.2.93). On rappelle que le fluide frigorifique aux points n°1 et 2 est alors dans une configuration énergétique *froide* « standard », cf. figure 3.2.19b; c'est-à-dire qu'il se vide de son exergie, *potentiel travail de maintien*, lorsqu'il reçoit de la chaleur, « comblant » ainsi partiellement sa charge exergetique négative; nécessitant alors *de facto* moins d'exergie *froide* que lorsqu'il est entré dans l'échangeur. On note finalement, et nous y reviendrons dans la suite, que lorsque la température de l'environnement est inférieure à 275 K, le R134a entre dans l'évaporateur effectivement *froid*, figure 3.2.19a, et en ressort *chaud*, voir à gauche du graphique de la figure 3.2.19b. Alors, au travers de l'échangeur, le fluide comble d'abord sa charge exergetique, se vidant alors

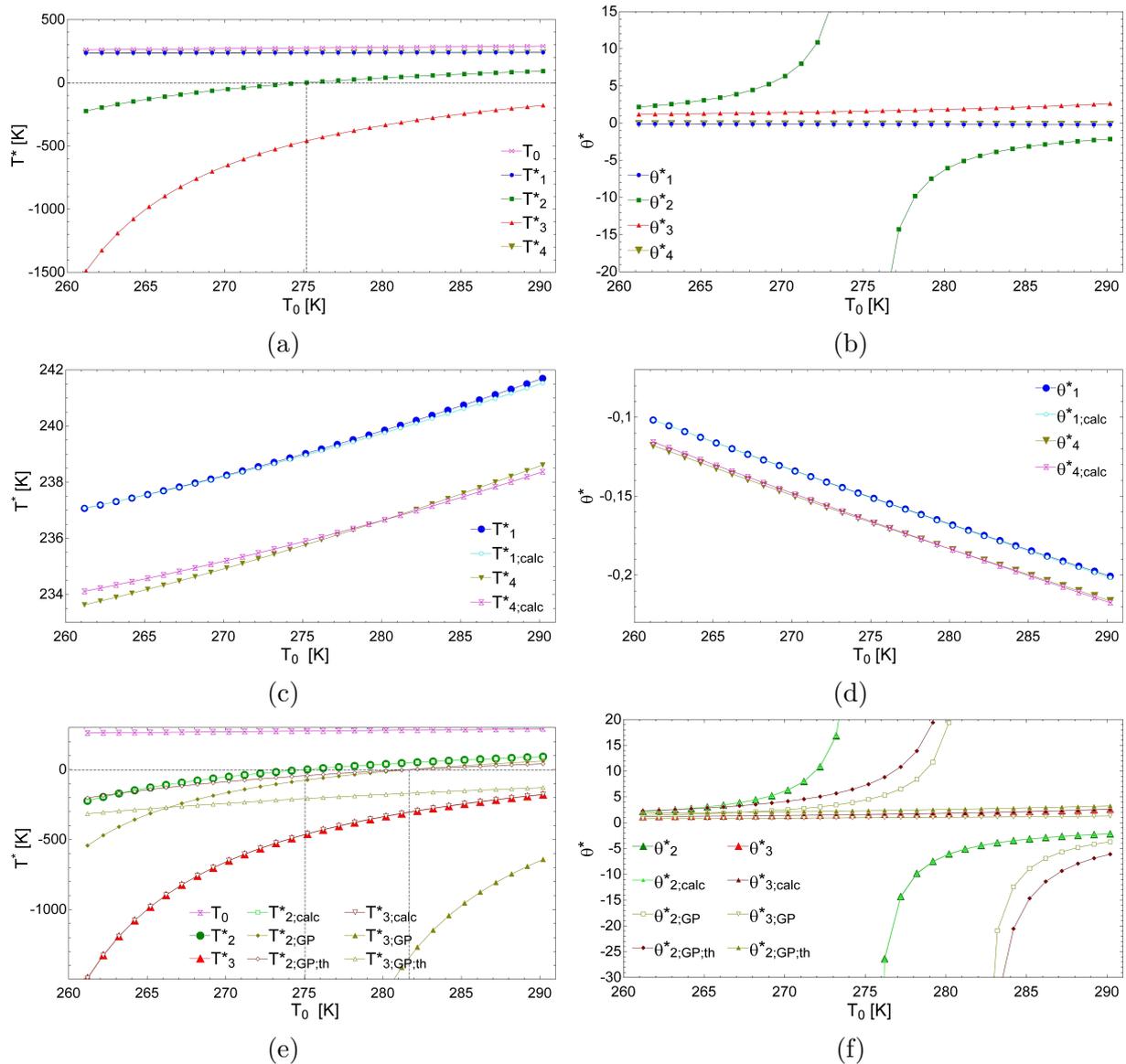


FIGURE 3.2.20 – Températures (réelles et équivalentes), à gauche, et facteurs exergetiques, à droite, du R134a dans le circuit principal.

de son exergie, *potentiel travail de maintien*, jusqu'à un certain minimum; avant de se « charger » positivement, et accumulant donc de l'exergie, *potentiel travail moteur*.

Considérons maintenant les facteurs exergetiques et pseudo-températures du R134a aux différents points du circuit. Leurs variations en fonctions de T_0 ont été tracées sur les graphiques de la figure 3.2.20. De même que précédemment, on a déterminé ces quantités à l'aide de 2 méthodes pour les phases liquides, avec EES et par calcul analytique; et de 2 méthodes supplémentaires pour les phases gazeuses. Pour ces dernières, nous avons considéré le R134a comme un gaz parfait, indice 'GP', bien que ce ne soit pas le cas comme nous l'avons vu plus haut, afin de pouvoir comparer les valeurs obtenues à celles calculées directement à l'aide des définitions introduites dans le chapitre 2, indice 'GP;th'; équation (2.1.52) pour le facteur exergetique, et (2.1.53) pour la pseudo-température. Pour les trois méthodes calculatoires (à l'aide de EES, de la méthode analytique présentée dans la sous-partie 3.2.2.2, et de l'approximation de gaz parfait), les facteurs exergetiques ont été obtenus en inversant la définition de l'équation (2.2.1), i.e. en faisant le

rapport de l'exergie fluide dynamique et de l'enthalpie relative du R134a pour chacune de ces méthodes. La pseudo-température a ensuite été obtenue en inversant la définition générale de l'équation (2.2.2).

D'un point de vue général tout d'abord, on peut vérifier sur la figure 3.2.20a que toutes les pseudo-températures sont inférieures à T_0 , tracée en magenta, sur toute la gamme de T_0 représentée. Cependant, aux points du circuit où le R134a est à l'état gazeux, celui-ci présente une température effective toujours négative au point n°3, et changeant de signe au voisinage de $T_0 = 275$ K au point n°2. Impliquant, pour le premier, que le facteur exergétique correspondant est toujours strictement supérieur à 1 ; et pour le second, qu'il change de signe et diverge au voisinage de $T_0 = 275$ K, cf. figure 3.2.20b. Regardons de plus près ce qu'il se passe aux points du circuit où le R134a est liquide et effectivement *froid* comme nous l'avons vu plus haut. Sur le graphique de la figure 3.2.20c, on peut voir que la pseudo-température du fluide augmente avec T_0 . En effet, plus cette dernière augmente et plus le fluide, supposé à T fixée, est écarté de son équilibre à (T_0, P_0) . On peut alors constater sur la figure 3.2.20d qu'à mesure que T_0 augmente, non seulement plus de travail sera nécessaire pour maintenir l'intégrité du fluide en cas de contact thermo-mécanique de celui-ci avec son environnement (cf. figure 3.2.19a) ; mais en plus sa proportion relativement à $(-\tilde{h})$ est également croissante avec T_0 . Sur ce graphique, on peut également observer l'effet du détenteur sur la fraction d'exergie, *potentiel travail de maintien*, qui diminue en valeur absolue au passage de ce dernier, car le fluide passe alors à un état plus proche de sa configuration d'équilibre avec l'environnement à (T_0, P_0) .

Considérons maintenant les points du circuit où le R134a est gazeux, n°2 et 3, en commençant par décrire le graphique de la figure 3.2.20e, où on peut voir que l'approximation du gaz parfait n'est pas trop mauvaise pour le point n°2. En effet, celui-ci est relativement proche du point de référence à (T_0, P_0) (cf. figure 3.2.13), sa chaleur massique varie donc peu de l'un à l'autre. On peut alors remarquer que la pseudo-température calculée directement à l'aide de la formule du chapitre précédent, équation 2.1.53 (indice 'GP;th'), est plus proche de la valeur obtenue avec EES (sans indice) et par calcul analytique (indice 'calc') que celle faisant le rapport de l'exergie fluide et de l'enthalpie dans l'approximation du gaz parfait (indice 'GP'). Cependant, les deux méthodes de gaz parfait donne une mauvaise valeur de la température à laquelle T^* change de signe. On note néanmoins qu'elles donnent la même valeur $T_0 = T_2 = 281,75$ K pour laquelle la pseudo-température change de signe ; conformément à la définition de l'équation (2.1.53). Rien de remarquable à ceci pour la méthode 'GP;th' qui n'est rien d'autre que l'application directe de cette dernière ; mais pour la méthode 'GP', cela valide, au moins partiellement, notre calcul. Au point du circuit n°3 par contre, l'approximation du gaz parfait n'est plus du tout acceptable sur la gamme de T_0 représentée, mais fournit tout de même un signe, et un sens variation, correctes. On note finalement que, de même que pour le point n°2, l'expression calculée directement à l'aide de l'équation (2.1.53) est plus proche de la valeur déterminée par EES que la méthode 'GP' classique. Nous pensons que ceci est simplement dû au fait que la méthode 'GP;th' fait intervenir uniquement l'indice adiabatique γ (dans la température T_γ), dont les variations en fonction de la température du fluide sont moindre que celle de la chaleur massique, c_p , utilisée dans la méthode 'GP'. On peut malgré tout constater sur le graphique de la figure 3.2.20f, que ces deux méthodes fournissent tout de même un ordre de grandeur correcte pour le facteur exergétique du R134a au point n°3, strictement croissant et, supérieur à 1 et inférieur à 4. Pour le point n°2 par contre, le décalage de la température à laquelle s'annule la T^* implique nécessairement un décalage du facteur exergétique associé, ou inversement en fonction de la méthode employée. On

note cependant que dans les deux cas, par l'approximation des gaz parfaits ou les méthodes directes, le changement de signe du facteur exergetique coincide avec la nullité de la charge exergetique déterminée par la méthode correspondante, cf. figure 3.2.18b.

Rendements et taux de destruction d'exergie

Nous regardons maintenant l'impact des variations de la température de l'environnement sur les rendements et taux de destruction d'exergie au niveau des échangeurs de chaleur et sur ceux, totaux, des différents circuits du système. Étant données les analyses que nous venons de voir, traduisant un comportement de gaz non parfait pour le R134a, l'étude des échanges d'exergie, *potentiel travail moteur* ou *de maintien*, dans les échangeurs de chaleur ne pourra pas se faire aussi directement que lorsque nous l'avons traité pour des gaz parfaits dans la sous-partie 2.3.2. C'est pourquoi, pour déterminer les rendements et taux d'exergie détruite, nous allons considérer les flux d'exergie, émis et reçus dans les échangeurs, définis tels que :

$$\dot{X}_{\text{ech},f} = \dot{m}_f (\xi_{f,e} - \xi_{f,s}), \quad (3.2.146)$$

où les indices 'ech' et f font référence à l'échangeur et au fluide considérés respectivement, et de même que précédemment, les indices 'e' et 's' à l'entrée et à la sortie de l'échangeur. On note que cette définition implique que les flux d'exergie émis sont alors définis positivement, et qu'à l'inverse, les flux d'exergie reçus sont définis négatifs. La quantité d'exergie détruite dans chacun des échangeurs est alors directement donnée par la somme des flux :

$$\Delta \dot{X}_{\text{ech}} = \sum_f \dot{X}_{\text{ech},f}, \quad (3.2.147)$$

et le taux de destruction d'exergie, équation (3.2.121a), par :

$$\delta_{\text{ech}} = \frac{\Delta \dot{X}_{\text{ech}}}{\dot{X}_{\text{ech},c}}, \quad (3.2.148)$$

où l'indice c fait référence au fluide chaud de l'échangeur 'ech' considéré; celui-ci étant supposé adiabatique, son rendement est ensuite directement calculé : $\eta_{\text{ech}} = 1 - \delta_{\text{ech}}$. Les résultats obtenus en fonction de T_0 sont tracés sur les graphiques de la figure 3.2.21 pour le condenseur, et sur ceux de la figure 3.2.22 pour l'évaporateur.

Considérons le condenseur tout d'abord. On a vu dans les études précédentes que l'eau liquide, le « fluide froid de l'échangeur », est effectivement *chaude* sur toute la gamme de T_0 considérée, voir par exemple la figure 3.2.17d. Le R134a, par contre, est effectivement *chaud*, lorsqu'il entre dans l'échangeur au point n°3, figure 3.2.20f, et *froid* quand il en ressort au point n°4, figure 3.2.20d, et ce, sur toute la gamme de T_0 considérée ici. Cependant, on peut vérifier sur le graphique de la figure 3.2.21a que le R134a émet un flux net d'exergie sur toute la gamme de T_0 représentée; on rappelle que dans la convention de signe employée ici, le flux d'exergie est positif s'il est émis par le fluide. Cela signifie qu'il émet plus d'exergie, *potentiel travail moteur*, qu'il n'en récupère sous la forme de *potentiel travail de maintien*. On note également que cette émission nette diminue à mesure que la température de l'environnement augmente. Et ce, pour deux raisons symétriques : lorsqu'il entre dans l'échangeur le R134a est moins *chaud*, et lorsqu'il est ressort il est plus *froid*, impliquant nécessairement un flux net d'exergie émis plus faible. L'eau étant toujours effectivement *chaude*, c'est bien de l'exergie, *potentiel travail moteur*,

qu'elle emmagasine en quantité décroissante à mesure que T_0 augmente. En effet, comme nous l'avons expliqué précédemment, plus la température de l'environnement est élevée, et moins l'eau est écartée de son équilibre avec ce dernier, et donc moins on pourra en extraire de travail en l'amenant à l'équilibre avec celui-ci ; et donc, à température de fluide fixée, l'eau est moins exergetique à mesure que T_0 est élevée. De plus, on peut observer sur le graphique de la figure 3.2.21b que plus la température de l'environnement est élevée et plus le taux de destruction d'exergie augmente. C'est-à-dire, d'après l'équation (3.2.148), que la différence entre l'exergie émise par le R134a et celle reçue par l'eau augmente avec T_0 . On note que le rendement est malgré tout supérieur à 0,5 sur toute la gamme de T_0 représentée.

Ensuite, au niveau de l'évaporateur, on peut constater sur la figure 3.2.22a que les flux d'exergie, émis et reçu, sont encore respectivement décroissant et croissant avec T_0 . La situation est cependant différente de celle que nous venons de discuter car le signe des flux change au passage d'une certaine température : $T_{0,c} = 277$ K pour l'eau, le fluide chaud, et $T_{0,f} = 285$ K pour le R134a, le fluide froid. La température à laquelle l'eau change de comportement est assez facile à retrouver car elle se comporte comme un liquide incompressible standard. On a vu à la figure 3.2.17b que l'eau entre et ressort de l'échangeur effectivement *chaude*, tant que la température de l'environnement est inférieure à environ 282 K ; ensuite, jusqu'à environ 289 K, elle entre *chaude* et ressort *froide* ; et finalement, pour toute température de l'environnement supérieure à 289 K, elle est effectivement *froide* pendant toute la durée de l'échange. Ensuite, sur le domaine de T_0 où l'eau entre *chaude* et ressort *froide*, l'eau se vide d'abord de sa charge exergetique, \tilde{h} , positive en émettant l'exergie, *potentiel travail moteur* qui lui est associée ; puis absorbe de l'exergie, *potentiel travail de maintien* à mesure que sa charge exergetique devient négative. Nous avons vu alors, que lorsque la température de l'environnement est égale à celle, moyenne logarithmique de l'eau pendant l'échange, précisément égale à environ 285 K (équation (3.2.140)), celle-ci émet autant d'exergie *chaude* qu'elle n'en reçoit de *froide* ; rendant nulle la valeur du flux net d'exergie émis par l'eau à cette valeur de T_0 , comme on peut le vérifier sur la figure 3.2.22a. Pour le R134a, par contre, la situation n'est pas aussi directe à cause du changement de phase. Sans entrer dans les détails, on note simplement qu'il est possible de déterminer la température équivalente d'échange à partir du facteur exergetique

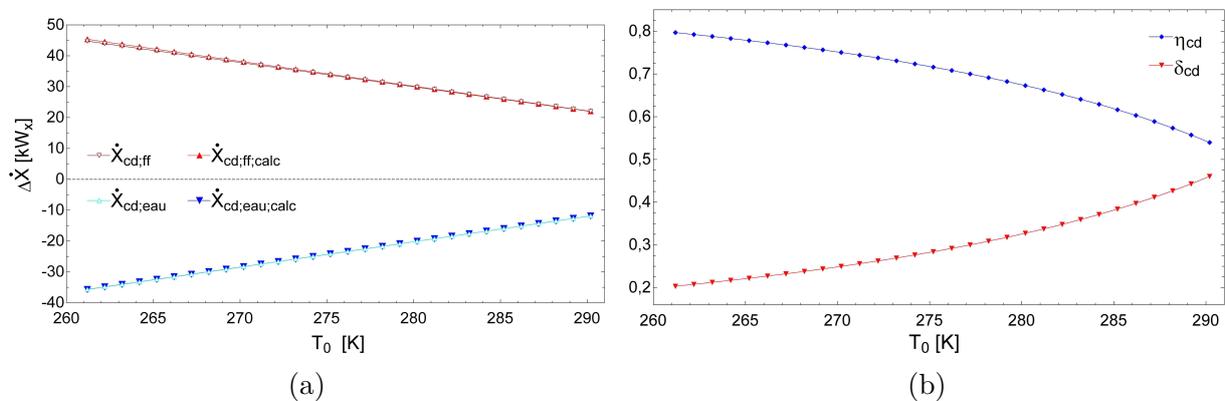


FIGURE 3.2.21 – (a) Variations en fonction de T_0 des quantités d'exergie, émise et reçue au condenseur, par le R134a et l'eau respectivement. (b) Variation en fonction de T_0 du rendement et de la fraction d'exergie détruite au condenseur.

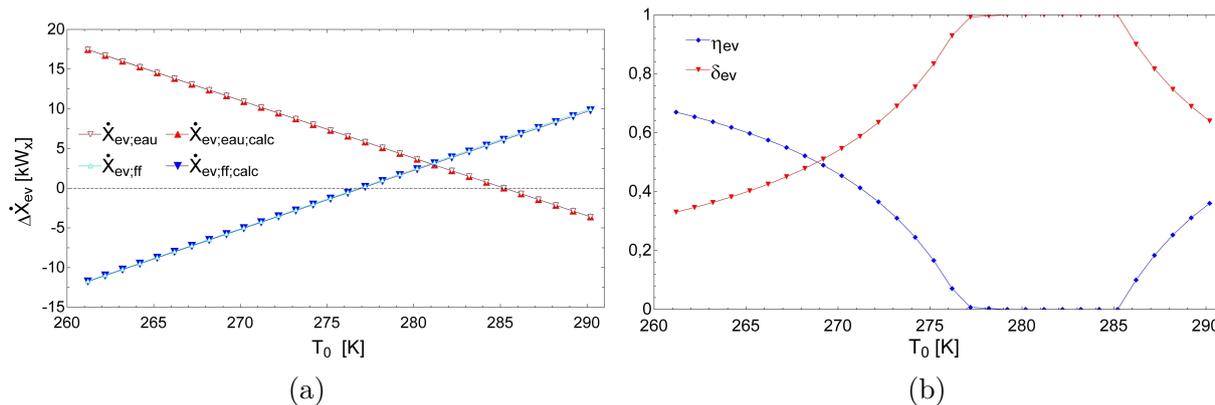


FIGURE 3.2.22 – (a) Variations en fonction de T_0 des quantités d'exergie, émise et reçue à l'évaporateur, par l'eau et le R134a respectivement. (b) Variation en fonction de T_0 du rendement et de la fraction d'exergie détruite à l'évaporateur.

correspondant, équation (3.2.98) :

$$T_{m,ff,ev} = \frac{T_0}{1 - \theta_{ff,ev}} = 276,84 \text{ K}, \quad (3.2.149)$$

on l'a noté avec un m en indice pour indiquer qu'il s'agit d'une température équivalente d'échange, au même titre que les températures moyenne logarithmique indicées par un m dans ce travail. On peut alors vérifier sur la figure 3.2.22a qu'il s'agit bien de la valeur de T_0 à laquelle le R134a, recevant de la chaleur, reçoit autant d'exergie, *potentiel travail moteur*, qu'il n'émet d'exergie, *potentiel travail de maintien*. Finalement, lorsque la température de l'environnement est comprise entre ces deux valeurs, $T_{0,f}$ et $T_{0,c}$, les deux fluides émettent un flux net d'exergie, *potentiel travail moteur*, qui est alors complètement détruit dans l'échangeur ; et on peut vérifier sur le graphique de la figure 3.2.22b que le taux de destruction d'exergie est effectivement égale à 1 sur ce domaine de température. Sur la gauche de celui-ci, aux plus petites valeurs de T_0 , l'eau émet de l'exergie, *potentiel travail moteur*, qui est récupérée comme tel par le fluide frigorigène qui ressort effectivement *chaud* de l'échangeur ; après s'être vidé, au préalable, de son exergie, *potentiel travail de maintien*. Sur la droite, par contre, les deux fluides sont effectivement *froids* pendant toute la durée de l'échange et le flux d'exergie, *potentiel travail de maintien*, passe alors du fluide froid, le R134a, au chaud, l'eau ; à contre-courant du flux de chaleur correspondant.

On considère finalement les graphiques de la figure 3.2.23 sur lesquels sont présentées les variations, sur la même gamme de T_0 , des rendements, taux de destruction et de perte d'exergie pour les différents circuits et l'ensemble du système. On rappelle que ceux-ci sont fournis aux équations (3.2.68) pour le circuit de chauffage, (3.2.88) pour celui qui est enterré, (3.2.128) pour le principal, et (3.2.130) pour l'ensemble du système. On peut tout de suite noter que les variations présentées pour les circuits secondaires sont similaires à celle que nous venons de discuter pour l'échangeur de chaleur correspondant. On rappelle que les « pertes » considérées ici sont les énergies cinétiques et potentielles apportées à l'eau pour en assurer la circulation. Le taux de perte est négligeable dans le circuit de chauffage car les exergies échangées au condenseur sont supérieures d'un ordre de grandeur au travail de la pompe. Dans le circuit enterré, par contre, ces quantités sont du même ordre de grandeur car, d'une part, le travail fourni à la pompe est 5 fois supérieure à celui du circuit de chauffage, il faut en effet pomper l'eau de la nappe ; et d'autre part, les quantités d'exergie échangée à l'évaporateur sont plus faibles, comme on peut le vérifier

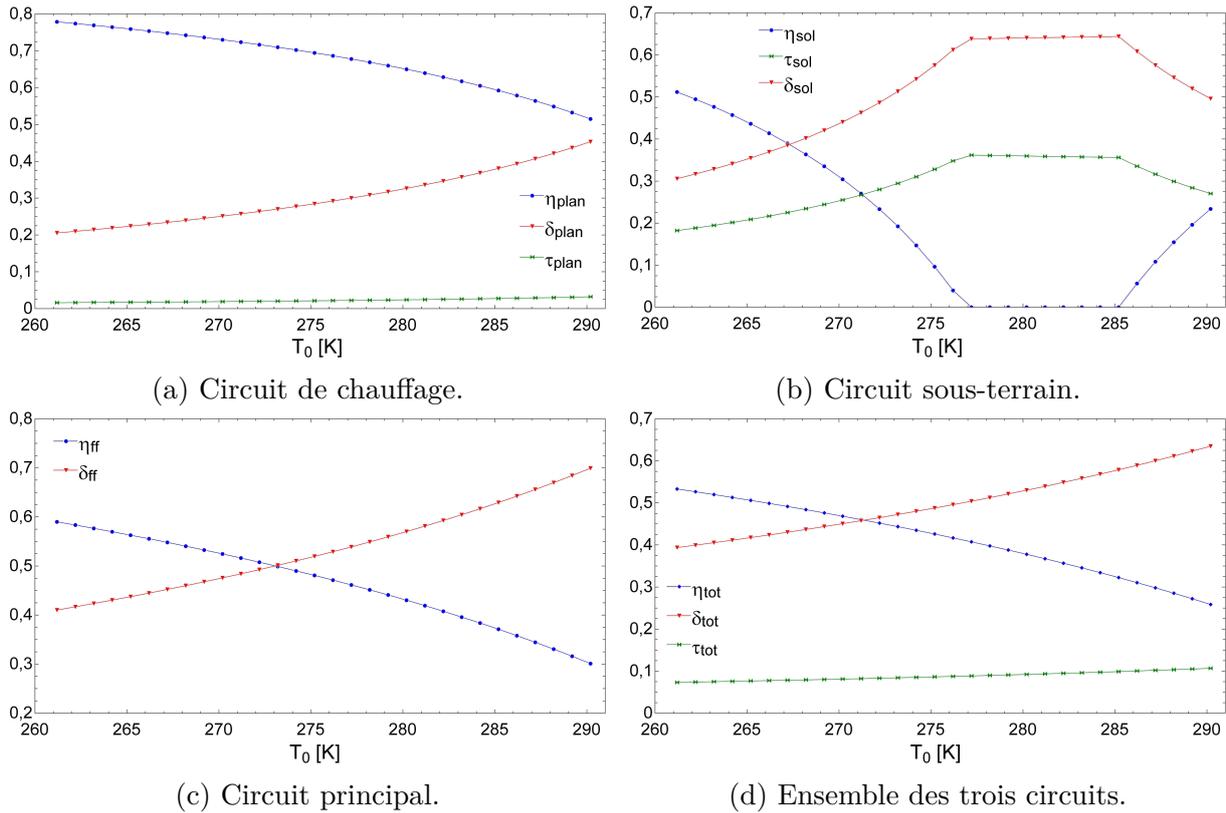


FIGURE 3.2.23 – Rendements et taux de destruction d'exergie dans les différents circuits du système.

en comparant les graphiques des figures 3.2.21a et 3.2.22a. Néanmoins, dans les deux cas, ce sont les échangeurs de chaleur qui « gouvernent » les variations des rendements et taux d'exergie détruite sur le circuit correspondant. D'une manière analogue, on peut constater en comparant les graphiques des figures 3.2.23c et 3.2.23d, que c'est le circuit principal qui « gouverne » les variations des rendements et taux d'exergie détruite sur l'ensemble du système. On rappelle que la plus importante quantité d'exergie apportée au fluide se fait au compresseur sous forme de travail, i.e. de l'exergie pure. On peut notamment constater que les taux de destruction d'exergie dans le circuit principal et sur l'ensemble du système sont presque identiques, le second étant légèrement plus petit que le premier.

Optimisation de l'évaporateur sur l'année

Nous présentons maintenant brièvement un certain nombre de courbes que nous avons tracées afin d'étudier l'influence de dT_{ev} , la différence de température entre l'eau à la sortie de l'évaporateur, et le R134a pendant l'évaporation à $P = P_{bp}$. Sur les 3 premiers graphiques, considérant $T_0 = 274,15$ K, on a présenté l'impact de ce différentiel de température sur (a) le NUT de chacun des échangeurs (équations (3.2.104) et (3.2.122)), (b) les surfaces d'échanges requises (équations (3.2.105) et (3.2.123)), et (c) les rendement et taux de destruction d'exergie dans le circuit principal. Sur les 3 suivants, on a présenté les variations en fonction de T_0 des rendements et taux de destruction d'exergie des deux échangeurs pour différentes valeurs de dT_{ev} . L'analyse des trois premiers graphiques indique qu'une plus grande différence de température est préférable pour minimiser la surface d'échange à l'évaporateur, et donc le coût de l'installation, et maximiser le ren-

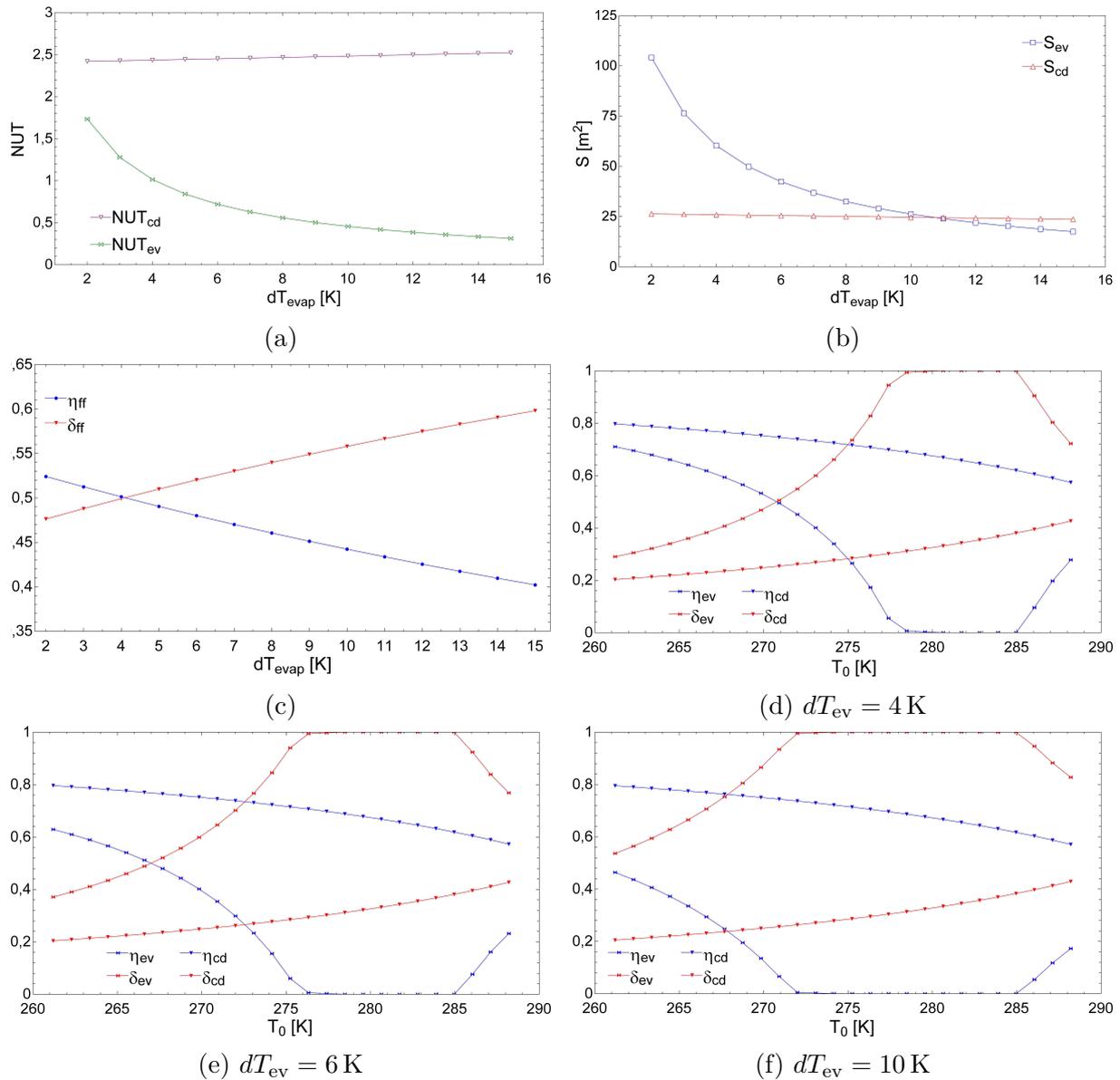


FIGURE 3.2.24 – Optimisation de l'évaporateur sur l'année. La première série de graphique présente les variations en fonction de $dT_{ev} = T_{ev,s} - T_{ev}$, la différence de température entre l'eau à la sortie de l'évaporateur et la température d'évaporation du R134a à P_{bp} , de (a) le nombre d'unité de transfert, et (b) la surface d'échange des deux échangeurs du système, et (c) les rendement et taux de destruction d'exergie du circuit principal. La seconde série de graphiques présente les rendements et taux de destructions d'exergie dans les deux échangeurs du système pour différentes valeurs de dT_{ev} .

dement du circuit principal, « gouvernant » le rendement total du système comme nous venons de le voir dans la précédente discussion. Cependant, on peut constater en comparant les graphiques des figures 3.2.24d à 3.2.24f, que plus la différence dT_{ev} sera grande, et plus le plateau de destruction totale d'exergie à l'évaporateur sera large. C'est-à-dire que sur toute la période de l'année où la température de l'environnement est comprise dans cet intervalle, tel que $\delta_{ev} = 0$, la contribution exergetique du sol est nulle et doit être complètement fournie par le compresseur du circuit principal. De plus, sur cette même série de graphiques, on note que la température $T_0 = 285$ K à partir de laquelle le taux de destruction d'exergie décroît est inchangée car, en augmentant dT_{ev} , c'est la température d'évaporation du R134a que l'on diminue, l'eau sortant du sol à une température constante. Or, diminuer la valeur de P_{bp} , augmente *de facto* la différence de pression entre les deux échangeurs, car P_{hp} est également contrainte, indirectement par les températures imposées par la législation dans le circuit de chauffage; impliquant donc un travail requis au compresseur plus important. Cette seconde série de graphiques indique donc, *a contrario* de la première, que l'on a intérêt à limiter la différence dT_{ev} afin de minimiser la période de l'année pendant laquelle aucune exergie n'est transmise du sol au système.

La valeur $dT_{ev} = 5$ K qui a été choisi dans l'analyse de la sous-partie 3.2.2.3 correspond à une optimisation visuelle de ces courbes, impliquant un plateau de destruction totale d'exergie à l'évaporateur le plus petit possible pour une surface raisonnable d'échange à l'évaporateur, de l'ordre de 50 m^2 .

3.2.2.5 Variation de la charge exergetique du R134a à pression constante

Pour conclure cette étude, nous souhaitons finalement présenter les variations, à pression constante, de la charge exergetique du R134a, et des potentiels, exergetique et anergetique, qui lui sont associés, ainsi que celles des facteurs exergetiques correspondant. En effet, nous avons pu voir dans les analyses précédentes que le R134a ne se comporte ni comme un gaz parfait ni comme un liquide incompressible; et nous nous sommes rendu compte que celui-ci présente un minimum d'exergie à une température qui ne coïncide pas avec celle du changement de signe de sa charge exergetique. Nous présentons ici, sans entrer dans des considérations explicatives, les points de divergence avec ce que nous avons pu expliquer pour les gaz parfait ou les liquides incompressibles.

On a réalisé cette étude pour les deux pressions, P_{bp} et P_{hp} , considérées dans ce travail; on rappelle que les températures de changement de phase sont respectivement données par $T_{ev} = 276,75$ K et $T_{cd} = 318,15$ K. Sur les graphiques de la figure 3.2.25, on a tracé les variations considérées en fonction d'un index d'évolution entier i , défini tel que :

$$\Delta i = \begin{cases} 1 \text{ K} & \text{de 1 à 101 et de 203 à 301, le R134a est liquide ou gazeux} \\ 1 \%_{\text{mass}} & \text{de 102 à 202, le R134a est dans un état mixte liquide/vapeur,} \end{cases} \quad (3.2.150)$$

allant donc jusqu'à 100 K sous la température de condensation ou d'évaporation, et jusqu'à 98 K au-dessus. Les variations, en fonction de cet index, de la charge exergetique, des potentiels qui lui sont associées et du facteur exergetique correspondant sont tracées sur les graphiques de la figure 3.2.25 à $P = P_{bp}$ à gauche, et à $P = P_{hp}$ à droite. On a délimité par des lignes verticales en pointillés les trois domaines : de changement de phase au milieu, et de température de par et d'autre de celui-ci.

On note que, d'un côté, le minimum d'exergie, aux deux pressions considérées, intervient à une température T_{\min} à laquelle le R134a est sous forme liquide, à gauche des

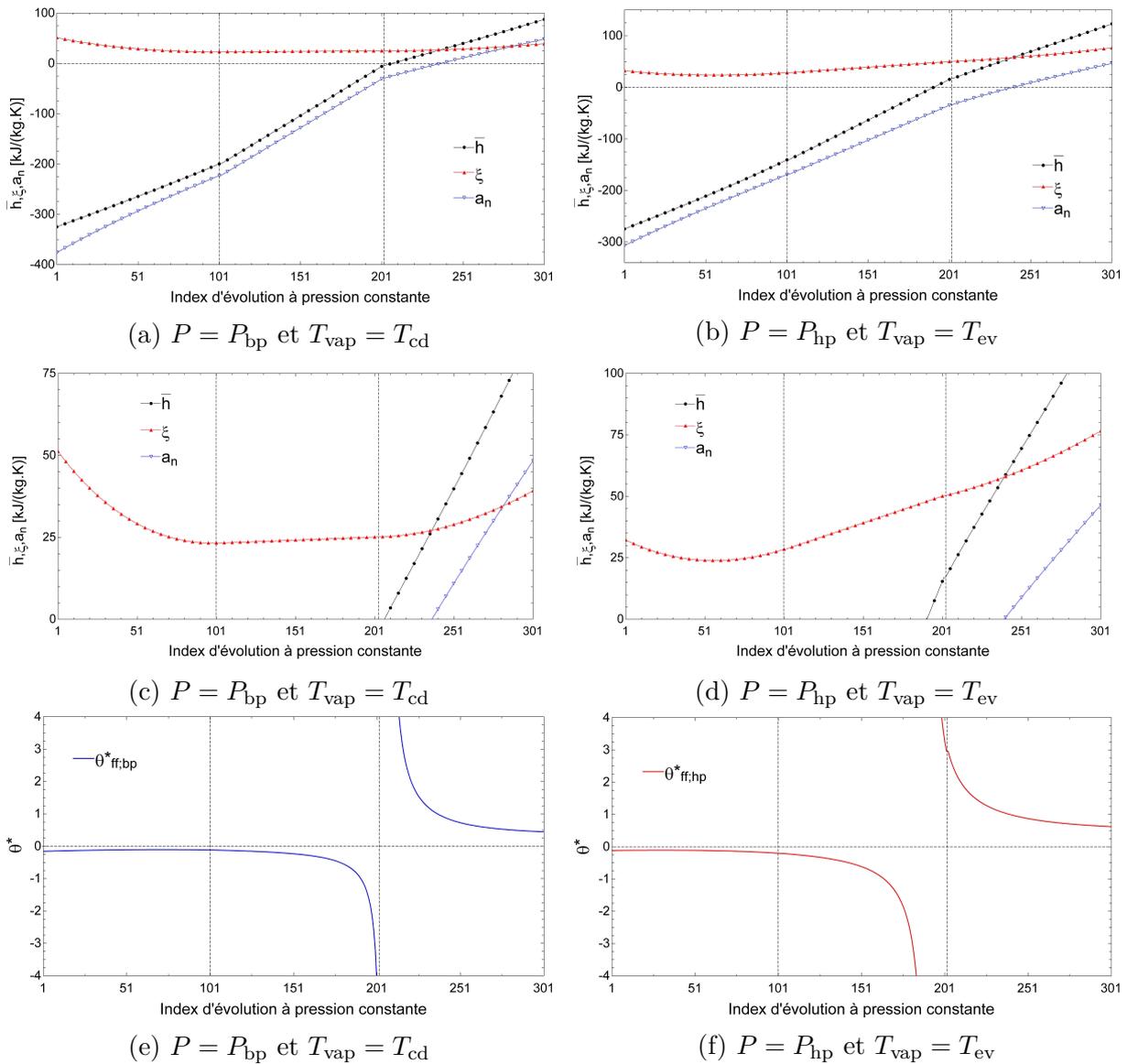


FIGURE 3.2.25 – Variation de la charge et du facteur exergetique du R134a à pression constante ($P = P_{bp}$ à gauche et $P = P_{hp}$ à droite) en fonction d'un index d'évolution lié à la température lorsque le fluide est constituée d'une seule phase (liquide, de 1 à 101, ou gazeuse, de 203 à 301), ou à sa fraction de vapeur lorsqu'il est à la température d'évaporation à la pression considérée ($T_{ev} = 276,75$ K à gauche et $T_{cd} = 318,15$ K à droite). Lorsqu'il est lié à la température, 1 point d'index correspond à 1 K ; les valeurs des potentiels représentés sont donc fournies de 176,7K à 374,8K sur les graphiques de gauche, et de 218,1K à 416,2K sur ceux de droite. Lorsqu'il est lié à la fraction de vapeur, de 102 à 202, 1 point d'index correspond à 1 % de vapeur, allant de 0 à 100 %. La température de l'environnement est prise égale à $T_0 = 274,15$ K.

différents graphiques. De l'autre, on note que le changement de signe de sa charge exergetique a lieu juste après le changement de phase à basse pression (graphiques de gauche), et pendant le changement de phase à haute pression, lorsque le fluide présente une fraction de vapeur d'environ 0,9. Ainsi, lorsque le fluide frigorifique se trouve dans un état de température supérieure à T_{\min} et tel que sa charge exergetique est négative, celui-ci se comporte comme un fluide *chaud* dans le sens où lorsqu'il émet de la chaleur, il va également émettre de l'exergie, alors qu'il est effectivement *froid* tel que définie précédemment. Il nous semble que c'est une propriété qui en fait un bon fluide frigorifique car, bien qu'effectivement *froid*, celui-ci va continuer à émettre de l'exergie alors qu'un fluide « parfait » absorberait de l'exergie, *potentiel travail de maintien*, à mesure qu'il émettrait de la chaleur. En comparant les graphiques de gauche à ceux de droite, on peut alors constater que plus la pression est élevée et plus cet effet est accentué. Plus particulièrement, la différence d'exergie entre les deux états du fluide de part et d'autre du changement de phase, est d'autant plus forte que la pression est grande, et elle est quasiment nulle à $P = P_{bp}$. On rappelle qu'à cette pression, le R134a change de phase à $T_{ev} = 374,15 \text{ K}$, 1 K de plus que la température de l'environnement. On note finalement que le facteur exergetique, étant donné sa définition et le fait que l'exergie soit toujours positive, permet malgré tout de déterminer si le fluide est effectivement *froid* ou *chaud*; et donc de savoir si l'exergie se propage de manière co-courante ou à contre-courant du flux de charge, indépendamment du fait qu'il s'agisse d'un *potentiel travail moteur* ou *de maintien*.

3.2.2.6 Représentation graphique

Nous présentons maintenant la représentation faite à l'aide du programme introduit dans la première partie de ce chapitre. Nous avons vu dans les analyses précédentes que lorsque $T_0 = 274,15 \text{ K}$, le R134a est effectivement *chaud* lorsqu'il est gazeux, et *froid* aux points du circuit où il est liquide. Or, en l'état actuel, le programme ne permet pas de représenter ces deux réalisations différentes de l'exergie; notamment parce qu'il n'est pas possible de distinguer deux sens de propagation distincts. De plus, nous avons vu que lorsqu'il est effectivement *chaud*, le R134a présente un facteur exergetique supérieur à 1, ce qui n'était pas prévu au début de l'élaboration du programme. Alors, pour les besoins de l'illustration, nous avons modifié l'état de référence $(h_0, s_0)_{ff}$ du R134a, équations (3.2.31), afin que celui-ci soit effectivement *chaud* sur tout le circuit, du point de vue de cette référence :

$$\begin{cases} h_{0,ff,liq}(T_0 = 1^\circ\text{C}, \text{ phase} = \text{liquide saturé}) = 53,20 \text{ kJ/kg} & (3.2.151a) \\ s_{0,ff,liq}(T_0 = 1^\circ\text{C}, \text{ phase} = \text{liquide saturé}) = 0,2093 \text{ kJ}/(\text{kg K}). & (3.2.151b) \end{cases}$$

Nous avons bien conscience que ce n'est plus l'exergie du fluide qui est alors représentée mais, en attendant de pouvoir faire évoluer l'outil, nous avons dû nous résigner à cette entorse pour ce rendu de thèse. On note que ce changement de référence ne modifie que les résultats numériques des potentiels thermodynamiques relatifs du fluide frigorifique, \tilde{h} et \tilde{s} , et donc par conséquent celles de ses exergie et anergie; mais pas celle des flux énergétiques échangés, et donc celles des débits non plus; les valeurs utilisées pour la représentation de la figure 3.2.26 sont rassemblées dans le tableau 3.2.21.

On note tout d'abord que la représentation du circuit enterré n'est pas tout à fait fidèle à l'étude que nous avons présentée. En effet, nous avons représenté le système comme s'il s'agissait d'un circuit bouclant dans le sol afin de pouvoir tracer, explicitement tout en haut, la quantité d'énergie pompée dans le sol; et de plus, nous avons indiqué les pertes

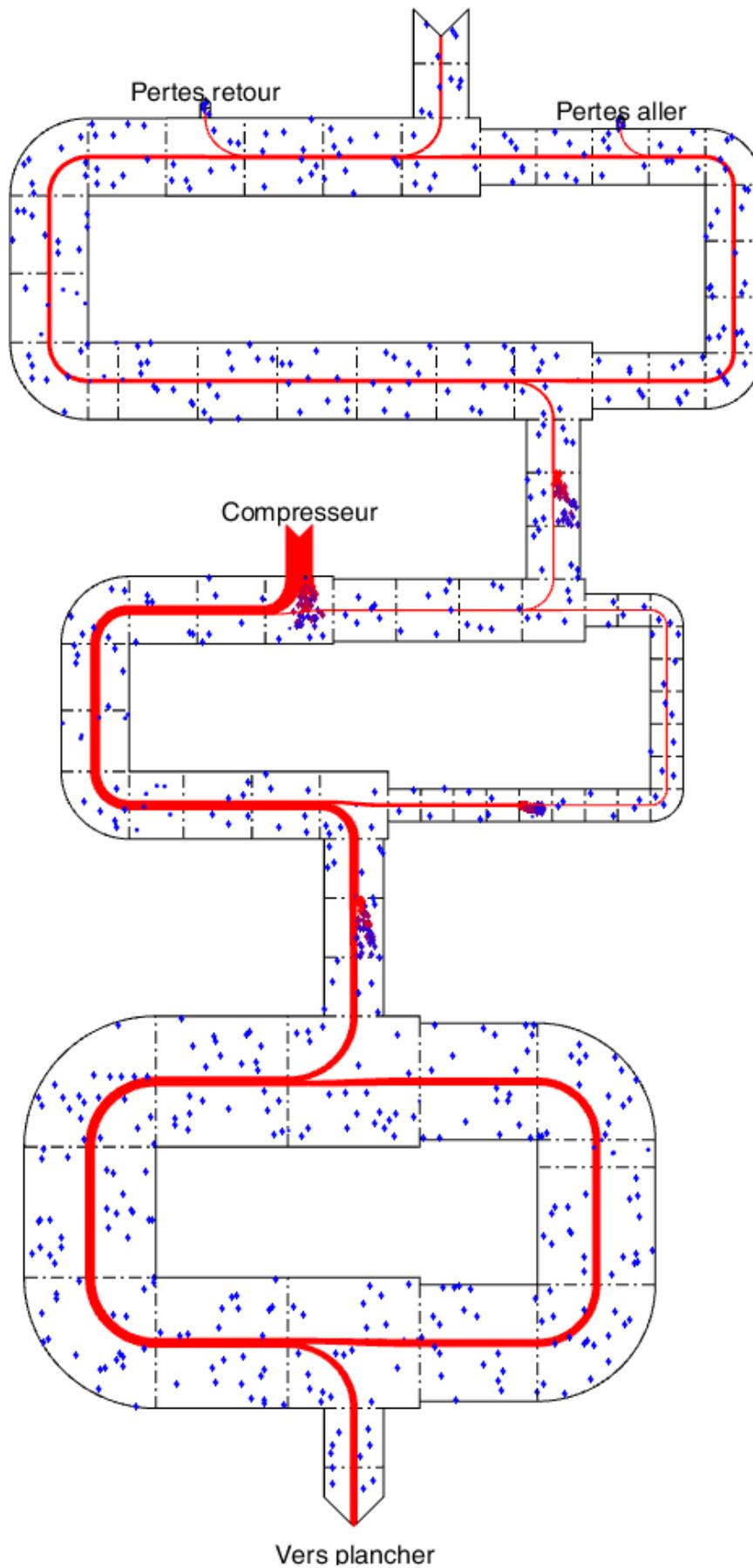


FIGURE 3.2.26 – Représentation graphique de la PAC.

TABLEAU 3.2.21 – Grandeurs thermodynamiques des points fluides du circuit primaire pour la représentation graphique avec $T_0 = 1^\circ\text{C}$, $P_0 = 1 \text{ atm}$. L'état $(h_0, s_0)_{\text{ff,liq}}$ du R134a est établi à la phase liquide du fluide (cf. équation (3.2.151)).

	$\tilde{h} = h - h_0$ [kJ/kg]	$\tilde{s} = s - s_0$ [kJ/(kg K)]	$\xi_h = \tilde{h} - T_0\tilde{s}$ [kJ _x /kg]	θ^* [%]
1	43,26	0,1563	0,416	0,961
2	203,8	0,7365	1,98	0,969
3	237,2	0,7567	29,8	12,6
4	43,26	0,1470	2,96	6,83

discutées au début de l'étude, cf. équations (3.2.72) et (3.2.73). Néanmoins, toutes les surfaces sont conformes aux résultats présentées dans l'étude de la sous-partie 3.2.2.3, ou dans le tableau 3.2.21 pour les flux, de charge et exergétique, du circuit principal. On rappelle que les aires des surfaces représentent des données vectorielles, de la forme présentée à l'équation (3.1.7), pour les différents types de flux considérés : chaleur, travail ou fluide. On note également que l'énergie apportée par les pompes de circulation n'a pas été représentée car négligeable, d'un ordre de grandeur plus petit que celui des pertes thermiques.

D'un point de vue général tout d'abord, conformément à ce que nous avons expliqué dans la sous-partie 3.1.1.3, on note que les trois circuits sont positionnés les uns au-dessus des autres, de tel sorte que l'énergie et l'exergie qui est transmise de l'un à l'autre se propage graphiquement de haut en bas. Ceux-ci sont connectés les uns aux autres par l'intermédiaire de la routine `exchgrFlux.m` (fonction 9) qui trace également la destruction d'exergie occasionnée. Ensuite, dans le circuit principal on peut visualiser l'exergie détruite au compresseur, en haut à gauche, et au détendeur, en bas à droite. Ce dernier ne porte pas de nom comme on l'a fait pour le compresseur, car c'est la routine `arrowFlux.m` (fonction 7) qui permet de donner un nom aux flux d'énergie entrant ou sortant du système. Or, le détendeur étant considéré sans pertes, il s'agit d'une destruction pure et simple d'exergie, et aucun flux d'énergie ne sort donc du système. On peut également noter au niveau des coins, inférieur gauche pour les deux premiers circuits et supérieur droit pour le troisième, le raccord effectué à l'aide de la routine `turnFlux.m` (fonction 6) pouvant tracer des fractions de briques de part et d'autre du tournant. On note que nous avons requis la délimitation des briques de flux afin de permettre une visualisation des détails de la construction à des fins explicatives, mais on aurait pu ne pas activer cette option lors de l'appel des différentes routines. On observerait alors des flux continus, détruisant une part de leur exergie au contact des différents composants du système. Les surfaces importantes à considérer finalement, étant celles entrantes et sortantes du système. On peut alors constater que la quantité d'énergie pompée dans le sol, tout en haut du schéma, est du même ordre de grandeur que celle émise dans le plancher, tout en bas ; mais que la fraction d'exergie présente dans la première a été « gonflée » par la traversée du système, avant d'être émise dans le plancher. Ce « gonflement » est apporté au compresseur sous forme de travail pur, permettant également de contrebalancer les différentes destructions d'exergie occasionnées par les composants du système.

L'intérêt principal de cette représentation est de pouvoir comparer deux systèmes, et plus particulièrement les différences de surfaces entre leurs sources énergétiques d'une

part, et entre celles associées aux destructions d'exergie d'autre part. C'est pourquoi nous avons également représenté une version très simplifiée du système actuel de chauffage fonctionnant à l'aide d'une chaudière à gaz, figure 3.2.27. Celle-ci n'est pas fidèle au système actuel, mais nous souhaitons ici simplement suggérer la possibilité de mise en perspective permise par l'outil introduit dans ce chapitre, comme nous l'avons fait pour le système solaire discuté dans la sous-partie 3.2.1.

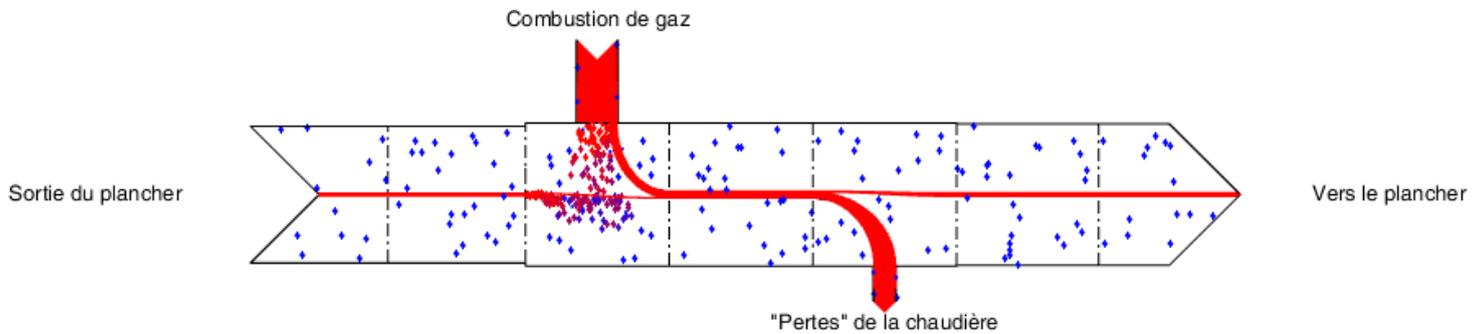


FIGURE 3.2.27 – Représentation graphique simplifiée de la chaudière à gaz alimentant le bâtiment A de l'UPN en chauffage.

Pour cette estimation, on a posé arbitrairement un rendement énergétique, $\eta_{m, \text{ch}} = 0,7$, permettant de calculer le flux de chaleur requis à la chaudière :

$$\dot{Q}_{\text{ch}} = \frac{\dot{Q}_{\text{cd}}}{\eta_{m, \text{ch}}} = 357,14 \text{ kW.} \quad (3.2.152)$$

Ensuite, la brique de flux correspondante, sur la partie supérieure du schéma, peut être vu comme proportionnel à la quantité de gaz, dont le pouvoir calorifique serait connu, nécessaire pour la combustion. Alors, si l'on considère la fraction d'exergie initialement disponible dans le carburant, on prend, de même que dans l'exemple solaire traité précédemment, le rapport de son exergie physico-chimique massique sur son pouvoir calorifique inférieur, équation (3.2.18) : $\theta_{\text{gaz}}^* = 0,94$. Alors, les « pertes », indiquées sortantes dans la partie inférieure du schéma, ont été considérées comme une quantité d'énergie sortante avec la même fraction exergetique que le gaz entrant dans la chaudière.

On peut finalement comparer les surfaces représentatives des quantités d'énergie apportée dans l'un et l'autre des systèmes, au compresseur dans le premier et sous forme de gaz dans le second. La première étant plus petite, il y a un intérêt économique à considérer ce système qui, de plus, utilise au moins une source d'énergie renouvelable.

3.3 Apports et pistes d'amélioration de l'outil

Apports et perspectives

Nous avons vu dans les chapitre 1 que l'analyse exergetique permet, d'une manière élégante et directe, le calcul des rendements de chaque élément d'un système énergétique complexe donné, afin de cibler les destructions d'exergie qui s'y produisent. Cependant, les résultats chiffrés ne parleront pas à tout le monde et pour que le message soit communiqué au plus grand nombre, nous pensons, à l'instar de N. Bonaparte, qu'« un bon croquis vaut mieux qu'un long discours. »

Le modèle d'exergo-graphie présenté dans ce chapitre ambitionne de rendre plus visuels et accessibles les enseignements de l'exergétique afin que celle-ci soit utilisée de manière plus systématique, pour que cessent les aberrations exergétiques auxquelles une quête de progrès « à l'aveuglette » nous a parfois menée ; par exemple se chauffer avec un radiateur électrique dont l'électricité fournie a été générée par combustion. En effet, pendant les premiers temps de l'industrialisation, les questions de la limitation des ressources ou de la fragilité de notre écosystème Terre étaient ignorées, au sens propre du terme. Cependant, de nos jours, il n'est plus possible de négliger ces questions et des raisonnements en termes d'énergie maximale doivent être substitués par des analyses en termes de puissance maximale par exemple (voir notamment la discussion de Feidt (2017) sur le sujet). Néanmoins, une bonne méthodologie « sur le papier » n'est réellement efficace que si elle est utilisée « dans la société ». L'exergétique est désormais une science bien documentée dans la « sphère » de la recherche, mais encore trop peu enseignée ou utilisée à grande échelle. Nous pensons qu'une meilleure « intégration » du second principe de la thermodynamique dans les utilisations pratiques de la société, passera par une plus grande appropriation de l'exergie, plus intelligible que l'entropie pour les non spécialistes, par les différents corps de métier ; allant du maçon, qui réfléchit aux matériaux, au politique, qui valide les travaux d'urbanisme. Nous pensons de plus, que celle-ci sera facilitée par la mise en place d'outils graphiques permettant cette communication inter-disciplines. Néanmoins, le programme présenté dans ce travail est encore loin de répondre à toutes les exigences requises par un tel outil, nous discutons donc maintenant les pistes d'amélioration que nous avons dégagées.

Pistes d'améliorations de l'outil

Tout outils qui ambitionne à être utilisé par des non spécialistes doit nécessairement intégrer une interface graphique, accessible et simplifiée au maximum. Cependant, avant d'en arriver à un tel niveau de développement, bien de la route reste à faire et nous faisons abstraction de ce détail qui n'est pas à l'ordre du jour. Techniquement, nous avons identifié deux points nécessaires pour que l'outil puissent être pleinement opérationnel et permettre de représenter tout type de système thermo-mécanique destinés à produire du chaud, du froid, de l'électricité ou une combinaison de ceux-ci. Nous discutons ensuite d'un potentiel élargissement à une échelle plus large, économique, d'un quartier ou un pays par exemple.

La première amélioration sur laquelle nous souhaitons travailler concerne la gestion des flux d'exergie, *potentiel travail de maintien*, qui sont, comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, des propagations d'un *défaut* d'énergie par rapport à la configuration d'équilibre du support considéré avec son environnement. On pourrait envisager une couleur différente, bleue plutôt que rouge par exemple, pour distinguer les deux types de flux. Cependant, il nous semble qu'un simple changement de couleur ne serait pas suffisant en soi. En effet, dans les différentes discussions du chapitre 2, nous avons pu apprécier la différence fondamentale que présentent ces deux expressions de l'exergie ; qui de plus, parfois cohabitent dans une même configuration énergétique (voir par exemple le cas non « standard » de la figure 2.3.2c). Laissant de côté les situations de fluide non « standards », on peut dire que, d'une certaine manière, pour les systèmes *chauds*, exergie et anergie se complètent « au sein » de la charge exergétique ; alors que pour les *froids*, cette dernière peut être vu comme « étirée » dans un puits de potentiel anergétique, plus profond d'une quantité égale à l'exergie du système. Alors, il faut se poser la question de savoir si, pour ces derniers, il faut représenter l'exergie sur fond de charge exergétique ou de potentiel

anergétique. Ou en d'autre terme, est-ce que la brique élémentaire de flux du modèle doit être représentative du défaut d'énergie du point de vue du seul premier principe de la thermodynamique, ou des deux principes conjointement ; c'est-à-dire en prenant en compte le défaut énergétique *total*, effectif, $(-\tilde{h})$, plus potentiel, ξ_h , comme nous l'avons qualifié dans le chapitre 2 ; c'est-à-dire finalement le défaut anergétique $(-a_n)$.

La seconde amélioration qu'il nous semble nécessaire d'apporter concerne la gestion des flux d'exergie fluide présentant un facteur exergetique supérieur à 1, et la gestion de la divergence de celui-ci lorsque la charge exergetique tend vers 0. Pour les fluides *froids*, nous avons vu que le facteur exergetique n'est peut-être pas l'indicateur pertinent à considérer, cf. équation (2.2.18), mais même ce « facteur exergetique *froid* » diverge lorsque l'anergie du fluide tend vers 0. Il nous apparait donc nécessaire d'incorporer ces cas de figure au modèle de représentation car, bien qu'intervenant sur des domaines de températures relativement étroits, on est amené à les rencontrer lorsque l'on traite des systèmes opérant au voisinage de la température de l'environnement, comme on a pu le voir dans la dernière étude de ce chapitre.

Dans ce travail, nous nous sommes concentré sur l'exergie physique, thermo-mécanique, mais la composante chimique de l'exergie est de plus en plus utilisée dans une nouvelle branche de recherche pluridisciplinaire qui a émergée ces dernières années et rassemblent physiciens, chimistes, biologistes, « éco-systémistes », économistes, sociologues même parfois, autour de la question d'un développement durable de notre société. Celle-ci a donnée lieu à des disciplines telles que l'éco-exergie (Jørgensen, 2006 ; Jørgensen et Nielsen, 1998), l'écologie industrielle (Jelinski et collab., 1992 ; Socolow, 1997 ; Lifset et Graedel, 2002), la thermo-économie (Evans, 1961 ; Georgescu-Roegen, 1971) ou encore l'exergo-économie (Tsatsaronis, 1996), pour ne citer que ceux-là. Dans la même lignée, d'autres travaux s'attachent à quantifier l'utilisation (Wall et Gong, 2001 ; Gong et Wall, 2001 ; Hermann, 2006) et l'épuisement Herfindahl (1967) ; Szargut et collab. (2002) des ressources, ou encore la pollution des processus industriels (Fiksel, 1996 ; Seager et Theis, 2002b ; Carpenter, 1990) Une revue de la littérature économique employant l'exergie est proposée en annexe C, les idées portées par les auteurs sus-mentionnés y sont notamment présentées. Étant donnée la portée offerte par l'analyse exergetique, tant du point de vue thermo-mécanique que chimique, il nous apparaît possible de rêver à un outil idéal, s'appuyant sur cette quantité, dans la lignée de celui présenté dans ce travail, qui permettrait également de retracer les flux de matières premières et de pollution éventuellement engendrés par les procédés énergétiques.

Chapitre 4

Représentation fractale de l'exergie

« la miniaturisation qui pilote aujourd'hui le monde industriel et informatique ne pourra pas se passer de développer une thermodynamique qui intègre pleinement la notion d'échelle : il s'agit donc de faire émerger une thermodynamique multi-échelles. »

Diogo Queiros-Condé (2015)

Le travail que nous présentons dans ce dernier chapitre est un modèle-jouet que nous avons développé dans les premiers temps de la thèse afin d'essayer d'établir un lien conceptuel entre le comportement microscopique, statistique, des constituants du support d'un certain flux de chaleur, et les observables macroscopiques qui le caractérisent, sa température en l'occurrence. Nous ne discutons pas du « support » à proprement parler, on considère simplement qu'il peut être décrit par un facteur exergétique, associé à une certaine température, et que l'on considère compris entre 0 et 1. Étant donné qu'aucune confusion n'est permise dans ce chapitre qui reste très général, on le note simplement θ , sans étoile en exposant. On se restreint alors uniquement aux systèmes *chauds* « standards » ; mais nous pensons qu'un développement futur appliqué aux systèmes *froids* pourrait permettre, tout comme cette étude l'a fait pour nous, de mieux appréhender la notion de « qualité » qui est généralement associée à l'exergie. Cet aspect qualitatif peut s'exprimer comme suit pour les systèmes *chauds* : plus ils contiennent d'exergie, *potentiel travail moteur*, et plus grande est la quantité d'énergie qu'ils contiennent que l'on pourra extraire sous forme de travail, et donc plus cette dernière est « de qualité ». Cette vision nous apparaît un peu réductrice et nous y reviendrons à la fin du chapitre. On peut néanmoins voir cette notion de « qualité » par l'opposé : moins il y a d'exergie dans un certain système *chaud*, et plus son énergie est « dégradée » ; l'état d'équilibre avec l'environnement étant celui de « dégradation complète », l'énergie du système considéré est alors complètement « dégradée » et on ne peut « rien en tirer ». On note alors que cette vision en termes de « dégradation » est également applicable dans une certaine mesure aux systèmes *froids*. En effet, plus on augmente l'exergie d'un tel système, i.e. plus on l'éloigne de son équilibre avec l'environnement par valeur inférieure, plus on tend à « figer » ses constituants dans des états de moins en moins énergétiques. Ainsi, plus il y a d'exergie dans un système *froid*, et plus ses constituants seront « contraints » dans l'espace des énergies, car disposant de moins d'énergie par degré de liberté comme on a pu le voir dans les discussions du chapitre 2. C'est cet aspect « figé » qui, il nous semble, définit la « qualité » d'un système *froid* ; et qui se « dégrade » à mesure que celui-ci tend vers l'équilibre avec son environnement. Dans les deux cas, on peut voir cette « dégradation » comme

une « déstructuration » du système, mais qui s'exprime différemment en fonction que le système est *chaud* ou *froid*. Pour ceux de la seconde catégorie, c'est leur aspect « figé » qui est dégradé, alors que pour ceux de la première, c'est leur aspect « orienté ». En effet, lorsque ces derniers sont *très* écartés de leur équilibre avec l'environnement, on a vu dans le chapitre 2 que leurs états d'énergie sont alors *très* « denses », et l'énergie totale du système peut donc être vu comme *très* « orientée ». En effet, chaque constituant du système possède alors une grande quantité d'énergie dans ses différents degrés de liberté, et donc *a fortiori*, une grande énergie cinétique; et ce, dans une structure d'ensemble corrélée également très énergétique. C'est l'idée première qui a motivé l'élaboration de ce modèle-jouet au travers duquel nous proposons de représenter un flux d'exergie pure (du travail ou de la chaleur quand $T \rightarrow \infty$), comme se propageant en ligne droite, un peu à l'image d'un écoulement laminaire; alors que, par définition un flux de chaleur à une température finie présente une structure interne plus complexe, turbulente.

Avec ce modèle-jouet, dont les conclusions sont encore partielles, c'est donc l'aspect structurel de la chaleur que nous avons voulu questionner. Pour ce faire, nous allons construire la trajectoire d'un *quantum* de chaleur, supposé sur un réseau plan, qui agit probalstiquement sur un hypothétique piston. Où le terme de quantum est à comprendre dans le sens d'une petite quantité de chaleur. La ligne fractale résultante de sa trajectoire sera appelée un *corrélon* dans la suite. Où l'aspect fractal est à comprendre au sens de « brisé à toutes les échelles », tel que l'introduit Mandelbrot (1982); et de plus ici, au sens physique du terme et non mathématique, c'est-à-dire que l'objet est fractal sur une certaine gamme d'échelles comprises entre l'échelle de coupure, l_c , la distance entre deux mailles du réseau dans notre cas, et l'échelle intégrale, l_0 , la plus grande échelle non triviale, au-delà de laquelle on ne perçoit plus aucun détail. Le nom, corrélon, a été posé en référence aux corrélations qui interviennent dans les systèmes énergétiques complexes, et que l'on peut voir comme « constitutive » de la structure, dynamique, multi-échelle de la répartition interne d'énergie. Nous présentons dans la partie 4.1 l'algorithme de construction de ces corrélon puis, dans la partie 4.2, nous en étudions les caractéristiques géométriques que nous discutons en parallèle des paramètres énergétiques, thermiques, initialement associés au quantum de chaleur les ayant « engendré ». Finalement, dans la partie 4.3, nous revenons sur les apports du modèle-jouet et discutons les perspectives offertes par celui-ci. La plupart de ce qui est présenté dans ce chapitre a été publié par Canivet et collab. (2016).

4.1 Description du modèle-jouet

Pour construire le corrélon correspondant à une certaine quantité de chaleur, Q , on fait une analogie entre cette dernière et le nombre total de pas, $N_Q \sim Q$, dont dispose un certain quantum de chaleur pour déplacer un piston hypothétique. On suppose que le quantum est initialement placé sur la gauche du plan, à la coordonnée $(i = 0, j = 0)$, juste derrière le piston. Alors, pas à pas, le *quantum* peut pousser le piston d'un incrément vers la droite, $(i, j) \rightarrow (i + 1, j)$, ou diffuser sur le côté, $(i, j) \rightarrow (i, j \pm 1)$, voir la figure 4.1.1a. Ce faisant, on suppose que le *quantum* « chauffe » les mailles du réseau traversées en y cédant la quantité d'énergie :

$$q = \frac{Q}{N_Q}. \quad (4.1.1)$$

Sur la figure 4.1.1b, on peut visualiser la trajectoire du *quantum* en rouge et les mailles du réseau traversées ont été encadrées en noir. Pour cet exemple illustratif, on a arbitrairement posé $\theta = 0,15$ et $N_Q = 60$. On note que la distance, l_c , entre deux nœuds du réseau a été arbitrairement posée égale à 1. D'un point de vue différent, on peut se représenter cette situation en considérant une certaine source chaude émettant sur le plan des *quanta* de chaleur q les uns à la suite des autres afin de chauffer le plan. Dans ce contexte, chaque *quantum* ajouté génère un déplacement d'une distance égale à l_c , la distance minimale entre deux points du réseau. Lorsque le *quantum* est purement exergetique, le déplacement est longitudinal, vers la droite si la source de chaleur est supposée à gauche du plan, sinon le déplacement est latéral.

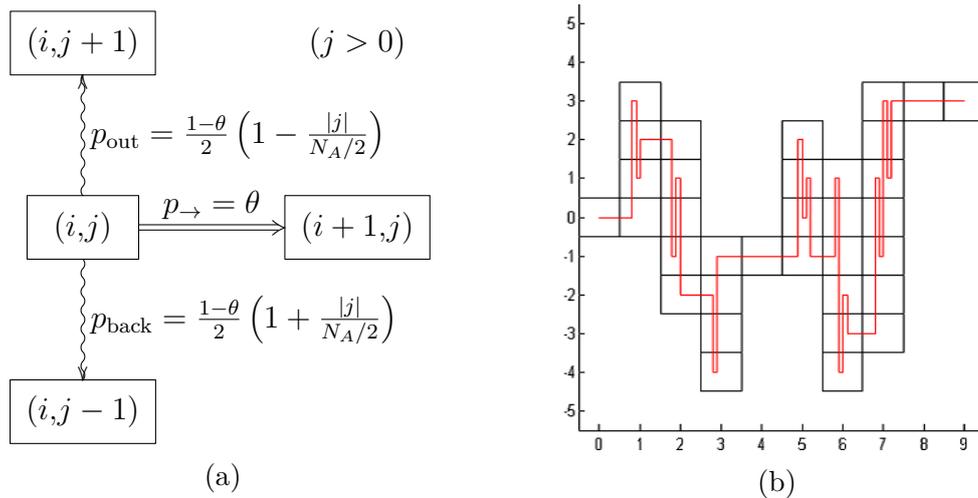


FIGURE 4.1.1 – Algorithme de construction (a) et exemple de trajectoire (b) d'un corrélon. La première figure présente les probabilités de diffusion du quantum de chaleur pour $j > 0$ (p_{out} et p_{back} seraient inversées dans le cas contraire). Pour la seconde, on a $\theta = 0,15$ et $N_Q = 60$.

Nous avons vu dans les chapitres précédents que, pour les systèmes *chauds*, l'exergie est la fraction de la chaleur qui peut potentiellement être extraite pour produire un travail ; on pose alors que la probabilité que le *quantum* a de pousser le piston est donnée par le facteur exergetique correspondant :

$$p_{\rightarrow} = \theta. \quad (4.1.2)$$

Par abus de langage dans la suite, on parlera de la température du corrélon pour désigner la probabilité qui lui est associée au travers du facteur exergetique θ . Ensuite, alors que le mouvement longitudinal est causé par la fraction exergetique de la chaleur, on suppose que la diffusion latérale est *contrainte* par l'anergie. Un peu à l'image de la turbine donnée au début de la sous-partie 2.2.3. C'est-à-dire que l'on va considérer l'anergie comme une « force structurante » qui va tendre à ramener le *quantum* vers la ligne centrale, $j = 0$, lorsqu'il diffusera sur le côté. Ainsi, le canal central d'exergie peut être vue comme plongé dans un bain d'anergie de largeur totale $L_A = (1 - \theta)N_Q l_c$, ce dernier ayant pour rôle de contraindre la diffusion. La force de rappel est supposée agir comme un ressort de telle sorte que plus le *quantum* sera éloigné de la ligne centrale, et plus la force de rappel sera importante. On pose alors que la probabilité de rappel est donnée par :

$$p_{\text{back}} = \frac{1 - \theta}{2} \left(1 + \frac{l_j}{L_A/2}\right), \quad (4.1.3)$$

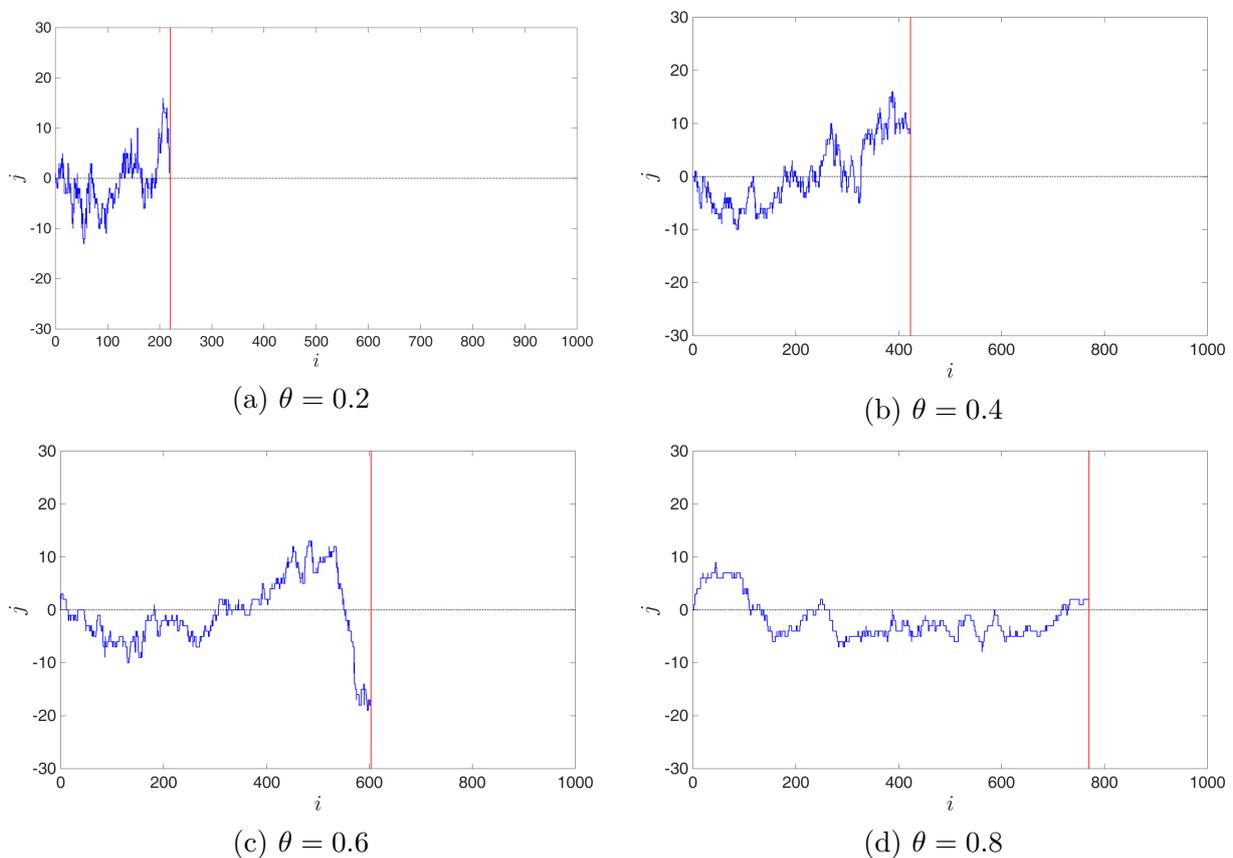
où $l_j = |j|l_c$ est la distance du *quantum* à la ligne centrale.

On remarque finalement que, sur le schéma de la figure 4.1.1b, on peut constater que certaines mailles (carrés noirs) sont traversées plusieurs fois par le *quantum* de chaleur, on parlera de déplacements de recouvrement dans ce qui suit. On suppose alors que lorsqu'une maille du réseau a été chauffée par un passage du *quantum*, celle-ci reste chaude, à la température de ce dernier, lorsqu'il la quitte. De telle sorte que si le *quantum* y repasse et lui cède à nouveau une quantité de chaleur q , cette dernière est « inutile » car la maille est déjà chaude à la même température que le *quantum*. On peut également se représenter ceci en considérant que chaque maille peut emmagasiner une quantité $q = Q/N_Q$, et seulement une, le reste étant dissipé hors du plan.

4.2 Caractéristiques des corrélons

L'algorithme probabiliste de la figure 4.1.1a a été implémenté sous Matlab et quatre exemples sont présentés sur la figure 4.2.1 pour un certain N_Q fixé arbitrairement et différentes températures. Le piston hypothétique poussé pas à pas par le *quantum* a été indiqué par une droite verticale rouge, et le canal d'exergie, $j = 0$, est indiqué en pointillés noirs. Les caractéristiques géométriques et énergétiques des corrélons présentés sont rassemblées dans le tableau 4.2.1e. Considérons dans un premier temps l'aspect global des lignes fractales obtenues. On peut constater que, tel qu'escompté d'après la définition statistique, la longueur des corrélons, correspondant à la distance totale sur laquelle le piston a été poussée, est telle que

$$L_X = N_X l_c \simeq \theta N_Q l_c, \quad (4.2.1)$$



(e) Caractéristiques géométriques et énergétiques.

Figure	θ	N_Q	Q	L_X	X	L_A	A
(a)	0.2	1000	$1000 q$	$219 l_c$	$200 q$	$800 l_c$	$800 q$
(b)	0.4	1000	$1000 q$	$437 l_c$	$400 q$	$600 l_c$	$600 q$
(c)	0.6	1000	$1000 q$	$607 l_c$	$600 q$	$400 l_c$	$400 q$
(d)	0.8	1000	$1000 q$	$773 l_c$	$800 q$	$200 l_c$	$200 q$

FIGURE 4.2.1 – Quatre corrélons de températures différentes, obtenus pour un même nombre arbitraire de pas, N_Q . La ligne centrale, $j = 0$, et le piston hypothétique sont respectivement indiqués par une ligne en tirets noir et une rouge en trait plein. Leurs caractéristiques géométriques et énergétiques sont présentés dans le tableau où, pour chaque corrélon représenté, on a indiqué : le facteur exergetique θ , le nombre de pas N_Q et la quantité de chaleur qui lui est associée Q , la longueur exergetique obtenue L_X et la quantité d'exergie associée X , la largeur du canal d'anergie L_A et la quantité d'anergie qui lui est associée A . On rappelle que q est la valeur du *quantum* de chaleur, équation 4.1.1, et l_c la distance de maille du réseau carré plan considéré.

où N_X , le nombre de mouvements vers la droite, est donc la grandeur correspondant à l'exergie dans le modèle, au même titre que N_Q est celle correspondant à la chaleur. Ensuite, on peut observer que plus la température est élevée, et moins la diffusion sur les côtés est marquée, et donc plus le corrélon ressemble à une ligne « de plus en plus droite ». On peut alors constater que les longueurs exergetiques, i.e. horizontales, ne sont pas exactement égales à $\theta N_Q l_c$ à cause du comportement probabiliste du *quantum* de chaleur. Néanmoins, lorsque l'on moyenne sur un suffisamment grand nombre de corrélons présentant un même couple de valeurs (θ, N_Q) , on retrouve bien :

$$\langle N_X \rangle = \theta N_Q. \quad (4.2.2)$$

On note enfin que les trajectoires obtenues présentent effectivement un comportement fractal étant donné que l'on observe des irrégularités, ou des brisures, à toutes les échelles ; de la longueur intégrale, l_0 , à celle de coupure, l_c . Nous proposons maintenant d'étudier ces trajectoires à l'aide de deux outils d'analyse : l'un issu de la géométrie fractale et l'autre de la thermodynamique.

4.2.1 Dimensions fractales

Nous proposons dans un premier temps de caractériser les corrélons à l'aide de leur dimension fractale propre, ou leur *dimension interne* comme nous l'appelons dans la suite, ainsi que de celle induite sur le plan, qu'on appellera *dimension de forme* dans la suite. Les deux méthodes de détermination de dimension fractale présentées ci-dessous ont été implémentées sous Matlab ; et nous les avons testées sur des fractals déterministes afin de nous assurer de leur validité. Nous les avons ensuite appliquées aux corrélons obtenus sur leurs gammes d'échelles propres, $[l_c, l_0]$, où on rappelle que l_0 est l'échelle intégrale de la trajectoire, et l_c celle de coupure, égale à la distance entre les mailles. On note que l'échelle intégrale n'est pas nécessairement la longueur, L_X , du corrélon, on a :

$$l_0 = \min \{L_X ; \Delta j l_c\}, \quad (4.2.3)$$

où $\Delta j = j_{\max} - j_{\min}$ est la distance entre le point le plus haut et celui le plus bas atteint par le corrélon. En effet, lorsque Δj est inférieure à L_X , plus aucuns détails latéraux ne sont observés aux échelles comprises entre Δj et L_X .

Nous avons vu à la figure 4.1.1b que le *quantum* de chaleur pouvait passer plusieurs fois sur la même case. Introduisant *de facto* une distinction entre la distance totale parcourue par le *quantum* et la surface effectivement couverte par celui-ci. Dans le contexte de l'analogie avec la chaleur faite dans ce chapitre, cette distinction géométrique peut être considérée en posant que seul le premier passage du *quantum* sur une maille donnée était effectivement « utilisé » pour la chauffer. C'est-à-dire que, tel qu'expliqué dans la partie 4.1, une maille chauffée par un passage du *quantum* est « mise à la température » de celui-ci et le reste après son départ. De tel sorte que s'il repasse ensuite par la même maille, la quantité de chaleur $q = Q/N_Q$ nouvellement apportée par le *quantum* n'impacte pas la température de celle-ci, et la chaleur q peut être vue comme dissipée hors du plan.

4.2.1.1 Dimension interne

La dimension interne des corrélons est déterminée à l'aide de la méthode dite de Richardson, ou encore de la règle. Celle-ci consiste en une mesure de la longueur totale du corrélon, $L(l)$, calculée à l'aide d'éléments de longueur l . On note que cette méthode permet de prendre en compte les mouvement de recouvrement, i.e. les passages multiples du *quantum* sur une même maille du réseau. La dimension fractale correspondante, Δ_{int} , est donnée par la relation :

$$L(l) \sim \left(\frac{l}{l_c}\right)^{1-\Delta_{\text{int}}}, \quad (4.2.4)$$

où on rappelle que la longueur intégrale, l_0 , est déterminée telle qu'à l'équation (4.2.3). La variation de Δ_{int} en fonction de θ est tracée en rouge sur la figure 4.2.2. On peut tout de suite constater qu'elle tend vers la dimension de l'espace d'intégration, $d = 2$ quand θ tend vers 0, et la dimension topologique, $d = 1$, quand θ tend vers 1. Aux grandes températures, ceci n'est pas surprenant étant donné que nous avons construit notre modèle-jouet sur

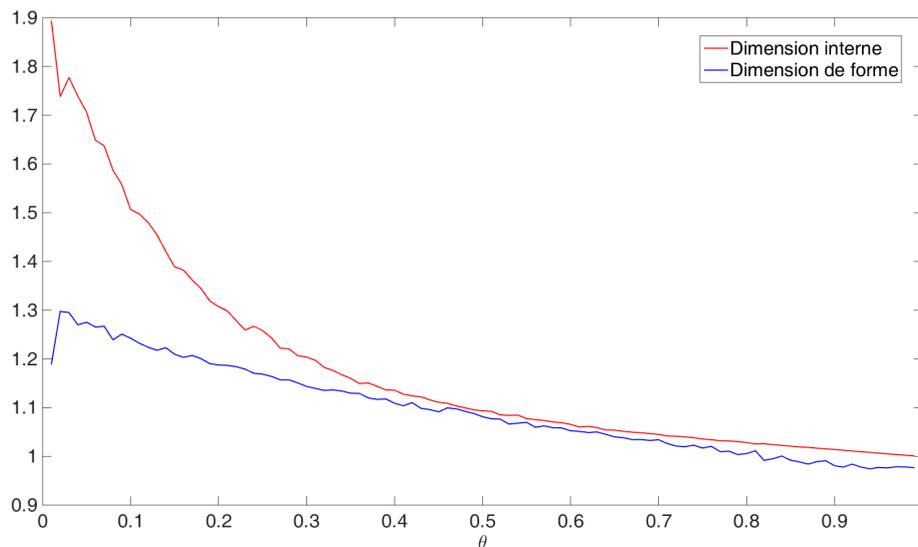


FIGURE 4.2.2 – Dimensions fractales, de forme et de structure, des corrélons en fonction de θ . Les courbes ont été obtenues en faisant la moyenne des dimensions fractales de 50 corrélons pour chaque point.

l'idée qu'un flux de chaleur fortement exergétique est très orienté, à l'image d'un flux laminaire. On rappelle que la probabilité que le *quantum* a de faire un pas vers l'avant est directement donnée par θ , cf. équation (4.1.2). Aux petites températures, les attentes n'étaient pas aussi évidentes, mais cela paraît tout de même assez naturel. En effet, lorsque $\theta \rightarrow 0$, on a également $p_{\rightarrow} \rightarrow 0$, de tel sorte que le *quantum* est très fortement contraint sur $[0, N_X]$, avec $N_X \ll N_Q$. Alors, celui-ci diffuse pendant de nombreux pas, de l'ordre de $N_Q/N_X \gg 1$, sur la même colonne i avant de passer à la suivante, $i + 1$, et ainsi « rempli l'espace » une colonne après l'autre.

4.2.1.2 Dimension de forme

Ensuite, la dimension de forme des corrélons est déterminée à l'aide de la méthode dite des boîtes (*box-counting method*) qui consiste en un comptage du nombre, $N(l)$, d'élément de surface carré de côté l , nécessaires pour recouvrir le corrélon considéré. La méthode des boîtes est assez directe à mettre en place, *a fortiori* sur un réseau plan carré; et on détermine la dimension fractale correspondante, Δ_{sh} , à l'aide de la relation

$$N(l) \sim \left(\frac{l}{l_c}\right)^{-\Delta_{\text{sh}}}, \quad (4.2.5)$$

avec l_0 la longueur intégrale du corrélon, équation (4.2.3). On note que par construction, cette méthode n'est pas sensible aux mouvements de recouvrement du *quantum*. Sa variation en fonction de θ est tracée en bleu sur la figure 4.2.2. On retrouve naturellement la même limite aux grandes températures que pour la dimension interne, mais sa valeur diminue, par rapport à cette dernière, à mesure que θ décroît. Lorsque θ s'approche de 0 mais est toujours supérieure à environ 0,05, la dimension de forme du corrélon tend d'abord vers la limite

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \Delta_{\text{sh}} = \frac{4}{3}, \quad (4.2.6)$$

que l'on retrouve souvent dans l'étude des interfaces fractales (les flammes turbulentes par exemple, voir notamment [Queiros-Condé \(2006\)](#)), et dans de nombreux domaines de recherche en physique, biologie, etc., voir par exemple le livre de [Nottale et collab. \(2000\)](#). Un autre exemple digne d'être souligné est celui de la dimension fractale de la frontière extérieure d'un mouvement brownien sur un plan; voir par exemple [Mandelbrot \(1982\)](#); [Lawler \(1996\)](#); ou encore [Queiros-Condé et collab. \(2015, §15.4\)](#) pour une discussion sur cette dimension fractale pluridisciplinaire. Cependant, lorsque $\theta \rightarrow 0$ par valeur inférieure à 0,05, la probabilité p_{\rightarrow} tend alors vers 0 et le *quantum* est alors très fortement contraint aux deux, trois premières colonnes. De telle sorte que la dimension fractale chute alors abruptement et tend alors vers 1, la dimension d'une ligne, verticale par opposition à la ligne horizontale quand $\theta \rightarrow 1$.

4.2.1.3 Indépendance de la dimension fractale par rapport à N_Q

On note finalement que sur une gamme d'échelle donnée, les dimensions fractales introduites ne dépendent pas du nombre de pas effectués par le *quantum* de chaleur. Pour s'en rendre compte, on a tracé sur la figure 4.2.3 la dimension fractale interne, Δ_{int} , en fonction de θ pour différents N_Q , sur la gamme d'échelle $[l_c, l_0]_{750}$. Cette dernière correspond celle du plus petit corrélon tel que $N_Q = 750$. Ainsi, par exemple, pour les corrélons considérés à $\theta = 0,4$, la gamme d'échelle sur laquelle est déterminée la dimension fractale

des corrélons pour tout N_Q est : $[1,300]$. Cette précaution est nécessaire car ainsi, tous les corrélons considérés à une même température sont au moins aussi grand que la gamme d'échelle $[l_c, l_0]_{750}$, permettant ainsi de comparer les dimensions obtenues entre elles. De même que pour la figure 4.2.2, pour chaque point (θ, N_Q) représenté, on a déterminé la dimension fractale interne de 50 corrélons sur la gamme d'échelle correspondante, $[l_c, l_0]_{750}$, et indiqué la moyenne sur le graphique de la figure 4.2.3.

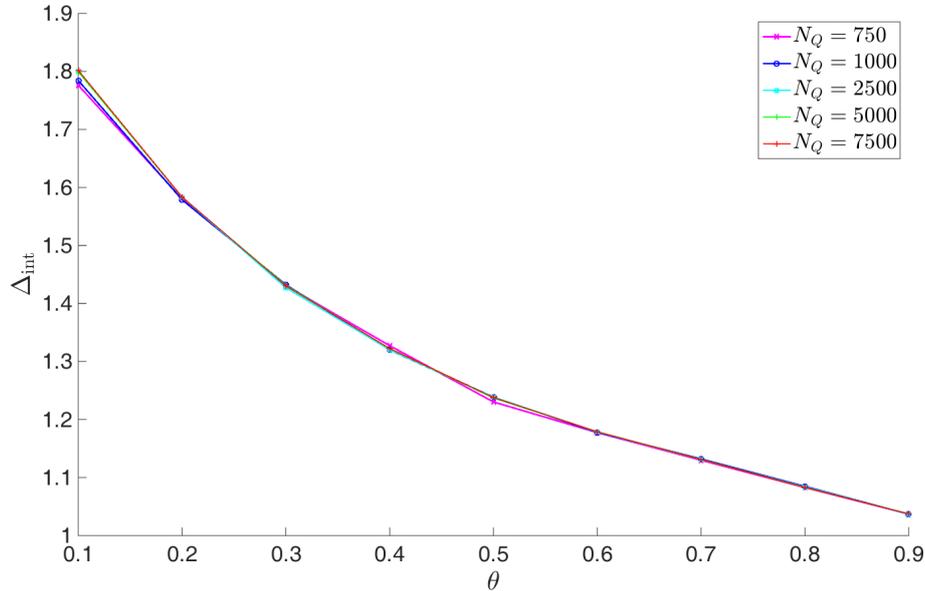


FIGURE 4.2.3 – Indépendance en N_Q de la dimension fractale interne des corrélons. Celle-ci est représentée en fonction de θ pour différents N_Q , allant de 750 à 7500. De même que précédemment, les courbes ont été obtenues en faisant la moyenne des dimensions fractales de 50 corrélons pour chaque point (θ, N_Q) . De plus, pour chaque température, on a mesuré la dimension fractale des différents corrélons considérés sur la gamme d'échelle $[l_c, l_0]_{750}$, correspondant aux plus petits corrélons, i.e. tels que $N_Q = 750$.

4.2.2 Entropies

4.2.2.1 Entropies de forme et interne

Afin de caractériser plus avant la forme globale et la structure interne des corrélons, on définit leur entropie à l'aide d'une définition similaire à celle introduite à l'équation (1.1.9b) :

$$S_{\text{int}} = - \sum_{j=j_{\min}}^{j_{\max}} p_j^{\text{int}} \ln p_j^{\text{int}}, \quad (4.2.7)$$

où j_{\min} et j_{\max} sont respectivement la plus petite et la plus grande valeur de j , atteinte par le *quantum* du corrélon considéré. C'est ainsi l'ensemble des Ω « états » de distance possibles du *quantum* à la ligne centrale. Ensuite, p_j^{int} est la probabilité de trouver le *quantum* à une distance j de cette dernière :

$$p_j^{\text{int}} = \frac{\sum_{i=0}^{N_Q} n_{i,j}}{N_Q + 1}, \quad (4.2.8)$$

où $n_{i,j}$ est le nombre de passage du corrélon au point de coordonnées (i,j) , et on note la division par $(N_Q + 1)$, étant donné que l'on a considéré le point initial en $(i = 0, j = 0)$.

S_{int} est appelée *entropie interne* du corrélon dans la suite car elle considère tous les mouvements du *quantum* dans la définition des probabilités p_j^{int} . Sa variation en fonction de θ est tracée en rouge sur le graphique de la figure 4.2.4. Avant d'en présenter les caractéristiques, on introduit également ce que nous appellerons l'*entropie de forme* du corrélon (en bleu sur le graphique de la figure 4.2.4) :

$$S_{\text{sh}} = - \sum_{j=j_{\text{min}}}^{j_{\text{max}}} p_j^{\text{sh}} \ln p_j^{\text{sh}} - p_{\text{over}} \ln p_{\text{over}}, \quad (4.2.9)$$

où

$$p_j^{\text{sh}} = \frac{\sum_{i=0}^{N_X} \delta_{i,j}}{N_Q + 1}, \quad (4.2.10)$$

avec $\delta_{i,j} = 1$ si le *quantum* est passé au moins une fois au point de coordonnée (i,j) , et 0 sinon ; et

$$p_{\text{over}} = \frac{N_{\text{over}}}{N_Q + 1} = 1 - \sum_{j=j_{\text{min}}}^{j_{\text{max}}} p_j^{\text{sh}} \quad (4.2.11)$$

est la probabilité que si on choisit au hasard un des points de passage du *quantum*, ce soit un point du réseau traversé par au moins deux passages de celui-ci. N_{over} est le nombre total de mouvement de recouvrement, i.e. de passage par un point du réseau déjà traversé. On peut tout de suite constater que la définition de S_{sh} , distingue clairement le premier point de passage du *quantum* à une position donnée des suivants, qui sont tous comptabilisés dans la probabilité p_{over} . L'information contenue dans S_{sh} est ainsi limitée à la forme fractale induite par le corrélon sur le réseau, d'où son nom.

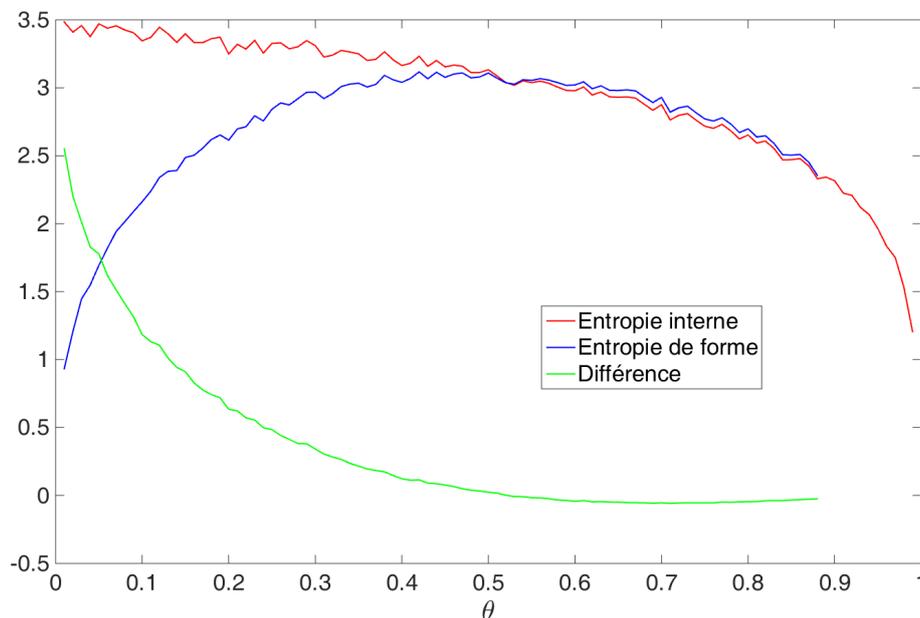


FIGURE 4.2.4 – Entropies interne et de structure des corrélons en fonction de θ . Les courbes ont été tracées en moyennant les valeurs obtenues de 50 corrélons pour chaque point.

Discutons maintenant les propriétés des courbes obtenues pour les entropies introduites ci-dessus, tracées sur la figure 4.2.4, dans le contexte de l'analogie proposée entre énergie (exergie et anergie) et le déplacement du *quantum* de chaleur. Tout d'abord, à propos de

l'entropie interne du corrélon, on observe qu'elle tend vers un maximum quand $\theta \rightarrow 0$. Du point de vue statistique, ceci se comprend car lorsque θ est proche de zéro, la probabilité d'avancer est très faible et celle associée à la « force de rappel » l'est également car $L_A \sim (1 - \theta)$ est alors très grand, cf. équation (4.1.3). Alors, les mouvements du *quantum* sont principalement diffusifs et celui-ci explorera des mailles d'autant plus éloignées de la ligne centrale que θ sera proche de 0. Or, d'un point de vue thermodynamique, on sait que la fonction (4.2.7) est notamment croissante avec le nombre d'états accessibles, associés à la distance l_j dans notre cas. D'où un maximum de la fonction quand θ tend vers 0. De plus, ceci est cohérent avec l'analogie proposée entre corrélon et chaleur car lorsque θ tend vers zéro, cela signifie que la température, $T = T_0/(1 - \theta)$, de la quantité de chaleur Q qui lui est associée, est égale à T_0 ; et donc que le système sous-jacent est à l'équilibre thermique avec son environnement à T_0 . Les déplacements du *quantum* sont alors très erratiques et présentent une structure d'ensemble multi-échelles, de complexité décroissante à mesure que θ augmente. On peut effectivement constater que l'entropie interne du corrélon est décroissante quand θ augmente, lentement dans un premier temps, jusqu'en $\theta \simeq 0,9$, puis tombe rapidement à 0 quand θ tend vers 1.

Aux grandes températures, les entropies de forme et interne sont quasiment confondues et la différence des deux, courbe verte sur la figure 4.2.4, tend vers 0 quand $\theta \rightarrow 1$. En effet, dans cette limite, la probabilité p_{\rightarrow} tend vers 1, ce qui implique que p_{over} tend 0 et donc que les équations (4.2.7) et (4.2.9) tendent vers la même valeur. On note que ceci est déjà le cas dès que θ est supérieur à environ 0,5. En effet, la probabilité que le *quantum* a d'avancer est alors également supérieure à 0,5, et la probabilité de recouvrement est alors immédiatement quasiment nulle car il faut que d'une part le *quantum* diffuse une première fois, et qu'ensuite il revienne au moins une fois sur ses pas; ce qui implique une probabilité au moins d'ordre 2 en $(1 - \theta)$. En effet, d'après les probabilités présentées à la figure 4.1.1a, on a :

$$p_{\text{out}} \times p_{\text{back}} \sim (1 - \theta)^2, \quad (4.2.12)$$

qui tend rapidement vers zéros quand θ est supérieur à 0,5. Lorsque la température considérée implique un facteur exergetique inférieur à 0,5, le corrélon présente un plus grand nombre de mouvements du *quantum* qui seront passés à recouvrir des mailles du réseau déjà traversées. Ce dernier est donc, d'une certaine manière, moins « efficace » à mesure que la température est abaissée, car il effectue plus de mouvement « gaspillés », c'est-à-dire qui n'ont pas été utilisés pour couvrir une nouvelle maille du réseau. La courbe verte de la figure 4.2.4 trace la différence

$$\delta S = S_{\text{int}} - S_{\text{sh}}, \quad (4.2.13)$$

qui peut être interprétée comme une perte d'information entre le corrélon et son milieu ambiant. On remarque que cette différence est très légèrement négative quand θ est supérieure à environ 0,5, ceci est dû au fait que, même si peu probables, des recouvrements ont tout de même lieu et l'entropie de forme présente donc un « état » supplémentaire par rapport à l'entropie interne, dont la probabilité p_{over} est du même ordre de grandeur que les autres probabilités p_j^{sh} . Lorsque θ est inférieure à 0,5, la probabilité p_{over} est par contre plus importante que les autres, insufflant le déséquilibre observé entre les deux courbes, d'autant plus marqué que θ est proche de 0.

On note finalement que la courbe de l'entropie de forme présente un maximum au voisinage de $\theta = 0,5$, séparant ainsi le domaine de température en deux régions traduisant :

1. à droite, une énergie très orientée, efficace pour produire du travail,

2. à gauche, une énergie plus diffuse, tendant à « remplir l'espace ».

La valeur $\theta = 0,5$ indique donc l'existence d'une pseudo-température particulière (on rappelle que θ est associé à la température du flux de chaleur, et donc également à son support) qui semble être une optimale,

$$T_{\text{opt}} = 2T_0, \quad (4.2.14)$$

conciliant les deux comportements antagonistes listés ci-dessus et minimisant la perte d'information, δS , entre le corrélon et son milieu ambiant. Cet optimum est souvent trouvé dans la littérature sur l'optimisation des machines thermiques, dans le contexte de la thermodynamique en temps fini notamment. En effet, on peut montrer que la puissance exergetique maximale que l'on peut extraire d'un processus thermodynamique quelconque, est obtenue pour une efficacité exergetique de un demi; et ce pour toute machine thermique, peu importe son mode de fonctionnement (e.g., Feidt, 1996 ; Neveu, 2002).

4.2.2.2 Comparaison avec l'analogie à l'entropie de Clausius

Nous souhaitons maintenant montrer très brièvement une corrélation assez surprenante, lorsque $N_Q = 1000$, entre l'entropie interne introduite ci-dessus et l'analogie à la définition de Clausius pour l'entropie, équation (1.1.8). En fonction des paramètres de ce modèle de représentation, cette dernière s'écrit :

$$S_{\text{Cl}} = \frac{N_Q}{T_0} (1 - \theta). \quad (4.2.15)$$

Sa variation en fonction de θ a été tracée en magenta sur le graphique de la figure 4.2.5. Sur celui-ci, on a également tracée en rouge la variation de l'entropie interne du corrélon avec $N_Q = 1000$; on peut alors noter l'égalité des valeurs extrêmes en $\theta = 0$ et $\theta = 1$. Que les deux s'annule en $\theta = 1$, paraît tout à fait intuitif étant donné la définition de l'équation (4.2.15) d'une part, et d'autre part celle de l'équation (4.2.7), quand les p_j^{int} sont tous nuls sauf $p_0^{\text{int}} = p_{\rightarrow} = 1$. On note que ce point de concordance est valable pour

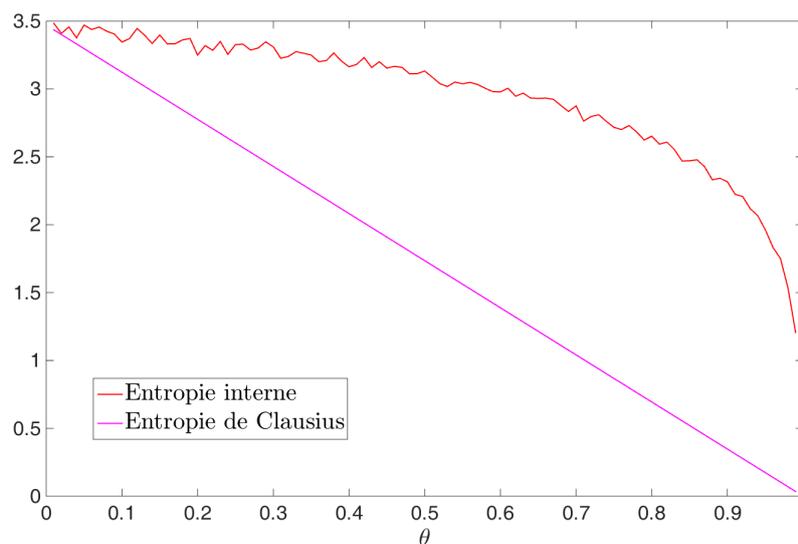


FIGURE 4.2.5 – Comparaison de l'entropie interne et de l'analogie à l'entropie de Clausius pour le cas particulier $N_Q = 1000$. De même que pour les figures précédentes, les courbes ont été tracées en moyennant les valeurs obtenues de 50 corrélon pour chaque point.

tout N_Q . Par contre, quand $\theta \rightarrow 0$ l'égalité entre ces deux entropies nous apparaît assez surprenante car la définition de Clausius adaptée, équation (4.2.15), peut être qualifiée de déterministe alors que celle, interne du corrélon, est probabiliste. Il s'agit alors d'une sorte de marche aléatoire en présence d'un certain potentiel présentant un minimum en $j = 0$. L'entropie interne ainsi calculée est, d'une certaine manière, reliée à la diffusion latérale du *quantum*. En effet, quand $\theta = 0$, on a approximativement, pour un nombre de pas N_Q suffisamment grand, $N_Q = 1000$ notamment :

$$n_{ij} \simeq \frac{N_Q + 1}{\Delta j}, \quad (4.2.16)$$

appliquant alors que

$$S_{\text{int}}(\theta = 0, N_Q) \simeq \ln \Delta j. \quad (4.2.17)$$

Ce résultat partiel reste encore à approfondir mais nous souhaitons le présenter ici car il nous semble, d'une certaine manière, confirmer la pertinence de cette représentation fractale malgré la restriction à $N_Q = 1000$.

En effet, d'une part, nous avons vu dans le chapitre 1, qu'un flux de chaleur « pure », \dot{Q} , décrit par une température T , est également porteur d'un flux d'entropie donné par l'expression de Clausius, équation (1.1.8). D'autre part, dans la chapitre 2, nous avons que les flux de chaleur fluide *chaud*, $\dot{Q}_h = \dot{m}\tilde{h}$, sont accompagnés d'un flux d'entropie,

$$\dot{S}_h = \dot{m}\tilde{s} = \dot{m}\frac{\tilde{h}}{T^*}, \quad (4.2.18)$$

où nous avons vu que la pseudo-température T^* est toujours strictement inférieure à T_0 dans les cas « standards » *chauds*. Alors, à température égale, un flux d'entropie fluide \dot{S}_h est toujours strictement supérieure au flux d'entropie de Clausius qui serait porté par un certain flux de chaleur « pure », \dot{Q} . Ce que l'on peut observer sur la figure 4.2.5. Cependant une étude plus poussée serait nécessaire par approfondir ce résultat partiel ; qui de plus, est un cas très particulier valable uniquement lorsque N_Q est de l'ordre de 1000, avec $T_0 = 288,15$ K.

4.2.2.3 Augmentation de l'entropie avec N_Q

Les graphiques de la figure 4.2.6 montre les variations de l'entropie de forme, (a), et interne, (b), en fonction de θ pour différents N_Q , allant de 750 à 7500. Sur le premier, figure 4.2.6a, on peut observer que toutes les courbes présentent un large plateau approximativement centré en $\theta = 0,5$ et dont le maximum semble se décaler vers les grandes températures à mesure que N_Q augmente. Nous revenons sur ce point dans la sous-partie 4.2.3. On peut de plus constater que plus $N_Q \sim Q$ est grand, et plus l'entropie du corrélon augmente, ce qui est cohérent avec la définition classique de l'entropie, proportionnelle à $Q \sim N_Q$. À propos de l'entropie interne, figure 4.2.6b, on peut observer que lorsque $\theta \rightarrow 0$, celle-ci présente également un maximum croissant à mesure que N_Q augmente. Cependant, dans un cas comme dans l'autre, la variation en fonction de θ des entropies de forme et interne est indépendante de N_Q .

4.2.3 Interpolation des corrélons

Nous avons vu dans la sous-partie précédente que l'entropie de forme présente un maximum au *voisinage* de $\theta = 0,5$, nous allons maintenant montrer que cette approximation n'en est pas une et que l'équation (4.2.14) est une égalité stricte lorsque l'on

calcule l'entropie du corrélon dans son « référentiel » propre, i.e. indépendamment de son orientation dans le plan, par rapport à l'horizontal arbitraire $j = 0$. En effet, lorsque l'on observe les corrélons de la figure 4.2.1, on peut constater que ceux-ci ne sont pas répartis de manière homogène de part et d'autre de la ligne centrale, $j = 0$, que nous avons qualifié de « canal d'exergie ». Cependant, si l'on considère ces courbes comme représentatives d'un certain flux de chaleur, et comme « constituées » d'une composante orientée et d'une autre diffusive, leur détermination doit être faite relativement au corrélon lui-même, ou dans son « référentiel » propre comme nous avons dit plus haut. Or, lorsque l'on pose que le quantum débute sa propagation en $(i = 0, j = 0)$, puis que l'on étudie son entropie, relativement à la ligne centrale $j = 0$, on se place en quelque sorte dans le « référentiel » du plan. Nous proposons alors de calculer les entropies précédemment introduites, équations (4.2.7) et (4.2.9), relativement à la droite d'interpolation linéaire des corrélons, en rouge sur les représentations de la figure 4.2.7a, nous plaçant ainsi d'une certaine manière, dans le « référentiel » du corrélon. C'est cette droite d'interpolation qu'il nous semble judicieux d'associer au « canal d'exergie », autour duquel le quantum présente un certain « étalement » anergétique ; nous en discutons maintenant les caractéristiques, ainsi que l'impact de ce changement de « référentiel » sur les différents paramètres du corrélon déjà introduit.

Tout d'abord, sur les représentations de la figure 4.2.7a on peut voir, à gauche, un corrélon tracé dans le « référentiel » du plan, où on a notamment indiqué en pointillés noirs l'horizontal arbitraire $j = 0$; et à droite, le même corrélon tracé dans son « référentiel » propre où on associe la droite d'interpolation au canal d'exergie. Cette dernière, tracée en rouge sur les deux graphiques, est obtenue directement à l'aide de Matlab, et le changement de « référentiel » se fait en considérant, non plus les états $j \in [j_{\min}, j_{\max}]$, mais les j' déterminées relativement à la droite d'interpolation :

$$j'(i) = j(i) - j_{\text{interp}}(i), \quad (4.2.19)$$

où j_{interp} est l'ordonnée de la droite d'interpolation au même point d'abscisse i que j , i.e. dans le « référentiel » du plan. La mention explicite de la coordonnée i a été faite pour indiquer que celle-ci n'est pas affectée par le changement de coordonnées, c'est-à-dire qu'il ne s'agit pas à proprement parler d'une rotation, mais plutôt une sorte d'aplatissement du corrélon relativement au plan. On note que, du point de vue de la droite d'interpolation

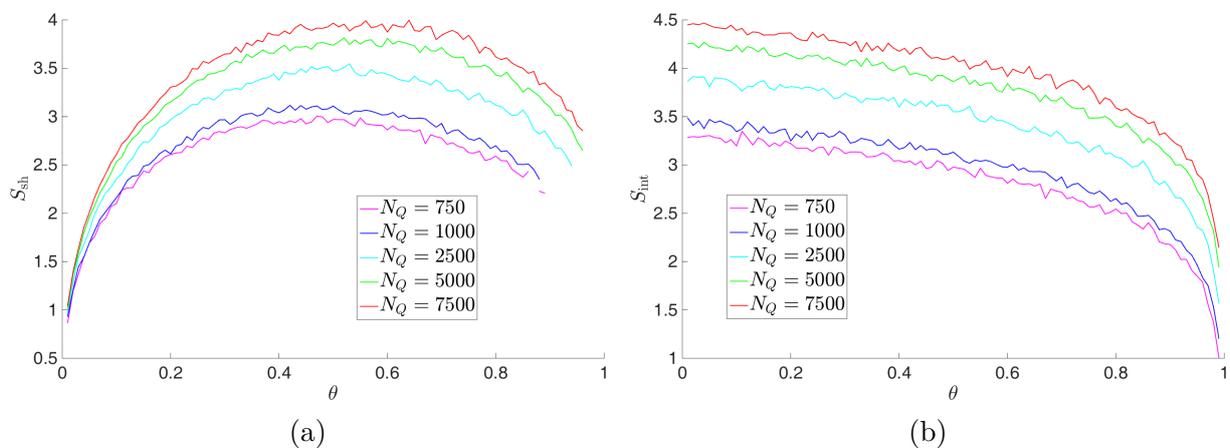


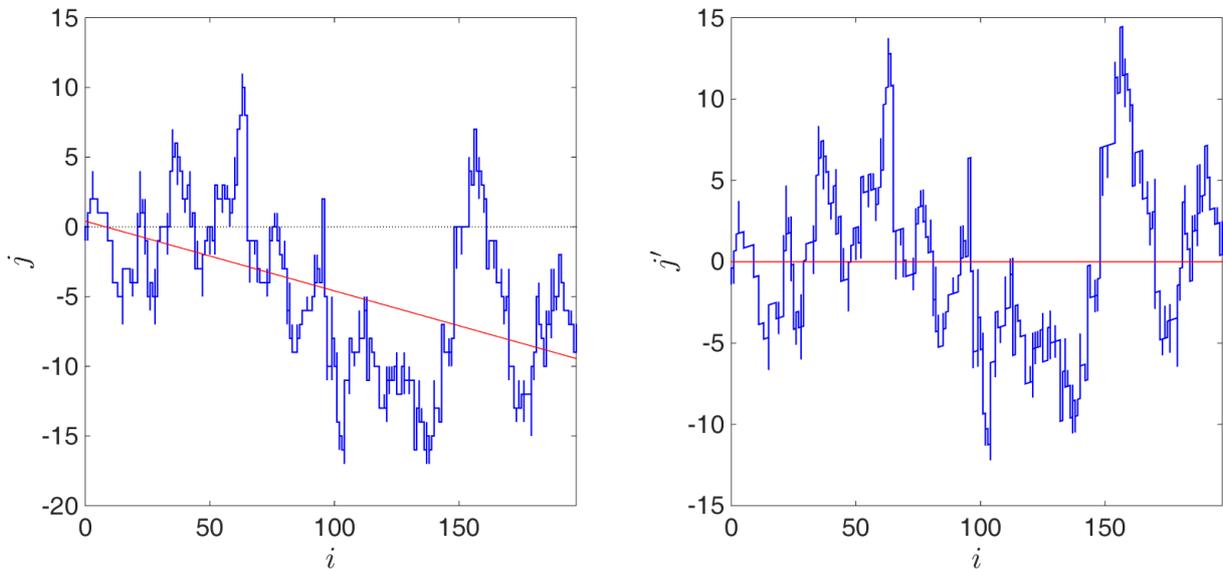
FIGURE 4.2.6 – Entropie de forme (a) et interne (b) des corrélons en fonction de θ pour différents N_Q . Les courbes ont été tracées en moyennant les valeurs obtenues de 50 corrélons pour chaque point.

du corrélon, la structure de ce dernier est conservée ; ou en d'autres termes, les distances j' sont conservées. De plus, en comparant les deux représentations de la figure 4.2.7a, on peut vérifier sur l'axe des abscisses qu'en termes de nombre de pas, N_X , la « longueur » du corrélon à gauche, par rapport à son interpolation à droite, est inchangée. Ainsi, la transformation proposée à l'équation (4.2.19), en termes d'aplatissement plutôt que de rotation, permet de conserver la longueur N_X du corrélon, ainsi que sa structure relativement à sa droite d'interpolation ; et cette dernière peut être vue comme son « axe exergétique », ou encore son canal d'exergie comme nous l'avons déjà appelé, autour duquel le corrélon présente un certain étalement. Cependant, cet aplatissement crée une distorsion du réseau, telle que la distance entre deux mailles horizontales sur celui de la représentation à droite, i.e. dans le « référentiel » du corrélon, est maintenant égale à

$$l'_{c,X} = (\cos \iota)^{-1} l_c, \quad (4.2.20)$$

où ι est l'angle que forme la droite d'interpolation avec l'horizontal ; alors que celle entre deux mailles verticales n'est pas altérée par la transformation. Les variations de l'angle ι ont été tracées, en fonction de θ et pour différents N_Q , sur le graphique de la figure 4.2.7b. On note que l'axe vertical, exprimé en rad/π , est porté par une échelle logarithmique ; et que lorsque θ tend vers 0, ι tend vers environ $\frac{\pi}{3}$ pour tout N_Q . Le parallélisme que l'on peut constater entre les courbes de différents N_Q indique que celle-ci sont régies par une même loi de puissance. L'angle que forme la droite d'interpolation avec l'horizontal est donc légèrement croissant avec N_Q , ce qui est tout à fait compréhensible étant donné que la dérive moyenne du *quantum* augmente nécessairement avec N_Q ; cependant, sa variation en fonction de θ obéit à une loi de puissance indépendante de N_Q .

Pour se convaincre que le changement de « référentiel » introduit ci-dessus ne modifie pas la structure du corrélon, on a mesuré sa dimension fractale interne en considérant les coordonnées (i, j') . On peut alors constater sur le graphique de la figure 4.2.7c que celle-ci est effectivement confondue avec celle calculée dans le « référentiel » du plan aux grandes températures, et très sensiblement décalées aux plus petites températures. Ce léger décalage s'explique par la distorsion causée par le changement de « référentiel », celui-ci ne conservant pas le rapport des longueurs. En effet, en mesurant la trajectoire du corrélon avec une règle fixe, étalonné selon l_c sur un réseau dont la longueur est étalonnée



(a)

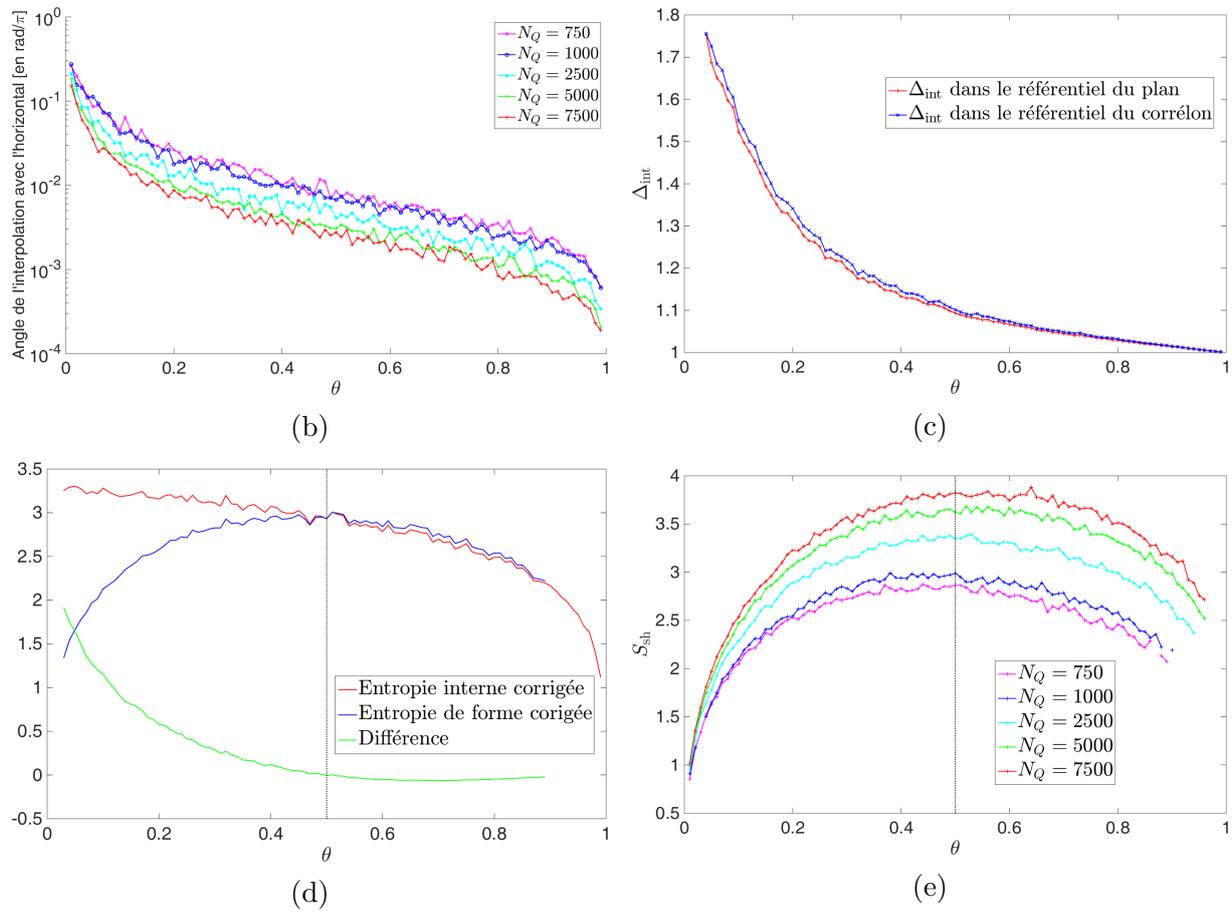


FIGURE 4.2.7 – Interpolation des corrélons : visualisation du changement de « référentiel », et études diverses.

(a) À gauche, corrélon obtenu à l'aide de l'algorithme de la figure 4.1.1a pour $\theta = 0,2$ et $N_Q = 1000$. En abscisse, on peut lire le nombre de pas exergétique, N_X , et en ordonnée, la diffusion latérale, j , relativement à l'axe horizontal. À droite, le même corrélon représenté dans son « référentiel » propre, où on peut lire le même nombre de pas N_X sur l'axe horizontal et les j' sont donnés par l'équation (4.2.19).

(b) Variation de l'angle que forme la droite d'interpolation du corrélon avec l'horizontal en fonction de θ pour différents N_Q .

(c) Comparaison de la dimension fractale du corrélon calculée dans son « référentiel » propre ou dans celui du plan pour $N_Q = 1000$.

(d) Entropies, interne et de forme, calculées par rapport à la droite d'interpolation des corrélons pour $N_Q = 1000$.

(e) Entropie de forme, calculées par rapport à la droite d'interpolation des corrélons pour différents N_Q .

De même que précédemment, les points des graphiques des figures (b) à (e) ont été obtenue en moyennant sur 50 réalisations de corrélon pour chaque point.

selon $l'_{c,X}$, on sous-évalue la longueur totale L' mesurée dans le référentiel du corrélon par rapport à L , celle mesurée dans le « référentiel » du plan. Ceci est dû au fait que, $l'_{c,X}$, la distance entre deux mailles horizontales dans le « référentiel » du corrélon, est supérieure à l_c , la longueur étalon de la règle de mesure. Alors, l'équation (4.2.4) implique que la dimension fractale, Δ'_{int} , calculée dans le « référentiel » du corrélon est sur-évaluée par rapport à Δ_{int} , celle calculée dans le « référentiel » du plan, soit :

$$L'(l) < L(l) \quad \Longleftrightarrow \quad \Delta'_{\text{int}} > \Delta_{\text{int}}, \quad (4.2.21)$$

ce que l'on observe sur la figure 4.2.7c. Cet effet est d'autant plus négligeable que θ est élevé car l'angle d'interpolation tend vers 0 à mesure que θ tend vers 1, impliquant que $l'_{c,X}$ tend alors vers l_c . On note que l'on observerait également un léger décalage de la dimension de forme du corrélon, analogue à celui de sa dimension interne, pour la même raison qu'expliqué ci-dessus.

On mesure finalement les entropies des corrélons dans leur « référentiel » propre, c'est-à-dire à l'aide des j' à la place des j dans les équations (4.2.7) et (4.2.9); et on obtient les courbes présentées sur la figure 4.2.7d. On peut tout de suite constater que le maximum de l'entropie de forme et le changement de signe de la différence δS , équation (4.2.13), sont remarquablement bien centrée en $\theta = 0,5$, indiquée par une ligne verticale en pointillés. On peut également constater, en la comparant à celle de la figure 4.2.4, que la valeur numérique des entropies est à peine plus faible par rapport aux valeurs non corrigées de la figure 4.2.4. Ceci apparaît tout à fait naturel étant donné l'aplatissement du corrélon causé par le changement de « référentiel ». Ce que l'on mesure ici, c'est son étalement relativement à son barycentre linéaire, nécessairement plus faible que lorsqu'on le mesure par rapport à une droite arbitrairement fixée dans le plan, indépendamment de l'orientation propre du corrélon.

4.3 Apports et perspectives

Avec ce travail, on a développé un modèle-jouet probabiliste basé sur l'idée que l'exergie est la composante « orientée » de l'énergie, et que son complémentaire, l'anergie, en est, d'une certaine manière, son support. Les corrélons de chaleur obtenus présentent une structure multi-échelle dont nous pensons que l'analyse peut apporter des éléments de réflexion quant à celle du flux de chaleur qu'ils représentent.

Dans la sous-partie 4.2.1, on a vu que la dimension fractale interne de cette structure est uniquement dépendante de sa température, au travers de la probabilité, $p_{\rightarrow} = \theta$, que le quantum de chaleur a d'effectuer un mouvement « vers l'avant ». On a également vu dans cette sous-partie que la dimension fractale de forme du corrélon, c'est-à-dire celle induite sur le plan, est plus faible que sa dimension interne, de structure. Une certaine forme « d'efficacité » d'occupation du plan est donc perdue dans le processus; et ce, tant que $\theta \leq 0,5$. Cependant, sur cette même gamme de température, les corrélons présentent une plus large diffusion latérale qu'aux grandes températures. Or, cet aspect diffusif est également un effet recherché de la chaleur par tout processus thermique, même ceux cherchant à maximiser l'exergie, *potentiel travail moteur*, à extraire. En effet, sans entrer dans les détails techniques, considérons un instant la chambre d'explosion d'un moteur à combustion interne. Au moment de l'allumage des bougies, l'apport d'énergie est très brusque et violent, et un des problèmes d'optimisation de ce type de moteur est précisément celui de la répartition de la température, et donc de l'énergie, dans toute la chambre de combustion.

Dans un deuxième temps, dans la sous-partie 4.2.2, nous avons caractérisé un peu plus cette composante diffusive grâce à l'entropie interne du corrélon. Nous avons alors vu que celle-ci est maximale quand la température du corrélon est la même que celle de l'environnement, c'est-à-dire naturellement lorsque sa probabilité d'effectuer un mouvement vers l'avant est nulle. Ensuite, en comparant les entropies interne et de forme des corrélons, nous avons à nouveau pu observer une perte d'information entre le corrélon et son plan d'intégration aux petites températures. Cependant, cette étude a montré qu'aux grandes températures également, on observait une certaine forme « d'inefficacité » d'occupation du plan. Mais cette fois-ci, non pas à cause des recouvrements considérés comme « non chauffants », mais à cause du comportement du quantum de chaleur, intrinsèquement lié à la structure interne du corrélon, qui va « droit au but », et donc selon une trajectoire longitudinale. Nous avons alors pu voir que l'entropie de forme fait clairement apparaître la valeur de $\theta = 0,5$ comme un optimum conciliant ces deux expressions de la chaleur, dirigée par opposition à diffusive. Ensuite, l'interpolation faite dans la sous-partie 4.2.3, montre que c'est à cette température seulement que la différence des entropies interne et de forme est précisément 0, et qu'elle change de signe à son passage.

Ainsi, bien que nécessitant encore du travail, tant sur le plan du choix de ses paramètres de construction que de l'analyse de ses caractéristiques géométriques, nous pensons qu'il peut permettre de pousser plus loin la réflexion que nous avons entreprise sur l'aspect structurel, trans-échelle, de la chaleur. En effet, les résultats présentés dans ce chapitre montre qu'un raisonnement géométrique, sous réserves de certaines analogies et hypothèses, permet d'établir un lien conceptuel entre température et structure aboutissant à deux résultats d'optimisation universel : l'un « naturel », équation (4.2.6), et l'autre « industriel », équation (4.2.14). Cependant, nous pensons nécessaire d'apporter une réflexion complémentaire au rôle joué par l'anergie dans la construction du corrélon ; et d'une manière plus générale, à l'expression des probabilités liées à celle-ci, p_{out} et p_{back} .

En guise de conclusion de ce chapitre, nous aimerions revenir sur la notion de « qualité » évoquée en introduction de chapitre. À la lumière des développements présentés depuis, on comprend bien que l'aspect qualitatif de la chaleur ne peut pas se résumer à une simple quantité d'exergie présente dans le système. La structure de la chaleur dans son ensemble, dirigée et diffusive, doit être considérée pour pouvoir estimer la « bonne qualité » adaptée au « bon processus » ; plutôt dirigée pour produire de l'énergie à grande échelle, ou plutôt diffusive pour chauffer une maison par exemple. On note finalement à propos d'optimisation structurelle de la chaleur, c'est précisément ce que l'on fait en plaçant un radiateur sous une fenêtre, ou avec un ballon d'eau chaude solaire fonctionnant par thermosiphon (cf. figure 3.2.2). Mais la quête pour une géométrisation systémique de la thermodynamique est encore longue ; voir à ce sujet la discussion faite en conclusion de l'annexe C, p.365.

Conclusion et perspectives

Bien que l'objectif commun soit une meilleure appropriation de l'exergie (à différents niveaux), les quatre chapitres de cette thèse sont relativement indépendants et, à part le premier, nous avons pu voir qu'ils sont chacun le fruit d'un projet à part entière, avec son propre objectif et sa propre exploitation de l'outil graphique.

Le chapitre 2 en fait l'utilisation la plus classique, sous-forme de schémas comme support de la réflexion. En effet, ce chapitre a été pour nous l'occasion d'une « exploration » dans l'exergétique, dont nous n'avions jamais entendu le mot avant de rencontrer le professeur Diogo Queiros-Condé, et la réflexion en termes de configuration énergétique ayant abouti aux schémas présentés nous a aidé à y voir plus clair. C'est pour les systèmes froids que celui-ci nous a particulièrement été utile, afin de bien nous approprier ce que traduit le *contenu exergétique* de ce type de système ; et nous pensons que c'est ce qui en fait sa force didactique.

Dans le chapitre 3 ensuite, l'outil d'exergo-graphie introduit est également à ambition pédagogique, mais son but n'est plus de comprendre l'aspect énergétique, physique, des systèmes fluides ; il se positionne à une autre échelle d'étude, celle des systèmes énergétiques en interaction. Nous avons vu qu'il permet de représenter les flux d'exergie circulant dans une simple pompe à chaleur, ou plus largement, dans une centrale à cogénération par exemple ; et dans un développement futur de l'outil, nous souhaitons qu'il puisse permettre de représenter des systèmes énergétiques plus complexes, avec des ramifications à des échelles plus larges, telles que pour illustrer des études du type analyse en cycle de vie (exergétique s'entend), ou même des échelles telles que celle d'un ou de plusieurs pays. En effet, nous pensons, que l'analyse exergétique doit, au moins dans une certaine mesure, se démocratiser chez tous les acteurs du développement de la société afin de se substituer à la « simple » analyse énergétique plus volontiers employée. Car, l'aspect durable de ce développement nous apparaît soumis à au moins deux conditions. La première est bien sûr d'avoir un formalisme solide qui permet de développer des indicateurs pertinents, de cibler les imperfections à toutes les échelles, thermique, industriel, socio-économique, planétaire (avec l'écologie industrielle par exemple, cf. annexe C) ; et d'y remédier, notamment en permettant de comparer objectivement, ou plutôt subjectivement du point de vue de l'environnement, les processus entre eux, même lorsque ceux-ci fonctionnent très différemment. Bien que le débat soit ouvert et que nombre de chercheurs restent encore à convaincre de la pertinence de l'analyse exergétique, par rapport à l'analyse entropique par exemple, nous pensons que son formalisme satisfait à toutes les exigences requises pour constituer la « matrice » physique d'un développement durable de notre société. Mais avant d'en arriver là, encore faut-il que celle-ci soit accessible et comprise, au moins dans une certaine mesure, par tous. Tout le monde comprend le principe « d'économie d'énergie » lorsqu'il reçoit sa facture d'électricité en fin de mois ; nous pensons qu'il n'est qu'une question de pédagogie pour que nous nous appropriions également « l'économie d'exergie » à l'échelle sociale. C'est-à-dire tel que les développements politiques, écono-

miques, et sociaux en général, lorsqu'ils ont traits à l'utilisation de l'énergie tout au moins, soient guidés par les deux principes de la thermodynamique et non pas seulement le premier ; lorsqu'il est considéré en tout cas. Nous pensons, ici, à la recherche en économie où, tel que nous le discutons dans l'annexe C, certains modèles ne prennent en compte que le capital et le travail comme facteurs de production, là où d'autres incluent également l'énergie ou certaines matières premières ; et plus récemment, donc, d'autres considère l'exergie de ces différentes composantes. Nous pensons que cet aspect d'appropriation de l'exergie par les différents acteurs du développement de la société constitue la seconde condition pour que celui-ci soit durable ; et nous espérons que l'outil d'exergo-graphie introduit dans ce travail permettra, dans un développement futur, de participer à cette démocratisation de l'exergie, nécessaire selon nous.

Enfin, avec la représentation fractale du chapitre 4, et malgré son intitulé, ce n'est pas vraiment l'exergie elle-même que nous avons représentée par des corrélons. On note à ce sujet que nous avons, pour cette présentation de thèse, conservé le titre de l'article dont est extrait la plupart du travail introduit ; et lui-même se voulait accrocheur, et en référence à l'exergie qui en est la première brique. Le travail que nous avons initié avec ce chapitre constitue plutôt une réflexion sur la chaleur elle-même, et plus particulièrement sur sa structure énergétique, comme dans un certain « équilibre » dépendant de la température du système, entre deux composantes antagonistes et complémentaires. En effet, toujours dans un souci de développement durable, la structure même de la chaleur, doit faire partie intégrante des réflexions d'optimisation énergétique ; que ce soit pour l'industrie avec l'optimisation des moteurs et pompes à chaleur, ou pour l'habitat avec l'optimisation thermique des bâtiments, pour ne citer que ces deux exemples. Nous ne qualifierions pas ce dernier outil graphique de pédagogique, et pourtant nous avons tenté nos chances avec les économistes de la Chaire Économie du Climat, mais plutôt de support à la réflexion dans un but de recherche. C'est peut-être, à ce titre d'ailleurs, la moins aboutie des trois représentations présentées ici. En effet, même si nous y reviendrons certainement, la modélisation du chapitre 2 a, d'une certaine manière, fait son office en répondant à nos interrogations. Ensuite, même s'il reste des améliorations à apporter au programme d'exergo-graphie, celui-ci est plutôt bien « balisé » quant aux développements à poursuivre. Le modèle-jouet du corrélon quant à lui, nous laisse avec plus d'interrogations que d'éléments de réponse mais c'est, il nous semble, tout l'intérêt d'un tel outil, à destination de la recherche.

Finalement, bien que d'apparence déconnectés, les représentations présentées dans cette thèse, se veulent une visualisation des différentes facettes de l'exergie : 1—du point de vue de la thermodynamique comme un potentiel travail, moteur ou de maintien ; 2—à une échelle plus large, comme permettant d'ausculter l'état qualitatif du réseau énergétique qui sous-tend notre économie ; ou encore 3—comme la « colonne vertébrale » de la chaleur dans un « bain d'anergie ».

Annexes

Annexe A

Exergo-graphie – Éléments techniques et notices

De même que dans le chapitre 3, les variables et fonctions Matlab sont notées avec une police particulière, par exemple : `data`, pour les structure qui rassemble les données physiques du système thermodynamique dont on souhaite représenter l'analyse exergétique.

A.1 Les variables du programme

Les variables de type `data` : ces structures (scalaires ou vectorielles) rassemblent les valeurs numériques (expérimentales ou de simulation) des grandeurs physiques caractéristiques du système que l'on souhaite représenter. Elles permettront de transmettre les données physiques aux fonctions du programme qui traceront la représentation graphique, et se divisent en trois sous-catégories :

- Les structures de type `point` rassemblent les valeurs des points intermédiaires i du réseau de flux. Elles sont composées de quatre champs :

- `label` une string indiquant le nom du point i ,
- `theta` un scalaire égale au θ_i (ou θ_i^*) correspondant,
 - `m` la valeur du débit massique \dot{m}_i le cas échéant, 1 sinon,
 - `h` l'enthalpie réduite spécifique \tilde{h}_i ou la puissance énergétique \dot{E}_i .

- Les structures `transfo` contiennent les données relatives aux nœuds du réseau qui correspondent aux transformations élémentaires du système à l'étude. Il peut s'agir de la transmission, d'un gain ou d'une perte d'énergie. Pour chaque transformation t , ces structures présentent six champs :

- `label` une string indiquant le nom de la transformation t et éventuellement celui des points du flux principal,
- `theta` le θ_t (ou θ_t^*) du flux d'énergie reçu ou émis,
- `DeltaH` la valeur du ΔH_t reçu (positif) ou émis (négatif),
 - `In` un vecteur de la forme $[\theta_{in,t}, \dot{m}_{in,t}, \tilde{h}_{in,t}]$, fournissant les grandeurs caractéristiques du points du flux principal entrant dans la transformation,
 - `Out` un vecteur similaire fournissant les mêmes grandeurs pour le point du flux principal sortant de la transformation,

deltaX un scalaire donnant la destruction d'exergie engendrée le cas échéant (calculée par le programme, elle peut également être imposée).

- Les structures **exchanger** rassemblent quant à elles les données propres aux échanges de chaleur entre deux fluides. Elles sont constituées de 12 champs : un **label**, la valeur **DeltaH** reçue par le fluide froid ; ensuite, pour chacun des deux fluides, quatre champs de la forme décrite au point précédent donnant les champs : **theta**, **In**, **Out** et **deltaX** correspondants ; enfin, un champ **deltaXtot** donnant la destruction totale d'exergie générée par l'échangeur. En règle générale, les champs **deltaXH** et **deltaXC** correspondants aux fluides chaud et froid respectivement sont nuls et toute la destruction d'exergie est due au différentiel de température, mais rien ne l'impose dans le programme.

Les variables de type flux : ces structures (scalaires, vectorielles ou matricielles) constituent la pierre angulaire de la représentation car elles rassemblent les données physiques et graphiques des flux du système que l'on souhaite représenter. Elles seront utilisées pour connecter graphiquement les briques de flux les unes aux autres. En plus d'un champ **label**, ces structures présentes deux champs à caractère technique (scalaires : **theta** et **E**, ou ce dernier correspond à la puissance énergétique du flux \dot{E} , ou au facteur $m\tilde{h}$ le cas échéant), et cinq à caractère graphique :

- sideLength** la longueur du côté égale à la racine carrée de **E**,
- exer_flux** un vecteur de deux éléments indiquant les limites du flux d'exergie,
- ndots** la densité de point d'anergie,
- XYlim** les coordonnées graphiques de la brique de flux sous la forme d'un vecteur du type : $[x_{\min}, x_{\max}, y_{\min}, y_{\max}]$,
- direction** une string donnant l'orientation du flux, ex. : '**vertical_u**' pour indiquer que le flux est dirigé vers le haut du schéma (y croissants).

A.2 Les routines du programme

Nous présentons ici les en-têtes explicatifs des routines du programme, accessibles en tapant `help <fonction>` dans Matlab, où `<fonction>` est à remplacer par la fonction dont on souhaite avoir la notice.

A.2.1 Fonctions d'importation

```

                                FONCTION 2 – makeTransfo.m

points = makeTransfo(theta_f, mh, Plabels)

ou

[transfos, points] = makeTransfo(theta_f, mh, theta_r, DeltaH, Plabels, Tlabels)

Inputs :
```

θ_f un vecteur de dimension $[1 \times n]$ contenant les θ^* des n points thermodynamiques du cycles (le vecteur peut être horizontal ou vertical).

mh une matrice de dimension $[2 \times n]$ contenant les n valeurs des \dot{m} et \tilde{h} correspondant à θ_f (dans le même ordre, la matrice peut être horizontale ou verticale).

θ_r un vecteur de dimension $[1 \times (n - 1)]$ contenant les θ (ou θ^*) des $(n - 1)$ transformations du cycles (le vecteur peut être horizontal ou vertical).

ΔH un vecteur de même dimension que θ_r contenant les $\Delta \dot{H}$ correspondants (dans le même ordre, le vecteur peut être horizontal ou vertical).

Plabels (facultative) une cellstr de dimension $[1 \times n]$ contenant les label des n points thermodynamiques.

Tlabels (facultative) une cellstr de dimension $[1 \times (n - 1)]$ contenant les label des $(n - 1)$ transformations.

Si le cycle thermodynamique considéré est fermé, les premières et dernières valeurs des vecteurs θ_f et **mh** doivent être égales terme à terme, soit, en langage MATLAB, on doit avoir :

$$\theta_f(1) == \theta_f(\text{end}) \quad \&\& \quad \text{mh}(1, :) == \text{mh}(\text{end}, :).$$

Outputs :

points un vecteur structure de dimension $[1 \times n]$ si le cycle thermodynamique considéré est linéaire, et de dimension $[1 \times (n - 1)]$ s'il est fermé. Pour chaque point p , les champs de la structure correspondante sont tels que :

- **label** : une chaîne de caractères indiquant son nom,
- **theta** : un scalaire égal à θ_p^* ,
- **m** : un scalaire égal à \dot{m}_p ,
- **h** : un scalaire égal à \tilde{h}_p .

transfos un vecteur structure de dimension $[1 \times (n - 1)]$. Pour chaque transformation t , les champs de la structure correspondante sont tels que :

- **label** : une chaîne de caractères indiquant son nom,
- **theta** : un scalaire égal à θ_t (ou θ_t^* le cas échéant),
- **DeltaH** : un scalaire égal à $\Delta \dot{H}_t$,
- **In** : un vecteur égal à $[\theta_{\text{in},t}, \dot{m}_{\text{in},t}, \tilde{h}_{\text{in},t}]$, les valeurs du point d'entrée,
- **Out** : un vecteur égal à $[\theta_{\text{out},t}, \dot{m}_{\text{out},t}, \tilde{h}_{\text{out},t}]$, les valeurs du point de sortie,
- **deltaX** : un scalaire, calculée par la fonction, égal à ΔX , la destruction d'exergie.

FONCTION 3 – `makeExchgr.m`

```
exchangers = makeExchgr(transfosH, transfosC)
```

Inputs :

transfosH un vecteur structure de dimension $[1 \times n]$ du type de ceux fournis par la Fonction 2. Il doit contenir les structures des transformations impliquant les fluides chauds des n échangeurs du cycle.

transfosC un vecteur structure similaire à **transfosH** qui contient les structures des transformations impliquant les n fluides froids correspondant (dans le même ordre).

Output :

exchangers un vecteur structure de dimension $[1 \times n]$. Pour chaque échangeur e , les champs de la structure correspondante sont tels que :

- **label** : une chaîne de caractères indiquant son nom,
- **DeltaH** : un scalaire égal à la quantité de chaleur échangée,
- **Hin** : un vecteur égal à **transfosH(e).In**, les valeurs d'entrée du fluide chaud,
- **Hout** : un vecteur égal à **transfosH(e).Out**, les valeurs de sortie du fluide chaud,
- **thetaH** : un scalaire égal à **transfosH(e).theta**,
- **deltaXH** : un scalaire égal à **transfosH(e).deltaX**,
- **Cin** : un vecteur égal à **transfosC(e).In**, les valeurs d'entrée du fluide froid,
- **Cout** : un vecteur égal à **transfosC(e).Out**, les valeurs de sortie du fluide froid,
- **thetaC** : un scalaire égal à **transfosC(e).theta**,
- **deltaXC** : un scalaire égal à **transfosC(e).deltaX**,
- **deltaXtot** : un scalaire calculé par la fonction qui totalise la somme des destructions individuelles d'exergie (**deltaXC** et **deltaXH**) avec celle due au différentiel de température. Remarque : **deltaXC** et **deltaXH** peuvent être nulles, comme c'est le cas pour un échangeur adiabatique.

A.2.2 Fonctions graphiquesFONCTION 4 – `exerFlux.m`

```
flux = exerFlux(inData, connectIn, fig, options)
```

Inputs :

inData fournit les données élémentaires nécessaires au traçage d'une brique élémentaire de flux. La fonction accepte trois types de variables :

- une structure scalaire de type `point` telle qu'introduite dans la sous-section précédente,
- un vecteur de la forme $[\theta, \mathbf{E}]$, où θ et \mathbf{E} sont des scalaires avec $0 \leq \theta \leq 1$.
- une structure scalaire de type `flux` telle que celles générées par les fonctions du programme,

connectIn (facultative mais nécessairement en deuxième position ou vide) permet de connecter le `flux` demandé avec **inData** à la suite d'un flux déjà existant ou à un emplacement donné. La fonction accepte trois type de variables :

- une structure de type `flux` à la suite de laquelle tracer la brique élémentaire demandée,
- un vecteur de la forme $[\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0]$ indiquant les coordonnées du coin inférieur gauche de la brique de flux,
- la chaîne de caractère '`self`' indiquant à la fonction qu'il faut faire le tracé à la suite du flux représenté par la variable `flux` fournie dans **inData** (la fonction renvoie un message d'erreur si **inData** n'est pas une structure `flux`).

fig (facultative mais nécessairement en troisième position ou vide) :

- un pointeur vers une figure dans laquelle tracer le flux,
- la chaîne de caractère '`noPlot`' pour ne pas tracer le flux et simplement générer l'output `flux`.

options quatre options sont personnalisable. A renseigner sous la forme habituelle de MATLAB d'une ou plusieurs paires paramètre/valeur. Lorsqu'une liste de choix est proposée, la valeur par défaut est donnée entre parenthèses :

'contour' '`full`' | ('`parallel`') | '`parallel-.`' | '`none`' | '`-`' | '`:`' | '`-.`' permet de définir l'aspect graphique du contour de la brique élémentaire. Par défaut, la fonction trace deux lignes noires de part et d'autre du flux, ouvert dans le sens de propagation (cf. figure 3.1.1). '`full`' permet de tracer un carré noir tout autour du flux, '`none`' ne trace aucun contour, les trois dernières possibilités sont des options de la fonction interne de MATLAB `plot.m`. Quant à la valeur '`parallel-.`', elle permet d'exécuter le cas '`parallel`' et d'ajouter des traits '`-.`' perpendiculaire à la direction de propagation ; de manière à distinguer les différentes briques élémentaires sur le graphique final.

'direction' '`u`' | '`d`' | ('`r`') | '`l`' permet de préciser la direction de propagation. Si la valeur indiquée est une chaîne de caractères, la fonction ne prend en compte que la dernière lettre de celle-ci. Option non prise en compte si **connectIn** est renseignée.

‘**ndots**’ suivie d’un scalaire, cette option permet de préciser la densité de point d’anergie par unité de surface. Par défaut, `ndots = 75/E` ou `connectIn.ndots` le cas échéant.

‘**label**’ suivie d’une chaîne de caractères, cette option définit le label de l’output `flux`. Si `inData` est une structure avec un label non vide, celui fourni en option sera prioritaire.

Output :

flux une structure scalaire avec les champs suivants :

- **label** : une chaîne de caractères indiquant son nom le cas échéant, vide sinon.
- **theta** : le scalaire θ fourni par `inData`.
- **E** : le scalaire `E` de `inData`.
- **sideLength** : un scalaire égal au côté du carré tracé, soit \sqrt{E} .
- **exer_flux** : un vecteur définissant les limites du flux d’exergie dans le système de coordonnées du carré (i.e. par rapport au vecteur $[x_{\min}, y_{\min}]$ défini ci-dessous) : $[l_{\theta, \min}, l_{\theta, \max}]$. Il est naturellement exprimé le long de l’axe perpendiculaire à la direction de propagation. Ainsi, si le flux est horizontal, les données du champ `exer_flux` sont relatives à l’axe vertical `y`, et s’il est vertical, elles sont exprimées le long de l’axe horizontal `x`.
- **ndots** : un scalaire fournissant la densité de points.
- **XYlim** : un vecteur contenant les limites du carré dans le système de coordonnées de la figure concernée : $[x_{\min}, x_{\max}, y_{\min}, y_{\max}]$.
- **direction** : une chaîne de caractère indiquant la direction : `horizontal_r`, `horizontal_l`, `vertical_u` ou `vertical_d`.

Plot : la fonction trace la brique élémentaire de flux correspondant aux données physiques portées par `inData`.



FONCTION 5 – propagateFlux.m

```
outflux = propagateFlux(influx, n, fig, options)
```

Inputs :

influx une structure scalaire de type `flux` à prolonger.

n un scalaire donnant le nombre de brique élémentaire identique à tracer dans le prolongement de `influx`. Si $n < 0$, la propagation se fait dans la direction opposée à `inFlux` (i.e. traçage à rebours de la direction de propagation).

fig (facultatif mais nécessairement en troisième position ou vide) un pointeur vers une figure dans laquelle tracer les briques de flux.

options deux options sont personnalisables. A renseigner sous la forme habituelle de MATLAB d'une ou plusieurs paires paramètre/valeur. Lorsqu'une liste de choix est proposée, la valeur par défaut est donnée entre parenthèses :

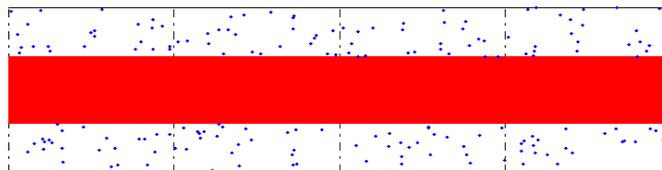
'**contour**' `true` | (`false`) si l'option est appelée, la fonction insère des lignes `'-.'` entre chaque brique élémentaire tracée. Les deux lignes noirs parallèles à la direction de propagation délimitant le flux (par défaut dans `exerFlux.m`) sont quant à elles toujours tracées.

'**ndots**' suivie d'un scalaire, cette option permet d'imposer une densité de point d'anergie différente de celle de `inFlux`.

Output :

outflux une structure scalaire de type `flux` contenant les mêmes caractéristiques physiques que `influx` et les propriétés graphiques de la dernière brique tracée par la fonction. Si $n = 0$, la fonction retourne simplement la structure entrée en input.

Plot : la fonction trace les n briques élémentaires identiques à `influx` les unes à la suite des autres. Par exemple avec $n = 4$ et appel de l'option '`contour`' :



FONCTION 6 – `turnFlux.m`

```
turn = turnFlux(influx, outDir, fig, options)
```

Inputs :

inFlux une structure scalaire de type `flux` à la suite de laquelle on veut faire tourner graphiquement le flux.

outDir ‘r’ | ‘l’ un caractère indiquant si le flux doit tourner à droite ou à gauche respectivement. Si une chaîne de caractère en entrée, la fonction ne considère que la première lettre.

fig (facultatif mais nécessairement en troisième position ou vide) un pointeur vers une figure dans laquelle tracer le flux tournant.

options deux options sont personnalisables. A renseigner sous la forme habituelle de MATLAB d’une ou plusieurs paires paramètre/valeur. Lorsqu’une liste de choix est proposée, la valeur par défaut est donnée entre parenthèses :

‘**contour**’ true | (false) si l’option est appelée, la fonction insère des lignes ‘-.’ entre chaque brique élémentaire tracée.

‘**ndots**’ suivie d’un scalaire, cette option permet d’imposer une densité de point d’anergie différente de celle de **inFlux**.

‘**connectOut**’ suivie d’une structure **flux** désignant une brique de flux à laquelle raccorder le flux après avoir effectué le tournant. La fonction fait appel à **propagateFlux.m** avant ou après le tournant si nécessaire.

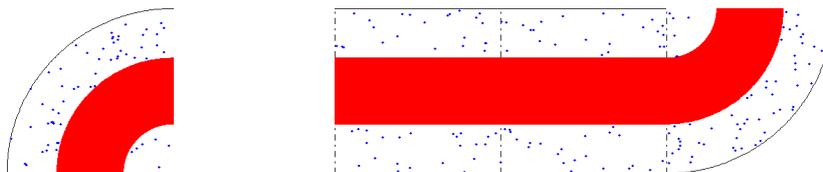
Output :

turn une structure scalaire de type **flux** contenant les mêmes caractéristiques physiques que **influx** et les propriétés graphiques de la dernière brique tracée par la fonction, sa direction notamment. Celle-ci peut être le tournant lui-même ou de la dernière brique prolongée le cas échéant.

Plot : la fonction trace la brique de flux tournante à la suite de **influx** ou après avoir eu recours à **propagateFlux.m** pour satisfaire la connexion à **connectOut**. Un second appel de **propagateFlux.m** est effectué après le tournant si besoin. De plus, la fonction trace des portions de briques (distinctement délimité si l’option ‘**contour**’ est validée) afin d’assurer la connexion si besoin.

Par exemple ci-dessous : à gauche, un flux tournant vers la droite à partir d’un **influx** se dirigeant vers le haut ; à droite, un flux tournant vers la gauche après avoir été prolongé de deux briques élémentaires (dans les deux cas, le flux porté par **influx** n’est pas représenté).

la direction de **inFlux** est vers le haut et on fait tourner le flux vers la droite ; à droite, un tournant vers la gauche après avoir prolongé. Respectivement, sans et avec activation de l’option ‘**contour**’.



FONCTION 7 – arrowFlux.m

```
arrow = arrowFlux(influx, arrowDir, fig, options)
```

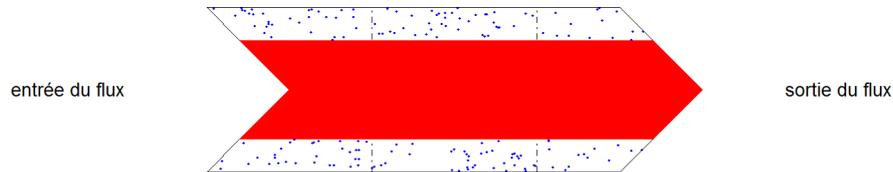
Inputs :

- influx** une structure scalaire de type **flux** à la suite (ou en amont) de laquelle on veut insérer un extrémité de flèche et éventuellement un label graphique.
- arrowDir** 'in' | ('out') (facultative mais nécessairement en deuxième position ou vide) chaîne de caractères indiquant à la fonction si l'on souhaite insérer une flèche entrante ou sortante.
- fig** (facultatif mais nécessairement en troisième position ou vide) un pointeur vers une figure dans laquelle tracer le flux tournant.
- options** quatre options sont personnalisables. A renseigner sous la forme habituelle de MATLAB d'une ou plusieurs paires paramètre/valeur. Lorsqu'une liste de choix est proposée, la valeur par défaut est donnée entre parenthèses :
- '**ndots**' suivie d'un scalaire, cette option permet d'imposer une densité de point d'anergie différente de celle de **influx**.
 - '**long**' suivie d'un scalaire, on peut préciser à la fonction combien de brique élémentaire on veut ajouter à la suite ou en amont de **influx** avant de tracer la flèche. Si le scalaire est négatif, la fonction prend la valeur absolue et dans tous les cas trace la prolongation dans la direction appropriée en fonction de **arrowDir**.
 - '**label**' suivie d'une chaîne de caractères, cette option indique à la fonction le label que l'on souhaite apposer à la flèche. La string '**self**' permet d'inscrire le label de **influx**.
 - '**labelPos**' ('face') | 'left' | 'right' permet de préciser là où on souhaite inscrire le label. 'left' et 'right' sont considérés par rapport à la direction de propagation, ainsi, ils peuvent correspondre à un label situé au-dessus ou en-dessous.
 - '**labelDist**' suivi d'un scalaire, cette option permet d'imposer une distance à laquelle inscrire le label par rapport à la portion de flèche tracée. Par défaut, cette longueur est égale à celle de la moitié du côté de la brique portée par **influx**.
 - '**labelSize**' suivi d'un scalaire, cette option permet d'imposer une taille de font différente de 12 (valeur par défaut).

Output :

- arrow** une structure scalaire de type **flux** contenant les mêmes caractéristiques physiques que **influx** et les propriétés graphiques de l'extrémité de la flèche tracée. Si l'option '**label**' est définie et différente du champ **label** de **influx**, c'est celle-ci qui sera attribué à **arrow**.

Plot : La fonction trace une extrémité entrante ou sortante de flèche, à la suite d'une prolongation le cas échéant, ainsi qu'un label si demandé.



FONCTION 8 – `transFlux.m`

Cette fonction permet de tracer des briques de transformation :

```
fluxes = transFlux(transfo, connectIn, fig, options)
```

ou de créer une simple bifurcation dans le réseau :

```
fluxes = transFlux(flux, connectIn, fig, ...
                  'division', ratio, options)
```

Inputs :

transfo une structure scalaire de type `transfo` qui contient les caractéristiques physiques de la transformation que l'on souhaite représenter. Si la fonction est utilisée pour diviser un flux en deux selon un ratio donné (voir l'option `'division'` ci-dessous), alors la structure doit être de type `flux` et pointer vers la brique que l'on souhaite diviser en deux.

connectIn (facultative mais nécessairement en deuxième position ou vide) permet de tracer la transformation portée par `transfo` à la suite d'une brique de flux déjà tracée ou à un emplacement donné; et de préciser, le cas échéant, avec quelle brique de flux déjà tracée sur la graphique effectuer la connexion du flux d'énergie émis ou reçu pendant la transformation. La fonction accepte deux types de variables :

- une structure de type `flux` (scalaire ou bivaluée) portant une brique de flux tracée (ou deux le cas échéant).
- un vecteur de la forme $[x_0, y_0]$ indiquant les coordonnées du coin inférieur gauche de la brique de transformation.

Si `connectIn` est une structure `flux` scalaire, elle doit nécessairement porter la brique de flux correspondant au flux principal entrant dans la transformation portée par `transfo` (i.e. celui recevant ou cédant de l'énergie). Si `connectIn` est bivaluée, la seconde structure `flux` du vecteur doit nécessairement pointer vers une brique

de flux correspondant à l'énergie reçue ou cédée. La fonction assurera alors la connexion des deux flux (en faisant appel à la fonction `propagateFlux.m` si nécessaire).

fig (facultatif mais nécessairement en troisième position ou vide) un pointeur vers une figure dans laquelle tracer la transformation.

options cinq options sont personnalisables. A renseigner sous la forme habituelle de MATLAB d'une ou plusieurs paires paramètre/valeur. Lorsqu'une liste de choix est proposée, la valeur par défaut est donnée entre parenthèses :

'ndots' suivie d'un scalaire, cette option permet d'imposer une densité de point d'anergie. Si `connectIn` est renseignée, la valeur par défaut est prise égale au champ `ndots` de la structure `flux` correspondante (si `connectIn` est bivaluée, la plus petite des deux valeurs est prise), sinon : $\text{ndots} = 75/\max([\text{enerIn}, \text{enerOut}, \text{deltaH}])$, où le `max` est déterminé parmi les énergies du flux principal entrant (`enerIn`), sortant (`enerOut`) ou du flux cédé (ou reçu) d'énergie (`deltaH`).

'contour' `true` | (`false`) si l'option est appelée, la fonction insère des lignes `'-.'` entre les briques de flux et la brique de transformation centrale (voir sur l'exemple ci-dessous).

'forward' (`true`) | `false` indique si la direction du flux principal (nécessairement horizontal) doit être orientée vers la droite (par défaut) ou vers la gauche.

'inverse' `true` | (`false`) indique à la fonction où tracer le flux secondaire d'énergie. Par défaut, celui-ci entre par le haut de la brique de transformation, ou en ressort par le bas le cas échéant. Si l'option `'inverse'` est appelée, la fonction inversera les directions d'entrée et de sortie, i.e. le flux secondaire entrera par le bas ou sortira par le haut.

'destructID' (`'both'`) | `'ener'` | `'fluid'` lorsque le flux secondaire apporte de l'énergie au flux primaire, cette option permet de spécifier à la fonction si l'on souhaite représenter la destruction d'exergie s'effectuant uniquement sur le flux principal `'fluid'`, secondaire `'ener'`, ou sur les deux `'both'`.

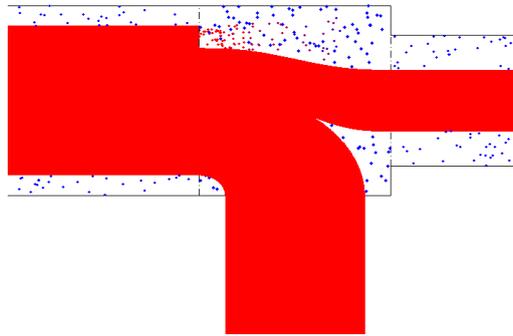
'division' suivie d'un scalaire compris entre 0 et 1, cette option permet de diviser un flux en deux selon un ratio donné. Par défaut, le flux secondaire quittera la brique de transformation par la droite relativement à la direction de propagation, l'option `'inverse'` permet d'inverser ce comportement. ATTENTION : cette option nécessite que la première variable donnée en input soit une structure de type `flux`.

'vert' `'true'` | (`'false'`) par défaut le flux principal est horizontal. Cette option permet de l'imposer vertical. Si `connectIn` est renseignée et que le flux correspondant est vertical (`'u'` ou `'d'`) alors l'option sera validée automatiquement.

Output :

fluxes un vecteur structure **flux** de dimension $[1 \times 3]$. Les deux premières valeurs du vecteur portent le flux principal entrant et sortant respectivement, et la troisième le flux énergétique reçu ou cédé.

Plot : Par défaut, la fonction trace la brique de transformation correspondante à **transfo** et les trois briques de flux entrante(s) et sortante(s) qui y sont liées. Si une structure **connectIn** est fournie, la fonction ne tracera pas la (ou les) brique(s) de flux correspondante(s). Si dessous, l'exemple d'une turbine à gaz adiabatique (l'option '**contour**' a été appelée).

FONCTION 9 – `exchgrFlux.m`

```
fluxes = exchgrFlux(exchangeur, connectIn, fig, options)
```

Inputs :

exchangeur contient les caractéristiques physiques de l'échangeur de chaleur que l'on souhaite représenter. La fonction accepte deux types de variables :

- une structure scalaire de type **exchangeur**,
- un vecteur structure de dimension $[1 \times 2]$ contenant les structures de type **transfo** correspondant aux deux fluides de l'échangeur (l'un émettant, l'autre recevant).

connectIn (facultative mais nécessairement en deuxième position ou vide) permet de tracer l'échangeur porté par **exchangeur** à la suite d'une (ou de deux) brique(s) de flux déjà tracée(s) ou à un emplacement donné. La fonction accepte deux types de variables :

- une structure de type **flux** (scalaire ou bivaluée) portant une brique de flux tracée (ou deux le cas échéant),

- un vecteur de la forme $[x_0, y_0]$ indiquant les coordonnées du coin inférieur gauche de la brique centrale (portant la destruction d'exergie).

Les briques de flux pointées par les structures du vecteur `connectIn` peuvent correspondre à l'entrée de l'un des deux fluides ou à l'un des deux flux d'énergie (émis ou reçu). Si `connectIn` est bivaluée, l'une des deux valeurs doit correspondre au fluide chaud et l'autre au fluide froid. Il peut s'agir des deux briques de fluide entrantes ou d'une brique de fluide entrante et d'une brique d'énergie (émise ou reçue en fonction des cas).

fig (facultatif mais nécessairement en troisième position ou vide) un pointeur vers une figure dans laquelle tracer l'échangeur de chaleur.

options quatre options sont personnalisables. A renseigner sous la forme habituelle de MATLAB d'une ou plusieurs paires paramètre/valeur. Lorsqu'une liste de choix est proposée, la valeur par défaut est donnée entre parenthèses :

'**ndots**' suivie d'un scalaire, cette option permet d'imposer une densité de point d'anergie. Si `connectIn` est renseignée, la valeur par défaut est prise égale au champ `ndots` de la structure `flux` correspondante (si `connectIn` est bivaluée, la plus petite des deux valeurs est prise), sinon : `ndots = 75/max([enerInH, enerOutC, deltaH])`, où le `max` est déterminé parmi les énergies du fluide chaud entrant (`enerInH`), du fluide froid sortant (`enerOutC`) ou du flux de chaleur reçue ou cédée (`deltaH`).

'**contour**' `true` | (`false`) si l'option est appelée, la fonction insère des lignes `'-.'` entre les briques de flux et la brique de transformation correspondante.

'**dirID**' ('`forwardHot`') | '`backwardHot`' | '`forwardCold`' | '`backwardCold`' permet d'imposer la direction des fluides, *forward* est vers la droite et *backward* vers la gauche. Un seul fluide est orientable avec cette option, le second fluide sera orienté en fonction de l'input donné pour l'option '`exchgrType`'.

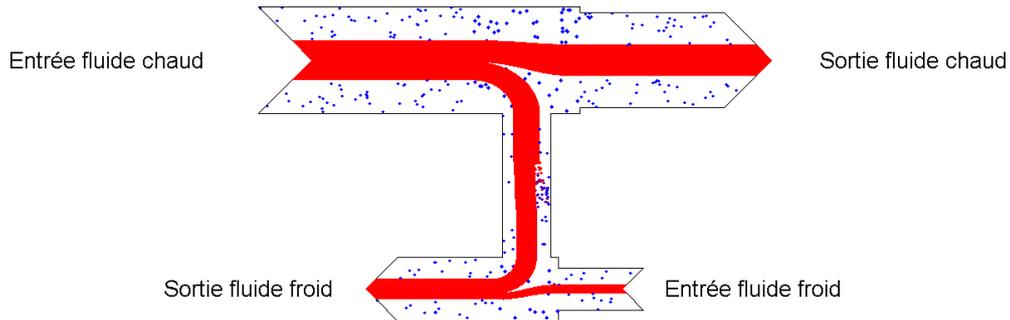
'**exchgrType**' ('`counterFlow`') | '`coFlow`' permet d'orienter les fluides l'un par rapport à l'autre : en co-courant ou à contre-courant (défaut).

Output :

fluxes un vecteur structure `flux` de dimension $[1 \times 7]$ (ou $[1 \times 4]$ si l'une des valeurs de `connectIn` correspond à l'un des flux d'énergie émis ou reçu). Les trois premières valeurs correspondent au fluide chaud (dans l'ordre : à l'entrée de l'échangeur, sa sortie et le flux d'énergie cédé). Les trois suivantes correspondent au fluide froid dans le même ordre. La dernière structure porte la brique centrale de destruction

d'exergie. Si l'une des valeurs de `connectIn` correspond à l'un des flux d'énergie émis ou reçu, les trois premières valeurs de `fluxes` correspondent au fluide recevant ou émettant le flux d'énergie renseigné, et la quatrième correspond à la brique de destruction d'exergie.

Plot : La fonction trace l'échangeur de chaleur porté par la structure `exchanger`. Par exemple, ci-dessous, un échangeur à contre-courant auquel, pour plus de clarté, on a ajouté les pointes entrantes et sortantes de flèches à l'aide de la fonction `arrow.m`.



Annexe B

Analyses annexes pour l'étude du bâtiment A de l'UPN

Cette annexe présente les détails de la modélisation du bâti du bâtiment A de l'UPN faite avec le logiciel Alcyone (IZUBA énergies), ainsi que les résultats de simulations thermiques dynamiques (STD) réalisées avec le logiciel Pleiades+Comfie (IZUBA énergies).

B.1 Présentation du bâtiment

Construits au début des années 60, les bâtiments historiques du site de Nanterre de l'Université Paris Nanterre vont être rénovés.

Le chauffage et l'apport en eau chaude sanitaire de ces bâtiments sont assurés par la chaufferie n°1 (ovale orange sur la figure B.1.1). Celle-ci alimente les bâtiments A (cercle orange sur la même figure), B à G, I, la BU (Bibliothèque Universitaire) et le CSU (Centre Sportif Universitaire). Elle est constituée de quatre chaudières (deux Atlantic Guillot de 4500 W et deux SAPCA de 1977 W) alimentant 4 réseaux primaires : A-B, C-D-E, F-G-I et BU-CSU.

Notre étude porte sur le bâtiment A (figure B.1.3). Ce rapport présente les détails de la modélisation du bâti avec le logiciel Alcyone (IZUBA énergies) et les résultats de simulations thermiques dynamiques (STD) réalisées avec le logiciel Pleiades+Comfie (IZUBA énergies).

La figure B.1.1 est un plan simplifié du site de Nanterre de l'Université Paris-Ouest sur lequel ont été tracés les réseaux (anciens et récents) de chauffage. La figure B.1.3 présente quatre photos des façades du bâtiment A et la figure B.1.2 montre la modélisation 3D réalisée avec Alcyone. Le bâtiment sans fenêtre est le bâtiment B, modélisé grossièrement afin de rendre compte des effets d'ombrage.

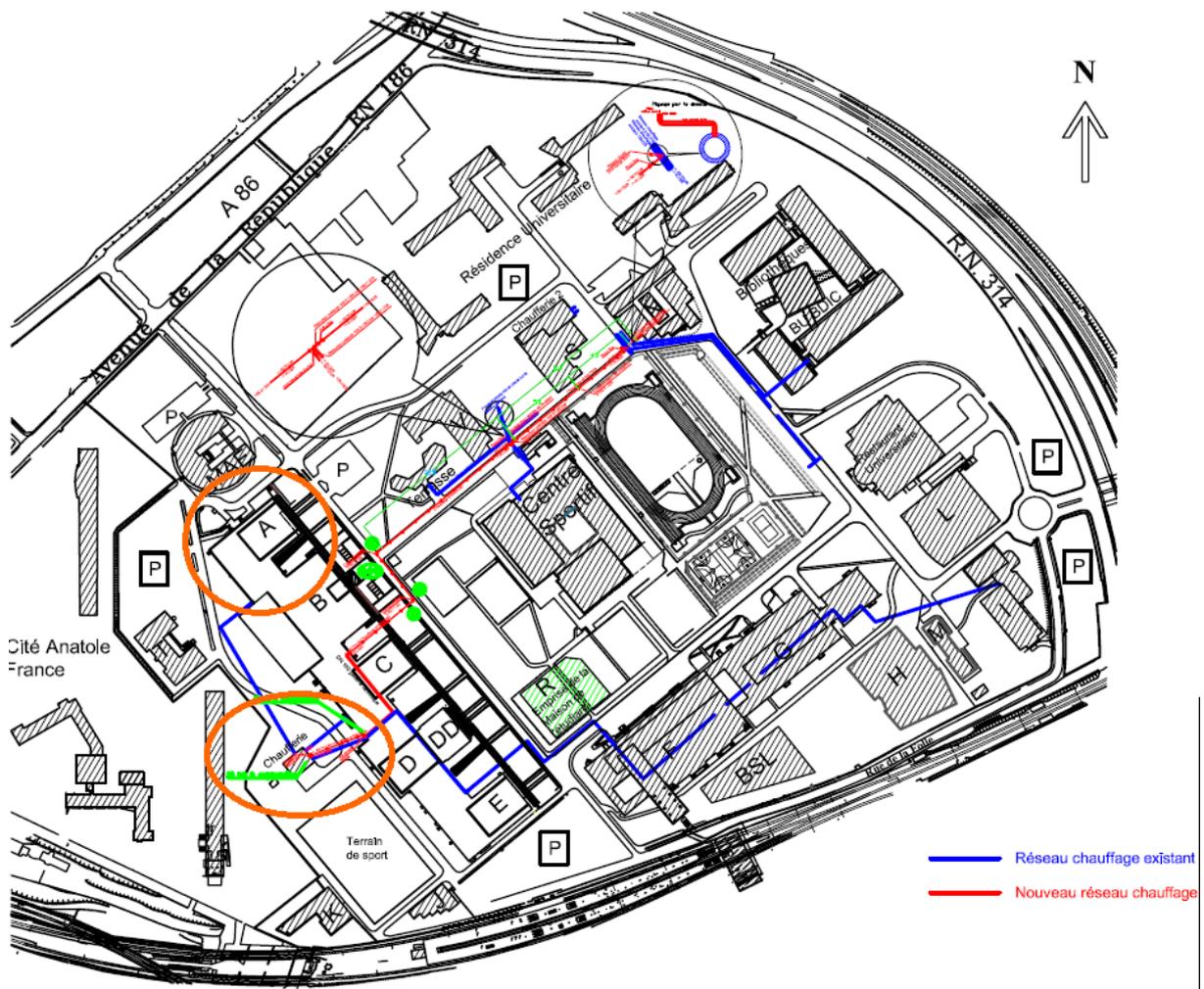
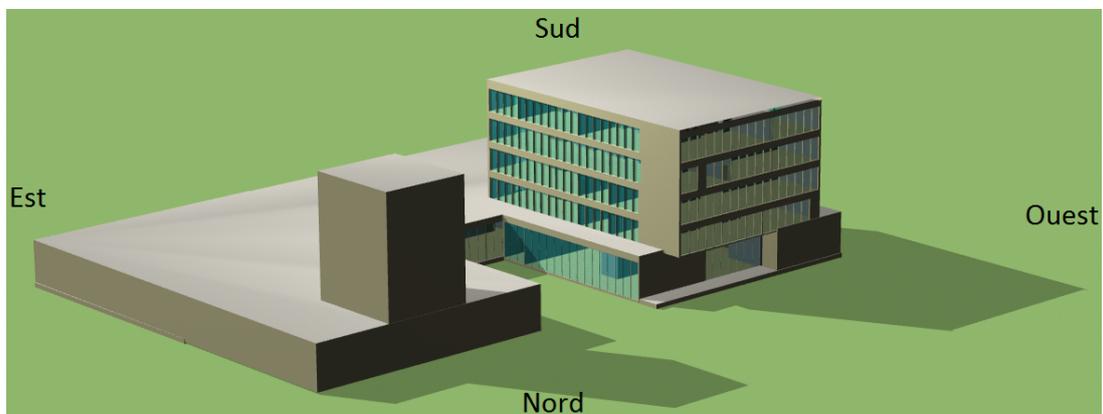
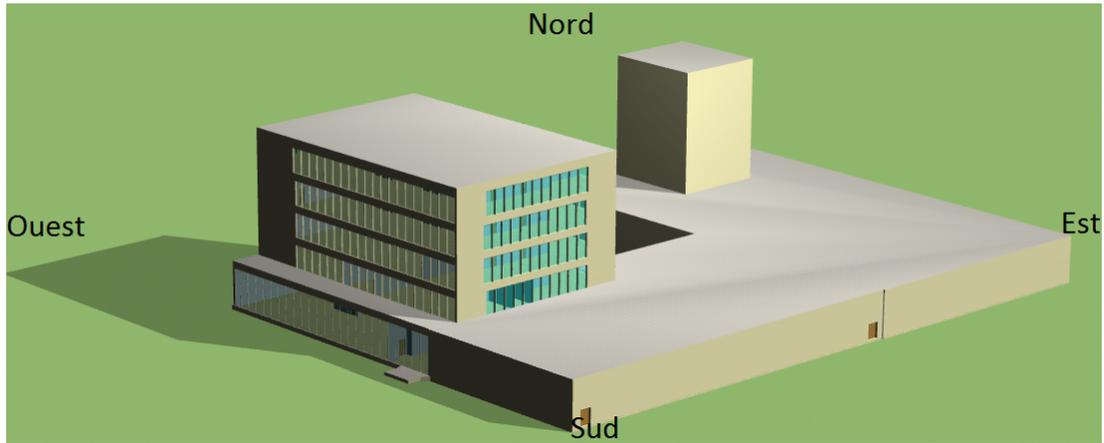


FIGURE B.1.1 – Réseau de chauffage du site de Nanterre de l'Université Paris-Ouest. Le bâtiment A à l'étude et la chaufferie n°1 sont encadrés en orange.



(a) Façade Nord-Est et Nord-Ouest.



(b) Façade Sud-Est et Sud-Ouest.

FIGURE B.1.2 – Modélisation 3D du bâtiment (Alcyone). Le bâtiment sans fenêtre correspond au bâtiment B mis en place pour rendre compte des ombres portées par celui-ci.



(a) Façade Nord-Ouest.



(b) Façade Nord-Est.



(c) Façade Sud-Ouest.



(d) Façade Sud-Est.

FIGURE B.1.3 – Façades du bâtiment A de l'UPN.

B.1.1 plans et zonage

Les plans présentés sur les figures B.1.4 à B.1.6 sont des captures d'écran du logiciel Alcyone. Les couleurs correspondent aux différentes zones d'utilisation telles que décrites dans le tableau infra.

TABLEAU B.1.1 – Zonage du bâtiment et utilisations.

Zone	Description	Surface	Caractéristiques / Utilisation principale
	Vide-Sanitaire	1000 m ²	En sous-sol, essentiellement sous les amphithéâtres.
	Sous-sol	1400 m ²	Salles d'archivages et locaux techniques.
	Bureaux	2400 m ²	Administratifs, principalement : scolarité et écoles doctorales.
	Salles de cours	600 m ²	Accueil de cours de Master d'une vingtaine d'étudiants en moyenne.
	Amphithéâtres	1000 m ²	Chaque Amphithéâtre est chauffé au moyen d'une CTA chauffante.
	Couloirs, hall et escaliers	1900 m ²	Le hall d'entrée, les couloirs et les escaliers forment une même zone thermique et sont définis comme « lieu de passage ».
	Toilettes	50 m ²	Les toilettes sont munies d'émetteurs d'eau chaude sanitaire et définies comme « lieu de séjour temporaire ».
	Hors analyse 1		Non chauffées, ces pièces correspondent au sous-sol du bâtiment B et à la rampe d'accès voiture au sous-sol (pièce qui est alors définie « ouverte sur l'extérieur »).
	Hors analyse 2		Chauffées mais non comptabilisées dans le bilan final, cette pièce correspond au rez-de-chaussée du bâtiment B.

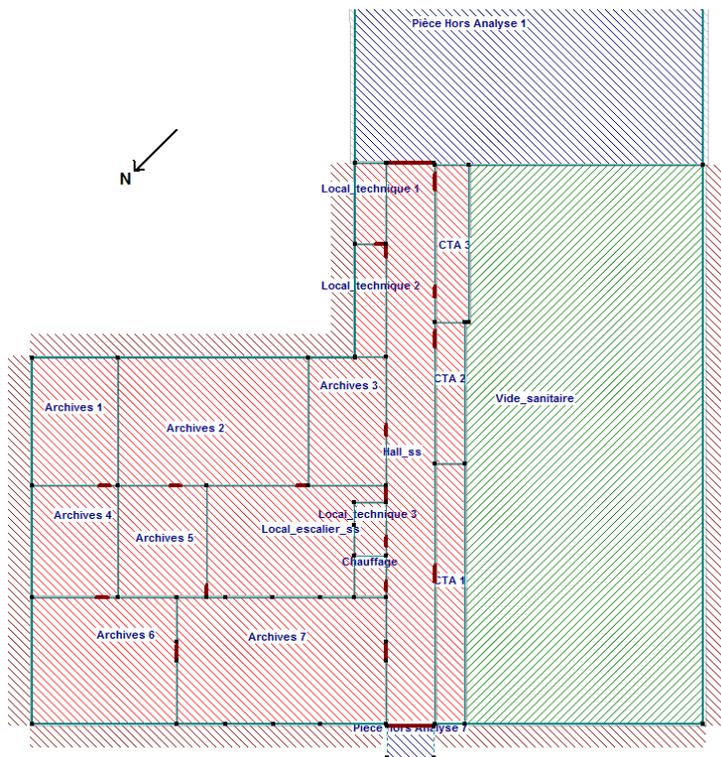


FIGURE B.1.4 – Sous-sol – vide sanitaire, salles d’archive et locaux techniques.

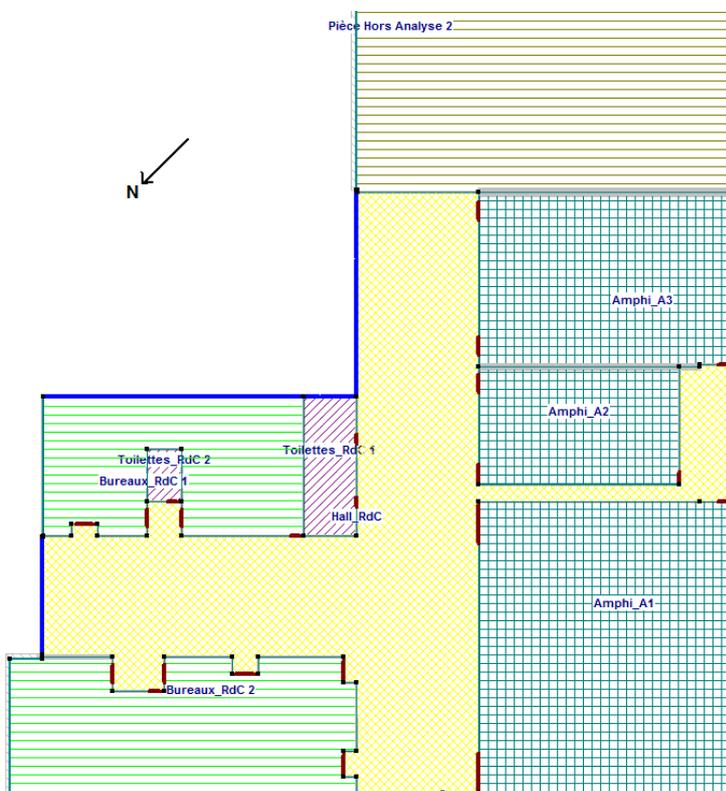


FIGURE B.1.5 – Rez-de-chaussée – amphithéâtres, bureaux et toilettes.

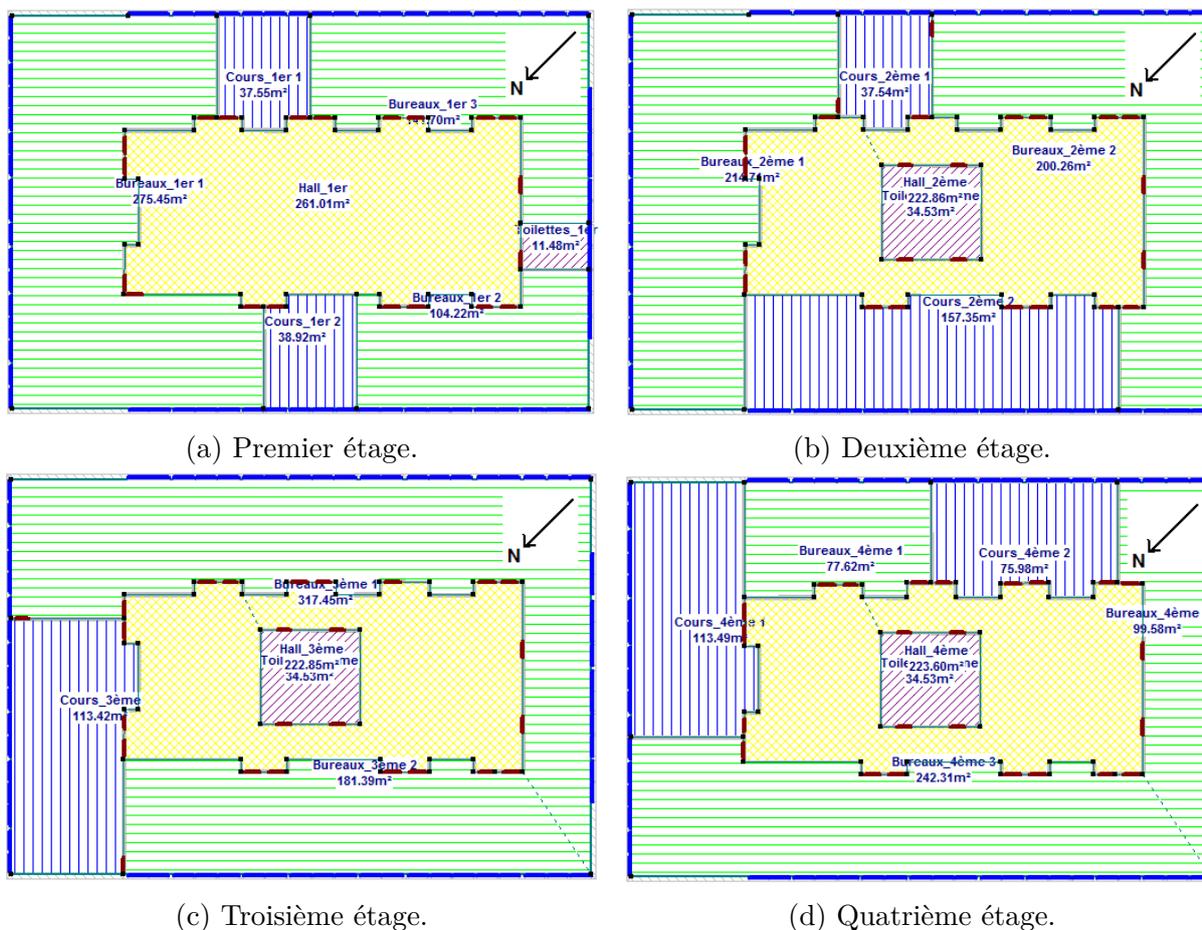


FIGURE B.1.6 – Étages courants – bureaux, salles de cours et toilettes.

B.1.2 Données techniques du bâti et des menuiseries

Un rapport de diagnostic d'enveloppe a été effectué sur le bâtiment A par les organismes suivants :

- DUMONT LEGRAND ARCHITECTES : Architecte Mandataire de l'équipe / Pilotage
- INEX : Bureau d'études fluides et environnemental
- FACADE 2000 : Bureau d'études conception de façades/Structure
- ACCORD ACOUSTIQUE : Acousticien
- ING2E : Maîtrise d'œuvre et amiante

nous en résumons ici les caractéristiques principales.

B.1.2.1 Étages courants (du 1^{er} au 4^{ème} étage)

La structure est en béton (apparente de l'extérieur) constituée d'éléments de menuiserie de 3,10 m de haut sur 1,45 m de large disposés :

- par 2 ou 3 éléments sur les façades Nord-Ouest, Sud-Est et Nord-Est (figures B.1.3a, b et d),
- en bandes horizontales sur la façade Sud-Ouest (figure B.1.3c).

Chaque élément est constitué, du haut vers le bas, de :

- une imposte vitrée fixe ou à soufflet,
- un châssis pivotant vitré,
- une allège vitrée,
- une allège opaque (commune aux autres éléments de la trame).

Les vitrages sont simples et les allèges opaques sont équipées d'une glace émaillée devant une lame d'air et une allège maçonnée. Laquelle est percée de grilles de ventilation sur lesquelles sont fixées les radiateurs et la tuyauterie.

Entre chaque élément de 1,45 m, le meneau est en tôles pliées sans isolant.

Chaque trame d'éléments (deux, trois ou la longueur complète) de menuiserie présente un habillage périphérique extérieur (sur les quatre cotés) constitué d'un pliage aluminium finition anodique incolore sans rupture de pont thermique.

En partie haute la traverse intègre une occultation extérieure constitué d'un store toile (inutilisable aujourd'hui car très dégradé voir absent dans la plupart des cas donc non modélisé dans Alcyone).

B.1.2.2 Façades anciennes du rez-de-chaussée

Ces façades sont constituées d'éléments menuisés de 1,45 m de large sur 4 m de haut (figure B.1.7). Les parties vitrées sont composées d'éléments vitrés fixes et, au rythme d'une trame sur deux : un ouvrant coulissant ou un châssis à soufflet en imposte. Tous ces éléments sont équipés de vitrages simples et sans occultation extérieure. Les parties basses opaques sont constituées, de l'extérieur vers l'intérieur, d'une glace émaillée, un isolant minéral de 30 à 40 mm d'épaisseur et un revêtement intérieur « fontex » d'une épaisseur de 35mm. Ces ensembles sont constitués de profils d'aluminium sans rupture de pont thermique finition anodique incolore. Entre chaque élément de 1,45 m, présence d'un relief extérieur constitué de pliages aluminium finition anodique incolore. Présence d'une occultation intérieure type rideau coulissant.



FIGURE B.1.7 – Éléments de menuiserie des façades anciennes du rez-de-chaussée.

B.1.2.3 Baies vitrées du rez-de-chaussée

Le rez-de-chaussée présente de nombreux éléments menuisés toute hauteur comme on peut le voir sur la photo de la figure B.1.8). De même que précédemment, ces ensembles sont constitués de profils aluminium et sont équipés de simples vitrages. Les portes d'accès sont battantes.



(a) Portes d'entrée de la façade Nord-Ouest.

(b) Baies vitrées de fond de patio.

FIGURE B.1.8 – Baies vitrées et portes d'entrée.

B.1.2.4 Caractéristiques générales des matériaux

- Présence d'un isolant minéral d'une épaisseur de 30/40 mm dans les parties opaques des étages courants.
- Profils en aluminium finition anodisée naturelle (ou incolore) sans rupture de pont thermique.
- Les vitrages sont simples et d'une épaisseur de 6 à 8 mm.
- Les glaces émaillées sont d'une épaisseur de 4 à 6 mm.

B.2 Modélisation numérique du bâtiment

B.2.1 La suite de logiciels d'IZUBA énergies

La société IZUBA¹ a développé une suite de logiciels destinée à, d'une part modéliser le bâti (figures B.1.2 à B.1.6), et d'autre part simuler son utilisation et effectuer divers calculs. Cette suite est composée de deux logiciels principaux et de modules complémentaires (voir figure B.2.1) :

- Alcyone permet de réaliser la saisie graphique du bâtiment étage par étage et de paramétrer le climat ainsi que différents éléments environnementaux, notamment l'horizon et les masques solaires avoisinant.
- Pleiades propose d'une part une large bibliothèque d'éléments de construction ou d'utilisation du bâtiment qu'il est possible de compléter ; et d'autre part permet de simuler l'utilisation du bâtiment et de réaliser différents calculs, notamment en simulation thermique dynamique (à l'aide du moteur de calcul Comfie), en rapport à la réglementation thermique 2012, ou encore de dimensionnement de chauffage et climatisation.

1. IZUBA énergies (www.izuba.fr) est une société coopérative et participative (SCOP) créée en 2001 par quatre personnes issues de GEFOSAT (www.gefosat.org), une association technique travaillant depuis 1978 sur le développement des énergies renouvelables et de l'efficacité énergétique.

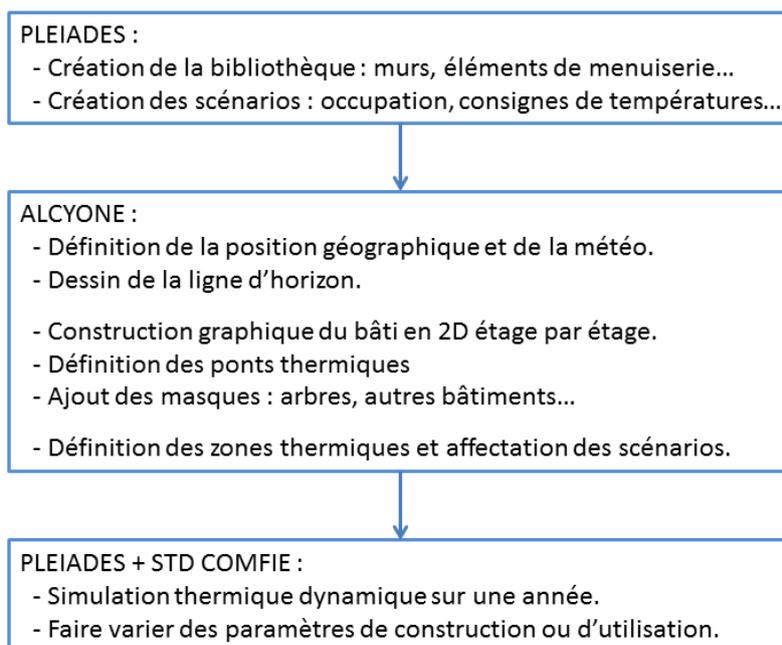


FIGURE B.2.1 – Étapes de création de la maquette numérique et des caractéristiques d'utilisation.

B.2.2 Bibliothèque Pleiades

Les caractéristiques décrites dans la partie précédente ont été reprises au maximum dans la bibliothèque Pleiades pour créer les éléments de construction (murs, sol, toit, portes et menuiserie) utilisés pour la modélisation du bâtiment.

B.2.2.1 Éléments de construction

D'après le rapport présenté ci-dessus, les murs sont en béton, construit dans les années 60's, et ont été isolé par l'intérieur à l'aide d'un isolant minéral d'une épaisseur estimée à 30/40 mm. Par ailleurs, les plans fournis par le service du patrimoine de l'université nous ont permis de déduire les épaisseurs de mur. Les murs extérieurs ont alors été définis par défaut avec une épaisseur d'isolant de 35 mm. Le bâtiment est construit sur une dalle de béton, et le toit est également bétonné et recouvert de gravier. Le tableau B.2.2 regroupe les caractéristiques des murs, sol et toit, et le tableau B.2.1 présente les coefficients linéiques de transmission des ponts thermiques (bibliothèque standard de Pleiades).

TABLEAU B.2.1 – Coefficients linéiques de transmission des ponts thermiques.

Type	Ψ [W/(K m)]
Angle	0,01
Mur / refend	0,205
Plafond	0,39
Plancher	0,3

TABLEAU B.2.2 – Caractéristique des murs, sol et toit du bâti. Le cas échéant, les lignes de couleur gris sombre présentent les valeurs totales de l'élément considéré ; et les lignes de couleur gris clair, les valeurs des sous-éléments le constituant. Lorsque plusieurs valeurs sont fournies, elles correspondent aux différentes

	Épaisseur [cm]	Densité de surface [kg/m ²]	Conductivité thermique [W/(m ² K)]	Résistance thermique [m K/W]
Toit	9,5	135	0,039	0,89
Gravier	1	20	2,000	0,01
Béton lourd	5	115	1,750	0,03
Laine de verre	3,5	0	0,041	0,85
Mur extérieur	18,5 / 23,5 / 27,5 / 33,5 / 43,5	345 / 460 / 552 / 690 / 920	0,040	0,936 / 0,964 / 0,987 / 1,021 / 1,079
Béton lourd	15 / 20 / 24 / 30 / 40	345 / 460 / 552 / 690 / 920	1,750	0,086 / 0,114 / 0,137 / 0,171 / 0,229
Laine de verre	3,5	0	0,041	0,85
Mur porteurs				
Béton lourd	5 / 10 / 15 / 20	115 / 230 / 345 / 460	1,750	0,029 / 0,057 / 0,086 / 0,114
Dalle de béton				
Béton lourd	20	460	1,750	0,11

B.2.2.2 Éléments de menuiserie

Le tableau infra résume les caractéristiques entrées ou proposées par le logiciel (cases grisées) pour les différents éléments de menuiserie. Les trois dernières lignes donnent, dans l'ordre, les coefficients globaux calculés pour les étages courants (cf. sous-partie B.1.2.1), les fenêtres des façades anciennes du rez-de-chaussée (cf. sous-partie B.1.2.2) et les baies vitrées (cf. sous-partie B.1.2.3).

TABLEAU B.2.3 – Caractéristiques des éléments de menuiserie.

	Coefficient transmis- sion thermique [W/(m ² K)]	Coefficient d'absorp- tion	Psi intercalaire [W/(m K)]	Facteur Solaire	Transmis- sion lumineuse
Cadre (clair) en aluminium sans rupture de pont thermique	$U_f = 5$	$\alpha_f = 0,4$		$S_f = 0,08$	
Vitrage simple, non traité	$U_q = 5,65$		$\Psi_q = 0,02$	$S_q = 0,855$	$Tl_q = 0,82$
Partie opaque : glace émaillée, lame d'air et allège maçonnée	$U_p = 1$	$\alpha_p = 0,9$	$\Psi_p = 0,2$	$S_p = 0,04$	
Résultats – Étages courants	$U_w = 4,229$			$S_w = 0,578$	$Tl_w = 0,541$
Résultats – Fenêtre du RdC	$U_w = 4,787$			$S_w = 0,677$	$Tl_w = 0,64$
Résultats – Baies vitrées du RdC	$U_w = 5,624$			$S_w = 0,824$	$Tl_w = 0,787$

B.2.3 Scénarios d'utilisation du bâtiment

Une fois le bâtiment modélisé à l'aide d'Alcyone, la Simulation Thermique Dynamique (STD) effectuée par Pleiades s'appuie sur des scénarios d'utilisation du bâtiment :

- consignes de températures (cf. partie B.2.3.1),
- scénarios d'occupation (cf. partie B.2.3.2),
- scénarios d'éclairage (cf. partie B.2.3.3),
- apports thermiques par les ordinateurs (cf. partie B.2.3.4).

B.2.3.1 Scénarios de chauffage

Les consignes de température hebdomadaires sont données sur les figures B.2.2b et c. Celles-ci sont ensuite utilisées pour définir deux scénarios annuels de chauffage, cf. figure B.2.2a pour le cas des bureaux et salles de cours, amphithéâtres y-compris.

Le scénario annuel de chauffage pour le hall d'entrée, les couloirs, escaliers et toilettes est similaire à celui présenté sur la figure B.2.2a avec le scénario hebdomadaire correspondant : « Chauffage 15-13 » de la figure B.2.2c.

On note également que le chauffage dû à l'éclairage est automatiquement pris en compte par Pléiades en fonction des paramètres introduits pour les scénarios et le matériel d'éclairage installé (cf. sous-partie B.2.3.3).

1 Chauffage 18-13 1 Janvier au 7 Janvier	14 Chauffage 18-13 2 Avril au 8 Avril	27 Chauffage off 2 Juillet au 8 Juillet	40 Chauffage off 1 Octobre au 7 Octobre
2 Chauffage 18-13 8 Janvier au 14 Janvier	15 Chauffage 18-13 9 Avril au 15 Avril	28 Chauffage off 9 Juillet au 15 Juillet	41 Chauffage off 8 Octobre au 14 Octobre
3 Chauffage 18-13 15 Janvier au 21 Janvier	16 Chauffage 18-13 16 Avril au 22 Avril	29 Chauffage off 16 Juillet au 22 Juillet	42 Chauffage 18-13 15 Octobre au 21 Octobre
4 Chauffage 18-13 22 Janvier au 28 Janvier	17 Chauffage 18-13 23 Avril au 29 Avril	30 Chauffage off 23 Juillet au 29 Juillet	43 Chauffage 18-13 22 Octobre au 28 Octobre
5 Chauffage 18-13 29 Janvier au 4 Février	18 Chauffage 18-13 30 Avril au 6 Mai	31 Chauffage off 30 Juillet au 5 Aout	44 Chauffage 18-13 29 Octobre au 4 Novembre
6 Chauffage 18-13 5 Février au 11 Février	19 Chauffage 18-13 7 Mai au 13 Mai	32 Chauffage off 6 Aout au 12 Aout	45 Chauffage 18-13 5 Novembre au 11 Novembre
7 Chauffage 18-13 12 Février au 18 Février	20 Chauffage 18-13 14 Mai au 20 Mai	33 Chauffage off 13 Aout au 19 Aout	46 Chauffage 18-13 12 Novembre au 18 Novembre
8 Chauffage 18-13 19 Février au 25 Février	21 Chauffage 18-13 21 Mai au 27 Mai	34 Chauffage off 20 Aout au 26 Aout	47 Chauffage 18-13 19 Novembre au 25 Novembre
9 Chauffage 18-13 26 Février au 4 Mars	22 Chauffage 18-13 28 Mai au 3 Juin	35 Chauffage off 27 Aout au 2 Septembre	48 Chauffage 18-13 26 Novembre au 2 Décembre
10 Chauffage 18-13 5 Mars au 11 Mars	23 Chauffage off 4 Juin au 10 Juin	36 Chauffage off 3 Septembre au 9 Septembre	49 Chauffage 18-13 3 Décembre au 9 Décembre
11 Chauffage 18-13 12 Mars au 18 Mars	24 Chauffage off 11 Juin au 17 Juin	37 Chauffage off 10 Septembre au 16 Septembre	50 Chauffage 18-13 10 Décembre au 16 Décembre
12 Chauffage 18-13 19 Mars au 25 Mars	25 Chauffage off 18 Juin au 24 Juin	38 Chauffage off 17 Septembre au 23 Septembre	51 Chauffage 18-13 17 Décembre au 23 Décembre
13 Chauffage 18-13 26 Mars au 1 Avril	26 Chauffage off 25 Juin au 1 Juillet	39 Chauffage off 24 Septembre au 30 Septembre	52 Chauffage 18-13 24 Décembre au 30 Décembre

(a) Scénario annuel.

°C	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
0 H	13	13	13	13	13	13	13
1 H	13	13	13	13	13	13	13
2 H	13	13	13	13	13	13	13
3 H	13	13	13	13	13	13	13
4 H	13	13	13	13	13	13	13
5 H	13	13	13	13	13	13	13
6 H	13	13	13	13	13	13	13
7 H	18	18	18	18	18	13	13
8 H	18	18	18	18	18	13	13
9 H	18	18	18	18	18	13	13
10 H	18	18	18	18	18	13	13
11 H	18	18	18	18	18	13	13
12 H	18	18	18	18	18	13	13
13 H	18	18	18	18	18	13	13
14 H	18	18	18	18	18	13	13
15 H	18	18	18	18	18	13	13
16 H	18	18	18	18	18	13	13
17 H	18	18	18	18	18	13	13
18 H	18	18	18	18	18	13	13
19 H	13	13	13	13	13	13	13
20 H	13	13	13	13	13	13	13
21 H	13	13	13	13	13	13	13
22 H	13	13	13	13	13	13	13
23 H	13	13	13	13	13	13	13
24 H	13	13	13	13	13	13	13

°C	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
0 H	13	13	13	13	13	13	13
1 H	13	13	13	13	13	13	13
2 H	13	13	13	13	13	13	13
3 H	13	13	13	13	13	13	13
4 H	13	13	13	13	13	13	13
5 H	13	13	13	13	13	13	13
6 H	13	13	13	13	13	13	13
7 H	15	15	15	15	15	13	13
8 H	15	15	15	15	15	13	13
9 H	15	15	15	15	15	13	13
10 H	15	15	15	15	15	13	13
11 H	15	15	15	15	15	13	13
12 H	15	15	15	15	15	13	13
13 H	15	15	15	15	15	13	13
14 H	15	15	15	15	15	13	13
15 H	15	15	15	15	15	13	13
16 H	15	15	15	15	15	13	13
17 H	15	15	15	15	15	13	13
18 H	15	15	15	15	15	13	13
19 H	13	13	13	13	13	13	13
20 H	13	13	13	13	13	13	13
21 H	13	13	13	13	13	13	13
22 H	13	13	13	13	13	13	13
23 H	13	13	13	13	13	13	13
24 H	13	13	13	13	13	13	13

(b) Scénario « chauffage 18-13 » pour les salles de cours et bureaux.

(c) Scénario « chauffage 15-13 » pour les couloirs, toilettes, escaliers et le hall d'entrée.

FIGURE B.2.2 – Scénarios de chauffage annuel (a), et hebdomadaires (b) et (c) (consignes de température en °C).

B.2.3.2 Scénarios d'occupation

Bureaux

L'occupation des bureaux de 1 personne pour 20 m² a été estimée à l'aide du nombre d'ordinateurs et de la surface totale de bureau. Trois scénarios hebdomadaires ont été définis :

1. « occupé » (cf. figure B.2.3a),
2. « moyennement occupé » (cf. figure B.2.3b), et,
3. « peu occupé » (cf. figure B.2.3c).

Le scénario annuel est représenté sur la figure B.2.4.

Salles de cours

Trois scénarios d'occupation ont été établis :

1. « occupé » (figure B.2.5b),
2. « peu occupé » (figure B.2.5c),
3. « inoccupé » correspondant à une présence de 0% dans les locaux pendant les vacances d'été et de Noël.

Le scénario annuel est représenté sur la figure B.2.5a.

L'occupation des salles de cours de 1 personne pour 2 m² a été estimée en fonction de la surface totale des salles de cours et du nombre moyen de table par salle. Les pourcentages présentés tiennent compte du fait que toutes les tables ne sont pas nécessairement occupées.

%	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
0 H	0	0	0	0	0	0	0
1 H	0	0	0	0	0	0	0
2 H	0	0	0	0	0	0	0
3 H	0	0	0	0	0	0	0
4 H	0	0	0	0	0	0	0
5 H	0	0	0	0	0	0	0
6 H	0	0	0	0	0	0	0
7 H	0	0	0	0	0	0	0
8 H	50	50	50	50	50	0	0
9 H	100	100	100	100	100	0	0
10 H	100	100	100	100	100	0	0
11 H	100	100	100	100	100	0	0
12 H	50	50	50	50	50	0	0
13 H	50	50	50	50	50	0	0
14 H	100	100	100	100	100	0	0
15 H	100	100	100	100	100	0	0
16 H	100	100	100	100	100	0	0
17 H	100	100	100	100	100	0	0
18 H	50	50	50	50	50	0	0
19 H	0	0	0	0	0	0	0
20 H	0	0	0	0	0	0	0
21 H	0	0	0	0	0	0	0
22 H	0	0	0	0	0	0	0
23 H	0	0	0	0	0	0	0
24 H	0	0	0	0	0	0	0

(a) Scénario « occupé ».

%	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
0 H	0	0	0	0	0	0	0
1 H	0	0	0	0	0	0	0
2 H	0	0	0	0	0	0	0
3 H	0	0	0	0	0	0	0
4 H	0	0	0	0	0	0	0
5 H	0	0	0	0	0	0	0
6 H	0	0	0	0	0	0	0
7 H	0	0	0	0	0	0	0
8 H	50	50	50	50	50	0	0
9 H	75	75	75	75	75	0	0
10 H	75	75	75	75	75	0	0
11 H	75	75	75	75	75	0	0
12 H	50	50	50	50	50	0	0
13 H	50	50	50	50	50	0	0
14 H	75	75	75	75	75	0	0
15 H	75	75	75	75	75	0	0
16 H	75	75	75	75	75	0	0
17 H	75	75	75	75	75	0	0
18 H	50	50	50	50	50	0	0
19 H	0	0	0	0	0	0	0
20 H	0	0	0	0	0	0	0
21 H	0	0	0	0	0	0	0
22 H	0	0	0	0	0	0	0
23 H	0	0	0	0	0	0	0
24 H	0	0	0	0	0	0	0

(b) Scénario « moyennement occupé ».

%	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
0 H	0	0	0	0	0	0	0
1 H	0	0	0	0	0	0	0
2 H	0	0	0	0	0	0	0
3 H	0	0	0	0	0	0	0
4 H	0	0	0	0	0	0	0
5 H	0	0	0	0	0	0	0
6 H	0	0	0	0	0	0	0
7 H	0	0	0	0	0	0	0
8 H	25	25	25	25	25	0	0
9 H	50	50	50	50	50	0	0
10 H	50	50	50	50	50	0	0
11 H	50	50	50	50	50	0	0
12 H	25	25	25	25	25	0	0
13 H	25	25	25	25	25	0	0
14 H	50	50	50	50	50	0	0
15 H	50	50	50	50	50	0	0
16 H	50	50	50	50	50	0	0
17 H	50	50	50	50	50	0	0
18 H	25	25	25	25	25	0	0
19 H	0	0	0	0	0	0	0
20 H	0	0	0	0	0	0	0
21 H	0	0	0	0	0	0	0
22 H	0	0	0	0	0	0	0
23 H	0	0	0	0	0	0	0
24 H	0	0	0	0	0	0	0

(c) Scénario « peu occupé ».

FIGURE B.2.3 – Scénarios hebdomadaires d’occupation (en %) des bureaux. Les chiffres indiquent un pourcentage par rapport à l’occupation standard d’une personne pour 20 m².

1 Bureaux peu occupés 1 Janvier au 7 Janvier	14 Bureaux occupés 2 Avril au 8 Avril	27 Bureaux peu occupés 2 Juillet au 8 Juillet	40 Bureaux occupés 1 Octobre au 7 Octobre
2 Bureaux occupés 8 Janvier au 14 Janvier	15 Bureaux occupés 9 Avril au 15 Avril	28 Bureaux peu occupés 9 Juillet au 15 Juillet	41 Bureaux occupés 8 Octobre au 14 Octobre
3 Bureaux occupés 15 Janvier au 21 Janvier	16 Bureaux occupés 16 Avril au 22 Avril	29 Bureaux peu occupés 16 Juillet au 22 Juillet	42 Bureaux occupés 15 Octobre au 21 Octobre
4 Bureaux occupés 22 Janvier au 28 Janvier	17 Bureaux moyennement occupés 23 Avril au 29 Avril	30 Bureaux peu occupés 23 Juillet au 29 Juillet	43 Bureaux occupés 22 Octobre au 28 Octobre
5 Bureaux occupés 29 Janvier au 4 Février	18 Bureaux moyennement occupés 30 Avril au 6 Mai	31 Bureaux peu occupés 30 Juillet au 5 Aout	44 Bureaux occupés 29 Octobre au 4 Novembre
6 Bureaux occupés 5 Février au 11 Février	19 Bureaux occupés 7 Mai au 13 Mai	32 Bureaux peu occupés 6 Aout au 12 Aout	45 Bureaux occupés 5 Novembre au 11 Novembre
7 Bureaux occupés 12 Février au 18 Février	20 Bureaux occupés 14 Mai au 20 Mai	33 Bureaux peu occupés 13 Aout au 19 Aout	46 Bureaux occupés 12 Novembre au 18 Novembre
8 Bureaux moyennement occupés 19 Février au 25 Février	21 Bureaux occupés 21 Mai au 27 Mai	34 Bureaux moyennement occupés 20 Aout au 26 Aout	47 Bureaux occupés 19 Novembre au 25 Novembre
9 Bureaux moyennement occupés 26 Février au 4 Mars	22 Bureaux occupés 28 Mai au 3 Juin	35 Bureaux moyennement occupés 27 Aout au 2 Septembre	48 Bureaux occupés 26 Novembre au 2 Décembre
10 Bureaux occupés 5 Mars au 11 Mars	23 Bureaux occupés 4 Juin au 10 Juin	36 Bureaux occupés 3 Septembre au 9 Septembre	49 Bureaux occupés 3 Décembre au 9 Décembre
11 Bureaux occupés 12 Mars au 18 Mars	24 Bureaux occupés 11 Juin au 17 Juin	37 Bureaux occupés 10 Septembre au 16 Septembre	50 Bureaux occupés 10 Décembre au 16 Décembre
12 Bureaux occupés 19 Mars au 25 Mars	25 Bureaux occupés 18 Juin au 24 Juin	38 Bureaux occupés 17 Septembre au 23 Septembre	51 Bureaux moyennement occupés 17 Décembre au 23 Décembre
13 Bureaux occupés 26 Mars au 1 Avril	26 Bureaux occupés 25 Juin au 1 Juillet	39 Bureaux occupés 24 Septembre au 30 Septembre	52 Bureaux peu occupés 24 Décembre au 30 Décembre

FIGURE B.2.4 – Scénario annuel d’occupation des bureaux.

1 Locaux inoccupés 1 Janvier au 7 Janvier	14 Salle de cours occupées 2 Avril au 8 Avril	27 Locaux inoccupés 2 Juillet au 8 Juillet	40 Salle de cours occupées 1 Octobre au 7 Octobre
2 Salle de cours occupées 8 Janvier au 14 Janvier	15 Salle de cours occupées 9 Avril au 15 Avril	28 Locaux inoccupés 9 Juillet au 15 Juillet	41 Salle de cours occupées 8 Octobre au 14 Octobre
3 Salle de cours occupées 15 Janvier au 21 Janvier	16 Salle de cours occupées 16 Avril au 22 Avril	29 Locaux inoccupés 16 Juillet au 22 Juillet	42 Salle de cours occupées 15 Octobre au 21 Octobre
4 Salle de cours occupées 22 Janvier au 28 Janvier	17 Salle de cours peu occupées 23 Avril au 29 Avril	30 Locaux inoccupés 23 Juillet au 29 Juillet	43 Salle de cours peu occupées 22 Octobre au 28 Octobre
5 Salle de cours occupées 29 Janvier au 4 Février	18 Salle de cours peu occupées 30 Avril au 6 Mai	31 Locaux inoccupés 30 Juillet au 5 Aout	44 Salle de cours peu occupées 29 Octobre au 4 Novembre
6 Salle de cours occupées 5 Février au 11 Février	19 Salle de cours occupées 7 Mai au 13 Mai	32 Locaux inoccupés 6 Aout au 12 Aout	45 Salle de cours occupées 5 Novembre au 11 Novembre
7 Salle de cours occupées 12 Février au 18 Février	20 Salle de cours occupées 14 Mai au 20 Mai	33 Locaux inoccupés 13 Aout au 19 Aout	46 Salle de cours occupées 12 Novembre au 18 Novembre
8 Salle de cours peu occupées 19 Février au 25 Février	21 Salle de cours occupées 21 Mai au 27 Mai	34 Locaux inoccupés 20 Aout au 26 Aout	47 Salle de cours occupées 19 Novembre au 25 Novembre
9 Salle de cours peu occupées 26 Février au 4 Mars	22 Salle de cours occupées 28 Mai au 3 Juin	35 Locaux inoccupés 27 Aout au 2 Septembre	48 Salle de cours occupées 26 Novembre au 2 Décembre
10 Salle de cours occupées 5 Mars au 11 Mars	23 Salle de cours occupées 4 Juin au 10 Juin	36 Salle de cours occupées 3 Septembre au 9 Septembre	49 Salle de cours occupées 3 Décembre au 9 Décembre
11 Salle de cours occupées 12 Mars au 18 Mars	24 Salle de cours occupées 11 Juin au 17 Juin	37 Salle de cours occupées 10 Septembre au 16 Septembre	50 Salle de cours occupées 10 Décembre au 16 Décembre
12 Salle de cours occupées 19 Mars au 25 Mars	25 Salle de cours occupées 18 Juin au 24 Juin	38 Salle de cours occupées 17 Septembre au 23 Septembre	51 Salle de cours peu occupées 17 Décembre au 23 Décembre
13 Salle de cours occupées 26 Mars au 1 Avril	26 Salle de cours occupées 25 Juin au 1 Juillet	39 Salle de cours occupées 24 Septembre au 30 Septembre	52 Locaux inoccupés 24 Décembre au 30 Décembre

(a) Scénario annuel d’occupation des salles de cours.

%	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
0 H	0	0	0	0	0	0	0
1 H	0	0	0	0	0	0	0
2 H	0	0	0	0	0	0	0
3 H	0	0	0	0	0	0	0
4 H	0	0	0	0	0	0	0
5 H	0	0	0	0	0	0	0
6 H	0	0	0	0	0	0	0
7 H	0	0	0	0	0	0	0
8 H	25	25	25	25	25	0	0
9 H	75	75	75	75	75	0	0
10 H	75	75	75	75	75	0	0
11 H	75	75	75	75	75	0	0
12 H	25	25	25	25	25	0	0
13 H	25	25	25	25	25	0	0
14 H	75	75	75	75	75	0	0
15 H	75	75	75	75	75	0	0
16 H	75	75	75	75	75	0	0
17 H	75	75	75	75	75	0	0
18 H	25	25	25	25	25	0	0
19 H	0	0	0	0	0	0	0
20 H	0	0	0	0	0	0	0
21 H	0	0	0	0	0	0	0
22 H	0	0	0	0	0	0	0
23 H	0	0	0	0	0	0	0
24 H	0	0	0	0	0	0	0

%	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
0 H	0	0	0	0	0	0	0
1 H	0	0	0	0	0	0	0
2 H	0	0	0	0	0	0	0
3 H	0	0	0	0	0	0	0
4 H	0	0	0	0	0	0	0
5 H	0	0	0	0	0	0	0
6 H	0	0	0	0	0	0	0
7 H	0	0	0	0	0	0	0
8 H	16	16	16	16	16	16	0
9 H	50	50	50	50	50	50	0
10 H	50	50	50	50	50	50	0
11 H	50	50	50	50	50	50	0
12 H	16	16	16	16	16	16	0
13 H	16	16	16	16	16	16	0
14 H	50	50	50	50	50	50	0
15 H	50	50	50	50	50	50	0
16 H	50	50	50	50	50	50	0
17 H	50	50	50	50	50	50	0
18 H	16	16	16	16	16	16	0
19 H	0	0	0	0	0	0	0
20 H	0	0	0	0	0	0	0
21 H	0	0	0	0	0	0	0
22 H	0	0	0	0	0	0	0
23 H	0	0	0	0	0	0	0
24 H	0	0	0	0	0	0	0

(b) Scénario « occupé ».

(c) Scénario « peu occupé ».

FIGURE B.2.5 – Scénarios d'occupation des salles de cours annuel (a), et hebdomadaires (b) et (c) (en %).

B.2.3.3 Scénarios d'éclairage

La STD de Pleiades+Comfie s'appuie sur la méthode de calcul Th-BCE 2012 développée par le Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB). Son approbation a été publiée dans le Journal Officiel de la République Française du 7 mai 2013 et la méthode de calcul y est développée en annexe². La consommation électrique de l'éclairage $C_{ecl,l}$ de chaque local l est définie comme suit :

$$C_{ecl,l} = \frac{1}{1000} \text{Max} \{ P_{ecl,aux,l} \times A_l ; (P_{ecl,tot,l} \times A_l \times C_{1,l} \times I_{occup,l}) \times [R_{ecl,nat,l} \times C_{2,ae,l} + (1 - R_{ecl,nat,l}) \times C_{2,pae,l}] + P_{ecl,aux,l} \times A_l \times (1 - I_{occup,l}) \}, \quad (\text{B.2.1})$$

où $P_{ecl,tot,l}$ est la puissance surfacique totale d'éclairage (incluant celle des appareils de gestion) installée dans le local ; $P_{ecl,aux,l}$ la puissance surfacique des appareillages de gestion de l'éclairage artificiel ; A_l la surface du local ;

$$I_{occup,l} = \begin{cases} 1 & \text{si le local est occupé,} \\ 0 & \text{sinon ;} \end{cases} \quad (\text{B.2.2})$$

$R_{ecl,nat,l}$ est le ratio de surface du local ayant accès à la lumière naturelle ; $C_{1,l}$ est le coefficient, compris entre 0 et 1, correspondant au taux d'utilisation de l'éclairage en fonction du mode de gestion et ; $C_{2,ae,l}$ et $C_{2,pae,l}$ sont les coefficients correctifs de $C_{1,l}$ rendant compte de la possible gradation de la lumière artificielle en fonction de l'éclairage naturel pour les parties du local ayant ou non accès effectif à l'éclairage naturel respectivement.

L'éclairage installé dans le bâtiment ne permet pas une adaptation à la lumière du jour, les coefficients C_2 sont donc égaux à 1. Pour la même raison (pas d'appareils de

2. http://www.bulletin-officiel.developpement-durable.gouv.fr/fiches/B0201114/met_20110014_0100_0007%20annexe.pdf

TABLEAU B.2.4 – Caractéristiques de l’éclairage pour les différentes zones du bâtiment.

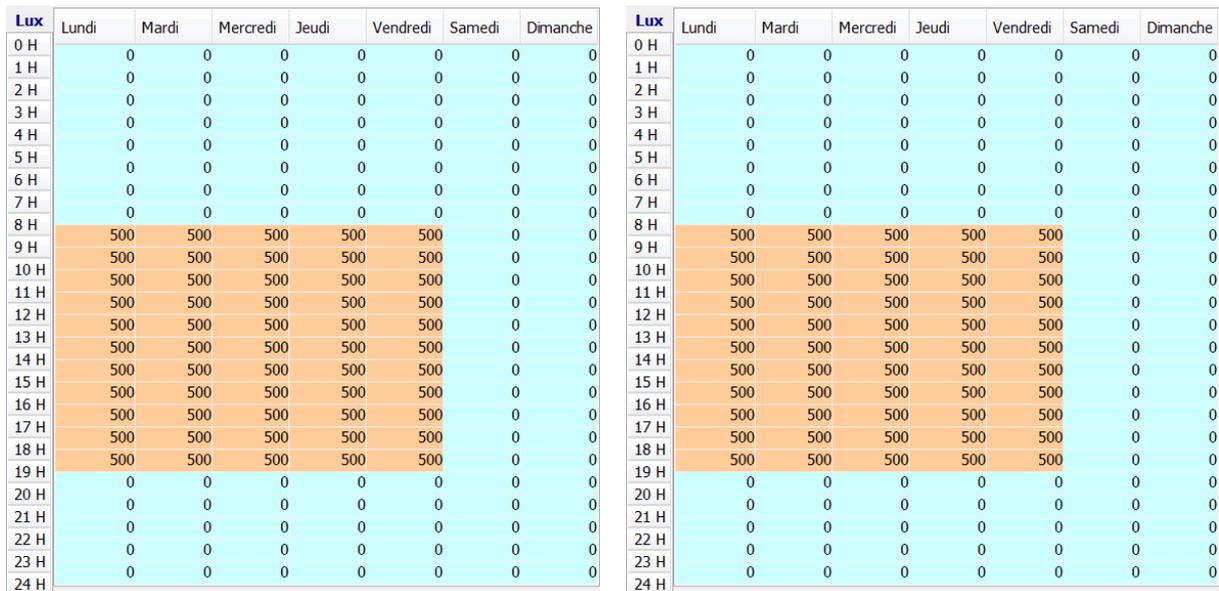
Locaux l	Type de gestion	$C_{1,l}$	Ei_l [lux]	$P_{\text{ecl,tot},l}$ [Wh/m ²]
Hall et circulations	pas de gestion	1,00	200	4
Amphithéâtres	interrupteur on/off	0,80	500	10
Bureaux	interrupteur on/off	0,90	500	10
Salles de cours	interrupteur on/off	0,95	500	10
Toilettes	interrupteur on/off + minuteur	0,65	200	4

gestion de l’éclairage), $P_{\text{ecl,aux},l}$ est égale à 0. Nous verrons une variante dans la sous-partie B.3.3. Le coefficient C_1 est quant à lui défini par la norme NF EN 15193 (AFNOR, 2007). Ses valeurs pour les différentes zones du bâtiment A sont rassemblées dans le tableau B.2.4, ainsi que les puissances totales d’éclairage associée, calculées à l’aide de la formule (méthode Th-BCE) :

$$P_{\text{ecl,tot}} = 2 \times Ei_{\text{ref}}/100 \text{ [W/m}^2\text{]}, \tag{B.2.3}$$

où Ei_{ref} est l’éclairement minimum à maintenir sur la surface de référence (bureau ou sol), défini par la norme NF EN 12464-1 (AFNOR, 2011) :

- zones de circulation et couloirs : 100 lux (au sol)
- escaliers : 150 lux (au sol)
- toilettes : 200 lux (au sol)
- bureaux (écriture, lecture...) : 500 lux (sur le bureau)



(a) Bureaux et salles de cours. Surface de référence : bureau à 90 cm du sol.

(b) Couloirs et escaliers, hall et toilettes. Surface de référence : sol.

FIGURE B.2.6 – Scénarios d’éclairage (en lux, un flux lumineux par unité de surface).

- halls d'entrée (scolaire) : 200 lux (au sol)
- salles de classe pour adultes : 500 lux (sur le bureau)

Nous avons ainsi défini les scénarios simplifiés présentés sur la figure B.2.6. Il n'est pas nécessaire de faire varier l'intensité lumineuse en fonction des heures de la journée car la simulation prend en compte les scénarios d'occupation définis plus haut (par l'intermédiaire de $I_{occup,l}$). Pour la même raison, il n'est pas nécessaire de définir de scénario annuel.

W/m ²	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
0 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
1 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
2 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
3 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
4 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
5 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
6 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
7 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
8 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
9 H	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	0.2500	0.2500
10 H	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	0.2500	0.2500
11 H	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	0.2500	0.2500
12 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
13 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
14 H	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	0.2500	0.2500
15 H	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	0.2500	0.2500
16 H	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	0.2500	0.2500
17 H	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	5.2500	0.2500	0.2500
18 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
19 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
20 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
21 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
22 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
23 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
24 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500

(a) Scénario « occupé ».

W/m ²	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
0 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
1 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
2 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
3 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
4 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
5 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
6 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
7 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
8 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
9 H	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	0.2500	0.2500
10 H	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	0.2500	0.2500
11 H	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	0.2500	0.2500
12 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
13 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
14 H	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	0.2500	0.2500
15 H	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	0.2500	0.2500
16 H	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	0.2500	0.2500
17 H	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	4.00125	0.2500	0.2500
18 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
19 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
20 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
21 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
22 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
23 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
24 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500

(b) Scénario « moyennement occupé ».

W/m ²	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
0 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
1 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
2 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
3 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
4 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
5 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
6 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
7 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
8 H	1.50375	1.50375	1.50375	1.50375	1.50375	0.2500	0.2500
9 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
10 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
11 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
12 H	1.50375	1.50375	1.50375	1.50375	1.50375	0.2500	0.2500
13 H	1.50375	1.50375	1.50375	1.50375	1.50375	0.2500	0.2500
14 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
15 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
16 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
17 H	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	2.7525	0.2500	0.2500
18 H	1.50375	1.50375	1.50375	1.50375	1.50375	0.2500	0.2500
19 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
20 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
21 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
22 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
23 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
24 H	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500

(c) Scénario « peu occupé ».

FIGURE B.2.7 – Scénarios de chaleur dissipée par les ordinateurs de bureau (en W/m²).

B.2.3.4 Ordinateurs et scénario de dissipation

La chaleur dissipée par les ordinateurs est également à prendre en compte. D'après un rapport de l'ADEME³, la consommation des ordinateurs est estimée en moyenne à 105 W lorsqu'ils sont allumés et 5,1 W lorsqu'ils sont en veille. À raison d'un ordinateur pour 20 m² de bureau, on obtient les chiffres présentés sur la figure B.2.7a pour les semaines « occupées », figure B.2.7b pour les semaines « moyennement occupées », et figure B.2.7c pour les semaines « peu occupées ». La puissance dissipée P_{dissip} (en W/m²) est calculée de la manière suivante :

$$P_{\text{dissip}} = \text{Ratio}_{\text{occup}} \times \frac{105 \text{ W}}{20 \text{ m}^2} + (1 - \text{Ratio}_{\text{occup}}) \times \frac{5,1 \text{ W}}{20 \text{ m}^2}, \quad (\text{B.2.4})$$

où le ratio d'occupation $\text{Ratio}_{\text{occup}}$ est donné par le pourcentage d'occupation des locaux de la figure B.2.3 correspondant au scénario considéré. Le scénario annuel est présenté sur la figure B.2.8. Il n'est pas fait de distinction entre la veille et le fait que l'ordinateur soit éteint car l'étude de l'ADEME montre notamment que ces consommations sont quasiment identiques. La veille considérée ici consiste à effectivement « mettre son ordinateur en veille » (Menu démarrer/arrêter/mettre en veille) et non pas à laisser son ordinateur en « veille windows » (économiseur d'écran et consommation légèrement diminuée) qui consomme en moyenne une cinquantaine de Watt. Or, le midi, si certaines personnes mettent effectivement leur ordinateur en veille, la plupart laissent leur ordinateur en « veille windows », c'est pourquoi les heures du midi sont considérées occupées à 50 %. La

1 Ordinateurs sem. peu occupées 1 Janvier au 7 Janvier	14 Ordinateurs semaines courantes 2 Avril au 8 Avril	27 Ordinateurs sem. peu occupées 2 Juillet au 8 Juillet	40 Ordinateurs semaines courantes 1 Octobre au 7 Octobre
2 Ordinateurs semaines courantes 8 Janvier au 14 Janvier	15 Ordinateurs semaines courantes 9 Avril au 15 Avril	28 Ordinateurs sem. peu occupées 9 Juillet au 15 Juillet	41 Ordinateurs semaines courantes 8 Octobre au 14 Octobre
3 Ordinateurs semaines courantes 15 Janvier au 21 Janvier	16 Ordinateurs semaines courantes 16 Avril au 22 Avril	29 Ordinateurs sem. peu occupées 16 Juillet au 22 Juillet	42 Ordinateurs semaines courantes 15 Octobre au 21 Octobre
4 Ordinateurs semaines courantes 22 Janvier au 28 Janvier	17 Ordinateurs sem. moy. occupées 23 Avril au 29 Avril	30 Ordinateurs sem. peu occupées 23 Juillet au 29 Juillet	43 Ordinateurs semaines courantes 22 Octobre au 28 Octobre
5 Ordinateurs semaines courantes 29 Janvier au 4 Février	18 Ordinateurs sem. moy. occupées 30 Avril au 6 Mai	31 Ordinateurs sem. peu occupées 30 Juillet au 5 Aout	44 Ordinateurs semaines courantes 29 Octobre au 4 Novembre
6 Ordinateurs semaines courantes 5 Février au 11 Février	19 Ordinateurs semaines courantes 7 Mai au 13 Mai	32 Ordinateurs sem. peu occupées 6 Aout au 12 Aout	45 Ordinateurs semaines courantes 5 Novembre au 11 Novembre
7 Ordinateurs semaines courantes 12 Février au 18 Février	20 Ordinateurs semaines courantes 14 Mai au 20 Mai	33 Ordinateurs sem. peu occupées 13 Aout au 19 Aout	46 Ordinateurs semaines courantes 12 Novembre au 18 Novembre
8 Ordinateurs sem. moy. occupées 19 Février au 25 Février	21 Ordinateurs semaines courantes 21 Mai au 27 Mai	34 Ordinateurs sem. moy. occupées 20 Aout au 26 Aout	47 Ordinateurs semaines courantes 19 Novembre au 25 Novembre
9 Ordinateurs sem. moy. occupées 26 Février au 4 Mars	22 Ordinateurs semaines courantes 28 Mai au 3 Juin	35 Ordinateurs sem. moy. occupées 27 Aout au 2 Septembre	48 Ordinateurs semaines courantes 26 Novembre au 2 Décembre
10 Ordinateurs semaines courantes 5 Mars au 11 Mars	23 Ordinateurs semaines courantes 4 Juin au 10 Juin	36 Ordinateurs semaines courantes 3 Septembre au 9 Septembre	49 Ordinateurs semaines courantes 3 Décembre au 9 Décembre
11 Ordinateurs semaines courantes 12 Mars au 18 Mars	24 Ordinateurs semaines courantes 11 Juin au 17 Juin	37 Ordinateurs semaines courantes 10 Septembre au 16 Septembre	50 Ordinateurs sem. moy. occupées 10 Décembre au 16 Décembre
12 Ordinateurs semaines courantes 19 Mars au 25 Mars	25 Ordinateurs semaines courantes 18 Juin au 24 Juin	38 Ordinateurs semaines courantes 17 Septembre au 23 Septembre	51 Ordinateurs sem. peu occupées 17 Décembre au 23 Décembre
13 Ordinateurs semaines courantes 26 Mars au 1 Avril	26 Ordinateurs semaines courantes 25 Juin au 1 Juillet	39 Ordinateurs semaines courantes 24 Septembre au 30 Septembre	52 Ordinateurs sem. peu occupées 24 Décembre au 30 Décembre

FIGURE B.2.8 – Scénario annuel de l'énergie dissipée par les ordinateurs.

3. Consommation de la bureautique et de l'éclairage des bâtiments de bureaux (2003-2004), disponible sur le site : <http://www.enertech.fr>.

consommation électrique des ordinateurs est à estimer indépendamment de la simulation Comfie, voir sous-partie B.2.4.

B.2.4 Consommations électriques des ordinateurs

Le bâtiment comptabilise 114 ordinateurs associés à des bureaux et 67 placés dans des salles de convivialité ou de ressources documentaires. Les ordinateurs de bureau sont supposés fonctionner 7 h par jour travaillé et être en veille le reste du temps (la nuit, la pause déjeuner et le week-end). On supposera que les autres ne sont allumés (en moyenne) que 5 h par jour travaillé. Comme mentionné plus haut (sous-partie B.2.3.4), la consommation des ordinateurs est estimée en moyenne à 105 W lorsqu'ils sont allumés et 5,1 W lorsqu'ils sont en veille. Ainsi, chaque semaine de 7 jours, chaque ordinateur de bureaux consomme 4353 Wh et les autres 3354 Wh. De plus, la consommation hebdomadaire d'un ordinateur en veille tout le temps est de 857 Wh, soit 44,55 kWh à l'année. Les scénarios d'occupation définis dans la sous-partie B.2.3 ont été utilisés pour estimer le nombre d'ordinateurs en fonction tout au long de l'année, les résultats ont été rassemblés dans le tableau ci-dessous. Finalement, la consommation annuelle des ordinateurs de bureau est de 23,32 MWh et celle des autres postes est de 9,26 MWh, pour un coût total estimé à 2265,28 € (avec 6,954 c€/kWh en 2013). A titre d'information, au tarif indiqué ci-dessus, un ordinateur en veille toute l'année coûte 3,10 € (au coût unitaire appliqué à l'université en 2013) et l'ensemble des ordinateurs en veille, selon les scénarios décrits, coûte à l'université 134,27 € par an, soit une consommation d'électricité égale à 1931 kWh.

TABLEAU B.2.5 – Estimation du nombre d'ordinateur en marche chaque semaine. Pour les ordinateurs de bureau, on a compté par 24 h : 7 h d'activité à 105 W et 17 h de veille à 5,1 W. Pour les autres ordinateurs, on a compté par 24 h : 5 h d'activité à 105 W et 19 h de veille à 5,1 W. Dans les scénarios « moyennement occupé » et « peu occupé », les ordinateurs qui ne sont pas « en activité » sont comptabilisés en veille pendant les 24 h des journées correspondantes.

	Ordinateurs de bureau (total = 114)			Autres ordinateurs (total = 67)		
	Nb semaine	Ratio utilisation	Ordi. en activité	Nb semaine	Ratio utilisation	Ordi. en activité
« Occupé »	36	1	114	34	1	67
« Moyennement occupé »	7	0,75	86			
« Peu occupé »	9	0,5	57	7	0,5	34
« Inoccupé »				11	0	0

B.3 Résultats et scénarios d'amélioration

Les consommations en « fluides » de l'année 2014 ont été répertoriées dans le tableau B.3.1, où les prix unitaires ont été fournis par l'université :

- 6,954 c€/kWh en moyenne sur l'année 2013 pour l'électricité,
- 4,063 c€/kWh PCS sur l'année 2012-2013 pour le gaz, et le Pouvoir Calorifique Supérieur est de 15,058 kWh/m³ (également moyenné sur l'année 2012-2013).

TABLEAU B.3.1 – Consommations annuelles d'électricité et gaz du bâtiment A en 2014.

Électricité	15 829 €	227 624 kWh
Gaz	37 962 €	934 334 kWh

B.3.1 Résultats pour le scénario « base »

Les éléments présentés dans les sous-parties B.1 et B.2 ont permis de définir un scénario dit de « base », supposé représenter le plus fidèlement possible les caractéristiques actuelles du bâtiment. La STD réalisée avec Pleiades+Comfie nous donne les résultats présentés dans le tableau B.3.2. Les coûts finaux sont à comparer avec ceux du tableau B.3.1 (rappelés dans la dernière ligne du tableau B.3.2). La consommation d'électricité est inférieure à la facture mais nous n'avons pas pris en compte la consommation des machines à café présentes dans les bureaux, les photocopieuses, scanners et autres matériels électriques.

TABLEAU B.3.2 – Scénario « base ». Apports solaires et consommations en chauffage et électricité sur une année simulée avec la STD de Pleiades+Comfie. La dernière ligne reprend les coûts réels de fonctionnement.

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Eclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	463 225	61 459	353 306
Salles de cours	84 318	15 601	65 837
Amphithéâtre	71 272	22 096	789
Couloirs et escaliers	212 600	20 598	45 113
Toilettes	20 941	1 301	8 950
Résultats annuels de simulation	852 357	121 055	473 995
Coûts simulation	34 605,69 €	8 418,16 €	
Coût ordinateurs		2 265,28 €	
Coûts totaux	34 605,69 €	10 683,44 €	
Coûts réels de fonctionnement	37 962,00 €	15 829,00 €	

B.3.2 Résultats pour le scénario « double vitrage »

Par rapport au scénario de base, les vitrages ont tous été doublés. On a choisi une configuration $4 \times 16 \times 4$, c'est-à-dire deux vitres de 4 mm d'épaisseur séparées par une lame d'air de 16 mm. Les résultats de la simulation sont présentés dans le tableau B.3.3. La dernière ligne du tableau rappelle les résultats du scénario « base ».

On notera la baisse de l'apport solaire brut, mais sans conséquence sur la consommation d'éclairage celui-ci n'étant pas adaptable à la lumière du jour (interrupteur on/off uniquement avec un minuteur pour les toilettes). Les besoins en chauffage sont, quant à eux, réduits d'un peu plus de 12 % pour un gain de près de 4500 € par an.

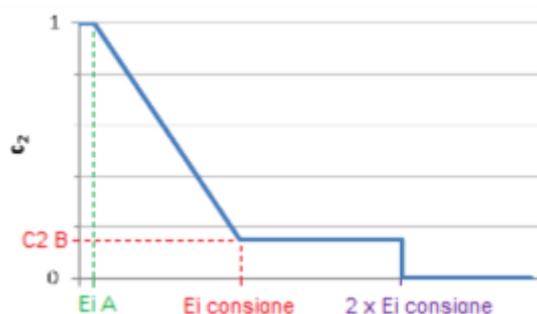
TABLEAU B.3.3 – Scénario « double vitrage ». Apports solaires et consommations en chauffage et électricité sur une année simulée avec la STD de Pleiades+Comfie. L'avant-dernière ligne reprend les valeurs du scénario « base » et la dernière présente les gains dégagés annuellement par rapport celui-ci.

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Eclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	384 340	61 459	282 023
Salles de cours	68 898	15 601	52 084
Amphithéâtre	71 338	22 096	789
Couloirs et escaliers	199 352	20 598	34 717
Toilettes	19 292	1301	7202
Résultats annuels de simulation	743 219	121 055	376 815
Coûts simulation	30 174,69 €	8418,16 €	
Coût ordinateurs		2265,28 €	
Coûts totaux	30 174,69 €	10 683,44 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	4431,00 €		

B.3.3 Résultats pour le scénario « éclairage adapté à la lumière du jour »

Pour ce second scénario, par rapport à celui de « base », nous avons fait varier uniquement les équipements d'éclairage, se traduisant par un coefficient $C_2 \neq 1$. La figure B.3.1 présente sa variabilité en fonction de l'éclairage extérieur. Le scénario « gradation de l'éclairage de manière automatique afin d'assurer un éclairage constant » a été sélectionné et l'éclairage de référence est calculé en moyenne après exclusion de 23 % des points les plus sombres pour chaque pièce. E_i consigne est défini tel que sur la figure B.2.6, E_i A est égale à 100 lux et C_2 B à 0,15 (méthode Th-BCE développé par le CSTB).

Les résultats sont présentés dans le tableau B.3.4. L'apport solaire est identique au scénario de base car les vitrages sont simples mais les consommations électriques ont diminué de deux tiers par rapport à leur valeur de base, pour un gain de plus de près de 5000 €. On constate également que les besoins de chauffage ont augmenté, ce qui

FIGURE B.3.1 – Valeur du coefficient C_2 en fonction de l'éclairage naturel.

s'explique par le fait qu'il faille compenser la perte de puissance de chauffe due à l'éclairage. Cependant, l'augmentation du coût de chauffage (un peu plus de 1000 €) est largement compensée par le gain sur la consommation électrique. Le bénéfice net dégagé est donc d'un peu moins de 3500 € par an, soit 7,6 % de la facture totale (chauffage et électricité) du scénario de « base ».

TABLEAU B.3.4 – Scénario « éclairage adapté à la lumière du jour ». Apports solaires et consommations en chauffage et électricité sur une année simulée avec la STD de Pleiades+Comfie. L'avant-dernière ligne reprend les valeurs du scénario « base » et la dernière présente les gains dégagés et les pertes induites annuellement par rapport à celui-ci.

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	487 124	12 699	353 306
Salles de cours	89 453	3 798	65 837
Amphithéâtre	71 354	22 140	789
Couloirs et escaliers	216 266	12 439	45 113
Toilettes	21 123	943	8 950
Résultats annuels de simulation	885 321	52 019	473 995
Coûts simulation	35 944,03 €	3 617,40 €	
Coût ordinateurs		2 265,28 €	
Coûts totaux	35 944,03 €	5 882,68 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains(+)/Pertes(-)	-1 338,34 €	4 800,76 €	

B.3.4 Résultats pour le scénario « Ventilation / étanchéité »

Pour ce quatrième scénario, nous avons fait varier le niveau de ventilation. Initialement fixé à deux volumes par heure (scénario « base ») afin de rendre compte des allers et venues des occupants, des ouvertures de fenêtres et des défauts d'étanchéités du bâtiment. L'optimisation consiste à améliorer l'étanchéité du bâti et à sensibiliser les usagers sur l'importance de fermer les portes et fenêtres. Nous avons, pour ce scénario, imposé un niveau de ventilation de 1,4 volume par heure à l'ensemble du bâtiment. Le bénéfice dégagé par rapport au scénario de « base » est de plus de 7000 €, soit 21 % de la facture totale (chauffage et électricité) du scénario de « base ».

TABLEAU B.3.5 – Scénario « Ventilation/étanchéité ». Apports solaires et consommations en chauffage et électricité sur une année simulée avec la STD de Pleiades+Comfie. L'avant-dernière ligne reprend les valeurs du scénario « base » et la dernière présente les gains par rapport à celui-ci.

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	378 837	61 459	353 306
Salles de cours	67 671	15 601	65 837
Amphithéâtre	64 662	22 096	789
Couloirs et escaliers	150 468	20 598	45 113
Toilettes	15 448	1301	8950
Résultats annuels de simulation	677 086	121 055	473 995
Coûts simulation	27 489,69 €	8418,16 €	
Coût ordinateurs		2265,28 €	
Coûts totaux	27 489,69 €	10 683,44 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	7116,00 €		

B.3.5 Résultats pour les scénarios combinés « double vitrage », « éclairage adapté » et « ventilation améliorée »

Dans cette partie, nous combinons les trois scénarios présentés ci-dessus :

1. « double vitrage et éclairage adapté » (tableau B.3.6a),
2. « double vitrage et ventilation améliorée » (tableau B.3.6b),
3. « ventilation améliorée et éclairage adapté » (tableau B.3.6c),
4. « double vitrage, ventilation améliorée et éclairage adapté » (tableau B.3.6d).

Ceux-ci permettent de dégager les bénéfices suivants respectivement :

1. un peu moins de 8000 € sur la facture totale (18 %),
2. un peu plus de 11 000 € sur la facture de chauffage (32 % et 24 % de la facture totale),
3. un peu plus de 10 000 € sur la facture totale (22 %),
4. un peu plus de 15 000 € sur la facture totale (33 %).

Pour les scénarios combinant doubles vitrages et éclairage adapté (cf. tableaux B.3.6a et B.3.6d), l'apport solaire est le même que pour le scénario « double vitrage » (tableau B.3.3) mais la consommation d'éclairage reste tout de même égale à celle du scénario « éclairage adapté » (tableau B.3.4). En effet, les doubles vitrages ne bloquent pas le rayonnement visible qui est utilisé pour le calcul de la gradation de la lumière. Pour le scénario « doubles vitrages et éclairage adapté » (tableau B.3.6a), les besoins en chauffage sont inférieurs au scénario de « base » mais tout de même légèrement supérieurs à ceux du scénario « double vitrage » pour la même raison que dans le scénario « éclairage adapté », il faut compenser la moindre puissance de chauffe due à l'éclairage.

TABLEAU B.3.6 – Scénarios combinés : (a) « double vitrage et éclairage adapté », (b) « double vitrage et ventilation améliorée », (c) « éclairage adapté et ventilation améliorée » et (d) « double vitrage, éclairage adapté et ventilation améliorée ». Apports solaires et consommations en chauffage et électricité sur une année simulée avec la STD de Pleiades+Comfie. Pour chacun des tableaux, l'avant-dernière ligne reprend les valeurs du scénario « base » et la dernière présente les gains dégagés annuellement par rapport à celui-ci.

(a) Scénario « double vitrage et éclairage adapté ».

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	408 347	12 699	282 023
Salles de cours	73 981	3 798	52 084
Amphithéâtre	71 376	22 140	789
Couloirs et escaliers	203 065	12 439	34 717
Toilettes	19 478	943	7202
Résultats annuels de simulation	776 246	52 019	376 815
Coûts simulation	31 515,59 €	3617,40 €	
Coût ordinateurs		2265,28 €	
Coûts totaux	31 515,59 €	5882,68 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	3090,10 €	4800,76 €	

(b) Scénario « double vitrage et ventilation améliorée ».

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	301 245	61 459	282 023
Salles de cours	52 592	15 601	52 084
Amphithéâtre	64 597	22 096	789
Couloirs et escaliers	136 847	20 598	34 717
Toilettes	13 763	1301	7202
Résultats annuels de simulation	569 043	121 055	376 815
Coûts simulation	23 103,15 €	8418,16 €	
Coût ordinateurs		2265,28 €	
Coûts totaux	23 103,15 €	10 683,44 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	11 502,54 €		

(c) Scénario « éclairage adapté et ventilation améliorée ».

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	402 117	12 699	353 306
Salles de cours	72 546	3798	65 837
Amphithéâtre	64 734	22 140	789
Couloirs et escaliers	153 879	12 439	45 113
Toilettes	15 625	943	8950
Résultats annuels de simulation	708 901	52 019	473 995
Coûts simulation	28 781,38 €	3617,40 €	
Coût ordinateurs		2265,28 €	
Coûts totaux	28 781,38 €	5882,68 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	5824,31 €	4800,76 €	

(d) Scénario « double vitrage, éclairage adapté et ventilation améliorée ».

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	324 496	12 699	282 023
Salles de cours	57 355	3 798	52 084
Amphithéâtre	64 645	22 140	789
Couloirs et escaliers	140 298	12 439	34 717
Toilettes	13 946	943	7 202
Résultats annuels de simulation	600 741	52 019	376 815
Coûts simulation	24 390,08 €	3 617,40 €	
Coût ordinateurs		2 265,28 €	
Coûts totaux	24 390,08 €	5 882,68 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	10 215,61 €	4 800,76 €	

B.3.6 Résultats pour les scénarios d'amélioration de l'isolation

Nous allons maintenant étudier l'impact d'une amélioration de l'isolation des murs. Pour ce faire, trois scénarios ont été établis : isolé à l'aide de polyuréthane par l'extérieur de 5 cm (tableau B.3.7) et 10 cm (tableau B.3.8), et par l'intérieur de 5 cm (tableau B.3.9).

TABLEAU B.3.7 – Scénario « Isolation extérieure 5 cm ». Apports solaires et consommations en chauffage et électricité sur une année simulée avec la STD de Pleiades+Comfie. L'avant-dernière ligne reprend les valeurs du scénario « base » et la dernière présente les gains par rapport à celui-ci.

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	435 283	61 459	353 306
Salles de cours	78 444	15 601	65 837
Amphithéâtre	63 575	22 096	789
Couloirs et escaliers	208 792	20 598	45 113
Toilettes	20 593	1 301	8 950
Résultats annuels de simulation	806 687	121 055	473 995
Coûts simulation	32 751,49 €	8 418,16 €	
Coût ordinateurs		2 265,28 €	
Coûts totaux	32 751,49 €	10 683,44 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	1 854,20 €		

Ce premier cas permet de dégager un bénéfice d'un peu moins de 2000 € sur la facture de chauffage du scénario de « base », soit 5 % ; et une isolation doublée ne permet que de dégager un bénéfice supplémentaire de 200 €, comme on le voit dans le tableau suivant.

TABLEAU B.3.8 – Scénario « Isolation extérieure 10 cm ». Apports solaires et consommations en chauffage et électricité sur une année simulée avec la STD de Pleiades+Comfie. L'avant-dernière ligne reprend les valeurs du scénario « base » et la dernière présente les gains par rapport à celui-ci.

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	432 464	61 459	353 306
Salles de cours	77 987	15 601	65 837
Amphithéâtre	62 424	22 096	789
Couloirs et escaliers	208 344	20 598	45 113
Toilettes	20 574	1301	8950
Résultats annuels de simulation	801 792	121 055	473 995
Coûts simulation	32 552,76 €	8418,16 €	
Coût ordinateurs		2265,28 €	
Coûts totaux	32 552,76 €	10 683,44 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	2052,93 €		

Finalement, le scénario d'isolation par l'intérieur ne permet de dégager qu'un bénéfice d'un peu moins de 900 €, soit 2,6 % de la facture de chauffage du scénario de « base ».

TABLEAU B.3.9 – Scénario « Isolation intérieure 5 cm ». Apports solaires et consommations en chauffage et électricité sur une année simulée avec la STD de Pleiades+Comfie. L'avant-dernière ligne reprend les valeurs du scénario « base » et la dernière présente les gains par rapport à celui-ci.

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	450 678	61 459	353 306
Salles de cours	81 988	15 601	65 837
Amphithéâtre	65 881	22 096	789
Couloirs et escaliers	210 878	20 598	45 113
Toilettes	20 885	1301	8950
Résultats annuels de simulation	830 308	121 055	473 995
Coûts simulation	33 710,50 €	8418,16 €	
Coût ordinateurs		2265,28 €	
Coûts totaux	33 710,50 €	10 683,44 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	895,19 €		

B.3.7 Résultats pour les scénarios combinés avec amélioration de l'isolation

Nous avons complété le scénario « isolation extérieur 5 cm » avec :

1. du double vitrage (tableau B.3.10a),
2. un éclairage adapté à la lumière du jour (tableau B.3.10b),
3. une combinaison des points 1 et 2 (tableau B.3.10c),
4. une amélioration de la ventilation (tableau B.3.10d),
5. une combinaison des points 1 et 4 (tableau B.3.10e),
6. une combinaison des points 2 et 4 (tableau B.3.10f),
7. une combinaison des points 1, 2 et 4 (tableau B.3.10g).

Ceux-ci permettent de dégager les bénéfices suivants respectivement :

1. un peu plus de 6000 € sur la facture de chauffage (17 % et 13 % de la facture totale),
2. un peu plus de 5000 € sur la facture totale (14 % et 11 % de la facture totale),
3. un peu moins de 10 000 € sur la facture totale (22 %),
4. un peu moins de 9000 € sur la facture de chauffage (26 % et 20 % de la facture totale),
5. un peu plus de 13 000 € sur la facture de chauffage (38 % et 29 % de la facture totale),
6. un peu plus de 12 000 € sur la facture totale (26 %),
7. un peu moins de 17 000 € sur la facture totale (38 %).

TABLEAU B.3.10 – Résultats des scénarios combinant une isolation par l'extérieur de 5 cm avec différentes combinaisons des scénarios précédents. Apports solaires et consommations en chauffage et électricité sur une année simulée avec la STD de Pleiades+Comfie. Pour chacun des tableaux, l'avant-dernière ligne reprend les valeurs du scénario « base » et la dernière présente les gains dégagés annuellement par rapport à celui-ci.

(a) Scénario « isolation extérieure 5 cm et double vitrage ».

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	456 862	61 459	282 023
Salles de cours	63 123	15 601	52 084
Amphithéâtre	63 611	22 096	789
Couloirs et escaliers	195 308	20 598	34 717
Toilettes	18 923	1301	7202
Résultats annuels de simulation	784 396	121 055	376 815
Coûts simulation	28 331,78 €	8418,16 €	
Coût ordinateurs		2265,28 €	
Coûts totaux	28 331,78 €	10 683,44 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	6273,91 €		

(b) Scénario « isolation extérieure 5 cm et éclairage adapté ».

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	459 060	12 699	353 306
Salles de cours	83 509	3 798	65 837
Amphithéâtre	63 634	22 140	789
Couloirs et escaliers	212 465	12 439	45 113
Toilettes	20 777	943	8950
Résultats annuels de simulation	839 445	52 019	473 995
Coûts simulation	34 081,47 €	3 617,40 €	
Coût ordinateurs		2 265,28 €	
Coûts totaux	34 081,47 €	5 882,68 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	524,22 €	4 800,76 €	

(c) Scénario « isolation extérieure 5 cm, double vitrage et éclairage adapté ».

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	380 732	12 699	282 023
Salles de cours	68 107	3 798	52 084
Amphithéâtre	63 650	22 140	789
Couloirs et escaliers	199 030	12 439	34 717
Toilettes	19 110	943	7202
Résultats annuels de simulation	600 741	52 019	376 815
Coûts simulation	29 663,54 €	3 617,40 €	
Coût ordinateurs		2 265,28 €	
Coûts totaux	29 663,54 €	5 882,68 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	4 942,15 €	4 800,76 €	

(d) Scénario « isolation extérieure 5 cm et ventilation améliorée ».

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	351 317	61 459	353 306
Salles de cours	61 927	15 601	65 837
Amphithéâtre	56 940	22 096	789
Couloirs et escaliers	146 497	20 598	45 113
Toilettes	15 082	1301	8950
Résultats annuels de simulation	631 762	121 055	473 995
Coûts simulation	25 649,54 €	8418,16 €	
Coût ordinateurs		2265,28 €	
Coûts totaux	25 649,54 €	10 683,44 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	8956,15 €		

(e) Scénario « isolation extérieure 5 cm, double vitrage et ventilation améliorée ».

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	274 355	61 459	282 023
Salles de cours	46 952	15 601	52 084
Amphithéâtre	56 873	22 096	789
Couloirs et escaliers	132 516	20 598	34 717
Toilettes	13 363	1301	7202
Résultats annuels de simulation	524 059	121 055	376 815
Coûts simulation	21 276,80 €	8418,16 €	
Coût ordinateurs		2265,28 €	
Coûts totaux	21 276,80 €	10 683,44 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	13 328,89 €		

(f) Scénario « isolation extérieure 5 cm, éclairage adapté et ventilation améliorée ».

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	374 476	12 699	282 023
Salles de cours	66 694	3 798	52 084
Amphithéâtre	57 001	22 140	789
Couloirs et escaliers	149 912	12 439	34 717
Toilettes	15 261	943	7 202
Résultats annuels de simulation	663 344	52 019	376 815
Coûts simulation	26 931,77 €	3 617,40 €	
Coût ordinateurs		2 265,28 €	
Coûts totaux	26 931,77 €	5 882,68 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	7 673,92 €	4 800,76 €	

(g) Scénario « isolation extérieure 5 cm, double vitrage, éclairage adapté et ventilation améliorée ».

Zones du bâtiment	Besoins de chauffage [kWh]	Consommation Éclairage [kWh]	Apports solaires bruts [kWh]
Bureaux	297 459	12 699	282 023
Salles de cours	51 581	3 798	52 084
Amphithéâtre	56 909	22 140	789
Couloirs et escaliers	135 970	12 439	34 717
Toilettes	13 545	943	7 202
Résultats annuels de simulation	555 465	52 019	376 815
Coûts simulation	22 551,88 €	3 617,40 €	
Coût ordinateurs		2 265,28 €	
Coûts totaux	22 551,88 €	5 882,68 €	
Coûts scénario « base »	34 605,69 €	10 683,44 €	473 995
Gains	12 053,81 €	4 800,76 €	

B.3.8 Tableau croisé des résultats

Le tableau ci-dessous rassemble les résultats des parties précédentes. Seuls les gains totaux sont donnés mais les pourcentages relatifs à la facture de chauffage sont fournis lorsque le scénario n'induit pas de gain sur la facture électrique (i.e. lorsque le scénario « éclairage adapté » n'est pas inclus dans la configuration), auquel cas celui-ci est donné en premier. La diagonale (fond blanc) rassemble les données pour les scénarios impliquant une seule modification ; le triangle supérieur (fond bleu clair) celles faisant intervenir deux scénarios ; et le triangle inférieur celles impliquant trois (fond bleu moyen) ou quatre (fond bleu foncé) scénarios. Les cellules sont fusionnées en fonction à l'exception de la dernière case de la dernière colonne qui correspond au scénario « Isolation extérieure 5 cm, double vitrage et ventilation améliorée ».

TABLEAU B.3.11 – Tableau croisé des résultats.

	Double vitrage	Éclairage adapté	Ventilation améliorée	Isolation de 5 cm par l'ext.
Double vitrage	4431 € (13 % / 10 %)	7891 € (17 %)	11 503 € (33 % / 25 %)	6274 € (18 % / 14 %)
Éclairage adapté		3462 € (8 %)	10 625 € (24 %)	5325 € (12 %)
Ventilation améliorée	15 016 € (33 %)		7116 € (21 % / 16 %)	8956 € (26 % / 20 %)
Isolation de 5 cm par l'ext.	9743 € (22 %)		12 475 € (28 %)	1854 € (5 % / 4 %)
	16 855 € 37 %			13 329 € (39 % / 29 %)

B.4 Étude supplémentaire – Choix d'un additif pour l'eau d'un circuit enterré le cas échéant

Pour cette discussion nous nous sommes appuyés sur les résultats de la thèse de [Melinder \(2007\)](#) qui a étudié les propriétés thermodynamiques de différentes solutions aqueuses utilisées comme fluides de travail secondaires dans les machines thermiques (pour différents cycles chauds et froids). Les graphiques des figures [B.4.1](#), [B.4.2](#) et [B.4.4](#) en sont notamment extraits. Deux types de graphiques ont été considérés pour comparer les propriétés thermodynamiques des différentes solutions aqueuses étudiées : en fonction de la concentration d'additif (e.g. figures [B.4.1d](#) et [B.4.2a](#)), ou de la température pour une température de fusion donnée (e.g. figures [B.4.1a](#) et [B.4.4](#)). Pour cette deuxième catégorie de graphique, l'auteur a considéré des concentrations d'additif correspondant à une même température de fusion, $T_f = -15^\circ\text{C}$, pour toutes les solutions. Ces concentrations peuvent être lues en abscisse du graphique de la figure [B.4.2a](#), en y traçant une ligne horizontale à la température de -15°C .

B.4.1 Chaleur spécifique, capacité et conductivité thermiques

Le premier facteur à considérer est la chaleur spécifique, c_p , des fluides (figure [B.4.1a](#)). En effet, plus celle-ci sera élevée et plus le fluide accumulera d'énergie lors d'une augmentation de sa température ; et inversement plus il en restituera lors d'une baisse celle-ci. Plus précisément, c'est la capacité thermique volumique des substances (figure [B.4.1b](#)),

$$c_{p,\text{vol}} = \rho c_p, \quad (\text{B.4.1})$$

qui nous intéresse car elle influence directement le débit volumique, \dot{V} , de fluide requis pour fournir une certaine puissance, \dot{Q} , donnée sur un intervalle de température, ΔT , fixé :

$$\dot{Q} = \dot{V} c_{p,\text{vol}} \Delta T. \quad (\text{B.4.2})$$

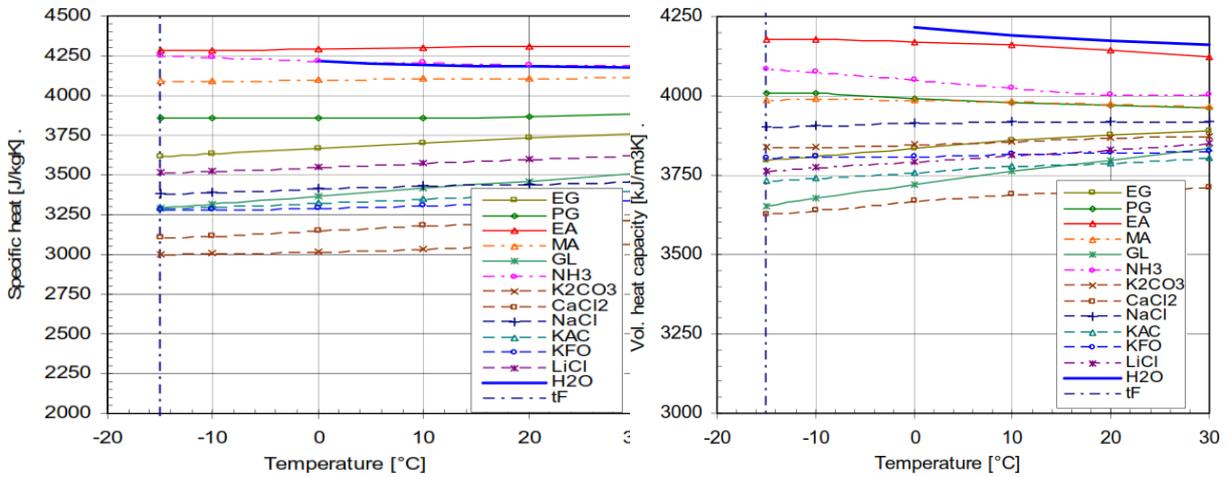
Les masses volumiques, ρ , des différentes solutions concernées sont tracées, en fonction de la concentration d'additif, sur la figure [B.4.1d](#). Ainsi, la capacité thermique volumique fournit un indice de comparaison de la capacité des fluides à transporter de la chaleur directement, i.e. par déplacement. On voit sur la figure [B.4.1b](#) que c'est l'eau pure (courbe bleue plus épaisse que les autres en haut du graphique) qui, pour des températures supérieures à 0°C , présente la meilleure capacité volumique de transport de chaleur ; puis, dans l'ordre, les suivantes sont à base :

- | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| 1. d'éthanol (EA), | 4. de méthanol (MA), |
| 2. d'ammoniac (NH ₃), | 5. de chlorure de sodium (NaCl), |
| 3. de propylène glycol (PG), | 6. d'éthylène glycol (EG), |

où on a indiqué entre parenthèses l'abréviation correspondant aux courbes de [Melinder \(2007\)](#) rapportées sur les figures de cette sous-partie.

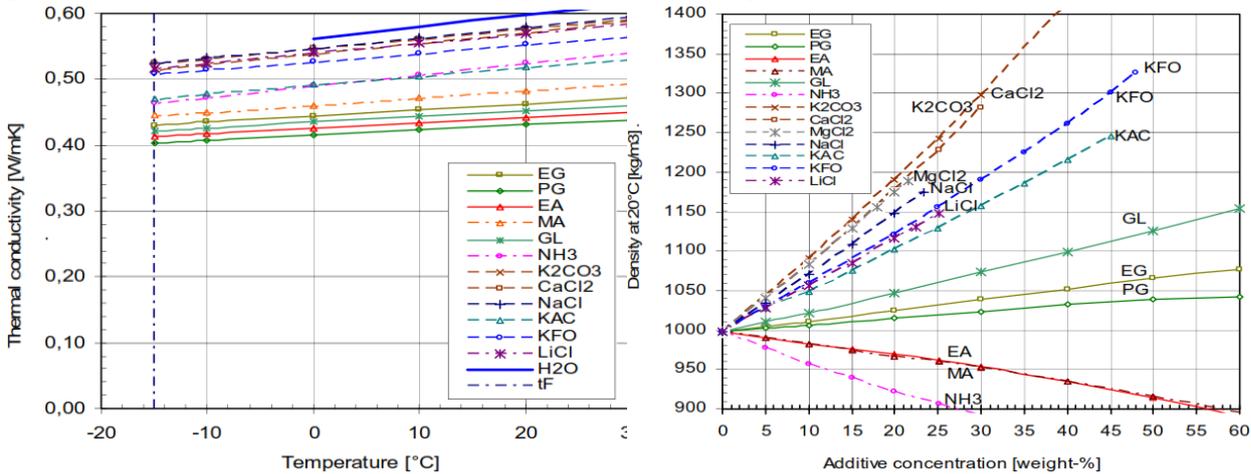
Un second point à considérer est la conductivité thermique du fluide (figure [B.4.1c](#)). Plus celle-ci sera élevée, meilleur sera le transfert de chaleur au niveau des échangeurs. En effet, celle-ci est définie par la loi de conduction de Fourier,

$$\frac{\delta Q}{dt} = -kS \frac{dT}{de}, \quad (\text{B.4.3})$$



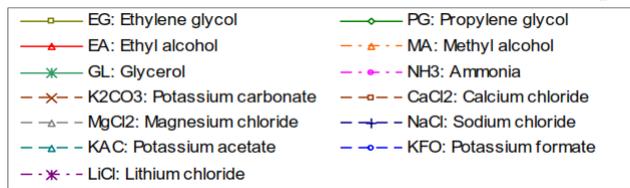
(a) Chaleurs spécifiques en fonction de la température.

(b) Capacité thermique volumique en fonction de la température.



(c) Conductivité thermique en fonction de la température.

(d) Masse volumique à 20°C en fonction de la concentration massique.



(e) Légende des graphiques

FIGURE B.4.1 – Les figures (a), (b) et (c) présentent les propriétés, en fonction de la température, de différentes solutions aqueuses présentant une même température de fusion $T_f = -15^\circ\text{C}$. Les courbes de la figure (d) présentent les masses volumiques en fonction de la concentration massique d'additif des mêmes solutions. La légende explicite des courbes est donnée en (e).

qui relie le flux de chaleur, $\delta Q/dt$, apporté au fluide (ou émis par celui-ci) pendant un certain intervalle de temps, dt , et le gradient de température, dT/de , source du flux. Dans l'équation ci-dessus, S est la surface d'échange, de l'épaisseur de la paroi et k la conductivité thermique du fluide. Alors, on voit que pour un flux de chaleur donné, et une configuration d'échangeur fixée (i.e. de et S fixés), plus la conductivité thermique sera élevée et moins l'écart de température dT au travers de la paroi sera important, induisant moins de destruction d'exergie au niveau de l'échangeur comme nous l'avons vu dans la partie 2.3 du chapitre précédent. Parmi les solutions listées dans le paragraphe précédent, c'est la solution d'ammoniac qui présente la meilleure conductivité thermique; et les solutions d'éthanol, méthanol, éthylène et propylène glycol qui présentent les plus basses valeurs de l'ensemble, avec la solution à base de glycérol. Cependant, nous verrons dans ce qui suit que ce facteur n'est pas déterminant dans notre cas, car les surfaces d'échange estimées (équations (3.2.105) et (3.2.123)) sont raisonnables, 20 et 70 m², comparées à celles d'échangeurs proposés sur le marché (pouvant aller jusqu'à 500 m²).

B.4.2 Températures de fusion et d'ébullition.

Un autre paramètre d'importance à considérer est la gamme de température sur laquelle la solution est à l'état liquide saturé. Celle-ci est comprise entre la température de fusion, T_f , et celle d'ébullition, T_e . La première est la température à laquelle, lorsque la solution est à l'état liquide à $T > T_f$ et à la pression atmosphérique, et que l'on fait descendre la température de manière quasi-statique, des cristaux de glace commencent à se former. Ainsi, les courbes de points de fusion de la figure B.4.2a sont les courbes de solubilité de la glace dans les solutions considérées, en fonction de leur concentration d'additif. Elles indiquent les températures auxquelles les deux états coexistent à l'équilibre en fonction de la concentration d'additif. Le point de fusion doit être suffisamment petit devant la température la plus basse attendue pour éviter que la solution ne cristallise dans les tuyaux, et ainsi perturber la circulation du fluide. Les données météorologiques de la station du Bourget sur les vingt dernières nous donne les minima suivants : $T_{\text{sol}}^{\text{min}} = -9,77^\circ\text{C}$ et $T_{\text{air}}^{\text{min}} = -11,35^\circ\text{C}$. Alors, le choix d'une concentration d'additif correspondant à une température de fusion $T_f = -15^\circ\text{C}$ s'avère judicieux car, d'une part, il assure que la solution ne gèlera pas dans les conditions météorologiques du Bourget et ; d'autre part, il permet de se rapporter directement aux résultats produits par Melinder (2007), notamment les figures discutées dans cette sous-partie.

La seconde température limite est celle à laquelle la solution, initialement à l'état liquide à une température $T < T_e$ et à la pression atmosphérique, commencent à se vaporiser lorsque celle-ci est chauffée de manière quasi-statique. Une trop faible température d'ébullition peut poser des problèmes de circulation dans les canalisations. En effet, des bulles de gaz peuvent se former si celle-ci est trop proche des températures d'opération du fluide, et ainsi perturber l'écoulement du fluide. Les courbes de point d'ébullition, à la pression atmosphérique, en fonction de la concentration massique d'additif pour différentes solutions aqueuses sont présentées sur la figure B.4.2b. On voit qu'à part les solutions d'ammoniac et d'alcool (méthanol et éthanol), les autres ont toutes un point d'ébullition supérieur à celui de l'eau pure lorsque la concentration d'additif est strictement supérieure à zéro. Le méthanol est un composé chimique très toxique (par contact, inhalation et ingestion, cf. INRS – Fiche toxicologique n°5, 2009), nous le laissons donc de côté, mais l'éthanol est, d'après la figure B.4.1b, le meilleur candidat au transport de la chaleur après l'eau, nous vérifions donc la possibilité d'utiliser une solution d'éthanol

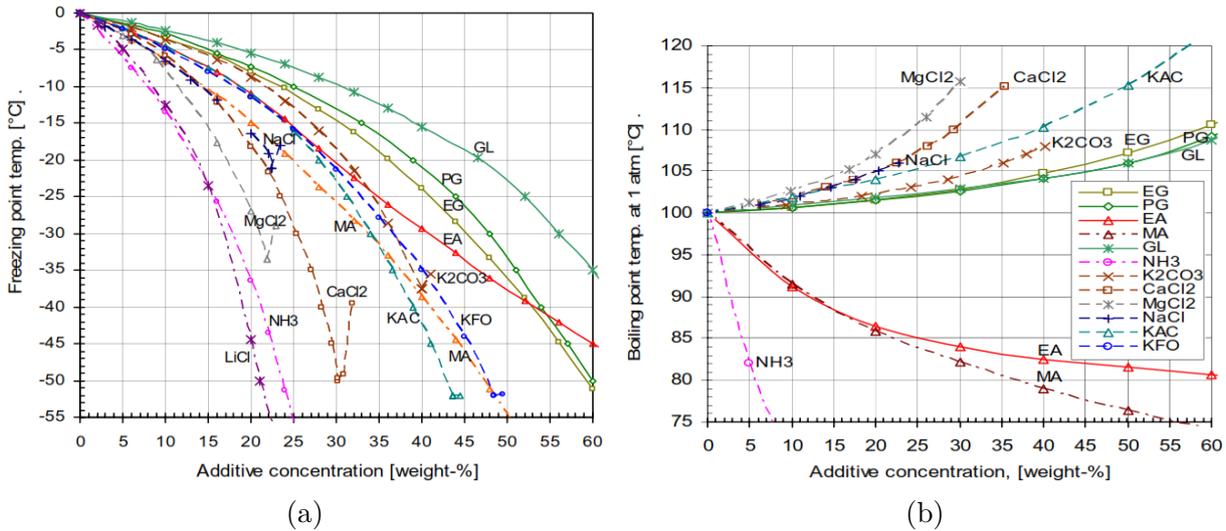


FIGURE B.4.2 – Points de fusion (a) et d'ébullition (b) de différentes solutions aqueuses présentant une même température de fusion $T_f = -15^\circ\text{C}$. Ces courbes sont tracées en fonction de la concentration d'additif, en pourcentage massique. Les abréviations de la légende sont sur la figure B.4.1e.

à $24,5\%_{\text{mass}}$. D'après la figure B.4.2b, la température d'ébullition correspondante est de 85°C , ce qui est tout à fait acceptable dans notre cas, étant donné que les températures de fluide caloporteur du circuit enterré n'excèdent pas les 13°C . Cependant, s'agissant d'un alcool, il nous faut également considérer la température du point d'éclair, ou point d'inflammabilité, de la solution. Le point d'éclair est la température la plus basse à partir de laquelle un combustible sous forme liquide émet suffisamment de vapeur dans l'air ambiant pour former un mélange qui peut s'enflammer sous l'action d'une étincelle (i.e. une flamme pilote); mais pas suffisamment pour que la combustion s'entretienne d'elle-même. On parle de point d'inflammation lorsque suffisamment de vapeurs sont émises pour que la combustion s'auto-entretienne après avoir été initiée par une flamme pilote; et de point d'auto-inflammation lorsque qu'aucun apport d'énergie extérieur n'est nécessaire pour que la combustion s'initie. Les tuyaux sont supposés enterrés du point de forage au bâtiment, mais au niveau de ce dernier une fuite de liquide peut être envisagée dans un scénario « catastrophe ». La température d'auto-inflammation de l'éthanol pur est de l'ordre de 400°C et ne pose donc pas de problème dans notre cas (voir par exemple la documentation de l' INRS – Fiche toxicologique n°48, 2011). Son point d'éclair, par contre, est de l'ordre de 10°C et doit être considéré pour l'éthanol en solution. On peut lire ce dernier sur la figure B.4.3 en fonction de la concentration massique d'additif. A $25\%_{\text{mass}}$, on trouve la valeur de 30°C qui est relativement basse et bien que, non souhaité, le risque de fuite n'est pas complètement nul à l'usure, nous laissons donc également l'éthanol de côté.

Après avoir éliminé les alcools et l'ammoniac de la liste établie au premier paragraphe de cette sous-partie, il reste les solutions à base de propylène glycol, glycérol et chlorure de sodium. Ces trois solutions ont une température d'ébullition supérieure à 100°C pour toute concentration d'additif non nulle et, pour obtenir une solution dont la température de fusion est égale à -15°C , on doit avoir les concentrations massiques respectivement données par $C_{\text{PG}} = 33\%_{\text{mass}}$, $C_{\text{GL}} = 40\%_{\text{mass}}$ et $C_{\text{NaCl}} = 19\%_{\text{mass}}$ (figure B.4.2a). Utilisant ces valeurs pour déterminer la masse volumique de la solution sur la figure B.4.1d, on

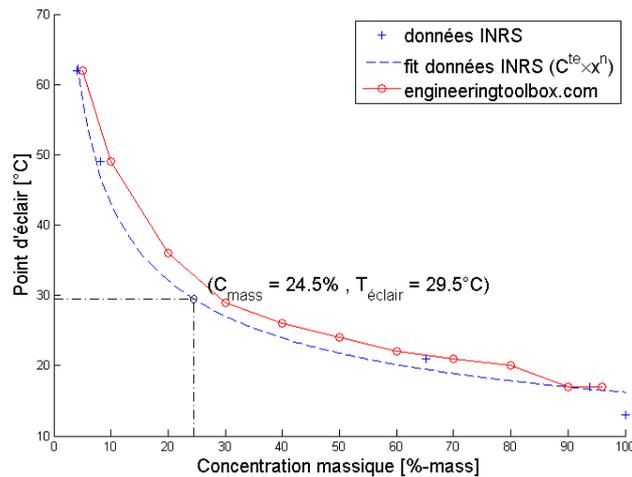


FIGURE B.4.3 – Point d'éclair d'une solution d'éthanol en fonction de la concentration d'additif. La courbe rouge relie les points fournis par le site www.engineeringtoolbox.com et la courbe pointillée bleue est un fit de la forme $C^{st} \times x^n$ à partir des valeurs de l'INRS – Fiche toxicologique n°48 (2011). La valeur la plus basse du point d'éclair d'une solution d'éthanol dont la température de fusion est de -15°C a été indiquée.

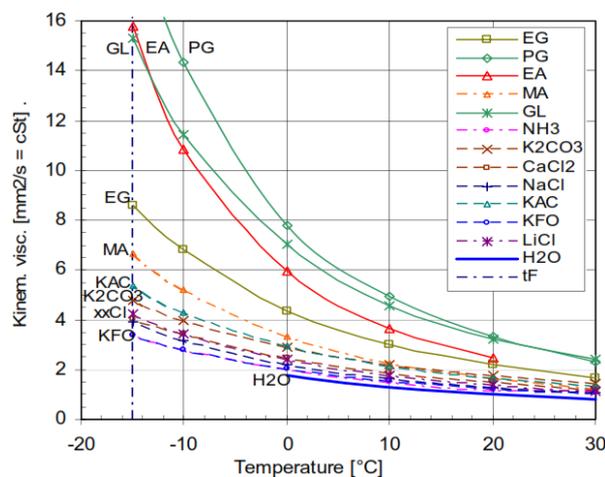


FIGURE B.4.4 – Viscosité cinématique pour différentes solutions présentant une température de fusion de -15°C . Les abréviations de la légende peuvent être lues sur la figure B.4.1e.

trouve respectivement : $\rho_{\text{PG}} = 1025 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{GL}} = 1100 \text{ kg/m}^3$ et $\rho_{\text{NaCl}} = 1140 \text{ kg/m}^3$. La solution de propylène glycol étant plus légère, moins de travail sera requis à la pompe. Alors, malgré une importante viscosité (figure B.4.4), nous avons choisi le propylène glycol comme additif dans notre étude. En effet, comme nous le verrons dans ce qui suit, les pertes par friction sont négligeables devant l'énergie totale à apporter pour faire circuler le liquide dans le circuit.

Annexe C

Exergy for sustainable development

Energetic systems¹ have always played a central role, some may say vital, for human development. With the knowledge of fire, primitive humans acquired the capacity to cook their meat, allowing them to improve their lifestyle (better food quality, fewer diseases, etc.) as well as their “industry” (leather tanning, metal smelting, etc.). Nowadays, technological progress is still a source of economic growth and development. For instance, our means of transportation allow us to travel through half of the globe in less than a day, while before industrial time, a horse rider would have only travelled a few hundred kilometres in the same duration. On the one hand, estimating the cost of the rider’s trip would be straightforward in an agrarian society bounded by natural cycles (seasonal for instance). It would be equal to a given farmer’s production cost. Indeed, the “fuel” is simply dried grass. In this context, defining an *environmental cost* (in the sense of a burden on Earth, see section C.2) would have no sense for two reasons : (i) the energy supply of the horse comes from agriculture (indirectly from the sun hence no depletion induced) without any use of chemical fertilizer (thus inducing no interferences in the natural cycles of soils, groundwater and so on) and, (ii) the horse waste is dung, which is nothing but a natural fertiliser. On the other hand, it is a whole different story if one wants to do the same exercise in the case of a plane flying from Paris to New-York. First, the economic cost is defined in a much more complex framework including a lot of interdependent subsystems (energy providers, industries, market laws, etc.). Second, the thought of an environmental cost takes a substantially different meaning. The fuel energy is primarily extracted from the ground (in limited quantity at human time-scale), processed through various steps from refinery to distribution, and finally consumed as kerosene ; releasing the former ground-extracted carbonic matter in the atmosphere. Moreover, at every step, various type of pollution may be induced (in the soils, rivers, atmosphere, etc.). The construction of the plane itself also involves energy-consuming and pollution-emitting industries. Studies of such entangled networks have been made possible with the development of Life-Cycle Assessments (LCA). The energy extracted and used through a given chain of operations may be accounted for and it is made possible to estimate an inventory of the various consumed resources (crude oil, metal ores, etc.), as well as to track down energetic and material wastes. Thus, LCA is a powerful tool to guide toward Sustainable Development (defined in section C.2), but most of the time (counter examples are discussed in section C.2), beside labour and capital, it is restricted to the

1. In this paper, we will use the term “system” in a very general sense. Depending on the context, it may refer to a particle, a micro- or macroscopic aggregate such as a molecule, a living organism (e.g. bacteria), an economy-related system (e.g. a coal fire plant, a national iron industrial path), etc.

soles energy and material considerations, hence missing a crucial point : the irreversibility of real processes.

To consider these *irreversibilities*, it is necessary to account not only for energy quantity but also for its *quality*, which is ultimately degraded during real processes. An accurate, more and more use indicator of this quality is *exergy*, also called *available work* in the early literature of the field, since it is the fraction of work that can be extracted from a given energy source in an *ideal* process. Such processes are defined further in subsection C.1.2.3). Exergy is a quantity receiving an increasing interest from the scientific community. As a matter of fact, an international symposium was held by the group **Exergy Systemics (2011)** of the University Paris Nanterre, gathering together researchers of many fields, engineers and town-planners. Another one, yearly organised, is the International Exergy, Energy and Environment Symposium which seventh edition (in 2015) was hosted by the University of Valenciennes. Figure C.0.1 schematically represents the changes in energy and exergy that occur during two ideal irreversible transformations (ideal in the sense of no energy losses) :

- (C.0.1a) Conversion of electricity (pure exergy represented by straight arrows) into heat. The total amount of electric energy is converted into heat energy (same overall square surfaces). However, a certain amount of exergy has been destroyed in the process : less straight arrows in the final state than in the initial one.
- (C.0.1b) Conversion of heat into electricity and heat at a lower temperature. Once again, energy is conserved (the sum of the final areas equals the initial surface) but again, some arrows (exergy) have been destroyed in the process.

When exergy is destroyed some *order* is broken in the underlying structure of the energy carrier. In our example : ordered electrons in the electric wires on the one side and randomly moving particles² in the heated gas on the other side. This degradation is unavoi-

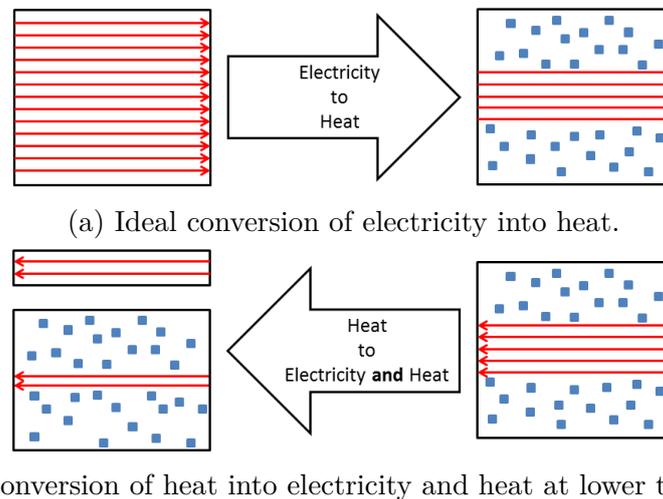


FIGURE C.0.1 – Schematic representation of two ideal irreversible processes : (a) from electricity to heat and, (b) from the same amount of heat, to electricity and heat at a lower temperature. The total *energy* is pictured by black squares, the straight red lines represent the *exergy* fraction and the blue dots stand for the non-extractable part, called *anergy*.

2. Here and in the followings, “particle” has to be understood in a very general sense, denoting the elementary constituents (electrons, atoms, molecules, etc.) of a large system containing *many* such

dable and unrecoverable. Meaning that if one wants to revert the process of figure C.0.1a, which is generating back electricity from the resulting amount of heat (process of figure C.0.1b), the initial amount of exergy may never be recovered. This is seen when comparing the two left-side squares (initial of figure C.0.1a and final of figure C.0.1b) : the number of red arrows picturing the exergy fraction has strongly diminished. From this simple illustration, we see that even if energy is conserved, some order, or in other words some quality, has been destroyed.

In the following section we present some elements of thermodynamics to see how energy and irreversibility combine to define exergy. Then, in section C.2 we present some applications of this Physics framework within Economics aiming at providing tools to achieve Sustainable Development.

C.1 Some Physics principles

C.1.1 Energy

Energy is a property of systems which can be transferred —between interacting systems— or converted —e.g. a light bulb converting electricity into light and heat— but never created nor destroyed. A simple definition could be from a mechanical point of view : the capacity of a system to initiate or prevent movement, its own (e.g. potential energy) or the one of another (when pushing someone for instance). Energy is exchanged through forces as stated by Newton in its law of inertia :

“An object at rest will remain at rest unless acted on by an unbalanced force.
An object in motion continues in motion with the same speed and in the same direction unless acted upon by an unbalanced force.”

However, note that movement is one kind of energy called *kinetic energy*, other forms are for instance : gravitational (e.g. attraction from Earth) or electromagnetic (e.g. sun light) energies. In the followings, we will talk a lot of heat energy, or simply heat. It is a transfer of energy due to a temperature difference between two systems, which is itself a measure of the average kinetic energy of the particles in a gas. In other words, when two systems, say a cup of hot coffee and one’s hand, are placed in contact, there will be a spontaneous transfer of heat (i.e. transfer of agitation) from the mug atoms to the ones of the hand.

In the international unit system, energies are expressed in Joule (J) and forces in Newton (N). One Newton is the force required to accelerate an object of one kilogram (kg) at a rate of one meter per second squared (m.s^{-2}). In other words, it is the force needed to transfer the right amount of energy to increase the velocity of a one-kilogram object by 1 m.s^{-1} every second. Then, one Joule is the amount of mechanical energy (e.g. direct pushing) needed to move a one-kilogram object by one meter (m) against a force of one Newton (N). For example, on Earth an object of 1 kg generates a force of 9.8 N on the ground, or equivalently if we let this object fall from a certain height with no friction, it will accelerate at a rate of 9.8 m.s^{-2} , i.e. every second, its velocity is increased by an amount $dv = 9.8 \text{ m.s}^{-1}$.

C.1.1.1 Conservation of energy

As already mentioned, energy can be transferred or converted among systems. During such processes, energy is conserved. It may be lost, which actually means transferred out of the system but not used in the final product, but never destroyed. This constitute the first law of thermodynamics which has been expressed by Clausius as follows :

“In a thermodynamic process involving a close system, the increment in the internal energy is equal to the difference between the heat accumulated by the system and the work done by it.”

Mathematically, it is expressed by equating the increment in internal energy dU to the accumulated heat δQ^+ minus the work done by the system δW^- :

$$dU = \delta Q^+ - \delta W^- . \quad (\text{C.1.1})$$

The superscripts “+” and “-” denotes respectively the “in” and “out” going (positive) quantities from the system perspective. This notation will be kept in the following. More generally for any process, it is expressed by equating the sums (Σ) of the initial energies (E_i) to the final ones (E_f) :

$$\sum_i E_i = \sum_f E_f . \quad (\text{C.1.2})$$

In the case of an ideal thermal engine (see figure C.0.1b), this equality reads :

$$Q_h^+ = W^- + Q_c^- , \quad (\text{C.1.3})$$

where Q_h^+ and Q_c^- are the heats received from the hot reservoir and emitted to the cold one respectively, and W^- is the provided mechanical work. For a real thermal engine, equation (C.1.3) further becomes :

$$Q_h^+ = W^- + Q_c^- + W_l^- , \quad (\text{C.1.4})$$

where W_l^- accounts for the process losses, mechanical friction for instance. Equation (C.1.3) denotes the fact that a certain amount of energy Q_h^+ at a temperature T^+ has been fully transferred to a cooler reservoir at T^- and the outer environment, by means of useful work W^- . On the other hand, equation (C.1.4) tells us that some losses W_l^- occur during the process. They may be of many kinds (internal friction for instance) but, at this point, it is important to understand that in no case energy simply disappear, it is always conserved, but may be transferred out of the system in a non exploited form, i.e. “lost”.

C.1.1.2 Energy of complex systems

Defining the energy of large scale systems such as a planet orbiting around a star or an oscillating pendulum, is fairly straightforward and exact predictions can be made for each constituent since such problems involve deterministic laws and a small number of interacting subsystems (one plus the number of planets or simply two in the case of a pendulum). On the other hand, the study of systems such as gases is more tricky since they are composed of “many” particles. Where, by “many”, we mean of order the Avogadro number $\mathcal{N}_A \sim 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, expressed in number of particles per mole³. They

3. The mole is a unit to measure the amount of substances. It is defined as the quantity of a given substance that contains as many elementary constituents (atoms, molecules, ions, etc.) as there are atoms in 12 grams of pure carbon-12, the carbon isotope composed of 12 nucleons (the atom nucleus components).

are called *complex systems*. In order to study them, the physicist toolbox is composed of two theories :

1. **Phenomenological Thermodynamics** considers macroscopic averaged quantities —temperature and pressure for instance— to analyse and optimise processes involving complex systems, e.g. thermal engines or compression chambers.
2. **Statistical Thermodynamics** accounts for the microscopic rules governing the system particles and allows to retrieve the macroscopic averages, also called observables, by means of a powerful mathematical framework based on little fundamental postulates and principles. For instance, we have already seen the first law of Thermodynamics in subsection C.1.1.1 and we will discuss the second in the next section.

In classical Thermodynamics, as well as in Statistical Physics, macroscopic quantities (pressure, volume, temperature, chemical potential, etc.) are taken in average over the entire system at equilibrium. They are also called *state variables* since they are actual quantities that define the physical state of the system under consideration. To see how these variables combine to define the energy of a given complex system, let us first take the example of pressure. If a certain amount of gas is enclosed in a spherical inflated balloon, the “very” high number of particles which are inside will hurt the balloon wall “many” times and “very” often so that it appears to us (at large scale) that the gas exerts a homogeneous force all over the wall. Pressure is defined as the force exerted per unit surface. The balloon stays inflated as long as the pressure inside is higher than the atmospheric one, i.e. if the force exerted by the inside gas is higher than the one applied by the atmospheric molecules outside of the balloon. Inside, the pressure is roughly constant, meaning that every elementary volume dV exert the pressure P isotropically (i.e. the same in every direction), resulting in a sort of potential energy, called pressure energy :

$$\delta W_p = P dV. \quad (\text{C.1.5})$$

To know the total pressure energy embodied in the balloon, we need to integrate (i.e. sum all the elementary-volume energies) over the whole volume V :

$$W_p = P V. \quad (\text{C.1.6})$$

In equation (C.1.6), the resulting energy is the product of an intensive variable, the internal pressure P , and an extensive one, the volume V of the system. Pressure is a bulk property of systems, meaning that it does not depend on their size or the amount of embodied material. On the contrary, extensive quantities, such as volume and energy, do. The pressure acts as an averaged force (per surface unit) against the whole balloon wall to maintain its volume V . By analogy, intensive quantities are called *generalised force* and extensive ones are referred to as *generalised variables*. A more complete equation for the energy of a system is then expressed as a sum of such product of generalised forces and variables, for instance the internal energy U of a gas is given by :

$$U = T S - P V, \quad (\text{C.1.7})$$

where T , the temperature of the system, is the (intensive) generalised force causing variations of the (extensive) generalised variable S , the entropy.

C.1.2 Complex systems and entropy

When dealing with complex systems, as defined in subsection C.1.1.2, we can no more expect to obtain a microscopic deterministic description of them. As mentioned in the

previous subsection, macroscopic quantities (energy, pressure, chemical potential, etc.) are averages over microscopic ones. Let us consider a system \mathcal{S} , a volume of gas for instance, at equilibrium. If its temperature is equal to T , there may exist small regions (still big enough to allow space averages) of \mathcal{S} where the local temperature will be $T \pm dT$, with $dT \ll T$.

Before properly introducing entropy, we need to understand how physicists deal with averages to study complex systems.

C.1.2.1 Averages and ergodicity

Dealing with averages requires to carefully define the domain. That is, to wonder which is the more relevant between 1—a space average over the whole volume V of \mathcal{S} at a given time t or, 2—a time average over infinite time in a small region dV of V . The question of averaging over an infinite time may seem peculiar, but a similar remark arises for space average which implies that we know the characteristic at every point in the system at the same time t . In fact neither remarks really matter.

To get an idea of the orders of magnitude, let us consider a mole of nitrogen (N_2) in a room at 15°C . Assuming we can follow a particle of N_2 , we would measure an average velocity $v_a \simeq 10^3$ km/h. So, over a 30 s lap time, it would have travelled over a total distance of about 10 km, in a *very* chaotic motion due to collisions with the $N \sim \mathcal{N}_A$ other particles. This chaotic movement, also called Brownian motion, is somehow the essence of statistical physics. It allows us to assume that during the time of the measure Δt , every component of the system (e.g. molecules) pass by every possible microscopic state, i.e. many times during Δt , the molecule travels across the whole volume and passes by every possible states of velocity, rotation, vibration, etc. The two definitions of average given above are thereby equivalent.

Before going further, we need now to define what we mean by *state*, we may speak of microscopic or macroscopic states, or equivalently of microstates and macrostates respectively. In the following, for simplicity but without loss of generality, we will restrict the degrees of freedom of the particles to their position \vec{r} and velocity \vec{v} . A microstate $\omega_i(\vec{r}_j, \vec{v}_j)$ defines a configuration i for which the position \vec{r}_j and velocity \vec{v}_j of a particle j — an elementary constituent of \mathcal{S} — satisfies a given set of microscopic conditions on energy, volume, etc. Those are generally boundary conditions for the energy of the j^{th} particle : $0 < E_j < \infty$, its position : $0 \leq x_j \leq L_x$ and so on. A macrostate is then defined as an ensemble of N such microstates, altogether satisfying macroscopic average conditions : $\langle E \rangle = E_{\text{tot}}$, $\langle T \rangle = T_{\text{av}}$, fixed number of particles N , etc. Where the angle brackets $\langle \cdot \rangle$ mean that the value is taken in average. Note that all possible state may exist (microscopic and by extension macroscopic), even the most extreme (e.g. all but one particle at rest) with a probability *extremely* close to zero. Studying a macroscopic system during a given time Δt is equivalent to the study of a succession of connected macrostate, connected in the sense of spacial and velocity continuity of its constituents. But, as we can see from the orders of magnitude given in the previous paragraph, there exist an enormous number of such state, appearing at a certain frequency in time, or equivalently with a certain probability. Furthermore, the ordering at which appears the macrostates is irrelevant from a mathematical point of view. Hence, space and time averages are equivalent and are in fact equivalent to average over all possible macrostates with their corresponding frequency of appearance. This is known as the ergodic principle :

$$\langle \mathcal{Q} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \mathcal{Q} dV = \frac{1}{t_m} \int_0^{t_m} \mathcal{Q} dt = \int_{\mathcal{V}_T} \mathcal{Q} \rho(\Gamma) d\Gamma, \quad (\text{C.1.8})$$

where the $\langle \mathcal{Q} \rangle$ indicates that the quantity \mathcal{Q} is taken in average⁴ over the total volume V , the duration of the measure t_m or the phase space volume of all accessible macrostates \mathcal{V}_Γ . $\rho(\Gamma)$ is the probability density of the state Γ corresponding to a given set of n microstates altogether satisfying the macroscopic conditions and $d\Gamma$ is the elementary phase space volume. Note that the total phase space volume \mathcal{V}_Γ accounts for all possible macrostates (i.e. all possible sets of n accessible microstates) and thus contain an *enormous* number $\Omega \sim e^n$ of macrostates.

C.1.2.2 Spontaneous evolution and driving processes

Obviously, in our everyday life experience, the world has a preferred direction of evolution. For example, we have (and will) never observed a rusted piece of iron dis-oxidising itself in the (actual) atmosphere. This direction of evolution is clearly dependent on the surrounding of the system, in the absence of oxygen this rust would not appear. Furthermore, if for any reason the oxidized piece of iron end up in a salted *sea* of acetic acid, the rust will transform to ferric acetate which is soluble in water. The piece of iron will hence evolve to a state close to the original one (a *clean* piece of iron) but with a lower quality, i.e. lower concentration of ferric atoms in our example.

A first driving process, familiar to our experience, is the minimising of energy (gravitational for instance) under environmental constraints. Already mentioned differently in quote at the beginning of subsection C.1.1 : the unbalanced force causing the change in movement of a system A with respect to another one B is in fact a minimising of the overall system energy $E(A \cup B)$. For example if you (A) walk down a sloping frosted street you may quickly end up feeling the gravitational attraction of the Earth (B) slipping you down the street. As a consequence, the interaction energy between you and the Earth (i.e. the potential energy) has been reduced by an amount proportional to the height of the slope.

The second type of driving process may be characterised by the maximisation of the intrinsic complexity⁵ of systems, in the sense that any complex system spontaneously tends to extend its accessible phase space volume \mathcal{V}_Γ , i.e. increase its number of accessible macrostates. The entropy measures this complexity and may be expressed by Gibbs' definition :

$$S = -k_B \sum_{i=1}^{\Omega} p_i \ln p_i, \quad (\text{C.1.9})$$

where p_i is the probability of existence of the macrostate i and Ω is the total number of accessible macrostates. k_B is the Boltzmann constant and is expressed in J.K^{-1} . Looking at this expression, it is not obvious how it accounts for complexity so let us take the example of a gas in free expansion already introduced.

Example : free expansion of a gas

4. In one dimension, an average is the sum

$$\langle f \rangle_A = \frac{1}{A} \int_{a_0}^{a_0+A} f(a) da$$

of the values taken by a given function f of a , over the range $[a_0, a_0 + A]$ which total length A is divided in infinitesimal increments of size da .

5. Some authors use the picture of disorder but this representation is misleading, see for example [Leff \(2007\)](#) for more details.

Figure C.1.1 shows a quantity of gas at equilibrium with its surrounding, primarily constraint in a volume V (left side of the figure), then allowed to expand in vacuum (right side). Before the removal of the constricting wall, the gas is at equilibrium with its environment, let us restrict the macroscopic accessible states to the ones assuring an average temperature $\langle T \rangle = T_0$ in the volume V . There is no reason for one such macrostate to exist more likely than any other, this is called equipartition and leads to a simple expression for the probabilities p_i 's of equation (C.1.9) :

$$p_i = \frac{1}{\Omega_a}, \quad (\text{C.1.10})$$

where Ω_a is the total number of accessible states before the removal of the partition (subscript a), function of the initial volume $V_a = V$, temperature T_0 and number of particles N . Equation (C.1.9) then become :

$$S_a = -\frac{k_B}{\Omega_a} \sum_{i=1}^{\Omega_a} \ln \frac{1}{\Omega_a} = -\frac{k_B}{\Omega_a} \ln \left(\frac{1}{\Omega_a} \right)^{\Omega_a}$$

$$\implies S_a = k_B \ln \Omega_a, \quad (\text{C.1.11})$$

known as the Boltzmann entropy. Similarly, we can obtain the entropy in the final equilibrium state : $S_b = k_B \ln \Omega_b$, where Ω_b is function of the final volume $V_b = 2V$, temperature T_0 and number of particles N . Since $V_b > V_a$, the total number of states accessible to the N particles increase, i.e. $\Omega_b > \Omega_a$ and hence $S_b > S_a$. When removing the constricting wall, we allowed the particles of the gas to occupy more space and indeed they occupy it, leading to a more complex equilibrium state, i.e. with more probable options for its constituents.

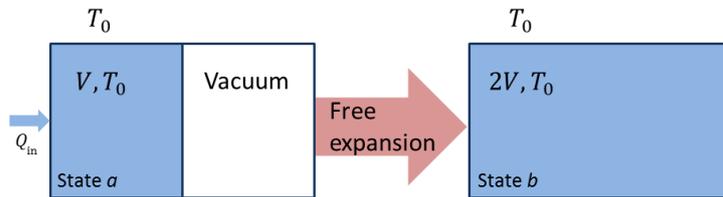


FIGURE C.1.1 – Free expansion of a gas in equilibrium at T_0 with its surroundings.

Assuming the same temperature in the initial and final states is only possible if a certain quantity of heat Q is allowed to enter the system during the expansion. Indeed, if one considers the same operation in an adiabatic volume (i.e. without heat transfer from the environment), the temperature would ultimately decrease as the volume increases and the pressure decreases; according to the first law (introduced in subsection C.1.1.1) and the equation of state (C.1.2). A heat flux is a macroscopic phenomenon involving complex movements and interactions of elementary constituents. It is a microscopic transfer of kinetic energy in a more or less ordered movement; carrying along its share of complexity, or uncertainty from a macroscopic point of view with respect to the actual microscopic transfers. We will not go any further in this paragraph but just introduce the Clausius entropy :

$$S_C = \frac{Q}{T}, \quad (\text{C.1.12})$$

which accompanies every heat quantity Q emitted or received at T . As in equation (C.1.9), S_C is expressed in J.K^{-1} .

C.1.2.3 Creation of entropy and irreversibility

During the spontaneous process shown in figure C.1.1, the entropy of the gas (given by equation (C.1.11)) has evolved to a higher value such that :

$$S_b = S_a + \frac{Q_{in}}{T_0} + \Pi, \tag{C.1.13}$$

where the first and second terms are respectively the initial “number” of state initially present in the system and the Clausius entropy “entering” with the heat flux. The third term of the right-hand side $\Pi \geq 0$ is the net creation of entropy due to the overall process. The inequality states that the intrinsic production of entropy is always positive – equality holds only for ideal processes (i.e. reversible). It is basically a balancing term between the final and initial states.

Now, if the gas is compressed back to the initial state a (see figure C.1.2) it will be done at the expense of some mechanical work $\delta\dot{W}_{comp}$ applied slowly enough (i.e. quasi-statically) so that the temperature of the gas equilibrate at any time with the environment by means of an infinitesimal heat flux $\delta\dot{Q}_{back}$. When the initial volume V is recovered, the overall heat emitted to the environment Q_{back} will be necessarily higher than Q_{in} . As a matter of fact, such a quasi-static process does not generate internal entropy and the entropy balance equation reads :

$$S_a = S_b - \frac{Q_{back}}{T_0}, \tag{C.1.14}$$

where since S_a and S_b are state functions depending only on the macroscopic parameters of the system, they have the same numerical values as in equation (C.1.13), so :

$$Q_{back} = Q_{in} + T_0\Pi. \tag{C.1.15}$$

Hence, the last term of the right-hand side of the above equation is generally called the *irreversible term* and will be discussed further in the following section.

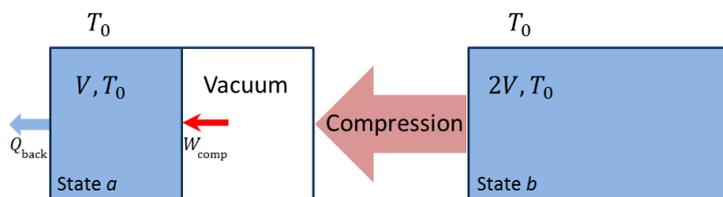


FIGURE C.1.2 – Compression of a gas in an environment at T_0 .

Equations (C.1.13) and (C.1.14) illustrate the second law of thermodynamics : the overall entropy of systems always increases when evolving in time. It may be expressed as follows :

$$\Delta S = \sum_f S_f - \sum_i S_i = \Pi \geq 0, \tag{C.1.16}$$

where the subscript i stands for the initial and entering flux values and f for the final and exiting flux values. As previously, equality holds for reversible process as in equation (C.1.14).

C.1.3 Exergy

We have seen so far that an energetic system is characterised by thermodynamics state functions, and especially its energy E and entropy S . The energy content of an energetic source or vector, quantifies a certain potential of action of the system, fully or partly transferable. The second driving process is generally called maximisation of entropy and may be seen as maximising the intrinsic complexity⁶ of systems under environmental constraint. In other words, any system spontaneously tends to extend. On the other hand, its entropy gives informations on the inner complexity of the system.

In the next part, we develop the expression for the exergy of a given system A placed in an environment A_0 (figure C.1.3), and show how its intrinsic degree of complexity diminishes the work that may be extracted from the system in bringing it at equilibrium with A_0 . The reader not interested by this technical part may directly read the final discussion, below the final expression for exergy, equation (C.1.31).

In the following part, we perform a brief exergy analysis of a radiator and a heat pump, and compute their energy and exergy efficiencies. Once again, the reader may skip this part, up to the last paragraph below table C.1.1 displaying the results.

Finally, the last part introduces the chemical aspect of exergy and discusses how it defines a minimal level of chemical disturbance induced by a stream of matter released in a given environment.

C.1.3.1 Derivation of exergy

To derive an expression for the exergy content of a given system, we present a simplified demonstration of the one done by Wall (1977, appendix A). Which, basically consists in applying the definition of exergy to a system in a given environment, i.e. computing the work W_{ex} extracted from A in bringing it to equilibrium with A_0 (see figure C.1.3). We first consider a closed system, which means that it does not exchange particles with its

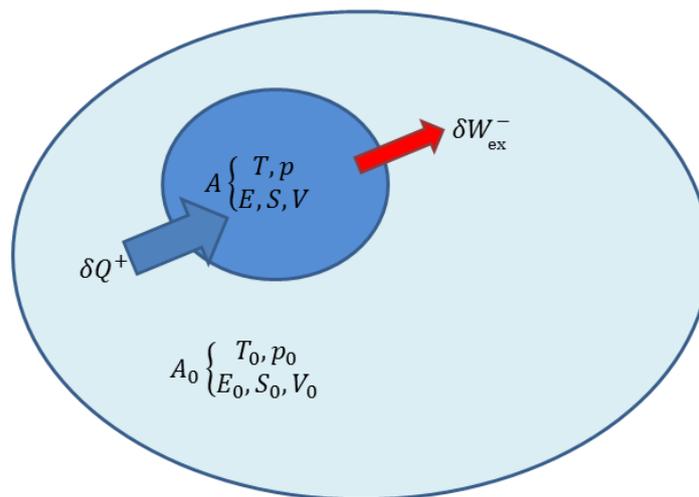


FIGURE C.1.3 – System A in an environment A_0

6. Some authors use the picture of disorder but this representation may be misleading, see for example Leff (2007) for more details.

surrounding. The environment is large compared to it, so that :

$$\begin{cases} E \ll E_0 \\ V \ll V_0 \end{cases} \quad (\text{C.1.17})$$

Where E and E_0 are the respective energies of the system and the environment and similarly V and V_0 are their volumes. More generally, the subscript '0' will denote quantity of the environment. The combined system is assumed isolated, thus the extensive parameter variations obey :

$$\begin{cases} dE + dE_0 + \delta W_{\text{ex}} = 0 \\ dV + dV_0 = 0 \end{cases} \quad (\text{C.1.18})$$

Furthermore, the environment A_0 is assumed large enough so that the changes in its intensive parameters are null :

$$\begin{cases} dT_0 = 0 \\ dp_0 = 0 \end{cases} \quad (\text{C.1.19})$$

We introduced this section by saying that the complexity of the structure of a system somehow impede its ability to provide work. To make this more clear, let us first relate energy and exergy leaving the extracted work δW_{ex} aside for now. To do so, we begin by writing the first law of thermodynamics, equation (C.1.2), as follows :

$$dE = \delta Q^+ - \delta W_p^-, \quad (\text{C.1.20})$$

where δQ^+ and δW_p^- are respectively the heat received and the pressure work provided by the system. This equation basically says that a variation of energy dE in the system is equal to (i.e. is solely due to) the heat δQ^+ received from the environment minus the work δW^- provided out of the system. Clausius definition of the entropy associated with a heat quantity, equation (C.1.12), leads to

$$\delta Q^+ = T dS, \quad (\text{C.1.21})$$

and the work done for a variation of volume dV , as introduced in equation (??), is given by :

$$\delta W_p^- = p dV. \quad (\text{C.1.22})$$

Thus, the energy variation may be expressed as follows :

$$dE = T dS - p dV. \quad (\text{C.1.23})$$

Hence, the corresponding entropy changes for the system and its environment are respectively given by :

$$T dS = dE + p dV \quad (\text{C.1.24})$$

$$T_0 dS_0 = dE_0 + p_0 dV_0 \quad (\text{C.1.25})$$

Now, we said in subsection C.1.2 that the total entropy change always increases, so, in our case, the second law of thermodynamics, equation (C.1.16), is expressed in an infinitesimal form as follows :

$$dS_{\text{tot}} = dS + dS_0 \geq 0. \quad (\text{C.1.26})$$

Then, replacing dS_0 by its expression (C.1.25) and using the relations (C.1.18), we obtain :

$$T_0 dS_{\text{tot}} = - \left(dE + p_0 dV - T_0 dS + \delta W_{\text{ex}}^- \right) \geq 0. \quad (\text{C.1.27})$$

The first three terms on the right-hand side of the above equality defines the exergy variation of the system :

$$dX = dE + p_0 dV - T_0 dS. \quad (\text{C.1.28})$$

Introducing this definition in the inequality side of equation (C.1.27), we obtain :

$$dX \leq -dW_{\text{ex}}^-, \quad (\text{C.1.29})$$

where dW_{ex}^- is positive by definition. This equation shows that any real process always destruct exergy as $dX < 0$.

To see how equation (C.1.28) vanishes when the system is brought to equilibrium with the environment, we replace dE by its value (equation (C.1.23)) :

$$dX = (T - T_0) dS - (p - p_0) dV. \quad (\text{C.1.30})$$

Which is indeed zero when $T = T_0$ and $p = p_0$, i.e. when the system is at equilibrium with its environment no exergy can be extracted. To compute the exergy content of a system, we integrate equation (C.1.28) from the state in which the system is at equilibrium with its environment (i.e. $E = E_{\text{eq}}$, $V = V_{\text{eq}}$, $S = S_{\text{eq}}$) to its actual state (E , V , S) :

$$X - \cancel{X_{\text{eq}}}^0 = E - E_{\text{eq}} + p_0 (V - V_{\text{eq}}) - T_0 (S - S_{\text{eq}}). \quad (\text{C.1.31})$$

On the left-hand side of the above equation, $X_{\text{eq}} = 0$ since there is no exergy available when the system is in thermodynamic equilibrium with its environment.

Finally, we can express the work W_{ex} extracted in bringing the system to equilibrium with its environment, by integrating equation (C.1.27) over the whole process. Rearranging the terms we obtain :

$$W_{\text{ex}} = X - T_0 \Delta S_{\text{tot}}, \quad (\text{C.1.32})$$

which becomes

$$W_{\text{ex}}^{\text{rev}} = X \quad (\text{C.1.33})$$

for reversible processes. In equations (C.1.32) and (C.1.33), X is given by equation (C.1.31). Since $\Delta S \geq 0$, it is clear from equations (C.1.32) and (C.1.33) that exergy is the maximum extractable work in a given environment. The exergy destruction ultimately occurring in real processes is given by :

$$X_{\text{des}} = T_0 \Delta S > 0, \quad (\text{C.1.34})$$

where the equality is known as the Gouy-Stodola theorem. It is important to understand that it has nothing to do with any kind of energetic losses (has defined in subsection C.1.1), it is an unavoidable destruction of exergy which is intrinsically linked to the process under consideration. This particularity of exergy allows us to compare two intrinsically different processes, though furnishing the same service, an electric radiator and a heat pump for instance.

At last, for any system, we can define a quality factor θ^* equal to the ratio of its exergy X , given by equation (C.1.31), over its energy shift from equilibrium $\Delta E = E - E_{\text{eq}}$:

$$\theta^* = \frac{X}{\Delta E} = 1 + p_0 \frac{\Delta V}{\Delta E} - T_0 \frac{\Delta S}{\Delta E}, \quad (\text{C.1.35})$$

where $\Delta S = S - S_{\text{eq}}$ is the entropy shift from equilibrium, and $\Delta V = V - V_{\text{eq}}$, with V and V_{eq} respectively functions of the pairs (T, p) and (T_0, p_0) according to an equation of state such as the one given in equation (??). It is then possible to adapt quality of sources and processes correspondingly to avoid unnecessary exergy destruction.

C.1.3.2 Exergy analysis

The analysis of an energetic process is basically done by the calculation of its efficiency. From an energy point of view, it is expressed as the ratio of the useful output energy E_{use} over the input one E_{in} :

$$\eta_{\text{en}} = \frac{E_{\text{use}}}{E_{\text{in}}}, \quad (\text{C.1.36})$$

where the subscript ‘n’ stands for energy values, in the following, ‘x’ will denote exergy quantities. E_{in} and E_{use} may be sums of various inputs and outputs respectively. In the case of a real thermal engine, driven by the energy given in equation (C.1.4), the energetic efficiency η_{en} is given by :

$$\eta_{\text{en}} = \frac{W^-}{Q_h^+} = 1 - \frac{Q_c^- + W_l^-}{Q_h^+}. \quad (\text{C.1.37})$$

As we can see from the second equality of equation (C.1.37), this type of analysis provides insights about the energy losses W_l . Nevertheless, there is nothing to say about the quality aspect of the energy forms involved, we have no information about their entropy content, or in other words, about their level of intrinsic complexity. Which, as shown in equation (C.1.32), further relates to the amount of energy that may never be extracted. Furthermore, equation (C.1.34) tells us that exergy is destroyed during any real process. Hence, an exergy based analysis provides quantitative and qualitative informations about the energy streams in and out a given system.

Figure C.1.4 shows the energy and exergy diagrams for two heat generation processes : a heat pump and a radiator. For now, they are both considered perfectly optimised, i.e. inducing no energy loss. The former is basically the reverse process of the thermal motor already discussed : by means of electrical work W , it converts a quantity of heat Q_c^+ at temperature T_c into a higher one Q_h^- (larger width on figure C.1.4a) at a greater temperature T_h (larger width on figure C.1.4c), which actually indicates a higher exergy content as we are going to see. On the lower part of the figure, the same diagrams are presented for an idealised radiator. In both cases, the exergy destruction is clearly seen on the right-side diagrams by the large reduction of the total width of the arrows, on figures C.1.4c and C.1.4d, where we have introduced the Carnot factor :

$$\theta = 1 - \frac{T_0}{T}, \quad (\text{C.1.38})$$

which expresses the exergy fraction of a given heat load at temperature T with respect to an environment at T_0 , as will be shown in the following.

Example : energy and exergy analysis of a heat pump and an electric radiator

Let us first consider the heat pump. The time evolution of its internal energy is given by adding the inward fluxes (+) and subtracting the outgoing ones (-) :

$$\frac{dE_{HP}}{dt} = \dot{Q}_c^+ + \dot{W}_{HP}^+ - \dot{Q}_h^-. \quad (\text{C.1.39})$$

A similar relation can be developed for the time evolution of the entropy :

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_{HP}}{\partial t} &= \dot{S}_{HP}^+ - \dot{S}_{HP}^- + \dot{\Pi}_H \\ &= \frac{\dot{Q}_c^+}{T_c} - \frac{\dot{Q}_h^-}{T_h} + \dot{\Pi}_{HP}. \end{aligned} \tag{C.1.40}$$

where the internal entropy generation flow term $\dot{\Pi}_{HP}$ has been introduced. In the case of the electric radiator, the corresponding evolution equation, for the same heating load \dot{Q}_h^- , are given by :

$$\frac{dE_R}{dt} = \dot{W}_R^+ - \dot{Q}_h^-, \tag{C.1.41}$$

and :

$$\begin{aligned} \frac{dS_R}{\partial t} &= \dot{S}_R^+ - \dot{S}_R^- + \dot{\Pi}_R \\ &= \dot{\Pi}_R - \frac{\dot{Q}_h^-}{T_h}. \end{aligned} \tag{C.1.42}$$

When found necessary, the subscripts *HP* and *R* respectively distinguish the heat pump and radiator values.

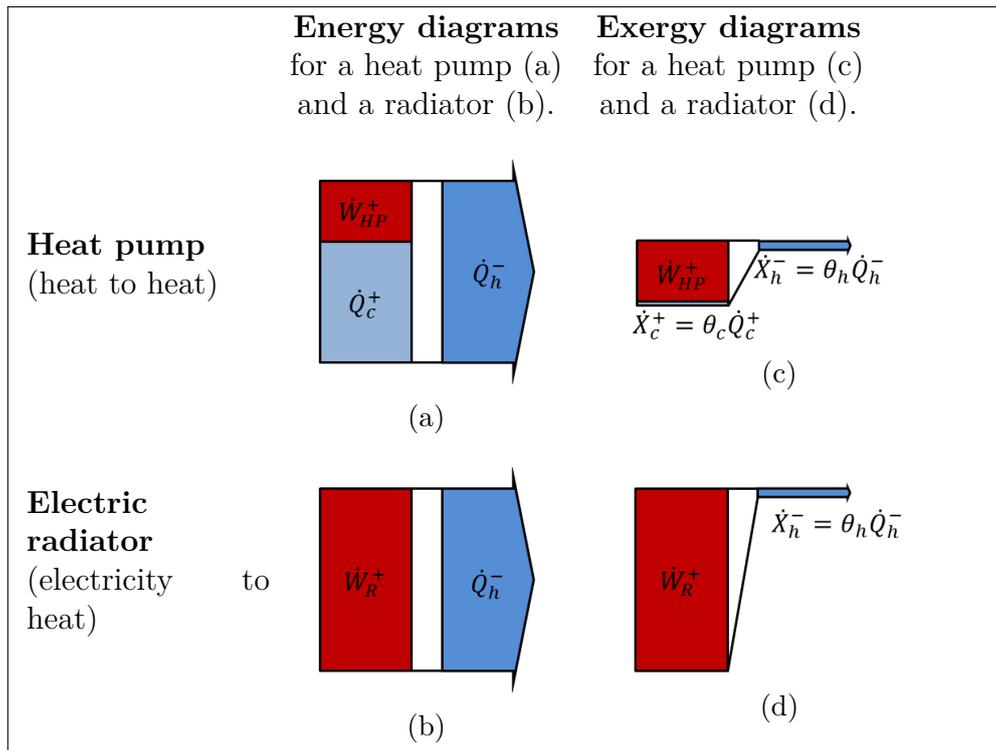


FIGURE C.1.4 – Energy and exergy diagrams of a heat pump and a radiator. The energetic diagrams (a and b) enhance the first law of thermodynamics : conservation of energy (vertical length). Exergetic diagrams (c and d) show the exergy destruction due to each process (white part diminishing, in between the in and outputs) and the exergy content of each energy flux (vertical length), i.e. their useful part. In both cases, the horizontal length may be seen as the throughput of the corresponding quantity : energy (a and b) or exergy (c and d). Thus, the areas represents respectively the energy and exergy flows.

From the expression of exergy given in equation (C.1.31), we can derive the resulting evolution equation for the heat pump exergy :

$$\begin{aligned}\frac{dX_{HP}}{dt} &= \frac{dE_{HP}}{dt} - T_0 \frac{dS_{HP}}{dt} \\ &= \dot{W}_{HP}^+ + \theta_c \dot{Q}_c^+ - \theta_h \dot{Q}_h^- - \dot{I}_{HP},\end{aligned}\quad (\text{C.1.43})$$

and for the radiator :

$$\begin{aligned}\frac{dX_R}{dt} &= \frac{dE_R}{dt} - T_0 \frac{dS_R}{dt} \\ &= \dot{W}_R^+ - \theta_h \dot{Q}_h^- - \dot{I}_R,\end{aligned}\quad (\text{C.1.44})$$

where we have introduced the Carnot factors of each heat flux as defined in equation (C.1.38), and the exergy destruction terms :

$$\dot{I}_{HP/R} = T_0 \dot{\Pi}_{HP/R} \quad (\text{C.1.45})$$

which account for the irreversibility of each process. We recognise Gouy-Stodola law in a form equivalent to the one previously introduced in equation (C.1.34).

A generalisation of equation (C.1.36) leads to the energy efficiency of the radiator :

$$\eta_{\text{en}}^R = \frac{\dot{Q}_h^-}{\dot{W}_R^+} = 1. \quad (\text{C.1.46})$$

The energetic equivalent for heat pump systems is given by the Coefficient Of Performance (COP), defined as follows :

$$\text{COP}_{\text{en}}^{HP} = \frac{\dot{Q}_h^-}{\dot{W}_{HP}^+} > 1. \quad (\text{C.1.47})$$

On the other hand, the exergy efficiency is uniquely defined for both cases by :

$$\eta_{\text{ex}}^{HP/R} = \frac{\dot{X}_h^-}{\dot{W}_{HP/R}^+} < 1 \quad (\text{C.1.48})$$

where the exergy flux $\dot{X}_h^- = \theta_h \dot{Q}_h^-$ is the “useful energy” per unit time that will actually be used to heat up the room. The performance expressions are shown in table C.1.1 and we see that for both processes, only exergy efficiencies depend on both system parameters (here the temperature of a room to maintain at a certain level) and its environment (the outdoor temperature). If the loss terms (frictions, heat leak, etc.) are no more neglected, the efficiencies of equations (C.1.46) to (C.1.48) are simply lowered :

$$\eta_{\text{en}}^R = 1 - \frac{\dot{W}_l^-}{\dot{W}_R^+}, \quad (\text{C.1.49})$$

$$\text{COP}_{\text{en}}^{HP} = 1 + \frac{\dot{Q}_c^- - \dot{W}_l^-}{\dot{W}_{HP}^+} \quad (\text{C.1.50})$$

$$\eta_{\text{ex}}^R = 1 - \frac{\dot{W}_l^-}{\dot{W}_R^+} \quad (\text{C.1.51})$$

$$\eta_{\text{ex}}^{HP} = 1 + \frac{\dot{X}_c^+ - \dot{W}_l^-}{\dot{W}_{HP}^+} \quad (\text{C.1.52})$$

where \dot{W}_l^- regroups the corresponding loss terms for each process. Hence, equation (C.1.48) defines the maximal technology-related efficiency of a given process, and thus expresses a technological threshold that may never be exceeded, or equivalently, defines a measure of approach to ideality.

TABLEAU C.1.1 – Efficiency comparison of heating systems.

	Heat pump	Electric radiator
Energy	$\text{COP}_{\text{en}}^{HP} = \frac{\dot{Q}_h^-}{\dot{W}_{HP}^+} = 1 + \frac{\dot{Q}_c^+}{\dot{W}_{HP}^+}$	$\eta_{\text{en}}^R = \frac{\dot{Q}_h^-}{\dot{W}_R^+} = 1$
Exergy	$\eta_{\text{ex}}^{HP} = \frac{\theta_h \dot{Q}_h^-}{\dot{W}_{HP}^+} = 1 - \frac{\dot{I}_H - \theta_c \dot{Q}_c^+}{\dot{W}_{HP}^+}$	$\eta_{\text{ex}}^R = \frac{\theta_h \dot{Q}_h^-}{\dot{W}_R^+} = 1 - \frac{\dot{I}_R}{\dot{W}_R^+} = \theta_h$

Let us now analyse the expressions presented in table C.1.1, beginning with the energy efficiencies, showed on the first line. For the radiator, the energy efficiency is equal to 1, giving the wrong feeling that it is an idealised process. On the other hand, the heat pump COP is strictly superior to 1 since, as explained in subsection C.1.2, a non zero cold flux \dot{Q}_c^- must always accompany a work flux \dot{W}^+ . Hence, in order to accurately analyse and compare these two heating processes, we must consider their exergy efficiencies. In the case of the radiator, it is directly given by the exergy fraction of the hot flux $\eta_{\text{ex}}^R = \theta_h$. In other words, no matter how much we manage to lower the system losses \dot{W}_l , i.e. how much closer we approach ideality, there will always be a fraction called the dissipation ratio,

$$\zeta = 1 - \eta_{\text{ex}}^R = 1 - \theta_h = \frac{\dot{I}_R}{\dot{W}_R^+}, \quad (\text{C.1.53})$$

of the input exergy destroyed in the process. For example, heating a room at 20°C when $T_0 = 10^\circ\text{C}$ results in the inevitable destruction of at least a fraction $\xi = 0.97$ of the influx of exergy.

These process-related destructions of exergy can be expressed as functions of system parameters, the temperature and heat fluxes in our example. In steady state, the time derivatives in equation (C.1.39) to (C.1.44) are null, so we can rearrange the exergy balance equations (C.1.43) and (C.1.44), using their energy counterparts, equation (C.1.39) and (C.1.41), to obtain :

$$\dot{I}^{HP} = (1 - \theta_h)\dot{Q}_h^- - (1 - \theta_c)\dot{Q}_c^+ \quad (\text{C.1.54})$$

$$\dot{I}^R = (1 - \theta_h)\dot{Q}_h^- \quad (\text{C.1.55})$$

In both cases, the exergy destruction is primarily related to the anergy flow “brought in” by the hot flux : $\dot{A}_h = (1 - \theta_h)\dot{Q}_h^-$. Further comparing equation (C.1.54) and (C.1.55), we see that the avoided exergy destruction in the case of the heat pump with respect to the electric radiator is simply equal to the anergy “brought in” by the cold source : $\dot{A}_c = (1 - \theta_c)\dot{Q}_c^+$. In other words, heating a room “requires” a certain amount of anergy which may be provided either by exergy destruction solely (e.g. electric radiator) or together with a degraded form of input energy (i.e. “bringing in” some anergy), as it is the case

when using a heat pump. Hence, the environment can be considered as a source of energy for any heat generation process to avoid unnecessary destruction of *primary* exergy. As a matter of fact, following this logic, the Denmark government have forbidden electrical heating since 1985. Such exergy analysis are more and more frequent in the literature, see for instance [Boustead et Hancock \(1979\)](#) ; [Feidt \(1996\)](#) ; [Grosu \(2012\)](#) ; [Bejan \(2016\)](#).

Last but not least, we finish this introduction of exergy by an overview of its chemical component.

C.1.3.3 Chemical exergy

As already stated many times, the physical exergy discussed so far measures a deviation from equilibrium of the corresponding physical variables, pressure and temperature for instance. Likewise, the chemical exergy ξ of a substance quantifies the maximal amount of work that may be extracted by chemically bringing it to its *environmental reference state*, defined bellow. With a similar approach made to derive equation (C.1.30), for a given substance i , we find the variation of its exergy $d\xi_i$, induced by a small change dn_i in its number of particles, as :

$$d\xi_i = (\mu_i - \mu_{0i}) dn_i, \quad (\text{C.1.56})$$

where μ_i is the chemical potentials of species i , expressed in Joule per mole, it is the ‘generalised force’ associated to a change in the number of particles. It is a function of the energy necessary to form the considered species (particles, ions, molecules, etc.), notably its enthalpy of formation or energy of ionisation. If μ_i is negative for a given set of parameters (especially T and p), i is stable and $|\mu_i|$ may be seen as the minimum energy required to break the integrity of the particle (in the sense of elementary constituent). On the other hand, if $\mu_i > 0$, the elementary constituents i are unstable and may decay into a state of lower energy (e.g. two smaller molecules), releasing heat to the environment. μ_{0i} is the chemical potential of i in the environment state (subscript ‘0’). From a general point of view, the chemical potential of a substance expresses its potentiality to give or receive particles. For stable species, it is defined negative in the convention adopted here. It is computed with respect to a *standard reference state* (superscript ‘0’) in which the considered substance is chemically stable. For gases and substances in solution, the chemical potentials in equation (C.1.56) are given by :

$$\begin{cases} \mu_i = \mu_i^0 + RT \ln f_i \\ \mu_{0i} = \mu_{0i}^0 + RT_0 \ln f_{0i} \end{cases} \quad (\text{C.1.57})$$

For gases, f_i is called the fugacity and, for ideal gas, it is equal to the partial pressure of i . In the case of substances in solution, it is called the activity and similarly, it is defined by the product of the concentration and an activity coefficient, approaching 1 for ideal substances. If, and only if, the substance i is found in the same chemical state (liquid, gaseous, ionized, etc.) in both the system and its environment, then $\mu_i^0 = \mu_{0i}^0$.

Chemical exergy and quality factor of mixed substances

It is expressed by the weighted sum of the exergy of its constituents :

$$\xi_{\text{mix}} = \sum_i x_i \xi_i, \quad (\text{C.1.58})$$

where x_i is the mole fraction of i and, from integration of equation (C.1.56),

$$\xi_i = (\mu_i - \mu_{0i}) n_i, \quad (\text{C.1.59})$$

or equivalently :

$$\xi_i = -\mu_{0i} (n_i - n_{ieq}), \quad (\text{C.1.60})$$

where the equilibrium number of particles is simply expressed by :

$$n_{ieq} = n_i \frac{\mu_i}{\mu_{0i}}. \quad (\text{C.1.61})$$

The quality factor, defined in equation (C.1.35), may now be generalised to :

$$\theta^* = \frac{X}{\Delta E} = 1 - T_0 \left(\frac{\Delta S}{\Delta E} - \frac{p_0}{T_0} \frac{\Delta V}{\Delta E} + \frac{1}{T_0} \sum_{i=1}^{N_{sp}} \mu_{0i} \frac{\Delta n_i}{\Delta E} \right), \quad (\text{C.1.62})$$

where N_{sp} is the number of species present in the mixture under consideration and $\Delta n_i = n_i - n_{ieq}$.

Exergy of mixing

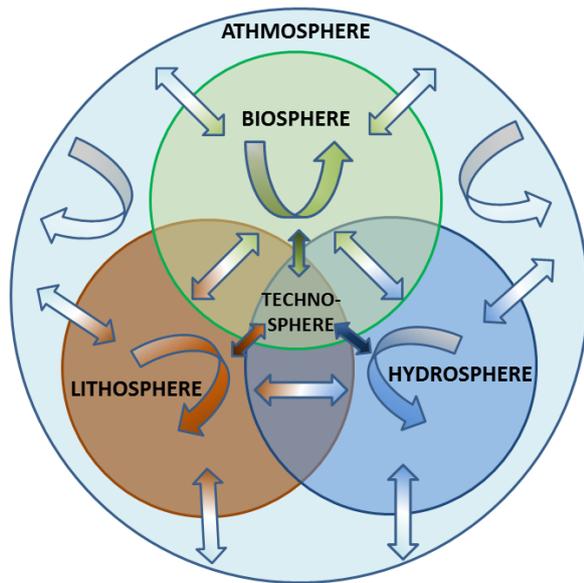
From equations (C.1.57), assuming $T = T_0$, equation (C.1.59) may be written :

$$\xi_i = n_i(\mu_i^0 - \mu_{0i}^0) + n_i RT_0 \ln \frac{f_i}{f_{0i}}. \quad (\text{C.1.63})$$

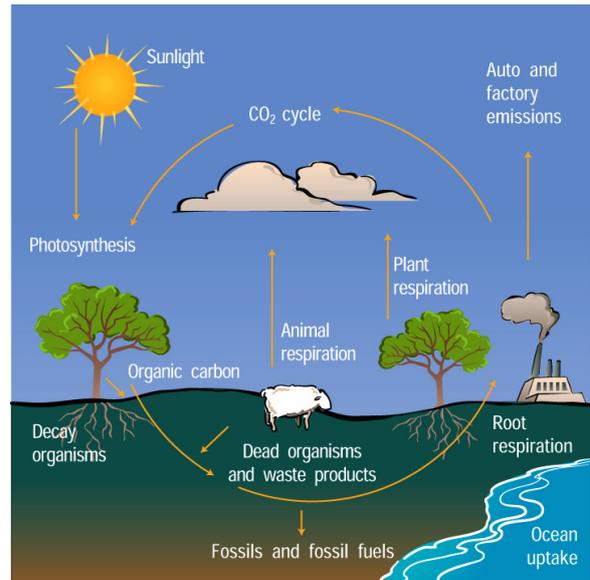
The second term of the right-hand side of the above equation is the exergy of mixing and is equal to the minimum work requirement for separation.

The standard reference states may be of various types as represented on figure C.1.5a, where each *sphere* is in interaction with all the others. As an example, figure C.1.5b represents the carbon cycle on Earth : under the form of CO₂ molecules in the atmosphere, for instance processed by photosynthesis in the plants of the biosphere, it is further transmitted to the lithosphere (dead organisms). Another example is given by oxygen which is also naturally present under various form, especially H₂O or SO₄²⁻ in seawater and O₂ or CO₂ in the atmosphere. The standard reference substances present on Earth fall into four groups, defined by Kotas (1995) :

1. gaseous constituents of the atmosphere (see table C.1.2),
2. solid reference substances from the Earth's crust (the lithosphere),
3. ionic reference substances from the seas (the hydrosphere), and,
4. reference substances in molecular, non ionized form, from the seas.



(a) Environmental *spheres* in interaction with each others. The biosphere accounts for all living organisms on the planet, except for humans which are included in the *technosphere*, along with their industrial processes.



(b) Carbon cycle. Source : NCAR (National Center for Atmospheric Research) – windows2universe.org.

FIGURE C.1.5 – The Earth is a living organism : it evolves in time and gets more and more *complex*. This is made possible by mutual interactions of five dynamic *spheres*, schematically represent on the left side (a). An example of driving process is shown on the right side (b) : the carbon atoms cycle through every Earth sphere, for instance, under the form of CO₂ molecules in the atmosphere, dissolved in the oceans or processed by photosynthesis and further passed to the lithosphere by means of dead organisms.

TABLEAU C.1.2 – Standard reference state for atmosphere. Dry air with 10% H₂O.

Composition :	Air Constituents	Mole Fraction
$T_0 = 298.15 \text{ K}$ $p_0 = 1 \text{ atm}$	N ₂	0.7567
	O ₂	0.2035
	H ₂ O	0.0304
	Ar	0.0091
	CO ₂	0.0003

By means of environmental concern, it is possible to compute the chemical potential μ_{0i} of any substance i for standards p_0 and T_0 , based on chemical stability and abundance. In order to internationally homogenise trades or implement emission norms for instance. Then, from relations (C.1.57), the difference in equation (C.1.56) simply expresses a shift of the standard reference state μ_i^0 of a given flow of matter i to its environmental reference state, defined by :

$$\tilde{\mu}_i^0 = \mu_i^0 - \mu_{0i}. \tag{C.1.64}$$

For further details, Szargut et collab. (1987) investigate the question of reference species and provide a table of the chemical exergies of the elements stable on Earth.

Finally, from equation (C.1.60), we can make an important remark, key to the question of waste accounting for instance. If a given stream of matter contains a quantity n_i of substance i in excess with the environment in which it is expelled, i.e. $n_i > n_{ieq}$; then, assuming i stable in the environment state, i.e. $\mu_{0i} < 0$, it will carry a positive exergy ξ_i . On the other hand, a negative chemical exergy expresses a deficiency in the mole fraction with respect to the environment, or equivalently a difference of their chemical potentials. Recall that, the latter expresses the chemical energy of the constituents i in a given state of pressure and temperature, which further define its capacity to decay. In both cases, this means that the stream will induce chemical reactions in its environment. They may be harmless or, on the contrary, disrupt the local ecosystem. The consequences of these disruptions (chain reactions, natural cycle perturbation, etc.) cannot be studied from the single point of view of thermodynamics. However, $|\xi_i|$ provides a measure of the minimal chemical perturbation induced by the emission of a given quantity n_i in the environment, which may be the atmosphere, a river or more generally the local ecosystem. Hence, the chemical exergy of a stream of matter may be seen from two perspectives :

1. the maximal work that may be chemically extracted, by combustion for instance, or,
2. in absolute value, a minimal chemical perturbation induced in the local environment in which it is released.

Restating what already mentioned, this second point cannot be used by itself not define a pollution indicator. However, it surely defines a chemical shift from environment reference states, based on average concentrations. An impact or polluting factor need to be further defined to implement environmental policies for instance, the Global-Warming Potential (GWP) is an example of such factor.

For further readings, [Rosen et Dincer \(1999\)](#) examine the relations between several measures of environmental impact potential and exergy for waste emission. They compare current methods used to assess these impact potentials and the exergy associated with their emission. More generally, [Szargut \(1989\)](#) and [Kotas \(1995\)](#) analyse various type of industrial processes, and [Bejan \(2016\)](#) provides complete lectures on engineering thermodynamics.

C.2 Exergy for Sustainable Development – A review

The increasing demand of energy together with waste generation have lead the researchers of the last decades to conceptualise what is now generally called *Sustainable Development*. The World Commission on Environment and Development defined it as follows :

Sustainable development is development that meets the need of the present without compromising the ability of future generations to meet their own needs ([Brundtland et collab., 1987](#), p. 41).

This quite brief definition is completed by seven operational objectives ([Brundtland et collab., 1987](#), pp. 46–57) :

1. **Reviving growth** : “[D]evelopment that is sustainable has to address the problem of the large number of people who live in absolute poverty – that is, who are unable to satisfy even the most basic of their needs. Poverty reduces people’s capacity to use resources in a sustainable manner ; it intensifies pressure on the environment. . . .

“Growth must be revived in developing countries because that is where the links between economic growth, the alleviation of poverty, and environmental conditions operate most directly. Yet developing countries are part of an interdependent world economy ; their prospects also depend on the levels and patterns of growth in industrialized nations. The medium-term prospects for industrial countries are for growth of 3-4 per cent, the minimum that international financial institutions consider necessary if these countries are going to play a part in expanding the world economy. Such growth rates could be environmentally sustainable if industrialized nations can continue the recent shifts in the content of their growth towards less material- and energy-intensive activities and the improvement of their efficiency in using materials and energy. . . .

“As industrialized nations use less materials and energy, however, they will provide smaller markets for commodities and minerals from the developing nations. Yet if developing nations focus their efforts upon eliminating poverty and satisfying essential human needs, then domestic demand will increase for both agricultural products and manufactured goods and some services. Hence the very logic of Sustainable Development implies an internal stimulus to Third World growth.”

2. Changing the quality of growth : “Sustainable development involves more than growth. It requires a change in the content of growth, to make it less Material- and energy-intensive and more equitable in its impact. . . . [i.e.] to maintain the stock of ecological capital, to improve the distribution of income, and to reduce the degree of vulnerability to economic crises.” These three aspects are developed as follows :

- a. “The process of economic development must be more soundly based upon the realities of the stock of capital that sustains it. . . . For example, income from forestry operations is conventionally measured in terms of the value of timber and other products extracted, minus the costs of extraction. The costs of regenerating the forest are not taken into account, unless money is actually spent on such work. Thus figuring profits from logging rarely takes full account of the losses in future revenue incurred through degradation of the forest. . . . [E]conomic development must take full account in its measurements of growth of the improvement or deterioration in the stock of natural resources.”
- b. “Income distribution is one aspect of the quality of growth, . . . and rapid growth combined with deteriorating income distribution may be worse than slower growth combined with redistribution in favour of the poor. For instance, in many developing countries the introduction of large-scale commercial agriculture may produce revenue rapidly, but may also dispossess a large number of small farmers and make income distribution more inequitable.”
- c. “Economic development is unsustainable if it increases vulnerability to crises. . . . But vulnerability can be reduced by using technologies that lower production risks, by choosing institutional options that reduce market fluctuations, and by building up reserves, especially of food and foreign exchange.”

3. Meeting essential human needs for jobs, food, energy, water and sanitation :

“The principal development challenge is to meet the needs and aspirations of an expanding developing world population.” These are divided in four categories by the authors :

- a. “The pace and pattern of economic development have to generate sustainable work opportunities on [the] scale [of population growth] and at a level of pro-

ductivity that would enable poor households to meet minimum consumption standards.”

- b. “More food is required not merely to feed more people but to attack undernourishment. . . . But increased food production should not be based on ecologically unsound production policies and compromise long-term prospects for food security.”
- c. “Energy is another essential human need, one that cannot be universally met unless energy consumption patterns change. The most urgent problem is the requirements of poor Third World households, which depend mainly on fuelwood. By the turn of the century, 3 billions people may live in areas where wood is cut faster than it grows or where fuelwood is extremely scarce.”
- d. “The linked basic needs of housing, water supply, sanitation, and health care are also environmentally important. Deficiencies in these areas are often visible manifestations of environmental stress.”

4. Ensuring a sustainable level of population : “The sustainability of development is intimately linked to the dynamics of population growth. . . . [It] can be pursued more easily when population size is stabilized at a level consistent with the productive capacity of the ecosystem. . . .

“Birth rates declined in industrial countries largely because of economic and social development. Rising levels of income and urbanization and the changing role of women all played important roles. Similar processes are now at work in developing countries. These should be recognized and encouraged. Population policies should be integrated with other economic and social development programmes female education, health care, and the expansion of the livelihood base of the poor.”

5. Conserving and enhancing the resource base : “Major changes in policies will be needed to cope with the industrial world’s current high levels of consumption, the increases in consumption needed to meet minimum standards in developing countries, and expected population growth. However, the case for the conservation of nature should not rest only with development goals. It is part of our moral obligation to other living beings and future generations.” Four aspects are particularly enhanced by the authors :

- a. “The conservation of agricultural resources is an urgent task because in many parts of the world cultivation has already been extended to marginal lands, and fishery and forestry resources have been overexploited. Land use in agriculture and forestry must be based on a scientific assessment of land capacity, and the annual depletion of topsoil, fish stock, or forest resources must not exceed the rate of regeneration. The pressures on agricultural land from crop and livestock production can be partly relieved by increasing productivity. But short-sighted, short-term improvements in productivity can create different forms of ecological stress, such as the loss of genetic diversity in standing crops, salinization and alkalization of irrigated lands, nitrate pollution of groundwater, and pesticide residues in food.”
- b. “The ultimate limits to global development are perhaps determined by the availability of energy resources and by the biosphere’s capacity to absorb the by-products of energy use. . . . First, there are the supply problems : the depletion of oil reserves, the high cost and environmental impact of coal mining, and

the hazards of nuclear technology. Second, there are emission problems, most notably acid pollution and carbon dioxide build up leading to global warming.”

- c. “Non-fuel mineral resources appear to pose fewer supply problems. . . . The history of technological developments . . . suggests that industry can adjust to scarcity through greater efficiency in use, recycling, and substitution. More immediate needs include modifying the pattern of world trade in minerals to allow exporters a higher share in the value added from mineral use, and improving the access of developing countries to mineral supplies, as their demands increase.”
- d. “Air and water quality come under pressure from such activities as fertilizer and pesticide use, urban sewage, fossil fuel burning, the use of certain chemicals, and various other industrial activities. . . . Cleaning up after the event is an expensive solution. Hence all countries need to anticipate and prevent these pollution problems, by, for instance, enforcing emission standards that reflect likely long-term effects, promoting low-waste technologies, and anticipating the impact of new products, technologies, and wastes.”

6. Reorienting technology and managing risk : “The fulfilment of all these tasks [above-written] will require the reorientation of technology the key link between humans and nature. First, the capacity for technological innovation needs to be greatly enhanced in developing countries so that they can respond more effectively to the challenges of Sustainable Development. Second, the orientation of technology development must be changed to pay greater attention to environmental factors. . . .

“Environmental risks arising from technological and developmental decisions impinge on individuals and areas that have little or no influence on those decisions. Their interests must be taken into account. National and international institutional mechanisms are needed to assess potential impacts of new technologies before they are widely used, in order to ensure that their production, use, and disposal do not overstress environmental resources.”

7. Merging environment and economics in decision making : “Economic and ecological concerns are not necessarily in opposition. For example, policies that conserve the quality of agricultural land and protect forests improve the long-term prospects for agricultural development. An increase in the efficiency of energy and material use serves ecological purposes but can also reduce costs. But the compatibility of environmental and economic objectives is often lost in the pursuit of individual or group gains, with little regard for the impacts on others, with a blind faith in science’s ability to find solutions, and in ignorance of the distant consequences of today’s decisions. Institutional rigidities add to this myopia.

“One important rigidity is the tendency to deal with one industry or sector in isolation, failing to recognize the importance of intersectoral [sic] linkages. . . .

“These inter sectoral connections create patterns of economic and ecological interdependence rarely reflected in the ways in which policy is made. Sectoral organizations tend to pursue sectoral objectives and to treat their impacts on other sectors as side effects, taken into account only if compelled to do so. . . . Many of the environment and development problems that confront us have their roots in this sectoral fragmentation of responsibility. Sustainable development requires that such fragmentation be overcome.”

From these objectives, it clearly appears that Sustainable Development is a multidis-

ciplinary field of research involving natural and engineering sciences (biology, physics, climatology, etc.), and social sciences (economics, sociology, political science, etc.). From the objectives described above, social aspects of Sustainable Development are very important from economic and ethic perspectives (see for instance points 1 to 4 above), however they are beyond the topic of this work and will not be discussed further.

In economic models, the primary factors of productions are land, capital and labour. More detailed models may also consider secondary factors of production : energy and mass flows. The first remark to do is that, except for electricity, the energy carriers are nothing but mass flows embodying a certain amount of chemical energy. Moreover, as seen in the previous section, mass and energy flows are uniquely defined in terms of exergy flows reflecting their concentration and availability with respect to an environmental international standard. Thus, dealing with exergy flows instead of mass and energy for resources, intrinsically provides a uniform scale based upon global, international considerations. Therefore, resources may be assigned accurately to industrial processes depending on their actual needs (see subsection C.2.1).

Furthermore, in the lights of the discussions of subsection C.1.3, we see that exergy based life-cycle assessments of products provides informations about :

1. the degradation (i.e. the destruction of exergy) occurring at each step of the processes chain (including extraction, delivery, etc.);
2. the embodied ratio of input exergy for every products and by-products of processes ;
3. the exergy of industrial wastes (physical and chemical) generated by each process ;
4. the exergy of consumptive goods which will ultimately need to be recycled or disposed of.

Chemical wastes may be of different types : gaseous, solid, composed of mixed elements, etc. Considering such flows from an exergetic point of view make it possible to assess : 1–their availability for reuse, hence their economic value ; or 2–their excess (to be disposed of) with respect to environmental standard composition. These aspects will be discussed in subsection C.2.2. Dealing with the second type of waste (point 4 in the list above) is a question of implementing efficient recycling cycles in the economy and will be introduced in the context of industrial ecology in subsection C.2.4. In subsection C.2.3, we present some works in exergoeconomics.

C.2.1 Resource accounting

From the previous discussion on chemical exergy, we have seen that it allows defining two complementary properties of resources : 1–their maximum available, i.e. extractable or usable, energy content ; and 2–their chemical shift from environmental reference states. In the case of non-energetic resources, it expresses an enrichment, or on the contrary, an impoverishment of the considered stock with respect to some defined standard average. Hence, an international definition of such standards provides an absolute reference scale to compare resources among them. Since their purpose and use in the society are not the same, energetic and non-energetic resources may be referred to different scales. However, in both cases, these qualitative considerations of resources make it possible to allocate the accurate input ‘quality’ for the requested output of any given process. For instance, we have shown in subsection C.1.3 that the right input for house heating is some heat source (solar, geothermal, etc.) and not electricity, if one wants to consume less primary energy.

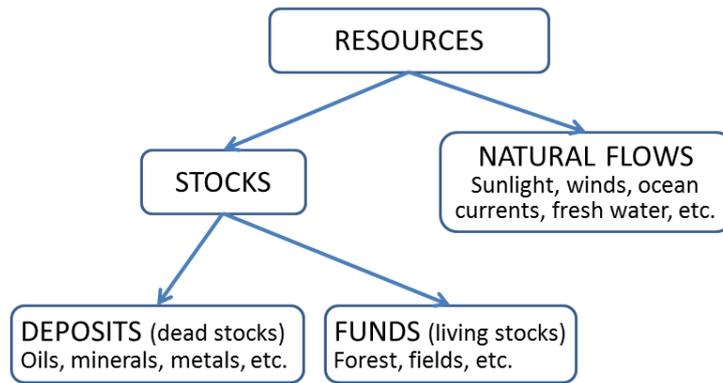


FIGURE C.2.1 – Natural resource categories.

Raw materials used in the society have two origins : stocks and natural flows (e.g. Wall, 1977). The former is further divided in two categories : dead and living stocks, respectively called deposits and funds, see figure C.2.1. A deposit can only give a flow while diminishing. Either it was in limited quantity at the beginning of the Earth history (e.g. metal ores), or it has been formed by long-time processes : the decomposition of dead organisms under high conditions of pressure and temperature to form oils for instance. Their overall quantity on Earth is fixed at our time-scale and are depleted while extracted. Furthermore, not only the total number of deposits diminishes as they are used up ; also, the quality factor (equation (C.1.62)) of the remaining veins are lower (Herfindahl, 1967 ; Skinner, 1979). As a matter of fact, the higher the quality factor, the greater the economic value (e.g. conventional vs unconventional oils (Hermann, 2006)). Therefore, higher quality stocks are exploited first.

On the other hand, funds are living stocks, which “yield” is a flow, e.g. forest, crops and agricultural crops. To be sustainable, their exploitation must respect their regeneration time-scale, e.g. the growing and maturation of trees in a forest.

Natural flows, on the other hand, are large scale processes that are not, or negligibly perturbed by human exploitation. The Sun will always rise, as well as the moon will induce tides.

Depleted resources may be further divide in two categories : oils and metals. The oil industry provides mainly fuels (e.g. gasoline, propane) and some by-products such as asphalt, sulphur and petrochemicals for instance. Metals are especially used in the energy sector (aeolian, electricity carrier (wires), etc.) and for electronic usage. In both cases, to implement Sustainable Development, it is necessary to be able to assess the induced depletion of raw materials for any process. Further allowing to compare structurally different processes however producing the same good or service. In other words, two industrial processes producing the same output but not functioning with the same inputs quantity, quality or origin will not have the same impact on the exhaustion of deposit stocks. For example considering fuels for car, it is possible to assess the depletion induced by every available technology : traditional fuels, biofuels, hydrogen, electricity, etc. In the case of metals such as copper, recycling processes will lower the depletion.

Several authors have proposed to relate the scarcity of resources to consumption and especially to the exergy destruction due to industrial and consumptive processes. We now present some of these works.

C.2.1.1 An indicator of depletion per unit consumption

Connelly et Koshland (2001a,b) have introduced a measure of the dependence of a given consumptive process on scarce resources, given by the *depletion number*, a non-dimensional indicator of depletion (i.e. use of non-renewed resources) per unit consumption⁷ :

$$Dp = \frac{\dot{\mathcal{E}}_{Dp}}{\dot{\mathcal{E}}_l}, \quad (\text{C.2.1})$$

where $\dot{\mathcal{E}}_l$ is the rate of exergy destruction by consumption and $\dot{\mathcal{E}}_{Dp}$ the rate of non-renewed exergy input, namely from deposit stocks. The authors express the depletion number as a function of three non-dimensional indicators corresponding to three resource conservation strategies :

- Ψ : the exergy cycling fraction for resource recycling,
- ϕ : the exergy efficiency for process efficiency gains, and
- Ω : the renewed exergy fraction for extent of renewed resource use.

The methodology is supported by :

- a clear definition of consumption (established in a previous work by Connelly et Koshland, 1997) in terms of throughput (exergy flow) and degradation (i.e. exergy destruction); and
- a thermodynamic interpretation of *industrial ecosystems* in analogy with biological ones (see subsection C.2.4).

The authors present two generalized cases and analyse the roles and limitations of the three resource conservation strategies listed above. The case of a toluene production and cycling system is studied and the framework introduced is incorporated into an economic analysis to identify least-cost approaches to depletion avoidance.

C.2.1.2 Cumulative exergy consumption and ecological cost toward a pro-ecological tax

Every step of production processes from natural resources to final products require energy (fuels, electricity, etc.) and non-energetic resources (metals, solvents, etc.). To account for these, in analogy with the cumulative energy consumption (CEnC) methodology introduced by Boustead et Hancock (1979), Szargut et Morris (1987) introduced the cumulative exergy consumption (CExC) index r_j , accounting for all input exergies from natural raw materials needed to produce a given final product j , defined as⁷ :

$$r_j = \frac{B_j}{P_j}, \quad (\text{C.2.2})$$

where $B_j = \sum_s B_{js}$ is the sum (over s the order number of the production step) of the exergies of natural resource delivered all along the processes chain for a net production P_j of the final good j in the considered system boundaries. Both quantities B_j and P_j refer to the same time scale. Thus, r_j expresses the averages of total input exergies per unit production (in unit exergy per kilogram). It may be further divided in two components :

$$r_j = R_j + F_j, \quad (\text{C.2.3})$$

7. We kept the authors nomenclature for simplicity when referring.

where R_j refers to the raw materials and F_j to fuels. However, not all input exergies generate scarcity. Thus, the authors defined partial CExC-indices r_{kj} accounting for the k th type of natural resource

$$r_{kj} = \frac{B_{kj}}{P_j}, \quad (\text{C.2.4})$$

where B_{kj} is the total exergy of type k provided to the processes chain.

To examine an intermediate product (i.e. whose exergy is necessary for subsequent processes), the authors introduced the notion of cumulative degree of perfection (CDP) and define the CDP-index of a given product j as :

$$\eta_{rj} = \frac{b_j}{r_j}, \quad (\text{C.2.5})$$

where b_j is its specific exergy of the product under consideration. Equation (C.2.5) compares the actual exergy embodied in product j to the ones invested to produce it. Since both b_j and r_j are expressed in unit of exergy per kilogram, η_{rj} is dimensionless and strictly inferior to one. This inequality is a direct consequence of the second law of thermodynamics, expressing the fact that the total exergy invested to form the considered substance per unit mass is strictly superior to its specific exergy (i.e. its maximal extractable work in an ideal process). The closer η_{rj} is to one, the closer the processes chain is to ideality. Equation (C.2.5) is not an exergetic efficiency in the literal sense but it may be seen as a generalised efficiency of production for the system under consideration. It characterises the thermodynamics imperfection of the entire chain of process leading to the product under consideration. Because of the differences of production methods and the possible introduction of new technologies, differential (local) CExC- and CDP-indices may be defined. The applications of CExC-index are similar but broader in comparison with the CEnC-index (see Szargut et Morris, 1987).

In a more recent works, Szargut et collab. (2002) define the *ecological cost* as the cumulative consumption of non-renewable exergy connected with the fabrication of particular products. The controversial question of ecological cost of human work and the influence of the regional exchange are discussed. An algorithm for the calculation of the ecological cost of products is presented and some examples are computed (see table C.2.1). The last column of the table shows the ratio of the ecological cost to the corresponding specific exergy

TABLEAU C.2.1 – Indices of the ecological cost associated with various kinds of energy and materials. Source : Szargut et collab. (2002).

Material or energy kind	Ecological cost ρ	Ratio ρ/b
Coal (type 1)	22.6 MJ/kg	1.037
Coal (type 2)	31.1 MJ/kg	1.028
Domestic natural gas	81.5 MJ/kmol	1.016
Electricity	3.13 MJ/MJ	3.13
Coke	49.6 MJ/kg	1.554
Sinter	4.5 MJ/kg	6.164
Pig iron	32.2 MJ/kg	3.68

In a different paper, Szargut (2002) investigate the question of a pro-ecological tax in replacement of the actual personal tax. The main argument for the study is that

“taxes should not be a kind of penalty for positive effects of human activity (productivity, invention) but should burden negative effects, like the depletion of natural resources, and deleterious impacts on the environment”. The author proposes that, for a given country, the pro-ecological tax of every final product should be proportional to its specific ecological cost and that the coefficient of proportionality x should be related to the total domestic consumption of non-renewable exergy :

$$x = \frac{\sum \rho}{B + \sum_k P_k \zeta_k}, \quad (\text{C.2.6})$$

where $\sum \rho$ is the sum of all the tax values, B the annual consumption of non-renewable exergy in the considered country, and P_k the annual output of the k th aggressive component of the waste products of specific ecological cost ζ_k . Let us take a simple example to understand how this tax would be applied : a small country using two power plants in which the sole non-renewable resource is hard coal. The first burdens the environment with an amount P_s of deleterious waste products, which specific ecological cost is ζ_s . The second does not produce any harmful waste products. Assuming that the consumption of semi-finished products and energy carrier in coal mines can be neglected, equation (C.2.6) can be expressed as :

$$x = \frac{\rho_1 + \rho_2}{B_c + P_s \zeta_s}, \quad (\text{C.2.7})$$

where ρ_1 and ρ_2 are the taxes burdening the first and second plant respectively, $B_c = B_{c1} + B_{c2}$ is the exergy of consumed coal. The tax burdening the first and second consumer is then :

$$\rho_1 = (B_{c1} + P_s \zeta_s)x, \quad (\text{C.2.8})$$

$$\rho_2 = B_{c2}x. \quad (\text{C.2.9})$$

Also, the pro-ecological tax resulting from the use of machines and installations and the burdening of imports and exports are discussed in the paper.

The determination of the coefficient ζ_k in equation (C.2.6) is very difficult. Therefore, the authors propose to use the monetary indices characterizing the deleterious impact of the aggressive components of waste products as :

$$\zeta_k = \frac{Bw_k}{\text{NGP} + \sum_k P_k w_k}, \quad (\text{C.2.10})$$

where NGP is the National Growth Production and the w_k express the compensation or prevention costs of the damages due to the corrosion of buildings and industrial installations, damages in agriculture and forestry, damages in human health too. The evaluation of these indices is highly subjective and need more attention.

C.2.2 Pollution assessment

From the discussions of the previous section, dealing with exergy when considering industrial wastes clearly provides a measure of the local stress imposed on the environment, in terms of concentration difference. As mentioned already, there are two types of waste to deal with. On the one hand, consumed products that must be reused or disposed ; this is discussed in subsections C.2.3 and C.2.4. On the other hand, physical and chemical wastes are generated all along the consumptive chain. The formers are essentially a question of process efficiency and reallocation of outputs (e.g. exhaust heat that may be use

for house heating). Chemical wastes may be of no harm for the environment or of many various effects : toxic for the surrounding ecosystem or for human health, disturbing one or several natural cycles (CO₂, ozone, water, etc.) and so on. In no case, thermodynamics can solely answer these questions which are also the subject of climate and biology sciences. However, [Seager et Theis \(2002a\)](#) argue that the concept of chemical exergy of mixing may be used for the development of a uniform, broad-based measure of chemical pollution.

Many manufacturing companies and international agencies have developed empirical indicators to gauge improvement in environmental performance and assess the polluting impact of waste mass flows (e.g. [Fiksel, 1996](#) ; [Global Environmental Management Initiative, 1997](#) ; [Schulze et collab., 1999](#) ; [National Research Council \(US\), 1999](#)). Also, the cost of pollution have been estimated in Europe by the [European Environment Agency \(2014\)](#). However, these approaches are subjective and usually with respect to one or more specific concerns. A universal, broad-based environmental metric is therefore needed. [Seager et Theis \(2002a\)](#) proposed the exergy of mixing as such indicator. It has been introduced when discussing the chemical exergy in subsection [C.1.3](#) and we recall its expression from equation [\(C.1.63\)](#) :

$$\xi_i^m = n_i RT_0 \ln \frac{f_i}{f_{0i}}, \quad (\text{C.2.11})$$

where f_i is the activity (or fugacity for gases) of the component i of the polluting substance and f_{0i} its corresponding value in the environmental sink. ξ_i^m is the amount of exergy that will be destroyed as the pollutant mixes in the environment. Its value is generally much smaller than the work available in chemical reaction (i.e. heat transfer) and is therefore usually neglected. Yet, from an environmental point of view, it expresses an objective measure of the chemical change engendered in the environment by release of the considered waste. As a matter of fact, chemical species appearing with the higher frequency in the environmental sink will have the lowest exergy of mixing and least potential for harm. Conversely, organisms and ecosystems have little evolutionary experience with chemical species appearing rarely in nature and the introduction of these (having greater exergy of mixing) may be particularly disturbing. For species which do not exist in nature (e.g. chlorinated hydrocarbons such as CFCs and PCBs), $f_{0i} = 0$ and would result in an infinite exergy of mixing. For the purpose of computation, f_{0i} may be taken arbitrarily small, “such as [the value] which would be found in the environmental sink of interest *after* complete dissipation of the pollutant of interest.” ([Seager et Theis, 2002a](#)). [Figure C.2.2](#) compares the Environmental Pollutant Cost (EPC) introduced by [Carpenter \(1990\)](#) with the total exergy (left) and exergy of mixing (right). No correspondence to total exergy may be seen but when only the exergy of mixing is plotted versus the EPC, a correlative or predicted relationship is suggested.

In a later work, [Seager et Theis \(2002b\)](#) defines the *pollution potential*⁷ :

$$\psi_i = RT \ln \frac{y_i}{y_i^0}, \quad (\text{C.2.12})$$

where y_i and y_i^0 are the molar concentration⁸ in the polluted environment and in the reference environment respectively, and $T = T_0$ in our notation. The pollution potential is an intensive measure (in kJ.mol⁻¹ for example) and to appreciate the quantity of pollutant

8. In general, the activity of a substance can be well approximated by its molar concentration, and similarly the fugacity by the partial pressure in the case of gases.

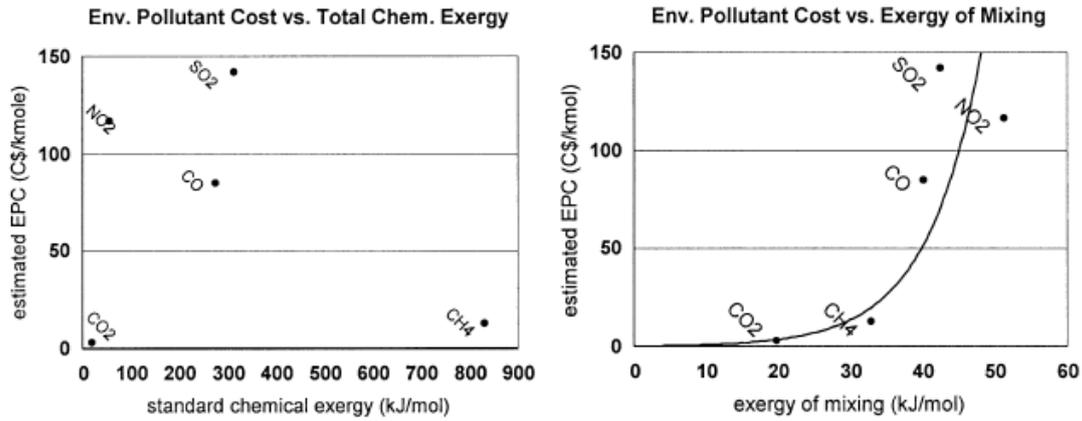


FIGURE C.2.2 – Comparison of Environmental Pollutant Cost (EPC) with total exergy (left) and exergy of mixing (right). Source : Seager et Theis (2002b).

release, an extensive measure is needed. Therefore, the authors further introduced the *pollutant exergy* :

$$\Delta B_i = \Delta n_i \psi_i, \tag{C.2.13}$$

where Δn_i is the total environmental molar quantity in excess of reference abundance. Furthermore, the atmospheric residence time needs to be taken into account. To do so, the authors solved a differential mass-balance equation for a given pollutant i and, assuming

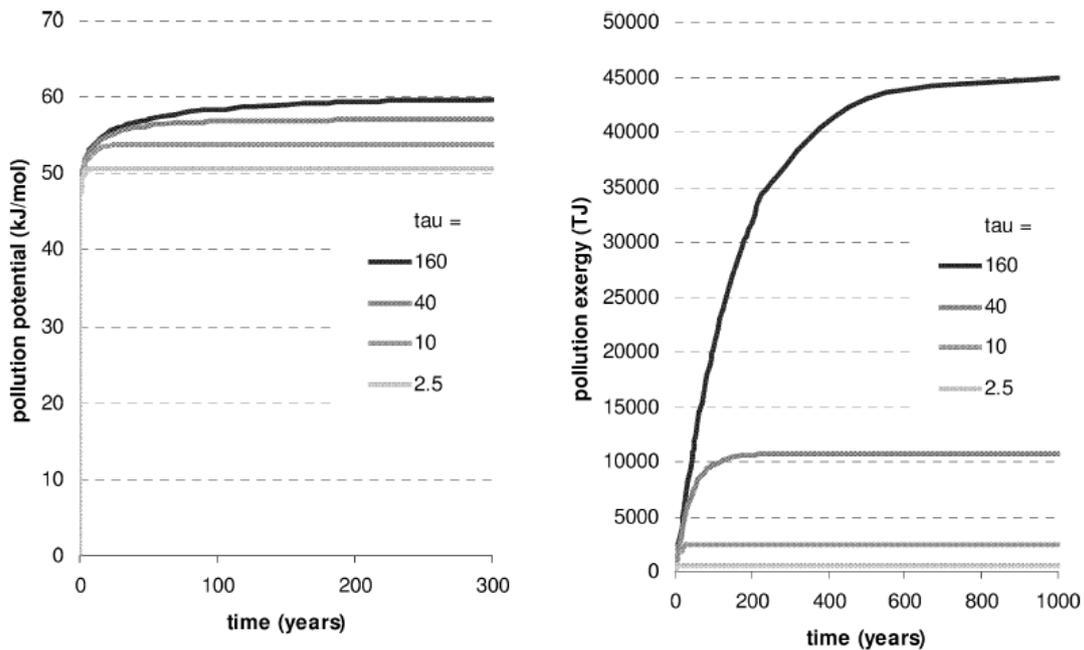


FIGURE C.2.3 – Pollution potential (ψ) and pollution exergy (B_i) vs time for constant emissions rate. Source : Seager et Theis (2002b).

a constant emission rate, express equations (C.2.12) and (C.2.13) as functions of time :

$$\psi_i = RT \ln \frac{\tau_i E_i [1 - \exp(-t/\tau_i)]}{y_i^0 M_{\text{atm}}}, \quad (\text{C.2.14})$$

$$\Delta B_i = \tau_i E_i \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right] RT \ln \frac{\tau_i E_i [1 - \exp(-t/\tau_i)]}{y_i^0 M_{\text{atm}}}, \quad (\text{C.2.15})$$

where M_{atm} is the total molar quantity of atmosphere. The results are plotted in figure C.2.3 for different atmospheric residence time, assuming instantaneous mixing and a constant one billion pounds per year global surface release of an hypothetical compound of 100 g.mol^{-1} molecular weight. For the purpose of illustration, the authors assume a pristine atmosphere at time zero and a constant one billion pounds per year global emission rate thereafter. The pollutant will accumulate in the atmosphere to a degree that is largely dependant upon its atmospheric residence time. Pollution potentials (left graph) for short and long-lived pollutants increase very rapidly at first, but only the longer-live pollutants continue to increase after several decades of release. The differences between short and long-lived total pollution exergies (right graph) are much more dramatic, due to the fact that long-lived pollutants have higher pollution potentials and greater molar quantities to be removed at all times (note change in scales between graphs). Finally, the authors computed the pollution potential and exergy of some notable current atmospheric pollutants, reported in table C.2.2 in descending order of total pollution exergy.

C.2.3 Exergoeconomics

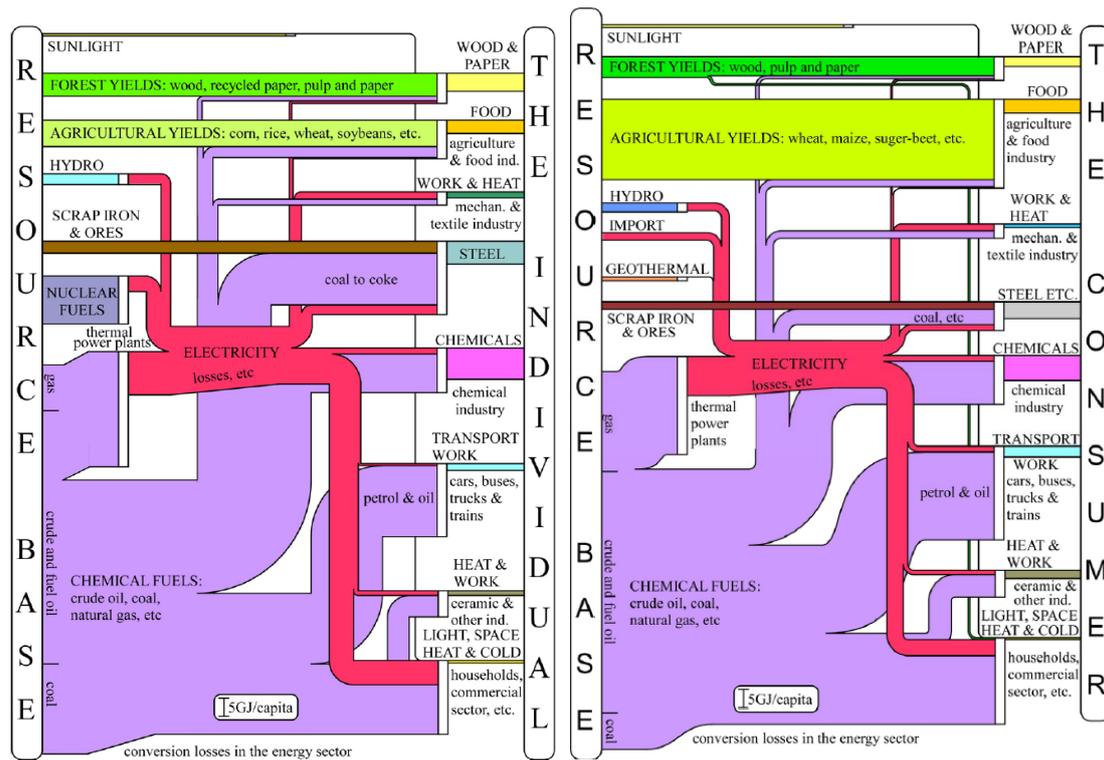
Numerous exergoeconomic methods have been developed in the last decades, some of which have been presented in the previous sections, and found practical applications in both microeconomic and macroeconomic analyses of materials-processing systems. From the discussions of subsections C.2.1 and C.2.2, it is clear that exergy offers practical tools to evaluate resource depletion and environmental destruction that may be used in macroeconomic studies to guide decision makers (e.g. Ayres et collab., 1998 ; Wall, 1993 ; Dincer, 2002 ; Wall, 2002). Such analyses have been applied to the exergy use in several countries : Sweden (Wall, 1987), Japan (Wall, 1990), Italy (Wall et collab., 1994), Norway (Ertesvåg et Mielnik, 2000), United-States of America (Ayres et collab., 2003), Saudi Arabia (Dincer et collab., 2004a,b) China (Chen et Chen, 2007d,a,b,c), Turkey (Seckin et collab., 2012), etc. Two of the flow diagrams resulting from such studies are shown on figure C.2.4 for Japan and Italy. Regarding microeconomics, Wall (1993) pointed out that :

the concept of exergy is crucial not only to efficiency studies but also to cost accounting and economic analyses. Costs should reflect value, since the value is not in energy but in exergy, assignment of cost to energy leads to misappropriations, which are common and often gross. Using exergy content as a basis for cost accounting is important to management for pricing products and for their evaluation of profits. It is also useful to engineering for operating and design decisions, including design optimization. Thus, exergy is the only rational basis for evaluating : fuels and resources, process, device, and system efficiencies, dissipations and their costs, and the value and cost of systems outputs.

The idea of coupling exergy and cost streams is actually quite old. It was first brought up by Keenan (1932) but the first published applications of exergy costing appeared in

Name	Chemical formula	Atmospheric lifetime (yrs)	GWP (equiv. kg CO ₂ -kg ⁻¹)	ODP (relative to CFC-11)	Current (ppt)	Reference (ppt)	ψ_p (kJ-mole ⁻¹)	ψ_{ozone} (kJ-mole ⁻¹)	ψ_{total} (kJ-mole ⁻¹)	Atmospheric abundance Δn (mol)	Pollution exergy B_p (TJ)
Carbon dioxide	CO ₂	80	1	n/a	3.65 × 10 ⁸	2.80 × 10 ⁸	0.60		0.60	1.90 × 10 ¹⁶	1.15 × 10 ⁷
Methane	CH ₄	12.2	7.5	n/a	1725000	700000	2.0		2.0	2.29 × 10 ¹⁴	4.70 × 10 ⁵
CFC-12	CCl ₂ F ₂	100	5200	0.82	530	1.00 × 10 ⁻⁸	56.1	0.54	56.6	1.19 × 10 ¹¹	6714
CFC-11	CCl ₃ F	45	1600	1	265	1.00 × 10 ⁻⁸	54.5	0.65	55.2	5.93 × 10 ¹⁰	3271
Nitrous oxide	N ₂ O	120	190	n/a	315000	275000	0.3		0.3	8.95 × 10 ¹²	2760
HCFC-22	CHClF ₂	11.8	590	0.034	123	1.00 × 10 ⁻⁸	52.8	0.02	52.8	2.75 × 10 ¹⁰	1453
Carbon tetrachloride	CCl ₄	35	450	1.2	101	1.00 × 10 ⁻⁸	52.3	0.78	53.1	2.26 × 10 ¹⁰	1200
CFC-113	CCl ₂ FCClF ₂	85	2700	0.9	83.5	1.00 × 10 ⁻⁸	51.9	0.59	52.5	1.87 × 10 ¹⁰	980
HFC-23	CHF ₃	243	11900	n/a	11	1.00 × 10 ⁻⁸	47.3		47.3	2.46 × 10 ⁹	116
HCFC-142b	CH ₃ CClF ₂	18.5	720	0.043	7.6	1.00 × 10 ⁻⁸	46.4	0.03	46.5	1.70E × 10 ⁹	79
Methyl chloride	CH ₃ Cl	1.3	5	0.02	550	300	1.4	0.01	1.4	5.59 × 10 ¹⁰	77
HCFC-141b	CH ₃ CCl ₂ F	9.2	220	0.086	5.4	1.00 × 10 ⁻⁸	45.7	0.06	45.7	1.21 × 10 ⁹	55
Methyl chloroform	CH ₃ CCl ₃	4.8	42	0.11	93	25	3.0	0.05	3.0	1.52 × 10 ¹⁰	46
H-1211	CBrClF ₂	11	390	5.1	3.5	1.00 × 10 ⁻⁸	44.7	3.33	48	7.83 × 10 ⁸	38
HFC-134a	CH ₂ FCF ₃	13.6	500	n/a	3	1.00 × 10 ⁻⁸	44.3		44.3	6.71 × 10 ⁸	30
H-1301	CBrF ₃	65	2700	12	2.2	1.00 × 10 ⁻⁸	43.6	7.85	51	4.92 × 10 ⁸	25
CFC-13	CClF ₃	640	16300	0.5	5	5.00 × 10 ⁻³	15.7	0.33	16.0	1.12 × 10 ⁹	18
Carbon tetrafluoride	CF ₄	50000	8900	n/a	76	40	1.5		1.5	8.06 × 10 ⁹	12
Sulfur hexafluoride	SF ₆	3200	32400	n/a	3.7	0.05	9.8		9.8	8.17 × 10 ⁸	8
Methyl bromide	CH ₃ Br	0.7	1	0.36	10	5	1.6	0.12	1.7	1.12 × 10 ⁹	2
HCFC-123	CF ₃ CHCl ₂	1.4	36	0.012	no data	no significant expenditure of exergy currently anticipated					

TABLEAU C.2.2 – Pollution potential and exergy of some notable current atmospheric pollutants. Source : [Seager et Theis \(2002b\)](#).



(a) Japan flow diagram. Source : Wall (1990)
 (b) Italy flow diagram. Source : Wall et collab. (1994)

FIGURE C.2.4 – Flow diagrams resulting of an exergy-use analysis of material and energy in Japan (a) in 1985, and Italy (b) in 1990.

the beginning of the 1960’s (e.g. Gaggioli, 1961 ; Evans, 1961 ; Obert et Gaggioli, 1963 ; Evans et collab., 1966), Georgescu-Roegen (1971) is also commonly cited as a pioneer in the field. Later, Tsatsaronis (1996) defined it as follows :

Exergoeconomics is the branch of engineering that combines exergy analysis and economic considerations to provide the plant designer or operator with information not available through conventional energy analysis and economic evaluations but crucial to the design and operation of cost-effective plant. Thus, exergoeconomics may be defined as exergy-aided cost minimization.

C.2.3.1 Costing exergy

The primary idea of exergy costing is to assign a cost rate \dot{C}_α with each exergy transfer \dot{X}_α (of mass or energy) :

$$\dot{C}_\alpha = c_\alpha \dot{X}_\alpha, \tag{C.2.16}$$

where c_α is an average cost per unit exergy (e.g. in \$/J) of the corresponding quantity α . A cost-balance equation can then be written for each subsystem of an overall process chain. For instance, considering a component k receiving a heat flux ($\dot{X}_{Q,k} = \theta \dot{Q}_k$) and various matter flows ($\dot{X}_{i,k}$) to generate power (\dot{W}_k) together with some exiting matter ($\dot{X}_{e,k}$), one would write :

$$\sum_e \dot{C}_{e,k} + \dot{C}_{W,k} = \sum_i \dot{C}_{i,k} + \dot{C}_{Q,k} + \dot{Z}_k, \tag{C.2.17}$$

where \dot{Z}_k denotes the cost rate due to capital investment and operating and maintenance costs. Then, from equation (C.2.16), equation (C.2.17) may be written :

$$\sum_e (c_e \dot{X}_e)_k + c_{W,k} \dot{W}_k = \sum_i (c_i \dot{X}_i)_k + c_{Q,k} \dot{X}_{Q,k} + \dot{Z}_k. \quad (\text{C.2.18})$$

In analysing a component, one may assume that the cost of all entering fluxes are known. Either from the component they exit or, if the stream enters the overall system consisting of all components under consideration, from the purchase cost. Consequently, the unknown variable that need to be computed are the cost of the exiting streams : $c_{e,k}$ and $c_{W,k}$ in equation (C.2.18). The exiting terms account for both useful and wasted streams. In the case of waste fluxes (i.e. lost), the cost rate per unit exergy associated may be given by a weighted average of the entering costs which, in our example would be given by :

$$c_{l,k} = \frac{\sum_e (c_e \dot{X}_e)_k + c_{W,k} \dot{W}_k}{\sum_e \dot{X}_{e,k} + \dot{W}_k}, \quad (\text{C.2.19})$$

so that the cost rate associated with exergy losses is given by :

$$\dot{C}_{l,k} = \sum_l c_{l,k} \dot{X}_{l,k}. \quad (\text{C.2.20})$$

Similarly, the cost rate related to exergy destruction may also be calculated :

$$\dot{C}_{d,k} = c_{l,k} \dot{X}_{d,k}. \quad (\text{C.2.21})$$

Hence, exergoeconomic techniques provide effective assistance in identifying, evaluating and reducing the thermodynamics inefficiencies and the associated costs in energetic and material-processing systems. Several such cost-accounting exergoeconomic methods have been developed in the last decades, see for instance : [Tsatsaronis \(1984, 1993\)](#) ; [Valero et collab. \(1986a,b,c\)](#) ; [Lozano et Valero \(1993\)](#) ; [Grosu et collab. \(2000\)](#) ; [Grosu \(2000\)](#) ; [Wall et Gong \(2001\)](#) ; [Gong et Wall \(2001\)](#) ; and some complete courses have been published, for example : [Tsatsaronis et collab. \(1986\)](#) ; [Szargut et collab. \(1987\)](#) ; [Kotas \(1995\)](#) ; [Bejan \(2016\)](#).

Several authors have generalised the LCA methodology as initially developed by [Heijungs et collab. \(1992\)](#) to encompass exergy benefits :

- [Finnveden et Östlund \(1997\)](#) have introduced the exergy of natural resources in the framework of LCA. An application to evaluate different strategies for treatment of solid waste is done in [Finnveden et collab. \(2005\)](#).
- [Cornelissen \(1997\)](#) has developed a method called Exergetic Life-Cycle Analysis (ELCA) where the exergy destruction is used as a single criterion for attesting the depletion of natural resources. The author also introduced an indicator called Zero-ELCA (based on zero-exergy emission processes) for assessing the efforts required to reduce emissions.
- [Gong et Wall \(1997\)](#) have introduced another method called Life-Cycle Exergy Analysis (LCEA), emphasising on the distinction between renewed and non-renewed natural resources.

These methods exclusively deals with exergy and do not incorporate the ‘classical’ factors of production such as labour and capital. This has been done by [Sciubba \(2001\)](#) who introduced the method of Extended Exergy Accounting (EEA), similar in principle to

LCA but which metric is expressed in exergetic unit rather than monetary. To do so, the author ingeniously assigns an equivalent primary exergy value to labour, capital and environmental impact. It is defined as follows in a recent overview of the method (Rocco et collab., 2013) :

- EEA implements the use of exergy as in a traditional exergy analysis, as a quantifier of the real amount of resource consumption of a system.
- Like thermoeconomics, EEA results in a system of cost equations in which though inhomogeneous quantities like labour, material and energy flux, capital are all homogeneously expressed in primary exergy equivalents.
- Like Cumulative Exergy Consumption, EEA computes the cumulative primary exergy “embodied” in a product over its entire production process.
- Like Exergy Life Cycle Assessment, EEA computations cover the entire life cycle of the considered system.

C.2.3.2 Extended Exergy Accounting

EEA measures the amount of primary exergy (including materials, energy and externalities) absorbed by a system throughout its life cycle and the Extended Exergy (EE) of a given system is expressed in analytical form⁷ :

$$EE = CExC + E_{Ext}, \quad (C.2.22)$$

with

$$E_{Ext} = E_L + E_K + E_O, \quad (C.2.23)$$

where CExC is the Cumulative Exergy Consumption of material and energy flows (the denominator of the CExC-index introduced in equation (C.2.2)), and E_L , E_K and E_O are the primary exergy equivalents of labour, capital and environmental cost respectively. In order to express the extended exergy in specific form (i.e. per unit of mass, energy or number of product), the extended exergy content (eec) is defined as follows :

$$eec_i = \frac{EE}{n_i}, \quad (C.2.24)$$

where n_i is the cumulative amount of the product i in the period of interest.

As for any life cycle analysis, the spatial and time domains are of central concern. The lifetime of a given industrial system is conventionally divided into three phases : construction, operation and decommissioning, this is obviously also true in the EEA methodology. However, the spatial boundaries of EEA is a bit different. To accurately account for every degradation occurring during the complete life cycle of the product, the authors defined three general criteria (Rocco et collab., 2013) :

- Material and energy fluxes must cross system boundaries in their raw state, without having been subjected to any previous pre-processing. This implies that the “traditional” control volume should be expanded to include all the upstream phases up to the original reservoir.
- Labour and capital flows absorbed by the system are considered as primary resource flows.

- Both material and energy waste flows must cross the system boundaries at their respective zero exergy level. This means that the “traditional” control volume should be expanded in order to include all the “downstream” processes needed to reduce the exergy level of the effluents.

Sciubba (2011) developed a procedure to compute the extended exergy equivalent of labour and capital (E_L and E_K respectively in equation (C.2.23)) by means of two postulates :

1st postulate : In any Society, the global influx of exergy resources E_{in} is primarily used to sustain the workers who generate Labour. In exergy terms, the portion of the incoming exergy flow that “feeds” Labour is :

$$E_L = \alpha E_{in} \quad [\text{J/year}]. \quad (\text{C.2.25})$$

2d postulate : The exergy flux needed to generate the monetary circulation $M2$ within a Society is proportional to the Labour exergy. In exergy terms :

$$E_K = \beta E_L \quad [\text{J/year}]. \quad (\text{C.2.26})$$

α and β are numerical factor which depend on the type of societal organization, the historical period, the technological level, the *pro-capite* resource consumption and the geographic location of the Society : they are, in other terms, time- and space dependent model constants. Their value is not assigned by the theory, and must be calculated from econometric data.

The equivalent primary exergy resource embodied in one work-hour is then equal to the total exergy flux that goes into labour (E_L) divided by the total amount of work-hours (N_{wh}) generated over the considered time period :

$$ee_L = \frac{\alpha E_{in}}{N_{wh}} \quad [\text{J/work-hour}]. \quad (\text{C.2.27})$$

Likewise, the equivalent primary exergy resource embodied in one monetary unit is equal to the ratio of the total exergy flux that goes into Capital (E_K) over the cumulative monetary circulation ($M2$) maintained for the considered time period :

$$ee_K = \frac{\alpha \beta E_{in}}{M2} \quad [\text{J/€}]. \quad (\text{C.2.28})$$

The European Central Bank defines $M2$ as “the aggregation currency in circulation, overnight deposits, deposits with maturities of up to two years, and deposits redeemable with notice of up to three months”, it can be expressed as :

$$M2 = M_F + S, \quad (\text{C.2.29})$$

where

$$S = s \times N_W \times W \quad [\text{€/year}] \quad (\text{C.2.30})$$

is the gross yearly wage of all the workers, N_W in the considered country with average hourly wage s and W is the average workload per person and per year. M_F is the monetary circulation due to financial activity aver the considered time-period.

The first econometric coefficient α .

The exergy used by the entire population (workers and people who consume resources without generating any work : minors, elderly, unemployed, etc.) can be computed from the energy budget of the country under consideration (see for example figure C.2.4). If no such study is available, Sciubba (2011) proposed the following expression :

$$E_{\text{used}} = f \times e_{\text{surv}} \times N_h, \quad (\text{C.2.31})$$

where N_h is the number of individuals, e_{surv} is the minimum exergy requirement for the metabolic survival of an individual ($\approx 1.05 \times 10^7 \text{ J}/(\text{person} \times \text{day})$) and f is a suitable amplification factor that accounts for the fact that modern life standards require an exergy use much in excess of the minimum survival. This amplification factor can be calculated on a statistical basis or, in the absence of specific data about the community under examination, a useful correlation for the calculation of the multiplier f can be based on the Human Development Index (HDI), which is a composite indicator of life expectancy, wealth and education used in socio-economics and is tabulated for each Country on a yearly basis (see Sagar et Najam (1998) for a review on the subject) :

$$f = \frac{\text{HDI}}{\text{HDI}_0}, \quad (\text{C.2.32})$$

where HDI_0 is the Human Development Index of a pre-industrial society (≈ 0.055). In its development, E. Sciubba assumes labour to be the sole product of the exergy globally used by the entire population, so in fact :

$$E_{\text{used}} = E_L, \quad (\text{C.2.33})$$

and α can be expressed as follows :

$$\alpha = \frac{f \times e_{\text{surv}} \times N_h}{E_{\text{in}}}, \quad (\text{C.2.34})$$

and since the exergy consumed by the population cannot be greater than the total net exergy input, α lies in the range $[0,1]$.

The second econometric coefficient β .

Equation (C.2.26) states that the amount of primary exergy resources embodied in the net monetary circulation is related to the exergy of labour by the coefficient β . It is the fraction of the Labour exergy embodied into Capital or in other words, it indicates the capacity of a society to generate monetary circulation in addition to wage compensation. Thus, Sciubba (2011) defines it as the ratio of the monetary circulation due to financial activities (M_F) to the gross cumulative wages S :

$$\beta = \frac{M_F}{S}. \quad (\text{C.2.35})$$

This definition suggests to consider β as a “financial amplification factor compared to the gross cumulative wages. . . it follows that the higher β , the higher the ability of the society to generate financially-leveraged monetary circulation”.

Sciubba (2011) have computed the values of α , β , ee_L and ee_K for 23 OECD countries and 54 developing and emerging countries, some of them are reproduced in table C.2.3.

TABLEAU C.2.3 – Values of α , β , ee_L and ee_K for some selected Countries. Source : Sciubba (2011), with data from the U.S. Central Intelligence Agency (2009) and Peiró et collab. (2010).

Country	α	β	ee_L [MJ/wh]	ee_K [MJ/€]
A – OECD Countries				
Austria	0,374	13,53	84,16	3,55
Canada	0,021	1,95	68,61	3,13
Germany	0,557	1,31	68,25	3,16
Italy	0,502	1,69	85,33	4,58
Japan	0,773	1,90	70,18	3,35
Luxembourg	0,303	17,46	86,35	2,05
Mexico	0,282	0,45	78,66	16,98
Turkey	0,411	1,35	91,36	20,51
United Kingdom	0,477	1,16	64,40	2,71
United States	0,145	1,43	72,82	2,85
B – Non-Industrialized Countries				
Bangladesh	0,0796	0,99	1,27	6,82
Benin	0,0050	0,20	0,58	2,57
Egypt	0,0121	2,94	3,56	5,68
Ethiopia	0,0041	0,54	0,96	10,98
Mali	0,0005	0,26	0,63	3,19
Philippines	0,0597	1,12	3,03	4,71
Syria	0,0165	4,78	3,64	5,22
Togo	0,0093	0,82	2,27	15,87
Venezuela	0,0407	0,10	2,57	0,89
Vietnam	0,0423	1,39	1,92	6,11

The environmental externality.

From the primary definition of exergy introduced in subsection C.1.3, a flow of matter emitted to the environment with non-zero exergy is in thermodynamic disequilibrium with it. As stated previously, this expresses a potential environment alteration, at least at a local scale, so EEA classifies it as a pollutant : “the sum of the physical and chemical exergy of stream is taken by EEA as the sole indicator of the potential environmental ‘modification’ that the stream may generate upon its release” (Rocco et collab., 2013).

The approach of EEA is based on an environmental remediation cost which consist in “the calculation of the additional consumption of Extended Exergy that would allow the system to release effluents in the environment with zero exergy content” (*ibid*), see figure C.2.5. Thus, the exergy equivalent of environmental cost is given by :

$$E_O = EE_{RP} + E_{\text{buffer}}, \quad (\text{C.2.36})$$

where EE_{RP} is the EE absorbed by the state-of-the-art treatment process bringing the waste flow as close as possible to thermodynamic equilibrium with the environmental sink (i.e. zero exergy). E_{buffer} is the exergy expenditure of the immediate surroundings

to annihilate the remaining exergy level of the effluents (out of the treatment plant) by means of natural processes. We note that if E_{buffer} is not known (which is true in most cases, if not nearly all), it can be underestimated by the chemical exergy of the stream of matter (after the waste treatment plant). Lastly, “[i]f for a specific process and for a certain effluent there exists no real plant capable of performing the exergy abatement, it is necessary to devise a reasonably feasible chemical, thermal or mechanical process that performs this task. The environmental remediation cost will in this case be based on fictitious data that must be carefully checked and compared with all of the possible suitable alternatives” (*ibid*).

EEA is a relatively young methodology which needs further improvements before it may become a standard within economical engineering analysis, some of these, listed bellow, are critically analysed by [Rocco et collab. \(2013\)](#) :

- a formal development of a precise and detailed set of guidelines,
- an extension and improvement of the CExC database,
- some further investigation of the definitions of the exergy equivalent of labour and capitals.

However, the methodology have already been applied to various technological processes (e.g. the concept of total recycling ([Sciubba, 2003](#)), a “zero CO₂ emission” high-efficiency steam power plant ([Corrado et collab., 2006](#)), biodiesel production ([Peiró et collab., 2010](#)) or photovoltaic scenarios ([Colombo et collab., 2014](#))) and to some countries or regions (e.g. Norway ([Ertesvåg, 2005](#)), Holland ([Ptasinski et collab., 2006](#)), the province of Siena in Italy ([Sciubba et collab., 2008](#)) or China ([Chen et Chen, 2009](#))).

C.2.4 Industrial ecology and the ecosystem analogy

In this last section, we wish to introduce another novel approach aiming at optimising in a “nature way” our consumption pattern which is nowadays basically linear : we extract raw materials (oils and metals for instance) to generate products to be sold and waste to be disposed of (see figure [C.2.6](#)).

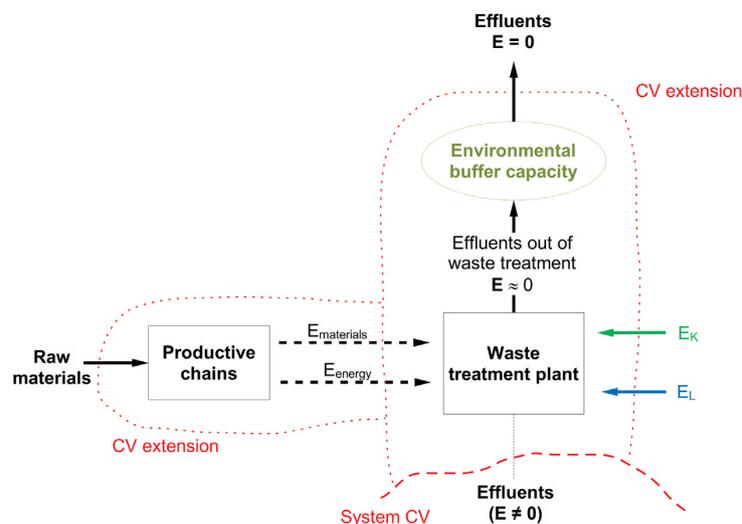


FIGURE C.2.5 – Addition of a virtual waste treatment plant to compute the environmental costs of pollutants. Source [Rocco et collab. \(2013\)](#).

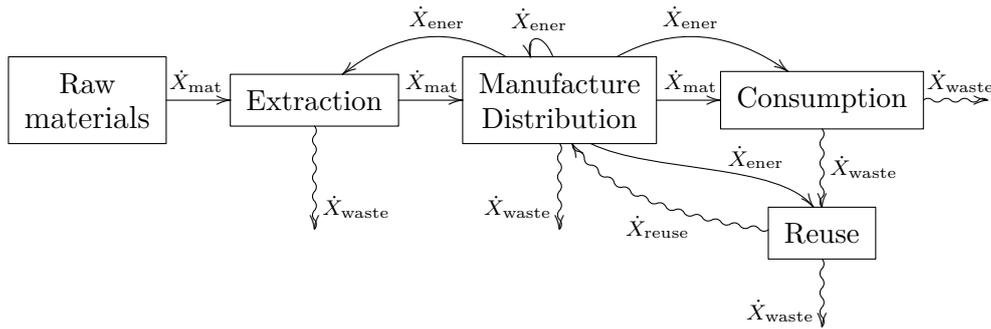


FIGURE C.2.6 – Society pattern of exergy use. The straight and wavy arrows respectively indicate high and low exergy content flows. \dot{X}_{mat} represent the exergy flows of matter, \dot{X}_{ener} the ones of energy (fuels, electricity, etc.), \dot{X}_{waste} the ones of waste due to the considered process and \dot{X}_{reuse} the treated wastes to be reuse.

Industrial Ecology (IE) [Jelinski et collab. \(e.g. 1992\)](#) ; [Graedel \(e.g. 1996\)](#) ; [Connelly et Koshland \(e.g. 2001a,b\)](#) gathers researchers from different disciplines (e.g. biologists, economists, engineers) on the subject of economic development under environmental constraints : scarcity of resources and toxicity of wastes. The seminal paper of [Frosch et Gallopoulos \(1989\)](#) introduces the concept of *industrial ecosystem* in analogy with biological ecosystems as follows :

In a biological ecosystem, some of the organisms use sunlight, water, and minerals to grow, while others consume the first, alive or dead, along with minerals and gases, and produce wastes of their own. These wastes are in turn food for other organisms, some of which may convert the wastes into the minerals used by the primary producers, and some of which consume each other in a complex network of processes in which everything produced is used by some organism for its own metabolism. Similarly, in the industrial ecosystem, each process and network of processes must be viewed as a dependent and inter-related part of a larger whole. The analogy between the industrial ecosystem concept and the biological ecosystem is not perfect, but much could be gained if the industrial system were to mimic the best features of the biological analogue.

It is in fact an extension of what [Ayres \(1989\)](#) called *industrial metabolism* and characterized as “the energy-and-value-yielding process essential to economic development” – analogous to the metabolic process that are essential to life. The following definitions may be given ([Seager, 2004](#)) :

- **Industrial ecology** is a field of study (or branch of science) concerned with the interrelationships of human industrial systems and their environments.
- **Industrial metabolism** is the process by which mass and energy (exergy) flows are handled or transformed by the economy.
- An **industrial ecosystem** is a community or system of firms that is based upon natural analogue, therefore exchanging exergy flows in-between them and with their environment.

Then, [Jelinski et collab. \(1992\)](#) introduced the following classification of ecosystems in three categories (depicted in figure C.2.7) :

It is instructive to think of the materials cycles involved with the earliest of earth's life forms. At that time, the potentially usable resources were so large and the amount of life so small that the existence of life forms had essentially no impact on available resources. This individual component process might be described as linear—that is, as one in which the flow of material from one stage to the next is independent of all other flows. We term this pattern type I ecology; schematically, it takes the form of Fig. [C.2.7a].

A contrasting picture is an ecosystem in which proximal resources are limited. In such a system, the resulting life forms become strongly interlinked and form the complex networks we know today as biological communities. In this system, the flows of material within the proximal domain may be quite large, but the flows into and out of that domain (i.e., from resources and to waste) are quite small. Schematically, such a type II system might be expressed as in Fig. [C.2.7b].

The type II system is much more efficient than the previous one, but it clearly is not sustainable over the long term because the flows are all in one direction, that is, the system is “running down.” To be ultimately sustainable, biological ecosystems have evolved over the long term to be almost completely cyclical in nature, with “resources” and “waste” being undefined, since waste to one component of the system represents resources to another. [The exception to the cyclicity of the overall system is that energy (in the form of solar radiation) is available as an external resource.] This type III system may be pictured as in Fig. [C.2.7c].

The main goal of IE is to address the question of the human impact on the biophysical environment. It emphasizes the optimization of resource flows where other approaches to environmental science, management and policy generally stress the role of risk (Lifset et Graedel, 2002). Erkman (1997) provides an historical review of IE and resumes it according to three key elements :

1. It is a systemic, comprehensive, integrated view of all the components of the industrial economy and their relations with the biosphere.
2. It emphasizes the biophysical substratum of human activities, i.e. the complex patterns of material flows within and outside the industrial system, in contrast with current approaches which mostly consider the economy in terms of abstract monetary units, or alternatively energy flows.
3. It considers technological dynamics, i.e. the long term evolution (technological trajectories) of clusters of key technologies as a crucial (but not exclusive) element for the transition from the actual unsustainable industrial system to a viable industrial ecosystem.

So far, there are two methodologies by which IE has been implemented : LCA and systems analysis. The former is a descriptive, from cradle to grave approach which is well designed for the metabolism point of view. One or more sectors may be studied in such analyses, allowing emphasising on materials cycling. The LCA methodology is commonly divided in four steps : scoping, inventory analysis, impact assessment and improvement evaluation. The interpretation phase (fourth step) identifies which aspects of the materials life-cycle that might be most adaptable to mitigation, or evaluates the potential for application of new strategies (e.g. design for environment) that offer the greatest leverage for environmental benefits. The main difficulties of LCA are : the lack of precise inventory data, the

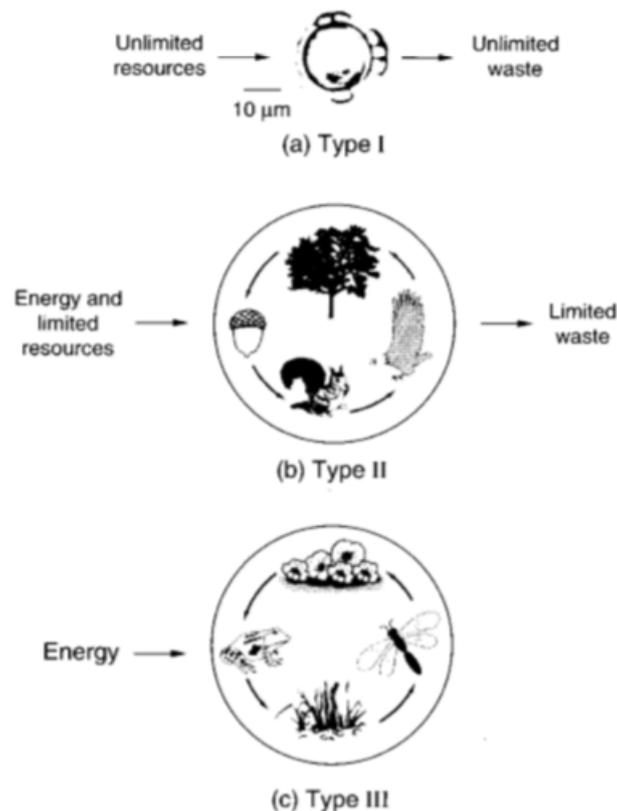


FIGURE C.2.7 – Various type of material flows in ecosystems : (a) linear material flows in Type I ecology, (b) quasi-cyclic materials flows in Type II ecology, (c) cyclic materials flows in Type III ecology. Source : [Graedel \(1996\)](#).

difficulty to clearly identify the analysis boundaries, the disparate underlying assumptions and the expression of impact assessment in terms that are not directly comparable.

The systems analysis approach is more flexible, a mathematical model characterizes the relationships and constraints governing various systems components. An objective function is determined and expressed in uniform units of measurement (e.g. dollars). The goal of a systems analyst is to find a solution which satisfies the mathematical model for the maximum (or minimum) value of the objective function. Therefore, systems analysis is a design tool which helps decision-makers focus all the elements of a system towards multi-objectives.

For further readings on the subject and the underlying industrial biological analogy, see for instance the full courses of [Graedel et Allenby \(1995\)](#), [Socolow \(1997\)](#) and [Ayres et Ayres \(2002\)](#); and [Hertwich \(2005\)](#) for a discussion on the rebound effect in this framework.

C.3 Conclusion and discussion

Exergy – a bridge between thermodynamics and economics

From a thermodynamic point of view, the exergy measures the maximum (i.e. ideal) extractable work of energy sources and flows. Consequently, it provides an indicator for the quality of energies, allowing the comparison of various energy carriers among them

with respect to the work they can ideally provide. Furthermore, an exergy-based analysis provides a consistent framework for the optimisation of processes in a given environment (local or international). By means of exergy efficiency (accounting for exergy destruction), it is rendered possible to compare intrinsically different systems although providing the same service and assess the amount of primary energy “wasted” due to exergy destruction.

Besides, by measuring the deviation from equilibrium with respect to a given environmental sink, the exergy content of waste flows (of energy or matter) provides an assessment of lost utility which might have been reused if applicable, or of environmental stress if released in nature. Regarding the former, many IE studies have investigated the cycling of resources and proposed a systematic approach to the problem. This method is fairly intuitive and allows clear insights to the problem of resource cycling and reuse. As for the measure of the environmental stress (i.e. pollution), the destruction of exergy by mixing has shown interesting correlation with the previously estimated Environmental Pollution Cost.

Hence, costing exergy instead of energy in economic analyses allows an accurate attribution of the different costs of production for any process (in a given environment) with respect to :

- a- X_{losses} , due to the technical (and technological) imperfections that might be reduced by means of optimisation,
- b- $T_0\Pi$, the process-related destruction of the input exergy which may only be reduced by changing the process itself or one (or more) of its subprocesses, and,
- c- $X_{\text{out},i}$, the different outputs i according to their actual effective content (i.e. exergy).

To attest of this refinement, various exergoeconomics approaches have been presented, along with some applications in resource use and cost optimisation, as well as in pollution avoidance. It has been shown that ascribing a cost to energy sweeps under the carpet most of the technological (losses) and “by nature” (destructions) characteristics of industrial systems. Moreover, the innovative paradigm shift of metrics proposed by the EEA allows embracing all the added values granted by an exergy analysis and addresses interesting questions about work and labour externalities.

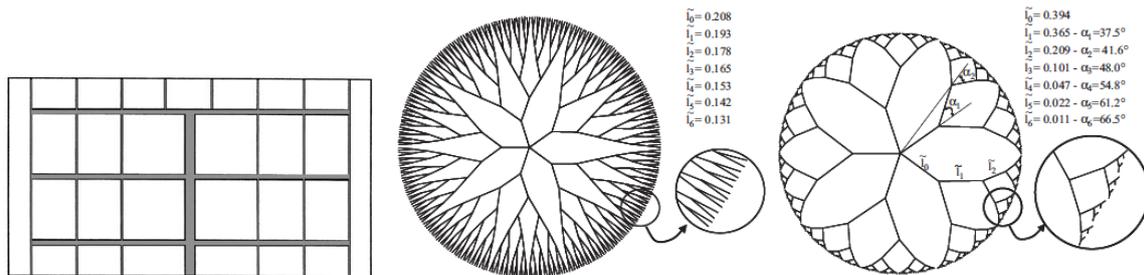
Beyond exergy : trans-scale thermodynamics and geometric approaches

The theory of Statistical Physics, briefly discussed in subsection C.1.2, asserts that the measured (macroscopic) thermodynamic quantities (energy, pressure, etc.) are averages over space (or equivalently time) of the microscopic corresponding variables. The ergodic principle and the associated assumptions (see equation (C.1.8) and the discussion above) provide a very powerful mathematical background to allow accurate predictions in thermodynamic system analysis. However, most of the time this approach conceals the internal scale dynamics of the system under consideration. In other words, thermodynamic (macroscopic) quantities are some sorts of average which computation screens the micro- and mesoscopic behaviour of its components. Nevertheless, relatively new theories take the opposite point of view and consider the internal scale dynamic to be a protagonist in the evolution of complex systems. Such theories are necessarily based on geometric considerations and cover a wide range of phenomena in engineering and industrial sciences (e.g. [Bejan, 2000](#) ; [Queiros-Condé et Feidt, 2010](#)), quantum mechanics ([Nottale, 1994](#)), cosmology ([Da Rocha et Nottale, 2003](#)), human and social sciences ([Queiros-Condé et collab.,](#)

2015), etc.

The question of scale relativity has first been investigated by [Nottale \(1992\)](#). Based on the relative character of all scales in nature and on the explicit dependence of physical laws on scale in quantum physics, the author applied the principle of relativity to scale transformations.

More closely related to the subject of this paper, the Constructal theory developed by [Bejan \(2000\)](#) primarily aims at answering the question of finding the optimal network of conducting paths for cooling a heat generating volume, an example for the problem on a surface is shown on figure [C.3.1a](#). To do so, [Bejan \(1997\)](#) establishes an elementary optimised configuration for the problem under consideration (e.g. a straight round tube in the case of a mass flow), which is then reproduced at a certain ratio at every scale, from small to large, in order to maximise the overall efficiency. Configurations for which these ratios are constant all along the scale range are called fractal networks (see figure [C.3.1b](#)). Conversely, on a constructal network, they will be scale-dependant (see figure [C.3.1c](#)), introducing the concept of multi-scale analysis in thermodynamics. The main goal of the Constructal theory is to determine the scaling parameters (i.e. the different ratios intervening in the system, lengths and angles on figure [C.3.1c](#)) for which a given large-scale phenomenon is optimised from scale to scale, down to the cut-off length.

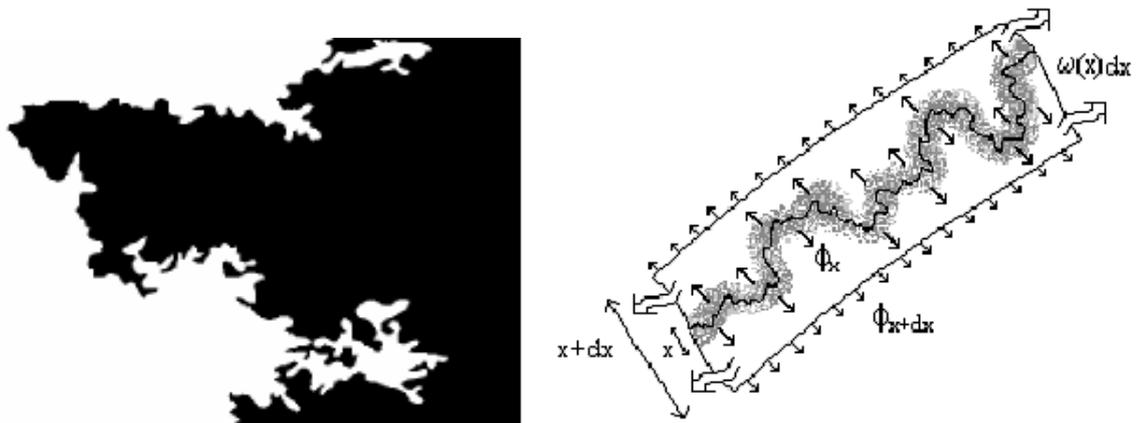


(a) Example of a constructal network (gray lines) aiming at conveying a surface-generated ducts length is constant, as well as the angle of bifurcation (at the bottom center on the figure).
 (b) Fractal tree network : the ratio between two successive duct lengths is constant, as well as the angle of bifurcation.
 (c) Constructal network : the ratio between two successive duct lengths is scale-dependant, as well as the angle of bifurcation.

FIGURE C.3.1 – Example of two classic problems optimised by constructal networks. (a) shows a conducting paths for cooling a heat generating surface. Then, the question of conveying a fluid from a central point to a circle is answered with a fractal tree network (b) and a constructal one (c). On both figures, $\tilde{l}_i = l_i/R$, with l_i the length of the duct i and R the circle radius; and α_i is the angle of bifurcation between the successive ducts i and $i + 1$.

Alongside, [Queiros–Conde \(2003\)](#) have introduced the concept of Entropic-Skins Geometry (ESG) enabling the study of entropy generation and cascade through scale space. Initially designed to describe the phenomenon of intermittency in fully developed turbulence, the Entropic-Skins theory proposes a geometrical description of turbulent interfaces such as the one shown in figure [C.3.2a](#). To do so, the ESG introduces a hierarchy of multi-scale sets (skins) having different space-filling properties (quantified by a scale-entropy). All these skins being related to each other by an entropic flux ϕ_x in scale space x , see figure [C.3.2b](#). A time-dependent diffusion equation of scale entropy is analysed by

Queiros–Conde (2003) and some specific analytic results are compared to various experimental data. Queiros–Condé et collab. (2007) have shown that the Entropic-Skins theory is consistent with the one of Bejan. The latter appearing to be a special case for which the entropy sink $\omega(x) = \omega$ is independent of scale x . Further, if $\omega(x) = 0$, the network or front under study exhibits pure fractal behaviour.



(a) Turbulent flame interface.

(b) Entropic-Skins Geometry illustration of two successive skins in scale space.

FIGURE C.3.2 – Illustration of the Entropic-Skins Geometry. Initially introduced to study turbulent interface as the one shown in (a), it consists in the analysis of a succession of embedded skins as illustrated in (b) : gray at scale x and white in $x + dx$. ϕ_x is the entropic flux at scale x , and $\omega(x)$ is the scale-dependant entropy sink.

An ESG analysis can be performed on a wide range of phenomena. In particular, it is render possible to study chaotic trajectories, also called *fractal line*⁹. In a complex system (as defined in subsection C.1.2), a volume of gas for instance, the particle trajectories are definitely of this kind, exchanging energy at every interaction. The cut-off length of the system l_c may be defined equal to the mean free path of the gas constituents; and one can define the *macroscopic thermodynamic scale* l_{th} as the one for which the flows and wave fronts appear smooth and well described by averages over large number of particles (such as discussed in subsection C.1.2). Many scale-dependant phenomena may appear in the range $[l_c, l_{th}]$ (the most known example being natural convection) which fundamental features can be grasped by means of more geometric considerations.

These developments have initiated a whole new paradigm for addressing the question of entropy (correspondingly exergy) and more broadly of system optimisation. One on the lessons of these geometric analyses is that the cut-off and intermediates scales play a significant role in the dynamic of the observed large-scale phenomena.

9. In the most general sense, a fractal line denotes a non-differentiable line.

Liste des figures

1.1.1	Système ouvert en interaction avec n réservoirs de chaleur et l'atmosphère considérée comme un réservoir de pression et température.	12
1.2.1	Visualisation de l'exergie chaleur au moyen d'une machine de Carnot en fonctionnement moteur.	18
1.2.2	Visualisation de l'exergie chaleur au moyen d'une machine de Carnot en fonctionnement machine frigorifique.	21
1.2.3	Exergie thermodynamique massique adimensionnée $\xi_u/(cT_0)$ d'un liquide incompressible et statique en fonction de la température relative T/T_0	25
1.2.4	Valeur adimensionnée de l'exergie statique massique ξ_u de l'air en fonction de la température relative T/T_0 pour différentes pressions.	26
1.2.5	Dépendance en pression de la température du minimum de l'exergie statique massique ξ_u à P fixé pour l'air (a), et de l'exergie statique massique à cette température $\xi_u(T_p^*, P)$ (b).	26
2.1.1	(a) Température équivalente de l'eau statique en fonction de celle, réelle, du fluide. (b) Comparaison du facteur de Carnot et du facteur exergetique d'un liquide statique en fonction de la température réduite T/T_0	34
2.1.2	Variations de la pseudo-température $T_{h,1}^*$ des liquides dynamiques en fonction de la température réelle du fluide pour différentes pressions.	37
2.1.3	Exergie massique dynamique adimensionnée de l'eau pour différentes pressions $P > P_0$ et les facteurs exergetiques correspondant.	39
2.1.4	Facteur exergetique dynamique de l'eau liquide à différentes pressions.	42
2.1.5	Variations de la pseudo-température des gaz parfaits statiques en fonction de la température réduite $t = T/T_0$ pour différentes pressions.	44
2.1.6	Variations de la pseudo-température des gaz parfaits statiques en fonction de la température réduite $\tilde{t} = T/T_\gamma$ pour différentes pressions.	47
2.1.7	Exergie massique statique adimensionnée de l'air et facteur exergetique correspondant.	49
2.1.8	Facteur exergetique de l'air en fonction du rapport des températures T/T_p^*	51

2.1.9	Variations de la pseudo-température des gaz parfaits dynamiques en fonction de la température réduite $t = T/T_0$ pour différentes pressions P .	54
2.1.10	Variations de la pseudo-température des gaz parfaits statiques en fonction de la température réduite $\tilde{t} = T/T_\gamma$ pour différentes pressions P .	55
2.1.11	Exergie dynamique massique adimensionnée des gaz parfaits pour différentes pressions $P \leq P_0$ et facteurs exergetiques correspondant.	57
2.1.12	Variation du facteur exergetique de gaz parfaits dynamiques à différentes pressions en fonction de la température réduite $t = T/T_0$.	59
2.2.1	Pont de fourmis pour des fourmis.	68
2.2.2	Répartition énergétique d'un excès d'énergie, $(+\tilde{h}, \text{chaud}, \theta^* > 0)$, propagé par un certain débit fluide \dot{m} à $P > P_0$.	71
2.2.3	Répartition énergétique d'un défaut d'énergie, $(-\tilde{h}), \text{froid}, \theta^* < 0)$, propagé par un certain débit \dot{m} à $P > P_0$.	73
2.2.4	Variations du facteur et de la différence de densité des gaz parfaits statiques.	82
2.2.5	Représentation schématique de la répartition de l'exergie et de l'anergie d'une charge exergetique statique <i>chaude</i> .	85
2.2.6	Trois cas de systèmes statiques <i>froids</i> pour lesquels l'exergie ξ_u est respectivement inférieure, égale ou supérieure en valeur absolue à la charge exergetique \tilde{e} .	87
2.2.7	Représentation schématique de la répartition de l'exergie et de l'anergie d'une charge exergetique statique <i>froide</i> .	90
2.3.1	Variation de la composition de la charge exergetique des liquides statiques en fonction de la température.	95
2.3.2	Variation de la composition de la charge exergetique des gaz parfaits statiques en fonction de leur température.	99
2.3.3	Variation de la composition de la charge exergetique des gaz parfaits dynamiques sur-pressurisés en fonction de leur température.	104
2.3.4	Variation de la composition de la charge exergetique des liquides incompressibles dynamiques en fonction de leur température.	107
2.3.5	Variation de la composition de la charge exergetique des gaz parfaits dynamiques sous-pressurisés en fonction de leur température.	110
2.3.6	Variation de la composition de la charge exergetique des gaz parfaits dynamiques sous-pressurisés en fonction de leur température, en termes de « densité » énergétique et de degrés de liberté occupés.	112
2.3.7	Échange de chaleur entre deux fluides écartés « du même côté de l'équilibre ».	123

2.3.8	Échange de chaleur entre un fluide chaud écarté de l'équilibre par valeur supérieure et un fluide froid écarté par valeur inférieure.	126
2.3.9	Échange de chaleur entre un fluide chaud écarté de l'équilibre par valeur supérieure et un fluide froid écarté par valeur inférieure d'abord puis par valeur supérieure.	129
2.3.10	Échange de chaleur entre un fluide chaud écarté de l'équilibre par valeur supérieure d'abord puis par valeur inférieure, et un fluide froid écarté par valeur inférieure.	130
2.3.11	Échange de chaleur durant lequel les deux fluides voient leur pseudo-température « traverser » la limite T_0	131
2.3.12	Cycle moteur classique.	132
2.3.13	Cycles moteur particuliers.	134
2.3.14	Cycle frigorifique de type pompe à chaleur cyclique et non-cyclique en exergie.	136
2.3.15	Système frigorifique hybride permettant de chauffer un réservoir chaud en pompant des calorie-x à un réservoir froid.	138
3.1.1	Briques élémentaires de flux (chaleur ou fluide).	143
3.1.2	Représentations d'un flux d'énergie cédant un part de son exergie.	145
3.1.3	Échange de chaleur entre un fluide chaud et un fluide froid.	146
3.1.4	Cycle eau / vapeur adiabatique schématisé à l'aide de la représentation en brique.	157
3.1.5	Centrale thermique adiabatique schématisée à l'aide de la représentation en brique.	162
3.1.6	Centrale à cogénération adiabatique schématisée à l'aide de la représentation en brique.	164
3.1.7	Zoom sur l'échangeur de chaleur reliant les gaz brûlés (fluide chaud) au réseau d'ECS (fluide froid) de la centrale à cogénération de la figure 3.1.6.	168
3.1.8	Zoom sur les échangeurs de chaleur reliant les gaz brûlés au cycle liquide/vapeur de la centrale à cogénération de la figure 3.1.6. La direction des fluides (chaud et froid) a été ajoutée pour la compréhension.	170
3.1.9	Turbine à vapeur, condenseur et pompe du cycle liquide/vapeur de la centrale à cogénération de la figure 3.1.6.	171
3.2.1	Réseau de chauffage du site de Nanterre de l'UPN.	171
3.2.2	Schéma d'un système d'ECS solaire à circulation par thermosiphon.	173
3.2.3	Schéma d'un système d'ECS solaire à circulation forcée.	174

3.2.4	Courbes de rendement représentatives pour différents types de capteur solaire thermique.	175
3.2.5	Répartition mensuelle de l'irradiation annuelle globale horizontale en France.	176
3.2.6	Variation annuelle de l'altitude et de l'irradiation du soleil. (a) Diagramme solaire cylindrique pour la Ville de Uccle en Belgique (latitude : $50^{\circ}48'$ N, longitude : $4^{\circ}20'$ E), exprimé en temps universel. Source : www.energieplus-lesite.be . (b) Valeurs normales des irradiances mensuelles (en kWh/m ² mois) sur les années 1991 à 2010 pour différents angles d'inclinaisons par rapport à l'horizontal. L'angle de $63,9^{\circ}$ correspond à une optimisation de l'énergie récupérée pendant le mois le plus défavorable (décembre). Source des données : station météorologique du Bourget, récupérées à l'aide du logiciel RETScreen.	178
3.2.7	Représentations « en brique » des consommations moyennes mensuelles d'ECS assurées par (1) une installation solaire avec complément au gaz et (2) une chaudière à gaz.	189
3.2.8	Température du sol en fonction de la profondeur.	190
3.2.9	Cycle thermodynamique du fluide du circuit principal sur un diagramme $P-h$	192
3.2.10	Détails du carottage effectué le 1 ^{er} février 2011 à environ 2 km du campus de Nanterre de l'UPN.	193
3.2.11	Test de pompage dans le sous-sol de Nanterre.	195
3.2.12	Courbes représentant la consommation de gaz sur le site de Nanterre de l'UPN, et la puissance de chauffage du bâtiment A.	196
3.2.13	Diagramme $P-h$ du R134a sur lequel est tracé le cycle inverse parcouru par le fluide principale de la PAC.	202
3.2.14	Schéma de la PAC géothermique.	204
3.2.15	Exergie fluide dynamique de l'eau liquide aux différents points thermodynamiques des circuits secondaires.	224
3.2.16	Variations, en fonction de T et de T_0 , de l'enthalpie relative, \tilde{h} , l'exergie fluide dynamique, ξ , et l'anergie, a_n , du diazote.	225
3.2.17	Températures (réelles et équivalentes), et facteurs exergetiques pour l'eau des circuits sous-terrain et de chauffage.	226
3.2.18	Valeurs relatives des enthalpies (en haut) et entropies (en bas) du R134a aux différents points du circuit principal en fonction de T_0 , liquides à gauche et gazeux à droite.	228
3.2.19	Exergie fluide dynamique du R134a aux différents points du circuit principal en fonction de T_0	230
3.2.20	Températures (réelles et équivalentes) et facteurs exergetiques du R134a dans le circuit principal.	232

3.2.21	Échanges d'exergie, rendement et fraction d'exergie détruite au condenseur.	235
3.2.22	Échanges d'exergie, rendement et fraction d'exergie détruite à l'évaporateur.	236
3.2.23	Rendements et taux de destruction d'exergie dans les différents circuits du système.	237
3.2.24	Optimisation de l'évaporateur sur l'année.	238
3.2.25	Variation de la charge et du facteur exergetique du R134a à pression constante.	240
3.2.26	Représentation graphique de la PAC.	242
3.2.27	Représentation graphique simplifiée de la chaudière à gaz alimentant le bâtiment A de l'UPN en chauffage.	244
4.1.1	Algorithme de construction (a) et exemple de trajectoire (b) d'un corrélon.	249
4.2.1	Corrélons obtenus pour un certain nombre de pas N_Q fixé à différentes températures.	251
4.2.2	Dimensions fractales des corrélons en fonction de θ	252
4.2.3	Indépendance en N_Q de la dimension fractale interne des corrélons.	254
4.2.4	Entropies des corrélons en fonction de θ	255
4.2.5	Comparaison des l'entropie interne et de l'analogie à l'entropie de Clausius (cas particulier).	257
4.2.6	Entropie de forme et interne des corrélons en fonction de θ pour différents N_Q	259
4.2.7	Interpolation des corrélons : visualisation du changement de « référentiel » et études diverses.	261
B.1.1	Réseau de chauffage du site de Nanterre de l'Université Paris-Ouest.	284
B.1.2	Modélisation 3D du bâtiment (Alcyone).	285
B.1.3	Façades du bâtiment A de l'UPN.	285
B.1.4	Sous-sol – vide sanitaire, salles d'archive et locaux techniques.	287
B.1.5	Rez-de-chaussée – amphithéâtres, bureaux et toilettes.	287
B.1.6	Étages courants – bureaux, salles de cours et toilettes.	288
B.1.7	Éléments de menuiserie des façades anciennes du rez-de-chaussée.	289
B.1.8	Baies vitrées et portes d'entrée.	290

B.2.1	Étapes de création de la maquette numérique et des caractéristiques d'utilisation.	291
B.2.2	Scénarios de chauffage hebdomadaires et scénario annuel.	295
B.2.3	Scénarios hebdomadaires d'occupation des bureaux.	296
B.2.4	Scénario annuel d'occupation des bureaux.	297
B.2.5	Scénarios d'occupation des salles de cours hebdomadaires et scénario annuel.	298
B.2.6	Scénarios d'éclairage.	299
B.2.7	Scénarios de chaleur dissipée par les ordinateurs de bureau.	300
B.2.8	Scénario annuel de l'énergie dissipée par les ordinateurs.	301
B.3.1	Valeur du coefficient C_2 en fonction de l'éclairage naturel.	305
B.4.1	Propriétés, en fonction de la température, de différentes solutions aqueuses présentant une même température de fusion $T_f = -15^\circ\text{C}$	318
B.4.2	Points de fusion et d'ébullition de différentes solutions aqueuses présentant une même température de fusion $T_f = -15^\circ\text{C}$	320
B.4.3	Point d'éclair d'une solution d'éthanol en fonction de la concentration d'additif.	321
B.4.4	Viscosité cinématique pour différentes solutions présentant une température de fusion de -15°C	321
C.0.1	Schematic representation of two ideal irreversible processes : from electricity to heat and, from the same amount of heat, to electricity and heat at a lower temperature.	324
C.1.1	Free expansion of a gas in equilibrium at T_0 with its surroundings.	330
C.1.2	Compression of a gas in an environment at T_0	331
C.1.3	System A in an environment A_0	332
C.1.4	Energy and exergy diagrams of a heat pump and a radiator.	336
C.1.5	The Earth is a living organism : it evolves in time and gets more and more <i>complex</i>	341
C.2.1	Natural resource categories.	347
C.2.2	Comparison of Environmental Pollutant Cost (EPC) with total exergy and exergy of mixing.	352
C.2.3	Pollution potential and pollution exergy vs time for constant emissions rate.	352

C.2.4	Flow diagrams resulting of an exergy-use analysis of material and energy in Japan in 1985, and Italy in 1990.	355
C.2.5	Addition of a virtual waste treatment plant to compute the environmental casts of pollutants.	361
C.2.6	Society pattern of exergy use.	362
C.2.7	Various type of material flows in ecosystems.	364
C.3.1	Example of two classic problems optimised by constructal networks. . .	366
C.3.2	Illustration of the Entropic-Skins Geometry.	367

Liste des tableaux

1.2.1	Direction des flux d'exergie chaleur $\dot{X}_Q(T)$ relativement aux flux de chaleur \dot{Q} émis à la température T qui les sous-tendent.	22
2.1.1	Relations d'ordre du facteur exergetique des gaz parfaits statiques en fonction des conditions de pression et température.	52
2.1.2	Valeurs numériques des températures T_γ , T_0^\pm et T_{00}^\pm des gaz parfaits dynamiques.	57
2.1.3	Relations d'ordre du facteur exergetique des gaz parfaits dynamiques en fonction des conditions de pression et température.	58
2.1.4	Valeurs des potentiels thermodynamiques, de la pseudo-température et du facteur exergetiques des différents cas présentés de ce travail lorsque le fluide considéré est à sa température d'exergie minimale T_{\min}	61
2.2.1	Facteurs et charges exergetiques des systèmes fluides statiques et dynamiques.	67
2.2.2	Valeurs numériques pour le calcul de la « densité » énergétique ρ_0 dans le cas du diazote considéré comme un gaz parfait.	79
3.1.1	Enthalpie h_0 et énergie disponible a_0 des fluides utilisés dans les exemples de la centrale à cogénération.	155
3.1.2	Grandeurs thermodynamiques des points fluides et échanges énergétiques du cycle liquide/vapeur de la centrale à cogénération.	158
3.1.3	Grandeurs thermodynamiques des points fluides et échanges énergétiques de la centrale thermique.	160
3.1.4	Grandeurs thermodynamiques des points et échanges énergétiques de la centrale à cogénération.	165
3.1.5	Destructions d'exergie $\Delta\dot{X}_{\text{ech}}$, et taux correspondants $\delta_{x,\text{ech}}$, au niveau des échangeurs de chaleur de la centrale à cogénération.	166
3.2.1	Valeurs mensuelles du nombre d'heures d'ensoleillement, de l'irradiation et du potentiel solaire en Île-de-France.	177
3.2.2	Conductivités thermiques, λ , et principales caractéristiques des principaux isolants thermiques.	180

3.2.4	Évaluation des besoins énergétiques mensuels en eau chaude sanitaire.	182
3.2.5	Apport solaire mensuel au Bourget pour une inclinaison de 48,9°.	182
3.2.6	Évaluation du rendement mensuel des capteurs et productivité de l'installation.	183
3.2.7	Données constructeur des panneaux solaires (constructeur Viessman) et caractéristiques du stockage.	184
3.2.8	Températures extérieures et de l'eau froide (en °C) utilisées par SOLO.	184
3.2.9	Résultats de la simulation SOLO (tecsol.fr).	185
3.2.10	Récapitulatif des résultats des différentes méthodes.	185
3.2.11	Températures moyennes mensuelles à Poznan en Pologne.	191
3.2.12	Dimensions caractéristiques des principales classes de matériaux correspondant à la norme internationale NF EN ISO 14688-1 (AFNOR, 2003).	194
3.2.13	Nombre d'heure de fonctionnement cumulées des chaudières et consommation totale de gaz sur le site de Nanterre de l'UPN.	196
3.2.14	Définition des températures (en °C) des circuits secondaires de la PAC.	198
3.2.15	Températures et pressions aux points thermodynamiques majeurs du circuit principal de la PAC.	200
3.2.16	Grandeurs thermodynamiques calculées des points fluides des circuits secondaires.	201
3.2.17	Grandeurs thermodynamiques calculées des points fluides du circuit primaire.	203
3.2.18	Enthalpies et entropies spécifiques relatives, ainsi que les exergies spécifiques fluides dynamiques aux différents points des circuits.	205
3.2.19	Données et résultats des calculs de destruction d'exergie par frottement.	208
3.2.20	Ordre de grandeur du coefficient global d'échange pour divers types d'échangeurs frigorifiques.	217
3.2.21	Grandeurs thermodynamiques calculées des points fluides du circuit primaire pour la représentation graphique.	243
B.1.1	Zonage du bâtiment et utilisations.	286
B.2.1	Coefficients linéiques de transmission des ponts thermiques.	291
B.2.2	Caractéristique des murs, sol et toit du bâti.	292
B.2.3	Caractéristiques des éléments de menuiserie.	293
B.2.4	Caractéristiques de l'éclairage pour les différentes zones du bâtiment.	299
B.2.5	Estimation du nombre d'ordinateur en marche chaque semaine.	302

B.3.1	Consommations annuelles d'électricité et gaz du bâtiment A en 2014. . .	303
B.3.2	Résultats scénario « base ».	303
B.3.3	Résultats scénario « double vitrage ».	304
B.3.4	Résultats scénario « éclairage adapté à la lumière du jour ».	305
B.3.5	Résultats scénario « Ventilation/étanchéité ».	306
B.3.6	Résultats des scénarios combinés « double vitrage et éclairage adapté », « double vitrage et ventilation améliorée », « éclairage adapté et ven- tilation améliorée » et « double vitrage, éclairage adapté et ventilation améliorée ».	307
B.3.7	Résultats scénario « Isolation extérieure 5 cm ».	309
B.3.8	Résultats scénario « Isolation extérieure 10 cm ».	310
B.3.9	Résultats scénario « Isolation intérieure 5 cm ».	311
B.3.10	Résultats des scénarios combinant une isolation par l'extérieure de 5 cm avec différentes combinaisons des scénarios précédents.	312
B.3.11	Tableau croisé des résultats.	316
C.1.1	Efficiency comparison of heating systems.	338
C.1.2	Standard reference state for atmosphere.	341
C.2.1	Indices of the ecological cost associated with various kinds of energy and materials.	349
C.2.2	Pollution potential and exergy of some notable current atmospheric pol- lutants.	354
C.2.3	Values of α , β , ee_L and ee_K for some selected Countries.	360

Liste des schémas

1.1.1 Représentation schématique du système {plaque chauffante + cube rempli de gaz}.	6
3.1.1 Organisation des fonctions et routines du programme de représentation graphique.	149
3.1.2 FONCTION 1 – Importation et organisation des valeurs numériques « brutes » dans des vecteurs « structure » de Matlab.	152
3.1.3 Représentation schématique d’une centrale thermique à combustion idéale.	159

Liste des fonctions du programme d’exergo-graphie

1	rawImport.m (schéma 3.1.2)	151
2	makeTransfo.m	270
3	makeExchgr.m	272
4	exerFlux.m	272
5	propagateFlux.m	274
6	turnFlux.m	275
7	arrowFlux.m	277
8	transFlux.m	278
9	exchgrFlux.m	280

Bibliographie

- ADEME. 2005, *La Géothermie en Île-de-France*. Document réalisé par la délégation régionale Île-de-France de l'ADEME. Disponible à l'adresse suivante : http://www.geothermie-perspectives.fr/sites/default/files/brochure_ademe.pdf. 198
- Ayres, R. U. 1989, «Industrial metabolism», *Technology and environment*, vol. 1989, p. 23–49. 362
- Ayres, R. U. et L. Ayres. 2002, *A handbook of industrial ecology*, Edward Elgar Publishing. 364
- Ayres, R. U., L. W. Ayres et K. Martinás. 1998, «Exergy, waste accounting, and life-cycle analysis», *Energy*, vol. 23, n° 5, p. 355–363. 353
- Ayres, R. U., L. W. Ayres et B. Warr. 2003, «Exergy, power and work in the us economy, 1900–1998», *Energy*, vol. 28, n° 3, p. 219–273. 353
- Baudry, M. et C. Bonnet. 2017, «Demand pull instruments and the development of wind power in europe», *Les Cahiers de la Chaire Économie du Climat – Série Working Paper*. Disponible à l'adresse suivante : <https://www.chaireeconomieduclimat.org/publications/working-papers/>. 3
- Bejan, A. 1997, «Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume», *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 40, n° 4, p. 799–816. 366
- Bejan, A. 2000, *Shape and structure, from engineering to nature*, Cambridge university press. 208, 365, 366
- Bejan, A. 2016, *Advanced engineering thermodynamics*, quatrième éd., John Wiley & Sons. 5, 11, 12, 13, 23, 207, 208, 209, 339, 342, 356
- Bertrand, V., S. Caurila, E. Le Cadre et P. Delacote. 2017, «Heat or power : how to increase the use of energy wood at the lowest costs?», *Les Cahiers de la Chaire Économie du Climat – Série Working Paper*. Disponible à l'adresse suivante : <https://www.chaireeconomieduclimat.org/publications/working-papers/>. 3
- Bonnet, C. 2016, *L'innovation dans les technologies de l'énergie bas-carbone : analyses théoriques et évaluations empiriques*, thèse de doctorat, Université de Nanterre. 3
- Bonnet, C. 2017, «Measuring inventive performance with patent data : an application to low carbon energy technologies», *Les Cahiers de la Chaire Économie du Climat – Série Working Paper*. Disponible à l'adresse suivante : <https://www.chaireeconomieduclimat.org/publications/working-papers/>. 3

- Bouscayrol, A., G. Dauphin-Tanguy, G.-H. Geitner, X. Guillaud, A. Pennamen, J. Hautier et collab.. 2005, «Different energetic descriptions for electromechanical systems», dans *Power Electronics and Applications, 2005 European Conference on*, IEEE, p. 10–pp. 140
- Bouscayrol, A., B. Davat, B. De Fornel, B. François, J. Hautier, F. Meibody-Tabar et M. Pietrzak-David. 2000, «Multi-converter multi-machine systems : application for electromechanical drives», *The European Physical Journal-Applied Physics*, vol. 10, n° 2, p. 131–147. 140
- Bouscayrol, A., X. Guillaud, P. Delarue et B. Lemaire-Semail. 2009, «Energetic macroscopic representation and inversion-based control illustrated on a wind-energy-conversion system using hardware-in-the-loop simulation», *IEEE transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, n° 12, p. 4826–4835. 140
- Boustead, I. et G. F. Hancock. 1979, *Handbook of industrial energy analysis*, John Wiley & Sons. 339, 348
- Brundtland, G. H. et collab.. 1987, «Our common future», *Report of the World Commission on Environment and Development*. <http://www.un-documents.net/our-common-future.pdf>. 1, 342
- Canivet, Y., D. Queiros-Condé et L. Grosu. 2016, «Fractal representation of exergy», *Entropy*, vol. 18, n° 2, doi :10.3390/e18020056, p. 56, ISSN 1099-4300. URL <http://www.mdpi.com/1099-4300/18/2/56>. 2, 248
- Carnot, S. 1824, *Réflexion sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance*, Bachelier. 5, 7, 29
- Carpenter, S. 1990, «The environmental costs of energy in canada», dans *Proc. of the Annual Conf. of the Solar Energy Society of Canada*, p. 337–342. 246, 351
- Chen, B. et G. Chen. 2007a, «Resource analysis of the chinese society 1980–2002 based on exergy—part 2 : renewable energy sources and forest», *Energy policy*, vol. 35, n° 4, p. 2051–2064. 353
- Chen, B. et G. Chen. 2007b, «Resource analysis of the chinese society 1980–2002 based on exergy—part 3 : agricultural products», *Energy Policy*, vol. 35, n° 4, p. 2065–2078. 353
- Chen, B. et G. Chen. 2007c, «Resource analysis of the chinese society 1980–2002 based on exergy—part 4 : fishery and rangeland», *Energy policy*, vol. 35, n° 4, p. 2079–2086. 353
- Chen, G. et B. Chen. 2007d, «Resource analysis of the chinese society 1980–2002 based on exergy—part 1 : fossil fuels and energy minerals», *Energy policy*, vol. 35, n° 4, p. 2038–2050. 353
- Chen, G. et B. Chen. 2009, «Extended-exergy analysis of the chinese society», *Energy*, vol. 34, n° 9, p. 1127–1144. 361

- Code minier. 2017, Disponible sur le site de Legifrance, le service public de la diffusion du droit : <https://www.legifrance.gouv.fr/affichCode.do?cidTexte=LEGITEXT000023501962>. 191
- Colombo, E., M. V. Rocco, C. Toro et E. Sciubba. 2014, «An exergy-based approach to the joint economic and environmental impact assessment of possible photovoltaic scenarios : A case study at a regional level in Italy», *Ecological Modelling*. 361
- Connelly, L. et C. P. Koshland. 1997, «Two aspects of consumption : using an exergy-based measure of degradation to advance the theory and implementation of industrial ecology», *Resources, Conservation and Recycling*, vol. 19, n° 3, p. 199–217. 348
- Connelly, L. et C. P. Koshland. 2001a, «Exergy and industrial ecology – part 1 : An exergy-based definition of consumption and a thermodynamic interpretation of ecosystem evolution», *Exergy, An International Journal*, vol. 1, n° 3, p. 146–165. 348, 362
- Connelly, L. et C. P. Koshland. 2001b, «Exergy and industrial ecology – part 2 : A non-dimensional analysis of means to reduce resource depletion», *Exergy, an International Journal*, vol. 1, n° 4, p. 234–255. 348, 362
- Cornelissen, R. L. 1997, *Thermodynamics and sustainable development ; the use of exergy analysis and the reduction of irreversibility*, Universiteit Twente. 356
- Corrado, A., P. Fiorini et E. Sciubba. 2006, «Environmental assessment and extended exergy analysis of a “zero CO₂ emission”, high-efficiency steam power plant», *Energy*, vol. 31, n° 15, p. 3186–3198. 361
- Da Rocha, D. et L. Nottale. 2003, «Gravitational structure formation in scale relativity», *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 16, n° 4, p. 565–595. 365
- Damette, O., P. Delacote et G. Del Lo. 2017, «Households energy consumption and transition towards cleaner energy sources», *Les Cahiers de la Chaire Économie du Climat – Série Working Paper*. Disponible à l’adresse suivante : <https://www.chaireeconomieduclimat.org/publications/working-papers/>. 3
- De Perthuis, C. et P.-A. Juvet. 2013, *Le Capital vert – Une Nouvelle perspective de croissance*, Odile Jacob. 3
- De Perthuis, C., B. Solier et R. Trotignon. 2016, «Les impacts d’un prix-plancher du CO₂ dans le secteur électrique», *Les Cahiers de la Chaire Économie du Climat – Série Information et débats*. Disponible à l’adresse suivante : <https://www.chaireeconomieduclimat.org/publications/info-debats/>. 3
- Dincer, I. 2002, «The role of exergy in energy policy making», *Energy Policy*, vol. 30, n° 2, p. 137–149. 353
- Dincer, I., M. Hussain et I. Al-Zaharnah. 2004a, «Energy and exergy use in public and private sector of Saudi Arabia», *Energy Policy*, vol. 32, n° 14, p. 1615–1624. 353
- Dincer, I., M. Hussain et I. Al-Zaharnah. 2004b, «Energy and exergy utilization in transportation sector of Saudi Arabia», *Applied Thermal Engineering*, vol. 24, n° 4, p. 525–538. 353

- Diu, B., C. Guthmann, D. Lederer et B. Roulet. 1989, *Physique statistique*, Hermann, Paris. 79
- Doda, B., S. Queminn et L. Taschini. 2017, «A theory of gains from trade in multilaterally linked etss», *Les Cahiers de la Chaire Économie du Climat – Série Working Paper*. Disponible à l'adresse suivante : <https://www.chaireeconomieduclimat.org/publications/working-papers/>. 3
- Ellerman, A. D., F. J. Convery et C. De Perthuis. 2010, *Le Prix du carbone – Les Enseignements du marché européens du CO₂*, Pearson. 3
- Erkman, S. 1997, «Industrial ecology : an historical view», *Journal of cleaner production*, vol. 5, n° 1, p. 1–10. 363
- Ertesvåg, I. S. 2005, «Energy, exergy, and extended-exergy analysis of the norwegian society 2000», *Energy*, vol. 30, n° 5, p. 649–675. 361
- Ertesvåg, I. S. et M. Mielnik. 2000, «Exergy analysis of the norwegian society», *Energy*, vol. 25, n° 10, p. 957–973. 353
- European Environment Agency. 2014, *Costs of air pollution from European industrial facilities 2008-2012*, European Environment Agency. 351
- Evans, R. B. 1961, *A contribution to the theory of thermoeconomics*, thèse de doctorat, University of California, Los Angeles. 246, 355
- Evans, R. B., G. L. Crellin et M. Tribus. 1966, *Thermoeconomic considerations of sea water demineralization*, Academic Press, New York. 355
- Exergy Systemics. 2011, Website : <https://leme.u-paris10.fr/exergy-systemics-energy-structure-and-information-520823.kjsp>. 324
- Feidt, M. 1996, *Thermodynamique et optimisation énergétique des systèmes et procédés*, Technique et Documentation Lavoisier. 5, 257, 339
- Feidt, M. 2017, «The history and perspectives of efficiency at maximum power of the carnot engine», *Entropy*, vol. 19, n° 7, doi :10.3390/e19070369, p. 369, ISSN 1099-4300. URL <http://www.mdpi.com/1099-4300/19/7/369>. 245
- Feidt, M. et M. Costea. 2012, «Energy and exergy analysis and optimization of combined heat and power systems. comparison of various systems», *Energies*, vol. 5, n° 9, p. 3701–3722. 5
- Fiksel, J. 1996, «Environmental performance metrics», *Design for environment : creating eco-efficient products and processes. New York (NY) : McGraw-Hill*. 246, 351
- Finnveden, G., J. Johansson, P. Lind et Å. Moberg. 2005, «Life cycle assessment of energy from solid waste—part 1 : general methodology and results», *Journal of Cleaner Production*, vol. 13, n° 3, p. 213–229. 356
- Finnveden, G. et P. Östlund. 1997, «Exergies of natural resources in life-cycle assessment and other applications», *Energy*, vol. 22, n° 9, p. 923–931. 356

- Foukal, P., C. Fröhlich, H. Spruit et T. Wigley. 2006, «Variations in solar luminosity and their effect on the earth's climate», *Nature*, vol. 443, n° 7108, p. 161–166. 175
- François, J., L. Abdelouahed, G. Mauviel, M. Feidt, C. Rogaume, O. Mirgaux, F. Patisson et A. Dufour. 2012, «Estimation of the energy efficiency of a wood gasification chp plant using aspen plus», *Chem. Eng. Trans*, vol. 29, p. 769–774. 5, 139
- François, J., M. Fortin, F. Patisson, G. Mauviel, M. Feidt, C. Rogaume, Y. Rogaume, O. Mirgaux et A. Dufour. 2013, «Lca from biomass powerplants : from soil to electricity», dans *3rd International Exergy, Life Cycle Assessment and Sustainability Workshop & Symposium (ELCAS-3)*, p. poster. 139
- Frosch, R. A. et N. E. Gallopoulos. 1989, «Strategies for manufacturing», *Scientific American*, vol. 261, n° 3, p. 144–152. 362
- Gaggioli, R. A. 1961, *Thermodynamics and the non-equilibrium system*, thèse de doctorat, University of Wisconsin-Madison. 355
- Gay, C., D. Hissel, F. Lanzetta, M.-C. Pera et M. Feidt. 2010, «Energetic macroscopic representation of a solid oxide fuel cell for stirling engine combined cycle in high-efficient powertrains», dans *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2010 IEEE*, IEEE, p. 1–8. 140
- Georgescu-Roegen, N. 1971, *The entropy law and the economic process*, Harvard University Press. 246, 355
- GIEC. 2014, «Cinquième rapport d'évaluation», Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat, <http://www.ipcc.ch/report/ar5/>. 15
- Global Environmental Management Initiative. 1997, *Measuring environmental performance : A primer and survey of metrics in use*, Global Environmental Management Initiative. 351
- Gong, M. et G. Wall. 1997, «On exergetics, economics and optimization of technical processes to meet environmental conditions», *Work*, vol. 1, p. 5. 356
- Gong, M. et G. Wall. 2001, «On exergy and sustainable development—part 2 : Indicators and methods», *Exergy, an International journal*, vol. 1, n° 4, p. 217–233. 246, 356
- Graedel, T. E. 1996, «On the concept of industrial ecology», *Annual Review of Energy and the Environment*, vol. 21, n° 1, p. 69–98. 362, 364
- Graedel, T. E. et B. R. Allenby. 1995, *Industrial ecology*, vol. 12, Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ. 364
- Grosu, L. 2000, *Contribution à l'optimisation thermodynamique et économique des machines à cycle inversé à deux et trois réservoirs de chaleur*, thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine. 356
- Grosu, L. 2012, *Exergie et systèmes énergétiques. Transition vers l'exergétique*, Presses Académiques Francophones. 339

- Grosu, L., M. Feidt, R. Benelmir, V. Radcenco et A. Dobrovicescu. 2000, «Synthèse et perspectives des travaux relatifs à l'étude thermoéconomique des machines à cycle inverse», *Entropie*, vol. 36, n° 224-25, p. 11–18. 356
- Hachem, H., M. Creyx, R. Gheith, E. Delacourt, C. Morin, F. Aloui et S. B. Nasrallah. 2015, «Comparison based on exergetic analyses of two hot air engines : A gamma type stirling engine and an open joule cycle ericsson engine», *Entropy*, vol. 17, n° 11, doi : 10.3390/e17117331, p. 7331–7348, ISSN 1099-4300. URL <http://www.mdpi.com/1099-4300/17/11/7331>. 139
- Hautier, J. et J. Faucher. 1996, «The causal ordering graph», *Bulletin de l'Union des Physiciens*, vol. 90, p. 167–189. 140
- Heijungs, R., J. B. Guinée, G. Huppes, R. M. Lankreijer, H. A. Udo de Haes, A. Wegener Sleeswijk, A. Ansems, P. Eggels, R. v. Duin, H. De Goede et collab.. 1992, «Environmental life cycle assessment of products», *Centre of Environmental Science, University of Leiden*. 356
- Herfindahl, O. C. 1967, «Depletion and economic theory», *Extractive resources and taxation*, p. 63–90. 246, 347
- Hermann, W. A. 2006, «Quantifying global exergy resources», *Energy*, vol. 31, n° 12, p. 1685–1702. 246, 347
- Hertwich, E. G. 2005, «Consumption and the rebound effect : an industrial ecology perspective», *Journal of Industrial Ecology*, vol. 9, n° 1-2, p. 85–98. 364
- INRS – Fiche toxicologique n°48. 2011, «Institut national de recherche et de sécurité – fiche toxicologique n°48 (ethanol)», Disponible sur le site de l'INRS : http://www.inrs.fr/publications/bdd/fichetox/fiche.html?refINRS=FICHETOX_48. 320, 321
- INRS – Fiche toxicologique n°5. 2009, «Institut national de recherche et de sécurité – fiche toxicologique n°5 (méthanol)», Disponible sur le site de l'INRS : http://www.inrs.fr/publications/bdd/fichetox/fiche.html?refINRS=FICHETOX_5. 319
- Institut International du froid. 1976, *Les techniques du froid dans les pays chauds en développement*, Institut International du froid. 217
- Intergovernmental Panel on Climate Change. 2014, «Global warming potential values», *IPCC Fifth Assessment Report*. 192
- Jelinski, L. W., T. E. Graedel, R. A. Laudise, D. W. McCall et C. K. Patel. 1992, «Industrial ecology : concepts and approaches.», *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 89, n° 3, p. 793–797. 246, 362
- Jørgensen, S. E. 2006, *Eco-exergy as sustainability*, vol. 16, Wit Press. 246
- Jørgensen, S. E. et S. N. Nielsen. 1998, «Thermodynamic orientors : exergy as a goal function in ecological modeling and as an ecological indicator for the description of ecosystem development», dans *Eco Targets, Goal Functions, and Orientors*, Springer, p. 63–86. 246

- Jouvet, P.-A. et C. De Perthuis. 2012, «La croissance verte : de l'intention à la mise en œuvre», *Les Cahiers de la Chaire Économie du Climat – Série Information et débats*. Disponible en pré-publication depuis avril 2017 sur HAL archive-ouverte.fr : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01504973>. 3
- Kalyanpur, A., M.-E. Mercadier et P. Blanc. 2013, «Gisement solaire en France : caractérisation de la ressource énergétique, profil de répartition et volatilité», *Environnement et Technique*, n° 331, p. 54–59. 176
- Keenan, J. 1932, «A steam chart for second-law analysis», *American Society of Mechanical Engineers, NY*. 353
- Kestin, J. 1979, *A Course in Thermodynamics*, CRC Press. 11
- Kotas, T. J. 1995, *The exergy method of thermal plant analysis*, Krieger Melbourne, FL. 340, 342, 356
- Landau, L. et E. Lifchitz. 1967, *Physique statistique*, Editions Mir. 9
- Lawler, G. F. 1996, «The dimension of the frontier of planar brownian motion», *Electronic Communications in Probability*, vol. 1, p. 29–47. 253
- Leff, H. S. 1996, «Thermodynamic entropy : The spreading and sharing of energy», *American Journal of Physics*, vol. 64, n° 10, p. 1261–1271. 8, 77
- Leff, H. S. 1999, «What if entropy were dimensionless?», *American Journal of Physics*, vol. 67, n° 12, p. 1114–1122. 10, 32, 78
- Leff, H. S. 2007, «Entropy, its language, and interpretation», *Foundations of Physics*, vol. 37, n° 12, p. 1744–1766. 8, 329, 332
- Lifset, R. et T. E. Graedel. 2002, «Industrial ecology : goals and definitions», *A handbook of industrial ecology*, p. 3–15. 246, 363
- Lozano, M. et A. Valero. 1993, «Theory of the exergetic cost», *Energy*, vol. 18, n° 9, p. 939–960. 356
- Mandelbrot, B. B. 1982, *The fractal geometry of nature*, W.H. Freeman. 248, 253
- Martaj, N., L. Grosu et P. Rochelle. 2005, «Exergetical analysis and design optimisation of the stirling engine», *International Journal of Exergy*, vol. 3, n° 1, p. 45–67. 5, 139
- Marty, P., J.-F. Hétet, D. Chalet et P. Corrigan. 2016, «Exergy analysis of complex ship energy systems», *Entropy*, vol. 18, n° 4, doi :10.3390/e18040127, p. 127, ISSN 1099-4300. URL <http://www.mdpi.com/1099-4300/18/4/127>. 139
- McCandless, D. 2011, *Datavision*, Robert Laffont. 1
- Melinder, A. 2007, *Thermophysical Properties of Aqueous Solutions Used as Secondary Working Fluids*, thèse de doctorat, School of Industrial Engineering and Management, Royal Institute of Technology, KTH, Stockholm, Sweden. 317, 319

- Meurisse, B. 2017, «Effets des taxes à l'achat et à l'usage des véhicules sur les émissions de CO_2 », *Les Cahiers de la Chaire Économie du Climat – Série Information et débats*. Disponible à l'adresse suivante : <https://www.chaireeconomieduclimat.org/publications/info-debats/>. 3
- Ministère de l'écologie et du développement durable, et ministère de la santé, de la famille et des personnes handicapées. 2003, «Arrêté du 11 septembre 2003 portant application du décret n° 96-102 du 2 février 1996 et fixant les prescriptions générales applicables aux sondage, forage, création de puits ou d'ouvrage souterrain soumis à déclaration en application des articles l. 214-1 à l. 214-3 du code de l'environnement et relevant de la rubrique 1.1.1.0 de la nomenclature annexée au décret n° 93-743 du 29 mars 1993 modifié», Disponible sur le site de Legifrance, le service public de la diffusion du droit : <https://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cidTexte=JORFTEXT000000415722>. 194, 195
- Nakićenović, N., P. V. Gilli et R. Kurz. 1996, «Regional and global exergy and energy efficiencies», *Energy*, vol. 21, n° 3, p. 223–237. 5
- National Research Council (US). 1999, *Industrial Environmental Performance Metrics : Challenges and Opportunities*, National Academy Press. Committee on Industrial Environmental Performance Metrics. 351
- Neveu, P. 2002, *Apports de la thermodynamique pour la conception et l'intégration des procédés.*, habilitation à diriger des recherches, Université de Perpignan. 31, 121, 257
- Nika, P. et F. Lanzetta. 1995, «Développement d'une machine frigorifique stirling de petite taille, adaptée à des niveaux thermiques modérés», *Journal de Physique III*, vol. 5, n° 6, p. 835–861. 5
- Nottale, L. 1992, «The theory of scale relativity», *International Journal of Modern Physics A*, vol. 7, n° 20, p. 4899–4936. 366
- Nottale, L. 1994, «Scale relativity, fractal space-time and quantum mechanics», *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 4, n° 3, p. 361–388. 365
- Nottale, L., J. Chaline et P. Grou. 2000, *Les arbres de l'évolution*, Hachette Littérature, Paris. 253
- Nouyrigat, V. 2013, «Penser exergie plutôt qu'énergie», *Science et Vie* (juillet). 29
- Obert, E. F. et R. A. Gaggioli. 1963, *Thermodynamics*, McGraw-Hill, New York. 355
- Ooreka. 2012, *Le Guide de l'isolation*, Ooreka. Disponible à l'adresse suivante : isolation.ooreka.fr. 180
- Peiró, L. T., G. V. Méndez, E. Sciubba et X. G. i Durany. 2010, «Extended exergy accounting applied to biodiesel production», *Energy*, vol. 35, n° 7, p. 2861–2869. 360, 361
- Popiel, C. O., J. Wojtkowiak et B. Biernacka. 2001, «Measurements of temperature distribution in ground», *Experimental thermal and fluid science*, vol. 25, n° 5, p. 301–309. 190

- Ptasinski, K., M. Koymans et H. Verspagen. 2006, «Performance of the dutch energy sector based on energy, exergy and extended exergy accounting», *Energy*, vol. 31, n° 15, p. 3135–3144. [361](#)
- Queiros-Condé, D. 2006, *Dynamique des peaux entropiques dans les systèmes intermittants et multi-échelles*, habilitation à diriger des recherches, Université Henri Poincaré, Nancy 1. [253](#)
- Queiros-Condé, D., J. Bonjour, W. Wechsato et A. Bejan. 2007, «Parabolic scaling of tree-shaped constructal network», *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 384, n° 2, p. 719–724. [367](#)
- Queiros-Condé, D., J. Chaline et J. Dubois. 2015, *Le monde des fractales – La Nature trans-échelles*, Ellipses. [247](#), [253](#), [365](#)
- Queiros-Condé, D. et M. Feidt. 2010, *Constructal Theory and Multi-scale Geometries : Theory and Application in Energetics, Chemical Engineering and Materials*, Les Presses de l'ENSTA. [365](#)
- Queiros-Condé, D., L. Grosu et P. Ribeiro, éd.. 2011, *L'Exergie, de l'énergie à l'écologie : un outils d'analyse et de décision pour un Développement Durable*. [5](#)
- Queiros-Condé, D. 2003, «A diffusion equation to describe scale- and time-dependent dimensions of turbulent interfaces», *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 459, n° 2040, doi :10.1098/rspa.2003.1167, p. 3043–3059, ISSN 1364-5021. [366](#), [367](#)
- Riehmman, P., M. Hanfler et B. Froehlich. 2005, «Interactive sankey diagrams», dans *IEEE Symposium on Information Visualization, 2005. INFOVIS 2005.*, IEEE, p. 233–240. [139](#)
- Rocco, M., E. Colombo et E. Sciubba. 2013, «Advances in exergy analysis : a novel assessment of the extended exergy accounting method», *Applied Energy*, vol. 113, p. 1405–1420. [357](#), [360](#), [361](#)
- Rosen, M. A. et I. Dincer. 1999, «Exergy analysis of waste emissions», *International Journal of Energy Research*, vol. 23, n° 13, p. 1153–1163. [342](#)
- Sagar, A. D. et A. Najam. 1998, «The human development index : a critical review», *Ecological economics*, vol. 25, n° 3, p. 249–264. [359](#)
- Schmidt, M. 2008, «The sankey diagram in energy and material flow management – part 1 : History», *Journal of industrial ecology*, vol. 12, n° 1, p. 82–94. [139](#)
- Schulze, P. C. et collab.. 1999, *Measures of environmental performance and ecosystem condition*, National Academies Press. [351](#)
- Sciubba, E. 2001, «Beyond thermoeconomics? the concept of extended exergy accounting and its application to the analysis and design of thermal systems», *Exergy, an international journal*, vol. 1, n° 2, p. 68–84. [356](#)
- Sciubba, E. 2003, «Extended exergy accounting applied to energy recovery from waste : The concept of total recycling», *Energy*, vol. 28, n° 13, p. 1315–1334. [361](#)

- Sciubba, E. 2011, «A revised calculation of the econometric factors α -and β for the extended exergy accounting method», *Ecological Modelling*, vol. 222, n° 4, p. 1060–1066. [358](#), [359](#), [360](#)
- Sciubba, E., S. Bastianoni et E. Tiezzi. 2008, «Exergy and extended exergy accounting of very large complex systems with an application to the province of siena, italy», *Journal of Environmental Management*, vol. 86, n° 2, p. 372–382. [361](#)
- Sciubba, E. et G. Wall. 2007, «A brief commented history of exergy from the beginnings to 2004», *International Journal of Thermodynamics*, vol. 10, n° 1, p. 1–26. [5](#)
- Seager, T. et T. Theis. 2002a, «A uniform definition and quantitative basis for industrial ecology», *Journal of Cleaner Production*, vol. 10, n° 3, p. 225–235. [351](#)
- Seager, T. P. 2004, «Understanding industrial ecology and the multiple dimensions of sustainability», *Strategic Environmental Management*, p. 17–70. [362](#)
- Seager, T. P. et T. L. Theis. 2002b, «Exergetic pollution potential : Estimating the revocability of chemical pollution», *Exergy, an International Journal*, vol. 2, n° 4, p. 273–282. [246](#), [351](#), [352](#), [354](#)
- Seckin, C., E. Sciubba et A. Bayulken. 2012, «An application of the extended exergy accounting method to the turkish society, year 2006», *Energy*, vol. 40, n° 1, p. 151–163. [353](#)
- Shannon, C. E. 1948, «A mathematical theory of communication», *The Bell System Technical Journal*, vol. 27, n° 3, p. 379–423. [10](#)
- Skinner, B. J. 1979, «Earth resources», *Proceedings of the national Academy of Sciences*, vol. 76, n° 9, p. 4212–4217. [347](#)
- Socolow, R. 1997, *Industrial ecology and global change*, vol. 5, Cambridge University Press. [246](#), [364](#)
- Soundararajan, K., H. K. Ho et B. Su. 2014, «Sankey diagram framework for energy and exergy flows», *Applied energy*, vol. 136, p. 1035–1042. [139](#)
- Szargut, J. 1989, «Chemical exergies of the elements», *Applied Energy*, vol. 32, n° 4, p. 269–286. [30](#), [342](#)
- Szargut, J. 2002, «Application of exergy for the determination of the pro-ecological tax replacing the actual personal taxes», *Energy*, vol. 27, n° 4, p. 379–389. [349](#)
- Szargut, J. et D. R. Morris. 1987, «Cumulative exergy consumption and cumulative degree of perfection of chemical processes», *International journal of energy research*, vol. 11, n° 2, p. 245–261. [348](#), [349](#)
- Szargut, J., D. R. Morris et F. R. Steward. 1987, *Exergy analysis of thermal, chemical, and metallurgical processes*, Hemisphere Publishing, New York, NY. [341](#), [356](#)
- Szargut, J., A. Ziębik et W. Stanek. 2002, «Depletion of the non-renewable natural exergy resources as a measure of the ecological cost», *Energy Conversion and Management*, vol. 43, n° 9, p. 1149–1163. [246](#), [349](#)

- Tevenart, M., Camille ans Brunette et C. Orset. 2017, «Freins à l'adoption de mesures d'atténuation des gaz à effet de serre dans l'agriculture», *Les Cahiers de la Chaire Économie du Climat – Série Information et débats*. Disponible à l'adresse suivante : <https://www.chaireeconomieduclimat.org/publications/info-debats/>. 3
- Thomson, W. 1857, «On a universal tendency in nature to the dissipation of mechanical energy», dans *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*, vol. 3, Royal Society of Edinburgh Scotland Foundation, p. 139–142. Aussi publié dans *Mathematical and Physical Papers*, Cambridge, 1882. 7
- Tolman, R. C. 1918, «A general theory of energy partition with applications to quantum theory», *Physical Review*, vol. 11, n° 4, p. 261–275. 10
- Tsatsaronis, G. 1984, «Combination of exergetic and economic analysis in energy-conversion processes», *Energy Economics and Management in Industry*, vol. 1, p. 2–5. 356
- Tsatsaronis, G. 1993, «Thermoeconomic analysis and optimization of energy systems», *Progress in energy and combustion science*, vol. 19, n° 3, p. 227–257. 356
- Tsatsaronis, G. 1996, «Exergoeconomics : Is it only a new name?», *Chemical engineering & technology*, vol. 19, n° 2, p. 163–169. 246, 355
- Tsatsaronis, G., M. Winhold et C. Stojanoff. 1986, *Thermoeconomic analysis of a gasification-combined-cycle power plant*, Electric Power Research Institute. 356
- AFNOR. 2003, «Reconnaissance et essais géotechniques – dénomination, description et classification des sols – partie 1 : dénomination et description», Norme internationale NF EN ISO 14688-1, mai 2003 : indice de classement P94-400-1. 194, 376
- AFNOR. 2006, «Installations solaires thermiques et leurs composants – capteurs solaires – partie 2 : méthodes d'essai», Norme européenne EN 12975-2, décembre 2006 : indice de classement P50-530-2. 174
- AFNOR. 2007, «Performance énergétique des bâtiments – exigences énergétiques pour l'éclairage.», Norme européenne NF EN 15193, novembre 2007 : indice de classement X90-012. 66p. 299
- AFNOR. 2010, «Systèmes de surfaces chauffantes et rafraîchissantes hydrauliques intégrées – partie 3 : dimensionnement», Norme européenne EN 1264-3, avril 2010 : indice de classement P52-400-3. 198
- AFNOR. 2011, «Lumière et éclairage – Éclairage des lieux de travail – parte 1 : lieux de travail intérieurs.», Norme européenne NF EN 12464-1, juillet 2011 : indice de classement X90-003-1. 45p. 299
- U.S. Central Intelligence Agency. 2009, «The world factbook, <https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/geos/xx.html>.», . 360
- Valero, A., M. Lozano et M. Muñoz. 1986a, «A general theory of exergy saving. i. on the exergetic cost», *Computer-Aided Engineering and Energy Systems. Second Law Analysis and Modelling*, R. Gaggioli, ed, vol. 3. 356

- Valero, A., M. Muñoz et M. Lozano. 1986b, «A general theory of exergy saving. ii. on the thermoeconomic cost», *Computer-Aided Engineering and Energy Systems. Second Law Analysis and Modelling*, R. Gaggioli, ed, vol. 3. 356
- Valero, A., M. Muñoz et M. Lozano. 1986c, «A general theory of exergy saving. iii. energy saving and thermoeconomics», *Computer-Aided Engineering and Energy Systems. Second Law Analysis and Modelling*, R. Gaggioli, ed, vol. 3. 356
- Wall, G. 1977, «Exergy – a useful concept within resource accounting», *Uppsala University Publications*. Disponible à l'adresse suivante : <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:hgo:diva-402>. 332, 347
- Wall, G. 1987, «Exergy conversion in the swedish society», *Resources and Energy*, vol. 9, n° 1, p. 55–73. 353
- Wall, G. 1990, «Exergy conversion in the japanese society», *Energy*, vol. 15, n° 5, p. 435–444. 139, 353, 355
- Wall, G. 1993, «Exergy, ecology and democracy – concepts of a vital society or a proposal for an exergy tax», dans *ENSEC'93, International Conference on Energy Systems and Ecology*, édité par J. Szargut et collab., p. 111–121. 353
- Wall, G. 2002, «Conditions and tools in the design of energy conversion and management systems of a sustainable society», *Energy conversion and management*, vol. 43, n° 9, p. 1235–1248. 353
- Wall, G. et M. Gong. 2001, «On exergy and sustainable development—part 1 : Conditions and concepts», *Exergy, an International Journal*, vol. 1, n° 3, p. 128–145. 246, 356
- Wall, G., E. Sciubba et V. Naso. 1994, «Exergy use in the italian society», *Energy*, vol. 19, n° 12, p. 1267–1274. 5, 353, 355
- Weaver ants build a horizontal bridge. 2015, Vidéo prise par des étudiants du département de Bioscience de l'Université d'Aarhus au Danemark. Lien vers la vidéo : <https://youtu.be/A4uv27nSaH4>. 68